



Ecole Nationale Polytechnique
Département de Génie Mécanique
Laboratory of Green and Mechanical Development



Thèse de Doctorat en sciences

En Génie Mécanique

Présentée par :
Nacer HADIDI

Magister en Génie Mécanique de l'ENP

— THÈME —

Etude et simulation d'un robot bipède humanoïde
Application expérimentale au bras du robot

Soutenue le 16 Janvier 2025 devant le jury composé de:

M. Djamel BOUKHETALA	Professeur, ENP, Alger	Président
M. Mohamed BOUAZIZ	Professeur, ENP, Alger	Directeur
M. Chawki MAHFOUDI	Professeur, Univ. Larbi Ben M'Hidi, Oum El Boighi	Co-Directeur
M. Djamel SAIDI	MCA, ENP, Alger	Examineur
M. Moussa HADDAD	Professeur, EMP, Alger	Examineur
M. Amine HAMDİ	MCA, Univ. Ahmed Yahia Ouancharissi, Tissemsilt	Examineur
M. Layachi BOUSSOUAR	MCA, Univ. Ferhat Abbas, Setif	Examineur

ENP 2025



Ecole Nationale Polytechnique
Département de Génie Mécanique
Laboratory of Green and Mechanical Development



Thèse de Doctorat en sciences

En Génie Mécanique

Présentée par :
Nacer HADIDI

Magister en Génie Mécanique de l'ENP

— THÈME —

Etude et simulation d'un robot bipède humanoïde
Application expérimentale au bras du robot

Soutenue le 16 Janvier 2025 devant le jury composé de:

M. Djamel BOUKHETALA	Professeur, ENP, Alger	Président
M. Mohamed BOUAZIZ	Professeur, ENP, Alger	Directeur
M. Chawki MAHFOUDI	Professeur, Univ. Larbi Ben M'Hidi, Oum El Boighi	Co-Directeur
M. Djamel SAIDI	MCA, ENP, Alger	Examineur
M. Moussa HADDAD	Professeur, EMP, Alger	Examineur
M. Amine HAMDİ	MCA, Univ. Ahmed Yahia Ouancharissi, Tissemsilt	Examineur
M. Layachi BOUSSOUAR	MCA, Univ. Ferhat Abbas, Setif	Examineur

ENP 2025

ملخص:

العمل المقدم مخصص لدراسة روبوت ذو قدمين يحتوي على 30 درجة من الحرية. أولاً وقبل كل شيء، يتم التعامل مع النموذج الهندسي بطريقة جديدة تعتمد على نهج الحساب الشعاعي. بعد ذلك، تم تطوير نظام من المعادلات البارامترية لتحديد مسارات الأطراف المحددة للحركة مسبقاً، مما يسمح للروبوت ذو القدمين بالتحرك. بالإضافة إلى ذلك، تم حساب عزم دوران اللازم لكل محرك اعتماداً على المتطلبات الديناميكية للروبوت باستخدام خوارزمية نيوتن-أويلر. علاوة على ذلك، تمت دراسة التوازن الحركي للروبوت باستخدام معادلات النموذج الديناميكي من خلال منهج التوازن الديناميكي الذي يسمى "نقطة العزم الممدوم" (ZMP). في كل مرحلة من الدراسة أجريت عمليات المحاكاة للتحقق من صحة نتائج النهج المقترح. وفي هذا السياق، تم إجراء تجربة على ذراع الروبوت ذو القدمين بعد تصميمه والانتها من التطويرات اللازمة لعملية تشغيله، وذلك بهدف اختباره والتحقق من بعض النتائج التي تم الحصول عليها.

كلمات مفتاحية : علم الآلية (الروبوتيك)، روبوت ثنائي الأرجل، النموذج الهندسي والديناميكي، معادلات المسار، توازن الروبوت.

Summary:

The present work is dedicated to the study of a humanoid biped robot with 30 degrees of freedom. It includes geometric modelling which is approached by a new method based on a vectorial approach. A system of parametric equations is established to predetermine the trajectories of end effectors. The calculation of motor torques meeting the dynamic requirements of the robot is carried out by the Newton-Euler algorithm. The study of the robot's stability is taken into account using the equations of the dynamic model through a Zero Moment Point stability approach. The study is complemented by simulation and experimental part on one arm of the bipedal robot.

Key words: robotics, bipedal robot, geometric modeling, dynamic modeling, gait generator, stability.

Résumé :

Le présent travail est consacré à l'étude d'un robot bipède humanoïde à 30 degrés de liberté. Il comporte la modélisation géométrique qui est abordée par une nouvelle méthode basée sur une approche vectorielle. Un système d'équations paramétriques est établi pour prédéterminer les trajectoires d'effecteurs terminaux. Le calcul des couples moteurs répondant aux exigences dynamiques du robot est effectué par l'algorithme de Newton-Euler. L'étude de la stabilité du robot est prise en compte en utilisant les équations du modèle dynamique par une approche de stabilité Zéro Moment Point. L'étude est complétée par une simulation et une réalisation expérimentale.

Mots clés: Robot humanoïde, Robot bipède, Modélisation géométrique, Etude dynamique, Générateur de marche, Stabilité.

DEDICACE

Je dédié ce modeste travail à :

Mes chers parents

Mon épouse

Mes enfants

Ma sœur

Mes frères

Toute ma famille.

REMERCIEMENT

Louange à *Allah* le Tout-Puissant de m'avoir donné le courage de réaliser ce travail.

Je tiens à remercier, dans un premier temps, mes directeurs de thèse, *Prof. BOUAZIZ Mohamed* et *Prof. MAHFOUDI Chawki*, pour leurs patiences, leurs disponibilités et surtout leurs judicieux conseils, qui ont contribué à illuminer ma réflexion.

J'adresse mes sincères remerciements aux membres du jury d'avoir nous honorés par leurs présences et l'examen de ce travail. Tout d'abord, je remercie Monsieur le Professeur Djamel BOUKHETALA, président du jury, pour sa précieuse présidence et le temps qu'il a consacré à l'évaluation de cette thèse. Je souhaite également remercier les examinateurs, Mr le Professeur Moussa HADDAD, Mr le Docteur, MCA, Djamel SAIDI, Mr le Docteur, MCA, Layachi BOUSSOUAR et Mr le Docteur, MCA, Amine HAMDI, pour le temps qu'ils ont dédié à l'examen de ce travail, ainsi que pour leurs commentaires et suggestions constructifs.

Je tiens à témoigner toute ma reconnaissance aux personnes suivantes, pour leurs aides dans la réalisation de cette thèse :

Mr. le Professeur *Zaharuddin MOHAMED*, enseignant à la faculté de génie électrique de l'université "Universiti Teknologi Malaysia" pour son soutien durant ce travail et surtout son accueil, sa bienveillance durant mon stage en Malaisie.

Mr. *Ahcene BOUZIDA*, enseignant universitaire à la faculté de Génie électrique de l'université de Mohand Oulhadj de Bouira, pour sa disponibilité et sa participation à ce travail.

J'exprime ma sincère gratitude à tous mes enseignants, intervenants, ainsi qu'à toutes les personnes qui, par leurs paroles, leurs écrits et leurs conseils, ont contribué, de près ou de loin, à la finalisation de cette thèse.

Table de matière

Introduction générale			16	
CHAPITRE I	Etude bibliographique			
I.1.	Introduction		20	
I.2.	Conception mécanique des robots bipèdes		21	
I.3.	Modélisation géométrique et cinématique du robot bipède		25	
I.4.	Modélisation dynamique du robot bipède		28	
I.5.	Stabilité des robots bipèdes		32	
I.6.	Commande du robot bipède		33	
I.7.	Conclusion		41	
CHAPITRE II	Modélisation géométrique			
II.1.	Introduction		43	
II.2.	Schéma cinématique du robot		44	
II.3.	Modèle géométrique direct		45	
II.4.	Principe de l'approche de calcul du MGI		45	
II.5.	Modélisation géométrique et identification des angles		46	
	II.5.1.	Modélisation géométrique inverse du Tronc	48	
	II.5.2.	Modélisation géométrique inverse du mécanisme cou-tête.	51	
	II.5.3.	Modélisation géométrique inverse du membre supérieur (Bras).	52	
	II.5.4.	Modélisation géométrique inverse du membre Inferieur (Pattes).	59	
		II.5.4.1.	Calcul des entités geometriques primaires	59
		II.5.4.2.	Identification des angles articulaires	60
II.6.	Simulation et Resultats		61	
	II.6.1.	Simulation du MGI du membre supérieur (Bras)	62	
	II.6.2.	Simulation du MGI du robot bipède.	67	
II.7.	Conclusion		68	
CHAPITRE III	Générateur de trajectoire			
III.1.	Introduction		70	
III.2.	Trajectoire de la Hanche.		71	
	III.2.1.	Mouvement linéaire de la hanche	71	
	III.2.2.	Mouvement vertical de la hanche	72	
	III.2.3.	Mouvement latéral de la hanche	73	

III.3.	Simulation de la trajectoire de la hanche.	74
III.4.	Trajectoire du pied en vol.	76
	III.4.1. Phase simple support (PSS).	76
	III.4.2. Phase double support (PDS).	76
III.5.	Simulation de la trajectoire du pied en vol.	78
III.6.	Trajectoire des membres supérieurs.	80
III.7.	Simulation des membres supérieurs.	81
III.8.	Simulation du modèle géométrique inverse du robot bipède.	82
	III.8.1. Variations angulaires durant un pas de marche.	83
III.9.	Conclusion	84
CHAPITRE IV	Modélisation dynamique	
IV.1.	Introduction	86
IV.2.	Calcul du modèle dynamique.	86
	IV.2.1. Formalisme de Newton-Euler.	86
	IV.2.2. Formalisme de Lagrange.	86
IV.3.	Modèle dynamique inverse du robot.	87
	IV.3.1. Algorithme du formalisme de Newton-Euler	87
IV.4.	Application du formalisme.	89
	IV.4.1. Phase de simple support (PSS).	89
	a Algorithme de calcul des couples des actionneurs en PSS.	90
	IV.4.2. Phase Double Support (PDS)	92
IV.5.	Simulation et résultats.	93
	IV.5.1. Simulation des couples du robot.	95
	a Couple des actionneurs du mécanisme Cou-Tête.	96
	b Couple des actionneurs du mécanisme Bras Droit.	96
	c Couple des actionneurs du mécanisme Tronc.	97
	d Couple des actionneurs du mécanisme patte en vol.	98
	e Couple des actionneurs du mécanisme patte porteuse.	99
	IV.5.2. Simulation des forces de réaction.	101
IV.6.	Conclusion.	101
CHAPITRE V	Etude de la stabilité	
V.1.	Introduction.	103
V.2.	Modes de marche.	103
V.3.	Modes de stabilité.	103

V.4.	Calcul du centre de masse du robot.	104
V.5.	Equilibre statique du robot.	106
V.6.	Etude dynamique de la stabilité.	107
	V.5.1. Point nul des moments (ZMP).	107
	V.5.2. Dérivation de l'équation de ZMP.	109
V.7.	Simulation et résultats.	110
V.8.	Conclusion.	113
CHAPITRE VI	Partie expérimentale	
VI.1.	Introduction.	115
VI.2.	Outils et matériaux pour l'expérience.	115
	VI.2.1. Moyens software.	115
	VI.2.2. Moyens Hardware.	115
VI.3.	Conception du robot	115
VI.4.	Impression des éléments du robot.	118
VI.5.	Réducteur de vitesse planétaire (train épicycloïdal)	118
	VI.5.1. Couple articulaire en sortie du réducteur	121
VI.6.	Branchement et câblage des parties électroniques.	122
VI.7.	Image du robot en sa forme finale.	123
VI.8.	Expérimentation.	123
VI.9.	Conclusion.	125
Conclusion générale		127
Références Bibliographiques		129
Annexe.		133

Liste des figures

Figure I.1	Classement des robots selon la mobilité	20
Figure I.2	Robot bipède HTY	21
Figure I.3	Nouvelle conception détaillée des articulations du robot HTY	22
Figure I.4	Pied du robot	22
Figure I.5	Pied du robot bipède	23
Figure I.6	Design d'un pied de robot bipède	24
Figure I.7	Mécanisme de la cheville du robot HYDROïD	24
Figure I.9	Cycle d'évaluation d'un neuro-contrôleur évolué	25
Figure I.10	Validation de l'algorithme RIK avec les mouvements humains	26
Figure I.11	Structure de 6 ddl d'une jambe d'un robot bipède.	26
Figure I.12	Model cinématique du nao-h25 et repère de base	27
Figure I.13	Image du processus propose pour résoudre MGI du robot en imitant le mouvement humain	28
Figure I.14	Schéma cinématique du robot	29
Figure I.15	Modèle du robot bipède sauteur	29
Figure I.16	Schéma du robot bipède en marche et la forme arbitraire du pied intru dans un terrain granulaire. Et l'ensemble des forces agissant sur pied.	30
Figure I.17	Système équivalent du robot en pendul inverse.	30
Figure I.18	Model du robot en pendul	31
Figure I.19	Déplacement latéral du robot	32
Figure I.20	Stratégie de control prédictive de la marche d'un robot bipède	33
Figure I.21	Prototype du robot bipède	33
Figure I.22	Robot Saurian concerne par l'étude.	34
Figure I.23	Architecture d'un système télé-opération bilatéral	35
Figure I.24	Model du robot bipède	35
Figure I.25	Vue d'ensemble du système complet de cartographie et du sol, qui se divise en deux parties : la perception (en haut) et le contrôle de mouvement (en bas)	36
Figure I.26	Structure d'une boucle de control.	37
Figure I.27	Types des robots bipèdes concernés par l'étude	38
Figure I.28	Architecture de contrôle basée sur trois niveaux de contrôle dont chaque niveau un neuronal contrôle CRNN est adopté	39
Figure I.29	Escalade du robot NAO sur escalier	40
Figure I.30	Méthodes de control du robot en deux pas d'escalade	40
Figure II.1	Modèle du robot proposé.	44
Figure II.2	Paramétrage géométrique pour les corps à plus de deux articulations	45
Figure II.3	Règle de la main droite et ordre des vecteurs.	47
Figure II.4	Attribution des repères principaux	48
Figure II.5	Description géométrique du tronc et de l'épaule.	49
Figure II.6	Articulations du cou-tête.	52
Figure II.7	Membre supérieur droit d'un robot bipède et attribution des repères selon la convention DH.	52
Figure II.8	Paramétrage géométrique d'un membre supérieur droit de robot bipède.	53
Figure II.9	Forme de tétraèdre obtenue à partir de l'espace géométrique dérivé du robot.	54
Figure II.10	Description vectorielle des angles articulaires du bras du robot.	57

Figure II.11	Description géométrique de position de la cheville et du genou	59
Figure II.12	Description géométrique de θ_1 et θ_2 .	61
Figure II.13	Description géométrique de θ_3 .	62
Figure II.14	Description géométrique de θ_4 et θ_5 avec définition du nouveau repère $R_A(A, x_A, y_A, z_A)$.	63
Figure II.15	Description géométrique de l'angle θ_6 .	64
Figure II.16	Trajectoires prédéfinies du chemin de l'effecteur final.	66
Figure II.17	Simulations Matlab de l'effecteur final du robot suivant des trajectoires prédéfinies.	67
Figure II.18	Trajectoire cible et positions correspondantes du bras du robot	67
Figure III.1	Générateur de mouvement en boucle ouverte	70
Figure III.2	Hodographe de trajectoire de la hanche.	71
Figure III.3	Graphe de l'équation de la trajectoire de la hanche.	75
Figure III.4	Graphes des trajectoires des pieds en phase de vol.	79
Figure III.5	Hodographe des membres supérieurs du robot.	80
Figure III.6	Graphe de la trajectoire des membres supérieurs du robot (main).	81
Figure III.7	Simulation du modèle géométrique inverse du robot (MGI)	82
Figure III.8	Allures des variations angulaires d'un pas de marche.	83
Figure IV.1	Schémas cinématique du robot.	87
Figure IV.2	Forces et couples agissant sur le corps C_j	87
Figure IV.3	Composition des vitesses	88
Figure IV.4	Résultantes des efforts de chaque membre.	90
Figure IV.5	Schéma de calcul des couples aux actionneurs du tronc du robot en PSS.	91
Figure IV.6	Schéma de calcul des couples aux actionneurs de la patte porteuse du robot en PSS.	92
Figure IV.7	Schéma du robot en pds et les forces de réaction.	93
Figure IV.8	Squelette du robot avec emplacement des moteurs.	93
Figure IV.9	Couple des actionneurs du mécanisme cou-tête.	95
Figure IV.10	Couple des actionneurs du bras Droit.	96
Figure IV.11	Couple des actionneurs du bras Gauche.	97
Figure IV.12	Couple des actionneurs du mécanisme tronc.	97
Figure IV.13	Couple des actionneurs du mécanisme patte en vol.	99
Figure IV.14	Couples des actionneurs du mécanisme patte porteuse.	100
Figure IV.15	Forces de réaction au niveau du pied support.	101
Figure V.1	Modes de marche.	104
Figure V.2	Schéma cinématique avec paramétrage géométrique	104
Figure V.3	Chaine cinématique formée de n corps rigide.	105
Figure V.4	Deux configurations de l'équilibre statique du robot.	107
Figure V.5	Une personne commence a courir	108
Figure V.6	Les trajectoires de références des ZMP en marche dynamique.	108
Figure V.7	Calcul de p_{zmp} .	109
Figure V.8	1 ^{ier} cas de la variation de ZMP durant un pas de marche du robot.	111
Figure V.9	2ieme cas de la variation de ZMP durant un pas de marche du robot.	111
Figure V.10	Allures de variation de ZMP	112
Figure V.11	Allures de variation de ZMP	112
Figure VI.1	Conception et structure du robot.	116

Figure VI.2	Conceptions et assemblage des principaux éléments du bras	116
Figure VI.3	Images de l'impression des pieces.	117
Figure IV.4	Train épicycloïdal simple	117
Figure IV.5	Schema de la condition de montage (Règle du Haricot)	119
Figure IV.6	Condition de voisinage des satellites	119
Figure VI.7	Schéma de circuit de contrôle et de connexion entre les composants électroniques.	121
Figure VI.8	Images du robot assemble.	122
Figure VI.9	Trajectoires prédéfinies du chemin de l'effecteur final.	123
Figure VI.10	Quelques postures du robot suivant des trajectoires prédéfinies.	124
Figure VI.11	Graphes des angles articulaires.	124

[illegible]

Tableau 0.1	Marges de mobilité angulaire	17
Tableau I.1	Comparaison de la consommation d'énergie avec d'autres robots	34
Tableau II.1	Longueurs des chaînons du robot [m]	44
Tableau II.2	Paramètres de D-H du robot bipède	46
Tableau IV.1	Paramètres inertiels des éléments du robot	94
Tableau IV.2	Graphes des couples de la patte porteuse	100
Tableau V.1	Récapitulatif du CG de six mécanismes formant le robot	106
Tableau VI.1	Rapports de réduction du train épicycloïdal	120
Tableau VI.2	Caractéristiques techniques des articulations du bras du robot	121

Nomenclature

q [rad]	Vecteur des variables articulaires
$\dot{q}$ [rad/s]	Vecteur des vitesses articulaires
$\ddot{q}$ [rad/s ²]	Vecteur des accélérations articulaires
X	Vecteur des coordonnées opérationnelles
$hg ; hd$ [m]	Respectivement les longueurs de la hanche gauche et la hanche droite par rapport au tronc.
L_p [m]	Longueur du pas.
$T_{j-1,j}$	Matrice de transformation homogène entre repère R_{j-1} et R_j ;
$A_{j-1,j}$	Matrice de rotation entre repère R_{j-1} et R_j .
U_o	Matrice de transformation homogène du repère final au repère absolu.
${}^jP_i = ({}^jP_{ix}, {}^jP_{iy}, {}^jP_{iz})$	coordonnées de l'articulation i exprimées dans le repère j .
R_0	Repère absolu.
$R_j (R_{j-1})$	Repère de l'articulation j . ($j-1$).
x_j, y_j, z_j	Vecteurs unitaires du repère R_j suivant les axes x_j, y_j, z_j .
θ_j [rad]	Angle de rotation de l'élément j .
h_{h-min}, h_{h-max} [m]	Respectivement, hauteur minimale et maximale de la hanche.
h_p [m]	Elévation maximale du pied en vol.
$X_p(x_p(t), y_p(t), z_p(t))$ [m]	Coordonnée de pied en vol.
$X_h(x_h(t), y_h(t), z_h(t))$ [m]	Coordonnée de la hanche.
$x_h(t), y_h(t), z_h(t)$ [m]	Fonction polynomiale de la trajectoire de la hanche.
$x_{hs}(t), y_{hs}(t), z_{hs}(t)$ [m]	Fonctions polynomiales de la trajectoire de la hanche, respectivement, de la PSS et PDS.
$x_{hd}(t), y_{hd}(t), z_{hd}(t)$	
$x_p(t), y_p(t), z_p(t)$ [m]	Fonction polynomiale de la trajectoire du pied en vol.
γ_r [m/s ²]	Accélération relative.
γ_e [m/s ²]	Accélération d'entraînement.
γ_c [m/s ²]	Accélération de Coriolis.
$J(q)$	Matrice Jacobéenne.
CM (CG)	Centre de masse (centre de gravité).
CP	Centre de pression.
T_s [s]	Période de la PSS.
T_d [s]	Période de la PDS.
T_p [s]	Période d'un pas de marche
T_c [s]	Période d'un cycle de marche.
k	Nombre de pas.
Γ [N.m]	Vecteur des couples des actionneurs.
F_j [N]	Résultante des forces extérieurs agissant sur le corps C_j .
$F_{j-1,j}$ [N]	Force appliquée sur C_j par C_{j-1} à travers l'articulation $j-1$.

$F_{j,j+1}$ [N]	Force appliquée sur C_j par C_{j+1} à travers l'articulation $j+1$.
F_{sj}, F_{vj}	Paramètres de frottement sec et visqueux de l'articulation j
g [m/s ²]	Accélération de la pesanteur.
G_j	Centre de gravité du corps C_j .
I_{Gj} [m ⁴]	Tenseur d'inertie du corps C_j par rapport à un repère parallèle à R_j et d'origine G_j .
$^j I_j$ [m ⁴]	Tenseur d'inertie du corps C_j par rapport au repère R_j .
$L_{j-1,j}$ [m]	Vecteur liant le repère R_{j-1} au repère R_j .
m_j [kg]	Masse du corps C_j .
md_j [kg.m]	Premier moment d'inertie du corps C_j autour de l'origine du repère R_j ,
M_j [N.m]	Moment extérieur autour du centre de gravité G_j .
$M_{j-1,j}(M_{j,j+1})$ [N.m]	Couple appliqué sur le chaînon C_j par le chaînon C_{j-1} (C_{j+1}) autour l'articulation j ($j+1$).
$d_{j,j}(d_j)$ [m]	Vecteur liant l'origine O_j de l'articulation (j) avec l'origine G_j du centre de masse du corps C_j .
$d_{j,j+1}$ [m]	Vecteur liant l'origine G_j du centre de masse avec l'origine O_{j+1} de l'articulation ($j+1$).
H_j [m ⁴ rad/s]	Moment cinétique du corps C_j autour G_j : $H_j = I_{Gj} \omega_j$.
V_j [m/s]	Vitesse du point O_j .
$\dot{V}_j$ [m/s ²]	Accélération du point O_j .
$\bar{V}_j$	Vecteur de dimension (6*1) regroupant les composants des éléments du torseur cinématique du corps C_j .
V_{Gj} [m/s]	Vitesse du centre de gravité du corps C_j .
$\gamma_{Gj} = \dot{V}_{Gj}$ [m/s ²]	Accélération du centre de gravité du corps.
ω_j [rad/s]	Vitesse de rotation du corps C_j .
$a_j = \dot{\omega}_j$ [rad/s ²]	Accélération de rotation du corps C_j .
$A(\theta)$	Matrice d'inertie du robot.
$D(q, \dot{q})$	Vecteur de dimension ($n*1$) représentant les couples et forces de Coriolis et forces centrifuge.
$\bar{D}(q, \dot{q})$	Vecteur de dimension ($n*1$) représentant les couples et forces de coriolis, les forces centrifuges ainsi que les forces de gravité.
$Q(q)$ [N]	Vecteur des forces et couples de gravité
Γ_j [N.m]	Couple transmis à l'articulation j .
$\ddot{\theta}(t), \dot{\theta}_d(t)$ et $\theta_d(t)$ [rad/s ²], [rad/s], [rad]	Respectivement, accélération, vitesse et position désirées dans l'espace articulaire.

Abréviations.

PSS : phase Simple Support.

PDS : Phase Double Support.

MGD: Modèle Géométrique Direct.

MGI : Modèle Géométrique Inverse.

MDD : Modèle Dynamique Direct.

MDI : Modèle Dynamique Inverse.

$C(\theta_i) : \cos(\theta_i)$

$S(\theta_i) : \sin(\theta_i)$

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

La robotique est actuellement d'usage courant dans plusieurs domaines, en particulier, en construction d'automobile et aéronautique.

La recherche dans en robotique attire l'attention des spécialistes dans différents domaines pour des raisons attractives, essentiellement pour décharger l'être humain de tâches pénibles et le servir. En effet, ce domaine a évolué à un rythme accéléré, dépassant les limites de ce qui était autrefois considéré comme de la science-fiction.

Parmi les nombreuses branches de la robotique, les robots bipèdes humanoïdes font aussi l'objet de recherche intense ces dernières années, qui a aboutie à la concrétisation de quelques modèles de robots bipèdes humanoïdes, tels que le robot Asimo, le robot NAO, le robot Webian, le robot HRP, le robot QRIO...etc.

Qui dit "robot humanoïde", fait allusion intuitivement à l'être humain qui est pratiquement le modèle auquel se projettent les finalités scientifiques afin de créer la machine humanoïde capable d'imiter et de reproduire les fonctions humaines.

L'étude d'un robot bipède concerne plusieurs domaines (électronique, automatique, mécanique, commande, etc...). Le présent travail entre dans le domaine mécanique (mouvement, dynamique, stabilité, etc...).

L'aspect général d'une étude mécanique d'un robot bipède humanoïde peut être mené en étudiant les points suivants :

- *Conception mécanique du robot bipède*
L'aspiration en robotique est de concevoir un modèle robotique dans un volume réduit morphologiquement de la taille humaine qui présente un nombre élevé de degrés de liberté. Toutefois, la conception mécanique de cette structure robotisée nécessite beaucoup de travail afin de la rapprocher à l'objectif visé.
- *Modélisation géométrique et cinématique du robot bipède*
La modélisation géométrique et cinématique fournit les équations fondamentales nécessaires à la modélisation dynamique et à la commande des robots. Diverses approches sont proposées pour résoudre le modèle géométrique inverse par différentes méthodes qui sont classées généralement en méthodes analytiques et méthodes numériques.
- *Modélisation dynamique du robot bipède.*
L'étude dynamique a pour but de fournir les couples moteurs nécessaires à chaque articulation et le calcul de sa matrice d'inertie utilisée dans l'étude de la commande du robot. La modélisation dynamique s'articule sur l'analyse des aspects liés aux caractéristiques inertiels, à la cinématique et aux forces impliquées dans leur fonctionnement.
- *La locomotion du robot humanoïde.*
La locomotion du robot bipède revient à la génération des trajectoires à suivre par ses membres locomoteurs (hanche, pied, main). Les trajectoires génératrices de la marches peuvent être prédéterminées à l'avance dans le cas où l'endroit d'intervention du robot est bien structuré et interchangeable, ou bien, elles peuvent être calculées en temps réel dans le cas des endroits non structurés. Cependant, la trajectoire en temps réel s'avère plus compliquée, car sa génération est en fonction de l'environnement d'intervention du robot. Cela nécessite une compréhension de l'environnement à l'aide des différents capteurs utilisés et l'analyse des données via des algorithmes intelligents.

- *Stabilité du robot bipède.*

Le maintien de l'équilibre sur deux pattes est plus complexe que sur les robots à plusieurs pattes. Dans la littérature, le problème de la stabilité est traité par différentes techniques permettant de maintenir la stabilité du robot bipède dans différents contextes de leurs marches. Un critère de stabilité qui s'appelle "Zéro Moment Point" est largement utilisé. Il consiste à positionner le point nul des moments agissant sur le robot au niveau du sol à l'intérieur de la surface de sustentation du robot.

Bien que les recherches sur les robots bipèdes sont avancées, il reste encore du travail à fournir pour surmonter les contraintes (nombre de degré de liberté, trajectoire, rapidité de marche,...) et les insuffisances du domaine, tels que la conception et la fabrication des mécanismes complexes dans un volume réduit avec des matériaux adéquats (légèreté, résistance, rigidité,...). Les méthodes mathématiques et certaines approches lentes en raison de la non linéarité du modèle, le problème de la stabilité dynamique, l'interaction dans des endroits non structuré nécessitent un calcul numérique.

La recherche dans ce domaine s'inspire souvent de la morphologie de l'être humain pour s'y approcher. Dans ce travail, le cahier des charges porte sur les caractéristiques principales suivantes :

- Hauteur : 1.30 m,
- Largeur aux épaules : 0.40 m,
- Largeur de la hanche : 0.30 m,
- Poids estimé : 30 kg ;
- Mobilité du robot : supposée globalement la même que celle de l'être humain. Elle est donnée dans le tableau 1.

Tableau 1 : Marges de mobilité angulaire

<i>Pivotement de l'élément</i>	Dans le plan sagittal	Dans le plan frontal	Dans le plan latéral
<i>Tronc</i>	0° à 90°	-15° à +15°	-30° à +30°
<i>Tête</i>	0° à +30°	-15° à +15°	-45° à +45°
<i>Membres supérieurs</i>	-15° à 88°	0° à 88°	-45° à +45°
<i>Membres inférieurs</i>	-45° à +45°	-15° à +15°	0°
<i>Pieds</i>	-15° à +15°	-5° à +5°	-15° à +15°
<i>Genou</i>	0° à -90°	0°	0°
<i>Coude</i>	0° à +135°	0°	0°
<i>Main</i>	-45° à +45°	0°	-45° à +45°

- Genou et coude se plient dans un seul sens.
- Pieds et mains supposés ponctuels (contact pied-sol modélisé comme un point).
- Pas de marche maximum : 0.56m.
- Friction aux articulations et effets des efforts externes négligeables.

Ce travail est structuré en six chapitres, couvrant les parties essentielles de l'étude mécanique d'un robot bipède.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté une étude bibliographique concernant les travaux antérieurs dans ce domaine. Dans cette partie, nous avons exposé une synthèse générale montrant l'actualité de recherche, les méthodes utilisées et les contraintes confrontées.

Le deuxième chapitre est dédié à la modélisation géométrique du robot bipède. Dans ce chapitre, nous avons présenté une nouvelle approche de modélisation géométrique qui s'appuie essentiellement sur la géométrie spatiale et des relations trigonométriques . On y détermine toutes les variables articulaires. L'étude est suivie par des simulations pour validation.

Le troisième chapitre est réservé au développement des équations paramétriques permettant la génération des trajectoires de différents organes du robot.

Le quatrième chapitre est consacré à la modélisation dynamique du robot afin de déterminer les différents couples moteurs répondants aux contraintes dynamique influant sur ce dernier. Le robot bipède est modélisé comme un système mécanique arborescent mobile. La méthode utilisée est la méthode de Newton-Euler décrite par son algorithme de calcul.

Le cinquième chapitre est destiné à l'étude de la stabilité du robot. Une approche de calcul dite "point nul des moments », s'appuie sur les tenseurs des efforts dynamiques agissant sur le robot dont le principe est de maintenir le point où la somme des moments dans ce système mécanique (robot) est nul dans la région de stabilité définie par une surface de sustentation des pieds du robot sur le sol.

Le sixième chapitre est réservé à la réalisation d'un membre supérieur du robot (bras) afin de vérifier le modèle géométrique inverse.

En conclusion générale, on fait une synthèse résumant les travaux effectués et les résultats obtenus.

CHAPITRE I

ETUDE

BIBLIOGRAPHIQUE

I.1. Introduction.

Le challenge est une caractéristique ordinaire à la nature humaine, incitant constamment l'individu à explorer des moyens innovants dans son domaine d'activité ainsi que dans sa vie en général. En effet, l'humanité a su relever de nombreux défis technologiques dans diverses disciplines par le biais de la science et de la persévérance.

Le domaine de la robotique est l'une des disciplines qui intéressent beaucoup de personnes dès qu'il était considéré comme relevant de la science-fiction. Le terme "robot" a été introduit pour la première fois en 1920 par l'écrivain tchèque Karel Čapek, dérivé du mot "robota", signifiant une machine servante ou assistante de l'homme dans ses tâches physiques. Cette notion a rapidement suscité un intérêt scientifique, devenant un axe de recherche majeur.

Les recherches dans ce domaine ont abouti à la fabrication du premier robot industriel, un bras manipulateur, en 1961 par la société General Motors, inaugurant ainsi l'ère de la robotique appliquée dans l'industrie. La recherche est accentuée davantage et beaucoup de chercheurs se sont penchés sur l'innovation de différents types de robots qui sont classés selon la nature de leurs mobilités, comme suit :

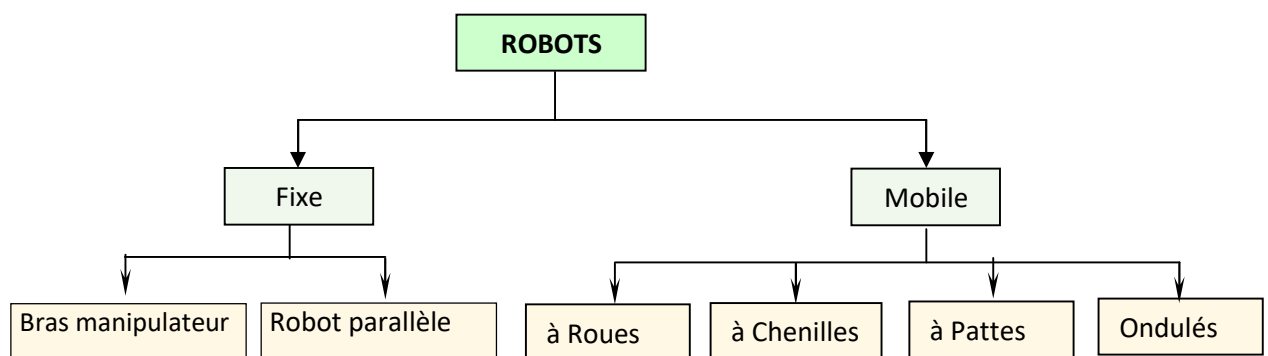


Fig.I.1. Classement des Robots selon la mobilité [01]

La classe des robots fixes est dominée par les bras-manipulateurs et les robots à bras parallèles. Ils sont destinés généralement vers l'industrie. Les robots mobiles se caractérisent principalement par une base mobile permettant au robot de se déplacer d'un lieu à un autre [02].

Les robots mobiles se différencient les uns des autres par une grande diversité, qui peut être évaluée selon leurs spécificités techniques, leurs domaines d'utilisation et leur conception mécanique.

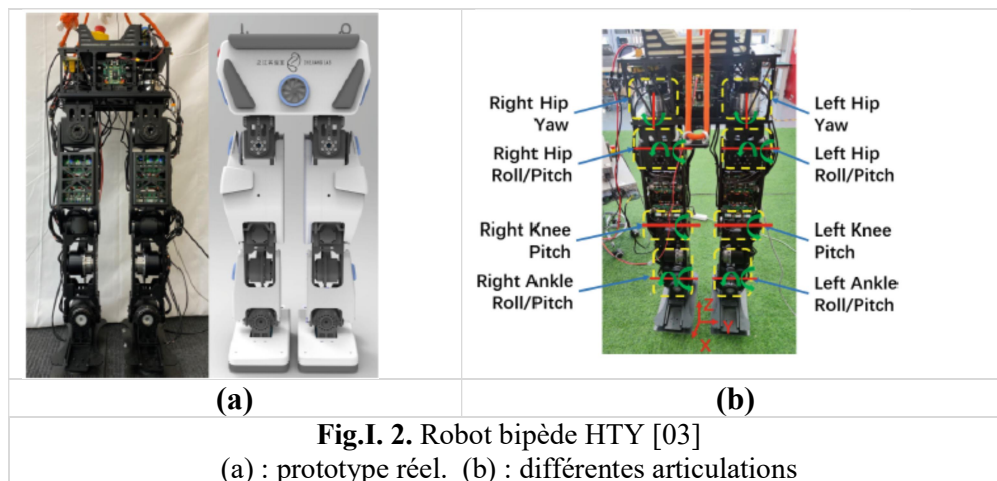
Les robots bipèdes, dits aussi humanoïdes, également appelés robots marcheurs, sont des robots mobiles à deux pattes conçus pour interagir avec l'environnement humain. Ils sont destinés à remplacer l'être humain dans la réalisation de certaines tâches ou même à le servir. Pour cette raison, la recherche se concentre sur divers concepts clés de ces robots afin de surmonter les contraintes qui entravent d'atteindre les objectifs du modèle envisagé.

De la recherche bibliographique, nous distinguons différents aspects sur lesquels la recherche sur ces sujets s'est orientée. Ces aspects sont présentés dans les sections suivantes :

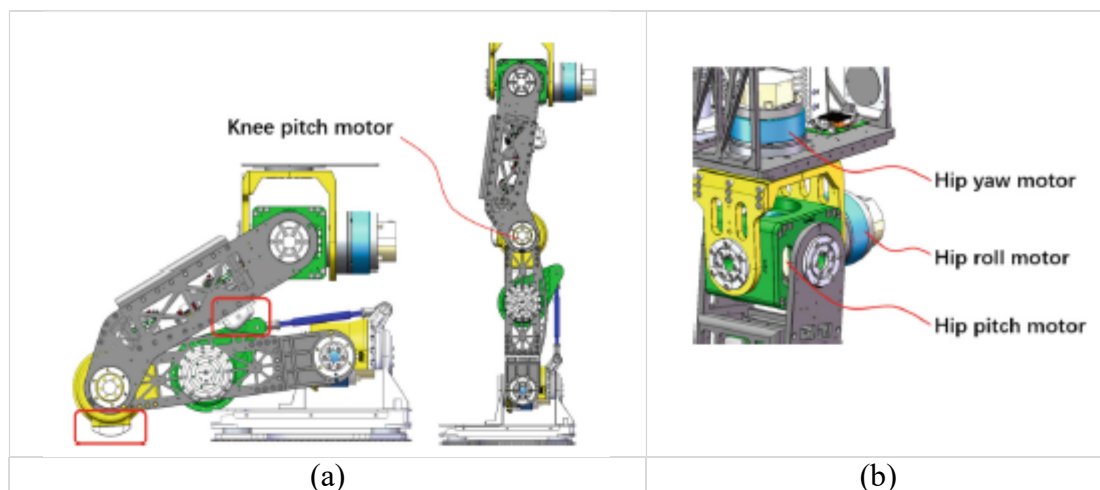
I.2. Conception mécanique du robot bipède.

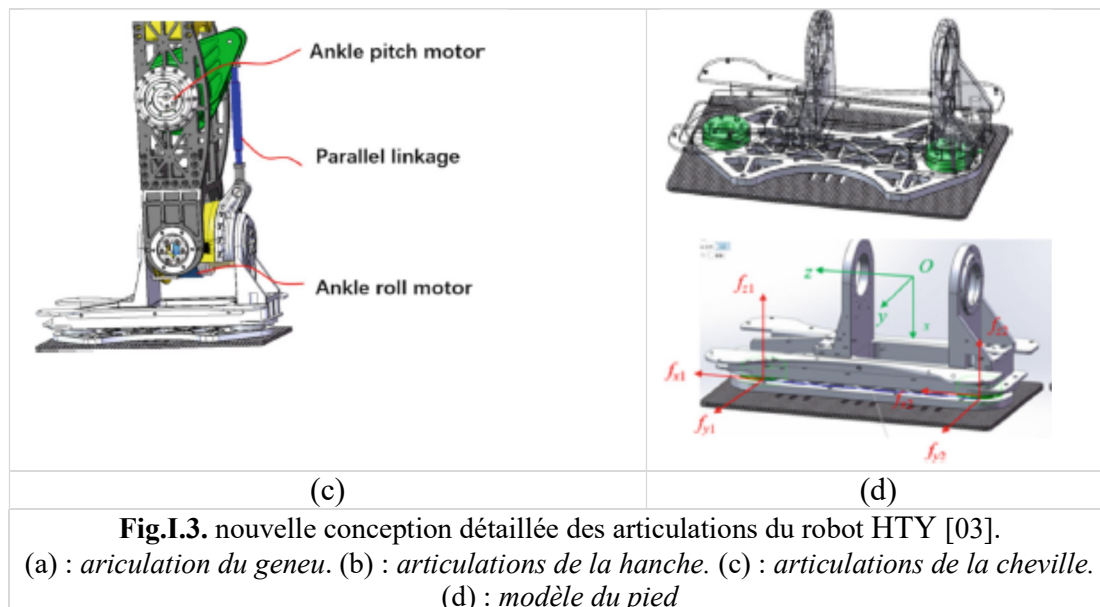
L'aspiration des chercheurs en robotique est de concevoir un model robotique morphologiquement de la taille humaine et présentant un nombre élevé de degré de liberté dans un volume réduit.

Un nouveau design du robot bipède, appelé HTY, est présenté à la Fig.I.2 [03]. L'objectif du travail présenté est d'offrir une large gamme de mouvements articulaires et d'établir un contrôle permettant la perception de l'état de ses pieds.



Le robot HTY possède 12 degrés de liberté, avec une hauteur de 119 cm et une masse de 54 kg. Sa conception repose sur une configuration articulaire et structurale optimisée, permettant une large amplitude de mouvements articulaires adaptés aux exigences fonctionnelles de ses interactions (Fig.I.3).

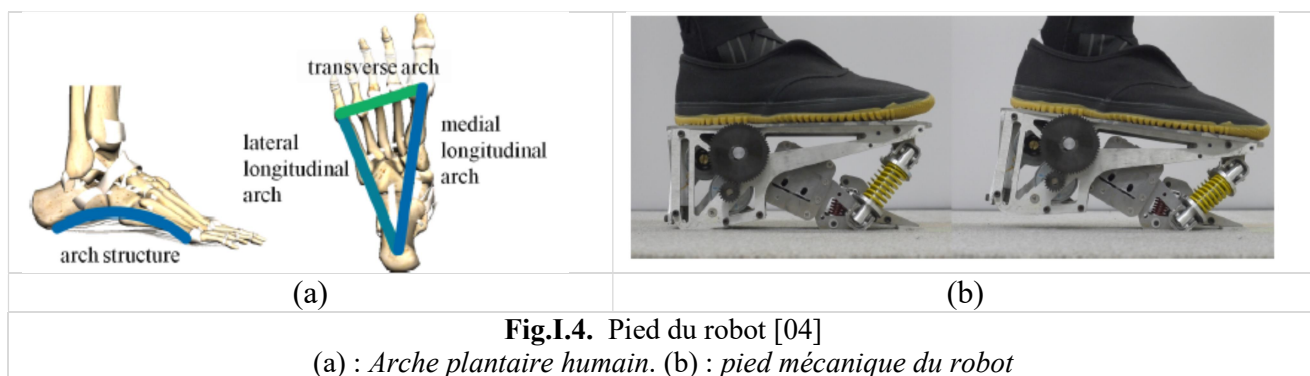




Cette étude est accompagnée par celle du contrôle de la stabilité du robot en différentes situations de déplacement.

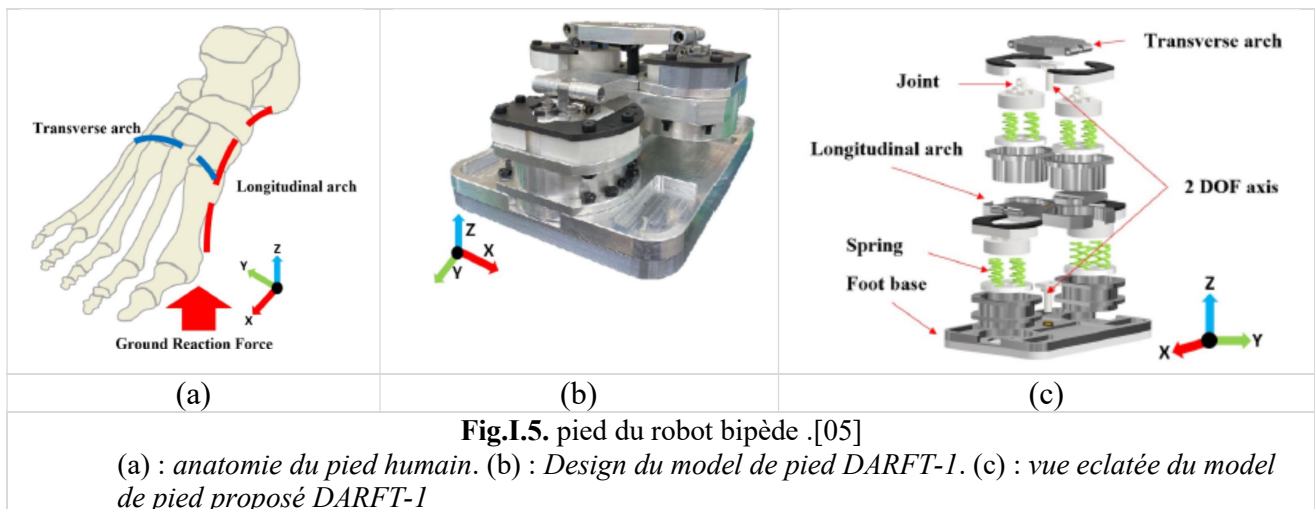
Les robots marcheurs se distinguent des autres types de robots par leur interaction avec le sol à travers leurs pieds. Cette spécificité offre des avantages intéressants, tels que la capacité à se déplacer sur des terrains irréguliers, mais elle soulève également des défis techniques majeurs, notamment en ce qui concerne la gestion de l'impact pied-sol et la stabilité dynamique. De nombreuses recherches se concentrent sur ces problématiques, explorant différents aspects tels que la conception des mécanismes de locomotion, le contrôle de l'équilibre et l'interaction pied-sol [04] [05] [06] et [07].

Les auteurs de la référence [04] ont conçu un pied flexible inspiré de l'arche plantaire humaine (Fig.I.4), afin de minimiser l'impact pied-sol.



L'approche mécanique utilisée repose sur la flexibilité des pieds du robot, ce qui réduit les couples au niveau de la cheville, du genou et de la hanche. Les résultats obtenus montrent une amélioration des couples articulaires grâce à la réduction de ces derniers, en comparaison avec le déplacement sur des pieds rigides, ce qui a permis au robot bipède d'améliorer sa capacité de marche et de mieux s'adapter aux terrains irréguliers.

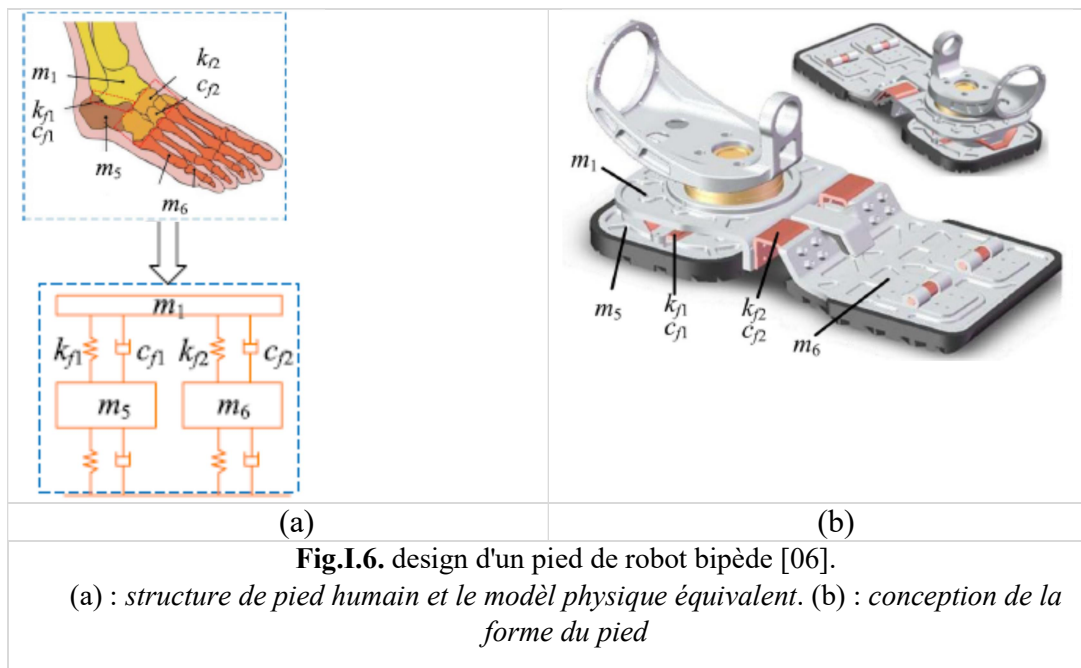
La référence [05] présente le développement d'un nouveau modèle de pied robotique, appelé Double Arched Robotic Foot-1 (DARFT-1), conçu spécifiquement pour les robots humanoïdes (Fig.I.5). De nombreux robots humanoïdes utilisent des capteurs de force/couple (F/C) dans leurs pieds pour des applications telles que le calcul du point de moment nul (ZMP), la détection de contact et le contrôle de la force de contact lors de la marche. Cependant, sur des terrains irréguliers, ces capteurs peuvent subir des forces de réaction au sol inattendues, entraînant des dommages. Pour remédier à cela et créer un effet de filtre mécanique, DARFT-1 imite les arches longitudinales et transversales d'un pied humain, intégrant des articulations passives et des ressorts dans une structure à 2 degrés de liberté.



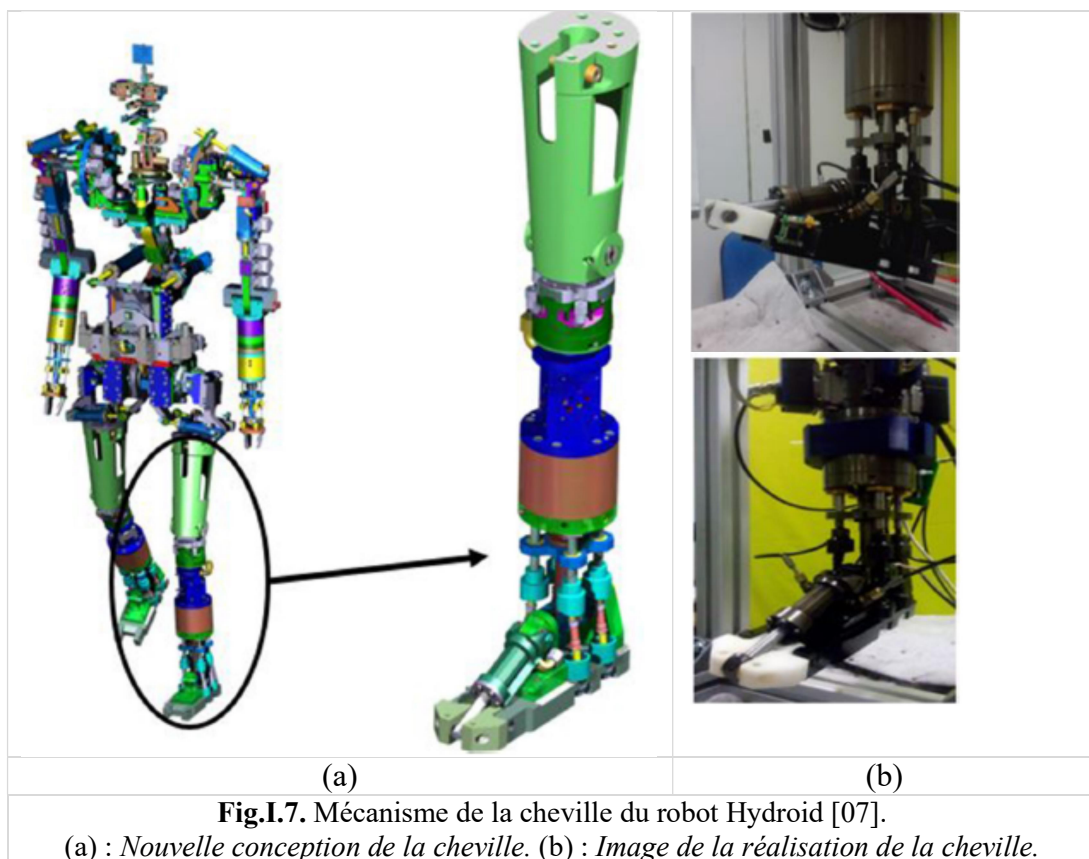
Le pied est conçu pour empêcher les obstacles externes d'atteindre la plante du pied et pour s'adapter aux terrains irréguliers. Les expériences réalisées sur le robot humanoïde DRC-HUBO+ montrent que le DARFT-1 réduit en moyenne les forces de réaction au sol de 9,8 % et 10,02 % lorsqu'il y a des obstacles à l'avant et sur le côté du pied, respectivement, par rapport à un pied rigide précédent. De plus, le pied agit comme un filtre mécanique, atténuant le taux de variation des forces de réaction au sol et améliorant la stabilité de la marche du robot humanoïde en réduisant le moment de basculement du centre de pression (ZMP).

Par ailleurs, des simulateurs sont développés pour modéliser les interactions mécaniques internes et externes sur le robot humanoïde. Certains auteurs [06] ont élaboré un modèle simplifié pour la simulation des mouvements humains et robotiques, appelé le modèle LNZN. L'un de leurs travaux concernant la structure du pied du robot bipède vise à minimiser la Force de Réaction au Sol (GRF). Le pied est inspiré de la morphologie humaine, comme illustré à la Fig.I.6.

La particularité réside dans l'utilisation d'un modèle de ressort et d'amortisseur pour négliger les rotations articulaires dans la simulation des mouvements du pied du robot, ce qui simplifie les calculs associés. Des tests de simulation et d'expérimentations ont été effectués par les auteurs et comparés aux résultats expérimentaux afin de valider le modèle LNZN. Les résultats montrent une amélioration significative de l'effet d'amortissement par rapport aux pieds d'origine, indiquant le potentiel de ce modèle pour guider le développement des robots et de leurs composants.



L'étude [07] s'est concentrée spécifiquement sur le mécanisme de la cheville. Le problème consiste à concilier la nécessité d'un couple élevé avec la contrainte de maintenir une structure compacte (Fig.I.7). Pour cela, les chercheurs proposent une conception améliorée du mécanisme de la cheville à 3 degrés de liberté du robot HYDROÏD en utilisant une structure cinématique avec une action hydraulique. Cette conception vise à obtenir une forme de cheville humanoïde élancée tout en assurant une flexion-extension suffisante dans les plans frontal et sagittal du pied, aussi un couple élevée nécessaire pour une marche stable.

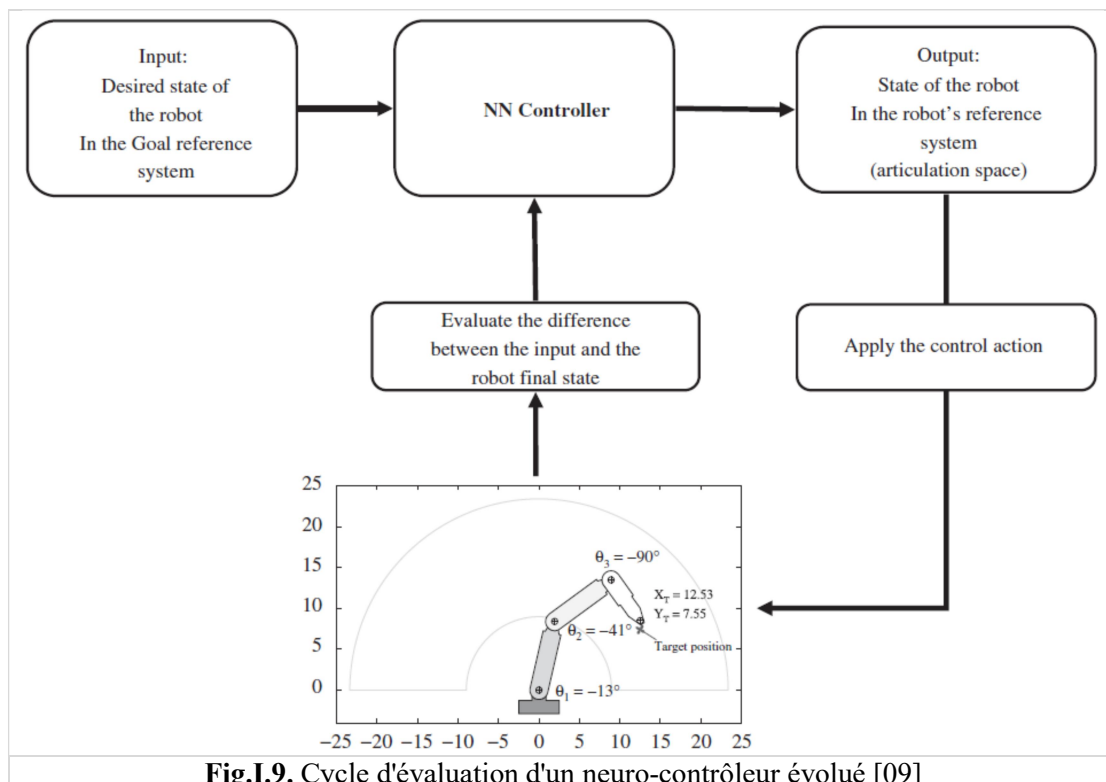


Les simulations et les expérimentations montrent une amélioration significative des performances en les comparant avec des résultats antérieurs du robot HYDROÏD. Sachant que, les limites angulaires dans les plans sagittal et frontal sont -15° à 45° et -20° à 20° respectivement. Alors qu'elles étaient dans le premier mécanisme du robot HYDROÏD entre -15° à 30° et -15° à 15° dans les plans sagittal et frontal respectivement. Aussi, ce nouveau mécanisme de la cheville a permis de réduire la pression hydraulique exercée pour générer le couple nécessaire de 160 bar à 34 bar. Cette étude contribue à l'avancement de la conception des chevilles de robots humanoïdes en équilibrant les exigences de couple élevé et de structure compacte.

I.3. Modélisation géométrique et cinématique du robot bipède.

Les modélisations géométriques et cinématiques sont indispensables en robotique, car elles représentent la base des équations préalables et fondamentales utilisées dans la dynamique et le contrôle des robots.

J. Antonio Martin et al [09] proposent une méthodologie générale pour résoudre le modèle géométrique inverse de robots arborescent à l'aide de neuro-contrôleurs, en contournant les limitations des solutions analytiques spécifiques à certaines configurations. Cette méthodologie repose sur le paradigme de la computation évolutive, permettant d'obtenir des neuro-contrôleurs progressivement améliorés, comme schématisé à la Fig.I.9.



La référence [10] propose un algorithme de cinématique inverse récursive (RIK) pour calculer les angles des articulations d'un robot humanoïde en utilisant des données de suivi du squelette humain. Cet algorithme calcule les angles de manière récursive, en partant du corps de

base (le torse) vers les extrémités des branches du robot humanoïde (main, pied ou tête), en se basant sur une approche d'analyse multi-corps, comme indiqué à la Fig.I.10.

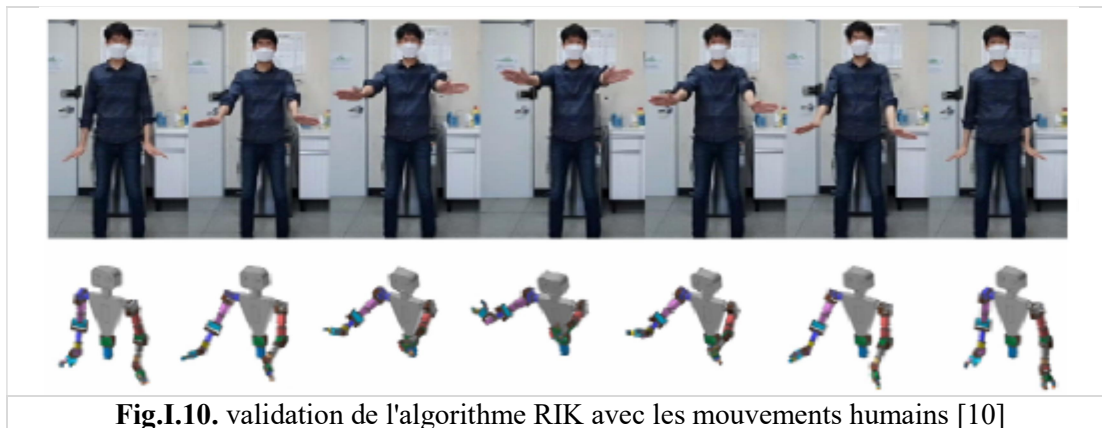


Fig.I.10. validation de l'algorithme RIK avec les mouvements humains [10]

La méthode comprend des expériences réalisées dans un environnement intérieur avec une caméra de profondeur *Azure Kinect*. Les angles des articulations obtenus à partir de l'algorithme RIK avec les données de suivi du squelette humain sont comparés à ceux obtenus à partir de l'algorithme RIK avec les données de squelette virtuel correspondantes du modèle virtuel de robot humanoïde RecurDyn. Des indices de similarité sont définis pour évaluer à quel point les mouvements du robot humanoïde virtuel obtenus par l'algorithme RIK sont similaires à ceux d'un être humain. Les résultats montrent que la posture du modèle virtuel de robot humanoïde utilisant cet algorithme est proche de la posture humaine.

Une autre approche basée sur l'algèbre géométrique [11], propose une méthode pour résoudre le modèle géométrique inverse d'un membre inférieur (patte) d'un robot humanoïde à 6 degrés de liberté, comme illustré à la Fig.I.11. Cette approche repose sur des entités géométriques telles que des lignes, des plans et des sphères pour déterminer les variables de l'espace articulaire en fonction des données de l'espace opérationnel défini par la position et l'orientation souhaitées du pied. Chaque articulation bénéficie d'une configuration individuelle de rotation définie par un algorithme basé sur la pondération de la marge articulaire.

