

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Nationale Polytechnique



DEPARTEMENT GENIE ELECTRIQUE
Laboratoire de Commande des Processus

MEMOIRE DE MAGISTER

Spécialité : **Automatique**

Option : **Systèmes Intelligents de Commande et Robotique**

Présenté par

LOUADJ Fatiha

Ingénieur d'Etat en Automatique de l'UMMTO

Thème

Commande Robuste des Systèmes Hybrides : Application à un Convertisseur Multicellulaire

Soutenu publiquement le 29/ 06/ 2008 devant le jury composé de :

L. NEZLI
M. TADJINE
H. CHEKIREB
K. BENMANSOUR
B. HEMICI
O. BENZINEB

Maître de conférence à l'ENP
Professeur à l'ENP
Maître de conférence à l'ENP
Docteur à CU Médéa
Maître de conférence à l'ENP
Docteur à l'Université de Blida

Président
Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur
Examineur

Remerciements

Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire de Commande des Processus (LCP) de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger.

Je tiens à exprimer ma gratitude à *Monsieur M. TADJINE*, professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger et encadreur de ce mémoire, ainsi qu'à *Monsieur H. CHEKIREB*, Maître de Conférence à l'ENP, co-encadreur de ce mémoire, pour leur disponibilité et leurs nombreux conseils.

Ma gratitude à *Monsieur R. KARA*, enseignant à l'université de Tizi Ouzou, pour son aide, son orientation, sa disponibilité et pour toute la documentation qu'il m'a fournie.

Mes remerciements vont également à *Monsieur DJENOUNE*, professeur à l'université de Tizi Ouzou, pour sa disponibilité et son aide.

Mes vifs remerciements s'adressent à *Monsieur K. BENMANSOUR*, Docteur à CU de Médéa, qui n'a cessé de m'apporter aide et soutien lors de l'élaboration de ce mémoire. Il m'a aussi fait l'honneur de participer à l'examen de ce travail.

Je profite par la même occasion, pour remercier *Monsieur L. NEZLI*, Maître de Conférence à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, *Monsieur B. HEMICI*, Maître de Conférence à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger et *Monsieur O. BENZINEB*, Docteur à l'Université de Blida, qui m'ont fait l'honneur de participer à l'examen de ce mémoire.

Enfin, je tiens à remercier ma famille et mes amis. *Mes parents*, pour leur soutien inconditionnel, aussi bien financier qu'affectif, sans lequel je n'aurais jamais pu réussir. Je voudrais leur témoigner ma profonde reconnaissance. *Ma sœur*, pour son soutien, son aide, son affection et ses encouragements qui m'ont accompagné tout au long de ce travail. *Mes frères*, ma *belle sœur* et mon *neveu* pour leur affection. *Mes amis* qui font mon monde extérieur, pour leurs soutien et encouragements ainsi qu'à leur bonne humeur.

ملخص

هذا العمل مخصص لتحكم و إيجاد نموذج لنوع من الأجهزة تسمى الأجهزة الهجينة. محول الطاقة ذو خلايا متسلسلة يعتبر كجهاز هجين. لذلك طبقنا عليه قانون التحكم الإنزلاقي المقدم بالآلية الهجينة و أيضا النموذج الهجين و ذلك لتحقيق إتباع الإشعاع المرجعي و زيادة عدد المستويات عند المخرج. لقد طبقنا أيضا قانون التحكم فيديباك المترکز على نموذج القيم المتوسطة على محول الطاقة ذو خليتين و ثلاثة خلايا و ذلك لمقارنتها بقانون التحكم الإنزلاقي.

المفاتيح

الأجهزة الهجينة, تحكم الأجهزة الهجينة, محولات الطاقة ذو متعدد الخلايا, التحكم الإنزلاقي, التحكم فيديباك, الآلية الهجينة.

Résumé

Ce travail est consacré à la commande et à la modélisation des systèmes impliquant des processus continus et des phénomènes discrets. Ces systèmes sont nommés les systèmes dynamiques hybrides (SDH). Le convertisseur série à cellules de commutation imbriquées est considéré comme un système dynamique hybride. Une commande par mode de glissement représenté par un automate hybride et une modélisation hybride, lui sont appliquées, de manière à assurer une poursuite de signal de référence et augmenter le nombre de niveaux disponibles en sortie. Une commande par retour d'état exacte basée sur le modèle aux valeurs moyennes, a été appliquée au convertisseur à deux et à trois cellules de commutation, afin de la comparer avec la méthode de commande par mode de glissement.

Mots clés : les systèmes hybrides, la commande des systèmes hybrides, les convertisseurs multicellulaires, la commande par mode de glissement, la commande par retour d'état, l'automate hybride.

Abstract

This work is devoted to the control and modelling of systems which introduce the continuous and discrete phenomenon. These systems are called the hybrid dynamical systems (HDS). A multilevel cells converter is one of the HDS systems. For this reason, a sliding mode control represented by a hybrid automata and hybrid modelling are applied on the converters, in order to have a following to the reference signal, to assure the stability and increase the number of level available in the output. A feedback control based on averages models is applied to the converter at two and three cells, in the aim to compare it with the last approach, to showing the inconvenient and advantage of each one.

Keywords: the hybrid systems, the control of hybrid systems, multilevel converter, sliding mode control, a feedback control, hybrid automata.

Sommaire

<i>Introduction Générale</i>	1
Chapitre I : Modélisation et Commande des Systèmes Hybrides « Cadre Théorique »	
<i>I-1. Introduction</i>	4
I-2. Définition des systèmes dynamiques hybrides	5
I-3. Caractéristique des systèmes	5
<i>I-3-a. Systèmes dynamiques et systèmes statiques</i>	6
<i>I-3-b. Systèmes stationnaires et systèmes non stationnaires</i>	6
<i>I-3-c. Systèmes linéaires et systèmes non linéaires</i>	6
<i>I-3-d. Systèmes avec des variables d'état continues et systèmes avec des variables d'état discrètes</i>	6
<i>I-3-e. Systèmes à temps continu, systèmes échantillonnés, systèmes à événements discrets</i>	6
I-4. Les systèmes dynamiques hybrides (SDH)	7
I-5. Interaction entre les systèmes : phénomène hybride	7
<i>a- Action des phénomènes hybrides</i>	7
<i>b. Déclenchement des phénomènes hybrides</i>	8
I-6. Principales classes de phénomènes hybrides	9
<i>I-6-a. Des systèmes à commutation aux systèmes hybrides (Systèmes à aiguillage)</i>	9
<i>I-6-b. Systèmes à effets impulsionnels (Saut autonome)</i>	10
<i>I-6-c. Systèmes dynamiques par morceaux (Systèmes à Commutation autonome)</i>	11
<i>I-6-d. Systèmes dynamiques à commutation (Commutation contrôlée)</i>	12
I-7. Modélisation des systèmes dynamiques hybrides	13
<i>I-7-a. Modélisation des systèmes dynamiques hybrides par automates hybrides</i>	13
<i>I-7-a-1. Rappel sur les automates à états finis (discrets)</i>	13
<i>I-7-a-2. Automates hybrides</i>	14
a- Modèle analytique	14
b- Modèle graphique	17
<i>I-7-a-3. Interconnexion d'automates</i>	20
<i>I-7-b. Modélisation des systèmes hybrides par les systèmes à interface</i>	21
a- Modèle d'Antasklis	21
b- Modèle de Brockett	23
c- Modèle à interface généralisée	24
<i>I-7-c. Modélisation des systèmes hybrides par les réseaux de petri hybride</i>	26
a- Le RDPD	17
b- Le RDPC	27
c- Les RDPHs 28	

I-8. Commande des systèmes hybrides	30
I-8-a. Contrôlabilité d'un automate hybride [L'approche de Tittus]	30
I-8-b. Commande de systèmes interconnectés	31
I-8-b-1. Commande d'un système isolé	31
I-8-b-1-1. Commande optimale quadratique	32
I-8-b-1-2. Commande « invariante »	32
I-8-b-1-3. Commande hybride à commutation de gain	32
I-8-b-2. Commande du système global avec interconnexion	33
I-8-b-3. Commande hybride	33
I-9. Conclusion	34

Chapitre II : Modélisation des Convertisseurs Multicellulaires

II-1. Introduction	36
II-2. Rappels sur les convertisseurs multicellulaires	36
a- Définition d'un convertisseur multicellulaire	36
b- Principe d'un convertisseur multicellulaire	38
II-2-a. Apparition des convertisseurs multicellulaires	38
II-2-b. Equilibrage naturel des tensions flottantes	39
II-3 Modélisation des convertisseurs à deux et à trois cellules de commutation	40
II-3-a. Modèle instantané d'un convertisseur multicellulaire	40
II-3-a-1. Modèle instantané pour un convertisseur à deux cellules de commutation	41
II-3-a-2. Modèle instantané pour un convertisseur à trois cellules de commutation	41
II-3-b. Modèle hybride d'un convertisseur multicellulaire	42
II-3-b-1. Modèle hybride d'un convertisseur à deux cellules de commutation	43
II-3-b-1-1. Simulation	46
II-3-b-1-2. Résultats de simulation	46
II-3-b-2. Modèle hybride d'un convertisseur à trois cellules de commutation	48
II-3-b-2-1. Simulation	54
II-3-b-2-2. Résultats de simulation	54
II-4. Représentation aux valeurs moyennes d'un convertisseur multicellulaire	46
II-4-a. Application à un convertisseur à trois cellules de commutation	57
II-4-b. Application à un convertisseur à deux cellules de commutation	58
II-5. Conclusion	59

Chapitre III : Commande des Convertisseurs Multicellulaires

III-1. Introduction	60
III -2. Commande par mode de glissement d'un convertisseur à deux cellules de commutation	60
III-2-a. Concept général de la commande par mode de glissement	60
a- Choix de la surface de glissement	61
b- Condition de convergence et d'existence	61
b-1. Fonction discrète de commutation	62
b-2 La fonction de Lyapunov	62
c- Calcul de la commande	62
III-2-b. Application de la commande par mode de glissement à un convertisseur à deux cellules de commutation	64
III-2-b-1. Détermination des fonctions de commutation et de commande	64

III-2-b-2. <i>La stabilité du mode de glissement</i>	65
III-2-b-3. <i>L'existence de la commande équivalente</i>	65
III-2-b-4. <i>Simulation</i>	66
III-2-b-5. <i>Résultats de simulation</i>	66
III-2-b-6. <i>Tests de robustesse</i>	68
III-2-c. Commande par mode de glissement d'un convertisseur à trois cellules de commutation	70
III-2-c-1. <i>Détermination des fonctions de commutation</i>	70
III-2-c-2. <i>La stabilité du mode de glissement</i>	71
III-2-c-3. <i>L'existence de la commande équivalente</i>	72
III-2-c-4. <i>Simulation</i>	72
III-2-c-5. <i>Résultats de simulation</i>	73
III-2-c-6. <i>Tests de robustesse</i>	74
III-3. Représentation de la commande par mode de glissement par l'approche hybride	76
III-3-a. Représentation du contrôleur hybride appliqué à un convertisseur à deux cellules de commutation	76
III-3-a-1. <i>Simulation</i>	78
III-3-a-2. <i>Résultats de simulation</i>	78
III-3-a-3. <i>Tests de robustesse</i>	79
III-4. Commande en boucle fermée des hacheurs multicellulaires séries	81
III-4-a. Découplage par bouclage statique	81
III-4-b. Application à un convertisseur à trois cellules de commutation	85
III-4-b-1. <i>Degré relatif</i>	86
III-4-b-2. <i>Calcul de la matrice de découplage</i>	87
III-4-b-3. <i>Simulation</i>	89
III-4-b-4. <i>Résultats de simulation</i>	89
III-4-b-5. <i>Tests de robustesse</i>	91
III-4-c. Application à un convertisseur à deux cellules de commutation	92
III-4-c-1. <i>Degré relatif</i>	93
III-4-c-2. <i>Calcul de la matrice de découplage</i>	94
III-4-c-3. <i>Simulation</i>	95
III-4-c-4. <i>Résultats de simulation</i>	95
III-4-c-5. <i>Tests de robustesse</i>	96
III-5. Conclusion	99
 Conclusion Générale	 100

Bibliographie

Introduction Générale

Traditionnellement, l'automatique traite différemment les problèmes de type continu et ceux de type séquentiel. Chacun de ces domaines a créé un ensemble de théories et de méthodes et développé des solutions performantes, pour régler les problèmes homogènes qui se posent à lui, mais sans toujours intégrer les solutions et les apports de l'autre domaine.

Des bénéfices financiers et les considérations de l'environnement sont parmi les raisons qui ont contribué à la poussée du niveau d'automatisation au sein des entreprises. Cette augmentation des niveaux d'automatisation et d'intégration des systèmes, a poussé les ingénieurs automaticiens à traiter des systèmes de plus en plus complexes. En même temps, les progrès technologiques récents, tels que, les ordinateurs plus rapides, des capteurs plus fiables, l'intégration des considérations de contrôles dans la conception des produits, ont rendu possible l'extension des applications pratiques des systèmes de contrôle à des systèmes qui étaient impossibles à traiter dans le passé.

En effet, l'évolution dynamique du système de commande des procédés réels est à la fois continue et événementielle.

Le procédé lui aussi peut présenter ce double aspect (continu et événementiel). Ces systèmes sont désignés sous le vocable de 'systèmes hybrides' (SH) [Djo 00], [Zay 01], [Sch 02], [Ceb 00], [Fib 01], [Les 06], [Ben si 03], [Gir 04]. Afin d'illustrer ceci, citons l'exemple d'un atelier de production dont l'aspect continu caractérise le comportement local d'une machine, et les grandeurs continues peuvent être la masse, le volume ou la surface d'une pièce. Cet aspect est généralement étudié par l'automatique classique des systèmes continus. L'aspect discret, caractérise le comportement global de l'atelier. Là, on s'intéresse plutôt au nombre de pièces, aux stocks,...etc. dont l'évolution est souvent liée à l'ordonnancement et à la gestion des files d'attente qui est de nature discontinue. Cet aspect s'inscrit dans l'automate à événements discrets (SED). La représentation de cet atelier par un système hybride permet de tenir compte simultanément de ces deux aspects.

L'étude des systèmes hybrides (SDH) a été introduite vers le début des années quatre vingt dix et devient depuis un thème très convoité par plusieurs laboratoires de recherches [Djo 00]. D'une manière générale, les objectifs que l'on peut assigner des SDH consistent à apporter

une solution en termes de modèle, de méthode, de performance et de qualités globales, à de nombreux problèmes mal traités par les approches homogènes [Zay 01].

Dans la pratique, la plus part des systèmes ne peuvent être classés ni dans la catégorie des systèmes à événements discrets ni dans la catégorie des systèmes continus [Zay 01]. Dans ce cas, il est plus intéressant d'utiliser le modèle des SDH.

L'objectif de notre travail est, d'une part, recenser les différents travaux effectués sur les SDH d'une part, et illustrer l'intérêt de la modélisation et de la commande hybride dans un cas pratique d'autre part. C'est ainsi qu'un choix d'un exemple est fait à travers une application sur un système à structure variable qui est le convertisseur multicellulaire. L'application consiste à lui trouver un modèle hybride, puis atteindre les objectifs de commande préalablement définis, en utilisant la commande par mode de glissement représentée par un automate hybride. Dans le but de faire une étude comparative, nous appliquerons une commande par retour d'état exacte basée sur une modélisation aux valeurs moyennes.

Ce travail est reparti en trois chapitres suivants :

Le premier chapitre fait l'objet de présentation des différentes méthodes de modélisation hybrides, en introduisant les différents types de systèmes hybrides.

Le problème de commande des systèmes hybrides dont nous exposons l'approche de Titus ainsi que la commande des systèmes interconnectés, seront exposés dans la deuxième partie de ce chapitre.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation des convertisseurs multicellulaires. Ces derniers peuvent être représentés par quatre modèles qui sont :

- Modèle aux valeurs instantanées ;
- Modèle hybride ;
- Modèle aux valeurs moyennes ;
- Modèle harmonique.

Nous nous sommes intéressés aux trois premiers modèles, à savoir le modèle instantané car il représente fidèlement les états des interrupteurs mais présente un inconvénient du passage de l'état 0 à l'état 1 des interrupteurs en un temps nul. Pour régler ce problème, nous avons appliqué le modèle aux valeurs moyennes à un convertisseur à deux et à trois cellules de commutation, puis nous avons représenté le convertisseur par un automate hybride vu qu'il représente cet aspect.

Dans le troisième chapitre sont appliquées les commandes par mode de glissement et la commande par retour d'état sur un convertisseur multicellulaire à deux et à trois cellules de commutation.

Vu que la commande par mode de glissement est une commande à structure variable, elle est présentée sous la forme hybride à l'aide d'un automate hybride, et appliquée sur un convertisseur à deux cellules de commutation auquel nous rajoutons des perturbations paramétriques, afin de tester la robustesse de cette approche.

Chapitre I

Modélisation et Commande des Systèmes Hybrides

Cadre théorique

I-1. Introduction

En automatique les systèmes physiques sont traditionnellement représentés par un modèle à dynamique continue ou par un modèle à événements discrets.

L'état d'un système dynamique peut être décrit par une combinaison de variables :

- 1- Continues, évoluant dans un intervalle de nombres réels,
- 2- Discrètes, évoluant dans un ensemble dénombrable, sous ensemble,
- 3- Symboliques, caractérisant un état d'un élément du système qui peut évoluer dans un ensemble fini non structuré ; nous pouvons citer comme exemple un actionneur qui peut être ouvert, fermé ou en panne.

Les systèmes à dynamique continue sont modélisés par des variables d'état continues. En ce qui concerne la variable temporelle, elle peut être séparée en deux catégories ; celle des systèmes continus où le temps est une variable continue et celle des systèmes échantillonnés où le temps est une variable discrète.

En ce qui concerne le SED, l'état est décrit par une variable symbolique et ces systèmes peuvent être temporisés ou non temporisés. Il est suffisant dans certains cas d'utiliser l'une de ces deux catégories de modèles dynamiques pour représenter un système physique donné.

Cependant dans la pratique, la plus part des systèmes ne peuvent être classés dans l'une des catégories précédentes, ceci est d'autant plus vrai que les besoins d'intégration de la commande et d'autonomie des systèmes sont grands. Dans ce cas, il est nécessaire d'utiliser un modèle dynamique permettant la prise en compte des variables d'état continues,

discrètes et symboliques ; et des évolutions à la fois continues et événementielles. Ce type de systèmes est appelé systèmes dynamiques hybrides (SDH).

De manière générale, les approches de modélisation des systèmes hybrides peuvent être classées en trois catégories principales :

- 1- les approches basées sur l'extension des techniques de modélisation issues des systèmes continus. Parmi ces approches, une extension du formalisme bond graph proposé pour la modélisation d'une classe de systèmes hybrides à commutation.
- 2- Les approches à base d'extension de modèle classique du domaine des systèmes à événements discrets, le formalisme proposé pour cette catégorie est celui des réseaux de petri hybrides.
- 3- L'approche à base d'extension du modèle de l'automate à état fini, en combinant des modèles des parties continues et discrètes dans la même structure, en associant les équations différentielles aux modèles usuels des systèmes à événement discrets, le formalisme proposé est l'automate hybride.

Le problème de commande des systèmes va aussi être exposé dans ce chapitre. Parmi les approches de commande de systèmes hybrides on retrouve celle de Tittus. Elle a le mérite de poser de manière explicite le problème de commandabilité d'une certaines classes de systèmes hybrides. Nous expliquerons entre autre, les approches qui s'intéressent davantage à la dynamique continue d'un système hybride.

I-2. Définition des systèmes dynamiques hybrides

Un système dynamique hybride est un système où les variables continues et discrètes interagissent [Ben 06], [Ceb 00], [Fib 01], [Acc 03], [Bar 03], [Bir 06], [Djo 00], [Gir 04], [Ben 03], [Pay 02], [Pet 99], [Ron 06], [Sch 02], [Zay 01], [Zul 03]. Pour mieux illustrer leur interaction, il est nécessaire de rappeler les caractéristiques des systèmes.

I-3. Caractéristique des systèmes

Pour de nombreux systèmes appelés hybrides, l'aspect continu ou discret est tellement dominant que l'étude sous une approche hybride n'apporte rien de significatif. C'est pour cela il nous semble nécessaire de déterminer les SDH pour lesquels cette étude

sous une approche hybride est intéressante [Ceb 00]. Rappelons rapidement les caractéristiques fondamentales des systèmes.

I-3-a. Systèmes dynamiques et systèmes statiques

Un système statique est un système dont la sortie ne dépend jamais des valeurs passées de son entrée, contrairement aux systèmes dynamiques qui leurs sorties dépend toujours des valeurs passées de l'entrée [Ceb 00], [Zay 01].

I-3-b. Systèmes stationnaires et systèmes non stationnaires

Un système stationnaire ne change pas de comportement avec le temps. Cela implique qu'à une entrée spécifique appliquée au système correspondra toujours à la même sortie [Ceb 00], [Zay 01].

I-3-c. Systèmes linéaires et systèmes non linéaires

Un système linéaire est un système dont le théorème de superposition est vérifié : $f(\lambda x + \mu y) = \lambda f(x) + \mu f(y)$, où x et y sont des vecteurs d'entrée, λ et μ sont des scalaires et $f(.)$ la sortie du système ; contrairement aux systèmes linéaires ; dans le cas de systèmes non linéaires, le théorème de superposition n'est pas vérifié [Ceb 00], [Zay 01].

I-3-d. Systèmes avec des variables d'état continues et systèmes avec des variables d'état discrètes

Les variables continues prennent leurs valeurs sur l'ensemble des réels \mathfrak{R} , alors que les variables discrètes, prennent leurs valeurs dans un ensemble fini de valeurs distinctes, comme exemple, un sous ensemble des entiers naturels N .

Le temps est une variable particulière qui peut également être soit continue, soit discrète.

De plus, dans le temps discret, on distingue deux autres cas : des systèmes échantillonnés et des systèmes à événements discrets [Ceb 00].

I-3-e. Systèmes à temps continus, systèmes échantillonnés, systèmes à événements discrets

Les systèmes à temps continu changent d'état continûment lorsque le temps change. Les systèmes à temps discrets ne changent d'état qu'à des instants bien précis. Lorsque ces instants sont synchrones, réglés par une horloge, on dit que ces systèmes sont échantillonnés. Lorsque ces instants sont asynchrones, ils sont appelés des événements.

On définit alors les systèmes à événements discrets comme étant des systèmes à états discrets pilotés par des événements [Ceb 00], [Zay 01].

Remarque

Les systèmes dynamiques hybrides sont des systèmes linéaires ou non linéaires interagissant avec des systèmes à événements discrets.

I-4. Les systèmes dynamiques hybrides (SDH)

Les SDH sont des systèmes dynamiques faisant intervenir explicitement et simultanément des phénomènes de type continu et événementiels et qui nécessitent pour leurs descriptions l'utilisation de fonctions du temps continues par morceaux et de fonctions à valeurs discrètes [Ceb 00], [Fib 01], [Djo 00], [Zay 01], [Sch 02], [Les 06], [Ben 06], [Gir 04]. Le caractère hybride du système peut provenir du système lui-même ou de sa commande, c'est le cas de commande tout ou rien d'un système continu [Zay 01], [Djo 00].

I-5. Interaction entre les systèmes : phénomène hybride

Pour étudier comment se produisent les interactions entre les deux sous systèmes (discrets et continus), il serait nécessaire de présenter les actions discrètes qui peuvent intervenir lors de l'évolution d'un système continu décrit par un système différentiel de la forme:

$$\dot{x}(t) = f(t) \text{ Pour } t \geq 0 \quad (1.1)$$

Où $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur d'état du système.

On note τ l'instant où intervient une action discrète dont nous verrons ultérieurement comment elle peut être déclenchée.

L'ensemble (action, déclenchement) est appelé phénomène hybride [Ceb00].

b- Action des phénomènes hybrides

- Les phénomènes hybrides agissent sur la dynamique du système continu, modifiant ainsi cette dynamique. Le système hybride se situe alors pour $t \geq \tau$ dans un autre mode de fonctionnement [Ceb 00]. On appelle ce phénomène commutation (ou changement) de modèle (ou dynamique) et τ instant de commutation. Le choix du nouveau modèle est déterminé par le SED. Un exemple simple du modèle formel avec deux modes de fonctionnement est le suivant :

$$\dot{x}(t) = f_1(t) \quad \text{Pour } t < \tau \quad (1.2)$$

$$\dot{x}(t) = f_2(t) \quad \text{Pour } t \geq \tau \quad (1.3)$$

• Le phénomène hybride agit aussi sur le vecteur d'état du système, en le faisant évoluer de manière différente pour $t = \tau$. Une discontinuité apparaît alors sur le vecteur d'état. On appelle le phénomène saut de l'état. Un exemple de modèle formel est représenté par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(t) & \text{pour } t \geq 0 \quad \text{et } t \neq \tau \\ x(\tau) = g(., \tau) \end{cases} \quad (1.4)$$

• Les deux actions peuvent être couplées ; en effet on peut considérer qu'à l'instant τ , on a une commutation de modèle et un saut de vecteur d'état. Un exemple de modèle formel est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f_1(t) & \text{pour } t \leq \tau \\ x(t) = g(., \tau) \\ \dot{x}(t) = f_2(t) & \text{pour } t > \tau \end{cases} \quad (1.5)$$

La fonction g provoque une discontinuité de l'état à l'instant τ , puis intervient la deuxième dynamique continue $f_2(t)$.

b. Déclenchement des phénomènes hybrides

- Les phénomènes hybrides peuvent être déclenchés lorsque le vecteur d'état continu atteint certaines valeurs. L'événement ainsi créé fait évoluer le SED, celui-ci passe dans un nouvel état et suivant cet état, une des actions décrites ci-dessus est générée sur le système continu.

- Les phénomènes hybrides peuvent également être déclenchés par une commande discrète extérieure agissant sur le SED. On dit que le phénomène est contrôlé.

Exemple de phénomène hybride (1.1)

Soit une boîte à vitesse automatique et considérons qu'elle possède comme variables discrètes trois vitesses v_1 , v_2 et v_3 et deux modes de conduite : ville avec les vitesses autorisées v_1, v_2 et route où toutes les vitesses sont disponibles (v_1, v_2, v_3) .

Le nombre de tours par minute du moteur noté $N(t)$ est la variable continue du système dont la dynamique est représentée par une équation différentielle.

Le passage d'une vitesse à une autre, lorsque la variable continue $N(t)$ atteint certaines valeurs, correspond à un phénomène hybride déclenché de manière autonome. Tant que le passage d'un mode de conduite à un autre est décidé par le conducteur, cela correspond à un phénomène hybride contrôlé.

Ces deux phénomènes agissent sur la variable continue $N(t)$; en effet, lorsqu'on change de vitesse, le nombre de tours par minute du moteur est réinitialisé, on a un saut d'état. De plus, à chaque vitesse correspond une dynamique différente, on a donc également une commutation de modèle.

I-6. Principales classes de phénomènes hybrides

En plus de la description des parties continues et discrètes du système modélisé, un formalisme de modélisation hybride devra pouvoir représenter les commutations autonomes ou contrôlées de modèles, ainsi que les sauts autonomes ou contrôlés de variables [Djo 00], [Zay 01], [Ben 06], [Gir 04]. Ces quatre phénomènes physiques sont présentés succinctement ci-après.

I-6-a. Des systèmes à commutation aux systèmes hybrides (Systèmes à aiguillage)

Ils constituent une classe de systèmes hybrides incluant les systèmes multi- modèles et les systèmes à structure variable; ils peuvent être décrits par les équations de la forme :

$$\dot{x}(t) = f_i(x(t)) \quad \text{où } i \in \{1, \dots, k\} \quad (1.6)$$

Tel que $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ est l'état du système, la fonction $f_i : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^n$ est continue, i est choisi de telle sorte à ce qu'il y ait un nombre de changement finis en temps fini.

Dans le formalisme des systèmes hybrides, cela revient à spécifier les gardes du système qui détermineront les conditions de changement de la variable $q(t)$.

Exemple (1.2)

Considérons un système décrit par le système d'équations suivantes:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = 3x + 3 & \text{si } x < 0 \\ \dot{x}(t) = -x + 50 & \text{sin on} \end{cases} \quad (1.7)$$

Ce système a donc deux modes de fonctionnement (deux champs de vecteurs). Le changement de modèle est conditionné par une valeur de la variable x .

I-6-b. Systèmes à effets impulsionnels (Saut autonome)

Il existe un type de systèmes qui sont sujets à des variations rapides. Dans la simulation, il convient de négliger la durée de ce changement rapide et le représenter comme un état de saut. Cette classe peut être définie par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x, t), & t \neq \tau_k \\ \Delta x = I_k(x), & t = \tau_k \end{cases} \quad (1.8)$$

Tel que :

$x \in \mathfrak{R}^n$: l'état du système.

$f : \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}^n$: garantit l'existence et l'unicité de la solution du système pour des conditions initiales données.

$I_k : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^n$: décrit l'incrément des changements d'états aux instants appartenant à l'ensemble $E = \{\tau_1, \tau_2, \dots : \tau_1 < \tau_2 < \dots\} \subset \mathfrak{R}^+$, E est l'ensemble des instants où les sauts se produisent.

Exemple (1.3)

1- on peut citer comme exemple, la collision de deux corps où la vitesse change brutalement et subit un saut.

2- Soit une balle en chute libre qui rebondit sur le sol de façon élastique. Lors du contact avec le sol à un instant t_c , la vitesse v change de signe de façon instantanée et passe à $v = -v(t_c)$. Ce type de phénomène est en réalité engendré par une approximation lors de la modélisation qui suppose que certains phénomènes sont infiniment rapides.

I-6-c. Systèmes dynamiques par morceaux (Systèmes à Commutation autonome)

Ces systèmes sont représentés par des équations différentielles définies à second membre discontinu, ou qu'on appelle les équations différentielles définies par morceaux. Le domaine de définition D de l'équation différentielle est un sous ensemble fermé et connexe de \mathfrak{R}^n . D est découpé en sous domaines $\{D_q, q \in Q\}$, fermé, d'intérieur non vide et deux à deux disjoints [Gir 04], [Zay 01], et tels que :

$$\bigcup_{q \in Q} D_q = D.$$

Sur chaque domaine D_q , on définit un champ de vecteur f_q .

D'un autre point de vu, c'est un système qui est caractérisé par un changement discontinu de champs de vecteur $f(x)$ lorsque l'état atteint certains seuils, ceci peut être illustré par la figure suivante :

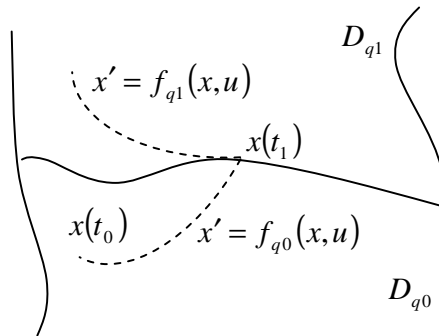


Figure I.1: Trajectoire du système dynamique par morceaux

Dans le cadre de la définition I-2, un système dynamique par morceaux est donc un système hybride.

