

*République Algérienne Démocratique et Populaire*  
*Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique*



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

*Ecole Nationale Polytechnique*  
*Département de Génie Mécanique*

*Projet de Fin d'études*

*Pour l'obtention du*  
*diplôme*

*D'Ingénieur d'Etat en Génie Mécanique*

*Thème*

*Etude par simulation d'un emmanchement*  
*fretté soumis à la torsion avec prise en compte*  
*du défaut d'état de surface de l'alésage*

Proposé et dirigé par:

Prof. M.BOUAZIZ

Dr. H.BOUTOUTAOU

Présenté par :

M.BENSALEM

Promotion : Juin 2012

# REMERCIEMENT

*Louange à Dieu le tout Puissant qui m'a donné force, courage et patience de faire aboutir ce travail.*

*Je tiens à remercier très vivement mes promoteurs, Mr M. BOUAZIZ et Mr H. BOUTOU TAOU pour leur disponibilité, leur gentillesse, leurs conseils et leurs pertinentes remarques.*

*Je remercie vivement Mr B. GUERGUEB, pour l'honneur qu'il me fait en président de jury de ce mémoire. Mes remerciements les plus sincères s'adressent également Mr L. RIACHE, pour avoir accepté de juger ce travail.*

*Pour les nombreux soutiens que j'ai reçus dans le cadre de mon Projet de Fin d'Etudes, c'est une grande satisfaction pour moi de remercier ceux qui m'ont aidé à le mener à bien.*

*J'adresse mes remerciements également à toute la famille du Département Génie Mécanique de l'ENP (Enseignant, Techniciens et Etudiants).*

## Dédicace

### *Je dédie ce modeste travail :*

*A mes très chers parents, mon père Dahmen et ma mère Rebeiha, qui sont sacrifiés toute leur vie pour que je réussisse dans mon cursus scolaire et universitaire, qui grâce à eux j'ai pu atteindre ce niveau, qui ont été toujours à mon côté pour me soutenir dans les moments les plus difficiles, pour me conseiller et ils sont pour moi plus que parents mais amis, que dieu leur donne longue vie et une bonne santé.*

*A mon petit frère Khaled et Mes chères sœurs Noura, Kheira*

*A toutes mes tantes sans oublier mon oncle Saad et ma grand-mère Tata*

*A grand-père El-Haj Ali et mon oncle Attia qui nous ont quitté « Allah yarhamhom »*

*A mon cher ami Hamza et sa famille Marhoune*

*A mes amis du campus « Mohamed », Aissa, Lotfi, Takki, Abdelnour...*

*A mes collègues de classe Walid, Abdo, Nouredine, Nounou, Ibrahim, Houcine, Said ....et tous le reste.*

*A mon cher ami Brahim*

*A tous ce qui me connais et je l'ai oublié*

## ملخص:

يتمثل الهدف الرئيسي لهذه الأطروحة في تحليل عيوب حالة سطح خلال عملية التجميع المنكمش وتقييم مساهمتها، لهذا قمنا باستخدام تقنية من التجانس عند التداخل لجعل من الممكن دمج هذه العيوب، كل هذا في حالة عدم وجود عيوب في الشكل. الشبكات التي استعملناها في التداخل تعكس سلوك الخشونة و التي تتعلق بعوامل المحورين سواء كما (خطوة, ارتفاع الخشونة) أو كيفاً (شكل الخشونة) للمحور الخارجي, حالتي سطح المحور الداخلي (مثالية أو لا), قطر التعديل, سمح لنا برنامج اباكوس برؤية سلوك الخشونة و تأثير هذه العوامل على حالة الإجهاد للمحور الخارجي (جهد فون ميزس, ضغط التماس) بواسطة العناصر المحدودة و بتطبيق الشروط الابتدائية المناسبة, هذه المحاكاة لازالت نظرية ولكنها قد تقترب من الواقع إذا تم تحسين الشبكة.

**الكلمات المفتاحية:** التجميع المنكمش, الخشونة, حالة السطح, الشبكات

## Résumé :

L'objectif principal de cette thèse est d'analyser les défauts d'état de surface lors d'une opération d'assemblage fretté et évaluer leur contribution, pour cela on a utilisé la technique d'homogénéisation à l'interface afin de rendre possible d'intégrer ces défauts, tout ça en considérant l'absence des défauts de forme.

Le maillage qu'on a utilisé au niveau de l'interface traduit bien le comportement des aspérités, ce dernier dépend des plusieurs paramètres du moyeu ou l'arbre ou bien les deux, que ce soit quantitative (pas, hauteur de rugosité) ou qualitative (profil) pour le moyeu, les deux états de surfaces de l'arbre (parfait et non) et le diamètre d'ajustement entre les deux, le logiciel Abaqus nous a permis de voir le comportement des aspérités et l'influence de ces paramètres sur l'état de contraintes du moyeu (les contraintes de Von Mises et pression de contact) à travers la méthode des éléments finis en appliquant des conditions limites appropriées. Cette simulation reste toute fois théorique mais elle s'approche de la réalité si le maillage sera plus fin.

**Mots clés :** Assemblage fretté, aspérités, état de surface, maillage

## summary :

The main purpose of this thesis is to analyze the defects of roughness surfaces at the time of the shrink fit assembly operation and evaluate its contribution, for that we've used the homogenization technics in the interface in order to integrate these defects considering as there isn't form defects.

The mesh in the interface can express on the behavior of asperities that depend of many parameters of the hub, the shaft or the both, quantitative (pace, roughness height) or qualitative (profile) for the hub, the two surface states of the shaft (perfect or no) and the adjustment diameter between the two, the software Abaqus can simulate the behavior of asperities and the influence of the these parameters on the state of stress of the hub (the Von Mises stress and the pressure contact) though the finite elements with applying the appropriate boundary conditions, this simulation stays theoretical but it can be near of the reality if we mesh finely more.

**Keywords :** shrink fit assembly, asperities, surface state, mesh

**SOMMAIRE**

<b>INTRODUCTION GENERALE</b> .....	1
<b>CHAPITRE I: ASSEMBLAGE AVEC SERRAGE</b> .....	3
<b>I.1) Introduction</b> .....	3
<b>I.2) Type des ajustements</b> .....	3
I.2.a) Ajustement avec jeu.....	4
I.2.b) Ajustement avec serrage.....	4
I.2.c) Ajustement incertain.....	5
*/ LE système d'ajustement à alésage normal ( $e_i=0$ ) .....	5
*/ Le système D'ajustement à arbre normal ( $E_s=0$ ) .....	5
<b>I.3) Pression minimale de serrage</b> .....	5
I.2.a) Transmission d'un couple.....	5
i.2.b) Transmission d'un effort axial.....	6
<b>I.4) Calcul de la valeur du serrage</b> .....	6
I.4.a) Déplacement radial d'un point du cylindre.....	6
I.4.b) Calcul du serrage minimum de l'ajustement.....	7
I.4.c) Valeur du serrage maximum.....	9
I.4.d) Lissage.....	9
<b>I.5) Vérification aux conditions de résistance</b> .....	10
I.5.a) Dans l'arbre.....	10
I.5.b) Dans le moyeu.....	10
I.5.C) Conditions de résistance de l'arbre.....	11
I.5.D) Conditions de résistance du moyeu.....	11

<b>I.6) Frettage par dilatation du diamètre du moyeu</b> .....	12
I.6.a) Variation dimensionnelle du moyeu.....	12
I.6.b) Elévation de température du moyeu.....	12
<b>CHAPITRE II: LE FRETTAGE</b> .....	13
<b>II.1) Introduction</b> .....	13
<b>II.2) Description de frettage</b> .....	13
<b>II.3) Théorie des parois épaisses</b> .....	15
<b>II.5) Notion de contact localisé</b> .....	17
Contact élastique hertzien, contact élastique non hertzien, contact surfacique.....	17
<b>II.6) Prise en compte du comportement de la micro géométrie</b> .....	19
<b>II.7) Conclusion</b> .....	19
<b>CHAPITRE III: LA METHODE DES ELEMENTS FINIS</b> .....	24
<b>III.1) Introduction</b> .....	20
<b>III.2) Méthode des éléments finis</b> .....	20
III.2.1) Principe général.....	20
III.2.2) Dimensions.....	21
III.2.3) Choix d'un maillage et discrétisation.....	22
III.2.3.1) Choix d'un maillage.....	22
III.2.3.2) Fonctions de base.....	22
III.2.4) Quelques éléments classiques.....	23

III. 2.4.1) Principe.....	23
III. 2.4.2) Les difficultés.....	24
III.2.5) Domaines d'application.....	24
III.2.6) Définition d'un élément fini.....	24
<b>IV.3) Logiciels d'éléments finis.....</b>	<b>25</b>
<b>CHAPITRE IV: ETUDE DE L'INFLUENCE DES DEFAUT DE SURFACE.....</b>	
<b>IV.1) Introduction .....</b>	<b>27</b>
<b>IV.2) Modélisation du comportement des aspérités .....</b>	<b>27</b>
IV.2.1) Méthode d'homogénéisation.....	28
IV.2.1.1) Cadre général.....	28
IV.2.1.2) Cadre du contact rugueux.....	30
IV.2.2) Modélisation du comportement des aspérités par technique d'homogénéisation adaptée au processus de frettage.....	32
IV.2.2.1) Méthodologie retenue.....	32
IV.2.2.2) Modélisation microscopique dans le contexte d'un frettage sans défaut de forme .....	33
IV.2.2.2.1) Paramètres d'influence pris en compte.....	33
IIV.2.2.2.2) Modélisation axisymétrique.....	36
IV.2.2.2.3) Influence théorique de la valeur du serrage $\Delta_M$ .....	45
IV.2.2.2.4) Influence théorique de la rugosité moyenne $R_Z$ .....	48
IV.2.2.2.5) Influence théorique du pas de rugosité $AR$ .....	51
IV.2.2.2.6) Influence théorique de la forme du profil.....	54
IV.2.2.2.7) Influence variation de diamètre intérieur de l'arbre creux et le diamètre d'ajustement.....	58

a) L'influence du diamètre intérieur de l'arbre.....	58
b) L'influence du diamètre d'ajustement.....	61
IV.2.2.2.8) Influence de variation du diamètre d'ajustement dans les cas parfait et non parfait.....	63
a) L'influence du diamètre d'ajustement dans le cas non parfait.....	63
b) L'influence de l'état surface de l'arbre.....	65
IV.2.2.2.9) Conclusion de l'axisymétrie.....	69
<b>CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES.....</b>	<b>70</b>
<b>REFERNCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>71</b>
<b>ANNEXES.....</b>	<b>73</b>
<b>TABLE DES FIGURES.....</b>	<b>76</b>

# **INTRODUCTION GENERALE**

## Introduction générale

Avec les développements des techniques informatiques, les progrès de recherche et l'accroissement des exigences des industriels, la précision dans la conception, la fabrication et le contrôle des machines deviennent de plus en plus élevés. Tout cela pour minimiser les pertes économiques et le temps perdu pendant les opérations de réparation. Dans le cadre des recherches des maintenances prédictifs, les études des différents modes de liaisons entre les pièces deviennent indispensables et parmi les plus récentes est l'assemblage des pièces sans des liaisons et ça ce qu'on appelle le frettage.

Le frettage est une opération qui consiste à réaliser un assemblage avec serrage entre deux pièces, l'une appelée frette (alésage, moyeu), l'autre frettée (arbre, axe). L'assemblage fretté se distingue des autres assemblages par l'absence d'élément de liaison entre les deux pièces ergot, goupille, clavettes, cannelures, soudure, etc. Il permet des réalisations faciles, sans concentration de contraintes. Grâce à ses nombreux avantages (la facilité, la fiabilité, la durée de vie, la sécurité et un coût faible,...), il a beaucoup d'applications telles que le bandage de roue, le montage de pignons, de roulements ou de chemises, la réalisation des épaulements, etc....

Le frettage est aussi utilisé pour élever la résistance des parois épaisses sous très haute pression afin d'obtenir des précontraintes opposées aux pressions de travail.

Les assemblages frettés interviennent de plus en plus comme solution performante du point de vue technologique et économique dans les mécanismes composant les produits manufacturés. L'absence de pièces ou d'éléments intermédiaires entre les deux pièces à assembler permet de simplifier notablement le procédé d'assemblage, donc de diminuer les coûts d'obtention. L'ajustement entre les deux pièces assemblées est serré c'est-à-dire que le diamètre de l'axe (arbre) est plus grand que le diamètre de l'alésage. Le serrage provoqué par l'assemblage des deux pièces induit une pression qui les maintient solidaires grâce au pression de contact et au frottement entre les deux surfaces, empêchant ainsi tout mouvement relatif entre elles.

Les inconvénients majeurs des assemblages frettés sont la difficulté de démontage, le risque d'endommagement des surfaces de contact et la précision demandée pour l'usinage des surfaces fonctionnelles.

Le calcul et la conception des emmanchements sont normalisés. La normalisation française propose une méthode de calcul reposant sur la théorie des parois épaisses pour laquelle on fait les hypothèses d'une surface parfaite, de matériaux toujours dans le domaine élastique. On calcule la pression de contact  $P$ , qui est fonction de serrage, des propriétés de matériaux et la géométrie sans état de surfaces, l'utilisation de ce modèle utilise plusieurs limites par exemple :

- surfaces très polies :  $R_a$  (rugosité moyenne arithmétique) négligeable ou très faible.
- Lissage =  $3(R_{aA} + R_{aM})$  avec  $R_{aA}$  :  $R_a$  de l'arbre ;  $R_{aM}$  :  $R_a$  du moyeu.

Dans la réalité il est impossible de fabriquer une pièce parfaitement lisse. Donc, dans les normes, on est obligé de spécifier pour les surfaces frettées un polissage poussé.

Lorsque la qualité de surface augmente ( $R_a$  faible), le prix de revient des pièces augmentera fortement.

Un assemblage fretté utilise le frottement. Généralement, plus les surfaces sont rugueuses, plus le coefficient de frottement est important. Ce qui est en contradiction avec le fait d'exiger de surfaces très polies.

De nombreuses études ont aussi été menées dans le domaine de frettage. Elles montrent que lors de l'opération d'assemblage, les aspérités se déforment localement : la plasticité apparaît rapidement sur des pics surtout pour le matériau le moins dur. Il est clair qu'un modèle prenant en compte les états de surfaces dans le domaine élasto-plastique est bien attendu.

Plusieurs possibilités existent pour réaliser l'assemblage. La pièce présentant l'alésage peut être chauffée et du fait de sa dilatation, il est alors possible d'insérer l'axe librement. On peut procéder de la manière inverse : On refroidit l'axe qui, par sa contraction, peut être inséré librement dans l'alésage. Une troisième manière consiste à réaliser l'emmanchement sous une presse. Il est alors nécessaire de contrôler que les surfaces ne soient pas détériorées lors du glissement. Enfin, le gonflement de l'alésage peut être obtenu par une pression (hydraulique par exemple). Cette dernière technique nécessite cependant des appareillages adaptés et que la pression puisse être assurée à l'interface des deux pièces. Elle présente toutefois l'avantage d'un démontage possible de l'ensemble.

La surface représente les limites d'un corps solide et la liaison de contact. Quel que soit le procédé d'obtention utilisé, elle présente des défauts macrogéométriques et microgéométrique. On classe ces défauts en trois principaux ordres suivants :

- défauts de forme et de position telle que la coaxialité, la cylindricité, la rectitude, etc...
- ondulations, dues aux oscillations de basses fréquences provenant des imperfections des machines.
- rugosités, dues à des vibrations de hautes fréquences correspondant au passage des outils coupants et d'enlèvement de matière.

Dans ce travail, on s'intéresse en premier lieu au frettage en admettant que l'axe est parfait (défauts de circularité et de cylindricité nuls, rugosité nulle) et que l'alésage comporte uniquement l'état de surface. Il sera réalisé en prenant en compte les facteurs d'influence sur l'intensité du serrage (pas, rugosité moyenne, profil des aspérités etc...). L'influence du diamètre d'ajustement et du diamètre intérieur de l'arbre est aussi étudiée. En second lieu, on tient compte de l'influence de l'état de surface de l'arbre.

**CHAPITRE I**  
**ASSEMBLAGE AVEC SERRAGE**

## ASSMEBLAGE AVEC SERRAGE

### I.1) Introduction

L'assemblage avec serrage est un assemblage courant, joue un rôle important pour transmettre un couple ou un effort axial. Généralement, il concerne la liaison d'un axe avec le moyeu d'une pièce cylindrique sans utilisation de pièce intermédiaire, telle que la clavette. Le diamètre de l'axe est toujours un plus important que celui de l'alésage du moyeu pour engendrer un serrage. La résistance d'un assemblage fretté est obtenue grâce à la pression provoquée par le serrage et par le frottement entre les deux pièces.

### I.2) Type des ajustements

Un ajustement est un assemblage de deux pièces de même cote nominale, il est constitué d'un alésage et d'un arbre. L'alésage (contenant) désigne tout élément intérieur même non cylindrique. L'arbre (contenu) désigne tout élément extérieur même non cylindrique.

Du fait des erreurs résultant du processus de fabrication des pièces, on définit les limites de cette zone, appelée l'intervalle de tolérance (IT) qui est égale à la différence entre les limites maximales et minimales de la cote réelle.

Pour définir la position de la tolérance par rapport à une ligne zéro (ligne de cote)

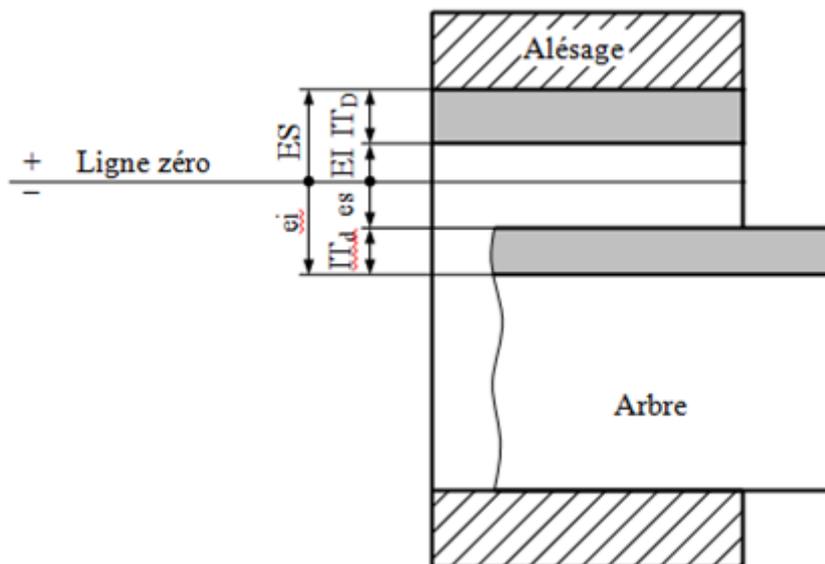


Figure I.1 : Principe des ajustements

Pour l'alésage, on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} ES = D_{\max} - D \\ EI = D_{\min} - D \\ IT = D_{\max} - D_{\min} = ES - EI \end{array} \right.$$

Pour l'arbre, on a

$$\left\{ \begin{array}{l} es = d_{\max} - d \\ ei = d_{\min} - d \\ IT = d_{\max} - d_{\min} = es - ei \end{array} \right.$$

Les écarts sont des nombres algébriques. Ils sont positifs s'ils sont disposés au-dessus de la ligne zéro, négatifs dans le cas contraire.

On définit le jeu maximum et le jeu minimum par :

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{\max} = D_{\max} - d_{\min} = ES - ei \\ J_{\min} = D_{\min} - d_{\max} = EI - es \end{array} \right.$$

La disposition de tolérance l'une par rapport à l'autre, d'un alésage et d'un arbre, détermine le caractère de l'ajustement. En général, on a trois sortes d'ajustements :

Ajustement avec jeu, Ajustement avec serrage, Ajustement incertain.

### **I.2.a) Ajustement avec jeu :**

La zone de tolérance de l'alésage est disposée au-dessus de celle de l'arbre

C.-à-d. Dans l'ajustement avec jeu, les valeurs de  $J_{\max}$  et  $J_{\min}$  sont positives ( $0 < J_{\min} < J_{\max}$ ).

### **I.2.b) Ajustement avec serrage :**

La zone de tolérance de l'alésage est disposée au-dessous de celle de l'arbre

C.-à-d. Dans l'ajustement avec serrage,  $J_{\max}$  et  $J_{\min}$  sont négatifs ( $J_{\min} < J_{\max} < 0$ ).

Les moyens d'obtention : Le montage de l'arbre dans l'alésage peut être réalisé par :

- par emmanchement forcé à froid (au maillet pour de faibles serrages pour absorber les chocs afin d'éviter les fissures provoquées, à la presse à froid pour des serrages importants)
- avec jeu par dilatation de l'alésage (chauffage). Le serrage est obtenu par contraction de l'alésage à la température ambiante. Dans ce cas, on parle de frettage à chaud.
- avec jeu par contraction l'arbre (refroidissement dans de l'azote liquide). Le serrage est obtenu par dilatation de l'arbre à la température ambiante.

Note : au montage l'assemblage se fait avec jeu, il ne devient avec serrage qu'à la température ambiante

### I.2.c) Ajustement incertain :

La zone des tolérances de l'alésage et de l'arbre se chevauchent. En montage, l'ajustement peut être avec jeu ou avec serrage suivant les positions relatives des cotes réelles de l'assemblage.

C.-à-d. Dans l'ajustement incertain,  $J_{\max}$  est positif,  $J_{\min}$  est négatif ( $J_{\min} < 0 < J_{\max}$ ).

Il est possible de trouver par les calculs que l'ajustement est incertain mais, en réalité l'assemblage au montage ne s'effectue qu'avec jeu ou avec serrage.

Pour chaque dimension, il est prévu toute une gamme de tolérances et par conséquent toute une gamme d'ajustements. Pour imposer un certain ordre, deux systèmes de base ont été élaborés :

\*/ Le système d'ajustement à alésage normal.

\*/ Le système d'ajustement à arbre normal.

#### ➤ Le système d'ajustement à alésage normal (EI=0):

Il représente un assemblage dans lequel un alésage nommé alésage normal, est combiné avec des arbres différents pour obtenir les ajustements nécessaires. Cet alésage est à écart inférieur nul (la cote minimale est égale à la cote nominale). La cote maximale de l'alésage dépend de la qualité désirée. La cote de l'arbre dépend de l'ajustement à observer.

#### ➤ Le système d'ajustement à arbre normal (es=0):

Il représente un assemblage dans lequel un arbre nommé arbre normal, est combiné avec des alésages différents pour obtenir les ajustements nécessaires. Cet alésage est à écart supérieur nul (la cote maximale est égale à la cote nominale). La cote minimale de l'arbre dépend de la qualité désirée. La cote de l'alésage dépend du caractère de l'ajustement retranché.

## I.3) Pression minimale de serrage

### I.3.a) Transmission d'un couple

La pression minimale de serrage est donnée par la relation suivante :

$$P_{\min} = \frac{2kC}{\pi f \ell d^2}$$

C : couple à transmettre

k : Coefficient de sécurité de l'assemblage ( $k = 1,5$  à  $3$ )

f : coefficient de frottement entre les deux pièces à assembler

d : diamètre de l'arbre

$\ell$  : Longueur de contact entre les deux pièces

### I.3.b) Transmission d'un effort axial

La pression minimale de serrage est donnée par la relation suivante :

$$P_{\min} = \frac{kF}{\pi f \ell d}$$

k, f,  $\ell$ , d sont les mêmes éléments définis précédemment

F : l'effort axial à transmettre

La valeur de la pression  $P_{\min}$  correspond à l'assemblage de pièces usinées au minimum de matière (arbre au minimum de tolérance, moyeu au maximum de tolérance).

### I.4) Calcul de la valeur du serrage

#### I.4.a) Déplacement radial d'un point du cylindre :

Considérons un cylindre creux de diamètre intérieur  $2a$  et de diamètre extérieur  $2b$  soumis à une pression  $p_i$  et une pression extérieure  $p_0$ .

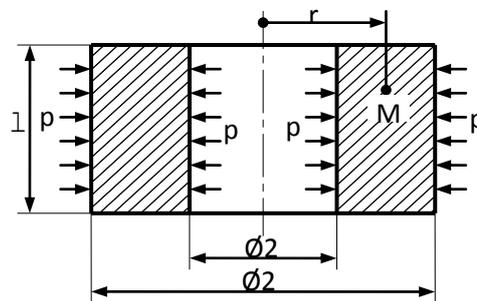


Figure I.2 : déplacement radial d'un point de cylindre creux

La théorie d'élasticité permet d'exprimer le déplacement radial  $U$  d'un point  $M$  de cylindre, ce déplacement est donné par l'expression suivante :

$$U = \frac{1-\nu}{E} \cdot \frac{a^2 p_i - b^2 p_o}{b^2 - a^2} r + \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{a^2 b^2 (p_i - p_o)}{b^2 - a^2} \cdot \frac{1}{r}$$

$\nu$  : est le coefficient de Poisson et  $E$  le module d'élasticité longitudinal du matériau.

**I.4.b) Calcul du serrage minimum de l'ajustement**

Considérons maintenant un arbre et un alésage que l'on désire assembler avec serrage (fig.2).

Dans les organes de transmission, on a la plupart du temps :

- pour l'arbre :  $p_i = 0$  et  $p_o = p_A = p_{min}$
- pour l'alésage :  $p_i = p_{min}$  et  $p_o = p_M = 0$

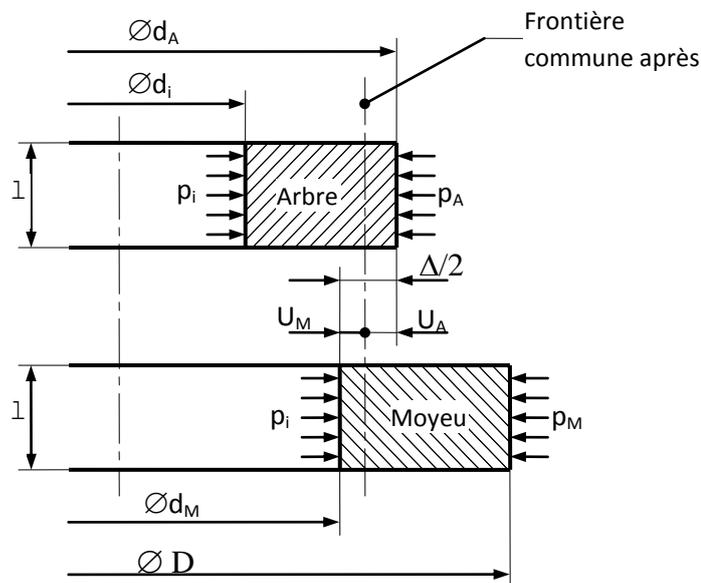


Figure I.3 : le serrage d'ajustement

Avec :  $p_i = p_A$

Soit  $U_A$  le déplacement radial d'un point de l'arbre. Avec :

$$r = \frac{d_A}{2} \approx \frac{d_n}{2} \text{ (} d_n \text{ étant le diamètre nominal)}$$

$$a = \frac{d_i}{2} ; b = \frac{d_n}{2}$$

$$\text{on aura : } U_A = \frac{1-\nu_A}{E_A} \cdot \frac{\left[ -\left(\frac{d_n}{2}\right)^2 p_{\min} \right] \left(\frac{d_n}{2}\right)}{\left(\frac{d_n}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_i}{2}\right)} + \frac{1+\nu_A}{E_A} \cdot \frac{\left(\frac{d_i}{2}\right)^2 \left(\frac{d_n}{2}\right)^2 (-p_{\min})}{\left[ \left(\frac{d_n}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_i}{2}\right)^2 \right] \left(\frac{d_n}{2}\right)}$$

$$\text{En posant : } a_A = \frac{1-\nu_A}{E_A}$$

$$b_A = \frac{1+\nu_A}{E_A}$$

$$\text{on aura : } U_A = -a_A \frac{p_{\min} d_n^3}{2(d_n^2 - d_i^2)} - b_A \frac{p_{\min} d_i^2 d_n}{2(d_n^2 - d_i^2)}$$

Soit  $U_M$  le déplacement radial d'un point du moyeu. Avec :

$$r = \frac{d_M}{2} \approx \frac{d_n}{2}$$

$$a = \frac{d_n}{2} ; b = \frac{D}{2}$$

$$\text{On aura : } U_M = \frac{1-\nu_M}{E_M} \cdot \frac{\left(\frac{d_n}{2}\right)^2 p_{\min}}{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_n}{2}\right)} + \frac{1+\nu_M}{E_M} \cdot \frac{\left(\frac{d_n}{2}\right)^2 \left(\frac{D}{2}\right)^2 p_{\min}}{\left[ \left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_n}{2}\right)^2 \right] \left(\frac{d_n}{2}\right)}$$

$$\text{En posant : } a_M = \frac{1-\nu_M}{E_M}$$

$$b_M = \frac{1+\nu_M}{E_M}$$

$$\text{Il vient : } U_M = a_M \frac{p_{\min} d_n^3}{2(D^2 - d_n^2)} + b_M \frac{p_{\min} D^2 d_n}{2(D^2 - d_n^2)}$$

La valeur minimale du serrage rapportée au rayon est :

$$\frac{\Delta_{\min}}{2} = U_M - U_A$$

Tous calculs faits, on obtient :

$$\frac{\Delta_{\min}}{d_n} = p_{\min} \left[ \frac{(a_M - a_A)d_n^4 + (a_A + b_M)d_n^2 D^2 + (b_A - b_M)D^2 d_i^2 - (b_A + a_M)d_i^2 d_n^2}{(D^2 - d_n^2)(d_n^2 - d_i^2)} \right]$$

Dans le cas particulier où l'arbre et le moyeu sont de même matériau ( $E_A = E_M = E$ ,  $\nu_A = \nu_M$ ) et pour un arbre plein ( $d_i = 0$ ), la valeur minimale du serrage devient :

$$\frac{\Delta_{\min}}{d_n} = \frac{2p_{\min}}{E} \left( \frac{D^2}{D^2 - d_n^2} \right)$$

#### I.4.c) Valeur du serrage maximum

Le serrage maximum est obtenu lorsque l'arbre est au maximum de tolérance et l'alésage au minimum de tolérance. On a alors :

$$\Delta_{\max} = \Delta_{\min} + IT_A + IT_M$$

La pression maximale de serrage est par conséquent :

$$p_{\max} = \frac{\Delta_{\max}}{\Delta_{\min}} p_{\min}$$

La valeur de  $p_{\max}$  sert à calculer les contraintes maximales.

