

Ecole Nationale Polytechnique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

Département : Génie mécanique

Mémoire de projet de fin d'études

**Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en génie
mécanique**

Sujet :

**Étude du comportement thermique d'un plancher
chauffant hydraulique dans une cellule de test :cas de
charge/décharge thermiques**

Réalisé par :

MOKRANE NAZIM

Sous la direction de :

Dr. A.MERABTINE, Maître de conférences à l'EPF École d'ingénieur, Troyes, France

Et

A.SMAILI, Professeur au département de génie mécanique, École Nationale Polytechnique.

Présenté et soutenu publiquement le 06/07/2019

Devant le jury :

Président	S.RECHAK	Professeur	ENP
Exminateur	M.DJALAL	MCB	ENP
Encadreur	A.SMAILI	Professeur	ENP
Co-encadreur	A.MERABTINE	Maître de conférences	EPF Troyes

Ecole Nationale Polytechnique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

Département : Génie mécanique

Mémoire de projet de fin d'études

**Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en génie
mécanique**

Sujet :

**Étude du comportement thermique d'un plancher
chauffant hydraulique dans une cellule de test : cas de
charge/décharge thermiques**

Réalisé par :

MOKRANE NAZIM

Sous la direction de :

Dr. A.MERABTINE, Maître de conférences à l'EPF École d'ingénieur, Troyes, France

Et

A.SMAILI, Professeur au département de génie mécanique, École Nationale Polytechnique.

Présenté et soutenu publiquement le 06/07/2019

Devant le jury :

Président	S.RECHAK	Professeur	ENP
Exminateur	M.DJALAL	MCB	ENP
Encadreur	A.SMAILI	Professeur	ENP
Co-encadreur	A.MERABTINE	Maître de conférences	EPF Troyes

Remerciements :

La réalisation de ce projet de fin d'études a été possible grâce au concours de plusieurs personnes à qui je voudrais témoigner toute ma gratitude.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à mes encadrants **M. AREZKI SMAILI** professeur à l'école nationale polytechnique et **M. ABDELATIF MERABTINE** maître de conférences à l'EPF École d'ingénieurs Troyes. Je les remercie de m'avoir donné l'opportunité de travailler sur ce projet, de m'avoir encadré, orienté, aidé et conseillé.

Je désire aussi remercier tous les professeurs et enseignants de l'école nationale polytechnique, et tout particulièrement ceux du département de génie mécanique, l'enseignement de qualité qu'ils m'ont dispensé à moi et mes camarades élèves ingénieurs tout au long de ces trois années de cursus m'a fourni les outils nécessaires à la réussite de mes études universitaires.

Je remercie également l'administration de l'EPF école d'ingénieurs Troyes en générale et **M. ABDELATIF MERABTINE** de façon particulière, d'avoir proposé ce projet aux étudiants de notre école et de m'avoir fournis toute la documentation et les données techniques nécessaires au bon déroulement de mon projet de fin d'étude.

J'exprime toute ma reconnaissance à **M. SAID RECHAK** chef du département de génie mécanique à l'école nationale polytechnique pour avoir accepté de présider le jury de ce mémoire. Que **M. DJALAL** maître de conférences à l'école nationale polytechnique, trouve ici l'expression de mes vifs remerciements pour avoir bien voulu juger ce travail.

Je finirai en remerciant mes très chers parents, ma sœur et mes amis d'avoir toujours été là pour moi, leur soutien inconditionnel et leurs encouragements ont été d'une grande aide.

À tous ces intervenants, je présente mes remerciements, mon respect et ma gratitude.

ملخص :

الهدف من هذا العمل هو تطوير نموذج رقمي ثنائي الأبعاد لدراسة السلوك الحراري للتدفئة الأرضية الهيدروليكية باستخدام طريقة الفروق المحدودة الصريحة. يسلط هذا النموذج الضوء على الاستجابة الحرارية للتدفئة الأرضية تحت ظروف العمل المختلفة ، خاصة في حالة الإجهاد الحراري الخارجي ، أي مدخلات حرارة مشعة في جزء من سطح الأرضية. لحل المعادلات التي تحكم النموذج العددي ، تم تطوير كود ماتلاب. في البداية ، لوحظ توافق جيد بعد مقارنة نتائج المحاكاة بتلك التي تم الحصول عليها تجريبياً ANSYS/FLUENT. بعد ذلك ، في حالة وجود بقع شمسية ذات شدة ثابتة على جزء من سطح الأرض ، تم التحقق من صحة رمز الحساب من خلال مقارنة نتائجها بالنتائج التي حصلنا عليها باستخدام برنامج

سيتم تنفيذ نمذجة المهمة الشمسية على ANSYS/FLUENT من خلال تنفيذ UDF (user defined function) سننهي هذا العمل من خلال اقتراح حلول بسيطة للمخاطر المحتملة لارتفاع درجة حرارة الأرض بسبب الإشعاع الشمسي

الكلمات الدالة: طريقة الفروق المحدودة الصريحة ، محاكاة رقمية ، نظام التدفئة تحت البلاط الهيدروليكي

Abstract :

The objective of this work is to develop a two-dimensional numerical model to study the thermal behavior of a hydraulic underfloor heating system using the explicit finite difference method. This model highlights the thermal response of the underfloor heating under different working conditions, especially in the case of external thermal stress, ie a radiant heat input at a part of the floor surface. A calculation code programmed on Matlab and a numerical simulation on Ansys / Fluent were developed in order to validate the numerical model. At first, good concordances were noted following the comparison of the results of the simulations with those experimentally obtained (EPF test cell). Then, in the case of the presence of a sunspot of constant intensity on a part of the surface of the floor, the validation of the code of computation was carried out by comparing its results with those which we obtained by using the software ANSYS / fluent simulation. Modeling the solar task on ANSYS / Fluent will be done by implementing a UDF (user defined function) that we have developed.

After validation of the calculation code, a real solar radiation on a part of the surface of the floor was modeled in order to study its effect on the surface temperature of the heating floor.

We will finish this work by proposing simple solutions to the possible risks of overheating of the floor heating due to solar radiation.

Keywords : Hydraulic underfloor heating system, Numerical simulation, Explicit finite difference method

Résumé

L'objectif de ce travail est de développer un modèle numérique bidimensionnel permettant d'étudier le comportement thermique d'un plancher chauffant hydraulique en utilisant la méthode des différences finies explicite. Ce modèle met en évidence la réponse thermique du plancher chauffant dans différentes conditions de travail, notamment dans le cas d'une sollicitation thermique externe, à savoir un apport de chaleur par rayonnement au niveau d'une partie de la surface du plancher. Un code de calcul programmé sur Matlab et une simulation numérique sur Ansys/Fluent ont été développés dans le but de valider le modèle numérique. Dans un premiers temps, de bonnes concordances ont été notées suite à la comparaison des résultats de la simulations avec ceux obtenus expérimentalement (cellule de test EPF). Ensuite, dans le cas de la présence d'une tache solaire d'intensité constante sur une partie de la surface du plancher, la validation du code de calcul a été effectué en comparant ses résultats à ceux que nous avons obtenus en utilisant le logiciel de simulation ANSYS/fluent. La modélisation de la tâche solaire sur ANSYS/Fluent se fera en implementant une UDF (user defined function) que nous avons développé.

Après validation du code de calcul, un rayonnement solaire réel sur une partie de la surface du plancher à été modélisé dans le but d'étudier son effet sur la température de surface du plancher chauffant.

Nous finirons ce travail en proposant des solutions simples aux éventuels risques de surchauffe du plancher chauffant en raison du rayonnement solaire.

Mots clés : Plancher chauffant hydraulique, Simulation numérique, Méthode des différences finies explicite

Tables des matières :

Liste des tableaux

Liste des figures

Liste des nomenclatures

Introduction :	11
Chapitre 1 : Généralités	14
1.1 Chauffage/refroidissement à air pulsé :	15
1.1.1 Définition :	15
1.1.2 Avantages du système de chauffage à air pulsé :	16
1.1.3 Inconvénients du système de chauffage à air pulsé :	16
1.2 Systèmes de chauffage radiant (par rayonnement)	16
1.2.1 Chauffage par radiateur :	16
1.2.1.1 Définition :	16
1.2.1.2 Avantages du chauffage par radiateur :	17
1.2.1.3 Inconvénients du chauffage par radiateur :	17
1.3 Les planchers chauffants:	18
1.3.1 Définition :	18
1.3.2 Histoire :	18
1.3.3 Les différents composants d'un plancher chauffant :	18
1.3.4 Types de plancher chauffant :	19
1.3.4.1 Plancher chauffant hydraulique :	19
1.3.4.2 Plancher chauffant électrique :	24
1.3.5 Les avantages des planchers chauffants :	25
1.3.6 inconvénients des planchers chauffants :	25
1.4 modélisation mathématique d'un rayonnement solaire réel.	26
1.4.1 Introduction :	26
1.4.2 Définitions des paramètres régissant les variations du rayonnement solaire :..	26
1.4.3 Calcul du flux de chaleur par rayonnement sur le plancher chauffant	31
Chapitre 2 : Développement du modèle numérique	37
2.1 Première partie : présentation de la cellule de test de l'EPF Troyes	38
2.1.1 Définition	38
2.1.2 Motivations ayant conduit à la mise en place de la cellule BBC :	38
2.1.3 Principe de fonctionnement de la cellule de test :	38
2.1.4 Enveloppe externe de la cellule de test :	39
2.1.5 Equipement HVAC de la cellule de test :	39
2.1.6 Instrumentation et supervision	39
2.1.7 Le plancher chauffant de la cellule de test	40

2.1.8	Réglage de la température d'entrée de l'eau :	41
2.2	Deuxième partie : Plancher chauffant de la cellule de tests	43
2.2.1	introduction :	43
2.2.2	Hypothèses :	44
2.2.3	Définition du problème bidimensionnel :	46
2.2.3.1	Discrétisation du domaine de calcul :	46
2.2.3.2	Développement des equations de diffusion de la chaleur par la méthode des différences finies :	48
2.2.3.3	Développement des équations du model bidimensionnel dans les différentes zones du domaine de calcul :	53
2.2.3.4	Formulation matricielle du système d'équation :	57
2.2.3.5	Programmation du modèle mathématique :	60
2.3	Troisième partie : Développement des équations dans le cas d'un plancher chauffant hydraulique soumis à un rayonnement solaire.	68
2.3.1	Introduction :	68
2.3.2	Hypothèses	69
2.3.3	Définition du problème bidimensionnel :	69
2.3.3.1	Développement des equations de diffusion de la chaleur par la méthode des différences finies:	69
2.3.3.2	Développement des équations du model bidimensionnel dans les différentes zones du domaine de calcul :	70
2.3.3.3	Formulation matricielle du système d'équation :	73
2.3.3.4	Programmation du modèle mathématique :	73
Chapitre 3 : Résultats et discussions		74
3.1	Première partie : plancher de la cellule de tests.	75
3.1.1	Introduction :	75
3.1.2	Mesure des différentes températures dans la cellule de test	75
3.1.3	Scénarios de validation :	75
3.1.4	Validation du code de calcul :	76
3.1.4.1	Scénario 1 :	76
3.1.4.2	Scénario 2 :	81
3.1.5	Conclusion de la première partie :	84
3.2	Deuxième partie : Cas d'un plancher chauffant hydraulique soumis à un rayonnement solaire.	85
3.2.1	Introduction :	85
3.2.2	Hypothèses	85
3.2.3	Scénarios de validation :	86
3.2.4	Validation du code de calcul :	86
3.2.4.1	Scénario 1 : une tache solaire suivant une loi de Dirac :	87

3.2.4.2	Scénario2 : tache solaire suivant une loi de Heaviside :	94
3.2.5	Conclusion de la deuxième partie :	96
3.3	Troisième partie : Cas d'un plancher chauffant soumis à un rayonnement solaire réel :	97
3.3.1	Développement d'un programme pour le calcul de l'intensité du flux de chaleur :	97
3.3.1.1	Hypothèses :	97
3.3.1.2	Calcul de l'heure du levé et du coucher du soleil :	97
3.3.1.3	Évolution de l'intensité du flux de chaleur au long de la journée :	98
3.3.2	Évolution de la température surfacique du plancher chauffant :	99
3.3.2.1	Évolution de la température surfacique au point 1 :	100
3.3.2.2	Évolution de la température surfacique au point 2 :	101
3.3.2.3	Évolution de la température moyenne du plancher :	102
3.3.3	Contrôle de la température du plancher :	103
3.3.3.1	Évolution de la température moyenne surfacique pendant une journée de printemps :	103
3.3.3.2	Première solution : réduction de la température d'entrée de l'eau pendant la période d'ensoleillement :	104
3.3.3.3	Deuxième solution : installation d'un film solaire sur le vitrage des fenêtres :	105
	Conclusion générale :	107
	Références bibliographiques :	109
	Annexes.	111

Liste des tableaux:

Tableau 2.1 : Propriétés des matériaux isolants, page 39

Tableau 2.2 : Propriétés de la chape, page 40

Tableau 2.3 : Propriétés du tube, page 40

Tableau 2.4 : Caractéristiques du compartiment chaud, page 41

Tableau 3.1 : Sensibilité du maillage, page 88

Liste des figures :

Figure 1.1 : Système de chauffage à air pulsé.	Page 15
Figure 1.2 : Radiateur à eau chaude domestique	Page 16
Figure 1.3 : Les différents éléments d'un plancher chauffant	Page 18
Figure 1.4 : Réseau de tubes d'un plancher chauffant hydraulique	Page 19
Figure 1.5 : Tube en PEX-Al-PEX	Page 19
Figure 1.6 : Formation de boue dans un tube en polyéthylène	Page 20
Figure 1.7 : Tube en PERT muni d'une barrière anti-oxygène (BAO)	Page 20
Figure 1.8 : Pompe à chaleur	Page 22
Figure 1.9 : Chaudière	Page 22
Figure 1.10 : Chauffe-eau solaire	Page 22
Figure 1.11 : 3 configurations possible pour la disposition du réseau de tube	Page 23
Figure 1.12 : Distribution de la température pour les 3 configurations	Page 23
Figure 1.13 : Plancher chauffant électrique	Page 24
Figure 1.14 : Illustration des lignes de longitude	Page 26
Figure 1.15: Illustration des paramètres angulaires	Page 30
Figure 1.16 : Espace de vie muni d'un plancher chauffant et d'un Kang chauffant	Page 33
Figure 2.1 : Représentation schématique de la cellule de test BBC+ et de ses différents instruments	Page 40
Figure 2.2: Positions des capteurs de température	Page 41
Figure 2.3 : Courbe de chauffe de l'eau	Page 41
Figure 2.4: Vue d'en haut du plancher chauffant hydraulique	Page 43
Figure 2.5: Vue de profil du plancher chauffant	Page 43
Figure 2.6: Coupe dans le plancher chauffant hydraulique	Page 44
Figure 2.7 : Modélisation simplifié du plancher chauffant hydraulique	Page 44
Figure 2.8 : Modélisation bidimensionnelle du plancher chauffant	Page 45
Figure 2.9 : Modélisation Bidimensionnelle du problème de transfert de chaleur	Page 46
Figure 2.10 : Discrétisation du domaine de calcul	Page 46
Figure 2.11 : les différentes zones du domaine de calcul	Page 47
Figure 2.12 : Bilan énergétique d'un volume de contrôle infinitésimal	Page 49
Figure 2.13 : Photo de la cellule de test BBC+ de l'EPF Troyes	Page 68

Figure 2.14 : Représentation de la concentration du rayonnement solaire sur une partie de la surface	Page 68
Figure 3.1 : Positions des capteurs de températures sur la surface du plancher	Page 75
Figure 3.2 : Évolution de la température moyenne de la surface du plancher (Scénario1)	Page 76
Figure 3.3 : Données expérimentales de la température d'entrée de l'eau (Scénario1)	Page 77
Figure 3.4 : Évolution de la température moyenne surfacique corrigée (Scénario1)	Page 78
Figure 3.5 : Évolution de la température locale au niveau de la position du capteur TS1.	Page 79
Figure 3.6 : Évolution de la température locale au niveau de la position du capteur TS2.	Page 80
Figure 3.7 : Évolution de la température moyenne surfacique (Scénario 2)	Page 81
Figure 3.8 : Données expérimentales de la température d'entrée de l'eau (Scénario2)	Page 82
Figure 3.9 : Évolution de la température moyenne surfacique corrigée (Scénario2)	Page 83
Figure 3.10 : Illustration de la distribution du flux solaire sur une partie de la surface du plancher	Page 85
Figure 3.11: Modélisation géométrique simplifiée du plancher chauffant sur Ansys	Page 87
Figure 3.12: Maillage du modèle géométrique	Page 89
Figure 3.13: Évolution de la température surfacique au point 1 (scénario solaire 1)	Page 91
Figure 3.14 : Évolution de la température surfacique au point 2 (scénario solaire 1)	Page 92
Figure 3.15: Évolution de la température surfacique au point 1 (scénario solaire 2)	Page 94
Figure 3.16 : Évolution de la température surfacique au point 2 (scénario solaire 2)	Page 95
Figure 3.17: Évolution de l'intensité du flux solaire à Troyes pour la journée du 19 Janvier	Page 98
Figure 3.18: Prédiction de l'évolution de la température surfacique au point 1 pour la journée du 19 Janvier	Page 100
Figure 3.19: Prédiction de l'évolution de la température surfacique au point 2 pour la journée du 19 Janvier	Page 101
Figure 3.20 : Prédiction de l'évolution de la température surfacique moyenne pour la journée du 19 Janvier	Page 102
Figure 3.21 : Prédiction de l'évolution de la température surfacique moyenne pour la journée du 15 Avril	Page 103
Figure 3.22: Évolution de la température moyenne surfacique pour la journée du 15 Avril après réduction de la température de l'eau	Page 104
Figure 3.23 : Fonctionnement des films solaire antichaleur	Page 105
Figure 3.24: Évolution de la température moyenne surfacique pour la journée du 15 Avril après installation d'un film solaire.	Page 105

Liste des nomenclatures :

A : Surface du plancher, m^2

AST : Temps solaire apparent

Bi_a : Nombre de Biot de l'échange convectif

Bi_r : Nombre de Biot de l'échange radiatif

Bi_f : Nombre de Biot de l'échange convectif avec le fluide

$C_{p,a}$: Chaleur spécifique de l'air à pression constante, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

$C_{p,c}$: Chaleur spécifique de la chape, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

$C_{p,f}$: Chaleur spécifique de l'eau à pression constante, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

D : Diamètre du tube, m

E : Équation du temps, mn ; Énergie interne du volume de contrôle, J

e : Épaisseur de la chape

F : Facteur du vue

Fo : Nombre de fourrier

f : Coefficient de frottement

$G_{sc,0}$: La constante solaire moyenne, W/m^2

G_{sc} : La constante solaire, W/m^2

$G_{sc,h}$: Constante solaire horizontale, W/m^2

G_h : Irradiation globale horizontale, W/m^2

$G_{a,h}$: Irradiation diffuse horizontale, W/m^2

G_b : Irradiation direct, W/m^2

g : Accélération de la pesanteur, m/s^2

h_a : Coefficient de convection de l'air, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$

h_r : Coefficient d'échange de chaleur par radiation, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$

h_f : Coefficient de convection de l'eau, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$

K : Indice de clarté

L : Longueur du tube, m ; Longitude du lieu

m : Nombre de nœuds suivant la direction z

\dot{m} : Débit massique de l'eau, kg/s

n : Nombre de nœuds suivant la direction x ; jour de l'année

Nu : Nombre de Nusselt

\dot{Q} : Taux de transfert d'énergie, W

q : Taux de transfert de chaleur, W

q'' : Flux de chaleur, W/m^2

T_∞ : Température ambiante, K

T_r : Température de rayonnement, K

$T_{i,j}$: Température au nœud (i, j) , K

U : Vitesse d'écoulement de l'eau, m/s

U^* : Vitesse réduite

\dot{V} : Débit volumique, m^3/s

W : Travail mécanique, W

α : Diffusivité thermique, m^2/s

β : Coefficient d'expansion thermique volumétrique, K^{-1}

δ : Angle de déclinaison

ε : Emissivité de la surface

θ : Angle d'incidence du rayonnement solaire

λ : Conductivité thermique, $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$

μ : viscosité, $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$

ρ : Masse volumique, kg/m^3

σ : Constante de Stéfane-Boltzman

φ : Latitude du lieu

ω : Angle horaire

Introduction

Introduction :

Depuis la révolution industrielle, la consommation finale d'énergie n'a cessé d'augmenter, elle a progressé de 105% en 43 ans (de 1973 à 2016). Selon BP (British Petroleum), la consommation mondiale finale d'énergie en 2017 était de 13 511 Mtep (mégatonnes équivalents pétroles) dont 89% sont issus de ressources énergétiques non renouvelables, en parallèle, toujours selon BP, les réserves mondiales prouvées d'énergies non renouvelables pouvaient être estimées en 2017 à 1018 milliards de tonnes équivalents pétroles (tep).

Si l'on se fie aux données statistiques précédentes et si l'on se montre optimiste en supposant que la consommation mondiale finale d'énergie n'augmentera plus dans les prochaines années, nous pouvons réaliser une estimation du temps qu'il nous reste avant que toutes les ressources d'énergie non renouvelable soient épuisées :

$$\text{consommation annuelle finale d'énergie} = 13511 \text{ Mtep} = 13511 * 10^6 \text{ tep}$$

$$\begin{aligned} \text{consommation annuelle finale d'énergie non renouvelable} &= 0.89 * 13511 * 10^6 \text{ tep} \\ &= 12025 * 10^6 \text{ tep} \end{aligned}$$

$$\text{réserves mondiales prouvées d'énergie non renouvelables} = 1018 * 10^9 \text{ tep}$$

$$\text{temps avant épuisement} = \frac{1018 * 10^9}{12025 * 10^6} \approx \mathbf{85 \text{ ans}}$$

Les statistiques précédente dressent devant nous un constat alarmant, celui du risque de tarissement de toutes les ressources énergétiques non renouvelables dans moins de 85 ans.

Ainsi, notre responsabilité vis-à-vis de l'humanité et des générations futures exige de nous une refonte totale de notre système de consommation énergétique car il est du devoir de chaque génération d'assurer un développement durable qui répond aux besoins du présent sans compromettre la capacité des générations futures à répondre aux leurs.

D'après l'annexe 1, que ce soit pour l'Algérie ou pour l'Europe, nous constatons que le secteur résidentiel et tertiaire (hôtellerie, restauration, commerces divers, administration ...etc.) est l'un des plus gros consommateurs d'énergie, c'est le deuxième plus gros consommateur d'énergie en Algérie après les transports avec 28% de la consommation énergétique annuelle et c'est le premier consommateur d'énergie en Europe avec environ 42% de la consommation énergétique annuelle.

Donc le secteur résidentiel et tertiaire est le secteur sur lequel il va falloir agir de façon spécifique afin de réduire la consommation finale d'énergie.

Pour pouvoir agir efficacement sur la consommation énergétique finale du secteur résidentiel, nous devons d'abord identifier la part de consommation énergétique de chaque instrument électrique dans l'habitat. D'après les données de l'annexe 2, nous constatons que le système de chauffage de l'habitat prend la part du lion dans la consommation énergétique finale de l'habitation avec une part de 68%, c'est-à-dire que le système de chauffage consomme à lui seul beaucoup plus d'énergie que tous les autres appareils électriques réunis, c'est donc au niveau des appareils de chauffage résidentiel qu'il va falloir agir pour faire baisser de façon significative la consommation énergétique finale du secteur résidentiel et ainsi garantir à nos descendants un accès aux ressources énergétiques de la planète.

Quels sont donc les systèmes de chauffage résidentiel qui permettent de réaliser une consommation d'énergie minimale sans pour autant rogner sur le confort thermique des occupants de l'espace de vie ?

Les planchers chauffants hydrauliques semblent être la réponse adéquate à cette question car c'est le système de chauffage qui offre le meilleur compromis entre économie d'énergie et confort.

Le principe de fonctionnement des planchers chauffants n'est pas une innovation en soi, en effet les premières traces d'utilisation de planchers chauffants remontent à 12000 ans avant notre ère mais par la suite et pour des raisons que l'on ignore l'utilisation de plancher chauffant a été abandonner.

De nos jours, les planchers chauffants font l'objet d'un certain regain d'intérêt notamment du fait du confort qu'ils offrent grâce à l'uniformité de la chaleur qu'ils procurent mais aussi et surtout du fait de leurs faible consommation énergétique comparé aux autres systèmes de chauffage, en effet le plancher chauffant diffuse de la chaleur dans l'espace de vie principalement par rayonnement comme c'est le cas pour un radiateur classique, mais comme le plancher chauffant couvre une surface beaucoup plus importante que le radiateur, il permet de chauffer l'habitation en utilisant une eau à une température moins importante que celle qu'on utiliserait pour chauffer la même habitation avec des radiateurs classiques, ainsi d'après l'agence française de l'environnement et de la maîtrise de l'énergie, l'utilisation des plancher chauffant permet de réduire la consommation énergétique d'un habitat de 15%, c'est la raison pour laquelle les planchers chauffants hydraulique seront le principale objet d'étude dans ce projet.

La problématique principale de ce travail est l'étude du comportement thermique des planchers chauffants hydraulique dans différentes conditions de travail, notamment dans le cas de la présence d'un apport d'énergie sous forme de rayonnement solaire au niveau d'une partie de la surface. On s'intéressera tout particulièrement à l'effet du rayonnement solaire sur la température surfacique du plancher chauffant hydraulique afin de déterminer s'il y a un risque de surchauffe.

Ce manuscrit est structuré de façon à permettre au lecteur dans un premier temps de comprendre les phénomènes physiques et thermiques qui régissent le fonctionnement des planchers chauffants hydraulique, afin de pouvoir par la suite aborder l'aspect mathématique de la problématique de manière aisée, c'est la rasion pour laquelle ce document est présenté en trois chapitres, un premier chapitre pour les généralités, un second chapitre pour le développement du modèle mathématique numérique et enfin un troisième chapitre pour la présentation des principaux résultats.

Chapitre 1 : Généralités

De nos jours, il existe plusieurs types de systèmes de chauffage pour les maisons et espaces de travail, et chacun de ces types de chauffage peut se décliner en plusieurs versions.

Certains de ces systèmes de chauffage peuvent aussi servir à la climatisation de l'espace de vie, on les appelle « HVAC systems » (Heating Ventilation and Air Conditioning).

Voici un aperçu des systèmes de chauffage résidentiel les plus courants :

1.1 Chauffage/refroidissement à air pulsé :

1.1.1 Définition :

Il est de loin le système HVAC le plus répandu dans les maisons modernes, il utilise soit un cycle thermodynamique d'une pompe à chaleur (compresseur, condenseur, vanne de détente et évaporateur) soit un foyer de combustion pour réchauffer l'air.

L'air chaud obtenu est dirigé à l'intérieur de l'espace de vie à l'aide d'un ventilateur électrique.



Figure 1.1 : système de chauffage à air pulsé

1.1.2 Avantages du système de chauffage à air pulsé :

- un accessoire de filtrage de l'air peut être installé sur les chauffages à air pulsé
- un accessoire de contrôle de l'humidité peut être installé sur les chauffages à air pulsé
- l'accessoire de chauffage de l'air (pompe à chaleur) est relativement abordable d'un point de vue économique.
- Le système peut aussi être utilisé à des fins de climatisation (refroidissement)

1.1.3 Inconvénients du système de chauffage à air pulsé :

- C'est un équipement assez volumineux et encombrant
- La pompe à chaleur est bruyante
- A moins d'être filtré, l'air chaud introduit dans l'espace de vie comportera un taux de particule allergène important.
- A moins de prévoir un système de contrôle d'humidité, l'air introduit dans l'espace de vie sera sec.
- Les pannes sur la pompe à chaleur sont fréquentes.

1.2 Systèmes de chauffage radiant (par rayonnement)

Il existe deux types de système de chauffage radiants :

- chauffage par radiateur
- chauffage par plancher chauffant

1.2.1 Chauffage par radiateur :

1.2.1.1 Définition :

C'est le système de chauffage par rayonnement le plus courant.

Il fonctionne grâce à un système de chaudière centralisée qui chauffe de l'eau et l'envoie vers des unités de radiateur placés de façon stratégique à l'intérieur de l'espace de vie.

Les radiateurs sont généralement des unités verticales placées près des fenêtres.



Figure 1.2: radiateur à eau chaude domestique.

1.2.1.2 Avantages du chauffage par radiateur :

- Le chauffage par radiateur ne présente pas de problématique de sécheresse de l'air comme dans le cas du chauffage par air pulsé.
- Muni d'une chaudière moderne, le système a une efficacité énergétique très élevée.

1.2.1.3 Inconvénients du chauffage par radiateur :

- Contrairement au chauffage par air pulsé, le chauffage par radiateur ne peut pas être utilisé à des fins de refroidissement.
- Les unités de radiateur causent un encombrement important à l'intérieur de l'espace de vie.

1.3 Les planchers chauffants:

1.3.1 Définition :

Le plancher chauffant est un système de chauffage des bâtiments par le sol qui permet de contrôler la température intérieure de l'espace à chauffer en utilisant des systèmes de contrôles basés sur les équations qui régissent les différents phénomènes de transfert de chaleur (convection, conduction et radiation) et cela afin d'assurer un confort thermique pour les occupants.

En anglais, les planchers chauffants sont appelés « underfloor radiant heating », qui traduit littéralement veut dire « plancher chauffant radiatif », ceci s'explique par le fait que le transfert de chaleur entre le plancher chauffant et l'ambiance se fait principalement par radiation.

1.3.2 Histoire :

Le principe du plancher chauffant remonte jusqu'au néolithique (12000 ans avant notre ère).

En effet des fouilles archéologiques menées en Corée et en Alaska révèlent que les premiers habitants de ces régions dirigeaient les fumées générées par un feu à travers des tranchées creusées sous leurs habitations. La fumée chaude chauffait les pierres du sol et la chaleur irradiait ensuite dans l'espace de vie.

De nos jours, on utilise des tuyaux à l'intérieur desquels circule un fluide chaud ou des résistances électrique placées en dessous de la chape.

1.3.3 Les différents composants d'un plancher chauffant :

Un plancher chauffant se compose des éléments suivants :

- **La dalle :** elle est généralement en béton armé coulée à même le sol, destinée à stabiliser le plancher bas de la construction juste au-dessus des fondations. Épaisse et assez grossière, la dalle sert de base au déploiement d'isolants et des réseaux d'électricité, eau et chauffage. Ils seront recouverts dans les pièces habitables de la construction.
- **Isolation thermique ou acoustique :** elle sert à réduire les transferts de chaleur des éléments chauffant vers la dalle
- **Éléments chauffants :** réseau de tube ou résistance électrique.
- **Chape :** une couche de mortier à base de ciment, de résine ou de chaux appliquée au sol, destinée à aplanir, niveler ou surfacer un support et/ou enrober des éléments (un plancher chauffant par exemple) pour ensuite recevoir les couches supérieures, par exemple du carrelage, un sol souple ou un parquet, flottant ou collé.
- **Revêtements au sol :** Carrelage, parquet, ardoise, granito, moquette,...etc.



Figure 1.3 : les différents éléments d'un plancher chauffant

1.3.4 Types de plancher chauffant :

Il existe deux types de plancher chauffant :

1. **Plancher chauffant hydraulique.**
2. **Plancher chauffant électrique.**

1.3.4.1 Plancher chauffant hydraulique :

a. Principe de fonctionnement :

Dans les planchers chauffants hydrauliques, un fluide caloporteur (de l'eau ou un mélange d'eau et d'antigel comme le propylène glycol) circule dans un réseau de tubes en forme de serpentins. Ces boucles de tuyaux de chauffage, sont installées sur un isolant et recouvertes d'une chape humide ou sèche, le fluide caloporteur va ainsi transférer une quantité de chaleur à la chape par conduction à travers le tube. La chape à son tour transférera une certaine quantité de chaleur à l'ambiance par convection et par rayonnement.



Figure 1.4: réseau de tubes d'un plancher chauffant hydraulique.

b. Le réseau de tube :

Dans les plancher hydraulique modernes, le tube dans lequel circule le fluide caloporteur est fait généralement en dérivé de polyéthylène comme le PEX (polyéthylène réticulé), PEX-Al-PEX (un tube composite constitué d'une couche de PEX, d'une couche d'aluminium et d'une autre couche de PEX) et le PERT (Polyethylene Raised Temperature pour le transport d'eau à haute température et haute pression).

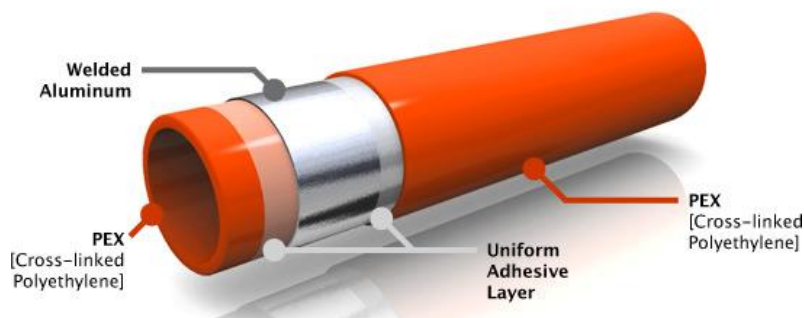


Figure 1.5: tube en PEX-Al-PEX

Actuellement, afin de limiter l'apparition de boues, la plupart des réseaux de tubes de plancher chauffant hydraulique sont munis d'une barrière anti-oxygène BAO (en anglais : Oxygène barrière layer).

En effet, toutes les installations de chauffage central, sont au fil du temps et dans des proportions variables, confrontées à cette problématique.

Les boues présentes dans les circuits de chauffages domestiques sont issues de la corrosion des différents éléments constitutifs de l'installation, tuyauterie, chaudière, émetteurs, vannes, circulateurs, etc. . .

Les réactions d'oxydation sont liées à la présence d'oxygène dans l'eau et sont favorisées par la porosité du polyéthylène, en effet les tubes en polyéthylène (sans BAO) laissent pénétrer environ 5 mg d'oxygène par mètre linéaire et par jour. Sur une année, cela peut représenter une formation de boue jusqu'à 6,5 gr par ml)



Figure 1.6: formation de boue dans un tube en Polyéthylène.

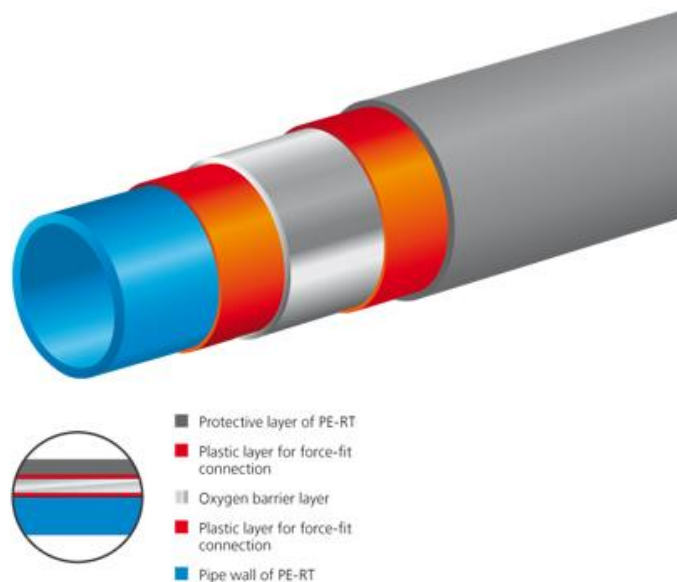


Figure 1.7: tube en PERT muni d'une barrière anti-oxygène

c. La dalle:

La dalle est généralement en béton armé coulée à même le sol, destinée à stabiliser le plancher bas de la construction juste au-dessus des fondations. Épaisse et assez grossière, la dalle sert de base au déploiement d'isolants et des réseaux d'électricité, eau et chauffage. Ils seront recouverts dans les pièces habitables de la construction.

d. La chape :

La chape peut prendre diverses appellations selon la technique employée pour la couler. Cette technique, tout comme les constituants du béton de la chape varient selon le type de revêtement de sol ultérieur ou la présence de réseaux à noyer sous la chape. Les différents types de chape sont :

- **Chapes traditionnelles :**

Les « chapes traditionnelles » ou « chapes de carreleur » sont généralement constituées d'un mortier moyennement dosé en ciment et appliqué relativement sec.

Dans le contexte technique moderne, les « chapes minces » ou « chapes fluides » ou « chapes liquides » ou « chapes autolissantes » sont mises en œuvre par pompage. Leur épaisseur est en moyenne de 55 millimètres, le liant utilisé est l'anhydrite ou le ciment. Leur dosage en liant est très élevé et elles sont adjuvantées pour permettre leur mise en place, avec souvent des propriétés « autolissantes ».

- **Chape de ravaillage :**

Il s'agit de la chape qui vient englober et recouvrir un réseau de plancher chauffant et/ou rafraîchissant (électrique ou à liquide). La chape de ravaillage doit posséder les qualités spécifiques à la circulation de la chaleur vers le revêtement de sol.

- **Chapes flottantes :**

Une chape est dite « flottante » lorsqu'elle est posée au-dessus d'une couche d'interposition. Soit un film plastique (polyane), soit un isolant thermique ou acoustique

- **Chapes de compression :**

C'est une chape coulée sur des hourdis (structures horizontales constituant l'armature d'un plancher) et non sur une dalle. Une chape de compression peut constituer un plancher bas sur vide sanitaire ou un plancher d'étage.

e. Isolation thermique entre l'élément chauffant et la dalle :

Les matériaux les plus courants pour l'isolation thermique dans un plancher chauffant sont les plastiques alvéolaires :

- polystyrène expansé haute densité (PSE),
- polystyrène extrudé (XPS),
- mousse de polyuréthane rigide (PUR).

Sont également utilisés :

- les panneaux de laine minérale conformes aux normes NF B 20-001 et 20-109 (revêtement de sol en pose collé),
- les panneaux plastifiés (solutions sols secs ou humides).

f. Mode de production de chaleur :

Le chauffage de l'eau peut être réalisé à l'aide d'une chaudière, d'une pompe à chaleur, par géothermie et aussi en utilisant un chauffe-eau solaire.