Exemple (1.4)

Soit un système avec un comportement qui est décrit par l'équation :

$$\frac{dx(t)}{dt} = -H(x) + u$$

où $H(x)$ est la fonction d'hystérésis présentée dans la figure suivante :

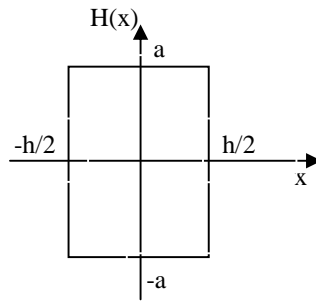


Figure I-2: Représentation de la fonction d'hystérésis

Ce système peut être représenté par l'automate suivant :

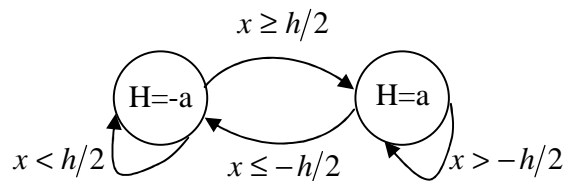


Figure I-3 : Automate associé à la fonction d'hystérésis.

1-6-d. Systèmes dynamiques à commutation (Commutation contrôlée)

Un système dynamique à commutation (switched system) est un système hybride où la variable discrète $q(t)$ n'est vue comme une variable d'état, mais comme une variable de contrôle. C'est un phénomène où le champ de vecteur est commuté d'une façon instantanée en réponse à une commande.

Ainsi, l'évolution de $q(t)$ n'est pas contrainte par un système de garde mais donnée par un individu extérieur.

Exemple (1.5)

Soit un modèle de transmission manuelle simplifié et donné sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{\left[-a \left(\frac{x_2}{\nu} \right) + u \right]}{1 + \nu} \end{aligned}$$

Où x_1 est la vitesse relative par rapport à un point fixe, x_2 la vitesse de rotation de l'engin.

ν est a position du levier de vitesse tel que $\nu = \{1,2,3,4\}$, $u \in \{0,1\}$ la position de l'accélération et a un paramètre du système. Dans cet exemple, le champ de vecteur est commuté par la valeur de ν .

I-7. Modélisation des systèmes dynamiques hybrides

I-7-a. Modélisation des systèmes dynamiques hybrides par automates hybrides

I-7-a-1. Rappel sur les automates à états finis (discrets)

Un automate à états finis (discret) noté AEF, est défini comme un formalisme mathématique souvent utilisé pour décrire le comportement discret d'une machine [Djo 00], [Zay 01], [Est 02]. Il est défini par le quintuple suivant :

$$A = \langle Q, \Sigma, \Psi, I, F \rangle \quad (1.9)$$

Où les cinq composantes ont les significations suivantes :

- $Q = \{q_0, q_1, \dots, q_n\}$ est un ensemble fini d'états discrets correspondants aux états de fonctionnement de la machine.
- $\Sigma = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m\}$ est un ensemble de symboles qui dénotent les transitions d'état.
- Ψ est la fonction qui associe à chaque état et à chaque symbole de transition un ensemble d'état, c'est la fonction de transition d'état :

$$\begin{aligned} \Psi : Q \times \Sigma &\rightarrow Q' \subseteq Q \\ (q, \delta) &\rightarrow Q' \subseteq Q \end{aligned} \quad (1.10)$$

- $I \subseteq Q$ est l'ensemble d'états initiaux.
- $F \subseteq Q$ est l'ensemble d'états finaux.

Exemple (1.7)

Soit un serveur donné par la figure suivante :

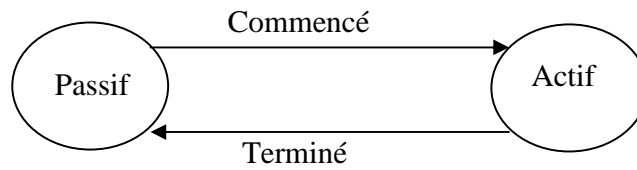


Figure I-4 : AEF représentant un serveur

Le serveur est libre lorsqu'il est dans l'état passif, et il est occupé dans l'état actif. La figure I-4 est une représentation graphique d'un AEF à deux états discrets <<actif>> et <<passif>> ; les symboles sont 'commencé' et 'terminé' ; c'est-à-dire :

$$\Sigma = \{\text{commencé}, \text{terminé}\}.$$

La fonction de transition d'état est définie pour deux cas :

$$\Psi(\text{passif}, \text{commencé}) = \{\text{actif}\} \text{ et } \Psi(\text{actif}, \text{terminé}) = \{\text{passif}\}$$

On a attribué dans cet exemple, pour les états discrets du système, les valeurs discrètes suivantes : 0 pour l'état passif et 1 pour l'état actif.

I-7-a-2. Automates hybrides

Comme il a été mentionné ci-dessus, un automate hybride est défini comme une extension d'automates à états finis, dans lequel l'évolution continue de la machine dans un état donné est prise en compte. Il manipule des variables discrètes et des variables continues [Acc03], [Pet99]. Les actions discrètes sont décrites par le changement de phase (état discret) et les dynamiques continues. Il faut noter que dans ce type de modélisation, le contrôleur est implicite et les objectifs de commande sont formulés sous forme de phases interdites et de phases permises.

Les automates hybrides peuvent être représentés analytiquement ou graphiquement par les deux types de modèles suivants :

c- Modèle analytique

Le modèle suivant a été introduit par Alur [Djo00], [Est02], [Zul 03]. L'automate hybride est décrit par :

$$H = \langle X_D, X_c, \mu_1, \mu_2, \mu_3, I \rangle \quad (1.11)$$

Où :

- X_D est l'espace d'état discret.
- X_c est l'espace d'état continu.
- μ_1 est la fonction qui associe à chaque phase q , une fonction continue f_q décrivant les dynamiques continues relatives à cette phase.
- μ_2 est la fonction qui associe à chaque phase q un ensemble invariant $\mu_2(q) \subseteq X_c$. Si le système est dans un état discret q , l'état continu doit alors être dans $\mu_2(q)$, sinon, une exception sera générée.
- μ_3 est la fonction qui associe à chaque paire de phases (q, q') , une relation de transition $\mu_3(q, q') \subseteq (X_D \times X_c)$. $\mu_3(q, q')$ est une application de l'espace d'état de q vers q' .
- I est l'ensemble des conditions initiales.

L'état global du système hybride est représenté par une phase discrète et un état continu. L'état peut changer, soit instantanément en présence d'événements discrets et ce en suivant les relations de transition données par μ_3 , soit d'une façon continue suivant des fonctions définies par μ_1 . L'évolution d'un système dynamique hybride dans un intervalle $T = [t_i, t_f]$ consiste en une collection (τ, q, x) qui satisfait les propriétés suivantes:

- conditions initiales: $(q(\tau_0), x(\tau_0)) \in I$;
- Evolution discrète : $(q(\tau_i), x(\tau_i), q(\tau_{i+1}), x(\tau_{i+1})) \in \mu_3(q(\tau_i), q(\tau_{i+1}))$, $\forall i$;
- Evolution continue : $\forall i, \tau_i < \tau_{i+1}$ et $\forall t \in [\tau_i, \tau_{i+1}[$:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f_q(x(t)) \\ q(t) = q(\tau_i) \\ x(t) \in \mu_2(q) \end{cases} \quad (1.12)$$

Pour mieux illustrer ceci, considérons un système hybride à deux variables d'état continues (x_1, x_2) et possédant trois phases discrètes, comme le montre la figure suivante :

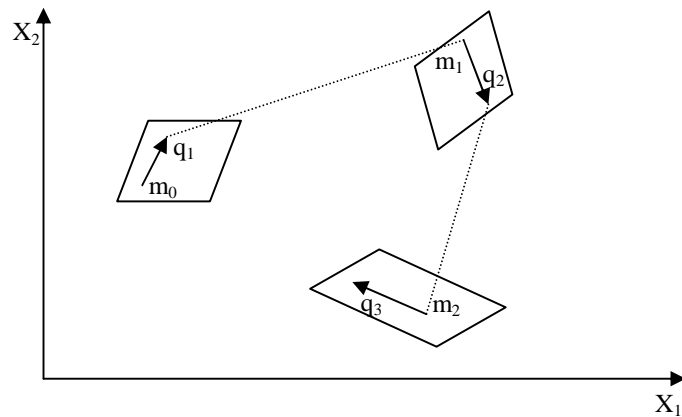


Figure I-5: Exemple de système hybride

Un tel système peut être modélisé par un automate hybride à trois états discrets (q_1, q_2, q_3) ; à chaque phase sera associé un ensemble invariant $\mu_2(q_i)$, $i = 1, 2, 3$; et un ensemble d'activités (fonctions) donné par $\mu_1(q_i)$, $i = 1, 2, 3$. L'automate hybride fonctionne comme suit :

Au départ, il est en phase q_1 et à l'état m_0 ($m_0 = (x_{10}, x_{20})$), l'état continu change suivant la fonction $\mu_1(q_1)$. Après un certain temps, une transition se produit et l'état passe d'une façon discontinue, suivant une relation de transition donnée par $\mu_3(q_1, q_2)$, à une nouvelle phase q_2 et un nouvel état m_1 et ainsi de suite jusqu'à atteindre l'état m_2 dans la phase q_3 .

Remarque

1- Un automate hybride est dit non déterministe si pour un état donné (q, x) , plusieurs destinations (q', x') sont possibles et ceci peut provoquer des conflits. Certains auteurs [P.J. Antsaklis], [M. Limmon] et [P.Ramage] ont proposé quelques méthodes d'analyse relatives à des cas particuliers d'automates hybrides non déterministes pour lesquels ces conflits apparaissent [Djo 00].

2- L'automate hybride est dit non-bloquant si pour tout $(q, x) \in X_D \times X_C$, le système continu suit son évolution soit par un saut discret, soit en suivant une fonction continue, il n'a donc aucun point de blocage.

3- Tout système purement continu peut être modélisé par un automate hybride à un seul état discret. Prenons l'exemple d'un système régi par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, t) \\ x(0) = x_0 \\ x \in \mathfrak{R}^n \end{cases} \quad (1.13)$$

Un tel système peut être modélisé par un automate hybride à une seule phase q à laquelle correspond $\mu_1(q) = f$, $\mu_2(q) = \mathfrak{R}^n$, $\mu_3(q, q) = (\{q\} \times \mathfrak{R}^n)$ et $I = \{x_0\}$.

4- Dans certains systèmes hybrides, la représentation de sauts discrets dans une même phase est nécessaire. Pour modéliser cela, nous associons à chacun de ces sauts un événement discret. Un événement δ se produit à un temps t , si et seulement si $\delta(t^-) \neq \delta(t^+)$.

Pour illustrer cette remarque, prenons l'exemple d'un système pour lequel dans une de ses phases ce genre de saut se produit.

Supposons que pour effectuer un saut, nous testons une expression booléenne formée par les variables d'état continues. Nous affectons alors à δ la valeur 0 si cette dernière est fautive et la valeur 1 si elle est vraie. Si l'état continu passe, après un événement δ , de x_1 à x_2 , le modèle sera donné par :

- L'espace d'état est $X' = X_D \times \{0, 1\} \times X_c$
- Les conditions initiales sont $I' = I \times \{0\}$.
- $f'_q(q, \delta, x, t) = f_q(q, x, t)$, $\delta = \{0, 1\}$, $x = x_2$ si $\delta = 1$ et $x = x_1$ si $\delta = 0$.
- $\mu_2(q, \delta) = \mu_2(q)$ et $\mu_3(q, \delta, q) = \mu_3(q, q) = (\{q\} \times \mu_2(q))$.

d- Modèle graphique

On peut associer un graphe à un automate hybride, si l'état discret ne prend qu'un nombre fini de valeurs [Djo 00], et cela en usant des notions suivantes :

1- les nœuds : Le nombre de nœuds dans un graphe est équivalent au nombre de valeurs possibles de l'état discret. Les nœuds, sont indexés (notés) par les valeurs des variables discrètes $q \in X_D$ auxquelles ils correspondent.

2- L'évolution continue : Pour chaque nœud q , nous associons une fonction f_q décrivant l'évolution des dynamiques continues qui sont données par :

$$\begin{cases} f_q : X \times T \rightarrow X_c \\ (q, x, t) \rightarrow f_q(x, t) \end{cases} \quad (1.14)$$

3- L'ensemble invariant d'un nœud : À chaque nœud q , nous correspondons un ensemble invariant défini par :

$$inv(q) = \{x \in X_c / x \in \mu_2(q)\} \quad (1.15)$$

Ceci implique qu'un système reste dans le même état discret q si et seulement si $x \in inv(q)$.

4- Le garde d'une transition : À toute transition $q \rightarrow q'$, nous associons un garde qui détermine les conditions de transition. C'est généralement un ensemble d'expressions booléennes des variables d'état continues. Il est noté par $E_n(q, q')$.

5- Evènements de transition : À la transition $q \rightarrow q'$, nous correspondons l'ensemble des valeurs données par : $Res(q, q') = \{x' \in X_c / x' \in I(q')\}$. Ceci implique qu'après un franchissement de transition provenant de (q, x) et atteignant l'état (q', x') , x' doit appartenir à l'ensemble des conditions initiales de q' .

En utilisant toutes ces notions, le graphe de l'automate hybride aura la forme suivante :

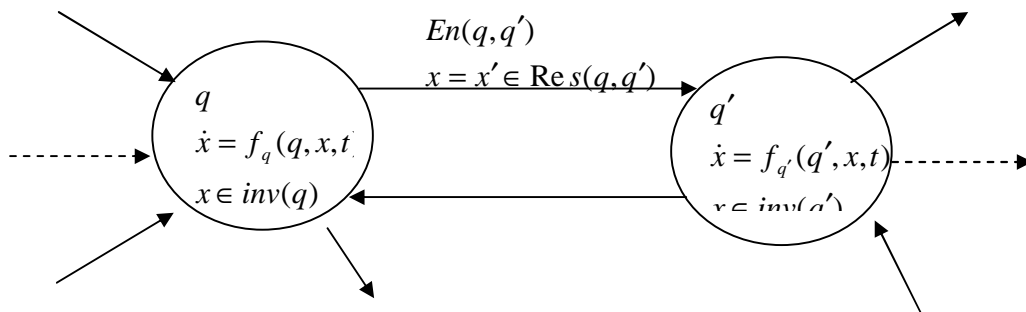


Figure I-6 : Exemple de graphe d'automate hybride.

Exemple (1.8)

Soit un thermostat qui contrôle la température d'un système de production ; x modélise la température du système.

Le système de chauffage est à deux états on/off auxquels nous associons deux variables discrètes $q_1 = 1$ quand le thermostat est à l'état *on* ; $q_1 = 0$ lorsque le thermostat est à l'état *off* .

Pour $q_1 = 1$, x suit une équation différentielle de la forme $\dot{x} = -x + 4$.

Ainsi que pour $q_2 = 0$, x suit une équation de la forme $\dot{x} = -x$.

L'objectif du contrôle est de maintenir la température entre 1 et 3. Le système ainsi décrit peut être représenté par le graphe suivant :

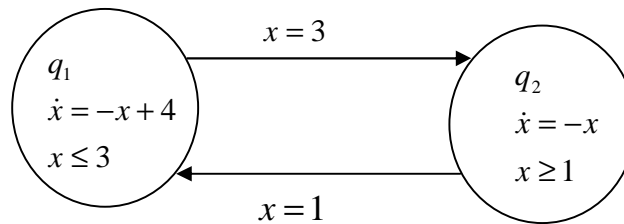


Figure I-7 : Graphe de l'automate hybride correspondant au thermostat.

On peut modéliser le système comme suit :

$$\text{inv}(q_1) = \{x \in \mathfrak{R} / x \leq 3\}, \text{res}(q_1, q_2) = \{3\}, \text{En}(q_1, q_2) = \{x = 3\}, f_{q_1}(x) = -x + 4$$

$$\text{inv}(q_2) = \{x \in \mathfrak{R} / x \geq 1\}, \text{res}(q_2, q_1) = \{1\}, \text{En}(q_2, q_1) = \{x = 1\}, f_{q_2}(x) = -x$$

A l'aide de Matlab/Simulink/Stateflow, nous avons simulé ce système hybride et le résultat obtenu est donné par la figure suivante :

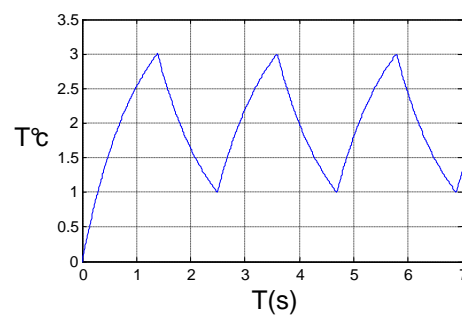


Figure I-8 : Evolution de la température T.

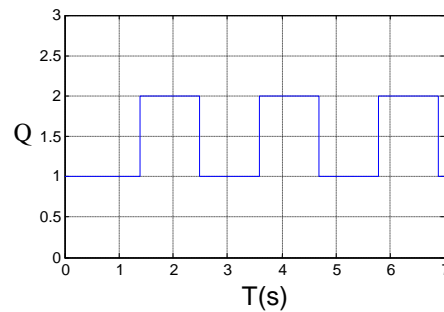


Figure I-9: Représentation des transitions Q .

I-7-a-3. Interconnexion d'automates

Les systèmes complexes sont souvent modélisés par l'interconnexion de plusieurs automates hydrides. Chacun d'eux est vu comme un sous système utilisé pour décrire une fonctionnalité particulière du système global. Dans une interconnexion, les sorties des uns deviennent les entrées des autres [Djo 00], [Est 02]. Il faut distinguer trois types d'entrées pour chaque sous système:

- Les entrées locales : elles sont spécifiées localement par les interconnexions des sorties des différents automates hydrides (sous systèmes) constituant le système complexe.
- Les entrées de l'environnement : sont les perturbations (les bruits ou les dynamiques qui ne sont pas modélisées) qui agissent sur les systèmes complexes.
- Les entrées de coordination : elles sont utilisées pour la coopération avec d'autres systèmes complexes.

Ces différentes entrées peuvent être schématisées par la figure suivante :

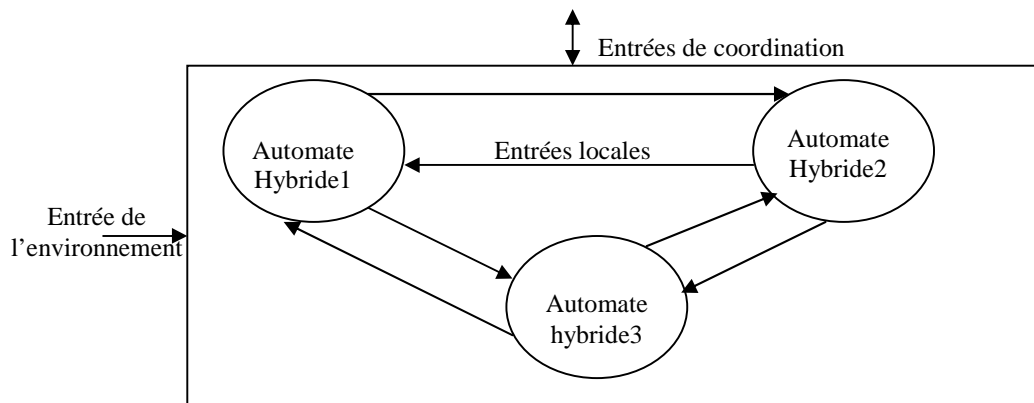


Figure I-10 : Exemple de schématisation d'un système complexe.

I-7-b. Modélisation des systèmes hybrides par les systèmes à interface

Cette méthode de modélisation est une représentation purement analytique des systèmes hybrides basée essentiellement sur un ensemble d'équations différentielles ou d'équations aux différences.

Une interface est, dans ce cas, utilisée pour assurer la liaison entre la partie discrète et la partie continue.

Les différents et principaux modèles à interface proposés en littérature sont :

d- Modèle d'Antasklis

Ce modèle a été proposé par Antasklis [Djo 00], [Est 02]; il est divisé en trois parties. La première contient le système continu ; la deuxième contient le SED et la troisième l'interface.

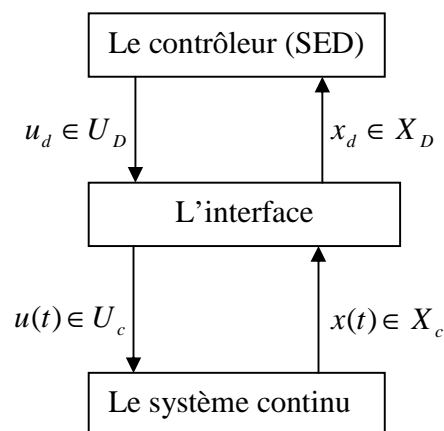


Figure I-11 : Modèle à interface d'Antasklis.

Le système continu : Il inclut toute la partie continue du système global. Il peut être décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (1.16)$$

$x(t) \in X_c$ est l'état du système ; $y(t) \in Y_c$ sa sortie et $u(t) \in U_c$ son entrée.

Le contrôleur SED : Il est décrit par le quintuple $\langle Q, X_D, U_D, \Psi, \eta \rangle$ où :

Q est l'ensemble des états discrets.

X_D est l'ensemble des événements du système.

U_D est l'ensemble des commandes discrètes du contrôleur.

$\Psi : Q \times X_D \rightarrow X_D$ est la fonction de transition d'état.

$\eta : Q \rightarrow U_D$ est la fonction de sortie.

L'action du contrôleur est décrite par les équations suivantes :

$$\begin{cases} q_i = \Psi(q_{i-1}, x_{di}) \\ u_{di} = \eta(q_i) \end{cases} \quad (1.17)$$

Où :

$x_{di} \in X_D$ (C'est le i^{eme} événement du système).

$q_i \in Q$.

$u_{di} \in U_D$ (C'est la i^{eme} commande du contrôleur).

L'état de transition de q_{i-1} à q_i , ainsi que la sortie du contrôleur sont générés immédiatement après la réalisation de l'événement du système x_{di} .

L'interface : Elle est constitué de deux transformées γ et α telles que :

- $\gamma : U_D \rightarrow \mathfrak{R}^m$ convertit chaque événement du contrôleur en un signal d'entrée pour le système continu. Donc nous avons :

$$u(t) = \gamma(u_{di}) \quad (1.18)$$

où u_{di} étant l'événement le plus récent.

L'entrée du système du contrôleur est alors constante par morceaux (en escalier) qui change de valeur si l'événement du contrôleur se produit.

- $\alpha : \mathfrak{R}^n \rightarrow X_D$ est la fonction qui associe à l'espace d'état des événements discrets du système : $x_{di} = \alpha(x(t))$, α doit être une fonction qui réduit \mathfrak{R}^n en plusieurs régions.

L'événement du système x_{di} n'est généré que lorsque le système rentre dans l'une de ces régions pour la première fois.

Nous pouvons aussi dire que :

1. Le système continu muni de son interface peut être considéré comme un système à événements discrets. Ainsi, le système contrôlé est décrit par un automate à états finis [Djo 00].
2. Ce modèle a été repris par Nerode et Khon en utilisant un automate discret à la place du système à événement discret [Djo 00].

e- **Modèle de Brockett**

Ce modèle est décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), z[p]) \\ \dot{p}(t) = r(x(t), u(t), z[p]) \\ z[p] = \eta(x[t], z[p], \eta[p]) \end{cases} \quad (1.19)$$

Avec :

$$x(t) \in X_c \subset \mathfrak{R}^n, u(t) \in U_c \subset \mathfrak{R}^m, p(t) \in \mathfrak{R}, v[p] \in V, z[p] \in Z$$

$$f : X \times U \times Z \rightarrow \mathfrak{R}$$

$$r : X \times U \times Z \rightarrow \mathfrak{R}$$

$$\eta : X \times Z \times V \rightarrow Z$$

V et Z sont des sous ensembles de \mathbb{N} . La notation $[t]$ dénote la plus récente valeur de t à laquelle p devient entier. Ce type de modèle est noté MB (modèle de Brockett) [Djo 00]. Brockett a utilisé, d'une manière simultanée, les commandes continues et discrètes en introduisant une « horloge » ou un « compteur » variable p . La première équation est celle des dynamiques continues et la dernière est celle des traitements symboliques du système. $u(t)$ est la commande continue appliquée à l'instant t , $\eta[p]$ est la p^{ieme} commande discrète (symbolique) ; elle est appliquée lorsque p passe par des valeurs entières. Les temps où p passe par des valeurs entières, peuvent être vus comme des événements discrets du système dynamique hybride.

$$\text{Avec : } t_{[p]} = \{t \in \mathfrak{R}^+ : p(t) = [p]\}$$

f- Modèle à interface généralisée

Ce modèle a une particularité d'inclure toutes les particularités des deux modèles cités ci-dessus ; ce qui fait que le modèle est capable de décrire l'aiguillage entre les champs de vecteurs, les sauts discontinus de l'état, l'influence de la partie discrète sur la partie continue et vice versa. Il est constitué d'un système hybride en boucle ouverte (SHBO) contrôlé par un contrôleur hybride (CH) [Djo 00], comme le montre la figure suivante:

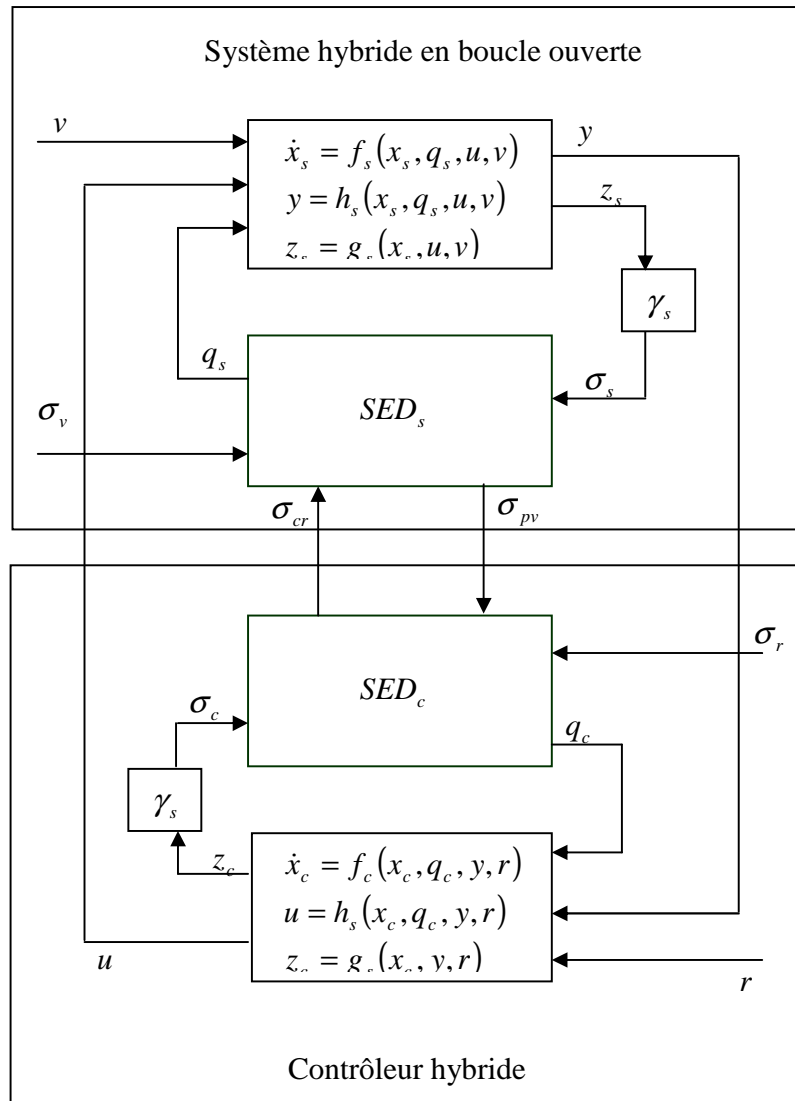


Figure I-12 : Schéma détaillé d'un modèle de système hybride à interface généralisé.

Le SHBO est défini par le triplet :

$$SHBO = \langle D_{SHBO}, C_{SHBO}, I_{SHBO} \rangle \quad (1.20)$$

1- D_{SHBO} : Il représente la partie discrète du SHBO (c'est le système à événements discrets SED du système à contrôler) et est défini par le triplet : $D_{SHBO} = \langle Q_s, \Sigma_s, \Psi_s \rangle$ qui consiste en un ensemble d'états discrets du SED, l'ensemble des événements d'entrées et la fonction de transition d'état respectivement.

L'état du SED au temps t est $q(t) = q_i \in Q_s$ tel que $Q_s = \{q_1, q_2, \dots, q_l\}$ où chaque $q_i \in \mathfrak{R}^p$;

- Σ_s est l'ensemble des événements d'entrée : $\Sigma_{s'} = \Sigma_s \cup \Sigma_v \cup \Sigma_{cr}$, $\delta_s \in \Sigma_s$ est l'événement interne du système généré par le processus continu à l'aide du générateur d'événement γ_s ; $\delta_v \in \Sigma_v$ est l'événement externe qui se produit sans influence d'aucune dynamique modélisée, il n'est pas donc incluse dans Σ_s ; $\delta_{cr} \in \Sigma_{cr}$ est l'événement issu de la partie discrète du contrôleur. δ_s et δ_v sont incontrôlables et δ_{cr} est contrôlable.

- La fonction de transition d'état $\Psi_s : Q_s \times \Sigma_{s'} \rightarrow Q_s$ détermine l'état suivant après un événement de $\delta_s \in \Sigma_{s'}$; $q(t) = \Psi_s(q(t^-), \delta_{s'})$.

2- C_{SHBO} : décrit les dynamiques de la partie continue du SHBO. $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur d'état continu du système, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ est le vecteur de contrôle externe et $v(t) \in \mathfrak{R}^k$ est un vecteur externe de perturbation qui affecte l'état continu. La fonction f_s est supposée continue pour l'état constant $q(t)$. La sortie est $y(t) \in \mathfrak{R}^p$, elle est générée par la fonction h_s . La fonction g_s donne le signal $z \in Z_s \subseteq \mathfrak{R}^d$ qui est l'entrée du générateur d'événement γ_s de l'interface.

Pour exprimer les sauts dans la trajectoire d'état continu, nous utilisons la fonction de transition ϕ_s telle que :

$$x(t) = \phi_s(x(t^-), q(t^-), \delta_{s'}) \quad (1.21)$$

elle détermine l'état prochain après un événement $\delta_{s'} \in \Sigma_{s'}$ qui a provoqué un saut dans l'espace d'état (c'est un saut dans la même phase).

3- I_{SHBO} : est l'interface qui assure la génération des événements $\delta_s \in \Sigma_s$ du système continu au SED, $\gamma_s : Z_s \rightarrow \Sigma_s$. Les événements se produisent par deux raisons :

- Si le système entre dans une région avec un comportement différent ;
- S'il y a un saut dans l'état continu.

Le contrôleur hybride (CH) est défini par le triplet $CH = \langle D_{CH}, C_{CH}, I_{CH} \rangle$, où chaque partie est définie comme une partie identique aux éléments du SHBO. L'interaction entre les parties continues et les parties discrètes peut être utilisée pour représenter différentes sortes de comportement des systèmes hybrides.

Pour un SHBO donné, le CH a pour but de satisfaire des spécifications pour le système hybride en boucle fermée (SHBF), en plus des buts généraux de robustesse et d'optimalité. Les spécifications peuvent impliquer les restrictions sur le comportement du système en boucle fermée. Ces restrictions sont divisées en deux catégories :

- Restriction sur la partie continue : pour les parties continues, les spécifications sont introduites sous forme d'invariants. Un invariant est considéré comme une répartition de l'espace d'état continu du SHBO.
- Restriction sur la partie discrète : les spécifications discrètes sont introduites par un ensemble d'états interdits et autorisés pour le SED dans le but de limiter le comportement dynamique discret.

