

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Ecole Nationale Polytechnique  
Ecole doctorale de génie électrique



Département de Génie Electrique  
Laboratoire de recherche en électrotechnique

## Mémoire de Magister

En vue de l'obtention du diplôme de magister

**En Électrotechnique**

**Option : Machines Electriques**

**Présenté par**

**NAAMI Abdelatif**

**Ingénieur d'Etat en Electrotechnique de l'ENP - Alger**

Thème

---

### **LA STRATEGIE MLI VECTORIELLE OPTIMISEE : RECHERCHE DE TOUTES LES SOLUTIONS D'ANGLES DE COMMUTATION**

---

Soutenue publiquement le 11/12/2011 devant le jury composé des membres :

Président :	IBTOUEN Rachid	Professeur	ENP.
Rapporteur :	HADJI Seddik	Maître de conférences	ENP.
Co. Rapporteur :	TOUHAMI Omar	Professeur	ENP.
Examineurs :	MAHMOUDI Mohand Oulhadj	Professeur	ENP.
	MEKHTOUB Saïd	Professeur	ENP.
	TAHMI Redouane	Maître de conférences	ENP.

## ملخص

الهدف من هذا العمل هو حل المعادلات اللا خطية المتعلقة بتطبيق الاستراتيجية MLI الشعاعية على المحولات الساكنة، والتي تسمح بحساب زوايا التبديل. في هذه التقنية، يتم طرح المشكلة عن طريق حل جملة المعادلات اللا خطية التي تعبر عن طويلة التوافقيات بدلالة زوايا التبديل. ومع ذلك، فإن الصعوبة الرئيسية لهذا الأسلوب تكمن في حساب زوايا التبديل.

طريقتان من طرق التحسين يتم دراستهما من أجل استخدامهما في البحث عن كل الحلول الممكنة على أساس محاكاة النظام في الحالة المستقرة والذي يمثل الهدف الرئيسي لهذا العمل. هاتان الطريقتان هما طريقة VIGNES والتحسين بواسطة سرب الجسيمات. النتائج المحصل عليها بواسطة هاتين الطريقتين تظهر في هذا المجال وحدة هذه الحلول في حالة موج التوتر أحادي الطور ذو ثلاث مستويات.

**كلمات مفتاحية :** الاستراتيجية MLI الشعاعية ، أساليب التحسين، معادلات لا خطية، سرب الجسيمات.

## Résumé

Le but de ce travail consiste à solutionner les équations non linéaires correspondant à l'application de la stratégie MLI vectorielle optimisée aux convertisseurs statiques, qui permettent le calcul des angles de commutation des composants de puissance. Dans cette technique, le problème se ramène à la résolution d'un système d'équations non linéaires exprimant l'amplitude des harmoniques en fonction des angles de commutation des composants de puissance. Toutefois, la difficulté principale de cette tâche réside dans le calcul mêmes des angles de commutation.

Deux méthodes d'optimisations sont examinées en vue de leur utilisation pour la recherche de toutes les solutions possibles, sur la base de simulation du système en régime permanent, qui constitue l'objectif principal de ce travail. Il s'agit de la méthode d'optimisation de VIGNES et l'optimisation par les essais particuliers. Les résultats obtenus, par ces deux méthodes suggèrent à ce stade l'unicité de ces solutions pour l'onduleur de tension monophasé à trois niveaux.

**Mots clés :** Stratégie MLI Vectorielle Optimisée, méthodes d'optimisations, Equations Non Linéaires, Optimisation par essais particuliers.

## Abstract

The aim of this work is to solve the nonlinear equations corresponding to the application of the vector optimized PWM strategy for static converters which allow the derivation of the power components switching angles values. In this technique, the problem is reduced to solving a system of nonlinear equations expressing the amplitude of harmonics in terms of the switching angles as variables. However, the main difficulty in this method resides in reaching switching angles solution to these expressions on the basis of specified criteria.

Two optimization methods are used in for searching for all possible solutions to these nonlinear equations, which is the main objective of this work, based on system simulation till steady state, repeatedly. Those are the optimization method of VIGNES and the Optimization by Particle Swarm PSO algorithm. The results obtained by both of the methods suggest the uniqueness of solutions for single-phase three-level voltage inverter, at this stage of the study.

**Keywords:** Vector Optimized PWM Strategy, optimization methods, nonlinear equations, particle swarm optimization.

# **Dédicace**

*À toute ma famille,  
À tout mes amis,  
Je dédie ce modeste travail*

*Abdelatif*

## **Remerciement**

*Au terme de ce mémoire je tiens à remercier tout naturellement en premier lieu DIEU Le Tout Puissant qui nous a donné la force, le courage et la patience de bien mener ce travail.*

*Ce travail a été réalisé sous la direction de Mr. HADJI Seddik notre promoteur, et Mr. TOUHAMI Omar notre co-promoteur, qu'ils trouvent ainsi l'expression de ma profonde reconnaissance pour leurs aides, leurs encouragements et leurs précieux conseils durant le déroulement de ce travail.*

*Je tiens à remercier Monsieur IBTIOUEN Rachid, Professeur à l'ENP, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury.*

*Je tiens également à remercier Monsieur MAHMOUDI Mohand Oulhadj, Professeur à l'ENP, pour l'intérêt qu'il a manifesté pour ce travail en participant au jury.*

*Mes remerciements vont également à Monsieur MEKHTOUB Saïd, Professeur à l'ENP, pour l'honneur qu'il me fait en participant au jury.*

*Je tiens également à remercier Monsieur TAHMI Redouane, Maître de conférences à l'ENP, pour l'honneur qu'il me fait en participant au jury.*

*Je tiens également à remercier tous ceux qui de près ou de loin ont participé à l'élaboration de ce travail.*

*Je voudrais remercier tout particulièrement mes parents ainsi que mes frères et mes sœurs pour leurs soutiens et leurs encouragements tout au long de mon cursus.*

# TABLE DES MATIERES

<b>Introduction Générale</b> .....	1
------------------------------------	---

## **Chapitre I : Les stratégies de modulation de largeur d'impulsion MLI**

I.1 Introduction .....	3
I.2 Formes d'ondes MLI .....	4
I.3 Différentes stratégies MLI .....	5
I.3.1 Technique MLI engendrée .....	5
I.3.2 Les stratégies MLI précalculée ou optimisée .....	7
I.3.2.1 Elimination des harmoniques .....	8
I.3.2.1.1 Elimination des harmoniques exacte.....	8
I.3.2.1.2 Stratégies MLI à échantillonnage régulier RSHEPWM .....	12
I.3.2.2 Minimisation des harmoniques.....	16
I.3.2.2.1 Minimisation des harmoniques exacte HM PWM.....	16
I.3.2.2.2 Stratégies MLI à échantillonnage régulier RSHM PWM .....	18
I.3.3 Stratégie MLI à bande d'hystérésis HBPWM.....	19
I.3.3.1 Stratégie MLI à bande d'hystérésis analogique AHBPWM .....	19
I.3.3.2 Stratégie MLI à bande d'hystérésis à échantillonnage régulier SHBPWM.....	21
I.4 Conclusion.....	23

## **Chapitre II : Modélisation des convertisseurs statiques**

II.1 Introduction.....	24
II.2 Les Composants de l'électronique de puissance .....	25
II.2.1 Choix des interrupteurs.....	26
II.2.2 Conclusion .....	30
II.3 Caractérisation des convertisseurs .....	30
II.4 Principe de fonctionnement d'un convertisseur .....	30
II.5 Modélisation d'un convertisseur statique .....	31
II.6 Dimensionnement des éléments de filtrage .....	34
II.6.1 Principe de base.....	34
II.6.2 Dimensionnement de l'inductance .....	34
II.6.3 Dimensionnement du condensateur.....	35
II.6.4 Exemple d'application .....	37
II.7 Conclusion .....	38

## **Chapitre III : La stratégie MLI vectorielle optimisée**

III.1 Introduction.....	39
III.2 Principe de la méthode .....	39
III.3 Application de la méthode.....	42
III.4 Détermination des angles de commutation.....	46
III.5 Organigramme de la méthode.....	47
III.6 Résultats de Simulation .....	48
III.6.1 3 <sup>ème</sup> et 5 <sup>ème</sup> harmoniques sont éliminés .....	50
III.6.1 3 <sup>ème</sup> , 5 <sup>ème</sup> , 7 <sup>ème</sup> et 9 <sup>ème</sup> harmoniques sont éliminés.....	53
III.6.3 3 <sup>ème</sup> au 13 <sup>ème</sup> harmoniques sont éliminés.....	56

III.7 Conclusion .....	58
------------------------	----

## **Chapitre IV : Elimination d'harmoniques par les méthodes d'optimisation**

IV.1 Introduction .....	59
IV.2 Système non linéaire pour la stratégie MLI vectorielle optimisée .....	60
IV.3 Méthodes de résolution des systèmes d'équations non linéaires .....	61
IV.3.1 Méthode de Newton-Raphson .....	61
IV.3.1.1 Principe .....	61
IV.3.1.1.1 Formulation développée .....	61
IV.3.1.1.2 Formulation matricielle .....	63
IV.3.1.2 Avantages et inconvénients de la méthode de Newton-Raphson .....	63
IV.3.1.2.1 Avantages .....	63
IV.3.1.2.2 Inconvénients .....	63
IV.3.2 Les Méthodes Quasi Newton .....	64
IV.3.2.1 Principe .....	65
IV.3.2.2 Méthode de Broyden .....	65
IV.3.2.3 Méthode de Davidon-Fletcher-Powell (DFP) .....	66
IV.3.2.4 Méthode de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) .....	66
IV.3.2.5 Avantages et inconvénients des Méthodes Quasi Newton .....	66
IV.3.3 Méthodes de résolution par optimisation .....	66
IV.3.3.1 Principe .....	67
IV.3.3.2 Méthode de la plus grande pente .....	67
IV.3.3.2.1 Principe .....	67
IV.3.3.2.2 Détermination du scalaire $\mu_n$ .....	69
IV.3.3.2.3 Inconvénient .....	70
IV.3.3.3 Méthode de VIGNES .....	70
IV.3.3.3.1 Principe .....	70
IV.3.3.3.2 Avantages et inconvénient de la méthode de VIGNES .....	74
IV.3.3.4 Les métaheuristiques .....	75
IV.3.3.4.1 Optimisation par les algorithmes génétiques .....	76
IV.3.3.4.1.1 Terminologie des algorithmes génétiques .....	76
IV.3.3.4.1.2 Pseudo-code d'un algorithme génétique standard .....	77
IV.3.3.4.1.3 Opérateurs de reproduction .....	78
IV.3.3.4.1.5 Organigramme général d'un algorithme génétique .....	80
IV.3.3.4.2 Optimisation par essaim particulière .....	81
IV.3.3.4.2.1 Principe de déplacement d'une particule .....	82
IV.3.3.4.2.2 Procédure de recherche .....	83
IV.3.3.4.2.3 Confinement des particules .....	85
IV.3.3.4.2.4 Poids inertiel .....	86
IV.3.3.4.2.5 Facteur de constriction .....	86
IV.3.3.4.2.6 Nombre de particules .....	87
IV.3.3.4.2.7 Algorithme général de la PSO .....	87
IV.3.3.4.2.8 PSO pour la technique HEPWM vectorielle .....	89
IV.4 Résultats de simulation .....	91
IV.4.1 Résultats obtenus par la méthode de VIGNES .....	91
IV.4.2 Résultats obtenus par la méthode PSO .....	94
IV.4.3 Comparaison des résultats obtenus par la méthode de VIGNES et la méthode PSO .....	97
IV.5 Conclusion .....	100

<b>Conclusion Générale</b> .....	102
<b>Bibliographiques</b> .....	104

# **INTRODUCTION GENERALE**



## INTRODUCTION GENERALE

L'énergie électrique, entre sa production initiale et son utilisation finale, doit très souvent subir de multiples conversions afin de s'adapter aux besoins du consommateur. Vu son faible coût et son rendement élevé, l'électronique de puissance constitue, de plus en plus, la solution optimale pour conditionner l'énergie électrique. Ainsi, une des branches de l'électrotechnique ayant subi une évolution technologique importante, est celle des convertisseurs statiques qui ont vu une nette amélioration de leur rendement.

La qualité de la tension de sortie des convertisseurs statiques dépend fortement de la technique de commande utilisée. Plusieurs méthodes ont été développées avec l'objectif de générer une tension de sortie des convertisseurs statiques ayant le moins d'harmoniques possibles ; et la technique de modulation de largeur d'impulsion MLI est l'une des techniques les plus répandues. Les stratégies de commande MLI optimisées sont utilisées dans plusieurs applications de moyenne et haute puissance, ces stratégies supposent traditionnellement l'existence d'une source de tension continue parfaitement lissée à la sortie du filtre. Les angles de commutation sont déterminés pour une forme d'onde MLI symétrique par rapport à la demie et au quart de période sur la base de critères tels que l'élimination d'harmoniques et la minimisation d'harmoniques. Cependant, la taille des éléments de filtrage passifs relève d'un compromis entre la réduction des coûts et le maintien des performances du système. La réduction de la capacité du condensateur réduit l'efficacité du filtrage. Des harmoniques apparaissent alors sur la tension continue et peuvent altérer les performances de la stratégie MLI optimisée. Il serait utile d'étendre l'efficacité de ces stratégies au cas de présence d'ondulations sur la tension continue. A cet effet, la stratégie MLI vectorielle optimisée d'élimination d'harmoniques est utilisée. Cette stratégie est basée sur l'évaluation du spectre harmonique de la tension continue et de sa valeur moyenne qui sont ensuite utilisés dans le calcul des angles de commutation, de manière répétitive, jusqu'à ce qu'une solution satisfaisante soit obtenue.

Le système d'équations qui permettent le calcul des angles de commutation est non linéaire, sa résolution nécessite des algorithmes numériques à récurrence et donc un calcul intensif qui ne peut être alors effectué depuis le programme de gestion du convertisseur statique en temps réel (on-line).

D'innombrables méthodes ont été élaborées pour la résolution des équations et des systèmes d'équations non linéaires. Parmi ces méthodes, la méthode de Newton-Raphson est la plus

utilisée. Cette méthode lorsqu'elle converge, a une convergence quadratique. Cependant, elle est susceptible de diverger. Pour pallier cet inconvénient, il est intéressant d'utiliser d'autres processus tels que les méthodes d'optimisation.

Ces méthodes ne s'appliquent pas directement au système à résoudre mais à une norme déduite de ce système. L'emploi d'une méthode d'optimisation pour résoudre un système d'équations nécessite, en premier lieu, de ramener la résolution d'un système d'équations non linéaires au problème de la recherche du minimum d'une fonction de plusieurs variables.

Les méthodes d'optimisation présentent toutefois l'inconvénient de ne pas traiter le système non linéaire lui-même, mais une norme. Les méthodes d'optimisation risquent de d'aboutir un minimum local non nul. C'est là le principal inconvénient de ce type de méthode.

Le but de ce travail consiste à solutionner les équations non linéaires correspondant à l'application de la stratégie MLI vectorielle optimisée aux onduleurs monophasés de tension à trois niveaux, qui permettent le calcul des angles optimisés de commutation des composants de puissance, à la recherche de toutes les solutions possibles sur la base de simulation du système en régime permanent.

Le premier chapitre portera sur une étude bibliographique sur les stratégies de modulation de largeur d'impulsion MLI optimisées et les algorithmes de résolution numérique des systèmes d'équations non linéaires associées à ces stratégies.

Le deuxième chapitre concernera la modélisation des convertisseurs statiques de base (redresseur survolteur et onduleur monophasés) de tension.

Dans le troisième chapitre, est présentée la stratégie MLI vectorielle optimisée d'élimination des harmoniques, rappelant l'élaboration des équations non linéaires permettant le calcul des angles optimisés de commutation des composants de puissance.

Le quatrième chapitre portera sur la résolution proprement dite des équations non linéaires pour la détermination des angles optimisés de commutation et la recherche de toutes les solutions possibles moyennant deux méthodes d'optimisations : la méthode d'optimisation de VIGNES et l'optimisation par les essais particuliers. Enfin, une étude comparative des résultats obtenus par ces deux dernières méthodes clôturera ce chapitre.

# **CHAPITRE I**

## **LES STRATEGIES DE MODULATION DE LARGEUR D'IMPULSION MLI**

## **CHAPITRE I**

# **LES STRATEGIES DE MODULATION DE LARGEUR D'IMPULSION MLI**

---

---

### **I.1 Introduction**

La qualité de la tension de sortie des convertisseurs statiques dépend fortement de la technique de commande utilisée. Plusieurs méthodes [1] ont été développées avec l'objectif de générer une tension de sortie des convertisseurs statiques ayant le moins d'harmoniques possibles ; et la technique de modulation de largeur d'impulsion MLI est l'une des techniques les plus répandues. La MLI est une technique qui consiste à découper à une fréquence suffisamment élevée la tension à appliquer à la charge de manière à ce que les impulsions obtenues soient réparties tout au long de la période de cette tension constituant ainsi une onde dont le fondamental peut être positionné dans cette période et les amplitudes des harmoniques indésirables maintenues en dessous du seuil spécifié selon les besoins de l'application envisagée. Cela a, en fait, pour effet de déplacer ces harmoniques à des fréquences plus élevées facilitant leur filtrage et améliorer le taux de distorsion.

L'onde de forme MLI est généralement obtenue à partir d'une source de tension traditionnellement considérée comme étant parfaitement lisse. Cependant, la fréquence de découpage, qui est en fait représentée par le nombre d'impulsions/creux par demie - onde de la tension MLI fabriquée, ne peut augmenter librement car des situations inadmissibles de dissipation de puissance par les semi-conducteurs utilisés sont rencontrées dans les domaines de puissance moyenne et élevée. D'où le développement de stratégies MLI adaptées à chacun des domaines d'application, développement qui a eu lieu durant les dernières décennies.

Les stratégies MLI optimisées se sont imposées en moyenne et grande puissance car, par nécessité, elles sont généralement associées à des convertisseurs fonctionnant à fréquence de commutation basse ou moyenne. A ces fréquences, les avantages relatifs à l'impression de la forme d'onde MLI pour positionner les instants de commutation afin de réduire le taux de distorsion, sont considérables. Par conséquent, les techniques MLI optimisées peuvent apporter des améliorations appréciables aussi bien en termes de taux de distorsion que de dissipation par commutation.

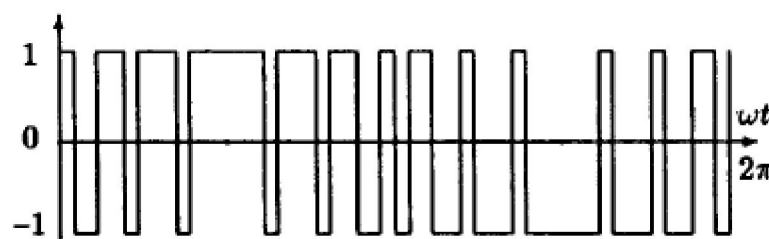
Les angles de commutation peuvent être calculés soit pour minimiser, soit pour éliminer certains harmoniques du spectre de fréquences de l'onde MLI fabriquée. La détermination de

ces angles est compliquée et nécessite un temps de calcul long pour la résolution d'équations non linéaires [2,3]. Par conséquent, ces calculs sont effectués hors fonctionnement du système (off-line) et stockés en mémoire pour exploitation sous forme de tables (LUT) à lire par un microprocesseur [3,4]. Ce qui implique évidemment l'utilisation de composants circuits intégrés mémoire de grande capacité associés à une technique d'interpolation. D'où une complexité du système accrue et un coût plus élevé. Afin de contourner ces difficultés, plusieurs techniques de modulation MLI de minimisation d'harmoniques et d'élimination d'harmoniques à base de la stratégie MLI à échantillonnage régulier ont été, depuis, développées [5-7]. Ces dernières déterminent une valeur approximative de ces angles de commutation optimisés à partir de leurs valeurs exactes et qui sont alors définis par des expressions algébriques simples [8-12] rendant leur calcul lors du fonctionnement du système (on-line) et en temps réel possible par un microcontrôleur ou un processeur de traitement du signal (DSP).

## I.2 Formes d'ondes MLI

Les formes d'ondes MLI peuvent être classifiées en fonction du nombre de niveaux de tension qu'elles peuvent prendre et de la logique utilisée. Une onde MLI à deux niveaux correspond à une onde qui prend seulement les valeurs de tension  $+1$  et  $-1$  (**Fig. I.1** et **I.2**) en unités relatives (p.u.), tandis qu'une onde à trois niveaux peut prendre les valeurs  $+1$ ,  $0$  et  $-1$ , (**Fig. I.3**).

Les spectres de fréquences des stratégies de modulation sont, aussi, différents dans la mesure où celles à deux niveaux contiennent toujours une composante harmonique résultant de la fréquence de l'onde porteuse ou de la fonction de commutation alors que celles à trois niveaux n'en contiennent pas. Selon que l'onde MLI formée commence avec une impulsion ou avec un creux de tension ou tension négative (c'est-à-dire avec  $+1$  p.u. ou avec  $(0$  ou  $-1$  p.u.)), elle sera répertoriée dans l'ensemble des ondes à logique dite positive ou négative, respectivement. Le choix du genre de forme d'onde MLI à utiliser dépend de l'application et du genre de convertisseur statique auquel la stratégie de modulation sera appliquée.



**Fig.I.1.** Exemple d'onde MLI à deux niveaux et à logique positive.

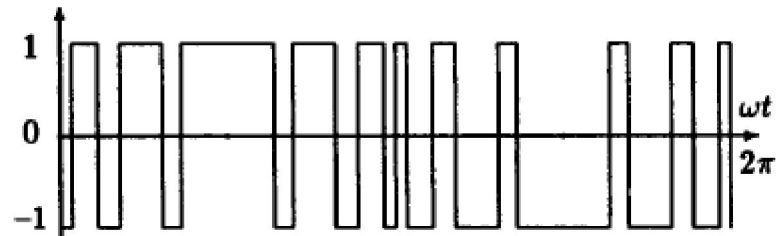


Fig.I.2. Exemple d'onde MLI à deux niveaux et à logique négative.

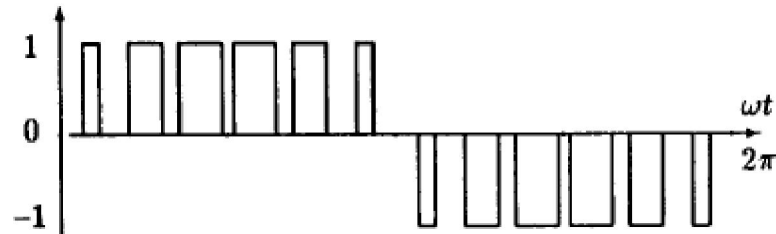


Fig.I.3. Exemple d'onde MLI à trois niveaux et à logique négative.

### I.3 Différentes stratégies MLI

Plusieurs stratégies MLI ont été développées [13] dans la littérature dont les principes sont:

- Analogique : Elle consiste en la génération des signaux de commande des interrupteurs de puissance par l'asservissement de la tension de sortie de l'onduleur à une référence de tension sinusoïdale: c'est la commande dite implicite, technique analogique telle que principalement la MLI engendrée, la commande à hystérésis.

- Numérique : Elle consiste en la détermination des instants de commutation des composants de puissance formant l'onduleur par le biais du développement en série de Fourier des formes d'onde souhaitées en sortie répondant à des critères bien définis (taux d'harmoniques, valeur du terme fondamental,..). C'est la commande dite explicite où la commande des interrupteurs se fait d'une façon numérique telle que la technique de la sortie sinusoïdale synthétisée ou la modulation programmée.

#### I.3.1 Technique MLI engendrée

Les techniques de modulation engendrées permettent de déterminer les instants de commutation par l'intersection (comparaison) de deux ondes, l'une de référence et l'autre porteuse. Analytiquement, ces techniques présentent des équations transcendantes et difficiles à résoudre en temps réel. Néanmoins, elles se prêtent bien à une implémentation analogique. Leur numérisation est coûteuse en temps de calcul et en espace mémoire.

La commande MLI Triangulo-sinusoïdale consiste en la comparaison d'une valeur de tension de référence de fréquence  $F_r$ , image du signal souhaité à la sortie appelée modulante, à une

porteuse triangulaire ou en dent de scie de fréquence  $F_p$ . Les points d'intersection entre la modulante et la porteuse engendrent l'enclenchement/déclenchement constituant ainsi une impulsion de durée variable et l'ensemble de ces impulsions reconstitue, de ce fait, le fondamental de la sinusoïde de référence.

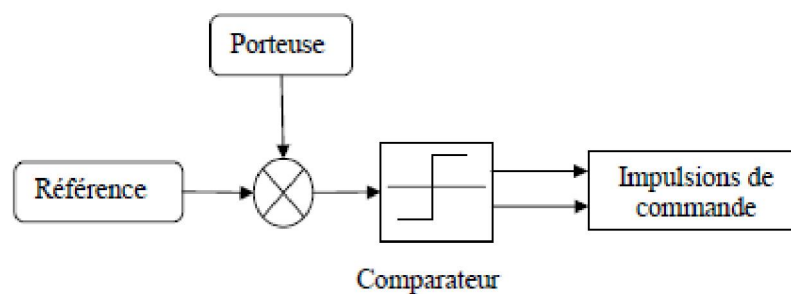
L'étude de la MLI triangulo-sinusoïdale se base sur deux paramètres qui caractérisent la commande:

- **L'indice de modulation  $m$**  qui est l'image du rapport des fréquences de la porteuse  $F_p$  sur celle de la référence  $F_r$ . Si  $m$  est entier la modulation est synchrone. Elle est asynchrone dans le cas contraire.
- **Le taux de la modulation  $r$**  qui est l'image du rapport des amplitudes des tensions de la référence  $V_{rm}$  sur celle de la porteuse  $V_{pm}$ .

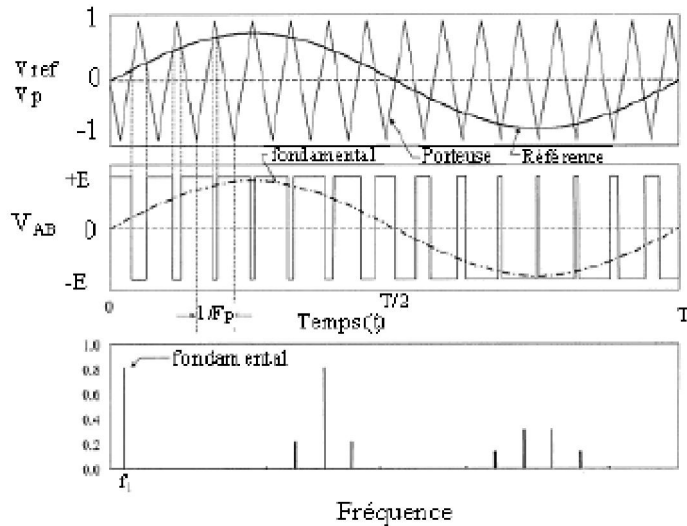
$$m = \frac{F_p}{F_r} \quad (I.1)$$

$$r = \frac{V_{rm}}{V_{pm}} \quad (I.2)$$

La porteuse la plus adaptée aux convertisseurs à deux niveaux est la triangulaire bipolaire [14]. La figure I.4 représente le principe de génération des impulsions de commande d'un onduleur de tension à deux niveaux.



**Fig.I.4.** Principe de la MLI triangulo-sinusoïdale pour onduleur monophasé.



**Fig.I.5.** Forme des signaux de commande, la tension de sortie et son spectre PWM à deux niveaux pour un onduleur monophasé en pont.

### I.3.2 Les stratégies MLI précalculées ou optimisées

La MLI prédéterminée ou programmée optimise une fonction particulière, comme par exemple la minimisation des pertes, la réduction des fluctuations du couple ou l'élimination sélective d'harmoniques [15,16].

Les techniques MLI optimisées rencontrent une difficulté dans la détermination des valeurs des angles de commutation. Mais malgré ces difficultés de calcul, la MLI optimisée présente plusieurs avantages par rapport à la MLI engendrée à modulation sinusoïdale [16-18]. Parmi ces avantages :

1. Une réduction d'environ 50% dans la fréquence de commutation est atteinte en comparaison avec la MLI engendrée à référence sinusoïdale. Ce qui contribue à une réduction des pertes à la commutation et permet l'utilisation des interrupteurs GTO pour les convertisseurs haute puissance.
2. Un gain élevé en tension dû à la possibilité de surmodulation (valeur du fondamental  $> 1$ ). Ceci contribue à une utilisation plus élevée du processus de conversion de puissance.
3. La MLI optimisée permet d'obtenir un bon spectre dans les grandeurs de sortie tension et courant et, par conséquent, les ondulations dans le courant continu -DC- d'entrée seront réduites, la taille du filtre d'entrée à son tour sera aussi réduite.
4. L'utilisation de la PWM optimisée fournit la mise en œuvre d'une technique simple de haute performance.



Une classification générale de la MLI optimisée peut être divisée en: (i) 'minimisation des harmoniques' (HM) PWM, où tous les harmoniques tensions sont minimisés dans le spectre de fréquence ; et (ii) 'élimination des harmoniques' (HE) PWM, où seulement un nombre limité d'harmoniques spécifiques, habituellement les harmoniques d'ordre bas, sont éliminés.

### I.3.2.1 Elimination des harmoniques

Le principe de la technique de modulation par élimination d'harmoniques a été introduit pour la première fois par Turnbull en 1964 puis développé par Patel et Hoft [5,16,17].

#### I.3.2.1.1 Elimination des harmoniques exacte

Cette technique consiste à former l'onde de sortie d'une succession de créneaux de largeurs variables et contrôlables. Dans le cas des onduleurs et redresseurs élévateurs de tension, cette stratégie [5,19] consiste à découper la tension  $v_{DC}$  d'une source continue conventionnellement admise, et utilisée, comme étant parfaitement lisse (constante et confondue avec sa valeur moyenne  $V_{DC0}$ ) pour construire un train, à  $M$  impulsions, porteur de puissance à appliquer normalement à une charge alternative, pour régler l'amplitude du fondamental et éliminer les harmoniques gênants. Dans ce cas, la position des impulsions dans le cycle de la tension de sortie est telle qu'à chaque impulsion (ou creux) dans le premier quart, par exemple, corresponde une impulsion (un creux) qui lui est symétrique par rapport au quart de période dans le second quart. Ceci est aussi valable pour la deuxième moitié de la période. L'onde MLI de sortie à obtenir correspond alors à celles illustrées, à titre d'exemple, par les figures **I.1**, **I.2** et **I.3**.

La stratégie HEPWM est, dans ce cas, considérée et appliquée à un onduleur MLI monophasé de tension avec une tension continue d'entrée lisse; son application aux redresseurs monophasés élévateurs de tension à tension d'entrée MLI ne présente pas de difficulté particulière. Dans ce cas, parce que la tension continue intermédiaire est supposée parfaitement lisse, les symétries de l'onde MLI par rapport à la demie période et au quart de période sont facilement réalisables et apportent des simplifications au système d'équations non linéaires à  $M$  inconnues, représentant le spectre d'harmoniques [5,19] contenus dans une forme d'onde MLI et qui est alors déterminé par les relations suivantes :

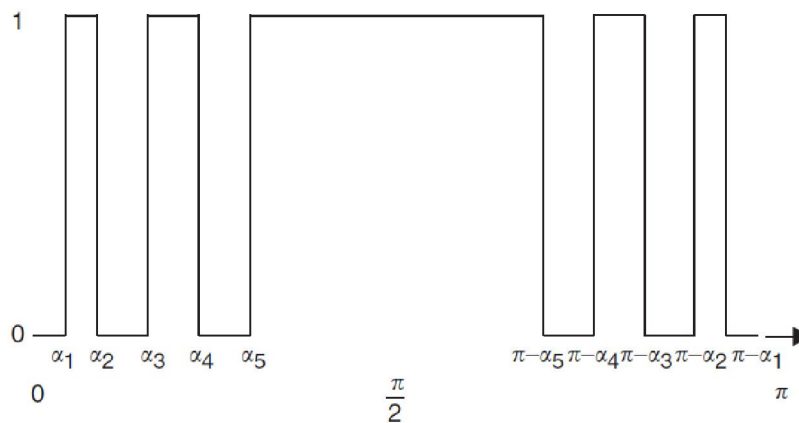
$$A_n = \frac{4}{n\pi} \left[ \sum_{k=1}^M (-1)^k \cos(n\alpha_k) \right] \quad (\text{I.3})$$

dans le cas d'onde MLI à trois niveaux et :

$$A_n = \frac{4}{n\pi} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^M (-1)^k \cos(n\alpha_k) \right] \quad (\text{I.4})$$

Pour l'onde MLI à deux niveaux

où  $A_n$  est l'amplitude, en p.u., du  $n^{\text{ème}}$  harmonique contenu dans cette forme d'onde MLI,  $\alpha_k$  le  $k^{\text{ème}}$  angle de commutation, et  $M$  le nombre d'angles de commutation par quart de période de la tension fondamentale de la forme d'onde MLI considérée et qui est aussi ici le nombre d'impulsions par demie période.



**Fig.I.6.** Moitié-cycle pour une onde PWM.

La fonction de commutation de l'onduleur coïncide alors avec la forme d'onde MLI de tension, en p.u. Pour l'élimination des harmonique PWM (HEPWM) L'objectif est d'éliminer  $M-1$  harmoniques [5,7,19] de la forme d'onde MLI de tension produite tout en réglant la valeur de l'amplitude de son fondamental. Ceci exige que  $M$  équations doivent être résolues pour  $M$  angles de commutation dans le première quart de période de la forme d'onde PWM. Le reste des angles de commutation sur la période du fondamental peuvent être déduits par symétrie de ces  $M$  angles calculés, tel qu'indiqué à la figure I.6. Les équations pour l'élimination des harmoniques, (I.5), sont définies à partir de l'équation (I.3) pour  $M=5$  dans lesquelles  $V_1$  est l'amplitude en valeurs relatives du fondamental désirée.

$$V_1 = \frac{4}{\pi} \left[ \sum_{k=1}^5 (-1)^k \cos(\alpha_k) \right]$$

$$0 = \frac{4}{3\pi} \left[ \sum_{k=1}^5 (-1)^k \cos(3\alpha_k) \right]$$

$$0 = \frac{4}{5\pi} \left[ \sum_{k=1}^5 (-1)^k \cos(5\alpha_k) \right] \quad (\text{I.5})$$

$$0 = \frac{4}{7\pi} \left[ \sum_{k=1}^5 (-1)^k \cos(7\alpha_k) \right]$$

$$0 = \frac{4}{9\pi} \left[ \sum_{k=1}^5 (-1)^k \cos(9\alpha_k) \right]$$

Du fait de la non linéarité de ces équations, leur résolution nécessite des algorithmes numériques à récurrence et donc un calcul intensif qui ne peut être alors effectué depuis le programme de gestion (on-line) du convertisseur statique en temps réel.

Les angles exacts de commutation calculés pour la MLI à trois niveaux et à deux niveaux sont présentés dans les figures **I.7** et **I.8**. Ces figures illustrent les similitudes entre les trajectoires d'angles de commutation qui peuvent être récapitulées comme suit:

- Les trajectoires des angles de commutation sont presque linéaires dans la plage de variation de 0 à 1 p.u. de l'amplitude de la tension fondamentale.
- Les trajectoires des angles de commutation de numéros impairs sont parallèles et ont des pentes négatives tandis que celles de numéros pairs le sont aussi mais avec des pentes positives.
- La séparation angulaire entre les angles de commutation au point d'amplitude de la tension fondamentale nulle est définie par la relation suivante :

$$T = \frac{\pi}{(M + 1)} \quad (\text{I.6})$$

dans le cas de la MLI à trois niveaux, et

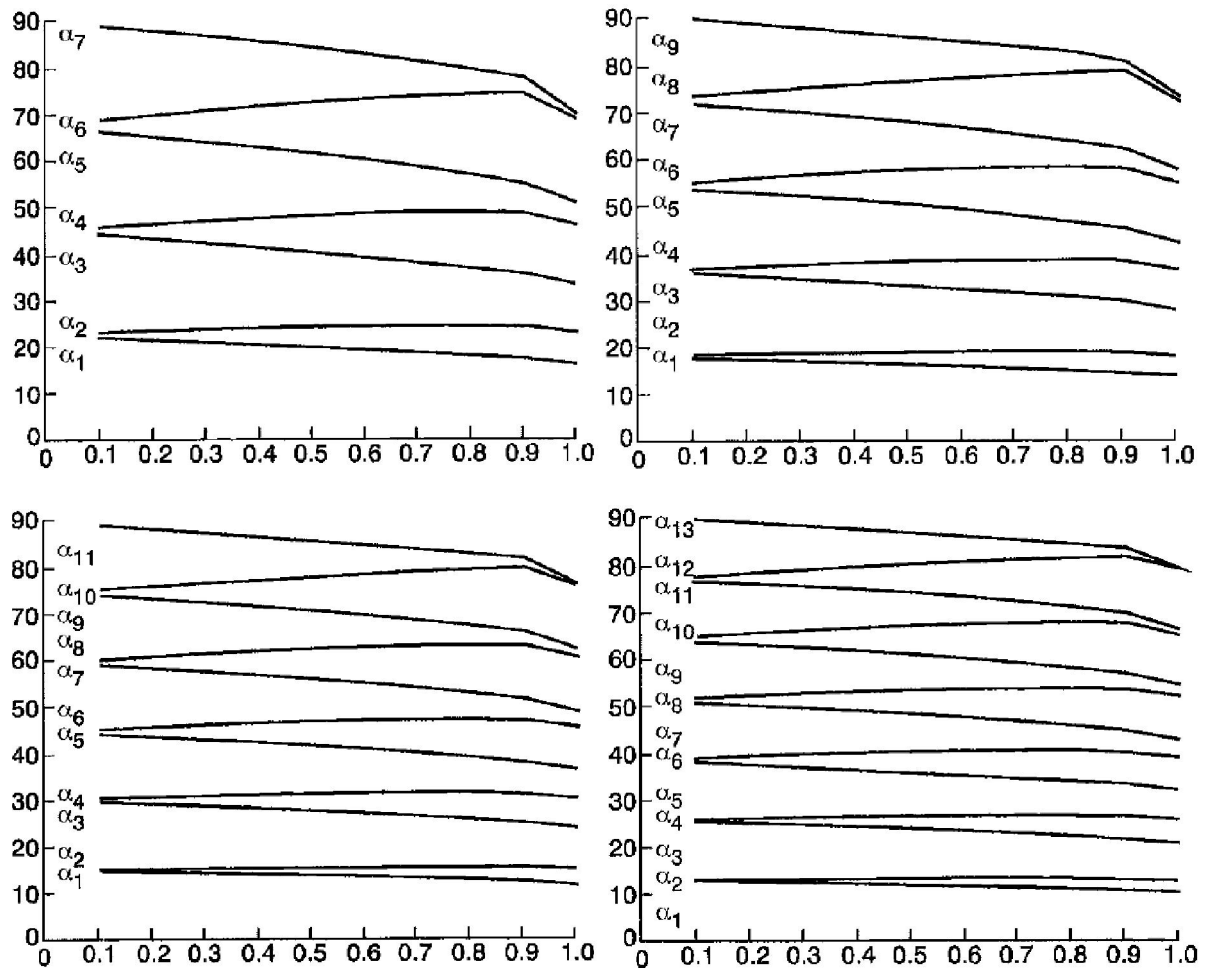
$$T = \frac{2\pi}{(2M + 1)} \quad (\text{I.7})$$

dans le cas celle à deux niveaux.

