

---

# RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Ecole Nationale Polytechnique



**Département d'Automatique**  
Spécialité Automatique

Projet de fin d'études  
En vue de l'obtention du diplôme  
D'Ingénieur d'Etat et du Master en Automatique

Thème :

Détection d'Anomalies Cardiovasculaires : Modélisation,  
Identification et Diagnostic

*Proposé et dirigé par :*

***Pr T.M. LALEG KIRATI***

***Pr M. TADJINE***

*Etudié par :*

***Zohor BELKHATIR***

***Mohamed GUENOUNE***

*Juin 2012*

# Remerciements

Nous remercions tout d'abord Dieu le tout puissant de nous avoir donné le courage, la force et la volonté pour mener à terme ce travail.

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués au sein du Laboratoire de Mathématiques appliquées de l'université des sciences et technologies du roi Abdullah (KAUST) ainsi qu'au Laboratoire de Commande des Processus (LCP) de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger (ENP) sous la direction de Monsieur M. Tadjine et Madame T. M. Laleg Kirati, que nous remercions pour leur encadrement, leur aide, leurs directives, leurs conseils précieux et surtout à la confiance qu'ils nous ont accordée.

Nous sommes très sensibles à l'honneur que nous fait Monsieur M.S. Boucherit, en présidant ce jury. Nous tenons à lui exprimer nos remerciements les plus sincères.

Nous remercions aussi Monsieur F. BOUDJEMA qui nous a fait l'honneur de participer à l'évaluation de ce travail.

Nous remercions également l'équipe fort sympathique de KAUST, avec qui nous avons partagé de bons moments de travail, de connaissances et d'échange culturel, plus particulièrement Chadia, Fadi, Osman et Fernando.

Nous tenons à remercier les responsables de logement et les administrateurs de l'université de Kaust pour leur accueil et les facilités qu'ils nous ont prodigué tout au long de notre séjour.

Nous souhaitons aussi remercier tous les enseignants de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, pour les connaissances qu'ils nous ont transmises.

Que tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail trouvent ici l'expression de notre sincère gratitude.

# Dédicaces

## *A ma très chère mère*

Affable, honorable, aimable : tu représentes pour moi le symbole de la bonté par excellence, la source de tendresse et l'exemple de dévouement qui n'a pas cessé de m'encourager et de prier pour moi.

Ta prière et ta bénédiction m'ont été d'un grand secours pour mener à bien mes études.

Tu as fait plus qu'une mère puisse faire pour que ses enfants suivent le bon chemin dans leur vie et leurs études. Je te dédie ce travail en témoignage de mon profond amour. Puisse Dieu, le tout puissant, te préserver et t'accorder santé, longue vie et bonheur.

## *A la mémoire de mon père*

C'est à toi, père, à qui je dois tout l'amour, l'estime et toute la reconnaissance pour les efforts fournis et les sacrifices consentis pour mon éducation et mon bien être, que je dédie ce travail.

Je dédie ce travail également,

A la mémoire de mes grands-parents parentèles.

A mes grands-parents maternels pour leurs conseils permanents.

A mes très chères sœurs, Manel et Khadidja, pour leur soutien moral, leur aide et leurs encouragements.

A mes deux chers frères Noureddine et Zohir, pour leur soutien et leur bonne humeur.

A mon beau-frère Sid-Ahmed.

A toute ma famille.

A mes amies et sœurs Sarah et Kawther.

A tous mes amis polytechniciens et camarades automaticiens.

Ce mémoire est le fruit de cinq années d'étude à l'école polytechnique, ces années étaient les plus dures dans tout mon cursus jusqu'à maintenant.

Je remercie donc tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail. La liste est longue mais je tiens particulièrement à remercier :

Mlle Fatma Sayah, pour tous ce qu'elle a fait pour moi, ses conseils permanents, sa disponibilité pour moi quand j'en avais besoin. Elle a joué le rôle de la prof et de la grande sœur au même temps.

Ami Salah, pour sa gentillesse remarquable, son écoute et son soutien continu.

Les profs de sciences fondamentales, qui m'ont aidé à surpasser toutes les difficultés que j'ai rencontré en 1ère et 2ème année.

Meriem, qui m'a aidé et encourager ces dernières années malgré qu'elle me connaissait pas auparavant. Elle était pour moi un exemple de détermination.

Tous les profs de l'ENP particulièrement ceux du département d'automatique et d'électronique pour leurs directives.

Tous mes prof du primaire au lycée.

Tout le personnel administratif et médical de l'ENP.

Mme Souad Mezian, pour ses encouragements et pour ses qualités humaines.

Mr Tahar Boulmezaoud, pour son aide.

Que celles et ceux que j'aurais oublié ici me pardonnent.

Enfin, je remercie toute personne qui m'a apporté son aide, ne serait-ce que minime.

*Fisher*

# Dédicaces

A qui m'ont appris la vie, à qui m'ont appris à affronter les difficultés, à qui m'ont convaincu que l'éducation ce n'est pas une destination, à mes chères parents qui ont été toujours là pour me soutenir et m'encourager, merci ma mère pour votre amour, merci mon père pour votre patience, tous les mots du monde ne sauraient exprimer l'immense amour que je vous porte. C'est par vos encouragements que j'ai eu cette prestigieuse profession, et c'est à travers vos critiques que je me suis réalisé.

J'espère avoir répondu aux espoirs que vous avez fondés en moi.

Que Dieu le tout puissant vous garde et vous procure santé.

Je dédie ce travail à ma famille, spécialement à ma grande mère, à mon frère Hakim et à mon frère Sid Ahmed qui a supporté mes dépenses, et qui m'a aidé comme personne n'a jamais fait.

A mes amis Hichem, Oussama, Amine, Yakoub, Abdelwahed, Ishak.

A mes amis de Polytech.

A toute personne qui porte de l'estime pour moi.

*Mohamed*

# Table des matières

Liste des figures	xv
Liste des tableaux	xvi
Introduction générale	1
<b>I Modélisation et Identification du Système Cardiovasculaire</b>	
4	
<b>1 La physiologie du système cardio-vasculaire</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction . . . . .	5
1.2 Le système cardio-vasculaire . . . . .	5
1.2.1 La circulation sanguine . . . . .	5
1.2.2 Les composants vasculaires . . . . .	6
1.2.3 Le cœur . . . . .	7
1.2.4 La résistance vasculaire . . . . .	8
1.2.5 Notions de compliance et d'élastance . . . . .	8
1.2.6 Le cycle cardiaque . . . . .	9
1.2.7 Régulation du système cardio-vasculaire . . . . .	13
<b>2 Modélisation du SCV</b>	<b>16</b>
2.1 Introduction . . . . .	16
2.2 Etat de l'art . . . . .	16
2.2.1 Modélisation de la circulation sanguine . . . . .	17
2.2.2 La modélisation cardiaque . . . . .	18

2.3	Modélisation du système cardiovasculaire . . . . .	20
2.3.1	Le modèle de base . . . . .	21
2.3.2	Modèle avec capacité aortique . . . . .	28
2.3.3	Modèle avec capacité pulmonaire variable . . . . .	30
2.4	Modèle hybride . . . . .	32
2.4.1	Modèle de base . . . . .	33
2.4.2	Modèle avec capacité aortique . . . . .	34
2.4.3	Modèle avec capacité auriculaire variable . . . . .	35
2.5	Simulations . . . . .	37
2.6	Discussion . . . . .	46
2.7	Validation . . . . .	49
2.8	Conclusion . . . . .	50
<b>3</b>	<b>Identification des Paramètres Cardiovasculaires</b>	<b>52</b>
3.1	Introduction . . . . .	52
3.2	Les méthodes d'identification paramétrique . . . . .	53
3.2.1	Méthodes utilisant l'optimisation d'un critère . . . . .	53
3.2.2	Méthodes à base d'observateurs . . . . .	54
3.3	Etude de l'identifiabilité structurelle . . . . .	56
3.4	Identification des paramètres cardiovasculaires . . . . .	58
3.4.1	Etude de l'identifiabilité . . . . .	58
3.4.2	Algorithme d'estimation . . . . .	59
3.4.3	Simulation et discussion . . . . .	62
3.4.4	Discussion des résultats . . . . .	79
3.5	Conclusion . . . . .	81
<b>II</b>	<b>Détection d'Anomalies du Système Cardiovasculaires</b>	<b>83</b>
<b>4</b>	<b>Introduction au diagnostic des défauts</b>	<b>84</b>
4.1	Introduction . . . . .	84
4.2	Intéret et objectifs du diagnostic des systèmes physiques . . . . .	85
4.3	Définitions et généralités sur les défauts . . . . .	85
4.3.1	Définitions . . . . .	85

4.3.2	Classification des défauts . . . . .	86
4.3.3	Comportement des défauts . . . . .	87
4.3.4	Modélisation des défauts . . . . .	88
4.3.5	Modélisation des perturbations . . . . .	89
4.4	Étapes du diagnostic des défauts . . . . .	90
4.5	Présentation des méthodes de diagnostic . . . . .	91
4.5.1	Les méthodes systématiques (ou maintenance programmée) . . . . .	92
4.5.2	Les méthodes selon l'état . . . . .	92
4.6	Les méthodes à base d'observateurs . . . . .	97
4.6.1	Générateurs de résidus associés aux observateurs robustes . . . . .	97
4.7	Etude de la détectabilité du défaut . . . . .	99
4.8	Conclusion . . . . .	100
<b>5</b>	<b>Application à la détection d'anomalies cardiovasculaires</b>	<b>101</b>
5.1	Introduction . . . . .	101
5.2	Pathologies du système cardio-vasculaire . . . . .	102
5.3	Etude des anomalies cardiovasculaire . . . . .	103
5.3.1	Anomalies CV . . . . .	103
5.3.2	Modélisation des anomalies vasculaires . . . . .	103
5.4	Application de la méthode de génération de résidus pour la détection et la localisation des anomalies du SCV . . . . .	105
5.4.1	Structure de l'observateur de défaut . . . . .	105
5.4.2	Synthèse d'un filtre de Kalman étendu pour estimer les états . . . . .	106
5.4.3	Simulation et discussion . . . . .	109
5.5	Comparaison entre les méthodes de diagnostic classiques et l'approche proposée . . . . .	132
5.6	Conclusion . . . . .	136
	<b>Annexe A Estimation des états physiologique du SCV</b>	<b>I</b>
	<b>Annexe B Notions d'observabilité pour les systèmes linéaires et non linéaires</b>	<b>IV</b>
B.1	Systèmes linéaires . . . . .	IV
B.2	Système non linéaire . . . . .	VI



**Annexe C Complément de résultats de simulation du générateur de résidus IX**

# Table des figures

1.1	Représentation schématique de la circulation du sang dans l'organisme . . .	6
1.2	Coupe frontale montrant l'anatomie du cœur . . . . .	8
1.3	Les phases d'un cycle cardiaque . . . . .	10
1.4	Courbes de pression pendant un cycle cardiaque . . . . .	11
1.5	Le débit ventriculaire (en bas), l'électrocardiogramme "ECG" (en haut) . .	12
1.6	La boucle pression-volume du ventricule gauche . . . . .	13
1.7	Régulation du SCV par SNA. . . . .	15
2.1	(a) modèle Windkessel classique, (b) modèle Windkessel à 3 éléments . . .	18
2.2	Circuit analogique du modèle cardiovasculaire sans capacité aortique . . . .	21
2.3	La fonction d'élastance dans un cycle cardiaque . . . . .	24
2.4	Circuit équivalent (la phase isovolumique) . . . . .	24
2.5	Circuit équivalent (la phase d'éjection) . . . . .	26
2.6	Circuit équivalent (la phase de remplissage) . . . . .	27
2.7	Circuit analogique du modèle cardiovasculaire avec capacité aortique . . .	29
2.8	Circuit analogique du modèle cardiovasculaire avec capacité pulmonaire variable . . . . .	31
2.9	L'automate hybride du SCV . . . . .	33
2.10	Schéma stateflow SCV . . . . .	34
2.11	Pressions ventriculaire, aortique et auriculaire (modèle sans capacité aortique)	38
2.12	Pression artérielle systémique (modèle sans capacité aortique) . . . . .	39
2.13	Volume ventriculaire (modèle sans capacité aortique) . . . . .	39
2.14	Pression ventriculaire en fonction du volume ventriculaire (modèle sans capacité aortique) . . . . .	40
2.15	Débit aortique (modèle sans capacité aortique) . . . . .	40

2.16 Pressions ventriculaire, aortique et auriculaire (modèle avec capacité aortique)	41
2.17 Pression artérielle systémique (modèle avec capacité aortique) . . . . .	41
2.18 Volume ventriculaire (modèle avec capacité aortique) . . . . .	42
2.19 Pression ventriculaire en fonction du volume ventriculaire (modèle avec capacité aortique) . . . . .	42
2.20 Débit aortique (modèle avec capacité aortique) . . . . .	43
2.21 Pressions ventriculaire, aortique et auriculaire(modèle avec capacité auri- culaire variable) . . . . .	43
2.22 Pression artérielle systémique (modèle avec capacité auriculaire variable) .	44
2.23 Volume ventriculaire (modèle avec capacité auriculaire variable) . . . . .	44
2.24 Pression ventriculaire en fonction du volume ventriculaire (modèle avec capacité auriculaire variable) . . . . .	45
2.25 Débit aortique (modèle avec capacité auriculaire variable) . . . . .	45
2.26 Pressions hémodynamiques dans un cycle cardiaque . . . . .	46
2.27 Pressions ventriculaire et aortique du patient . . . . .	49
2.28 Comparaison entre la pression ventriculaire réel et la pression ventriculaire du modèle . . . . .	50
2.29 Comparaison entre la pression aortique réel et la pression aortique du modèle	50
3.1 Compliance auriculaire . . . . .	63
3.2 Compliance systémique . . . . .	63
3.3 Inertie du sang dans l'aorte . . . . .	64
3.4 Résistance caractéristique . . . . .	64
3.5 Résistance systémique . . . . .	65
3.6 Dernier cycle pour tout les paramètres . . . . .	65
3.7 Compliance auriculaire . . . . .	66
3.8 Compliance systémique . . . . .	66
3.9 Inertie du sang dans l'aorte . . . . .	67
3.10 Résistance caractéristique . . . . .	67
3.11 Résistance systémique . . . . .	68
3.12 Dernier cycle pour tout les paramètres . . . . .	68
3.13 Compliance auriculaire . . . . .	69
3.14 Compliance systémique . . . . .	69

3.15 Inertie du sang dans l'aorte . . . . .	70
3.16 Résistance caractéristique . . . . .	70
3.17 Résistance systémique . . . . .	71
3.18 Dernier cycle pour tout les paramètres . . . . .	71
3.19 Compliance auriculaire . . . . .	72
3.20 Compliance systémique . . . . .	72
3.21 Résistance mitrale . . . . .	73
3.22 Résistance systémique . . . . .	73
3.23 Compliance auriculaire . . . . .	74
3.24 Compliance systémique . . . . .	74
3.25 Résistance mitrale . . . . .	75
3.26 Résistance systémique . . . . .	75
3.27 Compliance auriculaire . . . . .	76
3.28 Compliance systémique . . . . .	76
3.29 Résistance mitrale . . . . .	77
3.30 Résistance systémique . . . . .	77
3.31 Compliance auriculaire . . . . .	78
3.32 Compliance auriculaire . . . . .	78
3.33 Compliance auriculaire . . . . .	79
4.1 Différents types de défauts. . . . .	87
4.2 Étapes du diagnostic à base de modèle. . . . .	91
4.3 Méthodes du diagnostic des défauts. . . . .	92
4.4 Schéma représentant la redondance matérielle (cas duplex). . . . .	93
4.5 schéma représentant la redondance matérielle (cas triplex). . . . .	93
4.6 Méthodes du diagnostic à base de modèles analytiques. . . . .	95
4.7 schéma bloc de l'Estimation paramétrique. . . . .	95
4.8 Schéma de principe du diagnostic des défauts à base d'observateurs. . . . .	96
4.9 Principe du générateur de résidu associé aux observateurs d'état. . . . .	98
5.1 Estimation de la pression aortique en absence d'anomalies. . . . .	107
5.2 Estimation du débit aortique en absence d'anomalies . . . . .	108
5.3 Estimation de la pression aortique en présence d'une anomalie valvulaire . . . . .	108

5.4	Estimation du débit aortique en présence d'une anomalie valvulaire . . . . .	109
5.5	1 <sup>er</sup> résidu : Absence d'anomalies. . . . .	110
5.6	2 <sup>ème</sup> résidu : Absence d'anomalies. . . . .	111
5.7	3 <sup>ème</sup> résidu : Absence d'anomalies. . . . .	111
5.8	4 <sup>ème</sup> résidu : Absence d'anomalies. . . . .	112
5.9	5 <sup>ème</sup> résidu : Absence d'anomalies. . . . .	112
5.10	1 <sup>er</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $u_1$ dans la phase de contraction ( $t = 0.05$ ). . . . .	113
5.11	2 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $u_1$ dans la phase de contraction ( $t = 0.05$ ). . . . .	113
5.12	3 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $u_1$ dans la phase de contraction ( $t = 0.05$ ). . . . .	114
5.13	4 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $u_1$ dans la phase de contraction ( $t = 0.05$ ). . . . .	114
5.14	5 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $u_1$ dans la phase de contraction ( $t = 0.05$ ). . . . .	115
5.15	3 <sup>ème</sup> résidu : cas sans et avec anomalie systémique. . . . .	116
5.16	1 <sup>er</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur la résistance caractéristique. . .	116
5.17	2 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur la résistance caractéristique. . .	117
5.18	3 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur la résistance caractéristique. . .	117
5.19	4 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur la résistance caractéristique. . .	118
5.20	5 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur la résistance caractéristique. . .	118
5.21	1 <sup>er</sup> résidu : Absence d'anomalies. . . . .	119
5.22	2 <sup>ème</sup> résidu : Absence d'anomalies. . . . .	119
5.23	3 <sup>ème</sup> résidu : Absence d'anomalies. . . . .	120
5.24	4 <sup>ème</sup> résidu : Absence d'anomalies. . . . .	120
5.25	5 <sup>ème</sup> résidu : Absence d'anomalies. . . . .	121
5.26	1 <sup>er</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $R_s$ à $t = 0.25s$ . . . . .	121
5.27	2 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $R_s$ à $t = 0.25s$ . . . . .	122
5.28	3 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $R_s$ à $t = 0.25s$ . . . . .	122
5.29	4 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $R_s$ à $t = 0.25s$ . . . . .	123
5.30	5 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $R_s$ à $t = 0.25s$ . . . . .	123

5.31	1 <sup>er</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de $u_1$ dans la phase d'éjection ( $t = 0.25s$ ).	124
5.32	2 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de $u_1$ dans la phase d'éjection ( $t = 0.25s$ ).	124
5.33	3 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de $u_1$ dans la phase d'éjection ( $t = 0.25s$ ).	125
5.34	4 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de $u_1$ dans la phase d'éjection ( $t = 0.25s$ ).	125
5.35	5 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de $u_1$ dans la phase d'éjection ( $t = 0.25s$ ).	126
5.36	3 <sup>ème</sup> résidu : cas sans anomalies et avec blocage en fermeture de $u_1$ dans la phase d'éjection ( $t = 0.25s$ ).	126
5.37	1 <sup>er</sup> résidu : Apparition d'un blocage en ouverture de $u_2$ dans la phase de d'éjection $t = 0.25s$ .	127
5.38	2 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'un blocage en ouverture de $u_2$ dans la phase de d'éjection $t = 0.25s$ .	127
5.39	3 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'un blocage en ouverture de $u_2$ dans la phase de d'éjection $t = 0.25s$ .	128
5.40	4 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'un blocage en ouverture de $u_2$ dans la phase de d'éjection $t = 0.25s$ .	128
5.41	5 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'un blocage en ouverture de $u_2$ dans la phase de d'éjection $t = 0.25s$ .	129
5.42	Schéma descriptif du dispositif d'une échocardiographie.	134
C.1	1 <sup>er</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $u_2$ dans la phase d'éjection ( $t = 0.25s$ ).	IX
C.2	2 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $u_2$ dans la phase d'éjection ( $t = 0.25s$ ).	X
C.3	3 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $u_2$ dans la phase d'éjection ( $t = 0.25s$ ).	X
C.4	4 <sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $u_2$ dans la phase d'éjection ( $t = 0.25s$ ).	X

C.5	5 <sup>eme</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $u_2$ dans la phase d'éjection ( $t = 0.25s$ ). . . . .	XI
C.6	1 <sup>er</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur la résistance systémique. . . . .	XI
C.7	2 <sup>eme</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur la résistance systémique. . . . .	XI
C.8	3 <sup>eme</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur la résistance systémique. . . . .	XII
C.9	4 <sup>eme</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur la résistance systémique. . . . .	XII
C.10	5 <sup>eme</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur la résistance systémique. . . . .	XIII
C.11	1 <sup>er</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $R_c$ à $t = 0.25s$ . . . . .	XIII
C.12	2 <sup>eme</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $R_c$ à $t = 0.25s$ . . . . .	XIV
C.13	3 <sup>eme</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $R_c$ à $t = 0.25s$ . . . . .	XIV
C.14	4 <sup>eme</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $R_c$ à $t = 0.25s$ . . . . .	XIV
C.15	5 <sup>eme</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur $R_c$ à $t = 0.25s$ . . . . .	XV
C.16	1 <sup>er</sup> résidu : Apparition d'un blocage en ouverture de $u_1$ dans la phase de remplissage ( $t = 0.5s$ ). . . . .	XV
C.17	2 <sup>eme</sup> résidu : Apparition d'un blocage en ouverture de $u_1$ dans la phase de remplissage ( $t = 0.5s$ ). . . . .	XVI
C.18	3 <sup>eme</sup> résidu : Apparition d'un blocage en ouverture de $u_1$ dans la phase de remplissage ( $t = 0.5s$ ). . . . .	XVI
C.19	4 <sup>eme</sup> résidu : Apparition d'un blocage en ouverture de $u_1$ dans la phase de remplissage ( $t = 0.5s$ ). . . . .	XVI
C.20	5 <sup>eme</sup> résidu : Apparition d'un blocage en ouverture de $u_1$ dans la phase de remplissage ( $t = 0.5s$ ). . . . .	XVII
C.21	3 <sup>eme</sup> résidu : cas sans anomalies et avec blocage en ouverture de $u_1$ dans la phase de remplissage ( $t = 0.5s$ ). . . . .	XVII
C.22	1 <sup>er</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de $u_2$ dans la phase de remplissage $t = 0.5s$ . . . . .	XVIII
C.23	2 <sup>eme</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de $u_2$ dans la phase de remplissage $t = 0.5s$ . . . . .	XVIII
C.24	3 <sup>eme</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de $u_2$ dans la phase de remplissage $t = 0.5s$ . . . . .	XVIII
C.25	4 <sup>eme</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de $u_2$ dans la phase de remplissage $t = 0.5s$ . . . . .	XIX

C.26 5<sup>eme</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de  $u_2$  dans la phase de remplissage  $t = 0.5s$ . . . . . XIX



# Liste des tableaux

2.1	Paramètres du SCV et leur signification physiologique . . . . .	22
2.2	Les variables physiologiques du SCV . . . . .	22
2.3	État des valves dans les phases cardiaques . . . . .	33
2.4	Capacitances auriculaire et aortique . . . . .	38
2.5	Valeurs hémodynamiques issues des modèles et de la littérature . . . . .	48
3.1	Tableau récapitulatif pour la convergence des paramètres dans la phase d'éjection sans capacité aortique . . . . .	80
3.2	Tableau récapitulatif pour la convergence des paramètres dans la phase de remplissage sans capacité aortique . . . . .	81
3.3	Tableau récapitulatif pour la convergence des paramètres dans la phase d'éjection avec capacité aortique . . . . .	81
5.1	Table de signature correspondant au détection d'anomalies par le générateur 1. . . . .	130
5.2	Table de signature correspondant à la détection d'anomalies par le générateur 2. . . . .	132

# *Nomenclature*

## **I. Symboles**

$R$	:	résistance.
$C$	:	capacité.
$P$	:	pression.
$V$	:	volume.
$\Delta P$	:	différence de pression.
$\Delta V$	:	différence de volume.
$Q$	:	débit sanguin.
$D_a$	:	diode représentant la valvule aortique.
$D_m$	:	diode représentant la valvule mitrale.
$R_a$	:	résistance de la valvule aortique.
$R_m$	:	résistance de la valvule mitrale.
$C_v$	:	compliance du ventricule gauche.
$R_c$	:	résistance caractéristique.
$L_s$	:	inertie du sang dans l'aorte.
$C_s$	:	compliance systémique.
$R_s$	:	résistance systémique.
$C_r$	:	compliance auriculaire.
$P_v$	:	pression ventriculaire.
$f_a$	:	flux aortique.
$P_a$	:	pression aortique.
$P_s$	:	pression systémique.
$f_r$	:	flux du retour veineux.
$P_r$	:	pression dans l'oreillette.

$V_0$	:	volume théorique correspond à une pression nulle dans le ventricule.
$tn$	:	temps normalisé.
$t_c$	:	période du cycle cardiaque.
$E(t)$	:	élastance du ventricule gauche.
$E_{max}$	:	valeur maximal de l'élastance ventriculaire.
$E_{min}$	:	valeur minimal de l'élastance ventriculaire.
$E_r(t)$	:	élastance du de l'oreillette gauche.
$E_{rmax}$	:	valeur maximal de l'élastance auriculaire.
$E_{rmin}$	:	valeur minimal de l'élastance auriculaire.
$X$	:	vecteur d'état.
$A_i(t)$	:	matrice dynamique du système.
$U$	:	commande naturelle du système.
$G(X, t)$	:	matrice de commande.
$x(t)$	:	vecteur d'état.
$\dot{x}(t)$	:	dynamique du vecteur d'état.
$y(t)$	:	vecteur de sortie.
$A$	:	matrice d'état.
$B$	:	matrice de commande.
$C$	:	matrice d'observation.
$D$	:	matrice d'action directe.
$f_p(t)$	:	défauts composants ou paramétriques.
$f_c(t)$	:	défauts du type capteur.
$f_a(t)$	:	défauts du type actionneur.
$d_a(t)$	:	vecteur des perturbations agissant sur le système.
$d_c(t)$	:	vecteur des bruits agissant sur le système.
$E$	:	matrice de distribution des perturbations.
$E_d(t)$	:	distribution vectorielle modélisant l'effet des perturbations.
$E_f(t)$	:	distribution vectorielle modélisant l'effet des défauts.
$\theta$	:	vecteur de paramètres.
$\nabla J(\theta)$	:	gradient de la fonction $J$ .
$H(J)$	:	matrice hessienne du critère.
$\gamma$	:	constante de lipschtiz.

$L$	:	gain de l'observateur de Thau.
$\lambda_{min}(Q)$	:	valeur propre minimal de le matrice $Q$ .
$\lambda_{max}(P)$	:	valeur propre maximal de le matrice $P$ .
$\Theta$	:	espace paramétrique.
$\theta^*$	:	élément de l'espace paramétrique.
$\hat{x}$	:	estimé du vecteur d'état.
$\dot{\hat{x}}$	:	dynamique de l'estimé du vecteur d'état.
$u_1$	:	commande réelle de la valvule mitrale.
$u_2$	:	commande réelle de la valvule aortique.
$u_{1N}$	:	commande nominale de la valvule mitrale.
$u_{2N}$	:	commande nominale de la valvule aortique.
$f_m$	:	défaut additif sur la valvule mitrale.
$f_{ao}$	:	défaut additif sur la valvule aortique.
$z$	:	variable d'état définissant le générateur de résidu.
$\hat{r}$	:	l'estimé du vecteur résidu.

## **II. Abréviations**

SCV	:	Système Cardio-Vasculaire.
ECG	:	Electro-Cardio-Gramme.
SNA	:	Système Nerveux Autonome.
LVV	:	volume ventriculaire gauche (Left Ventricular Volume).
LVP	:	pression ventriculaire gauche (Left Ventricular Pressure).
HR	:	fréquence cardiaque (Heart Rate).
MCV	:	Maladies Cardio-Vasculaires.
FTC	:	commande tolérante aux défauts (Fault Tolerant Control).
FKE	:	Filtre de Kalman Etendu.
CV	:	Cardio-Vasculaire.
LMI	:	inégalité matricielle linéaire (Linear Matrix Inequality).
ESPVR	:	relations pression-volume en fin de systole (End-Systolic Pressure-Volume Relationship).
EDPVR	:	relations pression-volume en fin de diastole (End-Diastolic Pressure-Volume Relationship).
FDI	:	détection et isolation de défauts (Fault Detection and Isolation).

# Introduction générale

Les maladies cardio-vasculaires constituent, à l'heure actuelle, l'une des principales causes de mortalité dans le monde. Le nombre de décès imputables à une maladie cardio-vasculaire est estimé à 17.3 millions pour 2008, soit 30 % de la mortalité mondiale totale. Un taux de 60 % de ces maladies est enregistré dans les pays en voie de développement où les médicaments et les outils de diagnostic ne sont pas répondus [TAL11], [LAL08]. Ces problèmes suscitent de plus en plus l'intérêt de la communauté scientifique qui tente d'élaborer des modèles mathématiques décrivant au mieux l'activité réelle du système cardio-vasculaire (SCV), aussi bien dans le cas sain que pathologique. Ces modèles seront plus faciles à exploiter à des fins de diagnostic en utilisant les outils mathématiques existant dans la littérature ce qui aidera les médecins à établir un diagnostic précoce et facile des maladies.

Dans la littérature, de nombreuses études sur la modélisation cardiovasculaire ont été proposées. Il est possible de distinguer deux approches : les modèles différentiels et les modèles à paramètres distribués. Les premiers, incluant les célèbres modèles Windkessel, reposent sur une analogie avec les circuits électriques [OLU05], [STE99], [MCL66], [GUY72] et [DIA03]. Ils ne comportent pas de dimension spatiale. Ils permettent une bonne compréhension du comportement global du SCV, mais n'expliquent pas tous les phénomènes mis en jeu. Les modèles à paramètres distribués, quant à eux, font appel aux principes de l'écoulement des fluides. Ils sont plus précis mais bien plus complexes [ROS01], [FOR99], [CAL82], [CRA83], [CUL97], [DIM99], [GIB03]. Bien que ces modèles sont utilisés à des fins de diagnostic ils sont rarement utilisés, à notre connaissance, avec les approches de détection et isolation (FDI) issues du domaine de l'automatique.

En réalité, la plupart des systèmes physiques ne sont pas purement continus mais ils

admettent des composants ou des phénomènes de type discret. Cette classe de systèmes, appelée système dynamique hybride (SDH), est de plus en plus utilisée pour représenter les systèmes biologiques et médicales. Aihara et Suzuki ont présenté dans leur travail un modèle hybride pour un seul neurone et ont introduit brièvement le contenu des articles les plus récents sur les applications des SDH au domaine de la biologie et de la médecine [AIH11].

Pour le SCV, L'aspect hybride apparaît naturellement grâce à la présence des valves (valve aortique et valve mitrale). Selon les états ouvert ou fermé de ces valves, le cycle cardiaque est divisé en quatre modes de fonctionnement.

Le travail présenté dans le cadre du projet de fin d'étude, consiste à étudier le comportement du SCV en proposant des approches s'inspirant des techniques utilisées dans le domaine du contrôle. Nous allons nous intéresser à la modélisation hybride du SCV, à l'identification des paramètres et à la détection d'anomalies cardiovasculaires et notamment celles liées au dysfonctionnement des valves.

Ce mémoire est divisé en quatre chapitres :

- ★ Des notions et des concepts de base de la physiologie cardiovasculaire sont rappelés dans le premier chapitre. Un intérêt particulier sera consacré aux variables hémodynamiques du système (pression artérielle, débit sanguin et le volume d'éjection systolique).
- ★ Nous présenterons dans le deuxième chapitre les différentes approches de modélisation du SCV. Nous l'entamons par un état de l'art décrivant la modélisation de chaque compartiment du système. Après, nous allons présenter un modèle hybride sous forme de représentation d'état.
- ★ Dans le troisième chapitre, nous proposons d'étudier l'identification des paramètres cardiovasculaires en utilisant les méthodes à base d'observateurs. Un filtre de Kalman étendu est utilisé dans notre cas. Mais avant d'effectuer cette étude, nous aborderons les notions relatives à l'identifiabilité qui vont nous renseigner sur la

faisabilité de l'identification. Cette étape sera testée avant d'entamer l'application de l'algorithme d'estimation cardiovasculaire.

- ★ Le quatrième chapitre touche au diagnostic des anomalies cardiovasculaires. Après avoir présenter un panorama sur les défauts et les approches de diagnostic qui existent, nous allons nous focaliser sur les méthodes à base d'observateurs. C'est dans ce contexte, que nous présenterons le générateur de résidus, constitué d'un observateur des défauts associé à un observateur d'état et qui va être employé pour la détection des anomalies valvulaires et celles engendrant une variation des paramètres résistifs. Des explications et des interprétations seront explicitées tout au long de ce mémoire.
  
- ★ Une conclusion générale donnera une synthèse du travail effectué et résumera les principaux résultats obtenus ainsi que les perspectives envisagées.



# Première partie

## Modélisation et Identification du Système Cardiovasculaire

# Chapitre 1

## La physiologie du système cardio-vasculaire

### 1.1 Introduction

Le système cardio-vasculaire est constitué des systèmes vasculaires pulmonaire et systémique et du cœur, son rôle est de faire circuler le sang dans l'organisme. Le fonctionnement du SCV est autorégulé et subit également l'influence du système nerveux autonome.

Nous allons présenter dans ce chapitre les notions élémentaires sur la physiologie du système cardio-vasculaire. Au départ, nous décrirons la circulation sanguine, les composants vasculaires, l'anatomie du cœur et le fonctionnement de la pompe cardiaque. Après, nous nous intéressons aux notions de résistance, compliance et élastance. Ensuite, nous parlerons de la pression artérielle et ses caractéristiques, du débit sanguin, du volume d'éjection systolique et de la boucle pression-volume ventriculaire. Enfin, nous terminons ce chapitre par les mécanismes responsables de la régulation du système cardiovasculaire.

### 1.2 Le système cardio-vasculaire

#### 1.2.1 La circulation sanguine

La circulation sanguine a pour principale mission d'assurer à tous les tissus de l'organisme un apport continu d'oxygène et de nutriments, et aussi d'assurer l'élimination

du dioxyde de carbone et de tous les déchets. On distingue deux sous-systèmes figure 1.1 :

- le système vasculaire systémique qui comprend les voies assurant la vascularisation de tous les tissus.
- le système vasculaire pulmonaire qui assure principalement le ravitaillement du sang en oxygène.

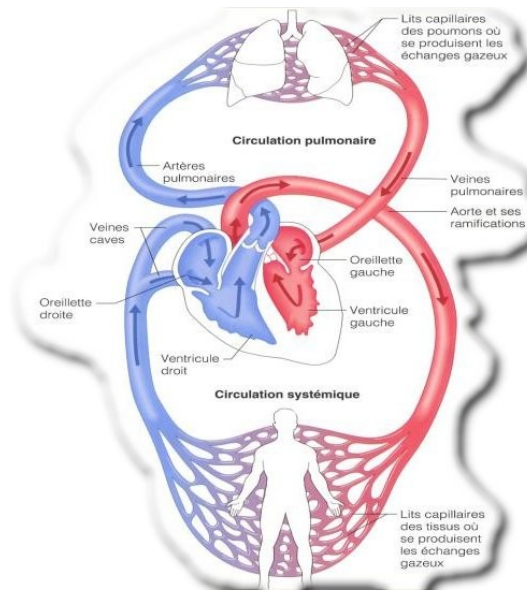


FIGURE 1.1 – Représentation schématique de la circulation du sang dans l'organisme

### 1.2.2 Les composants vasculaires

Ce sont des conduits qui appartiennent à la circulation sanguine et qui transportent le sang dans l'organisme. On distingue :

- Les artères systémiques : fournissent le sang oxygéné aux organes. Leur paroi est épaisse et est soumise à une forte pression. De cet effet, le volume sanguin contenu dedans est appelé "volume à haute pression" (ou contraint).
- Les artérioles : sont les plus petites branches artérielles amenant le sang dans les capillaires et le siège de la plus forte résistance du système cardiovasculaire. Leur

paroi est faite d'un muscle lisse innervée par le système nerveux sympathique.

- Les capillaires : sont les plus petits vaisseaux sanguins et le siège des échanges de nutriments, d'eau et des gaz. Leur paroi est fine.
- Les veinules : sont les vaisseaux veineux ramenant le sang des capillaires vers le cœur. Ils dirigent le sang désoxygéné et chargé de déchets (urée, gaz carbonique) vers l'oreillette droite du cœur.
- Les veines : sont issues de la fusion des veinules en vaisseaux de plus gros calibre, ces dernières amènent le sang au cœur. Elles possèdent une paroi élastique soumise à la plus faible pression et des valvules permettant la circulation sanguine à sens unique. La plus grande partie du sang du système cardiovasculaire est contenue dans les veines et est appelée "volume à basse pression" (ou non contraint).

### **1.2.3 Le cœur**

Le cœur est une pompe musculaire qui connecte les circulations systémique et pulmonaire. Il est constitué de deux parties distinctes, séparées par une paroi centrale appelée septum intraventriculaire. La partie gauche reçoit le sang venant de la circulation pulmonaire et l'envoie vers la circulation systémique, tandis que la partie droite reçoit le sang venant de la circulation systémique et l'envoie vers la circulation pulmonaire. Les deux parties du cœur sont constituées d'une oreillette et d'un ventricule, séparés par une valve, servant à éviter le reflux du sang. Une valve se trouve également entre chaque ventricule et le vaisseau sortant du cœur. La valve située entre l'oreillette gauche et le ventricule gauche s'appelle la valve mitrale, celle située entre l'oreillette et le ventricule droits s'appelle la valve tricuspide. Ces deux valves sont regroupées sous le nom "valves auriculo-ventriculaires". Enfin, la valve située entre le ventricule gauche et l'artère aortique est la valve aortique et la valve située entre le ventricule droit et l'artère pulmonaire est la valve pulmonaire. La figure 1.2 représente une coupe frontale du cœur.

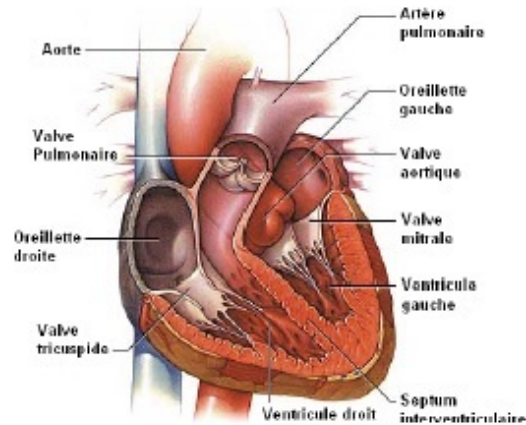


FIGURE 1.2 – Coupe frontale montrant l’anatomie du cœur

### 1.2.4 La résistance vasculaire

Comme tout liquide s’écoulant dans un tube, le sang propulsé par le cœur dans le système circulatoire est soumis à une résistance à l’écoulement. Cette résistance vasculaire est l’un des deux facteurs qui influencent la pression et le débit du courant sanguin, l’autre cité ci-dessous étant la compliance des vaisseaux sanguins. L’équation de Poiseuille suivante indique les facteurs qui modifient la résistance vasculaire :

$$R = \frac{8\eta l}{\pi r^4}. \quad (1.1)$$

$\eta$  : viscosité du sang

$l$  : longueur du vaisseau

$r$  : rayon du vaisseau sanguin

Le siège principal de la résistance vasculaire se trouve dans les artérioles qui peuvent faire varier fortement leur diamètre, jouant directement sur la résistance vasculaire. Les grosses artères n’opposent qu’une faible résistance au courant sanguin. Les capillaires et les veines également.

### 1.2.5 Notions de compliance et d’élastance

En physiologie cardio-vasculaire, la capacitance (ou compliance) décrit la distensibilité des vaisseaux sanguins ainsi que la façon dont le volume se modifie en réponse à un

changement de pression. Elle est définie par le rapport de la variation du volume par une variation de pression  $\frac{\Delta V}{\Delta P}$ . Le rapport inverse définit l'élastance ou l'élasticité volumique. Elle amortit les variations de pression instantanées et elle assure l'écoulement sanguin au cours de la diastole en restituant l'énergie emmagasinée lors de la systole.

### 1.2.6 Le cycle cardiaque

Le fonctionnement de la pompe cardiaque distingue quatre phases [LAL08], [GUY06], [PIR11], (figure 1.3) :

- La phase de contraction isovolumique :  
Dès que la pression ventriculaire devient supérieure à la pression auriculaire, les valvules auriculo-ventriculaires se ferment. La pression ventriculaire augmente de façon iso-volumétrique du fait de la contraction et au moment où celle-ci dépasse la pression aortique pour le ventricule gauche, et la pression de l'artère pulmonaire pour le ventricule droit, les valves aortique et pulmonaire s'ouvrent.
- La phase d'éjection  
Dès que la pression ventriculaire devient plus grande que la pression aortique, la valvule aortique s'ouvre ainsi le gradient de pression entre le ventricule et l'aorte provoque une éjection rapide du sang dans l'aorte. Les pressions atteignent alors un maximum appelé pression systolique. Dans la seconde moitié de la phase d'éjection, la pression aortique dépasse la pression ventriculaire. Ce qui entraîne une rapide décélération du débit, suivie d'une légère inversion du flux sanguin à l'origine du remplissage des valvules sigmoïdes et donc la fermeture de la valve aortique (respectivement pulmonaire).
- La phase de relaxation isovolumique  
La valvule aortique se ferme et elle est suivie par la fermeture de la valvule pulmonaire. La pression ventriculaire chute rapidement du fait que le ventricule est relâché jusqu'à ce que la valvule mitrale et tricuspide s'ouvrent. Le volume ventriculaire quant à lui reste constant.

- La phase de remplissage

Dès que la pression ventriculaire chute au-dessous de la pression auriculaire, la valvule mitrale et tricuspide s'ouvrent ainsi le ventricule gauche et droit commencent à se remplir respectivement. La pression aortique continue à baisser parce que le sang continue à s'écouler vers les petites artères.

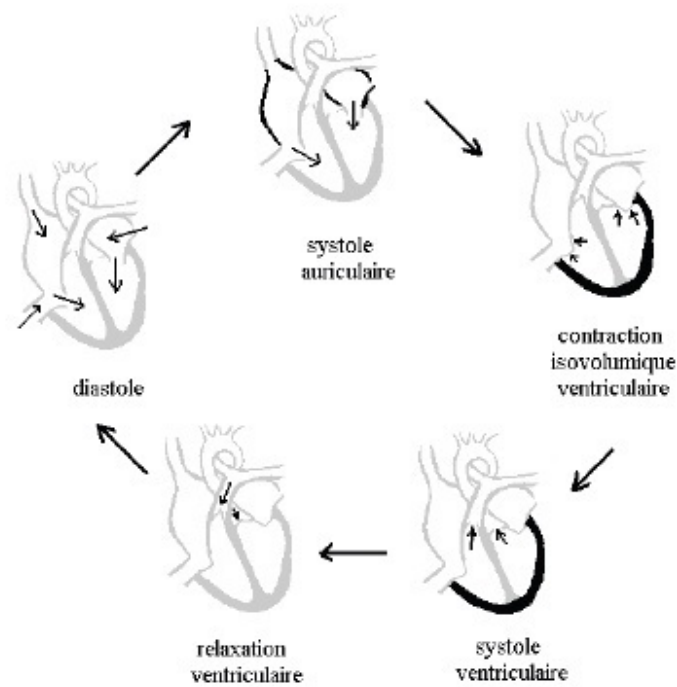


FIGURE 1.3 – Les phases d'un cycle cardiaque

### 1.2.6.1 La pression artérielle

La pression artérielle communément appelée la tension, correspond à la pression du sang qui s'exerce sur les parois internes des artères, elle est pulsatile et varie pendant un cycle cardiaque. On distingue [GUY06], [LAL08] :

- La pression systolique

C'est la pression artérielle la plus élevée pendant un cycle cardiaque et elle se produit quand le cœur se contracte.

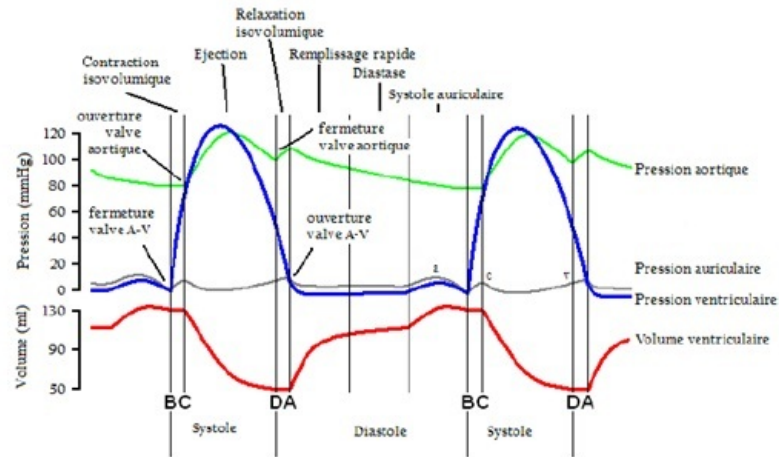


FIGURE 1.4 – Courbes de pression pendant un cycle cardiaque

- La pression diastolique  
C'est la pression la plus basse pendant un cycle cardiaque et elle se produit quand le cœur se relâche.
- La pression différentielle  
C'est la différence entre la pression systolique et diastolique.
- La pression artérielle moyenne  
C'est la moyenne de la pression artérielle au cours du temps. Elle peut être calculée approximativement en ajoutant à la pression diastolique le tiers de la pression différentielle.  
La figure 1.4 représente l'évolution du volume ventriculaire ainsi que des pressions ventriculaire, aortique et auriculaire pendant un cycle cardiaque.

### 1.2.6.2 Le débit sanguin

Par définition, le débit sanguin est la quantité de sang fournie par le cœur par unité de temps. Il augmente très rapidement après ouverture de la valve aortique. Il atteint son maximum à la fin du premier tiers de la période d'éjection, puis diminue et devient nul pendant la phase diastolique (juste après la fermeture de la valve aortique, le sens de l'écoulement du sang s'inverse (reflux)) (figure 1.5).



Le débit sanguin est calculé par l'équation suivante :

$$Q = \frac{\Delta P}{R} \quad (1.2)$$

Où  $\Delta P$  est la différence entre la pression artérielle moyenne et la pression auriculaire droite, R est la résistance périphérique totale.

Cette équation est analogue à la loi d'Ohm pour les circuits électriques ( $I = \frac{V}{R}$ ) où le débit est l'analogie du courant et la pression l'analogie du voltage.

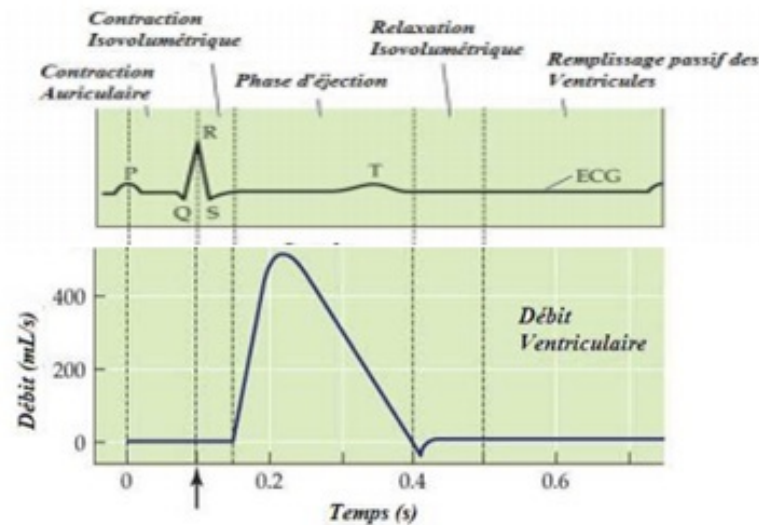


FIGURE 1.5 – Le débit ventriculaire (en bas), l'électrocardiogramme "ECG" (en haut)

### 1.2.6.3 Volume d'éjection systolique

Le volume d'éjection systolique est le volume de sang éjecté par chaque ventricule à chaque contraction (systole). Il dépend d'une multitude de facteurs, notamment de la taille du cœur, de son remplissage, de la force et de la durée de la contraction et de la résistance à l'éjection du sang dans la circulation systémique.