I-7-c. Modélisation des systèmes hybrides par les réseaux de petri hybride

Proposés pour la première fois par Petri (1962) dans le but de représenter des processus de communication en utilisant des modèles de type automate. Les réseaux de Petri prennent une place de plus en plus importante dans le monde scientifique, de par les nombreuses extensions qui en existent, et leurs applications à divers domaines : supervision, contrôle, vérification, sûreté de fonctionnement . . . etc. [Les 06], [Djo 00], [Zay 01], [Ceb 00].

Les RDPs constituent un outil graphique d'aide à la modélisation et à l'évaluation des performances des systèmes de production. A l'origine, les RDPs ont été utilisés pour modéliser les systèmes à événements discrets, ce qui a donné lieu aux RDPDs [Khal 03], les

applications peuvent être représentées de manière algébrique en considérant le réseau de Petri comme un graphe contenant deux types de noeuds : les places et les transitions [Rue 02]. Par la suite les réseaux de petri continus (RDPCs) ont été développés afin de modéliser le comportement continu du système. Par la suite Le Bail a introduit les RDPHs afin de tenir compte du phénomène hybride des systèmes [Djo 00].

a- Le RDPD : les états des RDPDs sont donnés par un vecteur de marquage $m(t) = m_i \in M$ tel $M = \{m_1, \dots, m_l\}$ où chaque $m_i \in N^n$, ceci implique que les éléments du vecteur sont des entiers. Le changement d'état se produit lorsqu'une transition est franchie au temps τ_k et est donné par l'équation suivante :

$$m(\tau) = A^d S(\tau_k^-) + m(\tau_k^-) \quad (1.22)$$

A^d est la matrice d'incidence correspondant aux poids des arcs.

$S(\cdot)$ est un vecteur dont un seul élément est non nul représentant la transition, correspondant à un événement δ_j à franchir [Djo 00].

b- Le RDPC : dans ce cas, au lieu de franchir les transitions à des instants donnés avec une durée nulle, il y a un franchissement continu avec un flux r qui peut être externe généré par un signal d'entrée, ou peut aussi dépendre du vecteur de marquage continu x . L'évolution du RDPC peut être décrite par une équation différentielle non linéaire :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A^c(x(t))r(x(t), t) \\ x(t) \geq 0 \end{cases} \quad (1.23)$$


A^c est la matrice d'incidence correspondant aux poids continus des arcs. A cause du franchissement continu des transitions, l'espace d'état du RDPC est formé par des nombres réels et l'évolution des marquages devient une trajectoire continue. Les systèmes pour lesquels cette méthode de modélisation est recommandée sont les systèmes à écoulement de fluides, les relations entre les quantités physiques dans les systèmes à écoulement de fluides, où les dynamiques du fluide sont négligées et sont décrites par l'équation :


$$\frac{d}{dt} \text{Stockage} = \Sigma \text{flux en entrée} - \Sigma \text{flux en sortie} \quad (1.24)$$

Les états correspondants au stockage peuvent être l'une des variables suivantes : volume, l'énergie, le poids, la concentration...etc. qui sont toutes des variables positives.

Les places dans les RDPCs sont modélisées par des cercles doubles et les transitions par des rectangles, afin de les séparer de celles des RDPDs. Les valeurs initiales dans les RDPCs sont ignorées pour l'obtention de graphes plus clairs.

c- Les RDPHs : afin de mettre en évidence le couplage entre la dynamique discrète et la dynamique continue du système [Ceb 00], le graphisme des RDPHs est réalisé en adoptant les conventions suivantes :

 Place continue

 Transition continue

 Place discrète

 Transition discrète

Définition

Un RDP hybride (RDPH) est un sextuple $R_h = (P, T, Pre, Post, F, M_0)$ avec :

- $F : T \rightarrow \mathfrak{R}^+ \cup \{\infty\}$, est une fonction qui attribue une vitesse à chaque transition.
- M_0 : est le marquage initial.
- P : un ensemble fini de places, $P = P_c \cup P_d$ avec P_c les places continues et P_d les places discrètes.
- T : un ensemble fini de transitions, $T = T_c \cup T_d$ avec T_c les transitions continues et T_d les transitions discrètes.
- $Pre : P \times T \rightarrow A = \{0,1\}$ ou \mathbb{N} ou \mathfrak{R}^+ , est l'application d'incidence avant.
- $Post : P \times T \rightarrow A = \{0,1\}$ ou \mathbb{N} ou \mathfrak{R}^+ , est l'application d'incidence arrière.

Si on considère une place quelconque notée $p \in P$ et une transition $T \in T$:

si $p \in P_c$ et $T \in T_c$ alors $A = \{0,1\}$,

si $p \in P_d$ et $T \in T_c$ alors $A = \{0,1\}$,

si $p \in P_d$ et $T \in T_d$ alors $A = \mathbb{N}$,

si $p \in P_c$ et $T \in T_d$ alors $A = \mathfrak{R}^+$.

En conclusion, les RDP hybrides modélisent le système discret et permettent d'associer des variables continues représentées par les places continues. Cependant, ces variables ne peuvent prendre de valeurs négatives. De plus, les dynamiques continues représentées par les vitesses associées aux transitions continues ne modélisent que des équations linéaires. C'est pourquoi des extensions des RDP hybrides ont été développées, permettant de remédier à ces limitations.

Exemple (1.9)

Considérons une vanne V_1 qui commande le remplissage du bac R_2 , cela fait intervenir une variable discrète dont l'action peut être modélisée par un RDP généralisé. Enfin, une fois R_2 rempli, 60% du produit va dans un bac R_3 commandé par la vanne V_2 avec un débit v_2 , ensuite, le reste du produit va dans un bac R_4 commandé par la vanne V_3 avec un débit v_3 . Ce système représenté sur la figure (I.13a) peut être modélisé par le RDP hybride de la figure (I.13b)

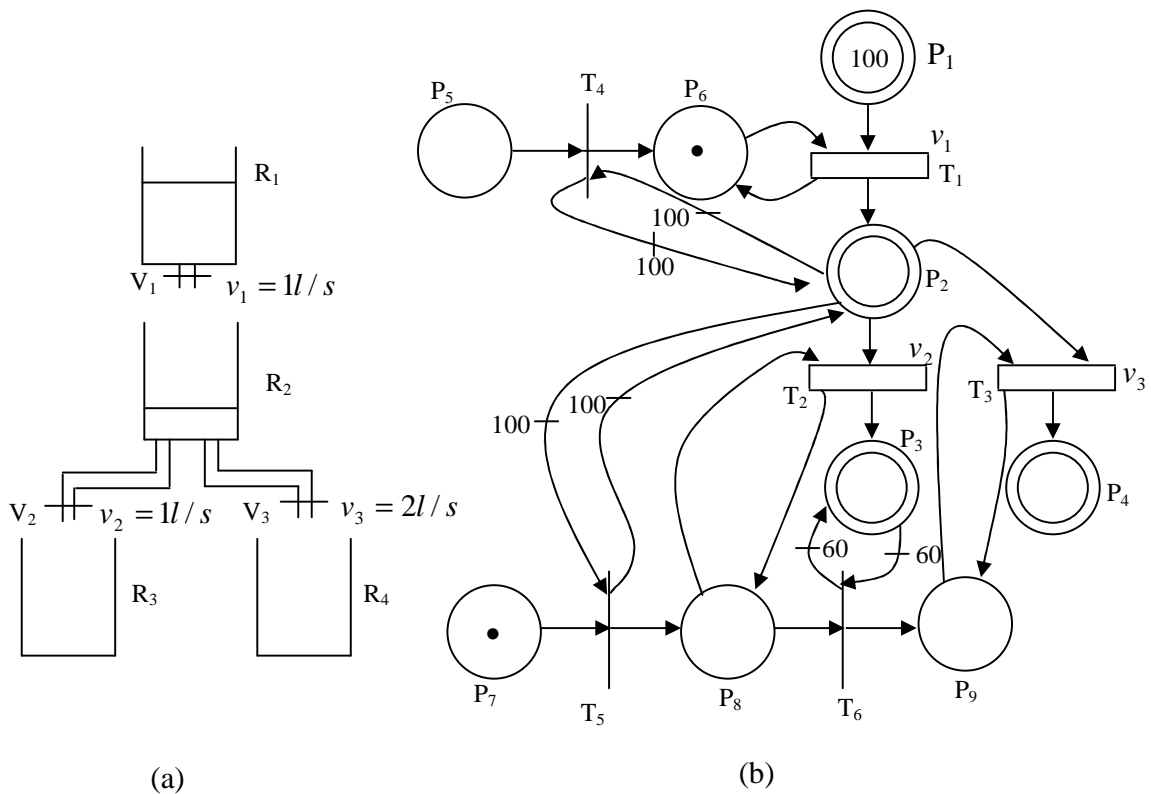


Figure I-13 : Exemple de RDP hybride.

I-8. Commande des systèmes hybrides

I-8-a. Contrôlabilité d'un automate hybride [L'approche de Tittus]

Tous les comportements possibles du procédé à commander sont modélisés par un automate hybride accepteur dans lequel chaque état discret représente une configuration du système. Cet automate peut être non déterministe. A l'instar du modèle unifié de Branicky, les sauts autonomes et contrôlés (discontinuité d'une variable d'état) et les changements de dynamiques autonomes ou contrôlés (discontinuité du champs de vecteur) peuvent être représentés, [Zay 01].

Définition

Un automate hybride accepteur HA est un automate hybride et un ensemble de situations finales désirées. HA est un automate hybride. $HA = \{H, Q_f\}$, tel que :

$$H = \{Q, X, \Sigma, A, INV, f, q_0, x_0\} \quad (1.25)$$

Avec :

- Q un ensemble fini de situations (états discrets) dont la situation initiale q_0 .
- $X \subset \mathfrak{R}^n$ l'espace d'état continu avec l'état initial x_0 .
- Σ un ensemble d'événements ; tout événement $\delta \in \Sigma$ est une entrée du modèle du procédé. Un changement de situation a forcément lieu dès que la frontière de l'invariant Inv est atteinte (δ est alors un événement autonome et le saut est autonome). Dans les autres cas, δ est un événement contrôlable et le saut est contrôlé.
- A un ensemble de transition défini par $A = \{q, \delta, jump, q'\}$.
- $Inv : Q \rightarrow \psi(x)$ associé à chaque situation un invariant. Tant que l'invariant d'un sommet est vrai, il est possible de rester dans ce sommet.
- f une fonction qui donne une dynamique continue pour chaque situation ;
- Q_f l'ensemble des situations finales désirées, représentées graphiquement par des doubles cercles.

Pour que l'évolution d'un système de dimension quelconque puisse être contrôlée depuis une région hybride initiale jusqu'à une région hybride finale, il faut que le système soit contrôlable, au sens où l'a défini Tittus [Zay 01]. Un système est contrôlable si et seulement s'il existe un chemin fini qui relie toute situation initiale à une situation finale en

un temps fini, en respectant les fonctions d'évolution F et les invariants de chaque situation INV . Cela veut dire que la contrôlabilité est relative à des régions et non à des points.

1-8-b. Commande de systèmes interconnectés

Les systèmes qui seront concernés par cette étude seront les systèmes hybrides à commutation de régulateur. Ils concernent la commande en régulation autour de l'origine de systèmes interconnectés [Zay 01]. Chaque sous système $i = 1 \dots p$ est modélisé par une équation d'état implicite de la forme :

$$E_i \dot{x}_i = A_i x_i + B_i u_i + \sum_{j=1, j \neq i}^{j=p} r_{ij} A_{ij} x_j \quad (1.26)$$

Où les variables r_{ij} sont des variables booléennes non contrôlées qui traduisent les variations d'interconnexion. L'objectif de la commande est double:

- Réguler de façon optimale autour de l'origine en minimisant un critère quadratique ;
- Assurer que l'état de chaque système, écarté de l'équilibre à cause d'une perturbation (non figurée dans le modèle), reste contenu à l'intérieur d'un domaine défini par des contraintes linéaires inégalité sur l'état, symétriques par rapport à l'origine.

La démarche de conception de la commande ne considère pas dans un premier temps le système global, mais elle consiste à concevoir des régulateurs locaux, plus simples à synthétiser pour chaque sous-système supposé isolé et à les adapter ensuite pour prendre en compte les interactions [Zay 01].

1-8-b-1. Commande d'un système isolé

On commencera par concevoir la commande pour chaque sous-système isolé modélisé par l'équation :

$$E_i \dot{x}_i = A_i x_i + B_i u_i \quad (1.27)$$

Notons que ce modèle peut présenter des modes impulsionnels ainsi des discontinuités [Zay 01].

I-8-b-1-1. Commande optimale quadratique

Sous les hypothèses de commandabilité et de commandabilité impulsionnelle ($\text{rang}[E_i, B_i] = n_i$ avec $n_i = \dim(x_i)$), on peut définir pour le sous système une commande stabilisante par retour d'état $u_i = -k_{i0}x_i$ qui garantit l'absence de modes impulsionnels, ainsi que l'optimalité par rapport à un critère quadratique prenant en compte des discontinuités [Zay 01].

I-8-b-1-2. Commande « invariante »

Une extension de travaux de Kiendl et al aux systèmes implicites permet de définir un autre retour d'état $u_i = -k_{ii}x_i$ rendant invariant le domaine symétrique par rapport à l'origine défini par $\|F_i E_i x_i\|_\infty \leq b_i$, où F_i et b_i sont respectivement une matrice et un vecteur spécifiant le domaine. Il s'agit d'un problème de placement de vecteurs propres appliqués aux systèmes implicites [Zay 01].

I-8-b-1-3. Commande hybride à commutation de gain

Pour satisfaire les objectifs énoncés initialement, les deux types de commandes, introduites au dessus, seront utilisés. Pour chacun de ces deux rebouclage ($u_i = -k_{i0}x_i$ ou $u_i = -k_{ii}x_i$), le système étant stable, on peut trouver, pour toute matrice s_i définie positive donnée, une matrice p_i définie positive vérifiant l'équation de Lyapunov généralisée :

$$(A_i^{k_i})^T P_i E_i + E_i^T P_i A_i^{k_i} + E_i^T S_i E_i = 0 \quad (1.28)$$

Où $A_i^{k_i} = A_i - B_i k_i$ est la matrice d'état du système bouclé. Cette relation permet de définir une fonction de Lyapunov $v_i = (x_i^T E_i^T P_i E_i x_i)^{\frac{1}{2}}$ dont la dérivée est négative. Les courbes $v_i = cte$ définissent ainsi des domaines invariants.

Considérons alors le domaine défini par :

$$v_{i0} = (x_i^T E_i^T P_{i0} E_i x_i)^{\frac{1}{2}} \leq v_{im} \quad (2.8)$$

Où P_{i0} est obtenu avec le bouclage défini par la commande optimale k_{i0} . Cette commande s'applique en appliquant la première commande ($u_i = -k_{i0}x_i$) au voisinage de l'origine, et

la seconde $u_i = -k_{ii}x_i$ lorsque l'état s'écarte significativement de l'origine. Pour un sous système isolé, la valeur de v_{im} est fixée arbitrairement, mais de telle sorte que le domaine défini par $v_{i0} = (x_i^T E_i^T P_{i0} E_i x_i)^{\frac{1}{2}} \leq v_{im}$ soit strictement contenu dans le domaine $\|F_i E_i x_i\|_{\infty} \leq b_i$. Pour le système global, c'est un paramètre dont la valeur sera fixée pour prendre en compte les interactions [Zay 01].

Ainsi il est possible de concevoir deux automates suivants :

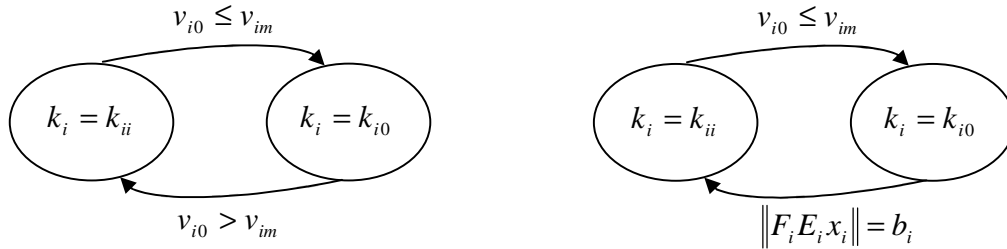


Figure I-14 : Les deux automates de commande.

Dans les deux cas, la commande est une commande par retour d'état $u_i = -k_i x_i$. Dans le premier cas, la commande $u_i = -k_{ii}x_i$ est appliquée dès que la trajectoire quitte le domaine $v_{i0} = (x_i^T E_i^T P_{i0} E_i x_i)^{\frac{1}{2}} \leq v_{im}$, alors que dans le second cas, cette commande n'est appliquée que lorsque la trajectoire atteint la frontière $\|F_i E_i x_i\|_{\infty} \leq b_i$.

I-8-b-2. Commande du système global avec interconnexion

Lorsque le système global est considéré, et que les régulateurs définis précédemment sont utilisés, il y a lieu d'étudier l'influence des interconnexions sur la stabilité, ainsi que sur l'invariance des domaines [Zay 01].

I-8-b-3. Commande hybride

Les mêmes lois de commande et le même automate sont gardés. Toutefois les conditions de transition sont modifiées pour prendre en compte le couplage. Dès qu'une trajectoire atteint une frontière \bar{D}_{ji} à cause des perturbations, tous les gains deviennent les gains invariants, et ce n'est que lorsque toutes les trajectoires sont revenues dans le

domaine D_{i0} que les gains correspondants au mode optimal sont appliqués [Zay 01]. Voir la figure (I-15) suivante:

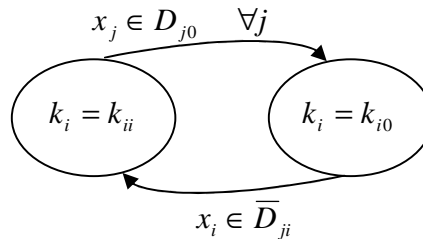


Figure I-15 : Automate de commande pour le système avec interconnexion.

I-8. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu que le caractère hybride d'un système peut provenir du système lui-même ou de sa commande. Quelques classifications de systèmes représentant le phénomène hybride ont été présentées en expliquant les interactions entre ces systèmes et en montrant les actions discrètes qui peuvent intervenir lors de l'évolution d'un système continu.

De différents formalismes hybrides déjà élaborés permettant de représenter ces classes de systèmes, et les modèles proposés sont en général constitués de graphes d'état représentant les modes associés à des systèmes d'équations différentielles, modélisant le comportement des parties continues d'une part, et d'autre part à des fonctions de saut traduisant les discontinuités de l'état continu lors des changements de modes.

On a pu repartir les modèles présentés en trois classes différentes :

- modèle à automate hybride utilisant les deux types de représentation ;
- modèle à interface qui est essentiellement basé principalement sur la représentation analytique ;
- modèle graphique utilisant un ensemble de réseaux de Petri hybride.

La modélisation de ces systèmes donne sur le plan théorique, des issues nouvelles pour les problèmes d'analyse par la redéfinition des propriétés classiques, telles que stabilité et contrôlabilité ainsi qu'au problème de commande, en élaborant des stratégies de contrôle plus appropriées. Ce dernier point (commande) a fait objet de la deuxième partie de ce chapitre, dont nous avons présenté quelques approches de commande des systèmes

hybrides, en se basant principalement sur la commande des systèmes interconnectés par la commande hybride, en régulant de façon optimale autour de l'origine, en minimisant un critère quadratique et en s'assurant que l'état de chaque système reste à l'intérieur d'un domaine défini par des contraintes sur l'état, en présence de perturbation. En premier lieu, la commande ne prendra pas en compte le système global, mais consiste simplement à concevoir des régulateurs locaux, puis, les adapter ensuite pour prendre en compte les interactions.

Chapitre II

Modélisation des Convertisseurs Multicellulaires

II-1. Introduction

Au cours de ce chapitre, nous allons aborder l'étude du convertisseur à deux et à trois cellules de commutation.

Des interrupteurs des différentes cellules sont commandés par les signaux de commande u_i valant 0 (respectivement 1) lorsque les interrupteurs sont bloqués (respectivement passant). L'objectif de ce chapitre est de définir ce que c'est « une cellule élémentaire de commutation », puis de déterminer différents modèles de cette dernière. Trois modèles représentant la cellule de commutation ont été représentés :

- Modèle instantané ;
- Modèle hybride ;
- Modèle aux valeurs moyennes.

II-2. Rappels sur les convertisseurs multicellulaires

a- Définition d'un convertisseur multicellulaire

Un convertisseur multicellulaire est réalisé en associant une série de cellules de commutation élémentaires [Car 96], [Aim 03], [Tac 98], [Gat 97], [Rou 04], [Lie 06], [Bet 02].

- Définition d'une cellule élémentaire de commutation

Un convertisseur statique assure et contrôle l'échange d'énergie entre deux sources en les reliant par l'intermédiaire de ces interrupteurs [Car 96].

Nous évoquons brièvement dans la partie qui suit, les trois règles d'interconnexion des sources et qui doivent impérativement être respectées.

Règles d'interconnexion de sources

- une source de tension ne doit jamais être court-circuitée mais elle peut être ouverte ;
- le circuit d'une source de courant ne doit jamais être ouvert mais il peut être court-circuité ;

- il ne faut jamais connecter entre elles deux sources de même nature ; cela revient à dire qu'on ne peut connecter entre elle qu'une source de courant et une source de tension.

Si maintenant nous considérons la configuration de base d'un convertisseur direct tension-courant suivante (figure II-1)

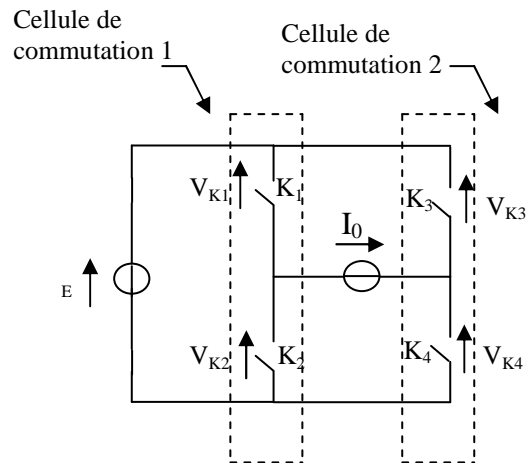


Figure II-1 : Configuration de base d'un convertisseur multicellulaire

- k1 et k3 soient fermés.
- k2 et k4 soient fermés.
- k1 et k4 ou k2 et k3 soient fermés.

Nous constatons que k1 et k2 (respectivement k3 et k4) ne sont jamais fermés simultanément. De plus le passage d'une configuration d'interrupteurs à une autre implique le changement d'état simultané et complémentaire des interrupteurs k1 et k2 ou k3 et k4 [Bet 02]. La paire d'interrupteurs (k1, k2) (respectivement (k3 et k4)) forme une cellule élémentaire de commutation.

De la figure II-1 on peut tirer aisément les équations électriques suivantes :

$$I_{k1} - I_{k2} = I_0 \quad (2.1)$$

$$V_{k1} + V_{k2} = E \quad (2.2)$$

Donc une cellule élémentaire de commutation se compose de deux interrupteurs reliés à un même pôle de la source de courant et commandés de façon complémentaire [Rou 04].

b- Principe d'un convertisseur multicellulaire

nous considérons deux interrupteurs de tenue en tension $\frac{E}{2}$ à la place d'un seul capable de supporter E , il est nécessaire de faire en sorte que la tension appliquée sur ces interrupteurs soit équilibrée à $\frac{E}{2}$.

Une solution consiste à insérer une source de tension comme indiquée sur la figure II-2 :

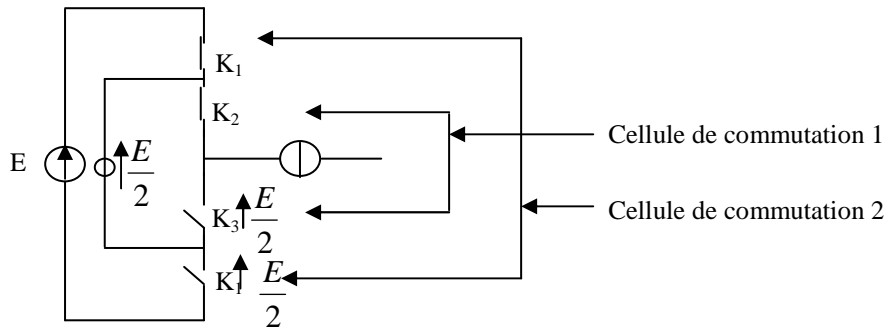


Figure II-2 : Bras de convertisseur multicellulaire à deux cellules de commutation.

Les deux cellules à commutation 1 et 2 sont dites imbriquées afin de respecter la règle d'interconnexion des sources interdisant de relier des sources de même nature, les couples (k1, k4) et (k2, k3) doivent obligatoirement former une cellule de commutation.

De plus, si la tension flottante délivre une tension égale à $\frac{E}{2}$, alors la répartition est équilibrée

[Gat 97]. En effet, $v_{cell1} = E - \frac{E}{2}$ et $v_{cell2} = \frac{E}{2}$.

II-2-a. Apparition des convertisseurs multicellulaires

L'apparition des convertisseurs multicellulaires séries date du début des années 90 [Ben 06], [Car 96]. Elle se trouve directement liée aux besoins grandissants de l'industrie en puissance commutée de plus en plus élevée.

Grâce aux développements des composants semi-conducteurs, une nouvelle structure de conversion a été développée et ceci dans le but d'augmenter la puissance traitée ; son principe est la mise en série de cellules de commutation afin de répartir la tension totale au niveau de chaque cellule et ainsi faire partager les contraintes en tension sur plusieurs composant semi conducteurs. On reste ainsi à des amplitudes de tension supportables par les interrupteurs de puissance.

II-2-b. Equilibrage naturel des tensions flottantes

Pour un bon fonctionnement d'un convertisseur, on doit s'assurer que les tensions aux bornes des condensateurs flottants soient équilibrées à leurs justes valeurs (figure II-3).

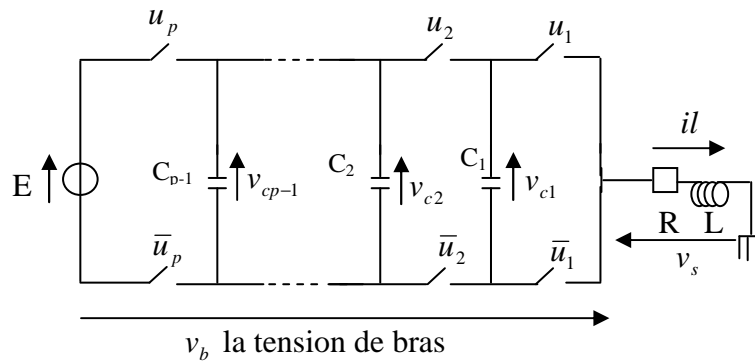


Figure II-3 : schéma représentant un convertisseur multicellulaire à \$p\$ cellules de commutation.

- La tension aux bornes du premier condensateur doit être égale à $\frac{E}{p}$.
- La tension aux bornes du deuxième condensateur doit être égale à $\frac{2E}{p}$
- ⋮
- La tension aux bornes du p^{eme} condensateur doit être égale à $(p-1)\frac{E}{p}$.

Cet équilibrage s'effectue naturellement. On peut remarquer que la tension de bras notée v_b et la combinaison linéaire de la tension de bus continue et des tensions flottantes $\{v_{c1}, v_{c2}, \dots, v_{cp-1}\}$ [Mey 97].

$$v_b(t) = \sum_{k=1}^{k=p-1} (u_k - u_{k+1}) \cdot v_{ck} + u_p \cdot E \quad (2.3)$$

u_k étant la fonction de connexion de la k^{eme} cellule.

Si au moins l'une des tensions v_{ck} diffère de $K\frac{E}{p}$, les niveaux intermédiaires que peut

atteindre la tension v_b ne sont plus exactement $\left\{ \frac{E}{p}, 2\frac{E}{p}, \dots, (p-1)\frac{E}{p} \right\}$ [Aim 03], [Mey 97],

[Bet 02].

II-3 Modélisation des convertisseurs à deux et à trois cellules de commutation

L'aspect modélisation dans l'étude d'une commande de convertisseurs statiques revêt un intérêt particulier. En effet, un convertisseur statique (multicellulaire ou non) possède des variables continues (généralement courant et/ou tension) mais aussi des variables discontinues (état des interrupteurs) [Sen 03]. Selon l'objectif tracé dans l'étude du système, on peut choisir une méthode de modélisation parmi celles, brièvement citées dans la partie qui suit.

- Les différents modèles de représentation possibles pour les convertisseurs multicellulaires

- 1- modèle directe ou instantané ;
- 2- modèle aux valeurs moyennes ;
- 3- modèle harmonique ;
- 4- modèle hybride.

En premier lieu, nous allons nous intéresser particulièrement dans notre étude, au modèle instantané car il représente fidèlement l'état de chacune des cellules du convertisseur ; il peut nous servir pour la validation des lois de commande que nous allons synthétiser.

Nous pouvons facilement remarquer que par leur aspect physique, les convertisseurs présentent, par la présence des variables discrètes et continues, un aspect hybride [Ben 06] ; il est tout à fait naturel d'opter, en deuxième lieu, pour la méthode hybride pour leur modélisation. En dernier lieu, nous modélisons un convertisseur à deux et à trois cellules de commutation par un modèle moyen, afin de lui appliquer une commande par retour d'état exact. Cette dernière sera abordée dans le chapitre suivant.

II-3-a. Modèle instantané d'un convertisseur multicellulaire

Pour un convertisseur à p cellules de commutation (voir figure II-4), le modèle instantané représentant son comportement, est sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv_{c1}}{dt} = \frac{1}{c_1} I_l (u_2 - u_1) \\ \frac{dv_{c2}}{dt} = \frac{1}{c_2} I_l (u_3 - u_2) \\ \vdots \\ \frac{dv_{cp-1}}{dt} = \frac{1}{c_{p-1}} I_l (u_p - u_{p-1}) \\ \frac{dI_l}{dt} = \frac{1}{L} I_l (v_s - RI_l) = \frac{1}{L} (\sum v_{celli} - RI_l) \end{array} \right. \quad (2.4)$$

Tel que :

$$v_{cell_i} = u_i (v_{c_i} - v_{c_{i-1}}) \quad (2.5)$$

D'où :

$$\begin{aligned} \frac{dI_l}{dt} &= \frac{1}{L} (u_1 v_{c1} + u_2 (v_{c2} - v_{c1}) + \dots + u_p (E - v_{cp-1}) - RI_l) \\ \frac{dI_l}{dt} &= \frac{1}{L} u_1 v_{c1} + \frac{1}{L} u_2 (v_{c2} - v_{c1}) + \dots + \frac{1}{L} u_{p-1} (v_{cp-1} - v_{cp-2}) + \frac{1}{L} u_p (E - v_{cp-1}) - \frac{R}{L} I_l \end{aligned} \quad (2.6)$$

II-3-a-1. Modèle instantané pour un convertisseur à deux cellules de commutation

Soit le convertisseur à deux cellules de commutation avec une charge RL , montré par la figure suivante :

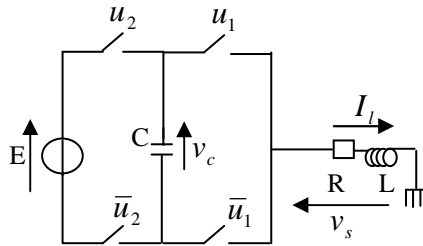


Figure II-4 : Convertisseur à deux cellules de commutation.

