

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



Département Génie Mécanique
Laboratoire de Développement Vert et Mécanique

Mémoire de projet de fin d'études

Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en génie mécanique

Estimation de la durée de vie résiduelle d'un maillon de chaîne
d'amarrage pour une structure flottante par simulation
numérique.

Makhloufi Ismail

Sous la direction de **Dr.Nasreddine Amoura** ENP
Dr.Hocine kebir UTC

Présenté et soutenu publiquement le (16/07/2025)

Composition du jury: Président: **Dr.Yacine Belkacemi** ENP
 Examineur: **Dr.Hamid Sedjal** ENP

ENP 2025

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



Département Génie Mécanique
Laboratoire de Développement Vert et Mécanique

Mémoire de projet de fin d'études

Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en génie mécanique

Estimation de la durée de vie résiduelle d'un maillon de chaîne
d'amarrage pour une structure flottante par simulation
numérique.

Makhloufi Ismail

Sous la direction de **Dr.Nasreddine Amoura** ENP
Dr.Hocine kebir UTC

Présenté et soutenu publiquement le (16/07/2025)

Composition du jury: Président: **Dr.Yacine Belkacemi** ENP
 Examineur: **Dr.Hamid Sedjal** ENP

ENP 2025

First of all, all praise and gratitude be to Almighty God

To my dearest Mothers and Fathers

To my brothers and sisters

To my grand mothers and fathers

To my supervisors

To all our friends...

Remerciement

Avec Sincère Gratitude _____

À Dieu le Tout-Puissant —

Je rends grâce à Allah pour Sa miséricorde, Sa guidance et Son tawfiq. Sans Sa volonté et Son soutien, rien de ce parcours n'aurait été possible.

À ma famille —

À mes chers parents, Votre amour inconditionnel, vos sacrifices constants et votre soutien indéfectible ont été les fondations de chaque étape de ma vie. Aucun mot ne saurait exprimer la profondeur de ma gratitude pour votre présence, vos prières et votre foi en moi.

À mes encadrant —

Messieurs Nasreddine AMOURA et Hocine KEBIR, Je vous exprime ma profonde reconnaissance pour votre encadrement attentif, vos conseils éclairés, votre disponibilité et votre accompagnement tout au long de ce projet. Votre soutien a été essentiel à la réussite de ce travail.

À tous ceux qui m'ont guidé —

J'adresse mes sincères remerciements à l'ensemble des enseignants, intervenants et personnes qui, par leurs paroles, leurs écrits, leurs critiques constructives ou leur simple écoute, ont nourri ma réflexion et m'ont soutenu tout au long de mon parcours académique.

À mes frères en génie mécanique —

Adem, Amine, Chakib, Fouad, Hilal, Moundhir, Nazim, Riyad, Samy et Yanis Merci pour votre camaraderie, votre solidarité, votre esprit d'équipe et tous les souvenirs partagés. Les défis que nous avons affrontés ensemble ont transformé cette aventure en une expérience inoubliable.

À mes frères que ma mère n'a pas enfantés —

Aziz, Chakib, Mehdi, Readh, Younes et Zaki, Votre présence, votre bienveillance et votre loyauté ont été pour moi un pilier précieux tout au long de cette aventure. Merci pour les éclats de rire, les longues discussions, les conseils partagés et ce lien fraternel que ni le sang ni le temps ne sauraient altérer. Je suis honoré de vous avoir à mes côtés.

Makhloufi Ismail

المخلص

يتناول هذا المشروع تقدير العمر المتبقي لخلقات سلاسل التثبيت المستخدمة في الوحدات العائمة للإنتاج والتخزين والتفريغ (و.إ.ت.ت). تعمل هذه المكونات في ظروف بحرية قاسية، مما يجعلها عرضة لظهور شقوق ناتجة عن التآكل. يهدف العمل إلى تطوير ومقارنة نماذج عددية لتوصيف السلوك الميكانيكي للخلقات المتشققة. وتعتمد الدراسة على محاكاة بالعناصر المحددة باستخدام برنامج أبكوس، لدراسة تطور الشقوق وتقدير العمر المتبقي وفق سيناريوهات تدهور مختلفة. تسعى هذه المقاربة إلى توفير أدوات لدعم القرار في مجال الصيانة الوقائية، وتعزيز موثوقية وسلامة المنشآت البحرية. الكلمات المفتاحية: العمر المتبقي، سلاسل التثبيت، الوحدات العائمة للإنتاج والتخزين والتفريغ (و.إ.ت.ت)، التآكل، الشقوق، العناصر المحددة، أبكوس.

Abstract

This final-year project focuses on estimating the residual life of mooring chain links used in Floating Production Storage and Offloading (FPSO) units. These components operate under harsh offshore conditions and are prone to corrosion-induced cracks. The objective is to develop and compare numerical modeling approaches to characterize the mechanical behavior of cracked links. The study uses finite element simulations with ABAQUS to analyze crack propagation and estimate residual life under different degradation scenarios. This approach provides decision-support tools for preventive maintenance, enhancing the reliability and safety of offshore structures.

Keywords: Residual life, Mooring chain links, Floating Production Storage and Offloading (FPSO), Corrosion, Cracks, Finite Element Method, ABAQUS.

Résumé

Ce projet de fin d'études porte sur l'estimation de la durée de vie résiduelle des maillons de chaînes d'amarrage utilisés sur les unités flottantes de production, stockage et déchargement (UFPSD). Exposés à des conditions marines sévères, ces composants critiques peuvent présenter des fissures dues à la corrosion. L'objectif est de développer et comparer des approches de modélisation numérique pour caractériser le comportement mécanique de maillons fissurés. L'étude repose sur des simulations par éléments finis réalisées avec le logiciel Abaqus, permettant d'analyser la propagation des fissures et d'estimer la durée de vie selon différents scénarios de dégradation. Cette démarche vise à fournir des outils d'aide à la décision pour la maintenance préventive et à renforcer la fiabilité et la sécurité des structures offshore.

Mots-clés : Durée de vie résiduelle, Chaînes d'amarrage, Unités flottantes de production, stockage et déchargement (UFPSD), Corrosion, Fissures, Éléments finis, Abaqus.

Table des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

Introduction générale	11
1 Rappel Sur La Mecanique De La Rupture	14
1.1 Aperçu historique sur la mécanique de la rupture	15
1.2 Rupture fragile et rupture ductile	16
1.3 Les modes de rupture d'une fissure	17
1.4 Zone de concentration de la contrainte	18
1.5 Répartition des contraintes au voisinage d'une fissure	19
1.6 Le facteur d'intensité de contrainte	21
1.7 Zone plastifiée en fond de fissure	22
1.8 Définition de la fatigue	23
1.9 La courbe de Wöhler	24
1.10 Propagation de fissures par fatigue	25
1.10.1 Les différentes étapes de la fatigue	25
1.10.2 Le faciès de rupture	25
1.10.3 Fissures courtes	26
1.10.4 Fissures longues	27
1.11 Lois de propagation de fissures	28
1.12 Conclusion	29
2 La methode des éléments finis	30
2.1 Introduction	31
2.2 Historique	31
2.3 Principes de la MEF	31
2.4 Étapes de la méthode des éléments finis	32
2.5 Propriétés d'un élément fini	33
2.5.1 Les noeuds	33
2.5.2 Les forces nodales	33
2.5.3 Degrés de liberté	33
2.5.4 Condition d'équilibre	33
2.5.5 Condition de compatibilité	34
2.6 Caractéristiques d'un élément fini	34
2.6.1 Type des éléments finis	34
2.6.2 Choix des éléments finis	35
2.6.3 Qualité d'un élément fini	36

2.7	Logiciel d'éléments finis	36
2.8	Modélisation et d'iscretisation	36
2.9	Discretisation géométrique	37
2.10	Avantages et inconvénients de la MEF	37
2.10.1	Avantages de la méthode des éléments finis	37
2.10.2	Les inconvénients de la MEF	38
2.11	Généralité sur logiciel ABAQUS	38
2.12	Caractéristiques du logiciel ABAQUS	38
2.12.1	Type d'analyse	38
2.12.2	Les éléments utilisés par ABAQUS	39
2.12.3	Les Modules	39
2.13	Conclusion	40
3	Validation numérique du calcul des FIC	41
3.1	Présentation des structures étudiées	42
3.2	Structure 1 : Barre cylindrique avec fissure interne circulaire	43
3.2.1	Cas de chargement en traction (mode I)	47
3.2.1.1	Chargement appliqué	47
3.2.1.2	Solution analytique	48
3.2.1.3	Résultats ABAQUS	49
3.2.1.4	Analyse des écarts	50
3.2.2	Cas de chargement en flexion suivant l'axe longitudinale (mode 1)	51
3.2.2.1	Chargement appliqué	51
3.2.2.2	Solution analytique	52
3.2.2.3	Résultats ABAQUS	53
3.2.2.4	Analyse des résultats	54
3.2.3	Cas de Chargement en Torsion (mode 3)	54
3.2.3.1	Chargement appliqué	54
3.2.3.2	Solution analytique	56
3.2.3.3	Résultats ABAQUS	57
3.2.3.4	Analyse des résultats	57
3.3	Structure 2 : Barre cylindrique avec fissure externe axisymétrique	58
3.3.1	Cas de chargement en flexion suivant l'axe longitudinale (mode 1)	63
3.3.2	Chargement appliqué	63
3.3.2.1	Solution analytique	64
3.3.2.2	Résultats ABAQUS	66
3.3.2.3	Analyse des résultats	66
3.3.3	Cas de chargement en Torsion (mode 3)	67
3.3.3.1	Chargement appliqué	67
3.3.3.2	Solution analytique	68
3.3.3.3	Résultats ABAQUS	69
3.3.3.4	Analyse des résultats	70
3.4	Synthèse des validations	71
4	Estimation de la durée de vie résiduelle	72
4.1	Introduction	73
4.2	Géométrie du Maillon	73
4.3	Propriétés du Matériau	75

4.4	Conditions de Chargement	76
4.5	Maillage	78
4.6	Calcul des facteurs d'intensité de contrainte et estimation de la durée de vie	79
4.7	Conclusion	86
	Conclusion Générale	87
	Références bibliographiques	88

Liste des figures

1.1	Courbes contrainte-déformation.	16
1.2	Modes d'ouverture d'une fissure.	17
1.3	Lignes de force et concentration de contraintes.	18
1.4	Zone délimitant le voisinage d'une pointe de fissure.	18
1.5	Une fissure avec le repère polaire.	20
1.6	Plaque infinie contenant une fissure	21
1.7	Répartition des contraintes élastiques et élastoplastiques dans le plan de la fissure et en aval de son extrémité	23
1.8	Représentation du chargement en fatigue	24
1.9	La courbe de Wöhler	24
1.10	Les différentes étapes de la fatigue	25
1.11	Le faciès de rupture	26
1.12	Zone plastique d'une fissure courte	26
1.13	Variation du comportement en propagation des fissures courtes par rapport à la courbe de fissuration de fissures longues	27
1.14	Courbe de fissuration par fatigue d'une fissure longue sur une échelle bi-logarithmique	28
2.1	Maillage du domaine en triangles à trois nœuds	32
2.2	Différents types d'éléments utilisés dans la MEF [28]	35
2.3	Étapes de l'analyse d'un problème aux limites	37
2.4	Erreur de discrétisation géométrique	37
3.1	Propriétés mécaniques du matériau	42
3.2	Modélisation de la barre cylindrique à fissure circulaire interne sous ABAQUS	43
3.3	Maillage de la barre cylindrique à fissure annulaire interne	43
3.4	Type d'éléments utilisés dans le modèle	44
3.5	Vue de la surface supérieure de la barre cylindrique maillée	44
3.6	Détail du maillage au voisinage de la fissure	45
3.7	Configuration de la demande de calcul des FIC dans ABAQUS (History Output Request)	46
3.8	Chargement de traction appliqué à la barre à fissure annulaire interne	47
3.9	Intensité du chargement en traction	48
3.10	Modélisation de la solution analytique en traction	48
3.11	Résultats du fichier .DAT d'ABAQUS – cas en traction	50
3.12	Chargement en flexion appliqué à la barre à fissure annulaire interne	51
3.13	Intensité du chargement en flexion	52
3.14	Modélisation de la solution analytique – cas en flexion	52
3.15	Résultats du fichier .DAT d'ABAQUS – cas en traction	54

3.16	Chargement en flexion appliqué à la barre à fissure annulaire interne . . .	55
3.17	Intensité du chargement en torsion	55
3.18	Modélisation de la solution analytique – cas en torsion	56
3.19	: Résultats du fichier .DAT d'ABAQUS – cas en torsion	57
3.20	Modélisation de la barre cylindrique avec fissure externe en entaille. . . .	59
3.21	Vue latérale de la barre entaillée.	60
3.22	Visualisation du maillage de la barre entaillée.	60
3.23	Nombre total d'éléments générés dans le maillage.	61
3.24	Type d'éléments utilisés dans la barre entaillée.	61
3.25	Raffinement du maillage au niveau de l'entaille et de la fissure (vue rapprochée).	61
3.26	Configuration de la demande de calcul des FIC dans ABAQUS (History Output Request) barre entaillée.	62
3.27	Chargement en flexion appliqué à la barre entaillée.	63
3.28	Intensité du chargement en flexion – barre entaillée.	64
3.29	Modélisation de la solution analytique – cas en flexion avec fissure externe.	64
3.30	Résultats du fichier .DAT d'ABAQUS – cas en flexion (barre entaillée). . .	66
3.31	Chargement en torsion appliqué à la barre entaillée.	67
3.32	Intensité du chargement en torsion – barre entaillée.	68
3.33	Modélisation de la solution analytique – cas en torsion avec fissure externe.	68
3.34	Résultats du fichier .DAT d'ABAQUS – cas en torsion (barre entaillée). . .	70
4.1	Représentation schématique du maillon en 2D avec les dimensions apparentes.	73
4.2	Plan de la section entaillée.	74
4.3	Représentation finale de la géométrie du maillon en 3D.	74
4.4	Insertion des paramètres d'élasticité.	75
4.5	Insertion des paramètres de l'énergie de fracture.	76
4.6	Représentation du chargement.	77
4.7	Définition de l'intensité du chargement.	77
4.8	Représentation générale du maillage.	78
4.9	Détail du maillage au niveau de l'entaille.	79
4.10	Spécification du paramètre de stabilisation (paramètre de convergence). . .	80
4.11	Spécification du temps d'incrément (paramètre de convergence). . .	80
4.12	Spécification du nombre d'incréments (paramètre de convergence).	81
4.13	Visualisation de l'avancement de la simulation (nombre d'incréments atteints).	83
4.14	Capture d'écran du code Python utilisé.	84

Liste des tableaux

4.1	Paramètres extraits de la simulation (Δa , KI , ΔK_{max})	82
4.2	Simulation et post-traitement de la propagation de fissure : résultats par incrément	85

Introduction Générale

Contexte Générale

Les structures flottantes de type FPSO (Floating Production Storage and Offloading) jouent un rôle central dans l'industrie pétrolière et gazière offshore. Elles permettent non seulement le traitement mais également le stockage temporaire des hydrocarbures produits en mer, avant leur déchargement vers d'autres installations. Pour garantir leur stabilité en mer, ces unités sont ancrées au fond marin par des systèmes de lignes d'amarrage composés, entre autres, de chaînes métalliques robustes. Ces lignes sont conçues pour résister aux conditions environnementales extrêmes et pour fonctionner pendant de longues périodes sans inspection ou maintenance. Cependant, des défaillances prématurées ont été observées dans certaines unités FPSO, notamment au niveau des maillons de chaînes situés dans la partie supérieure des lignes d'amarrage. Ces ruptures, bien que rares, ont des conséquences potentiellement graves tant sur le plan économique qu'environnemental. Un cas marquant a révélé qu'un maillon s'était rompu prématurément après seulement un tiers de sa durée de vie prévue, mettant en évidence l'impact de la fatigue par corrosion comme mécanisme de défaillance critique.

L'analyse post-rupture a permis d'identifier une fissure de fatigue initiée au niveau d'une rainure de corrosion en forme de W, située dans la zone affectée thermiquement par la soudure flash — un procédé par étincelage utilisé pour l'assemblage des maillons. Malgré la conformité de la maille aux tolérances de corrosion selon les normes de conception, la géométrie locale de la rainure et les contraintes mécaniques concentrées dans cette zone ont favorisé l'amorçage et la propagation de la fissure. Ce constat souligne l'importance de mieux comprendre l'interaction entre corrosion, géométrie et contraintes mécaniques dans l'évaluation de la durée de vie de ces composants critiques.

Problématique

La fiabilité des systèmes d'amarrage est essentielle pour assurer la sécurité et la performance à long terme des FPSO. La difficulté réside dans le fait que ces systèmes sont souvent exposés en continu à des conditions marines agressives, sans possibilité de surveillance régulière ou d'intervention rapide. Ainsi, une défaillance soudaine d'un maillon peut entraîner des conséquences graves : perte de position du navire, risques environnementaux, arrêts de production et coûts élevés de réparation. Le cas de rupture prématurée d'un maillon dû à la fatigue par corrosion met en lumière la nécessité de développer des méthodes prédictives fiables pour estimer la durée de vie résiduelle de ces éléments, en particulier lorsqu'ils présentent des défauts localisés. Il devient alors

crucial d'évaluer avec précision le comportement mécanique des maillons endommagés, en prenant en compte la présence de fissures, les effets de la géométrie locale et les conditions d'environnement.

Objectifs du mémoire

Ce mémoire s'inscrit dans cette problématique en proposant une étude numérique du comportement mécanique des maillons de chaînes d'amarrage présentant des défauts de type fissure. L'objectif principal est d'estimer la durée de vie résiduelle de ces maillons à l'aide de modélisations numériques par éléments finis. Pour cela, le travail vise à :

- Mettre en place différents modèles numériques permettant de simuler le comportement de maillons fissurés sous charge.
- Étudier la propagation de fissures dans des géométries réelles ou simplifiées de mailles d'amarrage.
- Proposer des critères d'endommagement permettant de prédire la rupture.
- Fournir une estimation de la durée de vie résiduelle des maillons endommagés en fonction du scénario de dégradation et de chargement, afin de mieux anticiper les risques de rupture prématurée.

Structure du mémoire

Ce mémoire est structuré en quatre chapitres principaux, construits de manière progressive pour répondre à la problématique d'estimation de la durée de vie résiduelle des maillons de chaînes d'amarrage présentant des fissures. Il s'articule comme suit :

- **Chapitre 1** ce chapitre présente un état de l'art sur la mécanique de la rupture et l'endommagement par fatigue des matériaux.
- **Chapitre 2** dans ce chapitre, les notions de base de l'analyse par éléments finis, ainsi qu'une description du logiciel utilisé « Abaqus » sont présentées.
- **Chapitre 3** porte sur la validation numérique du calcul des FIC. À travers plusieurs cas de figures, ce chapitre compare les résultats obtenus par la simulation Abaqus avec des solutions analytiques, afin de valider la précision des modèles développés.
- **Chapitre 4** est consacré à l'estimation de la durée de vie résiduelle d'un maillon de chaîne d'amarrage. Il décrit la modélisation 3D d'un maillon fissuré, l'application des conditions de chargement représentatives, l'analyse des résultats, et les critères retenus pour évaluer le risque de rupture.

Enfin, une conclusion générale synthétise les résultats obtenus, les enseignements tirés, et propose des pistes d'amélioration ou de prolongement du travail.

Ce mémoire s'inscrit dans une démarche visant à estimer la durée de vie résiduelle des maillons de chaînes d'amarrage fissurés, utilisés sur les structures flottantes de type FPSO.

À travers une approche combinant modélisation numérique par éléments finis et critères de propagation de fissures, ce travail contribue à une meilleure compréhension du comportement mécanique de ces composants critiques, et propose des outils d'aide à la décision en matière de maintenance préventive.

Chapter 1

Rappel Sur La Mecanique De La Rupture

Sommaire du chapitre 1

1.1	Aperçu historique sur la mécanique de la rupture	15
1.2	Rupture fragile et rupture ductile	16
1.3	Les modes d'ouverture d'une fissure	17
1.4	Zone de concentration de la contrainte	18
1.5	Répartition des contraintes au voisinage d'une fissure	19
1.6	Le facteur d'intensité de contrainte	21
1.7	Zone plastifiée en fond de fissure	22
1.8	Définition de la fatigue	23
1.9	La courbe de Wöhler	24
1.10	Propagation de fissures par fatigue	25
1.11	Lois de propagation de fissures	28
1.12	Conclusion	29

1.1 Aperçu historique sur la mécanique de la rupture

Depuis trois siècles, le fer et l'acier se sont progressivement imposés comme matériaux de construction principaux, remplaçant le bois et le ciment. Bien que ces métaux présentent des propriétés mécaniques élevées, leurs structures ont connu, dès le milieu du XIXe siècle, des accidents majeurs causés par la rupture imprévue d'éléments critiques [1].

Parmi les premiers effondrements documentés figure la rupture d'une chaîne du pont suspendu de Montrose en mars 1830, en Grande-Bretagne. Par la suite, de nombreux autres ponts ont subi le même sort, comme le King's Bridge à Melbourne (1962) ou le Point Pleasant Bridge en Virginie (1967). Les accidents ferroviaires liés à la rupture brutale d'essieux, de roues ou de rails ont également été très fréquents. Entre 1860 et 1870, on dénombrait environ 200 victimes par an dans des accidents de train en Grande-Bretagne. Des ruptures ont aussi affecté des pipelines, des avions et plusieurs ponts franchissant le canal Albert en Belgique dans les années 1930 et 1940. Ce n'est qu'à partir de la Seconde Guerre mondiale que la problématique de la rupture a commencé à être étudiée de manière approfondie [2].

Ces risques étaient d'autant plus importants que l'utilisation croissante d'alliages à hautes performances mécaniques (ténacité, rigidité, etc.) permettait la conception de structures plus sollicitées et aux formes complexes. Cependant, les estimations de résistance reposant sur les propriétés mécaniques classiques ne prenaient pas en compte la ténacité réelle des matériaux en conditions de service. Les chercheurs ne comprenaient pas alors pourquoi des ruptures pouvaient survenir sous des charges bien inférieures à la limite d'élasticité.

Si Griffith est souvent reconnu comme le premier à avoir formalisé la mécanique de la rupture en tant que science, ses travaux s'appuyaient sur des études antérieures, notamment celle de Wieghardt (1907), qui avait mis en évidence la singularité du champ de contraintes à la pointe d'une fissure dans un matériau élastique linéaire [3]. En 1920, Griffith aborda le problème de la rupture dans un milieu élastique fissuré sous un angle énergétique. Il introduisit ainsi un paramètre (appelé plus tard taux de restitution d'énergie) caractérisant la rupture, dont la valeur critique est une propriété intrinsèque du matériau [1].

Irwin, considérant que les bases théoriques existaient, proposa en 1948 une extension de l'approche de Griffith aux matériaux ductiles, en y intégrant l'énergie dissipée par la déformation plastique près des extrémités de fissure. En 1956, il développa une version plus pratique du taux de restitution d'énergie, facilitant son utilisation par les ingénieurs. En 1957, s'appuyant sur les travaux de Westergaard (qui avait analysé les champs de contraintes et de déformations près d'une fissure), Irwin démontra que ces champs pouvaient être décrits par un unique paramètre : le facteur d'intensité des contraintes (FIC), directement lié au taux de restitution d'énergie.

Ces avancées permirent d'expliquer de nombreuses ruptures catastrophiques, comme celles des fuselages d'avions (causées par des fissures de fatigue près des hublots), des essieux de trains ou des rotors de turbines. Le concept de FIC fut également utilisé par Paris pour décrire la propagation des fissures de fatigue, remplaçant progressivement les méthodes traditionnelles d'évaluation de la durée de vie des structures [4].

Entre 1960 et 1980, la mécanique de la rupture connut un essor considérable, notamment avec l'émergence de la mécanique non linéaire de la rupture, mieux adaptée aux matériaux présentant une plasticité importante. Les travaux de Rice [5] et Bui

[6] introduisirent des outils comme l'intégrale J , permettant de caractériser la ténacité des matériaux lorsque la zone plastique s'étend au-delà de la pointe de fissure. Ces développements théoriques ont permis de déterminer précisément la forme des singularités et des champs de contraintes asymptotiques, fournissant des solutions exactes pour des géométries simples et des approximations pour des cas plus complexes [2].

1.2 Rupture fragile et rupture ductile

La rupture par fissuration correspond à la formation d'une surface de discontinuité sous l'effet d'une sollicitation statique, c'est-à-dire une contrainte constante ou peu variable dans le temps. Cette sollicitation peut être de différentes natures : traction, compression, cisaillement ou torsion. Pour les matériaux industriels, on distingue deux principaux modes de rupture :

1. La rupture ductile
2. La rupture fragile

Cette classification repose sur l'aptitude du matériau à subir une déformation plastique avant rupture. La différence fondamentale entre ces deux types de rupture apparaît clairement dans leur comportement contrainte-déformation, comme illustré dans la Figure ci-dessous

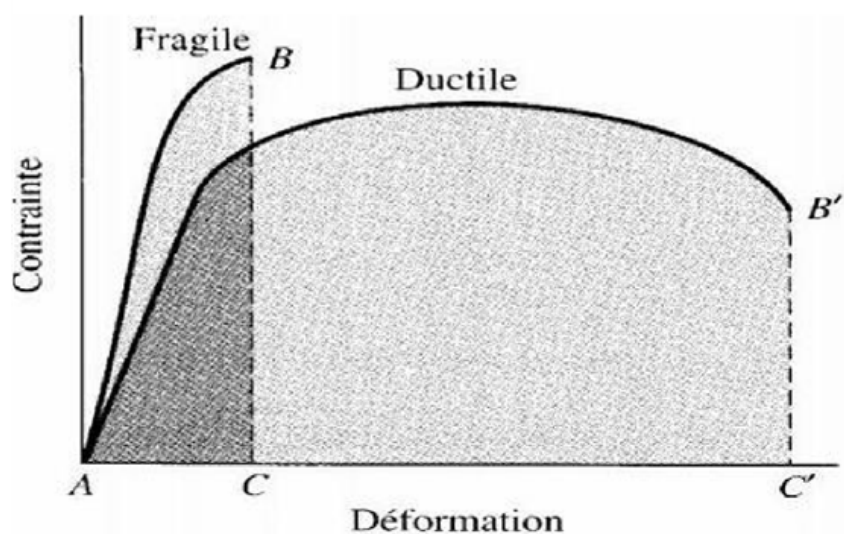


Figure 1.1: Courbes contrainte-déformation.

La rupture fragile se produit de manière soudaine, sans déformation plastique significative préalable et en absorbant peu d'énergie. La propagation de la fissure s'effectue selon une direction quasi perpendiculaire à la contrainte de traction appliquée, générant une surface de rupture lisse et plane. Les faciès de rupture fragile présentent des caractéristiques morphologiques distinctives et ne montrent aucune évidence de déformation plastique.

À l'inverse, la rupture ductile s'accompagne d'une importante déformation plastique localisée au voisinage du front de fissure. Sa propagation est progressive et contrôlée,

évoluant lentement avec l'allongement de la fissure. Cette fissuration est qualifiée de stable, car elle ne progresse qu'en réponse à une augmentation de la sollicitation mécanique appliquée.

D'un point de vue industriel, la rupture ductile constitue un scénario préférable à la rupture fragile. Cette dernière présente en effet un caractère catastrophique dû à sa propagation instantanée et incontrôlable. La nature ductile offre au contraire un signal d'alarme grâce aux déformations plastiques visibles qui précèdent la rupture, permettant ainsi la mise en œuvre de mesures préventives [1].

1.3 Les modes de rupture d'une fissure

Irwin modélise les fissures comme des discontinuités dans le champ de déplacement. Étant donné que les trois composantes du vecteur déplacement peuvent être perturbées, il a identifié et caractérisé trois modes distincts de mouvement relatif entre les deux lèvres de la fissure, comme représenté sur la Figure en bas [7].

