

4/94

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER

THESE

Présentée à L'E.N.P

pour l'obtention du grade de
DOCTEUR ès SCIENCES

Auto

par

Mabrouk CHABANE

Ingénieur de L'E.N.P

**OPTIMISATION DE DIFFERENTS DISPOSITIFS
ELECTROMECHANIQUES PAR UNE METHODE INTEGRALE**

Soutenue le 03/07/94 devant la Commission d'Examen

Membres du jury:

TOUMI	Professeur
LAPORTE	Professeur
FARAH	M.C
IBTIOUENE	M.C
ABDESSEMED	M.C
BENSNOUSSI	M.C

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER

THESE
Présentée à L'E.N.P

pour l'obtention du grade de
DOCTEUR ès **SCIENCES**

par
Mabrouk CHABANE
Ingénieur de L'E.N.P

OPTIMISATION DE DIFFERENTS DISPOSITIFS ELECTROMECHANIQUES PAR UNE METHODE INTEGRALE

Soutenue le 03/07/94 devant la Commission d'Examen

Membres du jury:

TOUMI	Professeur
LAPORTE	Professeur
FARAH	M.C
IBTIOUENE	M.C
ABDESSEMED	M.C
BENSNOUSSI	M.C

En souvenir de Mon frère Mahmoud.

En souvenir de Mon frère Naceur, surtout pour les qualités humaines hors.normes qu'il avait.

En souvenir de Mon père que je qualifie d'exceptionnel.

A ma mère, mes amis et toutes ma famille.

A celle qui va me supporter, je lui dis bon courage.

Avant -Propos

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au laboratoire de Machines Electriques de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger en collaboration avec le groupe de Recherches en Electronique et en Electrotechnique de l'Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique de l'Institut National Polytechnique de Lorraine (France) sous la direction de Monsieur le Professeur Bernard LAPORTE.

Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude pour l'aide qu'il m'a apporté à travers de nombreuses discussions et l'encouragement constant qu'il m'a prodigué tout au long de ce travail.

Je remercie Monsieur ZAIM, Maître de conférence de l'E.N.P d'Alger, je voudrais lui adresser ma reconnaissance, pour la rigueur de ses critiques et pour le soutien qu'il m'a apporté.

Je suis très reconnaissant à Monsieur le Professeur GUEDEFIN pour ses remarques bienveillantes et sa grande expérience.

Je remercie sincèrement Monsieur le Professeur TOUMI de l'USTHB d'Alger pour ses conseils et l'honneur qu'il nous fait d'accepter de juger ce travail.

Je suis également très sensible à l'honneur que me font Messieurs ABDESSEMED Maître de conférence à l'UNIVERSITE de BATNA et BENSNOUSSI Maître de conférence à l'E.N.P d'Alger en siégeant à mon jury.

Je remercie Monsieur IBTIOUENE, Maître de conférence à l'E.N.P d'Alger d'avoir accepté de juger ce travail.

Je tiens à assurer mon Ami et Frère FARAH, Maître de conférence à l'E.N.P d'Alger de toute ma gratitude pour l'intérêt qu'il a toujours témoigné à mes recherches.

Je remercie également mon Ami et Frère de toujours Aissa BELGACEM BOUZIDA qui m'a toujours soutenu, surtout dans les moments difficiles.

Mes remerciements vont également à tout mes collègues, aux techniciens du laboratoire et à tous ceux qui ont participé de près ou de loin à ma formation.

SOMMAIRE

<u>Introduction</u>	1
<u>Chapitre I : Equations du champ électromagnétique dans les problèmes d'Electrotechnique et formulations intégrales</u>	3
1.0) Introduction	4
1.1) Equation du champ électromagnétique dans les problèmes d'Electrotechnique	5
1.2) Formulation en termes de potentiels	7
1.3) Formulation d'Equations intégrales basées sur l'identité de Green	11
1.4) Technique de résolution des équations intégrales de frontière	16
1.5) Validation de la méthode des intégrales de frontière	25
1.6) Conclusion	30
<u>Chapitre II : Validation de la méthode des intégrales de frontière pour les courants de Foucault</u>	32
II.0) Introduction	33
II.1) Modèle d'étude bidimensionnel d'une machine asynchrone à rotor massif	33
II.2) Calcul par une méthode intégrale	39
II.3) Calcul par une méthode analytique	54
II.4) Vérification expérimentale	56
II.5) Conclusion	57
<u>Chapitre III : Optimisation du rotor massif encoché d'une machine asynchrone</u>	59
III.0) Introduction	60
III.1) Etude bibliographique concernant les rotors massifs	61
III.2) Utilisation de la méthode des intégrales de frontière pour la résolution de l'équation de diffusion dans un rotor massif rainuré	66

III.3) Validation expérimentale	80
III.4) Optimisation du rotor	84
III.5) Etude des rotors composites	98
III.6) Estimation des pertes dues aux harmoniques d'espace	106
III.7) Conclusion	110
Chapitre IV : Etude et optimisation d'une machine synchrone à réluctance variable	111
IV.0) Introduction	112
IV.1) Modèle d'étude	113
IV.2) Utilisation de la méthode des intégrales de frontière	121
IV.3) Exploitation des résultats	123
IV.4) Rainurage du rotor	133
IV.5) Vérification expérimentale	141
IV.6) Conclusion	146
Chapitre V : Optimisation de la structure d'un moteur synchrone à aimants permanents insérés dans le fer rotorique	147
V.0) Introduction	148
V.1) Structure et mode d'alimentation de la machine synchrone à aimants insérés dans le fer rotorique	149
V.2) Etude du champ électromagnétique (stator lisse)	151
V.3) Détermination du couple	161
V.4) Présentation des résultats	162
V.5) Modèle tenant compte de la géométrie des encoches	167
V.6) Présentation des résultats	173
V.7) Conclusion	181
Conclusion	182
Bibliographie	184

Introduction

En électrotechnique, il est nécessaire de connaître les champs magnétiques en régime stationnaire ou quasi-stationnaire créés par les sources (courants ou aimants) soit en tous les points d'une machine, soit sur les frontières déterminées, afin de pouvoir calculer les grandeurs globales liées à la machine: flux, forces, couples

La connaissance de cette solution permet de déterminer la configuration optimale de toute nouvelle structure électromécanique en ce qui concerne soit son alimentation, soit sa géométrie.

Dans les deux cas, la méthode des équations intégrales de frontière peut être utile dans la recherche d'une première réponse satisfaisante /1,2,3,4,5,6/.

Certes, cette méthode se prête mal à une détermination locale du champ magnétique, et par ailleurs elle ne peut convenir que pour des domaines à caractéristiques linéaires ; elle ne permet donc pas un traitement local de la saturation et le calcul exhaustif du convertisseur électromécanique effectivement construit doit s'appuyer sur des méthodes d'éléments finis.

Toutefois, la première analyse du convertisseur peut utiliser des hypothèses très fortes (modèle d'étude bidimensionnel, perméabilité infinie de certains domaines, ...) sans que cela ait une influence très sensible sur la solution recherchée. Dans le cadre de ces hypothèses, la méthode des équations intégrales de frontière rencontre les conditions de sa pleine efficacité, notamment la restriction de l'étude à un nombre limité de domaines /7,8/ ; de plus, elle est par nature très directement liée au paramétrage géométrique de la frontière et autorise donc une recherche relativement rapide de la géométrie optimale.

Les machines étudiées sont des machines asynchrones et synchrones à rotors massifs et synchrones à aimants permanents.

Les premières sont intéressantes, en raison du couple massique élevé que l'on peut obtenir et des possibilités à grande vitesse vu l'absence d'enroulement tournant.

Les secondes sont des moteurs synchrones autopilotés à aimants permanents, appelés à remplacer les moteurs à courant continu classiques grâce au progrès accomplis ces dernières années au niveau des matériaux pour aimants performants et grâce au développement des composants de l'électronique de puissance.

Le premier chapitre est consacré à l'étude des milieux magnétiques et conducteurs : équations des champs magnétiques et potentiels. Nous présentons les différentes formulations en termes de potentiels, les jauges à utiliser ainsi que la formulation des équations intégrales de frontière et leurs discrétisations numériques.

Le deuxième chapitre est consacré à la validation de la méthode des intégrales de frontière. La machine utilisée pour cette validation est à rotor massif lisse. Cette démarche a permis de dégager un modèle d'étude très restreint, intéressant pour la suite de notre travail.

Le troisième chapitre présente l'étude du rotor massif encoché. On envisage tout d'abord des rainures radiales, puis des encoches trapézoïdales, remplies ou non de cuivre et un rotor dit "composites", lisse avec une frette amagnétique. Enfin, la méthode des intégrales de frontière est utilisée pour évaluer les pertes dues aux harmoniques d'espace en utilisant "l'impédance superficielle".

Le quatrième chapitre est consacré à l'étude du démarrage de la machine synchrone à rotor massif et à pans coupés. La machine est optimisée pour son fonctionnement synchrone, mais on envisage ici de réaliser un compromis avec de meilleures performances lors du démarrage asynchrone en faisant varier la saillance du rotor. Un rainurage du rotor est étudié afin d'améliorer les performances au démarrage ainsi que le couple synchronisant.

Le dernier chapitre est consacré à l'étude d'une machine synchrone à aimants permanents insérés dans le fer rotorique. Nous adopterons dans un premier temps un modèle simple à stator lisse. Ce modèle permettra un rapide dimensionnement géométrique de la structure étudiée. Dans un second modèle, afin de tenir compte du couple de détente et des différentes ondulations, les encoches statoriques sont prises en considération.

Différentes machines de 50 KW -trois asynchrones et une synchrone à pans coupés -ont permis la vérification expérimentale des résultats.

CHAPITRE 1

EQUATIONS DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE DANS LES

PROBLEMES D'ELECTROTECHNIQUE ET FORMULATIONS

INTEGRALES

I.0) Introduction

La modélisation d'une structure électromagnétique complexe conduit à des équations différentielles simples, mais leurs solutions analytiques ne peuvent être obtenues que pour de rares configurations. C'est pourquoi l'emploi de méthodes numériques s'impose.

Trois catégories de méthodes ont été principalement développées par ailleurs: les méthodes des différences finies, des éléments finis, et des équations intégrales de frontière /9,10/. C'est cette dernière qui est utilisée dans notre étude. Elle a été utilisée pour définir des enroulements spécifiques pour les moteurs linéaires à induction /1,6/.

La méthode d'étude est basée sur l'identité de Green. Si elle ne permet pas de tenir compte de la saturation -sauf d'une manière globale, en introduisant une perméabilité moyenne -cette méthode, directement liée à la géométrie du domaine, permet d'envisager sans trop de difficultés une recherche rapide de la géométrie optimale.

Dans ce premier chapitre, les équations fondamentales de l'électromagnétisme sont exprimées. Nous développerons ensuite, les diverses transformations de celles-ci en différentes formulations introduisant les potentiels et les techniques de résolution des équations intégrales de frontière.

I.1) Equations du champ électromagnétique dans les problèmes d'Electrotechnique

Les équations qui régissent le champ électromagnétique dans les systèmes électromagnétiques sont les équations de Maxwell. En Electrotechnique la variation temporelle de la densité de charge électrique peut être négligée ainsi que les courants de déplacement en dehors des condensateurs.

Les équations utilisées se réduisent à:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{H} = \vec{J} \end{array} \right. \quad (1.1)$$

\vec{E} et \vec{H} sont respectivement les champs électrique et magnétique ; \vec{B} est l'induction magnétique et \vec{J} la densité de courant.

Notons que, dans ce modèle, \vec{B} comme \vec{J} est à divergence nulle :

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

$$\text{div } \vec{J} = 0$$

Les propriétés physiques des matériaux (supposées linéaires et isotropes) se traduisent par:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{B} = \mu \vec{H} \\ \vec{J} = \sigma \vec{E} \end{array} \right. \quad (1.2)$$

où μ et σ sont des coefficients scalaires constants.

Dans un problème de magnétostatique, les équations des champs électrique et magnétique sont découplées. La détermination du champ magnétique utilise:

$$\begin{cases} \vec{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} \\ \text{div} \vec{B} = 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

L'état magnétique des matériaux peut être ainsi défini par l'intensité d'aimantation \vec{M} :

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

Pour les conditions aux frontières du domaine d'étude, les équations (1.1) associées aux relations (1.2) caractérisant le milieu, permettent de décrire les phénomènes électromagnétiques en tout point du domaine considéré.

Les conditions d'interface entre deux milieux sont respectivement:

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0$$

$$\vec{n} \wedge (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_s$$

La première traduit la continuité de la composante normale de l'induction ; la seconde le saut de la composante tangentielle du champ magnétique, en présence d'un courant superficiel.

\vec{n} est le vecteur unitaire normal à la surface de séparation, orienté de 2 vers 1.

Dans le cas d'un problème de magnétostatique, il est parfois plus commode de distinguer le champ inducteur et le champ induit. Ainsi, dans le cas de l'aimantation d'un milieu magnétique le champ \vec{H} peut être décomposé en deux parties /11,12/:

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_1$$

\vec{H}_0 est le champ inducteur créé dans le vide par les sources (courants réels ou Ampériens dans le cas des aimants).

\vec{H}_1 est le champ induit dû à la réaction du matériau magnétique /13 à 22/.

On distingue deux étapes dans la détermination du champ total: la première est le calcul de \vec{H}_0 , selon la configuration du problème à étudier, on peut le calculer soit analytiquement, soit numériquement. Il reste à trouver \vec{H}_1 ; on verra comment procéder au chapitre V.

Les équations de Maxwell et les conditions aux limites portant sur \vec{H}_1 sont:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\text{rot}} \vec{H}_1 = 0 \\ \text{div} (\mu \vec{H}_1) = 0 \\ \vec{n} \wedge (\vec{H}_{1i} - \vec{H}_{2i}) = 0 \\ \vec{n} \cdot (\mu_1 \vec{H}_{1i} - \mu_2 \vec{H}_{2i}) = - \vec{n} \cdot (\mu_1 - \mu_2) \vec{H}_0 \end{array} \right.$$

I.2) Formulation en termes de potentiels

I.2.1) Formulation avec \vec{A} et Φ

Il est parfois plus commode d'utiliser les potentiels vecteur magnétique et scalaire \vec{A} et Φ :

Utilisant la relation $\text{div} \vec{B} = 0$, on peut écrire:

$$\vec{B} = \vec{\text{rot}} \vec{A} \quad (1.4)$$

\vec{A} est le potentiel vecteur magnétique défini à un gradient près.

De la relation $\vec{\text{rot}} \vec{E} = - \partial \vec{B} / \partial t$ et en utilisant $\vec{B} = \vec{\text{rot}} \vec{A}$, on peut exprimer le champ électrique par:

$$\vec{E} = - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} \Phi$$

Φ est un potentiel électrique, il est de nature électrostatique ou électrocinétique. En l'absence de ce dernier, le champ \vec{E} est induit uniquement par la variation du champ magnétique de sorte que:

$$\vec{E} = - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

Dans un milieu massif, par exemple, il en résulte des courants induits, définis par leur densité:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} = - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

Dans un milieu de perméabilité constante, le potentiel vecteur magnétique vérifie donc l'équation:

$$\text{rot}(\text{rot} \vec{A}) = - \sigma \mu \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

On peut utiliser la grande latitude qui nous est offerte sur le choix de \vec{A} en imposant que \vec{A} vérifie $\text{div} \vec{A} = 0$, dite jauge de Coulomb. L'équation précédente se simplifie et devient:

$$\Delta \vec{A} = \sigma \mu \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

Cette écriture signifie en fait que chaque composante de \vec{A} , soit A_j , vérifie l'équation:

$$\Delta A_j = \sigma \mu \frac{\partial A_j}{\partial t}$$

Dans un des cas particulier, que nous rencontrerons par la suite, où toutes les grandeurs électromagnétiques sont à variations sinusoïdales par rapport au temps /23,24,25,26/, il vient:

$$\Delta A_j = j\omega\sigma\mu A_j$$

que nous écrivons:

$$\Delta A_j = j\lambda^2 A_j \quad \text{en posant } \lambda^2 = \omega\sigma\mu$$

A_j est la représentation complexe de la composante A_j

1.2.2) Formulation avec \vec{T} et Ω

De la même façon que l'on introduit le potentiel vecteur magnétique, on peut introduire le potentiel de courant ou potentiel vecteur électrique /1,27/. En effet, dans le cas quasi-

stationnaire, la relation $\text{div } \vec{J} = 0$ permet de définir un champ de vecteurs \vec{T} dont le vecteur densité de courant est le rotationnel.

$$\vec{J} = \text{rot } \vec{T}$$

D'après (I.1), ce potentiel vecteur électrique \vec{T} est lié au champ magnétique \vec{H} par la relation:

$$\text{rot } \vec{T} = \text{rot } \vec{H}$$

qui entraîne l'existence d'un potentiel scalaire magnétique Ω tel que:

$$\vec{H} = \vec{T} - \text{grad } \Omega \quad (\text{I.5})$$

Des relations (I.1) et (I.2) on obtient:

$$\text{rot } \vec{J} = -\sigma \frac{\partial}{\partial t} [\mu (\vec{T} - \text{grad } \Omega)]$$

soit:

$$\text{rot}(\text{rot } \vec{T}) = -\sigma \mu \frac{\partial}{\partial t} (\vec{T} - \text{grad } \Omega)$$

En tenant compte des relations (I.1) et (I.5) on a:

$$\text{div}(\text{grad } \Omega) = \text{div } \vec{T}$$

Si l'on choisit la jauge:

$$\text{div } \vec{T} = 0$$

on obtient:

$$\begin{cases} \Delta \vec{T} = \sigma \mu \frac{\partial}{\partial t} (\vec{T} - \text{grad } \Omega) \\ \Delta \Omega = 0 \end{cases}$$

Un autre choix de jauge, nous permet de découpler \vec{T} et Ω :

$$\text{si } \text{div } \vec{T} = \sigma \mu \frac{\partial \Omega}{\partial t},$$

alors:

$$\begin{cases} \Delta \vec{T} - \sigma\mu \frac{\partial \vec{T}}{\partial t} = 0 \\ \Delta \Omega - \sigma\mu \frac{\partial \Omega}{\partial t} = 0 \end{cases}$$

avec les conditions aux limites:

$$\vec{n} \wedge \left(\frac{1}{\sigma_2} \text{rot } \vec{T}_2 - \frac{1}{\sigma_1} \text{rot } \vec{T}_1 \right) = 0$$

$$\vec{n} \cdot (\text{rot } \vec{T}_2 - \text{rot } \vec{T}_1) = 0$$

$$\vec{n} \wedge (\vec{T}_2 - \vec{T}_1 + \text{grad } \Omega_1 - \text{grad } \Omega_2) = 0$$

$$\vec{n} \cdot \left[\mu_2 (\vec{T}_2 - \text{grad } \Omega_2) - \mu_1 (\vec{T}_1 - \text{grad } \Omega_1) \right] = 0$$

De plus, la continuité de la composante normale de \vec{T} permet d'écrire:

$$\begin{cases} \Omega_1 = \Omega_2 \\ \vec{T}_1 = \vec{T}_2 \end{cases}$$

La formulation (\vec{T}, Ω) est intéressante pour le calcul des courants de Foucault, car elle limite la zone où existent trois fonctions inconnues aux seuls milieux conducteurs. Dans les milieux isolants, on utilise le potentiel scalaire magnétique. Toutefois, La formule (I.5) peut entraîner une certaine imprécision quant au calcul de $\vec{H} //$.

Pour les problèmes tridimensionnels, les simplifications apportées par les potentiels deviennent moins évidentes et la formulation directe utilisant l'induction magnétique et le champ électrique est souvent préférable.

I.3) Formulation d'équations intégrales basées sur l'identité de Green

Il s'agit maintenant de s'intéresser à la méthode utilisée pour résoudre les équations établies précédemment.

I.3.1) Identité de Green

Sous réserve de propriétés de différentiabilité des fonctions et de régularité des frontières, on a:

$$\int \int_S (A.\Delta G - G.\Delta A) ds = \int_L (A \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial A}{\partial n}) dL \quad (1.6)$$

$$\int \int \int_V (A.\Delta G - G.\Delta A) dv = \int \int_S (A \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial A}{\partial n}) ds$$

Suivant que l'on se place en 2 ou 3 dimensions.

\vec{n} : étant la normale vers l'extérieur du domaine.

I.3.2) Fonctions de Green

On présente ici, deux types de fonctions de Green, associées à l'équation de Laplace et à l'équation de diffusion en régime harmonique /1,9,28 à 32/.

Fonction de Green de l'équation de Laplace

On a vu dans le paragraphe précédent que l'on pouvait être amené à résoudre des équations du type:

$$\Delta V = 0, \text{ dans l'espace ou dans le plan.}$$

On cherche la solution dans l'espace libre de l'équation:

$$\Delta_M G = -\delta_p$$

où δ_p désigne la mesure de Dirac (ou distribution de Dirac) au point P, et où l'écriture Δ_M précise que les opérations de dérivation s'effectuent au point M.

Cet objet mathématique vérifie la propriété suivante, écrite sous forme "prosaïque":

$$" \int_{R^3} f(M) \cdot \delta_P dV_M = f(P) "$$

ou

$$" \int_{R^2} f(M) \cdot \delta_P dS_M = f(P) "$$

G ne dépend que de la distance au point P, c'est une fonction de $r = PM$ qui vaut:

$$G_2 = \frac{1}{4\pi r}, \quad \text{en 3 dimensions}$$

et

$$G_2 = -\frac{1}{2\pi} \ln r, \quad \text{en 2 dimensions}$$

G_2 est la fonction de Green de l'équation de Laplace dans l'espace libre (en 3, ou en 2 dimensions).

Fonction de Green de l'équation de diffusion

On a vu aussi dans le paragraphe précédent, que l'on pouvait être amené à résoudre des équations du type:

$$\Delta \bar{A} = j\lambda^2 \bar{A}$$

on cherche la solution dans l'espace libre de l'équation:

$$\Delta_M \bar{G} - j\lambda^2 \bar{G} = -\delta_P$$

\bar{G} ne dépend que de la distance au point P, c'est une fonction de $r = PM$ qui vaut:

$$\bar{G}_1 = \frac{e^{-kr}}{4\pi r} \quad \text{en 3 dimensions}$$

et

$$\bar{G}_1 = \frac{1}{2\pi} K_0(kr) \quad \text{en 2 dimensions}$$

où k est la première racine à valeur réelle positive de : $k^2 = j\lambda^2$

K_0 est la fonction de Kelvin d'ordre zéro.

G_1 est la fonction de Green de l'équation de diffusion en régime harmonique dans l'espace libre (en 2, ou en 3 dimensions).

1.3.3) Equations intégrales basées sur l'identité de Green

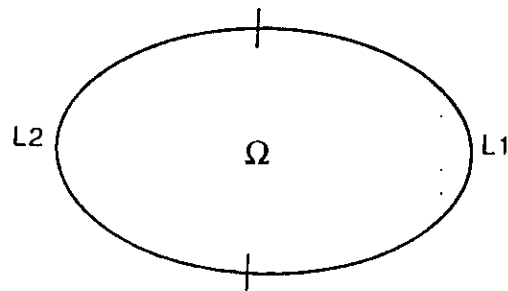
On cherche à utiliser dans (1.6) les fonctions de Green que nous venons de préciser.

Imaginons tout d'abord que nous ayons à résoudre dans le plan:

$$\Delta A = 0 \quad \text{dans } \Omega$$

avec $\frac{\partial A}{\partial n}$ donné sur L_1 et A donnée sur L_2

$$\text{et } L_1 \cup L_2 = L$$



on utilise comme fonction G , $G(PM) = -\frac{1}{2\pi} \ln(PM)$;

$$\text{d'où } A \cdot \Delta G - G \cdot \Delta A = A \cdot \Delta G = -A(M) \cdot \delta_p$$

Si P est intérieur à Ω :

$$\int \int_{\Omega} A(M) \cdot \delta_p \cdot ds = A(p)$$

d'où

$$A(P) = \int_L \left(G \frac{\partial A}{\partial n} - A \frac{\partial G}{\partial n} \right) dL$$

Si A et $\frac{\partial A}{\partial n}$ sont connus partout sur L , cette formulation permet de déterminer $A(P)$ en un point quelconque intérieur au domaine.

Si P est extérieur à Ω :

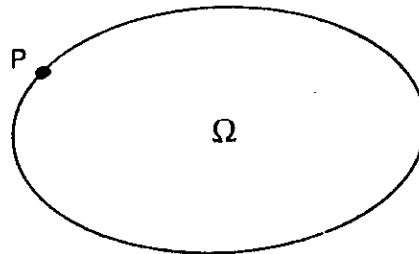
$$\int \int_{\Omega} A(M) \cdot \delta_p \cdot ds = 0$$

d'où

$$\int_L (G \frac{\partial A}{\partial n} - A \frac{\partial G}{\partial n}) dL = 0$$

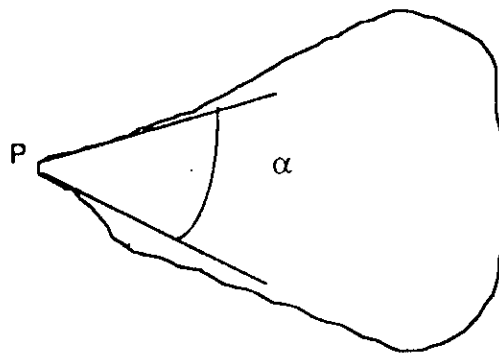
Si P est un point régulier de la frontière L:

$$\int \int_{\Omega} A(M) \cdot \delta_P \cdot ds = \frac{1}{2} A(P)$$



On peut dire que "la moitié du Dirac" est prise en compte pour l'intégration sur Ω .
De même pour un point de la frontière correspondant à un angle intérieur α .

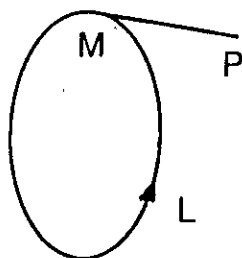
$$\int \int_{\Omega} A(M) \cdot \delta_P \cdot ds = \frac{\alpha}{2\pi} A(P)$$



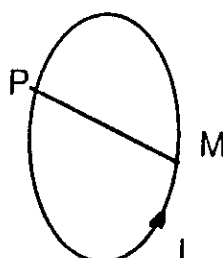
Dans tous les cas:

$$C(P) \cdot A(P) = \int_L \left[G(PM) \frac{\partial A}{\partial n}(M) - A(M) \frac{\partial G}{\partial n}(PM) \right] dL_M \quad (1.7)$$

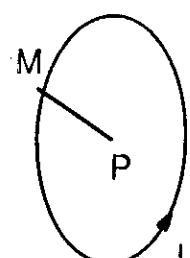
ou $C(P) = \frac{\alpha}{2\pi}$, α étant l'angle correspondant au balayage de L depuis le point P .



$$\alpha = 0$$



$$\alpha = \pi$$



$$\alpha = 2\pi$$

Avec un mode d'approximation adéquat de A et $\frac{\partial A}{\partial n}$ sur L , et grâce à un choix judicieux des points P sur le contour, l'équation (I.7) permet d'obtenir A , là où l'on connaît $\frac{\partial A}{\partial n}$, et $\frac{\partial A}{\partial n}$, là où l'on connaît A .

La résolution de $\Delta A = 0$ dans l'espace conduit à une équation analogue avec:

$$C(P) A(P) = \int_S \int [G(PM) \frac{\partial A}{\partial n}(M) - A(M) \frac{\partial G}{\partial n}(PM)] dS_M$$

où $C(P) = \frac{\Omega}{4\pi}$, Ω étant l'angle solide correspondant au balayage de la surface enserrant le domaine de résolution.

$$G(PM) = \frac{1}{4\pi.PM}$$

Le procédé est analogue si l'on cherche à résoudre dans le plan:

$$\Delta \bar{A} = j\lambda^2 \bar{A} \quad \text{dans } \Omega$$

avec des conditions précisées sur \bar{A} et $\frac{\partial \bar{A}}{\partial n}$ sur L_1 et L_2 .

On note que, si $\Delta_M \bar{G} - j\lambda^2 \bar{G} = -\delta_p$

$\bar{A} \Delta \bar{G} - \bar{G} \Delta \bar{A} = -\bar{A}(M) \delta_p$, de sorte que l'on aboutit à la même équation intégrale:

$$C(P) \bar{A}(P) = \int_L [\bar{G}(PM) \frac{\partial \bar{A}}{\partial n}(M) - \bar{A}(M) \frac{\partial \bar{G}}{\partial n}(PM)] dL_M$$

où $\bar{G}(PM) = \frac{K_0(k.PM)}{2\pi}$, et où $C(P)$ a la même définition que précédemment: $C(P) = \frac{\alpha}{2\pi}$

On aboutit à une formulation analogue en 3 dimensions.

I.4) Technique de résolution des équations intégrales de frontière

Nous venons de montrer que les équations de diffusion et de Laplace dans un domaine (Ω) se ramènent à des équations intégrales de frontière sur un contour (L) entourant (Ω). A de rares exceptions près, pour des géométries très particulières, il est impossible de trouver l'expression analytique des potentiels sur (L). On a donc recours à des procédés d'approximations de ces fonctions.

I.4.1) Expression des équations intégrales et résolution

a) Domaine avec symétrie

Nous considérons le cas où les domaines et les sources possèdent des symétries par rapport à des plans, des axes ou des points. Toutes les grandeurs physiques (champs, potentiels, ...) ont alors des propriétés de symétrie ou d'antisymétrie.

Dans le but de réduire le nombre d'inconnues et de simplifier la discrétisation, il suffit d'écrire les équations intégrales de frontière sur une partie du domaine et de modifier le noyau de l'intégrale /33/.

Considérons l'intégrale:

$$I = \int_L F.G.dL$$

(L) est la courbe enveloppant le domaine symétrique dans le plan par rapport à l'axe oy . On peut décomposer la frontière (L) en deux parties (L_1) et (L_2) symétrique.

$$I = \int_{L_1} F.G.dL + \int_{L_2} F.G.dL \quad (1.8)$$

Un changement de variable $x'=-x$ dans (1.8), nous donne:

$$I = \int_{L_1} F.G.dL + \int_{L_1} F'.G'.dL \quad (1.9)$$

Les propriétés de symétrie ou d'antisymétrie de la fonction F nous permettent d'écrire:

$$F' = \varepsilon F \quad \varepsilon = \pm 1$$

L'expression (I.9) se réduit alors à:

$$I = \int_{L_1} F(G + \varepsilon G') \cdot dL_1$$

le nouveau noyau de l'intégrale est: $G + \varepsilon G'$

Par contre, dans le cas où les grandeurs physiques ont des propriétés de symétrie, d'antisymétrie ou de périodicité, le nombre d'inconnues peut toujours être réduit, mais l'intégration s'effectue sur tout le domaine. Nous revenons sur ce point dans le troisième et le quatrième chapitre.

b) Equation intégrale de frontière régulière

Lorsque le point P est sur la frontière et que le point Q s'approche de celui-ci, le noyau de l'intégrale devient singulier. Toutefois, cette singularité est intégrable.

Par contre si P est hors du domaine, le coefficient $C(P)$ est nul ; nous obtenons alors:

$$\int_L \left(G \frac{\partial A}{\partial n} - A \frac{\partial G}{\partial n} \right) dL = 0$$

L'équation est alors une intégrale de frontière régulière.

c) Résolution de l'équation intégrale

La relation (I.7) montre que nous aboutissons à des équations intégrales à limites fixes (équations de Fredholm).

-L'équation intégrale de première espèce /33/ est:

$$\int_a^b k(x,y) \cdot f(y) \cdot dy = g(x)$$

et celle de deuxième espèce:

$$f(x) - \lambda \int_a^b k(x,y).f(y).dy = g(x)$$

$k(x,y)$, est le noyau de l'équation intégrale, $g(x)$ une fonction donnée et $f(y)$ la fonction inconnue.

Les solutions analytiques sont souvent impossibles, l'emploi des méthodes numériques approchées est nécessaire.

Diverses méthodes sont utilisées /33/ pour résoudre ces intégrales, et en particulier celle des approximations successives et des résidus pondérés.

-La méthode des approximations successives nous permet de calculer une suite de fonctions approchées F_n :

$$F_n(x) = \lambda \int_a^b k(x,y) .F_{n-1}(y) .dy + g(x)$$

KRAHENBUHL et NICOLAS /4,5/ l'ont utilisé et ont conclu que la convergence est rapide pour des domaines à géométries simples.

-La méthode avec résidus pondérés et des éléments finis de frontière est utilisée par la majorité des auteurs /1, 4,5/. L'intégrale est approximée par une formule de quadrature numérique et les équations intégrales sont discrétisées sur un ensemble finis d'éléments du domaine.

1.4.2) Discrétisation numérique

Le principe consiste à discrétiser le problème, c'est à dire à rechercher la solution des équations sur certains points définis sur le contour (L). Il s'agit d'exprimer l'intégrale définie par l'équation (1.7) en fonction des grandeurs inconnues en chacun des points du maillage.

Les nombreux travaux entrepris lors du développement de la méthode des éléments finis /4,5,9,29,34/ ont permis d'élaborer des méthodes numériques. Nous utilisons leurs résultats afin d'établir la discrétisation numérique des équations intégrales de frontière.

a) Découpage en éléments finis

Nous ne revenons pas sur la définition des éléments finis isoparamétriques amplement décrite par ailleurs /1,4,5/. La méthode des équations intégrales de frontière ne fait intervenir que des intégrales sur les contours. L'évaluation de ces intégrales ne nécessite donc que la connaissance géométrique des frontières des domaines à étudier. Les contours de ces domaines sont découpés en éléments finis ; éléments de courbes pour les domaines plans et de surfaces pour les domaines spatiaux (figure I.1).

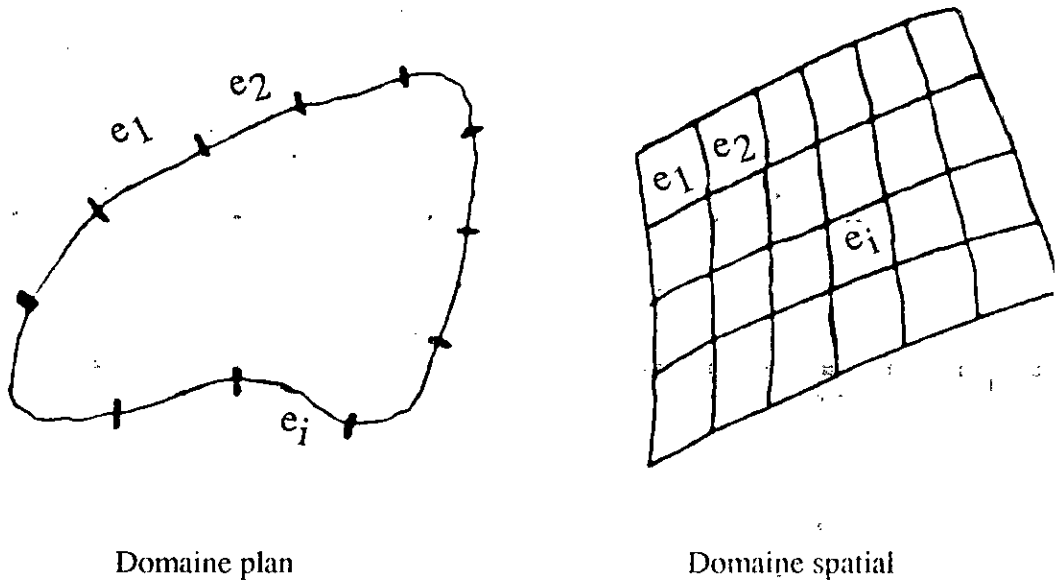


Figure I.1

Chaque élément est défini par rapport à un repère curviligne ou cartésien.

Chaque point de cet élément est défini en fonction des coordonnées des noeuds définissant la géométrie de l'élément et d'une fonction de base $N_k(\xi)$.

$$\left\{ \begin{array}{l} N_k(\xi) \quad \text{en 2D} \quad \xi \text{ varie de } -1 \text{ à } 1 \\ N_k(\xi, \eta) \quad \text{en 3D} \quad \xi \text{ et } \eta \text{ varient de } -1 \text{ à } 1 \\ X_i(\xi) = N_i(\xi) x_i \quad i = 1, 2 \quad \text{en 2D} \\ X_i(\xi, \eta) = N_i(\xi, \eta) x_i \quad i = 1, 2, 3 \quad \text{en 3D} \end{array} \right.$$

Les grandeurs physiques sont approximées avec les mêmes fonctions de base.

$$F(\xi) = \sum_{k=1}^3 N_k(\xi) F_k \quad \text{en 2D}$$

b) Singularités géométriques

Lorsque la géométrie présente des arêtes en 3D ou des points anguleux en 2D, la normale n'est plus définie. Néanmoins plusieurs solutions se présentent.

-Dans la plupart des cas physiques, la singularité n'existe pas réellement: les arêtes sont arrondies. On déforme alors la géométrie du domaine en arrondissant la frontière au voisinage du point singulier, en plaçant un élément constitué par un arc de cercle en 2D, une section sphérique ou cylindrique en 3D. Cette façon de procéder présente l'inconvénient de multiplier le nombre de degrés de liberté, ce qui a pour conséquent les dimensions du problème matriciel résultant.

-Une autre méthode consiste à prendre pour valeur de la normale au noeud singulier la résultante des normales aux points réguliers voisins. Cette méthode est plus économique et plus précise que celle qui consiste à prendre la normale d'un point régulier.

-On évite le point singulier si on prend comme fonction de base un polynôme de degré zéro, c'est à dire que la fonction recherchée est supposée constante sur l'élément. Cette méthode est très utilisée [4,5,9] pour des géométries complexes.

-On peut aussi définir plusieurs points au voisinage du point singulier sur les éléments qui y aboutissent, ou isoler le point singulier, ce qui revient à définir un découpage en éléments finis excluant la singularité géométrique (figure I.2).

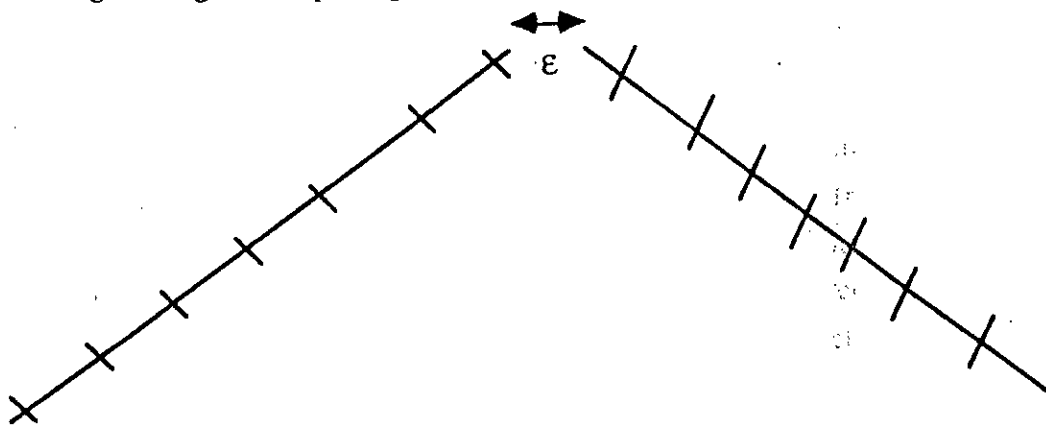


Figure I.2 : Traitement des singularités géométriques

Nous avons notamment utilisé, la méthode où l'on considère que la fonction physique est constante sur l'élément. Ce choix est justifié au troisième chapitre.

c) Choix des surfaces où sont écrites les équations intégrales

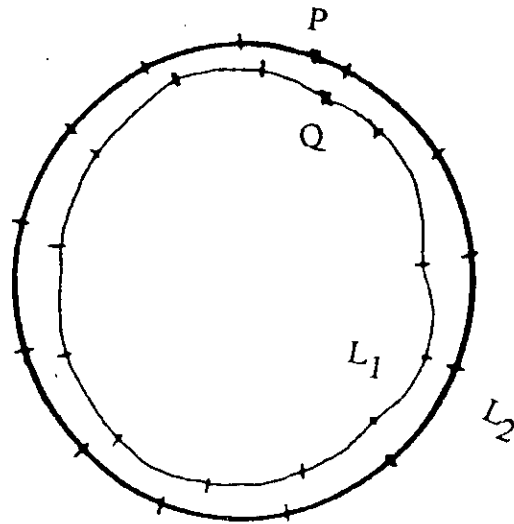


Figure I.3 : Choix des frontières

Lorsque les frontières L_1 et L_2 (figure I.3) sont très voisines et que P est trop proche de Q , la variation rapide des fonctions à intégrer au passage du point courant Q de P , conduit à des imprécisions sur l'intégration numérique. Toutefois une discrétisation plus fine conduit à de meilleurs résultats.

d) Discrétisation de l'équation intégrale

Les fonctions inconnues (potentiels, champs, ...) sont définies par points. L'équation intégrale est exprimée comme la somme des intégrales sur chacun des éléments du maillage (figure I.4).

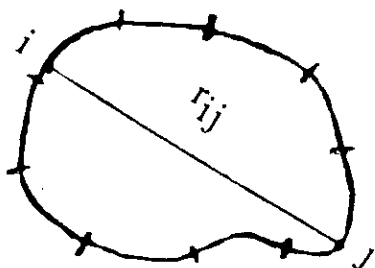


Figure 1.4: Discrétisation d'un contour

Prenons l'équation (1.7) comme exemple:

$$C_j A_j = \int_L (G \frac{\partial A}{\partial n} - A \frac{\partial G}{\partial n}) dL$$

$$C_j A_j = \sum_{i=1}^n \int_{L_i} [G_{ij}(r_{ij}) \frac{\partial A_i}{\partial n_i} - A_i \frac{\partial G_{ij}}{\partial n_i}] dL_i$$

où n est le nombre total d'éléments, et L_i le contour sur lequel s'effectue l'intégration.

e) Intégration numérique

Deux cas principaux sont à considérer :

- Dans le cas où le point j n'appartient pas au même élément que i , l'intégration est régulière.
- Dans le cas où le point j appartient au même élément que i , les fonctions de Green et leurs dérivées normales ne sont pas définies lorsque le point courant i vient sur j . L'intégrale est alors singulière.

Intégration régulière

On utilise pour l'évaluation de l'intégrale sur un élément une formule d'intégration de Gauss:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \sum_{i=1}^n A_i f(\epsilon_i)$$

n est l'ordre de l'intégration ; A_i et ϵ_i sont successivement les poids et les points de cette intégration. Pour avoir une grande précision, un découpage plus fin de l'élément est nécessaire.

Intégration singulière

La singularité est due à la présence des fonctions indéfinies (fonctions de Green et leurs gradients). Plusieurs techniques peuvent-être envisagées pour l'évaluation de cette intégrale.

Nous citons deux méthodes:

-La première consiste à discrétiser plus finement autour du point singulier.

-La seconde consiste à isoler le point singulier,

$$\int_b^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx \approx \int_b^{0-\epsilon} f(x) dx + \int_{0+\epsilon}^a f(x) dx$$

car l'intégrale considérée est semi-convergente.

I.4.3) Constitution du système linéaire

Après discrétisation des équations intégrales, on a 2 inconnues par point (A et $\partial A/\partial n$). Un système d'équations linéaires est établi. Pour chacun des points des éléments de la frontière, on écrit une équation. Associée aux conditions limites, la matrice du système est de la forme:

$$| A | | X | = | B |$$

D'après la figure I.3 :
 Région (1) frontière (L_1)
 Région (2) frontière (L_2)

(L_1) contient (n_1) points correspondant à $2n_1$ inconnues.

(L_2) contient (n_2) points correspondant à $2n_2$ inconnues.

La structure de la matrice $|A|$ est représentée par la figure I.5 :

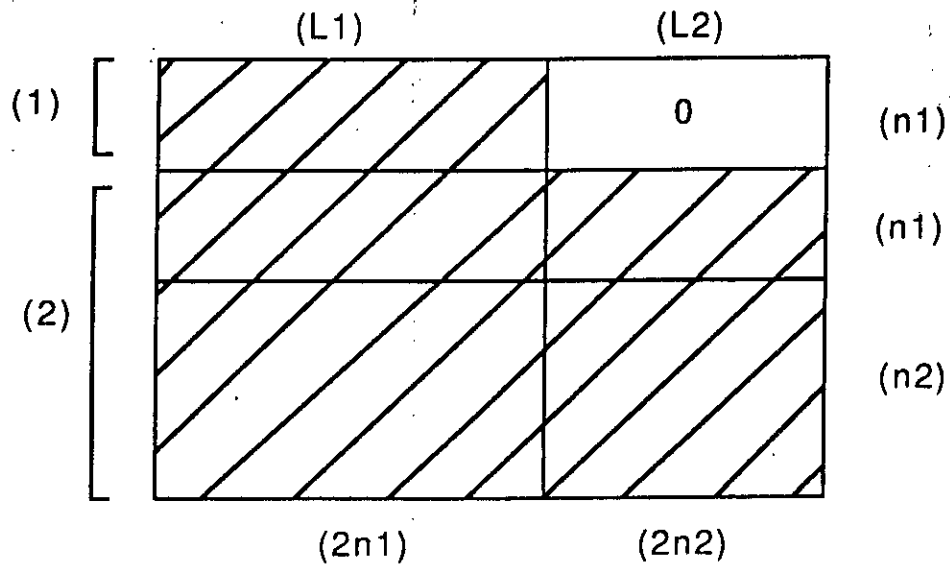


Figure I.5 : Structure de la matrice à résoudre

Une condition supplémentaire est nécessaire pour résoudre le système, la connaissance des sources à la frontière L_2 permet de réduire la matrice (figure I.6).

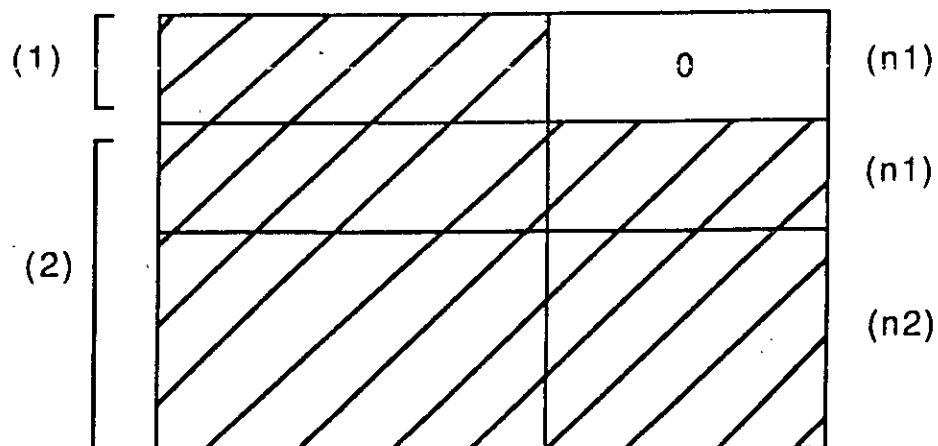


Figure I.6 : Structure de la matrice réduite

Nous avons utilisé la méthode d'élimination de Gauss pour la résolution du système.

I.5) Validation de la méthode des intégrales de frontière

I.5.1) Problème de Neumann

Nous allons voir qu'il est facile de trouver la solution d'un problème de Neumann par exemple. Cherchons la solution du potentiel /12/ sur un rectangle (figure I.7), on donne les conditions aux limites sur AB ($d\psi/dn = -d\psi/dy$).

$$\begin{aligned} d\psi/dn &= -1 & \text{pour } -a \leq x < 0 \\ d\psi/dn &= 1 & \text{pour } 0 < x \leq a \\ d\psi/dn &= 0 & \text{sur BCDA} \end{aligned}$$

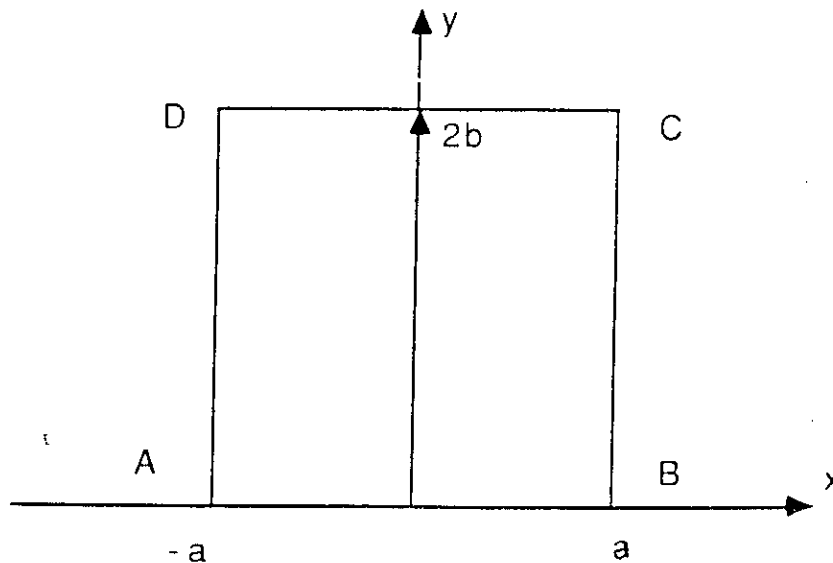


Figure I.7: Problème de Neumann

-Solution analytique

Le développement général provenant de la séparation des variables pour l'équation de Laplace en coordonnées cartésiennes s'écrit :

$$\psi(x,y) = \sum_k [A_k \cos(mx) + A'_k \sin(mx)] \cdot [B_k \operatorname{ch}(my) + B'_k \operatorname{sh}(my)]$$

L'antisymétrie des données par rapport à x nous fait choisir $A_k = 0$;

Pour que $d\psi/dn = \pm d\psi/dx$ s'annule pour $x = \pm a$, on choisit :

$$m = (2k+1) \pi / (2a)$$

Enfin il est facile de définir le terme en y pour que $(-d\psi/dy)$ soit égal à 1 pour $y = 0$ et à zéro pour $y = 2b$. On a alors:

$$\psi(x,y) = \sum_k A'_k \sin\left[(2k+1)\frac{\pi x}{2a}\right] \frac{\operatorname{ch}\left[(2k+1)(2b-y)\frac{\pi}{2a}\right]}{\operatorname{sh}\left[(2k+1)\frac{\pi}{a}b\right]}$$

D'autre part on sait qu'une fonction antisymétrique et égale à 1 pour $0 < x < a$ peut être représentée par la série de Fourier:

$$\frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin\left[(2k+1)\frac{\pi x}{2a}\right]}{(2k+1)}$$

En comparant à $\left(\frac{-\partial\psi}{\partial y}\right)_{y=0} = \sum_k (2k+1) \frac{\pi}{2a} A'_k \sin\left[(2k+1)\frac{\pi x}{2a}\right]$.

On voit que $A'_k = \frac{8a}{\pi^2(2k+1)^2}$

-Solution numérique

Le domaine de résolution comporte un domaine de frontière L. L'utilisation de la fonction de Green associée à l'équation de Laplace conduit à l'équation intégrale suivante:

$$C(P) \psi(P) = \int_L (G \cdot \partial\psi/\partial n - \psi \cdot \partial G/\partial n) dL$$

Nous avons effectué les calculs pour $a = b = 1$ en double précision. On a arrêté la somme de k quand le dernier terme ajouté produisait une variation relative inférieure ou égale à 10^{-10} .

Nous avons utilisé des éléments constants pour éviter les singularités géométriques.

a) nombre d'éléments sur le contour égal à 32

y	k	$\psi(1,y)$ -analytique	$\psi(1,y)$ -numérique
0,125	36	-0,6283	-0,6178
0,375	14	-0,4394	-0,4329
0,625	9	-0,3037	-0,2996
0,875	6	-0,2100	-0,2073
1,125	5	-0,1471	-0,1454
1,375	4	-0,1066	-0,1056
1,625	4	-0,0826	-0,0819
1,875	3	-0,0715	-0,0709

b) nombre d'éléments sur le contour égal à 80

y	k	$\psi(1,y)$ -analytique	$\psi(1,y)$ -numérique
0,05	81	-0,6967	-0,6921
0,25	20	-0,5265	-0,5239
0,45	12	-0,3936	-0,3918
0,65	8	-0,2927	-0,2914
0,85	7	-0,2178	-0,2169
1,05	5	-0,1633	-0,1627
1,25	5	-0,1245	-0,1241
1,45	4	-0,0979	-0,0976
1,65	4	-0,0810	-0,0807
1,85	3	-0,0721	-0,0719

Les tableaux 1 et 2 montrent une comparaison entre la solution analytique et la solution numérique. Une assez bonne précision est obtenue avec peu d'éléments (32 pour le tableau 1).

1.5.2) Problème de Dirichlet

Il s'agit de trouver une solution de l'équation de Laplace $\Delta V = 0$, dans un domaine Ω , prenant des valeurs données sur la limite L du domaine, soit:

$$\Delta V(P) = 0 \quad \text{dans } \Omega ; \quad V(M) \text{ donné sur } L.$$

Cherchons la solution du potentiel /12/ sur une circonférence formée de deux demi-cercles conducteurs à des potentiels $V=1$ et $V=-1$ (figure 1.8).

On donne:

$$\begin{aligned} V &= 1 && \text{pour } 0 < \theta < \pi \\ V &= -1 && \text{pour } \pi < \theta < 2\pi \end{aligned}$$

Le développement en série de Fourier de la fonction $V(r,\theta)$ représentée par la figure 1.9 est:

$$V(r,\theta) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{r}{a}\right)^{2k+1} \cdot \frac{\sin[(2k+1)\theta]}{2k+1}$$

Pour obtenir la somme de cette série il est commode de passer par les grandeurs complexes. On écrit:

$$V(r,\theta) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{2j} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)} \left[\left(\frac{r}{a}\right) \cdot e^{j\theta} \right]^{2k+1} - \left(\frac{r}{a}\right) \cdot e^{-j\theta} \right]^{2k+1}$$

et comme $j^{2k+1} = (-1)^k \cdot j$

$$V(r,\theta) = \frac{2}{\pi} \operatorname{artg} \left[\frac{2 \frac{r}{a} \sin \theta}{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2} \right] \quad \text{et} \quad \frac{\partial V}{\partial n}(R,\theta) = \frac{2}{\pi R \sin \theta}$$

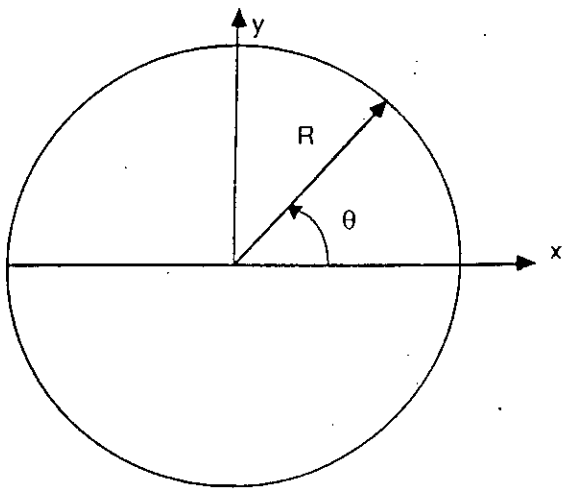


Figure 1.8: Problème de Dirichlet

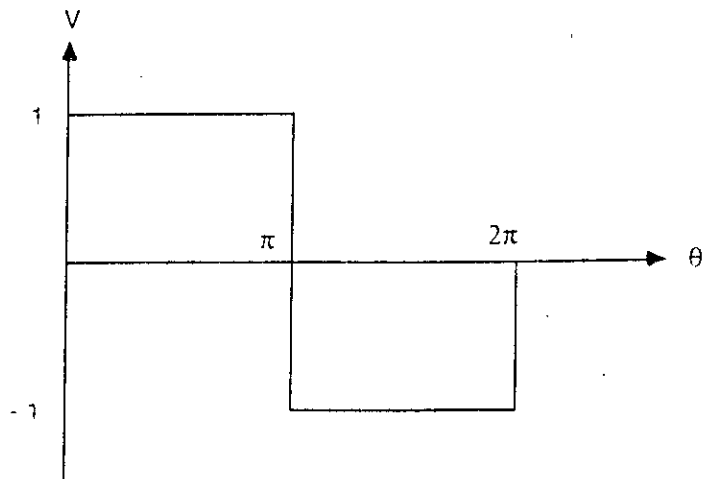


Figure 1.9: Potentiel $V(r,\theta)$

La solution numérique conduit à la même équation intégrale que précédemment. Nous avons effectué les calculs pour $R = 100$ mm et pour un nombre d'éléments supérieur à 100, l'erreur est inférieure à 1% comme le montre le tableau ci-dessous.

θ (degrés)	$\frac{\partial V}{\partial n}(R,\theta)$ -analytique	$\frac{\partial V}{\partial n}(R,\theta)$ -numérique
9	40,6955	40,3901
30,6	12,5062	12,4828
66,6	6,9367	6,9350
91,8	6,3693	6,3656
120,6	7,3962	7,3884
149,4	12,5062	12,48

La figure I.10 montre la variation de $\partial V/\partial n$ en fonction de θ , les deux courbes sont confondues, sauf pour les points singuliers: $\theta = 0, \pi$.

Numériquement on évite ces singularités en isolons les points singuliers numériques, c'est à dire qu'on intègre à $\theta_s \pm \epsilon$, θ_s étant le point singulier ; l'intégrale de frontière devient :

$$C(P) V(R, \theta) = \int_{2\pi} (G \cdot \partial V / \partial n - V \cdot \partial G / \partial n) d\theta = \int_{2\pi} F(R, \theta) d\theta$$

$$\approx \int_{0+\epsilon}^{\pi-\epsilon} F(R, \theta) d\theta + \int_{\pi+\epsilon}^{2\pi-\epsilon} F(R, \theta) d\theta$$

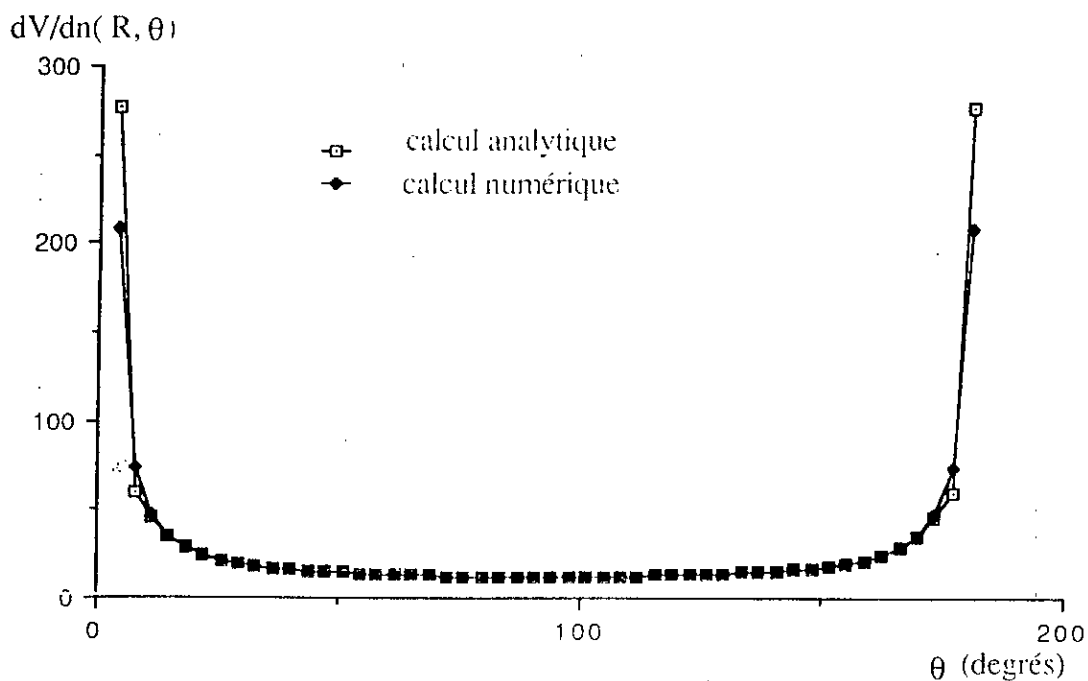


Fig I.10: Variation de dV/dn en fonction de θ ; $R=100$ mm

1.6) Conclusion

Nous avons rappelé dans ce chapitre les équations du champ électromagnétique dans les problèmes d'Electrotechnique et quelques formulations en potentiels.