Figure 1.8: pompe à chaleur



Figure 1.9: chaudière



Figure 1.10: chauffe-eau solaire

g. Disposition optimale du réseau de tube :

En 2010, un scientifique du nom de Robert Bean a réalisé une étude comparative entre 3 Configurations possibles du réseau de tube d'un plancher chauffant hydraulique.

Les configurations en questions sont illustrées sur la figure ci-dessous :

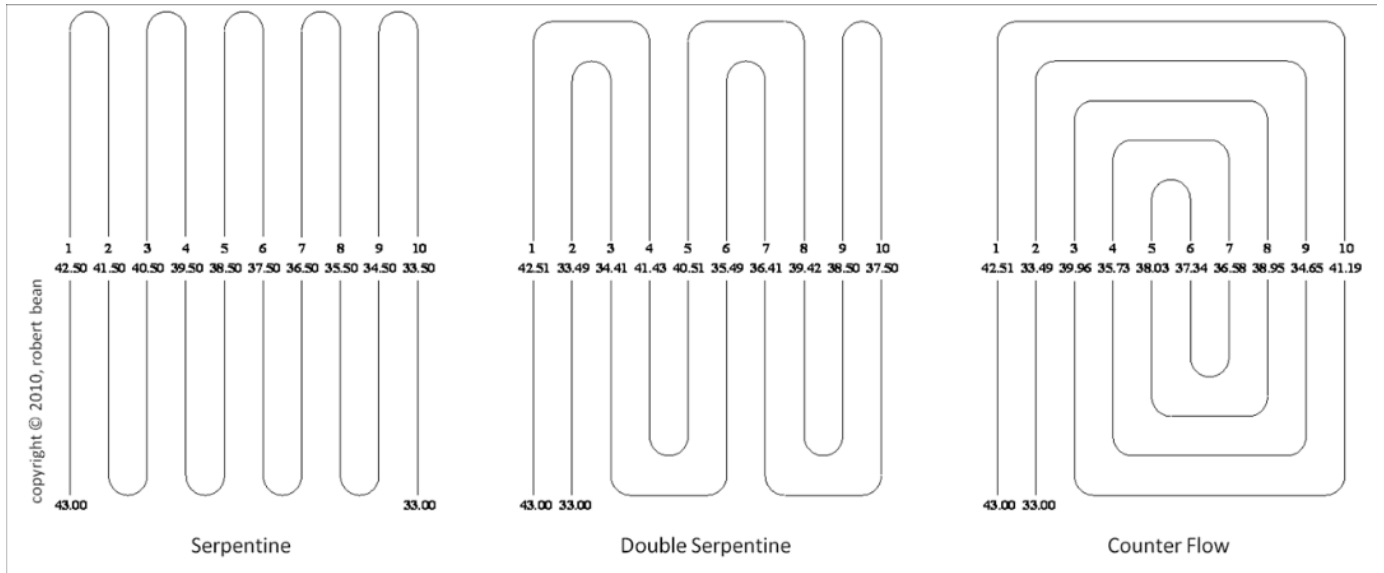


Figure 1.11 : 3 configuration possible pour la disposition du réseau de tube

Le comportement thermique du plancher chauffant pour chaque type de configuration a été simulé par Robert Bean à l'aide d'un logiciel de CFD, les résultats obtenus sont résumés dans la figure suivante :

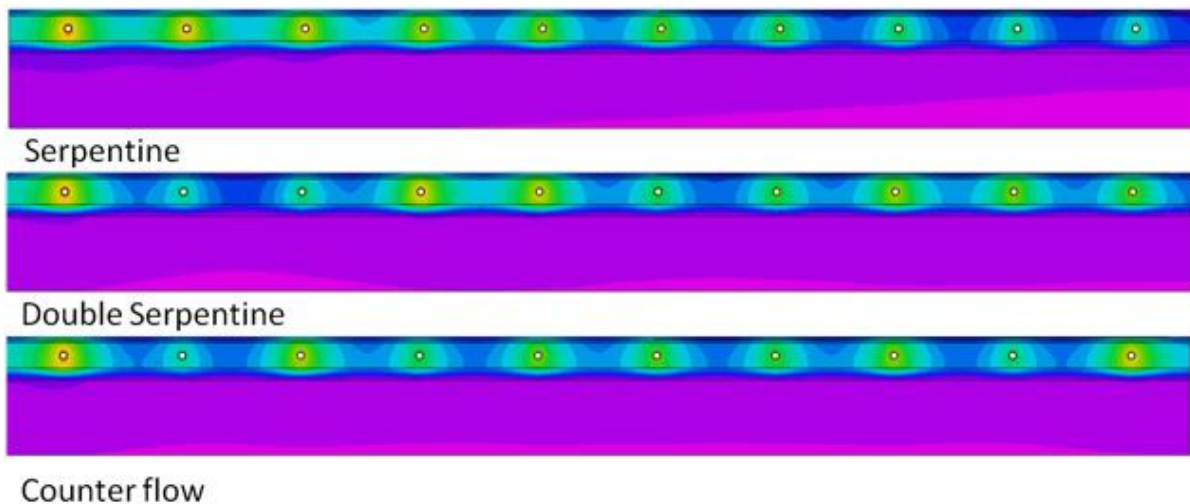


Figure 1.12: distribution de la température pour les 3 configurations

✓ Analyse des résultats de la simulation :

L'étude menée par Robert Bean montre que :

- Pour une disposition du tube en forme de serpent (schéma du haut sur la figure 12), la température du plancher à l'extrémité gauche (la zone qui correspond à l'entrée de l'eau) est plus élevée que la température à l'extrémité droite du plancher (zone qui correspond à la sortie de l'eau). Ceci est dû à l'échange de chaleur entre l'eau chaude qui circule dans les tubes et la chape, ainsi le fluide se refroidit en évoluant dans le tube. De ce fait, la température en surface du plancher sera plus importante à l'extrémité gauche qu'à l'extrémité de droite et donc la répartition de la température pour une telle configuration sera non uniforme.
- Pour une disposition du tube en forme de double serpent (le schéma du milieu sur la figure 12), nous obtenons une alternance entre deux tubes chauds et deux tubes froids, cette configuration permet d'avoir une meilleure répartition de la température que pour le cas d'un serpent simple, néanmoins, on remarque que la température en surface reste irrégulière (des zones froides succèdent à des zones chaudes et vice versa)
- Pour une disposition en contre-courant (schéma du bas sur la figure 12), nous obtiendrons une alternance entre un tube chaud et un tube froid, ceci permettra d'avoir une température régulière et uniforme sur toute la surface du plancher.

Ainsi, les résultats de l'étude menée par Robert Bean montrent que la meilleure configuration pour la disposition du tube dans un plancher chauffant hydraulique est celle de la disposition en contre-courant, c'est d'ailleurs la raison pour laquelle tous les planchers chauffants hydrauliques modernes utilisent cette configuration-là.

1.3.4.2 Plancher chauffant électrique :

a. Principe de fonctionnement :

Le principe de fonctionnement du plancher chauffant électrique est simple : un câble chauffant est fixé sur toute la surface du sol, il est ensuite recouvert d'une chape et d'un revêtement de sol. Le plancher chauffant électrique, aussi appelé plancher rayonnant électrique, diffuse une chaleur homogène.



Figure 1.13: Plancher chauffant électrique

Remarque : hormis l'élément chauffant et le mode de production de la chaleur, tous les autres composants sont les mêmes pour un plancher chauffant électrique que pour plancher chauffant hydraulique.

1.3.5 Les avantages des planchers chauffants :

- **Confort thermique** : les planchers chauffants offrent une température homogène dans tout l'espace de vie.
- **Amélioration de la qualité de l'air** : l'installation d'un système de chauffage au sol donne la possibilité de choisir des revêtements de sol relativement froid tel que l'ardoise ou le granito, ces revêtements-là émettent de faibles quantités de composants organiques volatils en comparaison avec d'autres revêtements tels que le parquet ou le carrelage.

Aussi, combiné à un système de contrôle d'humidité, le plancher chauffant permet d'établir des conditions de température moins favorables au développement des bactéries, virus et acariens.

- **Economie d'énergie** : étant donné que le système de chauffage d'un plancher chauffant couvre une large surface, alors il peut opérer à une température plus basse que celle d'un système de chauffage par radiateur et sera ainsi plus économique. De plus, si le système utilise des dispositifs de chauffages propres (chauffe-eau solaire ou chauffage par géothermie pour les plancher chauffant hydraulique, et panneaux photovoltaïques pour les plancher chauffant électriques), alors le plancher chauffant pourra être à 100% autonome d'un point de vue énergétique.
- **Ecologie** : Combiné avec des systèmes de chauffage propres, le chauffage par plancher chauffant aura l'avantages de n'emmètre aucun polluant.

1.3.6 inconvénients des planchers chauffants :

- l'inertie thermique des matériaux induit un retard assez important lors de la mise en marche.
- L'isolation thermique est couteuse
- L'accès au tube est complexe si des problèmes de maintenance font leur apparition

1.4 modélisation mathématique d'un rayonnement solaire réel.

1.4.1 Introduction :

Dans le chapitre précédent, nous avons cherché à valider le code de calcul que nous avons développé sur Matlab dans le cas où une partie de la surface du plancher chauffant serait soumise à un flux de chaleur sous forme de rayonnement, pour cela nous avons considéré un flux de chaleur constant de $q_0'' = 800 \text{ W/m}^2$, mais une telle supposition n'est pas réaliste, en effet l'intensité du flux de chaleur du rayonnement solaire varie en fonction de plusieurs facteurs comme les coordonnées géographiques du lieu, orientation par rapport au sud de la fenêtre par laquelle pénètre le rayonnement solaire, le type de revêtement au sol (propriétés de réflectivité du rayonnement), le jour de l'année, l'heure de la journée, la couverture nuageuse... etc.

Ainsi, pour de pouvoir simuler le comportement d'un plancher chauffant hydraulique soumis à un rayonnement solaire réel, nous devons d'abord établir les lois et les formules empiriques qui régissent les variations de l'intensité du flux de chaleur du rayonnement solaire.

1.4.2 Définitions des paramètres régissant les variations du rayonnement solaire :

➤ les coordonnées géographiques du lieu :

Chaque lieu sur terre est repéré grâce à ces coordonnées géographiques qui sont :

○ la latitude :

La latitude (appelée aussi parallèle) est une coordonnée géographique représentée par une valeur angulaire, expression de la position d'un point sur Terre au nord ou au sud de l'équateur qui est le plan de référence. Lorsqu'ils sont reliés entre eux, tous les endroits de la Terre ayant une même latitude forment un cercle dont le plan est parallèle à celui de l'équateur, d'où l'autre terme « parallèle ».

○ la longitude :

La longitude est une coordonnée géographique représentée par une valeur angulaire, expression du positionnement est-ouest d'un point sur Terre. La longitude de référence sur Terre est le méridien de Greenwich.

Tous les points de même longitude appartiennent à une ligne épousant la courbure terrestre, coupant l'équateur à angle droit et reliant le pôle Nord au pôle Sud. Cette ligne est appelée « méridien »

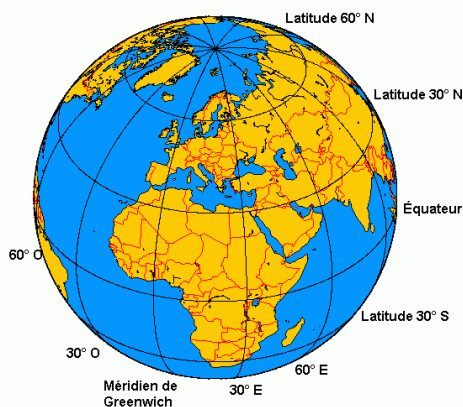


Figure 1.14 : illustration des lignes de longitude

○ **L'altitude :**

L'altitude est l'élévation verticale d'un lieu ou d'un objet par rapport à un niveau de base.

➤ **La constante solaire moyenne $G_{sc,0}$:**

La constante solaire moyenne $G_{sc,0}$ exprime la quantité d'énergie solaire que recevrait une surface de 1 m^2 située à une distance de 1 AU (AU : distance moyenne Terre-Soleil), exposée perpendiculairement aux rayons du soleil, en l'absence d'atmosphère.

Pour la Terre, c'est donc la densité de flux énergétique au sommet de l'atmosphère.

Elle est donnée par la relation suivante :

$$G_{sc,0} = \frac{q_s}{4\pi(AU)^2}$$

Avec :

AU la distance moyenne Terre-Soleil, $AU = 149.6 * 10^6 \text{ km}$

q_s Le flux de chaleur par rayonnement du soleil, il est donné par la loi du Stéphane-Boltzmann :

$$q_s = 4\pi r_s^2 \sigma T_s^4$$

Où :

r_s Est le rayon du soleil, $r_s = 6.95 * 10^8 \text{ m}$

σ La constante de Stéphane-Boltzmann, $\sigma = 5.67 * 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

T_s Est la température de la surface du soleil, $T_s = 5777 \text{ K}$

Ainsi :

$$q_s = 4\pi r_s^2 \sigma T_s^4 = 3.83 * 10^{26} \text{ W}$$

Et :

$$G_{sc,0} = \frac{q_s}{4\pi(AU)^2} \approx 1367 \text{ W/m}^2 \quad \dots (1.1)$$

➤ **La constante solaire G_{sc} :**

La trajectoire de la rotation de la terre autour du soleil étant elliptique, la distance terre-soleil varie en fonction du jour de l'année, ce qui fait la valeur réel de la constante solaire sera différente d'environ $\pm 3\%$ de celle de la constante solaire moyenne.

La dépendance de la valeur de la constante solaire vis-à-vis du jour de l'année est donnée par la formule :

$$G_{sc} = G_{sc,0} \left(1 + 0.034 \cos\left(\frac{360 n}{365}\right) \right) \quad \dots (1.2)$$

Où n est le jour de l'année (1, 2, 3...365)

Et $G_{sc,0}$ est la constante solaire moyenne [W/m^2]

➤ **L'indice de clarté K:**

L'indice de clarté K est une mesure de la clarté de l'atmosphère. C'est la fraction du rayonnement solaire qui est transmise à travers l'atmosphère pour atteindre la surface de la Terre. C'est un nombre sans dimension compris entre 0 et 1, défini comme le rayonnement de surface divisé par le rayonnement extraterrestre. L'indice de clarté a une valeur élevée par temps clair et ensoleillé et une valeur faible par temps nuageux.

Les valeurs typiques de K vont de 0,25 (Pour un mois très nuageux, comme un mois de décembre à Londres) à 0,75 (Pour un mois très ensoleillé, comme un mois de juin à Phoenix en Arizona).

Les valeurs de K sont tabulées pour différentes régions du monde en fonction du mois de l'année (annexe 4).

➤ **L'albédo :**

L'albédo, est le pouvoir réfléchissant d'une surface, c'est-à-dire le rapport de l'énergie lumineuse réfléchie à l'énergie lumineuse incidente. C'est une grandeur sans dimension.

L'Albédo est tabulé pour le différent type de surface.

➤ **L'obliquité (inclinaison de l'axe)**

Dans le système solaire, les planètes ont des orbites qui se situent toutes à peu près dans le même plan. Celle de la Terre est appelé l'écliptique. Chaque planète tourne en outre autour de son axe de rotation, phénomène à l'origine de la succession des jours locaux de chaque planète. Cet axe de rotation n'est jamais perpendiculaire au plan orbital de la planète, mais incliné d'un certain angle, très variable suivant les planètes du système solaire, cette inclinaison de l'axe de rotation est appelé l'obliquité.

Pour la terre, l'obliquité est de 23.45°.

➤ **La déclinaison solaire δ :**

La déclinaison solaire est l'angle formé par la droite reliant la terre au soleil et le plan équatorial.

La déclinaison est égale à zéro aux équinoxes et varie de +23.45 (22 juin) à -23.45 (22 décembre).

Les variations de la déclinaison solaire en fonction du jour de l'année est donnée par la formule suivante :

$$\delta = 23.45 \sin\left(360 \frac{284 + n}{365}\right) \quad \dots (1.3)$$

➤ **Équation du temps E:**

L'équation du temps est un paramètre utilisé en astronomie pour rendre compte du mouvement apparent relatif du Soleil par rapport au soleil moyen, lesquels peuvent différer l'un par rapport à l'autre de plus ou moins un quart d'heure environ.

L'équation du temps en minutes est la suivante :

$$E = \frac{720}{\pi} [0,000075 + 0,001868 \cos(\varphi) - 0,032077 \sin(\varphi) - 0,014615 \cos(2\varphi) - 0,0409 \sin(2\varphi)] \quad [mn] \quad (1.4)$$

Où φ est donnée par la formule :

$$\varphi = 360 \frac{n - 1}{365} \quad \dots(1.5)$$

Avec n le jour de l'année (1, 2,3...365).

➤ **Temps solaire apparent AST :**

Le temps solaire apparent est une mesure du temps basée sur le déplacement apparent du Soleil au cours de la journée.

Il est donné par la relation ci-dessous :

$$AST = T_{std} - C + \frac{L}{15} + \frac{E}{60} \quad \dots(1.6)$$

Avec :

T_{std} Le temps standard local [h]

C Est le décalage horaire local par rapport au fuseau horaire de Greenwich [h]

L Est la longitude du lieu

E Est l'équation du temps [mn]

➤ **L'angle horaire ω :**

C'est la portion d'arc d'équateur comprise entre le plan du cercle horaire passant par l'astre et le plan du méridien céleste. (Annexe 6)

Elle est donnée par la formule suivante :

$$\omega = 15 (AST - 12) \quad \dots(1.7)$$

Où AST et les temps solaire apparent.[h]

➤ **La hauteur solaire α_s :**

La hauteur solaire est l'angle entre la droite joignant le soleil au point d'observation et le plan horizontal passant par le point d'observation (Annexe 6).

La hauteur solaire est régit par la formule suivante :

$$\sin(\alpha_s) = \sin(\phi) \sin(\delta) + \cos(\phi) \cos(\delta) \cos(\omega) \quad \dots(1.8)$$

Où :

ϕ Est la latitude du lieu.

δ La déclinaison solaire.

ω Est l'angle horaire.

➤ **la constante solaire horizontale $G_{sc,h}$:**

Elle représente la quantité d'énergie solaire que recevrait une surface horizontale de 1m^2 placé au niveau du sol en l'absence d'atmosphère.

Elle est donnée par la relation suivante :

$$G_{sc,h} = G_{sc} \sin(\alpha_s) \quad \dots(1.9)$$

Avec :

G_{sc} La constante solaire [W/m^2]

α_s La hauteur solaire.

➤ **Angle d'incidence θ du rayonnement solaire sur une plaque inclinée d'un angle β :**

L'angle d'incidence θ du rayonnement solaire sur une plaque inclinée d'un angle β par rapport à la position horizontale peut être calculé comme suit :

$$\cos(\theta) = \sin(\delta) \sin(\phi) \cos(\beta) - \sin(\delta) \cos(\phi) \sin(\beta) \cos(\gamma_0) + \cos(\delta) \cos(\phi) \cos(\beta) \cos(\omega) + \cos(\delta) \sin(\phi) \sin(\beta) \cos(\gamma_0) \cos(\omega) + \cos(\delta) \sin(\beta) \sin(\gamma_0) \sin(\omega) \quad (1.10)$$

δ Angle de déclinaison solaire

ϕ Latitude du lieu

β Angle d'inclinaison de la surface

γ_s Angle d'azimut solaire

γ_0 Angle d'azimut de la surface

ω Angle horaire

θ_z Angle du zénith solaire

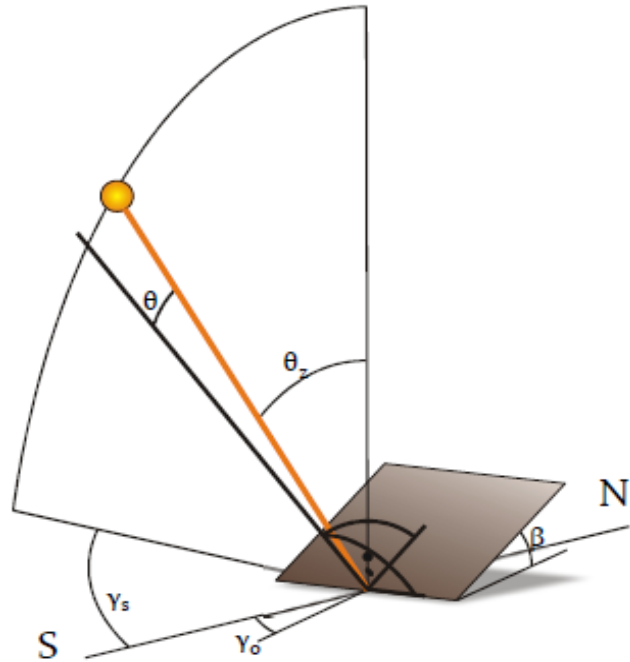


Figure 1.15 : illustration des paramètres angulaires

➤ **L'irradiation globale sur une surface horizontale G_h :**

Elle représente la quantité d'énergie solaire que recevrait une surface horizontale de 1 m^2 placé au niveau du sol en prenant en considération l'effet de l'atmosphère.

Elle se calcul comme suit :

$$G_h = K * G_{sc,h} \quad \dots(1.11)$$

Avec :

K : Indice de clarté

$G_{sc,h}$: La constante solaire horizontale [W/m^2]

➤ **L'irradiation diffuse horizontale $G_{d,h}$:**

Elle représente la quantité d'énergie solaire que recevrait une surface horizontale de 1m^2 placé au niveau du sol par le rayonnement diffus.

Elle se calcul en fonction des valeurs de l'indice de clarté comme suit :

$$G_{d,h} = \begin{cases} G_h * (1 - 0.249 K) & \text{si } K < 0.35 \\ G_h * (1.557 - 1.84 K) & \text{si } 0.35 \leq K \leq 0.75 \\ 0.177 * G_h & \text{si } K > 0.75 \end{cases} \dots(1.12)$$

➤ **L'irradiation directe G_b :**

Elle représente la quantité d'énergie solaire que recevrait une surface de 1m^2 placé au niveau de sol de par le rayonnement solaire direct en supposant que l'angle d'incidence du rayonnement sur la surface est nul.

Elle se calcul en fonction des valeurs de l'indice de clarté :

$$G_b = \begin{cases} 0 & \text{si } K < 0.3 \\ -520 + 1800K & \text{si } 0.3 \leq K \leq 0.85 \end{cases} \dots(1.13)$$

1.4.3 Calcul du flux de chaleur par rayonnement sur le plancher chauffant

Après avoir présenté les différents paramètres régissant le rayonnement solaire ainsi que leurs formules empiriques, nous pouvons à présent calculer l'intensité de flux de chaleur par rayonnement solaire réel au niveau de la partie ensoleillé du plancher chauffant et cela pour chaque jour de l'année et pour chaque heure de la journée.

Le flux de chaleur par rayonnement solaire réel au niveau de la surface ensoleillée du plancher est donné par la formule suivante :

$$q_s'' = G_b * \cos(\theta) + G_{d,h} * \frac{1 + \cos(\beta)}{2} + G_h \rho_r \frac{1 - \cos(\beta)}{2}$$

Avec :

G_b : Irradiation directe [W/m^2]

$G_{d,h}$: Irradiation diffuse horizontale [W/m^2]

G_h : Irradiation global sur une surface horizontale [W/m^2]

ρ_r : Albédo de la surface.

θ : Angle d'incidence du rayonnement solaire directe sur la surface

β : Angle d'inclinaison de la surface.

Etant donné que le plancher est horizontal, alors l'angle d'inclinaison β est nul, ainsi :

$$q_s'' = G_b * \cos(\theta) + G_{d,h} \dots(1.14)$$

1.5 État de l'art et revue des travaux antérieurs

Voici un sommaire non exhaustif des travaux réalisés sur le comportement des plancher chauffant hydraulique :

- **Bjarne W. Olesen, Fellow ASHRAE. 2002. Radiant Floor Heating In Theory and Practice :**

Objet de travail : Etude de l'asymétrie de la température due aux fenêtres

Résultats importants fournis par ce travail : le travail démontre l'existence du problème d'asymétrie de la distribution de la température à cause de la présence de fenêtre dans l'espace de vie.

- **Thornton Tomasetti, Portland, Maine, USA, 2013. Comparison of real data with simulated data. Impact of Radiant Asymmetry of Thermal Comfort.**

Objet de travail : Etude de l'impact de l'asymétrie de la température sur le confort thermique.

Résultats importants fournis par ce travail : l'étude montre qu'il n'est pas convenable de considérer la température moyenne de l'espace de vie pour une étude précise sur le confort thermique offert par un plancher chauffant et cela à cause de la problématique d'asymétrie de la distribution de la température.

- **A. K. ATHIENITIS and Y. CHEN. 2000. The effect of solar radiation on dynamic thermal performance of floor heating systems.**

Objet de travail : Etude numérique du transfert de chaleur transitoire et de l'effet du rayonnement solaire dans les systèmes de chauffage au sol en utilisant un modèle de différence finie explicite en trois dimensions(3D).

Résultats importants fournis par ce travail : le modèle numérique 3D développé prédit une différence de température de l'ordre de 8°C entre la zone ombragée du plancher et la zone ensoleillée. Et dans le cas où la zone ensoleillée est recouverte par un tapis, la différence de température atteindrait les 15°C.

L'étude montre aussi que l'énergie fournie par le rayonnement solaire pourrait réduire la consommation du plancher de plus de 30%.

- **Michele De Carli, Massimo Tonon. 2011. Effect of modelling solar radiation on the cooling performance of radiant floors :**

Objet de travail : Etude sur l'effet du rayonnement solaire sur un plancher hydraulique destiné au refroidissement de l'espace de vie.

Résultats importants fournis par ce travail : Cette étude montre que la modélisation simplifiée du rayonnement solaire (un rayonnement uniforme sur toute la surface du plancher) ne peut pas être utilisé pour la réalisation d'une étude de confort thermique détaillée (car le modèle ne prend pas en considération l'asymétrie de la distribution de la température). Cela dit les valeurs données par ce modèle simplifiée sont assez proche des valeurs moyenne mesurée expérimentalement, c'est donc un modèle assez précis.

- **Borong Lin, Zhe Wang, Hongli Sun, Yingxin Zhu, Qin Ouyang. 2016. Evaluation and comparison of thermal comfort of convective and radiant heating terminals in office buildings.**

Objet de travail : Etude comparative entre les systèmes de chauffage par radiation et par convection (système à air pulsé) du point de vue du confort thermique.

Lors de ce travail 97 personnes ont participé à un sondage et ont noté les deux systèmes de chauffage selon plusieurs critères (sensation thermique, humidité, bruit,...etc.)

Résultats importants fournis par ce travail : Les résultats de ce travail montrent qu'en termes de confort thermique il n'existe pas de différences notables entre les deux systèmes de chauffage.

- **S. Sattari, B. Farhanieh. 2005. A parametric study on radiant floor heating system performance.**

Objet de travail : Etude sur l'effet des paramètres de conception (matériaux, épaisseur du revêtement, ...etc.) sur les performances du plancher chauffant hydraulique.

Résultats importants fournis par ce travail : Ce travail a montré que le type de revêtement au sol et son épaisseur sont les paramètres qui influencent le plus les performances d'un plancher chauffant.

- **Guobing Zhou, Jing He. 2014. Thermal performance of a radiant floor heating system with different heat storage materials and heating pipes.**

Objet de travail : Etude expérimentale sur l'effet de l'utilisation de différents matériaux de stockage de la chaleur au niveau de la chape (sable et matériaux à changement de phase) et différents tubages (polyéthylène et « capillary mat ») sur la performance du plancher chauffant.

Résultats importants fournis par ce travail : le travail montre que l'utilisation du matériau « capillary mat » pour le tubage offre une meilleure distribution de la température dans l'espace de vie dans la direction verticale.

L'étude montre aussi que l'utilisation du matériau « capillary mat » permet d'atteindre la température de consigne dans l'espace de vie deux fois plus rapidement que dans le cas d'un tubage en polyéthylène.

- **Tao Li, Yanfeng Liu, Yaowen Chen, Dengjia Wang, Yingying Wang. 2018. Experimental study of the thermal performance of combined floor and Kang heating terminal based on differentiated thermal demands.**

Objet de travail : Etude expérimentale sur un espace vie muni d'un plancher chauffant hydraulique et d'un Kang chauffant (plateforme surélevée servant de lit dans les maisons traditionnelles chinoises).

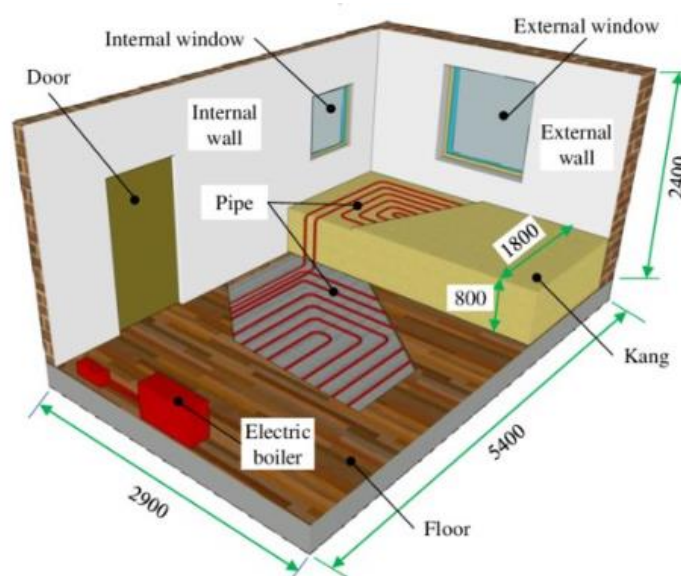


Figure 1.16: Espace de vie muni d'un plancher chauffant hydraulique et d'un Kang chauffant

Les expériences menées consistaient à mesurer la température de l'air à l'intérieur de l'espace de vie, la température en surface du plancher chauffant et celle du Kang chauffant, et cela suivant deux cas :

1^{er} cas : lorsque les deux systèmes fonctionnent en même temps

2^{ème} cas : lorsque les deux systèmes fonctionnent de façon alternative.

Résultats importants fournis par ce travail : cette étude montre que lorsque les deux systèmes sont utilisés en même temps, la température de l'espace de vie sera supérieure à la température de confort thermique.

Mais lorsque les deux systèmes fonctionnent de façon alternative, la température obtenue sera dans la plage des températures de confort thermique.

- **Joe R. Zhao, Yizhou Sang, Jiaojiao Sun, Bin Chen, Xueyan Zhang, R.J. Kerekes. 2016. Approximate equations to estimate heat flow from floors to attain desired room temperatures in a simple house.**

Objet de travail : Proposition d'une méthode de calcul de la température de surface d'un plancher hydraulique destiné au chauffage et au refroidissement et calcul de la quantité de chaleur nécessaire (transférée à l'espace de vie à partir du plancher) pour atteindre la température de consigne dans l'espace de vie.

Résultats importants fournis par ce travail : les résultats donnés par la méthode de calcul proposée sont inférieurs de 24% aux données mesurées en pratique, cette différence s'explique par l'utilisation d'hypothèse simplificatrice.

- **Xing Jin, Xiaosong Zhang, Yajun Luo, 2010. A calculation method for the floor surface temperature in radiant floor system**

Objet de travail : Proposition d'une méthode de calcul simplifiée de la température en surface d'un plancher radiant et étude de l'uniformité de la distribution de température.

Résultats importants fournis par ce travail : les données fournies par le modèle simplifié sont en accord avec les données expérimentales.

- **Lun Zhang, Xiao-Hua Liu, Yi Jiang. 2012. Simplified calculation for cooling/heating capacity, surface temperature distribution of radiant floor.**

Objet de travail : Etablissement d'une méthode de calcul simplifiée de la capacité de chauffage et de refroidissement d'un plancher radiant, de l'uniformité de la distribution de la température et de la plus basse température de surface.

Résultats importants fournis par ce travail : la méthode de calcul proposée donne des résultats avec une erreur de 0.5°C dans le cas du refroidissement et de 0.8°C dans le cas du chauffage par rapport aux résultats expérimentaux.

- **Merabtine, A., Mokraoui, S., Kheiri, A., & Dars, A. (2018). New transient simplified model for radiant heating slab surface temperature and heat transfer rate calculation. Building Simulation.**

Objet de travail : Proposition d'un modèle semi analytique pour l'évaluation de la température de surface d'un plancher chauffant hydraulique et validation par comparaison avec les résultats fournis par un modèle 2D développé selon la méthode des différences finies.

Résultats importants fournis par ce travail : Le travail montre que la capacité calorifique du matériau constituant la chape et le débit d'eau chaude affectent significativement les performances du plancher chauffant. Il est aussi à noter que la capacité calorifique de la chape et le paramètre qui affecte le plus le temps de retard.

L'étude montre aussi que le model 2D développé donne des résultats avec une erreur de 2.4%, et que le model semi analytique quant à lui présente une erreur de 1.75%.

- **A.Merabtine, S.Mokraoui, A.Kheiri, A.Dars, A.Hawila. Energy and Buildings. 2018. Experimental and multidimensional numerical analysis of the thermal behavior of an anhydrite radiant slab floor heating system: A multi-objective sensitivity study.**

Objet de travail : Analyse du comportement thermique d'un plancher chauffant selon trois méthodes :

Méthode monodimensionnel (1D) en utilisant une approche de programmation orientée objet sur *Modelica*®.

Méthode bidimensionnel (2D) en utilisant un modèle développé selon la méthode des différences finies.

Méthode tridimensionnel (3D) en utilisant le logiciel de simulation CFD ANSYS/Fluent®

Résultats importants fournis par ce travail : les résultats fournis par les différentes simulations sont en accord avec les résultats expérimentaux.

Une étude de l'influence des différents paramètres a aussi été effectuée et elle montre que le débit et le diamètre intérieur du tubage sont les paramètres qui influence le plus la température surfacique.

Quant au temps de retard, l'étude montre qu'il est principalement influencé par la capacité calorifique du matériau constituant la chape.

- **A.Dars. 2017. Etude et développement d'un modèle analytique pour les planchers chauffants hydrauliques.**

Objet de travail : Etude du comportement thermique d'un plancher chauffant hydraulique à travers la modélisation numérique et analytique, mettant en évidence l'effet de l'inertie thermique.

- **A.Belmrabet. 2018. Étude du comportement thermique d'un plancher chauffant hydraulique**

Objet de travail : Etude d'un modèle analytique simplifié pour l'estimation de la température moyenne surfacique ainsi que l'inertie thermique des planchers chauffants intégrés dans un bâtiment réel.

Résultats importants fournis par ce travail : Les résultats fournis par le model analytique correspondent à ceux obtenus expérimentalement avec un écart maximale de 4%.

Dans ce projet de fin d'étude, notre objectif sera de contribuer à l'état de l'art actuel en faisant une étude sur le comportement thermique d'un plancher chauffant hydraulique soumis à un rayonnement solaire qui pénètre à l'intérieur de l'espace de vie à travers une fenêtre.

Comme le montre le sommaire des travaux ci-dessus, des études sur l'effet du rayonnement solaire sur le comportement thermique d'un sol radiant ont déjà été effectuée, notamment par Michele De Carli et Massimo Tonon en 2011 dans « Effect of modelling solar radiation on the cooling performance of radiant floors » ; et par K. ATHIENITIS et Y. CHEN en 2010 dans leur ouvrage « The effect of solar radiation on dynamic thermal performance of floor heating systems ».

Le 1^{er} ouvrage susmentionné a traité du comportement thermique sous l'effet d'un rayonnement solaire d'un plancher radiant destiné au REFROIDISSEMENT DE L'ESPACE DE VIE, dans ce PFE nous traiterons plutôt le comportement thermique sous l'effet d'un rayonnement solaire d'un plancher radiant destiné au CHAUFFAGE DE L'ESPACE DE VIE, ainsi notre étude et celle de l'ouvrage de Michele De Carli et Massimo Tonon présenteront des différences majeures, cela dit certains des résultats qu'ils ont fournis pourront être utilisés dans notre étude, notamment en ce qui concerne la modélisation mathématique du rayonnement solaire.

Le 2nd ouvrage susmentionné, a quant à lui étudié l'effet du rayonnement solaire sur un plancher chauffant hydraulique grâce au développement d'un modèle de calcul numérique tridimensionnelle (3D) basé sur la méthode des différences finies. Dans notre étude et comme dans l'ouvrage de K. ATHIENITIS et Y. CHEN nous ferons aussi le développement d'un modèle de calcul numérique basé sur la méthode des différences finies à la différence près que notre modèle sera bidimensionnelle (2D), de plus, nous effectuerons aussi une modélisation 3D basée sur la méthode des volumes finis à l'aide du logiciel de CFD ANSYS/Fluent®.

Il est aussi à noter que nos résultats numériques seront confrontés à des données obtenues par des mesures expérimentales, en effet ce PFE sera le fruit d'une collaboration entre l'école polytechnique et l'école d'ingénieur française EPF Troyes qui dispose d'une cellule de test d'un plancher chauffant hydraulique sur lequel une expérience qui simulera un rayonnement solaire sera effectuée.

Chapitre 2 : Développement du modèle numérique.

2.1 Première partie : présentation de la cellule de test de l'EPF Troyes

2.1.1 Définition

L'EPF Troyes dispose d'une cellule de test du type BBC (Bâtiment à basse consommation). Un bâtiment basse consommation est un bâtiment dont la consommation énergétique, servant entre autres au chauffage et au refroidissement de celui-ci, est inférieure d'environ 80% à la consommation normale règlementaire. Ainsi, dans le but de respecter les conditions liées au label BBC, le domaine de la construction a dû rapidement évoluer notamment grâce au développement de matériaux de façade plus performant en termes d'isolation thermique.

2.1.2 Motivations ayant conduit à la mise en place de la cellule BBC :

La cellule de test BBC a été mise en place à l'EPF Troyes dans le cadre de l'appel à projet CPER (Contrat plan état région) 2015-2020.

