

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

*MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE*

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



*Département du Génie Electrique
Spécialité Automatique*

Projet de fin d'études

*En vue de l'obtention du diplôme
D'Ingénieur d'Etat en Automatique*

THÈME

**Commande à base d'observateurs
d'état non linéaires
d'un simulateur d'hélicoptère**

Réalisé par :

**ALMA Merouane
ATIK Baziz**

Proposé et dirigé par :

**M^r. D. BOUKHETALA
M^r. F. BOUDJEMA**

Promotion Juin 2006

*Ecole Nationale Polytechnique. 10, Av. Hassen Badi, El-Harrach, Algérie.
Tel. 021 52 14 98-Fax. 021 52 29 73*

REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué au sein du laboratoire de commande des processus au département du Génie Electrique de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger sous la direction de nos deux promoteurs Mr D. BOUKHETALA et Mr F. BOUDJEMA.

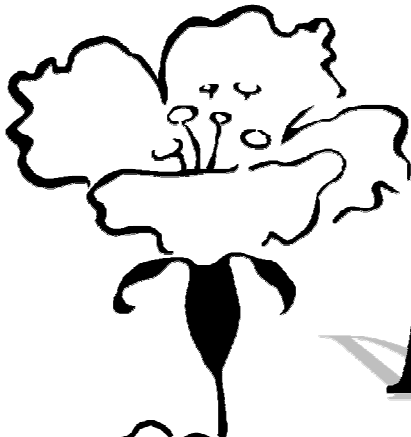
Nous tenons à leur exprimer nos plus sincères remerciements pour leurs précieux conseils, leur aide et leur patience tout au long de notre travail.

Nous exprimons notre plus sincère gratitude à Mr M. TADJINE, pour son aide et sa disponibilité et surtout ses conseils lors de l'élaboration de ce mémoire.

Nous remercions nos très chers enseignants au sein de l'école depuis les sciences fondamentales, pour leurs efforts voués à nous transmettre leur savoir.

Nous tenons à exprimer notre très grande gratitude, et notre profonde affection à nos chers parents pour leurs encouragements, leur patience et leur grand soutien, durant toutes ces années d'études.

Nous tenons également à remercier tous nos amis et camarades, pour leur sincère amitié et leur précieux soutien.



Dédicace

A ma très chère et précieuse maman Ratiba

A mon très cher papa Ahcene (saadoun)

A ma très chère sœur Imen

A mes frères aînés Tarek et Hichem

A ma très chère Chahrazed

*A ma très chère souad qui m'a supporté malgré les
moments difficiles*

A toute ma famille

A mon binôme qui m'a supporté toute ces années.

*A ma deuxième famille, Banana, Lotfi, Housseyn,
Zaki, Djalil et Zbimbou*

*A Amen, Ramzi, Amir, Habibou, Flilis, Marouene et
Khouya Ryad...*

A tous mes amis et collègues d'études

Et à tous ceux qui me sont chers.

Je dédie ce modeste travail

Merouane

Dédicaces

Je dédie ce travail à

*mes très chers parents,
mon petit frère Dodoche,
ma petite sœur Nounoute,
ma chaleureuse grand-mère,
toute ma famille,
tous mes amis,
et à ma Selmati.*

Baziz

Table des Matières

Introduction générale	1
Chapitre 1 Modélisation du simulateur d'hélicoptère	3
1.1 Introduction.....	4
1.2 Familiarisation avec le système hélicoptère.....	4
1.2.1 Les forces agissant sur l'hélicoptère en vol.....	4
1.3 Modèle non linéaire.....	6
1.3.1 Modélisation de la dynamique d'élévation.....	6
1.3.2 Modélisation de la dynamique azimutale.....	10
1.3.3 Modélisation de la dynamique des propulseurs.....	12
1.4 Mise sous forme d'état.....	14
1.5 Découplage du modèle d'état.....	15
1.6 Paramètres physiques du système.....	16
1.7 Simulations.....	18
1.8 Conclusion.....	20
Chapitre 2 Synthèse d'observateurs d'état non linéaires	21
2.1 Introduction.....	22
2.2 Observabilité des systèmes non linéaires.....	22
2.3 Rôle des entrées dans l'observabilité.....	24
2.4 Observabilité uniforme.....	25
2.5 Observabilité complète.....	25
2.6 Entrées régulièrement persistantes.....	26
2.7 Observateurs non linéaires.....	27
2.7.1 Observateur à modes glissants.....	28
2.7.2 Observateur de <i>Thau</i>	30
2.8 Synthèse des observateurs.....	31
2.8.1 Observateur de <i>Thau</i>	31
2.8.1.1 Résultats de simulation.....	32

2.8.2 Observateur Glissant.....	37
2.8.2.1 Résultats de simulation.....	38
2.9 Conclusion.....	43
Chapitre 3 Synthèse de lois de commande non linéaires.....	44
3.1 Introduction.....	45
3.2 Rappels théoriques.....	45
3.2.1 La commande linéarisante.....	45
3.2.1.1 Préliminaires.....	46
3.2.1.2 Linéarisation entrée-sortie pour les systèmes mono variables.....	47
3.2.2 La commande par modes glissants.....	52
3.2.2.1 Surface de glissement.....	53
3.2.2.2 Attractivité de la surface de glissement.....	54
3.2.2.3 Invariance de la surface de glissement.....	55
3.3 Application sur le simulateur d'hélicoptère.....	56
3.3.1 Synthèse de la commande linéarisante.....	57
3.3.1.1 Résultats de simulation.....	58
3.3.2 Synthèse de la commande par modes glissants.....	65
3.3.2.1 Résultats de simulation.....	66
3.4 Conclusion.....	74
Chapitre 4 Commande à base d'observateurs non linéaires.....	75
4.1 Introduction.....	76
4.2 Commande à base d'observateurs pour les systèmes linéaires.....	76
4.2.1 Principe de séparation.....	76
4.3 Commande à base d'observateurs d'état non linéaires des systèmes non linéaires.....	77
4.4 Application au <i>TRMS</i>	78
4.4.1 Résultats de simulation.....	78
4.5 Conclusion.....	89
Conclusion générale.....	90

Introduction générale

Pendant des décennies, des chercheurs de tous les domaines s'intéressent aux systèmes aéronautiques. Comme l'automatique est une science multidisciplinaire par excellence, les chercheurs automaticiens se sont penchés sur le problème de la commande des avions et des hélicoptères. Mais cette attirance vers l'aéronautique peut s'expliquer par plusieurs raisons, l'une de ces raisons est que les systèmes aéronautiques sont devenus très complexes et donc difficiles à commander et que les exigences en précision, rapidité et efficacité sont devenues très accrues.

Souvent, les lois de commande des systèmes dynamiques nécessitent la connaissance totale ou partielle de l'état du système à commander. D'un point de vue pratique, la connaissance de l'état s'obtient grâce à des mesures effectuées à l'aide de capteurs. Ces mesures sont souvent entachées de bruit. Cet inconvénient limite les performances d'une boucle de commande. Il est aussi parfois difficile de reconstituer l'état du système par déduction mathématique. Pour ces différentes raisons, nous faisons alors appel à la théorie de l'observation pour reconstituer l'état des systèmes dynamiques.

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à la synthèse de différentes stratégies de commande à base d'observateurs d'état pour stabiliser le simulateur de vol d'hélicoptère appelé *TRMS* (Twin Rotor MIMO System). Ce simulateur est un système multivariable à deux entrées et deux sorties, caractérisé par une forte non linéarité, un couplage important et une dynamique instable en boucle ouverte.

Nous avons choisi de scinder notre travail en quatre chapitres, suivis d'une conclusion générale. Ces chapitres sont :

Chapitre 1 :

Dans lequel on va faire une modélisation analytique détaillée du simulateur, suivie de quelques simulations en boucle ouverte.

Chapitre 2 :

Dans ce chapitre, nous allons faire un rappel détaillé sur la théorie de l'observation des systèmes non linéaires ainsi que les différentes structures des observateurs d'état non linéaires.

Ces observateurs (*Thau* et *Glissant*) seront synthétisés pour le système étudié, à savoir le *TRMS*, suivis des résultats de simulation.

Chapitre 3 :

Ce chapitre est dédié à la théorie de la commande linéarisante et la commande par modes glissants, suivies de leurs synthèses, appliquées au simulateur d'hélicoptère.

Différentes simulations viendront appuyer les résultats théoriques obtenus.

Chapitre 4 :

Ce chapitre représente l'objet de notre étude, car l'intérêt de ce travail est d'appliquer les commandes calculées dans le chapitre 3 à base des observateurs synthétisés dans le chapitre 2.

Nous ferons une étude comparative sur les performances des deux observateurs, ainsi que celle des deux commandes et une conclusion générale viendra clôturer le présent mémoire.

CHAPITRE 1

MODELISATION DU SIMULATEUR D'HELICOPTERE

1.1 Introduction [1]

Quelque soit le but recherché (compréhension d'un phénomène, simulation, prédiction, synthèse de lois de commande, etc.), la connaissance d'un système dynamique requiert une **modélisation** mathématique de plus en plus précise. La recherche de cette précision conduit souvent à une modélisation sous forme d'équations différentielles (ou algèbro-différentielles, ou aux dérivées partielles) à structure non linéaire.

La modélisation peut être menée par le biais d'une analyse phénoménologique détaillée et de l'application de certaines lois fondamentales des disciplines scientifiques concernées décrivant ces phénomènes. On obtient alors un modèle mathématique dit de **connaissance**. Dans un but plus pragmatique d'obtention d'un modèle de conduite, on peut se contenter d'une optique de **représentation** visant à reproduire correctement le comportement externe du système considéré comme une "boîte noire". Une fois avoir choisi une structure adéquate de modèle de comportement, il faut estimer les valeurs numériques des différents paramètres intervenants dans cette structure. Cette construction de modèles à partir de données expérimentales est très importante en Automatique : il s'agit de l'**identification**.

On attend d'un modèle qu'il décrive et qu'il prédise le comportement du système lorsque ce dernier est soumis à des influences externes : on doit pouvoir raisonner et calculer sur le modèle, et tirer des conclusions qui s'avèreront vraies pour le système. Il n'en demeure pas moins que l'objet et son modèle sont des entités de nature différente. Le modèle est généralement une représentation imparfaite et incomplète de la réalité, soit par manque de connaissance de certains phénomènes, soit du fait d'une simplification délibérée répondant à des contraintes pratiques. Le modèle est généralement le fruit de divers compromis entre les retombées espérées de ce modèle et les moyens nécessaires à son obtention (temps, moyens expérimentaux, moyens de calcul nécessaires).

Ceci implique, en particulier, qu'on ne construit pas "le" modèle du système étudié, mais un modèle plus ou moins satisfaisant compte tenu des objectifs poursuivis et des moyens disponibles.

1.2 Familiarisation avec le système hélicoptère [2]

1.2.1 Les forces agissant sur l'hélicoptère en vol

Nous supposons, pour simplifier la présentation du vol de l'hélicoptère, que les pales du rotor principal décrivent un disque dont l'axe passe par le centre de gravité de l'hélicoptère.

En vol, l'hélicoptère est soumis à trois forces (Figure 1.1) :

- Le poids, appliqué au centre de gravité.
- La force générée par le rotor (portance).
- La traînée générale de l'appareil, provoquée en vol de translation, par résistance de l'air sur la structure.

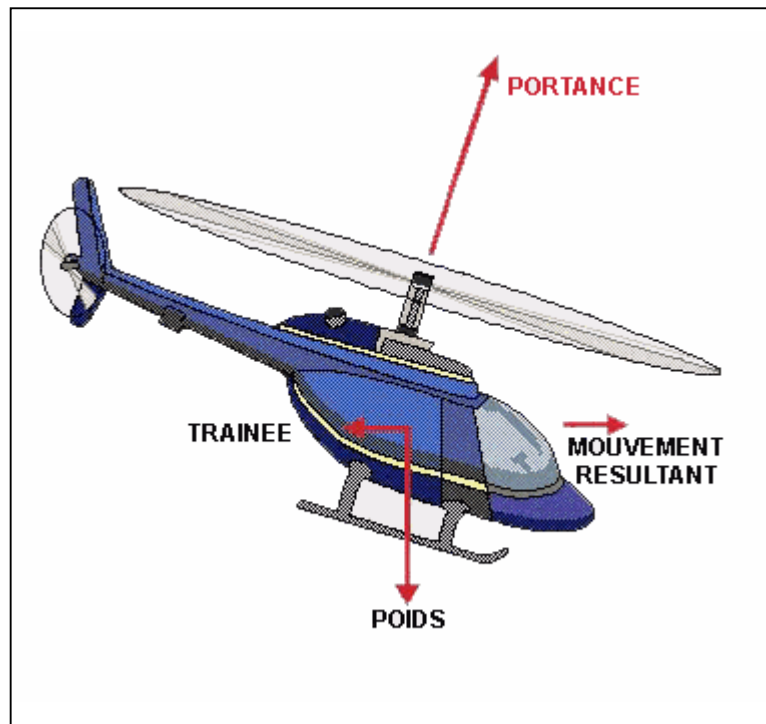


Figure 1.1 Forces agissant sur l'hélicoptère

Pour que l'hélicoptère soit en équilibre, il faut que la résultante du poids et de la traînée soit égale et opposée à la force générée par le rotor. La résultante des forces est alors nulle et le vol est stabilisé : si l'hélicoptère est immobile il le demeure, s'il est soumis à une translation, son mouvement est rectiligne. Le mouvement de l'hélicoptère résulte des variations en intensité et en direction de la portance.

Principe de vol de l'hélicoptère

Le principe de vol de l'hélicoptère peut paraître simple et compliqué à la fois, tout dépend du niveau de sophistication de l'explication. Regardons dans les grandes directions le principe du vol de l'hélicoptère est le suivant : L'hélice de l'avion assure une traction, elle tire l'avion en se vissant dans l'air comme une vis dans le bois, lorsqu'au décollage l'avion va assez vite son aile génère une portance qui lui permet de voler. (Figure 1.2)

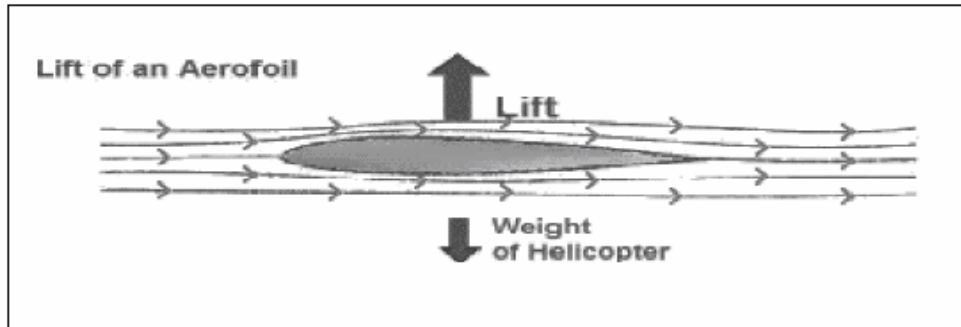


Figure 1.2 Principe de vol de l'hélicoptère

1.3 Modèle non linéaire [3]

1.3.1 Modélisation de la dynamique d'élévation

D'abord, considérons la rotation de la poutre dans le plan vertical. C'est-à-dire autour de l'axe horizontal. En appliquant la seconde loi de Newton on obtient :

$$M_v = J_v \frac{d^2 \alpha_v}{dt^2} \quad (1.1)$$

Avec :

$$M_v = \sum_{i=1}^4 M_{vi} \quad (1.2)$$

$$J_v = \sum_{i=1}^8 J_{vi} \quad (1.3)$$

De (1.1) et (1.2) on obtient :

$$J_v \ddot{\alpha}_v = M_{v1} + M_{v2} + M_{v3} + M_{v4} \quad (1.4)$$

Où :

M_v : La somme des moments dans le plan vertical

J_v : La somme des moments d'inertie par rapport à l'axe horizontal

α_v : L'angle d'élévation de la tige

M_{v1} : Moment de la gravitation

M_{v2} : Moment de la force aérodynamique

M_{v3} : Moment de la force centrifuge

M_{v4} : Moment de friction

Les différents moments sont calculés comme suit :

Moment gravitationnel M_{v1}

Pour déterminer les moments de la gravitation appliqués à la poutre et qui la mettent en rotation autour de l'axe horizontal, on considère la situation illustrée sur la Figure 1.3

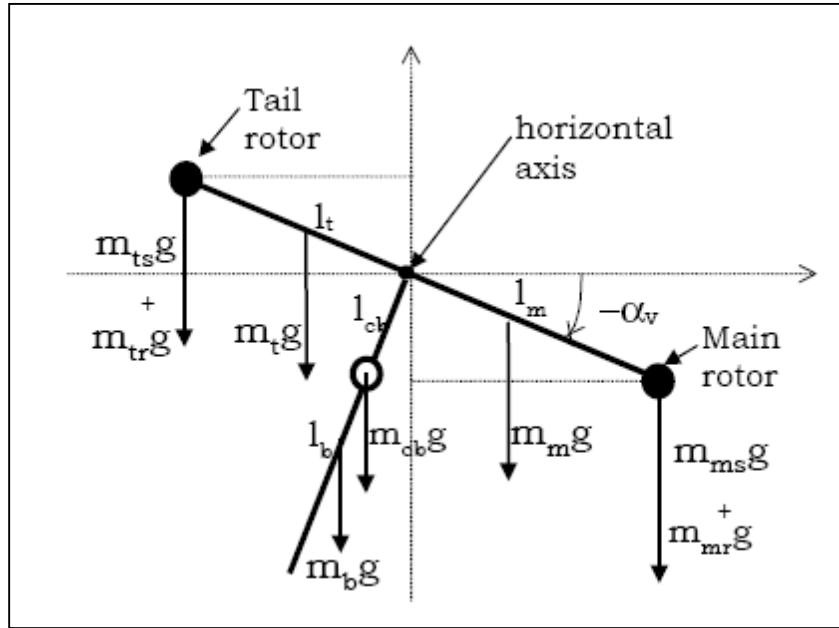


Figure 1.3: Forces de gravité agissantes sur le TRMS

$$M_{v1} = g \left\{ \left[\left(\frac{m_t}{2} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t - \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m \right] \cos \alpha_v - \left(\frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \sin \alpha_v \right\} \quad (1.5)$$

Qui peut être écrite :

$$M_{v1} = g \{ [A - B] \cos \alpha_v - C \sin \alpha_v \} \quad (1.6)$$

Avec :

$$\begin{cases} A = \left(\frac{m_t}{2} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t \\ B = \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m \\ C = \left(\frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \end{cases} \quad (1.7)$$

Où :

M_{v1} : Le moment correspondant aux forces de gravités

m_{mv} : La masse du rotor principal

m_m : La masse de la partie principale de la tige

m_{tr} : La masse du rotor secondaire

m_t : La masse de la partie secondaire de la tige

m_{cb} : La masse du contrepoids

m_b : La masse de la tige du contrepoids

m_{ms} : La masse de l'hélice principale

m_{ts} : La masse de l'hélice secondaire

l_m : La longueur de la partie principale de la tige

l_t : La longueur de la partie secondaire de la tige

l_b : La longueur de la tige du contrepoids

l_{cb} : La distance entre le contrepoids et l'articulation

g : L'accélération gravitationnelle

Moment de la force aérodynamique M_{v2}

Pour déterminer les moments des forces propulsives appliquées à la tige on considère la situation illustrée sur la Figure 1.4.

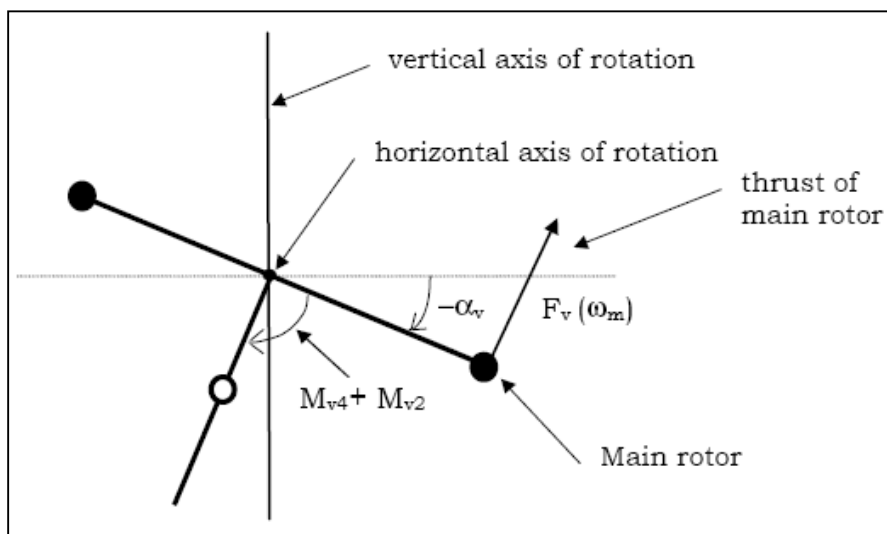


Figure 1.4 Moments de la force aérodynamique et de friction

$$M_{v2} = l_m F_v(\omega_m) \quad (1.8)$$

Où :

M_{v2} : Le moment de la force aérodynamique développé par le rotor principal

ω_m : La vitesse angulaire du rotor principal

$F_v(\omega_m)$: Exprime la dépendance de la force aérodynamique de la vitesse angulaire du moteur. Elle est donnée comme suit :

$$F_v(\omega_m) = 0.072183\omega_m^3 - 0.0027708\omega_m^2 + 0.019151\omega_m$$

Moment des forces centrifuges M_{v3}

$$M_{v3} = -\Omega_h^2 \left\{ \left(\frac{m_t}{2} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t + \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m + \left(\frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \right\} \sin \alpha_v \cos \alpha_v \quad (1.9)$$

Avec :

$$\Omega_h = \frac{d\alpha_h}{dt} \quad (1.10)$$

Ω_h : Vitesse angulaire de la tige autour de l'axe vertical et α_h est l'angle d'azimut de cette même tige.

On peut écrire (1.9) sous forme compacte :

$$M_{v3} = -\Omega_h^2 (A + B + C) \sin \alpha_v \cos \alpha_v \quad (1.11)$$

Moment de friction M_{v4}

$$M_{v4} = -\Omega_v k_v \quad (1.12)$$

Avec :

$$\Omega_v = \frac{d\alpha_v}{dt} \quad (1.13)$$

Ω_v : La vitesse angulaire autour de l'axe horizontal

k_v : Constante de friction.

Moment d'inertie J_v

D'après la Figure 1.3 on peut déterminer le moment d'inertie par rapport à l'axe horizontal. On remarque que ce moment est indépendant de l'angle d'élévation.

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{v1} = m_{mr} l_m^2 \\ J_{v2} = m_m \frac{l_m^2}{3} \\ J_{v3} = m_{cb} l_{cb}^2 \\ J_{v4} = m_b \frac{l_b^2}{3} \\ J_{v5} = m_{tr} l_t^2 \\ J_{v6} = m_t \frac{l_t^2}{3} \\ J_{v7} = \frac{m_{ms} r_{ms}^2}{2} + m_{ms} l_m^2 \\ J_{v8} = m_{ts} r_{ts}^2 + m_{ts} l_t^2 \end{array} \right. \quad (1.14)$$

Où :

r_{ms} : Le rayon de l'hélice principale

r_{ts} : Le rayon de l'hélice secondaire

1.3.2 Modélisation de la dynamique azimutale

De la même façon, on peut décrire le mouvement de la tige autour de l'axe vertical, le mouvement horizontal peut être décrit comme étant un mouvement de rotation d'un solide :

$$M_h = J_h \frac{d^2 \alpha_h}{dt^2} \quad (1.15)$$

Où M_h est la somme des moments des forces agissantes dans le plan horizontal, et J_h est la somme des moments d'inertie par rapport à l'axe vertical

Ainsi :

$$M_h = \sum_{i=1}^2 M_{hi} \quad (1.16)$$

$$J_h = \sum_{i=1}^8 J_{hi} \quad (1.17)$$

Moment de la force aérodynamique

Pour déterminer les moments de forces appliquées à la tige, on considère le cas présenté sur la Figure 1.5

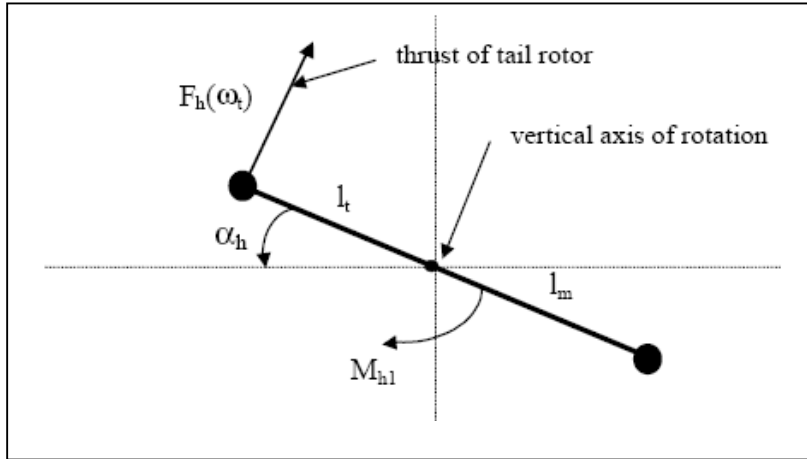


Figure 1.5 Moments des forces dans le plan horizontal

$$M_{h1} = l_t F_h(\omega_t) \cos \alpha_v \quad (1.18)$$

Où :

ω_t : La vitesse angulaire du rotor secondaire

$F_h(\omega_t)$: Exprime la dépendance de la force aérodynamique de la vitesse angulaire du rotor secondaire. Elle est donnée par :

$$F_h(\omega_t) = 0.07254\omega_t^3 - 0.075899\omega_t^2 + 0.037587\omega_t$$

Moment de friction

$$M_{h2} = -\Omega_h k_h \quad (1.19)$$

Avec :

k_h Constante de friction

Moment d'inertie J_h

Les moments d'inertie relatifs à l'axe vertical sont :

$$\begin{cases}
 J_{h1} = \frac{m_m}{3} (l_m \cos \alpha_v)^2 \\
 J_{h2} = \frac{m_t}{3} (l_t \cos \alpha_v)^2 \\
 J_{h3} = \frac{m_b}{3} (l_b \sin \alpha_v)^2 \\
 J_{h4} = m_{tr} (l_t \cos \alpha_v)^2 \\
 J_{h5} = m_{mr} (l_m \cos \alpha_v)^2 \\
 J_{h6} = m_{cb} (l_{cb} \sin \alpha_v)^2 \\
 J_{h7} = \frac{m_{ts}}{2} r_{ts}^2 + m_{ts} (l_{lt} \cos \alpha_v)^2 \\
 J_{h8} = m_{ms} r_{ms}^2 + m_{ms} (l_m \cos \alpha_v)^2
 \end{cases} \quad (1.20)$$

Où sous forme compacte :

$$J_h(\alpha_v) = D \cos^2 \alpha_v + E \sin^2 \alpha_v + F \quad (1.21)$$

Où : D , E et F sont des paramètres constantes :

$$\begin{cases}
 D = \frac{m_b}{3} l_b^2 + m_{cb} l_{cb}^2 \\
 E = \left(\frac{m_m}{3} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m^2 + \left(\frac{m_t}{3} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t^2 \\
 F = m_{ms} r_{ms}^2 + \frac{m_{ts}}{2} r_{ts}^2
 \end{cases} \quad (1.22)$$

Où :

J_{tr} : Le moment d'inertie dans le moteur secondaire.

J_{mr} : Le moment d'inertie dans le moteur principale.

S_v : Le moment angulaire dans le plan vertical.

S_h : Le moment angulaire dans le plan horizontal

1.3.3 Modélisation de la dynamique des propulseurs

Les deux moteurs sont à courant continu commandés en tension. On considère le modèle simple d'une MCC avec une charge extérieure :

$$I \dot{\omega} = \frac{K_t}{R} (u - K_b \omega) - T_L \quad (1.23)$$

Avec :

ω : Vitesse angulaire du moteur (rad/s).

u : Tension de commande (V).

I : Moment d'inertie.

R : Résistance de l'armature.

K_b : Constante de la FEM.

K_i : Constante du couple.

T_L : Couple résistant généré par la charge.