La méthode des intégrales de frontière a été présentée, plus particulièrement en bidimensionnel en vue d'application à des structures électromécaniques.

Nous avons aussi examiné les différentes étapes nécessaires pour la mettre en oeuvre: formulation intégrales, discrétisation, organisation matricielle

Les différentes étapes sont résumées sur l'organigramme ci-dessous :

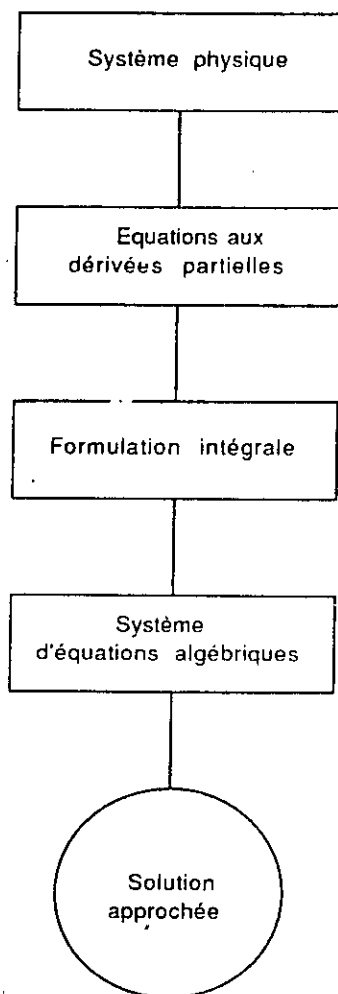


Figure 1.11 : Organigramme

Nous avons réalisé un programme en bidimensionnel, que nous avons testé sur deux exemples simples. Les résultats obtenus sont très satisfaisant.

-Les avantages de la méthode peuvent être résumés comme suit:

Recherche des fonctions inconnues uniquement là où l'on en a besoin, donc les calculs sont assez rapides pour des structures simples.

La méthode est assez précise pour peu d'inconnues.

La programmation est facile, en particulier pour des géométries simples.

Possibilité d'introduire, de façon très simple, une solution analytique partielle.

-Les inconvénients de la méthode sont:

La programmation est plus difficile pour des structures complexes et des domaines multiples.

La prise en compte des effets de la saturation ne peut être que globale.

CHAPITRE II

VALIDATION DE LA METHODE DES INTEGRALES
DE FRONTIERE POUR LES COURANTS DE FOUCAULT

II.0) Introduction

Dans ce chapitre nous nous intéressons essentiellement à l'application de la méthode des intégrales de frontière au cas d'un moteur asynchrone à rotor massif lisse, puisqu'il est le seul qui se prête à un calcul analytique complet, dans l'hypothèse d'une perméabilité constante.

Plusieurs modèles sont présentés ; parallèlement, une étude analytique a été menée, afin de valider ces derniers, en vue d'applications à des structures complexes.

Nous examinerons successivement, dans un ordre de complexité croissante, quelques modèles semi-numériques et numériques.

Pour le rotor lisse, les performances de la machine dépendent essentiellement des paramètres électriques et magnétiques du matériau utilisé ; un des modèles, le plus performant, est appliqué à divers aciers. Nous montrons l'importance du produit de la résistivité électrique et de la perméabilité magnétique.

Tous ces modèles bidimensionnels utilisent un coefficient pour corriger l'effet de longueur finie [35,36]. Nous terminons le chapitre, en comparant quelques résultats expérimentaux avec ceux calculés numériquement et analytiquement.

II.1) Modèle d'étude bidimensionnel d'une machine asynchrone à rotor massif

La machine est étudiée dans une hypothèse de symétrie cylindrique suivant l'axe de rotation de la machine, oz . Dans l'hypothèse d'une symétrie cylindrique d'axe oz , la machine peut-être étudiée dans n'importe quel plan de section droite perpendiculaire à oz (figure II.1).

Le cercle L_2 est le contour intérieur du stator ; le contour L_1 , quelconque, délimite la section du rotor, réalisé dans un acier massif homogène, de perméabilité μ et de conductivité σ .

Les coordonnées du point courant sont (r, θ') ou (r, θ) suivant que l'abscisse curviligne est repérée par rapport au stator ou par rapport au rotor.

L'induction magnétique \vec{b} , située dans le plan d'étude, peut dériver d'un potentiel vecteur magnétique présentant une seule composante suivant l'axe oz , $a(r, \theta', t)$.

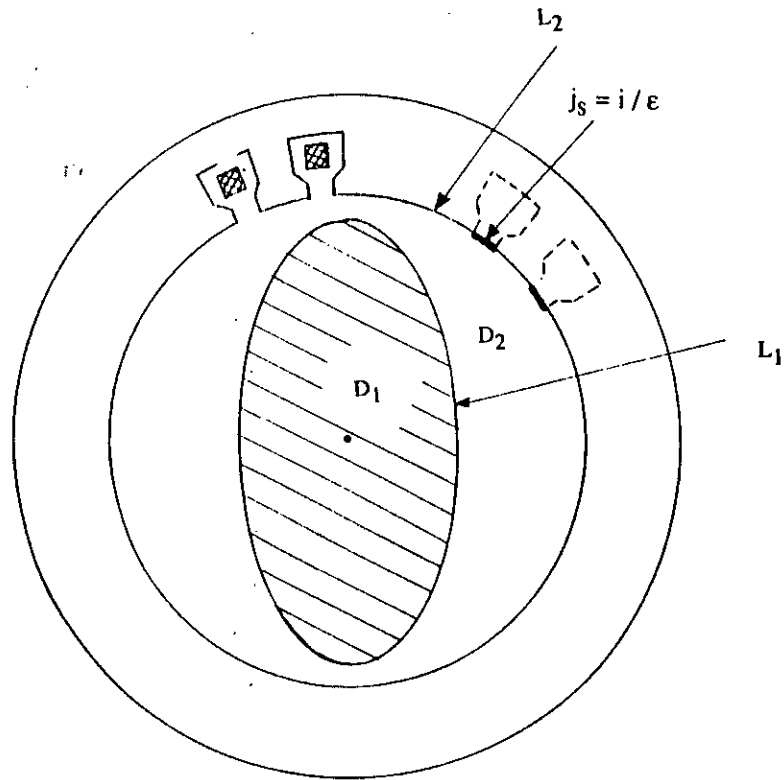


Figure II.1: Configuration générale d'une machine à rotor massif

Nous tiendrons compte en partie des effets de longueur finie en majorant la résistivité de l'acier utilisé en la multipliant par un coefficient k_c [35].

$$k_c = 1 + c(\alpha - 1)$$

$c = 0$ si le rotor est muni de bagues de court-circuit de résistivité nulle.

$c = 1$ si le rotor ne possède pas de plaques conductrices à ces deux extrémités.

$\alpha = 1 / [1 - (2\tau_p / \pi L) \text{th}(\pi L / 2\tau_p)]$; L est la longueur utile de la machine et τ_p le pas polaire.

Cette hypothèse simplificatrice ne doit pas changer sensiblement les conclusions concernant l'optimisation de la machine asynchrone à rotor massif.

II.1.1) Densité superficielle de courant équivalente

La machine étudiée présente au stator un enroulement triphasé bipolaire (ce qui correspond éventuellement à l'étude sur une période d'une machine $2p$ -polaire).

On considère que l'armature du stator est de perméabilité infinie et de conductivité nulle suivant l'axe oz , par suite de son feuilletage, de sorte que le courant de chaque encoche impose le champ tangentiel à l'ouverture de cette encoche sur L_2 : $h_1 \# i/\epsilon$ si i est le courant dans l'encoche considérée, d'ouverture ϵ .

Cette approximation du champ tangentiel au droit de chaque encoche, qui le confond avec sa valeur moyenne, est suffisante pour la recherche des premiers harmoniques de h_t sur L_2 .

A l'intérieur de L_2 , tout se passe alors du point de vue électromagnétique comme si l'on avait une densité superficielle de courant, collée sur la surface intérieure d'un stator lisse, égale à i/ϵ au droit de chaque encoche et égale à zéro sur la surface de la dent.

On peut définir la force électromotrice par encoche par la moyenne du champ électromoteur au niveau de l'isthme d'encoche [9,23,37,38/.

On est ainsi conduit à un schéma électrique par encoche. Ce schéma se généralise sans peine à l'ensemble d'une phase: $\overline{V_s}$ est alors la représentation complexe de la tension par phase et $\overline{E_s}$ la force électromotrice par phase; ces grandeurs tiennent compte des connexions des encoches permettant de réaliser une phase, r_s et X_f étant majorés par la présence des têtes de bobines (figure II.2).

r_s et X_f : sont respectivement la résistance et la réactance de fuite d'une phase statorique.

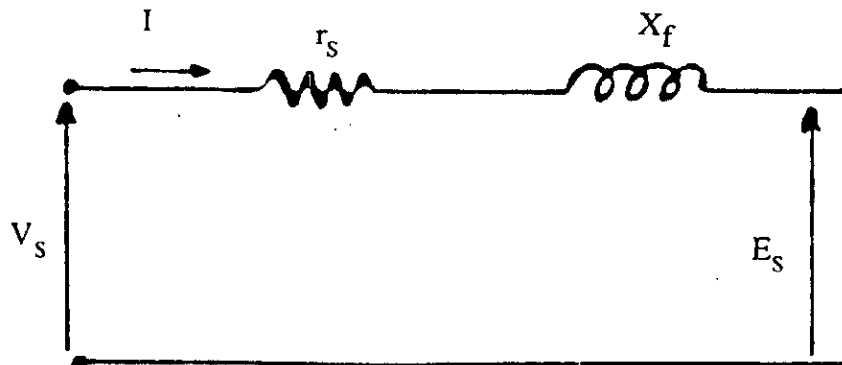


Figure II.2: Schéma équivalent d'une phase

II.1.2) Résolution en potentiel vecteur magnétique

L'analyse harmonique spatiale de la densité superficielle de courant créée par une phase, qui est la somme des densités équivalentes pour chaque encoche concernée par la phase en question, montre que le premier harmonique est prépondérant. Bien que les autres harmoniques d'espace soient convertis dans un fonctionnement asynchrone, on se limitera par la suite au premier harmonique.

Pour un choix particulier de l'origine des angles et de l'origine du temps, on écrit la densité superficielle de courant sous la forme:

$$j_s(\theta', t) = \frac{3}{\pi} K_b N I \sqrt{2} \cos(\omega t - p\theta') \quad (\text{II.1})$$

θ' : est un angle géométrique attaché au stator ;

K_b : est le coefficient de bobinage ;

N : est le nombre de conducteurs par pôle et par phase ;

p : est le nombre de paires de pôles ;

$j_s(\theta', t)$ est une densité superficielle en Ampère par radian ;

$j_s(\theta', t) d\theta'$ est le courant distribué sur $d\theta'$.

On a supposé de plus que l'alimentation de la machine est triphasée équilibrée, de pulsation ω .

Pour un observateur attaché au rotor et repéré par l'angle θ par rapport au rotor:

$$\theta' = (1 - g) \frac{\omega}{p} t + \theta$$

De sorte que pour cet observateur

$$j_s(\theta, t) = \frac{3}{\pi} K_b N I \sqrt{2} \cos(g\omega t - p\theta) \quad (\text{II.2})$$

g : est le glissement de la machine.

Il subsiste en fait un arbitraire sur la phase de $j_s(\theta, t)$, lié à la position du rotor à $t=0$ (ou au choix même de l'instant $t=0$).

Dans l'hypothèse bidimensionnelle, le potentiel vecteur magnétique présente une seule composante suivant l'axe oz :

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ A(r, \theta, t) \end{pmatrix}$$

Notons que ce choix de \vec{A} implique l'utilisation de la jauge de Coulomb.

On en déduit l'induction \vec{B} , qui a deux composantes B_r et B_θ .

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \quad \text{et} \quad B_\theta = - \frac{\partial A}{\partial r}$$

et le champ électrique induit \vec{E} qui a, lui aussi, une seule composante suivant l'axe oz :

$$E = - \frac{\partial \Lambda}{\partial t}$$

On note alors que: dans le domaine du rotor, toutes les grandeurs électromagnétiques sont de pulsation $g\omega$, comme les sources (II.2) qui les créent. De sorte que:

$$A(r, \theta, t) = \sqrt{2} \operatorname{Rée} | \overline{\Lambda}(r, \theta) e^{jg\omega t} |$$

$$B_r(r, \theta, t) = \sqrt{2} \operatorname{Rée} | \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{\Lambda}}{\partial \theta}(r, \theta) e^{jg\omega t} |$$

$$B_\theta(r, \theta, t) = \sqrt{2} \operatorname{Rée} | - \frac{\partial \overline{\Lambda}}{\partial r}(r, \theta) e^{jg\omega t} |$$

$$E(r, \theta, t) = g\omega \sqrt{2} \operatorname{Im} | \overline{\Lambda}(r, \theta) e^{jg\omega t} |$$

II.1.3) Etablissement des équations intégrales

Il résulte de ce qui précède que le comportement de la machine est parfaitement connu lorsque l'on a su déterminer le premier harmonique du potentiel vecteur magnétique à la surface du stator. Les intégrales de frontière sont particulièrement adaptées à ce type de problème.

Le domaine de résolution comporte deux sous domaines: D_1 de frontière L_1 et D_2 de frontière $L_1 \cup L_2$, correspondant respectivement au fer massif et à l'entrefer (figure II.3).

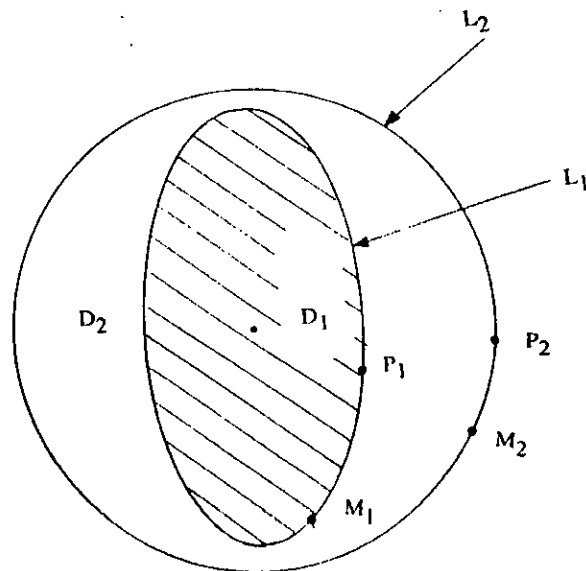


Figure II.3: Modèle d'étude d'une machine à rotor massif

Le potentiel vecteur magnétique vérifie:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{A} &= 0 && \text{dans } D_2 \\ \text{et } \Delta \bar{A} - j\lambda^2 \bar{A} &= 0 && \text{dans } D_1 \\ \text{où } \lambda^2 &= \mu\sigma g\omega \end{aligned}$$

L'utilisation de la fonction de Green et des fonctions de Green associées aux deux équations précédentes conduit aux trois équations intégrales suivantes:

$$\begin{aligned} C(P_1) \bar{A}(P_1) &= \int_{L_1} |G_1(P_1 M_1) \frac{\partial \bar{A}}{\partial n}(M_1) - \bar{A}(M_1) \frac{\partial G_1}{\partial n}(P_1 M_1)| dL_1 \\ C(P_1) \bar{A}(P_1) &= \int_{L_1} |G_2(P_1 M_1) \frac{\partial \bar{A}}{\partial n}(M_1) - \bar{A}(M_1) \frac{\partial G_2}{\partial n}(P_1 M_1)| dL_1 \\ &+ \int_{L_2} |G_2(P_1 M_2) \frac{\partial \bar{A}}{\partial n}(M_2) - \bar{A}(M_2) \frac{\partial G_2}{\partial n}(P_1 M_2)| dL_2 \\ & \\ C(P_2) \bar{A}(P_2) &= \int_{L_2} |G_2(P_2 M_2) \frac{\partial \bar{A}}{\partial n}(M_2) - \bar{A}(M_2) \frac{\partial G_2}{\partial n}(P_2 M_2)| dL_2 \\ &+ \int_{L_1} |G_2(P_2 M_1) \frac{\partial \bar{A}}{\partial n}(M_1) - \bar{A}(M_1) \frac{\partial G_2}{\partial n}(P_2 M_1)| dL_1 \end{aligned} \tag{II.3}$$

Les fonctions \bar{G}_1 et G_2 étant définies au chapitre I.

L'écriture de (II.3) est un peu ambiguë en ce qui concerne $\frac{\partial \bar{A}}{\partial n}(M_1)$ qui désigne une dérivation dans D_1 ou dans D_2 . Il convient de préciser que ces dérivées sont liées par l'égalité

de $(1/\mu)(\partial \bar{A}/\partial n)$, de part et d'autre de L_1 . De plus, \bar{A} est continu à la traversée de L_1 ,

$$\text{et } \frac{\partial \bar{A}}{\partial n} = \mu_0 \frac{J_s(\theta)}{R_s} \text{ à la surface du stator.}$$

II.1.4) Détermination des différentes grandeurs utiles

Lorsque $\overline{A}(\theta)$ est connu à la surface du stator (sous forme numérique ou analytique), il est possible d'obtenir le flux à travers la phase créant la densité de courant.

On peut procéder par identification:

$$\int_{2\pi} \overline{A}(\theta) \overline{J_s^*}(\theta) d\theta = 3 \overline{\psi} \overline{I^*}$$

On obtient ensuite $\overline{E_s} = j\omega \overline{\psi}$ qui peut d'ailleurs être obtenue par le même procédé d'identification:

$$\int_{2\pi} \overline{E}(\theta) \overline{J_s^*}(\theta) d\theta = \int_{2\pi} j\omega \overline{A}(\theta) \overline{J_s^*}(\theta) d\theta = 3 \overline{E_s} \overline{I^*}$$

on obtient notamment ainsi les puissances active ^{et} réactive du moteur (hors pertes Joules), ainsi que le $\cos\phi$.

Pour déterminer le couple, on peut utiliser la force de Laplace sur la densité équivalente:

$$\text{Couple} = L \cdot \text{Rée} \int_{2\pi} \frac{\partial \overline{A}}{\partial \theta}(\theta) \overline{J_s^*}(\theta) d\theta$$

Ou, en utilisant l'impédance équivalente du moteur asynchrone:

$$Z(j\omega) = \frac{\overline{E_s}}{\overline{I}} = \frac{j\omega \overline{\psi}}{\overline{I}}$$

$$\text{Couple} = \frac{3p}{\omega} I^2 \text{Rée} | Z(j\omega) |$$

Dans tous les cas, il suffit donc de connaître le premier harmonique spatial de la fonction $\overline{A}(\theta)$.

II.2) Calcul par une méthode des intégrales de frontière

Dans le but d'apporter des réponses aux problèmes de courant de Foucault dans des structures beaucoup plus complexes, nous allons valider quelques modèles pour le rotor lisse ;

particulièrement un modèle délimité par un secteur (modèle réduit) intéressant pour la suite de notre étude.

Nous développons 4 modèles: les deux premiers sont semi-numériques ; les deux autres numériques.

II.2.1) Modèle semi-numérique 1

Puisque les sources à la surface du stator peuvent être ramenées à la surface du rotor en utilisant l'expression analytique de la solution dans l'entrefer ; la méthode des intégrales de frontière est utilisée uniquement sur le rotor.

Ce modèle, parce qu'il utilise l'expression analytique de la solution dans l'entrefer est qualifié de semi-numérique. L'équation intégrale sur la frontière du rotor s'écrit :

$$C(P)\overline{A_r(P)} = \int_{L_1} \left[\overline{G_1} \frac{\partial \overline{A_r}}{\partial n}(R, \theta) - \overline{A_r}(R, \theta) \frac{\partial \overline{G_1}}{\partial n} \right] dL_1 \quad (II.4)$$

$C(P) = \frac{1}{2}$ (puisque tous les points du contour sont des points réguliers) et R le rayon du rotor.

La solution dans l'entrefer est:

$$\overline{A_e(r)} = \overline{\alpha} \left(\frac{r}{R}\right)^p + \overline{\beta} \left(\frac{R}{r}\right)^p$$

$$\frac{\partial \overline{A_e}}{\partial n} = (p \overline{\alpha} / R) (r/R)^{p-1} + (p \overline{\beta} / R) R^{p+1} r^{-p-2}$$

Or, la dérivée du potentiel vecteur magnétique à la surface du stator est connue, puisque le bobinage polyphasé du stator est remplacé par une nappe de courant équivalente, on tiendra compte uniquement du fondamental.

$$\frac{\partial \overline{A_e}}{\partial n}(R_s) = \frac{3}{\pi} \mu_0 K_b N I \frac{\sqrt{2}}{R_s} = K_{bn}$$

K_b : Coefficient de bobinage

N : Nombre de conducteurs par pôle et par phase

R_s : Rayon du stator

On écrit:

$$\frac{1}{2} \overline{\Lambda_r} \left[(R_s/R)^{p-1} + (R/R_s)^{p+1} \right] + \left(\frac{p}{2R} \right) \overline{\Lambda_r}(r) \left[(R_s/R)^{p-1} + (R/R_s)^{p+1} \right] = K_{bn}$$

Que l'on retient sous la forme:

$$\alpha_n \frac{\partial \overline{\Lambda_r}(r)}{\partial n} + \beta_n \overline{\Lambda_r}(r) = K_b \frac{3}{\pi} \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{R_s} = K_{bn}$$

$$\alpha_n = \frac{1}{2} \left(\frac{R_s}{R} \right)^{p-1} + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{R_s} \right)^{p+1} \quad (II.5)$$

$$\beta_n = \left(\frac{p}{2R} \right) \left(\frac{R_s}{R} \right)^{p-1} - \left(\frac{p}{2R} \right) \left(\frac{R}{R_s} \right)^{p+1}$$

de (II.5), on déduit:

$$\frac{\partial \overline{\Lambda_r}(r)}{\partial n} = \frac{K_{bn} - \beta_n \overline{\Lambda_r}(r)}{\alpha_n}$$

Le rotor étant lisse, nous supposons que la distribution du champ à sa surface est sinusoïdale.

$$\overline{\Lambda_r}(R, \theta) = \overline{\Lambda_r}(R) e^{-jp\theta}$$

L'équation (II.4) devient:

$$\frac{1}{2} \overline{\Lambda_r}(p) = \int_{2\pi} \left[G_1 \left(\frac{K_{bn} - \beta_n \overline{\Lambda_r}(R)}{\alpha_n} \right) - \overline{\Lambda_r}(R) \frac{\partial G_1}{\partial n} \right] e^{-jp\theta} d\theta$$

Le problème se simplifie: nous avons à résoudre une équation à une inconnue, $\overline{\Lambda_r}(R)$ à la surface du rotor; on écrit que :

$$\frac{1}{2} \overline{A_r(R)} e^{-jp\theta(P)} = \int_{2\pi} \left[\overline{A_r} - \left(\frac{\beta_n}{\alpha_n} \overline{G_1} + \frac{\partial \overline{G_1}}{\partial n} \right) + \overline{G_1} \frac{K_{bn}}{\alpha_n} \right] e^{-jp\theta} d\theta$$

$$= \int_{2\pi} \left[\frac{\partial \overline{G_1}}{\partial n} - \frac{\beta_n}{\alpha_n} \overline{G_1} \right] \overline{A_r(R)} e^{-jp\theta} d\theta + \int_{2\pi} \overline{G_1} \frac{K_{bn}}{\alpha_n} e^{-jp\theta} d\theta$$

II.2.2) Modèle semi-numérique 2

Pour les structures plus complexes, il est impossible de ramener les sources du stator au rotor : le modèle semi-numérique 1 est d'usage limité au rotor lisse. D'où la nécessité d'utiliser d'autres modèles.

Pour le modèle semi-numérique 2, le domaine de résolution comporte deux sous domaines: D₁ de frontière L₁ et D₂ de frontière L₁ ∪ L₂, correspondant au fer massif et à l'entrefer (figure II.4).

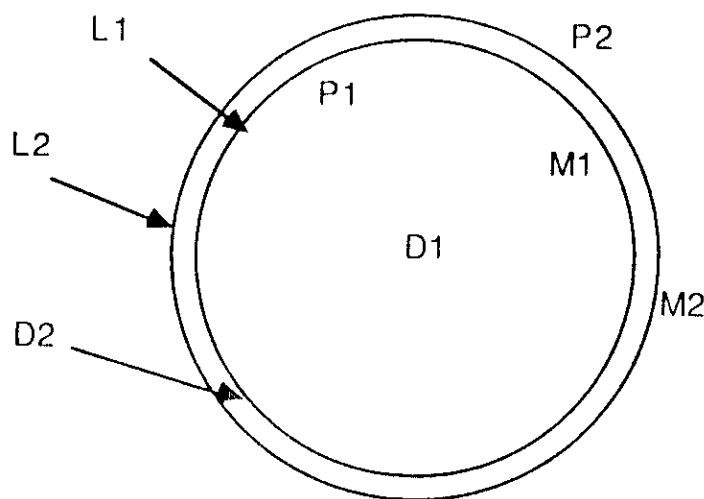


Figure II.4 : Modèle semi-numérique 2

Ce modèle est qualifié de semi-numérique, parce qu'il utilise l'hypothèse de la distribution sinusoïdale du champ à la surface du stator. Cette hypothèse permet de réduire le nombre

d'inconnues à trois ; le potentiel vecteur à la surface du stator et du rotor, ainsi que la dérivée normale de ce dernier.

Le potentiel vecteur magnétique sur la surface du rotor obéit aux conditions aux limites suivantes:

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial \overline{\Lambda}_1}{\partial n} (M_1) = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \overline{\Lambda}_2}{\partial n} (M_1)$$

$$\overline{\Lambda}_1 (M_1) = \overline{\Lambda}_2 (M_1)$$

Et à la surface du stator:

$$\frac{\partial \overline{\Lambda}_2}{\partial n} (M_2) = \frac{3}{\pi} \mu_0 N I \sqrt{2} \frac{K_b}{R_s} = K_{bn}$$

$$\overline{\Lambda}_1 = \overline{\Lambda}(R) e^{-jp\theta}$$

$$\overline{\Lambda}_2 = \overline{\Lambda}_s(R_s) e^{-jp\theta}$$

$$\frac{\partial \overline{\Lambda}_1}{\partial n} = \overline{\Lambda}'(R) e^{-jp\theta}$$

$$\frac{\partial \overline{\Lambda}_2}{\partial n} = K_{bn} e^{-jp\theta}$$

Les équations à résoudre sont alors:

$$\frac{1}{2} \overline{\Lambda}_1(R) e^{-jp\theta(P_1)} = \int_{L_1} \left[G_1 \frac{\partial \overline{\Lambda}_1}{\partial n}(R) - \overline{\Lambda}_1(R) \frac{\partial G_1}{\partial n} \right] e^{-jp\theta} dL_1$$

$$\frac{1}{2} \overline{\Lambda}_2(R) e^{-jp\theta(P_1)} = \int_{L_1} \left[G_2 \frac{\partial \overline{\Lambda}_2}{\partial n}(R) - \overline{\Lambda}_2(R) \frac{\partial G_2}{\partial n} \right] e^{-jp\theta} dL_1$$

$$+ \int_{L_2} \left[G_2 K_{bn} - \overline{\Lambda}_2(R_s) \frac{\partial G_2}{\partial n} \right] e^{-jp\theta} dL_2$$

$$\frac{1}{2} \overline{\Lambda}_2(R_s) e^{-jp\theta(P_2)} = \int_{L_2} \left[G_2 K_{bn} - \overline{\Lambda}_2(R_s) \frac{\partial G_2}{\partial n} \right] e^{-jp\theta} dL_2$$

$$+ \int_{L_1} \left[G_2 \frac{\partial \overline{\Lambda}_2}{\partial n}(R) - \overline{\Lambda}_2(R) \frac{\partial G_2}{\partial n} \right] e^{-jp\theta} dL_1$$

II.2.3) Modèle numérique complet

Contrairement aux deux modèles précédents qualifiés de semi-numériques, le modèle est entièrement numérique : puisque les fonctions physiques sont approximées sur chaque élément des deux contours L_1 et L_2 , les équations à résoudre sont les mêmes que (II.3).

Les contours de ce modèle étant réguliers (absence de point anguleux), la fonction physique est approximée par un polynôme d'ordre deux. Nous verrons par la suite que ce type d'approximation pose quelques difficultés : nous citons principalement :

- Les singularités géométriques (cas de structures complexes).
- La vitesse élevée (glissement faible), pour ce cas il faut faire en sorte que la dimension des éléments soit compatible avec celle du dispositif (effet de peau).
- Le système linéaire est important, il faut disposer d'une station de calcul adéquate pour le stockage de la matrice (matrice pleine) et utiliser une méthode directe simple et efficace pour la résolution du système, afin de limiter le temps de calcul.

II.2.4) Modèle numérique réduit

Nous introduisons dans ce modèle, un type particulier de conditions aux limites, dites de propagation [34]. Ces conditions aux limites s'appliquent à toute machine où l'état physique au point $P(\theta)$ à l'instant t est le même que celui au point $P(\theta+\Delta\theta)$ à l'instant $t+\Delta t$. Les accroissements $\Delta\theta$ et Δt sont reliés par une équation de la forme $\omega\Delta t = p\Delta\theta$ qui découle de la nature du champ tournant dans une machine électrique polyphasée en régime permanent. Pour $\Delta\theta=2\pi/p$, ou π/p on retrouve les conditions aux limites habituelles de symétrie ou d'antisymétrie. Ces conditions aux limites supposent évidemment une certaine périodicité géométrique et électrique. On peut ainsi réduire le domaine d'étude à un secteur (α) bien restreint (figure II.5).

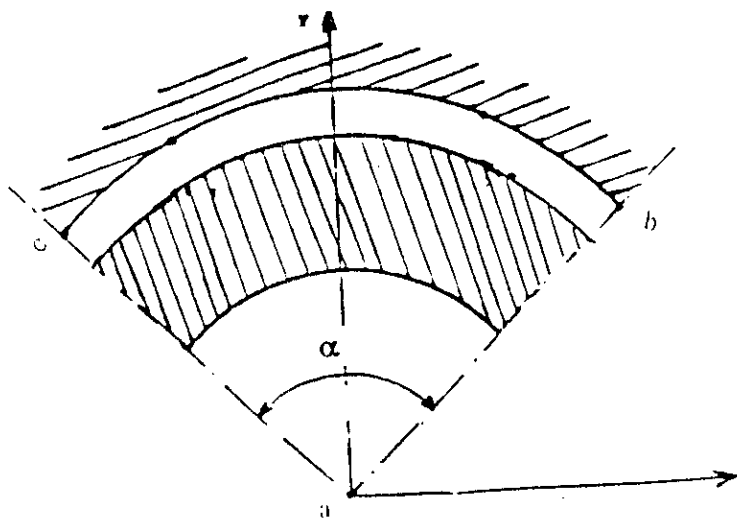


Figure II.5 : Modèle réduit

Dans le cas du modèle sinusoïdal équivalent, cette condition de propagation se traduit sur les segments ab et ac par :

$$\overline{A}(r, \theta + \alpha) = \overline{A}(r, \theta) e^{-jp\alpha}$$

$$\frac{\partial \overline{A}}{\partial n}(r, \theta + \alpha) = \frac{\partial \overline{A}}{\partial n}(r, \theta) e^{-jp\alpha}$$

Cette condition de propagation n'est pas nécessaire pour l'étude d'un rotor lisse, mais, comme on le verra au chapitre III, elle permettra de limiter le domaine d'étude à un pas dentaire, dans une machine à rotor massif rainuré. Ce qui réduit considérablement le système à résoudre.

II.2.5) Validation des modèles numériques

Suivant le modèle utilisé, deux points méritent d'être soulignés:

1) Pour tous les modèles, les fonctions de Green sont infinies pour $PM=0$ (c'est à dire lorsque le point courant M vient sur P), alors que l'intégrale existe, elle est semi convergente. Dans le but d'éviter cette singularité numérique, nous l'isolons tout en lui conservant une écriture stricte. Nous intégrons donc l'équation autour du point fixe P à $\pm \epsilon$.

2) Pour les modèles numériques utilisant 2 contours: Les contours L_1 et L_2 sont très proches (entrefer petit devant le rayon de la machine) ; le passage rapide du point courant M près du point fixe P, centre des noyaux de G et $G'=\partial G/\partial n$, conduirait à des imprécisions de l'intégration numérique. Nous allons montrer que ces imprécisions décroissent comme la longueur de l'élément.

Sur la validité du modèle numérique réduit, pour un nombre d'éléments suffisant sur les contours, et à glissement fixé, la figure II.6 montre la variation du couple en fonction de l'ouverture α du domaine d'étude. Les résultats obtenus montrent qu'il y a convergence $\forall \alpha$.

La figure II.7 montre la variation du potentiel vecteur magnétique $A(r)$ sur les flancs du domaine d'étude (segment ab et ac figure II.5), pour $g=2\%$ et 10% . Pour les faibles glissements, la figure II.7 montre que l'on a intérêt à prendre un domaine d'étude allant jusqu'au centre du rotor, afin de limiter l'erreur du modèle réduit par rapport au modèle complet.

Les modèles ont été testés sur deux rotors de 236 mm de diamètre, l'un en acier et l'autre en aluminium. Pour tester la validité des modèles, nous fixons la tension, la fréquence et le nombre d'éléments nécessaire à la convergence sur le contour du stator (sauf pour le premier modèle semi-numérique, puisque les sources ont été ramenées à la surface du rotor). L'étude de la convergence est effectuée en fonction du nombre d'éléments sur le contour du rotor.

Les figures II.8 à II.13 donnent une idée du nombre d'éléments nécessaire pour se rapprocher de la solution. Ce nombre est de l'ordre de 30 pour les modèles semi-numériques, et de 60 pour les modèles numériques dans toute la gamme des glissements envisagés.

L'étude de la convergence pour d'autres valeurs du glissement et de l'entrefer a montré, comme il fallait s'y attendre que, la taille des éléments doit être inférieure, à la fois à l'épaisseur de l'entrefer et à la profondeur de pénétration.

Les résultats confirment la validité numérique des modèles développés, en particulier le modèle numérique réduit. Dans tous les cas, la convergence est obtenue, quand le nombre d'éléments dépasse 60.

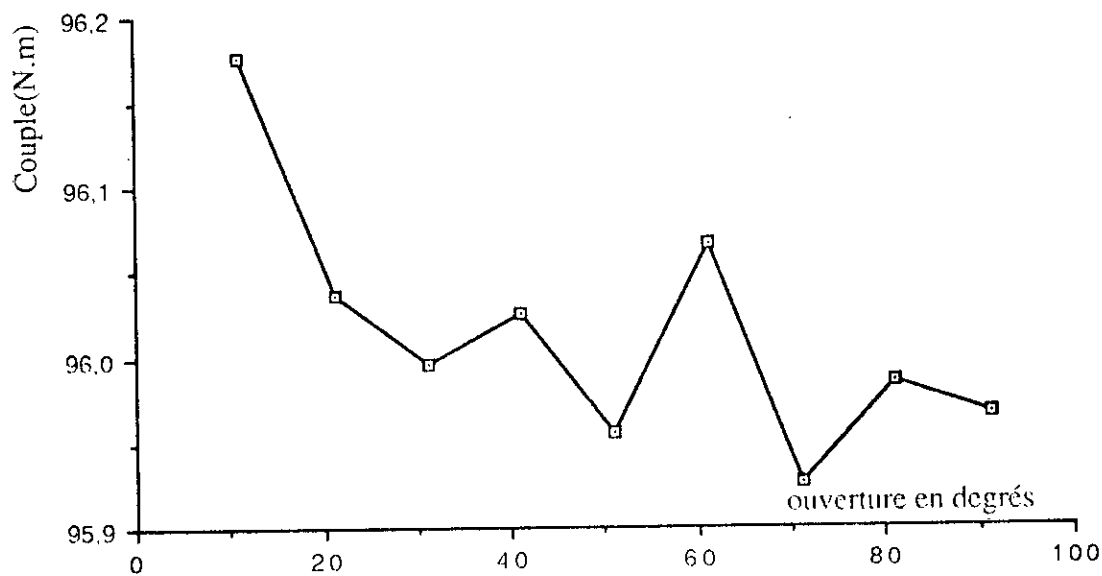


Fig II.6: Couple en fonction de l'ouverture α (Modèle réduit)

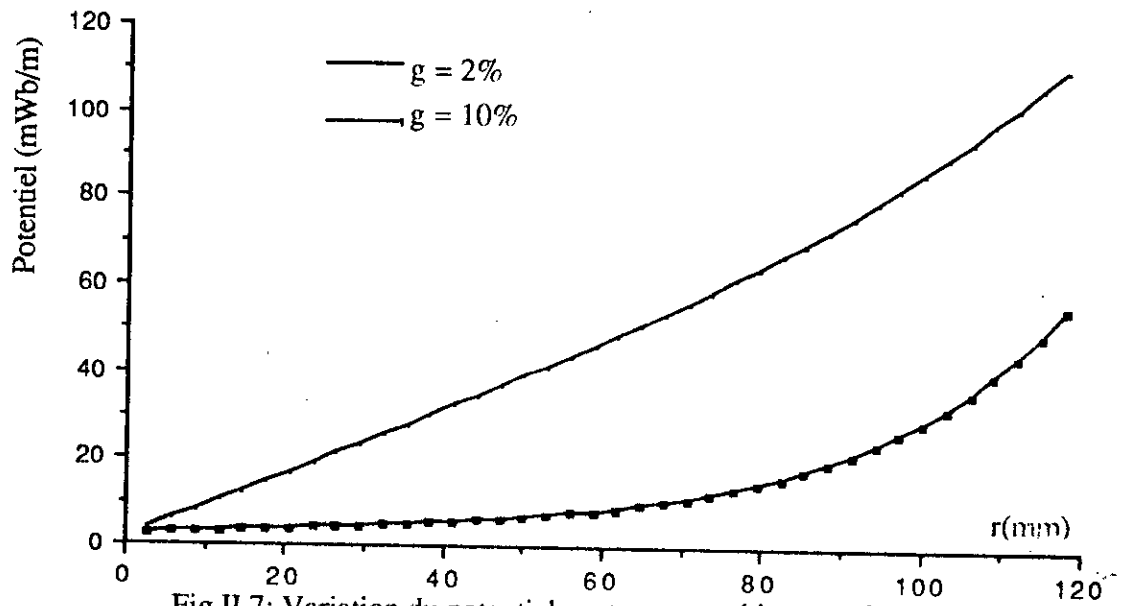


Fig II.7: Variation du potentiel vecteur magnétique sur les flancs du domaine d'étude (Modèle réduit) en fonction de r

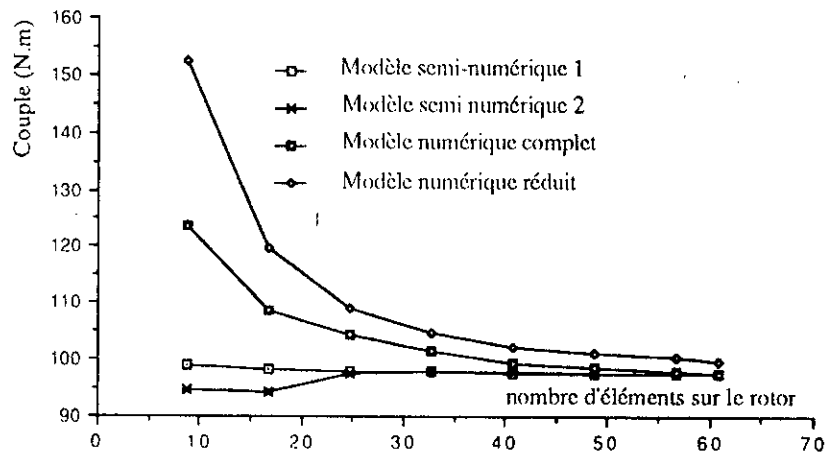


Fig II.8: Couple en fonction du nombre d'éléments rotor en acier, $g = 2\%$

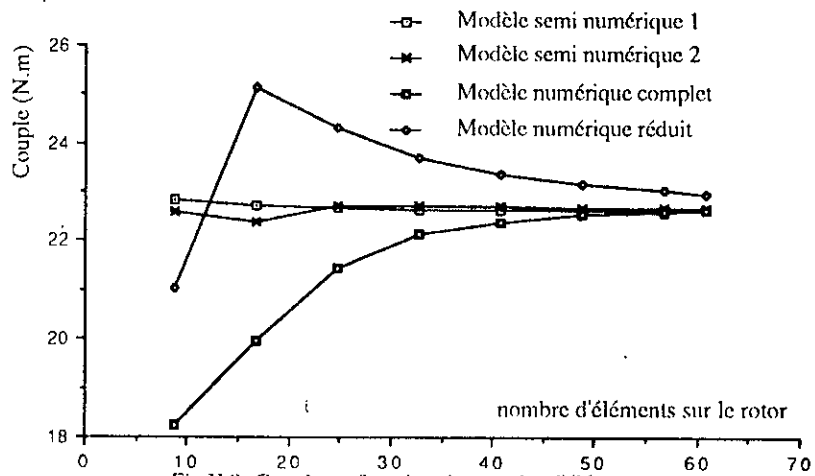


Fig II.9: Couple en fonction du nombre d'éléments rotor en aluminium, $g = 1\%$

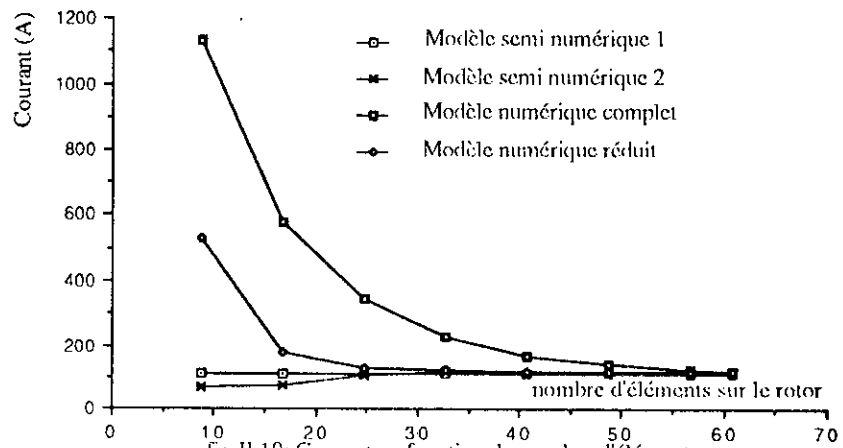


Fig II.10: Courant en fonction du nombre d'éléments rotor en acier, $g = 2\%$

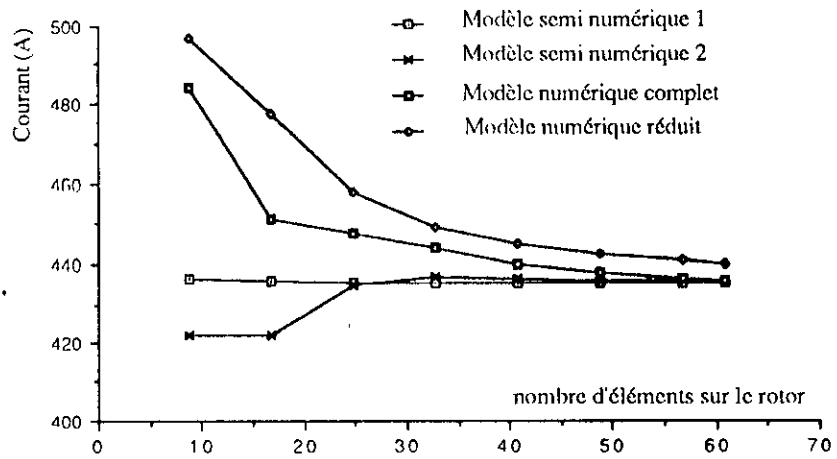


Fig II.11: Courant en fonction du nombre d'éléments rotor en aluminium, $g = 1\%$

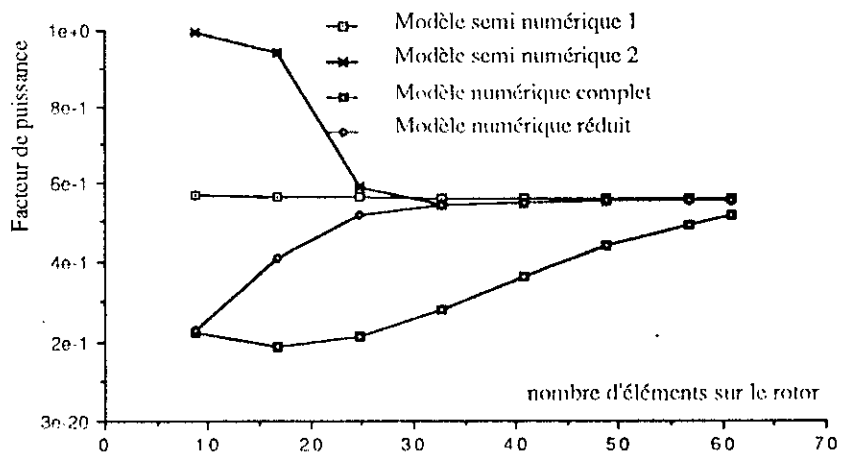


Fig II.12: Facteur de puissance en fonction du nombre d'éléments, rotor en acier, $g = 2\%$

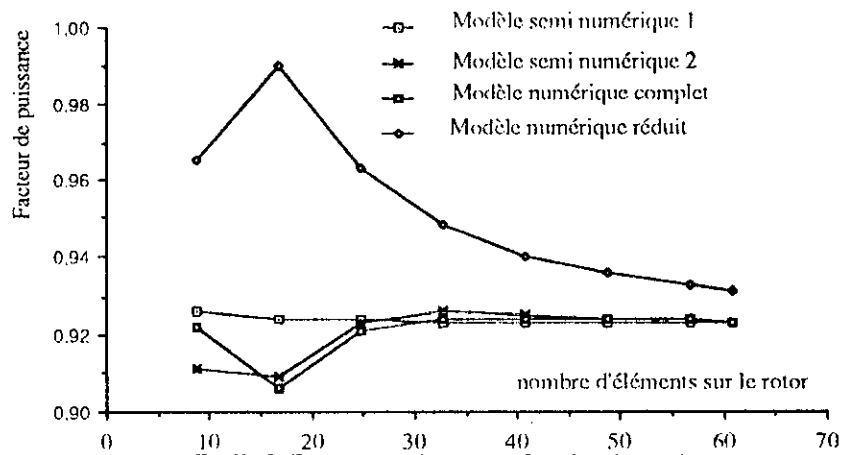


Fig II.13: Facteur de puissance en fonction du nombre d'éléments, rotor en aluminium, $g = 1\%$

II.2.6) Choix du matériau

Les caractéristiques de fonctionnement peuvent être améliorées par le choix, pour le rotor massif, d'un matériau présentant une conductivité électrique et une perméabilité magnétique optimales. Certains progrès ont été réalisés en ce sens ces dernières années. On a mis au point des alliages qui permettent d'augmenter considérablement la profondeur de pénétration du champ et d'améliorer donc les caractéristiques mécaniques et électriques.

Nous avons effectué des calculs pour trois types d'aciers:

- * MARPH-19 de perméabilité relative $\mu_r = 37$ et de conductivité $\sigma = 13,8 \cdot 10^5 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$
- * AFK-502 de perméabilité relative $\mu_r = 215$ et de conductivité $\sigma = 24,8 \cdot 10^5 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$
- * AFK-1 de perméabilité relative $\mu_r = 486$ et de conductivité $\sigma = 38,7 \cdot 10^5 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$

Le choix des perméabilités relatives suppose que le rotor est non saturé, puisque la méthode des intégrales de frontière ne prend en compte la saturation que d'une manière globale.

Le MARPH-19 a une perméabilité magnétique faible, il a été testé, parce qu'il possède une bonne tenue mécanique pour les vitesses élevées.

Les résultats sont reportés sur les figures II.14 à II.21. Les figures II.14 et 15 donnent le couple électromagnétique en fonction du glissement, respectivement pour $I=100 \text{ A}$ et $V_s=220\text{V}$. Les figures II.16 à 21 montrent la variation du facteur de puissance, du produit du rendement et du facteur de puissance, des pertes Joules au rotor, de l'impédance de la machine et de l'induction radiale à la surface du stator en fonction du glissement.

On déduit de ces courbes, que le meilleur matériau se situe entre le AFK-502 et le AFK-1. En effet, le couple des rotors ferromagnétiques dépend du produit de la résistivité et de la perméabilité magnétique, mais il existe un optimum de la perméabilité au-delà duquel la diminution de celle-ci augmente considérablement la puissance réactive. Par conséquent, pour le choix du matériau à utiliser, il faut trouver un compromis entre la conductivité électrique et la perméabilité magnétique.

Une étude tenant compte de la saturation et des effets d'extrémités est nécessaire pour une détermination exacte du meilleur matériau.

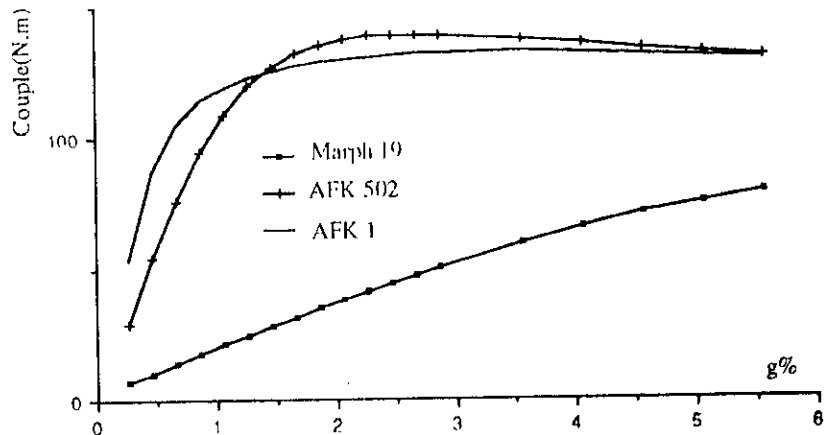


Fig II.14: Couple en fonction de g pour différents matériaux, I = 100A

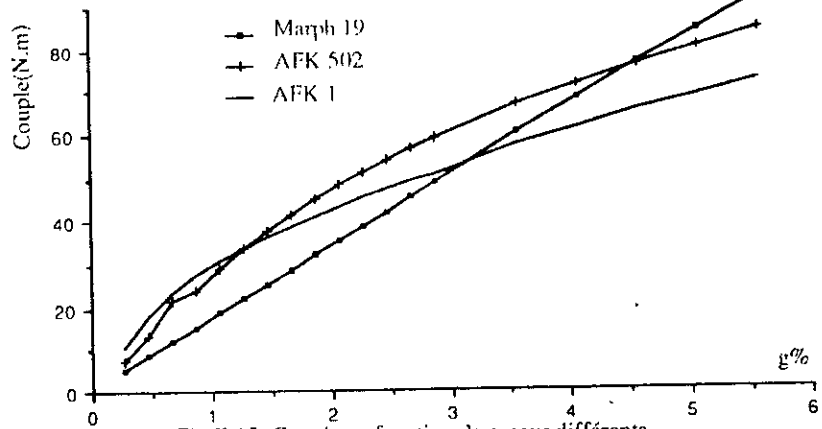


Fig II.15: Couple en fonction de g pour différents matériaux, Vs = 220V

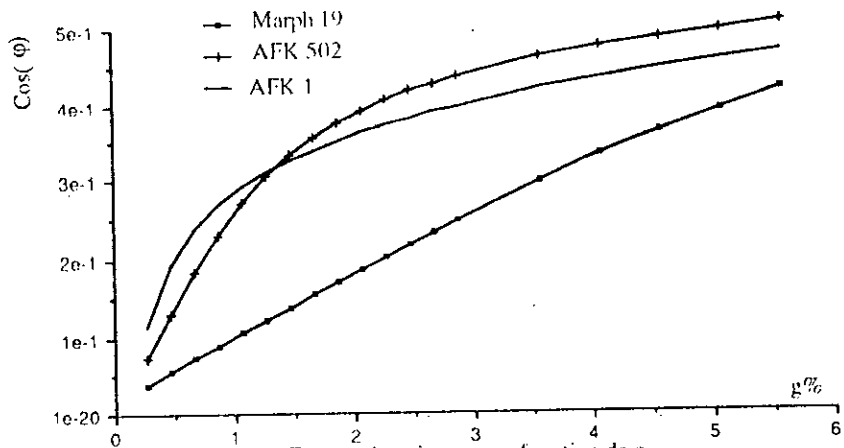


Fig II.16: Facteur de puissance en fonction de g pour différents matériaux, I = 100A

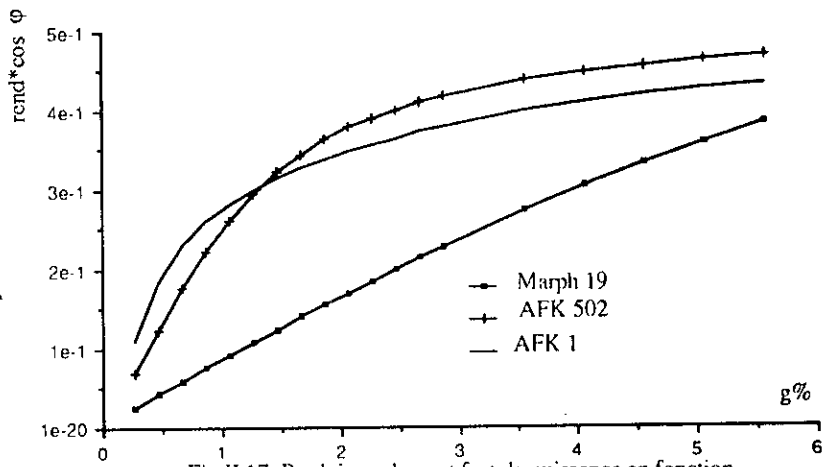


Fig II.17: Produit rendement fact de puissance en fonction de g pour différents matériaux, I = 100A

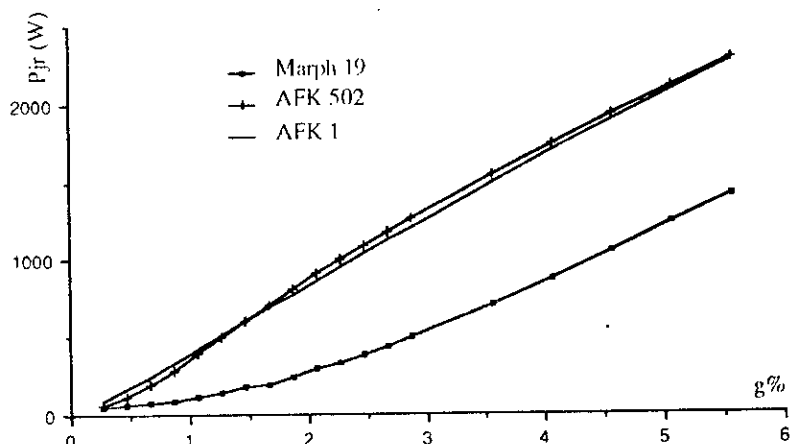


Fig II.18: Pertes Joules au rotor en fonction de g pour différents matériaux, I = 100A

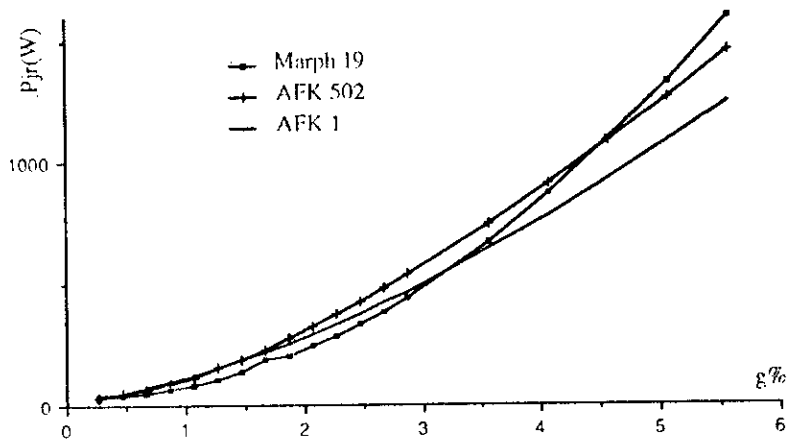


Fig II.19: Pertes Joules au rotor en fonction de g pour différents matériaux, Vs = 220V

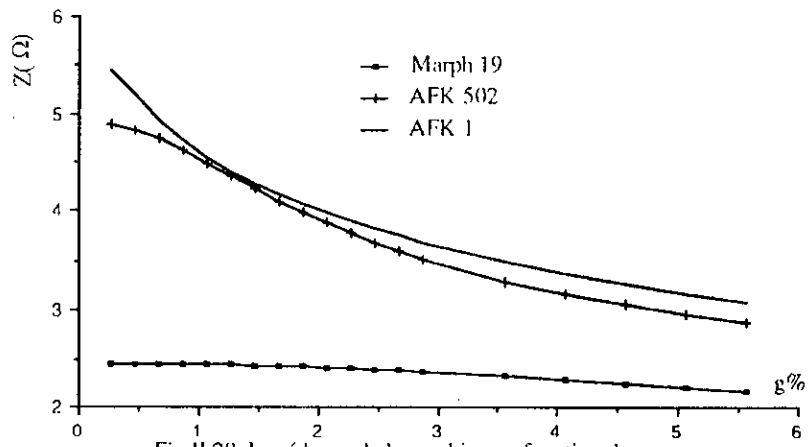


Fig H.20: Impédance de la machine en fonction de g pour différents matériaux, I = 100A

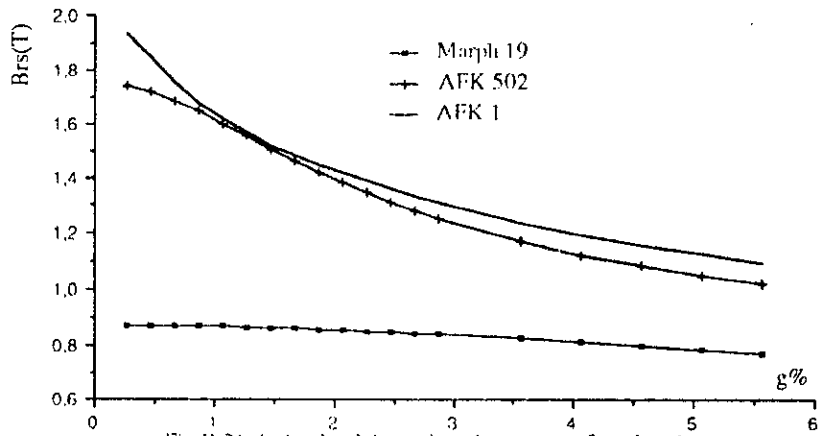


Fig H.21: Induction à la surface du stator en fonction de g pour différents matériaux, I = 100A

II.3) Calcul par une méthode analytique

Le modèle à rotor massif lisse est le seul qui se prête à un calcul analytique complet, dans l'hypothèse d'une perméabilité constante /9,23,24,25/.