#### I.4.d) Lissage

Le lissage est la perte de serrage due à l'écrasement des aspérités de surfaces. Dans la pratique, il conviendra de majorer le serrage théorique d'un minimum de trois fois la somme des Ra des deux pièces à assembler, soit :

$$\Delta \geq \Delta_{\min} + 3(Ra_A + Ra_M)$$

On prendra pour

- $d_n \leq 180$  mm :  $Ra_A = Ra_M = 0,8 \mu\text{m}$
- $d_n > 180$  mm :
  - $Ra_A = 0,8 \mu\text{m}$

- $Ra_M = 1,6 \mu\text{m}$

Soit un lissage de :

- $5 \mu\text{m}$  pour  $d \leq 180 \text{ mm}$
- $8 \mu\text{m}$  pour  $d > 180 \text{ mm}$

### I.5) Vérification aux conditions de résistance

Le serrage provoque dans les éléments assemblés des contraintes. En admettant un état plan des contraintes, un point donné de la pièce est soumis à une contrainte radiale  $\sigma_r$  dirigée suivant le rayon et à une contrainte tangentielle  $\sigma_t$  perpendiculaire au rayon. On a donc, en un point de diamètre  $d$  :

#### I.5.a) Dans l'arbre :

$$\sigma_{rA} = -\frac{p_{\max} d_n^2}{d_n^2 - d_i^2} \left( 1 - \frac{d_i^2}{d^2} \right)$$

$$\sigma_{tA} = -\frac{p_{\max} d_n^2}{d_n^2 - d_i^2} \left( 1 + \frac{d_i^2}{d^2} \right)$$

#### I.5.b) Dans le moyeu :

$$\sigma_{rM} = \frac{p_{\max} d_n^2}{D^2 - d_n^2} \left( 1 - \frac{D^2}{d^2} \right)$$

$$\sigma_{tM} = \frac{p_{\max} d_n^2}{D^2 - d_n^2} \left( 1 + \frac{D^2}{d^2} \right)$$

Pour éviter toute déformation plastique de la pièce sur laquelle s'exercent ces contraintes, on doit vérifier la condition de résistance :

$$\sigma_{eq} < \sigma_{limite}$$

Où  $\sigma_e$  est la contrainte équivalente qui, en utilisant le critère de Von Mises, est définie par :

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  sont les contraintes principales au point considéré.

La contrainte  $\sigma_{limite}$  est telle que :

$$\sigma_{limite} = \frac{R_e}{s} \quad \text{ou} \quad \frac{R_{p0,2}}{s}$$

$R_e$  est la limite d'élasticité (matériau ductile),  $R_{p0,2}$  la limite conventionnelle d'élasticité (matériau fragile),  $s$  le coefficient de sécurité ( $s = 1.25$  selon la norme NF E 22-621).

### I.5.c) Conditions de résistance de l'arbre

En admettant que les contraintes agissent uniquement dans le plan perpendiculaire à l'axe de la pièce (contraintes planes), on aura alors :

$$\sigma_1 = \sigma_{zA} = 0, \sigma_2 = \sigma_{rA}, \sigma_3 = \sigma_{tA}$$

D'où :

$$\sigma_{eqA} = \frac{p_{\max} d_n^2}{d_n^2 - d_i^2} \sqrt{1 + 3 \left( \frac{d_i}{d} \right)^4}$$

La valeur de  $\sigma_{eqA}$  est maximale pour  $d = d_i$ , soit :

$$\sigma_{eqA \max} = \frac{2p_{\max} d_n^2}{d_n^2 - d_i^2}$$

La condition de résistance s'exprime alors par la relation :

$$\sigma_{eqA \max} \leq \frac{R_e}{s} \quad \text{ou} \quad \frac{R_{p0,2}}{s}$$

### I.5.d) Conditions de résistance du moyeu

Comme pour l'arbre, on a :

$$\sigma_2 = \sigma_{rM}, \sigma_1 = \sigma_{zM} = 0, \sigma_3 = \sigma_{tM}$$

D'où :

$$\sigma_{eqM} = \frac{p_{\max} d_n^2}{D^2 - d_n^2} \sqrt{1 + 3 \left( \frac{D}{d} \right)^4}$$

La valeur de  $\sigma_{eqM}$  est maximale pour  $d = d_n$ , soit :

$$\sigma_{eqM} = \frac{p_{\max} d_n^2}{D^2 - d_n^2} \sqrt{1 + 3 \left( \frac{D}{d_n} \right)^4}$$

La condition de résistance s'exprime alors par la relation :

$$\sigma_{eqM \max} \leq \frac{R_e}{s} \quad \text{ou} \quad \frac{R_{p0,2}}{s}$$

**I.6) Frettage par dilatation du diamètre du moyeu****I.6.a) Variation dimensionnelle du moyeu**

$$\Delta D_M = j + \Delta_{\max} + \text{lissage}$$

j est le jeu de montage à chaud

**I.6.b) Elévation de température du moyeu**

$$\Delta T_M = \frac{\Delta D_M}{\lambda_M d_n}$$

$\lambda_M$  est le coefficient de dilatation linéaire du moyeu.

**CHAPITRE II**  
**LE FRETAGE**

## LE FRETTAGE

### II.1) Introduction

L'objectif de ce chapitre est voir et décrire l'opération de frettage et leur performance par rapport aux autres opérations d'assemblage et leur capacité de supporter des pressions de dizaines de Mpa, en plus leur pertinence aux grandes vitesses pour les machines tournantes.

On verra que l'absence d'un élément intermédiaire entre les pièces à assembler permet de simplifier le procédé c.à.d. diminué les couts d'obtention, le diamètre de l'axe doit être plus grande que le diamètre de moyeu de telle façon que l'assemblage soit serré et grâce à la forte pression, l'empêchement de mouvement relatif sera très efficace.

### II.2) Description de frettage

Actuellement, les machines doivent répondre à des exigences de plus en plus grandes : elles peuvent être soumises à des charges très importantes, par exemple la pression de travail peut dépasser quelques dizaines MPa (et même plus de 100 MPa), les vitesses peuvent être très élevées (vitesse linéaire supérieure à  $10^4$  m/s...) et, de plu, elles doivent êtres très précises (on sait réaliser des micromachines travaillantes dans les vaisseaux sanguins). On a donc besoin d'être plus en plus performants pour calculer et dimensionner les pièces de ces machines et assemblages frettés sont un exemple évident de liaison qu'il est nécessaire de mieux maîtriser.

Les assemblages frettés sont obtenus uniquement par emmanchement serré de deux pièces cylindriques (figure II.1) ou tronconiques, l'une extérieur, l'autre intérieure. Ils sont très couramment utilisés pour transmettre un couple ou un effort axial d'une pièce à l'autre à cause de leurs nombreux avantages : ils sont faciles à réaliser, ils suppriment les entailles dans l'arbre et le moyeu, ils limitent les concentrations de contrainte et les balourds, etc. cette construction mécanique utilise le frottement obtenu par la pression mutuelle entre les deux pièces et provenant du serrage crée par la différence des diamètres et l'élasticité des matériaux utilisés.

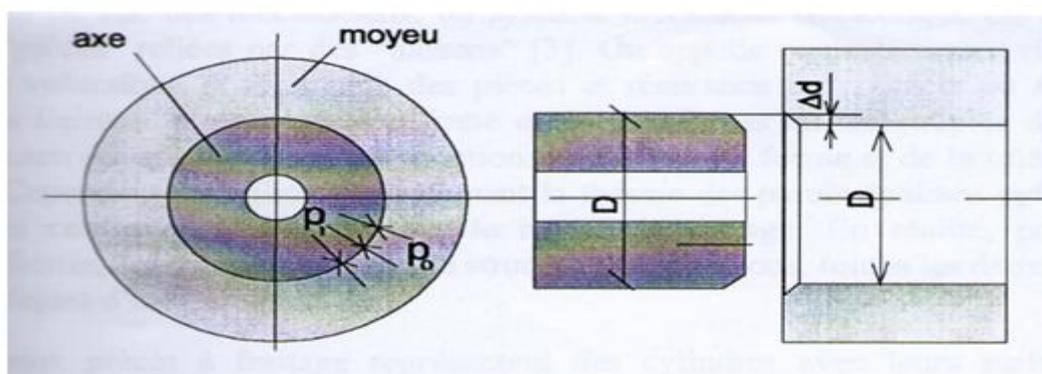
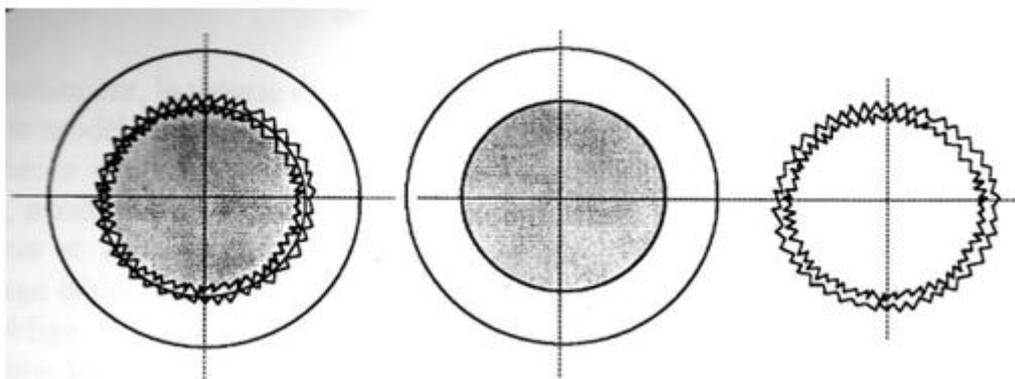


Figure II.1: assemblage de deux cylindres frettés.

Le frettage peut encore permettre d'élever la résistance des parois épaisses d'enceintes mises sous très haute pression afin d'engendrer des pricontraintes opposées à cette haute pression.

Un assemblage peut être réalisé selon plusieurs procédés différents: en insérant à force et à froid une pièce à une autre ou on utilisant la dilatation thermique. La première méthode peut provoquer un arrachement de matière en surface si la contrainte dépasse la limite d'écoulement. Certains nouveaux procédés tels que l'insertion sous vibration axiale ou avec lubrification par un liquide volatil permettent d'introduire à froid un axe dans un moyeu avec une précision relativement élevée.



a : comportement réel b: model sans 'liaisons' c : model sans 'structures'

Figure II.2: comparaison entre le comportement réel et les deux modèles théoriques pour calculer un frettage

De point de vue des mécaniciens, un système mécanique quelconque est un ensemble organisé de 'pièces' reliées par des 'liaison'. On appelle respectivement résistance des structures ou volumique la résistance des pièces et résistance de contacts ou surfacique la résistance de liaison. Un assemblage fretté utilise les forces ou les couples de frottement dépendant de serrage qui lui-même est fonction des défauts de forme et de la tolérance sur les dimensions. Cependant on utilise généralement la théorie des parois épaisses cylindriques en négligeant les contacts surfaciques pour le calcul de serrage. En réalité, pour tous les assemblages frettés, les deux résistances de structure et de liaisons, toutes les deux influencent les caractéristiques d'un frettage.

Les deux pièces à frettage représentent des cylindres avec leurs surfaces usinées comme le montre la figure. II-2-a. Le modèle normalisé les considère comme deux corps polis. II-2-b. par contre, la plupart des recherches sur les contacts ne s'intéressent qu'aux états de surface. II-2-c. Sans prendre en compte les conditions à limites existantes dans un assemblage.

Evidemment il est impossible de fabriquer les pièces usinées géométriquement parfaites quel que soit le procédé utilisé. Il est donc nécessaire de spécifier les surfaces fonctionnelles pour faciliter la meilleure réalisation en relation avec le prix le moins élevé possible. Les diverses spécifications normalisées doivent permettre de caractériser séparément que les écarts de formes et de satisfaire les différents besoins fonctionnels des pièces. Les normes classent les états de surfaces en défaut de forme, ondulation et rugosité. Généralement, on vérifie que la rugosité est encore plus petite. Mais lorsque les pièces sont petites ou que la précision doit être très grande, les tolérances sur les dimensions, les défauts de forme et la rugosité sont de même ordre de grandeur.

### II.3) Théorie des parois épaisses

Actuellement, la théorie des parois épaisses cylindriques créée par Lamé et Clapeyron en 1883, est le modèle utilisé pour déterminer les assemblages frettés. Dans cette théorie, on fait les hypothèses que les deux pièces frettées soient des solides idéaux : petites déformations élastiques, matériaux isotropes, sollicitation uniformes, surfaces parfaitement polies, etc. elle est pratique et est proposée par les normes [AFN, 80], [AFN, 84]. Mais en réalité, les capacités de l'assemblage dépendent très sensiblement de l'état de surface des pièces et en présence on est souvent obligé d'utiliser des formules empiriques pour tenir compte de l'influence de la rugosité dans les calculs.

Celles-ci définissent la notion de serrage  $\Delta$  donnée par la différence des diamètres extérieur de l'axe ( $d_A$ ) et intérieur du moyeu ( $d_M$ ) :

$$\Delta = d_A - d_M \quad (I.1)$$

L'équilibre local permet de définir la relation entre les données géométriques, de chargement extérieur et propriétés matérielles :

$$\frac{\Delta}{d} = \left[ \frac{d^4(a_M - a_a) + d^2 D^2(a_A - b_M) + D^2 d_i^2(b_A - b_M) - d^2 d_i^2(b_M + a_A)}{(D^2 - d^2)(d^2 - d_i^2)} \right] - P_M \frac{D^2(a_M - b_M)}{(D^2 - d^2)} - P_A \frac{d_i^2(a_A - b_A)}{(d^2 - d_i^2)} \quad (I.2)$$

Avec

- $p$ , pression à l'interface,
- $d$ , diamètre du moyeu,
- $d_i$ , diamètre intérieur de l'axe,
- $d_A$ , diamètre extérieur de l'axe,
- $d_M$ , diamètre extérieur du moyeu,
- $a_A, a_M, b_A, b_M$ , des coefficients fonction des propriétés élastiques des matériaux

$$a_A = \frac{1 - \nu_A}{E_A} ; a_M = \frac{1 - \nu_M}{E_M} ; b_A = \frac{1 + \nu_A}{E_A} ; b_M = \frac{1 + \nu_M}{E_M}$$

Les contraintes dans le moyeu et dans l'axe peuvent alors être calculées à partir de la pression à l'interface, paramètre principal du problème.

Contraintes dans l'axe :

$$\sigma_r = \left[ \frac{p_A d_i^2 - p_M D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] - \left[ \frac{(p_A - p_M) d_i^2 D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] \frac{1}{d_c^2} - p \frac{d^2}{d^2 - d_i^2} + p \frac{d^2 d_i^2}{(d^2 - d_i^2)} \frac{1}{d_c^2} \quad (\text{I.3.a})$$

$$\sigma_\theta = \left[ \frac{p_A d_i^2 - p_M D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] + \left[ \frac{(p_A - p_M) d_i^2 D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] \frac{1}{d_c^2} + p \frac{d^2}{d^2 - d_i^2} - p \frac{d^2 d_i^2}{(d^2 - d_i^2)} \frac{1}{d_c^2} \quad (\text{I.3.b})$$

Contraintes dans le moyeu :

$$\sigma_r = \left[ \frac{p_A d_i^2 - p_M D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] + \left[ \frac{(p_A - p_M) d_i^2 D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] \frac{1}{d_c^2} + p \frac{d^2}{d^2 - d_i^2} - p \frac{d^2 d_i^2}{(d^2 - d_i^2)} \frac{1}{d_c^2} \quad (\text{I.4.a})$$

$$\sigma_\theta = \left[ \frac{p_A d_i^2 - p_M D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] + \left[ \frac{(p_A - p_M) d_i^2 D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] \frac{1}{d_c^2} + p \frac{d^2}{d^2 - d_i^2} + p \frac{d^2 d_i^2}{(d^2 - d_i^2)} \frac{1}{d_c^2} \quad (\text{I.4.b})$$

Avec  $d_c$ , diamètre pour lequel est calculée la contrainte.

Lorsque l'arbre est plein et lorsque la pression extérieure  $p_M$  est nulle (cas usuel), ces expressions se simplifient notablement. Cette démarche est toutefois assez éloignée de la réalité; En effet, les caractéristiques de l'assemblage sont très sensibles aux formes géométriques, ceci oblige à avoir des surfaces très précises géométriquement, mais aussi à l'état des surfaces en contact. Les normes proposent alors des formules empiriques qui ne sont pas aujourd'hui satisfaisantes [AFN, 84].

Dans ce sens il est essentiel pour contribuer à une meilleure définition des caractéristiques des assemblages obtenus par frettage de prendre en compte le comportement des pièces en contact mutuel.

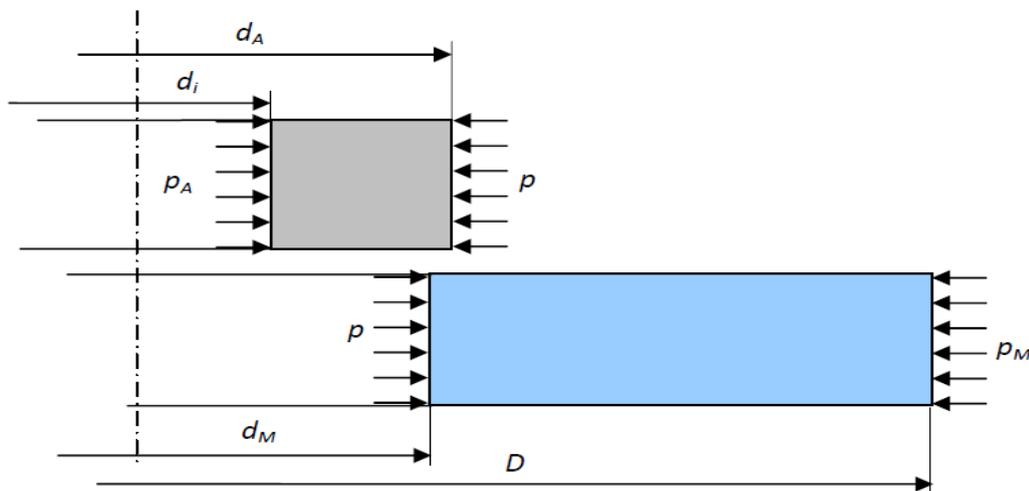


Figure II.2: Hypothèses géométriques effectuées dans le cadre des modèles normalisés

## II.5) Notion de contact localisé

### ➤ Contact élastique hertzien, contact élastique non hertzien, contact surfacique

Indépendamment du calcul de résistance mécanique, les recherches sur le contact progressent sans cesse notamment pour leur importance dans le domaine de la tribologie. Historiquement, la première modélisation sur les contacts est la théorie d'Hertz (1881). Ce modèle ne prend en considération que les contacts considéré comme ponctuel (sphère/ sphère, sphère / plan) ou linéaire (cylindre/cylindre, cylindre/plan) entre 2 solides élastiques, parfaitement polis. Les différents modèles permettent de définir l'aire de contact entre les solides en fonction de la sollicitation exercée ainsi que le rapprochement  $\delta$  relatif entre les deux solides (voir figure II.7).

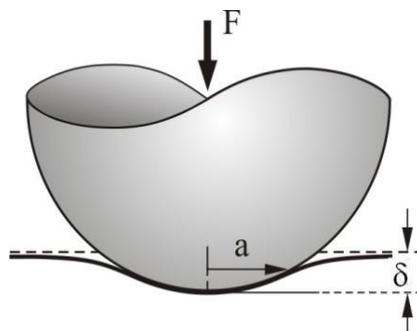


Figure II.7 : contact élastique sphère plan

D'après [BOU, 2012], Bowden et Tabor (1958) ont montré que l'aire réelle du contact d'une aspérité est beaucoup plus grande que celle prévue par la théorie d'Hertz [BOD, 1958]. Car la plupart des aspérités en contact subissent des déformations plastiques même sous faibles chargements. Différentes méthodes statistiques ont été ensuite entreprises afin de prendre en compte le caractère aléatoire des surfaces des pièces mécaniques. Celle qui fait référence dans le domaine a été proposée par Greenwood et Williamson en 1966 (GW). La rugosité est prise en compte par une série de sphères de même diamètre mais dont les hauteurs suivent une distribution gaussienne [GRE, 1966], [GRE, 1970]. Les sphères sont considérées indépendantes les unes des autres. C'est-à-dire qu'il n'y a pas d'interaction entre elles.

Ces travaux sont toutefois intéressants car ils indiquent non seulement des tendances, par exemple la persistance des aspérités sous fortes charges, mais ils donnent aussi une analyse quantitative sur l'évolution de paramètres importants telles que la proportion entre la surface réelle de contact ( $A_r$ ) et la surface nominale ( $A_n$ ), la pression réelle ( $p_r$ ) et la pression nominale ( $p_n$ ), etc..[WIL, 1972], [CHI, 1977].

Lorsque des surfaces lisses et rugueuses sont comprimées mutuellement sous l'action d'une charge  $F$ , l'aire réelle de contact est toujours plus petite que l'aire nominale. La pression réelle est donc plus grande que la pression nominale.

Par équilibre, on peut écrire la relation suivante

$$p_r \cdot A_r = p_n \cdot A_n$$

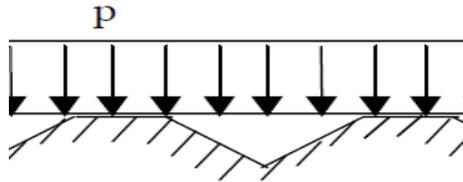


Figure II.8 : modèle de contact microgéométrique

Le comportement des aspérités provoque une perte de serrage  $L_{\Delta}$  qui est donnée par l'expression suivante :

$$L_{\Delta} = 3 [R_a(\text{arbre}) + R_a(\text{alésage moyeu})]$$

Cette relation n'est pas satisfaisante car la rugosité arithmétique n'est qu'un critère représentatif au sens d'une moyenne qui ne distingue pas les pics des vallées.

Pour construire un modèle prenant bien en compte l'influence des aspérités, G.M. Yang a effectué une série de tests expérimentaux [YAN, 1998] ainsi que des simulations numériques associées [YAN, 2000] dans l'objectif d'estimer la pression réelle d'interface et la surface réelle de contact en fonction des paramètres de l'assemblage et de l'état des surfaces.

Deux types de serrage ont été définis, un serrage moyen  $\Delta_m$  et un serrage pic à pic  $\Delta_{pp}$  comme l'indique la figure I.17. L'axe présentait des défauts d'états de surface faibles devant ceux de l'alésage pour simplifier le problème. [BOU, 2012]

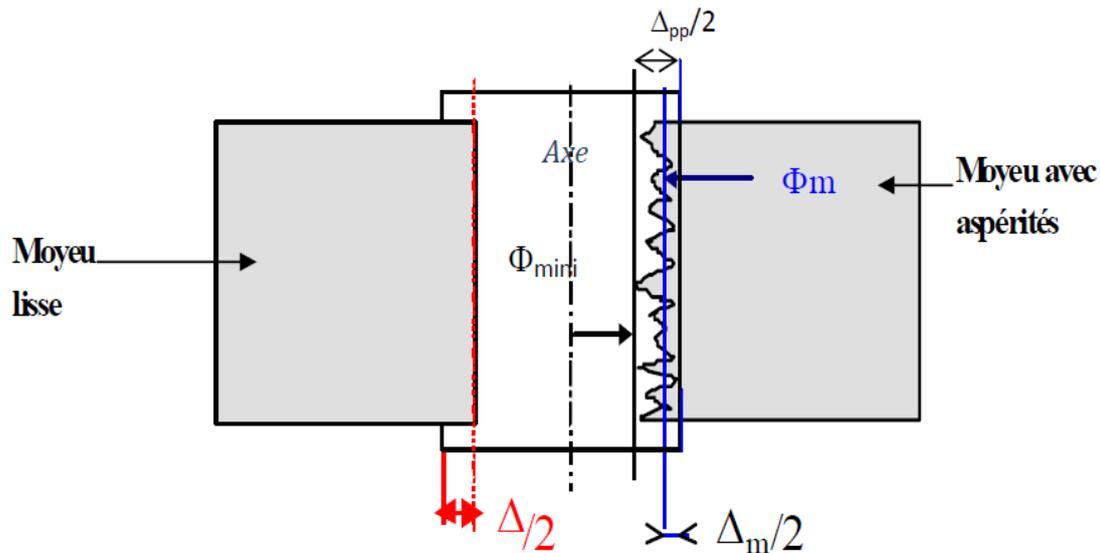


Figure II.9 : cas théorique (assemblage géométriquement parfait) et cas réel avec deux possibilités de définir le serrage :  $\Delta_m$  serrage moyen et  $\Delta_{pp}$  serrage pic à pic (d'après Yang et al. [YAN, 2001]).

## II.6) Prise en compte du comportement de la micro géométrie

Nous avons vu que pour résoudre les problèmes de calcul de structure, les méthodes numériques est répandue et parmi les plus efficaces est la méthode des éléments finis, plus le maillage est fin le résultat approche de la réalité et avec le développement des moyens de calcul la taille des problèmes ne se pose pas. L'état de surface joue un rôle important mais il est limité à une zone proche de l'interface. On peut donc considérer l'assemblage fretté comme deux ensembles structurels et une interface les reliant. Les données à cette interface dépendent bien des dimensions des pièces, de leurs matériaux constitutifs et des défauts géométriques. Il faut donc envisager de rechercher le comportement de cette interface.

## II.6) CONCLUSION

Pour traiter l'influence de défaut de forme, la méthode des éléments finis est bien adaptée, mais dans le cas des défauts de surface elle reste limitée grâce à la dimension importante de problème, donc pour modéliser les aspérités une technique a été développée pour dépasser ce problème c'est la méthode d'homogénéisation.

## **CHAPITRE III**

# **LA METHODE DES ELEMENTS FINIS**

---

## LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

### III.1) Introduction

La méthode des éléments finis fait partie des outils de mathématiques appliquées. Il s'agit de mettre en place, à l'aide des principes hérités de la formulation variationnelle ou formulation faible, un algorithme discret mathématique permettant de rechercher une solution approchée d'une équation aux dérivées partielles (ou EDP) sur un domaine compact avec conditions aux bords et/ou dans l'intérieur du compact. On parle couramment de conditions de type Dirichlet (valeurs aux bords) ou Neumann (gradients aux bords) ou de Robin (relation gradient/valeurs sur le bord).

Il s'agit donc avant tout de la résolution approchée d'un problème, où, grâce à la formulation variationnelle, les solutions du problème vérifient des conditions d'existence plus faibles que celles des solutions du problème de départ et où une discrétisation permet de trouver une solution approchée. Comme de nombreuses autres méthodes numériques, outre l'algorithme de résolution en soi, se posent les questions de qualité de la discrétisation :

- existence de solutions,
- unicité de la solution,
- stabilité,
- convergence,
- et bien sûr : mesure d'erreur entre une solution discrète et une solution unique du problème initial.

On va présenter le cadre général de la méthode des éléments finis, ainsi que le cas pratique le plus courant considérant des équations aux dérivées partielles linéaires dont on cherche une approximation par des fonctions affines.

### III.2) Méthode des éléments finis

#### III.2.1) Principe général

La méthode des éléments finis permet donc de résoudre de manière discrète une EDP dont on cherche une solution approchée « suffisamment » fiable. De manière générale, cette EDP porte sur une fonction  $u$ , définie sur un domaine. Elle comporte des conditions aux bords permettant d'assurer existence et unicité d'une solution.

Sauf cas particuliers, la discrétisation passe par une redéfinition et une approximation de la géométrie, on considère donc le problème posé sur la géométrie approchée par un domaine polygonal ou polyédrique par morceaux. Une fois la géométrie approchée, il faut choisir un espace d'approximation de la solution du problème, dans la *MEF*, cet espace est défini à l'aide du maillage du domaine (ce qui explique aussi pourquoi il est nécessaire

d'approcher la géométrie). Le maillage du domaine permet d'en définir un pavage dont les pavés sont les *éléments finis*. Un élément fini est la donnée d'une cellule élémentaire et de fonctions de base de l'espace d'approximation dont le support est l'élément, et définies de manière à être interpolantes

Bien qu'il existe de nombreux logiciels exploitant cette méthode et permettant de « résoudre » des problèmes dans divers domaines, il est important que l'utilisateur ait une bonne idée de ce qu'il fait, notamment quant au choix du maillage et du type d'éléments qui doivent être adaptés au problème posé : aucun logiciel ne fera tout pour l'utilisateur, et il faut toujours garder un œil critique vis-à-vis de solutions approchées. Pour cela il existe des indicateurs d'erreur et des estimateurs d'erreur qui permettent d'ajuster les différents paramètres.

La solution trouvée, il reste cependant à déterminer les caractéristiques de la méthode ainsi développée, notamment l'unicité de l'éventuelle solution ou encore la stabilité numérique du schéma de résolution. Il est essentiel de trouver une estimation juste de l'erreur liée à la discrétisation et montrer que la méthode ainsi écrite converge, c'est-à-dire que l'erreur tend vers 0 si la finesse du maillage tend elle aussi vers 0.

Dans le cas d'une EDP linéaire avec opérateur symétrique (comme l'est l'opérateur laplacien), il s'agit finalement de résoudre une équation algébrique linéaire, inversible dans le meilleur des cas.

### III.2.2) Dimensions

Ici la méthode des éléments finis peut se développer en deux dimensions à valeurs réelles. On suppose que les équations étudiées sont des équations différentielles d'ordre deux.

La méthode est généralisable à des cadres d'espaces de dimension différente ou pour des équations aux dérivées partielles d'ordre supérieur

Les cas où la dimension de la solution serait plus grande se traitent de façon similaire mais nécessitent des écritures plus complètes ; les cas les plus couramment rencontrés sont la dimension 1, 2 ou 3 (pour des problèmes de mécanique),

Les degrés de différentiation supérieurs sont ramenés à un degré moindre par la méthode classique de réduction de degré : on fait intervenir des variables supplémentaires, c'est-à-dire des dérivées partielles des variables de départ

Bien que théoriquement la méthode soit transposable en dimensions supérieures du support, techniquement la complexité de création des discrétisations croît avec la dimension... et pratiquement, on résout rarement des problèmes en dimensions supérieures à 3 — y compris des problèmes de dynamique en espace à 3 dimensions qui pourraient être traités en quatre dimensions mais sont traités en réalité avec une méthode mixte éléments finis « en espace » et en différences finies « en temps ».

### III.2.3) Choix d'un maillage et discrétisation

#### III.2.3.1) Choix d'un maillage

La méthode des éléments finis repose sur un découpage de l'espace selon un maillage. D'habitude l'on choisit un maillage carré ou triangulaire mais rien n'interdit de choisir des maillages plus complexes. Il n'est pas non plus nécessaire que le maillage soit régulier et l'on a tendance à resserrer le maillage près des endroits d'intérêt (par exemple aux endroits où l'on pense que la solution va beaucoup varier) ; cependant, il faut veiller à avoir des éléments faiblement distordus (se rapprocher d'un polygone régulier). Plus ce maillage est resserré, plus la solution que l'on obtient par la méthode des éléments finis sera précise et proche de la « vraie » solution de l'équation aux dérivés partielles.

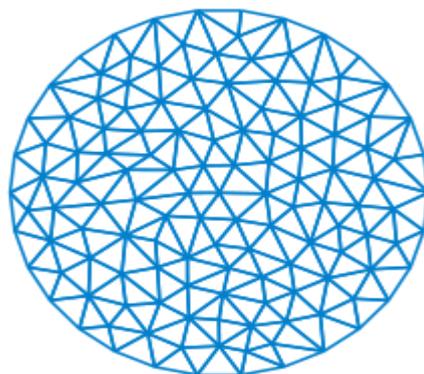


Figure III.1. Choix d'un maillage

#### III.2.3.2) Fonctions de base

On doit après prendre une base de fonctions « adaptées » au maillage. Plusieurs choix sont alors possibles. En général, les fonctions de base utilisées pour les éléments finis sont interpolantes, c'est-à-dire que les valeurs nodales sont les valeurs des grandeurs inconnues aux nœuds.