- Aucune solution n'existe pour les angles de commutation dans le cas des valeurs d'amplitudes de la tension fondamentale situées au-dessus de la valeur 1 p.u. et, si une transition de la forme MLI à celle en créneau est nécessaire, des solutions de rechange doivent être déterminées [8,9].

Ces caractéristiques s'appliquent pour toutes les valeurs de  $M$ , et fournissent la base pour le développement des Stratégies MLI à échantillonnage régulier détaillées dans la section suivante.

Dans le cas d'une tension continue intermédiaire non lisse, cependant, cette manière de calculer le spectre de la forme d'onde MLI de tension n'est pas valable. Une nouvelle approche pour calculer les angles de commutation optimisés est donc nécessaire. Une telle approche est présentée au chapitre suivant.



**Fig.I.7** Trajectoires des angles de commutation en fonction de la tension fondamentale par HEPWM exacte pour onde MLI à trois niveaux.  $M=7, 9, 11$  et  $13$ .

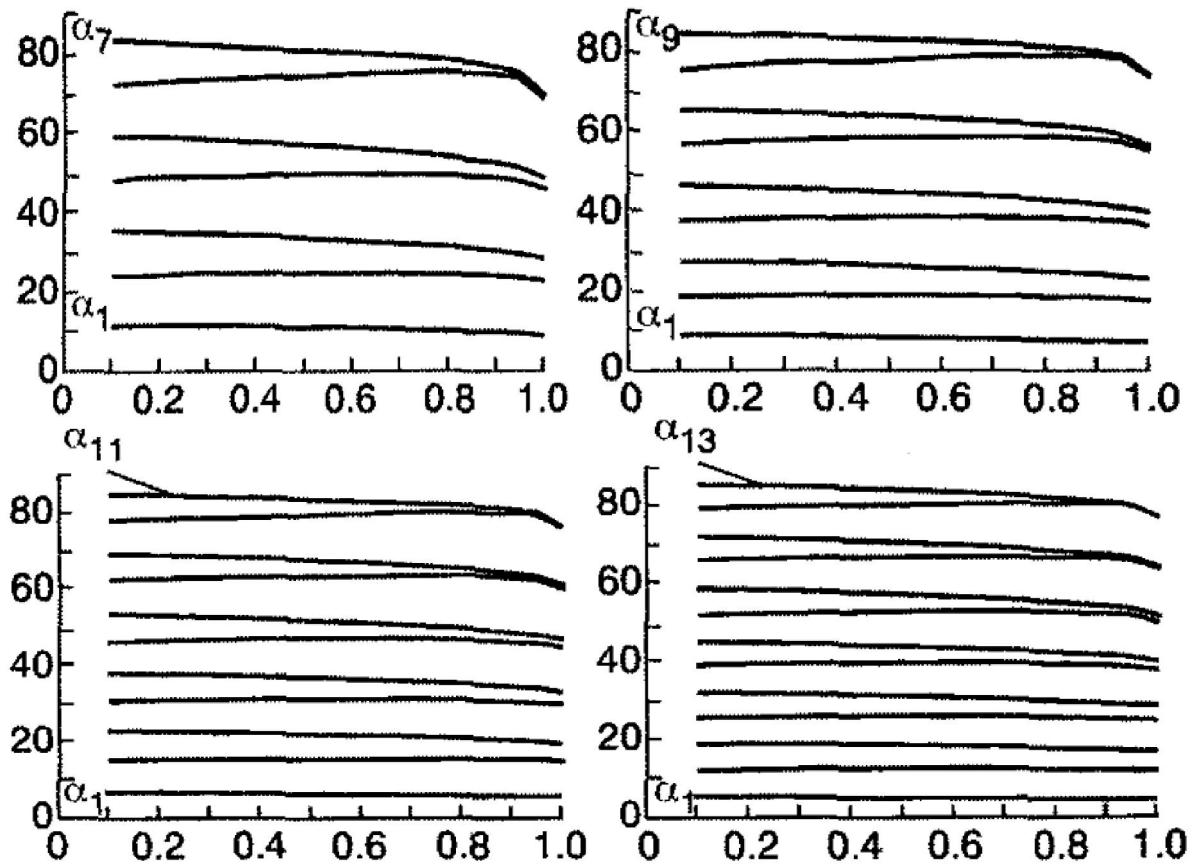


Fig.I.8 Trajectoires des angles de commutation en fonction de la tension fondamentale par HEPWM exact pour onde MLI à deux niveaux.  $M=7, 9, 11$  et  $13$ .

Les trains d'impulsions obtenus avec les méthodes HEPWM exactes ont l'inconvénient que les angles de commutation doivent être calculés hors processus de commande du système. Les angles optimisés calculés sont alors stockés en mémoire pour exploitation comme une table à lire par application de processeur DSP/Micro contrôleur.

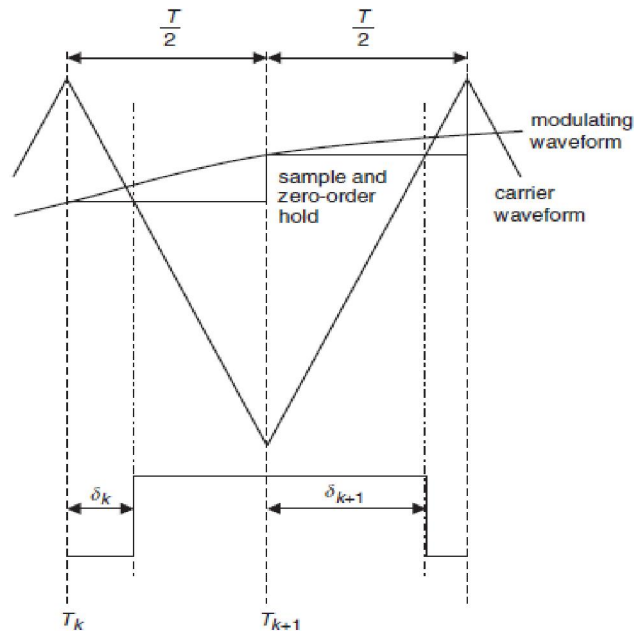
Ceci du fait que le processus de modulation est défini par des équations non linéaires, complexes et comportant des termes de fonctions trigonométriques. Les stratégies MLI à échantillonnage régulier permettent, quant à elles, l'obtention d'expressions plus simples faciles à implanter sur microprocesseur.

### I.3.2.1.2 Stratégies MLI à échantillonnage régulier RSHEPWM

Contrairement à HEPWM exacte, où le processus de modulation est défini par des équations non linéaires, complexes et comportant des termes de fonctions trigonométriques, la stratégie MLI à échantillonnage régulier RSHEPWM [2] est définie par des équations algébriques simples pouvant être facilement implantées sur microprocesseur ou DSP et être résolues au niveau du système de commande (on-line) et en temps réel [10]. Dans ce cas (**Fig. I.9**), les

instants correspondants aux fronts montants et descendants des impulsions modulées sont obtenus par la prise d'échantillons régulièrement espacés [20],  $F(T_k)$  de l'onde modulante de fréquence  $f_m$  et à une cadence dont la période (d'échantillonnage ou du signal de la porteuse) est :

$$T = \frac{1}{FDf_m} \quad (I.8)$$



**Fig.I.9.** Processus de confection d'une impulsion d'onde MLI à trois niveaux.

Selon les relations (I.9) et (I.10),  $FD$  étant le nombre d'impulsions dans la période du fondamental ( $FD = 1/(2f_m)$ ) ou encore  $FD = 2M$  et  $M$  toujours le nombre d'impulsions par demi période) et est égal au rapport des fréquences de la porteuse sur la modulante  $\omega_c/\omega_m$ .

$$\delta_k = \frac{T}{2} \{1 - F(T_k)\} \quad (I.9)$$

$$\delta_{k+1} = \frac{T}{2} F(T_k + 1) \quad (I.10)$$

où  $\delta_k$  et  $\delta_{k+1}$  sont les instants de commutation correspondants aux fronts montant et descendant, respectivement, le signal modulant étant, dans ce cas, défini par :

$$F(T_k) = D \sin[\omega_m(T_k + (T/4))] \quad (I.11)$$

et  $D$  étant toujours le taux de modulation en p.u.

En outre, les angles de commutation obtenus varient de manière linéaire en fonction de l'amplitude  $V_1$  du fondamental de l'onde MLI jusqu'à la valeur  $V_1 = 1$  p.u. à partir de laquelle

cette linéarité est perdue entraînant une distorsion accrue durant la transition au fonctionnement en créneau (impulsion unique par demi période).

Les lieux caractéristiques des angles de commutation obtenus par la méthode HEPWM d'élimination des harmoniques, telle que celle du cas de figure **I.4** sont utilisés comme base pour le développement des stratégies MLI d'élimination d'harmoniques à échantillonnage régulier RS HEPWM [11]. Le principe de leur élaboration consiste, alors, en la modélisation de ces lieux caractéristiques d'angles par deux ondes sinusoïdales déphasées utilisées comme fonctions de modulation et obtenant ainsi une solution approchée des angles de commutation exactes calculées par la méthode HEPWM dans la plage  $D = [0, 0.8]$  p.u. Le processus pour la production d'un quart de cycle de l'onde MLI ciblée par RS HEPWM est illustré à la figure **I.10** pour  $M = 5$  et  $D = V_l = 0.8$  p.u. L'échantillonnage régulier des deux sinusoïdes est utilisé pour déterminer les degrés de modulation,  $\Delta\alpha_k$ , des fronts montant et descendant (**Fig. I.10.b**) qui permettent de calculer les angles relatifs aux fronts montant et descendant des impulsions (**Fig. I.10.c**) en fonction des échantillons prélevés sur les ondes modulantes sinusoïdales. Les impulsions de l'onde MLI produite sont alors centrées sur les points de prélèvement d'échantillons qui coïncident avec la séparation angulaire donnée par  $T_k = kT$  au point correspondant à  $D = V_l = 0$  p.u, qui donne  $T = 30^\circ$  pour  $M = 5$ . Les angles correspondants aux fronts montants et descendants ou angles de commutation sont alors définis par les équations (I.12) et (I.13) :

$$\alpha_k = (k + 1)\frac{T}{2} - D_1\frac{T}{2}\sin\left[(k + 1)\frac{T}{2} + \phi_1\right] - A\frac{T}{2} \quad (\text{I.12})$$

avec  $k = 1, 3, \dots, M$ ,

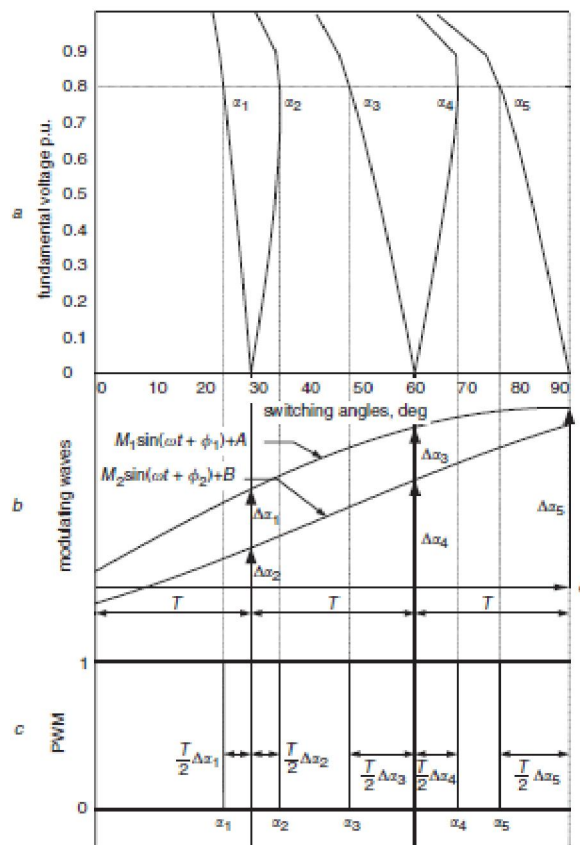
$$\alpha_k = k\frac{T}{2} + D_2\frac{T}{2}\sin\left[k\frac{T}{2} + \phi_2\right] + B\frac{T}{2} \quad (\text{I.13})$$

avec  $k = 2, 4, \dots, M-1$ , et

$$D_1 = V_1, \quad \phi_1 = \frac{T}{8} \quad \text{et} \quad A = 0.12[1 - \cos(V_1\frac{\pi}{2})] \quad (\text{I.14})$$

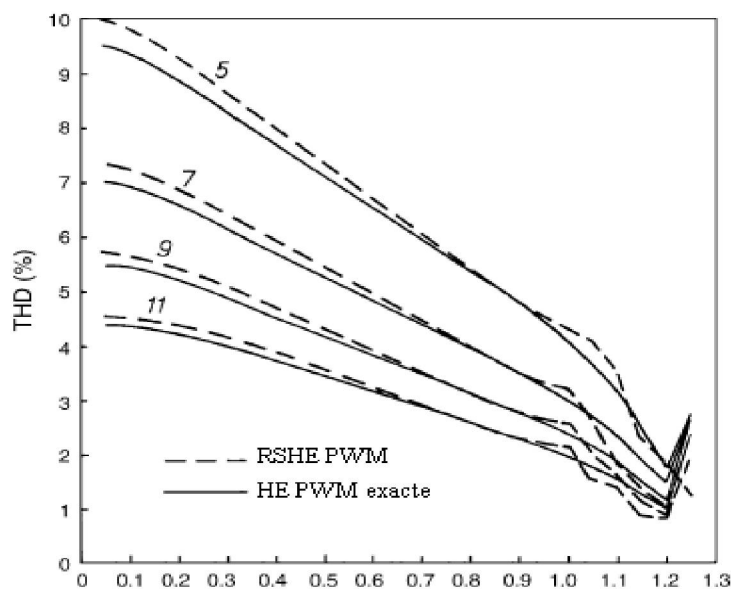
$$D_2 = 0.75V_1, \quad \phi_2 = -\frac{\pi}{8} \quad \text{et} \quad B = 0.4 \sin(V_1\frac{\pi}{2}) \quad (\text{I.15})$$

Le réglage de la tension fondamentale se fait ici aussi linéairement jusqu'à une valeur de  $D = 1$  p. u approximativement [4,11].



**Fig.I.10** Processus de confection d'impulsions sur un quart de période de la modulante pour  $M = 5$  et  $D = V1 = 0.8$  p.u. par RS HEPWM.

Une comparaison des performances, en termes de THD résultant des techniques 'exactes' HE PWM et 'approximatives' RSHE PWM, est montrée dans la figure I.11 pour  $M = 5, 7, 9$  et  $11$  qui montrent un écart assez faible entre eux, donc en faveur de l'approximation faite vis-à-vis de la stratégie exacte, cette approximation s'améliore quant  $M$  croît.



**Fig.I.11.** Comparaison du taux de distorsion total (THD) dans HE PWM exacte et RSHE PWM :  $M = 5, 7, 9$  et  $11$ .



### I.3.2.2 Minimisation des harmoniques

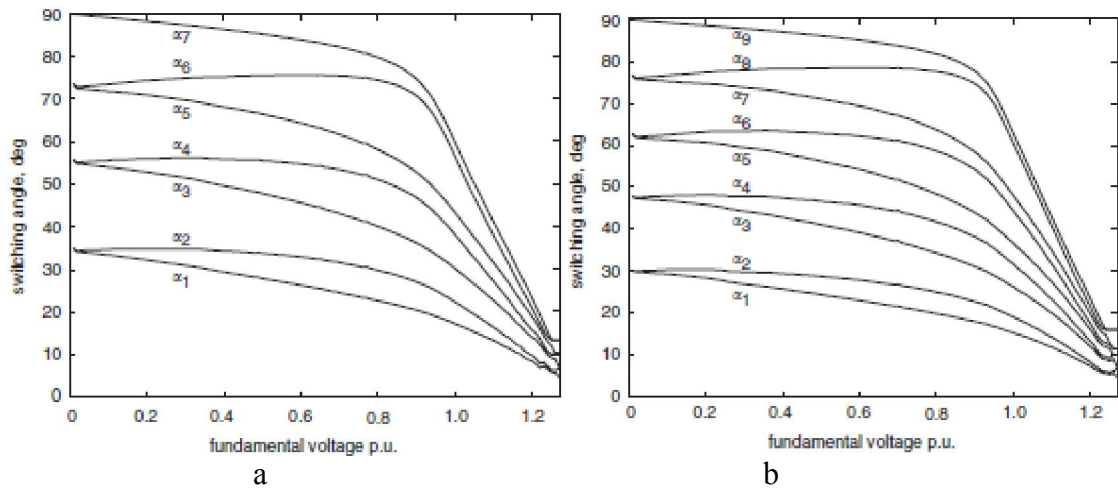
#### I.3.2.2.1 Minimisation des harmoniques exacte HM PWM

Comme on peut éliminer des harmoniques spécifiques de basse fréquence par la stratégie HE PWM, il est également possible de minimiser les harmoniques en utilisant la stratégie HM PWM [6,21]. Cette stratégie est basée sur la minimisation de THD (le taux de distorsion harmonique) défini par :

$$THD = \frac{1}{I_1} \sqrt{\sum_{n=3}^{\infty} I_n^2} \quad (I.16)$$

où  $I_1 = A_1/n\omega L$  et  $I_n = A_n/n\omega L$ ,  $A_1$  et  $A_n$  sont définis par la relation (I.3). On peut voir, dans ce cas, par inspection de (I.16) que les courants harmoniques sont normalisés en ce qui concerne le courant fondamental et donc le THD est indépendant de l'impédance de charge.

Les angles optimisés de commutation sont calculés toujours à l'aide des expressions (I.3) mais l'objectif, contrairement à l'élimination des  $M-1$  premiers harmoniques (HEPWM), est dans le cas de la minimisation d'harmoniques (HMPWM) de minimiser tous les harmoniques tensions dans tout le spectre de fréquence de l'onde MLI fabriquée [6]. Pour cela, le taux de distorsion harmonique  $THD$  [12,22] est utilisé comme indice de performance lors de la détermination des solutions dans le processus de minimisation des courants harmoniques. Il est important de noter que la fonction THD, est une fonction non linéaire, complexe et comporte des termes de fonctions trigonométriques, et donc comme dans le cas HEPWM exacte, les trains d'impulsions obtenus ont l'inconvénient que les angles de commutation doivent être calculés hors processus de commande du système, et doivent donc être stockés en mémoire pour exploitation comme une table à lire (LUT) par application de processeur DSP. La figure **I.12** représente les lieux de variation des angles de commutation calculés pour HMPWM pour les valeurs de  $M = 7$  et 9. Cette figure montre que les trajectoires des angles de commutation sont fortement non-linéaires et ne sont pas également répartis au point d'amplitude de la tension fondamentale nulle, comme c'est le cas avec le HEPWM exacte. La figure **I.12** montre aussi que les angles de commutation suivent une caractéristique commune pour toutes les valeurs de  $M$  sur la plage de variation de l'amplitude de la tension fondamentale complète. En outre, on peut voir que les trajectoires des angles de commutation sont similaires pour différentes valeurs de  $M$ .

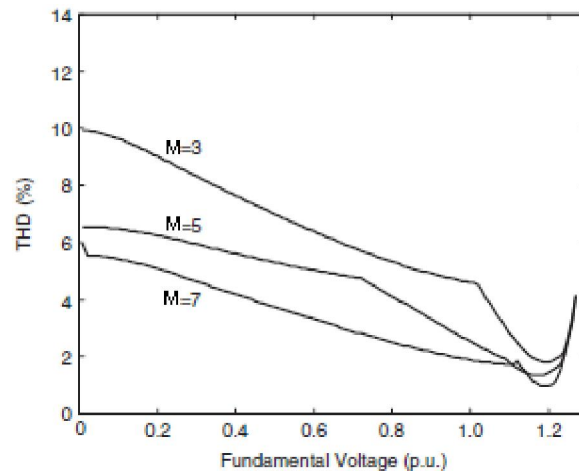


**Fig.I.12.** Angles de commutation optimisés exacts par HMPWM.  
a) pour  $M = 7$       b) pour  $M = 9$ .

La figure **I.13** montre les caractéristiques de THD pour  $M = 3$  à  $7$  et illustre clairement la façon dont les angles de commutation doivent changer pour réduire le THD au minimum.

Comparant les figures **I.13** et **I.11**, on voit que les valeurs de  $M$  considérées sont différentes: la raison est due aux différences des processus d'élimination et de minimisation des harmoniques. Par exemple, dans le processus d'élimination des harmoniques, les harmoniques spécifiques sont éliminés et le reste de l'énergie harmonique est alors concentrée dans la première harmonique restante qui est fortement augmentée. Si  $M$  est faible ( $<5$ ), alors cette grande harmonique restante est proche de la fondamentale et peut causer des problèmes dans certaines applications. En revanche, la minimisation des harmoniques répartit l'énergie harmonique sur tous les harmoniques restants et par conséquent des valeurs plus basses de  $M$  peuvent être utilisées.

En raison de difficultés de mise en œuvre HM PWM, qui sont les mêmes que celles présentées pour HE PWM exacte, des efforts ont été faits pour reproduire HM PWM en utilisant des techniques d'échantillonnage régulières tel que décrit dans la section suivante.



**Fig.I.13.** THD pour HM PWM exacte.

### I.3.2.2.2 Stratégies MLI à échantillonnage régulier RSHM PWM

Dans le cas HM PWM, il est d'abord nécessaire de définir un processus de modulation qui se compose d'une modulation arbitraire qui est régulièrement échantillonnée pour produire les angles de commutation dans le cas RSHM PWM, la minimisation des harmoniques approximative.

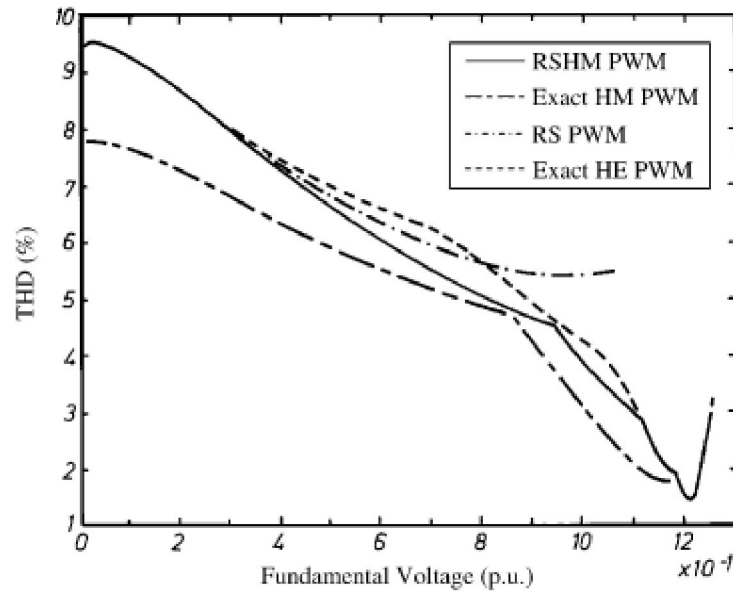
Des recherches antérieures [23] ont déterminé l'onde de modulation optimale  $F(T_k)$ , qui minimise le taux de distorsion total (THD).

Les résultats ont montré [23] que l'onde de modulation optimale  $F(T_k)$  se compose d'une fondamentale, et un troisième harmonique qui est resté à peu près constant à 25% pour toutes les valeurs du taux de modulation. Cela a fourni un moyen simple pour approximer l'onde de modulation optimale  $F(T_k)$  en utilisant un signal de modulation échantillonné de la forme:

$$F(t) = D[\sin(\omega_m t) + 0.25\sin(3\omega_m t)] \quad (I.17)$$

Il est important de noter que l'ajout de 25% de la troisième harmonique minimise le THD, tout en maximisant la tension fondamentale. L'approche alternative suggérée par certains auteurs, consistant en l'ajout de 1/6 du troisième harmonique maximise seulement les fondamentaux et ne minimise pas le THD, ce qui dégrade la performance de la méthode [10].

La figure I.14 compare les THD de RSHM PWM, RS PWM conventionnelle, HE PWM exacte et HM PWM exacte pour  $M = 3$ . Comme le montre cette figure, la stratégie RSHM PWM produit un THD significativement plus faible à des tensions plus élevées au-dessus  $V_1 = 0,95$  p.u, qui est similaire à celle produite par la technique HM PWM exacte.

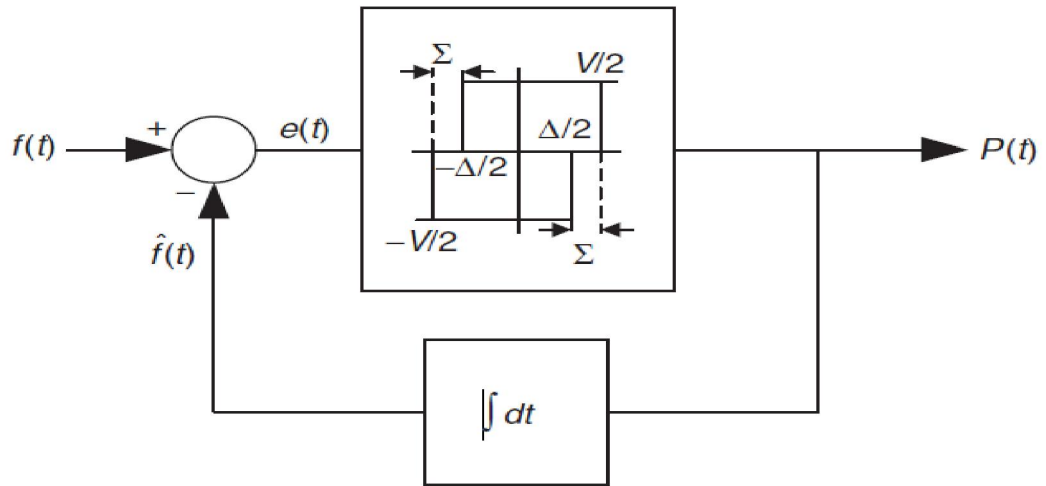


**Fig.I.14.** Comparaison du taux de distorsion total (THD) dans le cas des diverses stratégies MLI.

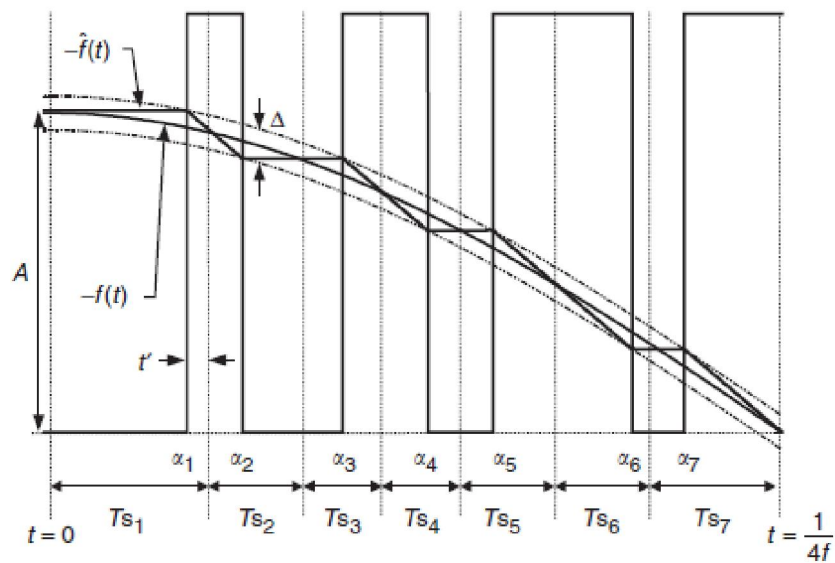
### I.3.3 Stratégie MLI à bande d'hystérésis HBPWM

#### I.3.3.1 Stratégie MLI à bande d'hystérésis analogique AHBPWM

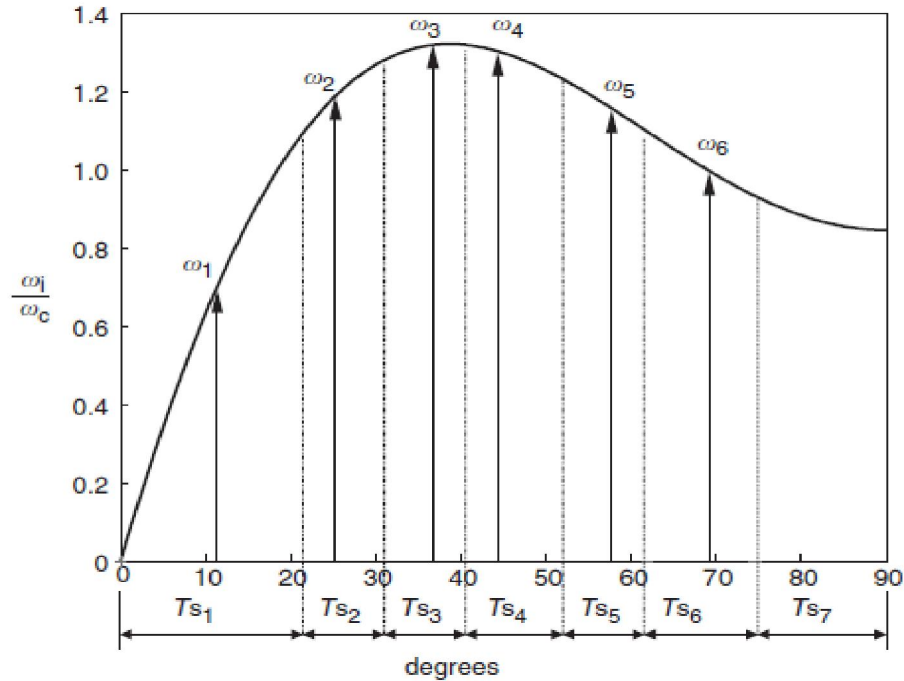
La figure I.15 montre le schéma bloc représentant le processus de production de l'onde de tension MLI par modulation à bande d'hystérésis. La fonction intégratrice  $\hat{f}(t)$  poursuit la référence  $f(t)$  dans les limites d'une bande prédéfinie. Les allures des grandeurs apparaissant dans ce diagramme sont représentées à la figure I.16 correspondant à la production d'impulsions sur un quart de période dans le cas d'un rapport des fréquences  $FD = 14$  ( $M = 7$ ). Dans la figure I.16, la fonction de référence est définie par  $f(t) = -A\cos(\omega t)$ , la référence et les signaux de rétroaction ayant été inversés par rapport à leur axe pour plus de clarté. La figure I.16 montre que cette stratégie de modulation de construction d'ondes MLI à trois niveaux, qui par essence est analogique, englobe la modulation de position MPI et la modulation de largeur MLI d'impulsion [24]. D'autre part, l'adaptation de la largeur de bande d'hystérésis  $\Delta$  en fonction du nombre d'impulsions  $M$  et du taux de modulation  $D$  permet de reproduire de manière approximative les lieux de variation des angles de commutation et le taux de distorsion  $THD$  exacts calculés par la stratégie HMPWM [6].



**Fig.I.15** Schéma Bloc illustrant la confection d'onde MLI à trois niveaux par modulation de bande d'hystérésis.



**Fig.I.16** Confection d'un quart de période d'onde MLI pour  $M = 14$ ,  $D = 0.8$  p.u.



**Fig.I.17** Production des impulsions pour la modulation SHBPWM.

### I.3.3.2 Stratégie MLI à bande d'hystérésis à échantillonnage régulier SHBPWM

Cette méthode utilise une stratégie à échantillonnage régulier modifiée incluant les modulations de largeur MLI et de position MPI (ou PPM) d'impulsions pour reproduire la stratégie de modulation MLI à bande d'hystérésis qui est du genre analogique [25,26]. Les angles de commutation obtenus par application de cette dernière méthode analogique sont aussi définis et calculés, dans ce cas, de manière approximative par des équations simples offrant l'avantage d'une application dans le processus de commande et en temps réel de cette stratégie MLI à bande d'hystérésis à échantillonnage régulier SHBPWM. La SHBPWM assure le réglage de la tension fondamentale et offre aussi la possibilité de passage au fonctionnement à tension de sortie d'onduleur en créneau. De plus, le réglage continu de la tension est possible et l'emploi de LUT ou d'interpolation n'est pas nécessaire. En outre, l'utilisation d'une largeur de bande d'hystérésis adaptative permet de réduire la fréquence de commutation et donc les pertes de puissance qui lui sont associées.

La modulation de position MPI peut être représentée par une fonction qui, dans le cas de modulation sinusoïdale (voir **Fig.I.16**), est exprimée par la relation (I. 18) dont le tracé pour  $D = 0.8$  est celui de la figure **I.17**.

$$\omega_i = \omega_c \frac{2\pi[\sin\omega_m t - M/2 (1 - \cos 2\omega_m t)]}{4 - M\pi} \quad (\text{I. 18})$$

Les instants d'échantillonnage  $T_{Si}$  de la figure **I.16** sont évalués par prélèvement d'échantillons de la fonction de modulation de position MPI représentée par la relation (I. 18) et la figure **I.17** et définis par la relation (I. 19) [26]:

$$T_{Si} = \frac{\pi}{\omega_i} \quad (\text{I. 19})$$

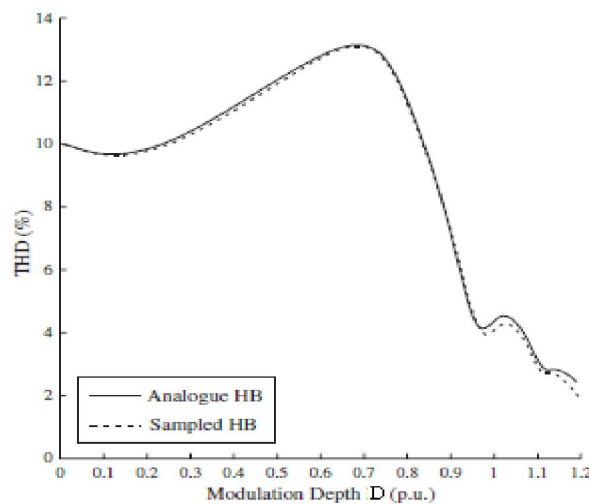
Ainsi (voir **Fig. I.17**), les instants d'échantillonnage ne sont pas distribués régulièrement dans le temps et définissent les points milieux des impulsions obtenues traduisant, de ce fait, la modulation de position MPI. La modulation de largeur d'impulsion MLI est effectuée par l'emploi des équations (I. 20) et (I. 21), équivalentes aux équations (I. 9) et (I. 10), d'échantillonnage régulier qui définissent les instants de commutation correspondants aux fronts montant et descendant des impulsions utilisant les instants  $T_{Si}$  d'échantillonnage irrégulier et une fonction de modulation  $F(T_k)$ .

$$\delta_k = T_{Si}\{1 - F(T_k)\} , k = 1,3, \dots, M \quad (\text{I. 20})$$

$$\delta_{k+1} = T_{Si+1}F(T_k + 1) , k = 2,4, \dots, M - 1 \quad (\text{I. 21})$$

Enfin, cette stratégie SHBPWM permet un réglage linéaire de la tension fondamentale allant jusqu'à une valeur de  $D = 1.2$  p.u. et donc virtuellement un fonctionnement de l'onduleur à tension de sortie en créneau. D'où l'intérêt d'application de la stratégie SHPWM, tout comme la HMPWM, dans les entraînements du fait de cette large plage de variation de la tension.