La charge T_L représente les frottements mécaniques et les frottements aérodynamiques générés par la rotation de l'hélice. Puisque ces frottements sont difficiles à modéliser, on a introduit une nouvelle variable U_{vv} pour le vertical et U_{hh} pour l'horizontal ainsi que deux fonctions non linéaires statiques. Ensuite, il suffit de déterminer leurs caractéristiques statiques expérimentalement

Le sous-système devient alors un système de premier ordre avec une fonction non linéaire à sa sortie :

$$\begin{cases} \frac{du_{vv}}{dt} = \frac{1}{T_{mr}}(-u_{vv} + K_{mr}u_v) \\ \omega_m = p_v(u_{vv}) \end{cases} \quad (1.24)$$

Avec : $P_v(u_{vv}) = \arctan(3u_{vv})$

$$\begin{cases} \frac{du_{hh}}{dt} = \frac{1}{T_{tr}}(-u_{hh} + K_{tr}u_h) \\ \omega_t = p_h(u_{hh}) \end{cases} \quad (1.25)$$

Avec : $P_h(u_{hh}) = \arctan(u_{hh})$

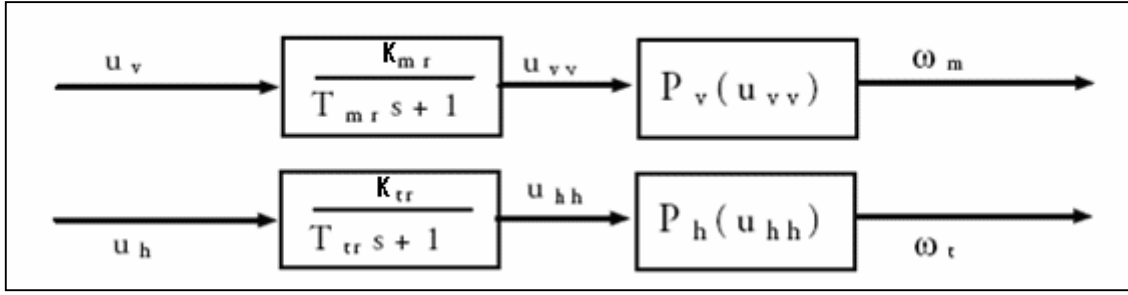


Figure 1.6 Schéma bloc des moteurs

Où :

T_{mr} : La constante du temps du moteur principal.

T_{tr} : La constante du temps du moteur secondaire.

K_{mr} : Le gain statique du moteur principal.

K_{tr} : Le gain statique du moteur secondaire .

1.4 Mise sous forme d'état :

En utilisant les équations précédentes, on peut écrire les équations décrivant le mouvement du système comme suit :

$$\frac{dS_v}{dt} = \frac{l_m F_v(\omega_m) - \Omega_v k_v + g((A-B)\cos\alpha_v - c\sin\alpha_v) - \frac{1}{2}\Omega_h^2(A+B+C)\sin 2\alpha_v}{J_v} \quad (1.26)$$

$$\frac{d\alpha_v}{dt} = \Omega_v \quad (1.27)$$

$$\Omega_v = S_v + \frac{J_{tr}\omega_t}{J_v} \quad (1.28)$$

$$\frac{dS_h}{dt} = \frac{l_t F_h(\omega_t)\cos\alpha_v - \Omega_h k_h}{J_h(\alpha_v)} \quad (1.29)$$

$$\frac{d\alpha_h}{dt} = \Omega_h \quad (1.30)$$

$$\Omega_h = S_h + \frac{J_{mr}\omega_m \cos\alpha_v}{J_h(\alpha_v)} \quad (1.31)$$

En choisissant comme :

- Entrée : $U = [u_v \quad u_h]^T$
- Vecteur d'état : $X = [\alpha_v \ S_v \ u_{vv} \ \alpha_h \ S_h \ u_{hh}]^T$
- Sortie : $Y = [\alpha_v \ \alpha_h]^T$

On obtient le modèle d'état ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + \frac{J_{tr}}{J_v} P_h(x_6) \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{J_v} [l_m F_v(P_v(x_3)) - k_v(x_2 + \frac{J_{tr}}{J_v} P_h(x_6)) + g((A-B)\cos x_1 - C \sin x_1) \\ \quad - \frac{1}{2}(x_5 + \frac{J_{mr} P_v(x_3) \cos x_1}{D \cos^2 x_1 + E \sin^2 x_1 + F})^2 (A+B+C) \sin(2x_1)] \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{T_{mr}} (-x_3 + K_{mr} u_1) \\ \dot{x}_4 = x_5 + \frac{J_{mr} P_v(x_3) \cos x_1}{D \cos^2 x_1 + E \sin^2 x_1 + F} \\ \dot{x}_5 = \frac{1}{D \cos^2 x_1 + E \sin^2 x_1 + F} [l_l F_h(P_h(x_6)) \cos x_1 - k_h(x_5 + \frac{J_{mr} P_v(x_3) \cos x_1}{D \cos^2 x_1 + E \sin^2 x_1 + F})] \\ \dot{x}_6 = \frac{1}{T_{tr}} (-x_6 + K_{tr} u_2) \end{array} \right. \quad (1.32)$$

1.5 Découplage du modèle d'état

En contraignant le mouvement de la tige dans un seul plan soit l'horizontal ou le vertical, on obtient deux sous modèles, chacun ayant un degré de liberté.

Modèle 1 DDL vertical

Ce modèle est dérivé du modèle couplé, en fixant l'angle d'azimut α_h , et en posant $u_h = 0$.

On choisit le vecteur d'état suivant :

$$X = [\alpha_v \ S_v \ u_{vv}]^T \quad (1.33)$$

La représentation d'état est alors :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{J_v} [l_m F_v(P_v(x_3)) - k_v x_2 + g((A-B)\cos x_1 - C \sin x_1)] \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{T_{mr}} (-x_3 + K_{mr} u) \end{cases} \quad (1.34)$$

Remarque :

Le modèle vertical obtenu ne dépend pas de l'angle d'azimut α_h .

Modèle 1DDL horizontal

De la même façon que pour le modèle vertical, dans le modèle couplé on pose $\alpha_v = \alpha_{v0}$

et $u_v = 0$. Et on choisit $X = [\alpha_h S_h u_{hh}]^T$ comme vecteur d'état.

Le modèle horizontal est ainsi :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{J_h(\alpha_{v0})} [l_t F_h(P_h(x_3)) \cos \alpha_{v0} - k_h x_2] \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{T_{tr}} (-x_3 + K_{tr} u) \end{cases} \quad (1.35)$$

1.6 Paramètres physiques du système

Pour simuler les modèles précédents, on doit d'abord déterminer leurs paramètres, ces derniers se divisent en trois catégories :

- Paramètres physiques.
- Caractéristiques non linéaires.
- Les constantes de temps et les gains statiques.

Paramètre	Valeur
A	0.0947
B	0.1105
C	0.011702

D	0.048814
E	0.0016087
F	0.006225
J_v	0.055448
J_{mr}	$1.6543 \cdot 10^{-5}$
J_{tr}	2.65 10
l_m	0.24
l_t	0.25
T_{mr}	1.432
T_{tr}	0.3842
K_{mr}	1
K_{tr}	1
K_v	0.00545371
K_h	0.0095

Tableau 1.1 paramètres du modèle

1.7 Simulations

Des essais libres (sans commande) ont été fait sur le modèle couplé, cela revient à laisser l'hélicoptère à l'état libre, il prendra ainsi une position d'équilibre illustrée sur la figure suivante :

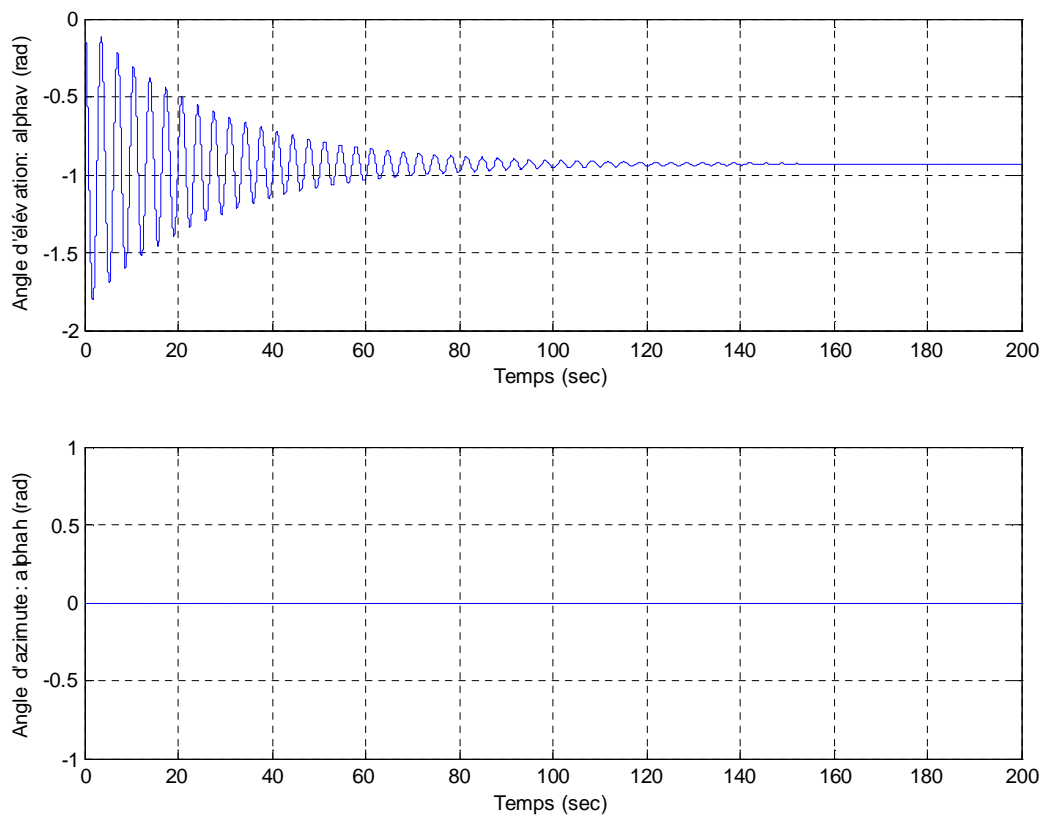


Figure 1.7 Réponse libre avec $\alpha_{v0} = \alpha_{h0} = 0$

On remarque que la réponse du sous système vertical est oscillatoire, ceci est dû aux forces gravitationnelles, et est amortie à cause des forces de frictions existant dans notre système.

Ensuite, on a fait varier les conditions initiales sur les angles d'élévation et d'azimute, on constate que le sous système vertical revient au même point d'équilibre, par contre le sous système horizontal reste à sa position initiale.

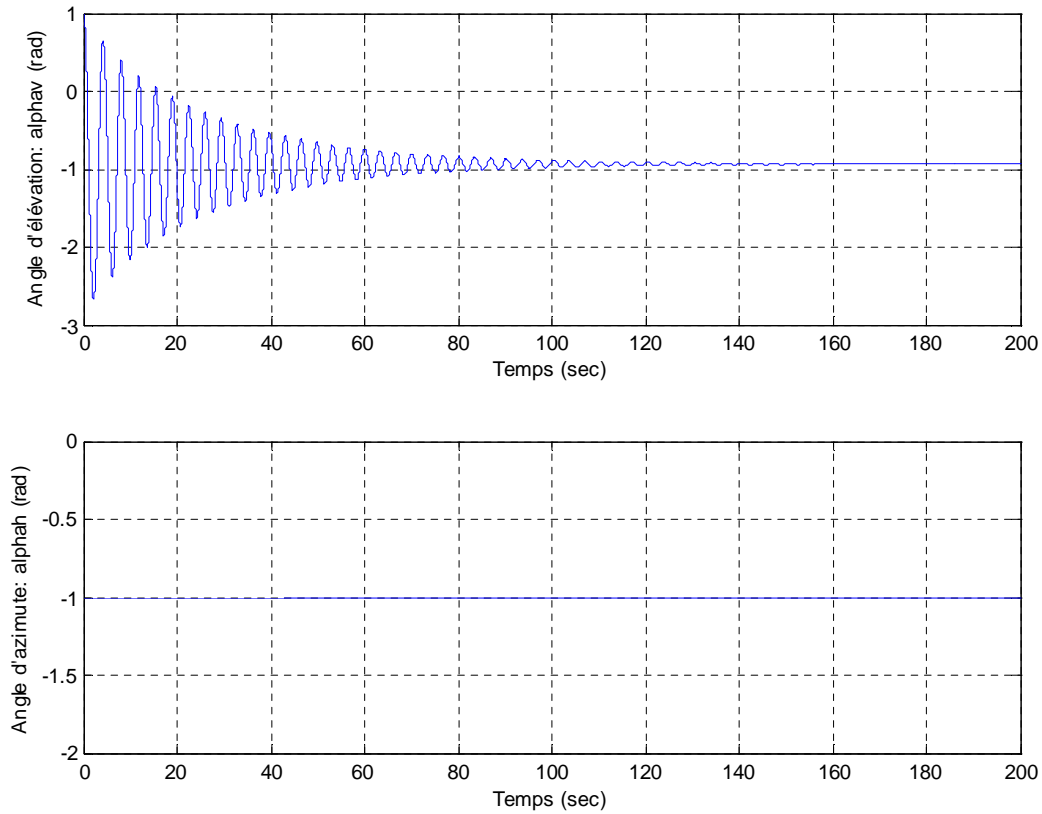


Figure 1.8 Réponse libre avec $\alpha_{v0} = 1$ et $\alpha_{h0} = -1$

Les essais avec commande de type échelon nous conduisent à dire que le sous système vertical est stable car pour n'importe quelle commande admissible, il se positionne à un nouveau point d'équilibre. Par ailleurs, le sous système azimutal se comporte comme un intégrateur car la sortie obtenue peut être assimilée à une rampe. C'est ce qu'illustre la figure suivante :

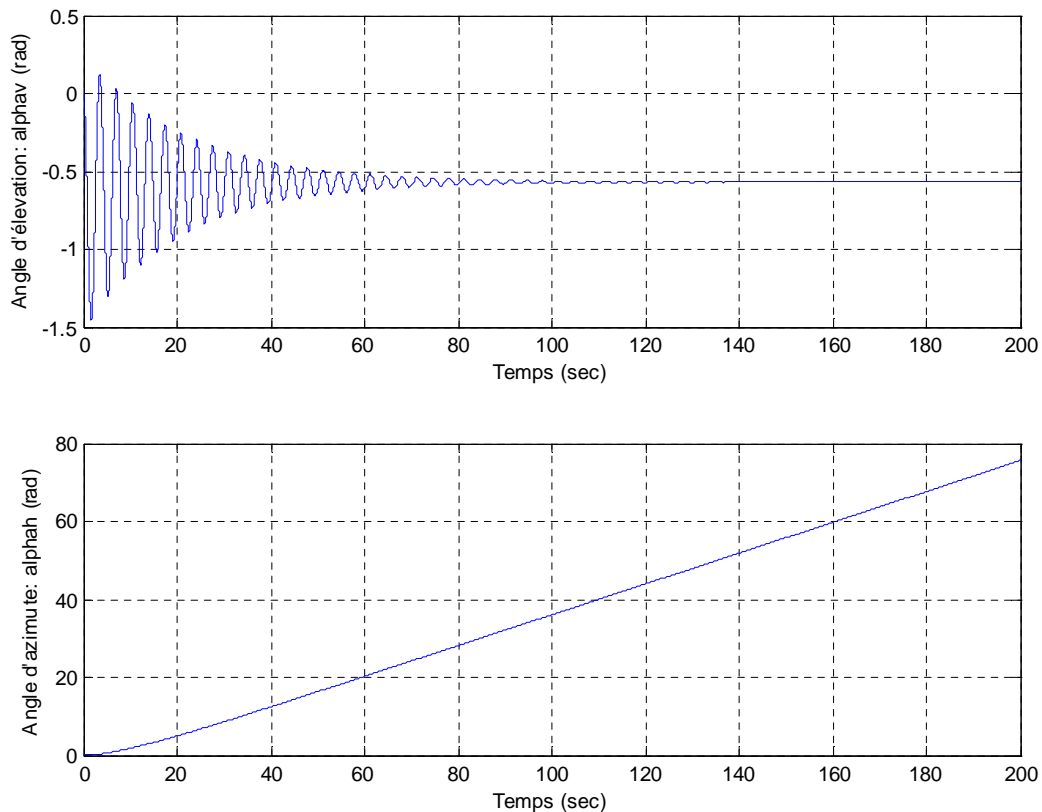


Figure 1.9 Réponse forcée pour $u_v = 2$ et $u_h = 1$ avec $\alpha_{v0} = 0$ et $\alpha_{h0} = 0$

1.8 Conclusion

Ce chapitre nous a conduit à une modélisation analytique du simulateur d'hélicoptère, le modèle obtenu est non linéaire et fortement couplé, ce qui nous a poussé à procéder au découplage en deux sous systèmes, selon les deux plans (vertical et horizontal), car comme il a été introduit dans ce chapitre, le degré de simplicité du modèle à étudier est très important lors de l'élaboration des lois de commande, chose qu'on abordera plus loin.

CHAPITRE 2

*SYNTHESE
D'OBSERVATEURS
D'ETAT
NON LINEAIRES*

2.1 Introduction

La commande des processus industriels nécessite souvent la connaissance du vecteur d'état. Malheureusement, en pratique, seule une partie de ce vecteur est disponible à cause de l'absence de capteurs ou du fait que certaines variables n'ont pas une signification physique évidente. De là, se pose le problème de la reconstruction du vecteur d'état à partir des sorties et des entrées mesurées sur le système. Sous certaines conditions, il est possible de reconstruire les variables d'état à l'aide d'un système dynamique dit *Observateur*. La possibilité de reconstruire les variables du système à partir de la mesure des entrées et sorties de ce dernier est liée à son *observabilité*.

Les premières définitions de l'observabilité des systèmes linéaires ont été données par Kalman dans les années soixante. Pour les systèmes non linéaires, différents auteurs se sont penchés sur la question, on peut citer Hermann, Kerner, Williamson, Gautier, Bornard, Diop, Fliess, etc.

Pour les systèmes linéaires, la solution du problème a été donnée par Luenberger. Par contre, le problème de synthèse d'observateurs pour les systèmes non linéaires est encore l'objet de plusieurs travaux de recherches. Une synthèse sur les résultats obtenus jusqu'en 1989 a été faite par Misawa, Hedrick, une étude comparative des résultats existants jusqu'en 1987 a été présentée par Walcott, Corless, Zak. Plusieurs solutions sont proposées, dont l'*observateur de Thau* et l'*observateur à modes glissants*, qui feront l'objet de notre étude.

2.2 Observabilité des systèmes non linéaires [1]

Dans ce paragraphe, nous allons faire des rappels théoriques sur les principales définitions de l'observabilité en s'inspirant des travaux de Hermann, Kerner en 1977 et Gautier, Bornard en 1981.

La notion d'observabilité est introduite à partir de la notion d'indiscernabilité. On considère le système non linéaire suivant:

$$(S): \begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t)) \\ y = h(x(t)) \end{cases} \quad (2.1)$$

$$u(t) \in \Omega \subset \mathfrak{R}^m$$

$x \in M$, une variété de C^∞ connexe de dimension n , $y \in \mathfrak{R}^p$, f et h des fonction de C^∞ .

On note par $x_u(t, x_0)$ la solution de (2.1) correspondant à $u = u(t)$ et $x(0) = x_0$. $u(t)$ représente la commande appliquée au système, y représente la sortie du système c'est à dire les variables mesurées et x est l'état du système.

Définition 2.1: On considère le système (S) . Deux points x_1 et x_2 sont indiscernables ($x_1 I x_2$) si, pour toute fonction d'entrée $u(t)$ et pour tout $t \geq 0$, les sorties $h(x_u(t, x_1))$ et $h(x_u(t, x_2))$ qui en résultent sont égales.

L'indiscernabilité est une relation d'équivalence sur M .

Définition 2.2: Le système (S) est dit observable en x_1 si $I(x_1) = \{x_1\}$, et (S) est dit observable si $I(x) = \{x\}$ quelque soit $x \in M$.

Remarque 2.1: L'observabilité de (S) n'implique pas que chaque entrée distingue les points de M .

Remarque 2.2: L'observabilité est un concept global, il peut être nécessaire d'attendre longtemps ou de parcourir de longues trajectoires avant de pouvoir distinguer les points de M .

Pour cela on introduit un concept local plus fort que l'observabilité.

Définition 2.3: Soit U un sous ensemble de M et $x_1, x_2 \in U$, on dit que x_1 et x_2 sont U indiscernables ($x_1 I_u x_2$) si pour chaque entrée $u(t)$, les trajectoires initiées en x_1 et x_2 restent dans U , et les sorties résultantes sont identiques.

C'est à dire: si $x_u(t, x_1) \in U, x_u(t, x_2) \in U$ et $h(x_u(t, x_1)) = h(x_u(t, x_2)) \forall t \geq t_0 \text{ et } \forall u(t)$ entrée admissible.

La U indiscernabilité n'est pas en général une relation d'équivalence sur U , car elle est non transitive, cependant on peut toujours définir la notion d'observabilité locale.

Définition 2.4: (S) est localement observable en x_1 , si pour chaque voisinage ouvert U de x_1 , $I_u(x_1) = \{x_1\}$. (S) est localement observable s'il l'est en tout point $x \in M$.

Le concept d'observabilité locale peut être affaibli, en pratique il peut être suffisant de pouvoir distinguer le point x_I de ces voisins. On définit alors l'observabilité faible en x_I .

Définition 2.5: (S) est faiblement observable en x_I , s'il existe un voisinage U de x_I tel que $I(x_I) \cap U = \{x_I\}$ (c'est à dire il n'existe pas dans U de points indiscernables de x_I autre que lui même). (S) est faiblement observable s'il est faiblement observable en tout point $x \in M$.

Dans ce cas aussi il peut être nécessaire de parcourir des trajectoires éloignées de U pour distinguer des points de U , on définit alors l'observabilité locale faible.

Définition 2.6: (S) est localement faiblement observable en x_I , s'il existe U un voisinage ouvert de x_I tel que pour chaque voisinage ouvert V de x_I contenu dans U , $I_V(x_I) = \{x_I\}$.

2.3 Rôle des entrées dans l'observabilité [1]

Considérons le système bilinéaire suivant:

$$\dot{x} = u \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} x$$

$$y = x_1$$

Si $u=0$, on ne pourra pas distinguer deux valeurs différentes de x_2 , le système linéaire engendré n'est pas observable. Ce phénomène de perte d'observabilité pour des valeurs particulières des entrées n'existe pas pour les systèmes linéaires.

L'observabilité des systèmes non linéaires dépend des entrées qui leur sont appliquées, cela conduit aux notions d'entrées universelles et de persistance de l'excitation.

Définition 2.7: Une fonction d'entrée est dite universelle pour le système (S) sur l'intervalle $[0, t]$ si tout couple d'état initiaux distincts $\{x_0, x_1\}$ peut être discerné par les sorties sur l'intervalle $[0, t]$, le système étant excité par u . C'est à dire qu'il existe $\tau \in [0, t]$ tel que $h(x(\tau(x_0))) \neq h(x(\tau(x_1)))$.

Une entrée universelle sur \mathfrak{R}^+ est dite universelle.

Une entrée non universelle est dite singulière.

Une question se pose, comment reconnaître si une entrée est à priori universelle ou pas ? Cette question est encore largement ouverte, cependant on sait définir un indice d'universalité de l'entrée u pour les systèmes affins en l'état.

Soit le système:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(u(t))x(t) + B(u(t)) \\ y(t) &= C(u(t))x(t) \end{aligned} \quad (2.2)$$

et

$$\Gamma_u(t, t_0) = \int_{t_0}^t \Phi_u^T(\tau, t) C^T(u(\tau)) C(u(\tau)) \Phi_u(\tau, t) d\tau \quad (2.3)$$

Le grammien d'observabilité $\Phi_u(\tau, t)$ est la matrice de transition du système (2.2) engendrée par l'application de la fonction $u(t)$ au système sans le terme $B(u(t))$. L'indice d'observabilité $\gamma_u(t, t_0)$ est la plus petite valeur singulière de $\Gamma_u(t, t_0)$.

Définition 2.8: Une entrée est universelle sur $[0, t]$ pour (2.2) si $\gamma_u(t, t_0) > 0$.

Partant du fait que les systèmes non linéaires ne sont pas en général observables quelque soit l'entrée, on définit la classe de systèmes uniformément observables pour toute entrée. Nous adopterons les définitions données par Bornard, Celle-Couenne, Gilles en 1993.

2.4 Observabilité uniforme [1]

Définition 2.9: Un système dont toutes les entrées sont universelles est dit uniformément observable. Si pour tout $t > 0$ toutes les entrées sont universelles sur $[0, t]$, le système est dit uniformément localement observable.

Remarque 2.3 : Un système linéaire observable est uniformément localement observable.

2.5 Observabilité complète [1]

On considère pour toute fonction u de classe C^∞ , définie de \mathfrak{R} dans Ω , le système étendu suivant :

$$\begin{cases} \dot{\omega} = 1 \\ \dot{x} = f(x, u(\omega)) \\ y_1 = \omega \\ y_2 = h(x) \end{cases} \quad (2.4)$$

défini sur $\mathbb{R} \times M$ quelque soit la fonction u , le système étendu (2.4) possède les propriétés suivantes :

- a) C'est un système non commandé.
- b) Pour une entrée quelconque $u(t)$, les trajectoires $x(t)$ du système (2.1) sont identiques à celles de (2.4) initialisé en (t_0, x_0) .
- c) Sous les mêmes conditions, la sortie $y(t)$ du système (2.1) est identique à la sortie y_2 du système (2.4).

Définition 2.10: Le système (2.1) est complètement localement faiblement observable si quelque soit l'entrée, le système (2.4) est localement faiblement observable.

2.6 Entrées régulièrement persistantes [1]

Exemple:

Soit le système non linéaire suivant :

$$\dot{x} = u \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} x$$

$$y = x_1$$

L'entrée $u=1$ est universelle, par contre l'entrée $u=0$ est singulière.

L'entrée $\tilde{u} = \begin{cases} 1, t \leq t_0 \\ 0, t > t_0 \end{cases}$ est aussi universelle.

Si une perturbation se produit sur x_2 à $t > t_0$ elle n'influencera pas la sortie, donc l'observateur ne peut pas réagir à une telle perturbation. Par conséquent les entrées universelles ne suffisent pas à garantir de bonnes propriétés en présence de perturbations.

Cela amène à définir la notion de persistance régulière qu'on sait caractériser pour les systèmes affins en l'état.

Définition 2.11: Une fonction d'entrée u est dite régulièrement persistante pour le système affiné en l'état (2.2) s'il existe $T > 0$, $\alpha > 0$ et $t_0 > 0$ tels que $\gamma_u(t+T) \geq \alpha$ pour tout $t \geq t_0$.

2.7 Observateurs non linéaires [4] [5]

On considère un système dynamique décrit par un ensemble d'équation différentielles ordinaires, on suppose que les entrées du système ainsi que les sorties mesurées par les capteurs sont disponibles.

En général, pour des raisons de réalisabilité technique, de coût, etc. la dimension du vecteur de sortie est inférieure à celle de l'état. Donc, à un instant donné le vecteur d'état $x(t)$ ne peut pas être déduit algébriquement de la sortie $y(t)$ à cet instant. Sous des conditions d'observabilité l'état $x(t)$ peut être déduit de la connaissance des entrées et sorties sur un intervalle de temps passé. Le but d'un observateur est précisément de fournir une estimation de la valeur courante de l'état en fonction des entrées et sorties passées. L'observateur revêt en général une forme d'un système dynamique.

Définition 2.12: On appelle observateur d'un système dynamique:

$$S : \begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (2.5)$$

un système dynamique auxiliaire O dont les entrées sont constituées des vecteurs d'entrée et de sortie du système à observer et dont le vecteur de sortie $\hat{x}(t)$ est l'état estimé:

$$O : \begin{cases} \dot{z}(t) = \hat{f}(z(t), u(t), y(t)) \\ \hat{x}(t) = \hat{h}(z(t), u(t), y(t)) \end{cases} \quad (2.6)$$

Tel que $\|e(t)\| = \|\hat{x}(t) - x(t)\| \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$

Remarque 2.4 : On peut penser que le problème posé est exclusivement celui de la méconnaissance de l'état initial. Il n'en est rien car pour les systèmes continus la notion d'état initial n'a pas de sens. Toute perturbation non mesurée réinitialise le système.

On adjoint à la définition précédente les propriétés suivantes:

- i) Les caractéristiques dynamiques de l'observateur doivent être stationnaires.
- ii) L'erreur d'estimation doit être bornée.
- iii) On doit pouvoir spécifier librement la vitesse de convergence de l'erreur d'observation, afin que la dynamique de l'observateur soit en rapport avec celle des perturbations.
- iv) Si l'initialisation de l'observateur est telle que $\hat{x}(0) = x(0)$. Alors on doit avoir $\hat{x}(t) = x(t)$ pour tout $t > 0$.

Un observateur de la forme:

$$O: \begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t)) + k(z(t), (h(\hat{x}(t)) - y(t))) \\ \dot{z}(t) = \hat{f}(z(t), u(t), y(t)) \end{cases} \text{ avec } k(z(t), 0) = 0 \quad (2.7)$$

vérifie la condition iv). Tous les observateurs usuels sont de cette forme. Souvent l'équation en z est inexistante.

2.7.1 Observateurs à mode glissants [5] [6]

Ces observateurs ont été introduits par Slotine, Hedrick, Misawa en 1987, Canudas de Witt, Slotine en 1991, Hernandez en 1994. Ces observateurs ont la particularité d'utiliser des gains non différentiables. La méthode consiste à contraindre les dynamiques des erreurs d'estimations d'un système linéaire d'ordre n sur une variété d'ordre $(n-p)$ dite surface de glissement. Pour illustrer la méthode, considérons le système non linéaire suivant:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, t) & x &\in \mathfrak{R}^n \\ y &= Cx & y &\in \mathfrak{R}^p \end{aligned} \quad (2.8)$$

On définit l'observateur par la structure:

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, t) - H(y - \hat{y}) - K.T_s \quad (2.9)$$

Où K : matrice de gain de dimension $n \times p$.

H : matrice de gain de dimension $n \times p$.

