

*République Algérienne Démocratique et populaire*

*Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la recherche scientifique*



*Ecole Nationale Polytechnique*  
*Département de Génie Mécanique*

## **Projet de Fin d'études**

Pour l'obtention du diplôme

**D'Ingénieur d'Etat en Génie Mécanique**

*Thème*

*Etude Energétique d'un Réfrigérateur Magnétique*

Présenté par :

*Abdelkader BENRABAH*

Proposé et dirigé par:

*Dr. Arezki SMAILI*

E.N.P

Promotion : septembre 2007

الهدف الرئيسي من هذا المشروع هو استعمال طريقة حساب عددية يمكن أن تتنبأ الأداء من الدورة المغناطيسي حرارية وفقا للخصائص الفيزيائي حرارية. التبادل الحراري بين المادة الصلبة والسائل تم تعيينه بواسطة معادلة الطاقة. النموذج الرياضي الناتج فصل بواسطة استعمال طريقة الفرق المحدود البيئة. تعمل البرادة المغناطيسيّة تحت عدة شروط بحيث في الأخير ركزنا في دراستنا في التأثيرات الناتجة عن -تردد الدورة و -شدة التدفق على الأداء الدينامي حراري من الدورة.

**كلمات مفتاحيه** المبردة المغناطيسية, مغنط تأثير حراري, طريقة الفرق المحدود البيئة .

## Résumé

L'objectif principal de ce projet est de développer une méthode de calcul numérique permettant de prédire les performances du cycle thermomagnétique en fonction des propriétés thermo physiques des réfrigérants. Pour ce faire, les équations gouvernant l'échange de chaleur entre le réfrigérant solide et le fluide caloporteur sont considérées. Le modèle mathématique résultant est discrétisé en utilisant la méthode des différences finies explicite. Un code informatique est proposé. Le réfrigérateur magnétique a été considéré opérant sous différentes conditions afin de mettre en évidence les effets (i) de la fréquence du cycle (la période) et (ii) de débit d'écoulement sur les performances thermodynamiques du cycle.

**Mots clés :** Le réfrigérateur magnétique, l'effet magnéto calorique, la méthode des différences finies explicite.

## Abstract

The main object of this project is to develop a numerical method for predicting magnetic refrigerator performances as function of thermo physical properties of solid refrigerant and fluid flow. The heat exchanges between solid and fluid are described by the energy equation. The resulting mathematical model is solved using explicit finite differences methods. The magnetic refrigerator was considered operating under various conditions in order to highlight the effects (I) of the frequency of the cycle (the period) and (II) of rate of flow on the thermodynamic performances of the cycle.

**Key words:** magnetic refrigerator, magneto caloric effect, explicit finite differences methods.

# *Remerciements*

*Je remercie **DIEU** tout puissant qui m'a donné le courage, la force et la volonté pour réaliser ce modeste travail.*

*Mes sincères remerciements à mon promoteur Monsieur **SMAILI Arezki** pour ses conseils et orientations.*

*Un très grand merci à messieurs les membres de jury : **A.M. Aït-Ali**, **M.Boubekeur** qui accepté d'examiner mon travail.*

## Sommaire

|  |           |
|--|-----------|
| Nomenclature.....  | 1         |
| Introduction générale .....  | 2         |
| <b>Chapitre 1 Généralité .....</b>   | <b>4</b>  |
| 1.1 Historique .....   | 4         |
| 1.2 Effet magnétocalorique et magnétisme.....                                  | 5         |
| 1.2.1 Définition.....  | 5         |
| 1.2.2 Équations thermodynamiques.....  | 6         |
| 1.2.3 Calcul des propriétés thermomagnétiques.....                             | 7         |
| 1.3 Réfrigérateurs magnétiques.....  | 8         |
| 1.3.1 Définition.....  | 9         |
| 1.3.1.1 Réfrigérateurs sans régénération (RSR).....                            | 10        |
| 1.3.1.2 Réfrigérateurs avec régénération (RAR).....                            | 10        |
| 1.3.2 Considérations thermodynamiques.....                                     | 13        |
| 1.4 Critères de sélection des réfrigérants performants.....                    | 14        |
| 1.5 Développements récents.....  | 14        |
| <b>Chapitre 2 Modèle mathématique.....</b>                                     | <b>17</b> |
| 2.1 Introduction .....   | 17        |
| 2.2 Problème physique .....  | 17        |
| 2.2.1 Principe de fonctionnement .....   | 18        |
| 2.2.2 Analogies .....  | 18        |
| 2.2.3 Equation gouvernant l'échange de chaleur dans le cycle de AMRR .....     | 19        |
| 2.2.4 Hypothèses simplificatrice .....   | 20        |
| 2.3 Modélisation de la source de chaleur .....                                 | 21        |
| <b>Chapitre 3 Méthode numérique .....</b>                                      | <b>23</b> |
| 3.1 Introduction .....   | 23        |
| 3.2 La méthode de différence finie .....                                       | 23        |
| 3.3 Equation algébrique .....  | 24        |
| 3.3.1 Équation de la température du solide pour les nœuds intérieurs.....      | 24        |
| 3.3.2 Équation de la température du solide pour les nœuds à la frontière ..... | 25        |
| 3.3.3 Équation du fluide pour les nœuds intérieur .....                        | 26        |
| 3.3.4 Équation du fluide pour les nœuds à la frontière .....                   | 27        |

|   |           |
|---|-----------|
| 3.3.5 Performances thermodynamiques.....                    | 28        |
| 3.4 Organigramme .....                                      | 28        |
| <b>Chapitre 4 Résultat et discussion .....</b>              | <b>36</b> |
| 4.1 les effets de la fréquence ( la période du cycle) ..... | 36        |
| 4.2 Les effets du débit .....                               | 39        |
| <b>Conclusion .....</b>                                     | <b>42</b> |
| <b>Références bibliographiques.....</b>                     | <b>43</b> |
| <b>Annexe .....</b>   | <b>45</b> |

## Nomenclatures

|             |   |
|-------------|---|
| AMRR        | : Active Magnetic Regenerative Refrigeration,<br>Refrigeration magnétique active à récupération |
| CFC         | : Chlorofluorocarbure   |
| EMC         | : Effet Magnéto-calorique   |
| Gd          | : Gadolinium  |
| HCFC        | : hydro chlorofluorocarbure   |
| PVC         | : polychlorure de vinyle  |
| RM          | : Réfrigérateur Magnétique  |
| $C_p(B, T)$ | : la chaleur spécifique [ $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ ]                                      |
| $M(B, T)$   | : la magnétisation [K/T]  |
| $S_M(B, T)$ | : la contribution magnétique [ $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1} \cdot T^{-1}$ ]                    |
| $S_L(T)$    | : la contribution du réseau [ $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1} \cdot T^{-1}$ ]                     |
| $S_E(T)$    | : la contribution électronique [ $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1} \cdot T^{-1}$ ]                  |
| $\theta_D$  | : la température de Debye [K]   |
| $T_H$       | : la température à la source chaude [°c]  |
| $T_C$       | : la température à la source froide [°c]  |
| COP         | : Coefficient de Performance  |
| COP_Ca      | : Coefficient de Performance de cycle de Carnot   |
| $Q_H$       | : la quantité de chaleur rejetée à la source chaude [Watt]                                      |
| $Q_C$       | : la quantité de chaleur absorbée de la source froide [Watt]                                    |

### Lettres grecques

|          |   |
|----------|---|
| $\rho_f$ | : la masse volumique du fluide [ $Kg/m^3$ ]                     |
| $\rho_s$ | : la masse volumique du solide [ $Kg/m^3$ ]                     |
| $k_f$    | : conductivité thermique du fluide [ $W \cdot m/K$ ]            |
| $k_s$    | : conductivité thermique du solide [ $W \cdot m/K$ ]            |
| $\tau$   | : la durée de refroidissement ou de réchauffement du fluide [s] |

# Introduction générale

La réfrigération magnétique est une technologie émergente qui utilise des matériaux solides et non-volatiles comme composants actifs ainsi que l'eau et l'alcool comme moyen de transport de la chaleur. Cette technique est prometteuse pour produire un refroidissement "écologique" et énergétiquement efficace, à des prix compétitifs.

La réfrigération magnétique repose sur les propriétés que certains matériaux magnétiques possèdent : l'effet magnétocalorique. La température de ces matériaux change quand on leur applique un champ magnétique extérieur. Cet effet se produit à la fois dans les métaux et dans les matériaux céramiques. Les avantages économiques, écologiques et environnementaux sont multiples: absence de polluant atmosphérique et de bruit et surtout un rendement énergétique nettement supérieur à celui de l'effet Peltier ou d'un cycle thermodynamique classique.

Les systèmes de réfrigération magnétique ne nécessitent pas l'emploi d'organes mécaniques (compresseur et détendeur), qui seraient les sources de pertes majeures d'efficacité dans les cycles à gaz. Par conséquent, un tel dispositif fonctionnerait selon des cycles thermodynamiques hautement performantes dont les rendements thermodynamiques pourraient avoisiner celui du cycle de Carnot correspondant

L'objectif principal de ce projet est de développer une méthode de calcul numérique permettant de prédire les performances du cycle thermomagnétique en fonction des propriétés thermophysiques des réfrigérants. Pour ce faire, les équations gouvernant l'échange de chaleur entre le réfrigérant solide et le fluide caloporteur sont considérées. Le modèle mathématique résultant est discrétisé en utilisant la méthode des différences finies explicite. Un code informatique est proposé.

Ce mémoire comprend quatre chapitres. Chap.1 consiste à décrire l'objectif de la réfrigération magnétique et les différents réfrigérateurs magnétiques. Le 2ième chapitre porte sur la description du problème physique, le modèle mathématique, et la modélisation de la source de chaleur (magnétisation et démagnétisation du régénérateur). Ensuite, le 3ième chapitre présente le développement de la méthode numérique suivi d'un organigramme de calcul. Enfin, le chapitre 4 porte sur la discussion des résultats obtenus par le code informatique

# Chapitre 1

## Généralité

### 1.1 Historique

En 1881[1], Warburg découvrit l'effet magnéto-calorique. Il observa une élévation de température d'un échantillon de fer lorsque celui-ci était introduit dans un champ magnétique et une chute de température lorsqu'il en était retiré [1]. Plus tard, Debye (en 1926) [1] a prédit la possibilité d'obtenir des températures inférieures à 1 K, en utilisant du sel paramagnétique.

En 1954 [1], Heer et al. ont mis au point le premier dispositif magnétique semi continu utilisant l'EMC pour atteindre approximativement 0.2 K, et produisant des puissances frigorifiques très faibles.

En 1966 [1], Geuns fut le premier qui a proposé un réfrigérateur magnétique opérant au-dessus de 1 K fonctionnant selon un cycle à régénération en utilisant le gaz d'hélium comme régénérateur et un matériau paramagnétique comme réfrigérant.

En 1976 [1], Brown a proposé une pompe à chaleur magnétique pouvant opérer près de la température de la pièce en utilisant un réfrigérant ferromagnétique (Gadolinium) fonctionnant suivant un cycle à régénération. Depuis, la réfrigération magnétique (RM) a été identifiée comme une technologie potentielle, qui pourrait faire concurrence aux méthodes conventionnelles à gaz. Ainsi, plusieurs efforts de recherche consacrés au développement de la RM sont survenus, particulièrement dans la région de température  $T > 4.2$  K. Ces travaux ont été souvent entrepris par des chercheurs pionniers. Citons ici, entre autres, l'équipe du professeur Chahine du Hydrogen research institute (Canada), l'équipe du professeur Barclay de l'Université de Victoria (Canada); le professeur Hashimoto et ces collègues de l'Institut Technologique de Tokyo (Japon); ainsi que l'équipe du Dr Gschneidner du Laboratoire Ames Iowa State University (USA).

Plusieurs détails sur les travaux pertinents de RM ont été rapportés par Smaili (thèse de Ph.D. en 1998) [2].

Par ailleurs, il importe de décrire la théorie de l'effet magnéto-calorique et les différents modèles de calcul appropriés.

## 1.2 Effet magnétocalorique et magnétisme

### 1.2.1 Définition

L'effet magnétocalorique est une propriété intrinsèque des matériaux magnétiques qui se traduit par une variation de température réversible de la substance sous l'action d'un champ magnétique (figure 1.1). Cet effet est maximal autour de la température de transition (température de Curie ou température de Néel). En effet, au voisinage de cette température critique, les variations de l'aimantation sont importantes (figure 1.2) et se traduisent par de fortes évolutions de l'entropie magnétique du matériau, entraînant une modification de sa température.

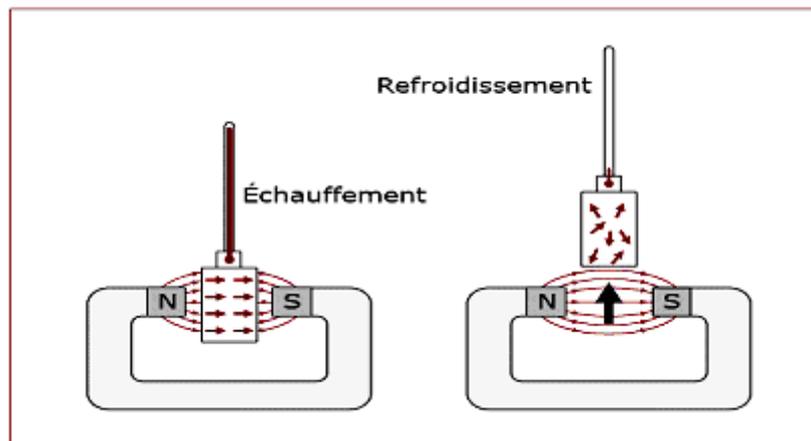


Figure 1.1 : Principe de l'effet magnétocalorique [4]

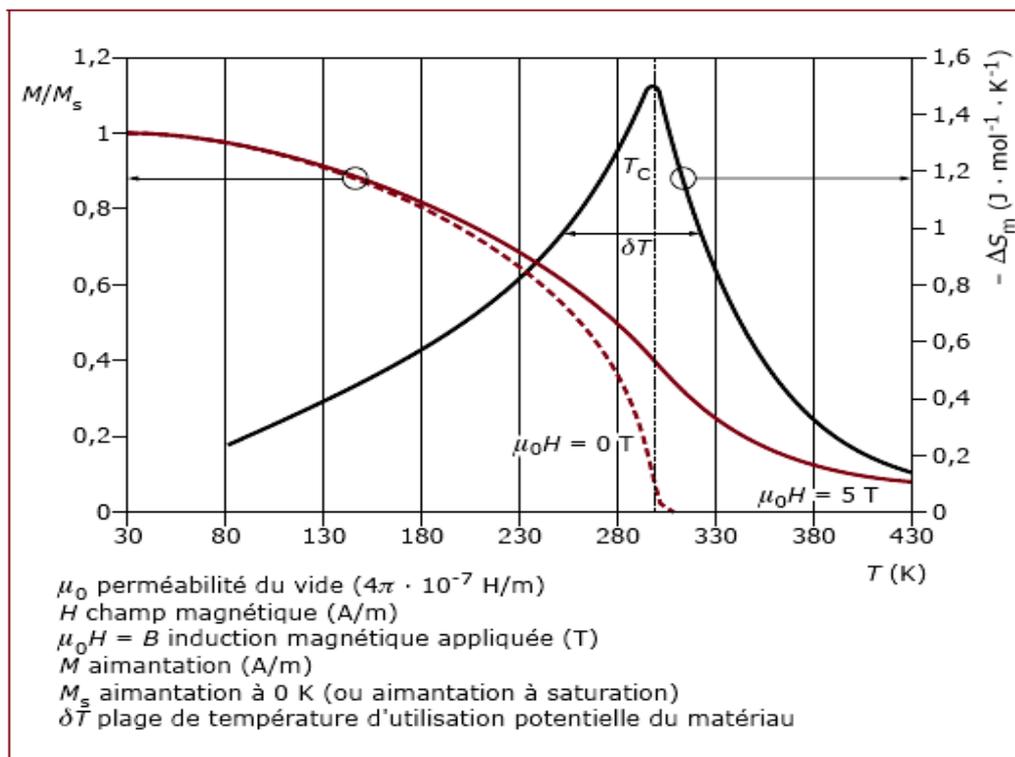


Figure 1.2 : Evolution en fonction de la température de l'aimantation et de l'entropie du Gadolinium autour de sa température du curie [4].

### 1.2.2 Équations thermodynamiques

Pour comprendre l'origine physique de l'effet magnétocalorique, il est utile de rappeler les propriétés thermodynamiques d'une substance magnétique plongée dans un champ magnétique [3] [4] [5]. Le potentiel thermodynamique adapté à la description d'un tel système est l'enthalpie libre  $G$  (énergie de Gibbs).  $G$  s'exprime en fonction de l'énergie interne  $U$ , des variables extensives : entropie  $S$ , volume  $V$  et aimantation  $M$  et des variables intensives : température  $T$ , pression  $P$  et induction magnétique  $B$  :

$$G=G(T,P,B)=U+PV-\vec{M}\cdot\vec{B}-TS=H-TS-\vec{M}\cdot\vec{B} \quad (1.1)$$

$B$  étant directement liée au champ magnétique extérieur  $H_e$  par la relation

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}_e \quad (1.2)$$

Les substances en question étant généralement à l'état solide, on peut négliger tout effet dû au volume et à la pression et on peut écrire la différentielle totale exacte de l'enthalpie libre comme suit :

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right) dT + \left(\frac{\partial G}{\partial \vec{B}}\right) d\vec{B} = -\vec{M} \cdot d\vec{B} - S \cdot dT \quad (1.3)$$

Avec :

$$\frac{\partial}{\partial \vec{B}} \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right) = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial G}{\partial \vec{B}}\right) \quad (1.4)$$

Les dérivées partielles secondes croisées d'une différentielle exacte étant identiques.

D'où la relation de Maxwell-Weiss :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial \vec{B}}\right)_T = \left(\frac{\partial \vec{M}}{\partial T}\right)_{\vec{B}} \quad (1.5)$$

Si le champ est appliqué d'une façon adiabatique, l'EMC résultant sera donné par le changement de température adiabatique:

$$\Delta T = -T \int_0^B \frac{1}{C_p(B,T)} \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_B dB \quad (1.6)$$

Si le champ est appliqué d'une façon isotherme, l'EMC sera quantifié par le changement d'entropie magnétique:

$$\Delta S = - \int_0^B \left( \frac{\partial M}{\partial T} \right)_B dB \quad (1.7)$$

$C_p(B, T)$  est la chaleur spécifique, et  $M(B, T)$  est la magnétisation. La connaissance de ces deux dernières grandeurs en fonction de la température et du champ, est donc nécessaire pour évaluer l'EMC.

