

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

Ecole Nationale Polytechnique
Département de Génie Mécanique

Projet de Fin d'études
Pour l'obtention du diplôme
D'Ingénieur d'Etat en Génie Mécanique

Thème

Etude par simulation d'un emmanchement
frette soumis à la torsion avec prise en compte
du défaut de forme de l'alésage

Proposé et dirigé par:

Prof. M.BOUAZIZ
Dr.H.BOUTOUTAOU

Présenté par :

MARHOUNE.Hamza

Promotion : Juin 2012

REMERCIEMENT

*Au terme de ce Mémoire nous tenons à remercier tout naturellement en premier lieu **Dieu** le tout Puissant qui m'a donné la force, le courage et la patience de bien mener ce travail.*

*Je tiens à remercier très vivement mes promoteurs, Mr **M.BOUAZIZ** et Mr **H.BOUTOUTAOU** pour leur disponibilité, leur gentillesse, leurs conseils et leurs patientes remarques.*

*Je remercie vivement Mr **H.BELKACEMI** pour l'honneur qu'il me fait en président le jury de cette PFE. Mes remerciements les plus sincères à Mr **M.LATRACHE**, pour son d'avoir accepté de juger ce travail.*

Pour les nombreux soutiens que j'ai reçus dans le cadre de mon projet de fin d'études, c'est une grande satisfaction pour moi de remercier ceux qui m'ont aidé à le mener à bien.

Mes remerciements adressent également à toute la famille du département Génie mécanique de l'ENP (Enseignant, Techniciens et Etudiants)

Dédicace

Je dédie ce modeste travail :

*A mes très chers parents, mon père **Ammar** et ma mère **Nouara**, qui ont sacrifié leurs vies pour que je réussisse dans mes cursus scolaire et universitaire, et grâce à eux j'ai pu atteindre ce niveau, je les remercie pour leurs précieux conseils, d'avoir été toujours à mon côté afin de me soutenir dans les moments les plus difficiles, et d'avoir été plus que parents mais des amis, que **Dieu** les bénisse et leurs donne une bonne santé.*

A mes frères : Youcef, Belgacem, Abderrazak, Saifeddine, Abderrachide, Mohamed

A mes sœurs : Soraya et Radia

A mon grand frère Tahar et sa famille

A mon binôme Mohamed et sa famille BENSALÉM

A tous mes collègues : Amokrane, Nounou, Saïd

A mes amis : Billel TAIBI, Chouaib, Rahou, Zinou, Saïd, Yacine, Sidali, Hakim

A Nouredine MESSAOUR et sa famille

A tous mes camarades de classe Mécanique promotion 2012.

ملخص :

إن الهدف الرئيسي لموضوعنا هذا هو دراسة التجميعات المقلصة مع الأخذ بعين الاعتبار العيوب من حيث الشكل و دراسة تأثير هذه العيوب على خصائص التجميعات المقلصة باستخدام النهج القائم على نماذج العناصر المحدودة .وجدنا أن هذا العيب له تأثيرا كبيرا على خصائص التجميع .

الكلمات المفتاحية : التصنيع, التثبيت الميكانيكي, التجميعات المقلصة, نمذجة الالتماس

Résumé :

Le but principal de notre projet est d'étudier des assemblages frettés en prenant en considération le défaut de forme et l'étude de l'influence du défaut de forme sur les caractéristiques des assemblages frettés en utilisant une approche basée sur la modélisation par éléments finis. Nous avons constaté que ce défaut a une influence notable sur les caractéristiques de l'assemblage.

Mots clés : Usinage, fixation mécanique, assemblages frettés, modélisation du contact.

Summary:

The main goal of our project is to study assemblies shrunk by considering the deformity and the study of the influence of defect shape on the characteristics of assemblies shrunk using an approach based on finite element modeling. We found that this defect has a significant influence on the strength of the joint.

Keywords: Machining, Mechanical fastening, shrink assembly, Contact modeling.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE	1
Chapitre I : ASSEMBLAGES AVEC SERRAGE	6
I.2. Type des ajustements	6
I.2.a. Ajustement avec jeu	7
I.2.b. Ajustement avec serrage	7
I.2.c. Ajustement incertain	8
I.3. Pression minimale de serrage	9
I.3.a. Transmission d'un couple	9
I.3.b. Transmission d'un effort axial	9
I.4. Calcul de la valeur du serrage	10
I.4.a. Déplacement radial d'un point du cylindre	10
I.4.b. Calcul du serrage minimum de l'ajustement	10
I.4.c. Valeur du serrage maximum	12
I.4.d. Lissage	13
I.5. Vérification aux conditions de résistance	13
I.5.a. Dans l'arbre	14
I.5.b. Dans le moyeu :	14
I.5.c. Conditions de résistance de l'arbre	15
I.5.d. Conditions de résistance du moyeu	15
I.6. Frettage par dilatation du diamètre du moyeu	16
I.6.a. Variation dimensionnelle du moyeu	16
I.6.b. Elévation de température du moyeu	16
CHAPITRE II : LE FRETTAGE	
II.1. Introduction	18
II.2. Description de frettage	18
II.3. Théorie des parois épaisses	21
II.4. Prise en compte du comportement de la macro géométrie	25
CHAPITRE III : LA METHODE DES ELEMENTS FINIS	
Iv.1. Introduction	28
Iv.2. Méthode des éléments finis	29
Iv.2.a. Principe général	29
Iv.2.b. Dimensions	30
Iv.2.c. Choix d'un maillage et discrétisation	31
Iv.2.c.1. Choix d'un maillage	31
Iv.2.c.2. Fonctions de base	31
Iv.2.d. Quelques éléments classiques	33
Iv.2.d.1. principe	33
Iv.2.d.2. les difficultés	33
Iv.2.e. domaines d'application	34
Iv.2.f. Définition d'un élément fini	34
Iv.3. Logiciels d'éléments finis	35

CHAPITRE IV : DEFAUT DE FORME

IV.1. Introduction	38
IV.2. Défaut de forme	38
IV.3. Modélisation du frettage par la méthode des éléments finis	41
Conditions aux limites	43

CHAPITRE V : SIMULATION DU FRETAGE

Influence du défaut de forme sur les propriétés mécaniques de l'assemblage frette...	45
1. Influence sur les déplacements, la pression et les contraintes	45
1. a. Répartition des déplacements a l'interface	45
1. b. répartition des pressions a l'interface	47
1. c. Répartition des contraintes de Von mises	48
2. influence de la nature de matériau	52
3. influence de la valeur de serrage	54
4. influence de la période du défaut période	56
5. influence du diamètre d'ajustement	57

CONCLUSION

Conclusion générale	61
---------------------------	----

TABLE DES FIGURES

Chapitre I : Assemblages avec serrage

Figure I.1 : principe des ajustements	6
Figure I.2 : Déplacement radial d'un point du cylindre.....	10
Figure I.3 : Calcul du serrage minimum de l'ajustement.....	10

CHAPITRE II : LE FRETAGE

Figure II.1 : assemblage de deux cylindres frettés.....	19
Figure II.2 : comparaison entre le comportement réel et les deux modèles théoriques pour calculer un frettage.....	20
Figure II.3 : Hypothèses géométriques effectuées dans le cadre des modèles normalisés.....	21
Figure II.7 : principe de la modélisation envisagée : description macrogéométrique donnée au niveau du maillage et prise en compte du comportement micro géométrique dans la loi de contact ou dans un élément spécifique	25

CHAPITRE III : LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

Figure III.1. Choix d'un maillage.....	31
Figure III.2. Fonction de base en dimension 1	32
Figure III.3. Définition d'un élément fini.....	34
Figure III.4. Exemple de formulation : Barre en traction.....	35

CHAPITRE IV : DEF AUT DE FORME

Figure IV.1 : forme intérieure de l'alésage pour la deuxième forme (1)	36
Figure IV.2 : forme intérieure de l'alésage pour la deuxième forme (2)	36
Figure IV.3 : détail du maillage du moyeu	28
Figure IV.4: détail du maillage de l'axe	38
Figure IV.5 conditions aux limites du modèle d'assemblage fretté	39

CHAPITRE V : SIMULATION DU FRETTAGE

Figure V.1 : Répartition de déplacement à l'interface pour un défaut présentant 8 lobes avec $r=25\text{mm}$ d'un serrage de 0.01mm , $\varepsilon=0.03$	45
Figure V.1 : Répartition des déplacements à l'interface pour un défaut présentant 1 et 2 lobes avec $r=8.005$ d'un serrage de 0.01mm , $\varepsilon=0.03$	46
Figure V.2 : Répartition des déplacements à l'interface pour un défaut présentant 3 et 4 lobes avec $r=8.02$ d'un serrage de 0.02mm . $\varepsilon=0.03$	46
Figure V.3 : Répartition des pressions à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes avec $r=7.985$, $\varepsilon=0.03$	47
Figure V.4 : Répartition des pressions à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes Avec $r=7.985$, $\varepsilon=0.03$	47
Figure V.5 : Déformation de l'alésage pour l'état parfait	48
Figure V.6 :Cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu pour l'état parfait	48
FigureV.7 : Cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu pour l'état de défaut de forme de 2 lobes	49
FigureV.8 : Déformation de l'alésage pour 3 lobes.....	49
FigureV.9 : Déformation de l'alésage pour l'état parfait.....	50
FigureV.10 : Cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu pour l'état de défaut de forme de 20 microns de 4 lobes	51
FigureV.11 : Répartition des contraintes de V. Mises à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes avec $r=7.985$, $\varepsilon=0.03$	51
FigureV.12 : Répartition des contraintes de V. Mises à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes (vert), sans défaut (rouge) avec $r=7.985$, $\varepsilon=0.03\text{mm}$	51
FigureV.13 : Répartition des contraintes de V. Mises à l'interface pour un défaut présentant 2 lobes (vert), sans défaut (Blue) avec $r=7.985$, $\varepsilon=0.03$	52
FigureV.14 : comparaison des contraintes de V. Mises à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes d'un assemblage acier/acier (Rouge), acier/Aluminium (vert), avec $r=7.985$, $\varepsilon=0.03$	52
FigureV.15 : comparaison des pressions à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes d'un assemblage acier/acier (Blue), acier/Aluminium (rouge), avec $r=7.985$, $\varepsilon=0.03$	53
FigureV.16 : comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi en fonction de la valeur de	54

FigureV.17: comparaison entre les pressions en fonction de la valeur de serrage	55
FigureV.18: comparaison entre les contraintes de Von Mises Maxi en fonction de la valeur de serrage	55
FigureV.19: comparaison entre les pressions maxi, moyenne et contrainte de Von Mises Maxi en fonction de la périodicité du défaut $\epsilon=0.03$, $r=8.005\text{mm}$, 4 lobes, serrage de 0.01mm	56
FigureV.20 : évolution de P. Max et de P. moy en fonction de serrage.....	56
FigureV.22: Répartition des pressions à l'interface pour un défaut présentant 8 lobes des diamètres $r=8.005\text{mm}$ (Blue), $r=25.005\text{mm}$, avec $\epsilon=0.03$	57
FigureV.23: comparaison entre les pressions maxi, moyenne et contrainte de Von Mises Maxi en fonction de diamètre pour le défaut de 8 lobes $r=8.005\text{mm}, r=25.005\text{mm}$	58
FigureV.24: Répartition des contraintes de V. Mises à l'interface pour un défaut présentant 8 lobes de s diamètres $r=8.005\text{mm}$ (Blue), $r=25.005\text{mm}$, avec $\epsilon=0.03\text{mm}$	58
FigureV.25 comparaison entre les déformations de l'alésage et l'arbre pour les serrages acier/acier à gauche et acier/aluminium à droite .cas de 4 lobes.....	59

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Avec les développements des techniques informatiques, avec les progrès des recherches et l'accroissement des exigences des industriels, la précision dans la conception, la fabrication et le contrôle des machines deviennent de plus en plus élevés. Tous cela pour minimiser les pertes économiques et le temps perdu pendant les opérations de réparation et dans le cadre des recherches des maintenances prédictifs, les études des différents modes de liaisons entre les pièces deviennent indispensables et parmi les plus récentes est l'assemblage des pièces sans des liaisons et ça ce qu'on appelle le frettage.

Le frettage est une opération qui consiste à réaliser un assemblage avec serrage entre deux pièces, l'une appelée frette (alésage, moyeu), l'autre frettée (arbre, axe). L'assemblage fretté se distingue des autres assemblages par l'absence d'élément de liaison entre les deux pièces tel que boulons, clavettes, soudure ou autre ; il permet des réalisations faciles, sans concentration de contrainte. Grâce à ses nombreux avantages (la facilité, la fiabilité, la durée de vie, la sécurité et un coût faible,...), il a beaucoup d'applications telles que le bandage de roue, le montage de pignons, de roulements ou de chemises, la réalisation des épaulements, etc....

Le frettage est aussi utilisé pour élever la résistance des parois épaisses sous très haute pression afin d'obtenir des précontraintes opposées aux pressions de travail.

Les assemblages frettés interviennent de plus en plus comme solution performante du point de vue technologique et économique dans les mécanismes composant les produits manufacturés. L'absence de pièces ou d'éléments intermédiaires entre les deux pièces à assembler permet de simplifier notablement le procédé d'assemblage, donc de diminuer les coûts d'obtention. L'ajustement entre les deux pièces assemblées est serré c'est-à-dire que le diamètre de l'axe (arbre) est plus grand que le diamètre de l'alésage. Le serrage provoqué par l'assemblage des deux pièces induit une pression qui les maintient solidaires grâce au frottement entre les deux surfaces de contact, empêchant ainsi tout mouvement relatif entre elles.

Les inconvénients majeurs des assemblages frettés sont la difficulté de démontage, le risque d'endommagement des surfaces de contact et la précision demandée pour l'usinage des surfaces fonctionnelles.

Le calcul et la conception des emmanchements sont normalisés. La normalisation française propose une méthode de calcul reposante sur la théorie des parois épaisses pour laquelle on fait les hypothèses d'une surface parfaite, de matériaux toujours dans le domaine élastique et on calcule la pression de contact P , qui est fonction de serrage, des propriétés de matériaux et la géométrie sans état de surfaces, l'utilisation de ce modèle utilise plusieurs limites par exemple :

- Surfaces très polies : (R_a : rugosité moyenne arithmétique).
- Limite des diamètres nominaux d'application.
- Lissage = $3(R_{aA} + R_{aM})$.

Dans la réalité il est impossible de fabriquer une pièce parfaitement lisse. Donc dans les normes, on est obligé de spécifier pour les surfaces frettées un polissage poussé.

Lorsque la qualité de surface augmente un peu, le prix de revient des pièces augmentera fortement.

Un assemblage fretté utilise le frottement. Généralement, plus les surfaces sont rugueuses, plus le coefficient de frottement est important. Ce qui est en contradiction avec le fait d'exiger de surfaces très polies.

De nombreuses études ont aussi été menées dans le domaine de frettage. Mais lors du frettage, les aspérités se déforment localement : la plasticité apparait rapidement sur des pics surtout pour le matériau le moins dur. Il est clair qu'un modèle prenant en compte les états de surfaces dans le domaine élasto-plastique est bien attendu.

La surface représente les limites d'un corps solide et la liaison de contact. Quel que soit le procédé d'obtention utilisé, elle présente des défauts macro géométriques et micro géométrique. On classe ces défauts en trois principaux ordres suivants :

- défauts de forme et de position telle que la coaxialité, la cylindricité, la rectitude, etc...

- ondulations, dues aux oscillations de basses fréquences provenant des imperfections des machines.
- rugosités, dues à des vibrations de hautes fréquences correspondant au passage des outils coupants et d'enlèvement de matière.

Plusieurs possibilités existent pour réaliser l'assemblage. La pièce présentant l'alésage peut être chauffée et du fait de sa dilatation, il est alors possible d'insérer l'axe librement. On peut procéder de la manière inverse : On refroidit l'axe qui, par sa contraction, peut être inséré librement dans l'alésage. Une troisième manière consiste à réaliser l'emmanchement sous une presse. Il est alors nécessaire de contrôler que les surfaces ne soient pas détériorées lors du glissement. Enfin, le gonflement de l'alésage peut être obtenu par une pression (hydraulique par exemple). Cette dernière technique nécessite cependant des appareillages adaptés et que la pression puisse être assurée à l'interface des deux pièces. Elle présente toutefois l'avantage d'un démontage possible de l'ensemble.

Dans ce travail, on s'intéresse au frettage en admettant que l'axe est parfait (défauts de circularité et de cylindricité nuls, rugosité nulle) et que l'alésage comporte uniquement le défaut de forme. Il sera réalisé par simulation sur logiciel en prenant en compte les facteurs d'influence sur l'intensité du serrage (diamètre d'ajustement, nature des matériaux, coefficient de sécurité, coefficient de frottement, amplitude et périodicité du défaut de forme, etc...).

CHAPITRE I : ASSEMBLAGES AVEC SERRAGE

I.1. INTRODUCTION

L'assemblage avec serrage est un assemblage courant, et joue un rôle important pour transmettre un couple ou un effort axial. Généralement, il concerne la liaison d'un axe avec le moyeu d'une pièce cylindrique sans utilisation de pièce intermédiaire, telle que la clavette. Le diamètre de l'axe est toujours plus important que celui de l'alésage du moyeu pour engendrer un serrage. La résistance d'un assemblage freiné est obtenue grâce à la pression provoquée par le serrage et par le frottement entre les deux pièces.

I.2. TYPE DES AJUSTEMENTS [1]

Un ajustement est un assemblage de deux pièces de même cote nominale, il est constitué d'un alésage et d'un arbre. L'alésage (contenant) désigne tout élément intérieur même non cylindrique. L'arbre (contenu) désigne tout élément extérieur même non cylindrique.