Nous présentons donc, un calcul analytique du moteur asynchrone à rotor lisse en tenant compte de l'effet de courbure. Puis nous comparons les résultats obtenus avec les résultats numériques et expérimentaux. Nous adoptons les mêmes hypothèses que celles déjà décrites.

Dans le domaine du stator, la densité superficielle est:

$$j_s(\theta', t) = \frac{3}{\pi} K_b N I \sqrt{2} \cos(\omega t - p\theta')$$

$$\theta' = \theta + \Omega t$$

La discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique à la surface de séparation stator-entrefer s'écrit:

$$H_{Te} - H_{Ts} = J_s$$

Puisque la perméabilité du stator est supposée infinie $H_{Ts} = 0$; donc $H_{Te} = J_s$

Cette égalité se traduit par:

$$\frac{\partial a_z}{\partial n} (R_s, \theta', t) = \frac{3}{\pi} \mu_0 N I K_b \frac{\sqrt{2}}{R_s} \cos(\omega t - p\theta')$$

Le potentiel vecteur dépend de r, θ, t

$$\vec{a}_z(r, \theta, t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} e \left[\overline{\Lambda}(r) e^{j(\omega t - p\theta)} \right] \vec{e}_z$$

II.3.1) Résolution de l'équation de Laplace dans l'entrefer

$$\Delta \vec{a}_e(r, \theta, t) = 0$$

(II.6)

Utilisant (II.6), il vient:

$$\frac{d^2 \overline{A_e}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\overline{A_e}}{dr} - \frac{p^2}{r^2} \overline{A_e} = 0$$

La solution générale est :

$$\overline{A_e} = \alpha \left(\frac{R_s}{r}\right)^p + \beta \left(\frac{r}{R_s}\right)^p$$

α et β sont les constantes d'intégration.

II.3.2) Résolution de l'équation de diffusion dans le rotor

$$\Delta \overline{a_r} = \mu \sigma \frac{\partial \overline{a_r}}{\partial t}$$

Dans le cas particulier de ce modèle, l'équation de diffusion dans le rotor se réduit à:

$$\frac{d^2 \overline{A_r}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\overline{A_r}}{dr} - \frac{p^2}{r^2} \overline{A_r} = j\lambda^2 \overline{A_r} \quad (II.7)$$

$$\lambda^2 = g\omega\mu\sigma$$

Une transformation classique de cette équation est obtenue par le changement de variable:

$$\overline{Z} = \overline{K} r \quad \text{avec } \overline{K}^2 = -j\lambda^2$$

$$\frac{d\overline{A_r}}{dr} = \overline{K} \frac{d\overline{A_r}}{d\overline{Z}}$$

$$\frac{d^2 \overline{A_r}}{dr^2} = \overline{K}^2 \frac{d^2 \overline{A_r}}{d\overline{Z}^2}$$

L'équation (II.7), se transforme en:

$$\frac{d^2 \overline{A_r}}{d\overline{Z}^2} + \frac{1}{\overline{Z}} \frac{d\overline{A_r}}{d\overline{Z}} + \overline{\Lambda_r}(\overline{Z}) [1 - (p^2/\overline{Z}^2)] = 0$$

La solution générale de cette équation dite de Bessel /39,40/ est:

$$A_r = A_0 J_p(Kr) + B_0 Y_p(Kr)$$

$J_p(Kr)$: fonction de Bessel de première espèce, d'ordre p .

$Y_p(Kr)$: fonction de Bessel de deuxième espèce, d'ordre p .

Comme la fonction $Y_p(Kr)$ est infinie pour $r=0$, la seule solution acceptable est:

$$A_r = A_0 J_p(Kr)$$

$$J_p(Z) = \left(\frac{Z}{2}\right)^p \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (Z/2)^{2m}}{m! (p+m)!}$$

Si le module de l'argument est élevé, on peut écrire:

$$J_p(Z) = Z^{-1/2} \sqrt{\frac{2}{p}} [P_p(Z) \cos(\varphi) - Q_p(Z) \sin(\varphi)]$$

$$\varphi = Z - \left(p + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$P_p(Z) = 1 - \frac{(4p^2 - 1)(4p^2 - 9)}{2! (8Z)^2} + \frac{(4p^2 - 1)(4p^2 - 9)(4p^2 - 25)}{2! (8Z)^2} + \dots$$

$$Q_p(Z) = \frac{(4p^2 - 1)}{1! 8Z} - \frac{(4p^2 - 1)(4p^2 - 9)(4p^2 - 25)}{3! (8Z)^3} + \dots$$

Les constantes d'intégration sont déterminées en écrivant les conditions aux limites à la surface du rotor et du stator.

II.4) Vérification expérimentale

L'essai est effectué sur un banc de 50 KW /41/, il comporte essentiellement :

- Un moteur à courant continu de 75 KW, 1500 tr/mn, 440 V, alimenté par un pont redresseur à thyristors "Jistrol 510" qui entraîne un alternateur tétrapolaire de 100 KVA, 50 Hz, 380 V. Ce dernier alimente, sous tension et fréquence variable, un stator de machine alternative bipolaire triphasée de 110 KVA, pouvant recevoir différents rotors.

- Une génératrice frein de 55 KW à 3000 tr/mn sous 440 V, débitant en récupération sur le réseau au travers d'un onduleur "Jistrol 510", constitue la charge du moteur alternatif à rotor massif.

Caractéristiques du stator

Alésage intérieur	240 mm
Longueur utile	200 mm
Nombre d'encoche	36
Nombre de spires par phase	36
Coefficient de bobinage du fondamental	0,7324
Résistance à chaud d'une phase	0,031 Ω
Réactance de fuite d'une phase	0,085 Ω

Les caractéristiques présentées (figures II.22 à II.24) sont obtenues pour une tension $V_s=220$ V, en fonction du glissement.

L'examen de ces courbes montre une bonne corrélation entre les calculs analytique et numérique, ainsi qu'avec les mesures.

La figure II.23 donne le courant en fonction du glissement, les trois courbes présentées sont pratiquement confondues.

Les figures II.22 et II.24 donnent le couple et le facteur de puissance, la corrélation semble être moins bonne que pour le courant. Cet effet résulte de la mauvaise estimation de la réactance de fuite du bobinage statorique.

II.5) Conclusion

Nous avons développé dans ce chapitre plusieurs modèles bidimensionnels de l'équation de diffusion. L'introduction de conditions aux limites de propagation sur un secteur, a permis de réduire considérablement le temps de calcul et la capacité mémoire pour stocker les matrices. Ce modèle nous permettra d'étudier facilement des structures à géométries complexes.

Cette étude a permis de confirmer la validité des modèles en fonction du nombre d'éléments. Tous les modèles étudiés convergent, lorsque la longueur de l'élément est au moins égale ou inférieure à l'épaisseur de peau. Pour les modèles non ramenés au rotor, il faut en plus que, la longueur de l'élément soit inférieure à l'épaisseur de l'entrefer.

La confrontation avec l'expérimentation et les résultats analytiques a permis aussi de valider ces modèles, et ce malgré l'hypothèse sur la saturation qui n'est prise en considération que d'une manière globale.

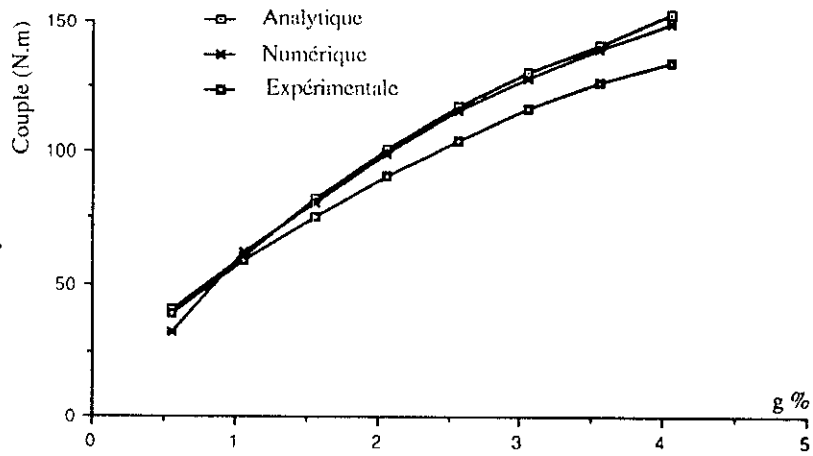


Fig II.22: Couple en fonction du glissement, $V_s = 220$ V

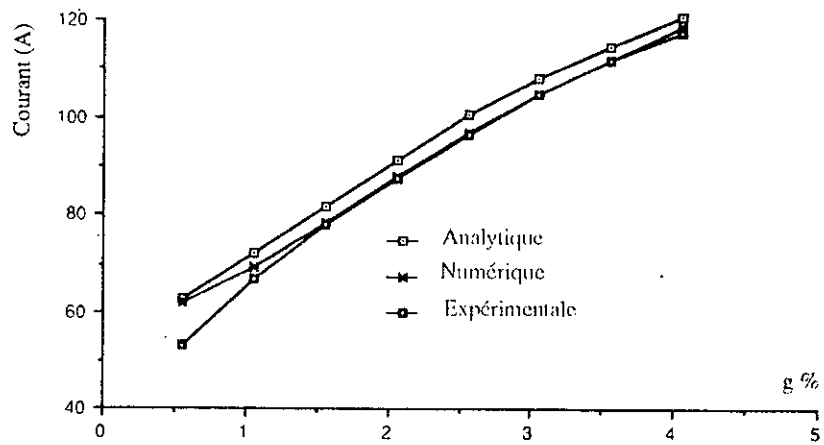


Fig II.23: Courant en fonction du glissement, $V_s = 220$ V

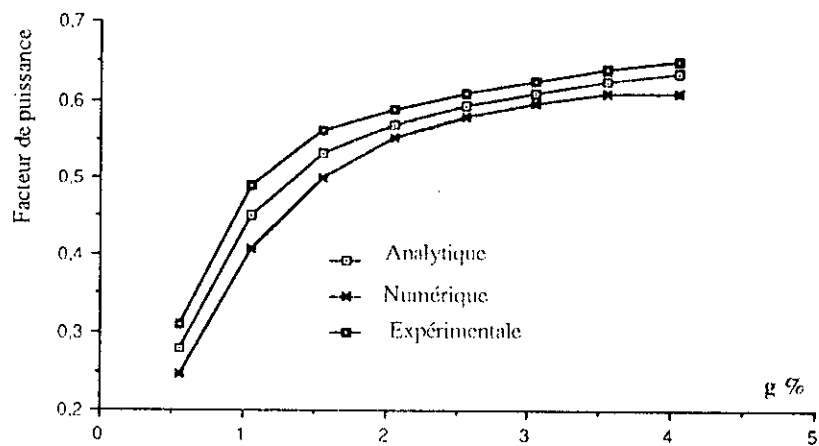


Fig II.24: Facteur de puissance en fonction du glissement, $V_s = 220$ V

CHAPITRE III

OPTIMISATION DU ROTOR MASSIF ENCOCHE

D'UNE MACHINE ASYNCHRONE

III.0) Introduction

La machine asynchrone à rotor massif lisse possède un facteur de puissance faible et un mauvais rendement. Plusieurs solutions permettent d'améliorer les performances et le relèvement du facteur de puissance de cette machine:

1) La première consiste à creuser des rainures le long du rotor /42 à 46/. Cette solution permet un prolongement du champ magnétique dans le fer massif. En outre, les caractéristiques de fonctionnement peuvent-être améliorées par le choix, pour le rotor massif, d'un matériau présentant des conductibilités électrique et magnétique optimales.

2) La deuxième consiste à rajouter une cage de cuivre ou d'aluminium ; on découple ainsi les phénomènes magnétiques des phénomènes électriques: les courants se trouvent dans les barres de la cage tandis que l'induction se trouve dans les dents et la partie massive du rotor.

3) La troisième consiste à un recouvrement de la surface extérieure du rotor massif d'une couche de Cu ou Al (rotor fretté).

Les performances optimales de ces machines dépendent en grande part de la géométrie des rotors. La méthode intégrale étant par nature directement liée aux frontières, elle va nous permettre d'envisager sans trop de difficultés l'optimisation de ces derniers.

Dans ce chapitre, nous nous proposons, tout d'abord de valider un modèle d'étude limité à un pas dentaire. Dans le but d'estimer la qualité des approximations utilisées, nous supposons dans un premier temps que le potentiel vecteur magnétique est inconnu sur toute la frontière du rotor.

Nous chercherons alors l'encochage optimal du rotor: nombre, profondeur, épaisseur et ouverture de l'isthme d'encoche.

Nous déterminerons ensuite les caractéristiques de la machine, pour des rotors composites (rotor à cage et rotor fretté) ; nous les comparerons avec celles des machines à rotors lisse et encoché. Enfin, nous utiliserons la même méthode pour estimer les pertes dues aux harmoniques d'espace en utilisant "l'impédance superficielle".

Nous n'aborderons pas l'aspect mécanique du problème lié à la façon de fixer la couche de Cu sur le noyau magnétique, ou des barres dans les rainures du rotor.

1.1) Étude Bibliographique concernant les rotors massifs

La possibilité de déterminer pour certaines structures et sous quelques hypothèses une solution analytique des équations du champ n'est pas à négliger. En effet, le calcul des grandeurs électromagnétiques que l'on peut déduire permet d'envisager une optimisation de la structure considérée portant sur quelques paramètres géométriques /42,45/ et ceci beaucoup plus rapidement qu'avec des méthodes numériques. En plus, ces méthodes permettent de mettre rapidement en évidence les caractéristiques dominantes de ces structures, préalable indispensable à l'élaboration de modèles numériques.

Nous présentons dans ce paragraphe, les principales approches analytiques développées pour l'étude des machines asynchrones à rotors massifs.

1) Rotor lisse

Différents modèles ont déjà été utilisés /9/: ces modèles, permettent un calcul assez rapide de la machine, mais exigent des hypothèses supplémentaires.

a) Modèle développé

- L'entrefer est supposé constant: courant ramené à la surface du stator.
- Le modèle suppose un rotor de longueur axiale infinie. Un court-circuit parfait devrait être réalisé aux deux extrémités du rotor pour qu'il puisse être considéré comme une partie d'un rotor infini. L'effet de longueur finie est pris en compte par un coefficient majorant la résistivité et réduisant la longueur utile du rotor/35,36,43/.
- La courbure du rotor est négligée. Cette hypothèse permet de développer le rotor sur un pas polaire, correspondant à une période électrique en coordonnées cartésiennes (figure III.1).

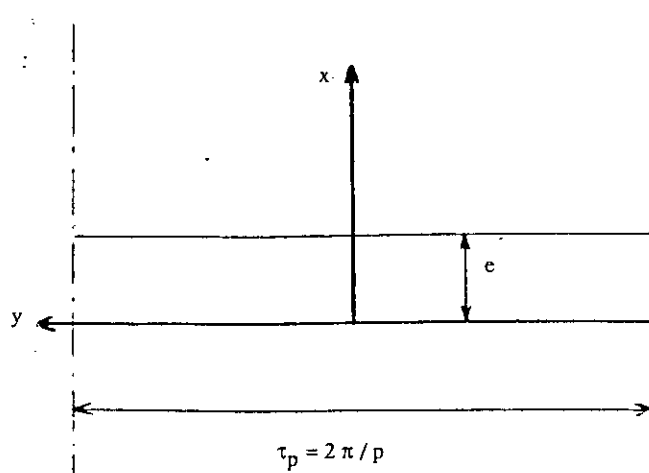


Figure III.1: Modèle développé

L'approximation utilisant le modèle développé est d'autant moins valable que le glissement est plus faible et que le rapport de l'épaisseur de l'entrefer au pas polaire est plus élevé, ce qui est précisément le cas des machines à vitesse de rotation très élevée.

B.LAPORTE /23/, dans sa thèse de Docteur Ingénieur, a amélioré le modèle précédant, en tenant compte de la saturation.

Plus récemment, dans sa thèse de Doctorat d'Etat /47/, M.El.ZAIM a fait une étude qui tient compte de la longueur finie du rotor ; les résultats obtenus montrent bien, que le rapport de la longueur utile de la machine sur le pas polaire est le paramètre le plus important agissant sur la réduction des effets d'extrémités.

b) Modèle tenant compte de l'effet de courbure

En plus des hypothèses adoptées pour le modèle développé, la courbure est prise en considération.

L'auteur /9/ a pu ainsi préciser la zone de validité de l'approximation du modèle développé par rapport au modèle cylindrique dans un diagramme /25/ [e/R , δ/R] (e , R , δ sont respectivement l'épaisseur d'entrefer, le rayon du rotor et la profondeur de pénétration). Le diagramme montre que la courbure du rotor n'est plus négligeable quand la profondeur de pénétration est de l'ordre de grandeur du rayon, ce qui peut être le cas pour les machines très rapides, puisque leur vitesse périphérique conduit à des rayons faibles.

*** Une vitesse périphérique de 200 m/s à 30000 tr/mn conduit à un rayon de 63 mm.**

2) Rotor encoché

a) Modèle développé : le modèle d'étude est représenté par la figure III.2.

Les harmoniques temporels et spatiaux du champ tangentiel au niveau de la frontière stator-entrefer sont négligés. Dans ces conditions, on considère que le stator crée une densité superficielle de courant à répartition sinusoïdale le long de la frontière stator-entrefer et qui se propage le long de celle-ci.

Les rainures longitudinales creusées à la surface du rotor permettent d'accroître la puissance active sans trop augmenter la puissance réactive.

En effet, ces rainures accroissent le champ suivant l'axe tangentiel, sans pour autant augmenter sensiblement le trajet du champ suivant l'axe normal.

On définit le pas dentaire par:

$$\tau_d = \frac{\pi \cdot D}{N_e} \quad \begin{array}{l} D: \text{diamètre du rotor} \quad ; \quad E_p: \text{épaisseur de l'encoche} ; \\ N_e: \text{nombre d'encoches} ; \quad H: \text{hauteur de l'encoche} ; \end{array}$$

et le pas polaire par:

$$\tau_p = \frac{\pi \cdot D}{2p} \quad \text{où } p \text{ est le nombre de paires de pôles.}$$

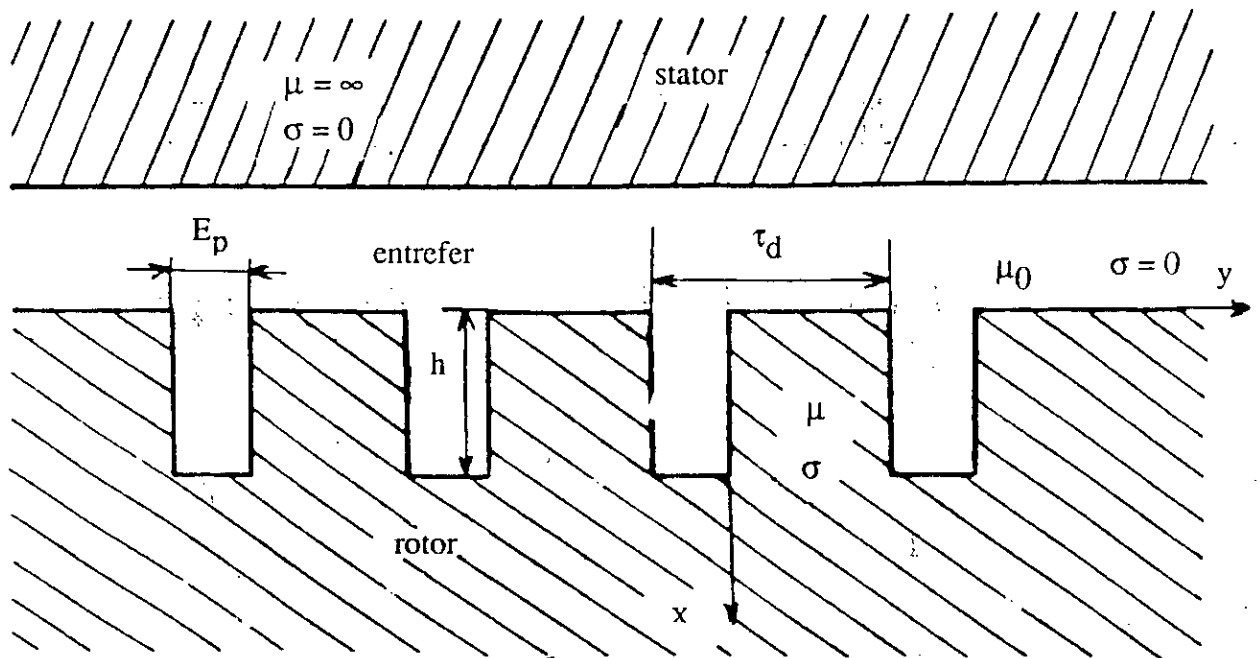


Figure III.2: Modèle d'étude du rotor encoché

Un modèle très simplifié a été proposé /43/, dans lequel on distingue 2 régions dans le rotor (figure III.3): la zone encochée et la zone constituée par la partie restée massive. Lorsque le nombre de rainures est suffisamment élevé, la zone encochée est remplacée par un milieu équivalent anisotrope ; on est donc ramené à un modèle lisse. L'inconvénient de ce modèle réside dans le juste choix des caractéristiques physiques du milieu équivalent et de son épaisseur.

Dans /43/, les auteurs ont remplacé la zone encochée par un milieu équivalent englobant les rainures et ayant une hauteur égale à celle de la rainure. Ce modèle introduit des erreurs

appréciables, puisque dans une autre étude /47,48/, l'auteur a trouvé expérimentalement que la distribution du flux dans la rainure est différente que celle dans le fer rotorique.

Un autre modèle suppose que la hauteur du milieu équivalent est différente de celle de la rainure. Ce modèle tient compte de la caractéristique réelle de l'acier rotorique /23/, et des différents paramètres géométriques du rotor, à savoir, le nombre, l'épaisseur et la hauteur des encoches.

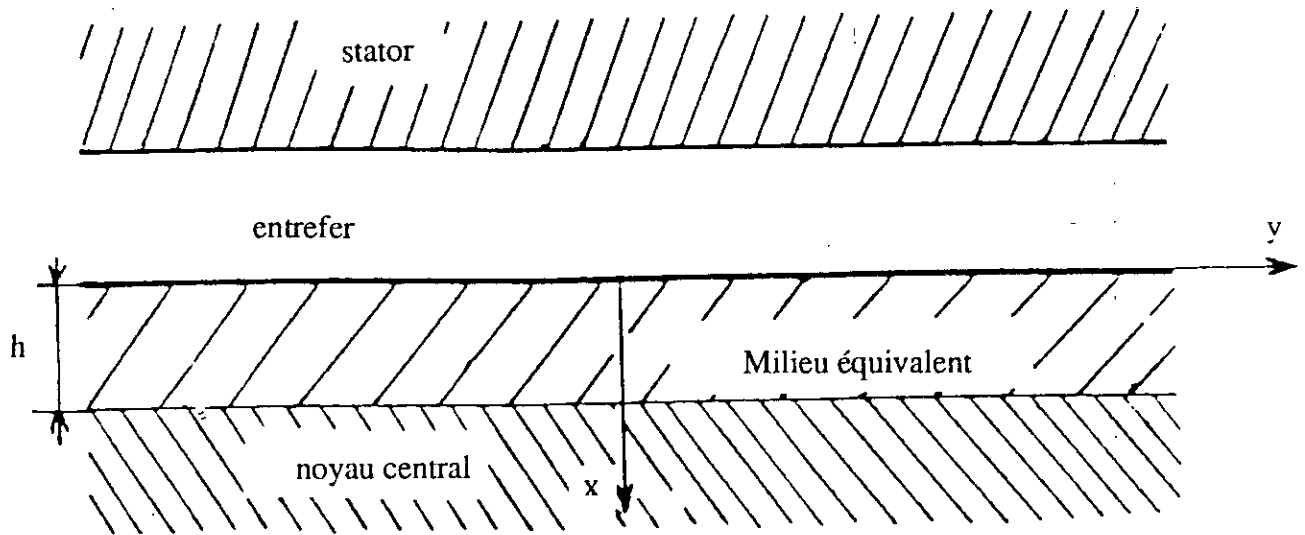


Figure III.3: Modèle simplifié du rotor encoché

b) Modèle de RAJAGOPOLAN et BALARAMA MURTY

Ce modèle est basé sur une simplification du tracé des lignes de champ qui permet d'introduire un calcul analytique.

En plus de la modification de répartition des courants, les rainures modifient aussi le trajet des lignes de champ. Nous constatons que le rainurage modifie considérablement la réluctance du circuit magnétique constituée par le fer le long de la rainure et par l'air à travers l'encoche. Les rainures augmentent cette réluctance et, par conséquent, améliorent les performances du moteur, sous réserve que le flux de fuite reste faible devant le flux utile, qui passe effectivement dans le rotor. Le trajet des lignes de champ dans le rotor résulte essentiellement du rapport du pas dentaire à la profondeur de pénétration (τ_d/δ).

III.2) Utilisation de la méthode des intégrales pour la résolution de l'équation de diffusion dans un rotor rainuré

La méthode des équations intégrales de frontière est parfaitement adaptée à la détermination de performances externes d'une structure électromagnétique, bien qu'elle soit moins efficace qu'une méthode d'éléments finis pour la recherche du champ à l'intérieur de cette structure.

Dans le cas où l'on s'intéresse uniquement à l'optimisation de la géométrie du rotor, les calculs doivent être particulièrement rapides et conduire en priorité à la grandeur à optimiser (couple, rendement ...).

Cette rapidité et cette spécificité sont assurées par la méthode des équations intégrales de frontière. Dans le but d'estimer la qualité des approximations que nous allons utiliser, la méthode intégrale est appliquée d'abord à toute la frontière du rotor.

Structure générale d'un moteur asynchrone à rotor massif rainuré

La structure générale d'un moteur asynchrone à rotor massif rainuré est la suivante:

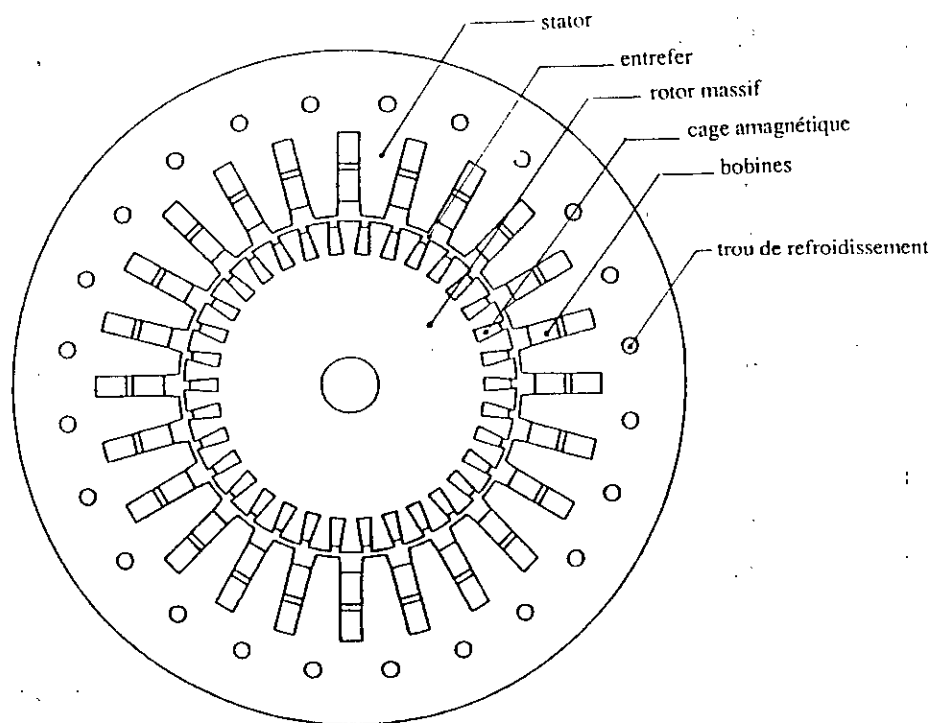


Figure III.5: Structure générale d'un moteur asynchrone à rotor massif encoché

Dans une telle structure et comme pour le rotor lisse, le stator est supposé équivalent à une répartition sinusoïdale de courant le long de la frontière stator-entrefer.

Le stator est classique et son dimensionnement électrique et géométrique est supposé connu. L'épaisseur de l'entrefer ayant été déterminée par les méthodes habituelles, le diamètre du rotor est imposé. Il reste donc à optimiser les formes géométriques des encoches rotoriques.

Nous présentons la méthode de résolution de l'équation de diffusion dans un rotor rainuré. Nous avons choisi d'organiser cette partie en 3 étapes progressives:

- Application de la méthode à tout le contour (modèle complet).
- Restriction des inconnues à un pas dentaire, tout en intégrant sur toute la frontière.
- Limitation du domaine d'étude à un pas dentaire, en utilisant une condition sur la propagation du champ à l'intérieur du rotor.

III.2.1) Modèle complet

Le stator est supposé équivalent à une répartition sinusoïdale de courant le long de la frontière stator-entrefer (figure III.6).

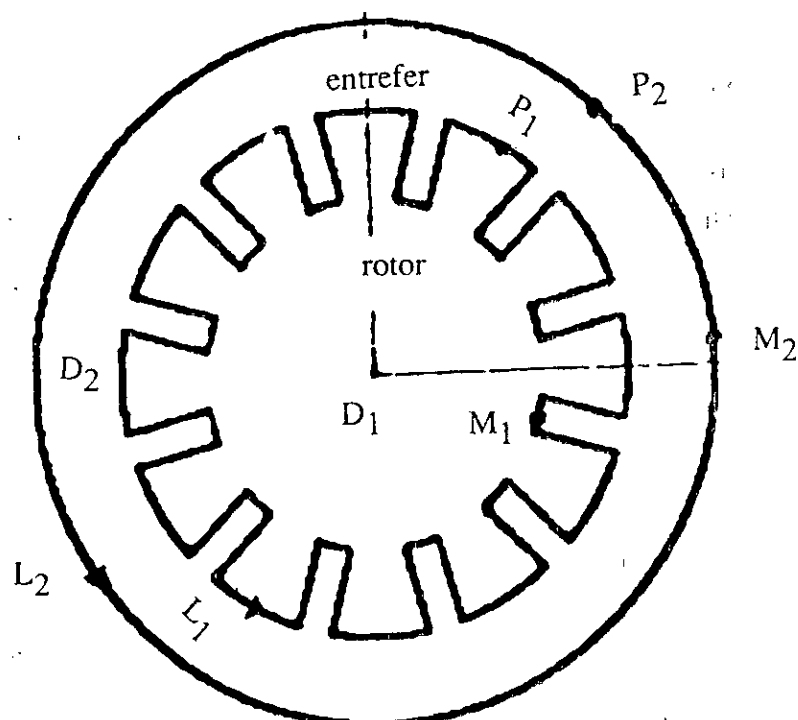


Figure III.6: Modèle complet

Nous supposons que le potentiel vecteur magnétique est inconnu sur toute la frontière. De la figure III.6 nous dégageons le partitionnement du moteur en deux zones:

- La zone (1): tout le rotor.
- La zone (2): entrefer, les courants sources sont ramenés à la surface du stator.

En appliquant la formule de Green dans le rotor et dans l'entrefer, nous obtenons trois équations intégrales:

Equations intégrales dans l'entrefer:

$$C(P_1)\overline{A_2}(P_1) = \int_{L_2} \left[\frac{\partial \overline{A_2}}{\partial n}(M_2)G_2 - \overline{A_2}(M_2) \frac{\partial G_2}{\partial n} \right] dL_2$$

$$+ \int_{L_1} \left[\frac{\partial \overline{A_2}}{\partial n}(M_1)G_2 - \overline{A_2}(M_1) \frac{\partial G_2}{\partial n} \right] dL_1$$

$$C(P_2)\overline{A_2}(P_2) = \int_{L_1} \left[\frac{\partial \overline{A_2}}{\partial n}(M_1)G_2 - \overline{A_2}(M_1) \frac{\partial G_2}{\partial n} \right] dL_1$$

$$+ \int_{L_2} \left[\frac{\partial \overline{A_2}}{\partial n}(M_2)G_2 - \overline{A_2}(M_2) \frac{\partial G_2}{\partial n} \right] dL_2$$

Equations intégrales dans le rotor

(III.1)

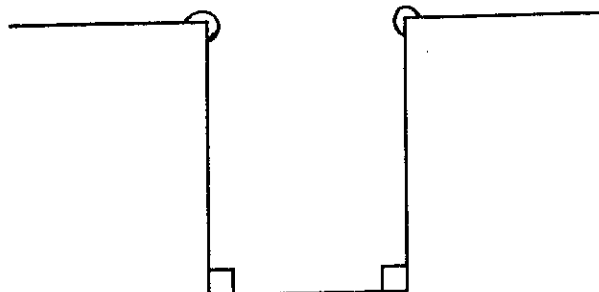
$$C(P_1)\overline{A_1}(P_1) = \int_{L_1} \left[\frac{\partial \overline{A_1}}{\partial n}(M_1)G_1 - \overline{A_1}(M_1) \frac{\partial G_1}{\partial n} \right] dL_1$$

En plus de la densité de courant ramenée à la surface du stator, les équations de couplage entre les zones (1) et (2) sont la continuité du potentiel vecteur et de sa dérivée normale à la surface de séparation rotor-entrefer.

a) Traitement numériques:

Le principe de cette résolution consiste à discrétiser le problème, et à rechercher la solution des équations en un certain nombre de points définis sur la frontière. Il s'agit d'exprimer les intégrales définies par les équations III.1 en fonction des grandeurs inconnues en chacun des points du maillage. Le nombre de singularités est très élevé, il est intéressant de voir si on peut les éviter.

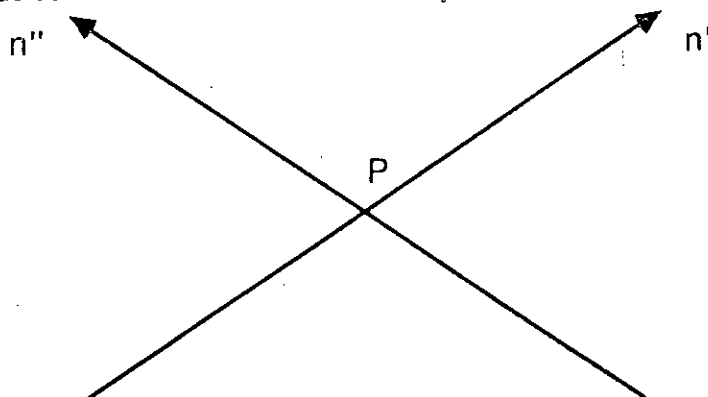
Traitement des singularités géométriques et représentation des grandeurs physiques



Chaque encoche présente quatre points anguleux. La dérivée normale du potentiel vecteur magnétique n'est pas définie en ces points. Plusieurs solutions se présentent:

- En fait, cette singularité n'a pas de réalité physique: les arêtes ne sont jamais tranchantes mais arrondies. On peut donc envisager d'arrondir la singularité en plaçant un élément constitué par un arc de cercle en 2D. Cette solution n'est envisageable que dans le cas d'une structure simple, présentant uniquement quelques singularités. Pour le rotor rainuré, chaque encoche est constituée par 4 arêtes, ce qui multiplie le nombre de points, donc les dimensions du problème matriciel résultant.

Une autre méthode consiste à définir une valeur moyenne de la normale au point singulier.



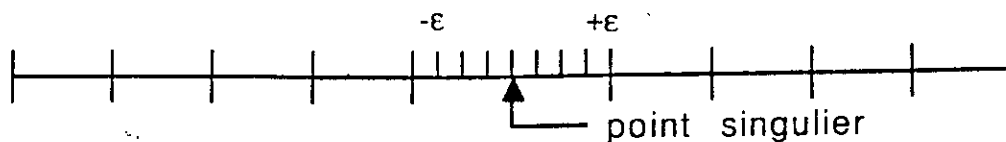
On peut aussi supprimer la singularité, en isolant le point de part et d'autre de l'élément. Cela peut-être effectué, en choisissant un polynôme d'interpolation de degré nul. Pour cela on

suppose que la grandeur physique est constante sur l'élément. Le point inconnu peut-être placé n'importe où sur l'élément, en particulier au milieu, ce qui évitera la singularité.

Toutes ces possibilités ont été essayées et en définitive nous avons retenu cette dernière solution qui est très intéressante par sa simplicité de mise en oeuvre pour les structures à géométrie complexe. En particulier, pour le cas des rotors rainurés, où le nombre de singularités est directement lié au nombre d'encoches.

b) Singularité numérique

Lorsque le point courant M vient sur le point fixe P, les fonctions de Green \bar{G}_1 et G_2 sont indéfinies. Comme pour le rotor lisse, le point singulier est isolé.



Il subsiste le problème de l'épaisseur d'entrefer, qui est très faible devant le rayon du rotor. La convergence est obtenue pour une discrétisation suffisante.

c) Système linéaire résultant

Le rotor est constitué de N_e encoches, chaque encoche comporte N_{el} éléments ; le nombre d'éléments total N_{elt} sur le rotor est: $N_{elt} = N_e \cdot N_{el}$

La grandeur physique étant supposée constante sur l'élément, il y a un point par élément.

Le nombre d'inconnues sur le rotor est de $2 \cdot N_{elt}$ (le potentiel et sa dérivée normale).

Au stator, il y a une seule inconnue: le potentiel vecteur magnétique au point considéré (puisque on suppose au stator que la variation est sinusoïdale).

Les équations intégrales III.1 écrites en chacun des points des éléments de frontières et associées aux conditions aux limites, fournissent la matrice du système:

$$[A][X] = [B]$$

La dimension de la matrice est égale à $(2 \cdot N_{elt} + 1)$. Le temps de calcul est directement lié au nombre d'encoches.

d) Validation du modèle complet

Comme pour le rotor lisse, l'utilisation des équations intégrales de frontière pour la résolution du champ dans le rotor et dans l'entrefer conduit à des imprécisions inadmissibles de l'intégration numérique, lors du passage du point courant M près du point fixe P (par suite de l'épaisseur très faible de l'entrefer).

Le problème est purement géométrique: une discrétisation plus fine permet de retrouver une solution tendant vers la solution exacte quand la taille de l'élément est inférieure ou égale à l'épaisseur de l'entrefer.

En plus des problèmes de singularités géométriques et numériques, les critères de convergence pour le rotor rainuré sont liés à la taille de l'élément par rapport à la profondeur de pénétration du champ dans le rotor et au nombre d'encoches.

Le nombre d'éléments nécessaires à la convergence sur la frontière du stator étant déjà déterminé (chapitre II), il reste à déterminer le nombre d'éléments sur la frontière du rotor.

La profondeur de pénétration est directement liée à la fréquence rotorique, nous déterminons la stabilité pour un glissement de 2%. Ce qui correspond au fonctionnement nominal de la machine.

Nous étudions la convergence pour 2 rotors de 12 et 35 encoches, de 40 mm de hauteur et 4mm d'épaisseur. Les figures III.7 à III.9 donnent le couple, le courant et le facteur de puissance en fonction du nombre d'éléments par encoche.

La stabilité de calcul est obtenue lorsque le nombre d'éléments par encoche est supérieur à 30. On peut noter que la pénétration est dans le sens radial, et que la discrétisation est plus fine selon cet axe.

La résolution de ce problème est très longue ; certaines hypothèses sont nécessaires pour simplifier le modèle, afin de gagner en temps de calcul.

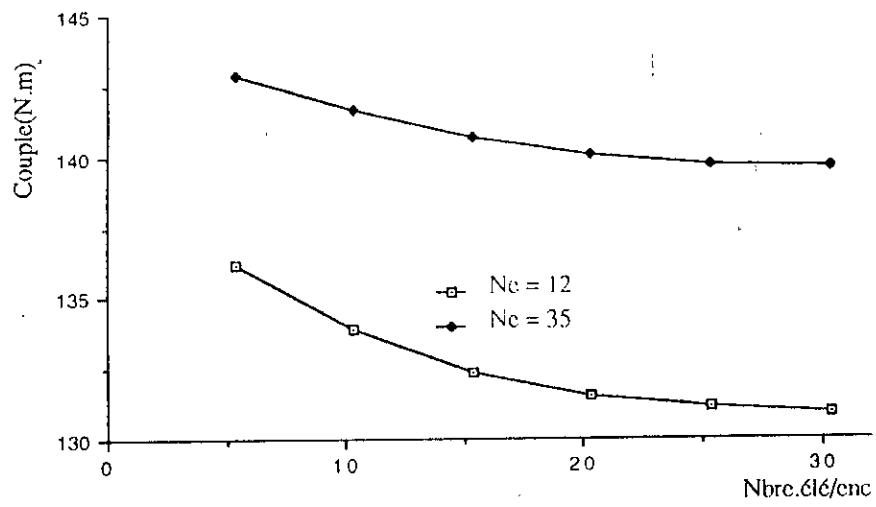


Fig III.7: Couple en fet du nombre d'éléments par encoche
 $g = 2\%$, $h = 40$ mm, $E_p = 4$ mm

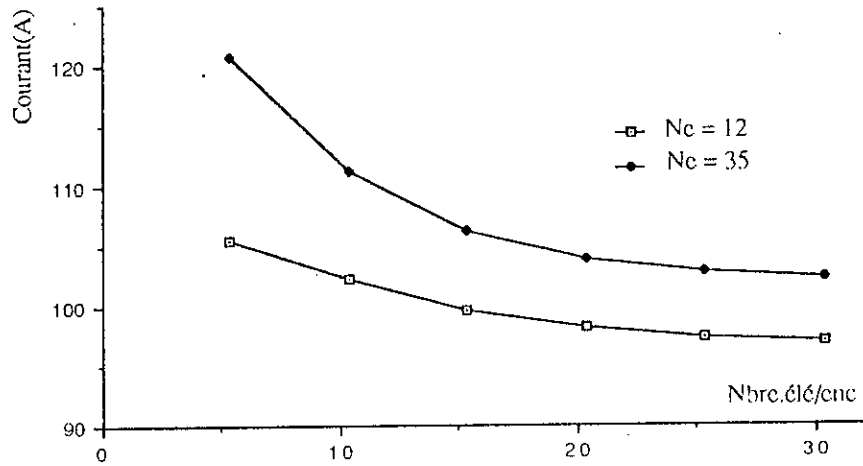


Fig III.8: Courant en fet du Nbre.élé/enc, $g = 2\%$, $h = 40$ mm, $E_p = 4$ mm

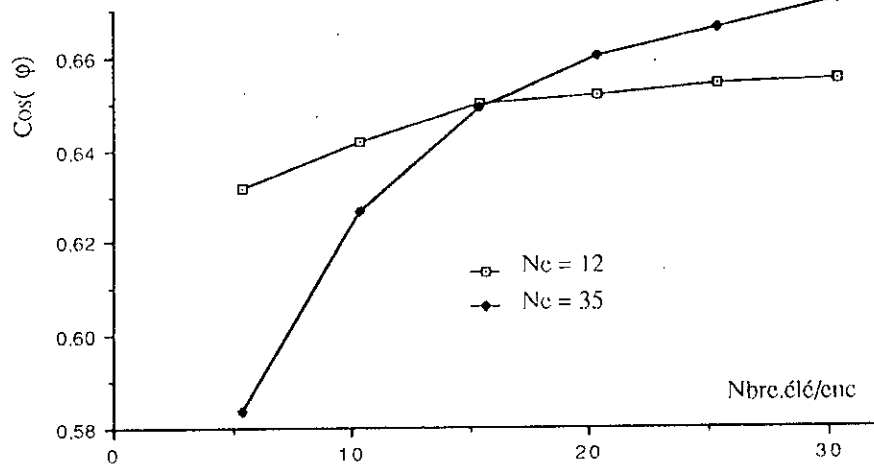


Fig III.9: Facteur de puissance en fet du Nbre.élé/enc, $g = 2\%$, $h = 40$ mm, $E_p = 4$ mm

e) Réduction des inconnues à un pas dentaire

Jusqu'ici nous avons supposé que le champ est inconnu sur tout le rotor, le temps de calcul est très long. A partir du modèle complet et avec une hypothèse de propagation, on déduit un modèle simplifié. Ce qui permettra d'estimer la qualité des approximations que nous utilisons.

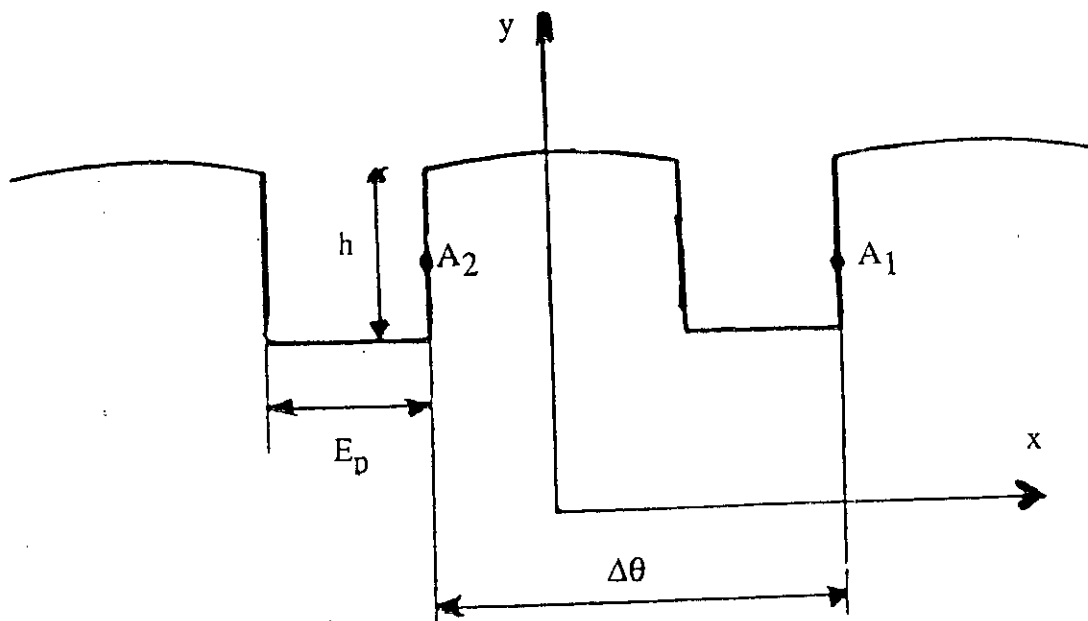


Figure III.10 : Modèle simplifié

$\overline{A_1}$ et $\overline{A_2}$ sont les potentiels aux points 1 et 2.

L'hypothèse de propagation se traduit par:

$$\overline{A_2} = \overline{A_1} \cdot e^{-j\rho\Delta\theta}$$

- Pour $\Delta\theta = 2\pi$, le potentiel est inconnu sur tout le rotor.
- pour $\Delta\theta = \pi/p$ ou $\Delta\theta = \pi/2p$, on retrouve les conditions de symétrie et d'antisymétrie.
- Pour $\Delta\theta = 2\pi/Ne$, le domaine d'étude est limité à un pas dentaire du point de vue inconnues du système.

Le choix de $\Delta\theta$ permet de réduire la dimension du système matriciel au nombre d'encoches où le potentiel est supposé inconnu, par contre les équations intégrales de frontière sont toujours écrites sur tout le rotor.

Pour valider le modèle, nous avons effectué le calcul pour un rotor de 28 encoches à $g=2\%$ en fonction du nombre d'encoches où le potentiel est supposé inconnu.

Les figures III.11 à III.13 donnent le couple, le courant absorbé et le facteur de puissance. Pour toutes les grandeurs calculées, les erreurs pour $\Delta\theta=2\pi/Ne$ (potentiel inconnu sur une encoche) par rapport à $\Delta\theta=2\pi$ (potentiel inconnu sur toute la frontière du rotor) sont pratiquement négligeables. L'erreur est inférieure à 1% sur le couple.

Ce modèle a permis de mieux connaître la répartition du champ à la surface du rotor, mais le temps de calcul reste assez long, puisque l'équation intégrale est toujours écrite sur toute la frontière. Dans le cas de rotors plus complexes, à cage par exemple, le calcul serait trop long. Nous allons valider sur la même structure un modèle strictement limité à un pas dentaire.

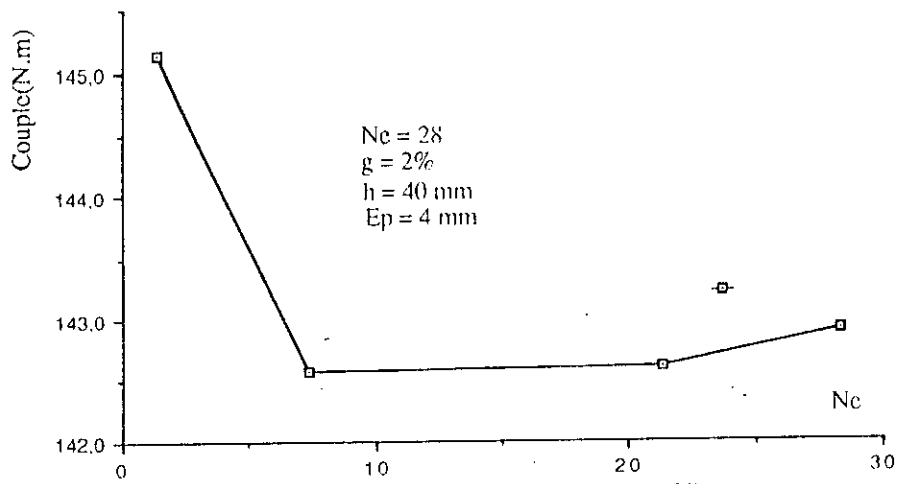


Fig III.11: Variation du couple en fonction du Nbre.ene
où le potentiel est supposé inconnu

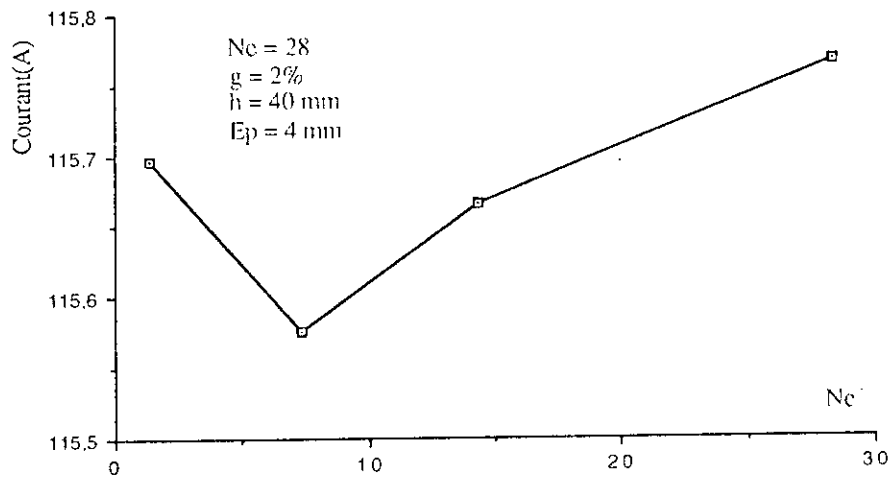


Fig III.12: Variation du courant en fonction du Nbre.ene
où le potentiel est supposé inconnu

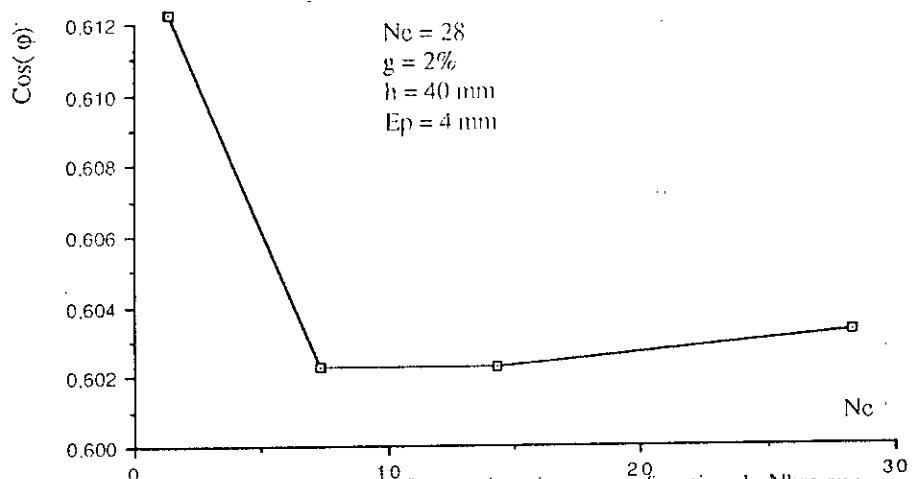


Fig III.13: Variation du facteur de puissance en fonction du Nbre.ene
où le potentiel est supposé inconnu

III.2.2) Modèle réduit

Ce paragraphe concerne la validité numérique du modèle réduit. Pour cela, nous introduisons un type particulier de conditions aux limites, dites de propagation, déjà utilisées au deuxième chapitre.

Les sources du champ sont à variation sinusoïdale par rapport au temps, de sorte que le potentiel vecteur magnétique s'écrit:

$$A(r, \theta, t) = \text{Rée} [\overline{A}(r, \theta) e^{j\omega t}]$$

Aux conditions aux limites, rotor-entrefer et stator-entrefer, la périodicité géométrique, nous permet de rajouter les conditions aux limites de propagation reliant les valeurs des potentiels sur les frontières des flancs du pas dentaire (figure III.14) qui sont:

$$\overline{A}_2(r, \theta_2) = \overline{A}_1(r, \theta_1) e^{-jp\theta d}$$

$$\frac{\partial \overline{A}_2}{\partial \theta}(r, \theta_2) = \frac{\partial \overline{A}_1}{\partial \theta}(r, \theta_1) e^{-jp\theta d}$$

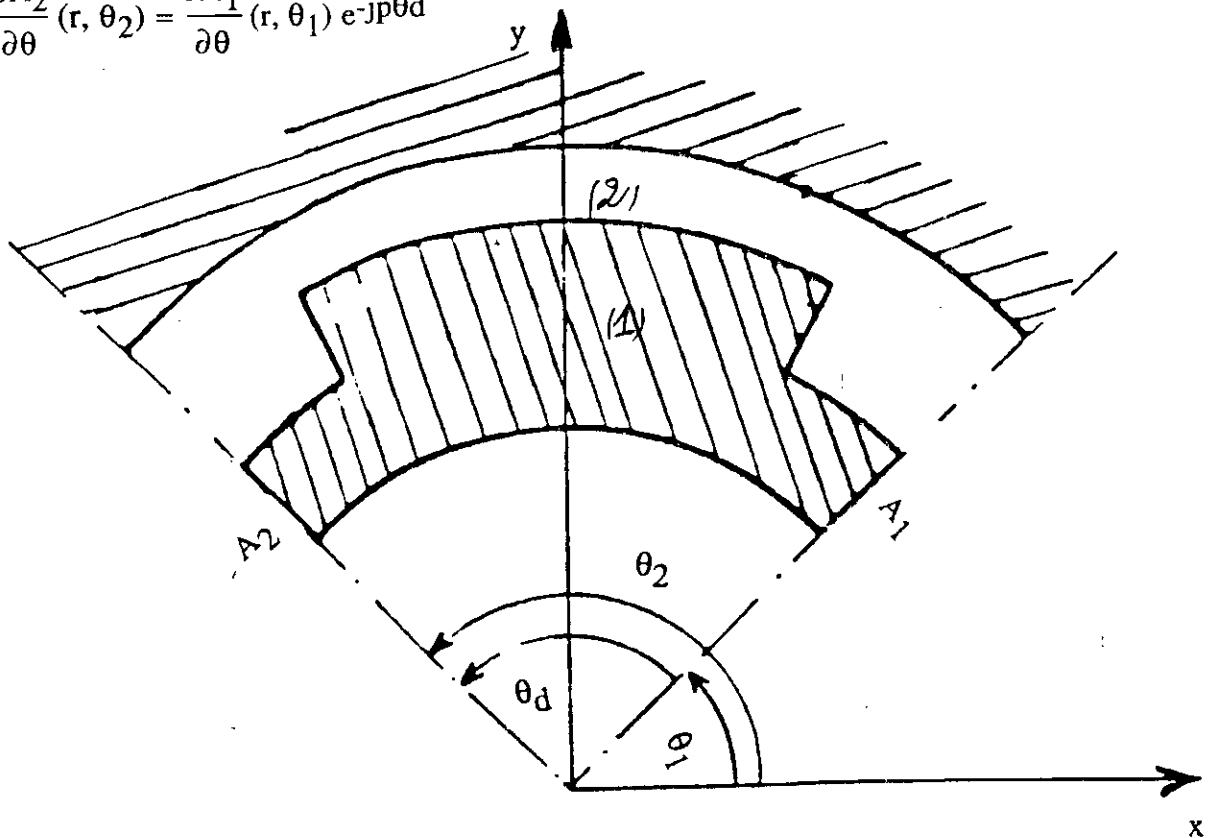


Figure III.14: Modèle réduit

Les conditions de propagation nous permettent de restreindre, en toute rigueur, le domaine d'étude à un pas dentaire.

Le problème peut-être complètement résolu, en écrivant les équations intégrales de frontière sur les domaines 1 et 2 (figure III.14).

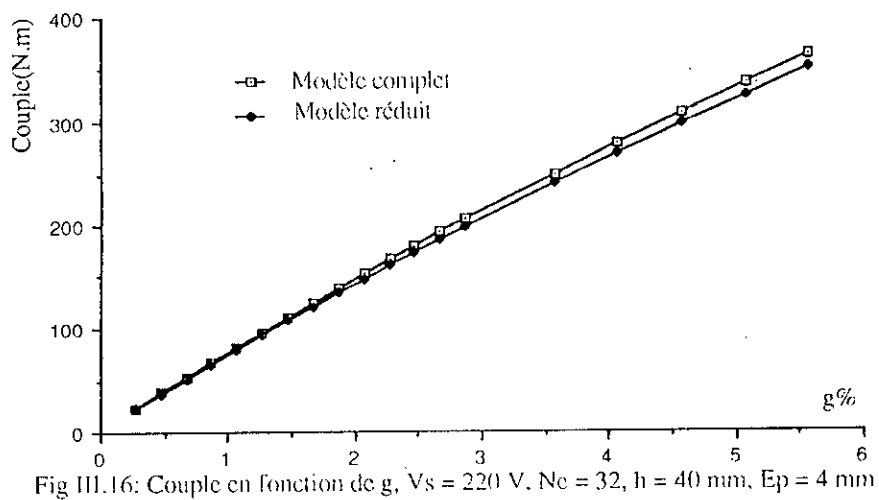
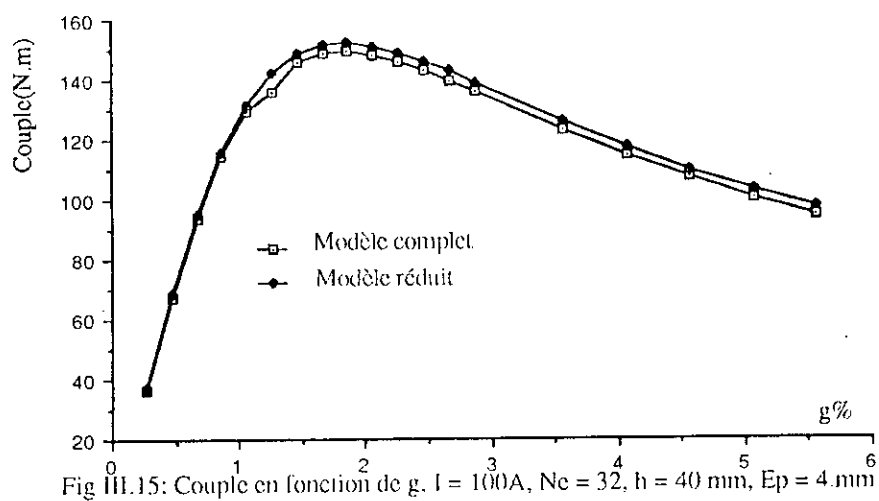
Les temps de calculs des modèles complet et réduit sont dans un rapport d'au moins 60 pour un nombre d'encoches de l'ordre de 30 par exemple.