Plusieurs détails sur les différents types de magnétisme et de calcul des propriétés thermomagnétiques ont été rapportés par Smaïli (thèse de Ph.D. en 1998) [2]. Un bref rappel sur les différentes propriétés thermomagnétiques et leurs évaluations est donné ci-dessous (§1.2.3).

### 1.2.3 Calcul des propriétés thermomagnétiques

Pour déterminer l'EMC, il est souvent commode d'évaluer, tout d'abord, l'entropie totale de la substance magnétique. Celle-ci peut être décrite comme suit:

$$S(B, T) = S_M(B, T) + S_L(T) + S_E(T); \quad (1.8)$$

où  $S_M$ ,  $S_L$ , et  $S_E$  sont respectivement les contributions; magnétique, du réseau, et électronique.

Selon la théorie du magnétisme, l'entropie magnétique peut s'exprimer par la relation

$$S_M(B, T) = R \left[ \ln \sinh \left( \frac{2J+1}{2J} X \right) - \ln \sinh \left( \frac{1}{2J} X \right) - XB_J(X) \right]; \quad (1.9)$$

où  $R$  est la constante universelle des gaz. Pour un ferromagnétique,  $X$  est décrite par

$$X = \frac{gJ\mu_B B}{kT} + \frac{3\theta_C JB_J(X)}{T(J+1)} \quad (1.10)$$

$B_J(X)$  est la fonction de Brillouin,  $\mu_B$  est le magnéton de Bohr,  $g$  est le facteur de Landé,  $J$  est le nombre quantique du moment angulaire total,  $k$  est la constante de Boltzmann.

En utilisant le modèle de Debye, l'entropie du réseau peut s'écrire comme

$$S_L(T)=R \left[ -3 \ln(1 - e^{-\theta_D / T}) + 12 \left( \frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\theta_D / T} \frac{z}{e^z - 1} dz \right] \quad (1.11)$$

où  $\theta_D$  est la température de Debye.

D'après la théorie statistique de Fermi-Dirac, l'entropie électronique peut être formulée par :

$$S_E(T)=\gamma T; \quad (1.12)$$

où  $\gamma$  est le coefficient de capacité calorifique électronique.

Notons que des expressions similaires pour les chaleurs spécifiques correspondantes peuvent être obtenues, en utilisant simplement la relation

$$C_P(B, T)=T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_B. \quad (1.13)$$

Ainsi donc, le changement de température adiabatique  $\Delta T$  peut se calculer en considérant la condition de magnétisation (ou démagnétisation) isentropique suivante:

$$S(B=0, T)=S(B \neq 0, T+\Delta T). \quad (1.14)$$

Et, à partir de l'Éq. (1.15), le changement d'entropie magnétique peut être facilement obtenu:

$$\Delta S=S_M(B=0, T)-S_M(B \neq 0, T) \quad (1.15)$$

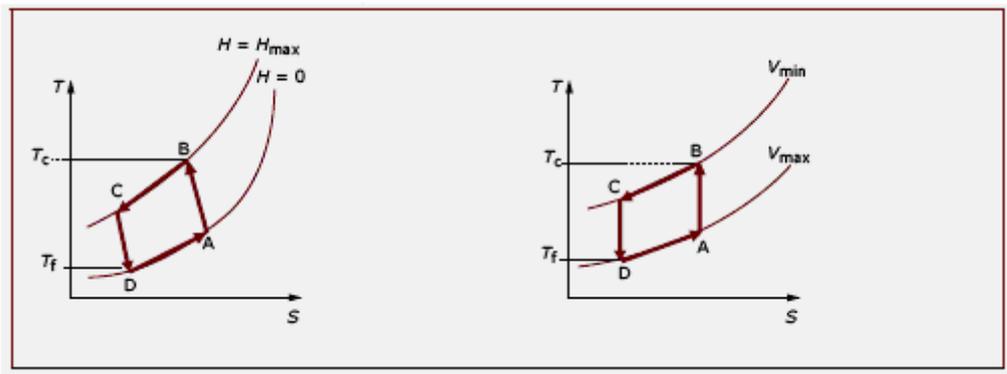
### 1.3 Réfrigérateurs magnétiques

#### 1.3.1 Définition

L'objectif ultime d'étudier la RM est de concevoir une méthode alternative de réfrigération qui serait à la fois moins coûteuse et plus efficace que les procédés conventionnels à gaz (liquéfaction des gaz et pompes à chaleur). La magnétisation du matériau est alors équivalente à la compression d'un gaz et sa démagnétisation à la détente [3] [4] [6] [7]. La [figure 1.3](#) représente l'équivalent d'un cycle d'une machine thermique classique.

Comparée aux autres techniques de production du froid, la réfrigération magnétique présente des avantages multiples :

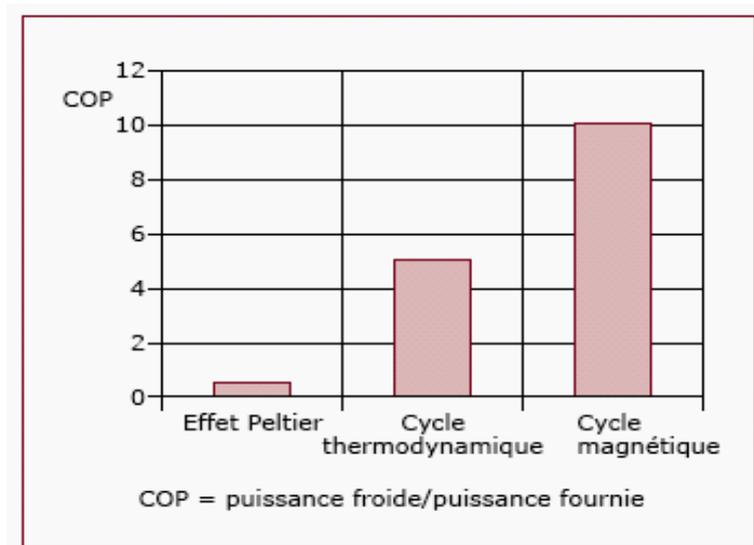
- une grande efficacité thermodynamique engendrée par la quasi-réversibilité de l'effet magnétocalorique. Avec l'EMC, les efficacités théoriques peuvent atteindre, voire dépasser, 60 % de l'efficacité limite de Carnot alors qu'elles ne dépassent pas 40 % dans les meilleurs systèmes thermodynamiques conventionnels. Cela entraîne un rendement énergétique nettement meilleur pour des puissances de l'ordre de 1 à 100watt comme le montre **la figure 1.4** ;



| <b><u>a cycle thermomagnétique</u></b>                                    | <b><u>b cycle thermodynamique</u></b>                             |
|---|---|
| A → B magnétisation adiabatique<br>(échauffement du matériau à EMC)       | A → B Compression adiabatique<br>(échauffement du gaz)            |
| B → C Refroidissement isochope<br>(échange avec la source chaude)         | B → C Refroidissement isochope<br>(échange avec la source chaude) |
| C → D Dé magnétisation adiabatique<br>(refroidissement du matériau à EMC) | C → D Détente adiabatique du gaz<br>(refroidissement du gaz)      |
| D → A Échauffement isochope<br>(échange avec la source froide)            | D → A Échauffement isochope<br>(échange avec la source froide)    |

**Figure 1.3** – cycles thermomagnétiques et thermodynamique [7]

- une absence de polluant atmosphérique comme le **CFC** ou ses substituts **HCFC** et **HFC**. Les fluides utilisés dans les démonstrateurs sont l'eau ou le glycol ;
- une absence de bruits et de vibrations grâce à l'absence de compresseur ;
- une possibilité de réaliser des systèmes compacts avec de fortes densités d'énergie, le matériau étant solide et non gazeux.



**Figure 1.4** Comparaison des coefficients de performance des différentes techniques de production de froid [7]

Les différents dispositifs conçus jusque là peuvent se diviser, selon le cycle thermodynamique utilisé, en réfrigérateurs sans ou avec régénération. Plusieurs détails sur les techniques de conception et les développements technologiques de ces nouveaux appareils peuvent être trouvés dans la thèse de Ph.D. de Smaili [2]. Un résumé sur ces deux types de réfrigérateurs est présenté ci-dessous.

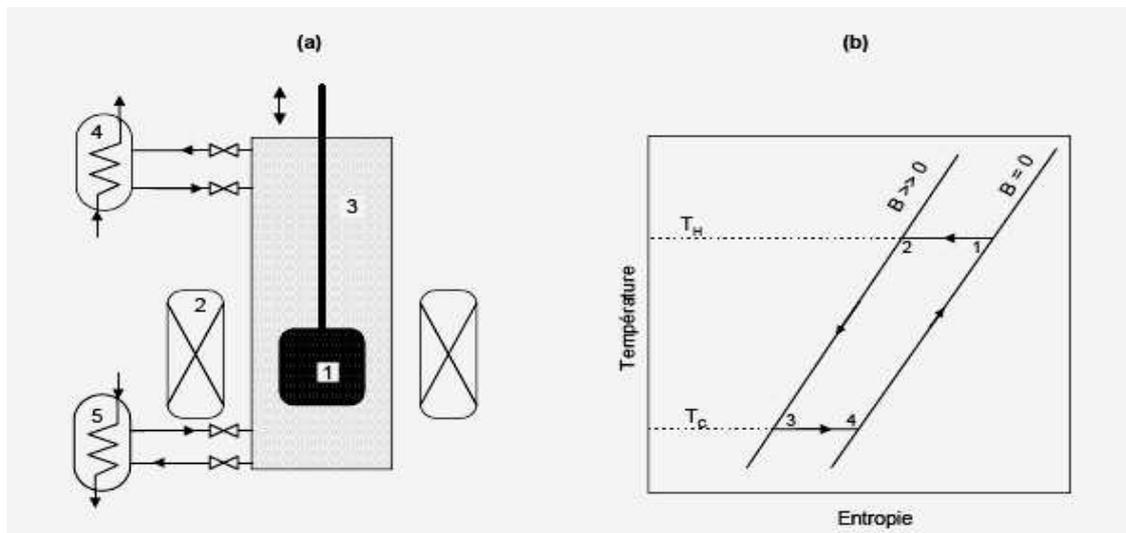
### 1.3.1.1 Réfrigérateurs sans régénération (RSR)

Ce type d'appareil est généralement destiné à opérer dans la région de température inférieure à 20 K. Ces dispositifs ont été conçus pour des applications dans les mesures astrophysiques dans l'espace ; et les liquéfacteurs pour la production de l'hélium liquide superfluide. Leurs puissances frigorifiques requises peuvent varier de dix microwatts à plusieurs watts. Les rendements thermiques pourraient atteindre 60 % de celui de Carnot (idéal). Il a été rapporté que quelques modèles prototypes sont rendus à leurs étapes finales de développement et ce, à la NASA-God dart Space Flit Center et à Bell Brothers à Boulder ainsi qu'à Astronautics Corporation of America and Hughes Aircraft company.

### 1.3.1.2 Réfrigérateurs avec régénération (RAR)

L'exploitation directe de l'EMC géant autour de la température ambiante ne permet pas d'atteindre des écarts de température élevés, en particulier dans les systèmes à aimants permanents (2 K/T pour Gd). Ces écarts de température peuvent être amplifiés grâce à des cycles magnétothermiques spécifiques appelés cycles à régénération.

Le premier cycle magnétique à régénération dit «cycle à régénération externe» a été décrit par Van Genus [8]. Il est analogue au cycle de Sterling ou Ericsson utilisé pour les machines à gaz. Les transformations isochores / isobares sont remplacées par des transformations à aimantation constante / à champ constant qu'on peut appeler isoaimantation / isochamp. La figure 1.4 montre le principe de fonctionnement du cycle thermomagnétique d'Ericsson. Dans ce système le rôle du régénérateur est assuré par le fluide qui traverse le matériau en circulant alternativement de la source chaude à la source froide. Une des limites de ce principe était que la colonne du fluide devait garder lors de son déplacement un gradient de température stable pour assurer l'effet de la régénération.

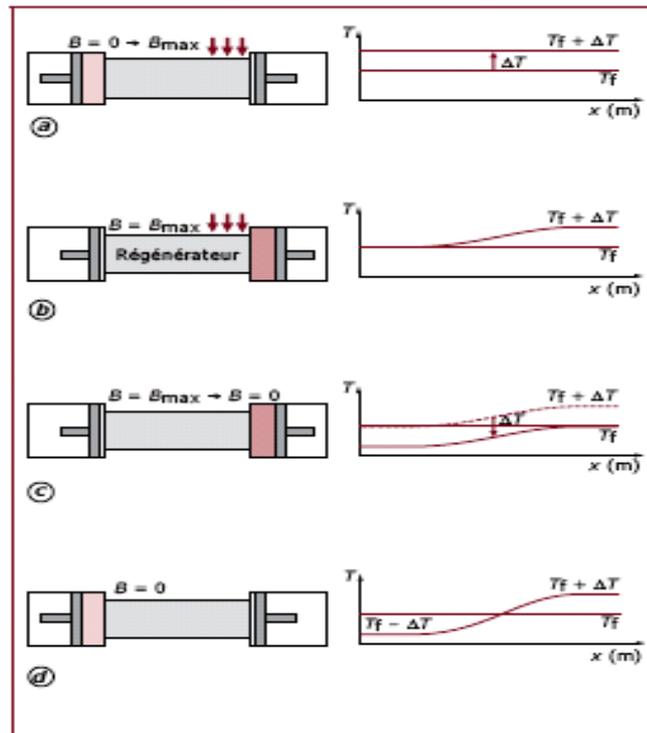


**Figure. 1.4 (a):** Schéma de base d'un réfrigérateur à régénération externe; (1)- matériau magnétique (réfrigérant), (2)- aimant supraconducteur, (3)- fluide caloporteur (régénérateur), (4)- échangeur de chaleur à la source froide, (5)- échangeur de chaleur à la source chaude. (b): Diagramme  $T$ - $S$  du cycle idéal d'Ericsson [8].

Une autre solution, plus fiable, est de faire jouer le rôle de régénérateur au matériau réfrigérant lui-même. [Barclay](#) est le premier à avoir décrit le principe de fonctionnement d'un tel système appelé réfrigération magnétique active à régénération (AMRR) [9] [10] [11]. La majorité des démonstrateurs réalisés récemment pour montrer la faisabilité de la réfrigération magnétique autour de la température ambiante utilise ce principe.

La figure 1.5 montre le principe de fonctionnement d'un réfrigérateur basé sur ce type de cycle. Le matériau magnétocalorique subit les cycles aimantation/ désaimantation ; les échanges de chaleur entre la source chaude et la source froide sont assurés par un fluide entraîné alternativement par deux pistons. Le cycle complet de l'AMRR est composé de quatre étapes (deux adiabatiques et deux isochamps). Le  $\Delta T$  induit par le processus de

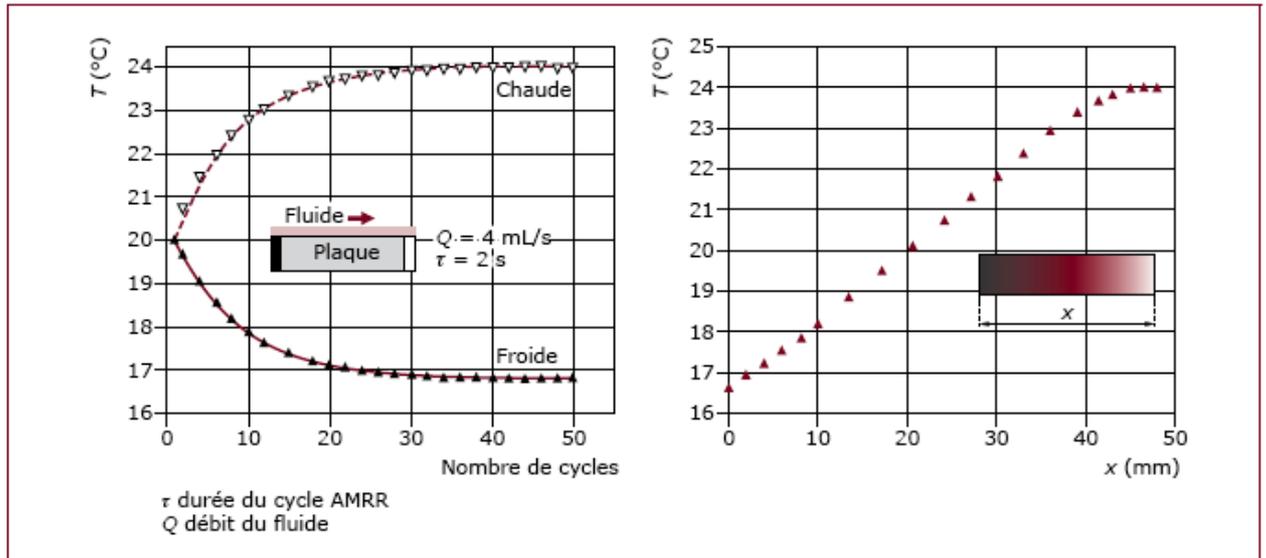
magnétisation et démagnétisation est amplifié à chaque cycle pour aboutir aux températures de source chaude et froide limites.



**Figure 1.5** Représentation du cycle AMRR et profil associé de température le long du régénérateur [9]

- Chaque point du matériau régénérateur voit sa température augmenter de  $\Delta T$  suite à l'application du champ magnétique (adiabatique)
- la chaleur de l'aimantation est évacuée par le fluide circulant de la source froide  $T_C$  à la source chaude  $T_H$  (isochamp)
- chaque point du régénérateur voit sa température baisser de  $\Delta T$  suite à la désaimantation (adiabatique)
- le fluide circulant de la source chaude  $T_H$  à la source froide  $T_C$  cède sa chaleur au régénérateur (isochamp)

Une modélisation du cycle AMRR idéal, avec Gd comme régénérateur, de l'eau comme fluide d'échange et une géométrie à plaques, a permis de reproduire le principe et le comportement du refroidissement magnétique à cycle AMRR. Les courbes de la figure 1.6 représentent l'évolution des températures des sources chaude et froide en fonction du nombre de cycles et le gradient de température correspondant dans le régénérateur [12]. Le facteur d'amplification dépend des paramètres du cycle AMRR (propriétés physiques du régénérateur et du fluide, géométrie et forme de régénérateur, durée du cycle, débit du fluide, etc.).



**Figure 1.6** Evolution des températures de la source chaude et de la source froide, gradient de température dans le régénérateur[12].

### 1.3.2 Considérations thermodynamiques

L'efficacité du cycle est caractérisée par un facteur  $COP$  appelé coefficient de performance et défini par le rapport ;

$$COP = \frac{Q_C}{W} ; \quad (1.16)$$

où,  $W$  est le travail magnétique donné par

$$W = Q_H - Q_C. \quad (1.17)$$

$Q_H$  et  $Q_C$  sont les quantités de chaleur respectivement rejetée à la source chaude et absorbée de la source froide.

