

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique



Département : Génie Mécanique

Laboratoire : Dynamique des Moteurs et Vibro-acoustiques - UMBB

Thèse de doctorat

En Génie Mécanique

Etude et analyse du comportement mécanique des structures hybrides en matériaux complexes.

Présentée par : Lallia KOBZILI

Sous la direction de M. Salah AGUIB

Professeur

Et M. Noureddine CHIKH

MC-A

Présenté(e) et soutenue publiquement le (19/10/2023)

Composition du Jury :

Président	Mr. Said RECHAK,	Professeur	ENP-Alger
Rapporteur/ Promoteur	Mr. Salah AGUIB,	Professeur	UMBB
Co-Promoteur	Mr. Noureddine CHIKH	MC-A	UBBA
Examineur	Mr. Abdelkader NOUR,	Professeur	UMBB
Examineur	Mr. Moussa HADDAD,	Professeur	EMP-Alger
Examineur	Mr. Rachid TIBERKAK,	Professeur	USDB
Invité	Mr. Krimo AZOUAOUI,	Professeur	USTHB

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique



Département : Génie Mécanique

Laboratoire : Dynamique des Moteurs et Vibro-acoustiques - UMBB

Thèse de doctorat

En Génie Mécanique

Etude et analyse du comportement mécanique des structures hybrides en matériaux complexes.

Présentée par : Lallia KOBZILI

Sous la direction de M. Salah AGUIB

Professeur

Et M. Noureddine CHIKH

MC-A

Présenté(e) et soutenue publiquement le (19/10/2023)

Composition du Jury :

Président	Mr. Said RECHAK,	Professeur	ENP-Alger
Rapporteur/ Promoteur	Mr. Salah AGUIB,	Professeur	UMBB
Co-Promoteur	Mr. Noureddine CHIKH	MC-A	UBBA
Examineur	Mr. Abdelkader NOUR,	Professeur	UMBB
Examineur	Mr. Moussa HADDAD,	Professeur	EMP-Alger
Examineur	Mr. Rachid TIBERKAK,	Professeur	USDB
Invité	Mr. Krimo AZOUAOUI,	Professeur	USTHB

ملخص

تقدم هذه الدراسة السلوك الثابت والاهتزازي لصفحة شطيرة هجينة ذات لب مرن مغناطيسي. من أجل تحسين السلوك الساكن والاهتزازي للصفحة، يتم توجيه pseudo-fibers التي تتكون من تأثير المجال المغناطيسي على المطاط المشحون بالجسيمات المغناطيسية الحديدية عند 45 درجة فيما يتعلق باتجاه المجال المغناطيسي عند 0 درجة. يتم اتباع طريقة ريتز لحل المشكلة الفيزيائية. من أجل التحقق من النتائج التي تم الحصول عليها من خلال نهج ريتز ومقارنتها، تم إجراء تحليل باستخدام طريقة FEM. تتم مناقشة تأثير المجال المغناطيسي على السلوك الثابت والاهتزازي لصفحة الساندويتش الهجينة off-axis. يتم تحديد الخاصية الريولوجية لمادة MRE عند 0 درجة و 45 درجة بشكل تجريبي، ويتم استغلالها في النهجين العدديين. تتم مقارنة النتائج التي تم الحصول عليها من خلال الطريقتين. يمكن لهذه الهياكل off-axis متباينة الخواص MRE أن تفتح فرصاً جديدة في مختلف مجالات الملاحة الجوية والفضاء والهندسة الميكانيكية والهندسة المدنية.

الكلمات المفتاحية: لوحة مركبة هجينة، طريقة ريتز، FEM، سلوك ثابت واهتزازي، مواد معقدة.

Abstract

This study presents the static and vibratory behavior of a hybrid sandwich plate with a magnetorheological elastomer core. In order to improve the static and vibrational behavior of the plate, the pseudo-fibers formed by the effect of the magnetic field on the elastomer charged by the ferromagnetic particles are oriented at 45° with respect to the direction of the magnetic field at 0°. Ritz's approach is taken to solve the physical problem. In order to verify and compare the results obtained by the Ritz approach, an analysis using the finite element method was carried out. The effect of the magnetic field on the static and dynamic behavior of the off-axis anisotropic hybrid sandwich plate is discussed. The rheological property of the MRE material at 0° and at 45° are determined experimentally, and are exploited in the two numerical approaches. The results obtained by the two methods are compared. These off-axis anisotropic MRE structures could open up new opportunities in various fields of aeronautics, aerospace, mechanical engineering and civil engineering.

Keywords: Hybrid composite plate, Ritz approach, FEM, Static and vibratory behavior, Complex materials.

Résumé

Cette étude présente le comportement statique et vibratoire d'une plaque sandwich hybride avec un noyau en élastomère magnétorhéologique. Afin d'améliorer le comportement statique et vibratoire de la plaque, les pseudo fibres formées par l'effet du champ magnétique sur l'élastomère chargé par les particules ferromagnétiques sont orientées à 45° par rapport à la direction du champ magnétique à 0°. L'approche de Ritz est adoptée pour résoudre le problème physique. Afin de vérifier et de comparer les résultats obtenus par l'approche Ritz, une analyse utilisant la méthode des éléments finis a été effectuée. L'effet du champ magnétique sur le comportement statique et vibratoire de la plaque sandwich hybride anisotrope hors axe sont discutés. La propriété rhéologique du matériau MRE à 0° et à 45° est déterminée expérimentalement et est exploitée dans les deux approches numériques. Les résultats obtenus par les deux méthodes sont comparés. Ces structures de RAM anisotropes hors axe pourraient ouvrir de nouvelles perspectives dans divers domaines de l'aéronautique, de l'aérospatiale, du génie mécanique et du génie civil.

Mots clés : Plaque composite hybride, Approche de Ritz, FEM, Comportement statique et vibratoire, Matériaux complexes

Remerciement

Ce travail n'aurait pas abouti sans la bénédiction du Bon Dieu, Qui nous a donné le courage et la volonté pour réaliser ce travail et qui a entendu nos prières.

Je tiens tout d'abord à exprimer mes sincères remerciements à mon directeur de thèse, M. Salah AGUIB, Professeurs à l'Université M'hamed Bougera Boumerdes (UMBB) et mon co-directeur, M. Nouredinne CHIKH, Maître de conférence A à l'Université de BBA pour m'avoir soutenu et pour la confiance qu'ils m'ont accordée, leurs disponibilités et leurs conseils avisés, leurs remarques pertinentes qui m'ont guidée tout au long de cette recherche.

Je remercie vivement M. le Professeur Saïd RECHAK, Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger qui m'a fait un grand honneur de présider le jury.

J'adresse également mes sincères remerciements aux membres de jury associés, les Professeurs : Abdelkader NOUR de l'Université de M'hamed Bougara Boumerdes (UMBB), Moussa HADDAD de l'Ecole Militaire Polytechnique d'alger (EMP), Rachid TIBERKAK de l'université de Saad Dahleb Blida et Krimo AZOUAOUI de l'Université de Houari Boumediene Bab Ezzouar (USTHB), pour avoir accepté d'examiner mes travaux de thèse.

Mes chaleureux remerciements vont à toute ma famille pour son soutien moral, à tous mes amis.

Je voudrais remercier toute l'équipe pédagogique de l'Ecole Nationale Polytechnique (ENP) et de l'Université de Boumerdes (UMBB), aussi toute l'équipe de laboratoire de Dynamique des Moteurs et Vibro-acoustiques (LDMV).

Enfin, Je tiens à remercier toute personne ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail de thèse.

Table des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

Nomenclature

Introduction générale.....	14
Chapitre 1 : Etude bibliographique.....	17
1.1. Introduction	17
1.2. Les matériaux composites	17
1.2.1. Définition	17
1.2.2. Constituants d'un matériau composite.....	17
1.2.3. Classification des matériaux composites	18
1.2.3.1. Classification selon l'architecture	18
1.2.3.2. Classification selon le type de la matrice	20
1.2.3.3. Classification selon le type du renfort	22
1.3. Rhéologie et viscoélasticité.....	24
1.3.1. Viscoélasticité	24
1.3.2. Rhéologie	24
1.3.3. Modèles rhéologiques	24
1.3.3.1. Modèle de Maxwell.....	25
1.3.3.2. Modèle de Kelvin-Voigt.....	26
1.3.3.3. Modèle de Zener.....	26
1.4. Les élastomères et les élastomères chargés.....	28
1.4.1. Généralités sur les élastomères	28
1.4.2. Charges	30
1.4.3. Mise en œuvre des élastomères chargés	31
1.4.4. Comportement mécanique des élastomères chargés.....	32
1.5. Les matériaux intelligents	34
1.5.1. Les matériaux magnétorhéologiques	34
1.5.1.1. Les élastomères magnétorhéologiques (MRE).....	36
1.5.1.2. Elaboration de l'élastomère magnétorhéologique	40
1.6. Conclusion.....	42

Chapitre 2 : Elaboration et caractérisation du MRE	44
2.1. Introduction	44
2.2. Formulation mathématique	44
2.3. Elaboration et caractérisation de l'élastomère.....	45
2.3.1. Elaboration de l'élastomère magnétorhéologique.....	46
2.3.1.1. Elaboration du MRE isotrope	46
2.3.1.2. Elaboration du MRE anisotrope	47
2.3.2. Elaboration des plaques sandwiches	54
2.3.2.1. Mise en œuvre de la plaque sandwich	54
2.4. Conclusion.....	55
Chapitre 3 : Comportement statique et vibratoire des structures sandwiches en MRE. 57	57
3.1. Introduction	57
3.2. Modélisation géométrique.....	57
3.3. Modélisation mathématique	59
3.3.1. Champs des déplacements	59
3.3.2. Champs des déformations	60
3.3.3. Champs des contraintes.....	60
3.3.4. Formulation énergétique	62
3.3.4.1. Energie de déformation	62
3.3.4.2. Energie cinétique	62
3.4. Modélisation par la méthode de Ritz.....	63
3.4.1. Approche vibratoire	64
3.4.2. Approche statique	67
3.5. Résultats et discussions	68
3.5.1. Analyse vibratoire	68
3.5.1.1. Analyse par l'approche de Ritz	69
3.5.1.2. Analyse par la méthode des éléments finis.....	71
3.5.1.3. Comparaison des résultats	72
3.5.2. Analyse statique	74
3.5.2.1. Analyse par la méthode de Ritz.....	75
3.5.2.2. Analyse par la méthode des éléments finis et validation.....	78
3.6. Conclusion.....	84

Chapitre 4 : Etude de la stabilité des structures sandwiches en MRE.....	85
4.1. Introduction	85
4.2. Modélisation géométrique.....	85
4.3. Modélisation mathématique	87
4.3.1. Déplacements, contraintes et déformations	87
4.3.2. Solution du problème d'instabilité par la méthode de Ritz.....	89
4.3.2.1. Formulation énergétique.....	89
4.4. Résultats et discussions	94
4.4.1. Par la méthode de Ritz	94
4.4.2. Par la méthode des éléments finis.....	99
4.4.3. Comparaison des résultats.....	103
4.5. Conclusion.....	108
Conclusion générale	110
Bibliographie.....	112

Liste des tableaux

Tableau 1. 1: Quelques caractéristiques des différents matériaux magnétorhéologiques. [5].	35
Tableau 2. 1: Ingrédients MRE en masse chargés à 30% de particules ferromagnétiques.	46
Tableau 2. 2: Résultats expérimentaux pour $B=0T$ (MRE Isotrope).	47
Tableau 2. 3: Résultats expérimentaux pour $B=0.2T$ (MRE anisotrope).	47
Tableau 2. 4: Résultats expérimentaux pour $B=0.4T$ (MRE anisotrope).	48
Tableau 2. 5: Résultats expérimentaux pour $B=0.6T$ (MRE anisotrope).	49
Tableau 3. 1: Propriétés mécaniques de la plaque.	69
Tableau 3. 2: Fréquences naturelles en Hertz des cinq premiers modes de vibration – Méthode de Ritz ($\beta=45^\circ$).	69
Tableau 3. 3: Comparaison des fréquences naturelles obtenues par les deux méthodes (FEM-Ritz).	72
Tableau 3. 4: Comparaison des valeurs du déplacement obtenues par les deux méthodes (FEM-Ritz).	80
Tableau 3. 5: Comparaison des valeurs de contrainte normale obtenues par les deux méthodes (FEM-Ritz).	82
Tableau 3. 6: Comparaison des valeurs de contrainte de cisaillement obtenues par les deux méthodes (FEM-Ritz).	84
Tableau 4. 1: Propriétés mécaniques et géométriques du cœur MRE.	94
Tableau 4. 2: Propriétés mécaniques et caractéristiques géométriques de l'acier (E36 - S355).	94
Tableau 4. 3: Déformation par flambement constatée par les deux méthodes Ritz et FEM.	105
Tableau 4. 4: Charge maximale de flambement constatée par les deux méthodes Ritz et FEM.	108

Liste des figures

Figure 1. 1: Un matériau composite [3]	18
Figure 1. 2: Des structures monocouches.....	18
Figure 1. 3: Composition d'un stratifié [60°, 90°, 45°,0°] s. [4].....	19
Figure 1. 4: Structure sandwich. [7]	19
Figure 1. 5: Différents types des noyaux d'une structure sandwich [3].	20
Figure 1. 6: Organigramme résumant les différents types de matrice. [7].....	21
Figure 1. 7: Organigramme résumant les différents types de renfort. [7].....	23
Figure 1. 8: Modèles rhéologiques usuels. (a) Modèle de Maxwell, (b) Modèle de Kelvin-Voigt et (c) Modèle de Zener [5].....	25
Figure 1. 9: Fluage et relaxation pour les trois modèles, (a) Fluage, (b) Relaxation.	27
Figure 1. 10: Modèle rhéologique de Maxwell généralisé [5].	28
Figure 1. 11: Vulcanisation au soufre: réseau tridimensionnel des chaînes dans l'élastomère. [12]	29
Figure 1. 12: (a) Monomère de base d'une chaîne macromoléculaire,(b) Principe de vulcanisation. [5].....	29
Figure 1. 13: L'influence de la densité de réticulation sur le comportement des élastomères. 30	
Figure 1. 14: Différentes échelles de taille des charges. [12]	31
Figure 1. 15: Caractère hyper élastique d'un élastomère en traction uni axiale. [14].....	33
Figure 1. 16: L'influence du taux de noir de carbone sur le comportement mécanique du caoutchouc naturel. [11].....	33
Figure 1. 17: Un matériau composite magnétorhéologique sans et avec un champ magnétique. [16]	35
Figure 1. 18: Structure en élastomère magnétorhéologique, (a) Sans champ magnétique, (b) Avec un champ magnétique. [33]	39
Figure 1. 19: Variation des propriétés rhéologiques en fonction de la déformation par cisaillement, a) module de stockage, b) module de perte. [33].....	40
Figure 1. 20: Section d'une structure en élastomère magnétorhéologique observée au microscope optique. [39].....	41
Figure 1. 21: Les étapes de l'élaboration du MRE.	42
Figure 2. 1: Schéma de l'élaboration de l'élastomère magnétorhéologique.....	46
Figure 2. 2: La variation du module élastique en fonction de la contrainte de cisaillement pour différentes intensités du champ magnétique et différents angles d'inclinaison.	51

Figure 2. 3: La variation du module visqueux en fonction de la contrainte de cisaillement pour différentes intensités du champ magnétique et différents angles d'inclinaison.	52
Figure 2. 4: La variation du facteur d'amortissement en fonction de la contrainte de cisaillement pour différentes intensités du champ magnétique et différents angles d'inclinaison.....	53
Figure 2. 5: Etapes d'élaboration de la plaque sandwich en élastomère.....	55
Figure 2. 6: Poutre obtenue soumise à un champ magnétique constant.....	55
Figure 2. 7: Plaque sandwich avec un noyau en élastomère magnétorhéologique.	55
Figure 3. 1: Modèle géométrique de la plaque sandwich hybride hors axe d'anisotropie.....	58
Figure 3. 2: Les procédures expérimentales d'élaboration des élastomères magnétorhéologiques hors axe d'anisotropie.	58
Figure 3. 3: Plaque sandwich en MRE non déformée et déformée dans les plans,.....	61
Figure 3. 4: Organigramme de calcul des fréquences naturelles.....	68
Figure 3. 5: Variation des fréquences naturelles en fonction des modes de vibration.	70
Figure 3. 6: Les deux premiers modes de vibration de la plaque hybride en MRE encastrée sur les quatre bords.....	70
Figure 3. 7: Modèle géométrique de la plaque réalisée par Abaqus.	71
Figure 3. 8: Modèle EF 3D utilisé avec un élément à 8 nœuds (C3D8R).....	71
Figure 3. 9 : Variation des fréquences naturelles en fonction des modes de vibration sous différentes intensités du champ magnétique obtenus par les deux méthodes FEM-Ritz.	73
Figure 3. 10: Les deux premiers modes de vibration obtenus par les deux méthodes	73
Figure 3. 11: Organigramme de calcul des déplacements.....	74
Figure 3. 12: Déplacement statique en fonction de différentes intensités du champ magnétique.	76
Figure 3. 13: Mode de déformation statique en fonction de différentes intensités du champ magnétique.	76
Figure 3. 14: Variation des contraintes normales en fonction des déplacements sous différentes intensités du champ magnétique.	77
Figure 3. 15: Variation des contraintes de cisaillement en fonction de l'épaisseur sous différentes intensités du champ magnétique.	78
Figure 3. 16: Variation des déplacements en fonction de la longueur sous différentes intensités du champ magnétique obtenus par les deux méthodes FEM-Ritz.	78
Figure 3. 17: Les modes de déformation statique obtenus par FEM sous Abaqus.	79
Figure 3. 18: Variation des contraintes normales en fonction des déplacements sous différentes intensités du champ magnétique obtenues par les deux méthodes FEM-Ritz.	81

Figure 3. 19: Les contraintes normales calculées par FEM sous Abaqus.	81
Figure 3. 20: Variation des contraintes de cisaillement en fonction de l'épaisseur sous différentes intensités du champ magnétique obtenues par les deux méthodes FEM-Ritz.	81
Figure 3. 21: Contraintes de cisaillement calculées par FEM sous Abaqus.	83
Figure 4. 1 : Modélisation géométrique de la plaque sandwich proposée.....	85
Figure 4. 2 : Les procédures expérimentales d'élaboration des élastomères magnétorhéologiques hors axe d'anisotropie.	86
Figure 4. 3 : Plaque sandwich en MRE non déformée et déformée dans les plans.....	88
Figure 4. 4 : Organigramme de calcul des déplacements.....	93
Figure 4. 5 : Variation de la flèche de flambement en fonction de l'orientation des pseudo-fibres formées par les particules de fer sous différentes intensités de champ magnétique,	95
Figure 4. 6 : Variation de la flèche de flambement en fonction des différentes intensités de champ magnétique et de l'angle d'orientation des pseudo-fibres formées par les particules de fer, a) $\beta=0^\circ$, b) $\beta=15^\circ$, b) $\beta=30^\circ$, c) 45°	96
Figure 4. 7 : Influence du champ magnétique et de l'angle d'inclinaison sur la déformation verticale en fonction de la force de flambement exercée par la tôle.	98
Figure 4. 8 : Angle d'orientation des particules de fer en fonction de la charge de flambement maximale.	99
Figure 4. 9 : Géométrie, conditions aux limites, chargement et maillage de la plaque.	100
Figure 4. 10 : Convergence et choix de la taille de l'élément maillé de la plaque.....	101
Figure 4. 11 : Variation de la flèche de flambement en fonction des différentes intensités de champ magnétique et des différents angles d'orientation des pseudo-fibres formées par les particules de fer, a) $\beta=0^\circ$, b) $\beta=15^\circ$, c) $\beta=30^\circ$, d) $\beta=45^\circ$	103
Figure 4. 12 : Déformation par flambement en fonction des différentes intensités de champ magnétique et des angles d'orientation des pseudo-fibres formés par les particules de fer...	104
Figure 4. 13 : Déformation par flambement en fonction des différentes intensités de champ magnétique et de l'angle d'orientation des pseudo-fibres formées par les particules de fer..	106
Figure 4. 14 : Courbes de déformation verticale de la charge de flambage en fonction des différentes intensités de champ magnétique et des angles d'orientation des pseudo-fibres formées par les particules de fer.....	107
Figure 4. 15 : Courbes de charge de flambement maximales en fonction des angles d'orientation des pseudo-fibres formées par les particules de fer.....	108

Nomenclature

x, y, z	Cordonnées cartésiennes.
$w(x, y)$	Déplacement en flexion.
$u(x, y), v(x, y)$	Déplacement suivant x et y respectivement.
θ_x, θ_y	Angle de rotation suivant x et y respectivement.
σ_{ij}	Contraintes normales et de cisaillements.
ϵ_{ij}	Déformations linéaire et angulaires.
$\dot{\epsilon}_{ij}$	Vitesses de déformations.
k	Rigidité du ressort
γ^v	Déformation en cisaillement d'amortissement.
γ^e	Déformation en cisaillement du ressort.
τ^v	Contrainte de cisaillement d'amortissement.
τ^e	Contrainte de cisaillement du ressort.
G_M	Module de cisaillement de Maxwell.
G_K	Module de cisaillement de Kelvin-Voigt.
$q(x, y)$	Effort de cisaillement.
$N(x, y)$	Efforts normaux et tranchants suivant les axes x et y.
$M(x, y)$	Moments de flexion et de torsion.
D	Rigidité en flexion.
∇	Opérateur de dérivation.
t	Temps.
$U_i (i = 1,2,3)$	Energie de déformation.
$T_i (i = 1,2,3)$	Energie cinétique.
$\varphi_i(M)$	Fonction de base de Ritz.
a_i	Cordonnées généralisés.
F	Force globale appliquée sur la plaque.
Ω	Pulsation réduite de vibration.
ω	Pulsation de vibration.
γ_s^d	Composante dispersive correspondant aux interactions entre la matrice et la charge.

γ_s^{sp}	Composante spécifique ou polaire dont dépendent souvent les interactions charge-charge.
t_r	Temps de relaxation.
E	Module de Young.
G	Module de cisaillement.
$E_i (i = 1,3)$	Module de Young des peaux.
η	Facteur de perte.
G^*	Module de cisaillement complexe de l'élastomère.
E^*	Module complexe de Young.
G'	Module élastique de l'élastomère.
G''	Module visqueux de l'élastomère.
G_c	Module de cisaillement de l'élastomère.
K^*	Rigidité complexe de l'élastomère.
K'	Partie réelle de rigidité de l'élastomère.
K''	Partie imaginaire de rigidité de l'élastomère.
K_c	Module de rigidité complexe de l'élastomère.
B	Intensité du champ magnétique.
a	Longueur de la plaque.
b	Largeur de la plaque.
h	Épaisseur de la plaque.
$h_i (i = 1,3)$	Épaisseur de deux peaux.
I	Moment quadratique.
$\sigma^i (i = 1,3)$	Contrainte normale dans les peaux.
τ_{xz}^2	Contrainte de cisaillement en élastomère portée par l'axe x.
τ_{yz}^2	Contrainte de cisaillement en élastomère portée par l'axe y.
N	Effort de cisaillement.
ν	Coefficient de Poisson.
$\rho_i (i = 1, 2, 3)$	Densité massique.
W	Travail des forces appliquées.
δ	Opérateur variationnel.
t_1, t_2	Variation du temps.
$D = EI$	Rigidité en flexion des peaux.
μ_0	Perméabilité du vide.

μ_r	Perméabilité relative.
H	Champ magnétique.
A_{mn}	Coefficients.
$X_m(x), Y_n(y)$	Fonctions d'approximation.

Introduction générale

Mise en contexte

Le développement des technologies modernes exige l'utilisation de matériaux présentant des propriétés mécaniques élevées (résistance, rigidité, légèreté...) et au moindre coût. Le couplage mécanique de plusieurs matériaux permet en effet d'obtenir des propriétés qui seraient autrement inaccessibles, et qui répondent aux exigences précédentes, c'est le cas des matériaux composites.

De façon générale, les matériaux actifs convertissent une énergie électrique, thermique ou magnétique en énergie mécanique et vice versa. Ils sont conçus pour être sensibles, adaptatifs et évolutifs. Aujourd'hui, il est possible d'aller plus loin avec les matériaux dits intelligents. Ils sont capables de modifier spontanément leurs propriétés physiques, par exemple la forme, la connectivité et la viscoélasticité, en réponse à des excitations naturelles ou provoquées venant de l'extérieur ou de l'intérieur du matériau - variations de température, contraintes mécaniques, champs électriques ou magnétiques. Ce matériau va donc adapter sa réponse, signaler une modification apparue dans l'environnement et dans certains cas, provoquer une action de correction.

Les matériaux pour lesquels les propriétés rhéologiques peuvent être contrôlées par l'application d'un champ magnétique sont appelés matériaux magnétorhéologiques (MR). Les élastomères magnétorhéologiques (MRE, Magneto-Rheological Elastomers) sont des matériaux composites composés d'une matrice viscoélastique et de particules magnétiques. Dans les dernières années, ces matériaux font l'objet de plusieurs travaux de recherches. Usuellement, des élastomères souples en silicone ou polyuréthane sont utilisés pour servir de matrice polymère ; elles sont remplies avec une quantité significative de particules magnétiques, souvent 30% du volume [1]. Les particules à l'intérieur de la matrice peuvent être distribuées de façon homogène ou alignée. Pour réduire la quantité de particules magnétiques, un procédé de vulcanisation contraint par un champ magnétique a été utilisé. Afin d'augmenter leur efficacité, des champs magnétiques sont appliqués au polymère lors de la réticulation de sorte que les particules forment des pseudo-fibres, qui sont fixées dans la matrice après durcissement. Les MREs faits de matrices souples de silicone ou de polyuréthane montrent une réponse aux champs magnétiques significative mais leurs faibles propriétés mécaniques les empêchent d'être utilisés en ingénierie [2].

L'histoire des MRE remonte aux années 1940, lorsque les chercheurs ont commencé à étudier les matériaux magnétiques. Cependant, leur première utilisation remonte aux années 1960, lorsque les scientifiques ont commencé à les utiliser dans les freins pour voitures. Les premiers travaux sur les MRE ont vu le jour dans les années 1980. En raison de leurs caractéristiques uniques, les MRE ont attiré de plus en plus d'attention et ont récemment obtenu de vastes perspectives d'application. Par exemple, selon la littérature, l'intérêt récent pour l'application du MRE dans divers domaines est l'industrie automobile, la protection contre les séismes et le contrôle des vibrations.

Les structures sandwiches avec un noyau en élastomère magnétorhéologique ont récemment reçu l'attention, pour leur potentiel dans les applications d'amortissement, des vibrations. Les propriétés magnétorhéologiques des MRE permettent de contrôler la réponse vibratoire de la structure en modifiant le champ magnétique appliqué.

Suite à la recherche bibliographique effectuée, on a constaté que les structures hybrides (poutres, plaques et coques) en élastomère magnétorhéologique anisotrope hors axe ne sont pas étudiées à l'heure actuelle. Cependant, le but de ce travail consiste à déterminer le comportement statique et vibratoire des plaques sandwiches avec un cœur en élastomère magnétorhéologique anisotrope hors axe sous différentes intensités du champ magnétique. Une approche mathématique vérifiant les conditions aux limites est développée par la méthode de Ritz. Les résultats obtenus par cette approche mathématique sont comparés avec ceux de la méthode des éléments finis obtenus par une modélisation à l'aide du code de calcul Abaqus.

Plan de la thèse

Cette thèse s'articule autour de quatre chapitres, le premier chapitre rassemble les principaux éléments de la bibliographie nécessaire à l'étude. Une présentation générale des matériaux composites, leurs composants élémentaires et les structures sandwiches. Puis, quelques notions sur la rhéologie et les modèles rhéologiques sont exposés. Ensuite, une présentation des propriétés des élastomères et des élastomères chargés est faite. A la fin de ce chapitre, une définition des matériaux dits intelligents et une synthèse des travaux réalisés antérieurement sur les élastomères magnétorhéologiques sont données.

Le second chapitre est consacré à la présentation et à la caractérisation du composite magnétorhéologique. Ce chapitre présente tout d'abord les étapes d'élaboration des

élastomères magnétorhéologiques isotropes et anisotropes. Ensuite, l'influence de l'intensité du champ magnétique et l'angle d'orientation des pseudo-fibres de fer sur le comportement de l'élastomère magnétorhéologique est présentée. Enfin, l'élaboration des structures sandwichs avec un noyau en élastomère magnétorhéologique est montrée.

Afin de déterminer les propriétés statiques et vibratoires des structures sandwichs avec un noyau en élastomère magnétorhéologique ainsi que l'influence de l'intensité du champ magnétique sur ces structures, une approche numérique a été développée par la méthode de Ritz dans le troisième chapitre. Les résultats obtenus par cette approche mathématique sont comparés avec ceux de la méthode des éléments finis calculés par le code du calcul Abaqus.

Dans le quatrième chapitre, le phénomène d'instabilité au flambage de la poutre sandwich composée de deux peaux en acier (E36-S355), et un noyau en élastomère magnétorhéologique soumise à une sollicitation de compression est étudié. L'étude de l'influence de l'intensité du champ magnétique sur l'instabilité de flambement des plaques hybrides comprimées est effectuée par une approche mathématique en utilisant la méthode de Ritz et validée par une simulation numérique sous le logiciel Abaqus.

1.1. Introduction

Afin d'assurer un bon fonctionnement d'un mécanisme, les structures en matériaux composites doivent être fiables. Aujourd'hui, il est possible d'aller plus loin avec les matériaux dits : intelligents. Ils peuvent changer continûment, rapidement et réversiblement certaines de leurs caractéristiques et s'adapter à un nouvel environnement en réponse à un stimulus externe. C'est exactement ce que font les élastomères magnétorhéologiques (MRE).

Dans ce chapitre, une revue bibliographique sur ces matériaux sera développée. Cette bibliographie met en avant une recherche généralisée sur les matériaux composites, les structures sandwichs et quelques notions sur la rhéologie. Des recherches sur les matériaux intelligents et les propriétés des structures en élastomère magnétorhéologique font l'objet de la deuxième partie de ce chapitre.

1.2. Les matériaux composites

1.2.1. Définition

Un matériau composite est un assemblage de deux ou plusieurs matériaux non miscibles, cet assemblage conduit à un matériau dont les performances sont supérieures à celles de chacun des matériaux. Les matériaux composites peuvent être classés selon différents caractères. Si on les classe selon le renforcement des matrices, on distingue deux catégories : les composites à particules et ceux renforcés par des fibres.

1.2.2. Constituants d'un matériau composite

Un matériau composite est constitué d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue. La phase discontinue est dite : renfort. Ce dernier porte au matériau composite ses performances mécaniques élevées, il se trouve sous forme de fibres ou de particules. La phase continue est la matrice. Elle sert à transmettre et transférer les sollicitations mécaniques aux renforts et aussi de les protéger de l'environnement extérieur. Le type d'association matrice-renfort dépend des contraintes imposées au concepteur : caractéristiques mécaniques élevées, tenue en température, coût, résistance à la corrosion, etc.

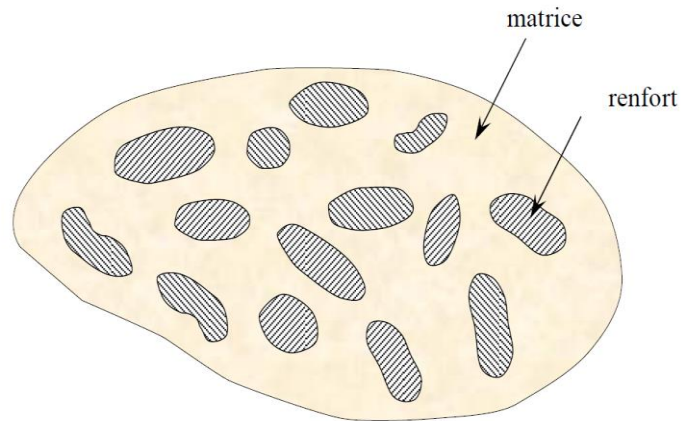


Figure 1. 1: Un matériau composite [3]

1.2.3. Classification des matériaux composites

Les matériaux composites peuvent être classés selon plusieurs critères :

1.2.3.1. Classification selon l'architecture

Les matériaux composites se trouvent sous trois formes : des monocouches, des stratifiés et des sandwichs.

○ Les monocouches

Les structures composites monocouches représentent l'élément de base d'une structure stratifiée composite. Elles se caractérisent par le type du renfort : des fibres longues, des fibres courtes ou des fibres tissées.

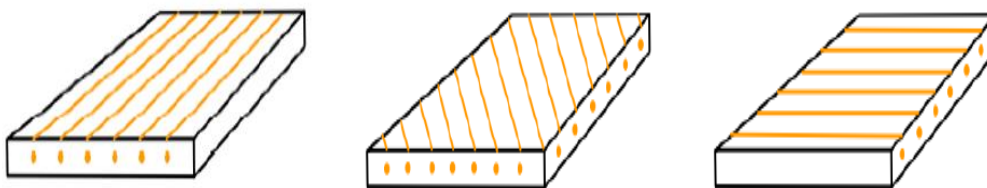


Figure 1. 2: Des structures monocouches.

○ Les stratifiés

Les structures stratifiées composites sont constituées de plusieurs couches de renforts imprégnés de résine. Ces couches sont nommées des plis ou des monocouches. Ils sont formés d'un renfort en fibres longues ou courtes liées par de la résine. Ces structures sont réalisées par l'assemblage des plis unidirectionnels ou bidirectionnels. Afin d'obtenir les propriétés mécaniques souhaitées, les stratifiés sont constitués de couches unidirectionnelles avec des fibres orientées de façon différente d'un pli à un autre.

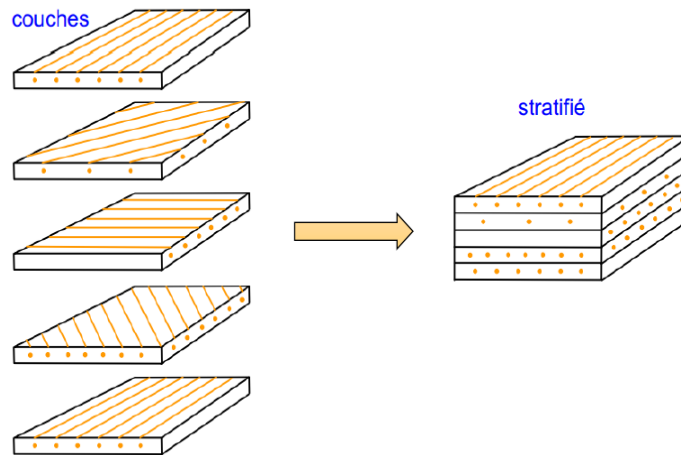


Figure 1. 3: Composition d'un stratifié [60°, 90°, 45°,0°] s. [4]

○ **Les sandwichs**

▪ **Définition**

Les structures composites sandwichs sont constituées de trois éléments possédant des propriétés différentes : deux peaux de faibles épaisseurs et une haute résistance, d'un cœur beaucoup plus épais et de faible masse volumique, et d'un film adhésif liant les peaux et l'âme (Voir Figure 1.4). Cette configuration donne au matériau sandwich une résistance et une rigidité spécifique pour une faible densité.

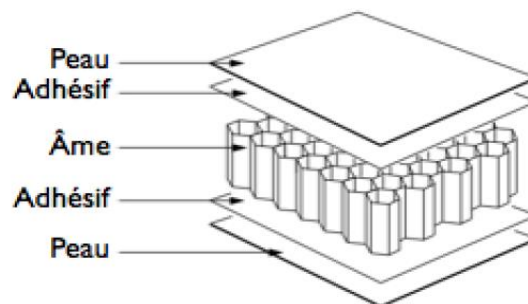


Figure 1. 4: Structure sandwich. [7]

La Figure 1.4 représente une structure sandwich typique. Elle se compose de trois éléments essentiels :

- Deux peaux ou semelles : Elles sont caractérisées par leurs faibles épaisseurs, une grande résistance à la traction (ou à la compression) et aux moments de flexion. Elles peuvent être de différents matériaux, soit des matériaux traditionnels tels qu'alliage léger ou acier, soit des matériaux composites à base de fibres.
- Une âme ou cœur : Elle est la couche centrale de la structure. Elle se caractérise par une épaisseur plus élevée, une faible densité (masse volumique), de faibles caractéristiques

mécaniques en flexion et une grande résistance au cisaillement. Cette couche peut être réalisée avec les matériaux suivants : les cœurs pleins peuvent être en balsa ou bois cellulaires, en mousses cellulaires ou en résines chargées et les cœurs creux (les cœurs nid d'abeilles, les cœurs ondulés et les cœurs gaufrés) peuvent être en alliages métalliques légers, en papiers Kraft... [3]. La Figure 1.5 représente les différents cas des âmes nommées précédemment.

- Un film adhésif : Cet élément joue un rôle très important. Ce film permet un bon assemblage de la structure. Il doit être continu, d'épaisseur constante, sans porosité et compatible avec les matériaux en présence [5]. Sa principale caractéristique mécanique est la résistance au cisaillement.

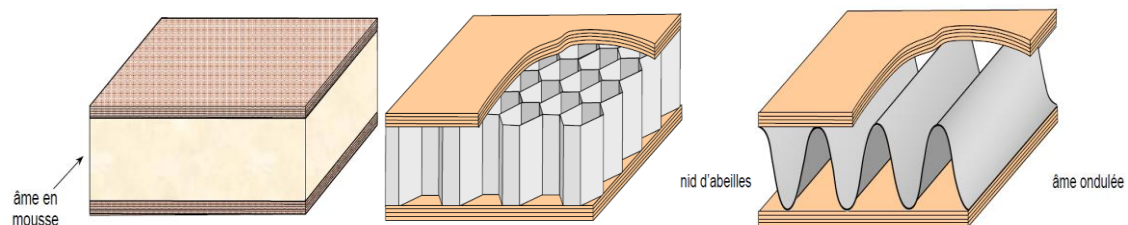


Figure 1. 5: Différents types des noyaux d'une structure sandwich [3].

▪ Domaines d'application des structures sandwiches

Grâce à leurs propriétés particulières (légèreté, rigidité, résistance à la compression et au cisaillement, isolation thermique et acoustique...), l'utilisation des structures sandwiches touche divers domaines, tels que l'aérospatial, l'aéronautique, le génie civil, la construction mécanique et bien d'autres.

1.2.3.2. Classification selon le type de la matrice

Les matériaux composites peuvent être classés selon la nature de la matrice. On peut trouver la matrice sous deux grandes familles : organique ou minérale. L'organigramme dans la figure 1.6 résume les différents types de matrice.

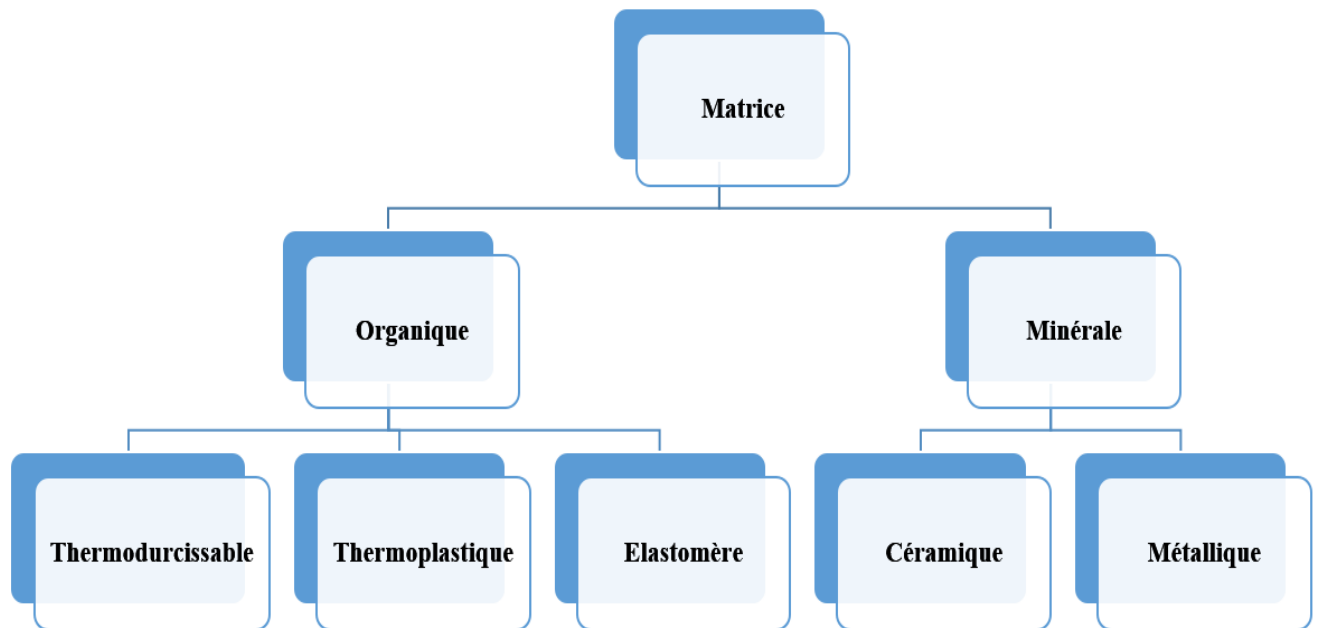


Figure 1. 6: Organigramme résumant les différents types de matrice. [7]

○ **Matrice organique**

Les matériaux composites les plus répandus actuellement sont les matériaux composites à matrice organique. Ce type de matrices est obtenu à partir de polymères : thermodurcissables, thermoplastiques ou élastomères.