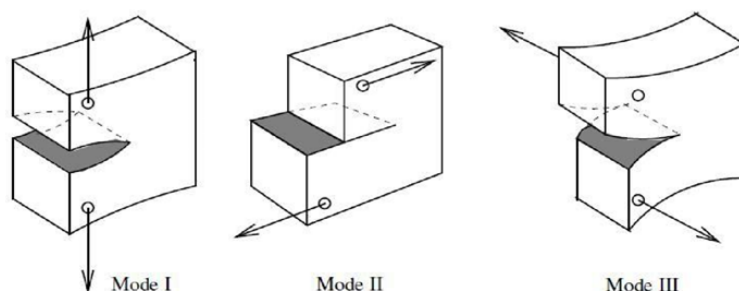


Figure 1.2: Modes d'ouverture d'une fissure.

- **Mode I:** Ce mode correspond à un déplacement unique selon l'axe Oy , représentant un cas plan particulier. Il est généralement considéré comme le plus critique. Son comportement est analogue à celui produit par une dislocation rectiligne de type coin parallèle au front de fissure.
- **Mode II:** Résultant d'un cisaillement dans le plan de la fissure parallèle à l'axe Ox , ce mode présente des caractéristiques similaires à celles d'une dislocation rectiligne de type coin parallèle au front de fissure.
- **Mode III:** Caractérisé par un cisaillement anti-plan dans le plan de fissure Ox parallèle à l'axe Oz , ce mode est comparable au déplacement engendré par une dislocation vis parallèle au front de fissure [2].

Pour les modes I et II, deux états sont possibles : contrainte plane ou déformation plane. Le mode III ne présente quant à lui que l'état de déformation plane. L'état de déformation plane se manifeste au cœur des plaques épaisses, tandis que l'état de contrainte plane apparaît dans les plaques minces et près des surfaces des plaques épaisses [8].

1.4 Zone de concentration de la contrainte

Dans un matériau homogène soumis à une contrainte uniaxiale, la transmission des efforts entre atomes suit des lignes de force parallèles (Figure 1.3). La présence d'une entaille provoque une déviation de ces lignes de force, entraînant leur concentration au voisinage de l'extrémité de l'entaille. Ce phénomène crée une zone de concentration de contrainte localisée au niveau de la pointe de fissure. La mécanique de la rupture analyse l'interaction entre la discontinuité géométrique (fissure) et le milieu continu environnant, ainsi que l'évolution de cette discontinuité. D'un point de vue mécanique, on peut identifier trois zones distinctes dans un milieu fissuré (Figure 1.4).

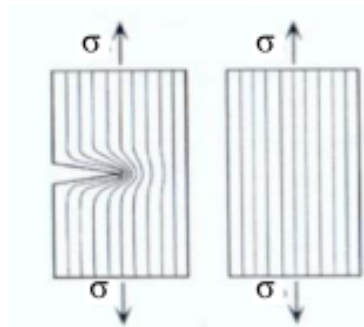


Figure 1.3: Lignes de force et concentration de contraintes.

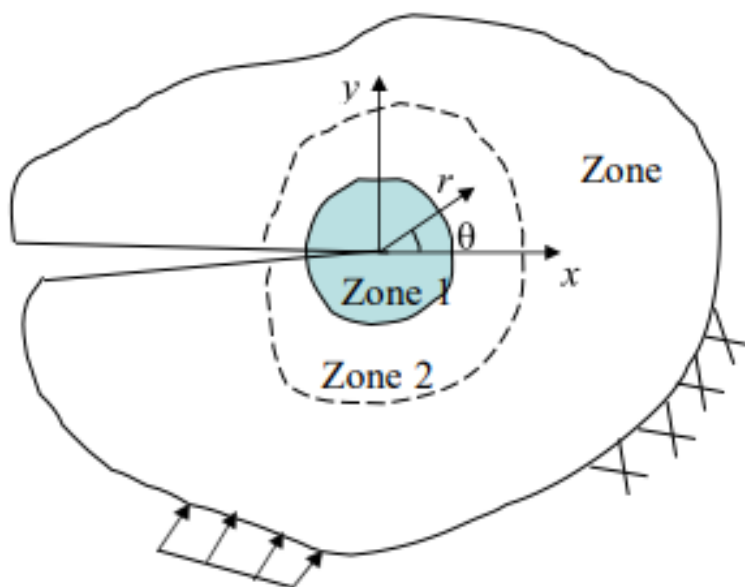


Figure 1.4: Zone délimitant le voisinage d'une pointe de fissure.

La zone d'élaboration 1: elle se trouve à la pointe de fissure et dans le sillage laissé par la fissure au cours de sa propagation. L'étude de cette zone est très complexe à cause des contraintes importantes qui ont fortement endommagé le matériau. Elle est discontinue au sens de la mécanique des solides. La théorie classique de la mécanique de la rupture réduit cette zone à un point pour les problèmes plans et à une courbe pour les problèmes tridimensionnels.

La zone singulière 2: dans laquelle les champs de déplacements, déformations et contraintes sont continus et possèdent une formulation indépendante de la géométrie lointaine de la structure. On démontre que dans cette zone, les composantes de champ de contraintes sont infinies au voisinage du front de fissure ($r \rightarrow 0$). Plus exactement, la singularité est en $(r^{-1/2})$ en milieu élastique linéaire. Le matériau ayant une limite élastique, il existe un rayon r_p autour de la pointe de fissure qui détermine la forme de la zone plastique. En fonction de la valeur de r_p , on dira que la rupture est fragile pour r_p petit, et qu'elle est ductile pour r_p grand. Cette distinction sur la base du paramètre r_p est très importante car elle conditionne la validité de la théorie utilisée :

- La Mécanique Linéaire de la Rupture pour les ruptures fragiles
- La Mécanique Non Linéaire de la Rupture dans le cas de zone plastique non négligeable (rupture ductile)

La zone extérieure 3: comprenant les champs lointains se raccordant d'une part, à la zone singulière, et d'autre part aux conditions aux limites en charges et en déplacements. Dans cette zone, les champs de déplacements, déformations et contraintes varient peu et peuvent être approximés par des polynômes communément utilisés dans la méthode des éléments finis [9].

1.5 Répartition des contraintes au voisinage d'une fissure

Pour certaines configurations de structures contenant des défauts, si le matériau a un comportement isotrope et élastique linéaire, il est possible de déterminer, dans le cadre de la mécanique de la rupture, les expressions des champs de déformation et contrainte aux alentours de la pointe de la fissure.

Westergaard [10], Irwin [11], Sneddon [12] et Williams [13] ont démontré que si on considère un système de repère polaire (Figure I.5), avec une origine placée en pointe de la fissure, l'état de contrainte peut être décrit par la relation suivante [14]:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K_{ij}(r)}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (1.1)$$

Où : σ_{ij} est le tenseur des contraintes ; r et θ sont les coordonnées du système de repère polaire, K est le facteur d'intensité des contraintes ; F_{ij} est une fonction adimensionnelle, dépendant du mode de chargement et de la géométrie de la pièce.

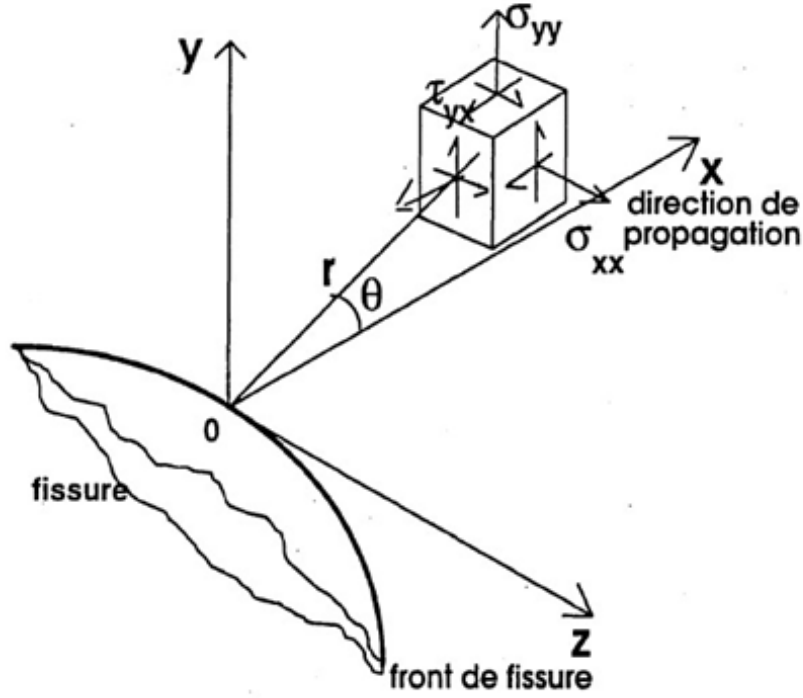


Figure 1.5: Une fissure avec le repère polaire.

Solution asymptotique de l'état de contrainte et de déformation en mode I (Composantes cartésiennes).

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (1.2)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (1.3)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \quad (1.4)$$

$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$ en déformation plane ($\mu_z = 0$)

$\sigma_{zz} = 0$ en contrainte plane

$$u_x = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[k - 1 + 2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \quad (1.5)$$

$$u_y = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[k + 1 - 2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \quad (1.6)$$

Avec : k le coefficient de Kolossov : $k = 3 - 4\nu$ en déformation plane, $k = \frac{3-\nu}{1+\nu}$ en contrainte plane, et μ le module de cisaillement du matériau.

Autre écriture :

$$G_x = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(k - 1 + 2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \quad (1.7)$$

$$G_y = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(k + 1 - 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \quad (1.8)$$

Toutes les autres composantes sont nulles.

Comme les contraintes ne peuvent physiquement devenir infinies, une zone de plasticité se situe en fond de fissure. L'hypothèse de base de la mécanique de la rupture en élasticité linéaire est que son étendue est limitée en comparaison de la zone où le terme en $r^{-1/2}$ domine le champ de contraintes. Le comportement de la fissure est déterminé par le facteur d'intensité de contrainte [?].

1.6 Le facteur d'intensité de contrainte

Dans les expressions précédentes, le paramètre K est désigné comme facteur d'intensité de contrainte (FIC). Ce facteur est fonction de la géométrie de la pièce fissurée, de ses dimensions et du type de chargement appliqué. Cependant, pour une valeur déterminée de K et pour un matériau aux propriétés élastiques connues, l'état de contrainte et de déformation à proximité de la fissure est entièrement défini. Par conséquent, lorsque cet état conditionne le comportement de la fissure, l'importance du facteur K devient évidente.

À titre illustratif, considérons le cas d'une fissure de longueur $2a$ dans une plaque de dimensions infinies (Figure I.6), soumise à une contrainte uniforme σ à l'infini, appliquée perpendiculairement au plan de la fissure. La solution s'exprime alors par :

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \quad (1.9)$$

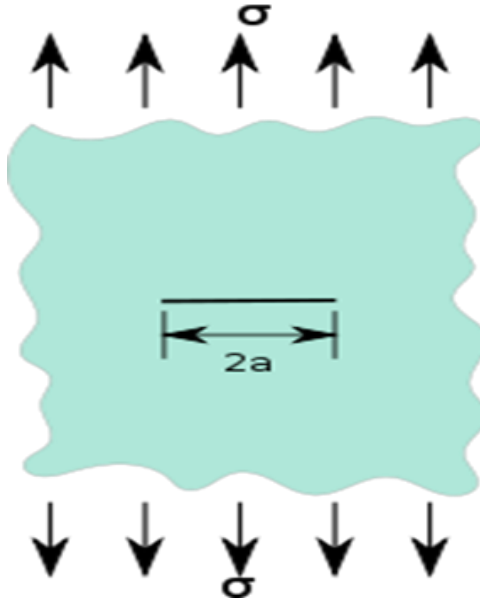


Figure 1.6: Plaque infinie contenant une fissure

Dans le cas particulier de géométries simples et de systèmes simples de chargement ou de déplacement tels qu'ils existent par exemple dans les éprouvettes d'essai de la mécanique de la rupture, il est possible d'identifier la sollicitation à une contrainte σ ou à une charge P à définir et d'exprimer le facteur d'intensité de contrainte sous la forme :

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a}Y\left(\frac{a}{W}\right) \quad \text{ou} \quad K_I = \frac{P}{BW}\sqrt{\pi a}f\left(\frac{a}{W}\right) \quad (1.10)$$

a étant la longueur de la fissure, W la largeur de l'éprouvette et B son épaisseur.

$Y(a/W)$ et $f(a/W)$ s'appellent les fonctions de forme [?].

D'une manière générale pour le cas d'un milieu fini, les coefficients d'intensité de contraintes peuvent s'écrire sous la forme :

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a}Y(a) \quad (1.11)$$

$Y(a)$ = facteur correcteur tenant compte de la géométrie de la fissure et des propriétés élastiques du matériau.

1.7 Zone plastifiée en fond de fissure

Les expressions des contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure, sont inversement proportionnelles à $\sqrt{r}$. Le calcul en élasticité qui aboutit à cette singularité en $r^{-1/2}$, prévoit donc qu'elles deviennent infinies lorsque $r \rightarrow 0$. Or nous savons très bien que dans les matériaux réels, les contraintes restent finies et qu'au-delà de la limite d'élasticité σ_E du matériau, il se forme une zone plastifiée dont le contour peut être déterminé.

La méthode la plus simple pour décrire cette zone plastique est celle proposée par Irwin. Dans cette approche simplifiée, Irwin considère que la frontière de la zone plastique correspond aux points où les contraintes atteignent exactement la limite d'élasticité du matériau. Pour calculer le rayon r_E définissant cette frontière dans le cas d'un état de contraintes planes, Irwin établit l'égalité $\sigma_E = \sigma_y$, où σ_y représente la limite d'élasticité en traction simple du matériau et σ_E est donnée par la solution élastique des contraintes en mode I. Cette égalité permet d'obtenir l'expression suivante pour le rayon de la zone plastique :

$$\sigma_E = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_E}} \quad (1.12)$$

D'où

$$r_E = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_E} \right)^2 \quad (1.13)$$

Pour représenter le rayon r_E (Figure I.7), on suppose que le comportement du matériau est élastique-plastique parfait, pour ensuite tout simplement tronquer le champ des contraintes à $\sigma_E = \sigma_y$.

Cette analyse fait cependant abstraction des forces non transmises représentées par l'aire hachurée de la Figure I.7. Pour tenir compte de ces forces, il convient d'assurer l'équilibre entre les deux répartitions (élastique et élastoplastique) des contraintes. Comme la taille r_P de la zone plastique doit donc être supérieure au rayon r_E , l'équilibre des forces entre les deux configurations conduit à :

$$\int_0^\infty \sigma_y dr = \sigma_E r_P + \int_{r_P}^\infty \sigma_y dr \Rightarrow \sigma_E r_P = \int_0^{r_P} \sigma_y dr \quad (1.14)$$

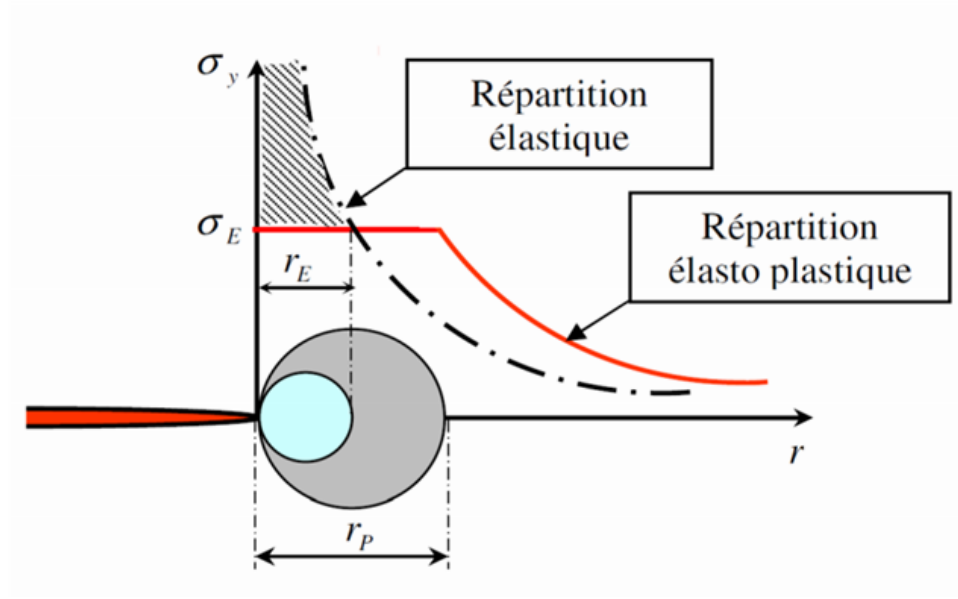


Figure 1.7: Répartition des contraintes élastiques et élastoplastiques dans le plan de la fissure et en aval de son extrémité

Soit, compte tenu de l'expression de σ_y :

$$r_P = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_E} \right)^2 = 2r_E \quad (1.15)$$

La distribution des contraintes dans la répartition élastoplastique pour $r > r_P$, est obtenue par une translation d'une distance r_E de la répartition élastique (Figure I.7). Irwin rend compte de cette translation en définissant un FIC effectif qu'il obtient en augmentant la longueur de fissure de r_E . Ce qui revient à considérer non pas la longueur réelle a de la fissure mais une longueur effective $a_{eff} = a + r_E$.

C'est ainsi que, dans le cas d'une fissure traversant une plaque infinie chargée en mode I, le FIC sans correction $K_I = \sigma^\infty \sqrt{\pi a}$ devient après correction [?] :

$$K_{eff} = \sigma^\infty \sqrt{\pi(a + r_E)} = \sigma^\infty \sqrt{\pi a} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma^\infty}{\sigma_E} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.16)$$

1.8 Définition de la fatigue

La cause principale de la ruine des structures réside fréquemment dans le phénomène de fatigue des matériaux. Ce mécanisme évolue progressivement dans le temps, sans manifestation macroscopique visible sur les pièces et structures, et affecte typiquement des zones difficiles d'accès mais particulièrement vulnérables en raison de leur conception [14, 16]. La fatigue se manifeste sous l'effet de sollicitations cycliques (contraintes ou déformations variables dans le temps), et ce même pour des niveaux de charge inférieurs à la limite élastique du matériau, comme illustré sur la Figure I.8.

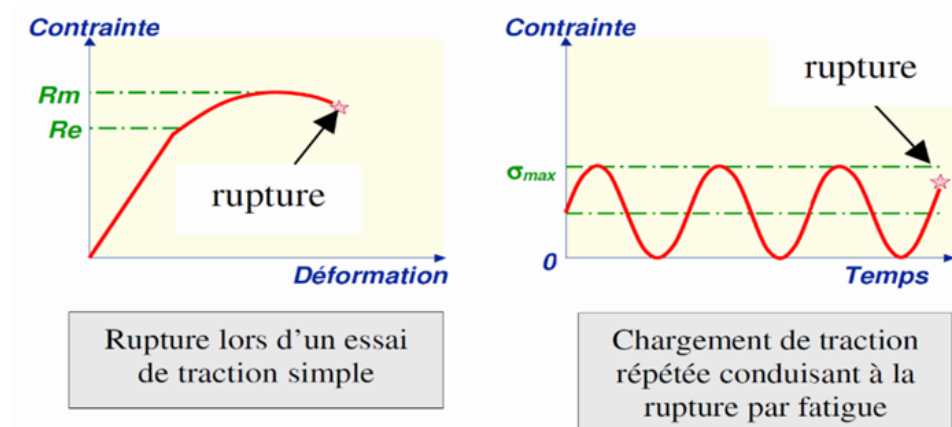


Figure 1.8: Représentation du chargement en fatigue

1.9 La courbe de Wöhler

Parmi les différentes représentations caractérisant la durée de vie en fatigue des matériaux, la courbe de Wöhler reste la plus couramment utilisée. Cette courbe établit une corrélation entre l'amplitude de contrainte appliquée σ et le nombre de cycles conduisant à la rupture N_R , comme le montre la Figure 1.9. Elle offre une vision complète du comportement des pièces ou matériaux soumis à divers niveaux de sollicitation cyclique.

La construction de cette courbe repose sur des essais réalisés sur plusieurs éprouvettes, chacune soumise à un chargement périodique d'amplitude σ constante et à fréquence fixe, jusqu'à rupture après N_R cycles. Chaque essai fournit un point de coordonnées (σ, N_R) dans le diagramme. La courbe de Wöhler révèle que le nombre de cycles à rupture augmente lorsque l'amplitude de contrainte diminue. Les données expérimentales présentent une dispersion statistique, permettant d'établir différentes courbes correspondant à des probabilités de rupture spécifiques en fonction de l'amplitude de contrainte et du nombre de cycles appliqués.

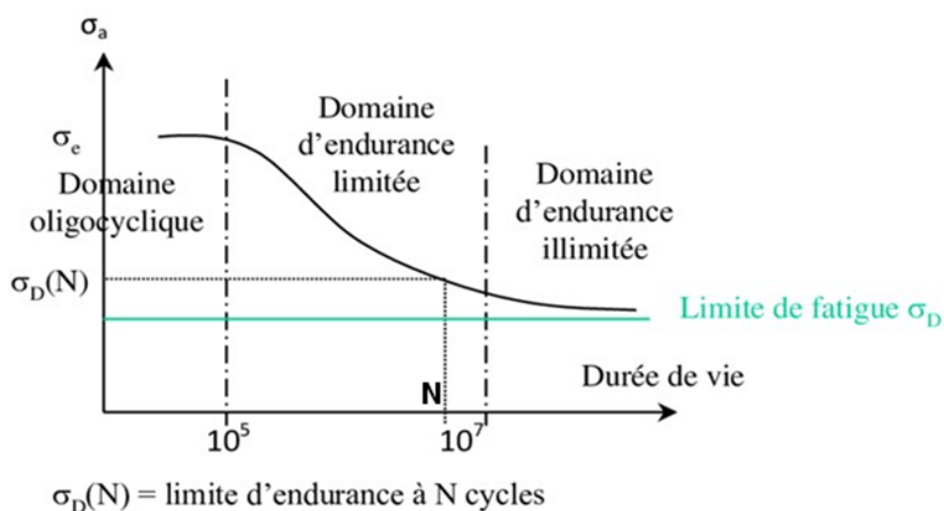


Figure 1.9: La courbe de Wöhler

À partir de cette courbe (Figure 1.9) on peut distinguer trois zones de fatigue :

- Zone de fatigue oligocyclique : la rupture apparaît après un faible nombre de cycles. Les contraintes appliquées y sont importantes et on peut observer une déformation plastique notable du matériau.
- Zone de fatigue polycyclique (ou d'endurance limitée) : la rupture apparaît après un nombre important de cycles de chargement. On n'observe aucune déformation plastique notable.
- Zone d'endurance illimitée (aussi appelée zone de sécurité) : la rupture n'apparaît pas avant un nombre très important de cycles [1-16].

1.10 Propagation de fissures par fatigue

1.10.1 Les différentes étapes de la fatigue

Cet endommagement par la fatigue mené jusqu'à la ruine, comprend 3 périodes de durées variables suivant les matériaux et les caractéristiques des sollicitations (Figure 1.10) :

- Période d'amorçage de fissures (d'habitude des défauts microstructuraux sont considérés préexistants dans la pièce) ;
- Période de propagation de fissures (courte) ;
- Propagation d'une fissure longue, jusqu'à la ruine de la pièce (rupture brutale).

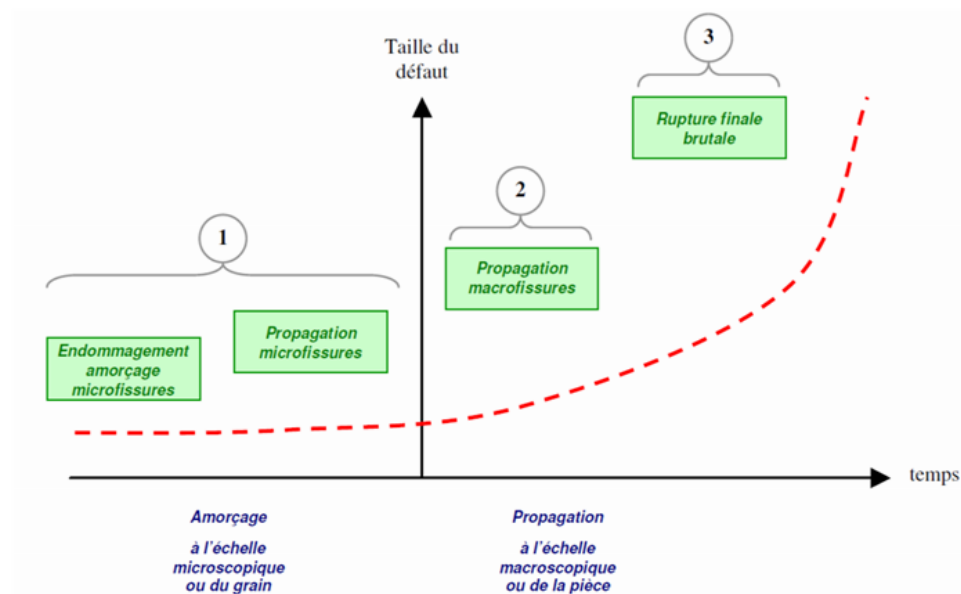


Figure 1.10: Les différentes étapes de la fatigue

1.10.2 Le faciès de rupture

Lors d'une rupture par fatigue, on observe à l'œil nu deux zones distinctes caractéristiques (voir Figure 1.11) :

- Une zone lisse et soyeuse, correspondant à la propagation en fatigue.
- Une zone à grains cristallins ou moins apparents, correspondant à la fissuration

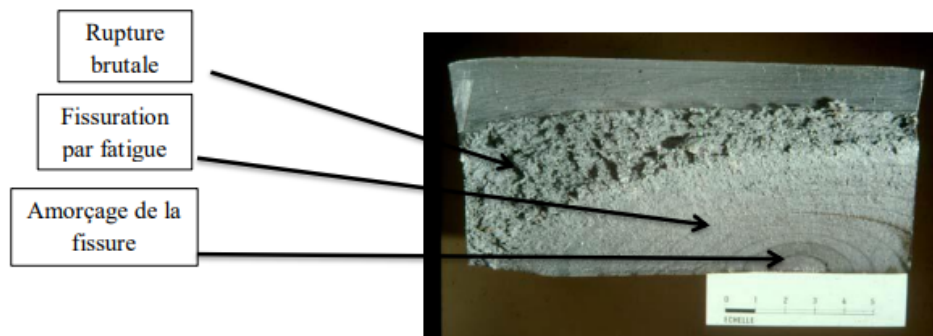


Figure 1.11: Le faciès de rupture

Lorsque la fissure occupe une section de la pièce telle que la section résiduelle est trop faible pour supporter les sollicitations appliquées, il se produit la rupture brutale.

1.10.3 Fissures courtes

La zone plastifiée en pointe de la fissure est importante devant la taille de la fissure, Figure 1.12. On utilise alors la Mécanique de la Rupture Elasto-Plastique (MREP). La propagation de la fissure dans le milieu élasto-plastique est complexe et on considère que cette phase est en partie prise en compte dans l'étape d'amorçage de fissure.

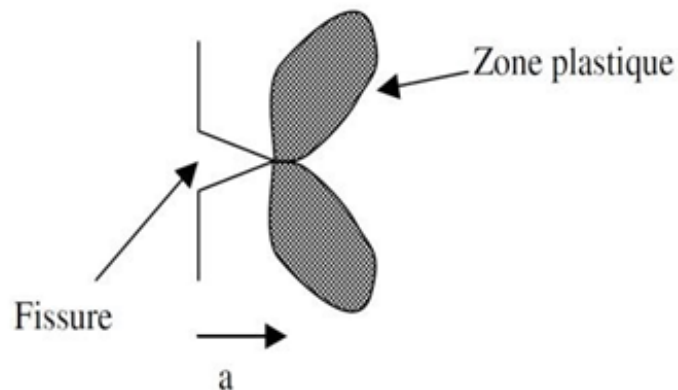


Figure 1.12: Zone plastique d'une fissure courte

Toutefois de nombreuses études [17-18] ont montré un comportement atypique pour les fissures dites courtes, vis-à-vis du comportement décrit par Paris [19-20] pour les fissures longues, comme il est montré en Figure 1.13.