Dans un cycle de AMRR, on considère les taux d'énergie échangés en utilisant les relations suivantes :

$$\dot{Q}_C = \dot{m}_f c_p \Delta T_{f,C}, \quad (1.18)$$

représentant la puissance frigorifique. Où  $\dot{m}_f$  et  $c_p$  sont respectivement le débit massique et la chaleur spécifique du fluide, avec  $\Delta T_{f,C} = T_C - T_{f,C}$  ; où  $T_C$  température de la source froide,  $T_{f,C}$  température du fluide à la source froide.

$$\dot{Q}_H = \dot{m}_f c_p \Delta T_{f,H} ; \quad (1.19)$$

représentant le taux de chaleur cédée à la source chaude, avec  $\Delta T_{f,H} = T_H - T_{f,H}$  ; où  $T_H$  température de la source chaude,  $T_{f,H}$  température du fluide à la source chaude.

#### 1.4 Critères de sélection des réfrigérants performants

Le rendement et l'efficacité d'un système de réfrigération magnétique dépendent du matériau magnéto-calorique, du fluide, de la source de champ et du cycle magnétothermique. Les solutions envisagées doivent être guidées par les considérations suivantes [3] [4] [13] :

- forte variation d'entropie magnétique  $\Delta S_m(B,T)$  du matériau afin de disposer d'une forte puissance frigorifique ;
- fort effet magnéto-calorique EMC (écart de température  $\Delta T_{ad}$ ) ;
- forte capacité thermique massique  $c_p(B,T)$  pour réduire les oscillations en température lors des alternances des débits du fluide ;
- température de Curie  $T_C$  voisine de la température de la source froide ;
- conductivité thermique élevée dans le sens des échanges avec le fluide et faible dans les autres directions afin de limiter les pertes par diffusion dans le matériau ;
- faible porosité afin de limiter le volume mort ;
- faible rugosité du matériau et faible viscosité du fluide pour réduire les pertes de charge à l'écoulement ;
- fort coefficient d'échange thermique  $h$ .

Les quatre premiers critères sont propres au matériau et dépendent du champ magnétique. Les autres dépendent du matériau, de sa géométrie, de la nature du fluide et de la rhéologie de l'écoulement. Ils sont incontournables pour optimiser les échanges thermiques.

Le choix de la forme du régénérateur magnétique obéit au même critère que les échangeurs classiques, à savoir la compacité définie comme le rapport entre la surface d'échange et le volume total du régénérateur ( $m^2/m^3$ ).

D'autres considérations peuvent également guider le choix du matériau ou du fluide, en particulier le coût, les propriétés physico-chimiques (oxydation), la toxicité, etc.

#### 1.5 Développements récents

Dans la grande majorité des réalisations expérimentales des dispositifs de réfrigération magnétique, les cycles utilisés sont de type AMRR.

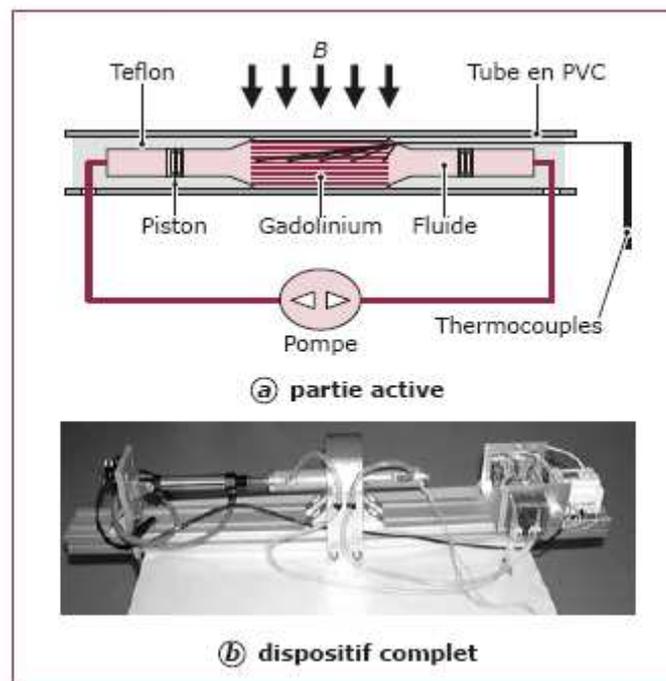
Pour étudier la réfrigération magnétique active à régénération, un démonstrateur a été réalisé au LEG [12] [14]. Ce dernier ne comporte pas d'échangeur. Le coeur du dispositif (figure 1.7a) est composé de deux compartiments contenant de l'eau qui sert de fluide caloporteur et d'un bloc cylindrique de 223 g de gadolinium. Ce dernier est réalisé en plaques de 1 mm d'épaisseur, espacées de 0,15 mm et logées dans un tube en PVC. Le déplacement du fluide à travers les plaques est assuré par deux pistons entraînés par une pompe péristaltique. Le champ magnétique est généré par un aimant permanent de type cylindre d'Hal Bach permettant de créer une induction de 0.8 T. Pour évaluer le gradient de température, on dispose de cinq thermocouples, placés au centre du système le long du matériau.

Un vérin pneumatique permet le déplacement du système entier à l'intérieur et à l'extérieur de l'aimant (aimantation et désaimantation du gadolinium).

Le cycle entier obtenu est décrit par quatre étapes :

- magnétisation du gadolinium ( $B = 0 \rightarrow 0.8 \text{ T}$ ) ;
- déplacement du fluide dans une direction ;
- démagnétisation du gadolinium ( $B = 0.8 \rightarrow 0 \text{ T}$ ) ;
- déplacement du fluide dans la direction inverse.

Les caractéristiques du dispositif sont résumées dans le [tableau 1.1](#).



**Figure 1.7** Dispositif pour l'étude du cycle AMRR du LEG[14]

Le dispositif développé offre la possibilité de faire varier facilement les paramètres du cycle AMRR : l'intensité du champ, la nature et le débit de fluide, la nature et la disposition du

matériau magnéto-calorique et la période de cycle. Ainsi, il peut être utilisé pour tester rapidement l'efficacité de réfrigérants magnétique.

**Tableau 1.1** Caractéristiques du dispositif[14].

|                           |   |
|---------------------------|---|
| <b>Matériau</b>           | Gd ; pureté : 99,9%<br>Masse : 233 g<br>Forme : plaques de 1 mm d'épaisseur |
| <b>Source de champ</b>    | Aimant permanent type Halbach<br>( $B = 0,8$ T)                             |
| <b>Fluide</b>             | Eau   |
| <b>Fréquence du cycle</b> | 0,47 Hz   |

# Chapitre 2

## Modèle mathématique

### 2.1 Introduction

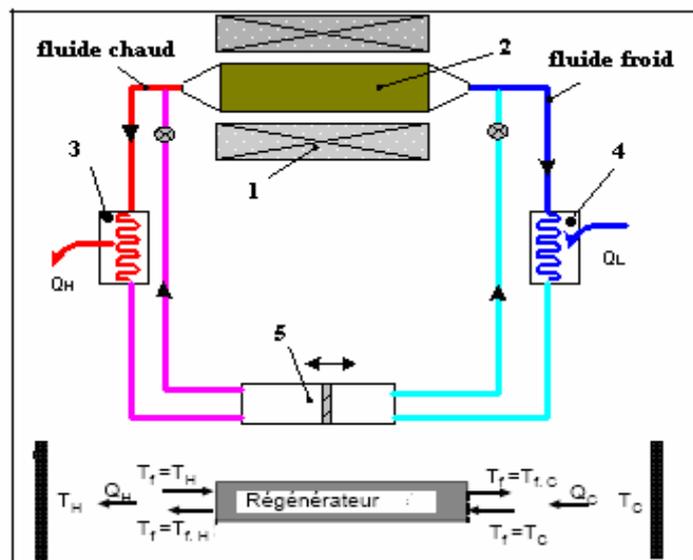
L'objectif principal du présent travail consiste à développer une méthode numérique permettant de prédire les performances du cycle d'un réfrigérateur magnétique de type AMRR défini au chapitre 1

Dans ce chapitre, nous présentons les équations régissant le fonctionnement du cycle thermodynamique de AMRR. Plus précisément on présente les équations gouvernant l'échange de chaleur entre le réfrigérant solide et le fluide caloporteur, ainsi que les conditions aux limites et initiales correspondants.

Enfin, on décrit la modélisation de la chaleur générée ou absorbée par le phénomène d'EMC.

### 2.2 Problème physique

Un schéma typique du réfrigérateur à régénération magnétique AMRR est montré à la figure 2.1



**Figure.2.1:** Schéma du réfrigérateur à régénération magnétique; (1) - aimant supraconducteur, (2) -Régénérateur, (3) - Échangeur de chaleur à la source chaude, (4) - échangeur de chaleur à la source froide, (5) – piston [2]

Le cœur du schéma est la partie où se trouve le régénérateur de type cylindrique de gadolinium. Ce dernier est logé dans un tube en polychlorure de vinyle. Le déplacement de

fluide (eau avec un peu d'antigel) dans une direction et la direction inverse à travers le cylindre est assuré par un piston.

### 2.2.1 Principe de fonctionnement

Un cycle complet comprend quatre transformations:

- *Démagnétisation adiabatique* du matériau magnétique: elle est due à l'enlèvement adiabatique du champ, par conséquent la température diminue.
- *Refroidissement du fluide* s'écoulant à travers le régénérateur à champ nul: à l'entrée la température du fluide est égale à  $T_H$  (celle de la source chaude), en échangeant de la chaleur avec le matériau magnétique elle diminue à  $T_{f,C}$ , à la sortie (source froide). En traversant l'échangeur de chaleur à la source froide, le fluide peut absorber la quantité de chaleur par unité de temps

$$\dot{Q}_C = \dot{m}_f c_p \Delta T_{f,C} \quad (2.1)$$

qui représente la puissance frigorifique. Où  $\dot{m}_f$  et  $c_p$  sont respectivement le débit massique et la chaleur spécifique du fluide, avec  $\Delta T_{f,C} = T_C - T_{f,C}$ .

- *Magnétisation adiabatique* du matériau: elle est provoquée par l'application adiabatique du champ  $B$ , d'où l'augmentation de température.
- *Réchauffement du fluide* circulant à travers le régénérateur à champ constant: le fluide entre à une température égale  $T_C$  (celle de la source froide), en échangeant de la chaleur avec le matériau, la température du fluide augmente et devient égale à  $T_{f,H}$ , à la sortie (source chaude). Ainsi, en passant à travers l'échangeur de chaleur à la source chaude, le fluide rejette la quantité de chaleur par unité de temps

$$\dot{Q}_H = \dot{m}_f c_p \Delta T_{f,H} ; \quad (2.2)$$

avec  $\Delta T_{f,H} = T_H - T_{f,H}$ .

Dans notre projet, la détermination des températures à la sortie de la source chaude et froide ( $T_{f,H}$ ,  $T_{f,C}$ ) se fait par une approche numérique basée essentiellement sur les équations régissant les échanges de chaleur entre le fluide et le régénérateur (§ 2.3).

### 2.2.2 Analogies

La magnétisation du matériau est équivalente à la compression d'un gaz et sa démagnétisation à la détente [2]. La figure 2.2 représente l'équivalent d'un cycle d'une machine thermique classique et magnétique.

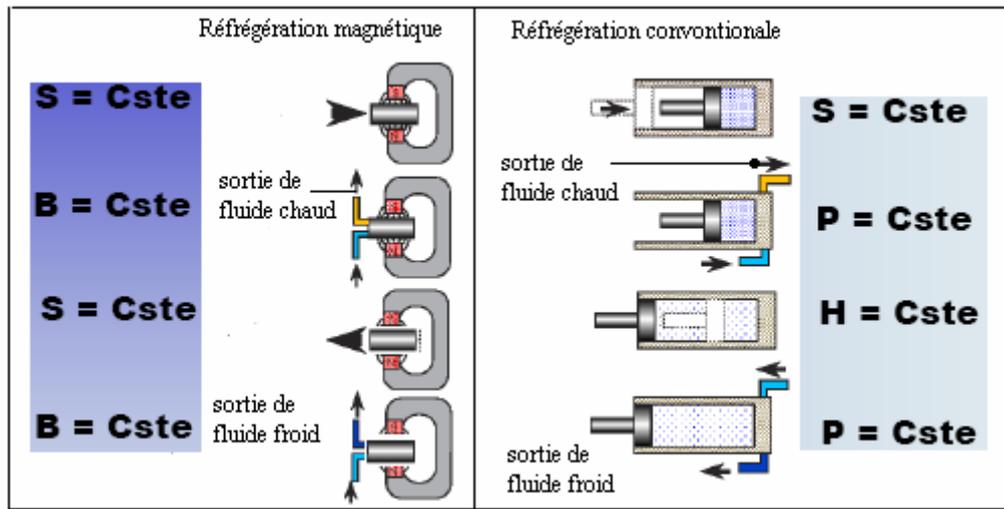


Figure 2.2 – Analogie entre les cycles thermomagnétiques et thermodynamique

### 2.2.3 Equations gouvernant l'échange de chaleur dans le cycle de AMRR

L'écoulement du fluide à travers le régénérateur magnétique est régi par les équations de continuité et de Navier-Stokes :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{d(\rho \vec{V})}{dt} = \rho \vec{F} - \nabla P + \nu \left[ \nabla^2 \vec{V} + \frac{1}{3} \nabla(\text{div} \vec{V}) \right] \quad (2.4)$$

L'échange de chaleur entre le fluide et le solide est décrit par les équations d'énergies suivantes :

$$\rho_f C_{pf} \left( \frac{\partial T_f}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla T_f \right) = k_f \nabla^2 T_f \quad (2.5)$$

Où,  $\rho_f$  est la masse volumique du fluide,  $C_{pf}$  la chaleur spécifique du fluide,  $T_f$  la température du fluide,  $t$  le temps,  $\vec{u}$  la vitesse d'écoulement, et  $k_f$  le coefficient de conductivité thermique du fluide

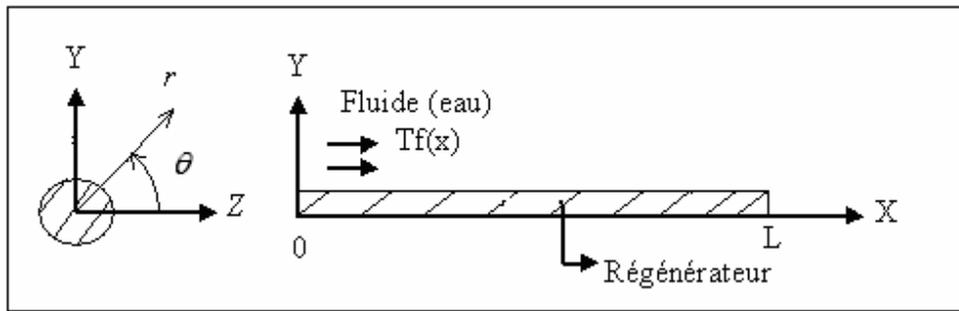
$$\rho_s C_{ps} (B, T) \frac{\partial T_s}{\partial t} = k_s \nabla^2 T_s + \dot{E}_g \quad (2.6)$$

Où,  $\rho_s$  est la masse volumique du solide,  $C_{ps}$  la chaleur spécifique du solide,  $T_s$  la température du solide,  $t$  le temps, et  $k_s$  le coefficient de conductivité thermique du solide,  $\dot{E}_g$  l'énergie générée ou absorbée donc à magnétisation et démagnétisation adiabatique du réfrigérant.

## 2.2.4 Hypothèses simplificatrices

On se propose de développer un modèle simplifié, ainsi les hypothèses suivantes sont adoptées :

- Ecoulement incompressible et unidimensionnel du fluide suivant la direction  $x$  (fig. 2.3).
- Les pertes de charge sont négligées (pas d'effet de viscosité du fluide).
- Transfert de chaleur unidimensionnel dans le solide et axisymétrique à travers le fluide (fig. 2.3).
- Magnétisation / Démagnétisation se fait d'une façon réversible
- propriétés thermophysiques du solide constantes ( $C_{ps}$ , EMC)



**Figure 2.3:** configuration du réfrigération magnétique

Donc on à :

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial U}{\partial \theta} = 0 \\ \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

Ainsi donc, les équations d'échange de chaleur entre le fluide et le solide deviennent respectivement :

$$\rho_f C_{pf} \left( \frac{\partial T_f}{\partial t} + u_x \frac{\partial T_f}{\partial x} \right) = k_f \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} ; \quad (2.8)$$

$$\rho_s C_{ps} (B, T) \left( \frac{\partial T_s}{\partial t} \right) = k_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \dot{E}_g \quad (2.9)$$

## 2.2.5 Condition aux limites et initiales

Un cycle complet peut être simulé comme suit. Initialement, les températures du solide et du fluide sont identiques, i.e. la condition (2.11c). Après la démagnétisation adiabatique, en utilisant la condition (2.11a), le profil de température  $\theta(t, x)$ , dû au refroidissement du fluide, peut être déterminé. En combinant ce dernier avec la condition (2.11b), après la magnétisation

adiabatique, le profil suivant, dû au réchauffement du fluide, peut être ensuite obtenu. Ces processus vont se répéter, jusqu'à ce que le cycle atteigne le régime stationnaire:

$$|T_{f,c}(cy) - T_{f,c}(cy - 1)| \leq 10^{-4} \quad (2.10)$$

Où,  $T_{f,c}(cy)$  est la température moyenne du fluide sortant du régénérateur, et les indices  $cy$  et  $cy - 1$  représentent deux cycles consécutifs. Une fois l'état du cycle devenu stationnaire, on en déduit les performances thermodynamiques du cycle (§3.2.5).

Les conditions aux limites et initiales sont :

$$\begin{cases} a. T_f(t, x=0, cy) = T_H, & 0 \leq t \leq \tau \\ b. T_f(t, x=L, cy) = T_C, & \tau \leq t \leq 2\tau \\ c. T_f(t=0, x, cy) = T_s(t=0, x, cy) = T_H, & 0 \leq x \leq L \end{cases} \quad (2.11)$$

Où  $\tau$  est la durée de refroidissement ou de réchauffement du fluide,  $cy$  dénote le nombre de cycles. Et la période du cycle devient égale à  $2\tau$ , donc la fréquence du cycle égale  $f=1/2\tau$ .

### 2.3 Modélisation de la source de chaleur

Le terme de la source de chaleur de magnétisation et démagnétisation se trouve dans l'équation d'énergie de solide; eq. (2.8).