Les résines thermodurcissables sont des matériaux polymères qui subissent des modifications chimiques irréversibles lors du durcissement thermique. Une fois qu'elle devient solide, la structure ne peut plus être modifiée. Les résines thermodurcissables ont des propriétés mécaniques élevées. Ces résines ne peuvent être mises en forme qu'une seule fois. Elles sont en solution sous forme de polymère non réticulé en suspension dans des solvants. Les résines polyesters insaturées, les résines de condensation et les résines époxy sont des résines thermodurcissables. [7]

Les résines thermoplastiques sont des matériaux polymères ou plastiques qui deviennent mous et peuvent être formés lorsqu'ils sont chauffés et rigides une fois refroidis. Elles ont des propriétés mécaniques faibles. Ce processus peut être répété plusieurs fois sans altération chimique du matériau [7].

La troisième catégorie est les élastomères. Les élastomères sont caractérisés par une forte élasticité avec un module d'Young très faible.

- **Matrice minérale**

Dans les applications où une tenue de la structure aux très hautes températures est requise, des matériaux composites à matrice minérale sont utilisés. Les matrices minérales peuvent être des matrices métalliques ou des matrices céramiques.

Les composites à matrices métalliques ont été développés pour améliorer certaines caractéristiques des métaux ainsi que pour pallier certains inconvénients des composites à matrice organique (température d'utilisation limitée, vieillissement). Le renforcement des métaux et de leurs alliages par des fibres permet une amélioration de la rigidité, de la résistance mécanique et de la tenue à la fatigue à température ambiante. [8]

Les matériaux céramiques sont des matériaux durs mais fragiles. De très nombreux travaux ont été consacrés à l'amélioration de la ténacité des céramiques notamment en dispersant dans la céramique des particules ou des fibres afin de dévier les fissures ou de les fractionner. Le renfort engendré assure les propriétés mécaniques du matériau et la matrice céramique les protège de l'environnement. Ces composites, qui sont utilisés majoritairement dans des applications en conditions extrêmes, sont dits thermo-structuraux, c'est-à-dire qu'ils peuvent être utilisés à haute température comme matériau de structure et doivent donc conserver leurs propriétés mécaniques en conditions de fonctionnement. [9]

1.2.3.3. Classification selon le type du renfort

En fonction de la forme du renfort, les composites sont classés en deux grandes classes : les matériaux composites à fibres et les matériaux composites à particules. L'organigramme ci-dessous représente les différents types de renfort.

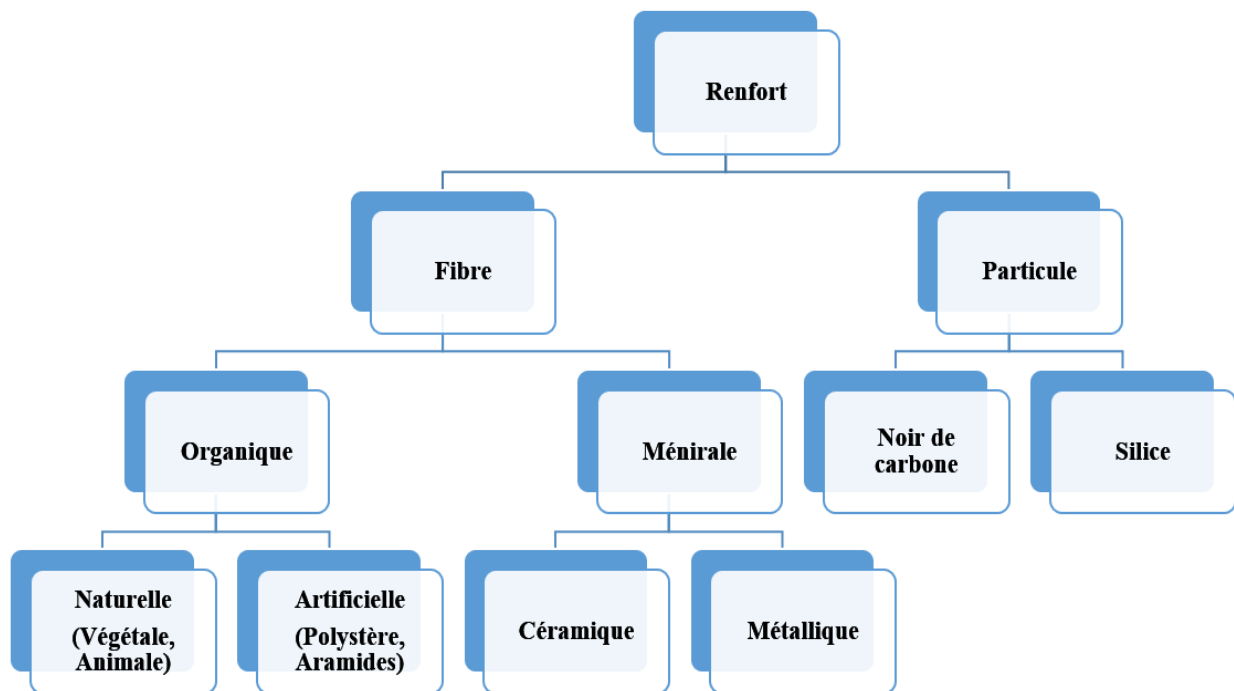


Figure 1. 7: Organigramme résumant les différents types de renfort. [7]

○ Composites à fibres

Un matériau composite est un composite à fibre si le renfort se trouve sous forme de fibre. Les fibres utilisées se présentent soit sous forme de fibres continues, soit sous forme de fibres discontinues : fibres coupées, fibres courtes, etc.

L'arrangement des fibres et leur orientation permettent de moduler à la carte les propriétés des matériaux composites pour obtenir des matériaux allant de matériaux fortement anisotropes à des matériaux isotropes dans un plan. [10]

Les fibres de renforcements des matériaux composites proviennent de deux origines :

- Fibres organiques : Naturelles (végétales ou animales), Artificielles (polyptères ou aramides) ;
- Fibres minérales : Céramiques (fibres de carbone, de verre), Métalliques.

○ Composites à particules

Un matériau composite est un composite à particules lorsque le renfort se trouve sous forme de particules. Contrairement aux fibres, les particules ne possèdent pas de dimensions privilégiées.

Les particules sont généralement utilisées pour améliorer certaines propriétés des matériaux ou des matrices, comme la rigidité, la tenue à la température, la résistance à l'abrasion, la diminution du retrait, etc.

Le choix de l'association matrice-particules dépend des propriétés souhaitées. Les cermets sont des exemples de composites métal-céramiques à particules, adaptés à des utilisations à températures élevées. [10]

Dans notre travail, on s'intéresse à étudier les matériaux composites à particules.

1.3. Rhéologie et viscoélasticité

1.3.1. Viscoélasticité

La viscoélasticité est un comportement non-Newtonien très important. Ce comportement est très fréquent dans les solutions polymères. La réponse des fluides viscoélastiques présente un comportement élastique instantané et un comportement solide au temps long. L'importance du caractère solide pour ces fluides dépend de la façon dont est appliquée la sollicitation τ . Si la contrainte est brutale, il se comporte comme un solide et si la contrainte est régulière comme un fluide.

1.3.2. Rhéologie

La rhéologie est la science qui étudie la déformation et l'écoulement de la matière, ainsi que la contrainte et la force qui doivent être appliquées pour les obtenir.

L'objectif principal de la rhéologie est d'étudier la réponse de chaque fluide aux sollicitations mécaniques auxquelles il est soumis. La rhéologie nous permet également de comprendre comment les fluides se comportent lorsqu'ils traversent la phase de mélange et passent du repos au mouvement.

1.3.3. Modèles rhéologiques

Pour présenter les effets viscoélastiques, on a souvent recours à des modèles analogiques du comportement. Il s'agit de disposer des éléments purement élastiques tels que les ressorts et purement visqueux tels que les amortisseurs en série et/ ou en parallèle pour obtenir une présentation du comportement dynamique. Selon la littérature, on distingue notamment les modèles rhéologiques de base et les modèles rhéologiques complexes ou généralisés. Les modèles rhéologiques les plus simples sont le Modèle de Maxwell, le modèle Kelvin-Voigt et le modèle de Zener (Voir Figure 1.8). Pour chaque modèle, la loi du comportement liant contrainte-déformation et module complexe sera définie.

L'utilisation du ressort représente l'élément élastique, il introduit une relation proportionnelle entre la sollicitation (déformation) et la réponse (contrainte) par sa raideur k :

$\sigma = k\varepsilon$. L'amortisseur représente, lui, un élément visqueux dissipatif dont la loi de comportement est : $\sigma = \eta\dot{\varepsilon}$ avec η la viscosité et $\dot{\varepsilon}$ est la vitesse de déformation uniaxiale.

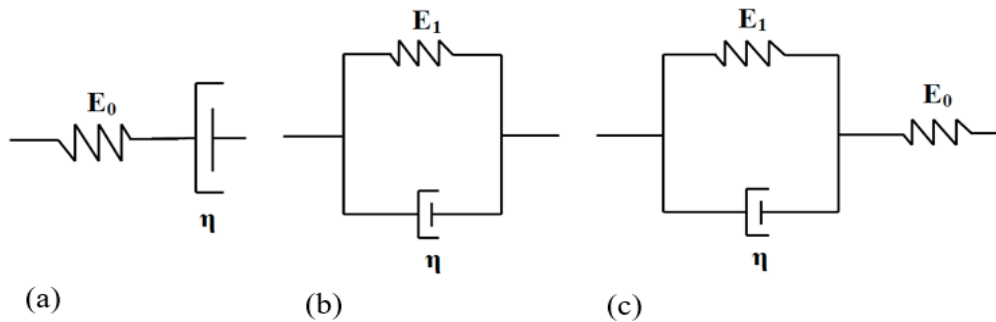


Figure 1. 8: Modèles rhéologiques usuels. (a) Modèle de Maxwell, (b) Modèle de Kelvin-Voigt et (c) Modèle de Zener [5].

1.3.3.1. Modèle de Maxwell

Le modèle de Maxwell représente un fluide viscoélastique et il est schématisé par un ressort idéal de raideur G_M et un amortisseur idéal de constante η_M montés en série pour simuler le comportement élastique et la viscosité (voir Figure 1.8 (a)). L'amortisseur obéit à la loi de Newton et le ressort à celle de Hooke. En écrivant l'équation du comportement de chaque élément, on obtient : (eq. 1.1).

$$\begin{cases} \tau^v = \eta_M \dot{\gamma}^v \\ \tau^e = G_M \gamma^e \end{cases} \quad (1.1)$$

On note τ^v et $\dot{\gamma}^v$ la contrainte et la déformation dans l'amortisseur et τ^e et γ^e la contrainte et la déformation dans le ressort.

La déformation totale γ est donnée par la somme de chacune des déformations, et la même contrainte τ s'applique aux deux éléments, d'où :

$$\begin{cases} \tau = \tau^v = \tau^e \\ \gamma = \gamma^v + \gamma^e \end{cases} \quad (1.2)$$

La combinaison des équations (1.1) et (1.2) conduit à la loi du comportement suivante pour le modèle de Maxwell :

$$\dot{\tau} + \frac{\tau}{T} = G_M \dot{\gamma} \quad (1.3)$$

Avec $T = \frac{\eta_M}{G_M}$, est le temps caractéristique (ou le temps de relaxation).

1.3.3.2. Modèle de Kelvin-Voigt

Le modèle de Kelvin-Voigt, aussi appelé modèle d'amortisseur visqueux, consiste à assembler en parallèle un ressort et un amortisseur (voir Figure 1.8 (b)). Lorsque deux éléments sont assemblés en parallèle, ils sont soumis à la même déformation γ et la contrainte totale τ est égale à la somme des contraintes induites dans chaque élément, ce qui conduit à :

$$\begin{cases} \tau = \tau^v + \tau^e \\ \gamma = \gamma^v = \gamma^e \end{cases} \quad (1.4)$$

La loi de comportement associée au modèle de Kelvin-Voigt est obtenue en combinant les équations (1.1) et (1.4) :

$$\tau = G_K(\gamma + T\dot{\gamma}) \quad (1.5)$$

Avec $T = \frac{\eta_K}{G_K}$, est le temps caractéristique (ou le temps de relaxation).

1.3.3.3. Modèle de Zener

Le modèle de Zener, également appelé modèle solide linéaire standard (SLS) de type Maxwell, est obtenu par assemblage en parallèle d'un ressort et d'un modèle de Kelvin-Voigt (voir Figure 1.8 (c)). La loi de comportement est donnée par l'équation suivante :

$$\dot{\tau} + \frac{(G_1 + G_2)\tau}{\eta} = G_1 \left(\dot{\gamma} + \frac{G_2\gamma}{\eta} \right) \quad (1.6)$$

Ces modèles viscoélastiques présentent l'avantage d'être très simples, mais ne sont pas représentatifs d'un comportement expérimental. En effet, le modèle de Kelvin-Voigt ne permet pas de représenter le phénomène de relaxation de contrainte observé lors de l'application d'une déformation, et le modèle de Maxwell conduit à un taux de déformation constant pour un essai de fluage. Le modèle de Zener est assez représentatif d'un comportement réel pour des sollicitations simples, comme dans les essais de fluage ou de relaxation de contrainte, mais pour des essais dynamiques, le module de perte varie trop rapidement avec la fréquence. C'est pourquoi des modèles plus complexes sont établis.

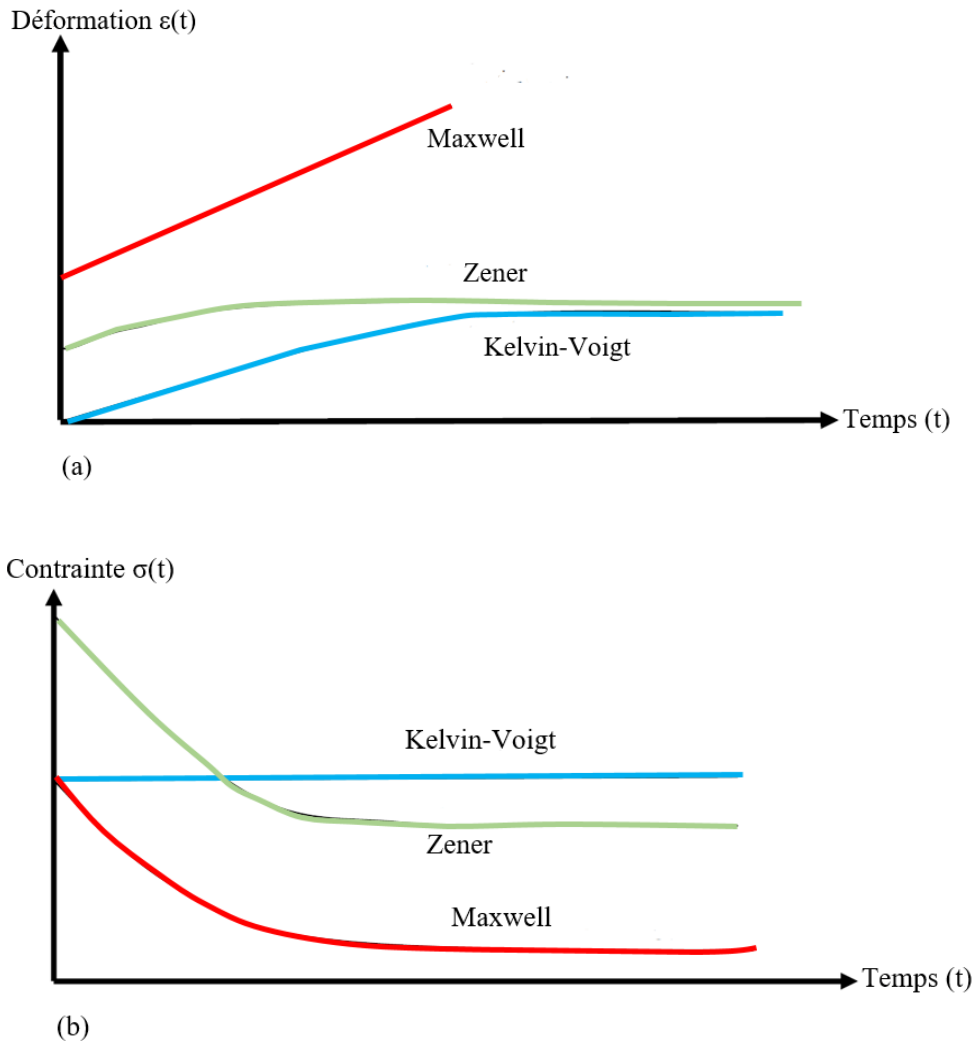


Figure 1. 9: Fluage et relaxation pour les trois modèles, (a) Fluage, (b) Relaxation.

En raison des faiblesses remarquées pour les modèles cités avant, il est évident qu'ils s'adaptent très mal à nos données et qu'ils ne peuvent pas fournir une bonne modélisation pour notre matériau. On peut généraliser ces modèles en considérant un groupement quelconque d'éléments linéaires de type ressort ou amortisseur, ce qui conduit à des modèles rhéologiques généralisés.

Parmi les modèles rhéologiques étudiés, on peut constater que le modèle de Maxwell généralisé (Figure 1.10) donne une bonne description du comportement dynamique de l'élastomère.

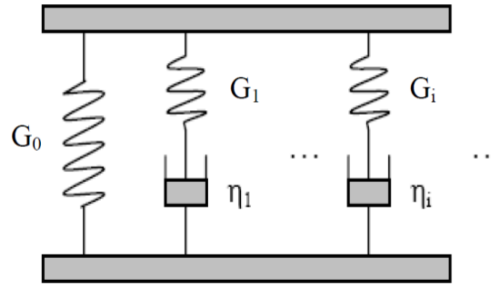


Figure 1. 10: Modèle rhéologique de Maxwell généralisé [5].

L'évolution du module viscoélastique du système est donnée en fonction d'un spectre de temps de relaxation τ_i :

$$G^* = G_0 + \sum_{i=1}^n G_i e^{-\frac{t}{\tau_i}} \quad (1.7)$$

Dans le cas où l'élastomère est soumis à une sollicitation de cisaillement, les éléments du module complexe sont donnés par :

$$G' = \sum_{i=1}^n G_i \frac{(\omega\tau_i)^2}{1+(\omega\tau_i)^2} \quad (1.8)$$

$$G'' = \sum_{i=1}^n G_i \frac{(\omega\tau_i)}{1+(\omega\tau_i)^2} \quad (1.9)$$

$$|G^*| = \frac{|E^*|}{2(1+\nu)} \quad (1.10)$$

Où ν est le coefficient de poisson.

L'équation (1.10) exprime la relation entre le module complexe en cisaillement et le module complexe en traction ou compression.

La loi de comportement en cisaillement des matériaux viscoélastiques associée au modèle de Maxwell est donnée par l'équation (1.1).

1.4. Les élastomères et les élastomères chargés

1.4.1. Généralités sur les élastomères

Les élastomères font partie de la grande famille polymère. Ils sont constitués de longues chaînes macromoléculaires reliées entre elles par des enchevêtrements des nœuds, appelés points de réticulation. Les atomes constitutifs d'un monomère sont essentiellement le carbone et l'hydrogène (voir Figure 1.12 (a)). Ils désignent aujourd'hui d'une façon générale tous les caoutchoucs, naturels ou synthétiques. Les élastomères possèdent des caractéristiques

spécifiques. Ils se caractérisent par une certaine souplesse, une élasticité, une grande déformabilité réversible et une capacité à amortir les vibrations.

A l'état brut, les élastomères ne sont pas stables, c'est pourquoi une étape de réticulation est nécessaire. Elle consiste à former des liaisons chimiques fortes entre les chaînes par un catalyseur. Dans la plupart des cas, il s'agit de soufre (Figure 1.11). Il se fixe sur les chaînes naturellement ou par l'intermédiaire de réactions chimiques faisant intervenir des accélérations et des activateurs [11]. Le processus de création de ces liaisons chimiques est appelé : Vulcanisation. La Figure 1.12 (b) explique le principe de ce processus.

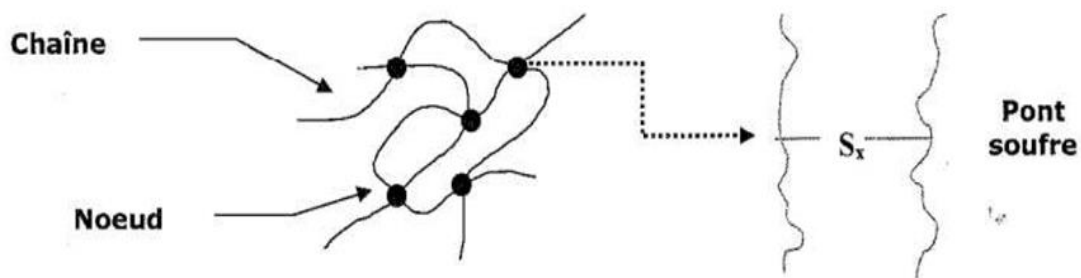


Figure 1. 11: Vulcanisation au soufre: réseau tridimensionnel des chaînes dans l'élastomère. [12]

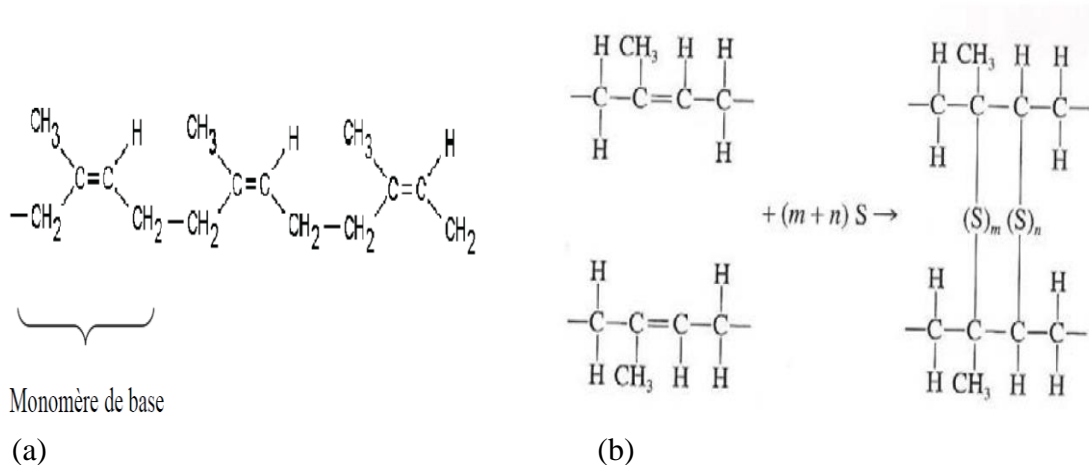


Figure 1. 12: (a) Monomère de base d'une chaîne macromoléculaire, (b) Principe de vulcanisation. [5]

Le degré de la réticulation joue un rôle très important dans la variation des propriétés mécaniques des élastomères, particulièrement sur la résistance à la fatigue et au déchirement, le module d'élasticité, la dureté et la résistance à la rupture. La Figure 1.13 montre que la vulcanisation des élastomères permet d'augmenter l'élasticité, mais de réduire les propriétés à la rupture après un seuil.

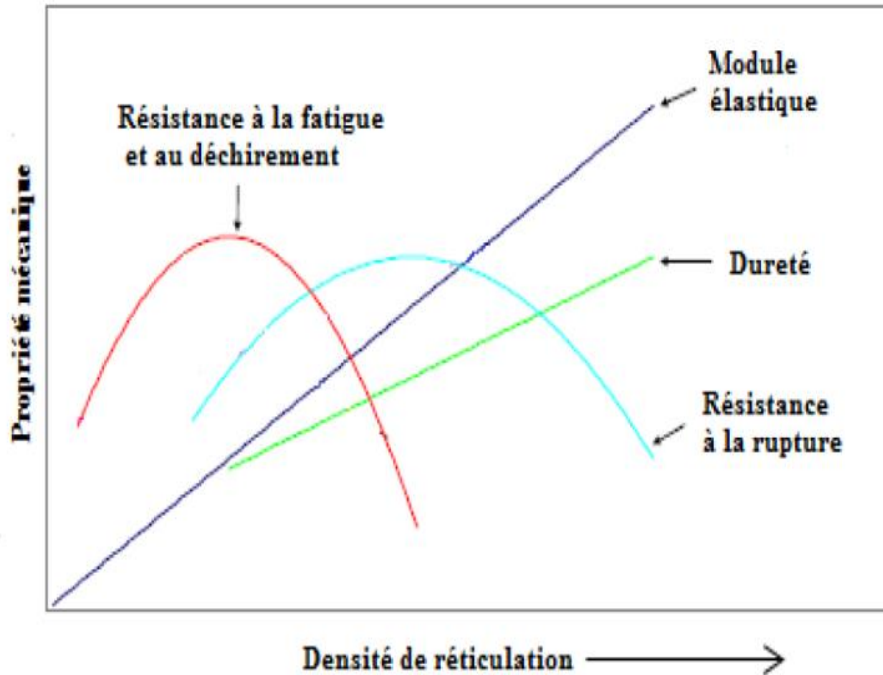


Figure 1. 13: L'influence de la densité de réticulation sur le comportement des élastomères.

Afin d'améliorer les propriétés mécaniques des élastomères, des charges renforçantes sont incorporées dans l'élastomère. Leur présence permet d'augmenter sensiblement le module d'élasticité, la dissipation d'énergie ou encore la résistance à la rupture. [11]

1.4.2. Charges

Les charges ou les particules sont des additifs ou des particules incorporées dans les élastomères dans le but d'améliorer et d'optimiser leurs caractéristiques. Elles peuvent être actives ou non-actives. Les charges non-actives contiennent les charges peu renforçantes et les charges semi-renforçantes. Ce type des charges n'agissent pas directement sur les propriétés mécaniques des élastomères. Elles sont utilisées pour améliorer la processabilité, augmenter la perméabilité ou pour faciliter le glissement entre les chaînes et les différentes opérations de la mise en forme. Les charges actives ou les agents renforçants sont des charges sous forme de particules, d'agrégats ou d'agglomérats (Figure 1 .14). Elles sont utilisées pour améliorer les propriétés mécaniques des élastomères et élargir leurs domaines d'application. Il existe deux types essentiels des charges : Les noirs de carbone et les silices. Elles ont le même rôle de renforcement. Elles sont choisies selon leur compatibilité avec l'élastomère de base. Les noirs de carbone s'incorporent très facilement dans les élastomères hydrocarbonés du fait de leurs natures chimiques proches, comme la silice dans les silicones [5]. Dans le cas de la silice, son incorporation au sein d'élastomères hydrocarbonés nécessite généralement l'utilisation d'un traitement de surface afin d'améliorer leur compatibilité.

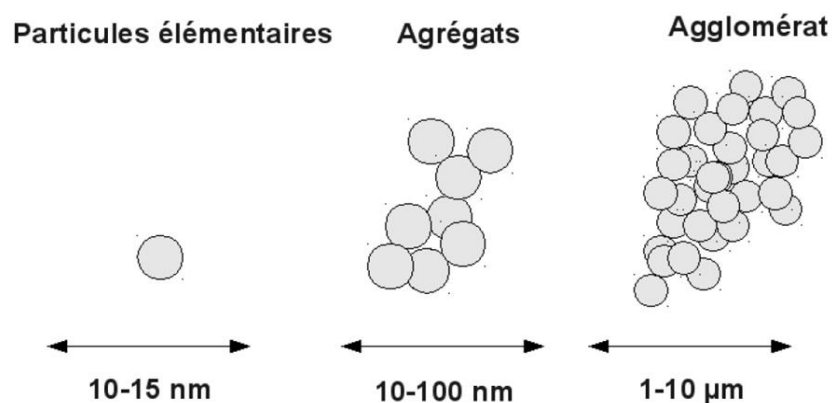


Figure 1. 14: Différentes échelles de taille des charges. [12]

Certaines propriétés des particules de charge influent considérablement sur les propriétés macroscopiques de l'élastomère. Ces propriétés ont fait l'objet de nombreuses recherches qui tentent de caractériser leurs influences. Dans la littérature, les auteurs s'accordent sur l'influence de la prépondérance de certains paramètres : La structure, la surface spécifique et l'activité chimique. Les facteurs influençant sur le renforcement de l'élastomère sont :

- La taille des particules et/ou la surface spécifique,
- La structure ou le degré d'irrégularité de la charge qui joue un rôle essentiel lors du mouvement des chaînes d'élastomère sous un chargement,
- L'activité chimique de la surface, un facteur important à l'égard de l'interaction charge-charge et charge-matrice.

1.4.3. Mise en œuvre des élastomères chargés

La mise en œuvre des élastomères chargés est une étape déterminante. Cette étape conditionne l'incorporation et la dispersion homogène des charges renforçantes et les autres additifs. Cela implique l'utilisation des malaxeurs et des mélangeurs avec des forces de cisaillement très élevées. L'incorporation de la charge dans la matrice provoque une augmentation du cisaillement mécanique et de la température. L'étape de mélange s'accompagne d'une augmentation puis d'une diminution de la viscosité. Dans le cas des noirs de carbone, l'augmentation de la viscosité, d'après Freakley [11], est expliquée par la formation des interactions physiques entre la matrice et la charge et la diminution par la désagglomération des charges en agrégats indivisibles. Durant ce processus de désagglomération et de dispersion, un maximum de la surface de la charge se trouve en contact avec l'élastomère et la charge. Il observe finalement une seconde diminution de viscosité qui serait due à la réduction de la masse molaire du caoutchouc sous l'effet du

cisaillement. Le temps de malaxage est l'un des paramètres influençant sur la dispersion des charges au sein de la matrice.

1.4.4. Comportement mécanique des élastomères chargés

La diversité des domaines d'utilisation des élastomères résulte de leurs multiples formulations et taux de réticulation, mais aussi de la nature des charges de renforcement intégrées. Plusieurs types de charges existent (silice, kaolin, ...) mais la plus utilisée pour les élastomères est le noir de carbone. On sait que le comportement mécanique des élastomères est caractérisé par divers phénomènes [13] :

- L'hyperélasticité et la réversibilité : les élastomères sont caractérisés par une grande déformabilité et un retour rapide avec un comportement non linéaire. Afin d'illustrer ce phénomène, la figure 1.15 représente la réponse à un chargement en traction uni axiale d'un élastomère à base de silicone. Cette courbe montre d'une part, la non-linéarité de comportement et d'autre part la grande capacité à se déformer ; l'élongation maximale pouvant parfois atteindre les 700%. [14]
- La viscoélasticité : la réversibilité du matériau n'est pas immédiate. Les élastomères présentent un comportement viscoélastique dépendant de la vitesse de sollicitation.
- L'hystérésis : lors des essais de chargement cyclique, une différence est observée entre les efforts mesurés lors du chargement et les efforts mesurés lors du déchargement, ce phénomène est appelé hystérésis. Il y a dissipation d'énergie sous forme de chaleur. La quantité d'énergie dissipée correspond à l'aire entre les courbes. Cette hystérésis peut être d'origine visqueuse ou non.
- L'effet Mullins : des études ont été réalisées pour préciser le comportement des élastomères pour des essais sous chargement cyclique où un adoucissement notable est observé pour la première boucle. Ce phénomène est appelé effet Mullins.
- L'effet Payne : dans le domaine des faibles déformations, le comportement viscoélastique des élastomères chargés présente une forte non linéarité. Ce phénomène est connu sous le nom d'effet Payne. Il se manifeste par une chute du module de conservation lors d'une sollicitation périodique à une fréquence donnée. [15]

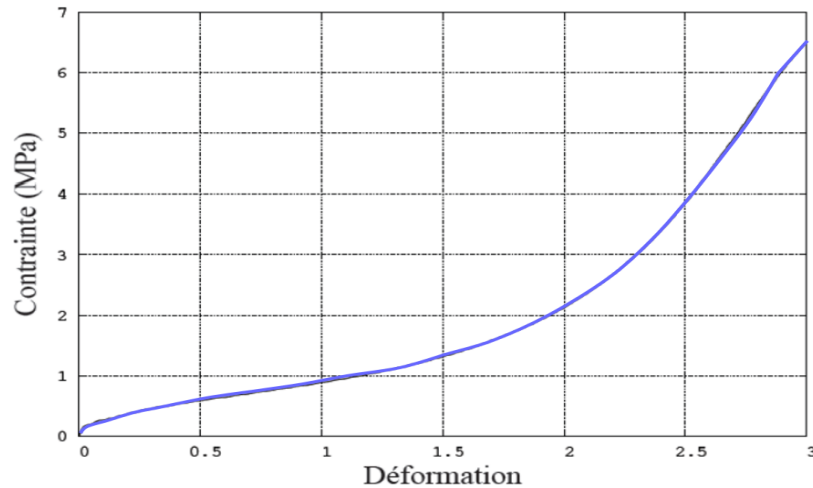


Figure 1. 15: Caractère hyper élastique d'un élastomère en traction uni axiale. [14]

Parmi les paramètres influençant sur le comportement mécanique des élastomères chargés on mentionne le taux, la qualité et la finesse des charges. Ces deux derniers influent sur la liaison gomme et charge. La Figure 1.16 montre l'influence du taux des charges sur la réponse mécanique des élastomères chargés.

Une des caractéristiques essentielles des élastomères chargés est leur faible module dans des conditions usuelles de sollicitation, de l'ordre de quelques MPa. Par ailleurs, les élastomères sont capables de subir de grandes déformations, de l'ordre de quelques centaines de pourcent, sans déformation résiduelle importante.

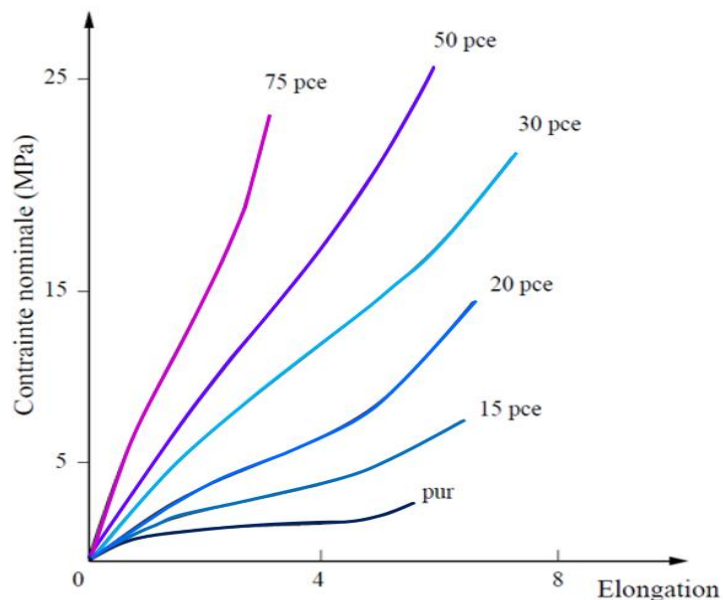


Figure 1. 16: L'influence du taux de noir de carbone sur le comportement mécanique du caoutchouc naturel. [11]

1.5. Les matériaux intelligents

Les matériaux intelligents font partie du nouveau groupe des matériaux dits adaptatifs ou multifonctionnels. Ces matériaux sont des matériaux sensibles, adaptatifs et évolutifs. Ils sont capables de modifier spontanément leurs propriétés physiques, par exemple la forme, la connectivité, la viscoélasticité ou la couleur, en réponse à des excitations naturelles ou provoquées venant de l'extérieur ou de l'intérieur du matériau. TAKAGI [6] a fait une étude détaillée de ces matériaux. Parmi les matériaux intelligents, on cite les matériaux actifs. Ces derniers peuvent modifier leurs caractéristiques par l'application d'un champ magnétique ou électrique. Ces matériaux peuvent être utilisés directement dans l'industrie ou incorporés dans des composites pour créer de nouvelles structures.

Il s'agit principalement de trois catégories de matériaux connaissant de nombreuses applications dans des secteurs divers : les alliages à mémoire de forme (AMF), les matériaux piézo-électriques, électrostrictifs, magnétostrictifs.

- Les alliages à mémoire de forme : Ils sont très connus. Ils se déforment à froid, et retrouvent leur forme de départ au-delà d'une certaine température par suite d'un changement de phase. Le principe physique de base repose sur une transformation réversible (modification de la structure cristalline), en fonction de la température.
- Les matériaux piézo-électriques : Ils produisent une tension électrique lorsqu'ils subissent une contrainte mécanique. Ces matériaux sont généralement constitués de céramiques et plus récemment de polymères.
- Les matériaux magnétostrictifs : leurs propriétés mécaniques peuvent être modifiés et contrôlés par l'application d'un champ magnétique.

Ces trois types des matériaux intelligents sont les plus étudiés. Dans notre travail, on s'intéresse à étudier le troisième type.

1.5.1. Les matériaux magnétorhéologiques

Les matériaux magnétorhéologiques appartiennent à la classe des matériaux intelligents. Les matériaux composites adaptatifs ou magnétorhéologiques offrent des performances bien supérieures à celles des matériaux classiques et présentent la particularité de pouvoir être conçus en même temps que les pièces ou les structures qu'ils doivent constituer (matériaux composites), et de modifier et contrôler leurs propriétés mécaniques en appliquant divers champs magnétiques. Ils se trouvent sous forme de fluides, gels ou solides.

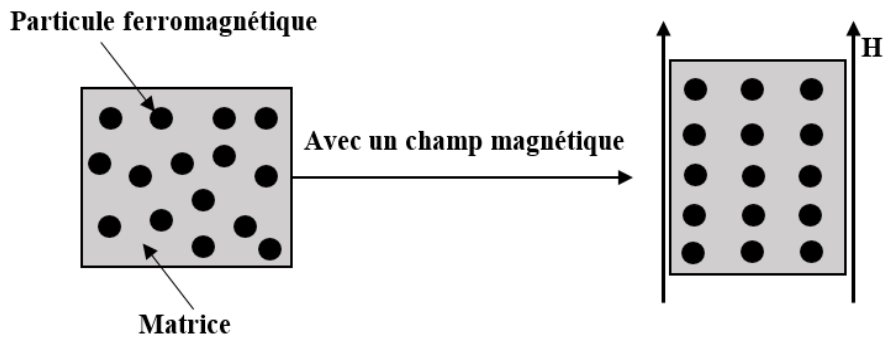


Figure 1. 17: Un matériau composite magnétorhéologique sans et avec un champ magnétique. [16]

La découverte du matériau magnétorhéologique a été préparée pour la première fois par Thomas Rabinow en 1951, soit des fluides magnétorhéologique [16]. Ses premiers travaux sur les fluides magnétorhéologiques ont conduit à une série de dispositifs et de produits à base de poudre magnétique sèche, tels que des freins à poudre magnétique et des gels contenant des matériaux magnétiques.

On distingue quelques matériaux magnéto rhéologiques typiques :

- Fluide magnétorhéologique,
- Elastomère magnétorhéologique,
- Ferrofluide.

Le tableau 1.1 résume quelques caractéristiques des différents matériaux magnétorhéologiques.

Tableau 1. 1: Quelques caractéristiques des différents matériaux magnétorhéologiques. [5]

	Fluide magnétorhéologique (MRF)	Elastomère magnétorhéologique (MRE)	Ferro-fluides
Type de particules	Fer, noir de carbone, ...	Fer, noir de carbone, ...	Magnétite
Taille de particules	0.1-10 μm	10-50 μm	2-10 μm
Transporteur	Huiles	Elastomère	Huiles, Eau
Fraction volumique	0.1-0.5	0.1-0.5	0.02-0.2
Additifs	Les tensioactifs, les agents thixotropiques	aucun	Les tensioactifs

Les élastomères magnétorhéologiques (MRE) font l'objet de notre travail.

1.5.1.1. Les élastomères magnétorhéologiques (MRE)

L'élastomère magnétorhéologique (MRE) est une nouvelle branche des matériaux magnétorhéologiques, qui sont des matériaux intelligents dont les propriétés rhéologiques peuvent être contrôlées par l'application d'un champ magnétique externe. Ils sont constitués de particules ferromagnétiques dispersés dans une matrice élastomérique. Les MRE sont des matériaux solides de type caoutchouc dont les propriétés rhéologiques peuvent être ajustées en appliquant un champ magnétique.

Les élastomères magnétorhéologiques se distinguent par plusieurs paramètres tels que :

- Le type de particule : Particules magnétiques douces, particules magnétiques dures, particules magnétostrictives ou particules magnétiques à mémoire de forme,
- Le type de matrice : Matrice solide ou poreuse,
- Les propriétés électriques de la matrice : Matrice isolante ou conductrice,
- La distribution des particules : isotrope ou anisotrope.

Les champs magnétiques sont typiquement appliqués aux élastomères composites lors de la réticulation de la matrice, et la formation de structures sous forme de pseudo-fibres de particules au sein de l'élastomère correspond à un état d'énergie dipolaire faible insuffisante pour faire déplacer les particules de l'élastomère.