La plus simple est l'emploi des polynômes de Lagrange. Dans cette méthode les fonctions de base valent 1 à un nœud du maillage et 0 à tous les autres. La fonction de base  $i$  est alors la fonction valant 1 au nœud  $i$  et 0 sur les autres nœuds et qui est polynomiale sur chaque élément. Un exemple de telles fonctions est représenté en dimension 1 à côté. Il y a autant de fonctions de base par élément que de nombre de nœuds.

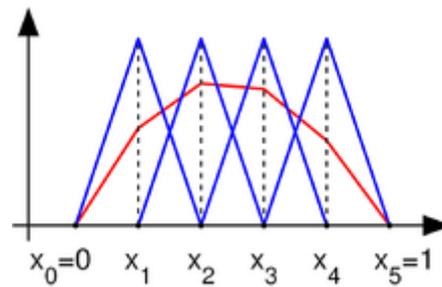


Figure III.2. Fonction de base en dimension 1

On appelle élément la donnée d'une géométrie (souvent polygonale en 2D, polyédrique en 3D) et de fonctions de base associées à cette géométrie.

D'autres solutions peuvent exister pour les fonctions de base. On cite ici un seul exemple les éléments finis d'Hermite qui ont la particularité d'avoir deux fonctions de base associées à chaque nœud. Dans cette version, la valeur de la solution est ajustée avec la première fonction alors que la deuxième permet d'ajuster la valeur de la dérivée. Ce type de fonctions de base peut avoir un intérêt pour la résolution de certaines équations aux dérivées partielles (par exemple l'équation des plaques en mécanique des milieux continus), même si elle nécessite d'avoir deux fois plus de fonctions pour un maillage donné.

### III.2.4) Quelques éléments classiques

#### En 2D

- triangles de degré 1, (triangles à 3 nœuds, fonctions linéaires)
- triangles de degré 2 (triangles à 6 nœuds, polynômes de degré 2)
- quadrangles de degré 1 (carrés à quatre nœuds, fonctions linéaires)
- quadrangles de degré 2 (carrés à 8 ou 9 nœuds, polynômes de degré 2)

#### En 3D

- tétraèdre de degré 1, (quatre nœuds, linéaires)
- cube de degré 1, (huit nœuds, linéaire)

#### III. 2.4.1) Principe

1. Le milieu continu est « idéalisé » par la subdivision en un nombre fini d'éléments dont le comportement est représenté par un nombre fini de paramètres.
2. La résolution du problème global, obtenu par assemblage des éléments, suit les règles qui régissent les structures discrètes.

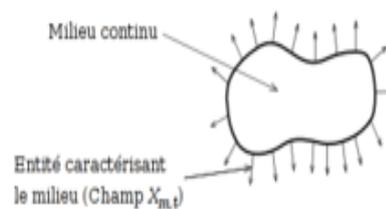
### III. 2.4.2) Les difficultés

- D'ordre théorique : formulation des éléments
- D'ordre pratique :
  - Discrétisation du milieu continu (maillage)
  - Qualité des résultats (convergence de la méthode)

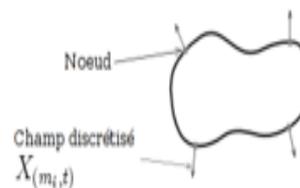
### IV. 2.5) Domaines d'application

- Calcul de structures
- étude des contacts
- électricité
- électromagnétisme
- hydraulique
- aérodynamique
- finance
- Ingénierie
- Biomédicale

### III.2.6) Définition d'un élément fini



Milieu continu



Milieu discrétisé

Figure III.3. Définition d'un élément fini

En calcul de structures, un élément fini est caractérisé par deux matrices :

- La matrice de raideur  $[K]$
- La matrice de masse  $[M]$

### III.3) Logiciels d'éléments finis

Quelques exemples de logiciels utilisant la méthode des éléments finis en mécanique des structures :

- ABAQUS : logiciel pluridisciplinaire développé par la société Simulia (Dassault Systèmes)
- ANSYS : logiciel pluridisciplinaire développé par Ansys
- CAST3M : logiciel pluridisciplinaire français développé par le CEA (gratuit pour l'enseignement et la recherche)
- ASTER : logiciel pluridisciplinaire libre français développé par EDF
- COMSOL Multiphysics (**en**) : logiciel élément finis alliant généricité (mécaniques des fluides, électromagnétisme, mécanique des structures, thermique) et puissance de calcul, permettant notamment d'étudier un nombre illimité d'interactions entre différentes physiques (fluide caloporteur par exemple),
- CosmosWorks : Logiciel Franco-Américain appartenant à SolidWorks qui lui-même appartient à Dassault
- Dytran : logiciel américain développé par MSC.Software
- EuroPlexus : logiciel français
- Flux2D/3D : logiciel 2D&3D éléments finis français (développé en collaboration avec le GE2Lab) permettant le calcul des états magnétiques, électriques ou thermiques en régimes permanents, harmoniques et transitoires, avec des fonctionnalités d'analyse multi-paramétrique étendue, les couplages circuit et cinématique.
- FreeFem++ : logiciel pluridisciplinaire libre.
- Getfem++ : logiciel pluridisciplinaire libre (avec dominante mécanique des structures).
- ICAB : logiciel de calcul pour poutres et coques avec vérifications réglementaires selon Document technique unifié DTU France (NV65, CM66, AL76, CB71...), Eurocodes, AISC américain
- IMPETUS Afea Solver : logiciel de calcul de grandes déformations utilisant des éléments finis isogéométriques d'ordre 3.
- JMAG : logiciel Japonais (distribué en Europe par Powersys) permet un couplage entre les analyses électromagnétiques et structurelles.
- LS-DYNA : logiciel de dynamique rapide américain
- Marc : logiciel de grandes déformations américain développé par MSC.Software
- Morfeo : logiciel belge
- MSC.Nastran : logiciel Pluridisciplinaire américain développé par MSC.Software

- NX.Nastran : logiciel développé par Siemens
- PAM-CRASH : logiciel de dynamique rapide (crash) développé par la société française ESI
- PAM-STAMP : logiciel de simulation d'emboutissage et de mise en forme de tôle, développé par la société française ESI
- PERMAS : logiciel pluridisciplinaire développé par la société allemande INTES GmbH, basée à Stuttgart.
- Radioss : logiciel pluridisciplinaire développé par la société américaine Altair
- ROBOT MILLENIUM : logiciel français développé par ROBOBAT pour le calcul de structures de type génie civil et bâtiment, il est intégré ensuite par AutoDesk
- SAMCEF : logiciel pluridisciplinaire belge
- Structurix : Programme gratuit de calcul de résistance des matériaux. Il permet de résoudre des problèmes 2D et 3D avec des éléments : barres et poutres. Des problèmes 2D avec des éléments triangulaires. Des problèmes de flexion des plaques à l'aide d'éléments rectangulaires.
- ZeBuLoN : logiciel pluridisciplinaire développé par MINES ParisTech, l'ONERA et NorthWest Numerics, spécialisé dans les comportements non linéaires des matériaux
- SYSWELD : logiciel de Thermo-mécano-métallurgie français basé sur SYSTUS développé par la société ESI.

## **CHAPITRE IV**

# **ETUDE DE L'INFLUENCE DU DEFAUT D'ETAT DE SURFACE**

## ETUDE DE L'INFLUENCE DU DEFAUT D'ETAT DE SURFACE

### IV.1) Introduction

Nous abordons dans ce chapitre l'étude du comportement des aspérités de l'état de surface au cours du processus de frettage. Comme nous l'avons déjà vu lors de la présentation de l'état de l'art, cette partie est complexe. D'une part, il est difficile de caractériser simplement l'état de surface car de nombreux critères ont été introduits pour décrire celui-ci. Il est donc difficile de modéliser son comportement. D'autre part, la mesure et la mise en œuvre pratique est assez complexe du fait de l'aspect microgéométrique, l'ordre de grandeur étant inférieur au micromètre. Dans un premier temps, nous allons aborder l'aspect modélisation du comportement des aspérités en portant notre choix sur une résolution numérique. Nous verrons les raisons qui nous ont poussés à choisir une méthode du type homogénéisation [BOU, 2012]. Ensuite nous aborderons l'influence d'un nombre restreint de paramètres fondamentaux sur le comportement des aspérités soumises aux chargements localisés à l'interface lors d'un frettage.

### IV.2) Modélisation du comportement des aspérités

La référence [BOU, 2012] cite les travaux réalisés par Zavarise et al. [ZAV, 1998] qui proposent une méthode permettant de résoudre le problème de contact. Cette méthode permet d'améliorer la convergence par une meilleure stabilité des algorithmes de calcul mais aussi de mieux représenter les conditions physiques.

Intégrer directement le comportement des aspérités dans une telle loi de contact est une idée intéressante mais fait apparaître deux difficultés.

La première tient au fait qu'il faut que la loi traduise bien le comportement local des surfaces en contact. La difficulté peut être surmontée en modélisant finement le comportement des aspérités et en traduisant la relation entre la pénétration et l'effort de contact, mais augmente considérablement le temps de calcul.

La seconde, plus complexe à résoudre, vient du comportement des aspérités qui ne dépend pas uniquement des sollicitations normales à la surface (du type pression) mais aussi des sollicitations dans les directions tangentielles de la surface.

Cela signifie que la loi de contact dépend des conditions de sollicitation dans chaque solide en contact. Le problème de la formulation du contact devient alors complexe, voire insolvable, dans l'état actuel des méthodes déjà développées.

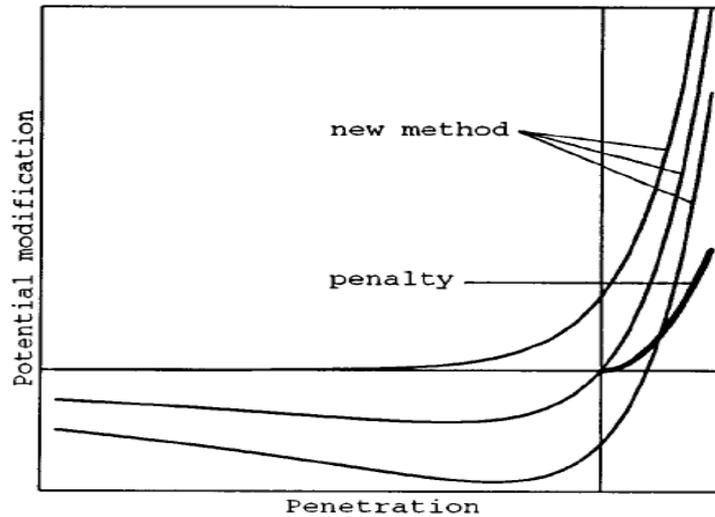


Figure IV.1 : Modification du potentiel proposé par Zavarise par rapport au modèle gouverné par la méthode de pénalité (d'après [ZAV, 1998])

Pour arriver à notre objectif, nous allons donc choisir d'utiliser une technique d'homogénéisation [BOU, 2012] c'est-à-dire, d'intégrer le comportement des aspérités dans un élément macro-géométrique ayant une forme simple.

## IV.2.1) Méthode d'homogénéisation

### IV.2.1.1) Cadre général

La méthode d'homogénéisation consiste à décrire le problème à un niveau multi-échelles. Le milieu homogénéisé (échelle macro) prend en compte le comportement local (échelle micro) en moyennant les effets. L'objectif est bien sûr de simplifier les calculs mais d'un autre côté, on perd en précision et des phénomènes locaux peuvent ne pas être discernés. Cette méthode semble toutefois bien adaptée à notre problème.

J.C. Passieux passe en revue les différentes méthodes multi-échelles notamment la méthode d'homogénéisation [PAS, 2008].

La théorie d'homogénéisation s'est imposée pour des milieux anisotropes comme les matériaux composites. Elle a d'abord été appliquée aux matériaux présentant des périodicités de structures.

Cette théorie s'applique dans le cas où le matériau est constitué de la répétition régulière d'un même motif, la cellule élémentaire. Cette cellule élémentaire est agrandie par une homothétie de rapport  $\varepsilon$  et notée  $\Theta$ .  $\varepsilon$  est un petit paramètre qui caractérise le rapport des échelles micro et macro.

Une variable  $x$  est associée aux variations lentes (échelle macro), tandis que  $y$  est la variable locale de  $\Theta$  associée aux variations rapides (échelle micro) (voir figure IV.2).

L'opérateur de comportement élastique  $e$  (opérateur de Hooke) est alors constant d'une cellule à l'autre, il est tel que  $\mathbf{K}(x, y) = \mathbf{K}(y)$ .

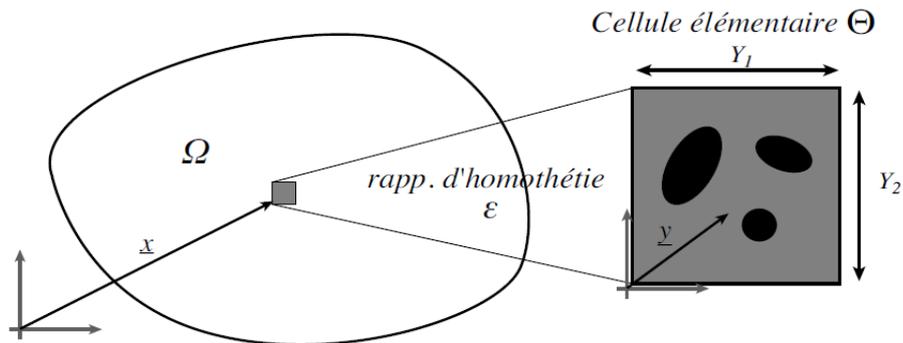


Figure IV.2.: Notion de volume élémentaire et de différentes échelles (d'après J.C. Passieux [PAS, 2008]).

Cette méthode reste adaptée au problème linéaire, et n'est applicable à notre cas que si les aspérités restent en élasticité. Elle admet néanmoins assez mal les effets de bord qui doivent subir un traitement particulier [DEV, 1989].

Elle est appelée méthode des éléments finis à deux niveaux (FE2). Elle consiste à discrétiser la structure par une méthode éléments finis et à associer, à chacun des points d'intégration des éléments, un volume élémentaire représentatif du matériau périodique, lui-même muni d'un maillage éléments finis très fin. Comme l'indique la figure IIV.3, les variables sont décomposées en une partie macro (gros maillage) et une partie micro (maillage fin : triangle gris) à qui on impose des conditions de périodicité sur les bords.

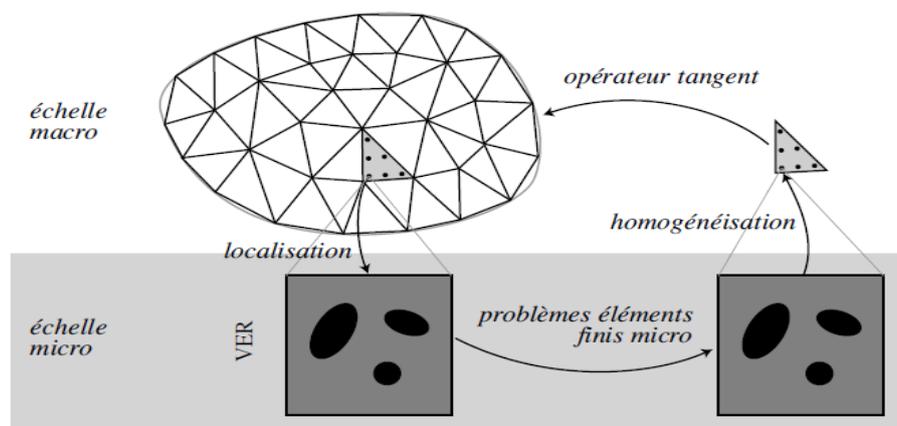


Figure IV.3 : Imbrication des deux échelles de calcul l'échelle micro pouvant être traitée numériquement ou analytiquement (d'après J.C. Passieux [PAS, 2008])

### IV.2.1.2) Cadre du contact rugueux

Dans le domaine du comportement des surfaces, cette technique est aussi utilisée comme nous l'avons indiqué avant, Belghith et al ont introduit un modèle de comportement de contact rugueux homogénéisé [BEL, 2010]. Le rayon moyen  $\rho_i$  des aspérités est déduit des caractéristiques dimensionnelles des motifs par la relation suivante :

$$\rho_i = \frac{1}{16} \frac{AR_i^2}{H_i} \quad (\text{II.1})$$

Où  $AR_i$  représente le pas entre 2 pics de rugosité et  $H_i$  la hauteur entre le pic et la vallée du profil de rugosité au sens de la norme des motifs.

Le rayon change d'une aspérité à l'autre avec une variabilité contrôlée, la valeur moyenne des rayons est alors :

$$\rho_m = \frac{1}{16} + \frac{AR^2}{R} + \frac{SAR^2}{R} \quad (\text{II.2})$$

où  $AR$  représente le pas moyen de rugosité  
 $SAR$  son écart type et  
 $R$  la hauteur rugosité moyenne.

Son écart quadratique moyen s'écrit:

$$\rho_{rms} = \frac{1}{16} \frac{AR^2}{R} \sqrt{\frac{SR^2}{R^2}} + 4 \cdot \frac{SAR^2}{R^2} \quad (\text{II.3})$$

La fonction de distribution des rayons est alors la suivante

$$f(\rho) = \frac{1}{c_1 \rho \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2c_1^2} [\ln \rho - 2c_2]^2\right) \quad (\text{II.4})$$

Où  $c_1$  et  $c_2$  sont fonction de  $\rho_m$  et  $\rho_{rms}$

Et celle des sommets :

$$f(z) = \frac{1}{Z_{rms} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left[\frac{z - Z_m}{Z_{rms}}\right]^2\right) \quad (\text{II.5})$$

Le modèle intègre le comportement des aspérités et le fait qu'elles soient élastiques, élasto-plastiques ou entièrement plastiques. Ce modèle a été confronté à un modèle numérique d'indentation élaboré avec le logiciel ABAQUS. La figure IV.4 (b) montre la comparaison du modèle analytique et du modèle numérique de prédiction de l'évolution de la distance d'enfoncement en fonction de la pression nominale pour un profil donné par la figure IV.4 (a).

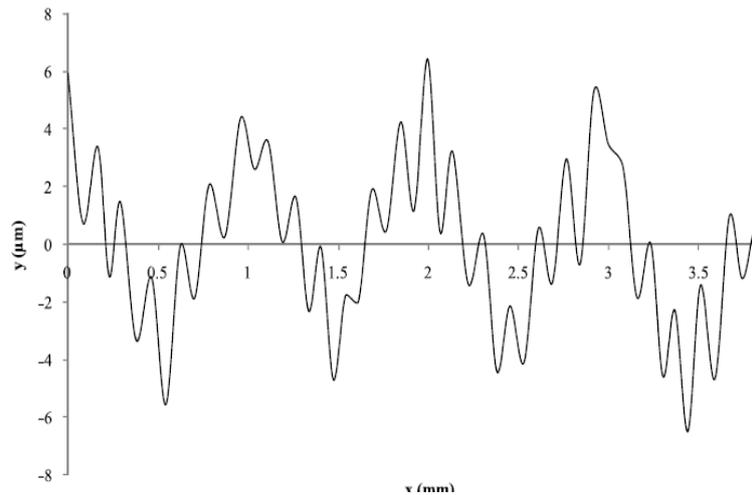


Figure IV.4 : (a) profil de rugosité (d'après Belghith et al [BEL, 2010])

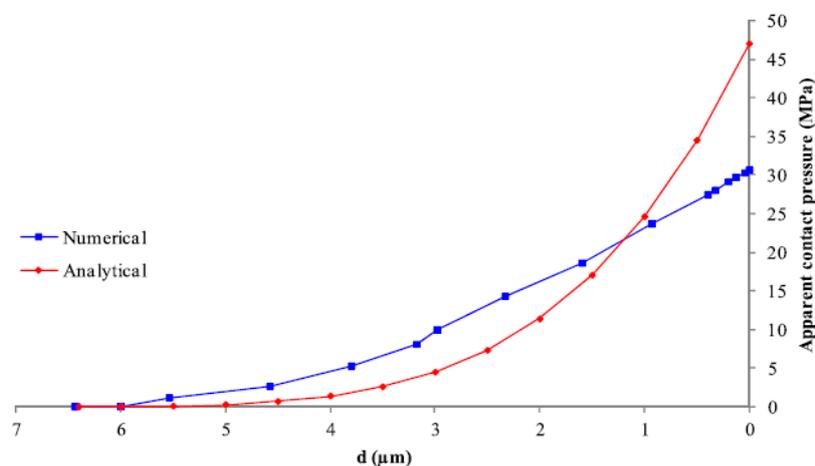


Figure IV.4 : (b) pression apparente de contact pour les deux modèles  
(d'après Belghith et al [BEL,2010])

Belghith et al proposent alors une technique d'homogénéisation basée sur la représentation donnée par la figure IV.5. En se basant sur la courbe synthétique précédente reliant la pression de contact avec la distance de séparation entre les deux surfaces moyennes, un comportement homogénéisé peut alors être établi. Les auteurs ont aussi vérifié d'une part la précision du modèle numérique ainsi que sa sensibilité aux variations des paramètres d'état de surface. Cette récente technique donnant de bons résultats, les auteurs vont l'appliquer à des cas réalistes de pièces industrielles, dans de futurs travaux.

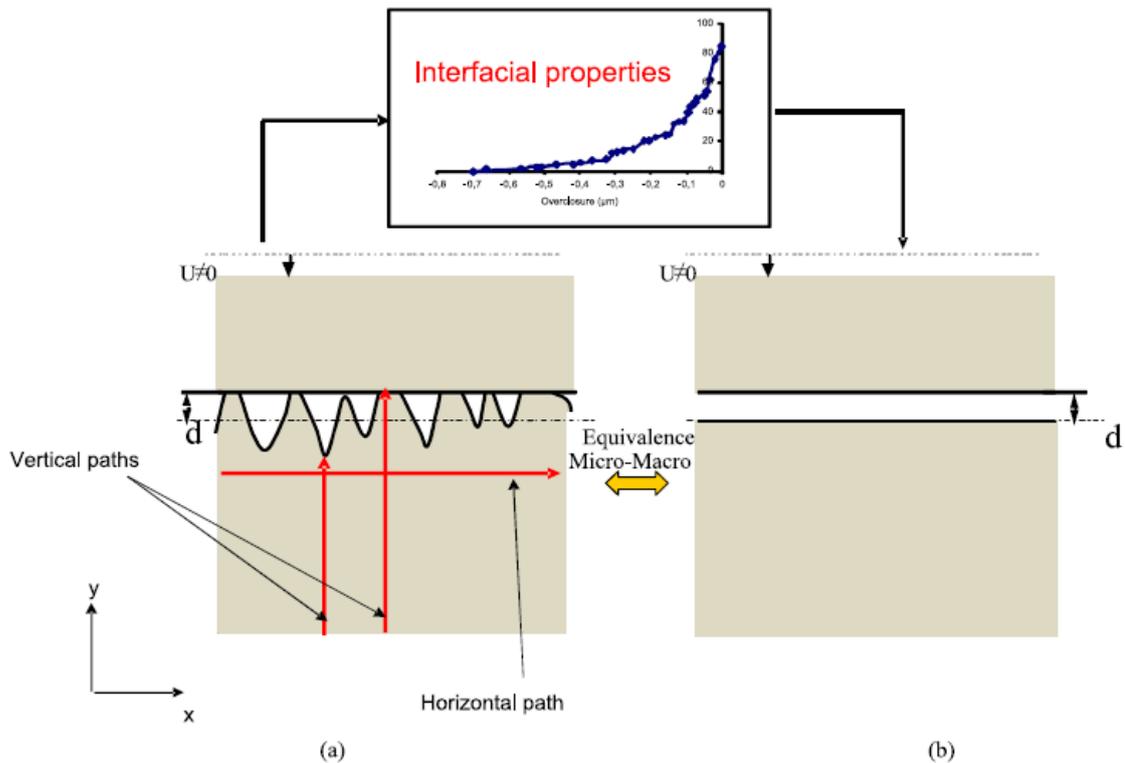


Figure IV.5 : Passage de l'échelle micro (a) à l'échelle macro (b) par homogénéisation (d'après Belghith et al. [BEL, 2010])

Cette approche ne peut pas être appliquée directement au cas du frettage car comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, le modèle de comportement des aspérités dépend fortement des états de contraintes dans les matériaux et non de la pression uniquement. Le modèle utilisé est celui de l'indentation par un poinçon plat, il ne correspond donc pas aux cas de sollicitations présentes lors du frettage.

## IV.2.2) Modélisation du comportement des aspérités par technique d'homogénéisation adaptée au processus de frettage

### IV.2.2.1) Méthodologie retenue

Au premier lieu, le comportement des aspérités est lié à l'état de contrainte dans le matériau dans les directions perpendiculaires au contact, donc ce n'est pas suffisant d'introduire la dépendance de celui-ci dans la direction du contact, il est donc dispensable d'élaborer un élément dont la description sera macroscopique mais qui sera relié d'une part au massif de la pièce qui la compose et qui subira d'autre part le contact avec la deuxième pièce.

L'élaboration de cet élément existe dans le logiciel ABAQUS qui gère bien le contact et offre la possibilité d'élaborer des lois de comportement particulières.

Pour cela, on va suivre la démarche suivante :

- Supposons que les ondulations sont négligeables et nous ne distinguons pas la séparation des défauts en ondulation et rugosité
- Le pas et la hauteur moyenne de rugosité ont été retenus ainsi que la forme des aspérités.
- Afin d'établir la loi de comportement, nous avons élaboré un modèle numérique.

Pour éviter le problème confronté notamment en termes de dimensions du problème qui fait alourdir fortement le modèle du fait qu'il faut mailler finement les aspérités mais aussi prendre en compte les dimensions macroscopiques, nous nous sommes orientés vers une modélisation équivalente nous limitant à un micro-domaine représentant l'interface sans les effets de courbure. Cette modélisation consiste à isoler le petit domaine d'interface pour lequel on a décrit les aspérités et de lui appliquer les conditions aux limites (chargement, liaisons) équivalentes à celles de l'état fretté.

Grâce aux simulations « in situ » (axisymétriques) le champ de contraintes ne soit plus dépendant des aspérités. On aura pu déterminer l'épaisseur de l'élément dans la direction de la pression de contact.

Dans un deuxième temps, la loi est basée sur un modèle élastique anisotrope. Pour les frettages conventionnels  $\Delta\% < 0,16\%$ . Finalement l'élément homogénéisé devient intégré dans modélisations complètes d'assemblages frettés.

Dans les paragraphes suivants, nous exposons la démarche avec la supposition que l'alésage du moyeu sera géométriquement parfait.

## **IV.2.2.2) Modélisation microscopique dans le contexte d'un frettage sans défaut de forme de l'alésage**

### **IV.2.2.2.1) Paramètres d'influence pris en compte**

L'état de surface se caractérise par un grand nombre de critères. Dans la normalisation, on cite trois paramètres : les paramètres liés à l'amplitude du défaut, ceux liés à la période (ou longueur d'onde) et ceux liés à la forme du défaut

- En pratique l'amplitude suivant un profil et sur une longueur considérée n'est pas constante, il y'a trois critères qui sont retenus :
  - " $R_a$ ": la rugosité arithmétique, c'est la moyenne arithmétique des valeurs absolues des écarts, entre les pics et les creux. Il mesure aussi la distance entre cette moyenne et la ligne dite «centrale », ce critère est peu sensible d'un type de surface à un autre ; La définition en est donnée par la relation :

$$R_a = \frac{1}{l} \int |z(x)| dx$$

- " $R_t$ ": la rugosité totale. C'est la dénivellation la plus importante entre le plus haut sommet d'un pic et le fond le plus bas d'un creux. Ce critère est très sensible aux états locaux (rayure, ...). Il est clair que ce caractère ne pourra pas caractériser l'état de surface dans le cas du frettage.
- " $R_z$ ": la rugosité moyenne, C'est la moyenne des écarts totaux de rugosité  $R_{zi}$  observés sur 5 longueurs d'évaluation qui sont définies par rapport au pas de rugosité  $AR$ . Ce critère caractérise bien la hauteur moyenne de rugosité. Ce paramètre est expliqué sur la figure IV.6.

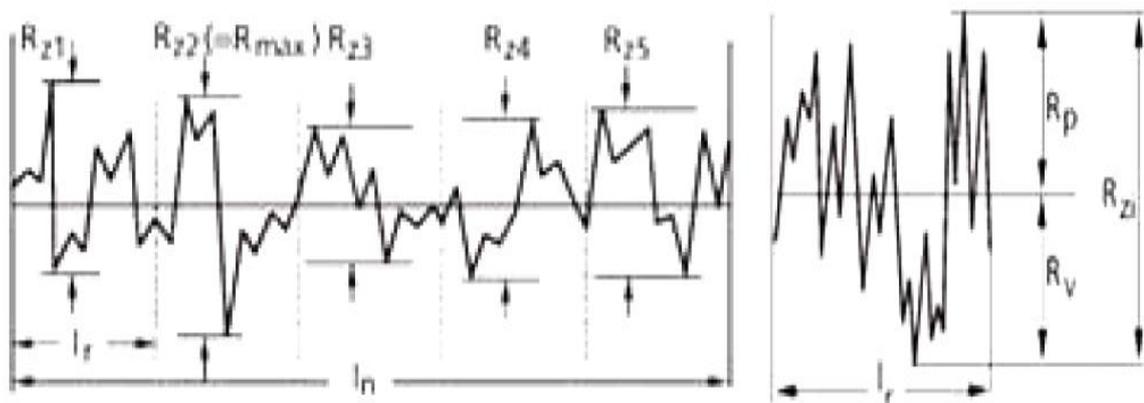


Figure IV.6 : Caractérisation de la rugosité moyenne  $R_z$

La hauteur individuelle de profil de rugosité  $R_{zi}$  est la somme de la plus grande des hauteurs de saillies  $R_{pi}$  et de la plus grande des hauteurs de creux  $R_{vi}$  du profil de rugosité pour chaque longueur de base  $l_{ri}$  la moyenne des 5 hauteurs individuelles de rugosité donne la valeur  $R_z$ . Cette définition correspond à celle de la norme ISO 4287 (critères par rapport à la ligne moyenne) [ISO, 98-b]. Cette définition est choisie car elle est représentative de l'état de surface moyen et est très proche du paramètre de rugosité moyenne  $R$  défini par la méthode des motifs

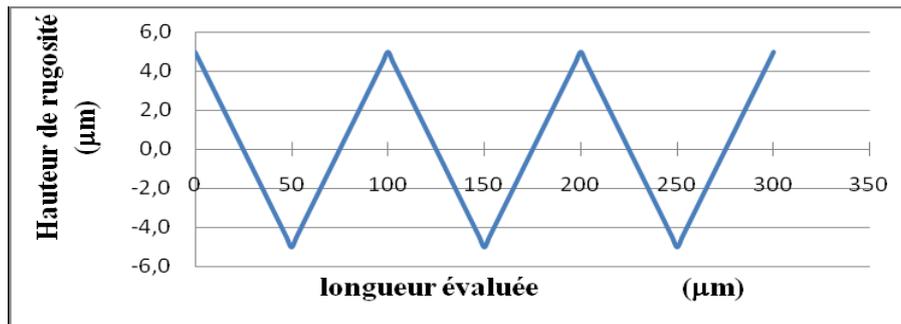
- Afin de caractériser la longueur d'onde du défaut, les normes définissent le pas de rugosité  $AR$ . Il est déterminé par le processus d'élaboration de la surface : en tournage il est donné par l'avance de l'outil qui décrit une hélice. En rectification il est obtenu par une combinaison de la rotation, l'avance et la taille des grains de la meule. Dans notre cas, le processus de tournage est choisi pour l'élaboration des surfaces. L'avance par tour donnera donc le pas de rugosité.