On a défini cette source par le terme suivant:

$$\dot{E}_g = \frac{1}{t} \int_0^t \frac{Q}{\Delta t_0} \delta(t) dt \quad (2.11)$$

Où,  $\Delta t_0$  représente le temps de la magnétisation et démagnétisation,  $\delta(t)$  représente l'impulsion de Dirac définie comme suit :

$$\delta(t) = \begin{cases} -1 & t = 0 & \text{(demag.)} \\ 0 & 0 < t < \tau \\ 1 & t = \tau & \text{(mag.)} \end{cases} \quad (2.12)$$

Et,  $Q$  représente la chaleur d'échange volumique avec:

$$Q = \rho * C_{ps}(B, T) * EMC \quad (2.13)$$

Avec,  $\rho$  qui représente la masse volumique de notre solide,  $C_{ps}(B, T)$  la chaleur spécifique de solide variable en fonction du champs magnétique, mais dans notre projet on la considère

comme une constante qui prend une valeur moyenne indiquée au chap.4, EMC représente l'effet magnétocalorique.

# Chapitre 3

## Méthode numérique

### 3.1 Introduction

L'analyse de données expérimentales nécessite, dans de nombreux cas, la mise en œuvre de méthodes numériques informatisées. Dans notre calcul, nous avons décidé d'étudier les équations d'énergie du système de RM par simulation numérique par l'utilisation de la méthode de différences finies explicite. Le but principal de cette étude était de déterminer les performances thermodynamiques d'un RM.

### 3.2 La méthode de différences finies:

Le développement des ordinateurs hautement performants a eu un grand impact sur l'évolution des sciences d'ingénieur particulièrement les problèmes des écoulements des fluides et des transfert de chaleur. Des problèmes peuvent maintenant être résolus à un coût en quelques secondes de temps machine qui auraient pris un temps exclusif avec les méthodes et les ordinateurs des années 1980.

Dans ce chapitre, le concept de base et les techniques requis dans la formulation des représentations de différences finies sont développés. Dans l'approche de différences finies, le domaine continu du problème est « discrétisé » de sorte que les variables dépendantes soient considérées comme sorties seulement aux points discrets. Des solutions analytiques aux problèmes transitoires sont limitées aux géométries et aux conditions de frontière simples.

Cependant, dans beaucoup de cas, les conditions de la géométrie et/ou de frontière excluent l'utilisation des techniques analytiques, et le recours doit être fait aux méthodes de différences finies. Dans ce travail nous considérons les formes explicites de différences finies aux problèmes transitoires de conduction. Pour la température, la forme de l'écriture en fonction du temps et position est comme suit:

$$T(t, x) = T_m^p \tag{3.1}$$

L'indice inférieur de m peut être employé de nouveau pour indiquer les endroits de x des points nodaux discrets. Cependant, en plus de la discrétisation dans l'espace, le problème doit

être discrétisé dans le temps. Le nombre entier  $p$  est présenté à cette fin, où  $t=p\Delta t$ . L'indice supérieur  $p$  est employé pour dénoter la dépendance de temps de  $T$ , et la dérivée de temps est exprimé en termes de différence en températures liées au nouveau ( $p+1$ ) et ( $p$ ) périodes précédentes. Par conséquent des calculs doivent être exécutés aux heures successives séparées par le  $\Delta t$  d'intervalle

### 3.3 Équation algébrique

En considérant les bilans énergétiques d'un élément différentiel du régénérateur et de fluide, à la frontière et à l'intérieur du système, on peut obtenir :

#### 3.3.1 Équation de la température du solide pour les nœuds intérieurs :

La figure (3.1.a) représente le bilan énergétique autour d'un point intérieur du régénérateur de la position ( $m$ ), donc on peut obtenir l'équations du bilan suivant :

$$\left( k_s A_{Cd} \frac{d\theta}{dx} \right)_1 + \left( k_s A_{Cd} \frac{d\theta}{dx} \right)_2 + Q_{cv} + \dot{E}g V = \rho_s C p_s V \frac{d\theta}{dt} \quad ; \quad (3.2)$$

$$\text{Où ; } Q_{cv} = h A_{CV} (T_f - T_s). \quad (3.3)$$

Ici,  $A_{Cd}$  est la surface de conduction entre deux nœuds de régénérateur,  $A_{CV}$  est la surface de convection entre le fluide et le solide,  $k_s$  est le coefficient de conduction,  $h$  est le coefficient de convection,  $T_f - T_s$  sont les températures du régénérateur et du fluide respectivement en fonction de la position  $x$  et du temps  $t$ ,  $\rho_s$  est la masse volumique de régénérateur,  $V$  est le volume de régénérateur, et  $\dot{E}g$  est l'énergie de générée due à la magnétisation ou la démagnétisation du régénérateur.

L'application de la méthode des différences finies explicite selon  $x$  nous donne l'équation suivante :

$$\theta_m^{p+1} = Fos(\theta_{m+1}^p + \theta_{m-1}^p) + \left( 1 - 2Fos - \frac{4h\Delta t}{ds\rho_s Cps} \right) \theta_m^p + \frac{4h\Delta t}{ds\rho_s Cps} T_m^p + \frac{\Delta t}{\rho_s Cps} \dot{E}g \quad (3.4)$$

Ou,  $\theta$  et  $T$  sont respectivement les températures du solide et du fluide.

Avec le nombre de Fourier

$$Fos = \frac{\Delta t k_s}{\rho_s Cps \Delta x^2} = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \quad (3.5)$$

Et,  $\alpha$  la diffusivité thermique

Pour que notre système soit stable, la condition de stabilité soit :

$$1 - 2Fos - \frac{4h\Delta t}{ds\rho_s Cps} \geq 0 \quad (3.6)$$

A partir de cette condition, on peut déduire le temps maximal de discrétisation tel que :

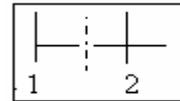
$$\Delta t \leq 1 / \left( \frac{2\alpha_s}{\Delta x^2} + \frac{4h}{ds\rho_s Cps} \right) \quad (3.7)$$

### 3.3.2 Équation de la température du solide pour les nœuds à la frontière :

Soit le bilan d'énergie de la figure (3.1.b) pour un point à la frontière du régénérateur de la position (1, N), l'équation du bilan est donc :

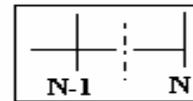
$$k_s A_{cd} \frac{d\theta}{dx} + Q_{cv} + \dot{E}g V = \rho_s C p_s V \frac{d\theta}{dt} \quad (3.8)$$

La méthode des différences finies explicite nous donnerons :



Pour le nœud de la position  $x = 0$  ( $m=1$ ) :

$$\theta_1^{p+1} = 2Fos\theta_2^p + \left( 1 - 2Fos - \frac{4h\Delta t}{ds\rho_s Cps} \right) \theta_1^p + \frac{4h\Delta t}{ds\rho_s Cps} T_1^p + \frac{\Delta t}{\rho_s Cps} \dot{E}g \quad (3.9)$$

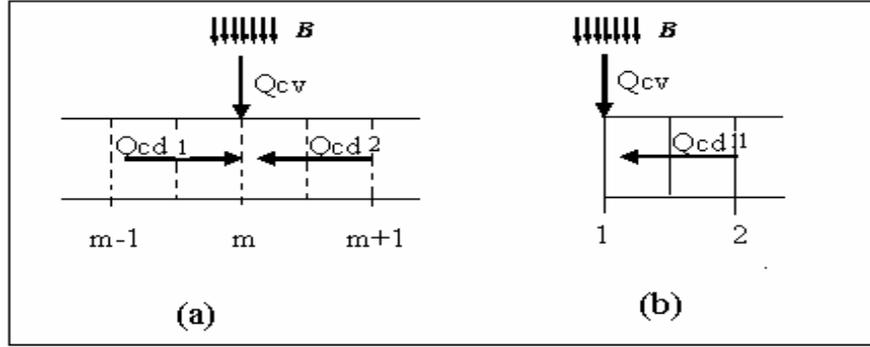


Pour le nœud de la position  $x = L$  ( $m=N$ ) :

$$\theta_N^{p+1} = 2Fos\theta_{N-1}^p + \left( 1 - 2Fos - \frac{4h\Delta t}{ds\rho_s Cps} \right) \theta_N^p + \frac{4h\Delta t}{ds\rho_s Cps} T_N^p + \frac{\Delta t}{\rho_s Cps} \dot{E}g \quad (3.10)$$

Les différents coefficients et variable sont définies au § 3.2.1. En plus la condition de stabilité est :

$$1 - 2Fos - \frac{4h\Delta t}{ds\rho_s Cps} \geq 0 \quad (3.11)$$



**Figure 3.1** (a) bilan d'énergie pour un point intérieur du régénérateur  
(b) bilan d'énergie a la frontière du régénérateur

### 3.3.3 Équation du fluide pour les nœuds intérieur :

Considérant le bilan d'énergie de la figure (3.2.a) autour de point (m) de fluide qui circule avec une vitesse  $U$ , l'équation du bilan est donc :

$$\left( k_f A_{cd} \frac{dT}{dx} \right)_1 + \left( k_f A_{cd} \frac{dT}{dx} \right)_2 + Q_{cv} = \rho_f C_{p_f} V \left( \frac{dT}{dt} + U \frac{dT}{dx} \right) ; \quad (3.12)$$

Où ;

$$Q_{cv} = h A_{CV} (\theta - T). \quad (3.13)$$

Ici,  $A_{cd}$  est la surface de conduction entre deux nœuds de fluide,  $A_{CV}$  est la surface de convection entre le fluide et le solide,  $k_f$  est le coefficient de conduction,  $h$  est le coefficient de convection,  $\rho_f$  est la masse volumique de fluide,  $V$  est le volume de fluide.

Par l'application de la méthode de différence finis explicite, on peut obtenir l'équation de température :

$$T_m^{p+1} = Fof(T_{m+1}^p + T_{m-1}^p) + \left( 1 - 2Fof - \frac{4CAh\Delta t}{\rho_f C_{p_f}} - \frac{U\Delta t}{\Delta x^2} \right) T_m^p + \frac{4CAh\Delta t}{\rho_f C_{p_f}} \theta_m^p + \frac{U\Delta t}{\Delta x^2} T_{m-1}^p \quad (3.14)$$

Avec ;

$$CA = \frac{df}{(df^2 - ds^2)} \quad (3.15)$$

Le critère de stabilité

$$\left(1 - 2Fof - \frac{4CAh\Delta t}{\rho_f Cpf} - \frac{U\Delta t}{\Delta x^2}\right) \geq 0 \quad (3.16)$$

nous donne le temps maximal de la discrétisation :

$$\Delta t \leq 1 / \left( \frac{2\alpha_f}{\Delta x^2} + \frac{4CAh}{\rho_f Cpf} + \frac{U}{\Delta x} \right) \quad (3.17)$$

### 3.3.4 Équation du fluide pour les nœuds à la frontière :

Soit la figure (3.2.b), qui représente le bilan d'énergie à la frontière de régénérateur pour le fluide, l'équation du bilan est :

$$k_f A_{cd} \frac{dT}{dx} + Q_{cv} = \rho_f Cpf V \left( \frac{dT}{dt} + U \frac{dT}{dx} \right) \quad (3.18)$$

De même, la méthode des différences finies nous donne :

Pour le nœud de la position  $x=0$  ( $m=1$ ) :

$$T_1^{p+1} = 2Fof(T_2^p) + \left(1 - 2Fof - \frac{4CAh\Delta t}{\rho_f Cpf} - \frac{U\Delta t}{\Delta x^2}\right) T_1^p + \frac{4CAh\Delta t}{\rho_f Cpf} \theta_1^p + \frac{U\Delta t}{\Delta x^2} T_2^p \quad (3.19)$$

Pour le nœud de la position  $x=L$  ( $m=N$ ) :

$$T_N^{p+1} = 2Fof(T_{N-1}^p) + \left(1 - 2Fof - \frac{4CAh\Delta t}{\rho_f Cpf} - \frac{U\Delta t}{\Delta x^2}\right) T_N^p + \frac{4CAh\Delta t}{\rho_f Cpf} \theta_N^p + \frac{U\Delta t}{\Delta x^2} T_{N-1}^p \quad (3.20)$$

La condition de stabilité est la même que pour les nœuds intérieurs

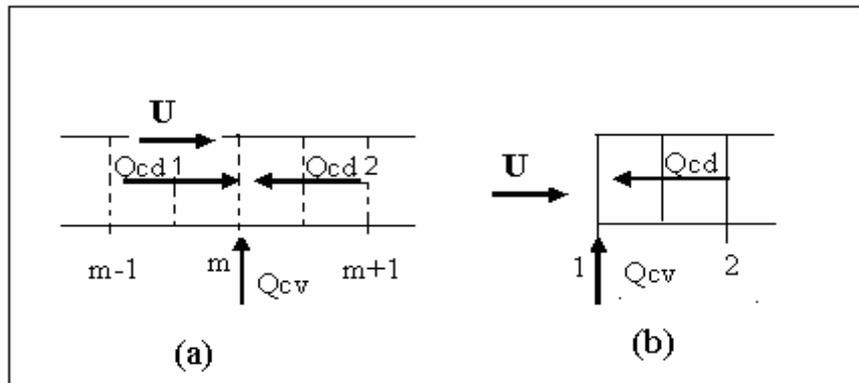


Figure 3.2 : (a) : bilan d'énergie pour les nœuds intérieurs, (b) : bilan d'énergie pour les nœuds de la frontière

### 3.3.5 Performances thermodynamiques

Lorsque on obtient le régime stationnaire du cycle, on peut déterminer les performances du cycle comme suit :

$$\dot{Q}_L = m_f * C_{p_f} * (T_C - T_{f,c}) \quad (3.21)$$

$$\dot{Q}_H = m_f * C_{p_f} * (T_{f,H} - T_H) \quad (3.22)$$

Ici,  $m_f$  est le débit de fluide,  $T_{f,c}$  et  $T_{f,H}$  sont les températures moyennes du fluide sortant du régénérateur froid et chaud.

Ces deux flux de chaleur nos permet de calculer le COP tel que :

$$COP = \frac{QL}{QH - QL} \quad (3.23)$$

Le coefficient de performance de cycle de Carnot idéal est :

$$COP_{Ca} = \frac{TC}{TH - TC} \quad (3.24)$$

Finalement, on peut calculer le rapport entre les deux coefficients par la formule :

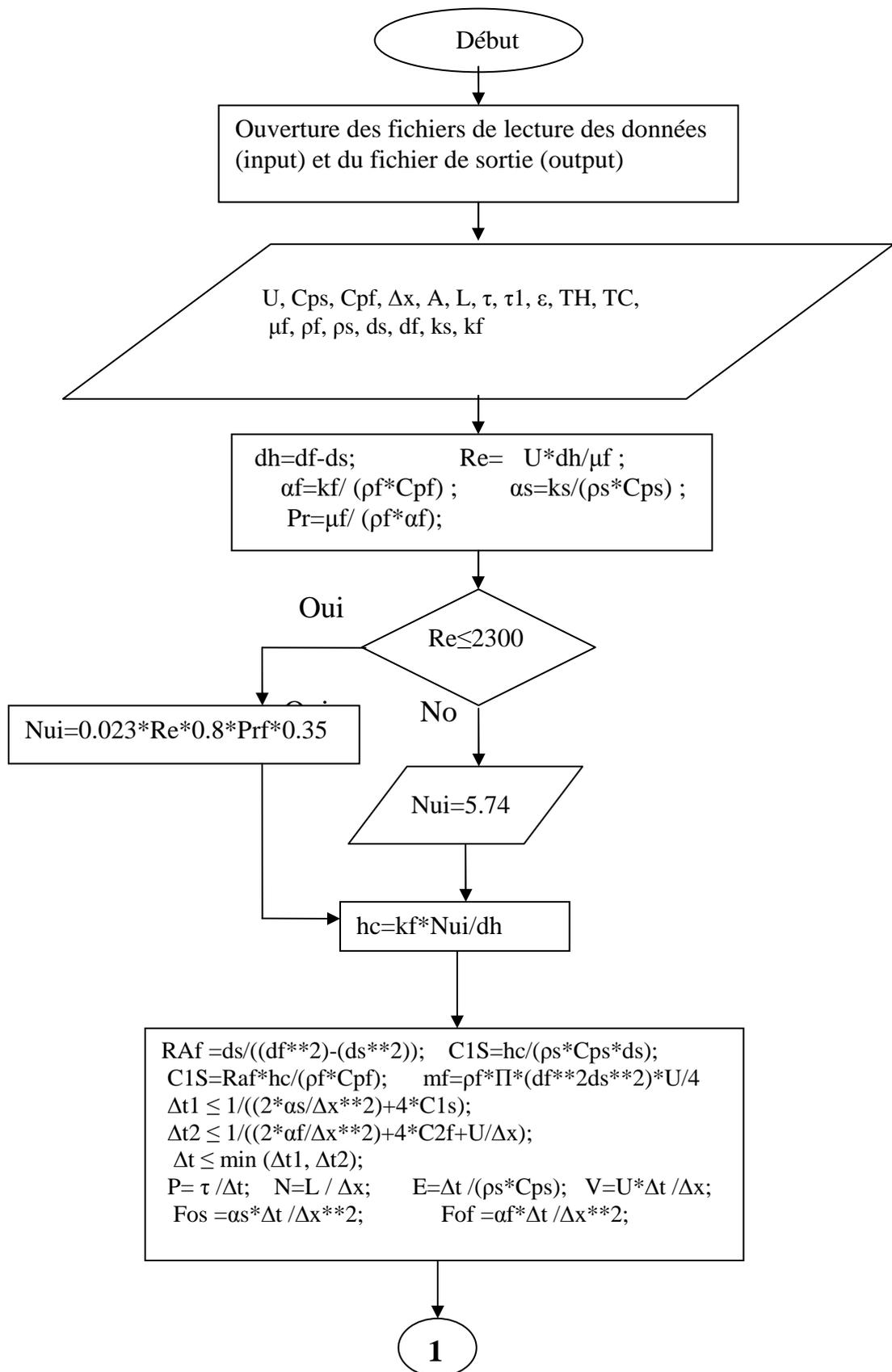
$$Rap = \frac{COP}{COP_{Ca}} \quad (3.25)$$

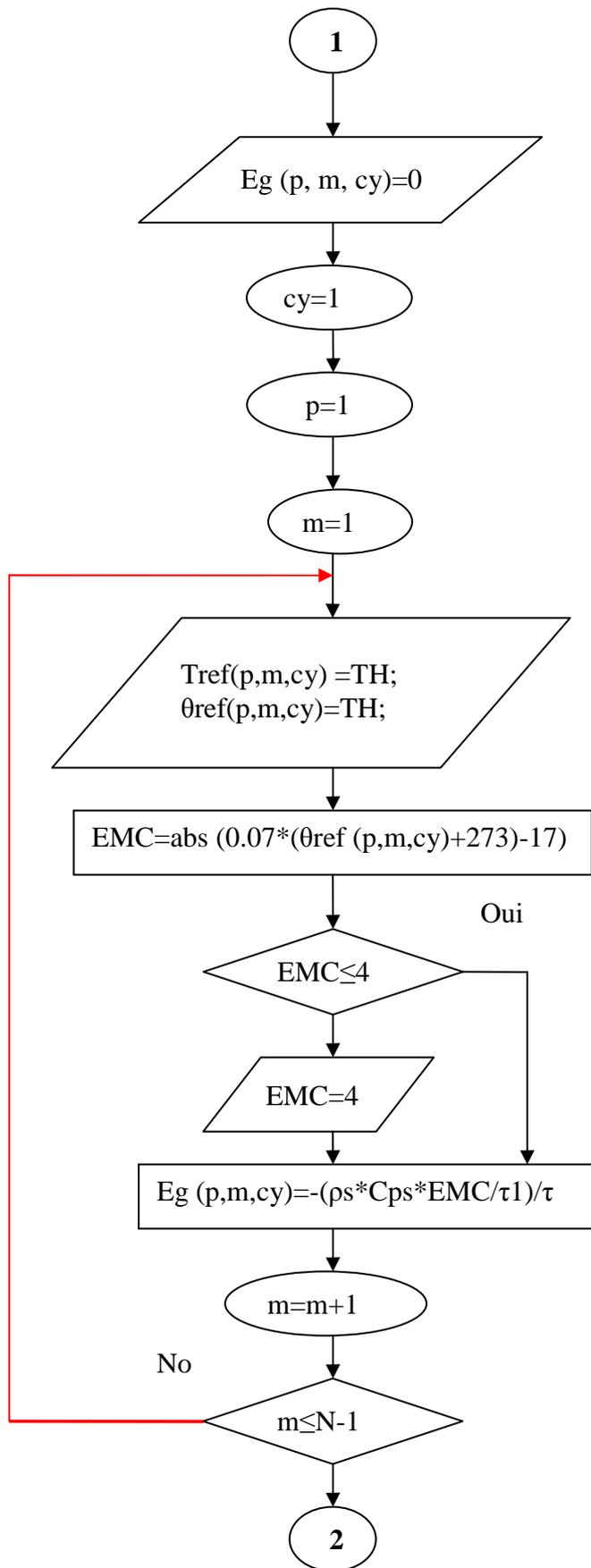
Afin que l'on puisse effectuer tous ces différents calculs complexes, nous avons développé un programme de simulation par ordinateur en langage Fortran90.