Son modèle instantané est donné par le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv_c}{dt} = \frac{1}{c} (u_2 - u_1) I_l \\ \frac{dI_l}{dt} = -\frac{R}{L} I_l + \frac{1}{L} v_c u_1 + \frac{1}{L} u_2 (E - v_c) \end{array} \right. \quad (2.7)$$

II-3-a-2. Modèle instantané pour un convertisseur à trois cellules de commutation

Le convertisseur à trois cellules de commutation avec une charge RL est schématisé dans la figure suivante :

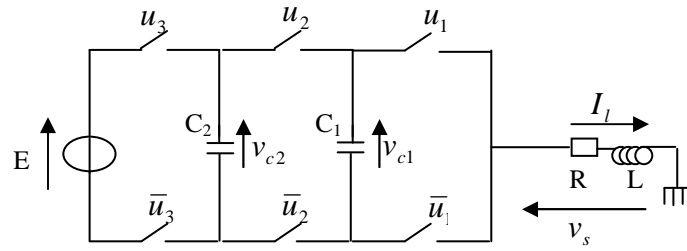


Figure II-5 : Convertisseur à trois cellules de commutation.

Le modèle instantané de ce convertisseur est donné par le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} \frac{dv_{c1}}{dt} = \frac{1}{c_1}(u_2 - u_1)I_l \\ \frac{dv_{c2}}{dt} = \frac{1}{c_2}(u_3 - u_2)I_l \\ \frac{dI_l}{dt} = -\frac{R}{L}I_l + \frac{1}{L}v_c u_1 + \frac{1}{L}u_2(v_{c2} - v_{c1}) + \frac{1}{L}u_3(E - v_{c2}) \end{cases} \quad (2.8)$$

II-3-b. Modèle hybride d'un convertisseur multicellulaire

Le convertisseur multicellulaire représente l'aspect hybride, car pour chaque état de la cellule de commutation, une dynamique continue est considérée. Nous allons représenter dans cette partie une modélisation par automate hybride d'un convertisseur à deux et à trois cellules de commutation. Pour cela, nous allons utiliser le formalisme suivant :

Soit le modèle hybride décrit par le septuple $H = \{Q, X, Init, f, X_q, E, G\}$ [ben 06].

tel que:

- $Q = \{q_1, q_2, q_3, \dots\}$ est l'ensemble des états discrets,
- $X = \mathfrak{R}^n$ la variété des états continus,
- $Init \subset Q \times X$ est l'ensemble des états initiaux possibles,
- $f(.,.): Q \times X \rightarrow \mathfrak{R}^n$ est le champs de vecteur associé a chaque état discret,
- $X_q : Q \rightarrow P(x)$ associe un domaine invariant pour l'état discret q ,
- $E \subset Q \times Q$ est l'ensemble des transitions possibles dans l'automate,
- $G : E \rightarrow 2^x$ les contraintes dans le domaine continu pour valider une transition $e \in E$, G est aussi appelé ensemble de garde,
- $R : G(e) \rightarrow P(x)$ est la relation de réinitialisation des variables continues lors d'une transition discrète.

II-3-b-1. Modèle hybride d'un convertisseur à deux cellules de commutation

Les interrupteurs de chaque cellule sont considérés idéaux, le comportement peut être représenté par 0 (respectivement 1) lorsqu'il est bloqué (respectivement passant), qui représente les variables discrètes du système. A rappeler que u_1 et \bar{u}_1 sont complémentaires, ainsi que u_2 et \bar{u}_2 .

Nous remarquons que la combinaison des états de ces deux interrupteurs nous donne quatre modes distincts qui sont $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$.

Où chaque mode est défini sur l'espace d'état $X_{q_i} = \mathfrak{R}^2, \forall q_i \in Q$; dont la dynamique continue peut être décrite par un système d'équations différentielles linéaires sous la forme :

$$\dot{x} = A(q)x + b(q) \tag{2.9}$$

Le vecteur d'état est $x = (x_1, x_2)^T$ représentant respectivement la tension v_c aux bornes du condensateurs et I_l le courant circulant dans la charge RL .

On peut donner la dynamique pour chaque mode comme suit :

-Mode 1 (figure II-6) : $q = q_1$ avec ($u_1 = 1$ et $u_2 = 0$)

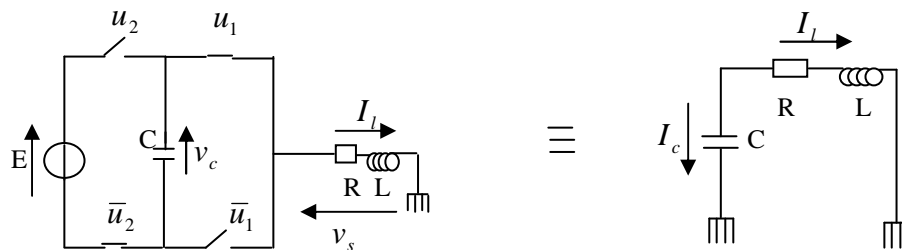


Figure II-6 : Schéma représentant le convertisseur au mode 1.

Les équations dynamiques des variables continues sont données par :

$$\dot{x}_{q1} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} x \tag{2.10}$$

-Mode 2 (figure II-7) : $q = q_2$ ($u_1 = 1, u_2 = 1$).

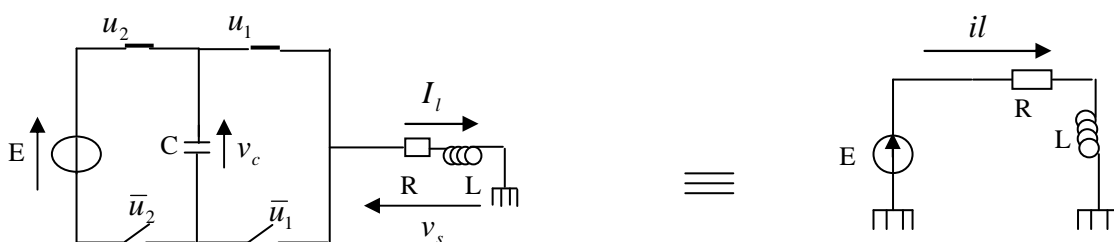


Figure II-7 : Schéma représentant le convertisseur au mode 2.

La dynamique des variables continues est donnée par :

$$\dot{x}_{q2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{E}{L} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

- **Mode 3 (figure II-8) :** $q = q_3$ ($u_1 = 0, u_2 = 1$)

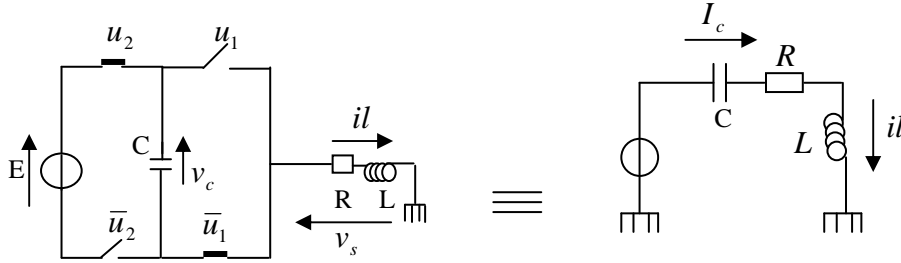


Figure II-8 : Schéma représentant le convertisseur au mode 3.

La dynamique des variables continues est donnée par :

$$\dot{x}_{q3} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{E}{L} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

- **Mode 4 (figure II-9):** $q = q_4$ ($u_1 = 0, u_2 = 0$)

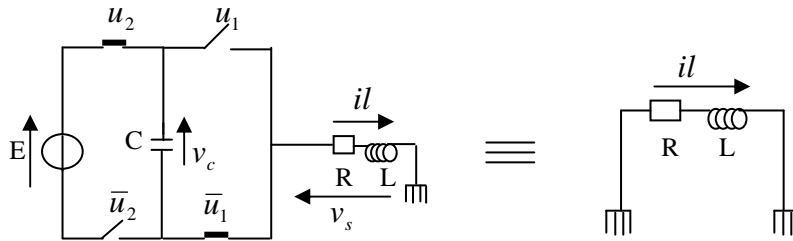


Figure II-9 : Schéma représentant le convertisseur au mode 4.

Les équations dynamiques des variables continues sont données par :

$$\dot{x}_{q4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} x \quad (2.13)$$

Les conditions d'invariance pour chaque mode sont les suivantes :

$$X(q_1) = \left\{ x \in \mathfrak{R}^2 : \left[(v_c > v_{cref} + \varepsilon) \wedge (I_{\min} < I_l < I_{\max}) \right] \vee \left[(|v_c - v_{cref}| \leq \varepsilon) \wedge (|I_l - I_{ref}| \leq \Delta i) \right] \right\}$$

$$X(q_2) = \left\{ x \in \mathfrak{R}^2 : \left[(|v_c - v_{cref}| < \varepsilon) \wedge (I_l < I_{ref} - \Delta i) \right] \vee [I_l \leq I_{\min}] \right\}$$

$$X(q_3) = \left\{ x \in \mathfrak{R}^2 : \left[(v_c < v_{cref} - \varepsilon) \wedge (I_{\min} < I_l < I_{\max}) \right] \vee \left[(|v_c - v_{cref}| \leq \varepsilon) \wedge (|I_l - I_{ref}| \leq \Delta i) \right] \right\}$$

$$X(q_4) = \{x \in \mathfrak{R}^2 : (|v_c - v_{cref}| < \varepsilon) \wedge (I_l > I_{ref} - \Delta i) \vee [I_l \geq I_{max}]\}.$$

Et les ensembles de garde sont définis par :

$$E = \{(q_1, q_2), (q_2, q_1), (q_3, q_4), (q_4, q_3), (q_1, q_4), (q_4, q_1), (q_2, q_3), (q_3, q_2)\}$$

Les conditions de transitions sont définies par les transitions possibles entre les différents modes.

$$G(q_2, q_1) = \{x \in \mathfrak{R}^2 : [v_c \geq v_{cref} + \varepsilon] \wedge [I_{min} < I_l < I_{ref} + \Delta i]\}$$

$$G(q_1, q_2) = \{x \in \mathfrak{R}^2 : [(v_c < v_{cref} + \varepsilon) \wedge (I_{min} < I_l < I_{ref} + \Delta i)] \vee [(v_c > v_{cref} + \varepsilon) \wedge (I_l \leq I_{min})]\}$$

$$G(q_2, q_3) = \{x \in \mathfrak{R}^2 : [v_c < v_{cref} - \varepsilon] \wedge [I_{min} < I_l < I_{ref} + \Delta i]\}$$

$$G(q_3, q_2) = \{x \in \mathfrak{R}^2 : [(v_c > v_{cref} - \varepsilon) \wedge (I_{min} < I_l < I_{ref} + \Delta i)] \vee [(v_c < v_{cref} - \varepsilon) \wedge (I_l \leq I_{min})]\}$$

$$G(q_1, q_4) = \{x \in \mathfrak{R}^2 : [(v_c < v_{cref} + \varepsilon) \wedge (I_{ref} - \Delta i < I_l < I_{max})] \vee [(v_c > v_{cref} + \varepsilon) \wedge (I_l \geq I_{max})]\}$$

$$G(q_4, q_1) = \{x \in \mathfrak{R}^2 : [(v_c > v_{cref} + \varepsilon) \wedge (I_{ref} - \Delta i < I_l < I_{max})]\}$$

$$G(q_4, q_3) = \{x \in \mathfrak{R}^2 : [(v_c < v_{cref} - \varepsilon) \wedge (I_{ref} - \Delta i < I_l < I_{max})]\}$$

$$G(q_3, q_4) = \{x \in \mathfrak{R}^2 : [(v_c > v_{cref} - \varepsilon) \wedge (I_{ref} - \Delta i < I_l < I_{max})] \vee [(v_c < v_{cref} - \varepsilon) \wedge (I_l \geq I_{max})]\}$$

Les transitions $G(q_1, q_3), G(q_3, q_1), G(q_2, q_4), G(q_4, q_2)$ ne sont pas autorisées car elles ne respectent pas les règles d'adjacence.

Les conditions initiales sont :

$$Init = \{q_2\} \times \{x \in \mathfrak{R}^2 : (v_c < v_{cref} - \varepsilon) \wedge (I_l < I_{min})\}$$

L'automate hybride peut être représenté par le graphe suivant :

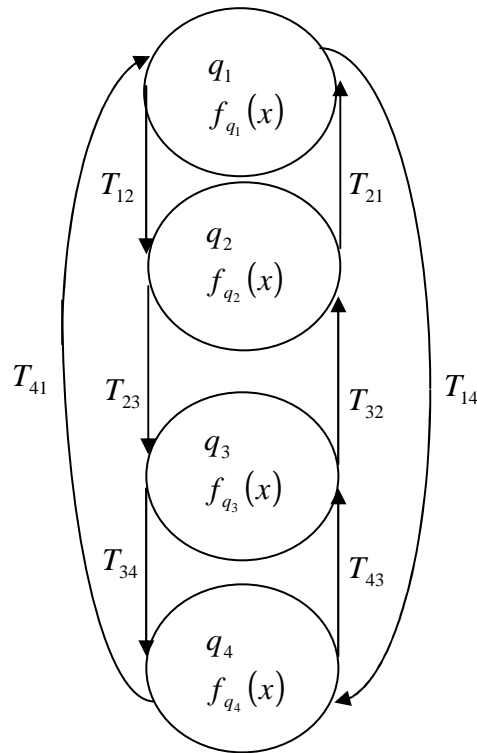


Figure II-10 : Représentation graphique de l'automate hybride du convertisseur à deux cellules de commutation.

II-3-b-1-1. Simulation

Les simulations sont faites avec Matlab/Simulink/Stateflow, version 7.3. L'objectif de ces simulations est de montrer la poursuite de la tension flottante et le courant de charge vers leurs valeurs de références, ainsi que la visualisation des trois niveaux $\left\{0, \frac{E}{2}, E\right\}$ de la tension de sortie.

Les valeurs numériques des paramètres du convertisseur sont données par les valeurs suivantes :

$$L = 0.5mH, R = 10\Omega, c = 40\mu F, E = 1500V, v_{cref} = \frac{E}{2}V, I_{ref} = 60A.$$

II-3-b-1-2. Résultats de simulation

Nous remarquons à partir des figures respectives (II-11a) et (II-11b) que la tension flottante v_c et le courant de charge I_l convergent vers leur valeur de référence. La figure (II-13) montre l'évolution de la tension de sortie qui atteint les trois niveaux de tension et celles de (II-14a) et (II-14b) montrent aussi l'évolution des commandes u_1 et u_2 et (II-13) celle des transitions Q.

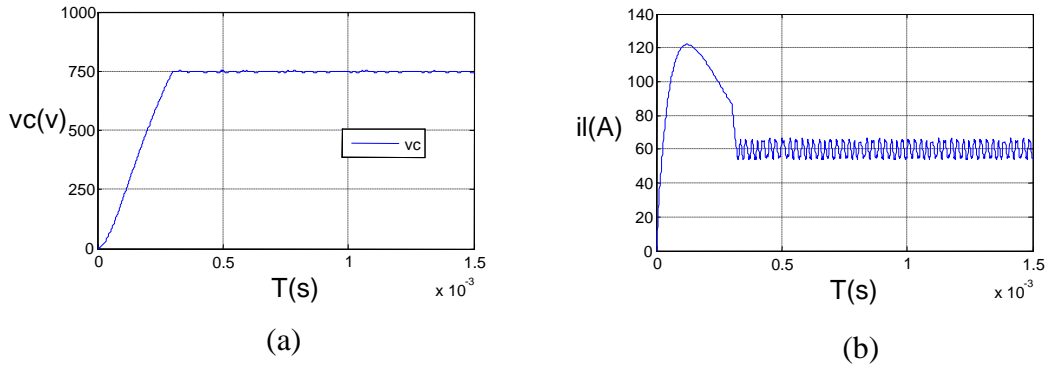


Figure II-11: Evolution de la tension flottante v_c et du courant de charge I_l vers leur valeur de référence.

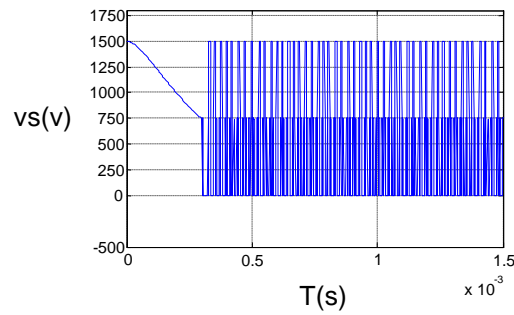


Figure II-12 : Evolution de la tension de sortie v_s .

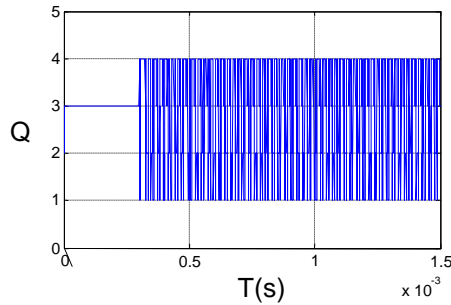


Figure II-13 : Evolution des transitions Q .

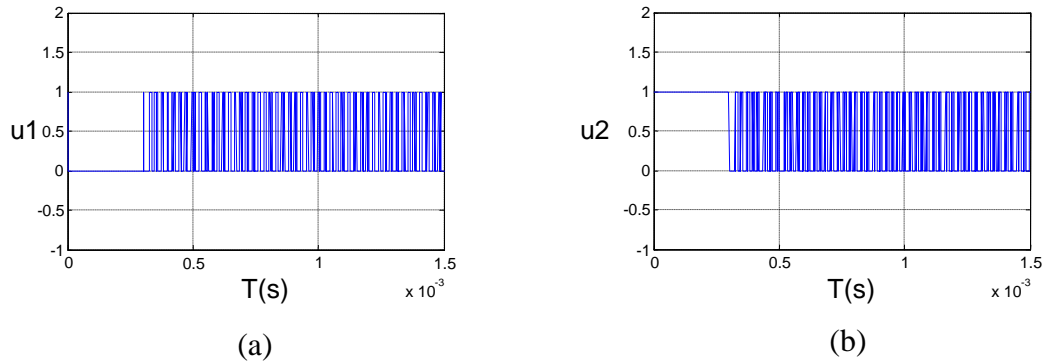


Figure II-14 : Evolution des états des commandes u_1 et u_2 .

II-3-b-2. Modèle hybride d'un convertisseur à trois cellules de commutation

Soit le convertisseur à trois cellules de commutation, représenté dans la figure suivante :

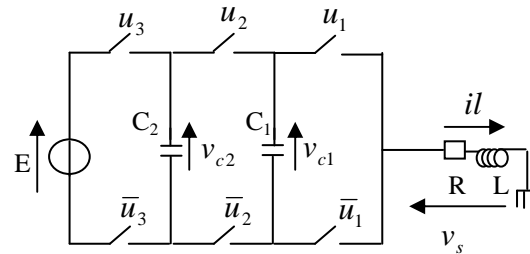


Figure II-15: Schéma du convertisseur à trois cellules de commutation.

Comme le convertisseur à deux cellules de commutation, la combinaison des deux états des interrupteurs nous donne 2^3 modes distincts et qui sont :

$$Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8\}$$

Où chaque mode est défini sur l'espace d'état $X_{q_i} = \mathcal{R}^2$, $\forall q_i \in Q$, dans chaque mode, la dynamique continue peut être décrite par un système d'équations différentielles linéaires sous la forme (2.9).

Le vecteur d'état $x(x_1, x_2, x_3)^T$ représente respectivement la tension flottante aux bornes du premier condensateur v_{c1} , la tension flottante aux bornes du second condensateur v_{c2} et le courant de charge I_l .

Nous donnons la dynamique du condensateur dans chaque mode comme suit :

Mode q_1 (figure II-16) : $u_1 = 0, u_2 = 0, u_3 = 0$

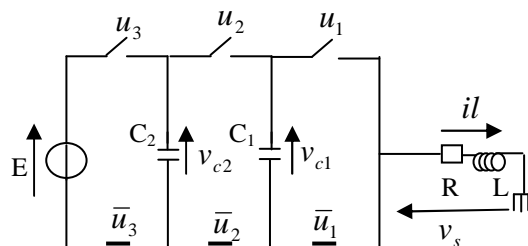


Figure II-16 : Schéma du convertisseur dans le mode q_1 .

La dynamique des variables continues pour le mode 1 peut être donnée comme suit :

$$\dot{x}_{q1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} x \quad (2.14)$$

Mode q_2 (figure II-17): $u_1 = 1, u_2 = 0, u_3 = 0$

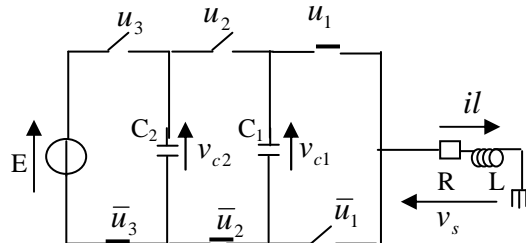


Figure II-17 : Schéma du convertisseur dans le mode q_2 .

La dynamique des variables continues est donnée par :

$$\dot{x}_{q2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{c_1} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} x \quad (2.15)$$

Mode q_3 (figure II-18): $u_1 = 1, u_2 = 1, u_3 = 0$

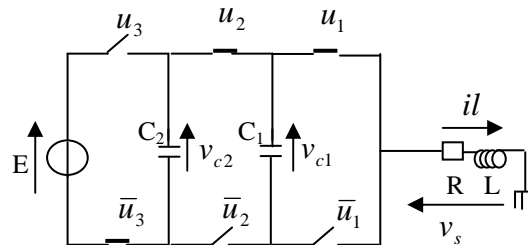


Figure II-18: Schéma du convertisseur dans le mode q_3 .

La dynamique des variables continues peut être donnée comme suit :

$$\dot{x}_{q3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{c_2} \\ 0 & \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} x \quad (2.16)$$

Mode q_4 (figure II-19): $u_1 = 0, u_2 = 1, u_3 = 0$

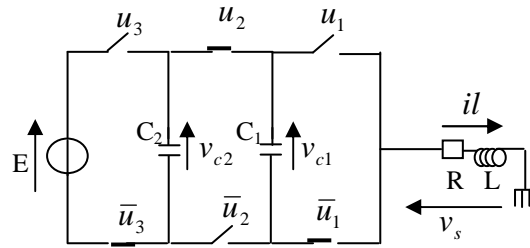


Figure II-19: Schéma du convertisseur dans le mode q_4 .

La dynamique des variables continues peut être donnée comme suit :

$$\dot{x}_{q_4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{c_1} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{c_2} \\ -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} x \tag{2.17}$$

Mode q_5 (figure II-20): $u_1 = 0, u_2 = 1, u_3 = 1$

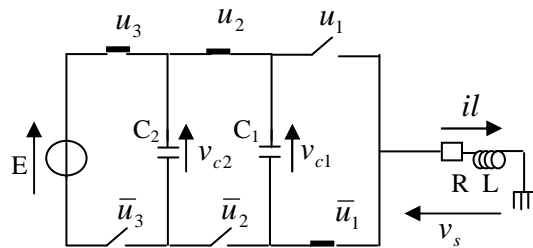


Figure II-20: Schéma du convertisseur dans le mode q_5 .

La dynamique des variables continues peut être donnée comme suit :

$$\dot{x}_{q_5} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{c_1} \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{L} & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{E}{L} \end{bmatrix} \tag{2.18}$$

Mode q_6 (figure II-21): $u_1 = 0, u_2 = 0, u_3 = 1$

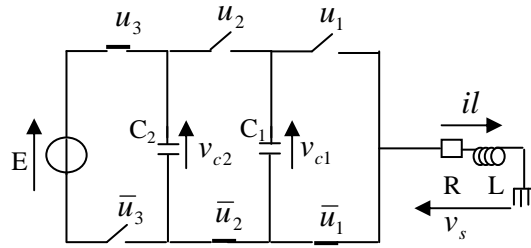


Figure II-21: Schéma du convertisseur dans le mode q_6 .

La dynamique des variables continues peut être donnée comme suit :

$$\dot{x}_{q_6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{c_2} \\ 0 & -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{E}{L} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Mode q_7 (figure II-22): $u_1 = 1, u_2 = 0, u_3 = 1$

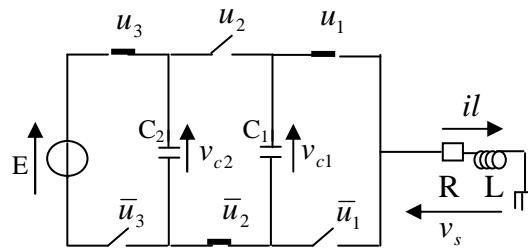


Figure II-22: Schéma du convertisseur dans le mode q_7 .

La dynamique des variables continues peut être donnée comme suit :

$$\dot{x}_{q_7} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{c_1} \\ 0 & 0 & \frac{1}{c_2} \\ \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{E}{L} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Mode q_8 (figure II-23): $u_1 = 1, u_2 = 1, u_3 = 1$

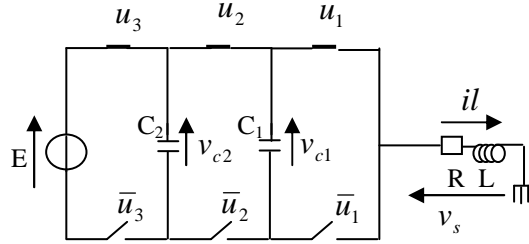


Figure II-23: Schéma du convertisseur dans le mode q_8 .

La dynamique des variables continues peut être donnée comme suit :

$$\dot{x}_{q_8} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{E}{L} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

On définit les conditions de transition entre les modes en essayant de maintenir les tensions flottantes et le courant de charge autour des valeurs de références.

$$G(q_1, q_2) = \{x \in \mathfrak{R}^3 : [(I < I_{ref} - \Delta i) \wedge (v_{c1} > v_{c1ref}) \wedge (v_{c2} > v_{c2ref})]\}$$

$$G(q_2, q_1) = \{x \in \mathfrak{R}^3 : [(I > I_{ref} + \Delta i)]\}$$

$$G(q_1, q_4) = \{x \in \mathfrak{R}^3 : [(I < I_{ref} - \Delta i) \wedge (v_{c1} < v_{c1ref}) \wedge (v_{c2} > v_{c2ref})]\}$$

$$G(q_4, q_1) = \{x \in \mathfrak{R}^3 : [(I > I_{ref} + \Delta i)]\}$$

$$G(q_1, q_6) = \{x \in \mathfrak{R}^3 : [(I < I_{ref} - \Delta i) \wedge (v_{c1} > v_{c1ref}) \wedge (v_{c2} < v_{c2ref})] \vee$$

$$[(I < I_{ref} - \Delta i) \wedge (v_{c1} < v_{c1ref}) \wedge (v_{c2} < v_{c2ref})]\}$$

$$G(q_6, q_1) = \{x \in \mathfrak{R}^3 : [(I > I_{ref}) \wedge (v_{c2} > v_{c2ref})]\}$$

$$G(q_2, q_3) = \{x \in \mathfrak{R}^3 : [(I < I_{ref} + \Delta i) \wedge (v_{c1} < v_{c1ref} - \varepsilon) \wedge (v_{c2} > v_{c2ref} + \varepsilon)]\}$$

$$G(q_3, q_2) = \{x \in \mathfrak{R}^3 : [(I > I_{ref}) \wedge (v_{c1} > v_{c1ref}) \wedge (v_{c2} < v_{c2ref} - \varepsilon)]\}$$

$$G(q_2, q_7) = \{x \in \mathfrak{R}^3 : [(I < I_{ref} + \Delta i) \wedge (v_{c1} < v_{c1ref} - \varepsilon) \wedge (v_{c2} < v_{c2ref} - \varepsilon)]\}$$

$$G(q_7, q_2) = \{x \in \mathfrak{R}^3 : [(v_{c2} > v_{c2ref} + \varepsilon)]\}$$

$$G(q_4, q_3) = \{x \in \mathfrak{R}^3 : [(I < I_{ref} + \Delta i) \wedge (v_{c1} > v_{c1ref} + \varepsilon) \wedge (v_{c2} > v_{c2ref})] \vee$$

$$[(I < I_{ref} + \Delta i) \wedge (v_{c1} > v_{c1ref}) \wedge (v_{c2} < v_{c2ref} - \varepsilon)]\}$$

$$G(q_3, q_4) = \{x \in \mathfrak{R}^3 : [(I < I_{ref} + \Delta i) \wedge (v_{c1} < v_{c1ref} - \varepsilon) \wedge (v_{c2} > v_{c2ref} + \varepsilon)]\}$$

$$G(q_4, q_5) = \{x \in \mathfrak{R}^3 : [(I < I_{ref} + \Delta i) \wedge (v_{c1} > v_{c1ref} + \varepsilon) \wedge (v_{c2} < v_{c2ref})] \vee$$

$$[(I < I_{ref} + \Delta i) \wedge (v_{c1} < v_{c1ref}) \wedge (v_{c2} < v_{c2ref} + \varepsilon)]\}$$

$$G(q_5, q_4) = \{x \in \mathfrak{R}^3 : [(I > I_{ref}) \wedge (v_{c1} > v_{c1ref} + \varepsilon) \wedge (v_{c2} > v_{c2ref} + \varepsilon)] \vee$$

$$\begin{aligned}
& \{ \{ I < I_{ref} + \Delta i \} \wedge (v_{c1} > v_{c1ref} + \mathcal{E}) \wedge (v_{c2} > v_{c2ref} + \mathcal{E}) \} \\
G(q_3, q_8) &= \{ x \in \mathfrak{R}^3 : [(I > I_{ref}) \wedge (v_{c1} < v_{c1ref}) \wedge (v_{c2} < v_{c2ref} - \mathcal{E})] \vee \\
& \{ \{ I < I_{ref} \} \wedge (v_{c2} < v_{c2ref} - \Delta i) \} \} \\
G(q_8, q_3) &= \{ x \in \mathfrak{R}^3 : [(I > I_{ref} + \Delta i) \wedge (v_{c2} > v_{c2ref})] \vee \\
& \{ \{ I < I_{ref} - \Delta i \} \wedge (v_{c1} > v_{c1ref}) \wedge (v_{c2} > v_{c2ref}) \} \} \\
G(q_6, q_7) &= \{ x \in \mathfrak{R}^3 : [(v_{c1} > v_{c1ref} + \mathcal{E}) \wedge (v_{c2} > v_{c2ref})] \} \\
G(q_7, q_6) &= \{ x \in \mathfrak{R}^3 : [(v_{c1} < v_{c1ref} - \mathcal{E}) \wedge (v_{c2} < v_{c2ref})] \} \\
G(q_6, q_5) &= \{ x \in \mathfrak{R}^3 : [(I < I_{ref}) \wedge (v_{c2} > v_{c2ref} + \mathcal{E})] \} \\
G(q_5, q_6) &= \{ x \in \mathfrak{R}^3 : [(v_{c1} > v_{c1ref} + \mathcal{E}) \wedge (v_{c2} < v_{c2ref})] \} \\
G(q_7, q_8) &= \{ x \in \mathfrak{R}^3 : [(v_{c1} < v_{c1ref} + \mathcal{E}) \wedge (v_{c2} > v_{c2ref})] \} \\
G(q_8, q_7) &= \{ x \in \mathfrak{R}^3 : [(I > I_{ref} + \Delta i) \wedge (v_{c1} > v_{c1ref}) \wedge (v_{c2} < v_{c2ref})] \vee \\
& \{ \{ I < I_{ref} + \Delta i \} \wedge (v_{c1} > v_{c1ref}) \wedge (v_{c2} < v_{c2ref}) \} \} \\
G(q_5, q_8) &= \{ x \in \mathfrak{R}^3 : [(v_{c1} > v_{c1ref} + \mathcal{E}) \wedge (v_{c2} > v_{c2ref})] \} \\
G(q_8, q_5) &= \{ x \in \mathfrak{R}^3 : [(I < I_{ref} - \Delta i) \wedge (v_{c1} < v_{c1ref})] \vee \\
& \{ \{ I > I_{ref} + \Delta i \} \wedge (v_{c1} < v_{c1ref}) \wedge (v_{c2} < v_{c2ref}) \} \}
\end{aligned}$$

Ces conditions de transition permettent aux valeurs de tensions flottantes v_{c1} et v_{c2} et le courant de charge I_l , de converger vers leurs valeurs de références et ceci en délimitant leurs trajectoires par les bandes suivantes :

$$v_{c1ref} - \mathcal{E} < v_{c1} < v_{c1ref} + \mathcal{E}, \quad v_{c2ref} - \mathcal{E} < v_{c2} < v_{c2ref} + \mathcal{E}, \quad I_{ref} - \Delta i < I_l < I_{ref} + \Delta i$$

Les conditions initiales du système sont définies par :

$$Init = \{q_8\} \times \{x \in \mathfrak{R}^3 : (I_l < I_{ref} - \Delta i) \wedge (v_{c1} < v_{c1ref} - \mathcal{E}) \wedge (v_{c2} < v_{c2ref} - \mathcal{E})\}$$

L'automate hybride du convertisseur peut être représenté par le schéma suivant :

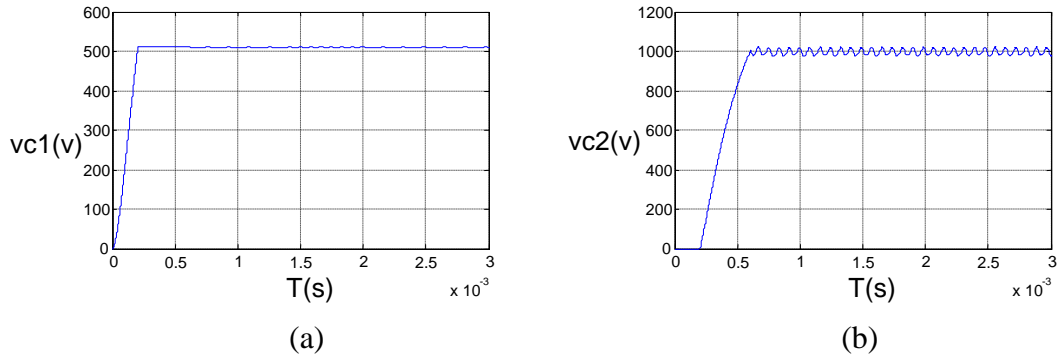


Figure II-25: Evolution des tensions flottantes v_{c1} et v_{c2} vers leurs valeurs de référence.