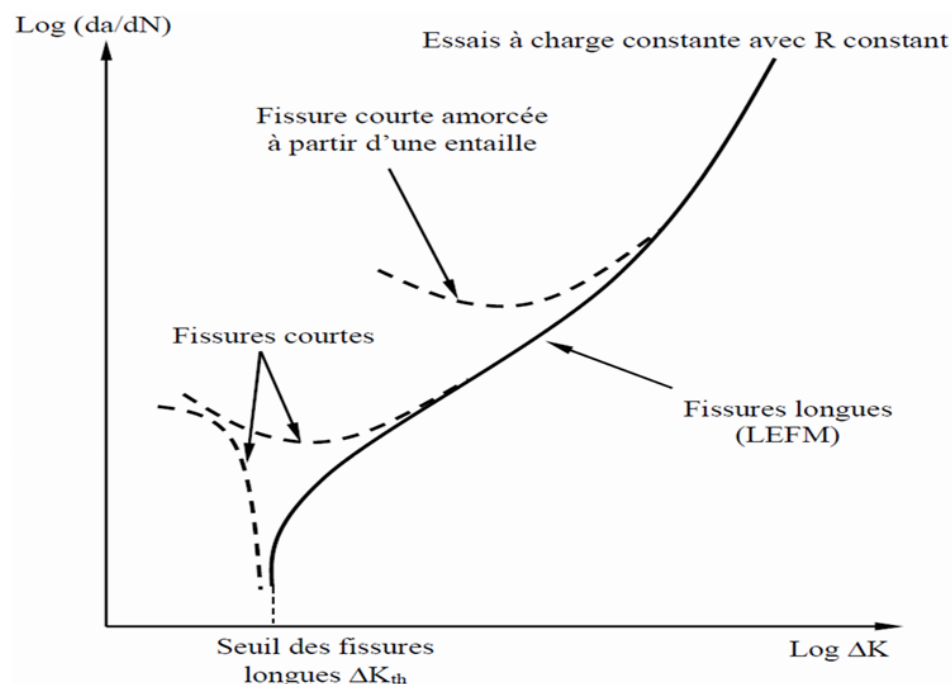


Figure 1.13: Variation du comportement en propagation des fissures courtes par rapport à la courbe de fissuration de fissures longues

La figure 1.13 montre des vitesses de propagation bien plus élevées pour des fissures courtes, par rapport à celles des fissures longues. On peut également noter une propagation des fissures courtes en-dessous de la valeur du seuil des fissures longues, ainsi que des ralentissements lorsque la taille de la fissure augmente pour rejoindre finalement la vitesse des fissures longues.

1.10.4 Fissures longues

Une fissure est qualifiée de longue lorsque sa dimension excède notablement celle de la zone plastifiée à son extrémité. Dans ce cas de plasticité confinée, les principes de la mécanique linéaire de la rupture s'appliquent. Paris et ses collaborateurs [19-20] ont introduit l'utilisation exclusive du facteur d'intensité de contraintes (FIC) développé par Irwin pour caractériser la progression de la fissure par cycle de chargement. Leurs travaux ont abouti à une relation empirique, communément appelée loi de Paris ou courbe de fissuration (Figure 1.14), établissant un lien entre l'amplitude de variation du FIC (ΔK) - calculée comme la différence entre les valeurs extrêmes du FIC correspondant aux charges maximale et minimale appliquées - et la vitesse de propagation da/dN de la fissure.

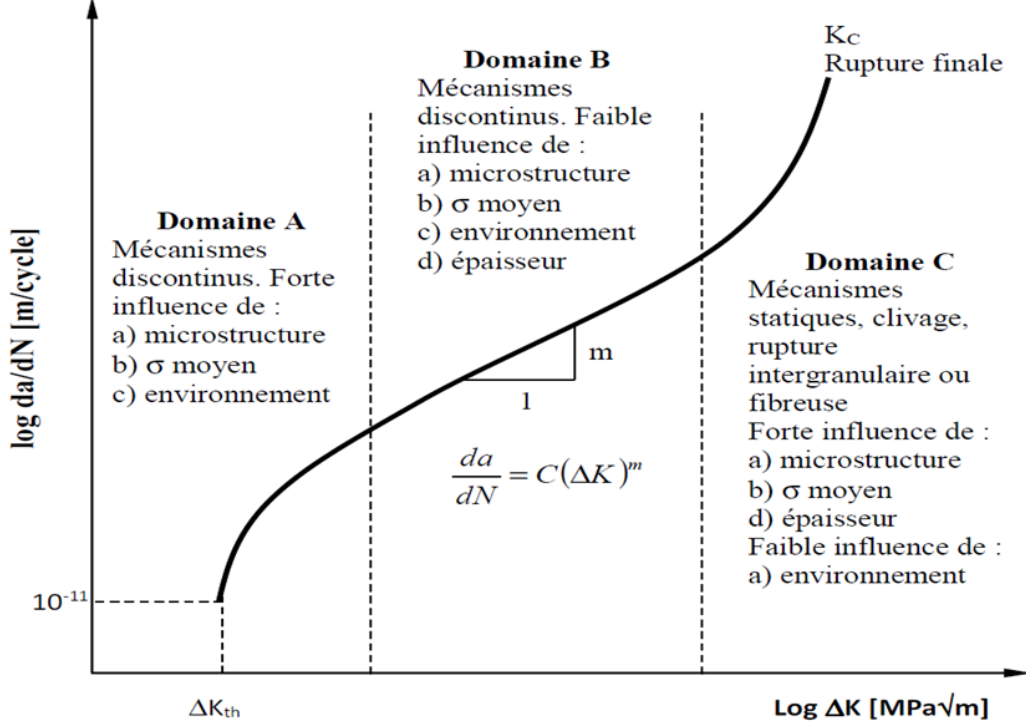


Figure 1.14: Courbe de fissuration par fatigue d'une fissure longue sur une échelle bi-logarithmique

La figure I.14 présente schématiquement la courbe de propagation de fissures longues, où on distingue trois domaines principaux :

Le domaine A : est caractérisé par de faibles valeurs de ΔK . La propagation dépend fortement de la microstructure du matériau et de l'effet de l'environnement. ΔK_{th} est la valeur du FIC dite de seuil, en-dessous de laquelle il n'y a plus de propagation.

Le domaine B : est le domaine de Paris (ou linéaire), correspondant à une propagation stable, où la vitesse de propagation varie linéairement avec ΔK en échelle bi-logarithmique. La fissure se propage le plus souvent dans un plan perpendiculaire à la direction de l'effort appliqué. C'est le domaine où s'applique la loi de Paris.

Le domaine C : correspondant aux fortes valeurs de ΔK . La propagation s'accélère jusqu'à la rupture du matériau une fois que la ténacité K_c est atteinte [14-16].

1.11 Lois de propagation de fissures

Pour décrire la partie linéaire de la courbe de fissuration par fatigue (domaine B, Figure I.14), Paris proposa la relation empirique :

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (1.17)$$

C et m sont des paramètres dépendant du matériau qui sont déterminés expérimentalement.

Toutefois, la loi de Paris n'est pas universelle, elle ne prend pas en compte l'effet de l'environnement, l'histoire du chargement, ni l'effet du rapport de charge $R = P_{min}/P_{max}$.

Cette loi ne décrit pas la totalité de la courbe ; cependant, d'autres lois empiriques ou analytiques ont été proposées pour décrire l'ensemble de la courbe de propagation.

Forman, pour tenir compte de l'augmentation asymptotique de la vitesse de fissuration lorsque $K_{max} \rightarrow K_{IC}$, proposa une amélioration de la relation de Paris pour décrire les domaines B et C de la courbe de propagation:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C \Delta K^m}{(1 - R)(K_{IC} - K_{max})} \quad (1.18)$$

Où, C est une constante dépendant du matériau, pour les aciers m est de l'ordre de 4. Cette relation ne tient pas compte de l'existence d'un seuil de fissuration mais fait intervenir l'influence du rapport de charge R sur la vitesse de fissuration.

Pour rendre compte de l'effet du seuil dans la région A, Klesnil et Lucas [21] proposèrent quant à eux une modification de la relation sous la forme :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K^m - \Delta K_{seuil}^m) \quad (1.19)$$

Frost a alors proposé une relation qui rend compte de l'ensemble de la courbe de propagation, établie pour des aciers ferrito-perlitiques [22] :

$$\frac{da}{dN} = B \left[\frac{(\Delta K - \Delta K_{seuil})^4}{R_m^2 (K_{IC}^2 - K_{max}^2)} \right]^n \quad (1.20)$$

K_{IC} désignant la valeur critique du facteur d'intensité de contraintes, ΔK_{seuil} est la valeur de ΔK au seuil de propagation pour un rapport de charge R donné, R_m est la résistance à la traction du matériau, B et n sont des constantes caractéristiques du matériau.

Les durées de vie en fatigue peuvent alors être calculées en intégrant ce type de lois de propagation. Par exemple, le modèle de Kaynak [23] pour les fissures longues suppose que la durée de vie totale en fatigue est seulement égale à la durée totale de propagation des fissures longues, qui peut être déterminée en intégrant la loi de Paris relative aux fissures longues :

$$N_{tot} = N_{FL} = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{C_{FL} \Delta K^{m_{FL}}} \quad (1.21)$$

Où a_f est la taille critique de la fissure et a_i la taille initiale de fissure [14-24].

1.12 Conclusion

Ce chapitre a présenté les concepts fondamentaux de la mécanique de la rupture, incluant :

- le phénomène de concentration des contraintes à la pointe de fissure
- la distribution des champs de contraintes et de déplacements au voisinage d'une fissure
- le paramètre clé caractérisant l'état de sollicitation : le facteur d'intensité de contrainte (FIC)

Le phénomène de fatigue a également été abordé, avec les lois de propagation qui régissent l'évolution des fissures. L'application de ces lois permet d'estimer la durée de vie résiduelle des structures fissurées soumises à des chargements cycliques.

Chapter 2

La methode des éléments finis

Sommaire du chapitre 2

2.1 Introduction	31
2.2 Historique	31
2.3 Principes de la MEF	31
2.4 Étapes de la méthode des éléments finis	32
2.5 Propriétés d'un élément fini	33
2.6 Caractéristiques d'un élément fini	34
2.7 Logiciel des éléments finis	36
2.8 Modélisation et d'isrétisation	36
2.9 Discrétisation géométrique	37
2.10 Avantages et inconvénients de la MEF	37
2.11 Généralité sur logiciel ABAQUS	38
2.12 Caractéristiques du logiciel ABAQUS	38
2.13 ch2 <i>conclusion</i>	40

2.1 Introduction

Des problèmes qui, jusqu'à une époque récente, étaient considérés comme insolubles par les méthodes analytiques classiques, peuvent maintenant être résolus de manière aisée grâce aux méthodes numériques, parmi lesquelles la Méthode des Éléments Finis (MEF) est la plus couramment employée. Ainsi, la complexité des calculs ne représente plus un obstacle majeur dans le domaine scientifique, particulièrement depuis l'apparition des ordinateurs qui ont permis aux sciences de l'ingénieur d'atteindre un niveau de développement sans précédent.

2.2 Historique

Les fondements théoriques de la MEF s'appuient à la fois sur la mécanique des structures et la formulation énergétique d'une part, et sur les méthodes d'approximation d'autre part. La MEF a été initialement développée en 1953 chez Boeing (Seattle, États-Unis) pour le calcul des structures d'ailes d'avion. C'est dans ce contexte qu'ont été élaborés le premier élément fini, sa matrice de rigidité, ainsi que les méthodes d'assemblage et de résolution par déplacements (ces travaux ont été publiés par Turner, Clough, Martin et Topp en 1956). Pour ce qui concerne les bases théoriques générales, intégrant à la fois l'analyse des structures en barres et poutres et celle des solides, elles ont été étudiées entre 1954 et 1960 par Argyris et Kelsey. Certaines idées précurseuses avaient émergé auparavant, notamment chez les mathématiciens cherchant à résoudre divers problèmes aux limites, comme par exemple celui de la torsion de Saint-Venant en divisant la section en triangles, mais ces approches n'avaient pas connu de développement ultérieur.

L'expression "élément fini" a été introduite par Clough en 1960, marquant le début de l'application de la MEF à tous les domaines du calcul des structures. Les programmes informatiques implémentant la MEF se trouvent principalement dans le domaine de la mécanique des solides et des structures, et sont conçus pour fonctionner sur des ordinateurs performants, comme par exemple : ABAQUS, SAP2000, CATIA, FORTRAN, etc.

Il est évident que l'apparition d'ordinateurs de plus en plus puissants a grandement favorisé le développement de la simulation numérique. Actuellement, le rythme de progression de l'informatique est extrêmement rapide, et les possibilités d'application de ces méthodes ne cessent de s'étendre [25].

2.3 Principes de la MEF

La méthode des éléments finis s'appuie sur les principes fondamentaux suivants :

- La MEF repose sur un concept simple : la subdivision (ou discrétisation) d'une forme géométrique complexe en un grand nombre de sous-domaines élémentaires de forme géométrique simple (les éléments finis), qui sont interconnectés en des points spécifiques appelés nœuds (Figure 2.1).
- Le comportement mécanique de chaque élément est considéré séparément, puis ces éléments sont assemblés de manière à ce que l'équilibre des forces et la compatibilité des déplacements soient satisfaits en chaque nœud.

- La MEF utilise des approximations simples des variables inconnues à l'intérieur de chaque élément, permettant ainsi de transformer les équations aux dérivées partielles en systèmes d'équations algébriques.
- Les nœuds et les éléments ne possèdent pas nécessairement une signification physique particulière, mais sont définis en fonction des considérations relatives à la précision de l'approximation recherchée [26].

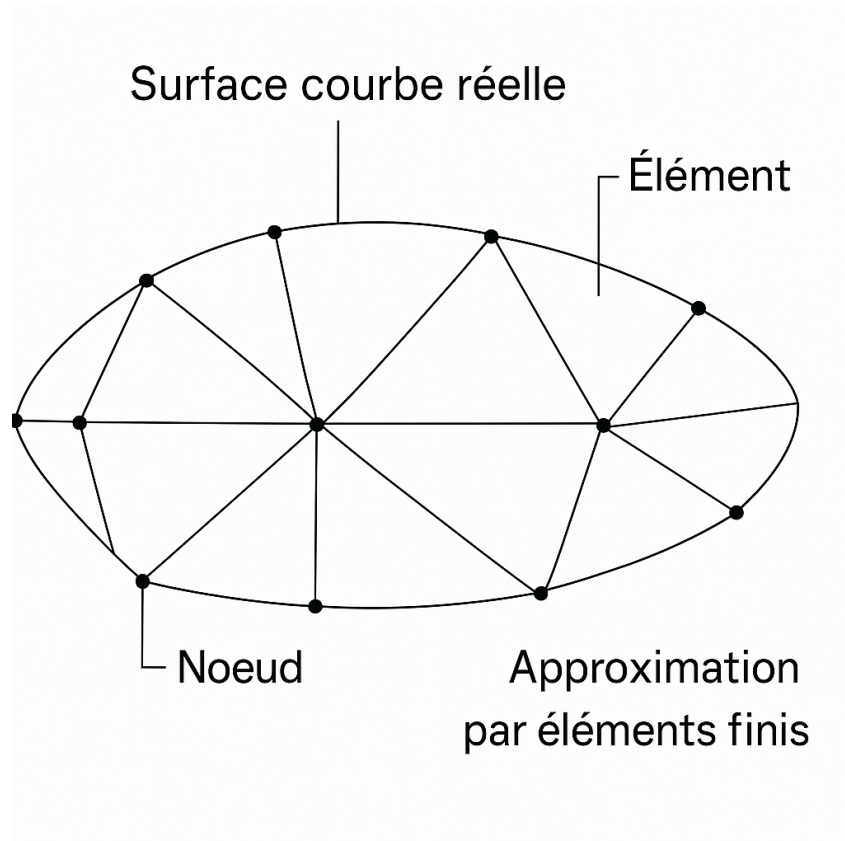


Figure 2.1: Maillage du domaine en triangles à trois nœuds

2.4 Étapes de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis représente un instrument des mathématiques appliquées dont l'objectif principal est la résolution des équations différentielles. Toutefois, la démarche d'analyse d'un problème aux limites suit invariablement une séquence identique. Cette procédure peut être synthétisée en sept phases distinctes :

1. Découpage du domaine en un maillage d'éléments finis.
2. Interpolation en respectant les critères de convergence.
3. Calcul des caractéristiques de chaque élément.
4. Assemblage.
5. introduction des conditions aux limites essentielles et résolution.

6. Évaluation, dans chaque élément, des grandeurs utiles (contraintes, déplacements...).
7. Jugement de manière critique les résultats obtenus.

2.5 Propriétés d'un élément fini

La discrétisation en éléments finis permet d'isoler un élément pour analyser son état de contrainte, de déformation ou de déplacement. Un élément fini peut être de type 1D, 2D ou 3D, avec des formes géométriques simples telles que :

- un segment de droite ou de courbe (dans le plan ou dans l'espace)
- un triangle ou un quadrilatère
- un tétraèdre, un prisme ou un hexaèdre

Le matériau constituant l'élément est caractérisé par une loi de comportement (par exemple, la loi de Hooke en élasticité). Pour un matériau isotrope par exemple, ses propriétés mécaniques se limitent à deux paramètres : le module d'Young (E) et le coefficient de Poisson (ν).

2.5.1 Les noeuds

Les noeuds définissent la géométrie de l'élément et assurent la connexion entre les différents éléments. Ils sont positionnés à des emplacements stratégiques, tels que les extrémités, les sommets, les milieux des arêtes ou des faces.

2.5.2 Les forces nodales

Les noeuds transmettent des forces associées aux degrés de liberté. Certaines de ces forces correspondent aux réactions internes, tandis que d'autres représentent les forces externes (F) dues aux charges appliquées sur l'élément (poids propre, charges uniformes, effets thermiques, etc.).

2.5.3 Degrés de liberté

Pour chaque élément fini, il est nécessaire de choisir une ou plusieurs fonctions (généralement le champ de déplacement), exprimées en fonction des valeurs qu'elles prennent aux noeuds. Ces valeurs deviennent les inconnues nodales, liées aux degrés de liberté communs des éléments adjacents. Cette approche permet de reconstituer la solution globale (ASSEMBLAGE) tout en respectant des critères de convergence essentiels.

2.5.4 Condition d'équilibre

Pour chaque élément, il faut établir :

- sa matrice de rigidité (K)
- son vecteur force (F)

Ainsi, la relation entre les forces et les déplacements pour un élément s'exprime par :

$$F = KU$$

Les forces appliquées sur l'ensemble de la structure, ou sur chaque élément individuellement, doivent satisfaire les conditions d'équilibre mécanique.

2.5.5 Condition de compatibilité

Les déplacements de l'ensemble de la structure ou de chacun de ses éléments doivent être compatibles. En d'autres termes, les déplacements des extrémités des éléments, qui sont connectés entre eux, sont identiques. On peut encore dire que si on effectue une section sur un élément, les déplacements d'élément à gauche et à droite de cette section doivent être égaux. Pour que cette cohésion soit respectée (c.à.d. pour que les volumes élémentaires ; auxquels ont été appliquées les déformations, continuent de rester accolés), il faut que le champ de déformation dérive d'un champ de déplacement, continûment dérivable, tel que :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_i} u_j \quad (2.1)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x_j} u_i + \frac{\partial}{\partial x_i} u_j \right) \quad (2.2)$$

Les équations de compatibilité en élasticité tridimensionnelle sont données par [27] :

$$\frac{\partial^2}{\partial x_j^2} \varepsilon_{ii} = \frac{\partial^3}{\partial x_j^2 \partial x_i} u_i \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \varepsilon_{jj} = \frac{\partial^3}{\partial x_i^2 \partial x_j} u_j \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \varepsilon_{ii} + \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} \varepsilon_{jj} = 2 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \varepsilon_{ij} \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{ij}}{\partial x_k \partial x_i} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{ki}}{\partial x_k \partial x_i} - \frac{\partial^2 \varepsilon_{ik}}{\partial x_j \partial x_i} - \frac{\partial^2 \varepsilon_{ji}}{\partial x_i \partial x_k} = 0 \quad (2.6)$$

2.6 Caractéristiques d'un élément fini

2.6.1 Type des éléments finis

La sélection de l'élément sera généralement fonction du type de problème à résoudre. Ils sont groupés en quatre classes :

1. les déplacements et les déformations planes.
2. la flexion des plaques.
3. les coques.
4. l'analyse des solides (3D).

Nous distinguons trois familles correspondantes à des différents type d'éléments finis à une, deux, trois dimensions, Figure II.2 :

- Les éléments unidimensionnels (1D) : barres, poutres rectilignes ou courbes utilisées de façon individuelle ou associées à des plaques.
- Les éléments bidimensionnels (2D) : élasticité plane (en déformation ou en contrainte), plaque en flexion, coques courbes de forme triangulaire ou quadrangulaire.
- Les éléments tridimensionnels (3D) : éléments de volume ou coques épaisses.
- Les éléments axisymétriques : qui constituent une classe bien particulière.

Toutes à section triangulaire ou quadrangulaire, coques conique ou méridienne courbe, (éléments de volume ou coques épaisses) [26].

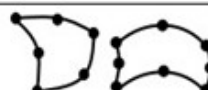
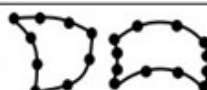
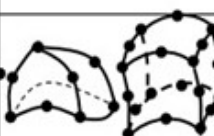
Eléments	linéaires	paraboliques (quadratiques)	cubiques
unidimensionnels			
bidimensionnels			
tridimensionnels			

Figure 2.2: Différents types d'éléments utilisés dans la MEF [28]

2.6.2 Choix des éléments finis

Les éléments doivent s'adapter à la nature du problème à traiter, c'est-à-dire, respecter les hypothèses et se conformer aux caractéristiques de la modélisation. Certains programmes offrent un choix très vaste, d'autres très limité. Il convient donc de passer en revue les particularités essentielles des éléments disponibles :

- Modèle (déplacement, équilibre, mixte, ...) ;
- Convergence (critères et taux) ;
- Degré (des divers champs) ;
- Nœuds, et inconnues aux divers nœuds ;
- Compatibilité des éléments les uns avec les autres ;
- Performances et limitations [29].

2.6.3 Qualité d'un élément fini

Un bon élément fini doit réunir les propriétés suivantes :

- Aucun défaut de base (mécanisme...) ;
- Convergence rapide ;
- Bonne précision, déjà dans un maillage grossier ;
- Qualités de convergence et précision conservée pour une distorsion raisonnable ;
- Vecteurs forces consistants ;
- Souplesse d'emploi ;
- Connexion (conforme) possible avec d'autres modèles ;
- Dérivation théorique simple et claire ;
- Programmation efficace et limpide [29].

2.7 Logiciel d'éléments finis

Un programme général de type industriel doit être capable de résoudre des problèmes variés de grandes tailles (de mille à quelques centaines de milliers de variables). Ces programmes complexes nécessitent un travail d'approche non négligeable avant de pouvoir traiter un problème réel de façon correcte. Citons à titre d'exemple quelques noms de logiciels: NASTRAN, ANSYS, ADINA, ABAQUS, CASTEM 2000, CESAR, FORTRAN, etc. ... Les possibilités offertes par de tels programmes sont nombreuses, telles que :

- Analyse linéaire ou non d'un système physique continu.
- Analyse statique ou dynamique.
- Prise en compte de lois de comportement complexes.
- Prise en compte de phénomènes divers (élasticité, thermiques, électromagnétiques, de plasticité, d'écoulement, etc. ...).
- Problèmes d'optimisation.

L'utilisation de tels programmes nécessite une formation de base minimum, suivie d'applications pratiques sur des problèmes simples.

2.8 Modélisation et d'iscretisation

La méthode des éléments finis est donc une procédure générale de discrétisation pour la résolution des problèmes des milieux continus. Donc pour avoir une analyse numérique qui simulera au mieux un problème, il faut effectuer deux opérations essentielles : la modélisation et la discrétisation. Ces opérations se font en deux temps comme indiqué sur la figure II.3 [27].

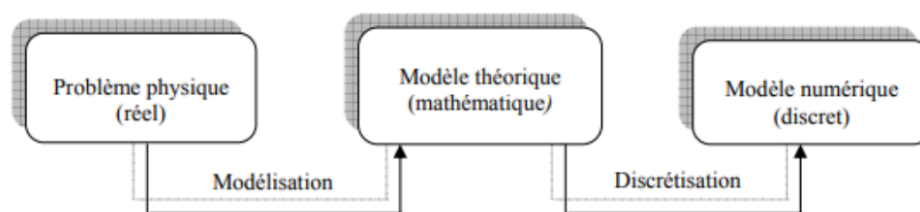


Figure 2.3: Étapes de l'analyse d'un problème aux limites

2.9 Discrétisation géométrique

Cette opération consiste à procéder à un découpage du domaine continu en sous domaines :

$$D = \sum_{e=1}^{n_e} D_e \quad \text{tel que} \quad \lim_{e \rightarrow 0} \left(\bigcup_e D_e \right) = D$$

Il faut donc pouvoir représenter au mieux la géométrie souvent complexe du domaine étudié par des éléments de forme géométrique simple. Il ne doit y avoir ni recouvrement ni trou entre deux éléments ayant une frontière commune.

Lorsque la frontière du domaine est complexe, une erreur de discrétisation géométrique est inévitable. Cette erreur doit être estimée, et éventuellement réduite en modifiant la forme ou en diminuant la taille des éléments concernés comme proposé sur la figure II. 4 Sur chaque élément nous allons chercher à définir une approximation de la fonction solution [27].

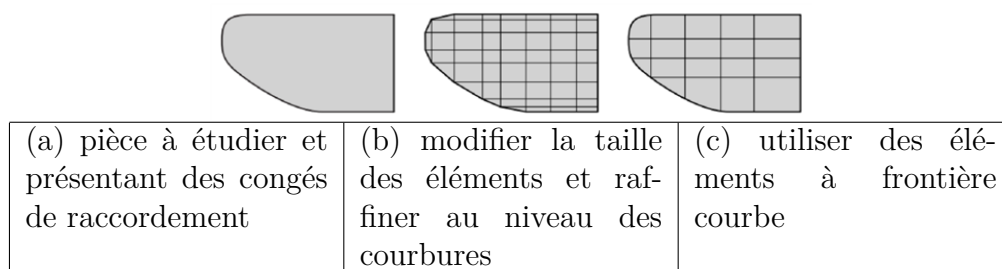


Figure 2.4: Erreur de discrétisation géométrique

2.10 Avantages et inconvénients de la MEF

2.10.1 Avantages de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis offre plusieurs avantages, tels que :

- On peut représenter un grand nombre de formes de structures à l'aide du modèle analytique général commun.
- La possibilité de définir des maillages très irréguliers est l'un des grands avantages de la méthode des éléments finis.

- On peut utiliser des lois complexes de propriétés intrinsèques des matériaux si l'on compare aux possibilités des méthodes classiques de résolution, et elle offre de plus vastes perspectives en analyse non linéaire [29].

2.10.2 Les inconvénients de la MEF

La méthode des éléments finis a néanmoins quelques inconvénients :

- Elle donne un résultat numérique particulier pour un problème spécifique.
- Elle ne fournit aucune forme de solution susceptible de permettre une étude analytique de l'effet d'un changement de paramètre par exemple.
- Un ordinateur, un programme fiable et une utilisation intelligente sont nécessaires.
- Les programmes généraux de calcul doivent être fortement documentés [25].

2.11 Généralité sur logiciel ABAQUS

Le logiciel ABAQUS se compose de trois produits :

ABAQUS/Standard : est un solveur généraliste qui a recourt à un schéma traditionnel d'intégration implicite.

- Résolution basée sur l'algorithme de Newton-Raphson et la méthode de Riks;
- Problèmes linéaires et non linéaires ;
- Géométrie diversifiée : 1D, 2D, 3D et Axisymétrique ;
- Nombreuses procédures d'analyse dans le domaine temporel et fréquentiel.