Une comparaison des performances, en termes de THD résultant des techniques HB PWM analogique et RSHE PWM à échantillonnage régulier est montrée dans la figure **I.18** qui montre un écart assez faible entre eux,



**Fig.I.18.** Comparaison du taux de distorsion total (THD) dans les deux stratégies, AHBPWM et SHBPWM.

#### **I.4 Conclusion**

La technique MLI présente l'une des techniques les plus utilisées, elle permet d'obtenir un bon spectre de sortie. Dans ce chapitre, plusieurs stratégies MLI sont présentées.

Les techniques de modulation triangulo-sinusoïdales permettent de déterminer les instants de commutation par l'intersection de deux ondes.

Les techniques MLI programmée permettent de déterminer les instants de commutation par le biais du développement en série de Fourier des formes d'onde souhaitées en sortie. Parmi ces méthodes, deux méthodes 'HE PWM et HM. PWM exacte' sont des techniques off-line. Les angles de commutation sont calculés hors fonctionnement du système et stockés en mémoire. Analytiquement, ces techniques présentent des équations transcendantes et difficiles à résoudre en temps réel. Afin de contourner ces difficultés, plusieurs techniques MLI à base de la stratégie MLI à échantillonnage régulier ont été développées. Les résultats de comparaison des performances, par simulation, en termes de THD calculé, montrent un écart assez faible entre eux et donc en faveur de l'approximation faite de la stratégie optimisée exacte.



# **CHAPITRE II**

## **MODELISATION DES CONVERTISSEURS STATIQUES**

## **CHAPITRE II**

# **MODELISATION DES CONVERTISSEURS STATIQUES**

---

---

### **II.1 Introduction**

L'énergie électrique, entre sa production initiale et son utilisation finale, doit très souvent subir de multiples conversions afin de s'adapter aux besoins du consommateur. Vu son faible coût et son rendement élevé, l'électronique de puissance constitue, de plus en plus, la solution optimale pour conditionner l'énergie électrique. Ainsi, une des branches de l'électrotechnique ayant subi une évolution technologique importante, est celle des convertisseurs statiques qui ont vu une nette amélioration de leur rendement.

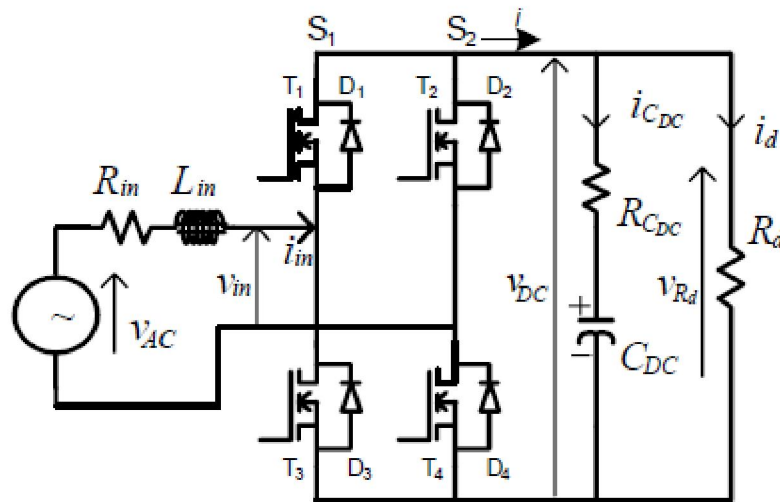
Les convertisseurs statiques gèrent l'énergie électrique dans des processus industriels de plus en plus complexes et variés. Aussi, leurs structures se diversifient pour mieux satisfaire des exigences toujours plus poussées. Par ailleurs, ils utilisent le même principe : à partir d'une source d'énergie donnée, on doit obtenir la forme d'énergie désirée en imposant, à travers l'organe de commande, une série de commutations aux interrupteurs.

Selon la transformation d'énergie réalisée par le convertisseur, on peut distinguer les quatre familles suivantes :

- les redresseurs : permettent de convertir une tension alternative en une tension continue,
- les hacheurs : assurent la conversion continue - continue.
- les onduleurs : ont pour objectif de transformer une tension continue en une tension alternative,
- les gradateurs ou les cyclo-convertisseurs : délivrent une tension alternative à partir d'une source aussi alternative en agissant sur l'amplitude et / ou la fréquence.

Dans le cadre de notre travail, nous restreindrons notre étude aux redresseurs survolteurs et onduleurs monophasés de tension. La figure **II.1** illustre la transformation d'une puissance produite sous forme d'une tension et courant alternatifs ( $v_{AC}, i_{in}$ ) en une puissance exploitable sous forme d'une tension et courant continus ( $v_{DC}, i_d$ ) et sera utilisé ici comme exemple. La transformation inverse est aussi réalisable. Le convertisseur est alors dit réversible et fonctionne soit en redresseur MLI élévateur de tension (en mode « moteur », c'est-à-dire alimentant un moteur à courant continu) soit en onduleur (en mode renvoi de puissance vers la source alternative qui est supposée capable de l'absorber, c'est-à-dire en mode générateur).

Un convertisseur statique de base est formé essentiellement de deux types de composants : i) électroniques de commutation (interrupteurs) et ii) de stockage de l'énergie électrique (inductances, condensateurs). La conversion est effectuée en stockant l'énergie de la source durant une partie de la période de fonctionnement (d'horloge), puis transférée vers la charge pendant le reste de la période d'horloge; et ce grâce à une commande adéquate appliquée au niveau des interrupteurs.



**Fig.II.1** Redresseur MLI monophasé éleveur de tension.

Afin d'assurer les performances désirées de ce transfert, un modèle mathématique du convertisseur permettant la synthèse du contrôleur est nécessaire.

Le modèle d'un système est une représentation de son comportement à l'aide de laquelle le simulateur comprend et procède à des calculs.

Avant d'entamer la modélisation du convertisseur, on a jugé intéressant de faire un descriptif sur les l'interrupteurs statiques en semi-conducteurs utilisés en électronique de puissance qui existent actuellement, car l'élément clé de la conversion d'énergie est l'interrupteur statique qui va permettre, en interrompant ou non le transfert d'énergie entre les divers éléments du circuit, de gérer les valeurs des courants et tensions.

## II.2 Les Composants de l'électronique de puissance

Les composants de l'électronique de puissance, doivent répondre à une commande qui exige l'état passant ou bloqué, ce changement de conductivité est possible grâce aux structures spéciales des semi-conducteurs qui contrôlent les porteurs de charges mobiles, trois différents types sont définis :

- semi-conducteurs non contrôlés : diodes de puissance: *PiN*, *SCHOTTKY*, *JBS*.

- semi-conducteurs contrôlés avec commande à l'amorçage: Thyristors, Triacs.
- semi-conducteurs contrôlés avec commande à l'amorçage et au blocage :

→ Thyristors **GTO** (*Gate Turn Off*)

→ Transistors bipolaires de puissance **BJT** (*Bipolar Junction Transistor*)

→ Transistors de puissance **MOSFET** (*Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor*)

→ **IGBT** (*Insulated Gate Bipolar Transistor*)

→ **GCT** et **IGCT** (*Integrated Gate Commutated Turn-off Thyristor*)

→ **MCT** (*Mos Controlled Thyristor*)

→ **SIT** (*Static Induction Transistor*)

→ **SITH** (*Static Induction thyristor*)

Un nouvel horizon, qui est l'intégration en électronique de puissance, évolue vers une intégration de systèmes de puissance, comprenant les composants de conversion de l'énergie, des composants passifs, des éléments de commande et de protection. Deux technologies distinctes sont définies, la technologie hybride ou monolithique qui se divise elle-même en:

- Circuits intégrés à haute tension **HVIC** (*High Voltage Integrated Circuits*).

- La technologie "**Smart Power**" : puissance intelligente. On entend par « intelligent », le fait que les composants puissent réagir à différentes situations sans aide extérieure, donc pouvant avoir une certaine autonomie.

### II.2.1 Choix des interrupteurs

Les paramètres suivants sont importants pour un interrupteur en semi-conducteur conçu pour les applications de conversion de puissance [27]:

- Courant maximal supporté.
- Tension maximale bloquée.
- Chute de tension à l'état passant et sa dépendance de la température.
- Courant de fuite à l'état bloqué.
- Capacité thermique.
- Temps de transition de commutation pendant l'ouverture et la fermeture.
- La tenue en  $dv/dt$  à l'état bloqué ou pendant l'ouverture.
- La tenue en  $di/dt$  à l'état passant ou pendant la fermeture.
- Capacité de résister aux courants et tensions excessifs.
- Pertes de commutation.

- La puissance contrôlée.

De manière générale, la constitution des semi-conducteurs de puissance est différente de leurs équivalents de courant faible. Des modifications sont faites sur les structures de bases afin de les adapter aux hautes tensions et aux forts courants.

En électronique de puissance, la diode bipolaire est souvent appelée diode *PiN* où *i* désigne une région peu dopée de type *N*, ainsi, le profil du champ électrique en régime inverse et les tenues en tensions seront augmentées par rapport à la diode *PN* standard [28].

La jonction *MS* (*metal-semiconductor*) est couramment connue sous la diode *Barrière-Schottky*, les principales caractéristiques d'une diode *Schottky* sont, la capacité à travailler en haute fréquence, ses faibles pertes (chute de tension très réduite) en polarisation directe. Elle est employée intensivement dans le domaine de l'électronique de puissance, en particulier en basses tensions et fort courants [29].

La diode *JBS* est un composant hybride issu d'un croisement entre une diode *PiN* et une diode *Schottky*. L'intérêt d'une telle structure est d'obtenir une chute de tension directe plus faible que celle d'une diode bipolaire, tout en ayant un courant de fuite inverse plus faible que dans le cas d'une diode *Schottky* [30].

La technologie des *thyristors* est intrinsèquement plus performante que celle des transistors pour les valeurs de tension de blocage supérieures à 2,5 kV, elle offre un meilleur compromis entre la tension à l'état passant et la tension de blocage. L'ajout de la fonction d'extinction de gâchette impose plusieurs restrictions aux *GTO*. En effet La technologie de commande standard des *GTO*, largement répandue, provoquait des transitoires de commutations non homogènes, imposant l'utilisation de coûteux circuits amortisseurs de  $dv/dt$  et  $di/dt$ , et de circuits de gâchette encombrants. Toutefois, elle a trouvé des domaines d'application intéressants pour les puissances entre 1 et 20 MVA, principalement dans les entraînements électriques à vitesse variable et dans la traction ferroviaire. Ces interrupteurs fonctionnent à des fréquences de commutations relativement basses [28] [31].

Les transistors bipolaires *BJT* sont utilisés dans les applications allant jusqu'à plusieurs centaines de kilowatts et à des fréquences allant jusqu'à 10 kHz. Les plus utilisés généralement dans les convertisseurs de puissances sont de type *NPN*, car ils possèdent, une chute de potentiel plus faible à l'état passant que le *PNP*, et ils ont une fréquence de commutation plus élevée (les électrons circulent plus vite que les trous) [32]. Pour la raison de son temps de commutation relativement grand, les pertes de commutation sont d'autant plus grandes que la

fréquence augmente. Pour éliminer le besoin de grand courant de base, la configuration **Darlington** est généralement utilisée [28]. Aussi pour conserver l'état passant, le courant de base doit être présent en permanence et un fort courant inverse est requis pour commuter à l'état ouvert rapidement. De ce fait, le circuit de commande de la base devient complexe et coûteux [33].

Toutes ces limitations ont conduit au développement des transistors **MOSFET**, ces derniers ont permis d'obtenir des fréquences de commutations très élevées voisines de 1 MHz, avec une commande en tension qui nécessite une énergie pratiquement négligeable. Cependant, les **MOSFET** présentent des chutes de potentiel dus à la résistance à l'état passant, et donc des pertes en conduction d'autant plus importantes que la tension est grande par rapport aux **BJT** de même puissance. Ce qui limite leur application en haute tension à environ  $1,2\text{ kV}$  [32].

Le transistor **IGBT** est l'un des composants de puissance le plus utilisé actuellement. Sa structure associe en sortie celle d'un transistor bipolaire **BJT** et celle d'un **MOSFET** en entrée. Donc l'**IGBT** regroupe les avantages en conduction du transistor bipolaire **BJT**, et les avantages en commutation et simplicité de commande du transistor **MOSFET**. Il est largement utilisé pour les applications de moyenne et dans certaines applications de haute tension, avec des tensions d'alimentation comprises entre  $600\text{V}$  et  $6.5\text{kV}$ , et des fréquences de l'ordre de  $130\text{ kHz}$  [34] [35].

Les dispositifs « **Smart Power** » et **HVIC**, sont réalisés à partir de filières technologiques de type circuits intégrés. Des associations plus ou moins complexes sont envisageables, allant du simple interrupteur formé d'un **IGBT** avec sa diode en antiparallèle, le bras de pont, les ponts en  $H$ , ou triphasé (*six-pack*), ou menu du hacheur (*seven-pack*), pour s'acheminer vers le module de puissance complet, baptisé **PIM** (*power integrated module*), réunissant dans un même boîtier : un pont redresseur à diodes, un hacheur de freinage, ainsi que les six **IGBT** de l'onduleur avec leurs diodes de roue libre. Quant aux modules dits « intelligents » ou **IPM** (*intelligent power module*), ils incluent en plus le *driver* et différents capteurs chargés de mettre en évidence un échauffement excessif, une surcharge ou un court-circuit. Ils sont conçus spécialement pour la commande des moteurs [36].

L'**IGCT** ou **GCT** (**IGCT** est un produit de **ABB**, **GCT** est un produit de **Mitsubishi**, mais le concept est le même), est un **GTO** optimisé et muni d'un circuit de commande de gâchette à faible inductance (constitué principalement de substrat, **MOSFETs**, et capacités), afin de réduire considérablement la limitation due au  $di/dt$ , et permettre un fonctionnement sans

circuit limiteur de  $dv/dt$  (*snubber*), qui sont les principaux inconvénients des **GTO**, en plus de la fréquence de commutation assez lente. De ce fait il exploite de manière optimale la technologie des thyristors (pertes faibles et haut niveau de fiabilité) ainsi que l'extinction commandée sans circuit amortisseur (plus économique) pour les applications aux puissances de 0,5 MVA à plusieurs centaines de MVA à des fréquences allant jusqu'à plusieurs kHz [31].

Le thyristor **MCT** est une amélioration du thyristor (**GTO**) classique, où deux **MOSFET** sont intégrés afin de pouvoir forcer le composant au blocage et à l'amorçage. Ces thyristors offrent une solution intéressante pour la réalisation de convertisseurs, car ne nécessitant pas d'impulsion d'extinction. Le **MCT** possède deux principaux avantages vis à vis du **GTO**, une commande plus simple pour commuter de l'état passant à l'état bloqué (un fort courant négatif n'est pas nécessaire) et des temps de commutation plus brefs (de l'ordre de quelques microsecondes). Le **MCT** est un composant commandé en tension comme l'**IGBT** ou le **MOSFET**, et la même énergie est nécessaire pour commuter un **MCT**, un **IGBT** ou un **MOSFET**. Les **MCT** présentent également de plus faibles tensions à l'état passant comparés aux **IGBT** ayant des caractéristiques similaires [27] [37].

On parlera maintenant des deux éléments de puissance le **SIT** et le **SITH**, tous deux très semblables dans la structure de base avec une légère modification au niveau des couches semi-conductrices. Leurs principes de fonctionnement sont identiques au transistor **JFET**, qui peut s'assimiler à celui d'un barreau de semi-conducteur pour lequel on vient modifier sa résistance par l'application d'une tension négative sur la grille. Pour le **SIT** et le **SITH**, Le courant principal circule entre le drain et la source, et son passage est limité par la résistance de la région **N** faiblement dopée, une grille, constituée de petits domaines de type **P+**, permet de modifier la conduction du substrat par effet d'induction. Les transistors statiques à induction **SIT** peuvent fonctionner à une puissance de 100 kW à 100 kHz ou 10 W à 10 GHz [32].

Avant de fermer cette brèche, notons que tous les composants cités sont au *Silicium*, les recherches actuelles s'orientent vers un nouveau matériau semi-conducteur : on parle du *Carbure de Silicium (Silicon Carbide) SiC* [28]. Le **SiC** est en mesure de bloquer une tension nettement plus élevée que le *Silicium*, cet avantage significatif hisse le **SiC** parmi les meilleurs candidats pour les hautes tensions dans les dispositifs de l'électronique de puissance. Le nombre de composants de puissance réalisés sur carbure de silicium par diverses équipes augmente, la diversité des composants. On note ainsi dans la littérature des caractérisations de diodes **PiN**, **Schottky**, **JBS**, de **MOSFET** de puissance, de **thyristors** et d'**IGBT** [30].

## II.2.2 Conclusion

Le *MOSFET* est très bien adapté pour les convertisseurs basse tension et à fréquence élevée (inférieure à  $200V$  et supérieure à  $50kHz$ ) alors que l'*IGBT* est utilisé pour les tensions supérieures à  $300V$  et des fréquences rarement supérieures à  $50kHz$ . Les *GTOs* et *thyristors* sont dédiés aux applications haute tension ( $>1kV$ ) fort courant ( $>1kA$ ). Le *SIT* ne peut répondre qu'à des applications où la tension à bloquer est inférieure à  $1kV$ . Les composants à base de thyristor, sont ceux de l'avenir. Il paraît probable que le *GTO* soit supplanté par le *SITH*, et peut-être aussi par l'*IGBT* et le *MCT* pour les grandes puissances. Les modules *IGBT* ont un domaine d'application qui recouvre totalement celui des transistors bipolaires, partiellement celui des *MOSFET* et des *GTO*.

C'est pourquoi les *IGBT* sont les composants d'avenir dans les fortes et moyennes puissances. En effet, les *IGBTs* ont trouvé leurs domaines de prédilection dans la commande industrielle des machines électriques. Ils sont proposés à une très large variété qui couvre une gamme de puissance très étendue [38].

Actuellement, l'enjeu des industriels est de concevoir des dispositifs permettant de travailler dans des conditions de plus en plus difficiles, augmentation de la température de fonctionnement, diminution de la taille des composants et augmentation des calibres *courant/tension*. Les compromis sont de plus en plus serrés et le silicium atteint ses limites. Aujourd'hui, le silicium répond au marché mais de nouvelles applications apparaissent pour lesquelles de nouveaux composants sont développés sur des nouveaux matériaux tels que le *SiC*.

## II.3 Caractérisation des convertisseurs

Les convertisseurs de l'électronique de puissance sont caractérisés par :

- la conversion (Alternatif-Continu, Continu-Alternatif...)
- la commande (MLI, pleine onde, hystérésis...)
- le régime de fonctionnement (commutation naturelle, commutation forcée, conduction continue/conduction discontinue...).

## II.4 Principe de fonctionnement d'un convertisseur

Le redresseur monophasé élévateur de tension à commutation forcée est constitué de quatre commutateurs à semi-conducteur commandables à l'ouverture et à la fermeture montés en tête-bêche avec des diodes de récupération, comme il est représenté par la figure II.1, et sera



utilisé comme exemple. Ce redresseur qui a été inventé en 1972 est devenu une norme pour les applications à rendement élevé dès que les thyristors GTO et les microprocesseurs puissants ont fait leur apparition permettant la mise en œuvre d'algorithmes compliqués de modulation de largeur d'impulsion MLI. Depuis lors, des avancées considérables ont été réalisées aussi bien dans les caractéristiques des interrupteurs de l'électronique de puissance que dans celle des microprocesseurs, particulièrement durant la dernière décennie, permettant la construction des thyristors, à amorçage par signal lumineux, de haute puissance (LTT) et les convertisseurs statiques à base de transistors bipolaires à gâchette isolée (IGBT). Le principe de fonctionnement du redresseur MLI élévateur de tension consiste à actionner les interrupteurs de puissance à une fréquence relativement élevée afin d'imprimer une forme particulière à l'onde du courant de ligne [39].

### II.5 Modélisation d'un convertisseur statique

Pour analyser le comportement du convertisseur et synthétiser un contrôleur adéquat permettant d'atteindre les performances désirées, la modélisation constitue une étape nécessaire.

Dans la plupart des cas d'étude, des hypothèses simplificatrices sont largement admises afin de ne pas compliquer inutilement la mise en œuvre et l'utilisation des modèles. En raison, de la vision système que nous avons ici, nous faisons donc les hypothèses suivantes:

- Les interrupteurs sont considérés comme étant parfaits.
- Nous supposons les sources parfaites : une source de tension parfaite n'est pas influencée par le courant qui la traverse.
- Enfin, nous considérons que les éléments passifs de la structure du convertisseur sont invariants et linéaires.

Les convertisseurs statiques présentent la caractéristique d'être linéaires par morceaux [40]. Ceci nous permet d'obtenir des modèles linéaires, pour chaque configuration, de la forme :

$$\dot{X} = AX + BU \quad (\text{II.1})$$

où  $A$  et  $B$  sont les matrices d'état,  $X = [X_1, X_2, \dots, X_N]^T$  est le vecteur variable d'état,  $N$  étant le nombre de variables d'état du système.

Du fait de l'existence de différents régimes de fonctionnement du système, plusieurs modes ou intervalles de fonctionnement différents peuvent être identifiés. A chacun de ces modes correspond un certain nombre d'équations simultanées du genre (II.1) qui peuvent être dans

un ordre différent ou concerner des combinaisons de variables d'état différentes sur le cycle de fréquence selon les régimes. L'adaptation du nombre d'équations différentielles à résoudre, par l'élimination de celles correspondant aux variables d'état qui se seraient annulées (réduction de  $N$ ), peut être avantageuse en termes d'économies en temps de calcul du fait de la réduction du nombre de tests sur l'existence ou non d'une équation et d'évaluation de la dérivée par rapport au temps de la variable correspondante ainsi que de la résolution inutile de l'équation différentielle correspondante.

L'état du convertisseur peut être décrit par sa fonction de commutation  $SF$  donnée par:

$$SF = \frac{1}{2}(S_1 - S_2) \quad (\text{II. 2})$$

dans laquelle les termes  $SF_1$  et  $SF_2$  sont définis ci-dessous :

$$\begin{aligned} S_1 &= (T_1 + D_1) - (T_3 + D_3) \\ S_2 &= (T_2 + D_2) - (T_4 + D_4) \end{aligned} \quad (\text{II. 3})$$

où les  $T_i$  et les  $D_i$  peuvent prendre la valeur 0 ou 1 selon que les interrupteurs sont à l'état de blocage (ouverts) ou en conduction (fermés), respectivement. Ce qui permet alors d'écrire les relations suivantes entre les grandeurs d'entrée et de sortie du convertisseur:

$$\begin{aligned} v_{in} &= SF v_{DC} \\ i &= SF i_{in} \end{aligned} \quad (\text{II. 4})$$

La fonction  $SF$  peut donc prendre les valeurs +1, 0 ou -1 selon les formes à imprimer aux grandeurs tension et courant (ici  $v_{in}$  et  $i_{in}$ ) mais aussi selon les états des différents interrupteurs résultant du fonctionnement même du système. Dans l'hypothèse toujours où les composants sont parfaits, le fonctionnement du montage correspond à deux configurations ou modes distincts qui se répètent tout au long de la période de la tension de source. La première est celle pour laquelle la fonction de commutation prend la valeur 0 et la deuxième est celle où celle-ci est soit égale à +1 ou à -1. Le schéma équivalent du montage relatif au premier mode de fonctionnement est alors celui de la figure II.2.a et est régi par les équations (II.5) :

$$\begin{aligned} v_{AC} - R_{in} i_{in} - L_{in} \frac{di_{in}}{dt} &= 0 \\ \frac{dv_{DC}}{dt} &= -\frac{1}{C_{DC}} \frac{1}{R_{C_{DC}} + R_d} v_{DC} \\ i &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II. 5})$$

$$i_{C_{DC}} = -i_d$$

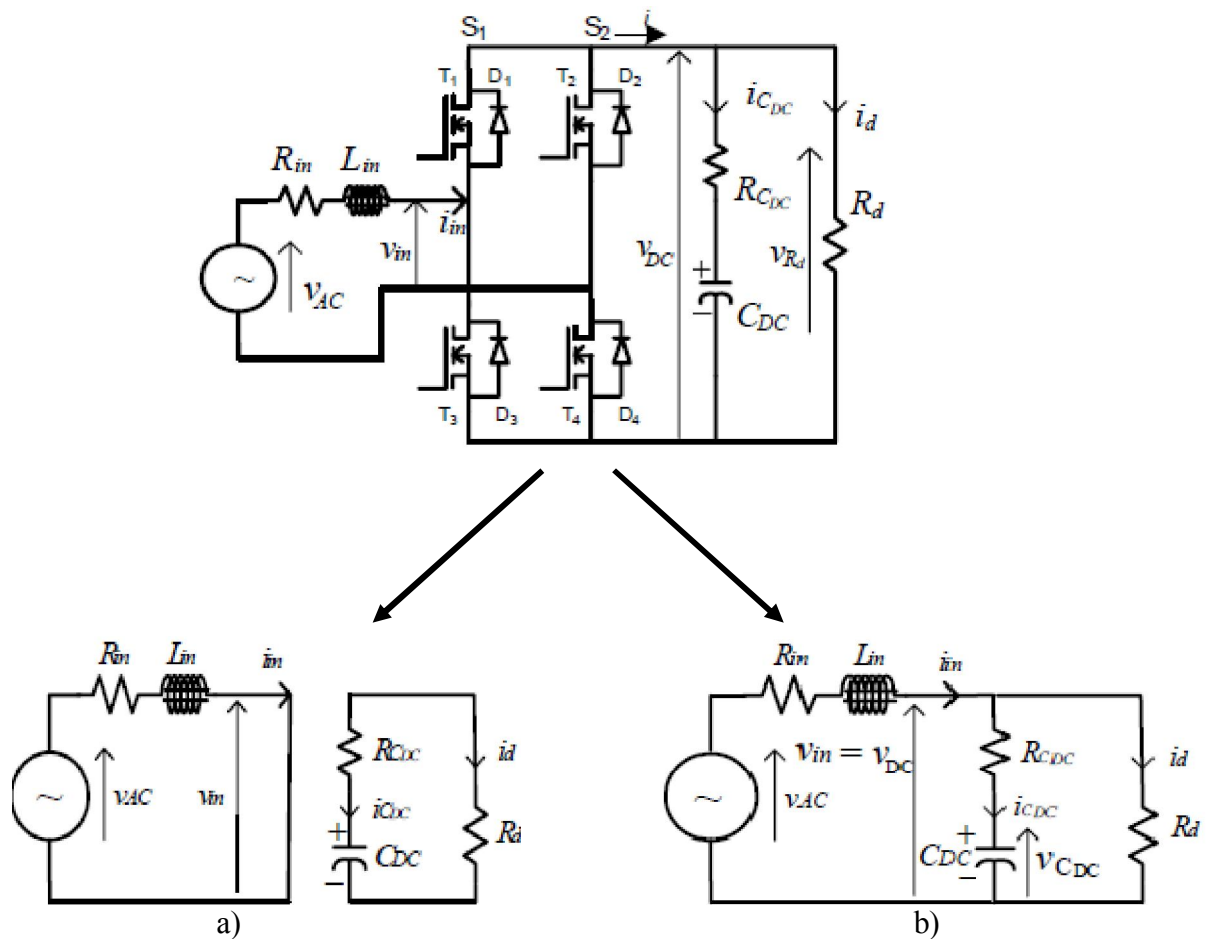
tandis que celui correspondant au deuxième mode de fonctionnement est représenté par la figure II.2.b qui est à son tour régi par les équations (II.6) :

$$v_{AC} - R_{in}i_{in} - L_{in}\frac{di_{in}}{dt} = v_{in}$$

$$\frac{dv_{DC}}{dt} = \frac{1}{C_{DC}} \left[ \frac{R_d}{R_{C_{DC}} + R_d} i - \frac{1}{R_{C_{DC}} + R_d} v_{in} \right] \quad (II.6)$$

$$i = i_{C_{DC}} + i_d$$

$$R_{C_{DC}}i_{C_{DC}} + v_{DC} = R_d i_d = v_{in}$$



**Fig.II.2** Schéma équivalent du montage :

- a- en mode 1 : (D1 et T2) ou (D2 et T1) conducteurs.
- b- en mode 2 : (D1 et T4) ou (D2 et T3) conducteurs.

D’où, enfin, les équations différentielles régissant le fonctionnement du montage :

$$\frac{di_{in}}{dt} = -\frac{1}{L_{in}} \left[ R_{in}i_{in} + \frac{R_d R_{C_{DC}}}{R_{C_{DC}} + R_d} SFi_{in} + \frac{R_d}{R_{C_{DC}} + R_d} SFv_{C_{DC}} - v_{AC} \right] \quad (II.7)$$

$$\frac{dv_{CDC}}{dt} = \frac{1}{C_{DC}} \left[ \frac{R_d}{R_{CDC} + R_d} SF i_{in} - \frac{v_{CDC}}{R_{CDC} + R_d} \right] \quad (\text{II.8})$$

Les instants de commutation déterminant les signaux de gâchette des interrupteurs peuvent être calculés directement au niveau du programme de gestion du système ou lus à partir de tables mémoires dans lesquelles ils auraient été préalablement stockés. Les valeurs que prend le terme fonction de commutation  $SF$  prennent en charge les actions de commande (commande externe) des interrupteurs et aussi de celles engendrées par l'évolution des grandeurs de courant et tension à travers ou aux bornes de ces composants (commande interne qui est aléatoire). Ce qui permet une description précise du comportement du système à l'étude. Donc l'application pratique de toute stratégie de commande de convertisseurs statiques dépend des paramètres des composants constituant le système. D'où la nécessité d'un dimensionnement particulièrement adapté des éléments de filtrage à installer.

## II.6 Dimensionnement des éléments de filtrage [39]

### II.6.1 Principe de base

Dans le cas de l'exemple choisi de la figure II.1, sont installés deux filtres passifs. Le premier est l'inductance d'entrée  $L_{in}$  et a pour rôle la limitation de la vitesse de variation du courant d'entrée  $i_{in}$  et de stockage de l'énergie réactive durant le mode 1. Cette énergie réactive est transférée pendant le mode 2 vers le condensateur  $C_{DC}$  du côté continu pour relever la tension à la sortie du redresseur à une valeur supérieure à la valeur de crête  $V_{sm}$  de la source de tension  $v_{AC}$ . Le condensateur  $C_{DC}$  ayant alors pour rôle, en plus du stockage de l'énergie réactive, de limiter l'ondulation qui est observée sur la tension à ses bornes sous l'effet du processus de redressement. Le transfert de puissance, de la source alternative vers la charge ou inversement, peut être effectué avantageusement (du point de vue puissance maximale transmise) en faisant en sorte que le filtre LC, formé par l'inductance d'entrée  $L_{in}$  et le condensateur  $C_{DCeq}$  équivalent au condensateur  $C_{DC}$  vu du côté alternatif, constitue un circuit résonnant vis-à-vis du fondamental du courant d'entrée  $i_{in}$ .

### II.6.2 Dimensionnement de l'inductance

L'objectif, dans ce cas, est de faire fonctionner le montage, de par le découpage judicieux de la tension d'entrée  $v_{in}$  et donc du courant d'entrée (ou de source  $i_{in}$ ) et de leur positionnement relativement au passage par zéro de la tension de source  $v_{AC}$ , à facteur de puissance très proche de l'unité tout en éliminant/réduisant certains harmoniques du courant de source. Sachant que seul le fondamental est porteur de puissance active, le dimensionnement des

composants passifs de filtrage peut être effectué sur la base de ce fondamental. La puissance active peut donc être évaluée en considérant qu'elle est la même, en valeur moyenne, des deux côtés alternatif et continu par :

$$V_{DC0}I_{d0} = \frac{V_{sm}I_{in1m}}{2} \quad (\text{II. 9})$$

où  $I_{in1m}$  est la valeur de l'amplitude du courant fondamental de source alternative et ( $V_{DC0}, I_{d0}$ ) les valeurs moyennes de  $V_{DC}$  et de  $I_d$  respectivement. D'où la valeur de crête du courant de source nécessaire :

$$I_{in1m} = \frac{2V_{DC0}I_{d0}}{V_{sm}} \quad (\text{II. 10})$$

La valeur de l'inductance additionnelle  $L_C$  d'entrée se calcule de sorte que l'inductance totale  $L_{in} = L_C + l_s$  ( $l_s$  étant l'inductance de fuite de la source alternative) produise à ses bornes une chute de tension de  $k\%$  de  $V_{sm}$  relativement au courant fondamental :

$$\Delta v_{L_{in1m}} = L_{in}\omega I_{in1m} = kV_{sm} \quad (\text{II. 11})$$

$k$  étant exprimé en %. D'où la valeur de l'inductance additionnelle :

$$L_C = L_{in} - l_s = \frac{kV_{sm}}{\omega I_{in1m}} \quad (\text{II. 12})$$

### II.6.3 Dimensionnement du condensateur

La tension  $V_{DC}$  aux bornes du condensateur est donnée par l'équation (II.13) ci-après.

$$v_{DC} = \frac{1}{C_{DC}} \int (i - i_a) dt = \frac{1}{C_{DC}} \int SF i_{in} dt - \frac{1}{C_{DC}} \int i_a dt \quad (\text{II. 13})$$

En introduisant cette dernière dans la première équation du système (II.6) régissant le fonctionnement du montage selon le mode deux correspondant à la figure **II.2.b** et en utilisant les relations (II.4), on obtient l'équation (II.14):

$$v_{AC} - R_{in}i_{in} - L_{in} \frac{di_{in}}{dt} = SF v_{DC} \quad (\text{II. 14})$$

Soit encore, en négligeant la résistance interne du condensateur :

$$v_{AC} - R_{in}i_{in} - L_{in} \frac{di_{in}}{dt} = SF \left( \frac{1}{C_{DC}} \int SF i_{in} dt - \frac{1}{C_{DC}} \int i_a dt \right) \quad (\text{II. 15})$$

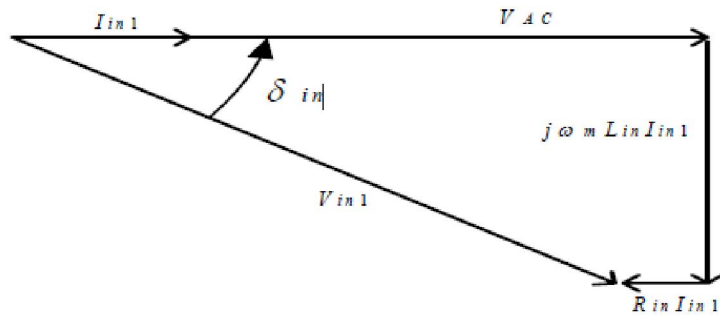
Cette dernière équation peut être réécrite, sachant que la fonction de commutation peut être représentée par l'équation (II.16) en termes du fondamental, sous la forme de l'équation

(II.17). Enfin, cette dernière équation donne l'équation (II.18) dans laquelle  $D$  est le taux de modulation,  $\omega_m$  (ici égale à  $\omega_s$ ) la pulsation de la tension d'entrée  $v_{in}$  et  $\delta_{in}$  l'angle de charge tel que défini par la figure II.3 correspondant à la réalisation du fonctionnement à facteur de déplacement unitaire.

$$SF = D \sin(\omega_m t - \delta_{in}) \tag{II.16}$$

$$v_{AC} - R_{in} i_{in} - L_{in} \frac{di_{in}}{dt} = \frac{D}{C_{DC}} \int D i_{in} dt - \frac{D}{C_{DC}} \int i_d dt \tag{II.17}$$

$$V_{sm} - R_{in} I_{in1} - j \omega_m L_{in} I_{in1} = -j \frac{D^2}{\omega_m C_{DC}} I_{in1} - v_{Id1} \tag{II.18}$$

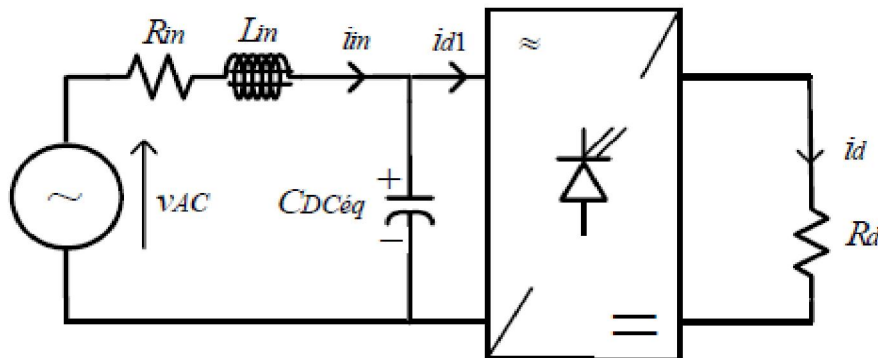


**Fig.II.3** Diagramme de Fresnel à observer pour un fonctionnement du redresseur à facteur de déplacement unitaire.

Cette dernière équation, réarrangée sous la forme (II.19), met en évidence la formation d'un circuit oscillant constitué de l'inductance d'entrée  $L_{in}$  et du condensateur fictif  $C_{DC\acute{e}q}$  équivalent au condensateur  $C_{DC}$  du filtre de sortie vu du côté alternatif (à l'entrée du redresseur), comme illustré à la figure II.4, et dont la capacité ainsi « modulée » a pour expression (II.20).

$$V_{sm} - R_{in} I_{in1} - j \left( \omega_m L_{in} - \frac{D^2}{\omega_m C_{DC}} \right) I_{in1} = -v_{Id1} \tag{II.19}$$

$$C_{DC\acute{e}q} = \frac{C_{DC}}{D^2} \tag{II.20}$$



**Fig.II.4** Schéma équivalent du montage de la figure II.2.b au fonctionnement en mode 2 relatif au fondamental.

Le terme  $v_{id1}$  peut être interprété comme étant une tension alternative fictive à fréquence fondamentale correspondant à la tension continue appliquée à la charge  $R_d$  qui absorbe alors un courant continu  $I_d$  représenté côté alternatif par le courant alternatif fictif fondamental  $I_{d1}$  à l'entrée du redresseur.