En plus, des gains considérables de place mémoire, ce modèle va permettre de résoudre facilement les problèmes comportant plusieurs domaines: rotors composites.

Les figures III.15 et III.16 donnent le couple, respectivement à courant et tension fixés pour les deux modèles(modèles complet et réduit). L'erreur du modèle réduit par rapport au modèle complet est pratiquement négligeable. Pour le facteur de puissance (figure III.17), les 2 courbes sont confondues.

Les résultats obtenus par les deux modèles sont en bon accord, et comme ce dernier modèle est particulièrement bien adapté à une variation systématique des paramètres géométriques, il est utilisé pour optimiser le nombre et les dimensions des encoches.

Le domaine d'étude peut encore être restreint, si on impose un potentiel vecteur nul à partir d'une certaine profondeur, en allant vers le centre du rotor. Mais pour les faibles glissements, comme le montre la figure III.18, la répartition du potentiel sur les flancs du pas dentaire ne s'annule vraiment que vers le centre du rotor.



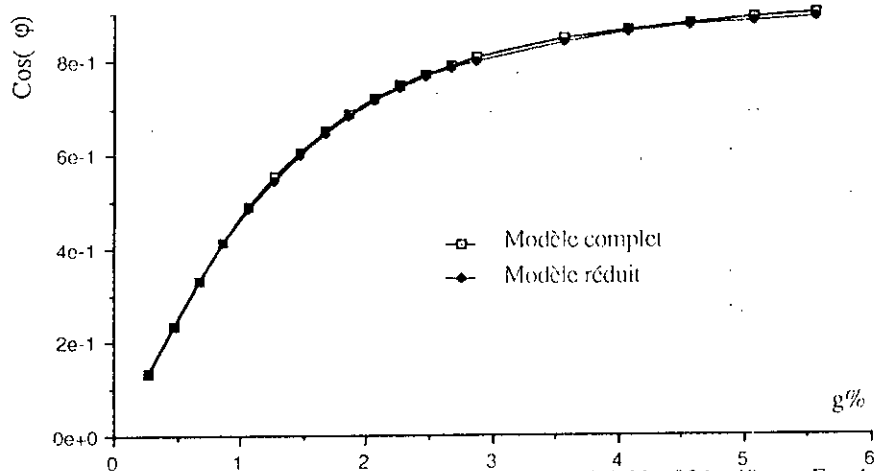


Fig III.17: Facteur de puissance en fonction de g . $I=100$ A, $N_e=32$, $h=40$ mm, $E_p=4$ mm

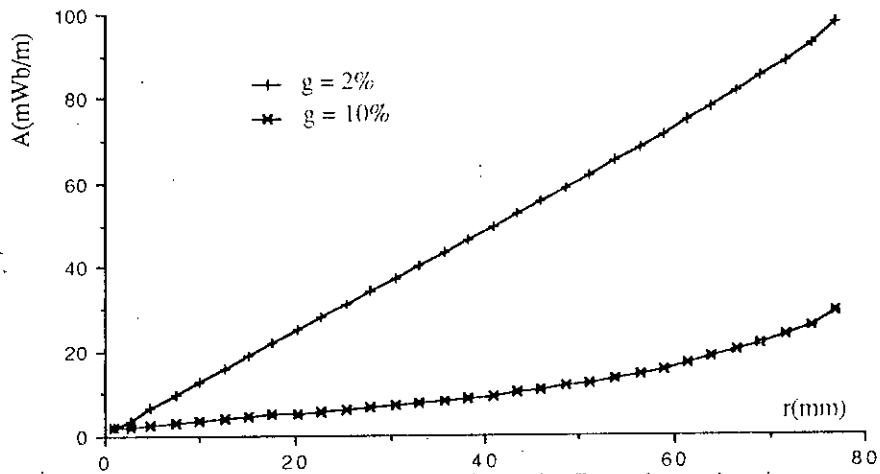


Fig III.18: Répartition du potentiel sur les flancs du pas dentaire en fonction de r , $I=100$ A, $N_e=32$, $h=40$ mm, $E_p=3$ mm

III.3) Validation expérimentale

Dans le but de vérifier la concordance avec les caractéristiques expérimentales, divers essais ont été menés. Nous disposons d'un banc d'essai de 50 KW, dont le stator bipolaire est celui d'un moteur asynchrone classique, pouvant recevoir différents rotors.

Trois rotors ont été testés /9,41/, afin de valider la méthode de calcul.

Rotor 1: 28 rainures, $E_p = 4 \text{ mm}$, $h = 20 \text{ mm}$

Rotor 2: 28 rainures, $E_p = 4 \text{ mm}$, $h = 40 \text{ mm}$

Rotor 3: 46 rainures, $E_p = 4 \text{ mm}$, $h = 20 \text{ mm}$

Les trois rotors sont en acier, de résistivité $20 \mu\Omega.\text{cm}$.

A tension constante ($V_s = 220 \text{ V}$), nous avons relevé les caractéristiques correspondant aux trois rotors: le couple, le courant et le facteur de puissance en fonction du glissement (figure III.19 à III.26).

Ces Caractéristiques sont comparées à celles qui ont déjà été calculées. Nous avons pris une valeur moyenne de la perméabilité relative de l'acier, toutefois la corrélation avec l'expérimentation est bonne, particulièrement pour le couple.

Pour le courant et le facteur de puissance, la corrélation semble être moins bonne que pour le couple. Ceci est dû à la difficulté d'estimer correctement la réactance de fuite.

D'après les résultats obtenus, le modèle 2D du moteur asynchrone à rotor massif encoché est satisfaisant.

Le grand intérêt du modèle réduit réside dans le temps de calcul, qui est beaucoup plus faible qu'avec le modèle complet.

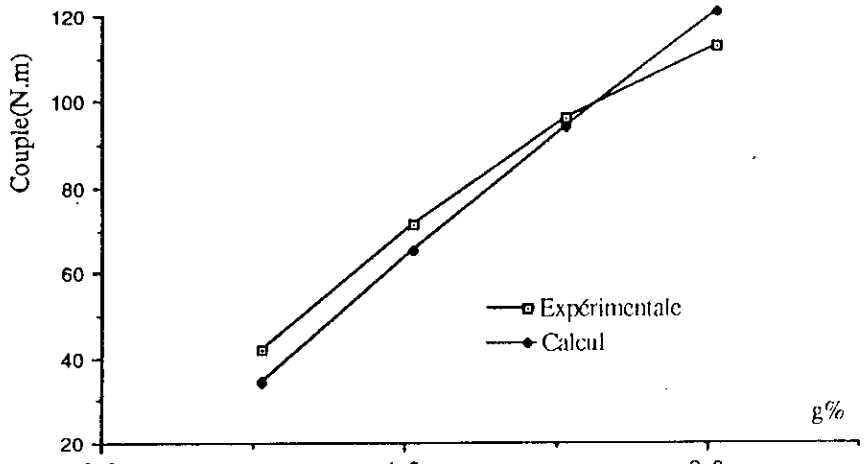


Fig III.19: Couple en fct de g, $N_c = 28$, $h = 20$ mm, $E_p = 4$ mm, $V_s = 220$ V

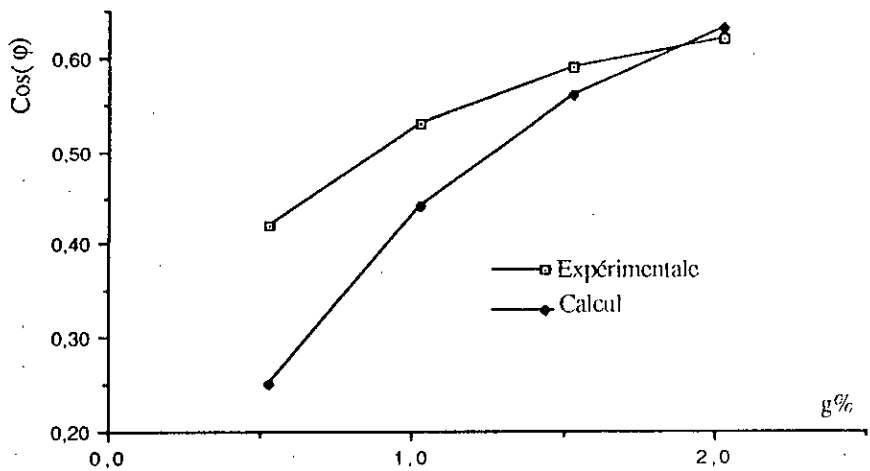
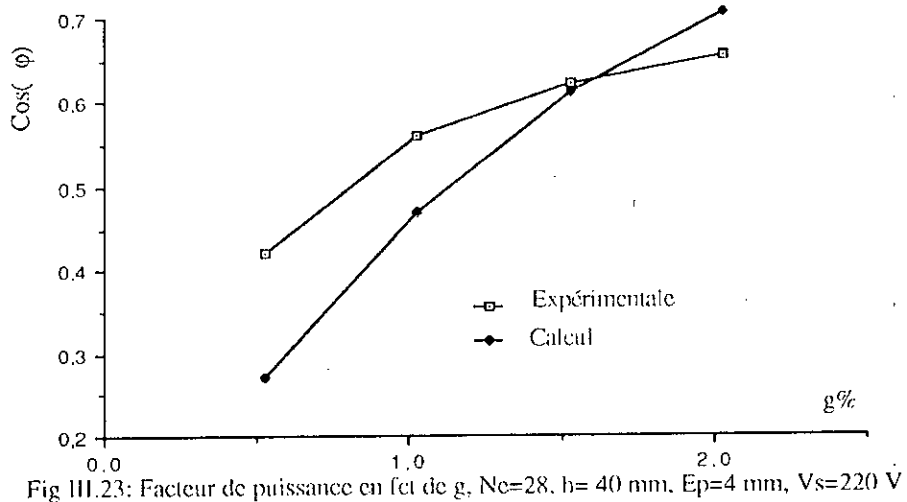
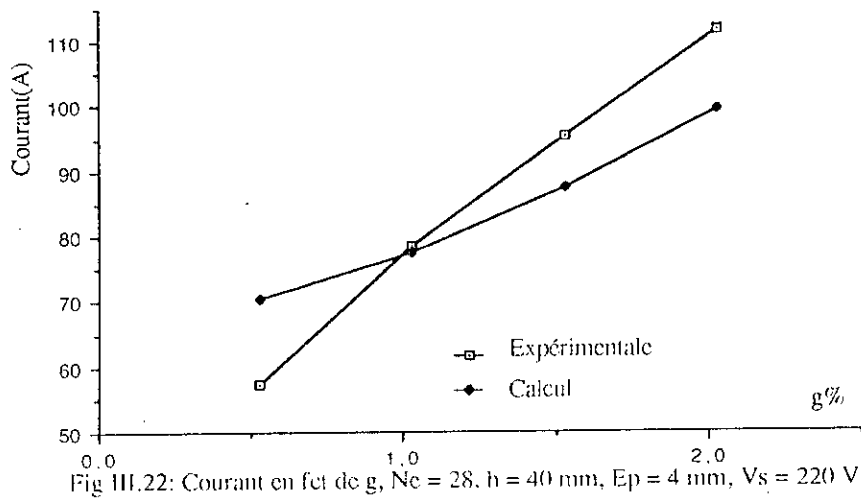
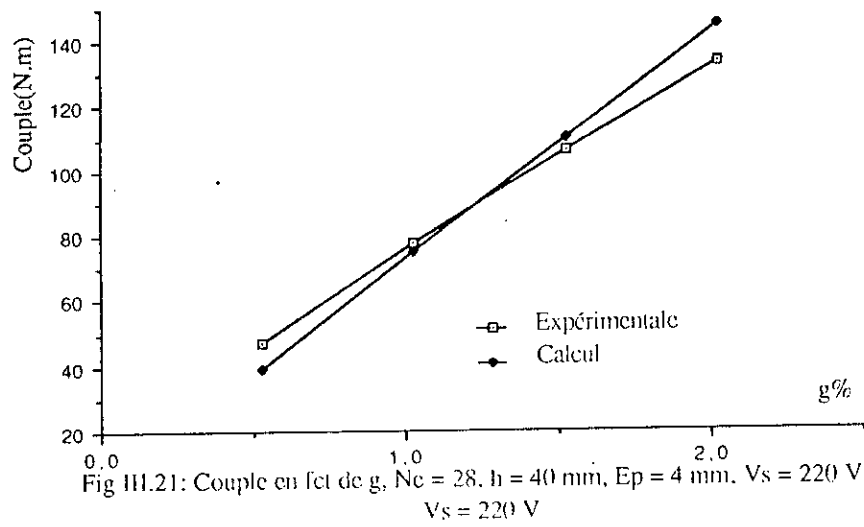


Fig III.20: Facteur de puissance en fct de g, $N_c=28$, $h=20$ mm, $E_p = 4$ mm, $V_s=220$ V



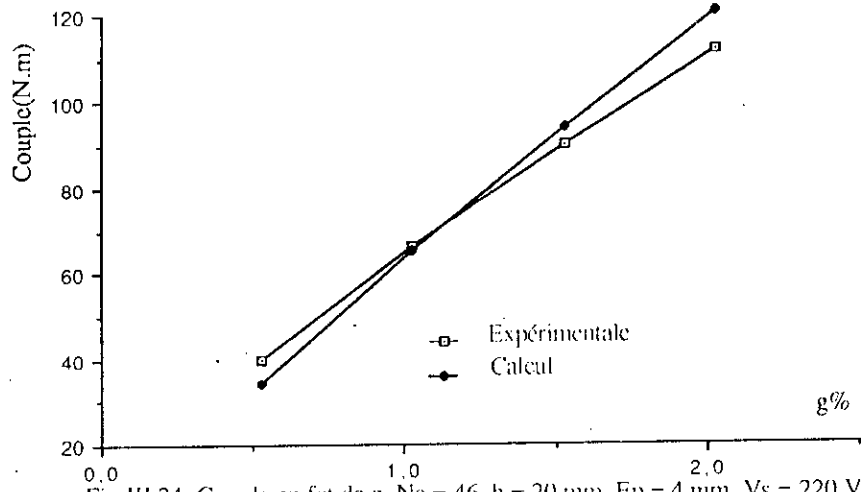


Fig III.24: Couple en fct de g, $N_e = 46$, $h = 20$ mm, $E_p = 4$ mm, $V_s = 220$ V

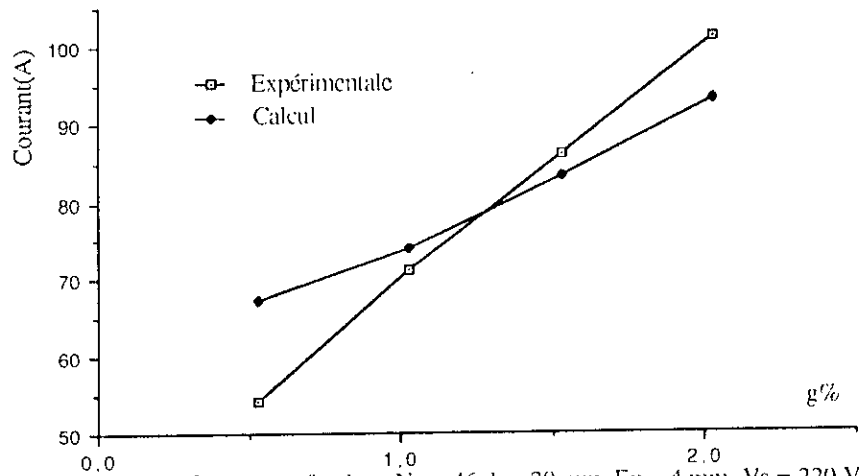


Fig III.25: Courant en fct de g, $N_e = 46$, $h = 20$ mm, $E_p = 4$ mm, $V_s = 220$ V

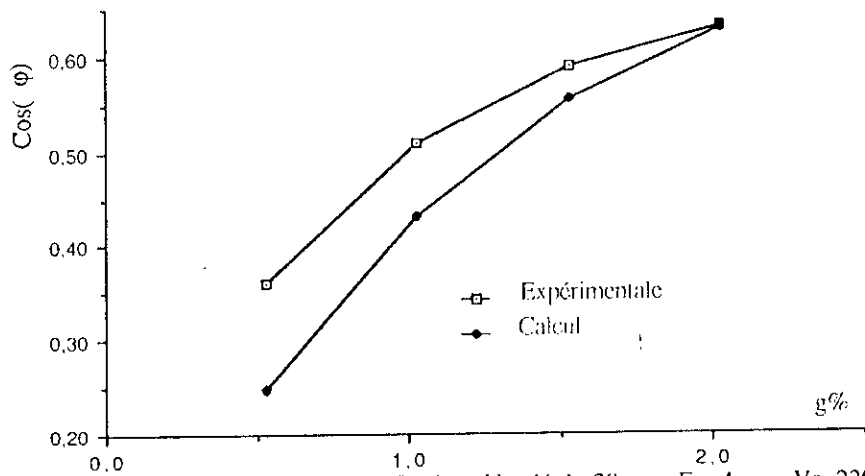


Fig III.26: Facteur de puissance en fct de g, $N_e = 46$, $h = 20$ mm, $E_p = 4$ mm, $V_s = 220$ V.

III.4) Optimisation du rotor

Etant donnée la dimension réduite du modèle, il nous est facile de répéter les calculs.

Nous exploitons ce modèle pour optimiser la structure d'un moteur de 50 KW à 3000 tr/mn.

Nous nous proposons d'optimiser le rainurage axial du rotor (profondeur, épaisseur, ...).

Le meilleur moteur asynchrone est celui qui est capable de fournir le couple de charge au plus faible glissement possible. On doit garder à l'esprit que le rotor est conçu pour des vitesses de rotation élevées et qu'une trop grande profondeur de la rainure diminue la résistance mécanique.

Les calculs sont faits pour une tension entre phase de 380 V correspondant à la tension nominale de la machine et à un glissement de 2% et 10%.

Nous présentons les caractéristiques couple, rendement électrique et facteur de puissance en fonction des paramètres géométriques de l'encoche afin de déduire la configuration optimale du rotor.

1) Recherche de l'encoche optimale

Les figures III.27 à III.32 donnent la variation du couple électromagnétique en fonction du nombre d'encoches, à hauteur h et épaisseur E_p fixées, à glissement égal à 2% et 10%.

On constate que l'encoche optimale se situe autour de 30 pour $g=2\%$ correspondant au fonctionnement nominal de la machine. Pour minimiser les couples dus à la réductance variable, il faut éviter le choix de 34 encoches au rotor puisque le stator comporte 36 encoches. On peut retenir 32 encoches au rotor.

Le couple est une fonction tout d'abord croissante de N_e , mais si N_e est supérieur à $N_{e,max}$, le couple décroît. Cela s'explique, par le fait qu'un nombre très élevé d'encoches entraîne une diminution à glissement donné, de la section disponible des courants induits.

2) Recherches optimales de l'épaisseur et de la hauteur

Les courbes III.33 à III.36 donnent la variation du couple en fonction de la profondeur d'encoche pour $N_e=24$ et à $g=2\%$ et 10%.

Nous constatons que le couple croît en fonction de h ; cela est dû à une sous estimation de la réactance de fuite dans la rainure. En effet, au delà d'une certaine profondeur, la réactance de fuite devient très importante.

A partir des courbes présentant le couple en fonction du nombre d'encoches, on en déduit que l'épaisseur optimale est égale à 2 mm, mais les courbes présentant le couple en fonction de E_p montrent qu'on peut aller jusqu'à 3 mm.

La figure III.41 représente la variation du produit $(\eta \cdot \cos \varphi)$ en fonction de la hauteur à E_p et N_e fixes.

La figure III.43 représente la variation du produit $(\eta \cdot \cos \varphi)$ en fonction de l'épaisseur à h et N_e fixes.

Nous déduisons que les dimensions géométriques optimisant le produit $(\eta \cdot \cos \varphi)$ sont voisines de celles qui optimisent le couple.

De plus, la variation du produit $(\eta \cdot \cos \varphi)$ en fonction des paramètres géométriques de l'encoche permet de déterminer avec plus de précision la hauteur de l'encoche optimale.

A partir des résultats de calculs présentés, nous définissons la topologie du rotor de rayon 118 mm.

$$N_e = 28 \text{ à } 32$$

$$h = 40 \text{ mm}$$

$$E_p = 2 \text{ à } 3 \text{ mm}$$

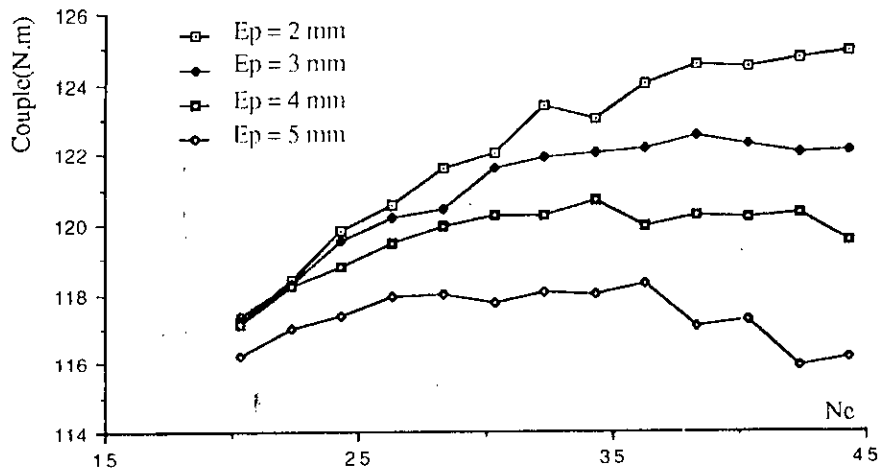


Fig III.27: Couple en fct du nombre d'encoches, $g=2\%$, $h=20\text{mm}$

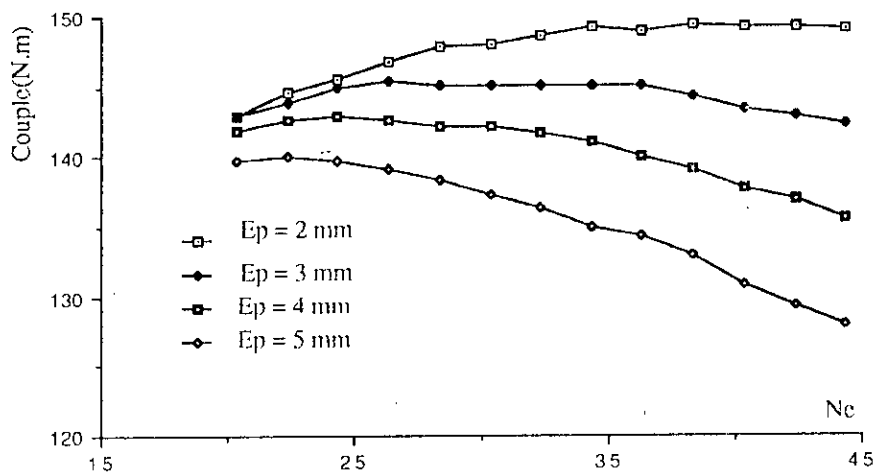


Fig III.28: Couple en fct du nombre d'encoches, $g=2\%$, $h=40\text{mm}$

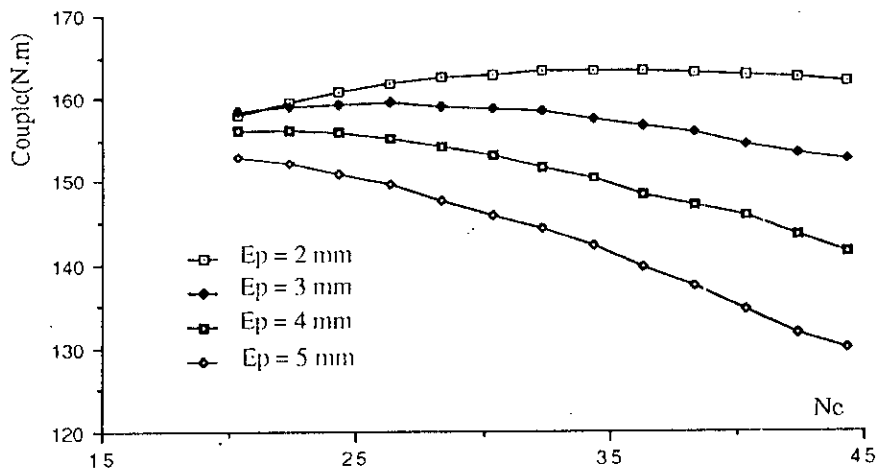


Fig III.29: Couple en fct du nombre d'encoches, $g=2\%$, $h=60\text{mm}$

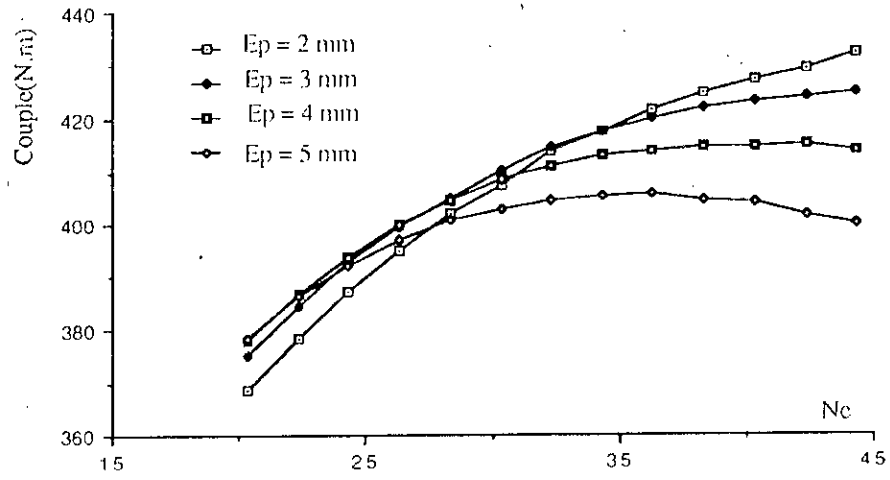


Fig III.30: Couple en fet du nombre d'encoches, $g=10\%$, $h=20$ mm

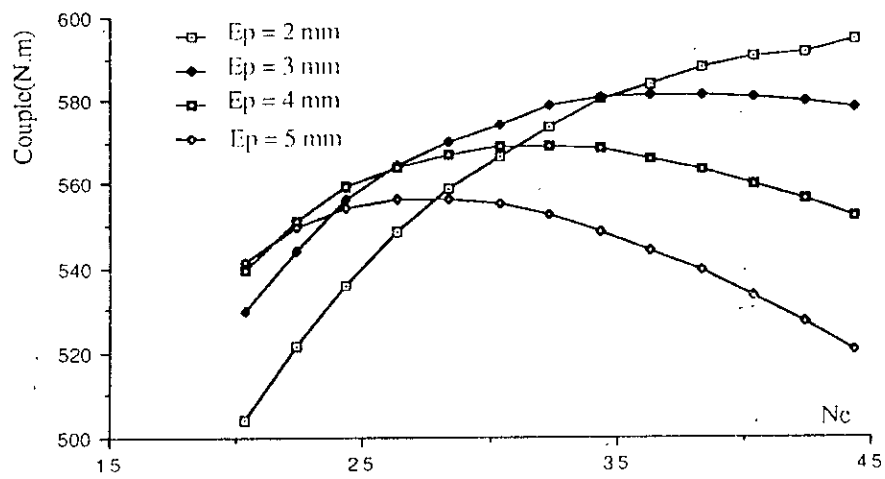


Fig III.31: Couple en fet du nombre d'encoches, $g=10\%$, $h=40$ mm

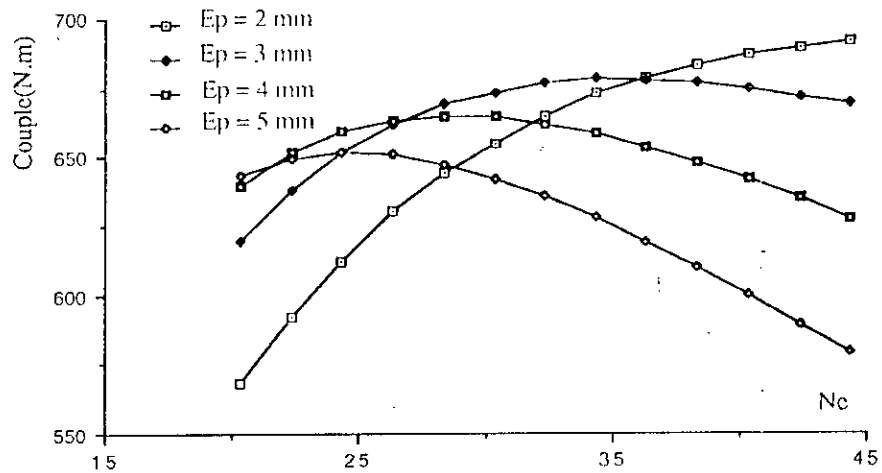


Fig III.32: Couple en fet du nombre d'encoches, $g=10\%$, $h=60$ mm

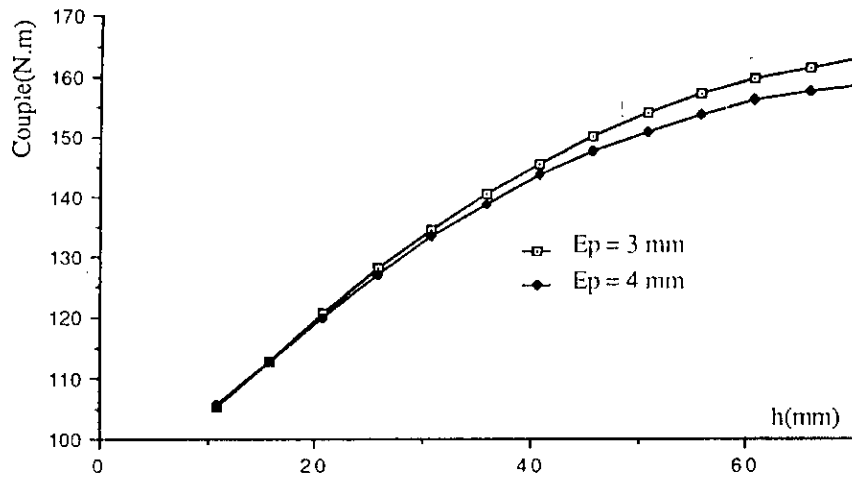


Fig III.33: Couple en fct de la hauteur d'encoche, g=2%, Ne=24

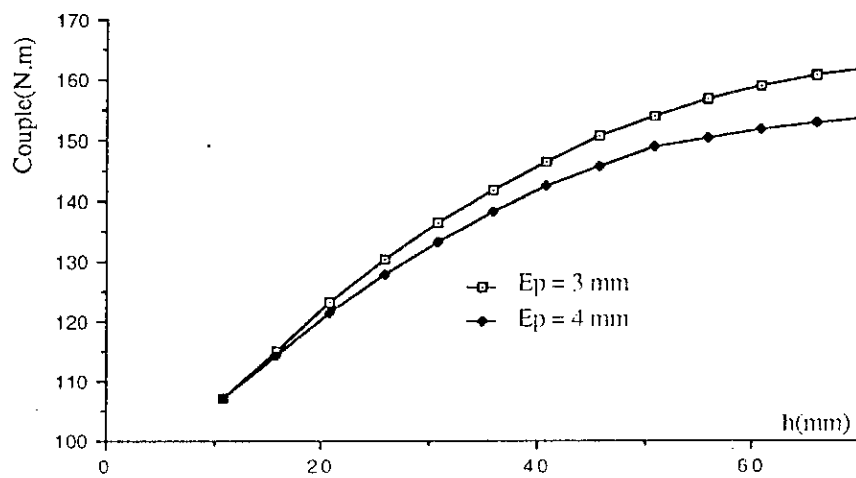


Fig III.34: Couple en fct de la hauteur d'encoche, g=2%, Ne=32

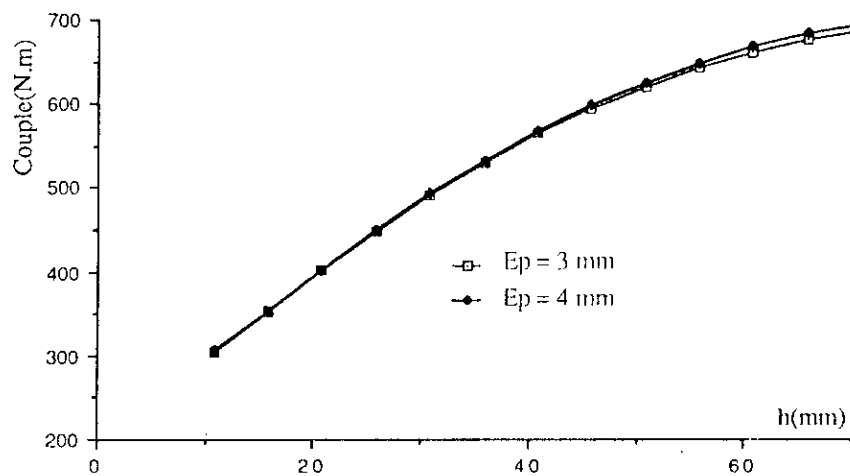


Fig III.35: Couple en fct de la hauteur d'encoche, g=10%, Ne=24

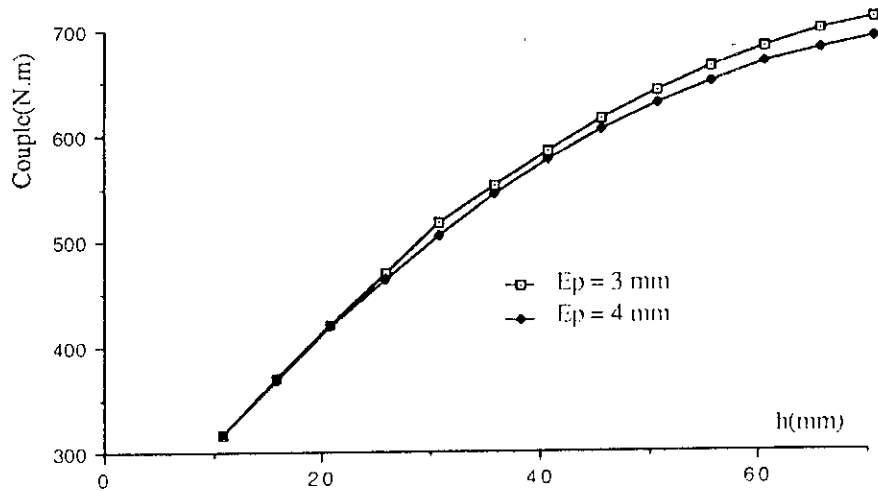


Fig III.36: Couple en fct de la hauteur d'encoche. $g=10\%$. $N_c=32$

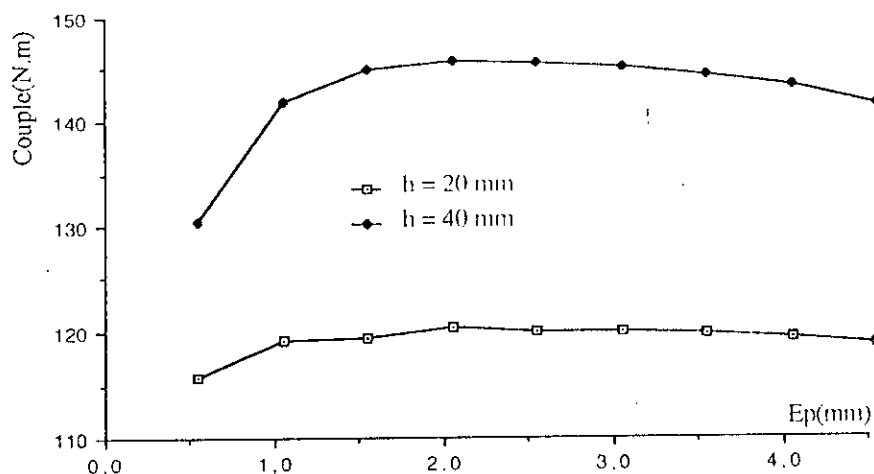


Fig III.37: Couple en fct de E_p . $g=2\%$. $N_c=24$

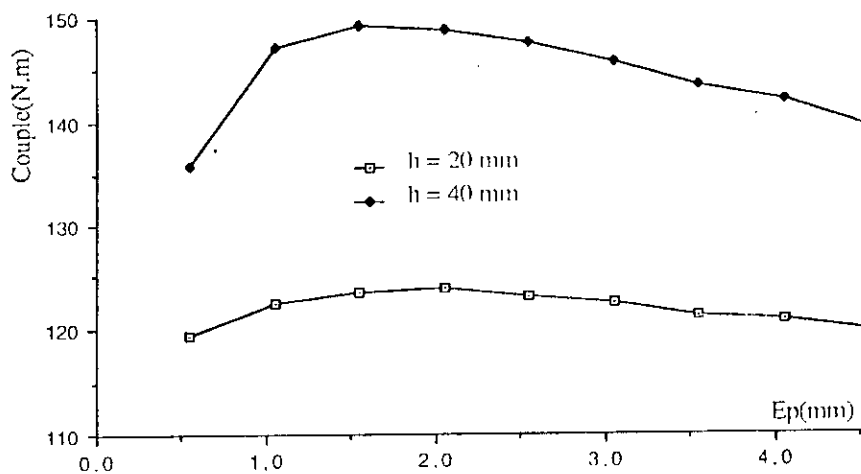


Fig III.38: Couple en fct de E_p . $g=2\%$. $N_c=32$

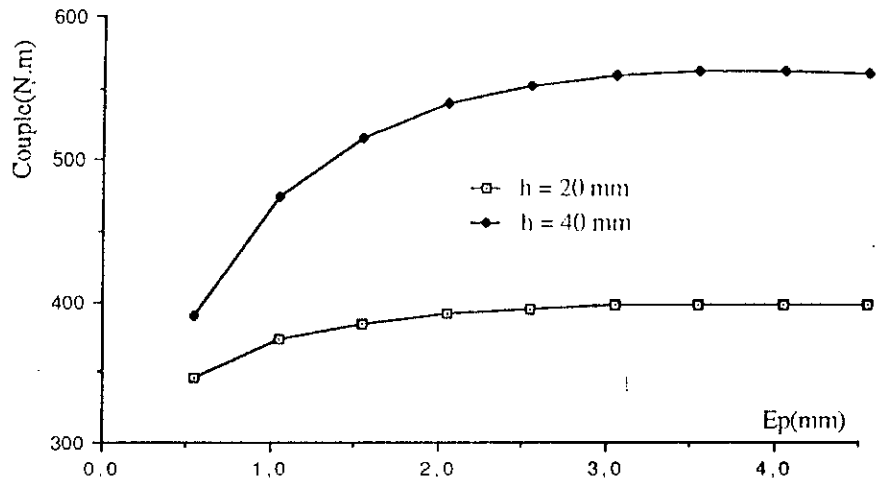


Fig III.39: Couple en fct de E_p , $g=10\%$, $N_c=24$

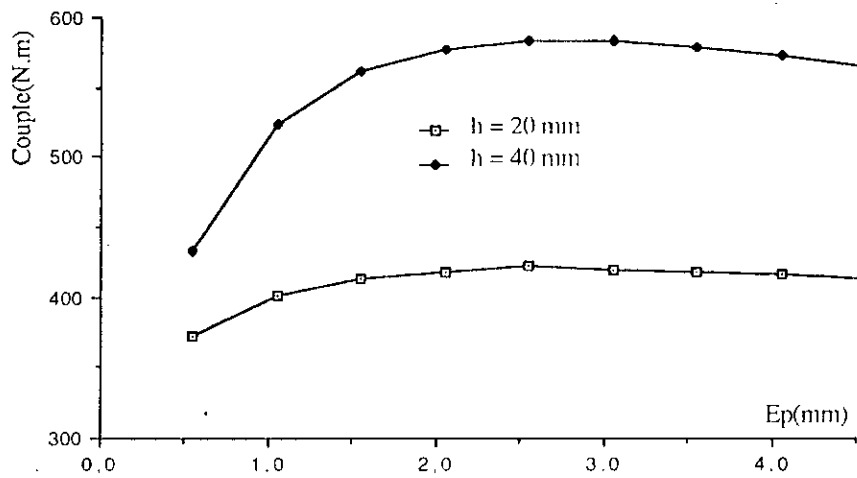


Fig III.40: Couple en fct de E_p , $g=10\%$, $N_c=32$

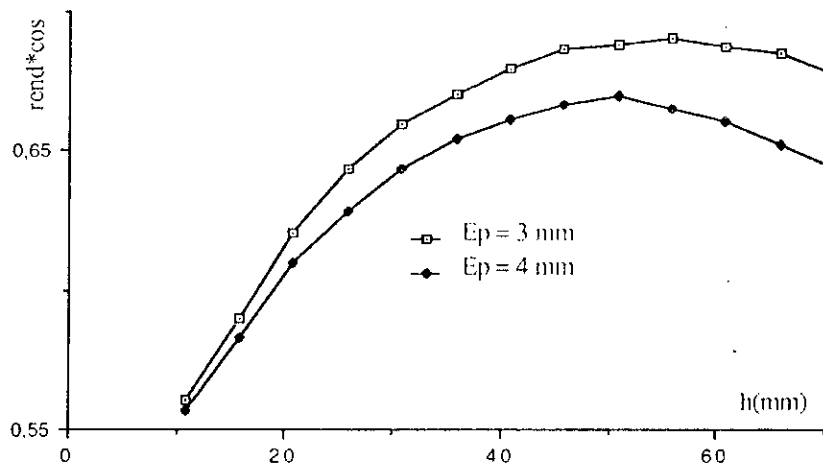
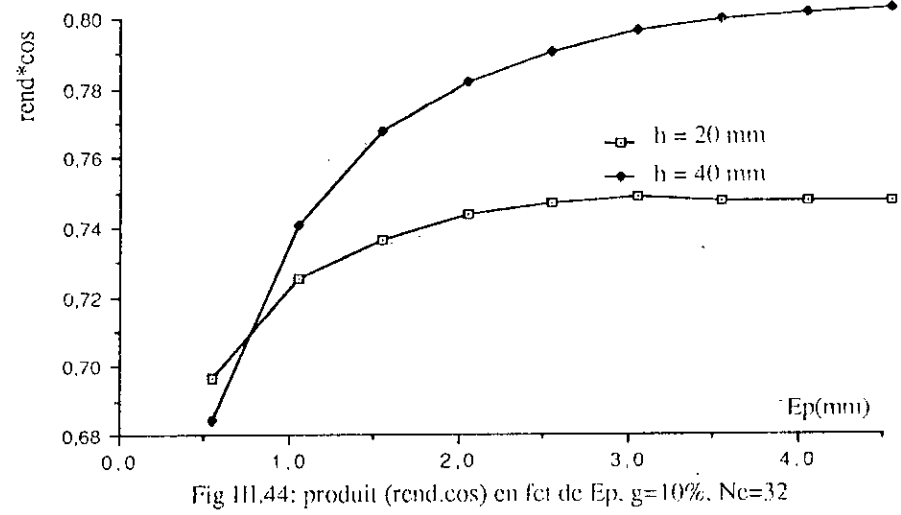
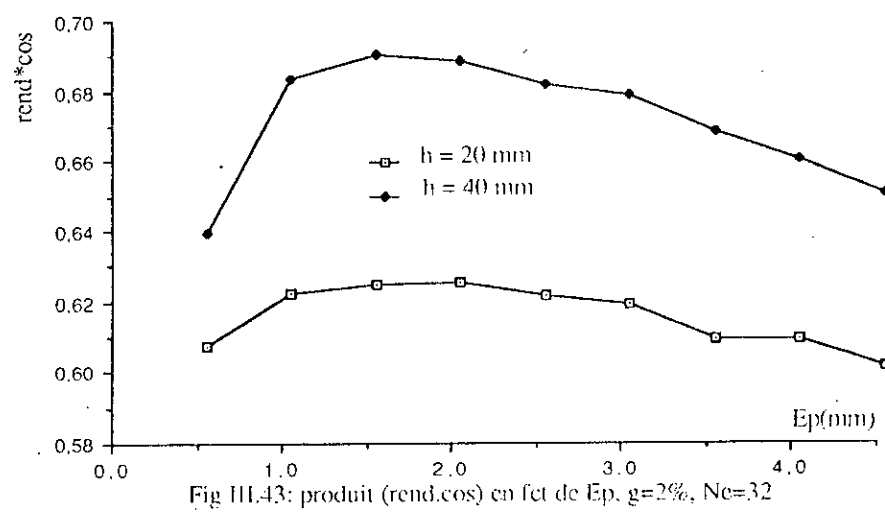
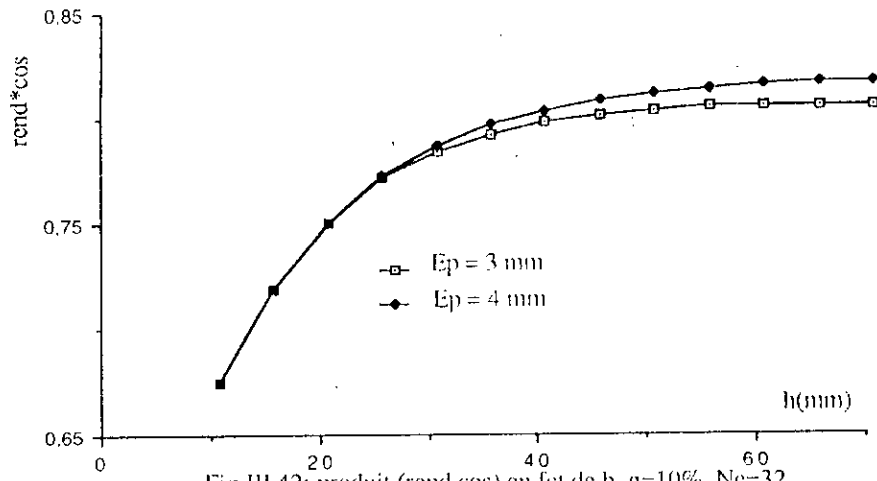


Fig III.41: produit ($\text{rend} \cdot \cos$) en fct de h , $g=2\%$, $N_c=32$



3) Etude et optimisation d'encoches trapézoïdales

Pour améliorer la pénétration du champ électromagnétique dans le rotor et réduire le flux de fuite dans les rainures, on envisage des encoches trapézoïdales. Les parois des rainures sont ainsi inclinées d'un angle γ (figure III.45) par rapport aux parois radiales. L'ouverture sur l'entrefer est conservée, et on fait varier l'épaisseur du fond de la rainure.

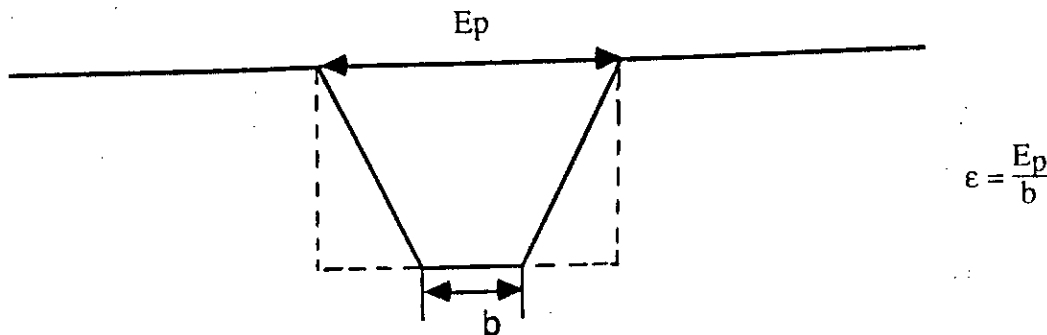


Figure III.45

Nous avons utilisé le modèle réduit décrit précédemment pour les calculs numériques.

Les figures III.46 à III.49 donnent le couple en fonction de ϵ , à $g=2\%$ et 10% .

$\epsilon = \frac{E_p}{b}$; E_p : ouverture de l'encoche sur l'entrefer, maintenue constante.

b : ouverture du fond de l'encoche

L'optimum se situe à ϵ égal à 2, ce qui correspond à une ouverture sur l'entrefer égale à 2 fois la largeur au fond de la rainure. Le gain sur le couple est de l'ordre de 2% à g égal à 2%.

On peut conclure qu'une inclinaison des rainures favorise une meilleure pénétration du champ et une diminution du flux de fuite. Du point de vue mécanique la tenue est meilleure que celle d'une encoche droite, puisque l'ouverture du fond de l'encoche est inférieure à celle qui donne sur l'entrefer.

4) Choix du matériau

En plus des paramètres géométriques, les caractéristiques de fonctionnement peuvent être améliorées par le choix du matériau pour le rotor. Nous présentons à titre d'exemple, les résultats concernant 2 matériaux, le AFK1 et le AFK502.

Les figures III.52 et III.53 présentent le couple et le produit du rendement et du facteur de puissance en fonction du nombre d'encoches à glissement fixé. Contrairement au cas du rotor lisse ou les résultats étaient presque identiques, on constate que le rotor utilisant le matériau AFK1 produit un couple supérieur à celui utilisant le AFK502, de l'ordre de 30% . Un meilleur produit ($\eta \cdot \cos\phi$) est obtenu aussi. Ce qui montre bien que les performances de la machine dépendent à la fois des paramètres électriques, magnétiques et géométriques. Mais, seule une prise en compte de la saturation, et une expérimentation permettront vraiment de juger de la qualité du matériau.

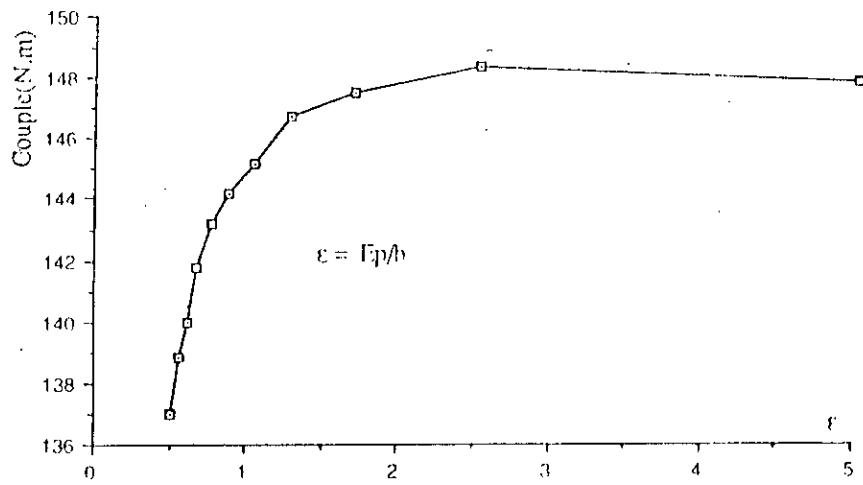


Fig III.46: Couple en fet du rapport E_p /ouverture du fond de l'encoche
 $h=40$ mm, $E_p=3$ mm, $N_c=32$, $g=2\%$

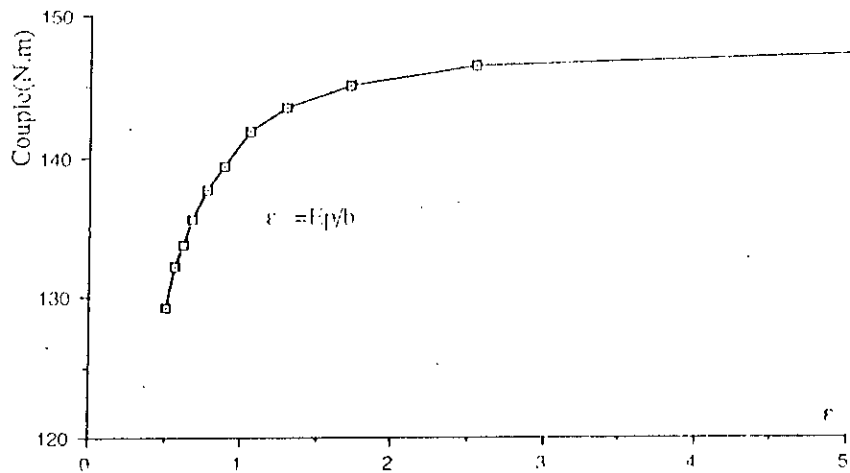


Fig III.47: Couple en fet du rapport E_p /ouverture du fond de l'encoche
 $h=40$ mm, $E_p=4$ mm, $N_c=32$, $g=2\%$

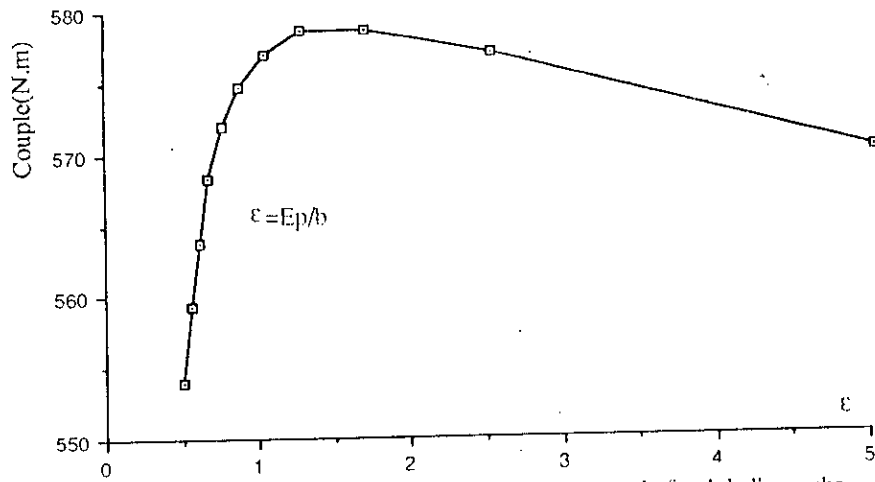


Fig III.48: Couple en fct du rapport E_p /ouverture du fond de l'encoche
 $h=40$ mm, $E_p=3$ mm, $N_c=32$, $g=10\%$

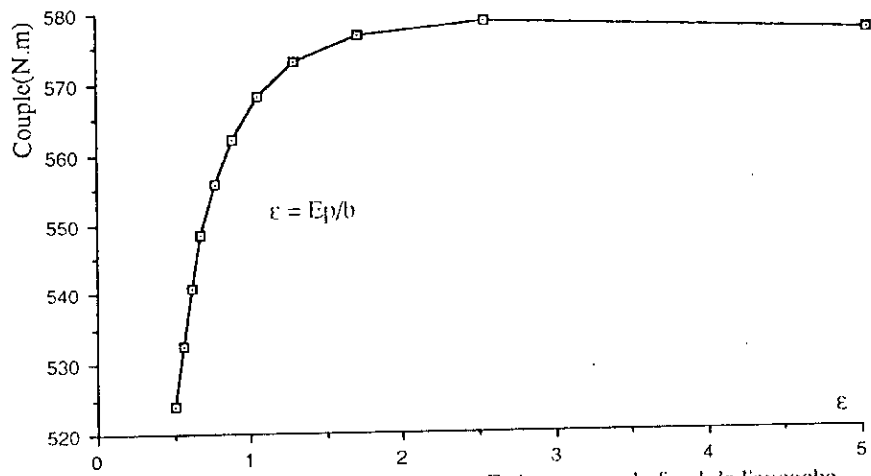


Fig III.49: Couple en fct du rapport E_p /ouverture du fond de l'encoche
 $h=40$ mm, $E_p=4$ mm, $N_c=32$, $g=10\%$

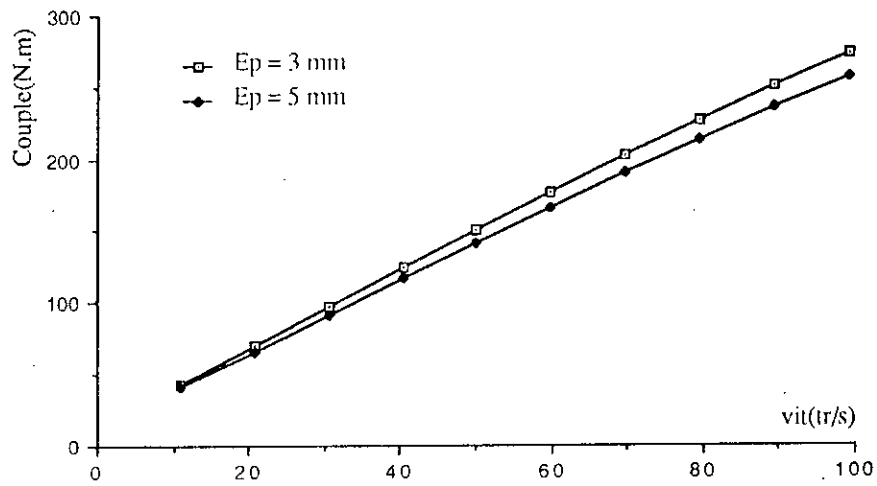


Fig III.50: Variation du couple en fonction de la vitesse du rotor à $V/t=220/50=este$ et à $g=2\%$, $Ne=32$, $h=40$ mm

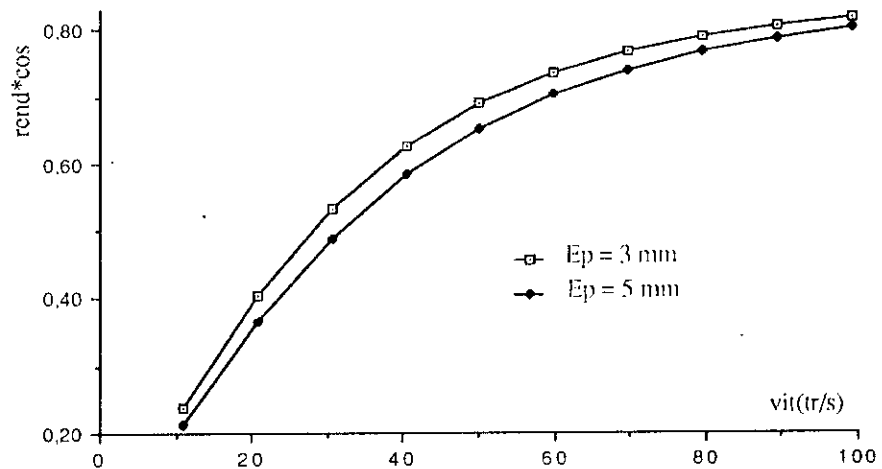


Fig III.51: Variation du produit (rend*cos) en fonction de la vitesse du rotor $g=2\%$, $Vs/t=220/50$, $Ne=32$, $h=40$ mm

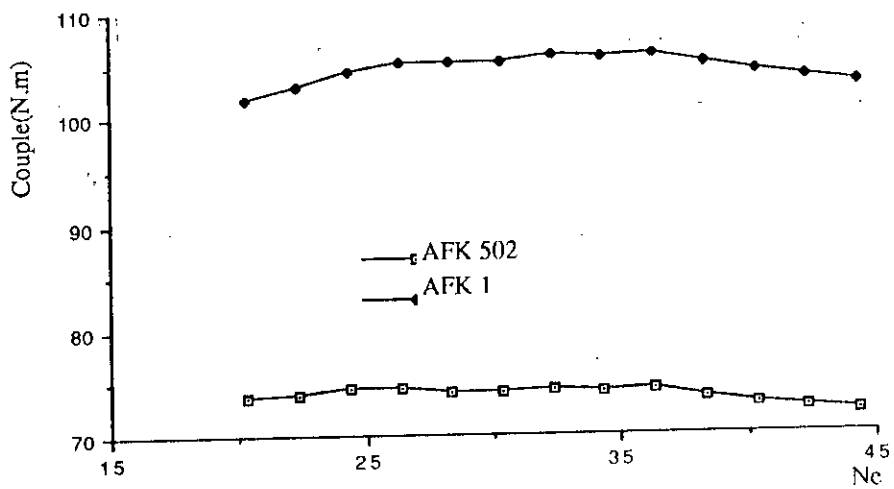


Fig III.52: Couple en fct du nombre d'encoches pour différents matériaux, $g=2\%$, $V_s=220$ V, $h=40$ mm, $E_p=3$ mm

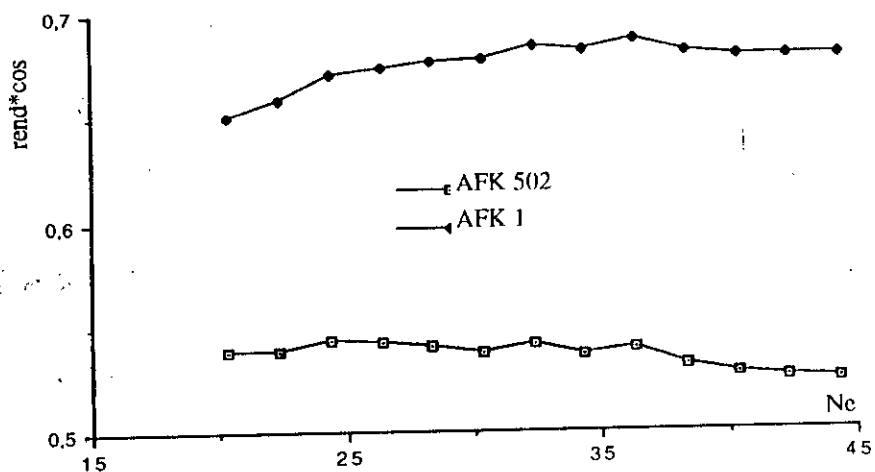


Fig III.53: Produit (rend*cos) en fct du nombre d'encoches pour différents matériaux, $g=2\%$, $V_s=220$ V, $h=40$ mm, $E_p=3$ mm

III.5) Etude des rotors composites

1) Rotor à cage

Le moteur asynchrone à rotor massif rainuré possède un bon couple, mais un facteur de puissance encore faible.