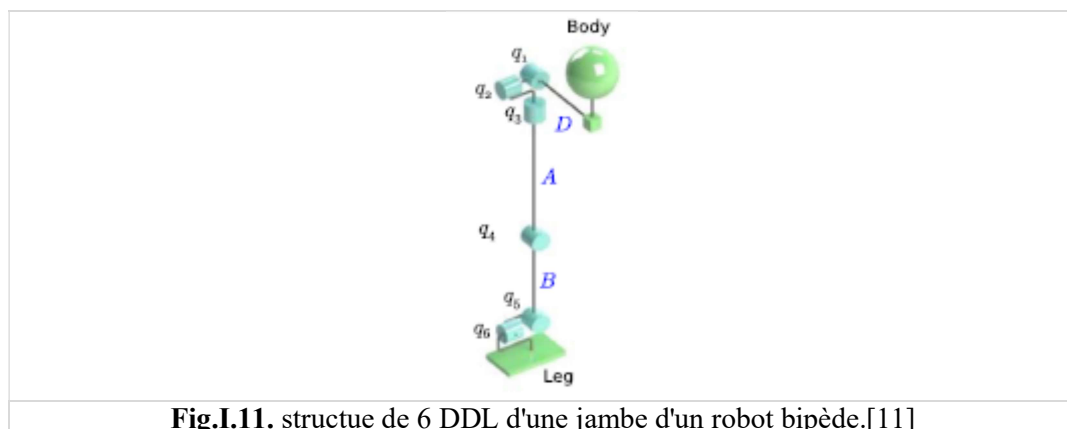


Fig.I.11. structure de 6 DDL d'une jambe d'un robot bipède.[11]

N. Kofinas et al [12] ont développé des solutions analytiques complètes pour le problème géométrique direct et inverse du robot humanoïde Aldebaran NAO, comme illustré à la Fig. I.12. L'objectif est de permettre aux développeurs du NAO de cartographier n'importe quelle configuration du robot dans l'espace opérationnel et de déterminer les configurations articulaires nécessaires pour positionner les effecteurs du robot à des emplacements souhaités dans cet espace.

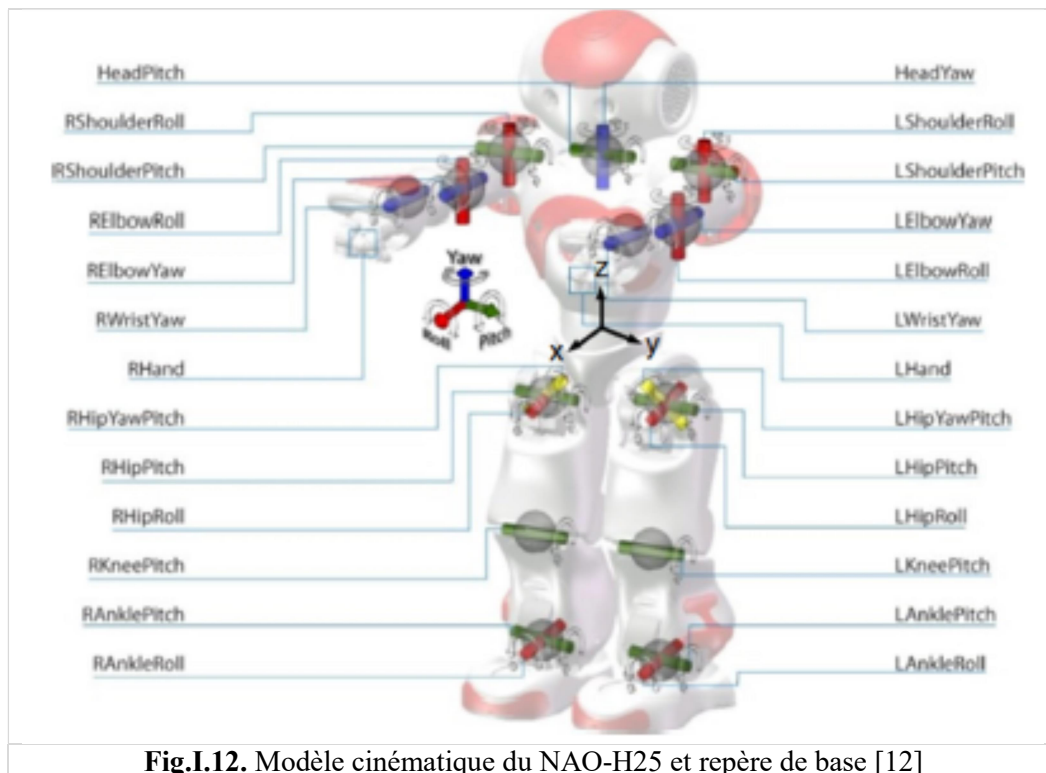
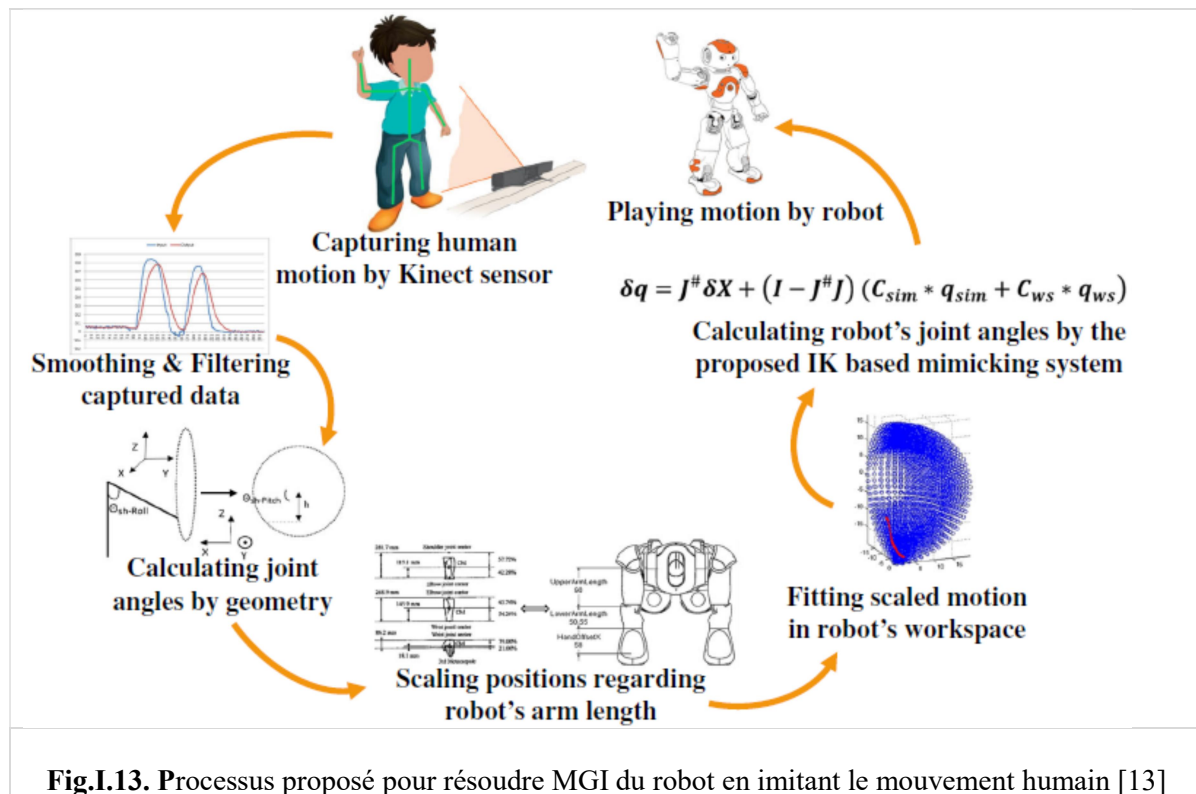


Fig.I.12. Modèle cinématique du NAO-H25 et repère de base [12]

Chaque membre du robot NAO est examiné indépendamment et exprimé dans le repère du tronc. En effet, la structure du robot est divisée en cinq parties indépendantes (tête, deux bras, deux jambes). La méthode de résolution est basée sur une solution analytique des chaînes cinématiques fermées (6 DDL) en utilisant la modélisation matricielle de Denavit-Hartenberg. Chaque membre du robot est décrit par un système d'équations non linéaires dont la solution est obtenue analytiquement par l'élimination et l'identification des inconnues recherchées. Les auteurs ont établi un algorithme afin de généraliser la méthode de résolution pour d'autres structures de robots.

Mina Alibeigi et al [13] ont développé un système de mimétisme humain en temps réel basé sur la cinématique inverse, visant à permettre à un robot humanoïde de reproduire de manière sûre et fluide les mouvements des membres supérieurs humains. L'objectif est d'obtenir une imitation réaliste tout en prenant en compte les différences physiques entre les mouvements humains observés et les articulations du robot, comme illustré à la Fig. I.13.



La méthode repose sur la collecte des données de mouvement des bras humains à l'aide d'un capteur *Microsoft Kinect*. Ces données passent par un processus de résolution du modèle géométrique inverse (MGI) en temps réel, qui est appliqué par similitude aux membres supérieurs d'un robot bipède, (Fig.I.13). Le processus de résolution intègre plusieurs phases, telles que : le filtrage des données, le calcul des angles articulaires de l'être humain, la similitude et la mise à l'échelle entre le bras de l'être humain et celui du robot, la génération et la définition de l'espace de travail du robot, et enfin, le calcul des angles articulaires du robot qui représente la solution du MGI.

L'évaluation quantitative et qualitative de la performance du système de mimétisme humain a été réalisée et comparée à des méthodes de pointe dans une tâche d'interaction homme-robot, en utilisant le robot humanoïde NAO [13]. Les résultats confirment l'applicabilité et l'efficacité du système proposé pour reproduire fidèlement une variété de mouvements humains.

I.4. Modélisation dynamique du robot bipède.

L'étude dynamique des robots bipèdes consiste à analyser les aspects liés au mouvement, à l'équilibre et aux forces impliquées dans le fonctionnement de ces robots à deux pattes. Cette discipline examine les interactions complexes des caractéristiques dynamiques des robots bipèdes issues des éléments constituant leurs structures mécaniques et de leurs cinématiques. La compréhension de cette discipline est essentielle pour concevoir des systèmes capables de marcher, courir ou effectuer d'autres tâches de manière sûre et efficace.

A. M. Thakkar et al [14] ont présenté une étude et une simulation dynamique d'un robot bipède à 12 degrés de liberté (DDL), (Fig.I.14), en utilisant l'algorithme de Newton-Euler pour la modélisation dynamique afin de déterminer la variation des couples articulaires au cours d'un cycle de marche. L'algorithme de Newton-Euler a été optimisé à l'aide de l'approche de calcul dite "vecteur unitaire" pour simplifier les calculs.

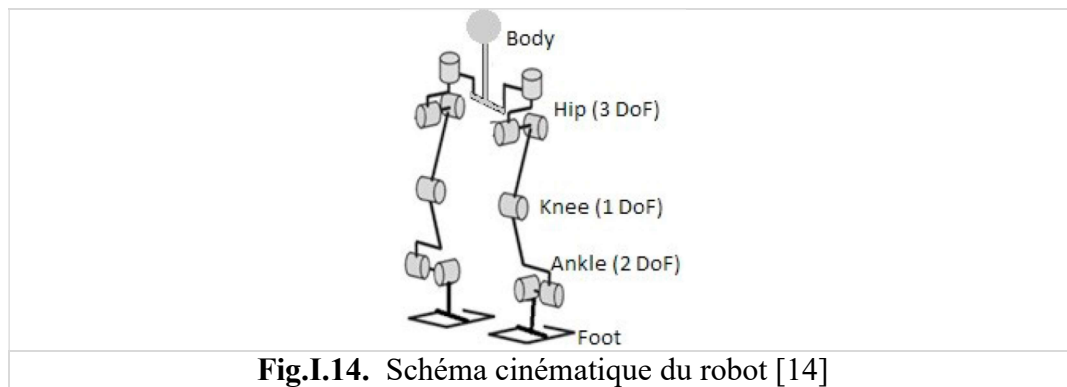


Fig.I.14. Schéma cinématique du robot [14]

La dynamique d'un robot bipède sauteur (Fig.I.15) sur terrain accidenté est étudiée en garantissant sa stabilité. Les équations de mouvements sont obtenues à travers les équations de Lagrange. La modélisation dynamique du problème est traitée par optimisation en tenant compte de l'attitude des jambes et la direction du saut des pieds en décollage comme étant des paramètres d'optimisation afin de réaliser des sauts stables [15].

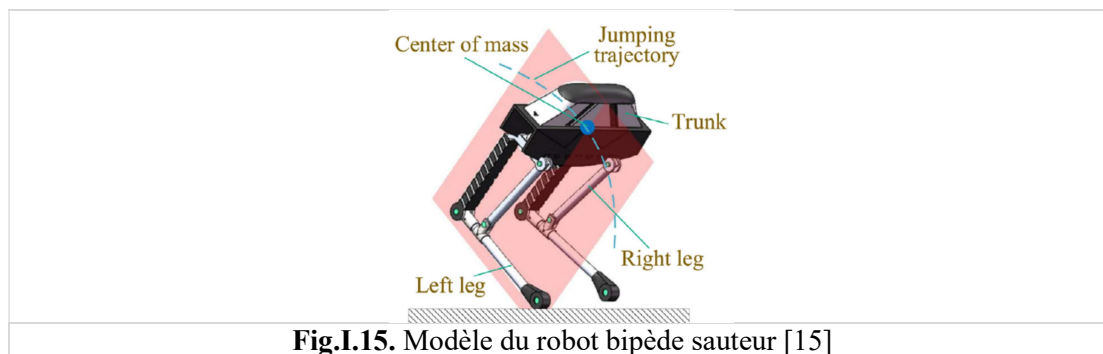
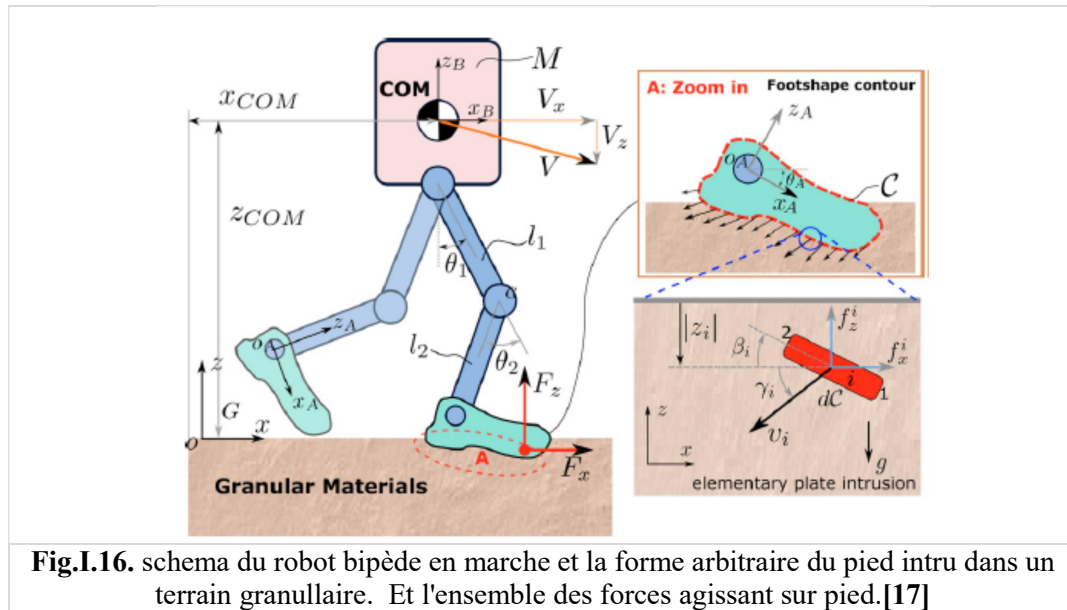


Fig.I.15. Modèle du robot bipède sauteur [15]

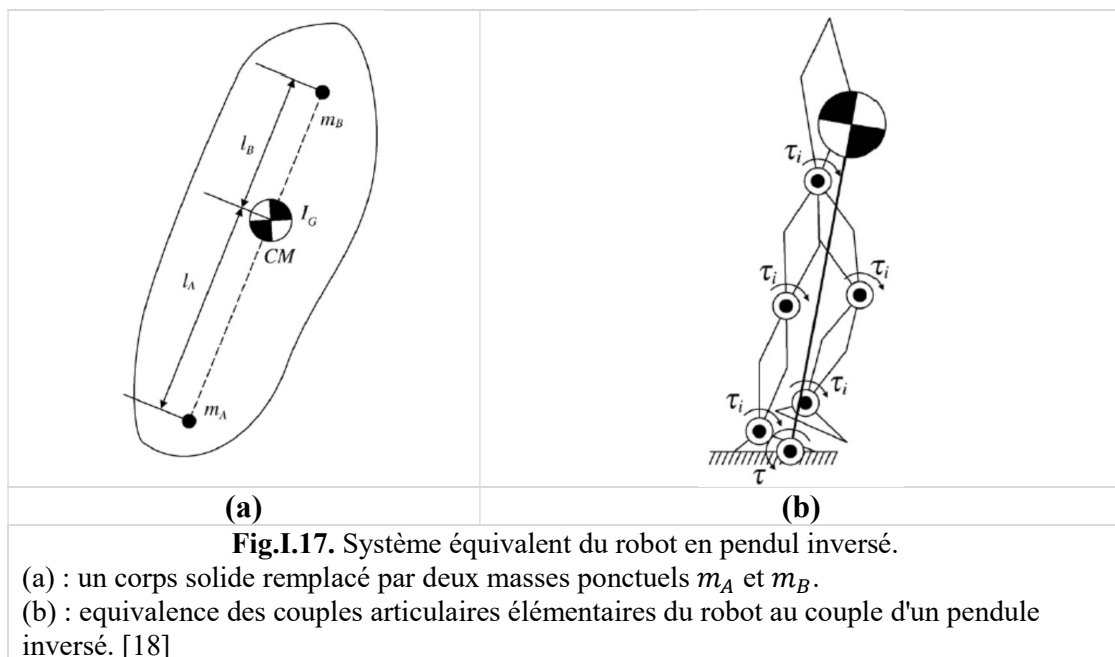
R. Fazel et al [16] ont étudié la marche dynamique passive d'un robot bipède sur un terrain incliné. À cette fin, un algorithme permettant de générer les équations de mouvement de ce système pour la phase simple support a été développé en utilisant la méthode de Gibbs-Appell qui consiste à utiliser les coordonnées généralisées (sous forme récursive), tandis que celles pour la phase transitoire ont été obtenues au moyen des lois d'impact de Newton.

Une autre étude [17] porte sur la modélisation de la marche efficace des bipèdes sur des terrains granulaires. Les auteurs y proposent une approche computationnelle pour analyser l'énergie de mouvement des bipèdes sur ces terrains, et proposent une méthode d'optimisation visant à concevoir des contours de pieds de robot favorisant une marche économique en énergie (Fig.I.16).



L'étude s'appuie sur la théorie de la force de résistance (RFT) pour caractériser l'interaction pied-terrain. En s'appuyant sur des profils de marche humaine, elle compare les forces de réaction au sol et le travail externe pour différentes formes de pied. En formulant un problème d'optimisation multi-objectif, l'étude conclut qu'une forme de pied non convexe offre les meilleures performances en termes d'économie d'énergie et d'efficacité de la marche sur des terrains granulaires durs. Ces résultats fournissent des outils précieux pour la conception de marcheurs bipèdes efficaces sur de tels terrains.

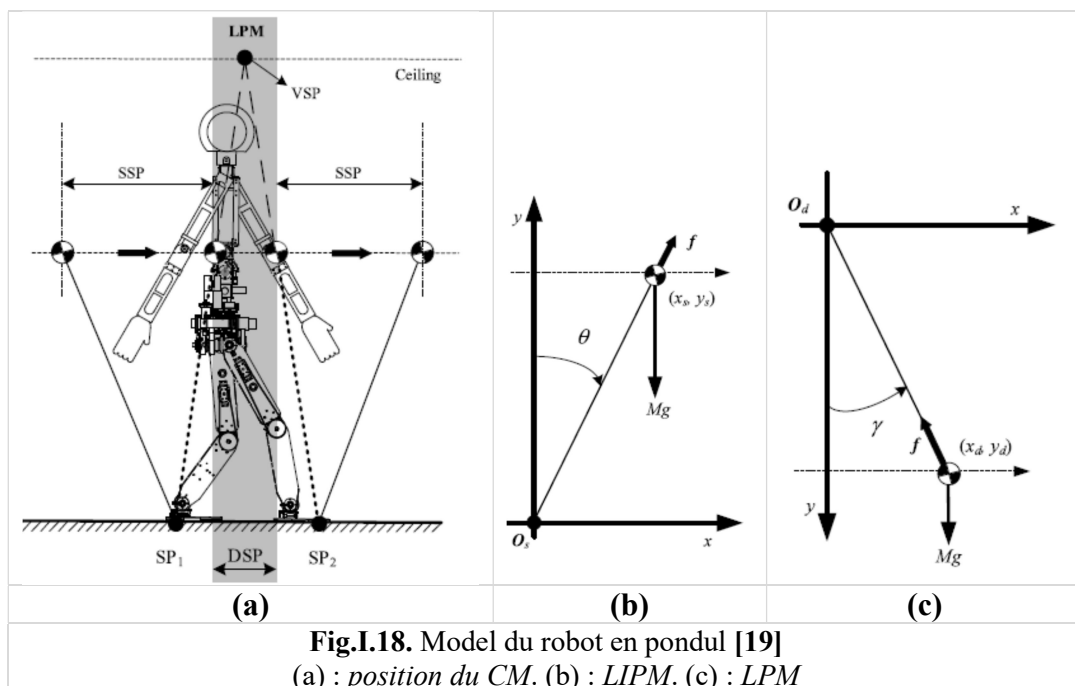
D'autres chercheurs [18] ont opté à optimiser la conception mécanique des robots bipèdes pour réduire la consommation d'énergie en utilisant une nouvelle technique de génération de la marche (Fig.I.17).



La technique repose sur la simplification du robot à un pendule simple équivalent au système en utilisant le centre de masse du robot. Cela permet de caractériser le comportement du robot comme étant un pendule simple, simplifiant ainsi la modélisation.

Cette étude est menée par un contrôle dynamique basé sur un régulateur Proportionnel-Dérivé (PD) adaptatif spécifiquement adapté à la génération de pas de marche afin d'assurer un contrôle efficace du comportement du robot pour réaliser un déplacement stable.

La méthode décrite par la référence [19] repose sur l'utilisation d'un modèle dynamique séparant le mouvement dans le plan sagittal et celui dans le plan frontal, en utilisant respectivement le modèle du pendule linéaire inversé (LIPM) et le modèle du pendule linéaire (LPM) (Fig.I.18). L'exploitation des propriétés de linéarité permet une génération rapide et efficace de trajectoires pour les robots bipèdes 3D, leur permettant d'effectuer des déplacements apériodiques avec des transitions fluides entre les phases de simple support (PSS) et de double support (PDS).



Les résultats obtenus indiquent que la méthode de génération de trajectoires est efficace pour produire des déplacements apériodiques avec des transitions fluides entre les phases de simple support et de double support en toute stabilité (Fig.I.19).

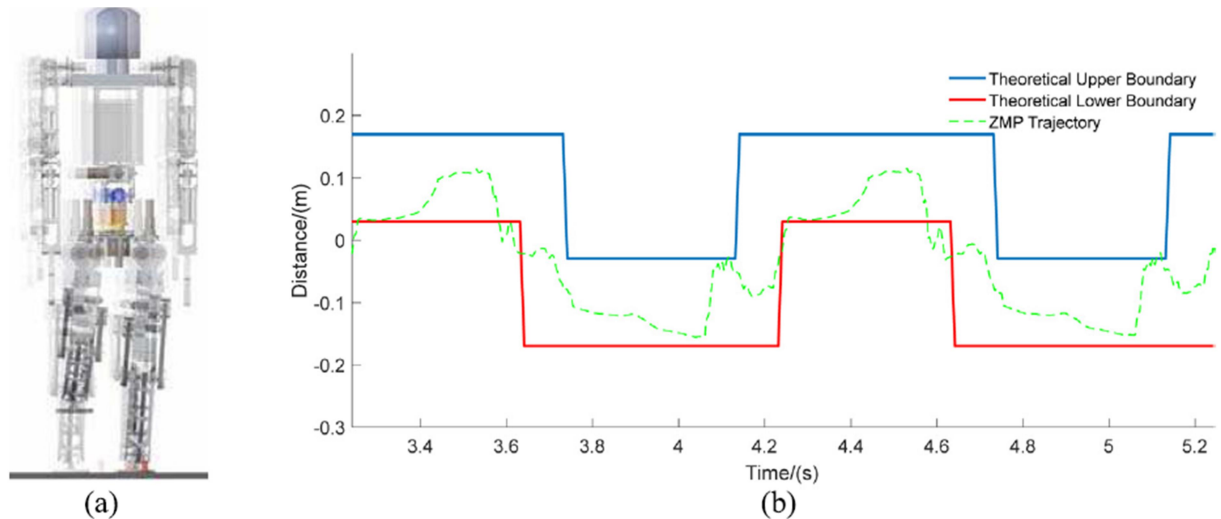


Fig.I.19. déplacement latéral du robot. (a) : modèle du robot. (b) ZMP dans le plan latéral.

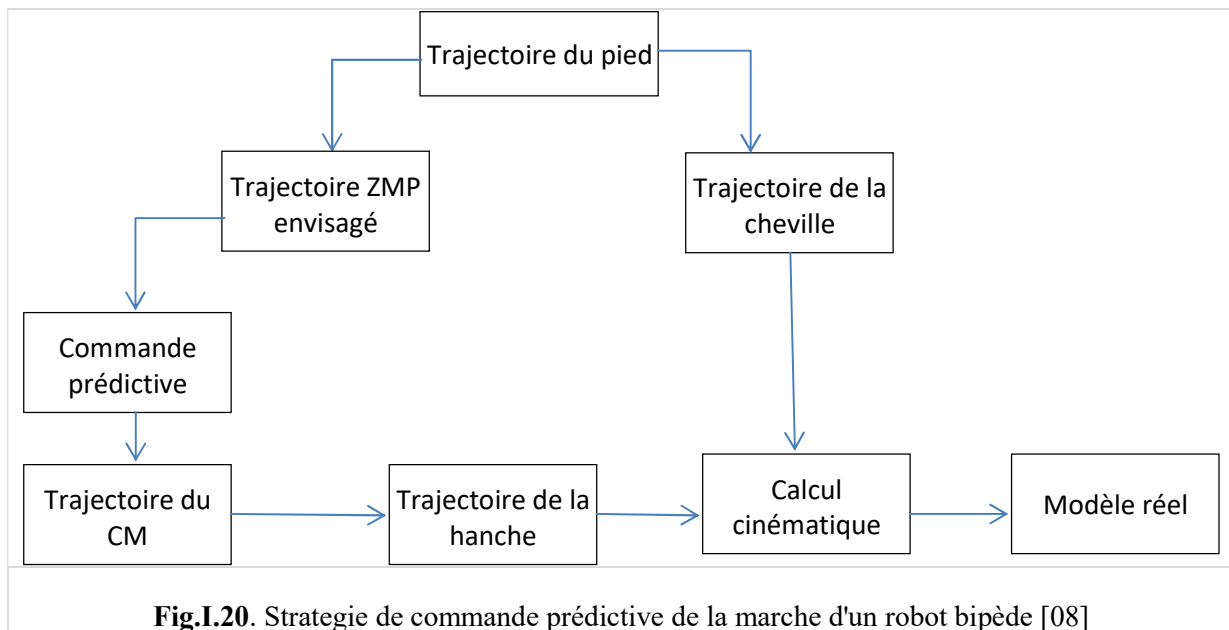
I.5. Stabilité du robot bipède.

La stabilité des robots bipèdes constitue un défi majeur dans le domaine de la robotique en raison des complexités liées à la locomotion sur deux jambes. Contrairement aux robots à roues ou à pattes, les robots bipèdes doivent gérer un équilibre dynamique plus complexe, ce qui les rend particulièrement vulnérables aux perturbations et aux variations de leur environnement d'évolution. Des travaux antérieurs ont abordé ce problème, proposant une variété de concepts et de techniques pour la stabilité de ces robots [03], [08] et [19]. Ces travaux couvrent des approches allant de la modélisation mathématique de la locomotion à l'implémentation de stratégies de contrôle adaptatives, visant à améliorer leur performance dans divers contextes de marche.

Dans l'étude [03], un algorithme de contrôle en temps réel pour les robots bipèdes est présenté. Cet algorithme utilise le critère de stabilité dynamique du Point de Moment Nul (ZMP) ainsi que le modèle du pendule inversé linéaire (LIPM). Ces éléments indiquent que la loi de contrôle pourrait reposer sur:

- Le critère ZMP pour ajuster les trajectoires et les mouvements afin que le ZMP reste dans la base de support. Ceci implique souvent l'ajustement des positions des pieds et des angles des jambes.
- Le modèle LIPM qui permet de simplifier les équations de mouvement en considérant le robot comme un pendule inversé, ce qui rend les calculs de contrôle plus accessibles et moins coûteux en termes de ressources computationnelles.
- sur le maintien de la stabilité ZMP et l'application du modèle LIPM pour simplifier les calculs cinématiques du robot.

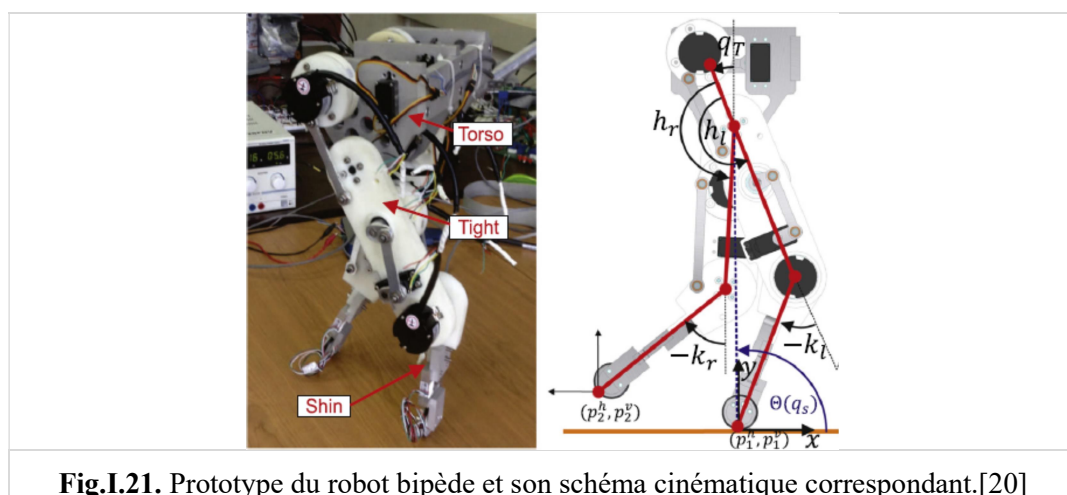
I. Haldar et N. D. Pagar [08] proposent l'exploration de la technique de contrôle prédictif pour anticiper les changements dans la marche humaine, en réagissant aux contraintes de trajectoire du centre de masse (CM) et en ajustant continuellement le suivi du Point de Moment Nul (ZMP). L'objectif est de mieux comprendre le comportement sécurisé de la marche et de développer des modèles de marche stables pour les robots bipèdes (Fig. I.20).



I.6. Commande du robot bipède.

La commande des robots bipèdes est essentielle et repose sur le développement d'algorithmes et de stratégies permettant à ces systèmes de se déplacer de manière stable. Les chercheurs se concentrent sur plusieurs aspects clés, notamment: la stabilité de la marche, la planification des trajectoires, le contrôle dynamique (forces et couples), la commande prédictive et l'adaptation à diverses conditions. Cette discipline est essentielle pour le développement de robots bipèdes capables d'évoluer de manière autonome dans des environnements variés.

J. Arcos-Legarda et all [20] ont présenté une stratégie de contrôle d'une marche dynamique stable d'un robot bipède (Fig.I.21). La stratégie de contrôle est combinée, intégrant un générateur de trajectoire adaptatif capable de définir la trajectoire du robot en temps réel en fonction de son environnement (boucle externe) et un contrôleur GPI (Generalized Predictive Control) robuste non commutatif (boucle interne) qui permet d'anticiper les comportements futurs et ajuster les commandes en conséquence des changements de la trajectoire.



Le générateur de trajectoire adaptative a été développé pour assurer la robustesse contre les perturbations externes et les incertitudes du modèle. Ce générateur de trajectoire adaptative minimise les effets des perturbations et des incertitudes en suggérant en temps réel la longueur de pas adéquate. Le contrôleur GPI robuste suit efficacement les trajectoires de référence en éliminant les signaux de perturbation agissant sur les articulations actionnées.

L'étude établie par *X. Luo et al* [21] présente une méthode de commande en temps réel de la marche du robot bipède en 3D. Cette méthode se base sur la régulation et le contrôle de l'énergie d'entrée pour synchroniser la vitesse et la longueur du pas. L'étude est menée par des expériences sur un robot bipède Saurian à 18 DDL (Fig.I.22).

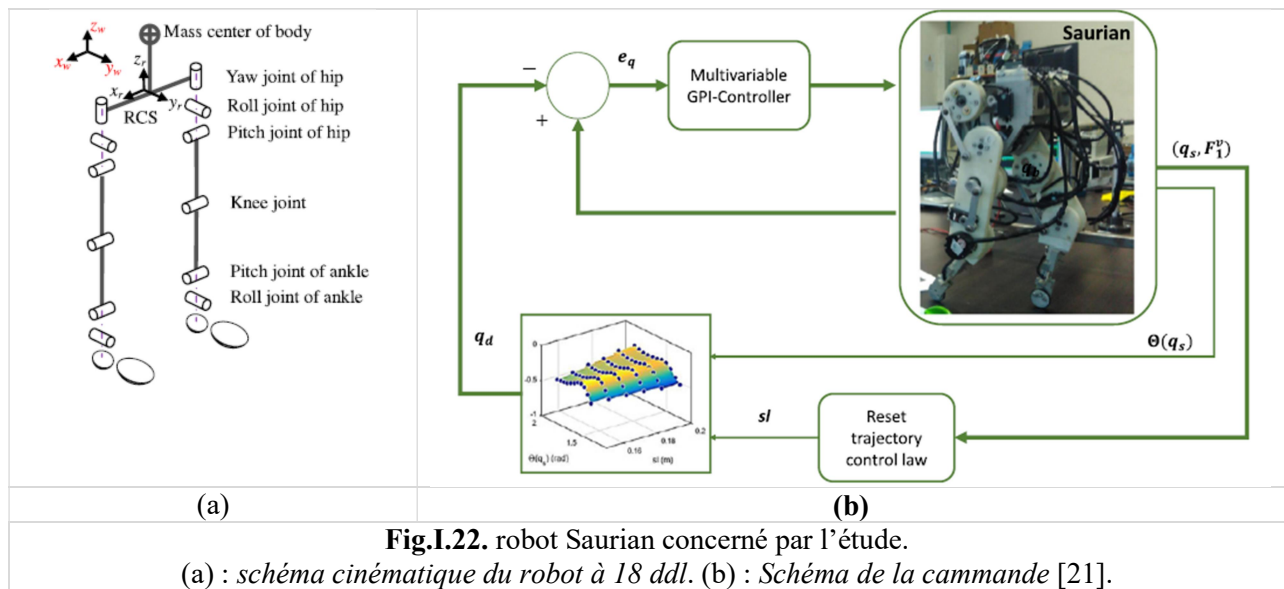


Fig.I.22. robot Saurian concerné par l'étude.

(a) : schéma cinématique du robot à 18 ddl. (b) : Schéma de la commande [21].

Des simulations sont effectuées lors la marche régulière du robot pour évaluer les performances de la loi de commande utilisée: *multivariable GPI-controller (commande multivariable proportionnel-intégral généralisé)* (Fig.I.22.b). Les résultats obtenus en termes de consommation d'énergie pendant le déplacement du robot sont moins réduites en les comparants avec d'autres types de robots bipèdes ayant le même degrés de liberté (Tableau I.1). Aussi, cette approche de commande en terme de vitesse a permet de réaliser une marche stable du robot.

Tableau I.1. *comparaison de la consommation d'énergie avec d'autre robots.*

robot	Energie consommée (C_T)
<i>Rabbit</i>	0.380
<i>Mabel</i>	0.290
<i>Saurian</i>	0.129
<i>Cornell Biped</i>	0.055

Une approche de commande téléopération bilatérale de robots bipèdes utilisant des exosquelettes en raison de leurs similitudes cinématiques est présentée par *K. Cherfouh et al* [22] sur un manipulateur haptique. Les algorithmes développés, les FMAs (Forward Mapping Algorithm) et les IMAs (Inverse Mapping Algorithm), reposent sur une cartographie cartésienne, utilisant la cinématique inverse et directe pour mapper des trajectoires souhaitées d'un système à l'autre (Fig.I.23).

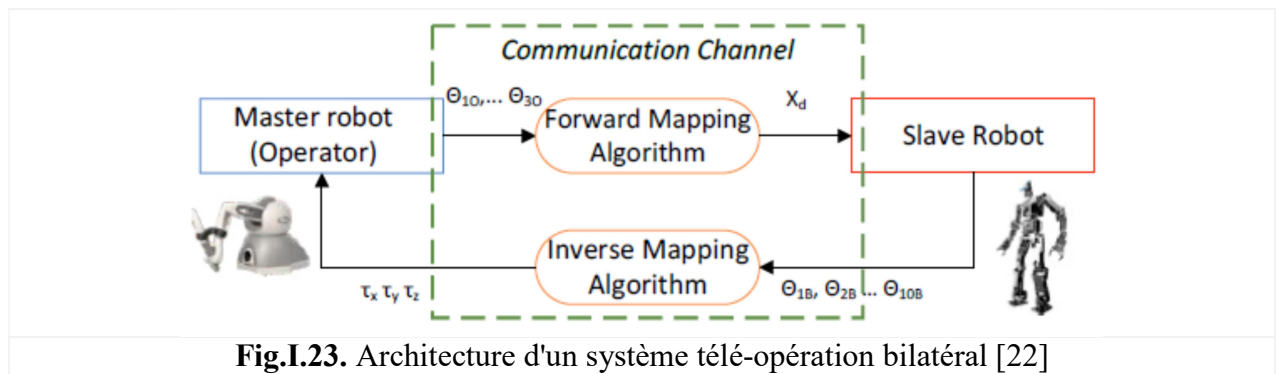


Fig.I.23. Architecture d'un système télé-opération bilatéral [22]

Une démonstration du principe a été réalisée dans cette étude où l'utilisateur peut contrôler les mouvements avant et arrière d'un robot bipède à l'aide d'un manipulateur haptique et observer les mouvements gauche-droite et haut-bas du centre de masse du bipède. Des simulations approfondies sous MATLAB montrent un suivi de trajectoire précis par l'Omni-manipulateur du centre de masse du bipède. Les résultats suggèrent qu'une solution moins coûteuse, par opposition aux exosquelettes, peut être utilisée pour contrôler et recevoir des retours haptiques en temps réel de robots bipèdes.

Vatankhah et al [23] ont développé une approche bio-inspirée pour permettre aux robots humanoïdes bipèdes de monter des escaliers de manière efficace. La méthode repose sur la création d'un modèle bio-inspiré et l'utilisation d'un contrôleur intermittent dans l'espace articulaire du robot. Ce modèle reproduit les rotations articulaires humaines lors de la montée des escaliers, que le robot imite via le contrôleur intermittent, (Fig. I.24).

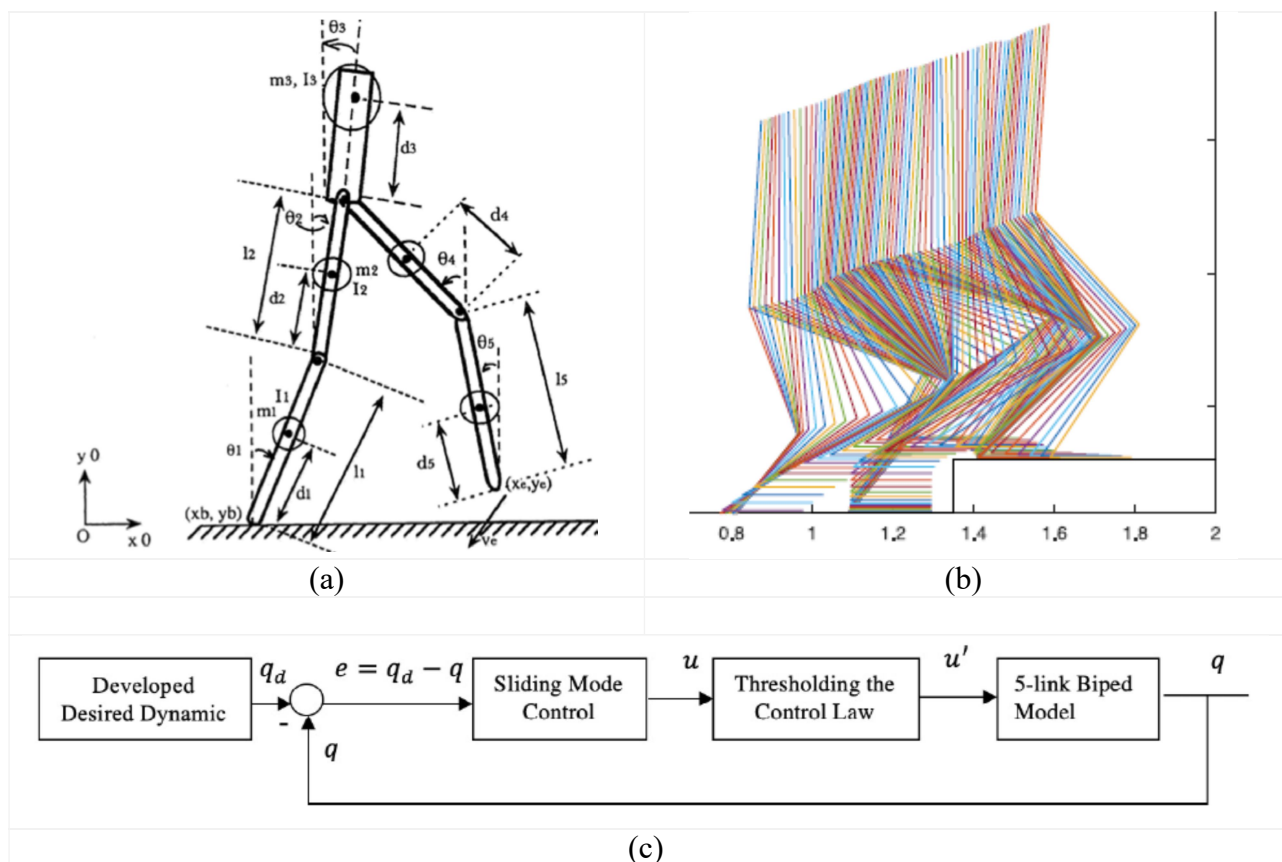
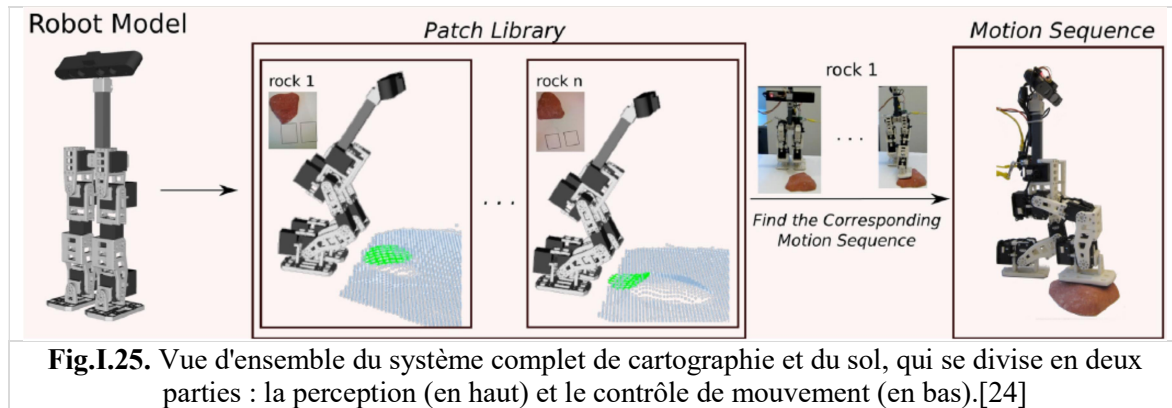


Fig.I.24. Modèle du robot bipède [23].

(a) : Modèle planaire. (b) : Simulation du robot escaladant un escalier. (c) : Schéma de commande

D. Kanoulas et all [24] ont proposé une nouvelle approche pour modéliser et cartographier en temps réel les surfaces locales de terrains accidentés, notamment pour la planification du placement des pieds d'un robot bipède. Des expérimentations ont été réalisées sur un mini-robot bipède effectuant des placements de pieds sur des rochers (Fig.I.25) afin d'améliorer la capacité des robots à interagir avec des terrains difficiles. Cela ouvre la voie à des applications pratiques, telles que la navigation autonome dans des environnements naturels non structurés.

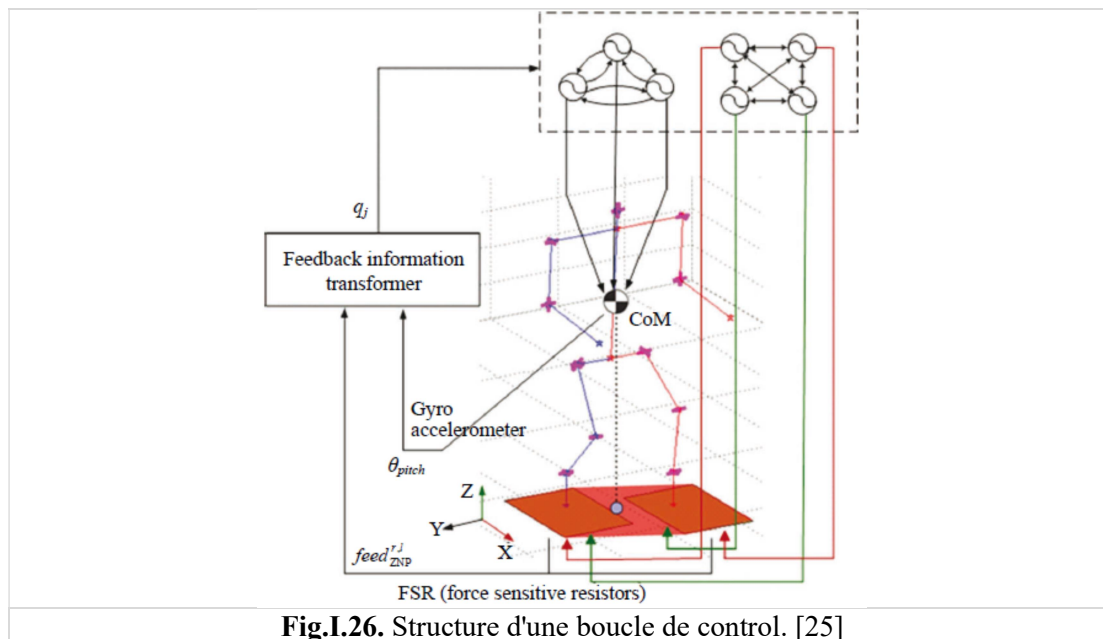


L'approche utilise des données provenant d'un capteur RGB-D¹ et d'un capteur IMU². Le nuage de points 3D ainsi généré permet de cartographier le sol, et grâce à un algorithme de contrôle, le robot choisit la surface d'appui de son pied optimisant au mieux sa stabilité.

C. Liu et all [25] ont développé une méthode pour le contrôle adaptatif de la marche bipède sur des terrains irréguliers avec une génération de trajectoires en temps réel. La méthode repose sur deux réseaux neuronaux : un réseau oscillatoire génère la trajectoire du pied, tandis qu'un autre ensemble d'oscillateurs neuronaux génère la trajectoire du centre de masse (CoM) en temps réel (Fig.I.26).

¹ Un capteur **RGB-D** (Red, Green, Blue - Depth) est une caméra qui capture à la fois des images en couleur (RGB) et des informations de profondeur (D), ce qui lui permet de générer une image en 3D de l'environnement.

² Un capteur **IMU** (Inertial Measurement Unit) est un dispositif qui mesure les données de mouvement et d'orientation grâce à une combinaison de plusieurs types de capteurs, tels que : Accéléromètre , Gyroscope



L'utilisation d'un capteur de mouvement permet de cartographier les caractéristiques de l'espace de travail. Les oscillateurs neuronaux s'adaptent à la marche sans connaissance préalable des conditions du terrain. La rétroaction sensorielle ajuste les trajectoires générées en temps réel pour améliorer la marche. Un algorithme évolutif ajuste les paramètres du système afin d'optimiser la performance. Les tests que les auteurs ont réalisés sur un robot humanoïde ont confirmé le succès de cette stratégie, montrant sa capacité à marcher de manière autonome sur des terrains irréguliers, y compris des pentes variables, des obstacles inconnus et des escaliers.

M. Folgheraiter et al [26] ont proposé un système de contrôle neuromorphique pour diriger les mouvements d'un robot humanoïde (Fig.I.27 et Fig.I.28). Les trajectoires de référence pour des marches stables sont générées par des modules neuronaux organisés hiérarchiquement, représentés par des réseaux neuronaux récurrents chaotiques (CRNN). Ces modules permettent la prédiction des trajectoires des membres du robot à partir des méthodes d'apprentissage en temps réel, tels que : les règles Delta² et RLS³ qui permettent l'acquisition d'un réservoir de données stocké comme une synapse de points qui sera traité par ce contrôle afin de déterminer les valeurs articulaires correspondantes.

² La **règle Delta** est une méthode d'apprentissage supervisé utilisée notamment dans les *réseaux de neurones* et les *systèmes adaptatifs*, C'est une règle d'actualisation des paramètres basée sur l'erreur entre la sortie souhaitée et la sortie réelle.

³ La **règle RLS** est une méthode récursive d'estimation des paramètres. Elle est utilisée pour adapter dynamiquement les modèles en ligne. Son utilité de minimiser l'erreur quadratique entre la sortie réelle et celle estimée de manière récursive, sans recalculer toute la solution à chaque étape.

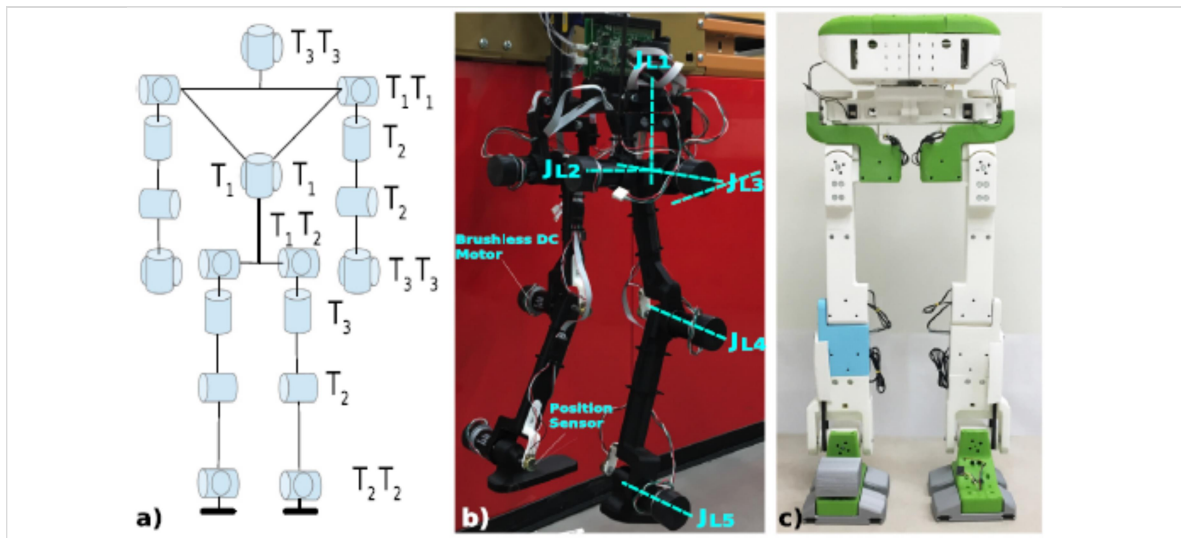


Fig.I.27. : types des robots bipèdes concernés par l'étude [26]

(a) : *schema cinématique du robot comptant 28 ddl.*

(b) : *1^{ière} prototype du robot (taille moyenne).*

(c) : *2^{ème} prototype du robot bipède sous developpement contient 8 ddl. 1m de hauteur. 11.5 kg sans batterie (Mechatronics department at Nazarbayev University).*

Cette approche de contrôle est testée par simulations et experimentations. Les résultats montrent que le robot est capable de realiser la marche stable. Une erreur quadratique moyenne (MSE) en position de pied du robot vis-à-vis la trajectoire cible est de l'ordre de 0.1mm en utilisant la règle du Delta et elle est réduite d'avantage à 0.004mm en utilisant l'algorithme RLS.

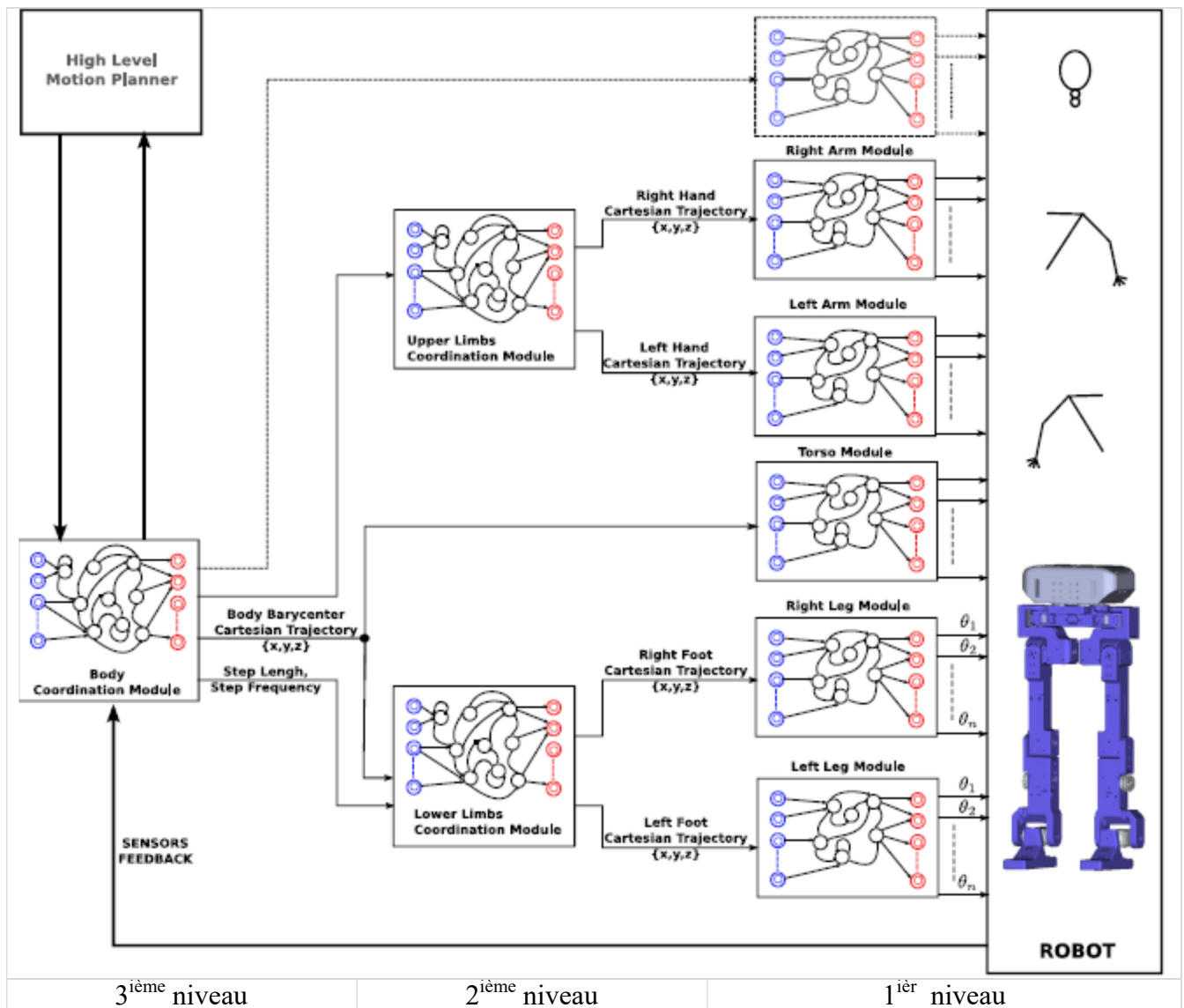


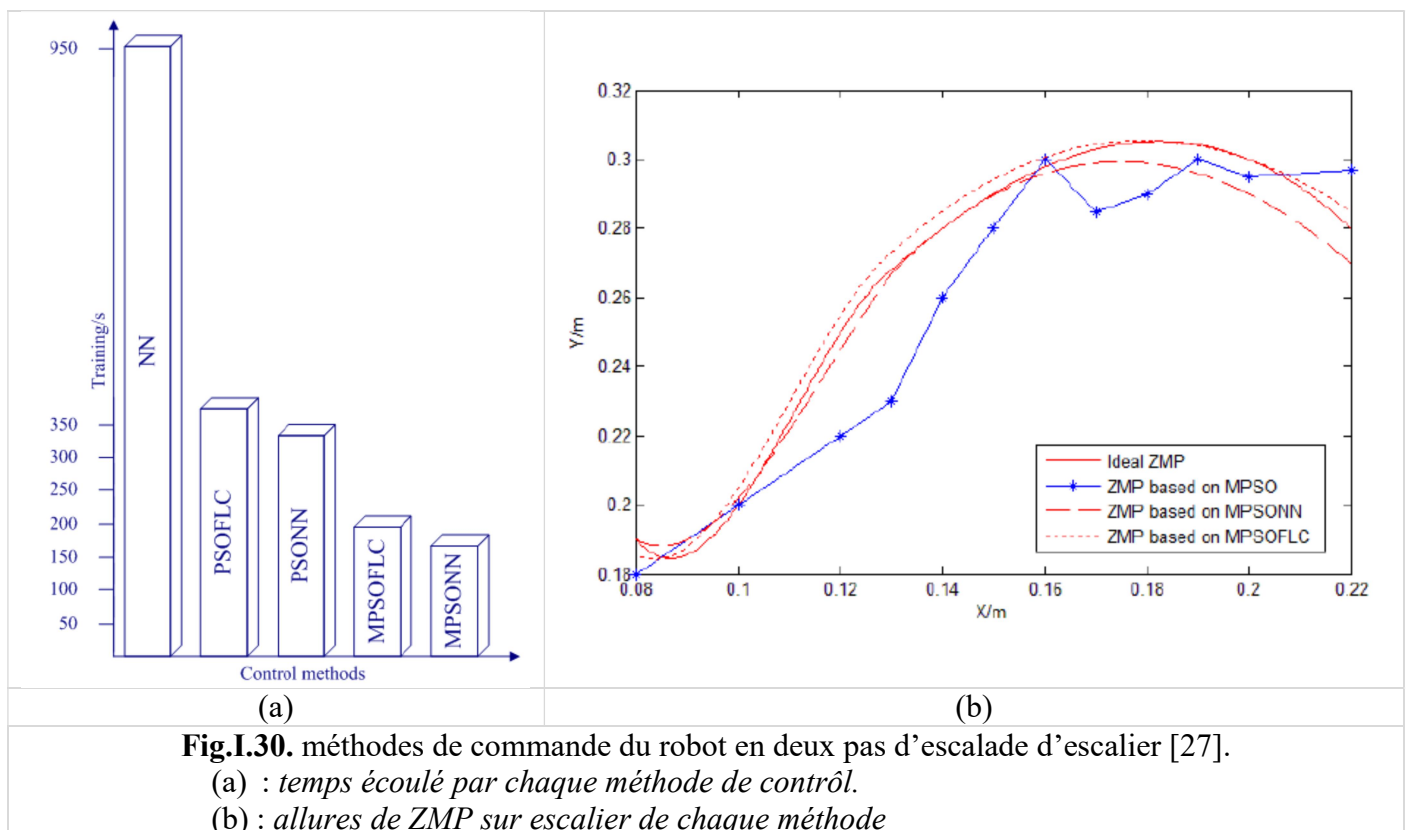
Fig.I.28. Architecture de contrôle basée sur trois niveau de contrôle dont chaque niveau un neuronal contrôle CRNN est adopté [26]

Q. Zhong et all [27] propose un système de contrôle pour la marche d'un robot humanoïde sur un terrain irrégulier (Fig.I.29). Il analyse les contraintes liées au franchissement d'escaliers et calcule les trajectoires des pieds à l'aide de méthodes de calcul intelligentes.



Fig.I.29. Escalade du robot NAO sur escalier [27]

Le contrôle du robot s'appuie sur des réseaux neuronaux (NN) et des régulateurs logiques flous (FLC) en utilisant PSO⁴ et MPSO⁵ comme algorithmes d'optimisation pour générer les coefficients de poids du NN et les règles du FLC et en faire des comparaisons. En effet, cinq modes de contrôle sont adoptés et comparés: NN, PSO-NN, PSO-FLC, MPSO-NN, et MPSO-FLC. Comme résultat, le système de contrôle MPSO-NN est plus rapide que les autres, et aussi assure une bonne stabilité du robot (Fig.I.30).



⁴ **PSO** (*Particle Swarm Optimization*). Ceci signifie: optimisation par essaim particulaire. C'est un algorithme d'optimisation inspiré du comportement collectif d'un essaim d'oiseaux. Il consiste à trouver le minimum ou le maximum d'une fonction objectif. Il est utilisé pour l'optimisation de trajectoire, la commande, l'apprentissage, et la planification de mouvement.

⁵ **MPSO**, c'est abréviation anglaise de l'appellation: *Modified PSO* ou *Multi-objective PSO*. C'est une extension de PSO pour optimiser plusieurs objectifs à la fois.

Une expérimentation est appliquée sur le robot NAO en utilisant le mode de control MPSO-NN, montre l'habilité du robot de franchir les escaliers en toute sécurité (Fig.I.29).

I.6. Conclusion.