La capacité  $C_{DC}$  du condensateur du filtre continu peut être calculée à partir de l'équation (II.21) ci-dessous.

$$C_{DC} = \frac{D^2}{\omega_m^2 L_{in}} \quad (\text{II.21})$$

#### II.6.4 Exemple d'application

Si le courant maximal admissible circulant à travers les semi - conducteurs installés est choisi ayant une amplitude égale à  $I_{in1m} = 1.8A$  et que l'inductance d'entrée est choisie pour produire une chute de tension à ses bornes, lorsque parcourue par ce courant, égale à 20 % de la tension maximale de source  $V_{sm}$  ( $k = 20\%$  dans la relation (II.11)), sa valeur est donnée par :

$$L_{in} = \frac{\Delta v_{L_{in1m}}}{\omega_m I_{in1m}} = \frac{0.2V_{sm}}{\omega_m I_{in1m}} \quad (\text{II.22})$$

Soit :

$$L_{in} = 30,6mH$$

Si  $V_s = 50V$ ,  $\omega_m = 2\pi f_m = 100\pi$ ,  $f_m = 50Hz$  et sachant que  $l_s = 0.682mH$ , l'inductance additionnelle aura pour valeur :

$$L_C = L_{in} - l_s \cong 30mH \quad (\text{II.23})$$

Et, pour une valeur du taux de modulation  $D$  telle que :

$$D = \frac{1}{1 + k/100} \cong 0.833 \quad (\text{II.24})$$

la capacité du condensateur de sortie est obtenue en utilisant l'équation (II.21) qui donne :

$$C_{DC} = \frac{D^2}{\omega_m^2 L_{in}} \cong 225 \mu F \quad (\text{II.25})$$

**II.7 Conclusion**

Ce chapitre a été dédié au fonctionnement et la modélisation des convertisseurs statiques de base (redresseur survolteur et onduleur monophasés) de tension. La modélisation constitue une étape nécessaire pour analyser le comportement du convertisseur et synthétiser un contrôleur adéquat permettant d'atteindre les performances désirées.



# **CHAPITRE III**

## **LA STRATEGIE MLI VECTORIELLE OPTIMISEE**

## **CHAPITRE III**

# **LA STRATEGIE MLI VECTORIELLE OPTIMISEE**

---

---

### **III.1 Introduction**

Les stratégies de commande MLI optimisées sont utilisées dans plusieurs applications de moyenne et haute puissance, ces stratégies supposent l'existence d'une source de tension continue parfaitement lissée à la sortie du filtre. Les angles de commutation sont déterminés pour une forme d'onde MLI symétrique par rapport à la demie et au quart de période sur la base de critères tels que l'élimination d'harmoniques, la minimisation d'harmoniques. Cependant, la taille d'éléments de filtrage passifs relève d'un compromis entre la réduction des coûts et le maintien des performances du système, la réduction de la capacité du condensateur de filtrage réduit l'efficacité du filtrage. Des harmoniques dépendant du type (monophasé ou polyphasé) et de la fréquence de commutation des redresseurs/onduleurs, par exemple, apparaissent sur la tension continue, et peuvent détériorer la situation en termes d'élimination d'harmoniques et réduire la valeur moyenne de la tension continue, et par conséquent, la valeur de l'amplitude du fondamental de l'onde MLI de tension sera diminuée. Ces harmoniques, entre autres, peuvent alors altérer les performances de la stratégie MLI optimisée. Il serait utile d'étendre l'efficacité de ces dernières stratégies au cas de présence d'ondulations sur la tension continue. A cet effet, une stratégie MLI vectorielle optimisée d'élimination d'harmoniques et de réglage de la tension est présentée. Cette stratégie est basée sur l'évaluation du spectre harmonique de la tension continue intermédiaire et de sa valeur moyenne qui sont ensuite utilisés dans le calcul des angles optimisés de commutation, de manière répétitive, jusqu'à ce qu'une solution satisfaisante soit obtenue.

### **III.2 Principe de la méthode**

Les stratégies MLI optimisées qui sont étudiées dans le premier chapitre supposent que la tension continue est parfaitement lisse, les symétries de l'onde MLI par rapport à la demie période et au quart de période sont facilement réalisables et apportent des simplifications au système d'équations non linéaires à  $M$  inconnues, représentant le spectre d'harmoniques contenus dans la forme d'onde MLI. Cette simplification est, en fait, l'annulation de tous les termes (pour tout  $n$ ) de l'équation (III.2) qui constituent la deuxième partie du système d'équations qui devraient être utilisées, simultanément avec les termes de l'équation (III.1),

dans le calcul du spectre d'harmoniques de la forme d'onde MLI conformément aux contraintes (III.3).

$$A_n = \frac{4}{n\pi} \left[ \sum_{k=1}^M (-1)^{k+1} \cos(n\alpha_k) \right] \quad (\text{III. 1})$$

$$B_n = \frac{4}{n\pi} \left[ \sum_{k=1}^M (-1)^k \sin(n\alpha_k) \right] \quad (\text{III. 2})$$

$$\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_M < \frac{\pi}{2} \quad (\text{III. 3})$$

L'idée fondamentale est, dans ce cas, d'effectivement utiliser les deux équations (III.1) et (III.2) simultanément, pour résoudre le problème à  $2M$  angles de commutation (comme inconnues) de sorte que l'ondulation de tension continue intermédiaire puisse être incluse dans le calcul du spectre d'harmoniques de la forme d'onde MLI en construction [39]. La supposition de symétrie de l'onde MLI par rapport au quart de période n'est plus nécessaire. L'amplitude et le déphasage de chacun des harmoniques de la forme d'onde MLI dans un repère fixe, sont définis comme suit:

$$V_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \quad (\text{III. 4})$$

$$\varphi_n = \arctan(B_n/A_n) \quad (\text{III. 5})$$

où  $A_n$  et  $B_n$  deviennent :

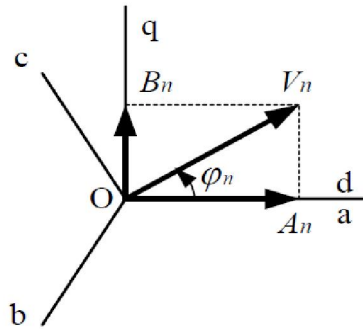
$$A_n = \frac{2}{n\pi} \left[ \sum_{k=1}^{2M} (-1)^{k+1} \cos(n\alpha_k) \right] \quad (\text{III. 6})$$

$$B_n = \frac{2}{n\pi} \left[ \sum_{k=1}^{2M} (-1)^k \sin(n\alpha_k) \right] \quad (\text{III. 7})$$

sous les nouvelles contraintes imposées aux angles de commutation, données par:

$$\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_M < \dots < \alpha_{2M} < \pi \quad (\text{III. 8})$$

c'est-à-dire un système de  $2M$  équations non linéaires à  $2M$  inconnues.



**Fig.III.1** Représentation vectorielle des harmoniques de l'onde MLI.

La figure III.1 montre la représentation vectorielle du spectre d'harmoniques de la forme d'onde MLI dans le repère  $(d, q)$  [39].

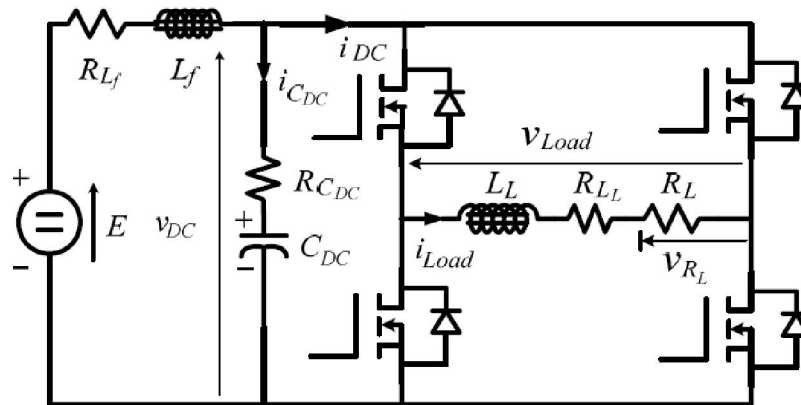
Dans le cas de l'onduleur, en utilisant la tension fondamentale de l'onde MLI comme tension de référence et en faisant coïncider l'axe  $d$  du repère avec celle-ci, on aboutit, en utilisant les équations (III.6) et (III.7), à la forme suivante:

Pour l'harmonique de rang  $n$  de la phase 1 :

$$V_{d1n} = A_n = V_{1n} \tag{III.9}$$

$$V_{q1n} = B_n = 0 \tag{III.10}$$

où  $n = 2i+1, i = 0, 1, 2, 3, \dots, M-1$ .



**Fig.III.2** Onduleur monophasé avec filtre LC d'entrée et charge RL.

Ainsi, pour une forme d'onde MLI à  $M$  impulsions par demi-cycle du fondamental, un système de  $2M$  équations doit être résolu pour  $2M$  inconnues tout en réglant l'amplitude de la composante fondamentale et des  $(M-1)$  harmoniques en observant les contraintes (III.8). A ce stade, avec une tension continue intermédiaire lisse, les mêmes résultats que ceux dans le cas particulier de la stratégie MLI optimisée conventionnelle utilisant les équations (III.1) et (III.2) conformément aux conditions (III.3) devraient être obtenus.

Maintenant, puisque les angles de commutation sont soumis aux conditions (III.8) plutôt qu'aux conditions (III.3), différentes solutions peuvent être déterminées. C'est une nouvelle qualité qui signifie que les fronts des impulsions de la forme d'onde MLI peuvent prendre différentes positions dans la période du fondamental, et dépendront du contenu harmonique de la tension continue, des critères de base (tels que l'élimination sélective des harmoniques, la minimisation du taux de distorsion harmonique, etc.) et du jeu d'angles proposé comme solution initiale supposée être proche de la solution recherchée.

### III.3 Application de la méthode [41] [39]

L'ondulation de tension qui apparaît aux bornes du condensateur du filtre intermédiaire continu contient, dans tous les cas, seulement des harmoniques de rang pair multiple de la fréquence de modulation  $\omega_m$ . La tension continue peut être exprimée par :

$$v_{DC}(\omega_p t) = 1 + \sum_{p=1}^{\infty} V_{DCp} \sin(\omega_p t - \psi_p) \quad (\text{III. 11})$$

où  $p = 1.2.3, \dots, \infty$  ;  $\omega_p$  étant la pulsation du  $p^{\text{ème}}$  harmonique de cette tension continue et  $V_{DCp}$  est son amplitude en p.u; c'est-à-dire:

$$V_{DCp} = \frac{V_{DCpm}}{V_{DC0}} \quad (\text{III. 12})$$

où  $V_{DCpm}$  est l'amplitude correspondante.

Dénotant par  $r_p$ , le rapport de la fréquence du  $p^{\text{ème}}$  harmonique de la tension continue à la fréquence de modulation, défini par:

$$r_p = \frac{\omega_p}{\omega_m} \quad (\text{III. 13})$$

Sachant que la tension aux bornes du condensateur  $C_{DC}$ ,  $v_{DC}(t)$ , peut être exprimée sous la forme d'une composante continue de valeur moyenne notée  $V_{DC0}$  et de tous les harmoniques présents, d'ordre pair, placés dans un tableau dont les éléments sont pointés par l'indice  $p$ , de pulsation  $\omega_p$  et d'amplitude absolue  $V_{DCpm}$ , résultant des courants participant à sa décharge (pompés par l'onduleur côté charge), comme suit, en valeur absolue :

$$v_{DCa}(\omega_p t) = V_{DC0} + \sum_{p=1}^{\infty} V_{DCpm} \sin[(\omega_p t) - \psi_p] \quad (\text{III. 14})$$

L'onde MLI de tension de sortie de l'onduleur  $v_o(\omega_{om}t)$  illustrée par la figure **I.3**, peut être représentée par la série de Fourier, comme suit,  $n$  étant le rang de l'harmonique qui y est présent :

$$v_o(\omega_m t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \sin(n\omega_m t) + B_n \cos(n\omega_m t)] \quad (\text{III. 15})$$

où :

$$A_0 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} v_o(\omega_m t) d(\omega_m t) = 0$$

$$A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} v_{DC}(t) \sin(n\omega_m t) d(\omega_m t)$$

$$B_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} v_{DC}(t) \cos(n\omega_m t) d(\omega_m t)$$

Soit, sachant que, du fait de la symétrie par rapport à la demi – période,  $A_0$  est nul:

$$A_0 = 0$$

$$A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} [V_{DC0} + \sum_{p=1}^{\infty} V_{DCpm} \sin[(\omega_p t) - \psi_p]] \sin(n\omega_m t) d(\omega_m t) \quad (\text{III. 16})$$

$$B_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} [V_{DC0} + \sum_{p=1}^{\infty} V_{DCpm} \sin[(\omega_p t) - \psi_p]] \cos(n\omega_m t) d(\omega_m t)$$

et, en unités relatives, avec  $V_{DC0}$  comme tension de base (de référence):

$$A_0 = 0$$

$$A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} [1 + \sum_{p=1}^{\infty} V_{DCp} \sin[(\omega_p t) - \psi_p]] \sin(n\omega_m t) d(\omega_m t) \quad (\text{III. 17})$$

$$B_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} [1 + \sum_{p=1}^{\infty} V_{DCp} \sin[(\omega_p t) - \psi_p]] \cos(n\omega_m t) d(\omega_m t)$$

L'amplitude, en unités relatives, de l'harmonique de rang  $n$  et sa phase par rapport à un référentiel, choisi convenablement, y compris pour la tension du condensateur de liaison  $v_{DC}(t)$ , sont obtenues comme suit :

$$V_{on} = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \quad (\text{III. 18})$$

$$\varphi_{on} = \arctg\left(\frac{B_n}{A_n}\right) \quad (\text{III. 19})$$

avec  $f_{om} = \frac{\omega_{om}}{2\pi}$  est la fréquence de modulation de l'onde MLI de sortie de l'onduleur,  $v_{DCa}(t)$  devient alors (en unités relatives):

$$V_{DC}(\omega_p t) = 1 + \sum_{p=1}^{\infty} V_{DCp} \sin(\omega_p t - \psi_p) \quad (\text{III. 20})$$

Le spectre de l'onde MLI considérée est calculé comme indiqué ci-dessous, observant la symétrie de l'onde MLI :

$$V_m \sin(\omega_m t) = -V_m \sin(\omega_m t + \pi)$$

Sachant que :

$$\sin(\omega_p t - \psi_p) \sin(n\omega_m t) = \frac{1}{2} \{ \cos[(\omega_p - n\omega_m)t - \psi_p] - \cos[(\omega_p + n\omega_m)t - \psi_p] \}$$

et :

$$r_p = \frac{\omega_p}{\omega_m}$$

on a alors, notant par :

$$D(\omega_m t, r_p) = \{ \cos((r_p - n)\omega_m t - \psi_p) - \cos((r_p + n)\omega_m t - \psi_p) \} \quad (\text{III. 21})$$

l'on obtient successivement, pour  $A_n$  :

$$A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} [\sin(n\omega_m t) d(\omega_m t) + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{V_{DCp}}{2} D(\omega_m t, r_p) d(\omega_m t)]$$

Et posant :  $\alpha = \omega_m t$  et désignant par  $M$  le nombre d'impulsions par demi – période, on peut écrire :

$$A_n = \frac{2}{\pi} \left[ \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin(n\alpha) d(\alpha) + \int_{\alpha_3}^{\alpha_4} \sin(n\alpha) d(\alpha) + \dots + \int_{\alpha_{2M-1}}^{\alpha_{2M}} \sin(n\alpha) d(\alpha) \right] \\ + \frac{2}{\pi} \left[ \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{V_{DCp}}{2} D(\alpha, r_p) d(\alpha) + \dots + \int_{\alpha_{2M-1}}^{\alpha_{2M}} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{V_{DCp}}{2} D(\alpha, r_p) d(\alpha) \right]$$

Qui donne, utilisant la relation (III.21) :

$$\begin{aligned}
A_n = & \frac{2}{\pi} \left\{ \left[ \left[ -\frac{1}{n} \cos(n\alpha) \right]_{\alpha_1}^{\alpha_2} + \left[ -\frac{1}{n} \cos(n\alpha) \right]_{\alpha_3}^{\alpha_4} + \dots + \left[ -\frac{1}{n} \cos(n\alpha) \right]_{\alpha_{2M-1}}^{\alpha_{2M}} \right] \right. \\
& + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{V_{DCp}}{2} \left\{ \left[ \frac{1}{r_p - n} \sin[(r_p - n)\alpha - \psi_p] \right]_{\alpha_1}^{\alpha_2} + \dots \right. \\
& + \left. \left[ \frac{1}{r_p - n} \sin[(r_p - n)\alpha - \psi_p] \right]_{\alpha_{2M-1}}^{\alpha_{2M}} - \left[ \frac{1}{r_p + n} \sin[(r_p + n)\alpha - \psi_p] \right]_{\alpha_1}^{\alpha_2} - \dots \right. \\
& \left. \left. - \left[ \frac{1}{r_p + n} \sin[(r_p + n)\alpha - \psi_p] \right]_{\alpha_{2M-1}}^{\alpha_{2M}} \right\} \right\}
\end{aligned}$$

ou encore :

$$\begin{aligned}
A_n = & \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{2M} \left\{ \left[ -\frac{1}{n} \cos(n\alpha_k) + \frac{1}{n} \cos(n\alpha_{k-1}) \right] \right. \\
& + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{V_{DCp}}{2} \left\{ \frac{1}{r_p - n} \sin[(r_p - n)\alpha_k - \psi_p] - \frac{1}{r_p - n} \sin[(r_p - n)\alpha_{k-1} - \psi_p] \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{r_p + n} \sin[(r_p + n)\alpha_k - \psi_p] + \frac{1}{r_p + n} \sin[(r_p + n)\alpha_{k-1} - \psi_p] \right\} \right\}
\end{aligned}$$

En ordonnant et compactant les termes, l'expression finale de  $A_n$  :

$$\begin{aligned}
A_n = & \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{2M} (-1)^k \left\{ -\frac{1}{n} \cos(n\alpha_k) \right. \\
& \left. + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{V_{DCp}}{2} \left[ \frac{1}{r_p - n} \sin[(r_p - n)\alpha_k - \psi_p] - \frac{1}{r_p + n} \sin[(r_p + n)\alpha_k - \psi_p] \right] \right\}
\end{aligned} \tag{III. 22}$$

Menant un calcul similaire, on trouve l'expression finale de  $B_n$  :

$$\begin{aligned}
B_n = & \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{2M} (-1)^k \left\{ -\frac{1}{n} \sin(n\alpha_k) \right. \\
& \left. + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{V_{DCp}}{2} \left[ \frac{1}{r_p - n} \cos[(r_p - n)\alpha_k - \psi_p] - \frac{1}{r_p + n} \cos[(r_p + n)\alpha_k - \psi_p] \right] \right\}
\end{aligned} \tag{III. 23}$$

Ces deux dernières équations ne peuvent être simplifiées, comme dans le cas de la stratégie MLI optimisée conventionnelle, du fait que la tension  $v_{DC}(t)$  est entachée d'une ondulation, et sont donc à utiliser simultanément pour déterminer les angles optimisés  $\alpha_k$  de commutation.



Il est intéressant de le mentionner, puisque les amplitudes des composantes harmoniques de l'ondulation de la tension continue évoluent vers une valeur nulle lorsque le taux de modulation  $D$  tend vers zéro. Ceci signifie que les caractéristiques des angles de commutation optimisés calculés par la MLI vectorielle dans la plage inférieure des valeurs du taux de modulation devraient converger vers les lieux des angles de commutation optimisés des formes d'ondes MLI à symétrie par rapport au quart de période. Ceci a été utilisé pour l'évaluation de la solution de lancement  $(\alpha_1^0, \alpha_2^0, \dots, \alpha_{2M}^0)$  à proposer à l'algorithme [39] de recherche de solution d'angles optimisés par la méthode MLI vectorielle, algorithme qui est du type à critère d'arrêt optimal, basé sur plusieurs techniques numériques comprenant, entre autres, la méthode itérative de Newton-Raphson avec évaluation des erreurs propres au calcul par ordinateur. Du fait de l'ondulation de la tension de source continue, les angles de commutation optimisés peuvent nécessiter un calcul, à tour de rôle pour chacune des phases dans le cas de fonctionnement en triphasé, le fondamental de la première forme d'onde MLI construite étant pris comme phase numéro un;  $V_{d2}$ ,  $V_{q2}$  et  $V_{d3}$ ,  $V_{q3}$  devant alors être réglées comme indiqué par la figure III.1.

#### III.4 Détermination des angles de commutation

En écrivant, cette fois, le vecteur des  $2M$  variables (les inconnues  $\alpha_k$ ) sous forme matricielle, comme suit,

$$[\alpha] = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k, \dots, \alpha_{2M}]^T$$

et le vecteur des  $2M$  composantes des  $M$  premiers harmoniques contenus dans la forme d'onde MLI, décomposée le long des axes  $d$  et  $q$ , y compris le fondamental, de la manière suivante,

$$[V] = [V_{d1}, V_{q1}, V_{d2}, V_{q2}, \dots, V_{d2M-1}, V_{q2M-1}]^T$$

puis, à partir des équations (III.22) et (III.23), définissant les fonctions  $F(\alpha)$  comme ci-dessous,

$$F_l(\alpha) = A_i(\alpha) - V_{di} = 0 \tag{III.24}$$

$$F_{l+1}(\alpha) = B_i(\alpha) - V_{qi} = 0$$

où  $i = 2j + 1, j = 0, 1, 2, \dots, M - 1$

et  $l = 1, 2, 3, \dots, M$

Sous forme vectorielle compacte, la relation (III.24) devient :

$$[F(\alpha)] = [F_1(\alpha), F_2(\alpha), \dots, F_{2M}(\alpha)]^T$$

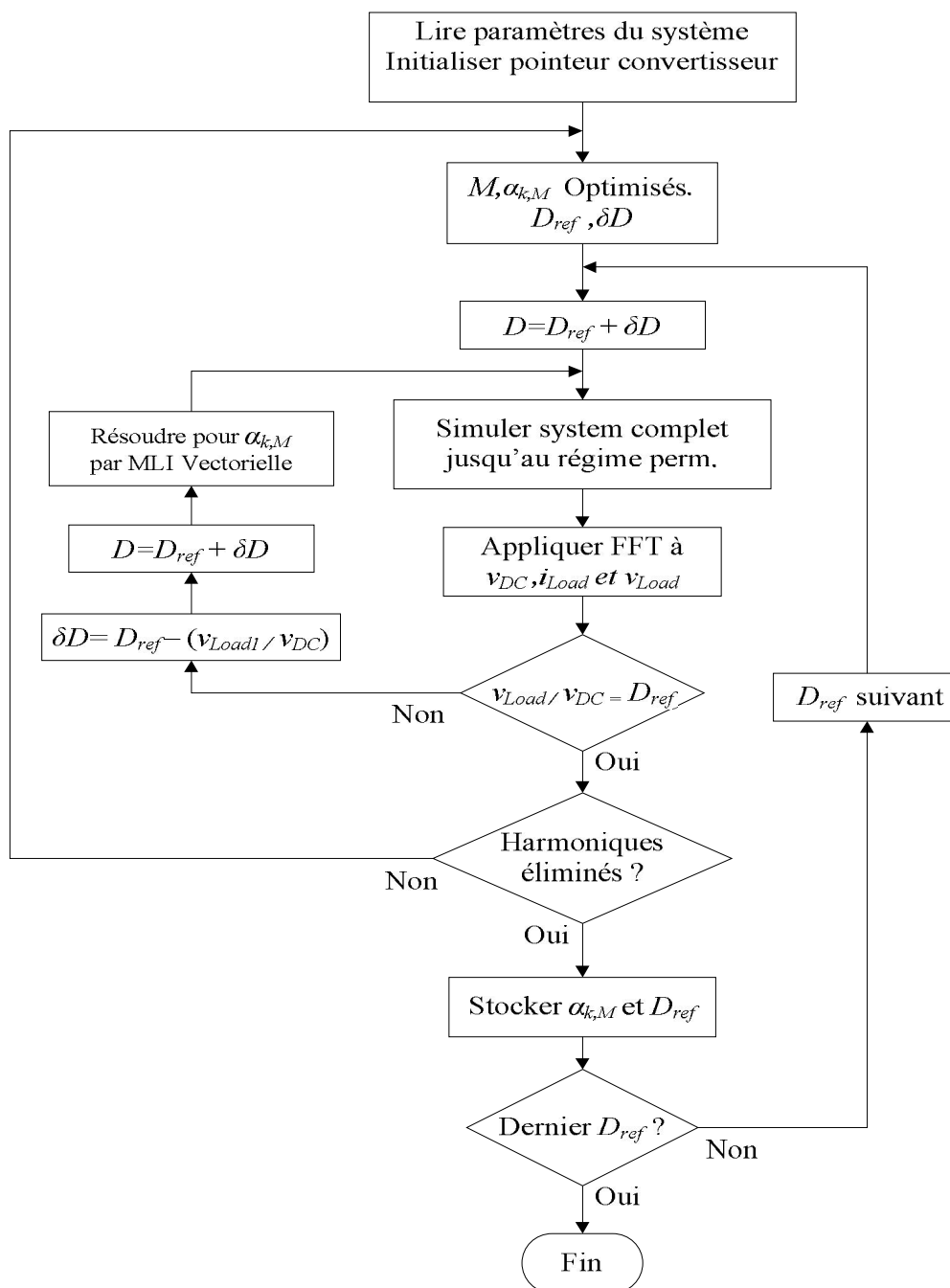
en formant la matrice des dérivées partielles (le Jacobien) de la matrice  $F(\alpha)$  par rapport aux  $2M$  inconnues,

$$\left[ \frac{\partial F(\alpha)}{\partial \alpha} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1(\alpha)}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial F_2(\alpha)}{\partial \alpha_1} & \dots & \frac{\partial F_{2M}(\alpha)}{\partial \alpha_1} \\ \frac{\partial F_1(\alpha)}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial F_2(\alpha)}{\partial \alpha_2} & \dots & \frac{\partial F_{2M}(\alpha)}{\partial \alpha_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_1(\alpha)}{\partial \alpha_{2M}} & \frac{\partial F_2(\alpha)}{\partial \alpha_{2M}} & \dots & \frac{\partial F_{2M}(\alpha)}{\partial \alpha_{2M}} \end{bmatrix} \quad (\text{III. 25})$$

et en utilisant un algorithme approprié qui, lancé avec un jeu de valeurs affectées aux inconnues et supposées être voisines d'une solution, permet d'obtenir des solutions acceptables sur la base de la précision désirée et du nombre de composantes harmoniques de la tension continue à prendre en considération. Les angles de commutation ainsi obtenus sont ensuite utilisés dans la simulation du système complet jusqu'à ce que le régime permanent soit atteint. Après cela, la tension continue est analysée à l'aide d'un programme mettant en œuvre la FFT et le contenu harmonique et la valeur moyenne  $V_{DC0}$  sont ainsi déterminés. Ces derniers sont à nouveau utilisés pour calculer de nouveaux angles de commutation sur la base des expressions (III.22) et (III.23) qui représentent le spectre harmonique de la tension de sortie de l'onduleur/d'entrée du redresseur, en minimisant les composantes du vecteur  $F(\alpha)$ . Ce processus est répété jusqu'à ce qu'une solution satisfaisante, de jeu d'angles de commutation, soit obtenue pour le cas de la forme d'onde MLI à optimiser.

### III.5 Organigramme de la méthode

La figure III.3 montre l'organigramme de calcul des angles de commutation par MLI vectorielle optimisée.



**Fig.III.3** Organigramme de calcul des angles de commutation par MLI vectorielle optimisée.

### III.6 Résultats de Simulation

Le programme de simulation [39], écrit en FORTRAN 95, est basé sur l'analyse par la méthode de linéarisation par morceaux des circuits de l'électronique de puissance ainsi que sur la détection automatique de l'extinction des composants semi-conducteurs de puissance. La localisation du point de passage par zéro des courants déterminant l'état des semi-conducteurs (extinction ou conduction), ou de toute autre grandeur physique présentant un intérêt particulier, est très important. Elle est spécifiée pour mettre en œuvre un algorithme

intégré au simulateur, basé sur le recalage suite à la détection d'un événement. Cet algorithme est utilisé pour accélérer le processus de convergence vers le passage par zéro proprement dit de la grandeur physique concernée. Tout composant électrique est considéré comme étant une source à part entière.

Les angles de commutation d'une forme d'onde MLI à trois niveaux optimisée par la stratégie vectorielle ont été calculés hors fonctionnement du système (off-line) à l'aide des équations (III.22) et (III.23) comme décrit ci-dessus et utilisés pour piloter un onduleur monophasé alimenté par l'intermédiaire d'un filtre LC. Ce filtre LC a été conçu délibérément pour résonner à la fréquence de la composante principale de l'ondulation du courant d'entrée pour simuler le comportement d'une source de tension continue (telle que le système filtre - redresseur à commutation forcée - condensateur intermédiaire) délivrant une tension ondulée.

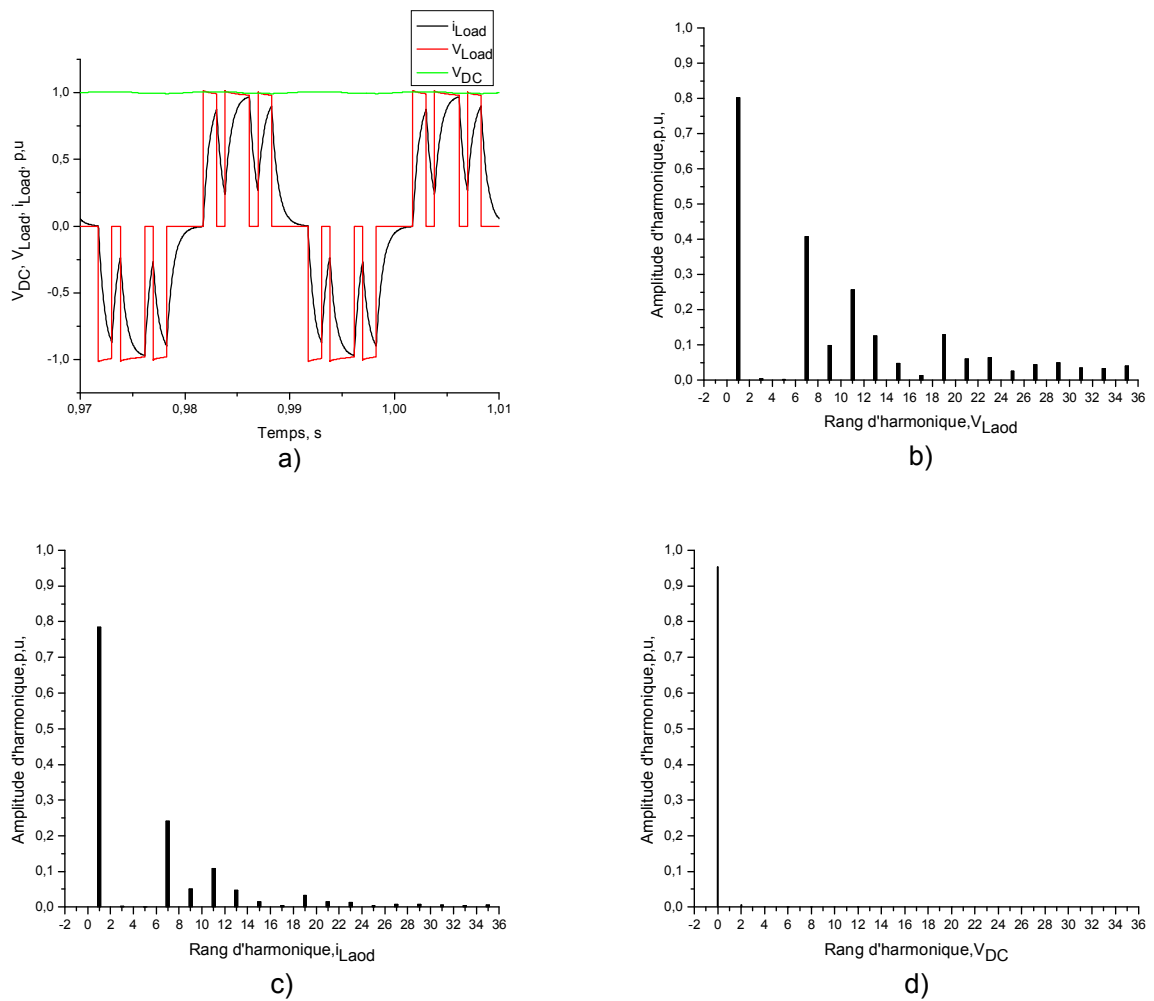
Le processus de recherche de solution est forcément itératif du moment que le contenu harmonique de la tension continue dépend des angles de commutation de l'onde MLI fabriquée. Ainsi, pour chaque jeu d'angles de commutation solution obtenus, le fonctionnement de l'onduleur dans le montage est simulé jusqu'à ce que le régime permanent soit atteint et la valeur moyenne  $V_{DC0}$  de la tension continue et son contenu harmonique déterminés. Ces derniers sont utilisés à nouveau pour résoudre le même système d'équations et obtenir de nouveaux angles de commutation. Ce processus est répété jusqu'à l'obtention d'une solution satisfaisante permettant ainsi d'assurer la régulation de la tension fondamentale de l'onde MLI construite. Du fait des variations du spectre de la tension continue lors de l'exécution du programme de résolution du système, l'évolution vers une solution est tributaire du genre d'algorithme utilisé qui doit pouvoir se rediriger vers la bonne trajectoire des angles de commutation recherchés et ne pas diverger facilement.

L'algorithme utilisé [39], qui met en œuvre plusieurs techniques numériques combinées avec la méthode dite de permutation et réarrangement des opérations arithmétiques pour l'évaluation des erreurs de calculs de l'ordinateur [42], s'est avéré assez performant. Cet algorithme peut, en fait, se bloquer sur un minimum local mais ne diverge jamais.

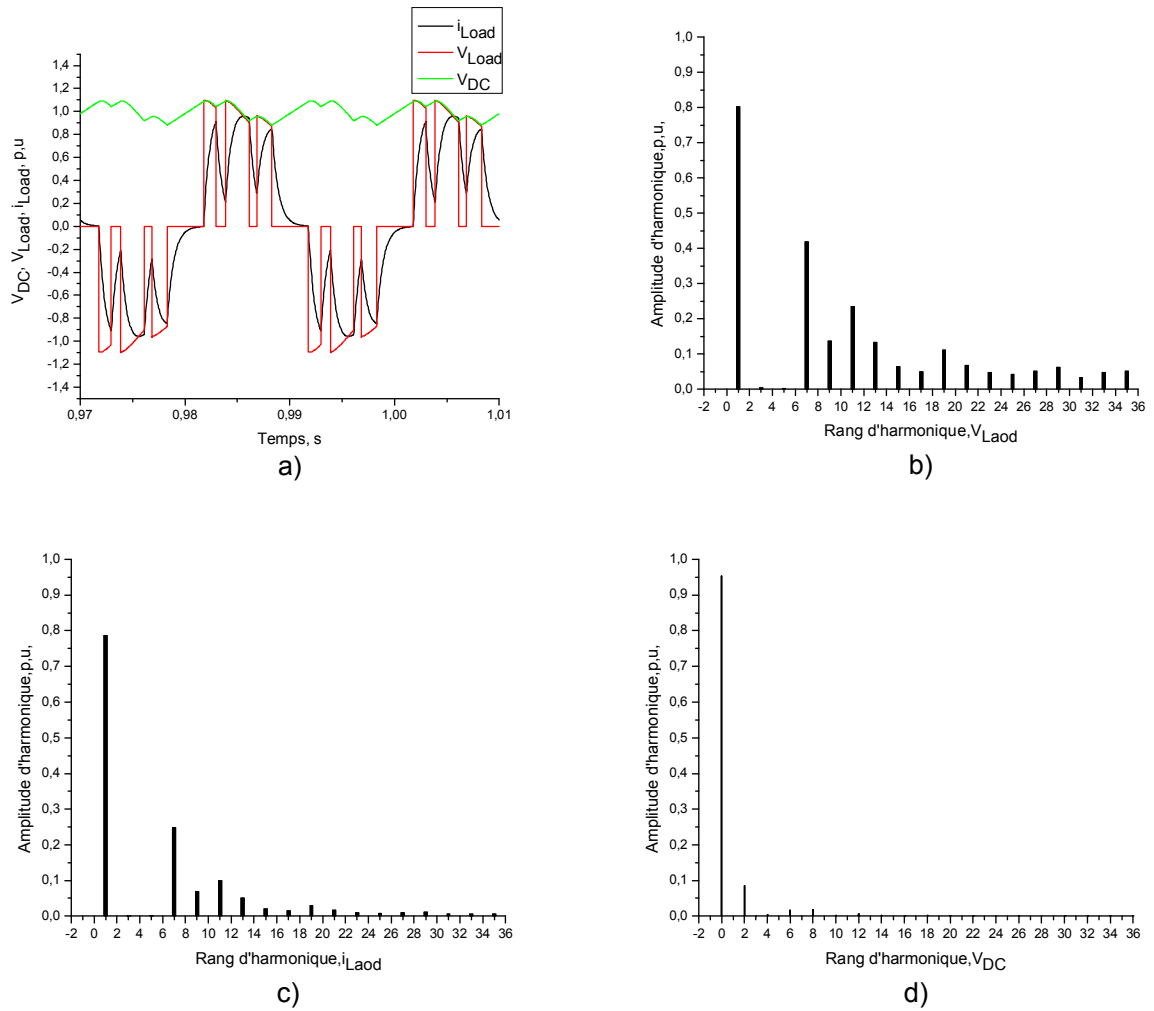
Les figures ci-dessous illustrent les formes d'onde et Spectres des grandeurs tension et courant obtenus par simulation de l'onduleur commandé par MLI vectorielle optimisée.