Au cours des dernières années, les élastomères magnétorhéologiques font l'objet de plusieurs projets de recherche [17-23]. Ces derniers ont porté sur les propriétés des élastomères magnétorhéologiques. Les MRE ont attiré de plus en plus l'attention et ont récemment acquis de larges perspectives d'application. Par exemple, selon la littérature, l'intérêt récent pour l'application du MRE dans divers domaines est l'industrie automobile, la résistance aux séismes et le contrôle des vibrations.

Les propriétés mécaniques de ces matériaux peuvent être modifiées sous l'effet d'un champ magnétique externe. Le champ magnétique est appliqué lors de la réticulation de la matrice. En effet, les réactions entre les particules conduisent à une contrainte magnétique apparente qui modifie leur comportement. Cette réaction dépend de la distribution des particules. Pour les élastomères magnétorhéologiques isotropes les particules sont dispersées de façon aléatoire dans tout le volume de l'élastomère, contrairement à celles soumises à un champ magnétique externe lorsque la matrice est réticulée, ce qui entraîne une distribution des particules anisotropiques [13] (Voir figure 1.18).

Selon la littérature, Les MRE les plus étudiés contiennent des particules magnétiques douces comme le fer, le noir de carbone, le cobalt et leurs oxydes.... Le deuxième groupe contient les particules dures telles que BaFe₁₂O₁₉ ou SrFe₁₀O₁₉. L'avantage de ces types de charges est de jouer le rôle d'un aimant permanent, ils restent magnétisés après l'application du champ magnétique externe. Les matrices étudiées sont les matrices solides et les matrices viscoélastiques. Les matrices les plus étudiées sont les matrices viscoélastiques grâce à la possibilité d'augmenter couramment les capacités physiques des matériaux et de changer leurs propriétés rhéologiques.

Parmi les paramètres influençant sur le comportement des élastomères magnétorhéologiques le taux de charges. En se basant sur la littérature, la concentration optimale de particules ferromagnétiques est d'environ 30% en volume, une concentration plus élevée de particules ferromagnétiques pourrait augmenter le module de rigidité pour champ nul mais pas l'effet MR [1].

L'analyse du comportement dynamique des élastomères magnétorhéologiques a fait l'objet de plusieurs études. Le développement analytique et la simulation numérique de l'effet d'un champ magnétique perpendiculaire appliqué à une poutre sandwich magnétorhéologique ont été réalisés. Ces études montrent la dépendance des propriétés dynamiques de la poutre, particulièrement son module de cisaillement, sur la variation du champ magnétique. B. Nayak et al [24,25] a étudié la stabilité d'une poutre sandwich magnétorhéologique avec appui simple, soumise à une force axiale. Cette étude a démontré que la stabilité de la poutre est considérablement améliorée par l'application du champ magnétique. Dans le deuxième travail, ils ont utilisé la Méthode des éléments finis pour valider leur premier travail.

D'après H.A. Zamani et al. [26], Le traitement viscoélastique des modules en cisaillement des plaques de mousse à cellules ouvertes est modélisé par le modèle viscoélastique de Kelvin-Voigt. De même, la distribution non linéaire de la porosité non symétrique à travers l'épaisseur est obtenue en utilisant la loi de puissance et le découplage de la surface neutre il est révélé que dans le domaine élastique, les fréquences sont comparées à celles rapportées pour les plaques minces reposant sur une base isotrope de Pasternak, tandis que dans le domaine viscoélastique, les fréquences complexes sont comparées par les fréquences des plaques modélisées par le modèle viscoélastique de Kelvin-Voigt. S. Aguib et al. [27] ont présenté une étude expérimentale et numérique pour déterminer la réponse vibratoire des poutres sandwiches en MRE. Ils ont trouvé que l'amplitude maximale de la résonance et la variation du facteur de perte en fonction de la rigidité structurelle sont ajustées simultanément par l'application des différents champs magnétiques. S. Bornassi et H. Navazi [28] ont fait une

étude paramétrique pour déterminer l'influence de quelques paramètres sur les caractéristiques de la vibration libre des poutres sandwichs. Ils ont trouvé que l'intensité du champ magnétique, l'épaisseur de la couche d'élastomère magnétorhéologique ainsi que le rapport de rétrécissement influent sur ces caractéristiques. Le travail de WEI Ke-xiang et al. [29] consiste à déterminer les réponses vibratoires d'une poutre sandwich en MRE par rapport à l'intensité du champ magnétique et aux fréquences d'excitation. Les résultats obtenus montrent que ces poutres ont la capacité de déplacer les fréquences naturelles, ainsi que les amplitudes de vibration diminuent avec la variation de l'intensité du champ magnétique externe. Afin de décrire la réponse des élastomères magnétorhéologiques, Mateusz et al. [30] ont conçu un modèle mathématique adéquat. Ce travail présente les résultats des études sur le comportement de ce composite sous compression et l'effet du champ magnétique statique. I. Agirre-Olabide et al. [31] ont conçu et fabriqué une nouvelle technique de compression magnétodynamique pour mesurer les propriétés magnéto-viscoélastique des MREs à hautes fréquences. Ils ont trouvé que l'effet magnétorhéologique est important en mode compression qu'en mode cisaillement. Marc-André et al. [32] ont présenté une approche expérimentale et une autre analytique pour analyser la réponse efficace de plusieurs échantillons en MRE en ce qui concerne l'impact individuel de la morphologie microscopique et la forme macroscopique. Ils ont montré que l'approche analytique est capable de prédire les états des contraintes fondamentales et les tendances de déformations. Une analyse expérimentale du comportement des composites élastomères magnétorhéologiques chargé à 40% de particules ferromagnétiques sous chargement dynamique a été faite par Nedjar et al. [33]. Les résultats trouvés montrent l'influence de l'intensité du champ magnétique sur le module élastique G' et le module visqueux G'' de l'élastomère (Figure 1.19). Barman et al. [34] ont fait une étude approfondie pour déterminer les différents facteurs affectant les performances d'une poutre sandwich en élastomère magnétorhéologique. Le travail de M. Tourab et S. Aguib [35] est consacré à une étude expérimentale de l'effet thermique sur le comportement magnéto-mécanique d'un élastomère chargé de 25% des particules ferromagnétiques. Les résultats obtenus montrent que l'effet thermique joue un rôle important dans la variation des propriétés de l'élastomère magnétorhéologique, mais une forte augmentation de température entraîne une diminution de la résistance à la traction et la résistance à la déchirure angulaire du MRE. G. Y. Zhou et Q. Wang [36, 37] dans leur travail ont étudié et analysé les propriétés contrôlables d'une poutre sandwich composée de deux peaux externes minces conductrices et d'un noyau élastomère magnétorhéologique. Ce travail est composé de deux parties. Dans la première partie [36], ils ont analysé les charges magnéto-élastiques pour une poutre sandwich conductrice vibrante exposée perpendiculairement à un champ magnétique constant. La

simulation indique que les charges magnéto-élastiques n'affectent les propriétés dynamiques de la poutre que lorsque l'épaisseur de cette poutre est très petite. La deuxième partie [37] est pour présenter les propriétés dynamiques dépendantes à la conductivité des peaux de la poutre sandwich. Cette recherche indique que la structure sandwich peut bien utiliser les propriétés contrôlables des MRE pour concevoir des dispositifs intelligents applicables avec une rigidité contrôlable. Afin de déterminer l'influence de la température sur les propriétés dynamiques contrôlables des MRE, Y. Wan et al. [23] ont effectué des tests d'analyse mécanique avec différentes conditions. Les résultats révèlent que le comportement de transition des échantillons de MRE à base de caoutchouc de silicium sous compression uniaxiale se produit à environ 50°C. Le module de stockage présente deux tendances différentes avec la variation de la température : Il diminue rapidement puis il augmente légèrement ou maintient une valeur stable lorsque la température augmente.

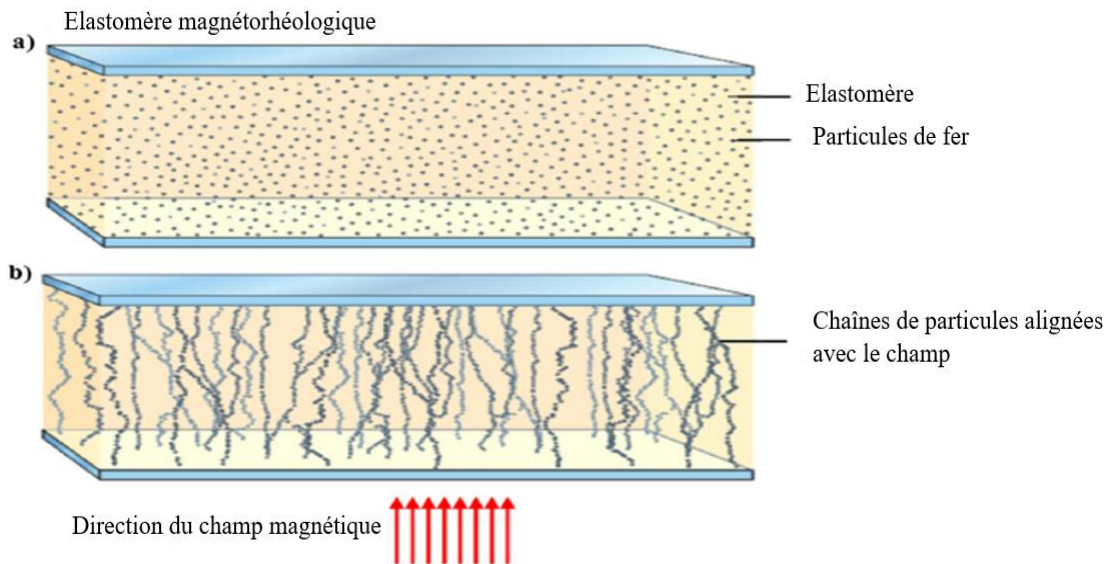


Figure 1. 18 : Structure en élastomère magnétorhéologique, (a) Sans champ magnétique, (b) Avec un champ magnétique. [33]

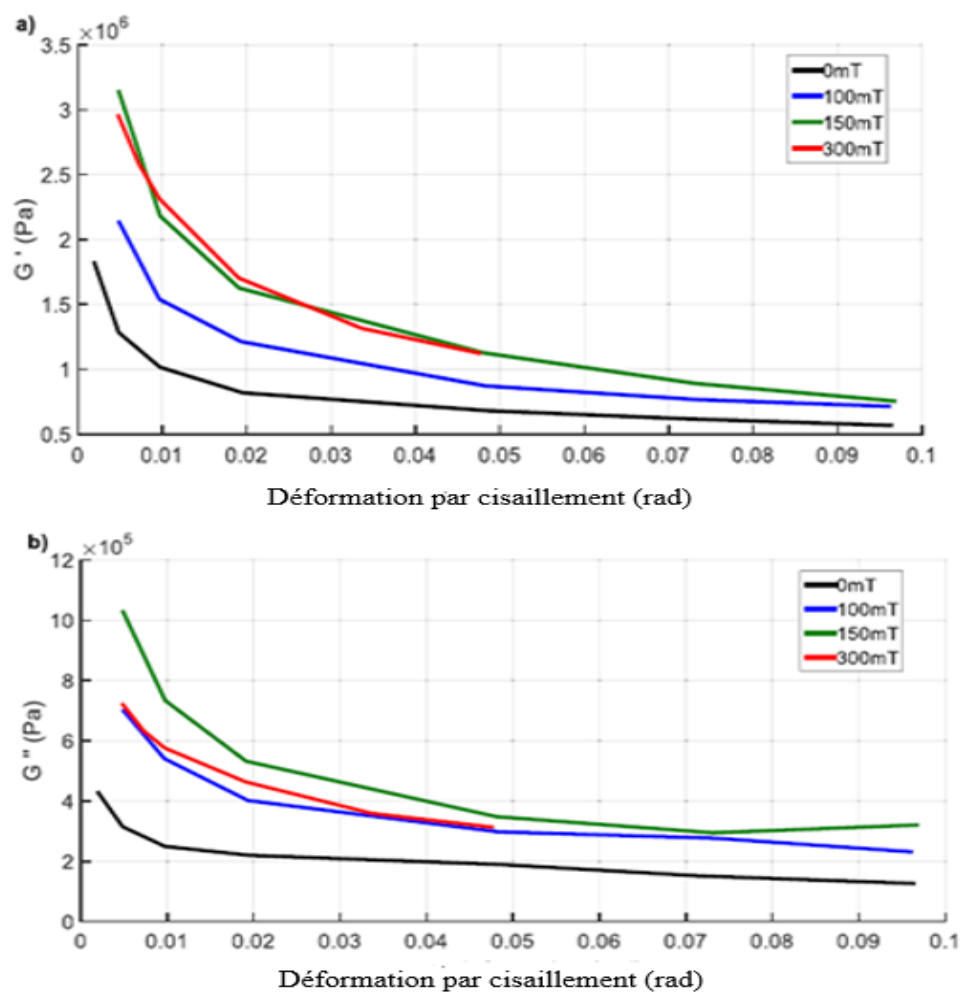


Figure 1. 19: Variation des propriétés rhéologiques en fonction de la déformation par cisaillement, a) module de stockage, b) module de perte. [33]

1.5.1.2. Elaboration de l'élastomère magnétorhéologique

Des études de plusieurs littératures disponibles sur la préparation de composites élastomériques MRE décrivent que les composites MRE sont une matrice élastomérique, une charge ferromagnétique de taille micrométrique et certains additifs tels que les agents de réticulation, les antioxydants et les auxiliaires de mélange peuvent être utilisés [33].

1.5.1.2.1. Choix des composants

Le choix de la matrice élastomérique impose au final une grande part des propriétés du matériau. Le caoutchouc est couramment utilisé pour la matrice au lieu des gels. Il peut être un caoutchouc naturel, un caoutchouc de silicone, un caoutchouc thermoplastique, un caoutchouc synthétique, un caoutchouc butyle et ainsi de suite. Une matrice souple comme le caoutchouc de silicone est le meilleur choix pour créer un MRE et obtenir un effet magnétorhéologique élevé. Le caoutchouc de silicone est également largement utilisé dans la fabrication des MRE en raison de sa facilité de traitement. Néanmoins, cette matrice souple

n'est pas adaptée à une utilisation dans le contrôle des vibrations d'ingénierie. Par conséquent, le caoutchouc naturel a de très bonnes propriétés mécaniques, une flexibilité et des performances de traitement adaptées à une large gamme d'applications. Le caoutchouc naturel est le meilleur choix de matrice élastomère pour les MRE dans le contrôle des vibrations structurelles, mais ses performances pour surmonter l'amortissement sont inférieures à celles du caoutchouc butyle. En dehors de cela, le caoutchouc butyle a une excellente stabilité chimique et des propriétés isolantes et possède des propriétés d'amortissement élevées par rapport aux autres types de caoutchouc. [38]

Le renforcement d'un matériau élastomérique par des particules magnétiques influence les propriétés mécaniques du composite lorsqu'un champ magnétique externe est appliqué. Les charges utilisées doivent être magnétiques, d'une taille d'environ un micron. Si des particules plus grosses sont utilisées, problèmes de fissuration. Il peut s'agir de fer, de nickel ou de cobalt, de forme sphérique ou presque sphérique. Selon la littérature, la plupart des chercheurs ont utilisé le fer pur pour les particules de taille micron afin de créer la magnétisation du MRE. [38]

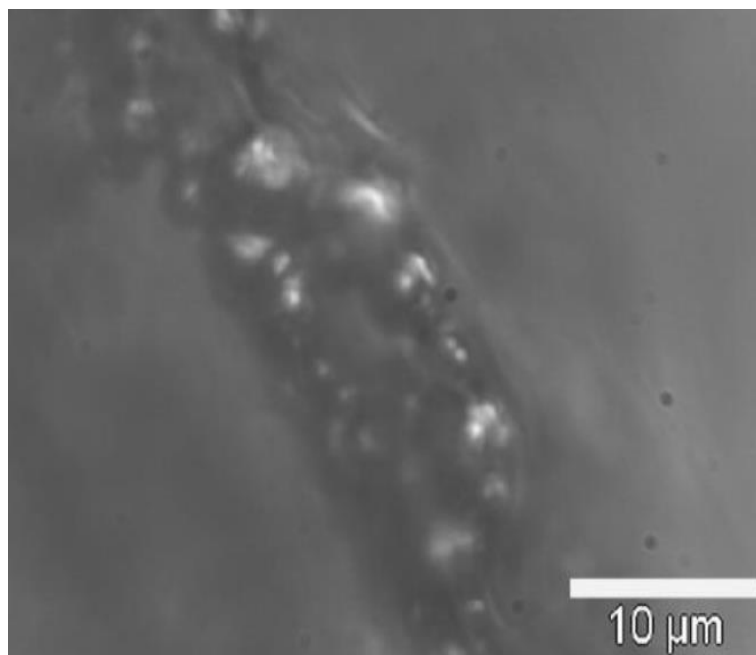


Figure 1. 20: Section d'une structure en élastomère magnétorhéologique observée au microscope optique. [39]

1.5.1.2.2. Elaboration du MRE isotrope

L'élastomère est préparé selon les étapes suivantes : on met un mélange d'huile de silicone et de polymère RTV141A dans un récipient et effectuons un mélange manuel pendant

10 minutes pour obtenir un élastomère en gel avec une bonne homogénéisation. Un second récipient contenant une quantité de particules de fer de taille micrométrique pour charger l'élastomère est fourni. Le gel obtenu formé de silicone et RTV141A est mélangé pendant 15 minutes avec une quantité de particules de fer jusqu'à ce qu'une pâte homogène. Par cette méthode, un élastomère chargé de particules de fer a été préparé. Nous avons dégazé le mélange obtenu sous vide pendant 10 minutes pour éliminer les bulles d'air infiltrées lors du mélange, afin d'obtenir une structure saine dans l'expérimentation. [33]

1.5.1.2.3. Elaboration du MRE anisotrope

Le moule qui contient la pâte d'élastomère chargé est placé dans un viscoanalyseur et soumis à un champ magnétique variable généré par deux bobines pour agir sur l'alignement des particules ferromagnétiques. Si le moule contenant la pâte est parallèle au champ magnétique, on obtient un élastomère magnétorhéologique anisotrope. Lorsqu'on fait tourner le moule d'un angle d'inclinaison θ , on obtient un élastomère magnétorhéologique hors axe d'anisotropie.

Le champ magnétique est généralement appliqué lors de la réticulation de la matrice, et la formation de pseudo-fibres des particules correspond à un état d'énergie dipolaire faible et insuffisant pour déplacer les particules d'élastomère. Les étapes de l'élaboration du MRE sont illustrées à la figure 1.21.

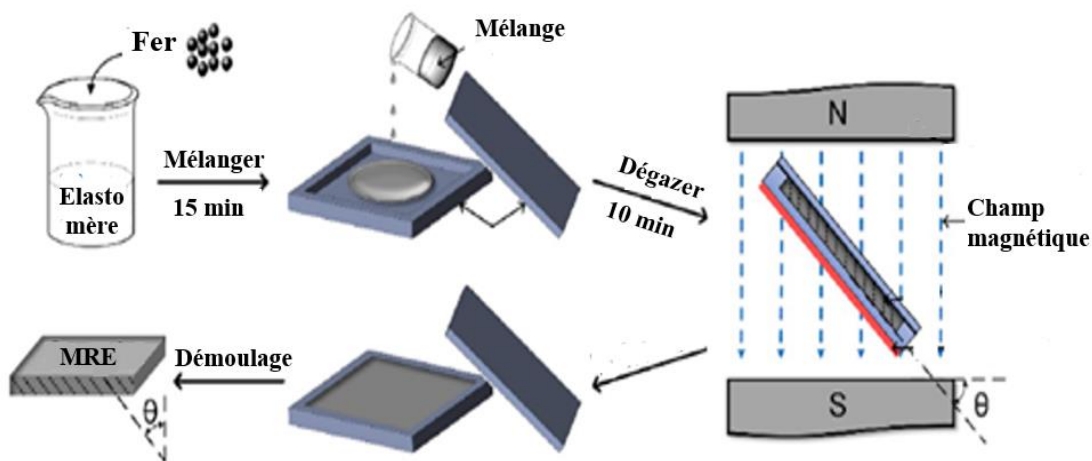


Figure 1. 21: Les étapes de l'élaboration du MRE.

1.6. Conclusion

Ce chapitre a permis de donner une idée générale sur les matériaux composites les constituants et la classification de ces matériaux. Ainsi, une vue sur les matériaux viscoélastiques, la rhéologie et les modèles rhéologiques. D'autre part, on a fait une étude

bibliographique des travaux analytiques, numériques et expérimentaux afin de déterminer le comportement des structures sandwichs magnétorhéologiques soumises aux diverses sollicitations statiques et dynamiques. Le comportement de ces structures est défini en fonction de différents paramètres. Ces propriétés sont considérablement améliorées par l'application de divers champs magnétiques.

2.1.Introduction

Les élastomères magnétorhéologiques (MRE) appartiennent à un groupe de matériaux intelligents dont les propriétés mécaniques et rhéologiques sont contrôlées par l'application d'un champ magnétique externe. Ce chapitre est consacré à l'élaboration et la détermination expérimentale des propriétés mécaniques de l'élastomère magnétorhéologique hors axe d'anisotropie, cette caractérisation a pour but d'étudier l'influence de l'angle d'orientation des pseudo-fibres ferromagnétiques sur le comportement mécanique du MRE. A la fin du chapitre, on a présenté brièvement la méthode d'élaboration d'une plaque sandwich en MRE.

2.2. Formulation mathématique

Dans cette partie, nous présentons les différentes formules utilisées dans notre travail pour déterminer les différentes propriétés des élastomères magnétorhéologiques. Le comportement des matériaux viscoélastiques se situe entre un solide élastique idéal représenté par un ressort de module E (ou G) et un amortisseur liquide visqueux newtonien représenté par la viscosité η . Pour exprimer la relation entre la viscosité et l'élasticité, lorsqu'un matériau est soumis à une charge de cisaillement vaibratoire, le module complexe est généralement donné comme suit :

$$G^* = G' + iG'' = G_c(1 + i\eta) \quad (2.1)$$

Ou G' exprime la partie réelle et représente le module élastique. G'' exprime la partie imaginaire et représente le module visqueux. Le premier module caractérise la rigidité et le deuxième caractérise le comportement du matériau viscoélastique. η est le facteur d'amortissement ou le facteur de perte. Il est donné comme suit :

$$\eta = \frac{G''}{G'} \quad (2.2)$$

La rigidité complexe de l'élastomère magnétorhéologique est donnée par :

$$K^* = K' + iK'' = K_c(1 + i\eta) \quad (2.3)$$

Avec K' la partie réelle et K'' la partie imaginaire de K^* .

Les matériaux magnétiques soumis à un champ magnétique voient des dipôles de moment magnétique m orientés dans la direction du champ créé en leur sein. La densité volumique des moments magnétiques dans le matériau est appelée aimantation, notée \vec{M} .

En l'absence de champ externe, l'intensité du champ magnétique \vec{B} créée par le matériau est directement reliée à son aimantation :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{M} \quad (2.4)$$

Où μ_0 est la perméabilité au vide ($\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ Henry/mètre).

Lorsqu'on applique un champ magnétique externe \vec{H} , le champ magnétique induit devient :

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{M} + \vec{H}) \quad (2.5)$$

Généralement, on traduit la réponse des matériaux magnétiques par leur susceptibilité magnétique χ :

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \quad (2.6)$$

Ou encore par leur perméabilité relative μ_r :

$$\mu_r = 1 + \chi \quad (2.7)$$

Donc, on peut écrire le champ magnétique sous la forme :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (2.8)$$

2.3. Élaboration et caractérisation de l'élastomère

Notre travail de thèse est composé essentiellement de deux parties. Dans la première partie, et afin d'identifier l'élastomère magnétorhéologique sous le code de calcul Abaqus, nous avons élaboré et caractérisé expérimentalement ce dernier par un essai vibratoire en cisaillement. Cette technique consiste à déterminer les propriétés mécaniques (module élastique, module visqueux et facteur d'amortissement) par l'utilisation de l'analyseur mécanique vibratoire (Dynamic Mechanical Analysis) DMA+ 450 Metravib.

Dans la deuxième partie, on a étudié numériquement le comportement statique et vibratoire ainsi que le comportement en flambement d'une structure sandwich avec deux peaux en aluminium et en acier avec un noyau en élastomère magnétorhéologique hors axe

d'anisotropie (angles différents : 15°, 30° et 45°) chargé à 30% de particules de fer (chapitre 3 et chapitre 4).

2.3.1. Elaboration de l'élastomère magnétorhéologique

2.3.1.1. Elaboration du MRE isotrope

L'élaboration de l'élastomère magnétorhéologique suit les étapes ci-dessous :

- 1- Dans un récipient, on mixe l'huile de silicone et le polymère RTV141A à main pendant 10 minutes pour avoir un gel d'élastomère homogène.
- 2- On prend la quantité du gel obtenue dans la première étape est on la mixe avec une quantité de particules de fer jusqu'à l'obtention d'une pâte homogène. A cette étape, on a préparé un d'élastomère chargé à des particules ferromagnétiques.
- 3- On procède au dégazage du mélange qui a eu lieu lors du mixage en utilisant une pompe à vide pendant 10 minutes, pour éliminer les bulles d'air infiltrées au cours du mélange.

Afin d'éviter la réticulation de l'élastomère, la pâte obtenue est stockée hermétiquement à basse température (dans un réfrigérateur). L'échantillon d'élastomère magnétorhéologique obtenu est représenté sur la Figure 2.1. Les éléments constitutifs de l'élastomère magnétorhéologique en masse sont donnés dans le tableau 2.1.

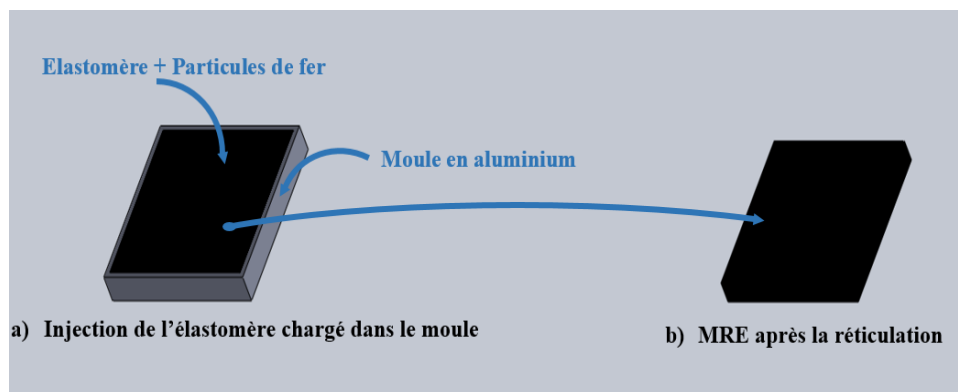


Figure 2. 1: Schéma de l'élaboration de l'élastomère magnétorhéologique.

Tableau 2. 1: Ingrédients MRE en masse chargés à 30% de particules ferromagnétiques.

Temps de réticulation	$m_{\text{silicon}} \text{ (g)}$	$m_{\text{RTV(A)}} \text{ (g)}$	$m_{\text{Fe}} \text{ (g)}$	$m_{\text{RTV(B)}} \text{ (g)}$
20h30	1.064	1.0385	7.559	0.104

2.3.1.2. Elaboration du MRE anisotrope

Un moule coulissant en aluminium de forme rectangulaire de 30 mm de longueur, 30 mm de largeur et 2 mm d'épaisseur est fabriqué. La pâte de l'élastomère isotrope est injectée de façon à contenir le volume du moule. Ce dernier est placé dans le Viscoanalyseur MetraviB DMA + 450 et soumis à un champ magnétique variable généré par deux bobines pour agir sur l'alignement des particules ferromagnétiques.

Lorsque le moule contenant la pâte est parallèle au champ magnétique, on obtient un élastomère magnétorhéologique anisotrope. Lorsqu'on fait tourner le moule d'un angle d'inclinaison de 15°, 30° et 45° on obtient un élastomère magnétorhéologique hors axe. Les particules doivent être orientées dans la direction du champ magnétique appliqué c'est-à-dire à 15°, 30° ou 45°.

Les propriétés mécaniques des élastomères magnétorhéologiques anisotropes hors axe (module élastique, module visqueux, facteur d'amortissement) mesurées par DMA sous l'effet de différentes intensités du champ magnétique 0.2T, 0.4T et 0.6T sont données par les tableaux (2.2-2.5) et représentées par les figures (2.2-2.4).

Tableau 2. 2: Résultats expérimentaux pour B=0T (MRE Isotrope).

Déformation en cisaillement	$G'(Pa)$	$G''(Pa)$	Facteur de perte
0,001920340	2.466.389,760	513.405,3542	0,208160673
0,004845168	1.770.286,694	400.177,3632	0,220652291
0,007729894	1.529.136,653	352.676,5939	0,230637721
0,011642770	1.363.477,018	320.689,3555	0,235199677
0,025248700	1.104.030,528	263.090,3309	0,238299869
0,041387180	950.160,6144	226.775,4406	0,238670638

Tableau 2. 3: Résultats expérimentaux pour B=0.2T (MRE anisotrope).

Déformation en cisaillement	$G'(Pa)$	$G''(Pa)$	Facteur de perte
$\varphi = 0^\circ$			
0,004817953	2.501.847,808	680.787,6480	0,272113933
0,008043447	2.048.184,384	567.186,7776	0,276921737
0,012851850	1.782.421,632	521.347,2320	0,292493775
0,028995133	1.360.952,576	416.131,0528	0,305764550

0,046902633	1.156.733,504	360.255,8464	0,311442389
0,064166967	1.047.050,048	326.435,0912	0,311766464
$\varphi = 15^\circ$			
0,0065331442	3.392.505,628	925.782,5795	0,272890506
0,0109069141	2.777.338,025	774.551,2505	0,278882600
0,0174271086	2.416.963,733	715.097,3599	0,295865986
0,0393174003	1.845.451,693	573.443,9755	0,310733669
0,0635999703	1.568.530,631	493.191,8328	0,314429200
0,0870104072	1.419.799,865	446.732,3133	0,314644566
$\varphi = 30^\circ$			
0,0071864586	4.233.847,024	1.164.634,485	0,275077129
0,0119976055	3.466.117,855	974.385,4731	0,281117236
0,0191698194	3.016.370,739	899.592,4788	0,298236707
0,0432491403	2.303.123,713	721.392,5212	0,313223522
0,0699599673	1.957.526,227	620.435,3257	0,316948665
0,0957114479	1.771.910,232	561.989,2501	0,317165757
$\varphi = 45^\circ$			
0,0079769690	4.974.770,253	1.382.421,134	0,277886427
0,0133173421	4.072.688,480	1.156.595,557	0,283988221
0,0212784995	3.544.235,618	1.067.816,272	0,301282529
0,0480065457	2.706.170,363	856.292,9227	0,316422400
0,0776555637	2.300.093,317	736.456,7316	0,320185588
0,1052824927	2.081.994,523	667.081,2399	0,320404896
Tableau 2. 4: Résultats expérimentaux pour B=0.4T (MRE anisotrope).			
Déformation en cisaillement	$G'(Pa)$	$G''(Pa)$	Facteur de perte
$\varphi = 0^\circ$			
0,004672414	3.537.612,801	1.129.212,059	0,319201711
0,007802143	2.896.132,719	944.749,4822	0,326210700
0,012466294	2.520.334,188	872.231,3210	0,346076272
0,028125279	1.924.386,942	699.451,3255	0,363467091

0,045495554	1.635.621,175	601.564,7490	0,367789778
0,062241957	1.480.528,768	544.896,3143	0,368041693
$\varphi = 15^\circ$			
0,004579945	4.068.254,721	1.307.627,564	0,321422244
0,007646100	3.330.552,627	1.094.019,900	0,328479991
0,012216968	2.898.395,816	1.010.043,870	0,348483759
0,027562773	2.213.044,983	809.964,6349	0,365995558
0,044585642	1.880.964,351	696.611,9793	0,370348315
0,060997117	1.702.608,083	630.989,9320	0,370601983
$\varphi = 30^\circ$			
0,004511245	4.698.834,203	1.519.463,229	0,323370258
0,007531408	3.846.788,284	1.271.251,124	0,330470779
0,012033713	3.347.647,167	1.173.251,124	0,350595782
0,027149331	2.556.066,955	941.178,9058	0,368213713
0,043916857	2.172.513,825	809.463,1199	0,372592851
0,060082160	1.966.512,336	733.210,3010	0,372848055
$\varphi = 45^\circ$			
0,0079769690	4.974.770,253	1.382.421,134	0,325604249
0,0133173421	4.072.688,480	1.156.595,557	0,332753825
0,0212784995	3.544.235,618	1.067.816,272	0,353017860
0,0480065457	2.706.170,363	856.292,9227	0,370757504
0,0776555637	2.300.093,317	736.456,7316	0,375166894
0,1052824927	2.081.994,523	667.081,2399	0,375423862

Tableau 2. 5: Résultats expérimentaux pour B=0.6T (MRE anisotrope).

Déformation en cisaillement	$G'(Pa)$	$G''(Pa)$	Facteur de perte
$\varphi = 0^\circ$			
0,004622006	3.962.126,337	1.368.605,016	0,345421851
0,007716319	3.243.668,645	1.145.036,372	0,353006579
0,012329164	2.822.785,491	1.057.144,361	0,374503965
0,027815900	2.155.313,375	847.735,0065	0,393323317

0,044995102	1.831.895,716	729.096,4758	0,398001081
0,061557295	1.658.192,220	660.414,3329	0,398273689
$\varphi = 15^\circ$			
0,004617383	4.774.362,236	1.658.605,016	0,347398235
0,007708602	3.908.620,717	1.387.784,083	0,355057239
0,012316834	3.402.456,517	1.281.258,966	0,376679507
0,027788084	2.597.152,617	1.027.454,828	0,395608183
0,044950106	2.207.434,338	883.664,9287	0,400313120
0,061495737	1.998.121,625	800.422,1715	0,400587312
$\varphi = 30^\circ$			
0,004603530	5.275.670,271	1.841.051,568	0,348970173
0,007685476	4.319.025,892	1.540.440,332	0,356663833
0,012279883	3.758.609,451	1.422.197,452	0,378383939
0,027704719	2.869.853,642	1.140.474,859	0,397398265
0,044815255	2.439.214,943	890.868,0709	0,402124492
0,061311249	2.207.924,396	888.468,6104	0,402399924
$\varphi = 45^\circ$			
0,004585115	5.813.788,639	2.043.567,240	0,351503531
0,007654734	4.759.566,533	1.709.888,769	0,359253044
0,012230763	1.141.987,615	1.578.639,172	0,381130828
0,027593900	3.162.578,713	1.265.927,093	0,400283189
0,044635993	2.688.014,867	1.088.763,559	0,405043726
0,061066004	2.433.132,684	986.200,1575	0,405321158

La variation des propriétés mécaniques (module élastique, le module visqueux et le facteur d'amortissement) en fonction de la contrainte de cisaillement sous l'effet de différentes intensités du champ magnétique et de l'angle d'inclinaison, est représentée par les figures 2.2 – 2.4.

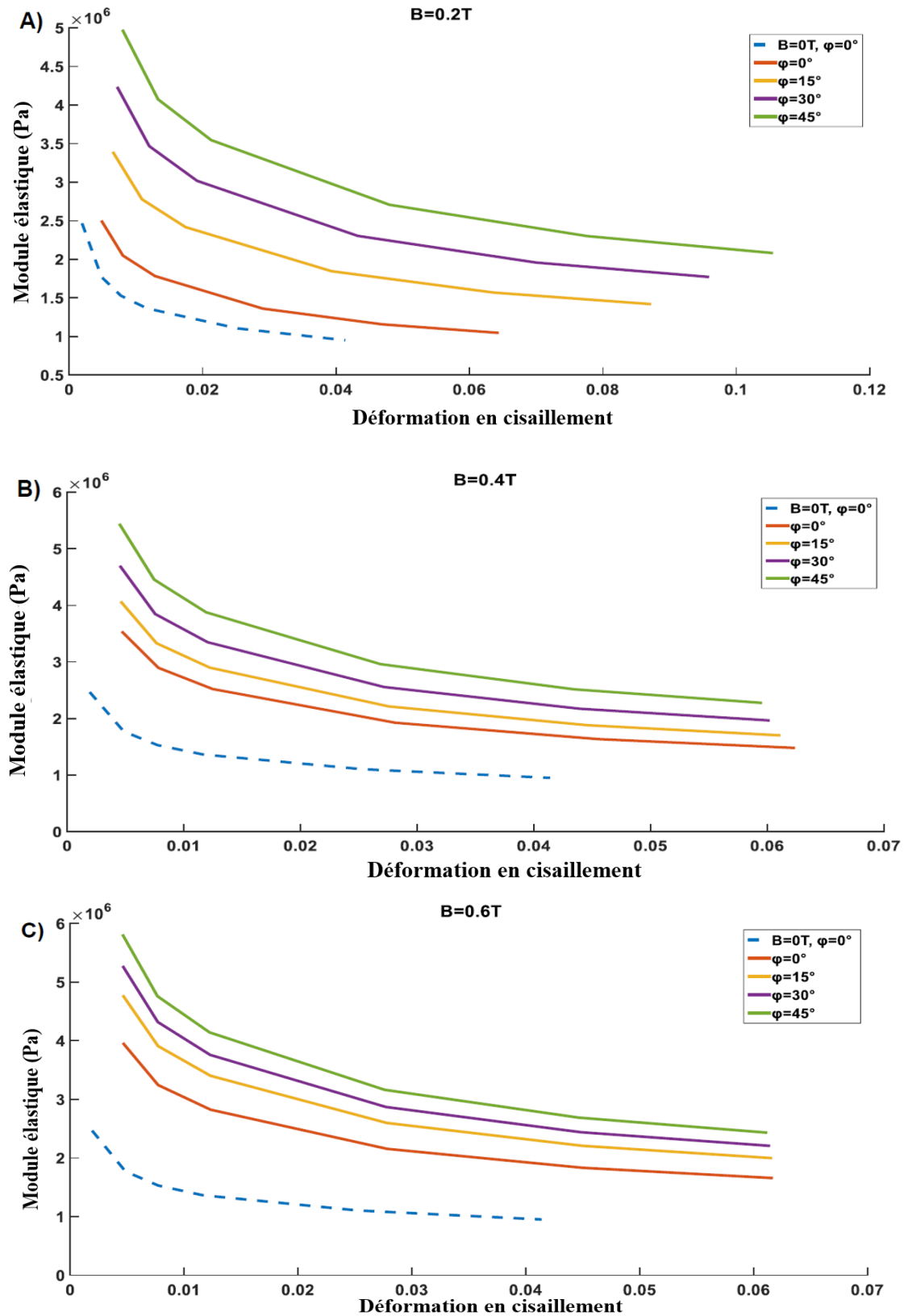


Figure 2. 2: La variation du module élastique en fonction de la contrainte de cisaillement pour différentes intensités du champ magnétique et différents angles d'inclinaison.

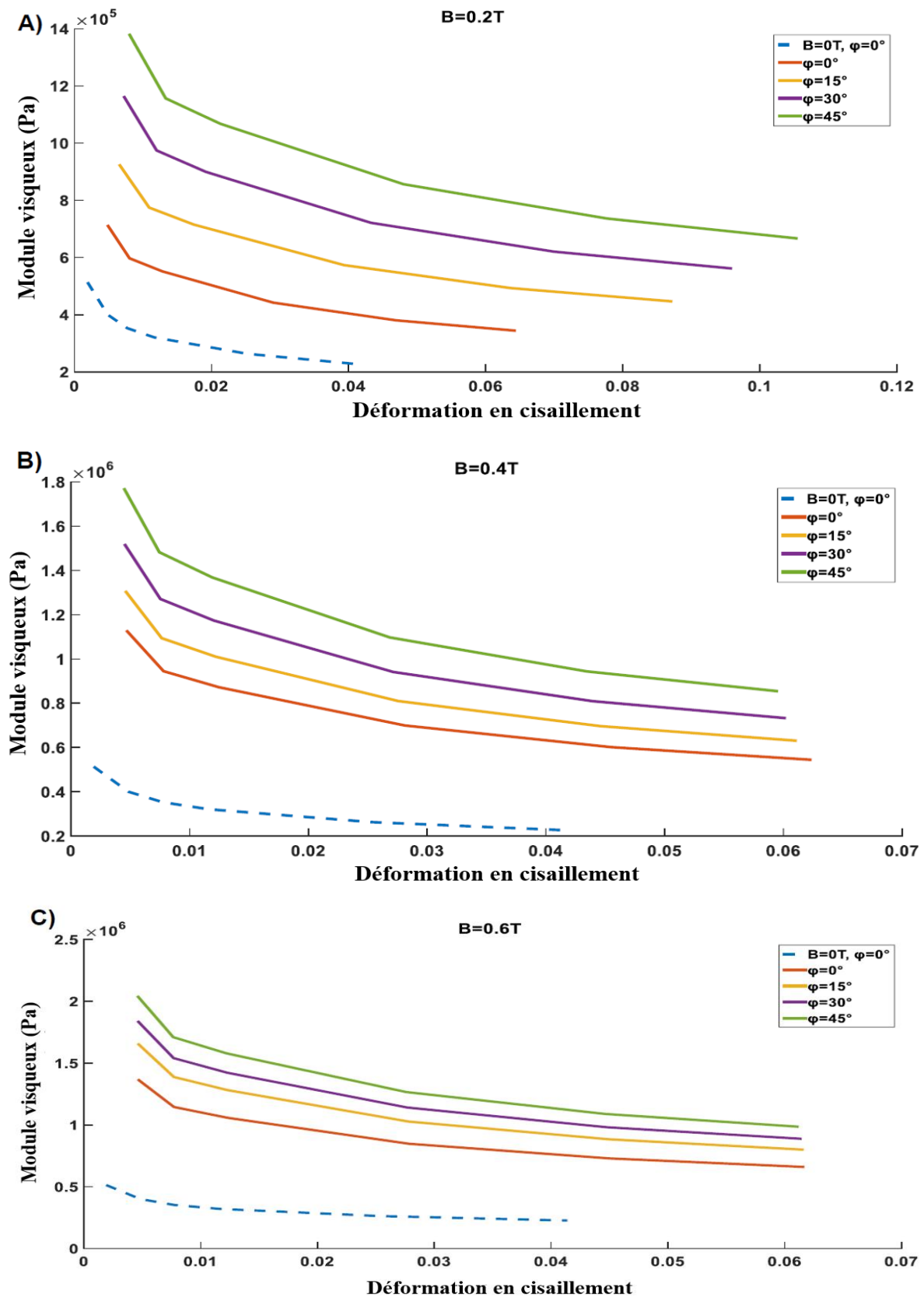


Figure 2. 3: La variation du module visqueux en fonction de la contrainte de cisaillement pour différentes intensités du champ magnétique et différents angles d'inclinaison.

