**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE** 

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



Département du Génie Electrique Spécialité Automatique

Projet de fin d'études

Pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'état en Automatique

THÈME

## **Commandes Robustes Appliquées à la Stabilisation d'un Navire**

Proposé et dirigé par :

M. M. TADJINE M. H. SAARI Etudié par :

M. A. N. BENNAMIA M. A. SALAMANI

Juin 2007

Laboratoire de commande des processus Ecole Nationale Polytechnique, 10, Ave. Hassen Badi, El-Harrach, Algérie

ملخص:

إن الكبح و التقليل من حركات الترنح و التأرجح على متن البواخر، و التي يكون عادة مصدرها أمواج البحر، يكتسي أهمية بالغة في ميدان الملاحة البحرية. و من الطرق الشائعة في هذا المجال نجد طريقة استعمال الدفة (موجه الباخرة). في عملنا هذا حاولنا تطبيق هذه الطريقة على باخرة ناقلة حاويات مستعينين في ذلك بطرق مختلفة المتحكم المتين منها :  $M_{\infty}$  و التحكم على باخرة المنوبة و المعروفة بقدرتها على رد الاضطرابات و الصمود أمام أخطاء على متن النورية. و التورية و من الطرق المائعة في مصدر ها أمواج البحر، يكتسي أهمية بالغة في ميدان الملاحة البحرية. و من الطرق المائعة في عملنا هذا حاولنا تطبيق هذه الطريقة على باخرة المجال نجد طريقة المتعمال الدفة (موجه الباخرة). في عملنا هذا حاولنا تطبيق منها :  $M_{\infty}$  و التحكم على المتين منها تمام أخطاء على من طريق الأنماط المنزلقة، و المعروفة بقدرتها على رد الاضطرابات و الصمود أمام أخطاء تصميم النموذج الرياضي.

كلمات مفتاحية : تخفيض الترنح، تخفيض الترنح عن طريق الدفة، التحكم عن طريق الأنماط المنزلقة، التحكم المتين H<sub>o</sub>.

#### <u>Résumé :</u>

La réduction et l'amortissement des mouvements de balancement (en roulis), causés souvent par les vagues, dans les navires, sont d'une grande importance dans la navigation maritime. Parmi les méthodes utilisées pour ce but on trouve les méthodes d'amortissement par gouvernail. Dans le présent travail, on a essayé d'appliquer cette méthode à un navire porteconteneurs en utilisant différents types de commandes robustes : commande  $H_{\infty}$  et commande par les modes glissants, connues par leurs aptitude à la rejection des bruits et leurs robustesse vis-à-vis les erreurs de modélisation.

<u>Mots clés</u>: atténuation de roulis, amortissement de roulis par gouvernail, commandes par les modes glissants, commande robuste  $H_{\infty}$ .

#### Abstract:

The reduction and the damping of the rocking movements (in roll), often caused by sea-waves, in ships, are of great importance in maritime navigation. Among the methods used for this goal one finds the methods of damping per rudder. In this work, we have tried to apply this method to a container ship using various types of robust control:  $H_{\infty}$  control and sliding modes control, known by their aptitude for noise rejection and their robustness opposite modelling errors.

**Key words:** roll damping, rudder roll damping, sliding modes control, robust control.

### REMERCIEMENT

Nous remercions Dieu de nous avoir donner la force et le courage pour réaliser ce modeste travail.

Nous remercions Messieurs M. TADJINE et H. SAARI, qui a suivi de très près ce travail, pour leur aide, leurs orientations pédagogiques dans l'élaboration de ce mémoire, et tous les conseils qu'ils nous ont prodigués pendant toute la durée de ce travail.

Nous adressons nos plus vifs remerciements aux membres du jury pour l'honneur qu'ils nous 10 en acceptant la charge de juger ce travail.

Nous sommes reconnaissants envers nos enseignants auxquels nous devons notre formation en automatique grâce à l'enthousiasme qu'ils ont su nous communiquer en tant qu'étudiants lors de notre cursus d'études à l'ENP.

Enfin, nous ne pourrons terminer ces remerciements sans remercier notre famille pour leurs aides, compréhensions, encouragements et soutiens, qu'elles nous ont apportés tout le long de nos études et à toutes nos amies.

### Table des matières

Table des matières	A
Table des figures	D
Table de correspondance de terminologie anglaise - française	Е

#### INTRODUCTION GENERALE

Indua duration	
introduction	generale
muouuouon	Scholare

#### **CHAPITRE I : MODELISATION DU NAVIRE**

I.2 Mouvements du navire3I.3 Forces et moments hydrodynamiques6I.4 Forces et moments engendrés par le gouvernail9I.5 Modélisation du gouvernail10I.6 Modélisation des vagues11I.7 Représentation d'état des modèles linéaire et non linéaire13I.7.1 Modèle non linéaire13I.7.2 Modèle linéaire14I.8 Simulation15I.9 Conclusion15	I.1 Introduction	
I.3 Forces et moments hydrodynamiques6I.4 Forces et moments engendrés par le gouvernail9I.5 Modélisation du gouvernail10I.6 Modélisation des vagues11I.7 Représentation d'état des modèles linéaire et non linéaire13I.7.1 Modèle non linéaire13I.7.2 Modèle linéaire14I.8 Simulation15I.9 Conclusion15	I.2 Mouvements du navire	
I.4 Forces et moments engendrés par le gouvernail	I.3 Forces et moments hydrodynamiques	6
I.5 Modélisation du gouvernail10I.6 Modélisation des vagues11I.7 Représentation d'état des modèles linéaire et non linéaire13I.7.1 Modèle non linéaire13I.7.2 Modèle linéaire14I.8 Simulation15I.9 Conclusion15	I.4 Forces et moments engendrés par le gouvernail	9
I.6 Modélisation des vagues.11I.7 Représentation d'état des modèles linéaire et non linéaire13I.7.1 Modèle non linéaire13I.7.2 Modèle linéaire14I.8 Simulation.15I.9 Conclusion15	I.5 Modélisation du gouvernail	
I.7 Représentation d'état des modèles linéaire et non linéaire13I.7.1 Modèle non linéaire13I.7.2 Modèle linéaire14I.8 Simulation15I.9 Conclusion15	I.6 Modélisation des vagues	
I.7.1 Modèle non linéaire13I.7.2 Modèle linéaire14I.8 Simulation15I.9 Conclusion15	I.7 Représentation d'état des modèles linéaire et non linéaire	
I.7.2 Modèle linéaire	I.7.1 Modèle non linéaire	
I.8 Simulation	I.7.2 Modèle linéaire	
I.9 Conclusion	I.8 Simulation	
	I.9 Conclusion	

#### CHAPITRE II : COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT

II.1 Introduction	
II.2 Etude de stabilité en boucle ouverte	
II.2.1 Modèle du navire	
II.2.2 La forme normale du système	
II.2.3 La dynamique des zéros	
II.3 Commande par mode de glissement	
II.3.1 Surface $S = x_2 + \alpha x_4$	
II.3.2 Surface $m=S-K.\overline{\varepsilon}$	
II.4 Loi de commande	
II.5 Synthèse de l'observateur à structure variable	
II.6 Simulations de la commande	
II.6 Remarques et conclusion	

#### CHAPITRE III : COMMANDE ROBUSTE $\mathbf{H}_{\infty}$

III.1 Introduction	
III.2 La théorie de l'analyse fréquentielle robuste	
III.2.1 Spécification des performances	
III.2.2 Spécification de robustesse en stabilité	
III.3 Commande robuste du modèle linéaire d'un navire ( $H_{\infty}$ parallèle)	
III.3.1 Structure de commande parallèle	
III.3.2 Synthèse des pondérations fréquentielles	
III.3.3 Correcteur de trajectoire	
III.3.4 Correcteur de roulis	

III.3.5 Simulation	32
III.3.6 Remarques sur les résultats	32
III.4 Commande robuste du modèle non linéaire ( $H_{\infty}$ parallèle)	32
III.4.1 Erreurs de modélisation	32
III.4.2 Commande du modèle non linéaire	35
III.4.2.1 Correcteur de trajectoire	35
III.4.2.2 Correcteur de roulis	35
III.4.2.3 Simulation	35
III.4.2.4 Interprétation des résultats	38
III.4.3 Commande du modèle non linéaire (Correction des pondérations)	38
III.4.3.1 Correcteur de trajectoire	38
III.4.2.2 Correcteur du roulis	39
III.4.2.3 Simulation	39
III.4.2.4 Remarques sur les résultats	39
III.5 Commande robuste du modèle linéaire du navire ( $H_{\infty}$ cascade)	44
III.5.1 Structure de commande cascade	44
III.5.2 Correcteur de trajectoire	44
III.5.3 Correcteur de roulis	44
III.5.4 Simulation	44
III.5.5 Remarques sur les résultats	44
III.6 Commande robuste du modèle non linéaire ( $H_{\infty}$ cascade)	47
III.6.1 Commande du modèle non linéaire	47
III.6.2 Interprétations des résultats	49
III.6.3 Commande du modèle non linéaire (Correction des pondérations)	49
III.6.3.1 Correcteur de trajectoire	49
III.6.3.2 Correcteur de roulis	50
III.6.3.3 Simulation	50
III.6.3.3 Remarques sur les résultats	50
III.7 Comparaison	50
III.8 Conclusion	50

#### **CHAPITRE IV : COMMANDE MULTI CONTROLEURS**

#### CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale	
Perspectives	

#### BIBLIOGRAPHIE

Bibliographie	
ANNEXES	

Annexe A : Le système de normalisation SNAME	65
Annexe B : Caractéristiques du navire porte-conteneurs	66

### Table des figures

Figure I 1 : Mouvements du navire	4
Figure I 2 : Angles du gouvernail	9
Figure I 3 : Diagramme simplifié du fonctionnement du gouvernail	. 10
Figure I 4 : Réponse du gouvernail à un échelon de 10 degrés	. 11
Figure I 5 : Perturbation des vagues sur l'embardée et le roulis (Mer peu agitée)	. 12
Figure I 6 : Perturbation des vagues sur l'embardée et le roulis (Mer agitée)	. 12
Figure I 7 : Simulation en boucle ouverte des deux modèles du navire	. 16
CHAPITRE II	
Figure II 1 : Les erreurs d'observation des états du modèle non linéaire du navire	. 25
Figure II 2 : Commande par mode de glissement (Mer peu agitée)	. 27
Figure II 3 : Commande par mode de glissement (Mer agitée)	. 28
Figure II 4 : Commande par mode de glissement (Mer peu agitée - Consigne 4 à 500)	) 29
Figure II 5 : Commande par mode de glissement (Mer agitée - Consigne 4 à 500)	. 30
CHAPITRE III	
Figure III 1 : Structure de commande parallèle	. 30
Figure III 2 : Simulation de la commande $H_{\infty}$ parallèle du modèle linéaire	. 33
Figure III 3 : Simulation de la commande $H_{\infty}$ parallèle du modèle linéaire	. 34
Figure III 4 : Simulation en boucle ouverte des deux modèles du navire	. 35
Figure III 5 : Simulation de la commande $H_{\infty}$ parallèle du modèle non linéaire	. 36
Figure III 6 : Simulation de la commande $H_{\infty}$ parallèle du modèle non linéaire	. 37
Figure III 7 : Diagramme de Bode de l'amplitude de $B(j\omega)T(j\omega)$	. 38
Figure III 8 : Diagramme de Bode de l'amplitude de $B(j\omega)T(j\omega)$	. 39
Figure III 9 : Simulation de la commande $H_{\infty}$ parallèle du modèle non linéaire	. 40
Figure III 10 : Simulation de la commande $H_{\infty}$ parallèle du modèle non linéaire	. 41
Figure III 11: Simulation de la commande $H_{\infty}$ parallèle du modèle non linéaire	. 42
Figure III 12 : Simulation de la commande $H_{\infty}$ parallèle du modèle non linéaire	. 43
Figure III 13 : Structure de commande cascade	. 44
Figure III 14 : Simulation de la commande $H_{\infty}$ cascade du modèle linéaire	. 45
Figure III 15 : Simulation de la commande $H_{\infty}$ cascade du modèle linéaire	. 46
Figure III 16 : Simulation de la commande $H_{\infty}$ cascade du modèle non linéaire	. 47
Figure III 17 : Simulation de la commande $H_{\infty}$ cascade du modèle non linéaire	. 48
Figure III 18 : Diagramme de Bode de l'amplitude de $B(j\omega)T(j\omega)$	. 49
Figure III 19 : Diagramme de Bode de l'amplitude de $B(j\omega)T(j\omega)$	. 49
Figure III 20 : Simulation de la commande $H_{\infty}$ cascade du modèle non linéaire	. 51
Figure III 21 : Simulation de la commande $H_{\infty}$ cascade du modèle non linéaire	. 52
Figure III 22 : Simulation de la commande H∞ cascade du modèle non linéaire	. 53
Figure III 23 : Simulation de la commande H∞ cascade du modèle non linéaire	. 54
CHAPITRE IV	
Figure IV 1 : Commande multi contrôleurs de classe indirecte	. 56
Figure IV 2 : Commande multi contrôleurs de classe directe	. 56
Figure IV 3 : Profile de vitesse	. 59
Figure IV 4 : Simulation de la commande multi contrôleurs du modèle non linéaire	. 60
Figure IV 5 : Simulation de la commande multi contrôleurs du modèle non linéaire	. 61

#### Table de correspondance de terminologie anglaise - française

Agitated sea : mer agitée Body-fixed frame: repère fixé au navire Heave : pilonnement Little agitated sea: mer peu agitée Inertial frame : repère d'inertie fixe Pitch : tangage Roll : roulis Rudder: gouvernail Surge : cavalement Sway : lacet Velocity : vitesse Wave noise : bruit des vagues Yaw : embardée

# INTRODUCTION GENERALE

#### Introduction générale

Les mers et les océans sont un univers particulier, parcouru à la fois pour des motifs économiques (le transport de marchandises, de pétrole,...), sociaux (le transport des passagers pour relier entre eux d'une île à une autre), stratégiques (l'occupation et la surveillance est cruciale du point de vue stratégique) et aussi de loisir (des croisières touristiques, des compétitions sportives ou simplement du plaisir de naviguer).

Toutes ces activités sont soumises aux aléas de la météorologie et de la mer. La houle, les vagues, les courants, le vent sont des phénomènes à prendre en compte avant de prendre la mer, car ils ont une influence considérable sur l'utilisation des navires. La croisière touristique, sympathique sur une mer calme deviendra vite un enfer sur une mer démontée ; de la même façon, le transport de matières dangereuses, sûr par temps calme, se révélera périlleux et nocif pour la mer elle-même dans ces conditions difficiles.

En particulier, les mouvements de roulis sont inconfortables et résonants et dégradent significativement l'état opérationnel d'un navire. Du point de vue sécurité, il est bien connu que les mouvements excessifs du roulis paralysent les passagers qui commettront par conséquent des graves erreurs ; et pour les navires navals, des opérations comme l'atterrissage des avions et des hélicoptères nécessitent de grandes précisions et donc des faibles mouvements en roulis.

Des efforts considérables et des grands investissements sont dirigés dans le sens de la stabilisation de roulis (en fait, ce n'est pas une stabilisation mais un amortissement de roulis). A nos jours, les ailerons stabilisateurs (Fin stabilizers) sont les outils fréquemment utilisés mais on peut citer d'autres techniques pour l'amortissement du roulis comme : la quille de sentine (Bilge keels), les tanks (Anti-rolling tanks), le stabilisateur gyroscopique (Gyroscopic stabilizers) et aussi l'amortissement par gouvernail (Rudder roll damping ).

Nous considérons dans ce mémoire l'amortissement du roulis par le gouvernail (Rudder Roll Damping RRD) qui est utilisé au même temps pour la régulation de trajectoire, et c'est ici réside l'avantage major de cette technique, car le gouvernail est déjà présent dans la construction du navire et on n'aura pas à rajouter d'autres composants comme les ailerons de stabilisation cités auparavant.

Donc notre but consiste à commander le roulis à travers le gouvernail tout en assurant, en parallèle, la régulation de trajectoire. Pour cela plusieurs types de commandes peuvent se présenter, mais quant aux effets de vagues et des autres perturbations environnementales, les commandes robustes sont choisies grâce à leur aptitude à assurer nos objectifs de commande indépendamment de ces perturbations.