**III.6.1 3<sup>ème</sup> et 5<sup>ème</sup> harmoniques sont éliminés**

Pour éliminer les 3<sup>ème</sup> et 5<sup>ème</sup> harmoniques, les paramètres  $M = 3$  et  $D = 0.82$  sont utilisés.

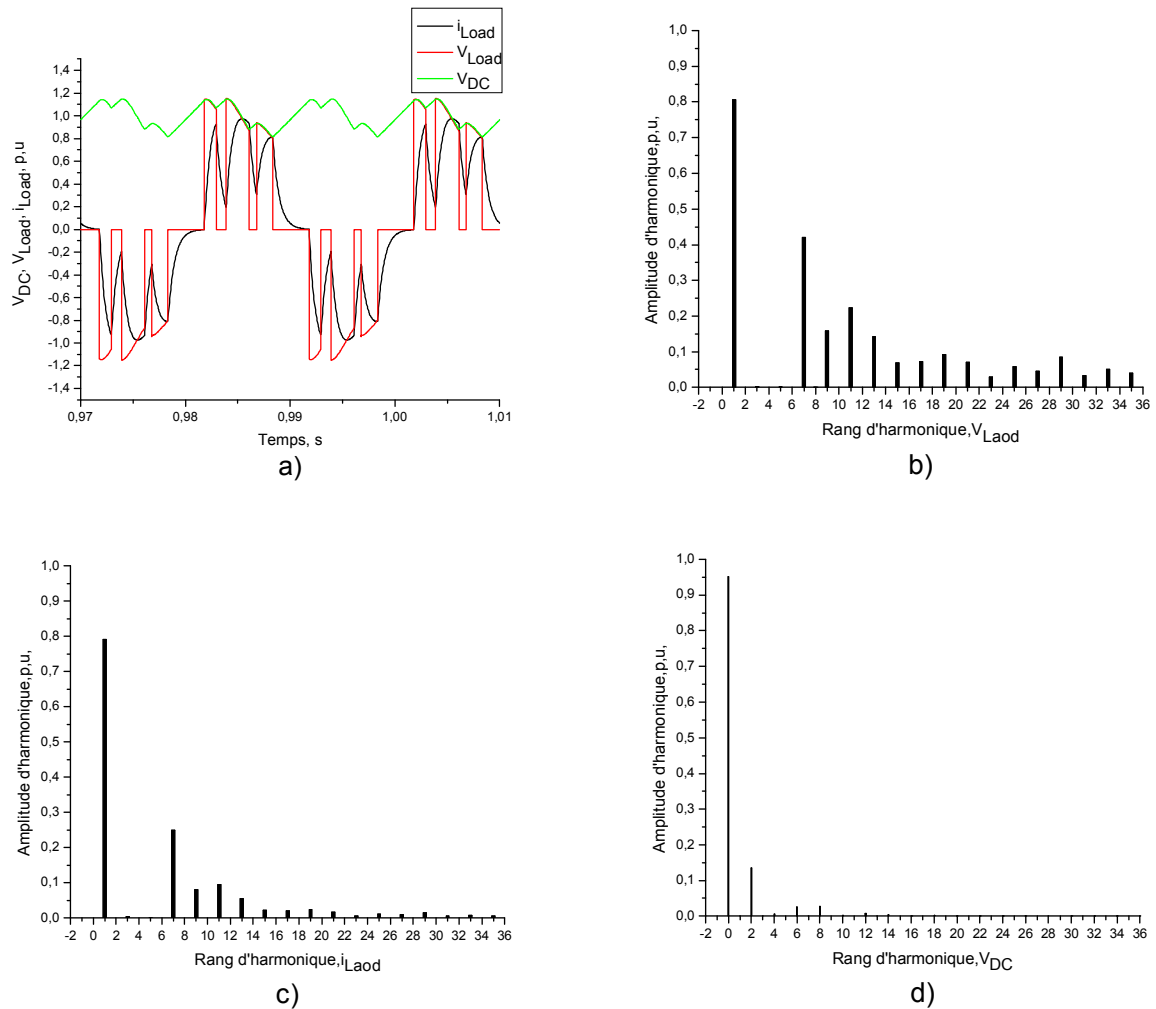


**Fig.III.4** Résultats de simulation par PWM vectorielle optimisée pour  $C_{DC} = 4400\mu F$ .  
 a) Formes d'onde de courant et de tension.      b) Spectre de tension de charge.  
 c) Spectre de courant.                              d) Spectre de tension du filtre DC.



**Fig.III.5** Résultats de simulation par PWM vectorielle optimisée pour  $C_{DC} = 330\mu F$ .

- a) Formes d'onde de courant et de tension.
- b) Spectre de tension de charge.
- c) Spectre de courant.
- d) Spectre de tension du filtre DC.



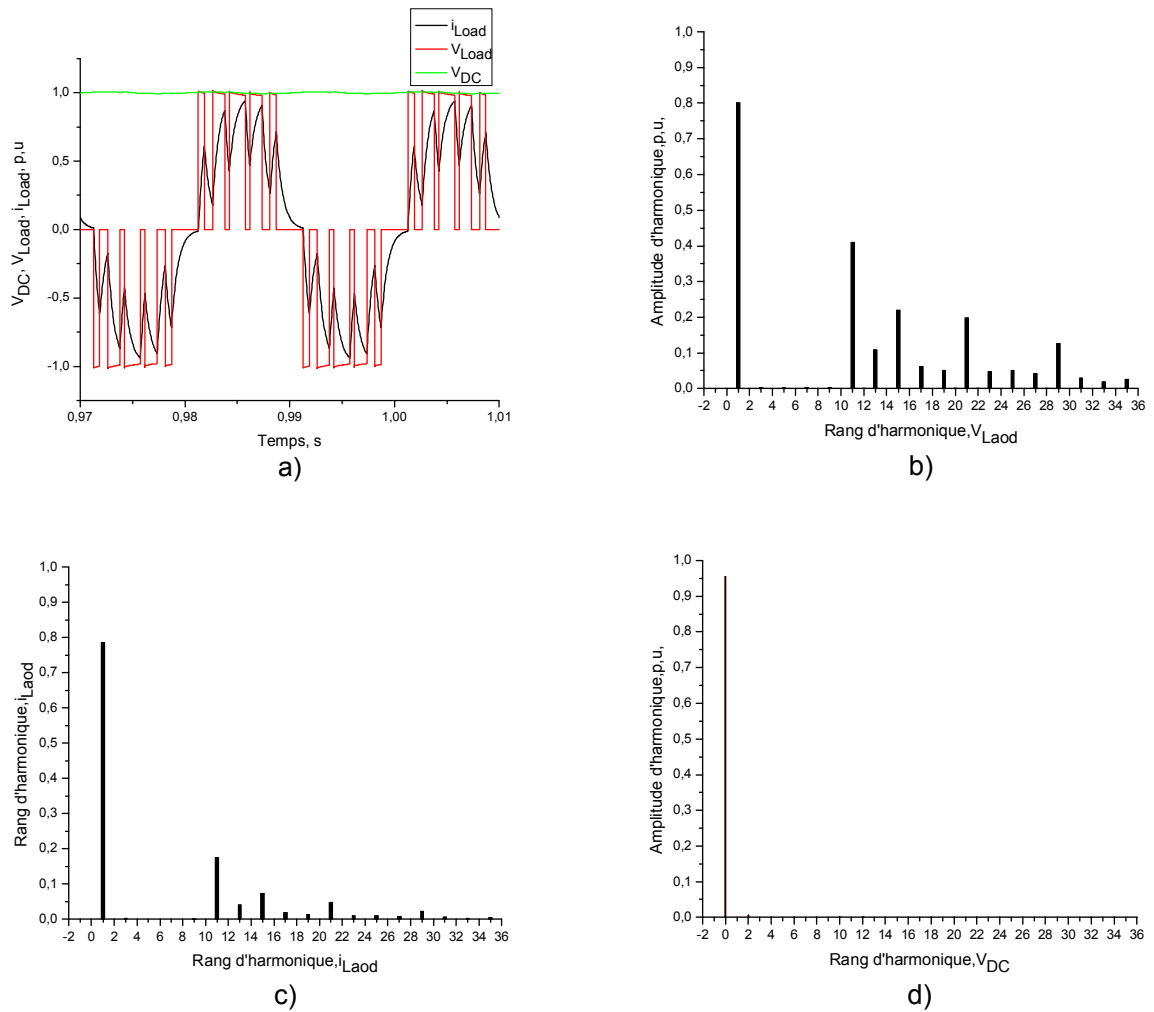
**Fig.III.6** Résultats de simulation par PWM vectorielle optimisée pour  $C_{DC} = 220 \mu\text{F}$ .

- a) Formes d'onde de courant et de tension.      b) Spectre de tension de charge.  
 c) Spectre de courant.      d) Spectre de tension du filtre DC.

Ces figures montrent l'effet simulé de la réduction de la taille du condensateur sur le spectre de la tension et du courant de sortie de l'onduleur du fait de l'ondulation de tension continue qui apparaît, quand la capacité est réduite. Il apparaît bien, dans ces figures, que les 3<sup>ème</sup> et 5<sup>ème</sup> harmoniques sont nuls.

**III.6.2 3<sup>ème</sup>, 5<sup>ème</sup>, 7<sup>ème</sup> et 9<sup>ème</sup> harmoniques sont éliminés**

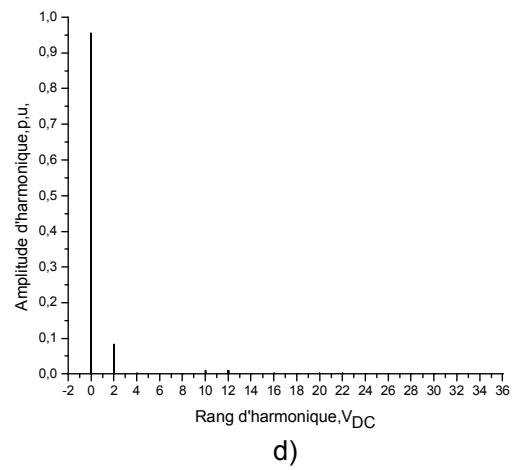
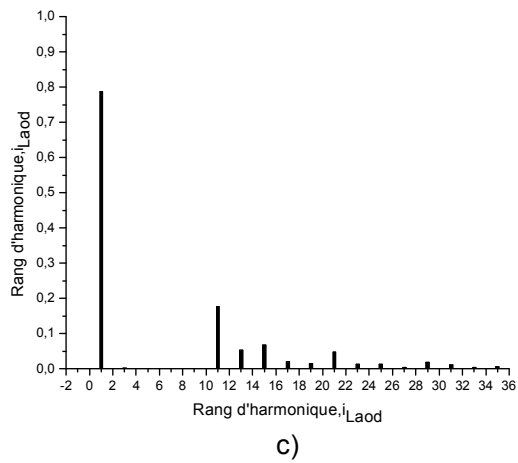
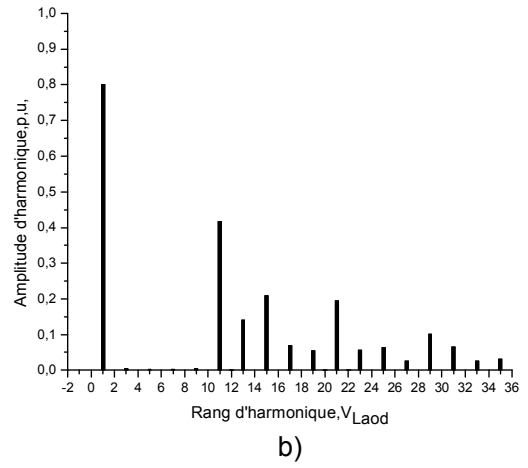
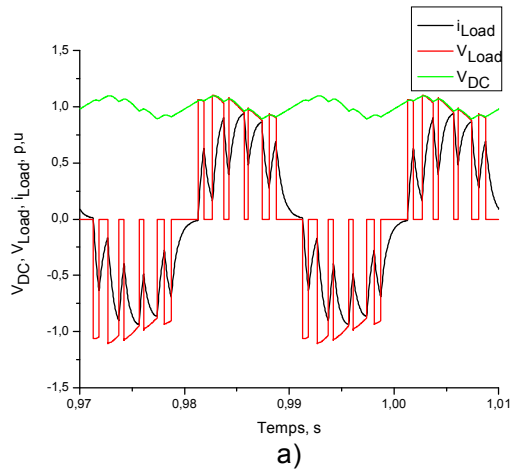
Pour éliminer les 3<sup>ème</sup>, 5<sup>ème</sup>, 7<sup>ème</sup> et 9<sup>ème</sup> harmoniques, les paramètres  $M = 5$  et  $D = 0.82$  sont utilisées.



**Fig.III.7** Résultats de simulation par PWM vectorielle optimisée pour  $C_{DC} = 4400\mu F$ .

- a) Formes d'onde de courant et de tension.
- b) Spectre de tension de charge.
- c) Spectre de courant.
- d) Spectre de tension du filtre DC.





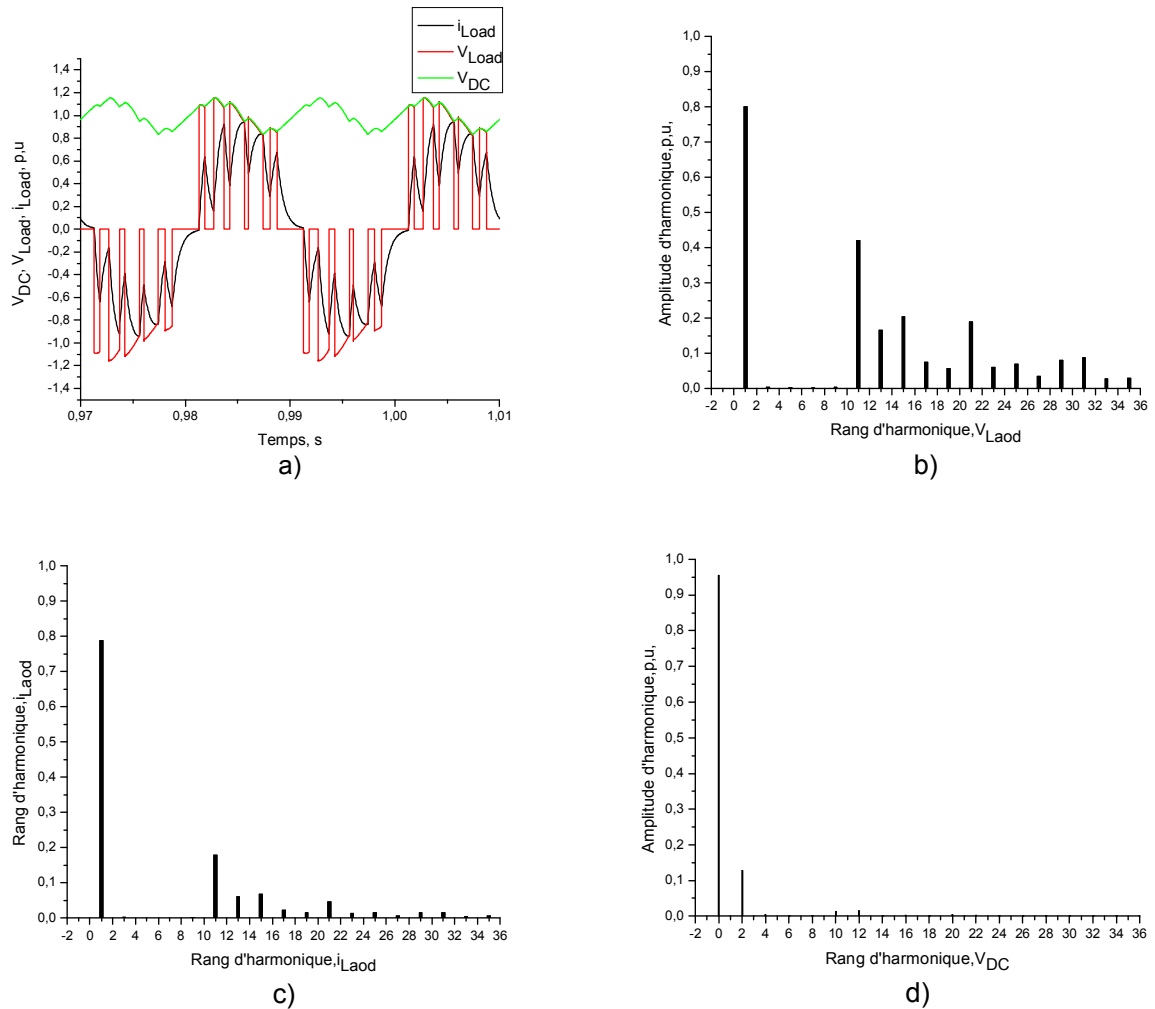
**Fig.III.8** Résultats de simulation par PWM vectorielle optimisée pour  $C_{DC} = 330\mu\text{F}$ .

a) Formes d'onde de courant et de tension.

b) Spectre de tension de charge.

c) Spectre de courant.

d) Spectre de tension du filtre DC.



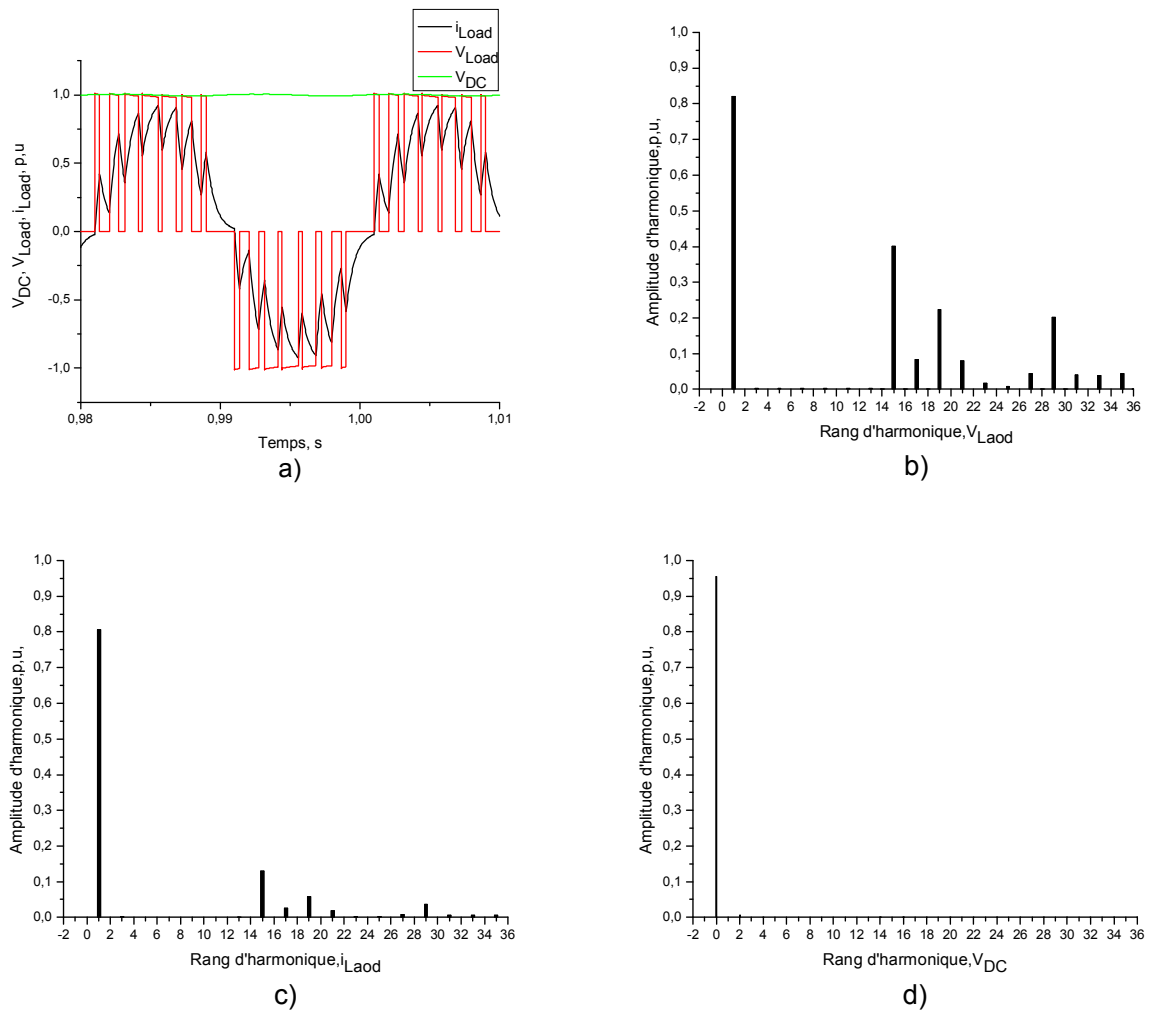
**Fig.III.9** Résultats de simulation par PWM vectorielle optimisée pour  $C_{DC} = 220\mu F$ .

- a) Formes d'onde de courant et de tension.
- b) Spectre de tension.
- c) Spectre de courant.
- d) Spectre de tension du filtre DC.

L'effet de la réduction de la taille du condensateur sur le spectre de la tension et du courant de sortie de l'onduleur est montré dans ces figures. L'ondulation de tension continue apparaît quand la capacité est réduite. Dans ces figures, il apparaît que les 3<sup>eme</sup>, 5<sup>eme</sup>, 7<sup>eme</sup>, et 9<sup>eme</sup> sont nuls.

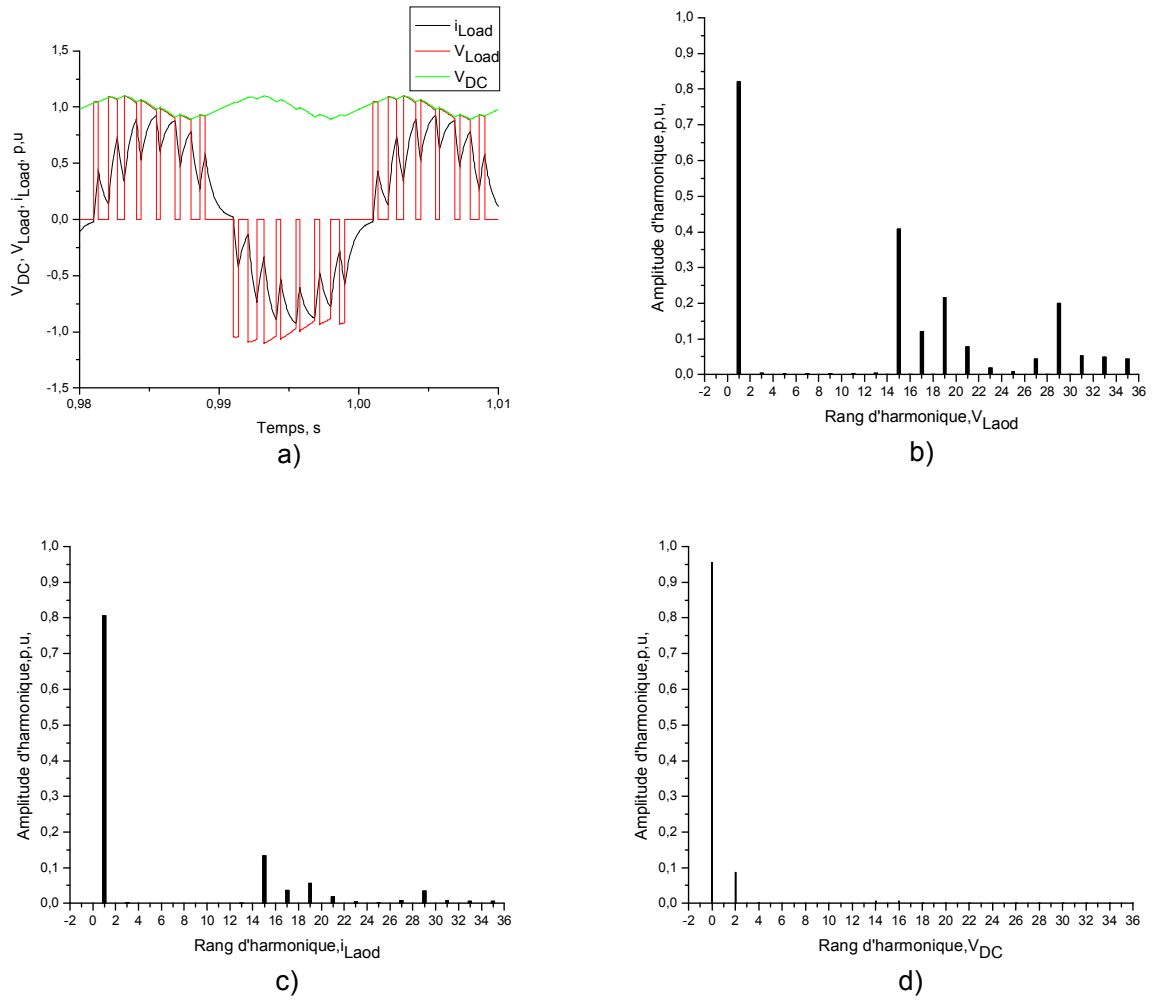
### III.6.3 3<sup>ème</sup> au 13<sup>ème</sup> harmoniques sont éliminés

Les paramètres  $M = 7$  et  $D = 0.82$  sont utilisées pour éliminer les 3<sup>ème</sup>, 5<sup>ème</sup>, 7<sup>ème</sup>, 9<sup>ème</sup>, 11<sup>ème</sup> et 13<sup>ème</sup> harmoniques.



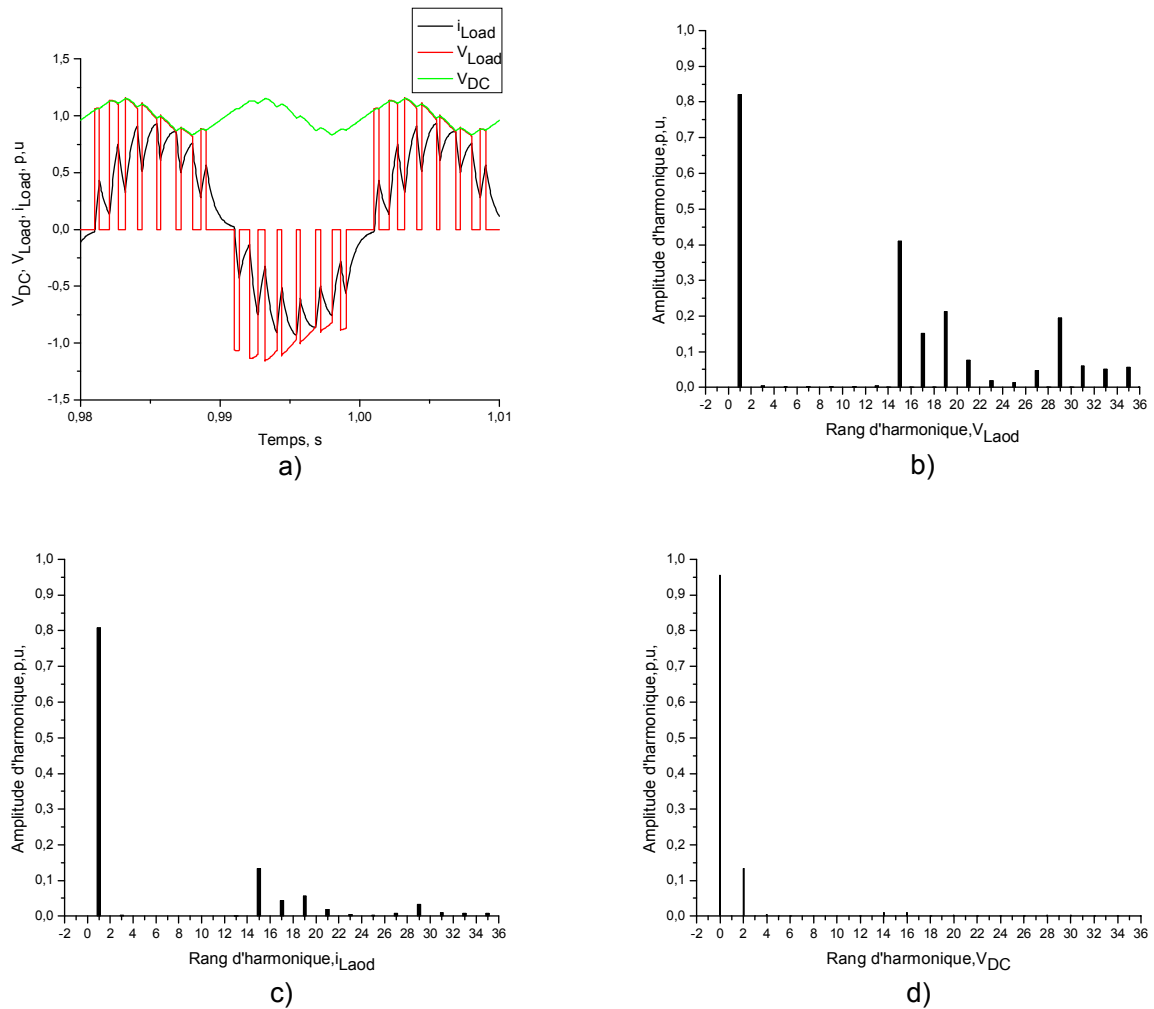
**Fig.III.10** Résultats de simulation par PWM vectorielle optimisée pour  $C_{DC} = 4400\mu\text{F}$ .

- a) Formes d'onde de courant et de tension.
- b) Spectre de tension de charge.
- c) Spectre de courant.
- d) Spectre de tension du filtre DC.



**Fig.III.11** Résultats de simulation par PWM vectorielle optimisée pour  $C_{DC} = 330\mu\text{F}$ .

- a) Formes d'onde de courant et de tension.
- b) Spectre de tension de charge.
- c) Spectre de courant.
- d) Spectre de tension du filtre DC.



**Fig.III.12** Résultats de simulation par PWM vectorielle optimisée pour  $C_{DC} = 220\mu F$

- a) Formes d'onde de courant et de tension.      b) Spectre de tension de charge.  
 c) Spectre de courant.                                      d) Spectre de tension du filtre DC.

Dans ces figures, Il apparaît bien que les 3<sup>ème</sup>, 5<sup>ème</sup>, 7<sup>ème</sup>, 9<sup>ème</sup>, 11<sup>ème</sup> et 13<sup>ème</sup> harmoniques sont nuls. Ces figures montrent l'effet de la réduction de la taille du condensateur sur le spectre de la tension et du courant de sortie de l'onduleur du fait de l'ondulation de tension continue qui apparaît, quand la capacité est réduite.

### III.7 Conclusion

Dans ce chapitre, la stratégie MLI vectorielle optimisée d'élimination des harmoniques est présentée, Cette stratégie est basée sur l'évaluation du spectre harmonique de la tension continue et de sa valeur moyenne qui sont ensuite utilisés dans le calcul des angles optimisés de commutation, la taille du condensateur du filtre est considérablement réduite et son optimisation peut donc être effectuée.

# **CHAPITRE IV**

## **ELIMINATION D'HARMONIQUES PAR LES METHODES D'OPTIMISATION**

## **CHAPITRE IV**

# **ELIMINATION D'HARMONIQUES PAR LES METHODES D'OPTIMISATION**

---

---

### **IV.1 Introduction**

L'optimisation est un paradigme actuel dans chaque aspect de la vie. Elle propose constamment des manières améliorées pour résoudre les anciens et nouveaux problèmes. Dans le contexte du développement technologique et de l'innovation, l'optimisation décrit la recherche des techniques qui font une meilleure utilisation des ressources disponibles pour résoudre les problèmes. Les applications scientifiques et technologiques exigent régulièrement des algorithmes efficaces pour chercher et localiser les solutions optimales.

Les méthodes numériques non linéaires font l'objet de nombreuses études depuis plusieurs décennies. La méthode de descente de gradient, les méthodes de Newton et la méthode des gradients conjugués font partie de ces algorithmes.

Un des handicaps associés à ces méthodes est leur totale dépendance de l'évaluation des dérivées partielles des fonctions à optimiser. En outre, pour réaliser une optimisation globale, à l'aide de l'une des méthodes énumérées précédemment, il faut choisir un point de départ correspondant à une solution approchée. De cette manière, la convergence vers un minimum environnant peut être grandement favorisée.

L'optimisation intelligente se rapporte à une large catégorie d'algorithmes stochastiques basés sur la notion de population, tels que l'évolution différentielle, les algorithmes génétiques, l'optimisation par essais de particules, etc. Les algorithmes intelligents d'optimisation sont considérés comme avantageux, comparés aux méthodes classiques, si le problème d'optimisation est complexe, stochastique ou fortement non-linéaire avec des extrémums locaux multiples, en utilisant un minimum de connaissance sur le domaine de recherche.

Ces algorithmes intelligents d'optimisation sont intrinsèquement parallèles (ils ne misent pas uniquement sur une seule solution, mais ils misent plutôt sur une population de solution). La plupart des algorithmes classiques sont périodiques et peuvent seulement explorer l'espace de recherche dans une seule direction à la fois. Les algorithmes intelligents d'optimisation peuvent explorer l'espace de solution dans des directions multiples simultanément. Si un chemin ne fonctionne pas, ils peuvent facilement éliminer ce chemin et continuer le travail sur le plus prometteur. Ceci fournit une plus grande chance de trouver la solution optimale.





la solution exacte sont utilisées. D'innombrables méthodes ont été élaborées pour la résolution des équations et des systèmes d'équations N-L. Pour ces derniers, la recherche de solution est plus délicate. Les méthodes les plus rencontrées sont celles des substitutions successives, de Newton-Raphson et les méthodes du gradient.

### IV.3 Méthodes de résolution des systèmes d'équations non linéaires

#### IV.3.1 Méthode de Newton-Raphson

##### IV.3.1.1 Principe

La méthode de Newton-Raphson consiste à effectuer, à partir d'un point initial donné, considéré comme une initialisation proche de la solution, un développement en série de Taylor limité à l'ordre 1, pour chacune des équations du système non linéaire. La résolution du système linéaire résultant permet de déterminer une approximation de la solution qui sera utilisée comme une nouvelle proposition de solution approchée et ainsi de suite.

##### IV.3.1.1.1 Formulation développée

Soit  $x^{(0)} = (x_1^{(0)}, \dots, x_m^{(0)})$  un point initial donné de composantes  $x_i^{(0)}$ ,  $i = 1, \dots, m$ .  $x^{(0)}$  est considéré comme une approximation de la solution recherchée  $x^* = (x_1^*, \dots, x_m^*)$  du système non linéaire.

En supposant que  $x^{(0)}$  est suffisamment voisin de  $x^*$  et que les fonctions  $f_i(x_1, \dots, x_m)$ ,  $i = 1, \dots, m$  de (IV. 1) soient suffisamment dérivables, les développements en série de Taylor de ces fonctions peuvent être écrits sous la forme :

$$f_i(x^*) = f_i(x^{(0)}) + \sum_{j=1}^{j=m} (x_j^* - x_j^{(0)}) \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x^{(0)}) + \frac{1}{2!} \sum_{j=1}^{j=m} \sum_{k=1}^{k=m} (x_j^* - x_j^{(0)}) (x_k^* - x_k^{(0)}) \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_j \partial x_k}(x^{(0)}) + \dots,$$

$$i = 1, \dots, m.$$

Si les termes d'ordre supérieur à 1 sont négligés, une nouvelle approximation  $x^{(1)}$  de  $x^*$  peut être définie comme suit :

$$f_i(x^{(0)}) + \sum_{j=1}^{j=m} (x_j^{(1)} - x_j^{(0)}) \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x^{(0)}) = 0$$

$$i = 1, \dots, m$$



où les notations :

$$\frac{\partial f_i^{(n)}}{\partial x_j} \quad \text{désigne} \quad \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x^{(n)})$$

$$f_i^{(n)} \quad \text{désigne} \quad f_i(x^{(n)})$$

#### IV.3.1.1.2 Formulation matricielle

Considérons la matrice carrée d'ordre  $m$  définie par :

$$\mathfrak{J}(x) = \left[ \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x) \right] \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, m$$

dont l'élément en position  $i, j$  est  $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x)$ .