Les objectifs de ce projet sont :

- l'étude du comportement hygrothermique des différents matériaux agro-sourcés dans un contexte de rénovation et de construction neuve ;
- l'étude de la performance des équipements de chauffage, de ventilation et de conditionnement d'air associés au bâtiment ;
- l'analyse du confort thermique des usagers.

2.1.3 Principe de fonctionnement de la cellule de test :

La cellule de test BBC permet de simuler le comportement thermique d'un bâtiment durable dans un environnement extérieur quelconque.

La cellule comporte deux compartiments, un compartiment chaud qui représente l'intérieur du bâtiment (l'espace de vie), et un compartiment froid qui représente l'environnement extérieur.

A l'intérieur de la cloison entre les deux compartiments, sera inséré un matériau à tester afin d'étudier ses propriétés d'isolation thermique.

Le matériau à tester est instrumenté de capteur de température et de fluxmètres afin de pouvoir recueillir les données de température et de flux de chaleur et de masse à travers ce matériau-là.

Le compartiment chaud est instrumenté de capteur de température, d'hygrométrie et de CO2 pour pouvoir étudier le confort thermique des occupants.

Le compartiment froid quant à lui sera équipé d'un groupe de froid qui permet d'abaisser sa température jusqu'à -18°C.

À l'extérieur de la cellule, un système d'acquisition permet de recueillir les données en temps réel.

La cellule test occupe une surface au sol de près de 21 m² avec une hauteur sous plafond de 2,5 m. Elle est composée de deux chambres de dimensions 2,897 m × 1,896 m, soit près de 5,5 m² chacune. Ces deux chambres sont séparées par une cloison comportant une ouverture de 585 mm x 590 mm permettant d'accueillir des matériaux de construction et d'isolation afin de tester leurs comportements lorsqu'ils sont soumis à différentes conditions climatiques.

2.1.4 Enveloppe externe de la cellule de test :

L'enveloppe de la cellule test est composée d'une structure en bois dont l'isolation a été réalisée en laine de chanvre et fibres de bois. Ces matériaux ont été retenus pour leur bonne isolation thermique.

Les propriétés thermiques des matériaux isolant sont résumées sur le tableau ci-dessous :

	Masse volumique ($kg.m^{-3}$)	Conductivité thermique ($W.m^{-1}.K^{-1}$)
Laine de chanvre	25	0.04
Fibre de bois	40	0.04

2.1.5 Equipement HVAC de la cellule de test :

La cellule test est donc dotée de plusieurs équipements permettant un contrôle total des conditions ambiantes des deux chambres. Cela comprend les températures de la chambre chaude à l'aide d'un système de chauffage et de la chambre froide à l'aide d'un groupe froid, ainsi que leurs humidités respectives, grâce à des humidificateurs et déshumidificateurs placés dans les deux chambres.

Le chauffage de la chambre chaude peut être réalisé par trois différents systèmes hydrauliques : un plancher chauffant, un ventilo-convecteur ou des radiateurs. Ces trois systèmes sont alimentés par un même ballon d'eau chaude, lui-même alimenté par une pompe à chaleur air-eau. C'est donc la loi d'eau de cette pompe à chaleur qui détermine la température maximale de l'eau circulant dans le circuit. Des circulateurs permettent de régler le débit des circuits des trois systèmes indépendamment.

Le refroidissement de la chambre froide est assuré grâce à un groupe froid monobloc. Ce groupe froid est réglé pour maintenir la chambre froide à une température allant de -18 °C à 25 °C . Il possède une sonde située au niveau de son aspiration à l'intérieur de la cellule. Il souffle donc de l'air dans la pièce et le refroidissement s'arrête lorsque la température récupérée par la sonde est égale à la température de consigne. Puis il a été réglé de façon à redémarrer lorsque la température de l'air aspiré est supérieure de 2 °C à la consigne.

La cellule test est aussi équipée d'une VMC double flux. Cet équipement est utilisé pour la filtration et le renouvellement de l'air de la cellule correspondant à l'intérieur. Le principe d'une centrale à double flux est de rejeter l'air vicié à l'extérieur. En même temps la centrale aspire aussi de l'air « neuf » de l'extérieur pour le filtrer et le réinjecter dans le bâtiment. De plus dans le cas de la VMC de la cellule si l'air extérieur à une température plus faible que celle souhaité dans le bâtiment, un échangeur rotatif permet de le réchauffer grâce à l'air extrait de l'intérieur, et si nécessaire une batterie chaude de 1 kW peut permettre un réchauffage plus important.

2.1.6 Instrumentation et supervision

Le fonctionnement des différents équipements dépend des consignes mais aussi des conditions qui règnent à l'intérieur de chaque cellule. A ce titre deux grandes catégories de sondes ont été installées :

- des sondes renseignant sur les données d'ambiance
- des sondes de contacts ayant différentes utilisations dont, entre autres, l'instrumentation des matériaux qui sont testés.

L'ensemble des données est récupéré par la Gestion Technique Centralisée (GTC) qui joue alors le rôle d'interface homme/machine.

La GTC permet, grâce à une interface personnalisée, un suivi en temps réel de l'ensemble des données des capteurs. Ces données sont aussi automatiquement enregistrées dans une base de données afin de

pouvoir réaliser des études ultérieures ou comparatives. L'enregistrement des données se fait dans une base de données sur l'ordinateur avec une fréquence de 5 minutes. Les tracés de courbes sont quant à eux actualisés une fois par heure.

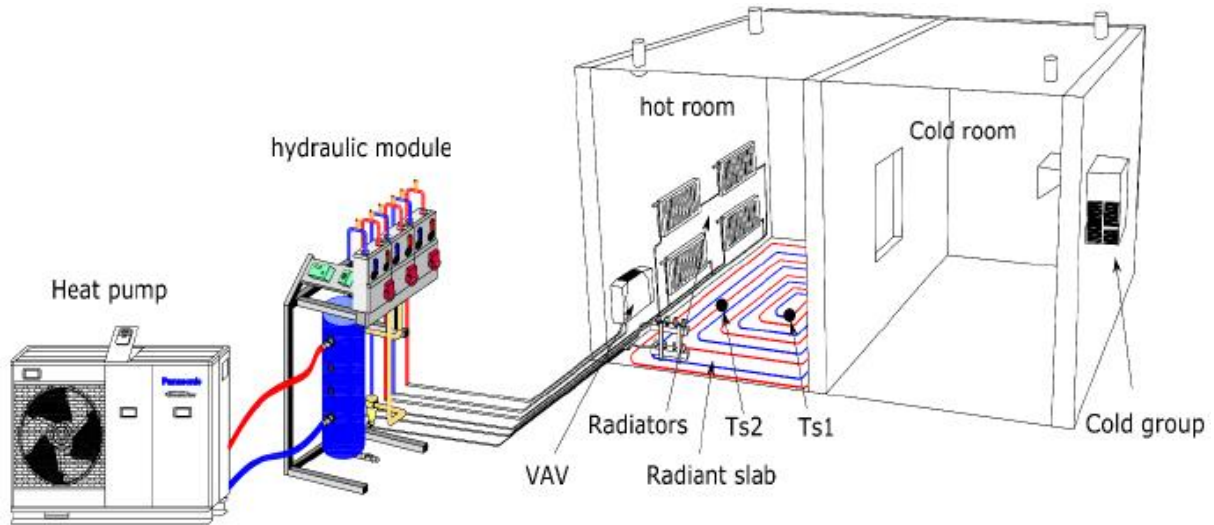


Figure 2.1: représentation schématique de la cellule de test BBC et de ses différents instruments

2.1.7 Le plancher chauffant de la cellule de test

Dans le plancher chauffant de la cellule de test, l'isolation entre le tubage et la dalle est en fibre de bois.

Les caractéristiques physiques et géométriques du plancher chauffant installé dans la cellule de test de l'EPF Troyes sont résumées ci-dessous :

- la chape :

Paramètres	Chape anhydrite	Isolant (fibre de bois)
Epaisseur (cm)	5	6
Masse volumique ($kg \cdot m^{-3}$)	1900	40
Conductivité thermique ($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$)	1.2	0.04
Capacité thermique massique ($J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$)	1000	2100
Emissivité	0.94	\\

- tube :

Paramètres	
Diamètre extérieur (m)	0.016
Diamètre intérieur (m)	0.013
Longueur totale (m)	51.12
Masse volumique ($kg \cdot m^{-3}$)	933
Conductivité thermique ($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$)	0.4

- compartiment chaud :

Surface (m ²)	5
Hauteur sous plafond (m)	2.5

Afin de suivre l'évolution de la température en fonction du temps et de la position, des capteurs de température sont installés à différents endroits sur la chape comme l'indique la figure ci-dessous :

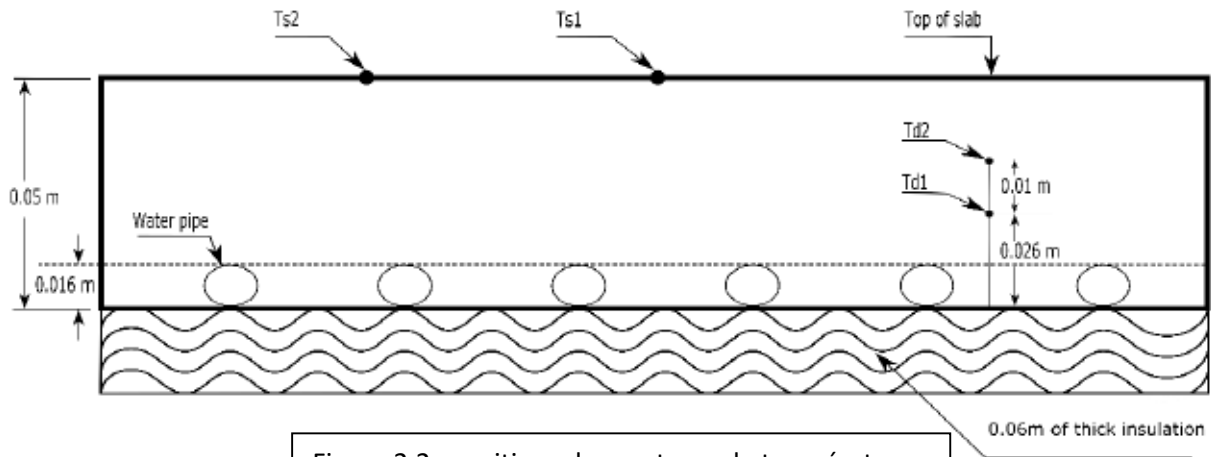


Figure 2.2 : positions des capteurs de température

2.1.8 Réglage de la température d'entrée de l'eau :

Le réglage de la température de l'eau fourni par la pompe à chaleur se fait grâce à un régulateur.

Le régulateur permet d'effectuer le réglage de façon manuelle ou automatique.

Dans le cas où l'opérateur désire faire un réglage manuel, il lui suffira d'introduire la valeur de la température qu'il souhaite obtenir

Lorsqu'il est en mode automatique, le régulateur suit une courbe de chauffe pour ajuster la température de départ de l'eau en fonction de la température extérieure.

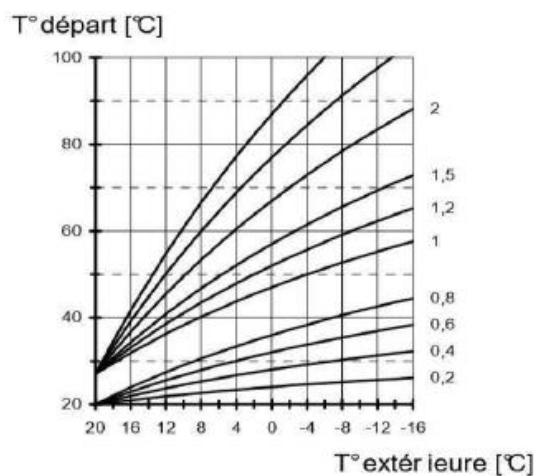


Figure 2.3 : courbe de chauffe de l'eau

Comme le montre la figure précédente, plusieurs pentes sont possibles pour la courbe de chauffe de l'eau. En mode automatique, c'est à l'utilisateur d'introduire la valeur de la pente que le régulateur devra suivre.

La pente de la courbe de chauffe dépend du type d'installation et des caractéristiques de l'espace de vie.

Il n'existe pas de méthode précise pour bien choisir la pente de la courbe de chauffe, généralement c'est en fonction du confort ressenti et c'est après avoir essayé plusieurs valeurs de pente que l'opérateur connaîtra la pente qui correspond le mieux à son installation et à son habitation.

2.2 Deuxième partie : Plancher chauffant de la cellule de tests

2.2.1 introduction :

D'un point de vue pratique, le transfert de chaleur dans un plancher chauffant hydraulique est tridimensionnel, c'est-à-dire que les transferts de chaleur par conduction, par convection et par rayonnement se font dans les trois dimensions de l'espace.

Donc, pour pouvoir modéliser un phénomène physique tridimensionnel par un phénomène bidimensionnel, il faut adopter des hypothèses simplificatrices et justifier la validité de ces hypothèses-là.

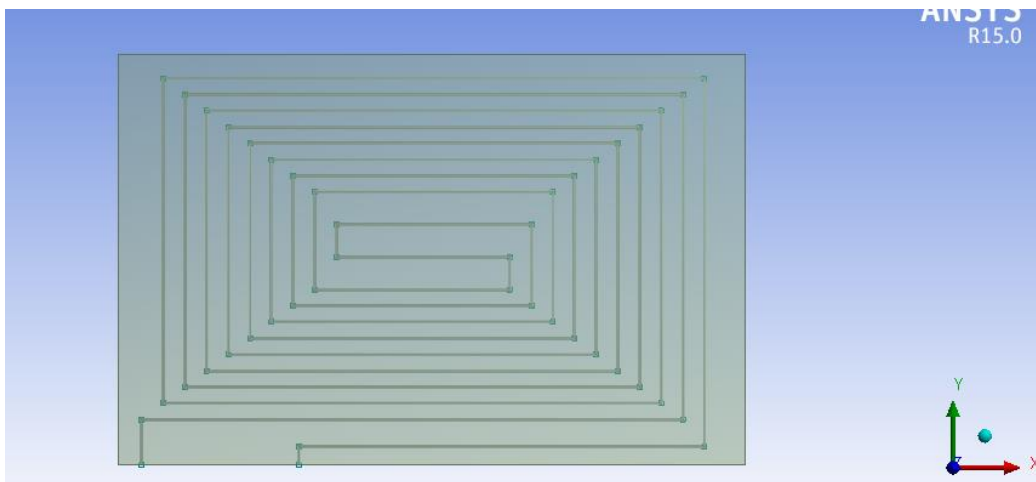


Figure 2.4: vue d'en haut du plancher chauffant hydraulique

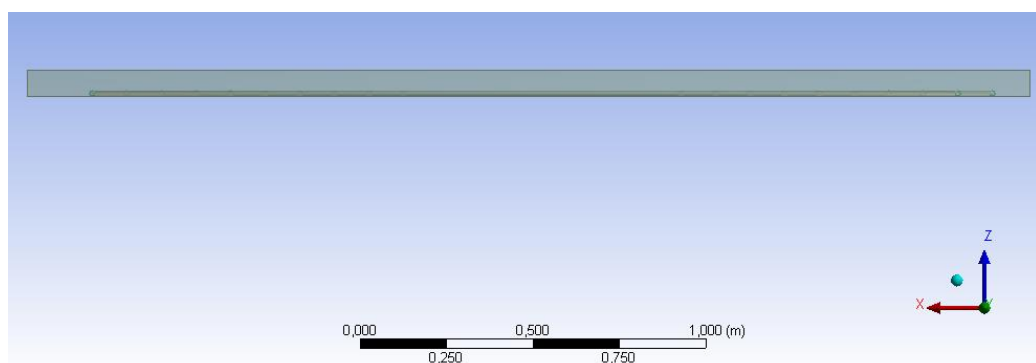


Figure 2.5: vue de profil du plancher chauffant hydraulique

2.2.2 Hypothèses :

i. Les transferts de chaleur entre les différentes parties du tube sont négligeables :

En effet, l'expérience menée au niveau de l'EPF Troyes montre que la différence maximale de température entre deux parties de tube adjacentes est de 2°C .

Les différentes parties du tubage sont séparé d'une distance moyenne de $0,1\text{m}$ dans la direction y , ainsi, si nous réalisons une coupe suivant le plan de normal x , nous pourrions subdiviser le plancher en plusieurs mailles de longueur $0,1\text{m}$ avec une partie de tube au milieu de chaque maille.

Sachant que la température de l'eau est pratiquement la même dans tout le réseau de tubage, nous pouvons considérer que la quantité de chaleur cédée par une maille vers les mailles adjacentes (représentée par des flèches bleues) sera la même que celle reçue par cette maille de la part des mailles voisines (représentée par les flèches rouges).

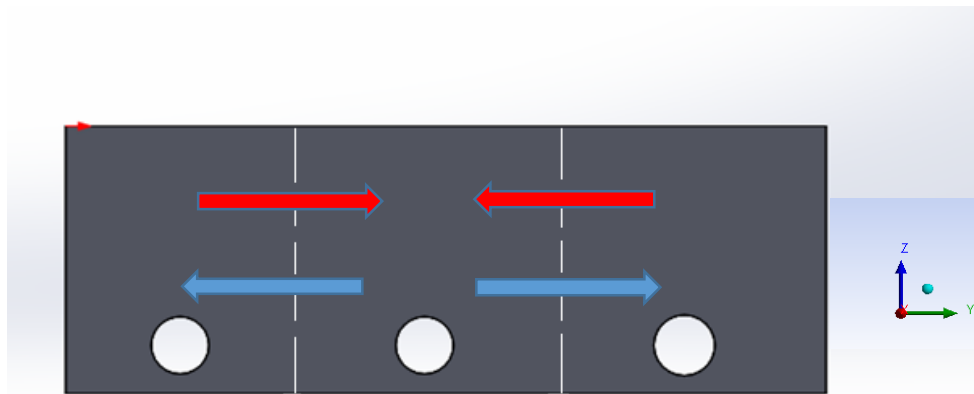


Figure 2.6: coupe dans le plancher chauffant hydraulique

De plus, le coefficient de conduction thermique de la chape anhydrite n'est que de $1.2\text{ (W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$ ce qui est relativement faible.

Ainsi, la faible conductivité thermique de la chape et la faible différence de température entre deux tubes adjacents nous permettent de considérer que l'échange de chaleur dans la direction y est négligeable et de ce fait, nous pouvons modéliser le plancher comme étant un tube long inséré dans une chape anhydrite.

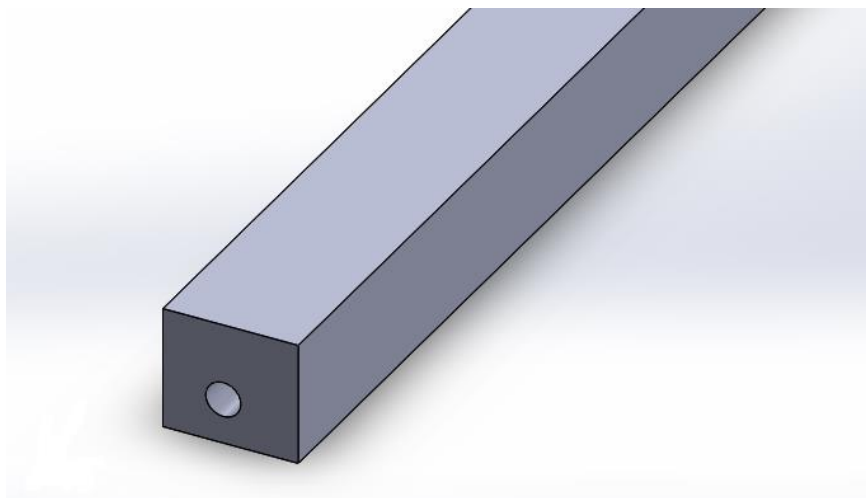


Figure 2.7: modélisation simplifiée du plancher chauffant hydraulique

ii. Epaisseur du tube négligeable :

L'épaisseur du tube réel est de $1,5\text{ mm}$, ce qui est très faible par rapport au diamètre du tube et à l'épaisseur de la chape, ainsi nous considérerons dans tout ce qui suit que l'échange de chaleur se fait directement entre l'eau et la chape

iii. Les parois inférieures, gauches et droites considérées adiabatiques :

Comme nous l'avons mentionné précédemment au chapitre 2 section vii, un isolant en fibre de bois (caractérisé par une très faible conductivité thermique) est placé entre le tubage et la dalle, ainsi il est possible de considérer que le transfert de chaleur entre le tubage et la dalle est suffisamment faible pour être négligé et donc supposer que la paroi inférieure du plancher chauffant est adiabatique.

De plus, nous avons démontré précédemment que la quantité de chaleur cédée par un tube vers les tubages voisins est la même que celle reçue de la part de ces mêmes tubes, ainsi nous pouvons considérer que les parois droite et gauche de la chape sont adiabatiques.

iv. Les phénomènes d'échange de chaleur sont bidimensionnels :

Après avoir justifié que nous pouvons considérer que les parois inférieures, gauches et droites sont adiabatiques, nous pouvons convertir le problème de transfert de chaleur tridimensionnel en un problème bidimensionnel et cela en considérant un tube long de section rectangulaire égale à la section du tube réel, surmonté d'une épaisseur solide réalisée dans un matériau dont les propriétés thermodynamiques sont les mêmes que celles de la chape anhydrite, et avec une masse volumique telle que la masse de l'épaisseur solide surmontant le tube de section rectangulaire soit la même que la masse de la chape anhydrite réelle.

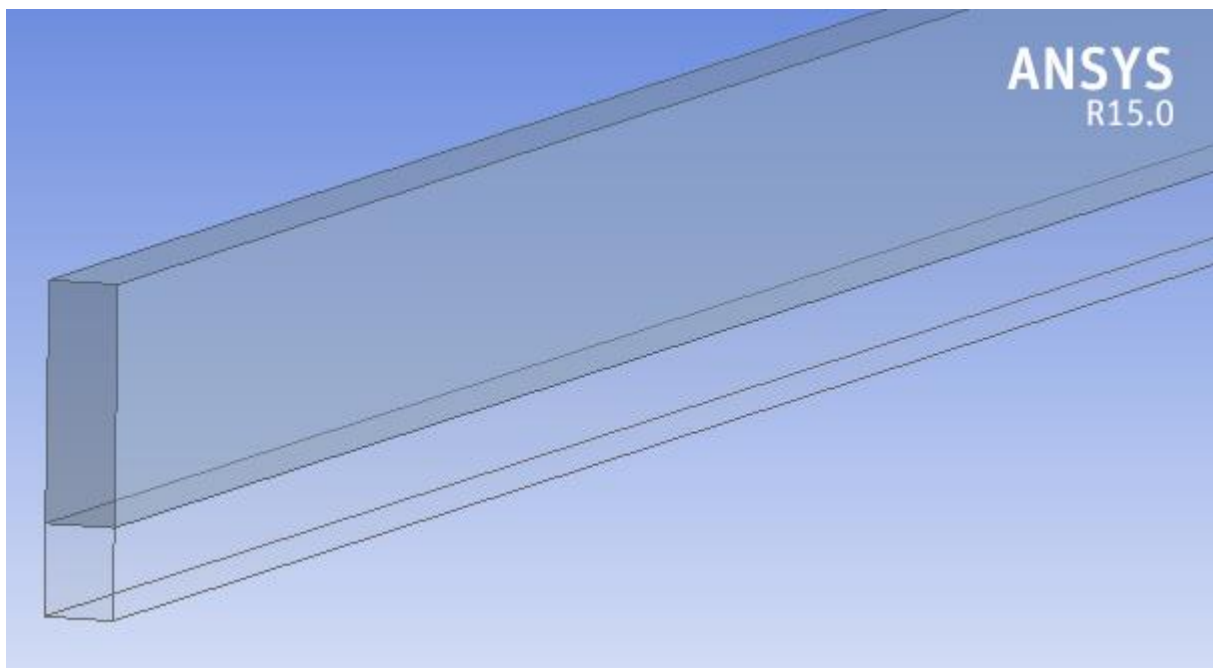


Figure 2.8: modélisation bidimensionnelle du plancher chauffant

Cette hypothèse se justifie par le fait que nous ayons considéré les parois inférieures, gauches et droites du système tridimensionnel comme étant adiabatiques, de plus la masse l'épaisseur solide surmontant le tube de section rectangulaire sera la même que celle de la chape anhydrite et le fait d'avoir supposé une tube de section rectangulaire égale à la section du tube réel nous permettra d'avoir le même débit massique d'eau dans le tube dans le cas bidimensionnel que dans le cas tridimensionnel.

Ainsi, et même si nous avons pris la liberté de modifier les formes de certains composants, d'un point de vue thermodynamique, le problème de transfert de chaleur bidimensionnel que nous avons développé sera équivalent au problème de transfert de chaleur tridimensionnel.

2.2.3 Définition du problème bidimensionnel :

Après avoir émis et justifier physiquement les hypothèses simplificatrices susmentionnées, notre problème se résumera à un problème de transfert de chaleur bidimensionnel entre de l'eau chaude qui circule dans un tube de 51.12m de long surmonté d'une chape anhydrite de 3,4 cm d'épaisseur comme indiqué sur le schéma ci-dessous :

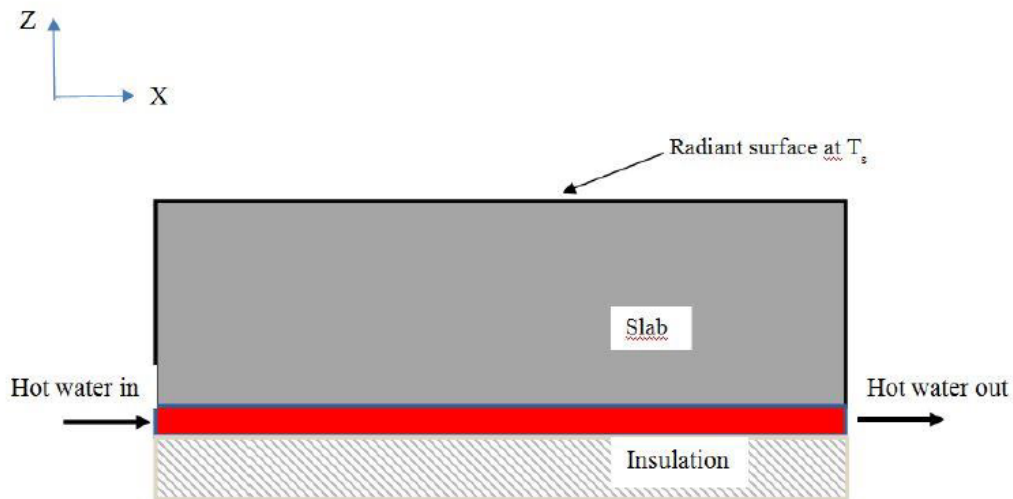


Figure 2.9: modélisation bidimensionnelle du problème de transfert de chaleur

2.2.3.1 Discrétisation du domaine de calcul :

Afin de pouvoir développer un modèle de calcul bidimensionnel précis, il est nécessaire de discrétiser le domaine de calcul en petite maille centré d'un nœud en leur milieu.

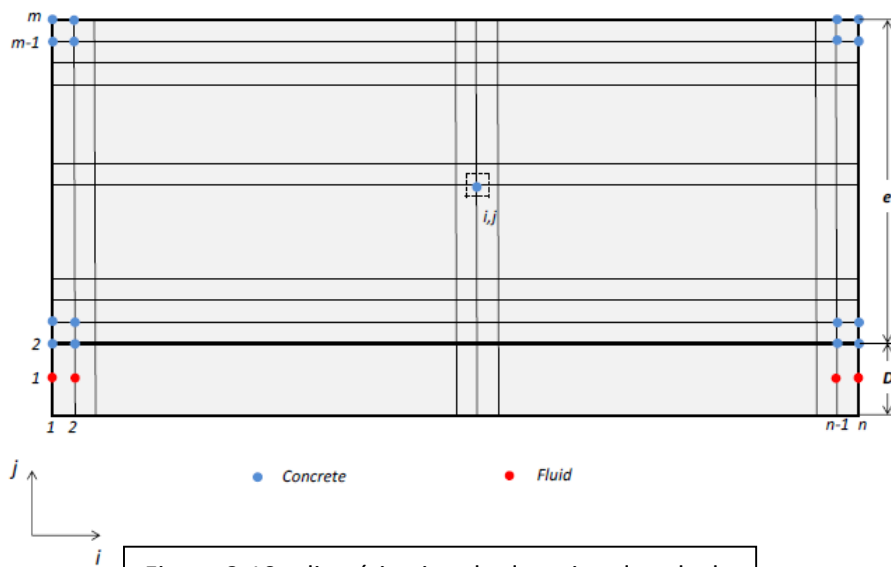


Figure 2.10 : discrétisation du domaine de calcul

La discrétisation du domaine de calcul se fera selon quatre zones distinctes :

- Zone1 : Surface de la chape (en couleur rouge sur la figure ci-dessous)
- Zone2 : Centre de la chape (en couleur verte sur la figure ci-dessous)
- Zone3 : Frontière entre le tube d'eau et la chape (en bleu sur la figure ci-dessous)
- Zone4 : Intérieur du tube d'eau (en noir sur la figure ci-dessous)

a) Les différentes zones du domaine de calculs

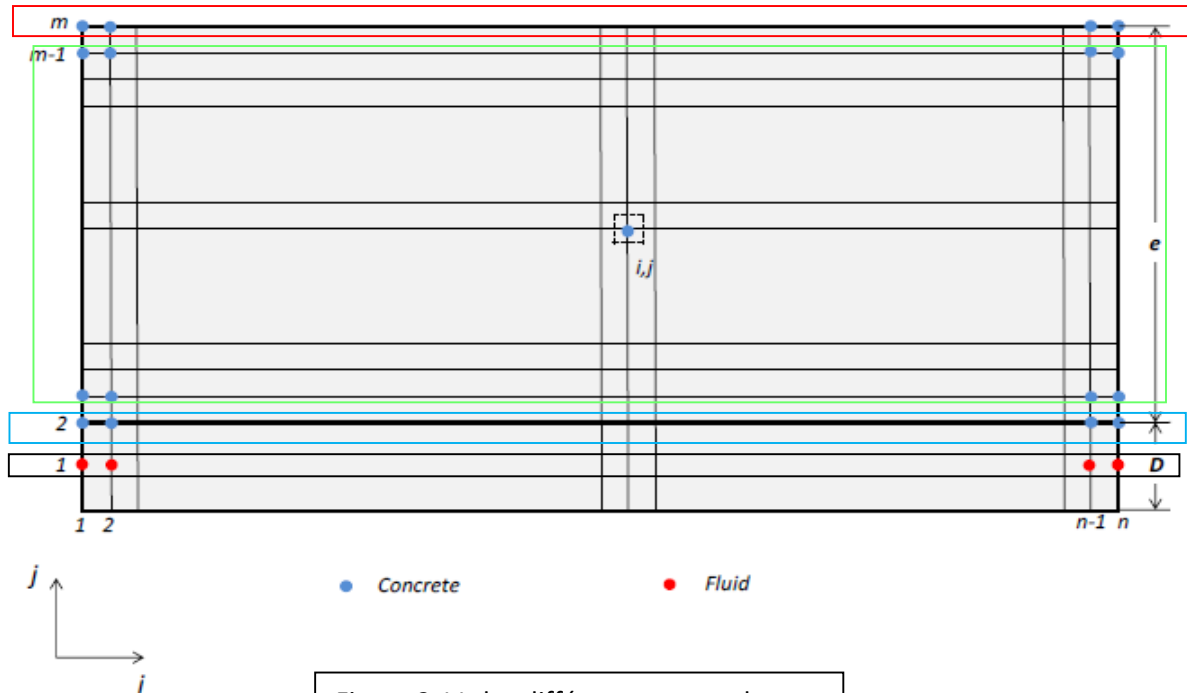


Figure 2.11: les différentes zones du domaine de calcul

2.2.3.2 Développement des équations de diffusion de la chaleur par la méthode des différences finies :

i. Equation de diffusion de la chaleur :

L'objectif majeur de l'analyse de la conduction thermique est de permettre de déterminer le champ de température résultant de l'imposition de certaines conditions et contraintes au niveau des limites du milieu étudié.

L'établissement de l'équation de la diffusion de la chaleur se fait en définissant un volume infinitésimal qu'on appelle volume de contrôle et en appliquant l'équation de la conservation de l'énergie (1^{er} principe de la thermodynamique) à ce volume de contrôle.

Dépendamment du fait que le milieu étudié soit le siège d'un écoulement de matière ou non, l'équation de la conservation de l'énergie prend deux formes :

a) Cas d'un milieu sans écoulement de fluide (système fermés) :

Dans notre étude, ce cas s'applique tout particulièrement aux mailles de la chape anhydrite, car il n'y a pas d'écoulement au sein de la chape.

L'équation de la conservation de l'énergie s'écrit comme suit :

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{dE}{dt}$$

Où :

\dot{Q} Représente le taux de transfert de chaleur [W]

\dot{W} Est la puissance mécanique fournie par le volume de contrôle au milieu extérieur

$\frac{dE}{dt}$ Représente l'énergie stockée dans le volume de contrôle.

Dans notre étude, nous traitons un phénomène purement thermique (absence de travail fourni ou reçu par le plancher chauffant), ainsi le terme \dot{W} sera nul partout dans la chape.

L'équation de conservation de l'énergie sera donc :

$$\dot{Q} = \frac{dE}{dt} \quad \dots (2.1)$$

$\frac{dE}{dt}$ Représente l'énergie stockée dans le volume de contrôle :

$$\frac{dE}{dt} = \dot{E}_{st} = \frac{\rho \, dx \, dy \, dz \, C_p \, \partial T}{\partial t} = \rho \, C_p \, \frac{\partial T}{\partial t} \, dx \, dy \, dz \quad \dots (2.2)$$

Le taux de transfert de chaleur \dot{Q} représente le bilan de transfert énergétique du volume de contrôle et peut donc s'écrire comme suit :

$$\dot{Q} = \dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_g$$

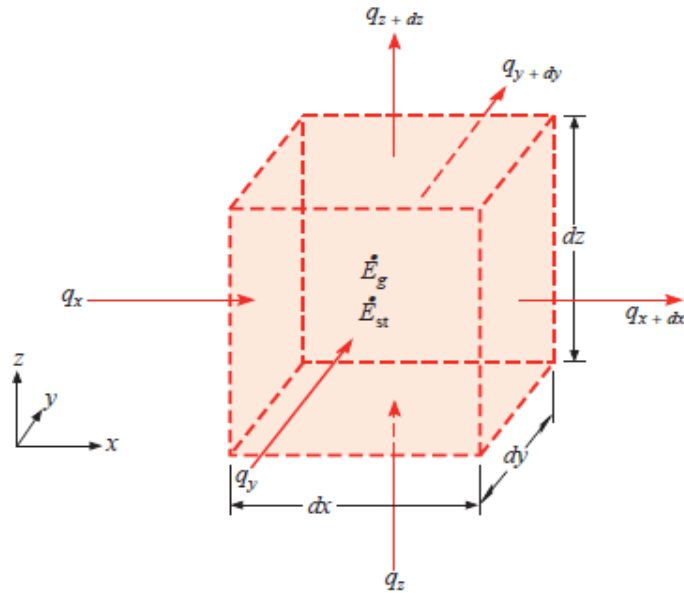


Figure 2.12: bilan d'énergétique d'un volume de contrôle infinitésimal

Avec :

\dot{E}_{in} Le taux de chaleur entrant dans le volume de contrôle

\dot{E}_{out} Le taux de chaleur sortant du volume de contrôle.

\dot{E}_g Le taux de chaleur généré par le volume de contrôle.

Dans notre étude, il n'y a pas de génération de chaleur dans la chape, donc :

$$\dot{Q} = \dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} \quad \dots (2.3)$$

Le taux de transfert de chaleur par conduction perpendiculaire aux faces du volume de contrôle aux positions x, y et z seront dénotés q_x, q_y et q_z respectivement. Et les taux de transfert de chaleur par conduction au niveau des faces opposées seront dénotés q_{x+dx}, q_{y+dy} et q_{z+dz}

Comme indiqué sur le schéma précédent, le taux de chaleur entrant dans le volume de contrôle \dot{E}_{in} est la sommation algébrique des taux de transfert de chaleur par conduction perpendiculaire aux faces du volume de contrôle aux positions x, y et z, ainsi :

$$\dot{E}_{in} = q_x + q_y + q_z \quad \dots (2.4)$$

Quant au taux de chaleur sortant du volume de contrôle \dot{E}_{out} , c'est la sommation algébrique des taux de transfert de chaleur par conduction perpendiculaire aux faces du volume de contrôle aux positions $x+dx$, $y+dy$ et $z+dz$, ainsi :

$$\dot{E}_{out} = q_{x+dx} + q_{y+dy} + q_{z+dz} \dots (2.5)$$

Et finalement en remplaçant \dot{E}_{in} et \dot{E}_{out} par leurs expressions dans \dot{Q} nous aurons :

$$\dot{Q} = \dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} = q_x + q_y + q_z - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz}$$

En remplaçant (3.2) et (3.5) dans (3.1) nous obtiendrons :

$$q_x + q_y + q_z - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz$$

De plus, en adoptant l'hypothèse simplificatrice mentionnée à la section ii de ce même chapitre et selon laquelle le transfert de chaleur suivant la direction y est négligeable, nous obtiendrons au final pour l'équation de la diffusion de la chaleur dans le cas d'un milieu sans écoulement de fluide :

$$q_x + \cancel{q_y} + q_z - q_{x+dx} - \cancel{q_{y+dy}} - q_{z+dz} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz$$

Et donc :

$$\boxed{q_x + q_z - q_{x+dx} - q_{z+dz} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz} \dots\dots\dots (2.6)$$

b) Cas d'un milieu avec écoulement de fluide (système ouvert) :

Dans notre étude, ce cas s'applique particulièrement au tube d'eau, car il est le siège d'un écoulement d'eau chaude.