Du fait des erreurs résultant du processus de fabrication des pièces, les cotes réelles se disposent dans une zone pour respecter l'interchangeabilité, on définit les limites de cette zone, appelée l'intervalle de tolérance (IT) qui est égale à la différence entre les limites maximales et minimales de la cote réelle.

Pour définir la position de la tolérance par rapport à une ligne zéro (ligne de cote).

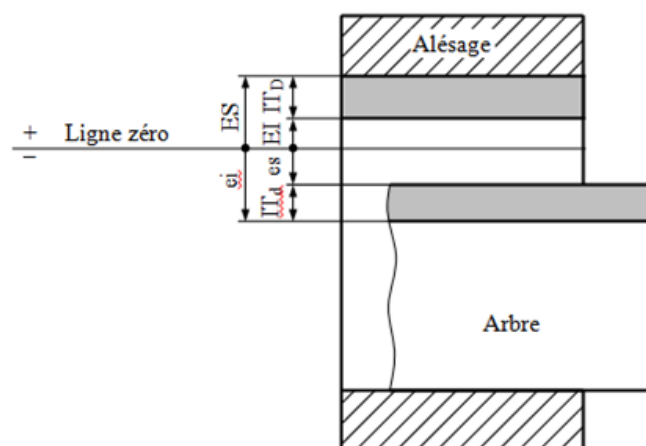


Figure I.1 : Principe des ajustements

Pour l'alésage, on a :

$$\begin{cases} ES = D_{max} - D \\ EI = D_{min} - D \\ IT = D_{max} - D_{min} = ES - EI \end{cases}$$

Pour l'arbre, on a

$$\begin{cases} es = d_{max} - d \\ ei = d_{min} - d \\ IT = d_{max} - d_{min} = es - ei \end{cases}$$

Les écarts sont des nombres algébriques. Ils sont positifs s'ils sont disposés au-dessus de la ligne zéro, négatifs dans le cas contraire.

On définit le jeu maximum et le jeu minimum par :

$$\begin{cases} J_{max} = D_{max} - d_{min} = ES - ei \\ J_{min} = D_{min} - d_{max} = EI - es \end{cases}$$

La disposition de tolérance l'une par rapport à l'autre, d'un alésage et d'un arbre, détermine le caractère de l'ajustement. En général, on a trois sortes d'ajustements :

Ajustement avec jeu, Ajustement avec serrage, Ajustement incertain.

I.2.a. AJUSTEMENT AVEC JEU :

La zone de tolérance de l'alésage est disposée au-dessus de celle de l'arbre.

Dans l'ajustement avec jeu, les valeurs de J_{max} et J_{min} sont positives ($0 < J_{min} < J_{max}$).

I.2.b. AJUSTEMENT AVEC SERRAGE :

La zone de tolérance de l'alésage est disposée au-dessous de celle de l'arbre

Dans l'ajustement avec serrage, J_{max} et J_{min} sont négatifs ($J_{min} < J_{max} < 0$).

Les moyens d'obtention : Le montage de l'arbre dans l'alésage peut être réalisé par :

- par emmanchement forcé à froid (au maillet pour de faibles serrages pour absorber les chocs afin d'éviter les fissures provoquées, à la presse à froid pour des serrages importants)

- avec jeu par dilatation de l'alésage (chauffage). Le serrage est obtenu par contraction de l'alésage à la température ambiante. Dans ce cas, on parle de frettage à chaud.
- avec jeu par contraction de l'arbre (refroidissement dans l'azote liquide). Le serrage est obtenu par dilatation de l'arbre à la température ambiante.

Note : au montage l'assemblage se fait avec jeu, il ne devient avec serrage qu'à la température ambiante

I.2.c. AJUSTEMENT INCERTAIN :

La zone des tolérances de l'alésage et de l'arbre se chevauchent. En montage, l'ajustement peut être avec jeu ou avec serrage suivant les positions relatives des cotes réelles de l'assemblage.

Dans l'ajustement incertain, J_{\max} est positif, J_{\min} est négatif ($J_{\min} < 0 < J_{\max}$).

Il est possible de trouver par les calculs que l'ajustement est incertain mais, en réalité l'assemblage au montage ne s'effectue qu'avec jeu ou avec serrage.

Pour chaque dimension, il est prévu toute une gamme de tolérances et par conséquent toute une gamme d'ajustements. Pour imposer un certain ordre, deux systèmes de base ont été élaborés :

- Le système d'ajustement à alésage normal.
- Le système d'ajustement à arbre normal.

➤ **LE SYSTEME D'AJUSTEMENT A ALESAGE NORMAL (EI=0):** Il représente un assemblage dans lequel un alésage nommé alésage normal, est combiné avec des arbres différents pour obtenir les ajustements nécessaires. Cet alésage est à écart inférieur nul (la cote minimale est égale à la cote nominale). La cote maximale de l'alésage dépend de la qualité désirée. La cote de l'arbre dépend de l'ajustement à observer.

➤ **LE SYSTEME D'AJUSTEMENT A ARBRE NORMAL (ES=0):**

Il représente un assemblage dans lequel un arbre nommé arbre normal, est combiné avec des alésages différents pour obtenir les ajustements nécessaires. Cet alésage est à écart supérieur nul (la cote maximale est égale à la cote nominale).

La cote minimale de l'arbre dépend de la qualité désirée. La cote de l'alésage dépend du caractère de l'ajustement retranché.

I.3. PRESSION MINIMALE DE SERRAGE [1]

I.3.a. TRANSMISSION D'UN COUPLE

La pression minimale de serrage est donnée par la relation suivante :

$$P_{\min} = \frac{2kC}{\pi f \ell d^2}$$

C : couple à transmettre.

k : Coefficient de sécurité de l'assemblage (k = 1,5 à 3).

f : coefficient de frottement entre les deux pièces à assembler.

d : diamètre de l'arbre

ℓ : Longueur de contact entre les deux pièces

I.3.b. TRANSMISSION D'UN EFFORT AXIAL

La pression minimale de serrage est donnée par la relation suivante :

$$P_{\min} = \frac{kF}{\pi f \ell d}$$

k, f, ℓ , d sont les mêmes éléments définis précédemment

F : l'effort axial à transmettre

La valeur de la pression P_{\min} correspond à l'assemblage de pièces usinées au minimum de matière (arbre au minimum de tolérance, moyeu au maximum de tolérance)

I.4. CALCUL DE LA VALEUR DU SERRAGE [3]

I.4.a. DEPLACEMENT RADIAL D'UN POINT DU CYLINDRE :

Considérons un cylindrique creux de diamètre intérieur $2a$ et de diamètre extérieur $2b$ soumis à une pression intérieure p_i et à une pression extérieure p_o (figure.I.2). La théorie de l'élasticité permet d'exprimer le déplacement radial U d'un point M du cylindre. Ce déplacement radial

$$U = \frac{1-\nu}{E} \cdot \frac{a^2 p_i - b^2 p_o}{b^2 - a^2} r + \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{a^2 b^2 (p_i - p_o)}{b^2 - a^2} \cdot \frac{1}{r}$$

ν : est le coefficient de Poisson et E le module d'élasticité longitudinal du matériau.

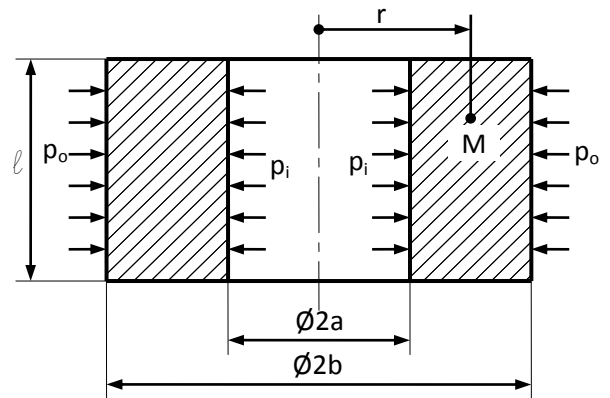


Figure I.2 DEPLACEMENT RADIAL D'UN POINT DU CYLINDRE

I.4.b. CALCUL DU SERRAGE MINIMUM DE L'AJUSTEMENT

Considérons maintenant un arbre et un alésage que l'on désire assembler avec serrage (figure.I.3).

Dans les organes de transmission,

on a la plupart du temps :

- pour l'arbre : $p_i = 0$ et $p_o = p_A = p_{min}$
- pour l'alésage : $p_i = p_{min}$ et $p_o = p_M = 0$

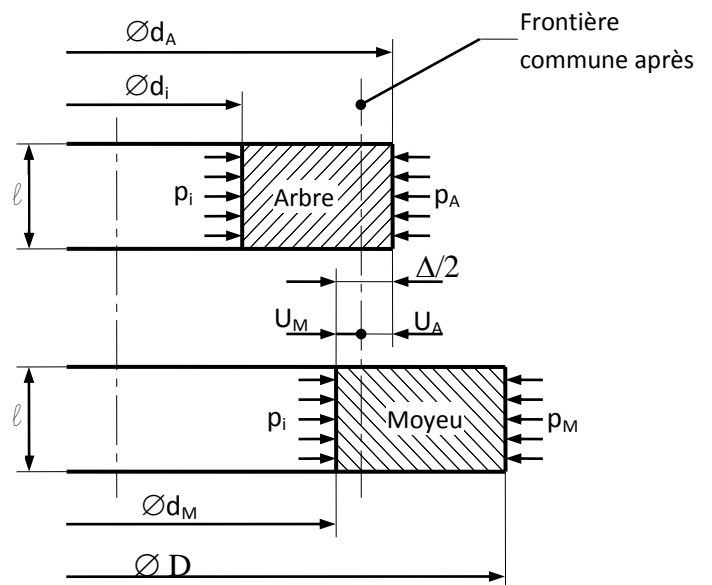


Figure I.3 : CALCUL DU SERRAGE MINIMUM DE L'AJUSTEMENT

Soit U_A le déplacement radial d'un point de l'arbre. Avec :

$$r = \frac{d_A}{2} \approx \frac{d_n}{2} \quad (d_n \text{ étant le diamètre nominal})$$

$$a = \frac{d_i}{2} ; b = \frac{d_n}{2}$$

on aura :

$$U_A = \frac{1-\nu_A}{E_A} \cdot \frac{\left[-\left(\frac{d_n}{2}\right)^2 p_{\min} \right] \left(\frac{d_n}{2}\right)}{\left(\frac{d_n}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_i}{2}\right)^2} + \frac{1+\nu_A}{E_A} \cdot \frac{\left(\frac{d_i}{2}\right)^2 \left(\frac{d_n}{2}\right)^2 (-p_{\min})}{\left[\left(\frac{d_n}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_i}{2}\right)^2 \right] \left(\frac{d_n}{2}\right)}$$

En posant :

$$a_A = \frac{1-\nu_A}{E_A}$$

$$b_A = \frac{1+\nu_A}{E_A}$$

On aura :

$$U_A = -a_A \frac{p_{\min} d_n^3}{2(d_n^2 - d_i^2)} - b_A \frac{p_{\min} d_i^2 d_n}{2(d_n^2 - d_i^2)}$$

Soit U_M le déplacement radial d'un point du moyeu. Avec :

$$r = \frac{d_M}{2} \approx \frac{d_n}{2}$$

$$a = \frac{d_n}{2} ; b = \frac{D}{2}$$

On aura :

$$U_M = \frac{1-\nu_M}{E_M} \cdot \frac{\left(\frac{d_n}{2}\right)^2 p_{\min}}{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_n}{2}\right)^2} + \frac{1+\nu_M}{E_M} \cdot \frac{\left(\frac{d_n}{2}\right)^2 \left(\frac{D}{2}\right)^2 p_{\min}}{\left[\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_n}{2}\right)^2 \right] \left(\frac{d_n}{2}\right)}$$

En posant :

$$a_M = \frac{1-\nu_M}{E_M} \quad \text{et} \quad b_M = \frac{1+\nu_M}{E_M}$$

Il vient :

$$U_M = a_M \frac{p_{\min} d_n^3}{2(D^2 - d_n^2)} + b_M \frac{p_{\min} D^2 d_n}{2(D^2 - d_n^2)}$$

La valeur minimale du serrage rapportée au rayon est :

$$\frac{\Delta_{\min}}{2} = U_M - U_A$$

Tous calculs faits, on obtient :

$$\frac{\Delta_{\min}}{d_n} = p_{\min} \left[\frac{(a_M - a_A)d_n^4 + (a_A + b_M)d_n^2 D^2 + (b_A - b_M)D^2 d_i^2 - (b_A + a_M)d_i^2 d_n^2}{(D^2 - d_n^2)(d_n^2 - d_i^2)} \right]$$

Dans le cas particulier où l'arbre et le moyeu sont de même matériau ($E_A = E_M = E$, $\nu_A = \nu_M$) et pour un arbre plein ($d_i = 0$), la valeur minimale du serrage devient :

$$\frac{\Delta_{\min}}{d_n} = \frac{2p_{\min}}{E} \left(\frac{D^2}{D^2 - d_n^2} \right)$$

I.4.c. VALEUR DU SERRAGE MAXIMUM

Le serrage maximum est obtenu lorsque l'arbre est au maximum de tolérance et l'alésage au minimum de tolérance. On a alors :

$$\Delta_{\max} = \Delta_{\min} + IT_A + IT_M$$

La pression maximale de serrage est par conséquent :

$$p_{\max} = \frac{\Delta_{\max}}{\Delta_{\min}} p_{\min}$$

La valeur de p_{\max} sert à calculer les contraintes maximales.

I.4.d. LISSAGE

Le lissage est la perte de serrage due à l'écrasement des aspérités de surfaces. Dans la pratique, il conviendra de majorer le serrage théorique d'un minimum de trois fois la somme des Ra des deux pièces à assembler, soit :

$$\Delta \geq \Delta_{\min} + 3(\text{Ra}_A + \text{Ra}_M)$$

On prendra pour

- $d_n \leq 180 \text{ mm} : \text{Ra}_A = \text{Ra}_M = 0,8 \text{ }\mu\text{m}$
- $d_n > 180 \text{ mm} :$
 - $\text{Ra}_A = 0,8 \text{ }\mu\text{m}$
 - $\text{Ra}_M = 1,6 \text{ }\mu\text{m}$

Soit un lissage de :

- $5 \text{ }\mu\text{m}$ pour $d \leq 180 \text{ mm}$
- $8 \text{ }\mu\text{m}$ pour $d > 180 \text{ mm}$
-

I.5. VERIFICATION AUX CONDITIONS DE RESISTANCE [1]

Le serrage provoque dans les éléments assemblés des contraintes. En admettant un état plan des contraintes, un point donné de la pièce est soumis à une contrainte radiale σ_r dirigée suivant le rayon et à une contrainte tangentielle σ_t perpendiculaire au rayon. On a donc, en un point de diamètre d :

I.5.a. DANS L'ARBRE :

$$\sigma_{rA} = -\frac{P_{\max} d_n^2}{d_n^2 - d_i^2} \left(1 - \frac{d_i^2}{d^2} \right)$$

$$\sigma_{tA} = -\frac{P_{\max} d_n^2}{d_n^2 - d_i^2} \left(1 + \frac{d_i^2}{d^2} \right)$$

I.5.b. DANS LE MOYEU :

$$\sigma_{rM} = \frac{P_{\max} d_n^2}{D^2 - d_n^2} \left(1 - \frac{D^2}{d^2} \right)$$

$$\sigma_{tM} = \frac{P_{\max} d_n^2}{D^2 - d_n^2} \left(1 + \frac{D^2}{d^2} \right)$$

Pour éviter toute déformation plastique de la pièce sur laquelle s'exercent ces contraintes, on doit vérifier la condition de résistance : $\sigma_{eq} < \sigma_{limite}$

Où σ_e est la contrainte équivalente qui, en utilisant le critère de Von Misès, est définie par :

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ sont les contraintes principales au point considéré.

La contrainte σ_{limite} est telle que :

$$\sigma_{limite} = \frac{R_e}{s} \quad \text{ou} \quad \frac{R_{p0,2}}{s}$$

R_e est la limite d'élastique (matériau ductile), $R_{p0,2}$ la limite conventionnelle d'élasticité (matériau fragile), s le coefficient de sécurité ($s = 1.25$ selon la norme NF E 22-621).

I.5.c. CONDITIONS DE RESISTANCE DE L'ARBRE

En admettant que les contraintes agissent uniquement dans le plan perpendiculaire à l'axe de la pièce (contraintes planes), on aura alors :

$$\sigma_1 = \sigma_{zA} = 0$$

$$\sigma_2 = \sigma_{rA}$$

$$\sigma_3 = \sigma_{tA}$$

D'où :

$$\sigma_{eqA} = \frac{p_{\max} d_n^2}{d_n^2 - d_i^2} \sqrt{1 + 3 \left(\frac{d_i}{d} \right)^4}$$

La valeur de σ_{eqA} est maximale pour $d = d_i$, soit :

$$\sigma_{eqA \max} = \frac{2 p_{\max} d_n^2}{d_n^2 - d_i^2}$$

La condition de résistance s'exprime alors par la relation :

$$\sigma_{eqA \max} \leq \frac{R_e}{s} \quad \text{ou} \quad \frac{R_{p0,2}}{s}$$

I.5.d. CONDITIONS DE RESISTANCE DU MOYEU

Comme pour l'arbre, on a :

$$\sigma_1 = \sigma_{zM} = 0$$

$$\sigma_2 = \sigma_{rM}$$

$$\sigma_3 = \sigma_{tM}$$

D'où :

$$\sigma_{eqM} = \frac{p_{max} d_n^2}{D^2 - d_n^2} \sqrt{1 + 3 \left(\frac{D}{d} \right)^4}$$

La valeur de σ_{eM} est maximale pour $d = d_n$, soit :

$$\sigma_{eqM} = \frac{p_{max} d_n^2}{D^2 - d_n^2} \sqrt{1 + 3 \left(\frac{D}{d_n} \right)^4}$$

La condition de résistance s'exprime alors par la relation :

$$\sigma_{eqMmax} \leq \frac{R_e}{s} \text{ ou } \frac{R_{p0,2}}{s}$$

I.6. FRETTAGE PAR DILATATION DU DIAMETRE DU MOYEU [1]

I.6.a. VARIATION DIMENSIONNELLE DU MOYEU

$$\Delta D_M = j + \Delta_{max} + \text{lissage}$$

j est le jeu de montage à chaud

I.6.b. ELEVATION DE TEMPERATURE DU MOYEU

$$\Delta T_M = \frac{\Delta D_M}{\lambda_M d_n}$$

λ_M est le coefficient de dilatation linéaire du moyeu.