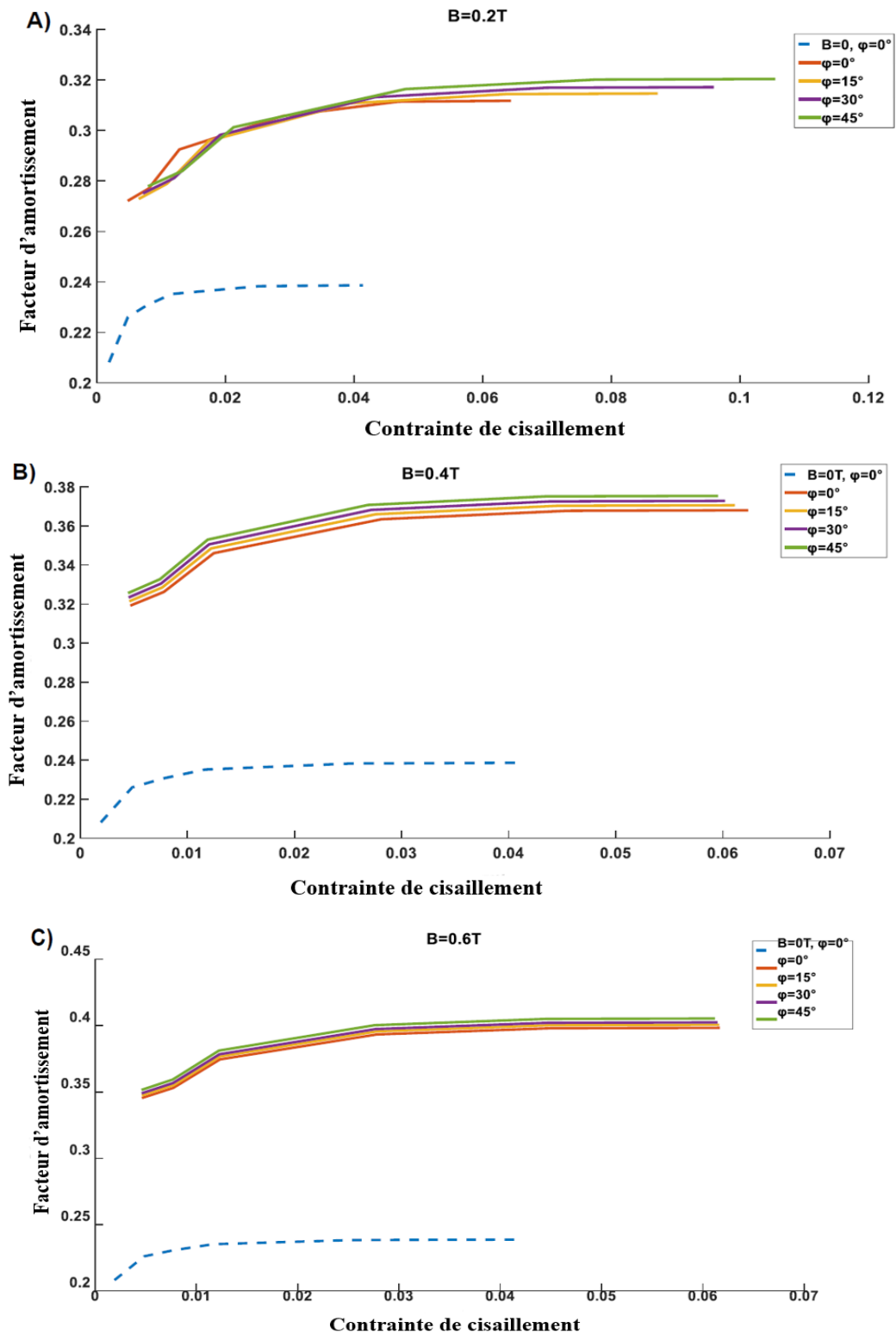


Figure 2. 4: La variation du facteur d'amortissement en fonction de la contrainte de cisaillement pour différentes intensités du champ magnétique et différents angles d'inclinaison.

D'après les figures (2.2 - 2.4), on observe que les propriétés mécaniques sont meilleures lorsqu'on applique un champ magnétique de 0,6 T avec un angle d'inclinaison de 45° . D'autre part, dans le cas d'un élastomère isotrope où les particules sont réparties aléatoirement (chaînes de particules non axiales), on observe que les propriétés mécaniques sont faibles en les comparant avec les propriétés mécaniques obtenues dans le cas où le champ magnétique est appliqué (élastomère anisotrope). Par contre, on observe qu'il y a un impact insignifiant de l'angle d'inclinaison sur l'augmentation ou la diminution du facteur de perte en fonction de la contrainte de cisaillement. Le facteur de perte augmente d'environ 0,03, puis au-delà de cette valeur, il est pratiquement stable pour un champ magnétique non nul et quel que soit l'angle d'orientation ($\varphi = 0^\circ$, $\varphi = 15^\circ$, $\varphi = 30^\circ$ et $\varphi = 45^\circ$).

2.3.2. Elaboration des plaques sandwiches

Après la détermination de l'influence de l'intensité du champ magnétique et de l'angle d'orientation des pseudo-fibres ferromagnétiques sur l'élastomère magnétorhéologique chargé de 30% de particules de fer, et compte tenu du manque de documentation sur les plaques sandwich en élastomère magnétorhéologique, on a trouvé l'intérêt d'étudier l'influence de l'intensité du champ magnétique sur le comportement statique et vibratoire et le phénomène d'instabilité de ces plaques. L'objectif était de développer une plaque sandwich avec un noyau en MRE chargé par des particules ferromagnétiques de taille micrométrique avec une fraction volumique de 30% (chargement idéal). Les particules doivent être alignées avant la réticulation sous l'effet d'un champ magnétique pour obtenir une structure saine. Dans notre travail de thèse de doctorat et dans les chapitres 3 et 4, deux types de plaques ont été fabriquées. Dans un premier lieu, nous avons étudié le comportement statique et vibratoire d'une plaque sandwich avec deux peaux en aluminium et un noyau en MRE (chapitre 3). La deuxième partie a pour but d'étudier l'instabilité (phénomène de flambement) d'une plaque sandwich avec des peaux en acier et un noyau en MRE (chapitre 4).

2.3.2.1. Mise en œuvre de la plaque sandwich

La pâte de l'élastomère (section 2.3.1.1) est injectée dans un moule de forme carrée de 200 mm de longueur, 200 mm de largeur et 3 mm d'épaisseur, ce moule est constitué de la peau inférieure en aluminium de la poutre entourée de tous ses bords par une bande de caoutchouc. La pâte de l'élastomère est injectée d'une façon à remplir uniformément le moule. Afin d'assurer la bonne adhérence, la peau supérieure est collée sur l'élastomère pour former la plaque sandwich avant le début de réticulation (Figure 2.5).

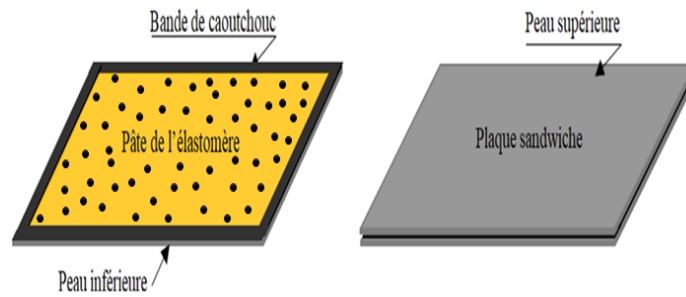


Figure 2. 5: Etapes d'élaboration de la plaque sandwich en élastomère.

La plaque obtenue est soumise à un champ magnétique constant (Figure 2.6) pour aligner les particules ferromagnétiques lors de la réticulation de l'élastomère jusqu'à la réticulation complète de l'élastomère.

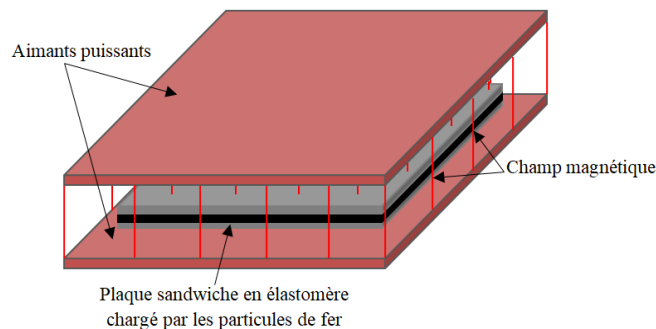


Figure 2. 6: Poutre obtenue soumise à un champ magnétique constant.

La plaque sandwich après réticulation complète de l'élastomère chargée par les particules de fer sous le champ magnétique est représentée par la figure 2.7.



Figure 2. 7: Plaque sandwich avec un noyau en élastomère magnétorhéologique.

2.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la méthode d'élaboration et la caractérisation vibratoire d'un élastomère magnétorhéologique chargé par des particules ferromagnétiques sous différentes intensités du champ magnétique et avec différents angles d'orientation des pseudo-fibres ferromagnétiques. Cette caractérisation a pour objectif d'exploiter les

caractéristiques mécaniques déterminées (module élastique, module visqueux et facteur d'amortissement) dans la modélisation numérique des plaques sandwiches (chapitres 3 et 4).

3.1. Introduction

Les structures en matériaux composites intelligents jouent un rôle très important dans plusieurs domaines, tels que l'aéronautique, l'industrie automobile, le spatial, le bâtiment ou même les équipements sportifs... etc. Afin d'assurer le bon fonctionnement d'un mécanisme, les structures en matériaux composites doivent être fiables. Les matériaux composites adaptatifs ou magnétorhéologiques offrent des performances bien supérieures à celles des matériaux classiques et présentent la particularité de pouvoir être conçus en même temps que les pièces ou les structures qu'ils doivent constituer, et de modifier et contrôler leurs propriétés mécaniques en appliquant divers champs magnétiques.

Dans ce chapitre, on s'intéresse à étudier le comportement statique et vibratoire des plaques sandwiches en élastomère magnétorhéologique anisotrope hors axe. Les pseudo-fibres formées par l'effet du champ magnétique sur l'élastomère chargé par les particules ferromagnétiques sont orientées à 45° .

Plusieurs travaux montrent les effets de la variation du champ magnétique de polymérisation sur les propriétés rhéologiques.

D'après la recherche bibliographique, on a constaté que l'étude des structures hybrides (poutres, plaques et coques) en élastomère magnétorhéologique anisotrope hors axe n'est pas abordée à l'heure actuelle.

L'objectif de ce travail est de déterminer le comportement statique et vibratoire des plaques hybrides en élastomère magnétorhéologique anisotrope hors axe sous différentes intensités du champ magnétique. Des pseudo-fibres formées par l'effet du champ magnétique sur l'élastomère chargé par les particules ferromagnétiques sont orientées à 45° . Un modèle mathématique vérifiant les conditions aux limites est développé par la méthode de Ritz. Les résultats obtenus par cette approche mathématique sont comparés avec ceux de la méthode des éléments finis calculés par le code de calcul Abaqus.

3.2. Modélisation géométrique

Dans ce chapitre, on considère une plaque sandwich hybride hors axe d'anisotropie constituée essentiellement de deux peaux en aluminium entre lesquelles est intercalé un noyau (Voir figure 3.1). Ce noyau est constitué d'élastomère magnétorhéologique (MRE) anisotrope hors axe. Fréquemment, les chercheurs simplifient les systèmes complexes à étudier en un élément idéalisé qui permet d'approximer les effets d'une action sur le système dont le

comportement de la plaque est ajusté par l'ajustement des propriétés mécaniques de l'élastomère magnétorhéologique sous champ magnétique ou électrique.

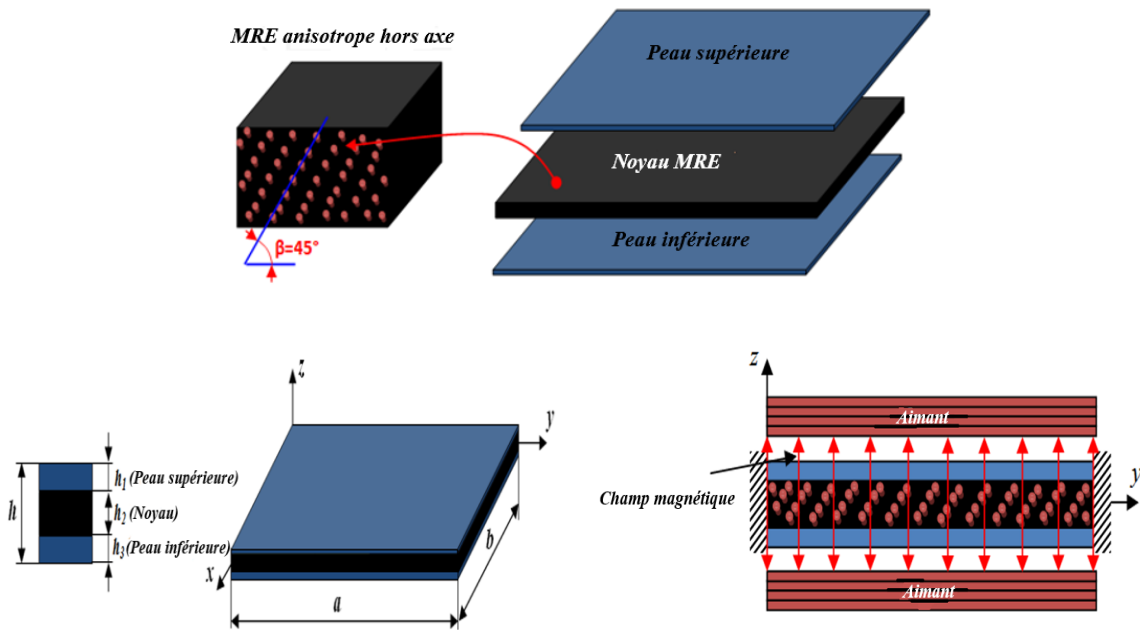


Figure 3. 1: Modèle géométrique de la plaque sandwich hybride hors axe d'anisotropie.

La manière d'élaboration d'un élastomère magnétorhéologique est illustrée par la figure 3.2, dans notre étude, nous avons choisi un taux de chargement de l'élastomère de 30%, car une concentration plus élevée des particules ferromagnétiques pourrait augmenter le module de rigidité pour champ nul mais pas l'effet MR. Sur la base de la littérature actuelle, la concentration optimale des particules ferromagnétiques est d'environ 30% en volume [1]. Un angle de 45° qui donne les meilleures caractéristiques mécanique a été choisi [33], la procédure expérimentale de préparation d'un élastomère magnétorhéologique est donnée par Nadjar et al. [33].

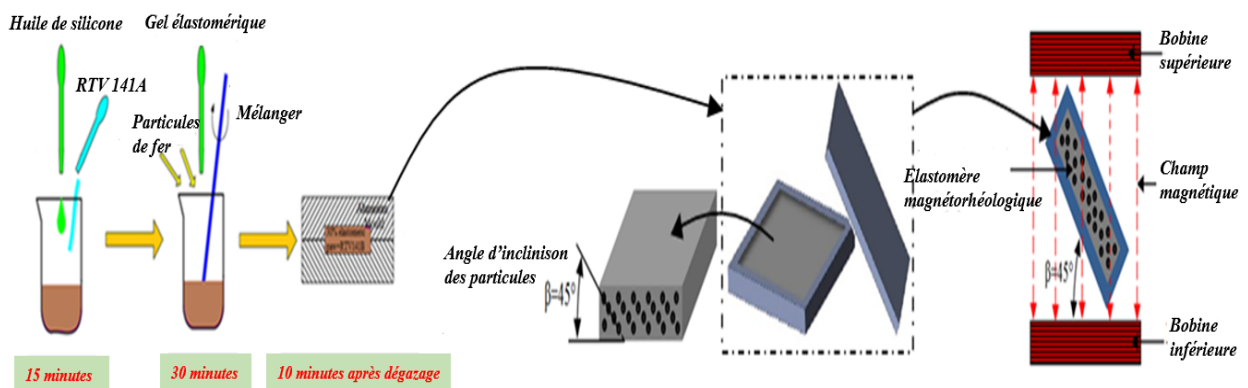


Figure 3. 2: Les procédures expérimentales d'élaboration des élastomères magnétorhéologiques hors axe d'anisotropie.

3.3. Modélisation mathématique

Le principe de Hamilton et la méthode de Ritz, sont utilisés pour déterminer les équations du mouvement de la plaque sandwich.

Le principe de Hamilton d'un système mécanique entre deux instants t_1 et t_2 est donné par l'équation suivante :

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(T - U) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W dt = 0 \quad (3.1)$$

Où T : est l'énergie cinétique, U : l'énergie de déformation, W : travail des forces appliquées, δ : opérateur variationnel, t_1 et t_2 : variation du temps.

Pour une plaque sandwich dans le cas où $u = v = 0$, et en tenant compte de la force d'excitation par un champ électromagnétique, l'équation du mouvement en flexion s'écrit sous la forme :

$$M\ddot{w} + Kw = 0 \quad (3.2)$$

Où M et K sont respectivement la matrice de masse globale et la matrice de rigidité globale.

3.3.1. Champs des déplacements

On considère une plaque uniformément chargée pour laquelle le plan xy coïncide avec le plan moyen et donc l'ordonnée z est égale à zéro. Les composantes du déplacement en un point, suivant les directions x, y et z , sont dénotées u, v et w , respectivement. Quand une charge latérale engendre une déformation de la plaque, la surface médiane à un point $(x_{(a/2)}, y_{(a/2)})$ se déplace de w .

On suppose que le rapport longueur/épaisseur de la plaque soit supérieur à 10, le champ de déplacements de la structure sandwich est identifié comme suit :

$$\begin{aligned} u^i(x, y, z, t) &= u_0^i(x, y, t) - z_i w_{,x}^i(x, y, t) \\ v^i(x, y, z, t) &= v_0^i(x, y, t) - z_i w_{,y}^i(x, y, t) \quad , \quad i = 1, 3 \\ w^i(x, y, z, t) &= w_0^i(x, y, t) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Où l'exposant $i = 1, 3$ référence les couches supérieure et inférieure, respectivement, et z_i est la coordonnée transversale dans le système de coordonnées local de chaque couche. $u_0^i(x, y, t)$, $v_0^i(x, y, t)$ et $w_0^i(x, y, t)$ sont les déplacements des plans médians tandis que $u^i(x, y, z, t)$, $v^i(x, y, z, t)$ et $w^i(x, y, z, t)$ désignent les déplacements d'un point arbitraire le long des axes x , y et z respectivement. Les déplacements entre les couches sont supposés parfaitement

délimités (pas de glissement) et un profil de déplacement continu à travers l'épaisseur de la plaque sandwich, le profil de déplacement de la couche centrale peut être obtenu. En d'autres termes, on suppose que les déplacements dans le plan dans la couche centrale varient linéairement sur l'épaisseur, tandis que le déplacement transversal est uniforme.

Un profil de déplacement continu à travers l'épaisseur est considéré en supposant l'absence de glissement entre les couches de plaque, ce qui donne les relations de compatibilité suivantes :

$$\begin{aligned} u^1_{z_1=-\frac{h_1}{2}} &= u^2_{z_2=\frac{h_2}{2}}, & v^1_{z_1=-\frac{h_1}{2}} &= v^2_{z_2=\frac{h_2}{2}} & \text{et} & w^1_{z_1=-\frac{h_1}{2}} &= w^2_{z_2=\frac{h_2}{2}} \\ u^2_{z_2=-\frac{h_2}{2}} &= u^3_{z_3=\frac{h_3}{2}}, & v^2_{z_2=-\frac{h_2}{2}} &= v^3_{z_3=\frac{h_3}{2}} & \text{et} & w^2_{z_2=-\frac{h_2}{2}} &= w^3_{z_3=\frac{h_3}{2}} \end{aligned} \quad (3.4)$$

En introduisant l'équation (4) dans l'équation (3), les champs de déplacement dans la couche centrale peuvent être obtenus en utilisant les champs de déplacement dans les couches élastiques comme suit :

$$\begin{aligned} u^2(x, y, z, t) &= \frac{u_0^1 + u_0^3}{2} + \frac{1}{4}(h_1 w_{,x}^1 - h_3 w_{,x}^3) + z_2 \left(\frac{u_0^1 - u_0^3}{h_2} + \frac{h_1}{2h_2} w_{,x}^1 + \frac{h_3}{2h_2} w_{,x}^3 \right) \\ v^2(x, y, z, t) &= \frac{v_0^1 + v_0^3}{2} + \frac{1}{4}(h_1 w_{,y}^1 - h_3 w_{,y}^3) + z_2 \left(\frac{v_0^1 - v_0^3}{h_2} + \frac{h_1}{2h_2} w_{,y}^1 + \frac{h_3}{2h_2} w_{,y}^3 \right) \\ w^2(x, y, z, t) &= \frac{w^1 + w^3}{2} + z_2 \frac{w^1 - w^3}{h_2} \end{aligned} \quad (3.5)$$

3.3.2. Champs des déformations

En utilisant la formulation de Von-Karman, les relations déformation-déplacement non linéaires, les composantes de déformation de cisaillement normale et dans le plan des couches de face peuvent être données comme suit :

$$\left\{ \varepsilon^i \right\} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x^i \\ \varepsilon_y^i \\ \gamma_{xy}^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{0,x}^i \\ v_{0,y}^i \\ u_{0,y}^i + v_{0,x}^i \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (w_x^i)^2 \\ (w_y^i)^2 \\ 2w_x^i w_y^i \end{pmatrix} + z_i \begin{pmatrix} -w_{xx}^i \\ -w_{yy}^i \\ -2w_{xy}^i \end{pmatrix}, \quad i=1,3 \quad (3.6)$$

Où ε_x^i et ε_y^i sont les composantes de déformations normales le long des axes x et y , respectivement, et γ_{xy}^i est la déformation de cisaillement dans la $i^{\text{ème}}$ couche.

3.3.3. Champs des contraintes

La figure 3.3 montre la plaque sandwich MRE avant et après la déformation à partir de laquelle les composantes de déformations de cisaillement de la couche centrale dans les plans $x-z$ et $y-z$ peuvent être introduites comme suit :

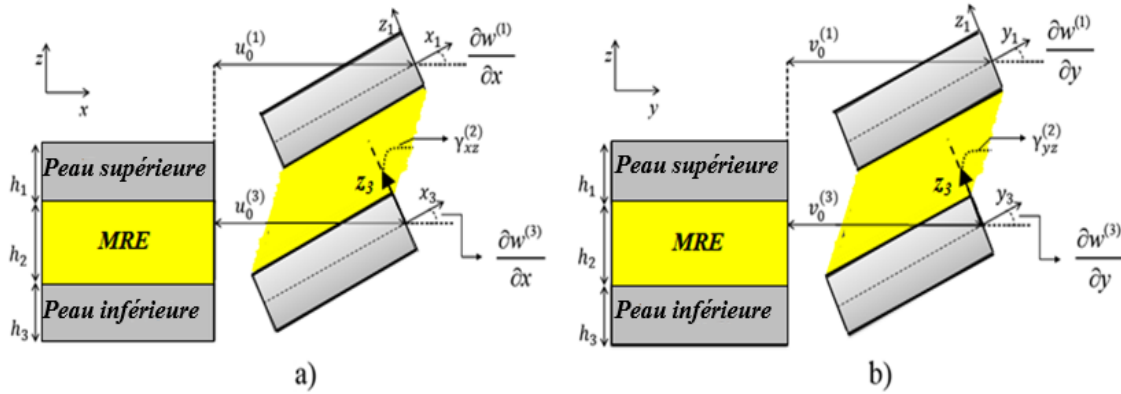


Figure 3.3: Plaque sandwich en MRE non déformée et déformée dans les plans, a) x-z et b) y-z.

$$\gamma_{xz}^2 = u_{,z}^2 + w_{,x}^2 = \frac{u_0^1 - u_0^3}{h_2} + \left(\frac{h_1 + h_2 + 2z_2}{2h_2} \right) w_{,x}^1 + \left(\frac{h_3 + h_2 - 2z_2}{2h_2} \right) w_{,x}^3 \quad (3.7)$$

$$\gamma_{yz}^2 = v_{,z}^2 + w_{,y}^2 = \frac{v_0^1 - v_0^3}{h_2} + \left(\frac{h_1 + h_2 + 2z_2}{2h_2} \right) w_{,y}^1 + \left(\frac{h_3 + h_2 - 2z_2}{2h_2} \right) w_{,y}^3 \quad (3.8)$$

En supposant une faible condition de déformation (petite déformation), la loi de Hooke peut être utilisée pour obtenir les composantes de contrainte normale et de cisaillement dans la structure de plaque sandwich comme suit :

$$\begin{pmatrix} \sigma_x^i \\ \sigma_y^i \\ \tau_{xy}^i \end{pmatrix} = \frac{E_i}{(1-\nu_i^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu_i & 0 \\ \nu_i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu_i)/2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x^i \\ \varepsilon_y^i \\ \gamma_{xy}^i \end{pmatrix} \quad i=1,3 \quad (3.9)$$

$$\tau_{xz}^2 = G^* \gamma_{xz}^2 \quad (3.10)$$

$$\tau_{yz}^2 = G^* \gamma_{yz}^2 \quad (3.11)$$

Où σ et τ sont les composantes de la contrainte normale et de cisaillement, E et ν sont le module de Young et le coefficient de Poisson des couches de face. $G^* = G' + iG''$ est le module de cisaillement complexe de la couche en MRE, où, G' est le module de stockage et G'' , le module de dissipation dépendant du champ magnétique appliqué, de l'amplitude de la déformation de cisaillement subie par le noyau en MRE et de la fréquence d'excitation.

3.3.4. Formulation énergétique

3.3.4.1. Energie de déformation

L'équation principale des plaques sandwiches composites en MRE est dérivée en utilisant l'équation de Lagrange. L'énergie de déformation des couches supérieure et inférieure des plaques sandwiches composites en MRE peut être exprimée comme suit :

$$U_1 = \int_0^a \int_0^b \left\{ D_{111} \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{112} \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} \right) + D_{122} \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} \right)^2 + 4D_{166} \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dx dy \quad (3.12)$$

$$U_3 = \int_0^a \int_0^b \left\{ D_{311} \left(\frac{\partial^2 w_3}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{312} \left(\frac{\partial^2 w_3}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_3}{\partial y^2} \right) + D_{322} \left(\frac{\partial^2 w_3}{\partial y^2} \right)^2 + 4D_{366} \left(\frac{\partial^2 w_3}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dx dy \quad (3.13)$$

L'énergie de déformation du noyau en élastomère est donnée comme suit :

$$U_2 = \frac{2d}{h_2} \int_0^a \int_0^b G_2 (1 + i\eta) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy \quad (3.14)$$

$$d = \frac{1}{2} (h_1 + 2h_2 + h_3)$$

$$D_{11} = D_{22} = D, \quad D_{12} = \nu D, \quad D_{66} = \left(\frac{1-\nu}{2} \right) D, \quad \eta = \frac{G_2''}{G_2'}$$

L'énergie de déformation totale de la plaque sandwich (U) peut être exprimée comme suit :

$$U = U_{1,3} + U_2 \quad (3.15)$$

Où $D_i = D = EI$ ($i = 1,3$) est la rigidité en flexion des peaux, w est le déplacement transversal de la plaque, G_2 , h_2 et $h_{1,3}$ sont respectivement le module de cisaillement, l'épaisseur de l'élastomère et l'épaisseur des couches supérieure et inférieure et a et b sont les dimensions de la plaque.

3.3.4.2. Energie cinétique

L'énergie cinétique des couches supérieure et inférieure des plaques sandwiches composites en MRE peut être exprimée comme suit :

$$T_1 = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left[\rho_1 h_1^2 \left(\frac{\partial w_1}{\partial t} \right)^2 + \rho_1 h_1^3 \left(\left(\frac{\partial \dot{w}_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{w}_1}{\partial y} \right)^2 \right) \right] dx dy \quad (3.16)$$

$$T_3 = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left[\rho_3 h_3^2 \left(\frac{\partial w_3}{\partial t} \right)^2 + \rho_3 h_3^3 \left(\left(\frac{\partial \dot{w}_3}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{w}_3}{\partial y} \right)^2 \right) \right] dx dy \quad (3.17)$$

L'énergie cinétique du noyau en élastomère est donnée comme suit :

$$T_2 = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \rho_2 \left(\frac{\partial \dot{w}_2}{\partial t} \right)^2 dx dy \quad (3.18)$$

L'énergie cinétique totale de la plaque sandwich (T) peut être exprimée comme suit :

$$T = T_{1,3} + T_2 \quad (3.19)$$

Où $T_{1,3}$ est l'énergie cinétique des couches supérieure et inférieure, T_2 est l'énergie cinétique du noyau en élastomère, w est la déformation en flexion, \dot{w} est la vitesse de déformation en flexion, $\rho_i d_i$ et $\rho_2 d_2$ ($i = 1,3$) sont respectivement les masse par unité de surface des couches supérieure et inférieure du noyau en élastomère.

3.4. Modélisation par la méthode de Ritz

Les solutions exactes des problèmes de flexion ne sont obtenues que pour les poutres dans les matériaux conventionnels, et avec des conditions limites simples. Dans la pratique, cependant, de nombreux cas sont rencontrés dans lesquels des solutions exactes ne sont pas disponibles et des méthodes approximatives doivent être utilisées. Dans ce travail, nous considérons une plaque intelligente élaborée d'un élastomère magnétorhéologique d'anisotropie hors axe soumise à un champ magnétique (voir Figure 3.1) ; nous recherchons des solutions approximatives en utilisant la méthode de Ritz. Chacun de ces problèmes est régi par une condition énergétique qui peut être écrite sous la forme suivante :

$$\frac{\partial(U - T)}{\partial A} = \text{Valeur stationnaire} \quad (3.20)$$

Nous nous limiterons cette étude à l'examen d'une plaque carrée à contour encastré de longueur $a = 200mm$ et d'épaisseur globale $h = 4mm$, $h_1 = h_3 = 1mm$, $h_2 = 2mm$ et nous prendrons l'axe des y parallèle au bord considéré, dans ce cas, la flèche le long de ce bord est nulle et la rotation est donc nulle aussi le long de ce bord. Les conditions aux limites sont formulées comme suit :

$$w(a, x) = 0; \quad w, x|_{x=a} = 0; \quad w(a, y) = 0; \quad w, y|_{y=a} = 0 \quad (3.21)$$

Les fonctions polynomiales $X_m(x)$ et $Y_n(y)$ représentent des formes approximatives satisfaisant les conditions aux frontières (3.21), ces fonctions sont données comme suit:

$$X_m(x) = (x^2 - ax)^2 x^{m-1} \quad (3.22)$$

$$Y_n(y) = (y^2 - by)^2 y^{n-1} \quad (3.23)$$

La solution approchée est recherchée sous la forme d'une série double à variables séparées :

$$w = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} X_m(x) Y_n(y) \quad (3.24)$$

3.4.1. Approche vibratoire

Dans le cas d'une vibration libre, l'équation (3.20) s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial(U - T)}{\partial A_{mn}} = 0 \quad \text{Pour} \quad \begin{cases} m = 1, 2, \dots, M \\ n = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (3.25)$$

Où U et T sont les énergies de déformation. Afin de déterminer la solution approximative, chaque terme des expressions (3.12) - (3.14) et (3.16) - (3.18) sera dérivé comme suit :

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} \frac{d^2 X_m}{dx^2} Y_n$$

(3.26)

D'où

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N A_{mn} A_{ij} \frac{d^2 X_m}{dx^2} \frac{d^2 X_i}{dx^2} Y_n Y_j \quad (3.27)$$

La dérivation de (3.27) par rapport à A_{mn} donne :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial A_{mn}} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N A_{ij} \frac{d^2 X_m}{dx^2} \frac{d^2 X_i}{dx^2} Y_n Y_j \quad (3.28)$$

L'intégration de ce terme s'écrit :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial A_{mn}} \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N A_{ij} \int_0^a \frac{d^2 X_m}{dx^2} \frac{d^2 X_i}{dx^2} dx \int_0^b Y_n Y_j dy \quad (3.29)$$

Par substitution des équations (3.12) - (3.14) et (3.16) - (3.18) dans l'expression (3.25), et en utilisant les relations de type (3.29), on obtient :

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left\{ D \int_0^a \frac{d^2 X_i}{dx^2} \frac{d^2 X_m}{dx^2} dx \int_0^a Y_j Y_n dy \right. \\
& + \nu D \left[\int_0^a X_m \frac{d^2 X_i}{dx^2} dx \int_0^a Y_j \frac{d^2 Y_n}{dy^2} dy + \int_0^a X_i \frac{d^2 X_m}{dx^2} dx \int_0^a Y_n \frac{d^2 Y_j}{dy^2} dy \right] + D \int_0^a X_i X_m dx \int_0^a \frac{d^2 Y_j}{dy^2} \frac{d^2 Y_n}{dy^2} dy \\
& + 2(1-\nu) D \int_0^a \frac{dX_i}{dx} \frac{dX_m}{dx} dx \int_0^a \frac{dY_j}{dy} \frac{dY_n}{dy} dy + D \int_0^a \frac{d^2 X_i}{dx^2} \frac{d^2 X_m}{dx^2} dx \int_0^a Y_j Y_n dy \\
& + \nu D \left[\int_0^a X_m \frac{d^2 X_i}{dx^2} dx \int_0^a Y_j \frac{d^2 Y_n}{dy^2} dy + \int_0^a X_i \frac{d^2 X_m}{dx^2} dx \int_0^a Y_n \frac{d^2 Y_j}{dy^2} dy \right] + D \int_0^a X_i X_m dx \int_0^a \frac{d^2 Y_j}{dy^2} \frac{d^2 Y_n}{dy^2} dy \\
& + 2(1-\nu) D \int_0^a \frac{dX_i}{dx} \frac{dX_m}{dx} dx \int_0^a \frac{dY_j}{dy} \frac{dY_n}{dy} dy + \frac{2d}{h_2} G_c (1+i\eta) \int_0^a \frac{dX_i}{dx} \frac{dX_m}{dx} dx \int_0^a \frac{dX_i}{dx} \frac{dX_m}{dx} dx \int_0^a \frac{dY_j}{dy} \frac{dY_n}{dy} dy \\
& \left. + \omega_{mm}^2 \left[\rho_{1,3} h_{1,3}^2 \int_0^a X_i X_m dx \int_0^a Y_j Y_n dy + \rho_{1,3} h_{1,3}^3 \left(\int_0^a \frac{dX_i}{dx} \frac{dX_m}{dx} dx \int_0^a \frac{dY_j}{dy} \frac{dY_n}{dy} dy \right) + \rho_2 \int_0^a X_i X_m dx \int_0^a Y_j Y_n dy \right] \right\} A_{ij} = 0
\end{aligned}
\tag{3.30}$$

Pour exprimer ces intégrales, il est pratique d'introduire les variables réduites en posant $b = a$:

$$\xi = \frac{x}{a} \quad (\text{Pour } x = 0 \Rightarrow \xi = 0 \text{ et pour } x = a \Rightarrow \xi = 1) \tag{3.31}$$

$$\vartheta = \frac{y}{b} \quad (\text{Pour } y = 0 \Rightarrow \vartheta = 0 \text{ et pour } y = b \Rightarrow \vartheta = 1)$$

(3.32)

L'expression (3.29) s'écrit :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial A_{mm}} \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N A_{ij} \frac{1}{a^2} \int_0^1 \frac{d^2 X_m}{d\xi^2} \frac{d^2 X_i}{d\xi^2} d\xi \int_0^1 Y_n Y_j d\vartheta \tag{3.33}$$

En remettant (3.33) dans (3.30), on obtient :

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{D}{a^2} \int_0^1 \frac{d^2 X_i}{d\xi^2} \frac{d^2 X_m}{d\xi^2} d\xi \int_0^1 Y_j Y_n d\vartheta \right. \\
& + \nu \frac{D}{a^2} \left[\int_0^1 X_m \frac{d^2 X_i}{d\xi^2} d\xi \int_0^1 Y_j \frac{d^2 Y_n}{d\vartheta^2} d\vartheta + \int_0^1 X_i \frac{d^2 X_m}{d\xi^2} d\xi \int_0^1 Y_n \frac{d^2 Y_j}{d\vartheta^2} d\vartheta \right] \\
& + \frac{D}{a^2} \int_0^1 X_i X_m d\xi \int_0^1 \frac{d^2 Y_j}{d\vartheta^2} \frac{d^2 Y_n}{d\vartheta^2} d\vartheta + \frac{4(1-\nu)}{2a^2} D \int_0^1 \frac{dX_i}{d\xi} \frac{dX_m}{d\xi} d\xi \int_0^1 \frac{dY_j}{d\vartheta} \frac{dY_n}{d\vartheta} d\vartheta \\
& \left. + \frac{D}{a^2} \int_0^1 \frac{d^2 X_i}{d\xi^2} \frac{d^2 X_m}{d\xi^2} d\xi \int_0^1 Y_j Y_n d\vartheta \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \nu \frac{D}{a^2} \left[\int_0^1 X_m \frac{d^2 X_i}{d\xi^2} d\xi \int_0^1 Y_j \frac{d^2 Y_n}{d\vartheta^2} d\vartheta + \int_0^1 X_i \frac{d^2 X_m}{d\xi^2} d\xi \int_0^1 Y_n \frac{d^2 Y_j}{d\vartheta^2} d\vartheta \right] \\
& + \frac{D}{a^2} \int_0^1 X_i X_m d\xi \int_0^1 \frac{d^2 Y_j}{d\vartheta^2} \frac{d^2 Y_n}{d\vartheta^2} d\vartheta \\
& + \frac{4(1-\nu)}{2a^2} D \int_0^1 \frac{dX_i}{d\xi} \frac{dX_m}{d\xi} d\xi \int_0^1 \frac{dY_j}{d\vartheta} \frac{dY_n}{d\vartheta} d\vartheta + \frac{2d}{h_2} G_c (1+i\eta) \int_0^1 \frac{dX_i}{d\xi} \frac{dX_m}{d\xi} d\xi \int_0^1 \frac{dX_i}{d\xi} \frac{dX_m}{d\xi} d\xi \int_0^1 \frac{dY_j}{d\vartheta} \frac{dY_n}{d\vartheta} d\vartheta \\
& + a^2 w_{nm}^2 \left[\rho_{1,3} h_{1,3}^2 \int_0^1 X_i X_m d\xi \int_0^1 Y_j Y_n d\vartheta + \rho_{1,3} \frac{h_{1,3}^3}{a^4} \left(\int_0^1 \frac{dX_i}{d\xi} \frac{dX_m}{d\xi} d\xi \int_0^1 \frac{dY_j}{d\vartheta} \frac{dY_n}{d\vartheta} d\vartheta \right) + \rho_2 \int_0^1 X_i X_m d\xi \int_0^1 Y_j Y_n d\vartheta \right] \Big\} A_{ij} = 0
\end{aligned} \tag{3.34}$$

Avec les intégrales sans dimensions (3.33) sont données par les formes simplifiées suivantes :

$$I_{mi}^{pq} = \int_0^1 \frac{d^p X_m}{d\xi^p} \frac{d^q Y_i}{d\xi^q} d\xi \quad m, i = 1, 2, \dots, M \quad pq = 00, 02, 11, 20, 22. \tag{3.35}$$

$$J_{nj}^{rs} = \int_0^1 \frac{d^r Y_n}{d\vartheta^r} \frac{d^s Y_j}{d\vartheta^s} d\vartheta \quad n, j = 1, 2, \dots, N \quad rs = 00, 02, 11, 20, 22. \tag{3.36}$$

Ces intégrales I_{mi}^{pq} et J_{nj}^{rs} sont calculées directement à l'aide du logiciel de calcul numérique Maple.