Dans ce cas, l'équation de conservation de l'énergie s'écrit comme suit :

$$\dot{Q} - \dot{W} + \sum_i \dot{m}_i h_i^{(0)} - \sum_e \dot{m}_e h_e^{(0)} = \frac{dE}{dt} \dots\dots\dots (2.7)$$

Avec :

Où :

\dot{Q} Représente le taux de transfert de chaleur [W]

\dot{W} Est la puissance mécanique fournie par le volume de contrôle au milieu extérieur

$\frac{dE}{dt}$ Représente l'énergie stockée dans le volume de contrôle.

\dot{m}_i Débit massique entrant dans le volume de contrôle par l'entrée i

\dot{m}_e Débit massique sortant dans le volume de contrôle par l'entrée e

$h_i^{(0)}$ Enthalpie total à l'entrée i

$h_e^{(0)}$ Enthalpie total à la sortie e

Dans notre étude, au niveau du tube d'eau, n'ayant qu'une seule entrée et qu'une seule sortie, l'équation de la conservation d'énergie sera :

$$\dot{Q} - \dot{W} + \dot{m}(h_i^{(0)} - h_e^{(0)}) = \frac{dE}{dt} \quad \dots\dots (2.8)$$

Comme pour la chape, le phénomène étudié au niveau du tube d'eau est purement thermique (absence de travail fourni ou reçu par le plancher chauffant), ainsi le terme \dot{W} sera nul partout dans le tube d'eau :

$$\dot{Q} + \dot{m}(h_i^{(0)} - h_e^{(0)}) = \frac{dE}{dt} \quad \dots\dots (2.9)$$

De façon générale, l'enthalpie totale s'écrit comme suit :

$$h^{(0)} = h + \frac{1}{2} U^2 + g.z \quad \dots\dots (2.10)$$

Avec :

h L'enthalpie statique

U La vitesse d'écoulement du fluide

g L'accélération gravitationnelle

z Hauteur de l'eau par rapport au niveau de référence de l'énergie potentielle gravitationnelle

De plus, pour le cas particulière d'un écoulement d'eau, nous pouvons écrire que :

$$h = C_p . T \quad \dots (2.11)$$

Où :

T Est la température de l'écoulement

C_p La chaleur spécifique de l'eau

Ainsi :

$$h^{(0)} = C_p . T + \frac{1}{2} U^2 + g.z \quad \dots (2.12)$$

En remplaçant $h^{(0)}$ par son expression dans l'équation de la conservation de l'énergie dans le cas d'un système ouvert, nous aurons :

$$\dot{Q} + \dot{m} C_p (T_i - T_e) = \frac{dE}{dt} \quad \dots (2.13)$$

Avec T_i et T_e les températures d'entrée et de sortie de l'eau respectivement.

Comme pour le 1^{er} cas, nous pouvons écrire pour un système ouvert :

$$\frac{dE}{dt} = \dot{E}_{st} = \frac{\rho dx dy dz C_p \partial T}{\partial t} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad \dots (2.14)$$

Et

$$\dot{Q} = \dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} = q_x + q_y + q_z - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} \quad \dots (2.15)$$

Ainsi, en remplaçant (3.14) et (3.15) dans (3.13) nous aurons l'équation de la diffusion de la chaleur dans le cas d'un système ouvert :

$$q_x + q_y + q_z - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} + \dot{m} C_p (T_i - T_e) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz$$

Là aussi, en adoptant l'hypothèse simplificatrice mentionnée à la section ii de ce même chapitre et selon laquelle le transfert de chaleur suivant la direction y est négligeable, nous obtiendrons au final pour l'équation de la diffusion de la chaleur dans le cas d'un système ouvert :

$$q_x + \cancel{q_y} + q_z - q_{x+dx} - \cancel{q_{y+dy}} - q_{z+dz} + \dot{m} C_p (T_i - T_e) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz$$

Finalement :

$$\boxed{q_x + q_z - q_{x+dx} - q_{z+dz} + \dot{m} C_p (T_i - T_e) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz} \quad \dots\dots (2.16)$$

ii. Loi de Fourier sur la conduction :

Le taux de transfert de chaleur dans un milieu isentropique (ayant les mêmes propriétés physiques dans toutes les directions) peut être évalué à l'aide de la loi de Fourier comme suit :

$$q_x = -\lambda dy dz \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$q_y = -\lambda dx dz \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$q_z = -\lambda dx dy \frac{\partial T}{\partial z}$$

Avec :

λ La conductivité thermique du milieu [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]

iii. Rappel sur les séries de Taylor :

Les taux de transfert de chaleur aux positions x+dx, y+dy et z+dz peuvent être estimés à l'aide du développement en séries de Taylor du premier ordre de la manière suivante :

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx$$

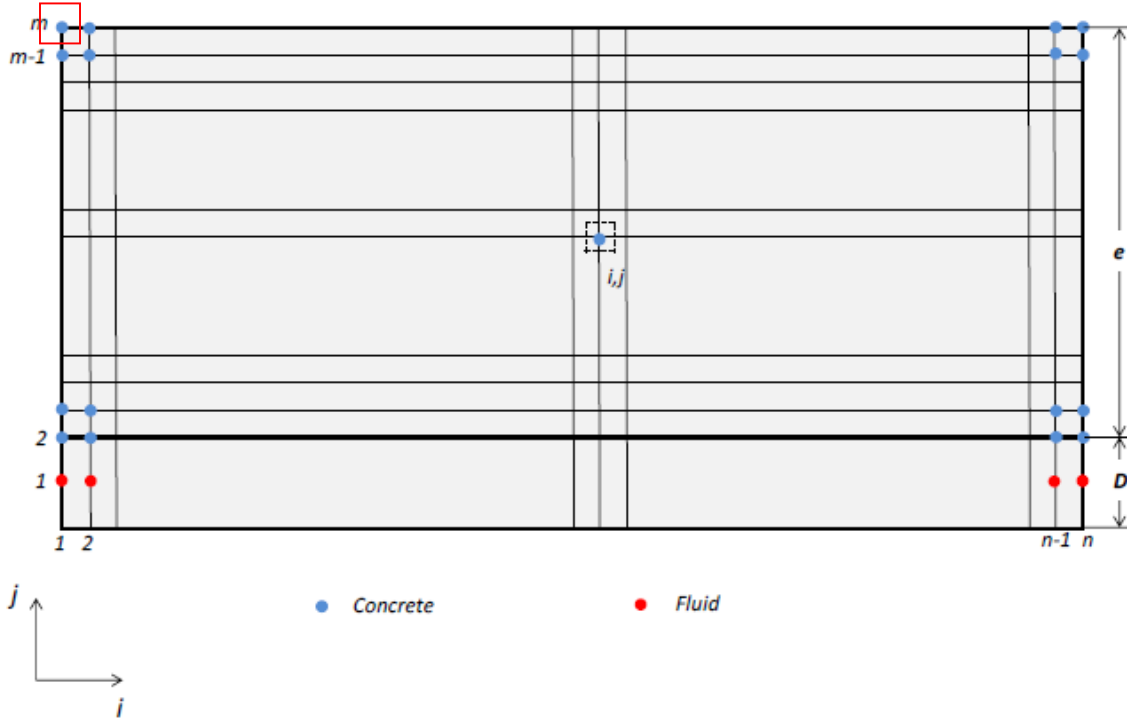
$$q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy$$

$$q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz$$

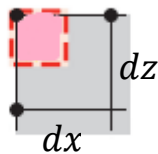
2.2.3.3 Développement des équations du model bidimensionnel dans les différentes zones du domaine de calcul :

a) Zone1 : Surface de la chape :

- Nœud (1, m) :



Dans le cas particulier du nœud (1, m) nous avons :



Ainsi :

$$q_x = 0$$

$$q_{x+dx} = -\lambda_c \frac{dz}{2} dy \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$q_z = -\lambda_c \frac{dx}{2} dy \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$q_{z+dz} = h_a (T_{1,m}^{(k)} - T_\infty) \frac{dx}{2} dy + h_r (T_{1,m}^{(k)} - T_{sur}) \frac{dx}{2} dy$$

Où :

h_a Et h_r sont respectivement les coefficients de convection de l'air et le coefficient de radiation.

T_{sur} La température de rayonnement de l'environnement.

Et k est le facteur de discrétisation du temps : $t = k * \Delta t$

Comme nous l'avons démontré précédemment, l'équation de la diffusion de la chaleur dans la chape s'écrit comme suit :

$$q_x + q_z - q_{x+dx} - q_{z+dz} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

En remplaçant chacun des membres de gauche de l'équation (*) par son expression nous aurons :

$$-\lambda_c \frac{dx}{2} dy \frac{\partial T}{\partial z} + \lambda_c \frac{dz}{2} dy \frac{\partial T}{\partial x} - h_a (T_{1,m}^{(k)} - T_\infty) \frac{dx}{2} dy - h_r (T_{1,m}^{(k)} - T_{sur}) \frac{dx}{2} dy = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \frac{dx dy dz}{4}$$

À présent nous allons utiliser la méthode des différences finies explicite pour obtenir une équation qui relie la température au nœud (1, m) à l'instant t+dt à la température du nœud (1, m) et des nœuds voisins à un instant t.

D'après la méthode des différences finis nous pouvons écrire chaque dérivé de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_{i+1,j}^{(k)} - T_{i,j}^{(k)}}{\Delta x} = \frac{T_{i,j}^{(k)} - T_{i-1,j}^{(k)}}{\Delta x} \\ \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{T_{i,j+1}^{(k)} - T_{i,j}^{(k)}}{\Delta z} = \frac{T_{i,j}^{(k)} - T_{i,j-1}^{(k)}}{\Delta z} \\ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{i+1,j}^{(k)} + T_{i-1,j}^{(k)} - 2 * T_{i,j}^{(k)}}{\Delta x^2} \\ \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{T_{i,j+1}^{(k)} + T_{i,j-1}^{(k)} - 2 * T_{i,j}^{(k)}}{\Delta z^2} \\ \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{i,j}^{(k+1)} - T_{i,j}^{(k)}}{\Delta t} \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.17)$$

En remplaçant les dérivé par leur expression dans l'équation de la chaleur du nœud (1, m) nous obtiendrons :

$$\begin{aligned} -2 \frac{\lambda_c \Delta t}{\rho C_p \Delta z^2} (T_{1,m}^{(k)} - T_{1,m-1}^{(k)}) + 2 \frac{\lambda_c \Delta t}{\rho C_p \Delta x^2} (T_{2,m}^{(k)} - T_{1,m}^{(k)}) - 2 \frac{h_a \Delta t}{\rho C_p \Delta z} (T_{1,m}^{(k)} - T_\infty) \\ - 2 \frac{h_r \Delta t}{\rho C_p \Delta z} (T_{1,m}^{(k)} - T_{sur}) = T_{1,m}^{(k+1)} - T_{1,m}^{(k)} \end{aligned}$$

Dans l'équation précédente, nous identifions les quantités remarquables suivantes :

$$\alpha_c = \frac{\lambda_c}{\rho C_p} ; \alpha_c \text{ est la diffusivité thermique de la chape}$$

$$F_{ox} = \frac{\alpha_c \Delta t}{\Delta x^2} ; F_{ox} \text{ est le nombre de Fourier dans la chape suiavnt la direction } x$$

$$F_{oz} = \frac{\alpha_c \Delta t}{\Delta z^2} ; F_{oz} \text{ est le nombre de Fourier dans la chape suiavnt la direction } z$$

$$Bi_a = \frac{h_a \Delta z}{\lambda_c} ; Bi_a \text{ est le nombre de Biot pour l'échange de chaleur par convection}$$

$$Bi_r = \frac{h_r \Delta z}{\lambda_c} ; Bi_r \text{ est le nombre de Biot pour l'échange de chaleur par radiation}$$

Ainsi, l'équation de la diffusion de la chaleur pour le nœud (1, m) sera :

$$T_{1,m}^{(k+1)} - T_{1,m}^{(k)} = -2F_{Oz} (T_{1,m}^{(k)} - T_{1,m-1}^{(k)}) + 2F_{Ox} (T_{2,m}^{(k)} - T_{1,m}^{(k)}) - 2Bi_a F_{Oz} (T_{1,m}^{(k)} - T_\infty) - 2Bi_r F_{Oz} (T_{1,m}^{(k)} - T_{sur})$$

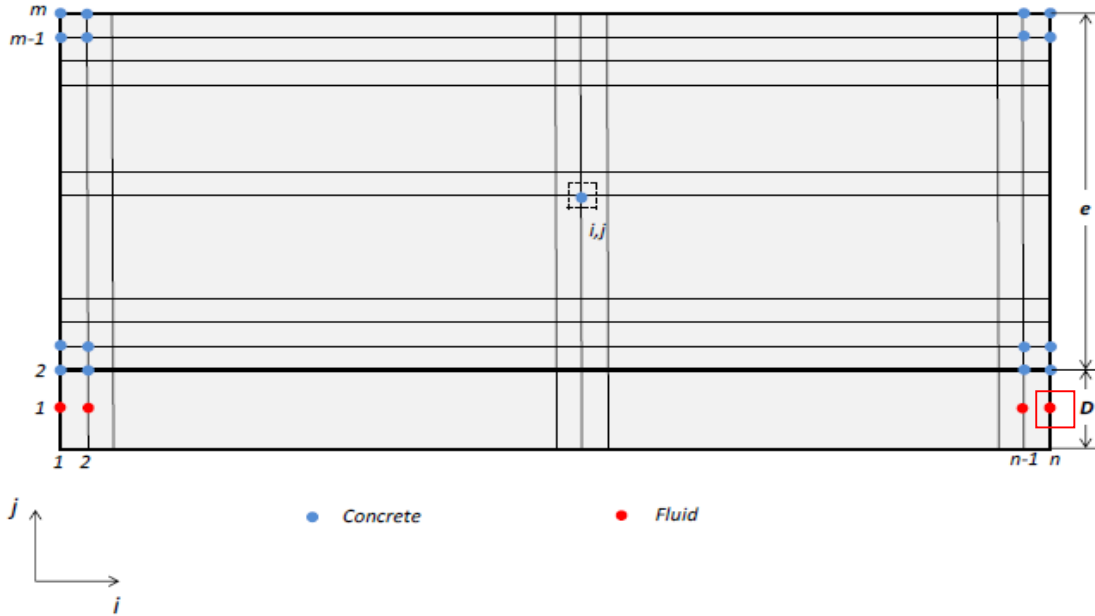
Et en réarrangeant la dernière équation nous aurons :

$$T_{1,m}^{(k+1)} = (1 - 2F_{Ox} - 2F_{Oz} - 2Bi_a F_{Oz} - 2Bi_r F_{Oz})T_{1,m}^{(k)} + 2F_{Oz}T_{1,m-1}^{(k)} + 2F_{Ox}T_{2,m}^{(k)} + 2Bi_a F_{Oz}T_\infty + 2Bi_r F_{Oz}T_{sur}$$

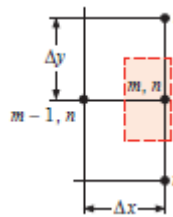
En résonant de la même manière pour toutes les autres mailles de la zone 1,2 et 3, nous pourrions trouver toutes les équations du modèle bidimensionnel pour la chape.

b) Zone 4 : tube d'eau

- Nœud (n, 1) :



Pour le nœud (n, 1) nous avons :



Et :

$$q_x = -\lambda_f dz dy \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$q_{x+dx} = 0$$

$$q_z = 0$$

$$q_{z+dz} = h_f \frac{dx}{2} dy (T_{n,1}^{(k)} - T_{n,2}^{(k)})$$

Nous avons démontré auparavant, que l'équation de la diffusion de la chaleur dans le tube d'eau est donné par l'équation (3.16)

$$q_x + q_z - q_{x+dx} - q_{z+dz} + \dot{m} C_{p,f} (T_i - T_e) = \rho_f C_{p,f} \frac{\partial T}{\partial t} \frac{dx}{2} dy dz_f$$

$$\begin{aligned} -\lambda_f dz_f dy \frac{\partial T}{\partial x} - h_f \frac{dx}{2} dy (T_{n,1}^{(k)} - T_{n,2}^{(k)}) + \rho_f C_{p,f} \dot{V} (T_{n-1,1}^{(k)} - T_{n,1}^{(k)}) \\ = \rho_f C_{p,f} \frac{\partial T}{\partial t} \frac{dx}{2} dy dz_f \end{aligned}$$

Sachant que $\dot{V} = \frac{dV}{dt} = \frac{\frac{dx}{2} dy dz_f}{dt}$:

$$\begin{aligned} -\lambda_f dz_f dy \frac{\partial T}{\partial x} - h_f \frac{dx}{2} dy (T_{n,1}^{(k)} - T_{n,2}^{(k)}) + \rho_f C_{p,f} \frac{\frac{dx}{2} dy dz_f}{dt} (T_{n-1,1}^{(k)} - T_{n,1}^{(k)}) \\ = \rho_f C_{p,f} \frac{\partial T}{\partial t} \frac{dx}{2} dy dz_f \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\lambda_f dz dy \frac{\partial T}{\partial x} - h_f \frac{dx}{2} dy (T_{n,1}^{(k)} - T_{n,2}^{(k)}) + \rho C_p \frac{U}{2} dy dz (T_{n-1,1}^{(k)} - T_{n,1}^{(k)}) \\ = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \frac{dx}{2} dy dz \end{aligned}$$

En remplaçant les dérivés par les expressions définies dans (3.17) :

$$\begin{aligned} -\lambda_f \Delta z \Delta y \frac{T_{n,1}^{(k)} - T_{n-1,1}^{(k)}}{\Delta x} - h_f \frac{\Delta x}{2} \Delta y (T_{n,1}^{(k)} - T_{n,2}^{(k)}) + \rho C_p \frac{U}{2} \Delta y \Delta z (T_{n-1,1}^{(k)} - T_{n,1}^{(k)}) \\ = \rho C_p \frac{T_{n,1}^{(k+1)} - T_{n,1}^{(k)}}{\Delta t} \frac{\Delta x}{2} \Delta y \Delta z \end{aligned}$$

Dans l'équation précédente nous pouvons identifier les quantités remarquables suivantes :

$$\alpha_f = \frac{\lambda_f}{\rho_f C_{p,f}} ; \alpha_f \text{ diffusivité de l'eau}$$

$$Fo_{xf} = \frac{\alpha_f \Delta t}{\Delta x^2} ; Fo_{xf} \text{ est le nombre de fourier dans le tube d'eau suivant la direction } x$$

$$Fo_{zf} = \frac{\alpha_f \Delta t}{\Delta z_f^2} ; Fo_{zf} \text{ est le nombre de fourier dans le tube d'eau suivant la direction } z$$

$$Nu_f = \frac{h_f \Delta z_f}{\lambda_f} ; Nu_f \text{ est le nombre de Nusselt de l'eau}$$

En injectant ces quantités remarquables dans l'équation précédente nous aurons :

$$-2 Fo_{xf} (T_{n,1}^{(k)} - T_{n-1,1}^{(k)}) - Nu_f Fo_{zf} (T_{n,1}^{(k)} - T_{n,2}^{(k)}) + U^* (T_{n-1,1}^{(k)} - T_{n,1}^{(k)}) = T_{n,1}^{(k+1)} - T_{n,1}^{(k)}$$

Finalement :

$$T_{n,1}^{(k+1)} = (1 - 2 Fo_{xf} - Nu_f Fo_{zf} - U^*) T_{n,1}^{(k)} + (2 Fo_{xf} + U^*) T_{n-1,1}^{(k)} + Nu_f Fo_{zf} T_{n,2}^{(k)}$$

Les paramètres A, B, C et D sont définis de la façon suivante :

$$A = 1 - 2F_{ox} - 2F_{oz} - 2Bi_a F_{oz} - 2Bi_r F_{oz}$$

$$B = 1 - 2F_{ox} - 2F_{oz}$$

$$C = 1 - 2F_{ox} - 2F_{oz} - 2Bi_f F_{oz}$$

$$D = 1 - 2F_{oxf} - Nu_f F_{ozf} - U^*$$

$[T]^{(k)}$ Est le vecteur des températures à l'instant t :

$$[T]^{(k)} = \begin{bmatrix} T_{1,m}^{(k)} \\ T_{2,m}^{(k)} \\ \vdots \\ T_{n,m}^{(k)} \\ T_{1,m-1}^{(k)} \\ \vdots \\ T_{n,m-1}^{(k)} \\ \vdots \\ \vdots \\ T_{1,1}^{(k)} \\ \vdots \\ T_{n,1}^{(k)} \end{bmatrix}$$

$[T]^{(k+1)}$ Est le vecteur des températures à l'instant $t+dt$:

$$[T]^{(k+1)} = \begin{bmatrix} T_{1,m}^{(k+1)} \\ T_{2,m}^{(k+1)} \\ \vdots \\ T_{n,m}^{(k+1)} \\ T_{1,m-1}^{(k+1)} \\ \vdots \\ T_{n,m-1}^{(k+1)} \\ \vdots \\ \vdots \\ T_{1,1}^{(k+1)} \\ \vdots \\ T_{n,1}^{(k+1)} \end{bmatrix}$$

Les vecteurs de température sont composés de $(n \cdot m)$ éléments.

Et $[X]$ un vecteur tel que :

$$[X] = \left[\begin{array}{c} 2Bi_a F_{oz} T_{\infty} + 2Bi_r F_{oz} T_{sur} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} n \text{ premiers éléments} \\ \\ \\ \\ \\ 0 \text{ pour les } ((n-1) \cdot m) \text{ éléments restants} \end{array}$$

2.2.3.5 Programmation du modèle mathématique :

La solution du système d'équation précédent s'obtient par itération successive car le problème est discrétisé selon la variable du temps t avec $t = k * \Delta t$.

La résolution du problème matricielle se fera à l'aide d'un code de calcul que nous aurons préalablement programmé sur Matlab®.

Les différentes étapes de programmation sont comme suit :

a) Calcul des dimensions des mailles du domaine d'étude :

Comme indiqué sur la figure 24, nous posons n le nombre de nœuds suivant la direction x et m le nombre de nœuds suivant la direction z

Ainsi nous aurons pour le Δx :

$$\Delta x = \frac{L}{n-1}$$

Et pour le Δz :

✓ Dans la chape :

$$\Delta z = \frac{e}{m-2}$$

✓ Dans le tube d'eau :

$$\Delta z_f = D \quad \text{où } D \text{ est le diamètre intérieur du tube}$$

b) Calcul de la température de rayonnement de l'environnement :

La cellule de test est considérée comme étant une enceinte close, avec murs, plancher et le plafond.

La température d'échange de chaleur par radiation entre la surface du plancher chauffant et son environnement s'obtient en faisant l'égalité entre la quantité de chaleur échangée par rayonnement entre le plancher et l'environnement avec la somme des quantités de chaleur échangées par rayonnement entre le plancher et chaque surface de l'enceinte close, en d'autres termes :

$$q = A \sum_{j=1}^N F_{ij} \sigma (T_{smoy}^4 - T_j^4) = A \sigma (T_{smoy}^4 - T_r^4) \quad \dots(2.18)$$

Où :

A Est la surface du plancher.

F_{ij} Le facteur de vue entre le plancher et la surface j .

T_{smoy} Est la température moyenne de la surface du plancher, $T_{smoy} = \frac{\sum T_{s_i}}{n}$ où T_{s_i} est la température de l'ième nœud de surface et n le nombre de nœud de surface.

T_j Est la température de la surface j .

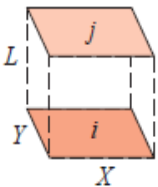
σ Est la constante de Stéfane-Boltezman.

Le calcul des facteurs de vue se fait grâce aux formules fournies par « Incropera »

Pour le facteur de vue entre la surface du plancher et le plafond, le calcul se fait comme indiqué sur la figure ci-dessous :

Aligned Parallel Rectangles

(Figure 13.4)

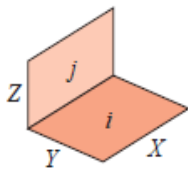


$$\bar{X} = X/L, \bar{Y} = Y/L$$

$$F_{ij} = \frac{2}{\pi \bar{X} \bar{Y}} \left\{ \ln \left[\frac{(1 + \bar{X}^2)(1 + \bar{Y}^2)}{1 + \bar{X}^2 + \bar{Y}^2} \right]^{1/2} + \bar{X}(1 + \bar{Y}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\bar{X}}{(1 + \bar{Y}^2)^{1/2}} + \bar{Y}(1 + \bar{X}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\bar{Y}}{(1 + \bar{X}^2)^{1/2}} - \bar{X} \tan^{-1} \bar{X} - \bar{Y} \tan^{-1} \bar{Y} \right\}$$

Pour le facteur de vue entre la surface du plancher et les murs, nous aurons :

Perpendicular Rectangles with a Common Edge
(Figure 13.6)



$$H = Z/X, W = Y/X$$

$$F_{ij} = \frac{1}{\pi W} \left(W \tan^{-1} \frac{1}{W} + H \tan^{-1} \frac{1}{H} - (H^2 + W^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{1}{(H^2 + W^2)^{1/2}} + \frac{1}{4} \ln \left\{ \frac{(1 + W^2)(1 + H^2)}{1 + W^2 + H^2} \left[\frac{W^2(1 + W^2 + H^2)}{(1 + W^2)(W^2 + H^2)} \right]^{W^2} \times \left[\frac{H^2(1 + H^2 + W^2)}{(1 + H^2)(H^2 + W^2)} \right]^{H^2} \right\} \right)$$

Après avoir calculé tous les facteurs de vue, il nous sera possible de calculer la température T_r grâce à la formule suivante :

$$T_r = \left[T_{s_{moy}}^4 - \sum_{j=1}^N F_{ij} (T_{s_{moy}}^4 - T_j^4) \right]^{\frac{1}{4}} \quad \dots(2.19)$$

Remarque :

- ✓ Les températures T_j des différentes surfaces de l'enceinte close sont données par les différents capteurs de température installée à l'intérieur de la cellule de test.
- ✓ Etant donné que la température de rayonnement de l'environnement T_r dépend de la température de surface $T_{s_{moy}}$, et sachant que $T_{s_{moy}}$ varie en fonction du temps, alors la température T_r devra être calculé à chaque itération suivant le temps t.

c) Calcul des nombres de Biot :

- **Nombre de Biot de l'échange de chaleur par rayonnement Bi_r :**

Le nombre de Biot de l'échange de chaleur par rayonnement entre le plancher et l'environnement est défini comme suit :

$$Bi_r = \frac{h_r \Delta z}{\lambda_c}$$

Avec h_r le coefficient d'échange de chaleur par radiation.

h_r Est défini tel que :

$$h_r (T_{s_i} - T_r) = \varepsilon \sigma (T_{s_i}^4 - T_r^4)$$

Ainsi :

$$h_r = \frac{\varepsilon \sigma (T_{s_i}^4 - T_r^4)}{(T_{s_i}^4 - T_r^4)}$$

Ou encore :

$$h_r = \varepsilon \sigma (T_{s_i} + T_r) (T_{s_i}^2 - T_r^2)$$

Finalement, le nombre de Biot de l'échange de chaleur par rayonnement Bi_r s'écrira :

$$Bi_r = \frac{\varepsilon \sigma (T_{s_i} + T_r) (T_{s_i}^2 - T_r^2) \Delta z}{\lambda_c} \quad \dots(2.20)$$

Dans notre code de calcul Matlab, nous utiliserons cette formule pour calculer Bi_r pour chaque nœud de la surface du plancher et cela pour chaque itération suivant le temps t.

- **Nombre de Biot de l'échange de chaleur par convection entre la surface du plancher et l'air ambiant Bi_a :**

Le nombre de Biot de l'échange de chaleur par convection entre le plancher et l'air ambiant est défini comme suit :

$$Bi_a = \frac{h_a \Delta z}{\lambda_c}$$

h_a Est le coefficient d'échange de chaleur par convection de l'air, selon « Incropera » il est défini tel que :

$$Nu = \frac{h_a L_c}{\lambda_a}$$

Avec :

L_c La longueur caractéristique du plancher, $L_c = \frac{A}{P}$ où A est la surface du plancher et P son périmètre.

λ_a Le coefficient de conductivité thermique de l'air [$W/(m.K)$]

Nu Est le nombre de Nusselt de l'air.

Dans la cellule de test, nous pouvons considérer que l'air ambiant est stationnaire, ainsi l'échange de chaleur entre le plancher chauffant et l'air ambiant se fera par convection naturelle.

D'après « Incropera », les corrélations qui donnent le nombre de Nusselt dans le cas d'un échange de chaleur par convection naturelle sont :

$$\begin{cases} Nu = 0,54 * Ra^{\left(\frac{1}{4}\right)} & \text{si } 10^4 \leq Ra \leq 10^7 \\ Nu = 0,15 * Ra^{\left(\frac{1}{3}\right)} & \text{si } 10^7 < Ra \leq 10^{11} \end{cases}$$

Avec Ra le nombre de Rayleigh

L'expression du nombre de Rayleigh Ra est donnée par « Incropera » comme suit :

$$Ra = \frac{g \beta (T_{s_i} - T_{\infty}) L_c^3}{\nu \alpha_a}$$

Dans cette expression :

β Est le coefficient de dilatation thermique volumétrique de l'air [K^{-1}]

ν Est la viscosité cinématique de l'air [m^2/s]

α_a Est le coefficient de diffusivité thermique de l'air [m^2/s] avec $\alpha_a = \frac{\lambda_{air}}{\rho_{air} c_{p_{air}}}$

Remarque :

D'après « Incropera », les coefficients β , ν et α_a dans l'expression du nombre de Rayleigh doivent être pris à la température moyenne entre le plancher chauffant et l'air ambiant, c'est-à-dire à une température T_{moy} telle que :

$$T_{moy_i} = \frac{T_{s_i} + T_{\infty}}{2}$$

Ainsi, dans notre code Matlab, nous intégrerons une boucle d'interpolation linéaire pour calculer les valeurs de ces coefficients à la température T_{moy_i} et cela pour chaque nœud i de la surface et pour chaque itération suivant le temps t car la température de surface T_{s_i} varie d'un nœud à un autre et varie aussi en fonction du temps.

Finalement, le nombre de Biot de l'échange de chaleur par convection s'écrira selon les valeurs du nombre de Rayleigh comme suit :

$$Bi_a = \frac{h_a \Delta Z}{\lambda_c} = \frac{Nu \lambda_a \Delta Z}{L_c \lambda_c}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Bi_a = \frac{Nu \lambda_a \Delta Z}{L_c \lambda_c} = \frac{0,54 * Ra^{(\frac{1}{4})} \lambda_a \Delta Z}{L_c \lambda_c} = \frac{0,54 * \left(\frac{g \beta (T_{s_i} - T_{\infty}) L_c^3}{\nu \alpha_a} \right)^{(\frac{1}{4})} \lambda_a \Delta Z}{L_c \lambda_c} \quad si \ 10^4 \leq Ra \leq 10^7 \\ Bi_a = \frac{Nu \lambda_a \Delta Z}{L_c \lambda_c} = \frac{0,15 * Ra^{(\frac{1}{3})} \lambda_a \Delta Z}{L_c \lambda_c} = \frac{0,15 * \left(\frac{g \beta (T_{s_i} - T_{\infty}) L_c^3}{\nu \alpha_a} \right)^{(\frac{1}{3})} \lambda_a \Delta Z}{L_c \lambda_c} \quad si \ 10^7 < Ra \leq 10^{11} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Bi_a = \frac{0,54 * (g \beta (T_{s_i} - T_{\infty}))^{(\frac{1}{4})} \lambda_a \Delta Z}{(L_c \nu \alpha_a)^{(\frac{1}{4})} \lambda_c} \quad si \ 10^4 \leq Ra \leq 10^7 \\ Bi_a = \frac{0,15 * (g \beta (T_{s_i} - T_{\infty}))^{(\frac{1}{3})} \lambda_a \Delta Z}{(\nu \alpha_a)^{(\frac{1}{3})} \lambda_c} \quad si \ 10^7 < Ra \leq 10^{11} \end{array} \right. \quad \dots(2.21)$$

Dans notre code Matlab, nous utiliserons ces deux expressions pour calculer les valeurs de Bi_a en chaque nœud de la surface du plan chauffant et pour chaque itération suivant le temps t .

- **Nombre de Biot de l'échange de chaleur par convection entre la chape anhydrite et l'eau chaude Bi_f :**

Le nombre de Biot de l'échange de chaleur par convection entre la chape et l'eau est défini comme suit :

$$Bi_f = \frac{h_f \Delta Z}{\lambda_c}$$

h_f Est le coefficient d'échange de chaleur par convection de l'eau, selon « Incropera » il est défini tel que :

$$Nu_f = \frac{h_f \Delta Z_f}{\lambda_f}$$

Où :

λ_f Est le coefficient de conduction de l'eau [$W/(m.K)$]

Etant donné que nous avons un écoulement d'eau dans les tubes en polyéthylène réticulé, l'échange de chaleur entre le fluide et la chape sera considéré comme un échange de chaleur par convection forcée.

Dans la littérature, on trouve un nombre très important de corrélations donnant le nombre de Nusselt dans le cas d'un échange de chaleur par convection forcée, toutes ces corrélations sont en fonction du nombre de Reynolds relatif à l'écoulement du fluide, il nous faudra donc calculer le nombre de Reynolds pour pouvoir choisir la corrélation la plus appropriée.

$$Re = \frac{\rho_f U D}{\mu_f}$$

On prendra ρ_f et μ_f à une température moyenne $T_b = \frac{T_{in} + T_{out}}{2}$ où T_{in} et T_{out} sont respectivement les températures d'entrée et de sortie de l'eau.

D'après les données expérimentales fournies par l'EPF Troyes, les températures d'entrée et de sortie de l'eau à $t=0$ sont :

$$T_{in} = 30.8995 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ Et } T_{out} = 30.3909 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Ainsi la température moyenne T_b est $T_b = 30.65^\circ\text{C}$

A cette température là nous avons : $\rho_f = 995 \text{ kg/m}^3$ et $\mu_f = 769 * 10^{-6} \text{ kg/(m.s)}$

Aussi, d'après les données expérimentales fournies par L'EPF Troyes, nous avons :

$$\dot{V} = 0.02 \text{ l/s} = 2 * 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$$

Et :

$$D = 13\text{mm} = 0.013\text{m}$$

Donc :

$$U = \frac{\dot{V}}{S} = 2 * \frac{10^{-5}}{\pi \frac{D^2}{4}} = 0.1507 \text{ m/s}$$

Finalement :

$$Re = \frac{\rho_f U D}{\mu_f} = \frac{995 * 0.1507 * 0.013}{769 * 10^{-6}} = 2534,86$$

D'après « Incropera », pour des écoulements internes de fluides :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{l'écoulement est laminaire si } Re \leq 2300 \\ \text{l'écoulement est transitoire si } 2300 \leq Re \leq 10000 \\ \text{l'écoulement est turbulent si } Re \geq 10000 \end{array} \right.$$

Dans notre cas, nous avons $Re = 2534,86$ donc l'écoulement dans le tube est transitoire.

Ainsi, la corrélation qui correspond le mieux à notre cas d'étude est la **corrélation de Gnielinsky pour les écoulements transitoire à faible nombre de Reynolds**.

Cette corrélation est donnée par « Sadik Kakaç, Hongtan Liu et Anchasa Paramuanjaroenkij » dans leur livre « Heat Exchangers, Selection, Rating and Thermal design ».

La corrélation de Gnielinsky s'exprime comme suit :

$$Nu_f = \frac{\left(\frac{f}{2}\right) * (Re - 1000) * Pr}{1 + 12.7 * \left(\frac{f}{2}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)} * \left(Pr^{\left(\frac{2}{3}\right)} - 1\right)} \quad \text{expression valide pour } 2300 \leq Re \leq 10^4$$

Où :

Pr Est le nombre de Prandtl, il est défini par l'expression suivante :

$$Pr = \frac{\mu_f C_{p_f}}{\lambda_f}$$

Et f est le coefficient de frottement, il est donné par :

$$f = (1.58 \ln(Re) - 3.28)^{-2}$$

Finalement, le nombre de Biot Bi_f de l'échange de chaleur par convection forcée entre la chape et l'eau s'écrira :

$$Bi_f = \frac{h_f \Delta Z}{\lambda_c} = \frac{Nu_f \lambda_f \Delta Z}{\lambda_c \Delta Z_f} \quad \dots(2.22)$$

Où Nu_f est donnée par la corrélation de de Gnielinsky.

Ainsi, nous utiliserons dans notre code Matlab les différentes corrélations et relations empiriques mentionnées précédemment pour calculer Bi_f au niveau de chaque nœud de la frontière entre la chape et le tube d'eau et pour calculer le nombre de Nusselt Nu_f pour chaque nœud du tube d'eau et cela pour chaque itération suivant le temps t .

Remarque :

Sachant que les différents paramètres thermodynamique de l'eau comme C_{p_f}, λ_f et μ_f doivent être pris à une température moyenne T_b telle que $T_b = \frac{T_{in} + T_{out}}{2}$ et que cette température moyenne varie en fonction du temps, alors notre code Matlab devra intégrer une boucle d'interpolation linéaire pour calculer les différents paramètres thermodynamiques de l'eau à chaque itération suivant le temps t .

d) Calcul du Δt assurant la convergence de la méthode :

L'inconvénient majeur de la méthode des différences finies explicite est qu'elle ne converge pas tout le temps, en effet la convergence de la solution est régit par un critère de stabilité.

D'après la définition que l'on trouve sur le livre « Fundamentals of heat and mass transfert » plus communément appelé « Incropera », le critère de stabilité de la méthode des différences finies explicite est déterminé par le fait que le coefficient associé au nœud en question soit supérieur ou égale à zéro.