ABAQUS/ Explicit : un schéma d'intégration explicite pour résoudre des problèmes dynamiques ou quasi-statiques non-linéaires.

- Analyse non linéaire (discrétisation spatiale et temporelle) ;
- Problème transitoire et dynamique des structures ;
- Résolution basée sur la méthode explicite d'intégration en temps.

ABAQUS /CAE : il constitue une interface intégrée de visualisation et de modélisation pour lesdits solveurs. Chacun de ces produits est complété par des modules additionnels et optionnels, spécifiques à certaines applications [30].

2.12 Caractéristiques du logiciel ABAQUS

2.12.1 Type d'analyse

Domaines physiques :

- Mécanique.

- Thermique.
- Electrique (piézoélectrique et thermique).
- Problèmes couplés.
- Une bibliothèque de matériaux de pointe, y compris l'habituel élastique et solides plastique, élastique ; modèles pour les mousses, le béton, les sols, les géo synthétiques.

Problèmes :

- Statique et dynamique.
- Linéaires et non linéaires.
- Dynamique des corps rigides.

2.12.2 Les éléments utilisés par ABAQUS

On distingue différentes grandes classes d'éléments :

- **Les éléments unidimensionnels (1D)** : barre; poutre, rectiligne ou courbe
- **Les éléments bidimensionnels (2D)** : élasticité plane (contrainte ou déformation plane), plaques en flexion, coques courbes de forme triangulaire ou rectangulaire.
- **les éléments tridimensionnels (3D)** : de forme tétraédrique, hexaédrique...etc.
- **les éléments axisymétriques** : (pour les pièces présentant une symétrie de révolution au niveau de la géométrie et du chargement).
- **les autres éléments** : ressorts, amortisseurs, rigides [31].

2.12.3 Les Modules

ABAQUS CAE est divisé en unités fonctionnelles appelées modules. Chaque module contient les outils qui sont propres à une partie de la tâche de modélisation.

Le module " PART " : Le module Part permet de créer tous les objets géométriques nécessaires à notre problème, soit en les dessinant dans ABAQUS CAE, soit en les important d'un logiciel de dessin tiers.

Le module " PROPERTY " : Le module Property permet, comme son nom l'indique, de définir toutes les propriétés d'un objet géométrique ou d'une partie de ces objets.

Le module " ASSEMBLY " : Ce module permet d'assembler les différents objets géométriques créés dans un même repère de coordonnées global. Un modèle ABAQUS contient un seul assemblage.

Le module " STEP " : Ce module permet de définir toutes les étapes et les requêtes pour le post traitement, c'est à dire le moment (temps) à partir duquel une force est appliquée et jusqu'à quand, il est aussi possible de créer des forces ou des conditions limites qui s'activent à des moments donnés.

Le module " INTERACTION " : Grâce à ce module, il est possible de spécifier toutes les interactions entre les différentes parties et régions du modèle, qu'elles soient mécaniques, thermiques ou autres. Il faut savoir qu'ABAQUS ne prend en compte que les interactions explicitement définies, la proximité géométrique n'étant pas suffisante.

Le module " LOAD " : Le module Load permet de spécifier tous les chargements, conditions limites et champs. Il faut savoir que les chargements et les conditions limites sont dépendants des steps, par exemple une force est appliquée au step 1 mais inactive au step 2.

Le module " MESH " : Ce module contient tous les outils nécessaires pour générer un maillage élément fini sur un assemblage.

Le module " JOB " : Une fois que toutes les tâches de définition du modèle ont été réalisées, il faut utiliser le module Job pour analyser ce modèle. ABAQUS va alors réaliser tous les calculs nécessaires et en tirer des résultats.

Le module " VISUALIZATION " : Ce module permet de visualiser le modèle et les résultats, les courbes des contraintes, des déformations, etc.

Le module " SKETCH " : Ce module permet de créer des formes bidimensionnelles qui ne sont pas associés à un objet. Il peut être utilisé pour des extrusions par exemple.

2.13 Conclusion

La méthode des éléments finis constitue une approche moderne de nature pluridisciplinaire, puisqu'elle mobilise conjointement les savoirs issus de trois domaines fondamentaux : la mécanique des structures, l'analyse numérique et l'informatique appliquée. Cette technique numérique offre la capacité de résoudre des problématiques mécaniques complexes. Dans le cadre de notre recherche, elle nous permettra plus spécifiquement de calculer la valeur du facteur d'intensité de contraintes généré au niveau du front de fissure.

Chapter 3

Validation numérique du calcul des FIC

Sommaire du chapitre 3

3.1 Présentation des structures étudiées	42
3.2 Structure 1 : Barre cylindrique à fissure annulaire interne	43
3.3 Structure 2 : Barre cylindrique avec fissure externe en entaille	58
3.4 Synthèse des validations	71

3.1 Présentation des structures étudiées

Dans le cadre de cette étude, nous avons sélectionné deux configurations géométriques types possédant des solutions analytiques connues en facteur d'intensité de contrainte (FIC). La première configuration correspond à une barre cylindrique présentant une fissure annulaire interne (internal circular crack in a round bar). La seconde configuration concerne une barre cylindrique entaillée avec une fissure circulaire externe située au fond d'entaille (round bar with an external circular crack at notch root).

Ces deux structures partagent les mêmes propriétés mécaniques : un module d'Young $E = 210\,000$ MPa et un coefficient de Poisson $\nu = 0,3$. Le choix de ces configurations s'est porté sur leur représentativité des cas réels de fissuration et surtout sur la disponibilité de solutions analytiques pour les FIC, ce qui permet une validation rigoureuse de nos approches numériques.

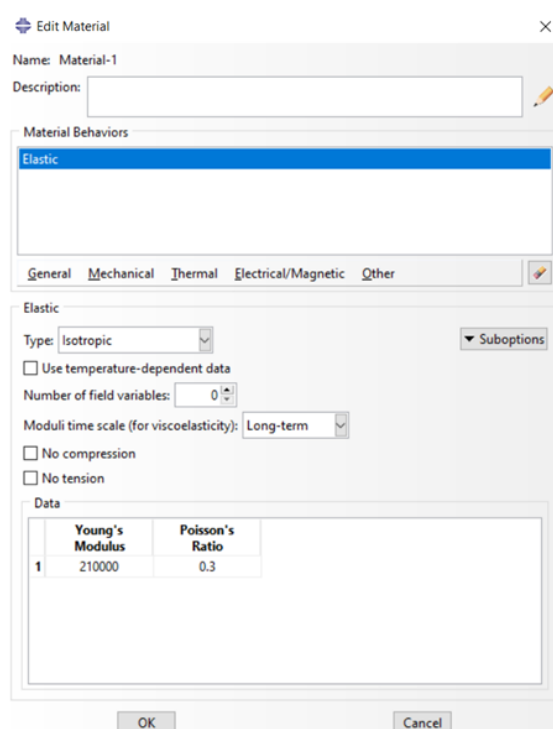


Figure 3.1: Propriétés mécaniques du matériau

Pour la barre fissurée en interne, la géométrie axisymétrique permet d'obtenir des solutions de référence pour différents modes de sollicitation. Quant à la barre entaillée avec fissure externe, elle représente un cas plus complexe mais tout aussi important pour valider notre méthodologie sur des configurations présentant des concentrations de contraintes.

La comparaison systématique entre nos résultats numériques et ces solutions analytiques constitue une étape fondamentale pour garantir la fiabilité de nos simulations avant leur application aux maillons de chaîne d'amarrage. Cette validation préalable couvre différents modes de sollicitation et différentes tailles de fissures, offrant ainsi une base solide pour la suite de notre étude.

3.2 Structure 1 : Barre cylindrique avec fissure interne circulaire

Cette étude examine une barre cylindrique pleine de 300 mm de longueur et 100 mm de diamètre présentant une fissure annulaire centrée de 10 mm de diamètre.

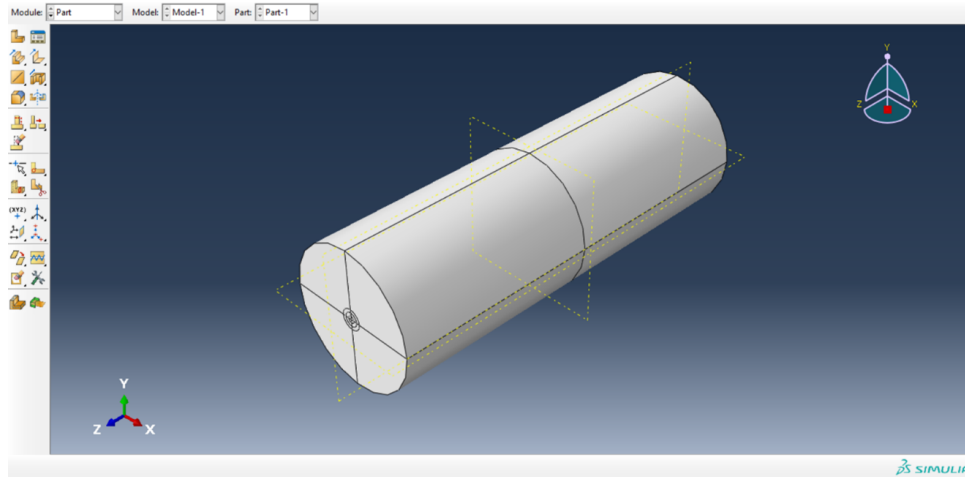


Figure 3.2: Modélisation de la barre cylindrique à fissure circulaire interne sous ABAQUS

La géométrie axisymétrique a été partitionnée pour optimiser le maillage autour de la fissure, avec un maillage uniforme de 31 200 éléments hexaédriques quadratiques C3D20R à 20 nœuds utilisant une intégration réduite.

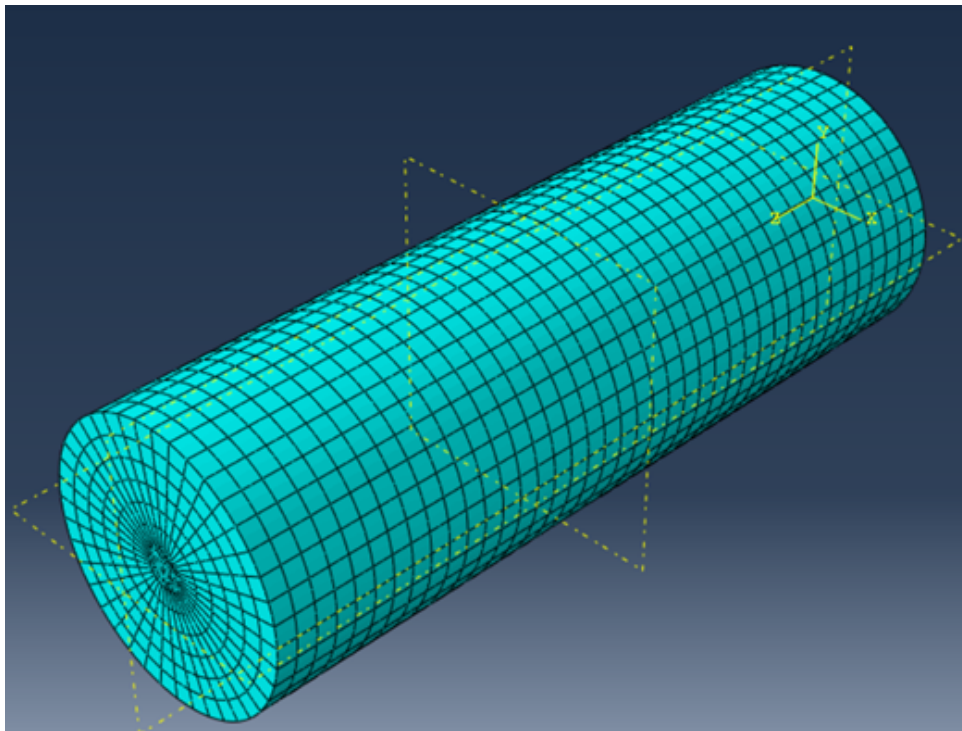


Figure 3.3: Maillage de la barre cylindrique à fissure annulaire interne

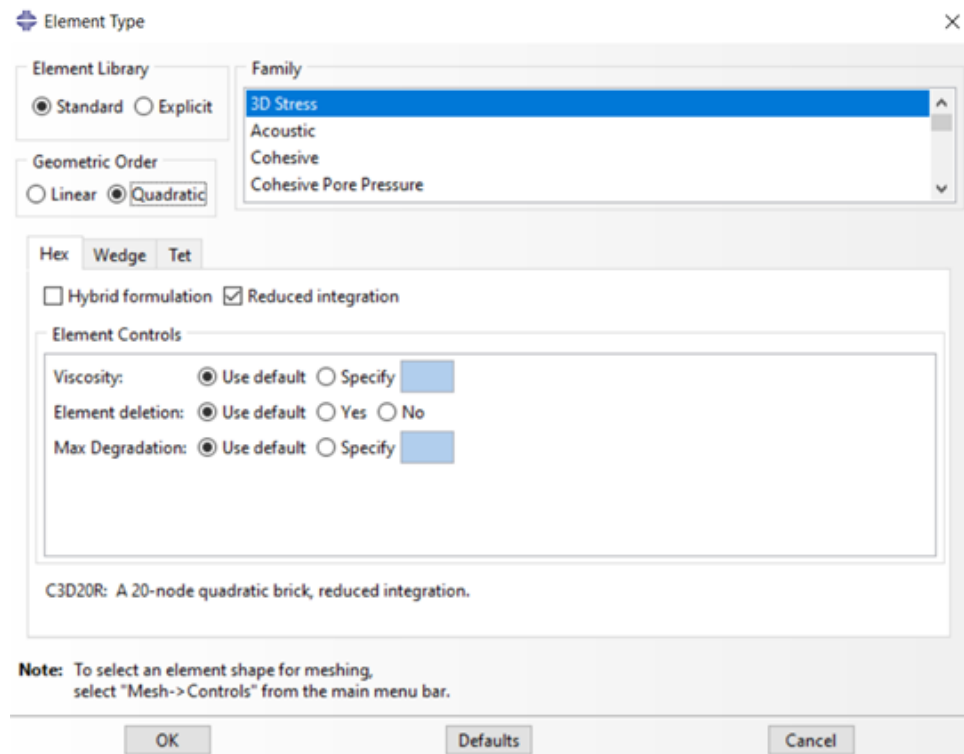


Figure 3.4: Type d'éléments utilisés dans le modèle

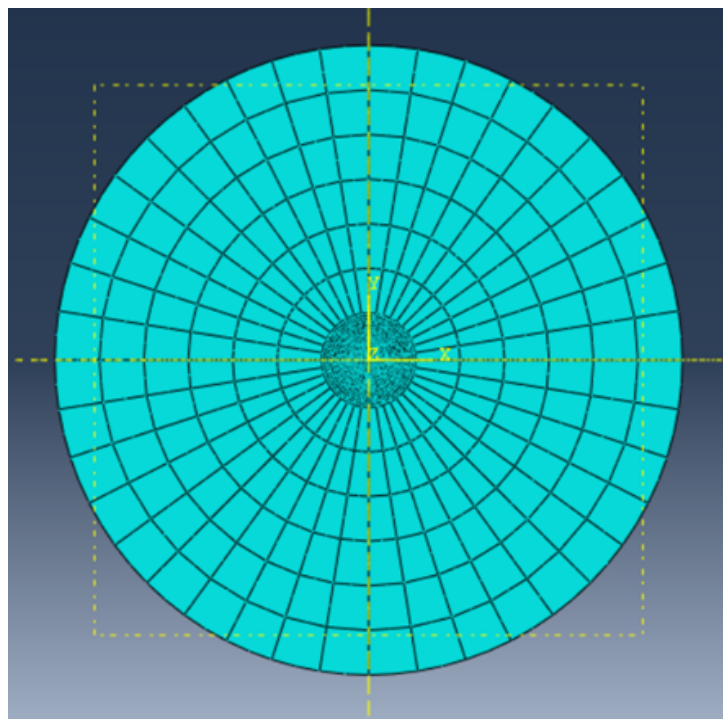


Figure 3.5: Vue de la surface supérieure de la barre cylindrique maillée

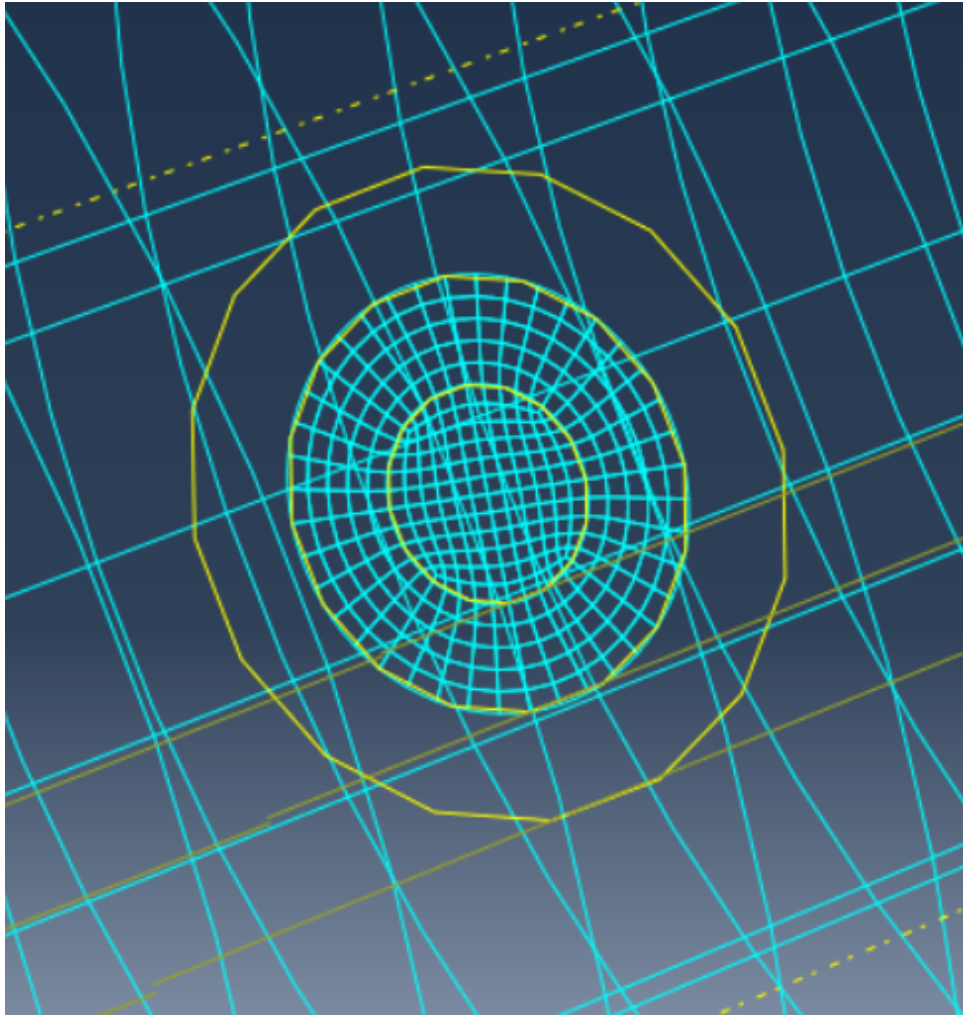


Figure 3.6: Détail du maillage au voisinage de la fissure

L'extraction des facteurs d'intensité de contrainte (FIC) a été réalisée via la méthode d'interaction d'intégrale J dans ABAQUS, avec 6 contours d'intégration assurant la convergence des résultats.

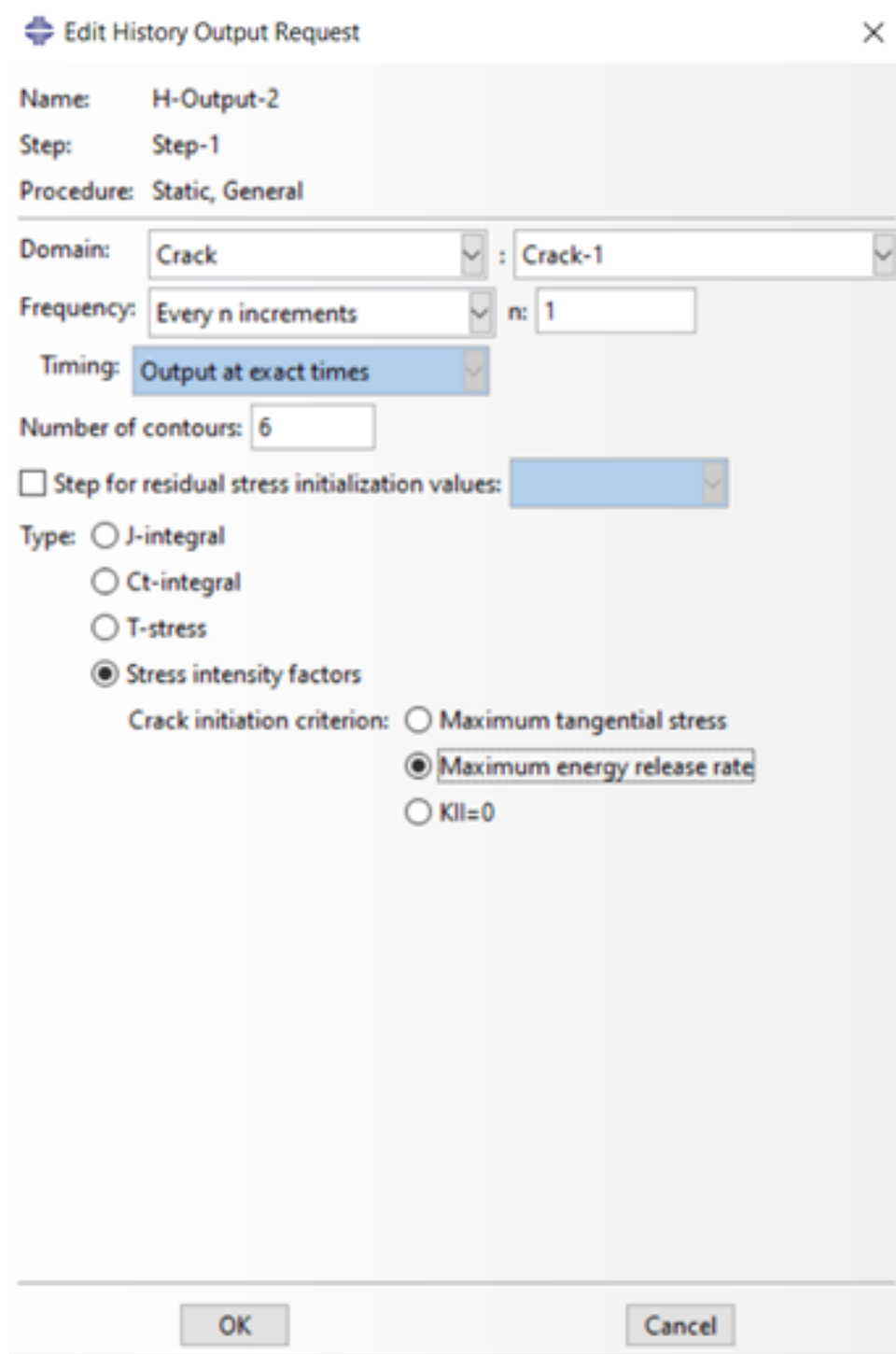


Figure 3.7: Configuration de la demande de calcul des FIC dans ABAQUS (History Output Request)

Différents chargements ont été appliqués pour étudier séparément les modes I (en traction et en flexion) et III (cisaillement hors plan). Pour chaque cas, les FIC calculés numériquement ont été comparés aux solutions analytiques de référence. Le maillage quadratique offre un équilibre entre précision et coût de calcul, tandis que la partition contrôlée permet une transition progressive de la taille des éléments. Les conditions aux limites ont été configurées pour respecter les hypothèses des solutions analytiques.

3.2.1 Cas de chargement en traction (mode I)

3.2.1.1 Chargement appliqué

La barre cylindrique est soumise à un chargement en traction pure via l'application d'une pression uniforme de -200 MPa sur ses deux surfaces extrêmes, comme illustré dans la figure III.8. Cette configuration correspond à un chargement de Mode I pur, générant une ouverture symétrique de la fissure annulaire.

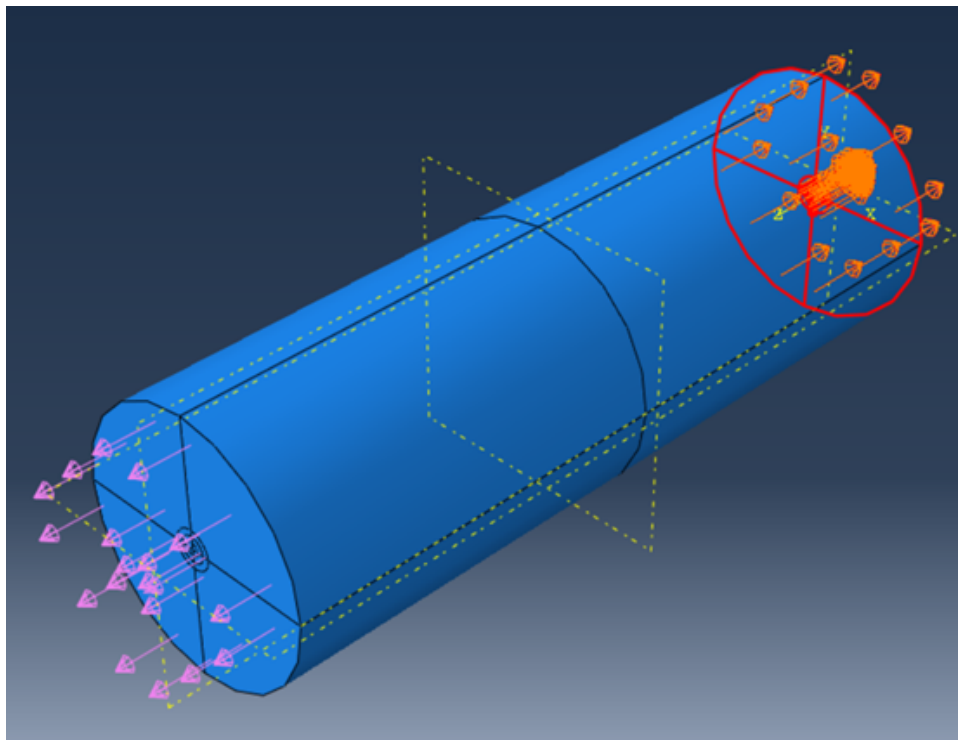


Figure 3.8: Chargement de traction appliqué à la barre à fissure annulaire interne

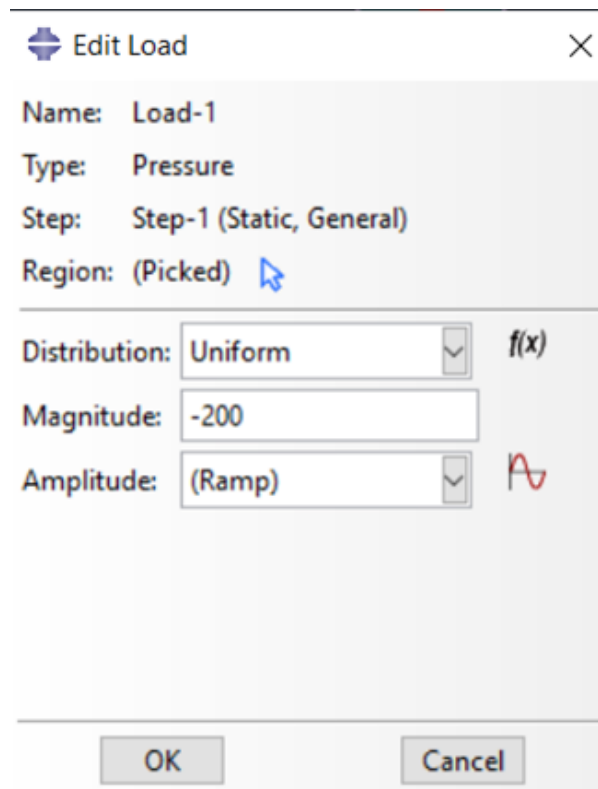


Figure 3.9: Intensité du chargement en traction

3.2.1.2 Solution analytique

Pour ce cas de chargement (Mode I) :

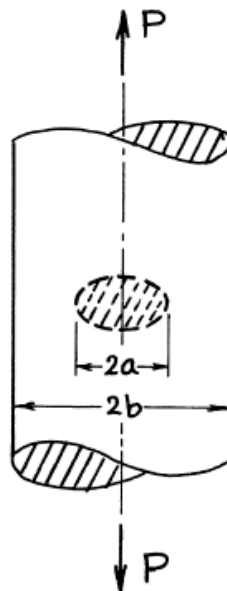


Figure 3.10: Modélisation de la solution analytique en traction

La solution analytique du facteur d'intensité de contrainte (K_I) pour une fissure annulaire interne dans une barre cylindrique est donnée par la relation :

$$K_I = \frac{2}{\pi} \sigma \sqrt{\pi a} F\left(\frac{a}{b}\right) \quad (3.1)$$

$$\text{Avec : } \sigma = \frac{P}{\pi b^2} \quad (3.2)$$

Et l'expression exacte de $F\left(\frac{a}{b}\right)$ dépend de la littérature analytique disponible pour ce type de configuration. Pour les besoins de cette étude, on utilise une forme appropriée fournie par les références classiques en mécanique de la rupture.

$$F\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{1 - \frac{1}{2} \frac{a}{b} + 0.148 \left(\frac{a}{b}\right)^3}{\sqrt{1 - \frac{a}{b}}} \quad (3.3)$$

D'où, l'application numérique nous donne la valeur théorique du facteur d'intensité de contrainte :

$$K_I = \frac{2}{\pi} \cdot 200 \cdot \sqrt{\pi \cdot 5} \cdot \frac{1 - 0.5 \cdot \frac{5}{50} + 0.148 \left(\frac{5}{50}\right)^3}{\sqrt{1 - \frac{5}{50}}} \quad (3.4)$$

$$\boxed{K_I = 505.4056 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{mm}}} \quad (3.5)$$

3.2.1.3 Résultats ABAQUS

L'analyse des résultats du fichier DAT d'ABAQUS montre que les calculs des FIC ont été correctement effectués.