T_s : vecteur de dimension p .

$$\mathbf{T}_s = [\text{sign}(\tilde{y}_1), \dots, \text{sign}(\tilde{y}_n)]^T \quad (2.10)$$

Avec :

$$\tilde{y}_i = y_i - c_i \hat{x} \quad (2.11)$$

On définit la surface comme étant le vecteur de l'erreur:

$$\sigma = \tilde{y} = c(x - \hat{x}) \quad (2.12)$$

Nous avons:

$$\dot{\tilde{x}} = \Delta f + H(y - \hat{y}) + K.T_s = \hat{f} \quad (2.13)$$

La surface de glissement de dimension p doit être attractive $\Rightarrow \sigma_i \dot{\sigma}_i < 0$

Les matrices H et K sont choisies de manière à satisfaire cette condition, la méthode de synthèse de H et K dépend de cas traité, c'est-à-dire de la forme de f .

En utilisant le principe de commande équivalente d'Utkin on a une fois le régime glissant établi $\sigma = 0$ par conséquent, la dérivé par rapport aux temps doit aussi être toujours nulle $\dot{\sigma} = 0$.

$$\Rightarrow \text{grad}(\sigma) \tilde{f}(\tilde{x}, \tilde{T}_s) = 0 \quad (2.14)$$

Où:

$$\tilde{f} = \Delta f - H\tilde{Z} - K\tilde{T}_s \quad (2.15)$$

\tilde{T}_s est le vecteur de glissement équivalent qui obtenu par les équations précédentes.

On a :

$$c(\Delta f - H\tilde{Z} - K\tilde{T}_s) = 0 \Rightarrow \tilde{T}_s = (cK)^{-1} c\Delta f \quad (2.16)$$

Donc la dynamique de surface de glissement est:

$$\dot{\tilde{x}} = (I - K(cK)^{-1}c)\Delta f \quad (2.17)$$

Ce type d'observateur est bien adapté aux systèmes incertains. Il est robuste vis-à-vis les variations paramétriques.

2.7.2 Observateur de Thau [4]

Les résultats obtenus par Thau ont été généralisés par Kou, Al et Banks. Cette méthode ne constitue pas une technique systématique pour la synthèse d'un observateur, mais donne une condition suffisante de stabilité exponentielle de l'erreur d'observation.

Considérons un système non linéaire pouvant se mettre sous la forme suivante :

$$S = \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + f(x) \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.18)$$

Où : $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ représente l'état, le champ $f : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^n$ est différentiable, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ est le vecteur de commande, $y(t) \in \mathfrak{R}^p$ est le vecteur de sortie.

Théorème 2.1 : Considérons le système défini en (2.18) pour lequel :

- La fonction f est globalement lipschitzienne : $\|f(x_1) - f(x_2)\| \leq k\|x_1 - x_2\|$ pour tout $x_1, x_2 \in \mathfrak{R}^n$ avec k positif.
- La paire (C, A) est détectable : il existe une matrice $L \in \mathfrak{R}^{n \times p}$ telle que $A_0 = A - LC$ soit à valeurs propres à parties réelles négatives, par conséquent pour toute matrice Q symétrique définie positive, il existe une matrice $P \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ symétrique définie positive solution de l'équation de Lyapunov :

$$A_0^T P + P A_0 = -2Q \quad (2.19)$$

- Les valeurs propres des matrices P et Q vérifient l'inégalité suivante : $\frac{\lambda_m(Q)}{\lambda_M(P)} \geq k$ où :

$\lambda_m(\cdot)$ et $\lambda_M(\cdot)$ désignent respectivement la plus petite et la plus grande valeur propre.

$$\text{Alors le système : } \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + f(\hat{x}) + L(y - C\hat{x}) \quad (2.20)$$

constitue un observateur exponentiel de l'état du système.

2.8 Synthèse des observateurs

Dans cette partie, nous allons synthétiser un certain nombre d'observateurs non linéaires afin de reconstituer les états de notre système d'application (TRMS); ces observateurs sont : l'observateur de **Thau** et l'observateur **glissant**. A la fin une étude comparative nous permettra de voir les avantages et les inconvénients de chacun des deux.

2.8.1 Observateur de Thau

On va commencer par cet observateur car il convient a notre système et il a l'avantage d'avoir de termes de correction linéaires.

On écrit notre modèle sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + f(x) \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (2.21)$$

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{k_v}{j_v} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_{mr}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{tr}} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{k_{mr}}{T_{mr}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_{tr}}{T_{tr}} \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

On calcule la matrice L de Thau (gain de correction) telle que les valeurs propres de la matrice $A_0 = A - LC$ soient :

$$\lambda_1 = -30, \lambda_2 = -29.5258, \lambda_3 = -0.0984, \lambda_4 = -0.6983, \lambda_5 = -2.6028, \lambda_6 = -0.4742 \quad ;$$

et $Q = I(6)$; ou $I(6)$ est la matrice identité de dimension 6

$$\text{On aura donc :} \quad L = \begin{bmatrix} 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 45 & 52 & 11 & 30 & 14 & 1 \end{bmatrix}^T$$

D'où notre observateur de Thau qui s'écrit comme suit :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + f(\hat{x}) + L(y - C\hat{x}) ; \quad (2.22)$$

2.8.1.1 Résultats de simulation

Les figures suivantes donnent les résultats de simulations de l'observateur de Thau pour le modèle du TRMS. Les figures 2.1 et 2.2 représentent, respectivement, les simulations réalisées sans perturbations paramétriques en régime libre et forcé. On s'aperçoit que la convergence de l'erreur d'observation est très rapide (exponentielle). Par ailleurs, les figures 2.3 et 2.4 représentent la dynamique de l'erreur d'observation, en régime libre et forcé, avec l'introduction de perturbations paramétriques de l'ordre de 10 à 15 %.

En conclusion, on peut dire que l'observateur de Thau donne des résultats satisfaisants, mais reste les problèmes de la condition de Lipschitz qui n'est pas évidente, et le choix de la matrice L . C'est pour ces raisons qu'on a développé l'observateur glissant.

Simulations de l'observateur de Thau

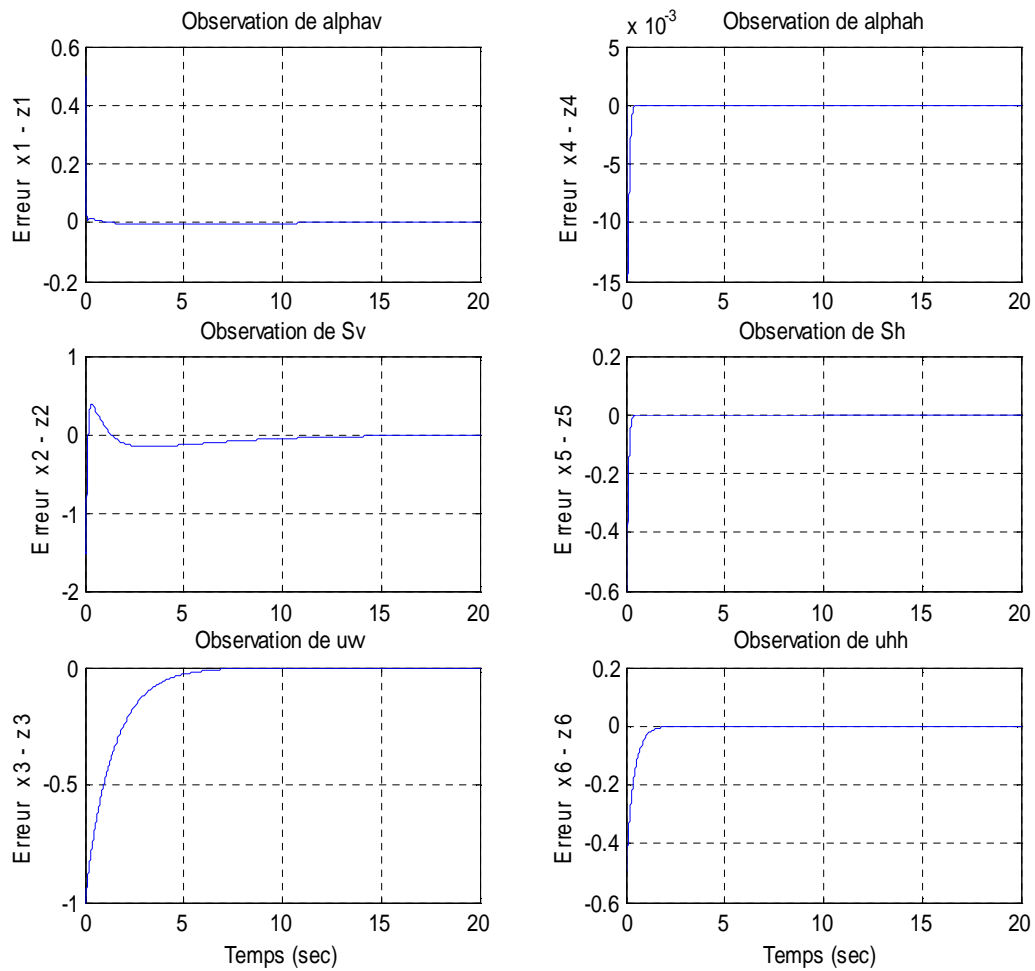


Figure 2.1 : Simulation en régime libre sans perturbations paramétriques

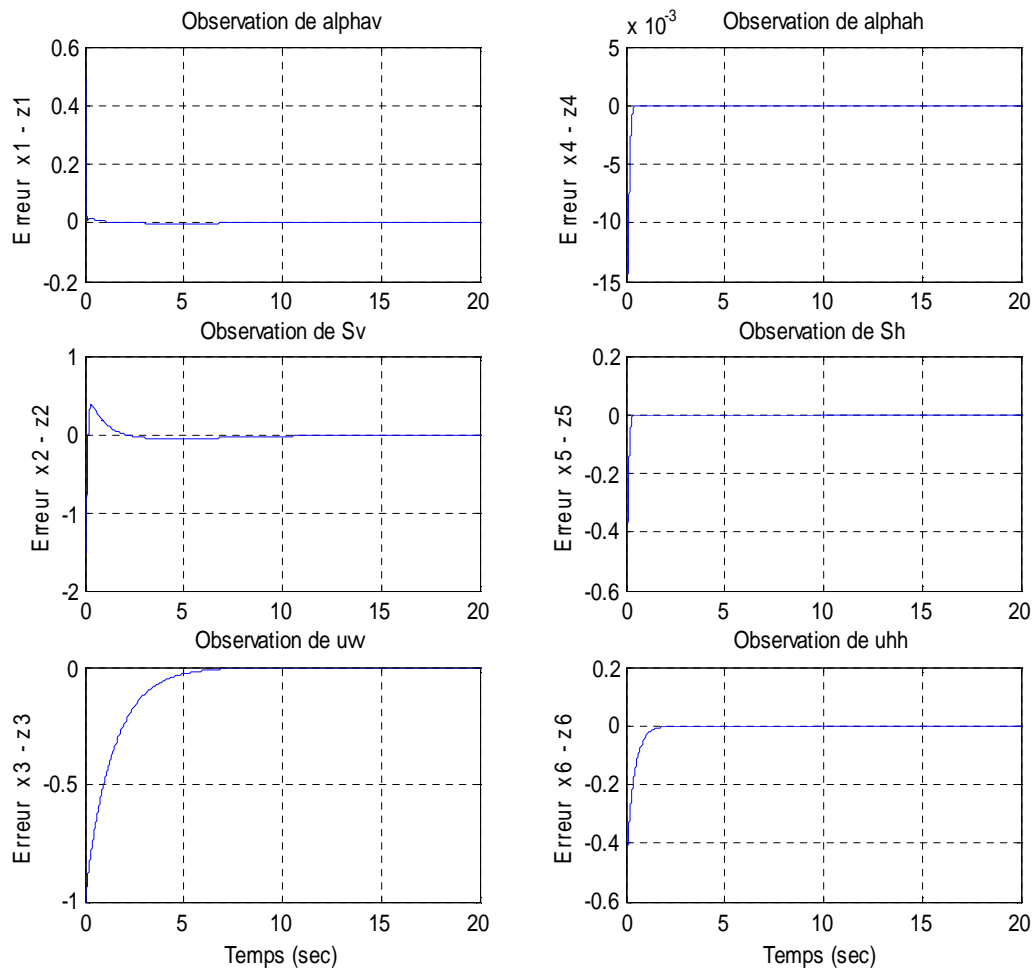


Figure 2.2 : Simulation en régime forcé sans perturbations paramétriques

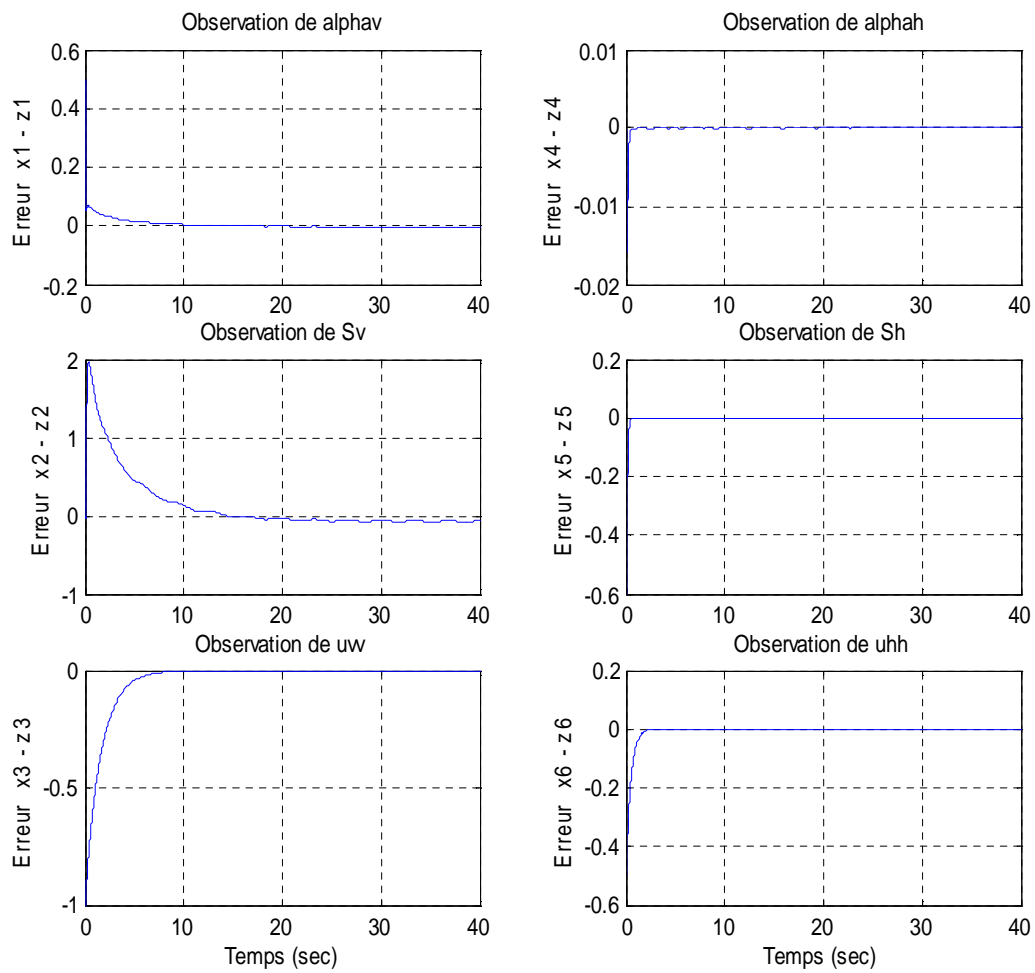


Figure 2.3 : Simulation en régime libre avec perturbations paramétriques

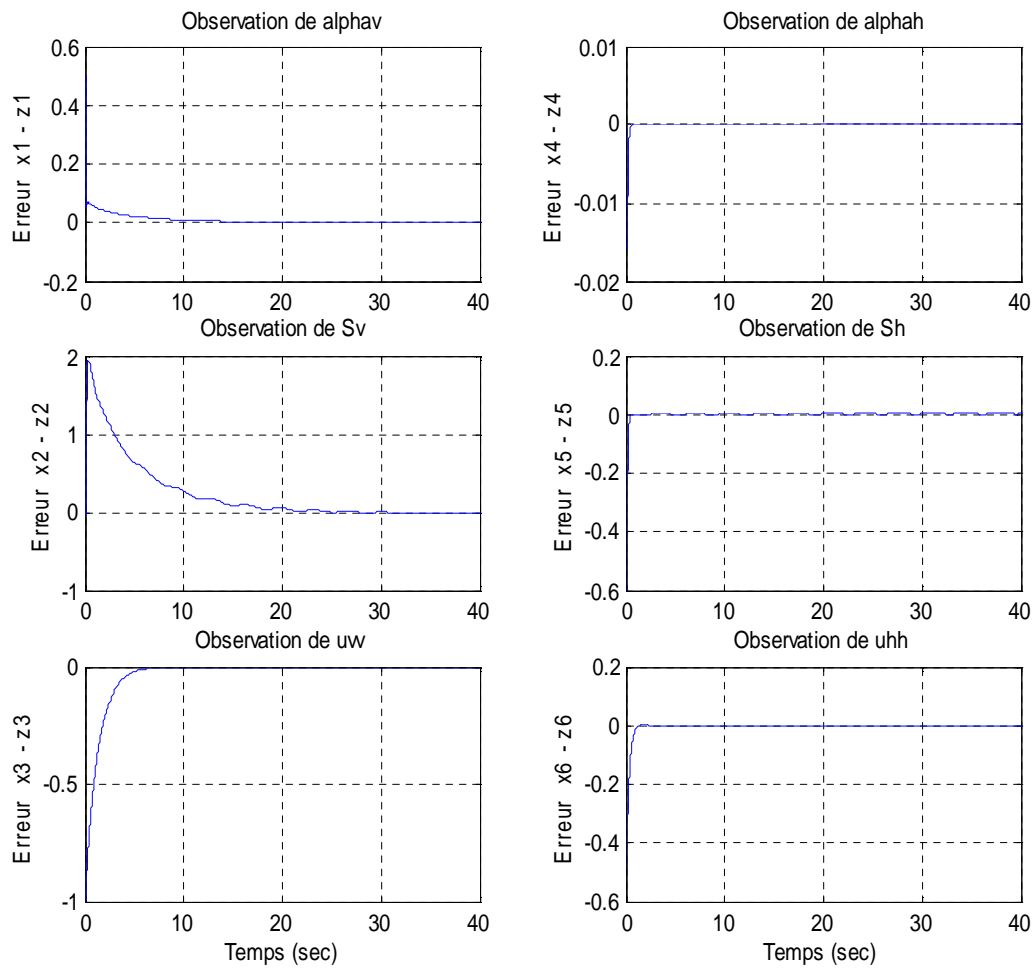


Figure 2.3 : Simulation en régime libre avec perturbations paramétriques

2.8.2 Observateur glissant

La théorie des modes glissants a montré son efficacité dans le domaine de la commande, pour cela, elle a été utilisée pour la synthèse des observateurs.

L'observateur glissant possède les avantages suivants : robustesse, possibilité d'imposition de la dynamique, ceci est important car un observateur doit toujours être plus rapide que la dynamique du système à commander.

On décompose notre système en deux sous systèmes (déjà fait dans le chapitre 1)

Notre observateur sera de la forme suivante :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_v &= A_v \hat{x}_v + B_v u_1 + K_v \text{sign}(s_1) \\ \dot{\hat{x}}_h &= A_h \hat{x}_h + B_h u_2 + K_h \text{sign}(s_2)\end{aligned}\quad (2.23)$$

Avec

$$K_v = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} ; \quad K_h = \begin{bmatrix} k_4 \\ k_5 \\ k_6 \end{bmatrix}$$

Et :

$$\begin{aligned}S_1 &= e_1 = x_1 - \hat{x}_1 \\ S_2 &= e_4 = x_4 - \hat{x}_4\end{aligned}\quad (2.24)$$

La dynamique de l'erreur sera donc :

$$\begin{aligned}\dot{e}_v &= A_v e_v + D_v v_v - K_v \text{sign}(S_1) \\ \dot{e}_h &= A_h e_h + D_h v_h - K_h \text{sign}(S_2)\end{aligned}\quad (2.25)$$

Avec :

$$e_v = \begin{bmatrix} x_1 - \hat{x}_1 \\ x_2 - \hat{x}_2 \\ x_3 - \hat{x}_3 \end{bmatrix} ; \quad e_h = \begin{bmatrix} x_4 - \hat{x}_4 \\ x_5 - \hat{x}_5 \\ x_6 - \hat{x}_6 \end{bmatrix}$$

Nous déterminons les gains k_i par la méthodologie suivante :

1. Pour le premier sous système, on prend la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V(S_1) = \frac{1}{2} S_1^2 \Rightarrow \dot{V}(S_1) = S_1 \dot{S}_1 = S_1 (e_2 - k_1 \text{sign}(S_1)) \quad (2.26)$$

Avec : $k_1 > |e_2 + v_1|$

On garantit la condition d'attractivité, donc quand $S_1 = 0 \Rightarrow \dot{S}_1 = 0$ alors : $\text{sign}(S_1) = \frac{e_2 + v_1}{k_1}$

En remplaçant dans les équations de la dynamique de l'erreur du premier sous système, on trouve les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\dot{e}_2 &= -\frac{k_v}{J_v}e_2 + v_2 - \frac{k_2}{k_1}(e_2 + v_1) \\ \dot{e}_3 &= -\frac{1}{T_{mr}}e_3 - \frac{k_3}{k_1}(e_2 + v_1)\end{aligned}\quad (2.27)$$

Finalement, on fait un placement de pôles pour avoir la stabilité de la dynamique de l'erreur.

2. Pour le deuxième sous système, on suit les mêmes étapes.

On prend la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(S_2) = \frac{1}{2}S_2^2 \Rightarrow \dot{V}(S_2) = S_2\dot{S}_2 = S_2(\epsilon - k_4 \text{sign}(S_2)) \quad (2.28)$$

Avec : $k_4 > |e_5 + v_3|$

On garantit la condition d'attractivité, donc quand $S_2=0 \Rightarrow \dot{S}_2=0$ alors : $\text{sign}(S_2) = \frac{e_5 + v_3}{k_4}$

On remplaçant dans les équations de la dynamique de l'erreur du second sous système, on trouve :

$$\begin{aligned}\dot{e}_5 &= v_4 - \frac{k_5}{k_4}(e_5 + v_3) \\ \dot{e}_6 &= -\frac{1}{T_{tr}}e_6 - \frac{k_6}{k_4}(e_5 + v_3)\end{aligned}\quad (2.29)$$

Les gains k_i proposés en suivant ces chemins sont :

$k_1=10^3((J_{tr}/J_v)\pi/2)$, $k_2=10$, $k_3=10^{-5}$, $k_4=10^3((J_{mr}/(d+f))\pi/2)$, $k_5=10$, $k_6=10^{-5}$ et ainsi l'observateur est totalement synthétisé.

2.8.2.1 Résultats de simulation

Les figures suivantes donnent les résultats de simulation de l'observateur glissant. De la même manière que pour l'observateur de Thau, on a effectué un test de robustesse en introduisant des perturbations paramétriques de l'ordre de 10 à 15 % pour certains paramètres. On remarque que notre observateur effectue un rejet remarquable des perturbations et la dynamique de convergence de l'erreur reste pratiquement inchangée. On ne lui trouve vraiment pas d'inconvénients, les résultats sont très satisfaisants.

Remarque :

L'observateur à modes glissant est robuste par construction, car sa structure considère toutes les parties non linéaires comme étant des perturbations. Ce qui justifie sa robustesse remarquable vis à vis des perturbations paramétriques.