Dans les modélisations théoriques qui vont suivre, nous considérerons les variations des paramètres précédents plus la variation des autres paramètres qui ne dépendent pas de l'état de surface. Ces paramètres sont donnés par les éléments suivants :

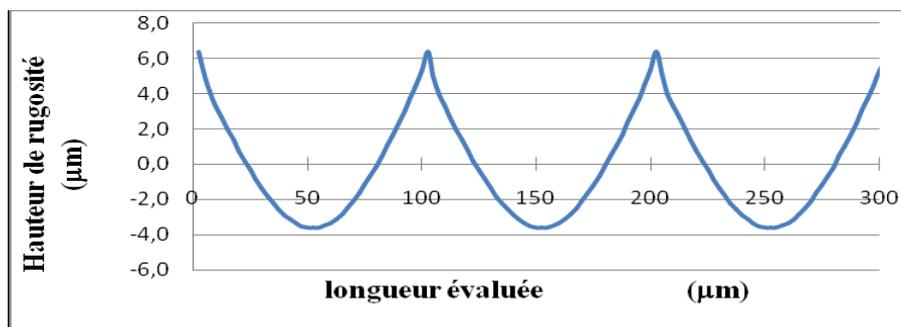
- La rugosité moyenne varie de 4 à 12 $\mu$ m.
- Le pas de rugosité varie de 50 à 150 $\mu$ m.

- Le profil est donné par une forme linéaire, une forme en U (caractéristique des états de surface obtenue par tournage) et une forme en U inversé ( $\cap$ ).
- La valeur de serrage.
- La variation de diamètre intérieur de l'arbre creux et le diamètre d'ajustement.
- La variation du diamètre d'ajustement dans les cas parfait et non parfait.

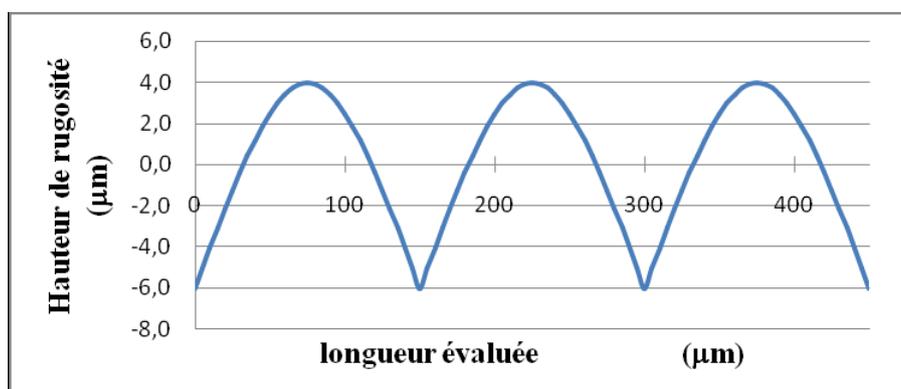
Les profils utilisés pour l'étude théorique sont indiqués sur la figure IV.9 pour l'exemple d'une rugosité moyenne  $R_z = 10 \mu\text{m}$ . Le profil en U est assez réaliste et s'approche du profil obtenu par tournage.



Profil triangulaire



Profil en U



Profil en U inversé

Figure IV.7 : Différents profils théoriques d'état de surface qui seront à la base des modélisations

### IIV.2.2.2.2) Modélisation axisymétrique

La modélisation d'un élément interface in situ a pour objectif de considérer cette élément dans sa configuration réelle, mais il y'aura des difficultés, concernant la lourdeur de la modélisation d'une part le maillage doit être fin proche de l'interface, d'autre part il faut effectuer une modélisation pour chaque cas afin de trouver l'influence du serrage.

Notre étude va être comparative au préalable entre le cas parfait (sans présence de défauts de surface avec le cas qui présente des défauts de l'état de surface), puis et dans ce dernier on va voir l'influence des différents paramètres sur le frettage en prenant en compte la torsion appliquée sur l'arbre comme la rugosité moyenne  $R_z$ , la valeur de serrage  $\Delta M$ , le pas  $A_R$  et finalement on verra l'influence de la forme de l'aspérité que ce soit triangulaire ou U ou U inversé.

Considérons un axe parfait en acier a pour rayon qui varie entre 7.985mm et 7.995mm.

Et une longueur de 200mm, Le matériau possède les caractéristiques élastiques suivantes :

Caractéristique	Module de Young E (Mpa)	Coefficient de poisson $\nu$	Limite élastique $\sigma_e$ (Mpa)
La valeur	$2.1 \cdot 10^5$	0.28	350

L'axe est assemblé avec un moyeu en duralumin de diamètre extérieur  $D_m=40$ mm.

Les propriétés mécaniques employées pour le duralumin sont :

Caractéristique	Module de Young E (Mpa)	Coefficient de poisson $\nu$	Limite élastique $\sigma_e$ (Mpa)
La valeur	$7.1 \cdot 10^4$	0.33	405

Dans notre cas on va prendre une longueur de 2 mm et on fait la simulation sur cette élément par la suite, les cartographies suivant montrent la démarche sur logiciel ABAQUS pour un élément dans le cas d'un frettage.

Prenant les paramètres suivants :

- **Moyeu**

$\Delta M / 2 = 3 \mu\text{m}$  : le serrage au maximum de matière.

Les paramètres d'état de surface de moyeu sont :

$R_z = 10 \mu\text{m}$ ,  $A_R = 100 \mu\text{m}$ , et les dimensions de pièce sont :

Rayon moyen de l'alésage  $r_M = 7.98$ mm ; rayon minimal  $r_{Min} = r_M - R_z / 2$  ;

rayon extérieur  $R_b = 20$ mm

- **Axe**

Rayon  $r_A = r_{Min} + \Delta_M / 2$  ; Les longueurs (épaisseurs) de l'axe et du moyeu sont égales,  $L_A = L_M = 2\text{mm}$ .

Le maillage se fait par des éléments quadrilatéraux de type CAX4R grâce à sa facilité d'emploi

Au voisinage de l'interface de contact sur une tranche radiale de 0,5 mm du moyeu et 0.2 mm de l'arbre, la taille respective des éléments est de  $5\mu\text{m}$  pour le moyeu et  $15\mu\text{m}$  pour l'arbre, dans le reste du maillage, une taille de  $200\mu\text{m}$  a été prise pour les deux éléments assemblés.

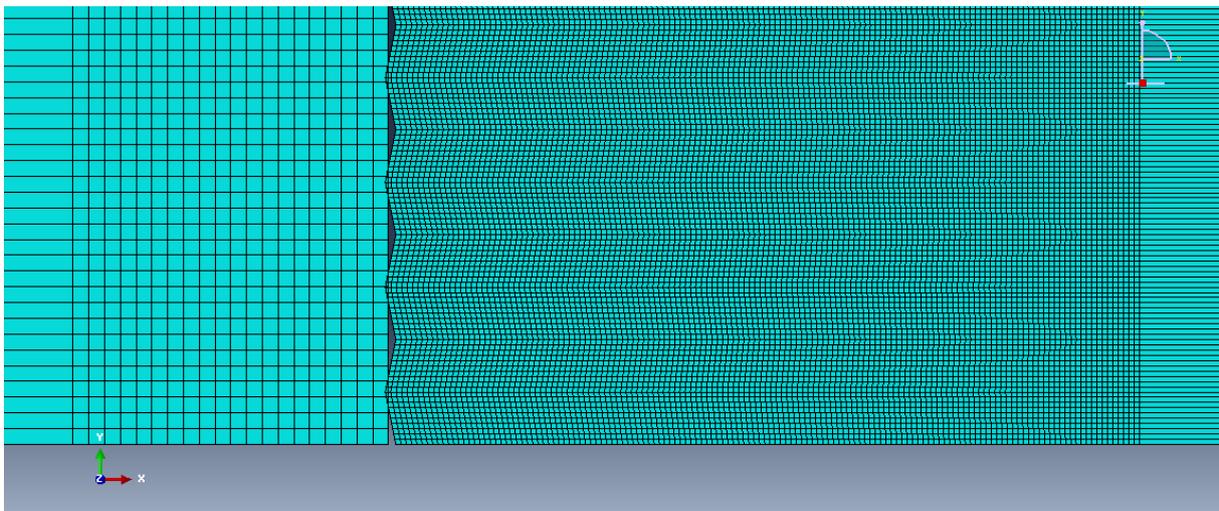


Figure. IV.8. : Maillage de l'interface des deux éléments (axe-moyeu) en contact

L'axisymétrie rend nuls les déplacements radiaux de l'axe. La fixation axiale d'un point permet de bloquer la structure. Il est aussi possible d'assurer cette condition par une symétrie dans un plan perpendiculaire à l'axe.

Pour permettre de se placer dans des conditions de déformations planes qui correspondent en principe au cas du frettage de moyeux épais, une condition de déplacement axial nul a été imposée en périphérie.

Les conditions aux limites sont données sur la figure IV.11 :

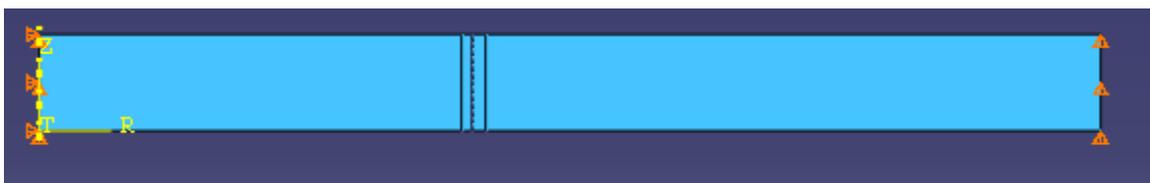


Figure. IV. 9 : Conditions aux limites du frettage avec axisymétrie

$$U_1 = U_2 = 0 \text{ pour l'axe, et pour le moyeu } U_2 = 0$$

Mais dans le cas de la torsion on doit désactiver la condition concernant l'arbre et imposer une rotation de  $U_R = 0.15^0$  comme montre bien la figure suivante :



Figure.IV.10 : Conditions aux limites du frettage avec axisymétrie prenant en compte la torsion

Il est bien remarquable que la zone affectée par les aspérités est trop faible, elle ne peut pas dépasser 0.1mm.

Le travail va se partager en deux grandes parties, la première concernant l'étude de l'influence de défauts de de l'état de surface et la comparer avec le cas parfait, la seconde nous aidera à connaître l'influence des différents paramètres, on va aborder une partie supplémentaire concernant l'étude comparative entre l'arbre plain et creux et comparer des différents matériaux.

- Au premier lieu on va traiter le cas où il y' a pas dz défauts (le cas parfait), comme le montre la cartographie des contraintes de Von Mises, la répartition est bien régulière le long de contact, pour la pression la valeur est aussi constante à l'interface et dans notre cas la pression a une valeur de 4.54 Mpaet la contrainte de Von mises atteint 9.06 Mpa.

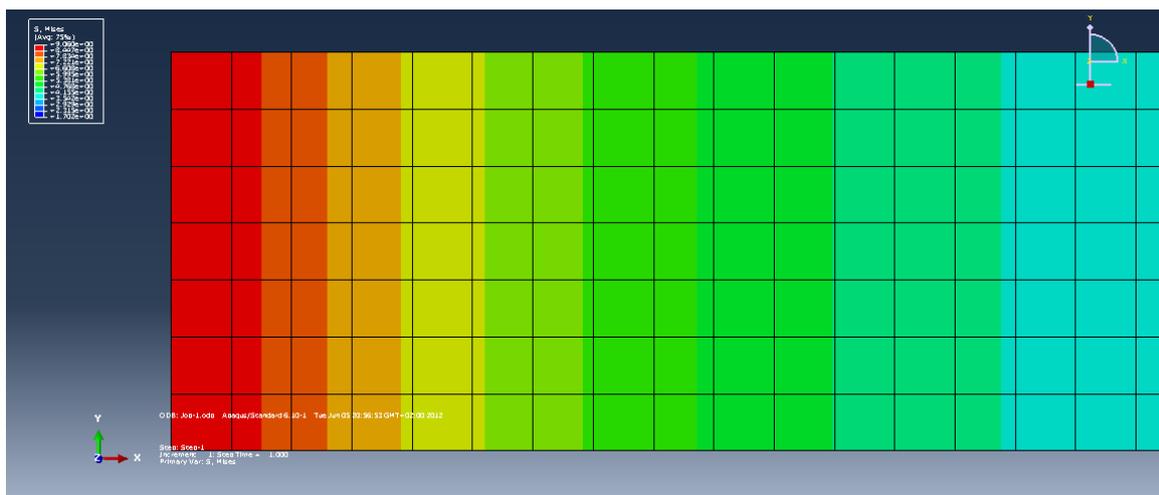


Figure.IV.11 : Cartographie des contraintes de Von Mises à l'interface du moyeu dans le cas parfait

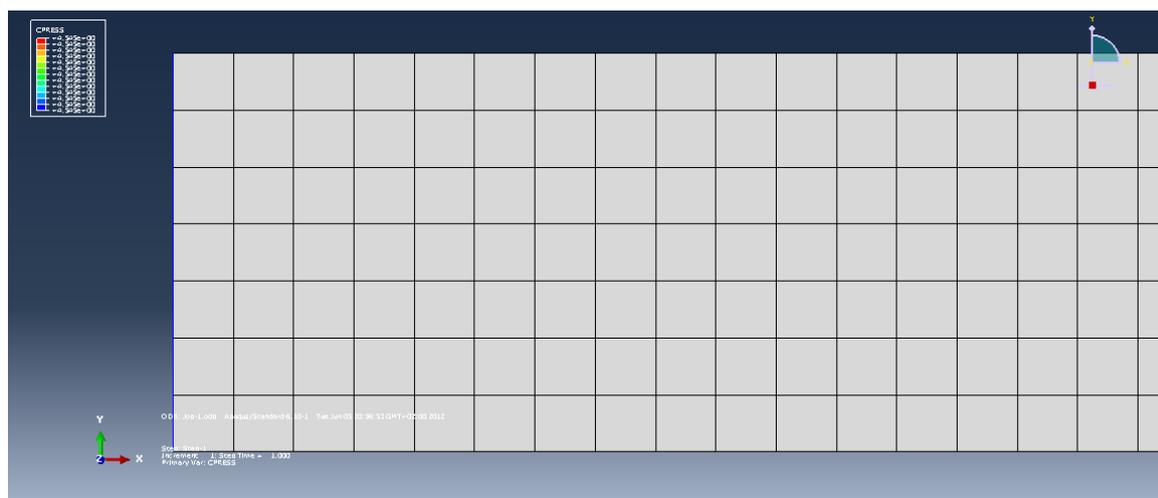
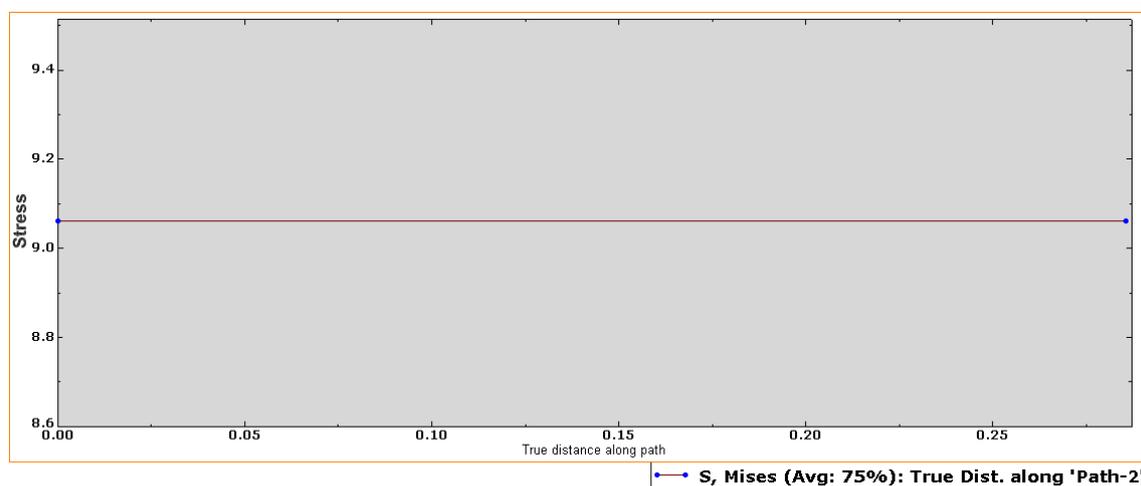
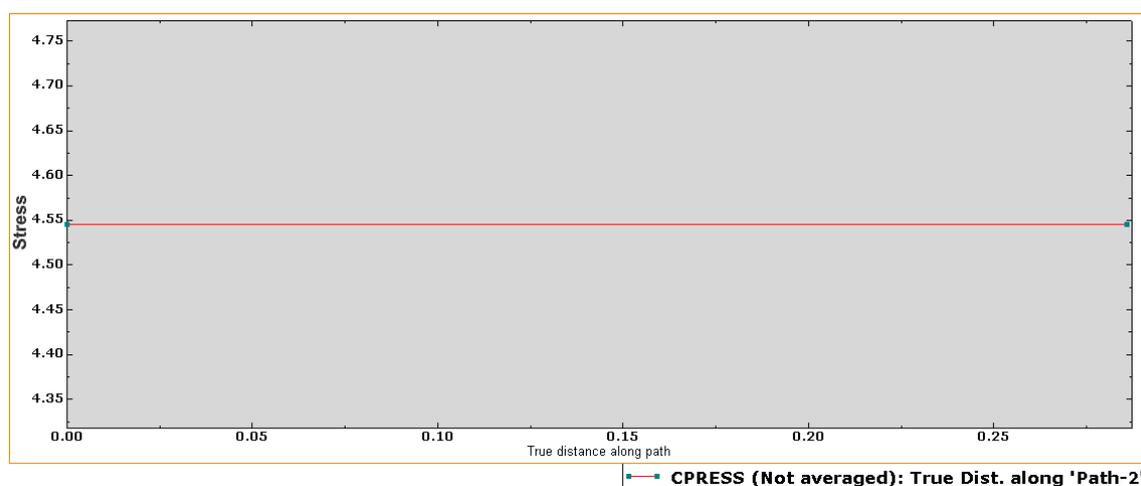


Figure.IV.12 : Cartographie des pressions de contact à l'interface du moyeu dans le cas parfait



(a)



(b)

Figure.IV.13: contrainte de Von Mises (a) pression de contact (b) dans le cas parfait

- Le deuxième cas est présenté dans le paragraphe suivant

D'après la cartographie des contraintes de Von Mises qui est montrée par la figure IV.16, les contraintes sont indépendantes de la position axiale considérée sur le reste de moyeu, c'est comme si les aspérités n'ont plus d'influence sur le massif.

La cartographie des pressions de contact nous donne bien la répartition de la pression de contact qui est parallèle à la répartition des contraintes de Von Mises, elle peut atteindre des valeurs plus importantes dans l'endroit où les contraintes de Von Mises aussi importantsc.-à-d. au niveau de contact.

La valeur importante de la pression peut s'expliquer par le fait que la surface de contact est très réduite. On remarque aussi l'effet de torsion qui fait augmenter les valeurs de pression et de contraintes.

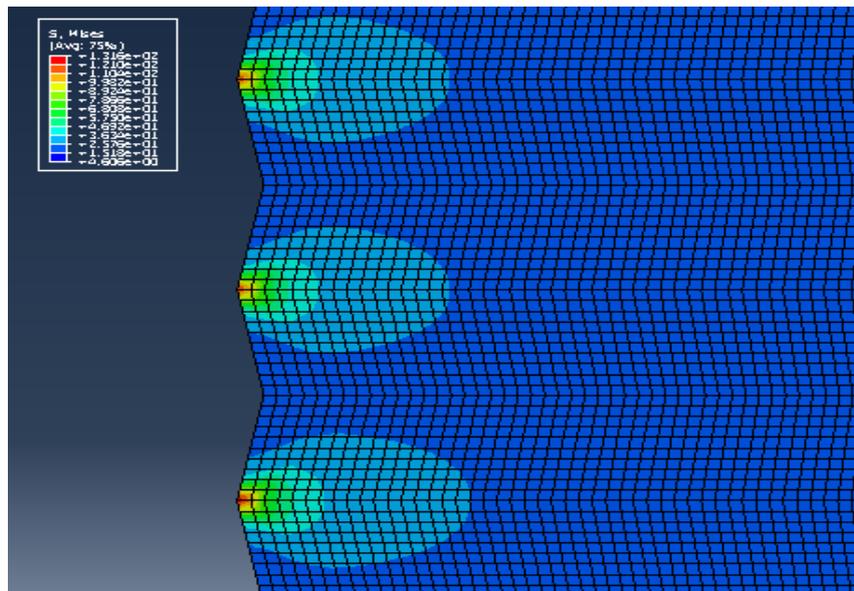


Figure.IV.14 : Cartographie des contraintes de Von Mises à l'interface du moyeu

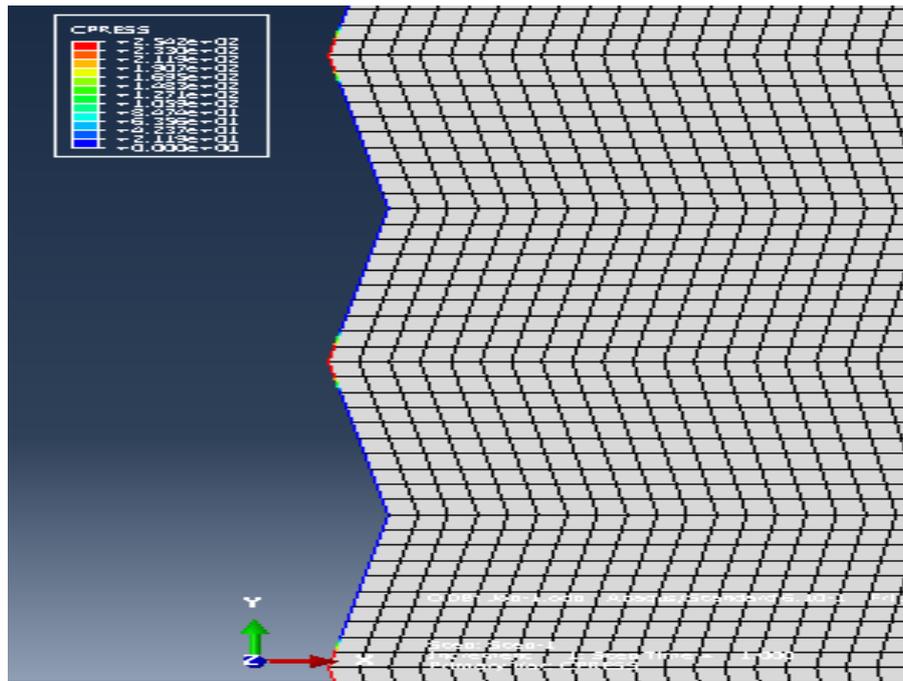


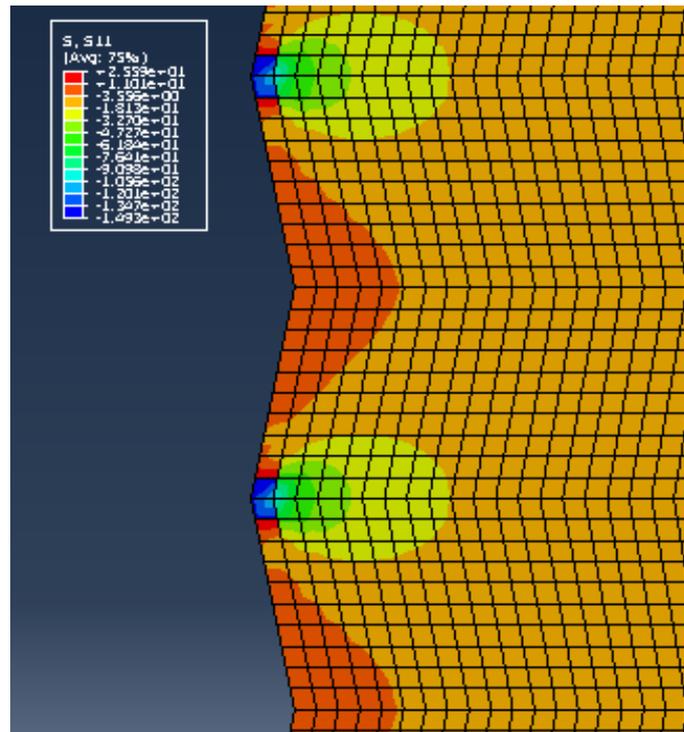
Figure.IV.15 : Cartographie des pressions de contact à l'interface du moyeu

Dans les figures donnent les iso-valeurs des contraintes, on remarque bien que contrainte radiale  $S_{11}$ , pression de contact si on considère l'interface, est maximale en valeur algébrique plus exactement au niveau des pics, alors qu'au niveau de la limite de contact les contraintes deviennent positives mais toujours en diminution en terme d'intensité et ça peut revenir à l'artefact du calcul dû à la discontinuité de contact, donc il va falloir discrétiser plus finement le maillage pour avoir un résultat plus amélioré, on voit aussi des valeurs considérables dans la matière grâce au torsion appliqué ce qui n'est pas le cas pour le fretage sans présence de la torsion.

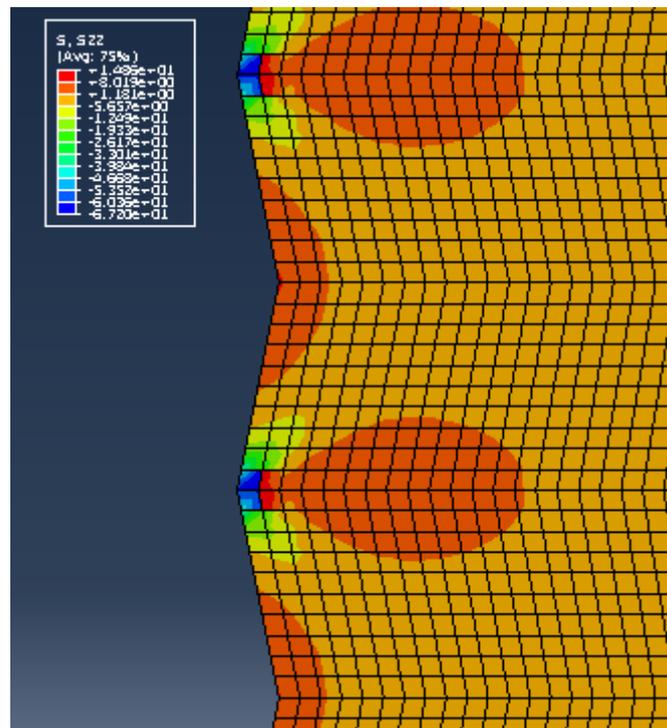
La contrainte axiale  $S_{22}$  a une valeur très important et se situe aussi dans la matière, on remarque aussi que il y a une propagation remarquable vers le massif ça revient aussi à l'effet de la torsion alors que dans le cas normal les valeurs vont être plus petites dans cette zone.

Quant à la contrainte circonférentielle, elle est maximale non pas au niveau du sommet de l'aspérité mais dans le creux.

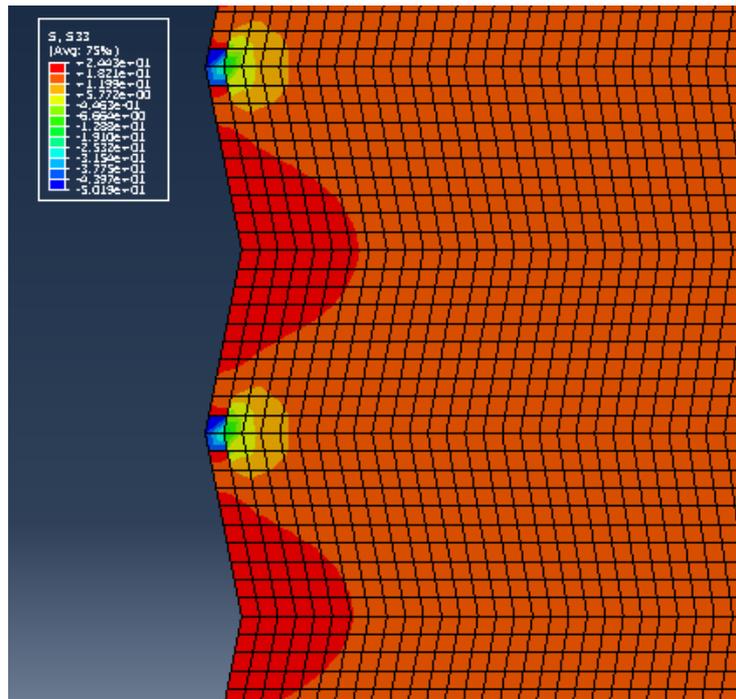
Ces éléments sont importants et peuvent nous permettre de déterminer l'épaisseur des éléments homogénéisés.