Pour élaborer ces commandes, il faudra en premier lieu modéliser le navire (porte-conteneurs). Le premier chapitre traite ce point et met en évidence deux modèles : l'un est non linéaire obtenu par substitution directe des expressions des efforts exercés sur le navire dans son équation de mouvement ; l'autre est linéaire obtenu sous l'hypothèse de vitesse constante et puis une linéarisation autour de l'origine. Une étude de stabilité des modèles obtenus est présentée en premier dans le second chapitre. La commande par les modes glissants (Sliding Modes Control SMC) est ensuit proposée : adaptation du modèle du navire au traitement puis le choix de la surface de glissement et enfin l'élaboration de la loi de commande. La synthèse d'un observateur est également abordée car son utilisation était nécessaire pour le calcul de la loi de commande. A la fin du chapitre, des simulations sont présentées pour illustrer les résultats obtenus par ce type de commande.

Le troisième chapitre met en valeur la commande  $H_{\infty}$  sur deux structures : parallèle et cascade. Le choix des pondération fréquentielles prend une grande importance dans ce type de commande, c'est pour cela nous avons présenté quelques techniques proposées dans la littérature pour la synthèse de celles-ci. Nous avons terminé le chapitre par une étude comparative entre les deux structures étudiées et la suivent des conclusions tirées des résultats obtenus.

Un autre type de commande est considéré dans le quatrième chapitre, c'est la commande multi modèles. C'est une commande qui se base sur la commutation entre certains régulateurs locaux, calculés pour différents points de fonctionnement, après la détection de changement dans le mode opératoire du navire (sa vitesse). Ainsi, les résultats de simulation sont visualisés et des conclusions sont tirées sur la validité de ce type de commande.

Après l'application des différentes commandes robustes, nous avons finalisé notre travail par une conclusion générale donnant une vue complète sur les résultats obtenus et sur la validation des différentes commandes étudiée. Des perspectives sont ensuite suggérées pour les futurs travaux dans ce domaine.

# **CHAPITRE** I

# **MODELISATION DU NAVIRE**

#### I.1 Introduction

L'étape essentielle à toute conception d'une loi de commande est la connaissance des caractéristiques dynamiques du système physique à commander. L'étude du mouvement du navire est complexe, et l'obtention d'un modèle fiable suppose la détermination de l'ensemble des paramètres intervenant dans sa dynamique. Ces paramètres concernent le profil du navire (géométrie de la coque), sa charge, sa puissance ...etc. L'environnement dans lequel évolue le navire, tel que l'effet des vagues et des courants, doit être aussi pris en considération.

Plusieurs recherches ont été effectuées dans le domaine de la modélisation des navires, nous citons parmi elles les résultats publiés par Son et Nomoto (1982) présentant un modèle obtenu en utilisant la méthode du mécanisme du mouvement planaire (Planar Motion Mechanism PMM); Ainsi, Kälstrom et Otterson (1983) ont obtenu un modèle en combinant un modèle latéral de PMM avec des estimations théoriques des coefficients du roulis, en utilisant les essais du modèle de navigation libre pour calibrer les paramètres du roulis.

Bien que des parties de ces modèles aient été précédemment présentées dans différentes publications : 1ke 1981, 1ke et Christensen 1993, 1ke et Jensen 1997, il est encore difficile de trouver dans la littérature des modèles entièrement paramétrés.

Dans ce chapitre, nous présentons des modèles basés sur des résultats expérimentaux et décrivant le mouvement du navire dans quatre degrés de liberté en utilisant la méthode du mécanisme du mouvement planaire du roulis (Roll Planar Motion Mechanism RPMM) élaboré à l'institut maritime danois. Ces modèles englobent l'interaction existant entre les différents mouvements du navire (roulis, lacet, embardée et cavalement) ; Ils ont été validés par l'intermédiaire des essais effectués en mer (1ke et al 1989, 1ke et Jensen 1997), et constituent donc un outil valable pour la conception de stratégies de commande.

Pour cela, nous présentons les différents mouvements d'un navire, ensuite le modèle des forces et des moments hydrodynamiques agissant sur la coque, puis nous décrivons les différentes forces et moments engendrés par le gouvernail. Après, le modèle du gouvernail est traité et aussi celui des perturbations ; Enfin les modèles linéaires et non linéaires sont donnés ainsi que leurs simulations en boucle ouverte.

#### I.2 Mouvements du navire

Le mouvement d'un navire dans six degrés de liberté se décompose en un mouvement de translation (position) suivant trois directions : cavalement, lacet et pilonnement et trois mouvements de rotation autour de trois axes : roulis, tangage et embardée.

Afin de déterminer les équations du mouvement, on considère deux repères : le repère d'inertie fixé à la terre ' $O_{xyz}$ ' qui coïncide avec la position initiale du navire, et un repère fixé au navire ' $O_{0x_0y_0z_0}$ '. Généralement, on positionne le repère fixé au navire de telle manière que ce dernier soit symétrique par rapport au plan ' $O_{0x_0y_0z_0}$ ' et approximativement symétrique par rapport au plan ' $O_{0x_0y_0z_0}$ '. L'origine ' $O_0$ ' est choisie comme point de contact entre la coque et la surface de l'eau lorsque la mer est calme.



Figure I1: Mouvements du navire

Les positions et orientation du navire sont exprimées dans le repère d'inertie à travers les coordonnées notées respectivement  $[x \ y \ z]^{T}$  et  $[\varphi \ \theta \ \psi]^{T}$  alors que les forces  $[X \ Y \ Z]^{T}$ , les moments  $[K \ M \ N]^{T}$ , les vitesses linéaires  $[u \ v \ w]^{T}$  et les vitesses angulaires  $[p \ q \ r]^{T}$  sont exprimées dans le repère lié au navire. On utilise la notation standard (SNAME, 1950) (annexe A).

Soit le vecteur position-orientation exprimé dans le repère d'inertie:

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \boldsymbol{\varphi} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\psi} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(I.1)

et le vecteur vitesses linéaires-angulaires exprimé dans le repère fixé au navire :

$$v = \begin{bmatrix} u & v & w & p & q & r \end{bmatrix}^T$$
(I.2)

En faisant un changement de repère, on exprime le vecteur de positionorientation dans le repère d'inertie à travers la relation :

$$\dot{\eta} = J(\eta).\mathcal{V} \tag{I.3}$$

 $J(\eta)$  est une matrice de passage qui dépend des angles d'Euler ( $\varphi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ ) telle que :

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_{1}(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}) & \mathbf{0}_{[3.3]} \\ \mathbf{0}_{[3.3]} & \mathbf{J}_{2}(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}) \end{pmatrix}$$
(I.4)

Où

$$J_{1}(\varphi,\theta,\psi) = \begin{bmatrix} C(\psi) \ C(\theta) & -S(\psi) \ C(\varphi) + C(\psi)S(\theta) \ S(\varphi) & S(\psi) \ S(\varphi) + C(\psi) \ C(\varphi) \ S(\theta) \\ S(\psi) \ C(\theta) & C(\psi) \ C(\varphi) + S(\psi)S(\theta) \ S(\varphi) & -C(\psi) \ S(\varphi) + S(\psi) \ C(\varphi) \ S(\theta) \\ -S(\theta) & C(\theta)S(\varphi) & C(\psi) \ C(\varphi) \end{bmatrix}$$
(I.5)  
$$J_{2}(\varphi,\theta,\psi) = \begin{bmatrix} 1 & S(\varphi)t(\theta) & C(\varphi)t(\theta) \\ 0 & C(\varphi) & -S(\varphi) \\ 0 & \frac{S(\varphi)}{C(\theta)} & \frac{C(\varphi)}{C(\theta)} \end{bmatrix}$$
(I.6)

Avec s(.) = sin(.), c(.) = cos(.) et t(.) = tan(.).

L'approche newtonienne aboutit à l'équation du mouvement par rapport au repère fixé au navire :

$$M_{RB}v = \tau(v, v, \eta) - C_{RB}(v)v$$
(I.7)

$$\dot{\eta} = J(\eta)v \tag{I.8}$$

 $M_{RB}$  est la matrice masse et inertie dues à la dynamique du navire, le terme  $C_{RB}(v)v$  représente les forces et moments centripètes et de coriolis. Le vecteur des forces et moments est donnée par :

$$\tau = [X \ Y \ Z \ K \ M \ N]^{\mathrm{T}}$$
(I.9)

Ces grandeurs sont générées par différents phénomènes et peuvent être décomposées de la manière suivante :

$$\tau = \tau_{hyd} + \tau_{cs} + \tau_{prop} + \tau_{ext} \tag{I.10}$$

 $\tau_{hvd}$ : forces et moments dus au mouvement de la coque sur l'eau.

 $\tau_{prop}$ : forces et moments dus aux systèmes de propulsion.

 $.\tau_{cs}$  : forces et moments dus au mouvement des surfaces de contrôle.

 $\tau_{ext}$ : forces et moments agissant sur la coque et provenant des perturbations environnementales, exemple : vent, courant et vagues.

Les mouvements de tangage et de pilonnement peuvent en général être négligés par rapport aux autres mouvements pour la majorité des navires ; Par conséquence, la modélisation de la dynamique du navire se fait sur quatre degrés de liberté : cavalement, embardée, roulis et lacet ; on obtient donc les approximations suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\phi}} = \mathbf{p} \tag{I.11}$$

$$\dot{\psi} = \operatorname{rcos}(\varphi)$$
 (I.12)

Par conséquence, les équations du mouvement sont données par :

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & -m . z_{g} & m x_{g} \\ 0 & -m . z_{g} & I_{xx} & 0 \\ 0 & m . x_{g} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ K \\ N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m . (v . r + x_{g} . r^{2} - z_{g} . p . r) \\ -m u . r \\ m . z_{g} u . r \\ -m . x_{g} u . r \end{bmatrix}$$
(I.13)

Où 'm' est la masse du navire,  $I_{xx}$  et  $I_{zz}$  sont les moments d'inertie autour des axes  $x_0$  et  $z_0$ ,  $x_G$  et  $z_G$  sont les coordonnées du centre de gravité CG par rapport au repère lié au navire :

$$\overline{C G} = \begin{bmatrix} X_{G} & 0 & Z_{G} \end{bmatrix}^{T}$$

A présent, nous allons étudier en détail les différentes forces et moments ainsi que leurs modélisation.

#### I.3 Forces et moments hydrodynamiques

Les forces et les moments hydrodynamiques résultent du déplacement du navire sur la surface de l'eau. Elles dépendent de la vitesse, du poids et du profil de la coque et aussi de l'effet des vagues.

Dans cette partie, on étudie le mouvement de la coque en l'absence des vagues, on considère ainsi les vagues comme des perturbations environnementales au même titre que le vent et les courants qui seront étudiées à part.

Les forces et les moments hydrodynamiques ont des origines dynamiques et statiques et peuvent être étudiés en analysant leurs différents effets [1].

- *Masse et inertie supplémentaire* : elles reflètent l'habillage de l'énergie cinétique du fluide lorsque la coque se déplace à travers celui-ci. Le mouvement du fluide lié aux accélérations implique que le bateau se déplace avec un équivalent de masse et d'inertie supplémentaires, bien que le fluide ne se déplace pas avec le bateau. Dans le modèle, cet effet est décrit par des termes proportionnels aux accélérations.

- *Moment de Munk* : résulte du fait que dans un fluide idéal, lorsqu'un corps tridimensionnel plonge sous un angle d'attaque éprouve un moment pur qui tend à augmenter l'angle d'attaque dû au changement dans la direction du fluide. Le moment de Munk est décrit par des termes proportionnels au produit des vitesses 'uv'.

- *Viscosité* : il s'agit de la résistance hydrodynamique. Cette résistance est due à l'interaction de différents phénomènes d'une manière assez complexe. Par exemple, on peut supposer que la résistance se décompose de deux parties (Lewis, 1988) :

- la résistance de friction, due au mouvement de la coque dans un fluide visqueux.
- la résistance des vagues générées, due à l'énergie emportée par les vagues produites sur la surface de l'eau.

Dans le modèle, ces effets sont reflétés par des non linéarités du type : |u||u|, |v||v|, |r||v|, |v||r| et |r||r|.

- *Forces de gravité et de poussée* : ce sont les forces et les moments de reconstitution dues aux poids et à la poussée de l'eau. Ils dépendent des angles d'Euler et agissent sur le centre de gravité CG et sur le centre de poussée CP.

Les forces et les moments hydrodynamiques sont modélisés par une fonction non linéaire des accélérations ' $\dot{v}$ ', des vitesses 'v' et des angles d'Euler inclus dans ' $\eta$ ' :

$$\tau_{hyd} = f (\nu, \dot{\nu}, \eta) \tag{I.14}$$

et peuvent être exprimés par une équation aux dérivées partielles. Par exemple :

$$Y_{hyd} \approx Y_{v}v' + Y_{vv}v^{2} + Y_{r|v|}r|v| + \dots$$
 (I.15)

où les coefficients constants :

$$\mathbf{Y}_{\dot{\mathbf{v}}} = \frac{\partial \mathbf{f}_{\mathbf{Y}}}{\partial \dot{\mathbf{v}}} ; \quad \mathbf{Y}_{\mathbf{r}|\mathbf{v}|} = \frac{\partial^2 \mathbf{f}_{\mathbf{Y}}}{\partial \mathbf{r} \partial |\mathbf{v}|}$$

sont appelés dérivées hydrodynamiques. Le premier terme dans l'équation est interprétée comme étant la force le long de l'axe  $y_0$ ' due à l'accélération  $\dot{v}$ .

Pour déterminer les dérivées hydrodynamiques, il existe des méthodes théoriques comme la théorie de la bande (Strip Theory), et expérimentales basées sur l'identification des systèmes. Dans cette dernière, un modèle est forcé à se déplacer par un dispositif appelé le mécanisme planaire de mouvement (*Planar Movement Mechanism*) (Goodman et Gertler 1962), avec des charges exercées sur lui, ensuite les positions, les vitesses et les accélérations sont mesurées. L'analyse des données acquises permet de déterminer les valeurs des coefficients (Jensen 1997).

Nous présentons en détail le modèle des forces hydrodynamiques d'un navire porte-conteneurs (1ke et Jensen 1997), qui a été obtenu en utilisant quatre degrés de liberté à partir du mécanisme de mouvement planaire de roulis (*Roll Planar Movement Mechanism*) établi par l'institut maritime danois.

La structure est montrée ci-dessous dans les équations (I.18) à (I.21) [1]; Les résultats sont donnés en valeurs non dimensionnées employant le système adimensionnel **SNAME** (1950). Dans ce modèle, la vitesse relative non dimensionnée de cavalement :

$$u'_{a} = \frac{U - U_{nom}}{U}$$
 (I.16)

est employée dans les termes hydrodynamiques, où U est la vitesse absolue du navire :

$$U = \sqrt{u^2 + v^2}$$
 (I.17)

Il convient de noter que ' $u_a$ ' est différent de la vitesse non dimensionnée de cavalement u '= u / U .