CHAPITRE II : LE FRETTAGE

II.1. INTRODUCTION

L'objectif de ce chapitre est de voir et de décrire l'opération de frettage et leur performance par rapport aux autres opérations d'assemblage et leur capacité de supporter des pressions de dizaines de MPa, en plus leur pertinence aux grandes vitesses pour les machines tournantes.

On verra que l'absence d'un élément intermédiaire entre les pièces à assembler permet de simplifier le procédé c.à.d. diminué les coûts d'obtention, le diamètre de l'axe doit être plus grande que le diamètre de moyeu de telle façon que l'assemblage soit serré et grâce à la forte pression, l'empêchement de mouvement relatif sera très efficace.

II.2. DESCRIPTION DE FRETTAGE [3]

Les assemblages frettés sont obtenus uniquement par emmanchement serré de deux pièces cylindriques (fig.II.1) ou tronconiques, l'une extérieure, l'autre intérieure. Ils sont très couramment utilisés pour transmettre un couple ou un effort axial d'une pièce à l'autre à cause de leurs nombreux avantages : ils sont faciles à réaliser, ils suppriment les entailles dans l'arbre et le moyeu, ils limitent les concentrations de contrainte et les balourds, etc. cette construction mécanique utilise le frottement obtenu par la pression mutuelle entre les deux pièces et provenant du serrage créé par la différence des diamètres et l'élasticité des matériaux utilisés.

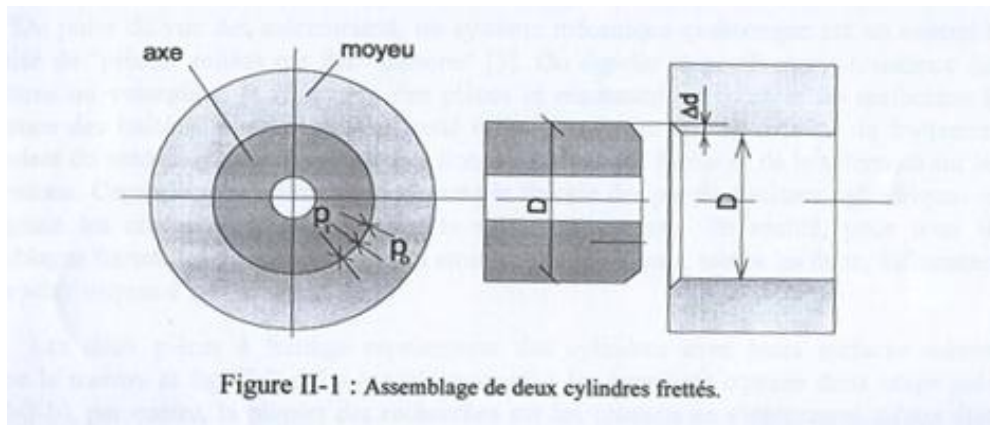
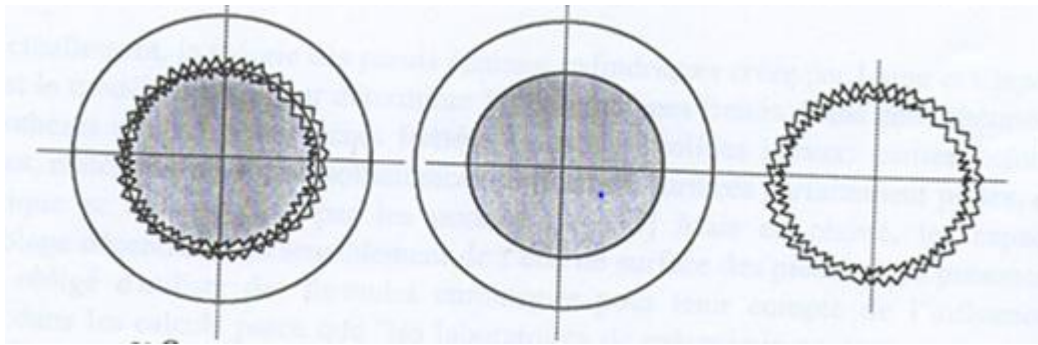


Figure II.1 : assemblage de deux cylindres frettés.

Le frettage peut encore permettre d'élver la resistance des parois epaisses d'enceintes mises sous très haute pression afin d'engendrer des pricontraintes opposées à cette haute pression.

Un assemblage peut être réalisé selon plusieurs procédés différents: en insérant à force et à froid une pièce à une autre ou on utilisant la dilatation thermique. La première méthode peut provoquer un arrachement de matière en surface si la contrainte dépasse la limite d'écoulement. Certains nouveaux procédés tels que l'insertion sous vibration axiale ou avec lubrification par un liquide volatile permettent d'introduire à froid un axe dans un moyeu avec une précision relativement élevée.



a : comportement réel b: model sans 'liaisons' c : model sans 'structures'

Figure II.2 : comparaison entre le comportement réel et les deux modèles théoriques pour calculer un frettage

De point de vue des mécaniciens, un système mécanique quelconque est un ensemble organisé de 'pièces' reliées par des 'liaison'. On appelle respectivement résistance des structures ou volumique la résistance des pièces et résistance de contacts ou surfacique la résistance de liaison. Un assemblage fretté utilise les forces ou les couples de frottement dépendant de serrage qui lui-même est fonction des défauts de forme et de la tolérance sur les dimensions. Cependant on utilise généralement la théorie des parois épaisses cylindriques en négligeant les contacts surfaciques pour le calcul de serrage. En réalité, pour tous les assemblages frettés, les deux résistances de structure et de liaisons, toutes les deux influencent les caractéristiques d'un frettage.

Les deux pièces à frettage représentent des cylindres avec leurs surfaces usinées comme le montre la figure. II.2.a. Le modèle normalisé les considère comme deux corps polis. II.2.b. par contre, la plupart des recherches sur les contacts ne s'intéressent qu'aux états de surface. II.2.c. Sans prendre en compte les conditions à limites existantes dans un assemblage.

Evidement il est impossible de fabriquer les pièces usinées géométriquement parfaites quel que soit le procédé utilisé. Il est donc nécessaire de spécifier les surfaces fonctionnelles pour faciliter la meilleure réalisation en relation avec le prix le moins élevé possible.

Les diverses spécifications normalisées doivent permettre de caractériser séparément que les écarts de formes et de satisfaire les différents besoins fonctionnels des pièces. Les normes classent les états de surfaces en défaut de forme, ondulation et rugosité. Généralement, on vérifie que les défauts de forme sont inférieurs au quart de la tolérance sur les dimensions de la pièce et que la rugosité est encore plus petite. Mais lorsque les pièces sont petites ou que la précision doit être très grande, les tolérances sur les dimensions, les défauts de forme et la rugosité sont de même ordre de grandeur.

II.3. THEORIE DES PAROIS EPAISSES [2]

Actuellement, la théorie des parois épaisses cylindriques créée par Lamé et Clapeyron en 1883, est le modèle utilisé pour déterminer les assemblages frettés. Dans cette théorie, on fait les hypothèses que les deux pièces frettées soient des solides idéaux : petites déformations élastiques, matériaux isotropes, sollicitation uniformes, surfaces parfaitement polies, etc... mais en réalité, les capacités de l'assemblage dépendent très sensiblement de l'état de surface des pièces et en présence on est souvent obligé d'utiliser des formules empiriques pour tenir compte de l'influence de la rugosité dans les calculs.

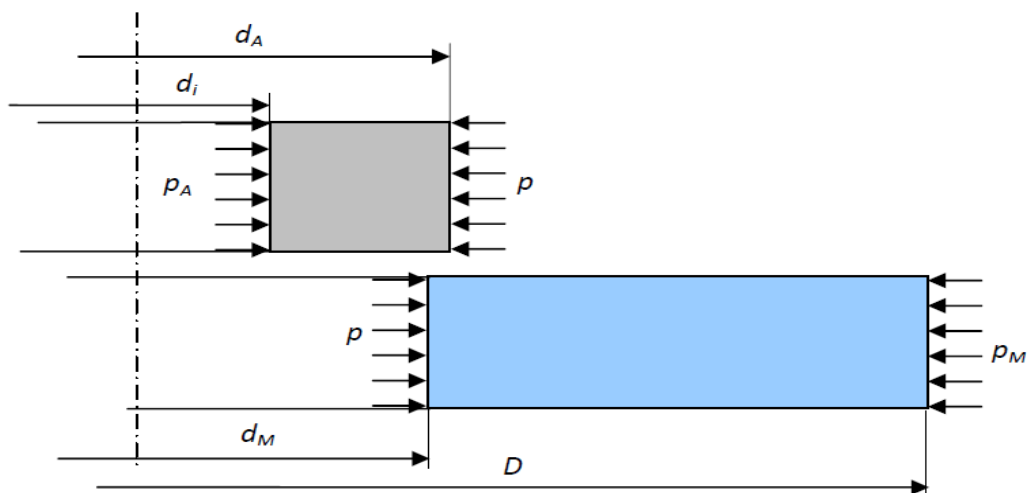


Figure II.3 : Hypothèses géométriques effectuées dans le cadre des modèles normalisés

Celles-ci définissent la notion de serrage Δ donnée par la différence des diamètres extérieur de l'axe (d_A) et intérieur du moyeu (d_M) :

$$\Delta = d_A - d_M \quad (\text{II.1})$$

L'équilibre local permet de définir la relation entre les données géométriques, de chargement extérieur et propriétés matérielles :

$$\frac{\Delta}{d} = \left[\frac{d^4(a_M - a_A) + d^2 D^2(a_A - b_M) + D^2 d_i^2(b_A - b_M) - d^2 d_i^2(b_M + a_A)}{(D^2 - d^2)(d^2 - d_i^2)} \right] - P_M \frac{D^2(a_M - b_M)}{(D^2 - d^2)} - P_A \frac{d_i^2(a_A - b_A)}{(d^2 - d_i^2)} \quad (\text{II.2})$$

Avec

p , pression à l'interface,

- d , diamètre du moyeu,

- d_i , diamètre intérieur de l'axe,

- d_A , diamètre extérieur de l'axe,

- d_M , diamètre extérieur du moyeu,

- a_A, a_M, b_A, b_M , des coefficients fonction des propriétés élastiques des matériaux

$$a_A = \frac{1 - \nu_A}{E_A} ; a_M = \frac{1 - \nu_M}{E_M} ; b_A = \frac{1 + \nu_A}{E_A} ; b_M = \frac{1 + \nu_M}{E_M}$$

Les contraintes dans le moyeu et dans l'axe peuvent alors être calculées à partir de la pression à l'interface, paramètre principal du problème.

Contraintes dans l'axe :

$$\sigma_r = \left[\frac{p_A d_i^2 - p_M D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] - \left[\frac{(p_A - p_M) d_i^2 D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] \frac{1}{d_c^2} - p \frac{d^2}{d^2 - d_i^2} + p \frac{d^2 d_i^2}{(d^2 - d_i^2)} \frac{1}{d_c^2}$$

(II.3.a)

$$\sigma_\theta = \left[\frac{p_A d_i^2 - p_M D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] + \left[\frac{(p_A - p_M) d_i^2 D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] \frac{1}{d_c^2} + p \frac{d^2}{d^2 - d_i^2} - p \frac{d^2 d_i^2}{(d^2 - d_i^2)} \frac{1}{d_c^2}$$

(II.3.b)

Contraintes dans le moyeu :

$$\sigma_r = \left[\frac{p_A d_i^2 - p_M D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] + \left[\frac{(p_A - p_M) d_i^2 D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] \frac{1}{d_c^2} + p \frac{d^2}{d^2 - d_i^2} - p \frac{d^2 d_i^2}{(d^2 - d_i^2)} \frac{1}{d_c^2}$$

(II.4.a)

$$\sigma_\theta = \left[\frac{p_A d_i^2 - p_M D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] + \left[\frac{(p_A - p_M) d_i^2 D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] \frac{1}{d_c^2} + p \frac{d^2}{d^2 - d_i^2} + p \frac{d^2 d_i^2}{(d^2 - d_i^2)} \frac{1}{d_c^2}$$

(II.4.b)

Avec d_c , diamètre pour lequel est calculée la contrainte.

Lorsque l'arbre est plein et lorsque la pression extérieure p_M est nul (cas usuel), ces expressions se simplifient notablement. Cette démarche est toutefois assez éloignée de la réalité; En effet, les caractéristiques de l'assemblage sont très sensibles aux formes géométriques, ceci oblige à avoir des surfaces très précises géométriquement, mais aussi à

l'état des surfaces en contact. Les normes proposent alors des formules empiriques qui ne sont pas aujourd'hui satisfaisantes. Dans ce sens il est essentiel pour contribuer à une meilleure définition des caractéristiques des assemblages obtenus par frettage de prendre en compte le comportement des pièces en contact mutuel.

II.4. PRISE EN COMPTE DU COMPORTEMENT DE LA MACRO GEOMETRIE [3]

Nous avons vu aux paragraphes précédents que la méthode des éléments finis était largement répandue aujourd'hui pour résoudre les problèmes de calcul des structures qui ont des formes complexes. Plus la forme est complexe plus le maillage doit être fin pour obtenir des résultats ayant des incertitudes acceptables. Les moyens de calculs évoluant de jour en jour, la taille des problèmes à traiter ne posent plus guère de problème. Dans ce sens, le défaut de forme peut être facilement intégré dans la définition du maillage, à partir du moment où il a été quantifié.

L'état de surface joue un rôle important mais il est limité à une zone proche de l'interface. On peut donc considérer l'assemblage fretté comme deux ensembles structurels et une interface les reliant. Les données à cette interface dépendent bien des dimensions des pièces, de leurs matériaux constitutifs et des défauts géométriques. Il faut donc envisager de rechercher le comportement de cette interface.

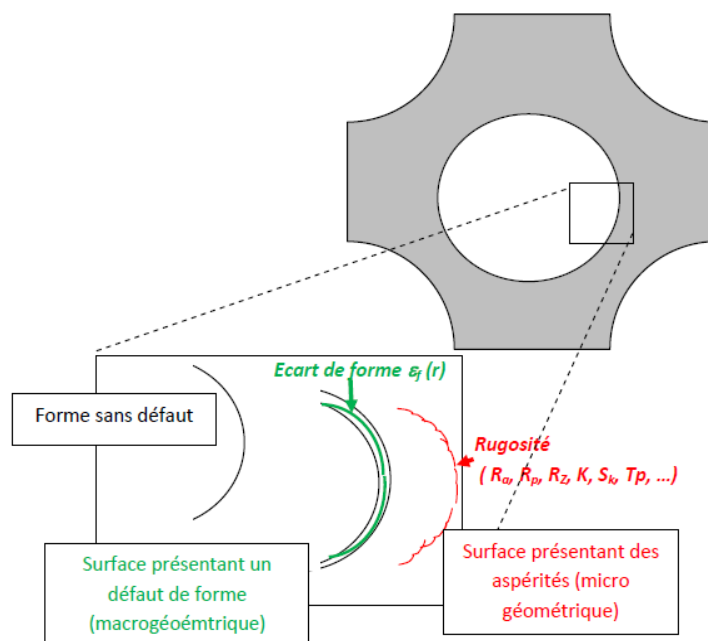


Figure II.4 : principe de la modélisation envisagée : description macro-géométrique

donnée au niveau du maillage et prise en compte du comportement micro-géométrique
dans la loi de contact ou dans un élément spécifique

CHAPITRE IV : LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

IV.1. INTRODUCTION

La méthode des éléments finis fait partie des outils de mathématiques appliquées. Il s'agit de mettre en place, à l'aide des principes hérités de la formulation variationnelle ou formulation faible, un algorithme discret mathématique permettant de rechercher une solution approchée d'une équation aux dérivées partielles (ou EDP) sur un domaine compact avec conditions aux bords et/ou dans l'intérieur du compact. On parle couramment de conditions de type Dirichlet (valeurs aux bords) ou Neumann (gradients aux bords) ou de Robin (relation gradient/valeurs sur le bord).

Il s'agit donc avant tout de la résolution approchée d'un problème, où, grâce à la formulation variationnelle, les solutions du problème vérifient des conditions d'existence plus faibles que celles des solutions du problème de départ et où une discrétisation permet de trouver une solution approchée. Comme de nombreuses autres méthodes numériques, outre l'algorithme de résolution en soi, se posent les questions de qualité de la discrétisation :

- existence de solutions,
- unicité de la solution,
- stabilité,
- convergence,
- et bien sûr : mesure d'erreur entre une solution discrète et une solution unique du problème initial.

On va présenter le cadre général de la méthode des éléments finis, ainsi que le cas pratique le plus courant considérant des équations aux dérivées partielles linéaires dont on cherche une approximation par des fonctions affines.

IV.2. METHODE DES ELEMENTS FINIS [5]

IV.2.a. PRINCIPE GENERAL

La méthode des éléments finis permet donc de résoudre de manière discrète une EDP dont on cherche une solution approchée « suffisamment » fiable. De manière générale, cette EDP porte sur une fonction u , définie sur un domaine. Elle comporte des conditions aux bords permettant d'assurer existence et unicité d'une solution.