### 1.2.6.4 Boucle Pression-volume ventriculaire

Le cycle cardiaque peut être représenté par le diagramme pression-volume, obtenu en établissant la relation entre la pression (P) et le volume (V). La figure 1.6 montre une boucle P-V typique du ventricule gauche. Le point A indique l'ouverture de la valve mitrale et le début du remplissage, qui se termine au point B avec la fermeture de la valve.

L'éjection commence au point C avec l'ouverture de la valve aortique et s'achève au point D lorsque la valve se referme [PIR11].

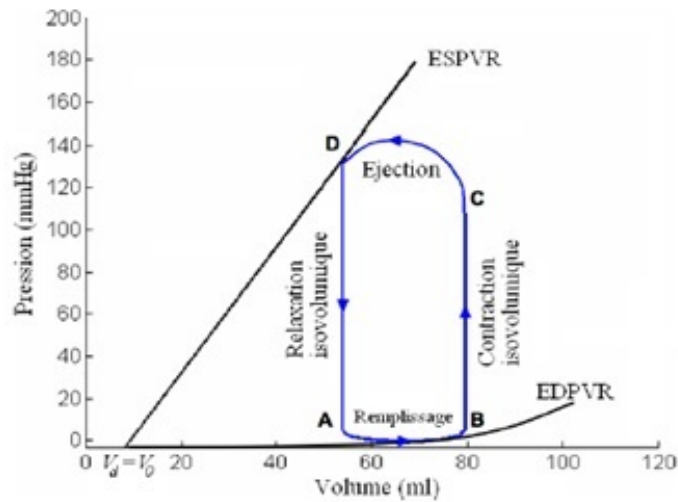


FIGURE 1.6 – La boucle pression-volume du ventricule gauche

### 1.2.7 Régulation du système cardio-vasculaire

Pour réguler le système cardiovasculaire en fonction des conditions physiologiques de nombreux mécanismes neurologiques et/ou humoraux interviennent parmi lesquels :

- Le système nerveux central : il est responsable de la modulation de la puissance et la fréquence des contractions par le biais de nerfs cardio-modérateur et cardio-stimulateur. Ces centres nerveux sont sensibles aux conditions sanguines : pH, concentration en dioxygène.
- Le système nerveux autonome (SNA) : appelé aussi système nerveux végétatif, il est composé de deux sous-systèmes distincts tant du point de vue anatomique que du point de vue fonctionnel : Le système nerveux sympathique et le système nerveux parasympathique ou vagal.
  - Le système nerveux sympathique : il mobilise l'organisme dans les situations d'urgence et l'adapte à une activité physique et intellectuelle.

- Le système nerveux parasympathique : il engendre un ralentissement général des fonctions de l'organisme afin de conserver l'énergie.
- Des sécrétions hormonales : par exemple les hormones de l'adrénaline, la noradrénaline et les thyroïdiennes favorisent la contractilité du cœur.

Selon le temps d'action des différents sous-systèmes du système de contrôle cardiovasculaire, allant de la seconde à l'heure, on peut distinguer trois types de régulation de la pression sanguine :

- La régulation à court terme : elle agit dans des temps de réponse inférieurs à la minute. La boucle de régulation responsable est constituée de capteurs de pression (barorécepteurs et récepteurs cardio-pulmonaires) qui envoient des informations aux SNA pour réguler les fonctions organiques internes, les adapter aux besoins du moment et contrôler les fonctions dites végétatives de l'organisme qui correspondent à l'ensemble des fonctions de nutrition et de maintien de l'homéostasie. (voir figure 1.7).
- La régulation à moyen terme : elle dépend du système rénine-angiotensine-aldostérone sécrété par le rein qui est responsable d'une constriction des artères et d'une élévation de la tension artérielle. La valeur moyenne de la pression artérielle dépend directement du volume sanguin. Les variations de ce volume entraînent des modifications du retour veineux, de la pression de remplissage du ventricule et donc du volume d'éjection systolique. Ainsi, on peut considérer que tout ajustement de la volémie peut être considéré comme une composante de la régulation de la pression artérielle.
- La régulation à long terme : elle repose sur l'ajustement par le rein du volume sanguin. Cette régulation est de nature humorale et Son efficacité maximale n'est atteinte qu'au bout de quelques heures.

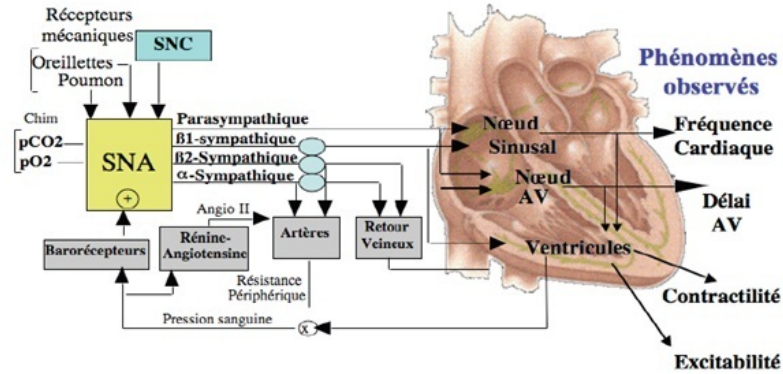


FIGURE 1.7 – Régulation du SCV par SNA.

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelé quelques notions de physiologie cardio-vasculaire. Nous avons présenté brièvement l'anatomie de la pompe cardiaque ainsi que le fonctionnement de l'appareil circulatoire. Notre intérêt a porté ensuite sur les notions fondamentales de résistance, compliance, pression artérielle, volume d'éjection systolique et débit sanguin qui jouent un rôle primordial dans le bon fonctionnement du SCV. À la fin de ce chapitre, nous avons donné une brève explication sur les mécanismes de la régulation cardiaque.

# Chapitre 2

## Modélisation du SCV

### 2.1 Introduction

Au cours des dernières décennies, de nombreux modèles représentant le système cardio-vasculaire ont été développés à des fins diverses. Ce chapitre passe en revue quelques modèles, décrivant les différentes techniques qui ont été utilisées pour la modélisation du système cardio-vasculaire et résume les résultats qui ont été obtenus.

Ce chapitre traite les différentes approches de modélisation du SCV. Après un état de l'art sur la modélisation cardiovasculaire, nous nous intéresserons aux différents modèles considérés dans ce mémoire.

Nous commencerons par donner toutes les étapes permettant d'établir le modèle de base, qui seront les mêmes pour les deux autres modèles.

Ensuite, nous établirons une relation entre les modèles proposés et les systèmes dynamiques hybrides.

Nous réécrivons ensuite le modèle sous une forme utile pour la suite de l'étude. Nous terminerons par des résultats numériques et une comparaison avec des données réelles qui ont permis de valider le modèle.

### 2.2 Etat de l'art

De nombreux travaux sur la modélisation du SCV existent dans la littérature. Ceux-ci peuvent porter sur des parties spécifiques ; au niveau de la cellule, de l'activité car-

diague (électrophysiologie cellulaire, mécanique des fibres), de l'organe, des domaines énergétiques divers (activité hydraulique des vaisseaux, activité mécanique du myocarde) ; ou sur le système cardiovasculaire en entier.

### 2.2.1 Modélisation de la circulation sanguine

Au début du 17<sup>ème</sup> siècle, les travaux d'Harvey ont mis en évidence le rôle de pompage du cœur qui permet la circulation du sang dans le circuit fermé composé des systèmes systémiques et pulmonaires. Un siècle plus tard, S.Hales fut le premier à montrer les propriétés élastiques artérielles et leurs effets sur la nature pulsatile du flux sanguin. Ces observations furent formalisées par Otto Frank avec le modèle de Windkessel.

Le modèle de Windkessel élémentaire représente de manière simple le système artériel. Il est constitué d'une chambre élastique décrivant les gros vaisseaux artériels appelée compliance artérielle, et d'une résistance décrivant l'effet résistif des artéioles. Une analogie avec les circuits électriques a pu être établie à partir de ces modèles. La pression correspond alors à une tension et le débit à un courant. Ce modèle connu sous le nom de modèle Windkessel à 2 éléments a conduit à des versions plus élaborées. Une résistance peut être placée avant la compliance pour former le modèle de Windkessel à 3 éléments [OLU04]. De même, lorsqu'une inertie est placée en parallèle avec la résistance précédente, le modèle est appelé Windkessel à 4 éléments [STE99], [OLU04]. Dans tous les cas, l'avantage de cette représentation est la simplicité car il y a uniquement des équations différentielles ordinaires. De plus, les signaux simulés correspondent globalement aux données réelles. Et ces paramètres ont un sens physiologique. Par ailleurs, de manière à obtenir une description plus précise de l'écoulement, d'autres modèles plus complexes ont été proposés [ROS01], [FOR99] et sont basés essentiellement sur les principes de la mécanique des fluides (équation de Navier-Stokes). Ce type d'approche à paramètres distribués permet de refléter de manière précise les phénomènes de réflexion d'onde. Cependant, leur résolution numérique reste difficile, en dépit des progrès récents sur les moyennes de calcul.

Aujourd'hui, grâce à leur simplicité, les modèles à paramètres localisés, basés sur le modèle de Windkessel, sont les plus utilisés. Les circulations systémiques et artérielles sont formées de multiples vaisseaux. Une description très précise de l'ensemble du réseau vas-

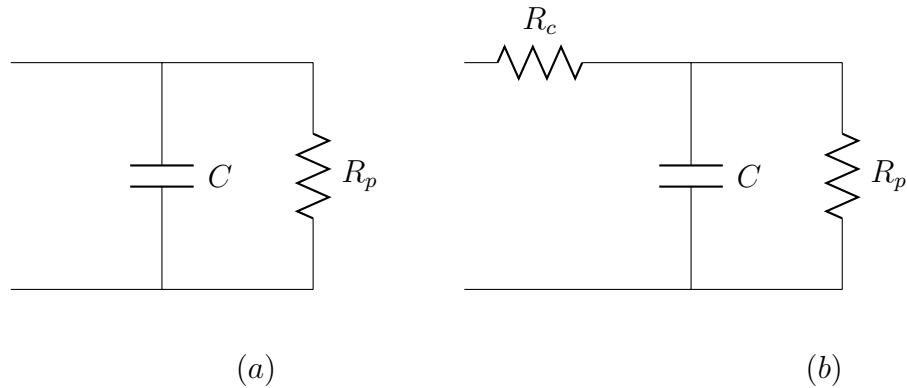


FIGURE 2.1 – (a) modèle Windkessel classique, (b) modèle Windkessel à 3 éléments

culaire n'est pas envisageable du fait du trop grand nombre de paramètres. D'un point de vue de la simulation, ceci peut entraîner également des problèmes de stabilité du modèle. Ainsi, il est indispensable de découper le système circulatoire en entités identifiables. Chaque segment vasculaire est alors modélisé par une représentation de type Windkessel. Les paramètres du modèle sont identifiés en fonction du segment représenté. De nombreux modèles ont été développés dans ce sens, souvent basés sur les travaux pionniers du modèle PHYSBE [MCL66] et du modèle intégré de la circulation et du contrôle de la pression artérielle de Guyton [GUY72]. Les modèles de circulation sont aussi très nombreux et variés. En effet, bien que représentant le même système physique, leurs objectifs sont souvent différents. Le comportement du flux sanguin peut être décrit précisément avec des modèles complets des réseaux vasculaires [RID91], [LIA02] ; mais des travaux ont montré que de simples modèles de Windkessel reproduisent de manière réaliste les interactions entre ventricule et circulation [DIA03]. Dans beaucoup d'études, les modèles vasculaires permettent de représenter le circuit fermé circulatoire lors de variations de certains paramètres extérieurs : test d'effort [URB97], Valsalva [LU01], Test Tilt [HEL02], [OLU05], application d'une pression négative sur les membres inférieurs [MEL94], [HEL02].

### 2.2.2 La modélisation cardiaque

Pour compléter les modèles de réseaux vasculaires, il est nécessaire d'introduire un modèle du cœur qui joue le rôle de pompe pour le système entier. Dans la plupart des travaux de modélisation, le ventricule gauche est la partie la plus étudiée des quatre cavités cardiaques. Une grande diversité des approches de modélisation du ventricule

existe dans la littérature. Celles-ci peuvent être basées sur différents niveaux concernant : la résolution spatio-temporelle, la prise en compte de la géométrie ventriculaire, l'échelle d'étude ou le domaine énergétique. En effet, les degrés de complexité sont divers et peuvent dépendre des applications cliniques visées. Concernant la résolution spatio-temporelle des modèles existants, une partie d'entre eux intègre une représentation à l'échelle macroscopique. Suga et Sugawa [SUG72], [SUG74] ont identifié certaines caractéristiques importantes liées aux propriétés hémodynamiques du ventricule en faisant des expériences avec différentes conditions de précharge, postcharge et de contractilité. Ainsi, pour reproduire les différentes phases du cycle cardiaque, le ventricule peut être représenté par une élastance (compliance) variable qui permet de décrire de manière globale le rapport entre le volume de la cavité et la pression du fluide [GUA98], [PAL02]. Des modèles de complexité intermédiaire existent à cette échelle. Le comportement cardiaque est représenté de manière globale avec une description des activités électriques, mécaniques et hydrauliques élémentaires. Beaucoup d'entre eux sont basés sur le modèle rhéologique d'Hill [WON74], [MON87], [RED97], [BES00] dans lequel l'ensemble des sarcomères est représenté par un ressort placé en parallèle ou en série avec un autre ressort représentant les éléments passifs. Certains modèles intègrent une description microscopique de l'activité ventriculaire. Ils utilisent des méthodes de simulation par éléments finis qui s'appuient sur un maillage très fin du myocarde [NAS98]. Certaines approches tendent à décrire très précisément les phénomènes à différentes échelles pour modéliser l'organe entier (approche multi-échelle). On peut notamment citer le projet CARDIOME qui a pour objectif de développer et d'implémenter un modèle cardiaque intégrant une description comportementale à différents niveaux : organelles, cellules, et organe.

Concernant l'intégration de la géométrie ventriculaire, les approches sont diverses et on distingue principalement les modèles basés sur une géométrie analytique et ceux basés sur des données expérimentales. Parmi les géométries analytiques fréquemment rencontrées, les formes cylindriques ont été utilisées dans la littérature pour analyser la torsion ventriculaire [TAB96] ou pour étudier les interactions entre l'activité cardiaque et la circulation coronarienne [RED97]. Même si les cylindres sont de bonnes approximations, l'ellipsoïde semble plus proche de l'anatomie. On trouve de nombreux modèles ellipsoïdaux dans la littérature pour analyser la propagation électrique pendant la contraction [SZA94],



[FRA98] ou la torsion ventriculaire [TAB96]. La définition de la forme de la cavité cardiaque peut également être basée sur des données réelles [NAS98], [SAC03]. Cette approche est intéressante car la géométrie est plus réaliste. Cependant, celle-ci est très lourde car elle nécessite de faire passer au patient un scanner ou un IRM. Ces processus d'acquisition de données sont très coûteux ce qui réduit notablement la flexibilité du modèle et son utilisation dans le contexte clinique.

Les échelles de modélisation de l'activité cardiaque diffèrent également selon les travaux. Les modèles cités précédemment décrivent le comportement du ventricule entier. Cependant, il existe des travaux portant uniquement sur les cellules cardiaques. A titre d'exemple, l'activité électrique est représentée par un ensemble d'Equations Différentielles Ordinaires [BEE77], [LUO94], ainsi que les processus menant à la contraction mécanique des sarcomères [LAN94], [RIC99].

D'autres recherches s'intéressent uniquement aux phénomènes intervenant au niveau d'un tissu qui est le niveau intermédiaire entre la cellule et l'organe, composé de cellules identiques. Le comportement mécanique d'une partie du myocarde peut être étudié, par exemple, par des tests de tractions biaxiales [HUM90], [NOV94]. L'étude de l'activation électrique peut également être réalisée au niveau d'un tissu cardiaque [TRE05]. Concernant la diversité des phénomènes énergétiques liés à la contraction, la représentation de chaque domaine énergétique peut être réalisée de manière indépendante. L'activité électrique cardiaque peut être décrite au niveau des cellules ou au niveau du myocarde [KER03] pour étudier la propagation des potentiels d'action dans le myocarde. De même, des modèles mécaniques décrivent le développement de la force et les déformations du ventricule [VET00]. Enfin, nous avons vu précédemment que le modèle d'élastance décrit de manière satisfaisante l'hémodynamique ventriculaire.

## **2.3 Modélisation du système cardiovasculaire**

Notre objectif étant l'identification des paramètres physiologiques et de proposer une méthode de détection des anomalies CVs, nous allons nous focaliser sur les modèles basés sur l'analogie électrique en raison de leur simplicité. Nous allons notamment montrer

que le système cardiovasculaire se comporte comme un système hybride combinant des phénomènes continus et discrets. Nous pensons que ce type de modèles hybrides pourrait être de grande utilité dans le diagnostic de certaines anomalies cardiaques.

### 2.3.1 Le modèle de base

Le modèle de base cité ci-dessous figure (2.2), considère le ventricule gauche, comme une capacité variable, la circulation systémique comme un modèle de Windkessel à quatre éléments, et la circulation pulmonaire et l'oreillette gauche comme une capacité unique [YIH98].

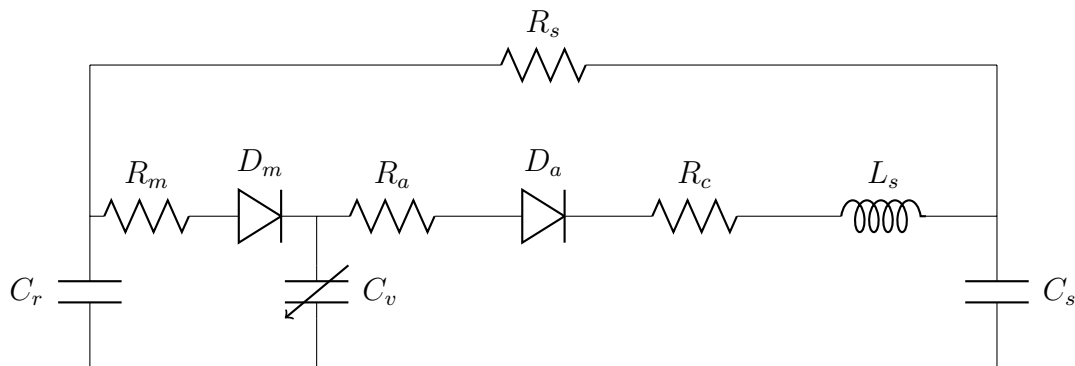


FIGURE 2.2 – Circuit analogique du modèle cardiovasculaire sans capacité aortique

La corrélation entre ces composants électriques et les paramètres physiologiques est décrite dans les tableaux (2.1) et (2.2).

Les éléments	Significations
$D_M \& R_m$	Valve mitrale
$D_a \& R_a$	Valve aortique
$C_v(t)$	Compliance du ventricule gauche
$R_c$	Résistance caractéristique
$L_s$	Inertie du sang dans l'aorte
$C_s$	Compliance systémique
$R_s$	Résistance systémique
$C_r$	Compliance pulmonaire

TABLE 2.1 – Paramètres du SCV et leur signification physiologique

Les variables	Sens physiologique
$LVV$	Volume ventriculaire
$P_v$	Pression ventriculaire
$f_a$	Flux aortique
$P_a$	Pression aortique
$P_s$	Pression systémique
$f_r$	Flux du retour veineux
$P_r$	Pression dans l'oreillette

TABLE 2.2 – Les variables physiologiques du SCV

### 2.3.1.1 Modèle du ventricule gauche

Dans le circuit représenté ci-dessus, le ventricule gauche est décrit par une capacité variable. On peut modéliser son comportement par la fonction d'élastance qui est définie par Suga et Sagawa [SUG74] par l'équation (2.1) :

$$E(t) = \frac{LVP(t)}{LVV(t) - V_0} \quad (2.1)$$

Où,

- $E(t)$  : est l'élastance variable ( $mmHg/ml$ )  
 $LVP(t)$  : est la pression du ventricule gauche ( $mmHg$ )  
 $LVV(t)$  : est le volume du ventricule gauche ( $ml$ )  
 $V_0$  : est le volume de référence dans le ventricule pour une pression nulle ( $ml$ ).

En dépit de la difficulté de mesure de la pression et du volume ventriculaire, plusieurs approximations mathématiques ont été développées pour la fonction d'élastance. Dans la suite de ce mémoire, nous allons utiliser l'expression,

$$E(t) = (E_{max} - E_{min})E(t_n) + E_{min} \quad (2.2)$$

qui est estimée à partir de (1) en utilisant les mesures de pression et de volume données par Guyton, *et al.*

$E_n(t_n)$  est la fonction d'élastance normalisée appelée aussi 'double hill function', exprimée par [STE96] :

$$E_n(t_n) = 1.55 \left[ \frac{(\frac{t_n}{0.7})^{1.9}}{1 + (\frac{t_n}{0.7})^{1.9}} \right] \left[ \frac{1}{1 + (\frac{t_n}{1.17})^{21.9}} \right] \quad (2.3)$$

Avec :

$$t_n = \frac{t}{T_{max}}, T_{max} = 0.2 + 0.15t_c \text{ et } t_c = \frac{60}{HR}.$$

Où  $t_c$  est la durée du cycle cardiaque et  $HR$  la fréquence cardiaque.

D'après l'équation (2.2), nous s'aperçoit que la fonction d'élastance varie entre  $E_{max}$  et  $E_{min}$  qui sont les relations pression-volume en fin de systole (ESPVR) et en fin de diastole (EDPVR), respectivement.

La figure (2.3) montre le résultat de simulation de la fonction d'élastance, en prenant :

$$E_{max} = 2, E_{min} = 0.06 \text{ et } HR = 75 \text{ battements par minute}(bpm).$$

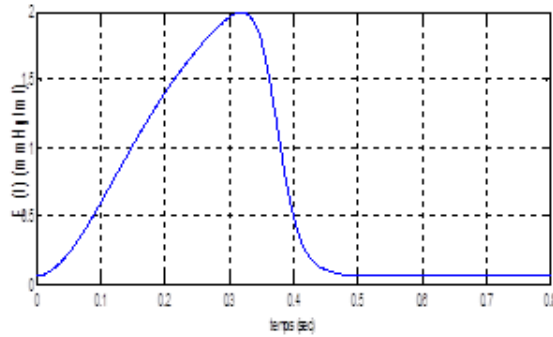


FIGURE 2.3 – La fonction d'élastance dans un cycle cardiaque

Le modèle du ventricule gauche détaillé ci-dessus est inchangé pour les deux autres modèles qui vont suivre dans les section (II.2.2.2) et (II.2.2.3).

### 2.3.1.2 Modèle du système

Pour le premier modèle, nous allons détailler toutes les étapes de calcul du modèle dans les différentes phases du cycle cardiaque. La procédure de développement du deuxième et troisième modèle sera la même.

#### 1. Phase isovolumique.

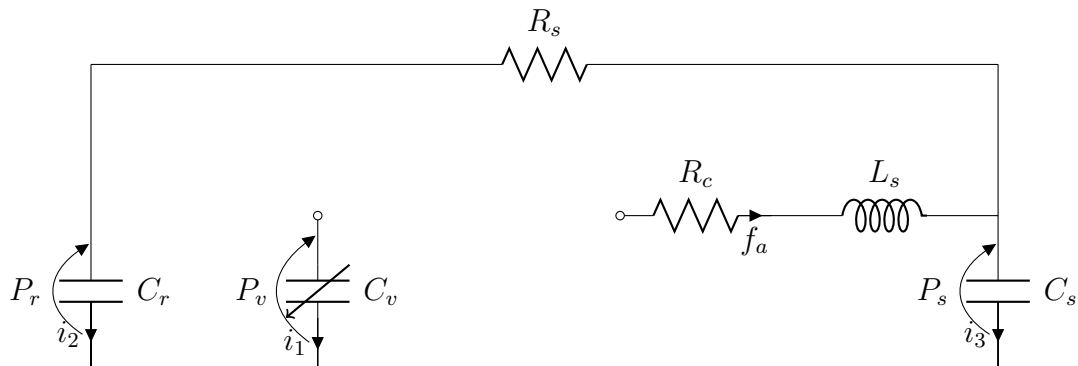


FIGURE 2.4 – Circuit équivalent (la phase isovolumique)

La constante caractéristique du condensateur est par définition  $C = \frac{Q}{V}$ .

Donc :

$$Q = CV,$$

On dérive les deux cotés de l'équation pour avoir le courant sachant

que ( $\dot{q} = i$ ) :

$$Q = CV \Rightarrow i = \dot{c}v + c\dot{v},$$

$$i_1 = \dot{C}_v P_v + C_v \dot{P}_v.$$

L'élastance est donnée par la relation :

$$E = \frac{1}{C_v}.$$

Or nous avons un circuit ouvert donc le courant est nul.

$$i_1 = 0,$$

Alors,

$$\dot{P}_v = \frac{\dot{E}}{E} P_v. \quad (2.4)$$

La loi des mailles donne :

$$P_s = P_r + R_s i_2.$$

D'après la loi de comportement du condensateur, nous avons.

$$i_2 = C_r \dot{P}_r,$$

$$i_3 = C_s \dot{P}_s, \text{ d'où}$$

$$\dot{P}_r = \frac{1}{C_r} \left( \frac{P_s - P_r}{R_s} \right). \quad (2.5)$$

La loi des nœuds donne :

$$i_2 = -i_3,$$

d'où

$$\dot{P}_s = \frac{1}{C_s} \left( \frac{P_r - P_s}{R_s} \right). \quad (2.6)$$

dans le cas du circuit ouvert le courant est nul. Ce qui donne.

$$f_a = 0,$$

d'où

$$\dot{f}_a = 0. \quad (2.7)$$

## 2. Phase d'éjection.

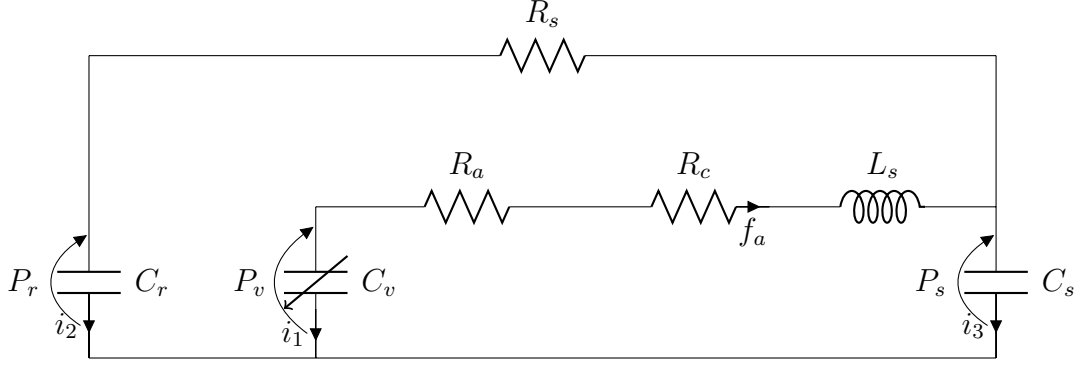


FIGURE 2.5 – Circuit équivalent (la phase d'éjection)

$$i_1 = \dot{C}_v P_v + C_v \dot{P}_v.$$

Dans ce cas  $i_1$  n'est pas nul, selon le sens choisi :

$$i_1 = -f_a,$$

Alors :

$$\dot{P}_v = -E f_a + \frac{\dot{E}}{E} P_v. \quad (2.8)$$

La loi des mailles donne :

$$P_s = P_r + R_s i_2,$$

D'après la loi de comportement du condensateur

$$i_2 = C_r \dot{P}_r,$$

$$i_3 = C_s \dot{P}_s,$$

$$\dot{P}_r = \frac{1}{C_r} \left( \frac{P_s - P_r}{R_s} \right). \quad (2.9)$$

La loi des nœuds donne :

$$i_2 = f_a - i_3,$$

$$\dot{P}_s = \frac{1}{C_s} \left( f_a - \frac{P_s - P_r}{R_s} \right). \quad (2.10)$$

La tension autour de la bobine est donnée par :

$$V_L = L \frac{di}{dt},$$

On appliquant la loi des mailles, on trouve :

$$P_s + L_s \dot{f}_a + (R_a + R_c) f_a - P_v = 0,$$

Alors :

$$\dot{f}_a = \frac{1}{L_s} (P_v - P_s - (R_a + R_c) f_a). \quad (2.11)$$

### 3. Phase de remplissage.

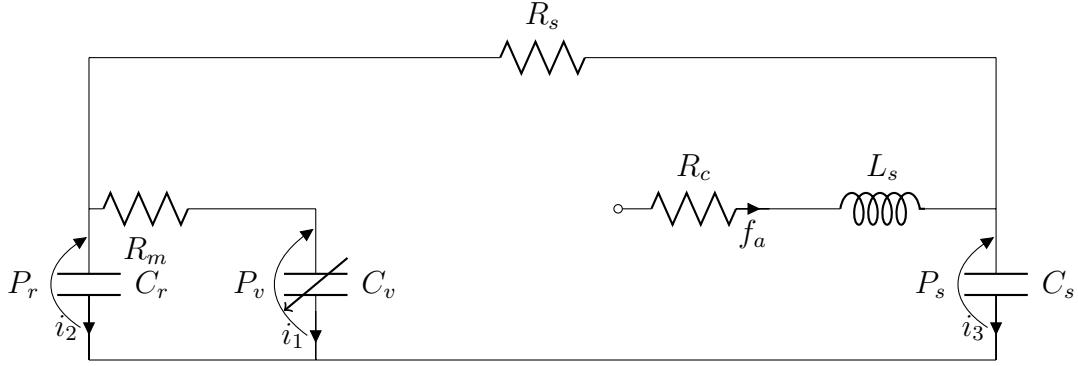


FIGURE 2.6 – Circuit équivalent (la phase de remplissage)

Comme précédemment  $i_1$  est différent de zéro, par application de la loi des nœuds on trouve :

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0.$$

La loi des mailles donne :

$$P_r = P_v + R_m i_1,$$

$$P_r = P_s + R_s i_3,$$

donc :

$$\dot{P}_v = E \left( \frac{P_r - P_v}{R_m} + \frac{\dot{E}}{E^2} P_v \right). \quad (2.12)$$

D'après la loi de comportement du condensateur :

$$i_2 = C_r \dot{P}_r,$$

$$i_3 = C_s \dot{P}_s.$$

Après remplacement on arrive aux équations suivantes :

$$\dot{P}_r = \frac{1}{C_r} \left( \frac{P_s - P_r}{R_s} + \frac{P_v - P_r}{R_m} \right). \quad (2.13)$$

$$\dot{P}_s = \frac{1}{C_s} \left( -\frac{P_s - P_r}{R_s} \right). \quad (2.14)$$

Le circuit où le courant  $f_a$  passe est ouvert ce qui donne :

$$\dot{f}_a = 0. \quad (2.15)$$



Nous avons donc le système qui est décrit par les équations suivantes :

La phase isovolumique,

$$\dot{P}_v = \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} P_v, \quad (2.16a)$$

$$\dot{P}_r = -\frac{1}{R_s C_r} P_r + \frac{1}{R_s C_r} P_s, \quad (2.16b)$$

$$\dot{P}_s = \frac{1}{R_s C_s} P_r - \frac{1}{R_s C_s} P_s, \quad (2.16c)$$

$$\dot{f}_a = 0. \quad (2.16d)$$

La phase d'éjection,

$$\dot{P}_v = \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} P_v - E(t) f_a, \quad (2.17a)$$

$$\dot{P}_r = -\frac{1}{R_s C_r} P_r + \frac{1}{R_s C_r} P_s, \quad (2.17b)$$

$$\dot{P}_s = \frac{1}{R_s C_s} P_r - \frac{1}{R_s C_s} P_s + \frac{1}{C_s}, \quad (2.17c)$$

$$\dot{f}_a = \frac{1}{L_s} P_v - \frac{1}{L_s} P_s - \frac{R_c + R_s}{L_s} f_a. \quad (2.17d)$$

La phase de remplissage,

$$\dot{P}_v = \left( \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} - \frac{E(t)}{R_m} \right) P_v + \frac{E(t)}{R_m} P_r, \quad (2.18a)$$

$$\dot{P}_r = \frac{1}{R_m C_r} P_v - \left( \frac{1}{R_s C_r} + \frac{1}{R_m C_r} \right) P_r + \frac{1}{R_s C_r} P_s, \quad (2.18b)$$

$$\dot{P}_s = \frac{1}{R_s C_s} P_r - \frac{1}{R_s C_s} P_s, \quad (2.18c)$$

$$\dot{f}_a = 0. \quad (2.18d)$$

### 2.3.2 Modèle avec capacité aortique

Par rapport au modèle précédent, qui supposait que l'aorte est rigide, ce deuxième modèle prend en considération l'effet élastique de l'aorte. En effet, une des caractéristiques physiologiques de l'aorte est qu'elle est une artère élastique capable de se distendre dans une certaine mesure : durant la contraction du ventricule gauche, l'aorte se distend. Ainsi durant la phase de repos du ventricule gauche, l'élasticité de l'aorte permet de maintenir l'écoulement du sang et donc à un certain niveau la tension artérielle. La figure (2.7) montre le schéma électrique du modèle cardiovasculaire avec une capacité aortique.

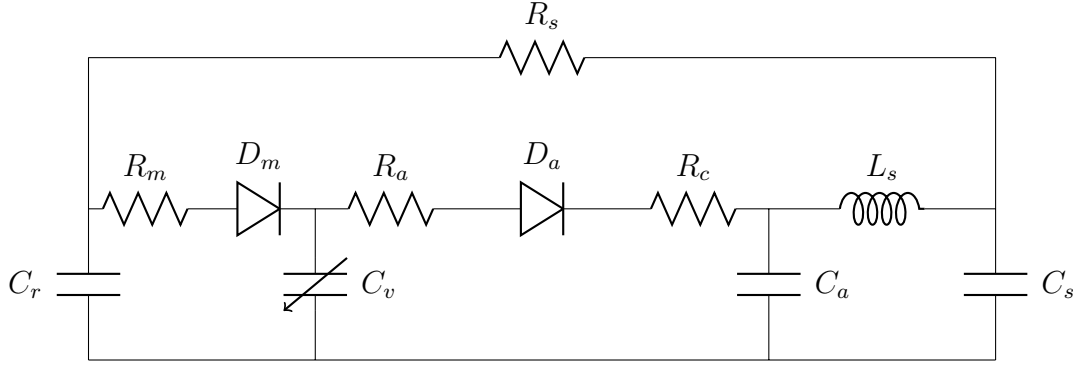


FIGURE 2.7 – Circuit analogique du modèle cardiovasculaire avec capacité aortique

Le système est décrit par les équations suivantes :

La phase isovolumique,

$$\dot{P}_v = \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} P_v, \quad (2.19a)$$

$$\dot{P}_r = -\frac{1}{R_s C_r} P_r + \frac{1}{R_s C_r} P_s, \quad (2.19b)$$

$$\dot{P}_s = \frac{1}{R_s C_s} P_r - \frac{1}{R_s C_s} P_s, \quad (2.19c)$$

$$\dot{P}_a = -\frac{1}{C_a} f_a, \quad (2.19d)$$

$$\dot{f}_a = -\frac{1}{L_s} P_s + \frac{1}{L_s} P_a - \frac{R_c}{L_s} f_a. \quad (2.19e)$$

La phase d'éjection,

$$\dot{P}_v = \left( \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} - \frac{E(t)}{R_a} \right) P_v + \frac{E(t)}{R_a} P_a, \quad (2.20a)$$

$$\dot{P}_r = -\frac{1}{R_s C_r} P_r + \frac{1}{R_s C_r} P_s, \quad (2.20b)$$

$$\dot{P}_s = \frac{1}{R_s C_s} P_r - \frac{1}{R_s C_s} P_s, \quad (2.20c)$$

$$\dot{P}_a = \frac{1}{R_a C_a} P_v - \frac{1}{R_a C_a} P_a - \frac{1}{C_a} f_a, \quad (2.20d)$$

$$\dot{f}_a = -\frac{1}{L_s} P_s + \frac{1}{L_s} P_a - \frac{R_c}{L_s} f_a. \quad (2.20e)$$

La phase de remplissage,

$$\dot{P}_v = \left( \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} - \frac{E(t)}{R_m} \right) P_v + \frac{E(t)}{R_m} P_r, \quad (2.21a)$$

$$\dot{P}_r = \frac{1}{R_m C_r} P_v - \left( \frac{1}{R_s C_r} + \frac{1}{R_m C_r} \right) P_r + \frac{1}{R_s C_r} P_s, \quad (2.21b)$$

$$\dot{P}_s = \frac{1}{R_s C_s} P_r - \frac{1}{R_s C_s} P_s, \quad (2.21c)$$

$$\dot{P}_a = -\frac{1}{C_a} f_a, \quad (2.21d)$$

$$\dot{f}_a = -\frac{1}{L_s} P_s + \frac{1}{L_s} P_a - \frac{R_c}{L_s} f_a. \quad (2.21e)$$

### 2.3.3 Modèle avec capacité pulmonaire variable

Ce troisième modèle prend en considération la fonction contractile de l'oreillette qui a été négligée dans les deux modèles précédents tout en considérant aussi la capacité de l'aorte.

Dans notre cas, une élastance variable, remplaçant la capacité fixe, représente le comportement hémodynamique de l'oreillette (figure 2.8). Elle est modélisée par [TAK97] :

$$\begin{aligned} & \text{si } 0 \leq t_a \leq 2.T_{max}, \\ E_a &= \frac{E_{max} - E_{min}}{2} \left( 1 - \cos\left(\frac{\pi \cdot t_a}{T_{max}}\right) \right) + E_{min}, \\ & \text{et si } 2.T_{max} \leq t_a \leq T, \\ E_a &= E_{min}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

où le paramètre  $t_a$  est une variable de temps ayant pour origine le début de la contraction de l'oreillette.  $T_{max}$  et  $T$  correspondent respectivement à la durée de la contraction auriculaire et à la durée du cycle cardiaque.

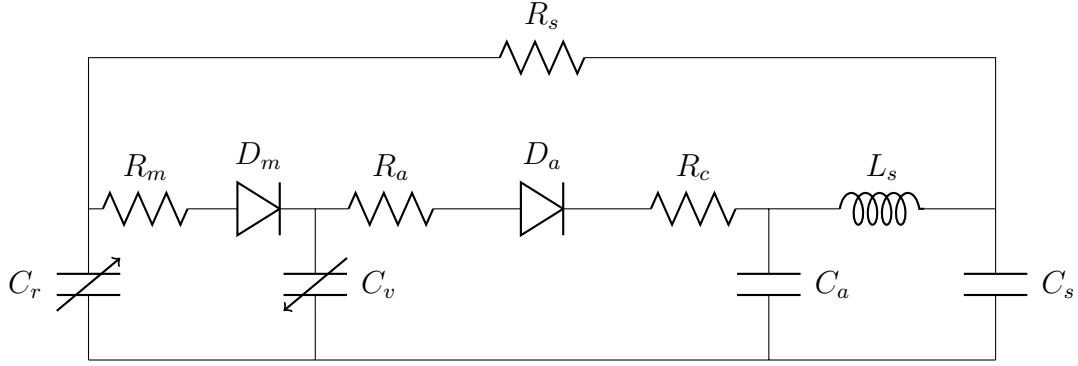


FIGURE 2.8 – Circuit analogique du modèle cardiovasculaire avec capacité pulmonaire variable

Le système est décrit par les équations suivantes :

La phase isovolumique,

$$\dot{P}_v = \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} P_v, \quad (2.23a)$$

$$\dot{P}_r = \left( \frac{\dot{E}_r(t)}{E_r(t)} - \frac{E_r(t)}{R_s} \right) P_r + \frac{E_r(t)}{R_s} P_s, \quad (2.23b)$$

$$\dot{P}_s = \frac{1}{R_s C_s} P_r - \frac{1}{R_s C_s} P_s, \quad (2.23c)$$

$$\dot{P}_a = -\frac{1}{C_a} f_a, \quad (2.23d)$$

$$\dot{f}_a = -\frac{1}{L_s} P_s + \frac{1}{L_s} P_a - \frac{R_c}{L_s} f_a. \quad (2.23e)$$

La phase d'éjection,

$$\dot{P}_v = \left( \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} - \frac{E(t)}{R_a} \right) P_v + \frac{E(t)}{R_a}, \quad (2.24a)$$

$$\dot{P}_r = \left( \frac{\dot{E}_r(t)}{E_r(t)} - \frac{E_r(t)}{R_s} \right) P_r + \frac{E_r(t)}{R_s} P_s, \quad (2.24b)$$

$$\dot{P}_s = \frac{1}{R_s C_s} P_r - \frac{1}{R_s C_s} P_s, \quad (2.24c)$$

$$\dot{P}_a = \frac{1}{R_a C_a} P_v - \frac{1}{R_a C_a} P_a - \frac{1}{C_a} f_a, \quad (2.24d)$$

$$\dot{f}_a = -\frac{1}{L_s} P_s + \frac{1}{L_s} P_a - \frac{R_c}{L_s} f_a. \quad (2.24e)$$

La phase de remplissage,

$$\dot{P}_v = \frac{\dot{E}(t)}{E(t)}P_v - \frac{E(t)}{R_m}P_v + \frac{E(t)}{R_m}P_r, \quad (2.25a)$$

$$\dot{P}_r = \frac{E_r(t)}{R_m}P_v + \left(\frac{\dot{E}_r(t)}{E_r(t)} - \frac{E_r(t)}{R_s} - \frac{E_r(t)}{R_m}\right)P_r + \frac{E_r(t)}{R_s}P_s, \quad (2.25b)$$

$$\dot{P}_s = \frac{1}{R_s C_s}P_r - \frac{1}{R_s C_s}P_s, \quad (2.25c)$$

$$\dot{P}_a = -\frac{1}{C_a}f_a, \quad (2.25d)$$

$$\dot{f}_a = -\frac{1}{L_s}P_s + \frac{1}{L_s}P_a - \frac{R_c}{L_s}f_a. \quad (2.25e)$$

## 2.4 Modèle hybride

Le modèle du SCV possède des variables continues (pression, flux), et des variables discontinues (états des diodes). Ce qui le classe dans la catégorie des systèmes hybrides.

Les variables discrètes sont les diodes (supposées parfaites). Chaque diode prend dans le cas idéal les valeurs 0 ou 1 décrivant respectivement les états bloqués et ouverts de la valve. Comme le circuit en possède deux, nous distinguons théoriquement quatre modes de fonctionnement donnés par  $Q = (q_1, q_2, q_3, q_4)$ . Chaque mode est défini sur l'espace de  $X_{q_i} = R^4$ , pour le modèle de base et  $X_{q_i} = R^5$ , pour les deux autres modèles,  $\forall q_i \in Q$ . Hors, le mode correspondant aux deux diodes passantes (valvule mitrale et aortique ouvertes) est impossible physiologiquement ce qui réduit l'espace de modes de fonctionnement à trois.

Le tableau (2.3) représente les différents modes de fonctionnement pendant des intervalles de temps consécutifs du cycle cardiaque.

La dynamique continue pour chaque mode est donnée par :

$$f_q(X) = A(q)X. \quad (2.26)$$

où  $X$  représente le vecteur d'état du système. Les ensembles de transitions sont définis par :

$E = (q_i, q_j), \forall i \neq j$ , pour  $i, j = 1, 2, 3$ . Les figures (2.10) et (2.9) présentent le schéma state-flow et l'automate hybride du SCV, respectivement (avec  $T_{ij} = G(q_i, q_j)$ ). Quand une condition de transition est vérifiée, le système commute vers un autre mode. Les conditions des transitions sont données par :

Modes	Valve mitrale	Valve aortique	Phases
1	Fermée	Fermée	Relaxation isovolumique
2	Ouverte	Fermée	Remplissage (diastole)
1	Fermée	Fermée	Contraction isovolumique
3	Fermée	Ouverte	Ejection (systole)
-	Ouverte	Ouverte	Impossible

TABLE 2.3 – État des valves dans les phases cardiaques

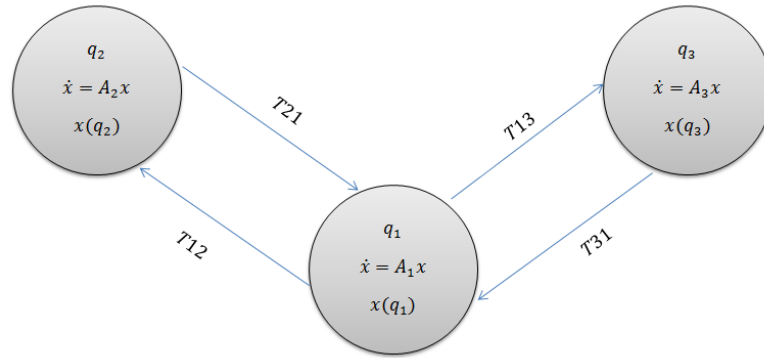


FIGURE 2.9 – L'automate hybride du SCV

$$G(q_1, q_2) = T_{12} = \{X \in \mathbb{R}^5 / P_R \geq P_v\},$$

$$G(q_1, q_3) = T_{13} = \{X \in \mathbb{R}^5 / P_v \geq P_a\},$$

$$G(q_2, q_1) = G(q_3, q_1) = T_{21} = T_{31} = \{X \in \mathbb{R}^5 / P_v > P_R \ \& \ P_a > P_v\}.$$

Les transitions  $G(q_2, q_3)$  et  $G(q_3, q_2)$  sont impossibles, en tenant compte de la chronologie des phases du cycle cardiaques expliquée dans le chapitre précédent.

### 2.4.1 Modèle de base

Soit le vecteur d'état  $X = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T = [P_v, P_r, P_s, f_a]^T$ . En appliquant les variables d'état aux équations (2.16, 2.17, 2.18) ( $\overline{abcd}$ ), on trouve la représentation d'état  $\dot{X} = A_i(t)X$  tels que les  $A_i, \{i = \overline{1,3}\}$  représentent la matrice dynamique de chaque phase.

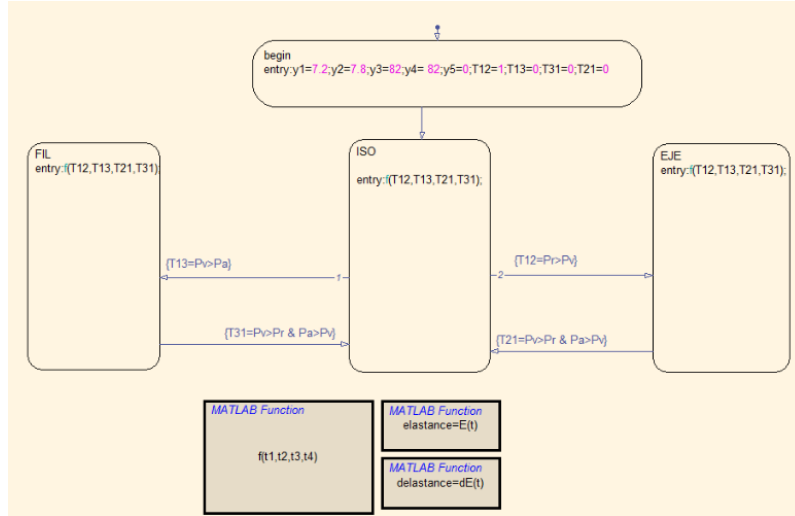


FIGURE 2.10 – Schéma stateflow SCV

- Phase isovolumique

$$A_1(t) = \begin{pmatrix} \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_s C_r} & \frac{1}{R_s C_r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_s C_s} & -\frac{1}{R_s C_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.27)$$

- Phase d'éjection

$$A_2(t) = \begin{pmatrix} \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} & 0 & 0 & -E(t) \\ 0 & -\frac{1}{R_s C_r} & \frac{1}{R_s C_r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_s C_s} & -\frac{1}{R_s C_s} & \frac{1}{C_s} \\ \frac{1}{L_s} & 0 & -\frac{1}{L_s} & -\frac{R_s + R_c}{L_s} \end{pmatrix}. \quad (2.28)$$

- Phase de remplissage

$$A_3(t) = \begin{pmatrix} \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} - \frac{E(t)}{R_m} & \frac{E(t)}{R_m} & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_m C_r} & -\frac{1}{R_s C_r} - \frac{1}{R_m C_r} & \frac{1}{R_s C_r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_s C_s} & -\frac{1}{R_s C_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.29)$$

## 2.4.2 Modèle avec capacité aortique

Soit le vecteur d'état  $X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]^T = [Pv, Pr, Ps, Pa, fa]^T$ . En appliquant les variables d'état aux équations (2.19, 2.20, 2.21)( $\overline{abcd}$ ), on trouve la dynamique conti-

nue de chaque phase.