La force relative non dimensionnée de cavalement est donnée par :

$$X = X_{u}\dot{u}'_{a} + X_{u}u'_{a} + X_{uu}u_{a}'^{2} + X_{uuu}u_{a}'^{3} + X_{vr}v'r' + X_{rr}r'^{2} + X_{v\varphi}v'\varphi' + X_{\varphi}\varphi' + X_{\varphi\varphi}\varphi'^{2}$$
(I.18)  
+  $X_{pp}p'^{2} + X_{ppu}p'^{2}ua'$ 

La force non dimensionnée du lacet est :

$$Y = Y_{\dot{v}} \dot{v}' + Y_{\dot{r}} \dot{r}' + Y_{\dot{p}} \dot{p}' + Y_{v} v' + Y_{vv} v'^{2} + Y_{v|v|} v'|v'| + Y_{v|r|} v'|r'| + Y_{vrr} v'r'^{2} + Y_{r} r' + Y_{r|r|} r'|r'| + Y_{rrr} |r'^{3}| + Y_{r|v|} r'|v'| + Y_{rvv} r'v'^{2} + Y_{p} p' + Y_{ppp} p'^{3} + Y_{pu} p'u_{a}' + Y_{pu|pu|} p'u_{a}'|p'u_{a}'| + Y_{\varphi} \varphi' + Y_{v\varphi} v' \varphi' + Y_{v\varphi\varphi} v' \varphi'^{2} + Y_{\varphi vv} \varphi' v'^{2} + Y_{0} + Y_{0u} u_{a}'$$
(I.19)

L'équation de la force non dimensionnée du roulis est :

$$K = K_{v}\dot{v}\dot{v}' + K_{r}\dot{r}\dot{r}' + K_{p}\dot{p} + K_{v}v' + K_{vv}v'^{2} + K_{v|v|}v'|v'| + K_{v|r|}v'|r'| + K_{vrr}v'r'^{2} + K_{r}r' + K_{r|r|}r'|r'| + K_{rrr}|r'^{3}| + K_{r|v|}r'|v'| + K_{rvv}r'v'^{2} + K_{p}p' + K_{ppp}p'^{3} + K_{pu}p'u_{a}' + K_{pu|pu|}p'ua'|p'u_{a}'| + K_{\varphi}\varphi' + K_{v\varphi}v'\varphi' + K_{v\varphi\varphi}v'\varphi'^{2} + K_{\varphivv}\varphi'v'^{2} + K_{0} + K_{0u}u_{a}' + K_{r}r' - (\rho g \nabla G_{z}(\varphi))'$$
(I.20)

L'équation de la force non dimensionnée de l'embardée est :

$$N = N_{v}\dot{v}' + N_{r}\dot{r}' + N_{p}\dot{p} + N_{v}v' + N_{vv}v'^{2} + N_{v|v|}v'|v'| + N_{v|r|}v'|r'| + N_{vrr}v'r'^{2} + N_{r}r' + N_{r|r|}r'|r'| + N_{rrr}|r'^{3}| + N_{r|v|}r'|v'| + N_{rvv}r'v'^{2} + N_{p}p' + N_{ppp}p'^{3} + N_{pu}p'u_{a}' + N_{pu|pu|}p'u_{a}'|p'u_{a}'| + N_{\varphi}\varphi' + N_{v\varphi}v'\varphi' + N_{v\varphi}v'\varphi'^{2} + N_{\varphi vv}\varphi'v'^{2} + N_{0} + N_{0u}u_{a}'$$
(I.21)

Le dernier terme de (I.20) correspond au moment de redressement du roulis où  $\nabla$  dénote le volume d'immersion du navire, g la gravité,  $\rho$  la masse volumique de l'eau et  $G_{_{7}}(\varphi)$  est une fonction de ' $\varphi$ ' donnée par (Lewis, 1988) :

$$G_{z}(\varphi) = (GM + \frac{1}{2}BM \tan^{2}(\varphi)).\sin(\varphi)$$
(I.22)

Où GM est la hauteur métacentrique, et BM est la distance entre le centre de poussée et le métacentre.

#### I.4 Forces et moments engendrés par le gouvernail

En premier lieu, nous donnons un modèle permettant de calculer la force agissant sur le gouvernail puis selon sa position et son orientation par rapport à la coque, on détermine les forces et les moments générés provoquant le mouvement du navire.

Dans un fluide réel, la force hydrodynamique résultante agit sur le gouvernail de direction en un seul point CP (ne pas confondre avec CP qui est le centre de poussée des forces hydrodynamiques sur la coque du navire). L'intensité de cette force, supposée perpendiculaire à la surface du gouvernai, est donnée par :

$$F = \begin{cases} \frac{1}{2} \rho C_{F} A_{r} V_{av}^{2} \sin\left(\frac{1}{2} \frac{\delta_{attaque}}{\delta_{frein}}\right) & si & \left|\delta_{attaque}\right| \leq \left|\delta_{frein}\right|, \\ \frac{1}{2} \rho C_{F} A_{r} V_{av}^{2} \sin\left(\delta_{attaque}\right) & si & \left|\delta_{attaque}\right| \geq \left|\delta_{frein}\right|, \end{cases}$$
(I.23)

Où  $C_F$  est le coefficient d'élévation (Lift coefficient),  $A_r$  est la surface du gouvernail,  $V_{av}$  est l'écoulement moyen traversant le gouvernail et  $\delta_{frein}$  est l'angle de freinage du gouvernail qui permet de réduire la vitesse du navire. L'angle d'attaque  $\delta_{attaque}$  est l'angle relatif entre le gouvernail et la direction de l'écoulement. Les grandeurs sont selon la convention adoptée (SNAME, 1950), voir la figure (I.2).



Figure I 2 : Angles du gouvernail

Les forces dues au gouvernail agissant sur la coque sont alors données par :

$$\begin{cases} X_{gouvernail} = -F(u, V_{av}, v, r, \delta) \sin(\delta) \\ Y_{gouvernail} = F(u, V_{av}, v, r, \delta) \cos(\delta) \\ Z_{gouvernail} = 0 \end{cases}$$
(I.24)

Ainsi que les moments :

$$\begin{bmatrix} K_{gouvernail} & M_{gouvernail} \end{bmatrix}^{T} = (\overline{CP} - \overline{CG}) \cdot \begin{bmatrix} X_{gouvernail} & X_{gouvernail} \end{bmatrix}^{T}$$
(I.25)

Le modèle des forces et moments engendrés par le gouvernail est donné par [1]:

$$X_{gouvernail} = X_{\delta}\delta' + X_{\delta\delta}\delta'^{2} + X_{\delta u}\delta'u_{a}' + X_{\delta\delta u}\delta'^{2}u_{a}' + X_{\delta\delta v}\delta'^{2}u_{a}'$$

$$+ X_{v\delta}v'\delta' + X_{v\delta\delta}v'\delta'^{2}$$
(I.26)

$$K_{gouvernail} = K_{\delta}\delta' + K_{\delta\delta}\delta'^{2} + K_{\delta u}\delta'ua' + K_{\delta\delta}u\delta'^{2}u_{a}' + K_{v\delta}v'\delta' + K_{v\delta\delta}v'\delta'^{2}$$
(I.27)

$$N_{gouvernail} = N_{\delta}\delta' + N_{\delta\delta}\delta'^{2} + N_{\delta u}\delta'u_{a}' + N_{\delta\delta u}\delta'^{2}u_{a}' + N_{v\delta}v'\delta' + N_{v\delta\delta}v'\delta'^{2}$$
(I.28)

#### I.5 Modélisation du gouvernail

Le gouvernail constitue l'actionneur dans notre boucle de commande, il reçoit une consigne du régulateur et agit en conséquence sur le navire. Un schéma fonctionnel de la machine de direction avec sa dynamique est décrit par Van Amerongen 1982.

Van Amerongen suggère l'utilisation de la représentation simplifiée donnée dans la figure (I.3). Ce schéma fonctionnel contient deux limiteurs, l'un décrivant la limitation de l'angle du gouvernail et l'autre décrivant la limitation de la vitesse de rotation de gouvernail.

Les saturations en angles et en vitesse sont dues aux contraintes du système (géométrie du gouvernail, puissance des vérins, capacité des pompes ...).

Les normes de classification requièrent que le gouvernail puisse se déplacer de 35 degrés bâbord à 35 degrés tribord dans un délai de 30 secondes. Une vitesse maximum de gouvernail de 2.5 degrés par seconde est suffisante pour répondre à cette exigence.

Beaucoup de travaux de recherches (Amerongen et Klugt 1982-1983, Klugt 1987, 1ke et al 1989) ont montré qu'une vitesse de rotation du gouvernail de 5 à 20 (deg/s) est habituellement exigée pour un fonctionnement correct d'un système d'atténuation du roulis par gouvernail.



Figure I 3 : Diagramme simplifié du fonctionnement du gouvernail

Dans le domaine non saturé, le gouvernail se comporte comme un système du premier ordre cependant les caractéristiques non linéaires être prises en considération lors de la synthèse de la commande.



Figure I 4 : Réponse du gouvernail à un échelon de 10 degrés

#### I.6 Modélisation des vagues

Les vagues, le vent et les courants sont les principaux facteurs perturbateurs pour un navire. De part leur nature, les vagues et le vent sont des procédés aléatoires et leur influence sur le navire peut être correctement caractérisé à travers des mesures adéquates de leur densité spectrale. En terme de roulis, les vagues constituent la perturbation principale.

La modélisation des vagues est exploitable dans un schéma de commande. A notre niveau, on s'appuiera sur un modèle linéaire qui est une approximation correcte du modèle réel. Ce modèle proposé par l'organisation ISSC (*International Ship and offshore Structures Congress*) a été obtenu à partir des essais pratiques, il s'agit d'un bruit 1c filtré, il permet d'approcher d'une manière appréciable le modèle non linéaire.

Les principaux éléments caractérisant une vague sont [3]:

- 1- la hauteur de la vague : il s'agit du coefficient  $h_{1/3}$  qui représente la hauteur moyenne de trois vagues successives.
- 2- la période moyenne de la vague noté  $T_{v}$ .
- 3- h(s) est la fonction de transfert de la vague généralement prise de la forme :

$$h(s) = \frac{K s}{s^{2} + 2 \zeta \omega_{0} \cdot s + \omega_{0}^{2}}$$
(I.29)

les valeurs des paramètres sont obtenues à partir du tableau suivant :

Symbole	Signification	Valeur ou expression	
ζ	Coefficient	ζ=0.3	
	d'amortissement		
$\sigma_{\rm v}$	Intensité de la	$\sigma_{v} = \sqrt{0.0185 T_{v}} . h_{1/3}$	
	vague		
ω <sub>0</sub>	Pseudo pulsation	$\omega_0 = \frac{4.85}{T_v}$	
	de la vague		

Tableau I.1 : Caractérisation de la vague

Le gain est donné par  $K_v = 2\zeta\omega_0\sigma_v$ .

Etat	Termes descriptifs	H <sub>1/3</sub> (m)	T <sub>v</sub> (sec)
0	Calme	0	0
1	Ridée	0.05	1.119
2	Belle	0.3	2.740
3	Peu agitée	0.875	4.680
4	Agitée	1.875	6.850
5	Forte	3.25	9.019
6	Très forte	5.0	11.187
7	Grosse	7.5	13.701
8	Très grosse	11.5	16.965
9	Enorme	14	18.719

Le tableau suivant donne les valeurs des paramètres  $T_v$  et  $h_{1/3}$  pour chaque état de la mer [2].

Dans notre présente étude, on s'intéresse des deux états 3 et 4 i.e: peu agitée et agitée.

En prenant les conditions d'une mer peu agitée :  $T_v = 4.680$  sec et  $h_{1/3} = 0.875$  m, on obtient la perturbation suivante :



Figure I 5 : Perturbation des vagues sur l'embardée et le roulis (Mer peu agitée)

En prenant les conditions d'une mer agitée :  $T_v = 6.850$  sec et  $h_{1/3} = 1.875$  m, on obtient la perturbation suivante :



Figure I 6 : Perturbation des vagues sur l'embardée et le roulis (Mer agitée)

#### I.7 Représentation d'état des modèles linéaire et non linéaire

#### I.7.1 Modèle non linéaire

La représentation d'état du modèle non linéaire est obtenue à partir de l'équation (I.13) en remplaçant les forces et les moments par leurs modèles donnés dans les sections précédentes.

Dans ce modèle, les paramètres sont donnés sans dimension et ce suivant la convention SNAME (annexe A).

La forme générale compacte est :

$$\dot{X} = H^{-1}f(X,\delta)$$
 (I.30)

Le vecteur d'état est donné par :

$$x = \begin{bmatrix} \mathbf{u'}_{\mathbf{a}} & \mathbf{v'} & \mathbf{p'} & \mathbf{r'} & \boldsymbol{\varphi'} & \boldsymbol{\psi'} \end{bmatrix}^{T}$$
(I.31)

En incorporant les dérivées temporelles des angles d'embardée et de roulis donnés dans (I.11) et (I.12), les équations du mouvement peuvent être disposées comme suit:

$$(m'-X_{ij})\dot{u}' = X^{*}_{hyd}(x) + X_{gawemail}(x,\delta) + m'.(v'.r'+X'_{G}.r'^{2}-Z'_{G}.p'.r')$$

$$(m'-Y_{v})\dot{v} - (m'.z_{G}'+Y_{j}).\dot{p} + (m'.x_{G}'-Y_{j}).\dot{r}' = Y^{*}_{hyd}(x) + Y_{gawemail}(x,\delta) - m'.u'.r'$$

$$-(m'.z_{G}'+K_{v}).\dot{v}' - (I'_{xx}-K_{j}).\dot{p}'-K_{j}.\dot{r}' = K^{*}_{hyd}(x) - K_{gawemail}(x,\delta) - m'.u'.r'$$

$$(m'.x'_{G}-N_{v}).\dot{v}' - N_{j}.\dot{p}' + (I_{xx}-N_{j}).\dot{r}' = N^{*}_{hyd}(x) + N_{gawemail}(x,\delta) - m'.x'_{G}.u'.r'$$

$$\dot{\varphi}' = p'$$

$$\dot{\psi}' = r'\cos(\varphi')$$

$$(I.32)$$

Où les termes:  $X_{hyd}^{*}(x)$ ,  $Y_{hyd}^{*}(x)$ ,  $K_{hyd}^{*}(x)$  et  $N_{hyd}^{*}(x)$  correspondent aux modèles hydrodynamiques donnés dans la section I.3 (Equ. (I.18) à (I.21)) sans les termes proportionnels aux accélérations.

La matrice H dans (I.30) sera donnée par :

$$H = \begin{bmatrix} (m'-X_{ii}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (m'-Y_{ij}) & -(m'z_G'-Y_{ji}) & (m'x_G'-Y_{ji}) & 0 & 0 \\ 0 & (m'z'_G+K_{ij}) & (I'_{xx}-K_{ji}) & -K_{ji} & 0 & 0 \\ 0 & (m'x'_G-N_{ij}) & -N_{ji} & (I'_{zz}-N_{ji}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(I.33)

Et la fonction f est:

$$f(x, \delta) = \begin{bmatrix} X_{hyd}^{*}(x) + X_{gouvemail}(x, \delta) + m'.(v'.r'+x'_{G}.r'^{2}-z'_{G}.p'.r') \\ Y_{hyd}^{*}(x) + Y_{gouvemail}(x, \delta) - m'.h'(x',ua').r' \\ K_{hyd}^{*}(x) + K_{gouvemail}(x, \delta) + m'.z_{G}.h'(x',ua')r' \\ N_{hyd}^{*}(x) + N_{gouvemail}(x, \delta) - m'.x_{G}.h'(x',ua')r' \\ p' \\ r'.\cos(\varphi') \end{bmatrix}$$
(I.34)

Où nous avons employé les relations suivantes :

$$U = \frac{U_{nom}}{(1 - u_{a}')}$$
(I.35)

Et

$$u' = h'(x', u_a') = \frac{1}{U} \sqrt{\frac{U^2 n o m}{(1 - u_a')^2} - (U_{n o m} V')^2}$$
(I.36)

Elles ont été dérivées des définitions de  $u_a$  ' (Equ. (I.16)) et de u ' (annexe A)).

#### I.7.2 Modèle linéaire

On découple l'équation du cavalement des autres pour calculer le modèle linéaire, ceci permet d'avoir un modèle plus simple .Ainsi, nous considérons la vitesse de cavalement constante  $\overline{u}$  (vitesse de croisière du navire) [1].

On considère le vecteur d'état réduit  $Z = \begin{bmatrix} v' & r' & p' & \psi' \end{bmatrix}^T$  et on fait une linéarisation autour du point de fonctionnement  $\overline{Z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$  et  $\overline{\delta} = 0$  à partir de la formule :

$$\dot{Z} = H^{-1} \left[ \frac{\partial f(Z, u, \delta)}{\partial Z} \Big|_{\overline{z}, \overline{u}, \overline{\delta}} . Z + \frac{\partial f(Z, u, \delta)}{\partial \delta} \Big|_{\overline{z}, \overline{u}, \overline{\delta}} . \delta \right]$$
(I.37)

On obtient le modèle linéaire suivant:

 $\vec{Z} = H^{-1}.F.z + H^{-1}.G.\delta$  (I.38)

Où les matrices F et G sont les suivantes :

$$F = \begin{bmatrix} Y_{\nu} & (Y_{p} + Y_{pu} \overline{u_{a}}') & (Y_{r} - m' \overline{u}') & Y_{\varphi} & 0 \\ K_{\nu} & (K_{p} + K_{pu} \overline{u_{a}}') & (K_{r} + m' z'_{\sigma} \overline{u}') & -(\rho.g.\nabla.GM)' & 0 \\ N_{\nu} & (N_{p} + N_{pu} \overline{u_{a}}') & (N_{r} - m' x'_{\sigma} \overline{u}') & N_{\varphi} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(I.39)  
$$G = \begin{bmatrix} Y_{\delta} & K_{\delta} & N_{\delta} & 0 & 0 \end{bmatrix}^{T}$$
(I.40)

Et la matrice H correspond à celle donnée en (I.33) sans les premières lignes et colonne :

$$H = \begin{bmatrix} (m'-Y_{\psi}) & -(m'.z_{G}'-Y_{\dot{p}}) & (m'.x_{G}'-Y_{\dot{r}}) & 0 & 0\\ (m'.z_{G}'+K_{\psi}) & (I'_{xx}-K_{\dot{p}}) & -K_{\dot{r}} & 0 & 0\\ (m'x_{G}'-N_{\psi}) & -N_{\dot{p}} & (I'_{zz}-N_{\dot{r}}) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(I.41)

#### **I.8 Simulation**

La simulation des deux modèles : linéaire et non linéaire, est présentée sur la figure (I.7) qui visualise la réponse de ceux-ci à un échelon de  $10^{\circ}$  à l'entrée du gouvernail.