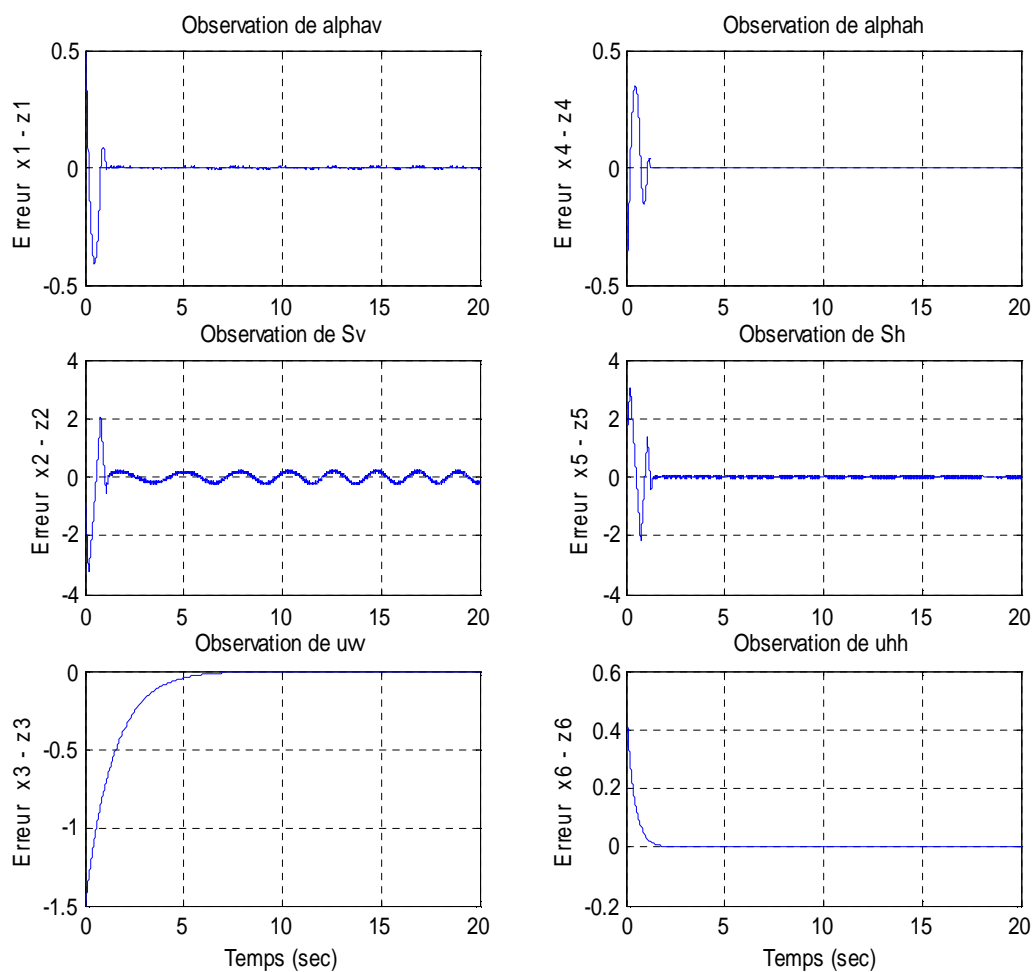
Simulation de l'observateur glissant

Figure2.5 : Simulation en régime libre sans perturbations paramétriques

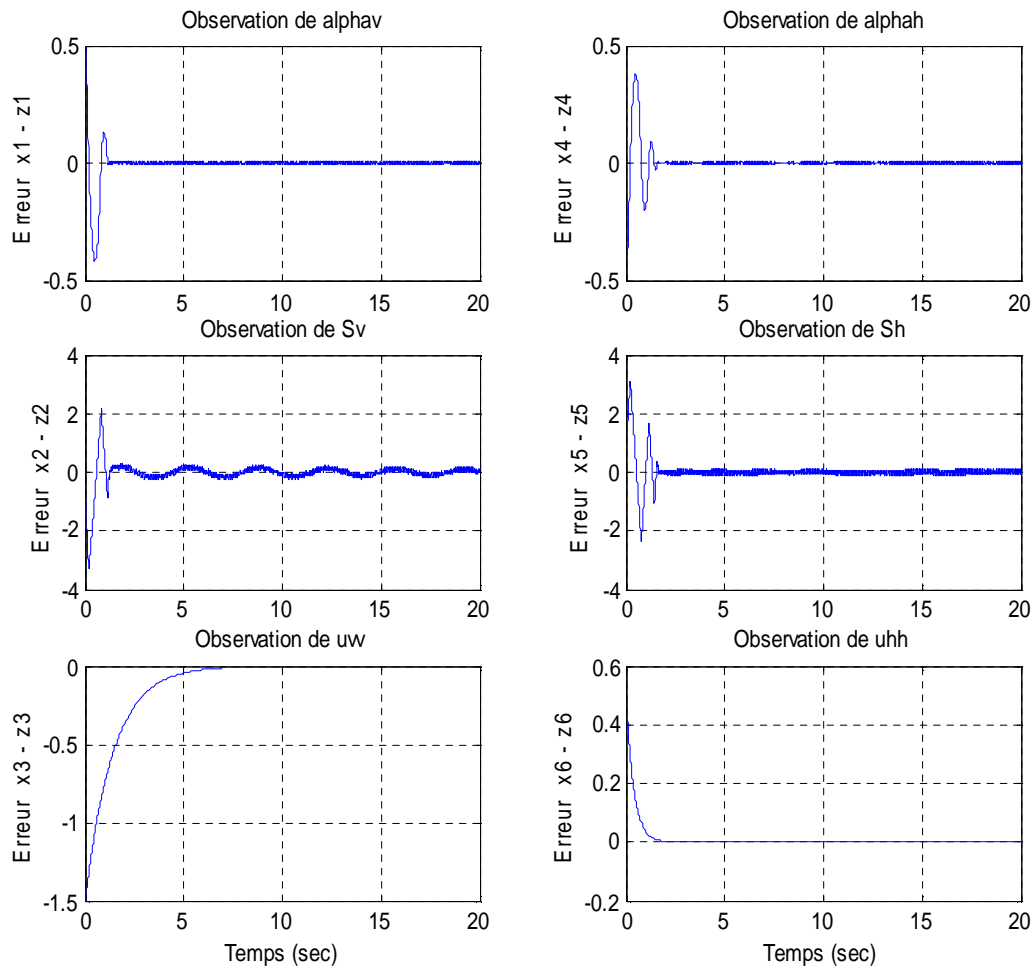


Figure2.6 : Simulation en régime forcé sans perturbations paramétriques

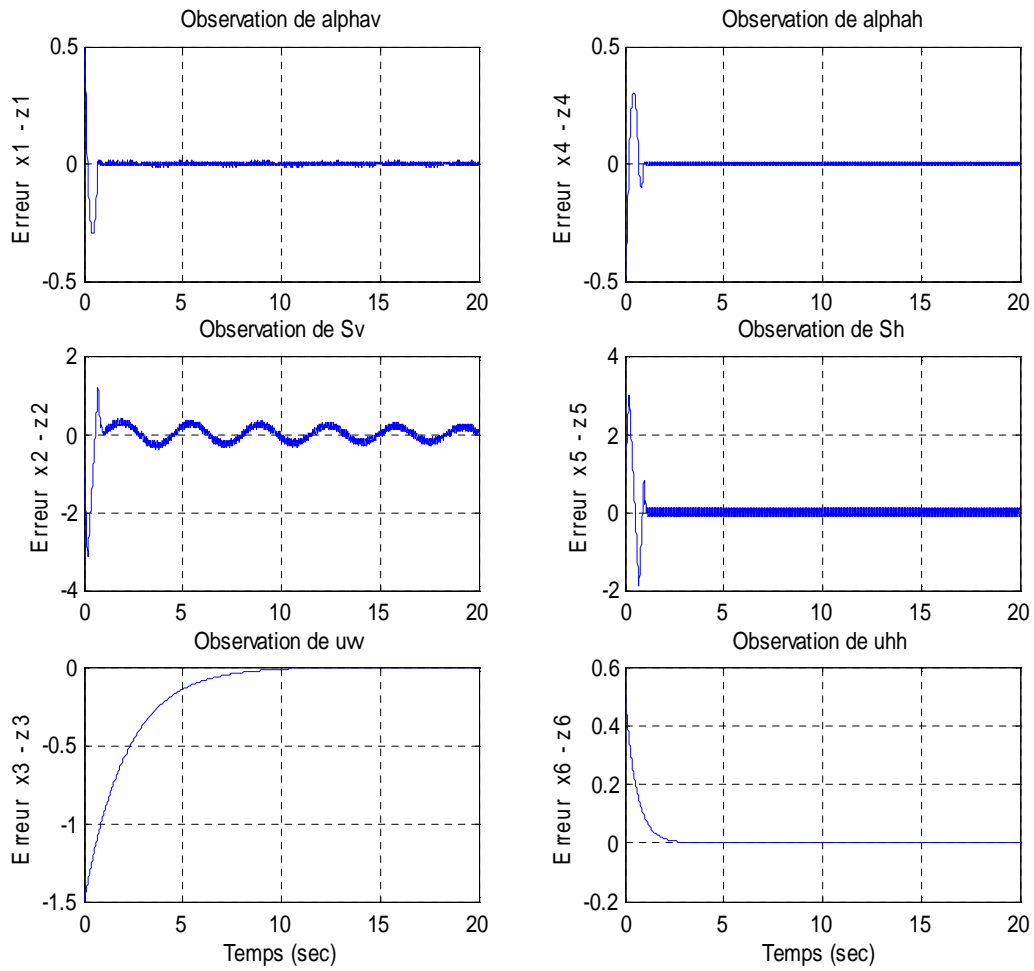


Figure2.7 : Simulation en régime libre avec perturbations paramétriques

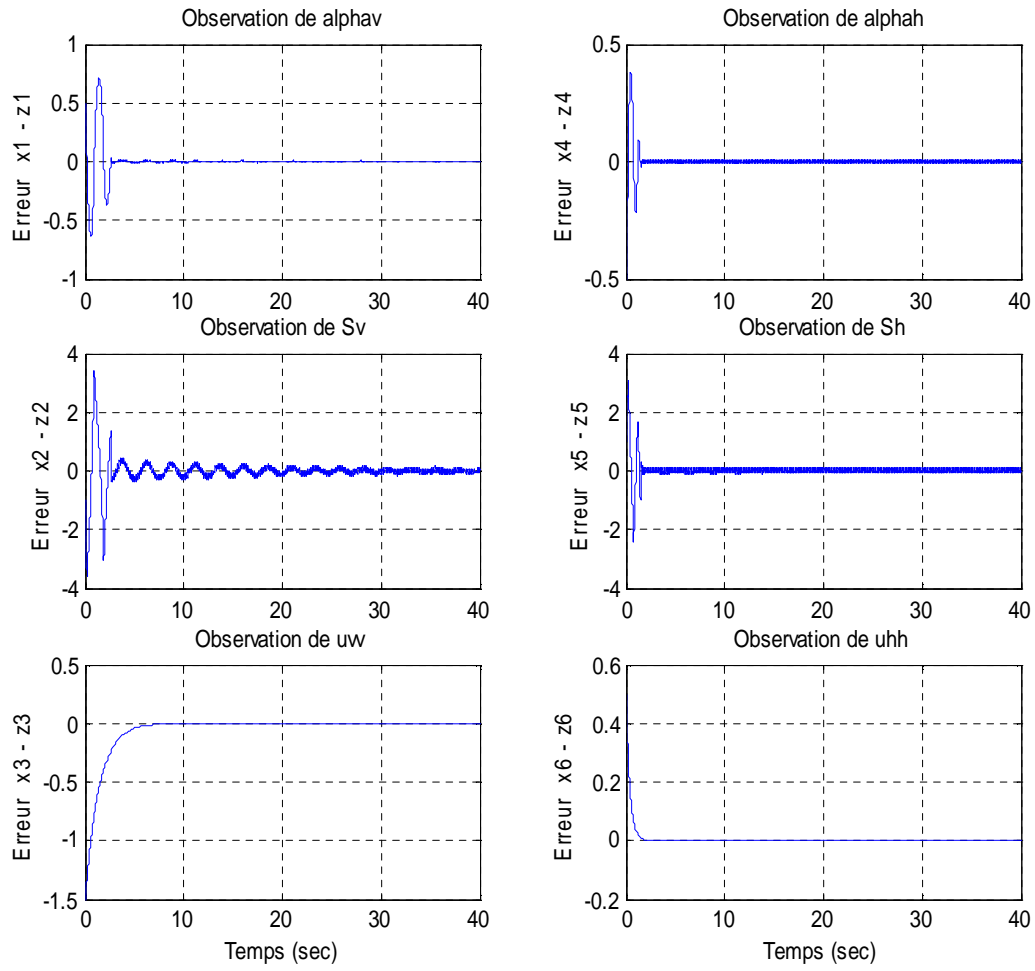


Figure2.8 : Simulation en régime forcé avec perturbations paramétriques

2.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné des rappels théoriques sur les observateurs d'états non linéaires ainsi que sur l'observabilité des systèmes non linéaires. Puis, on a synthétisé deux types d'observateurs : l'observateur de Thau et l'observateur glissant pour notre modèle, le TRMS. On a donné, brièvement, les étapes de leurs synthèses, des courbes de simulation sont insérées pour chaque observateur, suivies de commentaires.

Nous avons pu constater que les deux observateurs donnent de bons résultats car ils convergent rapidement vers l'état réel du système observé. Néanmoins, l'observateur de Thau est moins robuste vis à vis des erreurs de modélisation. L'observateur glissant, de son côté, à l'avantage d'être très robuste par rapport aux variations paramétriques par construction. On lui retient, quand même, l'effet indésirable du chattering, un phénomène que nous pouvons réduire en faisant intervenir la fonction *sigmoïde*.

CHAPITRE 3

SYNTHESE DE LOIS DE COMMANDE NON LINEAIRES

3.1 Introduction :

La théorie de la commande est une branche de la théorie des systèmes dynamiques. Son but premier est de manipuler les variables d'entrée $u(t)$ d'un système donné de manière à ce que la sortie $y(t)$ suit une référence qu'on notera $y_r(t)$ appelée consigne.

D'un point de vue mathématique, il s'agit d'un problème d'inversion. Si le modèle du système $y = Hu$ est connu avec grande précision, le calcul d'un modèle inverse H^{-1} permet le calcul de l'entrée $u_r = H^{-1}y_r$ à appliquer au système pour obtenir un asservissement parfait.

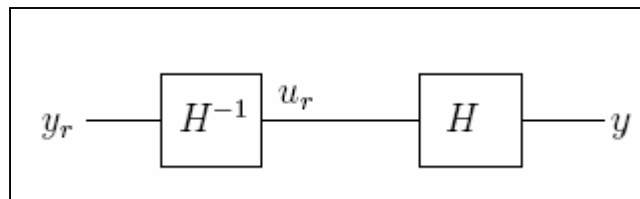


Figure 3.1 : Inversion du système pour déduire l'entrée

Dans ce chapitre, nous allons introduire des rappels théoriques sur les différentes techniques de commandes non linéaires qu'on va en suite appliquer sur notre système et on terminera par des simulations. Nous allons commencer par la commande linéarisante pour passer à la commande à structure variable (Modes Glissants).

3.2 Rappels théoriques

3.2.1 La commande linéarisante [7]

La commande linéarisante est basée sur une régulation d'état permettant de transformer le système non linéaire à commander en un système linéaire du point de vue entrée-sortie. Il s'agit d'une linéarisation exacte, par opposition à la linéarisation conventionnelle (Jacobienne) du fait que la linéarisation par retour d'état est basée sur une transformation, non linéaire, exacte (partielle ou complète, selon le choix de la sortie) des états du système, et non pas d'une approximation linéaire de la dynamique au voisinage d'un point d'équilibre.

Dans ce qui suit, nous n'allons présenter que les notions de linéarisation de systèmes mono variables notés SISO (Single Input Single Output), car pour notre application (le TRMS), nous allons synthétiser les deux commandes pour les deux sous systèmes mono

variables (vertical et horizontal) séparément. Ces commandes seront injectées sur le système complet (couplé) qui est multivariable.

3.2.1.1 Préliminaires

Dérivée de Lie :

Soit $h : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ une fonction scalaire et $f : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^n$ un champ de vecteur.

On utilise la notation $L_f h(x) : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ pour désigner la fonction scalaire $L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x)$

qui est aussi appelée la dérivée de Lie de h dans la direction du champ de vecteur f .

De la même manière, on peut noter, pour $k = 0, 1, 2, 3, \dots, :$

$$\begin{cases} L_f^k h(x) = \frac{\partial^k h}{\partial x^k} f(x) = \frac{\partial}{\partial x} (L_f^{k-1} h(x)) f(x) \\ L_f^0 h(x) = h(x) \end{cases} \quad (3.1)$$

Degré relatif :

Soit le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (3.2)$$

Considérons maintenant la sortie $y = h(x) \in \mathfrak{R}$ de notre système, on dit que $y=h(x)$ a un degré relatif r par rapport à l'entrée scalaire u si :

$$\begin{cases} L_g L_f^i h(x) = 0, i = 0, \dots, r-2 \\ L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

Remarques :

- La notion de degré relatif est très importante lors de la linéarisation, car elle nous permet de savoir si notre système est linéarisable complètement ou partiellement.
- Il faut noter que le degré relatif r est le nombre de fois qu'il faut dériver la sortie y pour que la commande u apparaisse, cela se vérifie comme suit :

$$\dot{y} = \frac{\partial h}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial h}{\partial x} f(x) + \frac{\partial h}{\partial x} g(x)u$$

$$\dot{y} = L_f h(x) + L_g h(x)u \quad \text{et comme } L_g h(x) = 0 \text{ alors : } \dot{y} = L_f h(x)$$

De la même manière on trouve :

$$\begin{aligned}
 \dot{y} &= L_f^2 h(x) \\
 &\vdots \\
 y^{(r-1)} &= L_f^{r-1} h(x) \\
 y^{(r)} &= \frac{\partial}{\partial x} [L_f^{r-1} h(x)] \dot{x} \\
 y^{(r)} &= L_f^r h(x) + L_g L_f^{r-1} h(x) u
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Exemple :

Soit le système non linéaire suivant

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ -x_2 - x_1^3 - x_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u \text{ avec } y = h(x) = x_1$$

$$\text{On a : } L_g h(x) = (1 \quad 0) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$L_f h(x) = (1 \quad 0) \begin{pmatrix} x_2 \\ -x_2 - x_1^3 - x_1 \end{pmatrix} = x_2$$

$$L_g L_f h(x) = (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 1$$

Donc $r = 2$.

Ou bien, on a $y = h(x) = x_1 \Rightarrow \dot{y} = \dot{x}_1 = x_2 \Rightarrow \ddot{y} = \dot{x}_2 = -x_2 - x_1^3 - x_1 + u$, d'où $r = 2$.

3.2.1.2 Linéarisation entrée-sortie pour les systèmes mono variables

Soit le système non linéaire décrit par la relation (3.2) où :

- x est un vecteur de \mathfrak{R}^n (le vecteur d'état du système),
- u est un scalaire (l'entrée ou la commande),
- y est un scalaire (la sortie),
- $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$ sont des fonctions non linéaires.

Forme normale :

La forme normale est basée sur un changement de base du vecteur d'état, cela revient à définir un nouveau vecteur d'état qu'on notera z , Notre système s'écrira dans cette nouvelle base sous une forme, appelée forme normale. Cette dernière nous facilitera la recherche de la commande car on aura linéarisé au moins une partie de notre système, si ce n'est pas tous le système. Ainsi on pourra utiliser les techniques de la commande linéaire (retour d'état).

Changement de base :

Soit le système défini en (3.2) et soit r son degré relatif.

On définit le vecteur z qui est le résultat du changement de base suivant :

$$\begin{cases} z_1 = y = h(x) \\ z_2 = \dot{y} = L_f h(x) \\ \cdot \\ \cdot \\ z_r = y^{(r-1)} = L_f^{r-1} h(x) \end{cases} \quad (3.5)$$

Par simples dérivations successives, on obtient :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = z_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{z}_{r-1} = z_r \\ \dot{z}_r = L_f^r h(x) + L_g L_f^{r-1} h(x) u \end{cases} \quad (3.6)$$

Si on prend la commande :

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{r-1} h(x)} [-L_f^r h(x) + v] \quad (3.7)$$

On aura :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = z_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{z}_{r-1} = z_r \\ \dot{z}_r = v \end{cases} \quad (3.8)$$

Notre système devient :

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{z}_{r-1} \\ \dot{z}_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & 1 & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & 1 & 0 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ z_r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} v \quad (3.9)$$

$$\text{Avec : } y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ z_r \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Résultats :

Pour un système non linéaire quelconque mono variable de degré relatif r , le comportement entrée sortie peut être toujours linéarisé en utilisant la commande linéarisante u illustrée dans l'équation (3.7) ; dans ce cas le transfert entre la nouvelle commande v et la sortie y est

$$\text{donnée par : } Y(s) = \frac{1}{s^r} V(s)$$

De plus, puisque ce transfert est d'ordre r , ceci implique que r équations d'état sont exactement linéaires, les $(n-r)$ restantes sont quelconques.

Remarques :

- Les équations d'état linéaires sont obtenues en prenant le changement de base de (3.5).
- Pour un système non linéaire de degré relatif r , on peut toujours trouver un changement de base dans l'espace d'état et une commande linéarisante de telle façon que les équations d'état s'écrivent dans la nouvelle base en fonction de z avec :

$$z = \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 \\ \cdot \\ z_r \\ z_{r+1} \\ \cdot \\ z_n \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

D'où l'écriture suivante de notre système :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} = A\varepsilon + Bv \\ \dot{\eta} = \Gamma(\varepsilon, \eta) \\ y = C\varepsilon \end{cases} \quad (3.12)$$

-La forme précédente est appelée forme normale du système non linéaire.

-Si $r = n$, le système non linéaire d'origine est équivalent à un système complètement linéaire.

-La condition $r = n$ est nécessaire et suffisante pour que le système non linéaire soit complètement linéarisable.

Dynamique des zéros :

Considérons le système mono variable de (3.2) de degré relatif $r < n$:

Nous avons vu que dans ce cas la forme normale du système est donnée par (3.12).

Les r premières composantes de z sont complètement définies et les $(n-r)$ restantes sont des fonctions quelconques $\lambda_i(x)$ pourvues que $z=\Phi(x)$ soit un difféomorphisme.

De cette forme il apparaît que le vecteur ε peut être stabilisé et la sortie y peut être commandée $\forall \eta$.

La dynamique de η est appelée dynamique des zéros, si elle est stable le système est dit à minimum de phase, sinon il est dit à non minimum de phase

-Pour les systèmes à minimum de phase, on peut toujours commander la sortie dans la base linéaire.

-Pour les systèmes à non minimum de phase, on ne peut pas commander la sortie du système en linéaire.

Le calcul des $(n-r)$ fonctions restantes du changement de base se fait en respectant les deux conditions suivantes :

$$\begin{cases} \left| \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right| \neq 0 \\ L_g \lambda_i = 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

Avec : $z_i = \lambda_i(x) \quad i = r+1, \dots, n$

Remarques sur le système linéarisé :

Le système linéaire obtenu suite à la régulation d'état consiste en une chaîne d'intégrateurs. Remarquons que cela ne constitue pas un système **BIBO** (Bounded Input, Bounded Output) stable. En effet, si nous appliquons une consigne constante en entrée, la sortie sera proportionnelle au temps élevé à une puissance égale au nombre d'intégrateurs de la chaîne.

Le système obtenu est donc instable et par conséquent difficilement utilisable. Il peut être stabilisé au moyen d'une régulation d'état supplémentaire consistant à exprimer l'entrée v en fonction des états z du système linéarisé et d'une nouvelle entrée de référence w .

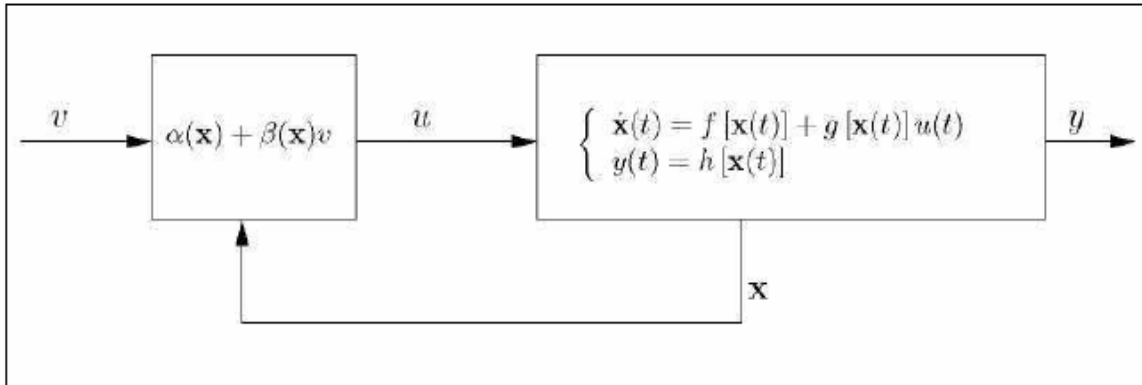


Figure 3.2 : Schéma de commande par bouclage linéarisant

Sortie plate :

Nous avons vu dans les sections précédentes que la condition principale de linéarisation d'un système était liée à son degré relatif. Ce dernier dépend quant à lui de la sortie du système, vue sa définition. La satisfaction de la condition de linéarisation est donc liée au choix de la sortie.

Jusqu'à présent, nous avons considéré que la fonction $h(x)$, autrement dit, la sortie du système était une donnée du problème. En pratique, il n'en est rien. En effet, les lois de la physique nous permettent de décrire l'évolution de l'état du système en fonction de son état actuel et des entrées qui lui sont appliquées. Elles ne nous donnent en revanche aucune indication quant au choix de la fonction $h(x)$.

Nous avons donc la liberté de choisir une sortie qui nous arrange, c'est-à-dire dans notre cas, une sortie telle que la condition $r = n$ soit respectée. Une telle sortie est appelée **sortie plate** du système. Il n'existe pas de mécanisme déterministe permettant de trouver une sortie plate pour un système donné. La recherche d'une sortie plate est donc basée sur l'intuition et la bonne connaissance du système étudié.

Remarque :

Pour réaliser une poursuite, c'est à dire $y(t) \rightarrow y_d(t)$, il suffit de procéder de la même manière que précédemment sauf qu'au lieu de prendre $z_1 = y$, on prend $z_1 = y - y_d = e$ qui est l'erreur de poursuite ainsi que ses dérivées successives.

3.2.2 La commande par modes glissants [7] [8] [9]

Les lois de commande classiques du type PID donnent de bons résultats quand elles sont appliquées à des systèmes linéaires à paramètres constants. Pour des systèmes non linéaires présentant des variations paramétriques ou bien des incertitudes de modélisation, ces lois de commande peuvent être insuffisantes car elles sont non robustes, surtout lorsque les exigences sur la précision et autres caractéristiques dynamiques du système sont strictes.

On doit faire appel à des lois de commande insensibles aux variations des paramètres, aux perturbations et aux non linéarités. Les lois de commande dite à *structure variable* constituent une bonne solution à ces problèmes.

La commande à structure variable (CSV) est par nature une commande non linéaire. La caractéristique principale des systèmes à structure variable est que leur loi de commande se modifie d'une manière discontinue.

Les commutations de la commande s'effectuent en fonction des variables d'état du système utilisées pour créer une "variété" ou "hypersurface" dite de glissement. Le but est de forcer les états du système à vérifier l'équation de l'hypersurface, c'est à dire, ramener la trajectoire d'état sur cette hypersurface. Ceci se fait en deux phases :

Phase d'approche, où la trajectoire d'état se rapproche de la surface de glissement jusqu'à l'atteindre. On l'appelle aussi phase d'attractivité.

Quand l'état est maintenu sur cette hypersurface, le système est dit en *régime glissant*. Ainsi, tant que les conditions de glissement sont assurées, la dynamique du système reste insensible aux variations des paramètres du processus, aux erreurs de modélisation (dans une gamme qui reste plus large par rapport à celle des approches classiques de l'automatique), et à certaines perturbations.

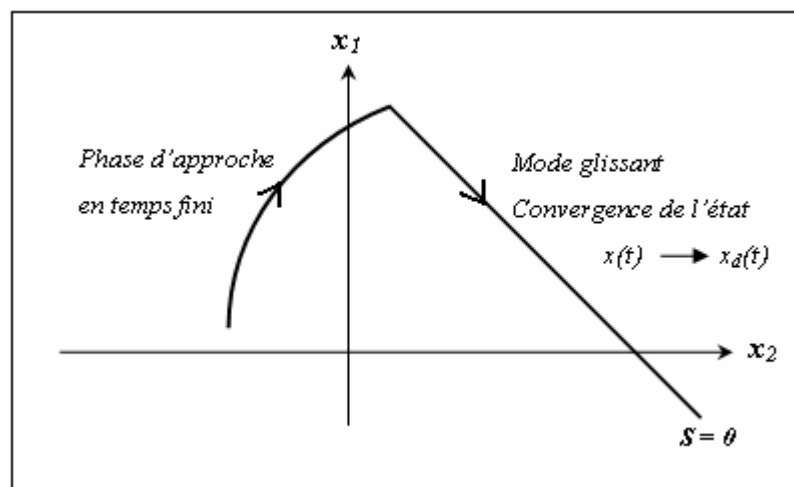


Figure 3.3 : Attractivité et maintien de l'état par la surface de glissement

Ce type de commande (CSV) présente plusieurs avantages tels que robustesse, grande précision, stabilité et simplicité, temps de réponse très faible.

Ceci lui permet d'être particulièrement adaptée pour traiter les systèmes qui ont des modèles mal connus, soit à cause de problèmes d'identifications des paramètres, soit à cause de simplification sur le modèle du système.

Néanmoins, elle présente aussi des inconvénients car cette technique fait appel à un grand effort de commande, chose qui peut détériorer les organes de commande, c'est à dire les actionneurs. De plus, en réalité, on n'a pas le glissement idéal sur la surface mais des zigzags autour de celle ci. Ce phénomène est appelé *broutement* ou encore *chattering*.

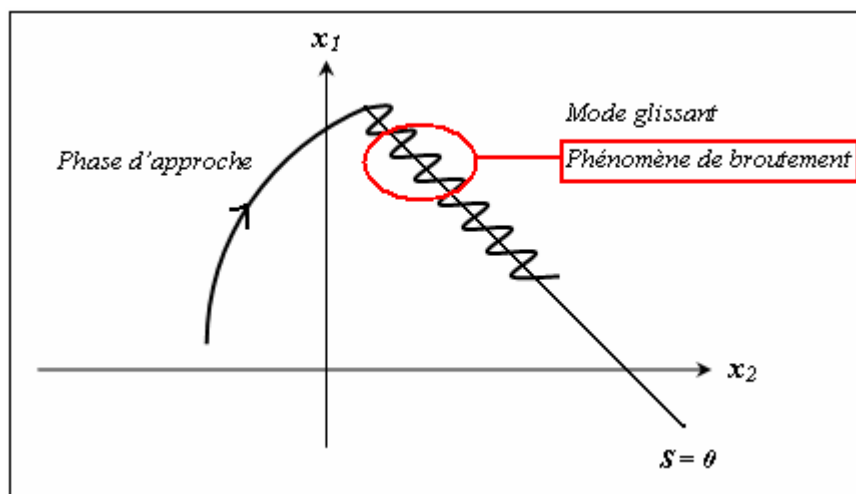


Figure 3.4 : Illustration du phénomène de broutement

La recherche d'une commande par modes glissants nous amène à considérer les trois notions suivantes, très importantes lors de la synthèse d'une CSV :

- Choix de la surface de glissement.
- Attractivité de la surface de glissement.
- Invariance du régime glissant vis à vis des incertitudes paramétriques et/ou des perturbations.

3.2.2.1 Surface de glissement :

La commande par modes glissants est calculée suivant la valeur des états du système à chaque instant. Cette loi de commande a pour but de conduire la trajectoire d'état de notre système non linéaire sur une surface pré spécifiée (choisie) et de maintenir cette trajectoire sur cette surface, appelée surface de commutation ou de glissement.

Le choix de cette surface n'est pas systématique mais une structure intéressante a été proposée par Slotine & Li en 1990, elle est donnée par :

$$s(x,t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{r-1} e(t) \quad (3.14)$$

Où : x est l'état du système

e l'erreur de poursuite : $e(t) = y(t) - y_d(t)$

r le degré relatif de la sortie y

λ constante positive.

Remarque :

Pour un système multivariable ayant m commandes, on choisit une surface vectorielle :

$$s(x,t) = \begin{pmatrix} s_1(x,t) \\ \vdots \\ s_m(x,t) \end{pmatrix}$$

La dynamique réduite sur $s(x,t)$ sera donc de dimension $(n-m)$.

3.2.2.2 Attractivité de la surface de glissement :

La tâche la plus importante est de synthétiser une commande qui conduira l'état du système sur la surface de glissement, cette phase est appelée phase attractive (*reaching mode*). Lyapunov propose une approche, déjà utilisée pour l'étude de la stabilité d'un point d'équilibre, sans avoir à résoudre l'équation d'état du système.

Soit $V(x)$ une fonction scalaire, continue et dérivable définie sur un domaine D contenant l'origine. $V(x)$ est dite définie positive si $V(0) = 0$ et $V(x) > 0$.

Prenons $V(x) = \frac{1}{2} s(x)^2$ et calculons sa dérivée par rapport au temps, $V(x)$ étant une norme, elle représente une mesure du carré de la distance par rapport à l'origine.

$\dot{V}(x) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s(x)^2 = \dot{s}(x)s(x)$ ainsi, en s'assurant que cette dérivée soit strictement négative,

la distance caractérisée par $V(x)$ diminuera jusqu'à l'origine c'est à dire que l'état du système sera attiré vers la surface de glissement, d'où le nom d'attractivité.

Prenons $\dot{s}(x) = -k \cdot \text{sign}(s)$ k étant une constante strictement positive, ceci nous conduit à avoir : $\dot{V}(x) = \dot{s}(x)s(x) = -k|s(x)| < 0$, $\forall s \neq 0$. De ce fait on a réalisé l'attractivité.

Pour ce faire, considérons le système défini par son équation d'état : $\dot{x} = f(x) + g(x)u$

$$\dot{s} = \frac{\partial s}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial s}{\partial x} f(x) + \frac{\partial s}{\partial x} g(x)u = -k \cdot \text{sign}(s) \quad (3.15)$$

$$\text{D'où la loi de commande : } u(t) = \left(\frac{\partial s}{\partial x} g(x) \right)^{-1} \left[-\frac{\partial s}{\partial x} f(x) - k \cdot \text{sign}(s) \right] \quad (3.16)$$

Sous condition que $\frac{\partial s}{\partial x} g(x)$ soit inversible.