(a) contraintes principales S11 (radiales)



(b) contraintes principales S22 (axiales)



(c) contraintes principales S33 (circonférentielles)

Figure.IV.16 : Cartographie des contraintes principales à l'interface du moyeu

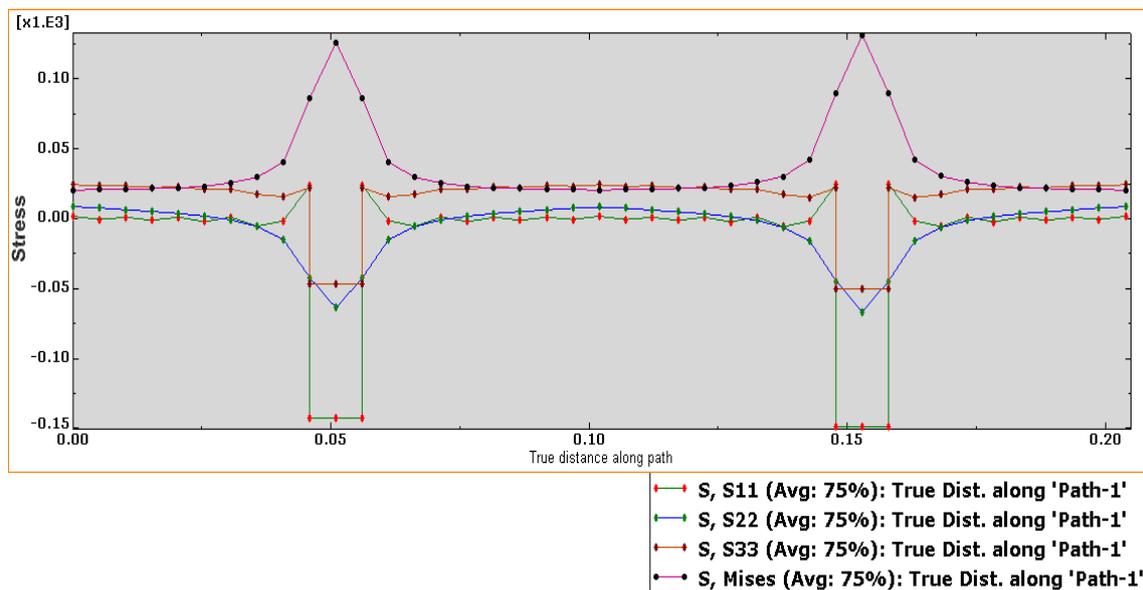


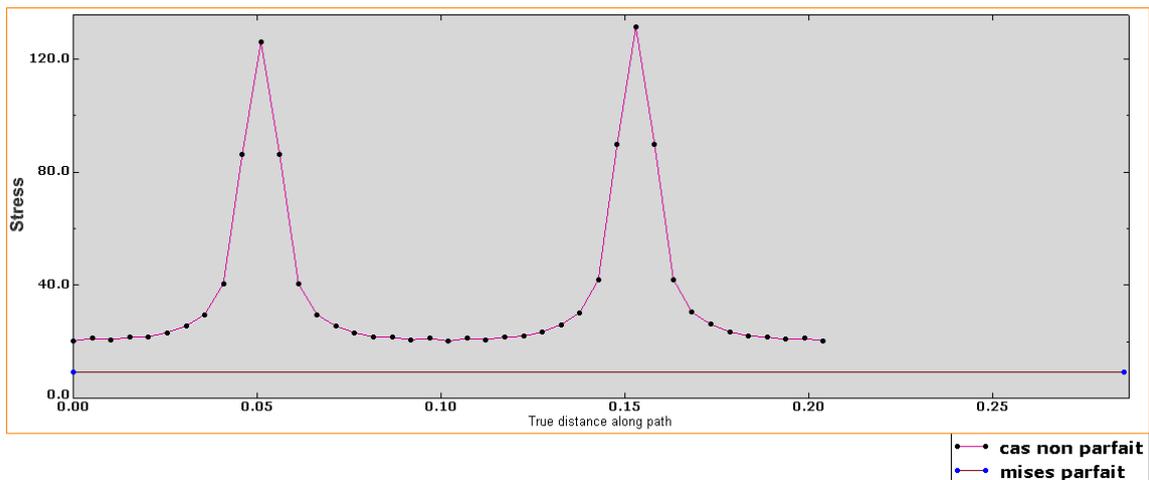
Figure IV.17 : Contraintes principales et VM suivant épaisseur  $\Delta_M/2 = 3\mu\text{m}$ ,  $R_Z = 10\mu\text{m}$ ,  $A_R = 100\mu\text{m}$ , forme triangulaire) à partir d'un creux à un autre avec S11 contrainte radiale, S22 contrainte axiale, S33 contrainte circonférentielle

Il est intéressant de représenter l'évolution des contraintes sur un même graphe afin de bien apprécier leur niveau et leur évolution en fonction du rayon.

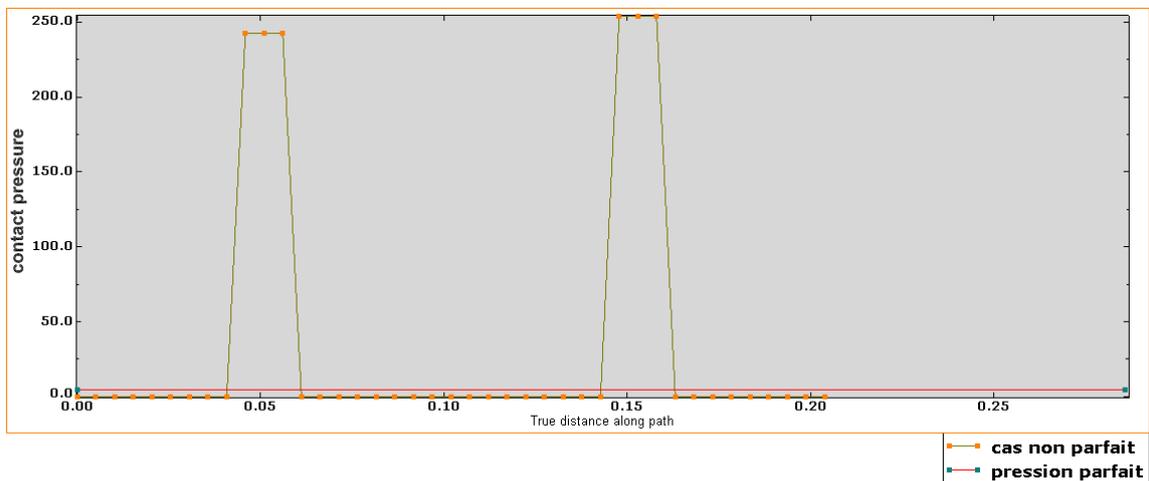
L'observation de ces graphes nous conduit à dire qu'au niveau de pic, l'évolution de la contrainte axiale présente un léger artefact au niveau de l'interface à cause de tribut de ce dernier la finesse du maillage mais de manière générale Sa valeur reste toutefois faible par rapport aux deux autres.

Au niveau du creux, la contrainte radiale est quasi nulle car il n'y a pas de contact, les contraintes circonférentielle et axiale sont plus importantes.

L'état de contrainte correspond à celui d'un frettage présentant des surfaces sans défaut après une distance radiale de 0,1mm.



(a) : Contraintes de Von Mises dans le cas parfait et qui présente des défauts



(b) : la pression de contact dans le cas parfait et qui présente des défauts

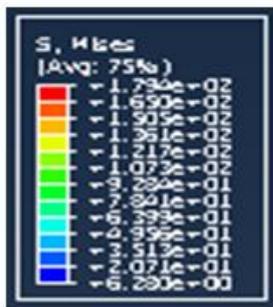
Figure. IV.18 : la comparaison des contraintes de Von Mises et la pression de contact

**IV.2.2.2.3) Influence théorique de la valeur du serrage  $\Delta_M$  :**

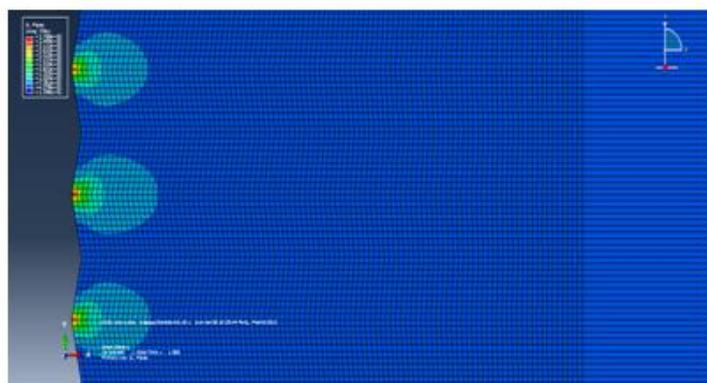
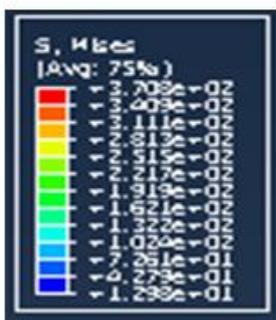
Les différentes figures (a), (b), (c), représentent les cartographies de contraintes de Von Mises en fonction de serrage en fixant les paramètres, la rugosité  $R_z$ , le pas et AR avec :

$R_z = 10\mu\text{m}$ ,  $AR = 100\mu\text{m}$ , Avec un profil de forme triangulaire.

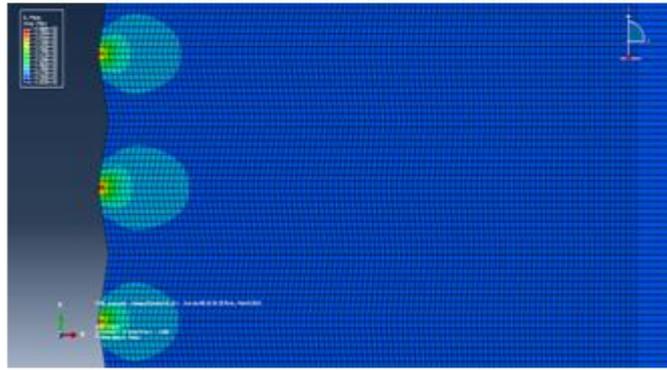
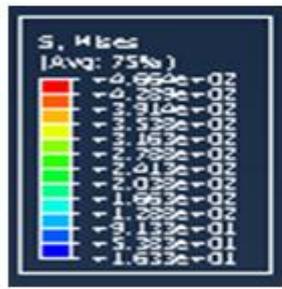
On peut bien remarquer qu'il y a une proportionnalité de telle façon que les contraintes de Von Mises sont plus importantes quand le serrage est plus important et bien évidemment la cartographie se change dans chaque cas.



(a)  $\Delta_M/2=4\mu\text{m}$

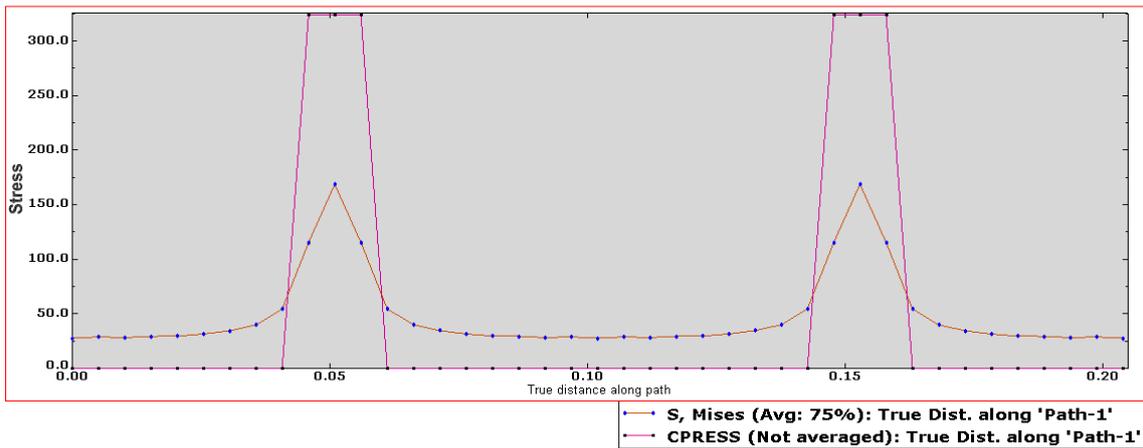


(b)  $\Delta_M/2=8\mu\text{m}$

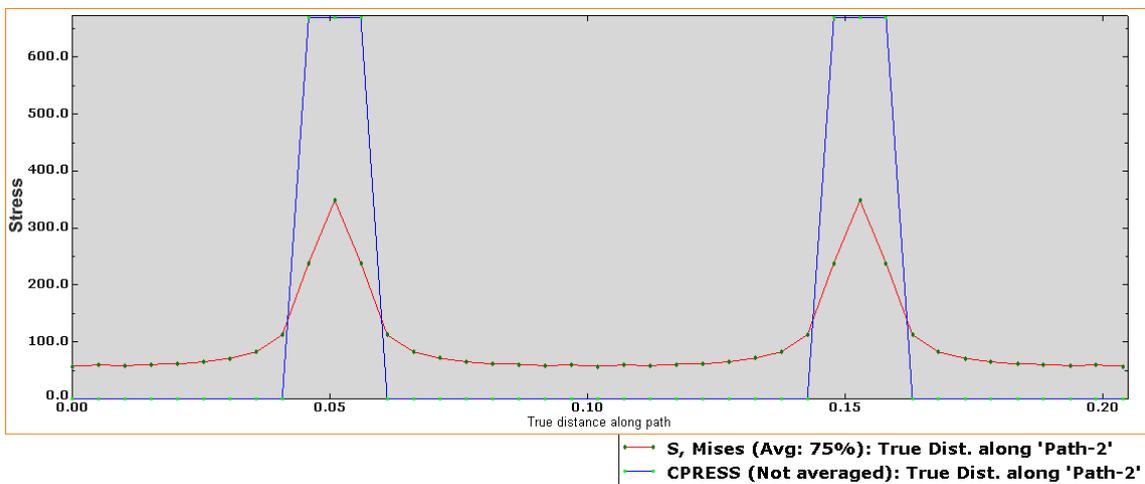


(c)  $\Delta_M/2=10\mu\text{m}$

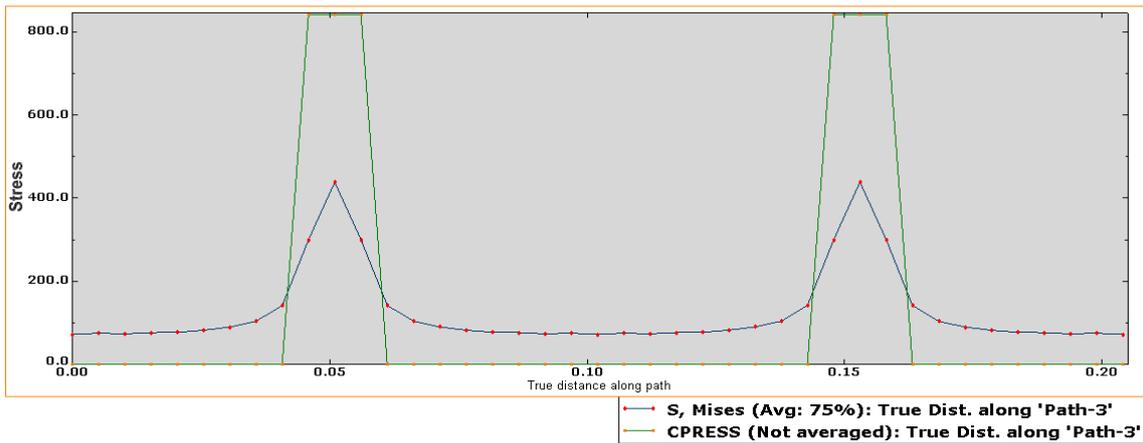
Figures IV.19 : Cartographie des contraintes de Von Mise dans le moyeu en fonction du serrage



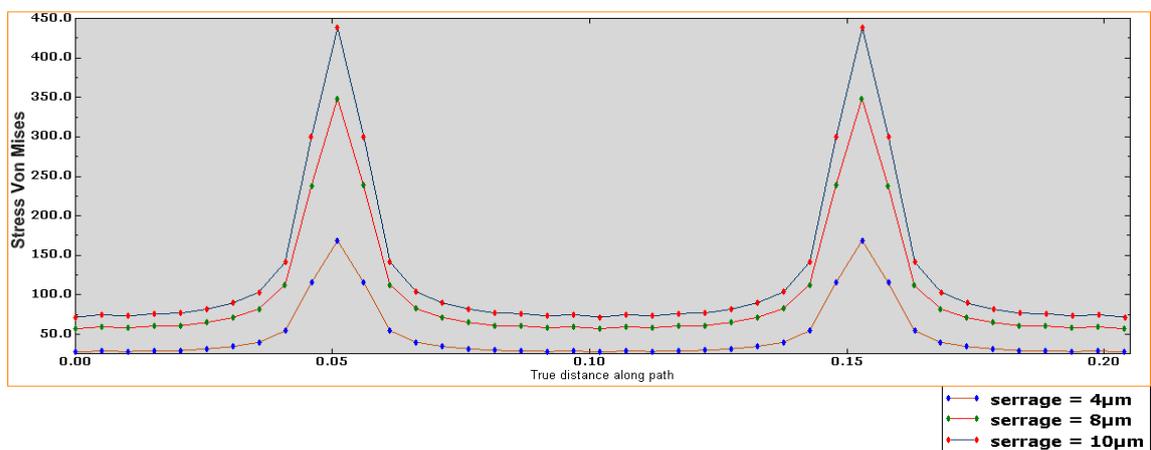
(a) : Contraintes de Von Mises et pression de contact,  $\Delta_M/2=4\mu\text{m}$



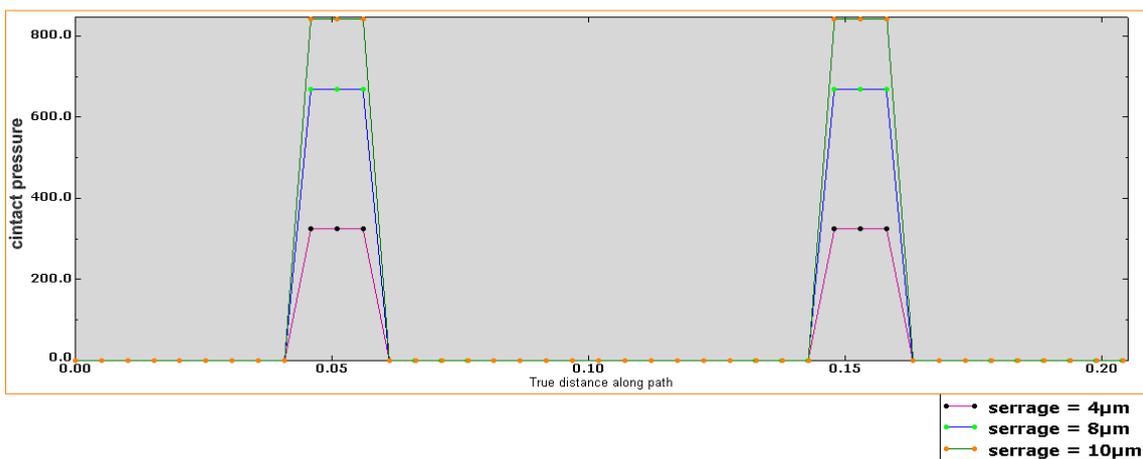
(b) : Contraintes de Von Mises et pression de contact,  $\Delta_M/2=8\mu\text{m}$



(c) : Contraintes de Von Mises et pression de contact,  $\Delta_M/2=10\mu\text{m}$



(d) : la comparaison des contraintes de Von Mises dans chaque cas  $\Delta_M/2=4, 8, 10 \mu\text{m}$



(e) : la comparaison de la pression de contact dans chaque cas  $\Delta_M/2=4, 8, 10 \mu\text{m}$

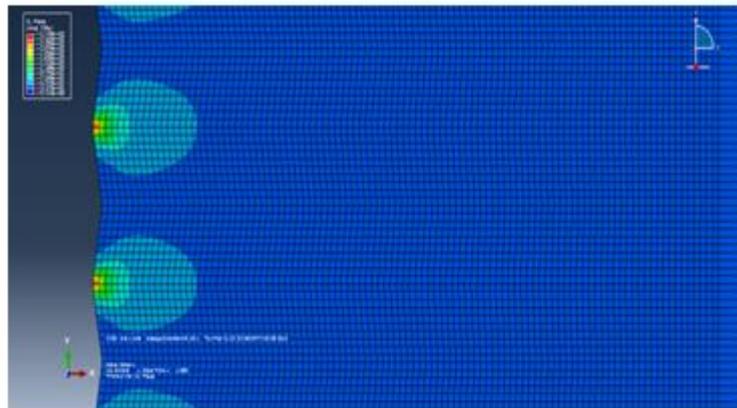
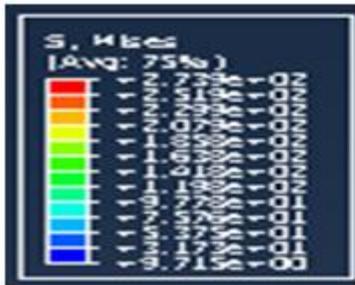
Figure. IV.20 : la comparaison des contraintes de Von Mises et la pression de contact dans chaque cas  $\Delta_M/2=4, 8, 10 \mu\text{m}$

**IV.2.2.2.4) Influence théorique de la rugosité moyenne  $R_z$**

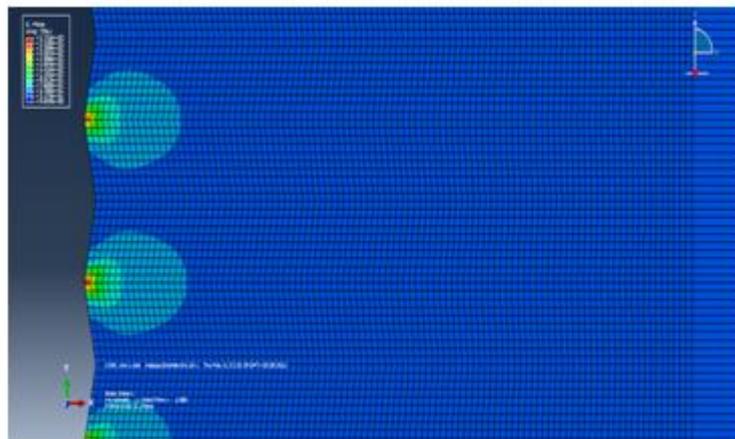
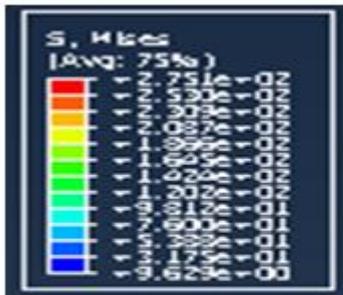
Les différentes figures (a), (b), (c), représentent les contraintes de Von Mises en fonction de la valeur de rugosité en fixant les paramètres suivant : le serrage, le pas avec :

$\Delta_M/2 = 6\mu\text{m}$ ,  $AR = 100\mu\text{m}$ , Avec un profil de forme triangulaire.

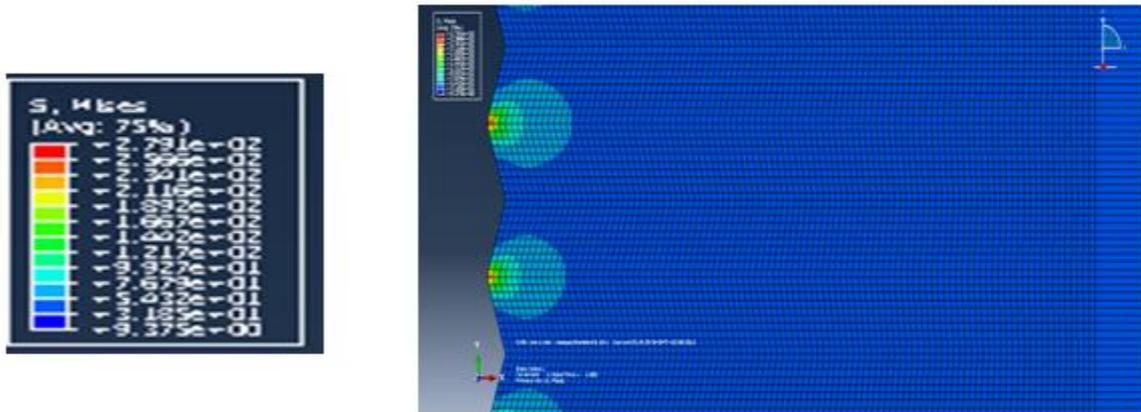
On remarque que l'influence de défaut de rugosité est très légère sur les contraintes de Von Mises, mais quand la rugosité augmente la zone qui représente le comportement des aspérités a tendance à être légèrement plus importante.



(a)  $R_z=6\mu\text{m}$



(b)  $R_z=10\mu\text{m}$



(c)  $R_z=16\mu\text{m}$

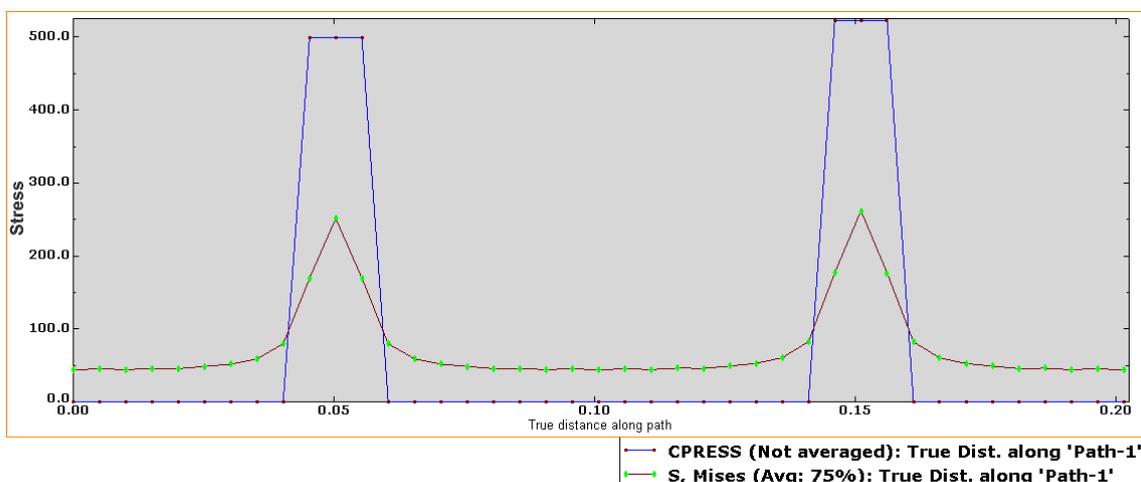
Figure. IV.21 : Influence de la rugosité moyenne  $R_z$ : Cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu en fonction du rugosité

Les figures (a), (b), (c) montrent l'évolution des contraintes de Von Mises et les la pression de contact pour des différentes valeurs des rugosités moyennes pour chaque valeur de serrage respectivement.

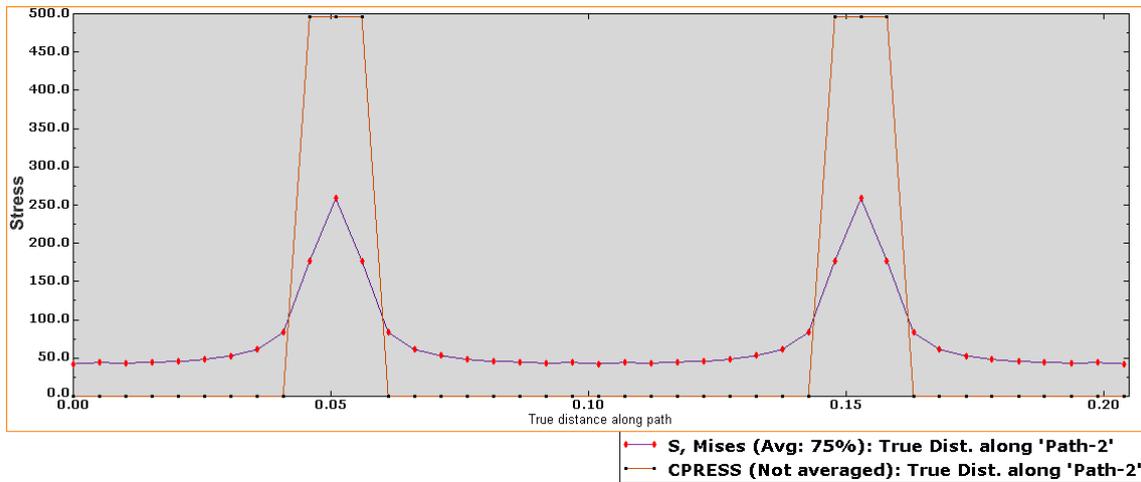
On remarque bien que la rugosité a relativement une influence très limitée sur ces données et que leurs évolution est similaire

On peut expliquer ça par le fait que la rigidité des aspérités est semblable quel que soit leurs hauteurs. On peut conclure que  $R_z$  a une faible influence sur les paramètres de l'assemblage.

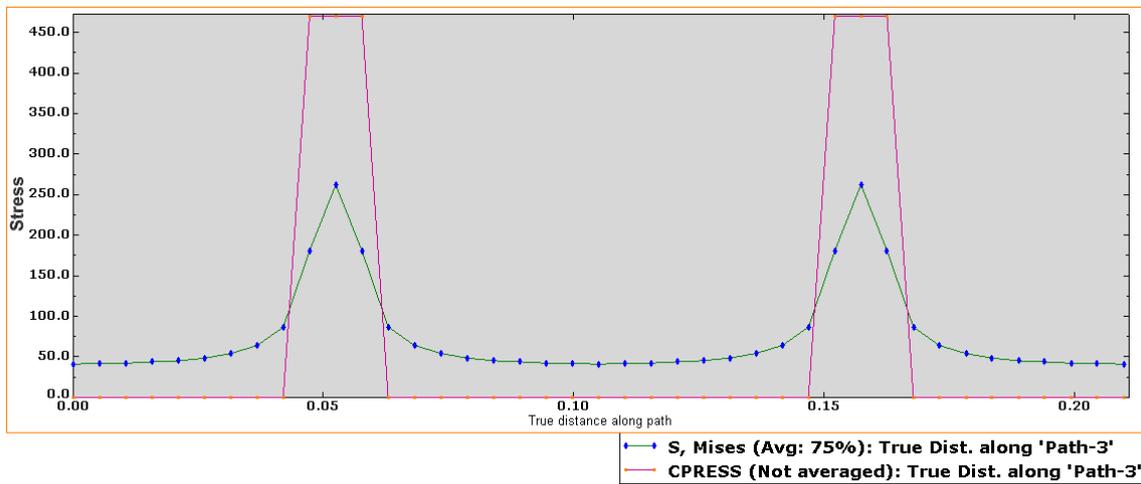
On remarque aussi dans les figures (d) et (e) que les valeurs de contraintes ou de pression sont quasiment constantes ce qui nous bien conduit à dire que la hauteur moyenne de rugosité  $R_z$  influence légèrement sur l'état de contrainte du moyeu au niveau de l'interface.