Dans la région avoisinant l'origine, on constate que l'évolution du vecteur d'état est identique pour les deux modèles. En éloignant de l'origine (la vitesse 'u' du navire varie), la trajectoire d'état du modèle linéaire commence à se séparer de celui du modèle non linéaire.

L'angle d'embardée possède une réponse sous forme de rampe, chose normale car tant que le gouvernail est incliné le navire continue à tourner.

On exploitera la propriété d'inclinaison du navire par le gouvernail pour synthétiser une loi de commande stabilisatrice du roulis où le gouvernail constituera notre actionneur.

#### **I.9** Conclusion

La partie modélisation est sans doute la partie la plus difficile dans l'élaboration d'une loi de commande à notre navire. Elle fait principalement appel à des notions de mécanique des fluides.

Dans ce chapitre, nous avons décrit par des équations différentielles les mouvements du navire. Ces mouvements sont engendrés par différents phénomènes : la propulsion du navire, l'effet des vagues et le mouvement du gouvernail.

A partir des équations mécaniques, on obtient la représentation d'état du navire qui est donnée en premier lieu en non linéaire, ensuite on dérive le modèle linéaire au tour d'un point du fonctionnement et d'une vitesse de cavalement constante.

En utilisant les deux modèles obtenus, nous établirons dans les chapitres suivants des commandes robustes qui nous permettront d'atténuer le mouvement de roulis et d'asservir la trajectoire du navire.



Figure I 7 : Simulation en boucle ouverte des deux modèles du navire

## **CHAPITRE II**

## COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT

#### **II.1 Introduction**

Dans ces dernières années, la commande par mode de glissement était recommandée comme approche de commande des systèmes non linéaires possédants des dynamiques incertaines et des entrées bornées de bruit.

L'avantage le plus distinctif de la commande par mode de glissement est sa capacité à assurer une convergence rapide de l'erreur, et aussi sa robustesse forte vis à vis les erreurs de modélisation et le bruit externe, du fait que le système en boucle fermée soit complètement insensible à ces entrées exhaustives.

Dans le présent chapitre, la commande à modes glissants est appliquée au navire porte conteneurs pour but de stabiliser son roulis et asservir son cap (embardée) à une trajectoire prédéfinie.

En première partie, une étude de stabilité du système en boucle ouverte, par la méthode de 'Isodori' [4], est proposée. Elle consiste à transformer le système à sa forme normale puis étudier sa stabilité à travers la stabilité de dynamiques des zéros. Pour cette dernière la méthode de linéarisation est suggérée (car il suffit d'assurer la L-Stabilité).

En seconde partie, le choix de la surface est abordé. Ce choix doit satisfaire nos objectifs de commande (stabilisation et suivi de trajectoire). La même méthode de 'Isodori' est appliquée pour étudier la stabilité sur la surface de glissement.

La loi de commande à modes glissants est ensuite synthétisée pour assurer l'attractivité de la surface en vérifiant la condition  $\dot{S}$ .S<0.

Puisque on ne possède que deux sorties mesurables du système, l'utilisation d'un observateur est donc indispensable. Un observateur non linéaire à structure variable (modes glissants) est donc synthétisé pour reconstruire les autres états non mesurables nécessaires à l'élaboration de la loi de commande.

L'étude porte sur deux cas : une mer peu agitée et une mer agitée. Une étude comparative des résultats est faite, et enfin on terminera par une conclusion.

#### II.2 Etude de stabilité en boucle ouverte

#### II.2.1 Modèle du navire

Soit le modèle du navire qui sera utilisé dans la synthèse de la loi de commande :

$$\begin{cases} \dot{x} = f^{*}(x) + gu \\ Y = h(x) = Cx \end{cases}$$
(II.1)

C'est un modèle non linéaire en état, linéaire en la commande tel que :  $u = \delta$  et  $f^{*}(x) = f(x) + Ax + \Delta_{x}$  Avec :

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T = [v' \ p' \ r' \ \varphi' \ (\psi' - \psi_r)]^T$$
(II.2)

- A est une matrice exprime la partie linéaire de  $f^*(x)$  avec A = H<sup>-1</sup>.F (H, F données en I.41 et I.39 respectivement).

- f(x) est une fonction exprime la partie non linéaire de  $f^*(x)$ .

-  $\Delta_x$  les erreurs de modélisation commises.

-  $g = H^{-1}$ .G : est le vecteur de commande (G donnée en I.40).

#### II.2.2 La forme normale du système

Le modèle (II.1) peut être transformé en une autre forme plus adéquate pour l'étude de stabilité et la synthèse de la loi de commande, soit la forme normale [4]. Cette forme est obtenue en faisant un changement de variable  $X=Z=\Phi(\eta,\varepsilon)$ .

L'ordre du système est r = 2 et par conséquent on définit la transformation  $Z = \Phi(x)$  comme suit :

$$Z_{1} = h(x) = C.x = x_{4}$$
alors:
$$\eta = \begin{bmatrix} \eta \\ \eta \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ x \\ z \end{bmatrix}$$
(II.3)

$$Z_{3} = \lambda_{1}(x) ; Z_{4} = \lambda_{2}(x) ; Z_{5} = \lambda_{3}(x) \text{ alors:} \qquad \mathcal{E} = \begin{bmatrix} \mathcal{E}_{1} \\ \mathcal{E}_{2} \\ \mathcal{E}_{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{1} \\ \lambda_{2} \\ \lambda_{3} \end{bmatrix}$$
(II.4)  
Telles que :

$$L_g \lambda_1(x) = 0$$
;  $L_g \lambda_2(x) = 0$ ;  $L_g \lambda_3(x) = 0$   
 $\Phi$  doit être un diffiomorphisme c.à.d  $\left| \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right| \neq 0$ 

Pour cela on prend :

$$\lambda_{1}(x) = x_{5}$$

$$\lambda_{2}(x) = \frac{x_{1}}{g_{1}} - \frac{x_{2}}{g_{2}}$$
il vient que :  $\left|\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right| = \frac{1}{g_{1}g_{3}} \neq 0$ 

$$\lambda_{3}(x) = \frac{x_{3}}{g_{3}} - \frac{x_{1}}{g_{1}}$$

Alors  $\Phi$  est un diffiomorphisme avec :

$$z_{1} = x_{4} = \eta_{1} \qquad x_{1} = g_{1}(z_{4} + \frac{z_{2}}{2}) = g_{1}(\varepsilon_{2} + \frac{\varepsilon_{2}}{g_{2}})$$

$$z_{2} = x_{2} = \eta_{2} \qquad x_{2} = z_{2} \qquad = \eta_{2}$$

$$z_{3} = x_{5} = \varepsilon_{1} \qquad x_{2} = z_{2} \qquad = \eta_{2}$$

$$z_{4} = \frac{x_{1}}{g_{1}} - \frac{x_{2}}{g_{2}} = \varepsilon_{2} \qquad x_{3} = g_{3}(z_{5} + z_{4} + \frac{z_{2}}{g_{2}}) = g_{1}(\varepsilon_{3} + \varepsilon_{2} + \frac{\eta_{2}}{g_{2}})$$

$$z_{5} = \frac{x_{3}}{g_{3}} - \frac{x_{1}}{g_{1}} = \varepsilon_{3} \qquad x_{5} = z_{3} \qquad = \eta_{1}$$

$$z_{5} = \frac{x_{3}}{g_{3}} - \frac{x_{1}}{g_{1}} = \varepsilon_{3} \qquad x_{5} = z_{3} \qquad = \varepsilon_{1}$$
(II.5)

Les diffiomorphismes inverses  $X = \Phi^{-1}(Z)$  et  $X = \Phi^{-1}(\eta, \varepsilon)$  sont donnés ci-dessus.

> Les dérivées des variables du système sous la forme normale :

$$\dot{\eta}_1 = \eta_2 \tag{II.6}$$
$$\dot{\eta}_2 = r \cdot \eta + s \cdot \varepsilon + a \left(\eta \cdot \varepsilon\right) + a_\Delta \left(\eta \cdot \varepsilon\right) + \beta u$$

Avec :

$$r = C \cdot A^{2} \cdot \frac{\partial \Phi^{-1}(\eta, \varepsilon)}{\partial \eta} \qquad a(\eta, \varepsilon) = C \cdot \frac{\partial f \left(\Phi^{-1}(\eta, \varepsilon)\right)}{\partial(\eta, \varepsilon)} f \left(\Phi^{-1}(\eta, \varepsilon)\right)$$

$$s = C \cdot A^{2} \cdot \frac{\partial \Phi^{-1}(\eta, \varepsilon)}{\delta \varepsilon} \qquad a_{\Delta}(\eta, \varepsilon) = C \cdot \frac{\partial \Delta_{x} \left(\Phi^{-1}(\eta, \varepsilon)\right)}{\partial(\eta, \varepsilon)} \cdot \Delta_{x} \left(\Phi^{-1}(\eta, \varepsilon)\right)$$

$$\beta = C \cdot A \cdot g$$

$$\dot{\varepsilon} = p\eta + Q\varepsilon + q(\eta, \varepsilon) + q_{\Delta}(\eta, \varepsilon)$$
(II.7)

Avec :

$$p = \frac{\partial}{\partial \eta} \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_{3}(\Phi^{-1}(\eta,\varepsilon))}{\partial(\eta,\varepsilon)} A \cdot \Phi^{-1}(\eta,\varepsilon) \\ \frac{\partial \Phi_{4}(\Phi^{-1}(\eta,\varepsilon))}{\partial(\eta,\varepsilon)} A \cdot \Phi^{-1}(\eta,\varepsilon) \\ \frac{\partial \Phi_{5}(\Phi^{-1}(\eta,\varepsilon))}{\partial(\eta,\varepsilon)} A \cdot \Phi^{-1}(\eta,\varepsilon) \end{bmatrix} \qquad Q = \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_{3}(\Phi^{-1}(\eta,\varepsilon))}{\partial(\eta,\varepsilon)} A \cdot \Phi^{-1}(\eta,\varepsilon) \\ \frac{\partial \Phi_{4}(\Phi^{-1}(\eta,\varepsilon))}{\partial(\eta,\varepsilon)} A \cdot \Phi^{-1}(\eta,\varepsilon) \\ \frac{\partial \Phi_{5}(\Phi^{-1}(\eta,\varepsilon))}{\partial(\eta,\varepsilon)} A \cdot \Phi^{-1}(\eta,\varepsilon) \end{bmatrix}$$
$$q_{\Delta}(\eta,\varepsilon) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_{3}(\Phi^{-1}(\eta,\varepsilon))}{\partial(\eta,\varepsilon)} A \cdot \Phi^{-1}(\eta,\varepsilon) \\ \frac{\partial \Phi_{4}(\Phi^{-1}(\eta,\varepsilon))}{\partial(\eta,\varepsilon)} A \cdot \Phi^{-1}(\eta,\varepsilon) \\ \frac{\partial \Phi_{4}(\Phi^{-1}(\eta,\varepsilon))}{\partial(\eta,\varepsilon)} f \cdot \Phi^{-1}(\eta,\varepsilon) \end{bmatrix}$$
$$q_{\Delta}(\eta,\varepsilon) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_{3}(\Phi^{-1}(\eta,\varepsilon))}{\partial(\eta,\varepsilon)} \Delta_{x}(\Phi^{-1}(\eta,\varepsilon)) \\ \frac{\partial \Phi_{4}(\Phi^{-1}(\eta,\varepsilon))}{\partial(\eta,\varepsilon)} \Delta_{x}(\Phi^{-1}(\eta,\varepsilon)) \\ \frac{\partial \Phi_{5}(\Phi^{-1}(\eta,\varepsilon))}{\partial(\eta,\varepsilon)} \Delta_{x}(\Phi^{-1}(\eta,\varepsilon)) \\ \frac{\partial \Phi_{5}(\Phi^{-1}(\eta,\varepsilon))}{\partial(\eta,\varepsilon)} \Delta_{x}(\Phi^{-1}(\eta,\varepsilon)) \end{bmatrix}$$

#### II.2.3 La dynamique des zéros

La dynamique des zéros 
$$\dot{\varepsilon} = \psi(\varepsilon)$$
 est obtenue en posant  $\eta = 0$  [4] et donc :  
 $\dot{\varepsilon} = \psi(\varepsilon) = \psi(0, \varepsilon)$ 

Alors la dynamique des zéros sera donnée par :

$$\dot{\varepsilon} = Q \cdot \varepsilon + q \left( \dot{0}, \varepsilon \right) + q_{\Delta}(0, \varepsilon) \tag{II.8}$$

Par la méthode de linéarisation **[4][5]**, l'étude de stabilité d'un système non linéaire se ramène à l'étude de la stabilité de sa partie linéaire autour de son point d'équilibre (L-Stabilité):

$$D.Z = Dynamique de \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}}{\partial \varepsilon}\Big|_{\varepsilon=0}\right) = v.p(Q)$$

Calculons la matrice Q :

$$Q = \begin{bmatrix} T_1 A T_{\varepsilon} \\ T_2 A T_{\varepsilon} \\ T_3 A T_{\varepsilon} \end{bmatrix} \text{ avec : } T_{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0 & g_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_3 & g_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } T_1 = \frac{\partial \Phi_3(\eta, \varepsilon)}{\partial(\eta, \varepsilon)}$$
$$\text{ et } T_2 = \frac{\partial \Phi_4(\eta, \varepsilon)}{\partial(\eta, \varepsilon)}$$
$$T_3 = \frac{\partial \Phi_3(\eta, \varepsilon)}{\partial(\eta, \varepsilon)}$$

En utilisant la fonction 'eig' de MATLAB<sup>®</sup> on trouve :

 $v.p(Q) = [0\ 1.2948\ -5.6610].$ 

La dynamique des zéros est instable et par conséquent le système est instable en boucle ouverte.