À travers cette étude bibliographique, nous avons présenté une synthèse des concepts fondamentaux relatifs aux robots humanoïdes. Ce qui a permis de clarifier de manière significative les enjeux et les avancées dans ce domaine de recherche qui suscite un intérêt croissant depuis la fin du 20^{ème} siècle.

Malgré les progrès accomplis et les nombreux prototypes développés, la recherche sur les robots bipèdes reste active et en constante évolution. Ce domaine rencontre toutefois plusieurs défis majeurs. En effet, les robots humanoïdes, avec leur grand nombre d'articulations dans un espace restreint, constituent des systèmes mécaniques complexes, ce qui rend non seulement le placement des composants délicat, mais aussi la modélisation mathématique et dynamique du robot, ainsi que la gestion des interactions entre ces différents aspects.

La conception d'un robot marcheur anthropomorphe requiert donc une approche multidisciplinaire, prenant en compte les dimensions mécaniques, électroniques et algorithmiques, afin de parvenir à une solution appropriée.

Bien que les défis soient nombreux, les robots humanoïdes constituent un domaine de recherche passionnant en vue de surmonter les obstacles et améliorer leurs performances.

CHAPITRE II

MODELISATION GEOMETRIQUE

II.1. Introduction

La modélisation mathématique est un outil essentiel pour décrire et développer les équations mathématiques nécessaires au traitement de n'importe quel problème physique. Le domaine de la robotique est l'un des champs d'application mathématique. L'un des défis de ce domaine est la modélisation géométrique connue par son modèle géométrique direct (MGD) et son modèle géométrique inverse (MGI). Le MGD ne pose aucune difficulté car, mathématiquement, est une multiplication successive des matrices de transformations entre les repères définis aux articulations du robot pour amener l'effecteur final à la position et à l'orientation souhaitées [28] et [29]. Par contre, le MGI consiste à déterminer les variables articulaires du robot permettant de guider l'effecteur terminal vers le point cible qui est défini par la matrice d'orientation et de position désirées à l'intérieur de son espace de travail. D'autre part, le MGI prévoit les configurations articulaires appropriées permettant à l'effecteur final de suivre les situations désirées [30].

Dans la littérature, le problème géométrique inverse est traité par différentes méthodes (méthodes analytiques et méthodes numériques) en utilisant diverses techniques afin d'aboutir à une solution permettant une mobilité robuste du robot ([30], [31]). La difficulté réside dans la structure géométrique du robot et du nombre de degrés de liberté (ddl).

Dans l'espace euclidien R^3 , les méthodes analytiques peuvent être utilisées pour un robot ayant au plus six ddl [32], ce qui est largement traité dans la littérature. Cependant, les solutions sont dérivées via des équations non linéaires et couplées, basées sur le calcul matriciel. Parmi celles-ci, on peut citer, par exemple celles proposées par Piper [32], Raghavan et Roth [33], Paul [34] et Gan et al [35]. Par ailleurs, d'autres études ont examiné le problème de MGI de certains robots ayant des structures redondantes, où les solutions sont obtenues à travers certaines hypothèses sur les paramètres de redondance choisis [36 – 38].

Pour les méthodes numériques, plusieurs travaux ont été rapportés et la plupart des solutions ont été fournies par des algorithmes numériques pour assurer leurs convergences. Cependant, un bon nombre des méthodes souffrent d'un coût de calcul élevé [30]. Une méthode appelée "Resolved Motion Rate Control" utilise des critères d'optimisation pour résoudre les redondances cinématiques d'un robot humanoïde [39]. Deux méthodes numériques, "Multilayer Perception" et "Adaptive Network-based Fuzzy Inference Systems", ont été proposées et comparées entre elles pour résoudre le problème de MGI d'un robot bipède à 6 ddl afin d'améliorer la mobilité du robot [40]. De plus, pour surmonter le problème de redondance dans un robot manipulateur à 7 ddl, une méthode numérique basée sur la matrice Jacobienne a été également proposée [41].

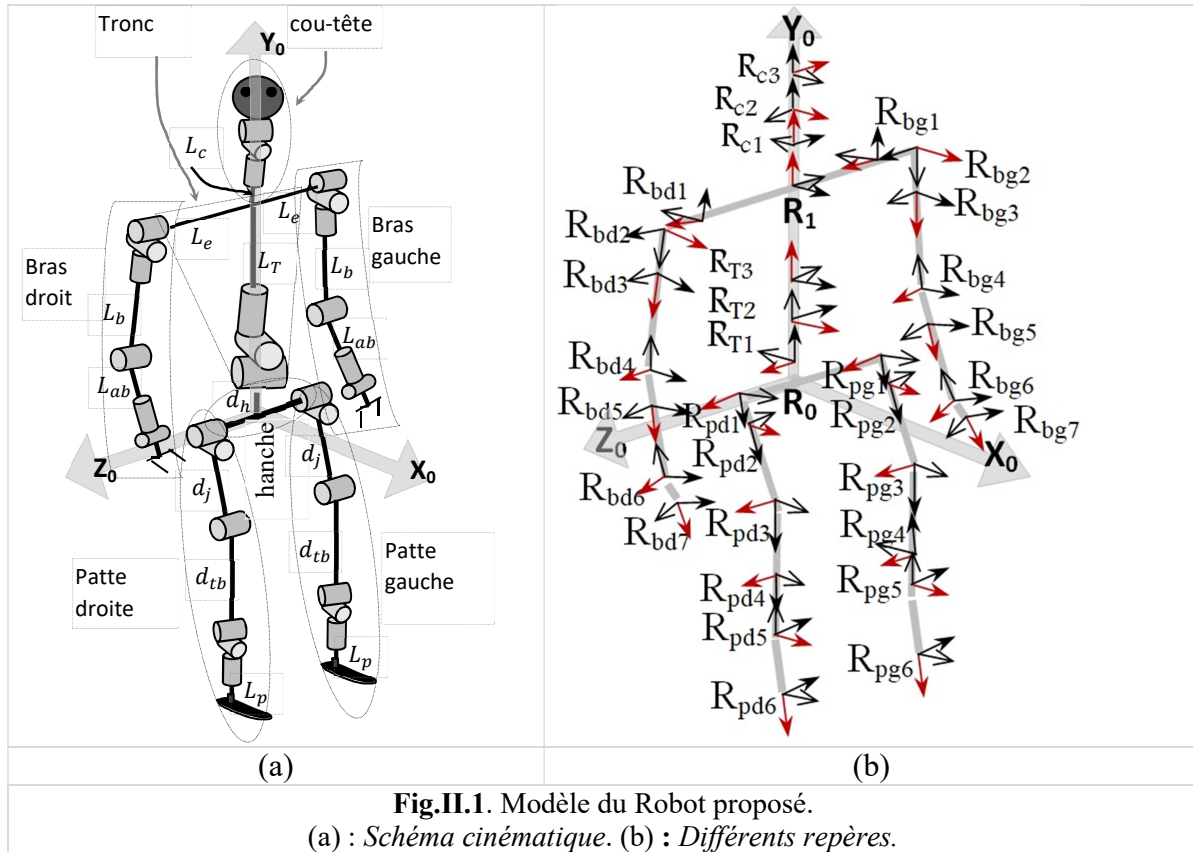
Nous proposons une nouvelle méthode pour résoudre le problème de MGI, essentiellement basée sur le calcul vectoriel et les relations trigonométriques dérivées à partir d'une description géométrique du robot. Les solutions de cette méthode sont obtenues via des équations linéaires simples non couplées, ce qui représente un avantage comparativement aux autres méthodes suscitées (analytiques ou numériques).

Un robot humanoïde à 30 ddl est modélisé suivant la présente méthode où toutes les solutions de son MGI sont déterminées. Le robot humanoïde ressemble à un robot arborescent. En fait, les trajectoires cibles des différents effecteurs du robot sont prédéterminées au préalable. Elles concernent le tronc, les mains des bras, les pieds des pattes, le cou-tête et la hanche en tant que trajectoires principales.

Des simulations sont faites après avoir établi une synchronisation entre les trajectoires de différentes branches du robot pour se mettre en position debout et par l'exploitation des solutions du MGI. Les résultats de simulation obtenus montrent l'efficacité de cette méthode.

II.2. Schéma cinématique du robot

Le modèle du robot comporte 30 degrés de liberté (30 ddl), ce qui lui concède une grande mobilité (Fig.II.1).



Le tableau 1 récapitule les longueurs des différents chaînons du robot.

Tableau II.1 : Longueurs des chaînons du robot [m]

Membre supérieur			Membre inférieur			Tronc		Hanche		Cou-tête
bras:	$L_b=0.28$		Jambe:	$d_j=0.36$		Tronc:	$L_1=0.30$	Hanche :	$L_h=0.15$	cou:
	Avant-bras:	$L_{ab}=0.30$		Tibias:	$d_{tb}=0.30$		Epaule:		$L_e=0.20$	
main:	$L_m=0.08$		pied:	$L_p=0.08$						

La structure du robot est divisée en six parties principales : le tronc, le cou-tête, les membres supérieurs (bras droit et gauche) et les membres inférieurs (pattes droite et gauche). Un repère global est fixé au niveau de la hanche. Tous les autres repères sont définis selon la convention de Denavit-Hartenberg, (Fig.II.1), afin de déterminer les matrices de transformation homogènes entre les corps du robot.

Remarque :

Dans une structure arborescente (Fig.II.2), la définition des matrices de transformations homogènes se déterminent par le biais de la méthode de **Khalil-Kliffeinger** en introduisant en plus deux paramètres géométriques ($\mathbf{b}_i$ et γ_i) aux paramètres usuels de DH (α_i , d_i , q_i , L_i) utilisés dans le cas d'une structure simple. Néanmoins, quand $\mathbf{b}_i$ et γ_i sont nuls, ce qui correspond au cas assez fréquent où $\mathbf{x}_i$ et $\mathbf{x}_{i'}$ sont confondus, ou encore lorsque l'axe $\mathbf{x}_i$ du repère antécédent est perpendiculaire à $\mathbf{z}_i$ et $\mathbf{z}_j$, on se ramène alors au cas des chaînes ouvertes simples [32].

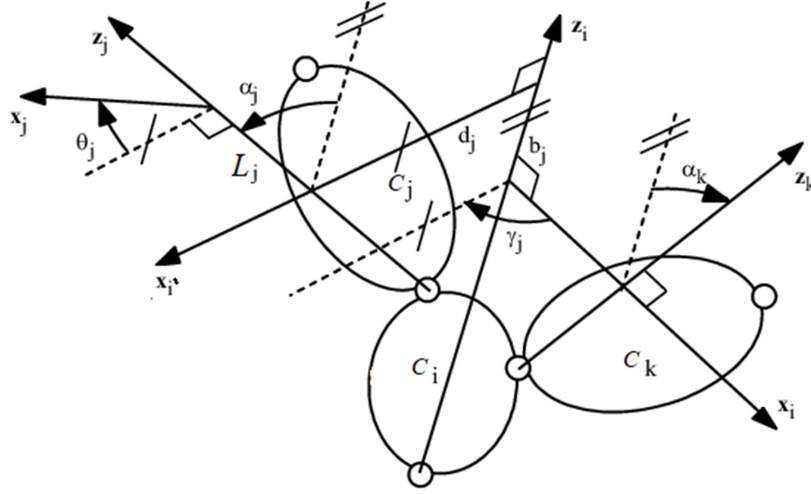


Fig.II.2. Paramétrages géométriques pour les corps à plus de deux articulations [32]

D'après cette remarque, la transformation au niveau de l'arborescence entre les corps du robot bipède concerné par cette étude se ramène au cas des chaînes ouvertes simples.

II.3. Modèle géométrique direct

Le MGD est obtenu par des multiplications successives des matrices de transformation homogène, sachant que leur produit est égal à la matrice de la disposition souhaitée, $[T]=[SNA P]$, donné par l'équation [II-1].

$$[S \ N \ A \ P] = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 \dots {}^{n-1}T_n = \begin{bmatrix} s_x n_x a_x P_{dx} \\ s_y n_y a_y P_{dy} \\ s_z n_z a_z P_{dz} \\ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \end{bmatrix} \quad \text{II-1}$$

où:

$\mathbf{S} = (s_x, s_y, s_z)^T$, $\mathbf{N} = (n_x, n_y, n_z)^T$, $\mathbf{A} = (a_x, a_y, a_z)^T$: les cosinus directeurs du repère attaché à l'effecteur final.

$\mathbf{P} = (P_{dx}, P_{dy}, P_{dz})^T$ les coordonnées de la position souhaitée de l'effecteur final, et ${}^{i-1}T_i$ la transformation homogène entre deux repères successifs ($i = 1 \dots n$).

La matrice de transformation homogène entre deux repères successifs est exprimée par l'équation [II.2].

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos(q_i) & -\sin(q_i) & 0 & L_i \\ \cos(\alpha_i)\sin(q_i) & \cos(\alpha_i)\cos(q_i) & -\sin(\alpha_i) & -d_i\sin(\alpha_i) \\ \sin(\alpha_i)\sin(q_i) & \sin(\alpha_i)\cos(q_i) & \cos(\alpha_i) & d_i\cos(\alpha_i) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{II-2}$$

Ci-dessous le tableau des paramètres de Denavit-Hertamberg permettant la définition de différentes matrices de transformation entre repères utilisées en simulation.

Tableau II.2. Paramètres de D-H du robot bipède

Membre	Repère	α_i	d_i	θ_i	L_i	Remarque
TRONC	R_1^h	0	d_T	$\theta_1 + \pi/2$	0	Le repère de base R_0 est lié à hanche et exprimé dans le repère absolu R_G par la trajectoire de la hanche
	R_2^h	$\pi/2$	0	$\theta_2 + \pi/2$	0	
	R_3^h	$-\pi/2$	0	$\theta_3 - \pi/2$	L_T	
	R_4^h (Epaule-D)	$\pi/2$	0	$\pi/2$	L_e	
	$R_4^{h'}$ (Epaule-G)	$\pi/2$	0	$\pi/2$	$-L_e$	
COU-TÊTE	R_1^c	0	0	$\theta_1 + \pi/2$	L_c	Le repère R_1^c situé entre épaules et représente le repère initial.
	R_2^c	$\pi/2$	0	$\theta_2 - \pi/2$	0	
	R_3^c	$\pi/2$	0	θ_3	0	
BRAS DROIT	R_1^{bd}	0	0	θ_1	0	R_4^h (Epaule-D) représente le repère initial du bras droit
	R_2^{bd}	$\pi/2$	0	$\theta_2 + \pi/2$	0	
	R_3^{bd}	$-\pi/2$	0	$\theta_3 - \pi/2$	L_b	
	R_4^{bd}	$-\pi/2$	0	θ_4	0	
	R_5^{bd}	$\pi/2$	0	θ_5	L_{ab}	
	R_6^{bd}	$-\pi/2$	0	θ_6	0	
	R_7^{bd}	0	0	0	L_m	
BRAS GAUCHE	R_1^{bg}	0	0	θ_1	0	$R_4^{h'}$ (Epaule-G) représente le repère initial de du bras Gauche
	R_2^{bg}	$\pi/2$	0	$\theta_2 + \pi/2$	0	
	R_3^{bg}	$-\pi/2$	0	$\theta_3 - \pi/2$	L_b	
	R_4^{bg}	$-\pi/2$	0	θ_4	0	
	R_5^{bg}	$\pi/2$	0	θ_5	L_{ab}	
	R_6^{bg}	$-\pi/2$	0	θ_6	0	
	R_7^{bg}	0	0	0	L_m	
PATTE DROITE	R_1^{pd}	0	0	$\theta_1 - \pi/2$	L_h	Le repère initial est le repère de base est lié à hanche (R_0)
	R_2^{pd}	$-\pi/2$	0	θ_2	0	
	R_3^{pd}	$-\pi/2$	d_j	θ_3	0	
	R_4^{pd}	0	d_{tb}	θ_4	0	
	R_5^{pd}	$-\pi/2$	0	$\theta_5 + \pi/2$	0	
	R_6^{pd}	$\pi/2$	0	θ_6	L_p	

PATTE GAUCHE	R_1^{pg}	0	0	$\theta_1 - \pi/2$	$-L_h$	Le repère initial est le repère de base est lié à hanche (R_0)
	R_2^{pg}	$-\pi/2$	0	θ_2	0	
	R_3^{pg}	$-\pi/2$	d_j	θ_3	0	
	R_4^{pg}	0	d_{tb}	θ_4	0	
	R_5^{pg}	$-\pi/2$	0	$\theta_5 + \pi/2$	0	
	R_6^{pg}	$\pi/2$	0	θ_6	L_p	

II.4. Principe de l'approche de calcul du MGI

Un angle entre deux vecteurs donnés $\vec{U}$ et $\vec{V}$ dans R^3 est défini par sa magnitude et son orientation conventionnelle (sens de rotation). Mathématiquement, la magnitude est donnée par la loi des cosinus [II-3].

$$\vec{U} \cdot \vec{V} = U \cdot V \cos(\vec{U}, \vec{V}) \quad \text{II-3}$$

Avec U et V représentent les modules des vecteurs $\vec{U}$ et $\vec{V}$ respectivement. Le sens de rotation de l'angle est décrit en appliquant la règle de la main droite entre trois vecteurs : $\vec{U}$, $\vec{V}$ et $\vec{W}$. Où $\vec{W}$ pourrait être le produit vectoriel $\vec{U} \wedge \vec{V}$ ou tout autre vecteur orthonormal au plan formé par $\vec{U}$ et $\vec{V}$ (Plan-UV), (Fig.II.3).

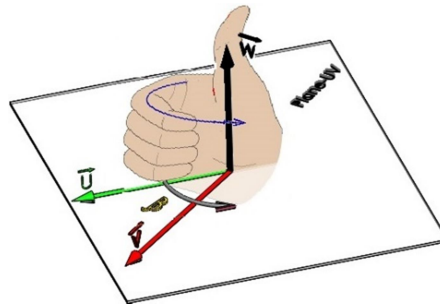


Figure.II.3. règle de la main droite et ordre des vecteurs.

Le produit vectoriel peut exprimer par la loi de sinus définie par l'équation [II-4]

$$\vec{U} \wedge \vec{V} = U V \sin(\vec{U}, \vec{V}) \vec{n}_W \quad \text{II-4}$$

En multipliant les deux membres de l'équation [II.3] par le même vecteur $\vec{n}_W$ et en divisant par le scalaire $\vec{U} \cdot \vec{V}$, nous obtenons une nouvelle égalité donnée par l'équation [II-5].

$$\frac{1}{\vec{U} \cdot \vec{V}} (\vec{U} \wedge \vec{V}) \cdot \vec{n}_W = \sin(\vec{U}, \vec{V}) \cdot (\vec{n}_W)^2 \quad \text{II-5}$$

L'équation [II-5] conduit à l'égalité [II-6] :

$$\sin(\vec{U}, \vec{V}) = (\vec{n}_U \wedge \vec{n}_V) \cdot \vec{n}_W = \det(\vec{n}_U, \vec{n}_V, \vec{n}_W) \quad \text{II-6}$$

où:

$\vec{n}_U = \frac{\vec{U}}{U}$ et $\vec{n}_V = \frac{\vec{V}}{V}$ sont deux vecteurs unitaires de $\vec{U}$ et $\vec{V}$ respectivement, et $(\vec{n}_W)^2 = 1$.

$\det(\vec{n}_U, \vec{n}_V, \vec{n}_W) = (\vec{n}_U \wedge \vec{n}_V) \cdot \vec{n}_W = \begin{pmatrix} n_{wx} & n_{wy} & n_{wz} \\ n_{ux} & n_{uy} & n_{uz} \\ n_{vx} & n_{vy} & n_{vz} \end{pmatrix}$ est le déterminant de trois vecteurs (ou produit mixte) qui peut également être développé comme suit :

$$\det(\vec{n}_U, \vec{n}_V, \vec{n}_W) = n_{wx}(n_{uy} \cdot n_{vz} - n_{vy} \cdot n_{uz}) - n_{wy}(n_{ux} \cdot n_{vz} - n_{vx} \cdot n_{uz}) + n_{wz}(n_{ux} \cdot n_{vy} - n_{vx} \cdot n_{uy})$$

Une propriété importante du déterminant concernant son signe se produit lorsqu'on échange deux colonnes [33].

$$\det(\vec{W}, \vec{U}, \vec{V}) = (-1) \det(\vec{W}, \vec{V}, \vec{U}) \quad \text{II-7}$$

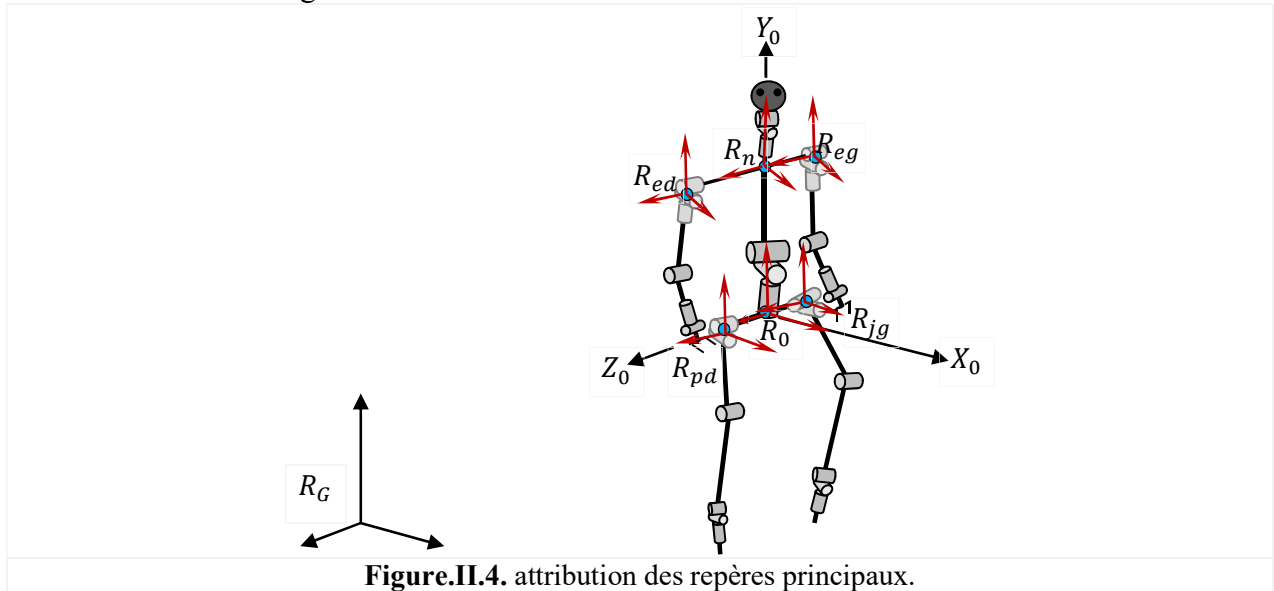
Ce qui implique que le signe du déterminant change avec les variations de l'orientation angulaire. L'amplitude angulaire et le sens de direction de chaque angle articulaire peuvent être déterminés en fournissant les deux paramètres précédents de l'équation [II-3] et l'équation [II-6] en tant qu'arguments dans la fonction mathématique **atan2(x,y)**¹.

$$\beta = \text{atan2}(\det(\vec{n}_U, \vec{n}_V, \vec{n}_W), \cos(\vec{U}, \vec{V})) \quad \text{II-8}$$

II.5. Modélisation géométrique Inverse et identification des angles

Les solutions du modèle géométrique inverse (MGI) permettent de fournir les rotations correspondantes aux actionneurs à chaque état de l'effecteur final.

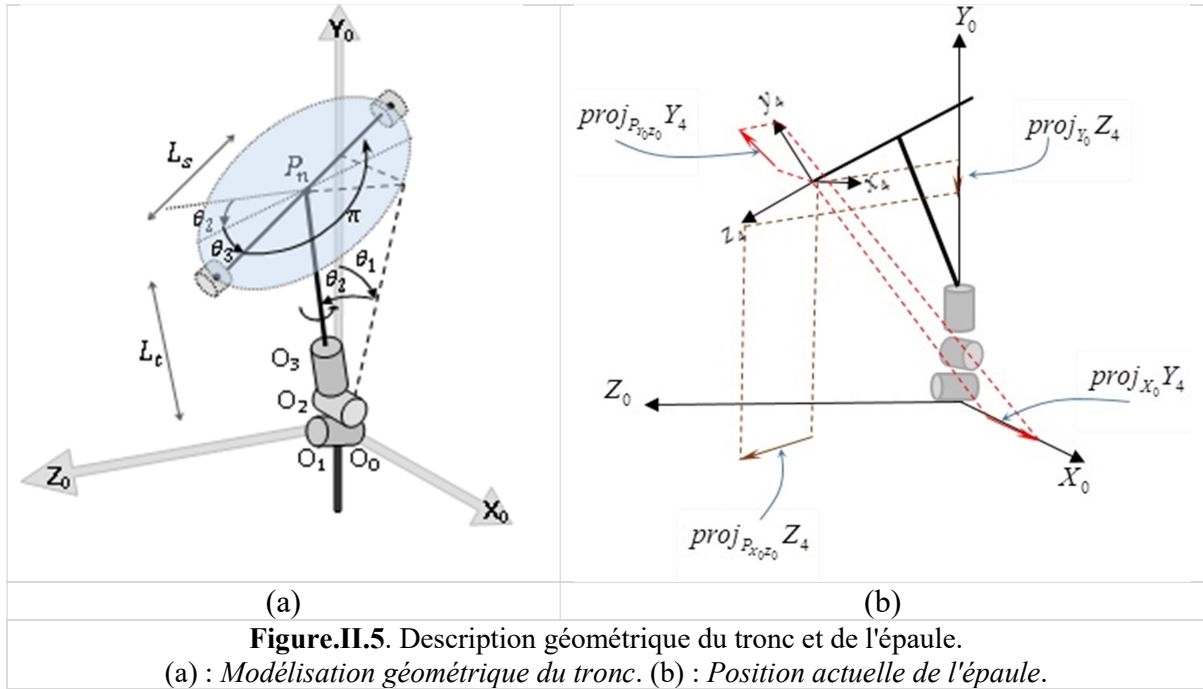
Etant donné que le robot à 30 ddl est composé de six mécanismes, nous allons attribuer à chaque mécanisme son propre repère local afin d'exprimer les entités vectorielles correspondantes, comme illustré à la Fig.II.4.



II.5.1. Modélisation géométrique inverse du Tronc

Le mouvement du tronc provient par trois angles articulaires assurant la liaison entre la hanche et le tronc (Fig.II.5).

¹ **atan2(x,y)** est une fonction mathématique exprimée par la loi de sinus et cosinus afin de déterminer l'angle correspondant à la pose de x et y dans le cercle trigonométrique (annexe A)



Les axes des trois articulations rotoïdes se croisent en un seul point, ce qui permet de le considérer comme un point géométrique auquel est attaché le repère $R_0(O, X_0, Y_0, Z_0)$, utilisé comme base d'expression des entités vectorielles du mécanisme du tronc.

Le tronc est connecté perpendiculairement au milieu d'un segment droit de longueur $2L_e$ qui représente les longueurs des épaules droit et gauche.

La détermination des angles articulaires θ_1 et θ_2 revient à la détermination préalable de la position du point P_n (Fig.II.5) exprimée dans le repère R_0 à travers la matrice donnant la situation désirée de l'épaule suivant la relation :

$$\overrightarrow{OP_n} = \overrightarrow{OP_e} - L_e \overrightarrow{A_4}$$

Où:

$\overrightarrow{OP_n} = (P_{nx}, P_{ny}, P_{nz})^T$: vecteur position du point P_n au milieu du segment d'épaules.

L_e : longueur de l'épaule.

$\overrightarrow{A_4}$: vecteur unitaire le l'axe z_4 du repère R_4 attaché à l'épaule.

$\overrightarrow{OP_e} = (P_{ex}, P_{ey}, P_{ez})$: vecteur position de l'épaule.

Sachant que les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OP_e}$ sont représentées par l'équation paramétrique définissant le mouvement de l'épaule ($x_T(t)$, $y_T(t)$, et $z_T(t)$) dans le repère $R_0(O, X_0, Y_0, Z_0)$.

Et $\vec{w}$ le vecteur unitaire de $\overrightarrow{OP_n}$ exprimé dans R_0 , il s'écrit :

$$\vec{w} = \frac{1}{\sqrt{P_{nx}^2 + P_{ny}^2 + P_{nz}^2}} (P_{nx}, P_{ny}, P_{nz})^T$$

L'angle θ_1 est déterminé par les vecteurs suivants : $proj_{P_{X_0Y_0}} \vec{w}$, $\vec{Y_0}$ et $\vec{Z_0}$.

Sachant que : $proj_{P_{X_0Y_0}} \vec{w} = \vec{w} - proj_{Z_0} \vec{w}$ est la projection du vecteur $\vec{w}$ sur le plan $P_{X_0Y_0}$

$$proj_{Z_0} \vec{w} = \frac{\vec{w} \cdot \vec{Z_0}}{\vec{Z_0} \cdot \vec{Z_0}} \vec{Z_0}$$

Les paramètres permettant de déterminer l'angle θ_1 sont présentés ci-dessous :

$$det_{\theta_1} [\vec{Y_0} \quad proj_{P_{X_0Y_0}} \vec{w} \quad \vec{Z_0}]^T \quad \text{et} \quad \cos(\theta_1) = \vec{Y_0} \cdot proj_{P_{X_0Y_0}} \vec{w}$$

Donc, l'angle θ_1 est écrit par l'équation [II-9]

$$\theta_1 = atan2(det_{\theta_1}, \cos(\theta_1)) \quad \text{II-9}$$

Ensuite, l'angle θ_2 est déterminé par les vecteurs suivants : $proj_{P_{Y_0Z_0}} \vec{w}$, $\vec{Y_0}$ et $\vec{X_0}$

Sachant que : $proj_{P_{Y_0Z_0}} \vec{w} = \vec{w} - (proj_{X_0} \vec{w})$ est la projection du vecteur $\vec{w}$ sur le plan $P_{Y_0Z_0}$.

$$proj_{X_0} \vec{w} = \frac{\vec{w} \cdot \vec{X_0}}{\vec{X_0} \cdot \vec{X_0}} \vec{X_0}$$

Ce qui permet de déterminer les arguments de θ_2 :

$$det_{\theta_2} [\vec{Y_0} \quad proj_{P_{Y_0Z_0}} \vec{n_{Pn}} \quad \vec{X_0}]^T \quad \text{et} \quad \cos(\theta_2) = \vec{Y_0} \cdot proj_{P_{Y_0Z_0}} \vec{n_{Pn}}$$

Par conséquent, l'angle θ_2 est donné par l'équation [II-10]

$$\theta_2 = atan2(det_{\theta_2}, \cos(\theta_2)) \quad \text{II-10}$$

En dernier, l'articulation θ_3 est déterminée par les trois vecteurs suivants : $proj_{P_{X_0Z_0}} \vec{Z_4}$, $\vec{Z_0}$ et $\vec{Y_0}$.

Sachant que : $proj_{P_{X_0Z_0}} \vec{Z_4} = \vec{Z_4} - proj_{Y_0} \vec{Z_4}$ est la projection du vecteur $\vec{Z_4}$ sur le plan $P_{X_0Z_0}$.

$$proj_{Y_0} \vec{Z_4} = \frac{\vec{Z_4} \cdot \vec{Y_0}}{\vec{Y_0} \cdot \vec{Y_0}} \vec{Y_0}$$

$\vec{Z_4}$: est un vecteur cosinus directeur de la matrice de la situation désirée de l'épaule.

Donc, l'angle θ_3 est exprimé par l'équation [II-11].

$$\theta_3 = atan2(det_{\theta_3}, \cos \theta_3) \quad \text{II-11}$$

Sachant que: $det_{\theta_3} [\vec{Z_0} \quad proj_{P_{X_0Z_0}} \vec{Z_4} \quad \vec{Y_0}]^T \quad \text{et} \quad \cos \theta_3 = \vec{Z_0} \cdot proj_{P_{X_0Z_0}} \vec{Z_4}$

Remarque :

La liaison entre le tronc et le segment d'épaules qui sont perpendiculaires, étant rigide, la position de l'autre épaule (gauche) peut être calculée par l'équation paramétrique du cercle $C_e(P_n, L_e)$ (du centre P_n et de rayon L_e de l'épaule) appartenant au plan défini par la normale $\vec{w}$ du vecteur $\vec{OP_n}$ coïncidant au point P_n (Fig.II.5). Par conséquent, la rotation des épaules (gauche ou droite) peut être exprimée par la troisième articulation du tronc θ_3 , définie par l'équation [II-11].

Procédons à la détermination de l'équation du cercle $C_e(P_n, L_e)$.

Soit le vecteur normalisé $\vec{w}$ du vecteur $\vec{OP_n}$ qui est normal au plan du cercle $C_e(P_n, L_e)$:

$$\vec{w} = \frac{1}{\sqrt{P_{nx}^2 + P_{ny}^2 + P_{nz}^2}} (P_{nx}, P_{ny}, P_{nz})^T$$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs unitaires appartenant au cercle $C_e(P_c, L_s)$. On a :

$$\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{(P_{ex_0} - P_{nx})^2 + (P_{ey_0} - P_{ny})^2 + (P_{ez_0} - P_{nz})^2}} \left((P_{ex_0} - P_{nx}), (P_{ey_0} - P_{ny}), (P_{ez_0} - P_{nz}) \right)^T$$

$$\vec{v} = \vec{u} \wedge \vec{v} = (u_y w_z - w_y u_z, w_x u_z - u_x w_z, u_x w_y - w_x u_y)^T$$

Où :

$P_{e0} = (P_{ex_0}, P_{ey_0}, P_{ez_0})$: position actuelle de l'épaule droit correspondante aux rotations de θ_1 et θ_2 . Ses coordonnées sont données par le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} P_{ex_0} = L_T \sin \theta_1 \\ P_{ey_0} = L_T \cos \theta_1 + L_e \sin \theta_2 \\ P_{ez_0} = L_T \sin \theta_1 + L_e \cos \theta_2 \end{cases}$$

$\overrightarrow{OP_n} = (P_{nx}, P_{ny}, P_{nz})^T$: vecteur position du point P_n au milieu du segment des épaules.

Donc, les équations paramétriques du cercle $C_e(P_c, L_e)$ sont données par l'équation [II-12] :

$\begin{cases} C_{ex} = P_{cx} + L_e \cos \theta_3 u_x + L_e \sin \theta_3 v_x \\ C_{ey} = P_{cy} + L_e \cos \theta_3 u_y + L_e \sin \theta_3 v_y \\ C_{ez} = P_{cz} + L_e \cos \theta_3 u_z + L_e \sin \theta_3 v_z \end{cases}$	II-12
---	-------

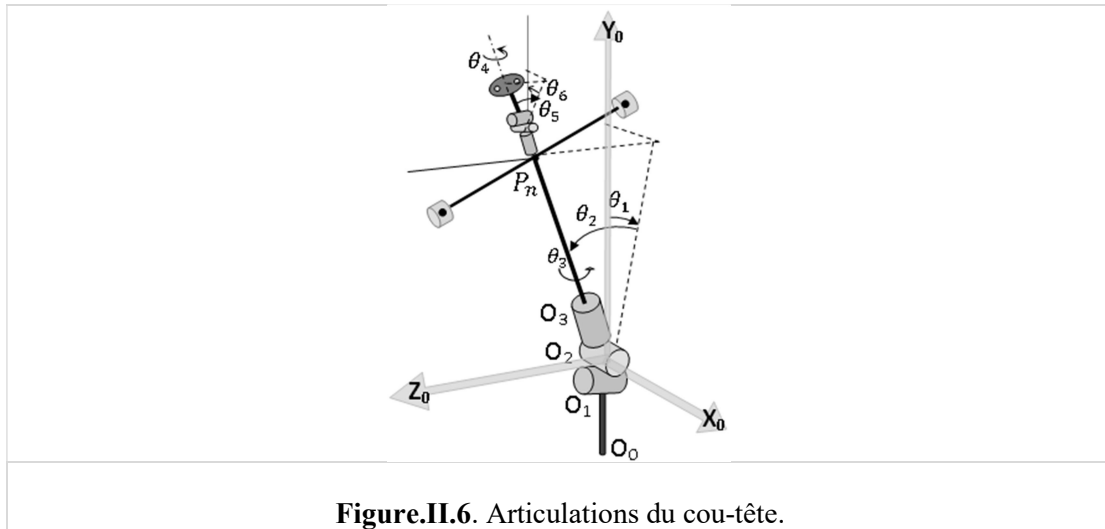
La position de l'épaule gauche (l'autre coté) est obtenue par le même système d'équations [II-12] en substituant θ_3 par $(\theta_3 + \pi)$, (Fig.II-5).

II.5.2. Modélisation géométrique inverse du mécanisme cou-tête

Le mouvement de la tête provient des articulations incorporées au niveau du cou du robot, θ_4 , θ_5 et θ_6 (Fig.II.6).

Admettant que pendant le déplacement du robot, la tête reste en position verticale, alors, les articulations θ_5 et θ_6 se muent en opposition avec les articulations du Tronc θ_2 et θ_1 respectivement. On suppose également que l'articulation θ_4 reste immobile. Ce qui permet d'écrire le système d'équations [II-12] suivant :

$$\begin{cases} \theta_4 = 0 \\ \theta_5 = -\theta_2 \\ \theta_6 = -\theta_1 \end{cases} \quad \text{II-12}$$



II.5.3. Modélisation géométrique inverse du membre supérieur (Bras)

La figure II.7 montre un membre supérieur droit du robot bipède à 6 ddl, qui sont répartis comme suit : 3 ddl à l'épaule, 1 ddl au coude et 2 ddl au poignet. Ces composants sont interconnectés par trois chaînons : le bras (L_b), l'avant-bras (L_{ab}) et la main dont la longueur entre le poignet et l'effecteur final est L_m .

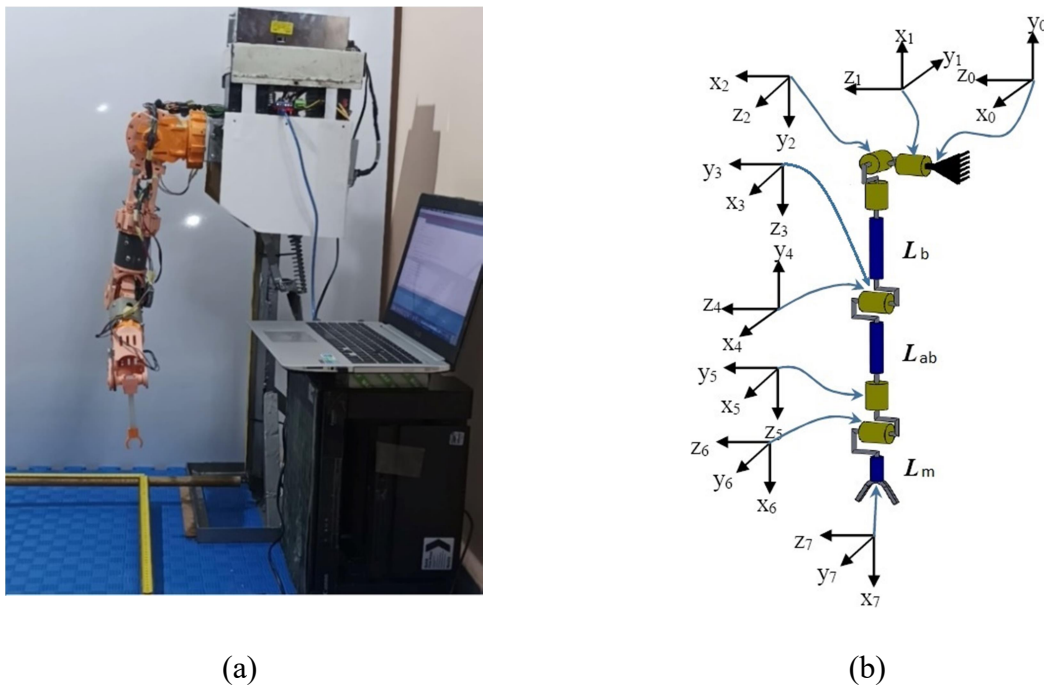


Figure.II.7. Membre supérieur droit d'un robot bipède et attribution des repères selon la convention DH.
 (a) : Image du bras-robot réalisé. (b) : Chaîne cinématique du bras-robot.

En admettant que les trois axes (3ddl) des articulations de l'épaule se croisent en un même point, l'épaule est considérée comme un seul point géométrique. De manière similaire, la même hypothèse est appliquée au poignet qui a 2 ddl.

Un repère local $R_0(o, x_0, y_0, z_0)$ est attribué au niveau de l'articulation de l'épaule coïncidant avec le point d'intersection des axes d'articulations de ce dernier afin d'exprimer les différentes entités vectorielles du bras.

La résolution du MGI implique la détermination des rotations appropriées de chaque articulation du robot conduisant l'effecteur final à la situation souhaitée (position et orientation).

La figure II.8 représente un paramétrage géométrique du bras (ensemble d'entités géométriques) qui sera utilisé dans le processus de résolution du MGI.

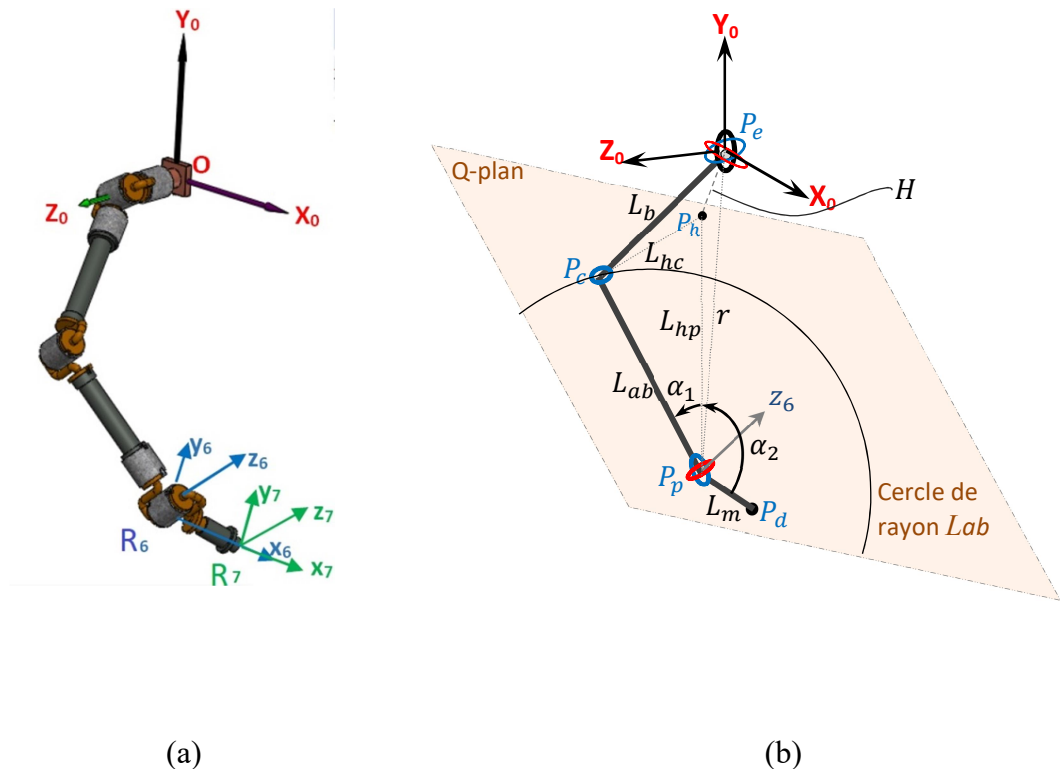


Figure.II.8. Paramétrage géométrique d'un membre supérieur droit du robot bipède.
 (a) : Configuration du robot avec attribution des repères principaux, (b) : entités géométriques.

La stratégie à suivre pour résoudre le problème de MGI est composée de deux phases : la *première phase* consiste à déterminer les entités géométriques qui permettent la détermination des vecteurs définissant chaque articulation. La *deuxième phase* se concentre sur la détermination des angles de chaque articulation.

A. Calcul des entités géométriques du bras.

Initialement, certaines entités géométriques, notamment des points et des vecteurs, doivent être déterminées suivant la démarche ci-dessous :

- Déterminer la position du poignet.
- Déterminer la position du coude selon la démarche suivante :
 - Déterminer l'équation du Q -plan défini par le vecteur normal z_6 colinéaire à l'articulation rotoïde q_6 . Géométriquement, le chaînon de l'avant-bras doit appartenir au Q -plan car pour toute position et orientation de l'effecteur final, l'axe z_6 reste perpendiculaire au chaînon de l'avant-bras.
 - Calculer les coordonnées du point le plus proche (P_h) sur Q -plan au repère d'origine R_0 .
 - Déterminer le cercle sur Q -plan représenté par son centre P_p (poignet) et son rayon L_{ab} (longueur de l'avant-bras).
 - Calculer les coordonnées du point du coude (P_c).

Selon la figure II.7, le repère R_6 de l'articulation q_6 maintient la même orientation que le repère R_7 , en conséquence, la position du poignet est déterminée par l'équation [II-13] en utilisant le vecteur, $\vec{S}_6 = (s_{6x}, s_{6y}, s_{6z})^T$, donnée dans la matrice [T] de l'effecteur final (la main).

$$\overrightarrow{OP_p} = \overrightarrow{OP_d} - L_h \vec{S}_6 \quad \text{II.13}$$

Où:

$\overrightarrow{OP_p} = (P_{px}, P_{py}, P_{pz})^T$ et $\overrightarrow{OP_d} = (P_{dx}, P_{dy}, P_{dz})^T$ sont les coordonnées de la position du poignet et de la position désirée de l'effecteur final, respectivement.

À partir de la figure II.8, on en déduit la forme d'un tétraèdre, qui se compose de deux triangles rectangles $\Delta(P_e, P_h, P_c)$ et $\Delta(P_e, P_h, P_p)$ définis comme indiqué à la figure II.9.

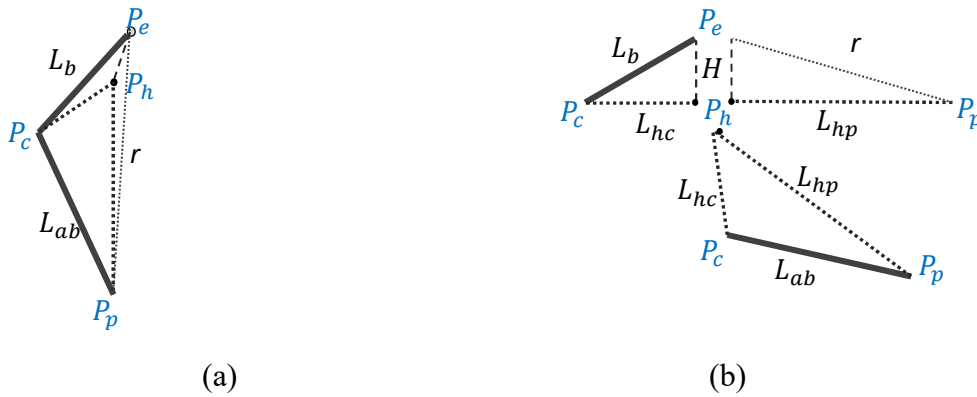


Figure.II.9. Forme de tétraèdre obtenue à partir de l'espace géométrique dérivé du robot. (a) : *Forme initiale.* (b) : *Forme décomposée.*

P_e , P_c , P_p et P_h : sont des points désignant : épaule, coude, poignet et le point le plus proche sur Q -plan au repère de l'épaule (R_0), respectivement.

À partir de la figure II.8, la longueur (r) entre l'origine au niveau de l'épaule et le poignet est calculée par l'équation [II-14].

$$r = \sqrt{P_{px}^2 + P_{py}^2 + P_{pz}^2} \quad \text{II-14}$$

Où :

P_{px} , P_{py} et P_{pz} sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OP_p}$ obtenu dans par l'équation [II-13].

L'équation du plan Q -plan décrite par la normal du vecteur $\vec{A}_6 = (a_x, a_y, a_z)^T$ de l'axe z_6 du repère R_6 s'écrit par l'équation [II.15].

$$a_x x + a_y y + a_z z - D = 0 \quad \text{II-15}$$

Où $D = (a_x P_{px} + a_y P_{py} + a_z P_{pz})$ est un paramètre de l'équation du Q -plan.

A partir de l'équation [II-15], la courte distance H , entre l'origine du repère d'épaule (R_0) et Q -plan peut être calculée par l'équation [II-16], [30].

$$H = \frac{|a_x P_{px} + a_y P_{py} + a_z P_{pz}|}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} \quad \text{II-16}$$

Et les coordonnées du point P_h sur $Q-plan$, qui est point le plus proche à l'origine, sont exprimées par l'équation [II-17].

$$P_{hx} = \frac{a_x D}{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad \text{II-17-a}$$

$$P_{hy} = \frac{a_y D}{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad \text{II-17-b}$$

$$P_{hz} = \frac{a_z D}{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad \text{II-17-c}$$

En utilisant les résultats obtenus par les équations [II-14] à [II-17], les deux longueurs L_{hc} et L_{hp} indiquées à la figure II.9, peuvent être obtenues grâce aux équations [II-18] et [II-19].

$$L_{hc} = \sqrt{L_{ab}^2 - H^2} \quad \text{II-18}$$

$$L_{hp} = \sqrt{r^2 - H^2} \quad \text{II-19}$$

Où :

L_{hc} : distance entre P_h (le point le plus proche de $Q-plan$ au repère de l'épaule) et P_c (position du coude).

L_{hp} : distance entre les points P_h et P_p (position du poignet).

L'équation de cercle du centre P_p et de rayon L_{ab} sur $Q-plan$ est définie par l'équation [II-20].

$$\overrightarrow{OP_c} = \overrightarrow{OP_p} + L_{ab} \cos(\varphi) \overrightarrow{S_6} + L_{ab} \sin(\varphi) \overrightarrow{N_6} \quad \text{II-20}$$

Où :

$\varphi = \alpha_1 + \alpha_2$: angle défini par les points $P_d, \widehat{P_p}, P_c$.

$\alpha_1 = \widehat{P_h, P_p, P_c}$.

$\alpha_2 = \widehat{P_d, P_p, P_h}$

$\overrightarrow{OP_c} = (P_{cx}, P_{cy}, P_{cz})^T$: coordonnées du coude qui coïncident avec la circonférence du cercle

$\overrightarrow{OP_p} = (P_{px}, P_{py}, P_{pz})^T$: coordonnées du centre du cercle qui coïncident avec le poignet.

$\overrightarrow{S_6}$ et $\overrightarrow{N_6}$: respectivement, vecteurs unitaires de l'axe x_6 et l'axe y_6 du repère R_6 .

Ainsi, en se basant sur l'équation [II-18], [II-19] et à partir du triangle $\Delta(P_c, P_h, P_p)$ montré à la figure II.8, l'angle α_1 formée par les vecteurs : $\overrightarrow{P_p P_c}$ et $\overrightarrow{P_p P_h}$ est calculée par la loi des cosinus donné par l'équation [II-21].

$$\alpha_1 = (\widehat{P_c, P_p, P_h}) = \arccos\left(\frac{L_{hp}^2 + L_{ab}^2 - L_{hc}^2}{2 L_{ab} L_{hc}}\right) \quad \text{II-21}$$

L'angle α_2 est déterminé par l'équation [II-8] en utilisant les deux arguments définis par les équations [II-22] et [II-23].

$$\cos(\alpha_2) = \frac{\overrightarrow{S_6} \cdot \overrightarrow{n_{ph}}}{|\overrightarrow{S_6}| |\overrightarrow{n_{ph}}|} \quad \text{II-22}$$

Sachant que: $\overrightarrow{n_{ph}}$ est le vecteur normalisé de $\overrightarrow{V_{ph}}$ et $|\overrightarrow{n_{ph}}|$ son modul.

Le module de α_2 étant donné par l'équation [II-22], il reste à déterminer son orientation à l'aide de l'équation [II-23] en utilisant les vecteurs: $\overrightarrow{A_6}$, $\overrightarrow{n_{ph}}$ et $\overrightarrow{S_6}$.

$$\det_{\alpha_2} = \det[\vec{A_6} \vec{n_{ph}} \vec{S_6}]^T \quad \text{II-23}$$

Où :

$\vec{S_6}$ et $\vec{A_6}$: respectivement, vecteurs cosinus directeurs des axe x_6 et z_6 du repère R_6 .

$\vec{n_{ph}}$: vecteur normalisé du $\vec{V_{ph}}$ (poignet - point le plus proche sur Q -plan au repère de l'épaule)

En se basant sur les équations [II-22] et [II-23], l'angle α_2 est calculé par l'équation [II-24].

$$\alpha_2 = \text{atan2}(\det_{\alpha_2}, \cos(\alpha_2)) \quad \text{II-24}$$

L'angle φ est donné par les équations [II-20] et [II-24].

$$\varphi = \alpha_1 + \alpha_2 \quad \text{II-25}$$

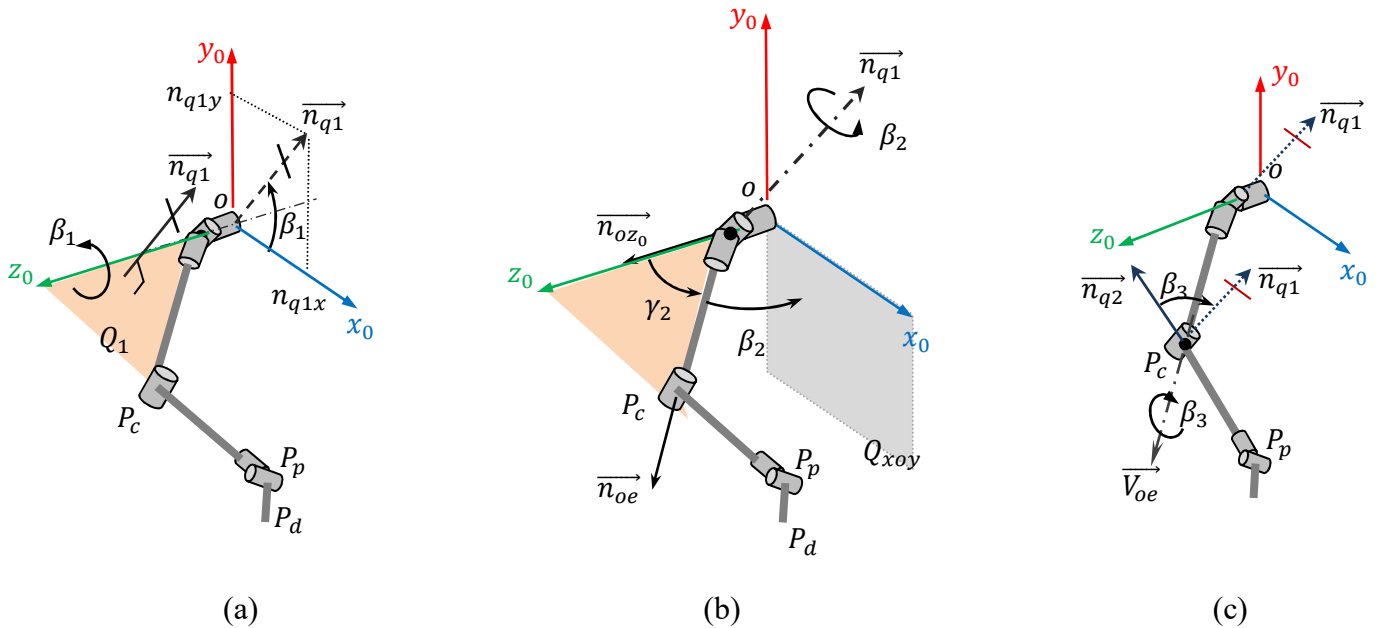
En substituant finalement l'équation [II-25] dans [II-20], la position du coude est déterminée par le vecteur de coordonnées donné par l'équation [II-26].

$$\vec{V_{oc}} = (P_{cx}, P_{cy}, P_{cz})^T \quad \text{II-26}$$

B. Calcul des angles articulaires du bras.

Géométriquement, chaque angle articulaire est décrit par trois vecteurs (Fig. II.10.a-f), à partir desquels deux arguments mathématiques sont définis (arg1, arg2) et seront exploités dans l'équation [II-8].

En admettant que le repère de l'épaule est utilisé comme base pour l'expression des entités vectorielles du bras, tous les vecteurs nécessaires au calcul des angles articulaires correspondants (β_i , $i = 1, \dots, 6$) peuvent être déterminés.



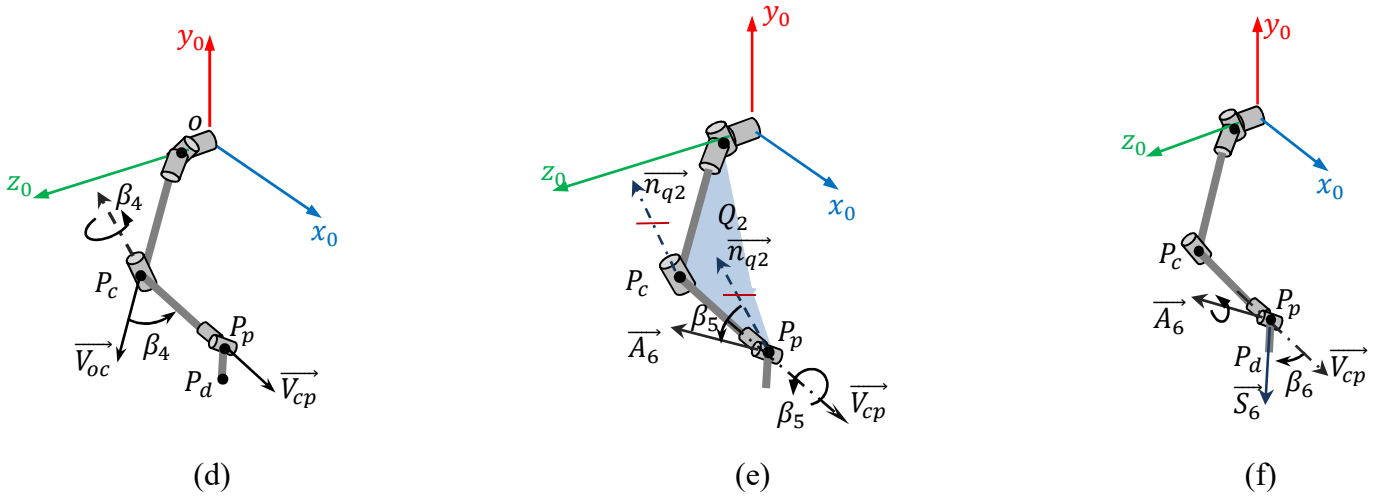


Figure.II.10. Description vectorielle des angles articulaires du robot.

(a) : β_1 , (b) : β_2 , (c) : β_3 , (d) : β_4 , (e) : β_5 , (f) : β_6

a. Angle β_1 de l'articulation 1.

La figure II.10.a montre une description vectorielle de l'angle articulaire β_1 . Ce dernier est défini par le vecteur normal ($\vec{n}_{q1}$) obtenu à partir du produit vectoriel de deux vecteurs $\vec{n}_{oz_0}$ et $\vec{n}_{oc}$. Le vecteur $\vec{n}_{q1}$ est colinéaire avec l'axe z_2 de l'articulation q_2 qui évolue dans un plan parallèle au plan Q_{xoy} . Ce qui permet de l'exprimer dans le repère d'épaule R_0 par les cosinus directeurs suivantes :

$$n_{q1x} = \frac{\cos(\vec{n}_{ox_0}, \vec{n}_{q1})}{|\vec{n}_{q1}|} = \frac{\cos(\beta_1)}{|\vec{n}_{q1}|} \quad \text{II-27-a}$$

$$n_{q1y} = \frac{\sin(\vec{n}_{ox_0}, \vec{n}_{q1})}{|\vec{n}_{q1}|} = \frac{\sin(\beta_1)}{|\vec{n}_{q1}|} \quad \text{II-27-b}$$

Où:

$\vec{n}_{ox_0}$ et $\vec{n}_{oz_0}$: respectivement sont des vecteurs unitaires de l'axe x_0 et l'axe z_0 du repère R_0 .

$\vec{n}_{oc}$: vecteur normalisé de $\vec{V}_{oc}$, définit entre deux points: *origin-coude*.

$\vec{n}_{q1}$: vecteur normalisé et normal au Q_1 -plan résultant via le produit vectoriel de $\vec{n}_{oz_0}$ et $\vec{n}_{oc}$.

Q_{xoy} : plan définit par deux vecteurs unitaires des axes ox_0 et oy_0 du repère R_0 .

Etant donné que le vecteur normal $\vec{n}_{q1}$ est unitaire ($|\vec{n}_{q1}| = 1$), les équations [II-27-a] et [II-27-b] peuvent être écrites comme suit:

$$n_{1x} = \cos(\vec{V}_{ox_0}, \vec{n}_{q1}) \quad \text{et} \quad n_{1y} = \sin(\vec{V}_{ox_0}, \vec{n}_{q1}).$$

Ce qui permet d'obtenir l'angle articulaire β_1 par l'équation [II-28].

$$\beta_1 = \text{atan2}(n_{1y}, n_{1x}) \quad \text{II-28}$$

b. Angle β_2 de l'articulation 2.

La figure II.10.b montre la description vectorielle de l'angle articulaire β_2 défini par deux vecteurs $\vec{V}_{oz_0}$ et $\vec{V}_{oc}$, où $\vec{n}_{oz_0}$ et $\vec{n}_{oc}$ respectivement, sont leurs vecteurs unitaires.

De la figure II.10.b, on tire l'expression de β_2 par l'équation [II-29].

$$\beta_2 = \frac{\pi}{2} - \gamma_2 \quad \text{II-29}$$

Sachant que, γ_2 est exprimé par la formule suivante:

$$\gamma_2 = \text{atan2}(\det_{\gamma_2}, \cos(\gamma_2)).$$

Où :

$$\cos(\gamma_2) = \overrightarrow{n_{oz_0}} \cdot \overrightarrow{n_{oc}} \text{ et } \det_{\gamma_2} = \det[\overrightarrow{n_{q1}} \overrightarrow{n_{oz_0}} \overrightarrow{n_{oc}}]^T$$

$$\overrightarrow{n_{oz_0}} = (0, 0, 1)^T, \overrightarrow{n_{oc}} = (n_{cx}, n_{cy}, n_{cz})^T \text{ et } \overrightarrow{n_{q1}} = (n_{q1x}, n_{q1y}, 0)^T.$$

c. Angle β_3 de l'articulation 3.