Sauf cas particuliers, la discrétisation passe par une redéfinition et une approximation de la géométrie, on considère donc le problème posé sur la géométrie approchée par

un domaine polygonal ou polyédrique par morceaux. Une fois la géométrie approchée, il faut choisir un espace d'approximation de la solution du problème, dans la MEF, cet espace est défini à l'aide du maillage du domaine (ce qui explique aussi pourquoi il est nécessaire d'approcher la géométrie). Le maillage du domaine permet d'en définir un pavage dont les pavés sont les éléments finis. Un élément fini est la donnée d'une cellule élémentaire et de fonctions de base de l'espace d'approximation dont le support est l'élément, et définies de manière à être interpolantes

Bien qu'il existe de nombreux logiciels exploitant cette méthode et permettant de « résoudre » des problèmes dans divers domaines, il est important que l'utilisateur ait une bonne idée de ce qu'il fait, notamment quant au choix du maillage et du type d'éléments qui doivent être adaptés au problème posé : aucun logiciel ne fera tout pour l'utilisateur, et il faut toujours garder un œil critique vis-à-vis de solutions approchées. Pour cela il existe des indicateurs d'erreur et des estimateurs d'erreur qui permettent d'ajuster les différents paramètres.

La solution trouvée, il reste cependant à déterminer les caractéristiques de la méthode ainsi développée, notamment l'unicité de l'éventuelle solution ou encore la stabilité numérique du schéma de résolution. Il est essentiel de trouver une estimation juste de l'erreur liée à la discrétisation et montrer que la méthode ainsi écrite converge, c'est-à-dire que l'erreur tend vers 0 si la finesse du maillage tend elle aussi vers 0.

Dans le cas d'une EDP linéaire avec opérateur symétrique (comme l'est l'opérateur laplacien), il s'agit finalement de résoudre une équation algébrique linéaire, inversible dans le meilleur des cas.

IV.2.b. DIMENSIONS

Ici la méthode des éléments finis peut se développer en deux dimensions à valeurs réelles. On suppose que les équations étudiées sont des équations différentielles d'ordre deux.

La méthode est généralisable à des cadres d'espaces de dimension différente ou pour des équations aux dérivées partielles d'ordre supérieur :

Les cas où la dimension de la solution serait plus grande se traitent de façon similaire mais nécessitent des écritures plus complètes ; les cas les plus couramment rencontrés sont la dimension 1, 2 ou 3 (pour des problèmes de mécanique),

Les degrés de différentiation supérieurs sont ramenés à un degré moindre par la méthode classique de réduction de degré : on fait intervenir des variables supplémentaires, c'est-à-dire des dérivées partielles des variables de départ

Bien que théoriquement la méthode soit transposable en dimensions supérieures du support, techniquement la complexité de création des discrétisations croît avec la dimension... et pratiquement, on résout rarement des problèmes en dimensions supérieures à 3 — y compris des problèmes de dynamique en espace à 3 dimensions qui pourraient être traités en quatre dimensions mais sont traités en réalité avec une méthode mixte éléments finis « en espace » et en différences finies « en temps ».

IV.2.c. CHOIX D'UN MAILLAGE ET DISCRETISATION

IV.2.c.1. Choix d'un maillage

La méthode des éléments finis repose sur un découpage de l'espace selon un maillage. D'habitude l'on choisit un maillage carré ou triangulaire mais rien n'interdit de choisir des maillages plus complexes. Il n'est pas non plus nécessaire que le maillage soit régulier et l'on a tendance à resserrer le maillage près des endroits d'intérêt (par exemple aux endroits où l'on pense que la solution va beaucoup varier) ; cependant, il faut veiller à avoir des éléments faiblement distordus (se rapprocher d'un polygone régulier). Plus ce maillage est resserré, plus la solution que l'on obtient par la méthode des éléments finis sera précise et proche de la « vraie » solution de l'équation aux dérivés partielles.

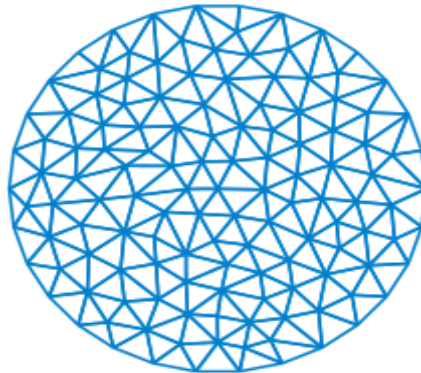


Figure : III.1. Choix d'un maillage

IV.2.c.2. Fonctions de base

On doit après prendre une base de fonctions « adaptées » au maillage. Plusieurs choix sont alors possibles. En général, les fonctions de base utilisées pour les éléments finis sont interpolantes, c'est-à-dire que les valeurs nodales sont les valeurs des grandeurs inconnues aux nœuds.

La plus simple est l'emploi des polynômes de Lagrange. Dans cette méthode les fonctions de base valent 1 à un nœud du maillage et 0 à tous les autres. La fonction

de base i est alors la fonction valant 1 au nœud i et 0 sur les autres nœuds et qui est polynomiale sur chaque élément. Un exemple de telles fonctions est représenté en dimension 1 à côté. Il y a autant de fonctions de base par élément que de nombre de nœuds.

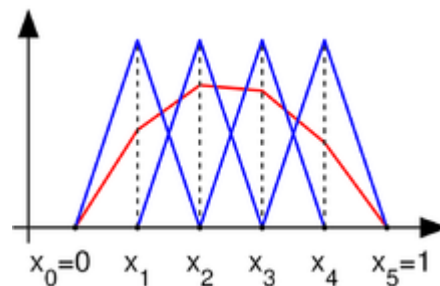


Figure III.2. Fonction de base en dimension 1

. Les x_i sont les nœuds du réseau.

On appelle élément la donnée d'une géométrie (souvent polygonale en 2D, polyédrique en 3D) et de fonctions de base associées à cette géométrie.

D'autres solutions peuvent exister pour les fonctions de base. On cite ici un seul exemple les éléments finis d'Hermite qui ont la particularité d'avoir deux fonctions de base associées à chaque nœud. Dans cette version, la valeur de la solution est ajustée avec la première fonction alors que la deuxième permet d'ajuster la valeur de la dérivée. Ce type de fonctions de base peut avoir un intérêt pour la résolution de certaines équations aux dérivées partielles (par exemple l'équation des plaques en mécanique des milieux continus), même si elle nécessite d'avoir deux fois plus de fonctions pour un maillage donné.

IV.2.d. QUELQUES ELEMENTS CLASSIQUES

EN 2D

- triangles de degré 1, (triangles à 3 nœuds, fonctions linéaires)
- triangles de degré 2 (triangles à 6 nœuds, polynômes de degré 2)
- quadrangles de degré 1 (carrés à quatre nœuds, fonctions linéaires)
- quadrangles de degré 2 (carrés à 8 ou 9 nœuds, polynômes de degré 2)

EN 3D

- tétraèdre de degré 1, (quatre nœuds, linéaires)
- cube de degré 1, (huit nœuds, linéaire)

IV.2.d.1) Principe

1. Le milieu continu est « idéalisé » par la subdivision en un nombre fini d'éléments dont le comportement est représenté par un nombre finis de paramètres.
2. La résolution du problème global, obtenu par assemblage des éléments, suit les règles qui régissent les structures discrètes.

IV.2.d.2) Les difficultés

- D'ordre théorique : formulation des éléments
- D'ordre pratique :
 - Discrétisation du milieu continu (maillage)
 - Qualité des résultats (convergence de la méthode)

IV.2.e) DOMAINES D'APPLICATION

- Calcul de structures
- étude des contacts
- électricité
- électromagnétisme
- hydraulique
- aérodynamique
- finance
- Ingénierie
- Biomédicale

IV.2.f. DEFINITION D'UN ELEMENT FINI

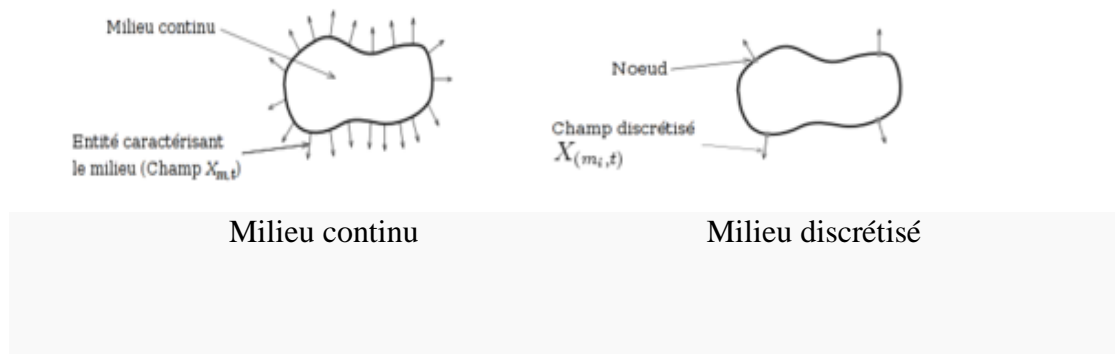
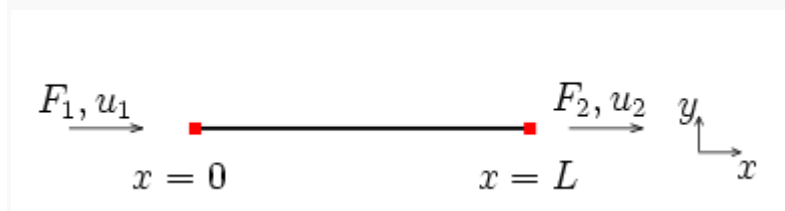


Figure III.3. Définition d'un élément fini

En calcul de structures, un élément fini est caractérisé par deux matrices :

- La matrice de raideur $[K]$
- La matrice de masse $[M]$

Exemple de formulation : Barre en traction**Figure III.4.** Exemple de formulation : Barre en traction**IV.3. LOGICIELS D'ELEMENTS FINIS**

Quelques exemples de logiciels utilisant la méthode des éléments finis en mécanique des structures :

- **ABAQUS** : logiciel pluridisciplinaire développé par la société Simulia (Dassault Systèmes)
- **ANSYS** : logiciel pluridisciplinaire développé par Ansys
- **CAST3M** : logiciel pluridisciplinaire français développé par le CEA (gratuit pour l'enseignement et la recherche)
- **ASTER** : logiciel pluridisciplinaire libre français développé par EDF
- **COMSOL Multiphysics (en)** : logiciel élément finis alliant généricité (mécaniques des fluides, électromagnétisme, mécanique des structures, thermique) et puissance de calcul, permettant notamment d'étudier un nombre illimité d'interactions entre différentes physiques (fluide caloporteur par exemple),
- **CosmosWorks** : Logiciel Franco-Américain appartenant à SolidWorks qui lui-même appartient à Dassault
- **Dytran** : logiciel américain développé par MSC.Software
- **EuroPlexus** : logiciel français
- **Flux2D/3D** : logiciel 2D&3D éléments finis français (développé en collaboration avec le GE2Lab) permettant le calcul des états magnétiques, électriques ou thermiques en régimes permanents, harmoniques et transitoires, avec des fonctionnalités d'analyse multi-paramétrique étendue, les couplages circuit et cinématique.
- **FreeFem++** : logiciel pluridisciplinaire libre.

- **Getfem++** : logiciel pluridisciplinaire libre (avec dominante mécanique des structures).
- **ICAB** : logiciel de calcul pour poutres et coques avec vérifications réglementaires selon Document technique unifié DTU France (NV65, CM66, AL76, CB71...), Eurocodes, AISC américain
- **IMPETUS Afea Solver** : logiciel de calcul de grandes déformations utilisant des éléments finis isogéométriques d'ordre 3.
- **JMAG** : logiciel Japonais (distribué en Europe par Powersys) permet un couplage entre les analyses électromagnétiques et structurelles.
- **LS-DYNA** : logiciel de dynamique rapide américain
- **Marc** : logiciel de grandes déformations américain développé par MSC.Software
- **Morfeo** : logiciel belge
- **MSC.Nastran** : logiciel Pluridisciplinaire américain développé par MSC.Software
- **NX.Nastran** : logiciel développé par Siemens
- **PAM-CRASH** : logiciel de dynamique rapide (crash) développé par la société française ESI
- **PAM-STAMP** : logiciel de simulation d'emboutissage et de mise en forme de tôle, développé par la société française ESI
- **PERMAS** : logiciel pluridisciplinaire développé par la société allemande INTES GmbH, basée à Stuttgart.
- **Radioss** : logiciel pluridisciplinaire développé par la société américaine Altair
- **ROBOT MILLENIUM** : logiciel français développé par ROBOBAT pour le calcul de structures de type génie civil et bâtiment, il est intégré ensuite par AutoDesk
- **SAMCEF** : logiciel pluridisciplinaire belge
- **Structurix** : Programme gratuit de calcul de résistance des matériaux. Il permet de résoudre des problèmes 2D et 3D avec des éléments : barres et poutres. Des problèmes 2D avec des éléments triangulaires. Des problèmes de flexion des plaques à l'aide d'éléments rectangulaires.
- **ZeBuLoN** : logiciel pluridisciplinaire développé par MINES ParisTech, l'ONERA et NorthWest Numerics, spécialisé dans les comportements non linéaires des matériaux
- **SYSWELD** : logiciel de Thermo-mécano-métallurgie français basé sur SYSTUS développé par la société ESI

CHAPITRE IV : DEFAUT DE FORME ET MODELISATION

I. INTRODUCTION

Le comportement d'un serrage est non seulement lié aux tolérances des deux éléments à assembler, mais aussi de leurs défauts de forme et d'état de surface.

Le défaut de forme, objet dans ce travail, a une influence très importante sur le serrage. Dans les références [BOUTOUTAOU, SIALA], on montre qu'un défaut de forme élevé lui correspond un serrage élevé. D'où l'intérêt de s'y intéresser de plus près pour un dimensionnement correct de l'assemblage. Ne pas tenir compte des défauts de forme présente l'inconvénient d'être obligé de fabriquer les surfaces des pièces assemblées avec une grande précision pour être en accord avec les calculs. Ceci accroît les coûts de production et nécessite l'emploi de procédé de finition tel que la rectification ou autre procédé plus coûteux (superfinition, rodage, etc.).

Il introduit des pressions de contact différentes d'un point à l'autre de la zone de contact dû au fait que les rayons aux point de contact sont différents. Comme sur les pièces usinées, il présente un caractère aléatoire, on recourt à sa modélisation pour pouvoir l'étudier. Il sera défini par un modèle mathématique permettant de faire varier son amplitude (valeur du défaut de forme) et sa périodicité (pas et forme).

II. DEFAUT DE FORME [1]

On entend par éléments dimensionnels lisses, des pièces mécaniques dont les surfaces fonctionnelles sont cylindriques (arbres ou alésages), sphériques, coniques ou planes.

Le tolérancement dimensionnel de ces éléments géométriques obéit à une normalisation dimensionnelle internationale établie par le système de normalisation I.S.O (International System Organisation).

Les autres surfaces telles que celles d'une denture d'engrenage ou les flancs de la surface hélicoïdale d'un filetage ne sont pas considérées comme éléments lisses. Le tolérancement de leurs éléments fonctionnels est régi par des normes spécifiques pouvant être établies uniquement à l'échelle nationale.

A noter que les diamètres des bagues intérieure et extérieure d'un roulement, bien qu'ils sont des surfaces cylindriques lisses, n'obéissent pas à la même normalisation des éléments lisses courants; les roulements sont régis par des normes spécifiques.

Il est donc impossible de réaliser avec exactitude les cotes, les formes ou leur position relative et la qualité de surface d'une pièce. Il faut alors autoriser, pour les besoins d'une fabrication économique et pour assurer l'interchangeabilité des pièces, des tolérances (ou écarts) sur la cote nominale, la forme géométrique nominale et la qualité de surface.

Les cotes nominales indiquées sur le plan d'exécution doivent donc toujours être accompagnées de la mention de tolérance de fabrication. Aux cotes dites libres (sans indication de tolérances), on applique des tolérances générales. Dans le système I.S.O, ces tolérances sont normalisées.

En plus des tolérances de côtes, il y a lieu d'indiquer également :

- les tolérances de forme, tels que défauts de rectitude, de planéité, de circularité, de cylindricité ...etc.
- les tolérances de position, tels que défauts d'équerrage, de parallélisme, de localisation, de symétrie...etc.

Les défauts de forme sont indiqués par des symboles normalisés.

Puisque l'assemblage que nous considérons s'effectue entre deux pièces cylindriques, le défaut de forme peut être un défaut de circularité ou de cylindricité ou les deux à la fois. Dans ce travail, nous admettons une cylindricité parfaite, donc seul le défaut de circularité qui sera pris en compte.

D'une manière commune à tous les calculs, le comportement de l'axe est supposé élastique avec une géométrie parfaite sans défaut. Le comportement de la bague est aussi élastique avec un alésage de défaut de forme périodique de période T et d'amplitude *ample*.