3.2.2.3 Invariance de la surface de glissement

La trajectoire d'état glisse sur la surface lorsqu'on satisfait les deux conditions suivantes : $\dot{s}(x,t) = 0$ pour $s(x,t) = 0$. Ce mode invariant est assuré par la commande équivalente, qu'on obtient en remplaçant dans l'équation (3.15) :

$$u_{eq} = -\left(\frac{\partial s}{\partial x} g(x) \right)^{-1} \frac{\partial s}{\partial x} f(x)$$

La commande u_{eq} peut être interprétée comme étant la valeur moyenne que prend la commande u lors des commutation rapide entre u_{max} et u_{min} (Figure 3.5).

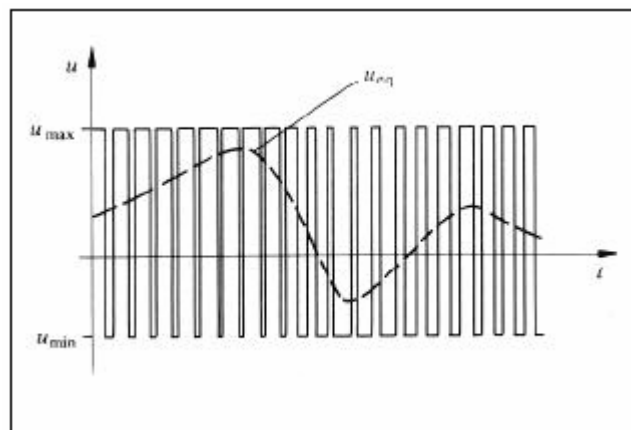


Figure 3.5 : Interprétation de la commande équivalente

Remarque :

Tant que le régime glissant est assuré, le système décrit par l'équation (3.2) est robuste, indépendant des variations des paramètres de la partie commandée et des perturbations qui agissent sur elle. Il admet en outre des erreurs de modélisation, tant que ces variations et erreurs maintiennent les conditions de régime glissant qui s'effectue alors au voisinage de l'hypersurface de glissement $s(x) = 0$.

3.3 Application sur le simulateur d'hélicoptère

Nous allons procéder maintenant à la synthèse des deux lois de commandes, suscitées, sur notre système. La procédure va se faire, dans les deux cas, sur le modèle découplé. C'est à dire qu'on calculera deux commandes, une verticale et l'autre horizontale, pour chaque technique et ceci pour des raisons de simplicité de calcul.

Rappelons tout d'abord la structure découplée de notre système, étudiée dans le chapitre 1. Les modèles découplés sont donnés par les équations (1.34) et (1.35) :

Modèle vertical :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_v(x_3) - a_v x_2 + g_v(x_1) \\ \dot{x}_3 = -b_v x_3 + c_v u_v \\ y = h_v(x) = x_1 \end{cases} \quad (3.17)$$

Avec :

$$f_v(x_3) = \frac{l_m}{J_v} F_v(P_v(x_3))$$

$$g_v(x_1) = g((A - B) \cos(x_1) - C \sin(x_1))$$

$$a_v = \frac{k_v}{J_v}, b_v = \frac{1}{T_{mr}} \text{ et } c_v = \frac{K_{mr}}{T_{mr}}$$

Modèle horizontal :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_h(x_3) - a_h x_2 \\ \dot{x}_3 = -b_h x_3 + c_h u_h \\ y = h_h(x) = x_1 \end{cases} \quad (3.18)$$

Avec :

$$f_h(x_3) = \frac{l_t}{J_h(\alpha_{v0})} F_h(P_h(x_3)) \cos(\alpha_{v0})$$

$$a_h = \frac{k_h}{J_h(\alpha_{v0})}, b_h = \frac{1}{T_{tr}} \text{ et } c_h = \frac{K_{tr}}{T_{tr}}$$

3.3.1 Synthèse de la commande linéarisante

Modèle vertical :

Commençons par calculer le degré relatif r_v de la sortie $y = h_v(x) = x_1 = \alpha_v$, en dérivant jusqu'à l'apparition de la commande.

$$y = x_1 \Rightarrow \dot{y} = \dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{y} = \dot{x}_2 = f_v(x_3) - a_v x_2 + g_v(x_1)$$

$$\ddot{y} = \dot{x}_2 = \dot{f}_v(x_3) - a_v \dot{x}_2 + \dot{g}_v(x_1) = \frac{\partial f_v}{\partial x_3} \dot{x}_3 - a_v \dot{x}_2 + \frac{\partial g_v}{\partial x_1} \dot{x}_1$$

$$D'où : \ddot{y} = \frac{\partial f_v}{\partial x_3} (-b_v x_3 + c_v u_v) - a_v (f_v(x_3) - a_v x_2 + g_v(x_1)) + \frac{\partial g_v}{\partial x_1} x_2 \quad (3.19)$$

La commande u_v apparaît au bout de la troisième dérivée, donc $r_v = 3$ et le modèle vertical est complètement linéarisable.

Mise sous forme normale :

Soit le changement de base suivant :

$$z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} \Rightarrow \dot{z} = \begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_2 \\ z_3 \\ v_v \end{pmatrix} \text{ avec } v_v \text{ la commande dans la nouvelle base.}$$

On obtient ainsi le système linéarisé suivant :

$$\begin{cases} \dot{z} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} z + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} v_v \\ y = (1 \ 0 \ 0)z \end{cases} \quad (3.20)$$

Calcul de la commande linéarisante u_v

D'après (3.19) et (3.20), nous avons :

$$\begin{aligned} \ddot{y} = v_v &= \frac{\partial f_v}{\partial x_3} (-b_v x_3 + c_v u_v) - a_v (f_v(x_3) - a_v x_2 + g_v(x_1)) + \frac{\partial g_v}{\partial x_1} x_2 \\ \Rightarrow u_v &= \frac{1}{c_v} \frac{\partial f_v}{\partial x_3} \left[b_v \frac{\partial f_v}{\partial x_3} x_3 + a_v (f_v(x_3) - a_v x_2 + g_v(x_1)) - \frac{\partial g_v}{\partial x_1} x_2 + v_v \right] \end{aligned} \quad (3.21)$$

Modèle horizontal :

De la même manière que pour le modèle vertical, en dérivant la sortie du système défini par l'équation (3.18) jusqu'à l'apparition de la commande, on trouve :

$$\ddot{y} = \frac{\partial f_h}{\partial x_3} (-b_h x_3 + c_h u_h) - a_h (f_h(x_3) - a_h x_2) \quad (3.22)$$

Donc $r_h = 3$. Le modèle horizontal est, lui aussi, complètement linéarisable.

Mise sous forme normale :

Soit le changement de base suivant :

$$z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} \Rightarrow \dot{z} = \begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_2 \\ z_3 \\ v_h \end{pmatrix} \text{ avec } v_h \text{ la commande dans la nouvelle base.}$$

On obtient ainsi le système linéarisé suivant :

$$\begin{cases} \dot{z} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} z + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} v_h \\ y = (1 \ 0 \ 0)z \end{cases} \quad (3.23)$$

Calcul de la commande linéarisante u_h

Comme pour le modèle vertical, on obtient :

$$\Rightarrow u_h = \frac{1}{c_h \frac{\partial f_h}{\partial x_3}} \left[b_h \frac{\partial f_h}{\partial x_3} x_3 + a_h (f_h(x_3) - a_h x_2) + v_h \right] \quad (3.24)$$

3.3.1.1 Résultats de simulation

Pour réaliser ces simulations, on a injecté les deux commandes, synthétisées sur les modèles découplés (vertical et horizontal), dans le modèle couplé.

On a commencé par une stabilisation des angles d'élévation et d'azimute avant de réaliser des poursuites de trajectoires avec et sans perturbations (paramétrique et externe).

Les figures suivantes illustrent les variables d'état de notre système, les deux commandes ainsi que les trajectoires dans l'espace.

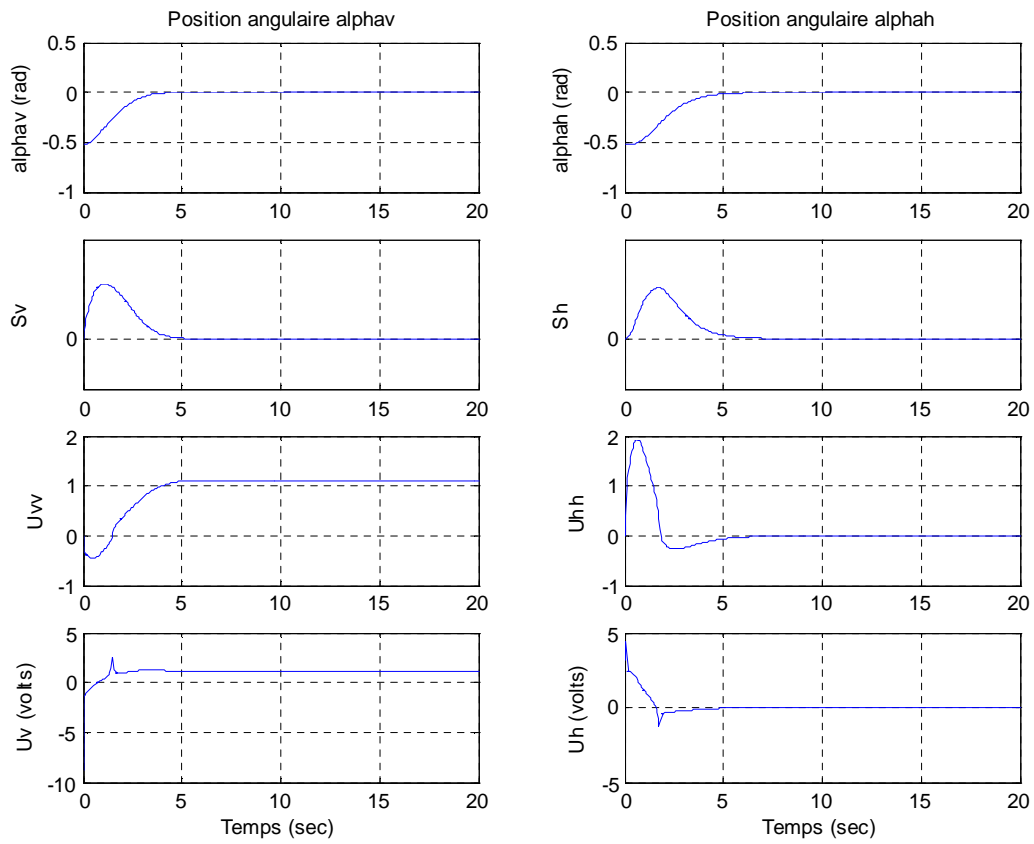


Figure 3.6 : Stabilisation sans perturbations paramétriques

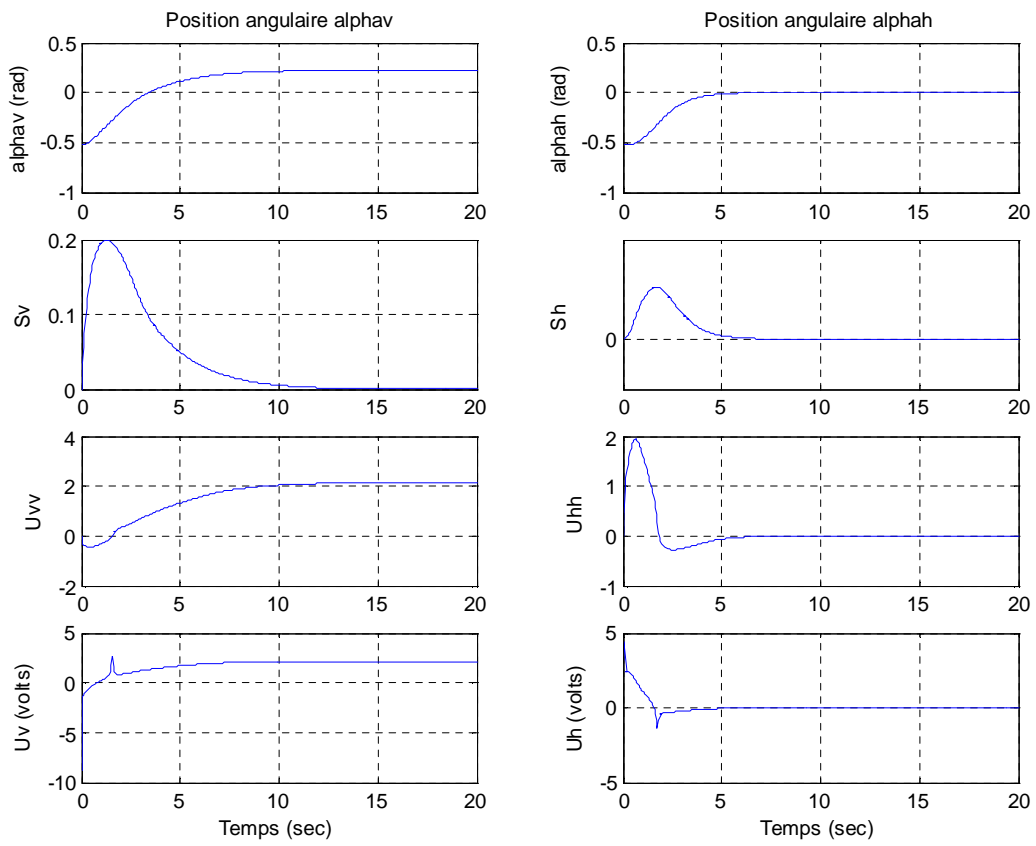


Figure 3.7 : Stabilisation avec perturbations paramétriques

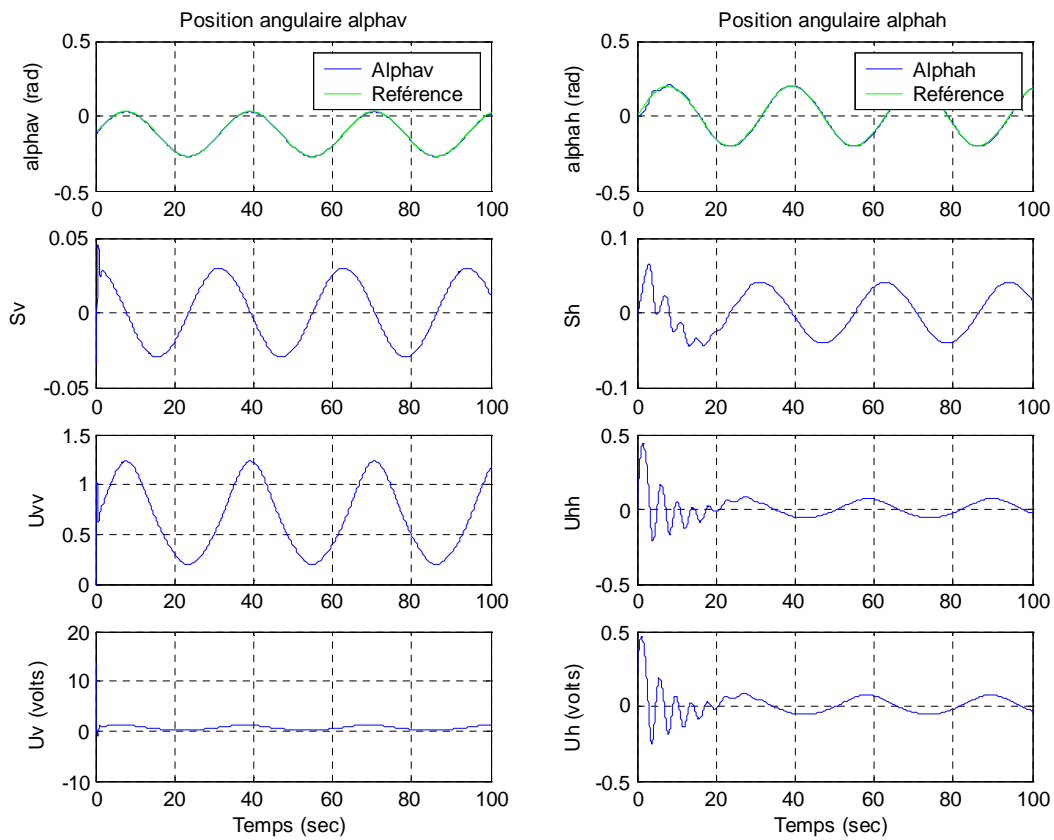


Figure 3.8 : Poursuite de trajectoire sinusoïdale sans perturbations

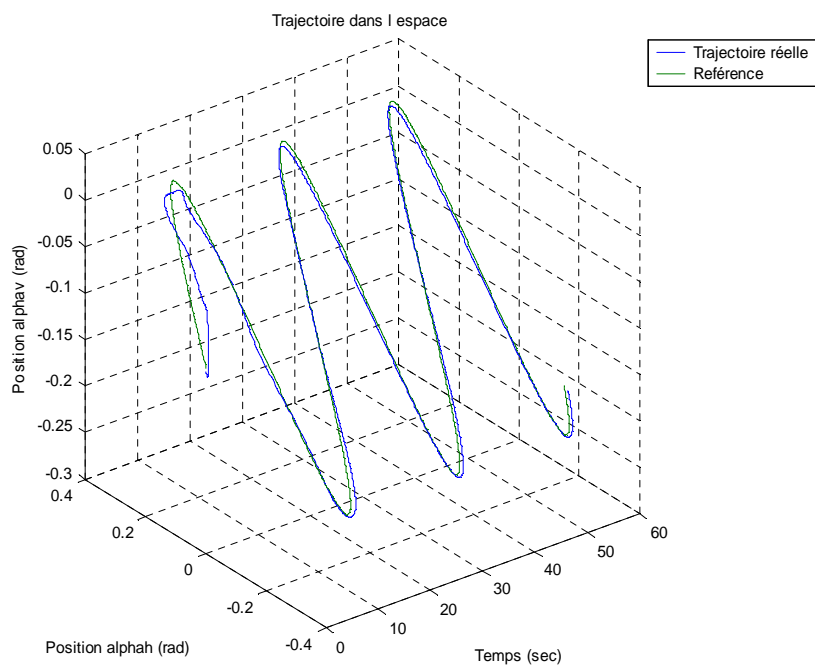


Figure 3.9 : Trajectoire dans l'espace

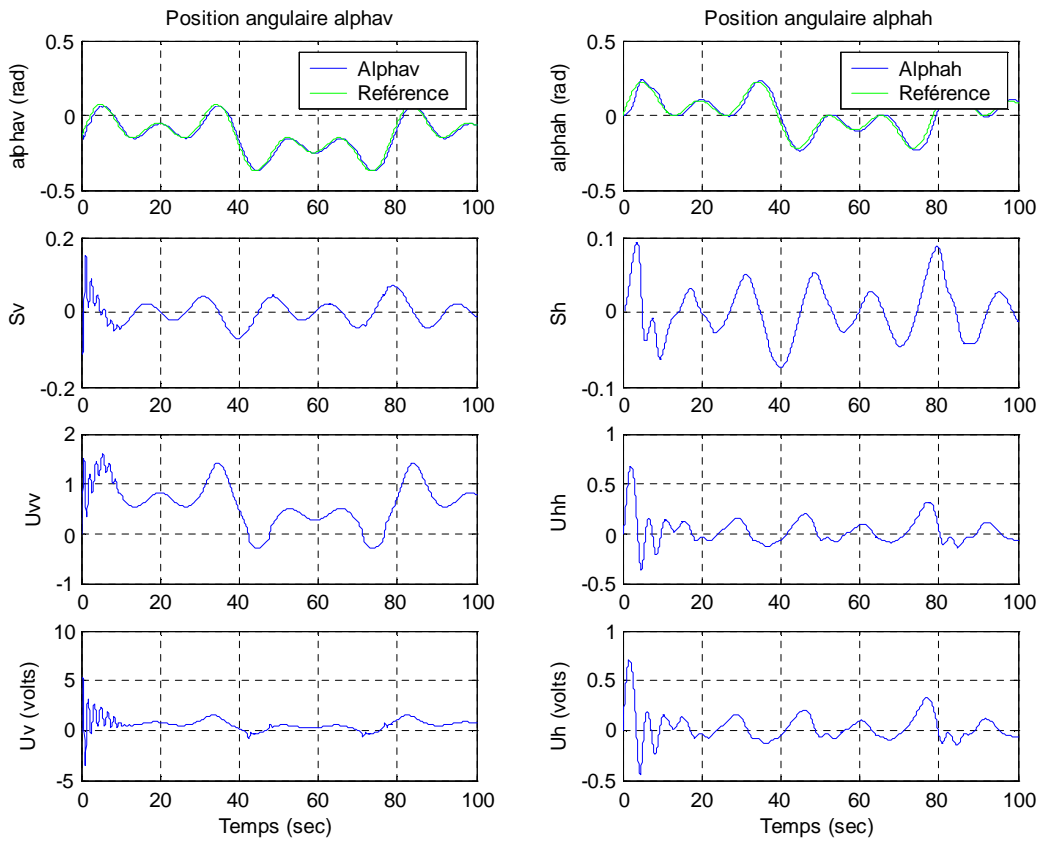


Figure 3.10 : Pursuite de trajectoire sans perturbations

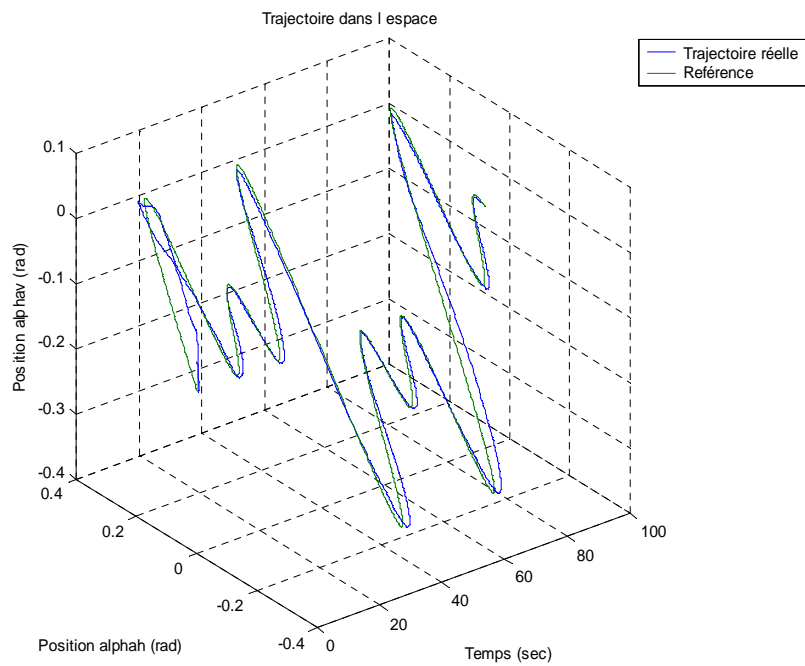


Figure 3.11 : Trajectoire dans l'espace

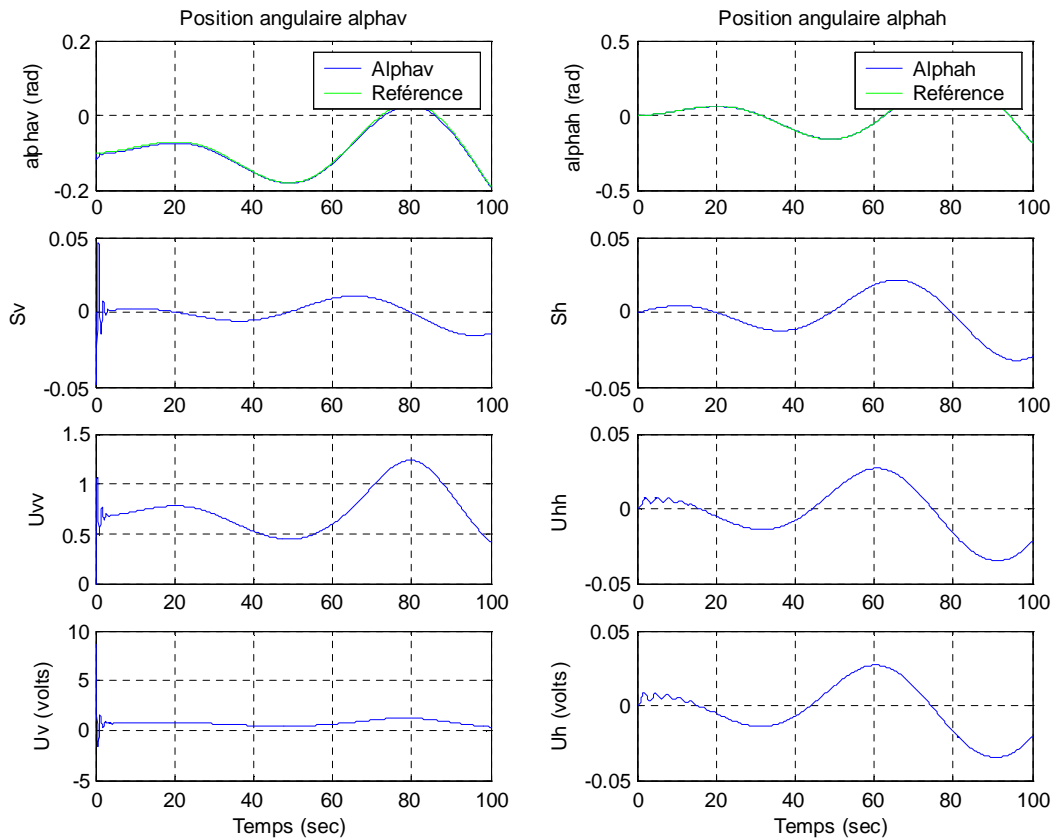


Figure 3.12 : Poursuite de trajectoire d'équation $t.\sin(t)$ sans perturbations

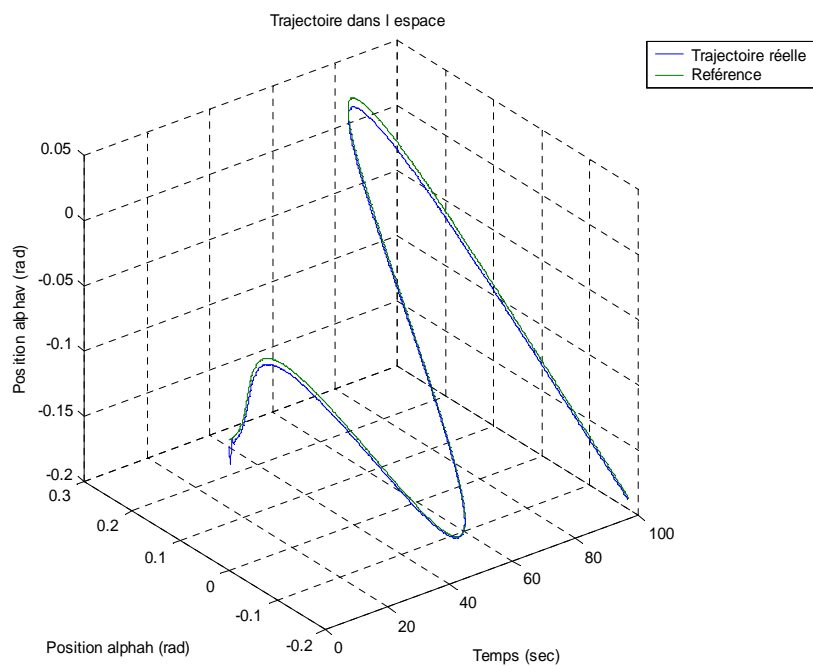


Figure 3.13 : Trajectoire dans l'espace

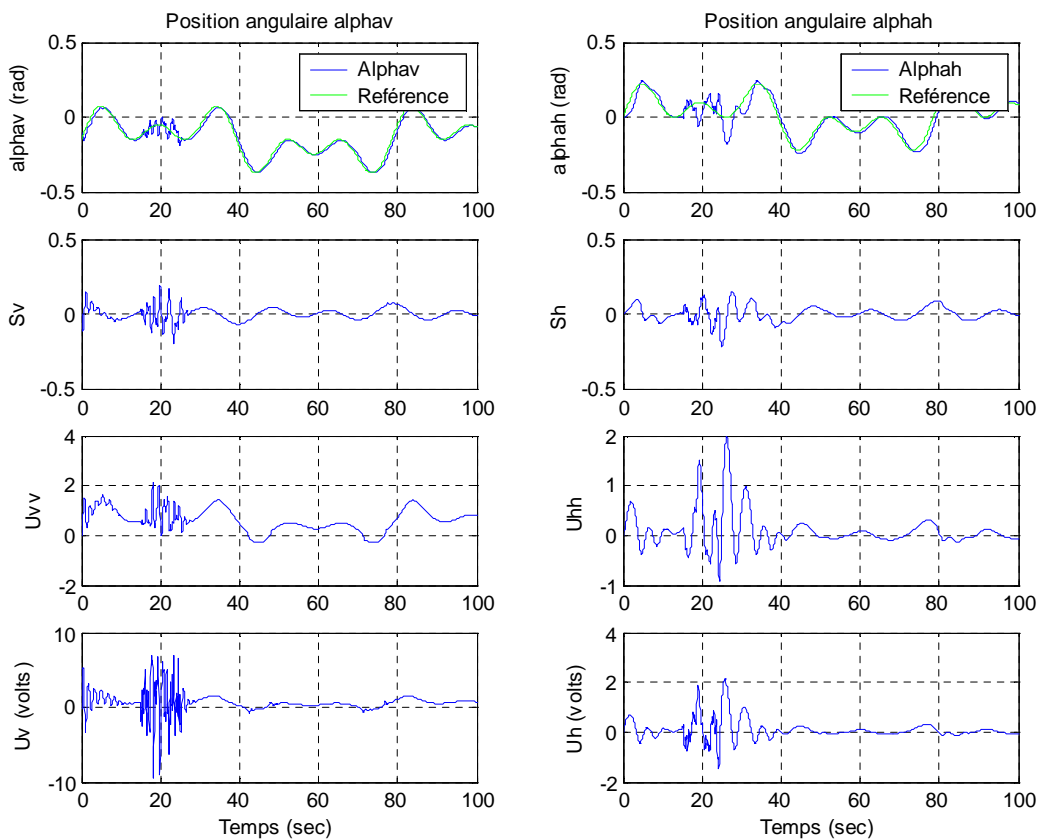


Figure 3.14 : Poursuite de trajectoire avec perturbation externe

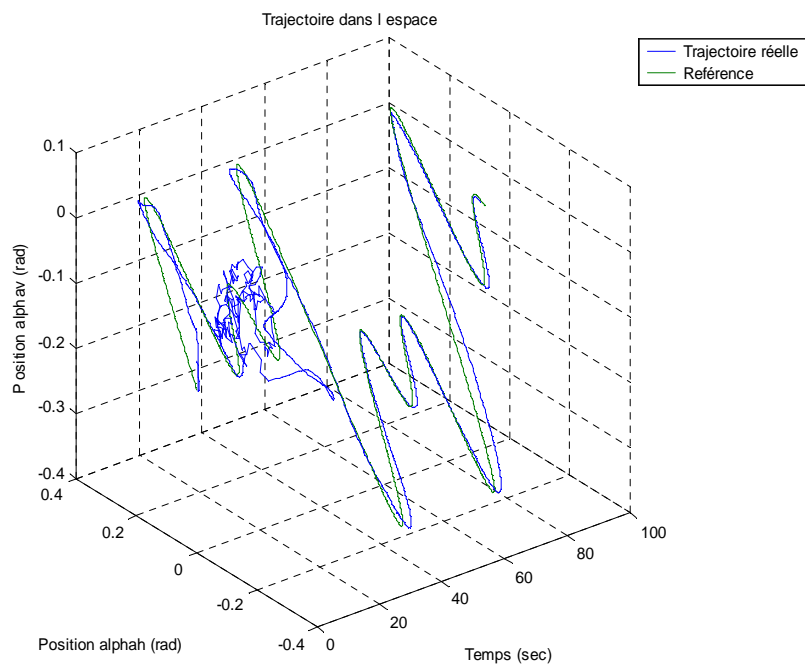


Figure 3.15 : Trajectoire dans l'espace

3.3.2 Synthèse de la commande par modes glissants

Modèle vertical :

Soit la surface de glissement du modèle vertical : $s_v(x,t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda_v\right)^{r_v-1} e_v(t)$

Où : x est l'état du système

e_v l'erreur de poursuite : $e_v(t) = y(t) - y_d(t)$

r_v le degré relatif de la sortie y

λ_v constante positive.