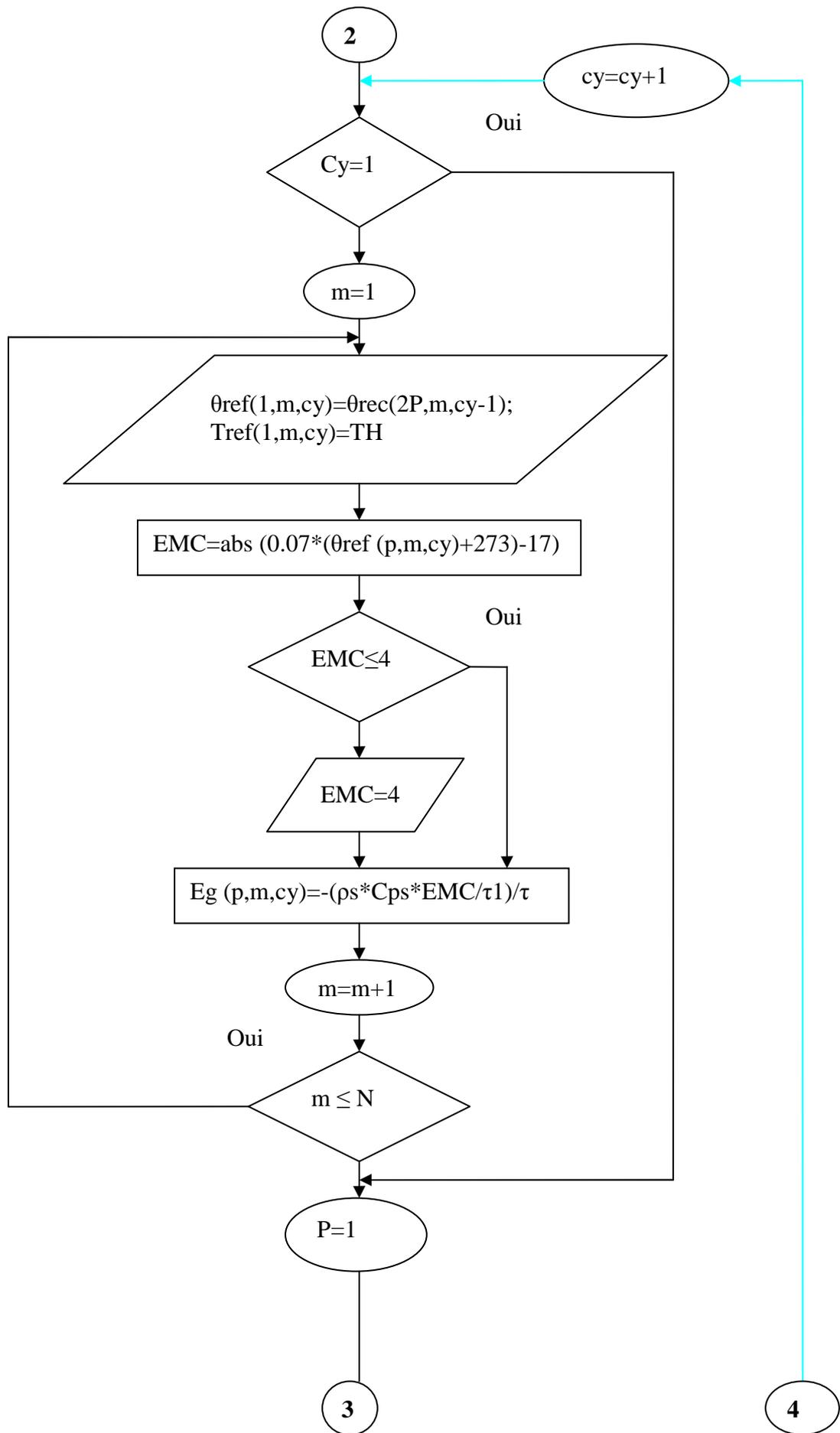
### 3.4 Organigramme

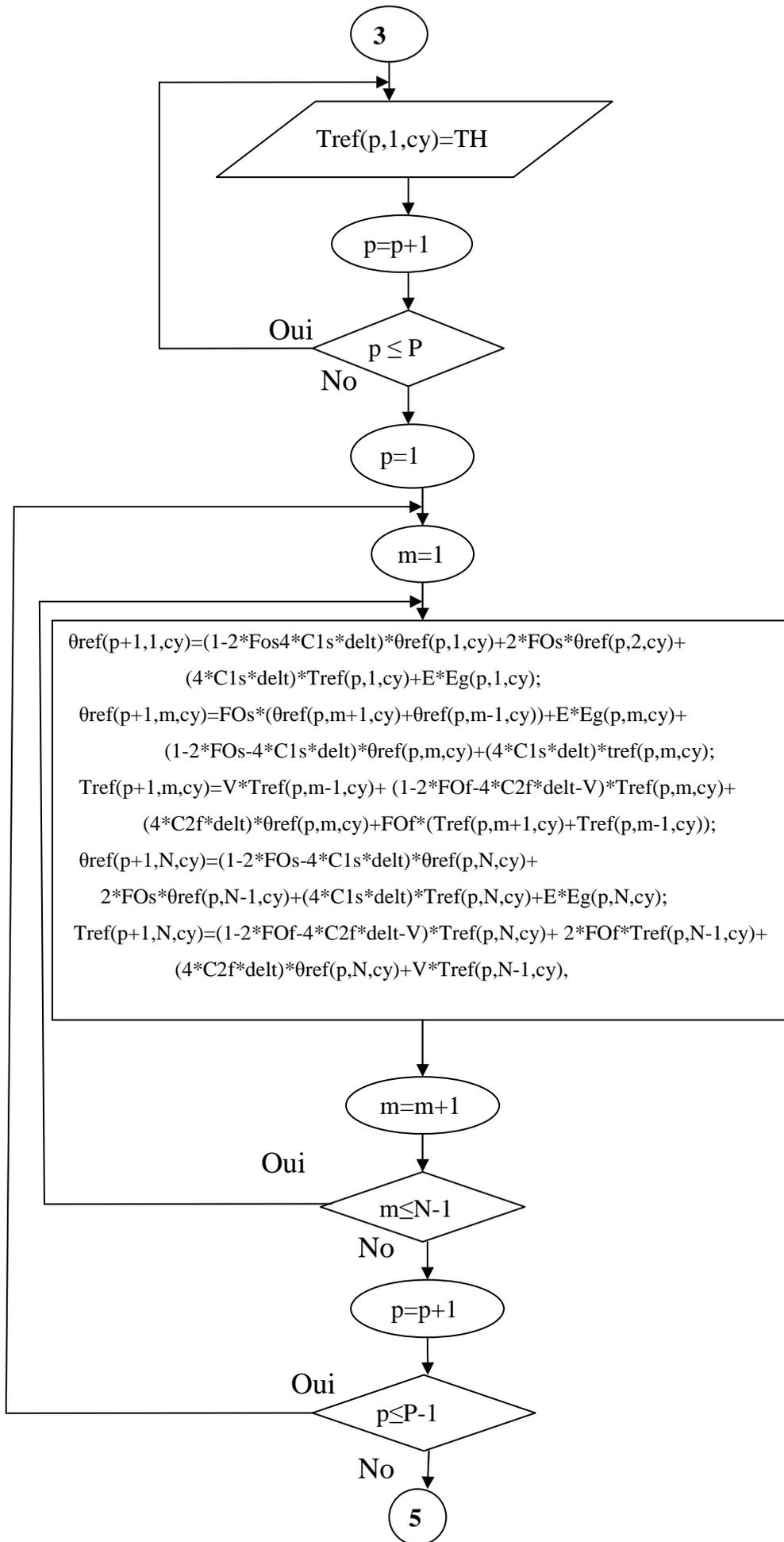
Le programme développé est basé sur l'organigramme suivant :