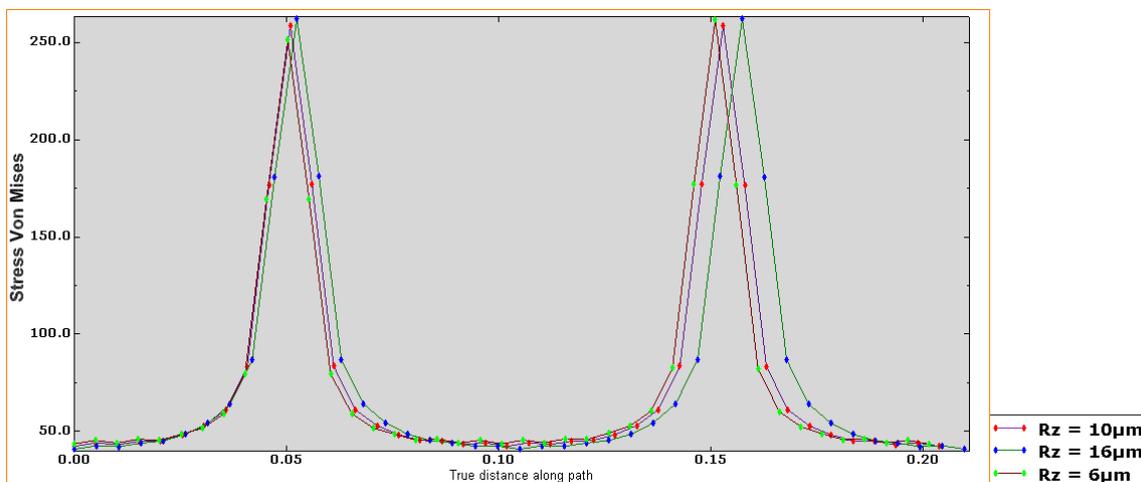
(a) : Contraintes de Von Mises et pression de contact,  $R_z=6\mu\text{m}$



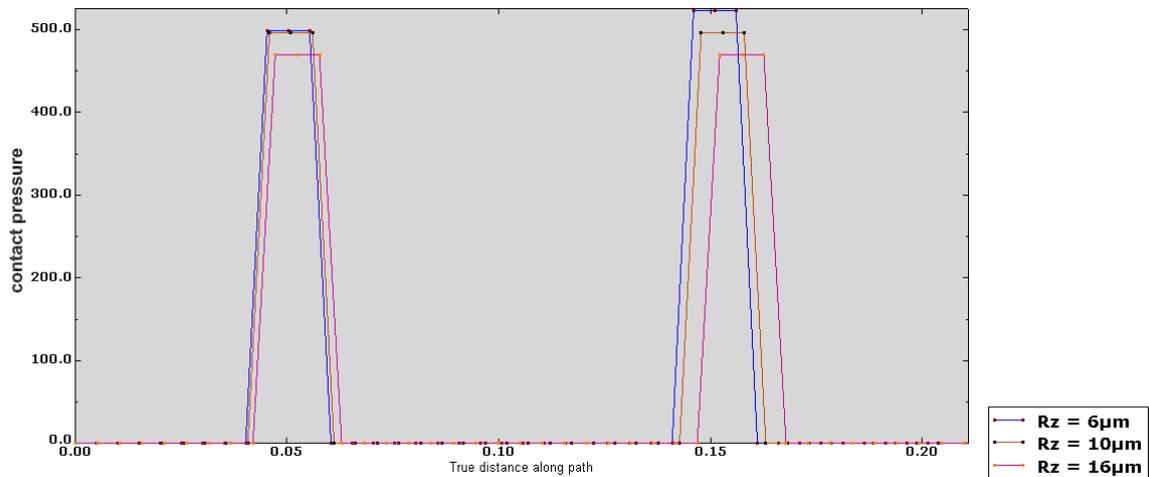
(b) : Contraintes de Von Mises et pression de contact,  $R_z=10\mu\text{m}$



(c) : Contraintes de Von Mises et pression de contact,  $R_z=16\mu\text{m}$



(d) : la comparaison des contraintes de Von Mises dans chaque cas  $R_z=6, 10, 16\mu\text{m}$



(e) : la comparaison de la pression de contact dans chaque cas  $R_z=6, 10, 16 \mu\text{m}$

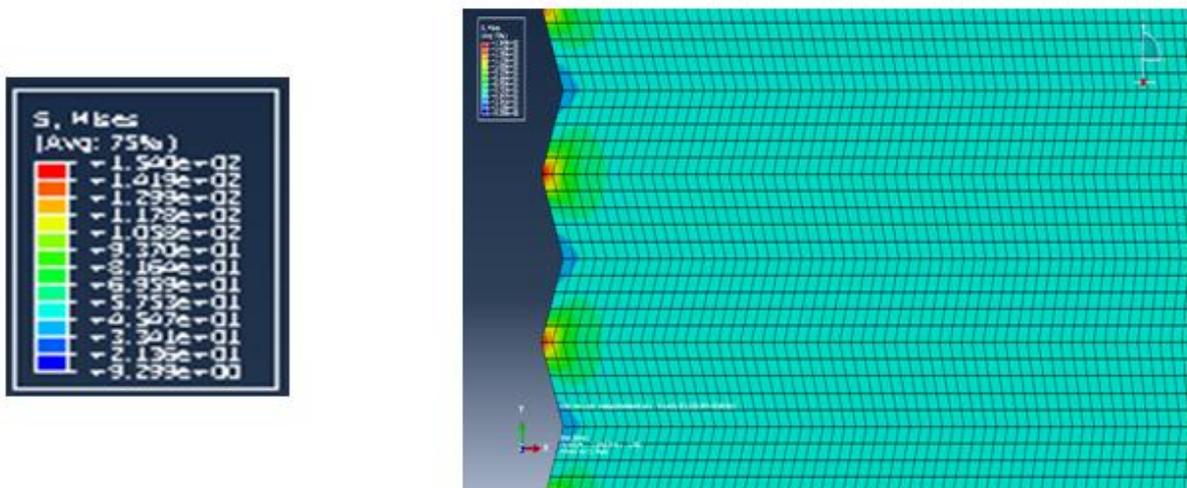
Figure. IV.22 : la comparaison des contraintes de Von Mises et la pression de contact dans chaque cas  $R_z=6, 10, 16 \mu\text{m}$

**IV.2.2.2.5) Influence théorique du pas de rugosité AR :**

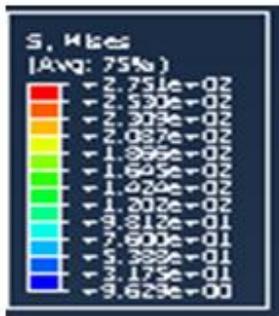
Les différentes figures (a), (b), (c), représentent les contraintes de Von Mises en fonction de pas en fixant les paramètres suivant : le serrage, la rugosité avec :

$\Delta_M/2 = 6\mu\text{m}$ ,  $R_z = 10\mu\text{m}$ , Avec un profil de forme triangulaire.

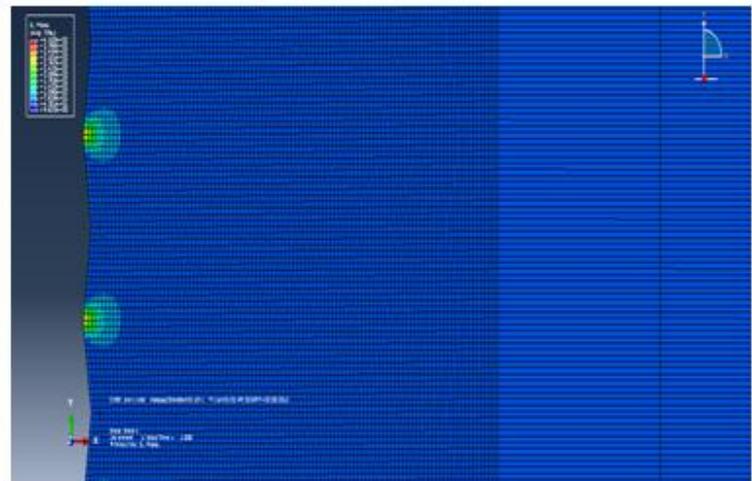
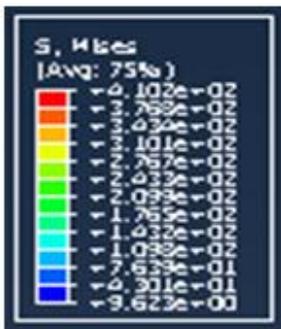
On remarque que les contraintes de Von Mises augmentent proportionnellement avec l'augmentation de pas de rugosité comme le montre les cartographies suivantes, même chose pour la pression de contact tandis que l'aire de contact diminuer.



(a)  $AR=50\mu\text{m}$



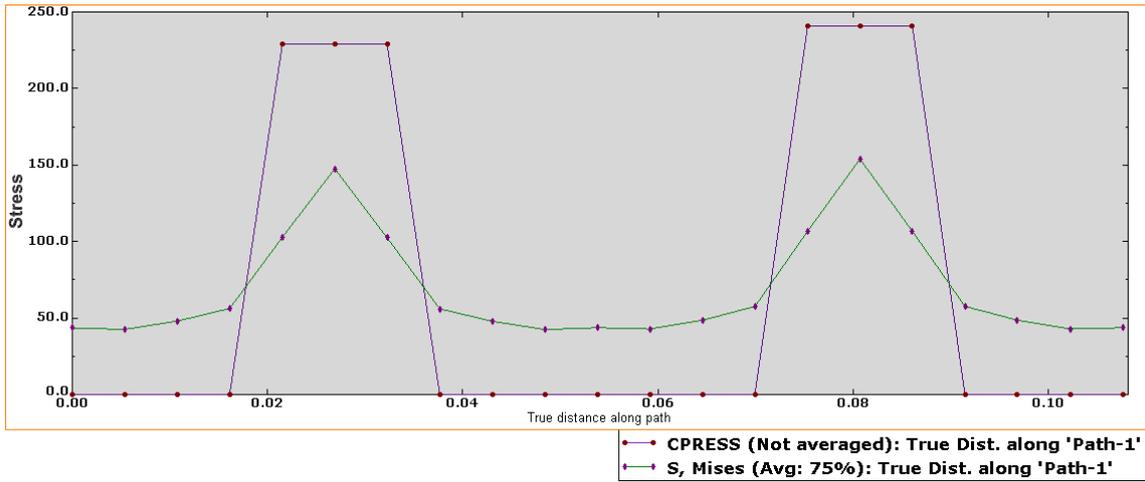
(b) AR=100µm



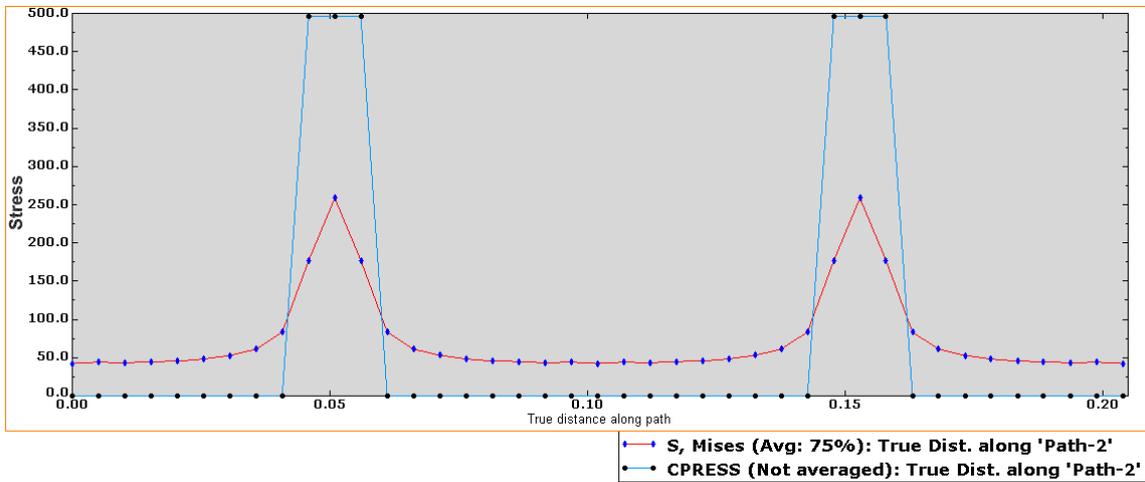
(c) AR=150µm

Figure. IV.23: Influence du pas de rugosité : cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu en fonction de pas

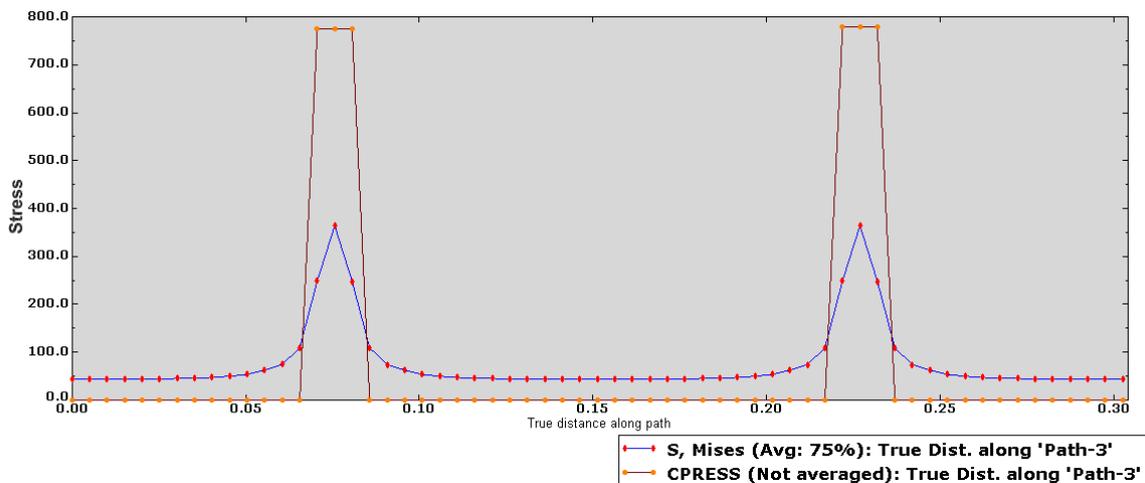
Si on remarque bien l'évolution des contraintes de Von Mises et la pression de contact en fonction de pas de rugosité dans chaque cas (a), (b),(c),(d), (e) l'influence de pas est bien notable, plus le pas est important plus la pression de contact est importante ce qui est parfaitement logique, de fait que pour un faible pas la surface du contact sera plus importante que pour un large pas.



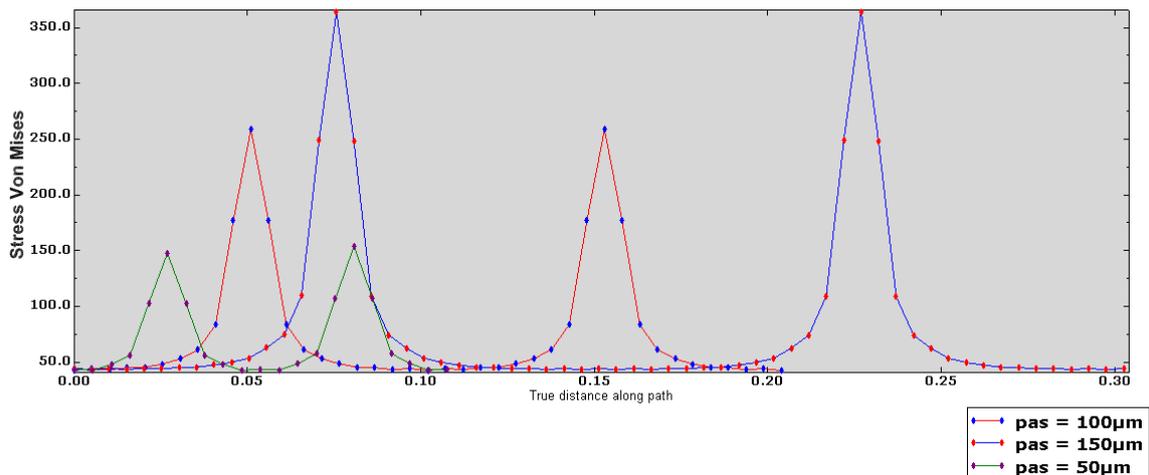
(a) : Contraintes de Von Mises et pression de contact,  $AR=50\mu\text{m}$



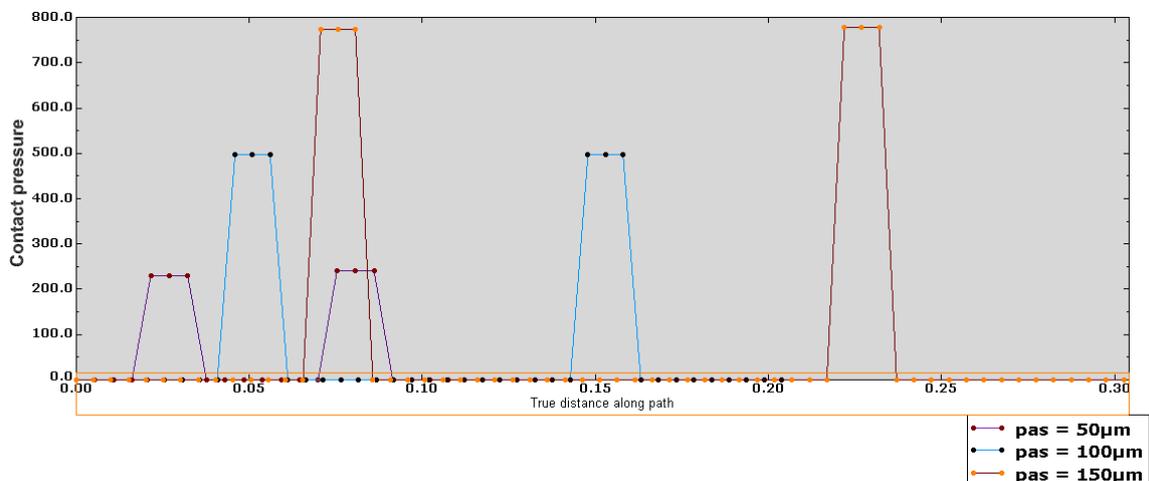
(b) : Contraintes de Von Mises et pression de contact,  $AR=100\mu\text{m}$



(c) : Contraintes de Von Mises et pression de contact,  $AR=150\mu\text{m}$



(d) : la comparaison des contraintes de Von Mises dans chaque cas AR=50, 100, 150  $\mu\text{m}$



(e) : la comparaison de la pression de contact dans chaque cas AR=50, 100, 150  $\mu\text{m}$

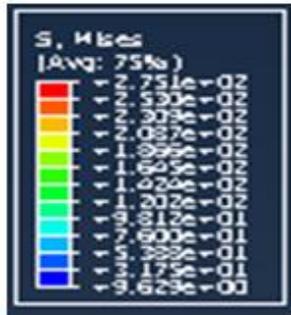
Figure. IV.24 : la comparaison des contraintes de la pression de contact dans chaque cas AR=50, 100, 150  $\mu\text{m}$

#### IV.2.2.2.6) Influence théorique de la forme du profil :

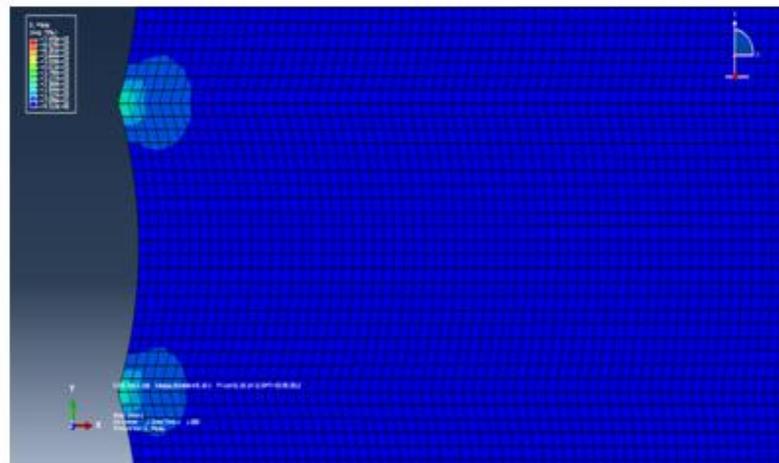
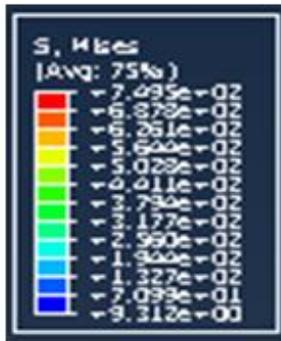
Les différentes figures (a), (b), (c), représentent les contraintes de Von Mises en fonction de profil de forme (triangulaire ou U ou U inversé) en fixant les paramètres suivant : le serrage, le pas, la rugosité avec :

$$\Delta_M/2 = 6\mu\text{m}, AR = 100\mu\text{m}, R_z = 10\mu\text{m}.$$

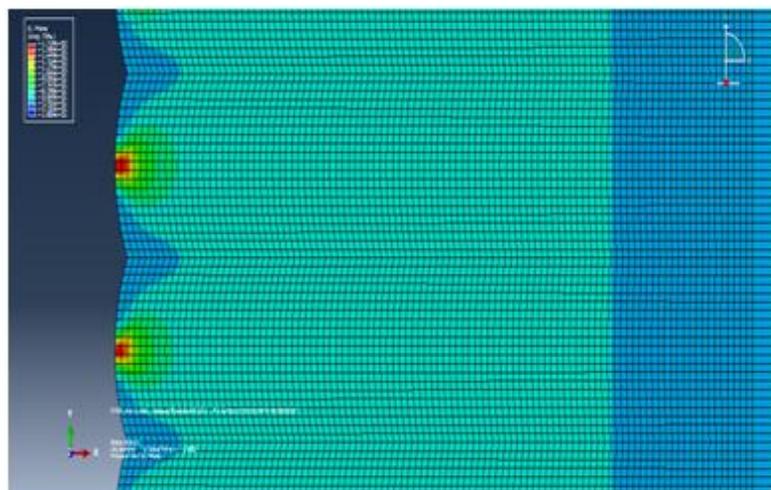
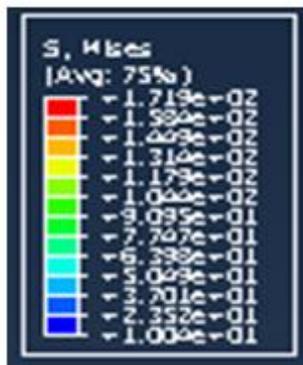
On remarque que la forme de profil a une influence notable sur l'état de contrainte pour les deux premiers cas où ils présentent des pics on remarque que les contraintes sont élevées alors que dans le troisième cas elles sont plus faibles et beaucoup plus diffuses c.-à-d. une influence plus profonde dans le massif.



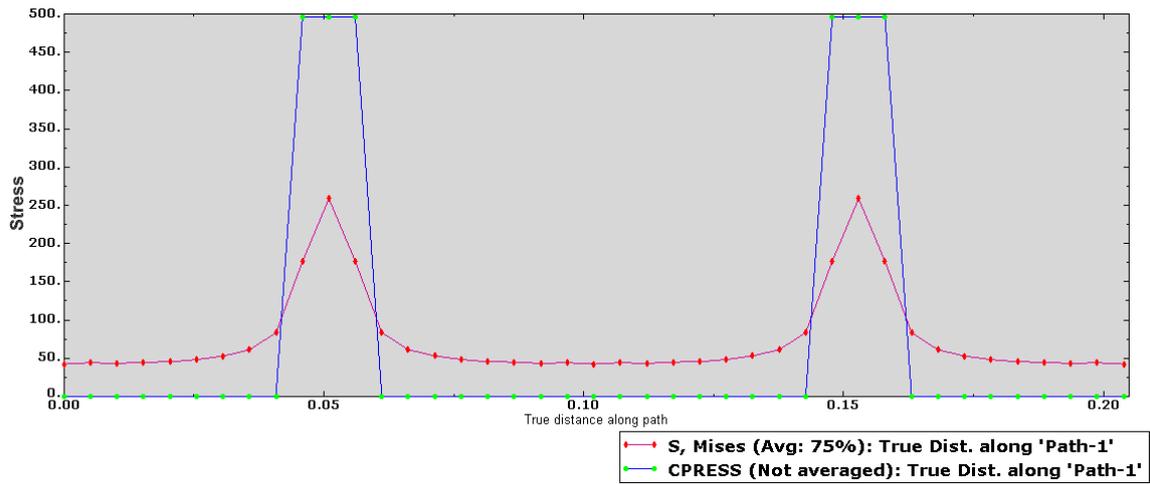
Profil triangulaire



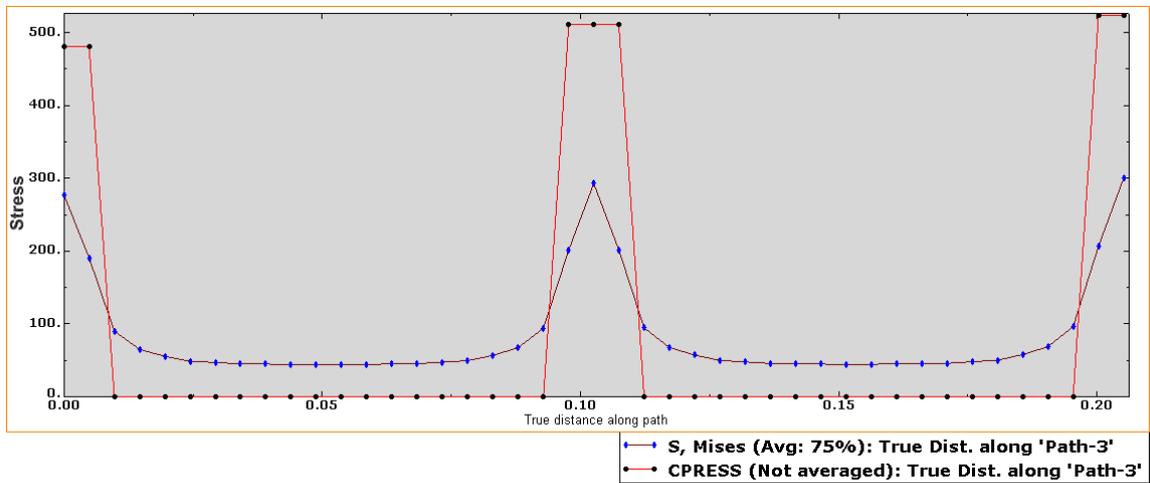
Profil U



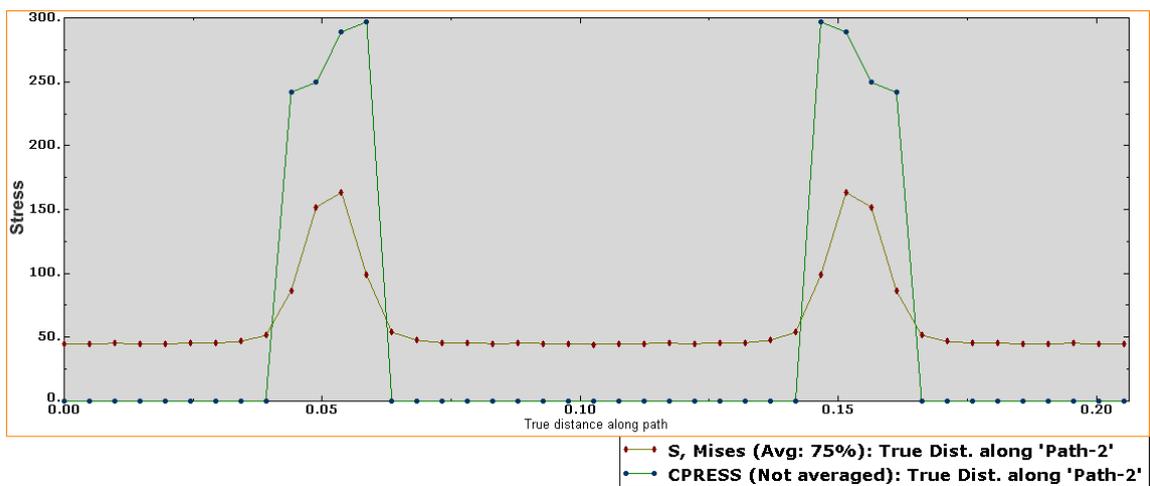
Profil U inversé



(a) : Contraintes de Von Mises et pression de contact, profil triangulaire

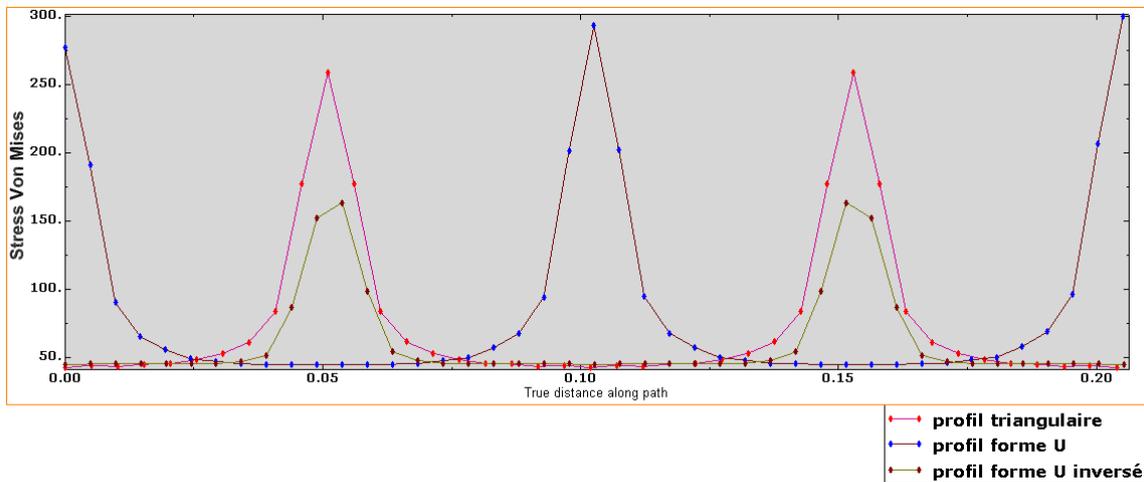


(b) : Contraintes de Von Mises et pression de contact, profil U

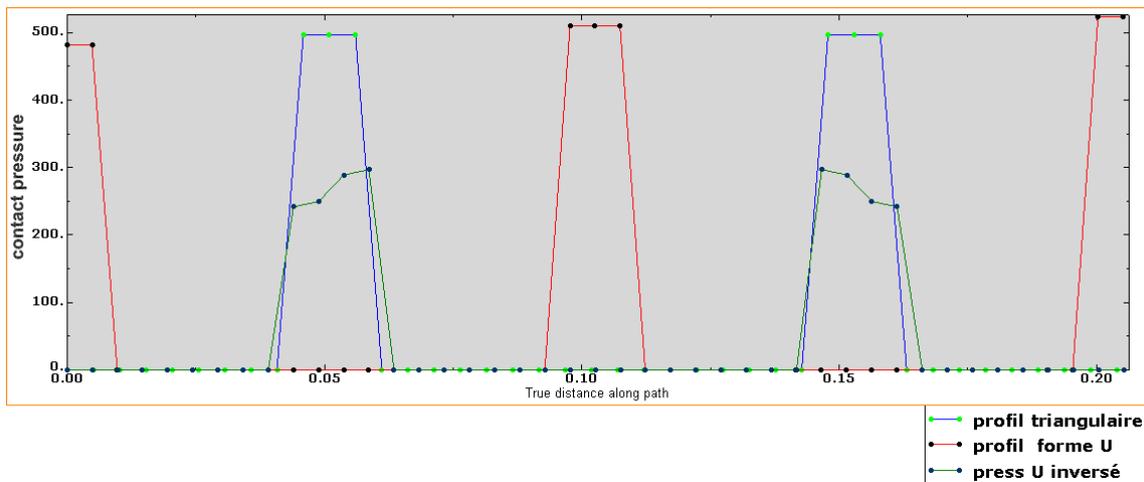


(c) : Contraintes de Von Mises et pression de contact, profil U inversé

Si on aperçoit les graphes suivants qui représentent l'évolution de contraintes de Von Mises (a) et la pression de contact (b) de chaque cas dans le même graphe on peut extraire une conclusion sur le tribut de ces paramètres au profil de rugosité. On remarque bien que les profils en triangle et en U donnent des résultats relativement proches mais très différents du profil en U inversé



(d) : la comparaison des contraintes de Von Mises dans chaque cas de profil



(e) : la comparaison de la pression de contact dans chaque cas de profil

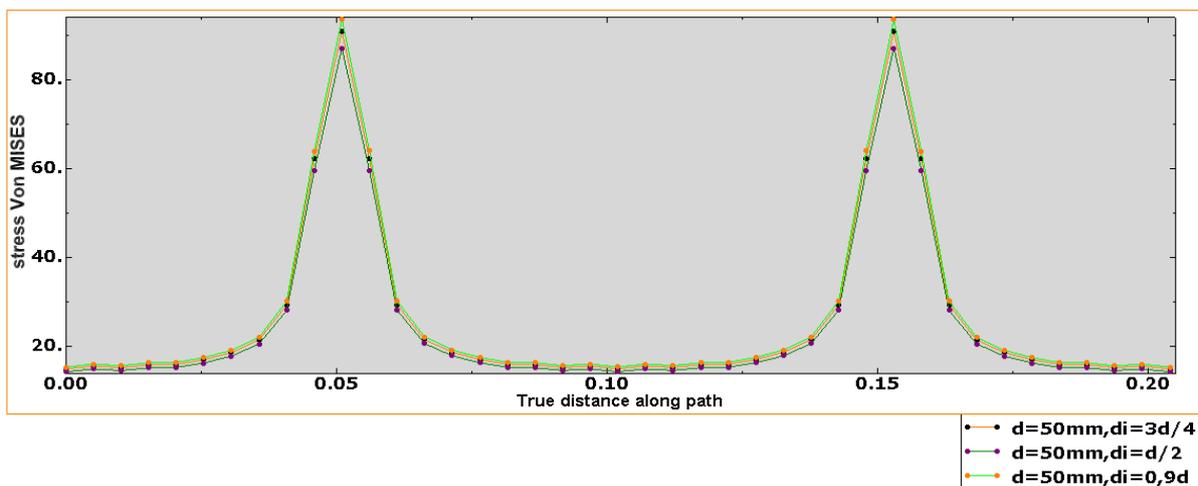
Figure. IV.25 : la comparaison des contraintes de Von Mises et la pression de contact dans chaque cas de profil

#### IV.2.2.2.7) Influence variation de diamètre intérieur de l'arbre creux et le diamètre d'ajustement :

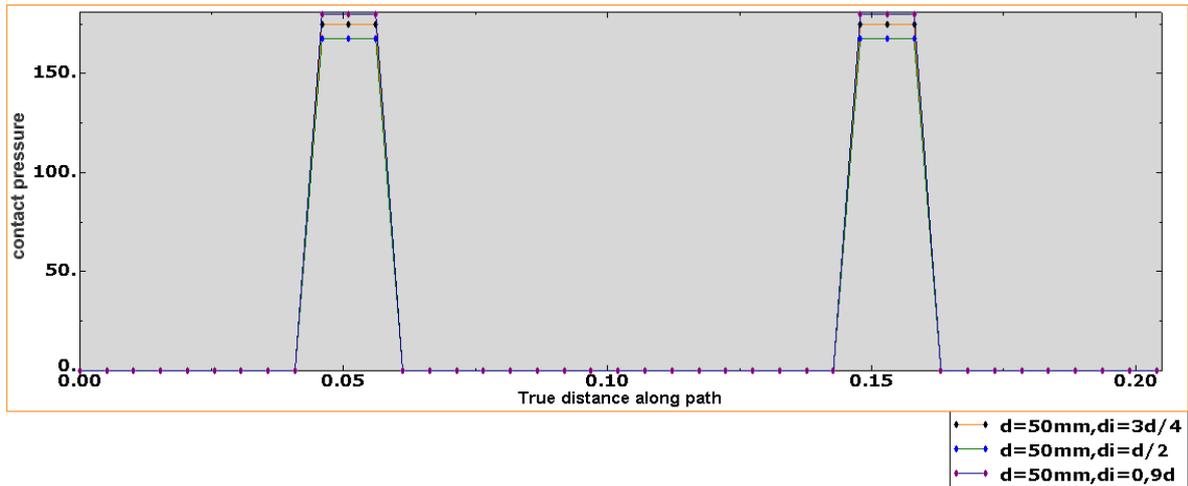
##### a) L'influence du diamètre intérieur de l'arbre :

Pour voir l'influence du diamètre intérieur sur l'état de contrainte du moyeu on a pris quelques différentes valeurs et faire la simulation pour chaque cas puis les comparer, cette étude nous a permis de voir une idée sur l'effet de l'arbre sur le moyeu, pour cela on propose de varier les diamètres d'ajustement pour voir ou l'effet de l'arbre creux peut être plus apparent, les diamètres pris sont  $d=50\text{mm}$ ,  $d=100\text{mm}$ ,  $d=200\text{mm}$  et pour chaque cas on traite trois cas de diamètre intérieur qui représentent  $1/2d$ ,  $4/3d$ ,  $0,9d$ . Donc on est mis en face des cas paroi épaisse qu'on vu dans toute notre étude, la limite des parois épaisse et la paroi mince respectivement.