Dans notre cas, le critère de stabilité de la méthode s'exprime comme suit :

$$1 - 2F_{ox} - 2F_{oz} - 2Bi_a F_{oz} - 2Bi_r F_{oz} \geq 0$$

$$1 - 2F_{ox} - 2F_{oz} \geq 0$$

$$1 - 2F_{ox} - 2F_{oz} - 2Bi_f F_{oz} \geq 0$$

$$1 - 2F_{oxf} - Nu_f F_{ozf} - U^* \geq 0$$

Ainsi :

$$1 - 2 \frac{\alpha_c \Delta t}{\Delta x^2} - 2 \frac{\alpha_c \Delta t}{\Delta z^2} - 2(Bi_a + Bi_r) \frac{\alpha_c \Delta t}{\Delta z^2} \geq 0$$

$$1 - 2 \frac{\alpha_c \Delta t}{\Delta x^2} - 2 \frac{\alpha_c \Delta t}{\Delta z^2} \geq 0$$

$$1 - 2 \frac{\alpha_c \Delta t}{\Delta x^2} - 2 \frac{\alpha_c \Delta t}{\Delta z^2} - 2Bi_f \frac{\alpha_c \Delta t}{\Delta z^2} \geq 0$$

$$1 - 2 \frac{\alpha_f \Delta t}{\Delta x^2} - Nu_f \frac{\alpha_f \Delta t}{\Delta z_f^2} - \frac{U \Delta t}{\Delta x} \geq 0$$

Donc, le critère de convergence de la méthode sera :

$$\Delta t \leq \frac{1}{2 \frac{\alpha_c}{\Delta x^2} + 2 \frac{\alpha_c}{\Delta z^2} + 2(Bi_a + Bi_r) \frac{\alpha_c}{\Delta z^2}}$$

$$\Delta t \leq \frac{1}{2 \frac{\alpha_c}{\Delta x^2} + 2 \frac{\alpha_c}{\Delta z^2}}$$

$$\Delta t \leq \frac{1}{2 \frac{\alpha_c}{\Delta x^2} + 2 \frac{\alpha_c}{\Delta z^2} + 2Bi_f \frac{\alpha_c}{\Delta z^2}}$$

$$\Delta t \leq \frac{1}{2 \frac{\alpha_f}{\Delta x^2} + Nu_f \frac{\alpha_f}{\Delta z_f^2} + \frac{U}{\Delta x}}$$

Nous intégrerons les quatre équations ci-dessus dans notre code de calcul Matlab.

Pour assurer la convergence de la méthode des différences finies en régime transitoire, il suffira de choisir le plus petit Δt parmi les quatre calculés grâce aux expressions précédentes.

e) Choix de m et n :

m et n Sont les nombres de nœuds suivant z (l'épaisseur) et x (la longueur) respectivement.

Comme nous l'avons montré précédemment, les dimensions des mailles Δx et Δz dépendent des valeurs de m et n et sont inversement proportionnel.

D'après les équations du critère de convergence, Δt est proportionnel à Δx et Δz , on en déduit que Δt est inversement proportionnel à m et n .

Donc, plus m et n seront grand, plus Δt sera petit et plus le temps de calcul sera important, il faudra donc choisir m et n de façon à avoir un bon compromis entre le temps de calcul et la précision.

f) Programmation de la matrice $[M]$ et des vecteurs $[T]$ et $[X]$:

La dernière étape de programmation sera l'insertion dans le code Matlab d'une boucle pour créer la matrice $[M]$ et les vecteurs $[T]$ et $[X]$.

Grâce aux mesures de température relevées au niveau de la cellule de test BBC+ à $t = 0$, nous initialisons le vecteur $[T]$.

Ensuite, pour obtenir le vecteur $[T]$ à un instant $t + \Delta t$, il suffira d'insérer l'équation suivante :

$$T = M * T + X$$

2.3 Troisième partie : Développement des équations dans le cas d'un plancher chauffant hydraulique soumis à un rayonnement solaire.

2.3.1 Introduction :



Figure 2.13: photo de la cellule de test BBC+ de l'EPF Troyes

Comme le montre la figure précédente, la cellule de test BBC de l'EPF Troyes se trouve à l'intérieur d'une grande salle et ne dispose pas de fenêtre par laquelle le rayonnement solaire externe pourrait pénétrer, ainsi le plancher hydraulique chauffant dont est munie la cellule de test BBC est considéré comme un plancher non soumis au rayonnement solaire.

Mais dans la pratique, lorsqu'un plancher chauffant hydraulique est installé chez un particulier, bien souvent les cloisons de l'habitation disposent de fenêtres par lesquelles le rayonnement solaire pénètre dans l'espace de vie et se concentre généralement sur une partie de la surface du plancher chauffant, comme l'indique la figure ci-après.

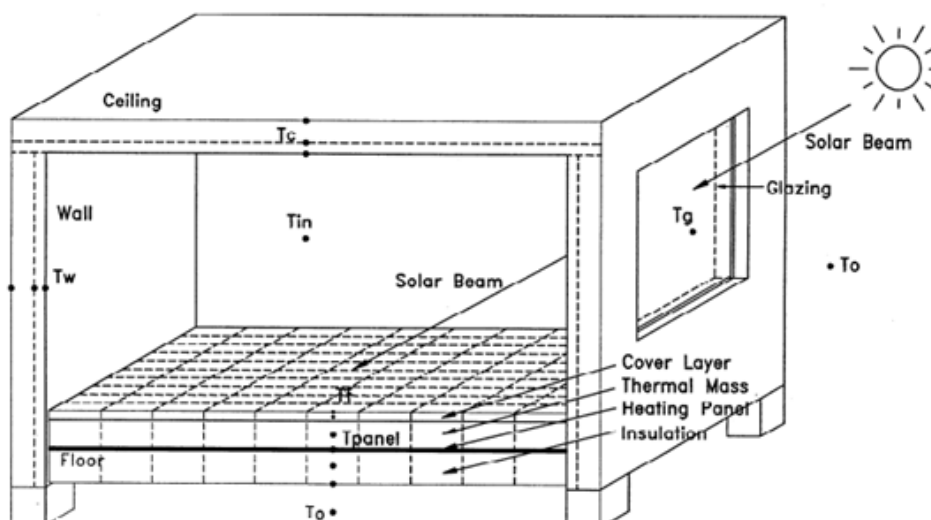


Figure 2.14 : représentation de la concentration du rayonnement solaire sur une partie de la surface du plancher

Le but de cette partie de l'étude est de modéliser le rayonnement solaire et de développer les équations aux différences finies afin d'étudier l'effet du rayonnement solaire sur le comportement et les performances du plancher chauffant.

2.3.2 Hypothèses

- 1) Toutes les hypothèses adoptées dans la partie I, section ii du chapitre 2 restent valables
- 2) Le rayonnement solaire s'appliquera sur une partie du plancher et non sur la totalité de la surface du plancher
- 3) Le rayonnement solaire sera modéliser par un rayonnement d'une intensité constante de $800W/m^2$

2.3.3 Définition du problème bidimensionnel :

Là aussi, comme dans la partie I, le problème se résumera à un problème de transfert de chaleur bidimensionnel avec un apport d'énergie sous forme de flux de chaleur au niveau d'une partie de la surface du plancher chauffant.

Donc, la discrétisation du domaine de calcul sera identique à celle que nous avons adoptée dans la partie I du chapitre 3, c'est-à-dire une discrétisation du domaine selon quatre zones distinctes :

- Zone1 : Surface de la chape
- Zone2 : Centre de la chape
- Zone3 : Frontière entre le tube d'eau et la chape
- Zone4 : Intérieur du tube d'eau

2.3.3.1 Développement des equations de diffusion de la chaleur par la méthode des différences finies:

i. Equation de la chaleur

a) Cas d'un milieu sans écoulement de fluide (système fermés) :

L'équation de diffusion de la chaleur sera la même que celle que nous avons développé dans la partie I du chapitre 3.

$$q_x + q_z - q_{x+dx} - q_{z+dz} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad \dots\dots (2.6)$$

b) Cas d'un milieu avec écoulement de fluide (système ouvert) :

Dans ce cas aussi, l'équation de diffusion de la chaleur sera la même que celle que nous avons développé dans la partie I du chapitre 3.

$$q_x + q_z - q_{x+dx} - q_{z+dz} + \dot{m} C_p (T_i - T_e) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad \dots\dots (2.16)$$

2.3.3.2 Développement des équations du model bidimensionnel dans les différentes zones du domaine de calcul :

a) Zone1 : Surface de la chape :

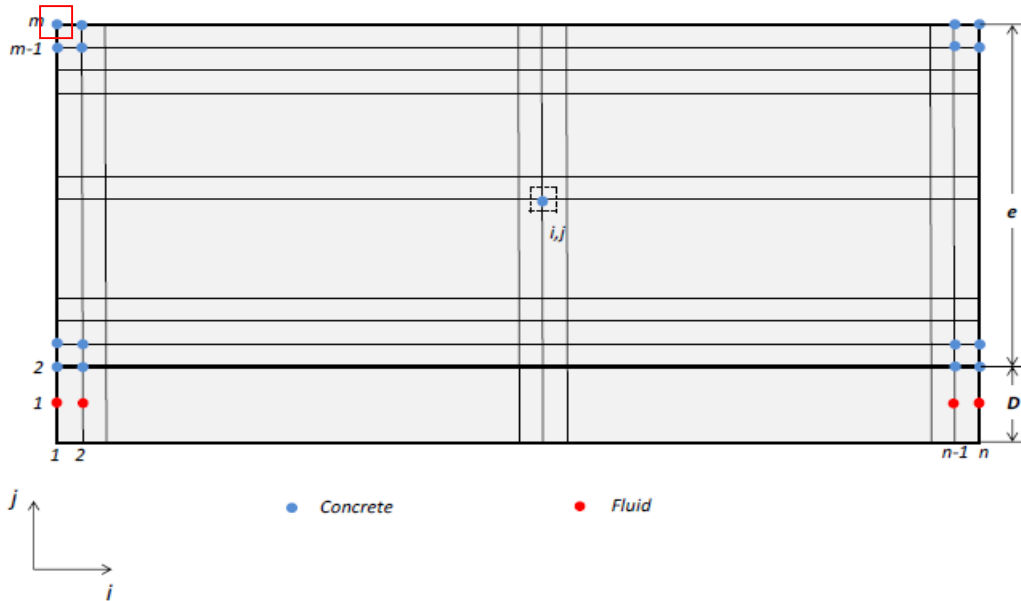
Nous distinguerons deux cas :

- Cas où les nœuds considérés se trouvent dans la partie ensoleillé de la surface du plancher.
- Cas où les nœuds considérés se trouvent dans la partie ombragé de la surface du plancher.

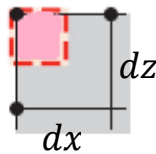
Commençons par le 1^{er} cas :

- Cas où les nœuds considérés se trouvent dans la partie ensoleillé de la surface du plancher.

- Nœud (1, m) :



Dans le cas particulier du nœud (1, m) nous avons :



Ainsi :

$$q_x = 0$$

$$q_{x+dx} = -\lambda_c \frac{dz}{2} dy \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$q_z = -\lambda_c \frac{dx}{2} dy \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$q_{z+dz} = h_a (T_{1,m}^{(k)} - T_\infty) \frac{dx}{2} dy + h_r (T_{1,m}^{(k)} - T_{sur}) \frac{dx}{2} dy - q_s'' \frac{dx}{2} dy$$

Où :

q_s'' Est le flux de chaleur du rayonnement solaire [W/m^2]

En remplaçant chacun des membres de gauche de l'équation (3.6) par son expression nous aurons :

$$\begin{aligned} -\lambda_c \frac{dx}{2} dy \frac{\partial T}{\partial z} + \lambda_c \frac{dz}{2} dy \frac{\partial T}{\partial x} - h_a (T_{1,m}^{(k)} - T_\infty) \frac{dx}{2} dy - h_r (T_{1,m}^{(k)} - T_{sur}) \frac{dx}{2} dy + q_s'' \frac{dx}{2} dy \\ = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \frac{dx dy dz}{4} \end{aligned}$$

Dans l'équation précédente, en remplaçant toutes les dérivés par leurs expressions définies en (3.17) nous aurons :

$$\begin{aligned} -2 \frac{\lambda_c \Delta t}{\rho C_p \Delta z^2} (T_{1,m}^{(k)} - T_{1,m-1}^{(k)}) + 2 \frac{\lambda_c \Delta t}{\rho C_p \Delta x^2} (T_{2,m}^{(k)} - T_{1,m}^{(k)}) - 2 \frac{h_a \Delta t}{\rho C_p \Delta z} (T_{1,m}^{(k)} - T_\infty) \\ - 2 \frac{h_r \Delta t}{\rho C_p \Delta z} (T_{1,m}^{(k)} - T_{sur}) + 2 \frac{q_s'' \Delta t}{\rho C_p \Delta z} = T_{1,m}^{(k+1)} - T_{1,m}^{(k)} \end{aligned}$$

Après identification des quantités remarquables, l'équation de la diffusion de la chaleur pour le nœud (1, m) sera :

$$\begin{aligned} T_{1,m}^{(k+1)} - T_{1,m}^{(k)} = -2F_{oz} (T_{1,m}^{(k)} - T_{1,m-1}^{(k)}) + 2F_{ox} (T_{2,m}^{(k)} - T_{1,m}^{(k)}) - 2Bi_a F_{oz} (T_{1,m}^{(k)} - T_\infty) \\ - 2Bi_r F_{oz} (T_{1,m}^{(k)} - T_{sur}) + 2q_s'' \frac{F_{oz} \Delta z}{\lambda} \end{aligned}$$

Et en réarrangeant la dernière équation nous aurons :

$$\begin{aligned} T_{1,m}^{(k+1)} = (1 - 2F_{ox} - 2F_{oz} - 2Bi_a F_{oz} - 2Bi_r F_{oz}) T_{1,m}^{(k)} + 2F_{oz} T_{1,m-1}^{(k)} + 2F_{ox} T_{2,m}^{(k)} + 2Bi_a F_{oz} T_\infty \\ + 2Bi_r F_{oz} T_{sur} + 2q_s'' \frac{F_{oz} \Delta z}{\lambda} \end{aligned}$$

➤ **Cas ou les nœuds considérés se trouvent dans la partie ombragé de la surface du plancher :**

Dans ce cas-là, les équations seront identiques à celles que nous avons développées dans la partie I pour le cas d'un plancher non soumis au rayonnement solaire, ainsi :

• **Nœud (1, m) :**

$$\begin{aligned} T_{1,m}^{(k+1)} = (1 - 2F_{ox} - 2F_{oz} - 2Bi_a F_{oz} - 2Bi_r F_{oz}) T_{1,m}^{(k)} + 2F_{oz} T_{1,m-1}^{(k)} + 2F_{ox} T_{2,m}^{(k)} + 2Bi_a F_{oz} T_\infty \\ + 2Bi_r F_{oz} T_{sur} \end{aligned}$$

• **Nœud (n, m) :**

$$\begin{aligned} T_{n,m}^{(k+1)} = (1 - 2F_{ox} - 2F_{oz} - 2Bi_a F_{oz} - 2Bi_r F_{oz}) T_{n,m}^{(k)} + 2F_{oz} T_{n,m-1}^{(k)} + 2F_{ox} T_{n-1,m}^{(k)} \\ + 2Bi_a F_{oz} T_\infty + 2Bi_r F_{oz} T_{sur} \end{aligned}$$

• **Pour les Nœuds (2, m) à (n-1, m) :**

$$\begin{aligned} T_{i,m}^{(k+1)} = (1 - 2F_{ox} - 2F_{oz} - 2Bi_a F_{oz} - 2Bi_r F_{oz}) T_{i,m}^{(k)} + 2F_{oz} T_{i,m-1}^{(k)} + F_{ox} (T_{i+1,m}^{(k)} - T_{i-1,m}^{(k)}) \\ + 2Bi_a F_{oz} T_\infty + 2Bi_r F_{oz} T_{sur} \end{aligned}$$

Pour les nœuds des zones 2, 3 et 4, les équations seront identiques à celles développées dans la partie I de ce chapitre.

Finalement, nous obtenons le système d'équations suivant :

$$T_{1,m}^{(k+1)} = (1 - 2F_{Ox} - 2F_{Oz} - 2Bi_a F_{Oz} - 2Bi_r F_{Oz})T_{1,m}^{(k)} + 2F_{Oz}T_{1,m-1}^{(k)} + 2F_{Ox}T_{2,m}^{(k)} + 2Bi_a F_{Oz}T_{\infty} + 2Bi_r F_{Oz}T_{sur} + 2q_s'' \frac{F_{Oz} \Delta z}{\lambda} * \delta$$

$$T_{n,m}^{(k+1)} = (1 - 2F_{Ox} - 2F_{Oz} - 2Bi_a F_{Oz} - 2Bi_r F_{Oz})T_{n,m}^{(k)} + 2F_{Oz}T_{n,m-1}^{(k)} + 2F_{Ox}T_{n-1,m}^{(k)} + 2Bi_a F_{Oz}T_{\infty} + 2Bi_r F_{Oz}T_{sur} + 2q_s'' \frac{F_{Oz} \Delta z}{\lambda} * \delta$$

$$T_{i,m}^{(k+1)} = (1 - 2F_{Ox} - 2F_{Oz} - 2Bi_a F_{Oz} - 2Bi_r F_{Oz})T_{i,m}^{(k)} + 2F_{Oz}T_{i,m-1}^{(k)} + F_{Ox}(T_{i+1,m}^{(k)} - T_{i-1,m}^{(k)}) + 2Bi_a F_{Oz}T_{\infty} + 2Bi_r F_{Oz}T_{sur} + 2q_s'' \frac{F_{Oz} \Delta z}{\lambda} * \delta$$

$$T_{1,j}^{(k+1)} = (1 - 2F_{Ox} - 2F_{Oz})T_{1,j}^{(k)} + F_{Oz}(T_{1,j+1}^{(k)} - T_{1,j-1}^{(k)}) + 2F_{Ox}T_{2,j}^{(k)}$$

$$T_{i,j}^{(k+1)} = (1 - 2F_{Ox} - 2F_{Oz})T_{i,j}^{(k)} + F_{Oz}(T_{i,j+1}^{(k)} - T_{i,j-1}^{(k)}) + F_{Ox}(T_{i+1,j}^{(k)} - T_{i-1,j}^{(k)})$$

$$T_{n,j}^{(k+1)} = (1 - 2F_{Ox} - 2F_{Oz})T_{n,j}^{(k)} + F_{Oz}(T_{n,j+1}^{(k)} - T_{n,j-1}^{(k)}) + 2F_{Ox}T_{n-1,j}^{(k)}$$

$$T_{1,2}^{(k+1)} = (1 - 2F_{Ox} - 2F_{Oz} - 2Bi_f F_{Oz})T_{1,2}^{(k)} + 2F_{Oz}T_{1,3}^{(k)} + 2F_{Ox}T_{2,2}^{(k)} + 2Bi_f F_{Oz}T_{1,1}^{(k)}$$

$$T_{i,2}^{(k+1)} = (1 - 2F_{Ox} - 2F_{Oz} - 2Bi_f F_{Oz})T_{i,2}^{(k)} + 2F_{Oz}T_{i,3}^{(k)} + F_{Ox}(T_{i+1,2}^{(k)} - T_{i-1,2}^{(k)}) + 2Bi_f F_{Oz}T_{i,1}^{(k)}$$

$$T_{n,2}^{(k+1)} = (1 - 2F_{Ox} - 2F_{Oz} - 2Bi_f F_{Oz})T_{n,2}^{(k)} + 2F_{Oz}T_{n,3}^{(k)} + 2F_{Ox}T_{n-1,2}^{(k)} + 2Bi_f F_{Oz}T_{n,1}^{(k)}$$

$$T_{1,1}^{(k)} = T_e$$

$$T_{i,1}^{(k+1)} = (1 - 2Fo_{xf} - Nu_f Fo_{zf} - U^*)T_{i,1}^{(k)} + (Fo_{xf} + U^*)T_{i-1,1}^{(k)} + Fo_{xf}T_{i+1,1}^{(k)} + Nu_f Fo_{zf}T_{i,2}^{(k)}$$

$$T_{n,1}^{(k+1)} = (1 - 2Fo_{xf} - Nu_f Fo_{zf} - U^*)T_{n,1}^{(k)} + (2Fo_{xf} + U^*)T_{n-1,1}^{(k)} + Nu_f Fo_{zf}T_{n,2}^{(k)}$$

Avec δ une fonction définie comme suit :

$$\begin{cases} \delta = 0 & \text{si le noeud est dans la partie ombragée du plancher} \\ \delta = 1 & \text{si le noeud est dans la partie ensoleillée du plancher} \end{cases}$$

2.3.3.3 Formulation matricielle du système d'équation :

Comme dans la partie I, nous pouvons écrire le système d'équation précédent sous forme matricielle de la façon suivante :

$$[M]. [T]^{(k)} + [X] = [T]^{(k+1)}$$

Où :

$[M]$, $[T]^{(k)}$ et $[T]^{(k+1)}$ Sont définis de la même manière que dans la partie I

Et $[X]$ définie comme suit :

$$[X] = \left[\begin{array}{c} 2Bi_a F_{oz} T_\infty + 2Bi_r F_{oz} T_{sur} + 2 q_s'' \frac{F_{oz} \Delta z}{\lambda} * \delta \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \vphantom{\left[\begin{array}{c} \end{array} \right]} \\ \vphantom{\left[\begin{array}{c} \end{array} \right]} \\ \vphantom{\left[\begin{array}{c} \end{array} \right]} \\ \vphantom{\left[\begin{array}{c} \end{array} \right]} \\ \vphantom{\left[\begin{array}{c} \end{array} \right]} \\ \vphantom{\left[\begin{array}{c} \end{array} \right]} \\ \vphantom{\left[\begin{array}{c} \end{array} \right]} \\ \vphantom{\left[\begin{array}{c} \end{array} \right]} \\ \vphantom{\left[\begin{array}{c} \end{array} \right]} \\ \vphantom{\left[\begin{array}{c} \end{array} \right]} \\ \vphantom{\left[\begin{array}{c} \end{array} \right]} \end{array} \right\} \begin{array}{l} n \text{ premiers éléments} \\ \\ \\ \\ \\ 0 \text{ pour les éléments restants} \end{array}$$

2.3.3.4 Programmation du modèle mathématique :

Les étapes de programmation du code de calcul pour le cas d'un plancher soumis à un rayonnement seront identiques à celles décrites dans la partie I pour le cas d'un plancher non soumis au rayonnement solaire.

Chapitre 3 : Résultats et discussions

3.1 Première partie : plancher de la cellule de tests.

3.1.1 Introduction :

Le but principal de la programmation d'un code de calcul, est de comprendre, prévoir et contrôler le fonctionnement d'un système physique sans avoir à réaliser des expériences qui bien des fois s'avèrent être impossible à mener et cela pour des raisons diverses (complexité, coût, dangerosité,...etc.).

Mais avant de pouvoir utiliser un code de calcul comme outil de simulation, il faut d'abord s'assurer que les résultats qu'il fournit sont réalistes et proche des résultats que l'on obtiendrait en menant une expérience.

Ainsi, nous pouvons dire que la validation d'un code de calcul consiste à vérifier sa fiabilité, c'est-à-dire sa capacité à fournir des résultats proche de ceux que l'on obtient grâce à l'expérimentation.

La validation d'un code de calcul peut se faire soit en comparant directement les résultats fournis par le code aux résultats obtenus lors d'une expérimentation menée préalablement, ou bien en comparant les résultats du code de calcul à ceux donnés par un outil de simulation numérique qui aura lui-même été validé au préalable.

3.1.2 Mesure des différentes températures dans la cellule de test

Comme il a été mentionné au chapitre 3, section 3.7, la température de surface du plancher chauffant est mesurée grâce à des capteurs de température placés sur la surface du plancher comme indiqué ci-dessous :

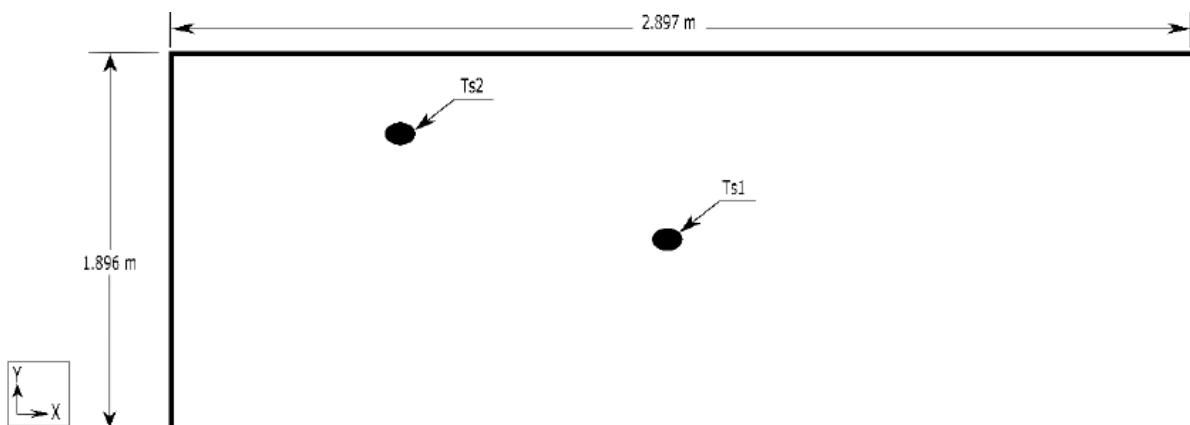


Figure 3.1: Positions des capteurs de températures sur la surface du plancher

Les mesures des températures de l'eau au niveau de l'entrée et de la sortie se font aussi grâce à des capteurs installés près de l'entrée et de la sortie du tube d'eau.

Remarque :

Les différents capteurs de température fournissent des mesures toutes les 5 minutes.

3.1.3 Scénarios de validation :

Dans le cadre de ce projet de fin d'étude, nous validerons le code de calcul que nous avons développé dans le cas où le plancher chauffant hydraulique n'est pas soumis au rayonnement solaire en comparant les résultats qu'il fournit avec ceux obtenus lors des expérimentations menées à l'EPF Troyes sur la cellule de test BBC+.

Les expériences menées à l'EPF Troyes ont été réalisées selon deux scénarios :

1) **Scénario 1** : la température de l'eau à l'entrée oscille autour d'une température constante de 31.5°C pendant 1000 minutes et pour une température ambiante de 20°C dans la cellule de test.

2) **Scénario 2** : la température de l'eau à l'entrée suit deux paliers, un premier palier avec une température d'entrée de 27,5°C pendant 600 minutes suivi du second palier qui correspond à une température d'entrée de 29°C pendant 1735 minutes.

Le débit de l'eau dans le tube est de 0.02 l/s pour les deux scénarios.

3.1.4 Validation du code de calcul :

3.1.4.1 Scénario 1 :

Comme nous l'avons mentionné précédemment, pour l'expérience qui correspond au scénario 1, l'eau entre à une température qui oscille autour de 31.5°C pendant 1000 minutes, la température ambiante est à 20°C et le débit de l'eau est de 0.02 l/s

Pour valider notre code de calcul, nous comparerons d'abord les valeurs de la température moyenne de surface données par le code de calcul avec les valeurs fournis par les capteurs installés au niveau de la surface du plancher chauffant de la cellule de test BBC+, ensuite, nous effectuerons une comparaison entre les températures de surface locales données par les capteurs Ts1 et Ts2 (figure 32) avec les températures données par le code de calcul au niveau de ces points-là.

a) Comparaisons de l'évolution de la température moyenne de surface théorique avec l'évolution de la température moyenne de surface expérimentale :

Dans cette partie, nous fixerons la température d'entrée de l'eau dans le code Matlab à 31.5°C.

Les évolutions numérique et expérimentale de la température moyenne surfacique du plancher chauffant sont représentées sur le graphique de la figure (3.2) :

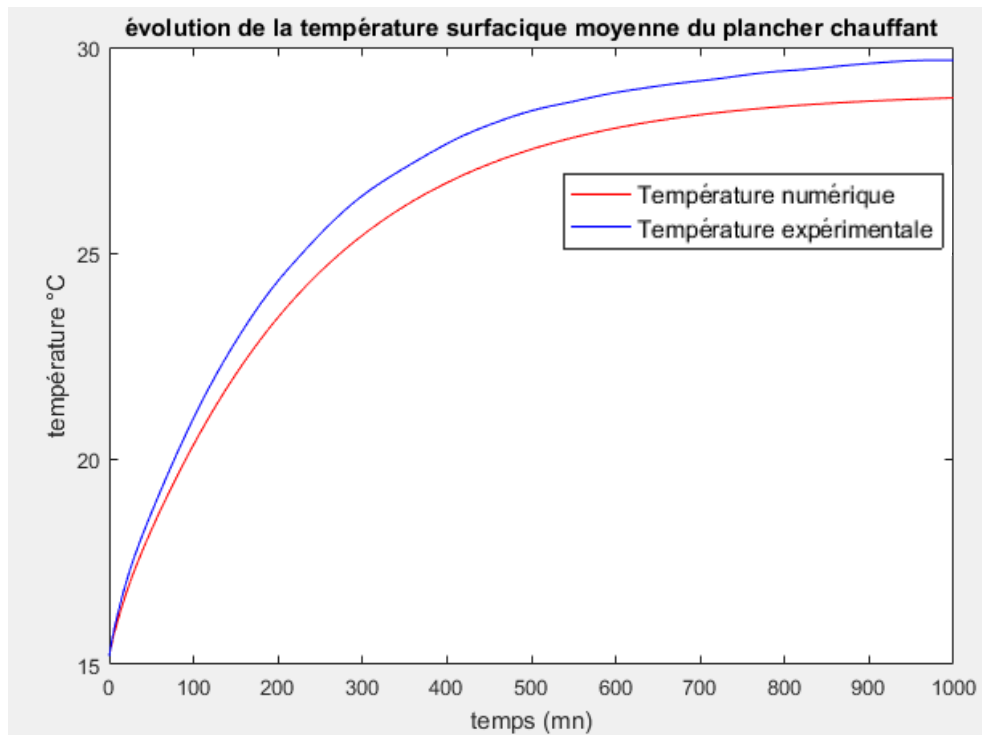


Figure 3.2 :Évolution de la température moyenne de la surface du plancher (scénario1)

Commentaires :

- La différence maximale entre les températures surfacique moyenne théorique et expérimentale, est de 0.9646°C , soit un écart de 3.1%
- D'après l'analyse du graphique précédent, nous pouvons dire que le code de calcul donne d'assez bons résultats, cela dit l'écart maximal entre la température surfacique moyenne et expérimentale est important, ceci est dû au fait d'avoir introduit dans le code de calcul une température d'entrée de l'eau constante à 31.5°C alors qu'en réalité cette température varie dans le temps et oscille autour de $31,5^{\circ}\text{C}$.

Donc, pour améliorer la précision du code de calcul, il serait préférable de considérer que la température d'entrée de l'eau est variable et non pas constante.

Les données du capteur de température installé au niveau de l'entrée du tube nous permettent de tracer l'évolution de la température de l'eau à l'entrée du plancher chauffant en fonction du temps comme suit :

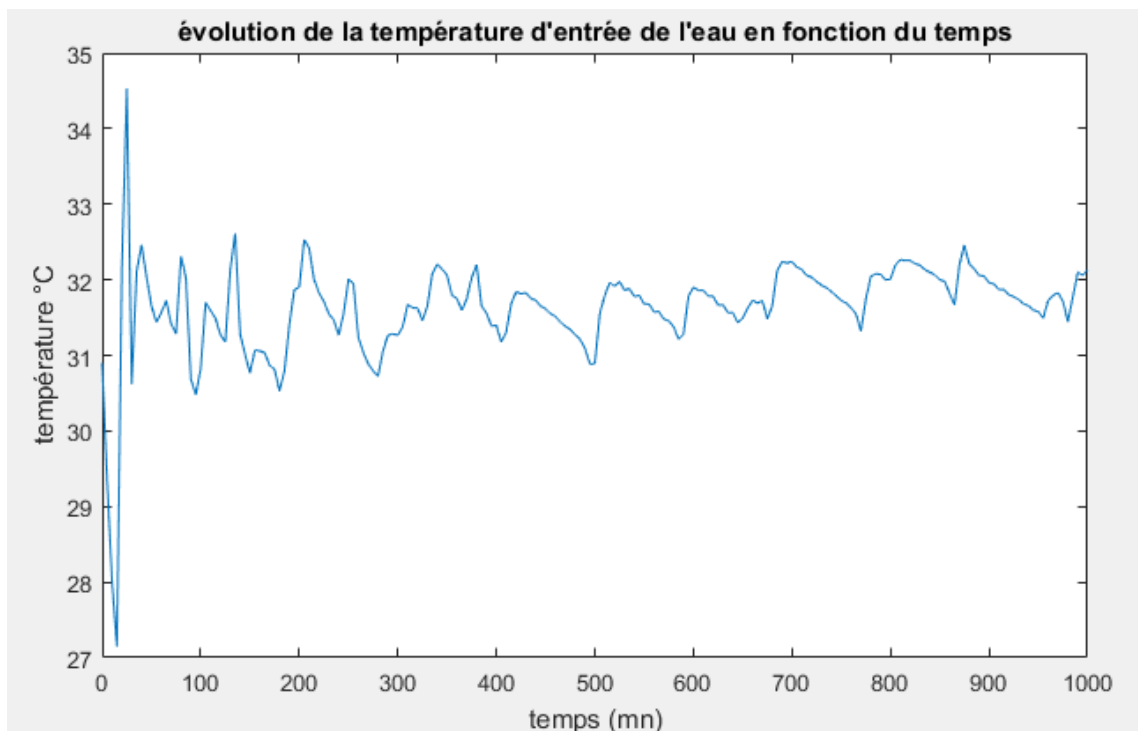


Figure 3.3: Données expérimentales de la température d'entrée de l'eau (scénario1)

Ainsi, nous pouvons introduire les valeurs réelles de la température d'entrée de l'eau sous forme de vecteur dans le code Matlab.

Les évolutions numérique et expérimentale de la température moyenne surfacique du plancher chauffant deviennent :

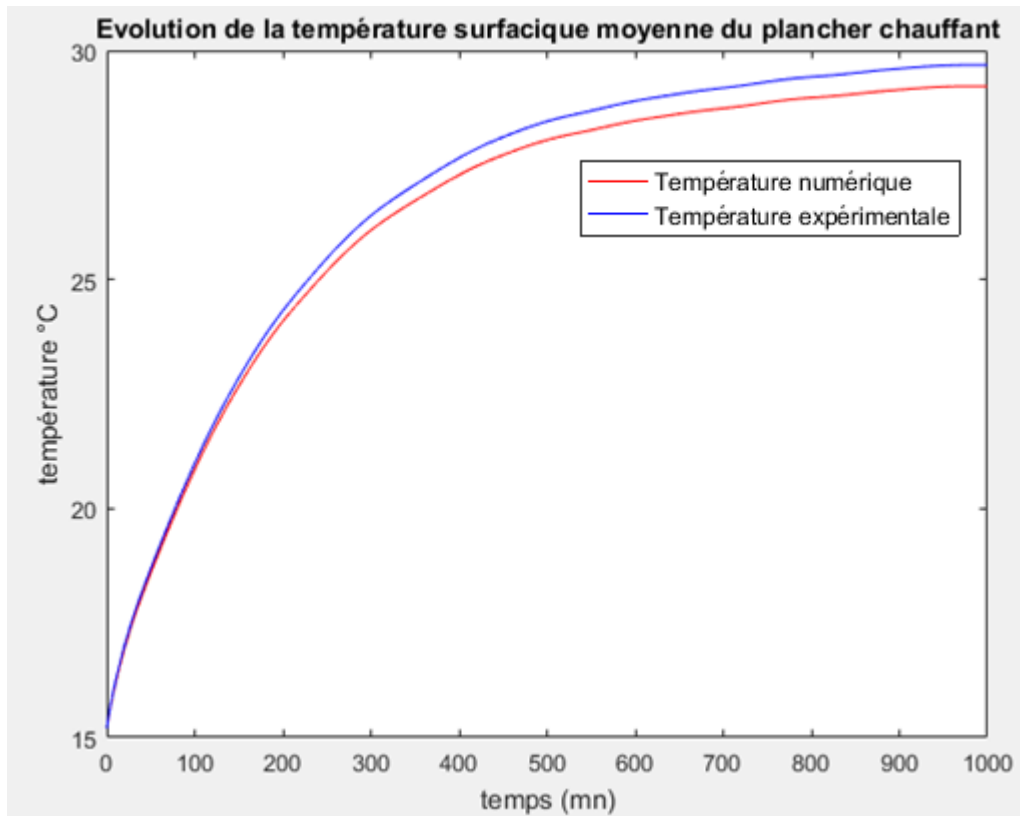


Figure 3.4: Évolution de la température moyenne surfacique (scénario1)

Commentaires :

L'écart maximal entre la température surfacique moyenne théorique et expérimentale a diminué pour s'établir à 0,4649°C, soit un écart de 1.55%

On remarque que la précision du code de calcul s'est considérablement améliorée lorsque nous avons pris en considération les variations de la température d'entrée de l'eau en fonction du temps.

Ainsi, dans toutes les autres études comparatives de validation du scénario1, nous prendrons en considération la variation de la température d'entrée de l'eau en fonction du temps.