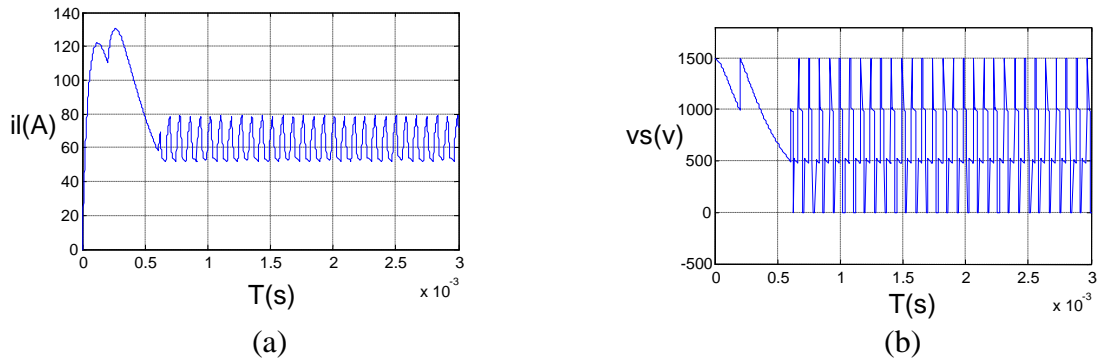


Figure II-26: Evolution du courant de charge I_l vers sa valeur de référence et de la tension de sortie v_s .

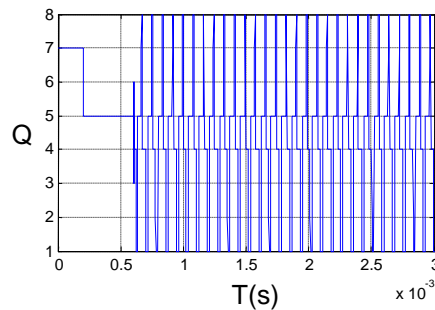


Figure II-27: Evolution des transitions $Q(t)$.

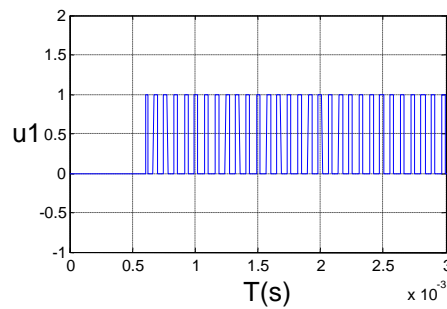


Figure II-28: Evolution de la commande $u1$.

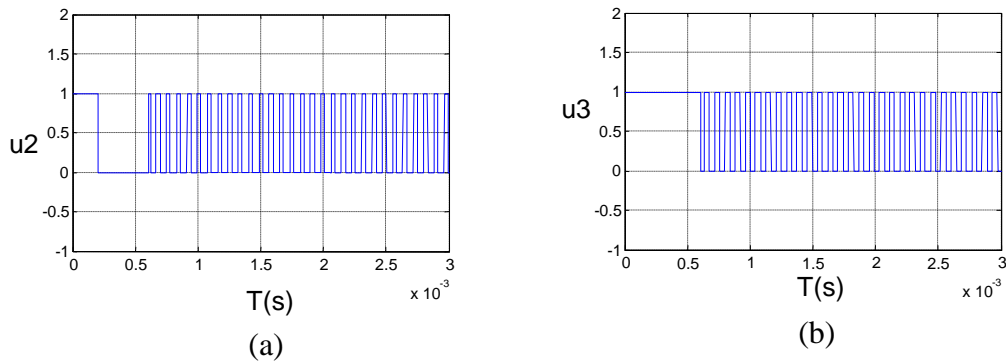


Figure II-29: Evolution des commandes.

II-4. Représentation aux valeurs moyennes d'un convertisseur multicellulaire

La représentation aux valeurs instantanées d'un convertisseur représente l'évolution des états du système à chaque instant. L'inconvénient de ce modèle est qu'il est discontinu puisque avec les hypothèses proposées (interrupteurs parfaits), l'état des cellules passe de 0 à 1 en un temps nul [Car 96].

Pour éviter ce problème, nous procéderons par la représentation aux valeurs moyennes des états des systèmes, en supposant faible la période de découpage par rapport aux constantes de temps mises en jeu dans le système.

Nous utiliserons comme grandeurs qui représenteront les courants, les tensions et les états des cellules (commandes), leurs valeurs moyennes sur une période de découpage [Tac 98], [bens 01], [Gat 97].

Ainsi on posera :

$$\begin{aligned} \alpha_i(t) &= \langle u_i(t) \rangle \\ x_i = V_{ci}(t) &= \langle v_{ci}(t) \rangle \\ x_n = I_l(t) &= \langle i_l(t) \rangle \end{aligned} \quad \text{tel que } \begin{cases} \alpha_i \in [0, \dots, 1] \\ i = 1, \dots, n-1, n \end{cases}$$

Et $(\langle u_i(t) \rangle, \langle v_{ci}(t) \rangle, \langle i_l(t) \rangle)$ sont les valeurs moyennes sur une période de découpage de (u_i, v_{ci}, I_l) .

Avec :

$$\alpha_i(t) = \frac{1}{T_d} \int_0^{T_d} u_i(t) dt \quad (2.22)$$

Le comportement aux valeurs moyennes d'un hacheur multicellulaires séries peut être décrit par le système d'équations suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{dV_{c_i}(t)}{dt} &= \frac{1}{c_i} I_l(t) [\alpha_{i+1} - \alpha_i] \\ \frac{dI_l}{dt} &= \frac{1}{L} \alpha_1 V_{c_1} + \frac{1}{L} \alpha_2 (V_{c_2} - V_{c_1}) + \dots + \frac{1}{L} \alpha_{p-1} (V_{c_{p-1}} - V_{c_{p-2}}) + \frac{1}{L} \alpha_p (E - V_{c_{p-1}}) - \frac{R}{L} I_l \end{aligned} \quad (2.23)$$

Avec p le nombre de cellules.

Le système peut être donc représenté sous la forme d'un modèle affine non linéaire donné par l'équation ci-dessous basée sur les grandeurs moyennes du système:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) u_i \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.24)$$

$$\text{Tel que : } x = [x_1, x_2, \dots, x_n] = [V_{c_1}, V_{c_2}, \dots, V_{c_{p-1}}, I_l], \quad u = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_m \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad y = \begin{bmatrix} y \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$$

Sont respectivement les vecteurs d'état, d'entrée et de sortie.

Cette représentation nous montre bien que le système est non linéaire mais aussi que les non linéarités qui interviennent sont simplement dues au couplage des commandes, nous pourrions donc appliquer sur ce modèle une méthode de linéarisation entrée/sortie [Tac 98], [bens 01], [Gat 97], [Gup 05].

II-4-a. Application à un convertisseur à trois cellules de commutation

Le modèle du convertisseur peut donc être représenté sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{R}{L} x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{x_3}{c_1} & \frac{x_3}{c_1} & \\ & -\frac{x_3}{c_2} & \frac{x_3}{c_2} \\ \frac{x_1}{L} & \frac{x_2 - x_1}{L} & \frac{E - x_2}{L} \end{bmatrix} \times u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.25)$$

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T = [v_{c_1}, v_{c_2}, I_l]^T, \quad u = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$$

Qui sont respectivement les vecteurs d'état, d'entrée et de sortie.

En mettant :

$$f(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{Rx_3}{L} \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} -\frac{x_3}{c_1} & \frac{x_3}{c_1} & 0 \\ 0 & -\frac{x_3}{c_2} & -\frac{x_3}{c_2} \\ \frac{x_1}{L} & \frac{x_2 - x_1}{L} & \frac{E - x_2}{L} \end{bmatrix}, \quad y = h(x) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Le convertisseur à trois cellules de commutation est un système non linéaire multivariable, qui peut donc être représenté sous la forme (2.24).

f , g et h sont des vecteurs de champs de vecteur lisses. Sous une forme plus compacte, le système peut être mis sous la forme suivante :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (2.26)$$

II-4-b. Application à un convertisseur à deux cellules de commutation

Le modèle du convertisseur peut donc être représenté sous la forme suivante :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{R}{L}x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{x_2}{c} & \frac{x_2}{c} \\ \frac{x_1}{L} & \frac{E - x_1}{L} \end{bmatrix} \times u \quad (2.27)$$

Tel que : $x = [x_1 \quad x_2]^T = [v_c, I_l]^T$, $u = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}$ et $y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$

Qui sont respectivement les vecteurs d'état, d'entrée et de sortie.

En mettant :

$$f(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{R}{L}x_3 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} -\frac{x_2}{c} & \frac{x_2}{c} \\ \frac{x_1}{L} & \frac{E - x_1}{L} \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Le convertisseur à trois cellules de commutation peut être représenté sous la forme du système d'équation (2.24) est donc un système non linéaire multivariable.

f , g et h sont des vecteurs de champs de vecteur lisses. Sous une forme plus compacte, le système peut être mis sous la forme (2.26).

II-5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons représenté le convertisseur à deux et à trois cellules de commutation par trois modèles, à savoir le modèle instantané car il représente fidèlement l'état de chacune des cellules, le modèle hybride car le convertisseur représente l'aspect hybride, et le modèle moyen pour régler le problème du passage de 0 à 1 des états des interrupteurs en un temps nul (vu que les interrupteurs sont considérés parfaits), qui est posé lors de la modélisation aux valeurs instantanées. Les simulations du système, modélisé par l'automate hybride, montrent que la tension flottante et le courant de charge évoluent et croient jusqu'à se stabiliser autour de leurs valeurs de référence.

Chapitre III

Commande des Convertisseurs Multicellulaires

III-1. Introduction

Ce chapitre est consacré à la commande des convertisseurs multicellulaires séries à structure hacheur. Deux commandes sont appliquées à un convertisseur à deux et à trois cellules de commutation, à savoir, la commande par mode de glissement et la commande par retour d'état. Un réglage par mode de glissement, que nous représentons par un automate hybride, est aussi appliqué au convertisseur à deux cellules de commutation.

III -2. Commande par mode de glissement d'un convertisseur à deux cellules de commutation

III-2-a. Concept général de la commande par mode de glissement

De part son fonctionnement, le convertisseur est considéré comme un système à structure variable et la caractéristique principale de ces systèmes, est que leurs lois de commande se modifient d'une manière discontinue, donc il est plus adéquat d'appliquer une commande à structure variable (commande par mode de glissement).

La commutation de la commande s'effectue en fonction des variables d'état, utilisées pour créer une "variété" ou "hypersurface" dite de glissement, dont le but est de forcer la dynamique du système de correspondre avec celle définie par l'équation de l'hypersurface.

Quand l'état est maintenu sur cette hypersurface, le système est dit en régime glissant. Ainsi, tant que les conditions de glissement sont assurées, la dynamique du système reste insensible aux variations de paramètres du processus, aux erreurs de modélisation et à certaines perturbations.

- Conception de la commande par mode de glissement

La commande par mode de glissement comporte deux parties : une partie continue représentant la dynamique du système durant le mode glissant et une autre, discontinue représentant la dynamique du système durant le mode de convergence ; cette

dernière est importante dans la commande non linéaire car elle a pour rôle d'éliminer les effets d'imprécision et des perturbations sur le modèle [Bou 91].

La conception de la commande peut être effectuée en trois étapes principales très dépendantes l'une de l'autre :

- Choix de la surface ;
- L'établissement des conditions d'existence ;
- Détermination de la loi de commande.

a- Choix de la surface de glissement

Le choix de la surface de glissement concerne le nombre et la forme des fonctions nécessaires. Ces deux facteurs dépendent de l'application et de l'objectif visé.

Pour un système défini par l'équation (3.1), le vecteur de surface δ a la même dimension que le vecteur de commande u .

$$\dot{x} = A(x, t)x + B(x, t)u \quad (3.1)$$

La surface de glissement est une fonction scalaire telle que la variable à régler glisse sur cette surface et tend vers l'origine du plan de phase [Zah 00].

La forme non linéaire est une fonction de l'erreur sur la variable à réguler x , elle est donnée par :

$$\delta(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{r-1} e(x) \quad (3.2)$$

Avec :

$e(t)$: L'écart entre la variable à régler et sa référence.

λ : Une constante positive.

r : Le degré relatif, il représente le nombre de fois qu'il faut dériver la surface pour faire apparaître la commande.

L'expression de la surface est une équation différentielle dont l'unique solution est $e(x) = 0$.

L'objectif de la commande est de maintenir la surface à zéro.

b- Condition de convergence et d'existence

Ces deux conditions (convergence et existence) sont les critères qui permettent aux différentes dynamiques du système de converger vers la surface de glissement et d'y rester indépendamment de la perturbation. Il existe deux considérations pour assurer le mode de convergence :

b-1. Fonction discrète de commutation

Emilyanov et Utkin ont proposé et étudié la première condition de convergence. Elle consiste à donner une dynamique à la surface convergente vers zéro. Elle est donnée par :

$$\delta(x) \cdot \dot{\delta}(x) < 0 \quad (3.3)$$

b-2 La fonction de Lyapunov

La fonction de Lyapunov est une fonction scalaire, positive ($v(x) > 0$). La loi de commande doit faire décroître cette fonction. L'idée est de choisir une fonction scalaire $\delta(x)$ pour garantir l'attraction de la variable à contrôler vers sa valeur de référence et de concevoir une commande u tel que le carré de la surface correspond à une fonction de Lyapunov. On peut définir la fonction de Lyapunov comme suit :

$$v(x) = \frac{1}{2} \delta^T(x) \delta(x) \quad (3.4)$$

La dérivée de cette fonction peut être donnée comme suit :

$$\dot{v}(x) = \delta(x) \dot{\delta}(x) \quad (3.5)$$

Il est clair que pour vérifier la décroissance de $v(x)$, il suffit de vérifier l'inégalité $\dot{v}(x) < 0$ [Pin 02]. D'où la vérification de la relation (3.3).

c- Calcul de la commande

Lorsque le régime glissant est atteint, la dynamique du système est indépendante de la loi de commande qui n'a pour but de maintenir les conditions de glissement (l'attractivité de la surface), c'est pour cette raison que la surface est déterminée indépendamment de la commande [Zah 00].

Maintenant, il reste à déterminer la commande nécessaire pour attirer la trajectoire d'état vers la surface, et ensuite vers sont point d'équilibre, en maintenant les conditions d'existence du mode de glissement. L'obtention d'un régime de glissement nécessite une attractivité de la surface de glissement des deux cotés. De ce fait, une commande discontinue est indispensable, il n'empêche nullement qu'une partie continue lui soit ajoutée.

En présence d'une perturbation, la partie discontinue a essentiellement pour but de vérifier les conditions d'attractivité. Dans ce cas, la structure d'un contrôleur par mode de glissement est constituée de deux parties [Zah 00], [Pin 02], [Ric 06], l'une est la commande équivalente u_{equ} et l'autre stabilisante u_n :

$$u = u_{equ} + u_n \quad (3.6)$$

- u_{equ} est proposée par Fillipov et Utkin, elle sert à maintenir la variable à contrôler sur la surface de glissement $\delta(x)=0$ [Nic 96], [Zah 00]. Elle est introduite en considérant que $\delta(x)=0 \Rightarrow \dot{\delta}(x)=0$ [Ric 06].

- u_n est introduite pour vérifier la condition de convergence $\delta(x) \cdot \dot{\delta}(x) < 0$.

Considérons le système suivant :

$$\dot{x}(t) = A(x,t) + b(x,t)u \quad (3.7)$$

Le problème consiste à trouver l'expression analogique de la commande u .

On a :

$$\dot{\delta}(x) = \frac{\partial \delta}{\partial t} = \frac{\partial \delta}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} \quad (3.8)$$

En remplaçant (3.7) dans (3.8) on obtient :

$$\dot{\delta}(x) = \frac{\partial \delta}{\partial t} = \frac{\partial \delta}{\partial x} \cdot [A(x,t) + b(x,t) \cdot (u_{equ} + u_n)] \quad (3.9)$$

$$\dot{\delta}(x) = \frac{\partial \delta}{\partial t} = \frac{\partial \delta}{\partial x} \cdot [A(x,t) + b(x,t) \cdot u_{equ}] + \frac{\partial \delta}{\partial x} b(x,t) \cdot u_n \quad (3.10)$$

Durant le mode de glissement et le régime permanent, la surface est nulle, et par conséquent sa dérivée et la partie discontinue sont aussi nulles [Zah 00], [Men 02]. D'où on déduit l'expression de la commande équivalente écrite comme suit :

$$u_{equ} = \left[\frac{\partial \delta}{\partial x} b(x,t) \right]^{-1} \frac{\partial \delta}{\partial x} \cdot A(x,t) \quad (3.11)$$

Pour que la commande équivalente puisse prendre une valeur finie, il faut que $\frac{\partial \delta}{\partial x} \cdot b(x,t) \neq 0$

[Bou 91].

Durant le mode de convergence, on remplace la commande équivalente par son expression dans la relation (3.10), on obtient l'expression de la dérivée de la surface comme suit :

$$\dot{\delta}(x,t) = \frac{\partial \delta}{\partial x} \cdot b(x,t) \cdot u_n \quad (3.12)$$

La condition d'attractivité exprimée dans (3.3) devient :

$$\delta(x,t) \cdot \frac{\partial \delta}{\partial x} \cdot b(x,t) \cdot u_n < 0 \quad (3.13)$$

Pour que cette condition d'attractivité soit vérifiée, il faut que le signe de u_n soit opposé à

celui de $\delta(x,t) \cdot \frac{\partial \delta}{\partial x} b(x,t)$ [Men 02], [Ric 06].

III-2-b. Application de la commande par mode de glissement à un convertisseur à deux cellules de commutation

Rappelons le modèle instantané du convertisseur représenté par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{dv_c}{dt} = \frac{1}{c}(u_2 - u_1)I_l \\ \frac{dI_l}{dt} = -\frac{R}{L}I_l + \frac{1}{L}v_c u_1 + \frac{1}{L}u_2(E - v_c) \end{cases}$$

En mettant $[x_1 \ x_2]^T = [v_c \ I_l]^T$, $u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$, le modèle ci-dessus peut être mis sous la forme

suivante :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \cdot x + \begin{bmatrix} -\frac{x_2}{c} & \frac{x_2}{c} \\ \frac{x_1}{L} & \frac{E - x_1}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

On peut exprimer ce modèle sous la forme suivante :

$$\dot{x} = A \cdot x + B(x) \cdot u \quad (3.15)$$

Tel que :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \quad B(x) = \begin{bmatrix} -\frac{x_2}{c} & \frac{x_2}{c} \\ \frac{x_1}{L} & \frac{E - x_1}{L} \end{bmatrix}, \quad x = [x_1 \ x_2]^T, \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

Avec $[x_1 \ x_2]^T$ Représente le vecteur des grandeurs $[v_c \ I_l]^T$, $u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$ tel que

$u = u_{equ} + u_n$, avec :

u_{equ} est la commande équivalente.

u_n est déterminée pour vérifier la condition de convergence.

III-2-b-1. Détermination des fonctions de commutation et de commande

Les fonctions de commutation choisies sont :

$$\delta = (x - x_{ref}) = \begin{bmatrix} x_1 - x_{1ref} \\ x_2 - x_{2ref} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

III-2-b-2. La stabilité du mode de glissement

Donnons la fonction de Lyapunov suivante :

$$v = \frac{1}{2} \delta^T \delta \quad (3.17)$$

quand $\delta \neq 0$, la condition suffisante de stabilité dans l'opération du mode de glissement est d'avoir l'inégalité suivante :

$$\dot{v} = \delta^T \dot{\delta} < 0 \quad (3.18)$$

En effet cette condition représente la condition suffisante pour l'existence du mode de glissement et assurer l'attraction de la trajectoire autour des surfaces de commutation.

Ainsi l'expression de $\dot{\delta}$ devient :

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= \dot{x} = (Ax + B(x)(u_{equ} + u_n)) = B(x)u_n \\ \dot{\delta} &= \begin{bmatrix} -\frac{x_2}{c} & \frac{x_2}{c} \\ \frac{x_1}{L} & \frac{E-x_1}{L} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_{n1} \\ u_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{c}x_2u_{n1} + \frac{x_2}{c}u_{n2} \\ \frac{1}{L}x_1u_{n1} + \frac{E-x_1}{L}u_{n2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Donc la condition de stabilité peut être écrite sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \delta^T \dot{\delta} &= \begin{bmatrix} (x_1 - x_{1ref}) & (x_2 - x_{2ref}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\frac{x_2}{c}u_{n1} + \frac{x_2}{c}u_{n2} \\ \frac{x_1}{L}u_{n1} + \frac{E-x_1}{L}u_{n2} \end{bmatrix} \\ \delta^T \dot{\delta} &= (x_1 - x_{1ref})\frac{x_2}{c}(u_{n2} - u_{n1}) + (x_2 - x_{2ref})\frac{x_1}{L}(u_{n1} + u_{n2}) < 0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

Avec les expressions des commandes u_{ni} données par (3.21), il est facile de vérifier que $\delta^T \dot{\delta} < 0$, tel que :

$$\begin{aligned} u_{n1} &= \text{sign}(\delta_1) \\ u_{n2} &= -\text{sign}(\delta_2) \end{aligned} \quad (3.21)$$

III-2-b-3. L'existence de la commande équivalente

L'existence de la commande équivalente est nécessaire pour l'existence du mode glissant ; elle peut être obtenue en mettant $\dot{\delta} = 0$.

$$\dot{\delta} = (Ax + B(x)u_{equ}) = 0 \Rightarrow u_{equ} = -(B(x))^{-1} \times Ax \quad (3.22)$$

A partir de la relation (3.22) l'expression de la commande équivalente devient :

$$u_{equ} = \begin{bmatrix} u_{1equ} \\ u_{2equ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Rx_2}{E} \\ \frac{Rx_2}{E} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Les commandes u_1 et u_2 sont données comme suit :

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{1 + \text{sign}(\delta_1)}{2} \\ u_2 &= \frac{1 - \text{sign}(\delta_2)}{2} \end{aligned} \quad (3.24)$$

III-2-b-4. Simulation

Les simulations sont faites avec Matlab/Simulink version 7.3. L'objectif de ces simulations est de montrer que la tension flottante et le courant de charge suivent leur valeur de référence, ainsi que la visualisation des trois niveaux $\left\{0, \frac{E}{2}, E\right\}$ de la tension de sortie.

Les valeurs numériques des paramètres du convertisseur sont données par les valeurs suivantes :

$L = 0.5mH$, $R = 10\Omega$, $c = 40\mu F$ et :

1- Pour $t \in [0s, 0.0025s]$: $E = 1500V$, $v_{cref} = \frac{E}{2}V = 750V$, $I_{ref} = 60A$.

2- Pour $t \in [0.0025s, 0.005s]$: $E = 1200V$, $v_{cref} = \frac{E}{2}V = 600V$, $I_{ref} = 40A$.

III-2-b-5. Résultats de simulation

Nous remarquons à partir des figures respectives (III-1a) et (III-1b) que la tension flottante v_c et le courant de charge I_l convergent vers leur valeur de référence. La figure (III-2) montre l'évolution de la tension de sortie qui atteint les trois niveaux de tension, et celles de (III-3a) et (III-3b) représentent respectivement les surfaces de glissement qui convergent vers zéro. Les figures (III-4a) et (III-4b) représentent respectivement les commandes u_1 et u_2 .

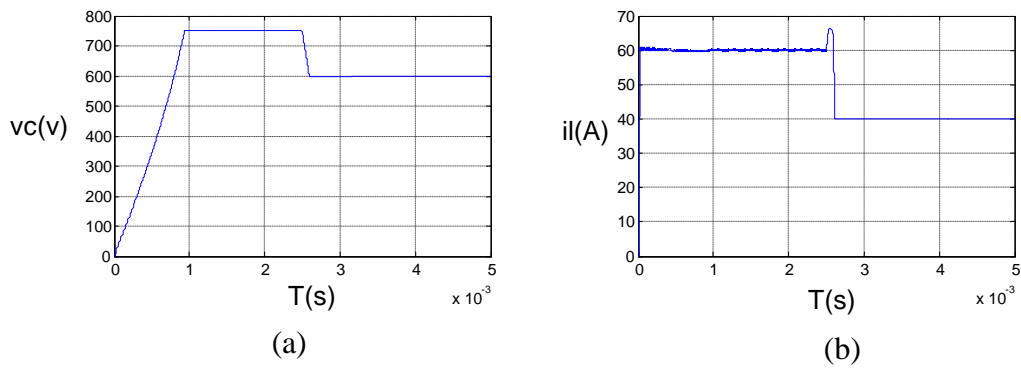


Figure III-1 : Evolution de la tension flottante v_c et du courant de charge I_l vers leur valeur de référence.

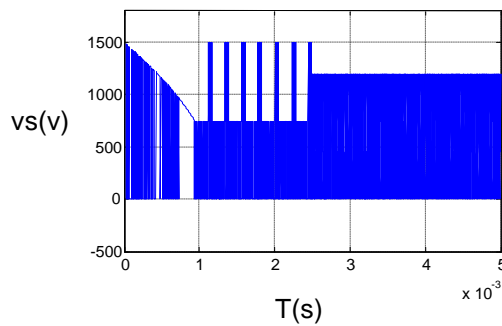


Figure III -2 : Evolution de la tension de sortie v_s .

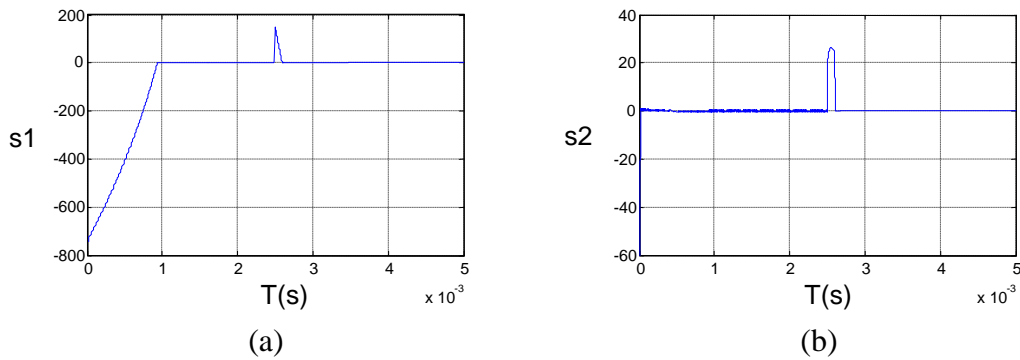


Figure III -3: Représentation des surfaces de glissement $s1$ et $s2$.

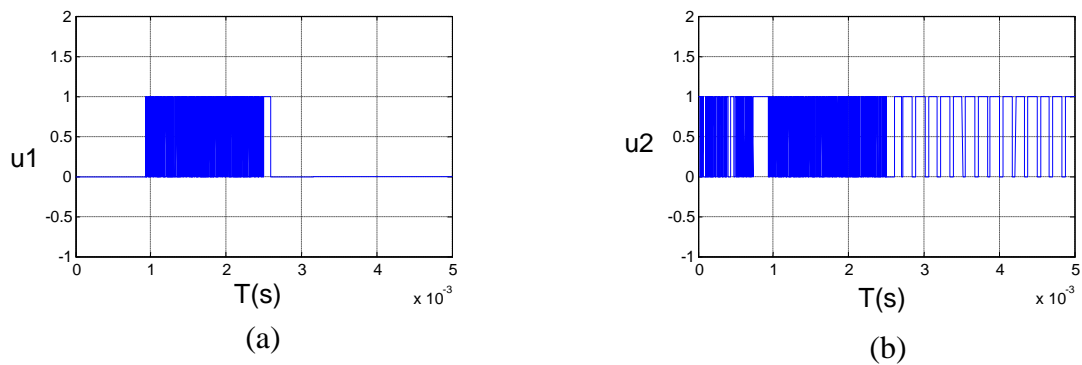


Figure III -4 : Evolution des états des interrupteurs $u1$ et $u2$.

III-2-b-6. Tests de robustesse

Pour tester la robustesse de la commande appliquée, nous apportons des variations sur les paramètres du convertisseur.

1- Bruit sur la résistance

Nous testons la robustesse pour une variation de 20% sur la charge résistive ($R=12\Omega$), nous obtenons les résultats suivants :

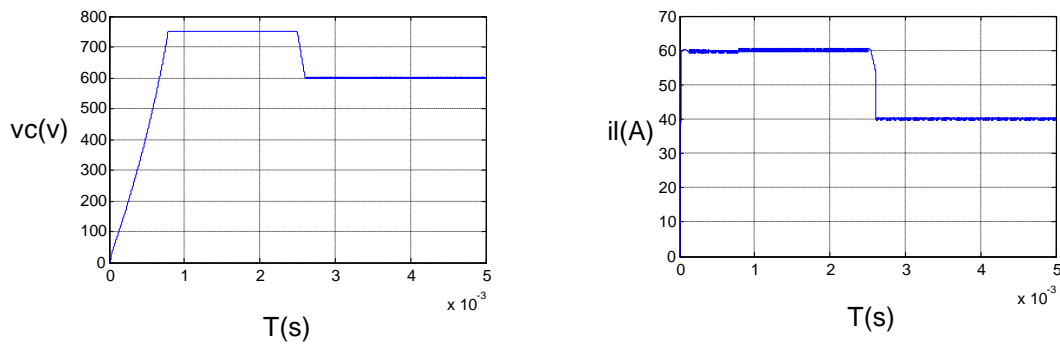


Figure III -5 : Evolution de la tension flottante v_c et du courant de charge I_l vers leurs valeurs de référence.