- Phase isovolumique

$$A_1(t) = \begin{pmatrix} \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_r R_s} & \frac{1}{C_r R_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_s C_s} & -\frac{1}{R_s C_s} & 0 & \frac{1}{C_s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_a} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_c}{L_s} \end{pmatrix}. \quad (2.30)$$

- Phase d'éjection

$$A_2(t) = \begin{pmatrix} \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} & 0 & 0 & \frac{E}{R_a} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_r R_s} & \frac{1}{C_r R_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_s C_s} & -\frac{1}{R_s C_s} & 0 & \frac{1}{C_s} \\ \frac{1}{R_a C_a} & 0 & 0 & -\frac{1}{R_a C_a} & -\frac{1}{C_a} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_c}{L_s} \end{pmatrix}. \quad (2.31)$$

- Phase de remplissage

$$A_3(t) = \begin{pmatrix} \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} - \frac{E(t)}{R_m} & \frac{E(t)}{R_m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_r R_m} & -\frac{1}{C_r R_s} - \frac{1}{C_r R_m} & \frac{1}{C_r R_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_s C_s} & -\frac{1}{R_s C_s} & 0 & \frac{1}{C_s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_a} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_c}{L_s} \end{pmatrix}. \quad (2.32)$$

### 2.4.3 Modèle avec capacité auriculaire variable

En appliquant les mêmes variables d'état du modèle précédent aux équations (2.23, 2.24, 2.25)( $\overline{abcd}$ ), on retrouve la dynamique continue de chaque phase.

- Phase isovolumique

$$A_1(t) = \begin{pmatrix} \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\dot{E}_r(t)}{E_r(t)} - \frac{E_r(t)}{R_s} & \frac{1}{C_r R_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_s C_s} & -\frac{1}{R_s C_s} & 0 & \frac{1}{C_s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_a} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_c}{L_s} \end{pmatrix}. \quad (2.33)$$



- Phase d'éjection

$$A_2(t) = \begin{pmatrix} \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} & 0 & 0 & \frac{E}{R_a} & 0 \\ 0 & \frac{\dot{E}_r(t)}{E_r(t)} - \frac{E_r(t)}{R_s} & \frac{1}{C_r R_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_s C_s} & -\frac{1}{R_s C_s} & 0 & \frac{1}{C_s} \\ \frac{1}{R_a C_a} & 0 & 0 & -\frac{1}{R_a C_a} & -\frac{1}{C_a} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_c}{L_s} \end{pmatrix}. \quad (2.34)$$

- Phase de remplissage

$$A_3(t) = \begin{pmatrix} \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} - \frac{E(t)}{R_m} & \frac{E(t)}{R_m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_r(t)}{R_m} & \frac{\dot{E}_r(t)}{E_r(t)} - \frac{E_r(t)}{R_s} - \frac{E_r(t)}{R_m} & \frac{E_r(t)}{R_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_s C_s} & -\frac{1}{R_s C_s} & 0 & \frac{1}{C_s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_a} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_c}{L_s} \end{pmatrix}. \quad (2.35)$$

Nous proposons de réécrire les équations du modèle en un modèle décrivant toutes les phases. Il est basé sur une analyse des équations régissant l'évolution des grandeurs d'état en fonction de l'état des diodes (passante ou bloquée). On va définir le modèle instantané pour le schéma analogique avec capacité aortique qu'on va utiliser par la suite dans le diagnostic. Notons  $X$  le vecteur d'état et  $U$  le vecteur de commandes naturelle représentant l'état de chaque diode,  $X = [Pv, Pr, Ps, Pa, fa]^T$ ,  $U = [u1, u2]^T$ . L'équation d'état instantanée du SCV peut s'écrire sous la forme affine :

$$\dot{X} = A(t)X + G(X, t)U, \quad (2.36)$$

avec :

$$A(t) = \begin{pmatrix} \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_s C_r} & \frac{1}{R_s C_r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_s C_s} & -\frac{1}{R_s C_s} & 0 & \frac{1}{C_s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_a} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_c}{L_s} \end{pmatrix}. \quad (2.37)$$

et

$$G(X, t) = \begin{pmatrix} \frac{E(t)}{R_m}(x_2 - x_1) & \frac{E(t)}{R_a}(x_4 - x_1) \\ \frac{1}{C_r R_m}(x_1 - x_2) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_a R_a}(x_1 - x_4) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.38)$$

## 2.5 Simulations

Les simulations suivantes ont été réalisées sous MATLAB. Chaque modèle a été divisé en un programme principal (Script) et des fonctions (Function) contenant l'élastance et sa dérivée, l'implémentation comprend :

- L'implémentation du modèle sous forme d'un programme.
- La résolution du système.
- L'affichage du résultat sous forme de graphes.
- La validation du modèle.

La résolution a été faite par des méthodes numériques, en se basant sur l'algorithme de RUNGE KUTTA en utilisant la commande MATLAB ode45 ou bien en réécrivant l'algorithme entièrement ce qui diminue le temps d'exécution et permet de choisir le pas adéquat selon la précision désirée.

L'utilisation des fonctions conditionnelles de MATLAB est cruciale à cause de la nature hybride du système, une simple comparaison entre les variables d'état permet de décider d'effectuer un passage ou non entre les modes.

Les paramètres utilisés pour la simulation sont les suivants :

$$R_s = 1.0000; R_m = 0.0050; R_a = 0.0010; R_c = 0.0398; C_s = 1.3300; L_s = 0.0005;$$

$E$  :voir équation (2.3).

Les paramètres au-dessus sont les mêmes pour les trois modèles.

Paramètres	$E_r$	$E_{rmax}$	$E_{rmin}$	$C_r$	$C_a$
modèle(1)	0.227	/	/	4.4	/
modèle(2)	0.227	/	/	4.4	0.08
modèle(3)	équation( 2.22)	1.00	0.50	$\frac{1}{E_r}$	0.08

TABLE 2.4 – Capacitances auriculaire et aortique

Le tableau( 2.4) montre le reste des paramètres qui dépendent du modèle. avec :

- modèle(1) :représente le modèle sans capacité aortique.
- modèle(2) :représente le modèle avec capacité aortique.
- modèle(3) :représente le modèle avec capacité auriculaire variable.

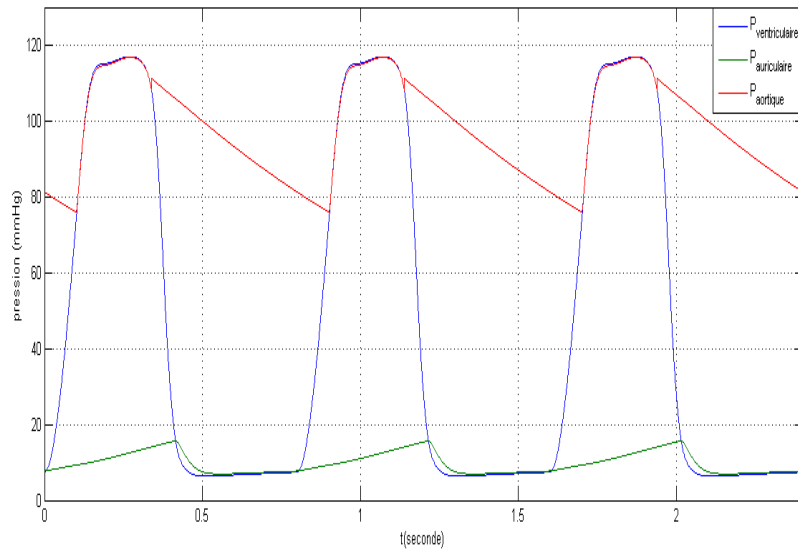


FIGURE 2.11 – Pressions ventriculaire, aortique et auriculaire (modèle sans capacité aortique)

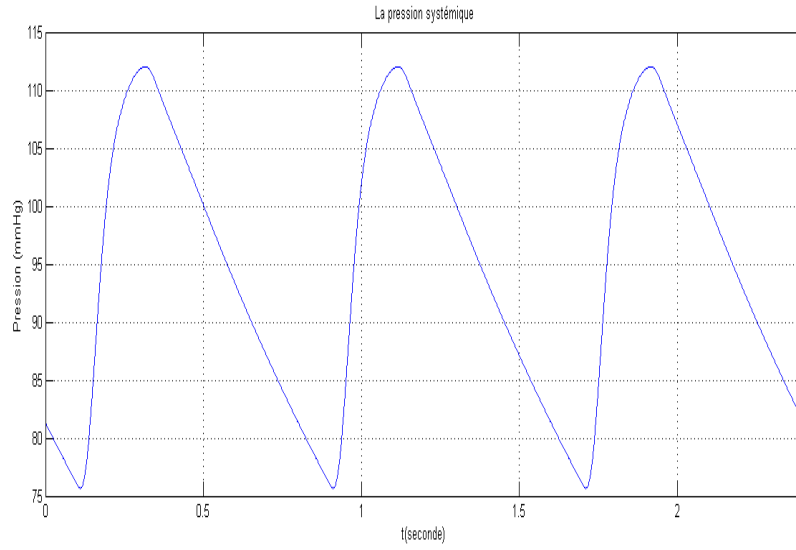


FIGURE 2.12 – Pression artérielle systémique (modèle sans capacité aortique)

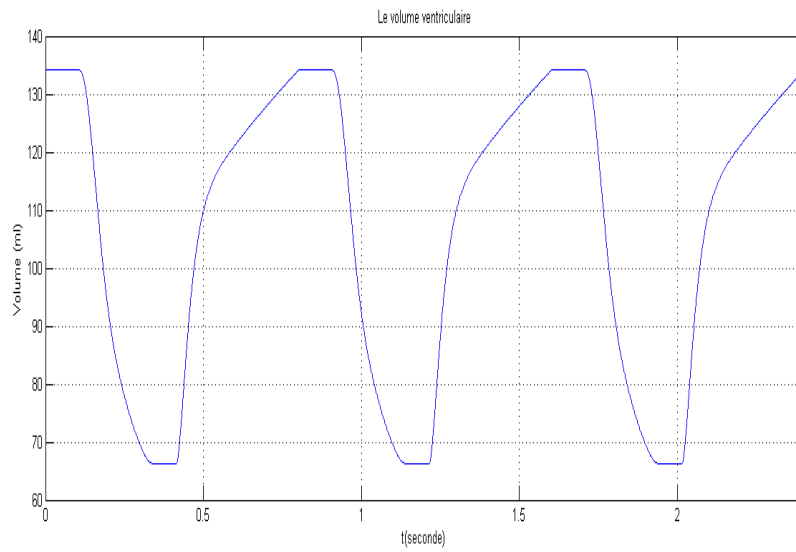


FIGURE 2.13 – Volume ventriculaire (modèle sans capacité aortique)

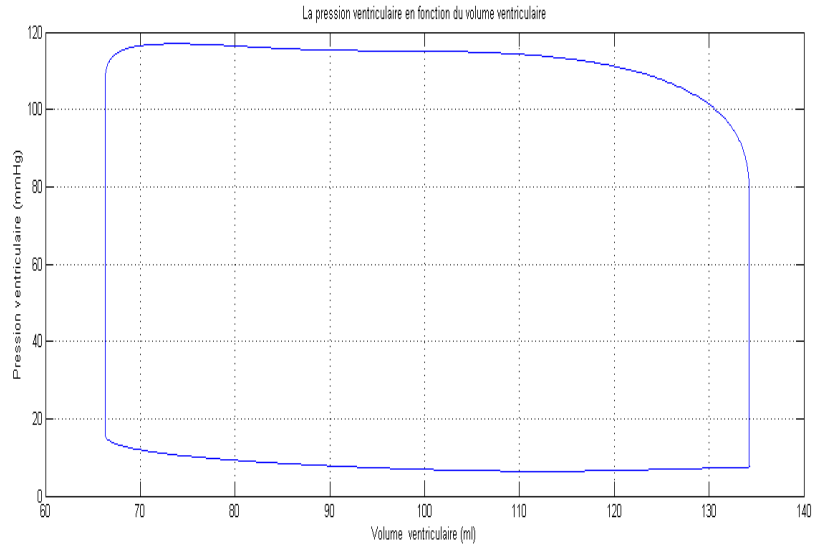


FIGURE 2.14 – Pression ventriculaire en fonction du volume ventriculaire (modèle sans capacité aortique)

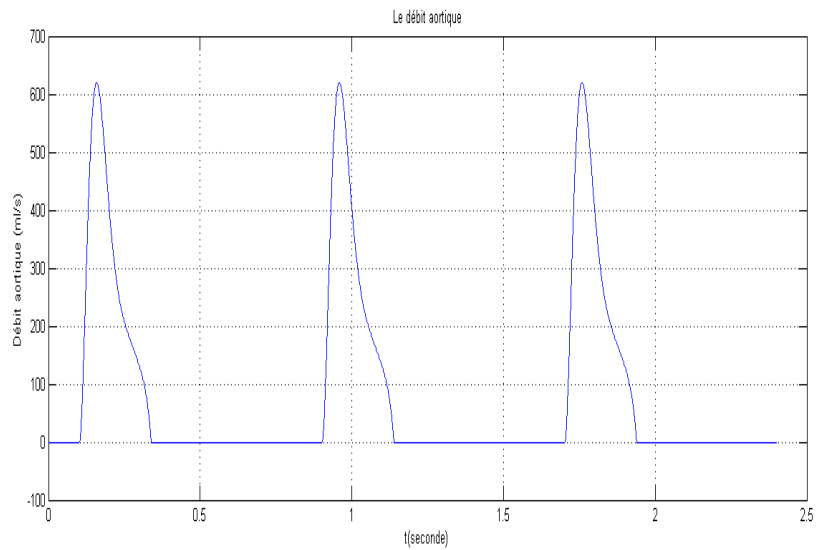


FIGURE 2.15 – Débit aortique (modèle sans capacité aortique)

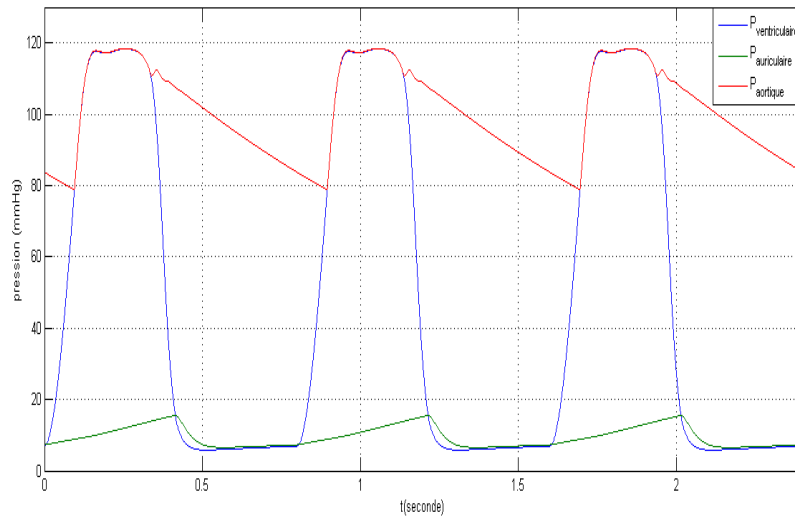


FIGURE 2.16 – Pressions ventriculaire, aortique et auriculaire (modèle avec capacité aortique)

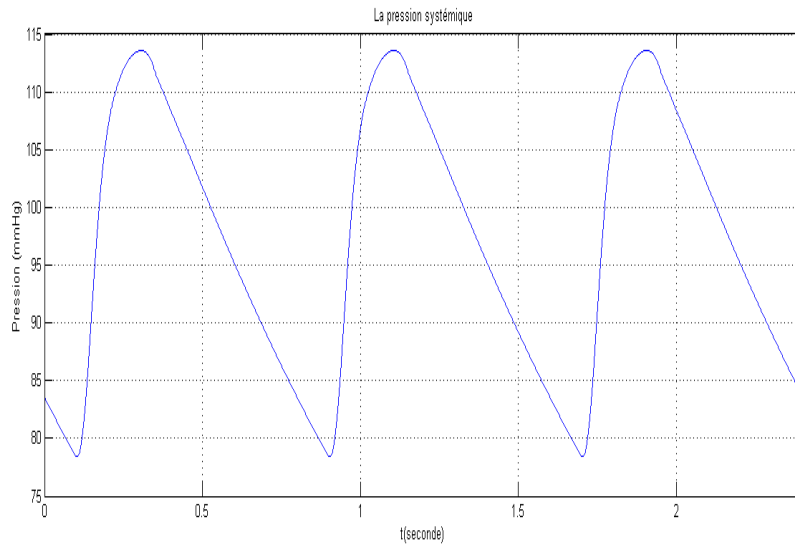


FIGURE 2.17 – Pression artérielle systémique (modèle avec capacité aortique)

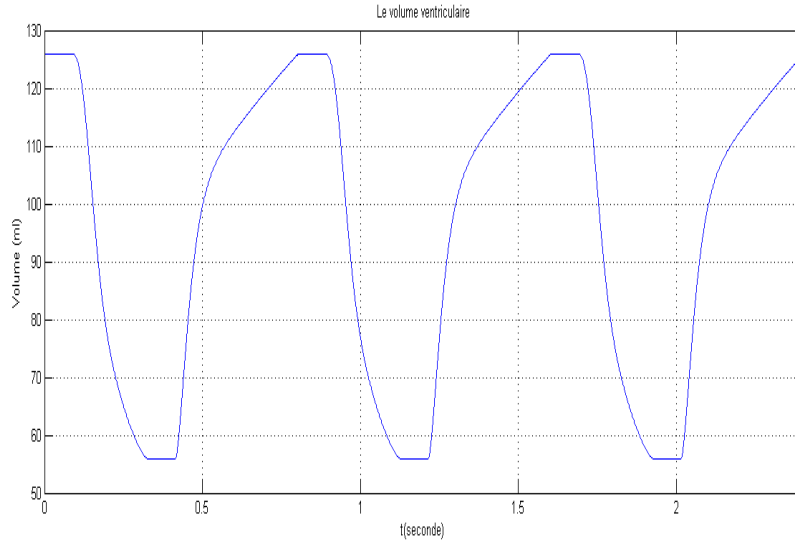


FIGURE 2.18 – Volume ventriculaire (modèle avec capacité aortique)

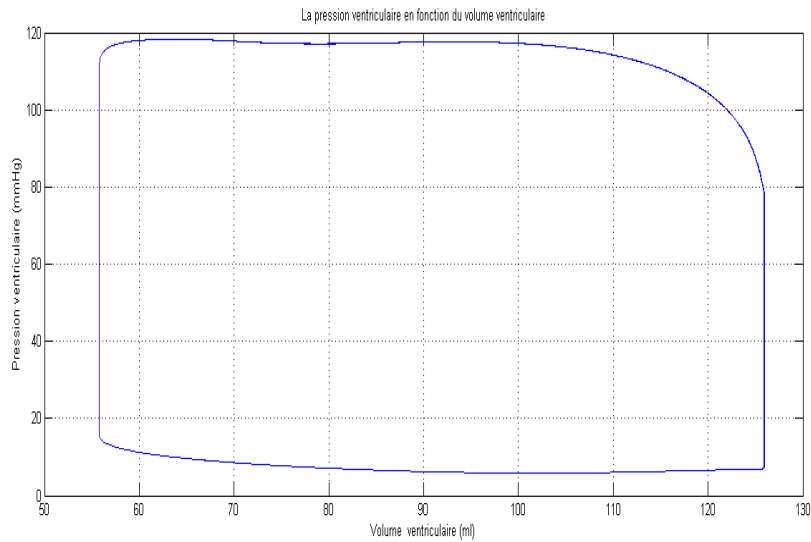


FIGURE 2.19 – Pression ventriculaire en fonction du volume ventriculaire (modèle avec capacité aortique)

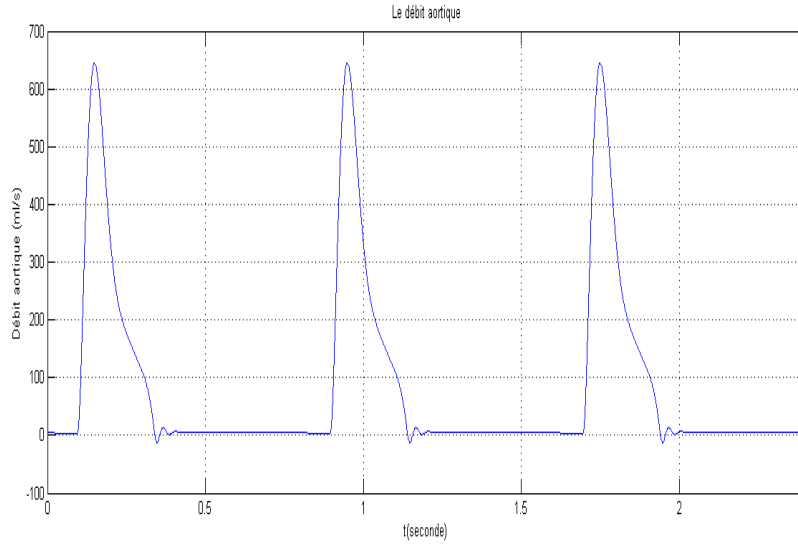


FIGURE 2.20 – Débit aortique (modèle avec capacité aortique)

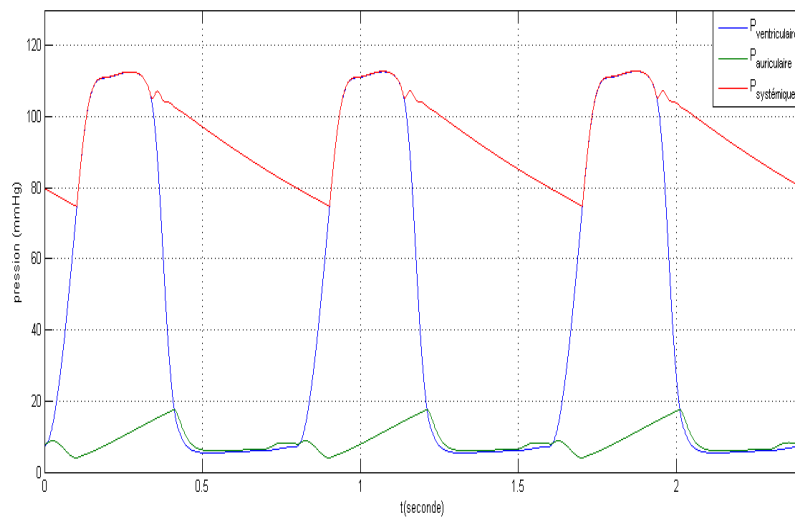


FIGURE 2.21 – Pressions ventriculaire, aortique et auriculaire(modèle avec capacité auriculaire variable)



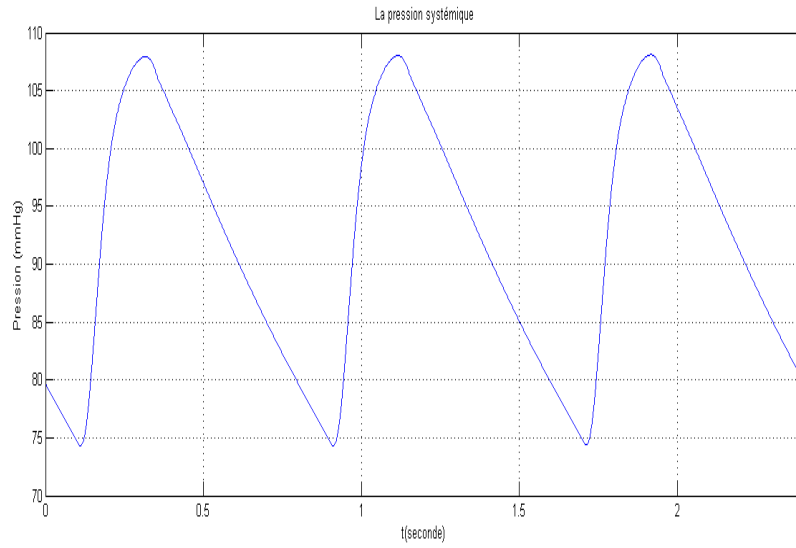


FIGURE 2.22 – Pression artérielle systémique (modèle avec capacité auriculaire variable)

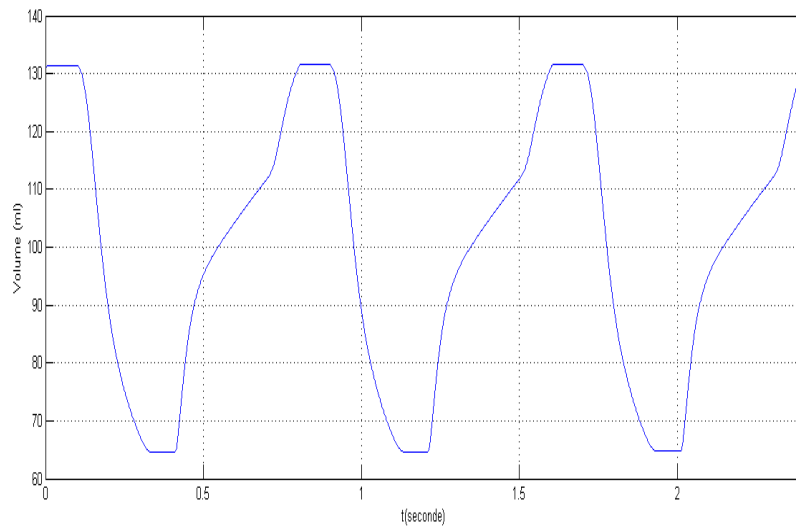


FIGURE 2.23 – Volume ventriculaire (modèle avec capacité auriculaire variable)

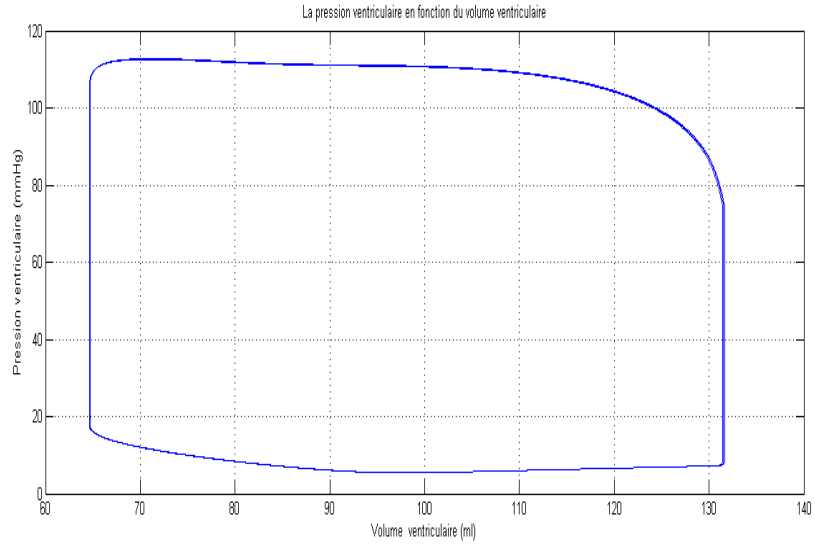


FIGURE 2.24 – Pression ventriculaire en fonction du volume ventriculaire (modèle avec capacité auriculaire variable)

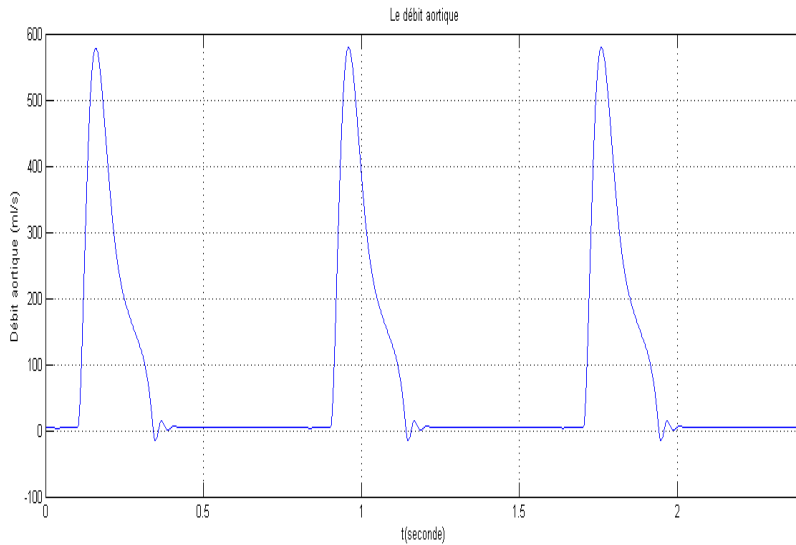


FIGURE 2.25 – Débit aortique (modèle avec capacité auriculaire variable)

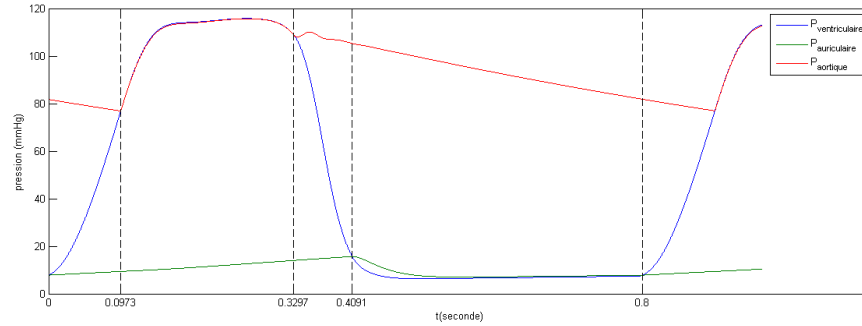


FIGURE 2.26 – Pressions hémodynamiques dans un cycle cardiaque

## 2.6 Discussion

La discussion suivante a été faite sur un seul cycle et elle est valable pour les autres cycles.

Nous avons pris un cycle pour représenter les figures (2.11, 2.16, 2.21) qui illustrent les pressions auriculaire, ventriculaire et aortique et dont l'axe du temps a été divisé en quatre sous intervalles selon les états des valvules.

Le premier sous intervalle de la figure (2.26) représente la phase isovolumique de contraction. Dans ce cas les deux valvules sont fermées.

La pression aortique diminue suite à la circulation du sang dans les artères.

La pression auriculaire augmente du fait qu'elle reçoit du sang par les veines cave et pulmonaire. Elle garde ce comportement aussi longtemps que la valvule mitrale est fermée, ça correspondant aux trois premier sous intervalles.

La pression ventriculaire augmente d'une façon rapide suite à la contraction du ventricule, cette contraction vient du fait que les muscles du cœur se rétrécissent, la force importante du muscle cardiaque fait que la pression ventriculaire augmente de cette façon rapide.

Le deuxième sous intervalle représente la partie d'éjection, qui commence lorsque la pression ventriculaire dépasse la pression aortique, ceci engendre l'ouverture de la valvule aortique. Ce comportement des valvules ressemble au comportement des clapets en hydraulique qui ne conduisent que dans un seul sens.

Le troisième sous intervalle représente la phase isovolumique. C'est la phase de relâchement qui correspond à la fermeture de la valvule aortique à cause de la diminution de la pression

ventriculaire en-dessous de la pression aortique. les deux valvules sont fermées mais cette fois la pression ventriculaire chute au lieu d'augmenter car dans cette phase le muscle cardiaque se relâche. Par ailleurs la pression aortique se comporte comme dans la première phase isovolumique, à cause de la fermeture de la valvule aortique. Elle continue sa diminution jusqu'à la nouvelle phase d'éjection du cycle suivant.

Le quatrième sous intervalle représente la phase de remplissage, cette phase commence lorsque la pression auriculaire dépasse la pression ventriculaire. ceci engendre l'ouverture de la valvule mitrale. Ce qui explique la conformité de ces deux pressions dans cette phase. En résumé la première phase est une préparation de la phase d'éjection qui engendre la circulation du sang. tant dis que la deuxième phase est une préparation pour la phase de remplissage qui permet au ventricule de récupérer le volume du sang éjecté, et l'éjecter de nouveau afin d'assurer une circulation permanente du sang dans l'organisme.

Les figures (2.12, 2.17, 2.22) représentent la pression systémique qui ressemble à la pression aortique car cette dernière ce n'est qu'une extension de la pression aortique, il n'y a pas une séparation physique entre les deux.

Les figures (2.13, 2.18, 2.23) représentent le volume du sang dans le ventricule. Dans les sous intervalles un et trois correspondant aux phases isovolumiques, le volume ventriculaire est constant car les valvules mitrale et aortique sont fermées alors le sang reste détenu dans cette chambre. Le sang est un liquide incompressible, malgré la force exercée par le muscle du cœur le volume reste inchangé.

Dans la phase d'éjection le volume ventriculaire diminue à cause de l'ouverture de la valvule aortique ce qui conduit à une diminution du volume jusqu'à sa valeur minimale qui correspond à la fin de l'éjection.

Dans la phase de remplissage, le volume du sang dans le ventricule augmente du fait qu'il reçoit du sang de l'oreillette juste après l'ouverture de la valvule mitrale, ce volume atteint son maximum à la fin de la phase de remplissage.

Les figures (2.14, 2.19, 2.24) donnent la variation de la pression ventriculaire en fonction du volume ventriculaire. C'est une boucle fermée qui caractérise l'activité cardiaque. Une augmentation de la surface intérieure de cette boucle veut dire que le cœur travaille

plus. La surface entouré par cette courbe est égale au travail fourni par le cœur (environ 1J pour un homme en repos).

Les figures (2.15, 2.20, 2.25) représentent le débit aortique qui démarre d'une valeur nulle jusqu'à la valeur maximale d'une façon très rapide puis il diminue de la même rapidité jusqu'à une valeur intermédiaire, cette partie s'appelle l'éjection rapide, puis le débit diminue jusqu'à atteindre une valeur nulle. Cette partie nécessite plus de temps; elle s'appelle l'éjection lente.

Dans les autres phases le débit aortique est nul, car ces trois phases correspondent à la fermeture de la valvule aortique, ce qui empêche le sang de s'évader.

Pour les trois modèles proposés, nous constatons que les résultats de simulation donnent des allures similaires, à l'exception de la pression auriculaire dans le troisième modèle. La comparaison entre les valeurs hémodynamiques calculées par les modèles et celles trouvées dans la littérature médicale [AUB12] montre que le deuxième modèle est le plus significatif vue que notre intérêt porte sur l'analyse et l'estimation des variations des pressions et flux cardiaque (tableau 2.5). Le premier modèle néglige l'élasticité de l'aorte qui est une propriété importante à prendre en considération dans la modélisation des artères et le troisième modèle sera très utile dans les études qui portent sur l'analyse fine de la fonction ventriculaire du fait qu'il introduit la systole auriculaire qui intervient à la fin de la phase de remplissage ventriculaire.

mesures	P.systolique	P.diastolique	D.P.(S-D)	MAP
v.ideal	120	80	40	93
v.modèle(1)	122.92	76.61	46.31	103.35
v.modèle(2)	118.42	78.82	39.59	100.74
v.modèle(3)	121.06	77.58	43.48	102.73

TABLE 2.5 – Valeurs hémodynamiques issues des modèles et de la littérature

## 2.7 Validation

La base de données 'BRONNE AlainSel' utilisée ici, comporte l'ECG, la pression artérielle au niveau du doigt, la pression aortique et la pression ventriculaire d'un patient ayant une fréquence cardiaque de 75 battements par seconde.

Les enregistrements de la pression artérielle ont été effectués au niveau du doigt à l'aide d'un FINAPRES et au niveau de l'aorte et du ventricule gauche par cathétérisme artériel. La conversion analogique numérique a été réalisée par PowerLab piloté par Chart 5 (ADInstrument) avec une résolution de 16 bits et une fréquence d'échantillonnage de 1000 Hz.

Dans notre cas, nous allons comparer la pression aortique et la pression ventriculaire réelles et celles issues du deuxième modèle. Pour se faire, nous avons utilisé les valeurs standards des paramètres citées dans [FER05]. La valeur de  $E_{max}$  a été ajustée manuellement à  $E_{max} = 1.0$ .

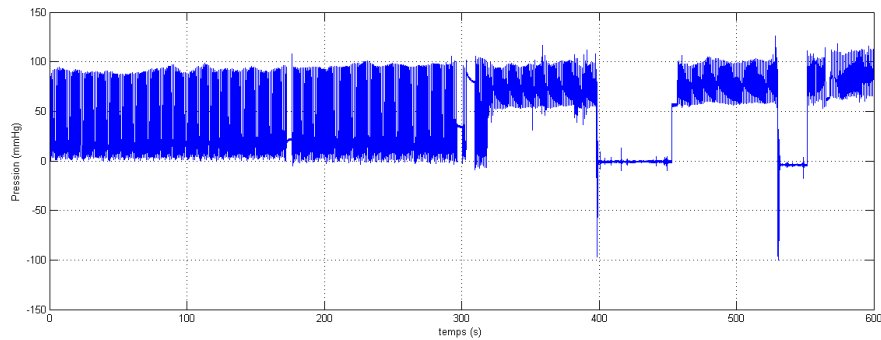


FIGURE 2.27 – Pressions ventriculaire et aortique du patient

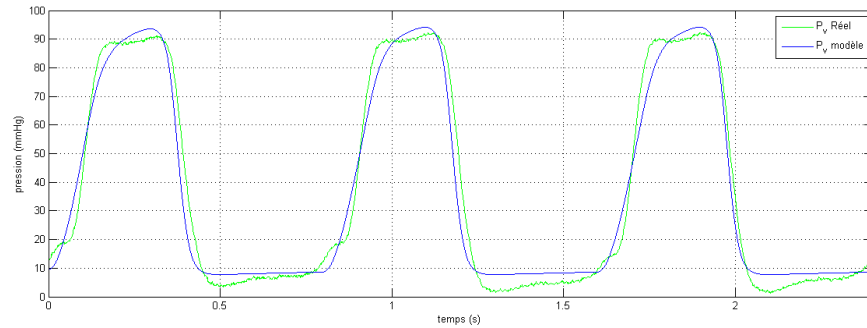


FIGURE 2.28 – Comparaison entre la pression ventriculaire réel et la pression ventriculaire du modèle

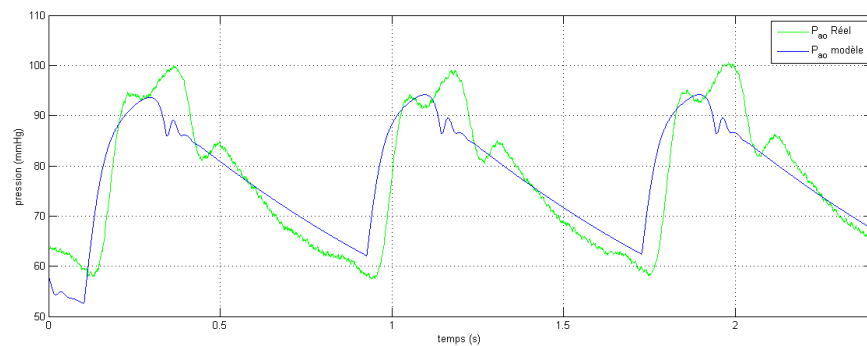


FIGURE 2.29 – Comparaison entre la pression aortique réel et la pression aortique du modèle

Les figures (2.28) et (2.29) montrent une comparaison entre les données réelles et les données simulées, Nous constatons une bonne similitude entre les allures. Néanmoins, pour que cette validation soit plus correcte, il faut identifier tous les paramètres spécifiques à ce patient. La difficulté de cette opération se résume dans l'obtention des mesures nécessaires, qui font que le système soit identifiable (chapitre III).

## 2.8 Conclusion

Dans ce chapitre, différents types de modèles du SCV ont été traités. Nous avons commencé par une présentation des modèles existants dans la littérature, nous avons ensuite proposé le modèle hybride qui pourrait être utile pour la détection des anomalies

dans les valves. Pour terminer, les résultat de simulation ainsi qu'une discussion de ces derniers sont présentés.



# Chapitre 3

## Identification des Paramètres Cardiovasculaires

### 3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons validé les différents modèles du SCV. Ces modèles contiennent des paramètres physiologiques qu'il faut identifier à partir des mesures disponibles. Mais avant d'entamer n'importe quelle procédure d'estimation des paramètres de ce modèle, nous proposons de commencer par étudier l'identifiabilité structurelle de ce dernier. C'est une étape importante que l'on ne doit pas négliger car elle nous renseigne sur le faisabilité de l'identification.

L'objectif de ce chapitre consiste donc à identifier les paramètres du modèle avec capacité aortique. Nous commencerons par rappeler brièvement certaines méthodes d'identification à base de l'optimisation d'un critère ainsi que le filtre de Kalman étendu et l'observateur de Thau pour les méthodes à base d'estimateurs d'états. Nous présenterons ensuite les définitions relatives à la notion d'identifiabilité et qui sont issues de [WAL94]. Dans le paragraphe qui suit, nous nous intéresserons à l'identification des paramètres cardiovasculaires. Nous l'entamerons par une étude sur la faisabilité de l'identification dans la phase d'éjection et de remplissage. Ensuite, nous expliciterons un algorithme d'estimation à base d'un FKE. Pour terminer, nous présenterons les résultats de simulation auxquels nous avons abouti avec des commentaires et des interprétations.

## 3.2 Les méthodes d'identification paramétrique

### 3.2.1 Méthodes utilisant l'optimisation d'un critère

Dans la littérature, Il existe un nombre considérable de méthodes d'optimisation pour l'identification [WAL94]. Nous présenterons dans ce paragraphe les deux méthodes de base qui sont l'algorithme du gradient et l'algorithme de Newton. Pour plus de détails se référer à [WAL94], il y'a toutes les étapes de construction des algorithmes d'optimisation les plus réponsus. Nous citons comme exemple les méthodes : des moindres carrés récursifs, moindres carrés étendus, des variables instrumentals et de Gauss-Newton.

- Algorithme du gradient :

C'est un algorithme destiné à minimiser une fonction réelle différentiable définie sur un espace. Il est itératif procédant par amélioration successive. L'algorithme est le suivant :

Soit un vecteur de paramètres  $\theta$  de dimension  $n$ , une fonction  $J(\theta)$  à optimiser.

Le gradient de la fonction  $J$  est défini par :

$$\nabla J(\theta) = \begin{pmatrix} \frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta_n} \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

La dynamique du vecteur de paramètres est donnée par :

$$\theta_{i+1} = \theta_i - F \nabla J(\theta_i), \quad (3.2)$$

où  $F$  est une matrice définie positive appelée gain du gradient, elle dépend de la forme de  $\nabla J(\theta)$ , des moyens de calcul et de la qualité des résultats désirés [BOU11].

- Algorithme de Newton :

Dans cet algorithme, il suffit de prendre la matrice  $F$  égale à la matrice hessienne

du critère, défini par :

$$H(J) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 J(\theta)}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 J(\theta)}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial^2 J(\theta)}{\partial \theta_1 \partial \theta_n} \\ \frac{\partial^2 J(\theta)}{\partial \theta_2 \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 J(\theta)}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial^2 J(\theta)}{\partial \theta_2 \partial \theta_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 J(\theta)}{\partial \theta_n \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 J(\theta)}{\partial \theta_n \partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial^2 J(\theta)}{\partial \theta_n \partial \theta_n} \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Pour les problèmes qui ne sont pas convexes ou qui sont mal posés, les méthodes d'estimation des paramètres en utilisant la maximisation ou la minimisation d'un critère peuvent converger vers des optimums locaux. On peut toujours trouver des méthodes d'optimisation globale (Dixon, Hansen, Horst et Tuy) qui ont pour rôle d'éliminer les optimums locaux. Cependant, ces méthodes sont très complexes à mettre en œuvre pour des problèmes à deux paramètres et difficilement généralisables à des problèmes de dimension plus élevée [WAL94].

### 3.2.2 Méthodes à base d'observateurs

Dans notre étude, afin d'éviter le problème de convergence vers un optimum local, nous avons opté pour les méthodes à base d'observateurs qui considèrent les paramètres comme des variables d'état qui vont être estimées avec les autres variables.

L'inconvénient de cette approche est que si on ne connaît pas un modèle des paramètres on ne pourra pas les ajouter dans le modèle.

Deux approches seront explicitées, le filtre de kalman étendu et l'observateur de Thau.

#### 3.2.2.1 Filtre de kalman étendu

Soit un système de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \\ y(t) = h(x(t)). \end{cases} \quad (3.4)$$

Le filtre de Kalman étendu s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t)) - K(h(\hat{x}(t)) - y(t)), \\ y(t) = h(\hat{x}(t)), \end{cases} \quad (3.5)$$

où  $K(t)$  est donné par :

$$\begin{cases} \dot{P} = AP + PA^T - PC^T R^{-1} CP + Q, \\ P(0) = P_0 = P_0^T > 0, \\ R = R^T > 0, \\ K = PC^T R^{-1}, \end{cases} \quad (3.6)$$

avec  $A(t) = \frac{\partial f(\hat{x}(t), u(t))}{\partial x}$  et  $C(t) = \frac{\partial h(\hat{x}(t))}{\partial x}$ .

En pratique, c'est l'un de rares procédés utilisés par les ingénieurs pour les problèmes non linéaires. Il est rapide et donne de bons résultats pour beaucoup de systèmes. Cependant, s'il y a de fortes non-linéarités ou s'il est mal initialisé, il est mis en défaut [ROS04].

### 3.2.2.2 Observateur de Thau

Avant de voir la théorie de l'observateur de Thau, nous allons définir la notion d'une fonction lipschtiz.

**Définition** [TAD12] :

Soit  $f$  une fonction en  $x$ ,  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ .

$f$  est globalement lipschtizienne s'il existe une constante  $\gamma$ , appelée constante de lipschtiz de  $f$ , vérifiant :

$$\forall (x_1, x_2), \|f(x_1) - f(x_2)\| \leq \gamma \|x_1 - x_2\|.$$

Soit le système d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + f(t, x, u), \\ y = Cx, \end{cases} \quad (3.7)$$

où la paire  $(A, C)$  est observable et la fonction non linéaire  $f(x, u)$  est lipschtizienne par

rapport à  $x$ , ayant  $\gamma$  comme constante de lipschitz.

L'observateur donné par la formule suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + f(\hat{x}(t), u(t)) + L(y - C\hat{x}), \\ y(t) = h(\hat{x}(t)), \end{cases} \quad (3.8)$$

assure une convergence asymptotique de la dynamique de l'erreur, si :

$$(A - LC)^T P + P(A - LC) = -Q. \quad (3.9)$$

Les matrices  $P$  et  $Q$  doivent vérifier la condition suivante :

$$\gamma < \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P)}.$$

Vérifier les conditions ci-dessus, pour calculer le gain  $L$  de l'observateur, n'est pas chose aisée. Ce qui a mené les chercheurs à trouver d'autres méthodes de calcul de  $L$  qui assurent la convergence asymptotique de la dynamique de l'erreur [HED05], [ABB06], [ABB10]. Raghavan a proposé un algorithme qui est basé sur la résolution de l'équation algébrique de Riccati pour obtenir le gain de l'observateur [HED05]. Abbaszadeh, quant à lui, propose une méthode fondée sur la résolution d'un système LMI linéaire par rapport à la constante de lipschitz. Cette approche maximise ainsi la constante de lipschitz admissible, l'observateur peut tolérer des incertitudes non linéaires [ABB06].

Nous avons utilisé cette dernière méthode pour l'estimation paramétrique du SCV mais suite à des problèmes numériques liés à la résolution du système d'LMI avec les différents toolbox (YALMIP et CVX), nous n'avons pas pu trouver des résultats satisfaisants.

### 3.3 Etude de l'identifiabilité structurelle

L'étude de l'identifiabilité structurelle permet de dire si, à partir de données expérimentales potentiellement disponibles s'il est possible d'estimer les valeurs des paramètres d'un modèle de manière univoque. L'intérêt est d'autant plus important dans le cas où le

modèle rentre dans la catégorie des modèles à base de connaissance. Il est important dans ce cas de pouvoir déterminer un modèle unique en fonction de l'expérience [LAL05].

Les définitions qui vont suivre sont issues de [WAL94].

Supposons que l'on dispose d'une structure de modèle  $M$  et que  $\theta$  représente le vecteur des paramètres appartenant à l'espace paramétrique  $\Theta$ . Le test de l'identifiabilité revient à savoir si l'identité des comportements entrée/ sorties entraîne l'égalité des paramètres  $\theta$  du modèle et  $\theta^*$  du processus [WAL94].