Comme on a trouvé $r_v=3$, on aura donc cette équation différentielle :

$$s_v = \ddot{e}_v + 2\lambda_v \dot{e}_v + \lambda_v^2 e_v \quad (3.25)$$

$$\text{Calculons ensuite } \dot{s}_v : \dot{s}_v = \ddot{e}_v + 2\lambda_v \dot{e}_v + \lambda_v^2 e_v \quad (3.26)$$

Remplaçons en suite e_v par $y(t) - y_d(t) = x_1 - x_{1d}$

On trouve : $\dot{s}_v = \ddot{x}_1 - \ddot{x}_{1d} + 2\lambda_v (\dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}) + \lambda_v^2 (x_1 - x_{1d})$

$$\begin{aligned} \dot{s}_v = & \frac{\partial f_v}{\partial x_3} (-b_v x_3 + c_v u_v) - a_v (f_v(x_3) - a_v x_2 + g_v(x_1)) + \frac{\partial g_v}{\partial x_1} x_2 - \ddot{x}_{1d} \\ & + 2\lambda_v (f_v(x_3) - a_v x_2 + g_v(x_1) - \dot{x}_{1d}) + \lambda_v^2 (x_1 - x_{1d}) \end{aligned} \quad (3.27)$$

En prenant : $\dot{s}_v(x) = -k_v \cdot \text{sign}(s_v)$

On obtient la commande :

$$\begin{aligned} u_v = & \frac{1}{c_v \frac{\partial f_v}{\partial x_3}} \left[b_v \frac{\partial f_v}{\partial x_3} x_3 + a_v (f_v(x_3) - a_v x_2 + g_v(x_1)) - \frac{\partial g_v}{\partial x_1} x_2 + \ddot{x}_{1d} \right. \\ & \left. - 2\lambda_v (f_v(x_3) - a_v x_2 + g_v(x_1) - \dot{x}_{1d}) - \lambda_v^2 (x_1 - x_{1d}) - k_v \cdot \text{sign}(s_v) \right] \end{aligned} \quad (3.28)$$

Ainsi, on aura réalisé l'attractivité et l'invariance grâce à cette commande.

Modèle horizontal :

Soit la surface de glissement du modèle horizontal : $s_h(x,t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda_h\right)^{r_h-1} e_h(t)$

Où : x est l'état du système

e_h l'erreur de poursuite : $e_h(t) = y(t) - y_d(t)$

r_h le degré relatif de la sortie y

λ_h constante positive.

Comme on a trouvé $r_h=3$, on aura donc cette équation différentielle :

$$s_h = \ddot{e}_h + 2\lambda_h \dot{e}_h + \lambda_h^2 e_h \quad (3.29)$$

$$\text{Calculons ensuite } \dot{s}_h : \dot{s}_h = \ddot{\ddot{e}}_h + 2\lambda_h \ddot{e}_h + \lambda_h^2 \dot{e}_h \quad (3.30)$$

Remplaçons en suite e_h par $y(t)-y_d(t) = x_1 - x_{1d}$

$$\text{On trouve : } \dot{s}_h = \ddot{x}_1 - \ddot{x}_{1d} + 2\lambda_h (\dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}) + \lambda_h^2 (x_1 - x_{1d})$$

$$\begin{aligned} \dot{s}_h &= \frac{\partial f_h}{\partial x_3} (-b_h x_3 + c_h u_h) - a_h (f_h(x_3) - a_h x_2) - \ddot{x}_{1d} \\ &+ 2\lambda_h (f_h(x_3) - a_h x_2 - \dot{x}_{1d}) + \lambda_h^2 (x_1 - x_{1d}) \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\text{En prenant : } \dot{s}_h(x) = -k_h \cdot \text{sign}(s_h)$$

On obtient la commande :

$$\begin{aligned} u_h &= \frac{1}{c_h \frac{\partial f_h}{\partial x_3}} [b_h \frac{\partial f_h}{\partial x_3} x_3 + a_h (f_h(x_3) - a_h x_2) + \ddot{x}_{1d} \\ &- 2\lambda_h (f_h(x_3) - a_h x_2 - \dot{x}_{1d}) - \lambda_h^2 (x_1 - x_{1d}) - k_h \cdot \text{sign}(s_h)] \end{aligned} \quad (3.32)$$

Ainsi, on aura réalisé l'attractivité et l'invariance grâce à cette commande.

Etude de la dynamique réduite :

L'étude est la même pour les deux systèmes, horizontal et vertical.

$$\text{En régime glissant on a : } \begin{cases} s = 0 \\ \dot{s} = 0 \end{cases} \text{ et } u = u_{eq}$$

$$\text{On prend comme vecteur d'état : } \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{e} \\ \ddot{e} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{e} \\ \dddot{e} \end{pmatrix}$$

$$\text{Or, en régime glissant, on a : } \dot{s} = \ddot{e} + 2\lambda \ddot{e} + \lambda^2 \dot{e} = 0 \Rightarrow \ddot{e} = -2\lambda \ddot{e} - \lambda^2 \dot{e} \quad (3.33)$$

D'où le système linéaire suivant, qui caractérise la dynamique de l'erreur :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = -\lambda^2 e_1 - 2\lambda e_2 \end{cases} \quad (3.34)$$

Ce système admet $-\lambda$ comme valeur propre double, cette dernière étant stable ; l'erreur converge vers zéro et on réalise notre poursuite.

3.3.2.1 Résultats de simulation

Pour réaliser ces simulations, on a injecté les deux commandes, synthétisées sur les modèles découplés (vertical et horizontal), dans le modèle couplé.

On a commencé par une stabilisation des angles d'élévation et d'azimute avant de réaliser des poursuites de trajectoires sinusoïdales, carrées...etc. avec et sans perturbations.

N.B : on a utilisé comme perturbations, un bruit blanc gaussien (modélisé par la fonction *randn* sous *Matlab*) appliqué pendant 10 sec à partir de la date $t = 15$ sec.

Les figurent suivantes illustrent les variables d'état de notre système, les deux commandes ainsi que les trajectoires dans l'espace.