-80-	K1:	297.4	572.2	587.9	564.7	544.7
	K2:	-9.7235E-03	-2.4630E-02	-1.9417E-02	-4.0218E-03	2.5291E-02
	K3:	-1.3624E-03	-2.4987E-03	-2.5863E-03	0.000	-1.8705E-02
	KII0 DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	0.3833	1.419	1.498	1.382	1.285
	K1:	534.8				
	K2:	3.7245E-02				
	K3:	-1.3043E-02				
	KII0 DIRECTION (DEG):	0.000				
	J from Ks:	1.239				
-81-	K1:	648.2	534.8	542.3	516.5	495.7
	K2:	-2.1445E-02	-2.4402E-02	-2.0471E-02	-4.4787E-03	2.8587E-02
	K3:	-1.5223E-03	-2.7671E-03	-3.5201E-03	-3.1670E-03	-1.4381E-02
	KII0 DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	1.821	1.239	1.274	1.156	1.065
	K1:	485.8				
	K2:	4.6571E-02				
	K3:	-9.5579E-03				
	KII0 DIRECTION (DEG):	0.000				
	J from Ks:	1.023				
-83-	K1:	297.4	572.2	587.9	564.7	544.6
	K2:	-8.6543E-03	-2.2270E-02	-1.8858E-02	-5.2511E-03	2.8677E-02
	K3:	-4.9151E-04	-6.6187E-04	0.000	1.3114E-03	-4.8305E-03
	KII0 DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	0.3833	1.419	1.498	1.382	1.285
	K1:	534.7				
	K2:	4.7555E-02				
	K3:	-3.1184E-03				
	KII0 DIRECTION (DEG):	0.000				
	J from Ks:	1.239				
-84-	K1:	647.1	535.3	542.9	517.2	496.4
	K2:	-1.8034E-02	-2.0782E-02	-1.8161E-02	-6.8356E-03	1.4142E-02
	K3:	0.000	0.000	8.9371E-04	2.6071E-03	6.7338E-03
	KII0 DIRECTION (DEG):	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	J from Ks:	1.815	1.241	1.277	1.159	1.068
	K1:	486.5				
	K2:	2.8501E-02				
	K3:	8.9640E-03				
	KII0 DIRECTION (DEG):	0.000				
	J from Ks:	1.025				

Figure 3.11: Résultats du fichier .DAT d'ABAQUS – cas en traction

Pour le 6ème contour (dernier contour calculé), les valeurs obtenues sur les 84 nœuds d'évaluation varient entre $485.8 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{mm}}$ et $534.8 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{mm}}$. Ces valeurs encadrent la solution théorique de référence qui est de $505.4 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{mm}}$.

3.2.1.4 Analyse des écarts

La dispersion des résultats numériques autour de la valeur théorique reste dans une fourchette acceptable ($\pm 6\%$ environ), ce qui valide globalement notre approche de calcul. Cependant, on observe que :

- La plage de variation pourrait être réduite par un maillage plus fin au voisinage de la fissure
- L'ajout de contours supplémentaires permettrait une meilleure convergence des résultats

Bien que ces résultats soient jugés satisfaisants pour une première validation, ils indiquent qu'une optimisation du maillage et des paramètres de calcul pourrait encore

améliorer la précision. Cette marge de progression sera particulièrement importante à considérer pour l'étude des maillons de chaîne où une grande précision est requise. La méthodologie actuelle reste néanmoins valable pour une analyse comparative.

3.2.2 Cas de chargement en flexion suivant l'axe longitudinale (mode 1)

3.2.2.1 Chargement appliqué

La barre cylindrique est soumise à un chargement en flexion pure par l'application d'un moment fléchissant de $200 \text{ N} \cdot \text{mm}$ suivant l'axe OY , agissant au centre des deux surfaces extrêmes comme illustré dans la Figure III.12.

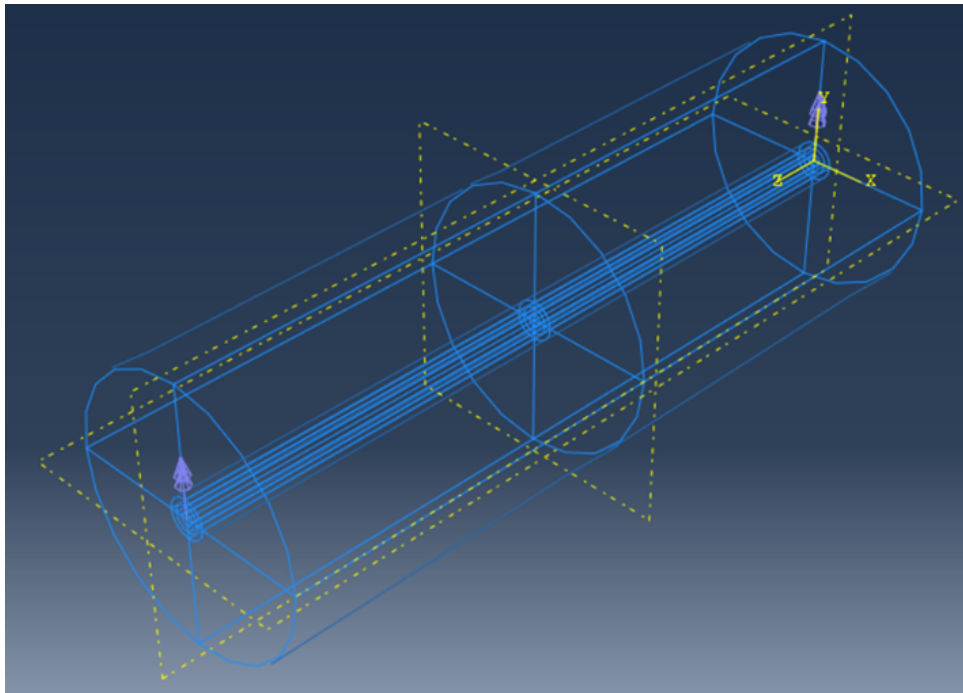


Figure 3.12: Chargement en flexion appliqué à la barre à fissure annulaire interne

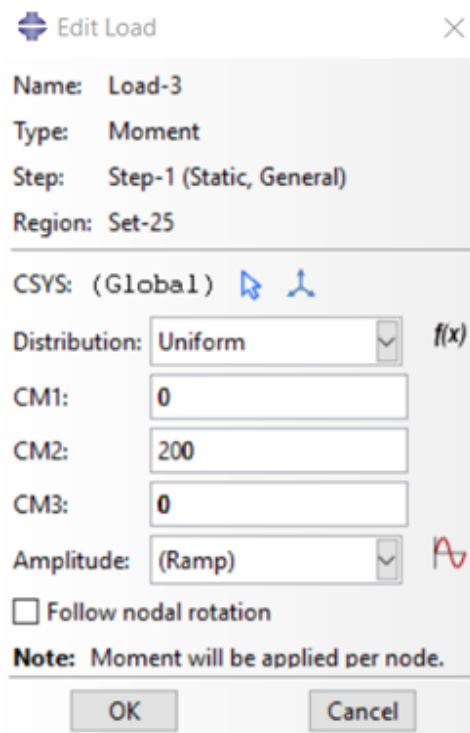


Figure 3.13: Intensité du chargement en flexion

Ce chargement induit un état de contraintes de flexion pure conduisant à une ouverture symétrique de la fissure annulaire (Mode I).

3.2.2.2 Solution analytique

Cette Figure présente la modélisation de la barre fissurée soumise à un moment fléchissant :

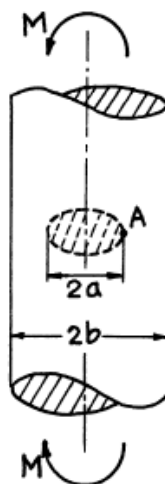


Figure 3.14: Modélisation de la solution analytique – cas en flexion

Pour cette configuration, le facteur d'intensité de contrainte K_{III} peut être déterminé par la solution analytique suivante :

$$K_{IA} = \sigma_N \sqrt{\pi a} \cdot F_1(a/b) \quad (3.6)$$

$$\sigma_N = \frac{4M\alpha}{\pi(b^4 - a^4)} \quad (3.7)$$

Et l'expression exacte de $F_1(a/b)$ dépend de la littérature analytique disponible pour ce type de configuration. Pour les besoins de cette étude, on utilise une forme appropriée fournie par les références classiques en mécanique de la rupture :

$$F_1(a/b) = \sqrt{1 - \frac{a}{b}} \cdot \frac{4}{3\pi} \left[1 + 0.5 \cdot \frac{a}{b} + \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^2 + \frac{5}{16} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^3 - \frac{93}{128} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^4 + 0.483 \left(\frac{a}{b}\right)^5 \right] \quad (3.8)$$

D'où, l'application numérique nous donne la valeur théorique du facteur d'intensité de contrainte pour ce cas :

$$K = \frac{4 \cdot 200 \cdot 5}{\pi(50^4 - 5^4)} \sqrt{\pi \cdot 5} \cdot \sqrt{1 - \frac{5}{50}} \cdot \frac{4}{3\pi} \times \left[1 + 0.5 \cdot \frac{5}{50} + \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{5}{50}\right)^2 + \frac{5}{16} \cdot \left(\frac{5}{50}\right)^3 - \frac{93}{128} \cdot \left(\frac{5}{50}\right)^4 + 0.483 \left(\frac{5}{50}\right)^5 \right] \quad (3.9)$$

$$K = 3.4267 \times 10^{-4} \text{MPa}\sqrt{\text{mm}} \quad (3.10)$$

3.2.2.3 Résultats ABAQUS

L'analyse des résultats du fichier DAT d'ABAQUS montre que les calculs des FIC ont été correctement effectués.

-80-	MERR	DIRECTION (DEG):	K1:	2.0193E-04	2.8096E-04	2.9256E-04	3.0812E-04	3.1152E-04
			K2:	4.1730E-09	4.5107E-09	3.3877E-09	1.3992E-09	5.8048E-12
			K3:	8.8654E-08	1.1923E-07	1.4386E-07	1.5061E-07	1.5189E-07
			J from Ks:	-75.78	-75.78	-75.78	-75.78	-10.76
				4.8730E-17	8.8084E-17	1.2817E-16	1.4043E-16	1.4282E-16
			K1:	3.1153E-04				
			K2:	-3.2684E-11				
			K3:	1.5070E-07				
			J from Ks:	7.056				
				1.4059E-16				
-81-	MERR	DIRECTION (DEG):	K1:	1.9467E-04	3.2345E-04	3.4821E-04	3.5580E-04	3.6515E-04
			K2:	1.9467E-09	4.9345E-09	3.7021E-09	1.5216E-09	-2.4094E-11
			K3:	5.3890E-08	1.4531E-07	1.7832E-07	1.8843E-07	1.9103E-07
			J from Ks:	-75.78	-75.78	-75.78	-75.78	43.78
				1.7994E-17	1.3082E-16	1.9690E-16	2.1982E-16	2.2590E-16
			K1:	3.6515E-04				
			K2:	-2.9809E-11				
			K3:	1.8708E-07				
			J from Ks:	8.136				
				2.1666E-16				
-82-	MERR	DIRECTION (DEG):	K1:	2.0193E-04	2.8096E-04	2.9256E-04	3.0812E-04	3.1152E-04
			K2:	4.1730E-09	4.5107E-09	3.3877E-09	1.3992E-09	5.8048E-12
			K3:	8.8654E-08	1.1923E-07	1.4386E-07	1.5061E-07	1.5189E-07
			J from Ks:	-75.78	-75.78	-75.78	-75.78	-10.76
				4.8730E-17	8.8084E-17	1.2817E-16	1.4043E-16	1.4282E-16
			K1:	3.1153E-04				
			K2:	-3.2684E-11				
			K3:	1.5070E-07				
			J from Ks:	7.056				
				1.4059E-16				
-83-	MERR	DIRECTION (DEG):	K1:	1.9467E-04	3.2345E-04	3.4821E-04	3.5580E-04	3.6515E-04
			K2:	1.9467E-09	4.9345E-09	3.7021E-09	1.5216E-09	-2.4094E-11
			K3:	5.3890E-08	1.4531E-07	1.7832E-07	1.8843E-07	1.9103E-07
			J from Ks:	-75.78	-75.78	-75.78	-75.78	43.78
				1.7994E-17	1.3082E-16	1.9690E-16	2.1982E-16	2.2590E-16
			K1:	3.6515E-04				
			K2:	-2.9809E-11				
			K3:	1.8708E-07				
			J from Ks:	8.136				
				2.1666E-16				

Figure 3.15: Résultats du fichier .DAT d'ABAQUS – cas en traction

Les valeurs extraites à partir du 6^e contour, présentent une légère alternance entre les nœuds évalués. En particulier, les résultats varient entre $3,1153 \times 10^{-4}$ MPa√mm et $3,6515 \times 10^{-4}$ MPa√mm, encadrant la valeur théorique de $3,42674672 \times 10^{-4}$ MPa√mm.

3.2.2.4 Analyse des résultats

Cette dispersion, bien que relativement faible en valeur absolue, reflète l'influence de la finesse du maillage autour de la fissure et l'effet du nombre de contours d'intégration sur la convergence des résultats. La proximité entre les résultats numériques et la solution analytique témoigne de la bonne modélisation du chargement de flexion, ainsi que de la capacité de la méthode de l'intégrale JJ à restituer de manière fiable le facteur d'intensité de contrainte en mode I, même dans une configuration géométriquement plus complexe.

3.2.3 Cas de Chargement en Torsion (mode 3)

3.2.3.1 Chargement appliqué

La barre cylindrique est soumise à un moment de torsion pur de $M=200$ N.mm, appliqué de manière opposée au centre des deux surfaces extrêmes, comme illustré dans la Figure 3.16

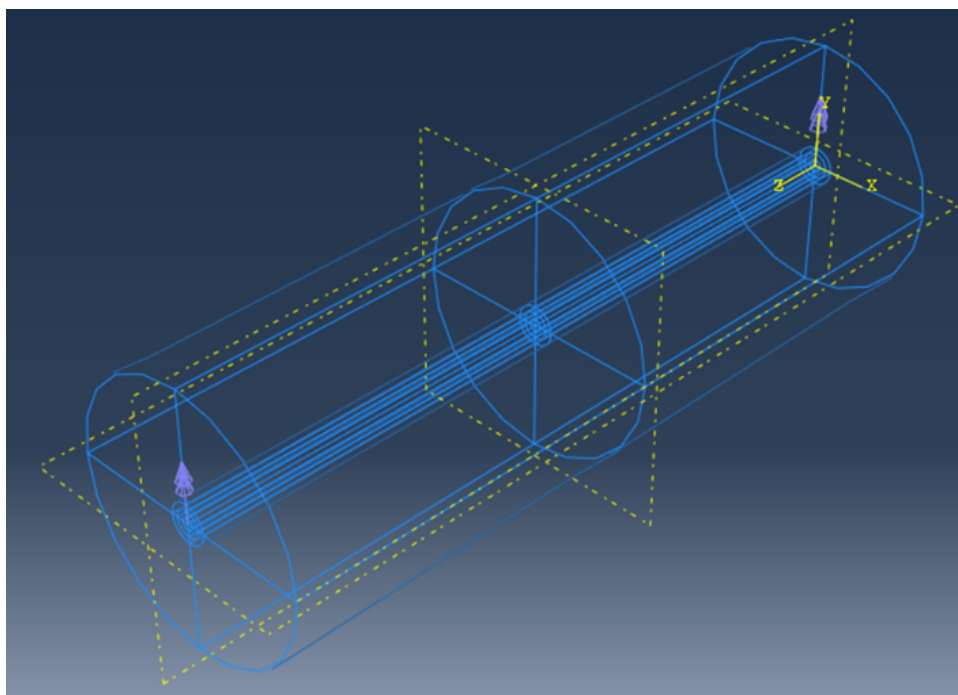


Figure 3.16: Chargement en flexion appliqué à la barre à fissure annulaire interne

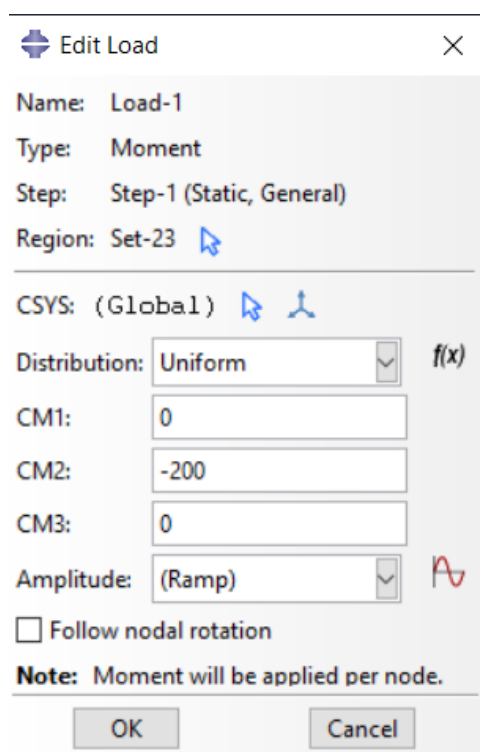


Figure 3.17: Intensité du chargement en torsion

Ce chargement engendre un état de contraintes de cisaillement pur, caractéristique du mode III (torsion), et conduit à une ouverture de la fissure selon ce mode.

3.2.3.2 Solution analytique

La Figure 3.18 illustre la modélisation de la barre cylindrique fissurée soumise à un moment de torsion pur. Dans cette configuration, le chargement génère un état de cisaillement pur autour de l'axe longitudinal, correspondant au mode 3 de rupture.

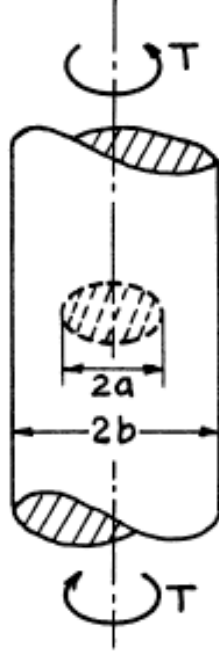


Figure 3.18: Modélisation de la solution analytique – cas en torsion

La solution analytique du facteur d'intensité de contrainte K_{III} pour une fissure annulaire interne dans une barre cylindrique soumise à une torsion est donnée par la relation :

$$K_{III} = \tau_N \sqrt{\pi a} F_1(a/b) \quad (3.11)$$

$$\tau_N = \frac{2Ta}{\pi(b^4 - a^4)} \quad (3.12)$$

Et l'expression exacte de $F_1(a/b)$ dépend de la littérature analytique disponible pour ce type de configuration. Pour les besoins de cette étude, on utilise une forme appropriée fournie par les références classiques en mécanique de la rupture :

$$F_1(a/b) = \sqrt{1 - \frac{a}{b}} \cdot \frac{4}{3\pi} \cdot \left(1 + \frac{a}{2b} + \frac{3}{8} \left(\frac{a}{b} \right)^2 + \frac{5}{16} \left(\frac{a}{b} \right)^3 - \frac{93}{128} \left(\frac{a}{b} \right)^4 + 0.038 \left(\frac{a}{b} \right)^5 \right) \quad (3.13)$$

D'où, l'application numérique nous donne la valeur théorique du facteur d'intensité de contrainte pour ce cas :

$$K_{III} = \frac{2 \cdot 200 \cdot 5}{\pi(50^4 - 5^4)} \cdot \sqrt{\pi \cdot 5} \cdot \sqrt{1 - 0.1} \cdot \frac{4}{3\pi} \cdot \left(1 + 0.5 \cdot 0.1 + \frac{3}{8}(0.1)^2 + \frac{5}{16}(0.1)^3 - \frac{93}{128}(0.1)^4 + 0.038(0.1)^5 \right) \quad (3.14)$$

$$\boxed{1.7137 * 10^{-4} \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{mm}}} \quad (3.15)$$

3.2.3.3 Résultats ABAQUS

L'analyse des résultats extraits du fichier de sortie d'ABAQUS montre les valeurs du facteur d'intensité de contrainte K_{III} :

-83-	K1:	2.0193E-10	3.2809E-10	0.000	0.000	6.0136E-08
	K2:	4.1730E-06	4.5107E-06	3.3877E-06	1.3992E-06	5.8048E-09
	K3:	8.8654E-05	1.1923E-04	1.4386E-04	1.5061E-04	1.5189E-04
MERR DIRECTION (DEG):		-75.78	-75.78	-75.78	-75.78	-10.76
J from Ks:		4.8730E-14	8.8084E-14	1.2817E-13	1.4043E-13	1.4282E-13
	K1:	5.7672E-07				
	K2:	-3.2684E-08				
	K3:	1.5070E-04				
MERR DIRECTION (DEG):		7.056				
J from Ks:		1.4059E-13				
-84-	K1:	-5.0066E-10	0.000	-3.8827E-10	-4.0880E-10	4.4749E-08
	K2:	1.9467E-06	4.9345E-06	3.7021E-06	1.5216E-06	-2.4094E-08
	K3:	5.3890E-05	1.4531E-04	1.7832E-04	1.8843E-04	1.9103E-04
MERR DIRECTION (DEG):		-75.78	-75.78	-75.78	-75.78	43.78
J from Ks:		1.7994E-14	1.3082E-13	1.9690E-13	2.1982E-13	2.2590E-13
	K1:	4.3307E-07				
	K2:	-2.9809E-08				
	K3:	1.8708E-04				
MERR DIRECTION (DEG):		8.136				
J from Ks:		2.1666E-13				
-85-	K1:	1.8240E-06	-2.5395E-06	-3.6598E-06	-4.4854E-06	-5.0709E-06
	K2:	5.6325E-06	4.5048E-06	3.2888E-06	1.2522E-06	-2.1985E-08
	K3:	8.8619E-05	1.1902E-04	1.4361E-04	1.5033E-04	1.5161E-04
MERR DIRECTION (DEG):		-69.26	0.000	0.000	0.000	0.000
J from Ks:		4.8768E-14	8.7813E-14	1.2777E-13	1.3999E-13	1.4241E-13
	K1:	-4.5859E-06				
	K2:	1.9969E-06				
	K3:	1.5042E-04				
MERR DIRECTION (DEG):		0.000				
J from Ks:		1.4018E-13				
-87-	K1:	-2.2362E-09	-4.0972E-09	-5.0979E-09	-5.8475E-09	8.8689E-09
	K2:	2.2384E-06	5.6749E-06	4.2611E-06	1.7586E-06	-4.3484E-08
	K3:	5.3890E-05	1.4531E-04	1.7832E-04	1.8844E-04	1.9103E-04
MERR DIRECTION (DEG):		-75.78	-75.78	-75.78	-75.85	71.64
J from Ks:		1.8000E-14	1.3086E-13	1.9693E-13	2.1982E-13	2.2590E-13
	K1:	1.4478E-07				
	K2:	-5.2167E-08				
	K3:	1.8709E-04				
MERR DIRECTION (DEG):		34.16				
J from Ks:		2.1669E-13				
-88-	K1:	-8.1536E-09	-7.0187E-09	-8.5924E-09	-9.9448E-09	-1.3726E-08
	K2:	5.5340E-06	5.9850E-06	4.5025E-06	1.8752E-06	-3.9097E-08
	K3:	8.8655E-05	1.1923E-04	1.4387E-04	1.5061E-04	1.5190E-04
MERR DIRECTION (DEG):		-75.82	-75.78	-75.82	-75.89	82.80
J from Ks:		4.8788E-14	8.8154E-14	1.2822E-13	1.4044E-13	1.4283E-13
	K1:	-1.6732E-08				
	K2:	-6.1613E-08				
	K3:	1.5074E-04				
MERR DIRECTION (DEG):		81.22				
J from Ks:		1.4066E-13				

Figure 3.19: : Résultats du fichier .DAT d'ABAQUS – cas en torsion

Les valeurs du facteur d'intensité de contrainte K_{III} obtenues à partir du 6^e contour d'intégration, varient entre $1,5 \times 10^{-4} \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$ et $1,8 \times 10^{-4} \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$. Ces valeurs encadrent de manière étroite la solution analytique de référence, qui est de $1,71336613 \times 10^{-4} \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$.

3.2.3.4 Analyse des résultats

Cette excellente concordance entre les résultats numériques et la solution théorique confirme la fiabilité de notre modélisation sous chargement de torsion. La faible dispersion

observée témoigne de la bonne qualité de calcul, ainsi que de la précision de la méthode d'intégration utilisée dans ABAQUS pour l'extraction des FIC en mode III.

Ces résultats valident ainsi la capacité de notre approche à reproduire avec précision le comportement d'ouverture de fissures en torsion, et renforcent la robustesse de notre méthodologie pour des applications futures, notamment dans l'analyse des éléments structuraux complexes comme les maillons de chaîne d'amarrage.

3.3 Structure 2 : Barre cylindrique avec fissure externe axisymétrique

Cette étude porte sur une barre cylindrique pleine de 300 mm de longueur et de 100 mm de diamètre, comportant une entaille semi-circulaire sur sa surface externe, au fond de laquelle est localisée une fissure circulaire. La géométrie complexe de cette structure a été modélisée en trois dimensions, comme illustré dans la figure 3.20, afin de capter fidèlement les effets de concentration de contraintes autour de l'entaille et de la fissure.