Nous pourrions apporter une autre amélioration au code de calcul et cela en introduisant sous forme de vecteur les valeurs réelles de la température ambiante à l'intérieur de la cellule de test au lieu de l'introduire sous forme de constante.

b) Comparaison de l'évolution de la température de surface donnée par le capteur Ts1 avec l'évolution de la température de surface donnée par le code de calcul à la même position :

Le capteur Ts1 est placé au milieu de la surface du plancher, cette position correspond approximativement au point de la surface qui se trouve au niveau du milieu du tube d'eau, c'est-à-dire $x_{Ts1} = (51.12/2) m = 25.56 m$

Les évolutions numérique et expérimentale de la température de surface à cette position est comme indiqué sur la figure (3.5) :

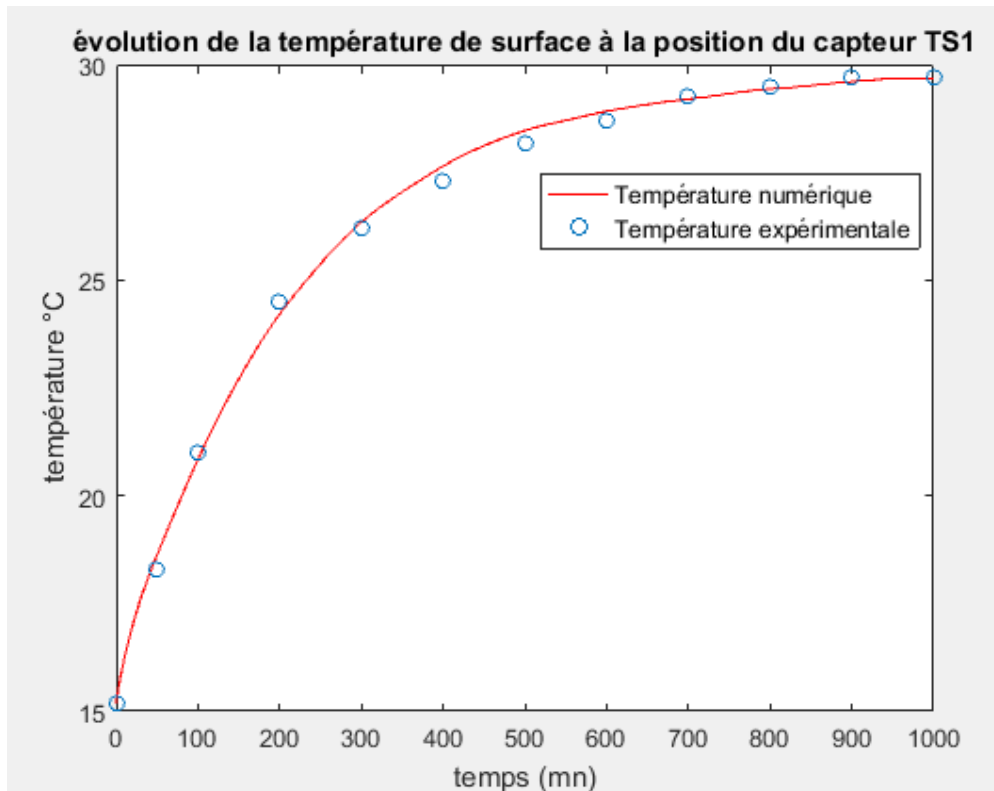


Figure 3.5 : Évolution de la température locale au niveau de la position du capteur TS1

Commentaires :

L'écart maximal entre les températures expérimentales recueillis par la sonde Ts1 et les températures théoriques données par le code de calcul est de 0.34°C , soit un écart d'environ 1.26%.

Nous pouvons donc dire que le code de calcul prédit l'évolution de la température au niveau de la position du capteur Ts1 avec une bonne précision.

Là aussi, la précision pourrait être améliorée en introduisant les valeurs réelles de la température ambiante de la cellule de test BBC+.

c) Comparaison de l'évolution de la température de surface donnée par le capteur Ts1 avec l'évolution de la température de surface donnée par le code de calcul à la même position :

Le capteur Ts2 est placé à une position qui correspond à $x_{Ts2} = 10,224 \text{ m}$

Les évolutions théorique et expérimentale de la température de surface à cette position sont représentées sur la figure (3.6):

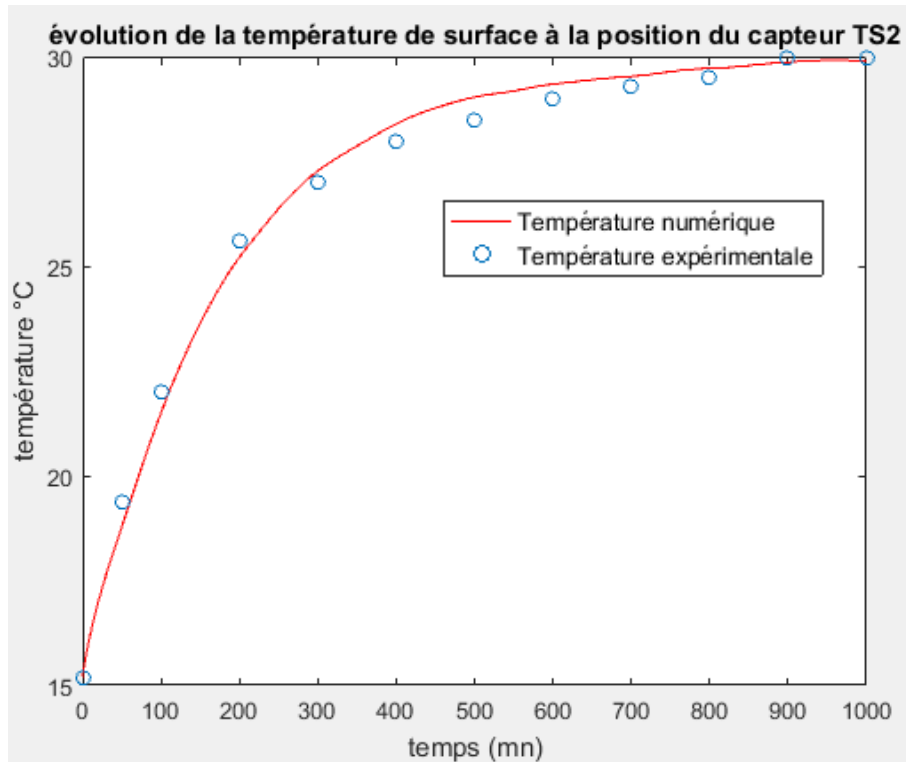


Figure 3.6 : Évolution de la température locale au niveau de la position du capteur Ts2

Commentaires :

L'écart maximal entre les températures expérimentales recueillis par la sonde Ts2 et les températures théoriques données par le code de calcul est de 0.6171°C , soit un écart d'environ 3.29%

Cette différence s'explique par le fait que nous n'ayons pas pris en considération la variation de la température ambiante en fonction du temps

Donc notre code de calcul prédit l'évolution de la température au niveau de la position du capteur Ts2 avec une bonne précision, mais l'introduction des valeurs réelles de la température ambiante améliorerait cette précision en réduisant l'écart entre les données expérimentales et théoriques.

En résumé, et après avoir comparé les différentes températures fournies par le code de calcul avec celles recueillis par les capteurs dans la cellule de test, nous pouvons affirmer que notre code de calcul est fiable tant sur le plan numérique que sur le plan physique dans le cas d'un plancher chauffant hydraulique qui fonctionne dans les conditions indiqués dans le scénario 1.

3.1.4.2 Scénario 2 :

Lors de l'expérience qui correspond au scénario 2, l'eau à l'entrée du plancher chauffant suit deux paliers de température, un premier palier où la température oscille autour de 27.5°C pendant 600 minutes, suivi d'un second palier où la température oscille autour de 29°C pendant 1735 minutes.

Comme dans le scénario 1, le débit de l'eau est fixé à 0.02 l/s

La validation du code de calcul pour le scénario 2 se fera en comparant les valeurs de la température moyenne de surface données par le code de calcul avec les valeurs fournis par les capteurs installés au niveau de la surface du plancher chauffant de la cellule de test BBC+.

a) Comparaisons de l'évolution de la température moyenne de surface théorique avec l'évolution de la température moyenne de surface expérimentale :

Comme nous l'avons fait dans le processus de validation du scénario 1, nous considérerons d'abord l'hypothèse selon laquelle la température d'entrée de l'eau suit deux paliers de température constante, c'est-à-dire que nous allons fixer la température de l'eau à une température constante de 27.5°C pendant 600 minutes puis à une température constante de 29°C pendant 1735 minutes.

Les évolutions théorique et expérimentale de la température moyenne surfacique du plancher chauffant sont représentées sur le graphique de la figure (3.7):

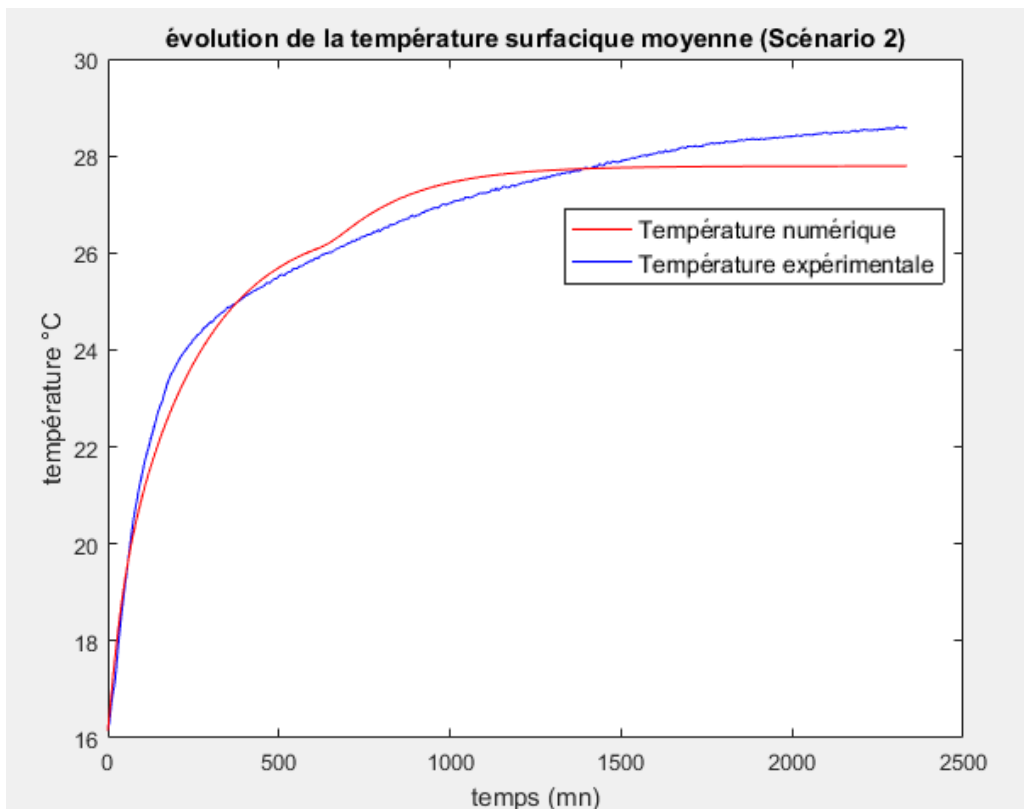


Figure 3.7 : Évolution de la température moyenne surfacique (scénario2)

Commentaires :

L'écart maximal entre la température surfacique moyenne théorique et expérimentale est de $0,8207^{\circ}\text{C}$, soit un écart d'environ $2,67\%$.

Cet écart s'explique par le fait que nous ayons considéré que la température de l'eau à l'entrée suivait deux paliers de température constante, alors qu'en réalité la température de l'eau à l'entrée est variable en fonction du temps.

Pour améliorer la précision du code de calcul, nous introduirons les valeurs réelles de la température de l'eau à l'entrée sous forme de vecteur.

Grâce aux données du capteur de température installé au niveau de l'entrée du tube, nous pouvons tracer l'évolution de la température de l'eau à l'entrée en fonction du temps :

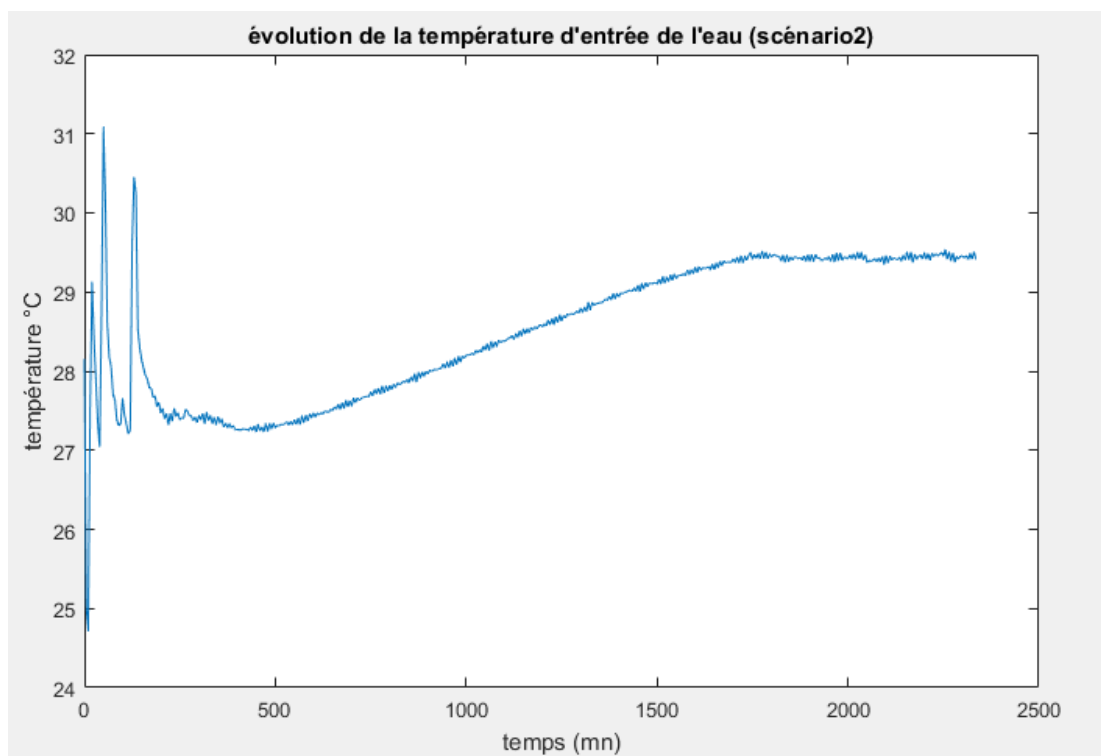


Figure 3.8: Données expérimentales de la température d'entrée de l'eau scénario2

On constate d'après le graphique ci-dessus que la température d'entrée de l'eau oscille autour d'une température moyenne de $27,5^{\circ}\text{C}$ pendant les 600 premières minutes, puis augmente de façon quasi linéaire pendant environ 1150 minutes pour atteindre les 29°C , ensuite la température oscille autour d'une valeur moyenne de 29°C pendant 1185 minutes.

Cela nous indique que l'hypothèse selon laquelle la température de l'eau à l'entrée suit deux paliers de température constante n'est pas rigoureuse.

Donc pour améliorer la précision du code de calcul, il faudra prendre en considération les variations de la température de l'eau à l'entrée en fonction du temps en introduisant les valeurs réelles de la température sous forme de vecteur.

Après avoir introduit les valeurs réelles de la température de l'eau à l'entrée, les évolutions théorique et expérimentale de la température moyenne surfacique du plancher chauffant deviennent :

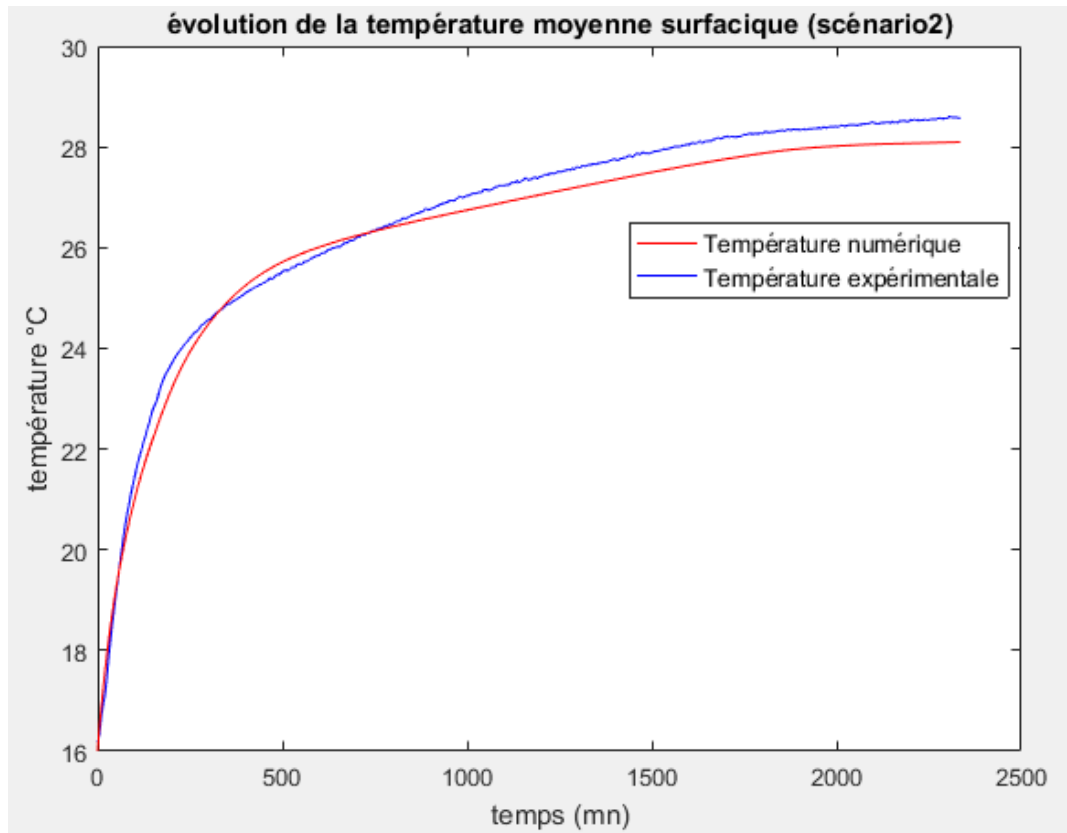


Figure 3.9 : Évolution de la température moyenne surfacique (scénario2)

Commentaires :

L'écart maximal entre la température surfacique moyenne théorique et expérimentale a diminué pour s'établir à $0,6^{\circ}\text{C}$, soit un écart de 1,715%.

Comme pour le scénario1, on remarque que la précision du code de calcul s'est considérablement améliorée lorsque nous avons pris en considération les variations de la température d'entrée de l'eau en fonction du temps.

En analysant les données représentées sur la figure 38, nous pouvons observer qu'à partir $t = 2000\text{ mn}$ l'évolution de la température donnée par le code Matlab se stabilise et atteint le régime permanent contrairement à la température expérimentale qui elle continue d'augmenter légèrement. Ceci s'explique par le fait que les hypothèses simplificatrices que nous avons adoptées négligent l'inertie thermique induite par l'enveloppe de la cellule de test (murs et plafond) car dans la pratique, la résistance thermique de l'enveloppe de la cellule de test augmente le temps nécessaire à l'établissement du régime permanent.

Nous pourrions apporter une autre amélioration au code de calcul et cela en introduisant sous forme de vecteur les valeurs réelles de la température ambiante à l'intérieur de la cellule de test au lieu de l'introduire sous forme de constante.

3.1.5 Conclusion de la première partie :

Dans cette première partie du chapitre 4, nous avons comparé les différentes températures données par le code de calcul avec celles recueillies par les capteurs de température de la cellule de test BBC+ et cela suivant deux scénarios.

Pour les deux scénarios, nous constatons que le code de calcul que nous avons développé sur Matlab donne des résultats très satisfaisants et très proche de ceux mesurés expérimentalement avec un écart maximal qui n'excède pas 1°C.

De plus, nous pouvons encore améliorer la précision de notre code de calcul en introduisant les valeurs réelles de la température ambiante.

Ainsi, au vu des résultats que nous avons obtenus, nous pouvons affirmer que notre code de calcul est valide et qu'il peut être utilisé comme outil de simulation et de prédiction du comportement d'un plancher chauffant hydraulique.

3.2 Deuxième partie : Cas d'un plancher chauffant hydraulique soumis à un rayonnement solaire.

3.2.1 Introduction :

L'objectif de cette seconde partie du chapitre 4 est de vérifier que le code de calcul développé sur Matlab est en mesure de prédire le comportement thermique d'un plancher chauffant hydraulique dans le cas de la présence d'une tache solaire sur une partie de la surface du plancher.



Figure 3.10: Illustration de la distribution du flux solaire sur une partie de la surface du plancher

L'étude théorique de ce phénomène est assez complexe, en effet il est difficile de déterminer avec précision la position de la tache solaire au niveau de la surface du plancher car elle dépend de plusieurs paramètres (orientation de l'habitation en générale et celle de la fenêtre en particulier, les changements de la position du soleil par rapport à la fenêtre en fonction des heures de la journée et en fonction des saisons, la couverture nuageuse,...etc.)

Ainsi, pour pouvoir valider notre code de calcul, nous devons adopter un certain nombre d'hypothèses simplificatrices afin de pouvoir modéliser la tache solaire.

3.2.2 Hypothèses

- Nous supposons que le rayonnement solaire s'applique sur la surface du plancher qui correspond à la partie se trouvant entre $x = 17m$ et $x = 21 m$ par rapport à la longueur du tube.
- Nous supposons un rayonnement solaire d'intensité constante de $q_0'' = 800W/m^2$

3.2.3 Scénarios de validation :

Comme dans la première partie, la validation du code de calcul se fera selon deux scénarios :

1) Scénario 1 : une tache solaire suivant une loi de Dirac :

La température de l'eau à l'entrée oscille autour d'une température constante de 31.5°C pendant 2010 minutes et pour une température ambiante de 20°C dans la cellule de test.

Le débit de l'eau dans le tube est de 0.02 l/s

Le rayonnement solaire suit une loi de Dirac :

$$q'' = q_0'' * \delta \text{ avec } \delta \text{ une mesure de Dirac telle que } \delta = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in [1000mn, 1010mn] \\ 0 & \text{si } t \notin [1000mn, 1010mn] \end{cases}$$

C'est-à-dire que le plancher n'est pas soumis au rayonnement solaire pendant les 1000 premières minutes, puis une tache solaire fait son apparition sur une partie de la surface du plancher pour disparaître au bout de 10 minutes. Lors des 1000 dernières minutes le plancher ne sera pas soumis à un rayonnement solaire.

2) Scénario 2 : une tache solaire suivant une loi de Heaviside

La température de l'eau à l'entrée oscille autour d'une température constante de 31.5°C pendant 2120 minutes et pour une température ambiante de 20°C dans la cellule de test.

Là aussi, le débit de l'eau dans le tube est de 0.02 l/s

Le rayonnement suit une loi de Heaviside :

$$q'' = [H(t - 1000) - H(t - 1120)] * q_0''$$

$$H \text{ est une fonction d'heaviside telle que } H(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$$

C'est-à-dire que le plancher n'est pas soumis au rayonnement solaire pendant les 1000 premières minutes, puis une tache solaire fait son apparition sur une partie de la surface du plancher pour disparaître au bout de 120 minutes (2 heures). Lors des 1000 dernières minutes le plancher ne sera pas soumis à un rayonnement solaire.

3.2.4 Validation du code de calcul :

Comme nous l'avons mentionné dans la première partie de ce chapitre, la validation d'un code de calcul peut se faire soit en comparant directement les résultats fournis par le code aux résultats obtenus lors d'une expérimentation menée préalablement, ou bien en comparant les résultats du code de calcul à ceux donnés par un outil de simulation numérique qui aura lui-même été validé au préalable.

L'expérience n'ayant pas encore été réalisé au niveau de la cellule de test BBC+ de l'EPF Troyes dans le cas d'un plancher chauffant hydraulique soumis à un rayonnement solaire, le seul moyen de valider notre code de calcul sera de comparer nos résultats avec ceux donnés par un logiciel de simulation fiable.

L'outil de simulation numérique que nous utiliserons dans cette partie est ANSYS/Fluent®.

3.2.4.1 Scénario 1 : une tache solaire suivant une loi de Dirac :

La température de l'eau à l'entrée oscille autour d'une température constante de 31.5°C pendant 2010 minutes et pour une température ambiante de 20°C dans la cellule de test.

Le débit de l'eau dans le tube est de 0.02 l/s

Le rayonnement solaire suit une loi de Dirac, c'est-à-dire que le plancher n'est pas soumis au rayonnement solaire pendant les 1000 premières minutes, puis une tache solaire fait son apparition sur une partie de la surface du plancher pour disparaître au bout de 10 minutes. Lors des 1000 dernières minutes le plancher ne sera pas soumis à un rayonnement solaire.

Pour valider notre code de calcul dans le cas du scénario 1, nous comparerons la température surfacique donnée par le code de calcul avec la température surfacique donnée par ANSYS/Fluent® pour deux points particuliers, un point situé dans la partie ensoleillé et un point situé dans la partie ombragé.

a) Modélisation sur ANSYS/Fluent® :

- **Modélisation géométrique :**

Cette étape consiste à créer géométriquement les différents composants du plancher chauffant hydraulique et les définir comme étant deux entités distinctes.

Pour obtenir un maillage simple et régulier, nous modéliserons le tube d'eau cylindrique par un tube d'eau parallélépipédique de section égale à la section intérieur du tube cylindrique, et cela pour avoir la même quantité d'eau et par conséquent la même quantité d'énergie à l'entrée du système.

Pour réaliser la modélisation géométrique, nous utiliserons l'application **Design Modeler** du logiciel **ANSYS Workbench**.

La figure suivante illustre la géométrie du domaine de calcul :

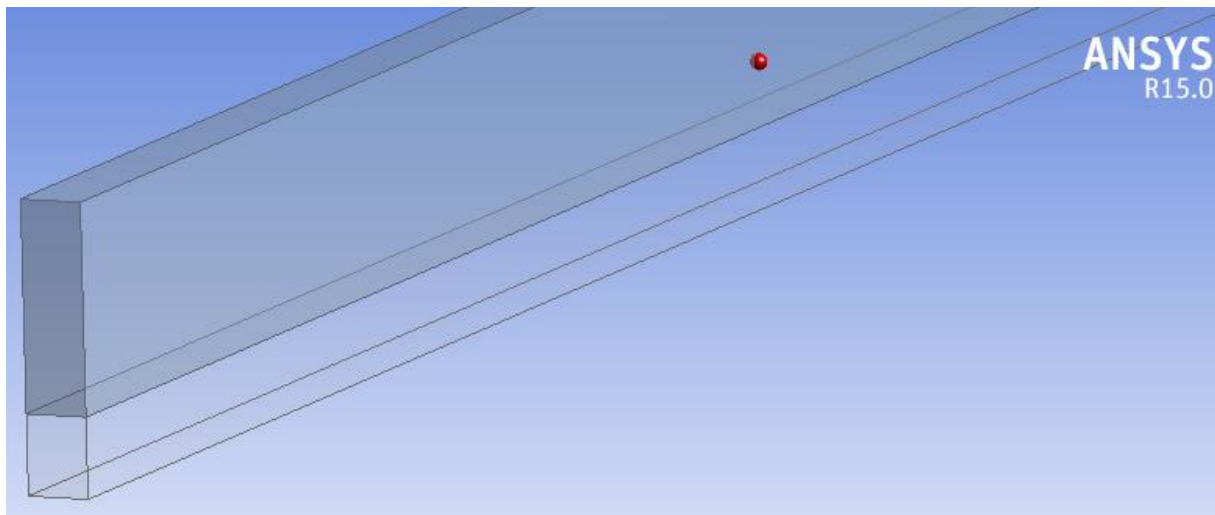


Figure 3.11: Modélisation géométrique simplifiée du plancher chauffant sur Ansys

- **Maillage du domaine de calcul :**

Cette étape consiste à subdiviser les différents composants du plancher chauffant en un certain nombre de subdivisions (mailles).

C'est l'étape la plus importante dans une modélisation d'un problème physique sur ANSYS, car la précision des résultats dépendra fortement de la qualité du maillage.

Pour réaliser le maillage du domaine de calcul, nous utiliserons l'application **Mesh** du logiciel **ANSYS Workbench** ; cette application dispose de plusieurs options qui permettent à l'utilisateur de générer le maillage qu'il souhaite.

Les principales options de l'application **Mesh** que nous avons utilisé pour générer notre maillage sont **dimensionnement d'arrête** et **raffinement**.

L'opération de génération du maillage est assez laborieuse et fastidieuse car elle nécessite de générer un nombre important de maillages, de les tester et de comparer leurs qualité avant de pouvoir choisir celui qui correspond le mieux à notre étude. (**Voir étude de sensibilité du maillage**)

- **Etude de sensibilité du maillage :**

L'étude de sensibilité du maillage est une opération qui permet de choisir un maillage optimale, c'est-à-dire un maillage qui donne des résultats précis avec un temps de calcul aussi réduit que possible.

L'étude de sensibilité d'un maillage consiste à développer trois maillages différents, un maillage grossier, un maillage moyen et un maillage fin et de les comparer en termes de précision de calcul et de temps de calcul.

Pour comparer les maillages développés en termes de précision de calcul, nous devons d'abord choisir un paramètre de comparaison pour lequel on comparera les valeurs données par les trois maillages, dans notre cas, le paramètre de comparaison sera la température moyenne de surface du plancher chauffant en régime permanent.

La condition sine qua non pour valider un maillage en termes de précision de calcul est de s'assurer que la valeur du paramètre de comparaison varie de façon très faible en raffinant le maillage.

Les résultats obtenus sont dans le tableau ci-dessous :

Maillage	Propriétés du maillage	Température moyenne de la surface du plancher	Ecart par rapport au maillage suivant	Temps de calcul
Maillage grossier	Nœuds : 12012	28,9506°C	0,1266 °C	3 mn 43s
	Eléments : 5000			
Maillage moyen	Nœuds : 78026	28,8240 °C	0,0205 °C	7mn 25s
	Elément : 36000			
Maillage fin	Nœuds : 300050	28,8445 °C	0 °C	18mn 10s
	Eléments : 144000			

D'après les données du tableau ci-dessus, nous remarquons que le maillage le plus précis est le maillage fin, car la valeur du paramètre de comparaison ne change pas en raffinant encore plus ce maillage, il est aussi à noter que le temps de calcul pour ce maillage est relativement important (un peu plus de 18 minutes).

Nous remarquons aussi que le maillage moyen donne des résultats très précis, car la valeur du paramètre de comparaison ne varie que très peu en raffinant le maillage, en effet l'écart entre le maillage moyen et le maillage fin n'est que de 0,0205°C pour un temps de calcul d'environ 7 minutes.

Le maillage grossier quant à lui n'est pas précis, car la valeur du paramètres de comparaison varie de façon importante en raffinant le maillage, en effet l'écart entre le maillage grossier et moyen est de 0,1266°C pour un temps de calcul d'un peu moins de 4 minutes.

Ainsi, le maillage qui offre le meilleur compromis entre la précision et le temps de calcul est le maillage moyen, c'est donc ce maillage là que nous utiliserons dans la suite de nos calcul.

Le maillage que nous avons choisi a les caractéristiques suivantes :

*Le domaine de calcul a été subdivisé en 36000 mailles.

*Le nombre de nœuds est de 78026.

La figure ci-dessous illustre le maillage du domaine de calcul :

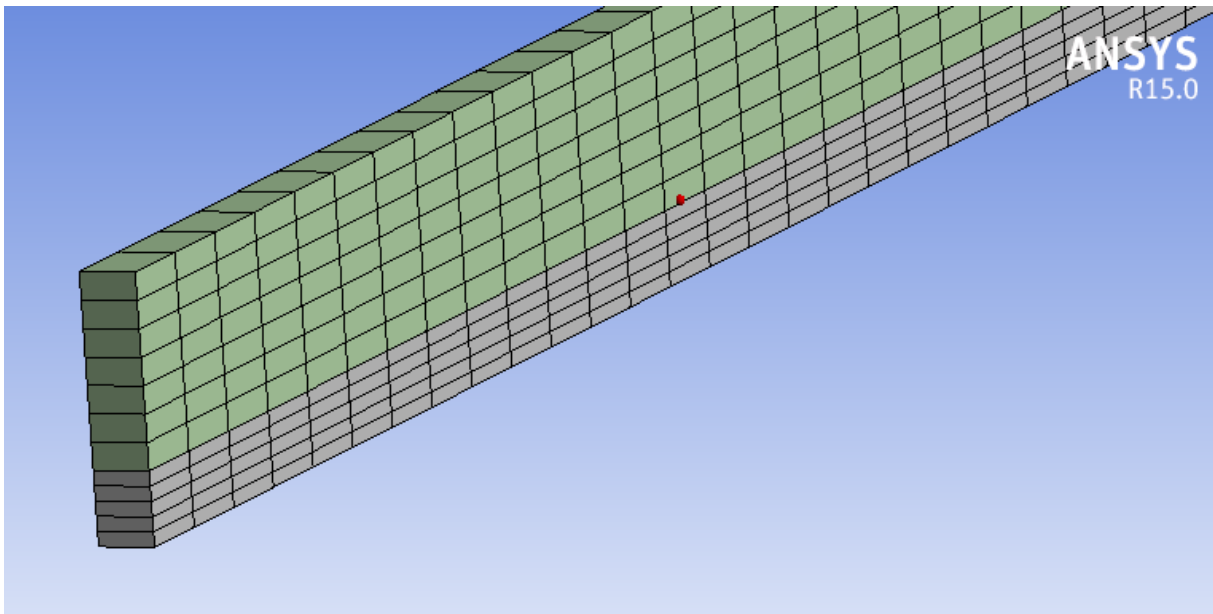


Figure 3.12: maillage du modèle géométrique

Nous pouvons voir d'après la figure précédente que les mailles du tube et les mailles de la chape sont de tailles différentes, en effet la dimension dans direction x (la direction de la longueur) est la même pour les mailles du tube que pour les mailles de la chape mais la dimension dans la direction z (la hauteur) est différentes.

- **Vérification de la qualité du maillage :**

L'application **Fluent** permet de déterminer la qualité du maillage grâce à l'option **mesh quality**.

La qualité du maillage varie entre 0 et 1, 0 correspondant à un mauvais maillage et 1 correspondant à un maillage d'excellente qualité.

Ainsi, l'objectif sera d'obtenir une valeur très proche de 1 pour la qualité du maillage.

En appliquant l'option **mesh quality** au maillage que nous avons sélectionné, nous trouvons une valeur de qualité de maillage de 1, ce qui indique que le maillage développé est d'une excellente qualité.

- **Conditions initiales et conditions aux limites :**

Avant de lancer le calcul sur **ANSYS/Fluent®**, il est nécessaire d'introduire les conditions initiales et les conditions aux limites du problème

- ✓ **Définition des conditions initiales:**

Les conditions initiales du problème sont :

Température initiale de la chape : 15,2°C

Température initiale de l'eau à l'intérieur du tube : 30,5°C

- ✓ **Définitions des conditions aux limites :**

Les conditions aux limites du problème sont :

Température ambiante : 20°C

La température d'entrée de l'eau : 31.5°C

La vitesse d'entrée de l'eau : $U = \frac{\dot{V}}{S} = \frac{\dot{V}}{\pi \frac{D^2}{4}} = \frac{0.02 * 10^{-3}}{\pi * \frac{0.013^2}{4}} = 0.1507 \text{ m/s}$

La paroi inférieure du tube est considérée adiabatique.

Les parois latérales de la chape sont considérée adiabatiques.

L'échange de chaleur entre la surface et l'ambiance se fait par convection et par rayonnement.

Un flux solaire de 800 W/m^2 s'applique sur la surface du plancher qui correspond à la partie se trouvant entre $x = 17 \text{ m}$ et $x = 21 \text{ m}$ par rapport à la longueur du tube.

Remarque :

Etant donné que le flux solaire ne s'applique pas à toute la surface du plancher chauffant, il faudra introduire ce flux grâce à l'option **udf** « **user defined function** »

Une **udf** est une fonction programmé par l'utilisateur en langage de programmation C afin de pouvoir définir une condition au limite que le logiciel ANSYS/Fluent n'est pas en mesure d'introduire de façon automatique, comme par exemple, un flux de chaleur qui ne s'applique qu'à une partie d'une surface donnée.

- **Choix du pas de temps Δt et lancement des calculs :**

Nous choisissons un pas de temps $\Delta t = 5 \text{ mn} = 300 \text{ s}$ et on lance le processus de simulation.

- **Vérification de la convergence de la méthode :**

Lorsque le processus de calcul sur **ANSYS/Fluent** est terminé, il est nécessaire de s'assurer que la méthode de calcul vérifie la condition de convergence.

La convergence des problèmes d'échange de chaleur sur ANSYS/Fluent est assurée si tous les résidus sont inférieure ou égale à 10^{-6} .

Pour que le calcul sur ANSYS/Fluent converge, il suffit de prendre un nombre d'itération par pas de temps suffisamment élevé pour que les valeurs des résidus soient inférieures à 10^{-6} à chaque pas de temps.

Après plusieurs essais, nous avons conclu que le nombre d'itération par pas de temps nécessaire pour que les résidus soient inférieurs à 10^{-6} est de 150 itérations par pas de temps.

b) Comparaison entre la température surfacique donnée par le code de calcul et la température surfacique donnée par ANSYS pour un point situé dans la zone ensoleillé :

Nous avons comparé les évolutions de la température surfacique donnés par le code de calcul et ANSYS pour le point 1 de la surface du plancher qui correspond à $x_1 = 18.176 m$

Le point 1 est situé dans la partie ensoleillée de la surface du plancher chauffant.

Les évolutions de la température en ce point sont comme suit :

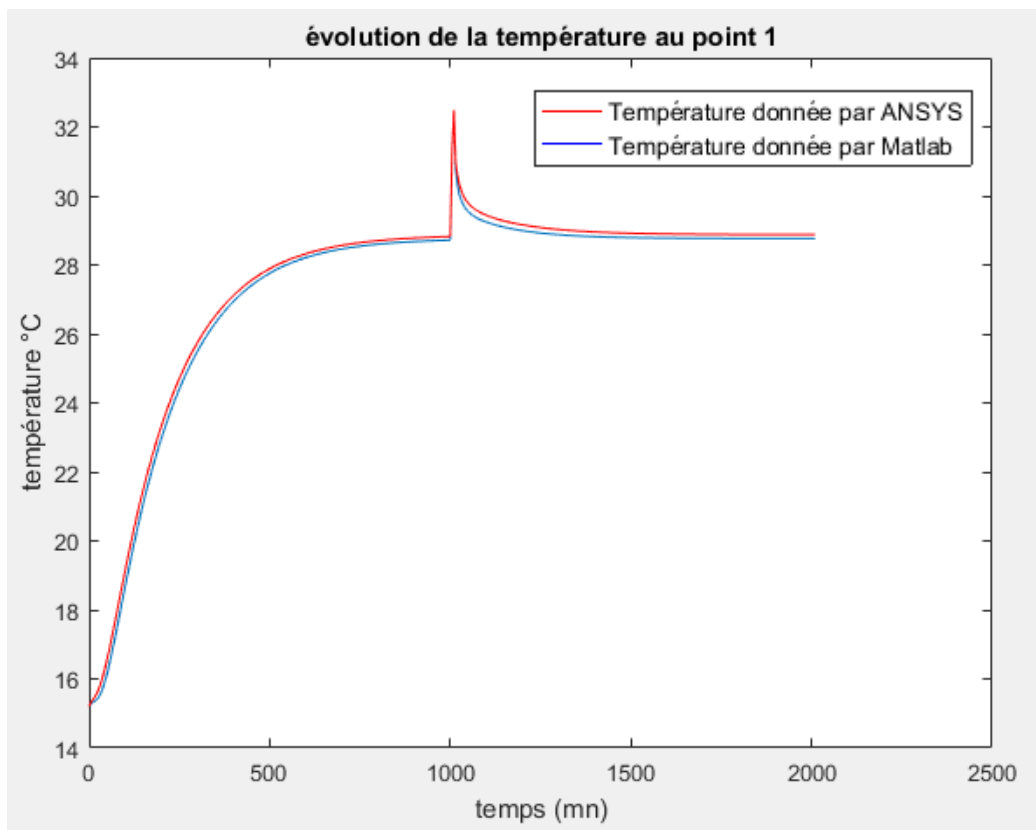


Figure 3.13 : Évolution de la température surfacique au point 1 (scénario solaire 1)

Commentaires :

Nous obtenons une superposition quasi parfaite entre le graphique représentant l'évolution de la température surfacique au point 1 donnée par le code de calcul et celui représentant l'évolution de la température surfacique au même point donnée par ANSYS.