Il y a des formes mathématiques pour tracer le cercle:

La forme [1]:

$$\rho(\Theta)=0.5 [(R1+R2) + (R1-R2) \cos (nt)] \dots \dots \dots (1)$$

D'où :

R1: le rayon maximum de l'alésage

R2 : le rayon minimum de l'alésage

n : nombre de lobes

t=0 : 2π

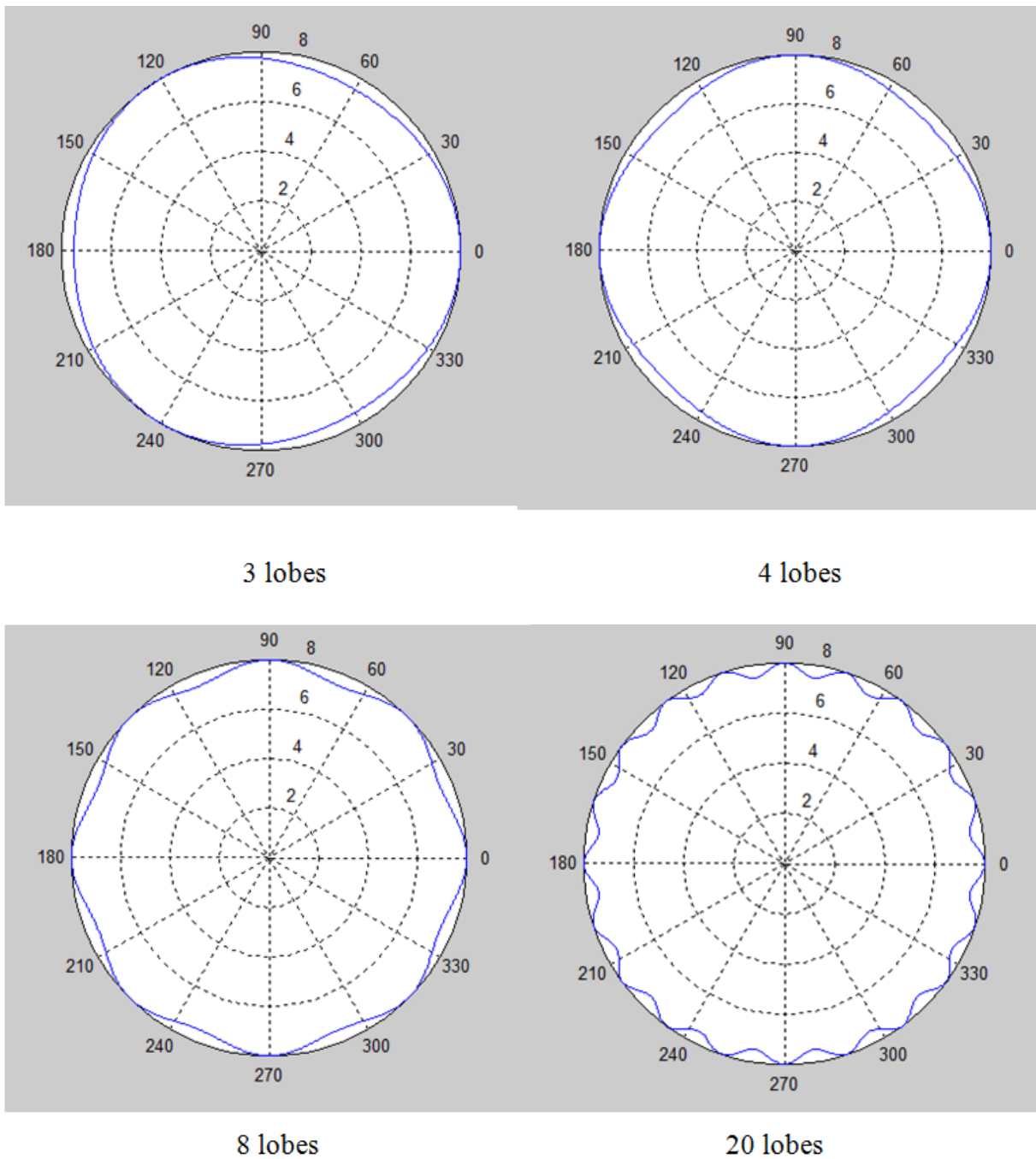


Figure IV.1 : forme intérieure de l'alésage pour la forme (1)

Au voisinage de l'interface de contact du moyeu et de l'arbre, la taille respective des éléments est de (0.05mm x 0.05mm) pour le moyeu et (0,05mm x 0,05mm) pour l'axe. Une taille plus importante a été choisie sur le reste des éléments pour limiter la dimension du problème.

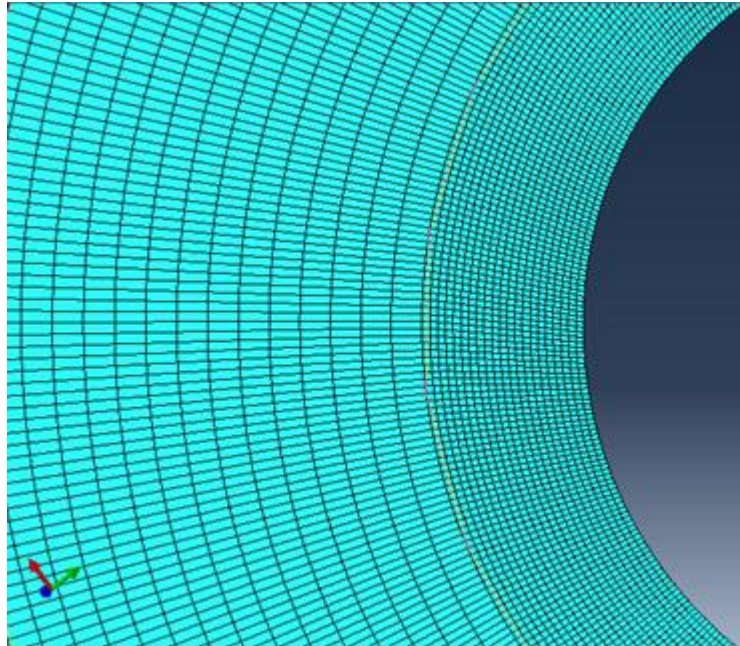


Figure IV.3: détail du maillage du moyeu

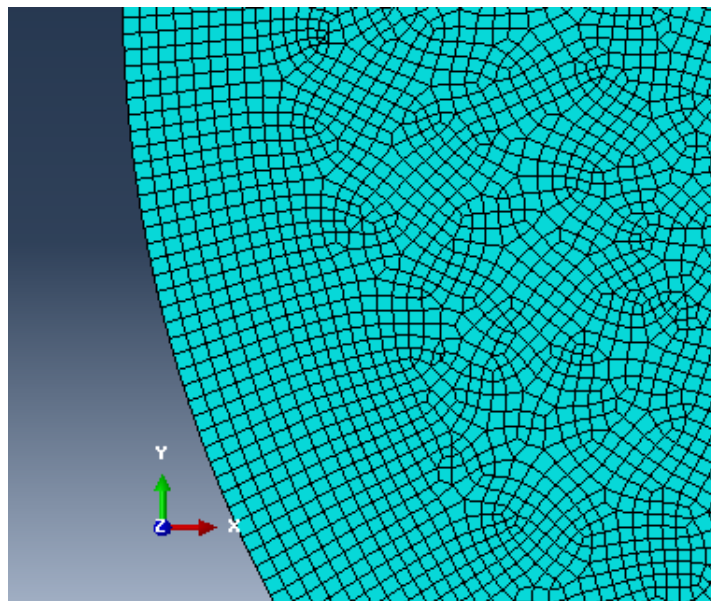


Figure IV.4: détail du maillage de l'axe

IV. CONDITIONS AUX LIMITES :

Les conditions aux limites pour le frettage sont définies par un blocage axial de la surface extérieure du moyeu et un blocage dans toutes les directions du centre de l'axe, comme le montre la figure II.5.

Les conditions aux limites pour l'opération de la torsion sont définies par une rotation nulle de la surface extérieure de l'alésage, et une petite rotation de 0,043 radians ($2^{\circ}28'$) de l'arbre.

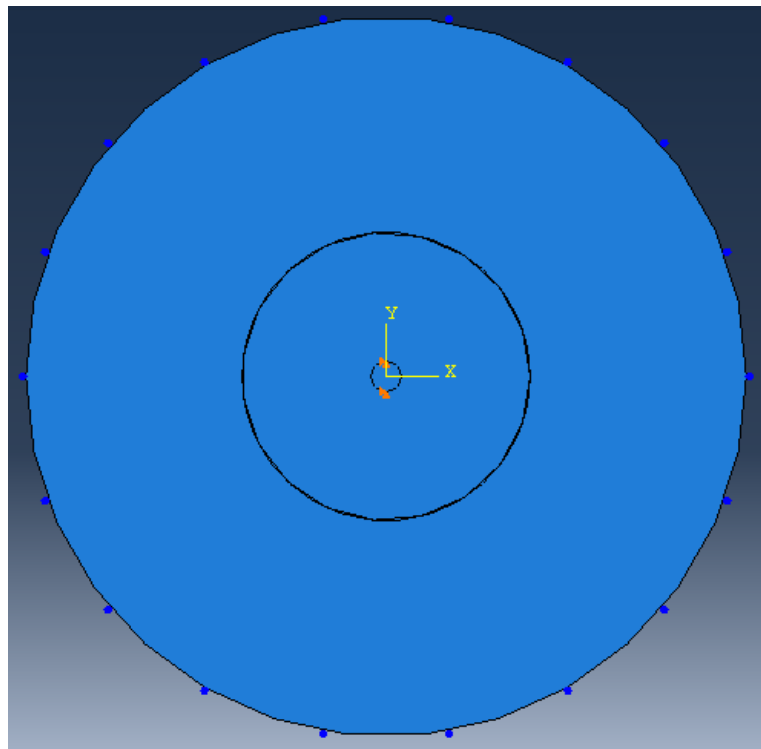


Figure II.5 conditions aux limites du modèle d'assemblage fretté

CHAPITRE V : SIMULATION ET INTERPRETATIONS

INFLUENCE DU DEFAUT DE FORME SUR LES CARACTERISTIQUES DE L'ASSEMBLAGE FRETTE

1. INFLUENCE SUR LES DEPLACEMENTS, LA PRESSION ET LES CONTRAINTES

1.a) Répartition des déplacements à l'interface

Les figures (V.1, V.2, V.3) représentent la Répartition des déplacements à l'interface des différents cas des défauts.

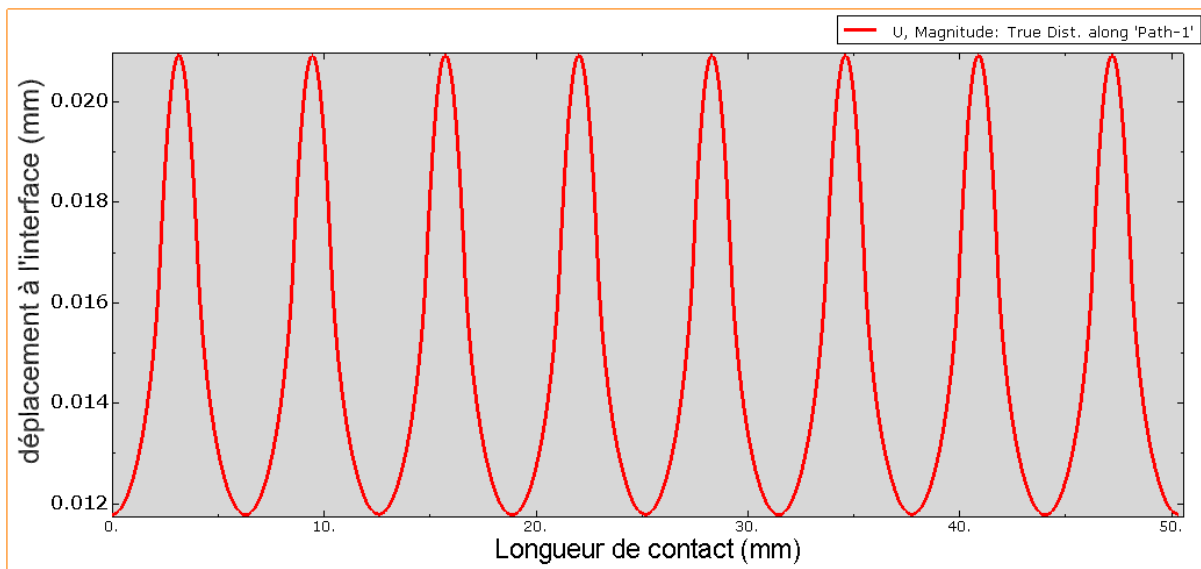


Figure V.1 : Répartition de déplacement à l'interface pour un défaut présentant 8 lobes avec $r=25\text{mm}$ d'un serrage de 0.01mm , $\varepsilon=0.03$

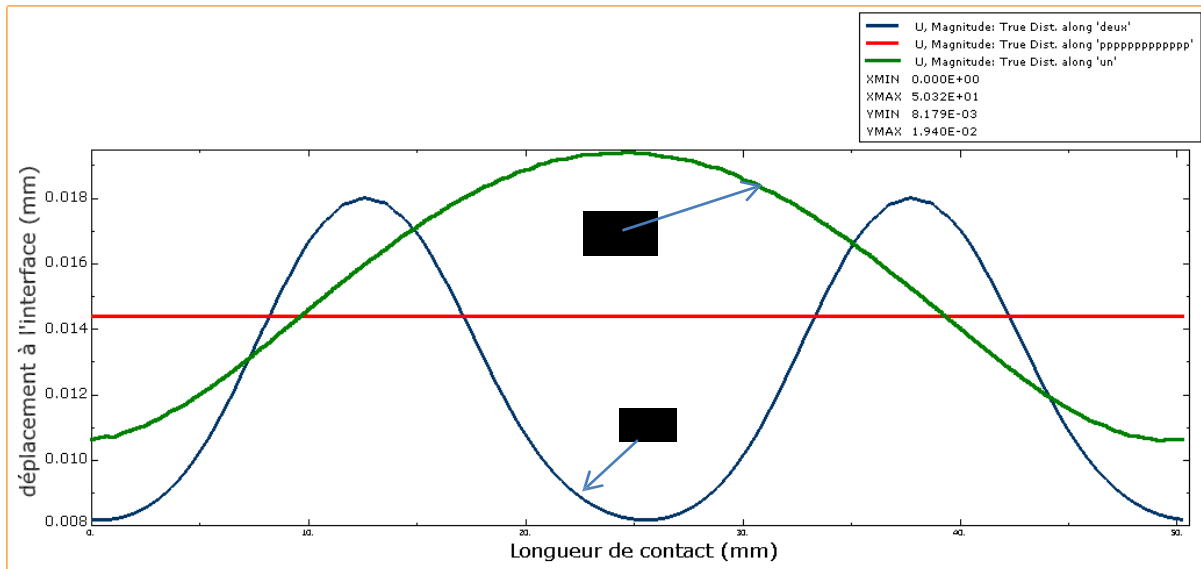


Figure V.2: Répartition des déplacements à l’interface pour un défaut présentant 1 lobe (courbe 1) et 2 lobes (courbe 2) avec $r=8.005$ d’un serrage de 0.01mm, $\epsilon=0.03$

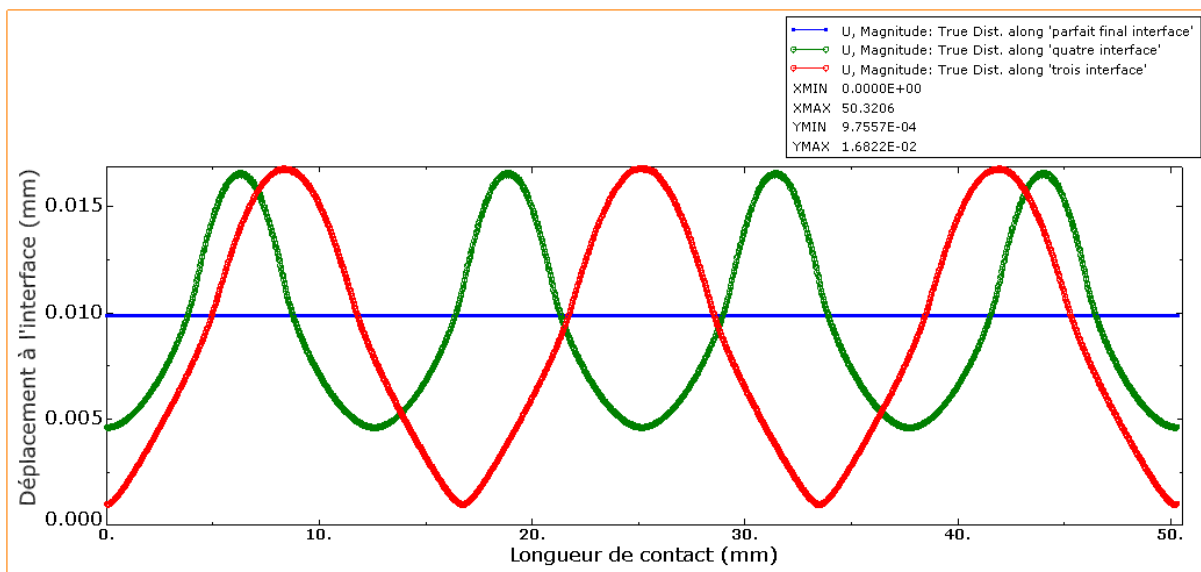


Figure V.3 : Répartition des déplacements à l’interface pour un défaut présentant 3 et 4 lobes avec $r=8.02$ d’un serrage de 0.02mm. $\epsilon=0.03$

On remarque que la variation des déplacements à l’interface suit la forme et la période du défaut par rapport au cas parfait (sans défaut).

On remarque aussi que le nombre de lobes influe sur la valeur et l’allure des déplacements. Valeur maximale au sommet de lobe et la valeur minimale au bas de lobe.

1. b. Répartition des pressions a l'interface

Les figures V.4 et V.5 illustrent la répartition des pressions à l'interface.