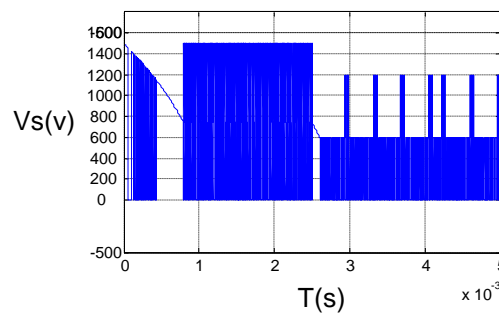


Figure III -6 : Evolution de la tension de sortie v_s .

2- Bruit sur la capacité

Nous testons la robustesse pour une variation de 20% sur le paramètre du hacheur ($C = 48\mu F$), nous obtenons les résultats suivants :

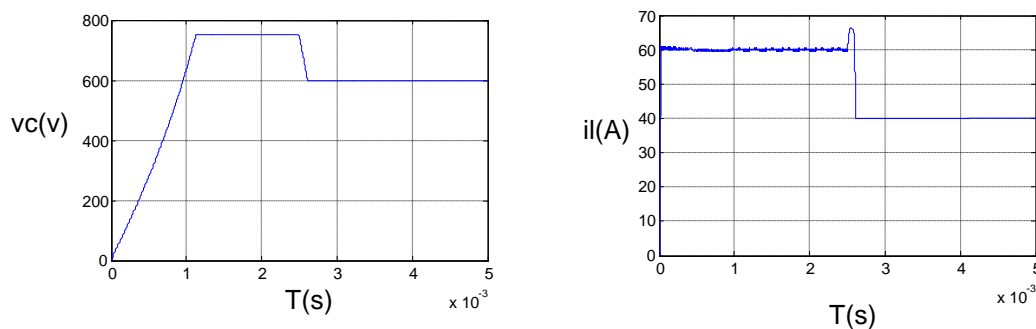


Figure III -7: Evolution de la tension flottante v_c et du courant de charge I_l vers leur valeurs de référence.

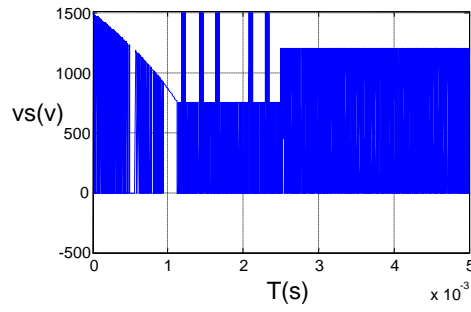


Figure III -8: Evolution de la tension de sortie v_s .

3- Bruit sur l'inductance

On rajoute une erreur de 20% sur la charge inductive ($L=0.6mH$), nous obtenons les résultats suivants :

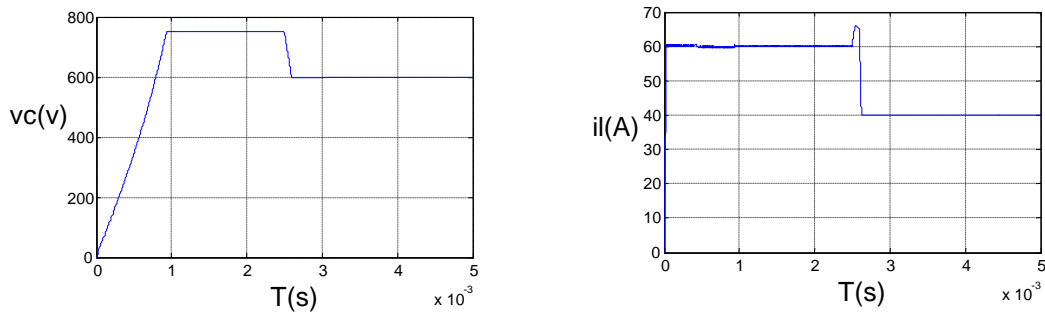


Figure III -9: Evolution de la tension flottante v_c et du courant de charge I_l vers leurs valeurs de référence.

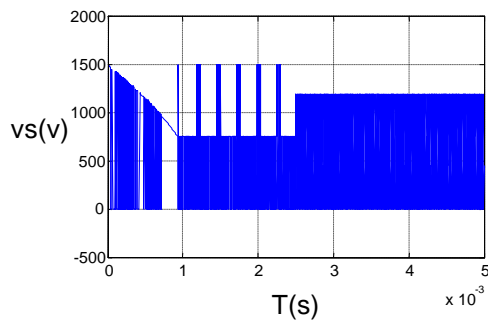


Figure III -10: Evolution de la tension de sortie v_s .

III-2-c. Commande par mode de glissement d'un convertisseur à trois cellules de commutation

Rappelons le modèle instantané du convertisseur statique à trois cellules de commutation, schématisé ci-dessous :

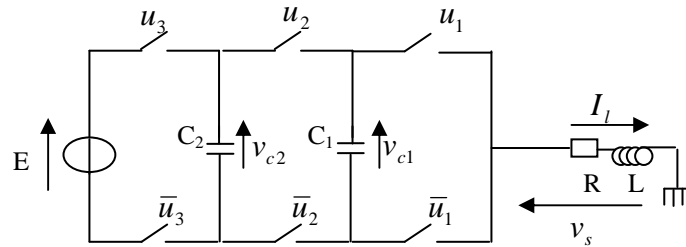


Figure III -11: Schéma du convertisseur à trois cellules de commutation

Le modèle est le suivant :

$$\begin{cases} \frac{dv_{c1}}{dt} = \frac{1}{c_1} (u_2 - u_1) I_l \\ \frac{dv_{c2}}{dt} = \frac{1}{c_2} (u_3 - u_2) I_l \\ \frac{dI_l}{dt} = -\frac{R}{L} I_l + \frac{1}{L} u_1 \cdot v_{c1} + \frac{1}{L} u_2 \cdot (v_{c2} - v_{c1}) + \frac{1}{L} u_3 \cdot (E - v_{c2}) \end{cases} \quad (3.25)$$

Ce modèle peut être mis sous la forme suivante :

$$\dot{x} = Ax + B(x)u \quad (3.26)$$

Tel que :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad B(x) = \begin{bmatrix} -\frac{x_3}{c_1} & \frac{x_3}{c_1} & 0 \\ 0 & -\frac{x_3}{c_2} & \frac{x_3}{c_2} \\ \frac{x_1}{L} & \frac{(x_2 - x_1)}{L} & \frac{(E - x_2)}{L} \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}.$$

III-2-c-1. Détermination des fonctions de commutation

Les fonctions de commutation choisies sont :

$$\delta = (x - x_{ref}) = \begin{bmatrix} x_1 - x_{1ref} \\ x_2 - x_{2ref} \\ x_3 - x_{3ref} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

III-2-c-2. La stabilité du mode de glissement

Donnons la fonction de Lyapunov suivante :

$$v = \frac{1}{2} \delta^T \delta \quad (3.28)$$

Quand $\delta \neq 0$, la condition suffisante de stabilité dans l'opération du mode de glissement est d'avoir l'inégalité suivante :

$$\dot{v} = \delta^T \dot{\delta} < 0 \quad (3.29)$$

En effet cette condition représente la condition suffisante pour l'existence du mode de glissement et assurer l'attraction de la trajectoire autour des surfaces de commutation.

Ainsi, l'expression de $\dot{\delta}$ est donnée comme suit :

$$\dot{\delta} = \dot{x} = (Ax + B(x)(u_{equ} + u_n)) = B(x)u_n \quad (3.30)$$

$$\dot{\delta} = \begin{bmatrix} -\frac{x_3}{c_1} & \frac{x_3}{c_1} & 0 \\ 0 & -\frac{x_3}{c_2} & \frac{x_3}{c_2} \\ \frac{x_1}{L} & \frac{(x_2 - x_1)}{L} & \frac{(E - x_2)}{L} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_{n1} \\ u_{n2} \\ u_{n3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{c_1} x_3 u_{n1} + \frac{x_3}{c_1} u_{n2} \\ -\frac{1}{c_2} x_3 u_{n1} + \frac{x_3}{c_2} u_{n3} \\ \frac{x_3}{L} u_{n1} + \frac{x_2 - x_1}{L} u_{n2} + \frac{E - x_2}{L} u_{n3} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Donc la condition de stabilité peut être écrite sous la forme suivante :

$$\delta^T \dot{\delta} = \begin{bmatrix} (x_1 - x_{1ref}) & (x_2 - x_{2ref}) & (x_3 - x_{3ref}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\frac{1}{c_1} x_3 u_{n1} + \frac{x_3}{c_1} u_{n2} \\ -\frac{1}{c_2} x_3 u_{n1} + \frac{x_3}{c_2} u_{n3} \\ \frac{x_3}{L} u_{n1} + \frac{x_2 - x_1}{L} u_{n2} + \frac{E - x_2}{L} u_{n3} \end{bmatrix}$$

$$\delta^T \dot{\delta} = (x_1 - x_{1ref}) \frac{x_3}{c_1} (u_{n2} - u_{n1}) + (x_2 - x_{2ref}) \frac{x_3}{c_2} (u_{n3} - u_{n2}) +$$

$$(x_3 - x_{3ref}) \left(\frac{x_3}{L} u_{n1} + \frac{x_2 - x_1}{L} u_{n2} + \frac{E - x_2}{L} u_{n3} \right) < 0 \quad (3.32)$$

Avec un choix des valeurs de u_{ni} ci-dessous, il est facile de vérifier la condition (3.32):

$$\begin{aligned} u_{n1} &= \text{sign}(\delta_1) \\ u_{n2} &= \text{sign}(\delta_2) \\ u_{n3} &= -\text{sign}(\delta_3) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Avec ce choix, il est facile de vérifier que $\delta^T \dot{\delta} < 0$.

III-2-c-3. L'existence de la commande équivalente

L'existence de la commande équivalente est nécessaire pour l'existence du mode glissant ; elle peut être obtenue en mettant $\dot{\delta} = 0$.

$$\dot{\delta} = (Ax + B(x)u_{equ}) = 0 \Rightarrow u_{equ} = -(B(x))^{-1} \times Ax \quad (3.34)$$

d'où :

$$u_{equ} = \begin{bmatrix} u_{1equ} \\ u_{2equ} \\ u_{3equ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Rx_3}{E} \\ \frac{Rx_3}{E} \\ \frac{Rx_3}{E} \\ \frac{Rx_3}{E} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

L'expression des commande u_1 et u_2 sont les suivantes :

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{1 + \text{sign}(\delta_1)}{2} \\ u_2 &= \frac{1 + \text{sign}(\delta_2)}{2} \\ u_3 &= \frac{1 - \text{sign}(\delta_3)}{2} \end{aligned} \quad (3.36)$$

III-2-c-4. Simulation

Les simulations sont faites avec Matlab/Simulink version 7.3. L'objectif est de montrer la poursuite de tension flottante et du courant de charge, de leurs valeurs de référence.

Les valeurs numériques des paramètres du convertisseur sont données par les valeurs suivantes :

$L = 0.5mH$, $R = 10\Omega$, $c = 40\mu F$ et :

$$1- \text{ Pour } t \in [0s, 0.002s] : E = 1500V , \quad v_{c1ref} = \frac{E}{3}V = 500V , \quad v_{c2ref} = \frac{2E}{3} = 1000V ,$$

$$I_{ref} = 60A .$$

$$2- \text{ Pour } t \in [0.002s, 0.004s] : E = 1200V , \quad v_{c1ref} = \frac{E}{3}V = 400V , \quad v_{c2ref} = \frac{2E}{3} = 800V ,$$

$$I_{ref} = 40A .$$

Les résultats de la tension de sortie sont présentés afin de montrer les quatre niveaux de

tensions qu'atteint la tension de sortie $\left\{ 0, \frac{E}{3}, \frac{2E}{3}, E \right\}$.

III-2-c-5. Résultats de simulation

Les figures (III-12a) et (III-12b) montrent respectivement l'évolution des tensions flottantes v_{c1} et v_{c2} ainsi que du courant de charge I_l vers leur référence. La figure (III-13) montre la tension de sortie évolue sur trois niveaux de tension, et celle de (III-14), (III-15a) et (III-15b) montrent respectivement les surfaces de glissement qui convergent vers zéro. Les (III-16a), (III-16b) et (III-17) représentent respectivement l'évolution des commandes u_1 , u_2 et u_3 .

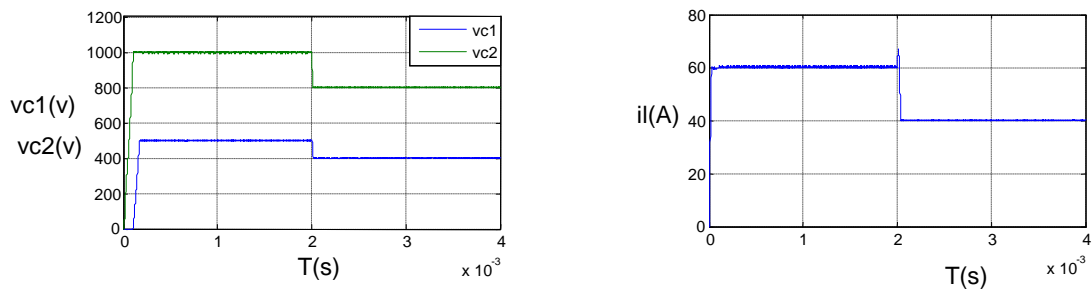


Figure III -12 : Evolution des tensions v_{c1} et v_{c2} du courant de charge I_l vers leurs valeurs de référence.

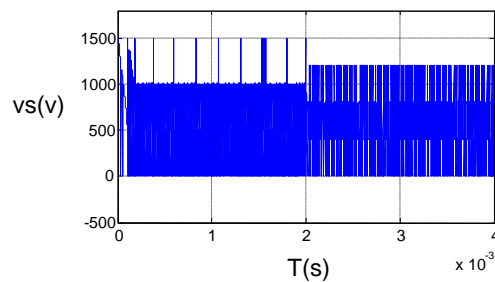


Figure III -13 : Evolution de la tension de sortie v_s .

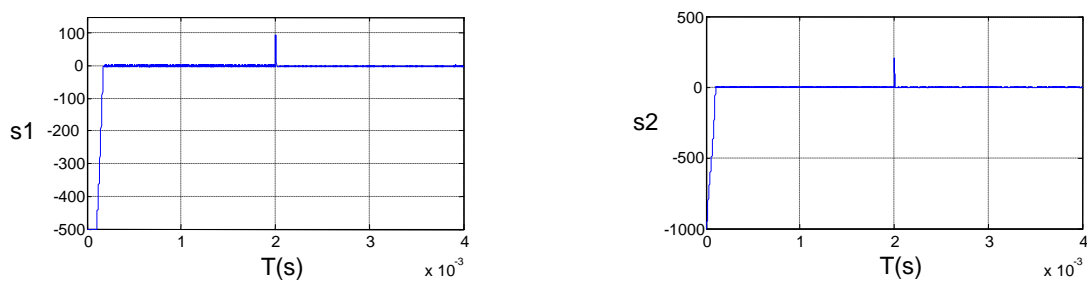


Figure III -14 : Résultat représentant les surfaces de glissement s_1 et s_2 .

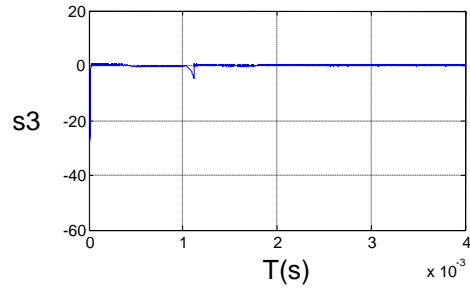


Figure III -15 : Résultat représentant la surface de glissement s_3 .

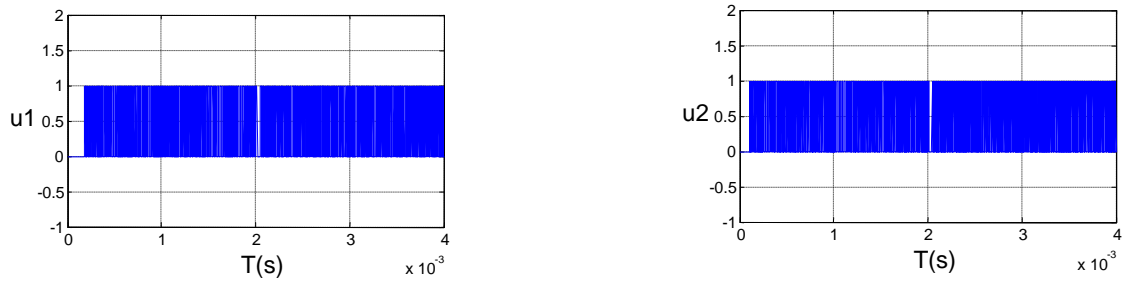


Figure III -16 : Evolution des commandes u_1 et u_2 .

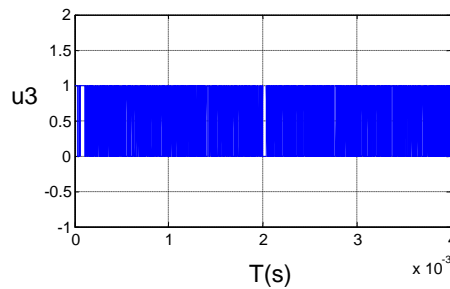


Figure III -17 : Evolution de la commande u_3 .

III-2-c-6. Tests de robustesse

Nous avons apporté des variations sur les paramètres (R,L,C) pour tester la robustesse de la commande appliquée.

1- Bruit sur la résistance

Nous apportons dans ce test, une variation de 20% sur la résistance d'où $R = 12\Omega$. Les simulations nous donnent les résultats suivants :

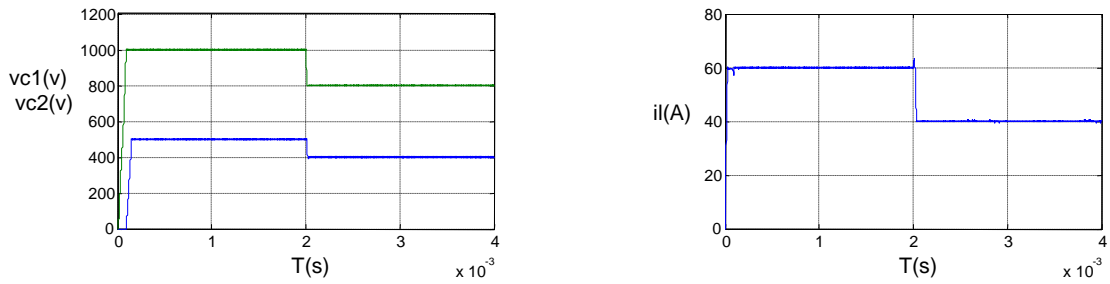


Figure III -18 : Evolution des tensions v_{c1} et v_{c2} et du courant de charge I_l vers leurs valeurs de référence.

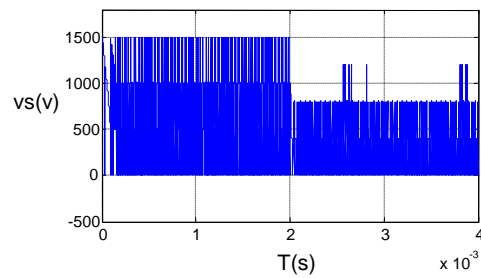


Figure III -19: Evolution de la tension de sortie v_s .

2- Bruit sur la capacité

Nous apportons dans ce test, une variation de 20% sur la capacité d'où $c = 48\mu F$. Les simulations nous donnent les résultats suivants :

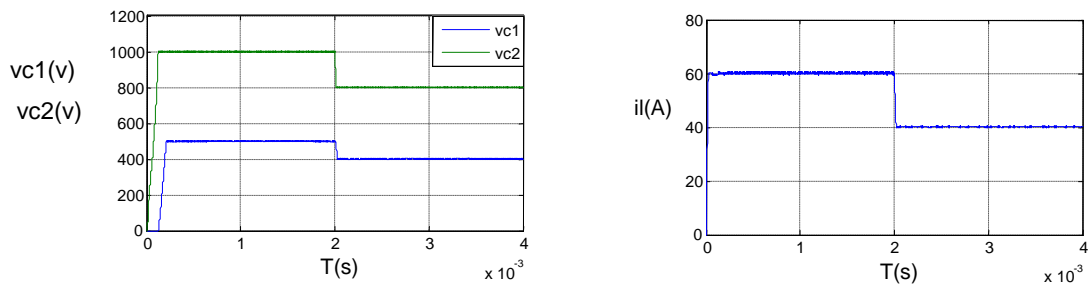


Figure III -20: Evolution des tensions v_{c1} et v_{c2} et du courant de charge I_l vers leurs valeurs de référence.

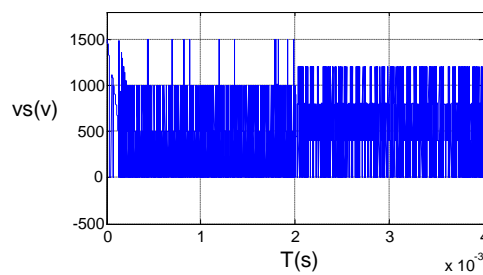


Figure III -21 : Evolution de la tension de sortie v_s .

3- Bruit sur la charge L

Les tests pour une erreur de 20% sur l'inductance avec $L = 0.6mH$ nous donnent les résultats suivants :

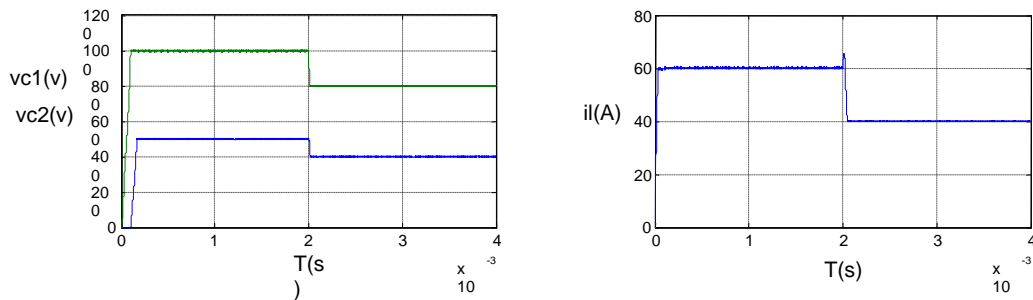


Figure III -22 : Evolution des tensions v_{c1} et v_{c2} et du courant de charge I_l vers leurs valeurs de référence.

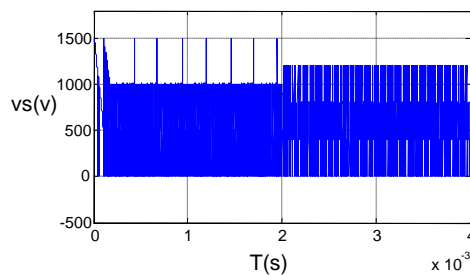


Figure III-23 : Evolution de la tension de sortie v_s .

Ces résultats de simulation montrent que, la commande appliquée sur le convertisseur à deux et à trois cellules est robuste vis à vis des variations de 20% effectuées sur la résistance R , la capacité C et l'inductance L et que l'objectif d'équilibrer les tensions flottantes est vérifié.

III-3. Représentation de la commande par mode de glissement par l'approche hybride

Nous allons synthétiser dans cette partie, une commande en utilisant les automates hybrides et cela dans le but de maintenir la tension flottante et le courant de charge autour de leurs valeurs de référence.

III-3-a. Représentation du contrôleur hybride appliqué à un convertisseur à deux cellules de commutation

Telle qu'elle a été décrite, la commande par mode de glissement est une commande à structure variable ; nous allons donc la représenter par un automate hybride, puis l'appliquer au convertisseur à deux cellules de commutation. Cette représentation est composée de quatre états discrets $\{q_1, q_2, q_3, q_4\}$. Dans chaque phase, une surface de glissement est considérée et choisie comme suit:

$\delta_i = \Delta x_i$ avec $i \in \{1,2\}$ et $\Delta x_i = x_i - x_{i,ref}$.

Tel que :

$$\begin{aligned}\delta_1 &= (x_1 - x_{1,ref}) \\ \delta_2 &= (x_2 - x_{2,ref})\end{aligned}\quad (3.37)$$

Dans chaque mode (phase), le même vecteur des surfaces de glissement est considéré.

Phase 1	Phase 2	Phase 3	Phase 4
$u_1 = 1$	$u_1 = 1$	$u_1 = 0$	$u_1 = 0$
$u_2 = 0$	$u_2 = 1$	$u_2 = 1$	$u_2 = 0$

Les conditions de transitions sont déterminées comme suit :

$$\begin{aligned}G(1,2) &= \{x \in \mathfrak{R}^2 : [(\delta_1 > 0) \wedge (\delta_2 > 0)]\} \\ G(2,1) &= \{x \in \mathfrak{R}^2 : [(\delta_1 > 0) \wedge (\delta_2 < 0)]\} \\ G(2,3) &= \{x \in \mathfrak{R}^2 : [(\delta_1 < 0) \wedge (\delta_2 > 0)]\} \\ G(3,2) &= \{x \in \mathfrak{R}^2 : [(\delta_1 > 0) \wedge (\delta_2 > 0)]\} \\ G(3,4) &= \{x \in \mathfrak{R}^2 : [(\delta_1 < 0) \wedge (\delta_2 < 0)]\} \\ G(4,3) &= \{x \in \mathfrak{R}^2 : [(\delta_1 < 0) \wedge (\delta_2 > 0)]\} \\ G(4,1) &= \{x \in \mathfrak{R}^2 : [(\delta_1 > 0) \wedge (\delta_2 < 0)]\} \\ G(1,4) &= \{x \in \mathfrak{R}^2 : [(\delta_1 < 0) \wedge (\delta_2 < 0)]\}\end{aligned}$$

Cet automate hybride peut être représenté graphiquement par la figure suivant :

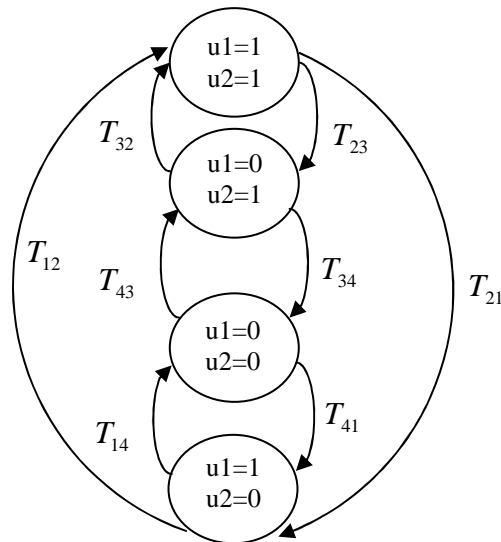


Figure III -24: Représentation de l'automate hybride de la commande par mode de glissement.

Dans cet automate, chaque phase détermine un état des interrupteurs dont les surfaces de glissement sont déterminées et prédéfinies. Ces interrupteurs ne changent d'état que lorsque une transition est validée.

III-3-a-1. Simulation

Les simulations sont toujours effectuées avec Matlab/Simulink/Stateflow, version 7.3, et l'objectif est de montrer que la tension flottante et le courant de charge se stabilisent autour de leur valeur de référence, et de visualiser les trois niveaux $\left\{0, \frac{E}{2}, E\right\}$ de la tension de sortie.

Les valeurs numériques des paramètres du convertisseur sont données par les valeurs suivantes :

$$L = 0.5mH, R = 10\Omega, c = 40\mu F, E = 1500V, v_{cref} = \frac{E}{2}V, I_{ref} = 60A.$$

III-3-a-2. Résultats de simulation

Nous remarquons à partir des figures respectives (III-25a) et (III-25b) que la tension flottante v_c et le courant de charge I_l convergent vers leurs valeurs de référence. La figure (III-26) montre l'évolution de la tension de sortie qui atteint les trois niveaux de tension, et celle de (III-28a) et (III-28b) représente respectivement les surfaces de glissement qui convergent vers zéro. Les figures (III-27a) et (III-27b) représentent respectivement les commandes u_1 et u_2 ; et la figure (III-29) représente les transitions Q.

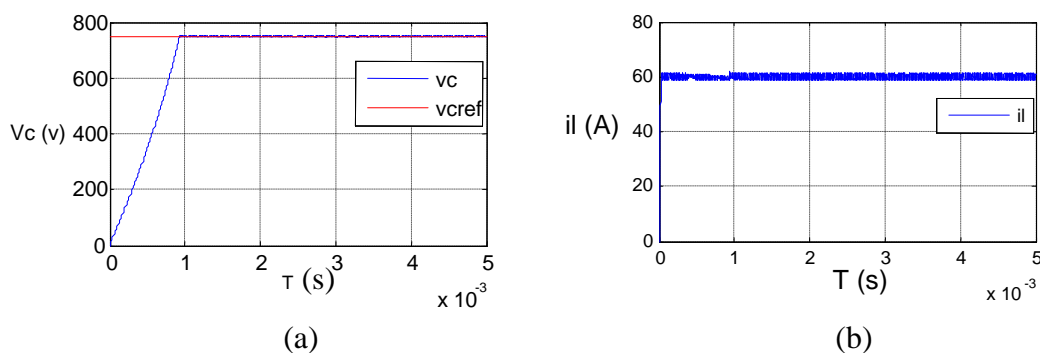


Figure III -25 : Evolution de la tension flottante v_c et du courant de charge I_l vers leur référence.

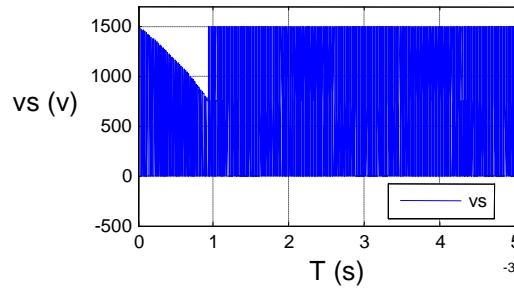
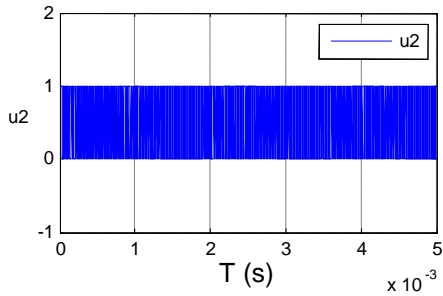
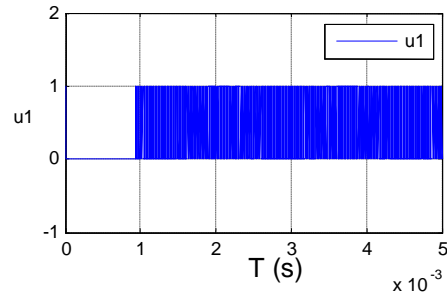


Figure III -26 : Evolution de la tension de sortie vs.