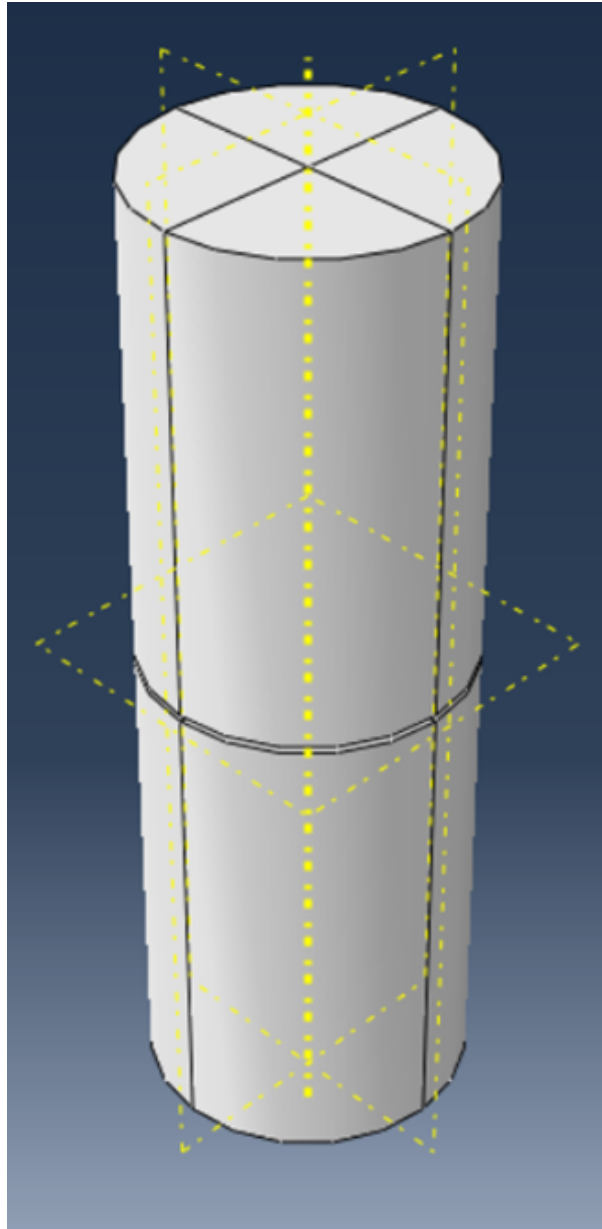


Figure 3.20: Modélisation de la barre cylindrique avec fissure externe en entaille.

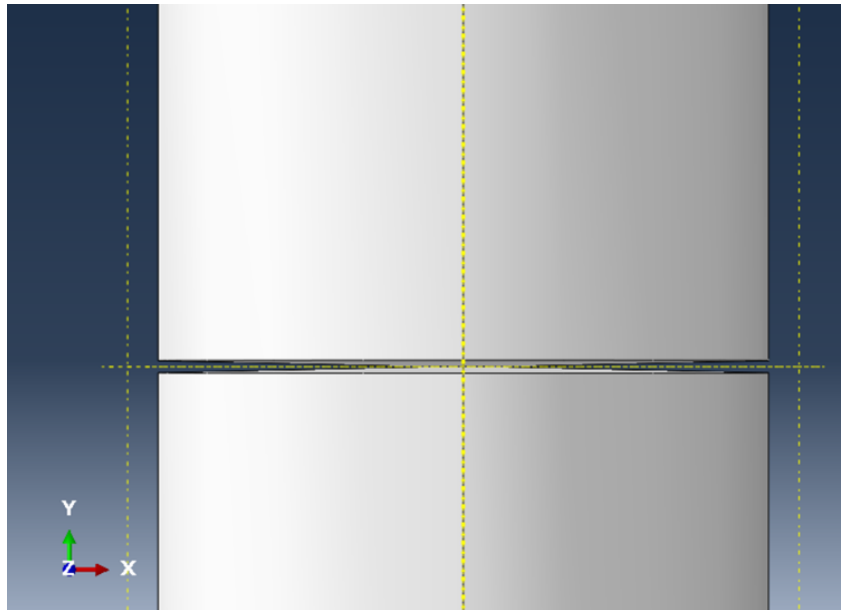


Figure 3.21: Vue latérale de la barre entaillée.

Un maillage adapté à cette géométrie a été généré, comprenant au total 81 435 éléments hexaédriques quadratiques de type C3D20R à 20 nœuds, avec intégration réduite.

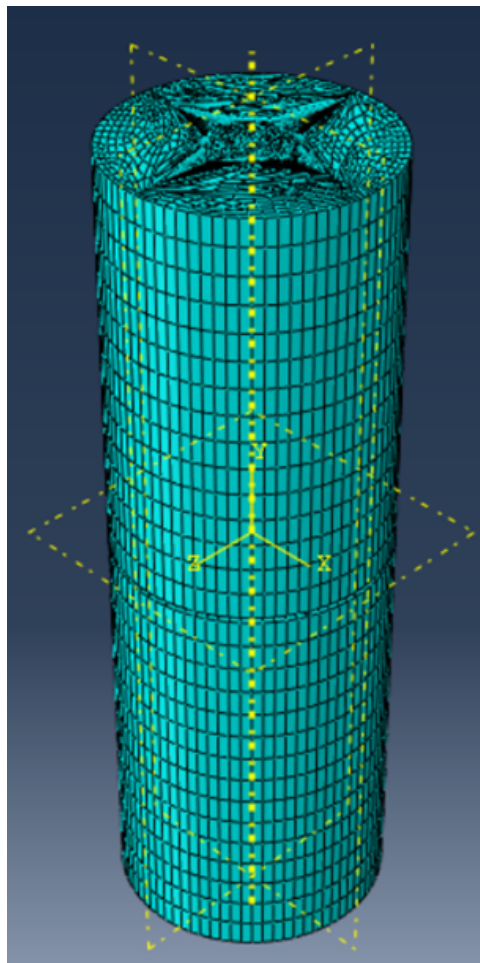


Figure 3.22: Visualisation du maillage de la barre entaillée.

```
Part instance: Part-1-1
Number of elements : 81435,
```

Figure 3.23: Nombre total d'éléments générés dans le maillage.

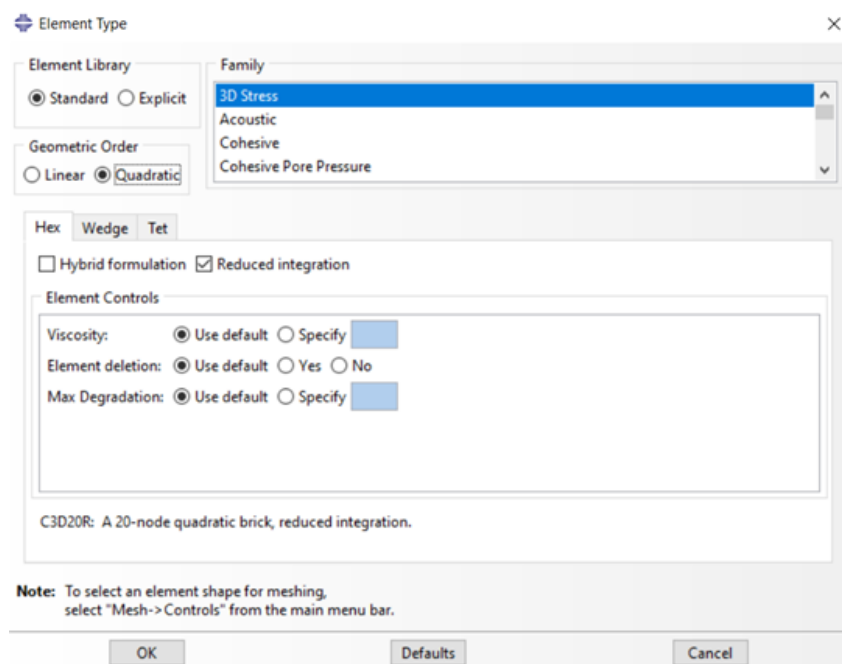


Figure 3.24: Type d'éléments utilisés dans la barre entaillée.

Ce maillage a été raffiné localement au niveau de l'entaille et de la fissure afin de garantir une bonne précision dans l'évaluation des facteurs d'intensité de contrainte (FIC).

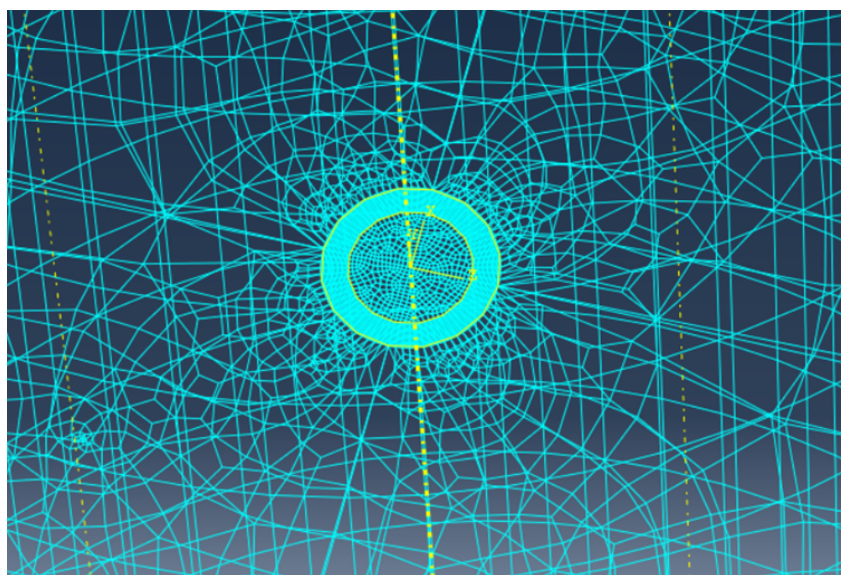


Figure 3.25: Raffinement du maillage au niveau de l'entaille et de la fissure (vue rapprochée).

L'extraction des FIC a été réalisée à l'aide de la méthode d'interaction de l'intégrale J dans ABAQUS, avec l'utilisation de 6 contours d'intégration pour assurer la convergence des résultats.

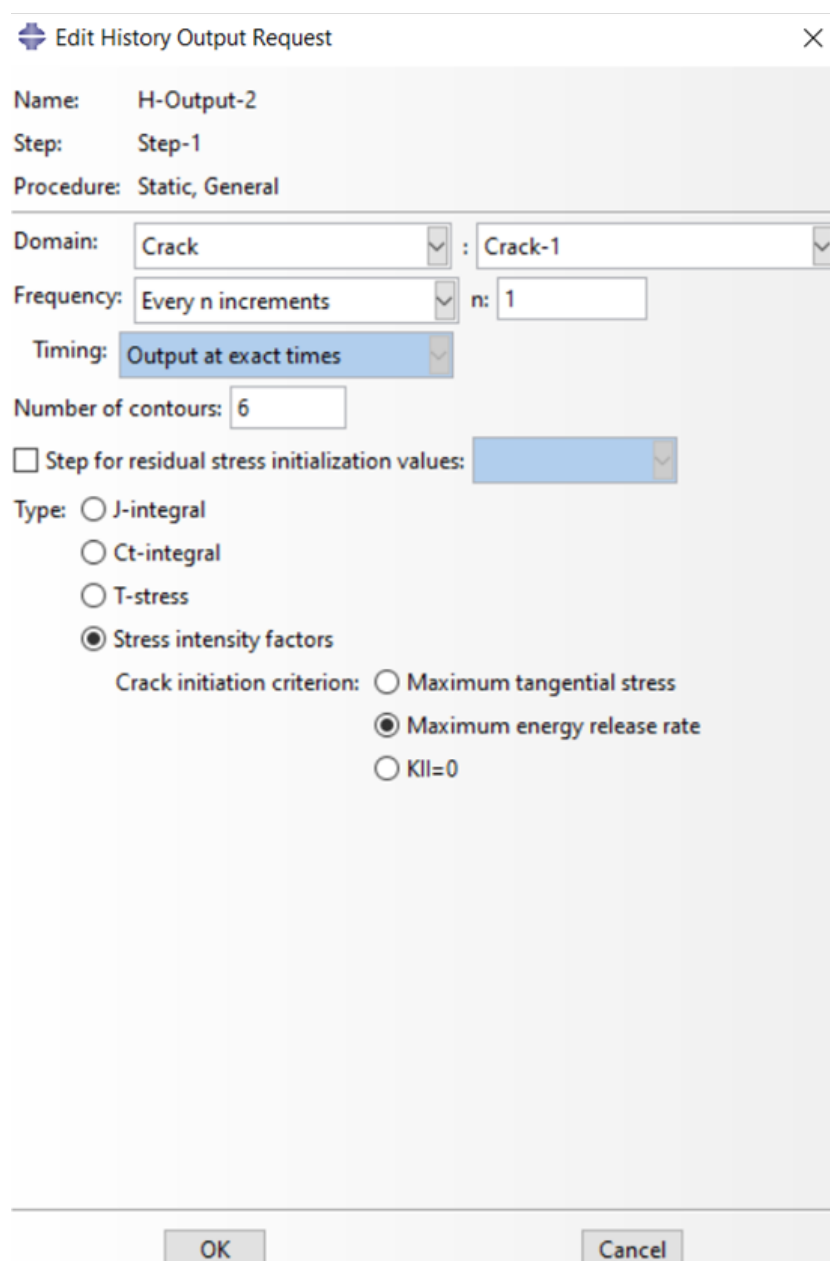


Figure 3.26: Configuration de la demande de calcul des FIC dans ABAQUS (History Output Request) barre entaillée.

Deux types de chargement ont été appliqués à cette structure pour étudier séparément les modes de fissuration :

- Le mode I, par l'application d'un moment fléchissant autour de l'axe longitudinal, permettant d'évaluer l'ouverture de la fissure en flexion.
- Le mode III, à travers un chargement en torsion pure, analysant l'effet du cisaillement hors plan sur la propagation de la fissure.

Comme pour la première structure, les FIC obtenus numériquement ont été systématiquement comparés aux solutions analytiques disponibles dans la littérature. Cette comparaison constitue une étape essentielle pour la validation de notre approche numérique dans des configurations géométriques plus réalistes, intégrant des défauts de surface tels que des entailles.

3.3.1 Cas de chargement en flexion suivant l'axe longitudinale (mode 1)

3.3.2 Chargement appliqué

La barre cylindrique entaillée est soumise à un moment de flexion pur de -100 N.mm , appliqué de manière opposée au centre des deux surfaces extrêmes, comme illustré dans la figure 3.27.

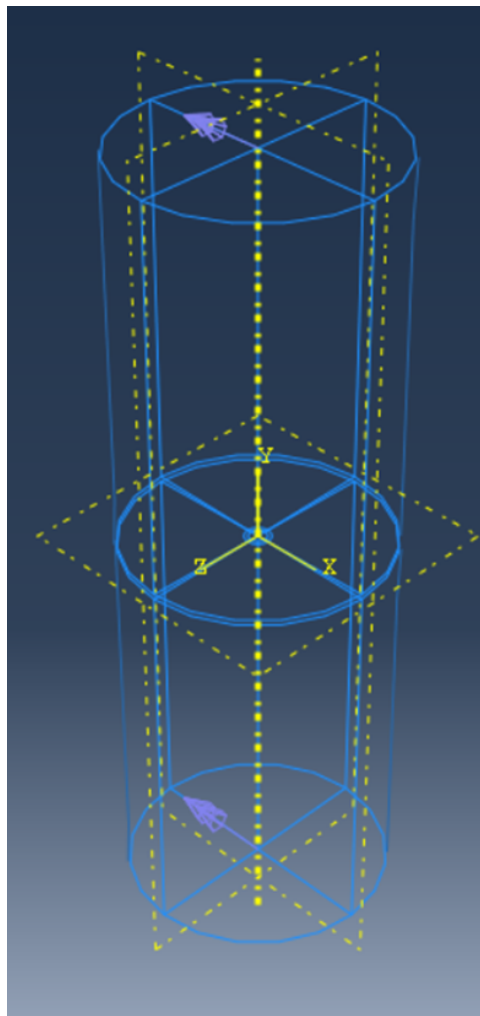


Figure 3.27: Chargement en flexion appliqué à la barre entaillée.

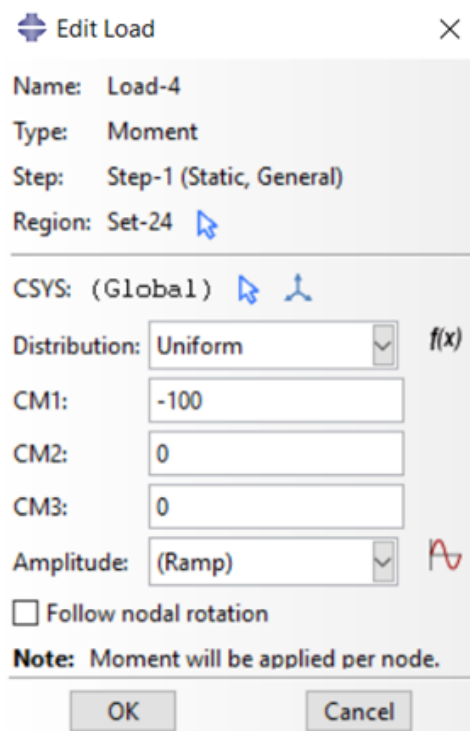


Figure 3.28: Intensité du chargement en flexion – barre entaillée.

Ce chargement engendre un état de contraintes de flexion suivant l'axe longitudinal, provoquant une ouverture de la fissure en mode I. la flexion reste prédominante dans la zone critique, justifiant l'analyse selon ce mode de rupture.

3.3.2.1 Solution analytique

La figure 3.29 montre la modélisation de la barre entaillée avec une fissure externe soumise à un moment fléchissant.

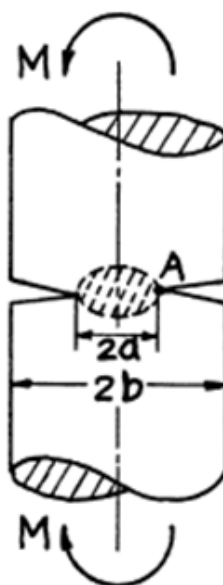


Figure 3.29: Modélisation de la solution analytique – cas en flexion avec fissure externe.

Dans cette configuration, le facteur d'intensité de contrainte en mode I peut être exprimé sous la forme :

$$K_I = \sigma_N \sqrt{\pi a} F_1(a/b) \quad (3.16)$$

Avec :

$$\sigma_N = \frac{4M}{\pi a^3} \quad (3.17)$$

$$F_1(a/b) = \sqrt{1 - \frac{a}{b}} \cdot \frac{3}{8} \cdot \left(1 + 0.5 \cdot \frac{a}{b} + \frac{3}{8} \left(\frac{a}{b} \right)^2 + \frac{5}{16} \left(\frac{a}{b} \right)^3 + \frac{35}{128} \left(\frac{a}{b} \right)^4 + 0.537 \left(\frac{a}{b} \right)^5 \right) \quad (3.18)$$

D'où, l'application numérique nous donne la valeur théorique du facteur d'intensité de contrainte pour ce cas :

$$K_I = \frac{4 \cdot 100}{\pi \cdot 5^3} \cdot \sqrt{\pi \cdot 5} \cdot \sqrt{1 - 0.1} \cdot \frac{3}{8} \cdot \left(1 + 0.5 \cdot 0.1 + \frac{3}{8} (0.1)^2 + \frac{5}{16} (0.1)^3 + \frac{35}{128} (0.1)^4 + 0.537 (0.1)^5 \right) \quad (3.19)$$

$$\boxed{1.51 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{mm}}} \quad (3.20)$$

3.3.2.2 Résultats ABAQUS

```

-15-      K1:      1.798      1.487      1.508      1.437      1.379
          K2:      2.5901E-05  2.8029E-05  2.1054E-05  8.7226E-06  0.000
          K3:      0.000      0.000      0.000      0.000      0.000
KII0 DIRECTION (DEG): 0.000      0.000      0.000      0.000      0.000
          J from Ks: 1.815      1.241      1.277      1.159      1.068

          K1:      1.352
          K2:      0.000
          K3:      0.000
KII0 DIRECTION (DEG): 0.000
          J from Ks: 1.025

-17-      K1:      1.651      1.590      1.633      1.569      1.513
          K2:      1.1726E-05  2.9722E-05  2.2314E-05  9.2139E-06  0.000
          K3:      0.000      0.000      0.000      0.000      0.000
KII0 DIRECTION (DEG): 0.000      0.000      0.000      0.000      0.000
          J from Ks: 0.3833      1.419      1.498      1.382      1.285

          K1:      1.595
          K2:      -5.4673E-07
          K3:      0.000
KII0 DIRECTION (DEG): 0.000
          J from Ks: 1.239

-16-      K1:      1.801      1.488      1.509      1.438      1.380
          K2:      -1.8034E-05  -2.0782E-05  -1.8161E-05  -6.8356E-06  1.4142E-05
          K3:      0.000      0.000      8.9371E-07  2.6071E-06  6.7338E-06
KII0 DIRECTION (DEG): 0.000      0.000      0.000      0.000      0.000
          J from Ks: 1.815      1.241      1.277      1.159      1.068

          K1:      1.352
          K2:      2.8501E-05
          K3:      8.9640E-06
KII0 DIRECTION (DEG): 0.000
          J from Ks: 1.025

-27-      K1:      1.651      1.590      1.633      1.569      1.514
          K2:      -6.8745E-06  -1.7737E-05  -1.5315E-05  -6.5050E-06  4.2499E-06
          K3:      0.000      8.1660E-07  1.6199E-06  2.5366E-06  3.4573E-06
KII0 DIRECTION (DEG): 0.000      0.000      0.000      0.000      0.000
          J from Ks: 0.3833      1.419      1.498      1.382      1.285

          K1:      1.595
          K2:      4.4779E-06
          K3:      2.6942E-06
KII0 DIRECTION (DEG): 0.000
          J from Ks: 1.239

-38-      K1:      1.798      1.487      1.508      1.437      1.379
          K2:      -1.3268E-05  -1.5042E-05  -1.3185E-05  -7.8556E-06  -3.4613E-06
          K3:      1.0971E-06  1.9364E-06  2.9463E-06  4.3228E-06  6.0479E-06
KII0 DIRECTION (DEG): 0.000      0.000      0.000      0.000      0.000
          J from Ks: 1.815      1.241      1.277      1.159      1.068

          K1:      1.352
          K2:      0.000
          K3:      7.8928E-06
KII0 DIRECTION (DEG): 0.000
          J from Ks: 1.026

```

Figure 3.30: Résultats du fichier .DAT d'ABAQUS – cas en flexion (barre entaillée).

Les résultats extraits du 6 contour d'intégration montrent une alternance des valeurs du facteur d'intensité de contrainte KI, variant entre 1.352 et 1.595 MPa/mm. Ces valeurs encadrent la solution analytique de référence.

3.3.2.3 Analyse des résultats

La convergence vers cette valeur, malgré la complexité géométrique induite par l'entaille, confirme la pertinence du maillage et la fiabilité de la méthode d'intégration utilisée.

L'écart reste raisonnable, ce qui valide l'approche numérique pour ce cas de flexion avec fissure externe.

3.3.3 Cas de chargement en Torsion (mode 3)

3.3.3.1 Chargement appliqué

La barre entaillée est soumise à un moment de torsion pur de $M=200$ N.mm, appliqué en sens opposé au centre des deux surfaces extrêmes, comme illustré dans la figure 3.31.

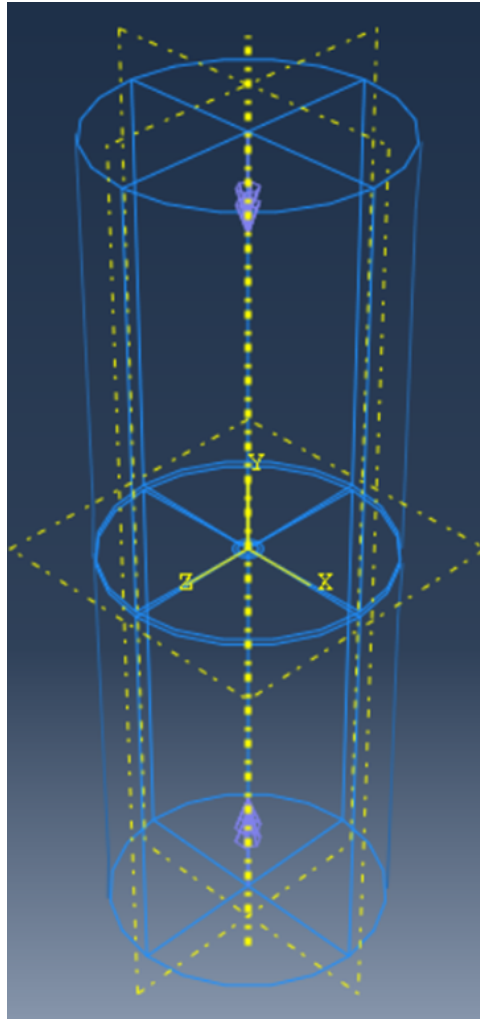


Figure 3.31: Chargement en torsion appliqué à la barre entaillée.

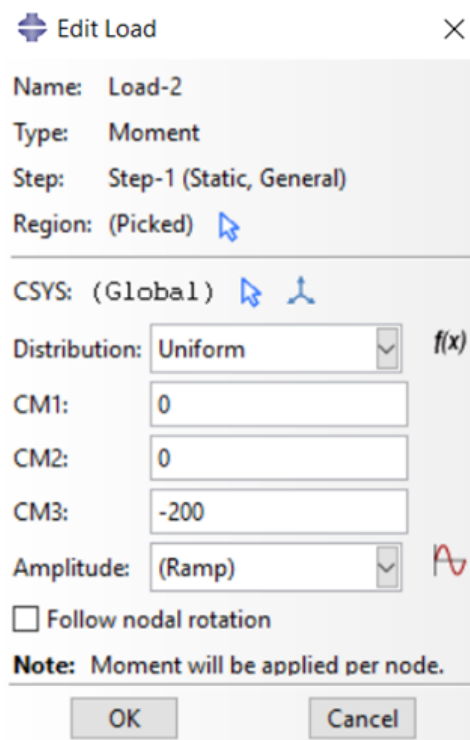


Figure 3.32: Intensité du chargement en torsion – barre entaillée.

Ce chargement génère un état de cisaillement, correspondant au mode III, et induit l'ouverture de la fissure selon ce mode de rupture.

3.3.3.2 Solution analytique

La figure 3.33 montre la modélisation de la barre entaillée avec une fissure externe soumise à un moment de Torsion.

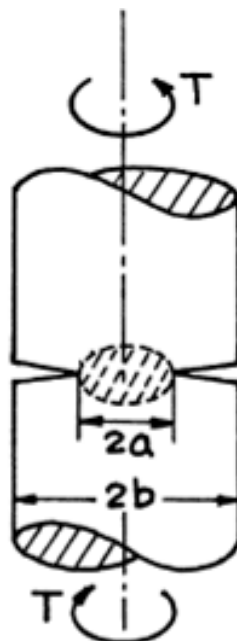


Figure 3.33: Modélisation de la solution analytique – cas en torsion avec fissure externe.

Dans cette configuration, le facteur d'intensité de contrainte en mode I peut être exprimé sous la forme :

$$K_{III} = \tau_N \sqrt{\pi a} F_1(a/b) \quad (3.21)$$

Avec :

$$\tau_N = \frac{2T}{\pi a^3} \quad (3.22)$$

$$F_1(a/b) = \sqrt{1 - \frac{a}{b}} \cdot \frac{3}{8} \cdot \left(1 + 0.5 \cdot \frac{a}{b} + \frac{3}{8} \left(\frac{a}{b} \right)^2 + \frac{5}{16} \left(\frac{a}{b} \right)^3 + \frac{35}{128} \left(\frac{a}{b} \right)^4 + 0.208 \left(\frac{a}{b} \right)^5 \right) \quad (3.23)$$

D'où, l'application numérique nous donne la valeur théorique du facteur d'intensité de contrainte pour ce cas :

$$K_{III} = \frac{2 \cdot 200}{\pi \cdot 5^3} \cdot \sqrt{\pi \cdot 5} \cdot \sqrt{1 - 0.1} \cdot \frac{3}{8} \cdot \left(1 + 0.5 \cdot 0.1 + \frac{3}{8} (0.1)^2 + \frac{5}{16} (0.1)^3 + \frac{35}{128} (0.1)^4 + 0.208 (0.1)^5 \right) \quad (3.24)$$

$$\boxed{1.51 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{mm}}} \quad (3.25)$$

3.3.3.3 Résultats ABAQUS

L'analyse des valeurs extraites du 6 contour d'intégration montre que les facteurs d'intensité de contrainte KIII restent globalement stables sur l'ensemble des nœuds évalués.