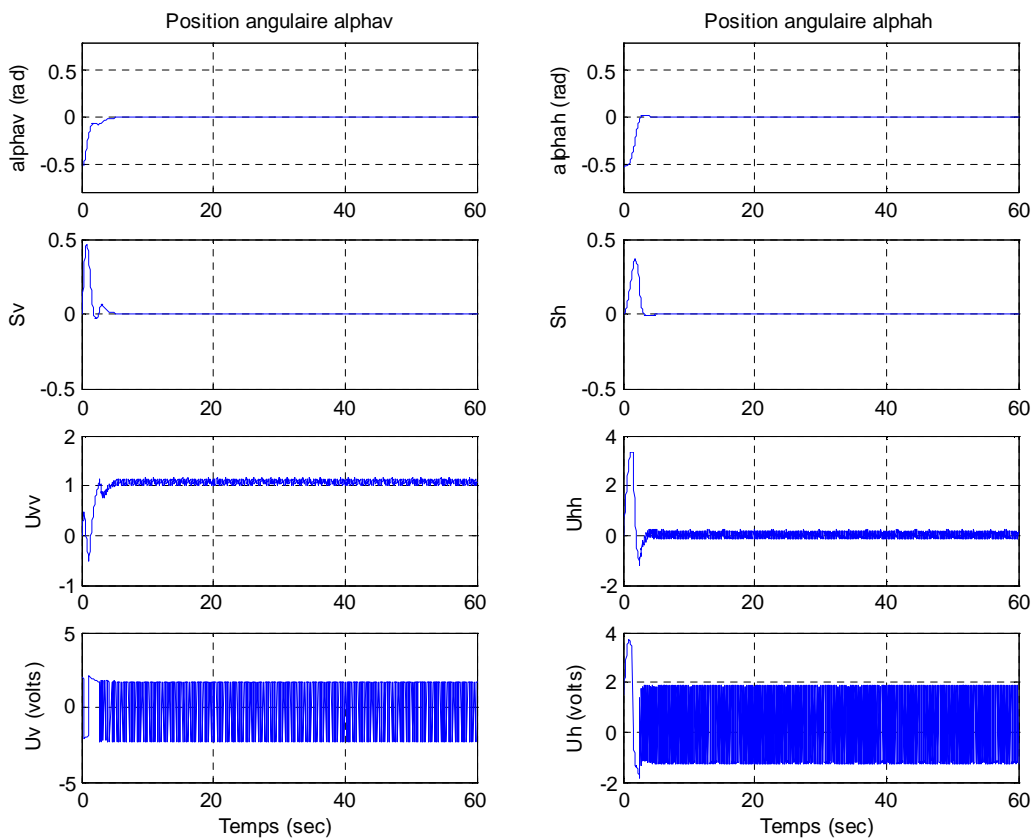


Figure 3.16 : Stabilisation sans perturbations paramétriques

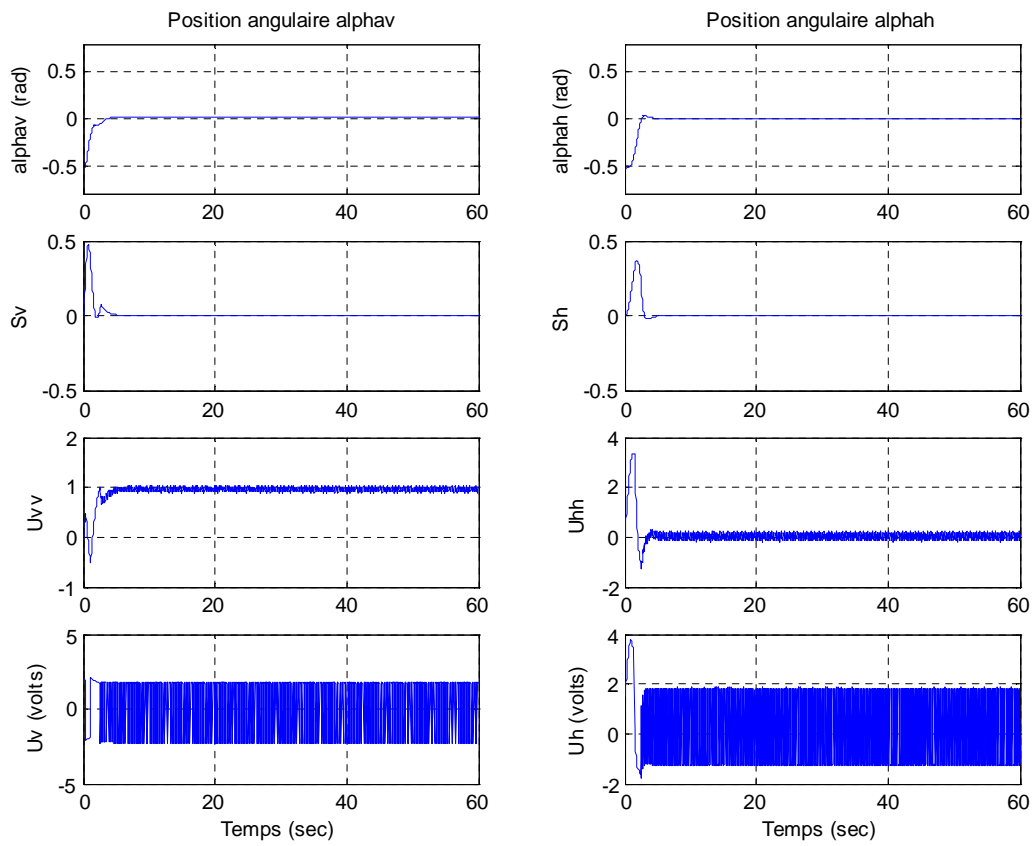


Figure 3.17 : Stabilisation avec perturbations paramétriques

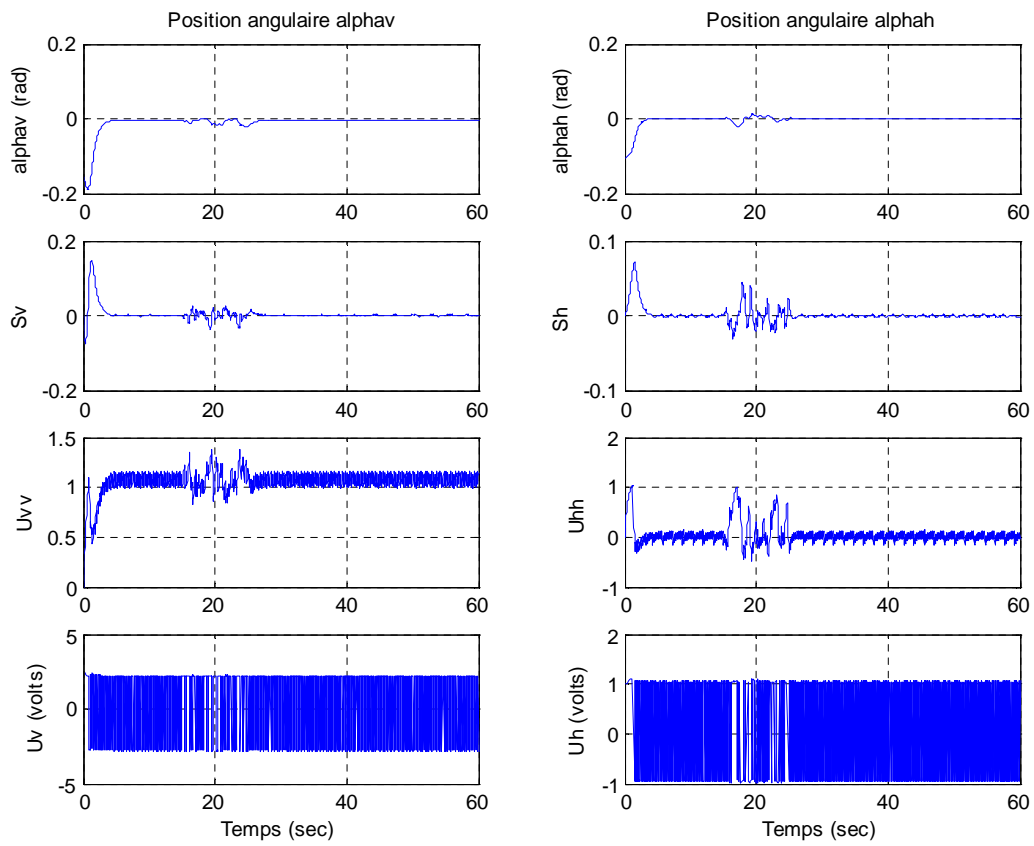


Figure 3.18 : Stabilisation avec perturbation externe

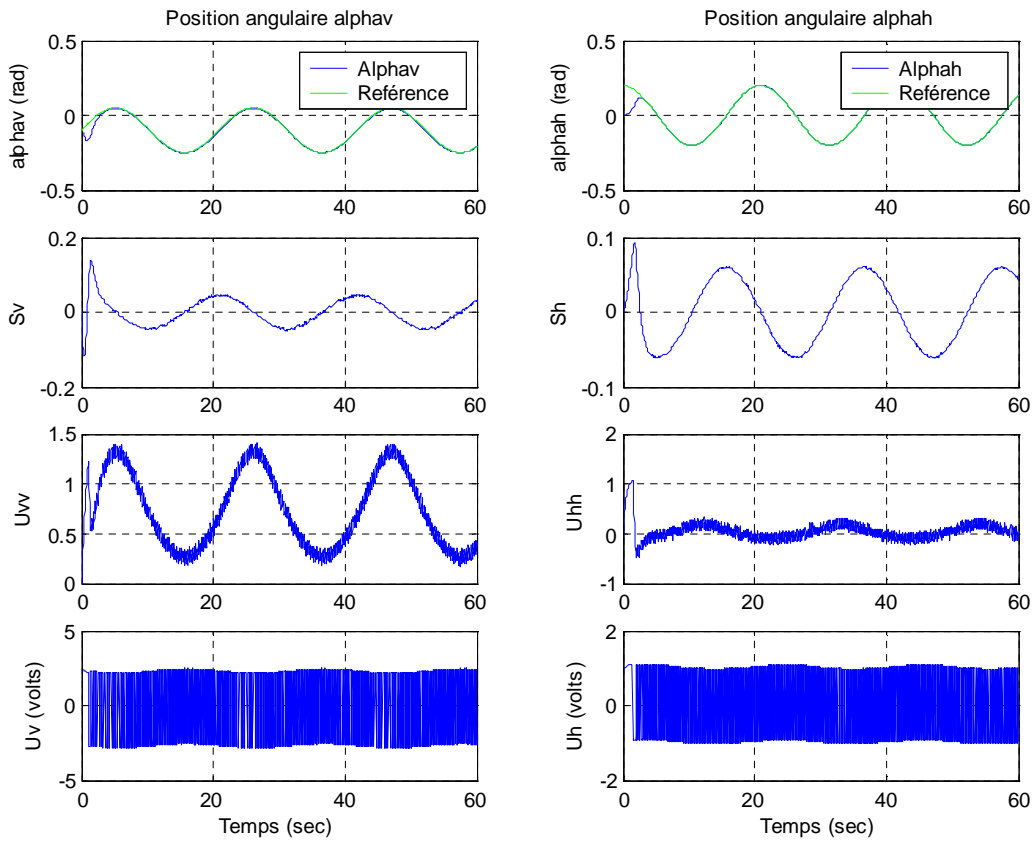


Figure 3.19 : Poursuite d'une sinusoïde sans perturbations

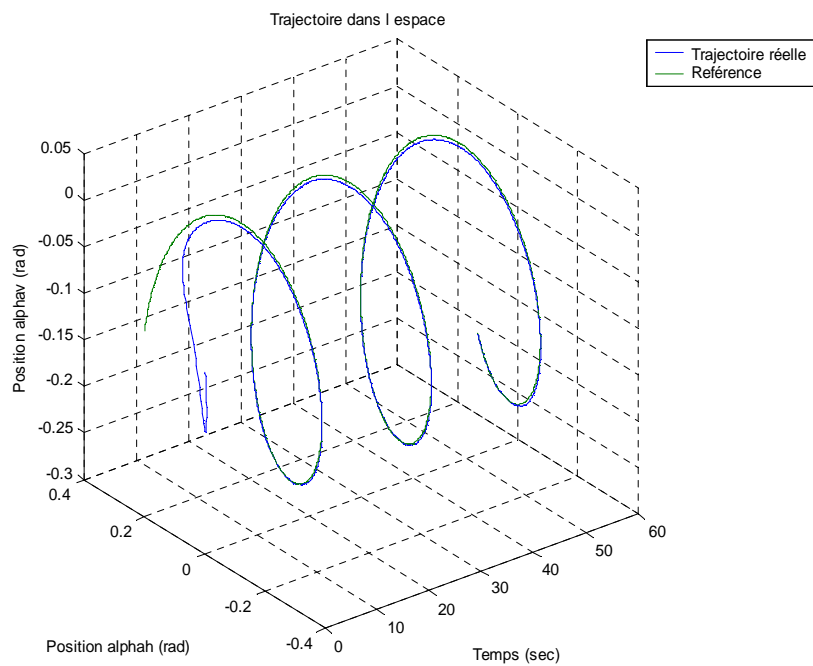


Figure 3.20 : Trajectoire dans l'espace

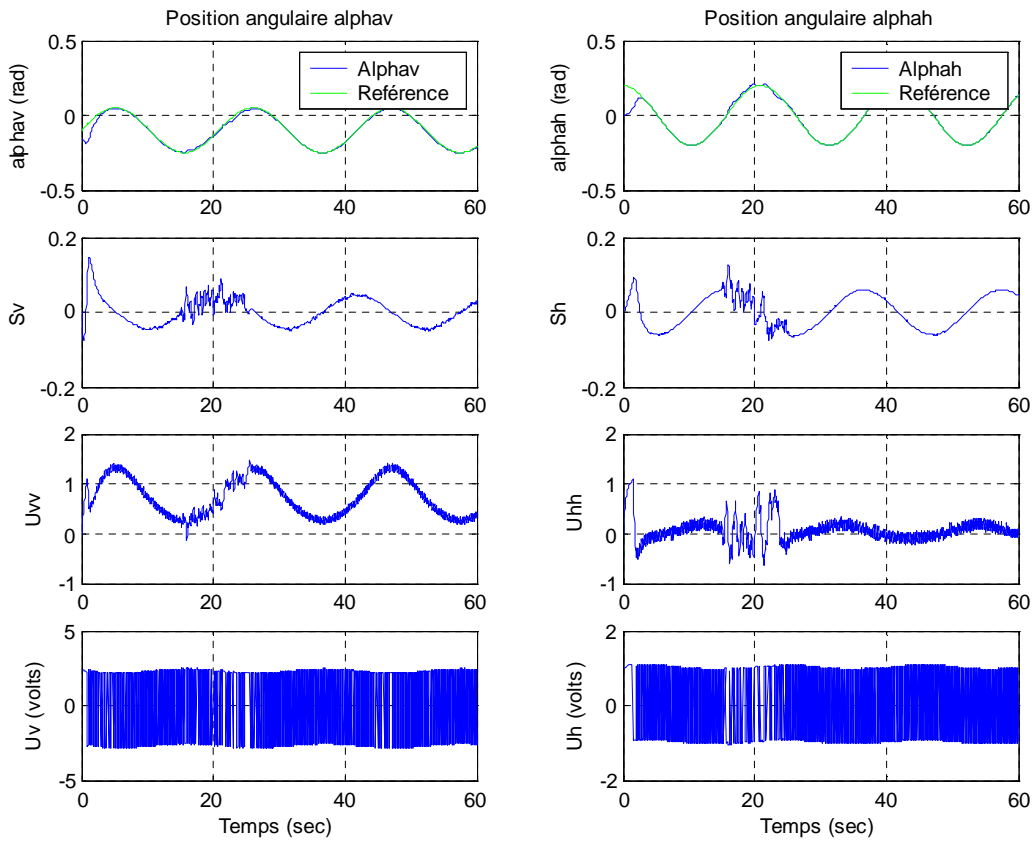


Figure 3.21 : Poursuite d'une sinusoïde avec perturbation externe

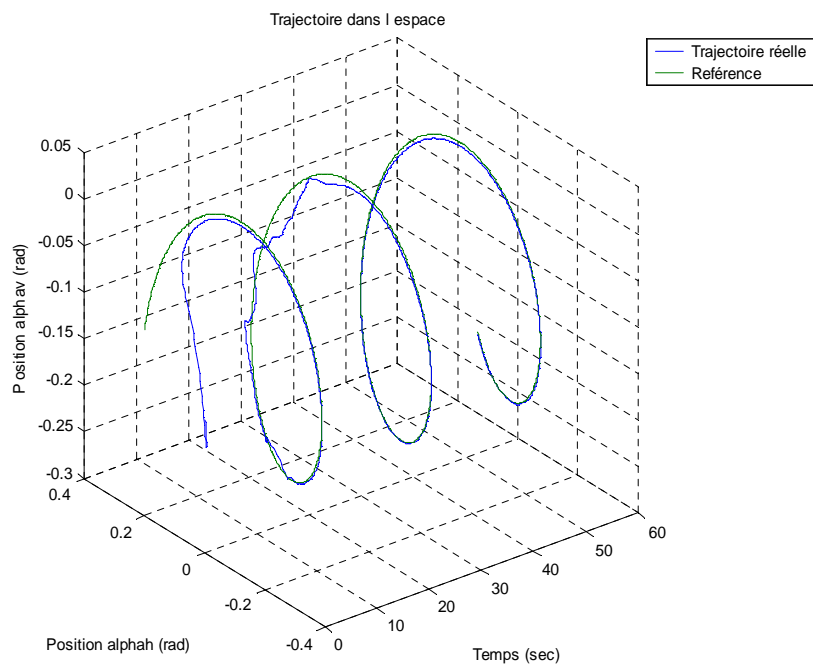


Figure 3.22 : Trajectoire dans l'espace

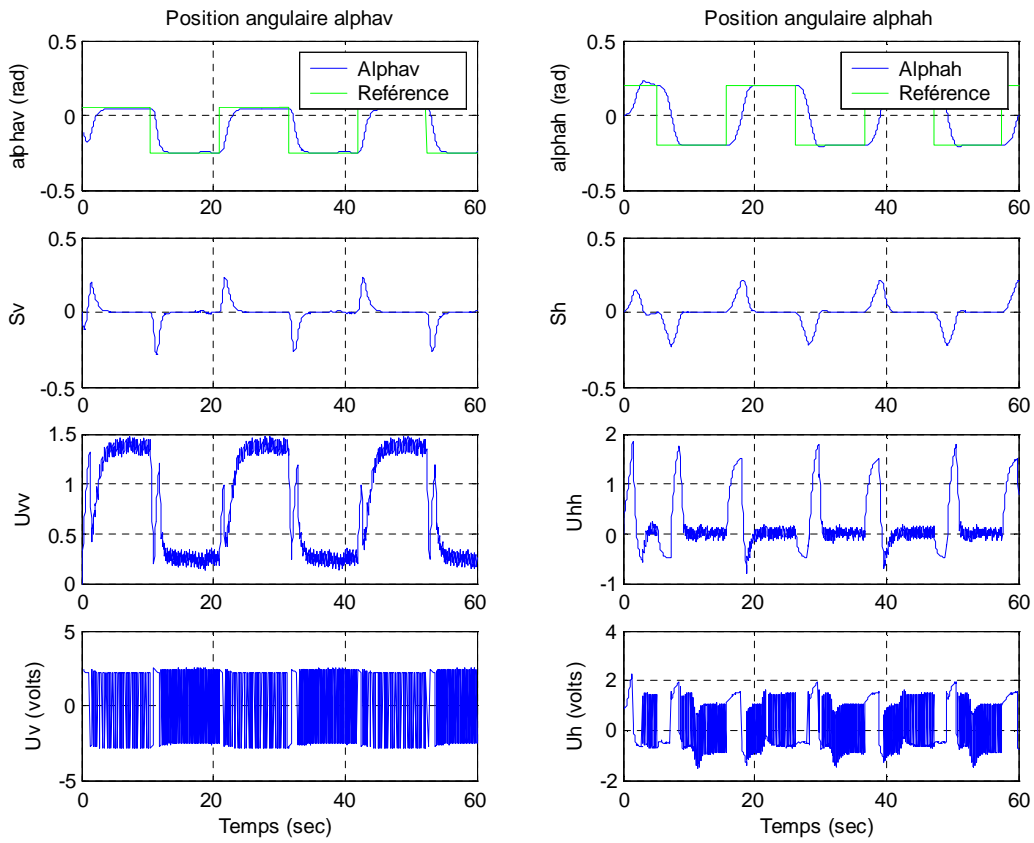


Figure 3.23 : Poursuite d'une trajectoire carrée sans perturbations

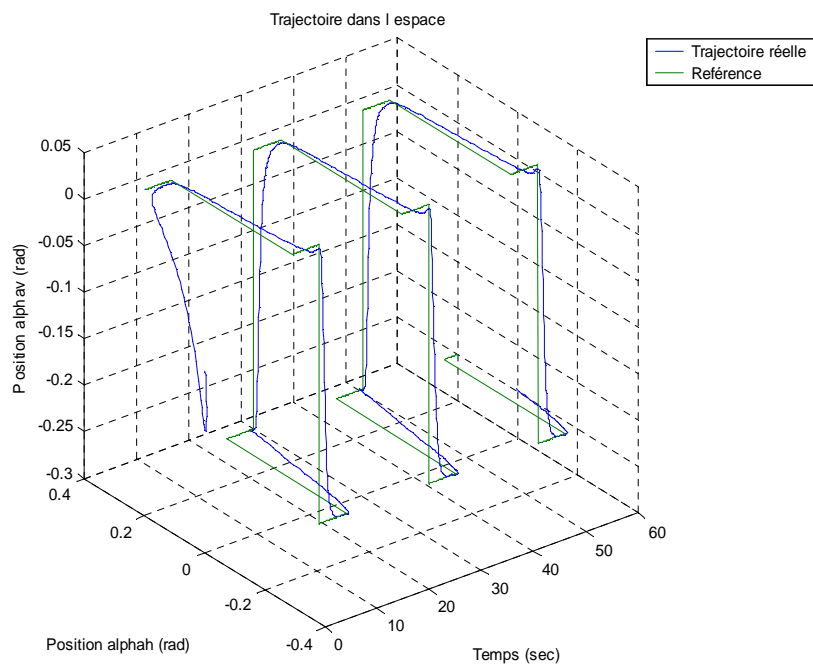


Figure 3.24 : Trajectoire dans l'espace

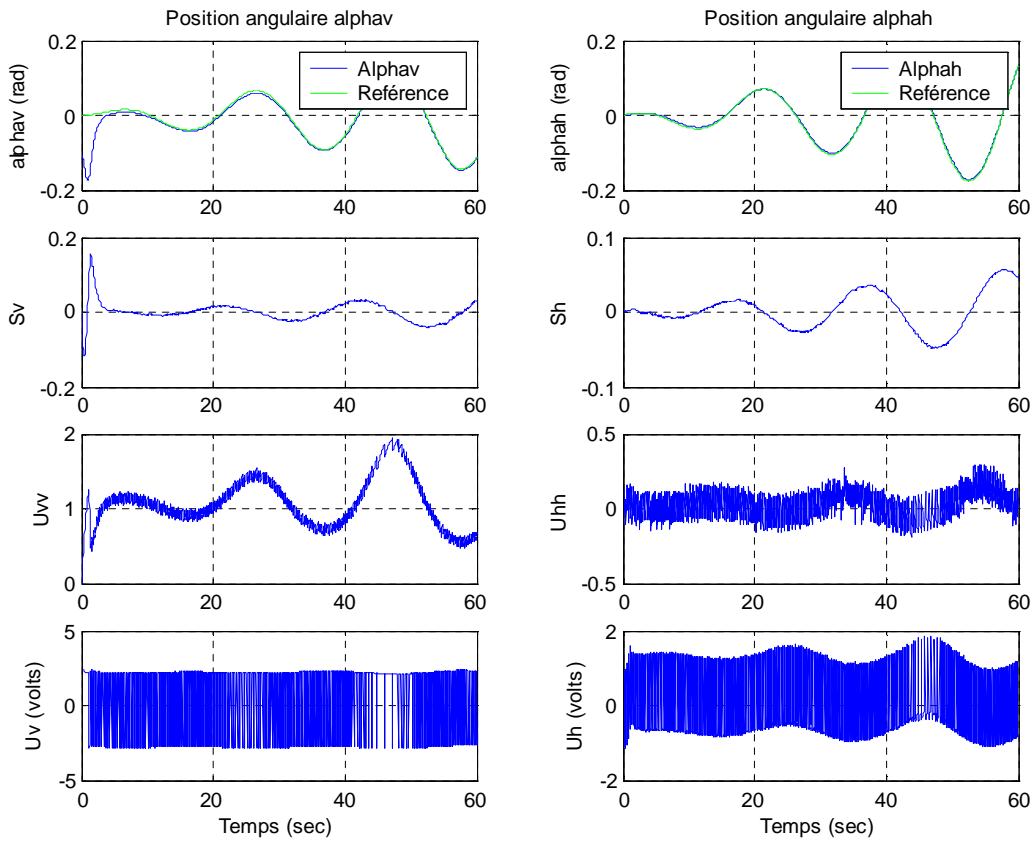


Figure 3.25 : Poursuite de trajectoire d'équation $t.\sin(t)$ sans perturbations

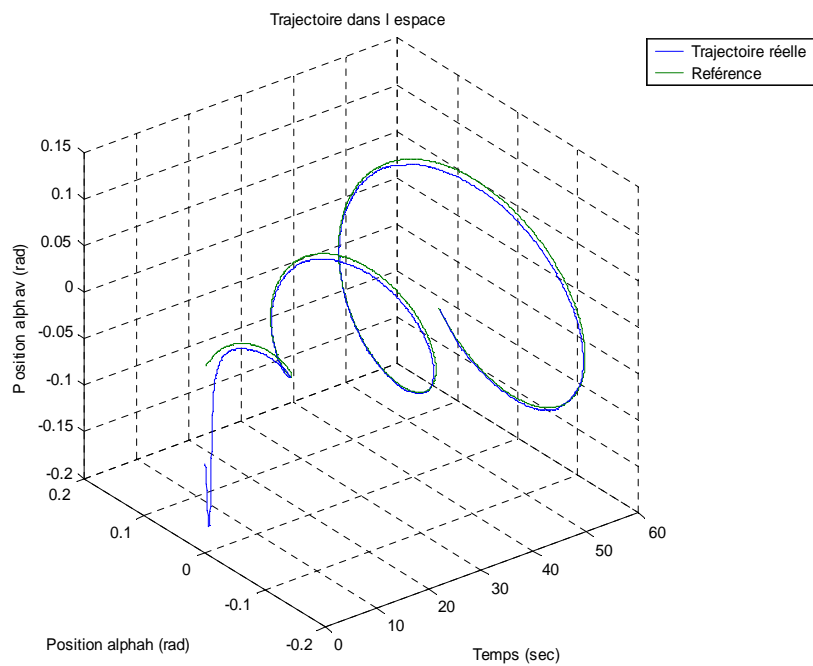


Figure 3.26 : Trajectoire dans l'espace

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons pu synthétiser la commande linéarisante et la commande par modes glissant, après avoir fait des rappels théoriques sur ces deux lois de commande. Ces commandes, comme il a déjà été mentionné, ont été calculées sur la base des modèles découplés pour stabiliser le modèle couplé et ceci pour des raisons de simplicité des calculs. Cette approche est justifiée car, d'après les simulations réalisées avec les deux lois de commande sur le modèle couplé, on constate un rejet significatif des effets de couplage. De plus, on a pu remarquer l'insensibilité de la commande à structure variable vis à vis, et des incertitudes paramétriques et des perturbations externes, chose qui justifie son appellation de commande robuste. Du point de vue commande, cette technique (CSV) est plus énergétique que la commande linéarisante.

CHAPITRE 4

*COMMANDE À BASE
D'OBSERVATEURS
D'ETAT
NON LINEAIRES*

4.1 Introduction

Comme il a déjà été mentionné dans le chapitre 2, le vecteur d'état ou une de ses variables peut ne pas être accessible, soit à cause de l'indisponibilité de capteurs ou l'absence de sens physique pour certaines variables d'état du système à commander. C'est pour cela que nous avons eu recours à la théorie de l'observation pour essayer de retrouver le vecteur d'état à l'aide d'observateurs qui ont pour entrées, les mesures des entrées/sorties du système. La sortie d'un observateur est l'estimé de l'état du système, on parle alors de reconstitutions du vecteur d'état.

Une fois l'état reconstitué, nous pourrions alors appliquer n'importe quelle loi de commande nécessitant les variables d'état du système afin de l'asservir. Il est important de noter que cette approche n'est pas systématique car pour les systèmes non linéaires, le principe de séparation n'est pas tout le temps vérifié.

4.2 Commandes à base d'observateurs pour les systèmes linéaires

4.2.1 Principe de séparation

Supposons qu'on dispose d'une loi de commande par bouclage de l'état qui stabilise le système et qu'un observateur ait été conçu pour estimer l'état de ce système. On se propose de remplacer, dans le calcul de la loi de commande, l'état réel qui est inconnu, par son estimé (voir Figure 4.1). Le problème qui se pose est de savoir si la stabilité du système, ainsi bouclé, sera préservée.

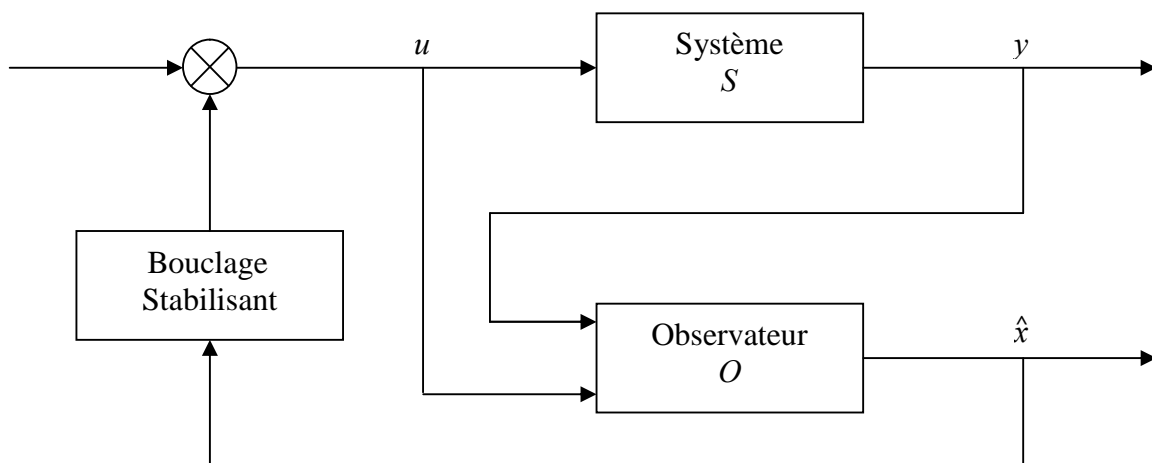


Figure 4.1 : Bouclage de l'état observé

Ce problème, qui se situe entre la commande et l'observation, est très délicat. En fait, il s'agit de trouver un arrangement entre la dynamique de l'observateur et celle du système.

Il est bien connu que pour les systèmes linéaires, la dynamique du système bouclé à base d'observateur se décompose en deux parties : la dynamique de l'observateur et celle du système bouclé sans observateur

4.3 Commande à base d'observateurs d'état non linéaires des systèmes non linéaires

Le principe de séparation, présenté ci dessus pour les systèmes linéaires, facilite considérablement la tâche. Il n'est, généralement, pas applicable pour la classe des systèmes non linéaires. Toutefois, il a été démontré que certains systèmes non linéaires vérifient un principe de séparation affaibli [11].

Ce principe affaibli prend en charge deux cas de figures, qui sont :

- la bornitude des non-linéarités du système.
- la nature de la stabilité du système et de l'observateur.

Théorème 1 [11]

Soit le système non linéaire défini par l'équation (2.5)

Considérons que notre système non linéaire pouvant se mettre sous la forme suivante :

$$S = \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + f(x) \\ y = Cx \end{cases}$$

Alors le principe de séparation défini en (4.2.1) peut être applicable si et seulement si, $f(x)$ est bornée et de ce fait, on peut considérer $f(x)$ comme étant une perturbation pour le système, et donc la commande à base d'observateur peut assurer la stabilité interne du système et il n'aura pas d'explosion de l'état du système.

Pour la démonstration le lecteur peut se référer à la bibliographie correspondante [10].

Théorème 2 [4] [10] (Théorème de la stabilité exponentielle globale)

Soit le système non linéaire de (2.5). Si les hypothèses suivantes sont vérifiées :

- l'observateur synthétisé est à erreur d'observation globalement, uniformément et exponentiellement stable.
- Il existe une loi de commande telle que le système sans observateur soit globalement et exponentiellement stable.

Alors, le système bouclé via observateur est globalement et exponentiellement stable.

Pour la démonstration le lecteur peut se référer à la bibliographie correspondante.

Remarque : Stabilité exponentielle

Soit le système non linéaire (2.5) avec $f(0,0) = 0$

Le point d'équilibre $x = 0$ est globalement exponentiellement stable s'il existe une fonction de Lyapunov V et des constantes positives a_1, a_2, a_3 et a_4 telles que $V(x)$ vérifie pour tout x :

$$a_1 \|x\|^2 \leq V(x) \leq a_2 \|x\|^2$$

$$\left\| \frac{\partial V}{\partial x} \right\| \leq a_3 \|x\|$$

$$\dot{V}(x) \leq -a_4 V(x)$$

4.4 Application au TRMS

Après avoir synthétisé deux observateurs (chapitre 2), on doit maintenant assurer la stabilité globale du système commandé via ces observateurs. Ceci est très important car, comme il a déjà été mentionné, la synthèse séparée de la commande et de l'observateur n'assure pas toujours la stabilité du système bouclé (on ne dispose pas du principe de séparation).

On s'aperçoit que les observateurs synthétisés, les commandes calculées ainsi que le système lui-même vérifient les conditions et hypothèses des deux Théorèmes 1 et 2 ; c'est pour cela qu'on déduit que la stabilité globale est assurée.

4.4.1 Résultats de simulation

Les figures suivantes représentent les courbes de simulation de la commande à base d'observateurs dans les quatre cas de figures suivants :

LT : Commande linéarisante + Observateur de Thau

LG : Commande linéarisante + Observateur Glissant

GT : Commande par modes glissants + Observateur de Thau

GG : Commande par modes glissants + Observateur Glissant

Nous introduirons, à travers ces simulations, des stabilisations et des poursuites avec et sans perturbations. Nous remarquons bien que la stabilité globale est garantie.

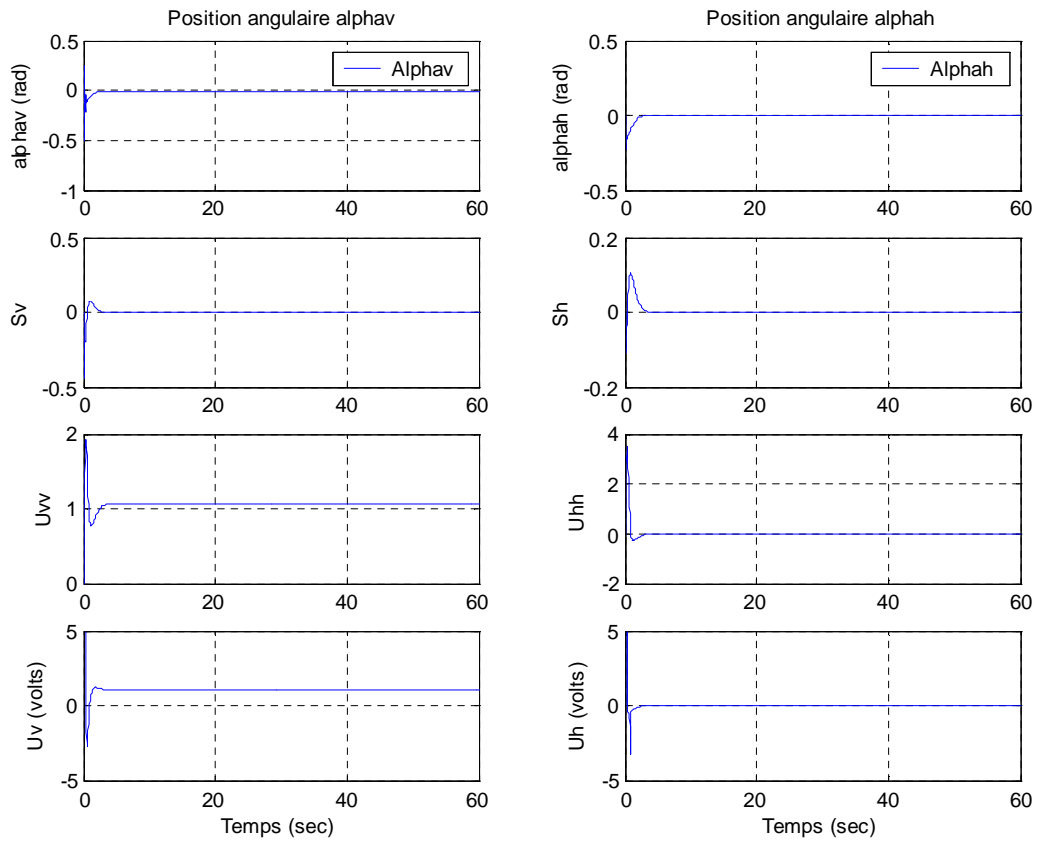


Figure 4.2 : Stabilisation à base d'observateur LT

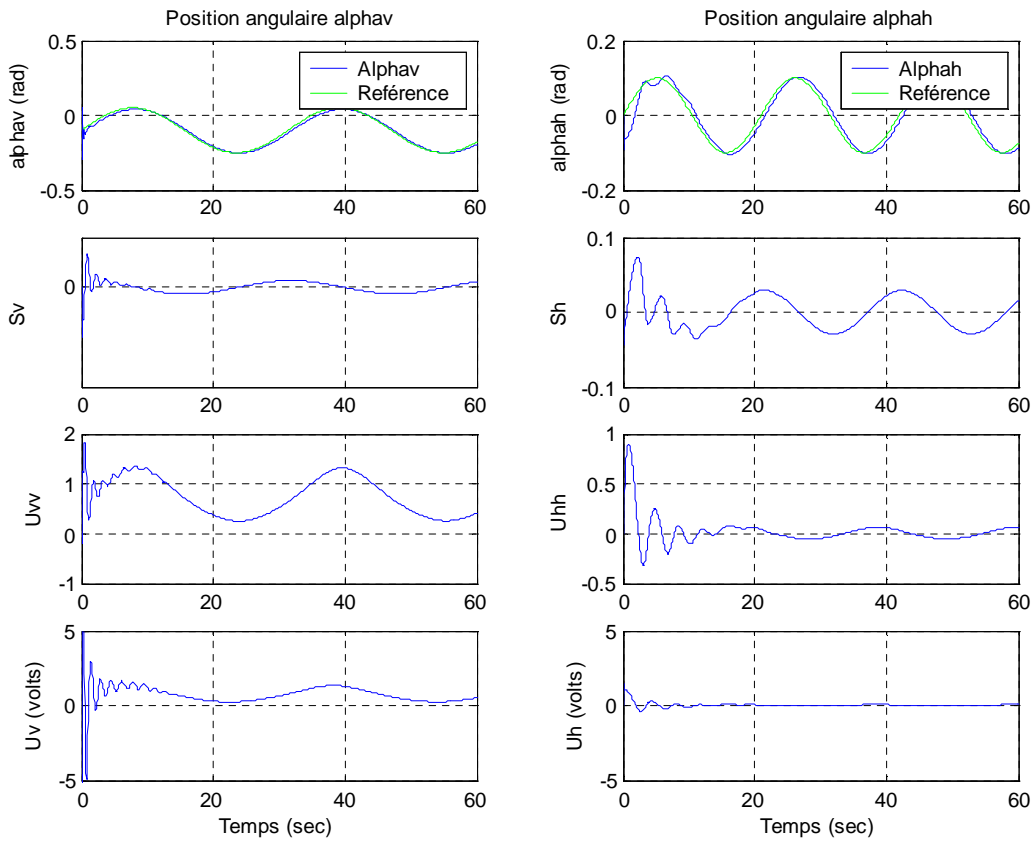


Figure 4.3 Poursuite à base d'observateur LT

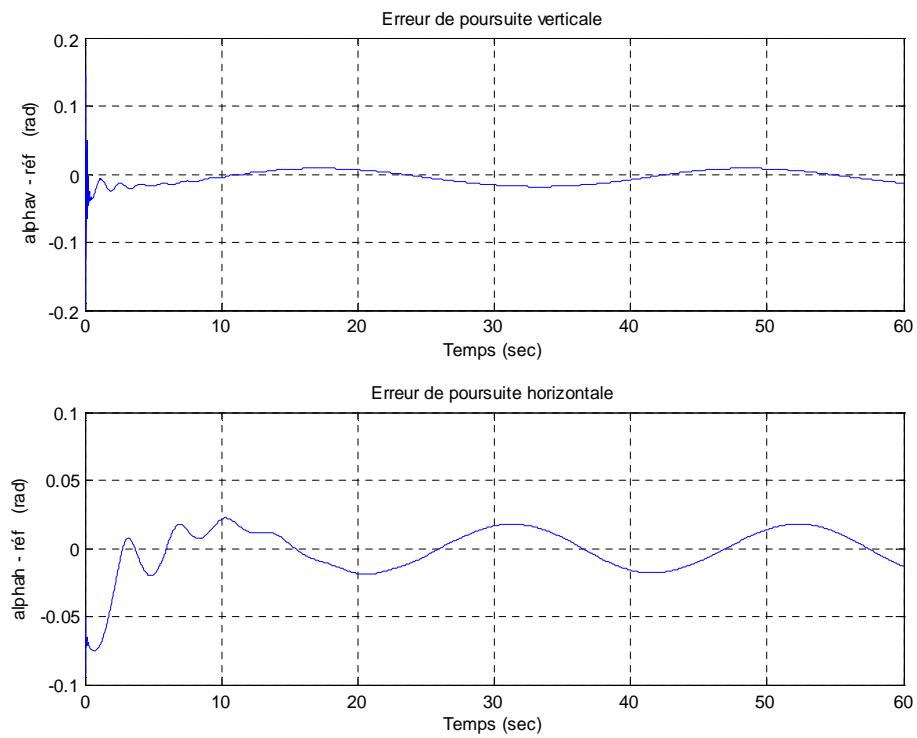


Figure 4.4 Erreur de poursuite LT

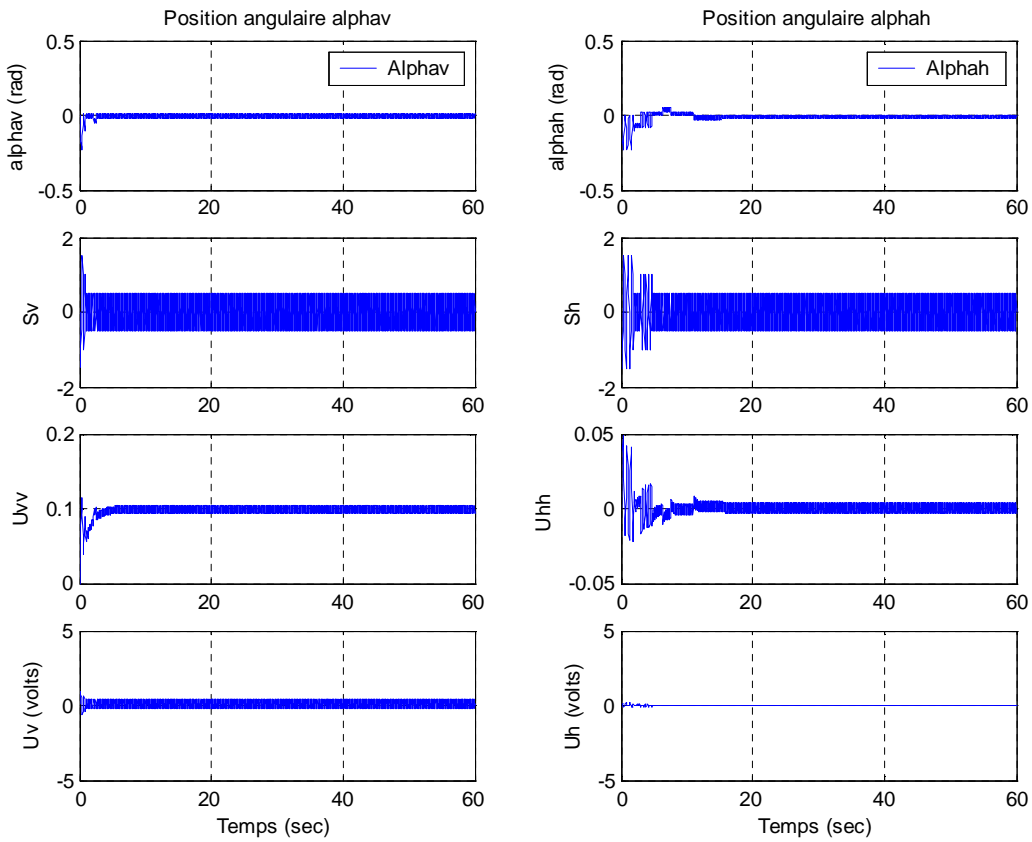


Figure 4.5 : Stabilisation à base d'observateur LG (*sign*)

Il apparaît sur la figure précédente que le phénomène du chattering, dû à la fonction $sign(s)$ est un effet indésirable à éliminer, ceci en faisant appel à la fonction $smooth$ ou *sigmoïde* :

$$smooth(s) = \frac{s}{|s| + \mu}$$

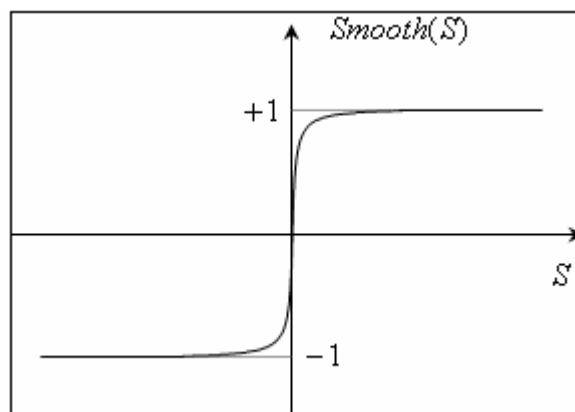


Figure 4.6 : Fonction sigmoïde

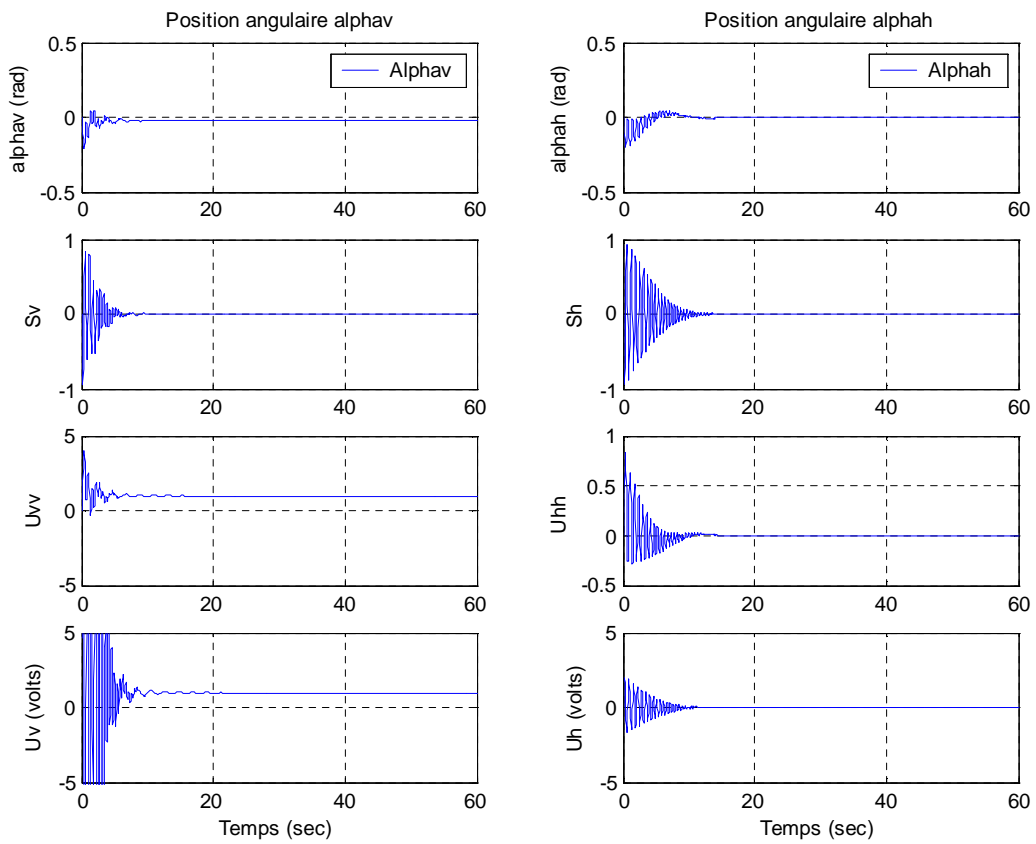


Figure 4.7 : Stabilisation à base d'observateur LG (*smooth*)