Une des possibilités d'amélioration des performances et de relèvement du facteur de puissance consiste à intégrer une cage de cuivre ou d'aluminium, dans la limite des vitesses de rotation compatibles avec les contraintes mécaniques. On découple ainsi les phénomènes magnétiques des phénomènes électriques: les courants se trouvent dans les barres de la cage tandis que l'induction se trouve dans les dents du rotor.

Ce type de moteur, est étudié par une méthode numérique analogue sur les domaines d'étude de la figure III.54.

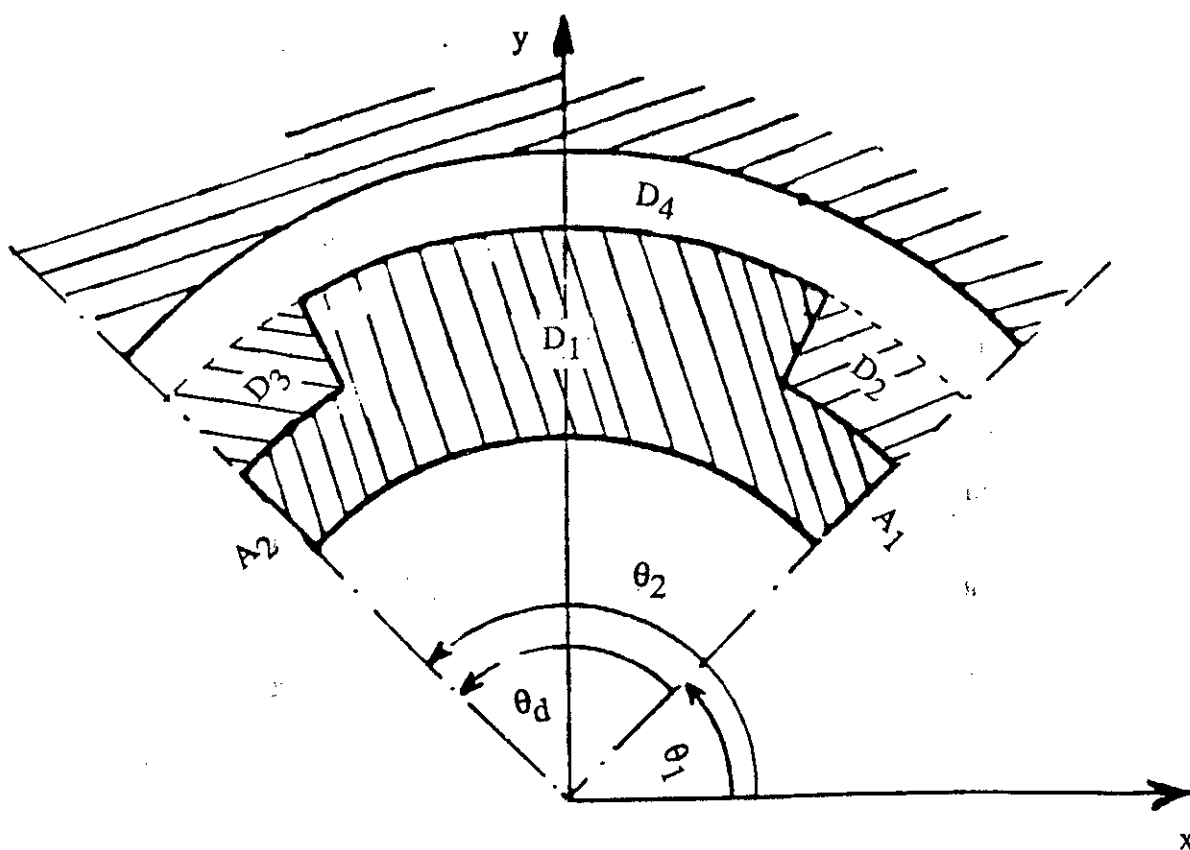


Figure III.54 : Modèle d'étude du rotor à cage

L'utilisation de la condition de propagation sur les flancs du pas dentaire a permis de limiter le domaine d'étude.

De la figure III.54 nous dégagons le partitionnement du moteur en 4 zones:

- la zone 1, constituée par le fer massif;
- les zones 2 et 3, constituées par une demi-barre de cuivre ou d'aluminium de chaque côté;
- la zone 4, constituée par l'entrefer renfermant les courants ramenés à la surface du stator.

Le problème peut-être complètement résolu, en écrivant les équations intégrales de frontière sur les 4 domaines, et on rajoutant les conditions aux limites reliant chaque domaine.

Pour résoudre ce problème, un nombre important d'éléments est nécessaire dans les zones 2 et 3 pour éviter les singularités numériques, dues au passage rapide des points courants près du point fixe. Cette singularité est due principalement à la dimension très réduite de la demi-épaisseur de la rainure.

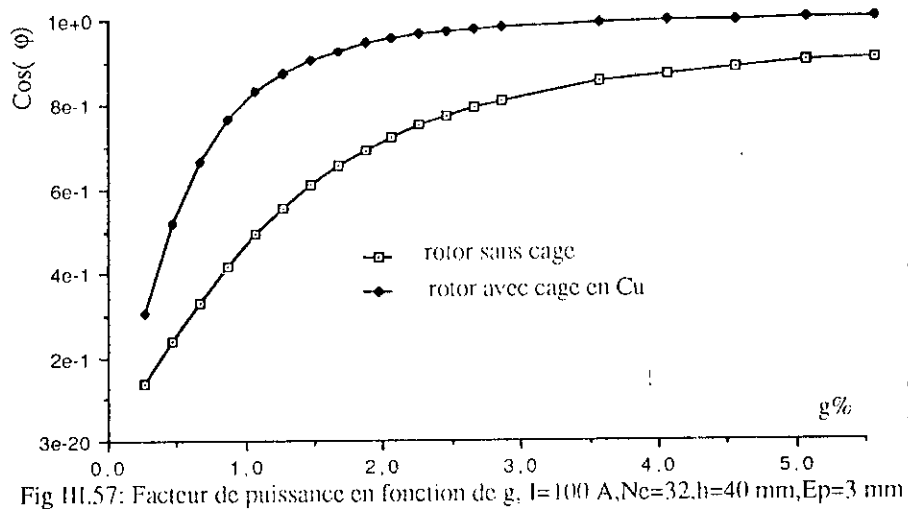
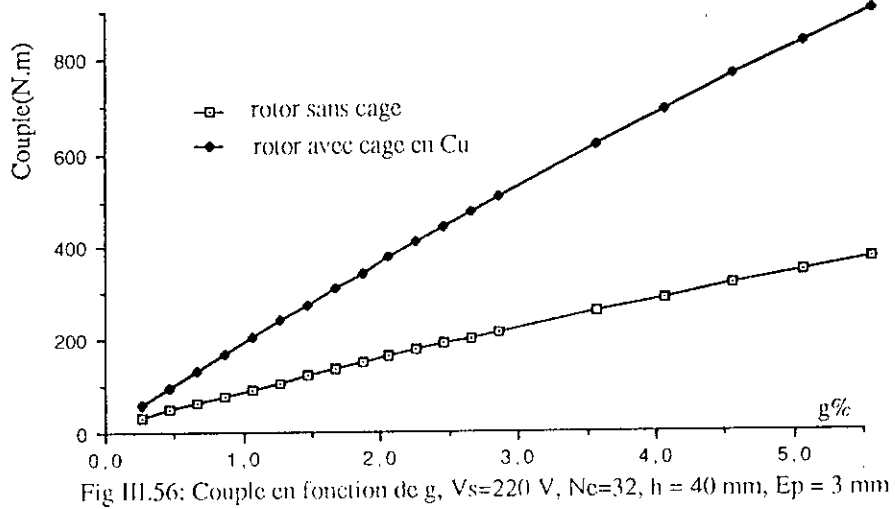
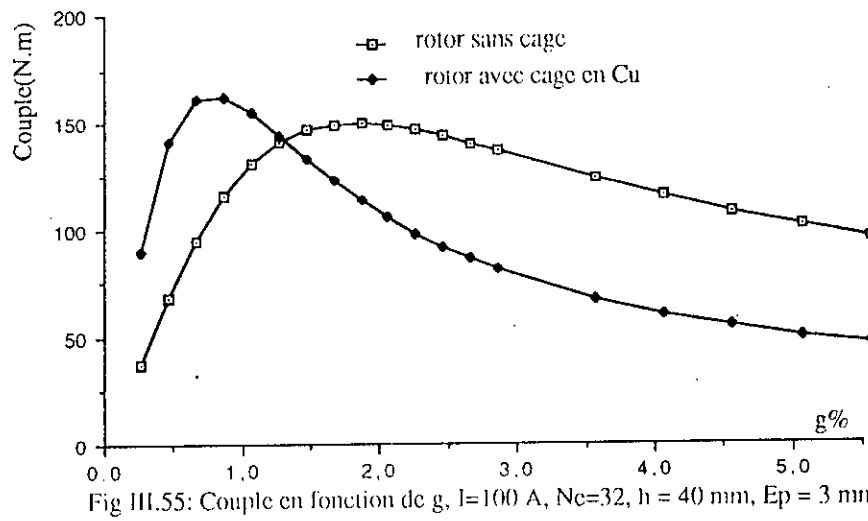
Quelques résultats

Nous présentons les caractéristiques pour un rotor encoché avec une cage en cuivre : les dimensions des barres sont les mêmes que celles des rainures. Les résultats sont reportés sur les figures III.55 à III.63.

Les figures III.55 et III.56 présentent la variation du couple en fonction du glissement respectivement pour $I = 100$ A et $V_s = 220$ V. On constate un gain appréciable sur le couple par rapport au rotor encoché sans cage. On constate aussi un facteur de puissance excellent (figure III.57), il dépasse 0,9 pour $g = 2\%$.

Les figures III.58 et III.60 présentent la variation du courant et des pertes Joules au rotor, en fonction de g pour $V_s = 220$ V. Il est intéressant de constater que le courant absorbé à $g = 2\%$ reste encore dans une limite supportable par le stator de la machine en question.

Les figures III.61 à III.63 présentent la variation du couple en fonction des paramètres géométriques des rainures, à savoir: le nombre, l'épaisseur et la hauteur, à glissement fixé. On constate une augmentation rapide du couple ; la limite pour ce type de rotor n'est liée qu'au courant admissible et aux contraintes mécaniques.



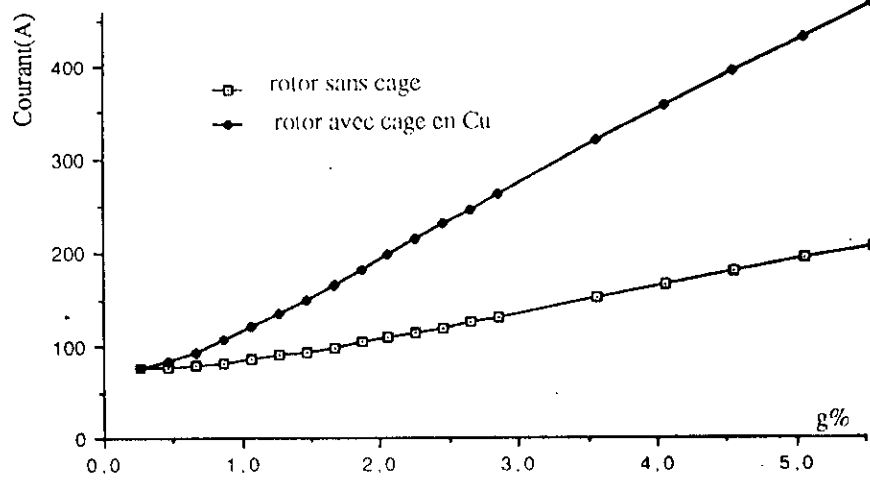


Fig III.58: Courant en fet de g, $V_s=220$ V, $N_c=32$, $h = 40$ mm, $E_p = 3$ mm

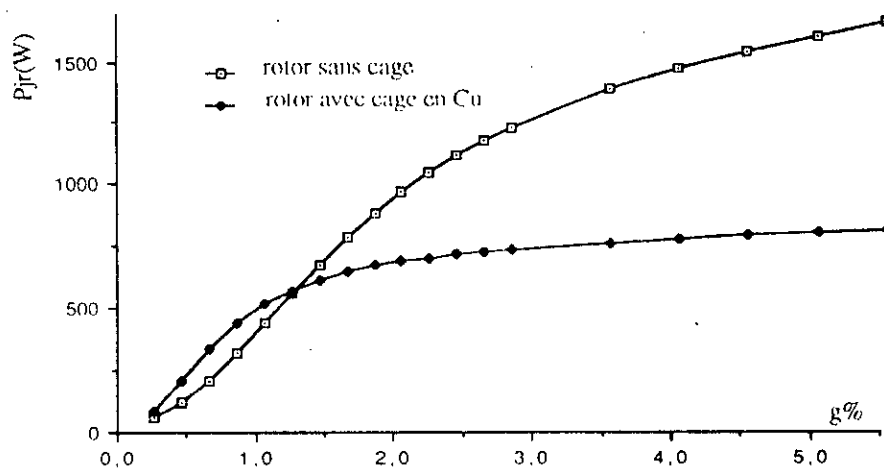


Fig III.59: Pertes Joules au rotor en fet de g, $I = 100$ A, $N_c = 32$, $h = 40$ mm, $E_p = 3$ mm

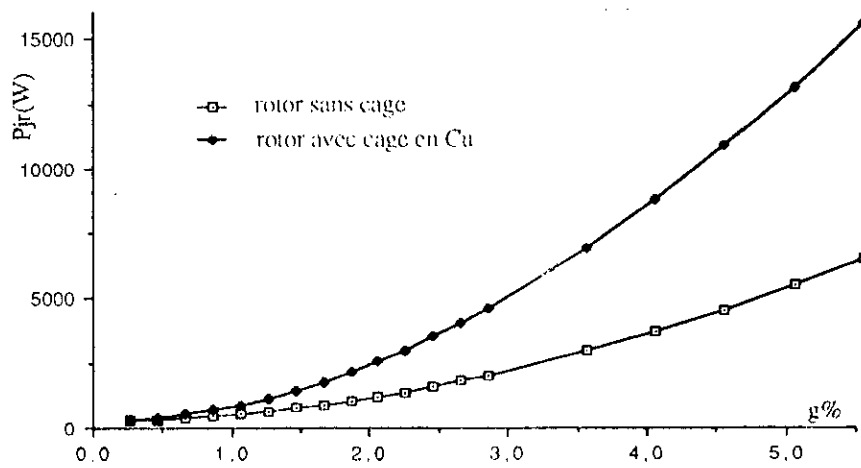


Fig III.60: Pertes Joules au rotor en fet de g, $V_s=220$ V, $N_c=32$, $h = 40$ mm, $E_p=3$ mm

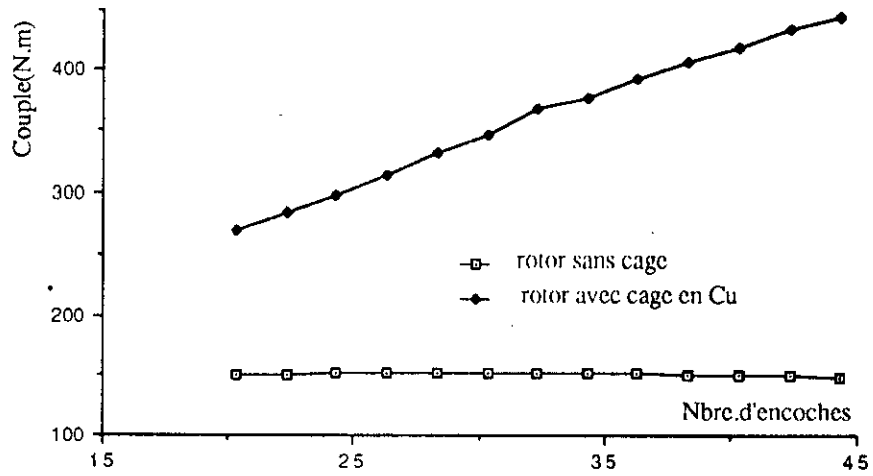


Fig III.61: Couple en fct de N_c , $V_s=220$ V, $h=40$ mm, $E_p=3$ mm, encoches droites

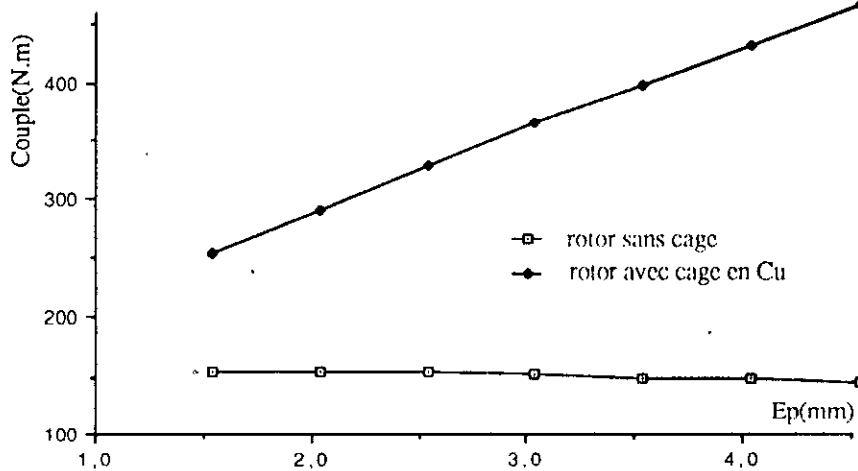


Fig III.62: Couple en fct de E_p , $V_s=220$ V, $N_c=32$, $h=40$ mm, encoches droites

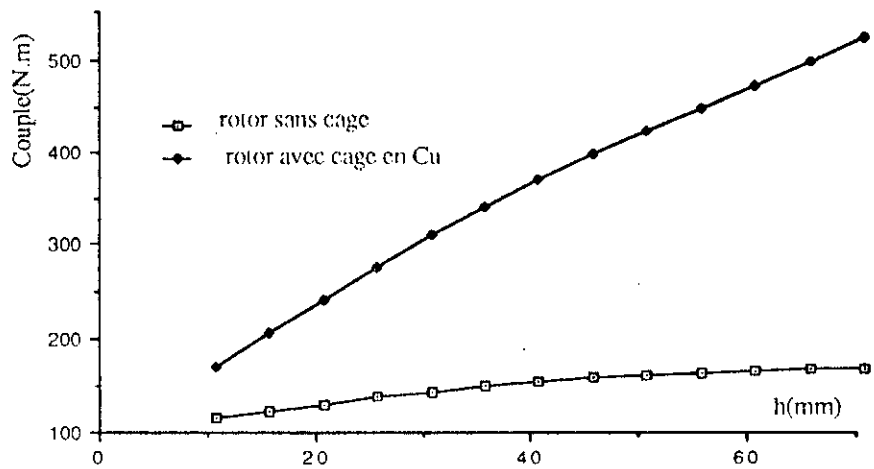


Fig III.63: Couple en fct de h , $V_s=220$ V, $N_c=32$, $E_p=3$ mm, encoches droites

2) Rotor fretté

Une autre possibilité d'amélioration des performances et du relèvement du facteur de puissance consiste à introduire une couche de cuivre ou d'aluminium sur le noyau magnétique.

La frette a pour but d'augmenter la profondeur de peau et ainsi de diminuer la densité de courant (par rapport à un rotor lisse). Mais son épaisseur est limitée par les contraintes mécaniques et thermiques. Le domaine d'étude est délimité par un secteur α (figure III.64).

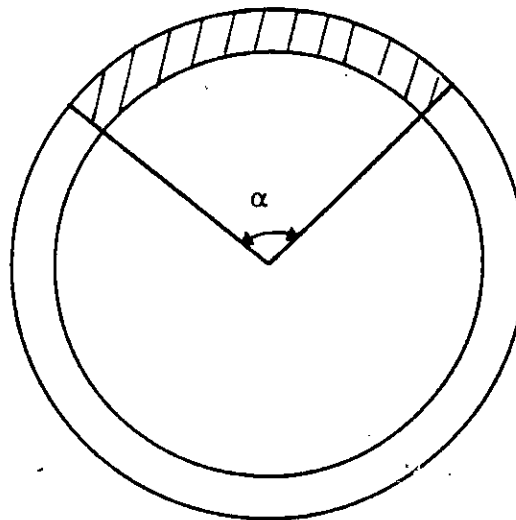


Figure III.64: Modèle d'étude du rotor fretté

L'écriture des équations intégrales dans les 3 zones permet de résoudre facilement ce type de problème.

Nous avons tracé quelques caractéristiques essentielles de la machine pour une frette en cuivre, le rayon total du rotor est fixé à 118 mm. Nous constatons qu'il n'y a pas d'optimum pour le couple en fonction de l'épaisseur de la frette (ef), comme le montre la figure III.65. Mais son épaisseur est limitée par les contraintes mécaniques d'une part et par des contraintes thermiques d'autre part (figure III.67).

La figure III.66 présente la variation du facteur de puissance en fonction de l'épaisseur de la frette, à glissement fixé. Un bon facteur de puissance est obtenu pour $ef = 4$ à 5 mm.

Les figures III.68 à III.70 donnent les variations du couple, courant et facteur de puissance en fonction du glissement, pour un rotor lisse et un rotor fretté. Nous constatons qu'une augmentation du couple et du facteur de puissance, est accompagnée par un courant absorbé important. Pour une épaisseur de 3 mm et pour un rayon de 118 mm, les pertes Joules dans le rotor deviennent très importantes, ce qui limite l'utilisation de ce type de rotors.

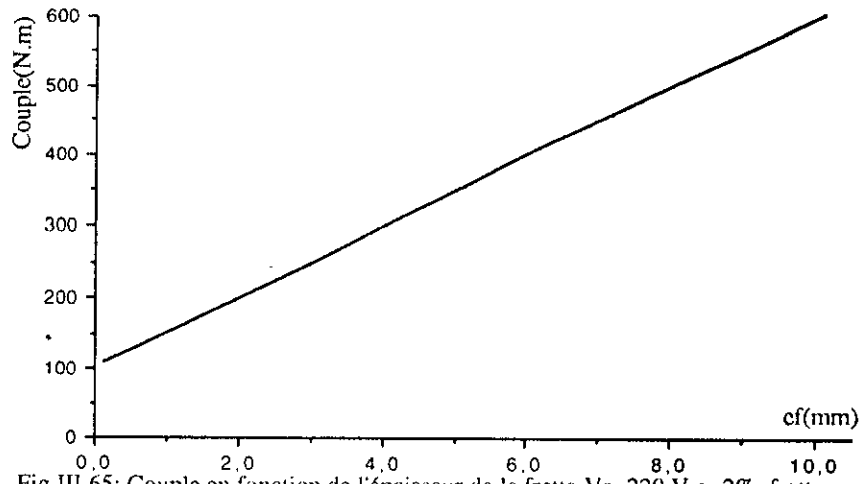


Fig III.65: Couple en fonction de l'épaisseur de la frette, $V_s=220$ V, $g=2\%$, frette en Cu

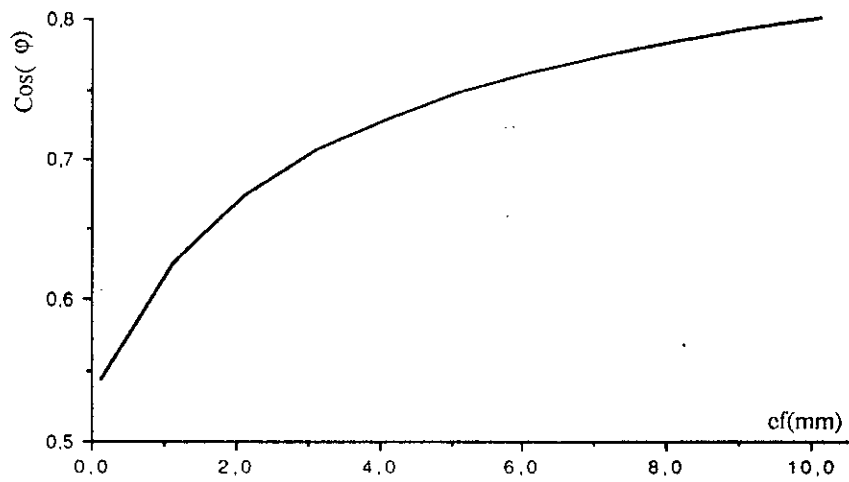


Fig III.66: Facteur de puissance en fct de l'épaisseur de la frette
 $V_s = 220$ V, frette en Cu, $g=2\%$

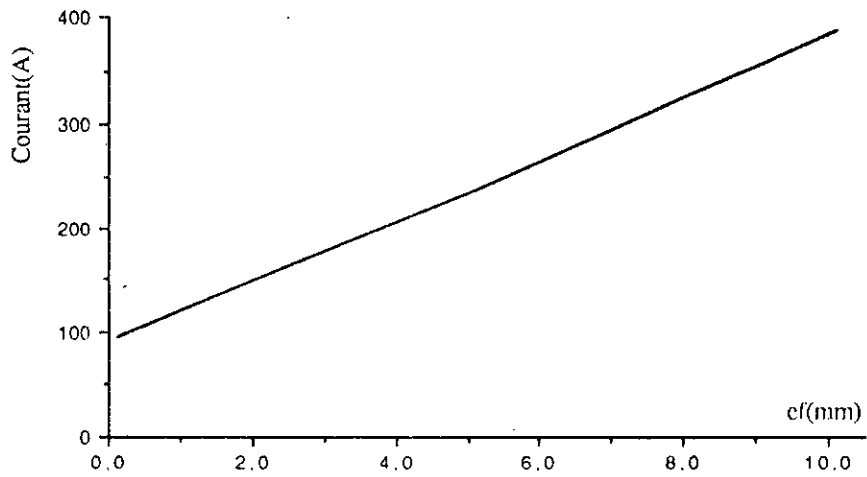


Fig III.67: Courant en fct de l'épaisseur de la frette. $V_s=220$ V, $g=2\%$, frette en Cu

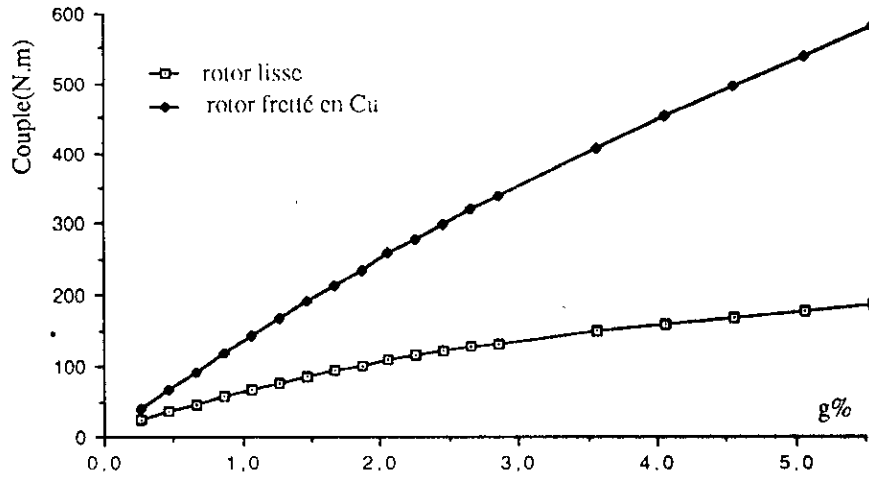


Fig III.68: Couple en fct de g, $V_s=220$ V, épaisseur de la frette $ef = 3$ mm

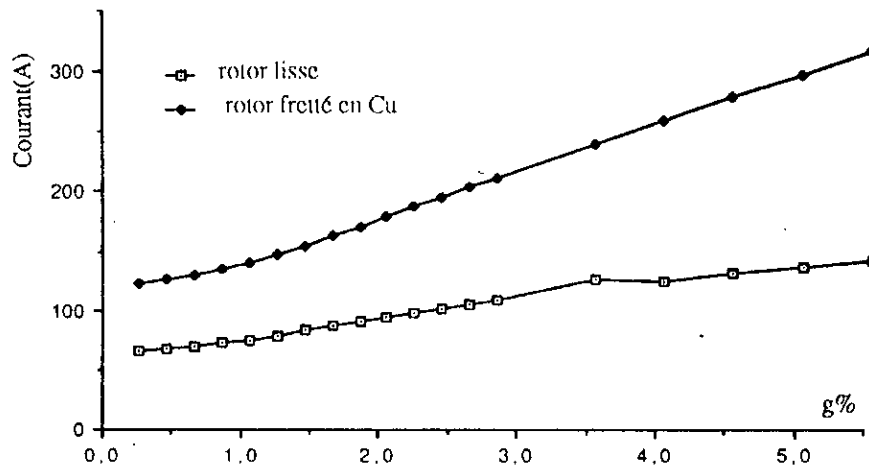


Fig III.69: Courant en fct de g, $V_s=220$ V, épaisseur de la frette $ef = 3$ mm

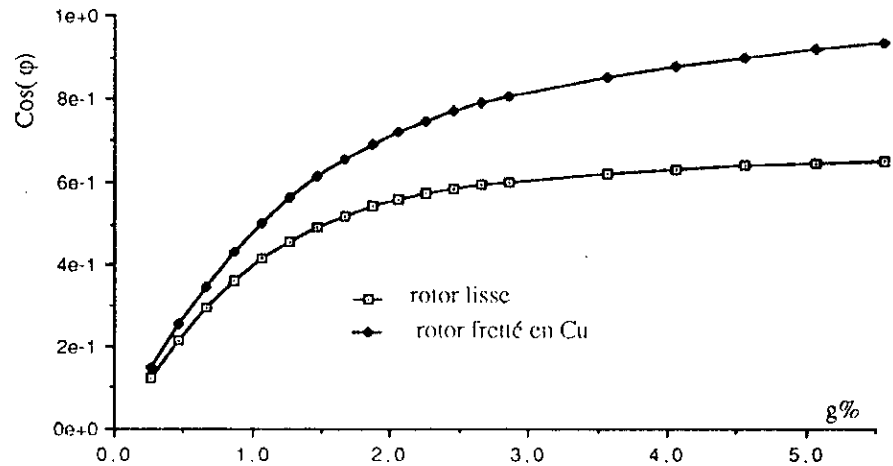


Fig III.70: Facteur de puissance en fct de g, $V_s=220$ V, épaisseur de la frette $ef = 3$ mm

3) Comparaison des résultats

$g = 2\%$	Rotor lisse	Rotor encoché Ne=32 h=40mm Ep=3mm	Rotor à cage barre de : 40*3 mm ²	Rotor fretté épaisseur de la frette: Ef = 3 mm
Couple(N.m)	96	135	360	245
I (A)	87	96	188	172
Cos φ	0,53	0,68	0,93	0,70
$\eta * \text{Cos } \varphi$	0,51	0,65	0,89	0,66
pertes Joules(W)	640	910	2262	1541

Etude comparative des différents rotors

Nous donnons, à titre de comparaison, les résultats de calculs pour un point de fonctionnement à $g = 2\%$ et $V_s = 220 \text{ V}$

Ci- dessus, nous proposons un tableau comparatif des valeurs pour les quatre rotors.

Nous déduisons que le meilleur moteur est celui muni d'un rotor à cage. En effet, pour $g = 2\%$, le facteur de puissance est comparable à celui des moteurs classiques, avec un très bon couple, le rotor fretté nécessite sans doute une technique de refroidissement plus poussée.

III.6) Estimation des pertes dues aux harmoniques d'espace

La précision d'une solution numérique pour un problème de courants de Foucault utilisant la méthode des intégrales de frontière est liée à la profondeur de pénétration δ [$\delta = \sqrt{2/\mu\omega\sigma}$]. Pour les harmoniques d'espace, on obtient des ondes correspondant à des fréquences très élevées et induisant donc des pertes rotoriques ; les fréquences rotoriques sont de l'ordre de 6ω pour les harmoniques d'espace 5 et 7. Une fréquence élevée correspond à une profondeur de pénétration très faible. l'utilisation de la méthode des intégrales de frontière pour le calcul de ces pertes nécessite une discrétisation très fine sur la frontière ; le besoin en mémoire de l'ordinateur

et le temps de calcul seraient alors très importants. D'autre part, une petite profondeur de pénétration δ signifie que le champ ne pénètre presque pas dans le rotor. Cela nous permet de considérer seulement la région extérieure à la zone où il y a des courants induits avec des conditions sur les frontières.

Localement à l'intérieur du matériau conducteur le potentiel vecteur varie très rapidement suivant l'axe radial alors même qu'il varie très peu suivant l'axe tangential.

Dans ces conditions, utilisant un système d'axes local $ox oy$, il vient :

$$\overline{A}(x) = \overline{A} e^{-(1+j)x/\delta}$$

$$\frac{\partial \overline{A}}{\partial x}(0) = \frac{(1+j)}{\delta} \overline{A}$$

Pour l'extérieur et dans l'optique de l'utilisation d'une méthode intégrale, on obtient donc une relation linéaire entre \overline{A} et $\partial \overline{A}/\partial n$ sur la frontière.

$$\frac{\partial \overline{A}}{\partial n} + \frac{1}{\mu_r} \left(\frac{1+j}{\delta} \right) \overline{A} = 0$$

Cette relation qui lie le potentiel vecteur magnétique \overline{A} à $\partial \overline{A}/\partial n$, permet de résoudre le problème pour différents harmoniques d'espace, en écrivant l'équation intégrale sur la frontière de l'entrefer (figure III.69).

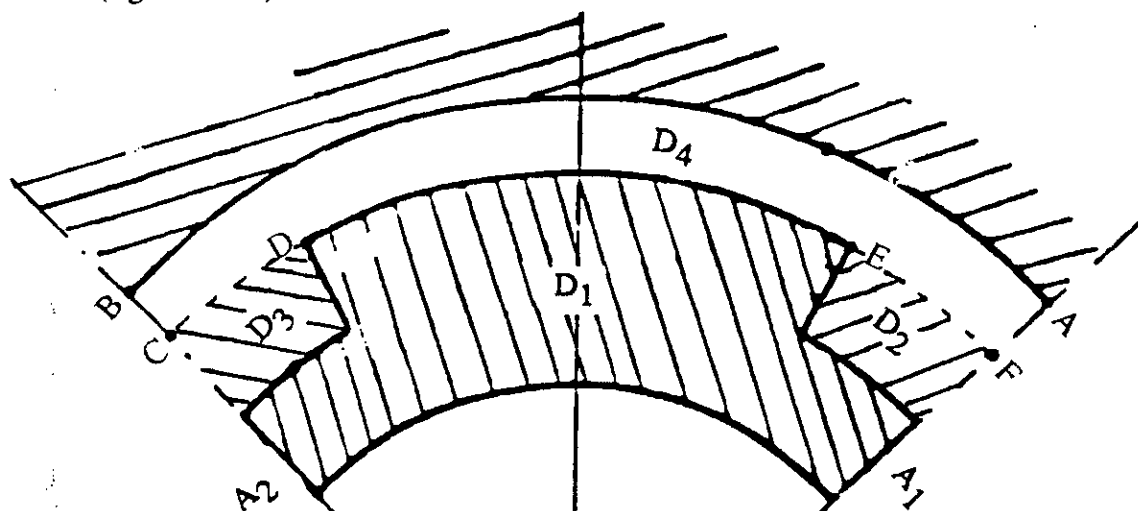


Figure III.69 : Modèle d'étude pour le calcul des pertes supplémentaires

$$C(P) A(P) = \int_L (G_2(\partial A; \partial n) - A \frac{\partial G_2}{\partial n}) dL$$

L: est le contour [ABCDEFA]

L'action de chaque harmonique est étudiée séparément, l'approximation est d'autant plus valable que l'ordre de l'harmonique est élevé.

Application à la machine asynchrone 50 KW.

La machine étudiée présente au stator un enroulement triphasé bipolaire, alimentée par trois courants triphasés équilibrés.

Pour évaluer l'atténuation des harmoniques d'espaces par le bobinage nous calculons le coefficient de bobinage K_{b_n} pour différents rangs d'harmoniques /50/. Pour cela nous calculons d'abord les coefficients de distribution K_{d_n} et de raccourcissement K_{r_n} définis par :

$$K_{d_n} = \frac{\text{Sin}(nc\pi/N_s)}{c\text{Sin}(n\pi/N_s)} \quad \text{et} \quad K_{r_n} = \text{Cos}(nr\pi/N_s)$$

où:

n est le rang des harmoniques d'espace

$c=6$ encoches par pôle et par phase

$r=8$ encoches (pas de raccourcissement)

$N_s=36$ nombre d'encoches au stator

Le coefficient de bobinage sera alors: $K_{b_n} = K_{d_n} * K_{r_n}$

Le tableau ci-dessous donne K_d , K_r et K_b pour différents rangs d'harmoniques.

n	Kd	Kr	Kb
5	0,1973	0,9397	0,1853
7	0,1453	0,1337	0,0025
11	0,1017	0,1737	0,0177

Pour le bobinage considéré, on écrit les densités harmoniques résultantes sous la forme:

$$j_n(\theta', t) = \frac{3}{\pi} N I \sqrt{2} K_{b_n} \text{Cos}(\omega t \pm n\theta')$$

Il est intéressant d'examiner l'expression de ces ondes pour un observateur rotorique repéré par l'angle θ .

$$\theta' = \theta + (1-g) \omega t$$

$$j_n(\theta, t) = \frac{3}{\pi} N I \sqrt{2} K_{b_n} \text{Cos} [\omega t \pm n(\theta + (1-g) \omega t)]$$

Pour $n=1$, on obtient une onde se propageant à la même vitesse que le fondamental aussi bien dans l'espace du stator que celui du rotor. Pour les harmoniques d'ordre élevés, on obtient une fréquence rotorique très importante.

Nous présentons les résultats de calculs pour une machine de 28 encoches au rotor remplies avec du cuivre.

hauteur de l'encoche = 10 mm ;

épaisseur de l'encoche = 3 mm ;

Courant d'une phase = 100 A ;

fréquence d'alimentation = 50 Hz.

ordre de l'harmonique n	coefficient de bobinage	pertes Joules au rotor (W)
5	0,1853	240
7	0,0025	0,2
11	0,0177	0,57

Ces pertes peuvent même devenir dans certains cas supérieure aux pertes de glissement et causer un échauffement exagéré du rotor. Il résulte des calculs qu'au delà de l'harmonique 5, les pertes deviennent négligeables, les ondes sont fortement atténuées avec n.

Il faut garder à l'esprit que l'approximation est d'autant plus valable, que l'ordre de l'harmonique d'espace est élevé. Ce qui est précisément le cas pour les harmoniques 7, 11,

Nous avons montré une application intéressante de la méthode intégrale utilisant l'impédance superficielle. Elle simplifie beaucoup les calculs par contre elle donne des résultats approchés qui dépendent de la profondeur de pénétration. La méthode est intéressante surtout pour les vitesses de rotation élevées à 30000 tr/mn par exemple (500 Hz).

III.7) Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons appliqué la méthode de calcul développée au deuxième chapitre. L'utilisation des conditions de propagation du champ dans le rotor a permis de limiter le domaine d'étude à un pas dentaire.

Ce modèle a permis un gain en temps et place mémoire d'une part, et de résoudre facilement le problème du rotor à cage d'autre part.

La comparaison avec les résultats expérimentaux nous a permis d'appuyer ce modèle et ce malgré la complexité de la structure géométrique du rotor.

Etant donnée la dimension réduite du domaine d'étude autorisée par notre modélisation, il a été facile et beaucoup plus rapide de répéter les calculs.

Nous avons ainsi pu reporter sur les figures les caractéristiques couple, facteur de puissance, en fonction des différents paramètres géométriques du rotor. Ce qui a permis :

- d'optimiser le rotor;
- d'étudier les rotors à cages et frettés.

Enfin, cette étude a permis :

- de montrer que le meilleur moteur est celui à rotor en cage, sous réserve de résoudre le problème mécanique;
- d'estimer facilement les pertes dues aux harmoniques d'espace en utilisant l'impédance de surface.

CHAPITRE IV

ÉTUDE ET OPTIMISATION D'UNE MACHINE

SYNCHRONNE A RELUCTANCE VARIABLE

IV.0) Introduction

De l'examen des différents travaux déjà effectués /49,50,51,52/, il résulte que parmi les machines à réluctance variable, une structure bien adaptée au fonctionnement à grande vitesse est celle à stator lisse et à rotor à deux dents. Elle ne présente pas de couple fluctuant "structurel" et les couples fluctuants dus aux harmoniques d'espace et de temps ont une amplitude négligeable.

C'est une machine dont le stator est le même que celui des machines synchrones classiques ; le rotor est massif, et ne comporte aucun enroulement inducteur. Ce rotor se comporte comme un circuit amortisseur et stabilise la vitesse autour de celle du synchronisme et permet par ailleurs le démarrage asynchrone. L'avantage majeur de ces moteurs est la simplicité de leur construction. Ils présentent toutefois des inconvénients dus à leurs comportements dynamique à vitesses de rotation élevées.

La machine est optimisée pour son fonctionnement synchrone /50,51/, mais on envisage ici de réaliser un compromis avec de meilleures performances lors du démarrage asynchrone en faisant varier la saillance du rotor.

Nous appliquons la méthode des équations intégrales de frontière mise au point dans les chapitres précédents ici à une machine bipolaire à réluctance et rotor massif; nous examinons notamment les points suivants:

- calcul du champ électromagnétique dans la machine lors du démarrage aux frontières du stator et du rotor ;
- calcul du couple électromagnétique et du processus de montée en vitesse ;
- optimisation de l'encochage du rotor en régime asynchrone .

Nous disposons d'essais de démarrage asynchrone, que nous comparons aux résultats de nos calculs.

IV.1) Modèle d'étude

La machine étudiée présente au stator un enroulement triphasé bipolaire (ce qui correspond éventuellement à l'étude sur une période d'une machine 2p-polaires), normalement alimenté par trois courants triphasés équilibrés. Le rotor est constitué d'un cylindre à pans coupés, réalisé en acier massif (figure IV.1).

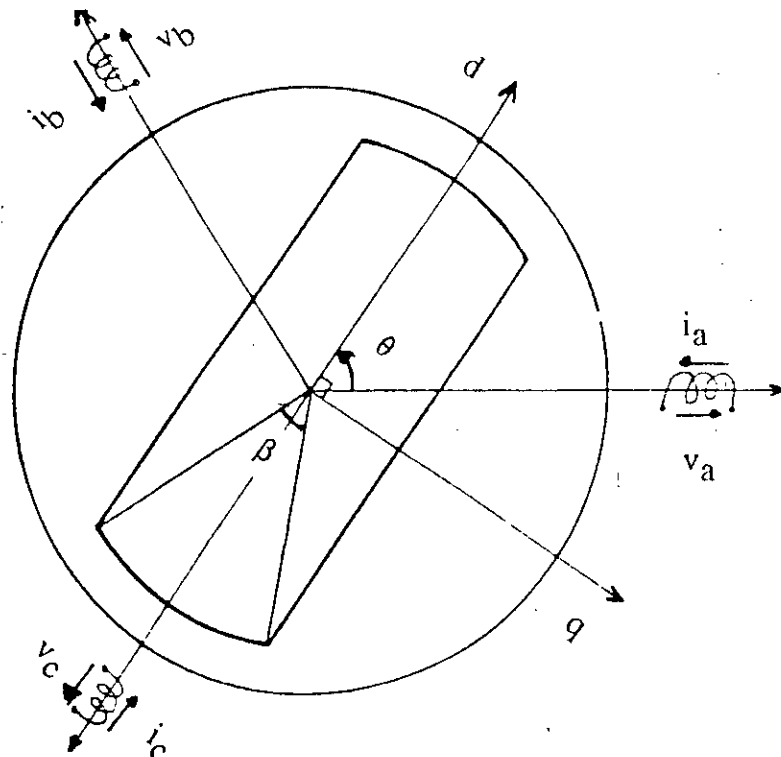


Figure IV.1: Structure de la machine synchrone à rotor massif

On procède à l'analyse harmonique de la densité superficielle équivalente ainsi obtenue, et on se limite au premier harmonique d'espace de cette densité ; pour des courants quelconques dans les trois phases, on obtient:

$$j_s(\theta', t) = \frac{2}{\pi} k_b N [i_a(t) \cos \theta' + i_b(t) \cos(\theta' - \frac{2\pi}{3}) + i_c(t) \cos(\theta' + \frac{2\pi}{3})] \quad (IV.1)$$

- $j_s(\theta', t)$ est une densité superficielle en Ampère par radian ;

- $j_s(\theta', t) d\theta'$ est le courant distribué sur $d\theta'$;

- θ' est une coordonnée attachée au stator;

- N est le nombre de conducteurs par pôle et par phase, et k_b le coefficient de bobinage pour le premier harmonique.

Après transformation de Concordia, il vient:

$$j_s(\theta', t) = \frac{2}{\pi} k_b' N' [i_\alpha(t) \cos \theta' + i_\beta(t) \sin \theta'] \quad (IV.2)$$

où

$$i_\alpha(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} i_a(t) - \sqrt{\frac{1}{6}} i_b(t) - \sqrt{\frac{1}{6}} i_c(t) \quad (IV.3)$$

$$i_\beta(t) = \sqrt{\frac{1}{2}} i_b(t) - \sqrt{\frac{1}{2}} i_c(t)$$

et

$$k_b' N' = \sqrt{\frac{3}{2}} K_b N \quad (IV.4)$$

On obtient ainsi une machine diphasée présentant la même densité superficielle de courant équivalente à la surface du stator, du moins en ce qui concerne le premier harmonique /53,54/. D'après (IV.4), on pourrait par exemple imaginer (mais il existe d'autres possibilités) deux bobines décalées de $\frac{\pi}{2}$, identiques aux bobines triphasées de la machine réelle, mais présentant $\sqrt{\frac{3}{2}}$ fois plus de spires; par la suite, ces bobines diphasées sont désignées par " α, β ".

IV.1.1) Transformation de Park

Le problème d'électromagnétisme est plus simple pour un observateur entraîné avec le rotor, puisque, pour lui, le domaine de résolution est invariable. Pour cet observateur, la densité superficielle de courant à la surface du stator est:

$$j_s(\theta, t) = \frac{2}{\pi} k_b' N' [i_d(t) \cos \theta + i_q(t) \sin \theta] \quad (IV.5)$$

où d'après (IV.2)

$$\begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & - \sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha(t) \\ i_\beta(t) \end{bmatrix} \quad (IV.6)$$

avec $\varphi(t) = \theta - \theta'$

Pour l'observateur rotorique, tout se passe comme s'il existait deux "bobines dq" entraînées avec le rotor, identiques aux bobines α β et parcourues par les courants i_d et i_q ; les axes "d et q" de ces bobines sont obtenus par rotation de φ des axes " α et β " des bobines α et β .

On cherche à déterminer le potentiel vecteur à la surface du stator ; il est périodique, de période 2π comme les sources, et peut être donc obtenu sous la forme:

$$a(\theta, t) = a_d(t) \cos \theta + a_q(t) \sin \theta + f(\theta, t) \quad (IV.7)$$

où $a_d(t)$ n'est lié qu'à $i_d(t)$, $a_q(t)$ n'est lié qu'à $i_q(t)$ et où la fonction $f(\theta, t)$ ne contient que les harmoniques d'ordre supérieur par rapport à θ .

$a_d(t)$ et $a_q(t)$ sont proportionnels aux flux $\psi_d(t)$ et $\psi_q(t)$ dans les bobines d et q (sans tenir compte des flux de fuite) ; on a en effet:

$$2 W_m = \int_{2\pi} a(\theta, t) j_s(\theta, t) d\theta = \psi_d(t) i_d(t) + \psi_q(t) i_q(t)$$

W_m étant l'énergie magnétique stockée dans la machine.

$$\begin{aligned} \text{D'où} \quad \psi_d(t) &= 2 k_b' N' a_d(t) \\ \psi_q(t) &= 2 k_b' N' a_q(t) \end{aligned} \quad (IV.8)$$

La transformation inverse de (IV.7), analogue à celle de (IV.5) permet alors de s'assurer que les transformations de ψ_d et ψ_q par la transformation inverse de (IV.6) sont les flux ψ_α et ψ_β bouclés par les phases α et β . La transformation des grandeurs α β en grandeurs d q est la transformation de Park.

Pour un rotor de contour quelconque ou pour un choix quelconque des axes d et q, a_d comme a_q dépendent simultanément des courants i_d et i_q . Mais si le contour du rotor présente deux axes de symétrie orthogonaux et si on choisit comme axe d et q ces axes de symétrie, a_d n'est lié qu'à i_d et a_q n'est lié qu'à i_q (par convolution) ; c'est dans ce dernier cas que la transformation de Park présente tout son intérêt, puisqu'il suffit alors de résoudre séparément le problème d et le problème q.

Si le rotor est réalisé par la répétition d'un motif, par exemple des dents identiques admettant un plan de symétrie passant par oz, il est nécessaire que le nombre de motifs soit pair pour qu'il existe deux plans de symétrie orthogonaux pour le rotor, donc deux axes de symétrie pour le contour du rotor. Sauf indication contraire, on se place par la suite dans cette hypothèse /8,53/.

Il reste à écrire les équations électriques des circuits statoriques de la machine diphasée équivalente:

$$V_{\alpha} = r_s i_{\alpha} + \frac{d\psi_{\alpha}}{dt}$$

$$V_{\beta} = r_s i_{\beta} + \frac{d\psi_{\beta}}{dt}$$

Et en soumettant $\begin{bmatrix} V_{\alpha} \\ V_{\beta} \end{bmatrix}$ à la transformation de Park:

$$V_d = r_s i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \psi_q \frac{d\varphi}{dt} \tag{IV.9}$$

$$V_q = r_s i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \psi_d \frac{d\varphi}{dt}$$

Dans ces équations de Park, les flux contiennent dorénavant les flux de fuite.

Un bilan énergétique des équations (IV.9) conduit à l'expression du couple:

$$\Gamma = \psi_d i_q - \psi_q i_d \tag{IV.10}$$

IV.1.2) Fonctionnement asynchrone

Le rotor tourne à vitesse constante $\frac{d\varphi}{dt} = (1 - g) \omega$ dans le sens θ' positif. En effet, bien que le principal intérêt de cette étude concerne le démarrage, on considère qu'à tout instant, les variations de vitesse sont négligeables devant les variations des grandeurs électromagnétiques, par suite de l'importance de l'inertie du rotor /55,56/.

La machine est alimentée par trois tensions de pulsation ω , formant un système direct:

$$\begin{aligned} v_a(t) &= V\sqrt{2} \cos \omega t \\ v_b(t) &= V\sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ v_c(t) &= V\sqrt{2} \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{aligned} \quad (IV.11)$$

et, puisque: $\theta' = \theta + \theta_0 + (1 - g) \omega t$

$$\begin{aligned} v_d(t) &= V\sqrt{3} \cos(g\omega t - \theta_0) \\ v_q(t) &= V\sqrt{3} \sin(g\omega t - \theta_0) \end{aligned}$$

θ_0 désigne la position de l'axe d par rapport à l'axe α à l'instant $t=0$.

En examinant l'équation (IV.9), on voit alors que les courants i_d et i_q , ainsi que les flux ψ_d et ψ_q (puisque ces derniers sont liés à i_d i_q par convolution) sont eux aussi des grandeurs à variations sinusoïdales, de pulsation $g\omega$; il est de même du potentiel vecteur, ainsi que de toutes les grandeurs électromagnétiques dans le domaine du rotor. On introduit les représentations complexes de ces grandeurs, ainsi que les réactances complexes $X_d(jg\omega)$ et $X_q(jg\omega)$ par:

$$\begin{aligned} \overline{\omega \psi_d} &= X_d(jg\omega) \overline{I_d} \\ \overline{\omega \psi_q} &= X_q(jg\omega) \overline{I_q} \end{aligned} \quad (IV.12)$$

Le calcul de ces réactances s'effectue de la manière suivante:

Problème d

On alimente l'enroulement d par un courant $i_d(t) = \cos g\omega t$, donc de représentation complexe $\overline{I_d} = 1$. Par la méthode des intégrales de frontière, on cherche le potentiel vecteur superficiel $\overline{A_d}$ qui vérifie, à la surface du stator, la condition à la limite:

$$\frac{\partial \overline{A_d}}{\partial n} = \frac{2}{\pi} \mu_0 k_b' N' \cos \theta \quad (IV.13)$$

Par suite de symétrie et d'antisymétrie, le domaine d'étude est alors réductible au quart de la machine:

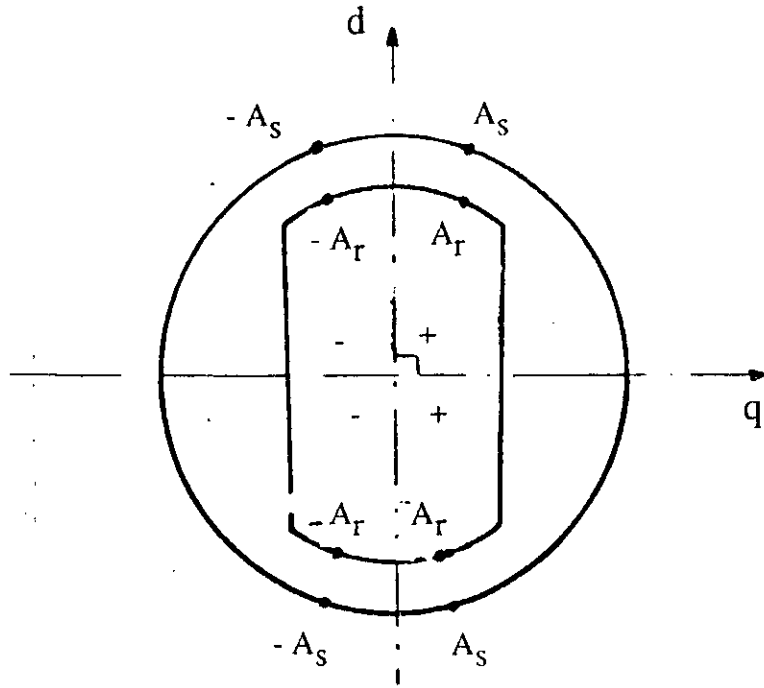


Figure IV.2: Problème d

- Pour deux points symétriques par rapport à l'axe d, le potentiel vecteur $\overline{A_d}$ prend des valeurs opposées (antisymétrie).
- Pour deux points symétriques par rapport à l'axe q, le potentiel vecteur $\overline{A_d}$ prend la même valeur (symétrie).

Problème q

On alimente l'enroulement q par un courant $i_q(t) = \cos \omega t$, donc de représentation complexe $\overline{A_q} = 1$. On recherche, comme précédemment, le potentiel vecteur superficiel $\overline{A_q}$ qui vérifie à la surface du stator la condition à la limite:

$$\frac{\partial \overline{A_q}}{\partial n} = \frac{2}{\pi} \mu_0 k_b' N' \sin \theta \quad (\text{IV.14})$$

Des conditions analogues de symétrie et d'antisymétrie amènent à résoudre le problème q sur un quart de la machine (figure IV.3).

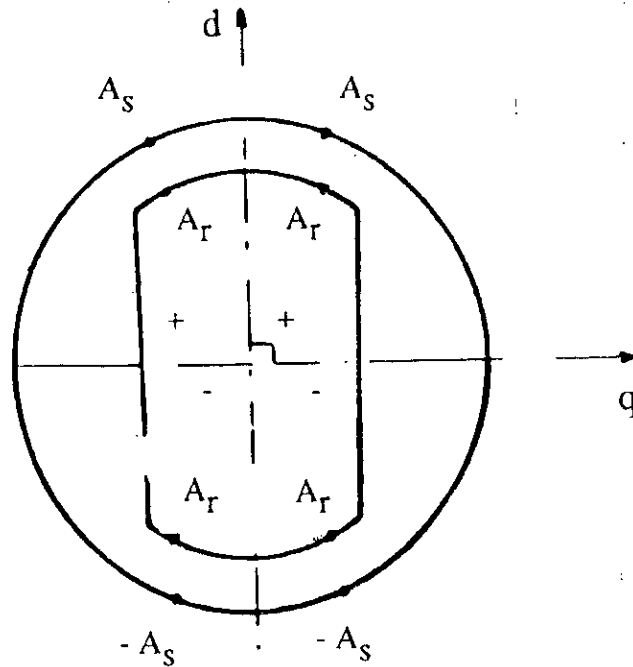


Figure IV.3: Problème q

Les premiers harmoniques de A_d et A_q sont directement liés à $X_d(jg\omega)$ et à $X_q(jg\omega)$.