Après la substitution des intégrales (3.35) et (3.36) dans l'équation (3.34), on obtient l'équation simplifiée du système suivant :

$$\begin{aligned}
& \sum_i^M \sum_j^N \left\{ D_{11} I_{mi}^{22} J_{nj}^{00} + [D_{12} (I_{mi}^{20} J_{nj}^{02} + I_{mi}^{02} J_{nj}^{20}) + 4D_{66} I_{mi}^{11} J_{nj}^{11}] + D_{22} I_{mi}^{00} J_{nj}^{22} + \frac{a^2 h_2^3}{24G_2^*} I_{mi}^{11} J_{nj}^{00} + \right. \\
& \left. \frac{a^2 h_2^3}{24G_2^*} I_{mi}^{00} J_{nj}^{11} + a^4 (I_{mi}^{00} J_{nj}^{00} + I_{mi}^{00} J_{nj}^{00}) - \omega^2 (2a^3 \rho_{1,3} I_{mi}^{00} J_{nj}^{00} + a^3 \rho_2 I_{mi}^{00} J_{nj}^{00}) \right\} A_{ij} = 0
\end{aligned} \tag{3.37}$$

L'équation (3.37) est écrite sous la forme suivante :

$$\sum_i^M \sum_j^N [K_{imjn} - \omega^2 M_{imjn}] A_{ij} = 0 \tag{3.38}$$

Où ω est la fréquence naturelle de la plaque.

$$\begin{aligned}
\text{Avec : } K_{imjn} &= D_{11} I_{mi}^{22} J_{nj}^{00} + [D_{12} (I_{mi}^{20} J_{nj}^{02} + I_{mi}^{02} J_{nj}^{20}) + 4D_{66} I_{mi}^{11} J_{nj}^{11}] + D_{22} I_{mi}^{00} J_{nj}^{22} + \frac{a^2 h_2^3}{24G_2^*} I_{mi}^{11} J_{nj}^{00} + \\
& \frac{a^2 h_2^3}{24G_2^*} I_{mi}^{00} J_{nj}^{11} + a^4 (I_{mi}^{00} J_{nj}^{00} + I_{mi}^{00} J_{nj}^{00})
\end{aligned} \tag{3.39}$$

$$M_{imjn} = 2a^3 \rho_{1,3} I_{mi}^{00} J_{nj}^{00} + a^3 \rho_2 I_{mi}^{00} J_{nj}^{00} \tag{3.40}$$

Où K_{ijn} , M_{ijn} sont les matrices globales de rigidité et de masse de la plaque respectivement.

3.4.2. Approche statique

Dans le cas statique, l'énergie cinétique est nulle, donc l'équation (20) est donnée par :

$$\frac{\partial U}{\partial A_m} = q(x, y) \quad \text{Pour} \quad \begin{cases} m = 1, 2, \dots, M \\ n = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (3.41)$$

Où $q(x, y)$ est une force uniformément répartie soumise par la plaque, donnée comme suit:

$$q = q_0 a^4 \int_0^1 X_m d\zeta \int_0^1 Y_n d\vartheta = q_0 a^4 I_m^0 J_n^0 \quad (3.42)$$

Le système des équations est donné par :

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{D}{a^2} \int_0^1 \frac{d^2 X_i}{d\zeta^2} \frac{d^2 X_m}{d\zeta^2} d\zeta \int_0^1 Y_j Y_n d\vartheta + \right. \\ & \left. \nu \frac{D}{a^2} \left[\int_0^1 X_m \frac{d^2 X_i}{d\zeta^2} d\zeta \int_0^1 Y_j \frac{d^2 Y_n}{d\vartheta^2} d\vartheta + \int_0^1 X_i \frac{d^2 X_m}{d\zeta^2} d\zeta \int_0^1 Y_n \frac{d^2 Y_j}{d\vartheta^2} d\vartheta \right] \right. \\ & \left. + \frac{D}{a^2} \int_0^1 X_i X_m d\zeta \int_0^1 \frac{d^2 Y_j}{d\vartheta^2} \frac{d^2 Y_n}{d\vartheta^2} d\vartheta + \frac{4(1-\nu)}{2a^2} D \int_0^1 \frac{dX_i}{d\zeta} \frac{dX_m}{d\zeta} d\zeta \int_0^1 \frac{dY_j}{d\vartheta} \frac{dY_n}{d\vartheta} d\vartheta \right. \\ & \left. + \frac{D}{a^2} \int_0^1 \frac{d^2 X_i}{d\zeta^2} \frac{d^2 X_m}{d\zeta^2} d\zeta \int_0^1 Y_j Y_n d\vartheta \right. \\ & \left. + \nu \frac{D}{a^2} \left[\int_0^1 X_m \frac{d^2 X_i}{d\zeta^2} d\zeta \int_0^1 Y_j \frac{d^2 Y_n}{d\vartheta^2} d\vartheta + \int_0^1 X_i \frac{d^2 X_m}{d\zeta^2} d\zeta \int_0^1 Y_n \frac{d^2 Y_j}{d\vartheta^2} d\vartheta \right] \right. \\ & \left. + \frac{D}{a^2} \int_0^1 X_i X_m d\zeta \int_0^1 \frac{d^2 Y_j}{d\vartheta^2} \frac{d^2 Y_n}{d\vartheta^2} d\vartheta + \frac{4(1-\nu)}{2a^2} D \int_0^1 \frac{dX_i}{d\zeta} \frac{dX_m}{d\zeta} d\zeta \int_0^1 \frac{dY_j}{d\vartheta} \frac{dY_n}{d\vartheta} d\vartheta \right. \\ & \left. + \frac{2d}{h_2} G_c (1+i\eta) \int_0^1 \frac{dX_i}{d\zeta} \frac{dX_m}{d\zeta} d\zeta \int_0^1 \frac{dX_i}{d\zeta} \frac{dX_m}{d\zeta} d\zeta \int_0^1 \frac{dY_j}{d\vartheta} \frac{dY_n}{d\vartheta} d\vartheta \right\} A_{ij} = q a^2 \int_0^1 X_m d\zeta \int_0^1 Y_n d\vartheta \quad (3.43) \end{aligned}$$

Après la substitution des équations (3.35) et (3.36) dans l'équation (3.43), on obtient l'équation simplifiée du système suivante :

$$\begin{aligned} & \sum_i^M \sum_j^N \left\{ D_{11} I_{mi}^{22} J_{nj}^{00} + [D_{12} (I_{mi}^{20} J_{nj}^{02} + I_{ni}^{02} J_{nj}^{20}) + 4D_{66} I_{ni}^{11} J_{nj}^{11}] + D_{22} I_{mi}^{00} J_{nj}^{22} + \frac{a^2 h_2^3}{24G_2^*} I_{mi}^{11} J_{nj}^{00} + \frac{a^2 h_2^3}{24G_2^*} I_{mi}^{00} J_{nj}^{11} + \right. \\ & \left. a^4 (I_{ni}^{00} J_{nj}^{00} + I_{mi}^{00} J_{nj}^{00}) \right\} A_{ij} = q_0 a^4 I_m^0 J_n^0 \quad (3.44) \end{aligned}$$

Le système des équations (44) est écrit sous la forme :

$$[K_{ijn}] \{U_{ij}\} = 0 \quad (3.45)$$

3.5. Résultats et discussions

3.5.1. Analyse vibratoire

L'objectif de cette partie est d'étudier le comportement vibratoire des plaques hybrides en élastomère magnétorhéologique en utilisant une théorie développée par l'approche de Ritz en section 3.4.1, qui prend en considération l'effet de cisaillement lors du calcul des déformations. Les fréquences naturelles et les modes propres sont obtenus en utilisant l'approche de Ritz. Ensuite, nous allons comparer les résultats obtenus par l'approche de Ritz à ceux obtenus par la méthode des éléments finis en utilisant le code commercial Abaqus. Considérons une plaque carrée de longueur $a = 200$ mm, de largeur $b = 200$ mm et d'épaisseur totale $h = 4$ mm. Les propriétés mécaniques et physiques de cette plaque sont données par le tableau 3.1. L'organigramme de calcul des fréquences naturelles est donné par la figure 3.4.

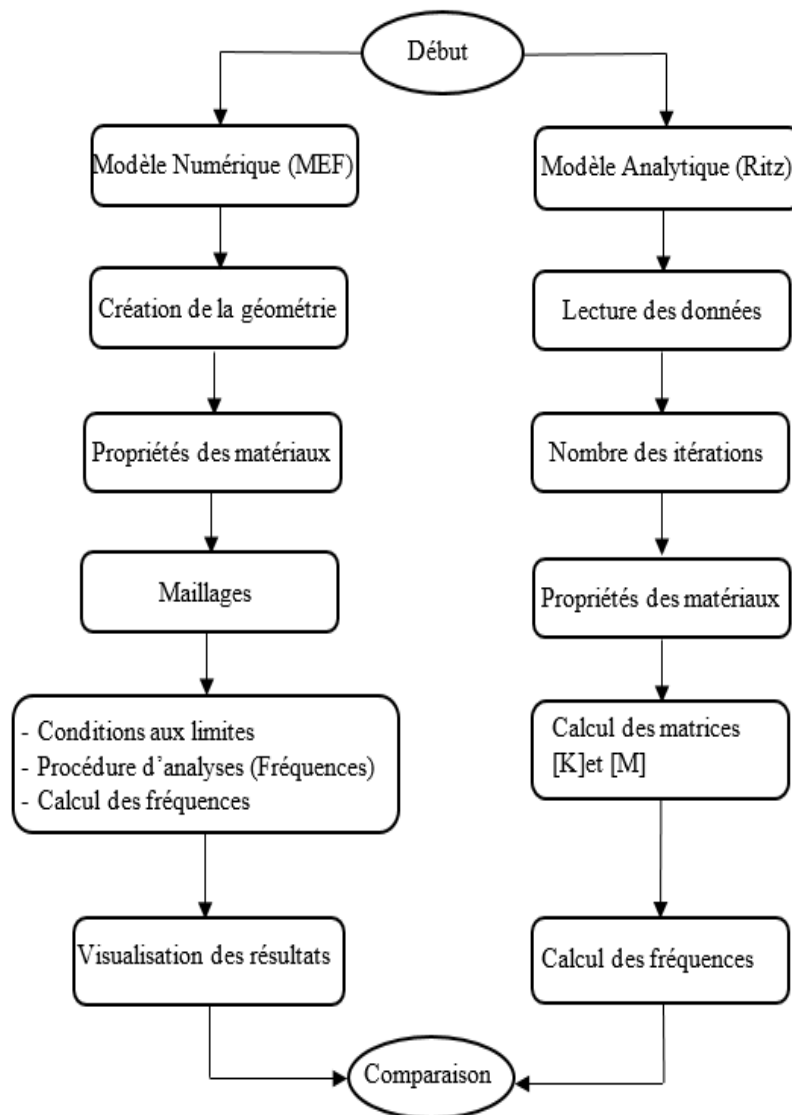


Figure 3. 4: Organigramme de calcul des fréquences naturelles.

3.5.1.1. Analyse par l'approche de Ritz

Les fréquences fondamentales des cinq premiers modes de vibration de la plaque sont déterminées en introduisant les diverses valeurs de l'équation (3.34), ainsi que les propriétés mécaniques des matériaux constituant la plaque, en variant le champ magnétique B .

Le tableau 3.1 présente les propriétés mécaniques nécessaires des matériaux.

Tableau 3. 1: Propriétés mécaniques de la plaque.

Propriétés du matériau	$\rho \left(\frac{kg}{m^3} \right)$	$E (MPa)$	ν
Aluminium	2700	72000	0.34
Elastomère	910	5	0.49

Les modules élastique G' et visqueux G'' avec l'orientation des pseudo-fibres ferromagnétiques de 45° (hors axes), sont obtenus expérimentalement.

Les résultats trouvés sont donnés par le tableau 3.2.

Tableau 3. 2: Fréquences naturelles en Hertz des cinq premiers modes de vibration – Méthode de Ritz ($\beta=45^\circ$).

Modes	B=0T	B=0.1T	B=0.2T	B=0.3T
1	28.776	62.726	73.309	81.519
2	45.715	100.19	117.84	132.91
3	59.361	129.22	148.69	170.59
4	65.371	144.99	171.53	192.97
5	66.410	145.40	172.17	193.84

Les allures des fréquences naturelles, pour $M = N = 8$, sont données par la figure 3.5 pour chaque valeur du champ magnétique.

La figure 3.5 montre les fréquences naturelles obtenues par l'approche de Ritz en utilisant la série d'approximation de l'équation (3.20). On observe une augmentation des fréquences avec l'augmentation de l'intensité du champ magnétique et des modes. Cette augmentation est plus importante dans le cas de l'intensité du champ magnétique égale à 0.3T. Ces résultats peuvent être expliqués de la manière suivante : la rigidité du noyau en MRE augmente d'une manière significative avec l'augmentation du champ magnétique, et nous connaissons auparavant que les fréquences propres augmentent avec l'augmentation de la rigidité des matériaux et l'épaisseur, mais le paramètre de l'épaisseur dans notre cas garde une valeur constante. On

remarque aussi une différence de variation en fonction des modes de vibration, une partie non-linéaire pour les premiers modes (1,2 et 3), et une partie pratiquement constante pour les modes (4 et 5). En effet ; cette variation est très importante lorsque la plaque est soumise au champ magnétique.

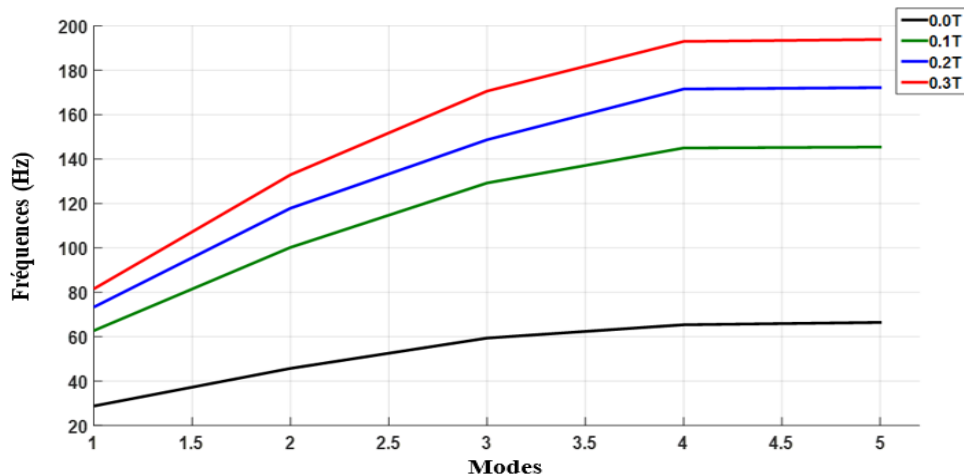


Figure 3. 5: Variation des fréquences naturelles en fonction des modes de vibration.

Les résultats de simulation de deux premiers modes de vibration donnés par la fonction d'approximation des déplacements (3.34) pour chaque valeur du champ magnétique de 0.3T sont donnés par la figure 3.6.

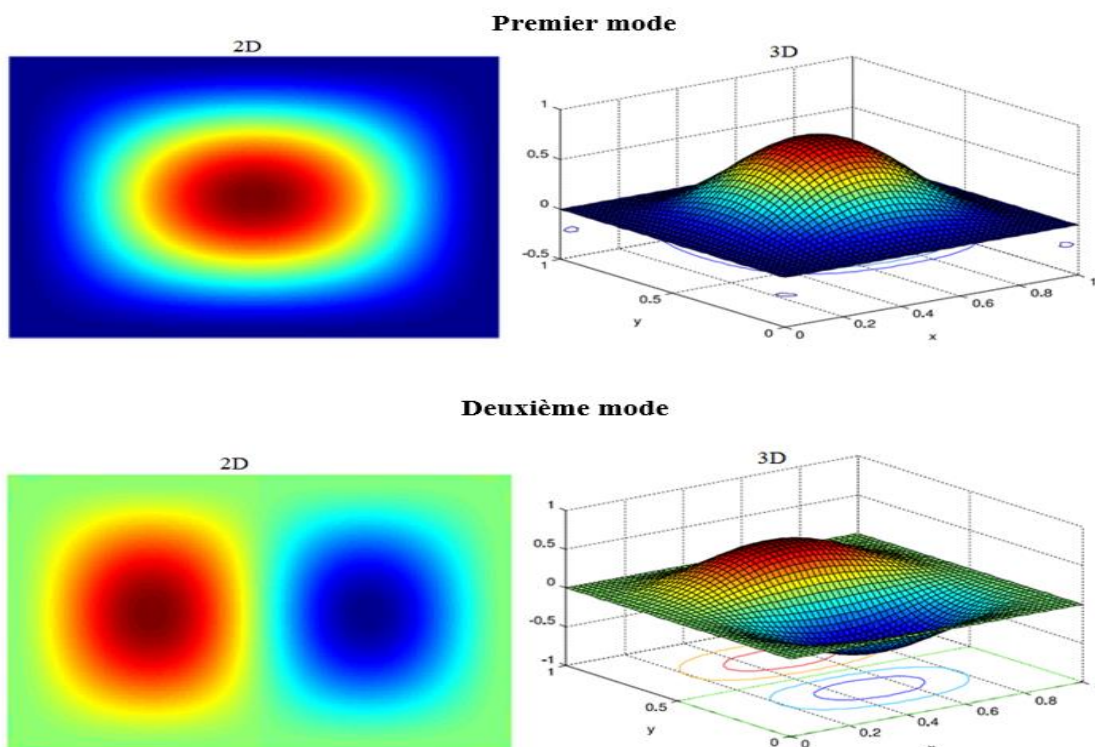


Figure 3. 6: Les deux premiers modes de vibration de la plaque hybride en MRE encadrée sur les quatre bords.

3.5.1.2. Analyse par la méthode des éléments finis

Le modèle géométrique de la plaque réalisé sous le code de calcul Abaqus est donné par la figure 3.7, ce modèle est identique à celui utilisé dans la partie précédente (Approche de Ritz).

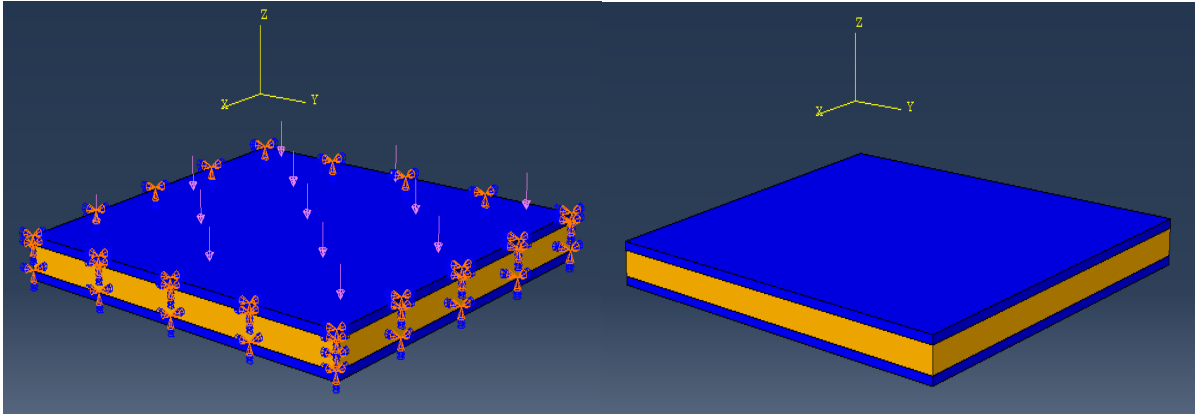


Figure 3. 7: Modèle géométrique de la plaque réalisée par Abaqus.

Nous avons simulé le comportement vibratoire de la plaque en matériau composite à l'aide du logiciel commercial Abaqus en utilisant le modèle tridimensionnel à l'aide d'éléments hexaédriques linéaires à 8 nœuds (C3D8R). Dans la modélisation par éléments finis, la taille des éléments influe directement sur la précision des résultats, plus la taille des éléments diminue plus la précision des résultats augmente et s'approche de la solution exacte. Pour cela, nous avons fait plusieurs test de convergence des déplacements, et on a choisi un élément de taille $0.3 \times 0.3 \times 0.3 \text{ mm}$, car on a constaté qu'un élément de maillage plus fin n'affecte pas les résultats de simulation. Le maillage éléments finis optimal est représenté sur la figure 3.8. Le tableau 3.1 présente les propriétés mécaniques nécessaires des matériaux pour la simulation dans le logiciel Abaqus. Les modules élastique G' et visqueux G'' sont obtenus expérimentalement.

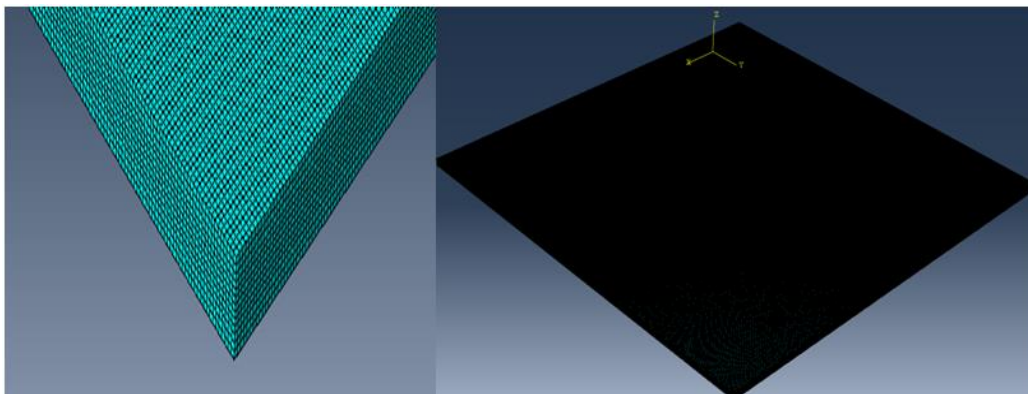


Figure 3. 8: Modèle EF 3D utilisé avec un élément à 8 nœuds (C3D8R).

3.5.1.3. Comparaison des résultats

La comparaison des fréquences naturelles de la plaque carrée hybride en MRE encadrée sur les quatre cotés avec différentes intensités du champ magnétique entre la solution approchée obtenue par la méthode de Ritz et la solution numérique calculée par FEM sous le code de calcul Abaqus est donnée dans le tableau 3.3. L'écart maximum entre les deux solutions n'excède pas les 4% et est maximal pour l'intensité du champ magnétique égale à 0.3T, car les effets de déformation en cisaillement sont plus importants pour le noyau en MRE. Ces résultats sont représentés par la figure 3.9.

Tableau 3. 3: Comparaison des fréquences naturelles obtenues par les deux méthodes (FEM-Ritz).

Modes	B=0T			B=0.1T		
	f (Hz)-FEM	f (Hz)-Ritz	$\Delta\%$	f (Hz)-FEM	f (Hz)-Ritz	$\Delta\%$
1	29.012	28.776	0.80	62.166	62.726	0.9
2	46.321	45.715	1.30	99.271	100.19	0.9
3	59.773	59.361	0.70	127.00	129.22	1.7
4	66.051	65.371	0.10	141.620	144.99	1.8
5	66.993	66.410	0.80	142.510	145.40	2
Modes	B=0.2T			B=0.3T		
	f (Hz)-FEM	f (Hz)-Ritz	$\Delta\%$	f (Hz)-FEM	f (Hz)-Ritz	$\Delta\%$
1	71.950	73.309	1.89	84.079	81.519	3.14
2	115.71	117.84	1.80	129.88	132.91	2.30
3	149.85	148.69	0.80	175.91	170.59	3.12
4	168.31	171.53	1.90	195.64	192.97	1.40
5	168.92	172.17	2.14	196.35	193.84	1.30

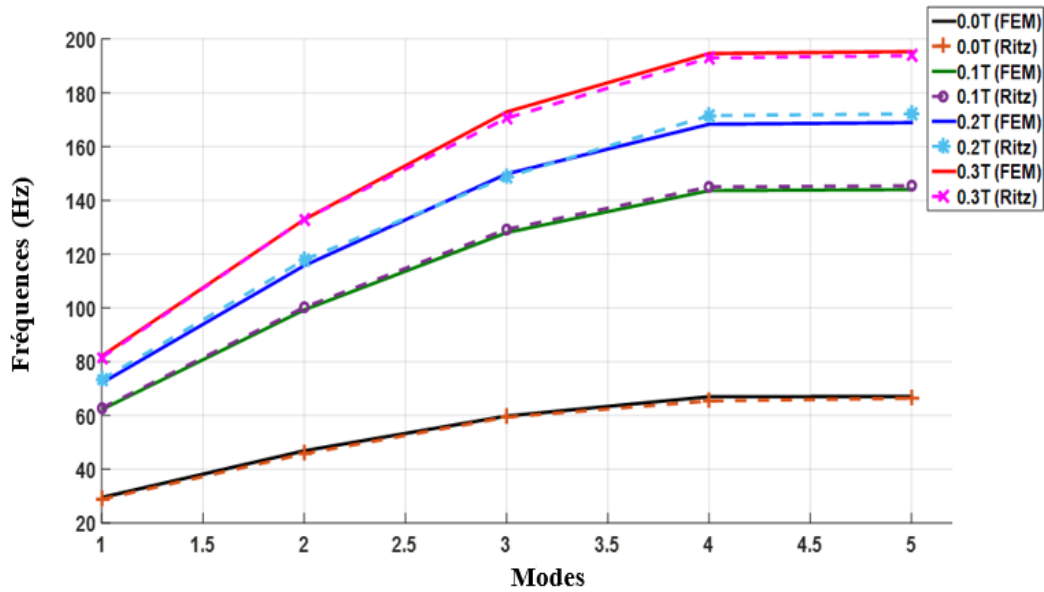


Figure 3. 9 : Variation des fréquences naturelles en fonction des modes de vibration sous différentes intensités du champ magnétique obtenus par les deux méthodes FEM-Ritz.

La comparaison de simulation des deux premiers modes de vibration obtenus par les deux méthodes (Ritz et FEM) pour chaque valeur du champ magnétique de 0.3T est donnée par la figure 3.10.

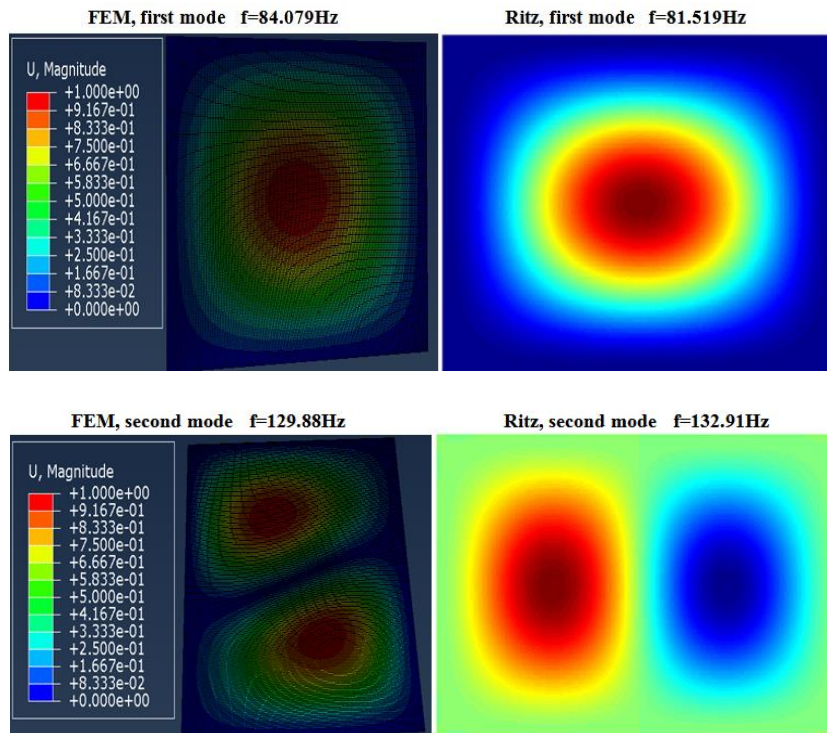


Figure 3. 10: Les deux premiers modes de vibration obtenus par les deux méthodes FEM-Ritz.

3.5.2. Analyse statique

L'objectif de cette partie est d'étudier le comportement statique des plaques hybrides en élastomère magnétorhéologique en utilisant la théorie développée par l'approche de Ritz en section 3.4.2, qui prend en considération l'effet de cisaillement lors du calcul des déplacements. Ensuite, nous allons comparer les résultats obtenus par l'approche de Ritz à ceux obtenus par la méthode des éléments finis en utilisant le code commercial Abaqus. On considère la même plaque carrée de longueur $a = 200$ mm, de largeur $b = 200$ mm et d'épaisseur totale $h = 4$ mm, de mêmes propriétés mécaniques et physiques. L'organigramme du calcul des déplacements par les deux méthodes (Ritz et FEM) est donné par la Figure 3.11.

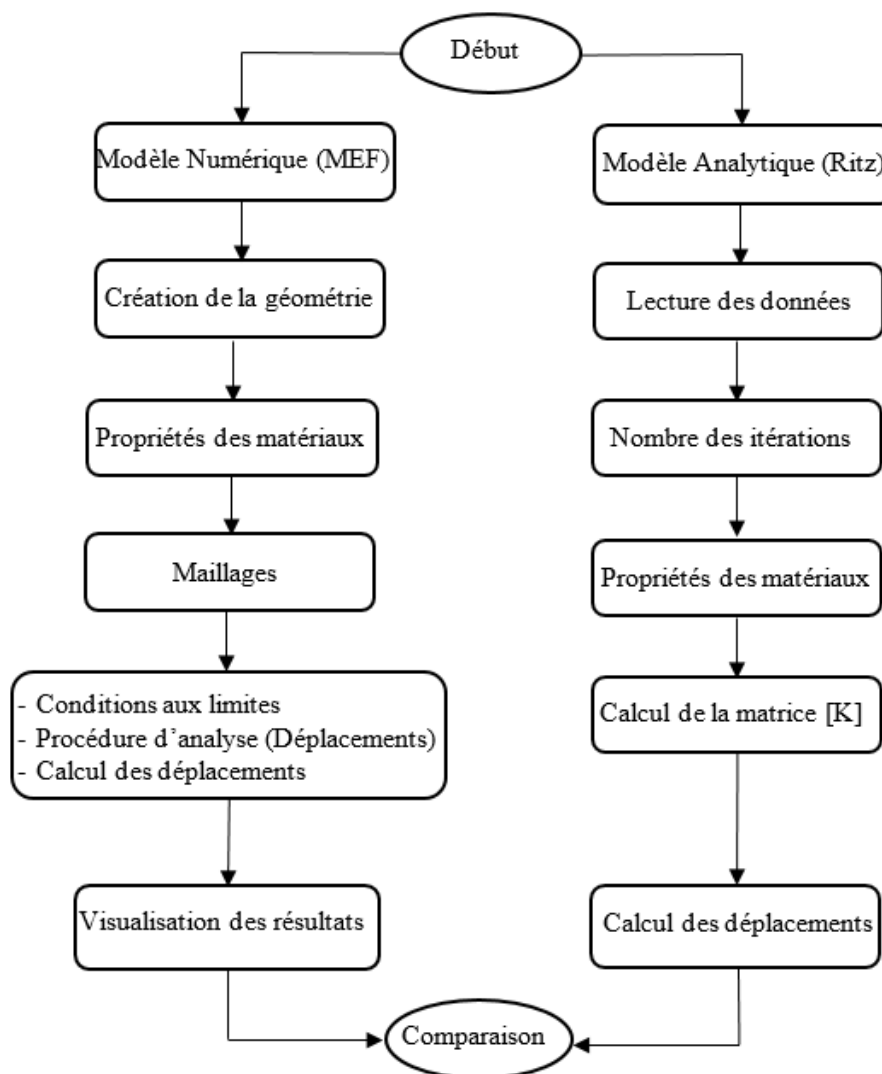


Figure 3. 11: Organigramme de calcul des déplacements.

3.5.2.1. Analyse par la méthode de Ritz

La réponse statique de la plaque est ensuite déterminée en introduisant les diverses valeurs de l'équation (3.43), ainsi que les caractéristiques géométriques et les propriétés mécaniques des matériaux constituant la plaque, en variant le champ magnétique B .

L'allure de déformation statique en 2D et 3D, pour $M = N = 8$, sont donnés par les figures 3.12 et 3.13 pour chaque valeur du champ magnétique.

La figure 3.12 montre la variation de la déformation statique (déplacement) de la plaque avec ou sans l'influence de différentes intensités du champ magnétique (0T, 0.1T, 0.2T, 0.3T), et la figure 3.13 représente les modes de déformation statique en 3D pour chaque valeur du champ magnétique. Nous observons que lorsque l'intensité du champ magnétique augmente ; les déplacements en flexion de la plaque diminuent, cette diminution est plus importante dès l'application du champ magnétique même à faible densité. On remarque aussi que l'application d'un champ magnétique produit une réduction de plus de 50% (pour $B=0T$; $U_{\max}=20.330\text{mm}$, et pour $B=0.1T$ $U_{\max}=9.379\text{mm}$), cette réduction importante due à l'augmentation de la force magnétique entre les particules ferromagnétiques (augmentation de la rigidité du MRE) et la déformation en cisaillement transverse qui est plus significative dans la partie MRE. On remarque un déplacement maximal au centre de la plaque de 20.330mm pour une intensité du champ magnétique nulle, un déplacement de 9.379mm pour une intensité du champ magnétique de 0.1T, un déplacement de 7.853mm pour une intensité du champ magnétique de 0.2T et un déplacement de 6.580mm pour une intensité du champ magnétique de 0.3T. Ce qui montre clairement que la déformation statique est réduite considérablement par l'application d'un champ magnétique, dans notre étude aux alentours de 4 fois dès l'application de ce dernier.

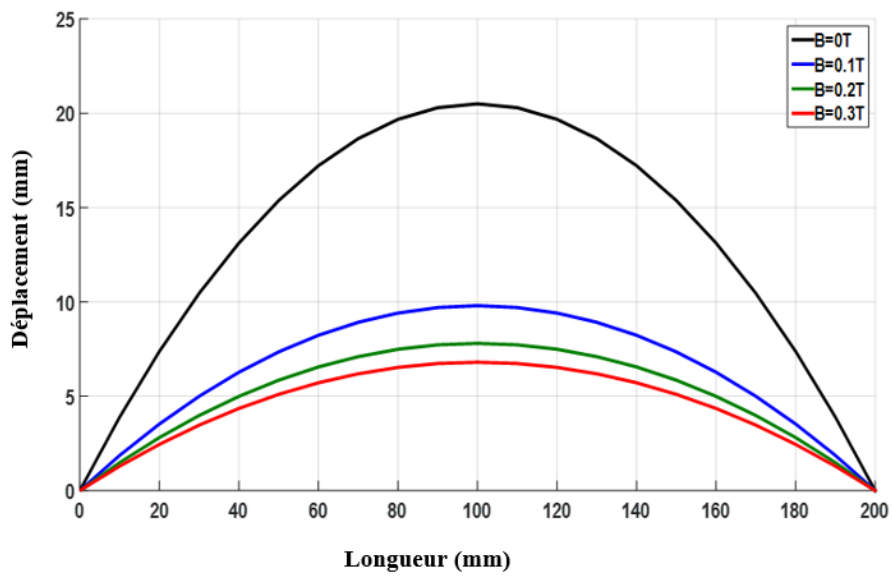


Figure 3.12: Déplacement statique en fonction de différentes intensités du champ magnétique.

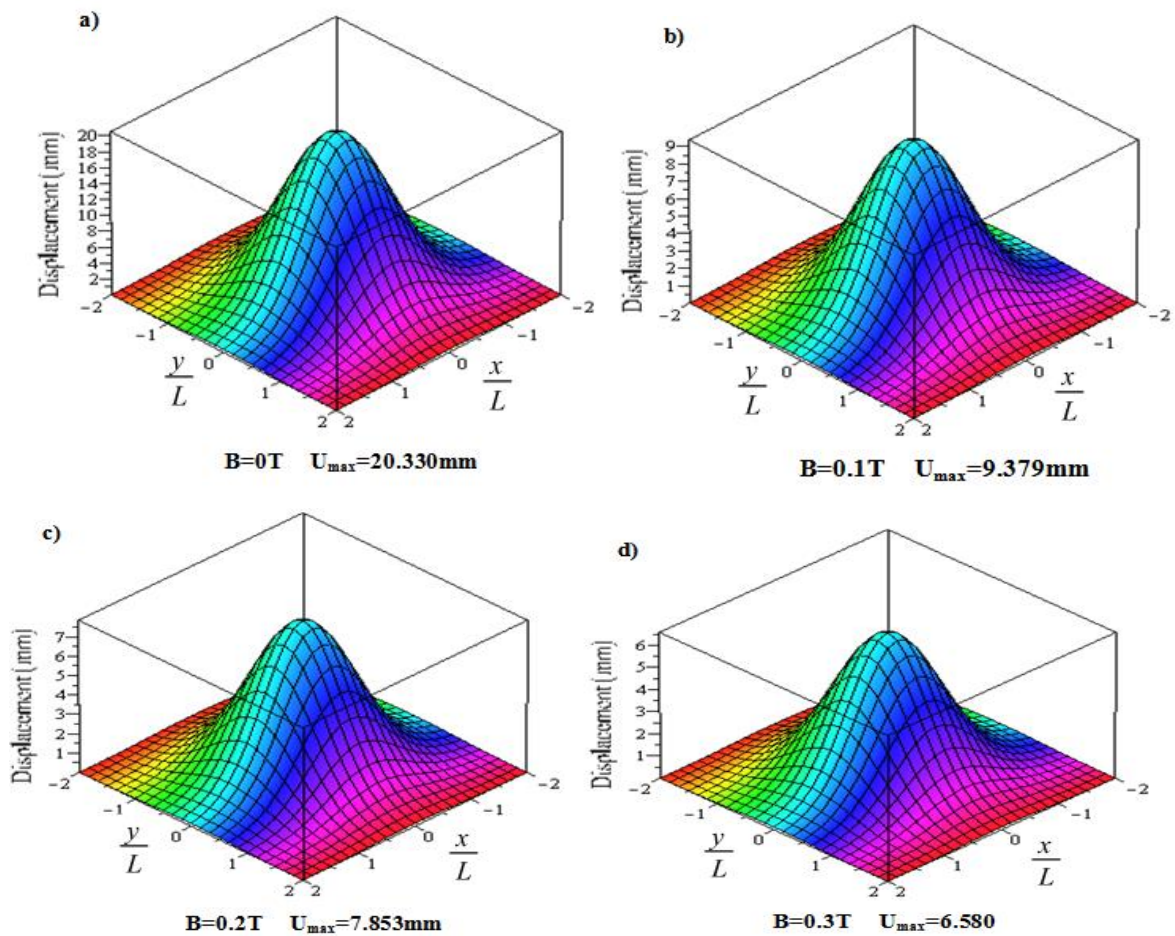


Figure 3.13: Mode de déformation statique en fonction de différentes intensités du champ magnétique.

La figure 3.14 montre l'évolution de la contrainte normale en fonction de la déformation de la plaque sous l'effet de différentes intensités du champ magnétique. Les résultats obtenus montrent que la contrainte normale augmente avec l'augmentation du champ magnétique, ainsi que le déplacement diminue avec l'augmentation de la contrainte normale.

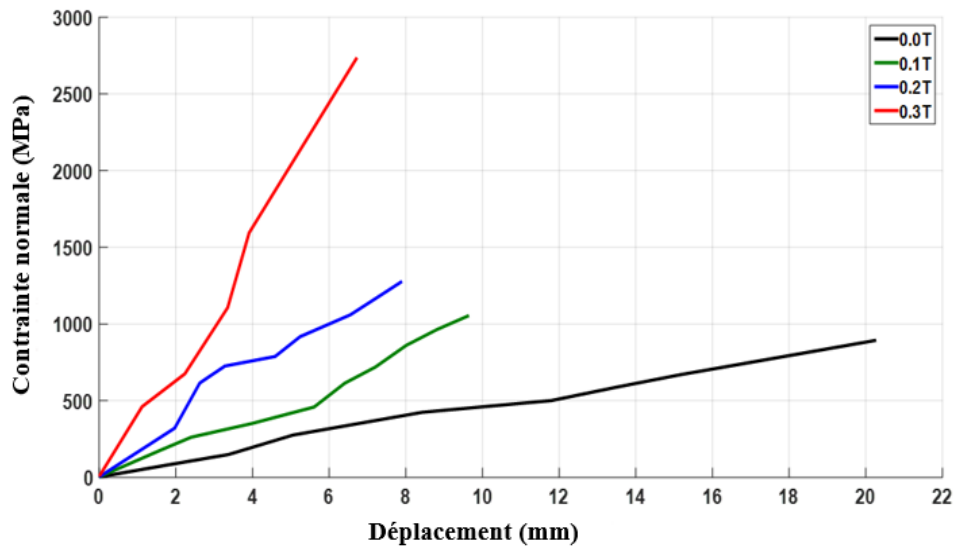


Figure 3. 14: Variation des contraintes normales en fonction des déplacements sous différentes intensités du champ magnétique.