#### II.3 Commande par mode de glissement

#### **II.3.1 Surface** $S=x_2+\alpha x_4$

Compte à l'ordre du système (r = 2) on choisit la surface de SLOTINE [5] suivante :

$$S = \dot{y} + \alpha y = x_2 + \alpha x_4$$

Etudions la dynamique des zéros sur cette surface. Soit le système sur la surface **[5]**:

$$\begin{cases} \dot{x} = A x + f(x) + \Delta_x + g u \\ Y = S = x_2 + \alpha x_4 \end{cases}$$
(II.9)

Ecriture du système sous la forme normale :

L'ordre de ce système est r=1, alors l'expression du diffiomorphisme :

$$z_{1} = S = \eta \qquad x_{1} = g_{1}(z_{4} + \frac{z_{1} - \alpha z_{2}}{g_{2}}) = g_{1}(\overline{e}_{3} + \frac{1}{g_{2}}(\eta - \alpha \overline{e}_{1}))$$

$$z_{2} = x_{4} = \eta_{1} = \overline{e}_{1}$$

$$z_{3} = x_{5} = \varepsilon_{1} = \varepsilon_{2}$$

$$z_{4} = \frac{x_{1}}{g_{1}} - \frac{x_{2}}{g_{2}} = \varepsilon_{2} = \overline{\varepsilon_{3}}$$

$$x_{3} = g_{3}(z_{5} + z_{4} + \frac{z_{2}}{g_{2}}) = g_{3}(\overline{e}_{3} + \overline{e}_{4} + \frac{1}{g_{2}}(\eta - \alpha \overline{e}_{1})) \quad (\text{II.10})$$

$$x_{4} = z_{2} = \overline{e}_{2}$$

$$z_{5} = \frac{x_{3}}{g_{3}} - \frac{x_{1}}{g_{1}} = \varepsilon_{3} = \overline{e}_{4}$$

$$x_{5} = z_{3} = \overline{e}_{2}$$

**<u>Remarque</u>** : Il est aisé à vérifier que cette transformation soit un diffiomorphisme.

(II.11)

> Calculons les expressions des dérivées  $\vec{S}$  et  $\dot{\vec{E}}$  fonction de  $(S, \vec{E})$ :

$$\dot{S} = \dot{x}_{2} + \alpha . \dot{x}_{4} = \dot{\eta}_{2} + \alpha . \eta_{2} \quad \text{Avec}: \quad \dot{\eta}_{2} = r . \eta + s . \mathcal{E} + a(\eta, \mathcal{E}) + a_{\Delta}(\eta, \mathcal{E}) + \beta u$$
  
Si on prend: 
$$r . \eta = \begin{bmatrix} r_{\eta_{1}} & r_{\eta_{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_{1} \\ \eta_{2} \end{bmatrix}$$
  
il vient:

 $\dot{S} = \overline{r}.S + \overline{s}.\overline{\varepsilon} + \overline{a}(S,\overline{\varepsilon}) + \overline{a}_{\Delta}(S,\overline{\varepsilon}) + \overline{\beta}.u$ Avec :

$$\overline{r} = (\alpha + r_{\eta_2})$$

$$\overline{s} = \begin{bmatrix} (r_{\eta_1} - \alpha r_{\eta_2} - \alpha^2) & s \end{bmatrix}$$

$$\overline{a}(s, \overline{\varepsilon}) = a(\eta, \varepsilon) |_{\eta_1 = \overline{\varepsilon_1}}$$

$$\eta_2 = (s - \alpha \overline{\varepsilon_1})$$

$$\overline{\beta} = \beta$$

$$\overline{a}_{\Delta}(s, \overline{\varepsilon}) = a_{\Delta}(\eta, \varepsilon) |_{\eta_1 = \overline{\varepsilon_1}}$$

$$\eta_2 = (s - \alpha \overline{\varepsilon_1})$$

$$\dot{\overline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_2 \\ p \cdot \eta + q \cdot \varepsilon + q (\eta, \varepsilon) + q_{\Delta}(\eta, \varepsilon) \end{bmatrix}$$
Si on pose:  $p \cdot \eta = \begin{bmatrix} p_{\eta_1} & p_{\eta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}$ 

On trouve :

$$\dot{\overline{\varepsilon}} = \overline{p} \cdot S + \overline{Q} \cdot \overline{\varepsilon} + \overline{q} \cdot (S , \overline{\varepsilon}) + \overline{q}_{\Delta} \cdot (S , \overline{\varepsilon})$$
(II.12)
Avec :

$$\overline{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ p_{\eta_2} \end{bmatrix} \qquad \overline{q} (S, \overline{\varepsilon}) = \begin{bmatrix} 0 \\ q(\eta, \varepsilon) \end{bmatrix} \Big|_{\substack{\eta_1 = \overline{\varepsilon}_1 \\ \eta_2 = (S - \alpha \overline{\varepsilon}_1)}} \\ \overline{Q} = \begin{bmatrix} -\alpha & 0 \\ p_{\eta_1} - \alpha p_{\eta_2} & Q \end{bmatrix} \qquad \overline{q}_{\Delta} (S, \overline{\varepsilon}) = \begin{bmatrix} 0 \\ q_{\Delta}(\eta, \varepsilon) \end{bmatrix} \Big|_{\substack{\eta_1 = \overline{\varepsilon}_1 \\ \eta_2 = (S - \alpha \overline{\varepsilon}_1)}} \\ \overline{q}_{\Delta} (S, \overline{\varepsilon}) = \begin{bmatrix} 0 \\ q_{\Delta}(\eta, \varepsilon) \end{bmatrix} \Big|_{\substack{\eta_1 = \overline{\varepsilon}_1 \\ \eta_2 = (S - \alpha \overline{\varepsilon}_1)}}$$

Alors la forme normale du système sur la surface S est :

$$\begin{cases} \dot{S} = \overline{r} \cdot S + \overline{s} \cdot \overline{\varepsilon} + \overline{a} (S, \overline{\varepsilon}) + \overline{a}_{\Delta} (S, \overline{\varepsilon}) + \overline{\beta} \cdot u \\ \dot{\overline{\varepsilon}} = \overline{p} \cdot S + \overline{Q} \cdot \overline{\varepsilon} + \overline{q} (S, \overline{\varepsilon}) + \overline{q}_{\Delta} (S, \overline{\varepsilon}) \end{cases}$$
(II.13)

La dynamique des zéros :

La dynamique des zéros est examinée à travers la partie linéaire de  $\overline{\mathcal{E}}$  :

$$D.Z = v.p(\overline{Q})$$
 Avec:  $\overline{Q} = \begin{bmatrix} -\alpha & 0\\ p_{\eta_1} - \alpha p_{\eta_2} & Q \end{bmatrix}$ 

Sur MATLAB<sup>®</sup> on trouve :  $D.Z = v.p(\overline{Q}) = [-\alpha \ 0 \ 1.2948 \ -4.3662].$ 

Une telle dynamique est instable et donc notre objectif de commande sur la surface n'est pas assuré.

#### **II.3.2 Surface** $m = S - K.\overline{\varepsilon}$

Dans la section précédente, on a remarqué qu'en choisissant  $S = \eta_2 + \alpha \eta_1$  la dynamique des zéros reste instable sur la surface et surtout que le paramètre ' $\alpha$ ' ne touche qu'une dynamique des quatre dynamiques dont deux sont instables.

L'idée est de choisir une surface avec des paramètres qui agissent sur toutes les dynamiques et puis on se réfère à un placement de pôles pour les stabiliser.

Pour cela on prend la surface  $m=S-K.\overline{\varepsilon}$  [5].

Etudions la dynamique des zéros sur cette surface. Soit le système sur la surface **[5]**:

$$\begin{cases} \dot{x} = A x + f(x) + \Delta_x + g u \\ Y = m = S - K \overline{\varepsilon} \end{cases}$$
(II.14)

L'ordre de ce système est r=1, alors l'expression du diffiomorphisme :

$$z_{1} = m = \eta \qquad x_{1} = g_{1}(\overline{\varepsilon}_{3} + \frac{1}{2}(m - \alpha.\overline{\varepsilon}_{1} + K.\overline{\varepsilon}))$$

$$z_{2} = x_{4} = \eta_{1} = \overline{\varepsilon_{1}} \qquad x_{2} = m - \alpha.\overline{\varepsilon}_{1} + K.\overline{\varepsilon}$$

$$z_{3} = x_{5} = \varepsilon_{1} = \varepsilon_{2} \qquad x_{2} = m - \alpha.\overline{\varepsilon}_{1} + K.\overline{\varepsilon}$$

$$z_{4} = \frac{x_{1}}{g_{1}} - \frac{x_{2}}{g_{2}} = \varepsilon_{2} = \overline{\varepsilon_{3}} \qquad x_{3} = g_{3}(\overline{\varepsilon}_{3} + \overline{\varepsilon}_{1} + \frac{1}{g_{2}}(m - \alpha.\overline{\varepsilon}_{1} + K.\overline{\varepsilon})) \qquad (II.15)$$

$$z_{5} = \frac{x_{3}}{g_{3}} - \frac{x_{1}}{g_{1}} = \varepsilon_{3} = \overline{\varepsilon_{4}} \qquad x_{5} = \overline{\varepsilon_{2}}$$

**<u>Remarque</u>** : Il est aisé à vérifier que cette transformation soit un diffiomorphisme.

> Calculons les expressions de  $\dot{m}$  et  $\dot{\overline{\mathcal{E}}}$  fonction de  $(m, \dot{\overline{\mathcal{E}}})$  :

$$\begin{split} \vec{m} &= \vec{S} - K \cdot \vec{\varepsilon} \\ &= (\vec{r} - K \cdot \vec{p}) \cdot m + \left[ \vec{s} + \vec{r} \cdot K - K \cdot (\vec{Q} + \vec{p} \cdot K) \right] \cdot \vec{\varepsilon} + \vec{a} \cdot (m + K \cdot \vec{\varepsilon} \cdot \vec{\varepsilon}) \\ &+ \vec{a}_{\Delta} \left( m + K \cdot \vec{\varepsilon} \cdot \vec{\varepsilon} \right) - K \cdot \vec{q} \cdot (m + K \cdot \vec{\varepsilon} \cdot \vec{\varepsilon}) - K \cdot \vec{q}_{\Delta} \left( m + K \cdot \vec{\varepsilon} \cdot \vec{\varepsilon} \right) + \vec{\beta} u \\ \vec{\varepsilon} &= \vec{p} \cdot S + \vec{Q} \cdot \vec{\varepsilon} + \vec{q} \cdot (S \cdot \vec{\varepsilon}) + \vec{q}_{\Delta} \left( S \cdot \vec{\varepsilon} \right) \\ &= \vec{p} \cdot m + (\vec{Q} + \vec{p} \cdot K) \cdot \vec{\varepsilon} + \vec{q} \cdot (m + K \cdot \vec{\varepsilon} \cdot \vec{\varepsilon}) + \vec{q}_{\Delta} \left( m + K \cdot \vec{\varepsilon} \cdot \vec{\varepsilon} \right) \end{split}$$
(II.16)

Par la méthode de linéarisation, la dynamique des zéros sera représentée par  $v . p(\overline{Q} + \overline{p}K)$ , où  $K = [K_1 K_2 K_3 K_4]$  est un vecteur choisi pour placer les  $v . p(\overline{Q} + \overline{p}K)$  (placement de pôles/dynamique des zéros). Ce placement de pôles n'est possible que si la paire (A, g) est commandable et c'est le cas pour notre système. Pour  $v . p(\overline{Q} + \overline{p}K) = [-2 - 2 - 2 - 2]$  on trouve  $K = [-2.6011 - 5.5216 \ 2.8894 \ 2.2583]$ .

Ces pôles sont tous stables et garantissent la stabilité sur la surface m.

#### II.4 Loi de commande

On propose la loi de commande suivante [5]:  $u = \frac{1}{\beta} \left[ K_m m + K_{\overline{\varepsilon}} + K_n (m, \overline{\varepsilon}) - R . \operatorname{sign}(m) \right]$ (II.17)

> Calcul des gains  $K_m$ ,  $K_{\overline{\varepsilon}}$ ,  $K_n(m, \overline{\varepsilon})$ , R:

On doit les choisir de telle sorte que :  $m.\dot{m} \leq 0$ 

$$\begin{split} \dot{m} &= (\overline{r} - K.\overline{p}).m + \left[\overline{s} + \overline{r}.K - K.(\overline{Q} + \overline{p}.K)\right].\overline{\varepsilon} + \overline{a}(m + K.\overline{\varepsilon},\overline{\varepsilon}) \\ &- K.\overline{q}(m + K.\overline{\varepsilon},\overline{\varepsilon}) + \overline{a}_{\Delta}(m + K.\overline{\varepsilon},\overline{\varepsilon}) - K.\overline{q}_{\Delta}(m + K.\overline{\varepsilon},\overline{\varepsilon}) - \frac{1}{\beta}.u \\ &= \left[\overline{r} - K.\overline{p} + K_{m}\right].m + \left[\overline{s} + \overline{r}.K - K.(\overline{Q} + \overline{p}.K) + K_{\overline{\varepsilon}}\right].\overline{\varepsilon} \\ &+ \left[\overline{a}(m + K.\overline{\varepsilon},\overline{\varepsilon}) - K.\overline{q}(m + K.\overline{\varepsilon},\overline{\varepsilon}) + K_{n}(m + K.\overline{\varepsilon},\overline{\varepsilon})\right] \\ &+ \left[\overline{a}_{\Delta}(m + K.\overline{\varepsilon},\overline{\varepsilon}) - K.\overline{q}_{\Delta}(m + K.\overline{\varepsilon},\overline{\varepsilon}) - R.sign(m)\right] \end{split}$$
(II.18)

Pour assurer l'attractivité de la surface 'm' il suffit de prendre:

$$K_{m} = -\overline{r} + K \cdot \overline{p} - \gamma \quad (\gamma \ge 0)$$

$$K_{\overline{\varepsilon}} = -\overline{r} \cdot K + K \cdot (\overline{Q} + \overline{p} \cdot K) - \overline{s}$$

$$K_{n}(m, \overline{\varepsilon}) = -\overline{a}(m + K \cdot \overline{\varepsilon}, \overline{\varepsilon}) + K \cdot \overline{q}(m + K \cdot \overline{\varepsilon}, \overline{\varepsilon})$$
(II.19)

Il vient :

 $\dot{m} = -\gamma m - \left[R . \operatorname{sign}(m) - \overline{a_{\Delta}}(m + K . \overline{\varepsilon}, \overline{\varepsilon}) + K . \overline{q_{\Delta}}(m + K . \overline{\varepsilon}, \overline{\varepsilon})\right]$ Pour assurer que  $m . \dot{m} \leq 0$  il faut que :

$$R \ge \left\| \overline{a_{\Delta}}(m + K\overline{\varepsilon}, \overline{\varepsilon}) \right\|_{2} + \left\| \overline{q_{\Delta}}(m + K\overline{\varepsilon}, \overline{\varepsilon}) \right\|_{2}$$
(II.20)

Et donc :

$$m.\dot{m} = -\gamma.m^2 - R.|m| < 0$$

#### II.5 Synthèse de l'observateur à structure variable

Soit le modèle non linéaire du navire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x) = C x \end{cases}$$
(II.21)

Le but de cette section est le développement d'un observateur non linéaire à structure variable capable d'estimer les six états du système non linéaire ci-dessus à base des mesures obtenues sur la sortie 'y', à savoir les angles  $\varphi$  ( $x_4$ ) et  $\psi$  ( $x_5$ ), et d'assurer une convergence rapide à l'erreur d'estimation même en présence des perturbations externes (les vagues).

La dynamique de l'observateur sera donnée comme suite [6]:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) - L \operatorname{sign}(y - C \hat{x}) \\ \hat{y} = h(\hat{x}) = C \hat{x} \end{cases}$$
(II.22)

La dynamique de l'erreur de l'observation est donnée par :

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = f(x, u) - f(\hat{x}, u) - Lsign(y - C\hat{x})$$
 (II.23)

Si on pose :  $f(x, u) = A \cdot x + k(x, u)$  on aura [7]:

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = A e + [k(x,u) - k(\hat{x},u) - L.sign(y - C.\hat{x})]$$
 (II.24)

La condition de stabilité de l'erreur est :  $\dot{e} \cdot e < 0$ , et par conséquent il nous faut que :

- A soit stable (v.p(A) < 0).
- $L \ge \|k(x, u) k(\hat{x}, u)\|.$

Dans ce cas on aura :

$$\dot{e} e = A e^2 - L |e| < 0$$
 (II.25)

Remarquons qu'on n'a pas besoin de procédé à un placement de pôles pour stabiliser la dynamique de l'erreur car la matrice A est déjà stable. soit: v.p(A) = [-0.2585, -3.7962, -0.5205, -0.6412+4.2513i, -0.6412-4.2513i, 0]

Le gain de l'observateur 'L' sert à compenser les termes non linéaires qui agissent sur la dynamique de l'erreur d'observation. Si 'f' possède une grande constante de Lipchitz, le gain 'L' sera aussi grand et c'est pour ça que ce type d'observateur est appelé : observateur à grand gain.

La simulation consistait à injecter le même signal de commande pour les deux systèmes non linéaires : le navire et son observateur d'états, puis on compare leurs états en générant le signal de l'erreur d'observation.

Les résultats de simulation sont les suivants:



Figure II 1 : Les erreurs d'observation des états du modèle non linéaire du navire (Mer agitée)
D'après les graphes qu'on a obtenu, on peut constater que les erreurs d'observation convergent dans un court temps même avec la présence des perturbations ce que justifie la fiabilité de cet observateur.

# **II.6 Simulations de la commande**

Le modèle utilisé dans la simulation est non linéaire à six états de la forme (II.21):

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, \delta) \\ y = h(x) = C x \end{cases}$$

Avec:  $x = [u_a' \ v' \ p' \ r' \ \varphi' \ \psi']^T$ 

Le modèle linéaire à cinq états obtenu après la linéarisation, autour de x=0 et  $\delta=0$  et pour une vitesse de cavalement  $\overline{u}$  =12.75, est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x} = A \cdot x + g \cdot \delta + \Delta_x \\ y = C \cdot x \end{cases}$$
(II.26)

Avec:  $x = [v' \ p' \ r' \ \varphi' \ \psi']^T$ 

 $\Delta_x$ : les erreurs de modélisation.