Couple asynchrone

La connaissance de $X_d(jg\omega)$ et de $X_q(jg\omega)$ permet d'exploiter les équations (IV.9) et (IV.10), pour examiner le démarrage du moteur alimenté par un système de tensions équilibrées. On

obtient tout d'abord $\overline{I_d}$ et $\overline{I_q}$ par:

$$\overline{V_d} = V\sqrt{3} = [r_s + jgX_d(jg\omega)] \overline{I_d} - (1-g)X_q(jg\omega) \overline{I_q} \quad (IV.15)$$

$$\overline{V_q} = -jV\sqrt{3} = [r_s + jgX_q(jg\omega)] \overline{I_q} + (1-g)X_d(jg\omega) \overline{I_d}$$

Dans (IV.10) interviennent les grandeurs:

$$\begin{aligned} \psi_d(t) &= \overline{\psi_d} \frac{e^{jg\omega t}}{\sqrt{2}} + \overline{\psi_d}^* \frac{e^{-jg\omega t}}{\sqrt{2}} \\ \psi_q(t) &= \overline{\psi_q} \frac{e^{jg\omega t}}{\sqrt{2}} + \overline{\psi_q}^* \frac{e^{-jg\omega t}}{\sqrt{2}} \\ I_d(t) &= \overline{I_d} \frac{e^{jg\omega t}}{\sqrt{2}} + \overline{I_d}^* \frac{e^{-jg\omega t}}{\sqrt{2}} \\ I_q(t) &= \overline{I_q} \frac{e^{jg\omega t}}{\sqrt{2}} + \overline{I_q}^* \frac{e^{-jg\omega t}}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (IV.16)$$

Puis utilisant (IV.10):

$$\Gamma(t) = \frac{1}{\omega} \text{Rée} [X_d(jg\omega) \overline{I_d} \overline{I_q}^* - X_q(jg\omega) \overline{I_q} \overline{I_d}^*] + \frac{1}{\omega} \text{Rée} [(X_d(jg\omega) - X_q(jg\omega)) \overline{I_d} \overline{I_q} e^{2jg\omega t}] \quad (IV.17)$$

Le couple comprend donc un terme constant et un terme fluctuant à $2g\omega$.

Il est intéressant de rechercher à quelle condition on a $\overline{I_d} - j\overline{I_q} = 0$, de la même manière que : $\overline{V_d} - j\overline{V_q} = 0$ (annulation du courant "backward"). On a, d'après (IV.15):

$$0 = [rs - j(1 - 2g) X_d(jg\omega)] \overline{I_d} - j\overline{I_q} [rs - j(1 - 2g) X_q(jg\omega)]$$

$$\text{Pour que } \overline{I_d} = j\overline{I_q} \forall g, \text{ il faut que: } X_d(jg\omega) = X_q(jg\omega) \quad (IV.18)$$

Dans ces conditions:

$$i_d(t) = I\sqrt{3} \text{Cos}(g\omega t - \theta_{00}) \quad (IV.19)$$

$$i_q(t) = I\sqrt{3} \text{Sin}(g\omega t - \theta_{00})$$

de sorte que la densité de courant (IV.5) devient:

$$j_s(\theta, t) = \frac{2}{\pi} k_b' N' I\sqrt{3} \text{Cos}(g\omega t - \theta - \theta_{00})$$

ou (IV.20)

$$j_s(\theta', t) = \frac{2}{\pi} k_b N I\sqrt{2} \text{Cos}(\omega t - \theta' + \theta_0 - \theta_{00})$$

Ainsi, si la condition (IV.18) est vérifiée, la densité superficielle de courant à la surface du stator présente une seule onde qui se propage dans le sens θ positif, lorsque la machine est alimentée par un système direct de tensions. On vérifie immédiatement sur (IV.17) que cette condition est nécessaire et suffisante pour annuler le couple fluctuant : elle constitue donc la condition de bon fonctionnement asynchrone.

IV.2) Utilisation de la méthode des intégrales de frontière

Il résulte de ce qui précède que le comportement de la machine est parfaitement connu lorsque l'on a su déterminer le premier harmonique du potentiel vecteur à la surface du stator.

Etablissement des équations intégrales

Le domaine de résolution comporte deux sous domaines: D_1 de frontière L_1 , et D_2 de frontière $L_1 \cup L_2$, correspondant respectivement au fer massif et à l'entrefer (figure IV.4).

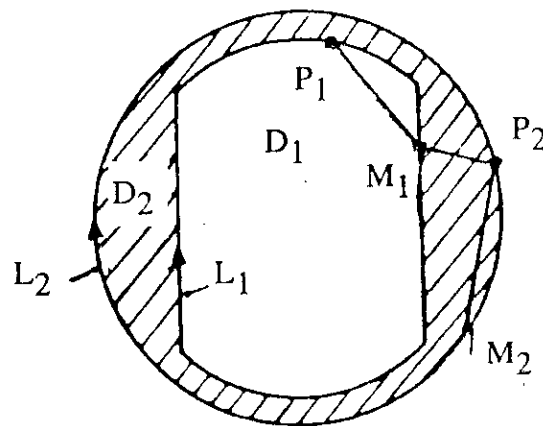


Figure IV.4: Modèle d'étude du moteur synchrone

L'utilisation de la formule de Green et des fonctions de Green associées aux deux équations de Laplace et de diffusion conduit aux mêmes équations que III.1 et III.2.

Comme dans le chapitre précédent, afin de résoudre numériquement les équations intégrales, on les approxime en considérant que, sur un élément de L_1 ou L_2 , le potentiel vecteur est constant ainsi que sa dérivée normale.

En utilisant les conditions de symétrie et d'antisymétrie du domaine, le système est alors réductible au quart de la machine (problème d ou q), quant à l'équation intégrale, elle est écrite sur toute la frontière.

On doit en plus tenir compte des conditions aux limites:

- à la surface du rotor:

$$\overline{A_1}(M_1) = \overline{A_2}(M_1)$$

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial \overline{A_1}}{\partial n}(M_1) = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \overline{A_2}}{\partial n}(M_1) \quad (IV.21)$$

- et à la surface du stator:

$$\frac{\partial \overline{A_d}}{\partial n} = \mu_0 \overline{J_d} \cos \theta$$

(IV.22)

$$\frac{\partial \overline{A_q}}{\partial n} = \mu_0 \overline{J_q} \cos \theta$$

Remarque: la résolution du problème synchrone ($g=0$) est obtenue tout simplement en remplaçant dans l'équation intégrale, la fonction de Green $\overline{G_1}$ par $\overline{G_2}$.

Le problème est plus simple (magnétostatique), et peut être résolu de deux façons: par le choix d'une perméabilité relative moyenne assez grande ou infinie du fer rotorique. Dans ce dernier cas le problème se simplifie encore, seule l'équation intégrale dans la zone (2) est nécessaire.

Pour le rotor lisse, les réactances $X_d(jg\omega)$ et $X_q(jg\omega)$ sont égales. une résolution dans un repère arbitraire lié au rotor est suffisante pour déterminer les performances de la machine.

IV.3) Exploitation des résultats

a) Validation pour un rotor lisse

Les réactances X_d et X_q sont égales ; le calcul du démarrage de cette machine ne nécessite que la détermination du potentiel vecteur magnétique selon un seul axe.

$$X_d(j\omega) = X_q(j\omega) = X(j\omega) \quad (IV.23)$$

En négligeant la résistance du stator, l'expression du couple électromagnétique devient:

$$\Gamma = 3p \frac{V_s^2}{\omega} \operatorname{Rée} \left[\frac{-j}{X(j\omega)} \right] \quad (IV.24)$$

Pour déterminer la stabilité, nous avons fait varier le nombre d'éléments sur les frontières pour différents glissements.

Dans le cas le plus défavorable (faibles glissements), la convergence est obtenue pour 75 éléments pour la réactance, tandis que, pour le couple, 30 éléments suffisent pour obtenir la stabilité.

Les figures IV.5 et IV.6 présentent la réactance et le couple, pendant la phase de démarrage d'un moteur à rotor lisse. Les résultats obtenus pour le couple sont les mêmes que ceux obtenus aux chapitre II.

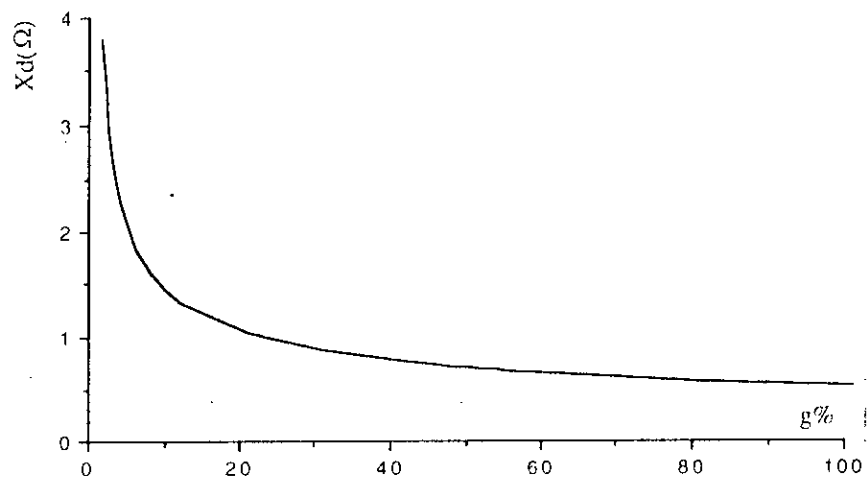


Fig IV.5: Variatin de X_d en fonction de g , rotor lisse

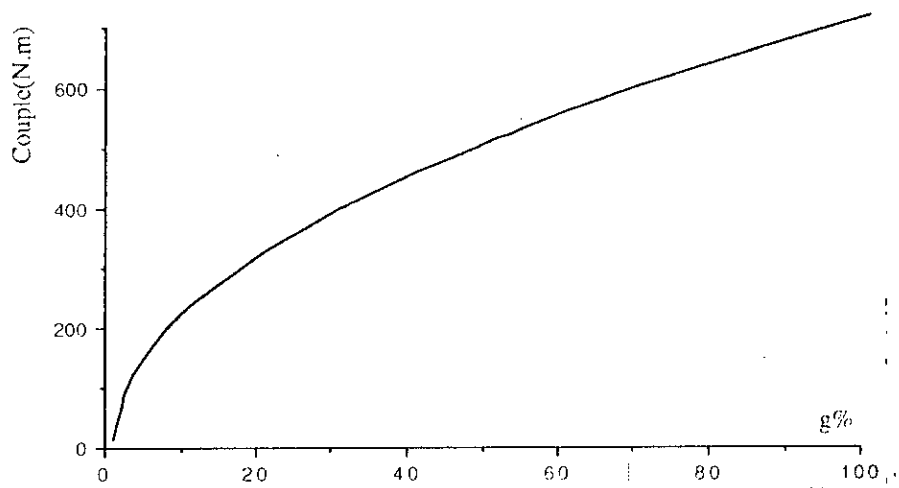


Fig IV.6: Variation du couple en fonction de g , rotor lisse, $V_s = 220$ V

b) Validation pour un rotor à pans coupés

Dans le cas de la machine à pôles saillants, la validation du calcul numérique est relativement plus complexe que dans le cas de la machine à rotor lisse : les réactances $X_d(j\omega)$ et $X_q(j\omega)$ dépendent à la fois de la géométrie et du glissement.

Nous avons examiné la stabilité des valeurs obtenues pour ces réactances en fonction de la finesse des éléments sur les frontières du rotor et du stator.

Pour les machines à pôles lisses à glissement fixé, les courants de Foucault circulent dans une zone d'épaisseur constante, alors que pour les machines à pôles saillants l'entrefer et la profondeur de pénétration sont variables selon les zones du rotor. Ces deux paramètres jouent un rôle très important sur la précision et la convergence.

Les figures IV.7 et IV.8 montrent les variations de X_d et X_q en fonction du nombre d'éléments. Contrairement au rotor lisse, nous remarquons des oscillations de X_d et X_q en fonction du nombre d'éléments ; cela est dû principalement à la variation de la profondeur de pénétration d'une part, et à la variation de l'entrefer d'autre part. Les figures IV.7 et IV.8 montrent bien l'atténuation des oscillations quand le glissement augmente.

Une étude similaire portant sur la variation de la taille de l'élément sur une frontière, l'autre étant fixée, a été menée pour voir l'effet de la géométrie du rotor sur la convergence. On en déduit que les oscillations sont fonctions de l'ouverture du rotor /9/.

Les résultats obtenus en fonction de la taille des éléments montrent que la convergence est obtenue pour un nombre d'éléments supérieur à 100 et cela pour n'importe quelle fréquence rotorique /9/.

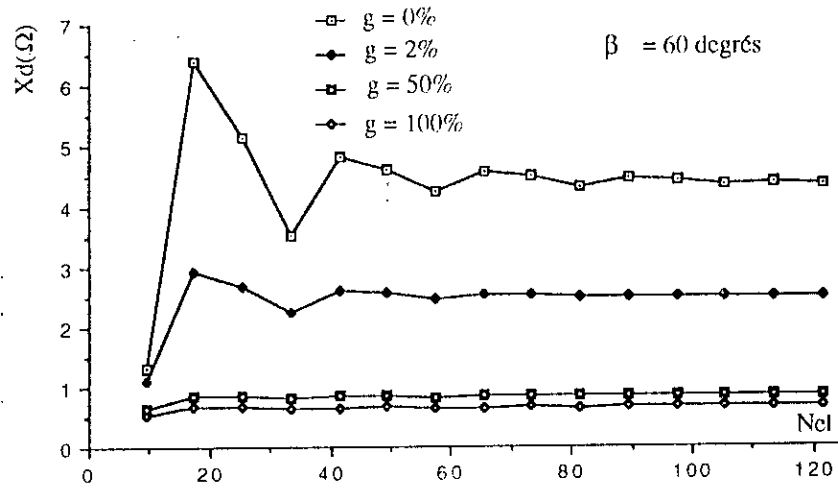


Fig IV.7: Variation de X_d en fonction du nombre d'éléments sur le rotor

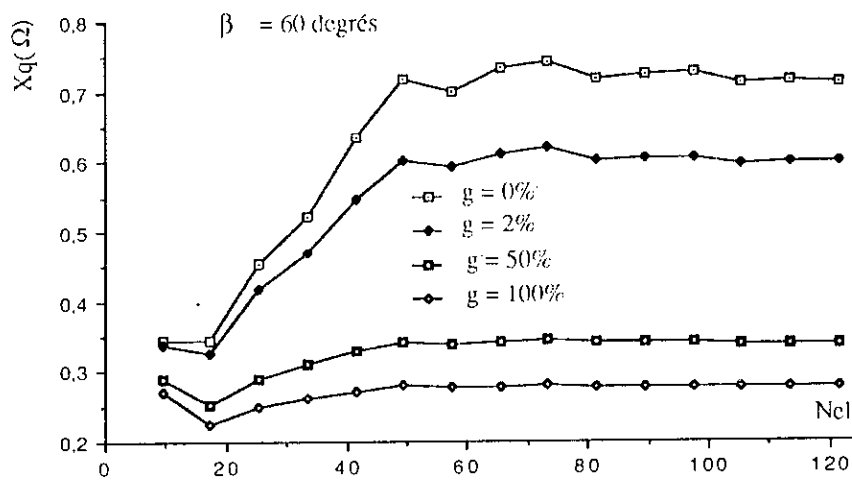


Fig IV.8: Variation de X_q en fonction du nombre d'éléments sur le rotor

c) Influence des dimensions géométriques et du glissement

Afin de trouver une explication à la différence de variation des réactances en fonction de la fréquence et des dimensions du rotor, nous allons entreprendre une étude portant sur la variation de l'angle d'ouverture du rotor et sur la variation de l'entrefer, pour montrer leurs influences sur la valeur et l'évolution des réactances $X_d(j\omega)$ et $X_q(j\omega)$.

En effet, le paramètre géométrique le plus influant sur le comportement de la machine est l'ouverture β des dents rotoriques.

En régime synchrone [51], l'auteur démontre, qu'un angle d'ouverture des dents voisin de 60 degrés offre le meilleur compromis entre puissance, facteur de puissance et rendement.

La figure IV.9 montre l'évolution des réactances $X_d(0)$ et $X_q(0)$ en fonction de l'angle d'ouverture β . L'augmentation de β conduit à des réactances synchrones qui augmentent dans une grande proportion. Cette augmentation a pour effet de transformer la configuration du rotor et conduit à une structure de machine à rotor lisse. L'augmentation de X_q est bien moindre, puisque la majeure partie du flux traverse le rotor suivant l'axe d.

D'autre part, l'augmentation de β provoque une diminution de l'entrefer faisant face à l'axe q, de sorte que la réactance X_q augmente beaucoup. La réluctance du circuit magnétique devient plus faible alors que la valeur de X_d varie peu à cause du trajet de réluctance pratiquement inchangé dans cet axe.

La figure IV.10 montre l'évolution de $(1/X_q - 1/X_d)$ en fonction de l'angle d'ouverture, qui est proportionnel au couple synchrone à tension donnée. L'optimum en fonctionnement synchrone correspond à $\beta \approx 60^\circ$.

L'allure de l'évolution des réactances X_d et X_q en fonction du glissement (figure IV.11) montre que pour des glissements importants, le couple varie très peu. Le couple de démarrage reste important, comme le montre la figure IV.12, même pour $\beta = 60^\circ$. En effet, la différence entre le couple de démarrage d'un rotor lisse et celui d'un rotor coupé, est inférieure à 10%.

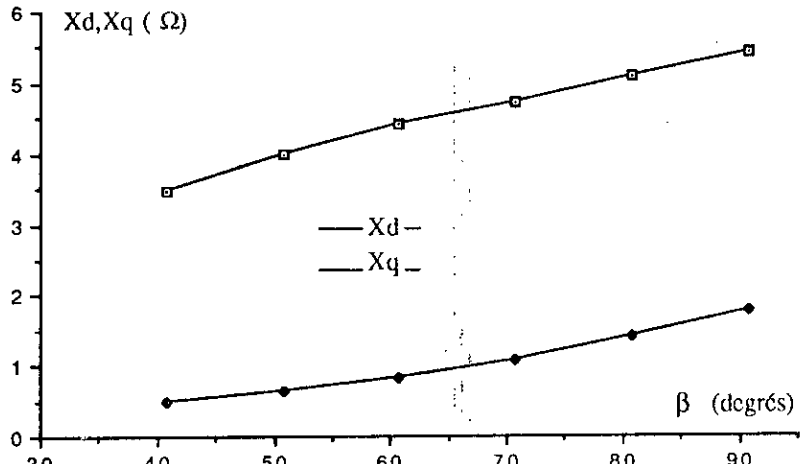


Fig IV.9: Variation de X_d et X_q en fct de l'angle d'ouverture du rotor, $g = 0$

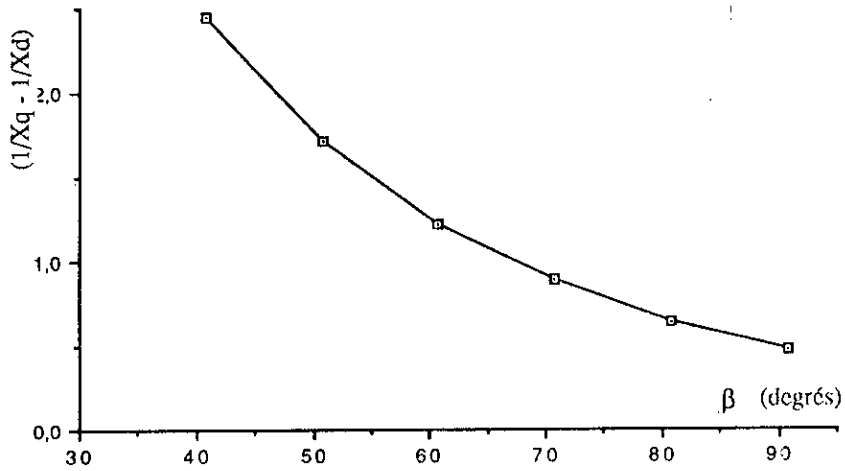


Fig IV.10: Variation de $(1/X_q - 1/X_d)$ en fonction de l'angle d'ouverture du rotor, $g = 0$

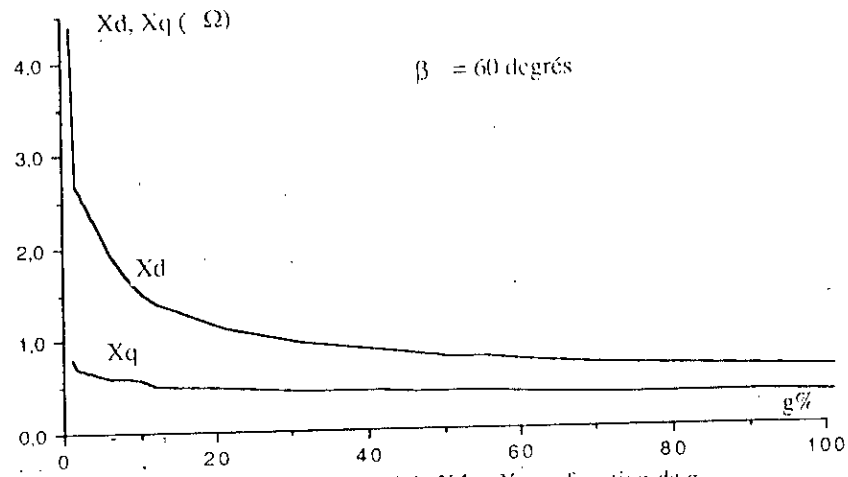


Fig IV.11: Variation de X_d et X_q en fonction de g .

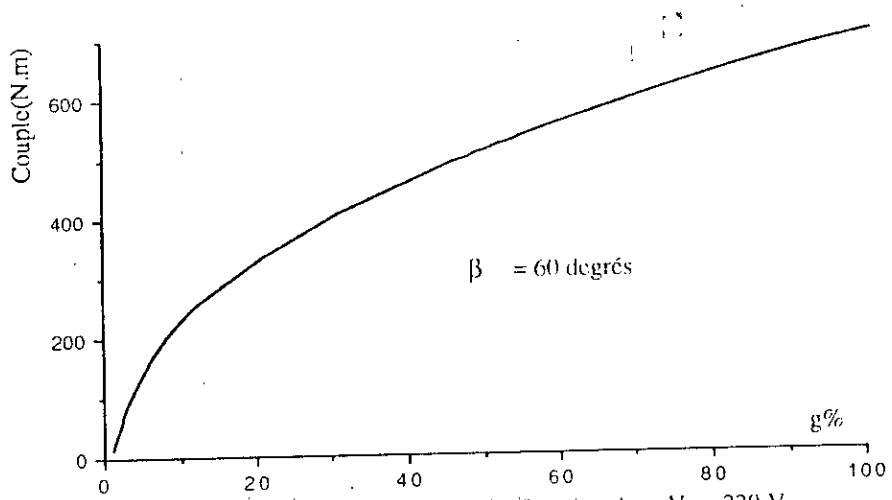


Fig IV.12: Variation du couple en fonction de g , $V_s = 220 \text{ V}$

d) Influence de la résistance du stator sur le couple de démarrage

Nous avons d'abord négligé la résistance du stator, afin de simplifier les calculs et, effectivement, on ne commet pratiquement pas d'erreur pour l'obtention d'une grande partie du couple de démarrage.

La présence de r_s introduit au voisinage du demi-synchronisme une perturbation dans la courbe qui peut être importante, elle est due essentiellement à la dissymétrie des deux axes ; cette perturbation est connue sous le nom de "phénomènes de GORGES". Elle est liée à l'angle d'ouverture.

Les figure IV.13 à IV.16 montrent l'effet de r_s au semi-synchronisme. On voit bien ici l'effet de la dissymétrie des deux axes, en particulier pour une ouverture β égale à 40 degrés, alors que pour une ouverture supérieure à 60 degrés l'effet devient pratiquement négligeable. Cette rapide variation du couple au voisinage du demi-synchronisme est commune à toutes les machines dont le rotor est de constitution dissymétrique.

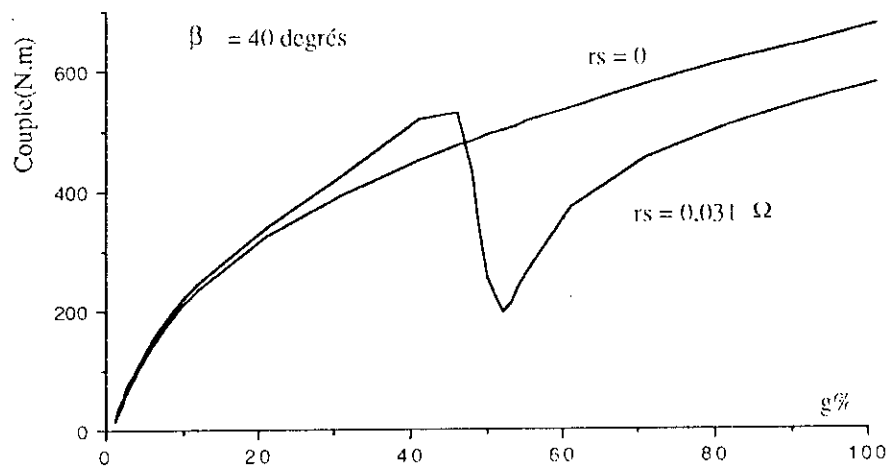


Fig IV.13: Variation du couple en fonction de g. Vs = 220 V

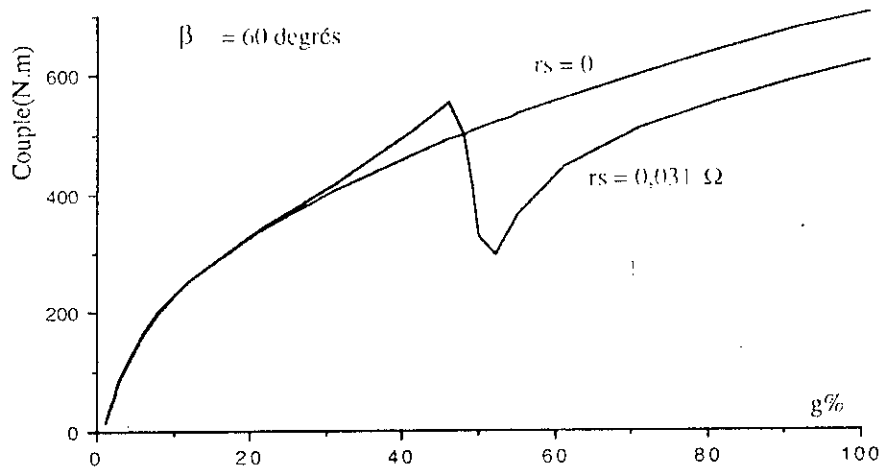
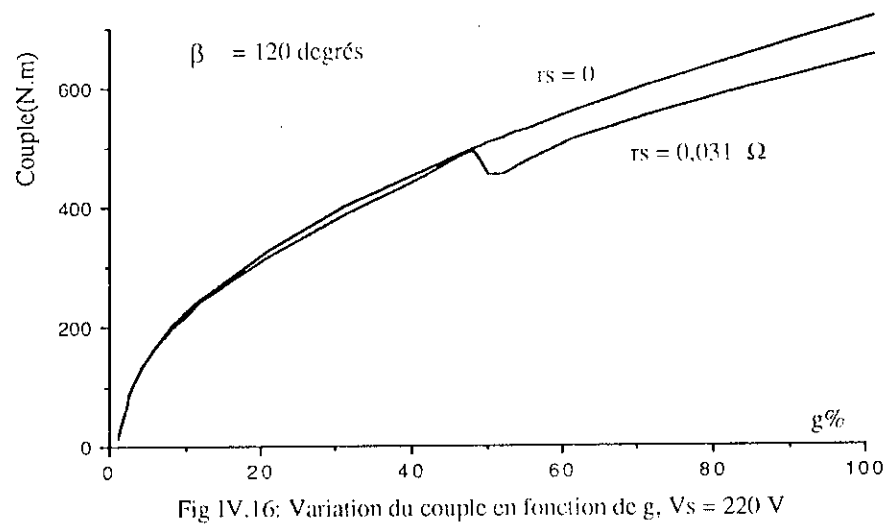
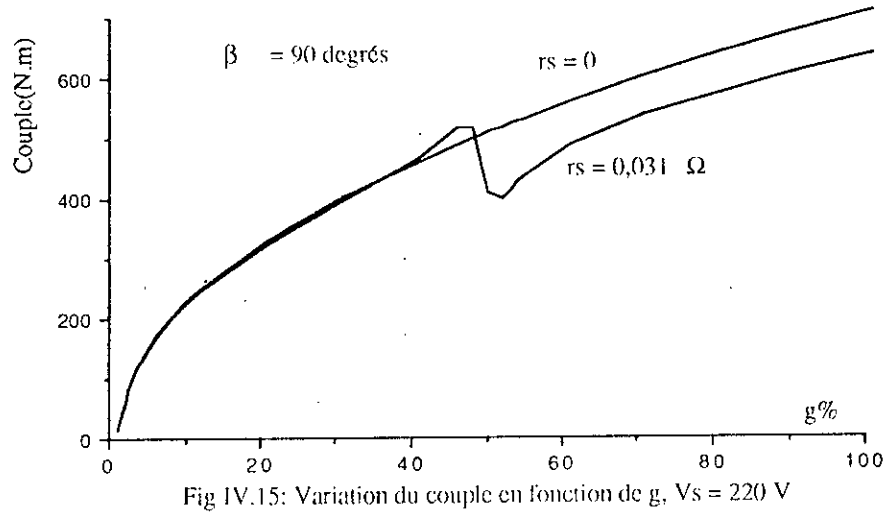


Fig IV.14: Variation du couple en fonction de g. Vs = 220 V



IV.4) Rainurage du rotor.

Pour améliorer le couple d'accrochage au voisinage du synchronisme, il est nécessaire de creuser des rainures longitudinales dans le rotor. Celles-ci ne réduisent pratiquement pas la résistance mécanique, mais modifient considérablement le trajet des lignes de champ et des courants induits dans le rotor en régime asynchrone /57,58,59/.

Toutefois ce rainurage, s'il permet d'améliorer les performances de la machine en régime asynchrone au voisinage du synchronisme, présente plusieurs inconvénients :

- 1) diminution du couple de démarrage ;
- 2) accentuation de la dissymétrie des deux axes ; ce qui perturbe encore d'avantage le couple au voisinage du demi-synchronisme ;
- 3) en régime synchrone le stator de la machine est plus facilement saturé ;
- 4) un mauvais choix du nombre d'encoches du rotor par rapport à celles du stator entraîne une augmentation de l'énergie réactive absorbée par la machine.

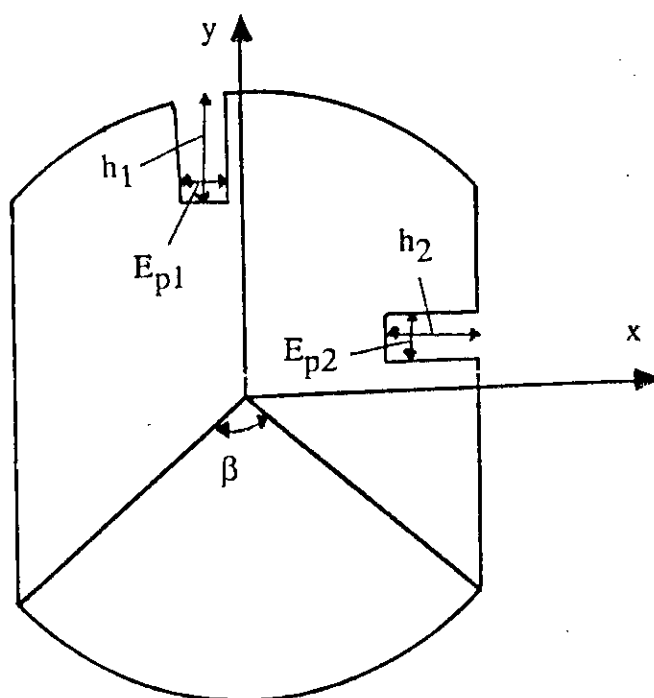


Figure IV.17: Modèle d'étude de la machine synchrone à rotor rainuré

Il s'agit donc de réaliser un compromis, permettant d'améliorer le couple d'accrochage, sans trop pénaliser le fonctionnement synchrone.

Nous nous proposons de rechercher le nombre, la profondeur et l'épaisseur des rainures conduisant au meilleur couple d'accrochage.

Pour répondre aux problèmes cités ci-dessus, nous traitons d'abord le cas d'un rotor encoché juste dans la zone du petit entrefer, puis celui du grand entrefer, enfin le cas d'une machine présentant des rainures sur toute sa surface rotorique (figure IV.17).

Comme précédemment, le domaine d'étude comporte deux sous domaines. En appliquant la formule de Green, on obtient comme pour la machine à rotor à pans coupés non rainuré, les mêmes équations intégrales. Mais, le nombre croissant de singularités géométriques directement lié au nombre d'encoches conduit à un système très lourd et à un temps de calcul assez long.

On définit:

- Dans la zone du petit entrefer, le nombre de rainures par N_{r1} , la hauteur et l'épaisseur, respectivement par h_1 et E_{p1} .
- Et dans la zone du grand entrefer, le nombre de rainures par N_{r2} , la hauteur et l'épaisseur, respectivement par h_2 et E_{p2} .

a) Encochage dans la zone du petit entrefer

Le nombre d'éléments nécessaire sur les différents segments est déjà défini (chapitre III). Avec le modèle mis au point, qui tient compte de la géométrie exacte du rotor, on fait varier tous les paramètres et on déduit les dimensions correspondant au fonctionnement optimal en régime asynchrone.

Les calculs ont été effectués pour $g=2\%$ et $g=10\%$. Nous présentons les caractéristiques du couple en fonction des paramètres géométriques de la rainure.

Les figures IV.18 à IV.21 montrent la variation du couple en fonction du nombre d'encoches N_{r1} , pour une hauteur h_1 et une épaisseur E_{p1} fixées. Les figures IV.21 à IV.25 montrent la variation du couple en fonction de E_{p1} et h_1 .

A partir de ces premières caractéristiques, on déduit l'épaisseur optimale, $E_{p1}=1$ mm.

b) Encochage dans la zone du grand entrefer

La figure IV.26 montre la variation du couple en fonction de N_{r2} . Comme cela était prévisible, l'encochage dans la zone du grand entrefer n'a presque aucun effet sur le trajet des lignes de champ et des courants induits dans le rotor. La figure IV.27 montre l'évolution des réactances X_d et X_q en fonction de N_{r2} .

c) Encochage global

Après un choix du nombre et des dimensions des encoches dans la zone du petit entrefer, nous avons varié les paramètres dans l'autre zone, les figures IV.30 et IV.31 confirment bien que l'encochage dans la zone du grand entrefer n'a aucun effet sur le couple asynchrone au voisinage du synchronisme. Ce qui montre bien que le champ et les courants sont bien concentrés dans la zone du petit entrefer

d) Choix des paramètres optimaux

A partir des résultats de calcul présentés, nous définissons la topologie du rotor comme suit:

- Pour limiter la saturation du stator en régime synchrone d'une part et ne pas trop diminuer le couple de démarrage ($g=1$), les paramètres optimaux dans la zone du petit entrefer sont approximativement:

$$N_{r1} = 16$$

$$E_{p1} = 1 \text{ mm}$$

$$h_1 = 10 \text{ mm}$$

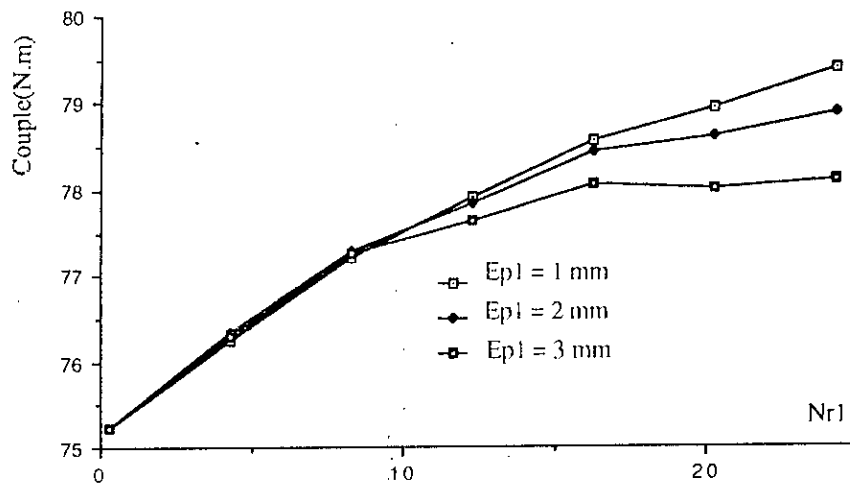


Fig IV.18: Variation du couple en fonction de Nr1 pour différentes valeurs de Ep1, h1 = 5 mm, g = 2%

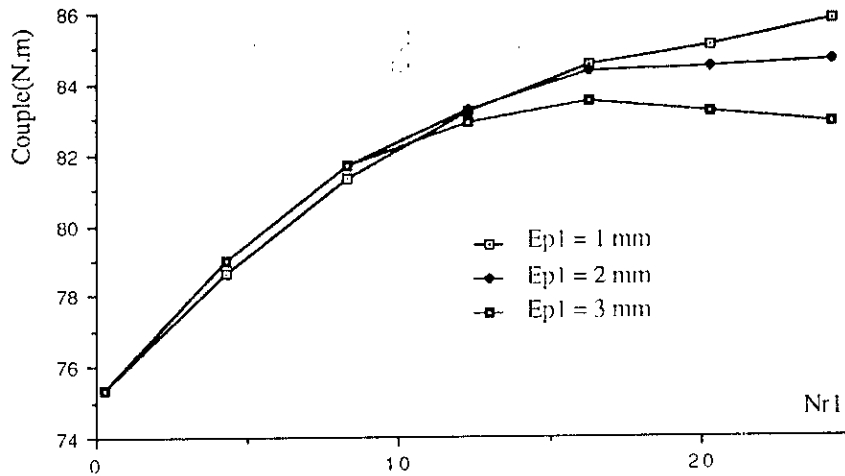


Fig IV.19: Variation du couple en fonction de Nr1 pour différentes valeurs de Ep1, h1 = 10 mm, g = 2%

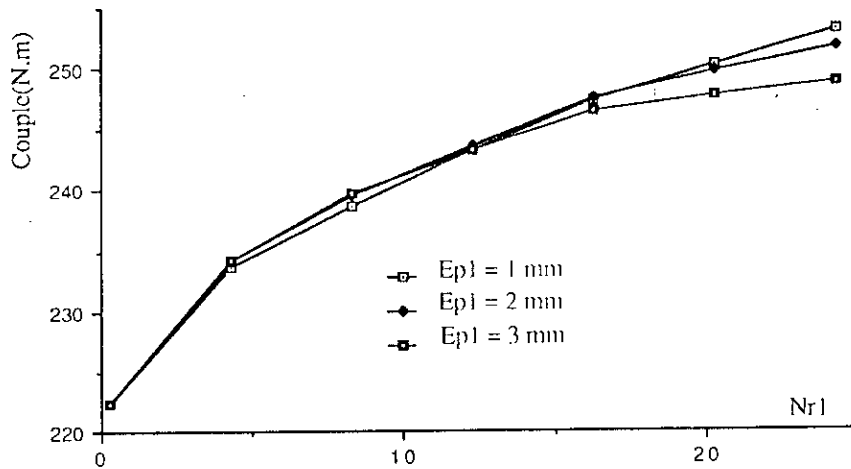


Fig IV.20: Variation du couple en fonction de Nr1 pour différentes valeurs de Ep1, h1 = 5 mm, g = 10%

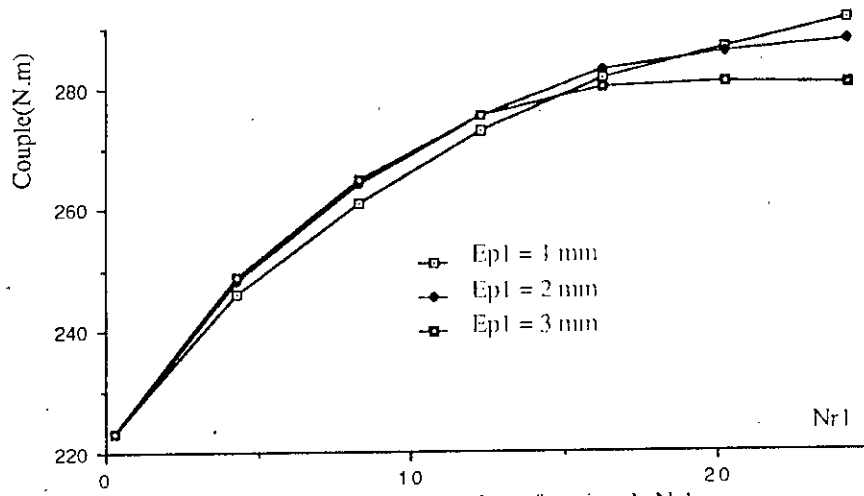


Fig IV.21: Variation du couple en fonction de $Nr1$ pour différentes valeurs de $Ep1$, $h1 = 10 \text{ mm}$, $g = 10\%$

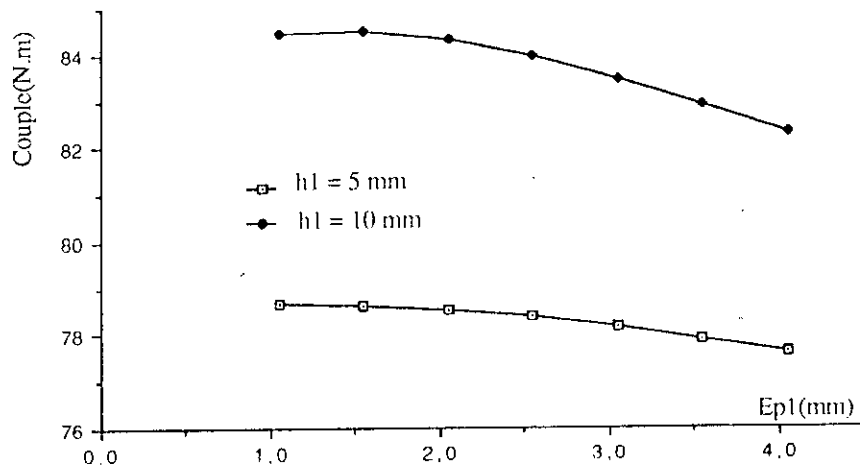


Fig IV.22: Variation du couple en fonction de $Ep1$, $Nr1 = 16$, $g = 2\%$

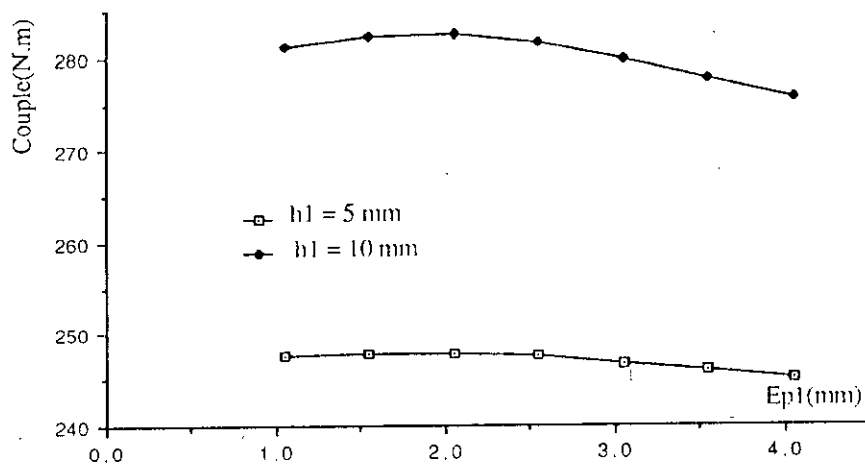


Fig IV.23: Variation du couple en fonction de $Ep1$, $Nr1 = 16$, $g = 10\%$

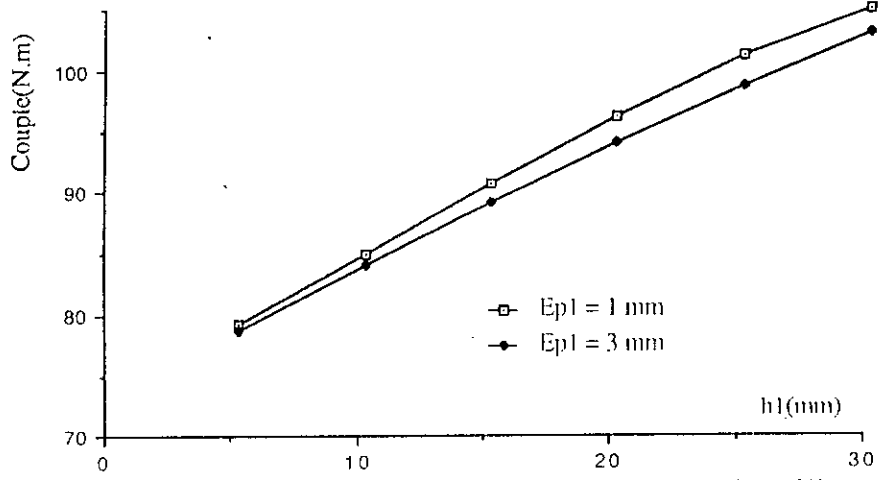


Fig IV.24: Variation du couple en fonction de h1, Nr1 = 16, g = 2%

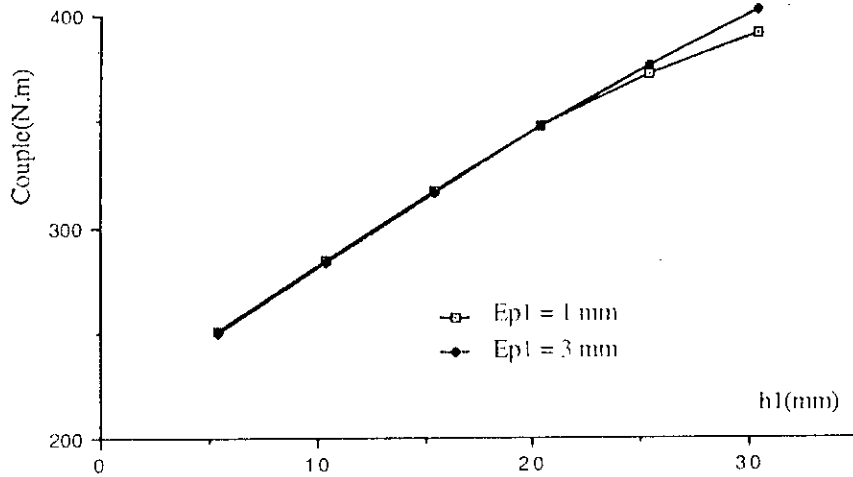


Fig IV.25: Variation du couple en fonction de h1, Nr1 = 16, g = 10%

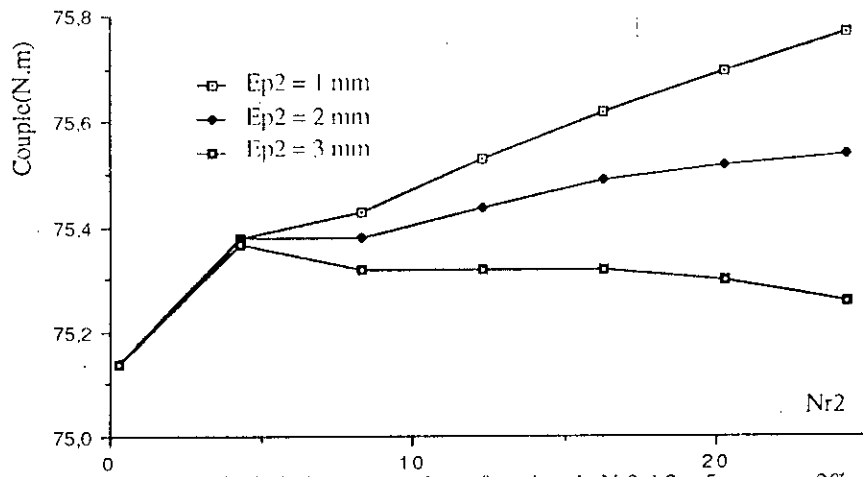


Fig IV.26: Variation du couple en fonction de Nr2, h2 = 5 mm, g = 2%

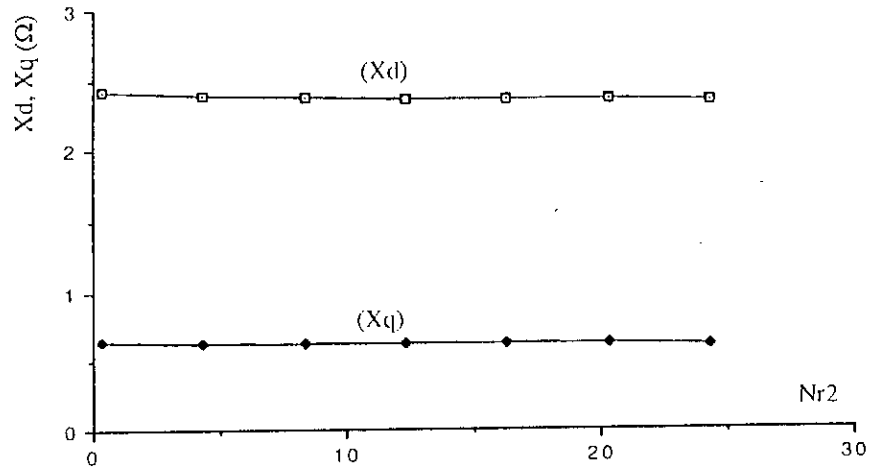


Fig IV.27: Variation de Xd et Xq en fonction de Nr2, h2 = 5 mm, g = 2%

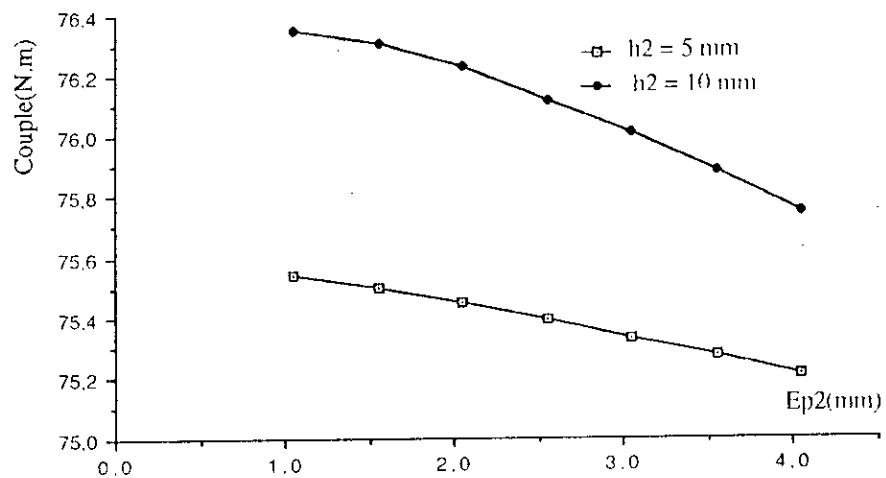


Fig IV.28: Variation du couple en fonction de Ep2, Nr2 = 12, g = 2%

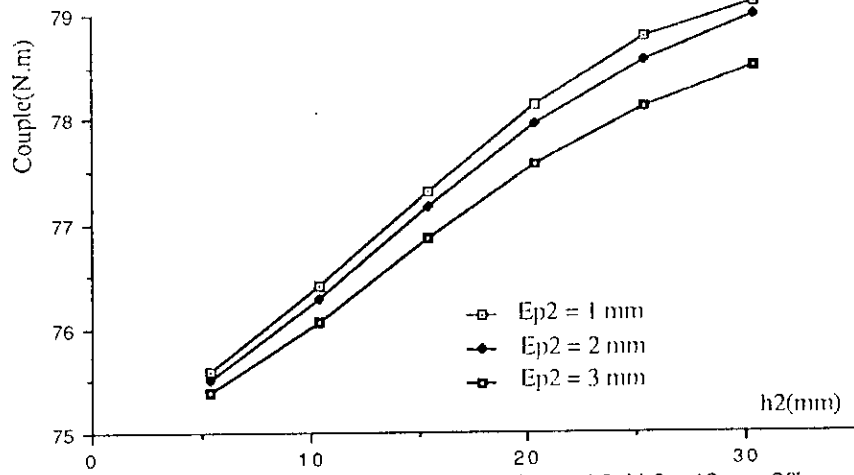


Fig IV.29: Variation du couple en fonction de h2, Nr2 = 12, g = 2%

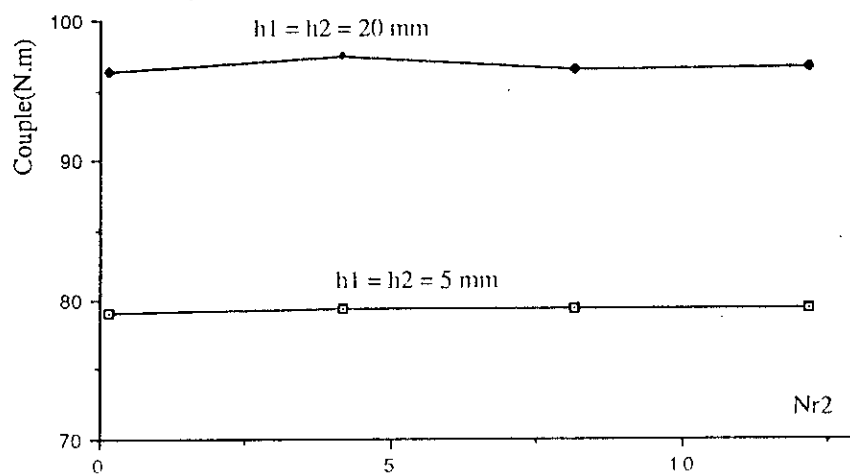


Fig IV.30: Couple en fet de Nr2, Nr1 = 16, Ep1 = Ep2 = 1 mm, g = 2%

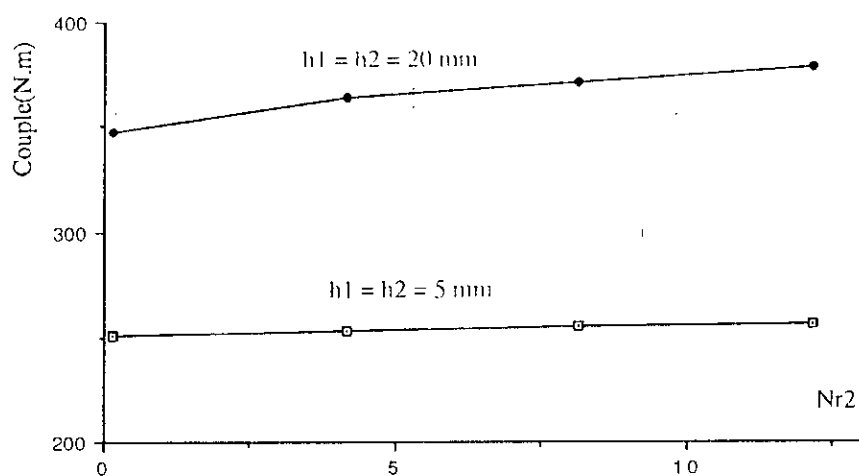


Fig IV.31: Couple en fet de Nr2, Nr1 = 16, Ep1 = Ep2 = 1 mm, g = 10%

IV.5) Vérification expérimentale

a) Détermination du couple

Dans le but de valider le modèle théorique, nous avons expérimenté un rotor possédant un angle d'ouverture égal à 60 degrés.

On enregistre les caractéristiques vitesse temps, lors des essais de mise sous tension, puis de ralentissement. L'interprétation de ces deux courbes permet d'obtenir la caractéristique couple-glissement à tension fixée. Nous avons utilisé une méthode numérique préconisée dans /24/ ; elle permet de ne pas utiliser une dérivation toujours imprécise du signal.

L'équation mécanique de fonctionnement de la machine est:

$$\frac{d\Omega}{dt} + f_1 \Omega + f_2 \Omega^2 + f_3 = \frac{\Gamma(\Omega)}{J} \quad (\text{IV.25})$$

J est le moment d'inertie de l'ensemble de la partie tournante.

De l'interprétation de l'essai de ralentissement où $\Gamma(\Omega)$ est nul, on déduit les coefficients f_1 , f_2 et f_3 par un programme d'identification de paramètres basé sur le processus suivant:

on multiplie par un polynôme $P(t)$ l'équation de ralentissement et on intègre sur l'intervalle $[0, T]$ qui contient la durée de ralentissement. Le terme

$$\int_0^T \frac{d\Omega}{dt} P(t) dt = [\Omega \cdot P] - \int_0^T \Omega P'(t) dt \quad (\text{IV.26})$$

peut s'exprimer par une sommation sur les divers points de mesure si $P(t)$ s'annule pour 0 et T , on ne fait alors jouer aucun rôle privilégié aux points de départ et d'arrêt de l'enregistrement.

D'où le système:

$$f_1 \int_0^T \Omega P_i dt + f_2 \int_0^T \Omega^2 P_i dt + f_3 \int_0^T P_i dt = \int_0^T \Omega \dot{P}_i dt \quad (\text{IV.27})$$

où les P_i ($i = 1, 2, 3$) s'annulent pour 0 et T .

L'entrefer étant très réduit, le régime d'écoulement de l'air entre les deux parois est turbulent même pour des vitesses périphériques assez faibles et le terme $f_2 \Omega^2$ est prépondérant devant le terme $f_1 \Omega$.

En l'absence du terme f_1 , f_2 et f_3 peuvent être déterminés avec une meilleure précision : on a résolu :

$$f_2 \int_0^T \Omega^2 P_1 dt + f_3 \int_0^T P_1 dt = \int_0^T \Gamma \dot{P}_1 dt \quad (IV.28)$$

avec $P_1 = t(t - T)$ et $P_2 = t(t - T)(t - 2T)$

Connaissant le moment d'inertie J et les coefficients f_2 et f_3 , on peut déduire $\Gamma(\Omega)$ de l'essai de mise en vitesse par :

$$\Gamma = J \left(\frac{d\Omega}{dt} + f_2 \Omega^2 + f_3 \right) \quad (IV.29)$$

Les points de lecture sont lissés, afin d'éviter des écarts trop importants dus aux termes $\frac{d\Omega}{dt}$. Pour cela, on détermine en chaque point t_i le polynôme de degré deux qui passe au mieux entre les points $t_{i-2}, t_{i-1}, t_{i+1}, t_{i+2}$. Les valeurs lissées de la vitesse et de l'accélération sont définies au point t_i , à l'aide du polynôme et de sa dérivée.

b) Mesures des réactances X_d et X_q

On entraîne le rotor de la machine synchrone à une vitesse légèrement différente de celle du synchronisme. Le stator étant alimenté par le réseau sous une tension réduite.

L'allure du courant dans une phase est visualisée sur un oscilloscope : la présence du glissement introduit une modulation du courant.

On en déduit :

$$X_d = \frac{V_s}{I_{\min}} \quad X_q = \frac{V_s}{I_{\max}} \quad (IV.30)$$

A partir des valeurs de X_d et X_q mesurées pour différentes valeurs de g , on déduit par interpolation les valeurs de $X_d(0)$ et $X_q(0)$.

c) Comparaison des résultats

On a porté sur les figures IV.32 à IV.35 les points mesurés et calculés par les méthodes décrites précédemment.