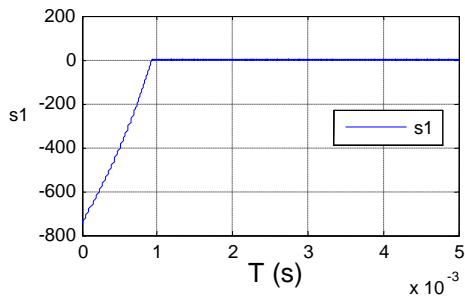


(a)

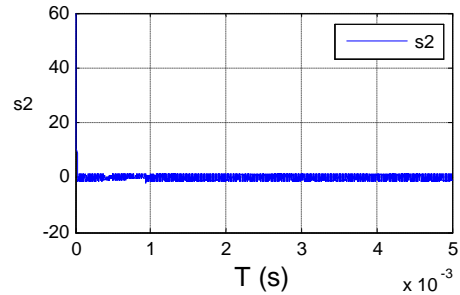


(b)

Figure III -27 : Evolution des commandes u1 et u2.



(a)



(b)

Figure III -28 : Evolution des surfaces de commutation s1 et s2.

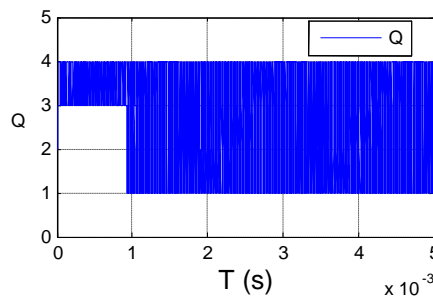


Figure III -29 : Résultat représentant les transitions Q.

III-3-a-3. Tests de robustesse

Pour tester la robustesse de cette commande, nous avons apporté les variations suivantes :

1- Bruit sur l'inductance

Nous avons apporté une variation de 20% sur l'inductance. On aura donc $L=6mH$.

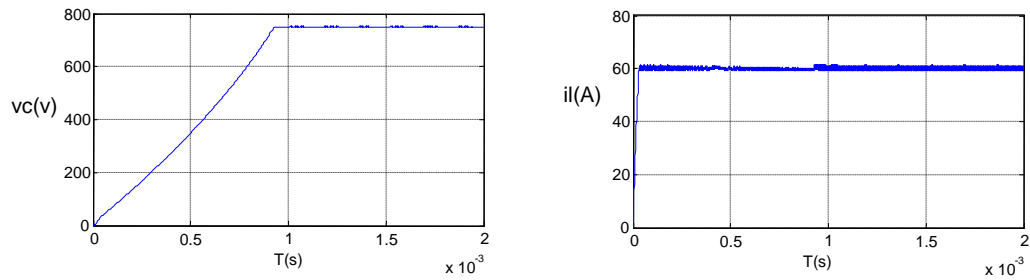


Figure III -30: Evolution de la tension flottante v_c et du courant de charge I_l vers leur référence.

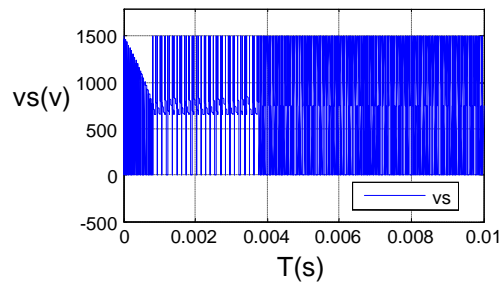


Figure III -31: Evolution de la tension de sortie v_s .

2- Bruit sur la capacité

Nous testons la robustesse pour une erreur de 20% sur la capacité, soit $c = 48\mu F$.

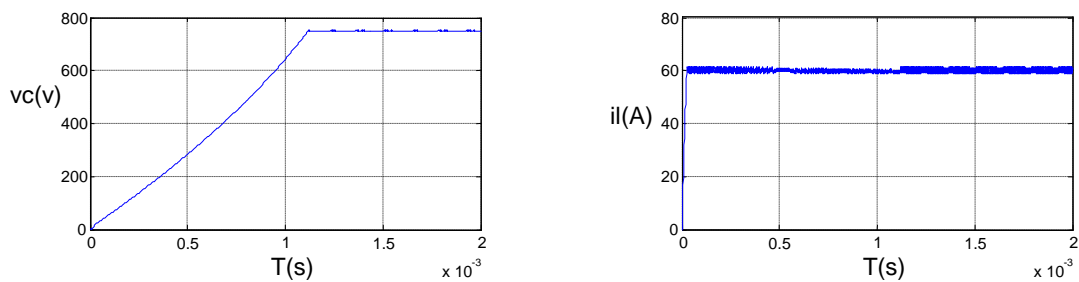


Figure III -32: Evolution de la tension flottante v_c et du courant de charge I_l vers leurs valeurs de référence.

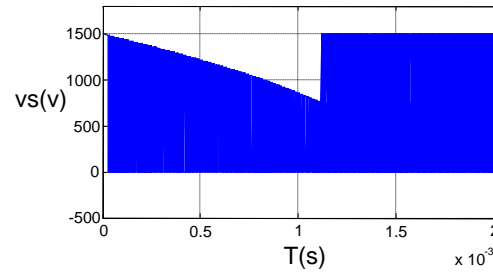


Figure III -33: Evolution de la tension de sortie v_s .

3- Bruit sur la résistance

Nous testons la robustesse pour une erreur sur la charge $R = 12\Omega$ soit de 20%

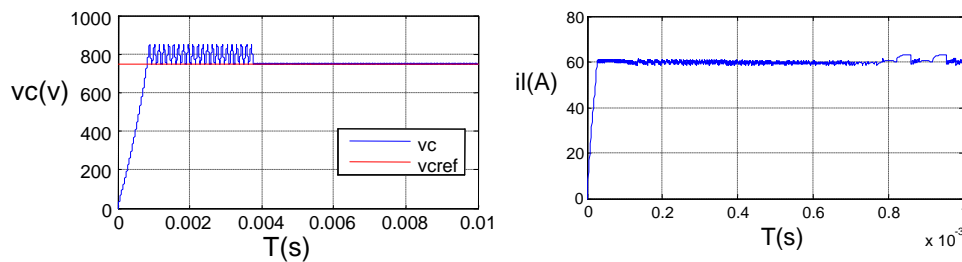


Figure III -34: Evolution de la tension flottante v_c et du courant de charge I_l vers leur référence.

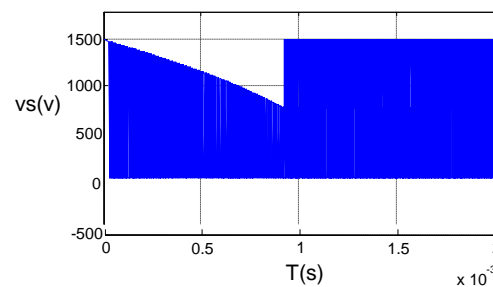


Figure III -35: Evolution de la tension de sortie v_s .

Nous pouvons remarquer à travers ces résultats que, cette commande assure bien l'équilibrage de la tension flottante, et les niveaux de tension en sortie sont respectés. Nous pouvons dire que cette commande assure aussi la stabilité et la régulation des états du convertisseur.

III-4. Commande en boucle fermée des hacheurs multicellulaires séries

III-4-a. Découplage par bouclage statique

Soit un système Σ possédant m entrées et p sorties. On dit que Σ est découplé s'il se présente comme un ensemble de p sous systèmes mono sorties indépendantes, dans le sens où les entrées du sous système i n'affectent pas la sortie y_j et réciproquement.

Donc, le découplage permet une détermination plus aisée du système de commande global, mais répond aussi très souvent à des impératifs de sécurité des systèmes en isolant les chaînes de commande. De manière générale, un système physique ne sera jamais naturellement découplé. Il est alors intéressant de rechercher des transformations de type bouclages qui permettront par leurs actions de découpler le système.

La classe des systèmes considérés est celle des systèmes non linéaires multivariables affine par rapport à l'entrée de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x)u_i \\ y = h(x) \end{cases} \quad (3.38)$$

Où :

f est un champ de vecteur.

g est la matrice de dimension $n \times m$ composée de vecteurs colonne g_j .

u est un vecteur colonne d'entrée de dimension $m \times 1$.

y est un vecteur colonne de sortie de dimension $p \times 1$.

Le but est de calculer le retour d'état statique suivant :

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (3.39)$$

Tel que le système bouclé $(h, f + g\alpha, g\beta)$ soit découplé.

Le bouclage est dit régulier si $\beta(x)$ est une matrice régulière.

La linéarisation par retour d'état des systèmes non linéaires multivariables est obtenue similairement au cas des systèmes monovariables par différentiation des sorties y_i jusqu'à l'apparition au moins d'une entrée u_j dans l'expression $y_i^{(r_i)}$ [Liu 07].

Supposons que le degré relatif r_i est le plus petit entier tel que l'une des entrées apparaît sur $y_i^{(r_i)}$, alors :

$$y_i^{r_i} = L_f^{r_i} h_i + \sum_{j=1}^m L_{g_j} L_f^{r_i-1} h_i u_j \quad (3.40)$$

Nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_m^{(r_m)} \end{bmatrix} = B(x) + \Phi(x)u \quad (3.41)$$

Avec :

$$B(x) = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1(x) \\ \vdots \\ L_f^{r_m} h_m(x) \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Et :

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) \cdots \cdots L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_m-1} h_m(x) \cdots \cdots L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

$B(x)$ est le vecteur colonne de dimension $m \times 1$

$\Phi(x)$ est la matrice de découplage.

On cherche le retour d'état tel que le lien entrée-sortie du système soit linéaire et découplé.

Soit le retour de la forme $u(x) = a(x) + B(x)v$, v est le vecteur d'entrée auxiliaire de dimension $m \times 1$ [Liu 07], [Cor 96].

En remplaçant l'expression de $u(x)$ dans l'équation (3.40), nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_m^{(r_m)} \end{bmatrix} = B(x) + \Phi(x) [\alpha(x) + \beta(x)v] \quad (3.44)$$

Si nous prenons :

$$B(x) + \Phi(x) [\alpha(x) + \beta(x)v] = v \quad (3.45)$$

Nous aurons :

$$\begin{cases} \alpha(x) = -\Phi^{-1}(x)B(x) \\ \beta(x) = \Phi^{-1}(x) \end{cases} \quad (3.46)$$

Alors :

$$u(x) = \Phi^{-1}(x)[-B(x) + v] = \Phi^{-1}(x) \begin{bmatrix} v_1 - L_f^{r_1} h_1(x) \\ \vdots \\ v_m - L_f^{r_m} h_m(x) \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

$$\text{Avec } v = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix}$$

u : est appelé retour d'état découplant

Donc la relation (3.44) prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} y_1^{(r_1)} &= v_1 \\ y_2^{(r_2)} &= v_2 \\ &\vdots \\ y_m^{(r_m)} &= v_m \end{aligned} \quad (3.48)$$

On remarque que chaque sortie est affectée par une seule entrée, donc le système est bien linéaire et découplé. D'une manière générale, on peut calculer ce retour d'état découplant en suivant ces étapes :

1) Soit le système Σ défini par :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x)u_i \\ y = h(x) \end{cases} \quad (3.49)$$

2) Soit (r_1, \dots, r_m) le vecteur des degrés relatifs de ce système. les r_i correspondant à la première dérivée de y_i qui fait apparaître explicitement l'entrée u

$$y^{(r_i)} = L_f^{r_i} h(x) + L_g L_f^{r_i-1} h(x)u \quad (3.50)$$

3) Soit $\Phi(x)$ la matrice définie par :

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ \vdots & & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_m-1} h_m(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

Cette matrice est appelée matrice de découplage du système.

4) soit le vecteur :

$$B(x) = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1(x) \\ \vdots \\ L_f^{r_m} h_m(x) \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

Théorème :

a) Le système Σ est découplable statiquement sur une sous variété M_0 de R^n si et seulement si :

$$\text{rang } \Phi(x) = m \quad \forall x \in M_0$$

m est le nombre de sorties.

- b) Cette condition sur $\Phi(x)$ étant satisfaite, le retour d'état défini dans (3.39), tel que :

$$\begin{aligned}\alpha(x) &= -\Phi^{-1}(x)B(x) \\ \beta(x) &= \Phi^{-1}(x)\end{aligned}\quad (3.53)$$

Découple le système Σ , sur M_0 .

- c) De plus, le système bouclé $(h, f + g\alpha, g\beta)$ possède un comportement entrée-sortie linéaire décrit par :

$$y_i^{r_i} = v_i \quad (3.54)$$

III-4-b. Application à un convertisseur à trois cellules de commutation

Le convertisseur à trois cellules de commutation est un système non linéaire multivariable, qui peut être représenté comme suit :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{R}{L}x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{x_3}{c_1} & \frac{x_3}{c_1} & \\ & -\frac{x_3}{c_2} & \frac{x_3}{c_2} \\ \frac{x_1}{L} & \frac{x_2 - x_1}{L} & \frac{E - x_2}{L} \end{bmatrix} \times u \quad (3.55)$$

$$\text{Tel que : } x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T = [v_{c1} \quad v_{c2} \quad I_l]^T, \quad u = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}$$

Et :

$$f(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{Rx_3}{L} \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} -\frac{x_3}{c_1} & \frac{x_3}{c_1} & 0 \\ 0 & -\frac{x_3}{c_2} & \frac{x_3}{c_2} \\ \frac{x_1}{L} & \frac{x_2 - x_1}{L} & \frac{E - x_2}{L} \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Qui sont respectivement les vecteurs d'état, d'entrée et de sortie.

Ce système peut être exprimé par la relation (3.49), avec f , g et h sont des vecteurs de champs de vecteur lisses.

Sous une forme plus compacte, le système peut être mis sous la forme suivante :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (3.56)$$

III-4-b-1. Degré relatif

La notion de degré relatif représente le nombre de fois qu'il faut dériver la sortie pour faire apparaître l'entrée.

1- Pour la première sortie :

$$y_1 = x_1$$

$$\dot{y}_1 = \dot{x}_1 = L_f h_1(x) + \begin{bmatrix} L_{g_1} h_1(x) & L_{g_2} h_1(x) & L_{g_{31}} h_1(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}$$

$$\dot{y}_1 = 0 + \begin{bmatrix} -\frac{x_3}{c_1} & \frac{x_3}{c_1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}$$

2- Pour la deuxième sortie :

$$y_2 = h_2(x) = x_2$$

$$\dot{y}_2 = \dot{x}_2 = L_f h_2(x) + \begin{bmatrix} L_{g_1} h_2(x) & L_{g_2} h_2(x) & L_{g_3} h_2(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}$$

$$\dot{y}_2 = 0 + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{x_3}{c_2} & \frac{x_3}{c_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}$$

3- Pour la troisième sortie :

$$y_3 = h_3(x) = x_3$$

$$\dot{y}_3 = \dot{x}_3 = L_f h_3(x) + \begin{bmatrix} L_{g_1} h_3(x) & L_{g_2} h_3(x) & L_{g_3} h_3(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}$$

$$\dot{y}_3 = -\frac{Rx_3}{L} + \begin{bmatrix} \frac{x_1}{L} & \frac{x_2 - x_1}{L} & \frac{E - x_2}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}$$

D'où la première dérivée des y_i peut être écrite sous la forme du vecteur suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f h_1(x) \\ L_f h_2(x) \\ L_f h_3(x) \end{bmatrix} + \Phi(x)u \quad (3.57)$$

$$\text{Mettons } B(x) = \begin{bmatrix} L_f h_1(x) \\ L_f h_2(x) \\ L_f h_3(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{Rx_3}{L} \end{bmatrix}$$

III-4-b-2. Calcul de la matrice de découplage

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} Lg_1 h_1(x) & Lg_2 h_1(x) & Lg_3 h_1(x) \\ Lg_1 h_2(x) & Lg_2 h_2(x) & Lg_3 h_2(x) \\ Lg_1 h_3(x) & Lg_2 h_3(x) & Lg_3 h_3(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{x_3}{L} & \frac{x_3}{L} & 0 \\ c_1 & c_1 & 0 \\ 0 & -\frac{x_3}{L} & \frac{x_3}{L} \\ \frac{x_1}{L} & \frac{x_2 - x_1}{L} & \frac{E - x_2}{L} \end{bmatrix} = g(x)$$

Cette matrice de découplage doit être non singulière.

$\det(\Phi(x)) = \frac{x_3^2 E}{Lc_1 c_2}$, la matrice $\Phi(x)$ est non singulière si pour tout $x_3 \neq 0$. Le système est découplable.

La matrice inverse de $\Phi(x)$ est égale à :

$$\Phi^{-1}(X) = \begin{pmatrix} \frac{c_1(x_1 - E)}{Ex_3} & \frac{c_2(x_2 - E)}{Ex_3} & \frac{L}{E} \\ \frac{c_1 x_1}{Ex_3} & \frac{c_2(x_2 - E)}{Ex_3} & \frac{L}{E} \\ \frac{c_1 x_1}{Ex_3} & \frac{c_2 x_2}{Ex_3} & \frac{L}{E} \end{pmatrix}$$

En appliquant le retour d'état suivant :

$$u(x) = -\Phi^{-1}(x)B(x) + \Phi^{-1}(x)v \quad (3.58)$$

Nous obtenons le système découplé suivant :

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= v_1 \\ \dot{y}_2 &= v_2 \\ \dot{y}_3 &= v_3 \end{aligned} \quad (3.59)$$

Nous pouvons représenter le système découplé par la figure suivante :

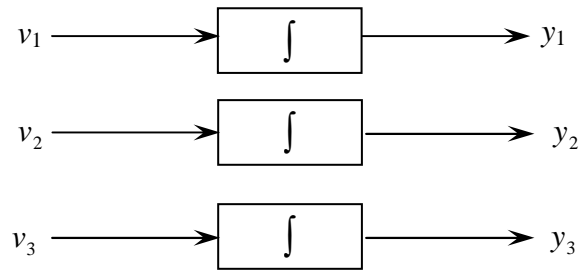


Figure III -36 : Système découplé

La matrice fonction de transfert en boucle ouverte obtenue est :

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{s} \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

Nous remarquons que la matrice fonction de transfert possède des pôles à l'origine, donc le système est instable.

L'application du retour d'état (3.39) nous donne un système découplé, donc nous allons appliquer un correcteur linéaire afin de stabiliser et réguler le système. Nous allons rajouter donc un correcteur proportionnel de la forme :

$$v_i = k_p (x_{iref} - xi) \quad (3.61)$$

Le schéma bloc de la boucle de retour proportionnelle est représenté sur la figure suivante :

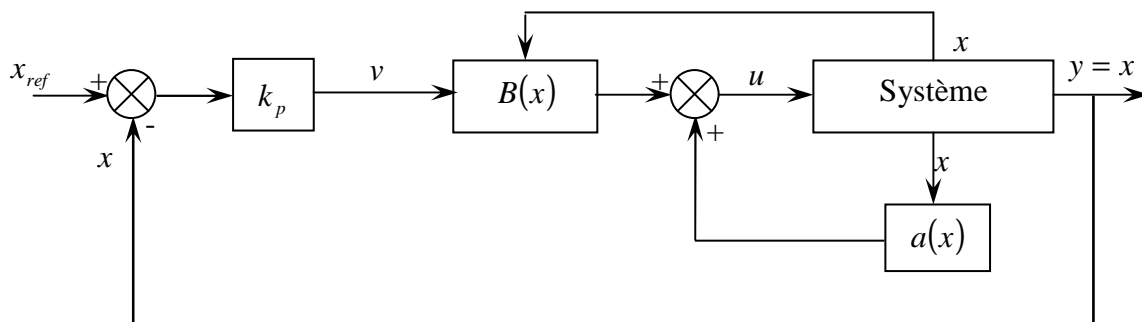


Figure III-37. Boucle de régulation avec correcteur proportionnel

La fonction de transfert du système en boucle fermée est donnée par :

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{1 + \tau_1 s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1 + \tau_2 s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1 + \tau_3 s} \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

Tel que $\tau_i = \frac{1}{k_i}$.

Le système aura une dynamique désirée imposée par la régulation et le choix adéquat des gains k_i .

III-4-b-3. Simulation

Les simulations sont faites avec *Matlab/Simulink* version 7.3. Et les valeurs numériques des paramètres, sont les suivantes :

$$c = 40\mu F, R = 10\Omega, L = 0.5mH.$$

On injecte le signal d'entrée suivant :

$$1 - de \quad t = 0 \quad \text{à} \quad t = 0.06 \quad E = 1500V, \quad v_{c_{1ref}} = 500V, \quad v_{c_{2ref}} = 1000V, \quad I_{ref} = 60A.$$

$$2 - de \quad t = 0.06 \quad \text{à} \quad t = 0.1 \quad E = 1200V, \quad v_{c_{1ref}} = 400V, \quad v_{c_{2ref}} = 800V.$$

Avec un choix adéquat de k_1 et k_2 on obtient les résultats de simulation représentés par les figures ci-dessous.

III-4-b-4. Résultats de simulation

Les figures (III-38a) et (III-38b) représentent respectivement les tensions flottantes (v_{c1}, v_{c2}) et le courant de charge il et montrent que ces trois grandeurs évoluent autour de leurs valeurs de référence.

La figure (III-39a) montre que la tension de sortie vs évolue sur quatre niveaux et la figure (III-39b) représente les évolutions des rapports cycliques ($r1, r2, r3$).

L'évolution des commandes u_1 , u_2 et u_3 est représentée respectivement par les figures (III-40), (III-41a) et (III-41b).

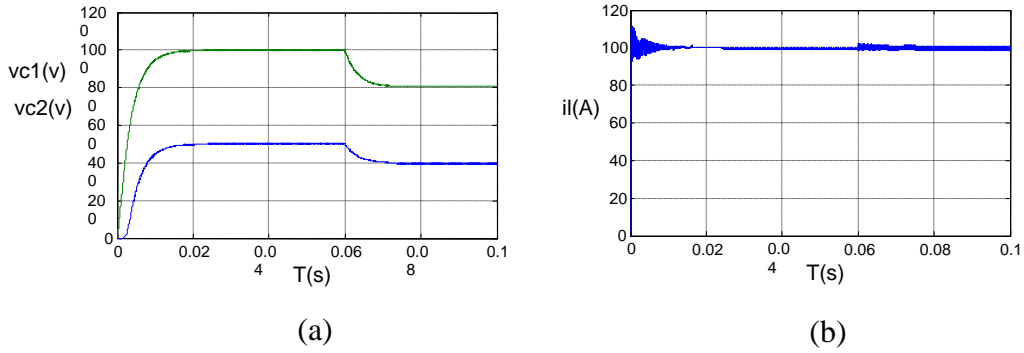


Figure III-38: Evolution des tensions flottantes (v_{c1}, v_{c2}) et de I_1 vers leur valeur de référence.

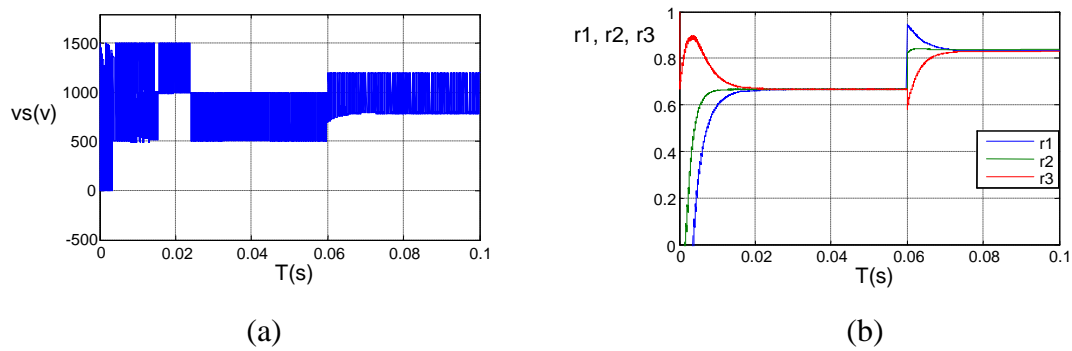


Figure III-39 : Evolution de la tension de sortie v_s et des rapports cycliques (r_1, r_2, r_3).

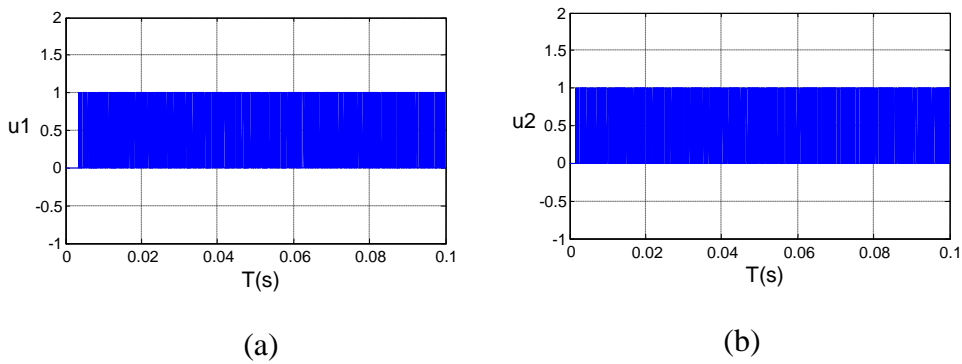


Figure III-40: Les commande u_1 et u_2 .

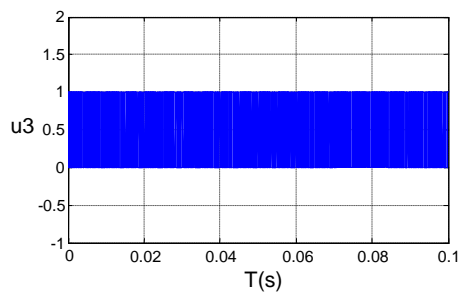


Figure III -41 : Résultat représentant la commande u_3 .

III-4-b-5. Tests de robustesse

Dans le but de tester la robustesse de cette commande, nous apportons les variations paramétriques suivantes :

1- Bruit sur la résistance

Nous testons la robustesse pour une erreur de 20% sur R tel que $R = 12\Omega$.

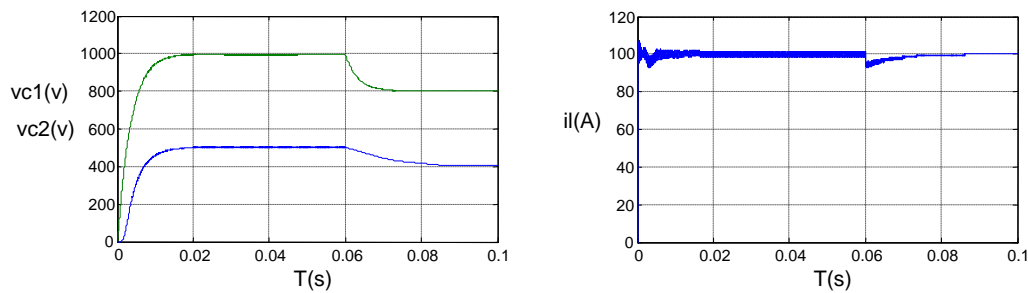


Figure III -42 : Evolution des tensions flottantes (v_{c1}, v_{c2}) et de I_l vers leur valeur de référence.

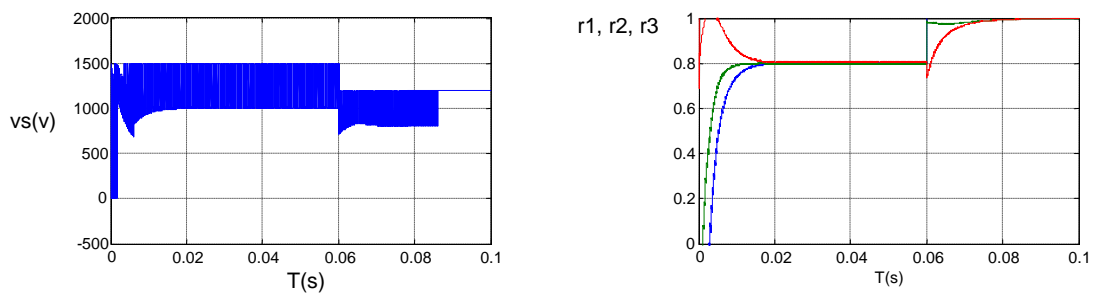


Figure III -43 Evolution de la tension de sortie vs et des rapports cycliques ($r1, r2, r3$).

2- Bruit sur la capacité

Nous rajoutons une erreur de 20% sur la capacité avec $c = 48\mu F$.

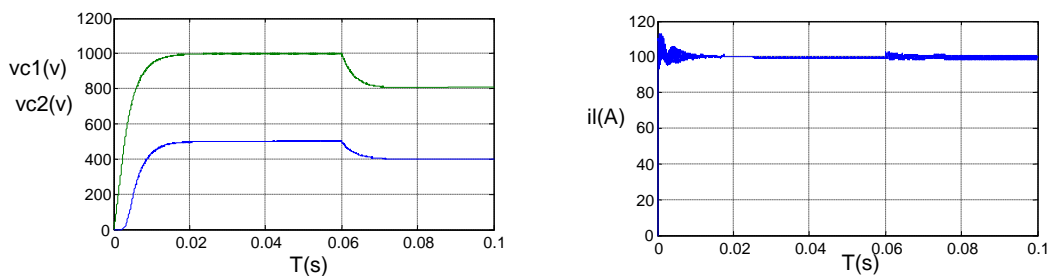


Figure III-44 : Evolution des tensions flottantes (v_{c1}, v_{c2}) et de I_l vers leur valeur de référence.

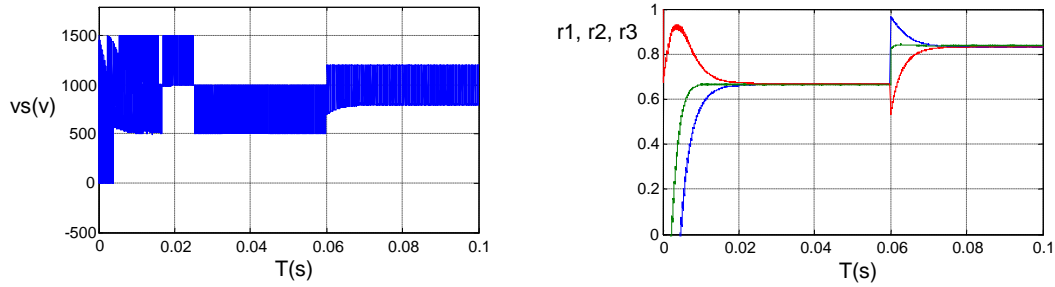


Figure III-45 : Evolution de la tension de sortie v_s et des rapports cycliques (r_1, r_2, r_3).

3- Bruit sur l'inductance

Nous testons la robustesse de cette commande pour une erreur de 20% sur l'inductance avec $L = 0.6mh$.

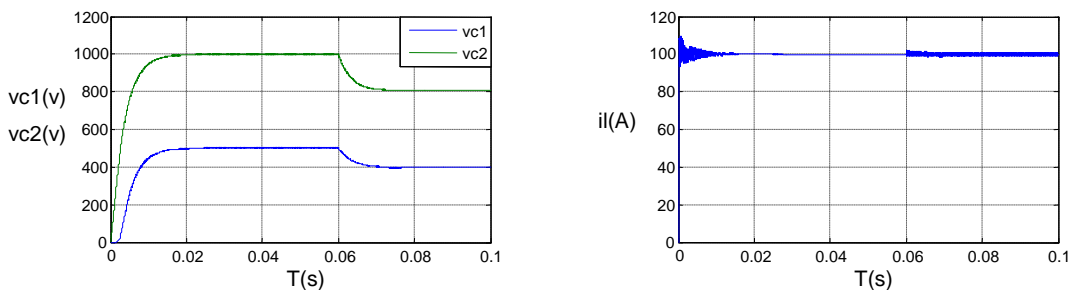


Figure IV-46 : Evolution des tensions flottantes (v_{c1}, v_{c2}) et de I_l vers leur valeur de référence.