A,g : données dans la partie modélisation.

Donc la partie non linéaire f(x) est absente et elle sera explicitement présente dans le terme  $\Delta_x(x)$ , aussi ces dérivants dans la loi de commande le seront (le terme  $K_n(m, \overline{\varepsilon})$ ).

L'observateur prend les informations en sorties ( $\varphi$  et  $\psi$ ), il les combine avec la commande présente sur l'entrée du système pour reconstruire les six états du modèle non linéaire, néanmoins le calcul de la surface et de la loi de commande ne nécessite que les cinq derniers états.

Les résultats de simulation sont présentés sur les figures (II.2) et (II.4) pour une mer peu agitée, (II.3) et (II.5) pour une mer agitée.

#### **II.6 Remarques et conclusion**

On remarque que l'angle de roulis a été bien atténué et aussi l'embardée dans les deux états de mer : agitée et peu agitée (notre objectif de commande).

Vue les résultats obtenus, on peut donc conclure sur la validité et l'efficacité de la commande par mode de glissement dans la commande du notre système non linéaire.



Figure II 2 : Commande par mode de glissement (Mer peu agitée)



Figure II 3 : Commande par mode de glissement (Mer agitée)







Figure II 5 : Commande par mode de glissement (Mer agitée – Consigne 4 à 500)

# **CHAPITRE III**

# **COMMANDE ROBUSTE H**®

# **III.1 Introduction**

La synthèse  $H_{\infty}$  prend une place de plus en plus importante parmi les méthodes de calcul de correcteurs robustes. Sa principale caractéristique est de permettre de modeler différents transferts d'un système asservi, tout en garantissant la stabilité en boucle fermée. Elle permet également la prise en compte de certains objectifs de robustesse, tels que la garantie de marges de stabilité ou la robustesse aux dynamiques hautes fréquences mal connues ou non modélisées.

Dans ce travail, nous avons mis en œuvre cette approche, dans le but de la synthèse d'un régulateur robuste en vue de la stabilisation en roulis et la régulation de trajectoire (angle d'embardée) d'un navire porte-conteneurs. Il s'agit donc d'un problème de régulation de type SIMO : une seul entrée de commande et deux sorties à régler.

En général, il est difficile de contrôler deux mouvements interactifs en employant une seule commande, mais tant qu'il existe une différence dans la fréquence de travail des deux sorties, une approche de commande séparée est faisable **[9]**. Cette méthode permet une synthèse séparée des deux signaux de commande de roulis et de l'embardée, puis on les additionne pour former un effet composite délivré par les deux contrôleurs au même temps.

Deux structures de commande avec séparation sont proposées [3] : une structure cascade et une autre parallèle. Une étude de performances des deux structures appliquées sur les deux modèles du navire (linéaire et non linéaire) sera proposée dans le présent travail, en faisant varier l'intensité des perturbations.

En première partie, on essaie de synthétiser des lois de commandes robustes pour le modèle linéaire, puis on utilise les mêmes paramètres de commande sur le modèle non linéaire, une étude comparative est faite tout en proposons des solutions aux problèmes rencontrés. En fin, on apporte les corrections nécessaires pour synthétiser un contrôleur robuste du modèle non linéaire.

Une comparaison entre les deux structures de commande est faite, et on terminera le travail par des conclusions générales sur notre travail.

# III.2 La théorie de l'analyse fréquentielle robuste

#### **III.2.1 Spécification des performances**

Sensibilité S :

C'est une fonction exprime le transfert de consigne vers l'erreur d'asservissement, soit :

$$\varepsilon(p) = S(p).r(p) + G(p)S(p)d(p)$$

En basses fréquences, le transfert S(p) doit être le plus petit possible pour un bon suivi de trajectoire. Pour éliminer l'erreur statique en réponse à un échelon, si elle existait, la fonction S(p) doit vérifier : S(0)=0 ==> un zéro en p=0 ( $p^2=0$  en rampe et ainsi) [10].

De même G(p).S(p) doit être petit pour une rejection totale de la perturbation d(p) dans la bande passante du système [9].

En hautes fréquences, cette fonction est proche de '1' à cause du grand gain du système en boucle ouverte dans cette zone (elle peut avoir des gains importants).

Sensibilité complémentaire T :

C'est une fonction exprime le transfert de consigne vers la sortie, soit :

 $y(p) = T(p) \cdot r(p) + S(p) \cdot d(p)$ 

En basses fréquences, évidement, il est souhaité que T soit unitaire pour un bon suivi de consigne (pas d'erreur statique).

En hautes fréquences, et à cause de faible gain du système en boucle ouverte, cette fonction est approximée par G.K qui est très petite.

Du fait que S + T = 1, il suffit de définir une pondération fréquentielle sur S seule pour assurer ces performances au même temps (sans regarder T).

#### III.2.2 Spécification de robustesse en stabilité

En présence des erreurs de modélisation, on parle toujours de robustesse en stabilité qui exprime l'aptitude du système à garder sa stabilité en boucle fermée en présence de ces erreurs.

En général, les erreurs de modélisation sont significatives en hautes fréquences car le système est bien connu en basses fréquences.

Pour assurer la robustesse en stabilité, et d'après le théorème du 'petit gain' **[11]**, la fonction de sensibilité complémentaire doit avoir un petit gain dans les régions de présence de ces erreurs.

Des réponses typiques des fonctions S et T sont illustrées dans [10][12][13].

# III.3 Commande robuste du modèle linéaire d'un navire ( $H_{\infty}$ parallèle)

#### III.3.1 Structure de commande parallèle

La structure de commande parallèle est illustrée sur la figure suivante [3][8]:



Figure III 1 : Structure de commande parallèle

Cette méthode est basée sur le principe de superposition des systèmes linéaires. En premier lieu on synthétise un régulateur de trajectoire qui permet d'asservir le cap (à l'intérieure des pointillés), ensuite le régulateur de roulis est synthétisé en prenant en considération la boucle interne de régulation de trajectoire. Les deux sorties des régulateurs sont additionnés pour former le signal de commande du gouvernail.

Notons que le gouvernail est considéré comme un système premier ordre dans son demain non saturé.

#### III.3.2 Synthèse des pondérations fréquentielles

La synthèse des pondérations fréquentielles  $W_I$  (qui pénalise la fonction de sensibilité *S*) et  $W_3$  (qui pénalise la fonction de sensibilité complémentaire *T*) se fait en définissant un cahier de charges qui se traduit par des contraintes sur les modules des celle-ci.

Soit le cahier de charges suivant :

- Un bon rejet de perturbations.
- Un bon suivi de trajectoire.
- Une réponse précise (sans erreur statique).

On peut aussi spécifier, avec précision, les erreurs admises (une borne supérieure), le temps de réponse et même l'amplitude du premier dépassement en réponse à un échelon [10].

Pour nous, ces trois points, cités ci-dessus, définissent notre gabarit pour la synthèse de pondérations fréquentielles en vue de la commande du modèle linéaire.

Quelques méthodes de synthèse de pondérations sont [10][12]:

- Le rejet de perturbation est garanti en vérifiant  $|d(j\omega)W_1(j\omega)| < 1$ ,  $\forall \omega$  avec  $d(j\omega)$  est le modèle du bruit.

- Le suivi de trajectoire est assuré en donnant un gain quasi unitaire à la fonction  $W_3$  dans la bande passante du système, et un autre très petit à  $W_1$ .

- L'élimination de l'erreur statique, si elle existait, s'obtient en plaçant un pôle au '0' ou au son voisinage pour la fonction  $W_1$ .

- Les oscillations en régime permanent sont réduites en imposant des grands gains : statiques pour la fonction  $W_1$ , ou à l'infini pour  $W_3$ .

- La marge de stabilité du système en boucle fermée est liée à la marge du gain de la fonction  $W_1$  (gain à l'infini), une valeur de 3/4 est recommandée pour avoir une marge de phase d'au moins 44°.

#### **III.3.3** Correcteur de trajectoire

A base des méthodes citées ci-dessus, on peut choisir les fonctions de pondération suivantes:

$$W_1 = \frac{0.8p+1}{p+0.568}$$
;  $W_3 = \frac{1000p+1}{p+1}$ 

Telles que W1 possède la propriété d'un filtre passe-bas et W3 d'un passe-haut.

#### **III.3.4** Correcteur de roulis

Les pondérations fréquentielles suivantes sont choisies :

$$W_1 = \frac{3p+10}{4p+0.729}$$
;  $W_3 = \frac{2p+0.01}{p+1}$ 

#### **III.3.5 Simulation**

Les résultats de simulation de la commande  $H_{\infty}$  parallèle du modèle linéaire du navire sont donnés dans les figures (III.2) et (III.3).

#### **III.3.6 Remarques sur les résultats**

Il est clair que la commande  $H_{\infty}$  parallèle du modèle linéaire a bien réalisé nos objectifs de commande ce qui est montré par les résultats de simulation.

### III.4 Commande robuste du modèle non linéaire ( $H_{\infty}$ parallèle)

#### **III.4.1 Erreurs de modélisation**

Les erreurs de modélisation sont soit connues à priori (nature du système, lois physiques, ...), ou bien modélisées à travers un prototype expérimental, et c'est le cas pour notre système.

Les erreurs de modélisation en moyennes fréquences (aux alentours de la bande passante du système) sont très préoccupantes sur la réponse fréquentielle du système, car elles peuvent remettre en cause sa stabilité : des modifications trop grandes du gain ou de la phase dans cette région peuvent en effet modifier le nombre d'encerclements du point (-1) dans le plan de Nyquist.

L'Automatique fréquentielle a très tôt identifié ce problème, qu'elle prend en compte de façon globale en imposant au lieu de Nyquist du système corrigé des marges de stabilité [10], de façon à l'éloigner du point (-1).

La figure (III.4) présente les résultats de la simulation en boucle ouverte.Il apparaît, d'après les graphes ci-dessus, que l'erreur de modélisation sur le roulis est petite en régime transitoire entre [0,50s] (hautes fréquences), par la suite cette erreur devient très importante en régime permanent après 50s (basses fréquences  $\rightarrow$  la bande passante de notre système). Le modèle quantitatif de cette erreur est un passe-bas.

Un programme écrit sous MATLAB<sup>®</sup> nous donne les valeurs numériques de ce modèle (modèle majorant l'erreur) :

$$\mathrm{EM}_{\mathrm{roulis}}(p) = \frac{-0.25}{p+0.1}$$

Quant à l'embardée, l'erreur est nulle à l'origine (hautes fréquences) et s'augmente tant que la simulation continuait (très basses fréquences). C'est le comportement d'un intégrateur et sous MATLAB<sup>®</sup> on trouve les valeurs numériques suivantes (modèle majorant) :

$$\mathrm{EM}_{\mathrm{embard\acute{e}e}}(p) = \frac{0.375}{p}$$

Or la bande passante du transfert gouvernail/embardée est 0.568 (rad/s), alors il est remarquable que les erreurs de modélisation soient importantes dans la bande passante de notre système !!!



Figure III 2 : Simulation de la commande  $H_{\infty}$  parallèle du modèle linéaire (Mer peu agitée)



Figure III 3 : Simulation de la commande  $H_\infty$  parallèle du modèle linéaire (Mer agitée)



Figure III 4 : Simulation en boucle ouverte des deux modèles du navire

#### III.4.2 Commande du modèle non linéaire

Premièrement, on va commencer par l'insertion des mêmes pondérations fréquentielles déjà vues dans la commande du modèle linéaire. Les figures (III.5) et (III.6) nous montrent les résultats obtenus.

#### III.4.2.1 Correcteur de trajectoire

Les fonctions de pondération seront les mêmes que celles utilisées dans la commande du modèle linéaire, soient :

$$W_{1} = \frac{0.8p+1}{p+0.568} \quad ; \quad W_{3} = \frac{1000p+1}{p+1}$$

#### III.4.2.2 Correcteur de roulis

Même chose pour le correcteur de roulis :

$$W_{1} = \frac{3p+10}{4p+0.729} \quad ; \quad W_{3} = \frac{2p+0.01}{p+1}$$

#### **III.4.2.3 Simulation**

Les résultats de simulation de la commande  $H_{\infty}$  parallèle du modèle non linéaire du navire avec les mêmes pondérations fréquentielles du modèle linéaire sont donnés dans les figures ci-dessous.



Figure III 5 : Simulation de la commande  $H_\infty$  parallèle du modèle non linéaire avec les mêmes pondérations de la commande linéaire (Mer peu agitée)



Figure III 6 : Simulation de la commande H<sub>∞</sub> parallèle du modèle non linéaire avec les mêmes pondérations de la commande linéaire (Mer agitée)

#### III.4.2.4 Interprétation des résultats

D'après les résultats qu'on a obtenu, on constate que les pondérations fréquentielles utilisées n'ont pas satisfait à notre cahier de charge; Il est remarquable que le système est instable (instabilité/divergence pratique) et ceci est dû à la présence des erreurs de modélisations précédemment identifiées.

La condition de stabilité donnée par le théorème du "petit gain" [11] est:

 $|B(j\omega)T(j\omega)| < 1$ ,  $\forall \omega$ 

 $B(j\omega)$  est une borne sur les erreurs de modélisation. C'est la condition de stabilité robuste, elle doit être au moins vérifiée dans la bande passante du système (ici c'est entre 0.1~1 rad/s). La figure 6 illustre le diagramme de Bode de l'amplitude de  $B(j\omega)T(j\omega)$ .



**Figure III 7 : Diagramme de Bode de l'amplitude de**  $B(j\omega)T(j\omega)$ 

Il est évident que la condition de stabilité robuste est franchisée, ce que justifie l'instabilité de notre système indépendamment de l'état de la mer.

#### III.4.3 Commande du modèle non linéaire (Correction des pondérations)

Essayons de trouver des pondérations fréquentielles qui répondent à nos besoins de régulation et de stabilisation et aussi, en premier plan, à la condition de stabilité robuste car sans elle on peut plus parler d'asservissement.

#### III.4.3.1 Correcteur de trajectoire

On propose les pondérations suivantes:

$$W_1 = \frac{3p + 2.568}{4p}$$
;  $W_3 = \frac{4p}{3p + 2.568}$ 

Pour valider ce choix de pondérations et vérifier son capacité à assurer la stabilité robuste aux erreurs de modélisation, on trace le diagramme de Bode de l'amplitude de  $B(j\omega)T(j\omega)$ , c'est celui de la figure (III.8).



Figure III 8 : Diagramme de Bode de l'amplitude de  $B(j\omega)T(j\omega)$ 

D'après le diagramme, le théorème du petit gain est vérifié et par conséquent notre système demeure stable même en présence des erreurs de modélisation.

#### **III.4.2.2** Correcteur du roulis

Même chose pour le correcteur de roulis :

$$W_1 = \frac{3p + 2.352}{4p}$$
;  $W_3 = \frac{4p}{3p + 2.352}$ 

Ces pondérations remplissent la condition de robustesse.

#### **III.4.2.3 Simulation**

Les résultats de simulation de la commande  $H_{\infty}$  parallèle du modèle non linéaire du navire avec les nouvelles pondérations fréquentielles sont visualisés sur les figures ci-dessous.

#### **III.4.2.4 Remarques sur les résultats**

D'après les graphes obtenus, on constate l'efficacité de la commande parallèle dans l'atténuation du roulis et la correction de trajectoire dans une mer peu agitée, mais pour une mer agitée la commande perdra ses performances.



Figure III 9 : Simulation de la commande  $H_{\infty}$  parallèle du modèle non linéaire avec les nouvelles pondérations (Mer peu agitée)



Figure III 10 : Simulation de la commande  $H_\infty$  parallèle du modèle non linéaire avec les nouvelles pondérations (Mer agitée)



Figure III 11: Simulation de la commande  $H_{\infty}$  parallèle du modèle non linéaire avec les nouvelles pondérations (Mer peu agitée – Cosigne -4 à 700)



 $\label{eq:Figure III 12: Simulation de la commande $H_{\infty}$ parallèle du modèle non linéaire avec les nouvelles pondérations (Mer agitée – Cosigne -4 à 700)$ 

# III.5 Commande robuste du modèle linéaire du navire ( $H_{\infty}$ cascade)

#### III.5.1 Structure de commande cascade

La structure de commande cascade est illustrée sur la figure suivante [8] [3]:



Figure III 13 : Structure de commande cascade

Cette méthode propose de synthétiser, tout d'abord, un régulateur de trajectoire indépendamment du roulis, puis on synthétise le régulateur du roulis en prenant la régulation de trajectoire comme le nouveau système à régler (en pointillé).