**Définition 1** *Le paramètre  $\theta_i$  est structurellement globalement identifiable si pour presque tout  $\theta^* \in \Theta$  :*

$$M(\theta) = M(\theta^*) \implies \theta_i = \theta_i^*$$

*La structure  $M$  est dite structurellement globalement identifiable si tous ses paramètres le sont.*

*Il est malheureusement difficile d'établir l'identifiabilité globale, on se contente souvent de l'identifiabilité locale.*

**Définition 2** *Le paramètre  $\theta_i$  est structurellement localement identifiable si pour presque tout  $\theta^* \in \Theta$ , il existe un voisinage  $V(\theta^*)$  tel que :*

$$\theta \in V(\theta^*) \text{ et } M(\theta) = M(\theta^*) \implies \theta_i = \theta_i^*$$

*La structure  $M$  est dite structurellement localement identifiable si tous ses paramètres le sont.*

**Définition 3** *Le paramètre  $\theta_i$  est structurellement non identifiable si pour presque tout  $\theta \in \Theta$ , il existe une infinité non dénombrable de valeurs de  $\theta_i$  telles que :*

$$M(\theta) = M(\theta^*)$$

La structure  $M$  est structurellement non identifiable si elle comporte au moins un paramètre structurellement non identifiable.

## 3.4 Identification des paramètres cardiovasculaires

### 3.4.1 Etude de l'identifiabilité

L'identifiabilité d'un modèle dépend des mesures disponibles. Nous établirons dans cette section les mesures nécessaires pour l'identification du modèle hybride du SCV. Nous détaillerons les étapes de l'étude de l'identifiabilité pour une phase étant que l'étude pour les autres phases est similaire.

Dans la phase d'éjection, supposons que les données disponibles sont la pression et flux aortique.

Soient  $x = [f_a, p_s, p_r]^T$  et  $u = p_a$ , le système d'état correspondant est donné par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A(\theta)\hat{x} + B(\theta)u, \\ y = x_1, \end{cases} \quad (3.10)$$

avec :

$$A(\theta) = \begin{pmatrix} \frac{-R_c}{L_s} & \frac{-1}{L_s} & 0 \\ \frac{1}{C_s} & \frac{-1}{R_s C_s} & \frac{1}{R_s C_s} \\ 0 & \frac{1}{R_s C_r} & \frac{-1}{R_s C_r} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B(\theta) = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_s} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Notons les variables suivantes :

$$a = \frac{R_c}{L_s}, b = \frac{1}{L_s}, c = \frac{1}{C_s}, \frac{1}{R_s C_s} \quad \text{et} \quad e = \frac{1}{R_s C_r}.$$

La fonction de transfert liant l'entrée à la sortie est exprimée par :

$$H(s) = \frac{bs^2 + b(d + e)s}{s^3 + (a + d + e)s^2 + (ad + ae + bc)s + bce}. \quad (3.11)$$

Nous allons à présent appliquer la définition de l'identifiabilité structurelle au modèle donné par la fonction de transfert (3.11). L'étude donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} b = b^*, \\ b(d + e) = b^*(d^* + e^*) \Rightarrow d + e = d^* + e^*, \\ a + d + e = a^* + d^* + e^* \Rightarrow a = a^*, \\ a(d + e) + bc = a^*(d^* + e^*) + b^*c^* \Rightarrow c = c^*, \\ bce = b^*c^*e^* \Rightarrow e = e^*. \end{array} \right. \quad (3.12)$$

Le système d'équation (3.12) montre clairement qu'avec  $f_a$  et  $P_a$ , les paramètres  $(a, b, c, d, e)$  sont identifiables.

En reprenant le même raisonnement que précédemment, nous concluons que le modèle paramétrique du SCV est identifiable si on dispose des mesures  $(P_a, f_a)$  ou  $(P_a, f_a, P_r)$  dans la phase d'éjection et  $(P_v, f_r)$ ,  $(P_r, f_r)$ ,  $(P_r, P_a, f_r)$  ou  $(P_v, P_a, f_r)$  dans la phase de remplissage.

### 3.4.2 Algorithme d'estimation

Pour ce qui est de l'algorithme de l'identification paramétrique du SCV utilisé, nous allons présenter le filtre de kalman étendu appliqué au modèle avec capacité aortique, détaillé dans le deuxième chapitre.

Dans le but de réduire l'ordre du filtre et simplifier l'étude d'identifiabilité, nous avons commencé par identifier les paramètres du modèle sans capacité aortique qui vont être injectés par la suite dans le filtre d'identification de la capacité aortique.

Les équations dynamiques des variables hemodynamiques du SCV utilisées dans FKE sont détaillées dans le paragraphe (II.3) pour chaque phase du cycle cardiaque.

- Phase d'éjection :



Soient les équations (II.5), le vecteur d'état augmenté et l'entrée suivants :

$$X_e = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8]^T, u = P_a,$$

$$\text{où } x_1 = f_a, x_2 = P_s, x_3 = P_r, x_4 = \frac{1}{L_s}, x_5 = \frac{R_c}{L_s}, x_6 = \frac{1}{C_s}, x_7 = \frac{1}{R_s C_s}, x_8 = \frac{1}{R_s C_r}.$$

En appliquant le vecteur d'état aux équations hemodynamiques, on retrouve la dynamique du système suivante,

$$\dot{X}_e = f_e(X_e), \quad (3.13)$$

avec,

$$f_e(X_e) = [-x_5 x_1 - x_4 x_2 + x_4 u, x_6 x_1 - x_7(x_2 - x_3), x_8(x_2 - x_3), 0, 0, 0, 0, 0]^T.$$

L'étude d'identifiabilité montre que dans cette phase le vecteur sortie peut être :

$$y = [x_1, x_3]^T, y = x_1 \text{ ou } y = x_3,$$

d'après les mesures disponibles ( $f_a$  et  $P_r$ ).

- Phase de remplissage :

Soient les equations hemodynamiques de la phase de remplissage (II.6), le vecteur d'état augmenté et l'entrée suivants :

$$X_f = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T, u = f_r,$$

$$\text{où } x_1 = P_r, x_2 = P_a, x_3 = \frac{1}{C_r}, x_4 = \frac{1}{R_s C_r}, x_5 = \frac{1}{R_s C_s}, x_6 = R_m.$$

En appliquant le vecteur d'état aux équations hemodynamiques, on retrouve la dynamique dans la phase de remplissage suivante :

$$\dot{X}_f = f_f(X_f), \quad (3.14)$$

$$\text{avec } f_f(X_f) = \begin{bmatrix} -x_4 x_1 + x_4 x_2 - x_3 u & x_5 x_1 - x_5 x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T.$$

L'étude d'identifiabilité montre que dans cette phase le vecteur sortie peut être :

$$y = \begin{bmatrix} x_2 & x_1 - x_6 u \end{bmatrix} \text{ ou } y = x_1 - x_6 u,$$

d'après les mesures disponibles ( $P_v$  et  $P_a$ ).

- Phase isovolumique :

Cette phase est caractérisée par le fait que  $f_a = f_r = 0$ .

Les mesures disponibles sont  $P_a$  qui est égale approximativement à  $P_s$  ( $P_s \simeq P_a$ ) et  $P_r$ .

Notons  $\alpha_1 = \frac{1}{R_s C_s}$  et  $\alpha_2 = \frac{1}{R_s C_r}$ , Les équations de la dynamique de  $P_a$  et  $P_r$  sont données par :

$$\begin{cases} \frac{dP_a}{dt} = -\alpha_1 P_a + \alpha_2 P_r, \\ \frac{dP_r}{dt} = \alpha_2 P_a - \alpha_1 P_r. \end{cases} \quad (3.15)$$

A partir de ces deux équations, on peut identifier seulement les termes  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  par la résolution analytique de deux équations à deux inconnues. Après résolution du système d'équations, on trouve (Annexe.A) :

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ P_r(t_0) & P_a(t_0) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} K_2 \\ K_3 \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

Cette première étape de l'algorithme nous permet d'estimer tous les paramètres cardiovasculaires sauf la capacité aortique. La deuxième étape sera donc d'utiliser les paramètres déjà estimés pour en identifier les paramètres restants.

Soit le vecteur d'état  $X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]^T = [P_r, P_s, P_a, f_a, \frac{1}{C_a}]^T$  et le vecteur entrée  $u = P_v$ .

La dynamique de vecteur d'état augmenté est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{R_s C_r}(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{R_s C_s}(x_1 - x_2) + \frac{1}{C_s}x_4, \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{R_a}x_5(u - x_3) - x_5x_4, \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{L_s}(x_3 - x_2 + R_c x_4), \\ \dot{x}_5 = 0. \end{cases} \quad (3.17)$$

Le vecteur sortie sera  $P_a$ ,  $f_a$  ou les deux selon les moyens de mesures disponibles.

### 3.4.3 Simulation et discussion

Les simulations sont effectuées sur Matlab avec des données non bruitées et bruitées. Nous présentons ci-dessous les résultats en utilisant les données bruitées car c'est le cas le plus probable et qui reflète au mieux la réalité.

Les mesures utilisées sont issues du modèle développé dans le chapitre II, pour les valeurs de paramètres suivantes :

$$R_s = 1, R_m = 0.005, R_a = 0.001, R_c = 0.0398, C_r = 4.4, C_s = 1.33, C_a = 0.08, L_s = 0.0005.$$

Pour tester la robustesse de l'algorithme vis-à-vis de l'initialisation des paramètres, nous avons testé différentes conditions initiales. Un tableau récapitulatif comparant les résultats trouvés, sera présenté à la fin de chaque phase.

Pour visualiser les valeurs de convergence des paramètres dans la phase d'éjection sans capacité aortique, nous présenterons le dernier cycle seul pour tous les paramètres et pour les différentes initialisations.

#### – Phase d'éjection sans capacité aortique

Les résultats en initialisant à 1.2 valeurs réelles, sont illustrés par les figures (3.1)-

(3.5).

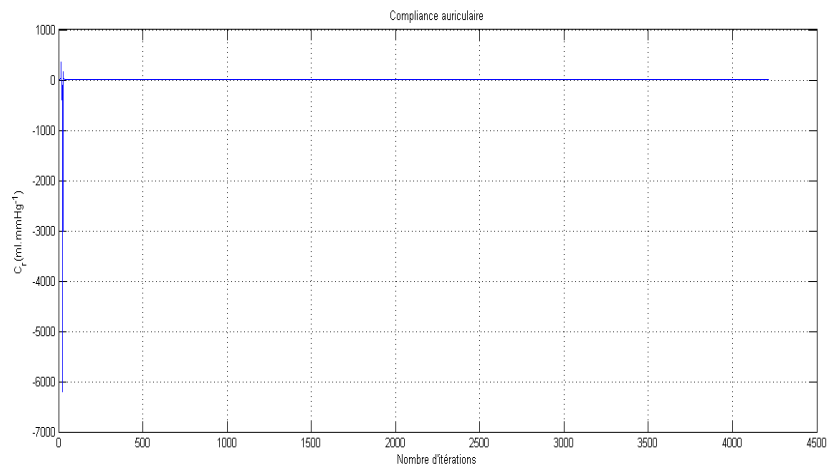


FIGURE 3.1 – Compliance auriculaire

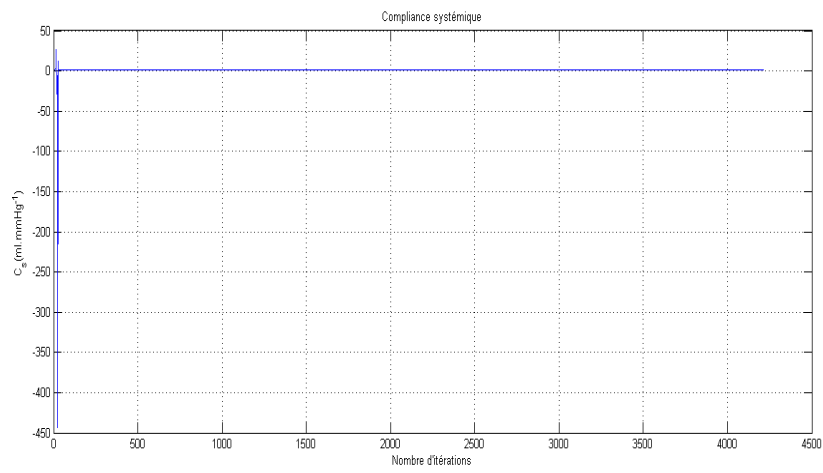


FIGURE 3.2 – Compliance systémique

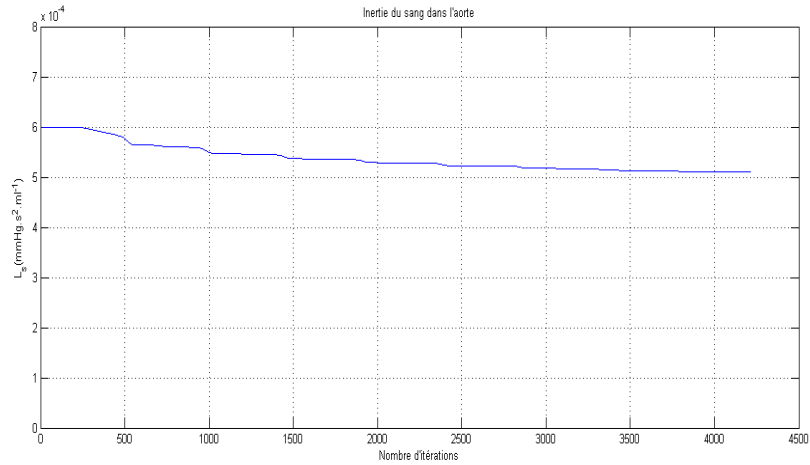


FIGURE 3.3 – Inertie du sang dans l'aorte

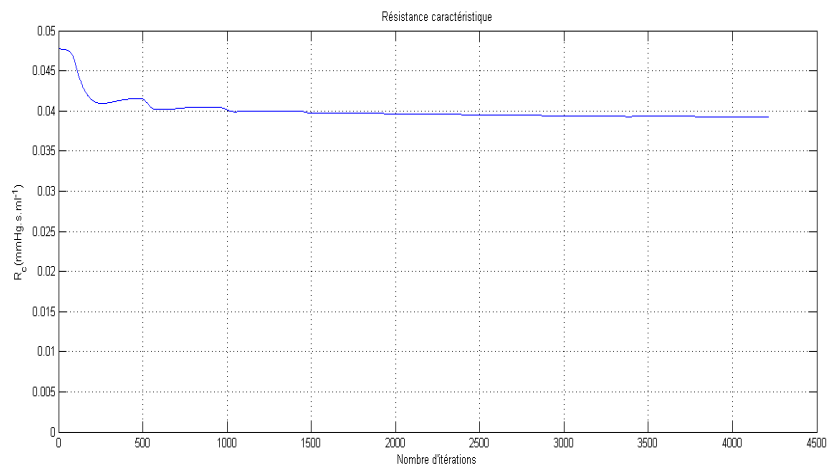


FIGURE 3.4 – Résistance caractéristique

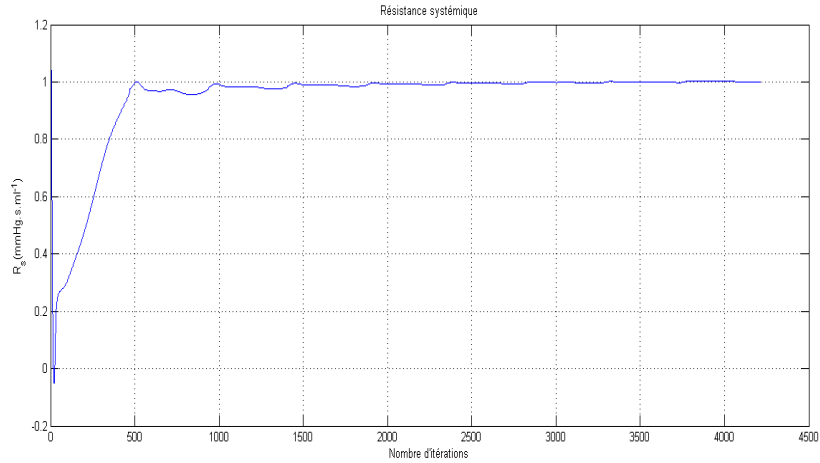


FIGURE 3.5 – Résistance systémique

Pour mieux voir la convergence des paramètres, la figure (3.6) montre le dernier cycle seulement illustrant ainsi la bonne convergence.

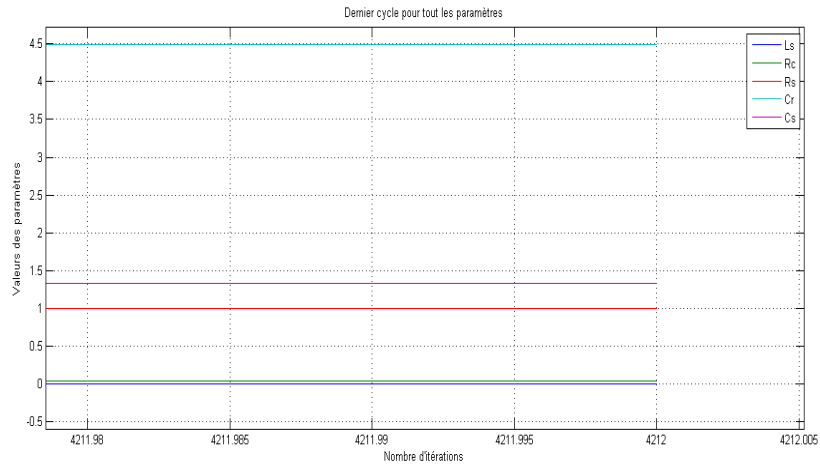


FIGURE 3.6 – Dernier cycle pour tout les paramètres

Les résultats en initialisant à 1.2 valeurs réelles, sont illustrés par les figures (3.7)-(3.11).

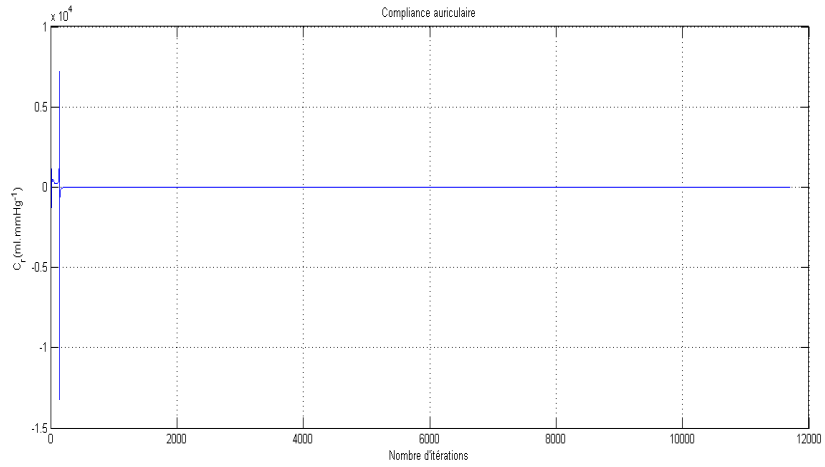


FIGURE 3.7 – Compliance auriculaire

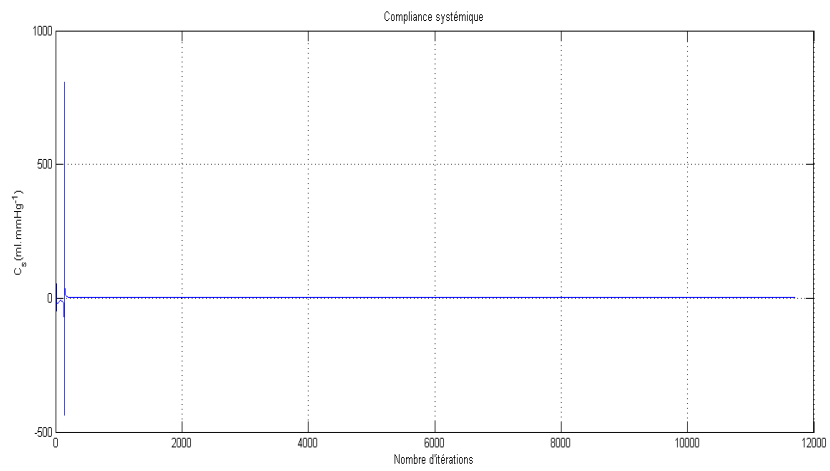


FIGURE 3.8 – Compliance systémique

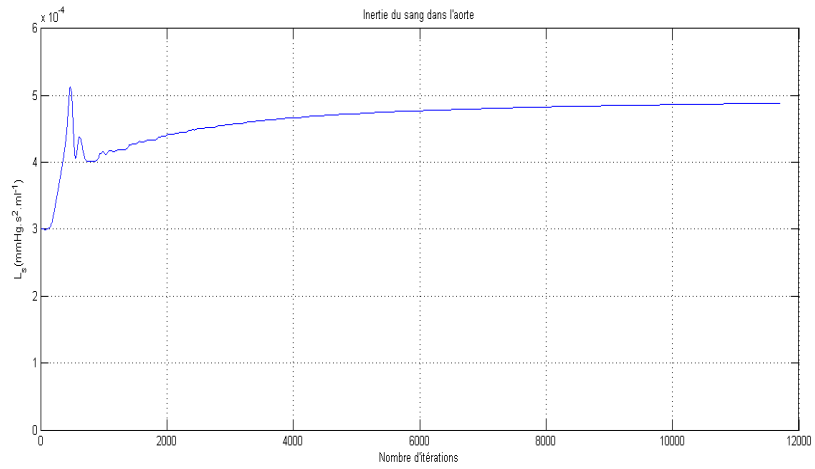


FIGURE 3.9 – Inertie du sang dans l'aorte

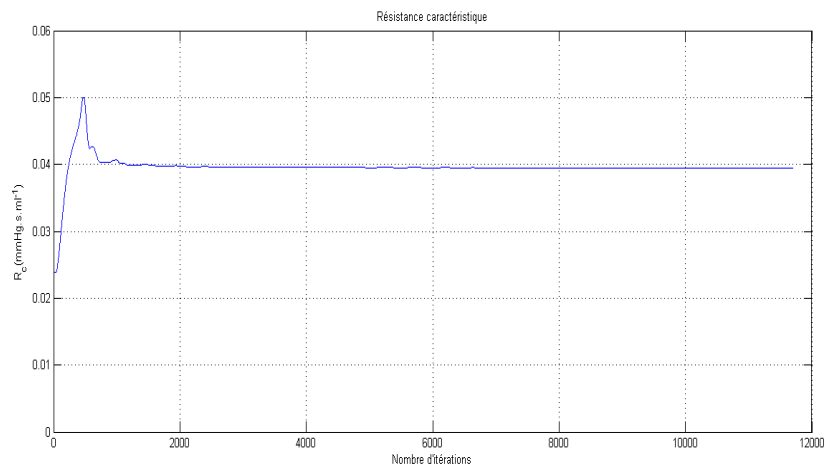


FIGURE 3.10 – Résistance caractéristique



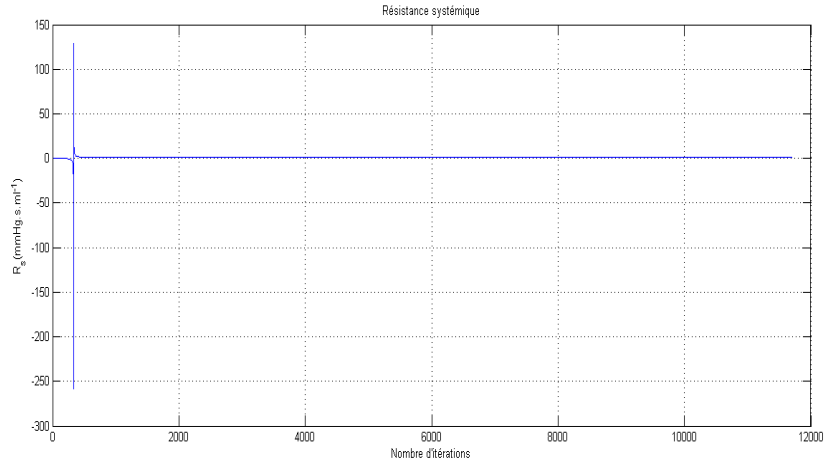


FIGURE 3.11 – Résistance systémique

Pour mieux voir la convergence des paramètres, la figure (3.12) montre le dernier cycle seulement illustrant ainsi la bonne convergence.

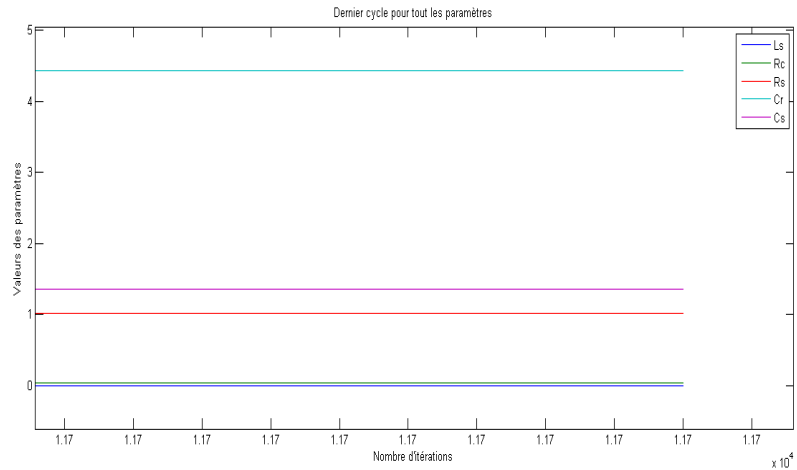


FIGURE 3.12 – Dernier cycle pour tout les paramètres

Les résultats en initialisant à 1.2 valeurs réelles, sont illustrés par les figures (3.13)-(3.17).

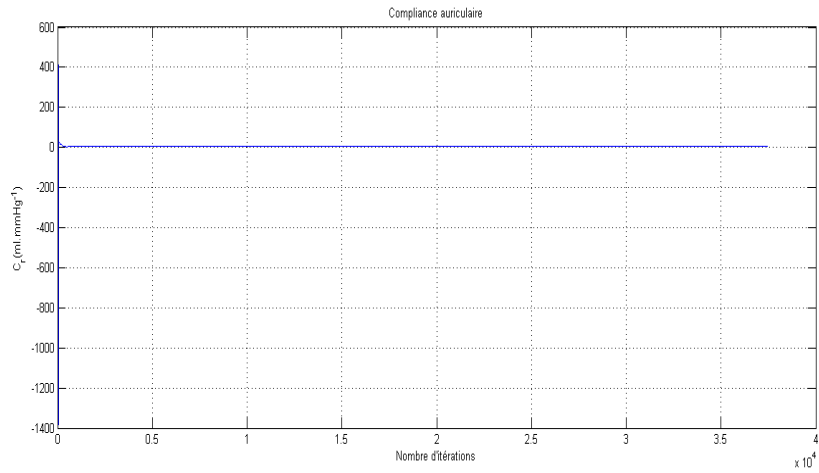


FIGURE 3.13 – Compliance auriculaire

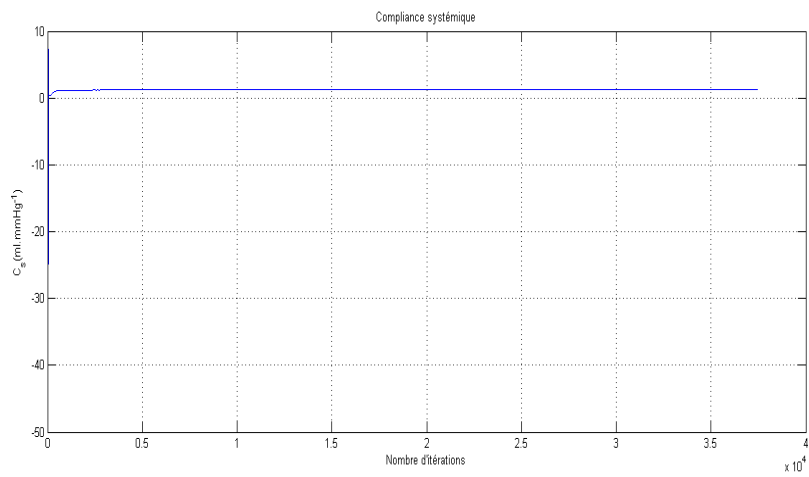


FIGURE 3.14 – Compliance systémique

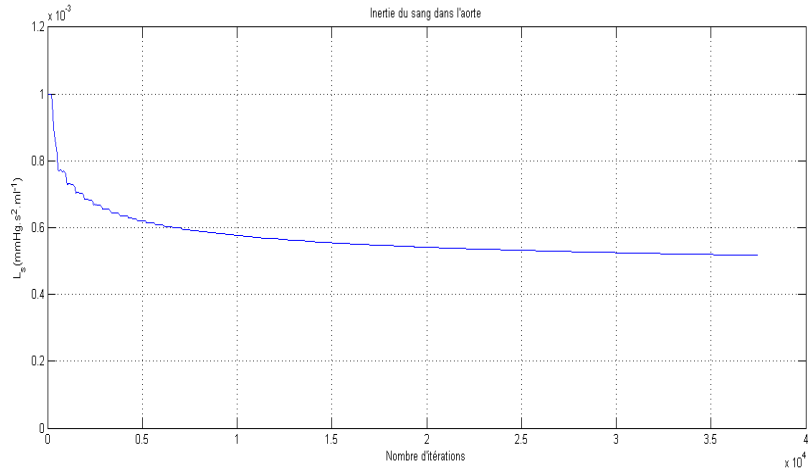


FIGURE 3.15 – Inertie du sang dans l'aorte

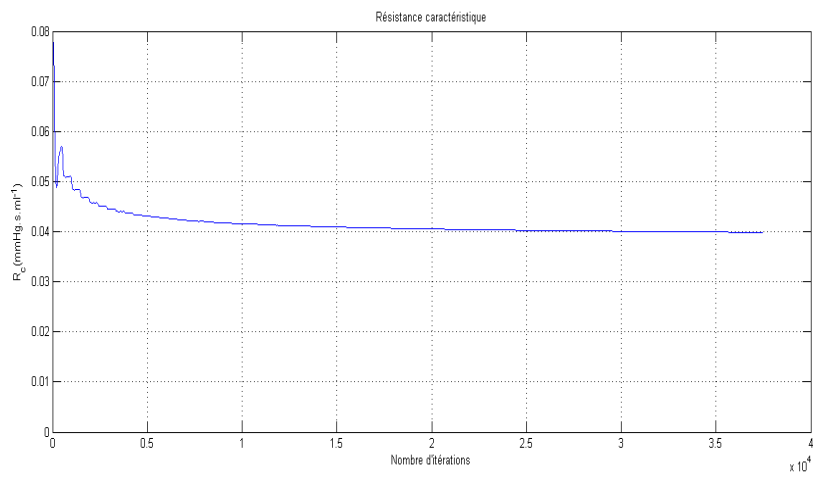


FIGURE 3.16 – Résistance caractéristique

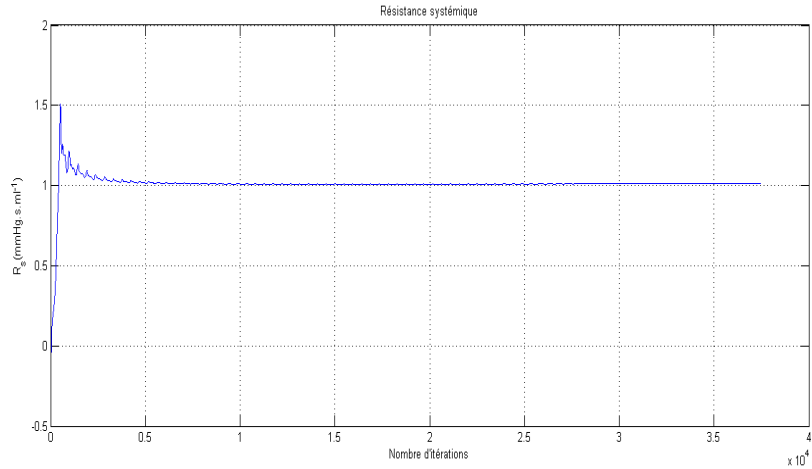


FIGURE 3.17 – Résistance systémique

Pour mieux voir la convergence des paramètres, la figure (3.18) montre le dernier cycle seulement illustrant ainsi la bonne convergence.

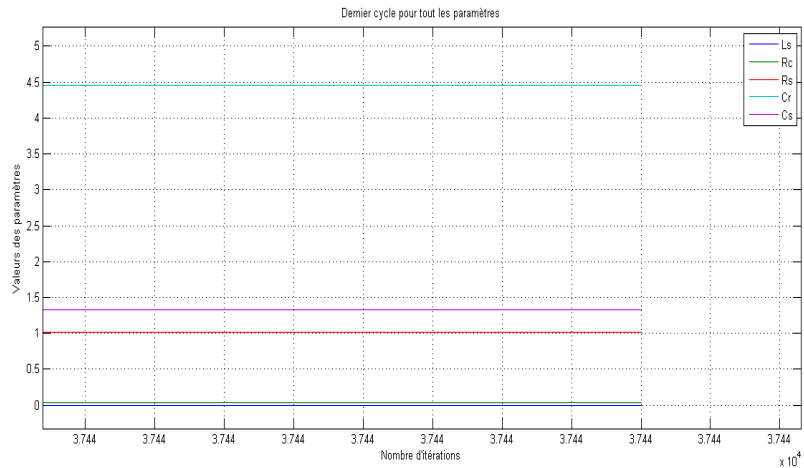


FIGURE 3.18 – Dernier cycle pour tout les paramètres

– **Phase de remplissage sans capacité aortique**

Les résultats en initialisant à 0.6 valeurs réelles, sont illustrés par les figures (3.19)-(3.22).

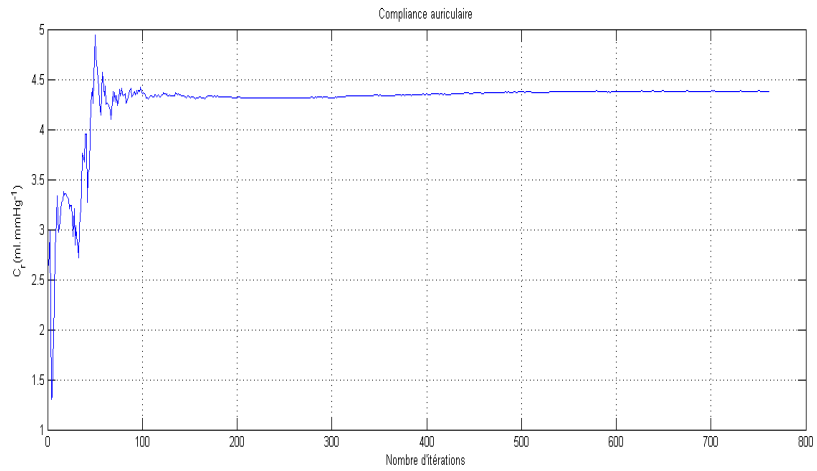


FIGURE 3.19 – Compliance auriculaire

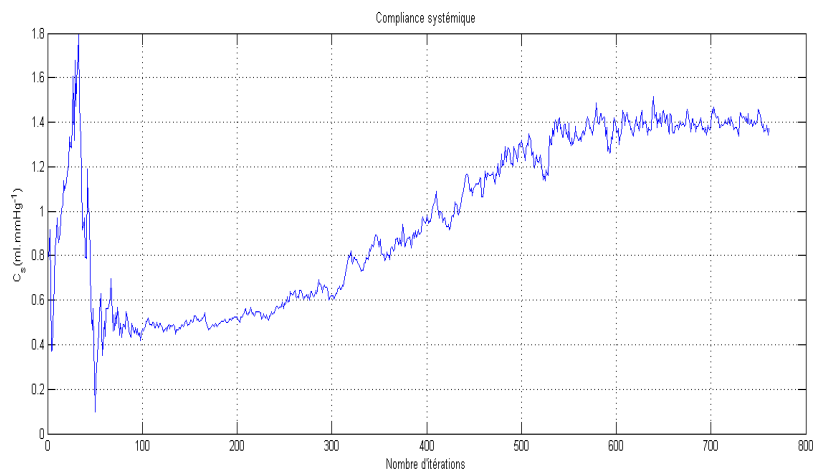


FIGURE 3.20 – Compliance systémique

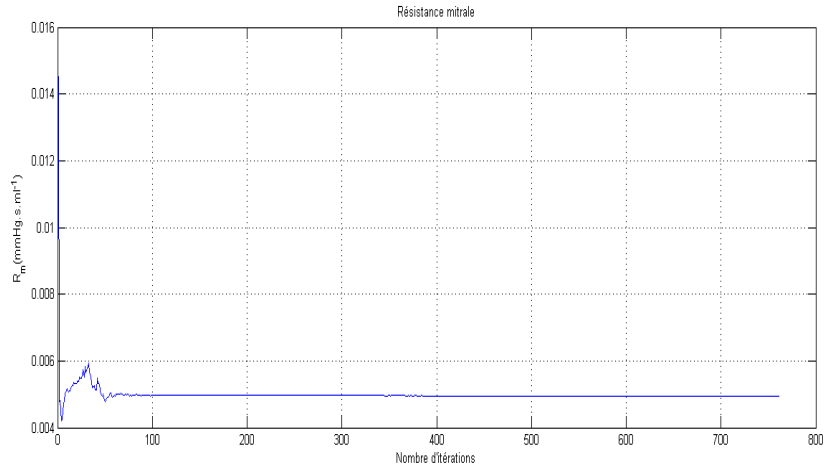


FIGURE 3.21 – Résistance mitrale

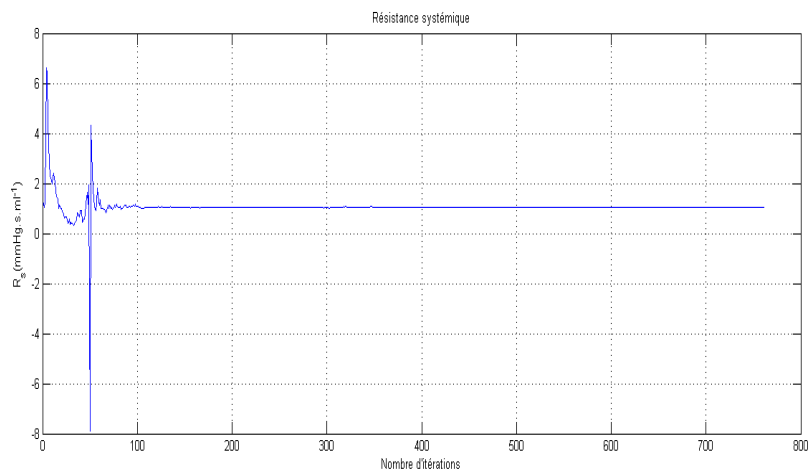


FIGURE 3.22 – Résistance systémique

Les résultats en initialisant à 1.2 valeurs réelles, sont illustrés par les figures (3.23)-(3.26).

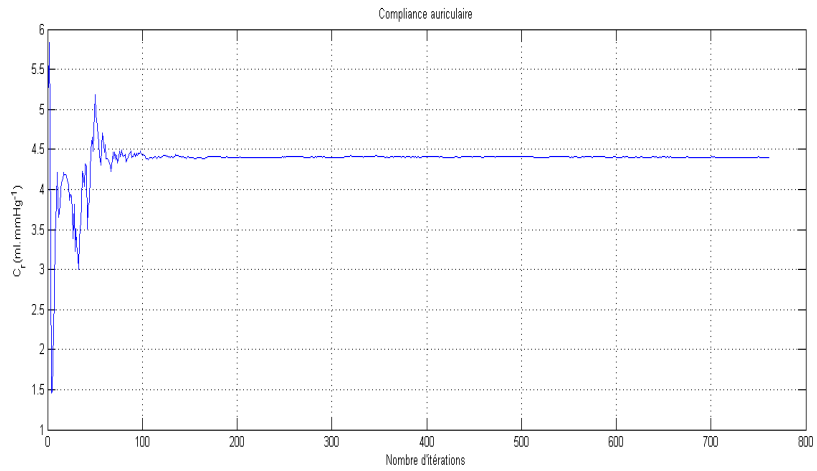


FIGURE 3.23 – Compliance auriculaire

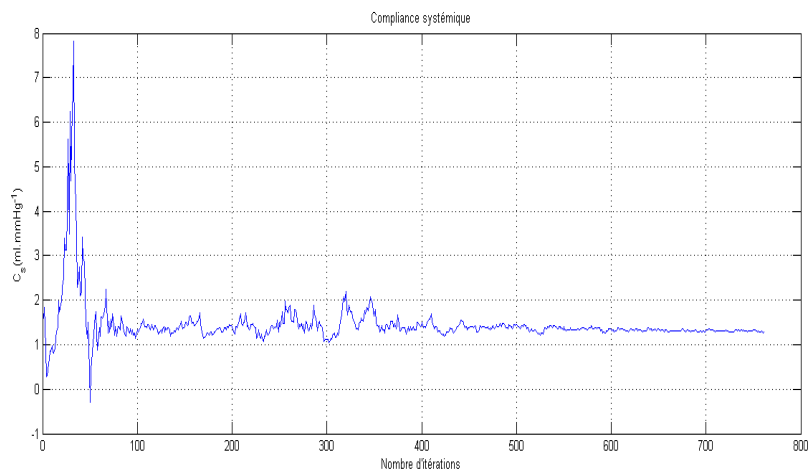


FIGURE 3.24 – Compliance systémique

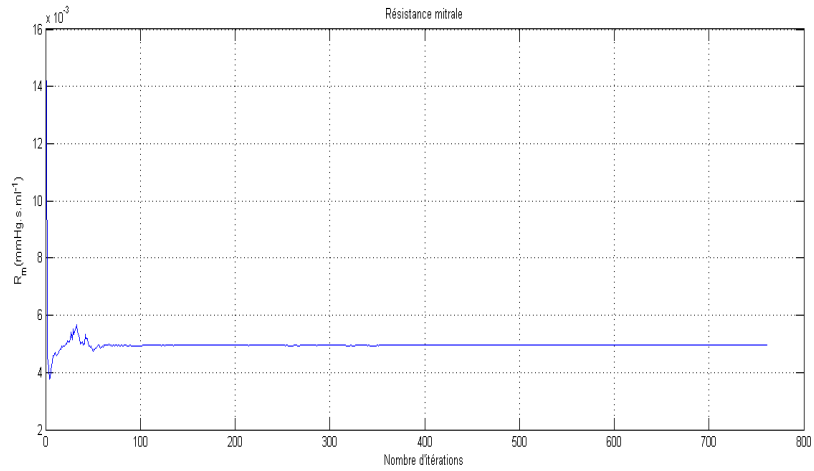


FIGURE 3.25 – Résistance mitrale

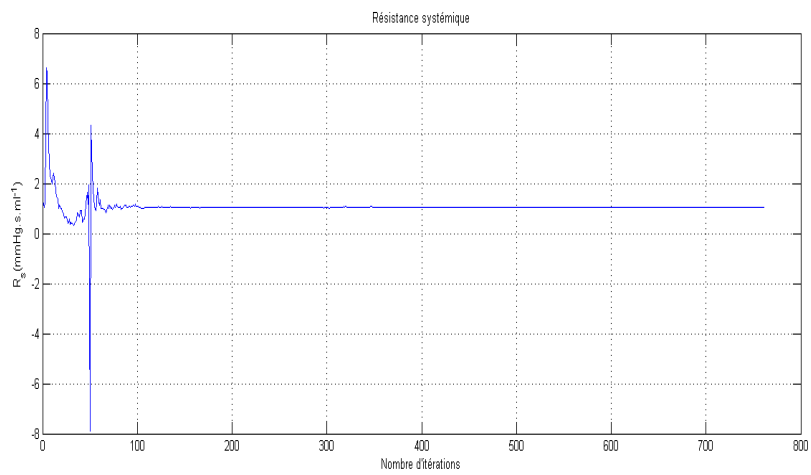


FIGURE 3.26 – Résistance systémique

Les résultats en initialisant à 2 valeurs réelles, sont illustrés par les figures (3.27)-(3.30).



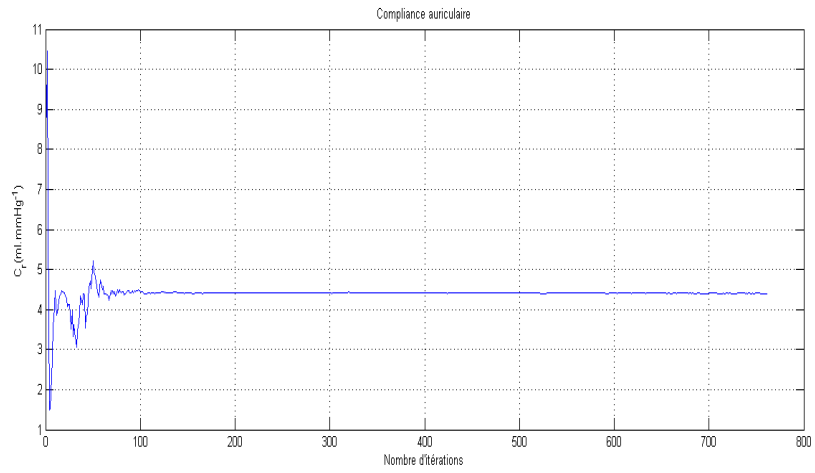


FIGURE 3.27 – Compliance auriculaire

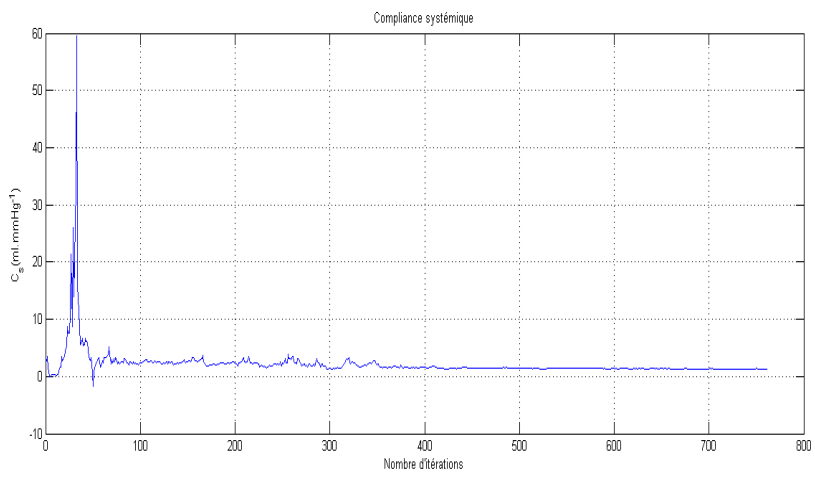


FIGURE 3.28 – Compliance systémique

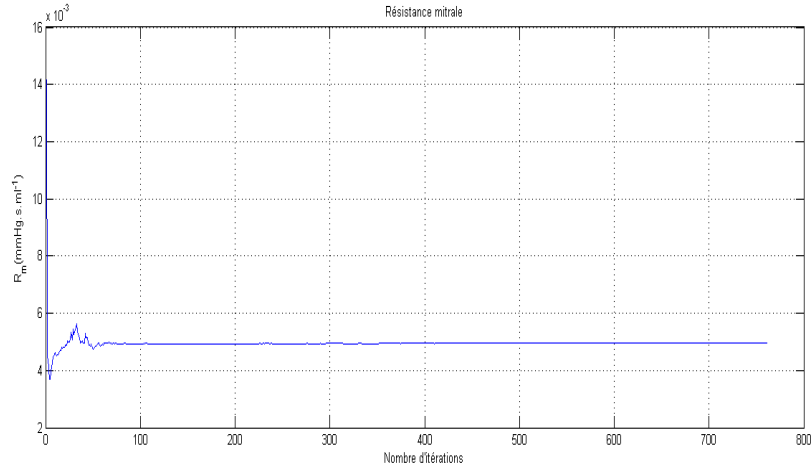


FIGURE 3.29 – Résistance mitrale

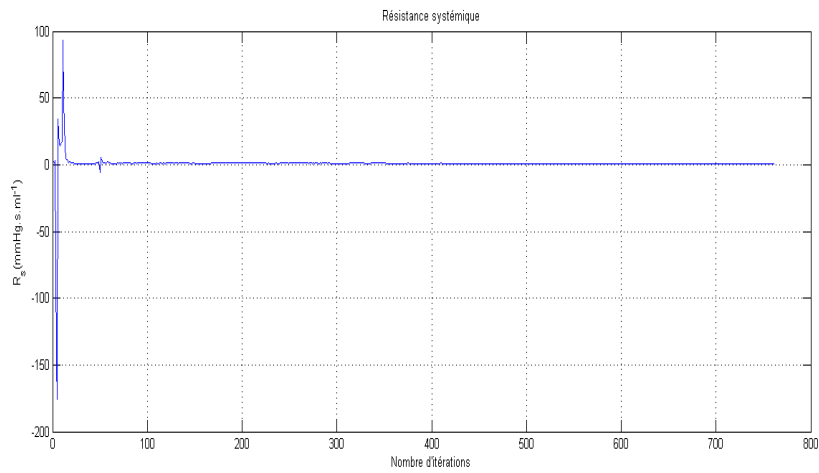


FIGURE 3.30 – Résistance systémique

– Phase d'éjection avec capacité aortique

L'estimée de  $C_a$  en initialisant à 0.6 sa vraie valeur, est représentée dans la figure suivante :

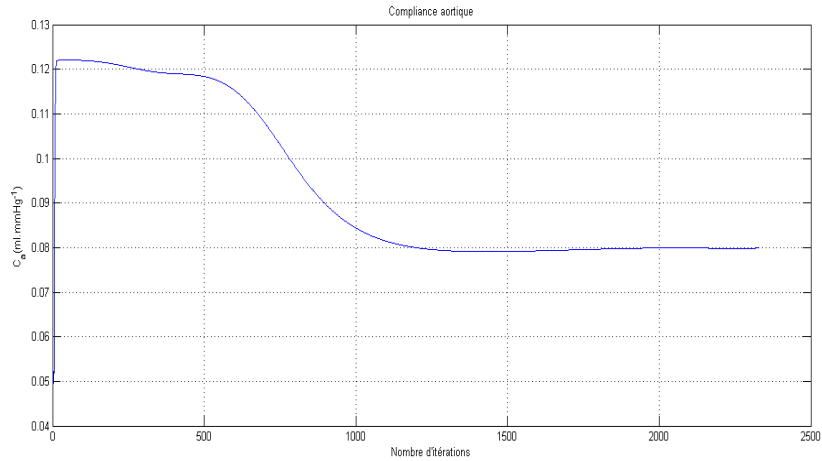


FIGURE 3.31 – Compliance auriculaire

L'estimée de  $C_a$  en initialisant à 1.2 sa vraie valeur, est représentée dans la figure suivante :

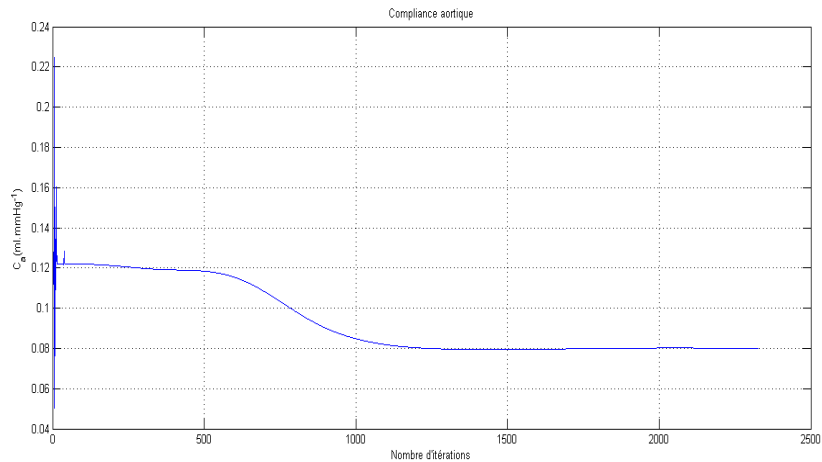


FIGURE 3.32 – Compliance auriculaire

L'estimée de  $C_a$  en initialisant à 2 sa vraie valeur, est représentée dans la figure suivante :

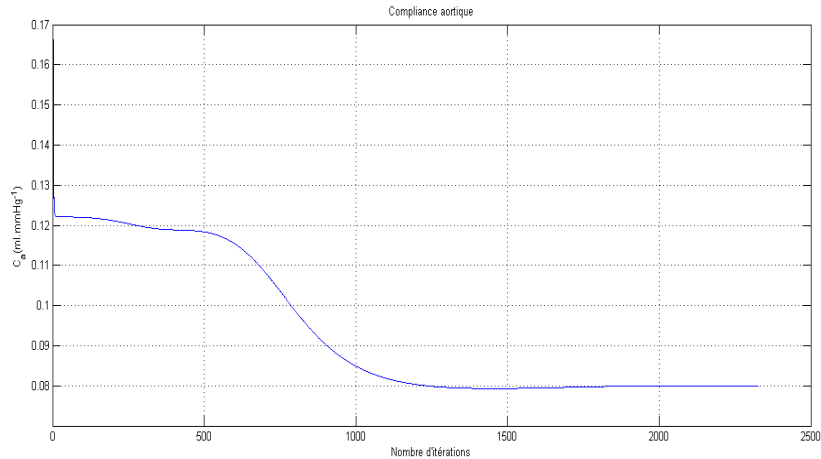


FIGURE 3.33 – Compliance auriculaire

### 3.4.4 Discussion des résultats

Ce paragraphe récapitule tous les résultats de l'algorithme d'estimation.