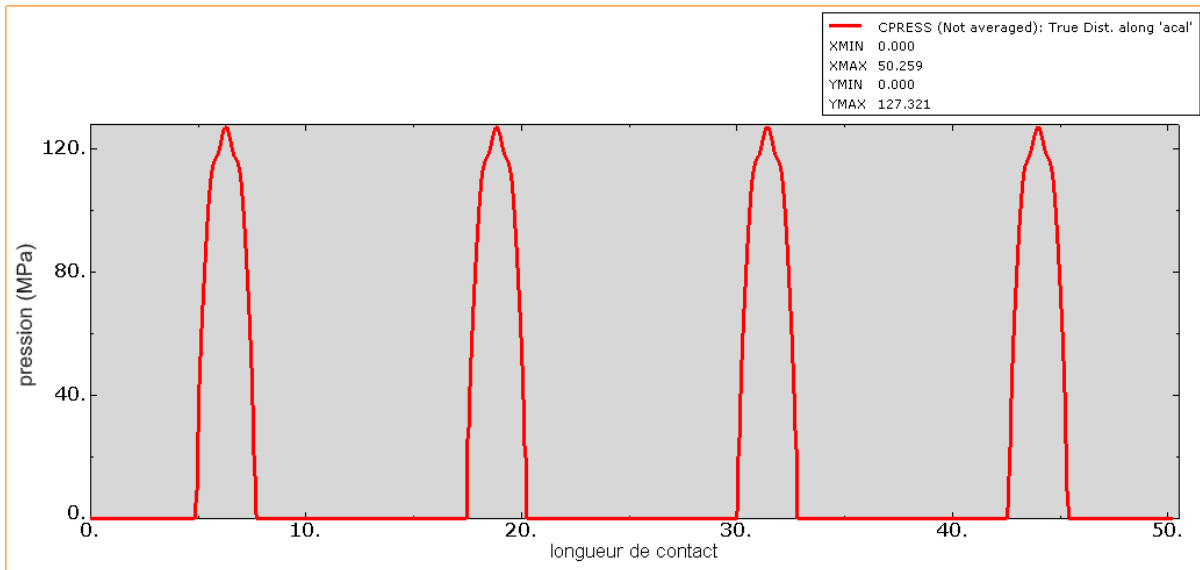


Figure V.4: Répartition des pressions à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes avec $r=7.985, \epsilon=0.03$

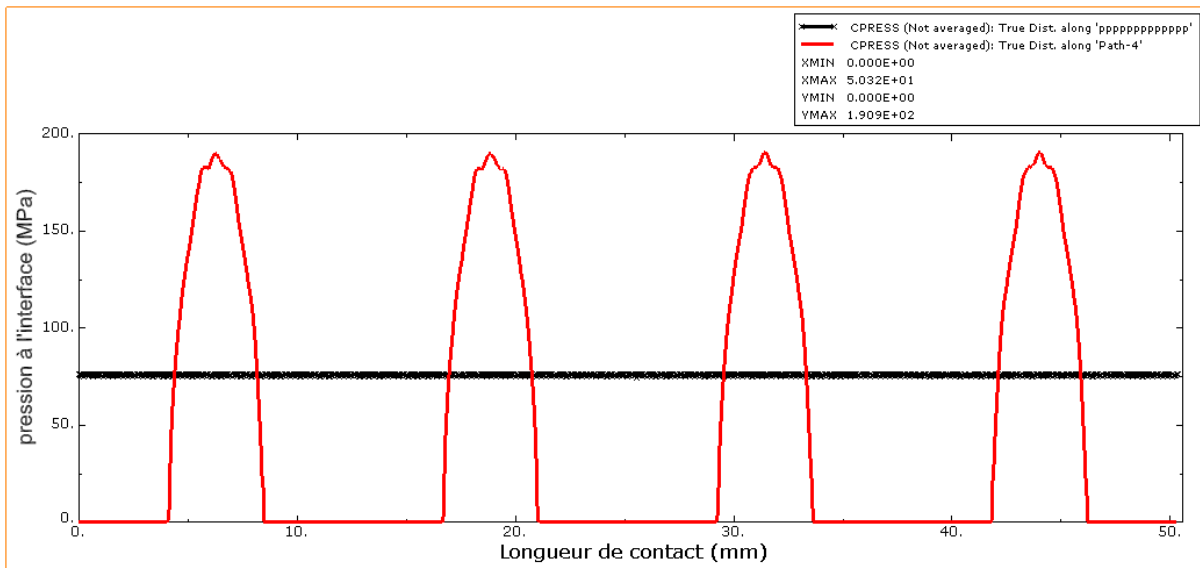


Figure V.5: Répartition des pressions à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes

Avec $r=8.00, \epsilon=0.03$.

La pression est constante au cas d'une géométrie parfaite. Par contre elle varie en présence du défaut de forme. Elle peut être nulle dans le cas où les deux surfaces ne sont pas localement en contact.

1.c) Répartition des contraintes de Von mises

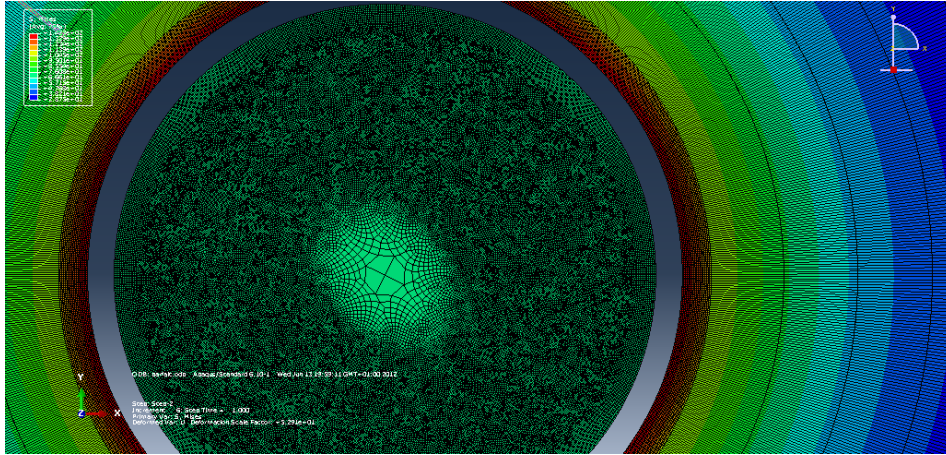


Figure V.6 : Déformation de l'alésage pour l'état parfait

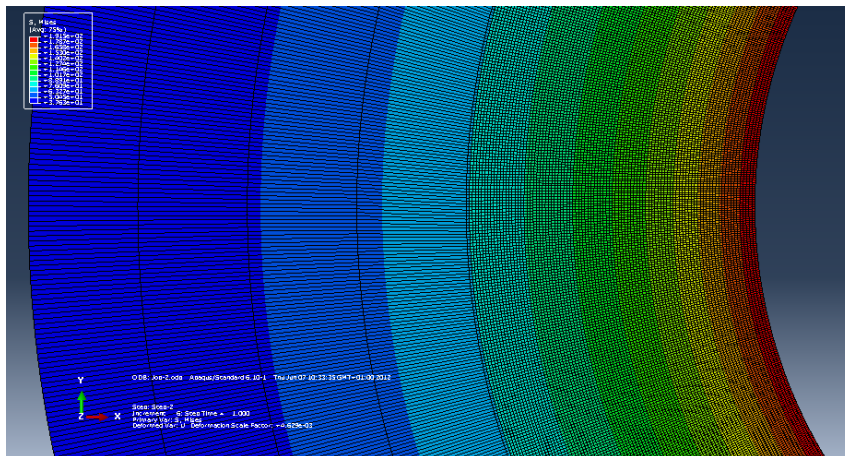
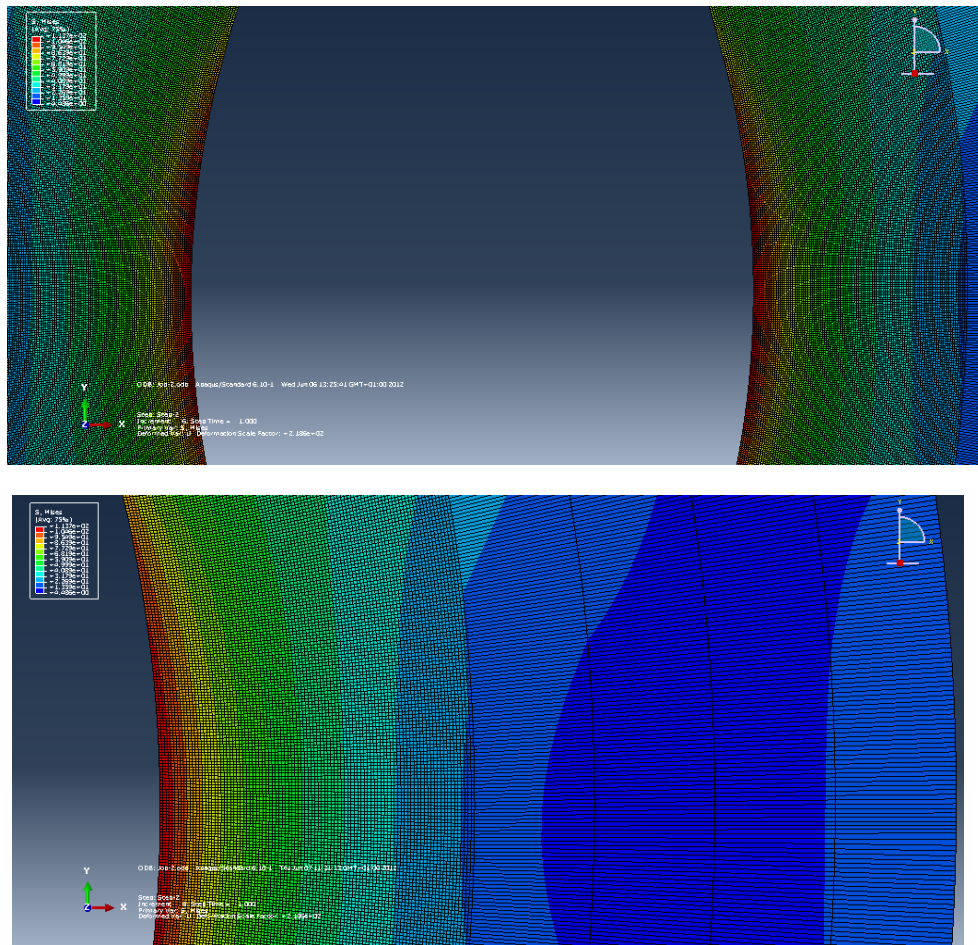
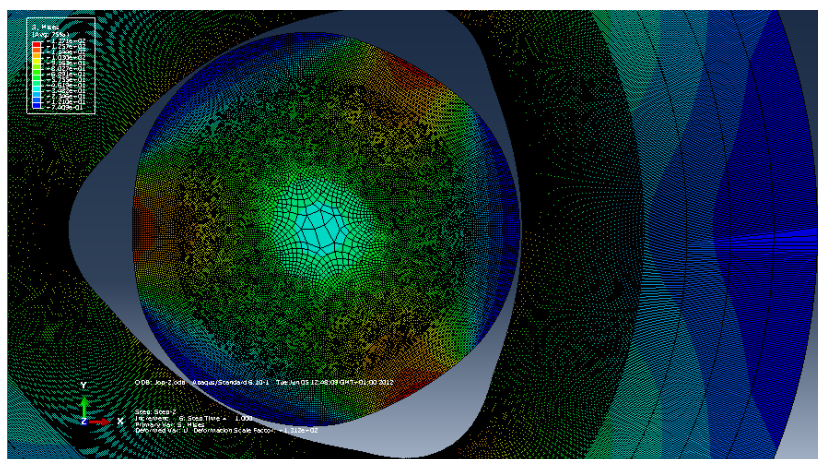


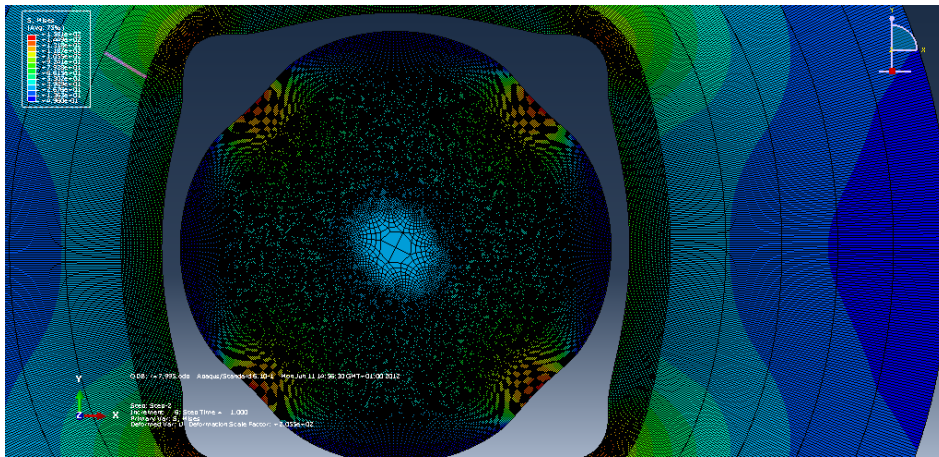
Figure V.7 : Cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu pour l'état parfait.



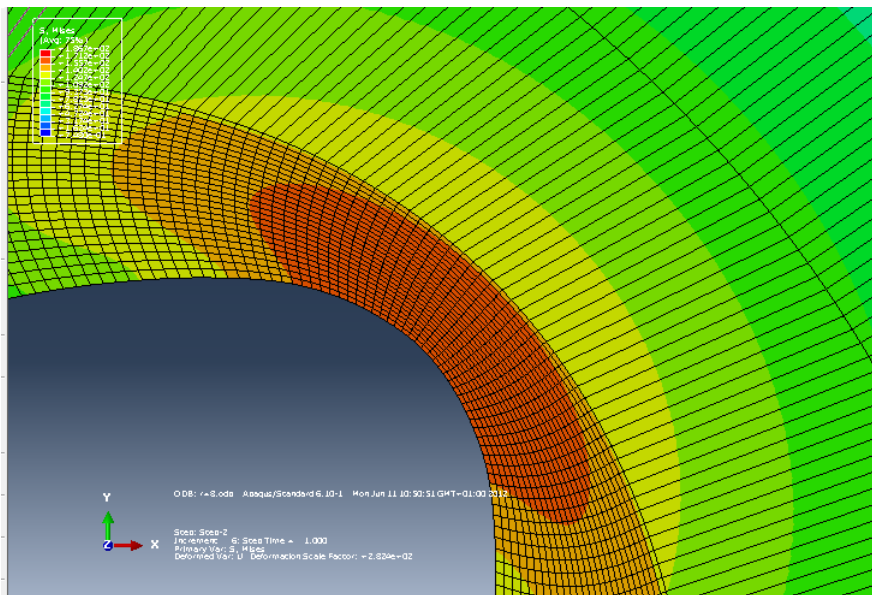
FigureV.8 : Cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu pour l'état de défaut de forme à 2 lobes



FigureV.9 : Déformation de l'alésage à 3 lobes



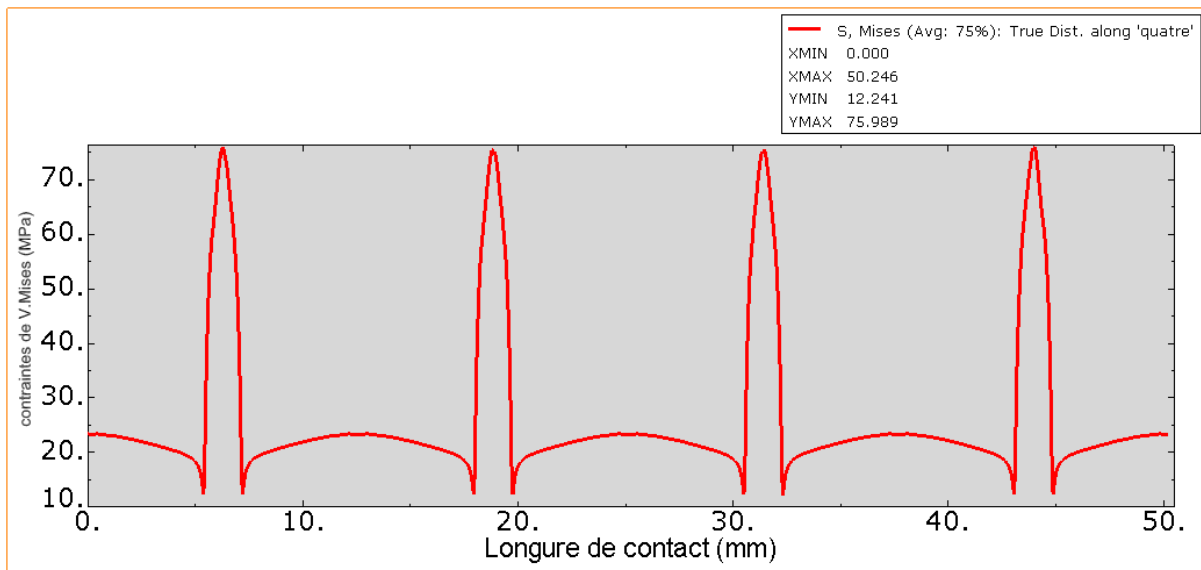
FigureV.10 : Déformation de l'alésage pour l'état parfait



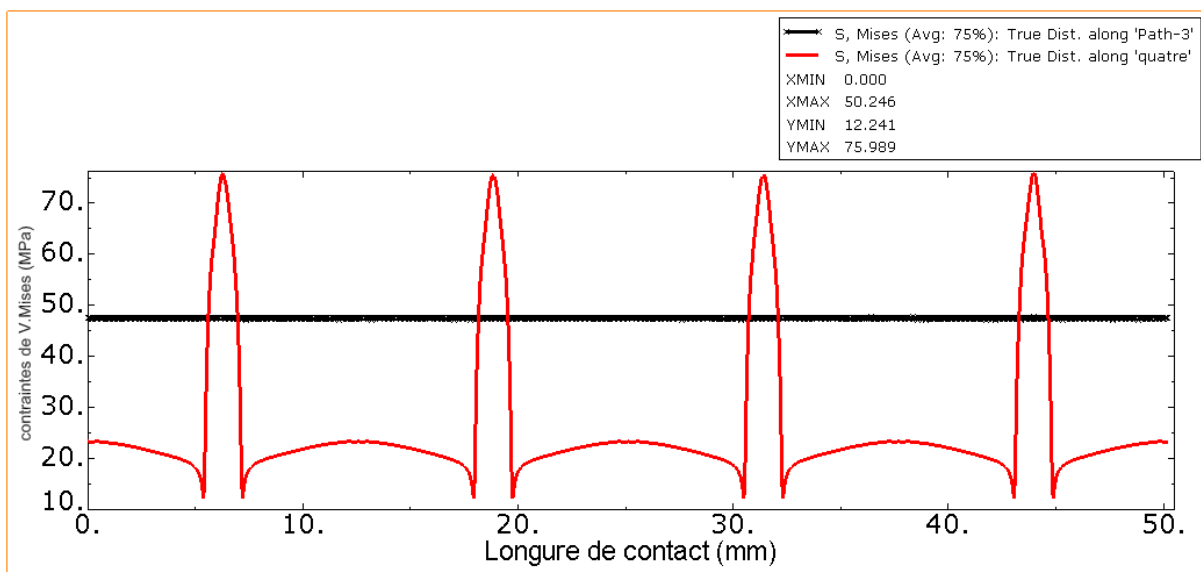
FigureV.11: Cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu pour l'état de défaut de Forme de 30 microns et 4 lobes avec $r=8.01$, $\epsilon=0.03$

On remarque que le défaut de forme impacte fortement les contraintes de Von Mises. Celles-ci sont maximales au niveau des lobes du défaut de forme.