La figure 3.15 montre la variation de la contrainte de cisaillement à travers l'épaisseur de la plaque sous l'effet de différentes intensités du champ magnétique. Les résultats obtenus montrent que la contrainte de cisaillement augmente avec l'augmentation du champ magnétique, on peut observer aussi que la contrainte de cisaillement est maximale au niveau de la surface de contact entre les peaux en aluminium et le noyau en MRE, et nulle dans le plan médian de la plaque.

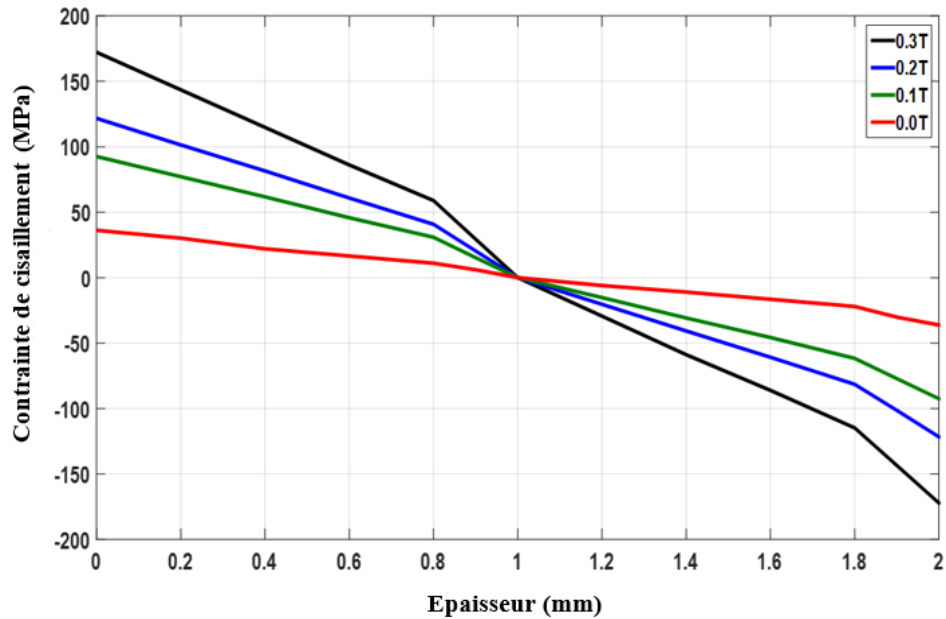


Figure 3. 15: Variation des contraintes de cisaillement en fonction de l'épaisseur sous différentes intensités du champ magnétique.

3.5.2.2. Analyse par la méthode des éléments finis et validation

Dans cette partie, nous avons présenté une validation des résultats trouvés par l'approche de Ritz avec ceux calculés par le modèle éléments finis.

La figure 3.16 montre les déformées obtenues par la méthode de Ritz et les déformées obtenues par le code de calcul Abaqus. On observe que les déformées simulées par la méthode des éléments finis sous le code de calcul Abaqus sont confrontées aux déformées obtenues par l'approche de Ritz.

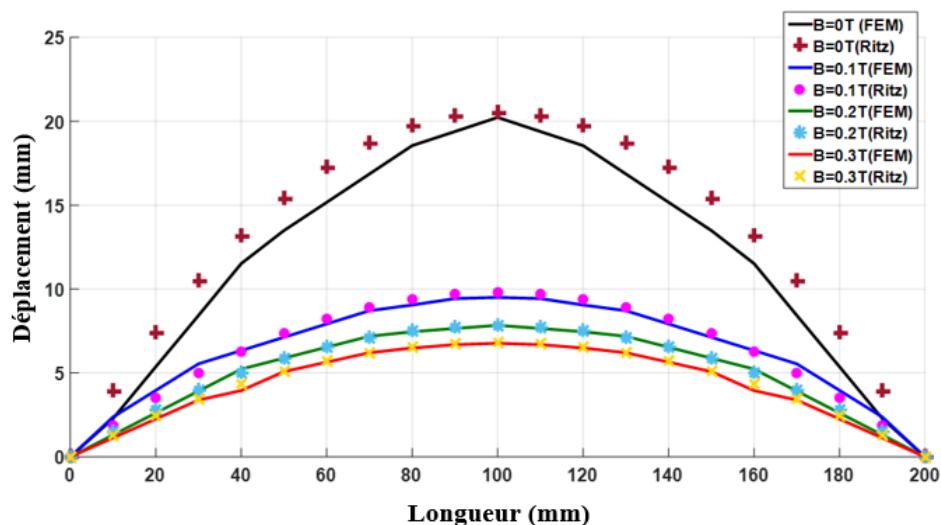


Figure 3. 16: Variation des déplacements en fonction de la longueur sous différentes intensités du champ magnétique obtenus par les deux méthodes FEM-Ritz.

La figure 3.17 donne les modes de déformation statique de la plaque sandwich en fonction de différentes intensités du champ magnétique obtenus par le code de calcul Abaqus.

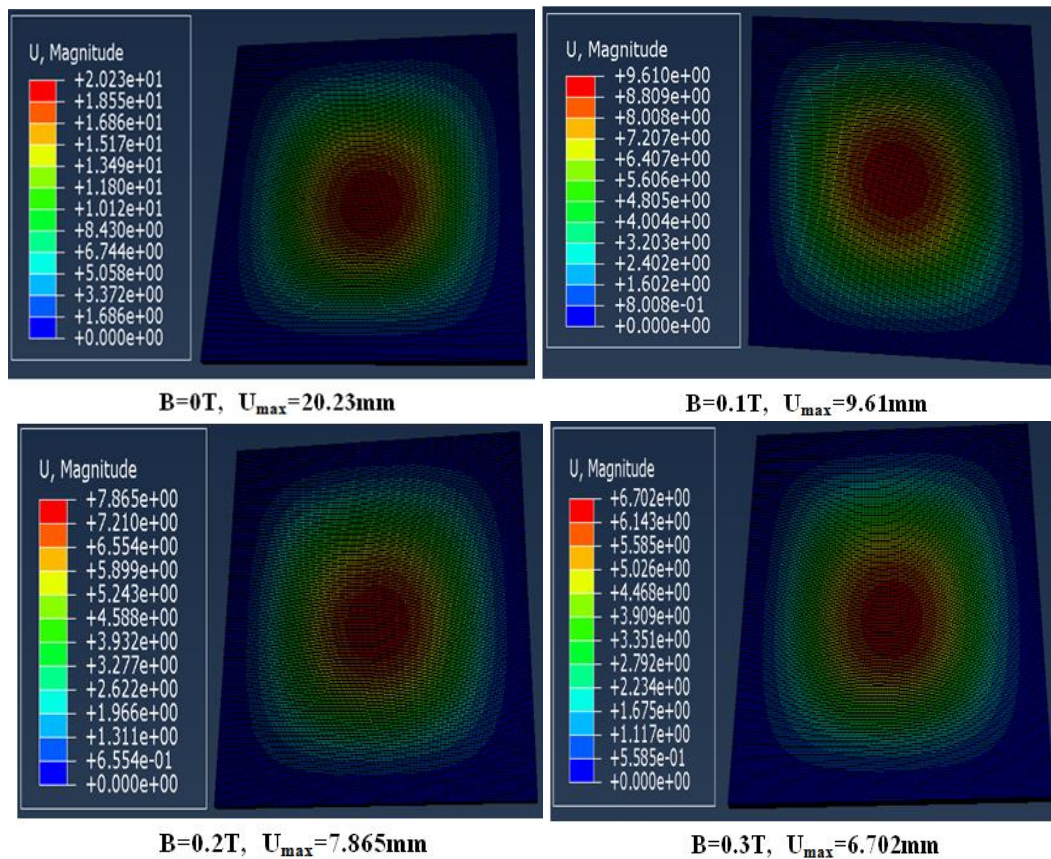


Figure 3. 17: Les modes de déformation statique obtenus par FEM sous Abaqus.

Le tableau 3.4 présente une comparaison des résultats trouvés par l'approche de Ritz de la déformation avec ceux trouvés par la méthode des éléments finis à l'aide du code de calcul Abaqus pour des valeurs du champ magnétique de 0T, 0.1T, 0.2T et 0.3T. On remarque que les résultats obtenus par FEM sous le code de calcul Abaqus sont confrontés aux résultats tirés par l'approche de Ritz avec une erreur maximale de 8.97 %. L'erreur moyenne des résultats des deux méthodes est de 3.25 % pour un champ magnétique nul, 3,63% pour le champ magnétique 0.1T, 3,21% pour le champ magnétique 0.2T et de 4,36% pour un champ magnétique de 0.3T. Ce qui montre que le modèle choisi dans le code Abaqus est convenable au modèle développé par l'approche de Ritz.

Tableau 3. 4: Comparaison des valeurs du déplacement obtenues par les deux méthodes (FEM-Ritz).

Distance (mm)	B=0T			B=0.1T		
	U (mm) - FEM	U (mm) - Ritz	$\Delta\%$	U (mm) - FEM	U (mm) - Ritz	$\Delta\%$
10	01.686	01.626	3.7%	00.801	00.794	01.50%
20	03.372	03.232	4.3%	01.602	01.497	07.67%
30	05.058	5.279	4.4%	02.402	02.582	06.78%
40	08.430	8.207	2.7%	04.004	03.987	01.04%
50	11.800	11.977	1.5%	05.606	05.816	03.10%
60	13.490	13.800	2.3%	06.407	06.700	03.93%
70	15.170	15.686	3.4%	07.207	07.423	02.35%
80	16.860	17.922	6.3%	08.008	08.376	03.95%
90	18.550	18.985	2.4%	08.809	09.117	02.86%
100	20.230	20.533	1.5%	09.610	09.379	03.10%
Distance (mm)	B=0.2T			B=0.3T		
	U (mm) - FEM	U (mm) - Ritz	$\Delta\%$	U (mm) - FEM	U (mm) - Ritz	$\Delta\%$
10	00.655	0.645	01.95%	0.558	0.547	02.15%
20	01.311	1.313	0.002%	1.117	1.064	05.09%
30	01.966	2.003	01.45%	2.234	2.347	04.90%
40	02.622	2.771	05.32%	3.351	3.414	01.75%
50	03.277	3.272	00.53%	3.909	4.148	05.98%
60	04.588	4.619	00.30%	4.468	4.779	06.85%
70	05.243	4.977	05.74%	5.026	4.988	00.89%
80	06.554	6.130	07.31%	5.585	5.981	06.95%
90	07.210	6.640	08.97%	6.143	6.587	07.09%
100	07.865	7.853	00.52%	6.702	6.580	01.98%

La figure 3.18 présente la variation de la contrainte normale trouvée par les deux méthodes, l'approximation approchée de Ritz et la méthode FEM sous le code de calcul Abaqus (Figure 3.19). On observe que la valeur de la contrainte augmente assez rapidement avec l'augmentation du champ magnétique, ce qui démontre clairement l'influence importante du champ magnétique sur le comportement statique des plaques en MRE. On signale que l'écart de différence entre les valeurs des contraintes pour les deux méthodes ne dépasse pas 7.72%. Cet effet de l'intensité du champ magnétique sur les contraintes normales est représenté dans le tableau 3.5.

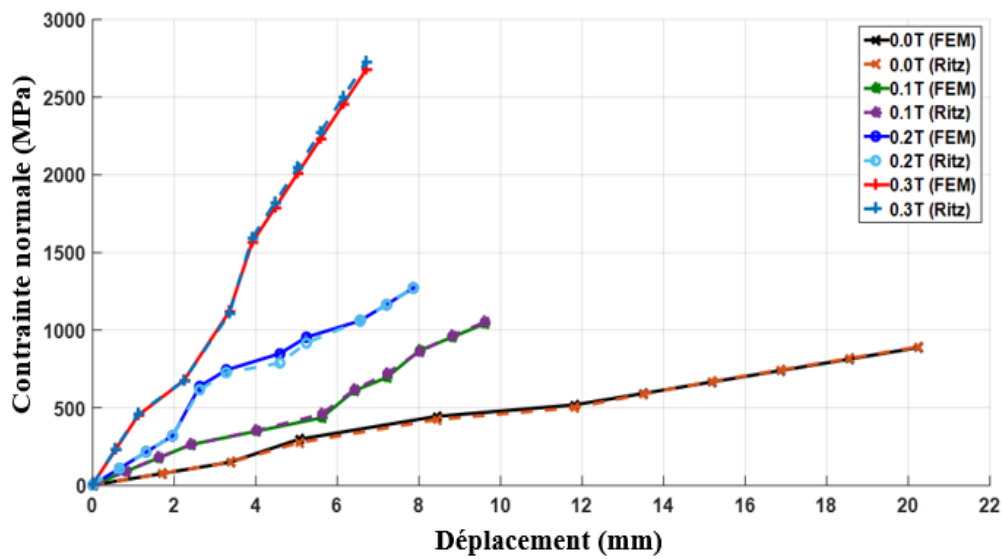


Figure 3. 18: Variation des contraintes normales en fonction des déplacements sous différentes intensités du champ magnétique obtenues par les deux méthodes FEM-Ritz.

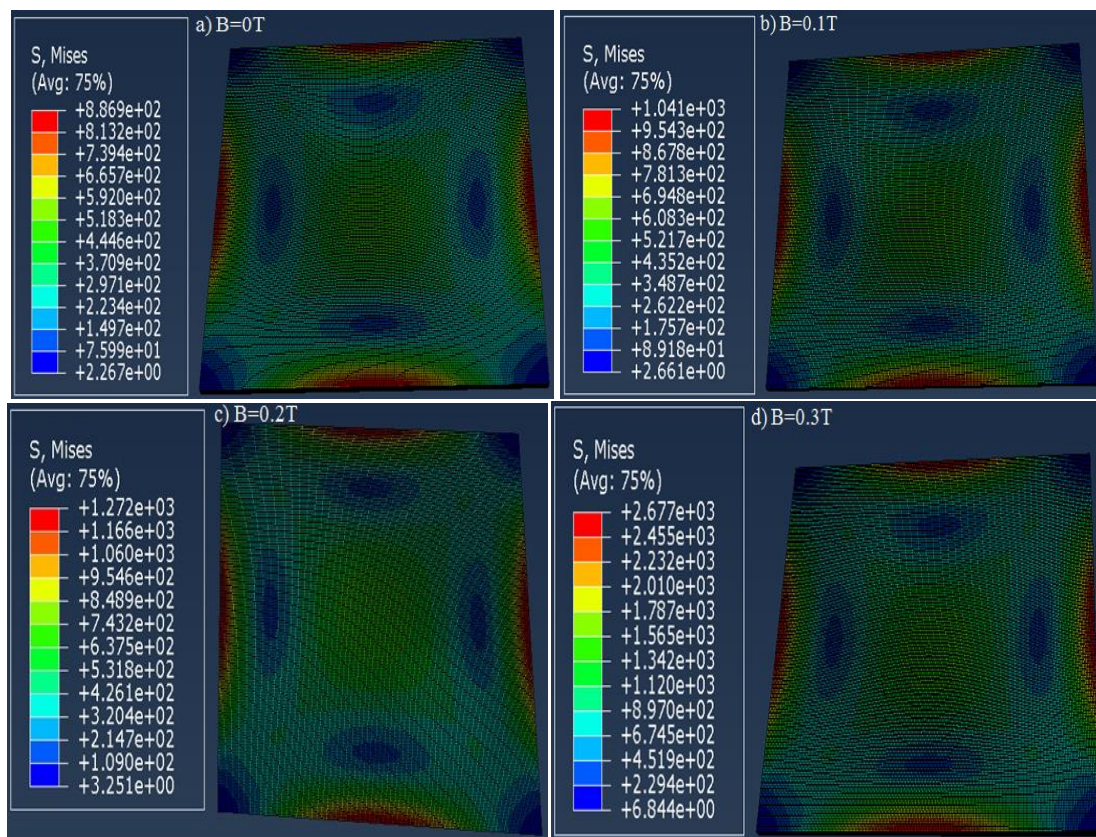


Figure 3. 19: Les contraintes normales calculées par FEM sous Abaqus.

Tableau 3. 5: Comparaison des valeurs de contrainte normale obtenues par les deux méthodes (FEM-Ritz).

B=0T				B=0,1T			
Déplacement (mm)	σ (MPa) FEM	σ (MPa) Ritz	$\Delta\%$	Déplacement (mm)	σ (MPa) FEM	σ (MPa) Ritz	$\Delta\%$
0	2,267	2,28	0,57	0	2,661	2,686	0,94
1,686	75,99	76,42	0,57	0,801	89,18	90,04	0,96
3,372	149,7	148,6	0,74	1,602	175,7	177,4	0,97
5,058	297,1	275,8	07.72	2,402	262,2	261,7	0,19
8,43	444,6	424,1	4,83	4,004	348,7	352,1	0,98
11,8	518,3	500,7	3,52	5,606	435,2	458,4	5,33
13,49	592	587,4	0,78	6,407	608,3	614,1	0,95
15,17	665,7	669,5	0,57	7,207	694,8	719,5	3,55
16,86	739,4	743,6	0,57	8,008	867,8	860,2	0,88
18,55	813,2	817,8	0,57	8,809	954,3	963,5	0,96
20,23	886,9	891,9	0,56	9,61	1041	1051	0,96
B=0,2T				B=0,3T			
Déplacement (mm)	σ (MPa) FEM	σ (MPa) Ritz	$\Delta\%$	Déplacement (mm)	σ (MPa) FEM	σ (MPa) Ritz	$\Delta\%$
0	3,251	3,251	0,00	0	6,844	6,972	1,87
0,655	109	109	0,00	0,558	229,4	233,7	1,87
1,311	214,7	214,7	0,00	1,117	451,9	460,4	1,88
1,966	320,4	320,4	0,00	2,234	674,5	675,1	0,08
2,622	637,5	615,2	3,62	3,351	1120	1107	1,17
3,277	743,2	725,6	2,42	3,909	1565	1594	1,85
4,588	848,9	787,9	7,74	4,468	1787	1821	1,90
5,243	954,6	917,6	4,03	5,026	2010	2047	1,84
6,554	1060	1060	0,00	5,585	2232	2274	1,88
7,21	1166	1166	0,00	6,143	2455	2501	1,87
7,865	1272	1272	0,00	6,702	2677	2728	1,91

L'effet de l'intensité du champ magnétique sur les contraintes de cisaillement trouvées par les deux méthodes (Ritz et FEM) est illustré sur la figure 3.20. Le tableau 3.6 montre une bonne concordance entre les résultats numériques trouvés par l'approche de Ritz et à ceux obtenus par FEM (Figure 3.21). On peut observer que les résultats calculés par la méthode des éléments finis (FEM) sous Abaqus sont proches des résultats obtenus par l'approche de Ritz ; où l'écart maximal ne dépasse pas le pourcentage de 5,26%.

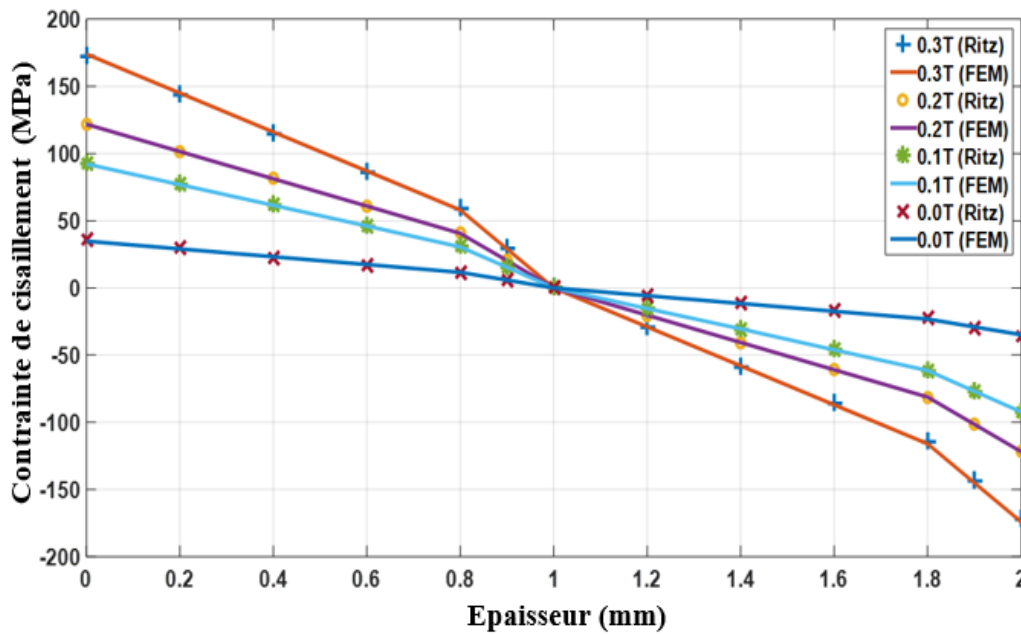


Figure 3. 20: Variation des contraintes de cisaillement en fonction de l'épaisseur sous différentes intensités du champ magnétique obtenues par les deux méthodes FEM-Ritz.

Les contraintes de cisaillement en fonction de l'intensité du champ magnétique calculées par le code de calcul Abaqus sont représentées sur la figure 3.21.

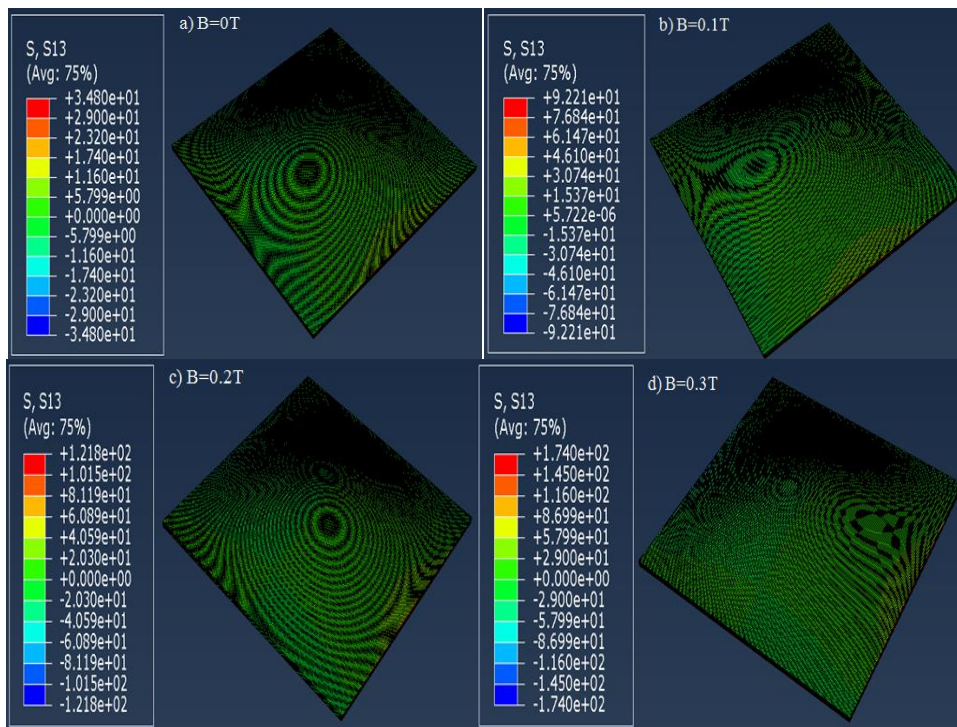


Figure 3. 21: Contraintes de cisaillement calculées par FEM sous Abaqus.

Le tableau 3.6 montre les contraintes de cisaillement obtenues par les deux méthodes FEM et Ritz en utilisant les mêmes données. On constate une confrontation des résultats trouvés par les deux méthodes avec un taux d'erreur maximal ne dépassant pas 5,26%.

Tableau 3. 6: Comparaison des valeurs de contrainte de cisaillement obtenues par les deux méthodes (FEM-Ritz).

		B=0T			B=0,1T		
Distance (mm)	τ (MPa) FEM	τ (MPa) Ritz	$\Delta\%$	τ (MPa) FEM	τ (MPa) Ritz	$\Delta\%$	
0	34.8	36,19	3.99	92.21	92.56	0.38	
0.2	29	30,16	4.00	76.84	77.13	0.38	
0.4	23.2	22,04	5.26	61.47	61.7	0.37	
0.6	17.4	16,53	5.26	46.1	45.76	0.74	
0.8	11.6	11,02	5.26	30.47	30.85	1.25	
0.9	5.799	6,031	4.00	15.37	15.25	0.79	
		B=0.2T			B=0,3T		
Distance (mm)	τ (MPa) FEM	τ (MPa) Ritz	$\Delta\%$	τ (MPa) FEM	τ (MPa) Ritz	$\Delta\%$	
0	121.8	121.7	0.08	174	172.2	1.05	
0.2	101.5	101.4	0.10	145	143.5	1.05	
0.4	81.19	81.51	0.39	116	114.8	1.05	
0.6	60.89	60.84	0.08	86.99	86.12	1.01	
0.8	40.59	40.76	0.42	57.99	58.88	1.53	
0.9	20.3	20.38	0.39	29	29.4	1.38	

3.6. Conclusion

Dans ce chapitre, on a étudié le comportement statique et vibratoire des plaques hybrides en élastomère magnétorhéologique anisotrope hors axe. Le principe de Hamilton et la méthode de Ritz sont adoptés pour résoudre le problème mathématique. Afin de vérifier et confronter les résultats obtenus par l'approche de Ritz, une analyse à l'aide de la méthode des éléments finis sous le code de calcul Abaqus a été faite. L'effet du champ magnétique sur les déplacements en flexion, les contraintes normales, les contraintes de cisaillement, et les modes de déformation statique de la plaque sandwich hybride hors axe d'anisotropie sont discutés. La propriété rhéologique du matériau MRE peut être modifiée et contrôlée en appliquant divers champs magnétiques. Les fréquences propres et les amortissements modaux de la plaque sandwich sont calculés et discutés pour différentes intensités du champ magnétique. Les résultats obtenus par les deux méthodes sont confrontés avec une erreur admissible. Ces résultats montrent que les structures hybrides en élastomère magnétorhéologique anisotrope hors axe ayant de meilleures propriétés par rapport aux structures hybrides anisotropes à angle d'orientation nul.

4.1. Introduction

Le flambement des structures est un sujet qui a été étudié dans de nombreux travaux, et qui reste à ce jour un problème majeur dans différents domaines. Dans ce chapitre, on va étudier le phénomène d'instabilité de flambement de plaques en acier (E36-S355), et en élastomère magnétorhéologique soumises à un chargement en compression. L'étude de l'influence de l'intensité du champ magnétique sur l'instabilité de flambage des plaques hybrides comprimées sera faite par un développement mathématique utilisant l'approche de Ritz et par une simulation numérique sous le code de calcul Abaqus.

D'après les travaux réalisés précédemment, le flambage des plaques en élastomère magnétorhéologique n'a pas été traité, pour cela nous sommes motivés par l'analyse du flambage des plaques hybrides en MRE. Ces plaques étudiées sont élaborées à partir de trois couches minces, un noyau en MRE dont les propriétés varient sous l'application du champ magnétique et deux peaux en acier. Deux méthodes numériques ont été utilisées pour évaluer le comportement en flambage de la plaque et valider les résultats obtenus, à savoir la méthode de Ritz et la méthode des éléments finis sous le logiciel Abaqus. Les résultats obtenus montrent l'efficacité de l'utilisation de ce type de matériaux dans les structures pour remédier à l'effet de flambage dans différents domaines.

4.2. Modélisation géométrique

Dans ce chapitre, nous étudierons le phénomène d'instabilité du flambage des tôles en acier (E36-S355) et de l'élastomère magnétorhéologique soumis à une charge de compression. La figure 4.1 décrit les caractéristiques géométriques de la plaque étudiée.

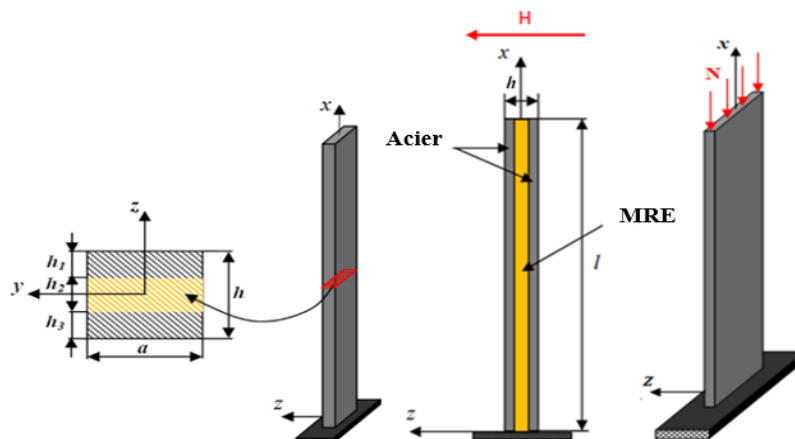


Figure 4. 1 : Modélisation géométrique de la plaque sandwich proposée.

Une plaque sandwich hybride anisotrope hors axe consiste essentiellement en deux peaux d'acier entre lesquelles un noyau est interposé (Figure 3.1). Ce noyau est constitué d'un élastomère magnétorhéologique anisotrope hors axe (MRE). Généralement, les chercheurs simplifient les systèmes complexes à étudier en un élément idéalisé qui permet d'estimer les effets d'une action sur le système dont le comportement de plaque est ajusté en ajustant les propriétés mécaniques de l'élastomère magnétorhéologique sous un champ magnétique ou électrique.

La manière d'élaboration d'un élastomère magnétorhéologique est illustrée par la figure 4.2. Dans notre étude, nous avons choisi un taux de chargement de l'élastomère de 30%, car une concentration plus élevée de particules ferromagnétiques pourrait augmenter le module de rigidité pour champ nul mais pas l'effet MR. Sur la base de la littérature actuelle, la concentration optimale de particules ferromagnétiques est d'environ 30% en volume [1]. β est l'angle d'inclinaison entre la direction du champ magnétique et l'inclinaison de l'échantillon MRE. La procédure expérimentale de préparation d'un élastomère magnétorhéologique est donnée par Nadjar et al. [33].

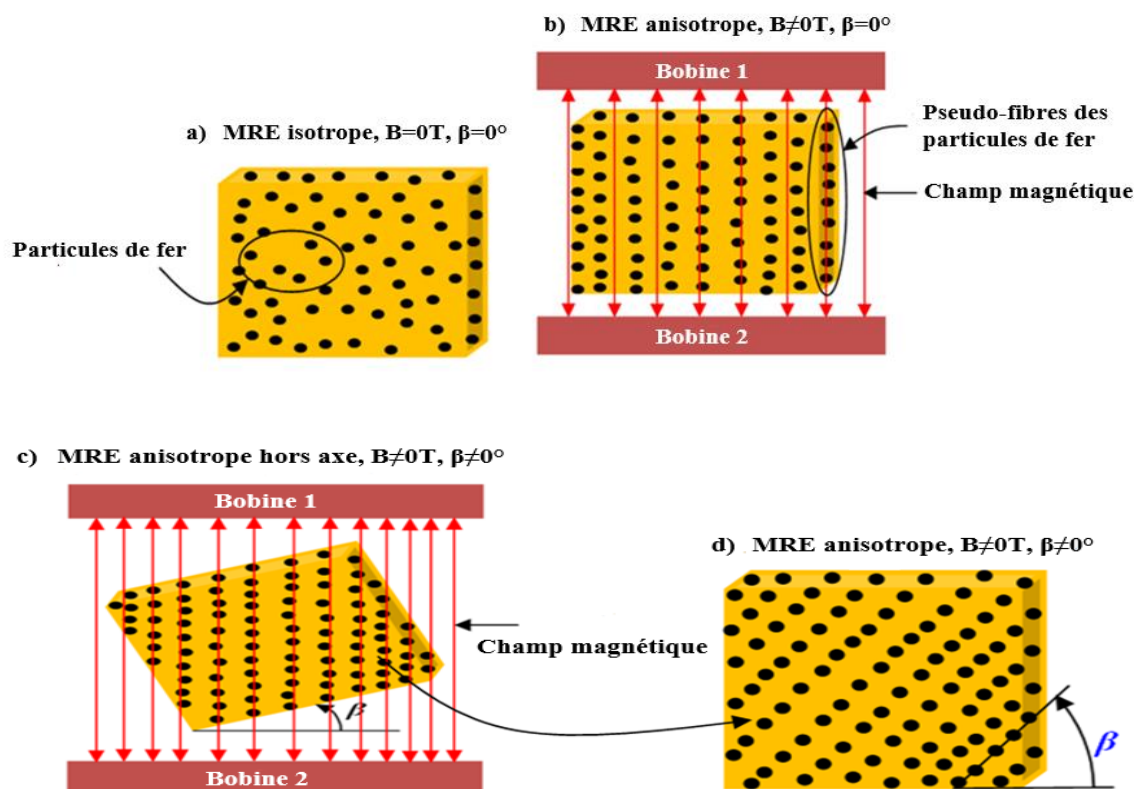


Figure 4. 2 : Les procédures expérimentales d'élaboration des élastomères magnétorhéologiques hors axe d'anisotropie.

4.3. Modélisation mathématique

4.3.1. Déplacements, contraintes et déformations

On considère une plaque uniformément chargée pour laquelle le plan xy coïncide avec le plan moyen et donc l'ordonnée z est égale à zéro. Les composantes du déplacement en un point, suivant les directions x, y et z , sont dénotées u, v et w , respectivement. Quand une charge latérale engendre une déformation de la plaque, la surface médiane à un point $(x_{(a/2)}, y_{(a/2)})$, se déplace de w .

Le champ de déplacements de la structure sandwich est identifié comme suit :

$$\begin{aligned} u^i(x, y, z, t) &= u_0^i(x, y, t) - z_i w_{,x}^i(x, y, t) \\ v^i(x, y, z, t) &= v_0^i(x, y, t) - z_i w_{,y}^i(x, y, t) \quad , \quad i = 1,3 \\ w^i(x, y, z, t) &= w_0^i(x, y, t) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Où l'exposant $i = 1,3$ référence les couches supérieure et inférieure, respectivement, et z_i est la coordonnée transversale dans le système de coordonnées local de chaque couche. $u_0^i(x, y, t)$, $v_0^i(x, y, t)$ et $w_0^i(x, y, t)$ sont les déplacements des plans médians tandis que $u^i(x, y, z, t)$, $v^i(x, y, z, t)$ et $w^i(x, y, z, t)$ désignent les déplacements d'un point arbitraire le long des axes x , y et z respectivement. Les déplacements entre les couches sont supposés parfaitement délimités (pas de glissement) et un profil de déplacement continu à travers l'épaisseur de la plaque sandwich, le profil de déplacement de la couche centrale peut être obtenu. En d'autres termes, on suppose que les déplacements dans le plan dans la couche centrale varient linéairement sur l'épaisseur, tandis que le déplacement transversal est uniforme.

Un profil de déplacement continu à travers l'épaisseur est considéré en supposant l'absence de glissement entre les couches de plaque, ce qui donne les relations de compatibilité suivantes :

$$\begin{aligned} u_{z_1=-\frac{h_1}{2}}^1 &= u_{z_2=\frac{h_2}{2}}^2, \quad v_{z_1=-\frac{h_1}{2}}^1 = v_{z_2=\frac{h_2}{2}}^2 \quad \text{et} \quad w_{z_1=-\frac{h_1}{2}}^1 = w_{z_2=\frac{h_2}{2}}^2 \\ u_{z_2=-\frac{h_2}{2}}^2 &= u_{z_3=\frac{h_3}{2}}^3, \quad v_{z_2=-\frac{h_2}{2}}^2 = v_{z_3=\frac{h_3}{2}}^3 \quad \text{et} \quad w_{z_2=-\frac{h_2}{2}}^2 = w_{z_3=\frac{h_3}{2}}^3 \end{aligned} \quad (4.2)$$

En introduisant l'équation (4.2) dans l'équation (4.1), les champs de déplacement dans la couche centrale peuvent être obtenus en utilisant les champs de déplacement dans les couches élastiques comme suit :

$$\begin{aligned}
 u^2(x, y, z, t) &= \frac{u_0^1 + u_0^3}{2} + \frac{1}{4}(h_1 w_{,x}^1 - h_3 w_{,x}^3) + z_2 \left(\frac{u_0^1 - u_0^3}{h_2} + \frac{h_1}{2h_2} w_{,x}^1 + \frac{h_3}{2h_2} w_{,x}^3 \right) \\
 v^2(x, y, z, t) &= \frac{v_0^1 + v_0^3}{2} + \frac{1}{4}(h_1 w_{,y}^1 - h_3 w_{,y}^3) + z_2 \left(\frac{v_0^1 - v_0^3}{h_2} + \frac{h_1}{2h_2} w_{,y}^1 + \frac{h_3}{2h_2} w_{,y}^3 \right) \\
 w^2(x, y, z, t) &= \frac{w^1 + w^3}{2} + z_2 \frac{w^1 - w^3}{h_2}
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

En utilisant la formulation de Von-Karman, les relations déformation-déplacement non linéaires, les composantes de déformation de cisaillement normale et dans le plan des couches de face peuvent être données comme suit :

$$\left\{ \varepsilon^i \right\} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x^i \\ \varepsilon_y^i \\ \gamma_{xy}^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{0,x}^i \\ v_{0,y}^i \\ u_{0,y}^i + v_{0,x}^i \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (w_x^i)^2 \\ (w_y^i)^2 \\ 2w_x^i w_y^i \end{pmatrix} + z_i \begin{pmatrix} -w_{xx}^i \\ -w_{yy}^i \\ -2w_{xy}^i \end{pmatrix}, \quad i = 1,3 \tag{4.4}$$

Où ε_x^i et ε_y^i sont les composantes de déformations normales le long des axes x et y , respectivement, et γ_{xy}^i est la déformation de cisaillement dans la $i^{\text{ème}}$ couche.

La figure 4.3 montre la plaque sandwich MRE avant et après la déformation à partir de laquelle les composants de déformations de cisaillement de la couche centrale dans les plans $x - z$ et $y - z$ peuvent être introduites comme suit :

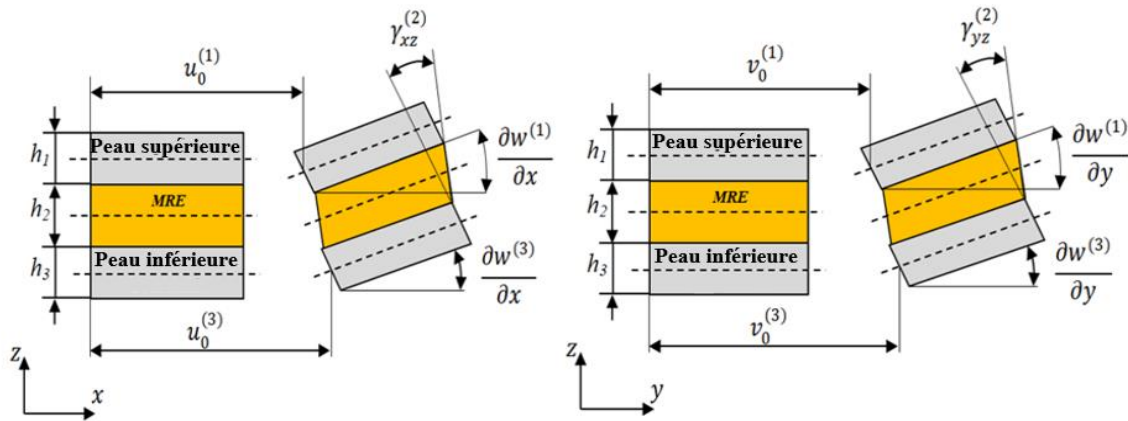


Figure 4. 3 : Plaque sandwich en MRE non déformée et déformée dans les plans.

$$\gamma_{xz}^2 = u_{,z}^2 + w_{,x}^2 = \frac{u_0^1 - u_0^3}{h_2} + \left(\frac{h_1 + h_2 + 2z_2}{2h_2} \right) w_{,x}^1 + \left(\frac{h_3 + h_2 - 2z_2}{2h_2} \right) w_{,x}^3 \tag{4.5}$$

$$\gamma_{yz}^2 = v_{,z}^2 + w_{,y}^2 = \frac{v_0^1 - v_0^3}{h_2} + \left(\frac{h_1 + h_2 + 2z_2}{2h_2} \right) w_{,y}^1 + \left(\frac{h_3 + h_2 - 2z_2}{2h_2} \right) w_{,y}^3 \tag{4.6}$$

En supposant une faible condition de déformation (petite déformation), la loi de Hooke peut être utilisée pour obtenir les composantes de contrainte normale et de cisaillement dans la structure de plaque sandwich comme suit :

$$\begin{pmatrix} \sigma_x^i \\ \sigma_y^i \\ \tau_{xy}^i \end{pmatrix} = \frac{E_i}{(1-\nu_i^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu_i & 0 \\ \nu_i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu_i)/2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x^i \\ \varepsilon_y^i \\ \gamma_{xy}^i \end{pmatrix} \quad i=1,3 \quad (4.7)$$

$$\tau_{xz}^2 = G^* \gamma_{xz}^2 \quad (4.8)$$

$$\tau_{yz}^2 = G^* \gamma_{yz}^2 \quad (4.9)$$

Où σ et τ sont les composantes de la contrainte normale et celle de cisaillement, E et ν sont le module de Young et le coefficient de Poisson des couches de face. $G^* = G' + iG''$ est le module de cisaillement complexe de la couche en MRE, où, G' est le module de stockage et G'' , le module dissipation dépendant du champ magnétique appliqué, de l'amplitude de la déformation de cisaillement subie par le noyau en MRE et de la fréquence d'excitation.