Dans la phase d'éjection sans capacité aortique, nous constatons que le choix des conditions initiales est important car il décide sur la vitesse de convergence des paramètres, plus on s'éloigne des valeurs réelles, l'algorithme va prendre plus de cycles cardiaques pour converger, tandis que pour les autres phases, un seul cycle cardiaque suffit pour que les paramètres convergent.

Nous remarquons aussi que la capacité systémique, qui est identifiable dans la phase d'éjection et de remplissage sans capacité aortique, converge d'une façon lisse dans la phase d'éjection en comparant avec la phase de remplissage.

Les tableaux (3.1, 3.2 et 3.3) résumeront les valeurs de convergence des paramètres, les erreurs relatives à chaque paramètre et le nombre de cycles cardiaques nécessaires pour la convergence.

★ Phase d'éjection sans capacité aortique

Paramètres à identifier	Initialisation		
	0.6.v.réel	1.2.v.réel	2.v.réel
$R_c$	0.0395	0.0393	0.0399
$R_s$	1.0121	0.9999	1.0111
$L_s$	$5.8855 \cdot 10^{-4}$	$5.0974 \cdot 10^{-4}$	$5.1723 \cdot 10^{-4}$
$C_r$	4.4315	4.4883	4.4480
$C_s$	1.3577	1.3354	1.3346
$ \Delta R_c /R_c$	0.74%	1.38%	0.16%
$ \Delta R_s /R_s$	1.21%	0.006%	1.11%
$ \Delta L_s /L_s$	2.29%	1.94%	3.44%
$ \Delta C_r /C_r$	0.72%	2.00%	1.09%
$ \Delta C_s /C_s$	2.08%	0.41%	0.34%
nombre de cycles	25	9	80

TABLE 3.1 – Tableau récapitulatif pour la convergence des paramètres dans la phase d'éjection sans capacité aortique

★ Phase de remplissage sans capacité aortique

Paramètres à identifier	Initialisation		
	0.6.v.réel	1.2.v.réel	2.v.réel
$C_r$	4.3782	4.4005	4.4025
$C_s$	1.3692	1.2904	1.3109
$R_m$	0.0049	0.0049	0.0049
$R_s$	1.0279	1.0350	1.0375
$ \Delta C_r /C_r$	0.49%	0.01%	0.05%
$ \Delta C_s /C_s$	2.95%	2.97%	1.44%
$ \Delta R_m /R_m$	1.02%	1.10%	1.11%
$ \Delta R_s /R_s$	2.78%	3.49%	3.75%
nombre de cycles	1	1	1

TABLE 3.2 – Tableau récapitulatif pour la convergence des paramètres dans la phase de remplissage sans capacité aortique

★ Phase d'éjection avec capacité aortique

Paramètres à identifier	Initialisation		
	0.6.v.réel	1.2.v.réel	2.v.réel
$C_a$	0.0799	0.0802	0.0800
$ \Delta C_a /C_a$	0.14%	0.22%	0.02%
nombre de cycles	1	1	1

TABLE 3.3 – Tableau récapitulatif pour la convergence des paramètres dans la phase d'éjection avec capacité aortique

### 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu que, l'étude de l'identifiabilité est une phase importante avant de commencer à appliquer une méthode d'identification de paramètres. Ceci permet entre autre de choisir les bonnes mesures qui nous permettront d'estimer les paramètres. Nous avons aussi mis en évidence les problèmes qu'on peut rencontrer

dans les méthodes d'identification à base de minimisation de critère. Pour remédier à ces contraintes, nous avons défini les méthodes à base d'observateurs en considérant les paramètres comme des états à estimer. Cette dernière approche a été utilisée par la suite dans l'identification des paramètres cardiovasculaires avec le filtre de Kalman étendu. A la fin du chapitre, nous avons montré et discuté les résultats obtenus.

Deuxième partie

Détection d'Anomalies du Système  
Cardiovasculaires



# Chapitre 4

## Introduction au diagnostic des défauts

### 4.1 Introduction

En raison d'une modernisation incessante des outils de production, les systèmes industriels deviennent de plus en plus complexes et sophistiqués. En parallèle, ces évolutions ont rendu les systèmes plus vulnérables aux défauts. Une demande accrue de fiabilité, de disponibilité, de reconfigurabilité et de sûreté de fonctionnement des systèmes sont devenus de véritables enjeux à satisfaire. Ceci a motivé de nombreux chercheurs à investir dans ce domaine en proposant différentes approches et techniques répondant à la diversité des systèmes physiques.

Ce chapitre est une introduction à l'état de l'art du diagnostic des défauts dans les systèmes physiques. L'intérêt portera essentiellement sur le problème de détection et d'isolation des défauts. Nous présenterons, dans un premier temps, un panorama des défauts dans les systèmes physiques en général. Ensuite, il sera question, d'aborder les différents concepts et méthodes rencontrés dans la littérature du diagnostic des défauts. Nous introduirons après quelques approches de détection et d'isolation des défauts à base d'observateurs. Pour terminer ce chapitre, des définitions relatives à la notion de détectabilité des défauts seront présentées.

## **4.2 Intéret et objectifs du diagnostic des systèmes physiques**

Dans le domaine de l'industrie et de la production industrielle le champ de la compétitivité repose sur plusieurs critères de performance, de robustesse et de qualité. Mais malgré toutes les assiduités pour l'établissement de ces conceptions, les défaillances de celles-ci se font fréquentes et peuvent résulter soit d'une fin de cycle de vie d'un élément et aussi de l'apparition soudaine d'une panne brusque.

Alors que ces éléments de production représentent pour la plupart du temps des enjeux majeures soit à but lucratifs (ex : chaîne de production dans une usine) ou pour assurer un service (ex : un scanner dans un hôpital), elles peuvent aussi toucher à un élément des plus important qui représente la sécurité matérielle, environnementale, et même humaine. Pour éviter des conséquences irréversibles, des méthodes de supervision et de surveillance ont été mises en place et qui reposent toutes sur le diagnostic des systèmes.

Le diagnostic consiste à détecter, à localiser et éventuellement à identifier les défaillances et/ou les défauts qui affectent un système . Plus généralement le diagnostic apporte une contribution à la solution de détection et de localisation d'un mauvais fonctionnement.

## **4.3 Définitions et généralités sur les défauts**

Le but du diagnostic est la détection puis la localisation de défauts. Afin de bien poursuivre notre démarche de diagnostic, une bonne connaissance des défauts s'impose.

### **4.3.1 Définitions**

- Anomalie : particularité non conforme à la loi naturelle ou à la logique.
- Défaut : anomalie de comportement au sein d'un système physique.
- Défaillance : anomalie fonctionnelle au sein d'un système physique.

- Panne : inaptitude d'un dispositif à accomplir sa fonction.
- Perturbation : tout phénomène conçu comme normal influençant un processus représenté par un modèle de référence.
- Résidu : un signal conçu comme un indicateur d'anomalies fonctionnelles ou comportementales, sensiblement nul en absence de défauts et non nul en leur présence.

### 4.3.2 Classification des défauts

Les défauts sont des événements qui apparaissent à différents endroits du système. Dans la littérature, les défauts sont classés en fonction de leur localisation en trois catégories :

- Défauts actionneurs : ils agissent au niveau de la partie opérative et détériorent ainsi le signal d'entrée du système. Ils représentent une perte totale ou partielle d'un actionneur de l'organe de commande.
- Défauts capteurs : ce type de défaut est la cause d'une mauvaise image de l'état physique du système. Un défaut capteur partiel produit un signal avec plus ou moins d'adéquation avec la valeur vraie de la variable à mesurer. Ceci peut se traduire par une réduction de la valeur affichée par rapport à la vraie valeur, ou de la présence d'un biais ou de bruit accru empêchant une bonne lecture, ainsi on pourra même extraire la partie utile du signal mesuré. Tandis qu'un défaut capteur total produit une valeur qui n'est pas en rapport avec la grandeur à mesurer qui donne carrément des valeurs erronées hors de sens et d'utilité.
- Défauts systèmes ou composants : ce sont des défauts qui ont lieu dans les composants du système lui-même. Ceci englobent tous les défauts qui ne peuvent pas être classés parmi les défauts de capteurs ou d'actionneurs. Ces défauts représentent les changements des paramètres physiques du système, par exemple la masse, les coefficients aérodynamiques, la constante de dissipation,...etc. Ils ont souvent comme

conséquence le changement du comportement dynamique du système commandé. Les défauts de composants système sont en général modélisés sous la forme d'un système à paramètres variables.

La figure (4.1) illustre ces différents types de défauts.

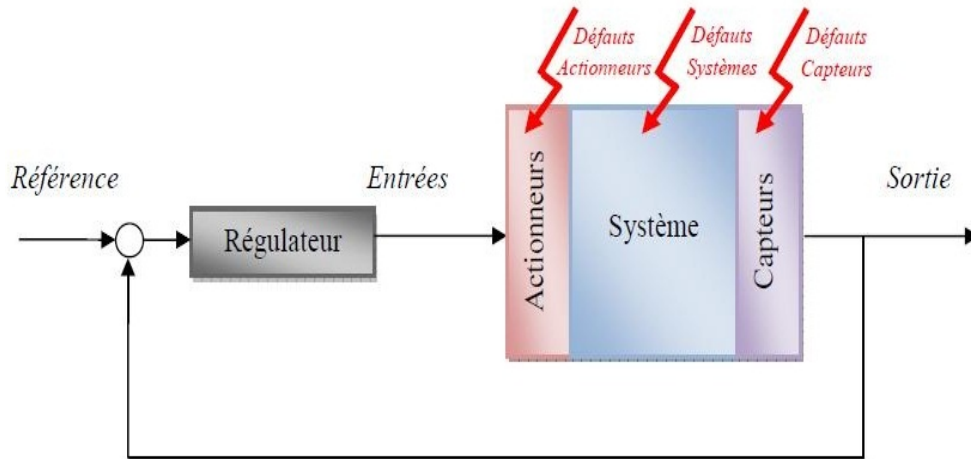


FIGURE 4.1 – Différents types de défauts.

Les défauts cités ci-avant peuvent être qualifiés d'additifs s'ils affectent le comportement du procédé indépendamment des entrées connues (tels que les défauts actionneurs et défauts capteurs), et de multiplicatifs (défauts système) s'ils affectent le procédé d'une façon dépendante des entrées connues.

### 4.3.3 Comportement des défauts

Selon leurs évolutions temporelles, il est possible de distinguer trois types de défauts, à savoir [LAL04] :

- Les défauts brusques (biais) : ils se produisent instantanément, souvent à cause de dommages matériels. Habituellement ils sont très graves car ils affectent les performances et/ou la stabilité du système commandé, de tels défauts exigent une réaction rigoureuse du bloc de la commande tolérante aux défauts (FTC).

- Les défauts progressifs (dérives) : ils représentent les changements lents des valeurs paramétriques. Souvent dus au vieillissement, Ils sont plus difficiles à détecter en raison de leur dynamique lente, mais sont également moins graves.
- Les défauts intermittents (valeurs aberrantes) : c'est des défauts qui apparaissent et disparaissent à plusieurs reprises, par exemple à cause d'un câblage partiellement endommagé.

### 4.3.4 Modélisation des défauts

Supposons que l'on dispose d'un modèle linéaire d'un procédé sous la forme d'une représentation d'état, telle que :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t) + Du(t), \end{cases} \quad (4.1)$$

où  $x(t)$  représente le vecteur d'état,  $u(t)$  le vecteur de commande et  $y(t)$  le vecteur de sortie du système, tels que :  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ ,  $y \in \mathbb{R}^p$ .  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont des matrices de dimensions respectives  $n \times n$ ,  $n \times m$ ,  $p \times n$  et  $p \times m$ . Alors :

- Les défauts actionneurs sont modélisés comme des signaux additifs aux signaux d'entrée.
- Les défauts composants sont modélisés comme une dynamique additionnelle avec une matrice de distribution.
- Les défauts capteurs sont modélisés par des signaux additifs aux signaux de sortie.

Si l'on suppose que les trois types de défauts agissent sur le système, la modélisation mettant en évidence ces derniers peut être donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Hf_p(t) + B(u(t) + f_a(t)), \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + f_c(t), \end{cases} \quad (4.2)$$

où  $f_a(t)$ ,  $f_p(t)$  et  $f_c(t)$  représentent respectivement les défauts d'actionneurs, les défauts composants et les défauts des capteurs, tels que :  $f_a(t) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ ,  $f_p(t) \in \mathbb{R}^{c \times 1}$  et  $f_c(t) \in \mathbb{R}^{p \times 1}$ . La matrice  $H$  est dite matrice de distribution de  $f_p(t)$  et traduit l'effet de  $f_p$  sur le système.

### 4.3.5 Modélisation des perturbations

En plus des défauts, le système peut être soumis à d'autres signaux dits entrées inconnues (perturbations et bruits), ainsi qu'à des incertitudes de modélisation. Si l'influence de ces signaux sur le système est connue, alors il est possible de réécrire les équations précédentes sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Hf_p(t) + B(u(t) + f_a(t)) + Ed_a(t), \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + f_c(t) + d_c(t), \end{cases} \quad (4.3)$$

où  $d_a(t) \in \mathbb{R}^{d \times 1}$  et  $d_c(t) \in \mathbb{R}^{p \times 1}$  représentent respectivement les perturbations et les bruits agissant sur le système. La matrice  $E$  est dite matrice de distribution de  $d_a(t)$ .

L'origine des perturbations est souvent due à une modélisation imparfaite du système, engendrant une action non connue sur ce dernier. Les perturbations font l'objet de caractéristiques particulières. Lorsque ces dernières sont d'ordre statistique, le système est dit bruité.

Pour des raisons de simplicité, il est possible de mettre le système (4.3) sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E_d d(t) + E_f f(t), \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + F_d d(t) + F_f f(t), \end{cases} \quad (4.4)$$

où  $E_f = \begin{bmatrix} B & H & 0_{n \times p} \end{bmatrix}$ ,  $E_d = \begin{bmatrix} E & 0_{n \times p} \end{bmatrix}$ ,  $F_f = \begin{bmatrix} 0_{p \times m} & 0_{p \times c} & I_{p \times p} \end{bmatrix}$ ,  $F_d = \begin{bmatrix} 0_{p \times d} & I_{p \times p} \end{bmatrix}$ ,

$d = \begin{bmatrix} d_a & d_c \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^q$  et  $f(t) = \begin{bmatrix} f_a & f_c & f_p \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^s$ . Les matrices  $I_{p \times p}$  et  $0_{n \times p}$  sont respectivement les matrices identité de dimension  $p \times p$  et la matrice nulle de dimension  $n \times p$ .

Généralement, dans les problèmes de détection et de localisation des défauts à base d'observateurs, c'est cette dernière modélisation qui est prise en compte. Cependant, il faut signaler que selon le contexte, les objectifs du diagnostic, les techniques utilisées et bien d'autres critères, ce modèle peut différer de façon à s'adapter aux exigences. Par exemple, pour résoudre le problème de détection et de localisation des défauts, il est possible de décomposer le vecteur défaut en des défauts que l'on désire détecter et qui constitueront alors le vecteur  $f(t)$  et les défauts que l'on ne veut pas détecter et que l'on regroupera dans le vecteur  $d(t)$ . Ceci permet d'appliquer certaines méthodes de localisation.

Pour être exploitable, au vu des objectifs de diagnostic fixés, le modèle doit traduire au mieux le comportement du système. Cependant, la précision d'un modèle est généralement obtenue au détriment de sa simplicité. Le choix entre :

- les modèles linéaires pour lesquels de nombreuses méthodes de traitement sont connues mais possédant une plage de fonctionnement limitée ;
- les modèles non linéaires d'utilisation complexe mais possédant un domaine de validité étendu ;

est difficile à effectuer [LAL04].

## 4.4 Étapes du diagnostic des défauts

En se référant à la figure (4.2), on distingue deux étapes de diagnostic, qui sont :

- **Génération de résidus** : cette phase consiste à générer un signal résiduel reflétant la distance entre le modèle du système et son comportement observé au cours du temps.
- **Prise de décision** : cette phase permet à l'utilisateur de détecter et localiser la présence éventuelle d'un ou de plusieurs défauts en implémentant un test de détection sur les résidus générés.

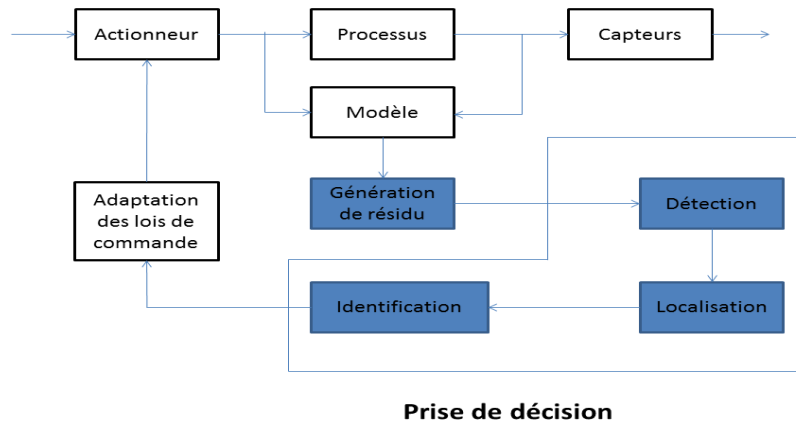


FIGURE 4.2 – Étapes du diagnostic à base de modèle.

Cette deuxième étape oblige une bonne connaissance du système et elle se divise en trois actions successives [THE03] :

- **module de détection** : consiste à signaler la présence d'un défaut, c'est-à-dire à déterminer si l'état courant du système et ses éléments sont normaux ou anormaux, signalant toute déviation par rapport au fonctionnement attendu.
- **module de localisation** : consiste à indiquer quel organe ou quel composant est affecté par le défaut.
- **module d'identification** : cette tâche a pour objectif de caractériser le défaut en durée et amplitude, afin d'en déduire sa sévérité.

## 4.5 Présentation des méthodes de diagnostic

Les méthodes de diagnostic sont nombreuses et variées, elles correspondent à la diversité des problèmes rencontrés en pratique et en théorie. On peut les classer selon le schéma de la figure (4.3).



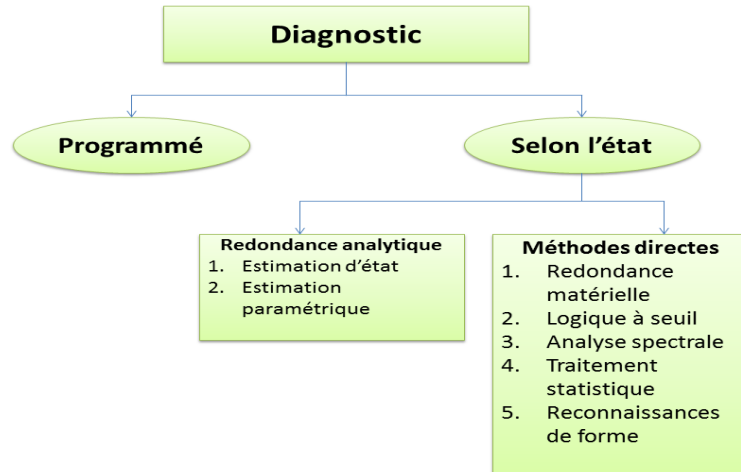


FIGURE 4.3 – Méthodes du diagnostic des défauts.

#### 4.5.1 Les méthodes systématiques (ou maintenance programmée)

La méthode systématique désigne une technique fondée sur une étude statistique de la fiabilité du système. Par observation, les temps moyens de bon fonctionnement des éléments du système sont déterminés, et un remplacement programmé des pièces est établi, entraînant soit un changement prématuré, soit un arrêt du système physique à cause de la défaillance ou de la panne.

#### 4.5.2 Les méthodes selon l'état

La maintenance selon l'état nécessite la mise en place de divers blocs cités auparavant (la détection, la localisation et l'identification de défaut). L'intérêt de cette stratégie est d'optimiser le fonctionnement et la disponibilité des installations. De manière globale, cette stratégie se décompose en deux familles de méthodes :

- **Les méthodes directes :**

Ces méthodes ne nécessitent pas de modèle analytique et font appel aux diverses techniques dont les principales sont citées ci-après.

- **La redondance matérielle :** Cette méthode consiste à doubler ou tripler les chaînes d'instrumentation afin d'obtenir des informations supplémentaires sur l'état

du système.

Les figures (4.4) et (4.5) montrent la redondance matérielle duplex et triplex, respectivement.

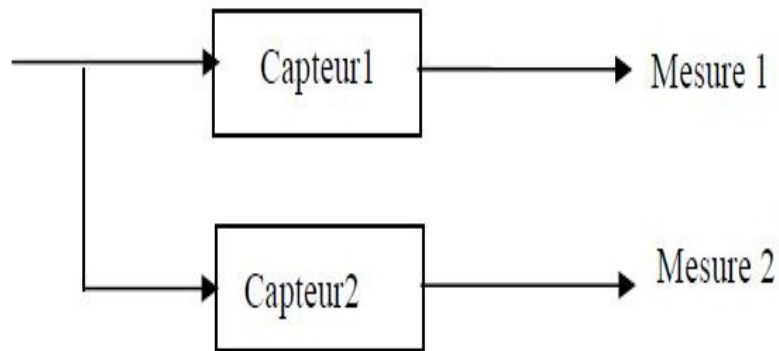


FIGURE 4.4 – Schéma représentant la redondance matérielle (cas duplex).

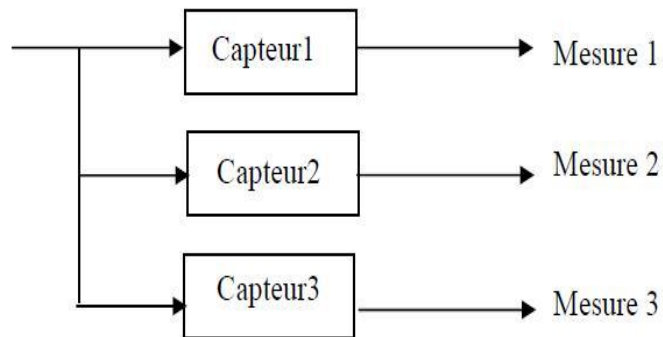


FIGURE 4.5 – schéma représentant la redondance matérielle (cas triplex).

- **Logique à seuil** : Les variables mesurées sont comparées avec des valeurs limites constantes ou adaptatives. Un premier niveau indique la présence probable d'un défaut alors qu'un second niveau peut en caractériser la gravité. Le franchissement d'un seuil révèle la présence d'une anomalie.

- **Analyse spectrale** : Certains signaux mesurés ont une fréquence typique en fonctionnement normale et tout changement de celle-ci peut être considéré comme un indicateur de défaut. Le contenu spectral des signaux est utilisé depuis de nombreuses années pour détecter les défauts dans les machines électriques, tels que les ruptures de barres au rotor des machines synchrones.
- **Traitement statistique** : Cette méthode de traitement du signal repose sur la détection de changement de caractéristiques (moyenne et variance) d'une variable aléatoire.
- **Reconnaissance de forme** : Cette technique utilise des algorithmes afin de classer des objets dont l'aspect a varié par rapport à une référence. A chaque instant, la forme type à laquelle un objet ressemble le plus doit être déterminée.
- **Système expert** : Un système expert est un système informatique, destiné à résoudre un problème précis à partir d'une analyse et d'une représentation des connaissances et d'un raisonnement d'un ou plusieurs spécialistes [ADR00].
- **Les méthodes à base de modèle analytique** :  
Ces méthodes nécessitent un modèle analytique du système. Un tel modèle est constitué d'un ensemble de relations analytiques, statistiques ou dynamiques, entre différentes variables représentant les phénomènes associés au système.

Deux grands types de méthodes se dégagent pour le diagnostic à base de modèles analytiques : l'estimation paramétrique et l'estimation d'états. La figure (4.6) montre ces différentes méthodes.

◇ **Estimation paramétrique**

L'approche d'estimation paramétrique considère que l'influence de défauts se reflète sur les paramètres et non pas uniquement sur les variables du système physique. Le principe de cette méthode consiste à estimer en continu des paramètres du procédé en utilisant les mesures d'entrée/sortie et en évaluant la distance qui les sépare des

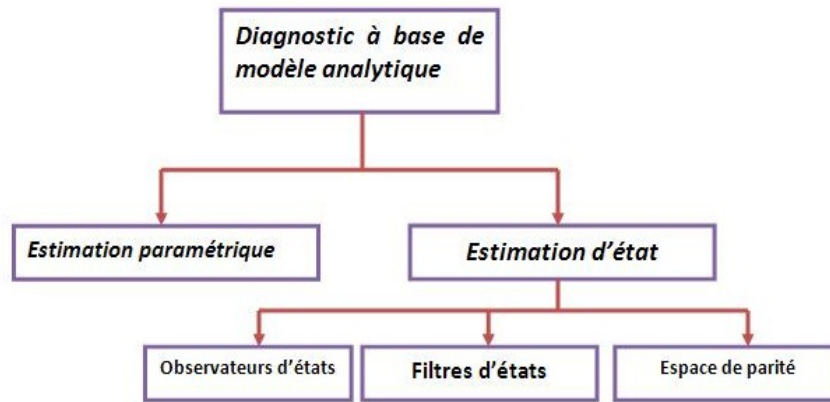


FIGURE 4.6 – Méthodes du diagnostic à base de modèles analytiques.

valeurs de référence de l'état normal du procédé.

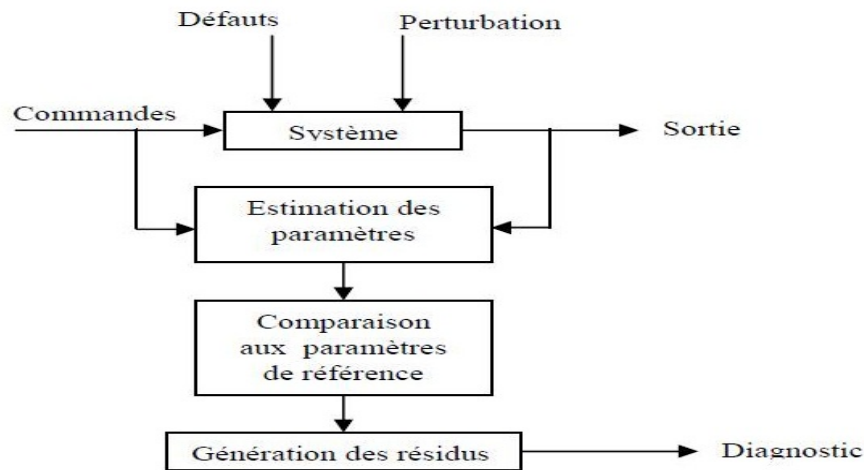


FIGURE 4.7 – schéma bloc de l'Estimation paramétrique.

#### ◇ Estimation d'état

Les méthodes d'estimation d'état ont pour principe de reconstruire les états et les sorties du système à partir des entrées et des sorties. On va citer par la suite trois méthodes différentes de l'estimation d'état qui sont : espace de parité, filtres d'état et observateurs d'état.

1. **Espace de parité** : Les équations du modèle sont projetées dans un espace particulier appelé espace de parité, permettant ainsi d'éliminer les inconnues à l'aide de redondances. Les équations projetées ne font intervenir que des variables mesurables (les entrées et les sorties du système) sur une fenêtre d'estimation. L'idée est de tester la cohérence des mesures par rapport à leurs estimées données par le modèle.
2. **Filtres d'état** : Les filtres d'états utilisent une formulation qui repose sur l'estimation d'état, mais uniquement pour des modèles stochastiques. Les filtres sensibles aux défauts peuvent être considérés comme des observateurs particuliers, dont les gains sont fixés de manière à ce que le vecteur des résidus prenne une direction particulière pour chaque situation de défaut [ALH05].
3. **Observateurs d'état** : La génération de résidus à l'aide d'une estimation d'état consiste à reconstruire l'état ou, plus généralement, la sortie du processus à l'aide d'observateurs et à utiliser l'erreur d'estimation comme résidu. Cette méthode s'est beaucoup développée car elle donne lieu à la conception de générateurs de résidus flexibles.

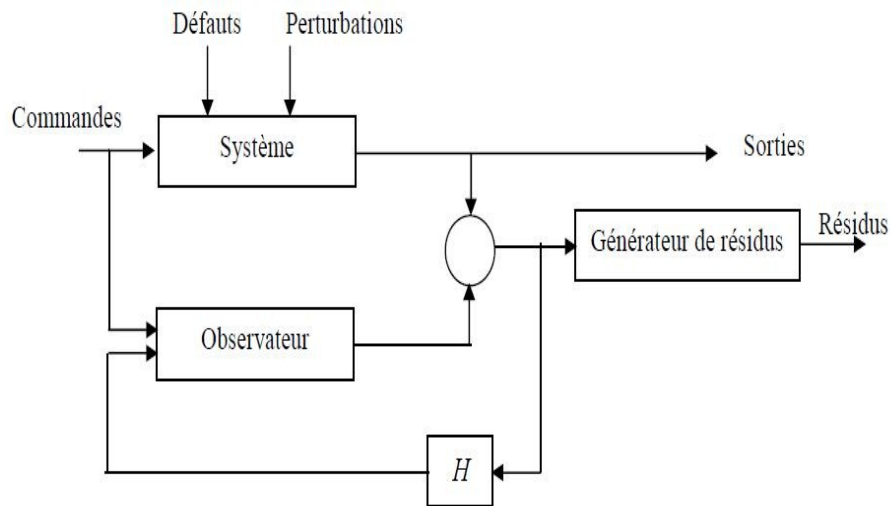


FIGURE 4.8 – Schéma de principe du diagnostic des défauts à base d'observateurs.

Pour ce qui concerne le diagnostic du système cardio-vasculaire, nous allons nous intéresser aux méthodes à base d'observateurs d'état.

## 4.6 Les méthodes à base d'observateurs

Dans la littérature, il y'a trois grandes familles d'observateurs qui sont :

- les observateurs stochastiques (filtre de particule [YAU01], filtre DMZ [BLO04]).
- les observateurs déterministes (observateur grand gain [HAM99], observateur algébrique [IBR03], observateur à mode glissant [SCH00]).
- les observateurs adaptatifs (observateur par intervalles [Li07], observateur parallèle et observateur multi modèles [THE99]).

Certains observateurs font partie de plusieurs groupes comme le filtre de Kalman, qui se trouve dans la catégorie déterministe et stochastique, ou l'observateur parallèle qui fait partie de toutes les catégories.

Dans ce mémoire, nous allons utiliser un filtre de Kalman étendu (FKE) associé à un générateur de résidu non linéaire. Pour beaucoup plus d'informations sur la théorie du FKE, voir paragraphe (III.2.2.1).

### 4.6.1 Générateurs de résidus associés aux observateurs robustes

L'observateur de défauts utilisé est proposé par [Lal04], il consiste à générer un signal résidu qui n'est rien d'autre qu'une combinaison des différents défauts et cela en utilisant les états estimés. Ce résidu va permettre la détection de la présence d'un défaut tout en rejetant les perturbations.

La figure suivante illustre le principe de cette méthode :

Soit le système, soumis à des défauts et perturbations, défini par les équations suivantes :

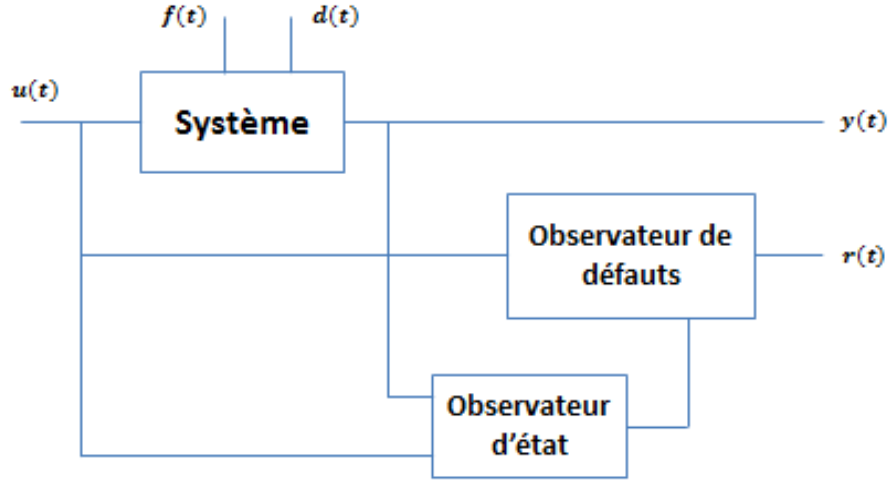


FIGURE 4.9 – Principe du générateur de résidu associé aux observateurs d'état.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(x, u) + E_d d(t) + E_f f(t), \\ y(t) = h(x), \end{cases} \quad (4.5)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$  et  $y \in \mathbb{R}^p$  représentent respectivement le vecteur d'état, le vecteur de commande et le vecteur de sortie.  $d \in \mathbb{R}^q$  et  $f \in \mathbb{R}^p$  sont respectivement les perturbations et les défaut qui agissent sur le système.

Soit le générateur de résidus sensible aux défauts et insensible aux perturbations suivant :

$$\begin{cases} \dot{z} = -Nz - N^2 T \hat{x} - N T A(\hat{x}, u), \\ \hat{r} = z + N T \hat{x}, \end{cases} \quad (4.6)$$

où  $\hat{x}$  désigne l'état estimé par l'observateur et  $\hat{r}$  représente le vecteur résidus.  $N$  est une matrice définie positive, déterminée de façon à avoir la dynamique de l'observateur plus rapide que celle du système.  $T$  est une matrice constante qui découple entre les défauts et les perturbations agissant sur le système et qui vérifie  $T E_d(x) = 0$  et  $T E_f(x) \neq 0$ .

L'approche proposée présente des propriétés très intéressantes pour la détection et l'isolation des défauts. Tout d'abord, elle est applicable pour les systèmes linéaires et non

linéaires. Elle permet le découplage d'un nombre illimité d'entrées inconnues. Il est à remarquer qu'un choix approprié de la matrice de découplage peut permettre l'isolation des défauts et même la reconstruction de ces derniers.

Néanmoins, cette méthode présente des limitations qui sont dues à la difficulté de détermination d'une matrice de découplage constante et à la nécessité de vérifier la condition sur la dynamique de l'observateur par rapport au système.

## 4.7 Etude de la détectabilité du défaut

L'étude de la détectabilité des défauts pour les systèmes dynamiques à base de modèle est une propriété essentielle et un sujet d'actualité dans le domaine du diagnostic des défauts à base de modèle.

Chent et Patton ont défini les notions de "détectabilité" et "détectabilité forte" comme suit [NYB97], [PAT97] :

### Définition 1 :

Une faute  $f$  est détectable vis-à-vis d'un résidu  $r$  si la fonction de transfert entre la faute et le résidu  $G_{rf}(s)$  est non nulle :

$$G_{rf} \neq 0, \forall s \neq 0.$$

### Définition 2 :

Une faute  $f$  est fortement (strongly) détectable vis-à-vis d'un résidu  $r$  si

$$G_{rf}(0) \neq 0 \text{ (cas continu)}$$

$$G_{rf}(1) \neq 0 \text{ (cas discret)}$$

Si la faute est détectable mais pas fortement, on parle alors de faible détectabilité.



La notion de détectabilité est une propriété structurelle du système du fait que c'est le système qui limite la possibilité de construction d'un générateur de résidus. Donc, on peut étendre les deux définitions précédentes, employées par rapport à un générateur de résidus, aux suivantes [NYB00] :

**Définition 3 :**

Une faute  $f$  est détectable vis-à-vis d'un système si et seulement s'il existe un générateur de résidus pour lequel la faute est détectable selon la définition 1.

**Définition 4 :**

Une faute  $f$  est fortement détectable vis-à-vis d'un système si et seulement s'il existe un générateur de résidus pour lequel la faute est fortement détectable selon définition 2.

D'autres définitions se basant sur les équations de parités existent aussi dans la littérature, pour plus informations se référer à [NYB00], [NYB97].

## 4.8 Conclusion

Ce chapitre a eu pour objectif d'introduire les différents concepts relatifs au diagnostic des défauts et de présenter les différentes méthodes proposées dans ce domaine. Bien qu'il existe dans la littérature plusieurs classifications, nous avons distingué, essentiellement, entre les méthodes analytiques (estimation d'état, estimation paramétrique, équation de parité) qui sont basées sur l'existence de modèles mathématiques et les méthodes symboliques basées sur les approches de l'analyse spectrale, de la reconnaissance de forme, de traitement statistique ...etc. Ces dernières sont utilisées dans le cas où la modélisation mathématique du système serait complexe ou inexistante.

Notre intérêt a porté sur l'étude des méthodes à base d'observateurs. Nous avons présenté la procédure de la méthode de détection et de localisation des défauts par un générateur de résidus associé à un observateur d'état qui sera appliqué au SCV dans le chapitre qui suit. A la fin, nous avons abordé la notion de détectabilité.

# Chapitre 5

## Application à la détection d'anomalies cardiovasculaires

### 5.1 Introduction

Les maladies cardiovasculaires (MCV) touchent le cœur et tous les vaisseaux sanguins qui parcourent le corps et le cerveau. Elles occupent une place prépondérante en termes d'hospitalisation dans les pays industrialisés.

Bien que les travaux sur les systèmes de diagnostic cardiaque aient fait des progrès remarquables, les MCV demeurent une des causes majeures de mortalité à travers le monde ce qui incite les chercheurs à travailler beaucoup plus sur les moyens de diagnostic et de dépistage précoce de ces maladies.

L'intérêt de ce chapitre est de traiter la notion de diagnostic des anomalies cardiovasculaires par une approche mathématique. Il sera question, dans un premier temps, d'introduire quelques pathologies CVs. Ensuite, nous allons présenter les anomalies qui peuvent affecter le SCV et qu'on veut diagnostiquer. Notre intérêt portera essentiellement sur les anomalies engendrant des variations de la résistance caractéristique et de la résistance systémique ainsi que celles qui altèrent la valve mitrale et la valve aortique. Dans notre étude, nous considérons les deux cas extrêmes des maladies valvulaires (blocage total en ouverture ou en fermeture). Après modélisation du SCV en vu du diagnostic,

nous utiliserons ce modèle pour générer des résidus par une méthode à base d'observateur. Nous terminerons par des interprétations des différentes simulations effectuées.

## 5.2 Pathologies du système cardio-vasculaire

Les maladies cardio-vasculaires constituent un ensemble de troubles affectant le cœur et les vaisseaux sanguins. Ci-dessous, on va expliquer en bref les maladies cardiovasculaires les plus répandues.

- **Artériosclérose** : cette maladie désigne tout durcissement des artères. Les artères vieillissent, elles deviennent plus dures, plus épaisses, elles perdent de leur souplesse et de leur élasticité. Elles ne peuvent plus adapter leur calibre aux besoins de l'organisme et cela surtout au moment de l'effort car le besoin d'irrigation est plus important. L'artériosclérose est un processus normal, physiologique, dû au vieillissement et irréversible.

Un durcissement des artères se traduit par une augmentation de la résistance vasculaire dans le modèle du système.

- **Athérosclérose** : c'est un processus pathologique qui survient souvent sur des artères modifiées par le vieillissement. Il ne concerne que les grosses et les moyennes artères.
- **Hypertension artérielle** : c'est une maladie très répandue et le principal facteur de risque des maladies cardiovasculaires.
- **Valvulopathie cardiaque** : ce terme désigne divers dysfonctionnements des valves cardiaques. Ce sont des pathologies fréquentes dont les causes se sont modifiées avec l'amélioration des conditions sanitaires.

Une valve peut dysfonctionner de deux manières : elle peut ne pas s'ouvrir correctement, on parle de rétrécissement ou sténose ou elle peut ne pas se fermer correc-

tement, on parle alors d'insuffisance ou fuite.

Lorsque sont associés un rétrécissement et une insuffisance sur une même valve, on parle de maladie (mitrale, aortique, tricuspide...). Les valvulopathies les plus fréquentes affectent la valve mitrale et la valve aortique.

## **5.3 Etude des anomalies cardiovasculaire**

### **5.3.1 Anomalies CV**

Les anomalies qui peuvent altérer le bon fonctionnement du SCV peuvent être regroupés dans deux catégories comme suit :

- Variation paramétrique anormale (pathologique) des résistances et des capacités vasculaires. On s'intéressera dans un premier temps aux variations résistifs.
- Dysfonctionnements valvulaires (médicalement appelé valvulopathie cardiaque), comme expliqué dans le paragraphe précédent ces pathologies sont très fréquentes. Dans notre étude, on a pris les deux cas extrêmes (idéal) qui sont un blocage total des valvules mitrale et aortique en ouverture et en fermeture. Bien entendu que ce cas n'est pas réaliste mais ceci nous permettra de valider notre approche que nous allons généraliser par la suite en cas de sténose ou rétrécissement.

### **5.3.2 Modélisation des anomalies vasculaires**

Le diagnostic des anomalies CV par les méthodes à base de modèle, et plus particulièrement les méthodes à base d'observateurs, nécessite une modélisation adéquate de celui-ci où il sera mis en évidence les défauts que l'on désire détecter et éventuellement les entrées inconnues.

Dans cette étude, nous nous intéressant à la détection et la localisation des anomalies se traduisant par des variations des grandeurs résistifs ainsi que les défauts valvulaires. On propose donc un banc de deux observateurs, le premier prend en considération la détection et l'identification des variations de la résistance caractéristique et systémique

indépendamment des anomalies des valvules mitrale et aortique. Tant dis que le deuxième joue le role inverse du premier. Pour se faire, on décompose le vecteur défaut dans le modèle en des défauts que l'on désire détecter et qui constitueront alors le vecteur  $f_2(t)$  et les défauts que l'on ne veut pas détecter qu'on regroupera dans le vecteur  $f_1(t)$ .

Pour le modèle du SCV, on notera le vecteur  $f_2$  celui qui représente la variation des résistances et le vecteur  $f_1$  celui qui représente les fautes agissant sur la valvule mitrale  $f_m$  et aortique  $f_{ao}$ . C'est dans la synthèse des deux générateurs qu'on va distinguer entre ces vecteurs d'après les objectifs de ce qu'on veut diagnostiquer.

Le vecteur défaut est donné par :

$$f_2(t) = \begin{bmatrix} \Delta R_s \\ \Delta R_c \end{bmatrix}, \text{ tels que : } \begin{cases} \Delta R_s = R_s - R_{s0}, \\ \Delta R_c = R_c - R_{c0}, \end{cases} \quad (5.1)$$

$R_{s0}, R_{c0}$  étant respectivement les valeurs nominales de la résistance systémique et de la résistance caractéristique.

Le vecteur perturbation est le suivant :

$$f_1(t) = \begin{bmatrix} f_m \\ f_{ao} \end{bmatrix}, \text{ tels que : } \begin{cases} u_1 = u_{1N} + f_m, \\ u_2 = u_{2N} + f_{ao}, \end{cases} \quad (5.2)$$

où  $u_1, u_{1N}$  (respectivement  $u_2, u_{2N}$ ) sont les commandes réelles (en présence du défaut) et nominale (en absence du défaut) de la valvule mitrale (respectivement valvule aortique).

Le modèle défaillant du SCV se met sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{X} = A(X, U) + E_{f_1}(X)f_1 + E_{f_2}(X)f_2, \\ y(t) = CX, \end{cases} \quad (5.3)$$

où  $E_{f_2}$  est la distribution vectorielle déterminée en effectuant un développement de Taylor de  $A(X, U)$  autour des valeurs nominales des paramètres considérés, telle que :

$$E_{f_2}(X) = \left. \frac{\partial A(X, U)}{\partial f} \right|_{R_{s0}, R_{c0}}. \quad (5.4)$$

La distribution  $E_d$  est la même que celle de la commande étant donnée le modèle proposé

pour les fautes valvulaires est additif.