## Organigramme de calcul



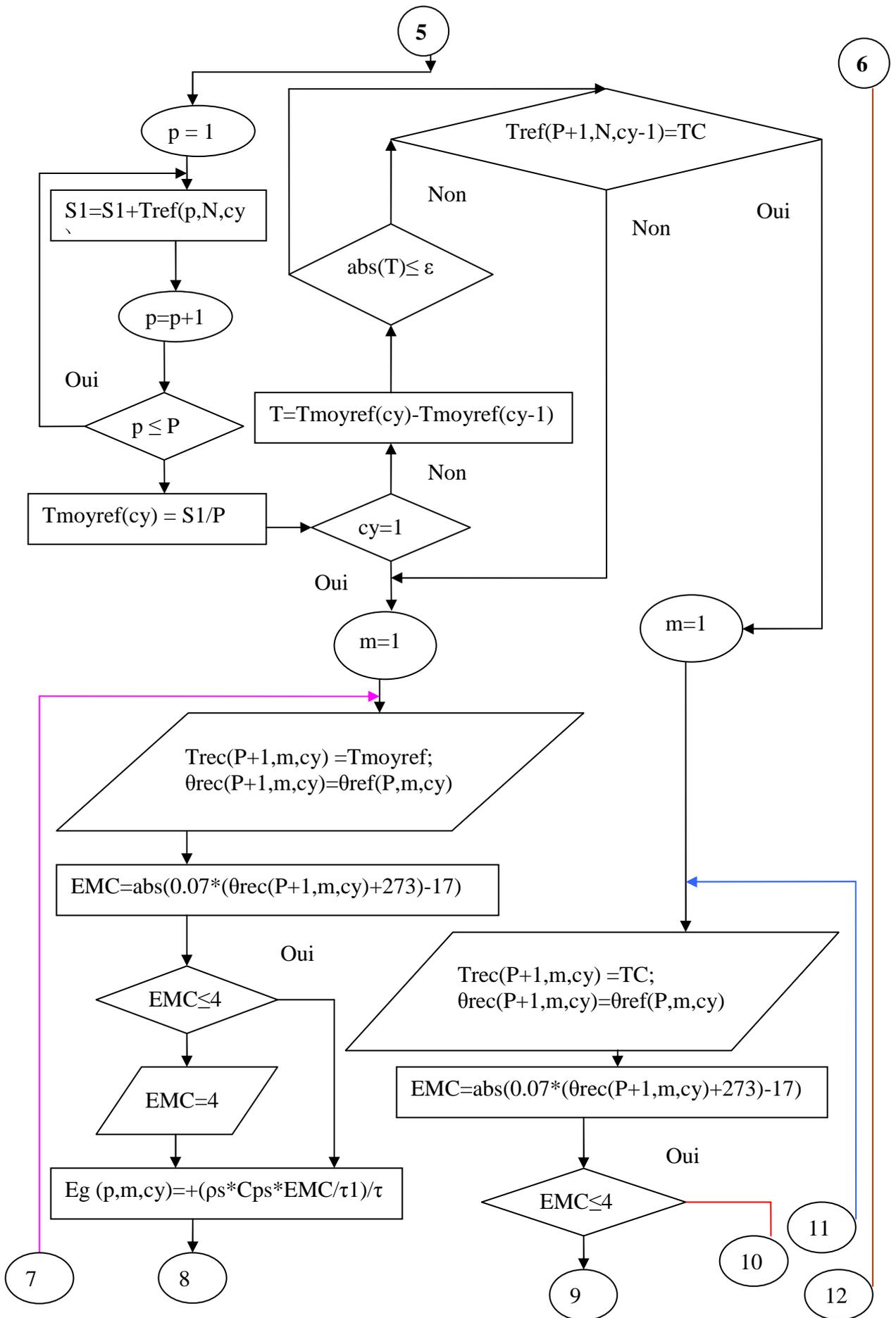


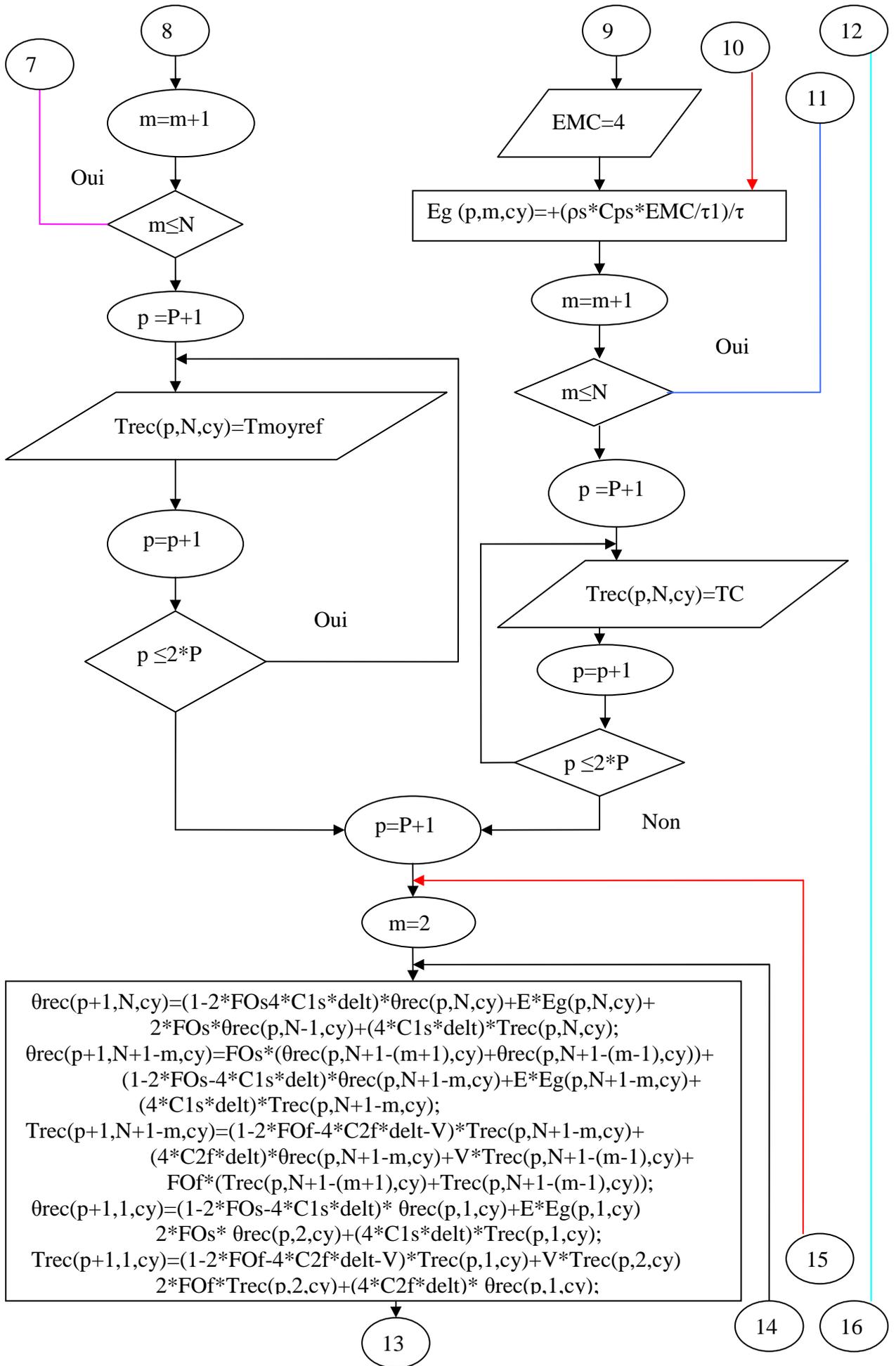


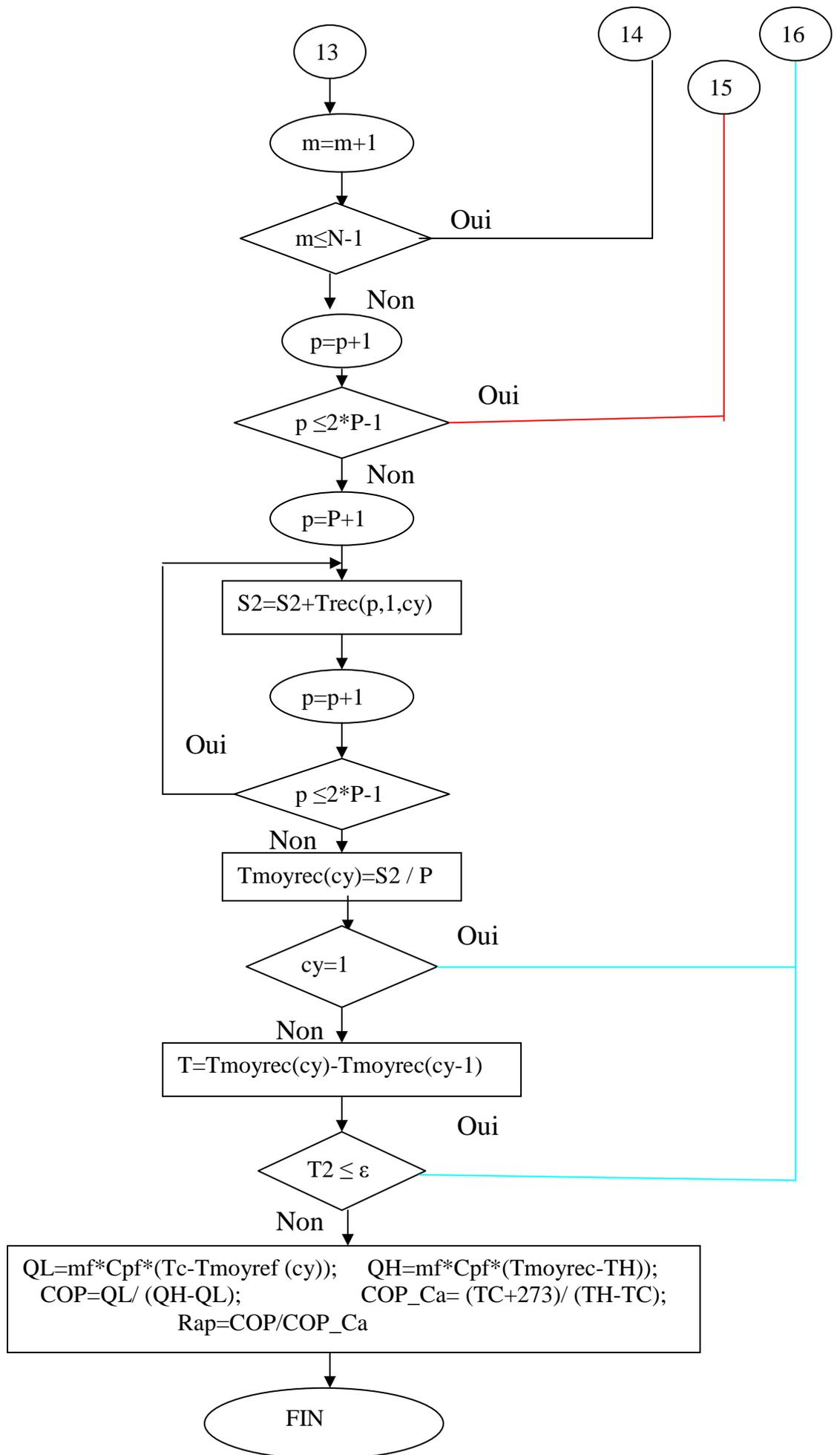


4

6







# Chapitre 4

## Résultats et discussion

Le dispositif de AMRR a été considéré opérant sous différentes conditions afin de mettre en évidence les effets (i) de la fréquence du cycle (la période) et (ii) de débit d'écoulement sur les performances thermodynamiques du cycle à savoir les puissances de réchauffement  $Q_H$ , et refroidissement  $Q_L$  ainsi le coefficient de performance COP. Les résultats obtenus sont représentés à l'aide des courbes illustrées au dessous basées sur les conditions :

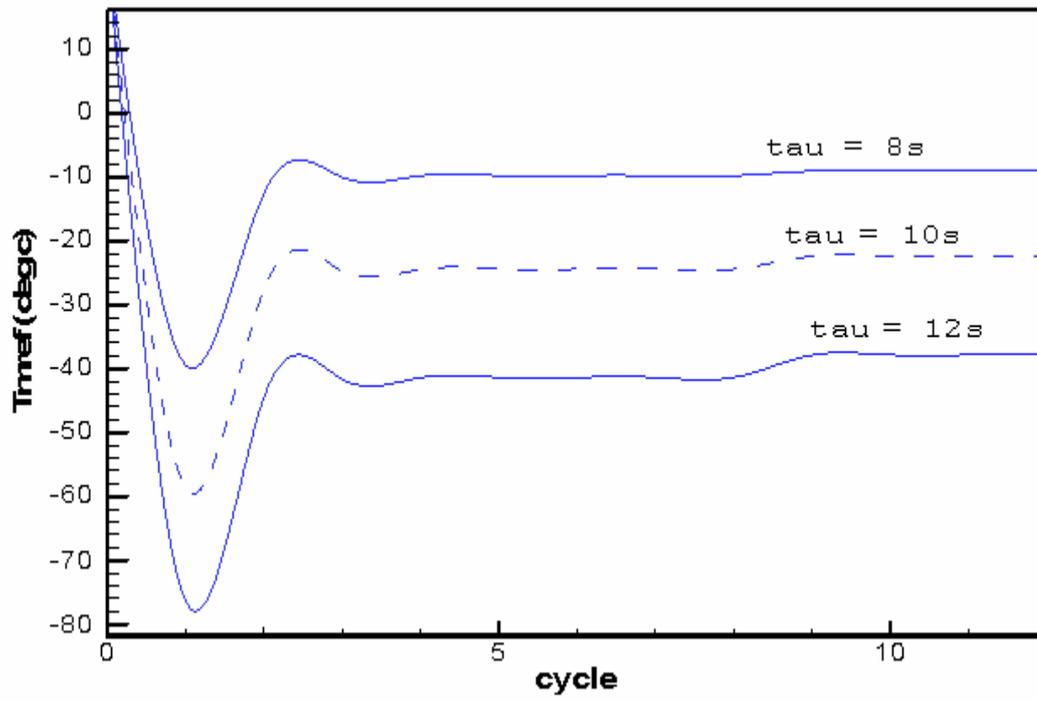
$T_H=25$  °c, le Gd est employé comme constituant matériel pour le régénérateur, avec les dimensions suivantes  $d = 5$  mm et  $L = 10$  cm,  $C_{ps}=235$  kJ/Kg\*K,  $\rho_s=7900$ Kg/m<sup>3</sup> Le fluide de circulation est une solution diluée d'eau et d'antigel.

### 4.1. Les effets de la fréquence (la période du cycle)

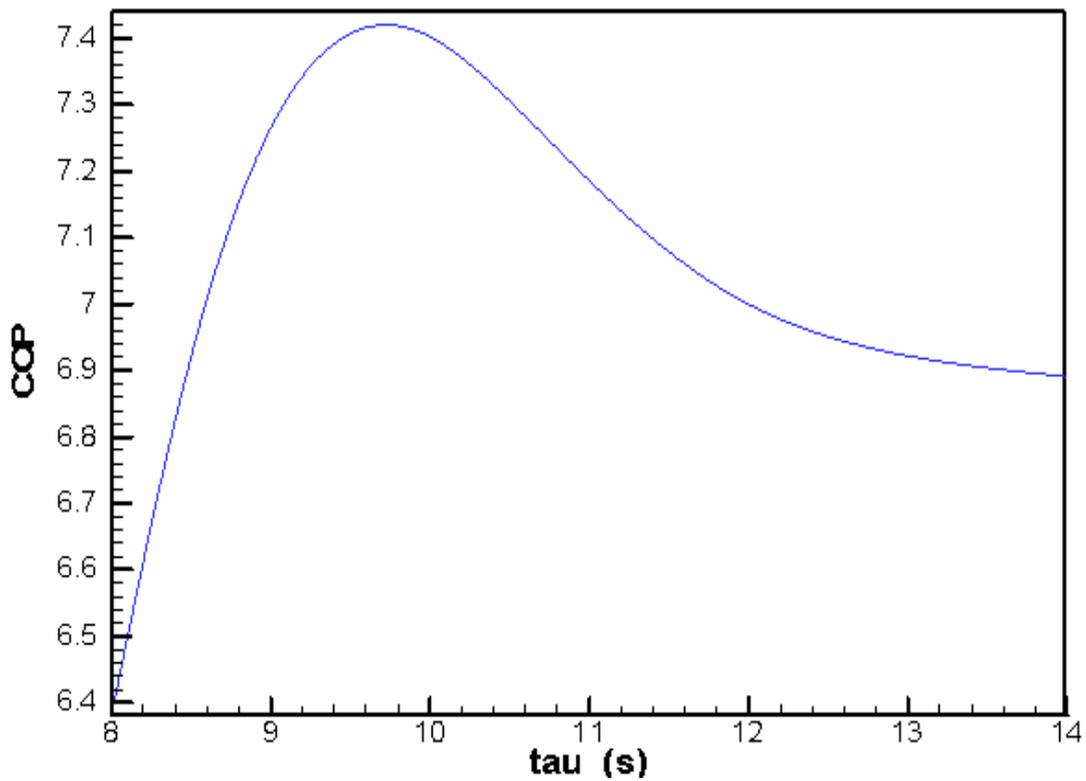
La fréquence du cycle a un rôle important sur les variations des performances du cycle et la température moyenne de refroidissement. La figure 4.1 représente l'effet de la période sur la température de refroidissement ( $T_{mref}$ ). On remarque que, plus la période augmente, plus la température de refroidissement diminue et commence à stabiliser à partir du 10ième cycle. Ceci est tout à fait raisonnable, car l'augmentation de la période implique l'augmentation du temps de refroidissement.

La figure 4.2 représente l'évolution du COP en fonction de la période du cycle. En remarquant que dans l'intervalle  $\tau = [8s, 9.8s]$ , la variation du COP est plus prononcée, il augmente jusqu'à la valeur maximale de l'ordre de 7.42 puis il diminue avec une variation modeste jusqu'à la valeur COP=6.9 lorsque la période devient égale à la valeur  $\tau=14s$ . Pour la figure 4.3, on obtient la même allure que la figure 4.2.

De la figure 4.4, on peut observer l'influence de la période sur les quantités de chaleur à la source chaude et froide. Lorsque la période du cycle augmente on remarque que l'écart entre les deux quantités de chaleur augmente. Ceci justifie l'allure de la courbe du COP en fonction de  $\tau$  (fig. 4.2)



**Figure 4.1.** variation de  $T_{mref}$  pour différentes  $\tau$



**Figure 4.2.** : Variation de coefficient de performance en fonction de  $\tau$

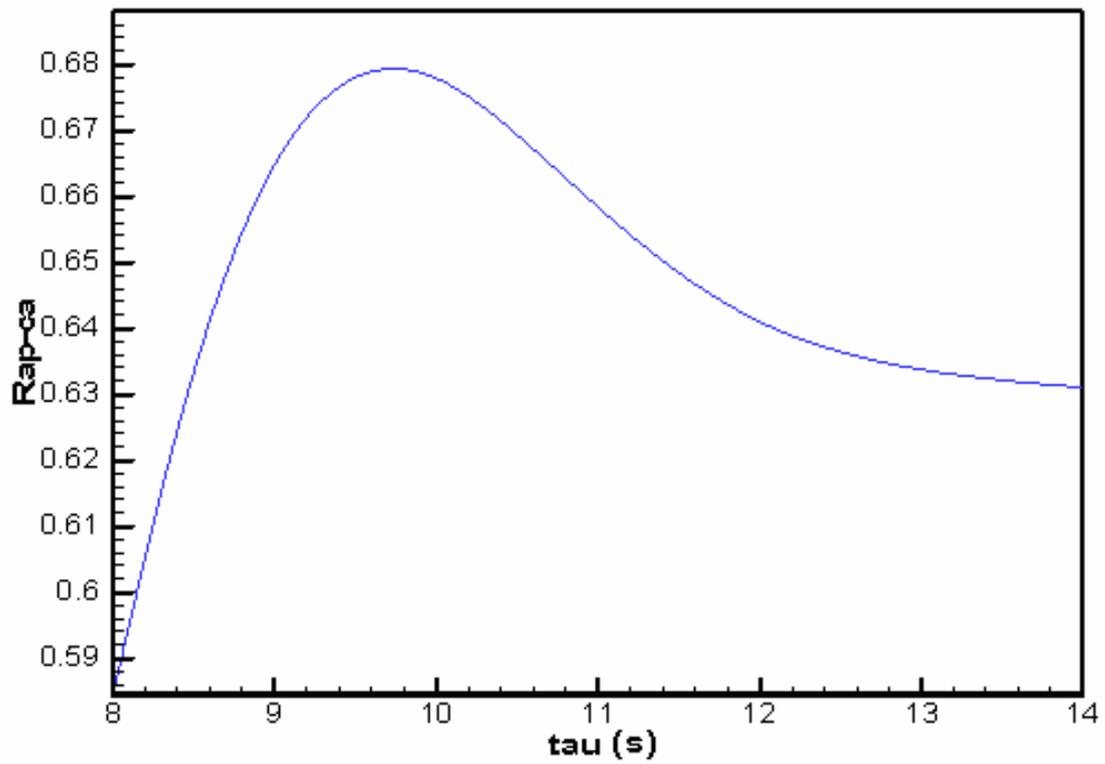


Figure 4.3: variation de  $Rap_{Ca}$  en fonction de  $\tau$

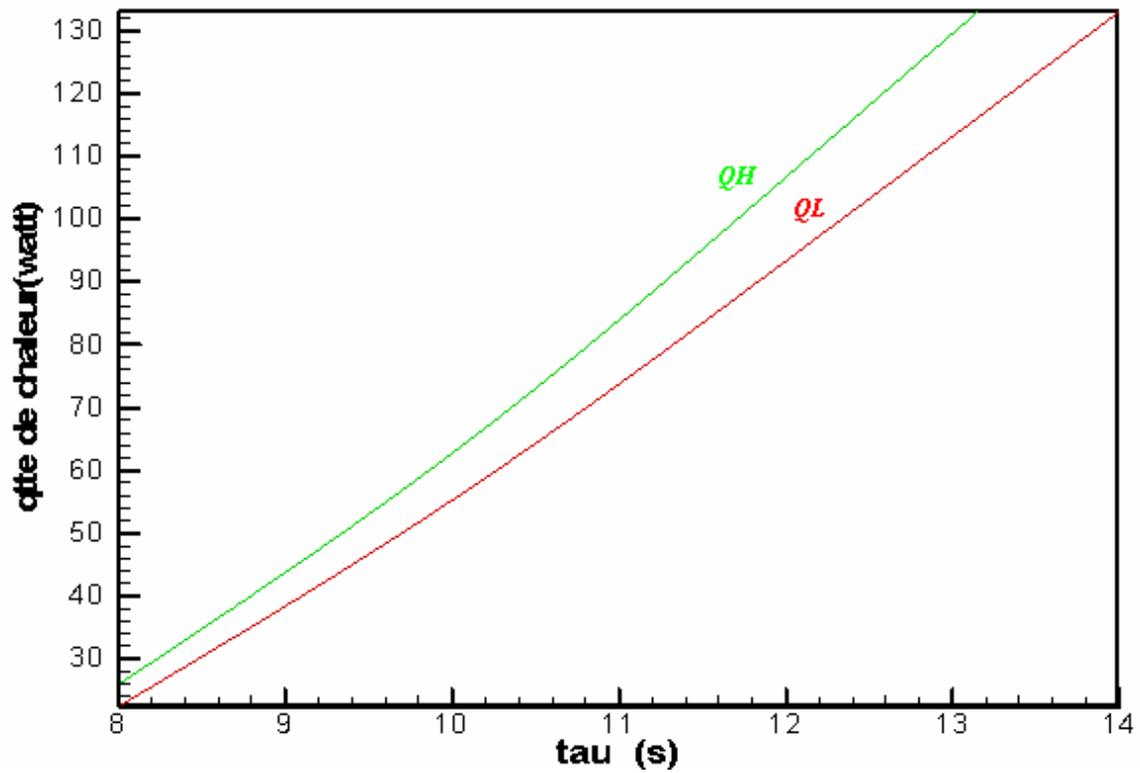


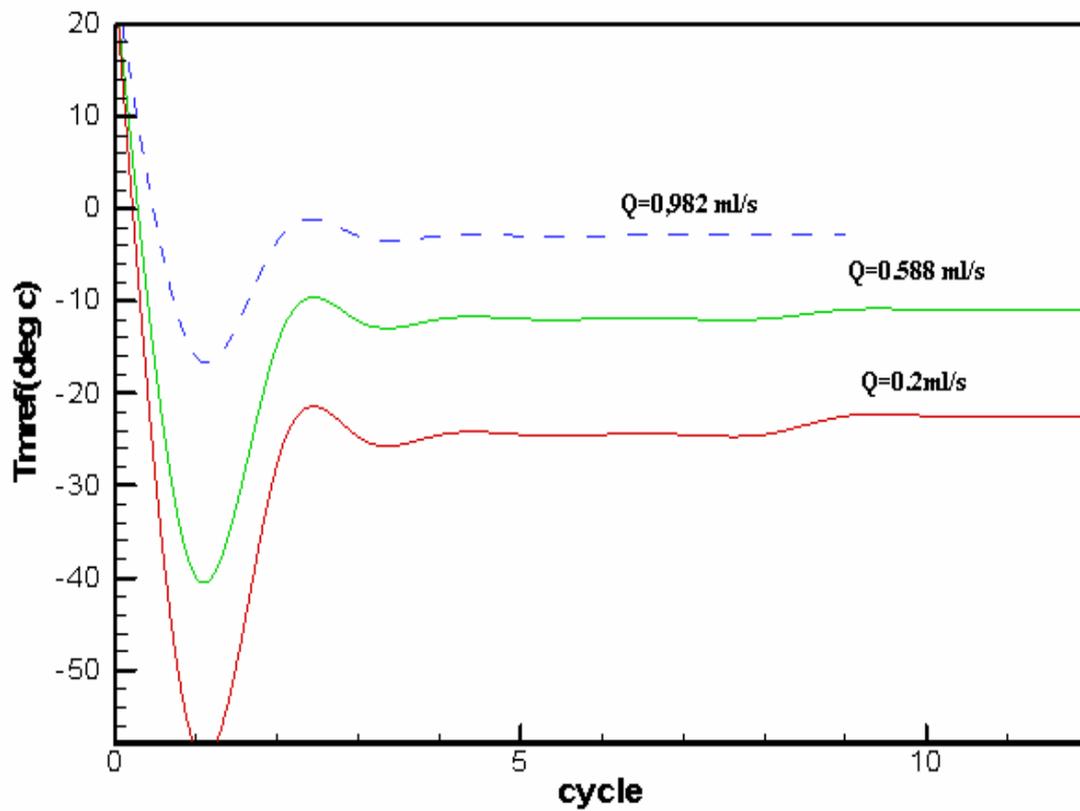
Figure 4.4 variation des quantités de chaleur en fonction de la période