L'écart maximal entre les deux températures est obtenu à l'instant $t = 90 mn$ et nous aurons :

$$T_{code}(90) = 17.8851\text{ }^{\circ}\text{C} \text{ et } T_{ansys}(90) = 18.3669\text{ }^{\circ}\text{C}$$

Ainsi, l'écart maximal entre la température donnée par le code de calcul et celle donnée par Ansys est de 0.4818°C.

Nous aurons donc :

$$\frac{0.4818}{18.3669} * 100\% = 2.623\%$$

L'écart maximal de température en termes de pourcentage est de 2.623%

c) Comparaison entre la température surfacique donnée par le code de calcul et la température surfacique donnée par ANSYS pour un point situé dans la partie ombragé du plancher :

Nous avons comparé les évolutions de la température surfacique donnés par le code de calcul et ANSYS pour le point 2 de la surface du plancher qui correspond à $x_2 = 22.72 \text{ m}$

Le point 2 est situé dans la partie ombragée de la surface du plancher chauffant.

Les évolutions de la température en ce point sont comme suit :

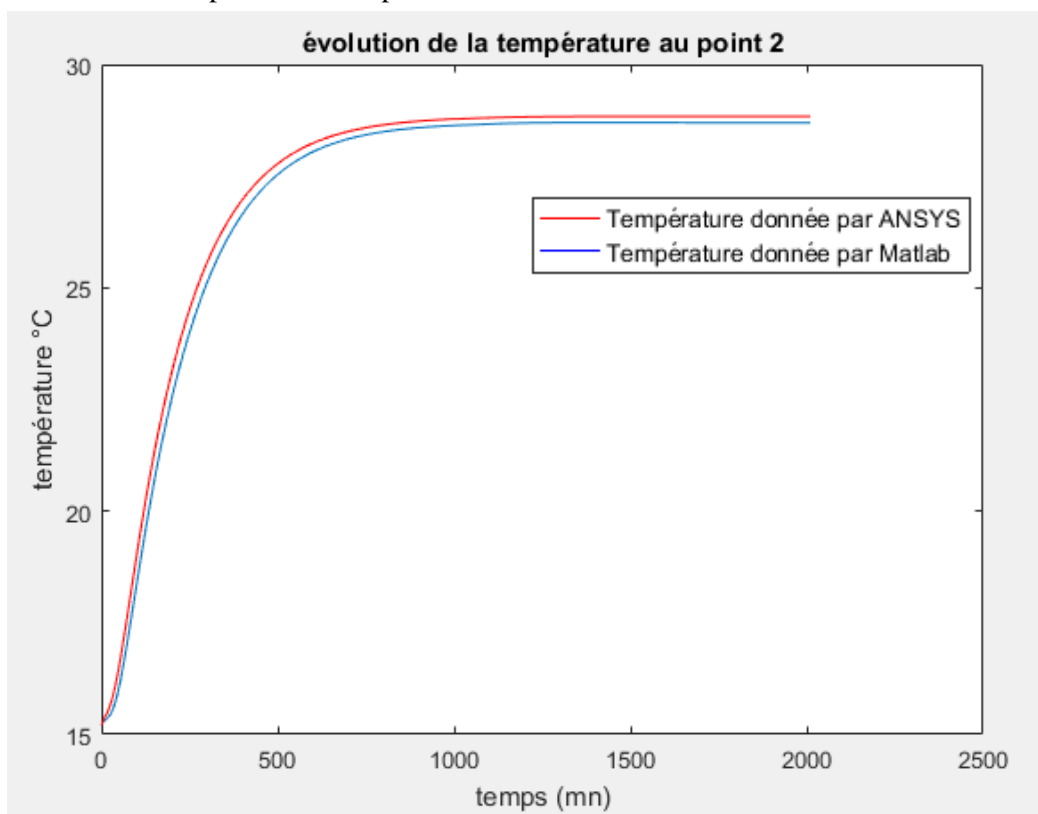


Figure 3.14: Évolution de la température surfacique au point 2 (scénario solaire 1)

Commentaires :

Nous obtenons là aussi une superposition quasi parfaite entre le graphique représentant l'évolution de la température surfacique au point 2 donnée par le code de calcul et celui représentant l'évolution de la température surfacique au même point donnée par ANSYS.

L'écart maximal entre les deux températures est obtenu à l'instant $t = 125 \text{ mn}$ et nous aurons :

$$T_{code}(125) = 19.3313 \text{ °C} \text{ et } T_{ansys}(125) = 19.9865 \text{ °C}$$

Ainsi, l'écart maximal entre la température donnée par le code de calcul et celle donnée par Ansys est de 0.6552°C.

Nous aurons donc :

$$\frac{0.6552}{19.9865} * 100\% = 3.28\%$$

L'écart maximal de température en termes de pourcentage est de 3.28%

Ainsi, après avoir comparé les résultats donnés par le code de calcul avec ceux donnés par ANSYS et compte tenu du faible écart entre les deux, nous pouvons affirmer que notre code de calcul est fiable et peut être utilisé comme outil de simulation et de prédiction du comportement d'un plancher chauffant hydraulique soumis à un rayonnement solaire suivant une loi de Dirac.

3.2.4.2 Scénario2 : tache solaire suivant une loi de Heaviside :

Là aussi, la température d'entrée de l'eau est fixée à 31.5°C, la température ambiante est de 20°C et le débit de l'eau dans le tube est de 0.02 l/s

Le rayonnement suit une loi de Heaviside, c'est-à-dire que le plancher n'est pas soumis au rayonnement solaire pendant les 1000 premières minutes, puis une tache solaire fait son apparition sur une partie de la surface du plancher pour disparaître au bout de 120 minutes (2 heures). Lors des 1000 dernières minutes le plancher ne sera pas soumis à un rayonnement solaire.

Comme pour le premier scénario, la validation du code de calcul dans le cas d'un plancher chauffant hydraulique qui fonctionne dans les conditions du scénario 2 se fera en comparant les résultats fournis par le code de calcul avec ceux fournis par ANSYS et cela en deux points distincts, l'un situé dans la partie ensoleillée de la surface du plancher et l'autre est situé dans la partie ombragée de la surface.

a) Modélisation sur ANSYS/Fluent® :

Nous utiliserons les mêmes modèles géométriques, maillage, conditions aux limites et conditions initiales que ceux utilisés lors de la validation d premier scénario.

b) Comparaison entre la température surfacique donnée par le code de calcul et la température surfacique donnée par ANSYS pour un point situé dans la zone ensoleillé :

Nous comparerons l'évolution de la température surfacique au point 1 donnée par le code de calcul avec celle donnée par ANSYS au même point.

Les résultats obtenus sont représentés ci-dessous :

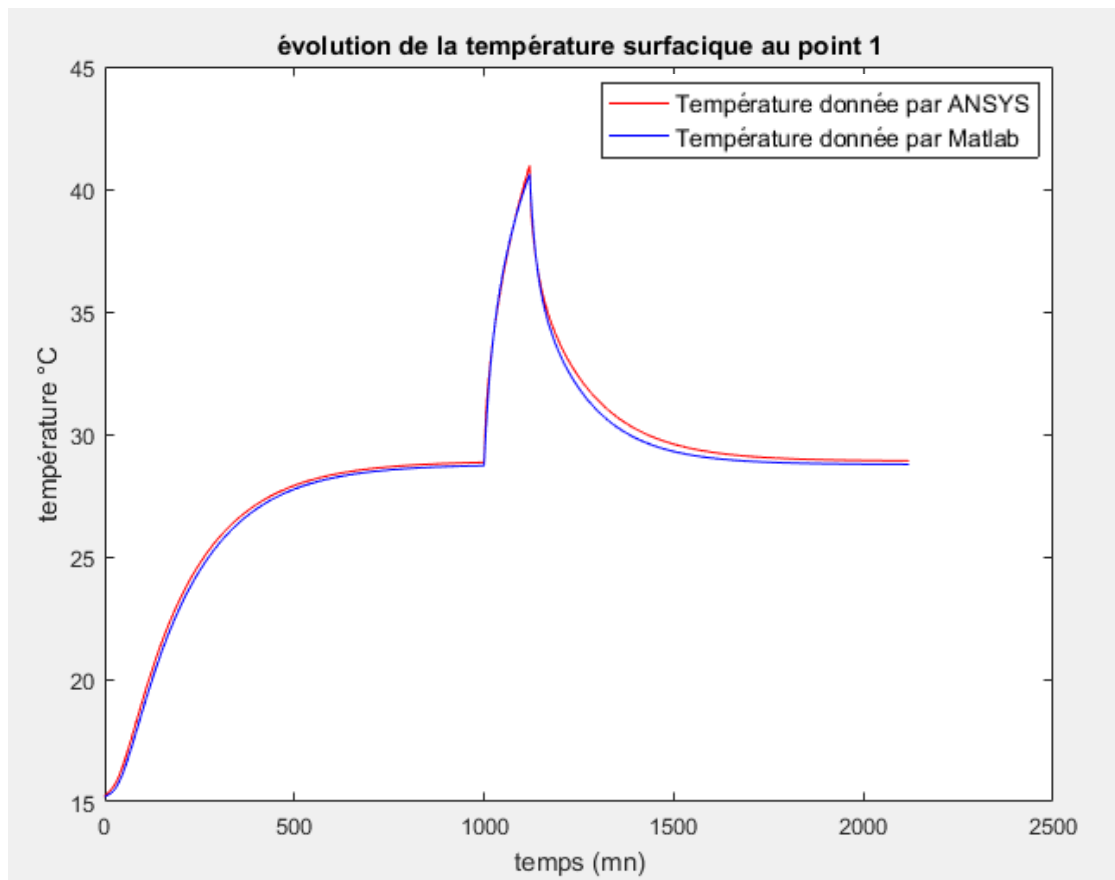


Figure 3.15: Évolution de la température surfacique au point 1 (scénario solaire 2)

Commentaires :

Nous remarquons que les graphiques représentant l'évolution de la température surfacique au point 1 sont quasiment superposés.

L'écart maximal entre les deux températures est obtenu à l'instant $t = 1010 \text{ mn}$ et nous aurons :

$$T_{code}(1010) = 30.2546 \text{ }^\circ\text{C} \text{ et } T_{ansys}(1010) = 30.8911 \text{ }^\circ\text{C}$$

Ainsi, l'écart maximal entre la température donnée par le code de calcul et celle donnée par Ansys est de $0.6365 \text{ }^\circ\text{C}$.

Nous aurons donc :

$$\frac{0.6365}{30.8911} * 100\% = 2.06\%$$

L'écart maximal de température en termes de pourcentage est de 2.06%

c) Comparaison entre la température surfacique donnée par le code de calcul et la température surfacique donnée par ANSYS pour un dans la partie ombragée:

Comme nous l'avons fait dans le cas du scénario 1, nous comparons à présent les évolutions de la température surfacique données par le code de calcul et par Ansys au point 2 situé dans la partie ombragée de la surface du plancher.

Les résultats sont représentés ci-dessous :

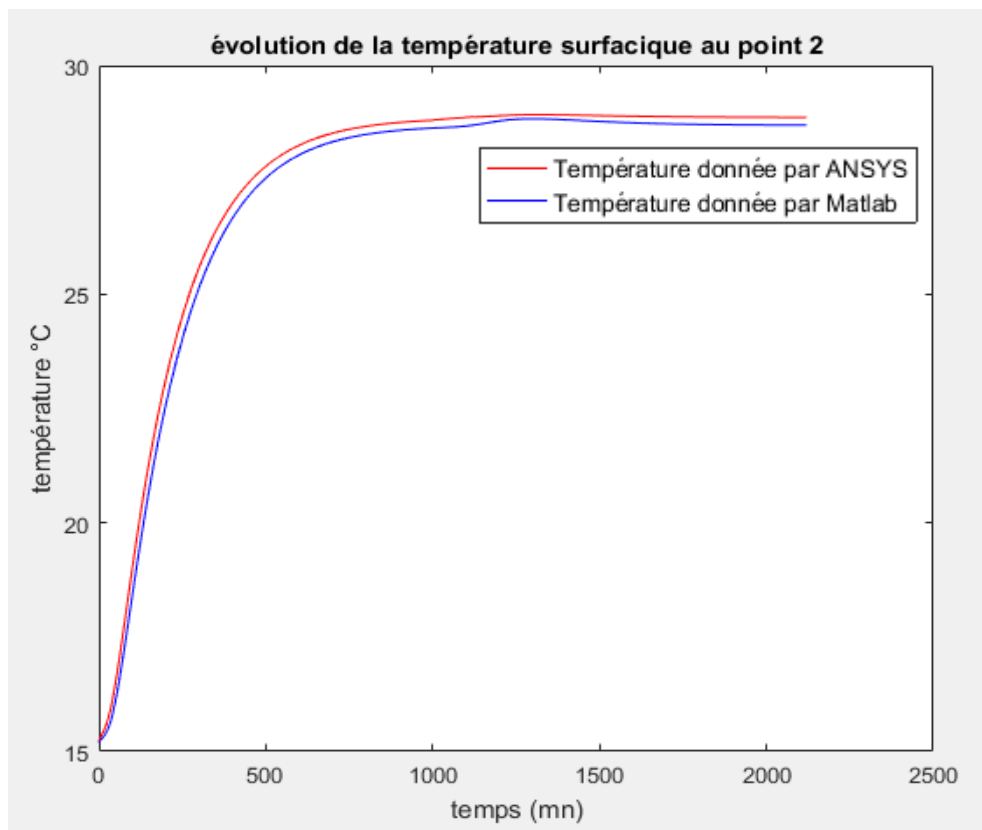


Figure 3.16 : Évolution de la température surfacique au point 2 (scénario solaire 2)

Commentaires :

L'écart maximal entre les deux températures est obtenu à l'instant $t = 130 \text{ mn}$ et nous aurons :

$$T_{code}(130) = 19.5995 \text{ }^\circ\text{C} \text{ et } T_{ansys}(130) = 20.2168 \text{ }^\circ\text{C}$$

Ainsi, l'écart maximal entre la température donnée par le code de calcul et celle donnée par Ansys est de $0.6173 \text{ }^\circ\text{C}$.

L'écart maximal de température en termes de pourcentage est de 3.05%

Donc, et compte tenu du faible écart entre les températures données par notre code de calcul et celles données par ANSYS/Fluent, nous pouvons affirmer que le code de calcul que nous avons développé sur Matlab est validé dans le cas d'un plancher chauffant hydraulique soumis à un rayonnement solaire suivant une loi de Heaviside.

3.2.5 Conclusion de la deuxième partie :

Dans cette seconde partie du chapitre 4, nous avons étudié la validité du code de calcul que nous avons développé sur Matlab dans le cas où le plancher chauffant serait soumis à un rayonnement solaire en comparant les températures qu'il donne avec celle que l'on obtient grâce à une simulation numérique conduite sur le logiciel ANSYS/Fluent.

Nous avons réalisé la validation selon deux scénarios, dans le premier scénario nous considérons une tache solaire concentrée sur une partie de la surface du plancher pendant 10 minutes et dans le second scénario nous avons considéré une tache solaire concentrée sur une partie de la surface du plancher pendant 2 heures.

Pour chacun des deux scénarios, nous avons comparé les températures données par notre code de calcul à celles données par la simulation sur ANSYS/Fluent en deux points, un point situé dans la zone ensoleillée du plancher et un point située sur la zone ombragée.

Pour chaque scénario et pour chacun des deux points, nous obtenons une superposition quasi parfaite entre les graphiques donnant l'évolution de la température local obtenus par Matlab et ceux obtenus par ANSYS/fluent avec un écart maximale de l'ordre de $0,65 \text{ }^\circ\text{C}$.

Ainsi, au vu des résultats que nous avons obtenus, nous pouvons affirmer que notre code de calcul est valide et qu'il peut être utilisé comme outil de simulation et de prédiction du comportement d'un plancher chauffant hydraulique soumis à un rayonnement solaire.

En plus de nous avoir permis de valider notre code de calcul, l'étude que nous avons menée dans cette seconde partie nous fournis des informations très intéressante quant au comportement d'un plancher chauffant hydraulique dans le cas où une tache solaire fait son apparition sur une partie de sa surface, en effet nous pouvons voir que la température de surface au niveau des points situés dans la zone ensoleillée subis une élévation très importante pour atteindre les $40 \text{ }^\circ\text{C}$ dans le cas où la tache solaire resterais concentrée sur la même partie du plancher pendant 2 heures, provoquant ainsi une répartition non homogène de la température au niveau de la surface du plancher, sensations thermiques désagréable pour les occupants de l'espace de vie et un risque de sensations de jambes lourdes.

Pour remédier à ce problème, plusieurs solutions peuvent être envisagées, la plus extrême étant d'empêcher les rayons du soleil de pénétrer à l'aide de rideau où de persiennes, mais cette solution a l'inconvénient majeur d'obscurcir l'espace de vie et de priver les occupant de la lumière solaire.

Une autre solution consisterait à faire baisser la température d'entrée de l'eau chaude pendant les phases d'ensoleillement et ainsi profiter de l'énergie solaire pour chauffer la surface du plancher tout en réduisant la consommation du système de chauffage d'eau.

3.3 Troisième partie : Cas d'un plancher chauffant soumis à un rayonnement solaire réel :

3.3.1 Développement d'un programme pour le calcul de l'intensité du flux de chaleur :

En utilisant les équations (1.1) à (1.14) que nous avons présenté au chapitre 1, nous pouvons développer un code de calcul sur Matlab, afin de pouvoir calculer l'intensité du flux de chaleur tout au long d'une journée, et l'introduire dans le code de calcul principale et cela dans l'objectif d'étudier la réponses du plancher chauffant quand il est soumis à un rayonnement solaire réel.

3.3.1.1 Hypothèses :

- Dans cette partie nous simulerons le comportement thermique du plancher chauffant hydraulique de la cellule de test de l'EPF Troyes pour une journée hivernale. Nous prendrons la journée du 19 Janvier, ainsi $n = 19$
- L'angle d'azimut du plancher γ_0 est nul (fenêtre par laquelle pénètre le rayonnement solaire est orienté plein sud)
- Surface du plancher horizontale, ainsi $\beta = 0$
- La latitude du lieu $\varphi = 48.3^\circ N$, longitude du lieu $L = 4.0833^\circ$ (latitude et longitude de la ville de Troyes en France d'après Google Maps).
- Décalage horaire par rapport au méridien de Greenwich, $C = 1$ (GMT+1)
- D'après l'annexe 4, la ville du Stuttgart en Allemagne est situé approximativement à la même latitude que la ville de Troyes, ainsi nous prendrons le même indice de clarté pour la ville de Troyes que celui de la ville de Stuttgart au mois de janvier, donc $K=0.35$
- D'après l'annexe, on prendra Albédo $\rho_r = 0.3$

3.3.1.2 Calcul de l'heure du levé et du coucher du soleil :

Le levé et le coucher du soleil sont caractérisés par une hauteur solaire α_s nulle.

Ainsi, au lever et coucher du soleil, nous aurons :

$$\sin(\alpha_s) = \sin(\phi) \sin(\delta) + \cos(\phi) \cos(\delta) \cos(\omega_{ss}) = 0$$

D'où :

$$\omega_{ss} = \pm \arccos(-\tan(\phi) * \tan(\delta))$$

Sachant que :

$$\omega = 15 (AST - 12)$$

Le temps solaire apparent du lever du soleil deviendra :

$$AST_l = -\frac{\omega_{ss}}{15} + 12$$

Et le temps solaire apparent du coucher du soleil sera :

$$AST_c = \frac{\omega_{ss}}{15} + 12$$

Finalement, nous aurons pour l'heure standard du lever et du coucher du soleil :

$$T_{std,l} = AST_l + C - \frac{L}{15} + \frac{E}{60}$$

Et

$$T_{std,c} = AST_c + C - \frac{L}{15} + \frac{E}{60}$$

Nous utiliserons ces deux dernières formules dans notre code Matlab pour le calcul de l'heure du lever et du coucher du soleil.

Après calcul, on trouve que le lever et le coucher du soleil pour la journée du 19 Janvier dans la ville de Troyes ont lieu à 8h33mn et 17h 14mn respectivement.

Ainsi, nous supposons que le plancher chauffant sera soumis au rayonnement solaire entre 9h et 17h.

3.3.1.3 Évolution de l'intensité du flux de chaleur au long de la journée :

Grâce au code de calcul que nous avons développé sur Matlab, nous avons obtenu l'évolution de l'intensité du flux de chaleur par rayonnement solaire entre 9h et 17h pour la journée du 19 Janvier dans la ville de Troyes, le résultat est représenté sur le graphique de la figure (3.17) :

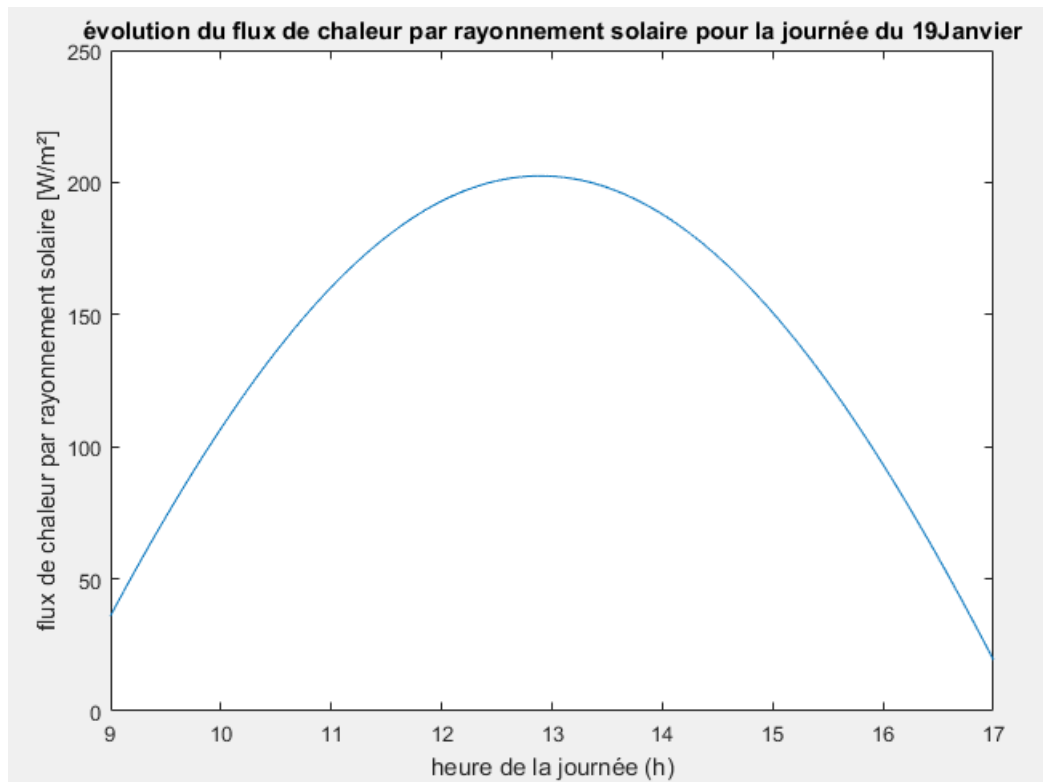


Figure 3.17 : Évolution de l'intensité du flux solaire à Troyes pour la journée du 19 Janvier

Commentaires :

On remarque que l'intensité du flux de chaleur par rayonnement solaire suit une évolution parabolique, à partir de 9h l'intensité du flux de chaleur augmente pour atteindre un maximum à 12h53mn (midi solaire) puis commence à diminuer jusqu'à 17h.

3.3.2 Évolution de la température surfacique du plancher chauffant :

Maintenant que nous avons obtenu les valeurs réelles de l'intensité du flux de chaleur par rayonnement solaire, nous pouvons les implémenter dans notre code de calcul principal afin de prédire la réponse du plancher chauffant lorsqu'une partie de sa surface est soumise à un tel rayonnement.

Comme dans la seconde partie du chapitre 5, nous supposons que le rayonnement solaire s'applique sur la surface du plancher qui correspond à la partie se trouvant entre $x = 17m$ et $x = 21 m$ par rapport à la longueur du tube.

Nous adopterons aussi les mêmes conditions initiales et conditions aux limites que pour les simulations de la seconde partie du chapitre 5, à savoir :

✓ Conditions initiales:

Les conditions initiales du problème sont :

Température initiale de la chape : 15,2°C

Température initiale de l'eau à l'intérieur du tube : 30,5°C

✓ Conditions aux limites :

Les conditions aux limites du problème sont :

Température ambiante : 20°C

La température d'entrée de l'eau : 31.5°C

La vitesse d'entrée de l'eau : $U = \frac{\dot{V}}{S} = \frac{\dot{V}}{\pi \frac{D^2}{4}} = \frac{0.02 * 10^{-3}}{\pi * \frac{0.013^2}{4}} = 0.1507 m/s$

La paroi inférieure du tube est considérée adiabatique.

Les parois latérales de la chape sont considérée adiabatiques.

L'échange de chaleur entre la surface et l'ambiance se fait par convection et par rayonnement.

Nous nous intéresserons tout particulièrement à l'évolution de la température au point 1 d'abscisse $x_1 = 18,176 m$ situé dans la zone ensoleillée de la surface du plancher, à l'évolution de la température au point 2 d'abscisse $x_2 = 22,72 m$ situé dans la zone ombragé de la surface du plancher ainsi qu'à la l'évolution de la température moyenne de la surface du plancher.

Nous simulerons l'évolution de la température sans flux de chaleur pendant les 1000 premières minutes afin d'atteindre le régime permanent, puis on introduira le flux de chaleur réel à partie du régime permanent.

3.3.2.1 Évolution de la température surfacique au point 1 :

Le point 1 est situé dans la partie ensoleillée de la surface du plancher chauffant.

L'évolution de la température en ce point est représenté sur la figure (3.18) :

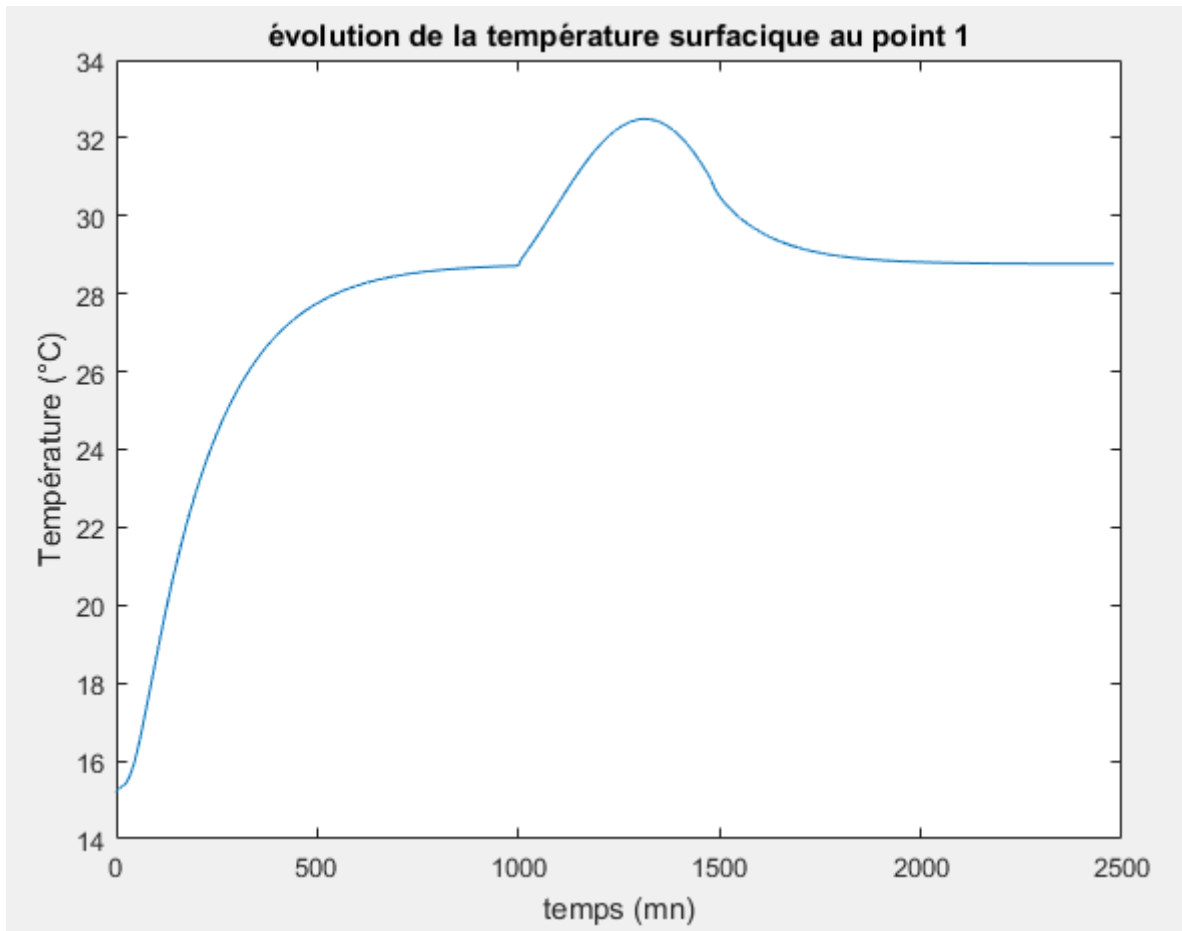


Figure 3.18 :Prédiction de l'évolution de la température surfacique au point 1 pour la journée du 19 Janvier

Commentaires :

On constate qu'au moment où l'on applique le flux de chaleur, la température au point 1 commence à augmenter en suivant une évolution parabolique pour atteindre son maximum au environ du midi solaire (12h35) puis la température se met à diminuer avec la diminution de l'intensité du flux de chaleur du rayonnement solaire. A partir de 17h, le flux de chaleur du rayonnement solaire s'annule et la température poursuit sa baisse jusqu'à la température du régime permanent. La température maximale au niveau du point 1 est de 32.5°C.

3.3.2.2 Évolution de la température surfacique au point 2 :

Le point 2 est situé dans la partie ombragée de la surface du plancher chauffant.

L'évolution de la température en ce point est représentée sur la figure (3.19) :

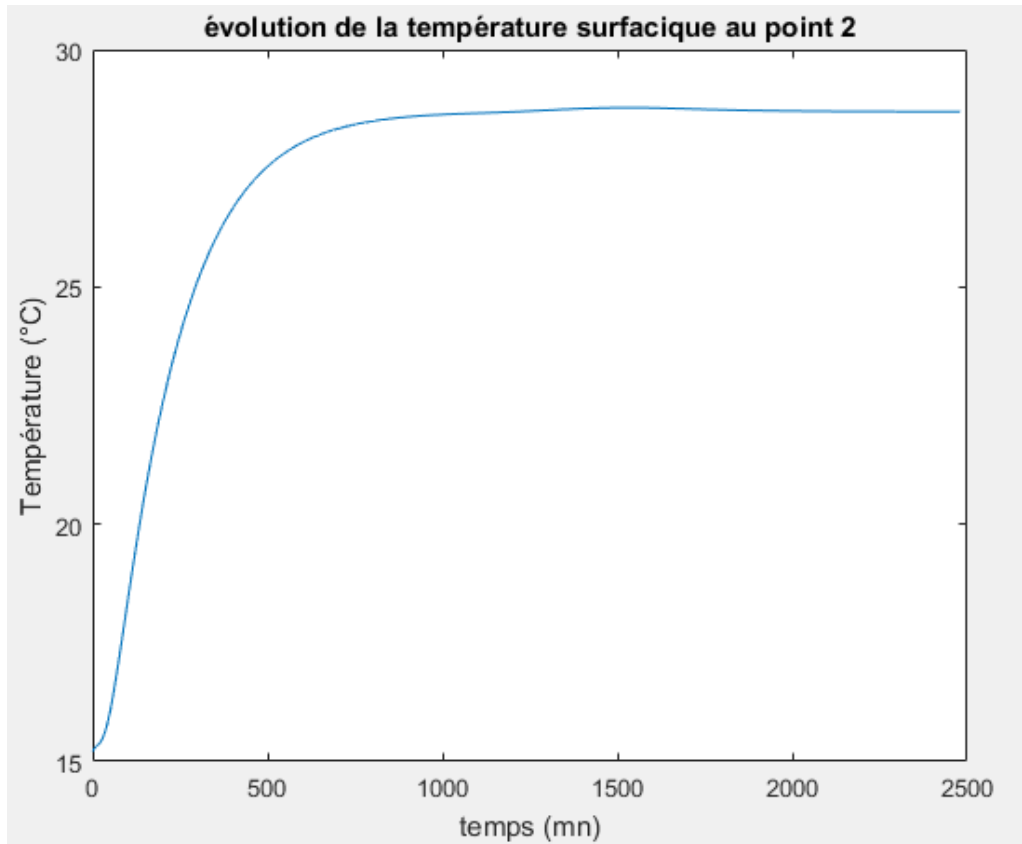


Figure 3.19 : Prédiction de l'évolution de la température surfacique au point 2 pour la journée du 19 Janvier

Commentaires :

Contrairement au point 1, nous constatons que la température surfacique au point 2 n'évolue presque pas lorsque l'on applique le flux de chaleur du rayonnement solaire, ceci nous indique que la chaleur transmise par rayonnement solaire à la partie ensoleillée de la surface ne se propage pas au reste du plancher mais reste plutôt localisé dans la zone ensoleillée.

Cela s'explique notamment par la faible conductivité thermique du matériau constituant la chape, en effet la conductivité thermique de la chape n'est que de $1,2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

3.3.2.3 Évolution de la température moyenne du plancher :

La température moyenne du plancher chauffant est une mesure qui nous permet de résumer les données de température en chaque point de la surface du plancher en un seul nombre réel.

La température moyenne se calcul comme suit :

$$T_{moy} = \frac{1}{L} \int_0^L T_s(x) dx$$

Où :

L : La longueur totale, dans notre cas $L = 51.12m$

$T_s(x)$: La température surfacique au niveau du point d'abscisse x

Dans notre cas, il sera plus simple de calculer la température moyenne par une formule discrète, c'est-à-dire en considérant que la température moyenne est la moyenne arithmétique des températures surfaciques, ainsi la température moyenne se calculera comme la somme des termes de température de surface sur le nombre de termes :

$$T_{moy} = \frac{\sum_1^n T_{i,m}}{n}$$

Avec :

n : Le nombre de nœuds suivant la direction x

$T_{i,m}$: La température de surface au nœud i

L'évolution de la température moyenne est représentée sur la figure (3.20) :

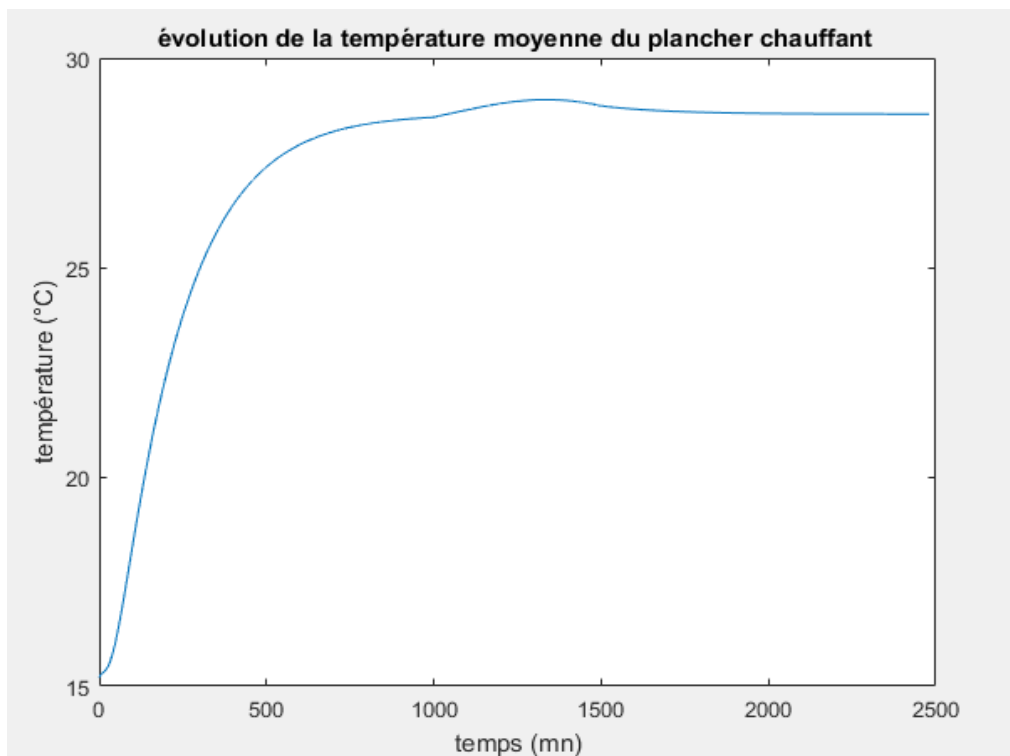


Figure 3.20 : Évolution de la température surfacique moyenne pour la journée du 19Janvier

Commentaires :

On constate une augmentation de la température moyenne surfacique lorsque le flux de chaleur du rayonnement solaire est appliqué au niveau de la zone ensoleillée, l'élévation de la température moyenne est très légère, la température augmente entre 9h et le midi solaire (12h53) où elle atteint un maximum de 29°C pour ensuite diminuer entre le midi solaire et 17h jusqu'à se stabiliser à la température du régime permanent.