L'angle articulaire β_3 est défini entre les deux plans Q_1 -plan (défini par les vecteurs $\overrightarrow{V_{oz_0}}$ et $\overrightarrow{V_{oc}}$) et Q_2 -plan (défini par les trois points des chaîons du bras : épaule-coude-poignet) comme illustré à la figure II.10.c où $\overrightarrow{n_{q1}}$ et $\overrightarrow{n_{q2}}$ sont, respectivement leurs vecteurs normaux. Ainsi β_3 est exprimé par l'équation [II-30].

$$\beta_3 = \text{atan2}(\det_{\beta_3}, \cos(\beta_3)) \quad \text{II-30}$$

Où :

$$\cos(\beta_3) = \overrightarrow{n_{q1}} \cdot \overrightarrow{n_{q2}} \text{ et } \det_{\beta_3} = \det[\overrightarrow{n_{co}} \overrightarrow{n_{q1}} \overrightarrow{n_{q2}}]^T$$

d. Angle β_4 de l'articulation 4.

L'angle articulaire β_4 est un angle entre $\overrightarrow{V_{oc}}$ (bras) et $\overrightarrow{V_{cw}}$ (*avant – bras*), comme illustré à la figure II.10.d.

$\overrightarrow{n_{oc}}$ et $\overrightarrow{n_{cp}}$ respectivement sont les vecteurs unitaires de $\overrightarrow{V_{oc}}$ et $\overrightarrow{V_{cp}}$. L'angle β_4 peut être calculé par l'équation [II-31].

$$\beta_4 = \text{atan2}(\det_{\beta_4}, \cos(\beta_4)) \quad \text{II-31}$$

Où :

$$\cos(\beta_4) = \overrightarrow{n_{oc}} \cdot \overrightarrow{n_{cp}} \text{ et } \det_{\beta_4} = \det[\overrightarrow{n_{q1}} \overrightarrow{n_{oc}} \overrightarrow{n_{cp}}]^T$$

e. Angle β_5 de l'articulation 5.

L'angle articulaire β_5 est défini entre les vecteurs $\overrightarrow{n_{q2}}$ et $\overrightarrow{A_6} = (a_x, a_y, a_z)^T$ de l'axe z_6 , comme montré à la figure II.10.e.

Ainsi, les arguments de β_5 sont exprimés par $\cos(\beta_5) = \overrightarrow{n_{q2}} \cdot \overrightarrow{A_6}$ et $\det_{\beta_5} = \det[\overrightarrow{n_{pc}} \overrightarrow{n_{q2}} \overrightarrow{A_6}]^T$. Donc, β_5 est donné par l'équation [II-32].

$$\beta_5 = \text{atan2}(\det_{\beta_5}, \cos(\beta_5)) \quad \text{II-32}$$

f. Angle β_6 de l'articulation 6.

L'angle articulaire β_6 est défini entre l'avant-bras et la main du robot. Il est exprimé par les vecteurs $\overrightarrow{V_{cp}}$ (coude-poignet) et $\overrightarrow{V_{pd}}$ (poignet-position souhaitée), (Fig.II.10.f). Sachant que, ce dernier vecteur ($\overrightarrow{V_{pd}}$) est colinéaire avec l'axe x_6 du repère R_6 , ce qui permet d'exprimer β_6 en fonction de $\overrightarrow{n_{cp}} = \frac{1}{|\overrightarrow{V_{cp}}|} \overrightarrow{V_{cp}}$ et $\overrightarrow{S_6} = (s_x, s_y, s_z)^T$.

Par conséquent, les deux arguments de β_6 sont:

$$\cos(\beta_6) = \overrightarrow{n_{cp}} \cdot \overrightarrow{S_6} \text{ et } \det_{\beta_6} = \det[\overrightarrow{A_6} \overrightarrow{n_{cp}} \overrightarrow{S_6}]^T.$$

Finalement, β_6 est exprimé par la formule de l'équation [II-33].

$$\beta_6 = \text{atan2}(\det_{\beta_6}, \cos(\beta_6)) \quad \text{II-33}$$

II.5.4. Modélisation géométrique inverse du membre Inferieur (Pattes)

La patte est à six (06) degrés de liberté (droite ou gauche). Elle est composée de trois chaînons connectés entre eux.

La cuisse est reliée à la hanche par deux articulations q_1 et q_2 . Le genou est la connexion entre la cuisse et le tibia par l'intermédiaire de l'articulation q_3 . La cheville est composée de trois articulations reliant le tibia et le pied : q_4 , q_5 et q_6 . L'identification des paramètres articulaires de la patte nécessite, dans un premier temps, le calcul des positions de la cheville et du genou.

En admettant qu'un repère local $R_h(O, x_h, y_h, z_h)$ soit placé au niveau de l'articulation 1 de la patte droite et qu'il soit parallèle au repère principal $R_0(O, X_0, Y_0, Z_0)$, il permet alors d'exprimer les différentes entités géométriques de la patte du robot.

II.5.4.1. Calcul des entités géométriques primaires.

A. Position de la cheville.

En partant de la matrice donnée [T] de la position et de l'orientation de l'effecteur final souhaité (pied), la position de la cheville et celle du genou peuvent être calculées.

Etant donné que le repère R_6 de la dernière articulation rotative q_6 a la même orientation que R_7 (repère de situation désirée), la position de la cheville sera déterminée par l'équation [II-34] en utilisant le vecteur des cosinus directeurs, $\vec{A}_6 = (a_{6x}, a_{6y}, a_{6z})^T$ de l'axe Z_6 porté sur le chaînon de la cheville (L_p) qui est fourni par la matrice donnée [T] (Fig.II.11).

$$\vec{OP}_a = \vec{OP}_d - L_p \vec{A}_6 \quad \text{II-34}$$

Où:

$\vec{OP}_a = (P_{ax}, P_{ay}, P_{az})^T$ les coordonnées de la cheville exprimées dans R_h .

$\vec{OP}_d = (P_{dx}, P_{dy}, P_{dz})^T$ les coordonnées de la situation désirée du pied exprimées dans R_h .

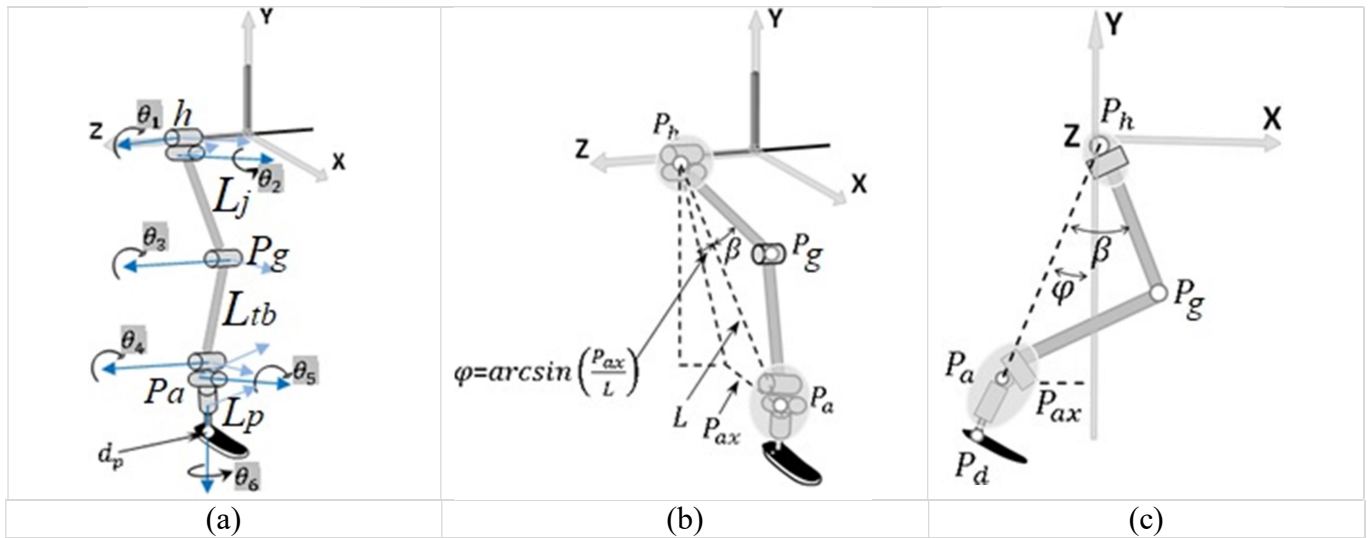


Figure.II.11. Description géométrique de position de la cheville et du genou.

(a) : Articulations de la patte.(b) : principaux paramètres géométriques. (c) : Vue latérale.

B. Position du Genou.

À partir de la figure II.11, la position du genou $P_g = (P_{gx}, P_{gy}, P_{gz})^T$ peut être établie par ses coordonnées :

$$\begin{cases} P_{gx} = L_j \cos(\beta + \varphi) \\ P_{gy} = -L_j \cos(\beta + \varphi) \cos \theta_2 \\ P_{gz} = L_j \cos(\beta + \varphi) \sin \theta_2 \end{cases}$$

où β est un angle positif.

L'angle φ est tel que :

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{P_{ax}}{L}\right)$$

Sachant que L est la longueur entre R_h et la cheville exprimée par la formule :

$$L = \sqrt{P_{ax}^2 + P_{ay}^2 + P_{az}^2}$$

II.5.4.2. Identification des angles articulaires**a. Angle θ_1 de l'articulation 1.**

La variable articulaire θ_1 est défini par les trois vecteurs $\overrightarrow{OZ}$, $\overrightarrow{OY}$, $\overrightarrow{OP_{gxy}}$ sachant que, le vecteur $\overrightarrow{OZ}$ est un vecteur normal aux deux autres (Fig.II.12).

Ce qui conduit à la détermination des arguments permettant le calcul de θ_1 qui sont exprimés par : $\det(\overrightarrow{OZ}, \overrightarrow{OP_{gxy}}, -\overrightarrow{OY})$ et $\cos(\overrightarrow{OP_{gxy}}, -\overrightarrow{OY})$.

où:

$\overrightarrow{OP_{gxy}} = (P_{gx}, P_{gy}, 0)^T$ est la projection du vecteur du genou sur le plan P_{xoy}

$\overrightarrow{OY}$ et $\overrightarrow{OZ}$ les vecteurs unitaires du repère R_h , respectivement suivant l'axe y et l'axe z

.

En utilisant l'équation [II-6], θ_1 est donné par l'équation [II-35].

$$\theta_1 = a \tan 2\left(\det(\overrightarrow{OZ}, \overrightarrow{OP_{gxy}}, -\overrightarrow{OY}), \cos(\overrightarrow{OP_{gxy}}, -\overrightarrow{OY})\right) \quad \text{II-35}$$

b. Angle θ_2 de l'articulation 2.

Suivant la figure II.12, les trois points P_h , P_g et P_a appartiennent au même plan qui est parallèle à l'axe x et pouvant se déplacer latéralement uniquement suivant l'articulation θ_2 .

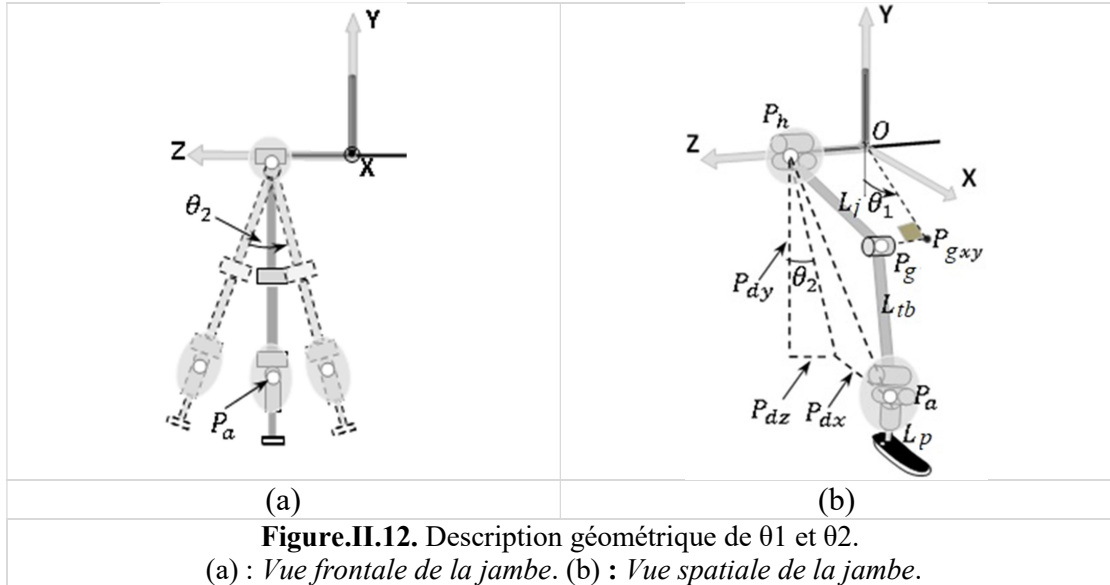


Figure.II.12. Description géométrique de θ_1 et θ_2 .
 (a) : Vue frontale de la jambe. (b) : Vue spatiale de la jambe.

Par conséquent, l'angle articulaire θ_2 peut être calculé par l'équation [II-36].

$$\theta_2 = \arccos\left(\frac{P_{az}}{P_{ay}}\right) \quad \text{II-36}$$

c. Angle θ_3 de l'articulation 3.

A partir de la figure II.13, l'angle θ_3 est exprimé par l'équation [II-37], tout en admettant que cette dernière (θ_3) évolue dans l'intervalle $[\pi/2, \pi]$.

$$\theta_3 = \pi - \alpha \quad \text{II-37}$$

Sachant que α est un angle défini dans le triangle de sommets : P_h , P_g et P_a , la distance r_{ha} est donnée par l'expression suivante :

$$r_{ha}^2 = L_j^2 + L_{tb}^2 - 2 L_j L_{tb} \cos \alpha$$

ce qui donne :

$$\alpha = \arccos\left(\frac{r_{ha}^2 - L_j^2 + L_{tb}^2}{2 L_j L_{tb}}\right) \quad \text{II-38}$$

où:

$$r_{ha} = \sqrt{P_{ax}^2 + P_{ay}^2 + P_{az}^2}$$

L_{tb} : est la longueur de la tibia.

L_j : est la longueur de la jambe.

En substituant l'équation [II-38] dans l'équation [II-37], on obtient l'équation finale [II-39] de l'angle θ_3

$$\theta_3 = \pi - \alpha \quad \text{II-39}$$

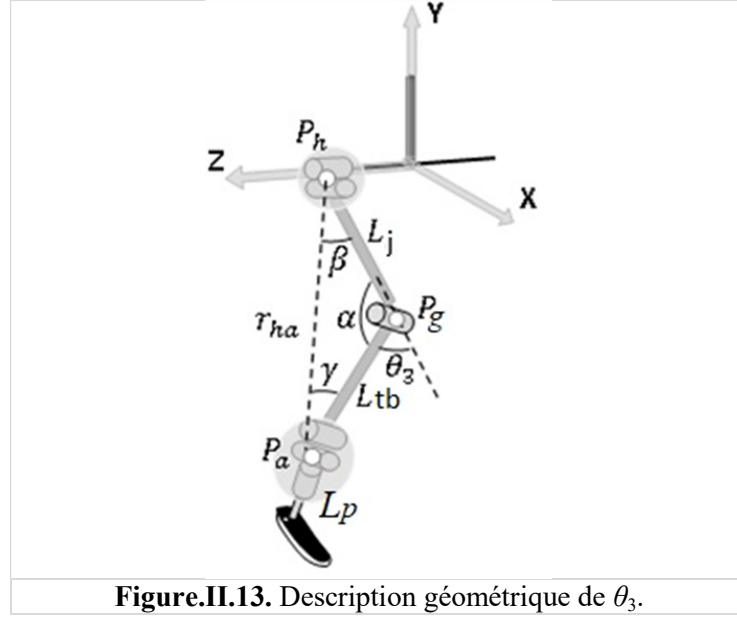


Figure.II.13. Description géométrique de θ_3 .

d. Angle θ_4 et θ_5 de l'articulation 4 et 5.

Les angles θ_4 et θ_5 évoluent au même point de la cheville. On définit un nouveau repère orthonormé au niveau de la cheville $R_A(A, x_A, y_A, z_A)$ afin d'exprimer la position du pied et l'orientation de L_f en fonction de θ_4 et θ_5 par les coordonnées sphériques (Fig.II.14).

Soit P_Q l'équation [II-40] du plan défini par son vecteur normal $\vec{n}_{ga} = (a, b, c)^T$

$$P_Q : a x + b y + c z + D = 0 \quad \text{II-40}$$

où:

$\vec{n}_{ga} = \frac{1}{\sqrt{V_{gax}^2 + V_{gay}^2 + V_{gaz}^2}} (V_{gax}, V_{gay}, V_{gaz})^T$: vecteur unitaire du $\vec{V}_{ga}$ défini par les points du genou et de la cheville.

$$D = a P_{gx} + b P_{gy} + c P_{gz} .$$

Les axes du nouveau repère orthonormé $R_A(A, x_A, y_A, z_A)$ sont :

$$\vec{x}_A = (x_{A1}, x_{A2}, x_{A3}) : \vec{n}_{ga} = (a, b, c)^T \text{ vecteur normal du plan } P_Q$$

$$\vec{z}_A = (z_{A1}, z_{A2}, z_{A3}) : \text{proj}_{P_Q} \vec{Z}_0 \text{ est la projection de } \vec{Z}_0 \text{ sur le plan } P_Q$$

$$\vec{y}_A = (y_{A1}, y_{A2}, y_{A3}) : \text{produit vectoriel de } \text{proj}_{P_Q} \vec{Z}_0 \text{ et } \vec{n}_{ga}$$

Sachant que, $\text{proj}_{P_Q} \vec{Z}_0$ est obtenu par la relation algébrique suivante:

$$\text{proj}_{P_Q} \vec{Z}_0 = \vec{Z}_0 - \text{proj}_{\vec{n}_{ga}} \vec{Z}_0$$

Où: $\vec{Z}_0$ est un vecteur unitaire de l'axe Z du repère de la hanche

$$\text{proj}_{\vec{n}_{ga}} \vec{Z}_0 : \text{est la projection de } \vec{Z}_0 \text{ sur le vecteur } \vec{n}_{ga}$$

$$proj_{\vec{n}_{ga}} \vec{Z}_0 = \frac{\vec{Z}_0 \cdot \vec{n}_{ga}}{\vec{n}_{ga} \cdot \vec{n}_{ga}} (\vec{n}_{ga})$$

Par conséquent, étant donné que les vecteurs du repère R_A sont unitaires (cosinus directeurs), leurs coordonnées représentent les éléments de la matrice de transformation T_{ha} du repère R_A dans $R_h \equiv R_0$.

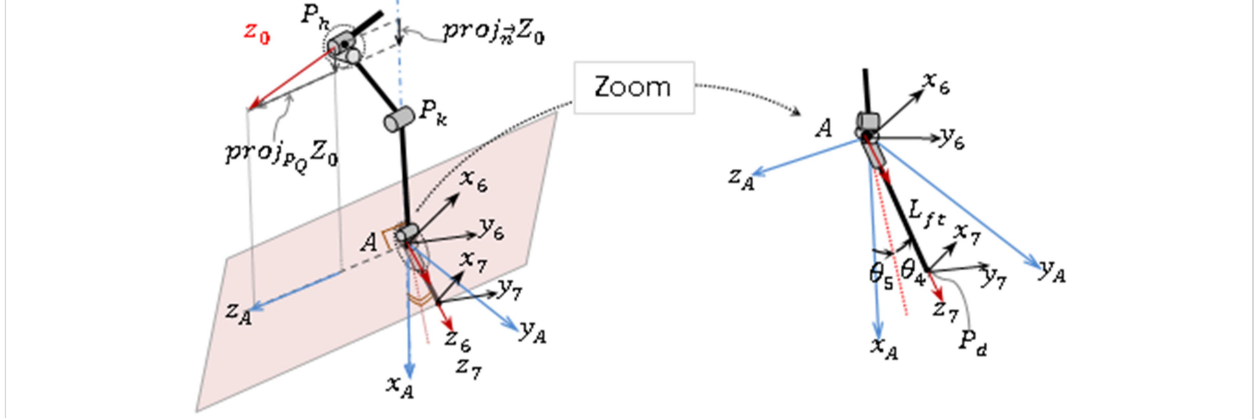


Figure.II.14. Description géométrique de θ_4 et θ_5 avec définition du nouveau repère $R_A(A, x_A, y_A, z_A)$.

$$T_{ha} = \begin{bmatrix} x_{A1} & y_{A1} & z_{A1} & P_{Ax} \\ x_{A2} & y_{A2} & z_{A2} & P_{Ay} \\ x_{A3} & y_{A3} & z_{A3} & P_{Az} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{II-41}$$

Ainsi, les coordonnées du point P_d dans le nouveau repère R_A peuvent être exprimées par l'équation [II.42] en utilisant la relation [II-41].

$${}^{R_A}P_d = [T_{ha}]^{-1} {}^{R_0}P_d \quad \text{II-42}$$

Où :

${}^{R_A}P_d$: position désirée du pied exprimé dans le repère R_A .

${}^{R_0}P_d$: position désirée du pied exprimé dans le repère R_h .

$[T_{ha}]^{-1}$: matrice inverse de la matrice $[T_{ha}]$

Donc, à partir des coordonnées de ${}^{R_A}P_d$ calculé par l'équation [II-42], la détermination des articulations rotatives θ_4 et θ_5 est effectuée à l'aide des coordonnées sphériques de rayon L_p (longueur entre la cheville et la position souhaitée).

$$\begin{cases} {}^{R_A}P_{dx} = L_p \cos \theta_4 \\ {}^{R_A}P_{dy} = L_p \sin \theta_4 \cos \theta_5 \\ {}^{R_A}P_{dz} = L_p \sin \theta_4 \sin \theta_5 \end{cases} \quad \text{II-43}$$

A partir de l'équation [II-43], θ_4 et θ_5 peuvent être exprimés par l'équation [II-44] et [II-42], respectivement.

$$\theta_4 = \arccos\left(\frac{{}^{R_A}P_{dx}}{L_p}\right) \quad \text{II-44}$$

Et

$$\theta_5 = \arctan\left(\frac{{}^{R_A}P_{dz}}{{}^{R_A}P_{dy}}\right) \quad \text{II-45}$$

e. Angle θ_6 de l'articulation 6.

La dernière articulation rotative θ_6 de la patte du robot peut être obtenue par un calcul matriciel donné par l'équation [II-46] (Fig.II.15).

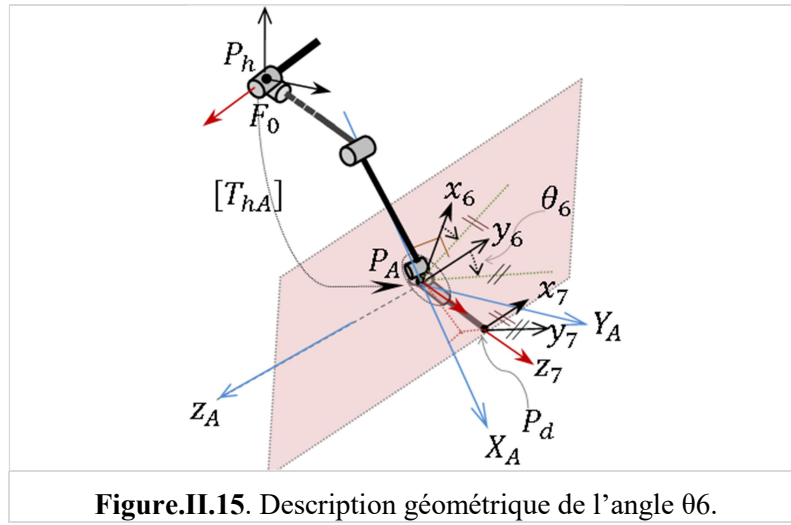


Figure.II.15. Description géométrique de l'angle θ_6 .

$$\begin{aligned} {}^0T_7 &= {}^0T_4 {}^4T_5 {}^5T_6 {}^6T_7 \\ \Rightarrow {}^6T_7 &= [{}^5T_6]^{-1} [{}^4T_5]^{-1} [{}^0T_4]^{-1} [{}^0T_7] \end{aligned} \quad \text{II-46}$$

Où:

0T_7 : matrice de la situation donnée de l'effecteur final (pied) exprimé dans le repère R_h .

0T_4 : matrice de la situation de l'articulation 4.

6T_7 : matrice de transformation entre R_6 et R_7 exprimé dans le repère R_h en fonction de θ_6 .

Sachant que, 0T_4 est identique à la matrice T_{ha} donnée par l'équation [II-41].

$$[{}^0T_4] = [T_{ha}] = [{}^0T_1] [{}^1T_2] [{}^2T_3] [{}^3T_4]$$

Les composants de la matrice 6T_7 sont données ci-dessous:

$${}^6T_7 = \begin{bmatrix} \cos \theta_6 & -\sin \theta_6 & 0 & 0 \\ \sin \theta_6 & \cos \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ainsi, l'équation [II-46] peut être reformulée comme suit :

$${}^6T_7 = [{}^5T_6]^{-1} [{}^4T_5]^{-1} [T_{ha}]^{-1} [{}^0T_7] \quad \text{II-47}$$

En identifiant les termes dans l'équation [II-47], θ_6 peut être facilement déterminé par l'équation [II-48].

$$\theta_6 = a \tan 2(\sin \theta_6, \cos \theta_6) \quad \text{II-48}$$

Remarque

Du fait de la symétrie, la même procédure de modélisation utilisée pour la patte droite sera appliquée à la patte gauche.

II.6. Simulation et Résultats.

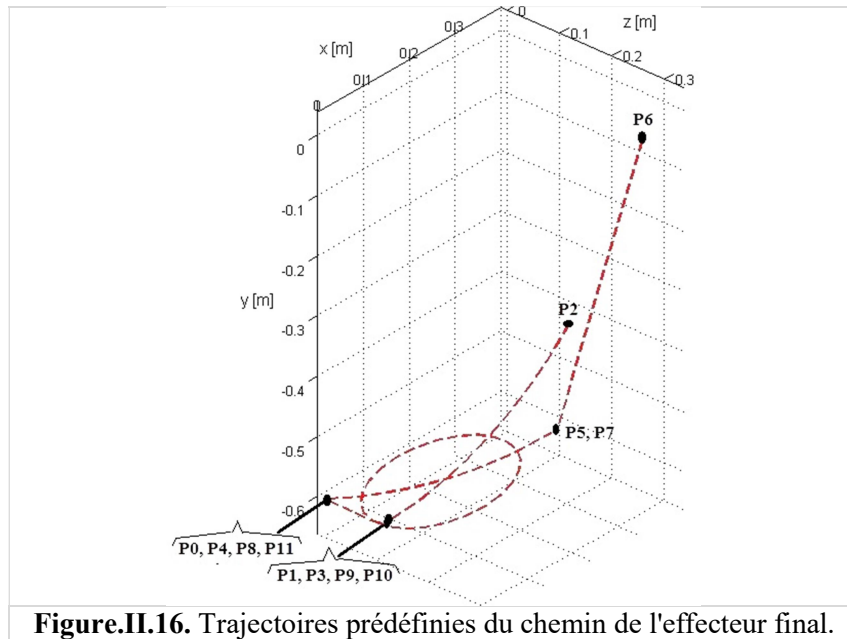
La validité de la méthode proposée pour résoudre le problème géométrique inverse (MGI) d'un robot bipède à 30 degrés de liberté (30 ddl) est effectuée en premier lieu par des simulations en deux étapes. La première porte sur la simulation d'un membre supérieur du robot (bras) et la seconde simulation concerne le robot entier.

La simulation du MGI se fait par l'utilisation du MGD de chaque branche en utilisant la matrice de transformation homogène décrite ci-dessus donnée par l'équation [II-2]. Cette transformation est exprimée par les paramètres de DH (Tableau I.2) afin d'amener l'effecteur final à la situation définie par la matrice représentant la position et l'orientation souhaitées, notée $T=[S \ N \ A \ P]$ (équation [II-1]).

II.6.1. Simulation du MGI du membre supérieur (Bras)

Dans un premier temps, une simulation a été envisagée sur le membre supérieur du robot, en lui imposant de suivre une trajectoire prédéfinie, comme illustré à la figure II.16.

Un code MATLAB de simulation a été développé basé sur les résultats obtenus par les équations [II-27] à [II-32] en résolvant le problème de MGI.



Chaque partie du chemin de l'effecteur final a été modélisée comme trajectoires définies par des points d'un arc de cercle. Par contre la trajectoire 9→10 est une définie suivant un cercle (voir *annexe B*).

L'effecteur final du bras débutera du point P0 (0, -0.6, 0) [m] en parcourant les trajectoires imposées suivant l'ordre des points ci-dessous, comme illustré à la figure II.16.

$$P0 \rightarrow P1 \rightarrow P2 \rightarrow P3 \rightarrow P4 \rightarrow P5 \rightarrow P6 \rightarrow P7 \rightarrow P8 \rightarrow P9 \rightarrow P10 \rightarrow P11$$

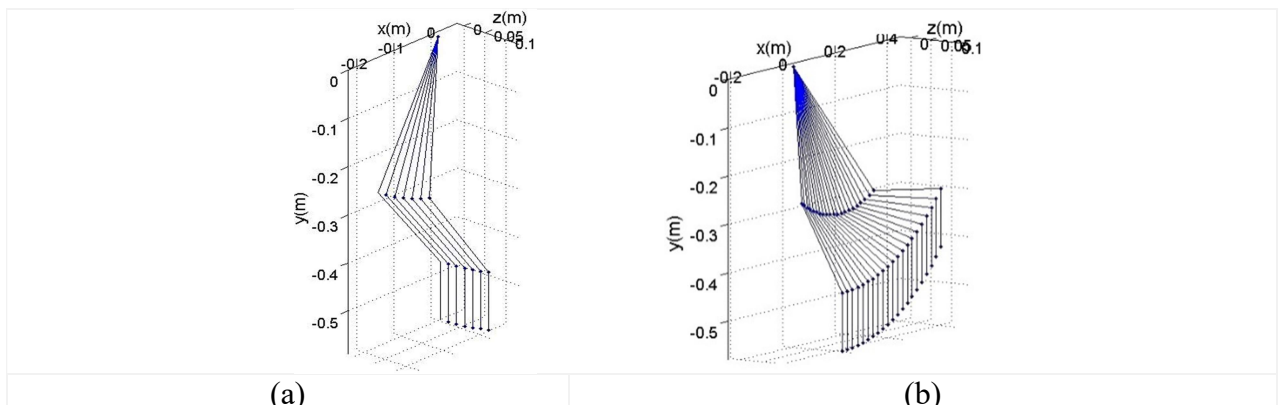
L'orientation de l'effecteur final est exprimée par la matrice suivante :

$$[S \ N \ A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La figure II.16 représente l'allure de simulation du bras du robot en suivant les trajectoires imposées à l'effecteur final du robot (main).

Remarque:

Les simulations du bras sont représentées à la figure II.17 séparément pour une bonne clarification des figures afin d'éviter la représentation surchargée.



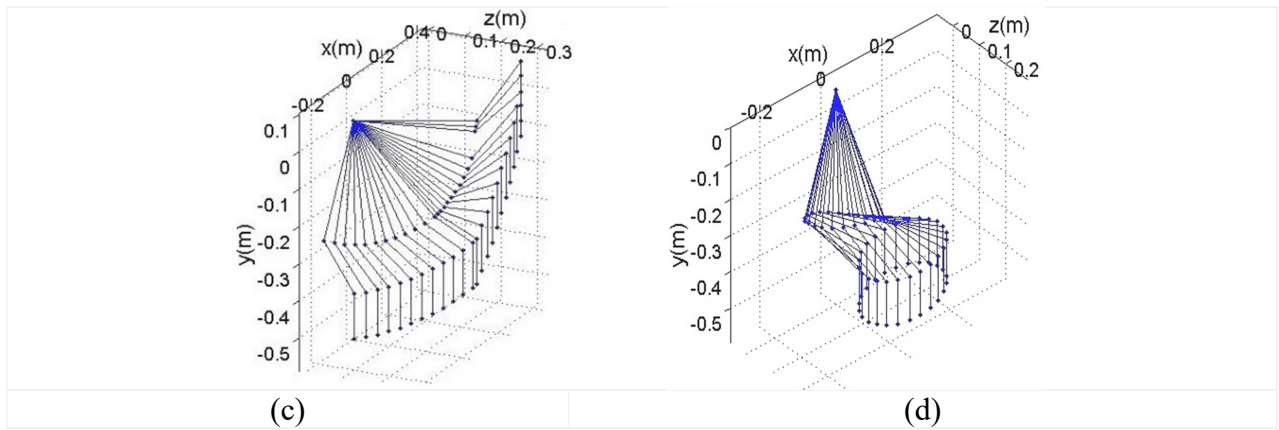


Figure.II.17. Simulations MATLAB de l'effecteur final du robot suivant des trajectoires prédéfinies.

(a) :Mouvement d'avance $P0 \rightarrow P1$, $P8 \rightarrow P9$ (retour $P3 \rightarrow P4$, $P10 \rightarrow P11$)

(b) :Mouvement d'avance $P1 \rightarrow P2$ (retour $P2 \rightarrow P3$)

(c) :Mouvement d'avance $P4 \rightarrow P5 \rightarrow P6$ (retour $P6 \rightarrow P7 \rightarrow P8$)

(d) :Mouvement circulaire $P9 \rightarrow P10$.

À partir de la figure II.16, il est notable que l'effecteur final du robot a réussi à suivre les trajectoires imposées.

II.6.2. Simulation du MGI du robot bipède

Une simulation du MGI du robot entier est effectuée en définissant les mouvements des membres du robot.

Le mouvement de la hanche, qui se conforme à l'origine de référence R_0 , subit une trajectoire sinusoïdale dans le plan $(O: X_0, Z_0)$. Le tronc subit le même mouvement sinusoïdal, car, il est attaché à la hanche et supposé verticalement immobile. Les mouvements des membres supérieurs et inférieurs sont réalisés à l'aide de fonctions polynomiales. Pour le cou et la tête, on suppose qu'ils sont toujours en ligne droite avec le tronc. Ces trajectoires sont définies dans le repère $R_0(O: X_0, Y_0, Z_0)$ pour assurer la cohérence géométrique du mouvement du robot bipède

Tous les angles articulaires calculés auparavant par la présente méthode sont impliqués dans l'algorithme de Denavit-Hartenberg (DH) pour le MGD afin de simuler les mouvements du robot.

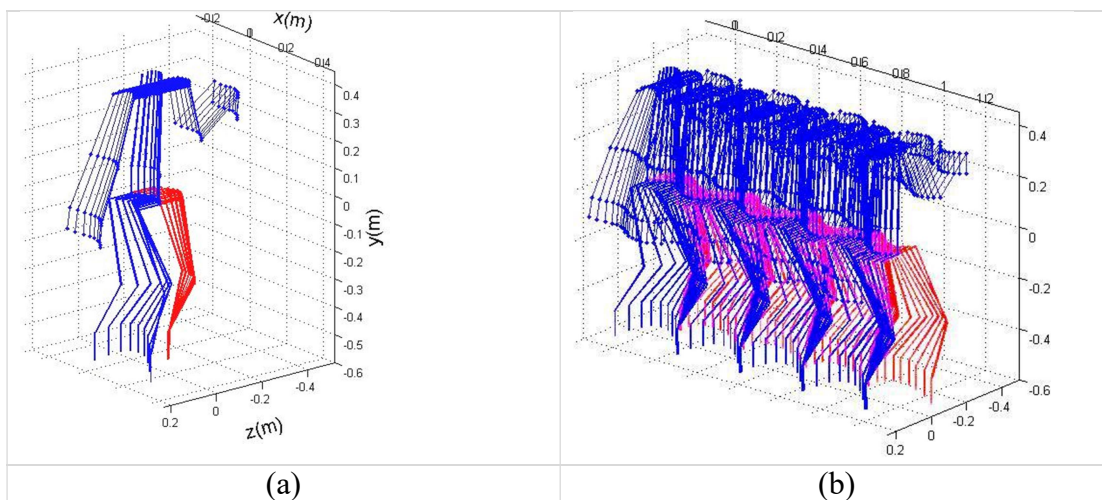


Figure.II.18. Trajectoire cible et positions correspondantes du robot

(a) :un pas du robot. (b) : huit pas successifs du robot

La figure II.18 montre les allures des segments du robot en parcourant les trajectoires cibles prédéterminées. Ainsi, tous les angles articulaires du robot sont correctement tracés, ce qui signifie que la modélisation géométrique selon la présente méthode donne de bons résultats.

II.8. Conclusion

Dans ce chapitre, une nouvelle approche pour résoudre le problème géométrique inverse est développée. Elle repose sur le calcul vectoriel et les relations trigonométriques en partant des longueurs géométriques du robot et la matrice donnée de la position souhaitée. Un avantage majeur de cette approche permet de traiter chaque angle articulaire séparément, ce qui simplifie le modèle mathématique grâce à des équations résultant s'écrivant sous une forme linéaire.

La modélisation géométrique du robot humanoïde à 30 ddl est établie et toutes les solutions du modèle géométrique inverse sont déterminées. Par la suite, des simulations sont envisagées pour tester et valider l'approche utilisée à travers diverses trajectoires imposées. Les résultats de simulation présentent une cohérence graphique entre les segments du robot au cours de leurs mouvements en parcourant les trajectoires imposées à leurs effecteurs finaux, ce qui confirme la validité de l'approche utilisée.

À la lumière de ces résultats, l'approche développée dans ce travail pour résoudre le problème géométrique inverse présente une autre alternative de modélisation géométrique qui pourrait trouver une vaste utilisation aux autres types de robot.

CHAPITRE III

GENERATEUR

DES

TRAJECTOIRES

III.1. Introduction.

La locomotion d'un robot humanoïde repose essentiellement sur l'alternance des mouvements de ses deux pattes entre la phase de simple support (PSS) et la phase de double support (PDS). En outre, la fluidité de la marche du robot résulte de l'harmonisation des mouvements d'autres parties du corps, telles que le tronc et les membres supérieurs. Ainsi, un déplacement fluide découle de la synchronisation des différents mécanismes impliqués dans la marche. La PSS se caractérise par le fait qu'un pied est en contact avec le sol, tandis que l'autre est en air. Elle commence lorsque ce dernier quitte le sol et se termine lorsqu'il l'atteint à nouveau après un certain intervalle de temps T_s . En PDS, les deux pieds sont en contact avec le sol, et le tronc avance progressivement pendant un certain laps de temps T_d . Lors de l'étape suivante, les rôles des deux pattes s'inversent, et le cycle complet de la marche se définit par l'alternance de ces deux phases.

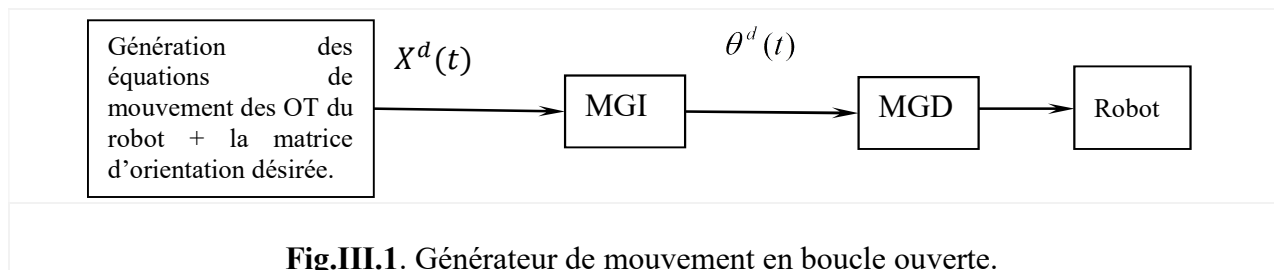
La phase double support représente 20% de la phase simple support [43].

Dans la littérature, deux modes de génération de trajectoires pour les robots sont envisagés : la génération de trajectoires en temps réel et la génération de trajectoires prédéterminées. Le premier mode permet au robot d'interagir plus efficacement avec des environnements non structurés, bien qu'il fasse encore l'objet de recherches approfondies. En revanche, le deuxième mode nécessite un aménagement préalable de l'espace de travail.

La marche du robot bipède est prédéfinie par des trajectoires imposées dans l'espace opérationnel de ses membres, établies en fonction du mode de génération de trajectoires du robot. Chaque point de la trajectoire est exprimé en fonction de ses coordonnées articulaires, calculées par le MGI présenté dans le *chapitre II*.

Dans ce travail, les trajectoires sont décrites par des fonctions polynomiales et sinusoïdales en fonction du temps, avec des coefficients constants déterminés à partir des conditions géométriques et cinématique de la marche du robot, de manière à garantir la continuité et la répétitivité de celle-ci.

La mise en marche du robot bipède s'articule essentiellement sur différentes trajectoires synchronisées, telles que celle de la hanche et celles de différents membres du robot qui représentent les vecteurs positions des organes terminaux (OT : mains, pied en air, tête). La Fig.III.1 illustre le cheminement de simulation de mouvement du robot en boucle ouverte.



III.2. Trajectoire de la Hanche.

En s'inspirant de la marche de l'être humain, on adopte pour la trajectoire de la hanche les trois mouvements combinés exprimés par les équations paramétriques suivantes (Fig.III.2):

$x_h(t)$: équation linéaire droite suivant l'axe x .

$y_h(t)$: équation polynomiale d'ordre cinq dans le plan $(o: x, y)$.

$z_h(t)$: équation sinusoïdale dans le plan $(o: x, z)$

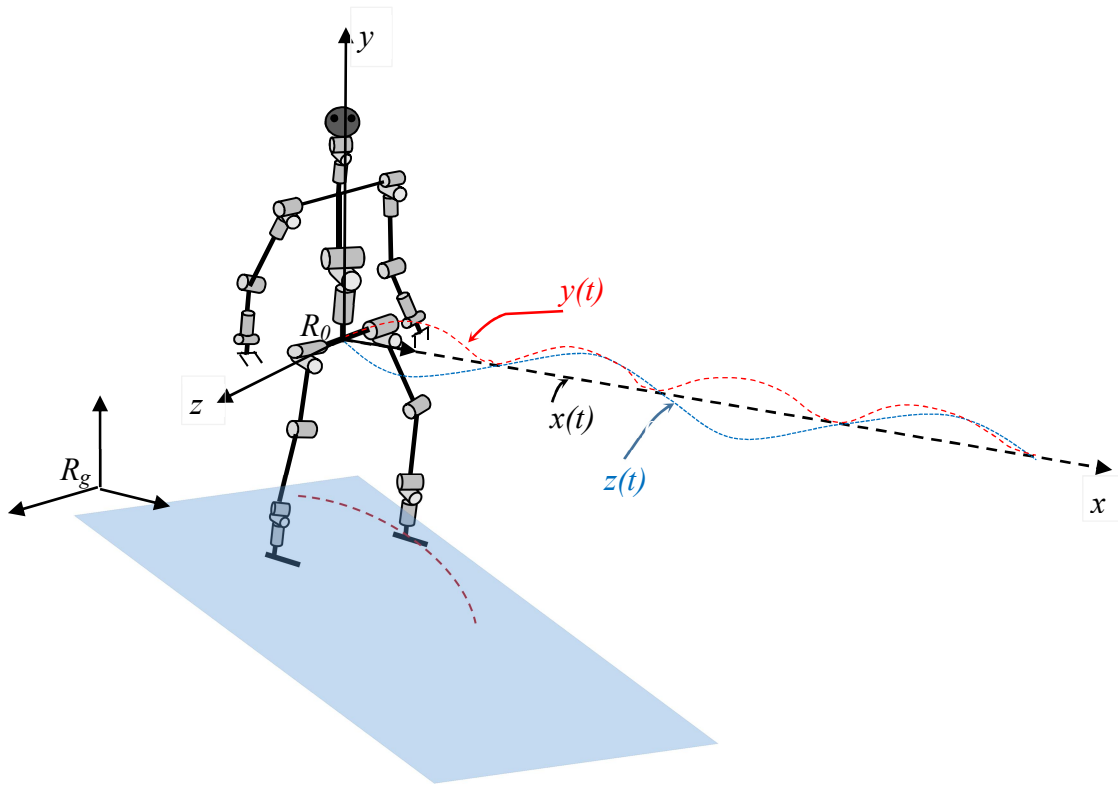


Fig.III.2. Hodographe de trajectoire de la hanche.

III.2.1. Mouvement linéaire $x_h(t)$ de la hanche

Le mouvement de la hanche le long de l'axe x varie linéairement et est défini par sa forme générale par l'équation [III-1] suivante :

$$x_h(t) = at + b \quad 0 \leq t \leq T_p \quad \text{III-1}$$

Les constantes de $x_h(t)$ sont déterminées en utilisant les conditions suivantes :

$$\begin{cases} t = 0 \Rightarrow x(0) = 0 \\ t = T_c \Rightarrow x(T_c) = \frac{1}{2} L_p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(0) = 0 = b \\ x(T_c) = \frac{1}{2} L_p = a \cdot T_c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = \frac{1}{2T_c} L_p \end{cases}$$

Donc :

$$x_h(t) = \frac{1}{2T_c} L_p \cdot t \quad \text{III-2}$$

III.2.2. Mouvement vertical $y_h(t)$ de la hanche (plan sagittal suivant l'axe y) :

Le mouvement vertical de la hanche est établi suivant deux phases, la phase de simple support (PSS) et la phase de double support (PDS). Pendant la PSS, le mouvement de la hanche est décrit par une fonction polynomiale d'ordre cinq dont les constantes sont déterminées en fonction des conditions géométriques et cinématiques du robot. En PDS, le mouvement vertical de la hanche reste constant (équation [III-3]).

$$y_{hs}(t) = k_0 + k_1 t + k_2 t^2 + k_3 t^3 + k_4 t^4 + k_5 t^5 \quad 0 \leq t \leq T_s \quad \text{III-3-a}$$

$$y_{hd}(t) = H_{h-\min} \quad T_s \leq t \leq T_p \quad \text{III-3-b}$$

où :

$H_{h-\min}$: La hauteur minimale de la hanche.

Les relations des contraintes permettant la détermination des constantes de l'équation [III-3-a] sont décrites ci-dessous :

● *Soulèvement maximal de la hanche :*

Le mouvement suivant $y_h(t)$ ne doit pas dépasser la hauteur maximal $H_{h-\max}$ de la hanche à l'instant $t = T_m = \frac{T_s}{2}$. Ceci est exprimé par les équations [III-4] et [III-5] suivantes :

$$y_h(T_m) = H_{h-\max} \quad \text{III-4}$$

$$\dot{y}_h(T_m) = 0 \quad \text{III-5}$$

où :

$$H_{h-\max} \leq L_t + L_{tb} + L_{ft}$$

● *Répétitivité de la marche :*

Pour assurer la répétitivité de la marche, la position et la vitesse au début de la PSS doivent être identiques à celles de la fin de la PDS. Ce qui se traduit par les relations suivantes :

$$y_{hs}(0) = y_{hd}(T_p) = H_{h-\min} \quad \text{III-6}$$

$$\dot{y}_{hs}(0) = \dot{y}_{hd}(T_p) = 0 \quad \text{III-7}$$

● *Continuité de la marche :*

La trajectoire de la hanche doit être continue tout au long du cycle de marche : le déplacement vertical ainsi que les vitesses de la hanche à la fin de la PSS et au début de la PDS doivent être identiques. On peut alors écrire :

$$\dot{y}_{hd}(T_p) = \dot{y}_{hs}(T_s) \quad \text{III-8}$$

En exploitant les équations [III-4] jusqu'à [III-8], on obtient, tous calculs faits, les coefficients de l'équation [III-3] :

$$\begin{aligned}
 k_0 &= H_{h-\min} \\
 k_1 &= 0 \\
 k_5 &= \frac{A_{1^\circ}}{A_{2^\circ}} \\
 k_4 &= \frac{(H_{h-\max} - H_{h-\min})}{(T_m^2 (T_s - T_m)^2)} - k_5 \frac{(4T_s^3 - 3T_m T_s^2 + T_m^3)}{(T_s - T_m)^2} \\
 k_3 &= \frac{(H_{h-\max} - H_{h-\min})}{(T_m^2 (T_s - T_m))} - k_4 (T_s + T_m) - k_5 \frac{(T_s^3 - T_m^3)}{(T_s - T_m)} \\
 k_2 &= \frac{(H_{h-\max} - H_{h-\min})}{T_m^2} - k_3 T_m - k_4 T_m^2 - k_5 T_m^3
 \end{aligned}$$

où:

$$\begin{aligned}
 A_{1^\circ} &= (H_{h-\max} - H_{h-\min}) \left(\frac{-2}{T_m} + \frac{1}{T_s - T_m} - \frac{T_m - T_s}{(T_s - T_m)^2} \right) \\
 A_{2^\circ} &= 3T_m^4 - \frac{T_m^2 (T_s^3 - T_m^3)}{(T_m - T_s)} + \frac{(9T_m^4 T_s^2 - 7T_m^3 T_s^3 - T_m^6 + T_s T_m^5 + 4T_m^2 T_s^4)}{(T_m - T_s)^2}
 \end{aligned}$$

III.2.3. Mouvement latéral $z_h(t)$ de la hanche :

Le mouvement de la hanche dans le plan horizontal (o, x, z) est exprimé par une fonction sinusoïdale dont la forme générale est donnée par l'équation [III-9] suivante :

$$z(t) = A_z \sin \{a[x(t) - x_0]\} \quad \text{III-9}$$

avec :

A_z : Amplitude de la trajectoire.

$x(t)$: Fonction du mouvement de la hanche suivant l'axe x défini préalablement.

x_0 : Abscisse initiale de la hanche.

$a = \frac{2\pi}{L_p}$: Paramètre de pondération d'un cycle de marche en fonction de la longueur d'un pas.

Donc :

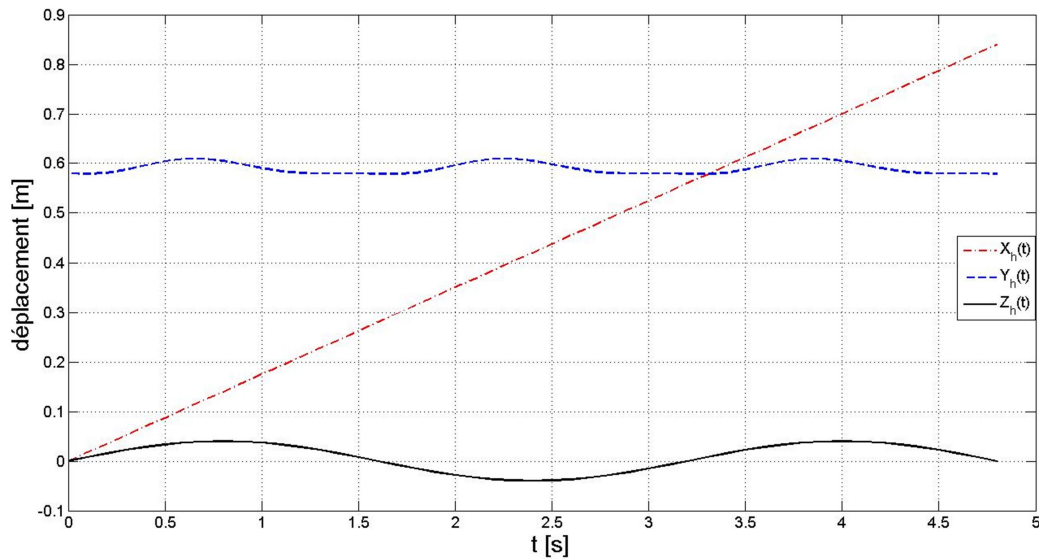
$$z(t) = A_z \sin \left(\frac{2\pi}{L_p} (x(t) - x_0) \right) \quad \text{III-10}$$

III.3. Simulation de la trajectoire de la hanche.

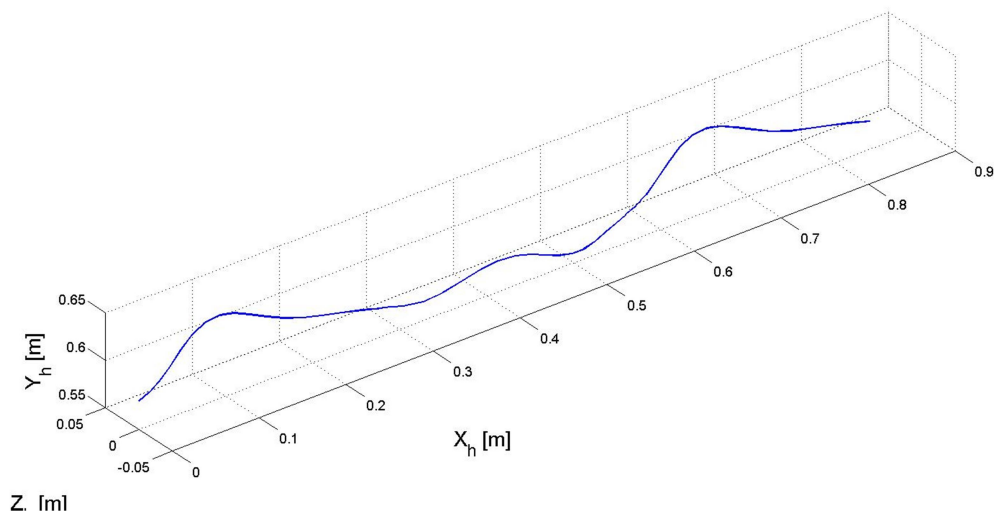
Paramètres de simulation:

- Longueur du pas: $L_p = 0.56 \text{ m}$.
- Amplitude de la hanche suivant l'axe z : $A_z = 0.04 \text{ m}$.
- Période de la PSS et PDS, respectivement: $T_s = 1.3 \text{ s}$, $T_d = 0.3 \text{ s}$
- Période d'un pas: $T_p = T_s + T_d = 1.6 \text{ s}$
- $T_m = \frac{T_p}{2}$,
- Hauteurs minimale et maximale de la hanche, respectivement : $H_{h-\min} = 0.63 \text{ m}$,
 $H_{h-\max} = 0.66 \text{ m}$
- Longueur des chaînons : $L_j = 0.36 \text{ m}$, $L_{tb} = 0.36 \text{ m}$
- Nombre de pas : $k = 0, \dots, 2$

Les figures suivantes représentent les lois du mouvement de la hanche.



(a)



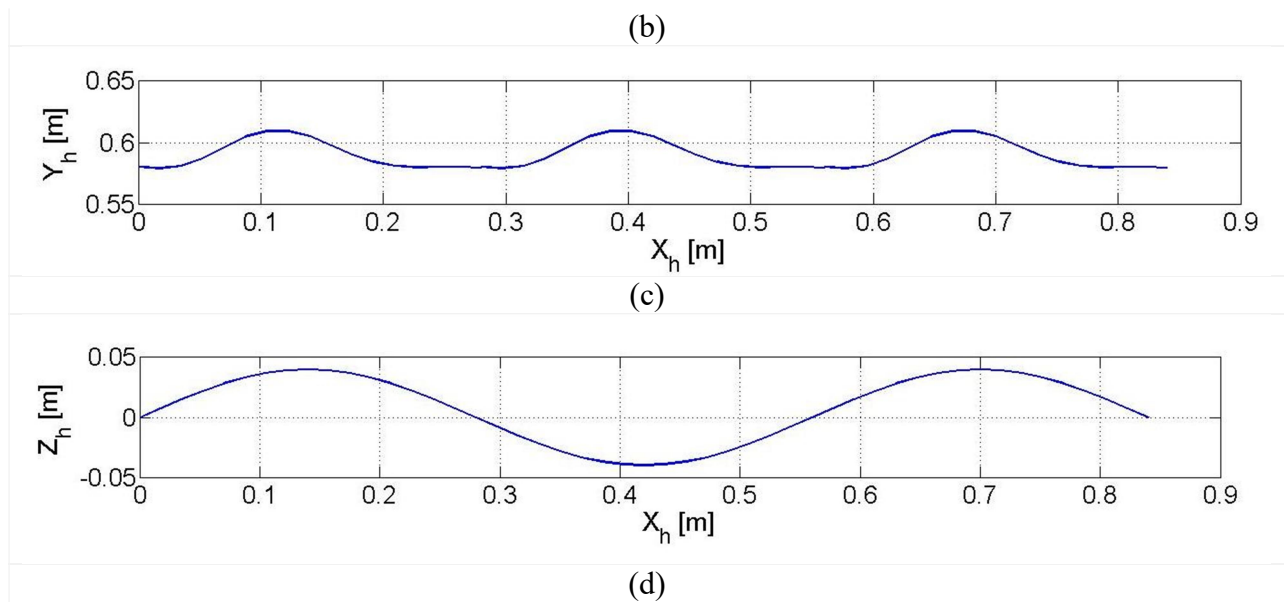


Fig.III.3. Graphes de la trajectoire de la hanche. (a) Graphes des équations paramétriques de la trajectoire de la hanche ($x_h(t)$, $y_h(t)$, $z_h(t)$) en trois pas. (b) Trajectoire en 3D. (c) Trajectoire dans le plan_XY. (d) Trajectoire dans le plan_XZ.

Interprétation.

La Fig.III.3.a montre l'allure des graphes des équations paramétriques ($x_h(t)$, $y_h(t)$, $z_h(t)$) définissant la trajectoire de la hanche en fonction du temps pour un avance de trois pas du robot. On remarque que ces courbes prennent des valeurs correspondantes au choix des paramètres utilisés à la détermination des coefficients des fonctions paramétriques choisies préalablement.

L'avance horizontale de la hanche suivant l'axe x prend des valeurs dans l'intervalle $[0 ; 0.84]$ m, qui correspond à une avance de trois pas du robot ($3 \cdot \frac{1}{2} L_p$) car une avance d'un pas correspond à une avance de la hanche d'un demi-pas ($\frac{1}{2} L_p$).

Le déplacement vertical $y_h(t)$ de la hanche varie entre les hauteurs minimale et maximale, soit 0.63 m et 0.66 m. La valeur maximale correspond au temps $Tp/2$.

Le déplacement horizontal représenté par l'équation $z_h(t)$ a pour amplitude $A_z \in [-0.04, +0.04]$. Sa courbe varie en harmonie avec le changement du pas du robot du pas gauche au pas droit tout en maintenant la stabilité de la marche.

La figure III.3.b montre l'allure de la trajectoire de la hanche du robot $Traj_h(t) = f(x_h(t), y_h(t), z_h(t))$. Les figures III.3.c et III.3.d représentent sa projection sur les plans OXY et OXZ respectivement.

III.4. Trajectoire du pied en vol.

La trajectoire du pied de la patte oscillante durant la PSS est décrite par des équations polynomiales établies dans le plan sagittal, le long de l'axe x (horizontal) et de l'axe y (vertical), dont les coefficients sont déterminés en fonction des conditions de marche du robot.

Soient $X_{ps}(t) : \{x_{ps}(t), y_{ps}(t)\}$ et $X_{pd}(t) : \{x_{pd}(t), y_{pd}(t)\}$, les équations paramétriques de la trajectoire du pied en vol en phases PSS et PDS, respectivement. Pendant la PSS les équations de $x_{ps}(t)$ et $y_{ps}(t)$ sont exprimées par des polynômes d'ordre trois et cinq respectivement. En PDS, le pied est en position fixe.