4.3.2. Solution du problème d'instabilité par la méthode de Ritz

Les solutions exactes du problème de flambement ne sont obtenues que pour les tôles en matériaux conventionnels, et avec des conditions limites simples. Dans la pratique, cependant, de nombreux cas sont rencontrés dans lesquels des solutions exactes ne sont pas disponibles et des méthodes approximatives doivent être utilisées. Dans ce travail, nous considérons une plaque intelligente en élastomère magnétorhéologique soumise à une charge transversale $q(x,y)$ et une force de compression N_x (voir Figure 4.1), nous recherchons des solutions approximatives en utilisant la méthode Ritz. Cette approche s'applique également au problème de flambement. Chacun de ces problèmes est régi par une condition énergétique qui peut être écrite sous la forme suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial A} = \text{Valeur stationnaire} \quad (4.10)$$

Où A est un coefficient indéterminé.

4.3.2.1. Formulation énergétique

L'équation principale des plaques sandwiches composites en MRE est dérivée en utilisant l'équation de Lagrange. L'énergie de déformation des couches supérieure et inférieure des plaques sandwiches composites en MRE peut être exprimée comme suit :

$$U_1 = \int_0^l \int_0^a \left\{ D_{111} \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{112} \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} \right) + D_{122} \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} \right)^2 + 4D_{166} \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x \partial y} \right)^2 + N_x \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \right\} dx dy \quad (4.11)$$

$$U_3 = \int_0^l \int_0^a \left\{ D_{311} \left(\frac{\partial^2 w_3}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{312} \left(\frac{\partial^2 w_3}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_3}{\partial y^2} \right) + D_{322} \left(\frac{\partial^2 w_3}{\partial y^2} \right)^2 + 4D_{366} \left(\frac{\partial^2 w_3}{\partial x \partial y} \right)^2 + N_x \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \right\} dx dy \quad (4.12)$$

L'énergie de déformation du noyau en élastomère est donnée comme suit :

$$U_2 = \frac{2d}{h_2} \int_0^l \int_0^a \left(G_2 (1 + i\eta) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + N_x \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \right) dx dy \quad (4.13)$$

$$d = \frac{1}{2} (h_1 + 2h_2 + h_3)$$

$$D_{11} = D_{22} = D, \quad D_{12} = \nu D, \quad D_{66} = \left(\frac{1-\nu}{2} \right) D, \quad \eta = \frac{G_2''}{G_2'}.$$

L'énergie de déformation totale de la plaque sandwich (U) peut être exprimée comme suit :

$$U = U_{1,3} + U_2 \quad (4.14)$$

Où $D_i = D = EI$ ($i = 1,3$) est la rigidité en flexion des peaux, w est le déplacement transversal de la plaque, G_2 , h_2 et $h_{1,3}$ sont respectivement le module de cisaillement, l'épaisseur de l'élastomère et l'épaisseur des couches supérieure et inférieure et a et b sont les dimensions de la plaque.

Les conditions limites sont formulées comme suit :

$$w|_{x=0} = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0; \quad \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \Big|_{x=l} = 0 \quad (4.16)$$

Les fonctions $X_m(x)$ et $Y_n(y)$ représentent les formes approximatives satisfaisant les conditions aux limites (4.15) et (4.16). Elles sont données sous la forme :

$$X_m(x) = \cos \frac{\lambda_m x}{l} - \cosh \frac{\lambda_m x}{l} - \gamma_m \left(\sin \frac{\lambda_m x}{l} - \sinh \frac{\lambda_m x}{l} \right) \quad (4.17)$$

$$Y_n(y) = \cos \frac{\lambda_n y}{a} - \cosh \frac{\lambda_n y}{a} - \gamma_n \left(\sin \frac{\lambda_n y}{a} - \sinh \frac{\lambda_n y}{a} \right) \quad (4.18)$$

La solution approchée est écrite sous la forme d'une double série à variables distinctes

$$w = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} X_m(x) Y_n(y) \quad (4.19)$$

Dans le cas statique, l'équation (4.10) s'écrit :

$$\frac{\partial U}{\partial A_{mn}} = q(x, y) \quad \text{pour} \quad \begin{cases} m=1,2,\dots,M \\ n=1,2,\dots,N \end{cases} \quad (4.20)$$

Où U est l'énergie de déformation. Afin de déterminer la solution approximative, chaque terme des expressions (4.11) - (4.13) sera dérivé comme suit :

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} \frac{d^2 X_m}{dx^2} Y_n \quad (4.21)$$

D'où

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N A_{mn} A_{ij} \frac{d^2 X_m}{dx^2} \frac{d^2 X_i}{dx^2} Y_n Y_j \quad (4.22)$$

La dérivation de (4.22) par rapport à A_{mn} donne :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial A_{mn}} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N A_{ij} \frac{d^2 X_m}{dx^2} \frac{d^2 X_i}{dx^2} Y_n Y_j \quad (4.23)$$

L'intégration de ce terme s'écrit :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial A_{mn}} \int_0^l \int_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx dy = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N A_{ij} \int_0^l \frac{d^2 X_m}{dx^2} \frac{d^2 X_i}{dx^2} dx \int_0^a Y_n Y_j dy \quad (4.24)$$

En combinant les équations (4.11) - (4.13), et la charge transversale, on obtient les équations algébriques suivantes.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left\{ D \int_0^l \frac{d^2 X_i}{dX^2} \frac{d^2 X_m}{dX^2} dx \int_0^a Y_j Y_n dy + \nu D \left[\int_0^l X_m \frac{d^2 X_i}{dX^2} dx \int_0^a Y_j \frac{d^2 Y_n}{dY^2} dy + \int_0^l X_i \frac{d^2 X_m}{dX^2} dx \int_0^a Y_n \frac{d^2 Y_j}{dY^2} dy \right] \right. \\ & + D \int_0^l X_i X_m dx \int_0^a \frac{d^2 Y_j}{dY^2} \frac{d^2 Y_n}{dY^2} dy + 4(1-\nu) D \int_0^l \frac{dX_i}{dX} \frac{dX_m}{dX} dx \int_0^a \frac{dY_j}{dY} \frac{dY_n}{dY} dy + D \int_0^l \frac{d^2 X_i}{dX^2} \frac{d^2 X_m}{dX^2} dx \int_0^a Y_j Y_n dy \\ & + \nu D \left[\int_0^l X_m \frac{d^2 X_i}{dX^2} dx \int_0^a Y_j \frac{d^2 Y_n}{dY^2} dy + \int_0^l X_i \frac{d^2 X_m}{dX^2} dx \int_0^a Y_n \frac{d^2 Y_j}{dY^2} dy \right] + D \int_0^l X_i X_m dx \int_0^a \frac{d^2 Y_j}{dY^2} \frac{d^2 Y_n}{dY^2} dy \\ & + 4(1-\nu) D \int_0^l \frac{dX_i}{dX} \frac{dX_m}{dX} dx \int_0^a \frac{dY_j}{dY} \frac{dY_n}{dY} dy + \frac{2d}{h_2} G_c (1+i\eta) \int_0^l \frac{dX_i}{dX} \frac{dX_m}{dX} dx \int_0^a \frac{dY_j}{dY} \frac{dY_n}{dY} dy \\ & \left. + 3N_x \int_0^l \frac{dX_i}{dX} \frac{dX_m}{dX} dx \int_0^a Y_j Y_n dy \right\} A_{ij} = q \int_0^l X_m dx \int_0^a Y_n dy \quad (4.25) \end{aligned}$$

Pour exprimer ces intégrales, il convient d'introduire les variables réduites en posant :

$$\xi = \frac{x}{l} \quad (\text{Pour } x=0 \Rightarrow \xi=0 \quad \text{et pour } x=l \Rightarrow \xi=1) \quad (4.26)$$

$$\vartheta = \frac{y}{a} \quad (\text{Pour } y = 0 \Rightarrow \vartheta = 0 \quad \text{et pour } y = a \Rightarrow \vartheta = 1) \quad (4.27)$$

L'expression (4.24) s'écrit :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial A_{mn}} \iint_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N A_{ij} \frac{a}{l^3} \int_0^1 \frac{d^2 X_m}{d\xi^2} \frac{d^2 X_i}{d\xi^2} d\xi \int_0^1 Y_n Y_i d\vartheta \quad (4.28)$$

En remplaçant les équations (4.28) dans (4.25), on obtient les équations algébriques suivantes :

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{aD}{l^3} \int_0^1 \frac{d^2 X_i}{d\xi^2} \frac{d^2 X_m}{d\xi^2} d\xi \int_0^1 Y_j Y_n d\vartheta + \nu D \left[\frac{a}{l} \int_0^1 X_m \frac{d^2 X_i}{d\xi^2} d\xi \int_0^1 Y_j \frac{d^2 Y_n}{d\vartheta^2} d\vartheta + \frac{1}{la} \int_0^1 X_i \frac{d^2 X_m}{d\xi^2} d\xi \int_0^1 Y_n \frac{d^2 Y_j}{d\vartheta^2} d\vartheta \right] \right. \\ & + \frac{lD}{a^3} \int_0^1 X_i X_m d\xi \int_0^1 \frac{d^2 Y_j}{d\vartheta^2} \frac{d^2 Y_n}{d\vartheta^2} d\vartheta + \frac{4(1-\nu)}{2la} D \int_0^1 \frac{dX_i}{d\xi} \frac{dX_m}{d\xi} d\xi \int_0^1 \frac{dY_j}{d\vartheta} \frac{dY_n}{d\vartheta} d\vartheta + \frac{aD}{l^3} \int_0^1 \frac{d^2 X_i}{d\xi^2} \frac{d^2 X_m}{d\xi^2} d\xi \int_0^1 Y_j Y_n d\vartheta \\ & + \nu \frac{D}{la} \left[\int_0^1 X_m \frac{d^2 X_i}{d\xi^2} d\xi \int_0^1 Y_j \frac{d^2 Y_n}{d\vartheta^2} d\vartheta + \int_0^1 X_i \frac{d^2 X_m}{d\xi^2} d\xi \int_0^1 Y_n \frac{d^2 Y_j}{d\vartheta^2} d\vartheta \right] + \frac{lD}{a^3} \int_0^1 X_i X_m d\xi \int_0^1 \frac{d^2 Y_j}{d\vartheta^2} \frac{d^2 Y_n}{d\vartheta^2} d\vartheta \\ & + \frac{4(1-\nu)}{2al} D \int_0^1 \frac{dX_i}{d\xi} \frac{dX_m}{d\xi} d\xi \int_0^1 \frac{dY_j}{d\vartheta} \frac{dY_n}{d\vartheta} d\vartheta + \frac{2d}{h_2 la} G_2 (1+i\eta) \int_0^1 \frac{dX_i}{d\xi} \frac{dX_m}{d\xi} d\xi \int_0^1 \frac{dY_j}{d\vartheta} \frac{dY_n}{d\vartheta} d\vartheta \\ & \left. \frac{3a}{l} N_x \int_0^1 \frac{dX_i}{d\xi} \frac{dX_m}{d\xi} d\xi \int_0^1 Y_j Y_n d\vartheta \right\} A_{ij} = qal \int_0^1 X_m d\xi \int_0^1 Y_n d\vartheta \quad (4.29) \end{aligned}$$

Les intégrales sans dimension (4.29) s'expriment sous la forme réduite suivante :

$$I_{mi}^{pq} = \int_0^1 \frac{d^p X_m}{d\xi^p} \frac{d^q Y_i}{d\xi^q} d\xi \quad m, i = 1, 2, \dots, M \quad pq = 00, 02, 11, 20, 22. \quad (4.30)$$

$$J_{nj}^{rs} = \int_0^1 \frac{d^r Y_n}{d\vartheta^r} \frac{d^s Y_j}{d\vartheta^s} d\vartheta \quad n, j = 1, 2, \dots, N \quad rs = 00, 02, 11, 20, 22. \quad (4.31)$$

Ces intégrales I_{mi}^{pq} et J_{nj}^{rs} sont calculées directement à l'aide du logiciel de calcul numérique Maple.

Après substitution, les équations (4.30) et (4.31) donnent :

$$\begin{aligned} & \sum_i^M \sum_j^N \left\{ D_{11} I_{mi}^{22} J_{nj}^{00} + [D_{12} (I_{mi}^{20} J_{nj}^{02} + I_{mi}^{02} J_{nj}^{20}) + 4D_{66} I_{mi}^{11} J_{nj}^{11}] + D_{22} I_{mi}^{00} J_{nj}^{22} + \frac{a^2 h_2^3}{24G_2^*} I_{mi}^{11} J_{nj}^{00} + \right. \\ & \left. \frac{a^2 h_2^3}{24G_2^*} I_{mi}^{00} J_{nj}^{11} + a^4 (I_{mi}^{00} J_{nj}^{00} + I_{mi}^{00} J_{nj}^{00}) + \frac{3a}{l} N_x I_{im}^{11} J_{jn}^{00} \right\} A_{ij} = qa^4 I_m^0 J_n^0 \quad (4.32) \end{aligned}$$

L'équation (4.32) est écrite sous la forme suivante :

$$\sum_i^M \sum_j^N K_{ijn} A_{ij} = 0 \quad (4.33)$$

$$\text{Ou } K_{ijn} = D_{11} I_{mi}^{22} J_{nj}^{00} + [D_{12} (I_{mi}^{20} J_{nj}^{02} + I_{mi}^{02} J_{nj}^{20}) + 4D_{66} I_{mi}^{11} J_{nj}^{11}] + D_{22} I_{mi}^{00} J_{nj}^{22} + \frac{a^2 h_2^3}{24G_2^*} I_{mi}^{11} J_{nj}^{00} + \frac{a^2 h_2^3}{24G_2^*} I_{mi}^{00} J_{nj}^{11} + a^4 (I_{mi}^{00} J_{nj}^{00} + I_{mi}^{00} J_{nj}^{00}) + \frac{3a}{l} N_x I_{mi}^{11} J_{nj}^{00} \quad (4.34)$$

Où K_{ijn} est la matrice globale de rigidité de la plaque.

Pour obtenir les déplacements, on résout l'équation suivante (4.35) :

$$[K_{ijn}] \{U_{ij}\} = 0 \quad (4.35)$$

Les résultats obtenus à l'aide de l'équation (4.35) développée par l'approche de Ritz sont comparés à ceux obtenus par la méthode des éléments finis à l'aide du logiciel Abaqus. L'organigramme de calcul des déplacements par les deux méthodes (Ritz et FEM) est donné par la Figure 4.4.

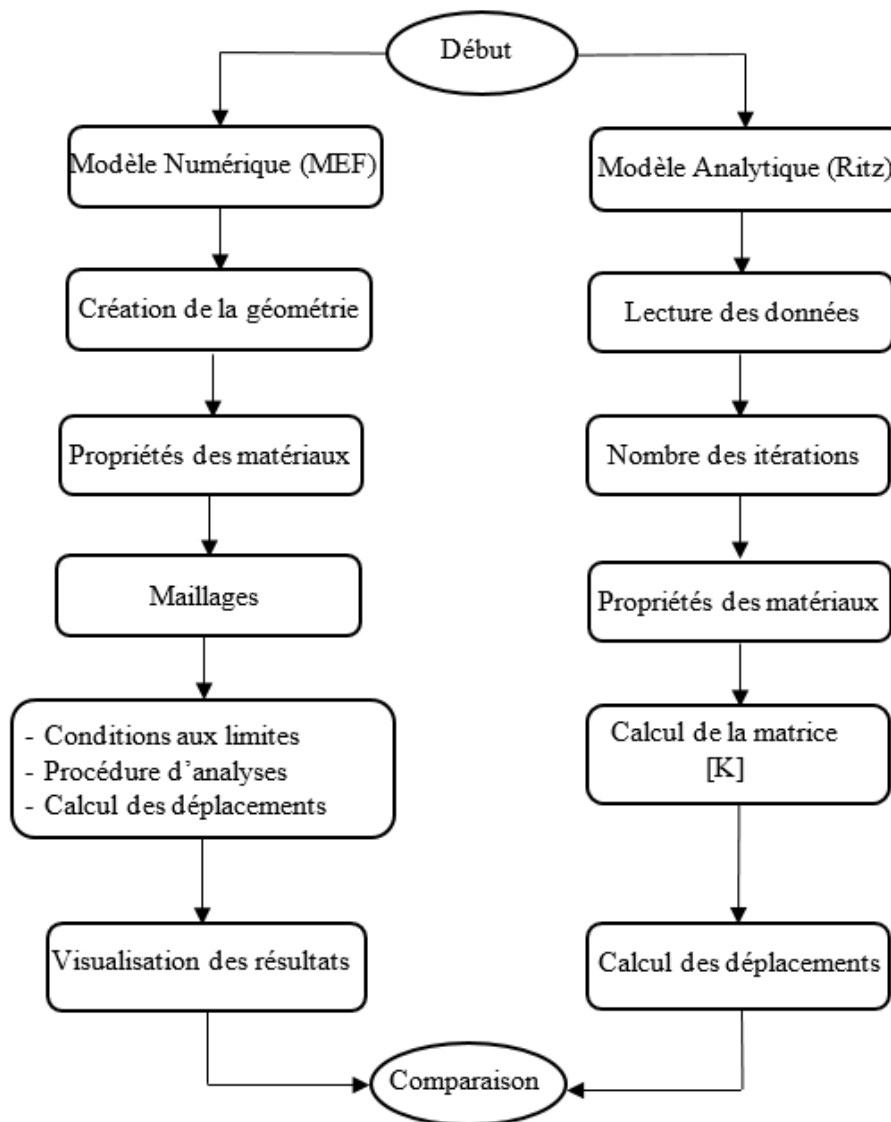


Figure 4. 4 : Organigramme de calcul des déplacements.

4.4. Résultats et discussions

4.4.1. Par la méthode de Ritz

Dans cette section, nous illustrerons les résultats obtenus en exploitant le modèle mathématique élaboré dans la section précédente par l'approche Ritz.

Le module moyen de Young en fonction de l'intensité du champ magnétique des échantillons d'élastomères magnétorhéologiques chargés de 30 % de particules de fer a été déterminé expérimentalement à l'aide d'un viscosimètre (DMA 450+) du laboratoire de physique de la matière condensée de Nice, France, commercialisé par METRAVIB. Les résultats de l'analyse sont présentés au tableau 4.1.

Tableau 4. 1: Propriétés mécaniques et géométriques du cœur MRE.

Propriétés Mécaniques		
Module de Young (MPa)	Coefficient de Poisson (ν)	Masse Volumique ρ (kg/m^3)
18.60	0.48	1100
Propriétés Géométriques		
h_2 (mm)	L (mm)	
4	1500	

Les propriétés mécaniques et les caractéristiques géométriques de la partie de la plaque fabriquée en acier sont résumées dans le tableau 4.2.

Tableau 4. 2: Propriétés mécaniques et caractéristiques géométriques de l'acier (E36 - S355).

Propriétés Mécaniques		
ρ (kg/m^3)	E (MPa)	ν
7800	210000	0.3
Propriétés Géométriques		
L (mm)	a (mm)	$h_{1,3}$ (mm)
1500	500	2

La figure 4.5 montre les résultats de flambage d'une plaque hybride soumise à deux forces de compression et de flexion. Cette figure montre que la déviation maximale est obtenue à l'extrémité libre de la plaque ($x = L$). Nous observons également que la déviation de flambement est réduite en fonction de l'augmentation de l'angle d'orientation des pseudo-

fibres formées par les particules de fer qui sont orientées en fonction de l'orientation des vecteurs du champ magnétique appliqué. La figure 4.5 montre les résultats obtenus avec différentes intensités de champ magnétique ; 0.1 T, 0.2 T et 0.3 T. Une amélioration de la stabilité du comportement de flambement de la plaque est observée par l'application d'un champ magnétique, en particulier pour le cas d'intensité maximale de saturation (Figure 4.5.c).

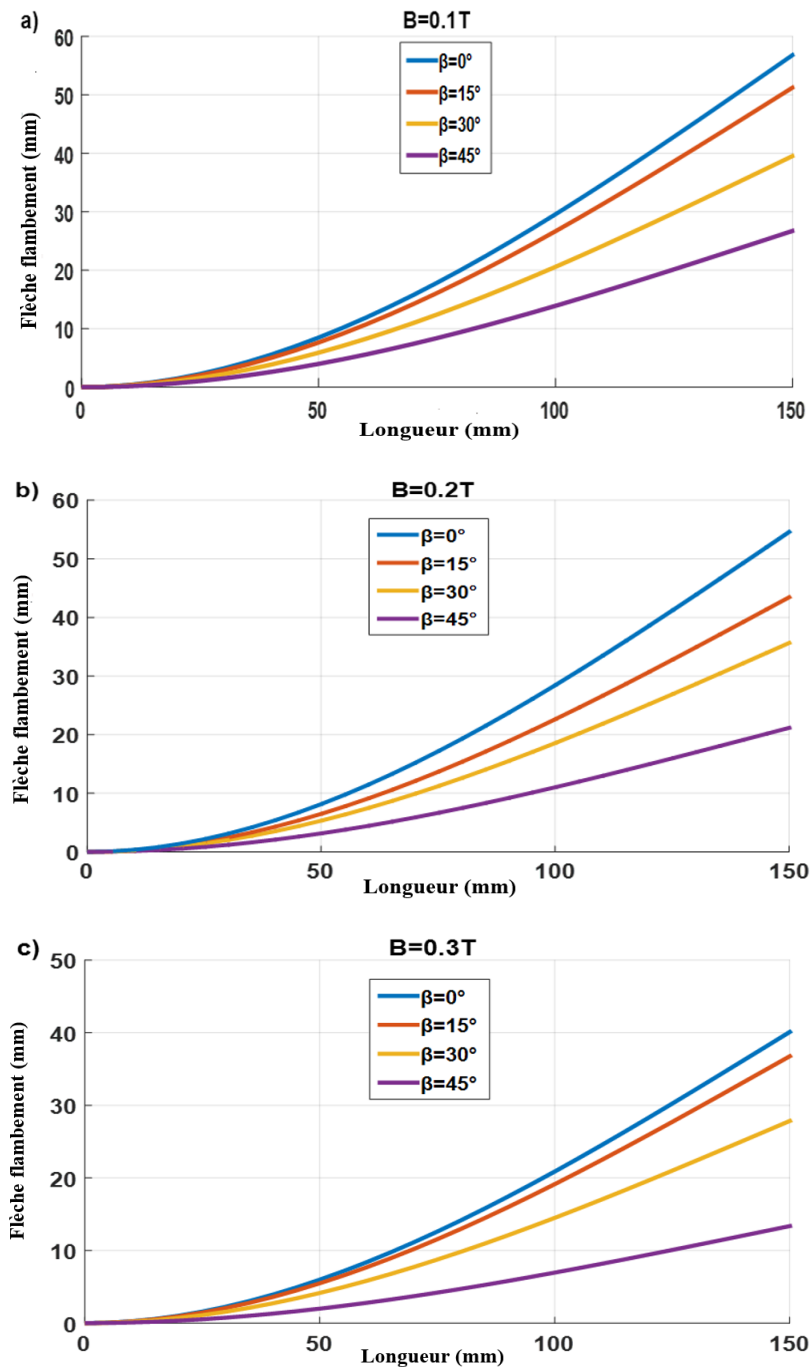


Figure 4. 5 : Variation de la flèche de flambement en fonction de l'orientation des pseudo-fibres formées par les particules de fer sous différentes intensités de champ magnétique, a) B = 0,1 T, b) B = 0,2 T, c) B = 0,3 T.

Les résultats de la déformation dans le cas de l'intensité de champ magnétique zéro sont comparés à ceux qui ont été trouvés pour les intensités de champ magnétique de 0T, 0.1T, 0.2T et 0.5T. Figure 4.6 montre clairement l'effet du champ magnétique sur le comportement de flambage des plaques intelligentes en élastomère magnétorhéologique. La figure 4.6 (a-d) montre que la plaque est très instable pour une intensité de champ magnétique nulle ; en revanche, cette instabilité diminue avec l'augmentation de l'intensité du champ magnétique. Il est observé que la courbe de simulation pour un champ magnétique zéro est distincte des courbes de simulation pour le champ magnétique non zéro, en particulier pour les angles d'orientation de 30 ° et 45 °. Il est à noter que la déviation est pratiquement stable pour une intensité de champ magnétique égale à 0,3T. En conclusion, dans ce travail, nous montrons que l'application d'un champ magnétique produit un durcissement apparent de l'élastomère ; ce raidissement est responsable de la création des colonnes de particules de fer sous forme de pseudo-fibres.

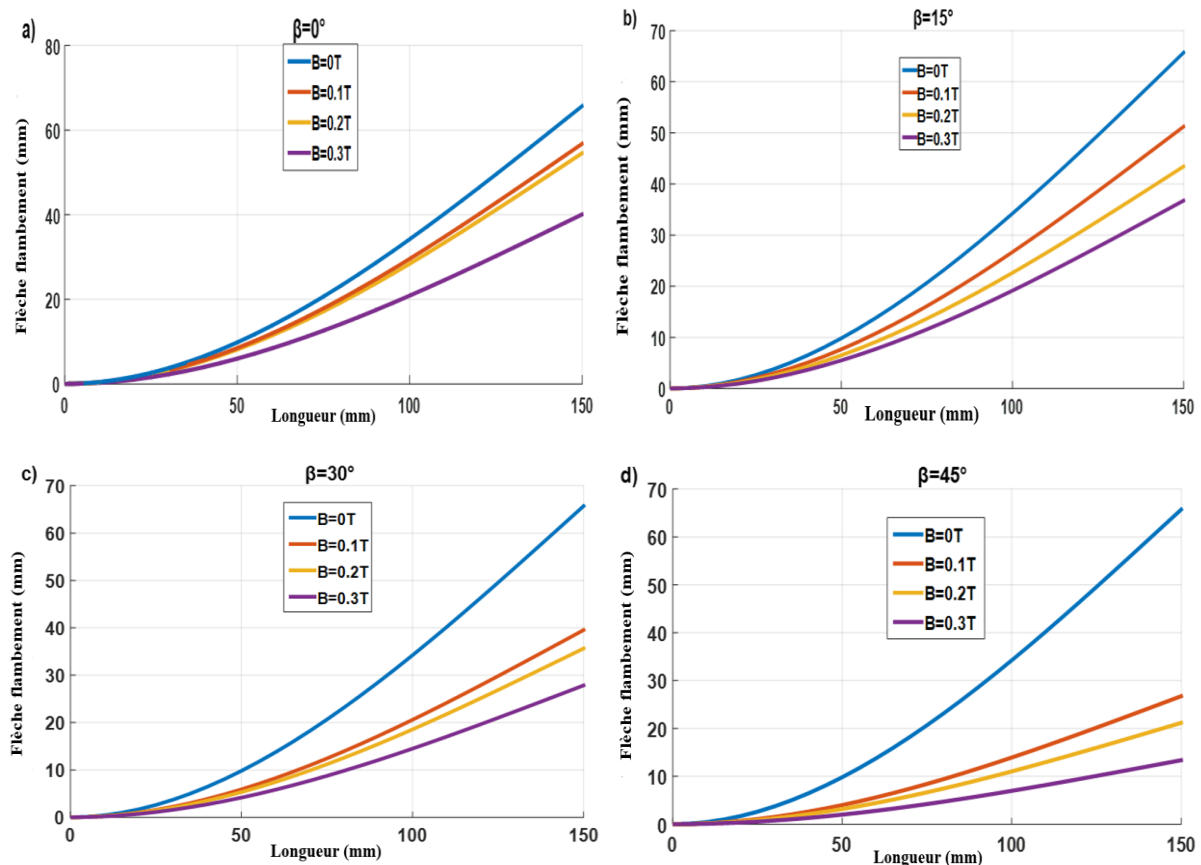


Figure 4. 6 : Variation de la flèche de flambement en fonction des différentes intensités de champ magnétique et de l'angle d'orientation des pseudo-fibres formées par les particules de fer, a) $\beta=0^\circ$, b) $\beta=15^\circ$, b) $\beta=30^\circ$, c) 45° .

Cette figure met clairement en évidence l'influence du champ magnétique sur le comportement de la plaque. La rigidité de flexion est améliorée par le fait que les différentes intensités augmentent le module de traction. Ceci nous a permis de conclure que l'augmentation du champ magnétique favorise l'augmentation de la rigidité de flexion de la structure élastomère magnétorhéologique. La charge critique sans l'effet du champ magnétique atteint une valeur d'environ 700 N qui donne une amplitude de flexion de 65,71mm, cette charge critique atteint une valeur d'environ 250 N qui donne une amplitude de flexion de 13,36 mm pour une intensité de champ magnétique de 0,3T, avec un angle maximal de 45°, c'est-à-dire une réduction de la valeur de l'amplitude de flexion de 200 %.

La figure 4.7 (a-d) présente les résultats de l'approche Ritz en termes d'évolution de la charge de flambage soumise par la plaque élastomère magnétorhéologique en fonction de la déformation verticale. Il existe quatre courbes en fonction de la variation de l'angle d'inclinaison des pseudo-fibres formées par les particules de fer (0°, 15°, 30 ° et 45°) sous différentes intensités de champ magnétique (0T, 0.1T, 0.2T et 0.3T). La déformation verticale diminue avec l'augmentation de l'intensité du champ magnétique ainsi que l'augmentation de l'angle d'inclinaison des pseudo-fibres des particules de fer, c'est-à-dire qu'elle diminue avec l'augmentation de la force magnétique, cette dernière est considérée comme une force de résistance due à l'augmentation de la rigidité du MRE sous l'effet du champ magnétique.

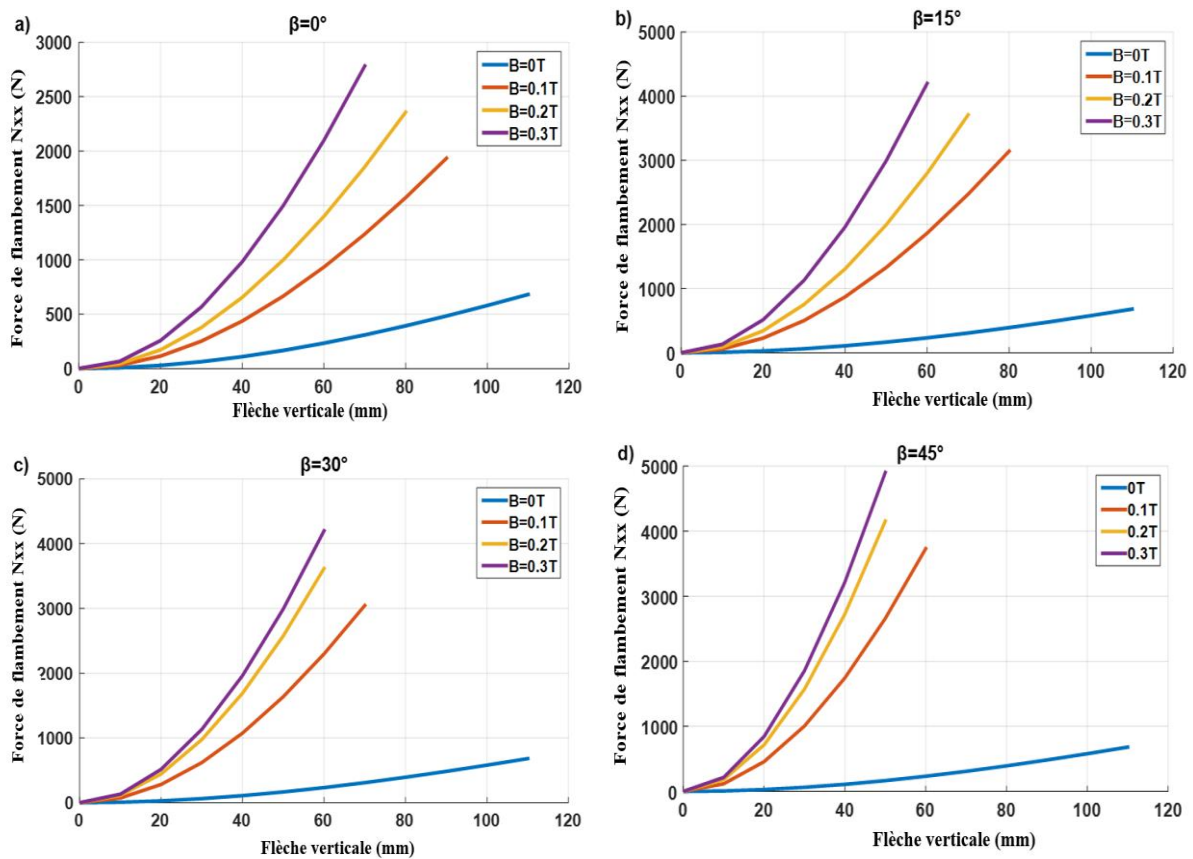


Figure 4. 7 : Influence du champ magnétique et de l'angle d'inclinaison sur la déformation verticale en fonction de la force de flambement exercée par la tôle.

On constate une diminution de 40% de la déformation verticale pour une intensité de champ magnétique de 0,3T, et un angle d'inclinaison de 45° . On note également une augmentation de la charge de flambement de sept fois pour une intensité de champ magnétique de 0,3T, et un angle d'inclinaison de 45° , par rapport à une intensité de champ magnétique nulle, et un angle d'inclinaison de 0° .

La figure 4.8 montre la variation de la charge maximale de flambement en fonction de l'angle d'orientation des particules de fer. On constate que la tendance des courbes augmente fortement à mesure que les angles d'orientation des particules de fer augmentent sous l'influence du champ magnétique, en particulier pour les angles inférieurs à 30° . L'influence des angles d'orientation des particules de fer est très importante sur la charge de flambage, en particulier pour les valeurs élevées de champ magnétique (de 0,3T).

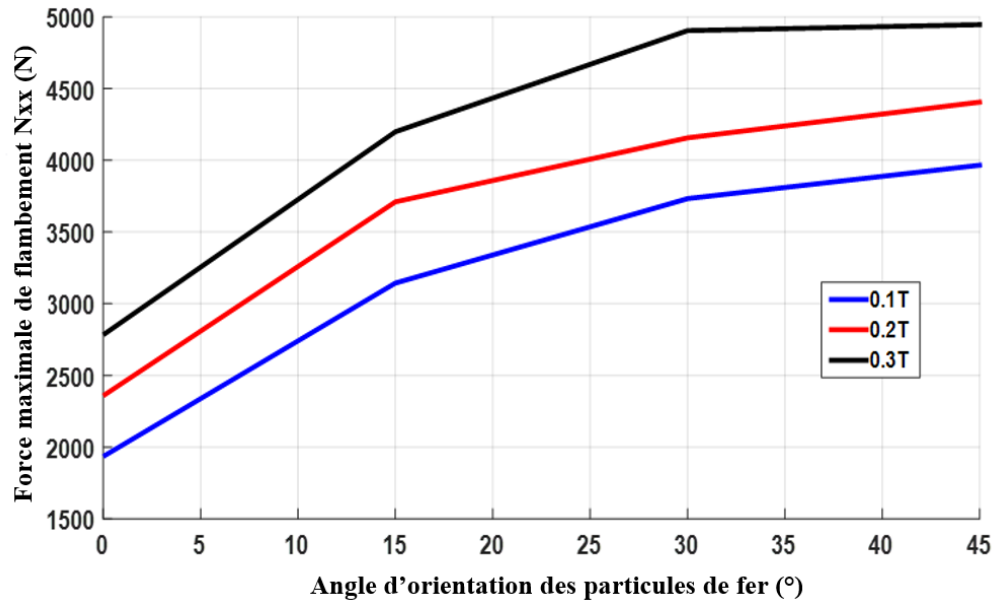


Figure 4. 8 : Angle d'orientation des particules de fer en fonction de la charge de flambement maximale.

4.4.2. Par la méthode des éléments finis

Après l'étude du comportement de flambement par la méthode Ritz, nous avons réalisé une simulation numérique à l'aide du logiciel Abaqus pour l'étude de la compression et de la déflexion des tôles d'acier élastomères magnétorhéologiques. L'objectif de cette étude est de vérifier les résultats obtenus par l'approche de Ritz et de déterminer l'influence de l'application d'un champ magnétique et des angles d'orientation des pseudo-fibres formées par les particules de fer sur le comportement de flambement de la plaque. Pour modéliser le comportement rhéologique de l'élastomère magnétorhéologique à l'aide d'Abaqus, l'élastomère magnétorhéologique est identifié dans le logiciel Abaqus à l'aide des données expérimentales déterminées par un viscosimètre mécanique dynamique (MetraViB DMA+ 450). La figure 4.9 montre la géométrie, les conditions limites, le chargement et le maillage de la tôle. Pour vérifier si la taille de discrétisation est adéquate pour l'analyse du flambage, des simulations ont été effectuées dans les mêmes conditions. On comparera les déplacements en flambage dans la plaque pour différents maillages, allant de 0.1 mm à 1 mm.

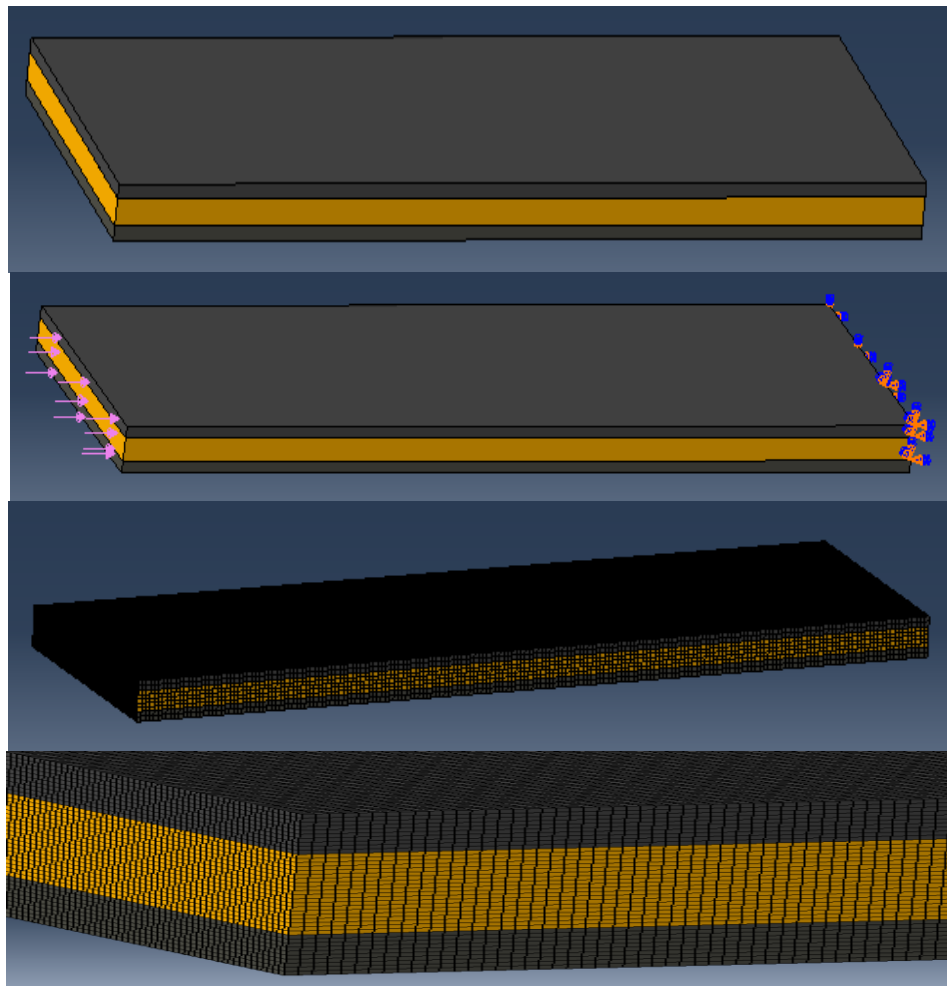


Figure 4. 9 : Géométrie, conditions aux limites, chargement et maillage de la plaque.

Les résultats des simulations montrent que les déplacements de la tôle après flambage sont pratiquement les mêmes pour tous les maillages de taille inférieure ou égale à 0,4mm (Figure 4.10), alors les résultats sont presque identiques dans les déplacements.

Il est donc commode de choisir un maillage dont la longueur est inférieure ou égale à 0.4mm pour avoir de bons résultats de flambage. Cette discrétisation semble être un bon compromis pour choisir un maillage trop fin entraînerait des temps de calcul plus longs sans grande influence sur les résultats. À cette fin, nous avons discrétisé la plaque avec un élément de brique avec 8 nœuds de taille 0.2x0.2x0.2 mm. Les résultats de ce maillage sont représentés à la figure 4.9.