Ici le régulateur du roulis ne voit pas directement le navire mais toute la boucle de régulation de trajectoire, et donc pour lui la variable à régler n'est pas le roulis du navire mais tout simplement le roulis de la boucle de régulation de trajectoire.

## III.5.2 Correcteur de trajectoire

A base des méthodes citées dans (III.2), on peut choisir les fonctions de pondération suivantes:

$$W_{1} = \frac{0.8p+1}{p+0.568} \quad ; \quad W_{3} = \frac{10p+1}{p+1}$$

Telles que W1 possède la propriété d'un filtre passe-bas et W3 d'un passe-haut.

#### **III.5.3** Correcteur de roulis

Les pondérations fréquentielles suivantes sont choisies :

$$W_1 = \frac{3p+1}{4p+0.288}$$
;  $W_3 = \frac{2p+0.1}{p+1}$ 

#### **III.5.4 Simulation**

Les résultats de simulation de la commande  $H_\infty$  cascade du modèle linéaire du navire sont ceux des figures suivantes.

#### **III.5.5 Remarques sur les résultats**

Remarquons, d'après les simulations, qu'on a obtenu de très bons résultats en terme d'atténuation du roulis et de correction de trajectoire.



Figure III 14 : Simulation de la commande  $H_{\infty}$  cascade du modèle linéaire (Mer peu agitée)



Figure III 15 : Simulation de la commande  $H_{\infty}$  cascade du modèle linéaire (Mer agitée)

# III.6 Commande robuste du modèle non linéaire ( $H_{\infty}$ cascade)

#### III.6.1 Commande du modèle non linéaire

De même pour la commande cascade, on commencera tout d'abord par l'insertion des mêmes pondérations utilisées pour la commande linéaire à la commande non linéaire.

Les figures ci-dessous nous donnent les résultats de simulation de cet essai.



Figure III 16 : Simulation de la commande  $H_\infty$  cascade du modèle non linéaire avec les mêmes pondérations de la commande linéaire (Mer peu agitée)



Figure III 17 : Simulation de la commande  $H_\infty$  cascade du modèle non linéaire avec les mêmes pondérations de la commande linéaire (Mer agitée)

#### III.6.2 Interprétations des résultats

La même chose que la commande parallèle peut être dite ici : les erreurs de modélisation qui n'étaient pas pries en compte dans la commande du modèle linéaire (en fait, elles n'étaient pas présentes dans celle-ci) ont remis en cause la stabilité du système et indépendamment de l'état de mer.

Pour assurer une telle stabilité (stabilité robuste), il faut satisfaire à la condition exigée par le théorème du "petit gain". Dans la figure suivante, on constate que cette condition n'est plus vérifiée ce qui colle bien avec les résultats de simulation.



**Figure III 18 : Diagramme de Bode de l'amplitude de**  $B(j\omega)T(j\omega)$ 

#### III.6.3 Commande du modèle non linéaire (Correction des pondérations)

Pour remédier à ce problème, on propose d'autres pondérations fréquentielles.

#### III.6.3.1 Correcteur de trajectoire

Les pondérations fréquentielles sont comme suite :

$$W_1 = \frac{3p + 6.568}{4p + 0.001}$$
;  $W_3 = \frac{p + 0.01}{0.1p + 1.568}$ 

En regardant le diagramme de Bode de l'amplitude de  $B(j\omega)T(j\omega)$ , on peut conclure sur la fiabilité de ces pondérations pour garantir une stabilité robuste. Le diagramme est illustré sur la figure suivante.



**Figure III 19 : Diagramme de Bode de l'amplitude de**  $B(j\omega)T(j\omega)$ 

#### III.6.3.2 Correcteur de roulis

Les pondérations fréquentielles suivantes sont proposées :

$$W_1 = \frac{3p+100}{4p+1}$$
;  $W_3 = \frac{4p+1}{3p+100}$ 

Ces pondérations vérifient bien la condition de stabilité robuste.

#### **III.6.3.3 Simulation**

Les résultats de simulations de la commande  $H_{\infty}$  cascade du modèle non linéaire en utilisant ces pondérations, sont ceux des figures (III.20), (III.21), (III.22) et (III.23).

#### III.6.3.3 Remarques sur les résultats

D'après les graphes obtenus, on constate clairement l'efficacité de la commande cascade dans l'atténuation du roulis et la correction de trajectoire.

# **III.7** Comparaison

D'après les résultats de simulation, on peut déduire que la structure de commande cascade est mieux adaptée à la commande de notre navire (on ne peut pas généraliser pour tous les systèmes) que la structure parallèle au vu de l'atténuation de roulis entre  $[-3^{\circ}, 3^{\circ}]$  dans une mer agitée et entre  $[-1^{\circ}, 1^{\circ}]$  dans une mer peu agitée donnée par la structure parallèle, face à  $[-0.4^{\circ}, 0.4^{\circ}]$  dans une mer agitée et  $[-0.15^{\circ}, 0.15^{\circ}]$  dans une mer peu agitée donnée par la structure parallèle, face à  $[-0.4^{\circ}, 0.4^{\circ}]$  dans une mer agitée et entre cascade.

Aussi la régulation de l'embardée était meilleure par la structure cascade puisque on a obtenu un angle qui varie entre  $[-0.2^{\circ}, 0.2^{\circ}]$  dans une mer agitée et entre  $[0^{\circ}, 0.05^{\circ}]$ dans une mer peu agitée pour une cosigne nulle, tandis que la structure parallèle n'a pas pu garantir la régulation à cause de l'apparition d'une erreur statique dans une mer peu agitée (angle égale à  $-0.6^{\circ} \pm 0.4^{\circ}$ ) et une détérioration importante des perfermances dans une mer agitée (angle entre  $[-5^{\circ}, 3^{\circ}]$ ).

# **III.8** Conclusion

Dans ce travail, deux types de structures de la commande robuste  $H_{\infty}$  sont appliqués sur les deux modèles du navire porte-conteneurs : le modèle linéaire et le modèle non linéaire, en vue de l'atténuation de roulis et la régulation de trajectoire.

La commande du modèle linéaire a donné des très bons résultats. La simplicité du modèle et l'absence des erreurs de modélisations ont bien faciliter le choix des pondérations qui est une tache très importante dans la synthèse de la commande  $H_{\infty}$ .

La commande du modèle non linéaire était plus délicate à cause des erreurs de modélisation, qui doivent être prises en considération dans le choix des pondérations, sinon elles auront pu balancer la stabilité du système.

La structure cascade a montré de très grandes capacités de régulation et de stabilisation par rapport à la structure parallèle qui s'affaiblit devant les grandes perturbations extérieures (les vagues d'une mer agitée).



Figure III 20 : Simulation de la commande  $H_\infty$  cascade du modèle non linéaire avec les nouvelles pondérations (Mer peu agitée)



Figure III 21 : Simulation de la commande  $H_{\infty}$  cascade du modèle non linéaire avec les nouvelles pondérations (Mer agitée)



Figure III 22 : Simulation de la commande  $H^{\infty}$  cascade du modèle non linéaire avec les nouvelles pondérations (Mer peu agitée – Cosigne -4 à 700)



Figure III 23 : Simulation de la commande H∞ cascade du modèle non linéaire avec les nouvelles pondérations (Mer agitée – Cosigne -4 à 700)



# **COMMANDE MULTI CONTROLEURS**

#### **IV.1 Introduction**

Dans le chapitre précédent, nous avons abordé la synthèse de lois de commande à base du modèle linéaire autour d'un seul point de fonctionnement (l'origine) et en supposant que la vitesse de cavalement 'u' est constante, ceci ne correspond évidemment pas à la réalité étant donné que le navire peut modifier sa vitesse à n'importe quel instant. L'application de cette même commende pour le système non linéaire montre clairement que les performances du régulateur se détériorent dés qu'on modifier la vitesse du navire.

Afin de pallier à ce problème, nous proposons une approche de commande dite du type multi contrôleurs (*Parallèle Multi Model Control PMMC*). Cette technique est parfaitement adaptée à la commande des systèmes non linéaires. Le modèle non linéaire peut être donc approximé autour d'un certain nombre de points de fonctionnement par un modèle linéaire, (néanmoins, le domaine de validité de chacun des correcteurs est limité) puis à chaque changement d'environnement le contrôleur approprié est activé.

Cette commande permet l'utilisation de contrôleurs obtenus par des méthodes diverses et nous concernons ici la commande  $H_{\infty}$  cascade car elle a donné de très bons résultats auparavant et elle a montré une grande robustesse au changement brusque de l'environnement.

Dans le présent chapitre, nous allons présenter les étapes de conception d'un régulateur multi contrôleurs à trois points de commutations ainsi que les simulations réalisées sur le modèle non linéaire du navire.

#### IV.2 Structuration de la commande multi contrôleurs

La première étape de la commande multi contrôleurs sera de constituer un ensemble fini de N contrôleurs « locaux », chacun correspondant à un environnement précis. L'une des originalités de la commande multi contrôleurs porte sur le fait que les contrôleurs locaux peuvent être de structure et de nature différentes.

La deuxième étape de la commande multi- contrôleurs est l'obtention du signal de commande final (commande effectivement appliquée au procédé) à partir des signaux de commande issus des correcteurs locaux. Cette tâche est remplie par le commutateur directement contrôlé par le superviseur. Ce dernier aura besoin d'informations : commande, sortie du procédé, variables internes du système. En fait le superviseur a un rôle double : d'une part, il indique au commutateur quand doit se faire la commutation et d'autre part, il aide ce dernier à choisir le ou les contrôleurs les plus aptes à garantir les performances spécifiées. Afin de répertorier les différentes structures de la commande multi contrôleurs proposées dans la littérature, nous proposons de définir deux classes :

*Classe indirecte :* le schéma global (voir Figure IV.1) contient un superviseur qui émet des informations au commutateur dans le but de sélectionner le contrôleur approprié. Le superviseur est capable en outre de déterminer l'environnement dans lequel évolue le système à travers des informations reconstruites basées sur les entrées/sorties mesurées du système.



Figure IV 1 : Commande multi contrôleurs de classe indirecte

*Classe directe* : le superviseur est absent (voir Figure IV.2). Le commutateur, à partir d'informations mesurées (composante du vecteur d'état, paramètres internes, sortie du procédé...) est capable de choisir par lui-même le ou les contrôleurs locaux le ou les plus performants.



Figure IV 2 : Commande multi contrôleurs de classe directe

#### IV.3 Synthèse de la commande

Pour la mise au point d'une commande multi contrôleurs de classe directe pour notre navire, la méthodologie suivante est suivie :

• Linéarisation du système autour d'un nombre déterminé de points de fonctionnement.

- Calcul des correcteurs  $H_{\infty}$  correspondant aux modèles linéaires obtenus.
- Détermination de la structure du commutateur qui permet de combiner à chaque instant entre les régulateurs pour obtenir la commande appropriée.

#### IV.3.1 Linéarisation du modèle non linéaire

Rappelons que l'équation d'état régissant la dynamique du navire est donnée par

$$\dot{X} = H^{-1}f(x,\delta)$$
 (IV.1)

Le vecteur d'état est

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{a}' & \mathbf{v}' & \mathbf{p}' & \mathbf{r}' & \boldsymbol{\varphi}' & \boldsymbol{\psi}' \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(IV.2)

La matrice H et la fonction f sont données dans I. I. respectivement.

Choisissant trois point de fonctionnement :  $u_1=0.8*U_{nom}$ ;  $u_2=U_{nom}$ ;  $u_3=1.2*U_{nom}$  avec  $U_{nom}=12.7$ . On procède à la linéarisation du modèle non linéaire au tour du point  $\overline{z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$  et  $\delta = 0$  tel que  $\delta$  est l'angle du gouvernail (variable de commande) et 'z' est le vecteur d'état réduit donné par  $\overline{z} = \begin{bmatrix} v & p' & r' & \varphi' & \psi' \end{bmatrix}^T$ . Les modèles linéaires locaux suivant sont obtenus pour chaque une des vitesse  $u_i$  (i=1,2,3) respectivement:

 $u_1 = 0.8 * U_{nom}$  :

$$A_{1} = \begin{bmatrix} -0.2113 & -0.0088 & -0.2828 & -0.1701 & 0\\ 15.8065 & -1.3904 & -1.6757 & -28.4093 & 0\\ -4.1787 & -0.1182 & -4.1123 & -0.4237 & 0\\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; B_{1} = \begin{bmatrix} 0.1752\\ -3.4270\\ -1.6644\\ 0\\ 0 \end{bmatrix}$$
(IV.3)

 $u_2 = U_{nom}$  :

$$A_{2} = \begin{bmatrix} -0.2113 & -0.0088 & -0.2828 & -0.0984 & 0\\ 15.8065 & -1.3904 & -1.6757 & -18.2017 & 0\\ -4.1787 & -0.1182 & -4.1123 & -0.3529 & 0\\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; B_{2} = \begin{bmatrix} 0.1752\\ -3.4270\\ -1.6644\\ 0\\ 0 \end{bmatrix}$$
(IV.4)

 $u_3=1.2* U_{nom}:$ 

$$A_{3} = \begin{bmatrix} -0.2113 & -0.0088 & -0.2828 & -0.0594 & 0\\ 15.8065 & -1.3904 & -1.6757 & -12.6569 & 0\\ -4.1787 & -0.1182 & -4.1123 & -0.3144 & 0\\ 0 & 1.0000 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; B_{3} = \begin{bmatrix} 0.1752\\ -3.4270\\ -1.6644\\ 0\\ 0 \end{bmatrix}$$
(IV.5)
#### IV.3.2 Synthèse des correcteurs locaux

La commande  $H_{\infty}$  cascade est choisie pour la synthèse des correcteurs locaux. Cette méthode est déjà présentée dans le troisième chapitre. Après le synthèse on obtient trois régulateurs locaux robustes : régulateur 1, régulateur 2, régulateur 3, correspondant aux vitesses 0.8\*U<sub>nom</sub>, U<sub>nom</sub>, 1.2\*U<sub>nom</sub> respectivement.

#### 1- Premier correcteur (pour $u=0.8*U_{nom}$ ) :

Il possède les pondérations suivantes :

Pour le correcteur de l'embardée :  $W_1 = \frac{3p + 8.568}{4p + 0.001}$  ;  $W_3 = \frac{10p + 0.01}{0.1p + 1.568}$ Pour le correcteur de roulis :  $W_1 = \frac{p+2.5}{2p+0.01}$  ;  $W_3 = \frac{4p+0.01}{0.1p+1.5}$ 

2- Second correcteur (pour  $u=U_{nom}$ ):

Il possède les pondérations suivantes :

Pour le correcteur de l'embardée : 
$$W_1 = \frac{3p + 2.568}{4p + 0.001}$$
 ;  $W_3 = \frac{10p + 0.01}{0.1p + 1.568}$ 

Pour le correcteur de roulis :  $W_1 = \frac{p+1.5}{2p+0.01}$  ;  $W_3 = \frac{4p+0.01}{0.1p+1.5}$ 

3- Troisième correcteur (pour  $u=1.2*U_{nom}$ ) :

Il possède les pondérations suivantes :

Pour le correcteur de l'embardée :  $W_1 = \frac{0.8p + 2.568}{p + 0.0001}$  ;  $W_3 = \frac{3p + 0.01}{0.01p + 1.568}$ 

Pour le correcteur de roulis :  $W_1 = \frac{3p + 2.5}{4p + 0.01}$  ;  $W_3 = \frac{3p + 0.01}{0.1p + 0.5}$ 

#### IV.3.3 Structure de commutateur

Il existe deux types de commutateurs : le premier consiste à sélectionner un seul contrôleur local parmi l'ensemble des contrôleurs disponibles, c'est la commutation franche. Le deuxième prend les sorties de tous les contrôleurs disponibles pour les pondérer et produire une commande d'effet composite, c'est la commutation floue.