## 4.2 Les effets du débit

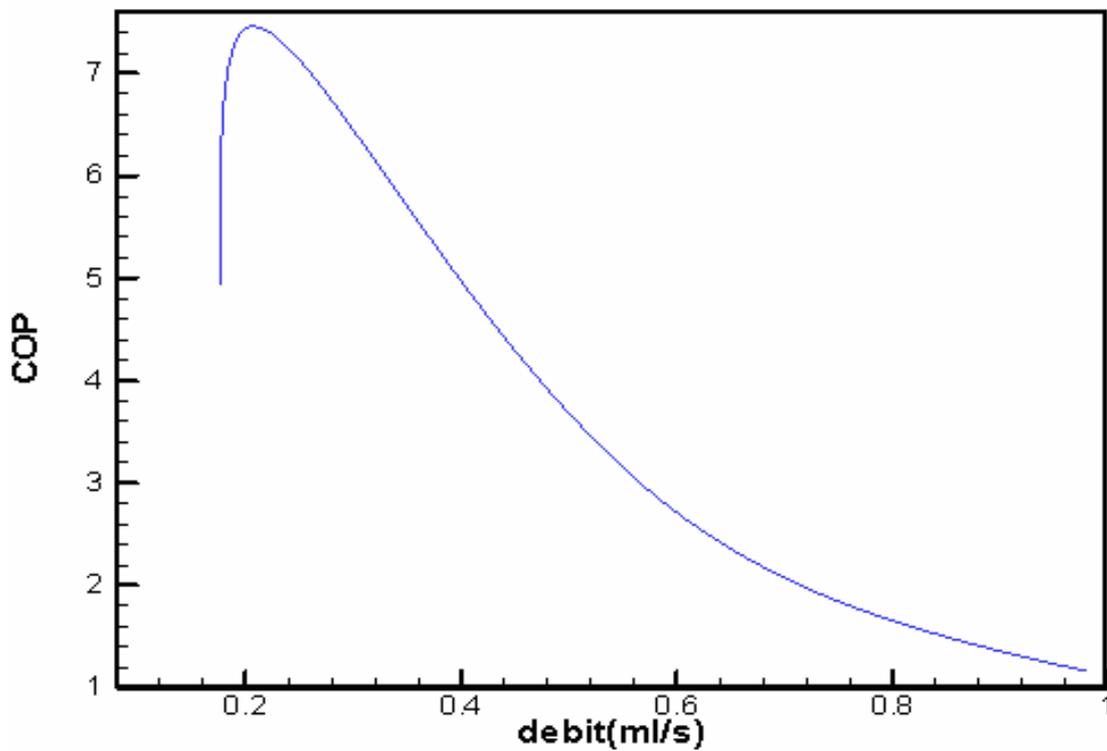
La figure 4.5 montre l'évolution de la température moyenne de refroidissement en fonction du débit. Lorsque le débit du fluide diminue, on remarque que la température devient plus froide. Ce qui est tout à fait raisonnable puisque la masse thermique du fluide diminue avec la diminution du débit masse. Autrement dit la durée du transfert de chaleur entre le fluide et le solide augmente avec la diminution du débit d'écoulement.

L'influence de débit sur le COP et le  $Rap_{Ca}$  est illustrée par les figures (4.6 et 4.7) respectivement. On remarque que le COP atteint une valeur maximale de 7.42 quand le débit devient égal à la valeur de 0.3ml/s, puis il diminue avec une variation plus prononcée quand le débit augmente. D'où on note le potentiel d'obtenir des rendements thermodynamiques beaucoup plus élevés (de l'ordre de 70% : fig 4.7) en dépassant largement la barrière des cycles conventionnels à gaz (qui de 40%).

La figure 4.8 montre l'influence de débit sur les flux de chaleur. Avec l'augmentation de débit on peut remarquer une diminution des quantités de chaleur. Ces résultats sont qualitativement raisonnables, puisque l'irréversibilité due aux différences finies de la température entre liquide et le solide augmente quand la vitesse de fluide augmente.



**Figure 4.5** variation de la température moyenne de refroidissement



**Figure 4.6** variation de COP en fonction du débit

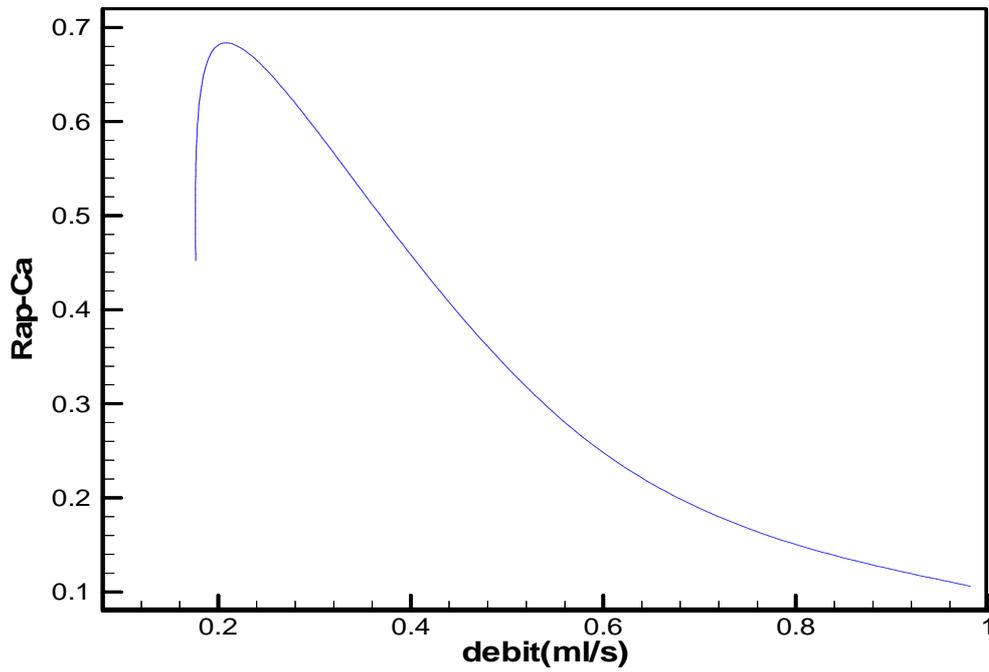


Figure 4.7 effet du débit sur le Rap\_Ca

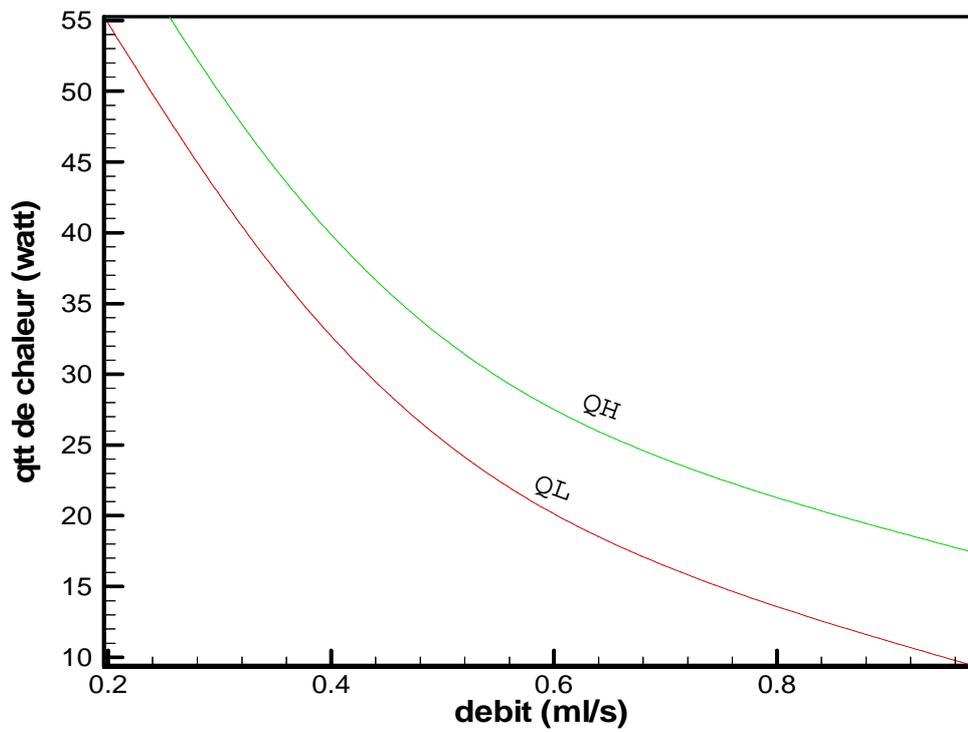


Figure 4.8 l'influence du débit sur les flux de chaleur

# Conclusion générale

L'effet magnéto calorique est un phénomène physique observé et connu depuis longtemps. Son potentiel d'applications dans le refroidissement a été utilisé initialement à très basse température, ce qui a motivé le développement d'outils de caractérisation et de modèles de comportement afin d'optimiser les matériaux pour l'application recherchée.

Les études montrent que les systèmes à réfrigération magnétique permettent d'atteindre des coefficients de performances (COP) élevés, de l'ordre de 4 à 10.

Ce projet, qui consiste à développer une méthode numérique permettant de calculer les performances du cycle de AMRR est basé sur la résolution numérique des équations gouvernant l'échange de chaleur entre le réfrigérant et le fluide caloporteur (eau + antigel).

A partir des résultats obtenus : les effets du débit d'écoulement et la fréquence du cycle (ou la période  $\tau$ ) sur les performances du cycle AMRR (COP,  $Q_L$ ,  $Q_H$ ), nous avons constaté que l'allure des différentes courbes est tout à fait compatible avec les concepts de la thermodynamique et la physique. Ceci permet de valider qualitativement notre code de calcul.

Également, nous avons pu mettre en évidence et confirmé que les systèmes de réfrigération magnétique sont très prometteurs et pouvant se rapprocher de la barrière de performance limitée par le cycle de Carnot.

## Références bibliographiques

- [1]: BROWN (G.V.). – *Magnetic heat pumping near-room temperature*. J Appl. Phys., 47, 3673 (1976).
- [2]: Smaïli, A and Chahine, R. (1998): Thermodynamic Investigations of Optimum Active Magnetic Regenerators. Cryogenics vol. 38 (2).
- [3]: YU (B.F.), GAO (Q.) et CHEN (Z.). – *Review on research of room temperature magnetic refrigeration*. International Journal of Refrigeration, 26, 622-636 (2003).
- [4]: TISHIN (A.M.). – *Handbook of Magnetic Material*. Vol. 12, Buschow K.H.J., Amsterdam (1999).
- [5]: PESTY (F.). – *Études calorimétriques des comportements multicritiques des phases ondes de densité de spin dans un composé moléculaire*. Habilitation à diriger des recherches, université Paris-Sud (1993).
- [6]: ALLAB (F.), LÉBOUC (A.), FOURNIER (J.M.), YONNET (J.P.), FRUCHART (D.) et GIGNOUX (D.). – *Réfrigération magnétique : caractérisation des matériaux à EMC géant*. Conférence EF'2003, Gif-sur-Yvette (2003).
- [7]: HASHIMOTO (T.), KOSHER (T.), SAHASHI (M.), INOMATA (K.), TOMOKIYO (A.) et YAYAMA (H.). – *New application of complex magnetic materials to the magnetic refrigerant in an Ericsson magnetic refrigerator*. J. Appl. Phys., 62, 3873 (1987).
- [8]: BROWN (G.V.). – *Magnetic Sterling Cycles – a new application for magnetic materials*. IEEE Trans. Mag., 13, no 5, 1146-1148 (1997).
- [9]: BARCLAY (J.A.). – *Active and passive Magnetic regenerators in gas/magnetic refrigerators*. J. Alloys Compounds, 207, 355-361 (1994).
- [10]: BARCLAY (J.A.) et STEYERT (W.A.). – *Active Magnetic Regenerator*. US Patent n° 4 332 135 (1982).

- [11]: DEGREGORIA (A.J.). – *Modelling the active magnetic regenerator*. *Advances in Cryogenic Engineering*, 37, 867 (1992).
- [12]: CLOT (P.), VIALLET (D.), ALLAB (F.), LÉBOUC (A.), FOURNIER (J.M.) et YONNET (J.P.). – *A Magnet Based Device For an Active Magnetic Regenerative Refrigeration*. *IEEE Trans. Mag.*, 35, no 5, 3349-3351 (2003).
- [13]: PECHARSKY (V.K.) et GSCHNEIDER (K.A. Jr). – *Magnetocaloric Effect and Magnetic Refrigeration*. *JMMM* 200, 44-56 (1999).
- [14]: ALLAB (F.), CLOT (P.), VIALLET (D.), LÉBOUC (A.), FOURNIER (J.M.) et YONNET (J.P.). – *Dispositif à aimants permanents pour l'étude de la réfrigération magnétique active*. *REE*, no 9, 43-49 (2003).

## Annexe A:

### Le programme de calcul

```
c *****
c *                le PROGRAMME                *
c *****
c *                ce programme est fait par l etudiant :                *
c *                -BENRABAH.ABDELKADER-                *
c *                5ieme année Genie mecanique                *
c *****
c                le programme
c *****
real U,Cps,delt,A,L,tau,FOs,FOf,eps,S1,S2,TH,TC,te,masvs
integer Z,N,cy
  Dimension Trefso(2000,80,50)
  Dimension trefflui(2000,80,50)
  Dimension Trecsol(2000,80,50)
  Dimension trecflui(2000,80,50)
  Dimension Tmref(50)
  Dimension Tmrec(50)
  dimension Eg(200,70,50)
real QL, QH, cop,T3,T4, EMC
real hc,tau1, C1s,C2f,delt2, delt1,deltmax,dh,Re,Prf,mf
real ds,ks,kf,masvf,T,T1,Cpf,W,Alfaf,Alfas,df,E,RAf,Muf,Nui
  CHARACTER*70 VNAME
c *****
  open(UNIT = 1,file='output2.dat',status='unknown')
  open(UNIT = 2,file='input3.dat',status='OLD')
  READ(2,110) VNAME
  read(2,*) U, Cps, Cpf, delx
  READ(2,110) VNAME
  read(2,*) A, L, tau, tau1
  READ(2,110) VNAME
  read(2,*) eps, TH, TC, Muf
  READ(2,110) VNAME
  read(2,*) masvs, ds, masvf, ks, kf, df
```

```

c *****
dh=df-ds
Alfas=ks/(masvs*cps)
Alfaf=kf/(masvf*cpf)
Prf=Muf/(masvf*Alfaf)
Re=masvf*U*dh/Muf
if(2300.gt.Re)then
Nui=5.74
hc=kf*Nui/dh
else
Nui=0.023*Re**(0.8)*Prf**(0.35)
hc=kf*Nui/dh
endif
write(*,333)dh
333 format(6f12.10)
write(*,3)Alfas,Alfaf,Prf
3 format(6f12.10)
write(*,33)Re, Nui,hc
33 format(6f12.6)
c -----
RAf=ds/((df**2)-(ds**2))
C1s=hc/(masvs*Cps*ds)
C2f=RAf*hc/(masvf*Cpf)
mf=masvf*3.14*(df**2-ds**2)*U/4
write(*,*) RAf,C1s,C2f,'mf=',mf
c -----
delt1=1/((2*Alfas/delx**2)+4*C1s)
delt2=1/((2*Alfaf/delx**2)+4*C2f+U/delx)
deltmax=min(delt1,delt2)
write(*,*)'deltmax=',deltmax
write(*,*)'donner delt'
read(*,*)delt
Z=tau/delt
N=L/delx
E=delt/(masvs*Cps)

```

```

V=U*delt/delx
W=2*Z
write(*,*)'Z=',Z,'E=',E,'V=',V,'W=',W,'N=',N
  FOs=Alfas*delt/(delx**2)
  FOf=Alfaf*delt/(delx**2)
c   tee=hc*Alfas/(L*ks+1.000e-20)
   write(*,*)  FOs,  FOf ,tee
c-----
do 112 cy=1,50
do 113 p=1,W
do 119 m=1,N

  Eg(p,m,cy)=0
119 continue
113 continue
112 continue
c -----
c           Le Refroidissement
c -----
c           condition initiale
c -----
cy=1
do 7 m=1,N
Trefso(1,m,cy)=TH
trefflui(1,m,cy)=TH
  EMC =abs(7*0.01*(Trefso(1,m,cy)+273)-17)
  if(EMC.GT.4)EMC=4.
  Eg(1,m,cy)=- (masvs*Cps*EMC/tau1)/delt ! démagnétisation
  7 continue
c -----
c           condition au limite
c -----
do 8 p=1,Z
trefflui(p,1,cy)=TH
8 continue

```

```

c -----
c -----le calcul-----
c -----
S1=0
do 9 p=1,Z-1
c      equations au frontiere  m=1

      Trefso(p+1,1,cy)=(1-2*FOs-4*C1s*delt)*Trefso(p,1,cy)+
1 2*FOs*Trefso(p,2,cy)+(4*C1s*delt)*trefflui(p,1,cy)+E*Eg(p,1,cy)

c      equations a linterieur
do 10 m=2,N-1
      Trefso(p+1,m,cy)=FOs*(Trefso(p,m+1,cy)+Trefso(p,m-1,cy))+
1(1-2*FOs-4*C1s*delt)*Trefso(p,m,cy)+
1(4*C1s*delt)*trefflui(p,m,cy)+E*Eg(p,m,cy)
      trefflui(p+1,m,cy)=V*trefflui(p,m-1,cy)+
1 (1-2*FOf-4*C2f*delt-V)*trefflui(p,m,cy)+
1(4*C2f*delt)*Trefso(p,m,cy)+
1 FO*(trefflui(p,m+1,cy)+trefflui(p,m-1,cy))

10  continue

c      equations au frontiere  m=N

      Trefso(p+1,N,cy)=(1-2*FOs-4*C1s*delt)*Trefso(p,N,cy)+
1 2*FOs*Trefso(p,N-1,cy)+(4*C1s*delt)*trefflui(p,N,cy)+E*Eg(p,N,cy)
      trefflui(p+1,N,cy)=(1-2*FOf-4*C2f*delt-V)*trefflui(p,N,cy)+
1 2*FOf*trefflui(p,N-1,cy)+(4*C2f*delt)*Trefso(p,N,cy)+
1 V*trefflui(p,N-1,cy)

9  continue
do 55 p=1,Z
      S1=S1+trefflui(p,N,cy)
55  continue
      Tmref(cy)=S1/Z