Après calcul, les valeurs de  $E_{f_2}(X)$  sont données par :

$$E_{f_2}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{(x_2-x_3)}{C_r R_s^2} & 0 \\ \frac{(x_3-x_2)}{C_s R_s^2} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{-x_5}{L_s} \end{pmatrix}. \quad (5.5)$$

D'après le modèle instantané développé dans le chapitre modélisation, la distribution  $E_{f_1}(X)$  est exprimée par :

$$E_{f_1}(X) = \begin{pmatrix} \frac{E(t)}{R_m}(x_2 - x_1) & \frac{E(t)}{R_a}(x_4 - x_1) \\ \frac{(x_1-x_2)}{C_r R_m} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{(x_1-x_4)}{C_a R_a} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5.6)$$

## 5.4 Application de la méthode de génération de résidus pour la détection et la localisation des anomalies du SCV

### 5.4.1 Structure de l'observateur de défaut

L'observateur de défauts, tel que proposé dans le paragraphe (I.6.1), est donné par :

$$\begin{cases} \dot{z} = -Nz - N^2T\hat{x} - NTA(\hat{x}, u), \\ \hat{r} = z + NT\hat{x}, \end{cases} \quad (5.7)$$

$z$  étant la variable d'état définissant le générateur de résidu.  $\hat{r}$  représente l'estimé du vecteur résidu.  $N$  est une matrice définie positive déterminant la convergence du résidu vers sa vraie valeur.  $T$  est la matrice de découplage, elle est déterminée de manière à satisfaire

la condition de découplage.

Pour le premier observateur, du fait qu'on veut estimer les défauts de variation paramétrique indépendamment de ceux des valvules, la condition de découplage est :

$$TE_{f_1}(X) = 0 \quad (5.8)$$

Par contre le second observateur doit assurer le fonctionnement inverse du premier, ce qui mène à la condition de découplage :

$$TE_{f_2}(X) = 0 \quad (5.9)$$

Pour les deux conditions, la matrice  $T$  se calcule aisément. En effet, nous constatons qu'il suffit de prendre la première, deuxième et quatrième colonnes nulles pour vérifier la condition (5.8) et la deuxième, troisième et dernière colonnes nulles pour satisfaire la condition (5.9).

Cependant, les états n'étant pas disponibles, il est nécessaire de disposer d'une très bonne estimation de ces derniers. Il faut donc utiliser un observateur robuste vis-à-vis de  $f_1$  et  $f_2$ . Vu les propriétés de robustesse des observateurs par modes glissants, il sera idéal de les utiliser.

Dans notre cas, le système étant non linéaire à paramètres variant dans le temps, on a opté pour un filtre de Kalman étendu du fait que ce dernier prenne en considération ce genre de système.

## 5.4.2 Synthèse d'un filtre de Kalman étendu pour estimer les états

Soit FKE du système cardio-vasculaire, défini par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + K(y - \hat{y}), \\ \hat{y} = C\hat{x}, \end{cases} \quad (5.10)$$

où  $\hat{x} = [P_v, P_r, P_s, P_a, f_a]^T$ ,  $u = [u_1, u_2]^T$  et

$$f(\hat{x}, u) = \begin{pmatrix} \frac{\dot{E}}{E}\hat{x}_1 + \frac{E}{R_m}(\hat{x}_2 - \hat{x}_1)u_1 + \frac{E}{R_a}(\hat{x}_4 - \hat{x}_1)u_2 \\ \frac{1}{R_s C_r}(\hat{x}_3 - \hat{x}_2) + \frac{1}{C_r R_m}(\hat{x}_1 - \hat{x}_2)u_1 \\ \frac{1}{R_s C_s}(\hat{x}_2 - \hat{x}_3) + \frac{1}{C_s}\hat{x}_5 \\ \frac{-1}{C_a}\hat{x}_5 + \frac{1}{C_a R_a}(\hat{x}_1 - \hat{x}_4)u_2 \\ \frac{1}{L_s}(\hat{x}_4 - \hat{x}_3 - R_c \hat{x}_5) \end{pmatrix}.$$

Le gain  $K$  est calculé par la résolution de l'équation de Riccati (voir chapitre III).

Le filtre de Kalman est testé en absence et en présence d'anomalies, les résultats de simulation sont donnés ci-dessous :

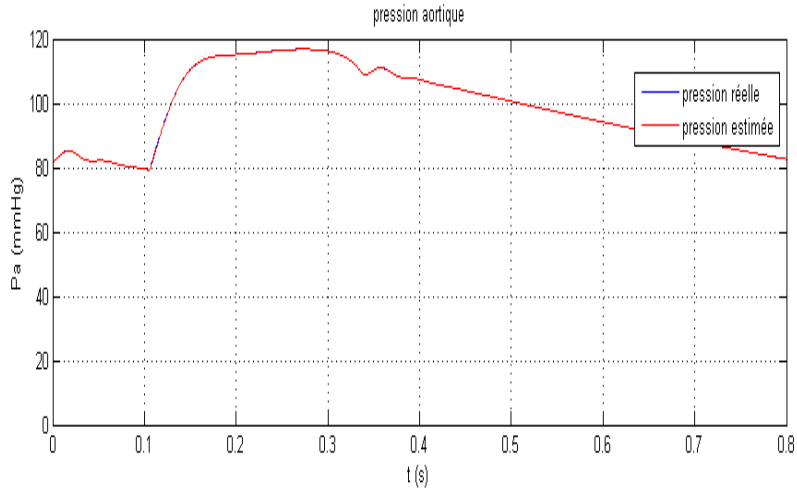


FIGURE 5.1 – Estimation de la pression aortique en absence d'anomalies.



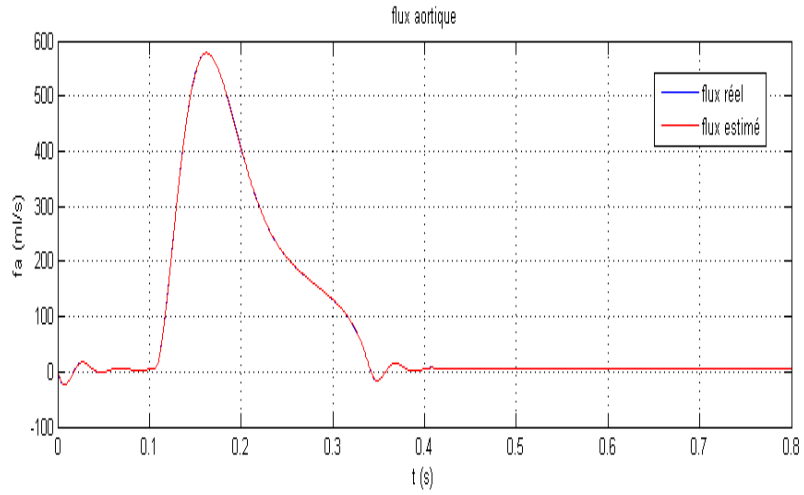


FIGURE 5.2 – Estimation du débit aortique en absence d'anomalies

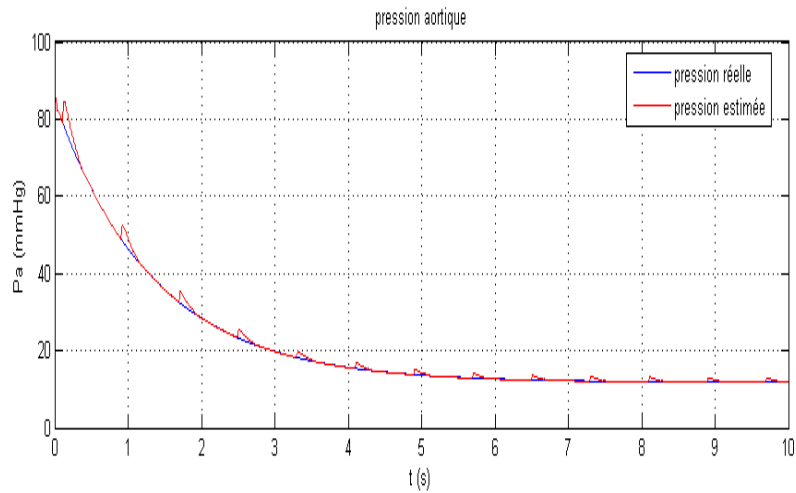


FIGURE 5.3 – Estimation de la pression aortique en présence d'une anomalie valvulaire

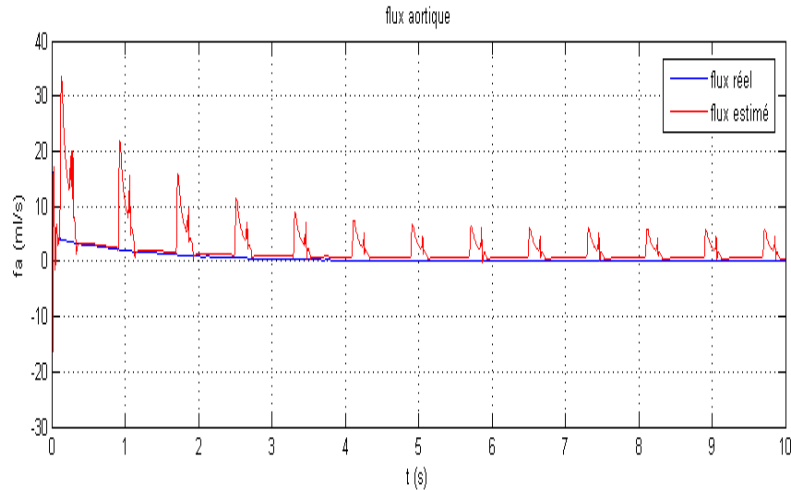


FIGURE 5.4 – Estimation du débit aortique en présence d'une anomalie valvulaire

- Les figures (5.1)-(5.2) représentent les sorties réelles et estimées. Nous constatons que FKE est très performant en absence des anomalies.
- Les figures (5.3)-(5.4), quant à elles, illustrent le comportement de l'estimateur en présence d'une anomalie valvulaire. Nous remarquons dans le premier cycle une différence entre les sorties réelles et estimées qui a tendance à diminuer en progressant dans le temps.

On conclut donc que le filtre de Kalman est relativement robuste ce qui nous permettra de l'utiliser dans notre étude.

### 5.4.3 Simulation et discussion

Dans cette section, nous allons montrer les résultats de simulations effectuées sur MATLAB. Les défauts considérés sont des biais de 50% des valeurs nominales des résistances ainsi que des blocage en ouverture et fermeture des valvules.

Les paramètres du système sont supposés parfaitement connus et sont donnés par :

$R_s = 1$ ,  $R_m = 0.005$ ,  $R_a = 0.001$ ,  $R_c = 0.0398$ ,  $C_r = 4.4$ ,  $C_s = 1.33$ ,  $C_a = 0.08$ ,  
 $L_s = 0.0005$ .

Pour les simulations, nous avons testés tous les cas envisageables pour les deux générateurs. Une partie des résultats sera présentée dans ce paragraphe et l'autre partie sera mise en Annexe.B. Deux tableaux récapitulant tous les résultats seront donnés avec les interprétations.

Les figures (5.5)-(5.20) montrent les résultats de simulation du premier générateur de résidus.

**Test 1** : Absence d'anomalies CVs (fig 5.5-5.9).

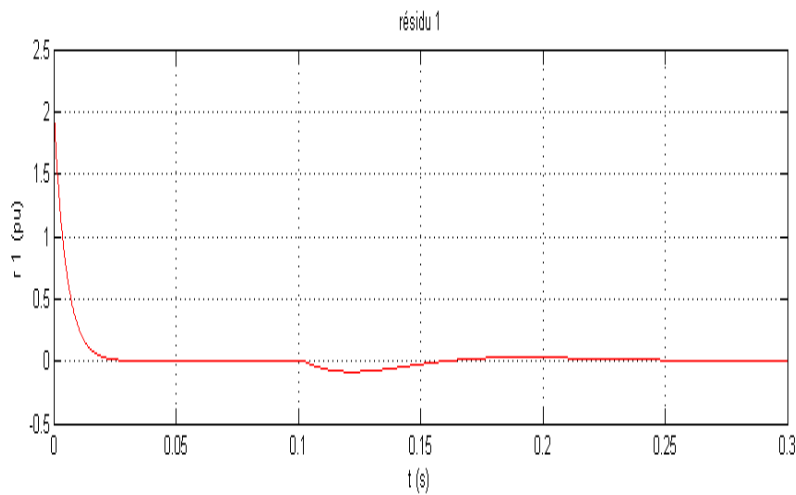


FIGURE 5.5 – 1<sup>er</sup> résidu : Absence d'anomalies.

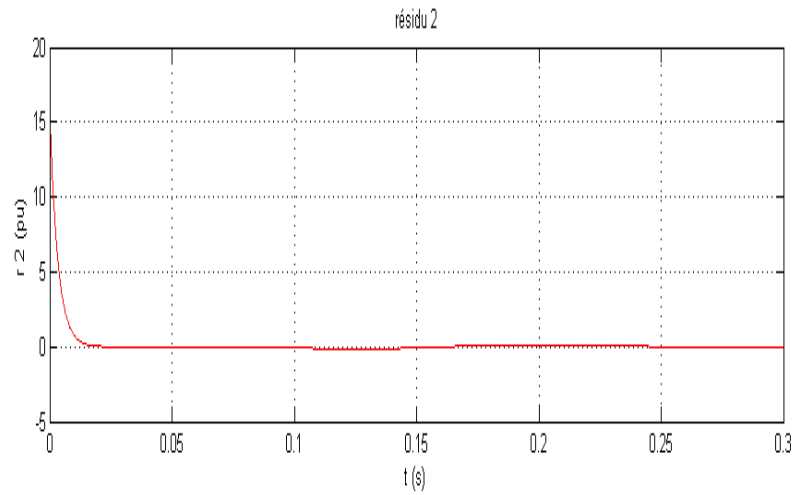


FIGURE 5.6 – 2<sup>ème</sup> résidu : Absence d'anomalies.

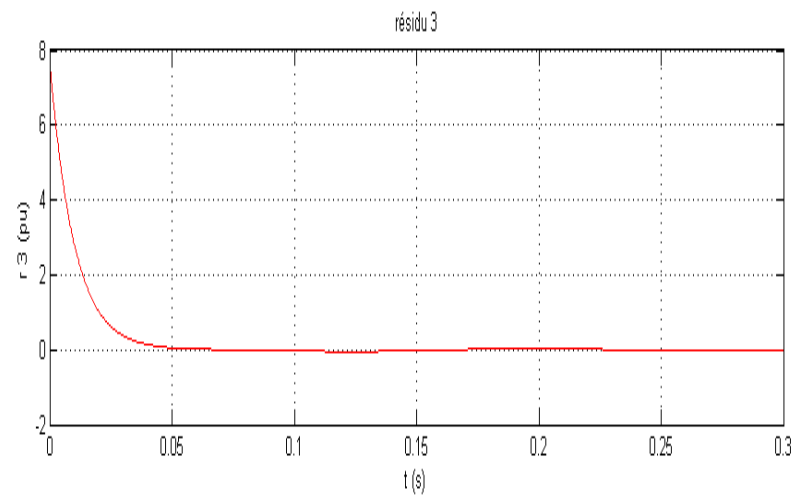


FIGURE 5.7 – 3<sup>ème</sup> résidu : Absence d'anomalies.

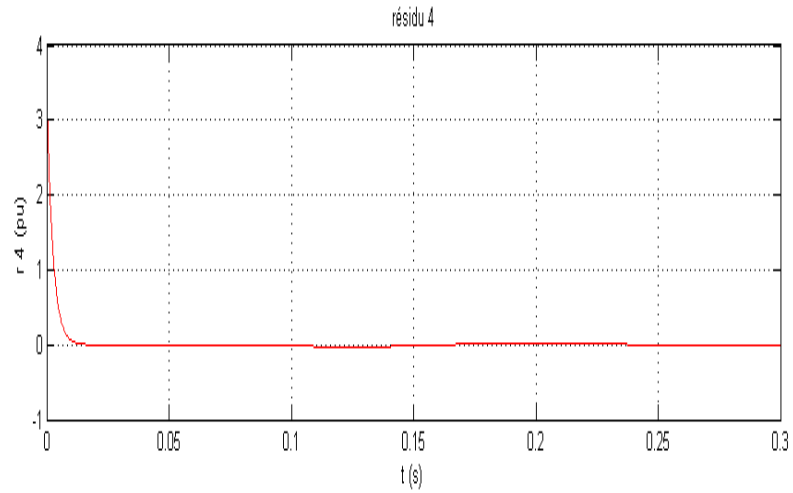


FIGURE 5.8 – 4<sup>ème</sup> résidu : Absence d'anomalies.

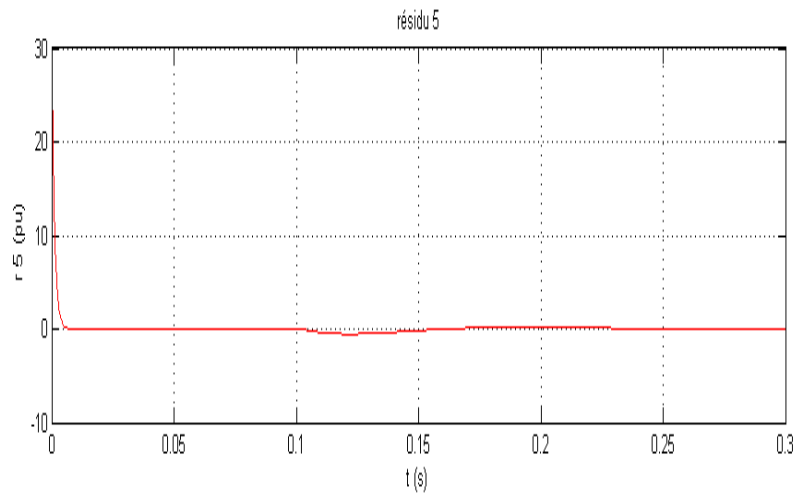


FIGURE 5.9 – 5<sup>ème</sup> résidu : Absence d'anomalies.

**Test 2** : On introduit une perturbation sur  $u_1$  dans la phase de contraction à  $t = 0.05s$  (fig 5.10-5.14).

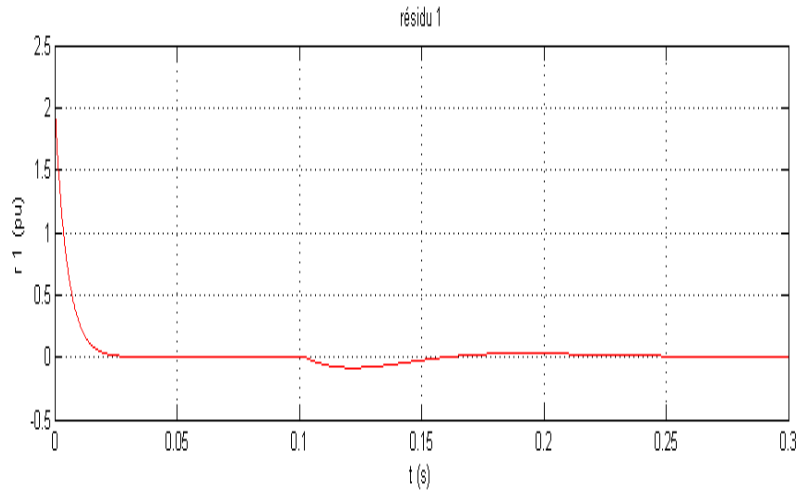


FIGURE 5.10 – 1<sup>er</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur  $u_1$  dans la phase de contraction ( $t = 0.05$ ).

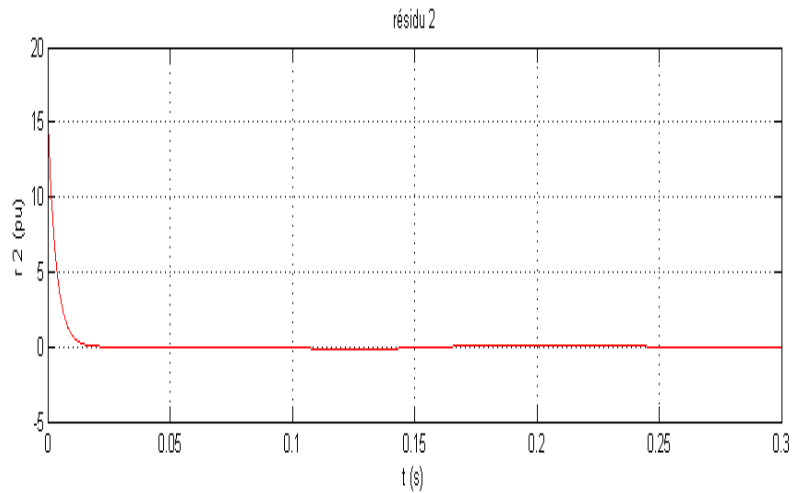


FIGURE 5.11 – 2<sup>ème</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur  $u_1$  dans la phase de contraction ( $t = 0.05$ ).

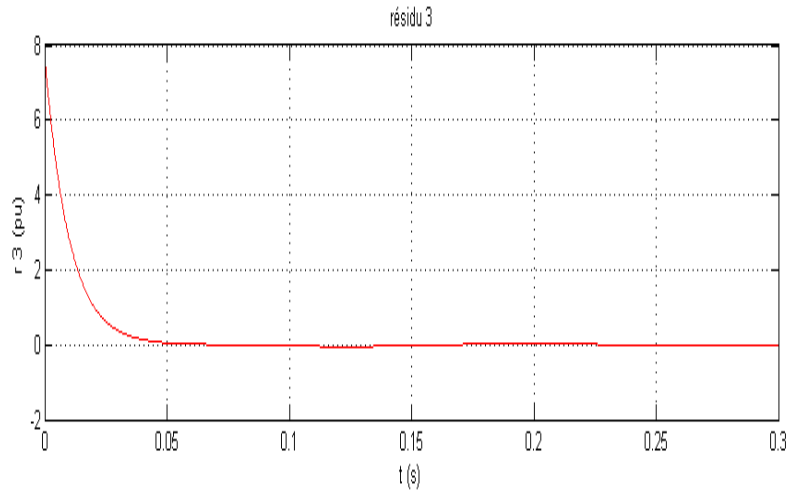


FIGURE 5.12 – 3<sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur  $u_1$  dans la phase de contraction ( $t = 0.05$ ).

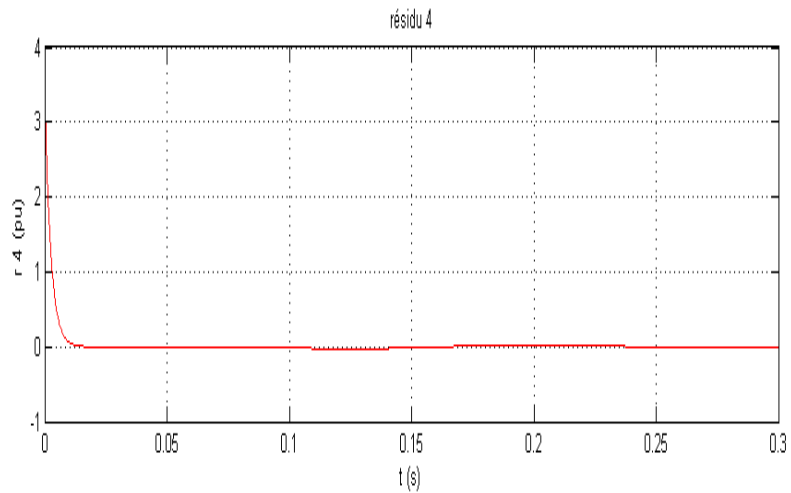


FIGURE 5.13 – 4<sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur  $u_1$  dans la phase de contraction ( $t = 0.05$ ).

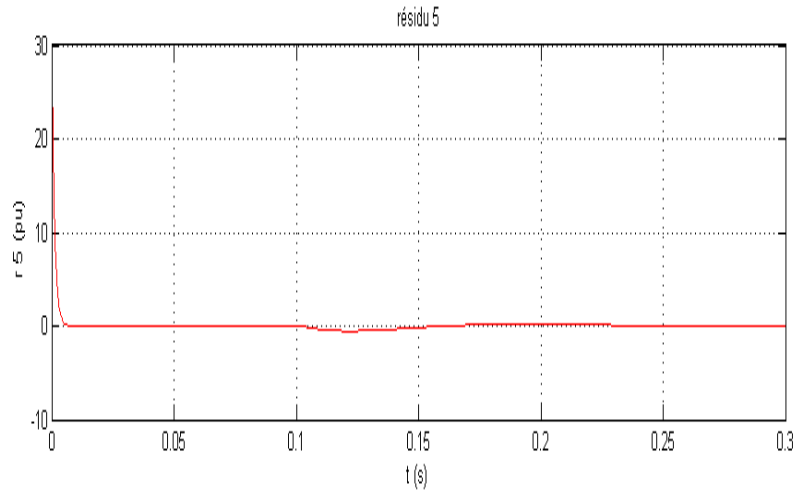


FIGURE 5.14 – 5<sup>ème</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur  $u_1$  dans la phase de contraction ( $t = 0.05$ ).

**Test 3** : On introduit une perturbation sur  $u_2$  dans la phase d’éjection ( $t = 0.25s$ ).

Voir figures (B.1-B.5) en Annexe.B.

**Test 4** : On introduit une anomalie sur  $R_s$  à  $t = 0.25s$ .

Pour visualiser le changement du résidu 3, on va faire un zoom sur le graphe dans le régime permanent et le comparer avec le résidu 3 sans défaut (figure 5.15). Pour les autres résidus, voir (B.6)-(B.10) en Annexe.B.



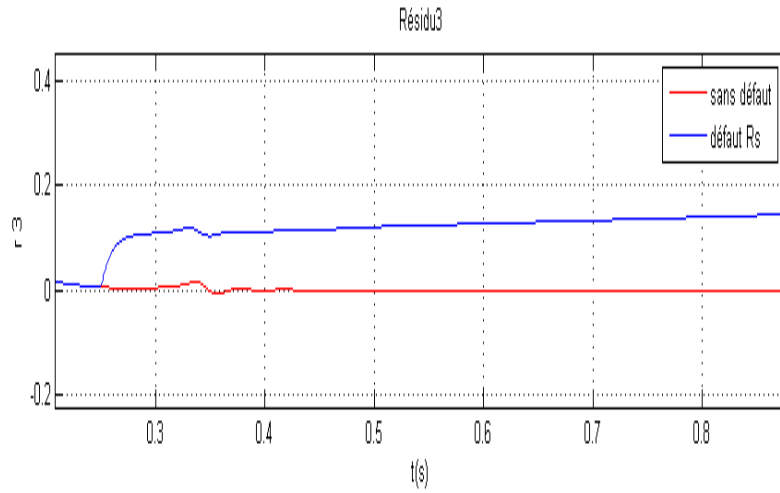


FIGURE 5.15 – 3<sup>ème</sup> résidu : cas sans et avec anomalie systémique.

**Test 5 :** On introduit une anomalie sur  $R_c$  à  $t = 0.25s$  (fig 5.16-5.20).

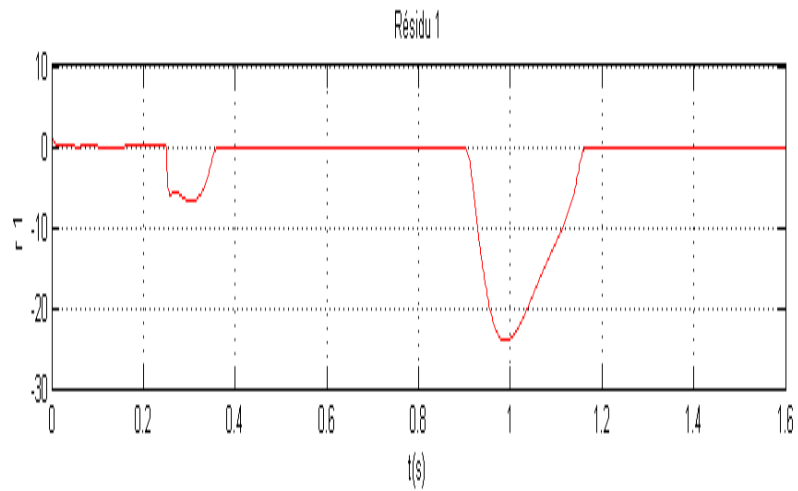


FIGURE 5.16 – 1<sup>er</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur la résistance caractéristique.

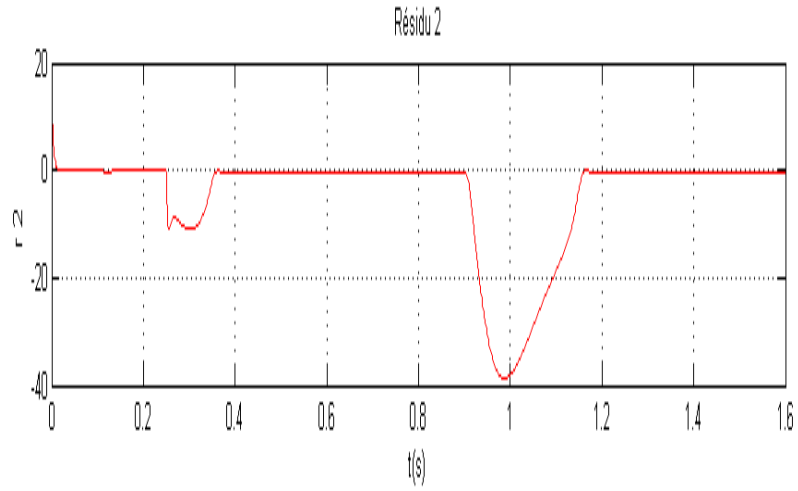


FIGURE 5.17 – 2<sup>ème</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur la résistance caractéristique.

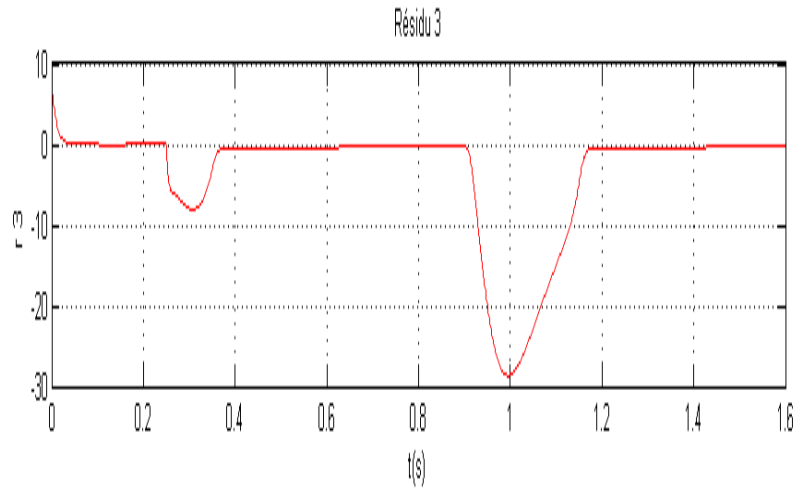


FIGURE 5.18 – 3<sup>ème</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur la résistance caractéristique.

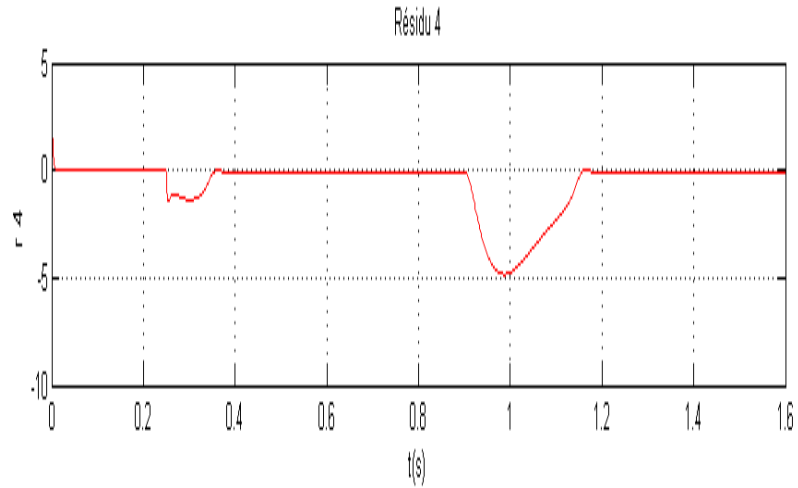


FIGURE 5.19 – 4<sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur la résistance caractéristique.

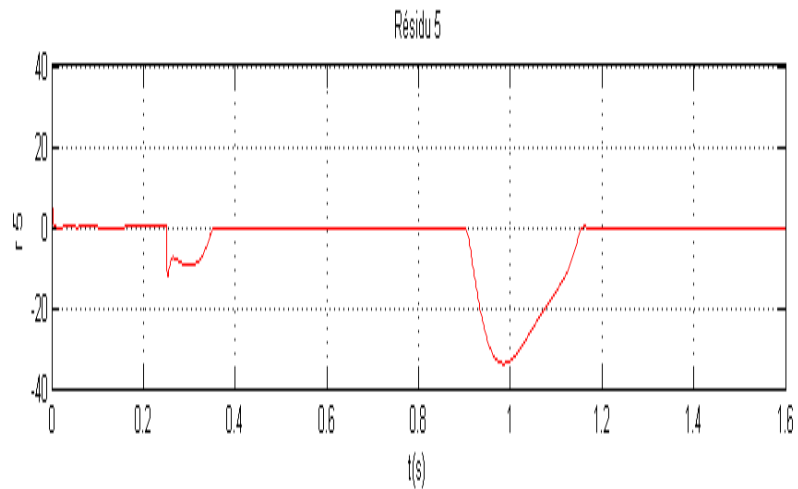


FIGURE 5.20 – 5<sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur la résistance caractéristique.

Les figure (5.21)-(5.41) montres les résultats de simulation du second générateur de résidus avec tous les scénarios possibles.

**Test 1** : Absence d'anomalies CVs (fig 5.21-5.25).

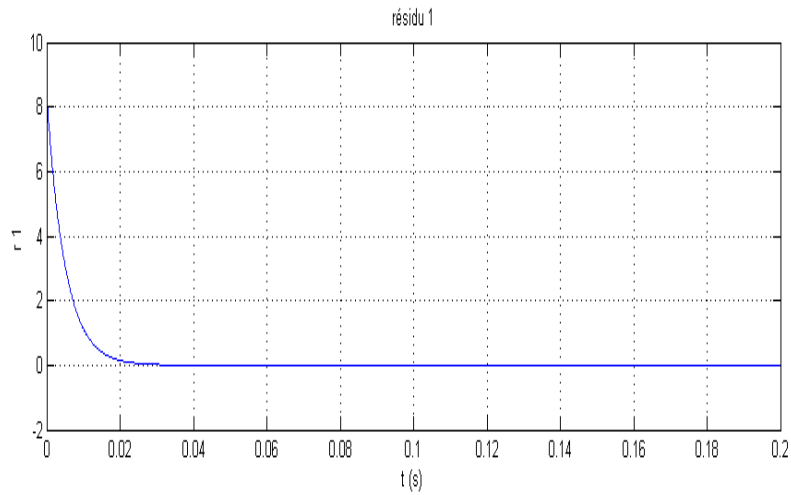


FIGURE 5.21 – 1<sup>er</sup> résidu : Absence d'anomalies.

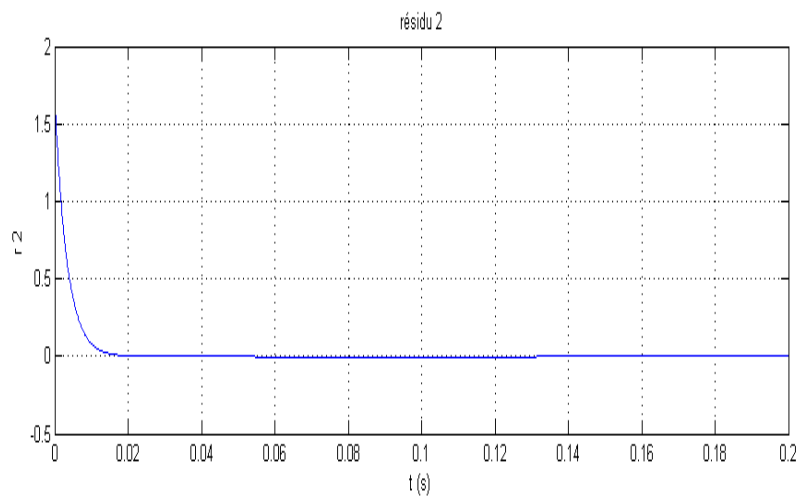


FIGURE 5.22 – 2<sup>ème</sup> résidu : Absence d'anomalies.

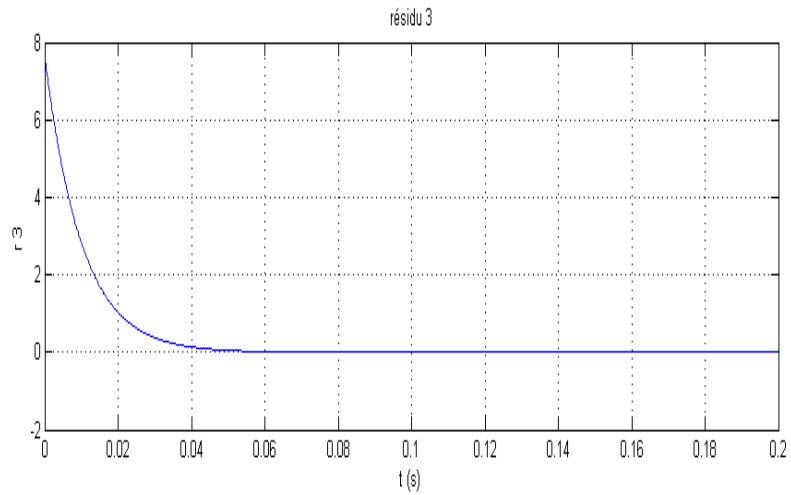


FIGURE 5.23 – 3<sup>ème</sup> résidu : Absence d'anomalies.

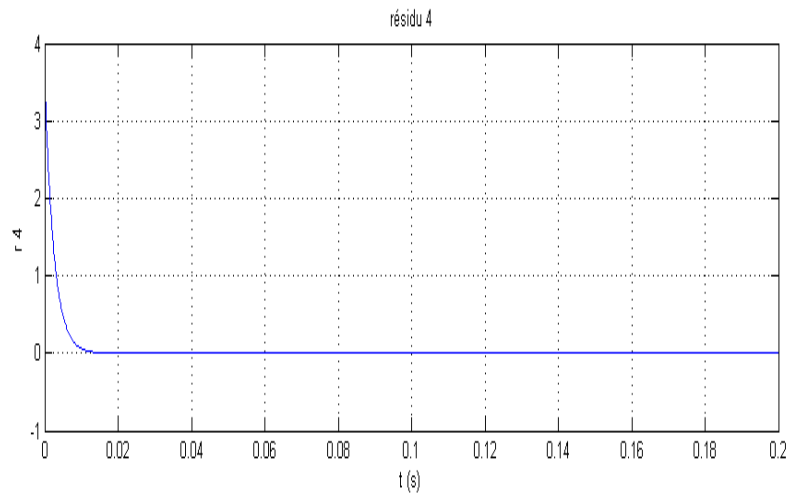


FIGURE 5.24 – 4<sup>ème</sup> résidu : Absence d'anomalies.

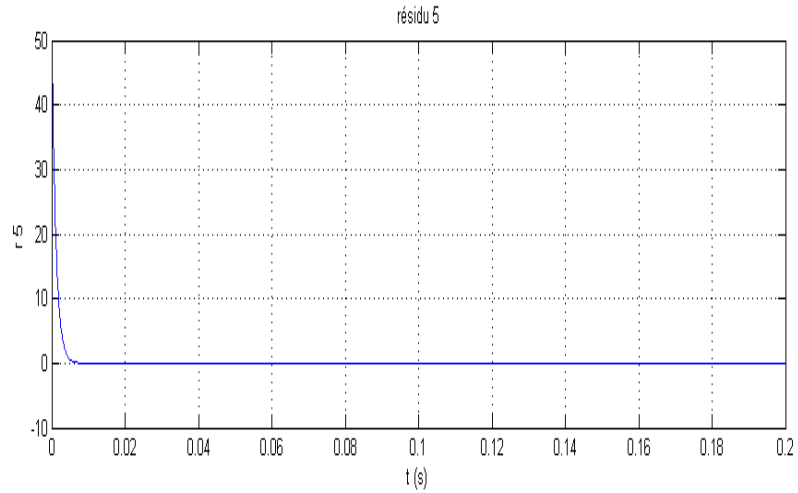


FIGURE 5.25 – 5<sup>ème</sup> résidu : Absence d'anomalies.

**Test 2 :** On introduit une perturbation sur  $R_s$  à  $t = 0.25s$  (fig 5.26-5.30).

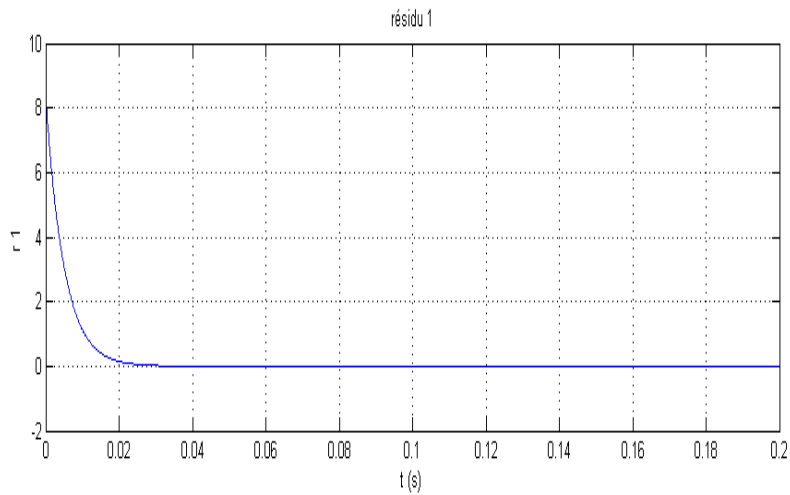


FIGURE 5.26 – 1<sup>er</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur  $R_s$  à  $t = 0.25s$ .

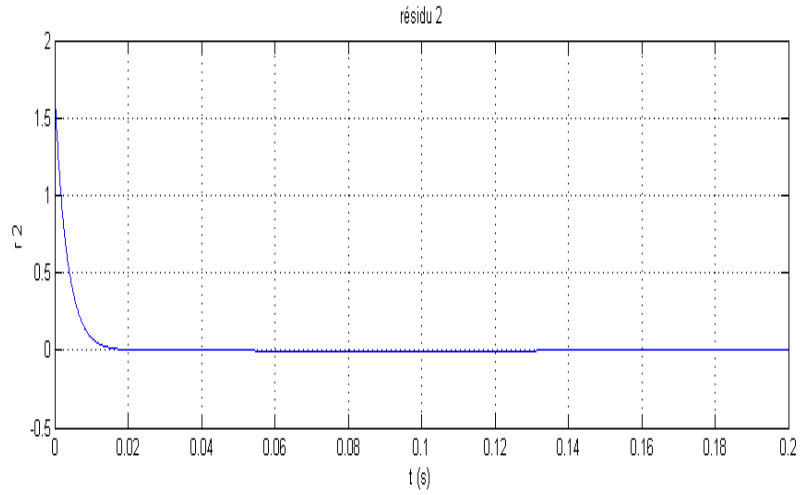


FIGURE 5.27 – 2<sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur  $R_s$  à  $t = 0.25s$ .

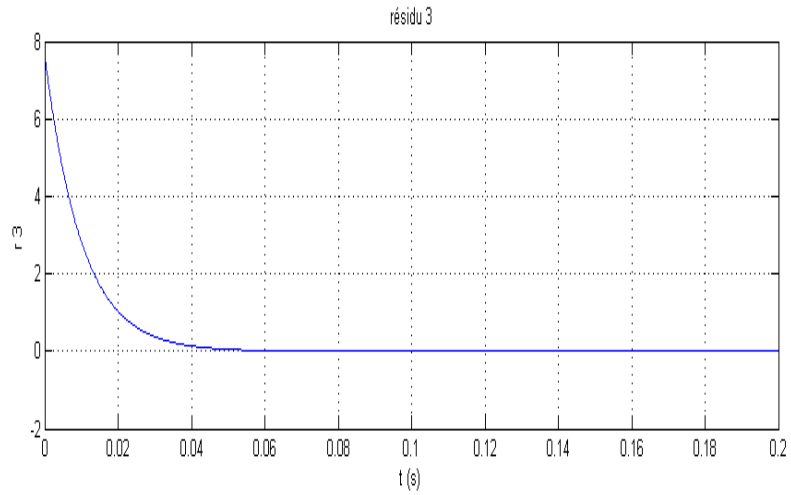


FIGURE 5.28 – 3<sup>ème</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur  $R_s$  à  $t = 0.25s$ .

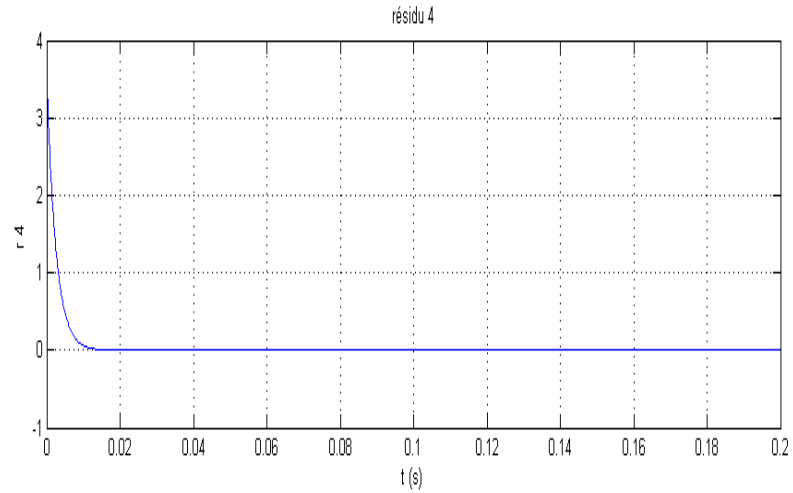


FIGURE 5.29 – 4<sup>ème</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur  $R_s$  à  $t = 0.25s$ .

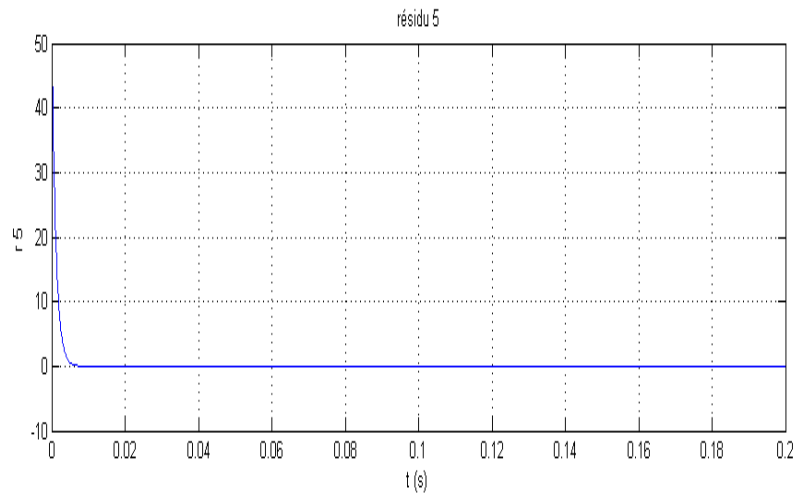


FIGURE 5.30 – 5<sup>ème</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur  $R_s$  à  $t = 0.25s$ .

**Test 3 :** On introduit une perturbation sur  $R_c$  à  $t = 0.25s$ .

voir figures (B.11-B.15) en Annexe.B.

**Test 4 :** On introduit un défaut sur  $u_1$  (blocage en fermeture) à  $t = 0.25s$  (fig 5.31-5.35).



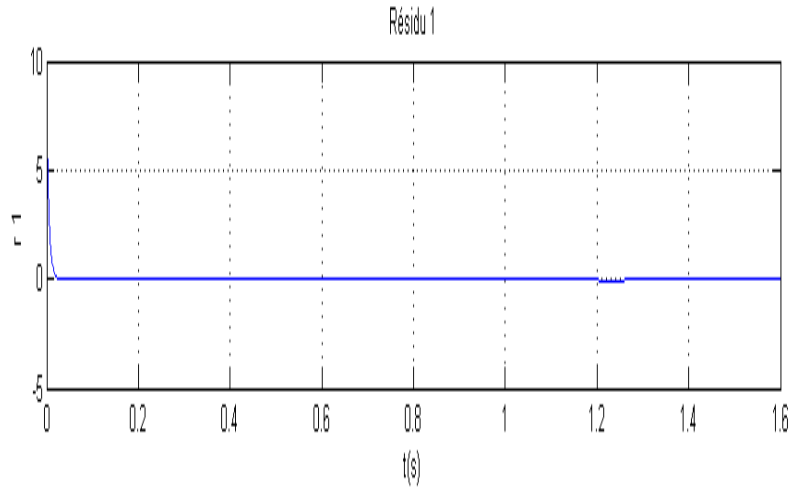


FIGURE 5.31 – 1<sup>er</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de  $u_1$  dans la phase d'éjection ( $t = 0.25s$ ).