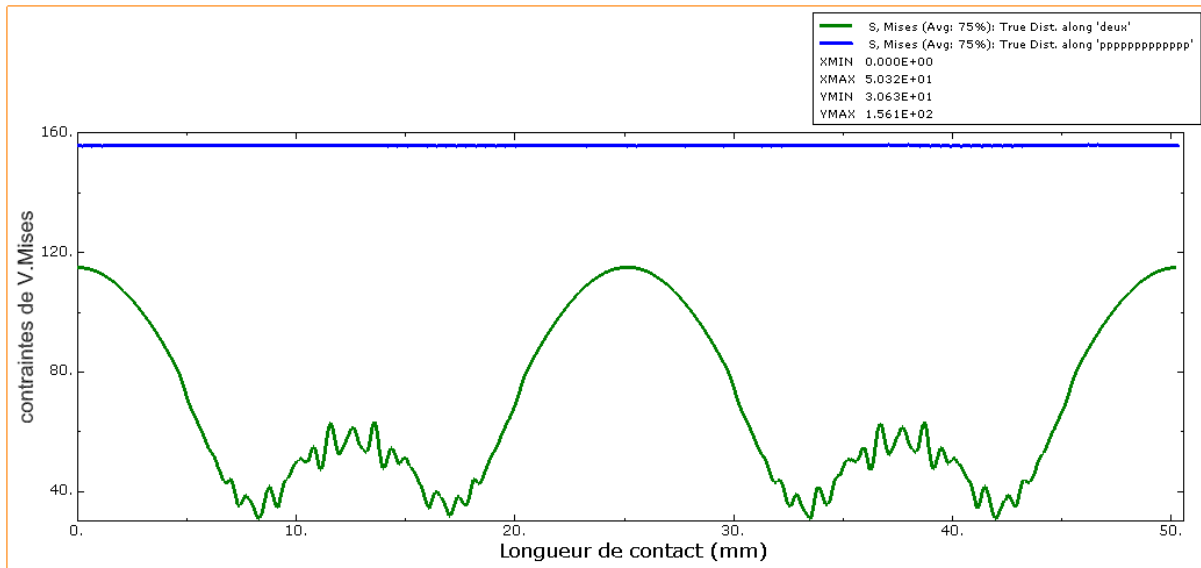
La forme extérieure influence peu cette répartition dans la zone proche de l'interface.



FigureV.12 : Répartition des contraintes de V. Mises à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes avec $r=7.985$, $\epsilon=0.03$



FigureV.13 : Répartition des contraintes de V. Mises à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes (vert), sans défaut (rouge) avec $r=7.985$, $\epsilon=0.03$.



FigureV.14 : Répartition des contraintes de V. Mises à l'interface pour un défaut présentant 2 lobes (vert), sans défaut (ligne Blue) avec $r=8$, $\epsilon=0.03\text{mm}$. serrage de 20 microns

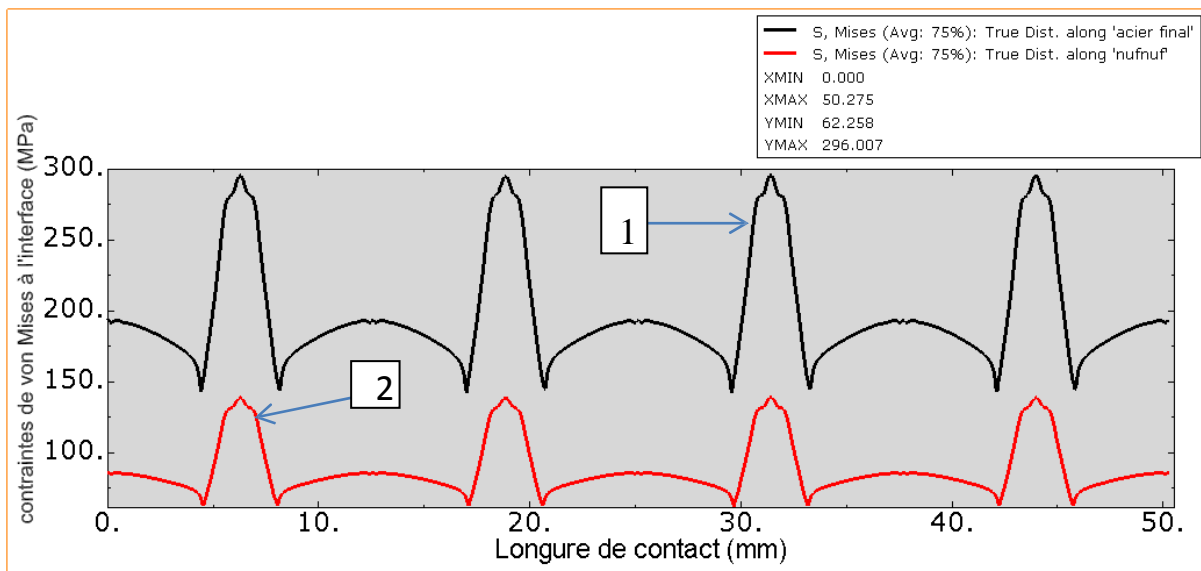
On remarque qu'il y a une discontinuité au bas des lobes c'est dû au maillage, il n'est pas rencontré au bas des lobes, aussi peut être les surfaces au bas des lobes ne sont pas localement en contact.

2. INFLUENCE DE LA NATURE DE MATERIAU

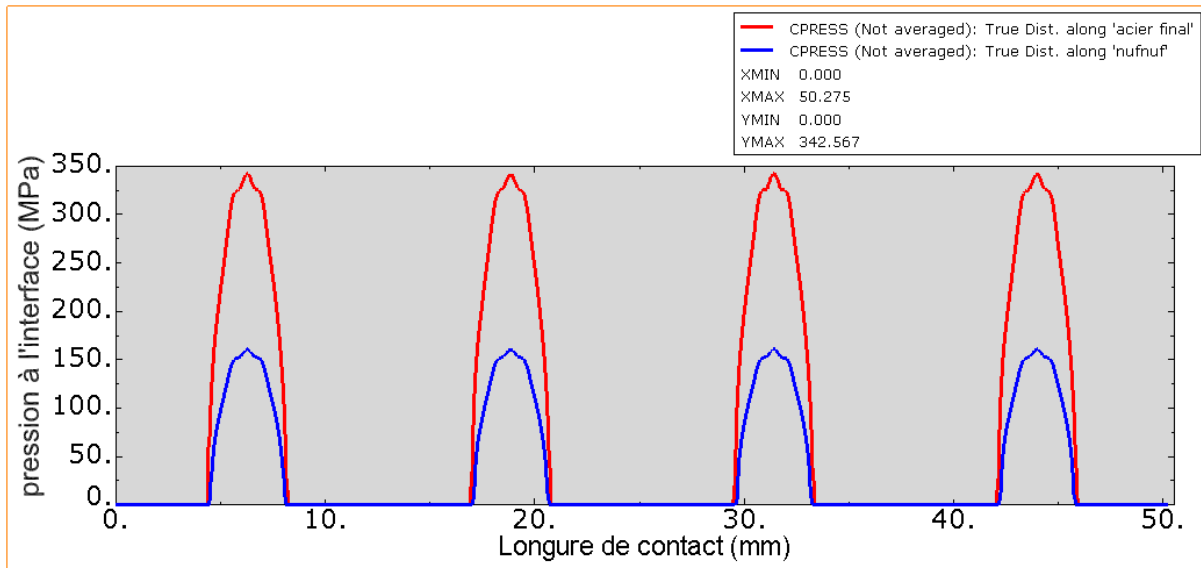
Si on change le matériau, les caractéristiques du matériau vont changer tel que la dureté, le coefficient de poisson, le module d'Young, etc.

Les figures ci-dessous permettent une comparaison des pressions et des contraintes de Von Mises entre les assemblages acier /acier, et acier/Aluminium. On y remarque que dans le premier cas, les valeurs sont presque doubles par rapport au second.

Donc la nature du matériau influe directement sur les caractéristiques du serrage pour le même défaut de forme.



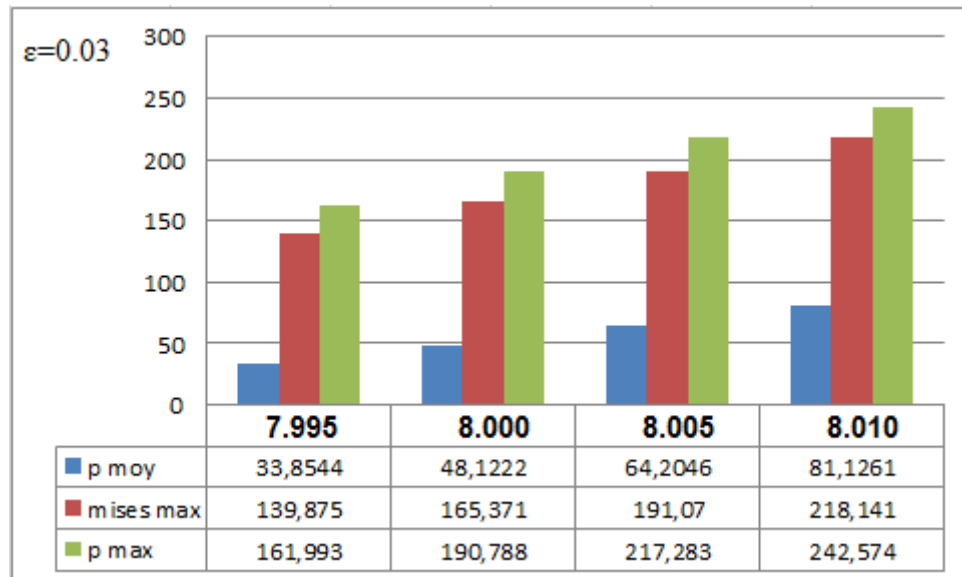
FigureV.15: comparaison des contraintes de V. Mises à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes d'un assemblage acier/acier (Rouge 2),acier/Aluminium (vert 1), avec $r=7.990\text{mm}$, $\varepsilon=0.03$.serrage de 10 microns.



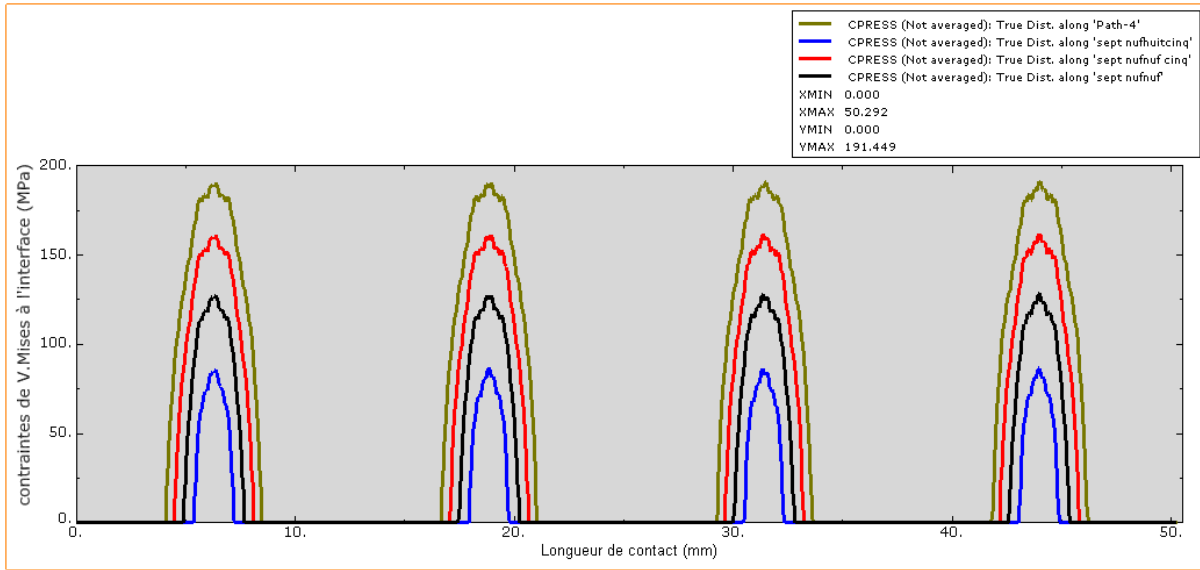
FigureV.16: comparaison des pressions à l’interface pour un défaut présentant 4 lobes d’assemblage acier/acier (Blue), acier/Aluminium (rouge), avec $r=7.990$, $\epsilon=0.03$. serrage de 10 microns.

3. INFLUENCE DE LA VALEUR DE SERRAGE

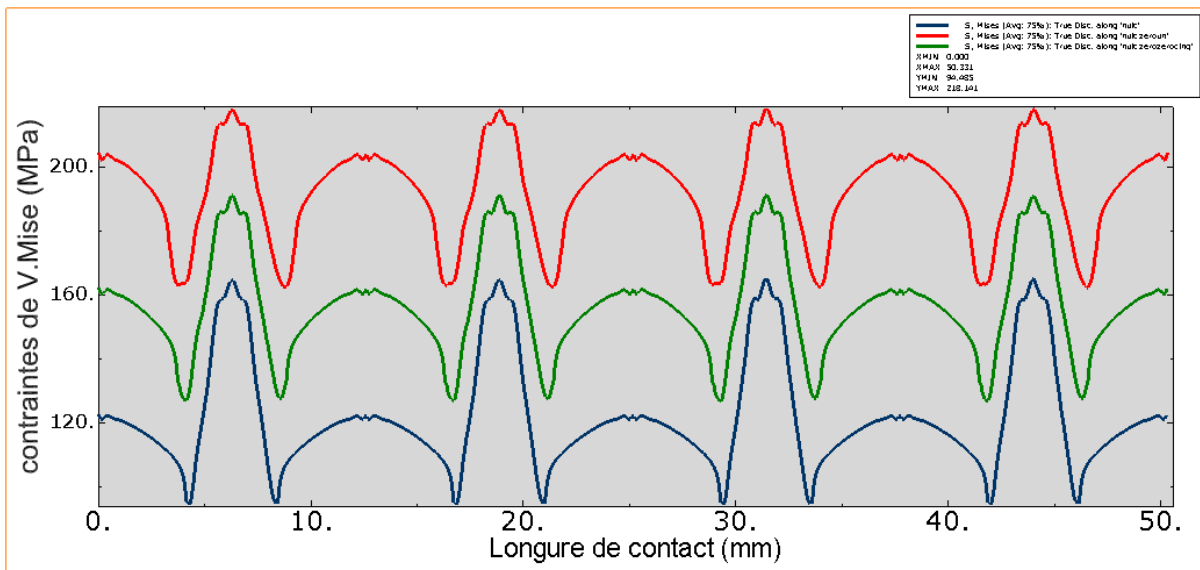
Les figures au-dessous montrent que la valeur du serrage influence directement le niveau de contrainte à l’interface. Plus la valeur du serrage est importante, plus la pression s’accroît en fonction du serrage ainsi que sa différence avec la contrainte de Von mises maximum. La pression moyenne augmente aussi.



FigureV.17: comparaison entre les pressions maxi, moyenne et contrainte de Von Mises Maxi en fonction de la valeur de serrage. avec, $\epsilon=0.03$. $R2=7.98$ mm.