3.3.3 Contrôle de la température du plancher :

En France, la norme qui régit l'installation et l'utilisation des planchers chauffants est la norme **NF DTU 65.14 P1** établie en Juillet 2006. En plus de donner des instructions d'ordre technique pour l'installation des planchers chauffants, elle limite la température moyenne surfacique du plancher chauffant à 29°C et cela dans le but de garantir un fonctionnement sûr du plancher chauffant ainsi qu'un confort thermique optimal pour les occupants de l'espace de vie.

Dans la simulation que nous avons réalisé précédemment, nous avons constaté que la température surfacique moyenne atteignait un maximum de 29°C au environ du midi solaire puis diminue pour se stabiliser à la température du régime permanent, ainsi nous pouvons dire que notre plancher chauffant est conforme à la limitation de température imposé par la norme **NF DTU 65.14 P1** pendant le fonctionnement en saison hivernale. À présent, à l'aide du code de calcul que nous avons développé nous allons simuler le fonctionnement du plancher chauffant pendant une journée de printemps et vérifier si le fonctionnement est conforme à la norme, dans le cas où la norme ne serait pas respectée, nous proposerons des solutions simples afin de nous conformer à la réglementation.

3.3.3.1 Évolution de la température moyenne surfacique pendant une journée de printemps :

On simulera le fonctionnement du plancher chauffant pour la journée du 15 Avril.

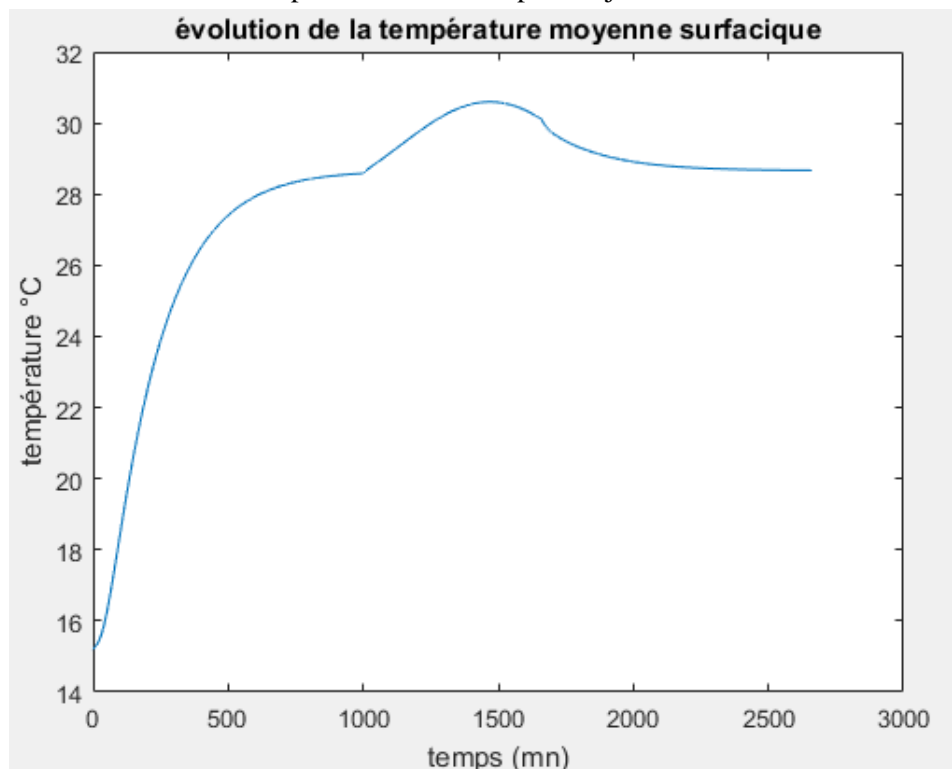


Figure 3.21 : Évolution de la température surfacique moyenne pour la journée du 15 avril

Commentaires :

Nous constatons que lors d'un fonctionnement pendant une journée de printemps, la température moyenne atteint un maximum de 30.6°C, ce qui est supérieur à la limite fixé par la norme.

Pour remédier à ce problème, nous proposerons ci-dessous deux solutions.

3.3.3.2 Première solution : réduction de la température d'entrée de l'eau pendant la période d'ensoleillement :

On se propose de réduire la température d'entrée de l'eau qui était initialement de 31.5°C à 28°C pendant la période d'ensoleillement.

Les résultats obtenus sont représentés sur la fugure (3.22) :

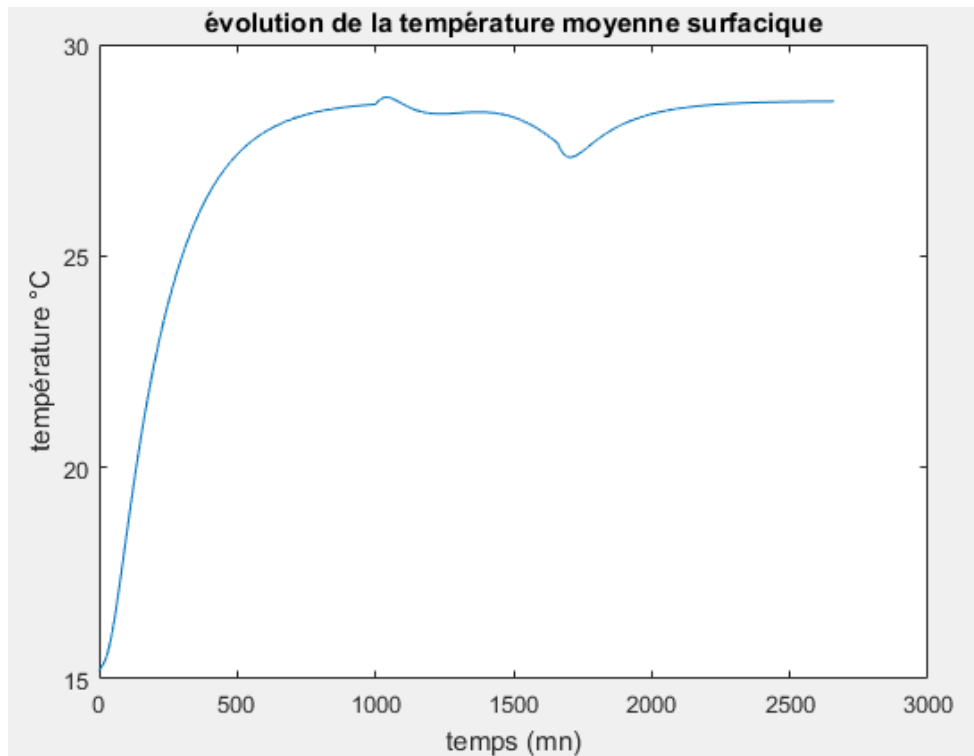


Figure 3.22 : Évolution de la température moyenne surfacique pour la journée du 15 avril après réduction de la température d'entrée de l'eau

Commentaires :

On constate que la baisse de la température d'entrée de l'eau permet de maintenir la température moyenne surfacique en dessous de la limite des 29°C, en effet la valeur maximale de la température moyenne est de 28,75 °C.

Ainsi, la baisse de la température d'entrée de l'eau permettra de faire fonctionner le plancher chauffant conformément à la réglementation en vigueur.

De plus, faire baisser la température de l'eau d'entrée pendant les périodes d'ensoleillement intense permettra de réduire la consommation d'énergie du système de chauffage de l'eau et ainsi de faire baisser les coûts d'exploitations du plancher chauffant.

3.3.3.3 Deuxième solution : installation d'un film solaire sur le vitrage des fenêtres :

Les films vitrage protection solaire permettent de lutter efficacement contre le risque de surchauffe de l'intérieur de l'espace de vie, en effet ils réduisent jusqu'à 79% de l'intensité du flux de chaleur solaire.

Contrairement à l'installation de rideaux opaque, cette solution présente l'avantage de réduire l'intensité du flux de chaleur du rayonnement solaire tout en gardant une bonne luminosité à l'intérieur de l'espace de vie.

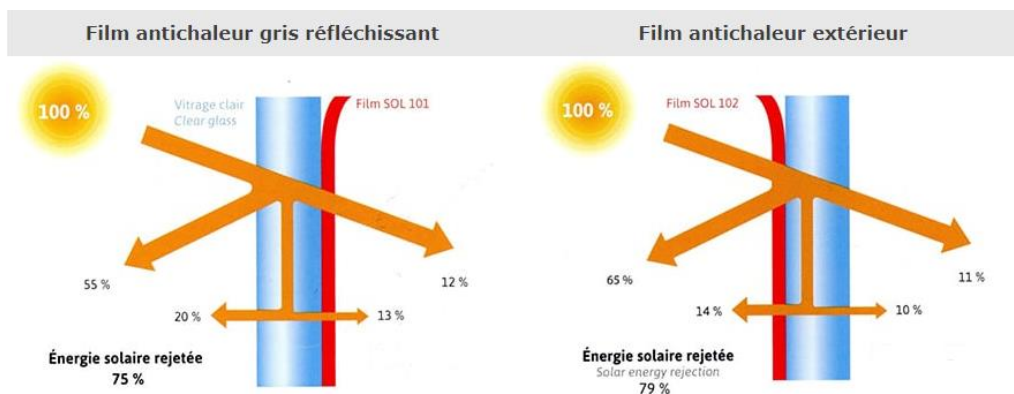


Figure 3.23 : film solaire antichaleur

À présent nous simulons le fonctionnement d'un plancher chauffant pendant la journée du 15 Avril dans le cas où la fenêtre par laquelle pénètre le rayonnement solaire est muni d'un film solaire.

Les résultats sont représentés sur la figure (3.24) :

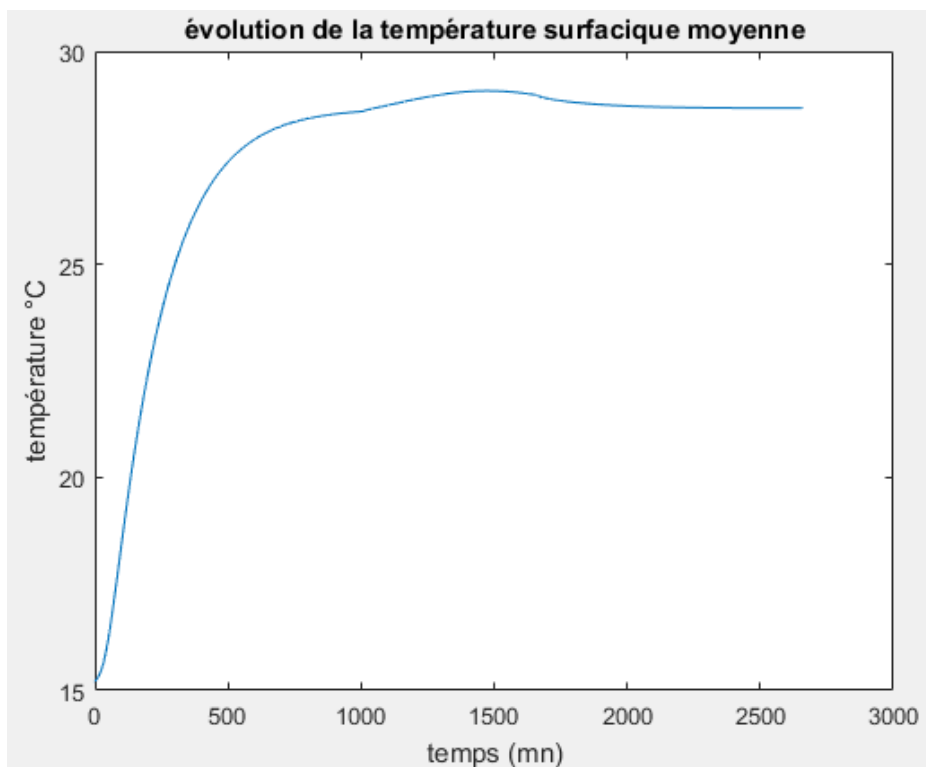


Figure 3.24 : évolution de la température moyenne surfacique pour la journée du 15 avril après installation d'un film solaire

Commentaires :

Nous constatons que la température maximale est limitée à 29°C grâce à l'application de film solaire sur la fenêtre. Donc, les films solaires permettent au plancher chauffant de fonctionner conformément aux exigences de la norme en vigueur. De plus, l'installation de films solaires sur les fenêtres permettra de rafraichir l'espace de vie en été lorsque le plancher chauffant est mis à l'arrêt tout en gardant une bonne luminosité.

Conclusion générale :

L'objectif de ce projet de fin d'étude est d'établir un modèle numérique bidimensionnel basé sur la méthode des différences finies explicite, puis de le programmer sous forme de code de calcul afin de pouvoir simuler le comportement thermique d'un plancher chauffant hydraulique installé dans une cellule de test à l'EPF Troyes et cela dans différentes conditions notamment dans le cas où une partie de la surface du plancher chauffant serait soumise à un rayonnement solaire.

Après avoir comparé les résultats fournis par le code de calcul avec ceux obtenus par expérience et par simulation numérique sur logiciel spécialisé, nous avons pu valider notre code de calcul et nous avons conclu que le code de calcul développé pouvait servir d'outil de simulation du comportement thermique des plancher chauffant hydraulique.

En exploitant les données fournis par notre code de calcul, nous pouvons faire un certain nombre d'observations concernant le fonctionnement des plancher chauffant hydraulique, en effet nous observons que lors de la mise en marche du système de chauffage de l'eau, la température moyenne surfacique du plancher chauffant évolue suivant trois phases, une première phase d'une durée d'environ 30 mn où la température n'évolue quasiment pas, on appelle cette première phase « temps de retard » ; la deuxième phase est une période de transition où la température moyenne surfacique augmente assez rapidement puis on observe une troisième phase où la température se stabilise et devient constante, cette phase fait son apparition après environ 900 mn (15 heures) depuis la mise en marche, on appelle cette troisième phase « le régime permanent ». Donc grâce à l'exploitation des données du code de calcul, nous avons pu mettre en exergue des phénomènes physiques très importants dans le comportement thermique des planchers chauffant hydraulique, à savoir le temps de retard et le temps d'établissement du régime permanent.

Le temps de retard est une période pendant laquelle la température en surface n'évolue quasiment pas, il est principalement dû au fait que le système de chauffage de l'eau met un certain temps pour commencer à fournir de l'eau chaude à la température de consigne. Le temps d'établissement du régime permanent est quant à lui le temps nécessaire pour que la température moyenne surfacique devienne constante, il dépend principalement des propriétés physiques et thermodynamiques de la chape.

Ainsi, le code de calcul que nous avons développé pourrait servir d'outil de travail aux ingénieurs chargés de la conception et de l'amélioration des performances thermiques des planchers chauffant. Il leur permettrait de simuler numériquement le comportement thermique de différents matériaux afin d'améliorer les performances thermique de la chape et ainsi réduire les temps de retard et d'établissement du régime permanent qui par la même occasion permettra de réduire la consommation énergétique du système de chauffage de l'eau.

Le code de calcul développé lors de ce projet de fin d'études peut aussi être employé comme outil de contrôle et d'asservissement du plancher chauffant hydraulique. En effet nous avons montré au chapitre 4 que le code de calcul est en mesure de prédire la réponse du plancher chauffant lorsqu'une partie de sa surface est exposé un flux de chaleur par rayonnement solaire. Ainsi en y apportant les modifications nécessaires, le code de calcul pourrait prédire le risque de dépassement de la température moyenne critique et entreprendre les actions nécessaires pour y remédier (réduction de la température de l'eau à l'entrée).

D'autres projets de fin d'études pourraient être réalisés sur les planchers chauffant hydraulique, notamment en ce qui concerne l'effet du rayonnement solaire sur la surface réellement exposée. A titre d'exemple, une expérience pourrait être menée en prenant en considération le déplacement de la tache solaire sur le plancher au cours de la journée et confronter les résultats expérimentaux obtenus avec ceux que donne un modèle numérique plus détaillé.

En somme, on estime que ce projet de fin d'étude a apporté des informations précieuses quant aux fonctionnement des plancher chauffant hydraulique et a ouvert des perspectives d'améliorations très intéressante dans le domaine.

Références bibliographiques :

1. R.Dodge Woodson, Radiant Floor Heating Second Edition, The McGraw-Hill companies.inc, 2009, ISBN 13:9780071599368.
2. Bjarne W. Olesen, Radiant Floor Heating In Theory and Practice, ASHRAE journal July 2002. © Copyright 2002 American Society of Heating, Refrigerating and AirConditioning Engineers, Inc.
3. A.K. ATHIENITIS & M. STYLIANOU (1991), Method and Global Relationship for Estimation of Transmitted Solar Energy Distribution in Passive Solar Rooms, Energy sources journal, volume 13.3, 319-336, DOI 10.1080/00908319108908992
4. Cengel Y.A, Heat Transfert, A Practical Approach, second edition,2002. ISBN 13:9780072826203
5. Feng, Jingjuan, Design and Control of Hydronic Radiant Cooling Systems, University of California, Berkley, 2014.
6. Michele De Carli, Massimo Tonon. Effect of modelling solar radiation on the cooling performance of radiant floors, The solar energy magazine, volume 85, 2011.
7. Giulia Alessio, Michele De Carli, Angelo Zarrella and Antonino Di Bella, Efficiency in Heating Operation of Low-Temperature Radiant Systems Working under Dynamic Conditions in Different Kinds of Buildings, applied science article, Department of Industrial Engineering, University of Padua, 35131 Padova, Italy; 26 november 2018
8. Frank P. Incropera, David P. Dewit Fundamentals of Heat and Mass Transfert seventh edition, Copyright © 2011, 2007, 2002 by John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.
9. Andreas K. Athienitis, investigation of thermal performance of a passive solar building with floor radiant heating, the solar energy magazine, 1997 Vol.61 ; ISS.5, DOI: 10.1016/s0038 092x(97)00077-7
10. Mi Su Shin, Kyu Nam Rhee, Seong Ryong Ryu, Myoung Souk Yeo, Kwang Woo Kim, Design of radiant floor heating panel in view of floor surface temperature, Building and environnement magazine, Vol. 92, october 2015, DOI: 10.1016/j.buildenv.2015.05.006
11. O.Mansouri , Mémoire pour l'obtention du diplôme de magister option architecture bioclimatique, L'influence de la réflectivité des matériaux (albédo) sur la modification du microclimat et le confort thermique extérieur dans un canyon urbain, université Mentouri de Constantine, Faculté Des Sciences De La Terre, De La Géographie Et De L'aménagement Du Territoire Département D'architecture Et D'urbanisme, 2008
12. A. Merabtine, S.Mokraoui, A. Kheiri, A. Dars, New transient simplified model for radiant heating slab surface temperature and heat transfer rate calculation, Research article, Tsinghua University Press and Springer-Verlag GmbH Germany, part of Springer Nature 2019.
13. A. Merabtine, S. Mokraoui, A. Kheiri, A. Dars, A. Hawila, Experimental and multidimensional numerical analysis of the thermal behavior of an anhydrite radiant slab floor heating system: A multi-objective sensitivity study, Energy and buildings magazine, vol. 174, September 2018.
14. A.K. Athienitis And Y. Chen, The Effect Of Solar Radiation On Dynamic Thermal Performance Of Floor Heating Systems, Solar energy magazine, Vol. 69, No 3, DOI: 10.1016/S0038 092X(00)00052-9, January 2000

15. A. DARS, **Projet de fin d'études pour le master de recherche MEEP, Etude et développement d'un modèle analytique pour les planchers chauffants hydrauliques**, EPF école d'ingénieur, Troyes, France, 2017.

16. A. BELMERABET, **Projet de fin d'études pour le master mécanique énergie procédés et produits, Étude du comportement thermique d'un plancher chauffant hydraulique**, EPF école d'ingénieur, Troyes, France, 2018.

17. A.Smaili, **cours d'énergies renouvelables, chapitre 5, rayonnement solaire**. Ecole nationale polytechnique, département de génie mécanique, 2018.

Les sites internet :

<http://www.energy.gov.dz/francais/>, juin 2019

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Plancher chauffant](https://fr.wikipedia.org/wiki/Plancher_chauffant), février 2019

<https://www.stores-discount.com/p/film-vitre-solaire/>, Juin 2019

https://www.homerenergy.com/products/pro/docs/3.11/published_solar_data.html; Mai 2019

<https://www.ceren.fr/>; Mai 2019

<https://www.la-croix.com/Economie/France/INFOGRAPHIE>, Juin 2019

<https://www.ashrae.org/search?q=underfloor%20heating>, mars 2019

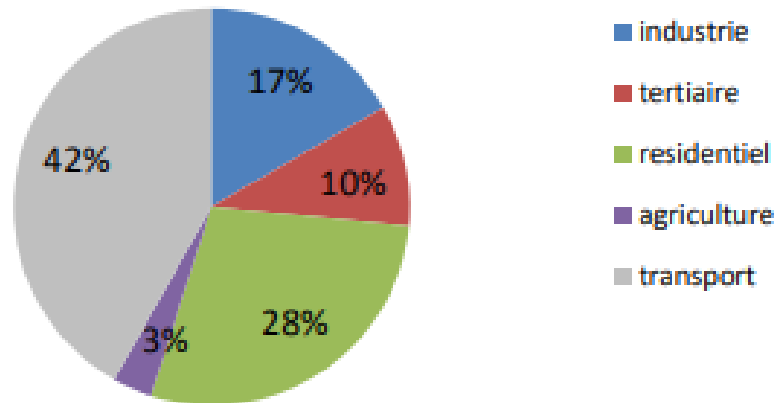
<https://technologyportal.ashrae.org/journal/articledetail/410>, Avril 2019

Annexe 1: Consommation énergétique par secteur d'activité économique en Algérie et en Europe.

Algérie :

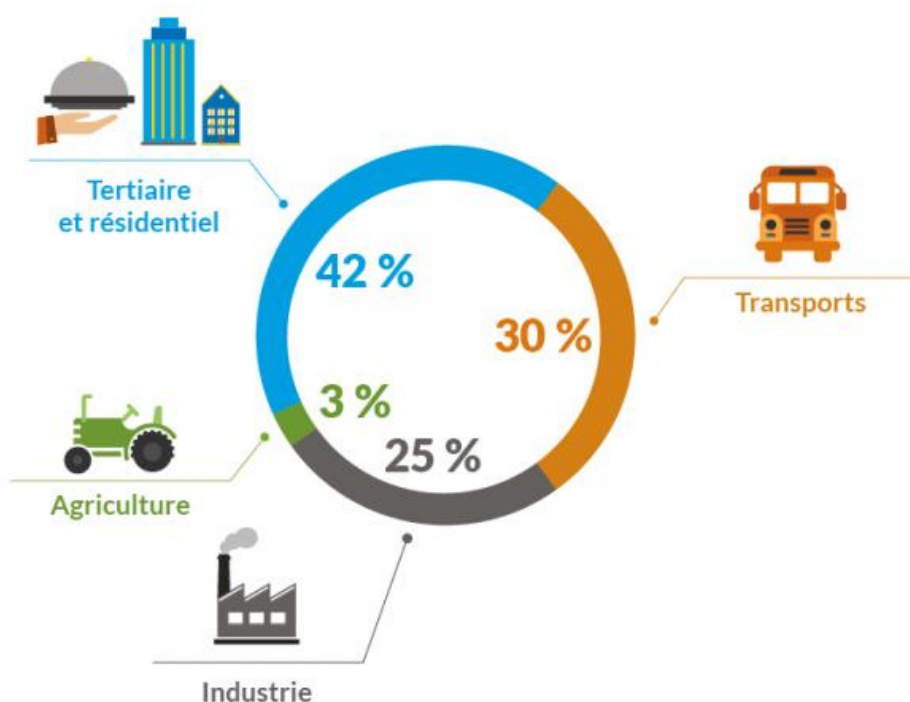
Source : Ministère de l'Energie et des Mines

Répartition de la consommation d'énergie de la nationale par secteur



Europe :

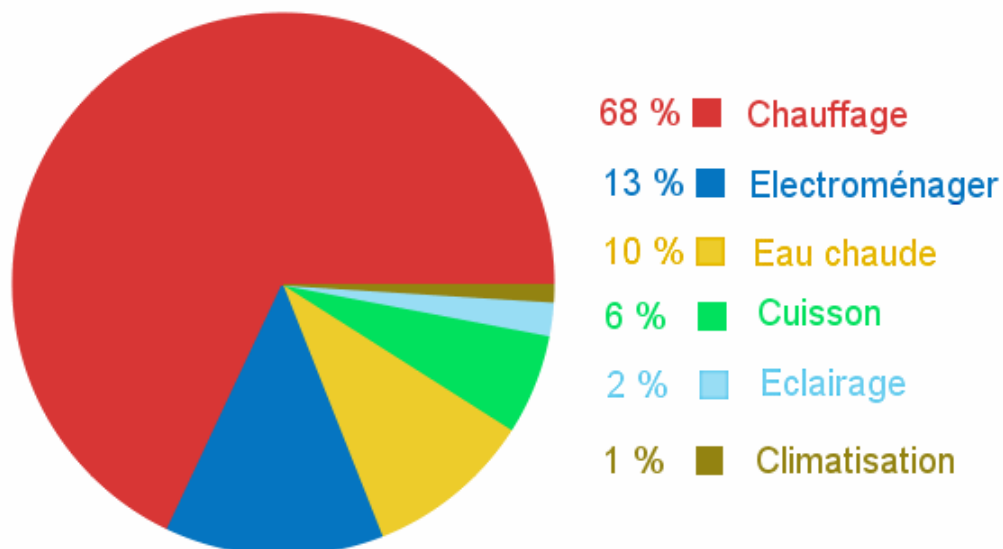
Source : <https://www.la-croix.com/Economie/France/INFOGRAPHIE-consommation-denergie-chiffres-2018-11-27-1200985893>



Annexe 2: Répartition de la consommation d'énergie dans l'habitat résidentiel.

Source : <https://www.ceren.fr/>, centre d'études et de recherche sur les économies d'énergie.

Répartition de la consommation d'énergie dans l'habitat résidentiel



Annexe 3 : Table des propriétés physique et thermodynamique de l'eau saturée

Source : Frank P. Incropera, David P. Dewit Fundamentals of Heat and Mass Transfert seventh edition

TABLE A.6 Thermophysical Properties of Saturated Water^a

Temperature, T (K)	Pressure, p (bars) ^b	Specific Volume (m ³ /kg)		Enthalpy of Vaporization, h_{fg} (kJ/kg)	Specific Heat (kJ/kg·K)		Viscosity (N·s/m ²)		Thermal Conductivity (W/m·K)		Prandtl Number		Surface Tension, σ_f ·10 ³ (N/m)	Expansion Coefficient, β_f ·10 ⁶ (K ⁻¹)	Temperature, T (K)
		v_f ·10 ³	v_g		$c_{p,f}$	$c_{p,g}$	μ_f ·10 ⁶	μ_g ·10 ⁶	k_f ·10 ³	k_g ·10 ³	Pr_f	Pr_g			
273.15	0.00611	1.000	206.3	2502	4.217	1.854	1750	8.02	569	18.2	12.99	0.815	75.5	-68.05	273.15
275	0.00697	1.000	181.7	2497	4.211	1.855	1652	8.09	574	18.3	12.22	0.817	75.3	-32.74	275
280	0.00990	1.000	130.4	2485	4.198	1.858	1422	8.29	582	18.6	10.26	0.825	74.8	46.04	280
285	0.01387	1.000	99.4	2473	4.189	1.861	1225	8.49	590	18.9	8.81	0.833	74.3	114.1	285
290	0.01917	1.001	69.7	2461	4.184	1.864	1080	8.69	598	19.3	7.56	0.841	73.7	174.0	290
295	0.02617	1.002	51.94	2449	4.181	1.868	959	8.89	606	19.5	6.62	0.849	72.7	227.5	295
300	0.03531	1.003	39.13	2438	4.179	1.872	855	9.09	613	19.6	5.83	0.857	71.7	276.1	300
305	0.04712	1.005	29.74	2426	4.178	1.877	769	9.29	620	20.1	5.20	0.865	70.9	320.6	305
310	0.06221	1.007	22.93	2414	4.178	1.882	695	9.49	628	20.4	4.62	0.873	70.0	361.9	310
315	0.08132	1.009	17.82	2402	4.179	1.888	631	9.69	634	20.7	4.16	0.883	69.2	400.4	315
320	0.1053	1.011	13.98	2390	4.180	1.895	577	9.89	640	21.0	3.77	0.894	68.3	436.7	320
325	0.1351	1.013	11.06	2378	4.182	1.903	528	10.09	645	21.3	3.42	0.901	67.5	471.2	325
330	0.1719	1.016	8.82	2366	4.184	1.911	489	10.29	650	21.7	3.15	0.908	66.6	504.0	330
335	0.2167	1.018	7.09	2354	4.186	1.920	453	10.49	656	22.0	2.88	0.916	65.8	535.5	335
340	0.2713	1.021	5.74	2342	4.188	1.930	420	10.69	660	22.3	2.66	0.925	64.9	566.0	340
345	0.3372	1.024	4.683	2329	4.191	1.941	389	10.89	664	22.6	2.45	0.933	64.1	595.4	345
350	0.4163	1.027	3.846	2317	4.195	1.954	365	11.09	668	23.0	2.29	0.942	63.2	624.2	350
355	0.5100	1.030	3.180	2304	4.199	1.968	343	11.29	671	23.3	2.14	0.951	62.3	652.3	355
360	0.6209	1.034	2.645	2291	4.203	1.983	324	11.49	674	23.7	2.02	0.960	61.4	697.9	360
365	0.7514	1.038	2.212	2278	4.209	1.999	306	11.69	677	24.1	1.91	0.969	60.5	707.1	365

Annexe 4 : Table des valeurs de l'indice de clarté en Europe en fonction des mois de l'année.

Source : https://www.homerenergy.com/products/pro/docs/3.11/published_solar_data.html

Europe

Location	Latitude	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
Copenhagen, Denmark	N55.8	0.25	0.34	0.44	0.48	0.48	0.53	0.48	0.49	0.45	0.39	0.32	0.28
Nice, France	N43.7	0.48	0.48	0.55	0.57	0.56	0.58	0.63	0.59	0.58	0.57	0.35	0.51
Stuttgart, Germany	N48.8	0.35	0.39	0.42	0.46	0.46	0.47	0.49	0.47	0.35	0.45	0.35	0.32
London, Great Britian	N51.5	0.24	0.29	0.34	0.35	0.39	0.43	0.40	0.39	0.39	0.35	0.31	0.25
Athens, Greece	N38.0	0.40	0.43	0.48	0.51	0.57	0.59	0.61	0.60	0.57	0.52	0.46	0.40
Rome, Italy	N41.9	0.43	0.47	0.51	0.53	0.55	0.57	0.61	0.61	0.58	0.55	0.48	0.43
Vlissingen, Netherlands	N51.5	0.30	0.36	0.41	0.44	0.46	0.48	0.45	0.46	0.45	0.41	0.33	0.29
Lisbon, Portugal	N38.7	0.45	0.35	0.55	0.57	0.60	0.62	0.67	0.68	0.62	0.57	0.52	0.53
Warsaw, Poland	N52.3	0.25	0.26	0.39	0.39	0.43	0.47	0.46	0.49	0.42	0.33	0.24	0.21
Cluj, Romania	N46.8	0.43	0.45	0.35	0.48	0.52	0.53	0.55	0.54	0.52	0.48	0.38	0.33
Moscow, Russia	N55.8	0.39	0.44	0.46	0.44	0.48	0.35	0.46	0.46	0.41	0.32	0.26	0.26
St. Petersburg, Russia	N60.0	0.34	0.40	0.44	0.44	0.51	0.51	0.49	0.46	0.41	0.33	0.26	0.26
Almeria, Spain	N36.8	0.57	0.56	0.53	0.56	0.60	0.62	0.66	0.64	0.61	0.60	0.57	0.58
Zurich, Switzerland	N47.5	0.28	0.36	0.41	0.44	0.47	0.47	0.52	0.47	0.48	0.39	0.30	0.26
Odessa, Ukraine	N46.5	0.31	0.32	0.38	0.44	0.35	0.53	0.53	0.54	0.52	0.45	0.30	0.27

Annexe 5: Tables des valeurs d'Albédo pour différents types de surfaces

Source : Mansouri Ouarda, l'influence de la réflectivité des matériaux (albédo) sur la modification du microclimat et le confort thermique extérieur dans un canyon urbain

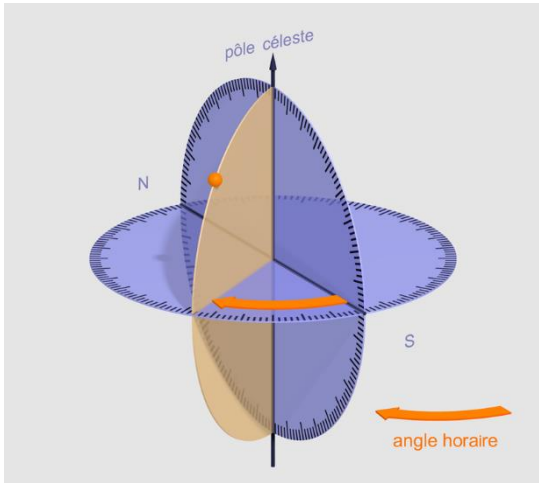
Tableau des valeurs du nombre d'albédo pour différentes surfaces

Matériau	Facteur de réflexion (albédo)
Mer calme	2 à 5 %
Forêt sombre, champs verdoyants	3 à 8 %
Mer agitée	2 à 10 %
Forêt équatoriale	5 à 10 %
Bâtiments, sable humide, rochers	8 à 15 %
Forêt boréale en été	10 à 20 %
Prairies et champs	15 à 20 %
Asphalte, sol nu sec	15 à 25 %
Savane tropicale sèche	20 à 25 %
Sable sec	25 à 30 %
Briques, herbes sèches, déserts, étendues de sel	25 à 40 %
Neige vieille	50 à 70 %
Neige fraîche	80 à 90 %

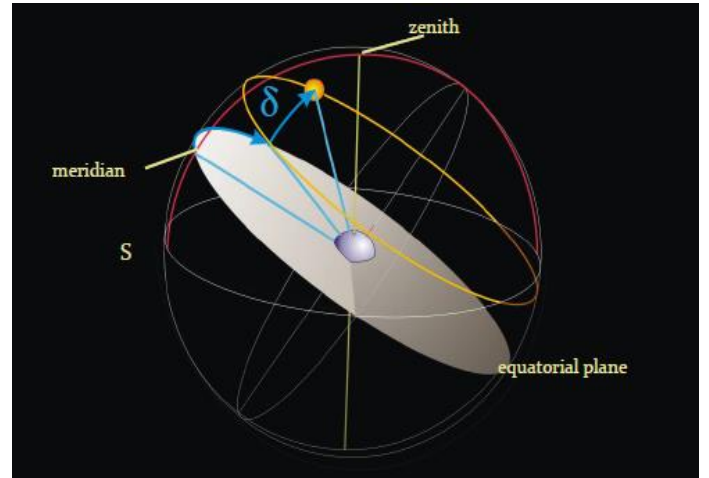
Table des valeurs du nombre d'albédo pour les différents revêtements au sol :

	Albédo 0.1-0.3	Albédo 0.4-0.6	Albédo 0.7-0.9
Surfaces	Asphalte noir Béton sombre Pelouse Ardoise	Béton clair Cuivre oxydé Brique rouge Pierre	Pierre calcaire Marbre blanc Peinture blanche

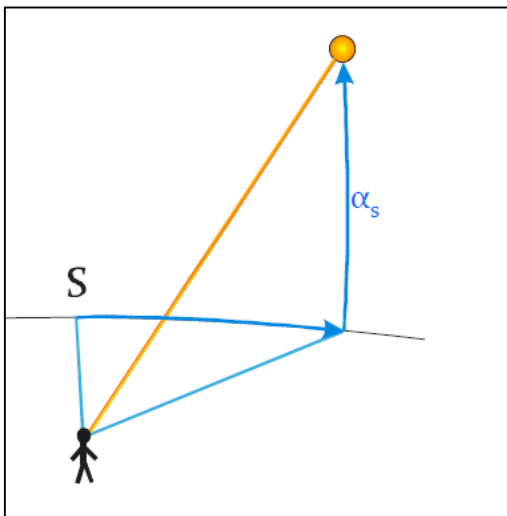
Annexe 6: Paramètres astronomiques :



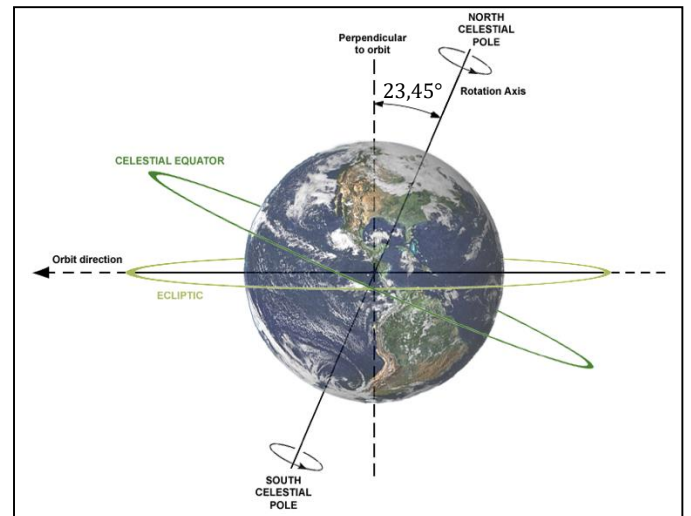
L'angle horaire ω



La déclinaison solaire δ



La hauteur solaire α_s



Obliquité terrestre