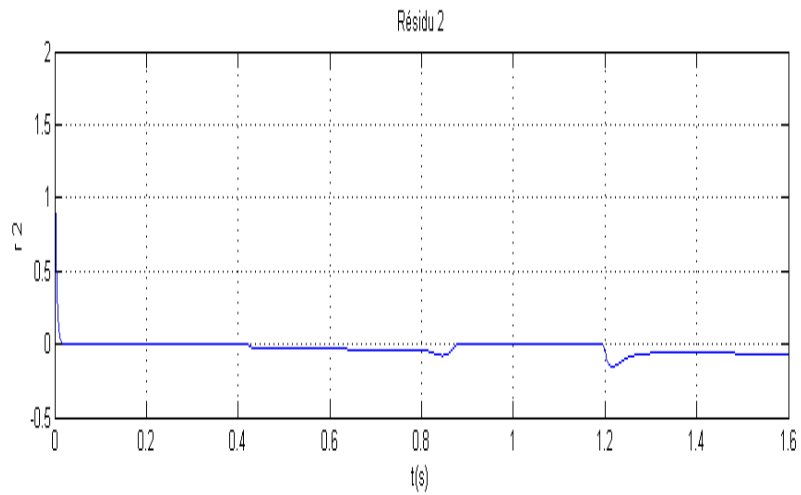


FIGURE 5.32 – 2<sup>ème</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de  $u_1$  dans la phase d'éjection ( $t = 0.25s$ ).

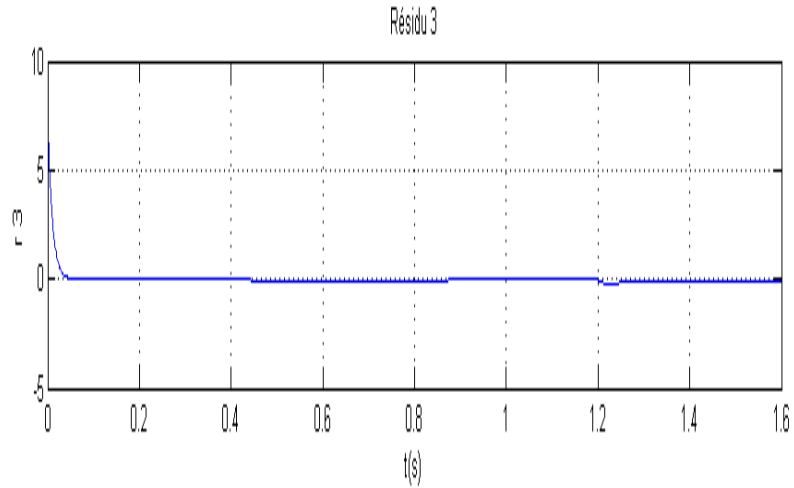


FIGURE 5.33 – 3<sup>ème</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de  $u_1$  dans la phase d'éjection ( $t = 0.25s$ ).

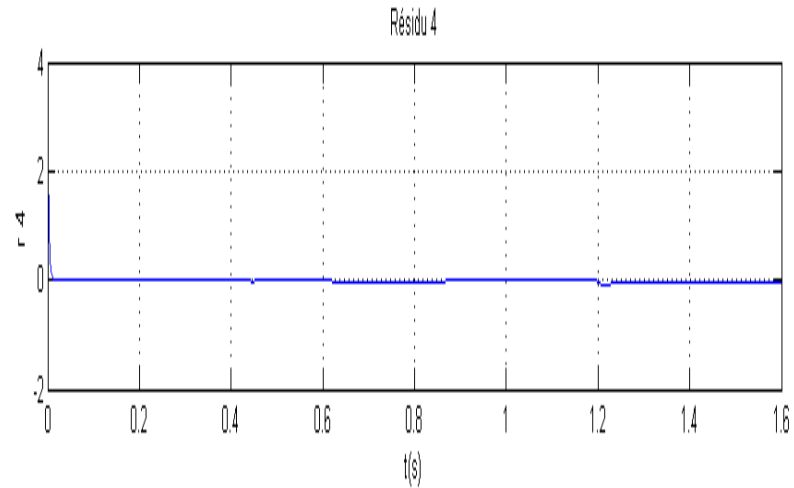


FIGURE 5.34 – 4<sup>ème</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de  $u_1$  dans la phase d'éjection ( $t = 0.25s$ ).

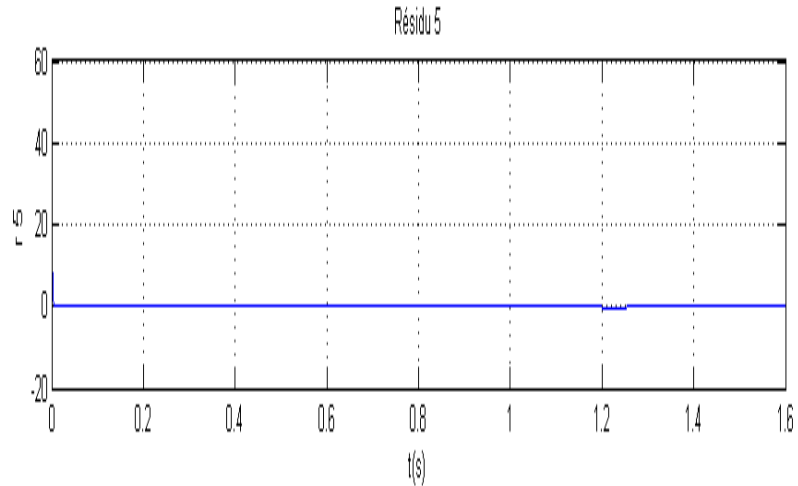


FIGURE 5.35 – 5<sup>ème</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de  $u_1$  dans la phase d'éjection ( $t = 0.25s$ ).

Pour visualiser le changement du résidu 2, on va faire un zoom sur le graphe dans le régime permanent et le comparer avec le résidu 2 sans défaut (figure 5.36).

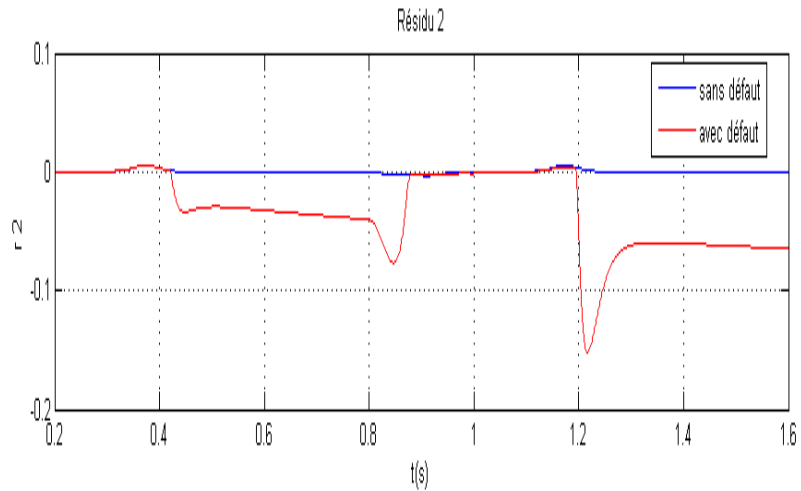


FIGURE 5.36 – 3<sup>ème</sup> résidu : cas sans anomalies et avec blocage en fermeture de  $u_1$  dans la phase d'éjection ( $t = 0.25s$ ).

**Test 5** : On introduit une anomalie sur  $u_1$  (blocage en ouverture) à  $t = 0.5s$ .

voir figures (B.16-B.21) en Annexe.B.

**Test 6** : On introduit un défaut sur  $u_2$  (blocage en ouverture) à  $t = 0.25s$  (fig 5.37-5.41).

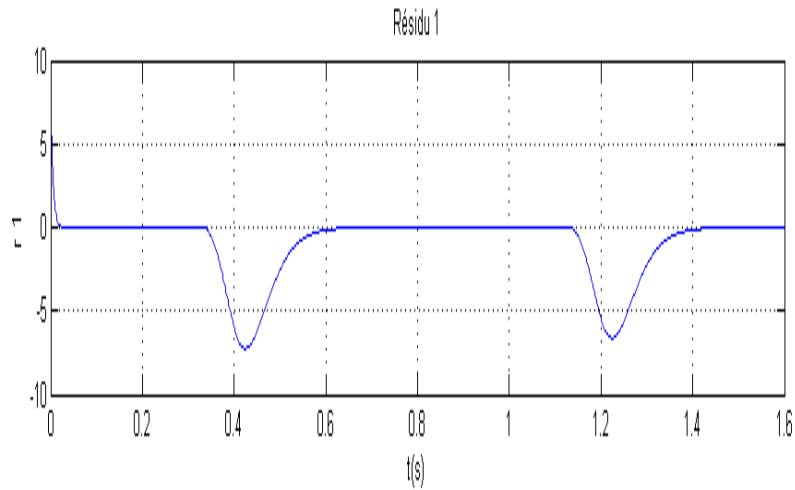


FIGURE 5.37 – 1<sup>er</sup> résidu : Apparition d'un blocage en ouverture de  $u_2$  dans la phase de d'éjection  $t = 0.25s$ .

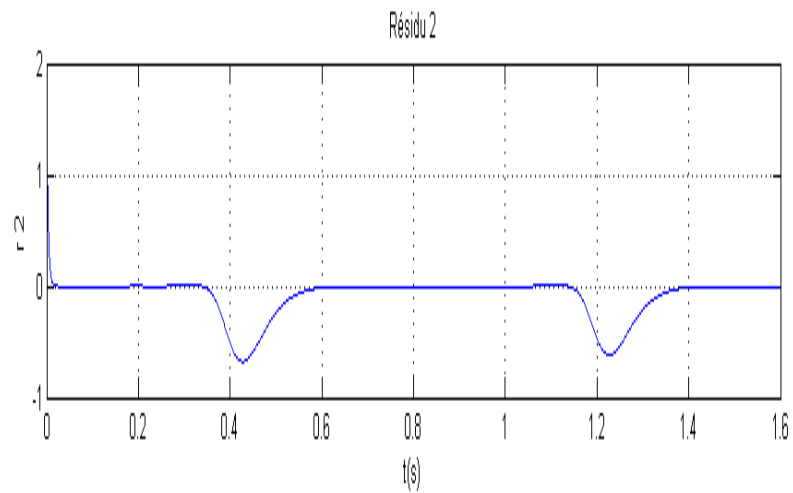


FIGURE 5.38 – 2<sup>ème</sup> résidu : Apparition d'un blocage en ouverture de  $u_2$  dans la phase de d'éjection  $t = 0.25s$ .

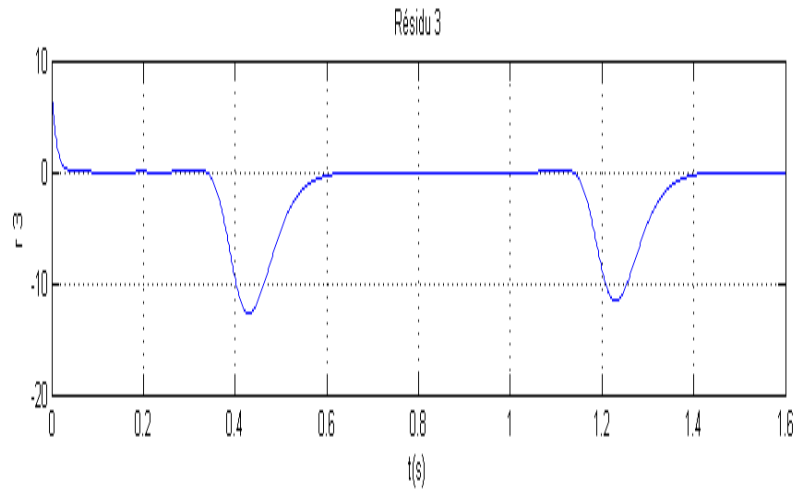


FIGURE 5.39 – 3<sup>ème</sup> résidu : Apparition d'un blocage en ouverture de  $u_2$  dans la phase de d'éjection  $t = 0.25$ s.

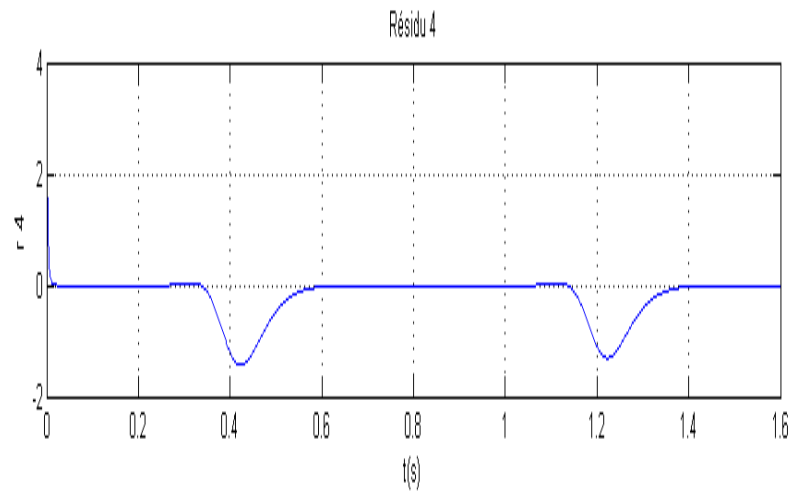


FIGURE 5.40 – 4<sup>ème</sup> résidu : Apparition d'un blocage en ouverture de  $u_2$  dans la phase de d'éjection  $t = 0.25$ s.

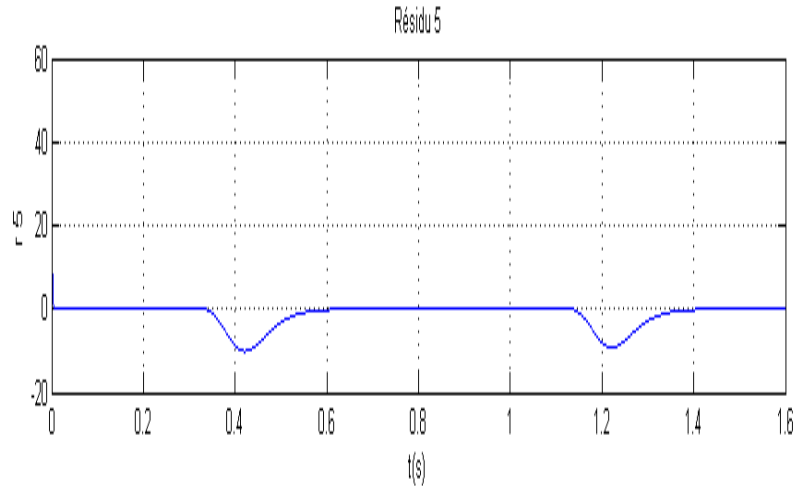


FIGURE 5.41 – 5<sup>ème</sup> résidu : Apparition d'un blocage en ouverture de  $u_2$  dans la phase de d'éjection  $t = 0.25s$ .

**Test 7** : On introduit un défaut sur  $u_2$ (blocage en fermeture) à  $t = 0.5s$ .

Voir figures (B.22-B.26) en Annexe.B.

★ A travers les figures (5.5)-(5.9) du premier générateur (respectivement (5.21)-(5.25) du second générateur), nous constatons que les résidus sont nuls dans le cas normal (absence d'anomalies). Alors que les figures (5.10-5.14, B.1-B.8) du premier générateur (respectivement (5.26-5.30, B.11-B.15) illustrent la propriété de robustesse du générateur vis-à-vis les anomalies que l'on ne veut pas détecter.

★ Les figures (B.6-B.10) issues du premier générateur représentent le comportement des résidus lorsqu'une anomalie engendrant une variation de la résistance systémique apparaît à  $t = 0.25sec$ . Nous constatons que seul le troisième résidu est sensible à celle-ci. Les quatres autres résidus demeurent sensiblement nuls. Le changement du troisième résidu est observable dans toutes les phases cardiaques après l'apparition du défaut (figure 5.15).

★ Les figures (5.16)-(5.20), quant à elles, illustrent le comportement des résidus suite à l'apparition d'une anomalie engendrant une variation de la résistance caractéristique à l'instant  $t = 0.25sec$ . Nous remarquons que tous les résidus sont sensibles à cette

variation mais il est à noter que cette anomalie n'est pas détectable dans toutes les phases du cycle cardiaque. On peut voir ça directement du modèle établi en vu du diagnostic. La résistance  $R_c$  intervient seulement avec la dernière composante du vecteur d'état (flux aortique), cette dernière est nulle dans la phase relaxation isovolumique et remplissage, du coup la variation de  $R_c$  n'influencera pas les équations d'état et le signal résidu.

- ★ Ainsi, nous concluons que le choix de la matrice de découplage  $T$  pour le premier générateur, permet non seulement la génération des résidus robuste vis-à-vis les anomalies à ne pas détecter mais aussi la distinction entre les anomalies caractéristiques et systémiques. La table de signature ci-dessous le montre clairement :

défauts résidus	variation de $R_s$	variation de $R_c$	anomalie sur $u_1$	anomalie sur $u_2$
$r_1$	0	1	0	0
$r_2$	0	1	0	0
$r_3$	1	1	0	0
$r_4$	0	1	0	0
$r_5$	0	1	0	0

TABLE 5.1 – Table de signature correspondant au détection d'anomalies par le générateur 1.

- ★ Il est important de noter que la méthode utilisée, bien qu'elle s'avère intéressante pour la détection et la localisation des anomalies de variations des résistances systémique et caractéristique, présente un inconvénient majeur résidant dans la non prise en compte des variations normales des résistances. En effet, l'artériosclérose et l'athérosclérose sont deux pathologies cardiovasculaires qui engendrent un durcissement des artères ce qui implique une augmentation de la résistance à l'écoulement du sang. Mais l'artériosclérose est un processus normal, physiologique, du au vieillissement, par contre l'athérosclérose est un processus pathologique. Dans ces deux cas, les résultats nous signalent une anomalie résistive sans distinction entre les deux. Un test plus approfondi sur les résidus peut nous permettre une telle distinction.

- ★ Les figures (5.31)-(5.35) illustrent les résultats de simulation dans le cas d'un blocage en fermeture de la valvule mitrale à  $t = 0.25s$  (phase d'éjection). Nous constatons que seul de deuxième résidu est sensible à ce blocage et que l'effet de l'anomalie apparaît jusqu'à la phase de remplissage ( $t = 0.42s$ ) du fait que durant la phase d'éjection et de relaxation, la valvule mitrale est dans son état de fonctionnement normal.
- ★ Les figures (B.16-B.21) représentent l'évolution des résidus quand un blocage en ouverture de  $u_1$  est introduit dans la phase de remplissage ( $t = 0.5s$ ). Nous remarquons que le deuxième résidu s'éloigne sensiblement du zéro dès la phase de contraction. Les autres résidus ne sont pas trop affectés par cette anomalie.
- ★ Les figures (5.37)-(5.41), quant à elles, illustrent le cas d'un blocage en ouverture de  $u_2$  à  $t = 0.25s$ . Nous constatons qu'à partir de la phase de relaxation ( $t = 0.35s$ ) les résidus changent de comportement et s'éloignent du zéro.
- ★ Les figures (B.22-B.26) montrent la dynamique des résidus lorsqu'on introduit un blocage en fermeture de la valvule aortique dans la phase de remplissage ( $t = 0.5s$ ). Nous remarquons que tous les résidus sont sensibles.
- ★ Il est à noter que tous les types d'anomalies valvulaires considérés ne sont pas détectables dans tout le cycle cardiaque. Ceci apparaît clairement dans les figures (5.31)-(5.41). On explique cela par le fait que les commandes  $u_1$  et  $u_2$  sont naturelles, on pourrait avoir à un instant donné  $u_N$  égale à la commande réelle ce qui annule théoriquement l'anomalie ( $f = u - u_N$ ).
- ★ Physiologiquement, les anomalies valvulaires prises en considération représentent les cas extrêmes d'une sténose (rétrécissement) ou d'une insuffisance (fuite). Bien que cette étude ne considère pas le cas réel; elle est tout de même intéressante. Cela nous permet entre autre de valider notre méthode en étudiant le cas idéal. Une généralisation au cas réel est envisagée.



★ Comme pour le premier générateur, la matrice de découplage  $T$  nous permet de distinguer entre les anomalies de la valvule mitrale et aortique. Ceci apparait clairement dans la table de signature suivante :

défauts résidus	variation de $R_s$	variation de $R_c$	anomalie sur $u_1$	anomalie sur $u_2$
$r_1$	0	0	0	1
$r_2$	0	0	1	1
$r_3$	0	0	0	1
$r_4$	0	0	0	1
$r_5$	0	0	0	1

TABLE 5.2 – Table de signature correspondant à la détection d’anomalies par le générateur 2.

## 5.5 Comparaison entre les méthodes de diagnostic classiques et l’approche proposée

Dans ce mémoire, nous avons étudié le problème de détection d’anomalies CVs de trois types de pathologies qui sont : la valvulopathie, l’artériosclérose et l’athérosclérose. Pour bien situer l’utilité de notre approche, une comparaison entre les méthodes de diagnostic classiques existant dans les hôpitaux et les centres médicaux et la méthode à base d’observateur développée dans ce travail est nécessaire. Avant que les médecins demandent de faire une série d’examen approfondi afin de cibler le problème cardiaque, ils commencent par des tests physiques classiques selon les investigations établies avec le patient. Par exemple pour la valvulopathie, une simple écoute des battements du cœur avec un stéthoscope peut permettre aux médecins d’entendre l’ouverture de valves et leur fermeture ainsi que le flux sanguin. La maladie d’artériosclérose, quant à elle, peut être détectée cliniquement par la palpation des artères sur leur trajet superficiel. Dans ce qui suit, nous allons introduire quelques examens utilisés en cardiologie pour le diagnostic des maladies

cardio-vasculaires.

• **L'échocardiographie :**

L'échocardiographie est une échographie du cœur. Il s'agit d'une technique d'imagerie médicale employant les ondes ultrasonores. Celles-ci pénètrent dans les tissus du cœur et sont partiellement réfléchies chaque fois qu'elles rencontrent une structure de densité différente de la précédente. Les ultrasons renvoyés sont recueillis par un capteur, et le temps de leur retour est converti en une distance permettant de reconstruire sur un écran une image ressemblant à une coupe anatomique. La qualité des images obtenues est variable, l'obésité et certaines maladies pulmonaires, par exemple, peuvent être des obstacles à la propagation des ultrasons. Cet examen permet de visualiser les valves et de rechercher des signes en faveur d'une atteinte de celles-ci : immobilité et/ou calcifications en cas de sténose valvulaire, peu de signes en cas de fuite. Il permet de quantifier l'importance de l'obstacle. Il étudie le retentissement des valvulopathies sur les cavités cardiaques : dilatation et/ou contraction.

Dans certains cas, une échographie par voie transœsophagienne peut être utile : l'émetteur-récepteur d'ultrasons est situé au bout d'un fibroscope souple qui est introduit sous anesthésie locale dans l'œsophage du patient. Cet examen, même s'il est parfois désagréable, permet d'avoir alors une meilleure image des valves.

La figure (5.42) montre le dispositif utilisé dans un test échocardiaque.

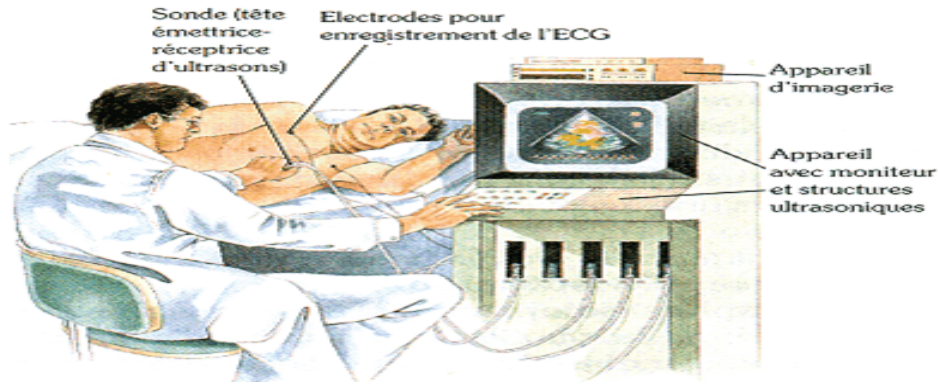


FIGURE 5.42 – Schéma descriptif du dispositif d'une échocardiographie.

• **Le doppler :**

Il est souvent couplé à l'échographie (écho-doppler). Il concerne l'étude de la vitesse du sang dans les cavités cardiaques.

Lors d'un rétrécissement valvulaire, la vitesse du sang est très accélérée au niveau de l'obstacle, proportionnellement au degré de celui-ci. On peut ainsi quantifier la sténose. Lors d'une fuite, le flux sanguin est inversé ce qui permet de visualiser et de quantifier de manière simple l'insuffisance valvulaire. Pour l'athérosclérose, un transducteur spécial est utilisé pour diriger des ondes sonores dans un vaisseau sanguin pour évaluer le flux sanguin. Un ampli audio amplifie le son du sang en mouvement. Un malaise ou l'absence de bruit peut indiquer une obstruction dans la circulation sanguine. consiste à indiquer quel organe ou quel composant est affecté par le défaut.

• **Le cathétérisme cardiaque :**

C'est un examen nécessitant une hospitalisation et réalisé dans des conditions de propreté chirurgicale sous anesthésie locale : une ou plusieurs sondes sont introduites au niveau de l'artère et de la veine fémorale. Elles sont montées sous contrôle radiographique jusque dans les cavités cardiaques. Elles permettent d'étudier :

- les pressions : lors des sténoses, il existe une différence importante entre l'amont et l'aval de l'obstacle. Lors d'une fuite, la régurgitation de sang déforme la courbe de pression de manière spécifique.

– le débit : il est diminué lorsque la valvulopathie est importante.

• **L'angiographie :**

Cet examen radiologique permet la visualisation des artères par injections directe d'un produit de contraste opaque aux rayons X. Les images sont enregistrées directement sur des films photographiques sensibles aux rayons X. Pour opacifier une artère, la sonde servant à l'injection est poussée à contre-courant dans le circuit artériel, tandis que, pour opacifier une veine, la sonde est poussée dans le sens du courant dans le circuit veineux. L'angiographie permet de localiser une obstruction par caillot, un rétrécissement par une plaque d'athérome et pas mal d'autres pathologies.

• **Comparaison de pression artérielle :**

Comparer les mesures de pression artérielle au niveau des chevilles et dans les bras afin de déterminer toute la constriction de la circulation sanguine. Des différences significatives peuvent indiquer un rétrécissement des vaisseaux qui pourrait être causée par l'athérosclérose.

L'interprétation de ces méthodes de diagnostic n'est pas systématique et nécessite jusqu'à l'heure actuelle un spécialiste dans le domaine. Pour l'échocardiographie, par exemple, interpréter les images n'est pas chose aisée et peut ne pas être précise.

L'approche de diagnostic, que nous avons proposé, est basée sur les méthodes issues de l'automatique. Elle nécessite les mesures de flux et pression aortique du patient avant qu'elle soit applicable. Ces deux mesures exigeaient des méthodes invasives pour les avoir. Cependant, les quinze dernières années plusieurs études ont été munies en vue d'avoir ces mesures indirectement par l'intermédiaire des méthodes non invasive ou, dans autres cas, des méthodes mini invasives.

L'estimation de la pression aortique avec les méthodes non invasive est traitée par Swamy et *al* (2008) et Hahn et *al* (2006). Le concept des méthodes qu'ils proposent est d'estimer la pression aortique à partir de la pression artérielle périphérique (en général, les artères choisies sont l'artère brachiale ou l'artère radiale) combiné à une fonction de transfert qui est obtenue par la mesure de la pression aortique d'une manière invasive et de la pression artérielle pour un échantillon de différents patient [SWA08]. Le dispositif SphygmoCor permet une telle estimation, pour plus d'information se référer au guide .

Pour le débit aortique, pas mal de procédure et d'appareils sont proposés pour sa mesure non invasive. Pour plus de détails, voir [OST07], [WON08].

Ce que nous venons de présenter, montre que la méthode proposée est simple, non invasive et applicable en clinique de routine. Il suffit juste d'avoir les mesures, les injecter dans un logiciel conçu dans ce sens et les résultats d'aide au diagnostic sont près.

## **5.6 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons abordé le diagnostic des anomalies CVs. Nous avons modélisé le SCV de manière à mettre en évidence les défauts qu'on veut détecter et ceux qu'on ne veut pas détecter. Dans notre étude, nous avons considéré des anomalies engendrant des variations de grandeurs resistives et les blocages en ouverture et en fermeture des valvules mitrale et aortique. L'application des observateurs pour la génération des résidus a donné des résultats plus ou moins intéressants. Néanmoins, un travail important reste à faire quant à l'interprétation des résultats et notamment pour la distinction entre les variations normales et les variations dues à une pathologique. Il sera aussi intéressant d'essayer d'adapter les méthodes de diagnostic existantes ou d'en développer d'autres afin de répondre à la structure non linéaire variante dans le temps du modèle cardiovasculaire.

# Conclusions et perspectives

Le travail proposé dans ce mémoire porte d'une part sur la modélisation cardiovasculaire et l'identification des paramètres et d'autre part sur la détection d'anomalies CVs.

Nous avons, dans le premier chapitre, rappelé les concepts de base de la physiologie CV. Nous nous sommes intéressés au fonctionnement de la pompe cardiaque ainsi qu'aux notions relatives à l'hémodynamique CV tels que : pression artérielle, débit sanguin et volume d'éjection systolique.

Dans le deuxième chapitre, nous avons abordé la modélisation du SCV. Nous avons évoqué, dans un premier temps, les travaux qui existent dans la littérature concernant la modélisation des différents compartiments du SCV. Du fait que la motivation initiale de ce mémoire était de traiter le SCV comme un système hybride, nous avons présenté un modèle CV hybride sous forme d'état.

Le troisième chapitre, a fait l'objet de l'identification des paramètres physiologiques du SCV. La première partie a été consacrée à rappeler les approches d'identification existantes. Nous en avons distingué deux : les méthodes utilisant un critère de minimisation et les méthodes à base d'observateurs. Nous avons ensuite défini la notion d'identifiabilité qui s'avère très intéressante avant d'appliquer n'importe quelle procédure d'identification. Ainsi, nous avons pu établir les mesures minimales nécessaires à l'identification des paramètres CVs dans chaque phase du cycle cardiaque. En prenant en considération les résultats de l'identifiabilité trouvés, nous avons appliqué à la fin de ce chapitre un FKE pour estimer les paramètres CV. Les résultats trouvés étaient satisfaisants.

Le quatrième chapitre a eu pour but de sensibiliser sur la problématique du diagnostic

des défauts pour les systèmes physiques. Ce dernier est en effet un domaine très vaste et touche à différentes applications. Nous avons présentés tout ce qui relatif aux défauts (définitions, types et modélisation) ainsi que les stratégies du diagnostic qui existent. Notre intérêt a porté essentiellement sur les méthodes à base d'observateurs.

Nous avons appliqué, dans le dernier chapitre, la méthode de détection de défauts à base d'observateur des défauts. Cette approche utilise un générateur de résidus associé à un observateur d'état du SCV. Nous avons constaté que cette méthode est efficace pour la génération de résidus, permettant une détection et une localisation des anomalies engendrant des variations des résistances systémique et caractéristique ainsi que les anomalies de blocage en ouverture ou en fermeture de la valve mitrale et de la valve aortique. Néanmoins, elle présente des limitations dues au fait qu'il n'est pas possible de distinguer entre les variations normales et celles engendrées par des pathologies. Pour approfondir cette étude, il est nécessaire de se rapprocher de médecins spécialistes du domaine. Par ailleurs, cette méthode appliquée au modèle considéré ne permet pas de prendre en considération un blocage partiel.

Comme perspectives, nous suggérons, tout d'abord, d'appliquer des méthodes de diagnostic dédiées aux systèmes hybrides pour étudier le SCV sous l'angle des systèmes dynamiques hybrides. Ces méthodes nous permettront de mieux prendre en compte les anomalies liées aux valves.

D'autre part, nous espérons mettre en œuvre un modèle du SCV qui tient en compte l'évolution continue de la valve mitrale et de la valve aortique, et par la suite modéliser les anomalies correspondant aux pathologies valvulaires les plus probables.

Nous envisageons aussi, dans la continuité de notre travail, de proposer un modèle complet qui prend en compte la commande qui va agir sur les variables hemodynamiques du patient après l'apparition des anomalies. Ce travail nécessitera une collaboration avec les spécialistes du fait qu'il faut comprendre l'influence des pathologies CVs sur le système et connaître les traitements correspondant à chacune des pathologie.

Étant donné que les mesures hemodynamiques utilisées dans ce travail sont obtenues de manière invasive, il serait intéressant de trouver une relation entre ces mesures et les mesures non invasives disponibles tel que : la pression au niveau du doigt.

D'un point de vue pratique, il serait très intéressant d'utiliser les données cliniques pour valider la méthode de générateur de résidus. Mais une telle validation nécessite un temps de mise en œuvre qui dépasse le cadre de ce projet de fin d'études.



# Bibliographie

- [ABB06] M. Abbaszadeh, H.J. Marquez, “A Robust Observer Design Method for Continuous-Time Lipschitz Nonlinear Systems”, *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control Manchester Grand Hyatt Hotel San Diego, CA, USA, December 13-15, ThIP2.15*, 2006.
- [ABB10] M. Abbaszadeh, H.J. Marquez, “Nonlinear Observer Design for One-Sided Lipschitz Systems”, *2010 American Control Conference Marriott Waterfront, Baltimore, MD, USA June 30-July 02, FrA17.3*, \*.
- [ADR00] O. Adrot, “Diagnostic à Base de Modèles Incertains Utilisant l’Analyse par Intervalles : l’Approche Bornante”, *Thèse de Doctorat, Spécialité Automatique et Traitement Numérique du Signal, Institut Nationale Polytechnique IAEM de Lorraine, France*, Décembre 2000.
- [AIH11] K. Aihara, H. Suzuki, “Theory of hybrid dynamical systems and its applications to biological and medical systems”, *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Avril 2011.
- [ALH05] M. Alhaj Dibo, “Validation de Données et Diagnostic des Systèmes Incertains à l’Aide de l’Analyse par Intervalle”, *Thèse de Doctorat, Spécialité Automatique et Traitement du Signal, Institut Nationale Polytechnique de Lorraine*, Juillet 2005.
- [AUB12] V. Aubuchon, “Blood Pressure Levels Table”, *Medicine Summaries, Heart Health* : <http://www.vaughns-1-pagers.com/medicine/blood-pressure.htm>, 2012.
- [BAS88.a] G. Baselli, S. Cerrutti, S. Civardi, A. Malliani, M. Pagani, “Cardiovascular Variability Signals : Toward the Identification of a Closed-Loop Model of the Neural Control Mechanics”, *IEEE transaction on biomedical engineering*, 35 :1033-1045, 1988.

- [BAS88.b] G. Baselli, S. Cerrutti, S. Civardi, A. Malliani, G. Orsi, M. Pagani, G. Rizzo, "Parameters extraction from Heart Rate and Arterial Blood Pressure Variability Signals in Dogs for the Validation of a Physiological Model", *Computer in Biology and Medicine*, 18 :1-16, 1988.
- [BAS94] G. Baselli, S. Cerrutti, F. Badilini, L. Biancardi, A. Porta, M. Pagani, F. Lombardi, O. Rimoldi, R. Furlan, A. Malliani, "Model for the Assessment of Heart Period and Arterial Pressure Variability Interactions and of Respiration Influences", *Medical and biological Enginneering and computing*, 32 :143-152, 1994.
- [BEE77] G.W. Beeler, H. Reuter, "Reconstruction of the Action Potential of Ventricular Myocardial Fibers", *Journal of Physiology*, 268 :177-210, 1977.
- [BES00] J. Bestel, "Modèle Différentiel de la Contractrion Musculaire Contrôlée : Application au Système Cardiovasculaire", *Thèse de Doctorat, Université Paris 9*, 2000.
- [BOU11] D. Boukhetala, "Identification des Processus ", *Notes de cours de 4ème année, automatique de l'école nationale polytechnique, Alger*, 2011.
- [CAL82] F. Calogero, A. Degasperis, "Spectral Transform and Solitons", *North Holland*, 1982.
- [COS] L.S. Costanzo, "Physiologie", *traduction et adaptation française, Elie S. Seroussi (professeur des universités, faculté de médecine de Créteil) Editions Pradel, Paris*.
- [CRA83] R.E. Crandle, "Fast Eigenvalue Algorithm for Central Potentials", *J. Phys. A :Math.Gen*, 16 :L395-L399, 1983.
- [CUL97] T.L. Culham, G.K. Savard, "Hemodynamic strategies in blood pressure regulation during orthostatic challenge in women", *Revue Canadienne de Physiologie Appliquée*, 22(4) :351-367, 1997.
- [DIM99] M. Dimassi, J. Sjöstrand, "Spectral asymptotics in the semi-classical limit", *Cambridge U Press*, 1999.
- [DIA03] V.A. Diaz-Zuccarini, "Etude des Conditions d'Efficacité du Ventricule Gauche par Optimisation Téléonomique d'un Modèle de son Fonctionnement", *Thèse de Doctorat, Université de Lille*, 2003.
- [DEB97] R.W. DeBoer, J.M. Karemaker, J. Strack, "Hemodynamic Fluctuations and Baroreflex Sensitivity in Humans : a Beat-to-Beat Model", *J. Appl Physiol*, 253 : 680-689, 1997.

- [FER05] A. Ferreira, S. Chen, M.A. Simaan, F. Antaki, "A Nonlinear State-Space Model of a Combined Cardiovascular System and a Rotary Pump", *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005 Seville, Spain, December 12-15, Décembre 2005*.
- [FOR99] L. Formaggia, F. Nobile, A. Quarteroni, A. Veneziani, "Multiscale Modelling of the Circulatory System : a Preliminary Analysis", *Computing and Visualization in Science, 2 :75-83*, 1999.
- [FRA98] P.C. Franzone, L. Guerri, M. Pennacchio, B. Taccardi, "Spread of Excitation in 3-D Models of the Anisotropic Cardiac Tissue. II. Effect of Fiber Architecture and Ventricular Geometry", *Mathematical Biosciences, 147, 2(15) :131-171*, 1998.
- [GIB03] J.D. Gibbons, S. Chakraborti, "Non parametric statistical inference", *Fourth edition, revised and expanded. Statistics : A DEKKER Series of Textbooks and Mongraphs*, 2003.
- [GUA98] M. Guarini, J. Urzua, A. Cipriano, "Estimation of Cardiac Function from Computer Analysis of the Arterial Pressure Waveform", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering , 45 :1420-8*, 1998.
- [GUY72] A.C. Guyton, T.G. Coleman, H.J. Granger, "Circulation :Overall Regulation", *Annual Reviews of Physiology, 34 :13-44*, 1972.
- [GUY06] C. Guyton, J.E. Hall, "Text Book of Medical Physiology", *ELSEVIER SAUNDERS, Eleventh Edition, International Edition ISBN 0-8089-2317-X*, 2006.
- [HAM99] H. Hammouri, M. Kinnaert, E.H. Yaagoubi, "Observer-Based Approach to Fault Detection and Isolation for Nonlinear Systems", *IEEE Transaction on Automatic Control, 44(10), pp. 1879-1884*, 1999.
- [HED05] J.K. Hedrick, A. Girard, "Nonlinear Observers", *Control of Nonlinear Dynamic Systems : Theory and Applications*, 2005.
- [HEL02] T. Heldt, E.B. Shim, R.D. Kamm, R.G. Mark, "Computational Modelling of Cardiovascular Response to Orthostatic Stress", *J Appl Physiol, 92(3) :1239-1254.*, 2002
- [HUM90] J.D. Humphrey, R.K. Strumpf, F.C.P. Yin, "Determination of a Constitutive Relation for Passive Myocardium : II. Parameter Estimation", *J. Biomech., 112 : 340-346*, 1990.

- [IBR03] S. Ibrir, "Online Exact Differentiation and Notion of Asymptotic Algebraic Observers", *IEEE Transaction on Automatic Control*, 48(11), pp. 2055-2060., 2003.
- [KER03] R.C. Kerckhoffs, O.P. Faris, P.H. Bovendeerd, F.W. Prinzen, K. Smits, E.R. McVeigh, T. Arts, "Timing of Depolarization and Contraction in the Paced Canine Left Ventricle : model and experiment", *J Cardiovasc Electrophysiol.* , 14(10 Suppl) :S188-95., 2003.
- [KIT82] R.I. Kitney, D.A. Linkens, A. Selman, A.H McDonald, "The Interaction Between Heart Rate and Respiration : part II - Nonlinear Analysis Based on Computer Modeling", *Automatica*, 4 :217-224, 1982.
- [KIT85] R.I. Kitney, T. Fulton, A.H. McDonald, D.A. Linkens, "Transient Interactions Between Blood Pressure, Respiration and Heart Rate in Man", *Journal of Biomedical Engineering*, 7 :217-224, 1985.
- [LAL04] T.M. Laleg Kirati, "Contribution aux Méthodes de Diagnostic à Base d'Observateurs et à la Commande Tolérante aux Défauts Application à la Machine Asynchrone et au Robot SCARA", *Projet de Fin d'Etudes, Spécialité Automatique, Ecole Nationale Polytechnique, Alger*, Juin 2004.
- [LAL05] T.M. Laleg, "Identification d'un Compartiment Vasculaire et des Caractéristiques de la Pression et du Débit Aortiques", *Rapport de stage de Master-2 Recherche, Université Paris Sud-Supelec, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique*, Juin 2005.
- [LAL08] T.M. Laleg Kirati, "Analyse de Signaux par Quantification Semi-Classique. Application à l'Analyse des Signaux de Pression Artérielle", *Thèse de Doctorat, Spécialité Mathématiques Appliquées, Université Versailles Saint Quentin en Yvelines*, Octobre 2008.
- [LAN94] A. Landesberg, S. Sideman, "Coupling Calcium Binding to Troponin C and Cross-Bridge Cycling in Skinned Cardiac Cells", *In Am. J. Physiol.*, 266 : H1260-1271, 1994.
- [LI07] Z. Li, B. Dahhou, "Fault Isolation for Nonlinear Dynamic Systems Based on Parameter Intervals", *International Journal of Systems Science*, 8(7), pp. 531-547, 2007.

- [LIA02] X. Lia, J. Baia, S. Cuib, S. Wangb, “Simulation Study of the Cardiovascular Functional Status in Hypertensive Situation”, *Computers in Biology and Medicine*, 32 :345-362, 2002.
- [LU01] K. Lu, J.W. Clark, F.H. Ghorbel, D.L. Ware, A. Bidani, “A Human Cardiopulmonary System Model Applied to the Analysis of the Valsalva Maneuvre”, *Am J Physiol Heart Circ Physiol*, 281 :H2661-H2679, 2001.
- [LUO91] C.H. Luo, Y. Rudy, “A Model of the Ventricular Cardiac Action Potential : Depolarization, Repolarization, and their Interaction”, *In Circ. Res.*, 68 :1501-1526, 1991.
- [MCD60] D.A. McDonald, “Blood Flow in Arteries”, 2nd édition, 1960.
- [MCL66] J. McLeod, “physiological simulation benchmark experiment”, *Article ,PHYSBE Simulation 7(6) :32*, 1966.
- [MEL94] F.M. Melchior, R.S. Srinivasan, P.H. Thullier, J.M. Clere, “Simulation of cardiovascular response to lower body negative pressure from 0 to -40 mmHg”, *The american physiological society*, 77(2) :630-40, 1994.
- [MON87] F.M. Montecvecchi, R. Pietrabissa, “A Model of Multicomponent Cardiac Fiber”, *J. Biomechanics*, 20 :365-370, 1987.
- [MUK01] R. Mukkamala, J.R.A. Cohen, “Forward Model-Based Validation of Cardiovascular System Identification”, *Am J physiol Heart Circ Physiol* 281 :H2714-H2730, 2001.
- [NAS98] M. Nash, “Mechanics and Material Properties of the Heart using an Anatomically Accurate Mathematical Model”, *Thèse de Doctorat, University of Auckland*, 1998.
- [NOV94] V.P. Novak, F.C.P. Yin, J.D. Humphrey, “Regional Mechanical Properties of Passive Myocardium”, *J. Biomech.*, 27 :403, 1994.
- [NYB97] M. Nyberg, “Parity Functions as Universal Residual Generators and Tool for Fault Detectability Analysis”, *Vehicular Systems, ISY, Linköping University, S-581 83 Linköping, Sweden.*, 1997.
- [NYB00] M. Nyberg, L. Nielsen, “A Universal Chow-Willsky Scheme and Detectability Criteria”, *IEEE Transactions on automatic control*, vol. 45, no. 1, Juin 2000.
- [OLU04] M.S. Olufsen, A. Nadim, “Deriving Lumped Models for Blood Flow and Pressure in the Systemic Arteries”, *Thèse de Doctorat, Mathematical Biocience and Engineering*, 2004.

- [OLU05] M.S. Olufsen, J.T. Ottesen, H.T. Tran, L.M. Ellwein, L.A. Lipsitz, V. Novak, "Blood Pressure and Blood Flow Variation During Postural Change From Sitting to Standing : Model Development and Validation", *J Appl Physiol*, 99 :1523-1537, 2005.
- [OST07] G. Ostrovsky, "USCOM Non-Invasive Cardiac Output Monitor", *MedGadget*. Retrieved from : <http://medgadget.com/2007/10/uscom-noninvasive-cardiac-output-monitor.html>, 2007.
- [PAL02] J.L Palladino, A. Noordergraaf, "Paradigm for Quantifying Ventricular Contraction", *Cell. Mole. Biol.*, 7(2) :331-335, 2002.
- [PAT97] R.J. Patton, J. Chen, "Observer-Based Fault Detection and Isolation : Robustness and Applications", *Department of Electronic Engineering, The University of Hull, Control Eng. Practice, Vol. 5, No. 5, pp. 671-682*, 1997.
- [PIR11] A. Pironet, "Méthodes d'identification des paramètres dans un modèle du système cardiovasculaire", *Projet de Fin d'Etudes, ingénieur civil biomédical, Faculté des Sciences Appliquées, Université de Liège*, 2011.
- [RED97] A. Redaelli, R. Pietrabissa, "Structural Model of the Left Ventricle Including Muscle Fibres and Coronary Vessels : Mechanical Behaviour in Normal Conditions", *Mechanica*, 32 :53-70, 1997.
- [RIC99] J.J. Rice, R.L. Winslow, W.C. Hunter, "Comparison of Putative Cooperative Mechanisms in Cardiac Muscle : Length Dependence and Dynamic Responses", *Am J Physiol.*, 276 :H1734-54, 1999.
- [RID91] V.C. Rideout, "Mathematical and Computer Modeling of Physiological Systems", *Biophysics and Bioengineering Series, Prentice Hall, New York*, 1991.
- [ROS01] M.E. Rosar, C.S. Peskin, "Fluid Flow in Collapsible Elastic Tubes : A Three-Dimensional Numerical Model", *New York Journal of Mathematics*, 7 :281-302, 2001.
- [ROS04] V. ROSSI, "Filtrage non Linéaire par Noyaux de Convolution Application à un Procédé de Dépollution Biologique", *Thèse de Doctorat, Ecole Doctorale : Information, Structures, Systèmes Formation Doctorale : BIOSTATISTIQUE*, Décembre 2004.