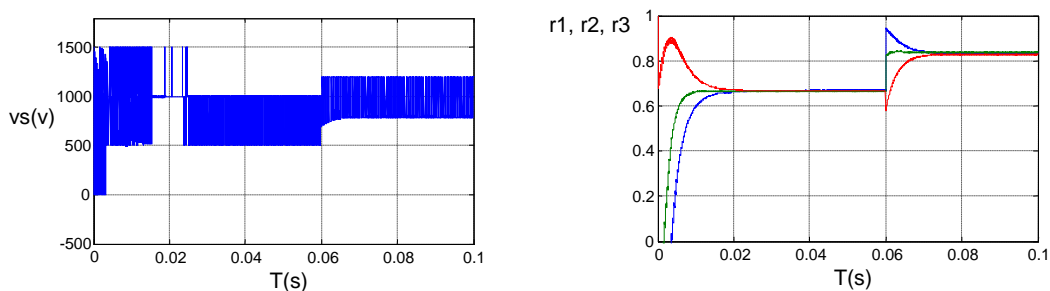


Figure III-47 : Evolution de la tension de sortie v_s et des rapports cycliques r_1, r_2, r_3 .

III-4-c. Application à un convertisseur à deux cellules de commutation

Le modèle du convertisseur peut donc être représenté sous la forme suivante :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ R \\ -\frac{R}{L}x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{x_2}{L} & \frac{x_2}{L} \\ c & c \\ \frac{x_1}{L} & \frac{E-x_1}{L} \end{bmatrix} \times u \quad (3.63)$$

Tel que : $x = [x_1 \ x_2]^T = [v_c \ I_l]^T$, $u = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}$ et $y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$, Qui sont respectivement les vecteurs d'état, d'entrée et de sortie.

Ce convertisseur peut être exprimé sous la forme du système décrit par la relation (3.49) tel que :

$$f(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{R}{L}x_3 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} -\frac{x_2}{c} & \frac{x_2}{c} \\ \frac{x_1}{L} & \frac{E-x_1}{L} \end{bmatrix}, \quad y = h(x) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Avec f , g et h sont des vecteurs de champs de vecteur lisses. Sous une forme plus compacte, le système peut être mis sous la forme (3.56).

III-4-c-1. Degré relatif

Nous calculons, pour chaque sortie, le degré relatif comme suit :

1- Pour la première sortie :

$$\begin{aligned} y_1 &= x_1 \\ \dot{y}_1 &= \dot{x}_1 = L_f h_1(x) + L_{g_1} h_1(x) \alpha_1 + L_{g_2} h_1(x) \alpha_2 \\ \dot{y}_1 &= L_f h_1(x) + \begin{bmatrix} L_{g_1} h_1(x) & L_{g_2} h_1(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \\ \dot{y}_1 &= 0 + \begin{bmatrix} -\frac{x_2}{c} & \frac{x_2}{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2- Pour la deuxième sortie :

$$\begin{aligned} y_2 &= h_2(x) = x_2 \\ \dot{y}_2 &= \dot{x}_2 = L_f h_2(x) + L_{g_1} h_2(x) \alpha_1 + L_{g_2} h_2(x) \alpha_2 \\ \dot{y}_2 &= L_f h_2(x) + \begin{bmatrix} L_{g_1} h_2(x) & L_{g_2} h_2(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \\ \dot{y}_2 &= -\frac{Rx_2}{L} + \begin{bmatrix} \frac{x_1}{L} & \frac{E-x_1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

D'où la forme normale peut être écrite sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f h_1(x) \\ L_f h_2(x) \end{bmatrix} + \Phi(x)u \quad (3.64)$$

$$\text{Mettons } B(x) = \begin{bmatrix} L_f h_1(x) \\ L_f h_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{R}{L}x_2 \end{bmatrix}$$

III-4-c-2. Calcul de la matrice de découplage

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} Lg_1h_1(x) & Lg_2h_1(x) \\ Lg_1h_2(x) & Lg_2h_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{x_2}{c} & \frac{x_2}{c} \\ \frac{x_1}{L} & \frac{E-x_1}{L} \end{bmatrix} = g(x) \quad (3.65)$$

Cette matrice de découplage doit être non singulière.

$\det(\Phi(x)) = -\frac{x_2^2 E}{Lc}$, la matrice $\Phi(x)$ est non singulière pour tout $x_3 \neq 0$, d'où le système est découplable.

La matrice inverse de $\Phi(x)$ est égale à :

$$\Phi^{-1}(X) = \begin{bmatrix} \frac{c(x_1 - E)}{x_2 E} & \frac{L}{E} \\ \frac{cx_1}{x_2 E} & \frac{L}{E} \end{bmatrix}$$

En appliquant le retour d'état de la relation (3.39) nous obtenons deux systèmes linéaires découplés suivant :

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= v_1 \\ \dot{y}_2 &= v_2 \end{aligned} \quad (3.66)$$

Après découplage, le système peut être représenté par la figure suivante :

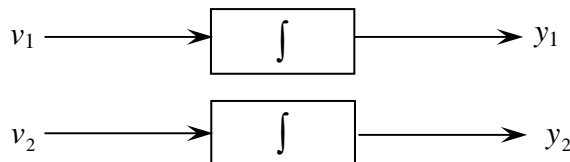


Figure III-48 : Système découplé

La matrice fonction de transfert en boucle ouverte obtenue est :

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s} \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

Nous remarquons que la matrice fonction de transfert possède des pôles à l'origine, donc le système est instable.

L'application du retour d'état (3.39) nous donne un système découplé, nous lui appliquons un correcteur linéaire afin de stabiliser et réguler le système qui est le correcteur proportionnel de la forme :

$$v_i = k_p (x_{iref} - x_i) \quad (3.68)$$

Le schéma bloc de la boucle de retour proportionnelle est représenté sur la figure (III-37).

La fonction de transfert du système en boucle fermée est donnée par:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{1 + \tau_1 s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{1 + \tau_2 s} \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

Tel que $\tau_i = \frac{1}{k_i}$

Le système aura une dynamique désirée imposée par la régulation et le choix adéquat des gains k_i .

III-4-c -3. Simulation

Les simulations sont faites avec *Matlab/Simulink* version 7.3, et les valeurs numériques des paramètres, sont les suivantes :

$$c = 40\mu F, R = 10\Omega, L = 0.5mH .$$

Nous injectons le signal d'entrée suivant :

$$1 - de \quad t = 0 \quad \text{à} \quad t = 0.05 \quad E = 1500V, v_{c_{ref}} = 750V, I_{ref} = 60A,$$

$$2 - de \quad t = 0.05 \quad \text{à} \quad t = 0.1 \quad E = 1200V, v_{c_{ref}} = 600V$$

III-4-c -4. Résultats de simulation

Avec un choix adéquat de k_1 et k_2 , nous obtenons les résultats représentés par les figures suivantes :

Les figures (III-49a) et (III-49b) représentent respectivement la tension flottante v_c et le courant de charge I_l et montrent que ces deux grandeurs évoluent autour de leurs valeurs de référence.

La figure (III-50a) montre que la tension de sortie v_s évolue sur trois niveaux et la figure (III-50b) représente les évolutions des rapports cycliques r_1 et r_2 .

L'évolution des commandes u_1 et u_2 est représentée respectivement par les figures (III-51a) et (III-51b)

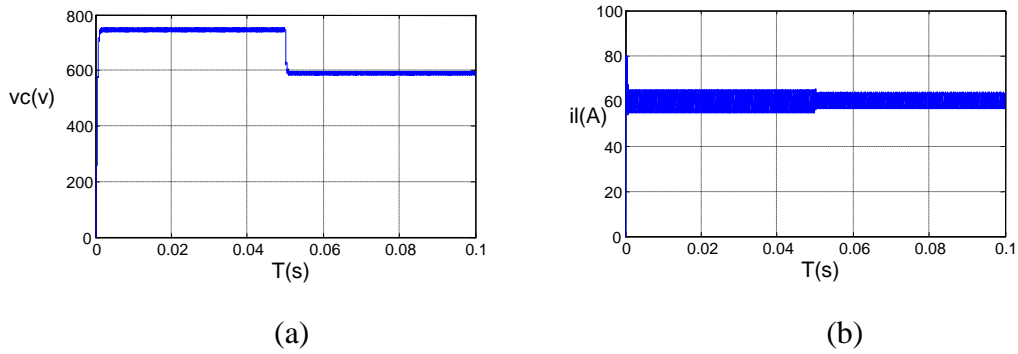


Figure III-49: Evolution de la tension flottante v_c et du courant de charge I_l vers leur valeur de référence.

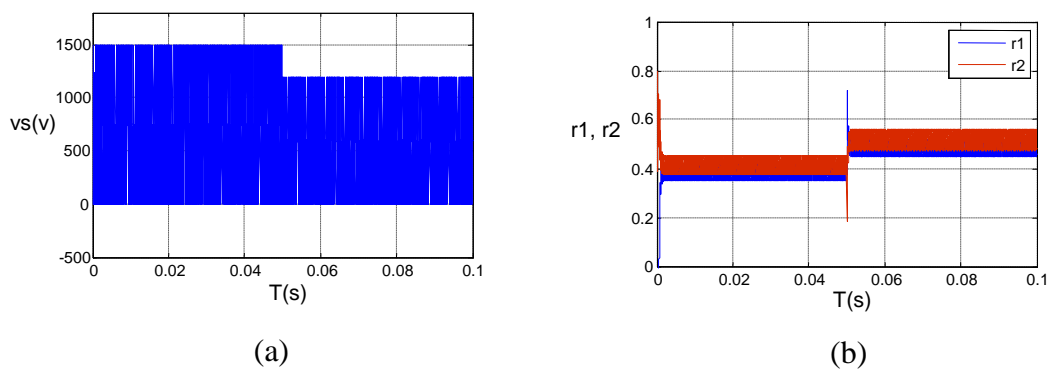


Figure III-50 : Evolution de la tension de sortie v_s et des rapports cycliques (r_1, r_2).

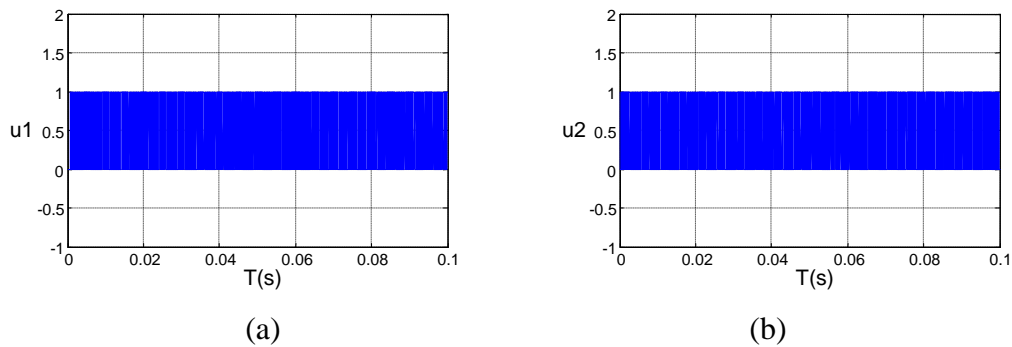


Figure III-51 : Les commandes u_1 et u_2 .

III-4-c -5. Tests de robustesse

Les résultats obtenus sont représentés par les figures suivantes :

1- Bruit sur la résistance

Pour tester la robustesse nous apportons une erreur de 20% sur la résistance, telle que $R = 12\Omega$.

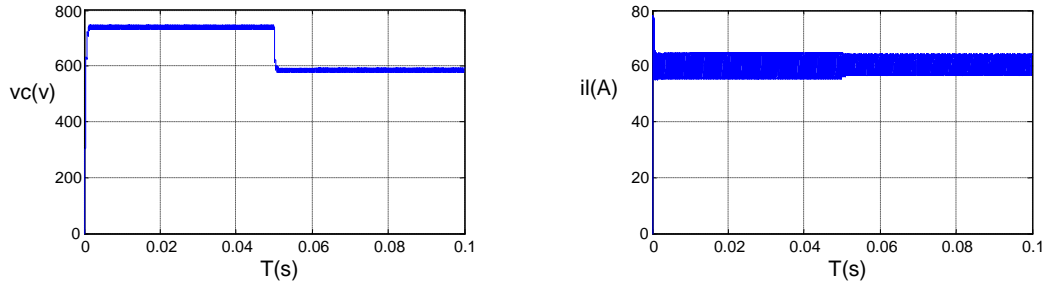


Figure III-52 : Evolution de la tension flottante v_c et du courant de charge I_l vers leur valeur de référence.

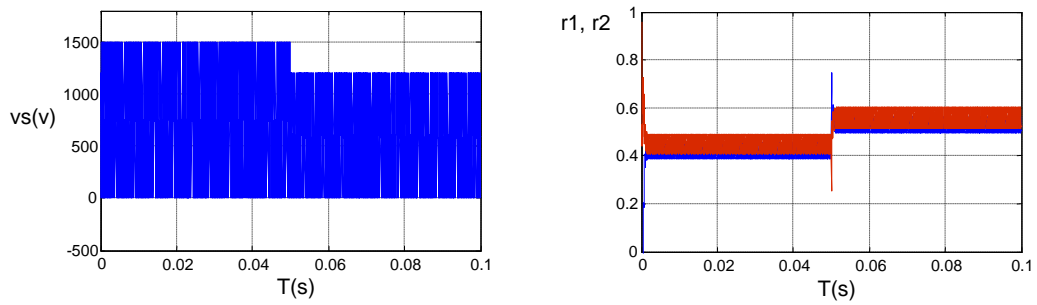


Figure III-53 : Evolution de la tension de sortie v_s et des rapports cycliques (r_1, r_2) .

2- Bruit sur l'inductance

Nous rajoutons une erreur de 20% sur l'inductance, telle que $L = 0.6mH$.

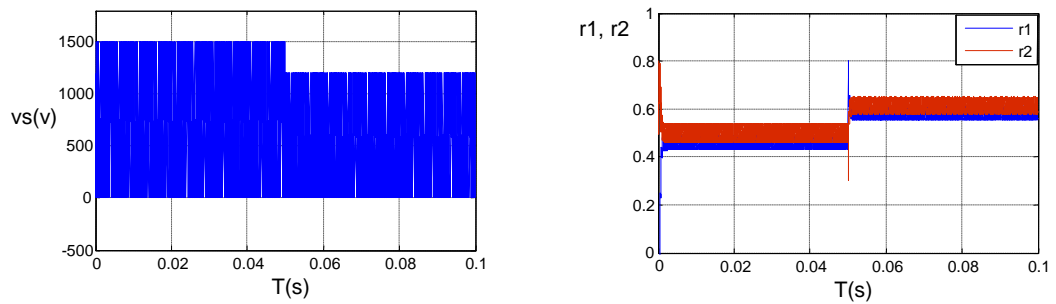


Figure III-54 : Evolution de la tension flottante v_c et du courant de charge I_l vers leur valeur de référence.

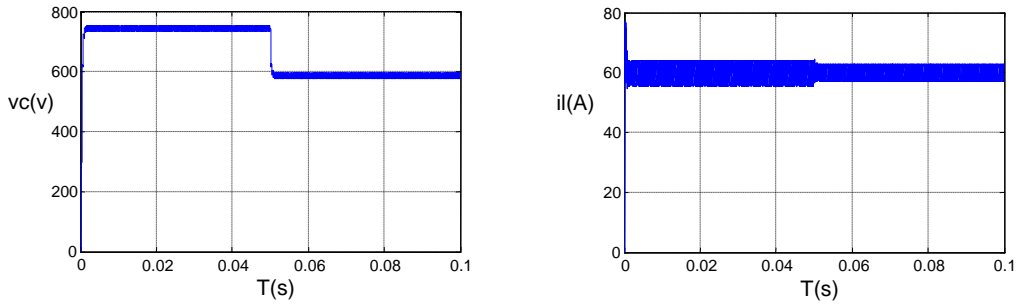


Figure III-55 : Evolution de la tension de sortie v_s et des rapports cycliques r_1, r_2 .

3- Bruit sur la capacité

Nous rajoutons une erreur de 20% sur la capacité, telle que $c = 48\mu F$.

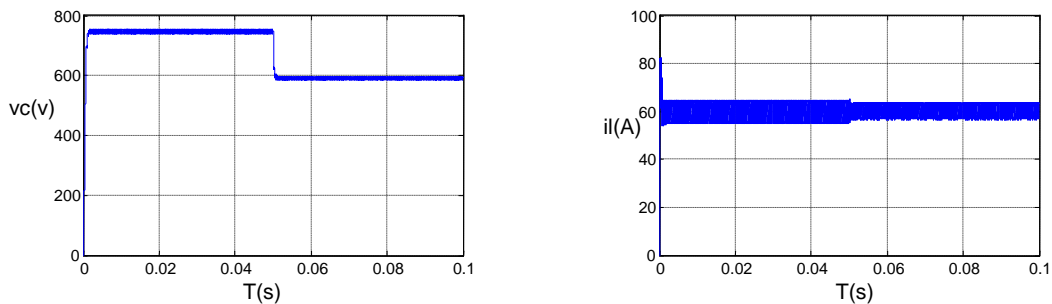


Figure III-56 : Evolution de la tension flottante v_c et du courant de charge I_l vers leur valeur de référence.

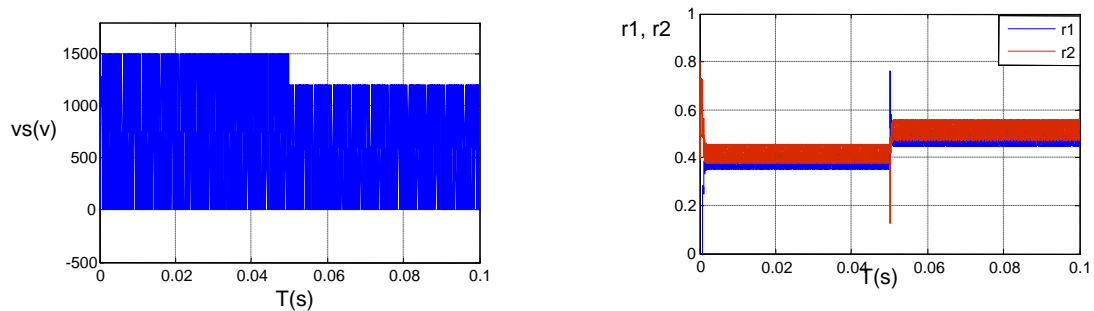


Figure III-57 : Evolution de la tension de sortie v_s et des rapports cycliques (r_1, r_2).

A cours de cette troisième simulation, nous avons remarqué une saturation des rapports cycliques lors de l'ajout du bruit sur la charge résistive, et les figures (III-42), (III-43) nous montrent clairement cela, en causant une durée de la dynamique transitoire plus élargie pour les tensions flottantes.

III-5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats concernant la commande d'un convertisseur multicellulaire à deux et à trois cellules de commutation.

Afin de conserver un fonctionnement correct du convertisseur au cours du temps, la commande par mode de glissement est appliquée pour assurer la régulation des tensions des condensateurs d'une part, et de conserver les mêmes caractéristiques de point de vue des niveaux de tension de sortie d'autre part. Les résultats de simulation obtenus ont montré que les objectifs prédéfinis sont atteints et que la commande appliquée est robuste vis-à-vis des variations de 20% sur les paramètres (R,L,C) du convertisseur, ainsi la tension flottante suit sa valeur de référence et le courant de charge aussi. La tension de sortie atteint les niveaux

$\left\{0, \frac{E}{2}, E\right\}$ pour le convertisseur à deux cellules, et $\left\{0, \frac{E}{3}, \frac{2E}{3}, E\right\}$ pour trois cellules.

Telle qu'elle a été décrite, la commande par mode de glissement est considérée comme une commande non linéaire à structure variable, nous l'avons donc représentée par un automate hybride, et cette dernière est appliquée à un convertisseur à deux cellules de commutation. Les résultats de simulation montrent que les objectifs de commande ont été atteints et les tests de robustesse vis-à-vis des variations paramétriques, montrent que le système est insensible à ces perturbations.

Nous avons vu que la commande par retour d'état exacte est basée sur une modélisation aux valeurs moyennes, ces dernières ont entraîné une saturation des rapports cycliques lors des régimes transitoires, due à une perturbation dues à un brusque changement d'une grandeur de référence et d'une variation de la charge. Contrairement à cette commande, la commande par mode de glissement était performante et les résultats de simulation ont montré qu'elle est robuste vis-à-vis de ces variations.

Conclusion Générale

Ce mémoire est consacré à l'étude des systèmes dynamiques hybrides. Ce domaine à la fois large et ouvert a permis le développement de plusieurs approches pour la modélisation, l'analyse et la synthèse des SDH. Des solutions à des problèmes complexes des systèmes à commander ou à modéliser sont ainsi étudiées par de nombreux chercheurs dans cet axe.

Au cours de notre travail, l'étude des SDH est faite de point de vue modélisation et commande. Un convertisseur DC-DC est pris comme exemple d'application pour mettre en œuvre des résultats théoriques déjà élaborés.

La modélisation et la mise en œuvre des lois de commande dédiées aux convertisseurs ont été aussi élaborées de manière à satisfaire les contraintes en tension appliquées sur les différents interrupteurs des cellules de commutation. Cet objectif nous a conduit à étudier diverses lois de commande, ayant pour but de faire une comparaison des performances entre elles. Cette étude est structurée en deux parties, dont la première correspond principalement à la modélisation des convertisseurs par l'approche hybride. En effet, face à cette structure multi-entrées multi-sorties, de nature à la fois continues et discontinues et disposant d'un modèle de représentation assez fidèle de la dynamique du système, le but principal est de réguler chacune des variables d'état. Pour cela, nous avons utilisé un formalisme de modèle hybride qui est l'automate hybride. Cette méthode nous permet d'équilibrer les tensions flottantes et d'asservir le courant. Les simulations effectuées ont donné des résultats satisfaisants et les objectifs tracés sont aussi vérifiés.

Nous avons représenté les convertisseurs par le modèle aux valeurs instantanées et celui aux valeurs moyennes, pour valider les lois de commande synthétisées dans la deuxième partie de l'application. La première loi de commande synthétisée dans cette deuxième partie, est celle du mode de glissement. Elle a montré sa performance et sa robustesse lors de son application sur un modèle instantané du convertisseur à deux et à trois cellules de commutation, et face à des perturbations paramétriques sur R , L et C ; nous avons remarqué que les états atteignent leurs références en un temps très petit.

Dans l'idée dominante de commander indépendamment chacune des variables d'état en limitant les interactions existantes entre ces variables, nous avons appliqué une deuxième loi de commande qui est le retour d'état exacte entrée/sortie, basée sur le modèle aux valeurs moyennes. Cette méthode nous a permis de découpler le fonctionnement de chacune des variables d'état les une par rapport aux autres. Elle nous a permis aussi de mettre en évidence un problème lié à la saturation des rapports cycliques. Les simulations nous ont montré que le fait d'imposer une variation des tensions des condensateurs et de rajouter un bruit sur la charge résistive, entraîne une perturbation du courant, ce qui est due à la saturation des commandes.

Comme il a été mentionné, la commande par mode de glissement est considérée comme une commande à structure variable, nous avons donc utilisé un concept novateur qui est la méthode hybride pour la représenter, elle est ensuite appliquée à un convertisseur à deux cellules de commutation. Les simulations ont montré que, les objectifs de commande sont atteints et les résultats sont aussi satisfaisants et l'équilibre de la tension flottante est assuré.

La modélisation hybride nous ouvre de grands horizons pour les systèmes actuels. Dans la plupart d'entre eux, on retrouve à la fois des variables continues et discontinues qui interagissent. Notre exemple fait partie de ces systèmes. En effet, de part son principe, cette méthode de représentation nous permet de réguler et stabiliser le système, en posant les conditions d'invariance et de transition.

Il est à retenir que la commande par mode de glissement donne de meilleures performances et robustesses comparativement à la commande par retour d'état, vu qu'elle a l'avantage d'être robuste vis-à-vis des variations paramétriques et des perturbations, ainsi, elle s'adapte bien pour les systèmes dont la commande est discontinue.

Bibliographie

- [**Acc 03**] P. Acco, 'Etude de la boucle de verrouillage de phase par impulsions de charge : Prise en compte des aspects hybrides', Thèse de Doctorat, Institut National des sciences appliquées de Toulouse, France, 2003.
- [**Aim 03**] M. Aimé, 'Evaluation et optimisation de la bande passante des convertisseurs statiques : Application aux nouvelles structures multicellulaires', Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, France, 2003.
- [**Bar 03**] V. Barichard, 'Approches hybrides pour les problèmes multiobjectifs', Thèse de Doctorat d'Etat, Université d'Anger, France, 2003.
- [**Ben 06**] K. Benmansour, 'Contribution à l'application des commandes robustes et intelligentes à une MSAP et de la théorie des systèmes dynamiques hybrides à un convertisseur', Thèse de Doctorat, Ecole Nationale d'Alger, Algérie, 2006.
- [**Ben 06**] K. Benmansour, A. Benalia, M. Djemaï and J. Deleon, 'Hybrid control of multicellular converter, In Nonlinear Analysis : Theory, Methods & Applications, special issue : Hybrid Systems and Applications', Ed. Elsevier, 2006.
- [**bens 01**] R. Bensaid, 'Observateurs des tensions aux bornes des capacités flottantes pour les convertisseurs multicellulaires séries', Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, France, 2001.
- [**Ben si 03**] O. Ben Sik Ali, 'Simulation des systèmes continus ouvert, Application à la synthèse', Mémoire de DEA, Université Joseph Fourier U.F.R Informatique & Mathématiques Appliquées, France, 2003.
- [**Bet 02**] O. Bethoux, J.P. Barbot, 'Commande directe d'un hacheur multicellulaire série respectant les cycles limites optimaux', Programme C I F A – 2002.
- [**Bou91**] F. Boudjema, 'Commande par mode glissement : Application aux convertisseurs multicellulaires', Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier de Toulouse, 1991.
- [**Bir 06**] A. Birouche, 'Contribution sur la synthèse d'observateurs pour les systèmes dynamiques hybrides', Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, France, 2006.
- [**Car 96**] P. Carrere, 'Etude et réalisation des convertisseurs multicellulaires séries à IGBT : Equilibrage des condensateurs flottants', Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, France, 1996.
- [**Ceb 00**] B. Cebon, 'Commande de systèmes dynamiques hybrides', Thèse de Doctorat, Université d'Anger, France, 2000.
- [**Cor 96**] J.P. Corriou, 'Commande des procédés', Génie des procédés de l'école de Nancy, ENSI, © Technique & Documentation, 1996, ISBN : 2-7430-0145-3.
- [**Djo 00**] D. Djouadi, 'Modélisation, stabilité et commande des systèmes hybrides : Application à une ruche apicole', Mémoire de Magister, Université de Blida, Algérie, 2000.
- [**Fib 01**] H. Fibrianto, 'Contribution à la commande du procédé de décongélation haute pression : Approche classique et approche hybride', Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, France, 2001.
- [**Gat 97**] G. Gateau, 'Contribution à la commande des convertisseurs statiques multicellulaires séries : Commande non linéaire et commande floue', Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, France, 1997.
- [**Gat 97**] G. Gateau, P. Maussion, T. Meynard, 'De la modélisation à la commande non linéaire des convertisseurs multicellulaires séries : application à la fonction hacheur', Journal de Physique III France Juin 1997, page 1277-1305.
- [**Gir 04**] A. Girard, 'Analyse algorithmique des systèmes hybrides', Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, France, 2004.
- [**Gup 05**] P. Gupta and A. Patra. 'Hybrid mode-switched control of dc-dc boost converter circuits'. IEEE Transactions on Circuit and Systems-II: Express briefs, 52, 2005.

- [Khal 03]** S. Khalfaoui, 'Méthode de recherche des scénarios redoutés pour l'évaluation de la sûreté de fonctionnement des systèmes mécatroniques du monde automobile', Thèse de Doctorat, Institut National de Toulouse, France, 2003.
- [Lau 03]** J. Lauber, 'Moteur à allumage commandé avec EGR : Modélisation et commande non linéaire', Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Valenciennes, France, 2003.
- [Lie 06]** A.M. Lienhardt, 'Etude de la commande et de l'observation d'une nouvelle structure de conversion d'énergie de type SMC (Convertisseur multicellulaire superposé)', Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, France, 2006.
- [Les 06]** C. Lesire, 'Estimation numérique-symbolique pour le suivi d'activités hybrides, Ecole nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'espace, Thèse de Doctorat d'Etat, 2006.
- [Liu 07]** P. Liutanakul, 'Stabilité des réseaux embarqués : Interaction puissance- structure-commande', Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, France, 2007.
- [Men 02]** N. Mendalek, K. Al-Haddad, F. Fnaiech, L.-A. Dessaint, "Sliding Mode Control of 3-Phase Shunt Active Filter in the d-q Frame", IEEE 33rd Annual Power Electronics Specialists Conference, vol. 1, June 23-27, 2002, pp. 369-375.
- [Mey 97]** T.A. meynard, Member, IEEE, M. Fadel, and N. Aouda, 'Modeling of multilevel converters', IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 44, No. 3, June 1997.
- [Nic 96]** B. Nicolas, 'Contribution à la commande des convertisseurs statiques : définition de lois de commutation à l'aide de la théorie des modes glissants', Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, France, 1996.
- [Pay 02]** S.E. Payet, 'Modelling control and supervision for a class of hybrid systems', Thèse de Doctorat, Université de Girona, Espagne, 2002.
- [Pet 99]** S. Petersson, 'Analysis and design of hybrid systems', PHD Thesis, University of Technology Goteborg, Sweden, 2003.
- [Pin 02]** D. Pinon, M. Fadel, T. Meynard, 'Commande par mode de glissement d'un hacheur à deux cellules', RIGE-5/2002.EPE'99.
- [Ric 06]** P.Y. Richard, H. Cormerais, J. Buisson, 'A generic design methodology for sliding mode control of switched systems', *Nonlinear Analysis* 65 (2006) 1751-1772, 0362-546X/\$- see front matter © 2006 Published by Elsevier Ltd, Available online at www.sciencedirect.com.
- [Ron 06]** A. Rondepierre, 'Algorithme hybride pour le contrôle optimal des systèmes non linéaires', Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, France, 2006.
- [Rou 04]** N. Roux, 'Nouveaux mécanismes de commutation exploitant les protections intégrées des semi-conducteurs de puissances : Application à la conception de convertisseurs statiques automatiques', Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, France, 2004.
- [Rue 02]** R. Ruelland, 'Apport de la co-simulation dans la conception de l'architecture des dispositifs de commande numérique pour les systèmes électriques', Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, France, 2002.
- [Sch 02]** M. Schinkel, 'Nondeterministic hybrid dynamical systems', Thèse de Doctorat, Université de Glasgow, Ecosse, 2002.
- [Sen 03]** M. Senesky, G. Eirea, T.J. Koo, "Hybrid modelling and control of power electronics," in *Hybrid Systems, Computation and Control*, ed. O. Maler and A. Pnueli, pp.450-465, Springer-Verlag, Heidelberg, 2003.
- [Tac 98]** O. Tachon, 'Commande découplante linéaire des convertisseurs multicellulaires séries : Modélisation, synthèse et expérimentation', Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, France, 1998.
- [Zah 00]** T. Zaharieva 'Commande à structure variable appliquée à un moteur synchrone', thèse pour l'obtention du Diplôme de Recherche de l'INSA de Toulouse, France, 2000.
- [Zay 01]** J. Zaytoon, 'Systèmes dynamiques hybrides', Collection Hermès, Paris, France. Livre publié en 2001.
- [Zul 03]** E. Zulueta, T.Rico, J.M.G. de Durana, 'Hybrid Modelling of loop DC-DC Converters', *Revista Facultad de Ingeniería, U.T.A.(CHILE)*, Vol.11 N°2, 2003, pp.41-46.