Cette matrice  $\mathfrak{J}(x)$  est la matrice jacobienne des fonctions  $f_i, i=1, \dots, m$ , évaluée au point  $x$ . Le déterminant de cette matrice est le jacobien des fonctions  $f_i, i=1, \dots, m$ , au point  $x$ .

A l'aide de ces notations, le système linéaire (IV. 4) peut s'écrire sous la forme :

$$\mathfrak{J}(x^{(n)})\Delta x^{(n)} + \mathfrak{F}(x^{(n)}) = 0 \quad (\text{IV. 5})$$

dont la solution, lorsque le jacobien n'est pas nul au point  $x^{(n)}$ , s'exprime par :

$$\Delta x^{(n)} = -\mathfrak{J}^{-1}(x^{(n)})\mathfrak{F}(x^{(n)}) \quad (\text{IV. 6})$$

D'où l'expression de la formule itérative récurrente sous la forme:

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} - \mathfrak{J}^{-1}(x^{(n)})\mathfrak{F}(x^{(n)}) \quad (\text{IV. 7})$$

#### IV.3.1.2 Avantages et inconvénients de la méthode de Newton-Raphson

##### IV.3.1.2.1 Avantages

- La méthode de Newton-Raphson bénéficie généralement d'une convergence quadratique (c-à-d. à chaque itération l'erreur est réduite quadratiquement) et c'est là son principal avantage.
- D'autre part, comme pour toutes les méthodes du type récurrent, il suffit d'un seul point de départ pour initialiser le processus itératif.

##### IV.3.1.2.2 Inconvénients

Ils sont essentiellement :

- Le grand nombre de calculs demandés à chaque itération.

- La formule itérative de la méthode de Newton-Raphson nécessite le calcul de la matrice jacobienne des fonctions  $f_i$ . Ceci implique que les dérivées existent et que leur calcul soit possible. Lorsque les fonctions sont explicites, l'expression de ces dérivées est généralement facile à obtenir. Au contraire, si les fonctions résultent d'un algorithme, l'expression de ces dérivées est en général, très difficile à obtenir. Dans ce cas, il faut l'évaluer à chaque itération par une formule aux différences finies. Cette évaluation est possible mais, dans certains cas, comme il est montré dans [49] et [50], elle s'avère difficile.
- La possibilité de non-convergence de la suite des itérés.

La possibilité de non-convergence de la suite des itérés est l'inconvénient majeur de la méthode. Lorsque l'approximation  $x^{(0)}$  n'est pas suffisamment proche de la solution recherchée  $x^*$  ou lorsque des irrégularités dans la fonction se présentent au voisinage de cette solution, la méthode ne peut être utilisée.

### IV.3.2 Les Méthodes Quasi Newton

Comme vu à la section précédente, la méthode de Newton-Raphson, pour résoudre le système d'équations non linéaires  $f_i = 0$ , consiste à effectuer les itérations :

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} - \mathfrak{J}^{-1}(x^n)\mathfrak{F}(x^{(n)})$$

L'inconvénient principal est, bien sûr, la nécessité de connaître l'expression formelle des dérivées partielles des  $f_i$ . C'est pourquoi les méthodes utilisant des approximations  $H$  de la matrice jacobienne  $\mathfrak{J}(x)$  ou directement des approximations  $C$  de son inverse ont été introduites. On les appelle les méthodes quasi-Newton et elles se présentent sous l'une des deux formes suivantes :

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} - H^{-1}(x^n)\mathfrak{F}(x^{(n)}) \quad (\text{IV.8})$$

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} - C(x^n)\mathfrak{F}(x^{(n)}) \quad (\text{IV.9})$$

Il est nécessaire que les matrices  $H(x^n)$ , ou que les matrices  $C(x^n)$ , soient de bonnes approximations de  $\mathfrak{J}(x^n)$ . De telles matrices sont soit difficiles à obtenir soit lourdes (en terme de nombre d'opérations arithmétiques et d'encombrement mémoire).

Les méthodes quasi-Newton ont été introduites par Davidon [51] vers la fin des années 1950 pour la minimisation d'un fonctionnel non linéaire convexe. Il a proposé un algorithme que Fletcher et Powell [52] ont montré qu'il était équivalent à la méthode du gradient conjugué

lorsqu'on l'applique, avec minimisation exacte, à une fonctionnelle quadratique convexe. Cet algorithme est connu sous le nom de Davidon-Fletcher-Powell (DFP). Presque immédiatement après, Fletcher et Reeves [53] ont proposé un autre algorithme encore plus voisin du gradient conjugué. Les méthodes quasi-Newton pour la résolution des systèmes quelconques d'équations non linéaires ont été surtout étudiées par Broyden [54] qui a donné plusieurs formules de modification pour obtenir une approximation du jacobien des fonctions  $f_i$ .

### IV.3.2.1 Principe

Le principe des méthodes de résolution de type Quasi-Newton est de générer une séquence de matrices symétriques définies positives qui soient des approximations, toujours améliorées, de la matrice jacobienne ou de son inverse. Les itérations des méthodes de Quasi-Newton se présentent sous l'une des deux formes suivantes :

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} - \rho^n H^{-1}(x^{(n)}) \mathfrak{F}(x^{(n)})$$

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} - \rho^n C(x^{(n)}) \mathfrak{F}(x^{(n)})$$

où  $\rho^n$  est un coefficient choisi pour optimiser la convergence,  $H(x^{(n)})$  et  $C(x^{(n)})$  sont des mises à jour à chaque itération selon une formule particulière.

L'idée des méthodes de Quasi-Newton consiste à construire les suites  $H(x^{(n)})$  ou  $C(x^{(n)})$  par :

$$H(x^{(n+1)}) = H(x^{(n)}) + D_n \quad \text{ou} \quad C(x^{(n+1)}) = C(x^{(n)}) + E_n$$

où  $D_n$  et  $E_n$  sont des matrices choisies de sorte que :

avec  $y_n = \mathfrak{F}(x^{(n+1)}) - \mathfrak{F}(x^{(n)})$ ,  $s_n = x^{(n+1)} - x^{(n)}$ .  $s_n$  est donné soit par  $H(x^{(n)})s_n = -\mathfrak{F}(x^{(n)})$  soit par  $s_n = -C(x^{(n)})\mathfrak{F}(x^{(n)})$ .

Selon les méthodes de Quasi-Newton, la formule de mise à jour varie. Sont rappelées ci-après celles qui ont été le plus connues dans la littérature.

### IV.3.2.2 Méthode de Broyden

Ici la mise à jour de la matrice  $C(x^{(n+1)})$  est calculée par la formule Broyden [54] :

$$C(x^{(n+1)}) = C(x^{(n)}) + \frac{s_n - C(x^{(n)})y_n}{s_n^t C(x^{(n)})y_n} (s_n^t C(x^{(n)}))$$

Cette méthode s'applique au cas général où le jacobien n'a pas de raison d'être symétrique.

### IV.3.2.3 Méthode de Davidon-Fletcher-Powell (DFP)

La mise à jour de la matrice  $C(x^{n+1})$  est calculée par la formule de Davidon-Fletcher-Powell [51,52]:

$$C(x^{n+1}) = C(x^n) + \frac{s_n s_n^t}{s_n^t y_n} - \frac{C(x^n) y_n y_n^t}{y_n^t C(x^n) y_n}$$

### IV.3.2.4 Méthode de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)

La mise à jour de la matrice  $C(x^{n+1})$  est calculée par la formule de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno [55-58] :

$$C(x^{n+1}) = C(x^n) + \left[ 1 + \frac{y_n^t C(x^n) y_n}{y_n^t s_n} \right] \frac{s_n s_n^t}{y_n^t s_n} - \frac{s_n y_n^t C(x^n) + C(x^n) y_n s_n^t}{y_n^t s_n}$$

### IV.3.2.5 Avantages et inconvénients des Méthodes Quasi Newton

Les méthodes Quasi-Newton apportent une légère modification à la méthode de Newton-Raphson. Il y a certes une diminution de la quantité d'opérations par contre on perd la convergence quadratique. A été constaté, que par rapport à la méthode de Newton, qu'il fallait deux fois plus d'itérations pour arriver au même résultat. Si les méthodes de Quasi-Newton sont applicables avec succès aux problèmes de taille modérée, il n'en est pas de même pour les problèmes de grande taille puisque ceux-ci exigent, entre autres, la manipulation et la mémorisation de matrices de dimension  $n \times n$  symétriques à chaque itération.

### IV.3.3 Méthodes de résolution par optimisation

La méthode de Newton-Raphson, lorsqu'elle converge, a une convergence quadratique. Cependant, elle est susceptible de diverger. Pour pallier cet inconvénient, il est intéressant d'utiliser d'autres processus tels que les méthodes d'optimisation.

Ces méthodes ne s'appliquent pas directement au système à résoudre mais à une norme déduite de ce système. Ainsi, par exemple, en une solution  $x^*$ , l'annulation de la norme euclidienne suivante est recherchée :

$$\sum_{i=1}^{i=m} f_i^2(x^*) = 0$$

La solution d'un système non linéaire est donc déterminée en recherchant le minimum absolu de la norme euclidienne ci-dessus, c'est-à-dire en recherchant le minimum nul de la fonction :

$$\Psi = \sum_{i=1}^{i=m} f_i^2(x)$$

### IV.3.3.1 Principe

L'emploi d'une méthode d'optimisation pour résoudre un système d'équations nécessite, en premier lieu, de ramener la résolution d'un système d'équations non linéaires au problème de la recherche du minimum d'une fonction de plusieurs variables. Cette première opération est, en général, réalisée en remarquant que résoudre le système de  $m$  équations, d'écriture :

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_m) = 0 \quad i = 1, \dots, m$$

est équivalent à rechercher le minimum de la fonction :

$$\Psi(x_1, x_2, \dots, x_m) = \sum_{i=1}^m f_i^2(x_1, x_2, \dots, x_m) \quad (\text{IV. 10})$$

En effet, en tout point  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ , il vient  $\Psi(x) \geq 0$ , et si  $x^* = (x_1^*, \dots, x_m^*)$  est une solution du système, les égalités  $f_i(x^*) = 0$  impliquent  $\Psi(x^*) = 0$ .

### IV.3.3.2 Méthode de la plus grande pente

#### IV.3.3.2.1 Principe

Soit  $x^{(0)} = (x_1^{(0)}, \dots, x_m^{(0)})$  une approximation de la solution cherchée. En  $x^{(0)}$ , la fonction  $\Psi(x)$  prend la valeur  $\Psi(x^{(0)})$ . La direction dans laquelle  $\Psi(x)$  décroît le plus rapidement à partir de  $x^{(0)}$  est recherchée :

Etant donné un vecteur unitaire  $u = (u_1, \dots, u_m)$  définissant une direction à partir de  $x^{(0)}$ , et un scalaire  $\lambda$  positif, le développement en série de Taylor de  $\Psi$  ( $\Psi$  est supposée suffisamment dérivable), est donné par :

$$\Psi(x^{(0)} + \lambda u) = \Psi(x^{(0)}) + \lambda \sum_{j=1}^{j=m} u_j \frac{\partial \Psi}{\partial x_j}(x^{(0)}) + \frac{1}{2} \lambda^2 \sum_i \sum_j u_i u_j \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_i \partial x_j}(x^{(0)}) + \dots$$

Le vecteur dont la  $j^{\text{ème}}$  composante est définie par  $\frac{\partial \Psi}{\partial x_j}(x)$ ,  $j = 1, \dots, m$  est le gradient  $\Psi$ . Ce gradient se note en un point  $x$  :

$$\text{grad } \Psi(x) = \left( \frac{\partial \Psi}{\partial x_1}(x), \dots, \frac{\partial \Psi}{\partial x_m}(x) \right)$$

Dans l'écriture  $\sum_{j=1}^m u_j \frac{\partial \Psi}{\partial x_j}(x^{(0)})$  le produit scalaire des vecteurs  $u$  et  $grad \Psi(x^{(0)})$ , qui noté dans toute la suite par :  $(u, grad \Psi(x^{(0)}))$ , est reconnu.

La variation de  $\Psi(x)$  autour de  $x^{(0)}$  est, en se limitant au premier ordre, donnée par :

$$\Psi(x^{(0)} + \lambda u) = \Psi(x^{(0)}) + \lambda(u, grad \Psi(x^{(0)})) + \dots$$

et la direction de décroissance maximum est obtenue pour :

$$u^0 = - \frac{grad \Psi_0}{\|grad \Psi_0\|}$$

avec:

$$grad \Psi_0 = grad \Psi(x^{(0)})$$

et:

$$\|grad \Psi_0\| = \left\{ \sum_{j=1}^m \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial x_j}(x^{(0)}) \right]^2 \right\}^{1/2}$$

On recherche alors dans cette direction, c'est-à-dire dans la direction de  $- grad \Psi_0$ , le point où  $\Psi(x)$  prend la valeur minimum, c'est-à-dire avec des notations légèrement modifiées, on détermine le scalaire  $\mu_0$  qui rend minimum la fonction  $\Psi(x^{(0)} - \mu grad \Psi_0)$  :

$$\Psi(x^{(0)} - \mu_0 grad \Psi_0) = \min_{\mu} \Psi(x^{(0)} - \mu grad \Psi_0)$$

avec  $\mu \geq 0$ .

Cette fonction  $\Psi(x^{(0)} - \mu grad \Psi_0)$  est une fonction de la variable  $\mu$  par l'intermédiaire des  $m$  variables  $x_i^{(0)} - \mu \frac{\partial \Psi}{\partial x_i}(x^{(0)})$  avec  $i = 1, \dots, m$ , sa dérivée par rapport à  $\mu$  est nulle en  $\mu_0$  et le calcul montre que  $\mu_0$  vérifie donc :

$$- \sum_{i=1}^m \frac{\partial \Psi}{\partial x_i}(x^{(0)}) \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial x_i}(x^{(0)} - \mu grad \Psi_0) = 0 \quad (IV.11)$$

et un procédé de calcul de  $\mu_0$  est de résoudre l'équation ci-dessus en la variable  $\mu$ .

Il est ainsi défini le nouveau point :

$$x^{(1)} = x^{(0)} - \mu_0 grad \Psi_0$$



et (IV.11) s'écrit :

$$(\text{grad } \Psi_0, \text{grad } \Psi_1) = 0 \quad (\text{IV.12})$$

Le processus est ensuite itéré à partir de cette nouvelle approximation  $x^{(1)}$  de la solution cherchée. Ainsi, l'on passera de l'itération  $n$  à l'itération  $n + 1$  par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} v^{(n)} &= \text{grad } \Psi_n \\ x^{(n+1)} &= x^{(n)} - \mu_n v^{(n)} \end{aligned}$$

où  $\mu_n$  est défini par :

$$\Psi(x^{(n)} - \mu_n v^{(n)}) \leq \Psi(x^{(n)} - \mu v^{(n)}) \quad \forall \mu \geq 0$$

#### IV.3.3.2 Détermination du scalaire $\mu_n$

Dans la pratique, on ne détermine généralement pas le scalaire  $\mu_n$  réalisant au pas  $n$ , le minimum de la fonction  $\Psi(x^{(n)} - \mu v^{(n)})$ , en résolvant l'équation dont  $\mu_n$  est solution. Le calcul rigoureux de ce scalaire exigeant la résolution de l'équation à une inconnue généralement non linéaire  $(\text{grad } \Psi_n, \text{grad } \Psi_{n+1}) = 0$  est en effet long et coûteux. De plus, une grande précision dans le calcul de  $\mu_n$  n'augmente guère la rapidité de convergence. La détermination d'une approximation de  $\mu_n$  par l'algorithme discret suivant est préférée :

On choisit un pas  $h$  et, à chaque itération, on exécute la suite de calculs ci-dessous :

On norme  $v^{(n)}$ , soit  $u^{(n)} = \frac{v^{(n)}}{\|v^{(n)}\|}$  et avec la notation :

$$g(\mu) = \Psi(x^{(n)} - \mu u^{(n)})$$

$g(\mu)$  pour  $\mu = h$  est calculée.

a. Si  $g(h) < g(0)$ , on calcule  $g(2^p h)$  pour  $p = 1, 2, 3, \dots$  en effectuant le test :

$$g(2^p h) < g(2^{p-1} h) \quad (\text{IV.13})$$

$p_0$  étant le premier entier pour lequel (IV.13) n'est pas vérifiée, on prend l'approximation  $\mu = 2^{p_0-1} h$ .

b. Si  $g(h) > g(0)$ , on calcule  $g\left(\frac{h}{2^p}\right)$  pour  $p = 1, 2, 3, \dots$  en effectuant le test :

$$g\left(\frac{h}{2^p}\right) \geq g(0) \quad (\text{IV.14})$$

$p_0$  étant le premier entier pour lequel (IV. 14) n'est pas vérifiée, on continue ensuite le calcul de  $g\left(\frac{h}{2^p}\right)$  pour  $p = p_0 + 1, \dots$  tant que :

$$g\left(\frac{h}{2^p}\right) < g\left(\frac{h}{2^{p-1}}\right) \quad (\text{IV. 14})'$$

et on prend l'approximation  $\mu = \frac{h}{2^{p_1-1}}$  où  $p_1$  est le premier entier pour lequel (IV. 14)' n'est pas satisfaite.

### IV.3.3.2.3 Inconvénient

L'emploi de la méthode de la plus grande pente nécessite, à chaque itération, une importante quantité de calculs. De plus, la convergence de la méthode est, dans le cas général, lente.

Ces deux inconvénients font que cette méthode n'est pas utilisée dans la pratique et qu'on lui préfère des méthodes plus rapides.

### IV.3.3.3 Méthode de VIGNES [42]

Le but de cette méthode est d'allier la sûreté de la méthode de la plus grande pente, dans la décroissance de  $\Psi(x)$ , à la convergence quadratique de la méthode de Newton. De plus, le problème du blocage éventuel de l'algorithme sur une arête de l'hypersurface représentant la fonction de plusieurs variables à minimiser est considéré.

Pour réaliser ces objectifs, à chaque itération, un choix sera fait entre plusieurs directions.

#### IV.3.3.3.1 Principe

**a.**

Soit  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$  un point donné. Considérons  $x$  comme une approximation de la solution  $x^* = (x_1^*, \dots, x_m^*)$  du problème et posons :

$$x_i^* = x_i + \Delta x_i$$

Les développements en série de Taylor des fonctions  $f_k(x_1, x_2, \dots, x_m)$  limités au 1<sup>er</sup> ordre, s'écrivent :

$$f_k(x^*) = f_k(x) + \sum_{j=1}^m \Delta x_j \frac{\partial f_k}{\partial x_j}(x) + \dots$$

et:

$$\Psi(x^*) = \sum_{k=1}^m \left\{ f_k(x) + \sum_{j=1}^m \Delta x_j \frac{\partial f_k}{\partial x_j}(x) + \dots \right\}^2$$

$x$  étant fixé, la quantité précédente dépend des  $\Delta x_i$  et à l'extrémum nous aurons :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \Delta x_i} = 0$$

Soit, en se limitant au développement du 1<sup>er</sup> ordre :

$$\sum_{k=1}^m \left\{ f_k(x) + \sum_{j=1}^m \Delta x_j \frac{\partial f_k}{\partial x_j}(x) \right\} \frac{\partial f_k}{\partial x_i}(x) = 0 \quad (\text{IV. 15})$$

le vecteur correction  $\Delta x$  ( $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_m$ ) est obtenu en résolvant le système linéaire (IV. 15). Ce système linéaire se met sous la forme :

$$\mathcal{L} \cdot \Delta x = \mathcal{E} \quad (\text{IV. 16})$$

avec :

$$\mathcal{L}_{ij} = \sum_{k=1}^m \frac{\partial f_k}{\partial x_i}(x) \frac{\partial f_k}{\partial x_j}(x)$$

$$\mathcal{E}_i = - \sum_{k=1}^m f_k(x) \frac{\partial f_k}{\partial x_i}(x)$$

ou sous forme développée :

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} \sum_k \frac{\partial f_k}{\partial x_1} \frac{\partial f_k}{\partial x_1} & \dots & \sum_k \frac{\partial f_k}{\partial x_1} \frac{\partial f_k}{\partial x_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_k \frac{\partial f_k}{\partial x_m} \frac{\partial f_k}{\partial x_1} & \dots & \sum_k \frac{\partial f_k}{\partial x_m} \frac{\partial f_k}{\partial x_m} \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{E} = - \begin{bmatrix} \sum_k f_k \frac{\partial f_k}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \sum_k f_k \frac{\partial f_k}{\partial x_m} \end{bmatrix}$$

dans lequel  $\mathcal{L}$  est une matrice symétrique.

De plus, si  $\mathfrak{J}(x)$  désigne la matrice jacobienne des fonctions  $f_i, i=1, \dots, m$ , évaluée au point  $x$ , soit :

$$\mathfrak{J}(x) = \left[ \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x) \right]$$

et si  $\mathcal{F}$  est le vecteur de la  $i^{\text{ème}}$  composante  $f_i(x)$ , soit :

$$\mathcal{F} = [ f_i(x) ], i = 1, \dots, m$$

on a :

$$\mathcal{L} = \mathfrak{J}^t \mathfrak{J} \quad \text{et} \quad \mathcal{E} = -\mathfrak{J}^t \mathcal{F}$$

(IV. 16) s'écrit donc :

$$\mathfrak{J}^t \mathfrak{J} \cdot \Delta x = -\mathfrak{J}^t \mathcal{F}$$

et si  $\text{Det}(\mathfrak{J}) \neq 0$ , ce système est équivalent au système obtenu dans la méthode de Newton :

$$\mathfrak{J} \Delta x = -\mathcal{F} \quad (\text{IV. 17})$$

Toutefois, la correction d'un vecteur  $x$  par l'addition de  $\Delta x$ , solution de (IV.16) ou (IV. 17) n'assure pas toujours que la relation (IV. 18) soit satisfaite :

$$\Psi(x + \Delta x) < \Psi(x) \quad (\text{IV. 18})$$

### b. La présence d'une arête.

Soit (S) l'hypersurface d'équation :  $Z = \Psi(x_1, \dots, x_m)$ .

Le lieu des points où l'une des composantes au moins de  $\text{grad } \Psi$  est discontinue définit la notion d'arête de (S). La présence d'une arête bloque souvent le procédé calculant le minimum de  $\Psi(x_1, \dots, x_m)$ . Il convient dans ce cas :

- de découvrir la présence de l'arête;
- de suivre son contour pour atteindre l'extrémum cherché.

La détection se fera selon le procédé suivant :

deux itérés successifs  $x^{n-1}$  et  $x^n$  étant calculés, la nature de l'angle  $\theta$  que font entre eux les vecteurs  $\text{grad } \Psi_{n-1}$  et  $\text{grad } \Psi_n$  est examinée.

- Si  $\theta$  est aigu, c'est-à-dire si la condition :

$$\cos \theta > 0 \quad \text{ou} \quad (\text{grad } \Psi_{n-1}, \text{grad } \Psi_n) > 0$$

est vérifiée, la fonction ne présente pas d'arête, ou bien en présente une, mais les points  $x^{n-1}$  et  $x^n$  sont du même côté; il n'y aura pas lieu alors de considérer pour la suite une direction particularisée de déplacement.

- Si  $\theta$  est obtus ou droit, c'est-à-dire si la condition :

$$\cos \theta \leq 0 \quad \text{ou} \quad (\text{grad } \Psi_{n-1}, \text{grad } \Psi_n) \leq 0$$

est vérifiée, la fonction présente une arête et les points  $x^{n-1}$  et  $x^n$  sont de part et d'autre; dans ce cas, on cherchera à se déplacer dans une direction du vecteur  $w$  de définition :

$$w = u^{(n-1)} + u^n$$

où :

$$u^{(n-1)} = - \frac{\text{grad } \Psi_{n-1}}{\|\text{grad } \Psi_{n-1}\|}$$

$$u^{(n)} = - \frac{\text{grad } \Psi_n}{\|\text{grad } \Psi_n\|}$$

### c. passage d'un itéré à l'itéré suivant

L'algorithme de VIGNES consiste, à partir d'un élément initial quelconque  $x^{(0)}$ , à former une suite d'éléments  $\{x^{(n)}\}$ , le passage de  $x^{(n)}$  à  $x^{(n+1)}$  s'effectuant par un choix entre les directions suivantes :

- la direction  $\Delta x^{(n)}$  donnée par la résolution des systèmes (IV. 16) ou (IV. 17)
- la direction de  $-\text{grad } \Psi_n$ ;
- s'il y a lieu, la direction  $w^{(n)}$  définie après détection d'une arête de façon à réaliser les deux conditions :

$$\Psi(x^{(n+1)}) < \Psi(x^{(n)})$$

$$\Psi(x^{(n)}) - \Psi(x^{(n+1)}) \quad \text{maximum}$$

Pour cela :

- Les directions considérées sont déterminées à chaque pas.
- On cherche ensuite, dans chacune des directions, le point où  $\Psi(x)$  prend la valeur minimum :

- si la direction est celle de  $-\text{grad } \Psi_n$  ou de  $w^{(n)}$ , cette recherche est effectuée grossièrement selon le processus expliqué au paragraphe IV.3.3.2.2. On prend soin de normer

le vecteur définissant la direction de recherche et, après l'obtention de ce vecteur unitaire  $\tau$ , on calcule des valeurs  $\Psi(x^{(n)} + \gamma\tau)$  avec  $\gamma = 1$  puis, selon les cas, des valeurs de  $\gamma$  multipliées par 2 ou divisées par 2;

- si la direction est celle de  $\Delta x^{(n)}$ , on ne norme pas le vecteur définissant la direction et on pose  $\tau = \Delta x^{(n)}$ ,  $\gamma = 1$  puis :

si  $\Psi(x^{(n)} + \gamma\tau) < \Psi(x^{(n)})$  on considérera comme satisfaisant le point  $x^{(n)} + \Delta x^{(n)}$  ;

si  $\Psi(x^{(n)} + \gamma\tau) \geq \Psi(x^{(n)})$  on divisera par 2 la valeur de  $\gamma$  jusqu'à obtention d'un point  $x^{(n)} + \gamma\tau$  satisfaisant l'inégalité  $\Psi(x^{(n)} + \gamma\tau) < \Psi(x^{(n)})$

- Trois points au maximum ont été ainsi retenus sur l'ensemble des directions considérées.

On choisit alors parmi les points, le point  $y$  qui réalise :

$$\Psi(x^{(n)}) - \Psi(y) \text{ maximum}$$

et l'on pose :

$$x^{(n+1)} = y$$

#### IV.3.3.3.2 Avantages et inconvénient de la méthode de VIGNES

##### A. Avantages

- La méthode d'optimisation de VIGNES consiste à partir d'un point  $x^{(0)}$ , à former une suite  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots$  telle que la suite associée  $\Psi^{(0)}, \Psi^{(1)}, \Psi^{(2)}$  soit monotonement décroissante et ne peut donc pas diverger. C'est là son principal avantage.

##### B. Inconvénients

- L'emploi de la méthode d'optimisation de VIGNES nécessite, à chaque itération, une importante quantité de calculs.
- Pour que l'utilisation de la méthode soit possible, il faut que la fonction à optimiser,  $\Psi(x)$  soit continument différentiable.
- La méthode d'optimisation de VIGNES converge vers un minimum de la fonction  $\Psi$ , mais ce minimum peut être relatif, c'est-à-dire non nul et par conséquent ne correspond pas à une solution du système non linéaire. C'est là son principal inconvénient. Ainsi donc, si l'utilisation de la méthode d'optimisation de VIGNES pour résoudre les systèmes non linéaires présente l'énorme avantage sur la méthode de

Raphson-Newton de ne point pouvoir diverger mais présente l'inconvénient de pouvoir se bloquer sur un minimum relatif de la fonction  $\Psi(x_1, x_2, \dots, x_m)$ .

Aussi est-il nécessaire, après avoir obtenu un minimum de  $\Psi(x_1, x_2, \dots, x_m)$  avec la méthode d'optimisation de VIGNES, de vérifier si au point trouvé  $x^*$ , on a  $\Psi(x^*) = 0$ . Si tel est le cas, on peut affirmer que  $x^*$  est une solution du système non linéaire considéré, sinon ce minimum est relatif et  $x^*$  n'est pas solution du système non linéaire. Il faut alors changer de point de départ et recommencer une nouvelle recherche d'un minimum absolu.

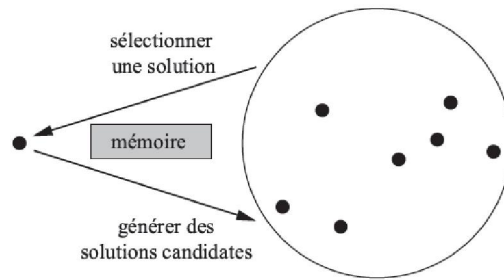
#### IV.3.3.4 Les métaheuristiques

Les métaheuristiques sont des algorithmes pouvant être appliqués à la résolution d'un grand nombre de problèmes d'optimisation. Elles peuvent être vues comme des méthodologies de niveau supérieur servant à guider la conception d'heuristiques implicitement dédiées à la résolution d'un problème spécifique. Elles sont donc composées d'éléments génériques ou invariants, ainsi que d'éléments spécifiques au problème considéré, tels que la représentation ou l'évaluation d'une solution.

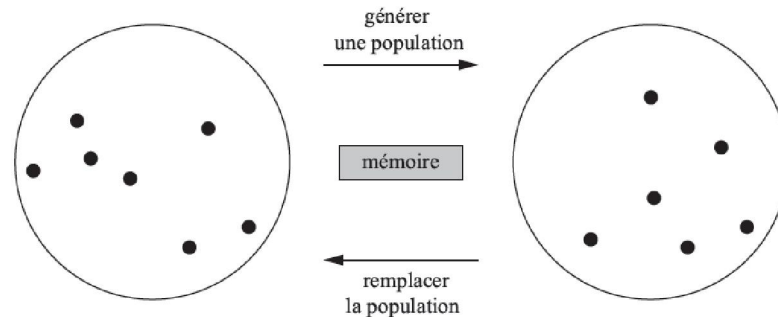
Durant les vingt dernières années, les métaheuristiques ont reçu un intérêt grandissant et ont montré leur efficacité dans de vastes domaines d'application en résolvant de nombreux problèmes d'optimisation. Deux types de métaheuristiques peuvent être distingués : les métaheuristiques à base de solution unique (S-META) et les métaheuristiques à base de population (P-META).

Les S-META (telles que les algorithmes de recherche locale, de recherche tabou, de recuit simulé, etc.) manipulent et transforment une seule solution durant le processus de recherche, alors que dans les P-META (algorithmes évolutionnaires, algorithmes à essaim de particules, etc.), un ensemble de solutions, appelé population, évoluent en parallèle.

En termes de conception, deux critères contradictoires sont à prendre en compte lors du développement d'une métaheuristique : l'exploration de l'espace de recherche (diversification), et l'exploitation des meilleures solutions trouvées (intensification). Les S-META sont plutôt axées sur l'exploitation de l'espace de recherche. Les régions prometteuses sont explorées localement dans l'espoir de trouver de meilleures solutions. Les P-META sont généralement plutôt exploratoires et permettent une meilleure diversification de l'espace de recherche. Les principes généraux d'une S-META et d'une P-META sont respectivement illustrés sur les figures IV.1 et IV.2 [59].



**Fig.IV.1** Illustration des principes généraux d'une métaheuristique à base de solution unique (S-META).



**Fig.IV.2** Illustration des principes généraux d'une métaheuristique à base de population (P-META).

#### IV.3.3.4.1 Optimisation par les algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques (AG) font partie d'une famille de méthodes stochastiques appelée méthodes évolutionnistes qui reposent sur une analogie avec la théorie de l'évolution naturelle de Darwin, selon laquelle les individus d'une population les mieux adaptés à l'environnement ont une plus grande probabilité de survivre et de se reproduire de génération en génération en donnant des descendants encore mieux adaptés.

Les AGs ont été proposées par Holland [60] en 1975, puis développées par d'autres chercheurs tels que De Jong, Goldberg et Michalewics. Ils sont actuellement une des méthodes les plus diffusées et les plus utilisées dans la résolution de problèmes d'optimisation dans de nombreux domaines d'application.

Depuis le modèle proposé par Holland en 1975, il y eût différentes implémentations concernant les AGs. Néanmoins, le principe sur lequel la méthode est basée reste toujours le même. Les notions de base des AG ainsi que ses aspects les plus importants sont présentés dans ce qui suit.

##### IV.3.3.4.1.1 Terminologie des algorithmes génétiques

Les AG définissent l'ensemble des paramètres du problème à optimiser comme étant l'individu de la théorie de Darwin. L'environnement de cet individu est représenté par



l'espace de recherche du problème d'optimisation, tandis que son adaptation à l'environnement est donnée par la valeur de la fonction objective évaluée sur lui.

Finalement, la population auquel il appartient est donnée par un ensemble de différentes configurations de paramètres, alors que les générations sont représentées par les itérations du processus d'optimisation. Donc avant d'aborder le principe des GAs, il est judicieux d'introduire le vocabulaire qui sera utilisé dans cette section.

- 1- Gène : une partie de la solution,
- 2- Chromosome: un ensemble de gènes représentant une solution potentielle du problème,
- 3- Individu : une solution potentielle identifiée complètement par un chromosome,
- 4- Population : un ensemble d'individus,
- 5- Fitness (fonction d'adaptation) : la fonction à optimiser,
- 6- Espace de recherche : l'ensemble des solutions possibles.

#### **IV.3.3.4.1.2 Pseudo-code d'un algorithme génétique standard**

Un algorithme génétique recherche le ou les extrema d'une fonction définie sur un espace de données. Pour l'utiliser, on doit disposer des cinq éléments suivants :

1. Un principe de codage de l'élément de population. Cette étape associe à chacun des points de l'espace d'état une structure de données. Elle se place généralement après une phase de modélisation mathématique du problème traité. La qualité du codage des données conditionne le succès des algorithmes génétiques. Le codage binaire a été très utilisé à l'origine. Les codages réels sont désormais largement utilisés, notamment dans les domaines applicatifs pour l'optimisation de problèmes à variables réelles.
2. Un mécanisme de génération de la population initiale. Ce mécanisme doit être capable de produire une population d'individus non homogène qui servira de base pour les générations futures. Le choix de la population initiale est important car il peut rendre plus ou moins rapide la convergence vers l'optimum global. Dans le cas où l'on ne connaît rien du problème à résoudre, il est essentiel que la population initiale soit répartie sur tout le domaine de recherche.
3. Une fonction à optimiser. Celle-ci retourne une valeur appelée fitness ou fonction d'évaluation de l'individu.
4. Des opérateurs permettant de diversifier la population au cours des générations et d'explorer l'espace d'état. L'opérateur de croisement recompose les gènes d'individus

existant dans la population et l'opérateur de mutation a pour but de garantir l'exploration de l'espace d'états.

5. Des paramètres de dimensionnement : taille de la population, nombre total de générations ou critère d'arrêt, probabilités d'application des opérateurs de croisement et de mutation.

L'algorithme de résolution commence avec la création d'une population  $P$  de taille  $N > 0$  constituée par des individus générés aléatoirement, et répartie sur tout l'espace de recherche. Ensuite, on mesure l'adaptation de chacun des individus de  $P$  à partir de la fonction objective évaluée sur eux. La prochaine étape consiste à faire évoluer cette population vers une population plus adaptée à chaque génération en utilisant trois différents opérateurs : la sélection, le croisement et la mutation. Lorsque nous n'avons plus d'amélioration dans l'adaptation des individus de la population, l'algorithme s'arrête.

#### **IV.3.3.4.1.3 Opérateurs de reproduction**

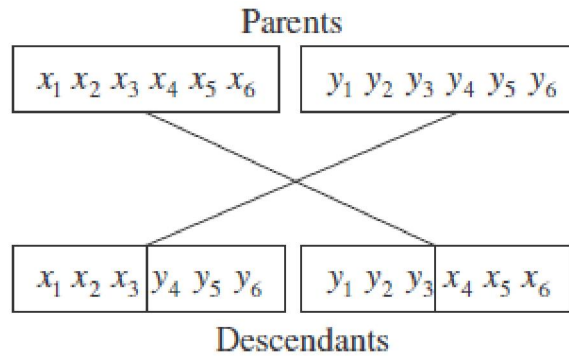
Les opérateurs jouent un rôle important dans un algorithme génétique. On distingue principalement trois opérateurs, à savoir : les opérateurs de sélection, de croisement et de mutation.

##### **1. Opérateur de Sélection**

La sélection est un opérateur génétique appliqué sur la population courante de façon à sélectionner les individus qui iront former la population de la prochaine génération. La sélection de ces individus est basée sur leur valeur d'adaptation. Ainsi, les individus les plus adaptés sont généralement sélectionnés pour constituer la génération suivante, alors que les plus faibles sont exclus sans avoir la possibilité d'avoir des descendants.