La concordance est assez correcte pour le couple avec un écart inférieur à 8%. Par contre, les valeurs calculées des réactances sont inférieures aux valeurs mesurées dans une proportion moyenne de 20%. Il faut noter que la mesure de X_d et X_q est très difficile.

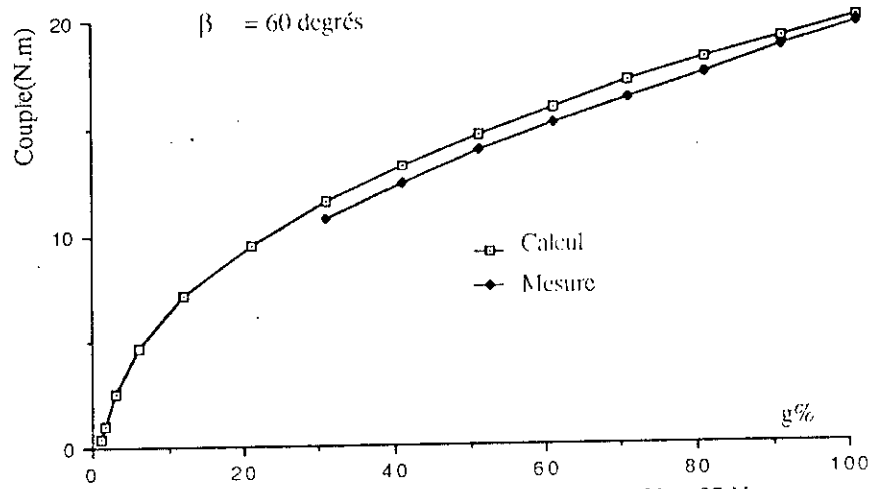


Fig IV.32: Variation du couple en fonction de g, Vs = 37 V

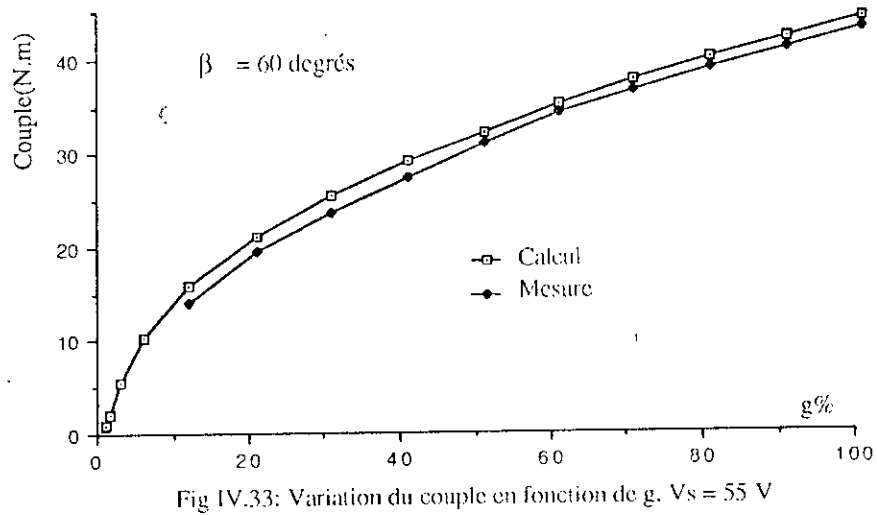
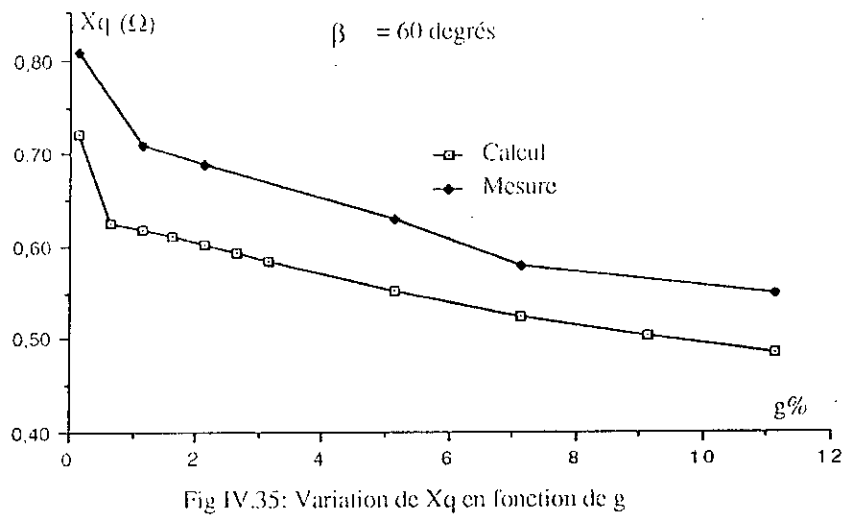
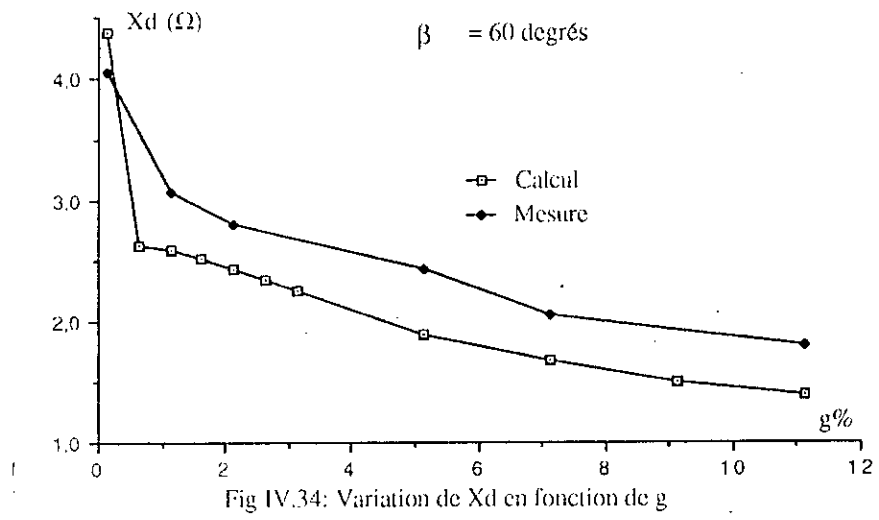


Fig IV.33: Variation du couple en fonction de g, Vs = 55 V



IV.6) Conclusion

Les avantages de la méthode des intégrales de frontière ont été mis en évidence dans ce chapitre. La détermination du potentiel vecteur selon les deux axes d et q a permis de déterminer rapidement les deux réactances $X_d(j\omega)$ et $X_q(j\omega)$ nécessaires pour le calcul du couple de démarrage.

La comparaison avec les valeurs expérimentales a permis de confirmer la validité du modèle.

Enfin, la méthode qui est directement liée à la géométrie a permis de calculer facilement les performances du rotor encoché, malgré la complexité de la géométrie. Ce qui a permis de trouver un compromis entre le régime asynchrone et synchrone pour ce qui est des paramètres géométriques optimaux de l'encochage. Nous avons:

- d'une part, montré l'influence du nombre et des dimensions des rainures dans la zone du petit entrefer sur les performances de la machine au voisinage du synchronisme;
- d'autre part, montré que l'encochage dans la zone du grand entrefer n'a aucun effet sur le couple asynchrone.

CHAPITRE V

OPTIMISATION DE LA STRUCTURE D'UN
MOTEUR SYNCHRONES A AIMANTS PERMANENTS
INSERES DANS LE FER ROTORIQUE

V.0) INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous appliquons la méthode des intégrales de frontière à une machine synchrone autopilotée à aimants insérés dans le fer rotorique. Le problème est plus simple que précédemment, puisqu'il s'agit d'un problème de magnétostatique.

Dans les machines synchrones de ce type, on utilise des aimants permanents pour produire un champ d'excitation. Les machines synchrones à aimants permanents n'exigent pas d'excitatrice et, grâce à l'absence de pertes Joule et de contact frottant, elles possèdent un rendement élevé et se caractérisent par une sécurité de fonctionnement nettement plus élevée que celle des machines classiques ; de plus, elles n'exigent pratiquement aucun entretien pendant toute la durée de vie.

Les machines à aimants permanents ont été conçues depuis longtemps, au début du développement de l'électromécanique ; pourtant c'est seulement au cours de ces dernières décennies, après la mise au point de nouveaux matériaux pour la confection des aimants permanents, possédant une grande énergie magnétique spécifique (par exemple alliages à base de samarium et cobalt) qu'elles commencent à avoir un large emploi. Les caractéristiques de ces aimants sont améliorées constamment /60/. Ainsi, le produit $(BH)_{\max}$ est passé de l'ordre de 100 kJ/m^3 en 1960 à 250 kJ/m^3 en 1990 ; sa croissance est très régulièrement exponentielle.

En plus, l'utilisation des aimants permanents conduit à des réactances diminuées, donc à des machines mieux adaptées à une alimentation par des dispositifs nouveaux de l'électronique de puissance.

Ces progrès ont provoqué un intérêt grandissant pour l'utilisation des aimants permanents dans les machines synchrones autopilotées / 61 à 68/.

De très nombreuses géométries ont été proposées avec ou sans pièces polaires. Ce type de machines est utilisé notamment lorsque l'on recherche un couple massique élevé dans les procédés à vitesse variable /65/ et pour les systèmes de positionnement en robotique /62,66,68/69/

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à une machine à aimants insérés dans le fer rotorique en fonctionnement synchrone autopiloté.

L'objectif consiste à appliquer la méthode des intégrales de frontière, afin de dimensionner ce type de structure et de minimiser la taille des aimants permanents (coût relativement élevé,

notamment ceux à base de samarium-cobalt), tout en tenant compte des exigences de l'application visée et du mode d'alimentation.

On présente donc successivement le calcul du moteur synchrone autopiloté en supposant que son stator est lisse, puis en tenant compte de la géométrie réelle (stator encoché) ; on examine notamment l'influence des couples de détente et de réluctance sur le couple total de la machine.

V.1) Structure et mode d'alimentation

La structure étudiée (figure V.1) présente un enroulement triphasé tétrapolaire à simple couche avec deux encoches par pôle et par phase connecté en étoile. L'armature rotorique est aménagée pour y insérer les aimants. Un pourcentage du pas polaire rotorique est donc dévolu aux aimants, un autre au fer et l'on envisage aussi un angle entre le fer et l'aimant pouvant être rempli par un matériau quelconque sans propriétés électriques ou magnétiques.

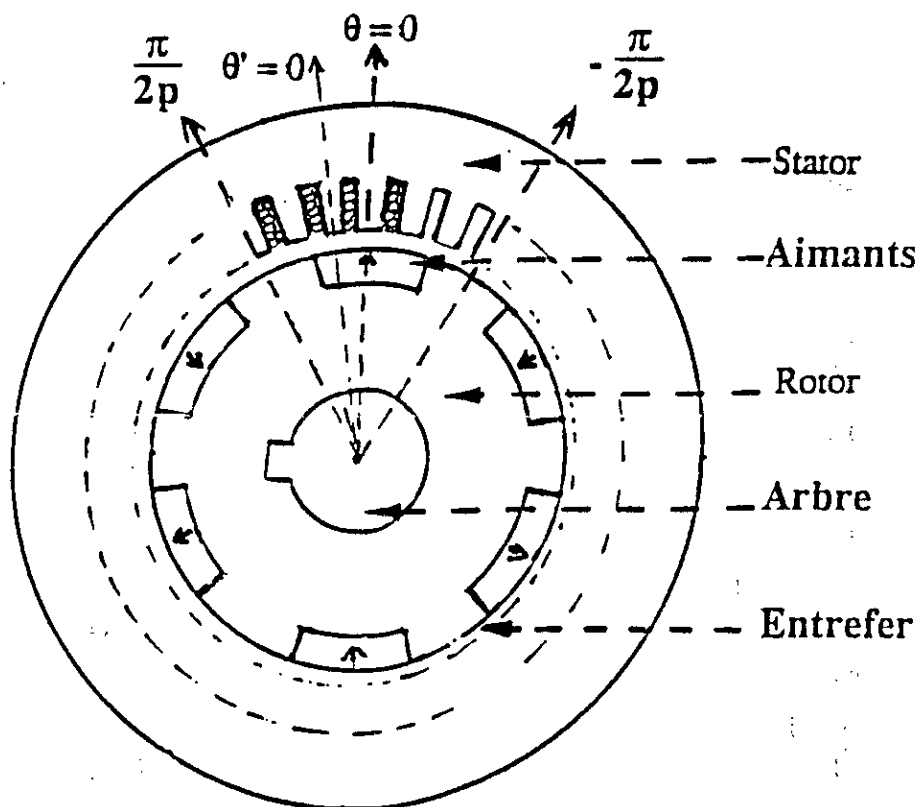


Figure V.1: Structure de la machine synchrone à aimants insérés

Le fer rotorique est feuilleté, ce qui minimise les pertes par courants de Foucault. Les aimants utilisés sont du type $\text{Sm}_2 \text{Co}_{17}$. Chacun des pôles est constitué de 24 barreaux élémentaires ; l'aimantation est radiale.

A longueur utile fixée et pour un rayon donné, les performances de cette structure dépendent de l'épaisseur et de l'ouverture relative des aimants par rapport au fer et du mode d'alimentation, tout ceci à contraintes thermiques fixées.

Mais dans la mesure où le champ produit par les aimants a une forme trapézoïdale, la force électromotrice induite aux bornes de chaque phase est à variation trapézoïdale. Ces considérations montrent qu'il est intéressant d'alimenter chaque phase par des créneaux de courant.

Ce mode d'alimentation peut être réalisé, après couplage en étoile des phases, grâce à un onduleur triphasé alimenté par une source de courant continu d'intensité I (figure V.2) : l'ouverture et la fermeture des interrupteurs doit être synchronisée avec la position du rotor ; d'où le nom de fonctionnement autopiloté.

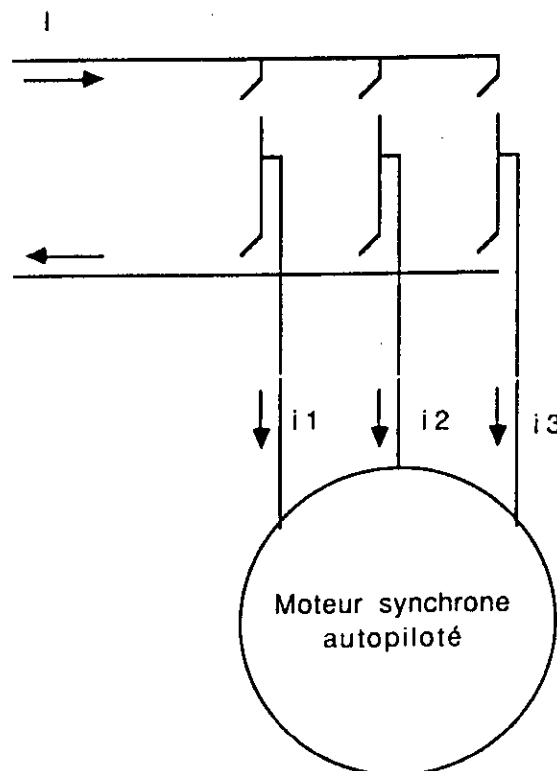


Figure V.2: Alimentation de la machine synchrone

Notons que, l'alimentation de la machine en courant avec une distribution trapézoïdale du champ renforce les couples pulsatoires. Plusieurs moyens sont proposés pour les réduire, concernant toutes les parties: distribution des enroulements, forme des aimants avec un facteur d'inclinaison le cas échéant ou un entrefer adapté Nous nous intéressons dans cette étude surtout, à l'épaisseur et à l'ouverture des aimants par rapport au fer.

V.2) Etude du champ électromagnétique (stator lisse)

Cette structure se prête à un calcul semi-numérique rapide du champ électromagnétique, en admettant l'hypothèse d'un stator lisse /16/. Cette hypothèse suppose que le moteur ne développe en quelque sorte que deux types de couples: d'une part un couple dû à l'interaction des aimants et des courants statoriques, et d'autre part un couple de réductance.

V.2.1) Modèle d'étude

Pour l'objectif recherché, ne concernant que l'optimisation des paramètres géométriques principaux, on peut utiliser des hypothèses simplificatrices:

- 1) Le modèle d'étude est bidimensionnel ; la machine étudiée est supposée suffisamment longue pour que les effets d'extrémités puissent être négligés et que l'étude puisse être effectuée dans un plan radial.
- 2) La perméabilité du fer est supposée très grande ($\mu_r = \infty$)
- 3) Les aimants résultants, composés de barreaux élémentaires juxtaposés, sont supposés caractérisés par une aimantation parfaitement rigide. D'autre part, l'utilisation d'aimants performants à base de samarium-cobalt ($\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$) justifie l'hypothèse d'une perméabilité égale à celle du vide.
- 4) Les courants dans les encoches du stator sont ramenés au niveau de l'isthme d'encoche et placés sur une armature lisse. Tant que l'on ne s'intéresse pas à la détermination des couples pulsatoires, cette hypothèse est cohérente avec celle qui suppose que la perméabilité de l'armature statorique est infinie.

Dans le domaine du rotor, on choisit comme axe origine (θ), l'axe sud-nord d'un aimant particulier ; dans le domaine du stator, on choisit comme axe origine (θ'), l'axe de symétrie des encoches alimentées par les courants positifs (dirigés suivant l'axe oz).

Un point est repéré par θ dans le domaine du rotor et par θ' dans le domaine du stator ; on a :

$$\theta' = \theta + \delta \quad (V.1)$$

Entre deux commutations, dans le mode de fonctionnement autopiloté, l'angle δ varie sur un intervalle de $\pi/3p$ pour une machine $2p$ -polaires.

Dans le cadre de l'hypothèse (1), il est commode de traiter le problème en potentiel vecteur magnétique ; celui-ci présente une seule composante $A(r, \theta)$ suivant l'axe oz. L'induction est déduite par :

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \quad \text{et} \quad B_\theta = - \frac{\partial A}{\partial r} \quad (V.2)$$

Dans cette structure, deux actions contribuent au couple :

Il existe d'une part un couple d'interaction entre les aimants et les courants ; ce couple est maximal pour $\delta=0$.

D'autre part, il existe un couple de réluctance ; ce couple est nul pour $\delta=0$, et on peut s'assurer facilement que pour un petit écart il a le signe opposé à δ . On a donc un renforcement possible du couple pour $\delta < 0$.

Pour cette même raison, le caractère fluctuant du couple en fonctionnement autopiloté dépend fortement de l'importance relative de ces deux couples, et il doit donc être étudié en fonction des différents paramètres.

On détermine séparément le potentiel vecteur dû aux aimants et celui dû aux courants, ce qui permet notamment de distinguer la contribution au couple total du couple de réluctance.

V.2.2) Potentiel vecteur dû aux aimants

On utilise le modèle ampérien des aimants qui permet de déterminer en tout point l'induction magnétique B et le potentiel vecteur A dont elle dérive. L'aimantation M est définie par :

$$B = \mu_0 (H + M) \quad (V.3)$$

Le volume aimanté, en forme de tuile, est réalisé par des barreaux élémentaires présentant une aimantation uniforme (figure V.3). Au total, "l'aimant résultant" présente une aimantation sensiblement radiale de sorte que:

$$\text{rot } \mathbf{M} = 0 \quad (\text{V.4})$$

Ce mode de réalisation suggère aussi que l'on a sensiblement $\text{div } \mathbf{M} = 0$; mais les calculs effectués par la suite pourraient être menés sans utiliser cette deuxième condition. Il va de soit qu'un calcul plus poussé devrait tenir compte de la réalisation fractionnée effective du volume aimanté.

Dans ces conditions, le modèle ampérien conduit à considérer que l'induction \mathbf{B} est créée par des courants superficiels, situés dans le vide au niveau des flancs des aimants et en densité :

$$\mathbf{j}_s = \mathbf{M} \wedge \mathbf{n} \quad (\text{V.5})$$

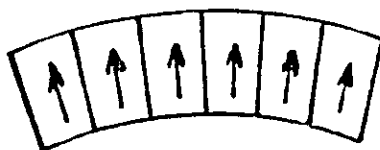


Figure V.3: Aimant permanent avec aimantation radiale et rigide

On obtient ainsi la distribution périodique des courants équivalents aux aimants de la figure V.4:

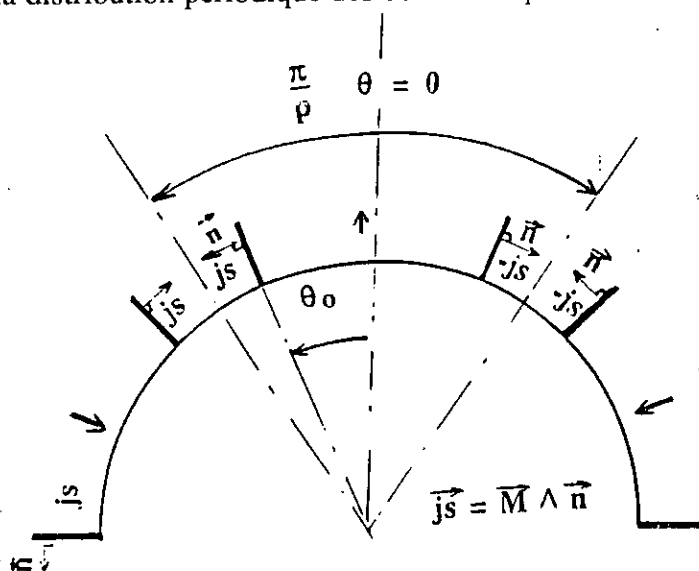


Figure V.4: Densité équivalente de courant superficiel pour le calcul de A_0

$$j_s = M(r) \quad \text{pour } \theta = \theta_0$$

et

$$j_s = -M(r) \quad \text{pour } \theta = -\theta_0$$
(V.6)

Si on admet de plus que :

$$\text{div } M = 0$$

$M(r)$ varie en $\frac{1}{r}$; on écrira :

$$j_s = \pm M \cdot \frac{r_m}{r}$$

où M est l'aimantation au niveau du rayon moyen $r_m = \frac{r_o + r_i}{2}$; r_o est le rayon extérieur du rotor et r_i son rayon interne (figure V.5).

Le potentiel vecteur admet ces densités superficielles comme sources, son laplacien est donc singulier au niveau de ces densités. Par ailleurs, il vérifie :

$$\frac{\partial A}{\partial n} = 0 \quad \text{sur les différentes armatures.}$$

On recherche le potentiel vecteur sous la forme :

$$A = A_o + A_i \tag{V.8}$$

A_o est le potentiel vecteur influençant, créé par les aimants dans la couronne $r_i < r < r_a$, avec les conditions aux limites (figure V.5) :

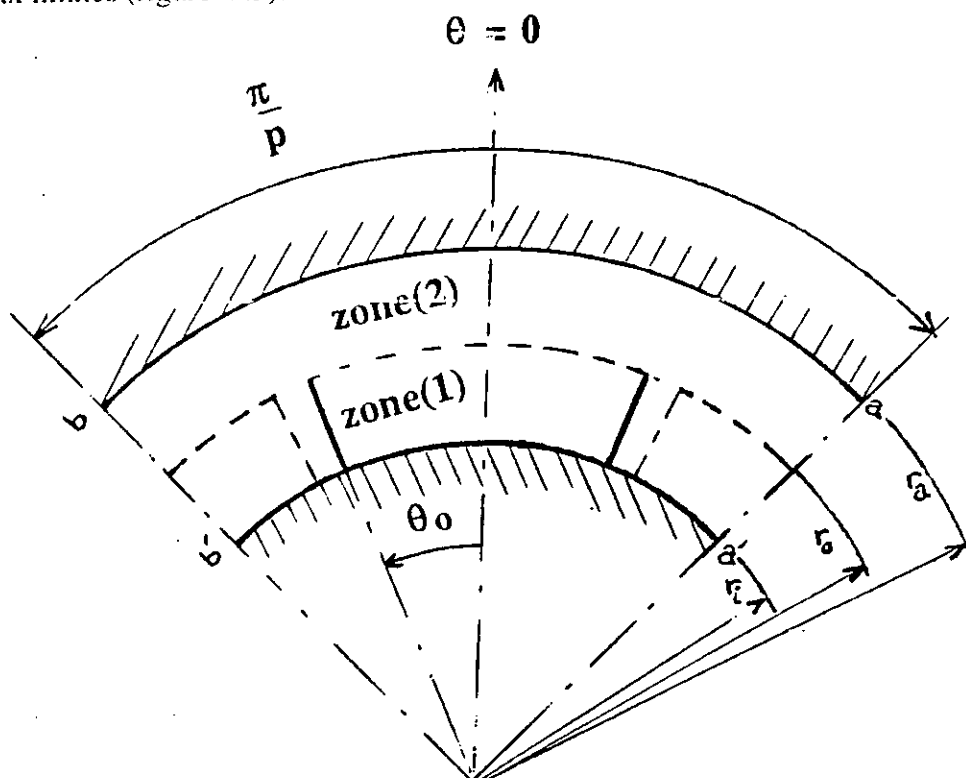


Figure V.5: Modèle d'étude de A_o

$$\frac{\partial A_0}{\partial n} = 0 \quad \text{pour } r = r_i \text{ et } r = r_a$$

où r_a est le rayon d'alésage.

A_i est le potentiel vecteur influencé. Il vérifie:

$$\Delta A_i = 0 \quad \text{dans le domaine } [a, b, c, d, e, f, g, h, a] \text{ figure V.6}$$

et les conditions aux limites sur les armatures:

$$\frac{\partial A_i}{\partial n} = - \frac{\partial A_0}{\partial n}$$

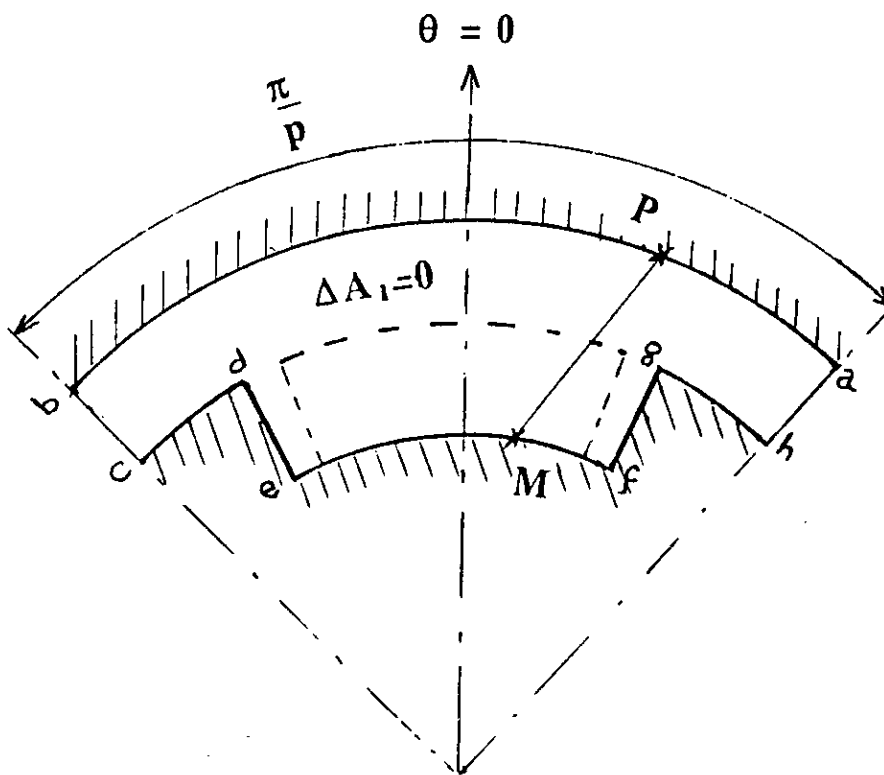


Figure V.6: Modèle d'étude pour A_i

L'intérêt de la méthode est que A_0 , qui présente les mêmes sources que A et dont le laplacien présente donc les mêmes singularités, admet un développement en série de Fourier facilement exprimable. On évite ainsi l'intégration sur les flancs des aimants qu'entraînerait l'utilisation directe d'une méthode intégrale pour le calcul du potentiel vecteur A .

V.2.2.1) Détermination du potentiel vecteur influençant A_0

On choisit un axe $\theta = 0$ dans le repère du rotor, par exemple l'axe polaire d'un aimant .

On considère deux zones: La zone (1) qui contient les aimants ($r_1 < r < r_0$) et la zone(2) au dessus des aimants ($r_0 < r < r_a$) (figure V.5).

Dans la zone(1), les densités superficielles de courant introduites précédemment par le modèle ampérien sont équivalentes, au sens mathématique des distributions, à une densité volumique de courant j_k .

Cette densité, périodique, est développable en série de Fourier:

$$j(r, \theta) = \sum_k j_k(r) \cdot \sin [(2k+1)p\theta] \quad (V.9)$$

Cette égalité est vraie "presque partout", et

$$j_k(r) = \frac{4p}{p} \cdot \frac{M \cdot r_m}{r^2} \cdot \sin [(2k+1)p\theta_0] \quad (V.10)$$

Que ce soit dans la zone (1) ou dans la zone (2), le potentiel vecteur $A_0(r, \theta)$ est de la forme:

$$A_0(r, \theta) = \sum_k \alpha_k(r) \cdot \sin [(2k+1)p\theta] \quad (V.11)$$

Dans la zone (1),

$$\Delta A_0 + \mu_0 j = 0 \quad (V.12)$$

de sorte que:

$$\frac{d^2 \alpha_k(r)}{dr^2} + \frac{d\alpha_k(r)}{dr} - \left[\frac{(2k+1)p}{r} \right]^2 \alpha_k(r) + \mu_0 j_k = 0 \quad (V.13)$$

Il existe une solution particulière constante:

$$\alpha_k(r) = d_k = \frac{4M \cdot \mu_0}{\pi \cdot p} \cdot \frac{r_m}{(2k+1)^2} \cdot \sin((2k+1)p\theta_0) \quad (V.14)$$

d'où, puisque $\frac{d\alpha_k(r_1)}{dr} = 0$

$$\alpha_k(r) = d_k + b_k \left[\left(\frac{r}{r_i} \right)^{(2k+1)p} + \left(\frac{r_i}{r} \right)^{(2k+1)p} \right] \quad (\text{V.15})$$

Dans la zone (2), $\Delta A = 0$; exigeant que $\frac{d\alpha_k(r)}{dr} = 0$ il vient:

$$\alpha_k(r) = a_k \left[\left(\frac{r}{r_a} \right)^{(2k+1)p} + \left(\frac{r_a}{r} \right)^{(2k+1)p} \right] \quad (\text{V.16})$$

On obtient les expressions de a_k et de b_k en fonction de d_k en écrivant que $\alpha_k(r)$ et $\frac{d\alpha_k(r)}{dr}$ sont continues pour $r = r_0$:

$$a_k = \frac{d_k}{2} \cdot \frac{\text{sh}((2k+1)\beta)}{\text{sh}((2k+1)(\alpha+\beta))} \quad (\text{V.17})$$

$$b_k = \frac{d_k}{2} \cdot \frac{\text{sh}((2k+1)\alpha)}{\text{sh}((2k+1)(\alpha+\beta))}$$

en posant : $\alpha = p \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_0}\right)$ et $\beta = p \cdot \ln\left(\frac{r_0}{r_i}\right)$

V.2.2.2) Détermination du potentiel vecteur influencé A_i

On a vu que A_i vérifie $\Delta A_i = 0$ dans le domaine de contour L [a,b,c,d,e,f,g,h,a] (figure V.6) et que sa dérivée normale sur la limite de ce domaine est déterminée après résolution du problème précédent:

$$\frac{\partial A_i}{\partial n} = - \frac{\partial A_0}{\partial n}$$

On utilise l'équation intégrale:

$$C(P)A(P) = \int_L \left[G_2(PM) \frac{\partial A}{\partial n}(M) - A(M) \frac{\partial G_2}{\partial n}(PM) \right] dL \quad (\text{V.18})$$

vérifiée en tout point P du contour L où:

$$G_2(PM) = - \frac{1}{2\pi} \ln|PM|$$

On subdivise le contour L en segments élémentaires sur lesquels on considère que le potentiel et sa dérivée normale sont constants; sauf en ce qui concerne l'élément [a,b] (figure V.6) du

contour où l'on veut calculer le couple, ce qui exige une dérivation par rapport à θ du potentiel vecteur; nous avons alors adopté des éléments quadratiques /9,32/.

$C(P) = \frac{1}{2}$, puisque tous les points sont réguliers, y compris sur le segment où les éléments sont quadratiques ; les 2 points extrêmes sont isolés de $\pm \epsilon$ afin d'éviter les singularités géométriques.

V.2.2.3) Cas où les aimants sont collés au fer rotorique

L'utilisation directe de la méthode des intégrales de frontière permet de déterminer le potentiel vecteur total. Il suffit d'écrire l'équation (V.18) sur le contour L [a,b,c,d,e,f,g,h,a] de la figure V.6.

$\frac{\partial A}{\partial n}$ est nul partout sauf sur les flancs (des aimants ou du fer):
 $\frac{\partial A}{\partial n} = \pm \mu_0 \frac{M(r)}{r}$ respectivement sur [d,e] et sur [f,g].

V.2.3) Potentiel vecteur créé par les courants

Hors commutation, quatre encoches sur six sont alimentées; on note NI les Ampère-tours répartis dans ces quatre encoches.

On considère que, pour le calcul du champ créé par ces courants, on peut les ramener au droit des isthmes d'encoches. Le champ tangentiel h_t est en effet conservé dans cette opération, au moins en ce qui concerne la valeur moyenne sur l'isthme d'encoche.

Cette densité superficielle, en Ampère par radian, est développable en série de Fourier:

$$j_s(p\theta') = \sum_k j_{s_k} \cdot \cos[(2k+1)p\theta'] \quad (V.19)$$

où :

$$j_{s_k} = \frac{2}{\pi} \cdot k_b(k) \cdot NI \quad (V.20)$$

Les $k_b(k)$ seraient les coefficients de bobinage d'une bobine monophasée à pas diamétral distribuée sur quatre encoches .

$$k_b(k) = \frac{1}{2} \cdot [\cos((2k+1) \cdot \frac{\pi}{12}) + \cos((2k+1) \cdot \frac{\pi}{4})] \cdot \frac{\sin((2k+1) \cdot \frac{\pi}{24})}{(2k+1) \cdot \frac{\pi}{24}} \quad (V.21)$$

Le potentiel vecteur $A(r,\theta')$ vérifie:

$\Delta A = 0$ dans le domaine de contour L [a,b,c,d,e,f,g,h,a] (figure V.7) et $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$ sur le contour, excepté sur l'arc [a,b], où il vérifie:

$$\frac{\partial A}{\partial n} = \mu_0 j_s(p\theta')$$

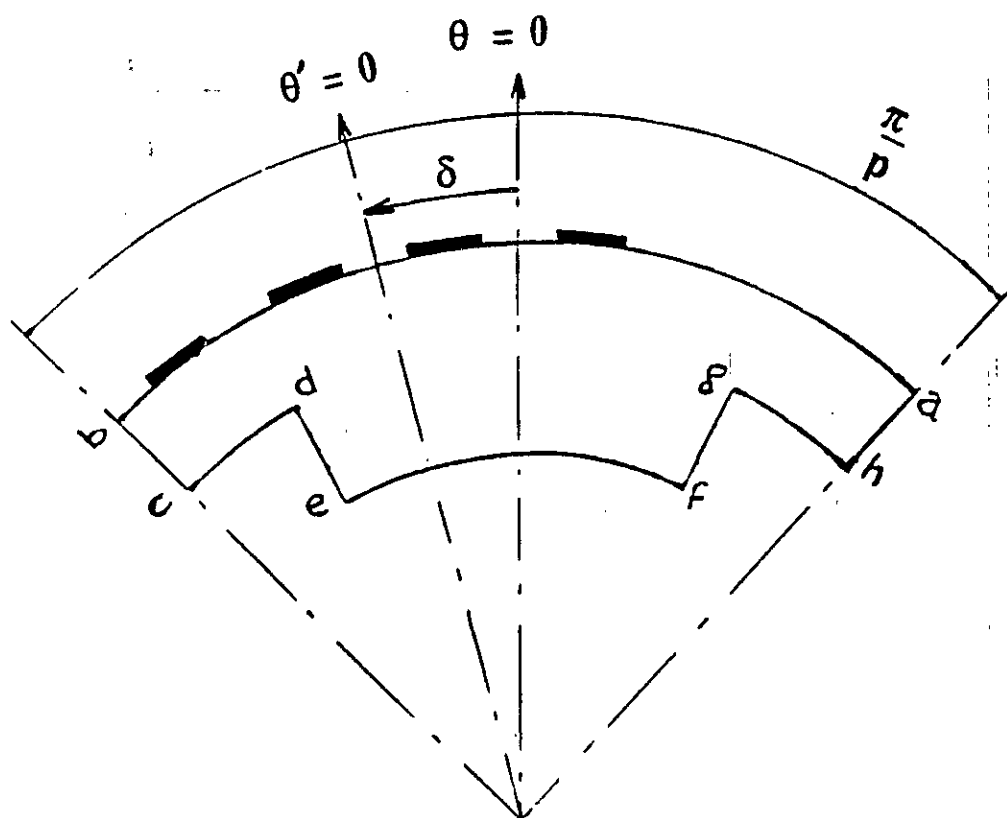


Figure V.7: Modèle d'étude de A_c

Le potentiel est obtenu par la méthode des intégrales de frontière (équation V.18).

Nous présentons quelques résultats concernant les potentiels vecteurs et les inductions radiales au niveau de la surface du stator dues aux aimants et aux courants pour $I = 3I_n$ (figure V.8 et V.9).

La variation de l'induction radiale dues aux aimants est presque trapézoïdale, comme le montre la figure V.9.

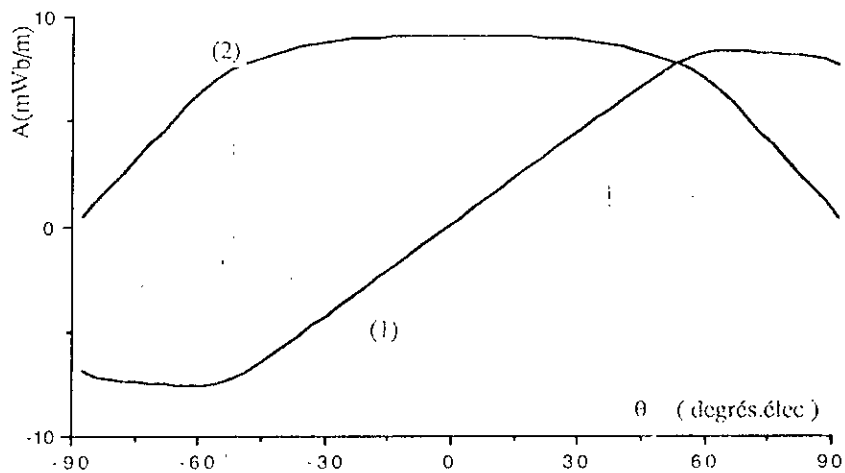


Fig V.8: Potentiels vecteurs magnétiques pour $\delta = 0$, créés par les aimants (1) et par les courants (2), $I = 3In$ en $r = r_a$, 66,66% d'ouverture d'aimants collés au fer.

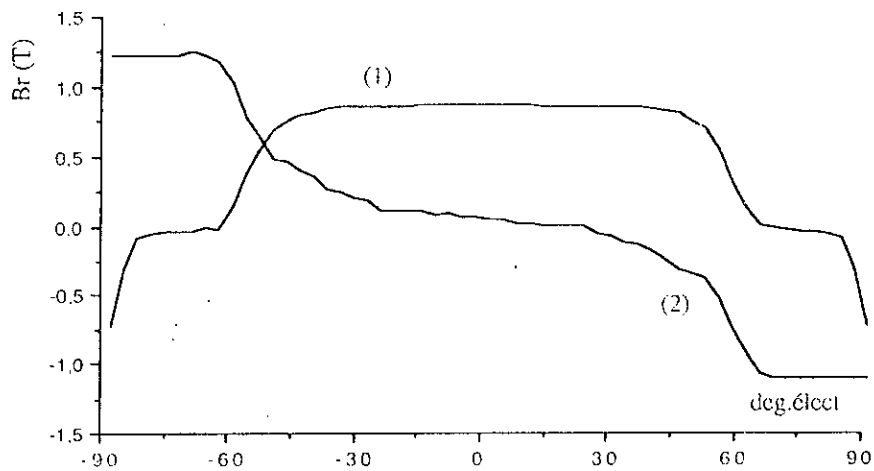


Fig V.9 : Inductions radiales pour $\delta = 0$, créées par les aimants (1) et par les courants (2), $I = 3In$ en $r = r_a$, 66,66% d'ouverture d'aimants collés au fer.

V.3) Détermination du couple

D'après le principe du fonctionnement autopiloté de ce moteur, le couple reprend la même valeur pour des positions du rotor décalées de $\pi/3p$.

Le couple électromagnétique développé par la machine est calculé au niveau de l'arc [a,b] à la surface du stator (figure V.7); utilisant le moment de la force due à la composante $H_t \cdot B_n$ du tenseur des contraintes de Maxwell, ou en raisonnant sur la densité de force volumique $j \wedge B$ qui devient ici une densité superficielle, il vient:

$$\Gamma = 2p \cdot l_u \cdot \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{\frac{\pi}{2p}} \frac{\partial A}{\partial \theta} \cdot j_s(p\theta) \cdot d\theta \quad (V.22)$$

On désigne dorénavant par A_a le potentiel vecteur créé par les aimants et par A_c celui créé par les courants, A est le potentiel total.

On peut distinguer dans cette expression le couple d'interaction courants-aimants qui met en jeu $\frac{\partial A_a}{\partial \theta}$, et le couple de réluctance qui met en jeu $\frac{\partial A_c}{\partial \theta}$.

$$\Gamma_{int} = 2p \cdot l_u \cdot \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{\frac{\pi}{2p}} \frac{\partial A_a}{\partial \theta} \cdot j_s(p\theta) \cdot d\theta \quad (V.23)$$

$$\Gamma_{rel} = 2p \cdot l_u \cdot \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{\frac{\pi}{2p}} \frac{\partial A_c}{\partial \theta} \cdot j_s(p\theta) \cdot d\theta \quad (V.24)$$

l_u : désigne la longueur utile de la machine.

V.4) Présentation des résultats

Pour tester la méthode présentée ci-dessus, on a utilisé les données d'un prototype qui a les caractéristiques suivantes:

Rayon d'alésage: $r_a = 31$ mm.

Rayon extérieur du rotor: $r_o = 30,2$ mm.

Rayon intérieur du rotor: $r_i = 27,8$ mm

Nombre d'encochés statoriques : 36

Nombre de paires de pôles: $p = 3$

Longueur utile: $l_u = 140$ mm.

Courant nominal: $I_n = 9$ A.

Les aimants permanents insérés au rotor sont du type Samarium-Cobalt ($\text{Sm}_2\text{CO}_{17}$). On a pris comme valeur de l'induction rémanente $\mu_0 M = 1\text{T}$ au niveau du rayon moyen r_m .

Pour une ouverture et pour une épaisseur des aimants fixées, le couple maximal de la machine à aimants insérés est atteint pour des valeurs de δ d'autant plus importantes que la proportion du fer est plus élevée.

Les figures V.10 et V.11 montrent la variation des différents couples en fonction de δ , respectivement pour 66,66% d'aimants jointifs au fer et 60% d'aimants non jointifs pour $I = 3I_n$.

La figure V.12 montre, pour une même ouverture des aimants, l'effet du phénomène de réaction "positive" d'induit de la machine à aimants insérés comparée au cas de la machine à pôles lisses. L'influence des dimensions des aimants, que ces derniers soient collés ou non au fer, sur le couple maximal est mise en évidence pour un courant donné. L'influence de l'effet de saillance introduite par le fer interpolaire est plus accentuée pour un courant supérieur au courant nominal comme le montre la figure V.12.

La figure V.13 montre que l'intervalle durant lequel le couple est pratiquement constant augmente avec l'ouverture relative des aimants.

La figure V.14 montre la variation du couple maximal en fonction de l'ouverture des aimants, pour deux valeurs du courant ($I = I_n$ et $I = 3 I_n$). On voit que le couple maximal croît régulièrement avec l'ouverture des aimants, notamment au delà du régime nominal ($I = 3 I_n$).

Toutefois, le gain sur le couple devient négligeable pour une ouverture supérieure à 65%; cette dernière valeur correspond à une ouverture des aimants couvrant environ les (2/3) de la périphérie du rotor. On constate que cette ouverture des aimants sur la périphérie du rotor concorde en fonctionnement synchrone autopiloté, avec l'occupation des courants sur la périphérie du stator.

Les aimants étant collés au fer, la figure V.15 donne pour deux ouvertures relatives des aimants et du fer, la variation du couple en fonction de la position du rotor dans le cas d'un fonctionnement autopiloté hors commutation. On observe, sur cette, figure le caractère fluctuant du couple qui dépend de l'importance relative de l'ouverture des aimants et du fer. L'ondulation du couple en fonction de la position du rotor est atténuée par une augmentation de l'ouverture des aimants.

A une ouverture des aimants fixée, la figure V.16 montre l'influence de la présence ou non du fer interpolaire sur les ondulations du couple en fonction de la position rotorique. La présence du fer augmente le couple, mais introduit également une ondulation plus marquée, en fonction de la position. Cet effet est plus apparent pour un courant important.

Pour un rayon d'alésage donné et pour une ouverture des aimants fixée, la figure V.17 représente la variation du couple maximal, en fonction de l'épaisseur (e_p) des aimants. Une valeur suffisante de cette épaisseur (de l'ordre de 3,5 mm dans le cas étudié) peut être déterminée indépendamment de la valeur du courant .

V.4.1) Conclusion

L'association d'une solution analytique à la méthode des intégrales de frontière permet d'étudier l'influence de l'épaisseur entre les aimants et le fer rotorique.

La méthode proposée conduit à une détermination rapide de la variation du couple, en fonction des paramètres de la structure ; pour le type de la machine étudiée, elle permet d'analyser séparément le couple d'interaction (aimants-courants) et le couple de réluctance (courants).

L'hypothèse d'un stator lisse simplifie le contour sur lequel est appliquée la méthode des intégrales de frontière facilitant ainsi la résolution, mais cette approximation ne peut tenir compte du couple de détente et de la perturbation apportée par les encoches sur les autres couples. Nous proposons donc un second modèle, qui tient compte de la géométrie des encoches.

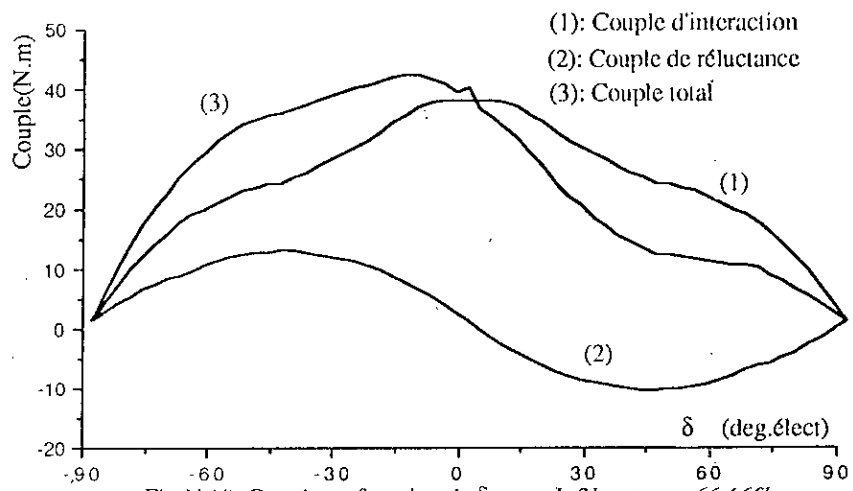


Fig V.10: Couple en fonction de δ pour $I=3I_n$ et pour 66,66% d'ouverture d'aimants collés au fer

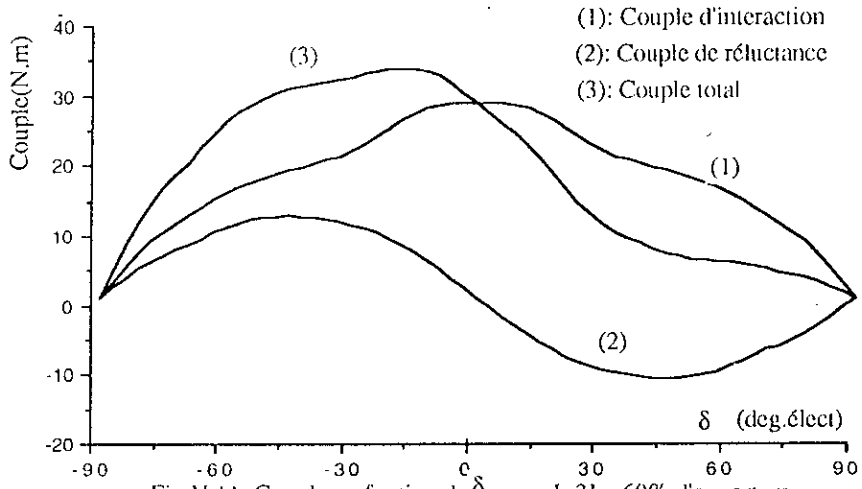


Fig V.11: Couple en fonction de δ pour $I=3I_n$, 60% d'ouverture d'aimants et 33,33% de fer

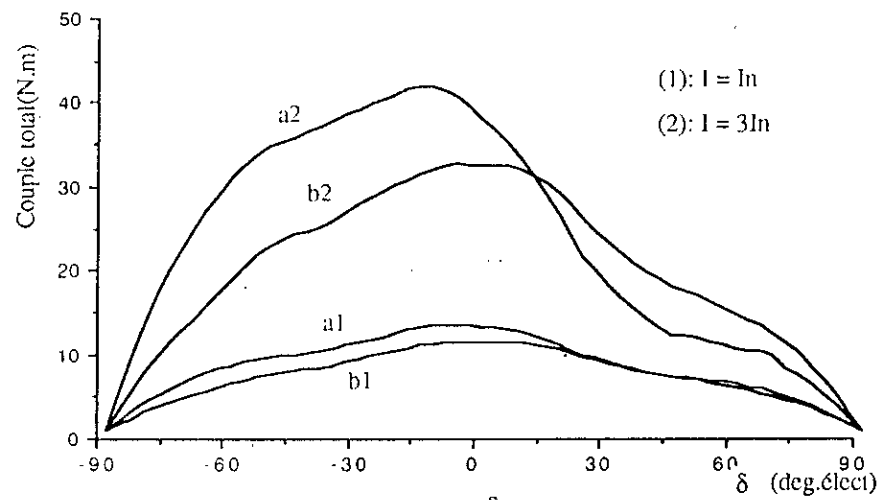


Fig V.12: Couple total en fet de δ à ouverture des aimants fixée (66,66%), a) aimants collés au fer ; b) absence de fer

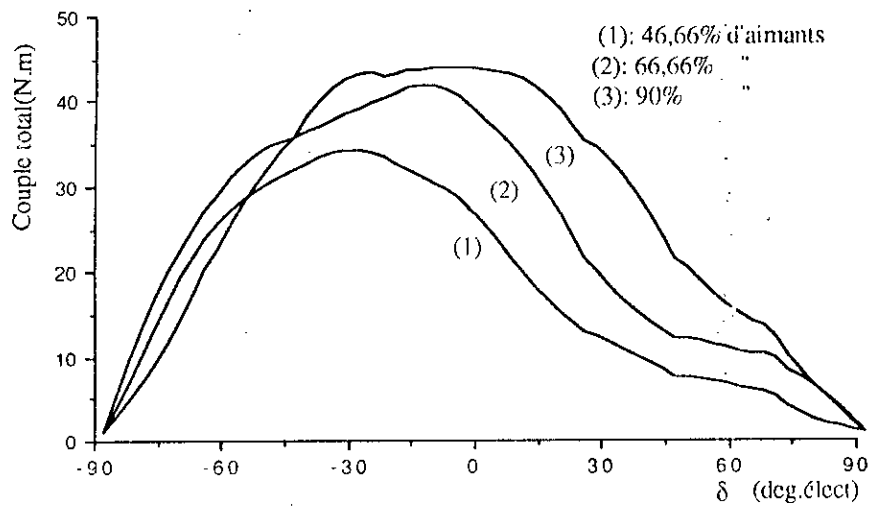


Fig V.13: Couple total en fet de δ pour différentes ouvertures d'aimants collés au fer, $l = 3ln$

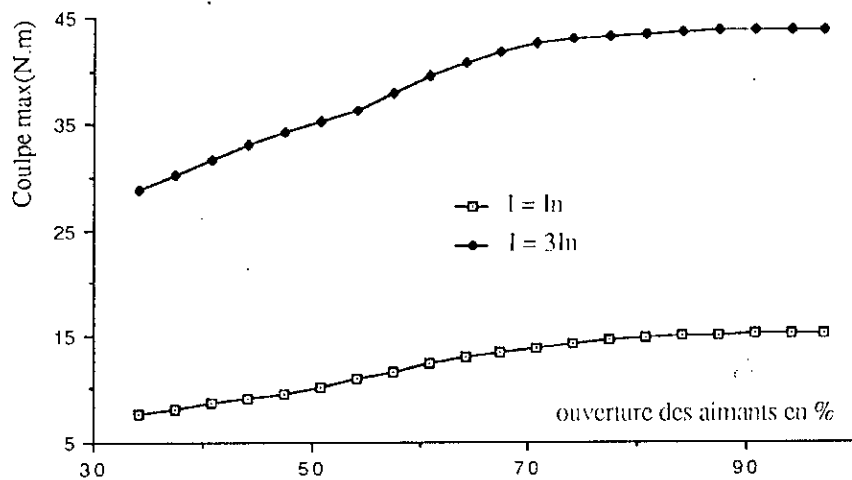


Fig V.14: Couple max en fonction de l'ouverture des aimants collés au fer

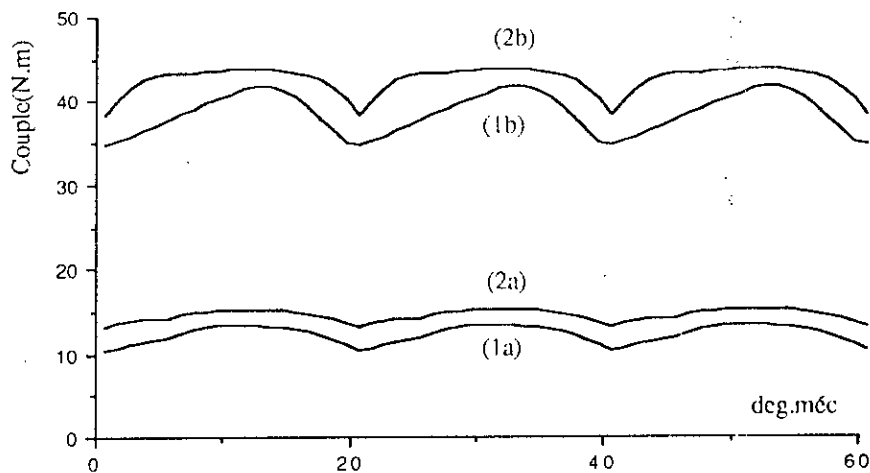


Fig V.15: Couple en fet de la position du rotor pour 66% (1) et 83% (2) d'aimants collés au fer, (a): $l=ln$, (b): $l=3ln$

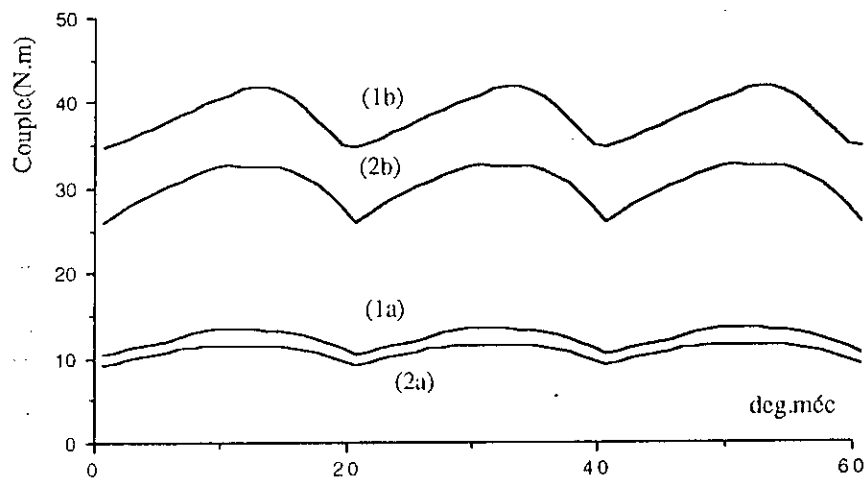


Fig V.16: Couple en fct de la position du rotor avec 66% d'aimants avec fer interpolaire (1) et sans fer (2), (a): $l=1n$, (b): $l=3l_n$

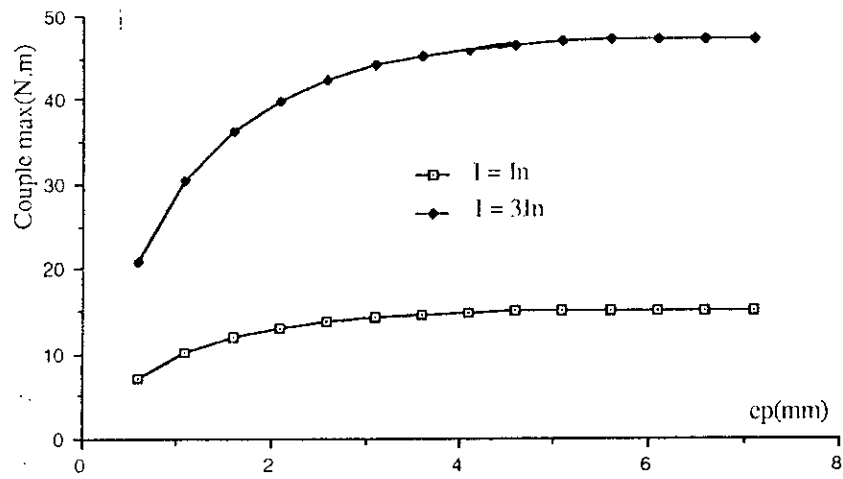


Fig V.17: Couple max en fonction de l'épaisseur des aimants 66,66% d'aimants collés au fer

V.5) Modèle tenant compte de la géométrie des encoches

L'une des causes d'ondulations du couple liées à la structure de la machine est le couple de détente. Celui-ci résulte de la modulation du flux des aimants par les encoches statoriques. Il dépend directement de la distribution de l'induction dans l'entrefer et de la géométrie du circuit magnétique. Le couple de détente est indépendant du courant induit.

Plusieurs méthodes sont généralement proposées pour atténuer ce couple de détente, soit par l'inclinaison des encoches statoriques, soit par un changement des dimensions des aimants ou de leur position.

On peut aussi imaginer d'adopter une ouverture adéquate pour les aimants et, dans le cas où ces derniers sont insérés, une ouverture relative adéquate également pour le fer rotorique.

La forme des encoches influe aussi sur les autres couples ; pour atténuer toutes ces fluctuations, on doit tenir compte du mode de fonctionnement de la machine.

En plus des hypothèses prises pour le modèle d'un stator lisse, on considère que la section des encoches statoriques est définie dans le plan par r et θ constants.