III.4.1. Phase simple support (PSS).

$$X_{ps} : \begin{cases} x_{ps}(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \\ y_{ps}(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3 + b_4 t^4 + b_5 t^5 \end{cases} \quad (k-1).T_s \leq t \leq k.T_s \quad \text{III-11}$$

$k = 1 \dots n$: Nombre de pas

III.4.2. Phase double support (PDS).

$$x_{pd}(t) = k L_p \quad \text{III-12}$$

Avec : $T_s + kT_p \leq t \leq (k+1)T_p$

$$y_{pd}(t) = 0 \quad \text{III-13}$$

Avec : $T_s + kT_p \leq t \leq (k+1)T_p$

On expose ci-dessous les différentes conditions géométriques et cinématiques afin de déterminer les coefficients $(a_i \text{ et } b_j, i=1..3, j=1..5)$ des deux équations $x_p(k.t)$ et $y_p(k.t)$ sachant que le cycle de marche est établi en fonction des quatre paramètres suivants :

L_p : Longueur de pas,

T_s : Période de pas pour la PSS,

H_p : Hauteur maximale du pied oscillant,

x_m : Abscisse correspondante à H_p ,

- *Condition aux limites*

Le pied de la patte oscillante quitte le sol au début du pas et y revient après un temps T_s représentant la fin de la PSS. Ce qui est exprimé par les équations [III-14] et [III-15] suivantes :

$$y_p((k-1).T_s) = 0 \quad k = 1 \dots n \quad \text{III-14}$$

$$y_p(k.T_s) = 0 \quad k = 1 \dots n \quad \text{III-15}$$

- *Soulèvement maximal du pied oscillant*

Soit T_m le temps correspondant à la coordonnée (H_p, x_m)

Pour que la patte oscillante puisse enjamber les obstacles, il faut qu'elle se soulève à une certaine hauteur. Soit H_p sa hauteur maximale de soulèvement correspondant à l'abscisse x_m parcourue dans le temps $T_m = T_s/2$. On définit ces conditions par les équations [III-16], [III-17] et [III-18].

$$x_p(k.T_m) = x_m \quad \text{III-16}$$

$$y_p(k.T_m) = H_p \quad \text{III-17}$$

$$\dot{y}_p(k.T_m) = 0 \quad \text{III-18}$$

- *Répétitivité de la marche :*

La répétitivité de la marche impose que la position et les vitesses du pied en l'air à la fin du pas doivent être identiques au début du pas. Tandis qu'en PDS, les deux pieds sont au sol, leurs vitesses horizontales et verticales sont nulles. Par conséquent, les équations régissant ces conditions s'écrivent :

$$x_p((k-1).T_s) = (k-1).L_p \quad k = 1..n \quad \text{III-19}$$

$$x_p(k.T_s) = k.L_p \quad \text{III-20}$$

$$\dot{x}_p((k-1).T_s) = 0 \quad \text{III-21}$$

$$\dot{y}_p((k-1).T_s) = 0 \quad \text{III-22}$$

- *Minimiser l'effet de l'impact*

L'impact se produit quand le pied oscillant entre en contact avec le sol. Il engendre un changement soudain des vitesses angulaires. Pour conserver la souplesse de la marche du robot, on doit atténuer l'effet du changement brutal de ces vitesses. Ces conditions sont données par les relations suivantes :

$$\dot{x}_p(kT_s) = 0 \quad \text{III-23}$$

$$\dot{y}_p(kT_s) = 0 \quad k = 1 \dots n. \quad \text{III-24}$$

A partir des conditions exprimées par les relations [III-13] à [III-24], tous les coefficients $(a_i \text{ et } b_j, i = 1..3, j = 1..5)$ des polynômes de la trajectoire du pied en vol de l'équation [III-11] sont donnés par les expressions suivantes :

$$x_p((k-1)T_s) = (k-1)L_p$$

$$x_p(kT_s) = kL_p = a_0 + a_1kT_s + a_2kT_s^2 + a_3kT_s^3$$

$$\dot{x}_p(0) = 0 \Rightarrow a_1 = 0$$

$$\dot{x}_p(kT_s) = 0 = 2ka_2T_s + 3ka_3T_s^2$$

Tous calculs faits, on trouve : $a_0 = 0$; $a_1 = 0$; $a_2 = \frac{3L_P}{T_s^2}$; $a_3 = \frac{-2L_P}{T_s^3}$

On détermine les coefficients **bi** à l'aide des conditions suivantes :

- $y_p(0) = 0 \Rightarrow b_0 = 0$
- $\dot{y}_p(0) = 0 \Rightarrow b_1 = 0$
- $y_p(T_s) = 0 = b_2 T_s^2 + b_3 T_s^3 + b_4 T_s^4 + b_5 T_s^5$
- $y_p(T_m) = H_m = b_2 T_m^2 + b_3 T_m^3 + b_4 T_m^4 + b_5 T_m^5$
- $\dot{y}_p(T_m) = 0 = 2b_2 T_m + 3b_3 T_m^2 + 4b_4 T_m^3 + 5b_5 T_m^4$
- $\dot{y}_p(T_s) = 0 = 2b_2 T_s + 3b_3 T_s^2 + 4b_4 T_s^3 + 5b_5 T_s^4$

On obtient finalement :

$$b_5 = \left(\frac{-H_m}{A1 + A2} \right) \left(\frac{T_s^2}{T_m^3 - T_m^2 T_s} + \frac{4T_m T_s^4 - 6T_m^2 T_s^3}{T_m^6 - 2T_m^5 T_s + T_m^4 T_s^2} + \frac{2T_s^5 + 3(T_m^3 T_s^2 - T_m T_s^4) - 2T_m^2 T_s^3}{T_m^6 + 3(T_m^4 T_s^2 - T_m^5 T_s) - T_m^3 T_s^3} \right)$$

Avec :

$$A1 = 3T_s^4 + \frac{T_m^2 T_s^5 - T_m^5 T_s^2}{T_m^3 - T_m^2 T_s} + \frac{6T_m^2 T_s^4 - 4T_m^3 T_s^3 - 2T_s^6}{T_m^2 + T_s^2 - 2T_m T_s},$$

$$A2 = \frac{2T_m^5 T_s^2 - 3T_m^4 T_s^3 + T_m^2 T_s^5 - 2T_m^3 T_s^4 + 3T_m^2 T_s^5 - T_s^7}{T_m^3 - T_s^3 + 3(T_m T_s^2 - T_m^2 T_s)}$$

$$b_4 = -b_5 \left(\frac{2T_m^3 - 3T_m^2 T_s + T_s^3}{T_m^2 - 2T_m T_s + T_s^2} \right) + H_m \left(\frac{2T_m T_s - 3T_m^2}{T_m^6 - 2T_m^5 T_s + T_m^4 T_s^2} \right)$$

$$b_3 = H_m \left(\frac{2T_s^3 + 3(T_m^3 - T_m T_s^2) - 2T_m^2 T_s}{T_m^6 + 3(T_m^4 T_s^2 - T_m^5 T_s) - T_m^3 T_s^3} + \frac{1}{T_m^3 - T_m^2 T_s} \right) + b_5 \left(\frac{2T_m^5 - 3T_m^4 T_s - 2T_m^3 T_s^2 + 4T_m^2 T_s^3 - T_s^5}{T_m^3 - T_s^3 + 3(T_m T_s^2 - T_m^2 T_s)} - \frac{T_m^3 - T_s^3}{T_m - T_s} \right)$$

$$b_2 = -(b_3 T_s + b_4 T_s^2 + b_5 T_s^3)$$

$$b_1 = 0$$

$$b_0 = 0$$

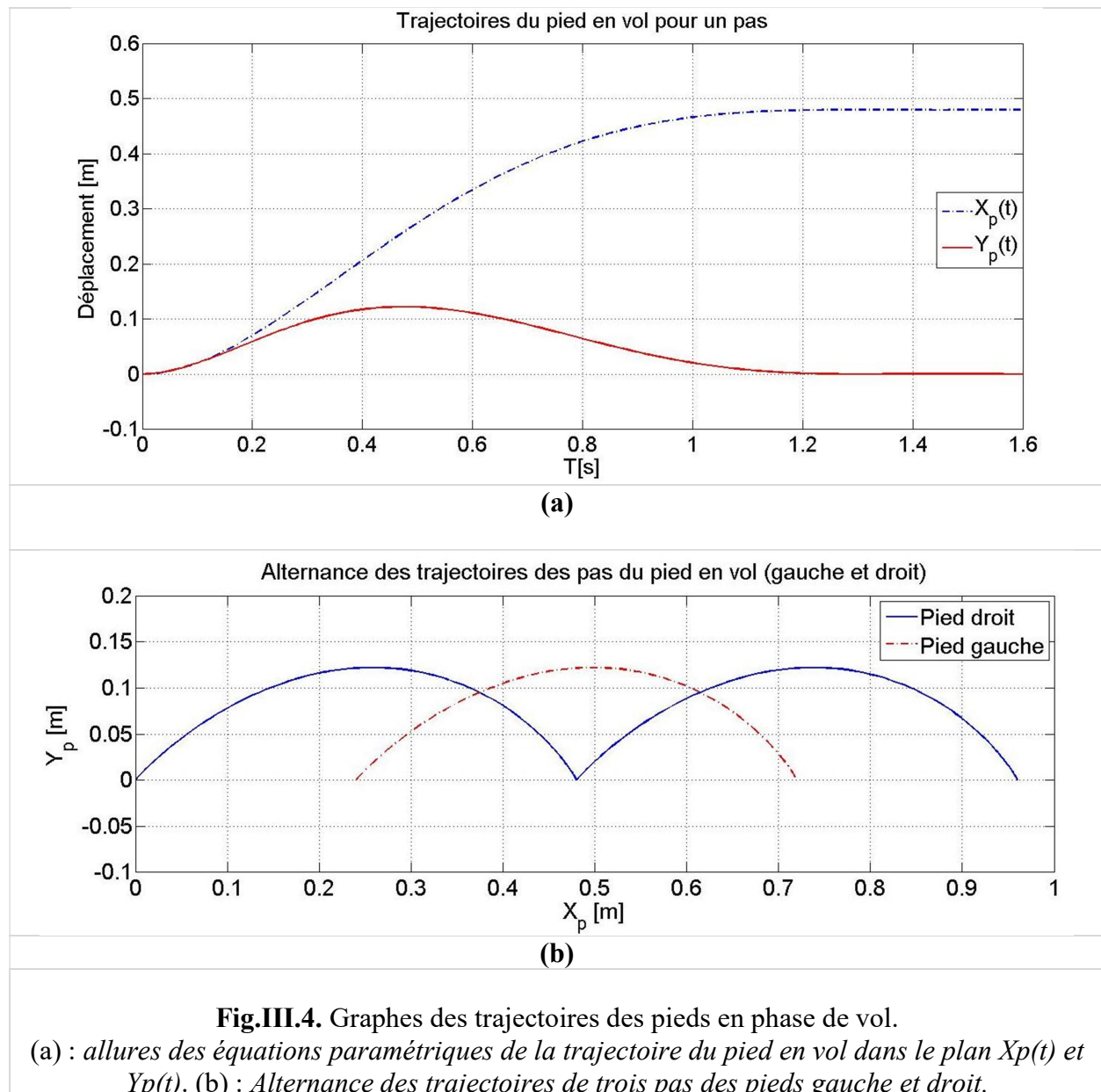
III.5. Simulation de la trajectoire du pied en l'air.

Paramètres de simulation:

- Longueur du pas: $L_P = 0.48 \text{ m}$.
- Position initiale de la hanche en PSS: $x_{h_{s0}} = \frac{1}{4} L_P$.
- Positions initiale et finale de la hanche en PDS : $x_{h_{d0}} = (\frac{3}{4} - 0.02) L_P$, $x_{h_{dF}} = \frac{3}{4} L_P$ respectivement.
- Vitesses initiale de la PSS : $V_{h1} = 0.008 \text{ m/s}$
- Vitesses initiale de la PDS : $V_{h2} = 0.09 \text{ m/s}$

- Période de la PSS : $T_s = 1.3$ s
- Période de la PDS : $T_d = 0.3$ s
- Période d'un pas: $T_p = 1.60$ s .
- $T_m = \frac{T_s}{2}$, $H_p = 0.10$ m ,
- Longueur des chaînons : $L_1 = 0.36$ m , $L_2 = 0.32$ m , $L_T = 0.35$ m.
- Nombre des pas : $k = 0,1,2$.

Les figures suivantes illustrent les allures de position et des vitesses du pied en vol.



Interprétation:

La Fig.III.4.a montre l'allure des deux fonctions $x_p(t)$ et $y_p(t)$ de la trajectoire du pied en l'air dans l'intervalle de temps $[0 ; 1.3]$ s correspondant à la PSS. A l'instant $t=1.3$ s, la fonction, $y_p(t)$ s'annule, par contre la fonction $x_p(t)$ prend sa valeur maximale (0.48 m) qui est égale la

longueur du pas de marche. Les deux fonctions restent, par la suite, constantes dans l'intervalle de temps $[1.3, 1.6]$ s qui correspond à la PDS, car en PDS, les deux pieds sont fixes et écartés par une distance égale au pas de marche. Durant cet intervalle de temps, on a seulement la hanche qui avance.

La Fig.III.4.b montre une alternance d'avance du robot par trois pas successifs. En PSS un pied est en l'air, tandis que l'autre est fixe (supporte le robot). Le pied en l'air s'avance par un pas de 0.48 m suivant l'axe x durant un intervalle de temps $[0; 1.3\text{ s}]$ et à ce moment ce dernier se soulève verticalement jusqu'à son maximum à une hauteur de 0.12 m suivant l'axe y au temps $T_m = T_s / 2$, et ainsi de suite pour l'autre pied qui fonctionne par alternance de phase (PSS et PDS).

III.6. Trajectoire des membres supérieurs.

Les deux membres supérieurs se balancent d'une façon alternative opposée entre un mouvement vers l'avant et un autre vers l'arrière. Leurs équations par rapport au repère d'épaule s'expriment par les équations suivantes :

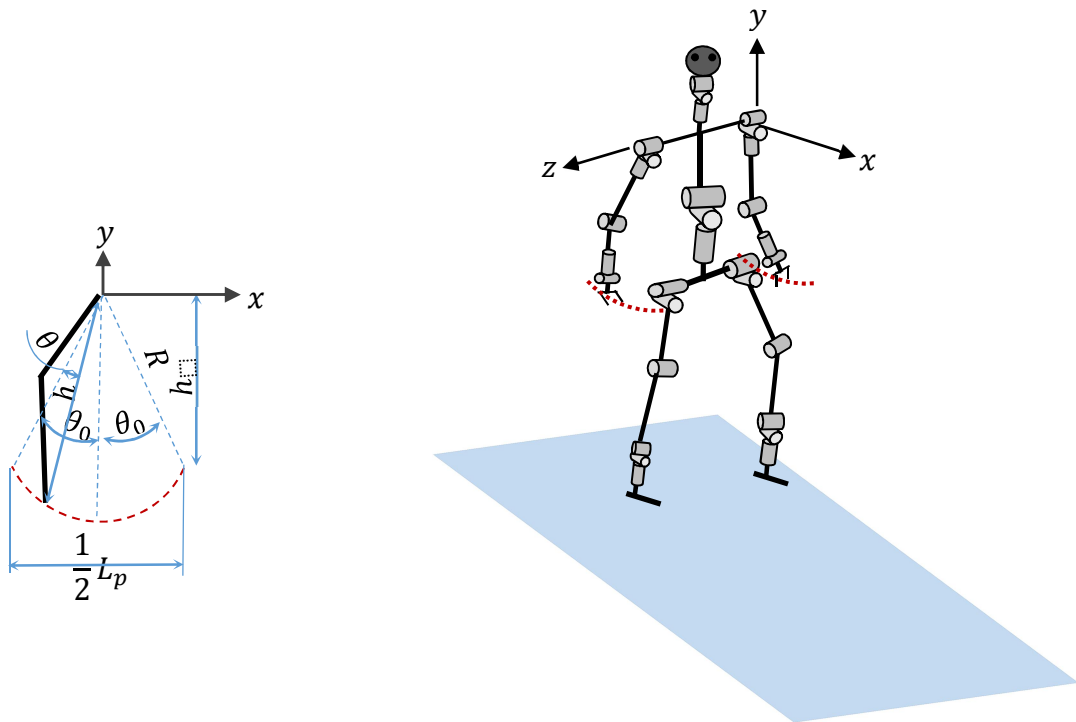


Figure.III.5. Hodographe des membres supérieurs du robot.

$$\begin{aligned} y(t) &= R \cos(\theta(t)) \\ x(t) &= at + b \end{aligned}$$

$$0 \leq t \leq T_p$$

III-25

sachant que :

$$R \leq L_b + L_{ab} + L_m$$

$$x(t) = \frac{L_p}{T_p} t - \frac{L_p}{2}$$

L'angle $\theta(t)$ évolue linéairement avec le temps ($0 \leq t \leq T_p$). Il est exprimé par l'équation [III-26] :

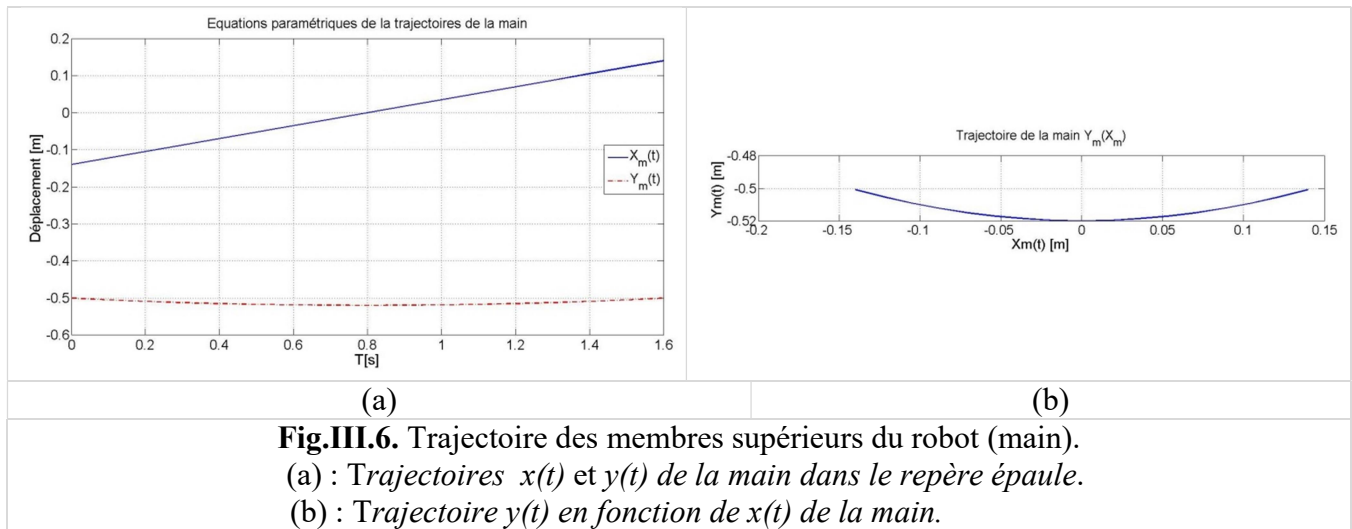
$$\theta(t) = \frac{2}{T_c} \theta_0 t - \theta_0 \quad 0 \leq t \leq T_p \quad \text{III-26}$$

III.7. Simulation des membres supérieurs.

Paramètres de simulations :

- $t \in [0, 1.6]s$, $T_p = 1.6s$
- $L_{ab}=0.28m$, $L_b=0.30m$, $L_m=0.08m$
- $R = -0.50m$,
- $\theta \in [-15^\circ, 15^\circ]$

La Fig.III.6 montre les courbes des trajectoires des membres supérieurs du robot.



D'après la figure ci-dessus, la main du robot évolue dans un plan X-Y défini par un repère attaché au niveau de l'épaule du robot. Elle avance linéairement suivant l'axe x d'une distance de $\frac{L_p}{2}$ durant le temps T_c tandis que le pied en vol avance d'un pas L_p . Suivant l'axe y, la main fait un mouvement suivant un arc de cercle de rayon $R < L_a + L_{fa} + L_h$. Ce mouvement est fonction de l'angle $\theta(t)$ donné par une équation linéaire dont les paramètres sont déterminés à partir des conditions prédéfinies préalablement.

III.8. Simulation du modèle géométrique inverse du robot bipède.

On procède à la simulation du modèle géométrique inverse du robot en utilisant les solutions du MGI obtenues dans le *chapitre II* en tenant compte des trajectoires des différents membres du robot prédéterminées.

Paramètres de simulation :

- Hauteur maximale et minimale de la hanche [m] : $h_{\max}=0.66$; $h_{\min}=0.63$, respectivement.
- Hauteur maximale de pied en vol [m]: $h_p=0.10$.
- Période de la PSS [s]: $T_s=1.3$; Période de la PDS [s]: $T_d=0.3$
- Période d'un pas [s]: $T_p=T_s+T_d=1.6$
- Temps moyen correspond à h_p [s]: $T_m=T_s/2$
- Longueur d'un pas [m]: $L_p=0.48$.
- Positions initiales de la hanche en PSS et en PDS [m]: $x_{s0}=0,18.L_p$, $x_{d0}=x_{df}-0.015$, respectivement
- Position finale de la hanche en PDS[m] : $x_{df}=0,5.L_p+x_{s0}$.
- Longueurs des éléments données ci-dessous :

Membre supérieur			Membre Inférieur			Tronc		Hanche	Cou-tête
Avant-bras: $L_{ab}=0.28$	bras: $L_b=0.30$	main: $L_m=0.08$	Jambe: $L_j=0.30$	Tibias: $L_{tb}=0.30$	pied: $L_p=0.08$	Tronc: $L_T=0.30$	pied: $L_e=0.15$	Hanche : $L_h=0.10$	cou: $L_c=0.10$

La Fig.III.7 représente la simulation du robot en mouvement suivant le MGI.

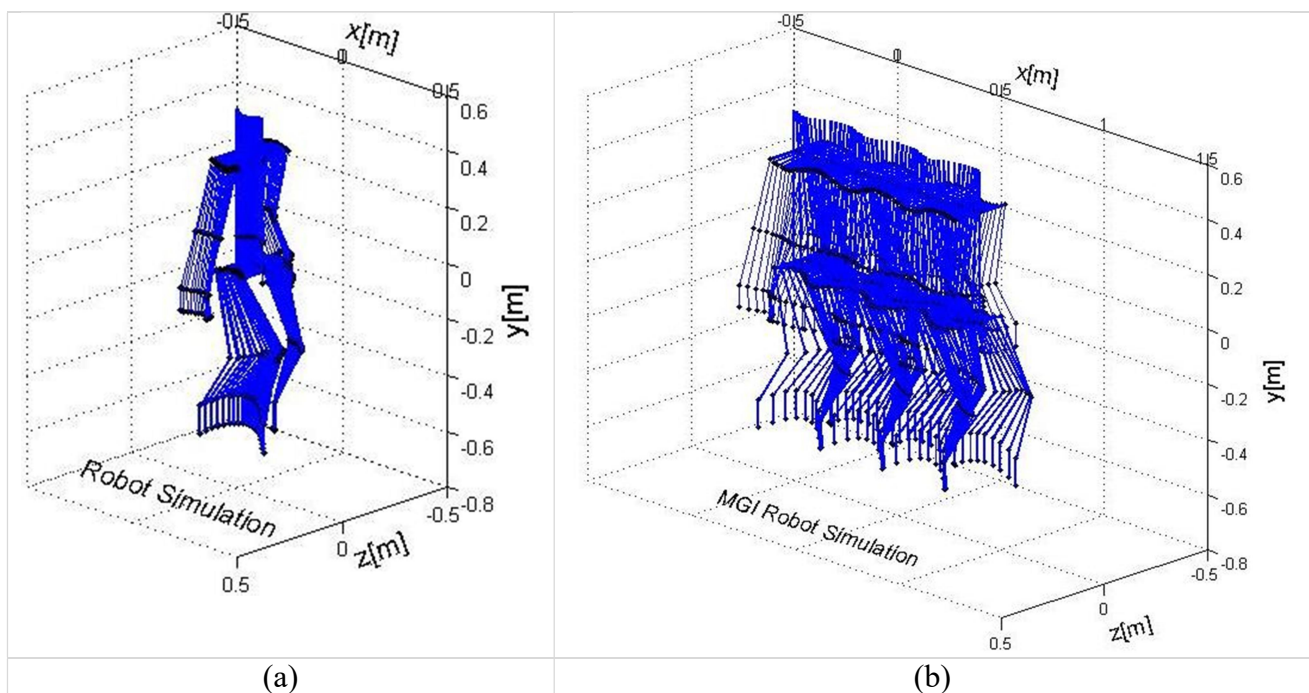


Fig.III.7. Simulation du modèle géométrique inverse du robot (MGI).
 (a) : simulation d'un seul pas. (b) : simulation de six pas successifs.

III.8.1. Variations angulaires durant un pas de marche.

La figure III.8 illustre les courbes des variations angulaires du robot correspondantes à un pas de marche. Les deux premières figures (Fig.III.8.a et Fig.III.8.b) sont l'inverse l'une de l'autre en raison du choix initial de la marche du robot, sachant que l'articulation qui évolue dans le plan sagittal du mécanisme cou-tête (θ_{c2}) tourne inversement avec celle du mécanisme du tronc (θ_{T2}) afin de garder le mécanisme cou-tête du robot en position verticale.

Les sous-figures Fig. III.8.c et Fig.III.8.d représentent respectivement les variations angulaires des membres supérieurs droit et gauche du robot. On constate que leurs variations sont faibles, car les bras ne bougent pas beaucoup pendant la marche. De plus, les deux bras du robot étant supposés en mouvement alternatif opposé, leurs variations angulaires sont pratiquement opposées.

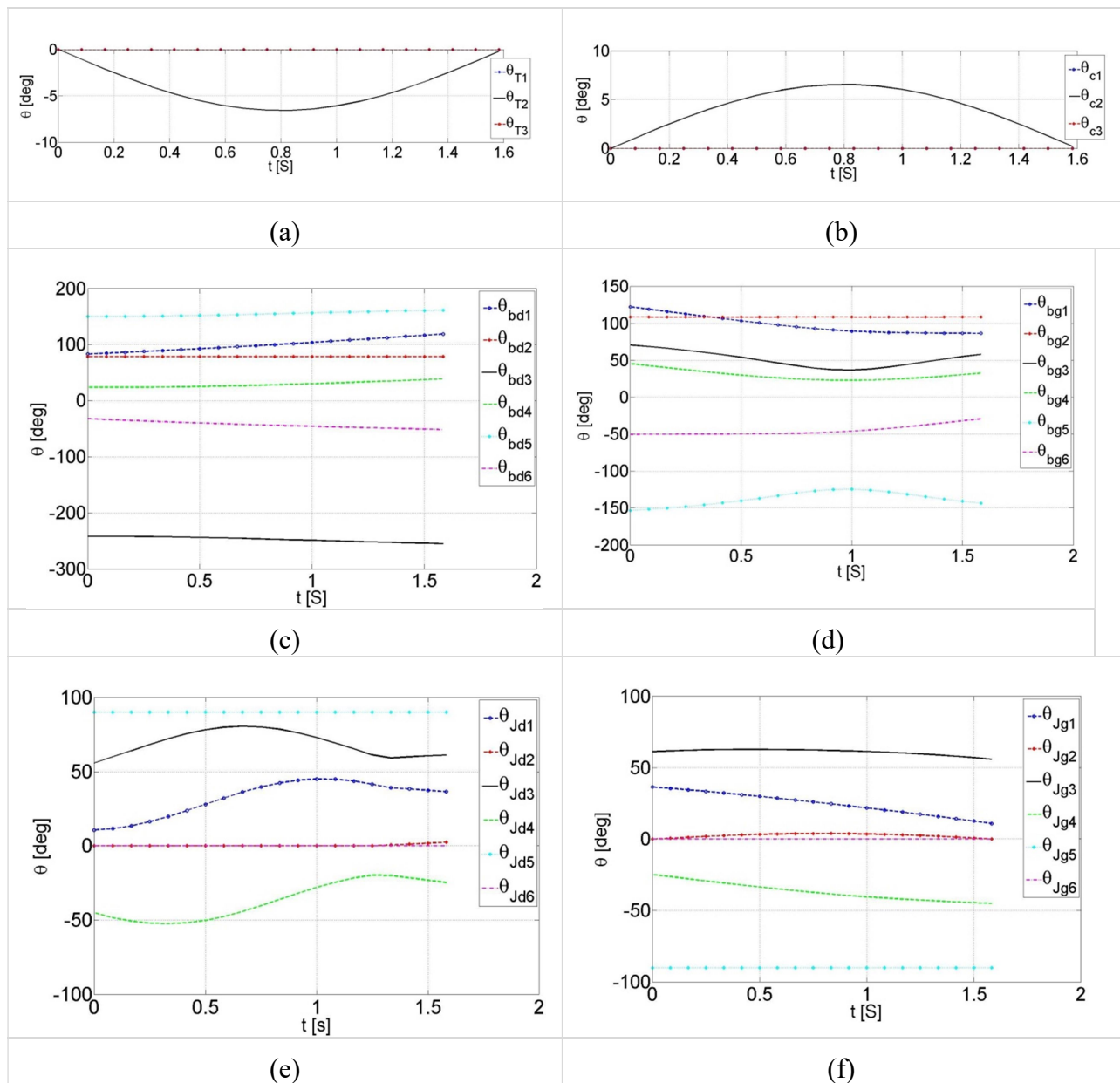


Fig.III.8. allures des variations angulaires d'un pas de marche. (a) : angles du tronc. (b) : angles du cou-tête. (c) : angles du bras droit. (d) : angles du bras gauche. (e) : angles de la patte droite. (f) : angles de la patte gauche.

Les figures Fig.III.8.e et Fig.III.8.f représentent les variations angulaires des articulations des pattes droite (en l'air) et gauche (porteuse) respectivement. On constate que ces variations sont plus élevées lorsque la patte est en position en l'air que lorsqu'elle est en position porteuse, résultat qui est tout à fait logique.

III.9. Conclusion.

Dans ce chapitre, on a présenté la génération des trajectoires de la marche du robot bipède en utilisant pour la hanche trois lois combinées (linéaire, polynomiale et sinusoïdale), en maintenant le mécanisme cou-tête vertical et en adoptant pour le bras et le pied en l'air des lois polynomiales.

Les simulations de la marche du robot sont obtenues à l'aide d'une programmation sous Matlab pour générer les trajectoires et exploiter les solutions du modèle géométrique inverse (MGI). Elles montrent l'aptitude du robot à suivre les trajectoires imposées.

L'étude dynamique du robot prenant en compte les paramètres inertiels, géométrique et cinématique fera l'objet du chapitre suivant en considérant le déplacement du robot établi dans le présent chapitre.

CHAPITRE IV

MODELISATION DYNAMIQUE

IV.1. Introduction

Le modèle dynamique d'un point de vue mathématique est un système d'équations scalaires dont le nombre est en fonction du degré de liberté du robot. Il représente les équations du mouvement du robot exprimées en fonction des paramètres cinématiques, inertiels et efforts (forces et/ou moments) extérieurs agissant sur le robot.

L'équation régissant le modèle dynamique peut être représentée sous une forme implicite ou explicite. La première consiste à écrire les relations entre les efforts généralisés Γ à appliquer aux actionneurs en fonction des coordonnées articulaires θ , vitesses $\dot{\theta}$, accélération $\ddot{\theta}$ généralisées et les efforts externes qu'ils y produisent, ce qui se traduit par l'équation suivante (Eq. [IV-01]) :

$$\Gamma = f(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, f_e) \quad [\text{IV-01}]$$

Dans la deuxième forme d'écriture, les accélérations généralisées apparaissent séparément aux coordonnées et vitesses généralisées (Eq. [IV.02]).

$$\Gamma = A(q)\ddot{q} + D(q, \dot{q})\dot{q} + Q(q) \quad [\text{IV-02}]$$

où :

- Γ : Vecteur colonne des couples.
- $A(q)$: Matrice d'inertie du robot.
- $D(q, \dot{q})$: Matrice de termes de Coriolis et forces centrifuges.
- $Q(q)$: Vecteur de forces de gravité.

IV.2. Calcul du modèle dynamique.

La description mathématique du modèle dynamique d'un système multicorps solide interconnecté s'obtient généralement par deux méthodes.

- Méthode de *Newton-Euler*.
- Méthode de *Lagrange*.

Les équations obtenues à partir de ces formalismes permettent la détermination des différents paramètres dynamique, essentiellement les couples nécessaires aux actionneurs du robot et l'approvisionnement des outils pour d'autres études telle que la commande.

IV.2.1. Formalisme de Newton-Euler.

Le formalisme de Newton-Euler est basé sur le théorème de la résultante dynamique (théorème de Newton) et sur le théorème du moment cinétique (théorème d'Euler), bien qu'il ne fournisse qu'une expression implicite du MDI. Il en résulte que sa mise en oeuvre sur ordinateur soit plus simple en raison du caractère itératif de ses équations [44]. Cette approche divise le modèle dynamique en deux parties distinctes : un calcul itératif direct pour les vitesses et les accélérations et un calcul récursif pour les efforts (forces et moments).

IV.2.2. Formalisme de Lagrange.

Le formalisme de Lagrange fournit une forme explicite du MDI sous forme d'un système d'équations décrivant le mouvement dynamique du robot en s'appuyant sur le principe de

moindre action au Lagrangien (énergie cinétique moins énergie potentielle) dans laquelle apparaissent clairement les coordonnées, les vitesses et les accélérations articulaires. Ces équations décrivent les évolutions temporelles des coordonnées généralisées en termes de dérivées partielles du Lagrangien par rapport à ces coordonnées et à leurs dérivées temporelles.

IV.3. Modèle dynamique inverse du robot.

On présente dans cette partie le modèle dynamique du robot bipède. Initialement, On attribue un système de repères selon l'arborescence du robot : Un repère absolu terrestre (R_G), un repère principal lié au robot fixé au niveau de la hanche (R_0), et d'autres repères secondaires attachés aux différents mécanismes du robot (Fig.IV.1).

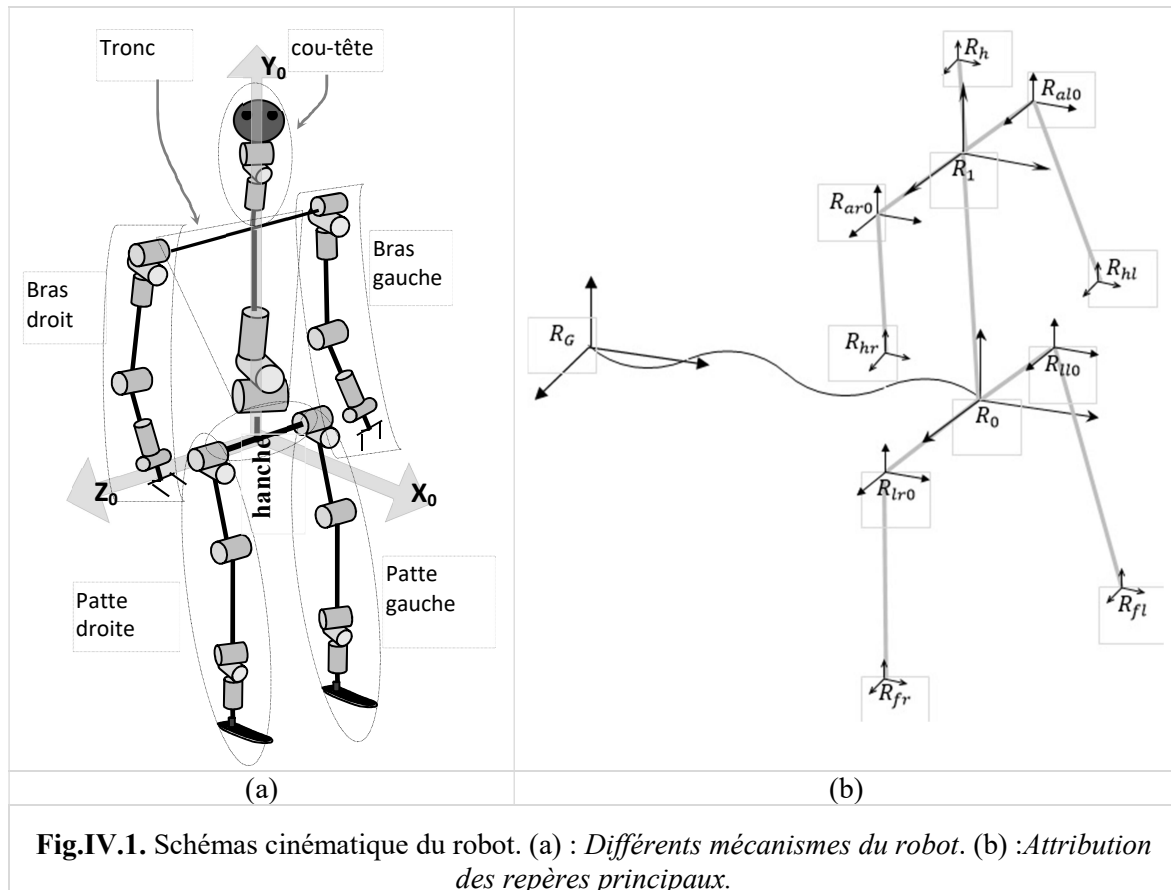


Fig.IV.1. Schémas cinématique du robot. (a) : *Différents mécanismes du robot.* (b) : *Attribution des repères principaux.*

IV.3.1. Algorithme du formalisme de Newton-Euler

Soit le chaînon isolé C_j de la chaîne cinématique sur lequel est représenté l'ensemble des actions agissant sur ce dernier (forces et moments).

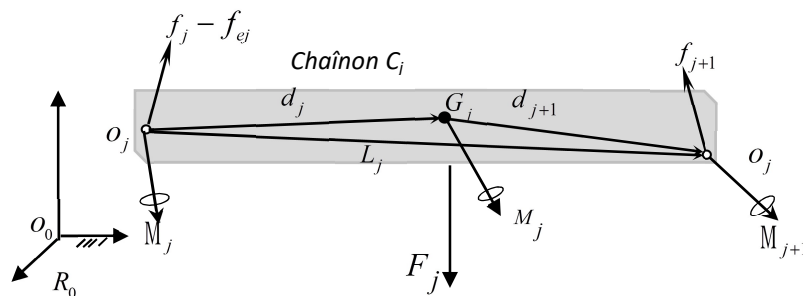


Fig.IV.2 : Forces et couples agissant sur le corps C_j

- Chaînon $j-1$ applique une force à travers l'articulation j (f_j) et un moment (M_j)
- Chaînon $j+1$ applique une force à travers l'articulation $j+1$ (f_{j+1}) et un moment (M_{j+1})
- Les efforts dus aux effets d'inerties, appliqués au point O_j du chaînon C_j ($F_j = m_j \gamma_j$ et $M_j = I_j \ddot{\theta}_j$)

Pour une bonne exploitation de l'algorithme de **Newton-Euler**, il est recommandé d'exprimer dans un même repère les vecteurs et tenseurs qui apparaissent dans une même équation [32].

Ainsi, les grandeurs relatives à un corps vont être projetées dans le repère qui lui est attaché.

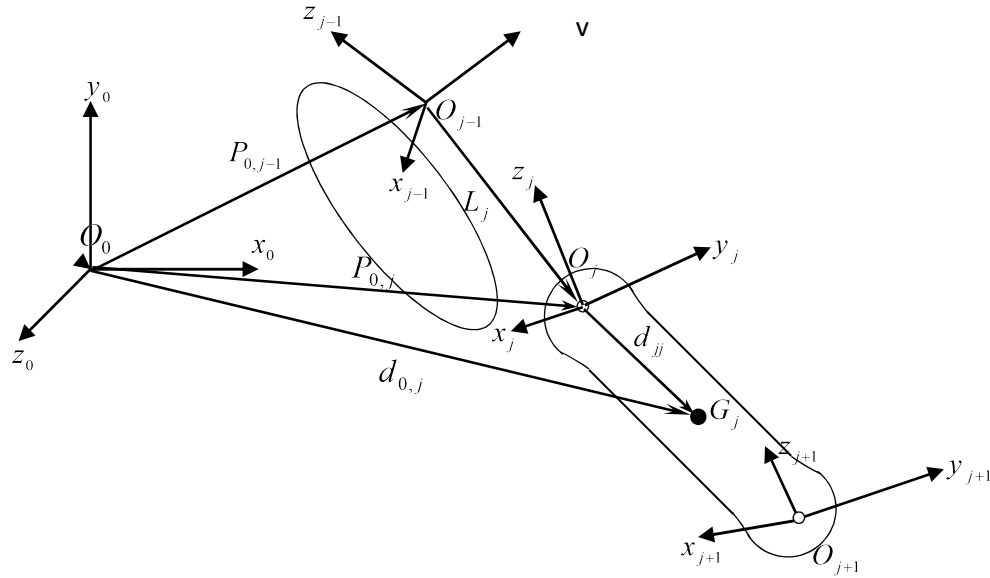


Fig.IV.3. Composition des vitesses.

En se référant à la référence [46], ce formalisme est établi comme suit :

Calcul itératif direct:

Pour $j=1 \dots n$;

$${}^j \omega_{j-1} = {}^j A_{j-1} {}^{j-1} \omega_{j-1}$$

$${}^j \omega_j = {}^j \omega_{j-1} + \bar{\sigma}_j \dot{q}_j {}^j z_j$$

$${}^j V_{j-1} = {}^j A_{j-1} {}^{j-1} V_{j-1} \quad \text{IV-03}$$

$${}^j V_j = {}^j V_{j-1} + {}^j \omega_{j-1} \times {}^j L_j + \sigma_j \dot{q}_j {}^j z_j \quad \text{IV-04}$$

$${}^j \dot{\omega}_{j-1} = {}^j A_{j-1} {}^{j-1} \dot{\omega}_{j-1} \quad \text{IV-05}$$

$${}^j \dot{\omega}_j = {}^j \dot{\omega}_{j-1} + \bar{\sigma}_j (\ddot{q}_j z_j + \omega_{j-1} \times \dot{q}_j z_j) \quad \text{IV-06}$$

$${}^j \dot{V}_{j-1} = {}^j A_{j-1} {}^{j-1} \dot{V}_{j-1} \quad \text{IV-07}$$

$${}^j \dot{V}_j = {}^j \dot{V}_{j-1} + {}^j \dot{\omega}_{j-1} \times {}^j L_j + {}^j \omega_{j-1} \times ({}^j \omega_{j-1} \times {}^j L_j) + \sigma_j (\ddot{q}_j z_j + 2 {}^j \omega_{j-1} \times \dot{q}_j z_j) \quad \text{IV-08}$$

$${}^jF_j = m_j \left({}^j\dot{V}_j + {}^j\dot{\omega}_j \times {}^jd_j + {}^j\omega_j \times ({}^j\omega_j \times {}^jd_j) \right) \quad \text{IV-09}$$

$${}^jM_j = {}^jI_j {}^j\dot{\omega}_j + {}^j\omega_j \times ({}^jI_j {}^j\omega_j) + {}^jmd_j \times {}^j\dot{V}_j \quad \text{IV-10}$$

$$\text{Récurrence initiale : } \omega_0 = a_0 = V_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ et } \dot{V}_0 = -g.y_j \text{ avec : } y_j = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

Calcul itératif inverse:

Les équations qui composent la récurrence inverse sont obtenues à partir du bilan des efforts sur chaque corps. Le calcul itératif s'écrit sous la forme :

Pour $j=n \dots I$;

$${}^jf_j = {}^jF_j + {}^jf_{j+1} + {}^jf_{ej} \quad \text{IV-11}$$

$${}^{j-1}f_j = {}^{j-1}A_j {}^jf_j$$

$${}^jM_j = {}^jM_j + {}^jA_{j+1} {}^{j+1}M_{j+1} + {}^jL_{j+1} \times {}^jF_{j+1} + {}^jm_{ej} \quad \text{IV-12}$$

On obtient ainsi les couples aux actionneurs Γ_j en projetant, suivant la nature de l'articulation j , les vecteurs F_j ou M_j sur l'axe du mouvement. En y ajoutant les termes correctifs représentant l'effet des frottements et des inerties des actionneurs, on obtient :

$$\Gamma_j = \left(\sigma_j {}^jf_j + \bar{\sigma}_j {}^jM_j \right)^T {}^j\mathfrak{a}_j + F_{sj} \text{Sign}(\dot{q}_j) + F_{vj} \dot{q}_j + I_{aj} \ddot{q}_j \quad \text{IV-13}$$

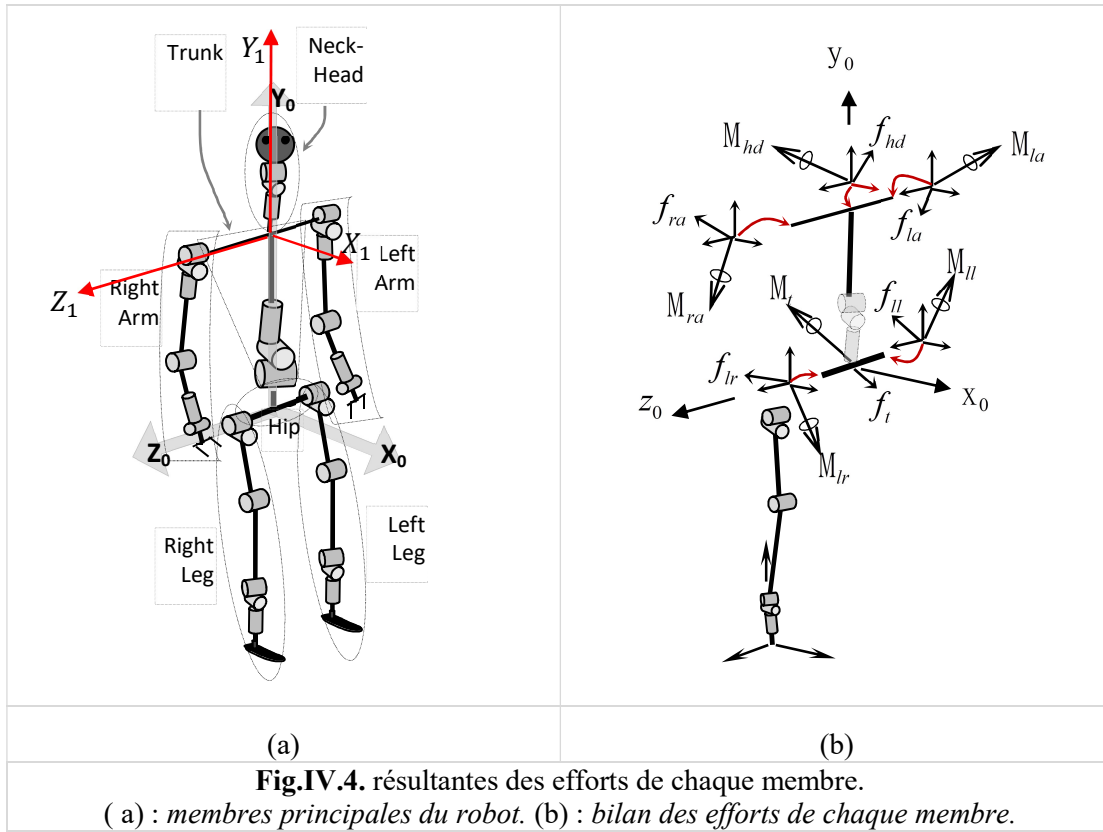
IV.4. Application du formalisme au robot.

La locomotion du robot provient par la succession de différents pas. Sachant qu'un cycle de marche est l'alternance de deux pas successifs. Par conséquent, la modélisation d'un demi-cycle de marche (un pas) est suffisante, sachant qu'un pas inclut deux étapes distinctes :

1. phase de simple support (PSS);
2. phase de double support (PDS).

IV.4.1. Phase de simple support (PSS).

Etant donné que le robot est modélisé comme une structure arborescente, les membres sont considérés comme des branches extérieures (partie supérieure : *cou-tête*, *membres supérieurs*, *tronc* et patte en l'air), tandis que la patte porteuse est examinée comme une branche racine car elle supporte le robot entier. En effet, celle-ci subit l'action des différents torseurs étudiés au préalable par leurs modèles dynamiques (Fig.IV.4).



Calculons les torseurs des efforts des membres supérieurs et celui du cou-tête en utilisant l'algorithme de *Newton-Euler* cité dans la section ci-dessus (équations [IV.03] à [IV.13]) exprimés dans le repère R_0 (Fig.IV.4.). Ils seront utilisés comme un torseur des efforts sur le tronc pour le calcul itératif inverse (équations [IV-14] et [IV-15]).

$$\vec{f}_{e_t} = \vec{f}_{la} + \vec{f}_{lr} + \vec{f}_{hd} \quad \text{IV-14}$$

$$\vec{m}_{e_t} = \vec{M}_{la} + \vec{M}_{lr} + \vec{M}_{hd} + l_e \vec{z}_1 \times \vec{f}_{la} + l_e (-\vec{z}_1) \times \vec{f}_{lr} + l_c \vec{y}_1 \times \vec{f}_{hd} \quad \text{IV-15}$$

De la même façon, nous allons calculer le torseur des efforts sur la patte porteuse pour le calcul itératif inverse du mécanisme exprimé par les équations [IV-16] et [IV-17].

$$\vec{f}_{e_lr} = \vec{f}_{ll} + \vec{f}_t \quad \text{IV-16}$$

$$\vec{m}_{e_lr} = \vec{M}_{ll} + \vec{M}_t + 2l_h \vec{z}_0 \times \vec{f}_{ll} + l_h \vec{z}_0 \times \vec{f}_t \quad \text{IV-17}$$

Dans ce cas, l'ordre des itérations pour le calcul du modèle dynamique en utilisant l'algorithme de *Newton-Euler* est inversé. Le repère de base dans ce calcul est lié au pied support qui est supposé immobile sans glissement. Par conséquent, le repère terminal par lequel est initié le calcul se trouve au niveau de la hanche, précisément sur la première articulation entre celle-ci et la patte porteuse.

a. Algorithme de calcul des couples des actionneurs en PSS.

❖ Branches extérieures

Le schema de la figure IV.6 montre l'algorithme de calcul du modèle dynamique inverse MDI en cherchant les couples aux niveaux de différents actionneurs des branches extérieures et aussi le torseur des efforts aux niveaux des connections de ces derniers avec le tronc. Ce torseur

conduit à la détermination des couples du tronc et au torseur qui résulte au niveau de la hanche (repère R_0).

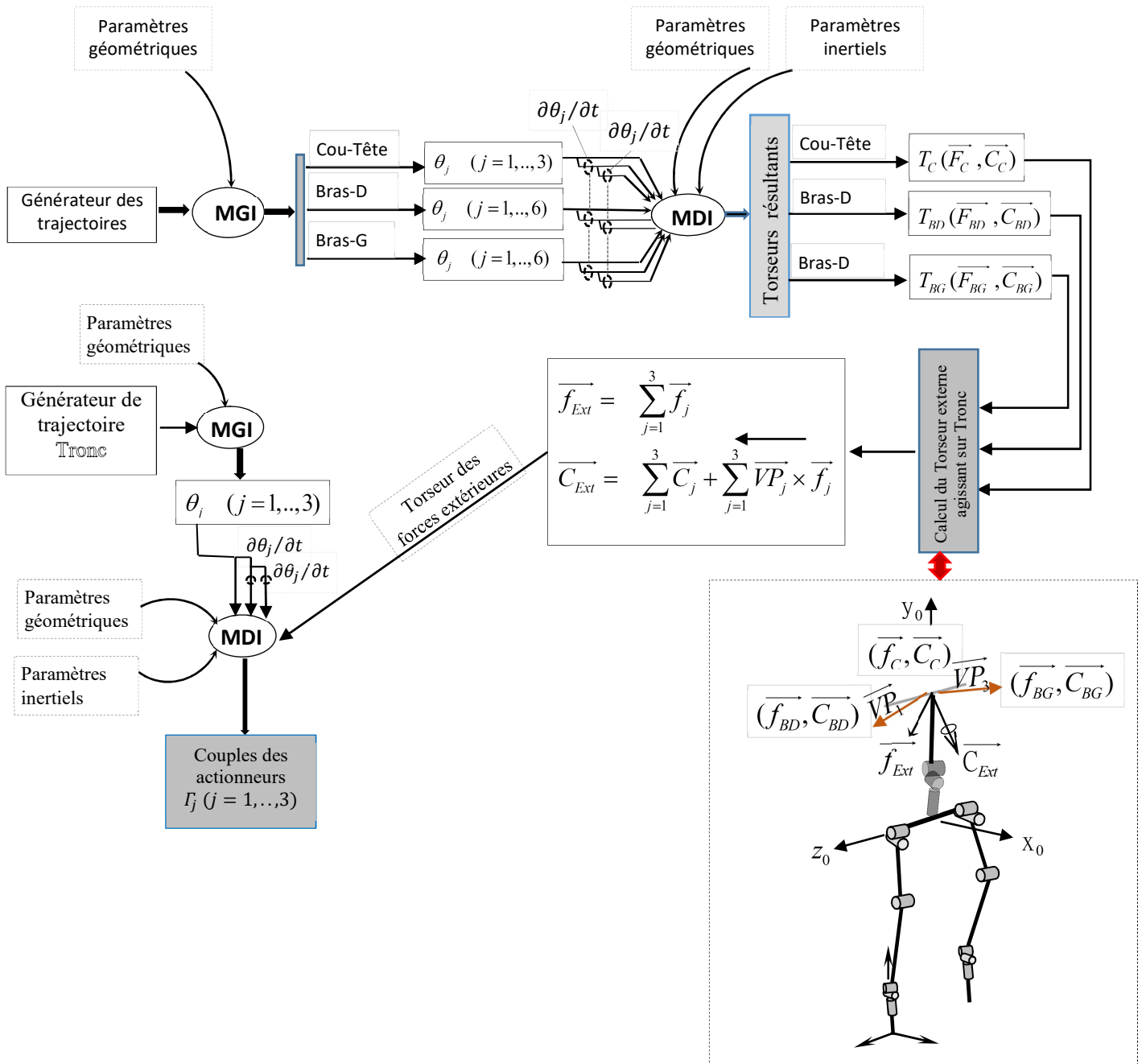


Fig.IV.5. Schéma de calcul des torseurs des efforts aux actionneurs de la partie supérieure du robot.

❖ Patte porteuse.

La patte porteuse subit les deux torseurs, celui des efforts résultant de la partie supérieure (*cou-tête, bras droit, bras gauche et tronc*) et celui de la patte en l'air, qui vont être utilisés comme vecteur pour le calcul dans l'algorithme récursive de *Newton-Euler* comme le montre le schéma de la Fig.IV.6.

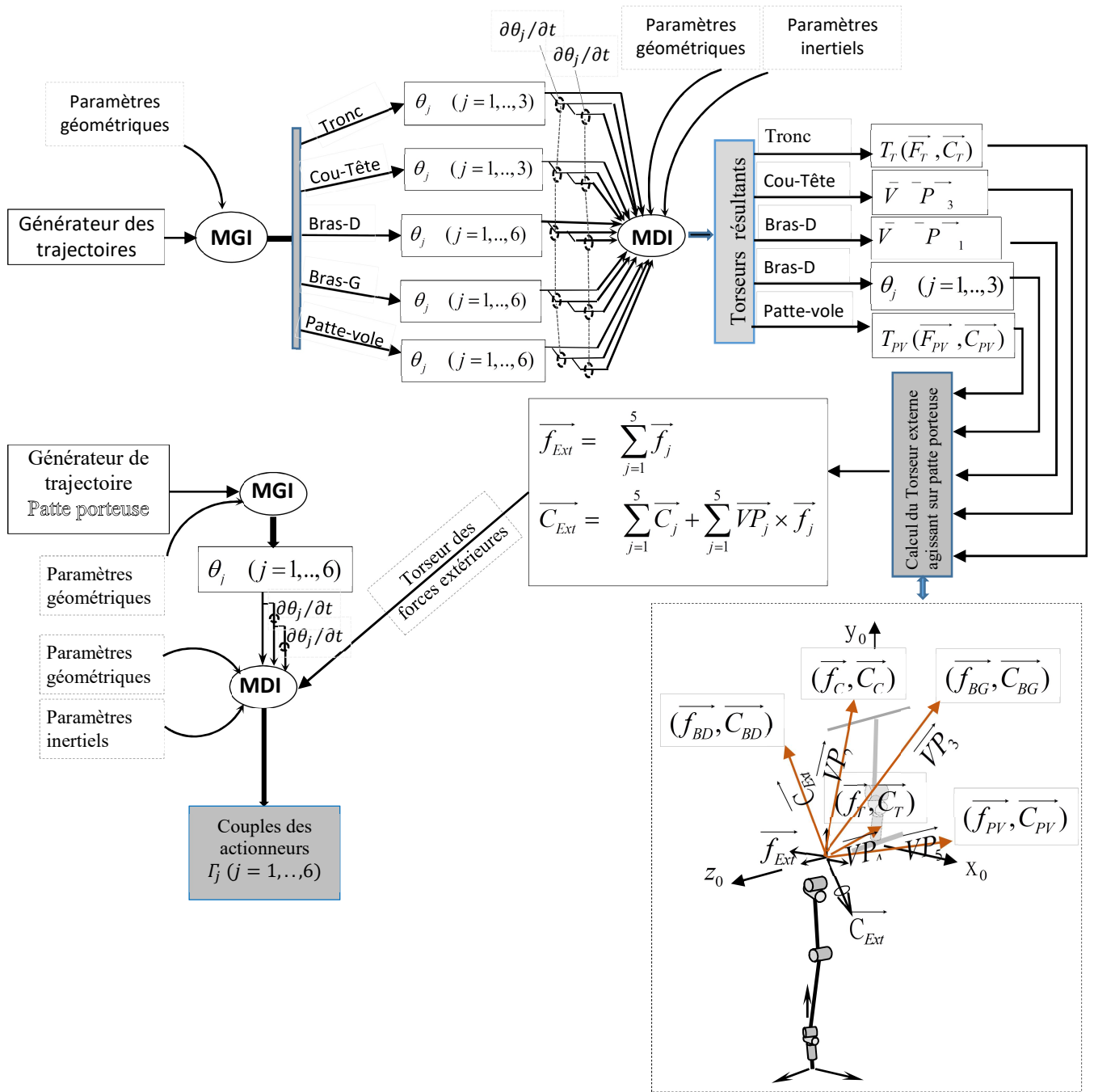


Fig.IV.6. Schéma de calcul des couples aux actionneurs de la patte porteuse du robot en PSS.

IV.4.2. Phase Double Support (PDS)

La PDS est une phase transitoire permettant l'alternance de deux pas successifs. Le robot commence la phase double support quand le pied en l'air se met en contact avec le sol. En ce moment, les deux pieds sont fixes au sol et leurs vitesses seront nulles (Fig.IV.7).

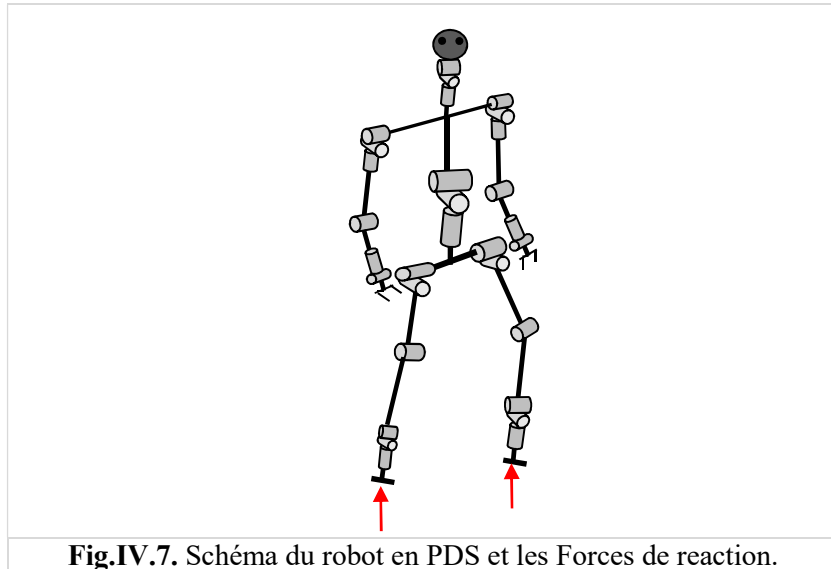


Fig.IV.7. Schéma du robot en PDS et les Forces de reaction.

Le même algorithme de calcul des couples aux actionneurs du robot va être utilisé.

Dans cette phase, les deux pieds sont en contact avec le sol. Le torseur des efforts extérieurs résultant au niveau de la hanche va être alors la moitié sur chaque patte. Nous calculons les deux forces de réactions au niveau des deux pieds en mode dynamique lors de la marche du robot.

IV.5. Simulation et résultats.

La Figure IV.8 représente le squelette du robot bipède utilisé dans la simulation du modèle dynamique après avoir attaché à chaque articulation son moteur associé.

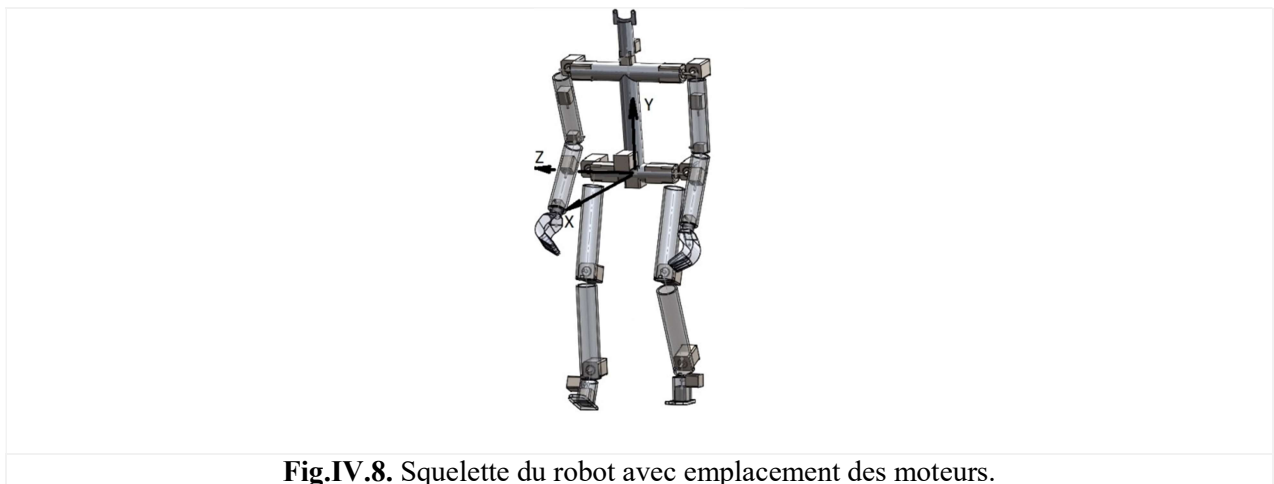


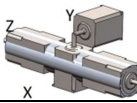
Fig.IV.8. Squelette du robot avec emplacement des moteurs.

Les paramètres nécessaires au calcul du modèle dynamique du robot sont récapitulés dans le tableau IV.1 ci-dessous.

Les chaînons du robot sont supposés cylindrique creux d'un alliage d'aluminium de type "3004-O barre ss"¹.

¹ Ce type de matériau est tiré de la bibliothèque du logiciel SolidWorks.

Tableau IV.1 *paramètres inertiels des éléments du robot*

Corps	Chaînon	Coordonnées du centre de gravité [m]	Axe central	I_{xx} [kg m ²]	I_{yy} [kg m ²]	I_{zz} [kg m ²]	Masse [kg]
Tronc	Tronc 	$C_{gx}=0.0000$ $C_{gy}=0.0000$ $C_{gz}=0.3200$	OZ	$I_{xx}=0.55$ $I_{xy}=0.0$ $I_{xz}=0.0$ $I_{yz}=0.0$	$I_{yy}=0.48$	$I_{zz}=0.07$	$m=4.50$
Cou	Cou 	$C_{gx}=0.0000$ $C_{gy}=0.0413$ $C_{gz}=-0.0245$	OZ	$I_{xx}=0.0024$ $I_{xy}=0.00$ $I_{xz}=0.00$ $I_{yz}=-0.0003$	$I_{yy}=0.0008$	$I_{zz}=0.0018$	$m=0.5666$
hanche	Hanche 	$C_{gx}=-0.0117$ $C_{gy}=0.0085$ $C_{gz}=-0.000$	OZ	$I_{xx}=0.0443$ $I_{xy}=-0.0039$ $I_{xz}=0.0000$ $I_{yz}=0.000$	$I_{yy}=0.0453$	$I_{zz}=0.0118$	$m=5.890$
Membre supérieur	Bras 	$C_{gx}=0.000$ $C_{gy}=-0.0085$ $C_{gz}=0.1550$	OZ	$I_{xx}=0.0447$ $I_{xy}=0.000$ $I_{xz}=0.000$ $I_{yz}=-0.0032$	$I_{yy}=0.0443$	$I_{zz}=0.0012$	$m=1.4646$
	Avant-bras 	$C_{gx}=0.000$ $C_{gy}=0.000$ $C_{gz}=0.123$	OZ	$I_{xx}=0.0257$ $I_{xy}=0.000$ $I_{xz}=0.000$ $I_{yz}=0.000$	$I_{yy}=0.0257$	$I_{zz}=0.0007$	$m=1.2400$
	Main 		OX	$I_{xx}=0.000032$ $I_{xy}=0.000$ $I_{xz}=0.000$ $I_{yz}=0.000$	$I_{yy}=0.000226$	$I_{zz}=0.000226$	$m=0.098440$
Membre inférieur	Jambe 	$C_{gx}=0.2514$ $C_{gy}=-0.0176$ $C_{gz}=0.000$	OX	$I_{xx}=0.0035$ $I_{xy}=0.0130$ $I_{xz}=0.000$ $I_{yz}=0.000$	$I_{yy}=0.1677$	$I_{zz}=0.1694$	$m=2.2300$
	Tibias 	$C_{gx}=0.2260$ $C_{gy}=-0.000$ $C_{gz}=0.0187$	OX	$I_{xx}=0.0033$ $I_{xy}=0.000$ $I_{xz}=0.0115$ $I_{yz}=0.000$	$I_{yy}=0.1280$	$I_{zz}=0.1263$	$m=2.010$
	Pied 		OZ	$I_{xx}=0.002145$ $I_{xy}=0.000$ $I_{xz}=0.000$ $I_{yz}=0.000$	$I_{yy}=0.002448$	$I_{zz}=0.000625$	$m=0.440123$
							$M_T=25.8$

Remarque:

Les moteurs au niveau des articulations sont des moteurs pas à pas de marque *nema* à différents couples répondant aux exigences de chaque articulations.