##### **2. Opérateur de Croisement**

L'opérateur de croisement est utilisé pour échanger les caractéristiques génétiques entre les différents individus d'une génération quelconque. Cet échange s'effectue en choisissant deux individus au hasard qui seront croisés avec une certaine probabilité de croisement  $p_c$  de façon à générer deux nouveaux individus. Dans le cas où nous utilisons le codage réel pour représenter les individus, ce croisement peut être obtenu à partir d'un simple échange entre les deux parents, comme nous montre la figure IV.2.

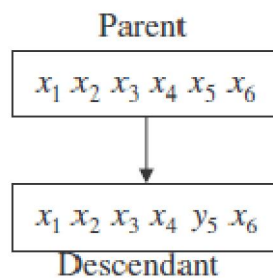


**Fig.IV.2** Croisement entre deux individus.

Le croisement sur la figure IV.2 est un croisement simple. Nous avons encore d'autres implémentations de croisement, tels que le croisement uniforme, le croisement arithmétique, et le croisement heuristique. Malgré ces différentes façons de croiser les individus, le but de ces opérateurs reste toujours la conquête de nouvelles régions de l'espace de recherche à partir de l'échange de caractéristiques entre les individus de la population.

### 3. Opérateur de Mutation

L'opérateur de mutation est appliqué sur les individus d'une population de façon à obtenir d'autres individus avec des nouvelles caractéristiques génétiques. Dans le cas d'un codage réel, le mécanisme de mutation peut être implémenté en choisissant un individu de la génération courante au hasard et en modifiant un de ses paramètres aléatoirement avec une probabilité de mutation  $p_m$  très faible, généralement comprise entre 0.01 et 0.001. Ce mécanisme est dénommé mutation uniforme et il est illustré dans la figure IV.3.



**Fig.IV.3** Mutation d'un individu

Il existe encore d'autres manières d'implémenter une mutation, telles que la mutation non uniforme et la mutation aux bornes. L'opérateur de mutation modifie donc de manière complètement aléatoire les caractéristiques d'une solution, ce qui permet d'introduire et de maintenir la diversité au sein de notre population de solutions. Cet opérateur joue le rôle d'un "élément perturbateur", il introduit du "bruit" au sein de la population. Ainsi comme les opérateurs de croisement, le but de tous ces opérateurs de mutation est d'atteindre des nouvelles régions de l'espace de recherche.

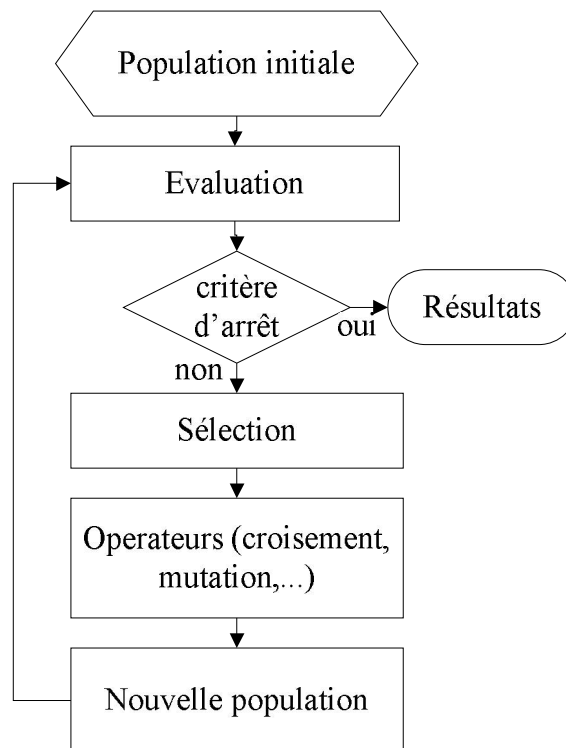
#### 4. Opérateur de remplacement

Afin d'éviter la perte des solutions élités, on peut choisir de recopier directement un ou plusieurs des meilleurs chromosomes dans la nouvelle population. On évite ainsi que les bonnes solutions soient éliminées par la nature stochastique de l'opérateur de sélection.

En utilisant les trois opérateurs que nous venons de décrire, les meilleurs individus se propagent de génération en génération en se combinant ou en échangeant leurs meilleurs caractéristiques. En favorisant les meilleurs individus, les régions les plus prometteuses de l'espace de recherche sont explorées, ce qui permet d'atteindre un optimum global.

##### IV.3.3.4.1.5 Organigramme général d'un algorithme génétique

La Figure IV.4 représente l'algorithme génétique le plus simple introduit par Holland [61].



**Fig.IV.4** Organigramme général d'un algorithme génétique standard.

Le pseudo-code d'un algorithme génétique se résume dans les étapes suivantes [62]:

**Etape 1 :** Génération aléatoire d'une population initiale de  $N$  individus.

*génération* = 0

**while** *génération* < *génération*<sub>max</sub> (*nombre maximal de générations*)

*Génération* = *génération* + 1

**Etape 2 :** Evaluation de la fonction d'adaptation de chaque individu.

**Etape 3** : Sélection des  $N_{\text{élites}}$  premières élites basées sur leur adaptation pour la reproduction dans la nouvelle population

**Etape 4** : Le reste de la population de taille  $N - N_{\text{élites}}$  est généré moyennant la sélection avec une probabilité tournoi  $p_s$

Opération = nombre aléatoire tiré dans  $[0,1]$

**if** Opération < Probabilité de croisement  $p_c$

Sélection aléatoire de deux individus (parents) parmi les individus de la population sans élites

**Etape 5** : Croisement des deux parents pour donner naissance à deux enfants

**elseif** Opération < Probabilité de mutation  $p_{m1}$

**Etape 6** : mutation d'un individu choisi aléatoirement

**elseif** Probabilité de croisement  $p_c$  < Opération <  $p_c +$  Probabilité de mutation  $p_{m2}$

**Etape 7** : mutation de l'un des élites choisi aléatoirement avec un taux de mutation  $\tau_{m1}$

**else**

**Etape 8** : mutation du meilleur individu avec un taux de mutation  $\tau_{m2}$

**end if**

Contraintes : Il faut s'assurer que les solutions retenues ne doivent pas violer les contraintes considérées

**end while**

Retourner la solution précisant sa qualité de bonne ou non acceptable.

#### IV.3.3.4.2 Optimisation par essaim particulaire

Plusieurs scientifiques ont créé des modèles interprétant le mouvement des vols d'oiseaux et des bancs de poissons. Plus particulièrement, Reynolds [63] et Heppner et al. [64] ont présenté des simulations sur un vol d'oiseaux. Reynolds était intrigué par l'aspect esthétique du déplacement des oiseaux en groupe et Heppner, un zoologue, était intéressé à comprendre les règles permettant à un grand nombre d'oiseaux de voler en groupe: soit de voler sans se heurter, de changer soudainement de direction, de s'écarter et de se rapprocher de nouveau. Cette étude a grandement inspiré le développement de l'algorithme PSO.

En effet, lors de simulations des modèles mathématiques décrivant les vols d'oiseaux, Wilson [65] a suggéré que ces types de modèles pourraient très bien s'appliquer à la recherche de points caractéristiques dans un espace de recherche. Sa réflexion se base sur le fait que, lors de l'installation d'une mangeoire à oiseaux dans une cour, même si aucun oiseau ne l'a jamais visitée, après quelques heures de patience un grand nombre d'oiseaux viendront y manger.

Lors des simulations de Wilson, la volée d'oiseaux cherchait une mangeoire dans un espace donné et finissait par découvrir son emplacement. En utilisant les algorithmes de modélisation de Heppner et de Reynolds, et en modifiant le modèle mathématique de Wilson, Kennedy et Eberhart ont transformé le tout en un vol d'oiseaux cherchant la « mangeoire » la plus grosse dans un lot de mangeoires contenues dans une région prédéterminée. L'algorithme d'optimisation PSO a ainsi vu le jour.

L'optimisation par essaim de particules (PSO) est une technique d'optimisation parallèle développée par Kennedy et Eberhart [66], et inspirée du comportement social des individus qui ont tendance à imiter les comportements réussis qu'ils observent dans leur entourage, tout en y apportant leurs variations personnelles. A la différence des algorithmes génétiques, qui miment les mécanismes génétiques de l'évolution, PSO s'inspire plutôt de la formation d'une culture.

La PSO essaye d'imiter le processus normal de communication de groupe pour partager la connaissance individuelle quand de tels essaims s'assemblent, émigrent, ou chassent. Si un membre voit un chemin souhaitable pour l'exploration, le reste de cet essaim suivra rapidement. Raison pour laquelle, cette technique est fondée sur la notion de coopération et l'échange d'information entre les particules.

Dans cette section, le but est d'implémenter les essaims particuliers afin de trouver le minimum global de la fonction d'adaptation. Les grands principes de cette méthode sont présentés dans ce qui suit.

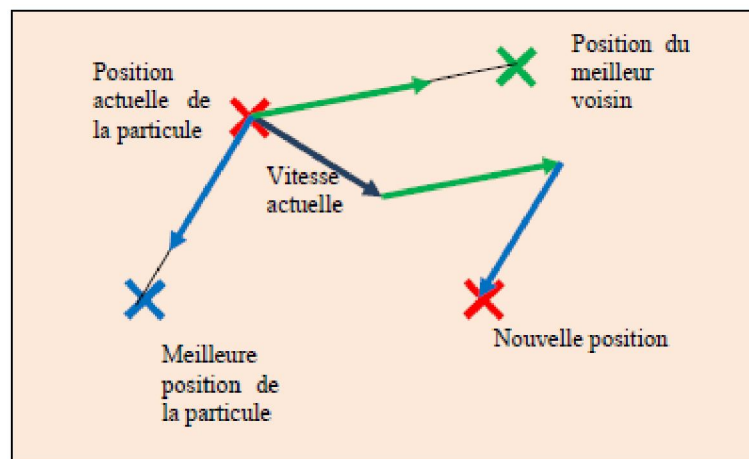
#### **IV.3.3.4.2.1 Principe de déplacement d'une particule**

L'algorithme PSO est initialisé par une population de solutions potentielles aléatoires, interprétées comme des particules se déplaçant dans l'espace de recherche. Chaque particule est attirée vers sa meilleure position découverte par le passé ainsi que vers la meilleure position découverte par les particules de son voisinage (ou de tout l'essaim, dans la version globale de l'algorithme).

L'algorithme PSO comprend plusieurs paramètres de réglage qui permettent d'agir sur le compromis exploration – exploitation. L'exploration est la capacité de tester différentes régions de l'espace à la recherche de bonnes solutions candidates. L'exploitation est la capacité de concentrer la recherche autour des solutions prometteuses afin de s'approcher le plus possible de l'optimum. Le choix des paramètres reste en grande partie empirique.

Une particule est caractérisée par plusieurs attributs:

- sa position actuelle: c'est-à-dire ses coordonnées dans l'ensemble de définition et la valeur de la fonction objectif qui correspondent.
- sa meilleure position : c'est la valeur obtenue par la particule et ses coordonnées.
- sa vitesse: cette donnée, recalculée à chaque itération de l'algorithme permet de déduire la position suivante de la particule. Elle est fonction de la meilleure position de la particule depuis le début de la recherche, du voisin le mieux positionné à l'instant actuel et de la vitesse précédente de la particule.
- ses voisins: c'est un ensemble de particule qui influe sur ses déplacements, en particulier celui qui est le mieux positionné.



**Fig.IV.5** Principe du déplacement d'une particule.

La figure IV.5 montre que la décision de déplacement d'une particule est basée sur une combinaison linéaire de trois tendances à savoir de suivre sa propre voie, revenir vers sa meilleure performance et aller vers la meilleure performance de ses voisines.

#### **IV.3.3.4.2 Procédure de recherche**

L'algorithme PSO est généralement introduit en relatant son développement conceptuel. Tel que mentionné, cet algorithme a vu le jour sous la forme d'une simulation simplifiée d'un milieu social, tel que le déplacement des oiseaux à l'intérieur d'une volée. Pour cet algorithme une redéfinition des termes est nécessaire; une population représente le vol d'oiseaux et un agent ou particule représente chaque oiseau de la volée.

Lors de l'initialisation de PSO, chaque particule est positionnée aléatoirement dans l'espace de recherche. Pour définir ce positionnement il faut connaître la plage des valeurs de chaque dimension (paramètres) à optimiser. Puis, la vitesse initiale de chaque particule est aléatoirement choisie.

Il est fortement conseillé d'initialiser la première particule à l'aide d'une valeur connue [67]. Lors de l'optimisation des paramètres dans l'espace de recherche, ceux-ci possèdent généralement des valeurs par défaut. Ces valeurs deviennent le point de départ de la recherche. L'initialisation de la première particule avec de telles valeurs permet d'obtenir, dès la première itération, une valeur de pertinence (qualité) de base. Cette valeur peut servir de référence pour fins de comparaison et d'estimation de la performance en optimisation obtenue à l'aide de PSO.

Chaque particule connaît son emplacement ( $x^i$ ), sa vitesse de déplacement ( $v^i$ ), la position où elle a obtenu sa meilleure qualité ( $P^i$ ) ainsi que la position de la meilleure qualité obtenue par l'ensemble des particules ( $P_g$ ) et ce, à chaque itération ( $k$ ) de l'algorithme PSO. En tenant compte de ces valeurs, la position et la vitesse de déplacement de chaque particule est ajusté. L'ajustement de vitesse est basé sur les comportements historiques des particules eux-mêmes aussi bien que leurs compagnons. La particule la mieux placée dans une région proche de l'endroit de la nourriture (optimum global) va motiver l'essaim d'explorer de proximité cette région et les régions adjacentes. De cette façon, les particules tendent à se rapprocher davantage de cet optimum d'une étape à l'autre durant le processus de recherche. Dans chaque étape on définit une nouvelle meilleure particule qui, à son tour, va attirer vers elle l'ensemble de l'essaim.

La vitesse de chaque particule peut être mise à jour itérativement selon l'équation suivante :

$$v^i(k+1) = wv^i(k) + c_1r_1(p^i - x^i(k)) + c_2r_2(p^g(k) - x^i(k)) \quad (\text{IV. 19})$$

où :

$k$  : est le numéro d'itération

$x^i(k)$  : est la position actuelle de la particule  $i$  à l'itération  $k$ ,

$v^i(k)$  : est la vitesse courante de la particule  $i$  à l'itération  $k$ ,

$c_1, c_2$  : sont les coefficients d'accélération,

$r_1, r_2$  : sont des nombres aléatoires de distribution uniforme sur  $[0, 1]$ ,

$w$  : est le coefficient d'inertie.

$wv^i(k)$  correspond à la composante physique du déplacement. Le paramètre  $w$  contrôle l'influence de la direction de déplacement sur le déplacement futur.



$c_1 r_1 (p^i - x^i(k))$  correspond à la composante cognitive du déplacement.  $c_1$  contrôle le comportement cognitif de la particule.

$c_2 r_2 (p^g(k) - x^i(k))$  correspond à la composante sociale du déplacement.  $c_2$  contrôle l'aptitude sociale de la particule.

Les coefficients d'accélération influencent la valeur maximale du déplacement qu'une particule peut prendre durant une seule itération.  $c_1$ ,  $c_2$  sont désignés également sous le nom de paramètres cognitif et social, respectivement. Les nombres aléatoires sont employés pour affecter la nature stochastique de l'algorithme. Le coefficient (poids) d'inertie régit la quantité de vitesse actuelle qui devrait être maintenue pour influencer le calcul de la nouvelle vitesse. De cette façon, le paramètre  $w$  règle les capacités d'exploration globale et locale de l'essaim et influence le comportement de convergence de l'algorithme. Un grand poids d'inertie facilite l'exploration globale (exploration de nouveaux secteurs), alors qu'une petite valeur tend à faciliter l'exploration locale (exploration fine du secteur courant de recherche). Une valeur appropriée du poids de l'inertie fournit habituellement l'équilibre entre les capacités globales et locales d'exploration et par conséquent une réduction du nombre d'itérations nécessaires pour localiser la solution optimale. En règle générale, il est souhaitable de commencer le poids d'inertie à une grande valeur, afin de faire une meilleure exploration globale de l'espace de recherche, et le diminue graduellement pour affiner l'exploration locale; ainsi, une valeur décroissante du poids d'inertie a été employée dans nos expériences présentées dans la prochaine section.

Chaque particule rejoint sa nouvelle position dans l'espace de recherche en utilisant l'équation suivante :

$$x^i(k+1) = x^i(k) + v^i(k+1) \quad (\text{IV.20})$$

Après un certain nombre d'itérations, les particules se regroupent par la suite dans la région où les solutions sont les plus convenables (probables). Si une particule tend à sortir de l'espace de recherche, on lui attribue la valeur du point frontière le plus proche avec ralentissement voir annulation de sa vitesse.

#### IV.3.3.4.2.3 Confinement des particules

Il est possible que le déplacement d'une particule la conduise à sortir de l'espace de recherche. Dans ce cas, on peut assister à une amplification des rétroactions positives, qui conduit à une

divergence de système. Pour s'affranchir de ce problème, on peut introduire un nouveau paramètre  $V_{max}$ , qui va permettre de contrôler l'explosion du système.

De plus, une stratégie de confinement des particules peut être introduite. Une telle stratégie permet de ramener une particule sortie de l'espace de recherche à l'intérieur de celui-ci. Plusieurs méthodes peuvent être alors employées :

- La particule est laissée à l'extérieur de l'espace de recherche, mais on n'évalue pas sa fonction objective. Ainsi, elle ne pourra pas attirer les autres particules en dehors de l'espace de recherche ;
- La particule est stoppée à la frontière et les composantes correspondantes de la vitesse sont annulées ;
- La particule rebondit sur la frontière. La particule est stoppée sur la frontière, mais les composantes correspondantes de la vitesse sont multipliées par un coefficient à tirer aléatoirement dans l'intervalle  $[-1,0]$ .

#### IV.3.3.4.2.4 Poids inertiel

Le poids inertiel  $\omega$  est un paramètre utilisé pour équilibrer la force de la vitesse précédente de la particule. De nombreux tests ont également été effectués pour trouver la valeur optimale de  $\omega$  [68]. L'une des meilleures techniques trouvée consiste en une fonction linéaire diminuant la valeur de  $\omega$  de 0.9 à 0.4 sur le nombre maximal d'itérations à effectuer. Ainsi, la valeur de  $\omega$  diminue légèrement après chaque itération PSO. Au début d'une optimisation, les particules feront de grands déplacements. Ceci permettra d'explorer une grande partie de l'espace. Puis, à mesure que le nombre d'itérations augmente, la grandeur des déplacements des particules diminuera, permettant ainsi de raffiner la recherche.

$$\omega = \omega^{max} - \frac{\omega^{max} - \omega^{min}}{itération^{max}} itération \quad (IV.21)$$

#### IV.3.3.4.2.5 Facteur de constriction

L'étude de la dynamique des particules au sein de l'essaim a conduit à la recherche de solutions pour éviter la divergence de l'algorithme. Dans les paragraphes précédents, on a vu en quoi l'introduction du paramètre  $V_{max}$  peut limiter la divergence des particules.

Dans [69], il a été démontré qu'une bonne convergence peut être assurée en rendant dépendants les paramètres  $\omega$ ,  $c_1$  et  $c_2$ . L'utilisation d'un facteur de constriction  $\phi$  permet de prévenir l'explosion de l'essaim, d'assurer la convergence, mais aussi de s'affranchir de la définition arbitraire d'un paramètre  $V_{max}$ . L'équation (IV.2) devient alors :

$$v^i(k+1) = \chi \left( v^i(k) + \phi_1 \cdot r_1 (p^i - x^i(k)) + \phi_2 \cdot r_2 (p^g(k) - x^i(k)) \right) \quad (\text{IV.22})$$

avec :

$$\chi = \frac{2}{\phi - 2 + \sqrt{\phi^2 - 4\phi}}; \phi = \phi_1 + \phi_2, \phi > 4 \quad (\text{IV.23})$$

On remarque que PSO avec coefficient de constriction est équivalente à PSO originale avec  $\chi \leftrightarrow \omega$ ,  $c_1 \leftrightarrow \chi\phi_1$  et  $c_2 \leftrightarrow \chi\phi_2$

De nombreux tests sont menés pour déterminer les valeurs optimales de  $\phi_1$  et  $\phi_2$ . Dans la majorité des cas, on utilise  $\phi = 4,1$  et  $\phi_1 = \phi_2$ ; ce qui donne un coefficient multiplicatif  $\chi$  approximativement égal à 0.7298.

La définition du paramètre  $\phi$  permet de contrôler le système, afin qu'il présente les caractéristiques suivantes :

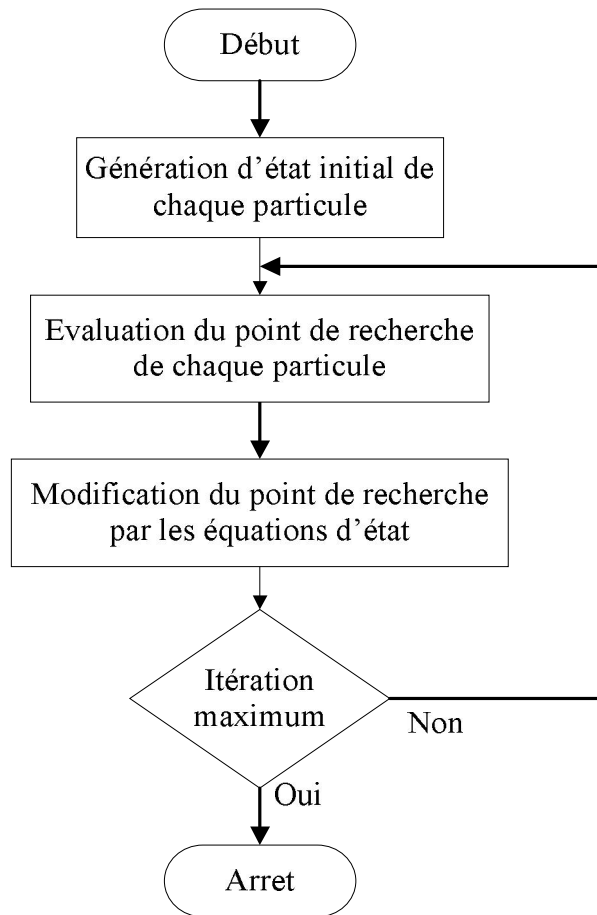
- Le système converge vers un état d'équilibre ;
- Plusieurs régions de l'espace de recherche sont explorées, tout en évitant une convergence prématurée.

#### IV.3.3.4.2.6 Nombre de particules

Le choix du nombre de particules utilisées lors de l'optimisation est un autre sujet traité par Kennedy et Eberhart [69]. Bien que le nombre de particules optimum soit variable selon les types de problèmes à optimiser, il est généralement conseillé d'utiliser de 10 à 30 particules lors de l'emploi de l'algorithme PSO. Pour améliorer le résultat de l'optimisation, il est également recommandé de faire quelques cycles PSO lors de l'utilisation d'un petit nombre de particules, car cet algorithme est sensible aux valeurs initiales des particules. On peut diminuer cette sensibilité en utilisant un grand nombre de particules (50 et plus) et ainsi n'exécuter qu'un seul cycle d'optimisation PSO.

#### IV.3.3.4.2.7 Algorithme général de la PSO

Les concepts de la PSO présentés dans les sections précédentes nous permettent de construire l'algorithme suivant :



**Fig.IV.6** Organigramme général de PSO.

**Etape 1 :** Génération d'état initial de chaque particule

Les points de recherche initiaux, position et vitesse de chaque particule sont produits aléatoirement. Pour chaque particule le point de recherche courant est placé à  $p^i$ .

**Etape 2 :** Evaluation du point de recherche de chaque particule

Les points de recherche courants sont évalués au moyen de la fonction objective relative au système d'étude. Si la valeur d'une particule est meilleure que son  $p^i$  courant,  $p^i$  prend cette nouvelle valeur. Si la meilleure valeur de  $p^i$  est meilleure que  $p^g$  courant,  $p^g$  est remplacé par cette meilleure valeur et la particule qui correspond à cette meilleure valeur est ainsi stockée.

**Etape 3 :** Modification du point de recherche.

La modification du point de recherche se fait en moyennant les équations (IV.19) et (IV.20).

**Etape 4 :** Critère d'arrêt.

La procédure de recherche est arrêtée lorsque le nombre courant d'itération devient égal à la valeur maximale d'itérations préalablement déterminée. Dans ce cas de figure, la dernière valeur  $p^g$  peut être considérée comme solution. Dans l'autre cas, la recherche continue en revenant à l'étape 2.

L'optimisation par essaims de particules peut être présentée par les points suivants :

- La méthode PSO peut essentiellement manipuler le problème d'optimisation continu.
- La PSO utilise plusieurs points de recherche comme le fait l'algorithme génétique (GA) qui convergent graduellement vers le point optimal en utilisant les valeurs  $p^i$  et  $p^g$ .
- La méthode PSO utilise la diversification et l'intensification pour une recherche efficace.

La PSO présente un avantage certain sur les méthodes classiques dans le sens où elle permet une exploration aléatoire de l'espace des solutions. De plus, elle est simple à mettre en œuvre et son exécution conduit à l'obtention de très bons résultats, efficacement avec peu de paramètres à ajuster.

#### IV.3.3.4.2.8 PSO pour la technique HEPWM vectorielle

Le but de l'algorithme PSO est d'optimiser une fonction continue en cherchant son maximum ou son minimum dans un espace donné. L'application du PSO pour l'onduleur à trois niveaux commandé par HEPWM vectorielle consiste à solutionner le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} A_n = \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{2M} (-1)^k \left\{ -\frac{1}{n} \cos(n\alpha_k) + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{V_{DCp}}{2} \left[ \frac{1}{r_p - n} \sin[(r_p - n)\alpha_k - \psi_p] - \frac{1}{r_p + n} \sin[(r_p + n)\alpha_k - \psi_p] \right] \right\} \\ B_n = \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{2M} (-1)^k \left\{ -\frac{1}{n} \sin(n\alpha_k) + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{V_{DCp}}{2} \left[ \frac{1}{r_p - n} \cos[(r_p - n)\alpha_k - \psi_p] - \frac{1}{r_p + n} \cos[(r_p + n)\alpha_k - \psi_p] \right] \right\} \end{cases}$$

sous les contraintes imposées aux angles de commutation, données par:

$$\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_M < \dots < \alpha_{2M} < \pi$$

Le problème d'optimisation peut être formulé de la manière suivante :

1- Minimiser la fonction suivante :

$$F(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2M}) = (H_1 - V_1)^2 + H_3^2 + \dots + H_n^2 \quad (\text{IV. 24})$$

$$\begin{cases} H_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \\ H_3 = \sqrt{A_3^2 + B_3^2} \\ \vdots \\ H_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \end{cases} \quad (\text{IV.25})$$

2- La solution doit satisfaire la contrainte :

$$\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_M < \dots < \alpha_{2M} < \pi \quad (\text{IV.26})$$

Le pseudo-code adopté dans ce cas est le suivant [62]:

*Données*

- La taille de l'essaim
- Le nombre maximal d'itérations  $itération_{max}$
- Le paramètre cognitif  $c_1$
- Le paramètre social  $c_2$
- Les valeurs maximales  $w_{max}$  et minimale  $w_{min}$  du coefficient d'inertie

**Etape 1: Initialisation**

*Itération=0 ;*

**for**  $i=1$  : nombre de particules

*Initialiser la position  $\alpha^i(0) = [\alpha_1^i(0) \alpha_2^i(0) \dots \alpha_m^i(0)]$  de chaque particule avec des angles aléatoires entre 0 et  $\pi$ .*

*Initialiser la vitesse  $v^i(0) = [v_{\alpha_1}^i(0) v_{\alpha_2}^i(0) \dots v_{\alpha_m}^i(0)]$  de chaque particule à une valeur aléatoire;*

*Initialiser la valeur de Fitness  $_p_i$  de la particule  $i$*

**end for**

*Initialisation de Fitness  $_p_g$  de l'essaim*

**While** nombre maximal d'itérations non atteint et/ou critère de précision non atteint

*itération = itération+1 ;*

*Calculer le coefficient d'inertie  $\omega$*

$$\omega = \omega^{max} - \frac{\omega^{max} - \omega^{min}}{itération_{max}} itération$$

**for**  $i=1$  : nombre de particules

**Etape 2: Evaluation de la fonction objective**

*Calculer la valeur de la fonction Fitness $_i$  de chaque particule  $i$  de l'essaim ;*

**Etape 3: Mise à jour de la meilleure position de la particule  $i$**

*if*  $Fitness_i < Fitness_{p_i}$   
     *then*  $Fitness_{p_i} = Fitness_i, et \alpha_p^i = \alpha^i$   
*end if*

*Etape 4: Mise à jour de la meilleure position de l'essaim*

*if*  $Fitness_{p_i} < Fitness_{p_g}$   
     *then*  $Fitness_{p_g} = Fitness_{p_i}, et \alpha_{p_g} = \alpha^i$   
*end if*

*end for*

*for*  $i=1$  : nombre de particules

*Etape 5: Mise à jour de la vitesse et de la position de la particule i*

$$v_{\alpha}^i = wv^i + c_1r_1(\alpha_p^i - \alpha^i) + c_2r_2(\alpha_{p_g} - \alpha^i)$$

$$\alpha^i = \alpha^i + v_{\alpha}^i$$

*end for*

*Contraintes* : Les angles de commutation retenus doivent respecter impérativement la contrainte (IV.26).

*end while*

#### IV.4 Résultats de simulation

Pour montrer la capacité de la méthode de VIGNES et les essais de particules, l'algorithme de VIGNES et l'algorithme PSO sont appliqués pour l'optimisation de la commande MLI vectorielle appliquée à l'onduleur de tension monophasé à trois niveaux, la recherche de toutes les solutions possibles étant effectuée sur la base de simulation du système en régime permanent. Le programme de relatif à la méthode PSO a été écrit en FORTRAN 95 et intégré au simulateur aux côtés de celui mettant en œuvre la méthode de Vignes.

##### IV.4.1 Résultats obtenus par la méthode de VIGNES

Il est nécessaire, après avoir obtenu un minimum avec les méthodes d'optimisation de vérifier que ce minimum est une solution du système non linéaire, si ce minimum n'est pas solution du système non linéaire, il faut alors changer le point de départ et recommencer une nouvelle recherche d'un minimum absolu.

La table IV.1 montre des exemples de solutions numériques multiples d'angles de commutation trouvés pour  $M=3$  et pour différentes valeurs de  $D$  dans le cas d'une forme de

la tension continue lisse (valeur de capacité  $C_{DC} = 4400\mu\text{F}$ ). Les valeurs d'angles sont en degrés.

D	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$
0.82	30.980664	54.389462	68.211951	111.81985	125.40239	149.13444
	30.980553	54.389816	68.211638	111.82060	125.40255	149.13472
	30.979961	54.389260	68.210467	111.82149	125.40264	149.13514
	30.979313	54.383751	68.207806	111.82198	125.40023	149.13604
	30.980224	54.389459	68.211063	111.82117	125.40270	149.13497
0.85	30.388944	54.133583	66.861996	113.18340	125.64703	149.73000
	30.385179	54.129896	66.849093	113.19267	125.64253	149.73810
	30.386250	54.130549	66.851330	113.19159	125.64299	149.73735
	30.386902	54.130516	66.852640	113.19011	125.64277	149.73687
	30.387402	54.130979	66.853797	113.18899	125.64236	149.73639
0.87	29.974288	53.848912	65.846403	114.20730	125.91410	150.15423
	29.976835	53.850416	65.851439	114.20240	125.91292	150.15232
	29.975024	53.849175	65.847462	114.20695	125.91445	150.15395
	29.975488	53.849498	65.848640	114.20532	125.91374	150.15328
	29.976180	53.850300	65.850042	114.20381	125.91308	150.15278
0.90	29.335159	53.232223	64.182768	115.90759	126.56077	150.78914
	29.324704	53.203475	64.142566	115.93997	126.55361	150.81200
	29.327980	53.207269	64.150340	115.93269	126.55060	150.80938
	29.326442	53.205442	64.146404	115.93643	126.55206	150.81079
	29.325645	53.204448	64.144612	115.93841	126.55302	150.81140
0.92	28.871990	52.611865	62.881436	117.23820	127.19705	151.25367
	28.858345	52.568563	62.827917	117.28618	127.19517	151.28372
	28.861629	52.573352	62.836864	117.27770	127.19086	151.28077
	28.860726	52.571985	62.833593	117.28081	127.19232	151.28195
	28.859248	52.569678	62.829576	117.28465	127.19428	151.28323
0.95	28.078360	51.163678	60.476142	119.71930	128.64176	152.07205
	28.076994	51.161189	60.471686	119.72516	128.64578	152.07405
	28.077699	51.162491	60.474074	119.72122	128.64293	152.07273
	28.073070	51.152716	60.459594	119.73681	128.65348	152.07759
	28.074892	51.156524	60.465336	119.73078	128.64940	152.07565

**Table IV.1** solutions numériques multiples d'angles de commutation,  $M = 3$  et  $C_{DC} = 4400\mu\text{F}$ .



Dans le cas d'une forme de tension continue ondulée, les solutions obtenues sont montrées dans la table IV.2 pour  $M = 3$ ,  $C_{DC} = 180\mu\text{F}$  et pour différentes valeurs de  $D$ .

D	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$
0.82	32.415415	51.954206	69.790721	109.32598	120.77511	151.03249
	32.420319	52.562142	70.297159	108.90688	119.90667	151.21487
	32.370359	52.793913	70.225688	109.16633	120.72195	150.96139
	32.382352	52.700191	70.107975	109.35906	120.76169	150.94629
	32.385640	52.687558	70.125076	109.29103	120.67309	150.96915
0.85	31.891146	52.415942	69.091066	109.97587	119.86185	151.75674
	31.892605	52.468491	69.172562	109.84174	119.82441	151.75536
	31.767337	53.027298	69.334944	109.66472	119.65822	151.77018
	31.689546	52.730108	70.048200	109.74584	119.96852	151.87835
	31.756671	52.656654	70.230996	110.04869	120.19122	151.90521
0.87	31.520469	52.485461	68.504955	110.51917	119.65495	152.13288
	31.555706	52.217636	68.386931	110.48720	119.43363	152.26586
	31.509855	52.261047	68.489078	110.29789	119.20524	152.29136
	31.548233	52.289941	68.459459	110.30781	119.34034	152.31844
	31.584280	52.055792	68.329656	110.38845	119.30707	152.27907
0.90	31.024704	51.777535	67.187985	110.57194	119.11394	152.95650
	31.036119	51.853085	67.406445	110.62009	118.79493	153.12520
	31.028159	51.926090	67.457939	110.88096	118.59641	153.11292
	31.027986	51.912222	67.424008	110.70871	118.90006	153.09461
	31.039408	51.813024	67.368912	110.69032	118.48279	153.12708
0.92	30.650812	51.686367	66.645323	110.47149	118.10065	153.54084
	30.647842	51.569986	66.500803	110.84700	118.07953	153.52834
	30.643930	51.428452	66.518228	110.80181	117.86061	153.79984
	30.666895	51.626720	66.746536	110.60962	117.65348	153.70443
	30.662319	51.631960	66.684837	111.10161	117.71802	153.62443
0.95	30.101886	51.080512	65.456065	110.66559	116.85175	154.55208
	30.108623	51.163190	65.573394	110.87189	116.64170	154.57173
	30.093410	51.070463	65.446069	111.06045	116.77435	154.44526
	30.094767	51.081231	65.556902	110.65369	116.93196	154.56918
	30.087729	51.196408	65.605803	110.78356	117.03041	154.61997

**Table IV.2** solutions numériques multiples d'angles de commutation pour  $M = 3$ ,  
 $C_{DC} = 180\mu\text{F}$ .

Ces solutions numériques sont des représentations de la solution exacte recherchée à la précision  $10^{-6}$ . Du point de vu informatique, résoudre le système N-L de type (IV.1) c'est trouver, par la seule voie du calcul numérique, la valeur d'une image  $X_s$  du vecteur  $X$ , qui satisfasse, au sens informatique du terme, le système :

$$\begin{cases} F_1(X) = 0 \\ F_2(X) = 0 \\ \vdots \\ F_m(X) = 0 \end{cases} \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix}$$

chaque  $F_i$  est une représentation de  $f_i$ . Alors qu'en algèbre, dans un domaine où le système (IV.1) n'admet qu'une solution, la valeur de  $X$  est unique, il n'en est pas de même en informatique où il existe un ensemble d'images toutes aussi représentatives les unes que les autres de  $X$ , et  $X_s$  n'est que l'une de ces images. Lorsqu'un ordinateur travaille avec une précision de  $p$  chiffres décimaux significatifs, les résultats qu'il fournit n'ont pas une précision équivalente, car les résultats obtenus sont entachés non seulement d'erreurs inhérentes aux méthodes numériques utilisées, mais encore d'erreurs sur les données et d'erreurs sur le calcul. Ainsi, lorsque l'on doit résoudre le système (IV.1) sur ordinateur, c'est en fait une image  $F_i$  de  $f_i$  qui est donc traitée par l'algorithme de résolution. L'obtention de résultats tout à fait inexacts est d'autant plus fréquente que la structure des équations à traiter présente une ou plusieurs soustractions, au sens arithmétique du terme, entre deux valeurs sensiblement égales, valeurs résultant chacune de calcul numérique. La différence entre ces deux valeurs sensiblement égales ne représente que l'effet cumulé des erreurs de calcul sur chacune d'elles et de ce fait est non significative.