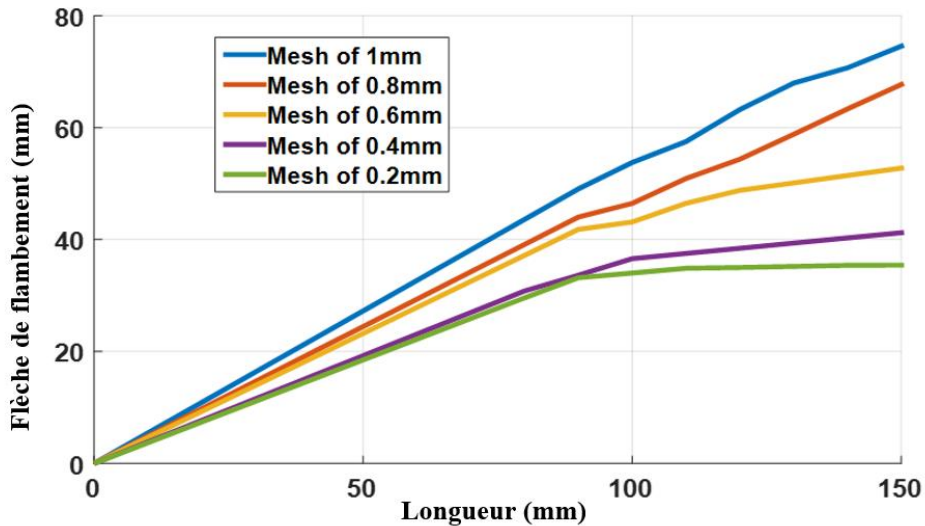
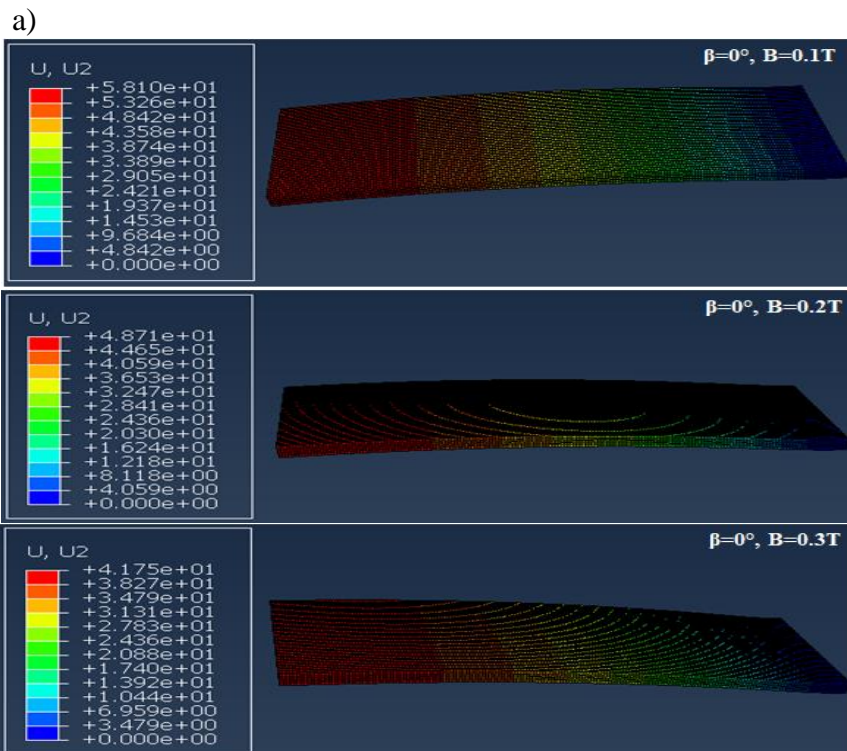
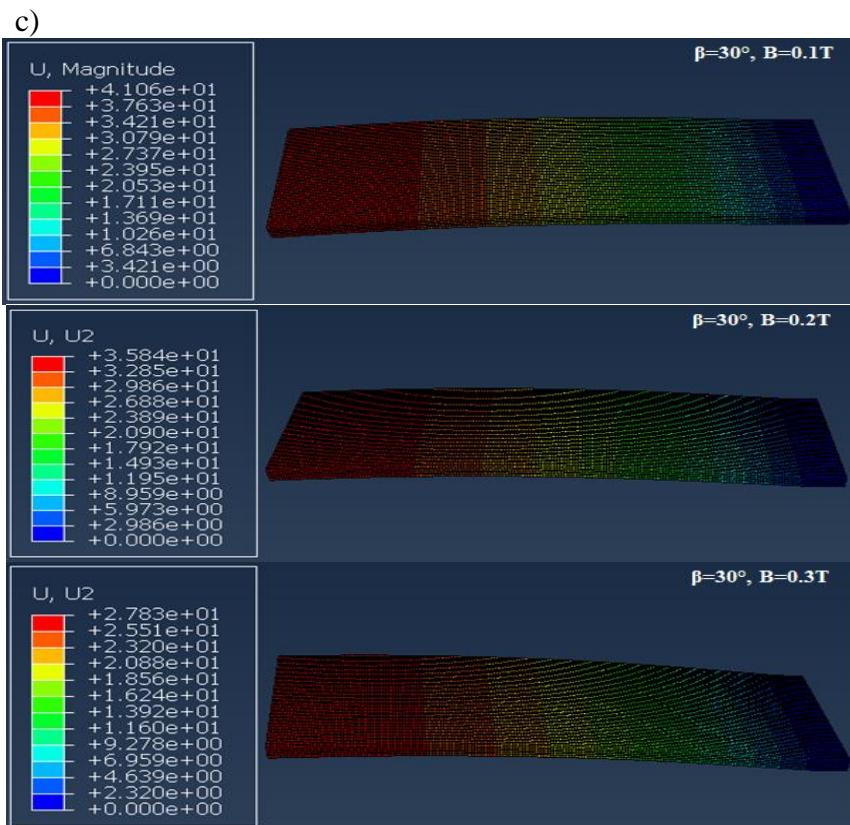
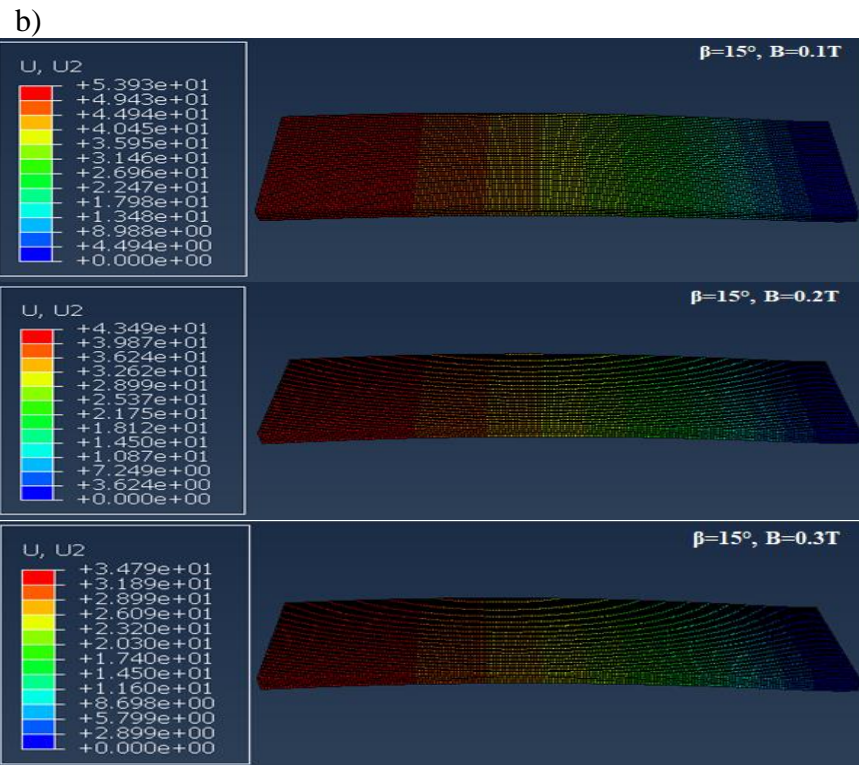


Figure 4.10 : Convergence et choix de la taille de l'élément maillé de la plaque.

Les résultats de la simulation numérique par la méthode des éléments finis utilisant le logiciel Abaqus avec différentes intensités de champ magnétique et angles d'orientation des pseudo-fibres formées par les particules de fer sont présentés dans la Figure 4.11. Cette figure montre la variation de la déformation de flambage de la plaque en fonction de l'angle d'inclinaison des particules de fer sous différentes intensités de champ magnétique. On constate que la variation de l'angle d'inclinaison a une influence considérable sur la déformation de flambage. On observe également un changement significatif de l'amplitude de la déformation de flambage en fonction de la variation de l'intensité du champ magnétique.





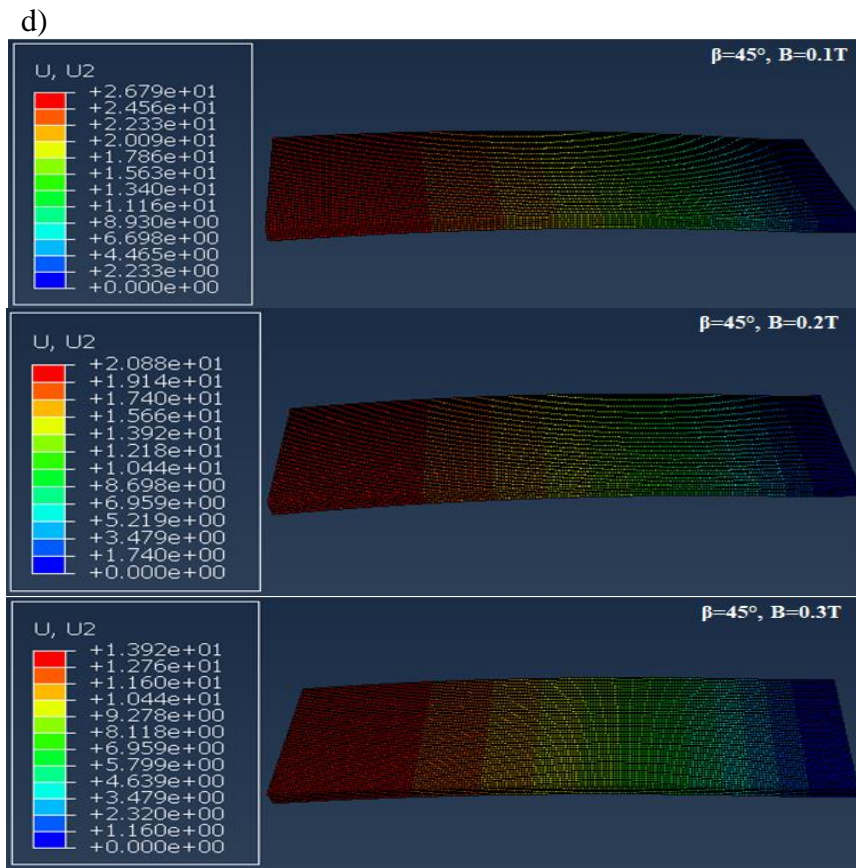


Figure 4. 11 : Variation de la flèche de flambement en fonction des différentes intensités de champ magnétique et des différents angles d'orientation des pseudo-fibres formées par les particules de fer, a) $\beta=0^\circ$, b) $\beta=15^\circ$, c) $\beta=30^\circ$, d) $\beta=45^\circ$.

4.4.3. Comparaison des résultats

Dans cette section, nous comparons les résultats obtenus par la méthode Ritz en utilisant le code Matlab avec ceux obtenus par simulation numérique utilisant le logiciel Abaqus (tableau 4.3). En termes de temps d'exécution, on constate que le temps d'exécution du calcul des déplacements de la plaque sandwich par FEM en utilisant Abaqus est plus court (27 sec) comparé au temps par la méthode Ritz en développant un code de calcul avec Matlab (43,9 sec), mais avec une petite différence de 16 secondes.

L'instabilité de la plaque d'élastomère magnétorhéologique a été illustrée et comparée dans le cas d'une variation de l'intensité du champ magnétique et de la variation de l'angle d'inclinaison de pseudo-fibres trouvées par l'approche de Ritz et la méthode des éléments finis utilisant Abaqus, nous observons que les courbes simulées par les deux méthodes (Figure 4.12, a-c) sont très proches les unes des autres, et le comportement de flambement de la plaque devient plus stable en augmentant l'intensité du champ magnétique, et l'angle d'inclinaison des pseudo-fibres.

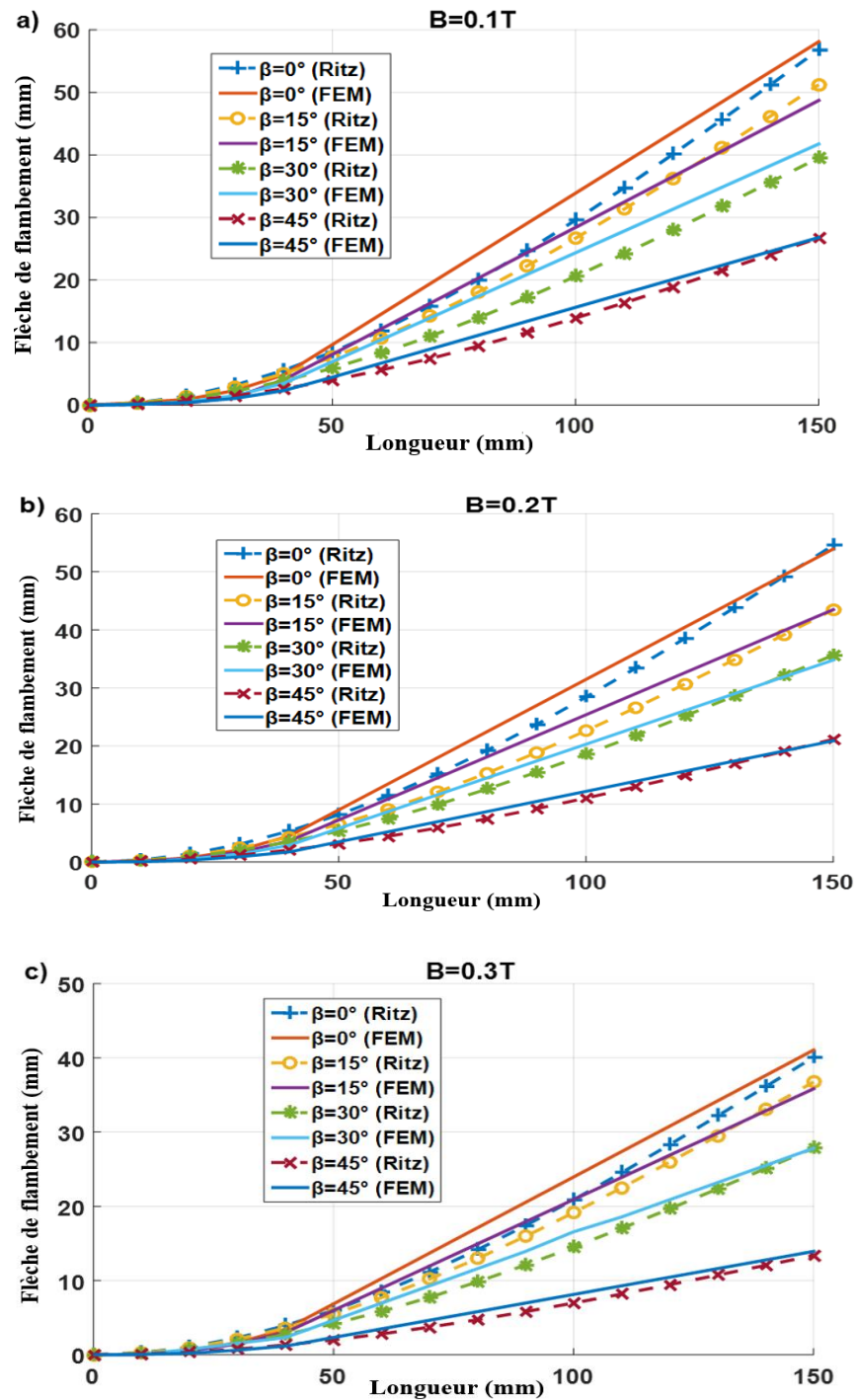


Figure 4. 12 : Déformation par flambement en fonction des différentes intensités de champ magnétique et des angles d'orientation des pseudo-fibres formés par les particules de fer

Tableau 4. 3: Déformation par flambement constatée par les deux méthodes Ritz et FEM.

	$\beta=0^\circ$			$\beta=15^\circ$			$\beta=30^\circ$			$\beta=45^\circ$		
	Ritz	FEM		Ritz	FEM		Ritz	FEM		Ritz	FEM	
	W_{\max}	W_{\max}	Δ	W_{\max}	W_{\max}	Δ	W_{\max}	W_{\max}	Δ	W_{\max}	W_{\max}	Δ
	(mm)	(mm)		(mm)	(mm)		(mm)	(mm)		(mm)	(mm)	
B=0.1T	56.80	58.10	2.28%	51.23	48.71	5.17%	39.54	41.75	5.59%	26.73	26.79	0.22%
B=0.2T	54.57	53.93	1.19%	43.44	43.49	0.12%	35.64	34.79	2.44%	21.16	20.88	1.34%
B=0.3T	40.10	41.06	2.39%	36.75	35.84	2.54%	27.84	27.83	0.03%	13.37	13.92	4.11%

De nombreuses comparaisons sont faites avec la simulation du comportement de flambement de la plaque (Figure 4.13) ; cette figure montre une nette amélioration de l'instabilité du comportement, ce dernier est ajusté par l'application d'un champ magnétique. Les courbes trouvées par l'approche de Ritz sont semblables à celles trouvées par la méthode des éléments finis en utilisant le logiciel d'Abaqus, en particulier à l'extrémité libre où la charge de compression est appliquée. On constate que la plaque est plus rigide lorsqu'elle est soumise à une intensité de champ magnétique élevée (0,3 T) avec un angle d'inclinaison maximal de (45°). Cela permet de conclure que le module de rigidité de la plaque augmente avec l'augmentation de l'intensité du champ magnétique et l'angle d'inclinaison des pseudo-fibres de particules de fer. L'amélioration de la réponse mécanique par l'application d'un champ magnétique sur nos structures est très significative par rapport à la réponse d'autres structures conventionnelles. La figure montre également l'avantage des structures composites intelligentes élaborées et que la déflexion du flambement est contrôlée en ajustant les propriétés rhéologiques de l'élastomère ferromagnétique et l'angle d'inclinaison des pseudo-fibres formées des particules de fer.

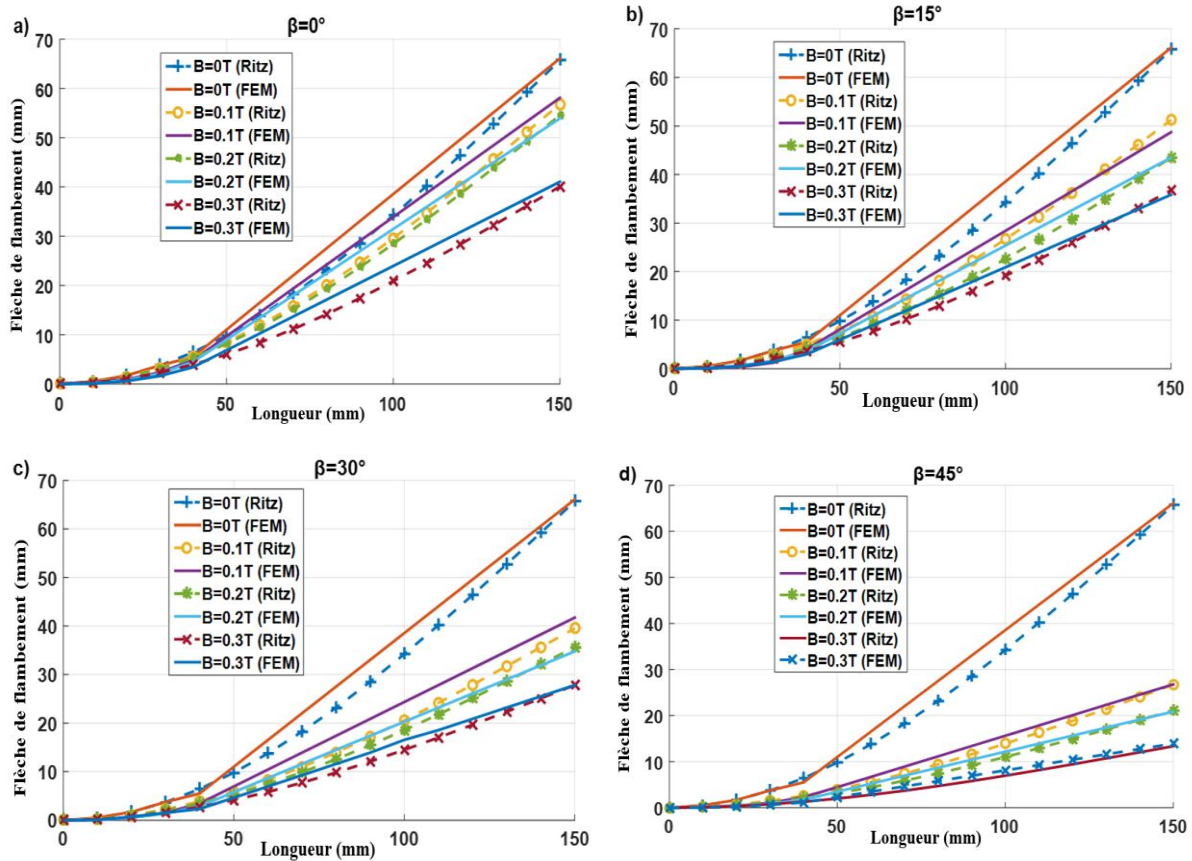


Figure 4. 13 : Déformation par flambement en fonction des différentes intensités de champ magnétique et de l'angle d'orientation des pseudo-fibres formées par les particules de fer.

La figure 4.15 (a-d) montre les résultats de la charge de flambement en fonction de la déflexion verticale en faisant varier l'intensité du champ magnétique et l'angle d'orientation des pseudo-fibres formées par les particules de fer. Pour les angles de 0° et de 15° , il y a une petite différence entre les résultats obtenus par l'approche Ritz et la méthode des éléments finis ; par contre, pour les angles de 30° et 45° , un bon accord est observé entre les différentes courbes avec une erreur très faible. Il est également noté que l'intensité du champ magnétique et l'angle d'orientation des pseudo-fibres formées par les particules de fer ayant une influence appréciable sur la stabilité du comportement de flambement de la plaque.

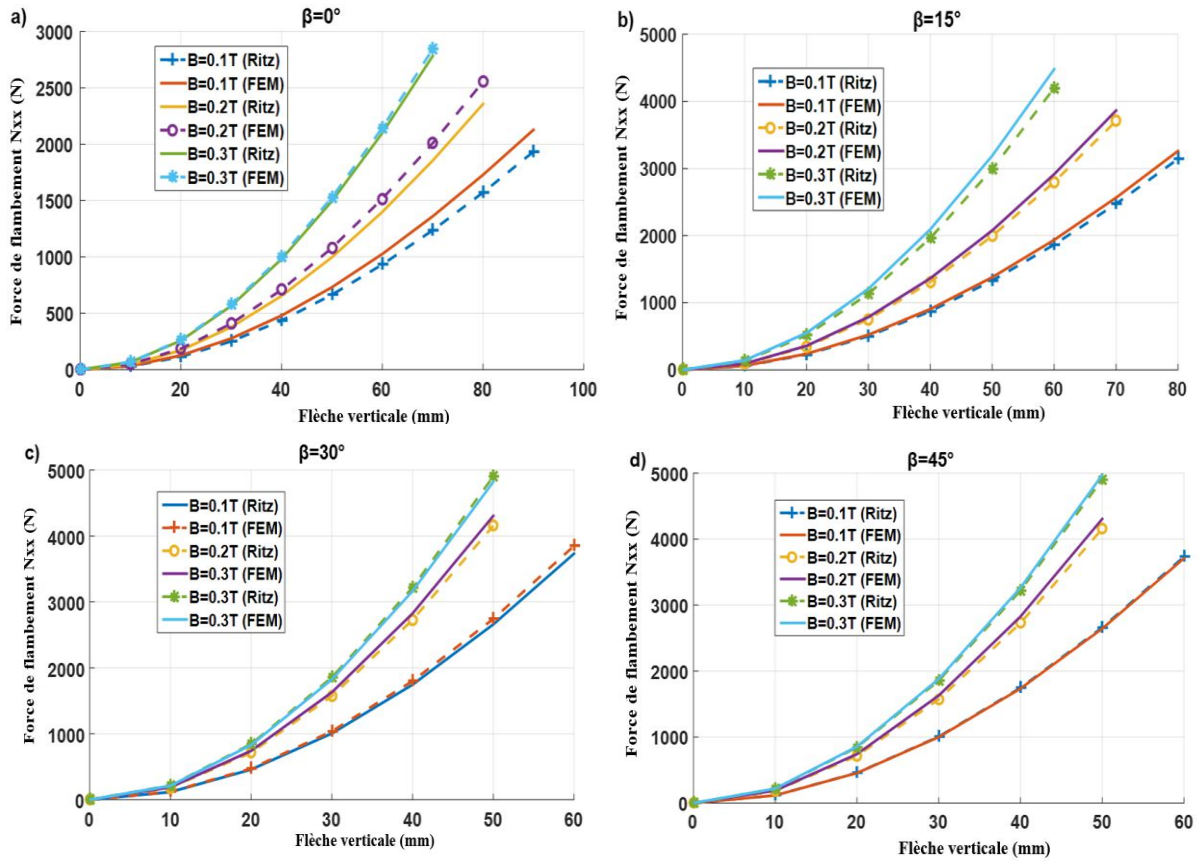


Figure 4. 14 : Courbes de déformation verticale de la charge de flambage en fonction des différentes intensités de champ magnétique et des angles d'orientation des pseudo-fibres formées par les particules de fer.

La figure 4.15 montre la variation de flambement maximale déterminée par les deux méthodes ; l'approximation de Ritz et la méthode FEM en utilisant le logiciel Abaqus. Nous observons que la valeur de la charge de flambement augmente assez rapidement pour les valeurs, de l'angle d'orientation des particules de fer, moins de 30° , alors cette variation devient plus lente pour les angles d'orientation supérieurs à 30° . On peut clairement voir l'influence importante de l'angle d'orientation des particules de fer sur la stabilisation du comportement de flambement des plaques MRE. Ces résultats sont donnés par le tableau 4.4.

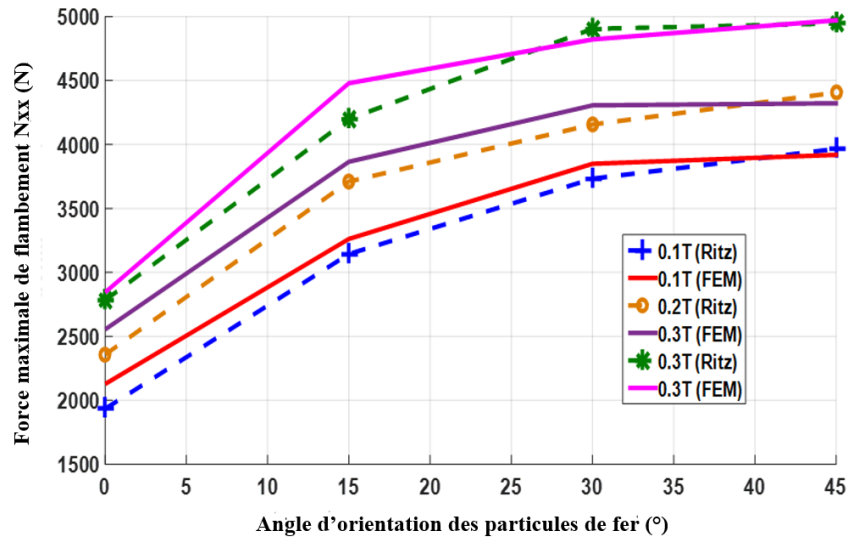


Figure 4. 15 : Courbes de charge de flambement maximales en fonction des angles d'orientation des pseudo-fibres formées par les particules de fer.

Tableau 4. 4: Charge maximale de flambement constatée par les deux méthodes Ritz et FEM.

	B=0.1T			B=0.2T			B=0.3T		
	Ritz	FEM	$\Delta\%$	Ritz	FEM	$\Delta\%$	Ritz	FEM	$\Delta\%$
$N_{xx,max}$	$N_{xx,max}$		$N_{xx,max}$	$N_{xx,max}$		$N_{xx,max}$	$N_{xx,max}$		
(N)	(N)		(N)	(N)		(N)	(N)		
$\beta=0^\circ$	1934.3	2127.7	10.00	2357.8	2554.2	08.33	2782.7	2844.5	02.22
$\beta=15^\circ$	3143.7	3261.6	03.75	3710.3	3864.9	04.17	4199.0	4479.0	06.66
$\beta=30^\circ$	3732.5	3849.1	03.12	4156.3	4305.9	03.60	4904.4	4821.3	01.72
$\beta=45^\circ$	3965.8	3919.1	01.20	4405.6	4322.5	02.00	4945.9	4970.9	00.50

4.5. Conclusion

Dans ce chapitre, une étude du comportement de flambage des plaques minces adaptatives en élastomère magnétorhéologique hors axe anisotrope a été réalisée. Pour valider le modèle approximatif développé par l'approche Ritz, une analyse du comportement de flambement de ces plaques par la méthode des éléments finis à l'aide du logiciel Abaqus a été effectuée. Les résultats obtenus ont montré une bonne confrontation ; ils valident le modèle adopté, en particulier le bon choix du champ de déplacement et des fonctions d'approximation.

L'analyse de ces résultats permet de tirer un certain nombre de conclusions :

- Les premiers résultats, présentés dans ce chapitre, ont montré que la couche d'élastomère magnétorhéologique peut être utilisée comme solution efficace pour rendre les

structures soumises à des contraintes de flambage plus stables en raison de l'augmentation significative du rapport d'amortissement et de la rigidité simultanément par l'utilisation d'un champ magnétique.

- Les résultats obtenus par simulation numérique et le modèle d'approche Ritz ont indiqué que la structure proposée dans cette étude pourrait être utilisée pour renforcer la résistance des infrastructures soumises au flambage.

- L'orientation des pseudo-fibres de la particule de fer avec l'anisotropie hors axe a une influence importante sur la stabilité du comportement de flambement de la plaque ; cette influence est due à l'augmentation de la rigidité du MRE par l'augmentation des modules de cisaillement en fonction de l'angle d'orientation et du champ magnétique.

En conclusion de ces travaux, nous nous concentrons sur les possibilités nouvelles offertes par ces nouvelles structures dans divers domaines tels que l'aéronautique, l'aérospatiale, le génie mécanique et le génie civil.

Conclusion générale

Ce travail a été réalisé dans le but d'étudier le comportement statique et vibratoire des plaques hybrides en élastomère magnétorhéologique anisotrope hors axe par l'étude de l'inclinaison de l'angle d'orientation de pseudo-fibres de fer en fonction de l'orientation du champ magnétique. Un modèle approximatif a été développé par l'approche de Ritz et validé par une simulation numérique sous le code de calcul Abaqus.

Dans un premier lieu, l'influence de l'intensité du champ magnétique et de l'angle d'orientation des pseudo-fibres de fer a été déterminée expérimentalement. Les résultats ont montré que le changement d'angle d'orientation des pseudo fibres de fer a eu une grande influence sur le comportement mécanique des élastomères magnétorhéologiques.

D'autre part, nous avons analysé le comportement statique et vibratoire des plaques sandwichs avec un noyau en élastomère magnétorhéologique anisotrope hors axe par la méthode des éléments finis en utilisant le code de calcul Abaqus. Les résultats obtenus ont donné une bonne confrontation, ce qui permet de valider le modèle approximatif adopté, en particulier le bon choix du champ de déplacement et les fonctions d'approximation.

L'analyse de ces résultats permet de tirer un certain nombre de conclusions :

- Les propriétés rhéologiques du matériau MRE sont modifiées et contrôlées par l'application d'un champ magnétique.
- La contrainte normale et la contrainte de cisaillement augmentent avec l'augmentation du champ magnétique, ainsi le déplacement diminue avec l'augmentation de la contrainte normale.
- Les déplacements en flexion de la plaque diminuent, cette diminution est plus importante dès l'application du champ magnétique même à faible intensité, cette diminution importante due à l'augmentation de la force magnétique entre les particules ferromagnétiques (augmentation de la rigidité du MRE) et la déformation en cisaillement transverse qui est plus importante dans le noyau en MRE. Ce qui montre clairement que la déformation statique est réduite considérablement par l'application d'un champ magnétique, dans notre étude aux environs de quatre fois dès l'application de ce dernier.

Conclusion générale

- La rigidité du noyau en MRE augmente d'une manière significative avec l'augmentation du champ magnétique, ce qui provoque une augmentation des fréquences propres.
- Les résultats montrent que les structures hybrides en élastomère magnétorhéologique anisotropes hors axe ont de meilleures propriétés que les structures hybrides anisotropes (angle d'orientation nul).
- Ces structures de MRE anisotropes hors axe pourraient ouvrir de nouvelles perspectives dans divers domaines de l'aéronautique, de l'aérospatiale, du génie mécanique et du génie civil.

En perspectives, il serait intéressant d'envisager une étude expérimentale en réalisant des essais d'impact sur les structures sandwiches élaborées, car le matériau de l'âme qui est l'élastomère chargé possède une bonne aptitude d'absorption d'énergie.

Bibliographie

- [1] E. Coquelle et G. Bossis, «Mullins effect in elastomers filled with particles aligned by a magnetic field,» *International Journal of Solids and Structures*, vol. 43, p. 7659–7672, 2006.
- [2] P. SKALSK, T. MONTIGAUD et J. MIROWSKA, «Courbe d'hystérésis magnétique d'un élastomère magnétorhéologique,» *22ème Congés Français de Mécanique, Lyon*, 24-28 Aout 2015.
- [3] J.-M. Berthelot, *Mécanique des Matériaux et Structures Composites*, Le Mans, France: HERMES, 2006.
- [4] S. Masmoudi, « Comportement mécanique et caractérisation par implant piézoélectrique ultrasonore intégré d'un matériau composite ,» *Thèse de doctorat*, Université de Sfax, 2013.
- [5] S. AGUIB, « Identification des propriétés dynamiques et simulation du comportement vibratoire des plaques en matériaux composites adaptifs ,» *Thèse de doctorat*, Université de Boumerdes, 2014.
- [6] T. TAKAGI, «Present State and Future of the Intelligent Materials and Systems in Japan,» *Journal of Intellectent Material Systems and Structures*, vol. 10, pp. 575-581, 1999.
- [7] Y. BELABED, « Etude et analyse du délaminage des structures renforcées par composites FRP multicouches : effet shearlag et impact thermique,» *Thèse de doctorat*, Université de Tlemcen, 2019.
- [8] A. BENFOUGHAL, « Analyse tribologique et thermique d'un matériau composite CARBONE-CARBONE dans un contact électrique,» *Thèse de doctorat*, Université de Constantine, 2010.
- [9] Technique de l'ingénieur, «Plastiques et Composites,» chez *Technique de l'ingénieur*, 2nd édition, Réf. Internet: 42142.
- [10] B. HAMI, « Elaboration et caractérisation physico-mécanique d'une structure sandwich multicouches,» *Thèse de doctorat*, Université de Boumerdes, 2018.
- [11] B. OMNES, « Modélisation micromécanique du comportement d'élastomères chargés,» *Thèse de doctorat*, Université de BRETAGNE-SUD, 2015.
- [12] F. KHEDIMI, « Modélisation micromécanique des élastomères chargés,» *Thèse de doctorat*, Université de PROVENCE AIX-MARSEILLE I, 2011.

- [13] N. CHIKH, « Identification et modélisation du comportement dynamique des structures par contrôle des amortissements », *Thèse de doctorat*, Université de Boumerdes, 2017.
- [14] A. BOUKALEL, « Modélisation mécaniques et numériques des matériaux et structures en élastomères », *Thèse de doctorat*, Université de la Méditerranée - Aix-Marseille II, 2006.
- [15] A. VANDENBROUCKE, « Etude du comportement mécanique pour différentes températures d'un élastomère : caractérisations expérimentale et numérique », *Thèse de doctorat*, Université de Bretagne Sud, 2010.
- [16] S.-H. Eem, H.-J. Jung et J.-H. Koo, «Application of MR Elastomers for Improving Seismic Protection of Base-Isolated Structures», *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS*, vol. 47, n° 11, p. 2901-2904, 2011.
- [17] K. Mateusz, G. Jan, T. Krzysztof, T. Pawel, «The determination of mechanical properties of magnetorheological elastomers», *Procedia Engineering*, vol. 177, p. 324-330, 2017.
- [18] AK. Bastola, M. Hossain, «A review on magneto-mechanical characterizations of magnetorheological elastomers», *Composites Part B Engineering*; Vol. 200, p. 108348, 2020.
- [19] H. Barman, S. Hegde, «Comprehensive review of parameters influencing the performance of magnetorheological elastomers embedded in beams», *Materials today: Proceeding*, Vol. 26, p. 2130-2135, 2020.
- [20] E. Yarali, MA. Farajzadah, R. Noroozi, A. Dabbagh, MJ. Khoshgofar, MJ. Mirzaali, «Magnetorheological elastomer composites: modeling and dynamic finite element analysis», *Composite Structures*, Vol. 254, p. 112881, 2020.
- [21] A. Dargahi, R. Sedaghati, S. Rakheja, «On the properties of magnetorheological elastomers in shear mode: design, fabrication and characterization», *Composite Part B Engineering*, Vol. 159, p. 269-283, 2019.
- [22] TH. Nam, I. Petříková, B. Marvalová, «Experimental characterization and viscoelastic modeling of isotropic and anisotropic magnetorheological elastomers», *Polymer Testing*, Vol. 81, p. 106272, 2020.
- [23] Y. Wan, Y. Xiong, S. Zhang, «Temperature dependent dynamic mechanical properties of magnetorheological elastomer: experiment and modeling», *Composite Structures*, Vol. 202, p. 768–773, 2018.

- [24] B. Nayak, S. Dwivedy, K. Murthy, «Multi-frequency excitation of magnetorheological elastomer-based sandwich beam with conductive skins», *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 47, p. 448–460, 2012.
- [25] B. Nayak, S. Dwivedy, K. Murthy, «Dynamic analysis of magnetorheological elastomer-based sandwich beam with conductive skins under various boundary conditions», *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 330, p. 1837–1859, 2011.
- [26] H.A. Zamani, M.M. Aghdam, M. Sadighi, «Free vibration of thin functionally graded viscoelastic open-cell foam plates on orthotropic visco-Pasternak medium», *Composite Structures*, Vol. 193, p. 42-52, 2018.
- [27] S. Aguib, A. Nour, T. Djedid, G. Bossis, N. Chikh, «Forced transverse vibration of composite sandwich beam magnetorheological elastomer core», *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 30, p. 15-26, 2016.
- [28] S. Bornassi, H. M Navazi, «Torsional vibration analysis of a rotating tapered sandwich beam with magnetorheological elastomer core», *Journal of Intelligent Material Systems and structures*, Vol. 29, p. 2406-2423, 2018.
- [29] K. Wei, G. Meng, W. Zhang, S. Zhu, «Experimental investigation on vibration characteristics of sandwich beams with magnetorheological elastomers core», *Journal of Central South University of Technology*, Vol. 15, p. 239-242, 2008.
- [30] K. Mateusz, G. Jan, T. Krzysztof, T. Pawel, «The determination of mechanical properties of magnetorheological elastomers», *Procedia Engineering*, Vol. 177, p. 324-330, 2017.
- [31] I. Agirre-Olabide, M.J. Elejabarrieta, «A new magneto-dynamic compression technique for magnetorheological elastomer at high frequencies», *Polymer Testing*, Vol. 66, p. 114-121, 2018.
- [32] K. Marc-André, R. Matthias, «Computational and analytical investigations of shape effects in the experimental characterization of magnetorheological elastomer», *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 121, p. 1-20, 2017.
- [33] A. Nedjar, S. Aguib, T. Djedid, A. Nour, A. Settet, M. Tourab, «Analysis of the Dynamic Behavior of Magnetorheological Elastomer Composite: Elaboration and Identification of Rheological Properties», *Silicon*, Vol.11(2019), p. 1287–1293, 2019.
- [34] H. Barman, S. Hegde, «Comprehensive review of parameters influencing the performance of magnetorheological elastomers embedded in beams», *Materials today: Proceeding*, Vol. 26, p. 2130-2135, 2020.

- [35] M. Tourab, S. Aguib, «Experimental analysis of the thermal effect of the magneto-mechanical behavior elastomer», *Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences*, Vol. 53, p. 25–34, 2020.
- [36] G. Y. Zhou, Q. Wang, «Use of magnetorheological elastomer in an adaptive sandwich beam with conductive skins. Part I: Magnetoelastic loads in conductive skins», *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, p. 5386-5402, 2006.
- [37] G. Y. Zhou, Q. Wang, «Use of magnetorheological elastomer in an adaptive sandwich beam with conductive skins. Part II: Dynamic properties», *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, p. 5403-5420, 2006.
- [38] N. Rajhan, H. Hamid, A. Ibrahim, R. Ismail, «Magnetorheological Elastomers: A Review», *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 695, p. 255-259, 2015.
- [39] S. Aguib, S. Rouabah, M. Hadji, L. Kobzili, N. Chikh, T. Djedid, « An experimental study of the dynamic properties of smart composite magnetorheological materials», *Applied Research and Smart Technology*, Vol. 2, p. 27-33, 2021..