Les paramètres géométriques de la marche du robot sont :

- Hauteurs maximale et minimale de la hanche respectivement [m] : $h_{\max}=0.66$; $h_{\min}=0.62$
- Hauteur maximale de pied en vol [m] : $h_p=0.10$
- Période de la PSS [s]: $T_s=1,3$
- Période de la PDS [s]: $T_d=0.3$
- Période d'un pas [s]: $T_p = T_s + T_d = 1.3+0.3=1.6$
- Longueur d'un pas [m]: $L_p=0.48$.

- Longueurs des éléments (voir *chapitre II*)
- Accélération de pesanteur [m/s^2] : $g=9.81 \text{ m/s}^2$

IV.5.1. Couples du robot.

a. Couple des actionneurs du mécanisme Cou-tête.

La Fig.IV.9 montre trois graphes illustrant les couples C_1 , C_2 et C_3 des articulations 1, 2 et 3 respectivement du mécanisme cou-tête durant un pas de marche. On y constate que les couples C_1 et C_3 sont pratiquement nuls. Par contre, C_2 varie très peu (amplitude max $\Gamma_2=0.5 \text{ N.m}$). Ceci s'explique par le fait que les articulations cou-tête ne subissent que le poids du mécanisme et du fait que le mouvement de ce dernier est faible.

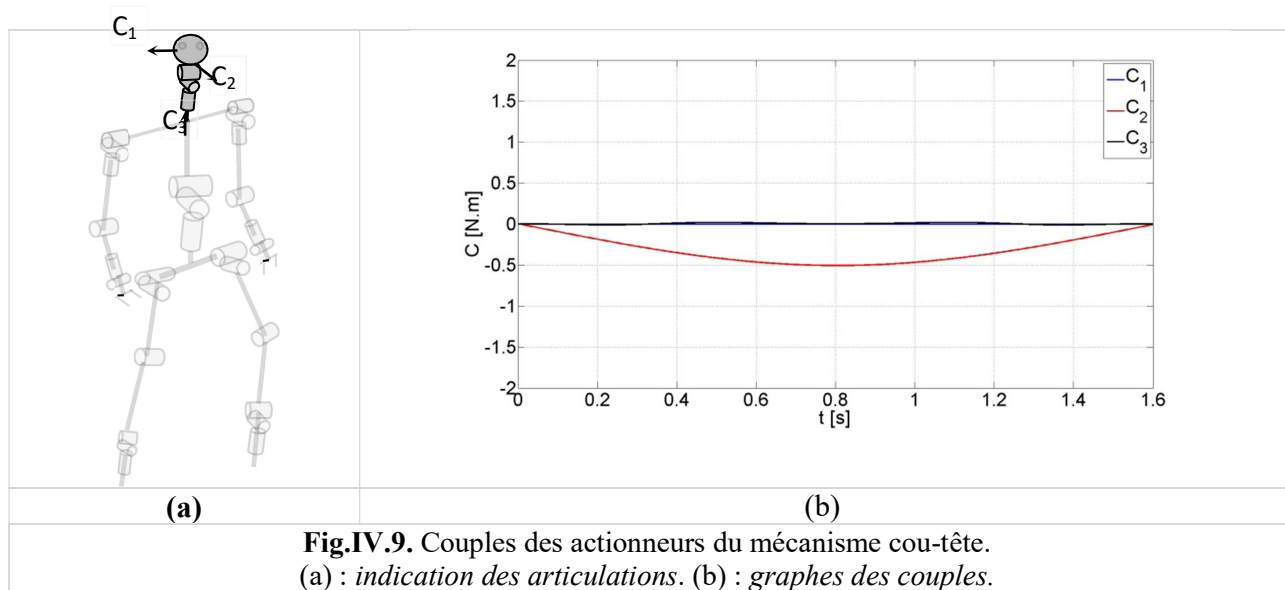
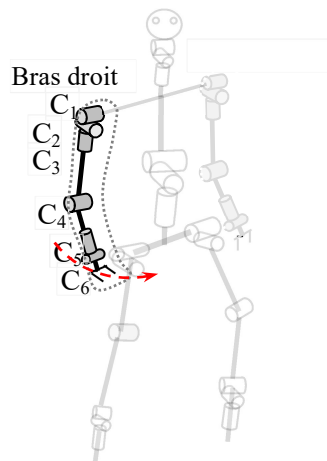


Fig.IV.9. Couples des actionneurs du mécanisme cou-tête.
(a) : indication des articulations. (b) : graphes des couples.

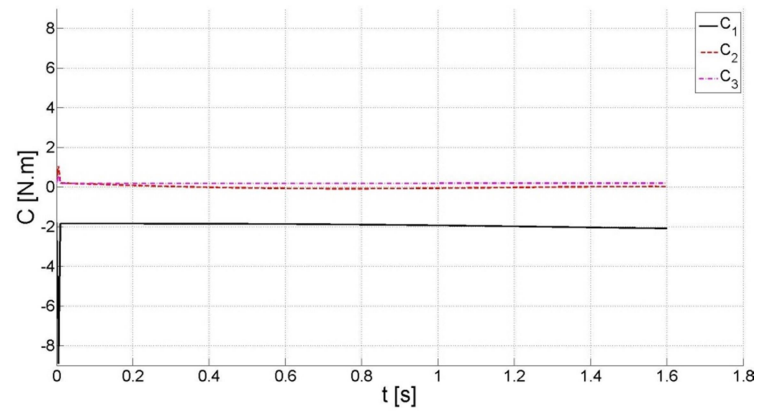
b. Couple des actionneurs des membres supérieurs (bras droit et gauche).

Les mécanismes bras-droit et bras-gauche sont établis comme des branches extérieures. Ils subissent leurs propres actions. Chaque bras fait un mouvement de va et vient en opposition l'un de l'autre. La patte en l'air suit le mouvement du bras du même côté, c'est-à-dire, lorsque le bras fait le mouvement vers l'avant, la patte est en l'air, l'autre patte est porteuse et inversement.

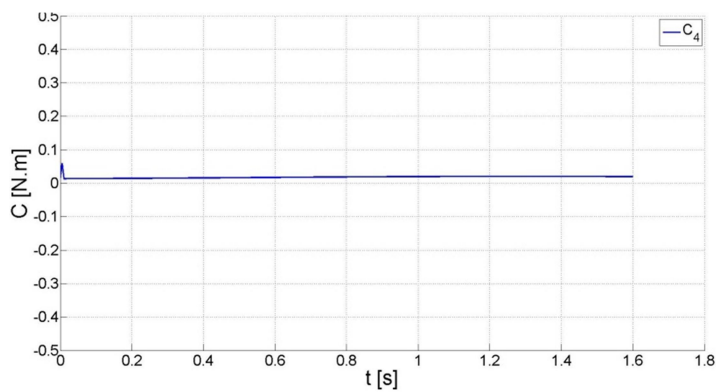
D'après les graphiques des Fig. IV.10 et Fig. IV.11, on constate que les couples des actionneurs de ces mécanismes ont des valeurs faibles et que leurs variations sont régulières pendant la durée d'un pas du robot. Par ailleurs, le couple de l'actionneur 1 (C_1) correspondant à l'articulation 1 de l'épaule, est légèrement plus élevé, car cette articulation est davantage sollicitée par rapport aux autres. L'actionneur 4 du coude, génère un couple relativement constant et faible, d'environ $C_4 = 0,02 \text{ N.m}$, tandis que les couples des autres actionneurs sont pratiquement nuls car ils sont moins sollicités.



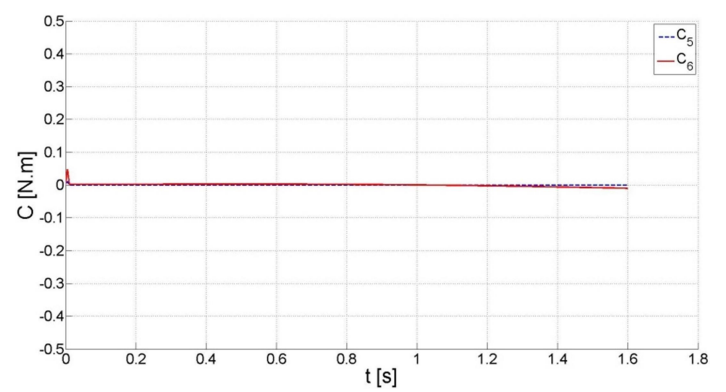
(a)



(b)



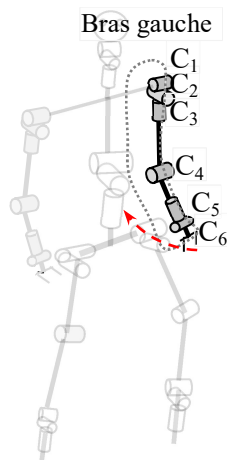
(c)



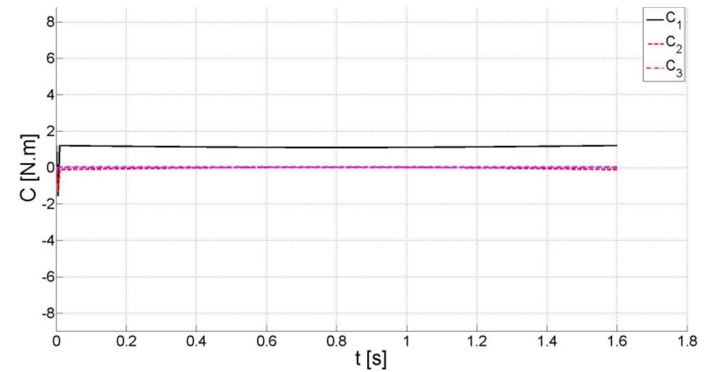
(d)

Fig.IV.10. Couples des actionneurs du **bras droit**. (a) : indication des articulations. (b) : couples moteurs épaule, C_1 , C_2 , C_3 . (c) : couple moteur coude, C_4 . (d) : couples moteurs poigné, C_5 et C_6 .

On constate aussi que les couples de l'actionneur 1 du bras droit et de celui du bras gauche varient de manière opposée, puisque les deux bras effectuent des mouvements alternés opposés entre l'avance et le recule.



(a)



(b)

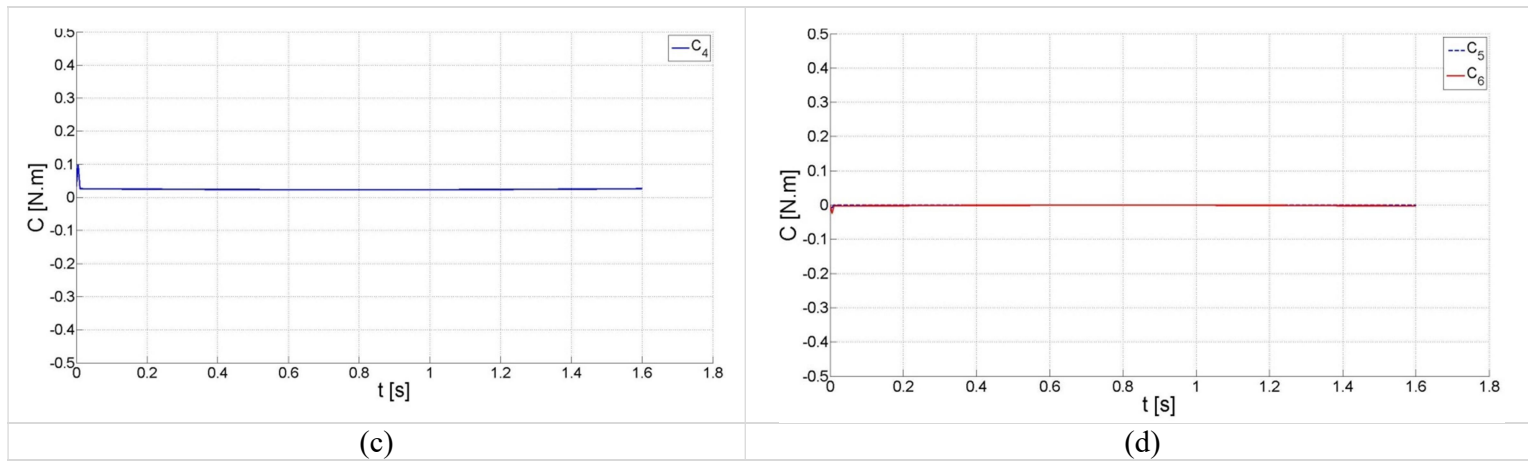


Fig.IV.11. Couples des actionneurs du **bras gauche**. (a) : indication des articulations. (b) : couples moteurs épaule, C_1 , C_2 , C_3 . (c) : couple moteur coude, C_4 . (d) : couples moteurs poigné, C_5 et C_6 .

c. Couple des actionneurs du mécanisme tronc.

Le tronc subit l'action des autres mécanismes qui lui sont attachés (*cou-tête*, *bras-droit* et *bras-gauche*). Par conséquent, les trois actionneurs de ce mécanisme sont sollicités même si ce dernier ne fait pas de mouvement local (par rapport à son repère R_0 situé au niveau de la hanche).

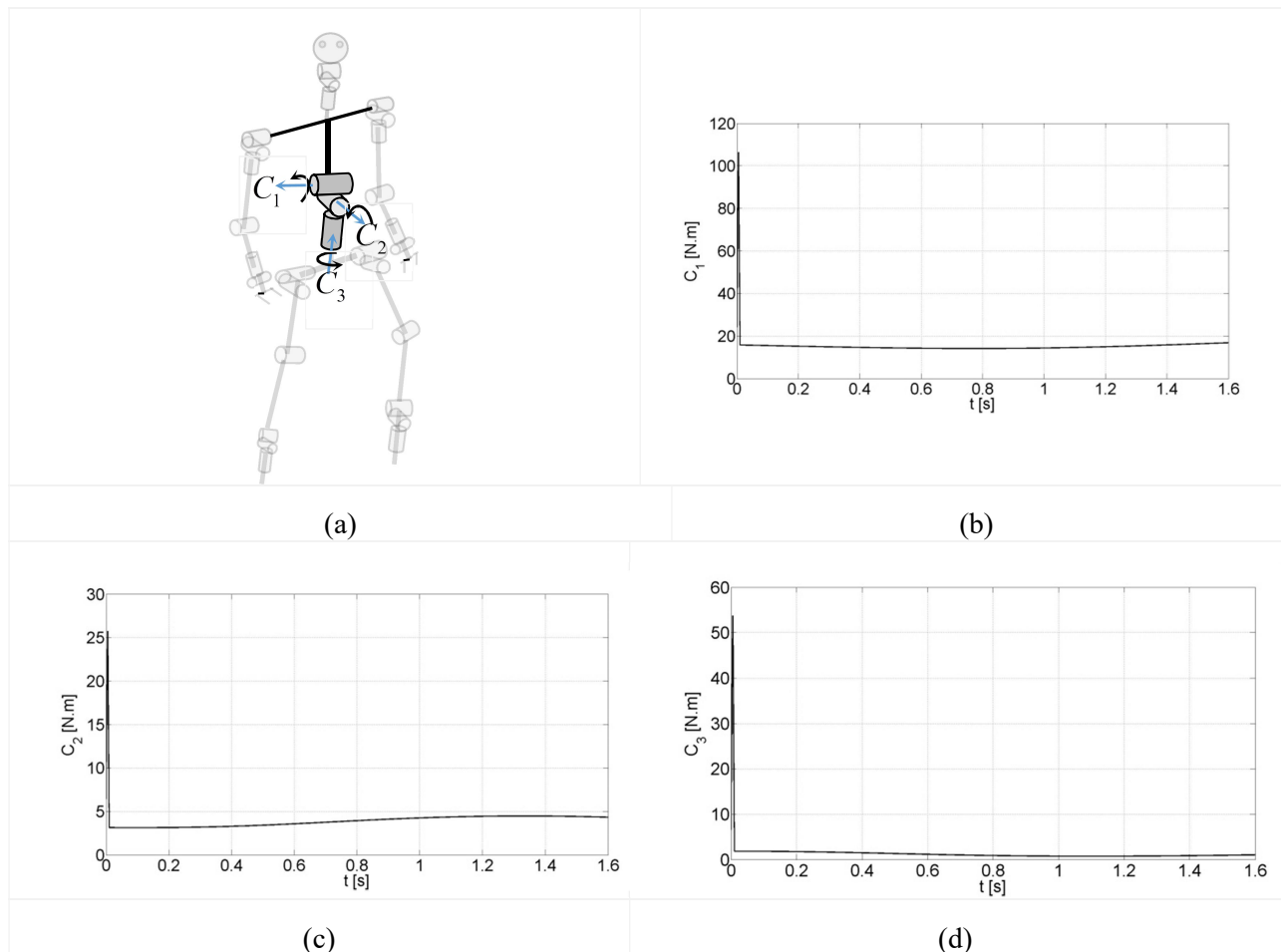


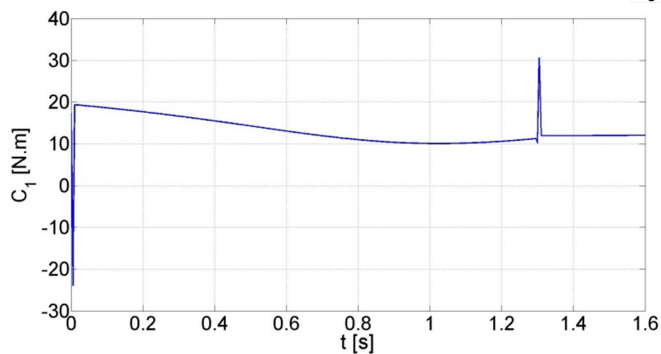
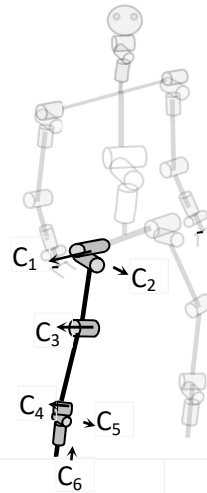
Fig.IV.12. Couples des actionneurs du mécanisme Tronc. (a): indication des couples. (b): force de réaction suivant l'axe x. (c): force de réaction suivant l'axe y. (d): force de réaction suivant l'axe z.

A partir des graphes de la Fig.IV.12, les trois actionneurs génèrent des couples résistants pratiquement constants durant le temps du pas.

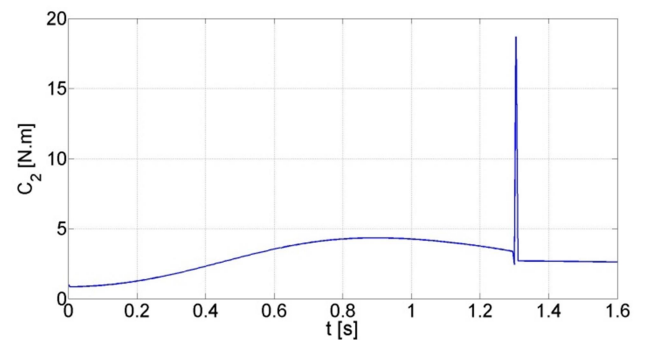
d. Couple des actionneurs du mécanisme patte en l'air.

La Fig.IV.13 représente les graphes de six couples de la patte en l'air sous ses propres actions dynamiques en PSS. Ces graphes montrent une variation moins intense. Le couple le plus élevé c'est celui de l'actionneur 1 qui est le plus sollicité. Les actionneurs 3 (celui du genou), 2 (hanche) et les actionneurs 4,5 et 6 (cheville) sont moins sollicités par rapport à l'actionneur 1.

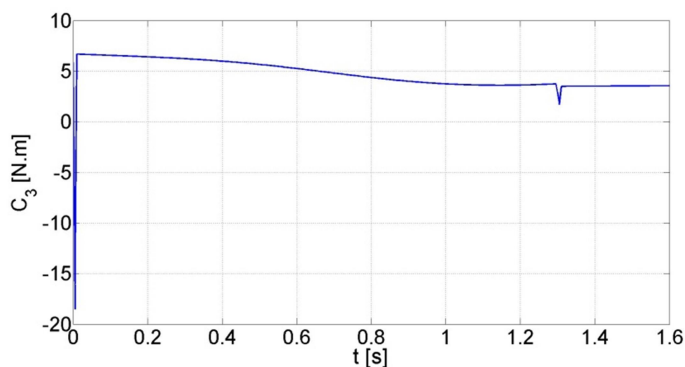
Nous constatons aussi que les six graphes des couples présentent des pic à $t = 1.30 \text{ s}$ qui correspond au début de la phase double support (PDS). Ceci s'explique par l'effet de contact brusque du pied de la patte en l'air avec le sol.



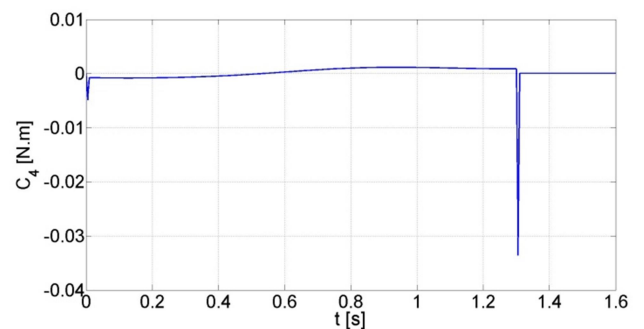
(a)



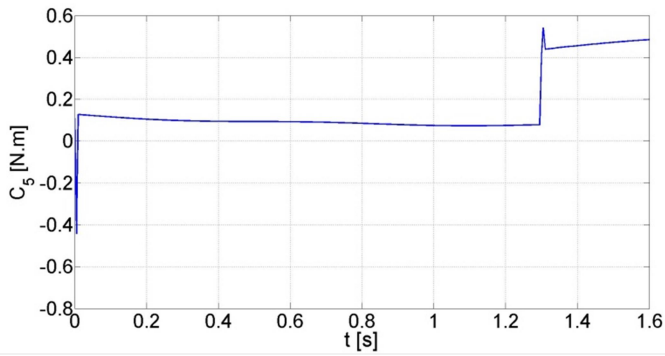
(b)



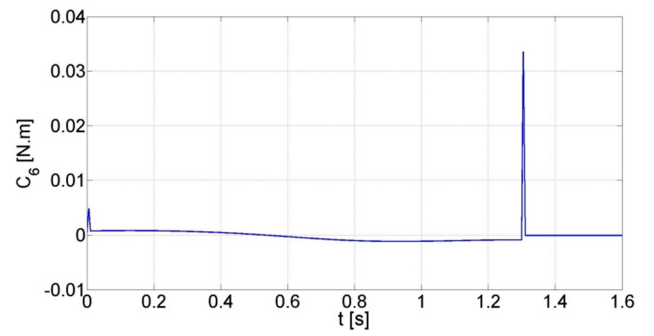
(c)



(d)



(e)



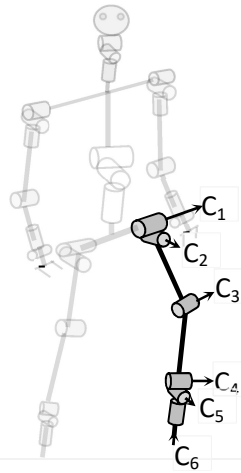
(f)

Fig.IV.13. Couples des actionneurs du mécanisme patte en l'air. (a) : indication des articulations. (b) : couple 1. (c) : couple 2. (d) : couple 3. (e) : couple 4. (f) : couple 5. (g) : couple 6.

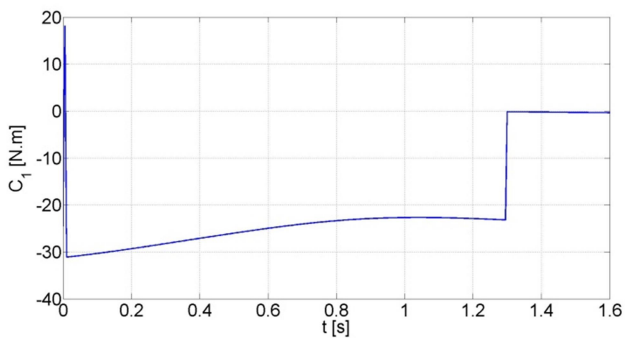
e. Couple des actionneurs du mécanisme patte porteuse.

La patte porteuse du robot en PSS subit l'action dynamique des différentes branches qui lui sont attachées. Ses actionneurs fournissent les couples les plus élevés car, ils subissent la totalité du poids et les actions dynamiques des autres membres.

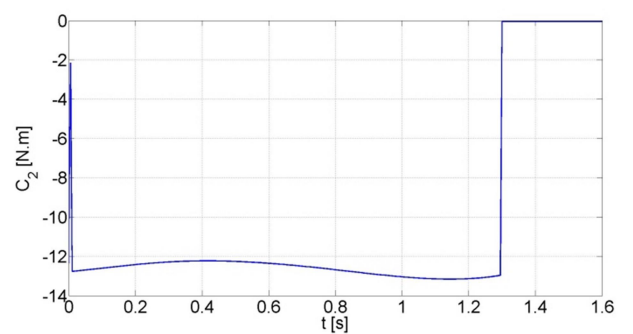
D'après la Fig.IV.14, les six graphes présentent un changement brusque à $t = 1.30s$ comme précédemment et tendent à s'annuler durant la PDS.



(a)



(b)



(c)

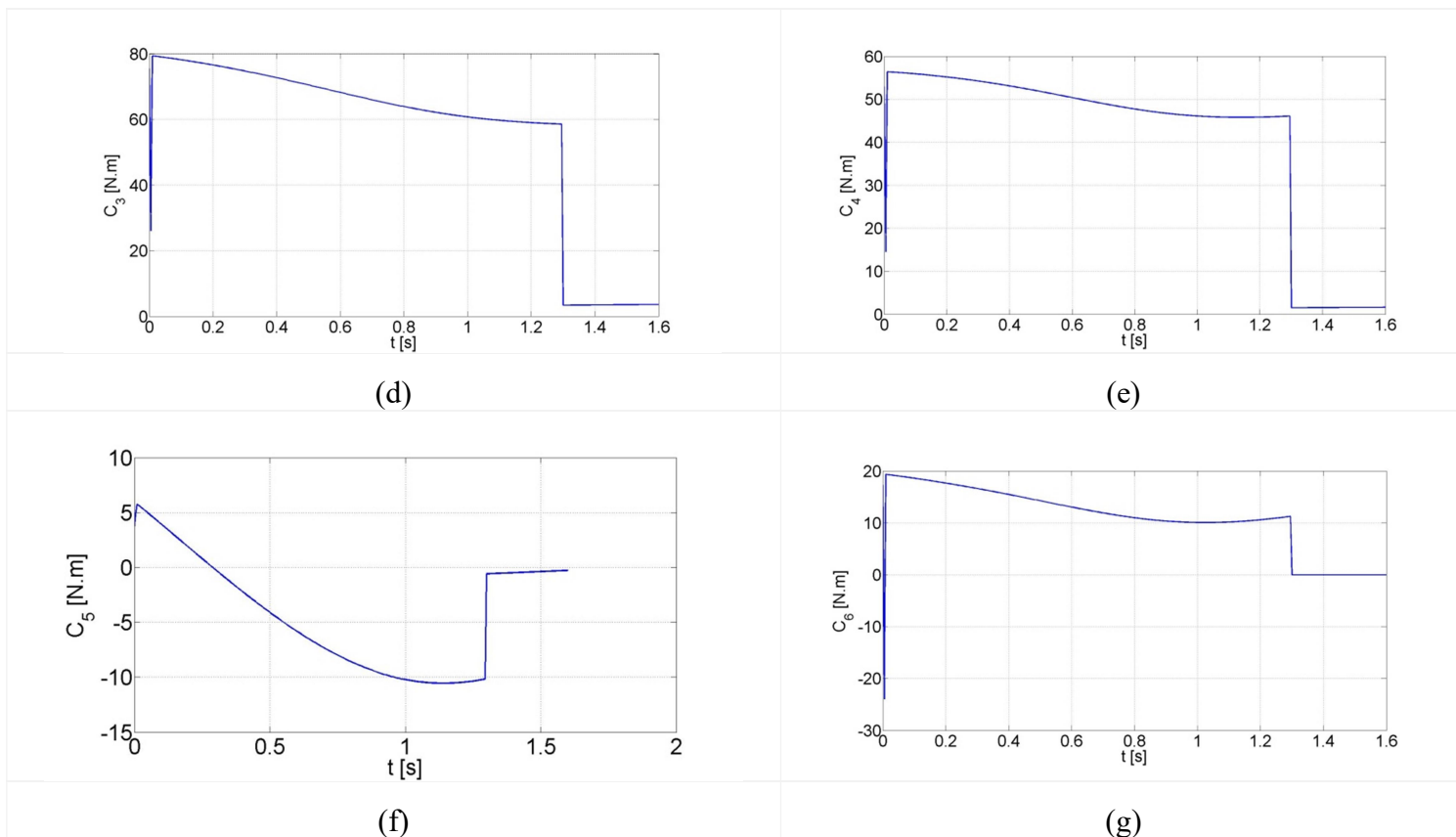


Fig.IV.14. Couples des actionneurs du mécanisme patte porteuse. (a) : indication des articulations. (b) : couple 1. (c) : couple 2. (d) : couple 3. (e) : couple 4. (f) : couple 5. (g) : couple 6.

En PSS le mouvement du robot est assez important que celui de la PDS, en conséquence, les forces d'inertie et les torseurs dynamiques générés sont aussi de la même tendance du mouvement.

D'après les graphes des couples, on déduit que les actionneurs les plus sollicités sont les suivants dans l'ordre décroissant : 3 (genou), 4 (cheville) et 1 (hanche) du fait que ces trois actionneurs évoluent dans le plan sagittal du robot. Les autres actionneurs 2, 5 et 6 sont moins sollicités, vu leurs emplacements (plan frontal) dans la structure du robot (*Voir tableau IV.2*).

Tableau IV.2. *Variations des couples de la patte porteuse.*

Phase	Variation des couples des actionneurs [N.m]					
	C1	C2	C3	C4	C5	C6
PSS	[-32 ; -23[	[5 ; -10[	[80 ; 60[	[56 ; 47[	[6 ; -11[	[20 ; 10[
PDS	Tous les couples sont pratiquement nuls du fait que le mouvement du robot est lent.					

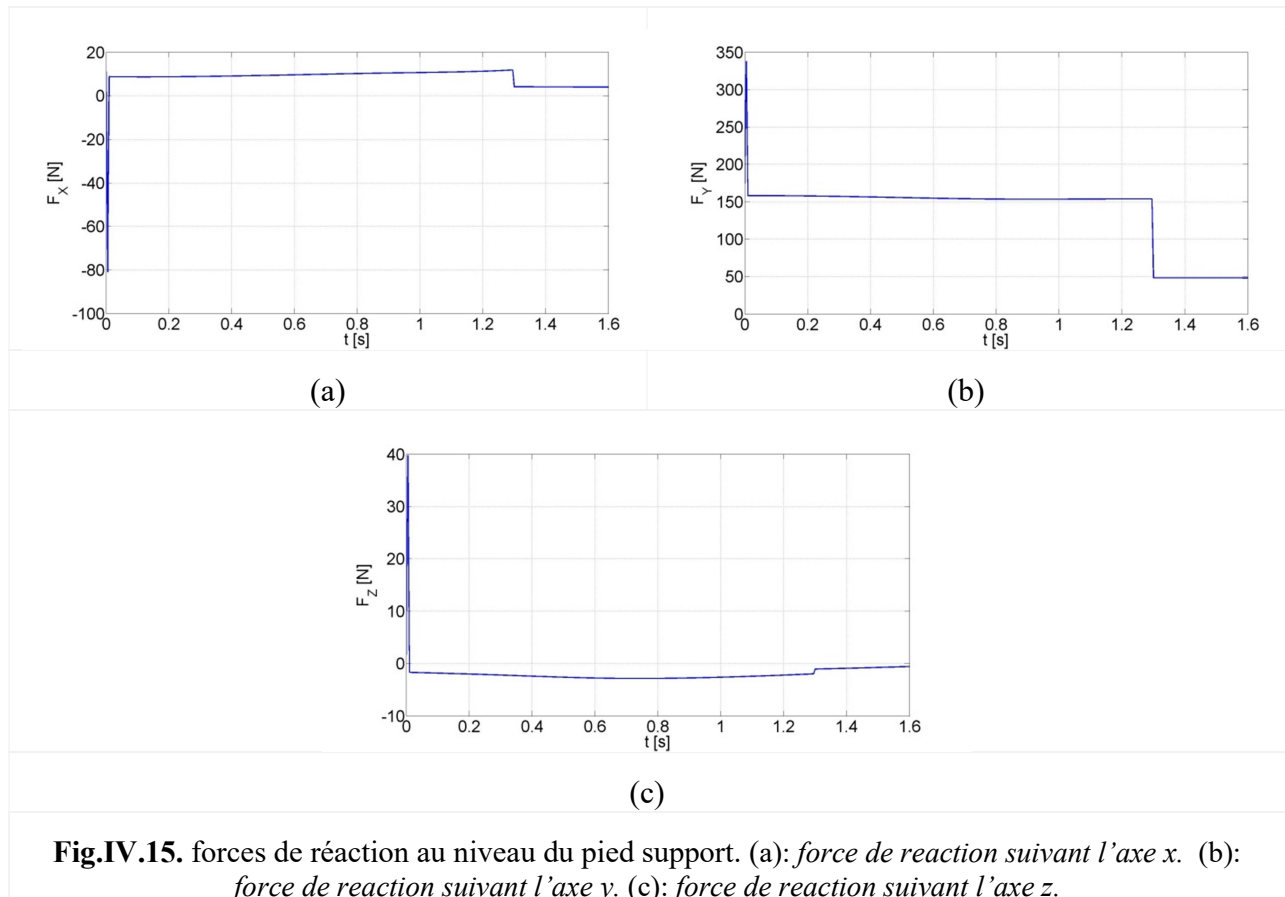
Durant la PDS dont la durée est de $0.3s$, les six actionneurs fournissent des couples très faibles. Les deux pieds du robot en se mettant au sol, ils prennent chacun la moitié du poids et les

sollicitations appliquées sur la patte porteuse seule (fin de la PSS). Rappelons que cette phase est une phase transitoire vers le deuxième pas du robot.

IV.5.2. Simulation des forces de réaction.

La Fig.IV.15 représente les graphes des forces de réaction sur les pieds supports du robot exercées par le sol. Ces graphes montrent que la réaction la plus élevée (R_Y) est portée suivant l'axe y (axe vertical) due à l'effet de pesanteur. Les réactions R_X et R_Z , respectivement, suivant l'axe x (vers l'avant) et l'axe z (vers le côté) sont faibles devant R_Y . En les comparant entre elles, la réaction R_X prend des valeurs plus élevées que R_Z du fait de contre glissement du robot.

Au début du pas de la PSS, les forces de réaction présentent des pics importants dus aux forces d'inerties. Elles prennent ensuite des valeurs pratiquement constantes. A la fin de cette phase (début de la PDS), elles présentent des points de singularités (passage de la PSS à la PDS ne se faisant pas d'une façon continue) et deviennent pratiquement constantes.



IV.6. Conclusion.

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'aspect théorique du formalisme de *Newton-Euler*, qui permet de calculer les couples articulaires du robot humanoïde. Ce formalisme est décrit sous forme d'un algorithme basé sur un calcul direct et un calcul inverse à partir de la structure du robot. Le calcul direct permet d'obtenir les grandeurs cinématiques de chaque chaînon (ou articulation) à partir de la base, tandis que le calcul inverse permet de déterminer les grandeurs dynamiques de chaque chaînon à partir de l'effecteur terminal. Le robot bipède à 30 ddl est subdivisé en six parties essentielles interconnectées entre elles. Il est traité comme un robot arborescent. Les couples des différentes articulations sont représentés par des graphes illustrant leurs évolutions.

CHAPITRE V

ETUDE DE LA STABILITE

V.1. Introduction.

Les robots marcheurs sont des robots mobiles à pattes, tels que les robots humanoïdes. Au cours de leurs déplacements, ils doivent maintenir leurs équilibres continuellement, contrairement aux robots à base fixe, tels que les robots manipulateurs où le problème de stabilité ne se pose pas et se mouvoir à l'intérieur de leurs espaces de travail librement. Vu la structure du robot humanoïde semblable à celle de l'être humain et à cause de l'absence d'une base fixe, la stabilité de ce dernier constitue un défi majeur en robotique, car il doit constamment ajuster son équilibre.

Il existe deux modes de stabilités : la stabilité statique et la stabilité dynamique.

Un tel système mécanique est en équilibre statique lorsque son centre de gravité (CG) est à l'intérieur du contour délimitant sa surface de sustentation au sol. Ceci signifie que ce système est en position fixe ou il se déplace à des mouvements de faibles amplitudes.

Quand les amplitudes de mouvement d'un système mécanique non fixe sont importantes, son CG pour certaines postures se trouve en dehors du contour d'équilibre. Bien qu'il reste en position d'équilibre, ceci est dû au respect du concept dynamique qui lui permet de se déplacer tranquillement (stabilité dynamique).

Le concept de la stabilité dynamique des systèmes marcheurs multi-corps, tels que les robots humanoïde est établi suivant une méthode largement répandue dans la littérature, dite "Zéro Moment Point" (ZMP). Elle fut introduite par *M. Vukobratovic* [47].

V.2. Modes de marche

Les robots humanoïdes sont prévus de se déplacer sur différents types de terrains et dans différents espaces de travail. Ceux-ci imposent au robot d'ajuster sa marche constamment en préservant sa stabilité.

Le déplacement du robot provient par l'alternance de pas, sachant qu'un pas est composé de deux phases : phase simple support (PSS) et phase double support (PDS). Selon le mode de déplacement du robot, on distingue deux types de marche:

- **Marche statique**

Elle dite statique lorsqu'elle s'effectue avec des déplacements de faibles amplitudes et lents. Elle se caractérise par des pas courts et toujours avec au moins un pied au sol.

- **Marche dynamique**

Elle ressemble à la marche naturelle des êtres humains. Le robot doit contrôler son équilibre d'une manière active en utilisant une stratégie de commande complexe.

V.3. Modes de stabilité.

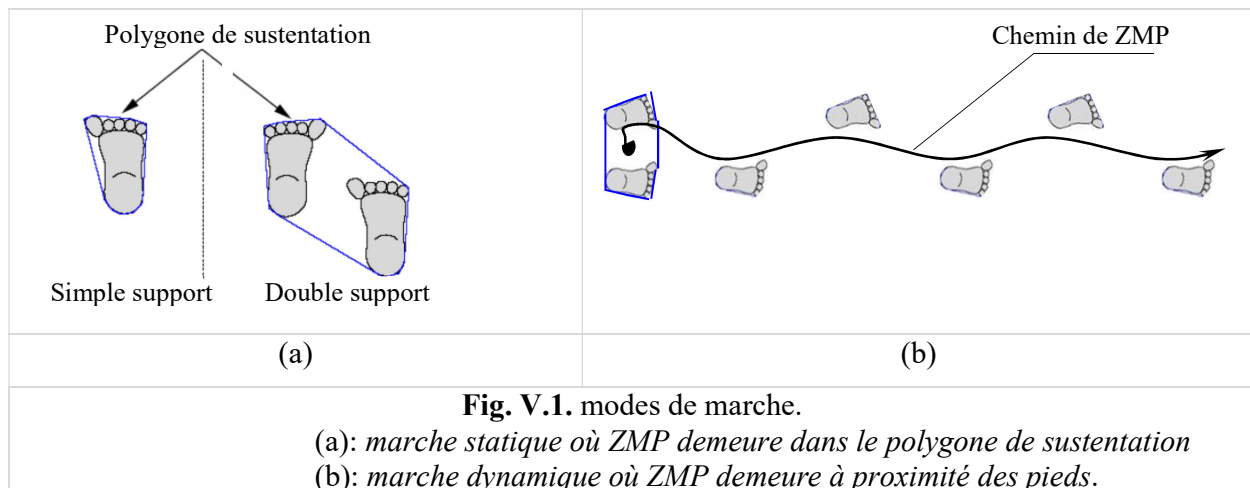
Le concept d'une marche stable varie selon le mode de la marche, statique ou dynamique. On distingue deux types de stabilité :

- **Stabilité statique**

Elle exige que le centre de gravité (CG) soit situé à l'intérieur de la zone de sustentation définie par le contour des pieds du robot. Elle correspond à la marche statique.

- **Stabilité dynamique**

La stabilité dynamique introduit un autre critère que le CG, dit "Zero moment point " (ZMP). Le ZMP est le point au sol défini par l'intersection de deux axes perpendiculaires entre eux où la résultante des moments des forces agissant sur le robot est nulle. Ce point ZMP doit être maintenu à l'intérieur du polygone de sustentation durant la locomotion du robot.

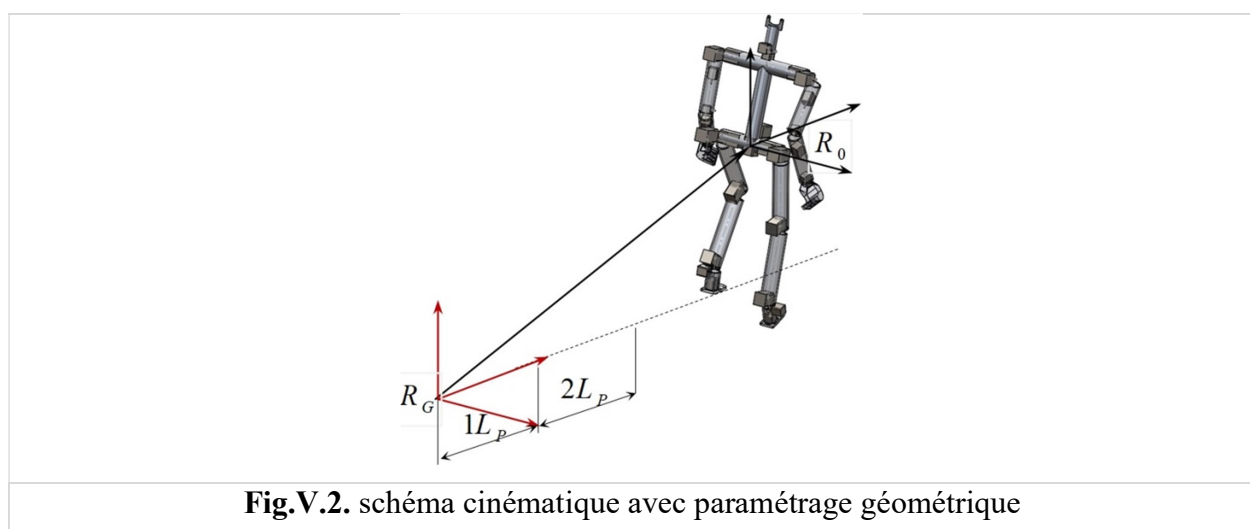


V.4. Calcul du centre de masse du robot

Le centre de masse est le point où la masse totale du robot peut être considérée comme étant concentrée. Il est estimé comme un élément dominant dans l'étude dynamique, car il contribue d'une manière significative à la stabilité et le comportement global du robot.

Soient R_0 et R_G deux référentiels, respectivement, le repère initial attaché à la hanche et le repère global (Fig.V.2). Le repère de la hanche est défini dans le repère global par les équations de sa trajectoire.

Le centre de masse du robot peut être calculé par rapport au repère de la hanche, exprimé ensuite dans le repère global.



Notons par $X_{Gj} = [xc_i, yc_i, zc_i]^T$ et $CG = [Cgx, Cgy, Cgz]^T$ les vecteurs des centres de gravité élémentaires (de chaque chaînon) et celui du robot entier, respectivement.

Soit la structure cinématique représenté par la Fig.V.3.

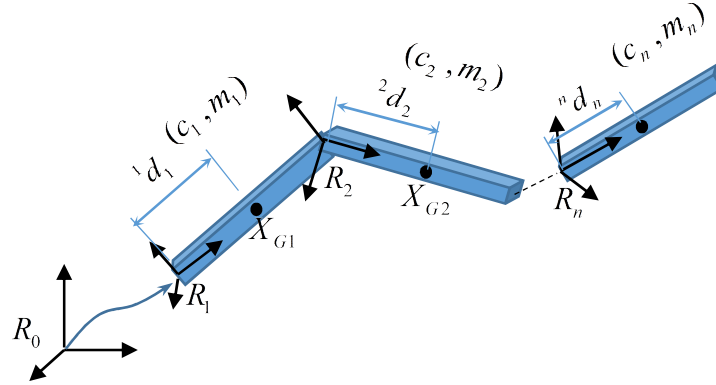


Fig.V.3. chaine cinématique formée de n corps rigide.

L'expression du CG est donnée par la formule suivante :

$$CG = \frac{\sum_{j=1}^n m_j X_{Gj}}{\sum_{j=1}^n m_j}$$

sachant que: ${}^0X_{Gj} = {}^0T_j {}^jd_j$

$X_{Gj}(c_{Gxj}, c_{Gyj}, c_{Gzj})$: Vecteur du centre de gravité du corps j exprimé dans R_0 .

j : Numéro du chaînon.

0T_j : Matrice de passage de repère du corps c_j dans le repère R_0 .

${}^jd_j({}^jd_{xj}, {}^jd_{yj}, {}^jd_{zj})$: Vecteur du CG du corps c_j dans son repère.

Le tableau VI.1 ci-dessous montre la démarche qui a été suivie dans le calcul du CG du robot bipède.

Tableau VI.1 récapitule du CG de six mécanismes formant le robot

Mécanisme	Repère propre	Vecteur CG	Transfert du vecteur vers R_0	Attribution des repères principaux au robot.
Tronc	R_0	${}^0X_G(T)$	${}^0T_0 \rightarrow {}^0X_G(T) = {}^0X_G(T)$	
Cou-tête	R_1	${}^1X_G(CT)$	${}^0T_1 \rightarrow {}^0X_G(CT) = {}^0T_1 {}^1X_G(CT)$	
Bras-Droit	R_{BD}	${}^{BD}X_G(BD)$	${}^0T_{BD} \rightarrow {}^0X_G(BD) = {}^0T_{BD} {}^{BD}X_G(BD)$	
Bras-Gauche	R_{BG}	${}^{BG}X_G(BG)$	${}^0T_{BG} \rightarrow {}^0X_G(BG) = {}^0T_{BG} {}^{BG}X_G(BG)$	
Jambe-Droit	R_{JD}	${}^{JD}X_G(JD)$	${}^0T_{JD} \rightarrow {}^0X_G(JD) = {}^0T_{JD} {}^{JD}X_G(JD)$	
Jambe-Gauche	R_{JG}	${}^{JG}X_G(JG)$	${}^0T_{JG} \rightarrow {}^0X_G(JG) = {}^0T_{JG} {}^{JG}X_G(JG)$	

La formule du centre de gravité du robot entier est écrite comme suit:

$${}^0CG = \frac{\sum {}^0X_G(T).m_T + {}^0X_G(C).m_C + {}^0X_G(BD).m_{BD} + {}^0X_G(BG).m_{BG} + {}^0X_G(JD).m_{JD} + {}^0X_G(JG).m_{JG}}{m_T + m_C + m_{BD} + m_{BG} + m_{JD} + m_{JG}}$$

sachant que :

$${}^GCG = Traj_H(t) + {}^0CG$$

avec:

GCG : Vecteur de centre de gravité dans le repère global R_G

$Traj_H(t)$: Trajectoire de la hanche par rapport le repère R_G

0CG : Vecteur de centre de gravité du robot dans le repère R_0

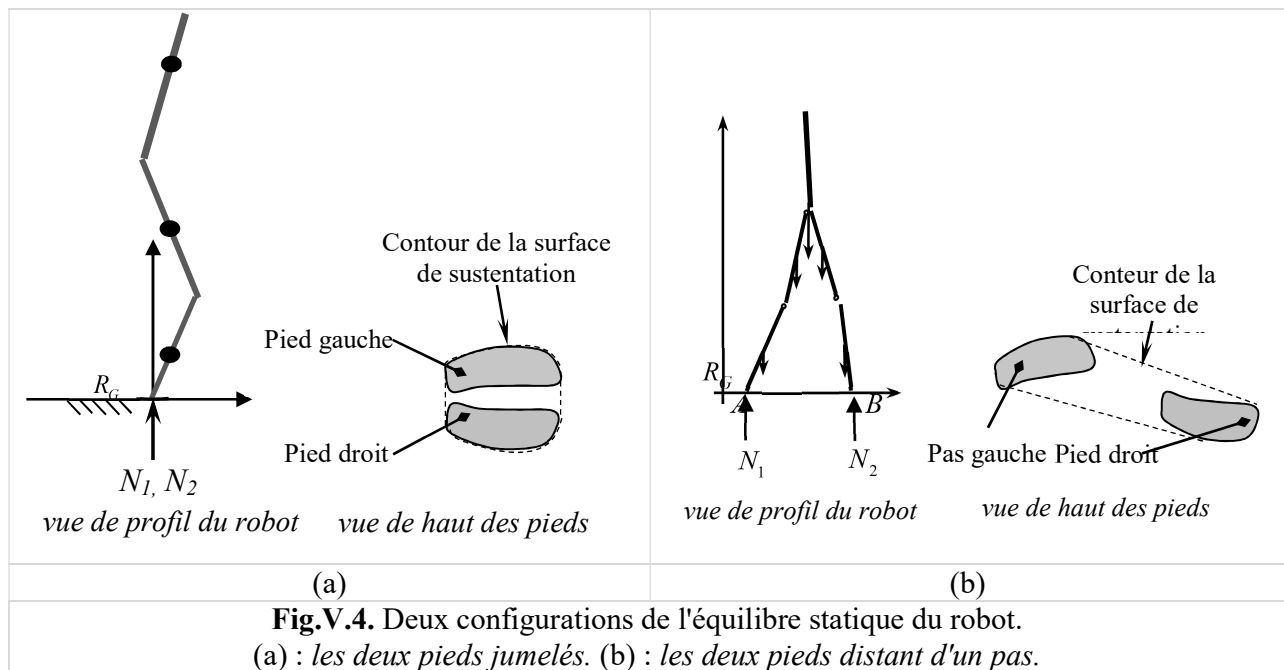
$m_{tot} = m_T + m_C + m_{BD} + m_{BG} + m_{JD} + m_{JG}$: Masse totale du robot

Son écriture en composantes :

$$CG_X = \frac{\sum_{j=1}^5 m_j c_{Gxj}}{m_{tot}}, \quad CG_Y = \frac{\sum_{j=1}^n m_j c_{Gyj}}{m_{tot}}, \quad CG_Z = \frac{\sum_{j=1}^n m_j c_{Gzj}}{m_{tot}}$$

V.5. Equilibre statique du robot humanoïde.

Deux configurations statiques en position debout du robot sont adoptés : la première où les deux pattes sont juxtaposées l'une à côté de l'autre dans le plan frontal, et la seconde où les pieds sont écartés d'une distance d'un pas dans le plan sagittal, comme illustré à la Fig. V.4.



Le principe d'équilibre statique stipule que le centre de masse du robot soit dans la région de sustentation définie sur le plan de la marche par le contour des deux pieds.

Les réactions au niveau des pieds du robot sont calculées en appliquant le principe fondamental de l'équilibre statique.

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\sum \vec{M} = \vec{0}$$

V-01

V-02

V.6. Etude dynamique de la stabilité du robot humanoïde.

La stabilité en mode de la marche dynamique s'articule essentiellement sur le maintien du point zéro des moments (ZMP) à l'intérieur du polygone de sustentation du robot [47-49].

Ce concept joue un rôle crucial dans le maintien de l'équilibre des robots bipèdes et constitue un critère de stabilité dynamique des systèmes marcheurs.

La stabilité dynamique prend en compte les mouvements complexes et l'évolution des forces au cours du temps. Sa maîtrise permet d'améliorer la fluidité des mouvements du robot, tout en garantissant une locomotion sûre et efficace. Pour qu'un robot bipède puisse marcher, courir ou monter des escaliers, il doit constamment ajuster sa posture et sa vitesse de manière à rester en équilibre tout en satisfaisant le critère de stabilité.

V.6.1. Point nul des moments (ZMP).

Afin de comprendre le concept de ZMP, nous présentons une image montrée à la Fig.V.5 pour expliquer la relation entre le CG et le ZMP. Dans cette figure, un athlète est en mouvement de course. Son CG est à l'extérieur de son polygone de sustentation, mais il est en équilibre instantané, cela indique que l'athlète pousse vers l'avant son corps à des vitesses élevées afin

d'augmenter son accélération permettant d'influencer sa dynamique pour maintenir instantanément son équilibre et éviter sa chute. Cependant, si l'athlète ne génère pas d'accélération suffisante vers l'avant, il est susceptible de se renverser. Dans ce cas le ZMP se trouve à l'intérieur du polygone de sustentation au niveau du sol, représenté ici par le pied gauche [50].

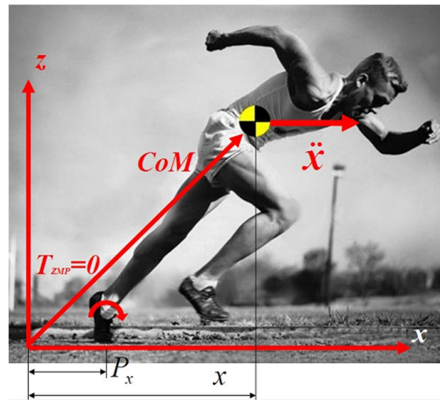
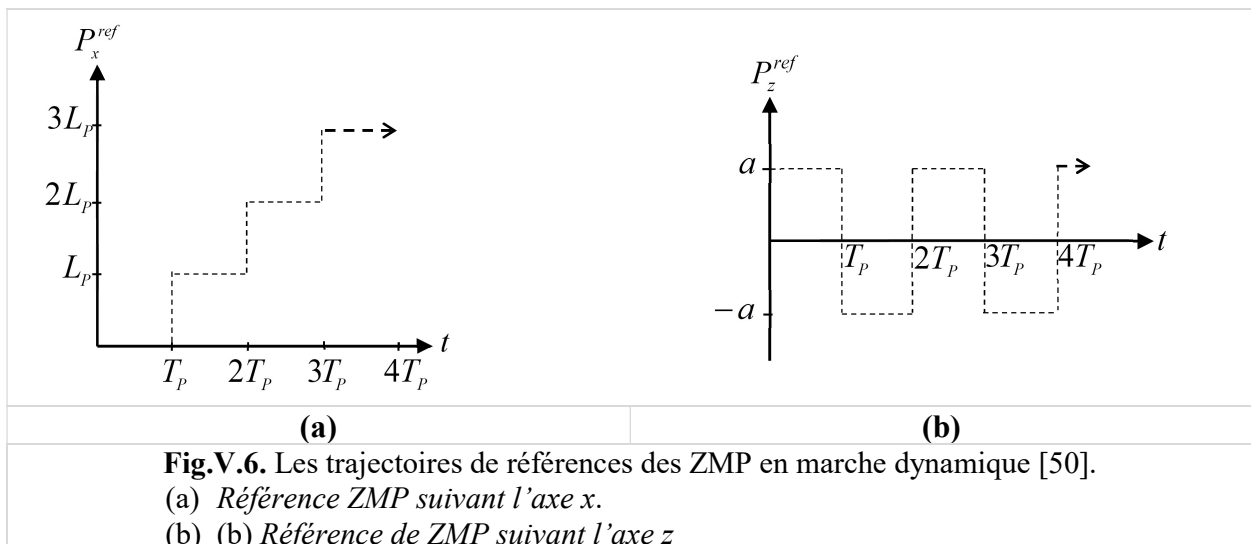


Fig.V.5. Une personne commence à courir [50].

$P_{zmp} = [p_x, p_y, p_z]^T$ est le vecteur de ZMP, et $CM = [x, y, z]^T$ est le vecteur du centre de la masse de l'athlète.

L'accélération du corps entraîne la génération et l'augmentation des forces d'inertie répondant au critère de stabilité de l'athlète. Autrement dit, une course stable signifie qu'aucun moment de basculement n'agit sur le corps à cet instant précis. Cela signifie que la pose du ZMP se trouve au sol sous le pied-support de l'athlète. En revanche, si le ZMP se trouve en dehors du polygone de sustentation, un couple net agit sur le corps, ce qui engendre un moment de basculement provoquant une instabilité de la marche conduisant à la chute de l'athlète. Cela se produira si l'athlète ne fournira pas assez d'effort permettant d'accélérer son corps en générant les efforts nécessaires pour vaincre les efforts de gravités afin de maintenir la stabilité de son corps.

D'après la définition de ZMP, les allures des courbes vérifiant le critère de stabilité sont représentées par les graphiques de la figure V.6. La Fig.V.6.a représente la trajectoire de référence du ZMP dans le plan sagittal le long de l'axe x . La Fig.V.6.b représente sa trajectoire de référence dans le plan frontal le long de l'axe z [50].



V.6.2. Dérivation de l'équation de ZMP.

D'après la définition de ZMP, on écrit :

$$\sum_{i=1}^n \overrightarrow{M}_{/P_{ZMP}} = \overrightarrow{0}$$

V.03

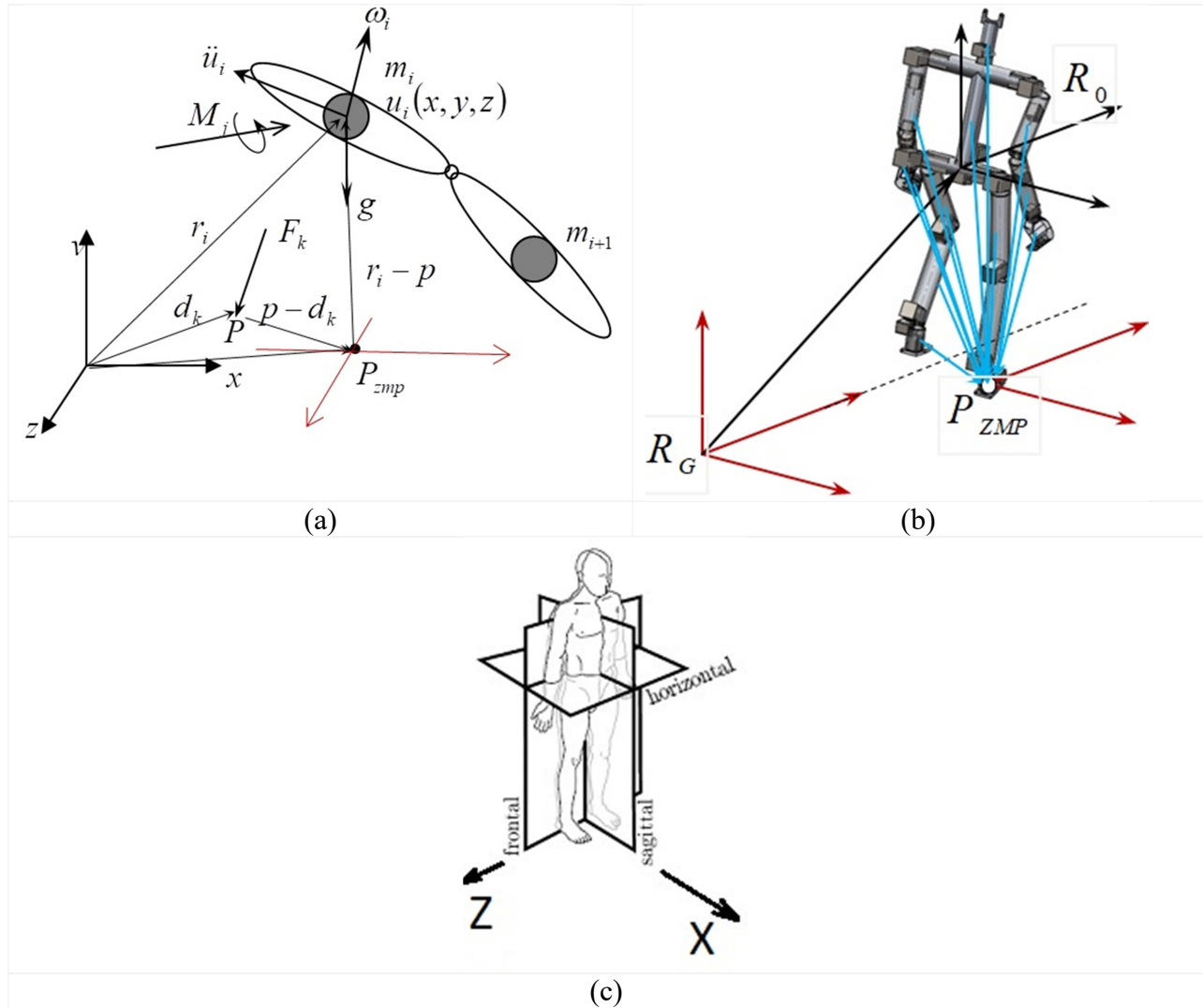


Fig.V.7. Calcul de P_{ZMP} . (a) : dérivation de l'équation ZMP. (b) : assignation des repères au squelette du robot. (c) : plans principaux de la locomotion.