Comme pour la première partie, les propriétés de symétrie et d'antisymétrie du potentiel vecteur magnétique et de sa dérivée suivant la direction normale par rapport aux frontières situées sur les positions $\theta = \pm \pi/2$ (figure V.18) permettent une réduction du domaine d'étude à un demi pas polaire.

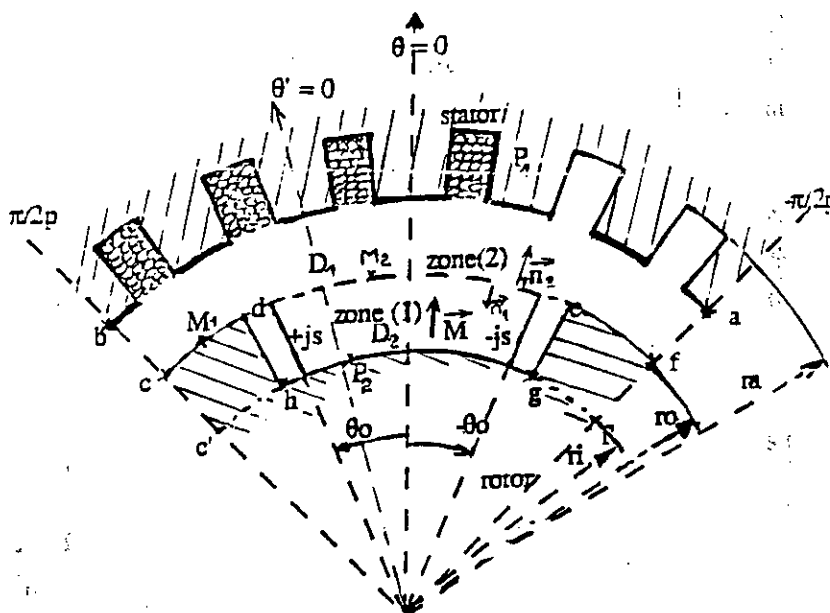


Figure V.18: Modèle d'étude

Dans ce modèle, trois actions contribuent au couple:

Il existe, d'une part, un couple d'interaction entre les aimants et les courants ; ce couple est maximal pour $\delta = 0$. D'autre part, il existe un couple de réductance; ce couple est nul pour $\delta = 0$. Enfin, la présence simultanée des aimants et des encoches statoriques implique l'existence du couple de détente.

Le caractère fluctuant du couple en fonctionnement autopiloté dépend fortement de l'importance relative de ces trois couples que nous allons étudier en fonction des différents paramètres.

Pour les distinguer, on détermine séparément le potentiel vecteur dû aux aimants et celui dû aux courants.

V.5.1) Potentiel vecteur dû aux aimants A_a

On procède comme précédemment, pour déterminer $A_a = A_{a0} + A_{ai}$, c'est à dire qu'on détermine A_{a0} puis A_{ai} .

Détermination de A_{a0} : la démarche est la même, excepté pour r_a qui correspond au rayon du fond d'encoche (figure V.19).

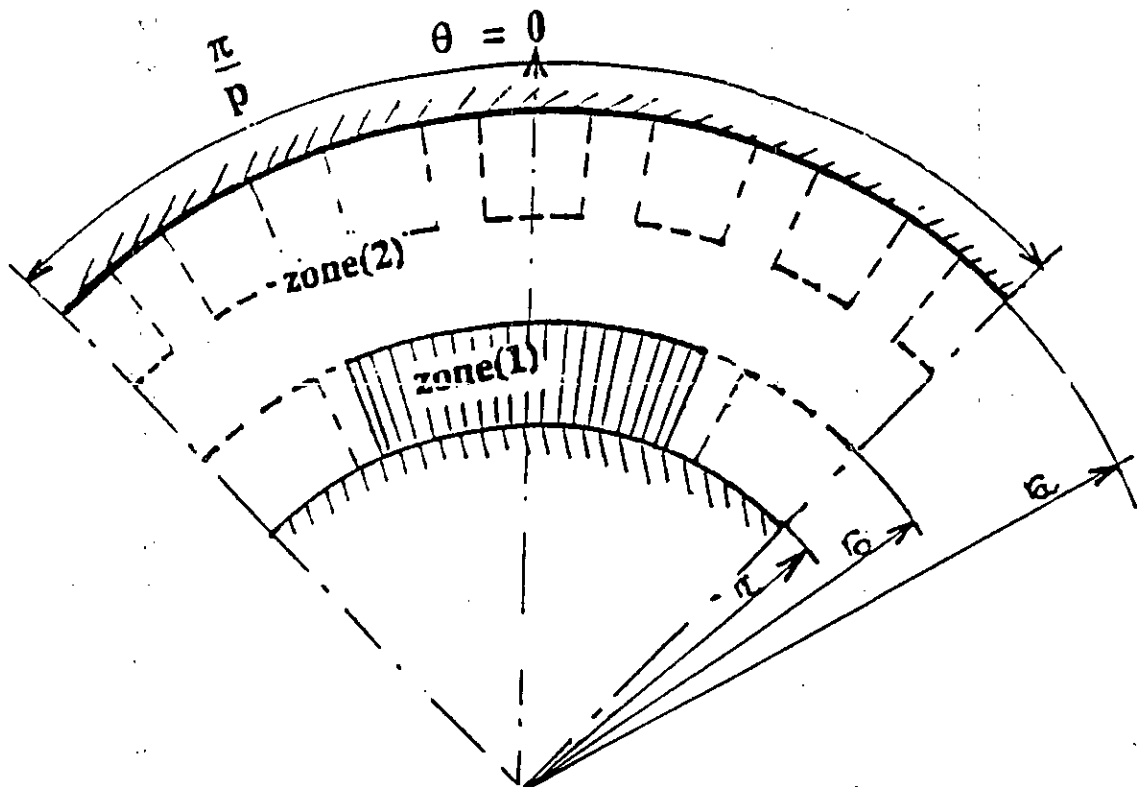


Figure V.19: Modèle pour A_{a0}

Détermination de A_{ai} : le domaine de résolution pour A_{ai} est maintenant subdivisé en deux domaines D_1 et D_2 de contours respectifs $L_1[a,b,c,d,e,f,a]$ et $L_2[e,g,h,d,e]$ figure V.18. La dérivée normale de A_{ai} sur la limite de ces deux domaines est déterminé par :

$$\frac{\partial A_{ai}}{\partial n} = - \frac{\partial A_{ao}}{\partial n}$$

Contrairement au cas précédent, nous avons subdivisé le domaine en deux, puisque le couple est calculé sur le segment $[d,e]$ figure V.18.

Pour la résolution des équations-intégrales de frontière, on subdivise les contours L_1 et L_2 en segments élémentaires sur lesquels on considère que le potentiel et sa dérivée normale sont constants sauf en ce qui concerne l'élément commun $[d,e]$ figure V.18, pour lequel nous avons adopté des éléments quadratiques afin de déterminer le couple.

Cas où les aimants sont collés au fer rotorique

Ce cas peut être obtenu par passage à la limite de la procédure examinée ci-dessus. Toutefois, on peut aussi procéder au calcul direct du potentiel vecteur qui vérifie $\Delta A_a = 0$ dans les

domaines délimités par les contours $[a,b,c,d,e,f,a]$ et $[e,g,h,d,e]$ de la figure V.18 : $\frac{\partial A_a}{\partial n}$ est nul

partout sauf sur les flancs (des aimants ou du fer) :

$$\frac{\partial A_a}{\partial n} = \pm \frac{\mu_0 M(r)}{r} \text{ respectivement sur } [d,h] \text{ et sur } [e,g].$$

Le problème est résolu numériquement par la méthode des intégrales de frontière.

V.5.2) Potentiel vecteur dû aux courants

Hors commutation, 4 encoches par pôle sont alimentées. On note NI les ampères-tours, qui sont supposés régulièrement répartis sur le section de chaque encoche.

Comme précédemment, on considère deux zones: la zone du bobinage ou zone (1') pour $r_2 < r < r_a$ et la zone (2') définie par $r_1 < r < r_2$ (figure V.20). Hors commutation, la densité de courant existe sur les 2/3 de la zone (1'), le développement de la densité de courant dans la zone (1') conduit à :

$$j'_s(p\theta') = \sum_k j'_{sk} \cos [(2k + 1)p\theta'] \quad (V.25)$$

où

$$j'_{sk} = \frac{8 NI \text{Sin} [(2k + 1)]p\epsilon/2}{\pi S (2k + 1)} \left[\text{Cos}(2k + 1)\frac{\pi}{12} + \text{Cos}(2k + 1)\frac{\pi}{4} \right] \quad (\text{V.26})$$

où S est la section d'une encoche (m²)

ϵ représente l'ouverture de l'encoche (rd)

Comme pour le cas des aimants, on recherche le potentiel vecteur $A_c(r, \theta')$ créé par les courants sous la forme:

$$A_c = A_{co} + A_{ci}$$

A_{co} est le potentiel vecteur influençant créé par les courants dans la couronne $r_i < r < r_a$ en l'absence des dents statoriques et rotoriques avec les conditions aux limites :

$$\frac{\partial A_{co}}{\partial n} = 0 \quad \text{pour } r = r_a$$

A_{ci} est le potentiel vecteur influencé qui vérifie $\Delta A_{ci} = 0$, déterminé par la méthode des intégrales de frontière avec les mêmes conditions aux limites:

$$\frac{\partial A_{ci}}{\partial n} = - \frac{\partial A_{co}}{\partial n}$$

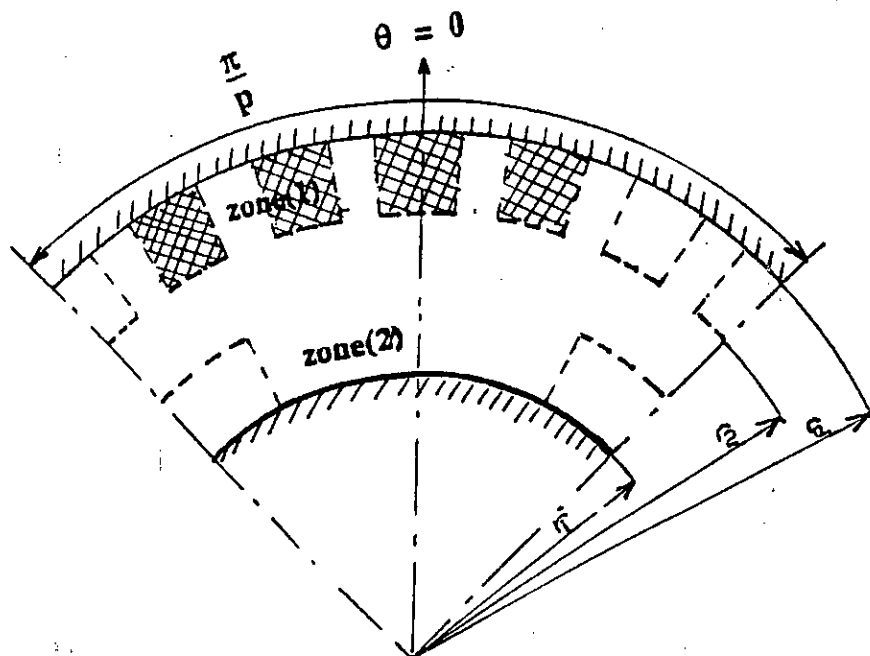


Figure V.20: Modèle pour A_{co}

Détermination du potentiel A_{CO}

Dans chaque zone (figure V.20), le potentiel vecteur est de la forme:

$$A_{CO}(r, \theta') = \sum_k \beta_k(r) \cos [(2k + 1) p \theta'] \quad (V.27)$$

dans la zone (1'),

$$\Delta A_{CO} + \mu_0 j'_{sk} = 0 \quad (V.28)$$

de sorte que:

$$\frac{d^2 \beta_{1k}(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\beta_{1k}(r)}{dr} - \left[\frac{(2k + 1)p}{r} \right]^2 \beta_{1k}(r) + \mu_0 j'_{sk} = 0 \quad (V.29)$$

si $(2k + 1)p \neq 2$, il existe une solution particulière:

$$f_k(r) = \mu_0 j'_{sk} \frac{r^2}{[(2k + 1)p]^2 - 4} \quad (V.30)$$

par contre si $p = 2$ et $k = 0$, on obtient une autre solution particulière:

$$f_k(r) = \mu_0 j'_{sk} \frac{r^2 \ln(r)}{4} \quad (V.31)$$

la solution dans la zone (1') est donc:

$$\beta_{1k}(r) = b'_k [r/r_a]^{(2k + 1)p} + c'_k [r_a/r]^{(2k + 1)p} + f_k(r)$$

Dans la zone (2'):

$$\Delta A_{CO} = 0 \quad (V.32)$$

$$\beta_{2k}(r) = a'_k \left[(r/r_i)^{(2k + 1)p} + (r_i/r)^{(2k + 1)p} \right] \quad (V.33)$$

de sorte que $\frac{\partial A_{co}}{\partial r} = 0$ pour $r = r_i$

Les expressions de a'_k , de b'_k et c'_k sont déterminées en écrivant d'une part la continuité des $\beta_k(r)$ et de leurs dérivées pour $r = r_o$ et d'autre part l'annulation de la dérivée de $\beta_{1k}(r)$ pour $r = r_a$.

Détermination du potentiel vecteur A_{ci}

Le potentiel vecteur A_{ci} est déterminé suivant la même procédure que précédemment, pour les mêmes domaines et les mêmes frontières, par application de la méthode des intégrales de frontière.

Nous présentons quelques résultats concernant les potentiels vecteurs et les inductions radiales au niveau de la surface du rotor dus aux aimants et aux courants pour $I = 3I_n$ (figure V.21 et V.22):

Détermination du couple

Soit A le potentiel vecteur total tel que:

$$A = A_c + A_a \quad (V.34)$$

Le couple électromagnétique développé par la machine est calculé au niveau de l'arc [d,e] à la surface du rotor en r_o :

$$\Gamma = \frac{2}{\mu_o} p r_o \text{ lu} \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{\frac{\pi}{2p}} \frac{\partial A(r_o, \theta)}{\partial \theta} * \frac{\partial A(r_o, \theta)}{\partial r} d\theta \quad (V.35)$$

On peut distinguer dans cette expression le couple de détente, le couple d'interaction aimants-courants et le couple de réluctance.

$$\Gamma_d = \frac{2}{\mu_0} p r_o l u \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{\frac{\pi}{2p}} \frac{\partial A_a(r_o, \theta)}{\partial \theta} * \frac{\partial A_a(r_o, \theta)}{\partial r} d\theta \quad (V.36)$$

$$\Gamma_{int} = \frac{2}{\mu_0} p r_o l u \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{\frac{\pi}{2p}} \left[\frac{\partial A_a(r_o, \theta)}{\partial \theta} * \frac{\partial A_c(r_o, \theta)}{\partial r} + \frac{\partial A_c(r_o, \theta)}{\partial \theta} * \frac{\partial A_a(r_o, \theta)}{\partial r} \right] d\theta \quad (V.37)$$

$$\Gamma_{rel} = \frac{2}{\mu_0} p r_o l u \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{\frac{\pi}{2p}} \frac{\partial A_c(r_o, \theta)}{\partial \theta} * \frac{\partial A_c(r_o, \theta)}{\partial r} d\theta \quad (V.38)$$

$$\Gamma_{total} = \Gamma_d + \Gamma_{int} + \Gamma_{rel} \quad (V.39)$$

V.6) Présentation des résultats

La méthode est appliquée au même prototype, décrit précédemment. L'ouverture d'une encoche statorique est égale au tiers du pas dentaire.

A longueur utile fixée, pour un nombre de pôles, un nombre d'encoches et pour une hauteur d'arbre donnés, le couple de détente de cette structure dépend de la géométrie des dents statoriques et rotoriques de l'ouverture et de l'épaisseur des aimants ainsi que de la position d'une armature par rapport à l'autre.

Les figures V.23 à V.25 donnent quelques résultats concernant ce couple. La figure V.23 représente la variation du couple de détente en fonction de la position du rotor pour différentes ouvertures des aimants et du fer. En fonction du déplacement angulaire rotorique sur un pas dentaire, la plus grande variation du couple de détente est observée au niveau des zones proches des flancs des aimants.

Suivant la proportion d'ouverture des aimants, donc suivant la position de leurs flancs vis à vis des dents statoriques, la variation du couple de détente en fonction de la position rotorique peut présenter une double période sur un pas dentaire, comme le montre la figure V.24. La figure V.25 représente la variation du pic du couple de détente en fonction du pourcentage d'ouverture des aimants (collés au fer) ; on note le passage par différentes valeurs minimales.

Les figures V.26 et V.27 montrent la contribution au couple total du couple d'interaction, du couple de réluctance et du couple de détente pour $I = I_n$ et $I = 3I_n$. Ces figures montrent que le nombre d'ondulations du couple statique est lié au nombre d'encoches statoriques. Elles montrent aussi l'importance du couple de réluctance qui est proportionnel au carré du courant. Ce couple permet d'augmenter le couple total et d'atténuer les ondulations dues aux encoches statoriques.

La figure V.28 présente tous les couples à $I = 3I_n$ pour 60% d'ouverture d'aimants non collés au fer. La comparaison des couples résultants des figures V.27 et V.28 montre que le meilleur moteur est celui à aimants collés au fer.

Les figures V.29 et V.30 montrent que l'intervalle durant lequel les ondulations du couple sont atténuées augmente avec l'ouverture relative des aimants. D'autre part, à ouverture d'aimants fixée, le couple maximal est obtenu quand les aimants sont collés au fer par rapport au cas aimants-fer non collés.

Les figures V.31 et V.32 montrent la variation du couple en fonctionnement autopiloté pour $I = I_n$ et $I = 3I_n$. Le gain sur le couple devient pratiquement négligeable dès que l'ouverture des aimants dépasse les deux tiers de la périphérie du rotor ; on peut remarquer que cette dernière ouverture coïncide en fonctionnement autopiloté avec la proportion des encoches alimentées sur la périphérie du stator.

Pour un rayon d'alésage donné et pour une ouverture des aimants fixée, la figure V.33 représente la variation du couple maximal en fonction de l'épaisseur des aimants insérés. Une valeur suffisante de cette épaisseur (de l'ordre de 3 mm) peut être déterminée indépendamment de la valeur du courant.

Les figures V.34 à V.37 montrent les différents couples obtenus par les deux modèles (stator lisse et encoché). Les caractéristiques obtenues sont concordantes, l'écart entre les couples en fonction de la position angulaire du rotor provient principalement de l'hypothèse d'un stator lisse.

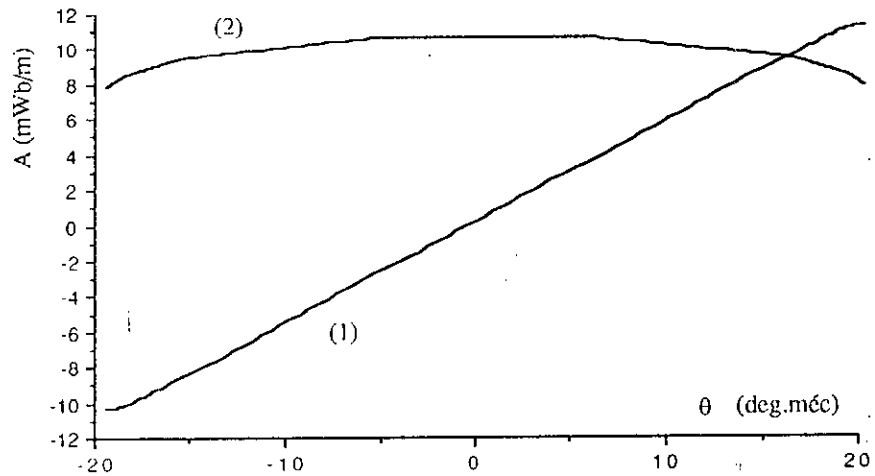


Fig V.21: Potentiels vecteurs pour $\delta = 0$, créés par les aimants (1) et par les courants (2), $I=3I_n$ en $r=r_0$, 66,66% d'ouverture d'aimants collés au fer

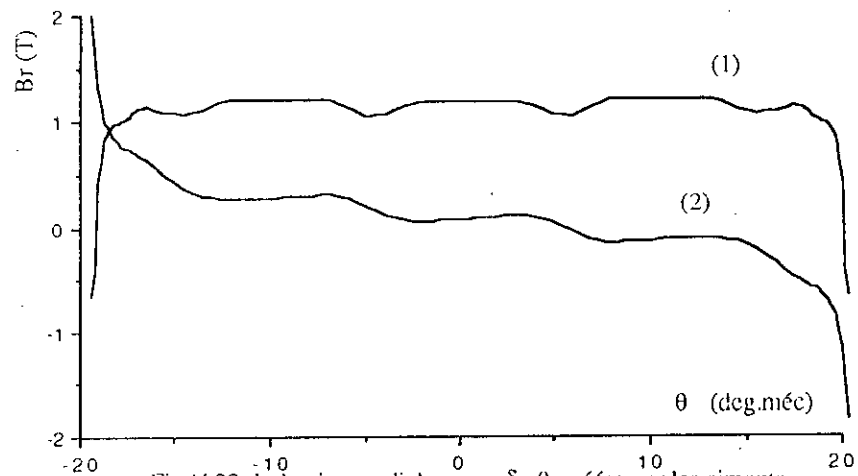


Fig V.22: Inductions radiales pour $\delta = 0$, créées par les aimants (1) et par les courants (2), $I=3I_n$ en $r=r_0$, 66,66% d'ouverture d'aimants collés au fer

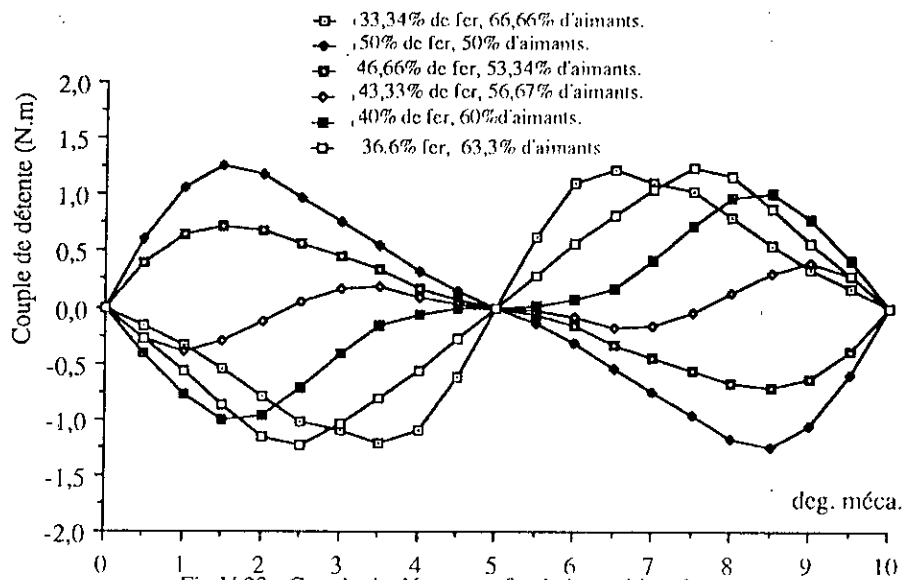


Fig V.23 : Couple de détente en fct de la position du rotor pour différentes ouvertures relatives des aimants et du fer.

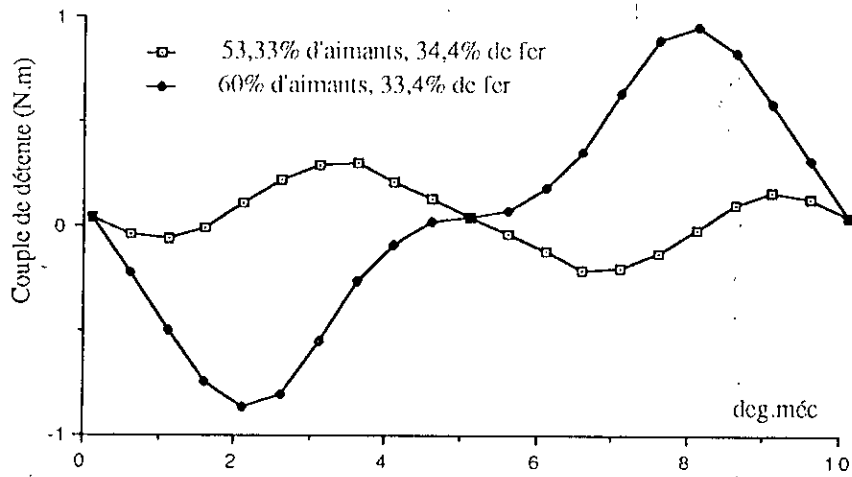


Fig V.24 : Couple de détente en fonction de la position du rotor

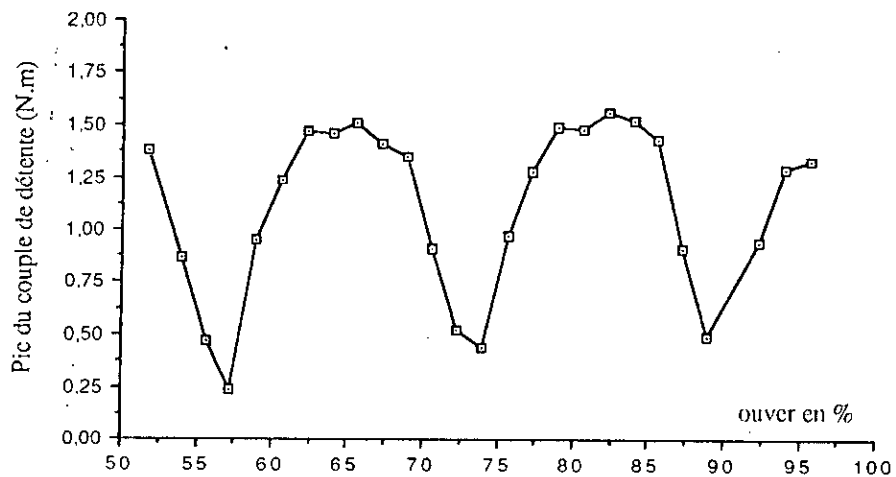


Fig V.25 : Pic du couple de détente en fonction du pourcentage d'ouverture des aimants.

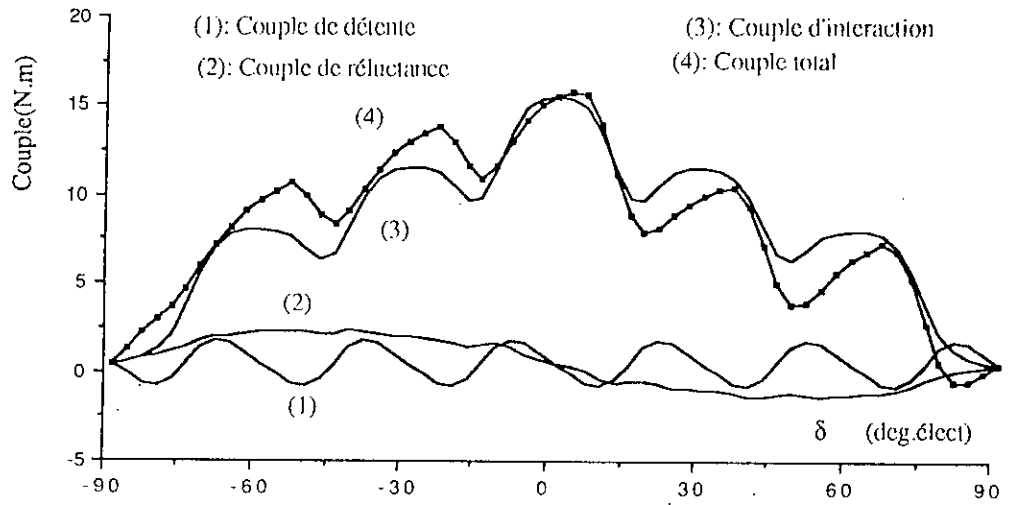


Fig V.26: Couple en fct de δ pour 66,66% d'aimants collés au fer, $I = 1n$

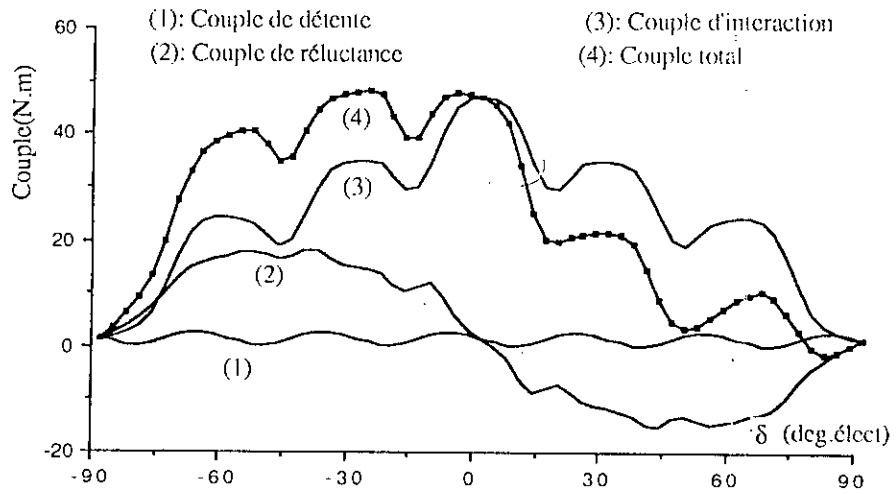


Fig V.27: Couple en fct de δ pour 66,66% d'aimants collés au fer, $I = 3In$

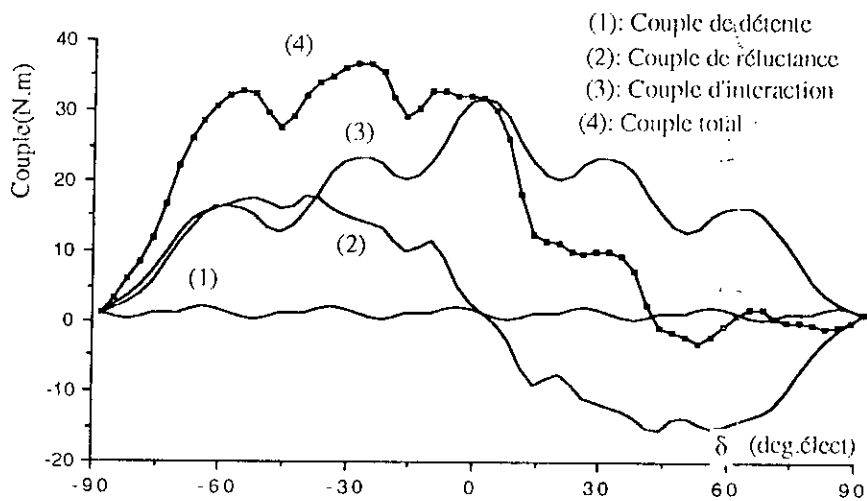


Fig V.28: Couple en fct de δ pour 60% d'aimants et 33,33% de fer, $I = 3In$

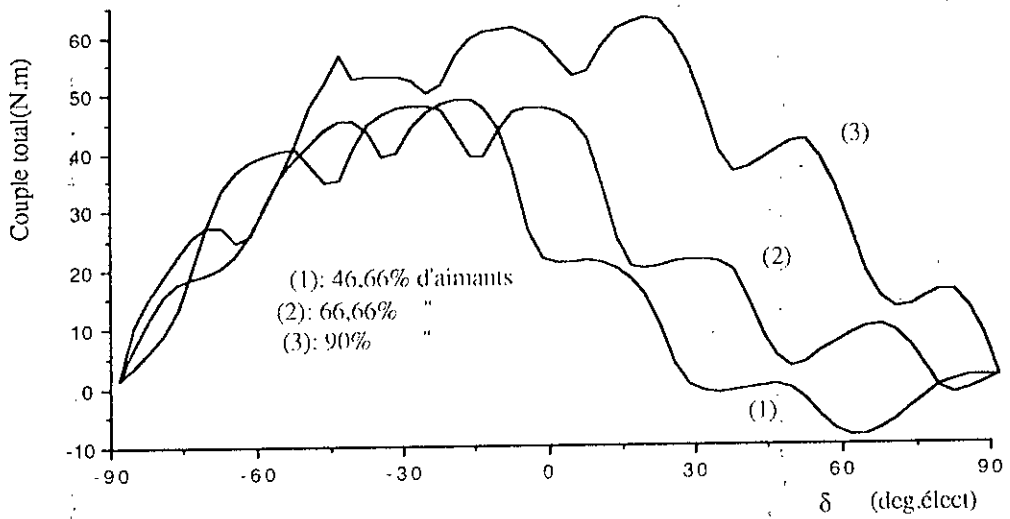


Fig V.29: Couple total en fet de δ pour différentes ouvertures d'aimants collés au fer, $l = 3ln$

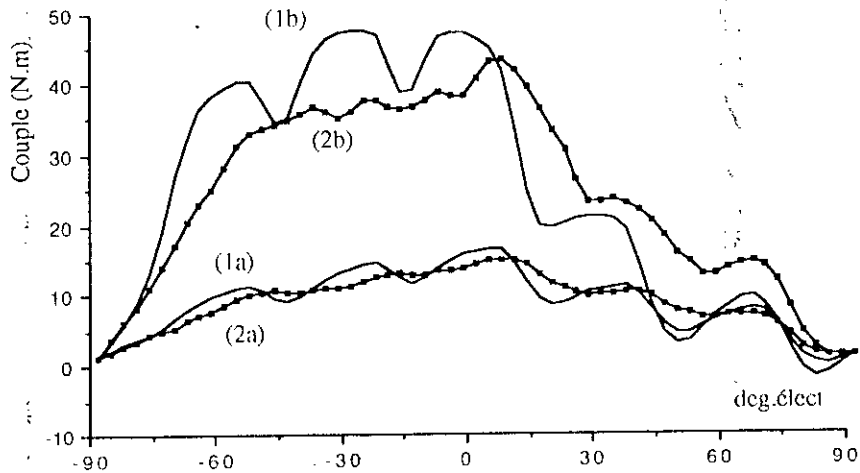


Fig V.30: Couple en fet de la position du rotor pour 66,6% d'aimants (1): collés au fer, (2): 16,6% de fer, (a): $l=ln$, (b): $l=3ln$

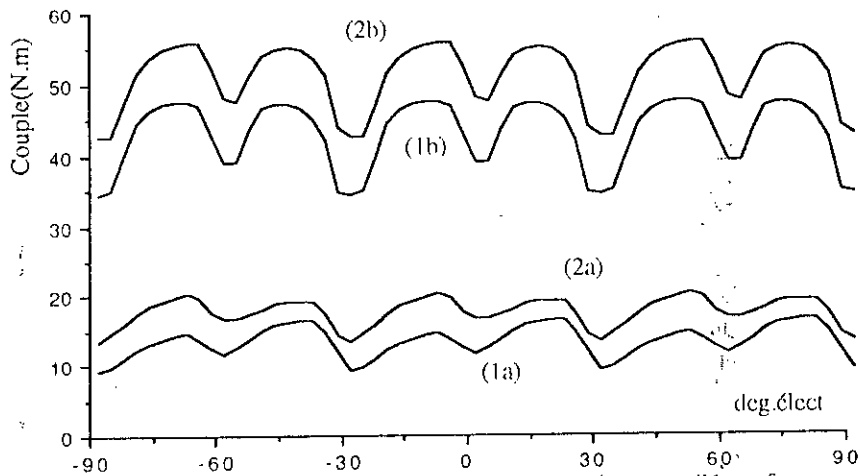


Fig V.31: Couple en fet de la position du rotor, aimants collés au fer (1): 66,66% d'aimants, (2): 83% d'aimants, (a): $l=ln$, (b): $l=3ln$

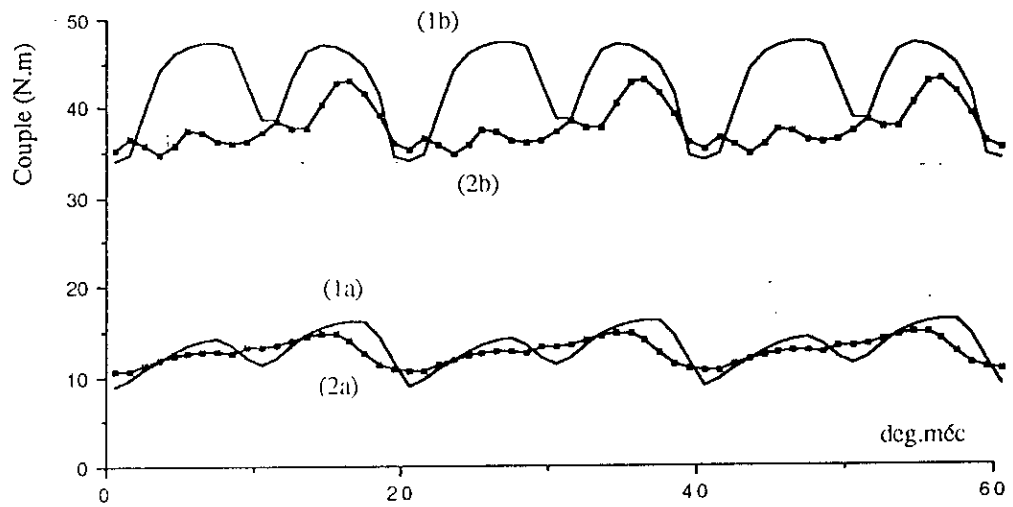


Fig V.32: Couple en fct de la position du rotor pour 66,6% d'aimants
 (1): collés au fer, (2): 16,6% de fer ; (a): $l=ln$, (b): $l=3ln$

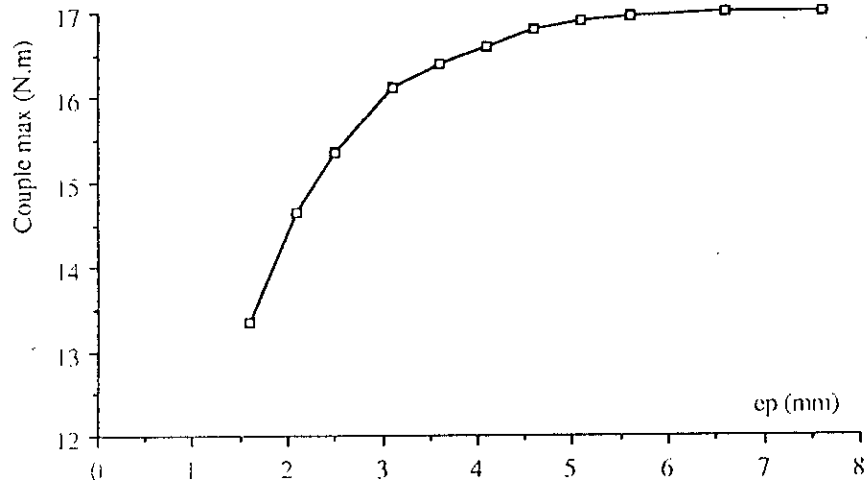


Fig V.33 : Couple max en fonction de l'épaisseur des aimants
 66,66% d'aimants collés au fer, $l = ln$

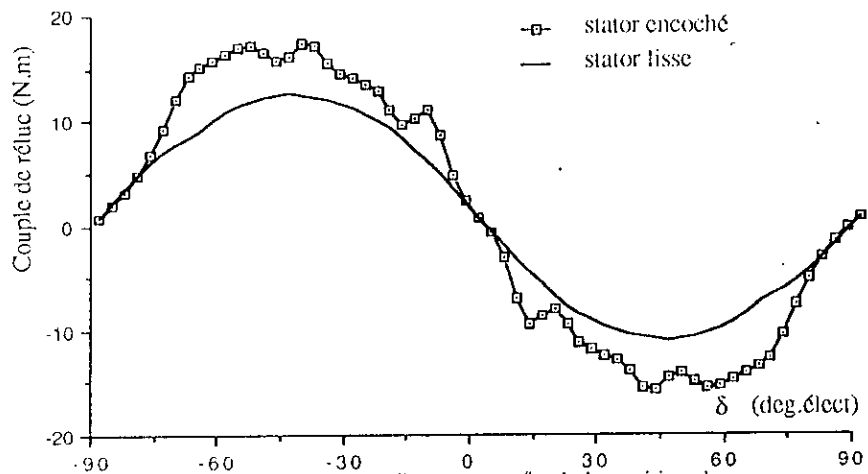


Fig V.34: Couple de réluctance en fct de la position du rotor
 66,66% d'aimants collés au fer, $l = 3ln$

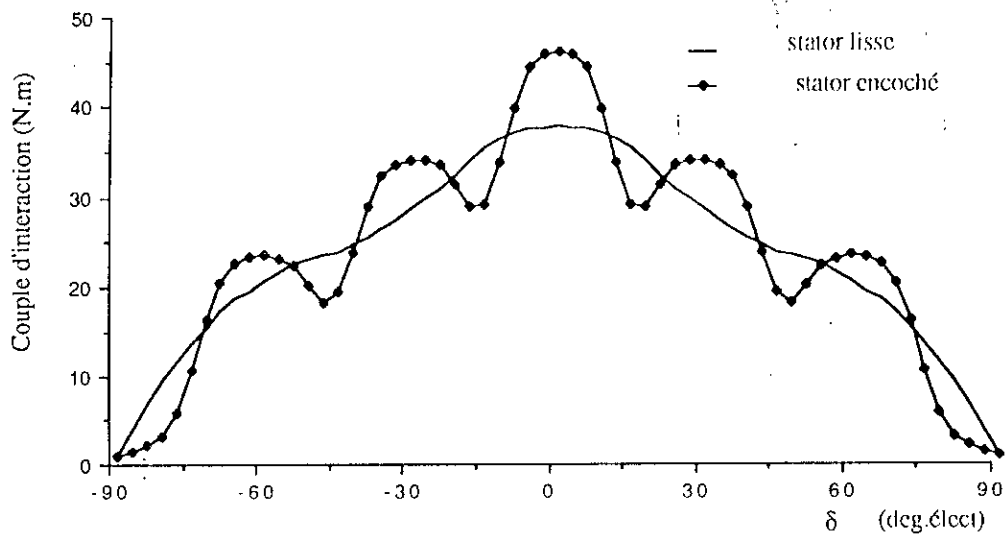


Fig V.35: Couple d'interaction en fet de la position du rotor
66,66% d'aimants collés au fer, $I = 3In$

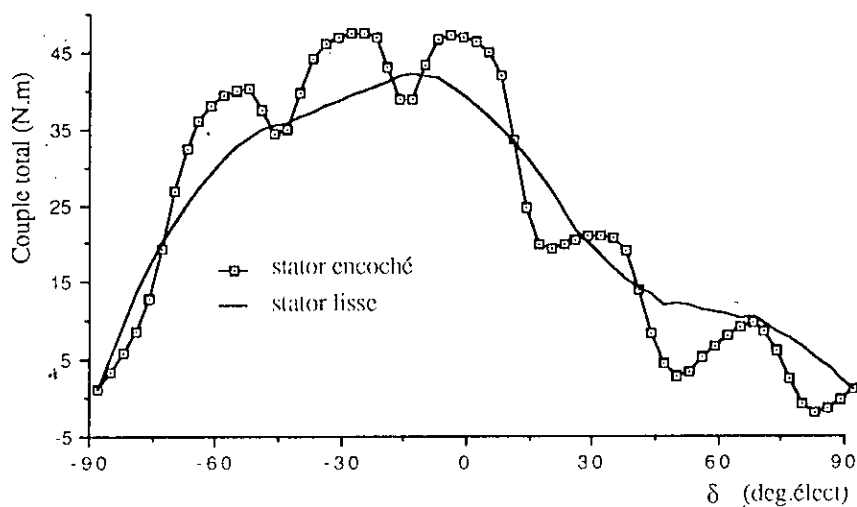


Fig V.36: Couple total en fet de la position du rotor
66,66% d'aimants collés au fer, $I = 3In$

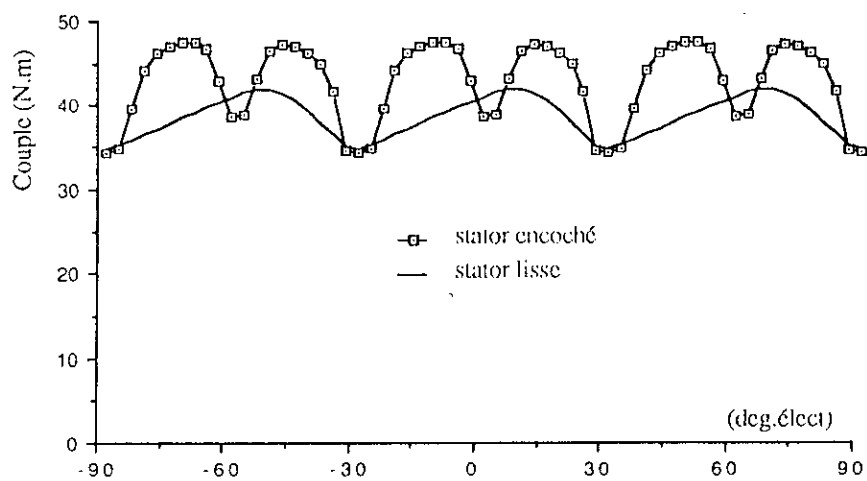


Fig V.37 : Couple en fonctionnement autopiloté en fet de la position du rotor, 66,66% d'aimants collés au fer, $I = 3In$

V.7) Conclusion

Lorsqu'un coût réduit est recherché pour l'ensemble convertisseur statique machine à aimants insérés, une adaptation peut être obtenue par action sur l'ouverture relative du fer interpolaire et des aimants.

Le modèle à stator lisse est simple, les calculs sont rapides, et en plus il permet un dimensionnement préalable de la machine synchrone à aimants insérés dans le fer rotorique.

Le modèle à stator encoché permet d'analyser l'influence de tous les paramètres géométriques de la structure sur le couple. Il présente l'avantage d'analyser séparément tous les couples: couple d'interaction (aimants-courants), couple de réluctance (courants) ainsi que le couple de détente (aimants).

Il ressort de cette étude que le choix particulier d'une ouverture des aimants permet une atténuation importante du couple fluctuant.

Tous ces résultats sont obtenus aisément par la méthode des intégrales de frontière. ils doivent bien entendu être réexaminés de manière plus approfondie, lorsque l'on introduit la saturation.

Conclusion

L'objectif principal de l'étude est d'aborder d'un point de vue numérique la modélisation de structures électromécaniques. Parmi les résultats obtenus, les points suivants méritent d'être soulignés:

L'application de la méthode des intégrales de frontière à une machine asynchrone à rotor massif lisse a permis de valider différents modèles et d'en déduire un modèle très réduit en utilisant une condition aux limites de propagation. Ce modèle a permis d'étudier facilement des structures à géométries complexes.

Dans l'optique de l'optimisation des rotors, nous avons ramené les sources du champ à la surface du stator et supprimé ainsi le domaine statorique. Par ailleurs nous n'avons tenu compte de la saturation que de manière globale en utilisant une perméabilité moyenne.

Malgré ces réserves, nous avons pu obtenir de manière relativement "économique" la solution d'un problème difficile, qui est celui de l'optimisation de la géométrie d'un rotor massif rainuré.

L'utilisation du modèle réduit limité à un pas dentaire a permis d'étudier facilement le cas des rotors composites, notamment le rotor à cage.

La méthode intégrale a permis de déterminer facilement les deux réactances selon les deux axes d et q , nécessaires pour le calcul du couple au cours du démarrage en asynchrone de la machine synchrone à rotor massif. On a pu ainsi varier la géométrie du rotor, à savoir l'ouverture et le nombre d'encoches, ce qui nous a permis de trouver un compromis entre les régimes synchrone et asynchrone.

Ces travaux concernant les rotors massifs devront être complétés notamment par l'étude des comportements des rotors face aux contraintes mécaniques et thermiques.

Enfin, l'application de la méthode des intégrales de frontière au moteur synchrone autopiloté à aimants insérés dans le fer rotorique a permis de montrer l'importance du fer interpolaire. Il permet un gain sur le couple d'autant plus appréciable que l'appel de courant est élevé.

Les deux modèles développés ont permis de dimensionner la structure géométrique, notamment le volume des aimants. La méthode utilisée présente aussi l'avantage d'analyser séparément le couple d'interaction (aimants-courants), le couple de réluctance (courants) ainsi que le couple de détente (aimants).

La méthode des intégrales de frontière constitue un outil très efficace lorsque l'on s'intéresse à l'optimisation de la géométrie d'une structure à symétrie cylindrique dans la mesure où on peut admettre en première analyse, que les domaines ferromagnétiques sont à caractéristiques linéaires. La recherche du potentiel vecteur magnétique au niveau de la densité superficielle équivalente suffit alors pour définir les grandeurs externes utiles lors d'une première optimisation.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] F.HUANG "Etude de problèmes d'Electrotechnique par la méthode des équations intégrales de frontière". Thèse de L'I.N.P.L, Mars 1988.
- [2] L.KRANHENBUKL & A.NICOLAS "Méthode des équations intégrales de frontière, développement des techniques et formulation axisymétrique". RGE Mars 1980.
- [3] M.VOKCHARI & H.HURWITZ "Solution of open boundary problems by differential and integral method". IEEE Septembre 1986.
- [4] L.KRAHENBUHL "La méthode des équations intégrales de frontière pour la résolution des problèmes de potentiel en Electrotechnique, et sa formulation axisymétrique" Thèse de Docteur Ingénieur Ecole centrale de Lyon 1983.
- [5] A.NICOLAS "Application de la méthode des équations intégrales de frontière à la modélisation des phénomènes d'induction". Thèse d'Etat Ecole centrale de Lyon 1983.
- [6] B.LAPORTE & F.HUANG "Optimization of a linear induction rotor with the boundary integral method". ICEM 1986.
- [7] B.LAPORTE & M.CHABANE "Optimal design of a solid rotor asynchronous machine using a boundary integral method". IMACS Septembre 1990 Nancy.
- [8] B.LAPORTE, M.CHABANE & F.M.SARGOS "Application of a boundary integral method to the optimization of solid rotor machines". IEEE PES meeting, February 1994 New York.
- [9] M.CHABANE "Utilisation d'une méthode intégrale pour l'étude et l'optimisation de machines asynchrones à rotors massifs". Thèse de Doctorat de L'INPL 1989.
- [10] M.CHABANE & B.LAPORTE "Etude des moteurs asynchrones à rotor massif encoché par une méthode des équations intégrales de frontière". JTEA Tunis 1989.
- [11] E.DURAND "Magnétostatique". Masson 1968.
- [12] E.DURAND "Electrostatique". Tome I,II,III Masson 1968.

[13] B.LAPORTE, M.CHABANE & R.IBTIOUENE "Couple de détente d'une machine synchrone à aimants insérés dans le fer rotorique". Proceedings eleventh conference IASTED Fevrier 1992 INNSBRUCK.

[14] R.IBTIOUENE, M.CHABANE & B.LAPORTE "Cogging torque of an inset permanent magnets motor". International Journal of modelling and simulation Michigan Dearborn USA.

[15] R.IBTIOUENE, M.CHABANE & B.LAPORTE "étude d'une machine synchrone autopilotée à aimants insérés". Première conférence jeunes chercheurs en génie électrique avril 1992 Toulouse.

[16] B.LAPORTE, R.IBTIOUENE & M.CHABANE "Recherche de performances optimales pour une machine synchrone à aimants insérés par une méthode intégrale mettant en jeu une solution analytique". J.phys.III Octobre 1992.

[17] B.LAPORTE, R.IBTIOUENE & M.CHABANE "Adaptation d'un moteur à aimants insérés au fonctionnement autopiloté". 7^{eme} colloque international sur les moteurs pas à pas Nancy 1992.

[18] B.LAPORTE, R.IBTIOUENE & M.CHABANE "Torque study of an inset permanent magnets motor with rectangular currents feeding". International wokshop on electric and magnetic fields Liège Septembre 1992.

[19] B.LAPORTE, R.IBTIOUENE & M.CHABANE "INSET permanent magnets synchronous motors torque analysis". International conference drives and power electronics Tchecoslovaquie Septembre 1992.

[20] B.LAPORTE, R.IBTIOUENE & M.CHABANE "Optimisation d'une machine synchrone autopilotée à aimants isérés". RGE Juillet 1993.

[21] B.LAPORTE, M.CHABANE & R.IBTIOUENE " Optimal design for an autosynchronous motor with inset permanent magnets". IMACS-TC1, Juillet 1993 Montreal.

[22] A.REZZOUG "Machine synchrone à plots ferromagnétiques aimantés à saturation par une bobine supraconductrice. Aspects théoriques et expérimentaux". Thèse d'Etat INPL 1987.

[23] B.LAPORTE "Contribution au calcul des machines à pôles massifs". Thèse de Docteur Ingénieur INPL 1970.

[24] B.LAPORTE "Etude du comportement d'un matériau ferromagnétique isotrope dans un champ glissant". RGE N° 3 mars 1974.

[25] M.CHABANE & B.LAPORTE "Curvature effects in the calculation of solid rotors". AEI Torino Juillet 1986.

[26] M.CHABANE "Calcul des machines à pôles massifs en tenant compte de la courbure". Rapport de DEA INPL Octobre 1985.

[27] T.W.PRESTON & A.B.J.REECE "Solution of 3 dimensional eddy current problems: T- Ω - method". IEEE Mars 1982.

[28] J.DON GILBERT "Green's function integrals in undergraduate electromagnetics". IEEE vol-30 N° 4 Novembre 1987.

[29] T.H.FAWZI & Ali "Boundary integral equations analysis of induction devices with rotational symmetry". IEEE Trans.on Magnetics, vol.Mag-19, N° 1 Janvier 1983.

[30] J.M.SCHNEIDER & S.L.SALON "A boundary integral formulation for the eddy current problem". Conference intermag 80, Boston-IEEE trans.on Magnetics vol.Mag 16-5 September 1980.

[31] I.LUCAS "Numerical solution of magnetostatic boundary value problems by iterative integration using the Green's function". Journal of applied physics Avril 1976.

[32] C.A.BREBBIA "The boundary element method for engineers". Pentech press 1980.

[33] J.LEGRAS "Méthodes et techniques de l'analyse numérique". Dunod.

- [34] J.M.BIEDENGER "Contribution à l'étude de la diffusion du champ électromagnétique dans le fer massif. application à l'analyse d'une machine asynchrone à rotor massif". Thèse d'Etat Université de Compiègne 1986.
- [35] R.L.RUSSEL & K.H.NURSWORTHY "Eddy current and wall losses in screened rotor induction motors". Proc.IEE London 1958.
- [36] H.YEE "Effects of finite length in solid rotor induction machines". IEE Aout 1971.
- [37] B.LAPORTE "Généralités sur les convertisseurs électromécaniques". Cours ENSEM.
- [38] B.LAPORTE "Cours d'Electrotechnique". Cours ENSEM.
- [39] M.ABRAMOWITZ & A.STEGUIN "Handbook of mathematical functions". Dover publications.
- [40] A.ANGOT "Compléments de mathématiques". Dunod.
- [41] G.VOLODIMER "Contribution à l'étude expérimentale des moteurs à rotors massifs. Ingénieur CNAM Fevrier 1983.
- [42] M.E.ZAIM "Contribution à l'étude des machines asynchrones à rotor massif rainuré". Thèse de Docteur Ingénieur INPL 1979.
- [43] K.R.RAJAGOPALAN & V.BALARAMA MURTY "Effects of axial slits on the performances of induction machine with solid iron rotors". IEEE Pas-88 November 1969.
- [44] R.A.JANVESON "Eddy current effects in solid unslotted iron rotors". IEE vol 115 N° 6 Juin 1968.
- [45] B.LAPORTE & M.E.ZAIM "Method of calculation and performances of induction machines with slitted solid iron rotors". ICEM Bruxelles septembre 1978.
- [46] M.A.GUERAUD "Contribution à l'étude des machines électriques à conducteurs dans l'entrefer". Thèse de l'Université de Paris VI 1988.

[47] M.E.ZAIM "Contribution à la conception des machines asynchrones à rotor massif". Thèse d'Etat ENP d'Alger 1989.

[48] M.E.ZAIM "Distribution du flux magnétique dans les machines asynchrones à rotor massif". JTEA Tunis 1987.

[49] A.MAILFERT "Principe des machines à réluctance variable". Technique de l'Ingénieur.

[50] F.MEIBODY TABAR "Etude d'une machine synchrone à réluctance variable pour les applications à grande vitesse". Thèse de L'INPL 1986.

[51] F.M.SARGOS "Etude théorique des performances des machines à réluctance variable". Thèse d'Etat INPL 1981.

[52] J.M.KAUFMANN "Contribution au calcul des inductances d'une machine à pôles saillants". Thèse d'Etat INPL 1974.

[53] M.CHABANE, B.LAPORTE & F.MEIBODY TABAR "Calculation of the performances of a synchronous machine with salient solid poles using the boundary integral method". fourth international conference on electrical machine and drives, IEE Septembre 1989 London.

[54] B.LAPORTE "Régimes transitoires de la machine synchrone à pôles saillants". Cours ENSEM.

[55] K.J.BINNS & M.R.LJOYS "Method for evaluating the starting characteristics of solid salient pole synchronous motors". Electrical power applications Nov.1978.

[56] P.BARRET "Contribution à l'étude des régimes transitoires des régimes variables des turboalternateurs de grande puissance". Thèse d'Etat Université Pierre et Marie CURIE Paris VI 1976.

[57] B.J.CHALMERS "New reluctance motors with unlaminated rotor". IEE, Proc, vol.117, N° 12, Decembre 1970.

- [58] B.G.CHALMERS & A.S.MULKI "Design and performances of reluctance motors with unlaminated of reluctance motors". IEE New York 1972.
- [59] R.SAOU "Optimisation de machines à réluctance variable à stator lisse". Thèse de Magister ENP d'Alger 1991.
- [60] P.BRISSONEAU "Les aimants à base de terres rares : très performants mais coûteux" RGE, N° 3, Mars 1987.
- [61] B.LAPORTE, C.BERENGER & P.MANFE "Optimization of a permanent magnets synchronous machine owning windings in the air-gap, presentation of a prototype". ICEM Combridge USA 1990.
- [62] B.LAPORTE & P.MANFE "Machines à aimants: de la conception aux prototypes". Firtech, Univerdustrie Nancy 1991.
- [63] B.NOARED, D.HOTTOIS & M.LAJOIE-MAZENC "Aimants permanents et induits sans encoches: la solution pour les puissances élevées à basse vitesse". Colloque Européen SEE Grenoble 1990.
- [64] Le.HUH, R.PERRE & R.FEUIKET "Minimization of torque ripple in brushless dc motor drives". Conference record of the 1985, IEEE IAS Annual Meeting.
- [65] R.F.SCHIFERL & T.A.LIPO "Power capability of salient pole permanent magnet synchronous motors in variable speed drive applications". IEEE Trans.Ind Appl.26 1990.
- [66] P.PILLAY & R.KRISHMAN "Applications characteristics of permanent magnet synchronous and brushless dc motors for servo drives". IEEE Trans.Ind App 27 1991.
- [67] LI.TOUZHU & G.SLEMON "Reduction of cogging torque in permanent magnet motors". IEEE Transactions on magnetics. vol.24 N° 6 Novembre 1988.
- [68] R.CARLSON, M.LAJOIE-MAZENC & J.C.FAGUNDES "Analysis of torque ripple du to phase commutation in brushless dc machines". IEEE Transactions on Industry applications society annual meeting October 1990 Seattle USA.
- [69] B.IBTIOUENE, "Contribution au dimensionnement électromagnétique d'une machine synchrone à aimants insérés en fonctionnement synchrone autopiloté". Thèse de Doctorat D'Etat ENP d'Alger, Avril 1993.