Les solutions obtenues ne sont pas les mêmes dans les deux cas de forme de la tension continue (lisse ou ondulée) car le contenu harmonique de la tension continue est utilisé dans le calcul. Les harmoniques apparaissant sur la tension continue quand la capacité est réduite étant pris en compte.

#### IV.4.2 Résultats obtenus par la méthode PSO

Pour la résolution de systèmes d'équations non linéaires la routine PSO a été intégrée au programme de simulation (écrit en FORTRAN 95) pour déterminer les angles de commutation. L'algorithme PSO est appliqué en adoptant les paramètres suivants : la taille de l'essaim est fixée à 30 particules, le nombre maximal d'itérations est de 500, les coefficients  $c_1 = c_2 = 1.8$  et  $\omega \in [0.4, 0.9]$ .

La table IV.3 montre les solutions numériques multiples d'angles de commutation trouvés pour  $M = 3$  et pour différentes valeurs de  $D$  dans le cas d'une forme de tension continue lisse (valeur de capacité  $C_{DC} = 4400\mu\text{F}$ ).

$D$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$
0.82	30.983982	54.410293	68.253038	111.76301	125.36150	149.13765
	30.984078	54.410386	68.253134	111.76310	125.36163	149.13763
	30.983957	54.410384	68.253135	111.76308	125.36160	149.13765
	30.984000	54.410386	68.253088	111.76311	125.36161	149.13768
	30.984152	54.410419	68.253101	111.76317	125.36169	149.13780
0.85	30.391128	54.133028	66.863442	113.17811	125.63937	149.73178
	30.391513	54.133618	66.863883	113.17868	125.64004	149.73215
	30.391257	54.133221	66.863589	113.17768	125.63959	149.73190
	30.390808	54.132542	66.863052	113.17768	125.63887	149.73148
	30.391230	54.133179	66.863558	113.17825	125.63954	149.73187
0.87	29.984575	53.856631	65.871851	114.18074	125.90562	150.14359
	29.984728	53.856881	65.872045	114.18098	125.90593	150.14374
	29.984384	53.856250	65.871486	114.18054	125.90537	150.14340
	29.984798	53.856987	65.872122	114.18108	125.90605	150.14382
	29.984864	53.857154	65.872260	114.18111	125.90611	150.14386
0.90	29.339750	53.229503	64.188732	115.89848	126.54438	150.79213
	29.339702	53.229395	64.188633	115.89846	126.54433	150.79210
	29.342571	53.224447	64.191223	115.88959	126.53161	150.79379
	29.343063	53.225542	64.192172	115.89000	126.53232	150.79424
	29.343005	53.225400	64.192022	115.88992	126.53223	150.79417
0.92	28.880655	52.608105	62.895653	117.22088	127.16665	151.25838
	28.882744	52.605569	62.897913	117.21473	127.15800	151.25956
	28.882675	52.605588	62.897976	117.21443	127.15774	151.25945
	28.882697	52.605620	62.898001	117.21445	127.15776	151.25947
	28.882375	52.604840	62.897364	117.21427	127.15737	151.25922
0.95	28.107304	51.231421	60.569406	119.62678	128.58818	152.03890
	28.107206	51.231315	60.569332	119.62665	128.58802	152.03883
	28.110534	51.230390	60.575989	119.61597	152.04008	152.04008
	28.110386	51.230142	60.575789	119.61588	128.57320	152.03998
	28.110171	51.224027	60.570032	119.62062	128.57693	152.04087

**Table IV.3** solutions numériques multiples d'angles de commutation,  $M = 3$  et  $C_{DC} = 4400\mu\text{F}$ .

Dans le cas d'une forme de tension continue ondulée, les solutions obtenues sont montrées dans la table IV.4 pour  $M = 3$ ,  $C_{DC} = 180\mu\text{F}$  et pour différentes valeurs de  $D$ .

$D$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$
0.82	32.410157	52.478786	69.953156	109.40518	120.45271	151.04494
	32.403271	52.621986	70.142717	109.12310	120.40601	151.03508
	32.381436	52.722781	70.167333	109.22262	120.66318	150.97307
	32.387039	52.704815	70.193324	109.11905	120.53292	151.00689
	32.436725	52.309823	69.918562	109.40829	120.48210	151.08905
0.85	31.848068	52.600450	69.131863	110.26941	120.36981	151.60978
	31.896896	52.419883	69.097143	109.98444	119.88989	151.73928
	31.897284	52.420490	69.097546	109.98538	119.89087	151.73965
	31.891870	52.466596	69.169260	109.84830	119.82774	151.75399
	31.890209	52.478084	69.164360	109.89064	119.88719	151.74124
0.87	31.527726	52.351247	68.445238	110.61502	119.70626	152.17167
	31.557857	52.237260	68.442415	110.30883	119.27948	152.27543
	31.553534	52.276350	68.494649	110.21341	119.24681	152.28368
	31.552017	52.283493	68.489100	110.25277	119.29779	152.27233
	31.552845	52.279213	68.484292	110.26194	119.29926	152.27223
0.90	30.997799	52.015981	67.354926	110.41653	119.08196	152.92695
	30.998147	52.016546	67.355283	110.41753	119.08295	152.92741
	31.036546	51.839295	67.360634	110.96383	118.74206	153.10087
	31.037188	51.840191	67.361230	110.89532	118.64357	153.10141
	31.036891	51.839766	67.360962	110.76449	118.84273	153.10113
0.92	30.658315	51.609076	66.574254	110.56575	118.11179	153.54438
	30.680415	51.558159	66.791623	110.43646	117.03011	153.72041
	30.650972	51.508684	66.668622	110.77791	117.16940	153.75016
	30.666612	51.644713	66.754242	110.60878	117.27720	153.69563
	30.666309	51.644277	66.753939	110.60810	117.27651	153.69536
0.95	30.085270	51.226135	65.528249	111.28062	117.05706	154.37157
	30.104150	51.000459	65.460251	110.93841	116.98465	154.44183
	30.104511	51.000935	65.460559	110.93950	116.79574	154.54207
	30.104722	51.001248	65.460766	110.94024	116.98647	154.54221
	30.096128	51.063837	65.550925	110.60419	116.75462	154.57871

**Table IV.4** solutions numériques multiples d'angles de commutation pour  $M = 3$ ,  
 $C_{DC} = 180\mu\text{F}$ .

Ces solutions numériques obtenues sont des représentations de la solution exacte recherchée à la précision  $10^{-6}$ . La différence entre ces valeurs sensiblement égales ne représente que l'effet cumulé des erreurs de calcul sur chacune d'elles et de ce fait est non significative.

### IV.4.3 Comparaison des résultats obtenus par la méthode de VIGNES et la méthode PSO

Les résultats obtenus montrent l'efficacité des méthodes d'optimisation pour la résolution de systèmes d'équations non linéaires correspondant à l'application de la stratégie MLI vectorielle optimisée. Les solutions trouvées par les deux méthodes, méthode de VIGNES et la PSO, sont les mêmes. Du point de vue temps d'exécution, la méthode de VIGNES converge rapidement vers la solution recherchée. Le temps mis par cette méthode pour obtenir une solution, à titre d'exemple pour  $M = 3$ ,  $D = 0.87$  et  $C_{DC} = 330\mu\text{F}$  est de 5 secondes. Cette rapidité est due au fait de la convergence quadratique de la méthode de VIGNES (c.-à-d. qu'à chaque itération l'erreur est réduite quadratiquement). Un des handicaps associés à cette méthode est sa totale dépendance de l'évaluation des dérivées partielles des fonctions à optimiser. La PSO présente un avantage certain sur la méthode de VIGNES dans le sens où elle permet une exploration aléatoire de l'espace des solutions et ne recourt pas au calcul, souvent problématique, des gradients de la fonction à optimiser. De plus, elle est simple à mettre en œuvre, mais contrairement à la méthode de VIGNES, la convergence de cette méthode est, dans le cas général, lente. La PSO nécessite l'évaluation de la fonction à optimiser de toutes les particules de la population, et donc une importante quantité de calculs sera effectuée à chaque itération. Le temps de calcul pour la PSO est élevé, à titre d'exemple, pour  $M = 3$ ,  $D = 0.87$  et  $C_{DC} = 330\mu\text{F}$ , le temps mis par cette méthode est de 1 minute 17 secondes. La convergence de la méthode est très lente surtout si la première particule n'est pas une bonne approximation de la solution recherchée.

Les trajectoires d'angles de commutation pour  $C_{DC}=330\mu F$  montrées sur les figures ci-dessous pour différentes valeurs de M illustrent les solutions obtenues par les deux méthodes.

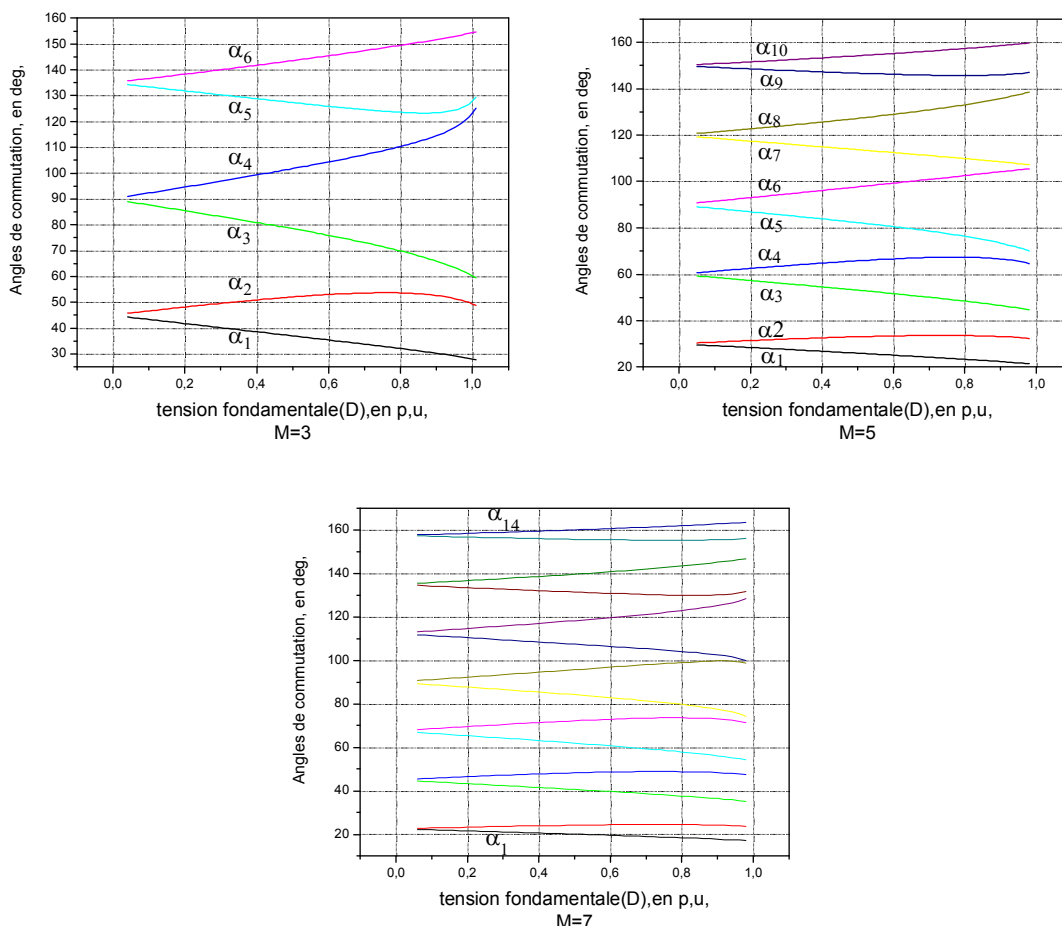
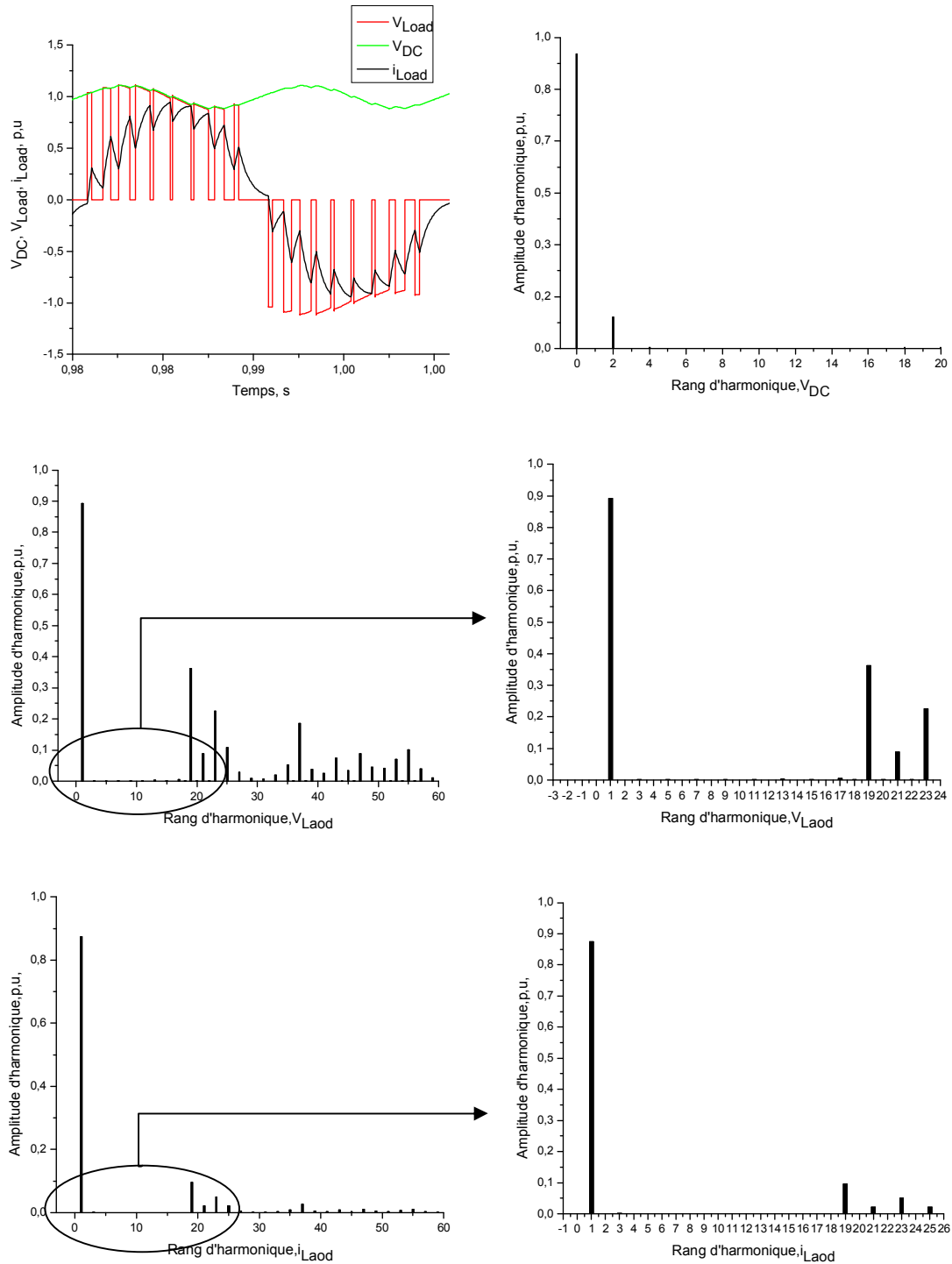


Fig.IV.7 Trajectoires des angles de commutation.

La figure ci-dessous illustre les formes d'onde et spectres des grandeurs tension et courant obtenus par simulation de l'onduleur commandé par MLI vectorielle optimisée quand les harmoniques du 3<sup>ème</sup> au 17<sup>ème</sup> sont éliminés. Pour éliminer ces harmoniques, les paramètres  $M=9$ ,  $D=0.89$ ,  $C_{DC}=330\mu F$  sont utilisés. Les solutions d'angles de commutation également déterminés sont donnés par la table IV.5.

$\alpha_1=14.851450$	$\alpha_2= 19.120816$	$\alpha_3= 30.181682$	$\alpha_4= 38.175937$	$\alpha_5= 46.074597$	$\alpha_6= 57.322084$
$\alpha_7= 62.641671$	$\alpha_8= 76.853726$	$\alpha_9= 80.232284$	$\alpha_{10}=97.365914$	$\alpha_{11}=99.772940$	$\alpha_{12}=117.76828$
$\alpha_{13}=120.93163$	$\alpha_{14}=135.26177$	$\alpha_{15}=141.14991$	$\alpha_{16}=150.75752$	$\alpha_{17}=160.71315$	$\alpha_{18}=165.43330$

Table IV.5 Angles de commutation déterminés (en degrés) pour  $M = 9$ ,  $D = 0.89$  et  $C_{DC} = 330\mu F$ .



**Fig. IV.8** Résultats de simulation par PWM vectorielle optimisée pour  $C_{DC} = 330\mu F$ .  
Formes d'onde et spectres des grandeurs tension et courant.

Il apparaît bien, dans ces figures, que les 3<sup>eme</sup>, 5<sup>eme</sup>, 7<sup>eme</sup>, 9<sup>eme</sup>, 11<sup>eme</sup>, 13<sup>eme</sup>, 15<sup>eme</sup> et 17<sup>eme</sup> harmoniques sont nuls, ce qui confirme la bonne exploitation des deux méthodes de résolution.

Enfin, les solutions numériques d'angle de commutation obtenue, à ce stade des travaux, par les deux méthodes d'optimisation sont sensiblement égales, et représentent donc la même solution. Ce qui laisse entendre que le système d'équations non linéaires correspondant à l'application de la stratégie MLI vectorielle optimisée aux onduleurs monophasés de tension à trois niveaux ne possède qu'une seule solution.

Cependant, cette supposition reste à confirmer car l'obtention d'une solution n'est pas garantie et sa relance plusieurs fois de suite peut être nécessaire. La détection de solutions différentes éventuelles peut donc ne pas avoir lieu si une proposition d'une solution proche de celle existant n'est pas utilisée comme point de départ. Des essais plus nombreux et avec des propositions de départ situées loin des solutions confirmées, peuvent donc s'avérer nécessaires pour les détecter par PSO.

#### **IV.5 Conclusion**

Dans ce chapitre, deux algorithmes d'optimisation sont mis en œuvre pour solutionner les équations non linéaires correspondant à l'application de la stratégie MLI vectorielle optimisée aux onduleurs monophasés pour la recherche de toutes les solutions possibles sur la base de simulation du système en régime permanent.

La méthode de VIGNES a pour but d'allier la sûreté de la méthode de la plus grande pente à la convergence quadratique de la méthode de Newton-Raphson. Le passage d'une itération à l'itération suivante s'effectue alors par un choix entre plusieurs directions.

La méthode PSO est basée sur l'exploration aléatoire de l'espace des solutions. Elle est beaucoup moins sensible aux contraintes liées à la dérivation de la fonction à optimiser qui sont propres aux algorithmes d'optimisation classiques. De plus, elle est simple à mettre en œuvre. Mais comme la majorité des métaheuristiques, la PSO présente le défaut de nécessiter le réglage de plusieurs paramètres de contrôle qui permettent de régler le fonctionnement de l'algorithme. Les performances de la PSO sont fortement corrélées au réglage de ses paramètres.

Les solutions numériques multiples d'angle de commutations obtenues à l'aide de ces deux méthodes sont sensiblement égales et ne représentent que la même solution recherchée. Ce qui laisse supposer que le système d'équations non linéaires correspondant à l'application de la stratégie MLI vectorielle optimisée aux onduleurs monophasés de tension à trois niveaux ne possède qu'une solution acceptable. Cependant, ces résultats sont partiels car la recherche a été effectuée partant d'une solution connue qui influe fortement sur l'évolution du calcul des



particules qui sont alors drainés vers celle-ci diminuant ainsi les chances de détecter d'autres solutions, si elles existent.

Tandis que cette observation est valable dans le cas étudié, le caractère aléatoire d'initialisation des particules (pour la PSO) peut en être l'origine. D'où la nécessité d'effectuer des essais plus nombreux avec, un changement du point initial au bout de quatre à cinq essais. Aspect qui reste donc à explorer alors que ce caractère aléatoire fait justement la force de la PSO car permettant de couvrir de larges plages des variables solutions recherchées.

# **CONCLUSION GENERALE**

## CONCLUSION GENERALE

Ce travail a concerné la résolution de système d'équations non linéaires correspondant à l'application de la stratégie MLI vectorielle optimisée aux onduleurs de tension monophasés à trois niveaux qui permettent le calcul des angles optimisés de commutation des composants de puissance sur la base de simulation du système en régime permanent. La stratégie MLI vectorielle a pour principe l'extraction du spectre harmonique de la tension continue, de manière cyclique en régime permanent, et son utilisation dans le calcul des angles de commutation optimisés. Les expressions représentant le spectre harmonique de la forme d'onde MLI construite sont alors utilisées.

Pour la recherche de toutes les solutions possibles correspondant à l'application de cette stratégie, qui constitue l'objectif principal de ce travail, plusieurs méthodes de résolution numériques sont présentées.

La méthode de Newton-Raphson consiste à effectuer, à partir d'un point initial donné, considéré comme une initialisation proche de la solution, un développement en série de Taylor limité à l'ordre 1, pour chacune des équations du système non linéaire. La résolution du système linéaire résultant permet de déterminer une approximation de la solution qui sera utilisée comme une nouvelle proposition de solution approchée et ainsi de suite. Cette méthode, lorsqu'elle converge, a une convergence quadratique, Cependant, elle est susceptible de diverger. Pour pallier cet inconvénient, il est intéressant d'utiliser d'autres processus tels que les méthodes d'optimisation.

L'emploi d'une méthode d'optimisation pour résoudre un système d'équations nécessite, en premier lieu, de ramener la résolution d'un système d'équations non linéaires au problème de la recherche du minimum d'une fonction de plusieurs variable. Dans le cadre de ce travail, deux méthodes d'optimisation ont été utilisées :

La méthode de VIGNES a pour but d'allier la sûreté de la méthode de la plus grande pente à la convergence quadratique de la méthode de Newton-Raphson. Le passage d'une itération à l'itération suivante s'effectuant par un choix entre plusieurs directions.

L'optimisation par les essais particuliers basés sur l'exploration aléatoire de l'espace des solutions ainsi que sur la recherche de l'optimum à partir d'une population de points et non à partir d'un seul point.

La PSO présente un avantage certain sur la méthode de VIGNES dans le sens où elle permet une exploration aléatoire de l'espace des solutions, elle ne recourt pas au calcul, souvent problématique, des gradients de la fonction à optimiser. De plus, elle est simple à mettre en œuvre. Mais contrairement à la méthode de VIGNES, le temps de calcul pour la PSO est élevé, la convergence de la méthode est donc très lente.

Il est nécessaire, après avoir obtenu un minimum avec les méthodes d'optimisation de vérifier que ce minimum est une solution du système non linéaire, si ce minimum n'est pas solution du système non linéaire, il faut alors changer le point de départ et recommencer une nouvelle recherche d'un minimum absolu.

Les solutions numériques multiples trouvées par les deux méthodes sont sensiblement égales. Ces solutions numériques sont des représentations de la solution exacte recherchée. La différence entre ces valeurs assez proches ne représente que l'effet cumulé des erreurs de calcul sur chacune d'elles et de ce fait est non significative.

De ce fait, et les résultats de simulation le montrent, le système d'équations non linéaires correspondant à l'application de la stratégie MLI vectorielle optimisée aux onduleurs monophasés de tension à trois niveaux ne possède qu'une seule solution acceptable.

En perspective, nous dirons que beaucoup de travaux restent à effectuer comme :

- L'optimisation de la valeur du condensateur du filtre.
- L'application de la stratégie MLI vectorielle au système complet (configuration à cascade de convertisseurs statiques) visant l'optimisation de la capacité  $C_{DC}$
- La réalisation pratique d'une cascade de convertisseurs statiques (redresseur MLI-onduleur MLI), et effectuer une étude comparative entre les résultats de simulation et les résultats expérimentaux.
- L'application de la stratégie MLI vectorielle à d'autres systèmes tels que les convertisseurs multi-niveaux.

**BIBLIOGRAPHIE**

- [1] M.O.Mahmoudi, Y. Ait Gougam, "Etude comparative entre diverses stratégies de modulation pour onduleur de tension alimentant un moteur asynchrone". Proceedings CEA 29-30 novembre 1994.
- [2] S.R. Bowes, "New Sinusoidal Pulse-Width Modulated Inverter". In IEE Proc., 1975,122 (11), pp. 1279-1285.
- [3] P. Enjeti, J.F. Lindsay, "Solving Nonlinear Equations of Harmonic Elimination PWM in Power Control". Electron. Lett., 1987, 23, (12), pp. 656-657.
- [4] S.R. Bowes, P.R. Clark, "Simple Microprocessor Implementation of New Regular-Sampled Harmonic Elimination PWM Techniques". In IEEE Trans. Ind. Appl., 1992, 28, (1), pp. 89-95.
- [5] S.H. Patel, R.G. Hoft, "Generalised techniques of harmonic elimination and voltage control in thyristor inverters: Part I-Harmonic elimination". In IEEE Trans. IA, 1973, IA-9, (3), pp. 310-317.
- [6] G. Buja, G. Indri, "Optimal PWM for Feeding AC Motors". In IEEE Trans Ind. Appl., 1997, 13, (1), pp. 34-42.
- [7] J.A. Taufiq, B. Mellitt et C.J. Goodman, "Novel algorithm for generating Nearoptimal PWM waveforms for AC traction drives". In IEE Proc.1986, 133, B, (2), pp. 85-94.
- [8] S.R. Bowes, P.R. Clark, "Transputer-Based Harmonic-Elimination PWM Control of Inverter Drives". In IEEE Trans. Ind. Appl., 1992, 28, (1), pp.72-80.
- [9] S.R. Bowes, P.R. Clark, "Regular-Sampled Harmonic-Elimination PWM Control of Inverter Drives". In IEEE Trans. on Power Electronics, 1995, Vol. 10, No. 5, pp.521-531.
- [10] S.R. Bowes, "Advanced Regular-Sampled PWM Control Techniques for Drives and Static Power Converters. In IEEE Trans. Ind. Electron., 1995, 42, (4), pp. 367-373.
- [11] S.R. Bowes, S. Grewal et D. Holliday, "Single-phase three-level regular-sampled selective harmonic elimination PWM". In IEE Proc.-Electri. Power Appl., Vol. 148, No. 2, 2001, pp. 155-161.
- [12] S.R. Bowes, S. Grewal, "Three-level hysteresis band modulation strategy for single-phase PWM inverters". In IEE Proc.-Electri. Power Appl., Vol. 146, No. 6, 1999, pp. 695-706.
- [13] S.R. Bowes, D. Holliday, "Comparison of pulse-width-modulation control strategies for three-phase inverter systems". In IEE Proc.-Electr. Power Appl., Vol. 153, No. 4, July 2006, pp. 575-584.
- [14] E. Acha, V.G. Agelidis et O. Anaya-Lara, "Power Electronics Control in Electrical Systems". Newnes 2002.
- [15] R. KABOUCHE, "Etude et élaboration d'une technique MLI à élimination d'harmoniques optimale". Mémoire de Magister en Electronique, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 2002.
- [16] P.N. Enjeti, P.D. Ziogas et J.F.Lindsay, "Programmed PWM Techniques to Eliminate Harmonics: A Critical Evaluation". IEEE Trans.Ind.App.,vol. 26, NO. 2, 1990, pp.302-316.
- [17] Z. Salam, C.T. Lynn, "Algorithm for Near Optimal Harmonics Elimination PWM Based on Quadratic Approximation Method". IECON'02, Seville, Spain, Nov 2002.
- [18] N.A. Azli et L.Y. Chan, "Development of Equations Through Trajectories Linearization for an HEPWM Inverter ". First international PECon 2006.
- [19] S.H. Patel, R.G. Hoft, "Generalised techniques of harmonic elimination and voltage control in thyristor inverters: Part II-Voltage control techniques". In IEEE Trans. IA, 1974,IA-10, (5), pp. 666-673.

- [20] S.R. Bowes, Y.S. Lai, "Investigation into Optimising High Switching Frequency Regular Sampled PWM Control for Drives and Static Power Converters". In IEE Proc.- Electri. Power Appl., 1996, 143, (4), pp. 281-293.
- [21] S.R. Bowes, Y.S. Lai, "The relationship between space-vector modulation and regular sampled PWM". IEEE Trans. Ind. Electr., 44, (5), 1997, pp. 670-679.
- [22] S.R. Bowes, D. Holliday et S. Grewal, "Comparison of single-phase three-level pulse width modulation strategies". In IEE Proc.-Electri. Power Appl., Vol. 151, No. 2, 2004, pp. 205-214.
- [23] S.R. Bowes, A. Midoun, "Suboptimal switching strategies for microprocessor controlled PWM inverter drives". 1985. 132(3), *ibid*, pp. 133-148.
- [24] S.R. Bowes, S. Grewal, "Three-level hysteresis band modulation strategy for single-phase PWM inverters". In IEE Proc.-Electri. Power Appl., Vol. 146, No. 6, 1999, pp.695-706.
- [25] S.R. Bowes, S. Grewal et D. Holliday, "Novel adaptive hysteresis band modulation strategy for three-phase inverters". IEE Proc. Electr. Power Appl., 148, (1), 2001, pp.51-61.
- [26] S.R. Bowes, S. Grewal, "Three-level Hysteresis Band Modulation Strategy for Single Phase PWM Inverters". IEE Proc., Electr. Power Appl., 146, (6), 1999, pp. 695-706.
- [27] T. L. Skvarenina, "The Power Electronics Handbook". Edition CRC Press LLC 2002.
- [28] Pierre Brosselard, "Conception, Réalisation et Caractérisation d'interrupteurs (thyristors et JFETs) haute tension (5kV) en carbure de silicium". Thèse de doctorat, INSA, Lyon 2004.
- [29] K.Ng Kwok, "Complete Guide to Semiconductor Devises". Edition McGraw-Hill.
- [30] Franck Nallet, "SiC pour l'Électronique de puissance du futur". RE 3, Techniques de l'Ingénieur.
- [31] P. K. Steimer et al, "IGCT-une nouvelle génération de thyristors pour des onduleurs de forte puissance à moindre coût". ABB Industry AG, Revue ABB 5/98.
- [32] Rashid, H. Muhammad, "Power Electronics Handbook". Academic Press Series in Engineering 2001.
- [33] Fairchild Semiconductor, "AN9010 MOSFET Basics". April 1999. [www.fairchild-direct.com](http://www.fairchild-direct.com).
- [34] Serge Pittet, "Modélisation Physique d'un Transistor de Puissance IGBT -Traînée en Tension à L'enclenchement", Thèse doctorat, EPFL Lausanne, 2005.
- [35] STMicroelectronics, "IGBT Basics, AN1491 - Application Note". 2001. <http://www.st.com>
- [36] E.R. Motto, J.F. Donlon, G.Majumdar et S. Hatae, "A New Intelligent Power Module With Microprocessor Compatible Analog Current Feedback, Control Input, and Status Output Signals". IEEE Thirty-First Industry Applications Conference, vol.3, Oct 1996, pp. 1287-1291,
- [37] François Bernot, "Composants de l'électronique de puissance". E3960 Technique de l'Ingénieur.
- [38] Mitsubishi Electric Corporation, "Power Electronics Edition". Mitsubishi Electric Advance, Vol. 97, Mars 2002.
- [39] S. Hadji, "Correction du facteur de puissance dans les systèmes de traction alimentés en courant alternatif monophasé", Thèse de doctorat d'état, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, Décembre 2007.
- [40] R.W. Erickson, D. Maksimovic, "Fundamentals of Power Electronics". Kluwer Academic Publishers, London, 1999.
- [41] S. Hadji, O. Touhami et C.J. Goodman, "Vector optimized harmonic elimination application to single phase-single phase PWM converter/inverter systems". In

- Proceedings of 2007 International Conference "Méthodes et Outils d'Aide à la Décision MOAD'2007". Bejaia-Algeria.
- [42] J.Vignes, "Algorithmes numériques, analyse et mise en oeuvre tome 2: Equations et systèmes non linéaires". Technip, Paris, 1980, 302p (Colloque langage et algorithmes informatiques).
- [43] Daihee Park, Abraham Kandel et Gideon Langholz, "Genetic-based new fuzzy reasoning models with application to fuzzy control". IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 24, No. 1, January 1994, pp. 39-47.
- [44] Eric Granger, Philippe Henniges, Luiz S. Oliveira et Robert Sabourin, "Particle swarm optimization of fuzzy ARTMAP parameters". Proceedings of IEEE International Joint Conference on Neural Networks, Vancouver, July 2006, pp. 2060-2067.
- [45] R.A. Krohling, H. Jaschek et J. P. Rey, "Designing PI/PID controllers for a motion control system based on genetic algorithms". Proceedings of IEEE International Symposium on Intelligent Control, Istanbul, Turkey, July 1997, pp. 125-130.
- [46] Z.L. Gaing, "A particle swarm optimization approach for optimization design of PID controller in AVR system", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol.19, 2004, pp. 384 391.
- [47] K.L. Shi, Hui Li, "Optimized PWM strategy based on genetic algorithms". IEEE Transactions on industrial Electronics, Vol. 52, No. 5, October 2005, pp. 1458-1461.
- [48] Mohamed S.A. Dahidah et M. V. C. Rao, "A hybrid genetic algorithm for selective harmonic elimination PWM AC/AC converter control". Electrical Engineering, Vol. 89, 2007, pp. 285 291.
- [49] J. DUMONTET, "Algorithme de dérivation numérique, étude théorique et mise en œuvre sur ordinateur". Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Paris, 1973.
- [50] J. DUMONTET, J. VIGNES, "Détermination du pas optimal dans le calcul des dérivées sur ordinateur".R.A.I.R.O. Informatique, vol.11, n° 1, 1977, pp. 13-25.
- [51] W. Davidon, "Variable metric methods for minimization". A.E.C. Res. and Develop. Rept. ANL-5990, Argonne National Laboratory, Argonne, Illinois, 1959.
- [52] R. Fletcher, M.J.D. Powell, "A rapidly convergent descent methods for minimization". Comput. J., 6 , 1963, pp. 163-168.
- [53] R. Fletcher, C.M. Reeves, "Function minimization by conjugate gradients". Computer J., 7, 1964, pp. 149-154.
- [54] C.G. Broyden, "A class of methods for solving nonlinear simultaneous equations". Math. Comput., 19 , 1965, pp. 577-593.
- [55] C.G. Broyden, "The Convergence of a Class of Double-rank Minimization Algorithms". Journal of the Institute of Mathematics and Its Applications, 6, 1970, pp.76-90
- [56] R. Fletcher, "A New Approach to Variable Metric Algorithms". Computer Journal, 13, 1970, pp. 317-322.
- [57] D. Goldfarb, "A Family of Variable Metric Updates Derived by Variational Means". Mathematics of Computation, 24, 1970, pp. 23-26.
- [58] D.F. Shanno, "Conditioning of Quasi-Newton Methods for Function Minimization". Mathematics of Computation, 24, 1970, pp. 647-656.
- [59] Laetitia JOURDAN, "Métaheuristiques Coopératives: du déterministe au stochastique". Thèse de doctorat, Université Lille I, Septembre 2010.
- [60] John H. Holland, "Adaptation in natural and artificial systems". Michigan University Press, 1975.
- [61] D.E. Goldeberg, "Genetic Algorithms in search, Optimization and Machine learning". Addison-Wesley, 1989.

- 
- [62] S. Barkati, "Modélisation et commande d'un onduleur à sept niveaux à diodes flottantes : Application à la conduite d'une machine asynchrone". Thèse de doctorat, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, juin 2008.
  - [63] C.W. Reynolds, "Flocks herds and schools: a distributed behaviour model". *Computer Graphics*, Vol. 21, No.4, 1994, pp. 25-34.
  - [64] F. Hepper, U. Grenander, "A stochastic nonlinear model for coordinated bird flocks". S. Krasne Ed., *The Ubiquity of Chaos*, AAAS Publication, 1990, pp. 233-238.
  - [65] E.O. Wilson, "Sociobiology: The new synthesis". Cambridge, MA: Belknap Press.
  - [66] J. Kennedy, R.C. Eberhart, "Particle swarm optimization", *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*, Perth, Australia, 1995, pp. 1942-1948.
  - [67] J. Kennedy, R.C. Eberhart, "Swarm Intelligence". Academic Press, 2001.
  - [68] R.C. Eberhart, Y. Shi, "Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization". *International Congress on Evolutionary Computation*, San Diego, California, IEEE Service Center, Piscataway, NJ, 2000, pp. 84-88.
  - [69] M. Clerc, J. Kennedy, "The particle swarm: explosion, stability, and convergence in multi-dimensional complex space". *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, 2002, pp. 58-73.