L'ensemble des moments qui sont générés autour les axes passant par le point P_{ZMP} se traduisent par l'équation suivante [51] :

$$\sum_{i=1}^n (r_i - p_{ZMP}) \wedge m_i (\ddot{u} + g) + \sum_{i=1}^n (I_i \dot{\omega}_i + \omega_i \wedge I_i \omega_i) + \sum_{j=1}^m M_j + \sum_{k=1}^p (p - d_k) \wedge F_k = 0 \quad V-04$$

On en déduit :

$$\sum_{i=1}^n p_{ZMP} \wedge m_i (\ddot{u} - g) = \sum_{i=1}^n r_i \wedge m_i (\ddot{u} + g) + \sum_{i=1}^n (I_i \dot{\omega}_i + \omega_i \wedge I_i \omega_i) + \sum_{j=1}^m M_j + \sum_{k=1}^p (p - d_k) \wedge$$

La locomotion est supposée seulement dans le plan sagittal (Fig.V.7.c), donc, le produit vectoriel : $\omega_i \wedge I_i \omega_i = 0$

Projetons l'équation [V-04] dans le plan (o x z) au sol en supposant qu'aucune force ou moment externe agit sur le robot. Alors, les coordonnées du point ZMP sont données par les équations [V-06] et [V-07]

$$x_{ZMP} = \frac{\sum_i^n m_i (\ddot{y}_i + g) x_i - \sum_i^n m_i \ddot{x}_i y_i - \sum_i^n I_{iz} \dot{\theta}_{iz}}{\sum_i^n m_i (\ddot{y}_i + g)} \quad \text{V-06}$$

$$z_{ZMP} = \frac{\sum_i^n m_i (\ddot{y}_i + g) z_i - \sum_i^n m_i \ddot{z}_i y_i - \sum_i^n I_{ix} \dot{\theta}_{ix}}{\sum_i^n m_i (\ddot{y}_i + g)} \quad \text{V-07}$$

où :

$\ddot{u}_i = [\ddot{x}_i \ \ddot{y}_i \ \ddot{z}_i]^T$: Accélération absolue du chaînon (i).

m_i : Masse de chaînon (i) ;

$I_i = [I_{xi} \ I_{yi} \ I_{zi}]$: Moments d'inerties autour les axes : x , y et z ;

$\ddot{\theta}_{ix}, \ddot{\theta}_{iz}$: Vitesses angulaires absolues du centre de gravité de chaînon (i) autour l'axe x et z , respectivement ;

$g = [g_{xi} \ g_{yi} \ g_{zi}]^T$: Accélération de pesanteur ;

$M_j = [M_{xj} \ M_{yj} \ M_{zj}]^T$: Moment externe appliqué au robot ;

$F_k = [F_{xk} \ F_{yk} \ F_{zk}]^T$: Force externe appliquée au robot ;

$P_{zmp} = [x_{zmp} \ 0 \ z_{zmp}]^T$: Coordonné du ZMP ;

$r_i = [x_i, y_i, z_i]^T$: Coordonné du centre de masse de chaînon (i) exprimé dans le repère absolu.

À noter que, lors de la locomotion normale sur une surface horizontale : $g [0 ; -g ; 0]$.

V.7. Simulation et résultats.

La stabilité du robot est étudiée pour un pas de marche du robot, sachant qu'un pas de marche est défini par une PSS durant 1.3s et une PDS durant 0.3s. Elle est établie en fonction de la trajectoire de la hanche définie par ses équations paramétriques.

Deux cas de simulations sont considérés selon la trajectoire de la hanche.

1^{er} cas de simulation :

La trajectoire de la hanche est décrite par les équations paramétriques définies dans la *section II du chapitre III* qui sont réécrites ci-dessous :

$$x_h(t) = \frac{1}{2T_c} L_p \cdot t$$

$$y_{hs}(t) = k_0 + k_1 t + k_2 t^2 + k_3 t^3 + k_4 t^4 + k_5 t^5 \quad 0 \leq t \leq T_s$$

$$y_{hd}(t) = 0.62 \quad T_s \leq t \leq T_c$$

$$z(t) = 0.05 \sin\left(\frac{2\pi}{L_p}(x(t) - 0.12)\right)$$

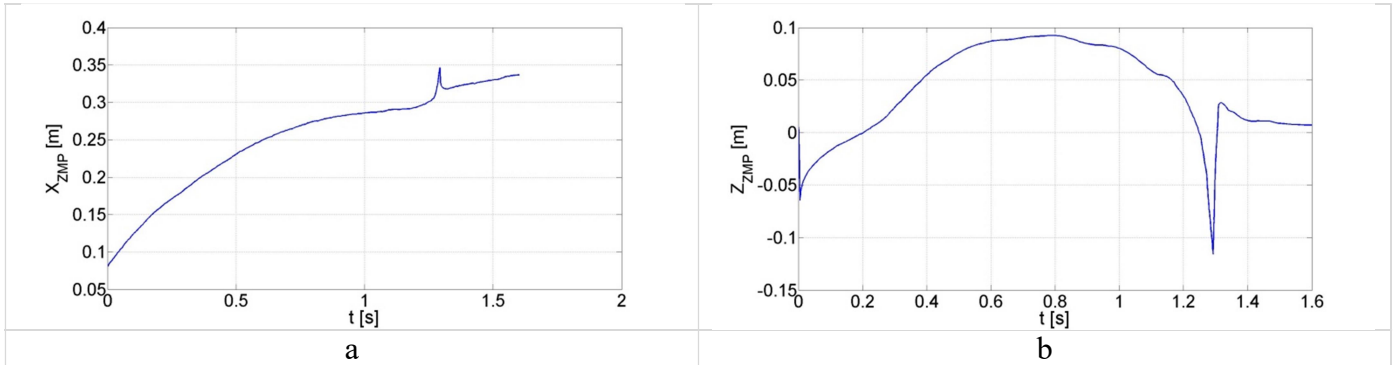


Fig.V.8. 1^{er} cas de simulation : Variation de ZMP durant un pas de marche du robot.

(a) Px_{ZMP} suivant l'axe x

(b) Pz_{ZMP} suivant l'axe z

2^{ème} cas de simulation :

La trajectoire de la hanche est définie par les équations paramétriques ci-dessous :

$$x_h(t) = \frac{1}{2T_c} L_p \cdot t$$

$$y_{hs}(t) = 0.62 \text{ m}$$

$$y_{hd}(t) = 0.62 \text{ m}$$

$$z(t) = 0.00$$

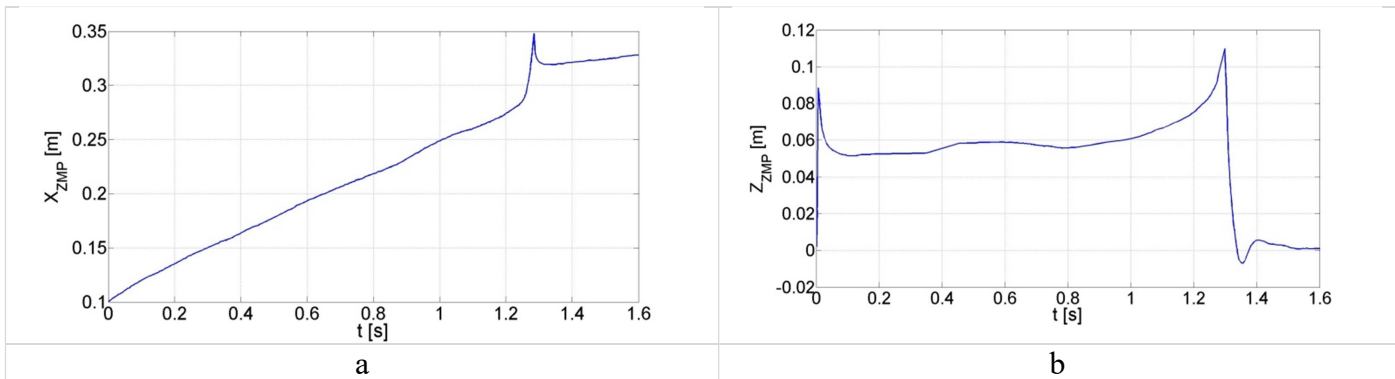


Fig.V.9. 2^{ème} cas de simulation : Variation de ZMP durant un pas de marche du robot.

(a) Px_{ZMP} suivant l'axe x

(b) Pz_{ZMP} suivant l'axe z

Interprétation.

Dans le 1^{er} cas, les résultats de simulation représentés à la Fig.V.8 montrent des variations régulières et sont approximativement proches aux allures théoriques de ZMP (Fig.V.6). De plus, comparativement aux résultats de certaines références, comme [22] et [23] (Fig.V.10 et Fig.V.11), les graphes obtenus sont de variations semblables à ces dernières qui sont tracés pour l'alternance de plus qu'un pas.

Au changement de phase, PSS à PDS, les graphes présentent des pics dus au contact avec le sol du pied qui était en l'air, ce qui affecte soudainement les forces d'inertie du robot et par conséquent sa stabilité.

Dans le 2^{ème} cas, d'après les graphes de simulation représentés à la figure V.9, le critère de la stabilité n'est pas vérifié. La figure V.9.a représente l'allure de ZMP suivant l'axe x appartenant au plan sagittal. Elle est pratiquement linéaire, mais elle présente un pic au changement de phase. La figure V.9.b présente l'allure de ZMP suivant l'axe z appartenant au plan frontal qui varie autour d'une valeur moyenne de $Z_{zmp} = 0.06$ [m] en PSS. En PDS, elle change brusquement dans un temps infinitésimale et converge vers la valeur zéro car, l'origine de l'axe z se situe sur le plan sagittal ($o : x, y$) du robot. Il découle que le critère de stabilité n'est pas respecté. En effet, le Z_{zmp} doit être au voisinage de la coordonnées $z = -0.10m$ en PSS. En PDS, il doit fluctuer autour de $0.00 m$.

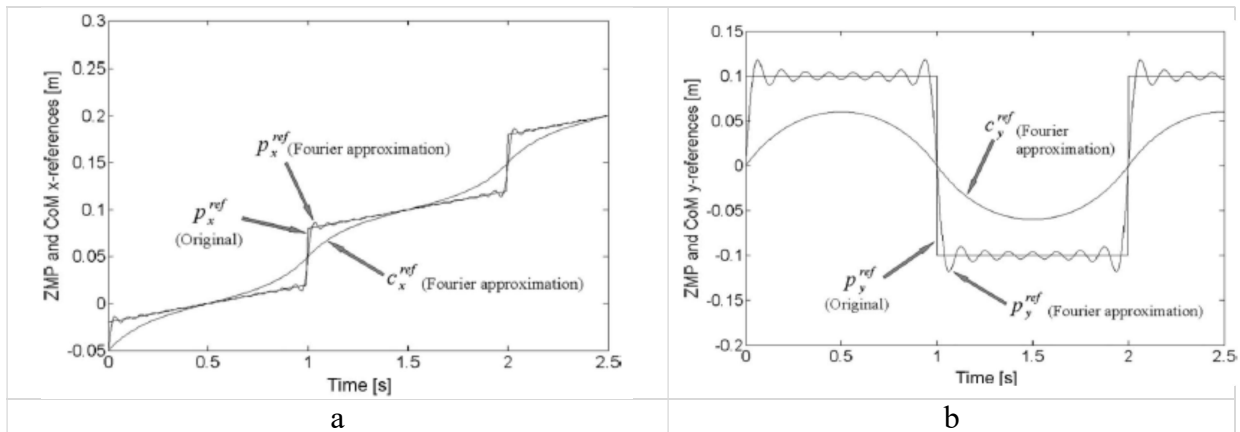


Fig.V.10. Graphes de variation de ZMP [22].
(a) Px_{ZMP} suivant l'axe x (b) Py_{ZMP} suivant l'axe y

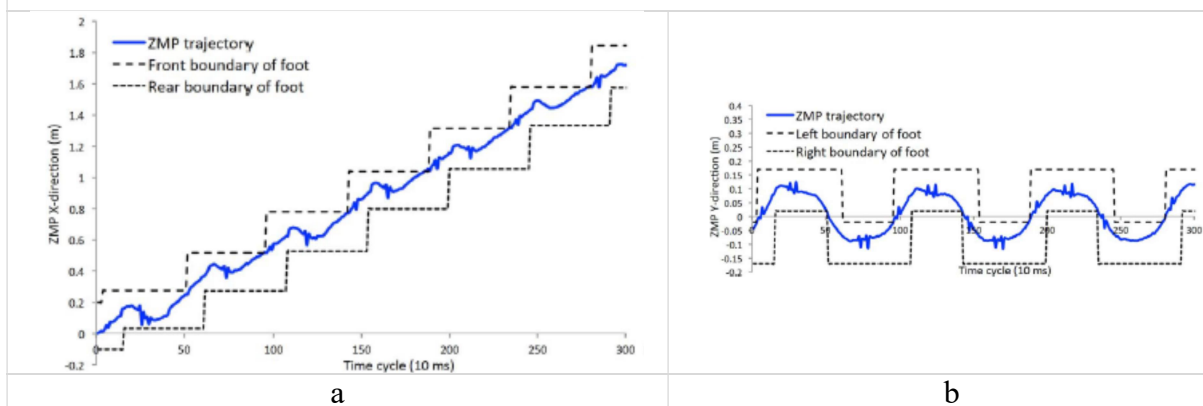


Fig.V.11. Graphes de variation de ZMP [23].
(a) Px_{ZMP} suivant l'axe x (b) Py_{ZMP} suivant l'axe y

On conclut que la trajectoire de la hanche affecte directement la stabilité du robot. Il en est de même pour sa position suivant l'axe z ($z_h(t)$) par rapport au pied support. Ceci signifie

qu'elle a une relation directe avec le centre de masse du robot. Ainsi, pour assurer une bonne stabilité du robot, son centre de masse doit être très proche du pied support.

V.8. Conclusion.

Dans ce chapitre, nous avons étudié la stabilité d'un robot humanoïde. On distingue deux modes : la stabilité statique et la stabilité dynamique. La stabilité statique est relativement simple et sans grande difficulté mathématique, tandis que la stabilité dynamique se basant sur le concept de "zéro moment point" (ZMP), nécessite un calcul judicieux de différentes forces d'inertie. L'approche de ZMP stipule qu'un point au sol où la somme des moments est nulle doit être maintenu à l'intérieur de la surface de sustentation définie par les pieds du robot durant les deux phases de sa marche, PSS et PDS. La maîtrise de la stabilité dynamique repose sur la gestion des interactions des forces et des moments agissant sur le robot.

La locomotion du robot est établie par la détermination préalable de différentes trajectoires de ses membres (hanche, bras et pied en phase de vol), sachant que celle de la hanche joue un rôle prépondérant dans la détermination de la marche stable du robot. Les simulations ont permis de choisir les paramètres de la marche répondant au critère de la stabilité permettant au robot de se déplacer sans risque de basculement.

CHAPITRE VI

PARTIE EXPERIMENTALE

VI.1. Introduction.

Dans ce chapitre, on envisage une étude expérimentale en appliquant l'approche proposée pour résoudre le problème géométrique inverse (MGI). La réalisation concerne le membre supérieur droit du robot. L'objectif est de vérifier cette approche.

Le modèle envisagé de ce membre est conçu pour 6 ddl. Il est réalisé par impression 3D. La commande est assurée par une carte électronique utilisant le langage Arduino.

VI.2. Outils et matériaux pour l'expérience.

Les moyens utilisés pour la réalisation sont les suivants :

VI.2.1. Moyens software.

SolidWorks: pour la conception des différents éléments constituant le membre.

Arduino: Software dédié pour la programmation de la carte électronique (carte Arduino).

VI.2.2. Moyens Hardware.

Micro-ordinateur: Pour installation les softwares.

Imprimante 3D: Machine utilisée pour imprimer les différentes parties (impression en plastique : PLA).

Carte Arduino: Carte électronique Arduino-Mega 2650 pour la commande.

Moteurs pas à pas: 06 moteurs pas à pas (1 moteur par 1 ddl) de différentes caractéristiques.

Drivers moteurs: 06 drivers moteurs.

Ramps 1.4:

Alimentations électriques: 12V et 24V.

VI.3. Conception

Les pièces sont conçues à l'aide du logiciel *SolidWorks*.

La Fig.VI.1 illustre la conception complète du bras du robot humanoïde et son schéma cinématique.

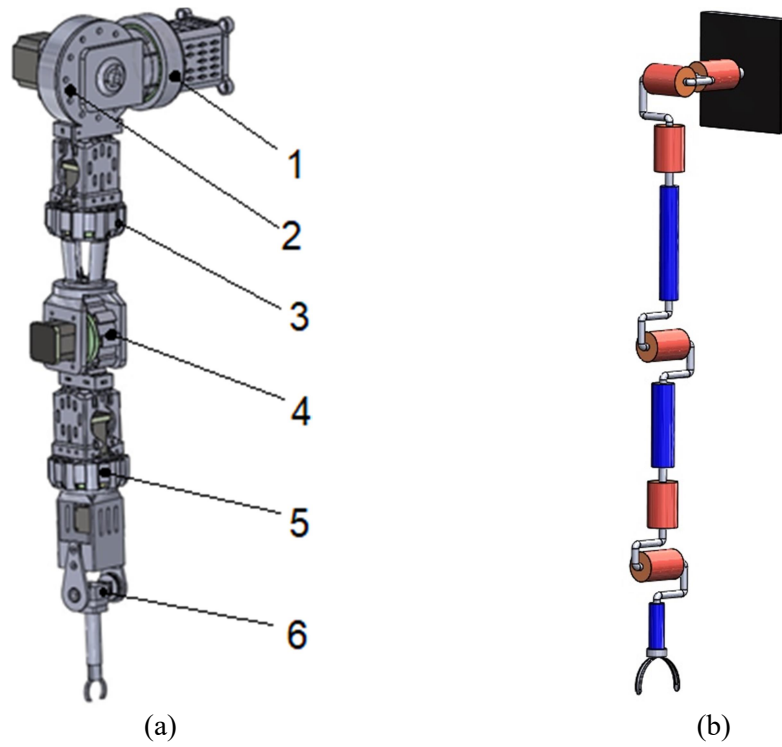


Fig.VI.1. Conception et structure du robot.
(a) : image de la conception. (b) : schéma articulaire.

La Fig.VI.2 montre certains mécanismes du bras.

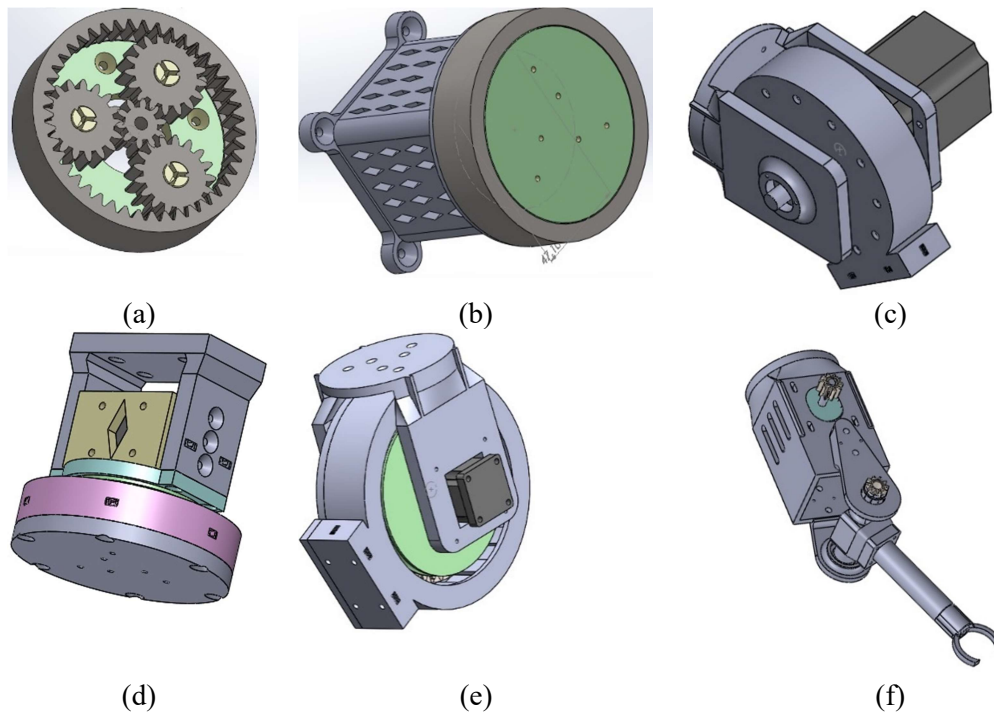


Fig.VI.2. Conceptions et assemblage des principaux éléments du bras.
(a) : Mécanisme planétaire. (b) : articulation 1. (c) : articulation 2. (d) : articulation 3.
(e) : articulation 4. (f) : articulation 5 et 6.

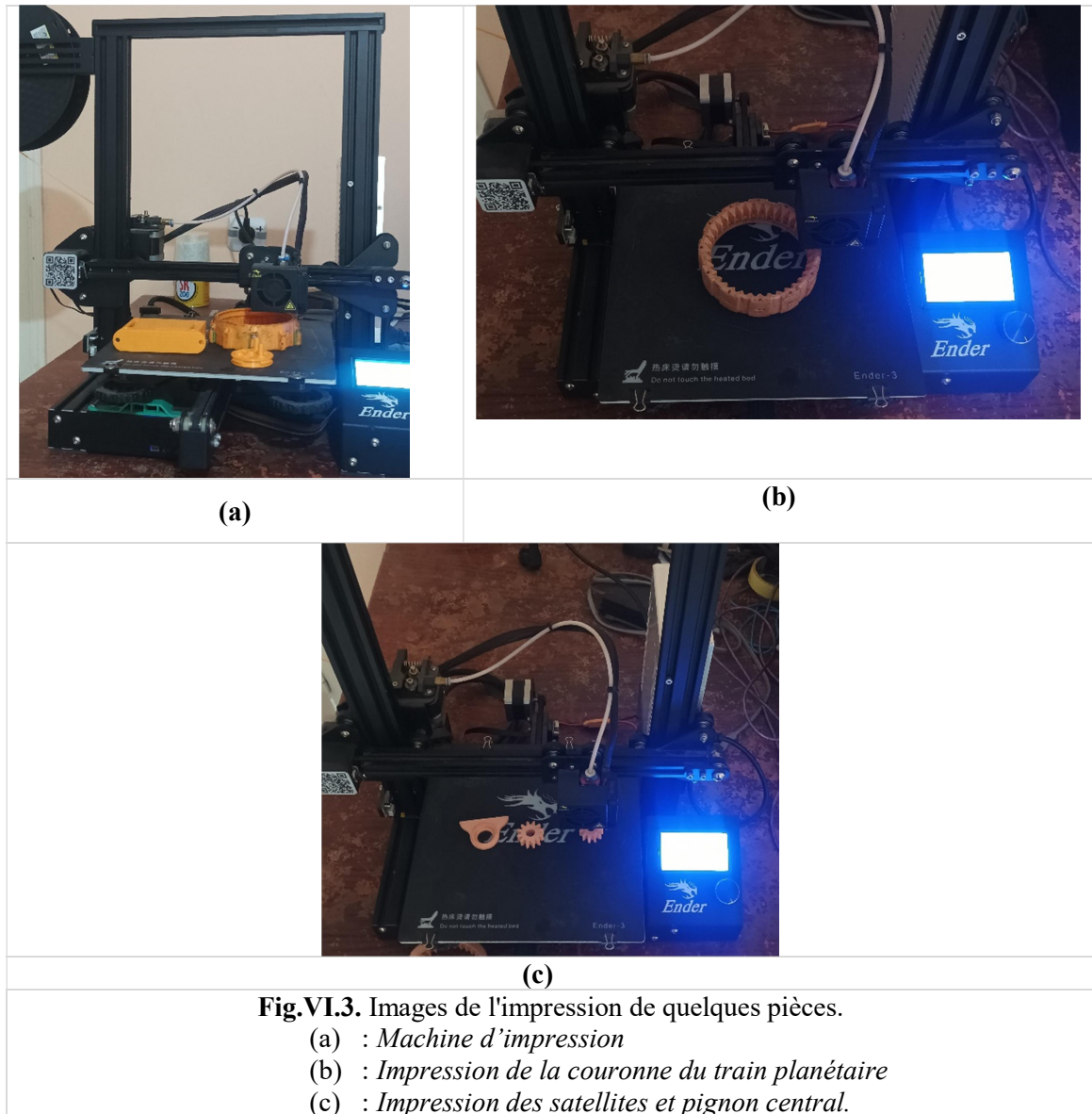
Remarque :

Dans l'annexe D, on donne les dessins de définitions des éléments principaux, le dessin d'ensemble, une vue éclatée du réducteur planétaire.

VI.4. Impression des éléments du bras.

L'impression est réalisée à l'aide d'une imprimante 3D. La matière première utilisée pour l'impression est la PLA (Acide Poly lactique).

La Fig.VI.3 montre quelques images de l'impression.

**VI.5. Réducteur de vitesse planétaire (train épicycloïdal)****a) Définition :**

Le réducteur employé est un train épicycloïdal planétaire. Pour ces avantages : encombrement réduit et rapport de réduction (ou de multiplication) réduit (élevé). Fig.VI.4

Un train épicycloïdal simple est composé d'un planétaire centrale (1), d'un satellite (2) et d'une couronne (3). Le satellite est entraîné en rotation autour de l'axe commun planétaire-couronne à l'aide de porte-satellite U.

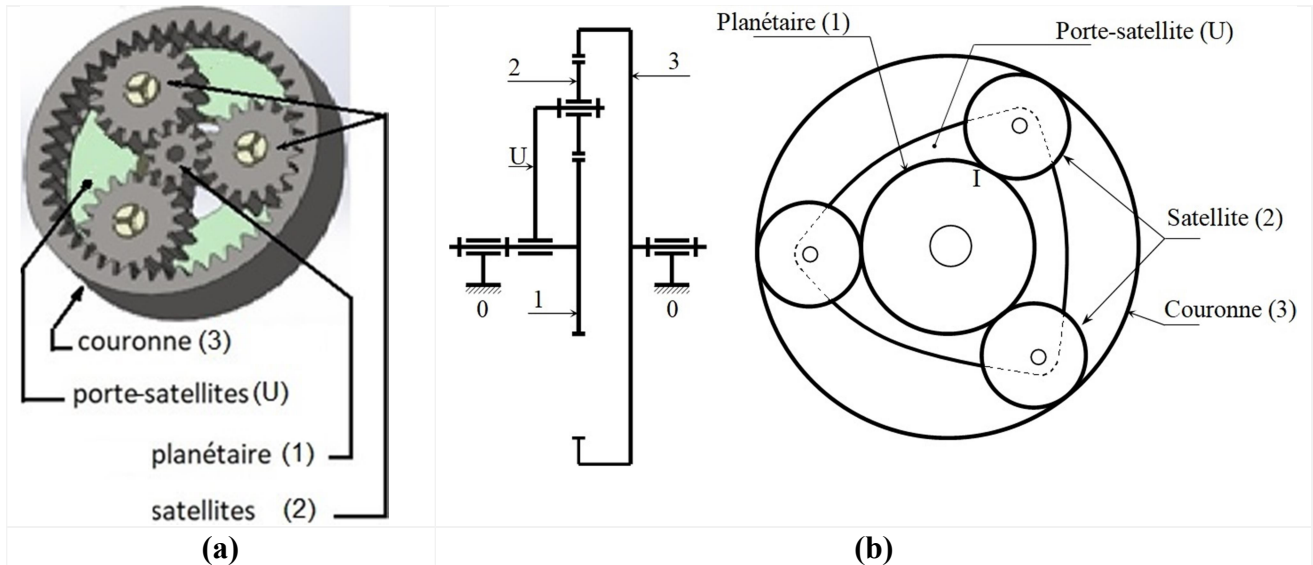


Fig.IV.4. Train épicycloïdal simple.

(a) : image d'un planétaire. (b) : schéma cinématique du planétaire.

b) Conditions de fonctionnement

- **Condition d'engrènement (Condition sur le module)**

Pour assurer cette condition, les trois roues doivent avoir le même module et le même angle de pression (généralement un train épicycloïdal est à denture droite). On a donc :

$$m_1 = m_2 = m_3 = m$$

- **Condition sur les entraxes (condition géométrique)**

Pour que le montage des roues soit possible, il faut que :

$$d_3 = d_1 + 2.d_2$$

d_1 : Diamètre du pignon central.

d_2 : Diamètre du satellite.

d_3 : Diamètre de la couronne.

Cette condition peut être exprimée en fonction de nombre des dents :

$$Z_3 = Z_1 + 2.Z_2$$

- **Condition de montage**

Deux critères sont à satisfaire :

➤ **Condition sur le nombre de dents (ou règle du "haricot")** (Fig.IV.5)

Admettons que le train épicycloïdal comporte n_2 satellites dont le montage doit satisfaire la règle de "haricot" (Fig.VI.5).

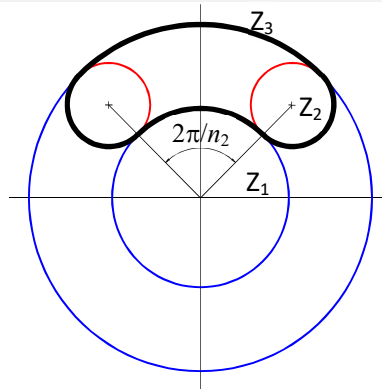


Fig.VI.5. Schema de la condition de montage (Règle du haricot)

Cette condition est exprimée par la relation suivante:

$$\frac{Z_2}{2} + \frac{Z_1}{n_2} + \frac{Z_2}{2} + \frac{Z_3}{n_2} = \text{entier} \Rightarrow Z_2 + \frac{Z_1 + Z_3}{n_2} = \text{entier}$$

Etant donné que Z_2 est un entier, donc : $Z_1 + Z_3 = \text{entier} \cdot n_2$

où :

Z_1, Z_2, Z_3 : Nombre de dents des planétaire, satellite et couronne respectivement.

➤ **Condition sur le nombre de satellites (ou de voisinage des satellites)** (Fig.IV.6)

De la figure IV.6, il vient :

$$a = 2r_{a_2} + x = d_{a_2} + x$$

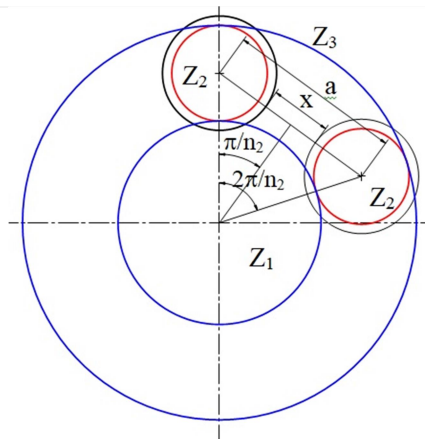


Fig.IV.6. Condition de voisinage des satellites

D'autre part, on a :

$$a = 2(r_1 + r_2) \sin\left(\frac{\pi}{n_2}\right)$$

Tous calculs fait, on obtient :

$$\sin\left(\frac{\pi}{n_2}\right) = \frac{\frac{x}{m} + (Z_2 + 2)}{Z_1 + Z_2}$$

Le nombre maximal $n_{2\max}$ de satellites est obtenu pour $x = 0$. Il vaut :

$$\sin\left(\frac{\pi}{n_{2\max}}\right) = \frac{(Z_2 + 2)}{Z_1 + Z_2}$$

On a alors :

$$n_{2\max} = \frac{\pi}{\arcsin\left(\frac{Z_2 + 2}{Z_1 + Z_2}\right)}$$

c) Rapport de réduction

La formule de Willis appliquée au train épicycloïdal représenté à la Fig.VI.4 s'écrit sous la forme :

$$\frac{\omega_1 - \omega_U}{\omega_3 - \omega_U} = -\frac{Z_3}{Z_1}$$

Le rapport de transmission $\frac{\omega_{\text{sortie}}}{\omega_{\text{entrée}}}$ sera calculé en fonction de la roue fixe. Le tableau VI.1 récapitule les trois cas possibles.

Tableau VI.1 : *Rapports de transmission du train épicycloïdal*

Elément fixe	Entrée	Sortie	Rapport de transmission
Couronne (3)	Planétaire (1)	Porte-satellite (U)	$\frac{Z_1}{Z_1 + Z_3}$ (réducteur)
Planétaire (1)	Couronne (3)	Porte-satellite (U)	$\frac{Z_3}{Z_1 + Z_3}$ (réducteur)
Porte-satellite (U)	Planétaire (1)	Couronne (3)	$-\frac{Z_3}{Z_1}$ (multiplicateur)

VI.5.1. Couple articulaire en sortie du réducteur

Le couple en sortie d'un réducteur en fonction du couple initial fourni par le moteur d'entraînement est donnée par :

$$C_R = C_{Mot} R \eta$$

où:

- C_R : Couple en sortie du réducteur.
- C_{Mot} : Couple moteur.
- R : Rapport de reduction.
- η : Rendement de transmission.

Le réducteur a pour avantages :

- De réduire la vitesse de l'articulation afin de permettre un bon contrôle de l'articulation et sécurise le moteur.
- D'augmenter le couple de l'articulation.

Le tableau ci-dessous présente des caractéristiques techniques du bras du robot avec un rendement de transmission $\eta = 1$

Tableau VI.2. *Caractéristiques techniques des articulations du bras du robot*

	Type de réducteur	N ^{bre} dents : couronne, satellite, central	Eléments entrée-sortie	Rapport de réduction	Couple moteur [n.m]	Couple en sortie du réducteur [n.m]
Articulation 1	Planétaire plan	44, 17, 10	Roue 1 , porte-satellite U	$\frac{10}{54}$	2.80	15.12
Articulation 2	Planétaire plan	36, 12, 12	Roue 1 , couronne 3	$\frac{12}{36}$	2.80	08.40
Articulation 3	Planétaire plan	32, 11, 10	Roue 1 , porte-satellite U	$\frac{10}{42}$	1.10	04.62
Articulation 4	Planétaire plan	32, 10, 12	Roue 1 , couronne 3	$\frac{10}{32}$	0.50	01.33
Articulation 5	Planétaire plan	30, 10, 10	Roue 1 , porte-satellite U	$\frac{10}{40}$	0.50	02.00
Articulation 6	Courroie	Ø petite poulie entrée =12 mm , Ø grande poulie sortie =36 mm	/	$\frac{12}{36}$	0.126	0.37

VI.6. Branchement et câblage des parties électroniques.

La Fig.VI.7 illustre un schéma de circuit représentant les principaux dispositifs utilisés et leur câblage correspondant pour l'action du robot.

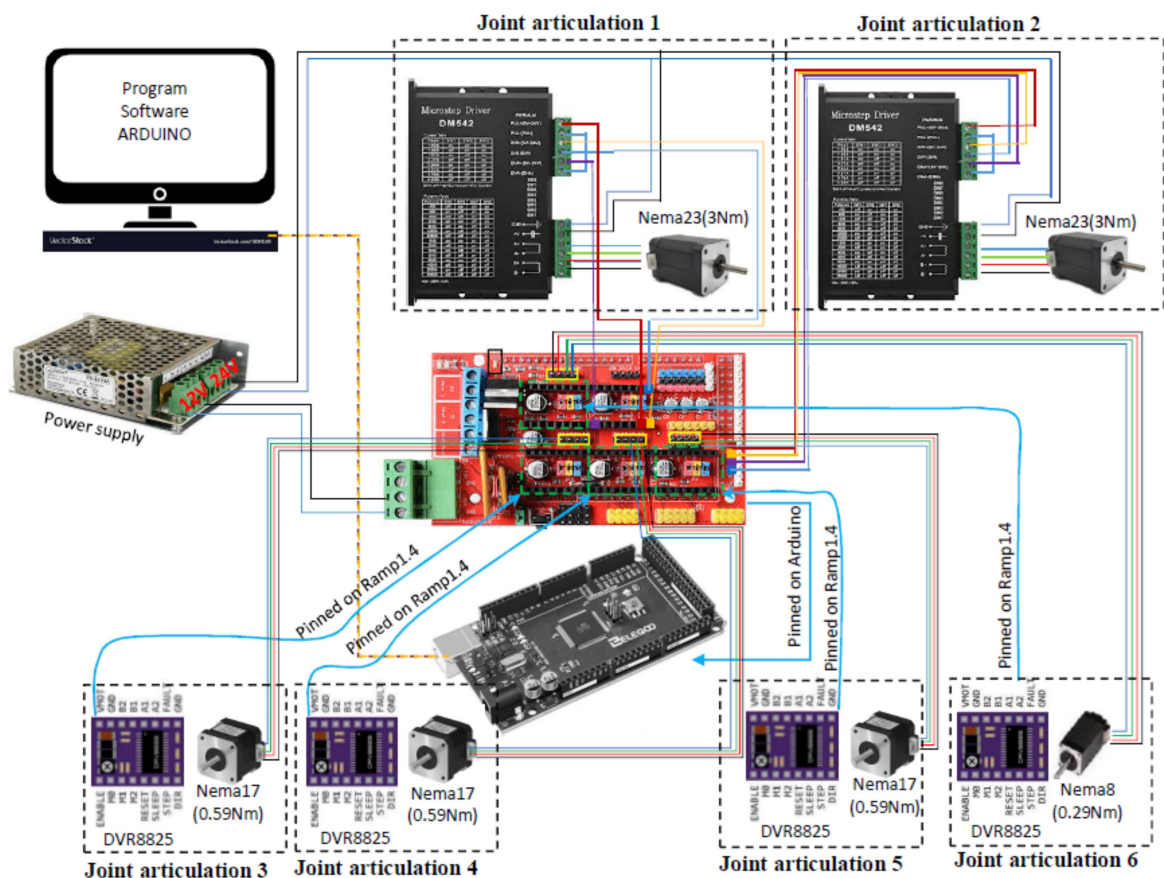


Fig.VI.7. Schéma du circuit de commande et de connexion entre les composants électroniques.

VI.7. Image du bras du robot en sa forme finale.

La Fig.VI.8 représente une image du robot assemblé.

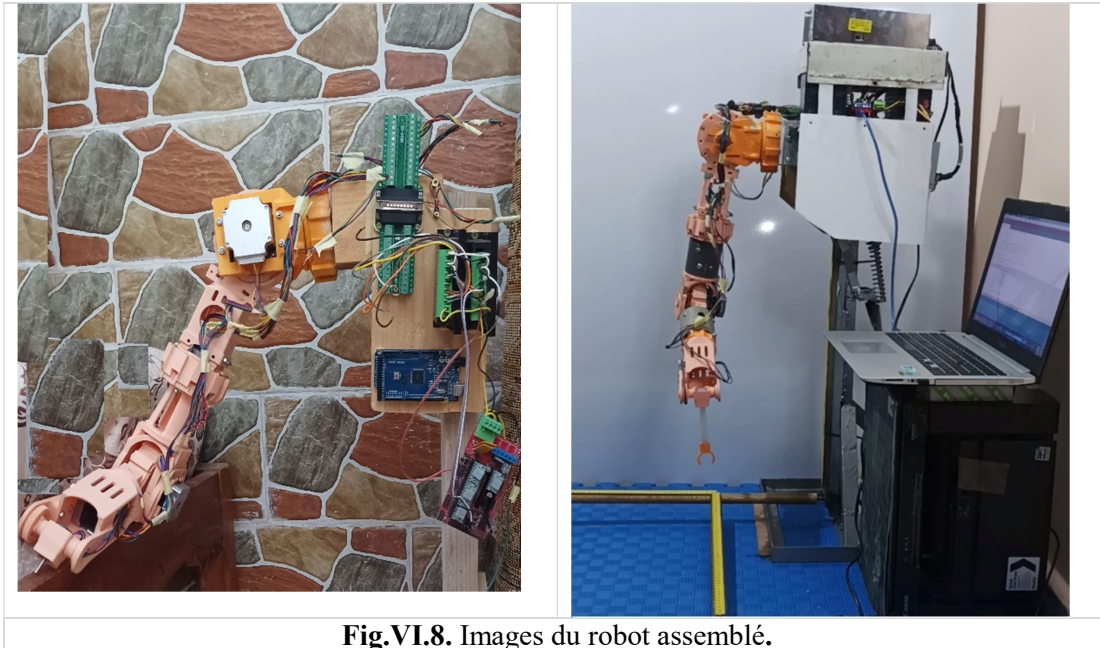


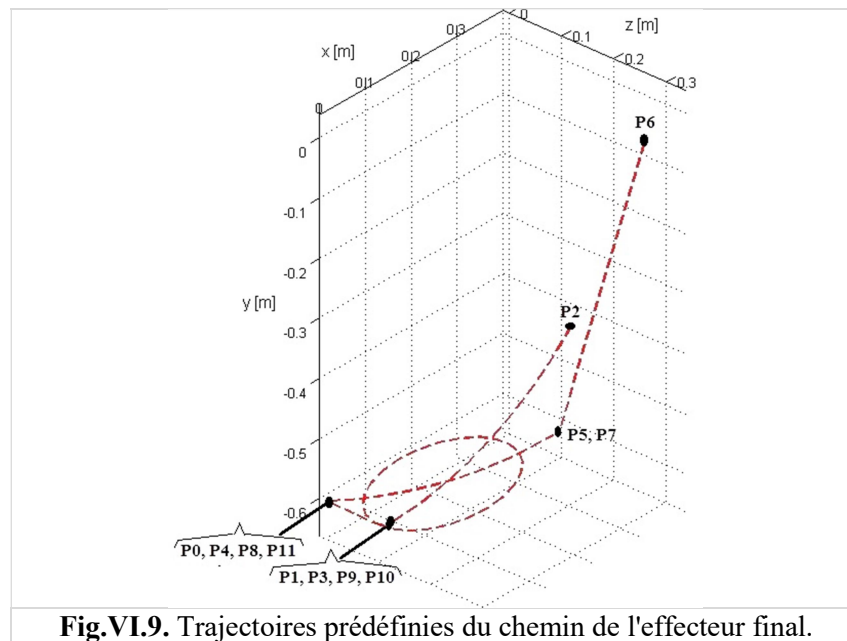
Fig.VI.8. Images du robot assemblé.

VI.8. Expérimentation.

Pour la mise en expérimentation, un code Arduino a été développé et mis en œuvre sur la carte Arduino 2650. Cette carte sert de dispositif d'entrée/sortie entre l'ordinateur et les actionneurs du robot. Le schéma du circuit de commande et de connexion entre les différents dispositifs est donné à la Fig.VI.7.

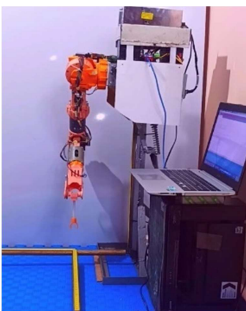
Nous avons commandé l'effecteur du bras à poursuivre le même chemin établi par simulation sous Matlab (figure VI.9). L'effecteur est censé rebrousser chemin dans certaines situations, tels que la trajectoire: $P1 \rightarrow P2$ et $P2 \rightarrow P3$, ainsi que $P5 \rightarrow P6$ et $P6 \rightarrow P7$.

Un code arduino est développé pour les six articulations.

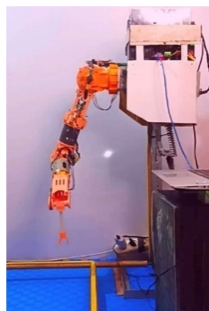
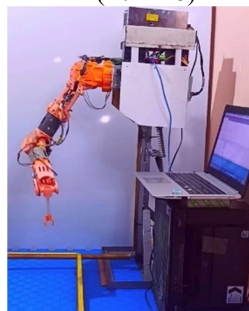


Les expériences montrent clairement que le bras a pu suivre les trajectoires prédéfinies (Fig.VI.10) pour différentes postures du bras. Les six moteurs répondent conformément aux signaux générés par la carte électronique correspondants aux solutions du MGI.

Position initiale



Movement P1→P2→P3

Movement P4→P5
et (P7→P8)

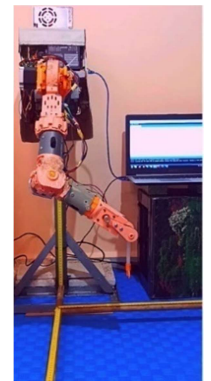
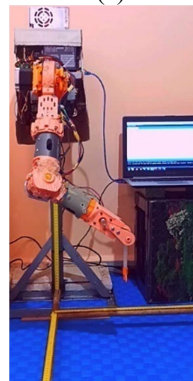
Movement P5→P6→P7



Movement P9→P10



(a)



(b)

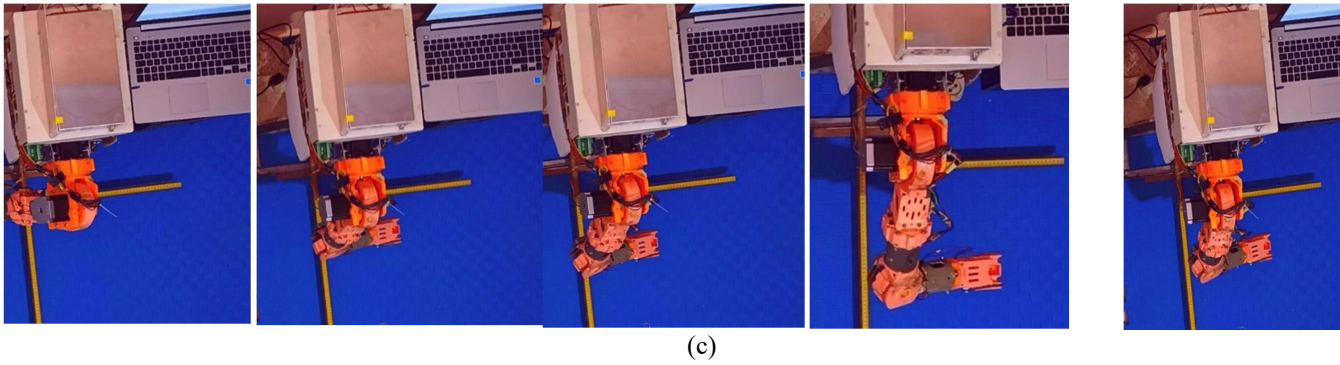
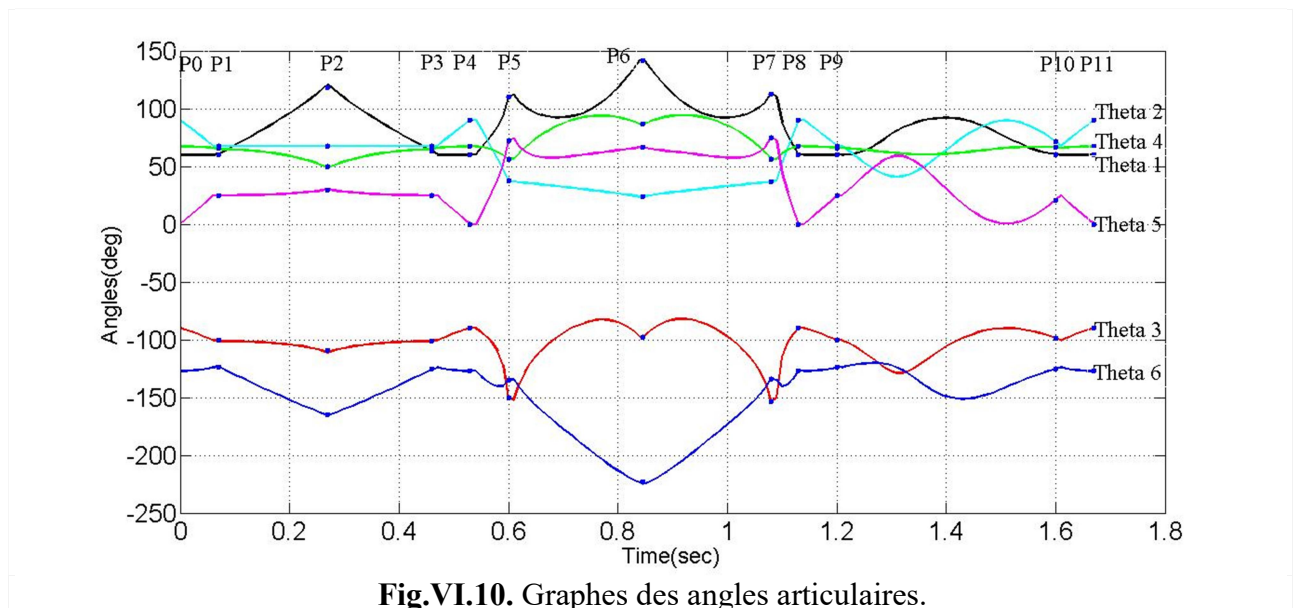


Fig.VI.10. Quelques postures du robot suivant des trajectoires prédéfinies.

(a) : *Vue de face.* (b) : *Vue latérale.* (c) : *Vue de dessus.*

La Fig.VI.11 illustre les variations de ces six articulations du robot pendant leurs mouvements en parcourant les trajectoires prédéfinies.



De la Fig. VI.11, on observe que les variations des articulations présentent des symétries lorsque l'effecteur du bras rebrousse chemin, par exemple, parcours $P5 \rightarrow P6$ et $P6 \rightarrow P7$ ($P7$ se confond avec $P5$). Dans le cas du chemin circulaire ($P9 \rightarrow P10$), chacun des six graphes commence et se termine aux mêmes points. Ce qui signifie que l'effecteur a rebrousse le chemin correctement.

VI.9. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'étude expérimentale effectuée sur un membre supérieur du robot, à six degrés de liberté. La réalisation a nécessité la conception du bras, son impression 3D et l'élaboration d'une carte électronique arduino pour la commande.

L'objectif de cette réalisation est d'implémenter et de vérifier les solutions du MGI obtenues suivant la nouvelle approche. Les expériences ont consisté à observer visuellement le mouvement en suivant les trajectoires imposées à l'effecteur final (main) dans l'espace opérationnel.

Les expériences menées ont montré que l'effecteur du bras suit les trajectoires imposées et même de retourner à sa position initiale. Ce qui confirme la validité du modèle proposé pour la solution du MGI.

CONCLUSION

GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Dans ce travail, on présente une étude d'un robot bipède humanoïde à 30 degrés de liberté. Morphologiquement, ce robot est composé du mécanisme cou-tête, du tronc, de deux membres supérieurs (bras droit et bras gauche) et de deux membres inférieurs (patte droite et patte gauche).

Il traite la modélisation géométrique, le générateur de trajectoire, la modélisation dynamique, la stabilité et une partie expérimentale.

La modélisation géométrique représente un point clé autour duquel s'articulent les autres concepts de modélisation. Nous avons développé une nouvelle approche qui se base sur un calcul vectoriel. Elle conduit à des solutions linéaires découplées. Elle est validée par des simulations.

Les solutions du modèle géométrique du robot dépendent directement de la position de l'organe terminal dans l'espace opérationnel. En effet, vu que le robot est modélisé comme un système arborescent, nous avons développé des équations polynomiales et sinusoïdales permettant de déterminer préalablement les trajectoires de chaque membre : hanche, mains, pied de la patte en vol et cou-tête. Des simulations sont faites sur la marche du robot en se basant sur les résultats de la modélisation géométrique et les différentes trajectoires prédéfinies.

L'objectif est la détermination des couples moteurs nécessaires à chaque articulation du robot bipède. Pour cette raison, nous avons abordé la modélisation dynamique du robot qui est traité comme un système mécanique arborescent en adoptant l'algorithme de Newton-Euler. Tous les couples moteurs nécessaires sont déterminés et simulés par un code de calcul développé sous Matlab et Simulink.

Par ailleurs, la nature de ce robot exige une étude de sa stabilité qui est traitée par l'approche "Zéro Moment Point" sous les conditions géométriques et cinématiques d'une marche normale du robot en partant du modèle dynamique. Cette approche consiste à consigner le point nul de l'ensemble des moments agissant sur le robot à l'intérieur de la surface de sustentation compte tenu de l'ajustement de certains paramètres affectant la marche du robot en suivant les trajectoires prédéfinies. En effet, à partir des simulations qui ont été faites pour vérification, le robot a pu maintenir sa stabilité sous des conditions des marches bien déterminées.

L'étude est conclue par des expérimentations pratiques sur un bras du robot à 6 degrés de liberté (membre supérieur droit). Ce dernier a été conçu en utilisant un software de conception. Les différentes pièces composant le robot sont réalisées à l'aide d'une imprimante 3D. Le bras est équipé d'un système électronique permettant le suivi de la trajectoire de l'effecteur. Les expérimentations sur le bras du robot sont réalisées compte tenu des solutions du modèle géométrique inverse et en imposant à l'effecteur de suivre des trajectoires bien définies.

Les résultats obtenus à travers les simulations et les expérimentations pratiques montrent l'efficacité des solutions obtenues et la fiabilité de la modélisation adoptée.

Notons que beaucoup de défis restent à lever et qui peuvent être présentés comme des perspectives à étudier dans les futurs travaux, tels que :

- Génération de la marche en temps réel.
- Locomotion autonome en temps réel en toute sécurité et stabilité.
- Conception d'un pied robotique et modélisation des efforts d'impact pied sol.
- Etude de la singularité.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [01] B. Sicilano, L. Sciavicco, L. Villani, G. Oriolo. Robotics Modeling, Planning and Control; 2009 Springer-Verlag London Limited.
- [02] Y. Ogura, S. Ando, H. Lim, A. Takanishi. Sensory-based walking motion instruction for biped humanoid robot. Vol. 48, Issue 4, P :163-169, Japan. Elsevier 2004.
- [03] Y.Liu, J. Weng, F. Wang, J. Tang et all. Design and Control of the Biped Robot HTY. 2023. Springer nature Singapore. ICIRA 2023, LNAI 14270, pp. 404–415, 2023.
- [04] Y. Ogawa, D. Maita, G. Venture. Gait analysis for the development of the biped robot foot structure. 19th IFAC World Congress. Cape Town, South Africa. August 24-29.
- [05] J. Lee and H-M. Joe. Design of Humanoid Robot Foot to Absorb Ground Reaction Force by Mimicking Longitudinal Arch and Transverse Arch of Human Foot. 2023. Springer. International Journal of Control, Automation, and Systems 21(11) (2023) 3519-3527
- [06] Ch. Yi · X. Chen · Y. Zhang · Z. Yu · H. Qi · Y. Liu · Q. Huang. Simulating the GRF of Humanoid Robot Vertical Jumping Using a Simplified Model with a Foot Structure for Foot Design. 2023. Springer, Journal of Bionic Engineering. <https://doi.org/10.1007/s42235-023-00429-8>
- [07] A. Abdellatif · S. Alfayad · Arne-Christoph Hildebrandt · F. B. Ouezdou · N. Mechbal · Yahya Zweiri. Development of a New Hydraulic Ankle for HYDRO-ID Humanoid Robot. 2018. Springer. Journal of Intelligent & Robotic Systems (2018) 92:293–305.
- [08] Arijit I. Haldar, Nitin D. Pagar. Predictive control of zero moment point (ZMP) for terrain robot kinematics. 2023. Elsevier. Materials Today: Proceedings 80 (2023) 122–127. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.10.286>
- [09] J-A. Martin, J. de Lope, M. Santos. A method to learn the inverse kinematics of multi-link robots by evolving neuro-controllers. 2009. Elsevier. Neurocomputing 72 (2009) 2806–2814. DOI:10.1016/j.neucom.2008.08.021
- [10] Sohn, J. H., Oh, S., Lee, C.-H., Kim, S.-S.(2021). Recursive inverse kinematic analysis for humanoid robot based on depth camera data. Journal of Mechanical Science and Technology 35 (7) (2021) 3199~3209. <http://doi.org/10.1007/s12206-021-0640-y>
- [11] L. Campos-Macías*, O. Carbajal-Espinosa, A. Loukianov and E. Bayro-Corrochano. Inverse Kinematics for a 6-DOF Walking Humanoid Robot Leg. 2017. Springer. Adv. Appl. Clifford Algebras 27 (2017), 581–597. DOI 10.1007/s00006-016-0705-7
- [12] N. Kofinas · E. Orfanoudakis · M-G. Lagoudakis. Complete Analytical Forward and Inverse Kinematics for the NAO Humanoid Robot. 2015. Springer. J Intell Robot Syst (2015) 77:251–264 DOI: 10.1007/s10846-013-0015-4
- [13] M. Alibeigi, S. Rabiee, M-N. Ahmadabadi. Inverse Kinematics Based Human Mimicking System using Skeletal Tracking Technology. 2017. Springer. Jor Intell Robot Syst (2017) 85:27–45 DOI 10.1007/s10846-016-0384-6
- [14] A-M. Thakkar, V-J. Patel. Dynamic Simulation of a 12 DoF Biped Robot with Newton- Euler Method using Unit Vector Approach. 2024. ScienceDirect. 3rd International conference on Evolutionary Computing and Mobile Sustainable Networks (ICECMSN 2023).

- 10.1016/j.procs.2023.12.133
- [15] Z. Zhang , L. Wang, J. Liao, J.Zhao, Z. Zhou, X. Liu. Dynamic stability of bio-inspired biped robots for lateral jumping in rugged terrain. 2021. Elsevier. *Applied Mathematical Modelling* 97 (2021) 113–137.
<https://doi.org/10.1016/j.apm.2021.03.050>
- [16] R. Fazel a, A.M. Shafei a,*, S.R. Nekoo. A new method for finding the proper initial conditions in passive locomotion of bipedal robotic systems. 2023. Elsevier. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat* 130 (2024) 107693
- [17] X. Chen* J. Yi * H. Wang. Energy Walkers on Granular Terrain for Bipedal Walkers on Granular Terrain. 2023. ScienceDirect. *IFAC PapersOnLine* 56-3 (2023) 601–606
DOI:10.1016/j.ifacol.2023.12.090
- [18] Mauricio Alba *, Juan Carlos Garcia Prada, Jesus Meneses, Higinio Rubio. Center of percussion and gait design of biped robots. 2010. Elsevier. *Mechanism and Machine Theory* 45 (2010) 1681–1693.
DOI:10.1016/j.mechmachtheory.2010.06.008
- [19] Z. Xie, L. Li, X. Luo . Three-dimensional aperiodic biped walking including the double support phase using LIPM and LPM. 2021. Elsevier. *Robotics and Autonomous Systems* 143 (2021) 103831.
<https://doi.org/10.1016/j.robot.2021.103831>
- [20] J. Arcos-Legarda, J. Cortes-Romero, A. Tovar. Robust compound control of dynamic bipedal robots 2019. Elsevier. *Mechatronics* 59 (2019) 154–167.
<https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2019.04.002>
- [21] X. Luo, L. Zhu, L. Xia. Principle and method of speed control for dynamic walking biped robots. 2015. Elsevier. *Robotics and Autonomous Systems* 66 (2015) 129–144.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.robot.2014.11.017>
- [22] K. Cherfouh. J. Gu. U. Farooq. M. Usman Asad. R. Dey, E. Valentina. Bilateral Teleoperation Control of a Bipedal Robot Gait Using a Manipulator. 2022. ScienceDirect. *IFAC PapersOnLine* 55-1 (2022) 765–770
DOI: 10.1016/j.ifacol.2022.04.125
- [23] M.Vatankhah, R-H. Kobravi, A.Ritter. Intermittent control model for ascending stair biped robot using a stable limit cycle model. 2019. Elsevier. *Robotics and Autonomous Systems* 121 (2019) 103255.
<https://doi.org/10.1016/j.robot.2019.103255>
- [24] D. Kanoulas, N.G. Tsagarakis and M. Vona. Curved patch mapping and tracking for irregular terrain modeling: Application to bipedal robot foot placement. 2019. Elsevier. *Robotics and Autonomous Systems* 119 (2019) 13–30
<https://doi.org/10.1016/j.robot.2019.05.012>
- [25] Ch. Liu, D. Wang, E-D. Goodman, Q. Chen. Adaptive Walking Control of Biped Robots Using Online Trajectory Generation Method Based on Neural Oscillators. 2016. ScienceDirect. *Journal of Bionic Engineering* 13 (2016) 572–584
DOI: 10.1016/S1672-6529(16)60329-3
- [26] M. Folgheraiter, A. Keldibek, B. Aubakir et al. A neuromorphic control architecture for a biped robot. 2019. Elsevier. *Robotics and Autonomous Systems* 120 (2019) 103244
<https://doi.org/10.1016/j.robot.2019.07.014>
- [27] Q.-b. Zhong, F. Chen. Trajectory planning for biped robot walking on uneven terrain e Taking

- stepping as an example.2016. ScienceDirect. CAAI Transactions on Intelligence Technology 1 (2016) 197-209
<http://dx.doi.org/10.1016/j.trit.2016.10.009>
- [28] S. Starke, N. Hendrich and J. Zhang, A Forward Kinematics Data Structure for Efficient Evolutionary Inverse Kinematics, simulations of a hydrocyclone, Department of Informatics, Group TAMS (Technical Aspects of Multimodal Systems), University of Hamburg, 22527 Hamburg, Germany.
 DOI:10.1109/robio.2016.7866587
- [29] J.M. Van Verth, L.M. Bishop, Essential Mathematics for Games and Interactive: Applications A Programmer's Guide, 1st edition, Morgan Kaufmann Publishers, San Francisco, (2004).
- [30] A. Aristidou, J. Lasenby FABRIK, A fast, iterative solver for the Inverse Kinematics problem, Journal Science Direct, 73(2011), 243-260.
 DOI:10.1016/j.gmod.2011.05.003
- [31] W. Suleiman, F. Kanehiro and E. Yoshida, Infeasibility-free inverse kinematics method, International Symposium on System Integration (SII 2015) (8th ed.), IEEE, Nagoya-japan, (2015), 307-312.
 DOI:10.1109/SII.2015.7404996
- [32] W. Khalil, E. Dombre, Modeling, Identification and Control of Robots, 1st edition, Hermes Penton Ltd, London, (2004)
- [33] M. Raghavan, B. Roth, Inverse kinematics of the general 6R manipulator and related linkages, ASME Journal of Mechanical Design, 3(1993), 502-508. doi.org/10.1115/1.2919218
- [34] R. Paul, Robot Manipulator: Mathematics, Programming and Control, 1st edition, MIT press, Cambridge, (1982)
- [35] J.Q. Gan, E. Oyama, E.M. Rosales and H. HU, A complete analytical solution to the inverse kinematics of the Pioneer 2 robotic arm, Journal Robotica, 23(2005), 123-129.
 DOI: 10.1017/S0263574704000529
- [36] B. Tondu, A closed-form inverse kinematic modeling of a 7R anthropomorphic upper limb based on a joint parameterization, Proc. of the 6th IEEE-RAS International Conf (6th ed), IEEE, Genoa:Italy, (2006), 390-297.
 DOI: 10.1109/ICHR.2006.321302
- [37] S. Bertrand, O. Bruneau, B. Oueddou and S. Alfayad, Closed-form solutions of inverse kinematic models robot with 8 active degrees of freedom per leg, Mechanism and Machine Theory, 49(2012), 117-140
- [38] L. Sardana, M.K. Sutar and P.M. Pathak, A geometric approach for inverse kinematics of a 4-link redundant In-vivo robot for biopsy, Robotics and Autonomous Systems, 12(2013), 1306-1313.
 DOI: 10.1016/j.robot.2013.09.001
- [39] G. Tevatia, S. Schaal, Inverse kinematics for humanoid robots, Proc. of the IEEE International Conf. on Robotics and Automation (2000ICRA), IEEE, San Francisco:USA, (2000), 294-299.
 DOI: 10.1109/ROBOT.2000.844073
- [40] R. Pérez Rodríguez, A. Marciano Cedeno, U. Costa and E.G. Aguilera, Inverse kinematics of a 6 DOF human upper limb using ANFIS and ANN for anticipatory actuation in ADL based physical neuro rehabilitation, Expert Systems with Applications, 39(2012), 9612-9622.
 DOI: 10.1016/j.eswa.2012.02.143

- [41] L. Sciavicco, B. Siciliano, A dynamic solution of the inverse kinematic problem for redundant manipulators, Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation (IEEE ICRA), IEEE, Carolina:USA,(1987), 1081-1087.
DOI: 10.1007/978-1-4684-6915-8-9
- [42] Y. Wenbin, S. Lei, An optimization method for inverse kinematics of a 7-DOF redundant manipulator, Proc. Chinese Control Conf. (CCC2015) 34th edition, Hangzhou:China,(2015), 4472-4479.
DOI: 10.1109/ChiCC.2015.7260331
- [43] R. Zhang, C. Vogler, D. Metaxas. Human gait recognition at sagittal plane. Image and Vision Computing, Vol. 25, N° 3. P : 321-330. USA. 2005
- [44] C. Mahfoudi, contribution à la modélisation et à la commande des robots à pattes, application aux hexapodes. Thèse de doctorat. Ecole Nationale Supérieure Polytechnique d'Alger. Département de Génie Mécanique. Oct 2006.
- [45] Z. Tang, C. Zhou & Z. Sun. Trajectory Planning for Smooth Transition of a Biped Robot. International Conference of Robotics & Automation. vol.2. Issue: 14-19 . P: 2455- 2460. Taiwan. IEEE 2003.
- [46] W. Khalil, E. Dombre, Modeling, Identification and Control of Robots, 1st edition, Hermes Penton Ltd, London,(2004)
- [47] P-N. Mousavi, A. Bagheri. Mathematical simulation of a seven link biped robot on various surfaces and ZMP considerations; Applied mathematical modelling, vol. 31, no 1, pp. 18-37 (26 ref.). Elsevier 2007.
- [48] K. Yong-Sung, S. Chang-Jun. Development of a Biped Walking Robot, ICCAS, Department of Electronics Engineering, Kyungpook National University, Daegu 702-701, Korea. 2005
- [49] R. Zhang, C. Vogler, D. Metaxas. Human gait recognition at sagittal plane. Image and Vision Computing, Vol. 25, N° 3. P : 321-330. USA. 2005
- [50] O. KURT. Biped robot reference generation with natural ZMP trajectories. Sabanci University; Submitted to the Graduate School of Engineering and Natural Sciences in partial fulfilment of the requirements for the degree of Master of Science. Fev 2006.