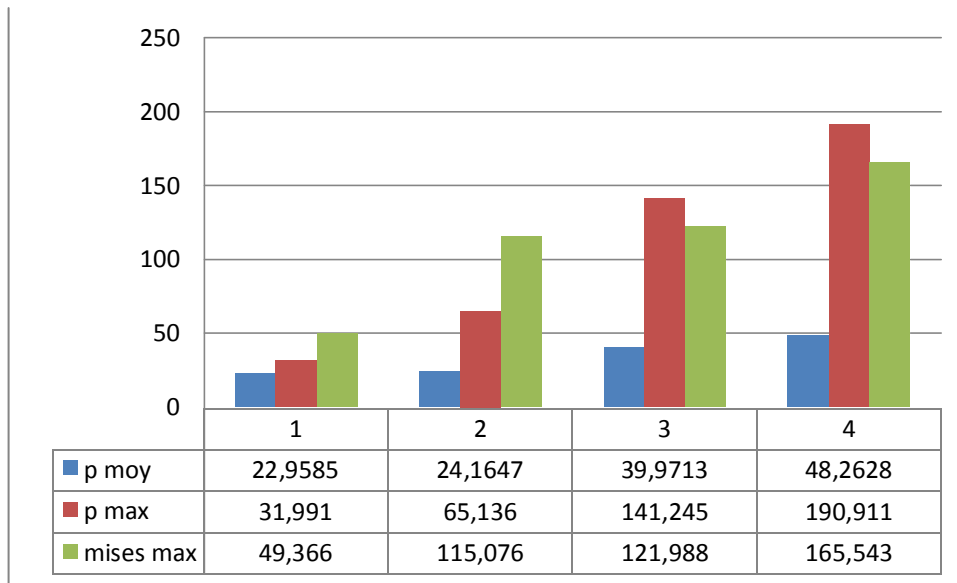
FigureV.18: comparaison entre les pressions en fonction de la valeur de serrage pour les cas $r=(7.985,7.990,7.995,8.000)$ mm, avec $\epsilon=0.03$



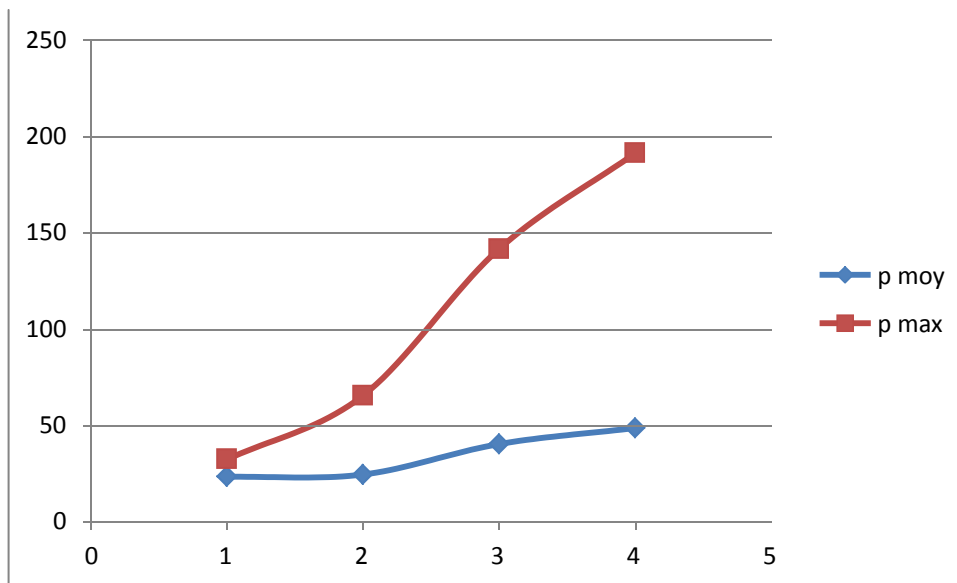
FigureV.19: comparaison entre les contraintes de Von Mises Maxi en fonction de la valeur de serrage. pour $r=8.000$ mm(bleu), $r=8.005$ mm(vert), $r=8.01$ mm(rouge),avec $\epsilon=0.03$

4. INFLUENCE DE LA PERIODE DU DEFAUT PERIODE

Les figures V.20 V.21 montrent une comparaison entre les caractéristiques mécaniques des P. Max, P .moy et les contraintes de Von Mises en fonction de la longueur de contact à l'interface.



FigureV.20: comparaison entre les pressions maxi, moyenne et contrainte de Von Mises Maxi en fonction de la périodicité du défaut $\epsilon=0.03$, $r=8.005\text{mm}$, 1,2,3 et 4 lobes, serrage de 0.01mm



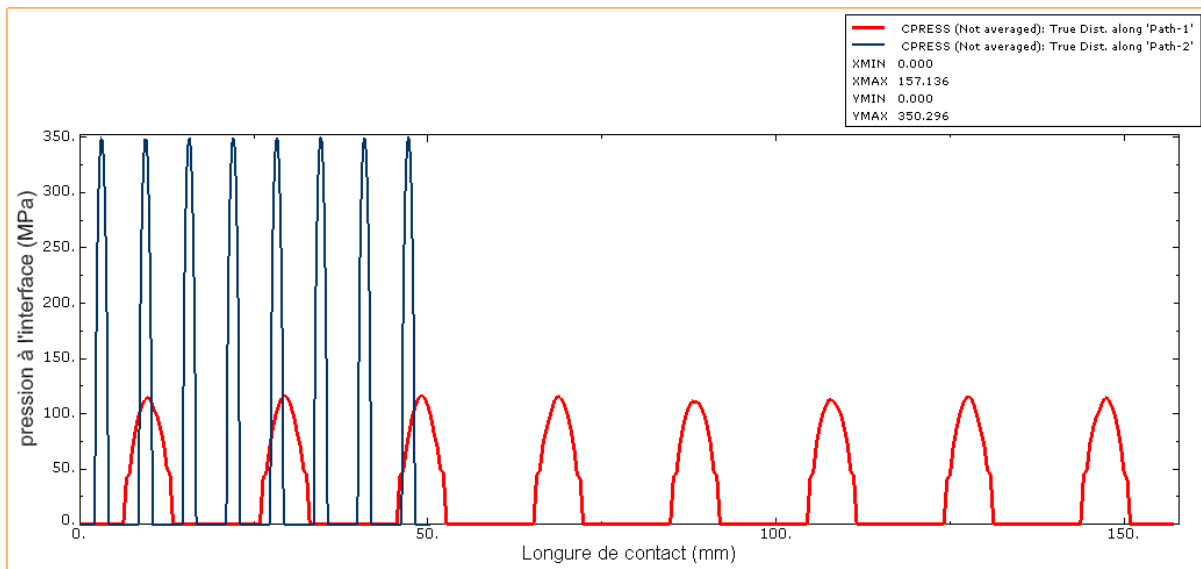
FigureV.21 : évolution de P.Max et de P.moy en fonction de serrage. 1, 2,3 et 4 lobes

Avec $\epsilon=0.03$. $r=8.005\text{mm}$, serrage de 10 microns

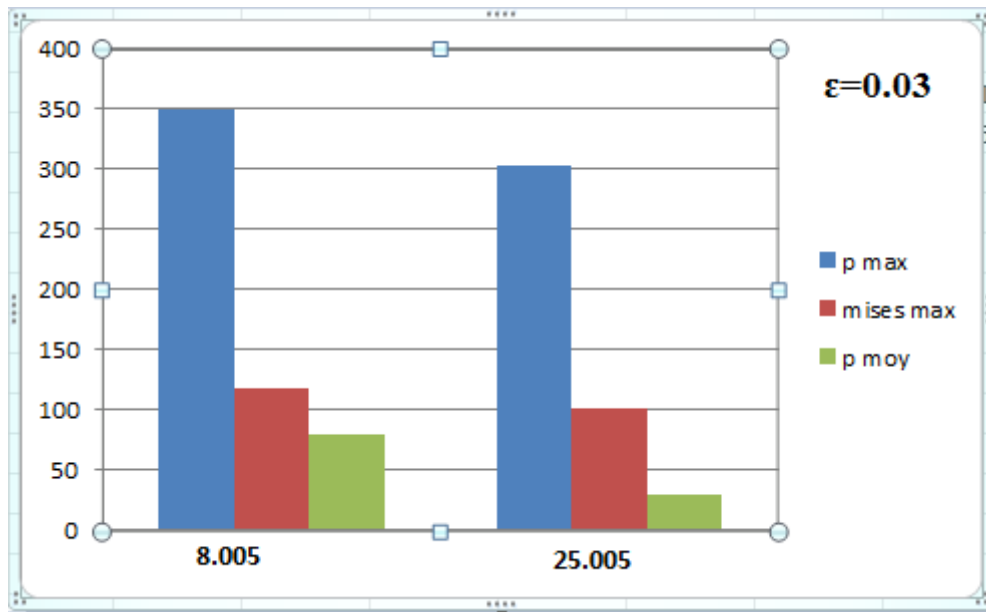
Si on cherche l'influence de la période du défaut sur les propriétés mécaniques de l'assemblage, on constate que l'augmentation de sa périodicité tend à accroître la pression, la contrainte de Von Mises maxi et la pression moyenne.

On remarque aussi que lorsque la période augmente donc la surface de contact augmente. C'est implique que le serrage sera important au niveau de lobes donc on peut voire des pressions et des contraintes importants aussi.

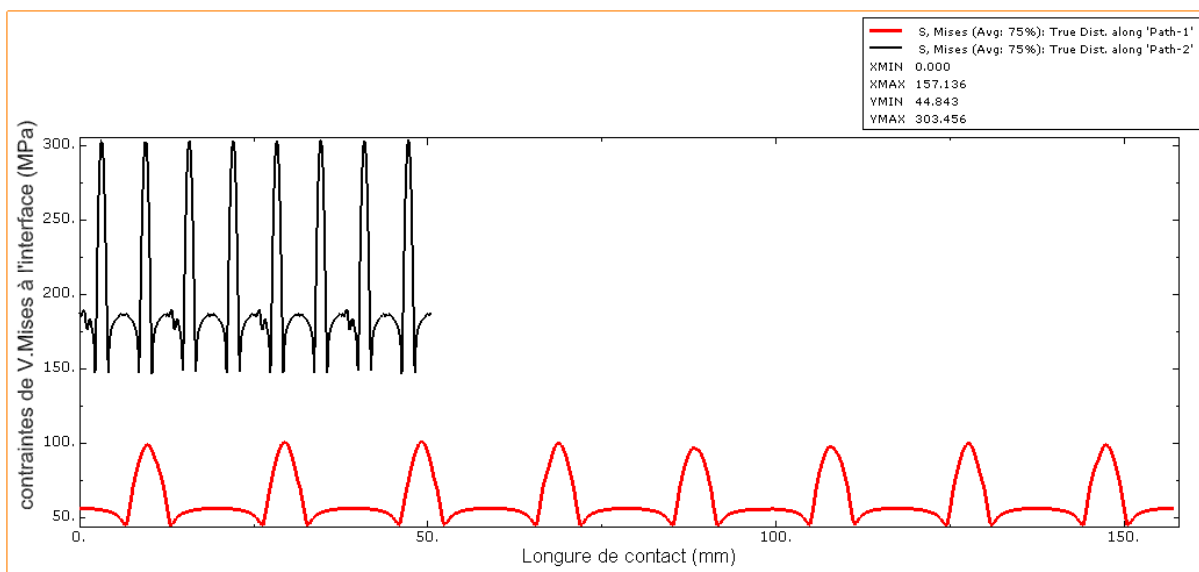
5. INFLUENCE DU DIAMETRE D'AJUSTEMENT



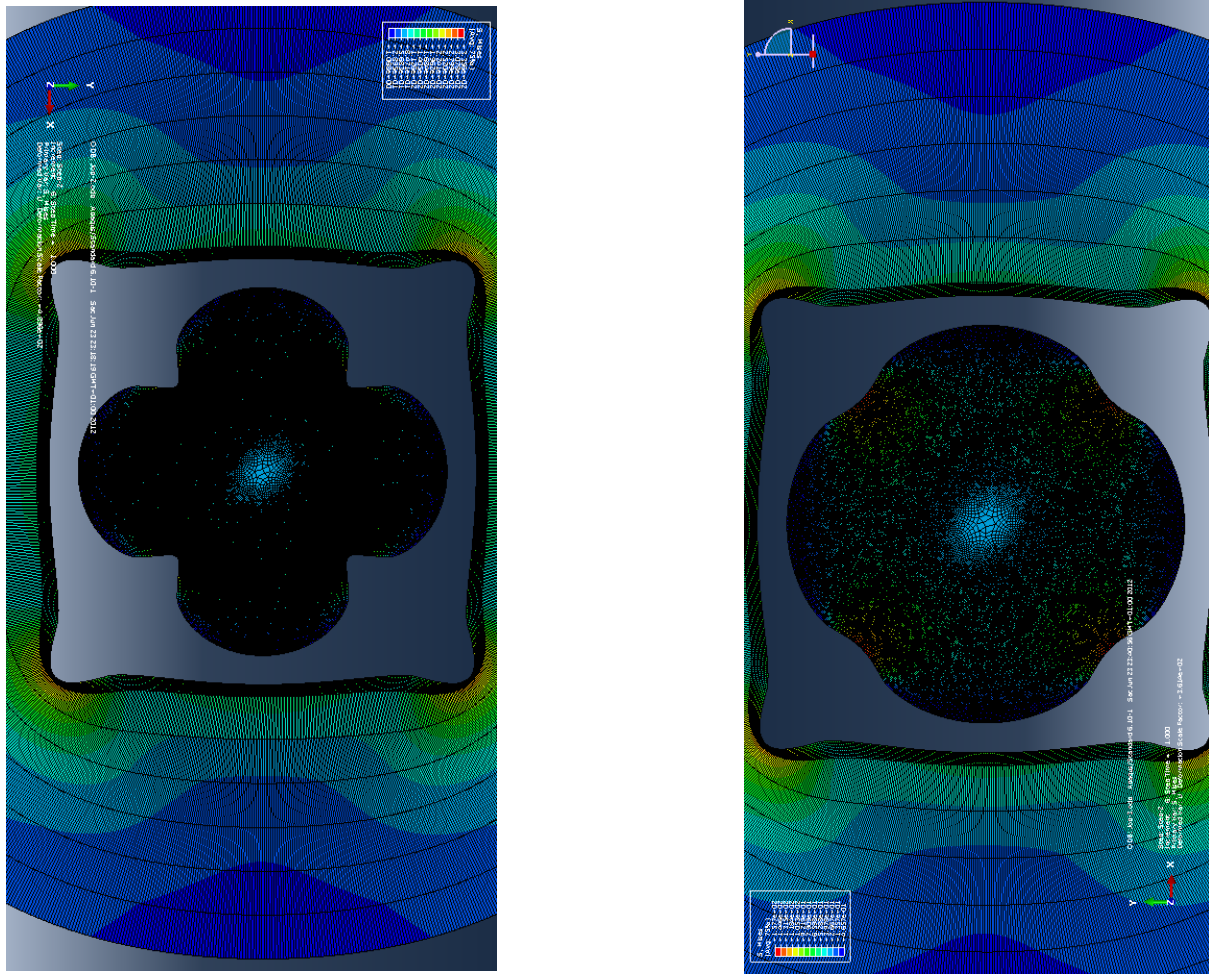
FigureV.22: Répartition des pressions à l'interface pour un défaut présentant 8 lobes de diamètres $r=8.005\text{mm}$ (Blue), $r=25.005\text{mm}$ (rouge), avec $\epsilon=0.03\text{ mm}$. serrage de 10 microns.



FigureV.23: comparaison entre les pressions maxi, moyenne et contrainte de Von Mises Maxi en fonction de diamètre pour le défaut de 8 lobes, $r=8.005\text{mm}$, $r=25.005\text{mm}$.



FigureV.24: Répartition des contraintes de V. Mises à l'interface pour un défaut présentant 8 lobes de s diamètres $r=8.005\text{mm}$ (Blue), $r=25.005\text{mm}$, avec $\epsilon=0.03\text{mm}$.



FigureV.25 comparaison entre les déformations de l’alésage et l’arbre pour les serrages acier/acier à gauche et acier/aluminium à droite .cas de 4 lobes, serrage de 20 microns $r=8.00\text{.mm}$, avec $\epsilon=0.03\text{mm}$.

Si on prend le même serrage avec des diamètres différents donc la surface de contact augmente et d’après les résultats obtenus on constat que lorsque le diamètre diminue les contraintes de V. Mises, les pressions moyennes et les pressions maximales diminues.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

L'objectif de ce travail était d'étudier l'assemblage fretté soumis à la torsion en tenant compte du défaut de forme sur l'alésage; l'axe étant supposé parfait (sans défauts de forme et d'état de surface). L'étude est menée dans le cas de paroi épaisse sur logiciel en utilisant la méthode des éléments finis.

Plusieurs paramètres ont été pris en compte : nombre de lobes, intensité du serrage (différence entre le diamètre maximum de l'axe et diamètre minimum de l'alésage), nature des matériaux des éléments d'assemblage et diamètres d'ajustement.

On montre que l'augmentation du défaut de forme, de la valeur du serrage, du module d'Young (rigidité du matériau) et le nombre de lobes augmentent, au niveau de l'interface de contact, les contraintes de Von Mises, les pressions maximales et les pressions moyennes. Par contre, l'augmentation du diamètre d'ajustement diminue ces paramètres, ceci est dû au fait que la surface de contact augmente.

Cette étude montre que l'effet du défaut de forme n'est pas négligeable et que des serrages importants peuvent donner lieu à des contraintes très élevées dépassant les limites élastiques des matériaux en contact.

Ce travail peut être complété par l'étude de l'influence :

- du défaut de forme et d'état de surface de l'alésage,
- du défaut de forme et d'état de surface de l'arbre,
- du diamètre intérieur de l'arbre
- du défaut de cylindricité des deux éléments d'assemblage

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] cours troisième année génie mécanique professeur Mr M.BOUAZIZ (Chapitre 3 Tolérances et Ajustements ISO)
- [2] Siala I.E. Modélisation mécanique des assemblages obtenus par procédé de frettage avec la prise en compte du défaut de forme, Thèse de doctorat de l'Université de Bourgogne, soutenue le 18 octobre 1996 à Auxerre, France.
- [3] BOUTOUTAOU Hamid. Etude d'un emmanchement fretté compte tenu de l'effet combiné des défauts de forme et de d'état de surface. Thèse de doctorat de l'école nationale polytechnique en cotutelle avec l'université de bourgogne, soutenu le 26 janvier 2012, Alger
- [4] Chang W.,R., Etsion I., Bogy D.B., An elastic-plastic model for the contact of rough surface, J. Tribol. Tr ASME, (1987); 109, 257-263.