-81-	K1:	1.5702E-04	1.4080E-04	1.3125E-04	1.2069E-04	7.9445E-04	
	K2:	3.3300E-09	3.5985E-09	2.7002E-09	1.1099E-09	2.4680E-11	
	K3:	1.3000	1.3150	1.3230	1.3250	1.3258544	
	MERR	DIRECTION (DEG):	-75.74	-75.74	-75.74	-75.74	-30.67
		J from Ks:	4.8699E-17	8.8045E-17	1.2815E-16	1.4041E-16	1.4279E-16
	K1:	6.6197E-04					
	K2:	2.6879E-12					
	K3:	1.3258544					
	MERR	DIRECTION (DEG):	0.000				
		J from Ks:	1.4055E-16				
-80-	K1:	6.5929E-04	1.9611E-04	1.9911E-04	1.9469E-04	7.4051E-04	
	K2:	1.2288E-09	3.1138E-09	2.3329E-09	9.5068E-10	7.0629E-12	
	K3:	1.6500	1.7100	1.7450	1.7580	1.7589858	
	MERR	DIRECTION (DEG):	-75.74	-75.74	-75.74	-75.74	-10.66
		J from Ks:	1.7983E-17	1.3075E-16	1.9684E-16	2.1977E-16	2.2582E-16
	K1:	5.2605E-04					
	K2:	5.3305E-11					
	K3:	1.7589858					
	MERR	DIRECTION (DEG):	-11.23				
		J from Ks:	2.1650E-16				
-79-	K1:	1.7824E-04	1.3648E-04	1.2900E-04	1.1716E-04	6.6772E-04	
	K2:	2.4061E-09	2.6000E-09	1.9509E-09	8.0093E-10	2.8335E-11	
	K3:	1.6000	1.6350	1.6580	1.6670	1.66852	
	MERR	DIRECTION (DEG):	-75.74	-75.74	-75.74	-75.74	-38.09
		J from Ks:	4.8673E-17	8.8012E-17	1.2812E-16	1.4040E-16	1.4275E-16
	K1:	4.7088E-04					
	K2:	4.0284E-11					
	K3:	1.66852					
	MERR	DIRECTION (DEG):	-9.684				
		J from Ks:	1.4052E-16				
-78-	K1:	6.8410E-04	1.7584E-04	1.7789E-04	1.7279E-04	4.1919E-04	
	K2:	8.2053E-10	2.0797E-09	1.5593E-09	6.3794E-10	3.1870E-12	
	K3:	1.5500	1.5700	1.5850	1.5880	1.588474	
	MERR	DIRECTION (DEG):	-75.74	-75.74	-75.74	-75.71	-8.784
		J from Ks:	1.7978E-17	1.3072E-16	1.9682E-16	2.1974E-16	2.2576E-16
	K1:	2.1526E-04					
	K2:	5.9104E-11					
	K3:	1.588474					
	MERR	DIRECTION (DEG):	-27.86				
		J from Ks:	2.1637E-16				

Figure 3.34: Résultats du fichier .DAT d'ABAQUS – cas en torsion (barre entaillée).

En particulier, les derniers nœuds listés dans le fichier de résultats d'ABAQUS présentent une légère variation, avec les valeurs suivantes : 1.33, 1.76, 1.67 et 1.59 MPa√mm. Ces résultats se répartissent autour de la valeur théorique.

3.3.3.4 Analyse des résultats

Les résultats obtenus par simulation numérique présentent une bonne concordance avec la solution analytique, et ce malgré la complexité géométrique introduite par l'entaille. La dispersion observée, bien que relativement faible, s'explique par la concentration locale des contraintes et la nature irrégulière du champ de contraintes autour de la fissure. Un maillage plus raffiné dans la zone fissurée, ainsi que l'utilisation d'un plus grand nombre de contours d'intégration, pourraient améliorer davantage la convergence des résultats. Néanmoins, les écarts mesurés restent limités et confirment la fiabilité de la modélisation pour l'évaluation du mode 3 dans une configuration de fissure externe en entaille.

3.4 Synthèse des validations

L'ensemble des simulations menées sur les deux configurations géométriques

- la barre cylindrique avec fissure annulaire interne et celle avec fissure externe en entaille
- a permis de valider efficacement notre approche numérique pour l'évaluation des facteurs d'intensité de contrainte (FIC) sous différents modes de sollicitation.

Pour la barre à fissure interne, les résultats numériques obtenus avec ABAQUS ont montré une excellente concordance avec les solutions analytiques, aussi bien en traction (mode I), en flexion (mode I), qu'en torsion (mode III). Les écarts observés sont restés globalement inférieurs à 6%, ce qui confirme la robustesse de la modélisation axisymétrique, la pertinence du maillage quadratique utilisé, ainsi que la fiabilité de la méthode d'interaction d'intégrale JJ.

Concernant la barre entaillée avec fissure externe, les résultats restent également satisfaisants, bien qu'une légère dispersion ait été constatée, notamment en raison de la complexité géométrique induite par l'entaille. Néanmoins, les valeurs numériques obtenues pour les FIC en flexion et en torsion sont restées très proches des solutions analytiques de référence. Cette cohérence confirme la capacité de notre modèle à reproduire des champs de contraintes réalistes, même dans des zones à forte concentration.

Ainsi, ces validations préalables apportent un socle de confiance solide à notre démarche. Elles légitiment pleinement l'utilisation de la simulation numérique par la méthode des éléments finis, à l'aide du logiciel ABAQUS, pour l'analyse de fissuration dans des structures plus complexes. Nous pouvons désormais appliquer cette approche à l'étude du maillon de chaîne d'amarrage, avec l'assurance que notre méthodologie est fiable, précise et adaptée à ce type de problématique.

Chapter 4

Estimation de la durée de vie résiduelle

Sommaire du chapitre 4

4.1 Introduction	73
4.2 Géométrie du Maillon	73
4.3 Propriétés du Matériau	75
4.4 Conditions de Chargement	76
4.5 Maillage	78
4.6 Calcul des facteurs d'intensité de contrainte et estimation de la durée de vie ...	79
4.7 Conclusion	86

4.1 Introduction

Après avoir validé, dans le chapitre précédent, notre approche de simulation à travers des cas-tests analytiquement maîtrisés, ces validations constituent un socle de confiance solide pour la suite de notre démarche. Elles légitiment pleinement le recours à la simulation numérique par la méthode des éléments finis, à l'aide du logiciel Abaqus, pour l'analyse de la fissuration dans des structures tridimensionnelles plus complexes.

Dans ce chapitre, nous appliquons cette méthodologie à l'étude d'un maillon de chaîne, soumis à des sollicitations mécaniques cycliques. La modélisation sera réalisée en trois dimensions, afin de représenter fidèlement la géométrie réelle du composant. Cependant, bien qu'Abaqus permette de visualiser la progression de la fissure en fonction de critères de rupture (tels que le taux de restitution d'énergie), il ne fournit pas directement le nombre de cycles associé à chaque étape de propagation. Pour cette raison, un post-traitement est nécessaire, basé sur la loi de Paris, selon laquelle la vitesse de propagation d'une fissure est liée à l'amplitude du facteur d'intensité de contrainte.

Ainsi, à partir des résultats de simulation (longueur de fissure et ΔK à chaque étape), nous appliquerons cette loi pour estimer la durée de vie en fatigue du maillon. Cette approche couplée, combinant modélisation numérique et traitement analytique, permet une évaluation fine et réaliste de la résistance du composant face aux phénomènes de fissuration.

4.2 Géométrie du Maillon

Le maillon étudié présente une longueur extérieure maximale de 720 mm et une largeur extérieure maximale de 420 mm. Il est constitué de deux arcs de cercle de rayon 210 mm, reliés par deux segments rectilignes de 300 mm chacun, formant ainsi une géométrie ovale et symétrique.

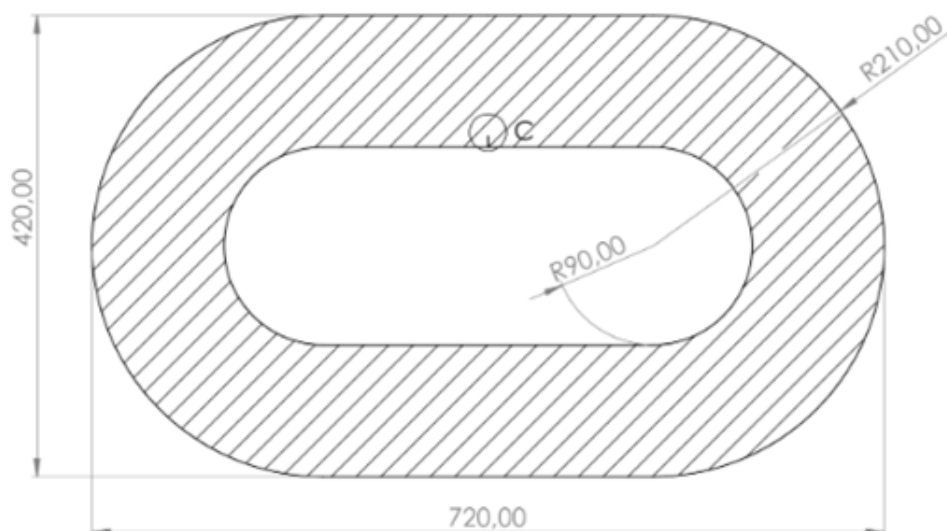


Figure 4.1: Représentation schématique du maillon en 2D avec les dimensions apparentes.

L'un des segments comporte une entaille réalisée par enlèvement de matière. Cette opération est effectuée par révolution d'une section autour d'un axe horizontal, permet-

tant de simuler un défaut géométrique pouvant favoriser l'amorçage de fissures. La section de l'entaille présente une hauteur totale de 25 mm, une largeur à la base de 10 mm, ainsi qu'un décalage d'usinage (cavité) de 0,5 mm.

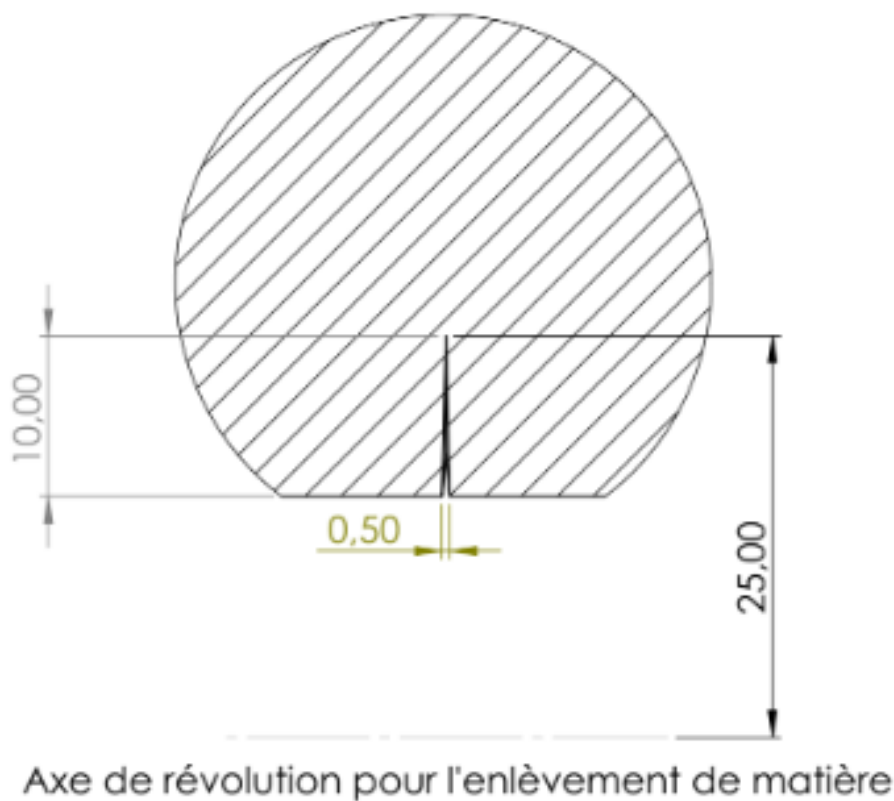


Figure 4.2: Plan de la section entaillée.

C'est à partir de cette description que l'on obtient **le modèle géométrique 3D du maillon**, représenté dans la figure suivante :

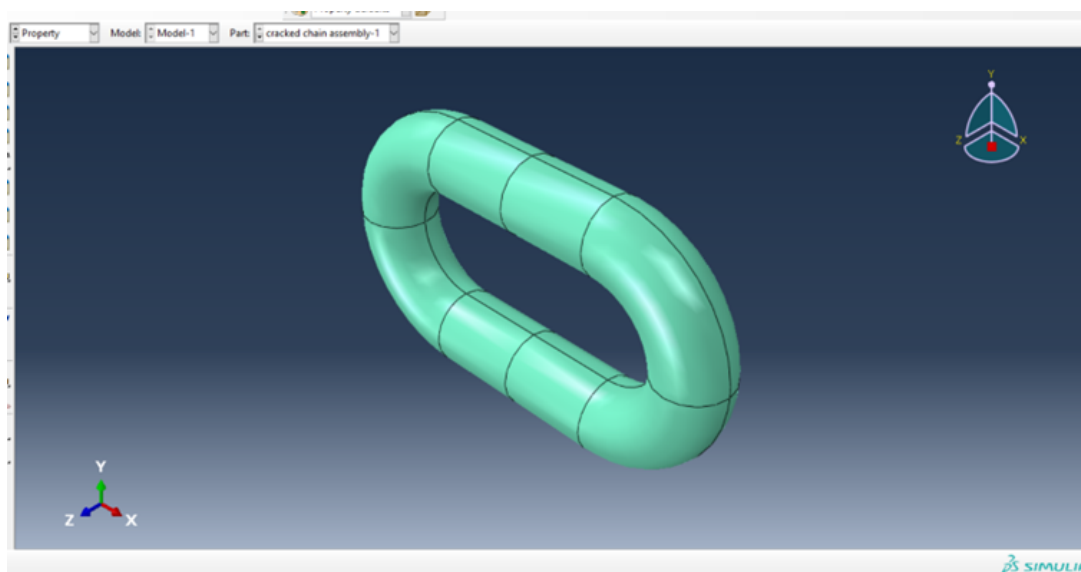


Figure 4.3: Représentation finale de la géométrie du maillon en 3D.

4.3 Propriétés du Matériau

Les propriétés mécaniques utilisées dans cette simulation correspondent aux données spécifiques fournies pour l'étude. Le matériau utilisé est un acier de structure couramment employé dans les composants soumis à la fatigue, notamment dans les environnements marins.

Les principales caractéristiques mécaniques sont les suivantes :

- Module de Young : 210 000 MPa
- Coefficient de Poisson : 0,3
- Ténacité à la rupture : $120,4 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$

Ces propriétés sont indispensables pour modéliser le comportement élastique linéaire du matériau et pour évaluer la résistance à la propagation de fissures.

Dans Abaqus, le module de Young et le coefficient de Poisson sont renseignés dans la rubrique 'Elasticity' du module matériau :

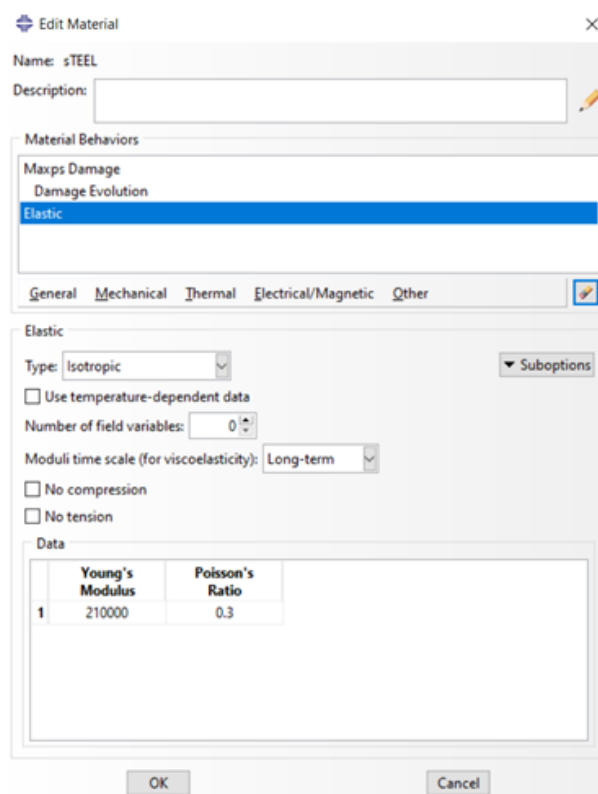


Figure 4.4: Insertion des paramètres d'élasticité.

En revanche, pour modéliser la propagation de fissure, la ténacité ne peut pas être insérée directement. Abaqus nécessite à la place l'insertion de l'énergie de fracture, qui représente l'énergie nécessaire à la propagation unitaire d'une fissure.

Cette énergie est calculée, en conditions de déformation plane, à l'aide de la relation suivante:

$$G_c = \frac{(1 - \nu^2) \cdot K_c^2}{E} \quad (4.1)$$

En remplaçant par les valeurs numériques, On obtient :

$$G_c \approx 62.8 \text{ kJ/m}^2 \quad (4.2)$$

Cette valeur de fracture energy est ensuite introduite dans Abaqus dans la section dédiée à la définition des propriétés de fissuration.

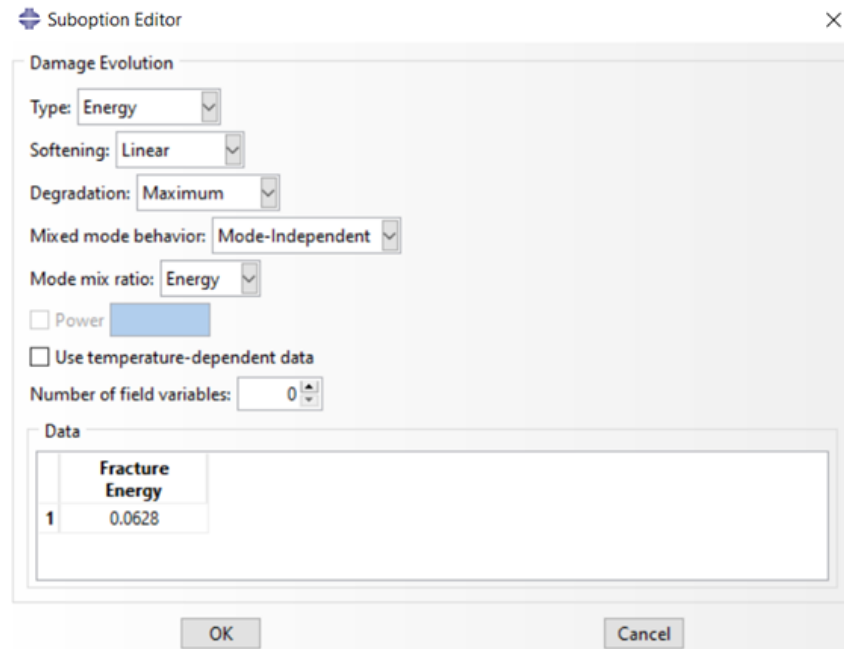


Figure 4.5: Insertion des paramètres de l'énergie de fracture.

4.4 Conditions de Chargement

Afin de simuler fidèlement le comportement du maillon dans son environnement réel de service, un chargement de traction a été appliqué sur le modèle. Cette sollicitation reproduit les efforts mécaniques auxquels la maille est soumise dans une chaîne en fonctionnement.

Les conditions aux limites ont été définies comme suit :

- Une condition d'encastrement a été appliquée sur l'une des deux extrémités intérieures du maillon. Cette condition bloque les six degrés de liberté (translations et rotations selon les trois axes) des nœuds situés sur cette face (voir figure 4.1).
- Sur l'autre extrémité intérieure du maillon, une force de traction a été appliquée, agissant suivant l'axe longitudinal de la maille.

Ce dispositif permet, par le principe des actions réciproques, de soumettre le corps à un état de traction pure, condition indispensable pour l'étude de la fissuration sous effort normal.

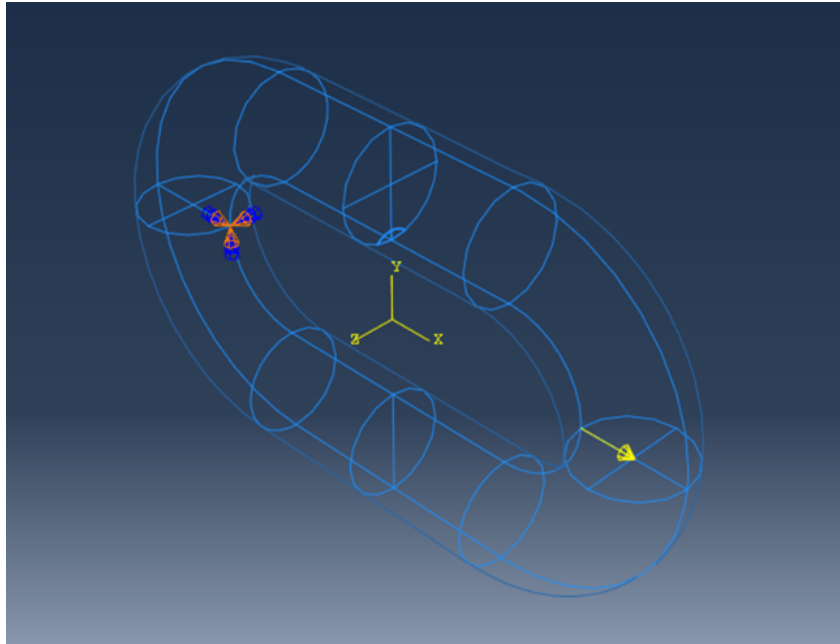


Figure 4.6: Représentation du chargement.

La valeur du chargement appliqué est de 2 500 000 N.

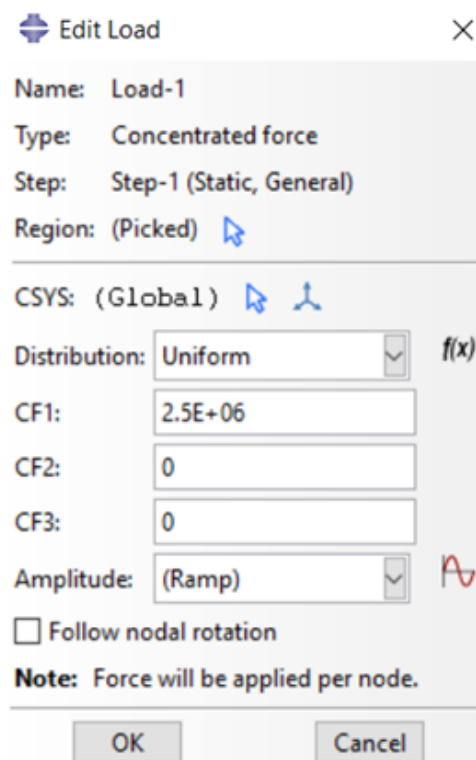


Figure 4.7: Définition de l'intensité du chargement.

4.5 Maillage

Pour cette étude, un maillage volumique 3D a été généré en utilisant un algorithme spécifiquement adapté aux géométries complexes. Le modèle a été discrétisé à l'aide de 617 195 éléments finis de type C3D10, correspondant à des tétraèdres quadratiques à 10 nœuds. Un raffinement local du maillage a été appliqué dans la zone entourant la fissure, afin de garantir une précision optimale dans le calcul des gradients de contrainte et de la propagation. L'algorithme de maillage adopté permet une transition progressive entre les zones fortement maillées et les zones plus grossières, évitant ainsi les discontinuités numériques ou artefacts indésirables. Ce choix de maillage assure une bonne précision dans les résultats, mais engendre un temps de calcul particulièrement élevé pour la simulation complète.

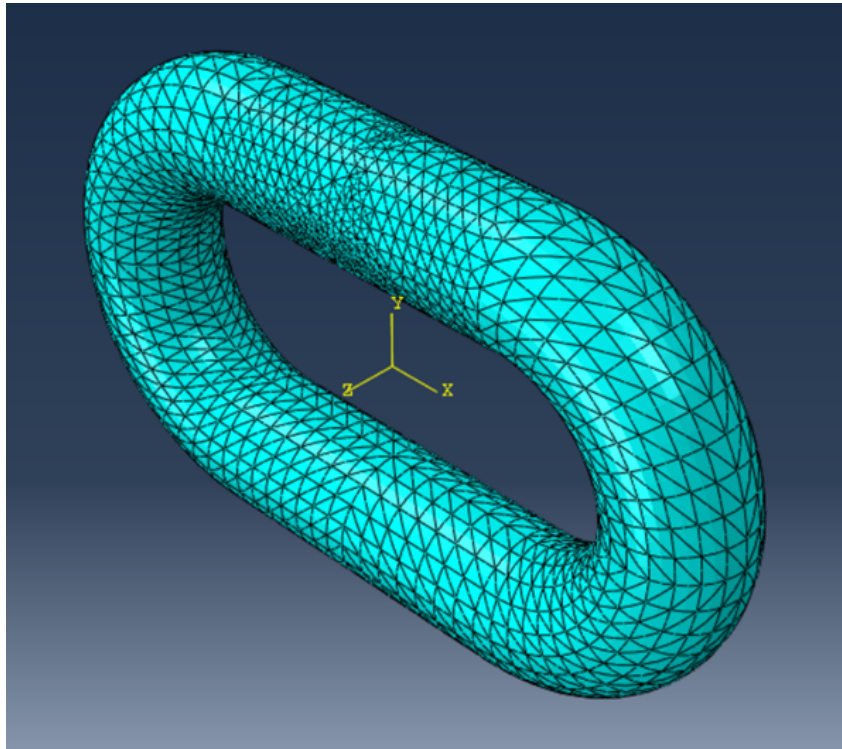


Figure 4.8: Représentation générale du maillage.

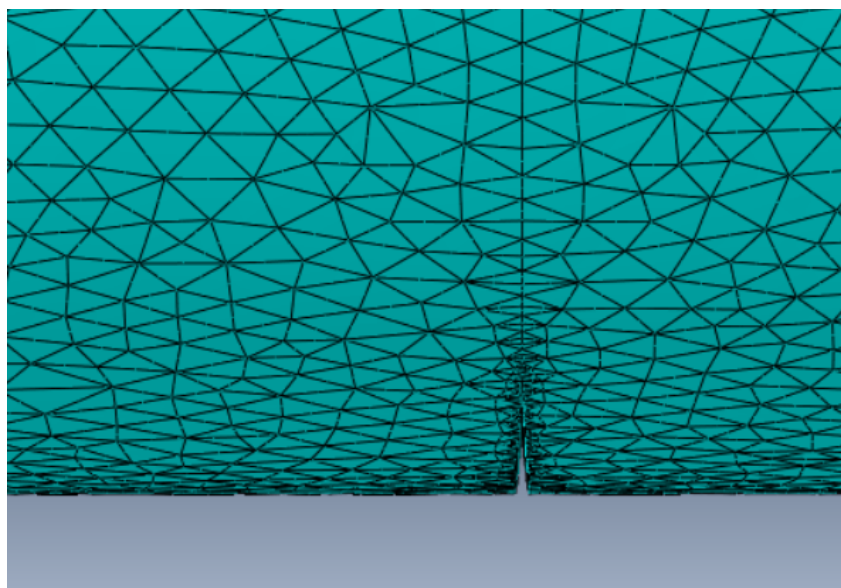


Figure 4.9: Détail du maillage au niveau de l'entaille.

4.6 Calcul des facteurs d'intensité de contrainte et estimation de la durée de vie

Dans une analyse de propagation de fissure, Abaqus simule la trajectoire de la fissure en se basant sur des critères de rupture, notamment le taux de restitution d'énergie (energy release rate). Cependant, le logiciel ne fournit pas directement le nombre de cycles nécessaires à la propagation.

Pour estimer la durée de vie en fatigue, un post-traitement est nécessaire en s'appuyant sur la loi de Paris.