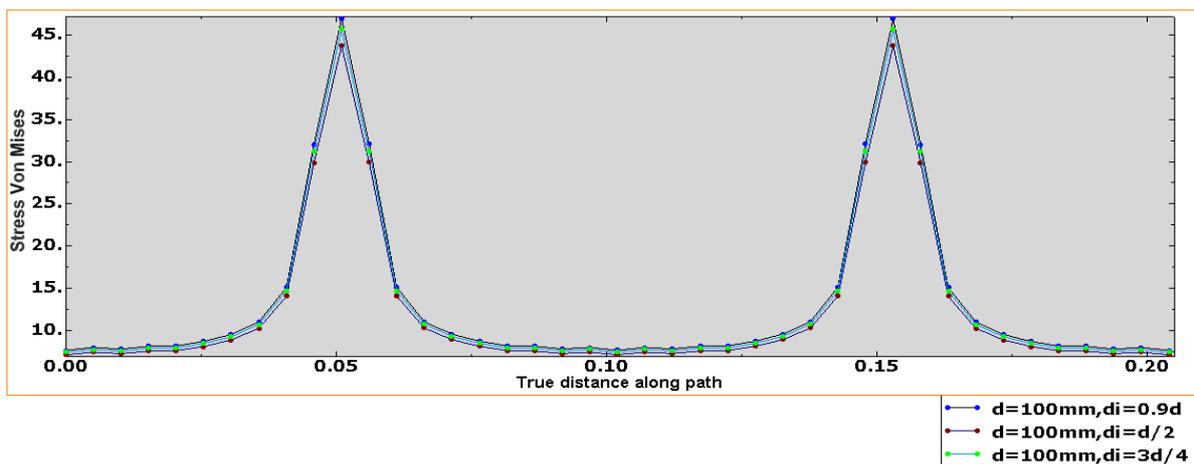
Le logiciel Abaqus nous permet de visualiser les figures suivantes qui représentent les contraintes de Von Mises et la pression de contact, pour chaque cas on fixe le diamètre d'ajustement et voir l'influence de diamètre intérieur pour des différents cas.



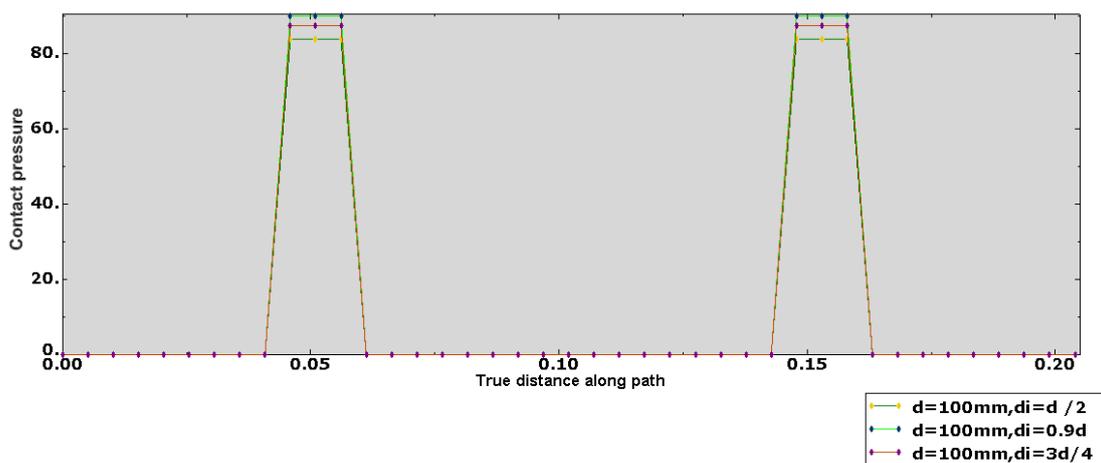
(a): la comparaison des contraintes de Von Mises pour des différents diamètres intérieurs de l'arbre creux (avec diamètre d'ajustement 50 mm)



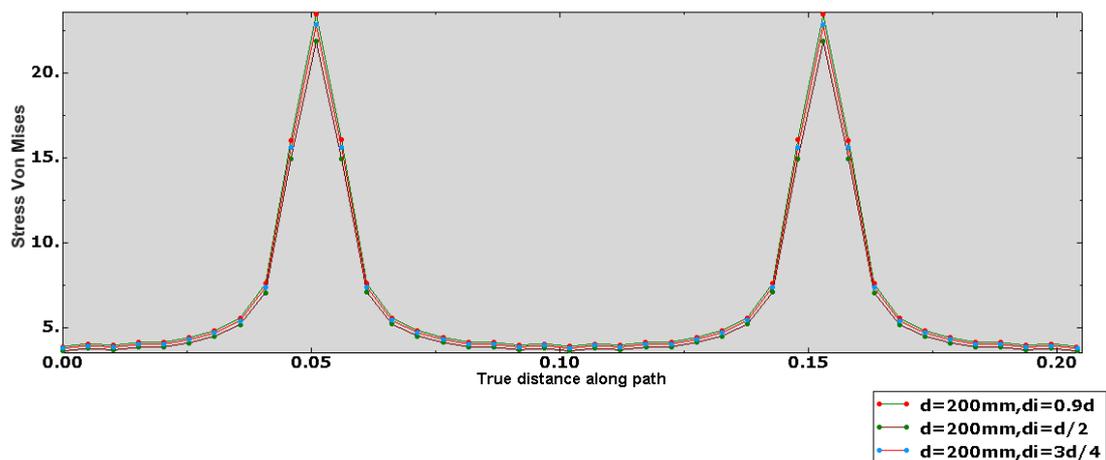
(b): la comparaison des pressions de contact pour des diamètres intérieur de l'arbre creux (avec diamètre d'ajustement 50mm)



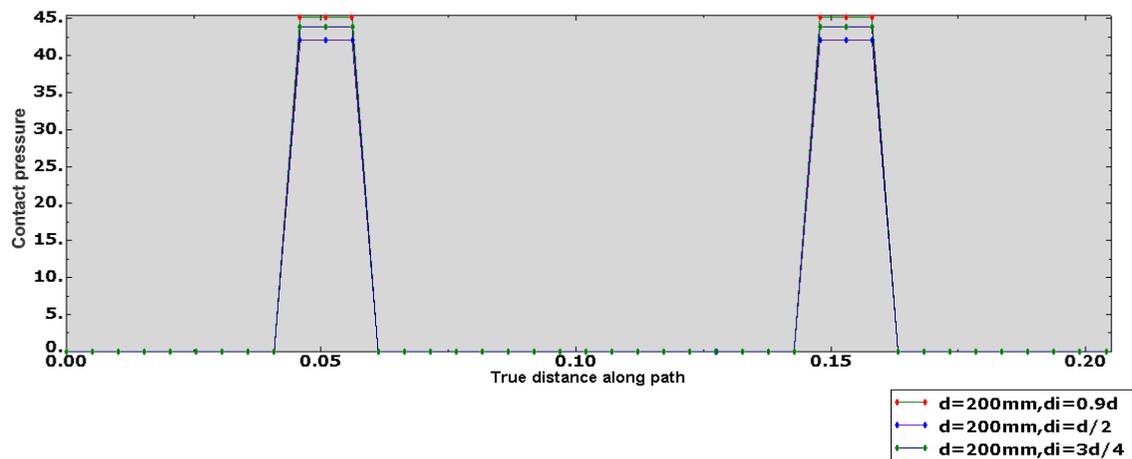
(c) : la comparaison des contraintes de Von Mises pour des diamètres intérieurs de l'arbre creux (avec diamètre d'ajustement 100 mm)



(d) : la comparaison des pressions de contact pour des diamètres intérieur de l'arbre creux (avec diamètre d'ajustement 100mm)



(e): la comparaison des contraintes de Von Mises pour des diamètres intérieurs de l'arbre creux (avec diamètre d'ajustement 200 mm)



(f) : la comparaison des pressions de contact pour des diamètres intérieur de l'arbre creux (avec diamètre d'ajustement 200mm)

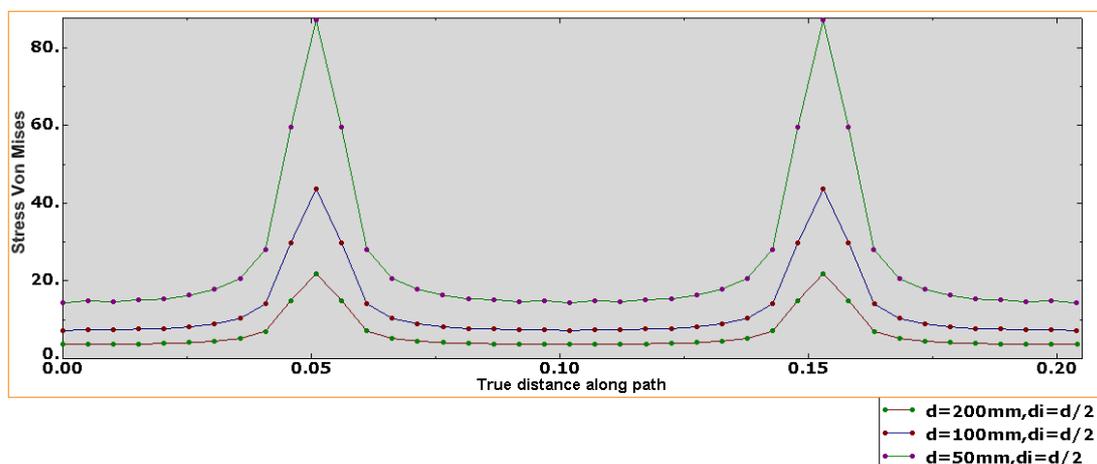
Figure. IV.26 : la comparaison des contraintes de Von Mises et la pression de contact

La première vue des figures des contraintes de Von Mises et pression de contact nous conduit que l'effet de variation de diamètre intérieur de l'arbre sur l'état de contrainte de moyeu est quasiment négligeable sur toute la zone de contact sauf qu'aux pics ou il peut se trouver une différence légère qui croît proportionnellement avec l'augmentation de diamètre intérieur de l'arbre c.-à-d. si on augmente ce dernier les contraintes de Von Mises et la pression de contact au niveau des pics augmente aussi, et ça c'est bien remarquable pour tous diamètres d'ajustement, plus particulièrement aux sommets des pics, la seule différence entre ces cas est que les valeurs de contraintes et de la pression sont toujours en diminution avec l'augmentation de diamètre d'ajustement qui sera l'objectif du paragraphe prochain.

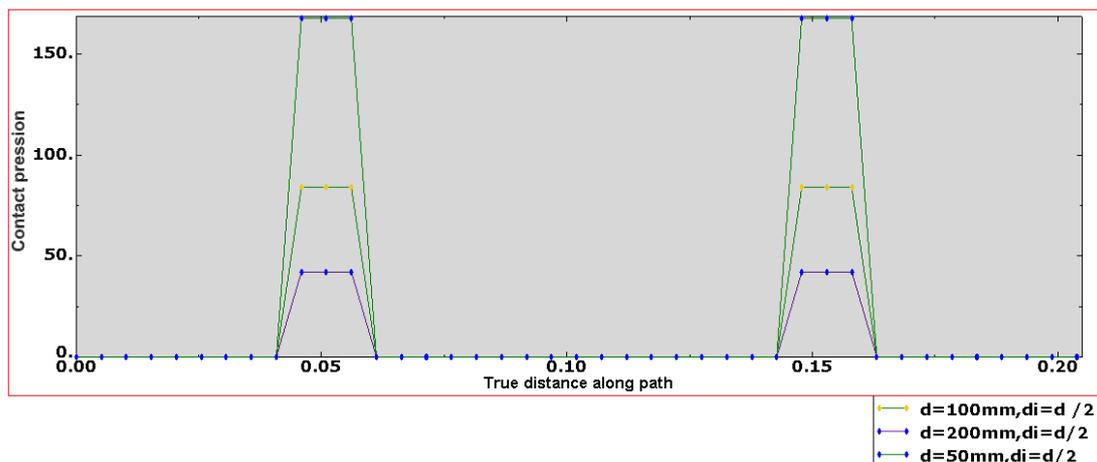
### b) L'influence du diamètre d'ajustement :

Pour les mêmes valeurs prises en haut on peut extraire aussi une caractéristique influente sur l'état de contraintes du moyeu, il suffit de comparer les contraintes de Von Mises et les pressions de contact pour chaque diamètre d'ajustement en fixant le diamètre intérieur de l'arbre creux afin d'apercevoir cette influence pour des différentes situations.

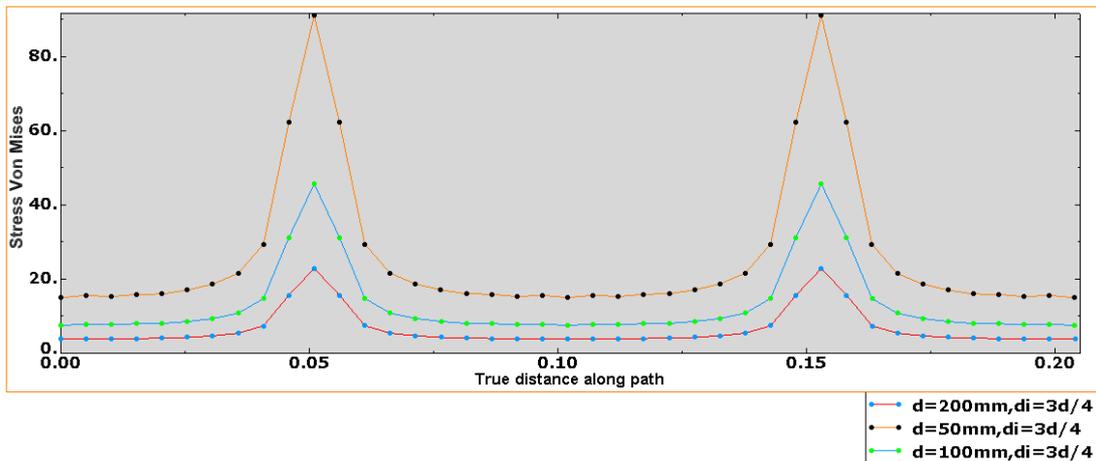
Les figures suivantes représentent l'évolution de contraintes de Von Mises et pression de contact en fonction des diamètres d'ajustement pour chaque diamètre intérieur de l'arbre.



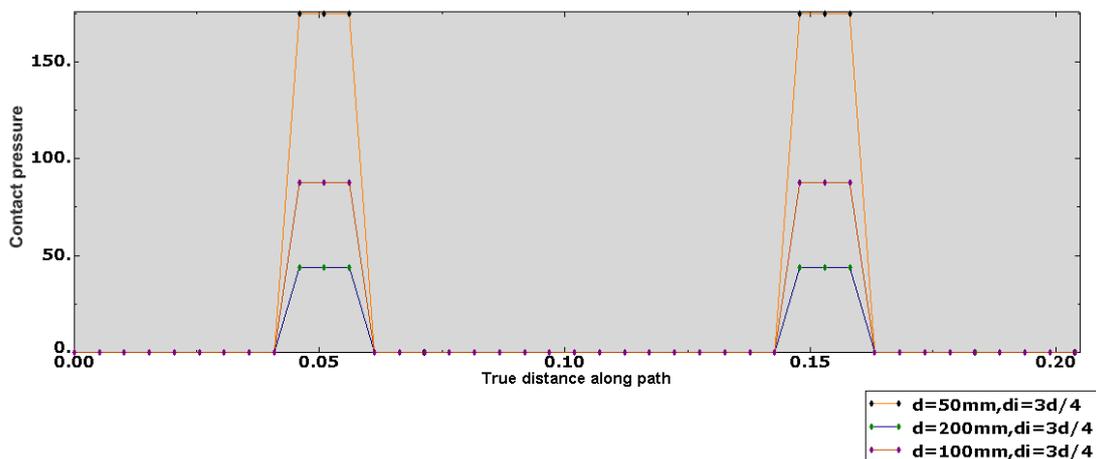
(a) : la comparaison des contraintes de Von Mises pour des diamètres d'ajustement (avec diamètre intérieur de l'arbre  $d/2$  mm)



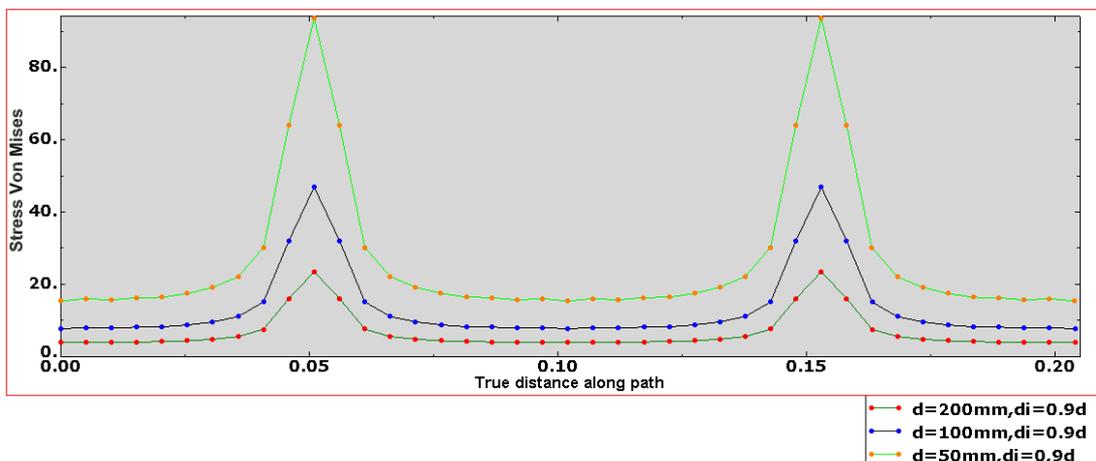
(b) : la comparaison des pressions de contact pour des diamètres d'ajustement (avec diamètre intérieur de l'arbre  $d/2$  mm)



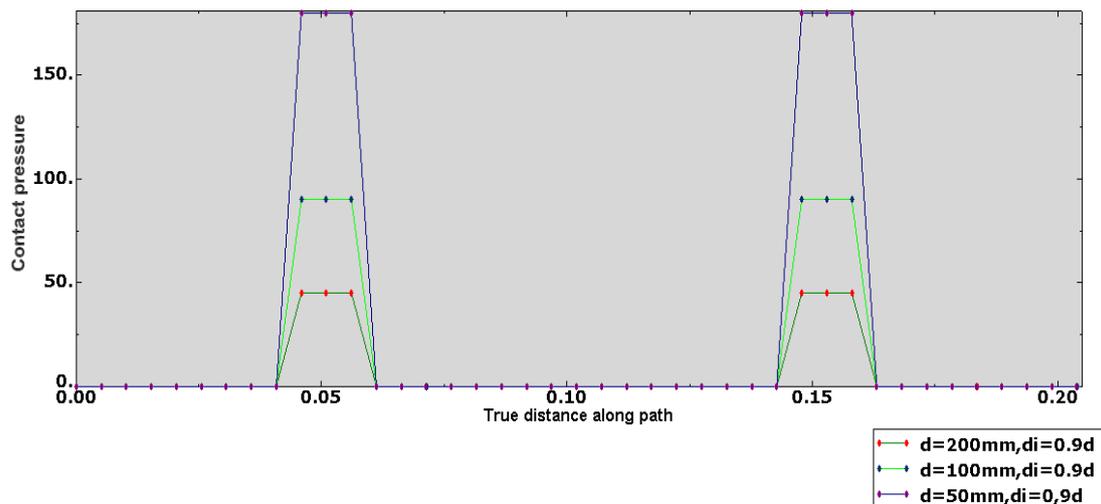
(c) : la comparaison des contraintes de Von Mises pour des diamètres d'ajustement (avec diamètre intérieur de l'arbre  $3d/4$  mm)



(d): la comparaison des pressions de contact pour des diamètres d'ajustement (avec diamètre intérieur de l'arbre  $3d/4$  mm)



(e) : la comparaison des contraintes de Von Mises pour des diamètres d'ajustement (avec diamètre intérieur de l'arbre  $0,9d$  mm)



(f) : la comparaison des pressions de contact pour des diamètres d'ajustement (avec diamètre intérieur de l'arbre  $0,9d$  mm)

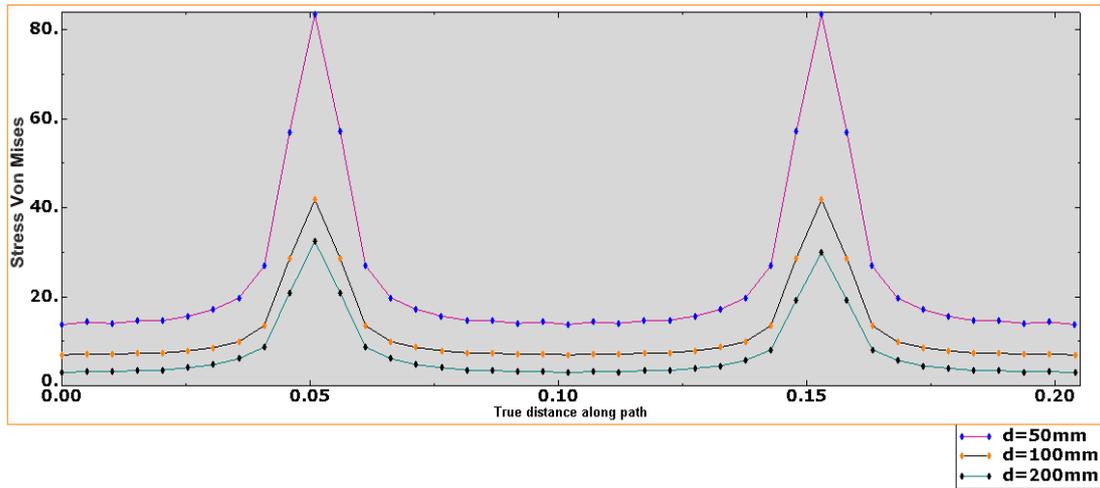
Figure. IV.27 : la comparaison des contraintes de Von Mises et la pression de contact

On remarque que pour chaque valeur du diamètre intérieur l'évolution des Contraintes de Von Mises et les pressions de contact sont toujours en diminution avec l'augmentation des diamètres d'ajustement, ce sensible effet peut s'expliquer par le fait que si on augmente le diamètre d'ajustement la surface de contact augmente aussi par conséquent la pression de contact diminue et bien évidemment les contraintes de Von Mises ce qui est parfaitement logique et pertinent avec la théorie.

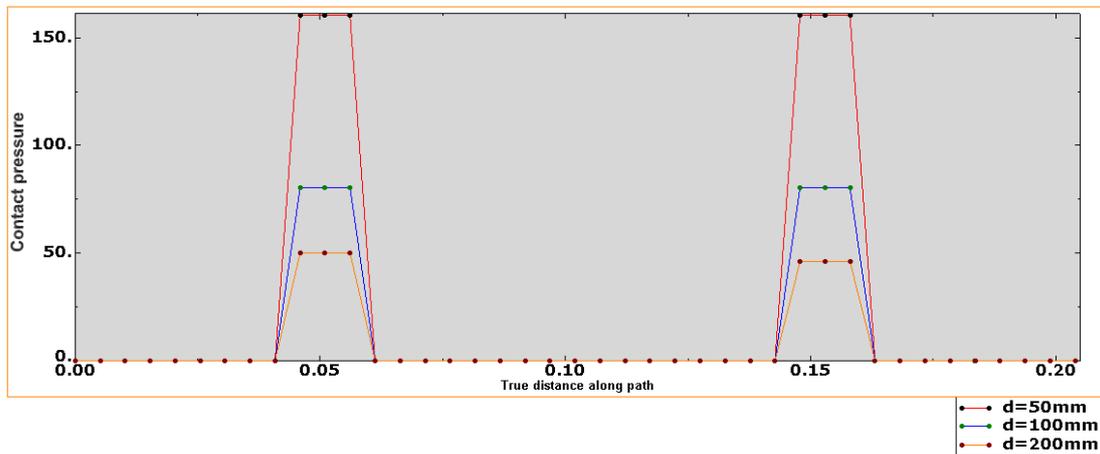
#### IV.2.2.2.8) Influence de variation du diamètre d'ajustement dans les cas parfait et non parfait:

##### a) L'influence du diamètre d'ajustement dans le cas non parfait :

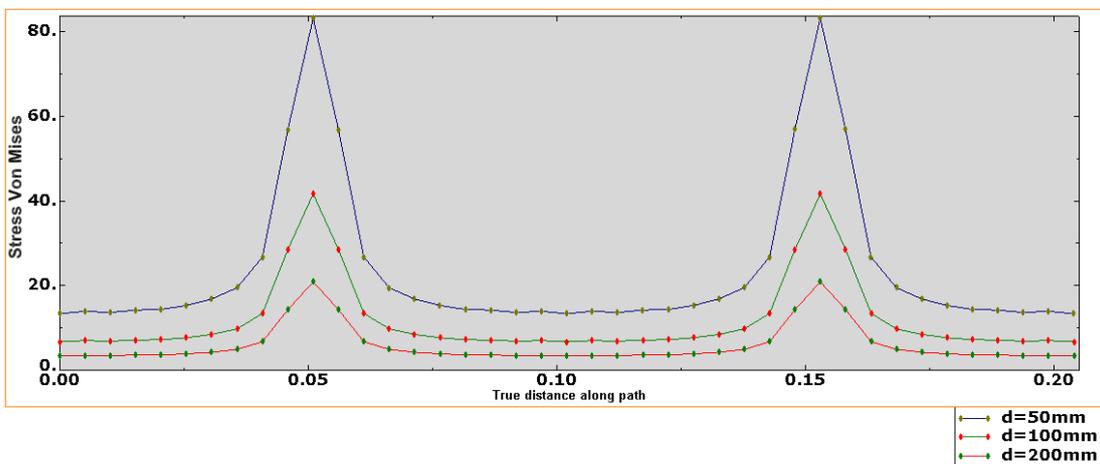
Comme ce qui a été passé, dans ce paragraphe on peut faire deux conclusions par la comparaison des contraintes de Von Mises et pression de contact pour des différentes situations dépendantes des valeurs de diamètre d'ajustement dans les deux cas parfait et non parfait, ça va sûrement nous permettre d'un côté de vérifier l'influence des diamètres d'ajustement dans le cas où il présente de la rugosité ce qui est déjà vérifié précédemment pour le cas parfait et d'autre côté d'apprécier l'influence de l'état de l'arbre pour chaque valeur de diamètre d'ajustement.