ANNEXES

Annexe A

Fonction trigonométrique $\text{atan2}(y, x)$

$\text{atan2}(y, x)$ est une fonction trigonométrique généralisée de la fonction Arc-Tangente (y, x). elle est très utilisée dans la plupart des logiciels de programmation et très pratique en robotique. Elle permet de définir l'angle correspondant à chaque quadrant du cercle trigonométrique en fonction des arguments x et y .

Fondamentalement, cela fonctionne avec les coordonnées polaires en convertissant les coordonnées cartésiennes (x, y) en coordonnées polaires (r, θ), ce qui signifie que $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ et $\theta = \text{atan2}(y, x)$, avec $x = r \cdot \cos\theta$ and $y = r \cdot \sin\theta$.

$$\theta = \text{atan2}(y, x) = \begin{cases} \text{atan}(y/x) & \text{si } x > 0 \\ \text{atan}(y/x) + \pi & \text{si } x < 0 \text{ et } y \geq 0 \\ \text{atan}(y/x) - \pi & \text{si } x < 0 \text{ et } y < 0 \\ \pi/2 & \text{si } x = 0 \text{ et } y > 0 \\ -\pi/2 & \text{si } x = 0 \text{ et } y < 0 \\ \text{undefined} & \text{si } x = 0 \text{ et } y = 0 \end{cases}$$

Annexe B

Le tableau ci-dessous contient les dix tranches du parcours à suivre par l'organe terminale (main) du membre supérieur droit du robot en simulation (Chapitre II) et dans partie expérimentale (Chapitre VI).

Tranche du parcours	coordonnées	Parcours inverse	Coordonnées	Remarques
0→1	$P_{dx} = 0.0$ $P_{dy} = -\sqrt{0.6^2 - P_{dz}^2}$ $P_{dz} = 0.0 : 0.02 : 0.12$	3→4 10→11 (1→0)	$P_{dx} = 0.0$ $P_{dy} = -\sqrt{0.6^2 - P_{dz}^2}$ $P_{dz} = 0.12 : -0.02 : 0.0$	P_{dz} increment (décrement) par un pas constant de 0.02 m
1→2	$P_{dx} = 0.0 : 0.02 : 0.4$ $P_{dy} = -\sqrt{0.59^2 - P_{dx}^2}$ $P_{dz} = 0.12$	2→3 (2→1)	$P_{dx} = 0.4 : -0.02 : 0.0$ $P_{dy} = -\sqrt{0.59^2 - P_{dx}^2}$ $P_{dz} = 0.12$	La valeur 0.59m dans P_{dy} représente la dernière valeur (max) de la tranche 0→1
4→5	$P_{dx} = 0.6 \sin \alpha$ $+ 0.6 \cos \frac{\pi}{4}$ $P_{dy} = -0.6 \cos \alpha$ $P_{dz} = 0.6 \sin \alpha$ $+ 0.6 \sin \frac{\pi}{4}$	7→8 (5→4)	$P_{dx} = 0.6 \sin \alpha + 0.6 \cos \frac{\pi}{4}$ $P_{dy} = -0.6 \cos \alpha$ $P_{dz} = 0.6 \sin \alpha + 0.6 \sin \frac{\pi}{4}$	$\pi \leq \alpha < 3\pi/4$ Avec un pas de : $\Delta\alpha = \frac{\pi}{60} \text{ rad}$
5→6	$P_{dx} = P_{dx} + \Delta P_{dx}$ $P_{dy} = -0.6 \cos \alpha$ $P_{dz} = P_{dz} + \Delta P_{dz}$	8→9 (6→5)	$P_{dx} = P_{dx} - \Delta P_{dx}$ $P_{dy} = -0.6 \cos \alpha$ $P_{dz} = P_{dz} - \Delta P_{dz}$	P_{dx} commence de la dernière valeur de la tranche 4→5 jusqu'à $P_{dx} = 0.3m$. de même pour P_{dz} . Pour $P_{dy} : \frac{3\pi}{4} <$

				$\alpha < \pi/2$ et un pas de: $\Delta\alpha = \frac{\pi}{60} rad$
9→10	$\begin{cases} P_{Cx} = Q_{Ox} + R \cos(\varphi) S_{Qx} + R \sin(\varphi) N_{Qx} \\ P_{Cy} = Q_{Oy} + R \cos(\varphi) S_{Qy} + R \sin(\varphi) N_{Qy} \\ P_{Cz} = Q_{Oz} + R \cos(\varphi) S_{Qz} + R \sin(\varphi) N_{Qz} \end{cases}$ $R = 0.12m$: rayon du cercle. $Q_o = (0.12, -0.58, 0.12)$: coordonnées du centre du cercle. $\vec{S}_Q = (0.65, 0.00, -0.65)^T$ $\vec{N}_Q = (0.65, 0.23, 0.65)^T$ $\vec{S}_Q = (S_{Qx}, S_{Qy}, S_{Qz})^T$ et $\vec{N}_Q = (N_{Qx}, N_{Qy}, N_{Qz})^T$: cosinus directeurs du repère défini dans le plan C-plane par rapport au repère d'épaule R_e			Le parcours circulaire est défini dans le plan de l'équation: $0.19x - 0.94y + 0.19z - 0.365 = 0$ Son vecteur normale: $\vec{n} (0.19, -0.94, 0.19)^T$ Avec: $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ et un pas de : $\Delta\varphi = \frac{\pi}{60} rad$

Annexe C

MGI du membre supérieur droit du robot en utilisant la method de Paul

Equation (C1) represente le MGD du membre supérieur du robot. Il est décrit par la multiplication successive de différentes matrices de transformations homogènes.

$${}^0T_1 \quad {}^1T_2 \quad {}^2T_3 \quad {}^3T_4 \quad {}^4T_5 \quad {}^5T_6 \quad {}^6T_7 = [S \ N \ A \ P] = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x & P_{dx} \\ s_y & n_y & a_y & P_{dy} \\ s_z & n_z & a_z & P_{dz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (C1)$$

Calculant l'inverse de l'équation (C1), on obtien le nouveau système (C2):

$${}^7T_6 \quad {}^6T_5 \quad {}^5T_4 \quad {}^4T_3 \quad {}^3T_2 \quad {}^2T_1 \quad {}^1T_0 = \begin{bmatrix} s_1 & n_1 & a_1 & P_1 \\ s_2 & n_2 & a_2 & P_2 \\ s_3 & n_3 & a_3 & P_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (C2)$$

Sachant que:

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{(a_2 \cdot n_3 - a_3 \cdot n_2)}{(a_x \cdot n_y \cdot s_z - a_x \cdot n_z \cdot s_y - a_y \cdot n_x \cdot s_z + a_y \cdot n_z \cdot s_x + a_z \cdot n_x \cdot s_y - a_z \cdot n_y \cdot s_x) - (a_2 \cdot s_3 - a_3 \cdot s_2)} \\ s_2 &= \frac{(a_x \cdot n_y \cdot s_z - a_x \cdot n_z \cdot s_y - a_y \cdot n_x \cdot s_z + a_y \cdot n_z \cdot s_x + a_z \cdot n_x \cdot s_y - a_z \cdot n_y \cdot s_x)}{(n_2 \cdot s_3 - n_3 \cdot s_2)} \\ s_3 &= \frac{(a_x \cdot n_y \cdot s_z - a_x \cdot n_z \cdot s_y - a_y \cdot n_x \cdot s_z + a_y \cdot n_z \cdot s_x + a_z \cdot n_x \cdot s_y - a_z \cdot n_y \cdot s_x)}{-(a_x \cdot n_z - a_z \cdot n_x)} \\ n_1 &= \frac{(a_x \cdot n_y \cdot s_z - a_x \cdot n_z \cdot s_y - a_y \cdot n_x \cdot s_z + a_y \cdot n_z \cdot s_x + a_z \cdot n_x \cdot s_y - a_z \cdot n_y \cdot s_x)}{(a_x \cdot s_z - a_z \cdot s_x)} \\ n_2 &= \frac{(a_x \cdot n_y \cdot s_z - a_x \cdot n_z \cdot s_y - a_y \cdot n_x \cdot s_z + a_y \cdot n_z \cdot s_x + a_z \cdot n_x \cdot s_y - a_z \cdot n_y \cdot s_x)}{-(n_x \cdot s_z - n_z \cdot s_x)} \\ n_3 &= \frac{(a_x \cdot n_y \cdot s_z - a_x \cdot n_z \cdot s_y - a_y \cdot n_x \cdot s_z + a_y \cdot n_z \cdot s_x + a_z \cdot n_x \cdot s_y - a_z \cdot n_y \cdot s_x)}{(a_x \cdot n_y \cdot s_z - a_x \cdot n_z \cdot s_y - a_y \cdot n_x \cdot s_z + a_y \cdot n_z \cdot s_x + a_z \cdot n_x \cdot s_y - a_z \cdot n_y \cdot s_x)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_1 &= \frac{(a_x \cdot n_z - a_z \cdot n_x)}{(a_x \cdot n_y \cdot s_z - a_x \cdot n_z \cdot s_y - a_y \cdot n_x \cdot s_z + a_y \cdot n_z \cdot s_x + a_z \cdot n_x \cdot s_y - a_z \cdot n_y \cdot s_x) - (a_x \cdot s_y - a_y \cdot s_x)} \\
a_2 &= \frac{(a_x \cdot n_y \cdot s_z - a_x \cdot n_z \cdot s_y - a_y \cdot n_x \cdot s_z + a_y \cdot n_z \cdot s_x + a_z \cdot n_x \cdot s_y - a_z \cdot n_y \cdot s_x)}{(n_x \cdot s_y - n_y \cdot s_x)} \\
a_3 &= \frac{(a_x \cdot n_y \cdot s_z - a_x \cdot n_z \cdot s_y - a_y \cdot n_x \cdot s_z + a_y \cdot n_z \cdot s_x + a_z \cdot n_x \cdot s_y - a_z \cdot n_y \cdot s_x)}{(a_x \cdot n_y \cdot s_z - a_x \cdot n_z \cdot s_y - a_y \cdot n_x \cdot s_z + a_y \cdot n_z \cdot s_x + a_z \cdot n_x \cdot s_y - a_z \cdot n_y \cdot s_x)} \\
P_1 &= \frac{-(P_{dx} \cdot a_y \cdot n_z - P_{dx} \cdot a_z \cdot n_y - P_{dy} \cdot a_x \cdot n_z + P_{dy} \cdot a_z \cdot n_x + P_{dz} \cdot a_x \cdot n_y - P_{dz} \cdot a_y \cdot n_x)}{(a_x \cdot n_y \cdot s_z - a_x \cdot n_z \cdot s_y - a_y \cdot n_x \cdot s_z + a_y \cdot n_z \cdot s_x + a_z \cdot n_x \cdot s_y - a_z \cdot n_y \cdot s_x)} \\
P_2 &= \frac{(P_{dx} \cdot a_y \cdot s_z - P_{dx} \cdot a_z \cdot s_y - P_{dy} \cdot a_x \cdot s_z + P_{dy} \cdot a_z \cdot s_x + P_{dz} \cdot a_x \cdot s_y - P_{dz} \cdot a_y \cdot s_x)}{(a_x \cdot n_y \cdot s_z - a_x \cdot n_z \cdot s_y - a_y \cdot n_x \cdot s_z + a_y \cdot n_z \cdot s_x + a_z \cdot n_x \cdot s_y - a_z \cdot n_y \cdot s_x)} \\
P_3 &= \frac{-(P_{dx} \cdot n_y \cdot s_z - P_{dx} \cdot n_z \cdot s_y - P_{dy} \cdot n_x \cdot s_z + P_{dy} \cdot n_z \cdot s_x + P_{dz} \cdot n_x \cdot s_y - P_{dz} \cdot n_y \cdot s_x)}{(a_x \cdot n_y \cdot s_z - a_x \cdot n_z \cdot s_y - a_y \cdot n_x \cdot s_z + a_y \cdot n_z \cdot s_x + a_z \cdot n_x \cdot s_y - a_z \cdot n_y \cdot s_x)}
\end{aligned}$$

Les solutions correspondantes du MGI sont écrites ci-dessous:

C-1) La variable articulaire θ_4

$$\cos\theta_4 = \frac{(P_1 + L_h)^2 + P_2^2 + P_3^2 - L_a^2 - L_f^2}{2 \cdot L_a \cdot L_f}$$

$$\theta_4 = \text{atan2} \left(\sqrt{1 - \cos^2\theta_4}, \cos\theta_4 \right)$$

C-2) La variable articulaire θ_5

$$\sin\theta_5 = \frac{-P_3}{L_a \cdot \sin\theta_4}$$

$$\theta_5 = \text{atan2} \left(\sin\theta_5, \sqrt{1 - \sin^2\theta_5} \right)$$

C-3) La variable articulaire θ_6

$$\begin{aligned}
\sin\theta_6 &= \frac{L_a \cdot \sin\theta_4 \cdot \cos\theta_5 \cdot (L_h + P_1) + (L_a \cdot \cos\theta_4 + L_f)P_2}{P_2^2 + (P_1 + L_h)^2} \\
\cos\theta_6 &= \frac{L_a \cdot \sin\theta_4 \cdot \cos\theta_5 \cdot P_2 - (L_a \cdot \cos\theta_4 + L_f)(L_h + P_1)}{P_2^2 + (P_1 + L_h)^2}
\end{aligned}$$

$$\theta_6 = \text{atan2}(\sin\theta_6, \cos\theta_6)$$

C-4) La variable articulaire θ_2

$$\sin\theta_2 = -((- \sin\theta_6 \cdot a_1 - \cos\theta_6 \cdot a_2) \cos\theta_5 + \sin\theta_4 \cdot \sin\theta_5 \cdot a_3 + \cos\theta_4 (\cos\theta_6 \cdot a_1 - \sin\theta_6 \cdot a_2))$$

$$\theta_2 = \text{atan2} \left(\sin\theta_2, \sqrt{1 - \sin^2\theta_2} \right)$$

C-5) La variable articulaire θ_3

$$\begin{aligned} \sin\theta_3 &= \cos\theta_4(\cos\theta_5(\sin\theta_6 \cdot a_1 + \cos\theta_6 \cdot a_2) - \sin\theta_5 \cdot a_3) + \sin\theta_4(\cos\theta_6 \cdot a_1 - \sin\theta_6 \cdot a_2) \\ \cos\theta_3 &= \sin\theta_5(\sin\theta_6 \cdot a_1 + \cos\theta_6 \cdot a_2) + \sin\theta_5 \cdot a_3 \end{aligned}$$

$$\theta_3 = \text{atan2}(\sin\theta_3, \cos\theta_3)$$

C-6) La variable articulaire θ_1

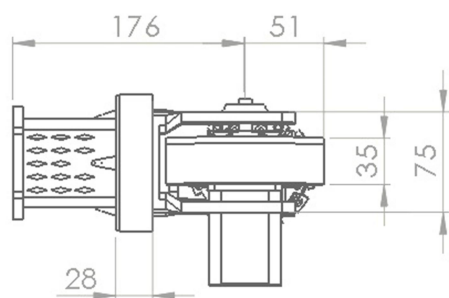
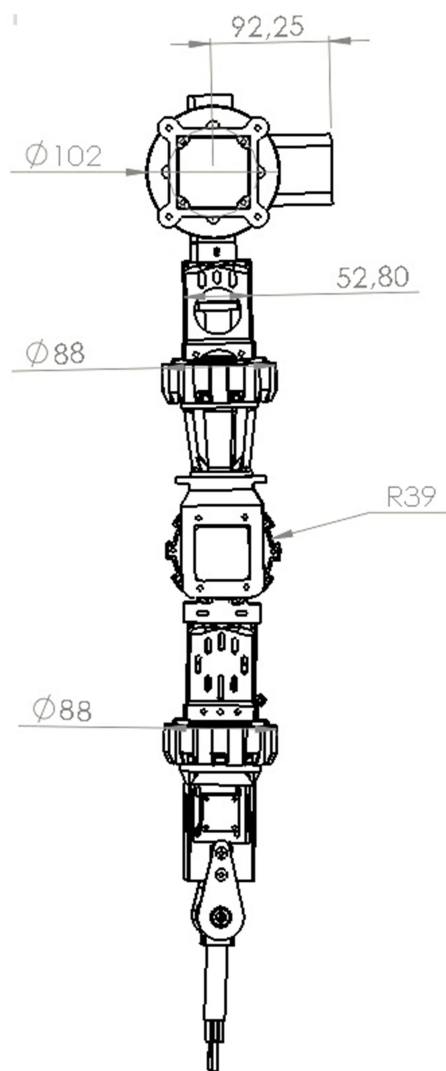
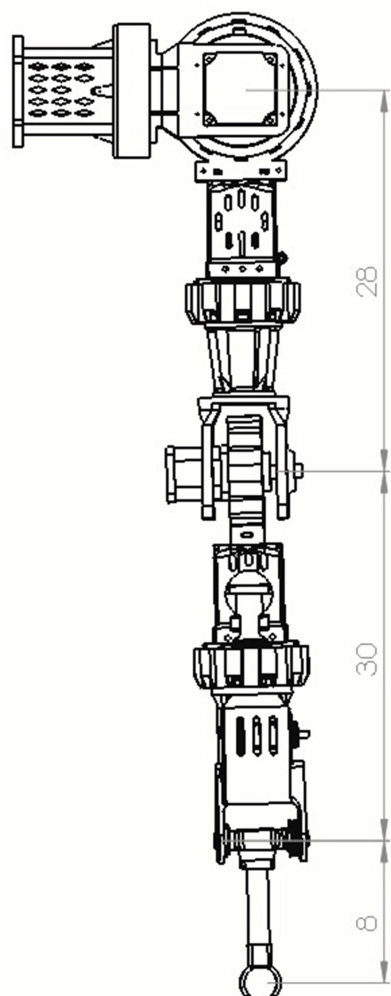
$$\begin{aligned} \sin\theta_1 &= \sin\theta_4(-\cos\theta_5(\sin\theta_6 \cdot s_1 + \cos\theta_6 \cdot s_2) + \sin\theta_5 \cdot s_3) + \cos\theta_4(\cos\theta_6 \cdot s_1 - \sin\theta_6 \cdot s_2) \\ \cos\theta_1 &= -\sin\theta_4(-\cos\theta_5(\sin\theta_6 \cdot n_1 + \cos\theta_6 \cdot n_2) + \sin\theta_5 \cdot n_3) + \cos\theta_4(\cos\theta_6 \cdot n_1 - \sin\theta_6 \cdot n_2) \end{aligned}$$

$$\theta_1 = \text{atan2}(\sin\theta_1, \cos\theta_1)$$

Annexe D:

Dessins d'ensembles et de définitions de certain éléments essentiels utilisés dans la réalisation du bras droit du robot humanoïde.

Note : Les dimensions sont en millimètre



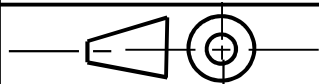
16/01/2025

Ecole Nationale Polytechnique

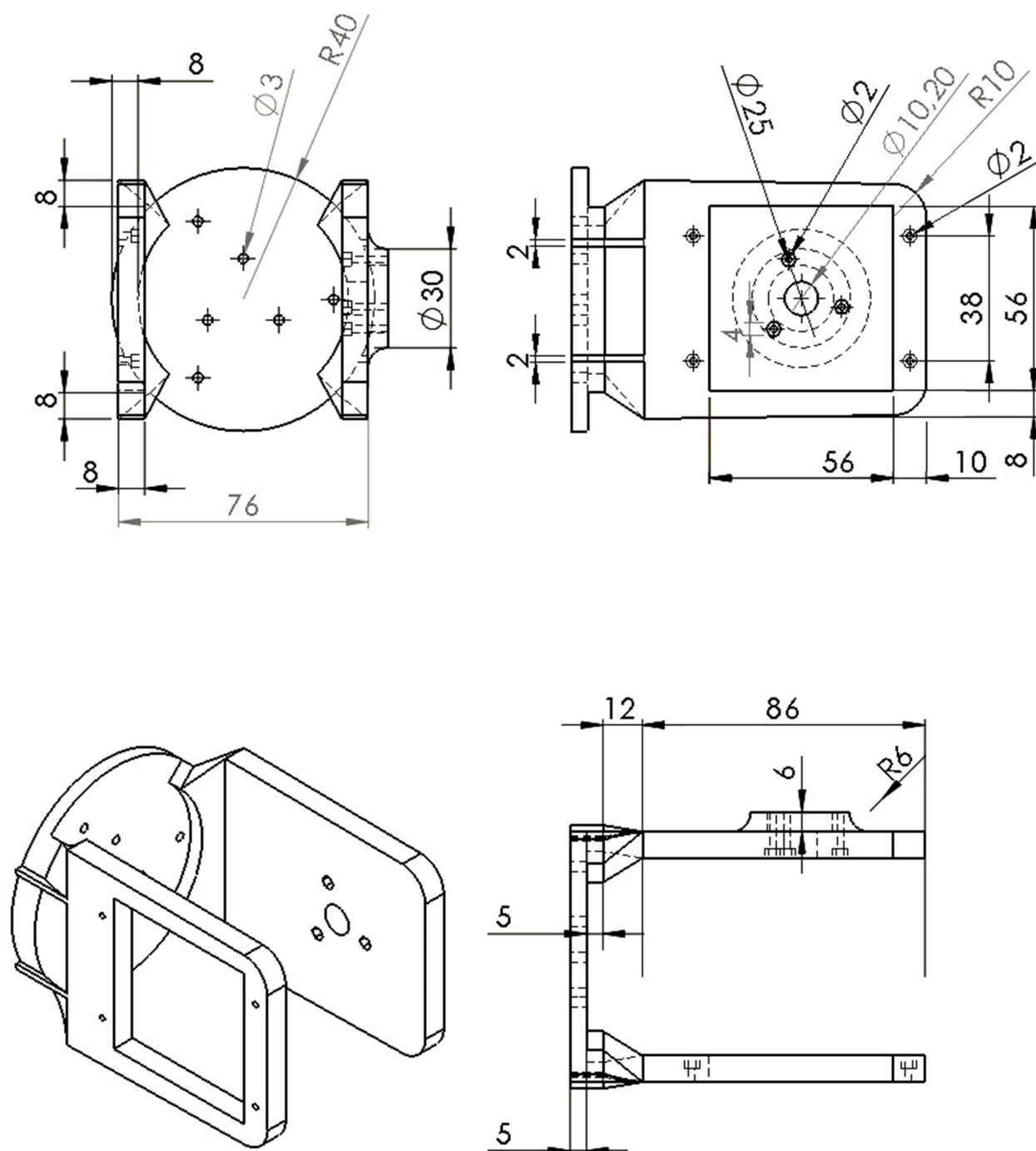
LAB : LGMD

Ech :1/5

BRAS DROIT DU ROBOT HUMANOÏDE



Note : Les dimensions sont en millimètre



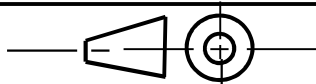
16/01/2025

Ecole Nationale Polytechnique

LAB : LGMD

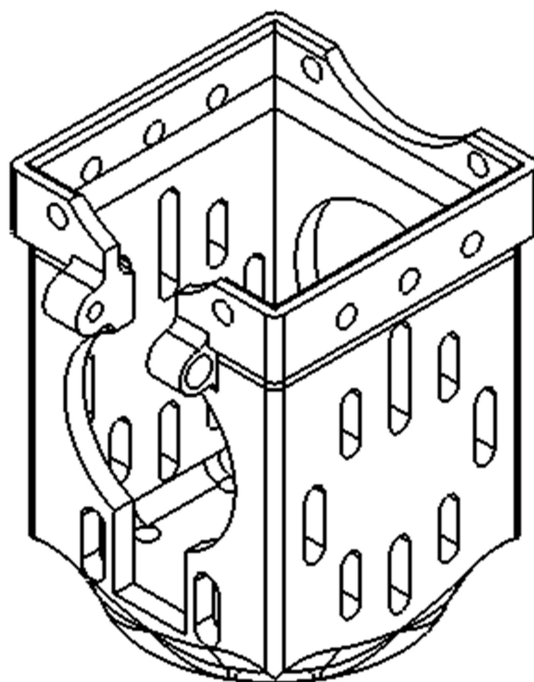
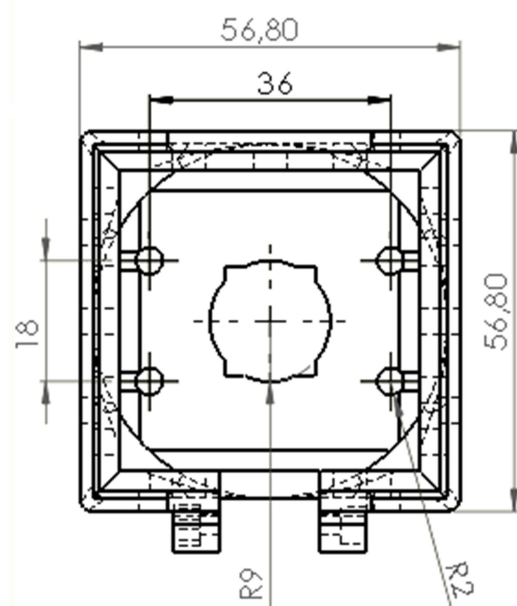
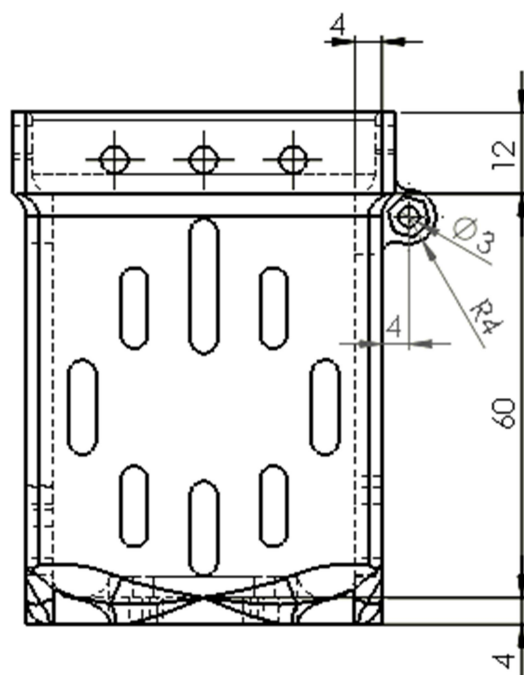
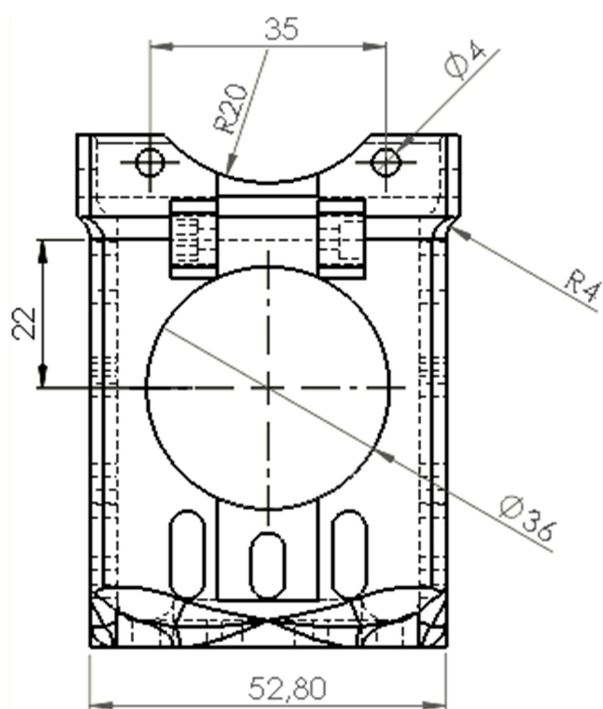
Ech : 1/2

Support Moteur Nema 23 de l'articulation N°1



Note :

- Les dimensions sont en millimètre.
- Partie 1 du bras du robot est servie support du moteur de l'articulation N°03



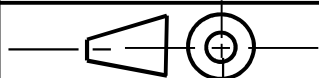
16/01/2025

Ecole Nationale Polytechnique

LAB : LGMD

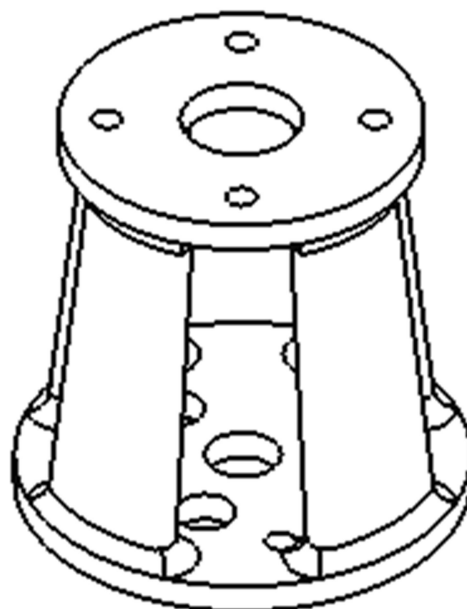
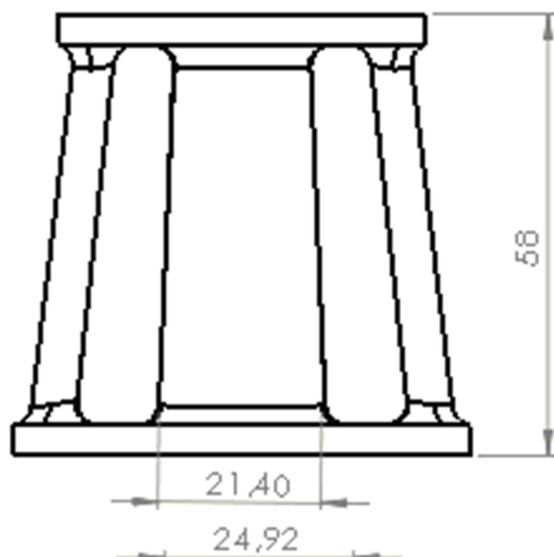
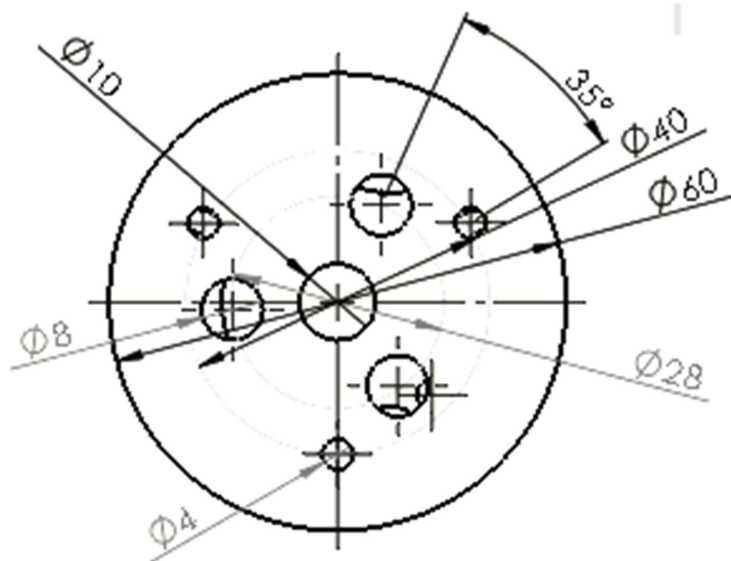
Ech : 1/1

Partie 1 du bras du robot



Note :

- Les dimensions sont en millimètre
- Cette pièce est utilisée aussi dans la partie 1 de l'avant-bras du robot



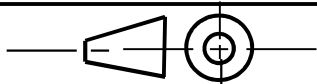
16/01/2025

Ecole Nationale Polytechnique

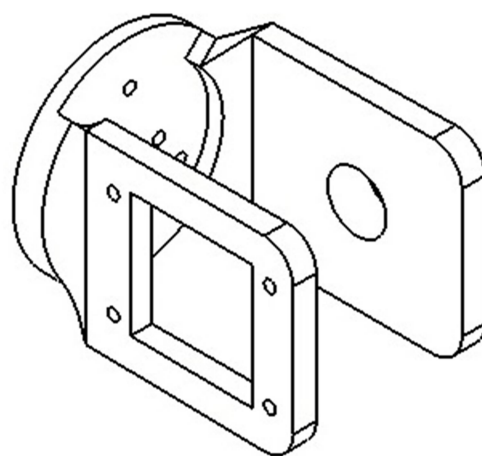
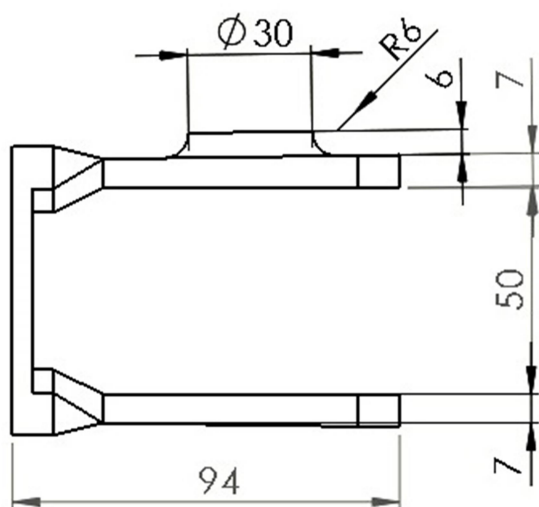
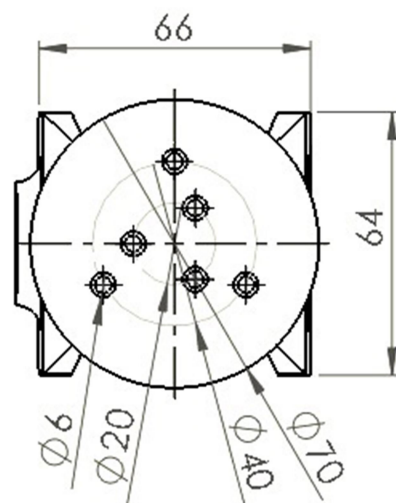
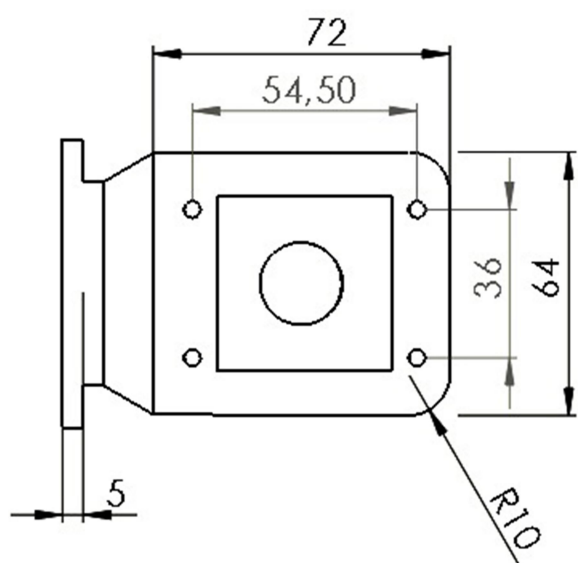
LAB : LGMD

Ech :1/1

Partie 2 du bras du robot



Note : Les dimensions sont en millimètre



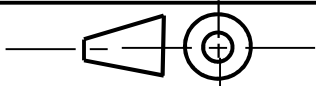
16/01/2025

Ecole Nationale Polytechnique

LAB : LGMD

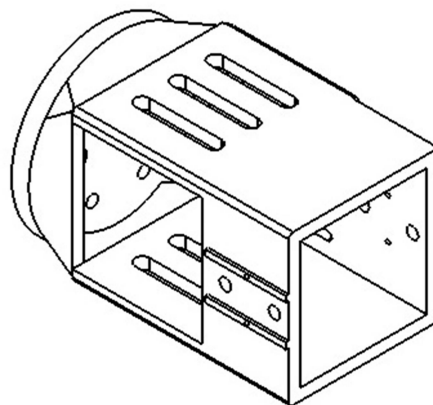
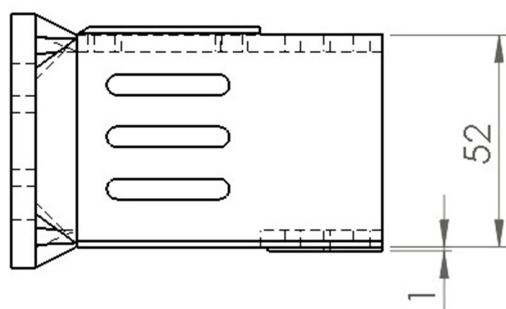
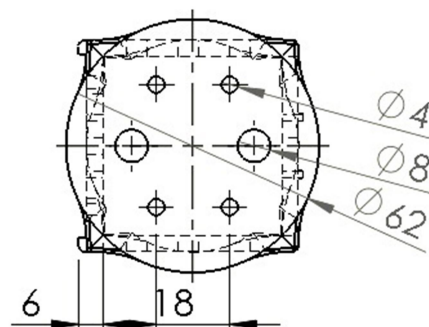
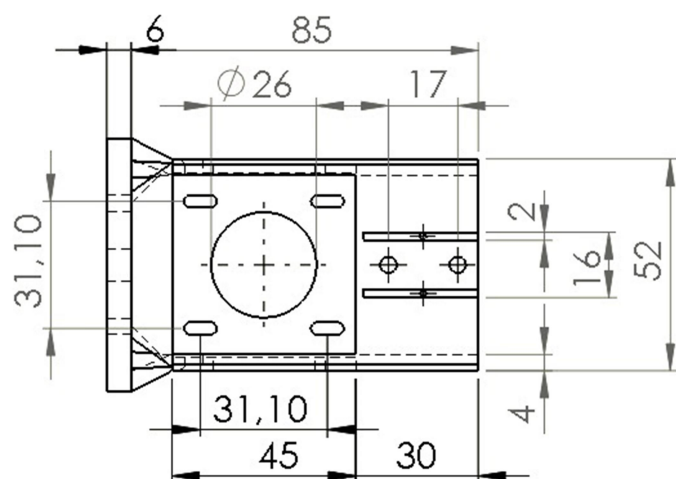
Ech :1/2

Support moteur articulation N°04



Note :

- Les dimensions sont en millimètre.
- Partie 2 de l'avant-bras est servie support moteur de l'articulation N°05 du robot



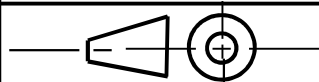
16/01/2025

Ecole Nationale Polytechnique

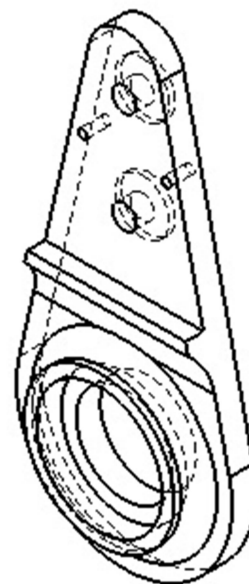
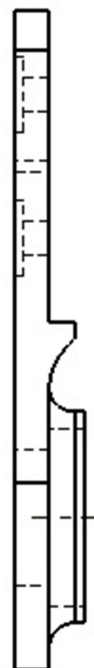
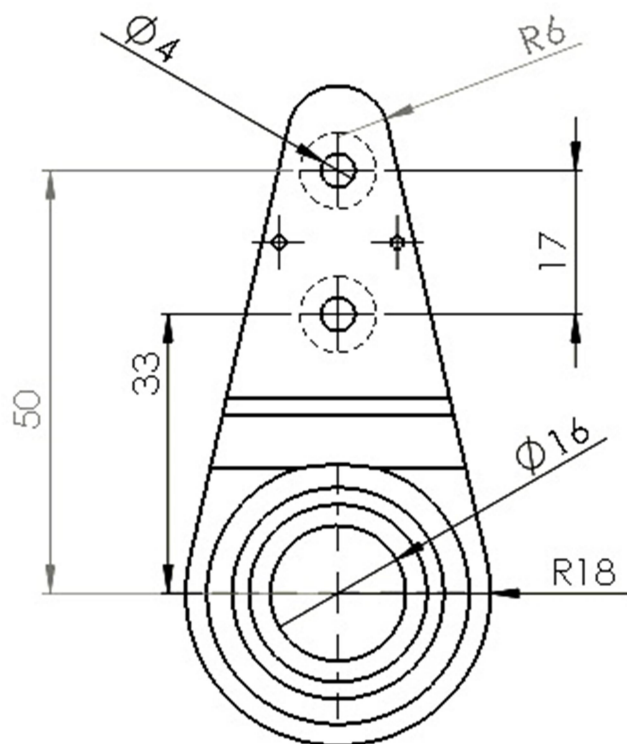
LAB : LGMD

Ech :1/2

Partie 2 de l'avant-bras du robot



Note : Les dimensions sont en millimètre.



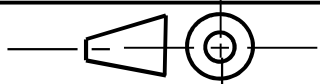
16/01/2025

Ecole Nationale Polytechnique

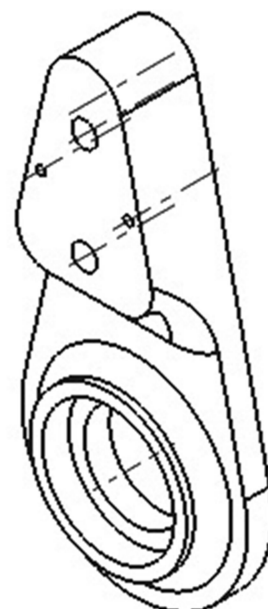
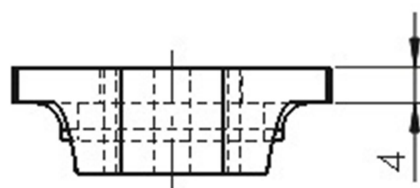
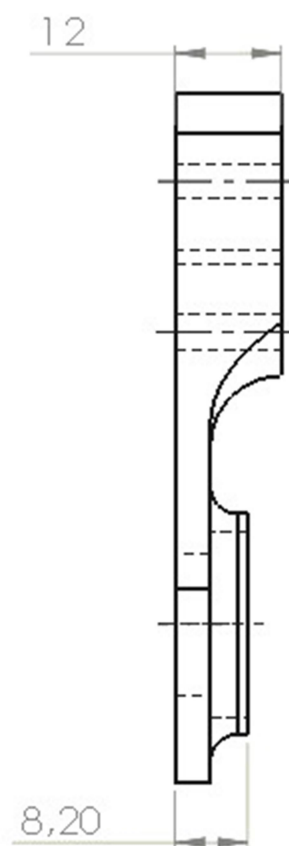
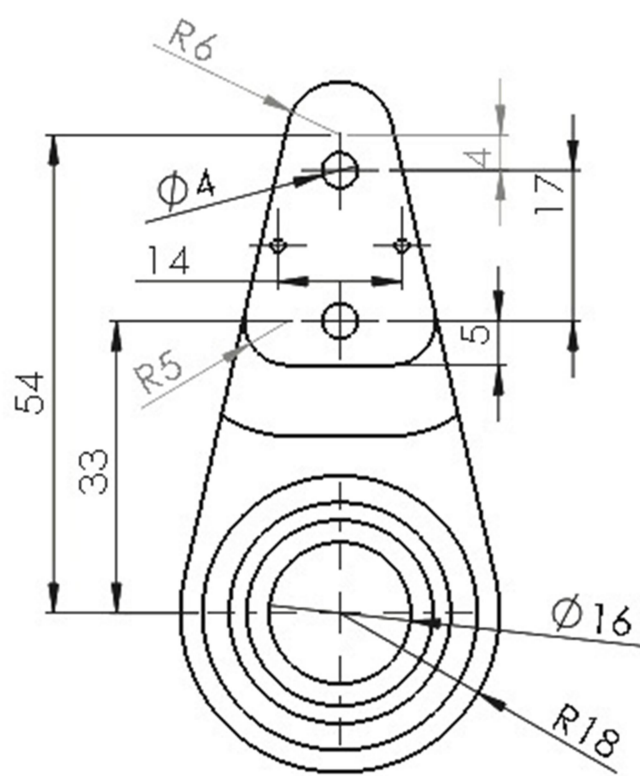
LAB : LGMD

Ech : 1/1

Support gauche de l'articulation N°06



Note : Les dimensions sont en millimètre.



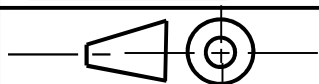
16/01/2025

Ecole Nationale Polytechnique

LAB : LGMD

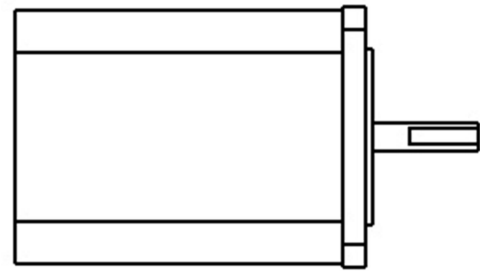
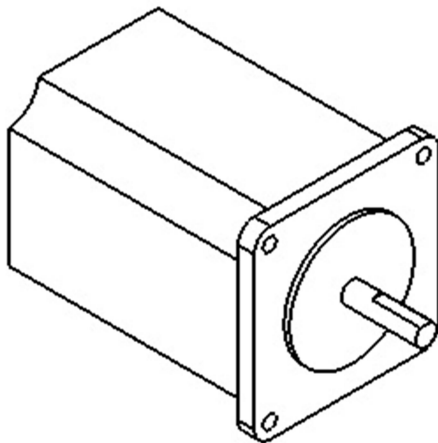
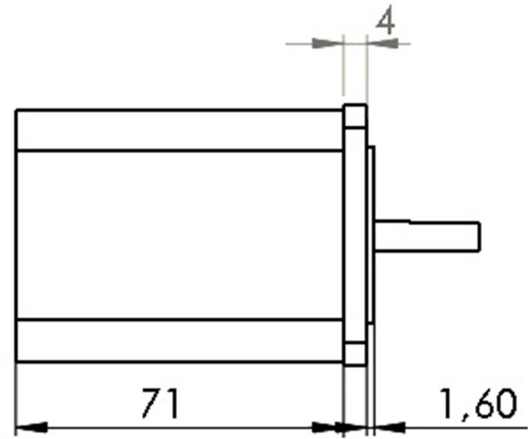
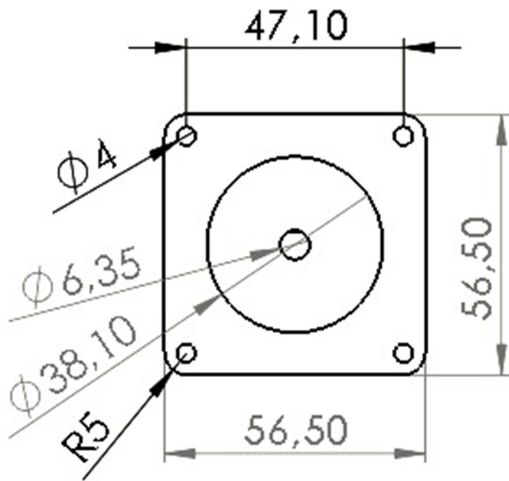
Ech :1/1

Support droit de l'articulation N°06



Note :

- Les dimensions sont en millimètre.
- Le moteur Nema 23 (3N.m) est utilisé aux articulations 1 et 2



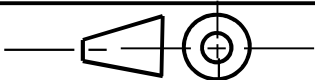
16/01/2025

Ecole Nationale Polytechnique

LAB : LGMD

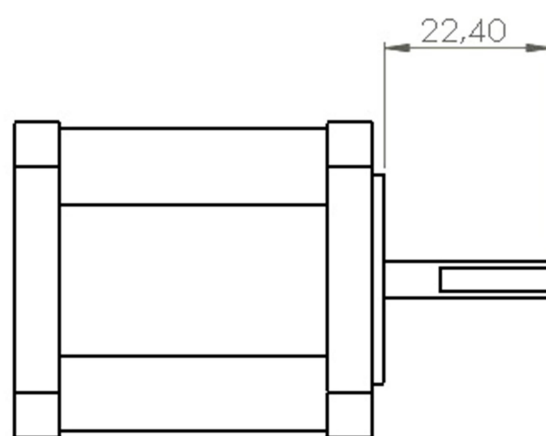
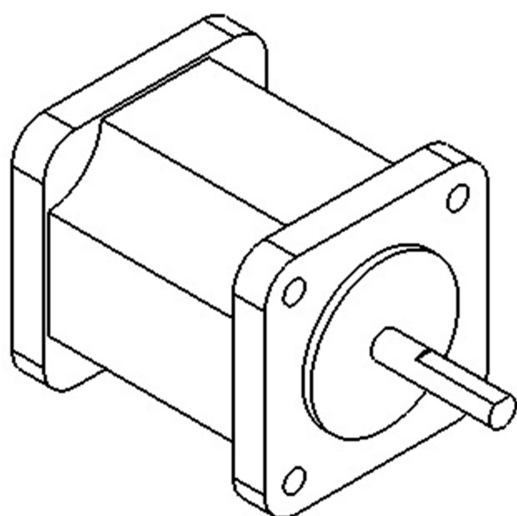
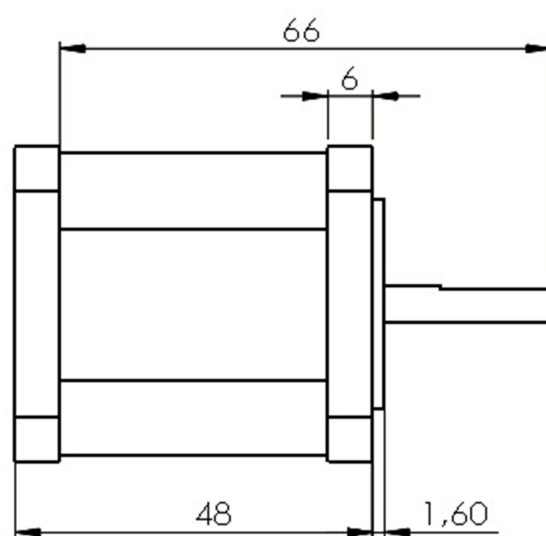
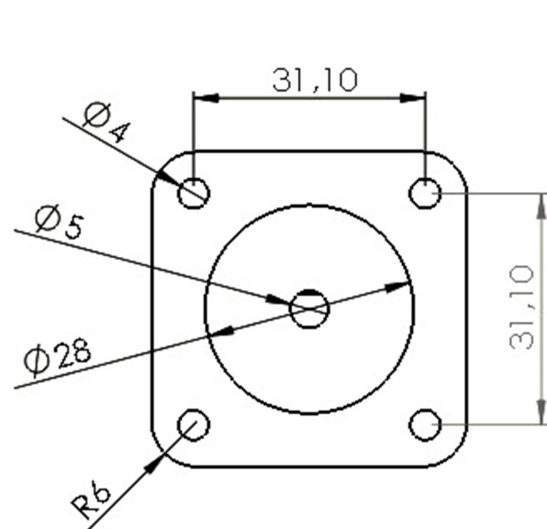
Ech :1/1

Moteur Nema 23



Note :

- Les dimensions sont en millimètre.
- Le moteur Nema 17 (0.7 N.m) est utilisé aux articulations 3, 4 et 5

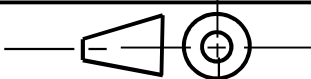


16/01/2025

Ecole Nationale Polytechnique

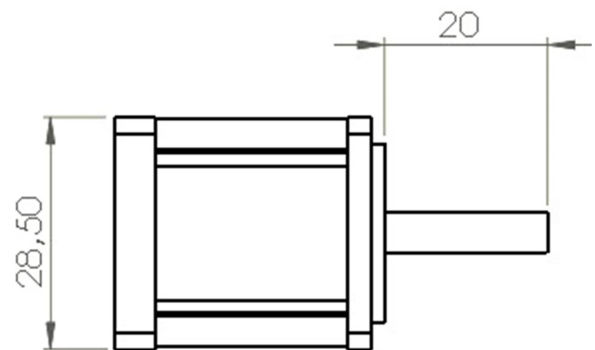
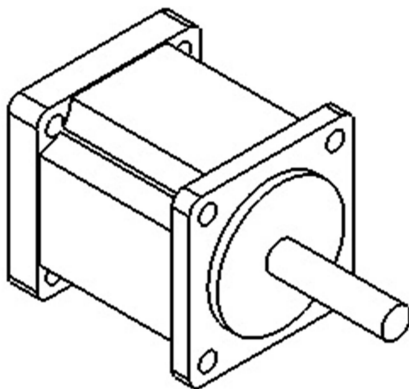
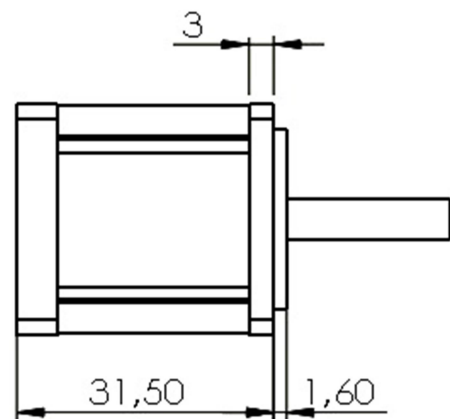
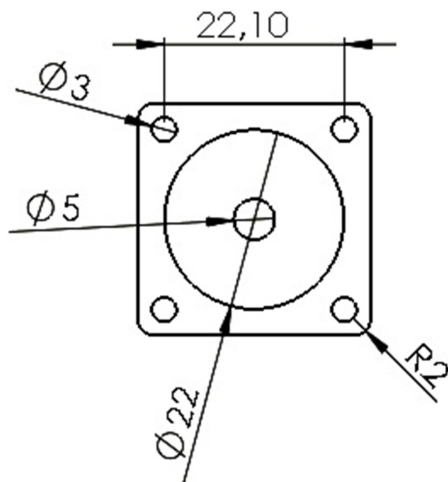
LAB : LGMD

Ech :1/1

Moteur Nema 17

Note :

- Les dimensions sont en millimètre.
- Le moteur Nema 11 (0.45 N.m) est utilisé à l'articulations 6



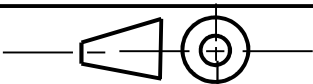
16/01/2025

Ecole Nationale Polytechnique

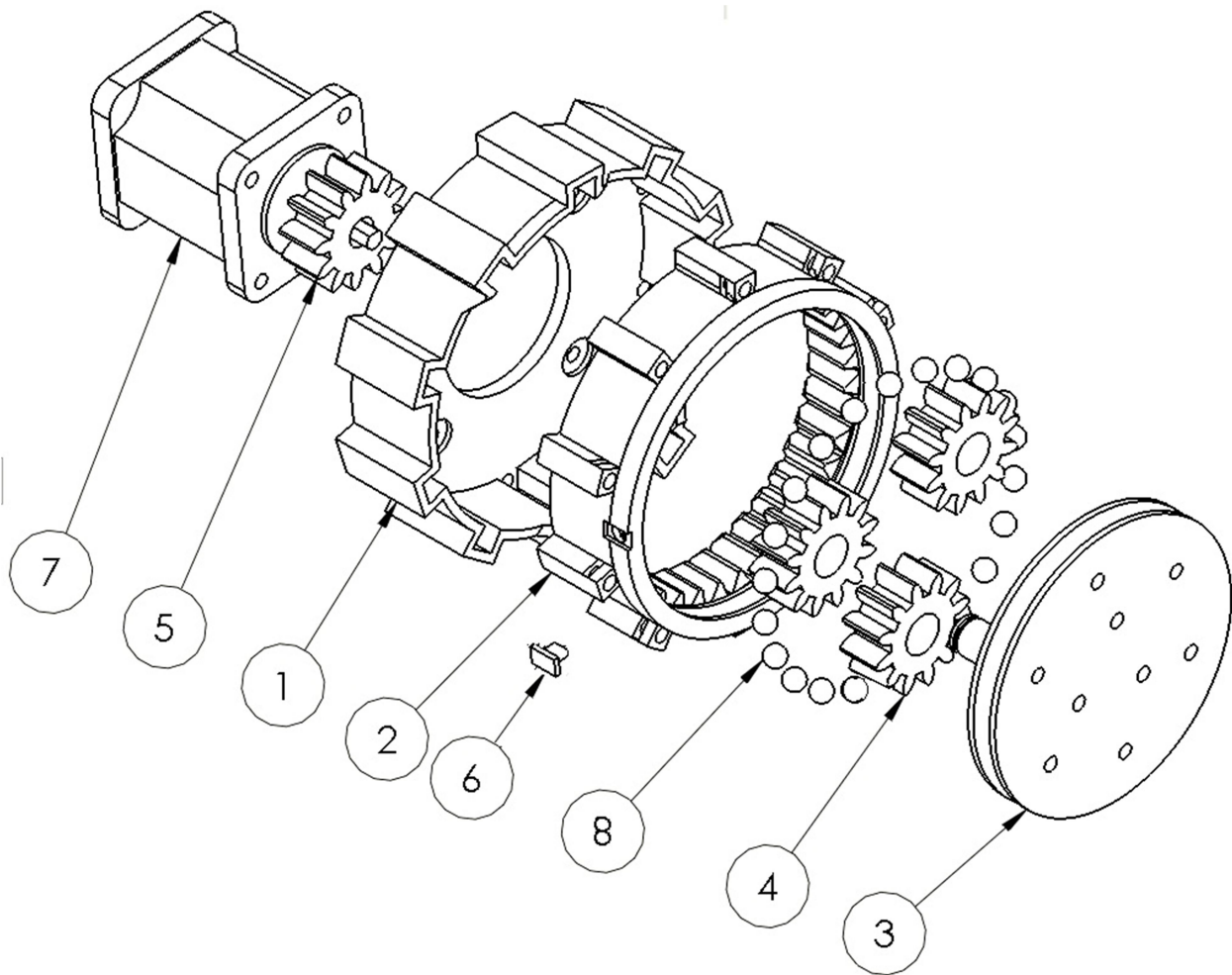
LAB : LGMD

Ech :1/1

Moteur Nema 11



Note : la matière de réalisation de différentes parties du mécanisme est en plastique de type PLA utilisé en imprimante 3D.
Sauf les billes sont en acier standard. Aussi les vises d'assemblage qui ne sont pas représentés ici sont en acier standard.



No. ARTICLE	DESCRIPTION	Remarque	QTE
1	Couvert Satellite		1
2	Pignon Planétaire 2.25M 36T 20PA 15FW		1
3	Porte Satellite		1
4	Pignon Satellite 2.25M 12T 20PA 12FW		3
5	Pignon Centrale 2.25M 12T 20PA 12FW		1
6	Bouchon Billes		1
7	NEMA17		1
8	Billes		1

16/01/2025	Ecole Nationale Polytechnique	LAB : LGMD
Ech :1/2	Vue éclatée d'un réducteur planétaire à trois satellites	