- [SAC03] F.B. Sachse, G. Seemann, K. Chaisaowong, D. Weiss, "Quantitative Reconstruction of Cardiac Electromechanics in Human Myocardium : Assembly of Electrophysiologic and Tension Generation Models", *J Cardiovasc Electrophysiol*, 14 (10 Suppl) :S210-8, 2003.
- [SAU89] J.P. Saul, R.D. Berger, M.H. Chen, R.J. Cohen, "Transfer Function Analysis of Autonomic Regulation II. Respiratory Sinus Arrhythmia", *American Journal of Physiology*, 25 :H153-H163, 1989.
- [SCH00] D. Schroder, "Intelligent Observer and Control Design for Nonlinear Systems", *Springer*, 2000.
- [SHI99] E.B. Shim, R.D. Kamm, T. Heldt, R.G. Mark, "Computational Modeling of Cardiovascular System after the Fontan Procedure", *Bioengineering Conference*, 1999.
- [SIM09] M.A. Simaan, A. Ferreira, S. Chen, J.F. Antaki, D.G. Galati, "A Dynamical State Space Representation and Performance Analysis of a Feedback-Controlled Rotary Left Ventricular Assist Device", *IEEE Transactions On Control Systems Technology*, Vol. 17, NO. 1, Janvier 2009.
- [STE96] N. Stergiopoulos, J. Meister, and N. Westerhof, "Determinants of Stroke Volume and Systolic and Diastolic Aortic Pressure", *Am J Physiol.*, vol. 270, no. 6 Pt 2, pp. H2050-2059, 1996.
- [STE99] N. Stergiopoulos, B.E. Westerhof, N. Westerhof, "Total Arterial Inertance as the Fourth Element of the Windkessel Model", *The American Physiological Society*, 1999.
- [SUG72] H. Suga, K. Sagawa, "Mathematical Interrelationship Between Instantaneous Ventricular Pressure-Volume Ratio and Myocardial Force-Velocity Relation", *Annals Biomedical Engineering* 1 :160, 1972.
- [SUG74] H. Suga, K. Sagawa, "Instantaneous Pressure Volume Relationship and their Ratio in the Excised Supported Canine Left Ventricle", *Circ Res*, vol. 35, no. 1, pp. 117-126, 1974.
- [SWA08] G. Swamy, R. Mukkamala, "Estimation of the Aortic Pressure Waveform and Beat-to-Beat Relative Cardiac Output Changes from Multiple Peripheral Artery Pressure Waveforms", *IEEE Transactions of Biomedical Engineering*, 55(5), 1521-1529, 2008.

- [SZA94] V. Szathmary, R. Osvald, "An Interactive Computer Model of Propagated Activation with Analytically Defined Geometry of Ventricles", *Computer and Biomedical Research*, 27 :27-38, 1994.
- [TAB96] L.A. Taber, M. Yang, W. Podszus, "Mechanics of Ventricular Torsion", *J.Biomechanics*, 29 :745-752, 1996.
- [TAD12] M. Tadjine, "Automatique avancée", *Notes de cours de 5ème année automatique de l'école nationale polytechnique, Alger*, 2012.
- [TAK97] M. Takata, Y. Harasawa, S. Beloucif, J.L. Robotham, "Coupled vs. Uncoupled Pericardial Constraint : Effects on Cardiac Chamber Interactions", *Journal of Applied Physiology*, 83 :1799-1813, 1997.
- [TAL11] M.L. TALBI, "Analyse et traitement du signal Électrocardiographique (ECG)", *Projet de Fin d'Etudes, Spécialité : Electronique, Université Mentouri de Constantine Faculté des Sciences de l'Ingénieur Département d'Electronique*, 2011.
- [THE99] M.W. Thein, E. Misawa, "A Parallel Observer System for Multirate State Estimation", *Proceedings of the American Control Conference ACC'99, June 2-4, San Diego, California, USA.*, 1999.
- [THE03] D. THEILLIOL, "Contribution à l'étude et au développement des systèmes tolérants aux défauts : diagnostic et accommodation à base de modèles linéaires et au-delà", *Thèse de Doctorat, Spécialité Automatique, Université Henri Poincaré, Nancy 1*, Décembre 2003.
- [TRE05] M. Trew, L. Le Grice, B. Smaill, A. Pullan, "A Finite Volume Method for Modeling Discontinuous Electrical Activation in Cardiac Tissue", *Annales Biomedical Engineering*, 33(5) :590-602, 2005.
- [URB97] A. Urbaszek, M. Schaldach, "Hemodynamic Aspects of Rateresponsive Pacing - a Simlation Study", *Advances in Engineering Software*, 28 :385-393, 1997.
- [VAN03] F.N. Van De Vosse, "Mathematical modelling of the cardiovascular system", *Journal of Engineering Mathematics, Vol.47, pp.175-183*, 2003.
- [VET00] F.J. Vetter, A.D. McCulloch, "Three-Dimensional Stress and Strain in Passive Rabbit Left Ventricle : A Model Study", *Annals of Biomedical Engineering*, 28 :781-792, 2000.



- [WAL94] E. Walter, "Identification de Modèles Paramétriques à partir de données Expérimentales", *Masson, Paris*, 1994.
- [WON74] A.Y.K. Wong, "Application of Huxley's Sliding Filament Theory to the Mechanics of Normal and Hypertrophical Cardiac Muscle", *Mirsky I. (ed.), Cardiac Mechanics, John Wiley, New York*, 411-437, 1974.
- [WON08] L.S. Wong, B.H Yong, K.K. Young, L.S. Lau, K.L. Cheng, J.S. Man, M.G. Irwin, "Comparison of the USCOM Ultrasound Cardiac Output Monitor with Pulmonary Artery Catheter Thermodilution in Patients Undergoing Liver Transplantation", *Liver Transplantation*, 14(7), 1038-1043, 2008.
- [YAU01] S.T. Yau, G.Q. Hu, "Finite-Dimensional Filters with Nonlinear Drift X : Explicit Solution of DMZ Equation", *IEEE Transaction on Automatic Control*, 46(1), pp. 142-148, 2001.
- [YIH98] Y. Yih-Choung, "Minimally Invasive Estimation of Cardiovascular Parameters", *ProQuest Dissertations and Theses, ProQuest Dissertations and Theses (PQDT)*, 1998.
- [YU98] Y.C. Yu, J. Robert Boston, M.A. Simaan, F. Antaki, "Estimation of Systemic Vascular Bed Parameters for Artificial Heart Control", *IEEE Transactions On Automatic Control*, VOL. 43, NO. 6, Juin 1998.
- [ZEE73] E.C. Zeeman, "Differential Equations for the Heartbeat and Nerve Impulse", *Dynamical systems*, 683-741, 1973.

# Annexe A

## Estimation des états physiologique du SCV

Les équations de la dynamique de  $P_a$  et  $P_r$  dans la phase isovolumique sont données par :

$$\begin{cases} \frac{dP_a}{dt} = -\alpha_1 P_a + \alpha_2 P_r, \\ \frac{dP_r}{dt} = \alpha_2 P_a - \alpha_1 P_r. \end{cases}$$

La solution pour  $t > t_0$  (temps initial) est donnée par :

$$\begin{cases} P_a(t) = A + B e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t}, & \text{(A.1)} \\ P_r(t) = A + B e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t} - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1} B e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t}. & \text{(A.2)} \end{cases}$$

Pour  $t = t_0$ , on trouve :

$$\begin{cases} P_a(t_0) = A + B e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t_0}, \\ P_r(t_0) = A + B e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t_0} - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1} B e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)t_0}. \end{cases}$$

En remplaçant par  $t_0$  dans (A.2)-(A.1) on trouve :

$$P_r(t_0) = P_a(t_0) - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1} (P_a(t_0) - A),$$

$$(P_a(t_0) - A) = (P_a(t_0) - P_r(t_0)) \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2},$$

$$A = P_a(t_0) + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}(P_r(t_0) - P_a(t_0)),$$

L'équation (A.1)  $\Rightarrow B = (P_a(t_0) - A)e^{(\alpha_1 + \alpha_2)t_0}$ ,

$$B = (P_a(t_0) - P_a(t_0)) - \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}(P_r(t_0) - P_a(t_0))e^{(\alpha_1 + \alpha_2)t_0},$$

$$B = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}(P_a(t_0) - P_r(t_0))e^{(\alpha_1 + \alpha_2)t_0},$$

$$P_a(t) = P_a(t_0) + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}(P_a(t_0) - P_r(t_0)) + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}(P_a(t_0) - P_r(t_0))e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)(t - t_0)},$$

$$P_a(t) = \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)(t - t_0)}\right)P_a(t_0) + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}(1 - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)(t - t_0)})P_r(t_0),$$

Pour simplifier l'écriture, on suppose :

$$K_1 = e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)(t - t_0)}, \quad (\text{A.3})$$

Alors les expressions de  $P_a$  et  $P_r$  deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_a(t) = \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}K_1\right)P_a(t_0) + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}(1 - K_1)P_r(t_0), \\ P_r(t) = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}(1 - K_1)P_a(t_0) + \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} + \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}K_1\right)P_r(t_0), \end{array} \right. \quad (\text{A.4})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_a(t) = \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}K_1\right)P_a(t_0) + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}(1 - K_1)P_r(t_0), \\ P_r(t) = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}(1 - K_1)P_a(t_0) + \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} + \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}K_1\right)P_r(t_0), \end{array} \right. \quad (\text{A.5})$$

$$P_a(t) - P_r(t) = K_1P_a(t_0) - K_1P_r(t_0) = K_1(P_a(t_0) - P_r(t_0)),$$

$$K_1 = \frac{P_a(t) - P_r(t)}{P_a(t_0) - P_r(t_0)}, \quad (\text{A.6})$$

(A.3) et (A.6)  $\Rightarrow$

$$(\alpha_1 + \alpha_2) = \frac{\ln(k_1)}{t_0 - t} = K_2, \quad (\text{A.7})$$

Par sommation des expressions (A.4) et (A.5) on trouve :

$$P_a(t) + P_r(t) = \frac{2\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}P_a(t_0) + K_1\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}P_a(t_0) + \frac{2\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}P_r(t_0) + K_1\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}P_r(t_0), \quad (\text{A.8})$$

$$K_3 = \frac{(P_a(t) + P_r(t) - K_1(P_a(t_0) + P_r(t_0)))K_2}{2(1 - K_1)}, \quad (\text{A.9})$$

L'équation (A.8)  $\Rightarrow$

$$\alpha_2 P_a(t_0) + \alpha_1 P_r(t_0) = K_3, \quad (\text{A.10})$$

(A.7) et (A.10) donne :

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ P_r(t_0) & P_a(t_0) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} K_2 \\ K_3 \end{pmatrix}.$$

# Annexe B

## Notions d'observabilité pour les systèmes linéaires et non linéaires

### B.1 Systèmes linéaires

Soit le système linéaire, invariant dans le temps, décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx + Du. \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état du système,  $u \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur des entrées connues, associé à la matrice  $B$  et  $y \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur des mesures.

#### \* Observabilité

Le système B.1 est dit observable si pour tout  $t_0 \geq 0$  et  $T > t_0$ , il existe une fonctionnelle  $\Phi$  telle que :  $\Phi(T, u[t_0, T], y[t_0, T]) = x(T)$  où  $u[t_0, T]$  et  $y[t_0, T]$  désignent respectivement l'ensemble des valeurs de  $u$  et  $y$  sur l'intervalle  $[t_0, T]$ .

#### \* États indistinguables

Deux états initiaux  $x(t_0) = x_1$  et  $x(t_0) = x_2$  sont dits indistinguables si  $\forall t \geq t_0$ , les sorties correspondantes  $y_1(t)$  et  $y_2(t)$  sont identiques, quelle que soit l'entrée admissible  $u[t_0, t]$

du système. Si le système (B.1) possède deux états indistinguables, il n'est pas observable.

**\* Sous espace inobservable**

On appelle sous espace inobservable du système (B.1) l'ensemble :

$$N = \bigcap_{k=0}^n \text{Ker} CA^k. \quad (\text{B.2})$$

**\* Théorème B.1**

Les conditions suivantes, concernant le système (B.1) sont équivalentes :

- ⊙ Le système est observable.
- ⊙ Le sous espace d'inobservabilité vérifie :  $N = \{0\}$ .
- ⊙ Il n'existe pas d'états indistinguables.

**\* Théorème B.2**

Soit la matrice dite d'observabilité suivante :

$$Q_0 = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.3})$$

Le système (B.1) est observable si et seulement si  $\text{rang}(Q_0) = n$ . On dit alors que la paire  $(A, C)$  est observable. Si  $\text{rang}(Q_0) < n$ , le système (B.1) n'est pas observable ; on peut cependant effectuer une décomposition structurelle sur l'ensemble des variables d'états, de manière à exhiber des sous systèmes observables.

**\* Sous espace d'inobservabilité**

Le sous espace  $Q \subset \mathbb{R}^n$  est un sous espace d'inobservabilité de la paire  $(A, C)$ , s'il existe deux matrices  $H$  et  $G$ , telles que  $Q$  soit un ensemble d'états inobservables du système :

$$Q_0 = \begin{cases} \dot{x} = (A + GC)x, \\ y = HCx. \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

## B.2 Système non linéaire

Soit le système non linéaire défini par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = g(x(t), u(t)), \\ y = h(x(t)). \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

où  $u \in \Omega \subset \mathbb{R}^m$  est la commande ( $\Omega$  est l'ensemble des entrées admissibles),  $y \in \mathbb{R}^p$  est la mesure et  $x \in M \subset \mathbb{R}^n$  représente l'état interne du système ( $M$  est l'ensemble des états possible).

### \* Notion d'indiscernabilité (indistinguabilité)

Deux états initiaux  $x(t_0) = x_1$  et  $x(t_0) = x$  sont dits indistinguables si :  $\forall t \geq t_0$ , les sorties correspondantes  $y_1(t)$  et  $y_2(t)$  sont identiques, quelle que soit l'entrée admissible  $u(t_0, t)$  du système. Notons  $I(x_0)$  l'ensemble des états indistinguables de  $x_0$ .

### \* Observabilité

L'état  $x_0$  est dit observable si  $I(x_0) = \{x_0\}$  et le système (B.5) est observable si  $\forall x \in M, I(x) = \{x\}$ . Il faut noter que l'observabilité d'un système ne signifie pas forcément que toute entrée distingue tous les points de  $M$ , contrairement aux systèmes linéaires.

### \* Observabilité Locale

L'état  $x_0$  est dit localement observable si pour tout voisinage  $U$  de  $x_0$ ,  $I_u(x_0) = \{x_0\}$  ; et le système (B.5) est dit localement observable si pour tout  $x$  de  $M$ ,  $I_u(x) = \{x\}$ .

**\* Observabilité faible**

L'état  $x_0$  est dit faiblement observable s'il existe un voisinage  $V$  de  $x_0$ , tel que  $I(x_0) \cap V = \{x_0\}$  et le système (B.5) est dit faiblement observable si pour tout  $x \in M$ ,  $I(x) \cap V = \{x\}$ . Cela signifie qu'un état est faiblement observable s'il est le seul indiscernable dans son voisinage. Ce concept affaiblit donc le concept d'observabilité globale.

**\* Observabilité faible locale**

L'état  $x_0$  est dit localement faiblement observable s'il existe un voisinage  $V$  de  $x_0$ , tel que pour tout voisinage  $U$  de  $x_0$  contenu dans  $V$ ,  $I(x_0) = \{x_0\}$ ; et le système (B.5) est dit localement faiblement observable si pour tout  $x \in M$ ,  $I_u(x) = \{x\}$ . Les quatre notions d'observabilité définies précédemment engendrent les implications suivantes :

Système Localement Observable  $\Rightarrow$  Système Observable

$\Downarrow$

$\Downarrow$

Système Localement Faiblement Observable  $\Rightarrow$  Système Faiblement Observable

**\* Espace observable**

L'espace observable  $\gamma_{obs}$  pour le système  $\sum_{NL}$  est l'espace linéaire sur  $\mathbb{R}$  des fonctions contenant  $h_1, h_2, \dots, h_p$  et toutes les répétitions des dérivées de Lie :

$L_{X_1} L_{X_2} \dots L_{X_k} h_j$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, p\}$ ,  $k = \{1, 2, \dots\}$ , Avec  $X_i, i \in k$  dans l'ensemble  $\{f, g_1, \dots, g_m\}$

**\* Observabilité au sens du rang**

Considérons le système dynamique (B.5). On dit que la paire  $(g, h)$  est observable au sens du rang si la différentielle de la sortie  $h$  avec les différentielles de ses dérivées de Lie successives dans la directions de  $g$  jusqu'à l'ordre  $n - 1$  sont indépendante (sur un voisinage de 0). C'est-à-dire que :



$$\text{Rang}\{dh, dL_g h, \dots, dL_g^{n-1} h\} = n. \quad (\text{B.6})$$

où l'écriture de  $dL_g^k h$  ici est donnée par le co-vecteur :

$$dL_g^k h = \left( \frac{\partial L_g^k h}{\partial x_1}, \frac{\partial L_g^k h}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial L_g^k h}{\partial x_n} \right).$$

est la dérivée  $k^{\text{ième}}$  de la sortie  $y$ . Donc, sous la condition du rang (B.6) ci-dessus l'application :

$$\psi : x \mapsto (y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}) \quad (\text{B.7})$$

est un difféomorphisme local. Plus précisément, ce difféomorphisme est l'inverse de l'application suivante :

$$\begin{pmatrix} y \\ \dot{y} \\ \vdots \\ y^{(n-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(x) \\ L_g h(x) \\ \vdots \\ L_g^{(n-1)} h(x) \end{pmatrix} = \psi^{-1}(x). \quad (\text{B.8})$$

c'est-à-dire l'état  $x$  s'écrit (localement) en fonction de la sortie  $y$  et de ses dérivés successives. Le lecteur peut prendre cette dernière propriété pour définition d'un système observable :

$$x = (y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}).$$

Par la suite on adoptera la notation suivante :

$$\theta_k = dL_g^{k-1} h \text{ pour } 1 \leq k \leq n.$$

On appellera ces 1-formes exactes les 1-formes d'observabilité et on notera :

$$\theta = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{pmatrix} = d\psi^{-1}. \quad (\text{B.9})$$

$\theta$  peut être vu comme une matrice dans la  $i^{\text{ième}}$  ligne est formée des coordonnées de la 1-forme.

$\theta_i$  vu comme un co-vecteur.

# Annexe C

## Complément de résultats de simulation du générateur de résidus

Nous présenterons dans cet annexe les compléments de tests de notre banc de générateurs de résidus.

– **Générateur 1 :**

**Test 1 :** On introduit une perturbation sur  $u_2$  dans la phase d'éjection ( $t = 0.25s$ ).

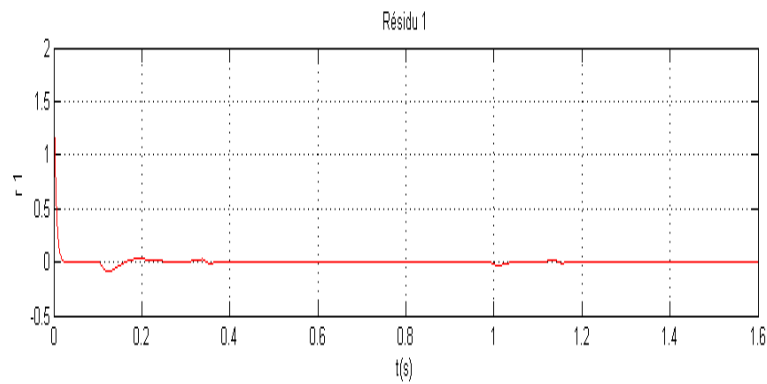


FIGURE C.1 – 1<sup>er</sup> résidu : Apparition d'une anomalie sur  $u_2$  dans la phase d'éjection ( $t = 0.25s$ ).

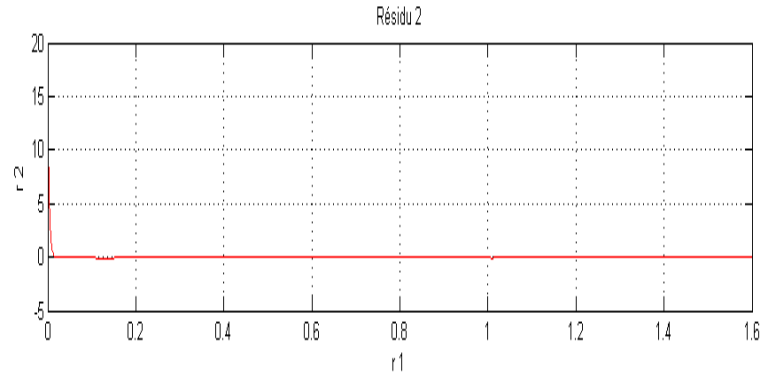


FIGURE C.2 – 2<sup>eme</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur  $u_2$  dans la phase d’éjection ( $t = 0.25s$ ).

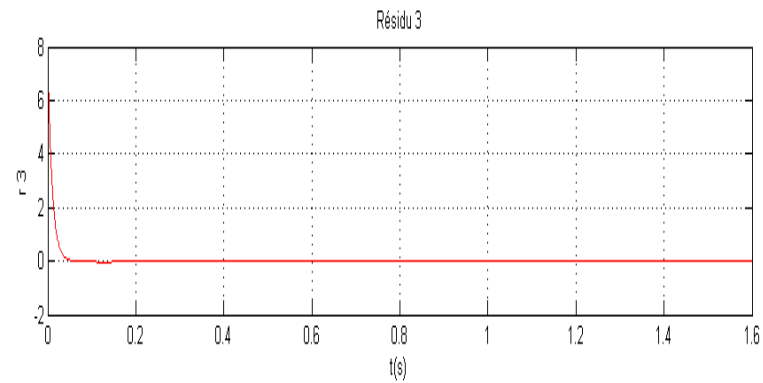


FIGURE C.3 – 3<sup>eme</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur  $u_2$  dans la phase d’éjection ( $t = 0.25s$ ).

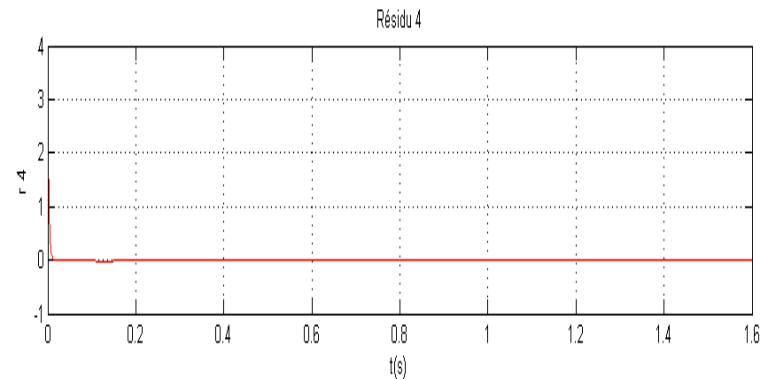


FIGURE C.4 – 4<sup>eme</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur  $u_2$  dans la phase d’éjection ( $t = 0.25s$ ).

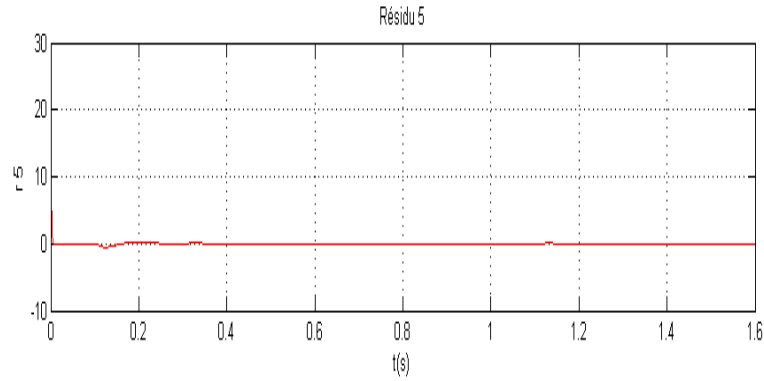


FIGURE C.5 – 5<sup>eme</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur  $u_2$  dans la phase d’éjection ( $t = 0.25s$ ).

**Test 2 :** On introduit un défaut sur  $R_s$  à  $t = 0.25s$ .

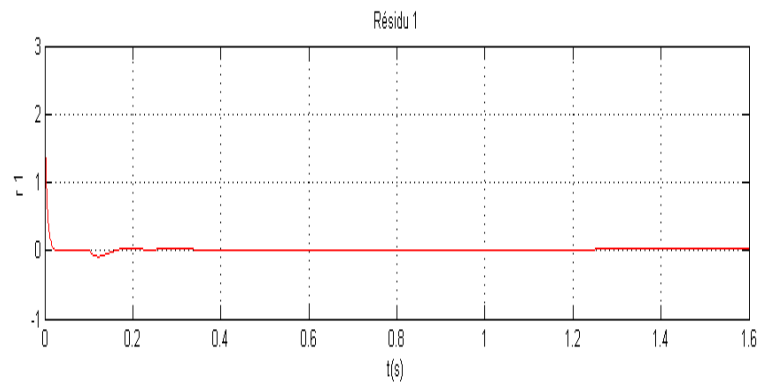


FIGURE C.6 – 1<sup>er</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur la résistance systémique.

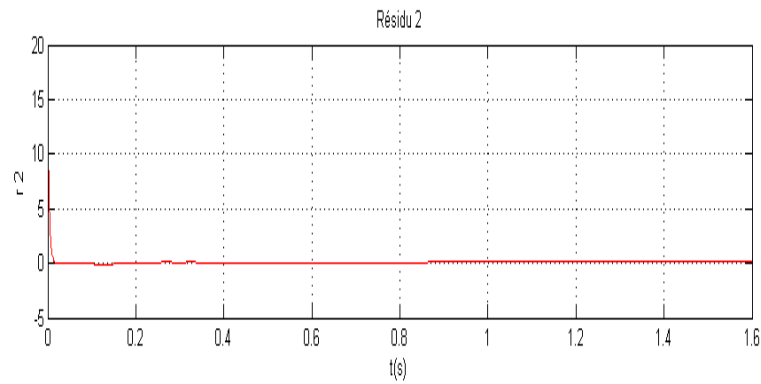


FIGURE C.7 – 2<sup>eme</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur la résistance systémique.

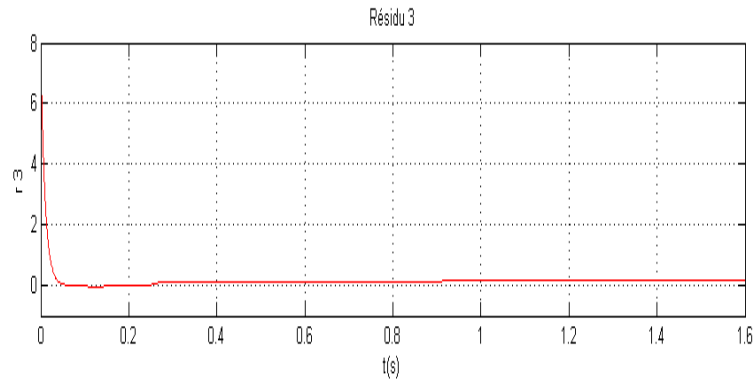


FIGURE C.8 – 3<sup>eme</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur la résistance systémique.

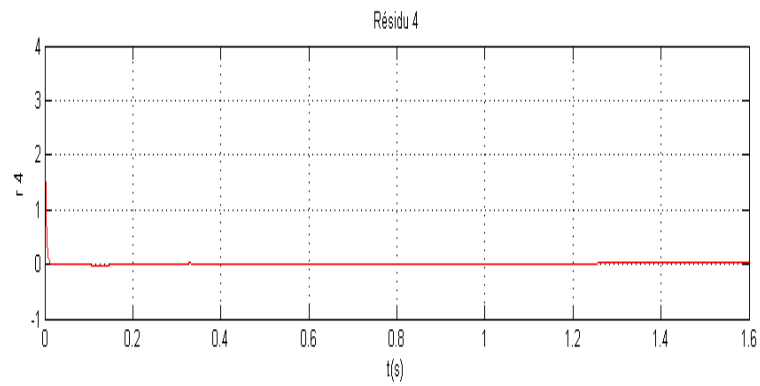


FIGURE C.9 – 4<sup>eme</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur la résistance systémique.

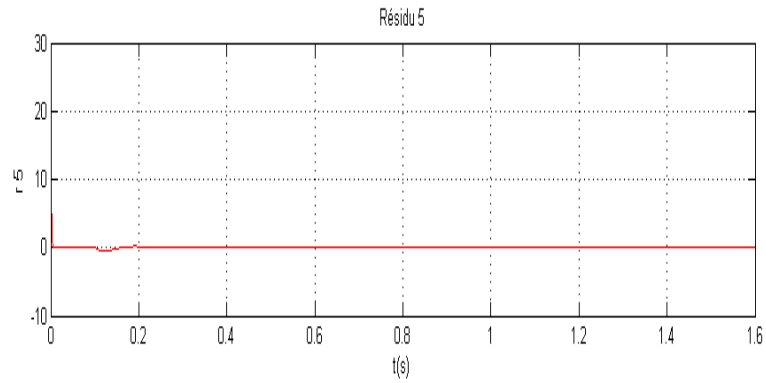


FIGURE C.10 – 5<sup>eme</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur la résistance systémique.

– **Générateur 2 :**

**Test 1 :** On introduit une perturbation sur  $R_c$  à  $t = 0.25s$ .

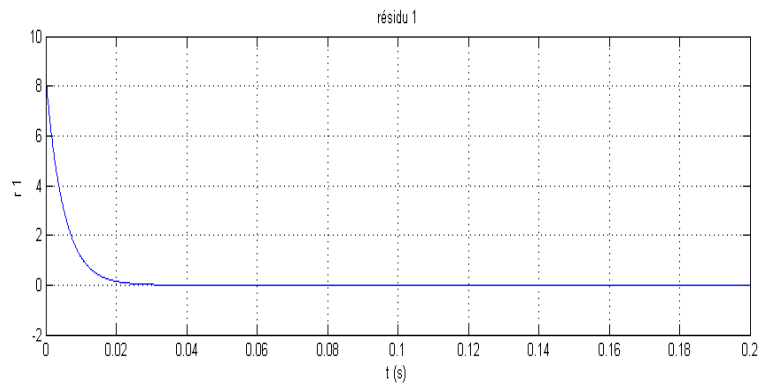


FIGURE C.11 – 1<sup>er</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur  $R_c$  à  $t = 0.25s$ .

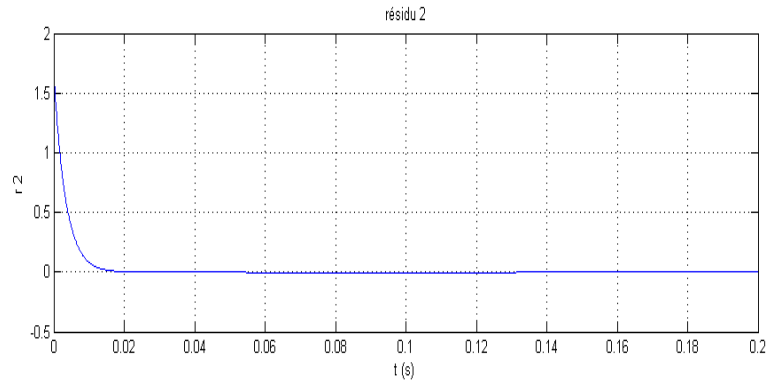


FIGURE C.12 – 2<sup>eme</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur  $R_c$  à  $t = 0.25s$ .

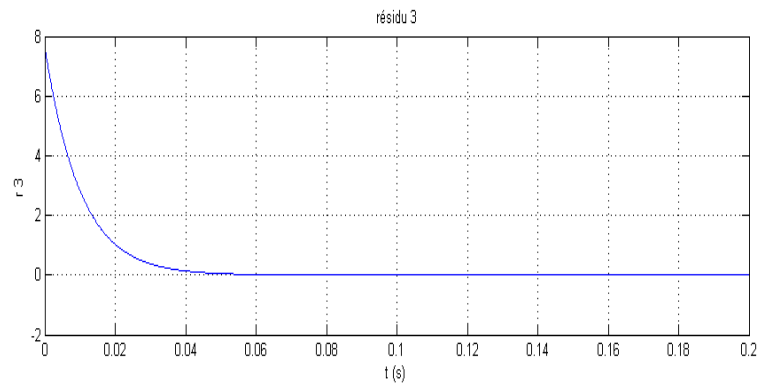


FIGURE C.13 – 3<sup>eme</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur  $R_c$  à  $t = 0.25s$ .

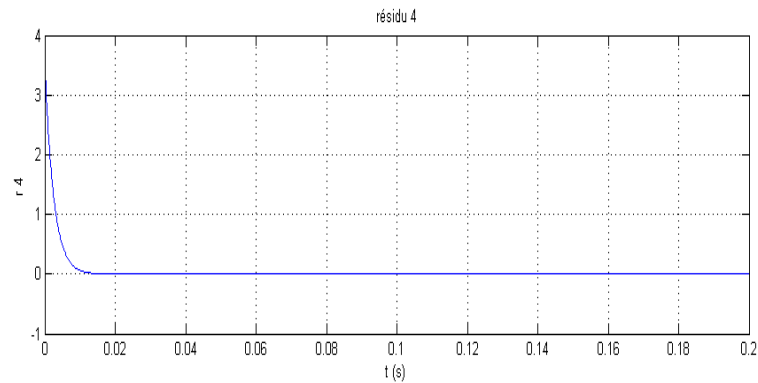


FIGURE C.14 – 4<sup>eme</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur  $R_c$  à  $t = 0.25s$ .

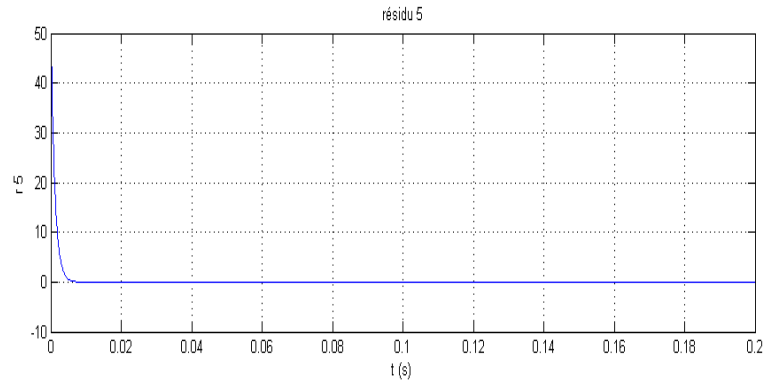


FIGURE C.15 – 5<sup>eme</sup> résidu : Apparition d’une anomalie sur  $R_c$  à  $t = 0.25s$ .

**Test 2 :** On introduit une anomalie sur  $u_1$  (blocage en ouverture) à  $t = 0.5s$ .

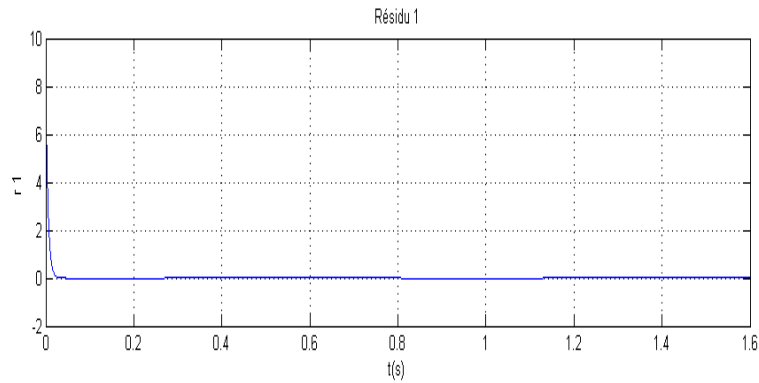


FIGURE C.16 – 1<sup>er</sup> résidu : Apparition d’un blocage en ouverture de  $u_1$  dans la phase de remplissage ( $t = 0.5s$ ).



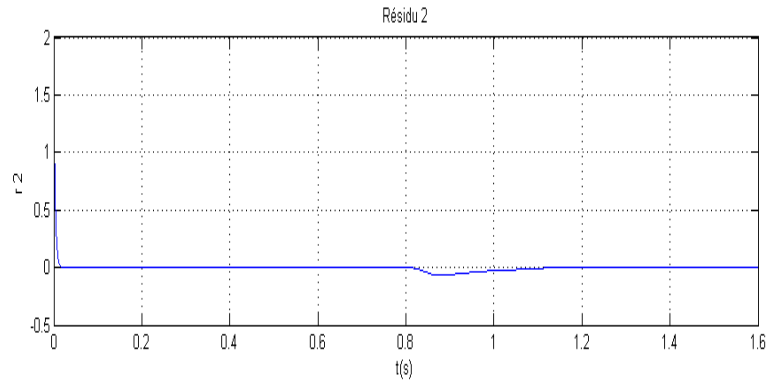


FIGURE C.17 – 2<sup>eme</sup> résidu : Apparition d'un blocage en ouverture de  $u_1$  dans la phase de remplissage ( $t = 0.5s$ ).

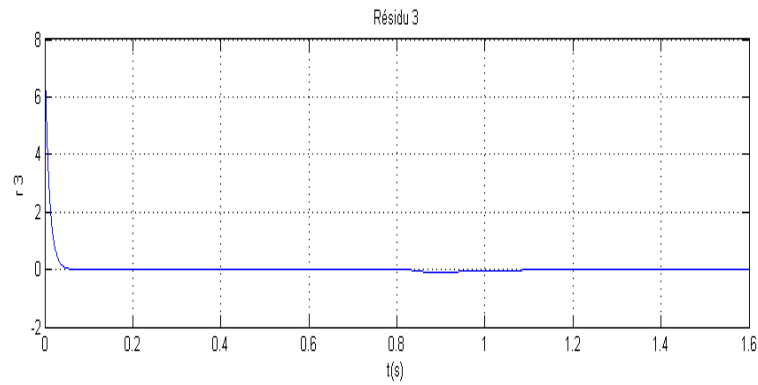


FIGURE C.18 – 3<sup>eme</sup> résidu : Apparition d'un blocage en ouverture de  $u_1$  dans la phase de remplissage ( $t = 0.5s$ ).

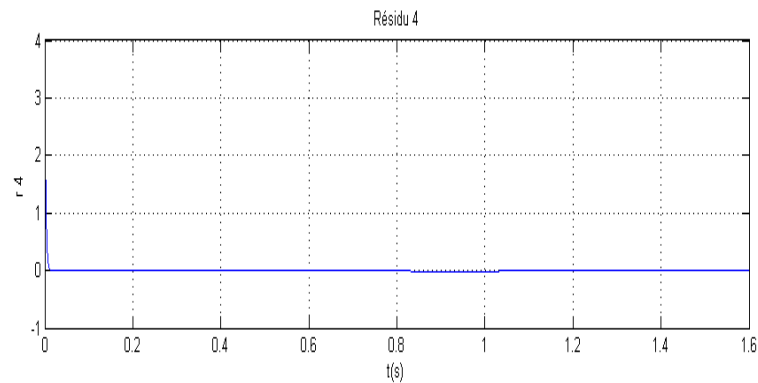


FIGURE C.19 – 4<sup>eme</sup> résidu : Apparition d'un blocage en ouverture de  $u_1$  dans la phase de remplissage ( $t = 0.5s$ ).

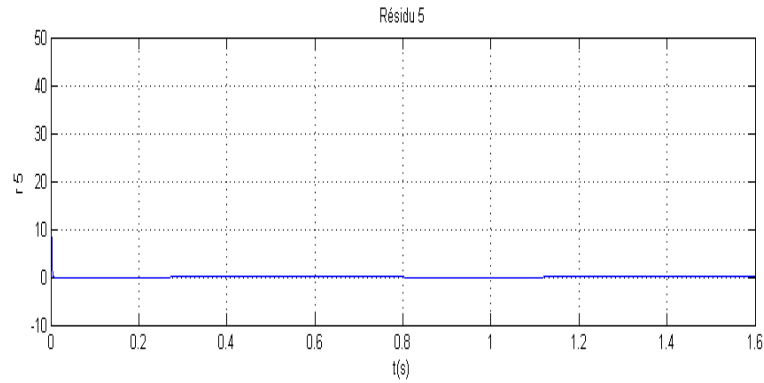


FIGURE C.20 – 5<sup>eme</sup> résidu : Apparition d'un blocage en ouverture de  $u_1$  dans la phase de remplissage ( $t = 0.5s$ ).

Pour visualiser le changement du résidu 2, on va faire un zoom sur le graphe dans le régime permanent et le comparer avec le résidu 3 sans défaut (figure C.21).

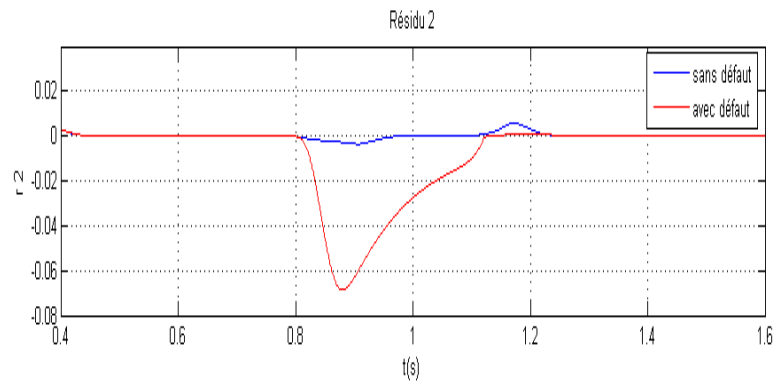


FIGURE C.21 – 3<sup>eme</sup> résidu : cas sans anomalies et avec blocage en ouverture de  $u_1$  dans la phase de remplissage ( $t = 0.5s$ ).

**Test 3** : On introduit une anomalie sur  $u_2$ (blocage en fermeture) à  $t = 0.5s$ .

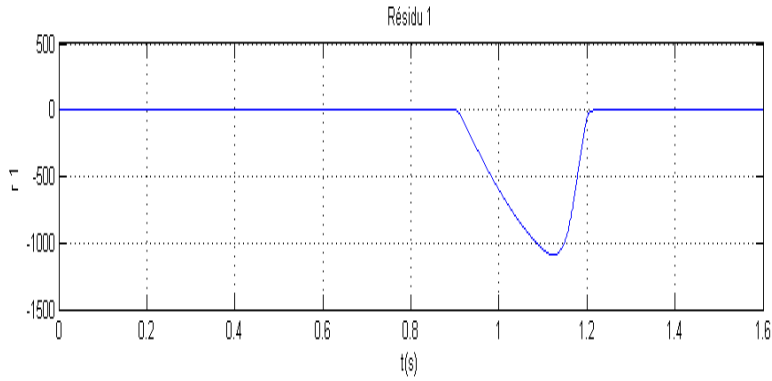


FIGURE C.22 – 1<sup>er</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de  $u_2$  dans la phase de remplissage  $t = 0.5s$ .

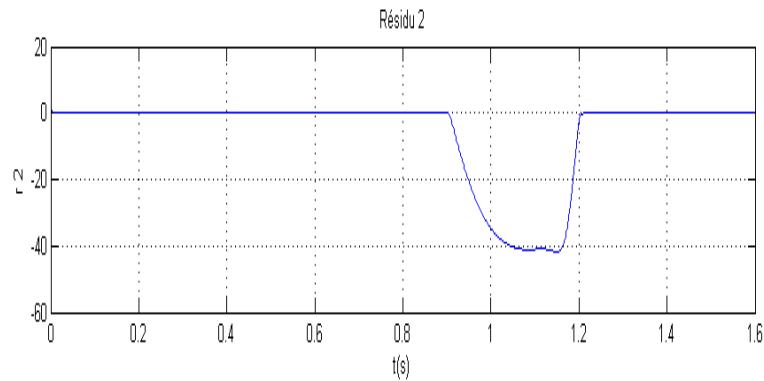


FIGURE C.23 – 2<sup>eme</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de  $u_2$  dans la phase de remplissage  $t = 0.5s$ .

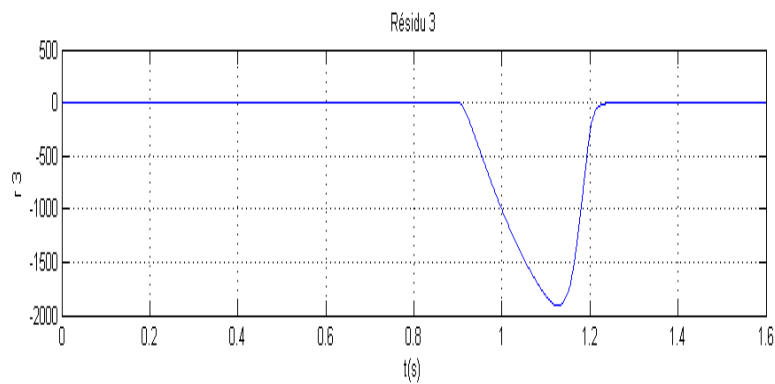


FIGURE C.24 – 3<sup>eme</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de  $u_2$  dans la phase de remplissage  $t = 0.5s$ .

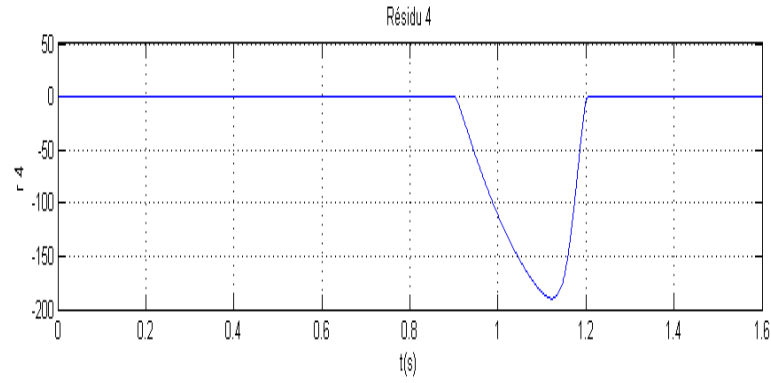


FIGURE C.25 – 4<sup>eme</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de  $u_2$  dans la phase de remplissage  $t = 0.5$ s.

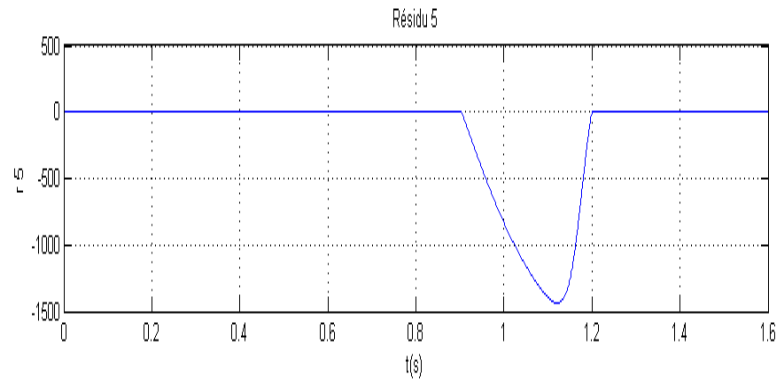


FIGURE C.26 – 5<sup>eme</sup> résidu : Apparition d'un blocage en fermeture de  $u_2$  dans la phase de remplissage  $t = 0.5$ s.

*Merci pour votre patience* 🕒

## ملخص

يتطرق العمل المقدم في هذه المذكرة الى دراسة احد الانظمة الفيسيولوجية و الذي يتمثل في النظام الدموي.

يقدم المحور الاول عموميات حول فيسيولوجية النظام الدموي , فيما خصص المحور الثاني لتمثيل النظام الدموي بطريقة رياضية محضمة, وقد استعمل لذلك النمذجة الهجينة, اعتمادا على المناظرة الكهربائية. بعد نمذجة الرياضية لا بد من القيام بمطابقة وسائط النظام الدموي, و لتحقيق ذلك تمت الاستعانة بمراقب الحالة.

يعالج الجزء الاخير من هذه المذكرة التشخيص من حيث المشاكل المرضية او الفيسيولوجية للنظام الدموي. تبين نتائج المحاكات مدى فعالية ودقة اداء الخوارزمية المتبعة.

## الكلمات المفتاحية

الفيسيولوجية, النظام الدموي, نمذجة, هجين, وسائط, تحديد الوسائط, المراقب, تشخيص.

---

## Résumé

Le travail présenté dans ce mémoire concerne l'étude d'un système physiologique qui est le système cardiovasculaire (SCV).

Le premier chapitre donne quelques généralités sur la physiologie cardiovasculaire. Un modèle hybride se basant sur l'analogie électrique est présenté dans le deuxième chapitre. Après modélisation, l'identification des paramètres cardiaques est nécessaire. La technique utilisée à cet effet est celle à base d'observateur d'état.

La dernière partie de ce travail traite le diagnostic des anomalies pathologiques et physiologiques du SCV. Des résultats de simulation effectués montrent les performances de la méthode utilisée.

### Mots clés:

Physiologique, système cardiovasculaire (SCV), modélisation, hybride, paramètres, identification, observateur, diagnostic.

---

## Abstract

The work presented in this report concerns the study of a physiological system which is the cardiovascular system (CVS).

The first chapter provides some generalities about the physiology of CVS. A hybrid model based on the electrical analogy is presented in chapter two. After modeling, the identification of cardiac parameters is necessary. The technique used for this purpose is based on the state observer.

The last part of this work deals with the diagnosis of pathological and physiological abnormalities of the CVS. Simulation results show the performance of the method used.

### Key words:

Physiological, cardiovascular system (CVS), modeling, hybrid, parameters, identification, observer, diagnosis.