Cela implique de suivre la croissance de la fissure Δa à chaque incrément, d'extraire les valeurs de K_I , les variations ΔK (que ABAQUS les considère comme $\Delta K_{\max}$), puis d'intégrer la loi de Paris pour estimer le nombre total de cycles de fatigue.

Afin d'obtenir des résultats suffisamment détaillés, le pas d'incrément en temps a été augmenté et le nombre d'incréments fixé à une valeur relativement élevée dès le début de la simulation. Cela permet à Abaqus de calculer les facteurs d'intensité de contrainte (FIC) à la fin de chaque incrément, en lien avec la propagation réelle Δa de la fissure durant l'incrément considéré.

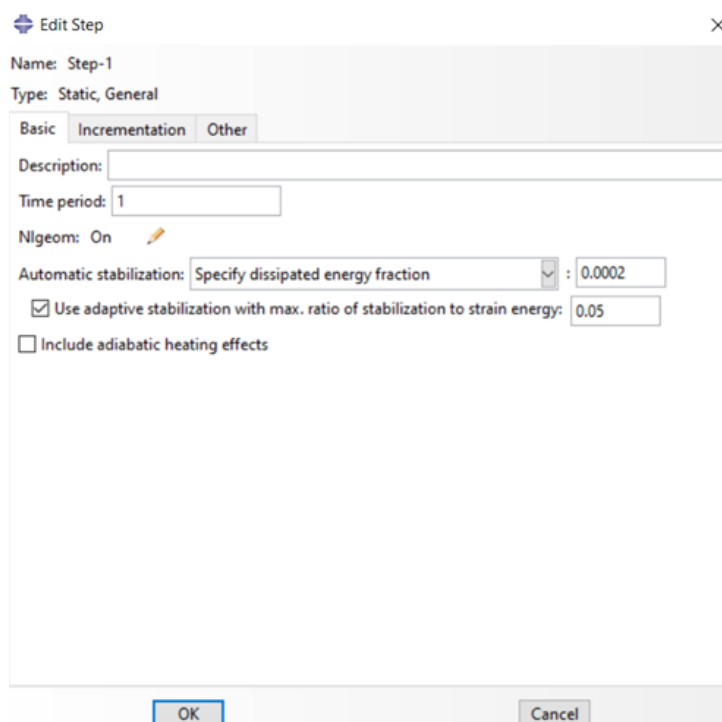


Figure 4.10: Spécification du paramètre de stabilisation (paramètre de convergence).

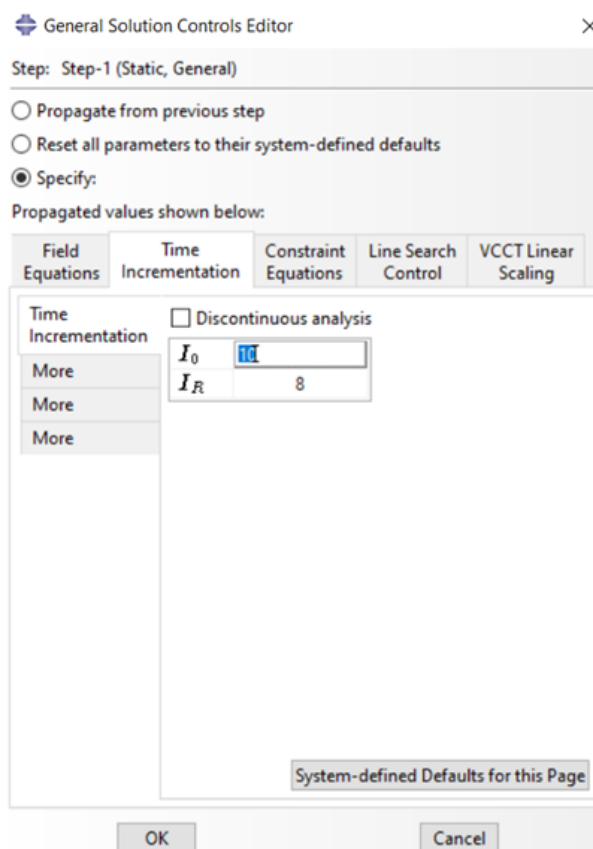


Figure 4.11: Spécification du temps d'incrémentation (paramètre de convergence).

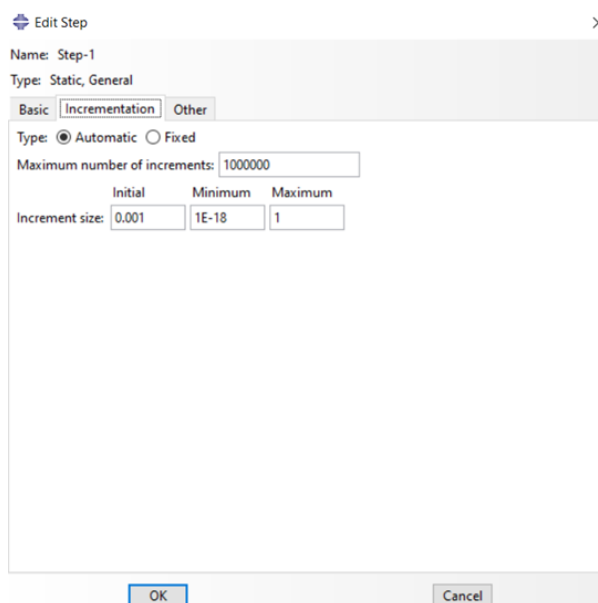


Figure 4.12: Spécification du nombre d'incrément (paramètre de convergence).

Cependant, cette configuration implique un temps de simulation très élevé, atteignant jusqu'à 168 heures. De plus, il est indispensable de surveiller l'évolution du FIC tout au long de la simulation, car celle-ci doit être arrêtée dès que K_I dépasse la ténacité à la rupture K_C du matériau, fixée à $120,4 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ (soit $3807,38 \text{ MPa}\cdot\text{mm}^{1/2}$).

Après visualisation et post-traitement des résultats obtenus, les données ont été analysées et classifiées afin d'en extraire les grandeurs utiles à l'application de la loi de Paris.

Le tableau suivant présente, pour les 34 incrément simulés, la valeur de la croissance de fissure Δa à chaque pas, les valeurs du facteur d'intensité de contrainte K_I correspondantes, ainsi que les variations maximales $\Delta K_{\max}$.

Il est à noter que dans la rubrique Message File du job de simulation sous Abaqus, on observe que les valeurs des facteurs d'intensité de contrainte (FIC) dépassent la ténacité du matériau à partir de l'incrément 32. Cela justifie l'arrêt du calcul à ce stade, après deux incrément supplémentaires, et l'exploitation uniquement des résultats obtenus jusqu'à cette limite critique.

Il est à noter que dans la rubrique Message File du job de simulation sous Abaqus, on observe que les valeurs des facteurs d'intensité de contrainte (FIC) dépassent la ténacité du matériau à partir de l'incrément 32. Cela justifie l'arrêt du calcul à ce stade, après deux incrément supplémentaires, et l'exploitation des résultats obtenus jusqu'à cette limite.

Table 4.1: Paramètres extraits de la simulation (Δa , KI , ΔK_{max})

Increment	Δa (mm)	KI (MPa·mm ^{1/2}) (Ajusté)	ΔK_{max} (MPa·mm ^{1/2})
1	1.000	739.83	229.08
2	1.013	849.25	254.51
3	1.013	947.90	278.10
4	1.013	1036.21	299.36
5	1.013	1116.52	318.95
6	1.043	1190.71	337.83
7	1.163	1262.71	356.88
8	1.083	1335.62	373.47
9	1.193	1400.82	391.38
10	1.263	1468.64	409.02
11	1.253	1538.31	425.91
12	1.153	1604.35	440.78
13	1.383	1663.29	458.23
14	1.093	1728.91	471.11
15	1.273	1784.94	486.59
16	1.493	1842.99	503.27
17	1.773	1911.42	522.82
18	1.003	1991.05	534.24
19	1.163	2043.03	548.18
20	1.283	2087.94	560.25
21	1.433	2141.85	574.71
22	1.623	2202.09	590.88
23	1.843	2269.99	609.10
24	2.133	2346.27	629.57
25	2.513	2434.95	653.48
26	2.983	2534.81	680.22
27	3.603	2652.76	711.93
28	4.443	2793.08	749.48
29	5.663	2961.06	794.57
30	7.463	3167.64	850.01
31	10.253	3421.58	918.28
32	14.373	3726.01	1000.05
33	19.413	4028.02	1080.91
34	22.713	4220.73	1132.60

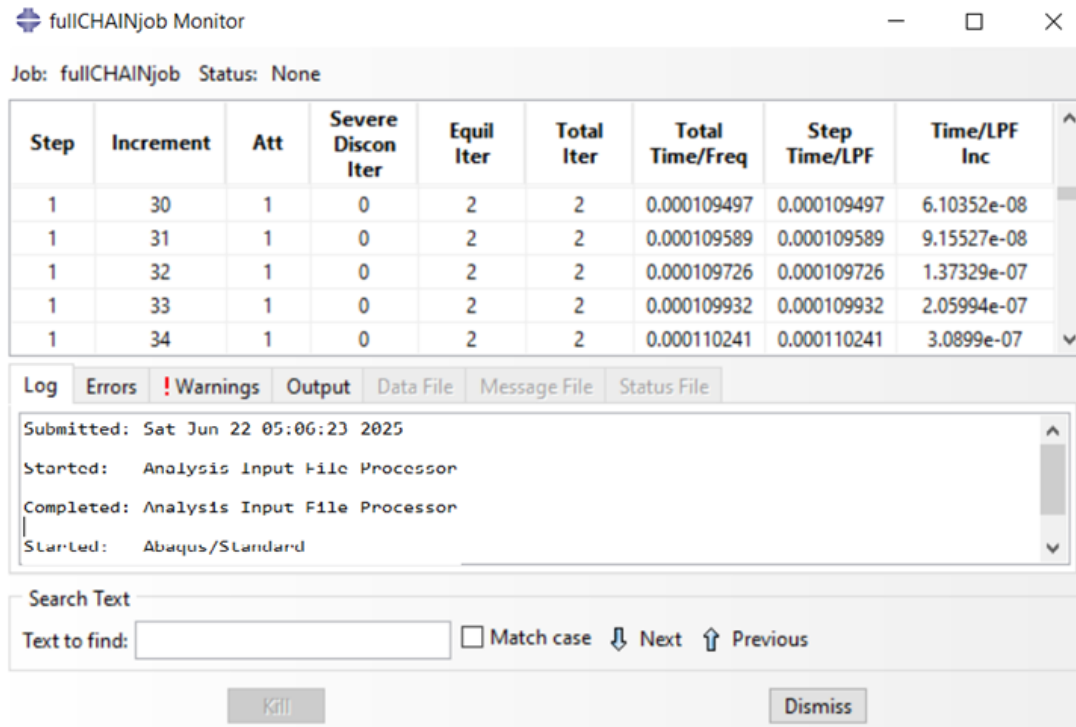


Figure 4.13: Visualisation de l'avancement de la simulation (nombre d'incréments atteints).

À partir de ces résultats, nous faisons intervenir la loi de Paris afin d'estimer la durée de vie en fatigue. Cette loi est exprimée par la relation suivante :

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^m \quad (4.3)$$

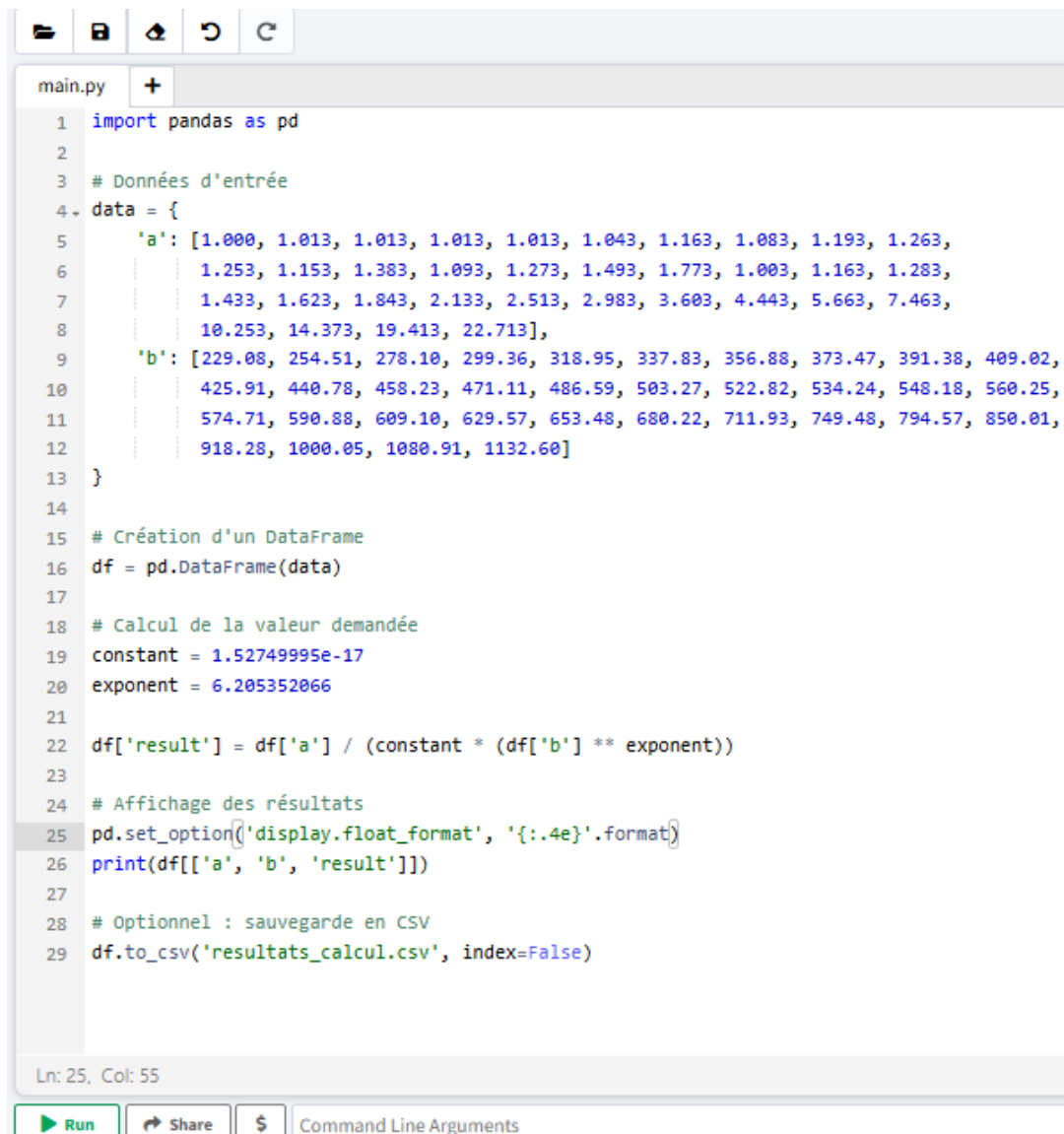
Avec :

- $C = 1.52749995 \times 10^{-17}$
- $m = 6.205352066$

Pour chaque incrément, le terme ΔN est alors obtenu par :

$$\Delta N = \frac{\Delta a}{C \cdot (\Delta K)^m} \quad (4.4)$$

Un script Python a été utilisé pour automatiser ces calculs à partir des valeurs de Δa et ΔK



```

1 import pandas as pd
2
3 # Données d'entrée
4 data = {
5     'a': [1.000, 1.013, 1.013, 1.013, 1.013, 1.043, 1.163, 1.083, 1.193, 1.263,
6          1.253, 1.153, 1.383, 1.093, 1.273, 1.493, 1.773, 1.003, 1.163, 1.283,
7          1.433, 1.623, 1.843, 2.133, 2.513, 2.983, 3.603, 4.443, 5.663, 7.463,
8          10.253, 14.373, 19.413, 22.713],
9     'b': [229.08, 254.51, 278.10, 299.36, 318.95, 337.83, 356.88, 373.47, 391.38, 409.02,
10          425.91, 440.78, 458.23, 471.11, 486.59, 503.27, 522.82, 534.24, 548.18, 560.25,
11          574.71, 590.88, 609.10, 629.57, 653.48, 680.22, 711.93, 749.48, 794.57, 850.01,
12          918.28, 1000.05, 1080.91, 1132.60]
13 }
14
15 # Création d'un DataFrame
16 df = pd.DataFrame(data)
17
18 # Calcul de la valeur demandée
19 constant = 1.52749995e-17
20 exponent = 6.205352066
21
22 df['result'] = df['a'] / (constant * (df['b'] ** exponent))
23
24 # Affichage des résultats
25 pd.set_option('display.float_format', '{:.4e}'.format)
26 print(df[['a', 'b', 'result']])
27
28 # Optionnel : sauvegarde en CSV
29 df.to_csv('resultats_calcul.csv', index=False)

```

Ln: 25, Col: 55

Run Share Command Line Arguments

Figure 4.14: Capture d'écran du code Python utilisé.

À ce stade, nous complétons le tableau des résultats précédents avec les valeurs des ΔN (le nombre de cycles associés à chaque incrément de propagation) :

Table 4.2: Simulation et post-traitement de la propagation de fissure : résultats par incrément

Inc.	Δa (mm)	KI (MPa·mm ^{1/2})	ΔK_{max} (MPa·mm ^{1/2})	ΔN (an)	ΔN cum. (an)
1	1.000	739.83	229.08	148.4100	148.4100
2	1.013	849.25	254.51	78.2320	226.6420
3	1.013	947.90	278.10	45.1340	271.7760
4	1.013	1036.21	299.36	28.5740	300.3500
5	1.013	1116.52	318.95	19.2820	319.6320
6	1.043	1190.71	337.83	13.8940	333.5260
7	1.163	1262.71	356.88	11.0230	344.5490
8	1.083	1335.62	373.47	7.7427	352.2917
9	1.193	1400.82	391.38	6.3778	358.6695
10	1.263	1468.64	409.02	5.1360	363.8055
11	1.253	1538.31	425.91	3.9639	367.7694
12	1.153	1604.35	440.78	2.9480	370.7174
13	1.383	1663.29	458.23	2.7790	373.4964
14	1.093	1728.91	471.11	1.8492	375.3456
15	1.273	1784.94	486.59	1.7622	377.1078
16	1.493	1842.99	503.27	1.6767	378.7845
17	1.773	1911.42	522.82	1.5718	380.3563
18	1.003	1991.05	534.24	0.7776	381.1339
19	1.163	2043.03	548.18	0.7685	381.9024
20	1.283	2087.94	560.25	0.7406	382.6430
21	1.433	2141.85	574.71	0.7062	383.3492
22	1.623	2202.09	590.88	0.6733	384.0225
23	1.843	2269.99	609.10	0.6332	384.6557
24	2.133	2346.27	629.57	0.5969	385.2526
25	2.513	2434.95	653.48	0.5581	385.8107
26	2.983	2534.81	680.22	0.5165	386.3272
27	3.603	2652.76	711.93	0.4702	386.7974
28	4.443	2793.08	749.48	0.4215	387.2189
29	5.663	2961.06	794.57	0.3739	387.5928
30	7.463	3167.64	850.01	0.3242	387.9170
31	10.253	3421.58	918.28	0.2758	388.1928
32	14.373	3726.01	1000.05	0.2277	388.4205

La dernière valeur de ΔN cumulée correspond à une durée de vie estimée de **388.4205 ans**, soit environ **388,5 ans**.

4.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons appliqué la méthodologie validée précédemment à l'analyse d'un maillon de chaîne tridimensionnel soumis à des sollicitations cycliques. À travers une modélisation précise sous Abaqus, nous avons simulé la propagation d'une fissure et obtenu, pour chaque incrément, les valeurs associées du facteur d'intensité de contrainte ΔK et de la croissance de fissure Δa .

Cependant, la simulation ne fournissant pas directement le nombre de cycles de rupture, un post-traitement a été mis en œuvre à l'aide de la loi de Paris. Cette étape a permis de traduire les résultats mécaniques en une estimation du nombre de cycles nécessaires à la rupture, et donc d'évaluer la durée de vie résiduelle du composant.

Conclusion Générale

Ce travail de fin d'études s'est inscrit dans une démarche d'évaluation de la durée de vie résiduelle des maillons de chaînes d'amarrage utilisés sur les structures flottantes de type FPSO, soumises à des conditions environnementales extrêmes. L'objectif principal était d'étudier le comportement mécanique de ces composants critiques en présence de fissures, en combinant des outils de simulation numérique et des modèles analytiques de propagation de fissures.

Dans un premier temps, un état de l'art approfondi a permis de poser les bases théoriques nécessaires, en présentant les concepts fondamentaux de la mécanique de la rupture et de la fatigue. Ensuite, les principes de la méthode des éléments finis ont été rappelés, ainsi que les fonctionnalités du logiciel Abaqus, utilisé tout au long de ce travail.

La suite de l'étude a été consacrée à la validation de notre démarche numérique à travers des géométries simples, pour lesquelles des solutions analytiques étaient disponibles. Cette phase a permis de confirmer la pertinence de la modélisation adoptée, notamment en termes de calcul des facteurs d'intensité de contrainte.

Enfin, une modélisation 3D réaliste d'un maillon de chaîne fissuré a été réalisée, intégrant des sollicitations mécaniques cycliques. Les résultats de simulation ont permis d'extraire les paramètres nécessaires à l'application de la loi de Paris, via un post-traitement dédié. Cette approche a permis d'estimer la durée de vie résiduelle du composant, en tenant compte de l'évolution de la fissure au cours du temps.

Les résultats obtenus confirment que la combinaison entre la simulation par éléments finis et les modèles analytiques de fatigue constitue un outil puissant pour l'évaluation de la durabilité.

des structures offshore. Cette méthodologie peut ainsi contribuer au développement de stratégies de maintenance préventive, renforçant la sécurité et la fiabilité des systèmes d'amarrage dans un contexte industriel exigeant.

Ce travail ouvre également des perspectives intéressantes, notamment l'étude de l'effet d'autres types de défauts, l'intégration de conditions environnementales plus complexes (corrosion, variation de température) ou encore la prise en compte de modèles de propagation plus avancés, adaptés aux matériaux spécifiques utilisés dans ces applications marines.

Références bibliographiques

- [1] SALMI ABDALLAH. Etude de la propagation de fissures sous chargement thermomécanique. Université DjillaliLiabes, Sidi Bel Abbès Département de Génie Mécanique 2019/2020.
- [2] Ba Danh LE. Modélisation discrète en mécanique de la rupture des matériaux fragiles. UNIVERSITÉ DE STRASBOURG ÉCOLE DOCTORALE MSII (ED n°269) INSA de Strasbourg 07 Juin 2013.
- [3] Baker AA. Jones R. (Eds.), (1988), “Bonded Repair of Aircraft Structures”, MartinusNijhoff Publishers.
- [4] Mr Ahmed BENHAMOUDA. Etude du comportement des fissures dans les tubes sous pression interne. UNIVERSITE MENTOURI CONSTANTINE département de génie mécanique. 2009-2010.
- [5] J.R. Rice a independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and craks. Journal of Applied mechanics, 35 : 379-386 1968.
- [6] H.D.Bui. Dual path-independent integral in the boundary value problems of craks. Eng .Fract.mech,6:287, 1973.
- [7] Pierre CHAUCHOT et Jacques LABEYRIE/ rupture fragile des pièces minces et méthodes des équations intégrales/ publications du centre national pour l’exploitation des océans (C N E X O) 1982.
- [8] D.MIANNAY. Mécanique de la rupture. 1995.
- [9] Shixiang MA. Propagation de fissure en mode mixte dans un milieu élasto-plastique avec prise en compte des contraintes résiduelles. Université BLAISE PASCAL – Clermont II Ecole Doctorale (Spécialité : Génie Mécanique) 13 Janvier 2005.
- [10] Westergaard H.M. Stresses at a crack, size of the crack and the bending of reinforced concrete, Proc. American Concrete Institute 1934; 30: 93-102.
- [11] Irwin G.R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate, Journal of Applied Mechanics 1957; 24: 361–36.
- [12] Sneddon I.E. The Distribution of Stress in the Neighbourhood of a Crack in an Elastic Solid, Proc. R. Soc. Lond. A. 1946, 187: 229-260.
- [13] Williams M.L. On the stress distribution at the base of a stationary crack, ASME Trans. J Appl. Mech. 1957; 24:109-114.

- [14] Saverio FIORDALISI, Catherine GARDIN et Christine SARRAZIN-BAUDOUX/ Modélisation tridimensionnelle de la fermeture induite par plasticité lors de la propagation d'une fissure de fatigue dans l'acier 304L/ institut supérieur de l'aéronautique et de l'espace DOCTEUR DE L'ECOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE MECANIQUE ET D'AEROTECHNIQUE 24/11/2014.
- [15] Zaghloul A /Concepts fondamentaux de la mécanique de la rupture/ Université de Lorraine, 2016/2017.
- [16] David LEBAILLIF. Fissuration en fatigue des structures mécano-soudées soumises à un environnement mécanique complexe. Université BLAISE PASCAL – Clermont II 13 septembre 2006.
- [17] Frost N.E., Dixon J.R. A theory of Fatigue crack growth. International Journal of Fracture Mechanics December 1967; 3 (4): 301-316. [18] Taylor D., Knott J.F. Fatigue crack propagation behaviour of short cracks – the effect of microstructure. Fatigue of Engineering Materials and Structures 1981; 4(2):147-155.
- [18] Paris P., Gomez M., Anderson W. A rational analytic theory of fatigue. Trends Eng 13 1961: 9-14.
- [19] Paris P, Erdogan F. A critical analysis of crack propagation law. J Basic Eng Trans ASME 1963: 528-534.
- [20] M. Klesnil and P. Lucas, Effect of stress cycle asymmetry on fatigue crack growth material science and engineering, 9, p. 231-240, 1972.
- [21] N.E. Frost, L.P. Pook and K. Denton, eng.fract.mech., vol.5,P1061,1973.
- [22] C. Kaynak, A. Ankara and T.J. Baker, Effects of short cracks on fatigue life calculations Int. J. Fatigue, Vol. 18, N° 1, p. 25-31, 1996.
- [23] Aboulghit EL MALKI ALAOUI. Influence du chargement sur la propagation en fatigue de fissures courtes dans un acier de construction navale. Institut supérieur de génie mécanique et productique. L'Université de Metz.
- [24] BEN ABDERRAHMANE Prénom: Abdelfattah/ Modélisation numérique de l'interaction des fissures /Université d'Oran 2 Mohamed Ben Ahmed Institut de Maintenance et de Sécurité Industrielle 2020.
- [25] R.S. Barsoum – On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics, Int. J. for Num. Meth. In Engng, Vol. 10, pp. 25-37, 1976.
- [26] NACER Abdelaziz et BENDJAOUANE Aymen /modélisation par élément finis d une structure a fressure multiples : cas de la flexion Université d'Oran 2 Mohamed Ben Ahmed Institut de Maintenance et de Sécurité Industrielle 2021.
- [27] Dr. AMIRAT Mohamed / Dr BELOUFA Mohammed Amine. COURS ET APPLI-CATIONS DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS . Universitaire d'Ain Té-mouchent Département de Génie Mécanique Polycopiés MEF 2021.
- [28] <http://thesis.univ-biskra.dz/2294/4/Chapitre%2002.pdf>.

- [29] Bouleftour Abderrahmane /Evaluation d'éléments finis volumiques dans Abaqus sur des cas tests non linéaires géométriques /Université de Biskra Département de Génie Mécanique Juin 2014.
- [30] BERDJI MOHAMED EL BACHIR GHERIBI NOUREDDINE / Modélisation d'une structure en matériaux isotropes par la méthode des éléments finis / Université KasdiMerbah Ouargla Département Génie Mécanique 2018/2019.
- [31] Maksimović S, Posavljak S, MaksimovićK,Nikolić-Stanojević V and Djurković V, Total Fatigue Life Estimation of Notched Structural Components Using Low-Cycle Fatigue Properties,J. Strain, (2011), 47 (suppl.2), pp 341-349.
- [32] Tada, Paris, Irwin; The stress Analysis of cracks hadbook