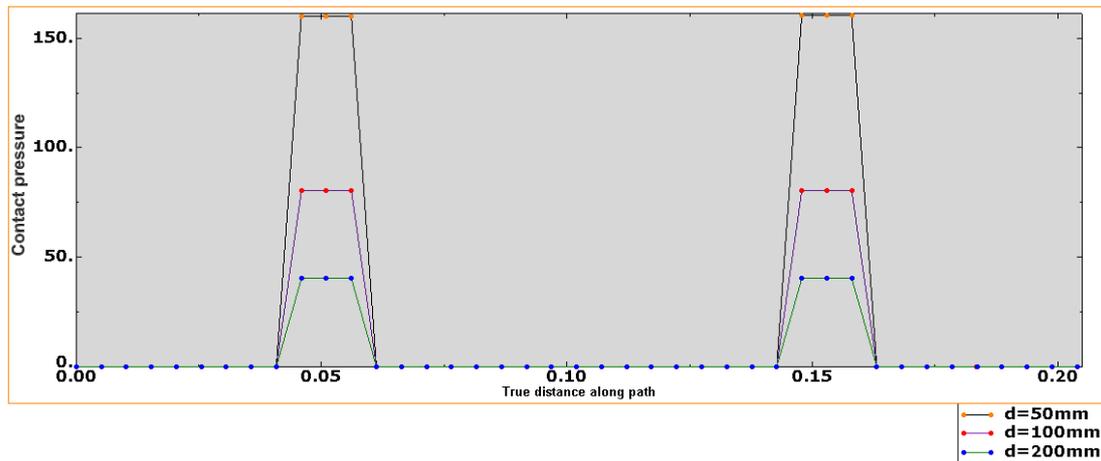
(a) : la comparaison des contraintes de Von Mises pour des différents diamètres d'ajustement (cas parfait)



(b) : la comparaison des pressions de contact pour des différents diamètres d'ajustement (cas parfait)



(c) : la comparaison des contraintes de Von Mises pour des différents diamètres d'ajustement (cas non parfait)



(d) : la comparaison des pressions de contact pour des différents diamètres d'ajustement (cas non parfait)

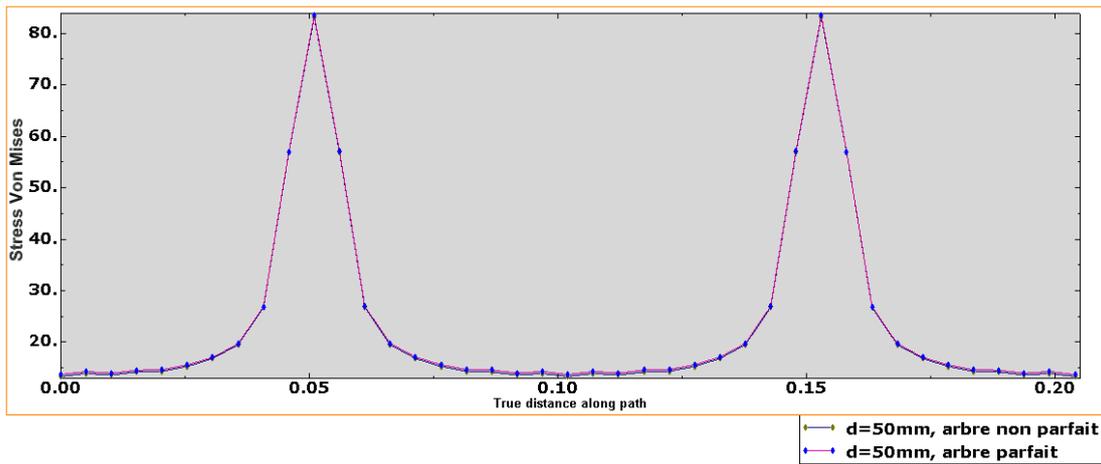
Figure. IV.28 : la comparaison des contraintes de Von Mises et la pression de contact

Au premier lieu on a tracer les graphes des contraintes et des pressions pour chaque cas, parfait et non, pour des différents diamètres  $d=50\text{mm}$ ,  $d=100\text{mm}$ ,  $d=200\text{mm}$ , ces graphes nous a donné une idée intéressante sur l'influence des diamètres d'ajustement pour le cas ou il y a des aspérités, on peut bien voir que cet influence reste remarquable exactement comme le cas parfait, c.-à-d. l'influence du diamètre d'ajustement est indépendant de l'état de surface de l'arbre, et ça bien sur revient à la raison qu'in cité auparavant le diamètre augmente, la surface aussi, la pression diminue par conséquence les contraintes diminuent.

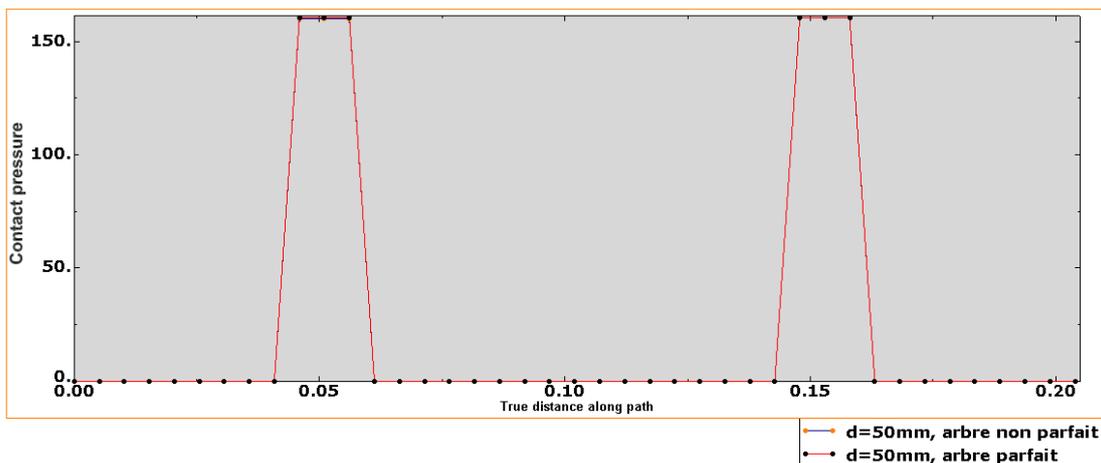
### b) L'influence de l'état surface de l'arbre :

Pour les mêmes valeurs prises en haut on peut extraire être aussi capable de toucher autre caractéristique influence sur l'état de contraintes du moyeu, il est nécessaire de comparer les contraintes de Von Mises et les pressions de contact pour chaque cas de l'état de surface en fixant le diamètre d'ajustement chaque fois afin de voir cette influence pour des différentes situations.

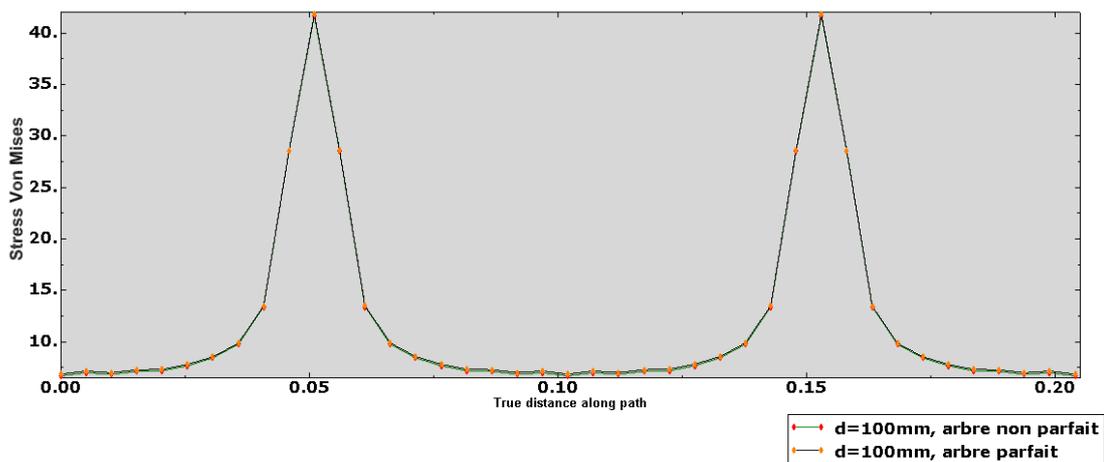
Les figures suivantes représentent l'évolution de contraintes de Von Mises et pression de contact en fonction de l'état de surface pour chaque diamètre d'ajustement.



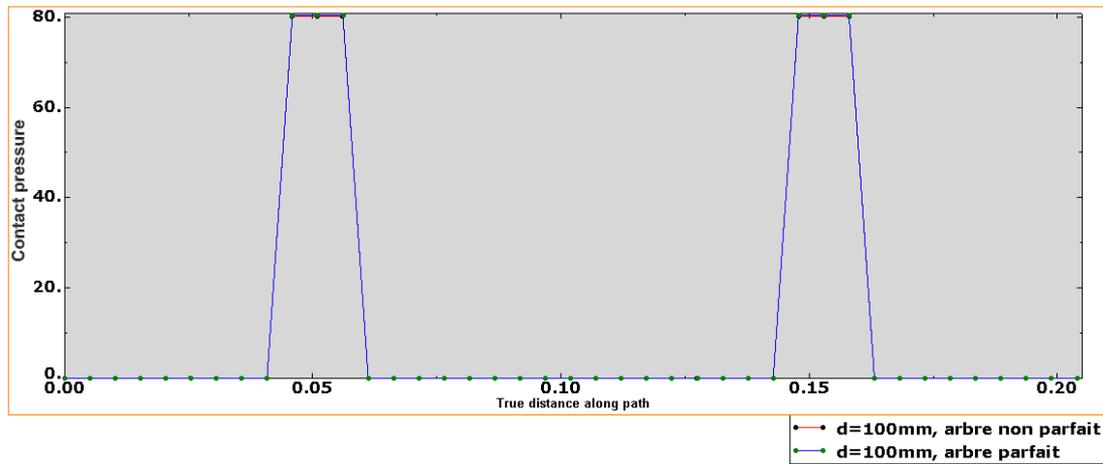
(a) : la comparaison des contraintes de Von Mises pour des états de surfaces différentes (avec diamètre d'ajustement  $d=50$  mm)



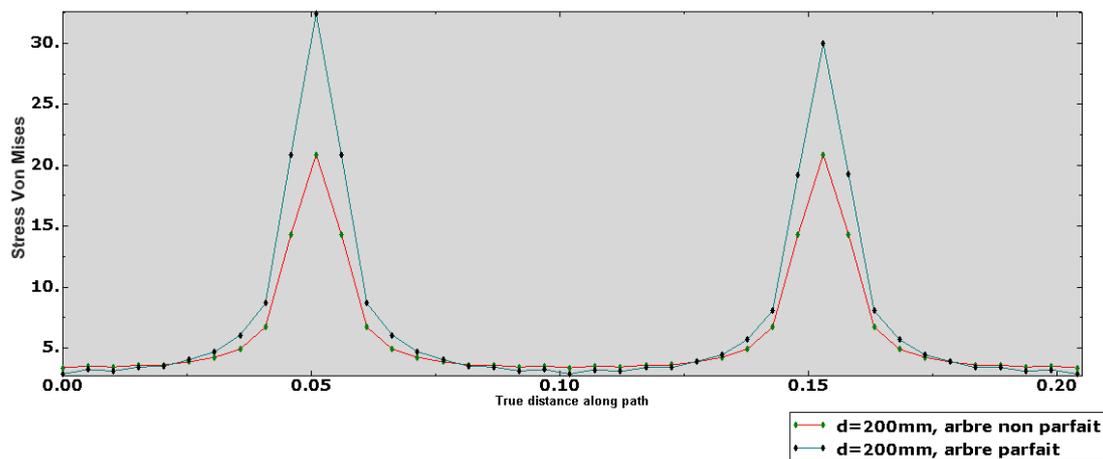
(b) : la comparaison des pressions de contact pour des états de surfaces différentes (avec diamètre d'ajustement  $d=50$  mm)



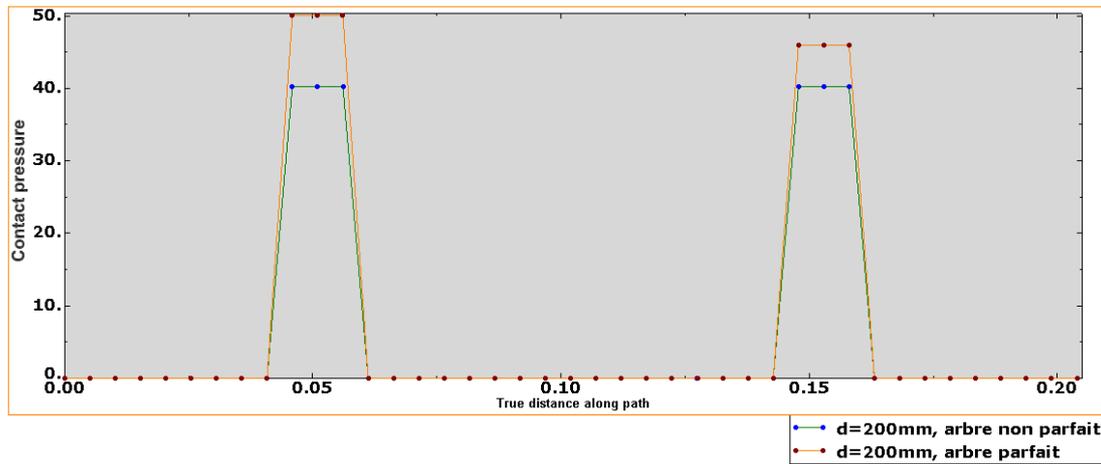
(c) : la comparaison des contraintes de Von Mises pour des états de surfaces différentes (avec diamètre d'ajustement  $d=100$  mm)



(c) : la comparaison des pressions de contact pour des états de surfaces différentes (avec diamètre d'ajustement  $d=100$  mm)



(d) : la comparaison des contraintes de Von Mises pour des états de surfaces différentes (avec diamètre d'ajustement  $d=200$  mm)



(e) : la comparaison des pressions de contact pour des états de surfaces différentes (avec diamètre d'ajustement  $d=200$  mm)

Figure. IV.29 : la comparaison des contraintes de Von Mises et la pression de contact

On remarque bien que pour les diamètres d'ajustement  $d=50$  mm et  $d=100$  mm l'effet de rugosité est négligeable alors qu'il est sensible au troisième cas ça va nous conduire à dire que l'effet de rugosité de l'arbre commence à influencer sur l'état de surface du moyeu à partir des valeurs importantes de diamètre d'ajustement.

**IV.2.2.3) Conclusion de l'axisymétrie**

Les aspérités influencent notablement sur la sollicitation de l'assemblage. On a essayé de simuler l'état de surface malgré que la modélisation reste théorique. On a constaté aussi que l'influence de pas et la forme des aspérités est majoritaire sur les pressions, par contre l'influence de la rugosité moyenne est remarquablement faible s'il n'est pas négligeable.

On a aussi vu que le diamètre d'ajustement est très influant sur l'état de surface, contrairement pour le diamètre intérieur de l'arbre qui a une influence quasi négligeable mais il augmente avec l'augmentation de diamètre d'ajustement.

D'une manière générale on pourrait dire que l'influence des aspérités reste limitée à la zone proche de l'interface, mais ils n'ont plus d'influence sur le massif, il est donc un choix raisonnable de rendre une épaisseur de l'élément homogénéisé de l'ordre de dixième de millimètre.

On a vu aussi l'influence de la torsion appliquée à l'arbre qui a laissé une influence bien sensible de faite qu'elle a augmenté les pressions par rapport au cas normal

Une remarque générale sur toutes les simulations dont on a déjà fait, la légère différence entre les deux pics qu'on a pris comme exemple dans chaque modélisation revient à l'effet de maillage parce que le maillage au niveau des pics peut ou ne peut pas être rencontré avec le maillage de l'arbre correspond à chaque pic.

## **CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES**

## Conclusion générale

On a montré dans cette étude qu'il était très important d'intégrer les défauts de surface dans les assemblages fretté et ce qu'était impossible par les méthodes classiques devient aujourd'hui facile grâce aux méthodes numériques plus particulièrement la méthode des éléments finis.

Concernant la valeur de serrage on a travaillé avec le serrage moyen ce qui n'est qu'une caractéristique représentative.

L'étude de la rugosité sur des cas axisymétriques a permis d'évaluer l'effet des paramètres d'état de surface de moyeu idem pour l'arbre que nous avons vu : paramètres quantitatifs de moyeu (rugosité moyenne et pas de rugosité), paramètre qualitatif (forme du profil), pour l'arbre on a vu aussi l'effet de diamètre d'ajustement, le fait d'une arbre creux et l'état de surface que ce soit parfait ou non.

La première partie de cette étude a été bien vérifier par les essai expérimentaux auparavant, mais il reste à vérifier l'influence de diamètre d'ajustement et le diamètre intérieur de l'arbre et bien évidemment l'influence de l'état de surface de l'arbre sur ce processus, l'absence des laboratoires spécialisés dans ce domaine en Algérie nous a obligé à se limiter au cas théorique avec la simulation en prenant en compte toute les conditions réelles, bien sur ce travail peut être améliorer par raffinement de résultats c.à.d. par un maillage plus fin afin d'obtenir des résultats plus proche de la réalité.

Nous avons cité une méthode qui permet de prendre en compte facilement la rugosité dans un modèle géométriquement complexe. Ce modèle est basé sur une homogénéisation numérique [BOU, 2012] pour laquelle la loi de comportement utilisée est isotrope. L'identification de cette loi est effectuée à partir d'un micro-domaine prenant en compte d'une part la géométrie des aspérités, d'autre part des chargements correspondant aux conditions de sollicitation que subit l'interface dans un frettage.

Notre étude se limite sur les paramètres précédents, le temps nous a empêché de voir l'effet de variation des autre paramètres tels que : le matériau de l'arbre et du moyeu et la variation de valeur de la torsion appliquée...etc.

## **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[BOU, 2012] BOUTOUTAOU Hamid. Etude d'un emmanchement fretté compte tenu de l'effet combiné des défauts de forme et de l'état de surface. Thèse de doctorat de l'école nationale polytechnique en cotutelle avec l'université de Bourgogne, soutenu le 26 janvier 2012, Alger.

[SIA, 1996] Siala I.E. Modélisation mécanique des assemblages obtenus par procédé de frettage avec la prise en compte du défaut de forme, Thèse de doctorat de l'Université de Bourgogne, soutenue le 18 octobre 1996 à Auxerre, France.

[CHI, 1987] Chang W., R., Etsion I., Bogy D.B., An elastic-plastic model for the contact of rough surface, *J. Tribol. Tr ASME*, (1987); 109, 257-263.

[BOD, 1958] Bowden F.P., Tabor D., *The friction and lubrication of solids*, Clarendon Press, Oxford, (1958).

[GRE, 1966] Greenwood J.A., Williamson J.B.P., Contact of nominally flat surface, *Proc. R. Soc. London*, (1966), A 295, 300-319.

[GRE, 1970] Greenwood J.A., Tripp J.H., The contact of two nominally flat rough surface., Contact of nominally flat surface, *Proc. Inst. Mech. Eng.*, (1970), 185, 300-319.

[WIL, 1972] Williamson J.B.P., Hunt R. T., Asperity persistence and the real area of contact, *Proc. R. Soc. Lond.*, A. 327, 1972, pp147-157.

[CHI, 1977] Childs T.H.C., The persistence of roughness between surfaces in static contact, *Proc. R. Soc. Lond.*, 1977, A. 353, pp 35-53.

[YAN, 1998] Yang, G.M., 1998. Influence de l'état de surface sur les caractéristiques d'un assemblage fretté. Thèse de doctorat ENSAM, France.

[YAN, 2001] Yang G.M., Coquille J.C., Fontaine J.F., Lambertin M., Influence of Roughness on Characteristics of Tight Interference Fit of a Shaft and a Hub, *Int. J. of Solids and Struc.*, (2001), Vol 38/42-43, 7691-7701.

[ZAV, 1998] Zavarise G., Wriggers P., Schrefler A., A method for solving contact problems, *Int. J. Numer. Meth. Engng.* (1998), 42, 473-498.

[PAS, 2008] Passieux J.C., Approximation radiale et méthode LATIN multi-échelle en temps et espace, thèse de doctorat de l'ENS de Cachan, soutenue le 1 décembre 2008.

[DEV, 1989] Devries F., Dumontet F., Duvaut G., Léné F., Homogenization and damage for composite structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, (1989).27 :285-298.

[BEL, 2010] Belghith S., Meslini S., BelhadjSalah H., Ligier J.L., Modeling of contact between rough surface using homogenization technique, *C. R. Mécanique*, 338 (2010), 48-61.

[ISO, 98-b] Norme NF EN ISO 4287 Spécification Géométrique des Produits (GPS) Etat de surface : Terme et définition des paramètres d'état de surface 12-1998.

[AFN, 80] NF E22-622 Assemblage frettés dimension, tolérances et états de surface, 1980, AFNOR, Paris la Défense.

[AFN, 84] NF E22-620, Assemblage frettés sur portée cylindrique : fonction, réalisation, calcul, Jan.1984, AFNOR, Paris la Défense.

**ANNEXE DES DONNEES DE CALCUL POUR LA**  
**SIMULATION**

## ANNEXE DES DONNEES DE CALCUL POUR LA SIMULATION

**$R_{\text{moy}} = 7.98\text{mm}$ ,  $R_z = 10\mu\text{m}$ ,  $A_R = 100\mu\text{m}$ , forme triangulaire**

$\Delta_M/2$	$r_{\text{min moy}}$	$r_a$	$r_{\text{max moy}}$
<b>4</b>	<b>7.975</b>	<b>7.979</b>	<b>20</b>
<b>8</b>	<b>7.975</b>	<b>7.983</b>	<b>20</b>
<b>10</b>	<b>7.975</b>	<b>7.985</b>	<b>20</b>

**$R_{\text{moy}} = 7.98\text{mm}$ ,  $\Delta_M/2 = 6\mu\text{m}$ ,  $A_R = 100\mu\text{m}$ , forme triangulaire**

$R_z$	$r_{\text{min moy}}$	$r_a$	$r_{\text{max moy}}$
<b>6</b>	<b>7.977</b>	<b>7.983</b>	<b>20</b>
<b>10</b>	<b>7.975</b>	<b>7.981</b>	<b>20</b>
<b>16</b>	<b>7.972</b>	<b>7.978</b>	<b>20</b>

**$R_{\text{moy}} = 7.98\text{mm}$ ,  $R_z = 10\mu\text{m}$ ,  $\Delta_M/2 = 6\mu\text{m}$ , forme triangulaire**

$A_R$	$r_{\text{min moy}}$	$r_a$	$r_{\text{max moy}}$
<b>50</b>	<b>7.975</b>	<b>7.981</b>	<b>20</b>
<b>100</b>	<b>7.975</b>	<b>7.981</b>	<b>20</b>
<b>150</b>	<b>7.975</b>	<b>7.981</b>	<b>20</b>

**$R_{\text{moy}} = 7.98\text{mm}$ ,  $R_z = 10\mu\text{m}$ ,  $\Delta_M/2 = 6\mu\text{m}$ ,  $A_R = 100\mu\text{m}$ .**

Profil d'aspérité	$r_{\text{min moy}}$	$r_a$	$r_{\text{max moy}}$
<b>Forme triangulaire</b>	<b>7.975</b>	<b>7.981</b>	<b>20</b>
<b>Forme U</b>	<b>7.975</b>	<b>7.981</b>	<b>20</b>
<b>Forme U inversé</b>	<b>7.975</b>	<b>7.981</b>	<b>20</b>

**$R_{\text{moy}} = 7.98\text{mm}$ ,  $R_z = 10\mu\text{m}$ ,  $\Delta_M/2 = 6\mu\text{m}$ ,  $A_R = 100\mu\text{m}$ , forme triangulaire**

**Cas d'arbre parfait creux**

$$\underline{d_i=d/2}$$

<b>d</b>	<b>r</b>	<b>r<sub>a</sub></b>	<b>r<sub>min arb</sub></b>	<b>r<sub>min moy</sub></b>	<b>r<sub>max moy</sub></b>
<b>50</b>	<b>24.98</b>	<b>24.981</b>	<b>12.490</b>	<b>24.975</b>	<b>62.5</b>
<b>100</b>	<b>49.98</b>	<b>49.981</b>	<b>24.990</b>	<b>49.975</b>	<b>125</b>
<b>200</b>	<b>99.98</b>	<b>99.981</b>	<b>49.990</b>	<b>99.975</b>	<b>250</b>

$$\underline{d_i=3d/4}$$

<b>d</b>	<b>r</b>	<b>r<sub>a</sub></b>	<b>r<sub>min arb</sub></b>	<b>r<sub>min moy</sub></b>	<b>r<sub>max moy</sub></b>
<b>50</b>	<b>24.98</b>	<b>24.981</b>	<b>18.735</b>	<b>24.985</b>	<b>62.5</b>
<b>100</b>	<b>49.98</b>	<b>49.981</b>	<b>37.485</b>	<b>49.985</b>	<b>125</b>
<b>200</b>	<b>99.98</b>	<b>99.981</b>	<b>74.985</b>	<b>99.985</b>	<b>250</b>

$$\underline{d_i=0.9d}$$

<b>d</b>	<b>r</b>	<b>r<sub>a</sub></b>	<b>r<sub>min arb</sub></b>	<b>r<sub>min moy</sub></b>	<b>r<sub>max moy</sub></b>
<b>50</b>	<b>24.98</b>	<b>24.981</b>	<b>22.483</b>	<b>24.985</b>	<b>62.5</b>
<b>100</b>	<b>49.98</b>	<b>49.981</b>	<b>44.983</b>	<b>49.985</b>	<b>125</b>
<b>200</b>	<b>99.98</b>	<b>99.981</b>	<b>89.983</b>	<b>99.985</b>	<b>250</b>

**Cas d'arbre plein****a) Arbre parfait**

<b>d</b>	<b>r</b>	<b>r<sub>a</sub></b>	<b>r<sub>min moy</sub></b>	<b>r<sub>max moy</sub></b>
<b>50</b>	<b>24.98</b>	<b>24.981</b>	<b>24.985</b>	<b>62.5</b>
<b>100</b>	<b>49.98</b>	<b>49.981</b>	<b>49.985</b>	<b>125</b>
<b>200</b>	<b>99.98</b>	<b>99.981</b>	<b>99.985</b>	<b>250</b>

**b) Cas d'arbre non parfait**

<b>d</b>	<b>r</b>	<b><math>r_{\max \text{ arb}}</math></b>	<b><math>r_{\min \text{ moy}}</math></b>	<b><math>r_{\max \text{ moy}}</math></b>
<b>50</b>	<b>24.98</b>	<b>24.981</b>	<b>24.985</b>	<b>62.5</b>
<b>100</b>	<b>49.98</b>	<b>24.981</b>	<b>49.985</b>	<b>125</b>
<b>200</b>	<b>99.98</b>	<b>24.981</b>	<b>99.985</b>	<b>250</b>

## **TABLE DES FIGURES**

## TABLE DES FIGURES

### Chapitre I : ASSEMBLAGES AVEC SERRAGE

<b>Figure I.1</b> : principe des ajustements .....	3
<b>Figure I.2</b> : Déplacement radial d'un point du cylindre .....	6
<b>Figure I.3</b> : Calcul du serrage minimum de l'ajustement.....	7

### CHAPITRE II : LE FRETAGE

<b>Figure II.1</b> : assemblage de deux cylindres frettés.....	13
<b>Figure II.2</b> : comparaison entre le comportement réel et les deux modèles théoriques pour calculer un frettage.....	14
<b>Figure II.3</b> : Hypothèses géométriques effectuées dans le cadre des modèles normalisés .....	16
<b>Figure II.4</b> : contact élastique sphère plan.....	17
<b>Figure II.5</b> : modèle de contact microgéométrique.....	18
<b>Figure II.6</b> : cas théorique (assemblage géométriquement parfait) et cas réel avec deux possibilités de définir le serrage : $\Delta_m$ serrage moyen et $\Delta_{pp}$ serrage pic à pic (d'après Yang et al. [YAN, 2001]).....	19

### CHAPITRE III : LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

<b>Figure III.1.</b> Choix d'un maillage.....	22
<b>Figure III.2.</b> Fonction de base en dimension 1.....	23
<b>Figure III.3.</b> Définition d'un élément fini.....	24

**CHAPITRE IV : DEFAUT D'ETAT DE SURFACE**

**Figure IV.1** : Modification du potentiel proposé par Zavarise par rapport au modèle gouverné par la méthode de pénalité (d'après [ZAV, 1998]).....28

**Figure IV.2** : Notion de volume élémentaire et de différentes échelles (d'après J.C. Passieux [PAS, 2008]) .....29

**Figure IV.3** : Imbrication des deux échelles de calcul l'échelle micro pouvant être traitée numériquement ou analytiquement (d'après J.C. Passieux [PAS, 2008]) .....29

**Figure IV.4** : (a) profil de rugosité (d'après Belghith et al [BEL, 2010]) .....31

**Figure IV.4** : (b) pression apparente de contact pour les deux modèles (d'après Belghith et al [BEL,2010]) .....31

**Figure IV.5** : Passage de l'échelle micro (a) à l'échelle macro (b) par homogénéisation (d'après Belghith et al. [BEL, 2010]) .....32

**Figure IV.6** : Caractérisation de la rugosité moyenne  $R_z$  .....34

**Figure IV.7** : Différents profils théoriques d'état de surface qui seront à la base des modélisations.....35

**Figure. IV.8** : Maillage de l'interface des deux éléments (axe-moyeu) en contact .....37

**Figure. IV.9** : Conditions aux limites du frettage avec axisymétrie.....37

**Figure.IV.10** : Conditions aux limites du frettage avec axisymétrie prenant en compte la torsion.....38

**Figure.IV.11** : Cartographie des contraintes de Von Mises à l'interface du moyeu dans le cas parfait.....38

**Figure.IV.12** : Cartographie des pressions de contact à l'interface du moyeu dans le cas parfait.....39

**Figure.IV.13** : contrainte de Von Mises (a)pression de contact (b) dans le cas parfait.....39

**Figure.IV.14** : Cartographie des contraintes de Von Mises à l'interface du moyeu.....40

**Figure.IV.15** : Cartographie des pressions de contact à l'interface du moyeu.....41

**Figure.IV.16** : Cartographie des contraintes principales à l'interface du moyeu.....43

<b>Figure IV.17</b> : Contraintes principales et VM suivant épaisseur $\Delta_M/2 = 3\mu\text{m}$ , $R_Z = 10\mu\text{m}$ , $A_R = 100\mu\text{m}$ , forme triangulaire) à partir d'un creux à un autre avec S11 contrainte radiale, S22 contrainte axiale, S33 contrainte circonférentielle.....	43
<b>Figure. IV.18</b> : la comparaison des contraintes de Von Mises et la pression de contact.....	44
<b>Figures IV.19</b> : Cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu en fonction du serrage.....	46
<b>Figure. IV.20</b> : la comparaison des contraintes de Von Mises et la pression de contact dans chaque cas $\Delta_M/2 = 4, 8, 10\mu\text{m}$ .....	47
<b>Figure. IV.21</b> : Influence de la rugosité moyenne $R_Z$ : Cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu en fonction du rugosité.....	49
<b>Figure. IV.22</b> : la comparaison des contraintes de Von Mises et la pression de contact dans chaque cas $R_Z = 6, 10, 16\mu\text{m}$ .....	51
<b>Figure. IV.23</b> : Influence du pas de rugosité : cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu en fonction de pas.....	52
<b>Figure. IV.24</b> : la comparaison des contraintes de la pression de contact dans chaque cas $A_R = 50, 100, 150\mu\text{m}$ .....	54
<b>Figure. IV.25</b> : la comparaison des contraintes de Von Mises et la pression de contact dans chaque cas de profil.....	57
<b>Figure. IV.26</b> : la comparaison des contraintes de Von Mises et la pression de contact.....	60
<b>Figure. IV.27</b> : la comparaison des contraintes de Von Mises et la pression de contact.....	63
<b>Figure. IV.28</b> : la comparaison des contraintes de Von Mises et la pression de contact.....	65
<b>Figure. IV.29</b> : la comparaison des contraintes de Von Mises et la pression de contact.....	68