Pour notre présente commande, on choisit un commutateur franc qui va servir de vitesse du navire comme indicateur de changement de l'environnement pour selectionner le régulateur correspondant suivant les consignes suivantes :

- $u \le 0.9*U_{nom}$   $0.9*U_{nom} < u \le 1.1*U_{nom}$  régulateur 2 s'active.• régulateur 3 s'active.
- $u > 1.1 * U_{nom}$

- → régulateur 3 s'active.

# **IV.4 Simulation**

Un profile de vitesse est choisi de manière à satisfaire à une trajectoire de position sur la mer qui simule un voyage entre deux quais A et M.

Le profile de vitesse correspondant est comme suit :



Figure IV 3 : Profile de vitesse

Les figures (IV.4) et (IV.5) montrent les résultats de simulation obtenus.



Figure IV 4 : Simulation de la commande multi contrôleurs du modèle non linéaire (Mer peu agitée)



Figure IV 5 : Simulation de la commande multi contrôleurs du modèle non linéaire (Mer agitée)

### **IV.5 Remarques sur les résultats**

Pour une mer peu agitée, on a obtenu des variations de roulis entre  $[-0.2^{\circ}, 0.3^{\circ}]$  qui sont très satisfaisantes en les comparants aux celles antre  $[-1^{\circ}, 1^{\circ}]$  obtenu pour une mer agitée ce qui est normale à cause de l'augmentation de l'intensité des vagues.

L'angle de l'embardée a bien suivi sa cosigne 'nulle' avec des petites variations entre  $[-0.1^{\circ}, 0.02^{\circ}]$  dans le cas d'une mer peu agitée et entre  $[-0.3^{\circ}, 0.2^{\circ}]$  dans une mer agitée.

D'après les résultats obtenus, on peut clairement constater l'efficacité de ce type de commande qui prend en charge les variations de l'environnement du navire ce qui simule pratiquement le cas réel sur la mer.

### **IV.6 Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons implémenté la commande multi contrôleurs (PMMC) avec une commutation franche. Nous avons utilisé la structure cascade de la commande  $H_{\infty}$  pour la synthèse des correcteurs locaux, ce choix est illustré par les bonnes performances de cette structure montrées dans le chapitre précédent. On a également choisit trois points de fonctionnement correspondant à trois vitesse de cavalement différentes à savoir :  $0.8*U_{nom}$ ,  $U_{nom}$ ,  $0.8*U_{nom}$ .

Pour la simulation nous avons choisi de simuler un voyage du navire entre deux quais suivant un trajectoire prédéfini dans le quel des variations de vitesse du navire sont nécessaires.

Les résultats obtenus pour une mer peu agitée étaient très agréables mêmes s'ils sont moins fiables que les commandes précédentes à cause des changements brusques de vitesse que le navire les a subi. Pour la mer agitée, on a remarqué une petite perte de performances justifiées par l'intensité des vagues. CONCLUSION GENERALE

## **Conclusion générale**

Dans ce mémoire nous avons appliqué trois différentes commandes robustes au navire porte-conteneurs, pour but de régler les réponses de son roulis et son embardée, en utilisant le gouvernail comme actionneur dans la boucle de commande. La difficulté principale était de trouver des commandes admissibles par notre actionneur de manière qu'il n'atteint pas son domaine de saturation.

Le premier pas dans notre travail était d'avoir des modèles mathématiques du navire, validés en les comparant aux résultats expérimentaux [1]. Deuxièmement, la stabilité des modèles obtenus est examinée par la méthode de 'Isodori' [4].

La commande à modes glissants est appliquée en premier. Elle était simple à implémenter, sauf la synthèse de l'observateur, nécessaire pour le calcul de la loi de commande, qui a demandé plus de soin compte tenu de l'absence du principe de séparation des dynamiques de l'observateur des dynamiques de la commande (à cause des dynamiques non linéaires couplées entre eux). Les résultats de simulation ont montré l'efficacité de cette commande pour assurer nos objectifs de commande.

Après les modes glissants, on a proposé d'appliquer la commande  $H_{\infty}$ . Compte les dynamiques séparées des deux sorties à commander, deux structure de commande ont été présentées : parallèle et cascade. Une étude des méthodes de synthèse des pondérations fréquentielles est proposée vu l'importance de cette étape dans ce type de commande robuste. Après la simulation on remarqué la fiabilité de la structure cascade par rapport à la structure parallèle ; une différence qui devient très claire dans la régulation de trajectoire pour le cas d'une mer agitée.

Cette dernière structure, grâce à son efficacité et robustesse vis-à-vis les changement de l'environnement du navire, est recommandée pour la synthèse des correcteurs locaux dans la commande appelée 'multi contrôleurs', une commande qui consiste à commuter entre différents correcteurs, valides uniquement dans des domaines limités, à chaque détection de changement environnemental. Cette méthode, recommandée pour les système non linéaire présentés sous formes multi modèles, a donné des résultats agréables mêmes avec les changements brusques de l'état du navire (sa vitesse).

D'une manière générale, on peut dire que la commande par mode de glissement est la meilleure pour notre cas de commande ; soit en terme des résultats obtenus ou en terme de synthèse et d'implémentation, vu les difficultés trouvées dans le choix des pondérations fréquentielles pour les commandes  $H_{\infty}$ .

#### Perspectives

Plusieurs perspectives sont envisageables :

- Utilisation d'autres types de commandes robustes notamment le flou glissant.
- Introduction d'un commutateur flou pour la commande multi contrôleurs qui permet la pondération des signaux de commande.
- Généralisation du concept de commande par gouvernail pour l'atténuation du tangage.

# BIBLIOGRAPHIE

### Bibliographie

- [1] T. PEREZ, M. 1KE, 'Mathematical Ship Modelling for Control Applications', Rapport technique de l'université technique de Denmark.
- [2] B. E. BISHOP, N. W J BENSTEAD, 'On Wave Prediction for Ship Roll Stabilization', IEEE Proceedings, 2005.
- [3] C. YANG, 'Robust Rudder Roll Damping Control', Aalborg University, PhD thesis, November 1998.
- [4] T. LAUVDAL, Thor I. FOSSEN, 'Nonlinear Stability Analysis of Ship Autopilots in Sway, Roll and Yaw', Proceedings of the 3rd International Conference on Maneuvering and Control of Marin Craft (MCMC'94), Southampton U.K, 7-9 September 1994.
- [5] T. LAUVDAL, Thor I. FOSSEN, 'Nonlinear Non-Minimum Phase Rudder-Roll Damping System For Ships Using Sliding Mode Control', Working Note, 1995.
- [6] M. TADJINE, 'Automatique Avancé', cours 5A Automatique de l'ENP, 2006.
- [7] T. M. LALEG, M. TADJIN, M.S. BOUCHRITE, 'Contribution aux Méthodes de Diagnostic à Base d'Observateurs et à la Commande Tolérante aux Défauts : Application à la Machine Asynchrone et au Robot SCARA', PFE spécialité Automatique à l'ENP d'Alger, Juin 2004.
- [8] O. KHEMOUDJ, Y. BELMILOUD, 'Commande Robuste appliquée à la stabilisation d'un navire', PFE Automatique à l'ENP d'Alger, Juin 2006.
- [9] G.N. ROBERTS et al, 'Robust control methodology applied to the design of a combined steering-stabiliser system for warships', IEEE Proc. Control Theory Appl Vol 144 N° 02, Mars 1997.
- [10] S. 10 et al, 'Commande fréquentielle robuste', Techniques de l'ingénieur.
- [11] M. TADJINE, 'Commande des Système Multi variables', Cours 4A Automatique de l'ENP d'Alger, 2006.
- [12] G. SCORLETTI, 'Introduction à la commande multi variable des systèmes : méthodes de synthèse fréquentielle  $H_{\infty}$ ', Cours 3A Instru Auto de l'ENSI de Caen, 2003.
- [13] H. TANGUY, 'Synthèse de lois de commande à gain programmé pour la stabilisation en roulis des navires', Thèse de Doctorat de l'Ecole Centrale de Nantes et l'Université de Nantes, 2004.



## Annexe A : Le système de normalisation SNAME

Le système de normalisation SNAME (1950) est le plus communément utilisé dans la navigation. Dans ce système, la longueur du navire L est l'unité de mesure des longueurs, et l'unité du temps 'U/L' est le temps au navire nécessaire pour parcourir une distance égale à sa longueur. U étant la vitesse absolue du navire donnée par :

$$U = \sqrt{u^2 + v^2}$$

La densité de l'eau de la mer est  $\rho = 1014$  (Kg/m<sup>3</sup>).

Le tableau de normalisation est le suivant :

Grandeur	Conversion	
Temps	$t' = \frac{L}{U}t$	
Longueur et position	$l' = \frac{1}{L}l  ;  x' = \frac{1}{L}x$	
Masse et inertie	$m' = \frac{2}{\rho L^3} .m$ ; $I' = \frac{2}{\rho L^5} .I$	
Surface	$s' = \frac{1}{L^2} \cdot s$	
Angle	$\alpha' = \alpha$	
Forces	$F' = \frac{1}{\frac{1}{2}\rho U^2 L^2} .F$	
Moments	$M' = \frac{1}{\frac{1}{2}\rho U^2 L^3} M$	
Vitesse linéaire	$v' = \frac{1}{U}v$	
Accélération linéaire	$\vec{v}' = \frac{L}{U^2} \vec{v}$	
Vitesse angulaire	$r' = \frac{L}{U}.r$	
Accélération angulaire	$r' = \frac{L}{U}.r$	

## Annexe B : Caractéristiques du navire porte-conteneurs

#### Paramètres du modèle du navire

Grandeur	Symbole	Valeur	Unité
Longueur du navire	L	230.66	m
Vitesse nominale	$U_{\text{nom}}$	12.7	m/s
Coordonnée nominale x de CG	X <sub>G</sub>	-0.46	m
Coordonnée nominale z de CG	ZG	-3.54	m
Masse (sans dimension)	m'	750.81 10 <sup>-5</sup>	
Moment d'inertie du roulis (sans dimension)	I' <sub>xx</sub>	1.30 10 <sup>-5</sup>	
Moment d'inertie de l'embardée (sans dimension)	I'zz	43.25 10 <sup>-5</sup>	
Immersion du navire	$\nabla$	46070	m <sup>3</sup>
Surface du gouvernail	A <sub>r</sub>	42	$m^2$
Vitesse maximale du gouvernail	$\delta_{ m max}$	35	deg
Angle de freinage	$\delta_{ m frein}$	17	deg
Vitesse maximale du gouvernail	$\delta_{ m max}$	2.7	deg/s

# Paramètres de profile du navire

Coefficients X*10 <sup>-5</sup>	Coefficients Y*10 <sup>-5</sup>	Coefficients N*10 <sup>-5</sup>	Coefficients K*10 <sup>-5</sup>
$X_v = -24.0$	$Y_v = -725.0$	$N_v = -300.0$	$K_{v} = 25.0$
$X_{vv} = -1.0$	$Y_{vv} = 98.6$	$N_{vv} = 0.6$	$K_{vv} = 0.0$
	$Y_{v v } = -5801.5$	$N_{v v } = -712.9$	$K_{v v } = 99.2$
$N_{rvv} = -1287.2$	$Y_{\delta} = 248.1$	$N_{\delta} = -128.9$	$K_{\delta} = -6.5$
$X_{\delta\delta} = -116.8$	$Y_{\delta\delta} = 13.4$	$N_{\delta\delta} = -11.9$	$K_{\delta} = -6.5$
$X_u = -226.2$	$Y_{\delta\delta\delta} = -193.0$	$N_{\delta\delta\delta} = 101.4$	$K_{\delta\delta\delta} = 4.1$
$X_{uu} = -64.5$	$Y_{\delta u} = -379.4$	$N_{\delta u} = 196.9$	$K_{\delta u} = 8.9$
$X_{uuu} = -137.2$	$Y_{\delta\delta u} = -55.6$	$N_{\delta\delta u} = 12.8$	$K_{\delta\delta u} = 1.3$
	$Y_{\delta\delta\delta u} = 232.3$	$N_{\delta\delta\delta u} = -125.4$	$K_{\delta\delta\delta u} = -4.8$
$X_0 = 0.0$	$Y_0 = 4.7$	$N_0 = -0.6$	$K_0 = -0.1$
$X_{v\delta} = 124.5$	$Y_{0u} = -5.3$	$N_{0u} = 6.5$	$K_{0u} = 1.1$
$X_{v\delta\delta} = -341.0$	$Y_{\delta u} = -100.0$	$N_{\delta v} = -24.6$	$K_{\delta v} = 5.4$
$X_{vv\delta} = 0.0$	$Y_{\delta vv} = 189.2$	$N_{\delta vv} = -349.1$	$K_{\delta vv} = -0.9$
$X_{\delta u} = -17.2$	$\mathbf{Y}_{\delta \mathbf{v} } = 0.0$	$N_{\delta v } = 0.0$	$K_{\delta v } = 0.0$
$X_{ss} = 224.9$	$Y_{-} = 37.7$	$N_{-} = -17.9$	
X = -5.9	$\mathbf{Y} = 0.0$	N = 0.0	
$X_{\varphi} = -42.2$	Y = 144.9	$N_{\phi\phi} = 17.8$	K = -147
$X_{\varphi\varphi} = 108.1$	Y = 2459.3	$N_{v\phi} = -0.9$	$K_{v\phi} = -103.9$
$X_{v\phi} = 0.0$	Y = 177.2	N = -933.9	K = -6.2
$\mathbf{X}_{\varphi vv} = 0.0$ $\mathbf{X}_{\varphi vv} = 43.1$	$r_{\phi vv} = 118.2$	$N_{\phi vv} = -290.0$	$K_{\varphi vv} = 0.2$
$X_{r} = 4.4$	$Y_{r} = 0.0$	$N_{\rm r} = 0.0$	$K_{r} = -20.0$
n	$r_{r r } = -158.0$	$N_{r r } = -224.5$	K = 0.0
X = -24.0	$Y_{m} = -409.4$	$N_{\rm m} = -778.8$	$K_{\rm rrr} = 0.0$ $K_{\rm rrr} = 41.1$
$M_{\rm vr} = 21.0$	$ \mathbf{r}_{r v } = 109.1$	$N_{r v } = 1287.2$	$\frac{\mathbf{K}_{\mathbf{r} \mathbf{v} }}{\mathbf{K}_{\mathbf{r} \mathbf{v} }} = 11.1$
X = -124.4	$T_{rvv} = -994.0$ V = -1102.7	$N_{rvv} = -1207.2$ $N_{rvv} = -174.7$	$K_{\rm rvv} = -34.0$ $K_{\rm rvv} = 10.4$
$A_{\dot{u}} = 124.4$	$ V_{v r } = 1102.7$	$ V_{v r } = 174.7$	$\frac{K_{v t } - 10.4}{K_{v t } - 22.2}$
X -72	$I_{\rm vrr} = -1107.9$ V = 48.1	$N_{\rm vir} = 30.8$ $N_{\rm } = 30.0$	$\mathbf{K}_{\rm vir} = 22.2$ $\mathbf{K}_{\rm vir} = 1.0$
$\Lambda_{\rm pp} = 7.2$	$I_{i} = -48.1$ V = 878.0	$N_{i} = -30.0$	$\mathbf{K}_{i} = -1.0$ $\mathbf{K}_{i} = 0.0$
Y = -30	$1_{\dot{v}} = 678.0$ V = -3.4	$N_{\dot{v}} = 42.3$ N = -8.0	$K_{v} = 0.0$ $K_{v} = -3.0$
$\Lambda_{\rm ppu} = 3.9$	$I_{p} = 0.4$	$N_p = 0.0$	$K_{p} = -5.0$ $K_{p} = -1.0$
	$\mathbf{r}_{\mathbf{p} \mathbf{p} } = 0.0$	$ \mathbf{v}_{\mathbf{p} \mathbf{p} } = 0.0$	$K_{p p } = -1.0$
	$r_{ppp} = -9.3$	$N_{ppp} = 0.0$	$\mathbf{K}_{ppp} = 0.0$
	$Y_{pu} = 23.6$	$N_{pu} = 12.8$	$\mathbf{K}_{\mathrm{pu}} = 0.0$
	$\Upsilon_{pu pu } = -52.5$	$N_{pu pu } = 0.0$	$\mathbf{K}_{\mathrm{pu} \mathrm{pu} } = 0.0$
	$Y_{p} = 23.3$	$N_{p} = 0.2$	$K_{p} = -0.7$