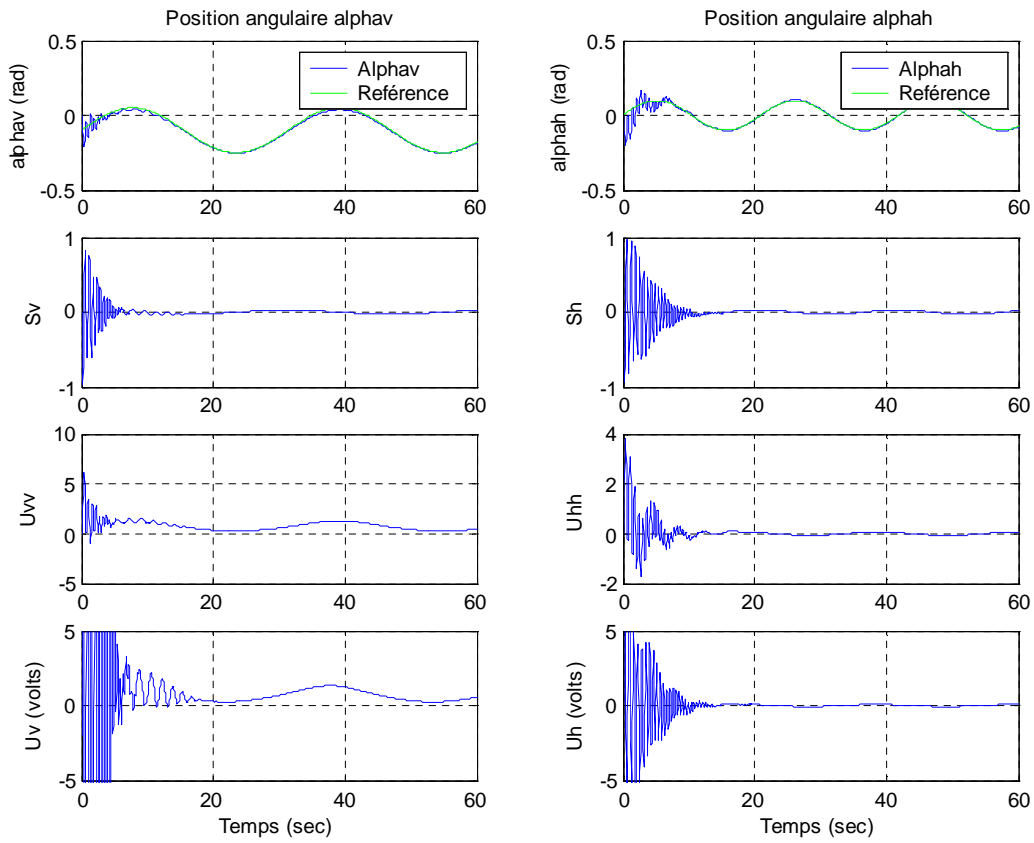


Figure 4.8 Pursuite à base d'observateur LG (*smooth*)

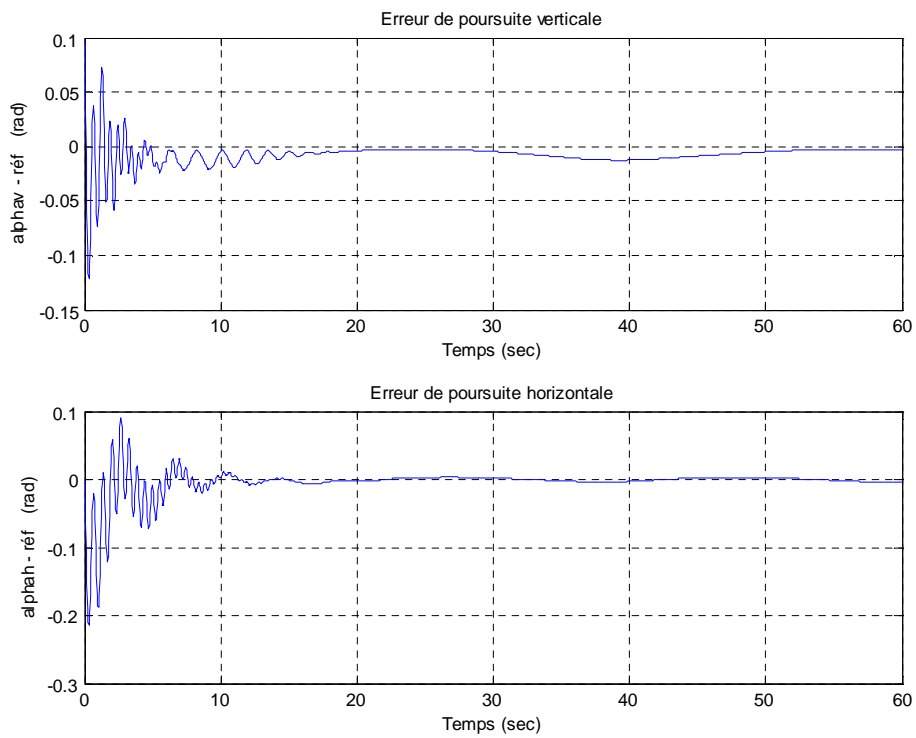


Figure 4.9 Erreur de poursuite LG

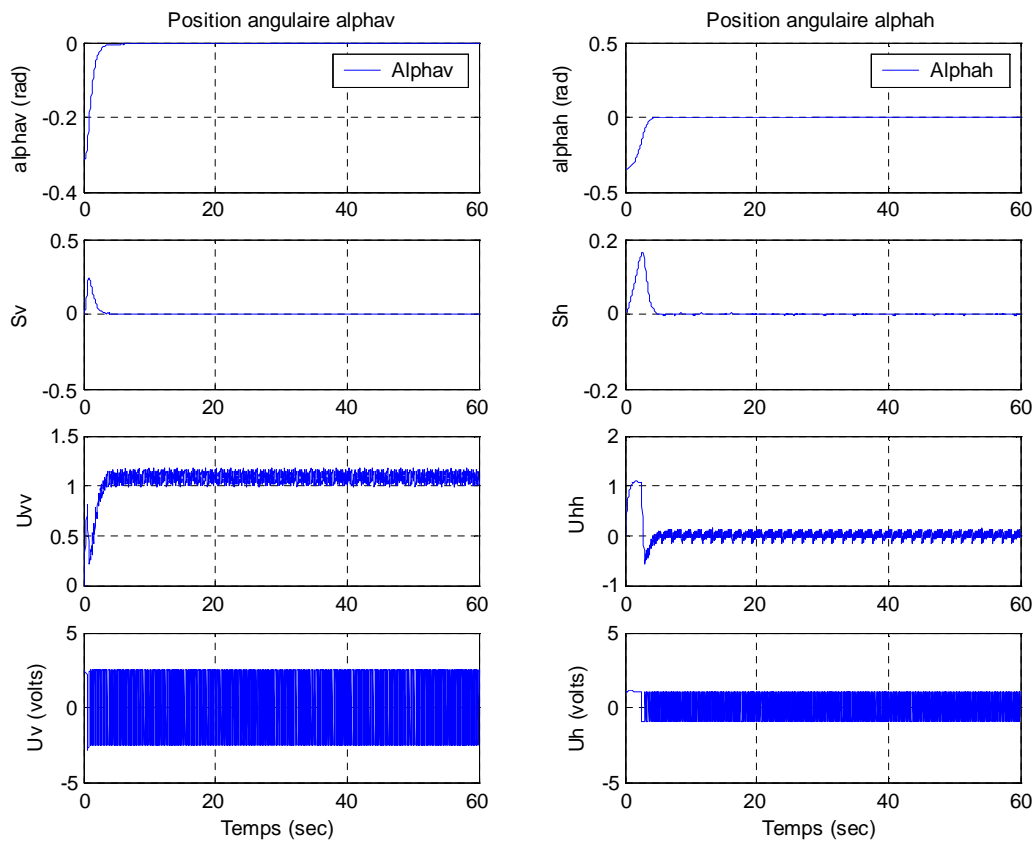


Figure 4.10 : Stabilisation à base d'observateur GT

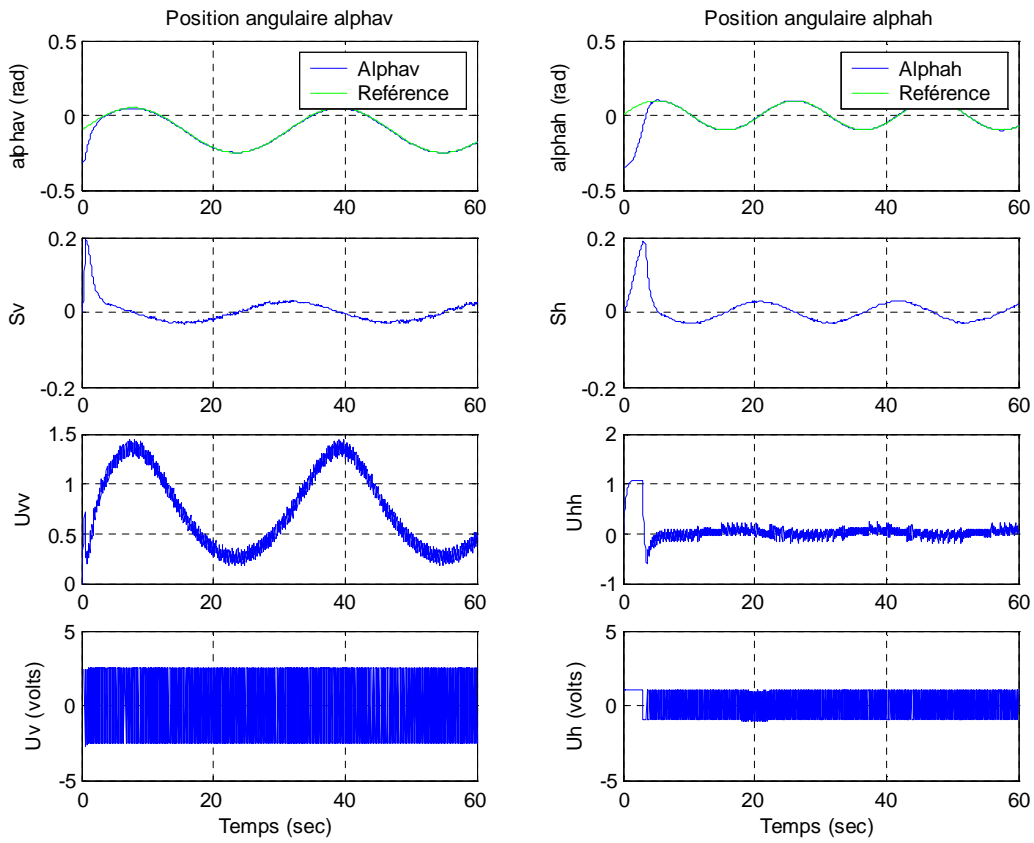


Figure 4.11 Pursuite à base d'observateur GT

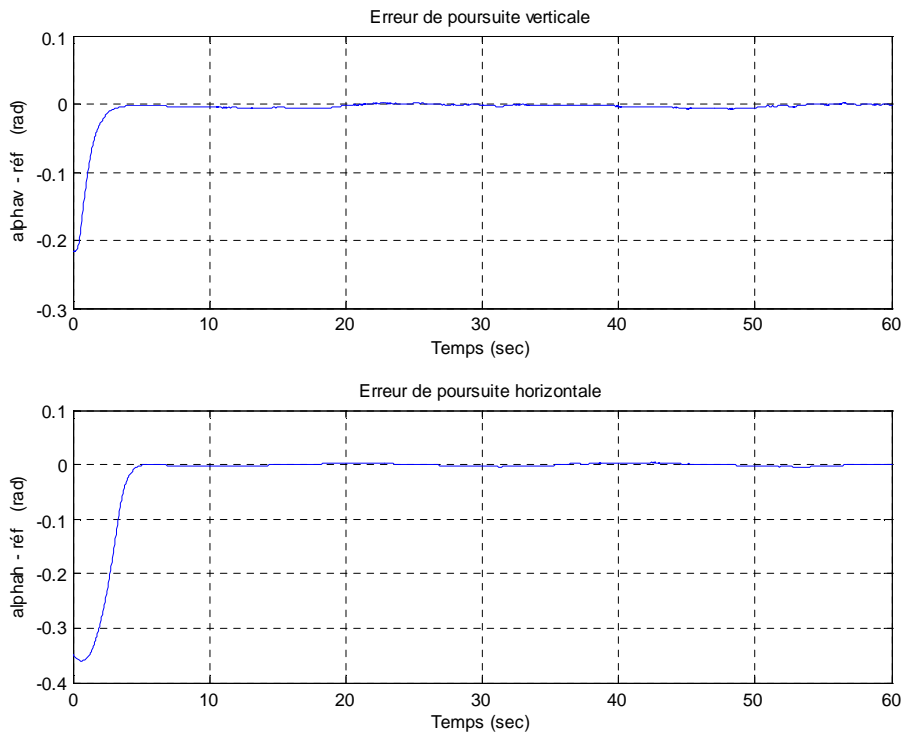


Figure 4.12 Erreur de poursuite GT

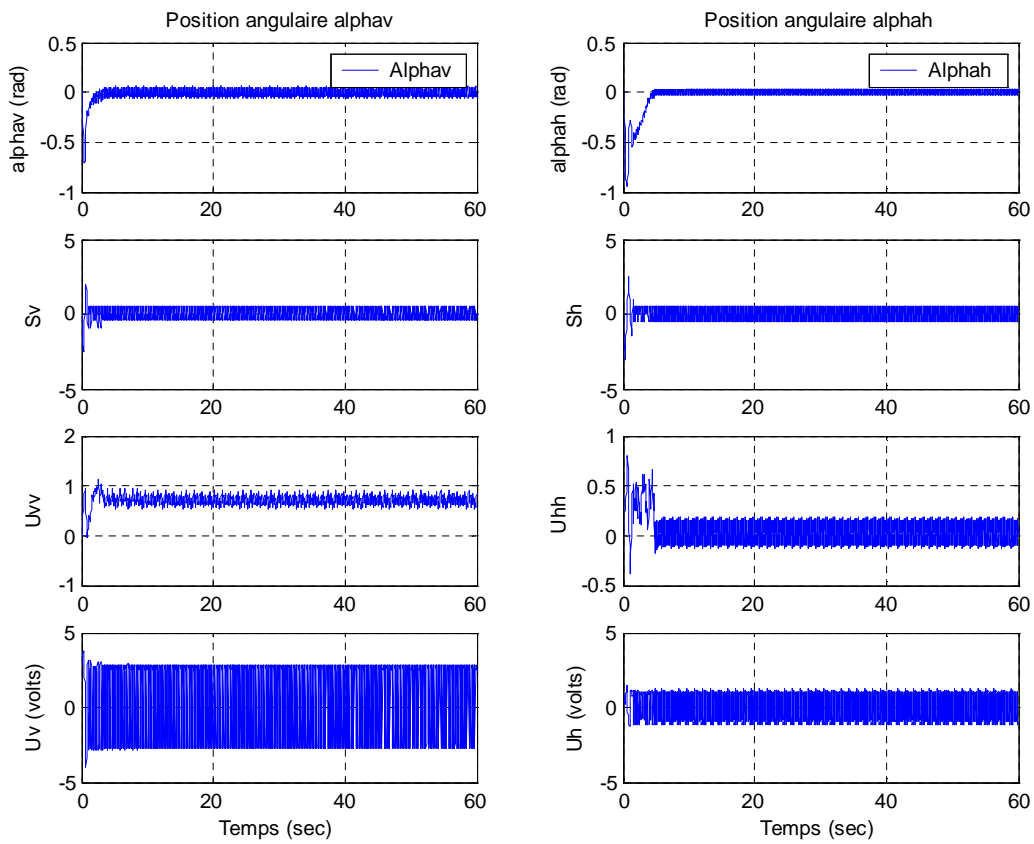


Figure 4.13 : Stabilisation à base d'observateur GG (sign)

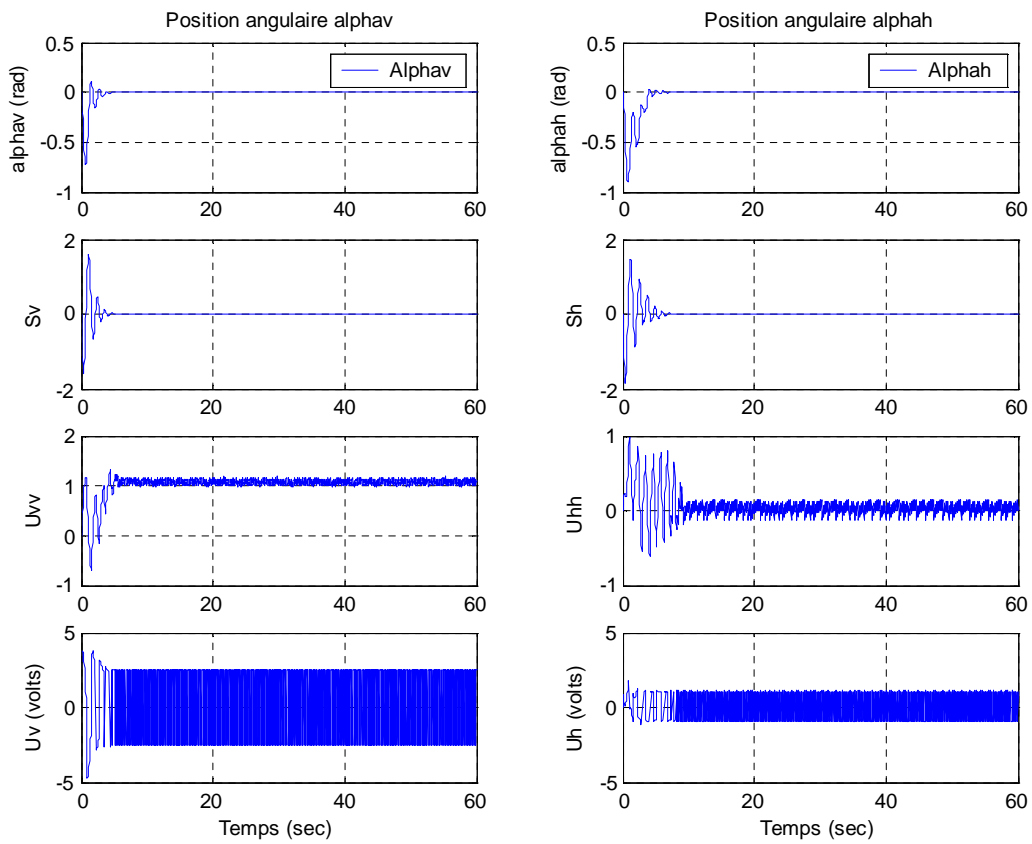


Figure 4.14 : Stabilisation à base d'observateur GG (smooth)

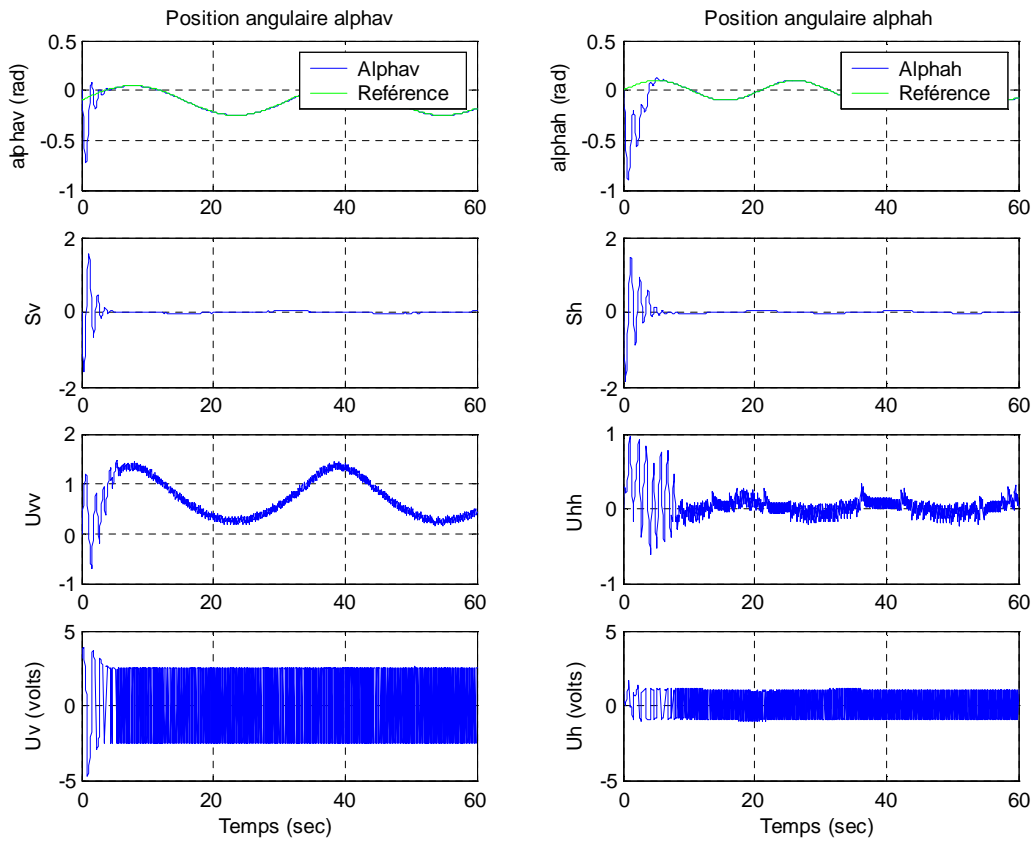


Figure 4.15 Poursuite à base d'observateur GG (smooth)

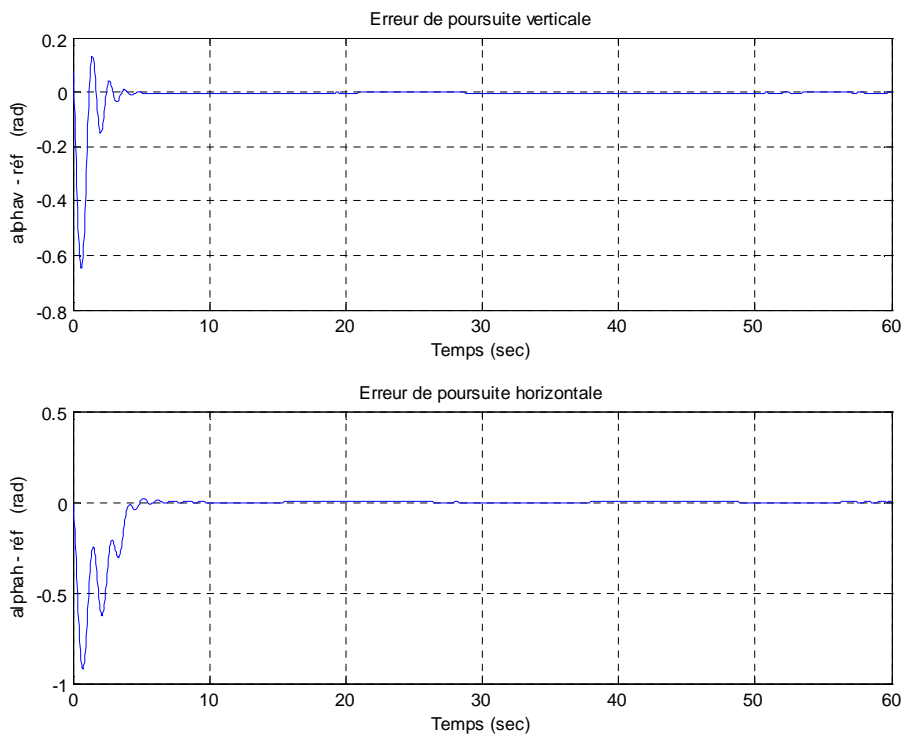


Figure 4.16 Erreur de poursuite GG

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons aboutit à notre but, à savoir la commande à base d'observateurs d'état, et ceci a été réalisé en s'appuyant sur des théorèmes et hypothèses qui nous ont permis d'appliquer le principe de séparation restreint adapté aux systèmes non linéaires ; Nous avons obtenu de bons résultats car il n'y a pas eu de dégradation des performances par rapport à la commande sans observateurs.

Nous avons constaté que lorsqu'on introduit un observateur dans une boucle de commande, les interactions entre ces deux structures donnent, plus ou moins, de bons résultats selon la combinaison choisie (LT, LG, GL ou GG) car les inconvénients de l'observateur peuvent s'ajouter à ceux de loi de commande, ce qui dégrade les résultats. Ceci peut être constaté à travers les simulations des structures LT et GG.

Un autre effet indésirable est le chattering, dû à l'observateur glissant. On peut pallier à ce problème en remplaçant la fonction de commutation $sign(s)$, qui est la cause de cet effet, par la fonction *sigmoïde* (*smooth*). Les résultats illustrés sur les figures (4.5, 4.7) et (4.13, 4.14).

Conclusion générale

Dans ce travail, deux types de commandes et deux observateurs sont présentés avec leurs applications (commande à base d'observateur) pour la stabilisation du *TRMS*; Ce dernier est un processus de laboratoire, à deux entrées et deux sorties avec un couplage important, instable en boucle ouverte.

Notre objectif était de synthétiser des lois de commande et des observateurs, s'assurer de la stabilité globale via observateur, et de tout implémenter sur le système réel ; mais les conditions n'ont pas permis de réaliser cet objectif, que nous laisserons comme perspective. Nous nous sommes contentés que de simulations sous *Matlab* ; ces dernières ont montré les avantages et les inconvénients de chaque commande et de chaque observateur.

Pour commencer, Nous avons fait une modélisation analytique du simulateur, qui est un système très difficile à modéliser avec précision à cause des forces aérodynamiques.

Ensuite, nous avons abordé la théorie de l'observation ainsi que celle des observateurs non linéaires pour pouvoir, à la fin, synthétiser deux d'entre eux (*observateur de Thau* et *observateur glissant*) pour des fins de commande.

Après, nous nous sommes penchés sur la théorie de la commande où l'on a choisi deux types :

- Commande linéarisante par retour d'état
- Commande par modes glissants

sur lesquels nous avons présenté des rappels théoriques. Ensuite, nous sommes passés à leur synthèse, pour clôturer ce chapitre par des simulations sur le modèle du *TRMS*.

Comme étape finale, nous avons appliqué les commandes synthétisées via les observateurs : *Thau* et *glissant*. Pour terminer, nous avons donné les résultats de simulations, de stabilisation et de poursuite, du simulateur.

Références Bibliographiques

- [1] **A.J. FOSSARD** et **D. NORMAND-CYROT**, “ *Systèmes non linéaires Tome1. Modélisation et Estimation* ”, Editions Masson, Paris, France, 1993.
- [2] **Site :** *www.helicoptere.net*
- [3] **Feedback**, “ *Twin Rotor Mimo System: Advanced Teaching Manual 1* ”, 33-007-4M5, Feedback Instruments Ltd, Park Road, Crow borough, E. Sussex, TN6 2QR, UK.
- [4] **B. DJERIDENE** et **M. DJEDDOU**, “ *Les différents types de commandes et observateurs* ”, Projet de fin d’étude, ENP, Alger, Algérie, 1999.
- [5] **CHAIB-EDDUR**, “ *synthèse d’observateurs d’état non linéaires pour les systèmes interconnectés*”, Projet de fin d’étude, ENP, Alger, Algérie, 2004.
- [6] **F. BOUDJEMA**, **A. BENCHAI**, **A. RACHID**, “ *A new sliding mode flux observer based on backstepping method for induction motor* ”, World Automation Congress 98, Anchorage, Alaska, Etats-unis 9-17, 1998.
- [7] **W. LI**, “ *Feedback linearization* ”, université de Misawa, Japon, 1990.
- [8] **J.J.E. SLOTINE** et **W. LI**, “ *Applied Non-linear Control* ”, Prentice-Hall Englewood, New Jersey, Etats-Unis, 1991.
- [9] **T. ZAHARIEVA**, “ *commande d’une machine synchrone a base d’observateurs* ”, INSA, Lyon, France, 2000
- [10] **M.F. KHELFI**, “ *Observateurs non linéaires: Application à la commande des robots manipulateurs* ”, Thèse de doctorat de l’université Henry Poincaré, Nancy, France, 1995.

- [11] **J.P. GAUTHIER, H. HAMMOURI et I. KUPKA**, “ *Observers for non linear systems* ”, 30th IEEE CDC, Brighton, Etats-Unis, 1991.

ملخص :

في هذا العمل, نهتم بإنشاء عدة أنظمة تحكم (تحويل إلى الشكل الخطي بـرجوع الحالة, و بنظام الانزلاق) و مرصد (مرصد تو, و مرصد بنظام الانزلاق), و الهدف هو استقرار جهاز تمثيل الطيران لطائرة عمودية باستعمال المرصد, و يتميز هذا النظام باللا خطية, متعدد المداخل و المخارج, ارتباط معتبر و عدم الاستقرار في الحلقة المفتوحة.

الكلمات الجوهرية :

التحويل إلى الشكل الخطي بـرجوع الحالة, نظام الانزلاق, مرصد "تو", اللا خطي, نظام تحكم, مرصد, نموذج الطائرة العمودية.

Abstract:

In this work, we are interested to design different control laws (feedback linearization, and sliding mode), and non linear observers (*Thau*, sliding mode observer) to stabilize a helicopter flight simulator, this system is MIMO, nonlinear with an important interaction and unstable open loop dynamic.

Keywords:

Feedback linearization, Sliding mode, *Thau* Observer, Nonlinear, Control, Observer, Helicopter simulator model.

Résumé:

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés a la synthèse de différentes stratégies de commande (linéarisation par retour d'état, modes glissants) et observateurs (*Thau*, glissant) pour stabiliser un simulateur d'hélicoptère a base d'observateurs ; Ce système est MIMO, non linéaire avec un couplage important et une dynamique instable en boucle ouverte.

Mots clés :

Linéarisation par retour d'état, Modes glissants, Observateur de *Thau*, Non linéaire, Commande, Observateur, Modèle du *TRMS*