```

```

write(*,*)'Tmref(',cy,')=',Tmref(cy)

c -----
c           -Rechauffement---
c -----
c           condition initiale
c -----

do 11 m=1,N

    trecflui(Z+1,m,cy)=Tmref(cy)
    Trecsol(Z+1,m,cy)=Trefso(Z,m,cy)
    EMC=abs(7*0.01*(Trecsol(Z+1,m,cy)+273)-17)
    if(EMC.GT.4)EMC=4.
        Eg(Z+1,m,cy)=+(masvs*Cps*EMC/tau1)/delt

11 continue

c -----
c           condition au limite
c -----

do 12 p=Z+1,W
    trecflui(p,N,cy)=Tmref(cy)
12 continue

c -----
c           le calcul
c -----

S2=0
do 13 p=Z+1,W-1
c           equations au frontiere   m=N

    Trecsol(p+1,N,cy)=(1-2*FOs-4*C1s*delt)*Trecsol(p,N,cy)+
12*FOs*Trecsol(p,N-1,cy)+(4*C1s*delt)*trecflui(p,N,cy)+E*Eg(p,N,cy)

    do 14 m=2,N-1
        Trecsol(p+1,N+1-m,cy)=
14 FOs*(Trecsol(p,N+1-(m+1),cy)+Trecsol(p,N+1-(m-1),cy))+

```

```

1(1-2*FOs-4*C1s*delt)*Trecsol(p,N+1-m,cy)+
1(4*C1s*delt)*trecflui(p,N+1-m,cy)+E*Eg(p,N+1-m,cy)

```

```

    trecflui(p+1,N+1-m,cy)=V*trecflui(p,N+1-(m-1),cy)+
1 (1-2*FOf-4*C2f*delt-V)*trecflui(p,N+1-m,cy)+
1 (4*C2f*delt)*Trecsol(p,N+1-m,cy)+
1 FOf*(trecflui(p,N+1-(m+1),cy)+trecflui(p,N+1-(m-1),cy))

```

14 continue

c            equations au frontiere   m=1

```

    Trecsol(p+1,1,cy)=(1-2*FOs-4*C1s*delt)*Trecsol(p,1,cy)+
12*FOs*Trecsol(p,2,cy)+(4*C1s*delt)*trecflui(p,1,cy)+E*Eg(p,1,cy)

```

```

    trecflui(p+1,1,cy)=(1-2*FOf-4*C2f*delt-V)*trecflui(p,1,cy)+
2*FOf*trecflui(p,2,cy)+(4*C2f*delt)*Trecsol(p,1,cy)+
V*trecflui(p,2,cy)

```

13 continue

do 56 p=Z+1,W

    S2=S2+trecflui(p,1,cy)

56 continue

    Tmrec(cy)=S2/(Z)

    write(\*,\*)'Tmrec(',cy,')=',Tmrec(cy)

c -----

    write(1,\*)cy

    write(1,100) Tmref(cy)

100 format(6f12.10)

    write(1,101)Tmrec(cy)

101 format(6f12.10)

c -----

c            les cycle

c -----

1000 cy=cy+1

```

c -----
c           Refroidissement
c -----
c           condition initiale
c -----
do 20 m=1,N
Trefso(1,m,cy)=Trecsol(W,m,cy-1)
trefflui(1,m,cy)=TH
EMC=abs(7*0.01*(Trefso(1,m,cy)+273)-17)
  if(EMC.GT.4)EMC=4.
  Eg(1,m,cy)=-((masvs*Cps*EMC/tau1)/delt

20 continue
c -----
c           condition au limite
c -----
do 21 p=1,Z
trefflui(p,1,cy)=TH
21 continue
c -----
c           le calcule
c -----
S1=0
do 22 p=1,Z-1
c           equations au frontiere  m=1

  Trefso(p+1,1,cy)=(1-2*FOs-4*C1s*delt)*Trefso(p,1,cy)+
12*FOs*Trefso(p,2,cy)+(4*C1s*delt)*trefflui(p,1,cy)+E*Eg(p,1,cy)

do 23 m=2,N-1

  Trefso(p+1,m,cy)=FOs*(Trefso(p,m+1,cy)+Trefso(p,m-1,cy))+
1(1-2*FOs-4*C1s*delt)*Trefso(p,m,cy)+
1(4*C1s*delt)*trefflui(p,m,cy)+E*Eg(p,m,cy)
  trefflui(p+1,m,cy)=V*trefflui(p,m-1,cy)+

```

```

1 (1-2*FOf-4*C2f*delt-V)*trefflui(p,m,cy)+
1 (4*C2f*delt)*Trefso(p,m,cy)+
1 FOf*(trefflui(p,m+1,cy)+trefflui(p,m-1,cy))
23 continue
c equations au frontiere m=N

Trefso(p+1,N,cy)=(1-2*FOs-4*C1s*delt)*Trefso(p,N,cy)+
12*FOs*Trefso(p,N-1,cy)+(4*C1s*delt)*trefflui(p,N,cy)+E*Eg(p,N,cy)
trefflui(p+1,N,cy)=(1-2*FOf-4*C2f*delt-V)*trefflui(p,N,cy)+
1 2*FOf*trefflui(p,N-1,cy)+(4*C2f*delt)*Trefso(p,N,cy)+
1 V*trefflui(p,N-1,cy)

22 continue

do 37 p=1,Z
S1=S1+trefflui(p,N,cy)
37 continue
Tmref(cy)=S1/Z
write(*,*)'Tmref(',cy,')='Tmref(cy)
T=0
T=T+(Tmref(cy)-Tmref(cy-1))
if (eps.gt.abs(T))goto 2000

c -----
c Rechauffement
c -----
c condition initiale
c -----

do 24 m=1,N
trefflui(Z+1,m,cy)=Tmref(cy)
Trecsol(Z+1,m,cy)=Trefso(Z,m,cy)
EMC=abs(7*0.01*(Trecsol(Z+1,m,cy)+273)-17)
if(EMC.GT.4)EMC=4.
Eg(Z+1,m,cy)=+(masvs*Cps*EMC/tau1)/delt

```

24 continue

c -----

c condition au limite

c -----

do 25 p=Z+1,W

treclui(p,N,cy)=Tmref(cy)

25 continue

c -----

c le calcul

c -----

S2=0

do 26 p=Z+1,W-1

c equations au frontiere m=N

$$\begin{aligned} \text{Trecsol}(p+1,N,cy) &= (1-2*FOs-4*C1s*delt)*\text{Trecsol}(p,N,cy)+ \\ & 12*FOs*\text{Trecsol}(p,N-1,cy)+(4*C1s*delt)*\text{treclui}(p,N,cy)+E*\text{Eg}(p,N,cy) \end{aligned}$$

do 27 m=2,N-1

$$\begin{aligned} \text{Trecsol}(p+1,N+1-m,cy) &= \\ & 1 FOs*(\text{Trecsol}(p,N+1-(m+1),cy)+\text{Trecsol}(p,N+1-(m-1),cy))+ \\ & 1(1-2*FOs-4*C1s*delt)*\text{Trecsol}(p,N+1-m,cy)+ \\ & 1(4*C1s*delt)*\text{treclui}(p,N+1-m,cy)+E*\text{Eg}(p,N+1-m,cy) \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} \text{treclui}(p+1,N+1-m,cy) &= V*\text{treclui}(p,N+1-(m-1),cy)+ \\ & 1(1-2*FOf-4*C2f*delt-V)*\text{treclui}(p,N+1-m,cy)+ \\ & 1(4*C2f*delt)*\text{Trecsol}(p,N+1-m,cy)+ \\ & 1 FOf*(\text{treclui}(p,N+1-(m+1),cy)+\text{treclui}(p,N+1-(m-1),cy)) \end{aligned}$$

27 continue

c equations au frontiere m=1

$$\begin{aligned} \text{Trecsol}(p+1,1,cy) &= (1-2*FOs-4*C1s*delt)*\text{Trecsol}(p,1,cy)+ \\ & 12*FOs*\text{Trecsol}(p,2,cy)+(4*C1s*delt)*\text{treclui}(p,1,cy)+E*\text{Eg}(p,1,cy) \end{aligned}$$

```

    trecflui(p+1,1,cy)=(1-2*FOf-4*C2f*delt-V)*trecflui(p,1,cy)+
1 2*FOf*trecflui(p,2,cy)+(4*C2f*delt)*Trecsol(p,1,cy)+
1 V*trecflui(p,2,cy)
26 continue

do 97 p=Z+1,W
    S2=S2+trecflui(p,1,cy)
97 continue
    Tmrec(cy)=S2/(Z)
    write(*,*)"Tmrec(',cy,')=',Tmrec(cy)

c -----
T1=0
T1=T1+(Tmrec(cy)-Tmrec(cy-1))
    if (abs(T1).gt.eps)goto 1000
c *****
c *****
c          les cycle avec TC
c *****

3000 cy=cy+1
c          Refroidissement
c -----
c          condition initiale
c -----

do 201 m=1,N
Trefso(1,m,cy)=Trecsol(W,m,cy-1)
trefflui(1,m,cy)=TH
    EMC=abs(7*0.01*(Trefso(1,m,cy)+273)-17)
    if(EMC.GT.4)EMC=4.
    Eg(1,m,cy)=-((masvs*Cps*EMC/tau1)/delt
201 continue

c -----
c          condition au limite
c -----

```

```

do 211 p=1,Z
trefflui(p,1,cy)=TH
211 continue
c -----
c             le calcul
c -----
S1=0
do 221 p=1,Z-1
c     equations au frontiere  m=1

Trefso(p+1,1,cy)=(1-2*FOs-4*C1s*delt)*Trefso(p,1,cy)+
1 2*FOs*Trefso(p,2,cy)+(4*C1s*delt)*trefflui(p,1,cy)+E*Eg(p,1,cy)

do 231 m=2,N-1
Trefso(p+1,m,cy)=FOs*(Trefso(p,m+1,cy)+Trefso(p,m-1,cy))+
1(1-2*FOs-4*C1s*delt)*Trefso(p,m,cy)+
1 (4*C1s*delt)*trefflui(p,m,cy)+E*Eg(p,m,cy)
trefflui(p+1,m,cy)=V*trefflui(p,m-1,cy)+
1 (1-2*FOf-4*C2f*delt-V)*trefflui(p,m,cy)+
1(4*C2f*delt)*Trefso(p,m,cy)+
1 FOf*(trefflui(p,m+1,cy)+trefflui(p,m-1,cy))
231 continue
c     equations au frontiere  m=N

Trefso(p+1,N,cy)=(1-2*FOs-4*C1s*delt)*Trefso(p,N,cy)+
1 2*FOs*Trefso(p,N-1,cy)+(4*C1s*delt)*trefflui(p,N,cy)+E*Eg(p,N,cy)
trefflui(p+1,N,cy)=(1-2*FOf-4*C2f*delt-V)*trefflui(p,N,cy)+
1 2*FOf*trefflui(p,N-1,cy)+(4*C2f*delt)*Trefso(p,N,cy)+
1 V*trefflui(p,N-1,cy)
221 continue

do 371 p=1,Z
S1=S1+trefflui(p,N,cy)
371 continue
Tmref(cy)=S1/Z

```

```

c   write(*,*)'Tmref(',cy,')=',Tmref(cy)
T3=0
T3=T3+(Tmref(cy)-Tmref(cy-1))
c   -----
c           Rechauffement
c   -----
c           condition initial
c   -----
2000   do 44 m=1,N
      trecflui(Z+1,m,cy)=TC
      Trecsol(Z+1,m,cy)=Trefso(Z,m,cy)
      EMC=abs(7*0.01*(Trecsol(Z+1,m,cy)+273)-17)
      if(EMC.GT.4)EMC=4.
      Eg(Z+1,m,cy)=+(masvs*Cps*EMC/tau1)/delt

44   continue
c   -----
c           condition au limite
c   -----
      do 45 p=Z+1,W
      trecflui(p,N,cy)=TC
45   continue
c   -----
c           le calcule
c   -----
      S2=0
      do 46 p=Z+1,W-1
c           equations au frontiere   m=N

      Trecsol(p+1,N,cy)=(1-2*FOs-4*C1s*delt)*Trecsol(p,N,cy)+
12*FOs*Trecsol(p,N-1,cy)+(4*C1s*delt)*trecflui(p,N,cy)+E*Eg(p,N,cy)

      do 47 m=2,N-1
      Trecsol(p+1,N+1-m,cy)=

```

```

1 FOs*(Trecsol(p,N+1-(m+1),cy)+Trecsol(p,N+1-(m-1),cy))+
1 (1-2*FOs-4*C1s*delt)*Trecsol(p,N+1-m,cy)+
1 (4*C1s*delt)*trecflui(p,N+1-m,cy)+E*Eg(p,N+1-m,cy)
   trecflui(p+1,N+1-m,cy)=V*trecflui(p,N+1-(m-1),cy)+
1 (1-2*FOf-4*C2f*delt-V)*trecflui(p,N+1-m,cy)+
1 (4*C2f*delt)*Trecsol(p,N+1-m,cy)+
1 FOf*(trecflui(p,N+1-(m+1),cy)+trecflui(p,N+1-(m-1),cy))

```

47 continue

c equations au frontiere m=1

```

   Trecsol(p+1,1,cy)=(1-2*FOs-4*C1s*delt)*Trecsol(p,1,cy)+
1 2*FOs*Trecsol(p,2,cy)+(4*C1s*delt)*trecflui(p,1,cy)+E*Eg(p,1,cy)

   trecflui(p+1,1,cy)=(1-2*FOf-4*C2f*delt-V)*trecflui(p,1,cy)+
1 2*FOf*trecflui(p,2,cy)+(4*C2f*delt)*Trecsol(p,1,cy)+
1 V*trecflui(p,2,cy)

```

46 continue

```

   do 87 p=Z+1,W
   S2=S2+trecflui(p,1,cy)

```

87 continue

```

   Tmrec(cy)=S2/(Z)

```

c write(\*,\*)'Tmrec(',cy,')=',Tmrec(cy)

```

T4=0

```

```

   T4=T4+(Tmrec(cy)-Tmrec(cy-1))

```

```

if(abs(T3).gt.eps)goto 3000

```

```

if(abs(T4).gt.eps)goto 3000

```

c \*\*\*\*\*

```

   QL=mf*Cpf*(TC-Tmref(cy))

```

```

   QH=mf*Cpf*(Tmrec(cy)-TH)

```

```

   cop=QL/(QH-QL)

```

```

   cop_ca = (TC+273)/(TH-TC)

```

```

   rap=cop/cop_ca

```

```

write(*,*)'TC=',TC,'QL=',QL,'QH=',QH
write(*,*)'cop=',cop
    write(*,*)'cop_ca=',cop_ca
    write(*,*)'rap=',rap
c -----
c          lafichage

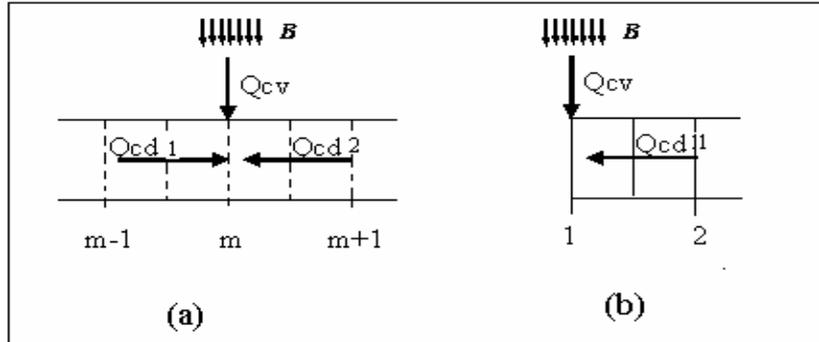
c -----
write(1,*)cy
write(1,77) Tmref(cy)
77 format(6f12.10)
    write(1,78)Tmrec(cy)
78 format(6f12.10)
c -----
write(1,*)'le regime est permanente pour ce dernier cycle'

close(1)
close(2)
110 FORMAT(A)
END

```

## Annexe B

### Équation algébrique à l'intérieur et aux frontières du solide



L'équation du bilan autour d'un point différentiel à l'intérieur du solide est comme suit

$$\left( k_s A_{cd} \frac{d\theta}{dx} \right)_1 + \left( k_s A_{cd} \frac{d\theta}{dx} \right)_2 + Q_{cv} + \dot{E}g V = \rho_s C p_s V \frac{d\theta}{dt}$$

L'application de la méthode des différences finies nous donne :

$$k_s A_{cd} \frac{(\theta_{m-1}^p - \theta_m^p)}{\Delta x} + k_s A_{cd} \frac{(\theta_{m+1}^p - \theta_m^p)}{\Delta x} + h_c A_{cv} (T_m - \theta_m) + \dot{E}g \Delta x A_{cd} = \rho_s C p_s \Delta x A_{cd} \frac{(\theta_m^{p+1} - \theta_m^p)}{\Delta t}$$

Donc, on peut obtenir l'équation algébrique de la température du solide comme suit :

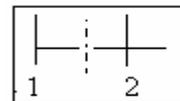
$$\theta_m^{p+1} = Fos(\theta_{m+1}^p + \theta_{m-1}^p) + \left( 1 - 2Fos - \frac{4h\Delta t}{ds\rho_s Cps} \right) \theta_m^p + \frac{4h\Delta t}{ds\rho_s Cps} T_m^p + \frac{\Delta t}{\rho_s Cps} \dot{E}g$$

Pour un point différentiel à la frontière du solide, l'équation du bilan est :

$$k_s A_{cd} \frac{d\theta}{dx} + Q_{cv} + \dot{E}g V = \rho_s C p_s V \frac{d\theta}{dt}$$

L'application de la méthode des différences finies nous donne

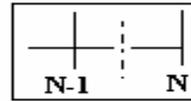
Pour le nœud de la position  $x = 0$  ( $m=1$ ) :



$$k_s A_{cd} \frac{(\theta_2^p - \theta_1^p)}{\Delta x} + h_c A_{cv} (T_1 - \theta_1) + \dot{E}g \Delta x A_{cd} = \rho_s C p_s \Delta x A_{cd} \frac{(\theta_1^{p+1} - \theta_1^p)}{\Delta t}$$

Donc, on a :

$$\theta_1^{p+1} = 2Fos\theta_2^p + \left(1 - 2Fos - \frac{4h\Delta t}{ds\rho_s Cps}\right)\theta_1^p + \frac{4h\Delta t}{ds\rho_s Cps}T_1^p + \frac{\Delta t}{\rho_s Cps}\dot{E}g$$



Pour le nœud de la position  $x = L$  ( $m=N$ ) :

$$k_s A_{cd} \frac{(\theta_{N-1}^p - \theta_N^p)}{\Delta x} + h_c A_{cv} (T_N - \theta_N) + \dot{E}g \Delta x A_{cd} = \rho_s C p_s \Delta x A_{cd} \frac{(\theta_N^{p+1} - \theta_N^p)}{\Delta t}$$

Alors,

$$\theta_N^{p+1} = 2Fos\theta_{N-1}^p + \left(1 - 2Fos - \frac{4h\Delta t}{ds\rho_s Cps}\right)\theta_N^p + \frac{4h\Delta t}{ds\rho_s Cps}T_N^p + \frac{\Delta t}{\rho_s Cps}\dot{E}g$$