

*Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique*

*ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE*

*Département de Génie Mécanique*



***PROJET DE FIN D'ETUDES***

**Présenté en vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur  
d'Etat en Génie Mécanique**

**Thème**

***Etude expérimentale et numérique d'un jet d'air  
impactant une plaque plane chauffée***

***Proposé et Dirigé par :***

**Mr. B.BENKOUSSAS, M.C. à l'ENP**

**Mr. A.BOUHDJAR, M.R. au CDER**

**Mr. Ph.BOURNOT, Prof. à Univ. Méd. Marseille**

***Réalisé par :***

**KHERIS Fatah**

***Promotion 2007***

**10, Avenue Hassan Badi, El-Harrach, Alger 16200, Algérie**

## ملخص

يحتوي هذا العمل على دراسة نفائفة هواء مستوية مصطدم بصفيحة ساخنة مستوية، و هو متكون من شطرين، الأول تجاربي يحتوي على ملاحظات بواسطة توموغرافيا للزر و الثاني رقمي باستعمال القانون الحسابي فلونت.

**كلمات مفتاحية :** نفائفة ، نفائفة مستوية ، نفائفة مصطدمة

## Résumé

Ce travail comporte l'étude d'un jet d'air plan impactant une plaque plane chauffée. Il se compose d'une partie expérimentale où ont été effectuées des visualisations par tomographie laser pour tirer des corrélations du point de décollement et d'une partie numérique comportant des simulations réalisées à l'aide du code de calcul FLUENT. A la fin, les corrélations tirées expérimentalement sont comparées au modèle mathématique développé.

**Mot clés :** *jet ; jet plan ; jet impactant ; écoulement pariétal ; couche limite ; FLUENT*

## Abstract

This work comports the study of a flat air jet impinging on a hot flat plat. It contains an experimental part where laser visualisations have been done to obtain correlations of the unsticking point and a numerical part which comports numerical simulations realized by the use of the computational code FLUENT. At the end, correlations obtained experimentally are compared to the developed mathematical model.

**Key words :** *jet ; flat jet ; impinging jet ; parietal flow ; boundary layer ; FLUENT*

## *Remerciements*

Louanges au bon Dieu qui m'a donné la foi et le courage de mener à bien ce modeste travail.

J'adresse ma profonde reconnaissance et mes sincères remerciements à Messieurs BOUHDJAR, BENKOUSSAS, sans qui, le travail accompli, le savoir acquis et l'aventure n'auraient été possibles.

Je remercie vivement Monsieur BOURNOT, pour m'avoir accueilli au sein de l'UNIMECA, pour avoir veillé à ce que le stage se déroule dans de si bonnes conditions, pour ses conseils, l'encadrement et la confiance qu'il m'a accordé.

Un remerciement particulier à Monsieur Fabien CANDELIER, pour ses précieux conseils, sa disponibilité et toute l'expérience dont il m'a fait profiter tout au long du stage.

Merci aux membres du jury, Monsieur LARBI et Monsieur BENBRAIKA d'avoir pris le temps et le soin de lire ce rapport.

Je remercie les enseignants du département de génie Mécanique qui ont participé à ma formation tout au long de ces trois ans d'études.

# *Dédicaces*

*A ceux qui n'ont jamais cessé de m'encourager et de me soutenir, à ceux qui leur amour m'a donné la volonté d'aller toujours de l'avant,*

*A mes très chers parents, que Dieu les protège*

*A ma merveilleuse sœur et mon très cher frère*

*A mes grandes mères*

*A mon gendre Youcef pour son aide et sa présence*

*A Abdel Raouf et toute ma famille*

*A mes amis*

*A la mémoire de mon grand frère Ahmed Amine*

*Je dédie ce travail*

*Fatah.*

# Nomenclature

## Lettres Latines

$C_p$  : Chaleur spécifique du fluide à pression constante [ $J/Kg \cdot k$ ]

$e$  : Largeur de la buse [ $mm$ ]

$Gr$  : Nombre de Grashof

$H$  : Hauteur de la buse à partir de la plaque [ $mm$ ]

$k$  : Conductivité thermique du fluide [ $W/m \cdot k$ ]

$T$  : Température statique

$u$  : Composante horizontale de la vitesse [ $m/s$ ]

$v$  : Composante verticale de la vitesse [ $m/s$ ]

$U$  : Composante de vitesse horizontale en sortie de buse [ $m/s$ ]

$Pr$  : Nombre de Prandtl

$Re$  : Nombre de Reynolds

$Ra$  : Nombre de Rayleigh

## Lettres Grecques

$\alpha$  : Diffusivité thermique [ $m^2/s$ ]

$\beta$  : Coefficient d'expansion thermique à pression constante [ $k^{-1}$ ]

$\theta$  : Différence de température [ $k$ ]

$\mu$  : Viscosité dynamique du fluide [ $kg/m \cdot s$ ]

$\nu$  : Viscosité cinématique du fluide [ $m^2/s$ ]

$\rho$  : Masse volumique du fluide [ $kg/m^3$ ]

## Indices

$\infty$  : Ambient

$w$  : Plaque

$cr$  : critique

## Liste des figures

Fig1.1. développement d'un jet libre.....	6
Fig1.2. développement d'un jet impactant.....	7
Fig2.1. profil de la composante horizontale de la vitesse dans la zone du jet pariétal.....	16
Fig2.2. distribution de la température dans la zone du jet pariétal.....	19
Fig2.3. profil de vitesse et de température.....	20
Fig3.1. dispositif expérimental de base.....	29
Fig3.2. plaque cible.....	30
Fig3.3. système d'ensemencement.....	30
Fig3.4. schéma descriptif de la visualisation par tomographie laser.....	31
Fig3.5. Influence du nombre de Reynolds sur le point de décollement.....	34
Fig3.6. Évolution du point de décollement en fonction du nombre de Reynolds pour une hauteur $H=e$ .....	34
Fig3.7. Évolution du point de décollement en fonction du nombre de Reynolds pour une hauteur $H=2e$ .....	35
Fig3.8. Evolution du point de décollement en fonction du nombre de Reynolds pour une hauteur $H=3e$ .....	35
Fig3.9. Influence de la température sur le point de décollement.....	36
Fig3.10. Évolution du point de décollement en fonction de la différence de température pour une hauteur $H=e$ .....	36
Fig3.11. Évolution du point de décollement en fonction de la température pour une hauteur $H=2e$ .....	37
Fig3.12. Evolution du point de décollement en fonction de la température pour une hauteur $H=3e$ .....	37
Fig3.14. Influence de la hauteur sur le point de décollement.....	38
Fig4.1. conditions aux limites sur GAMBIT .....	45

Fig4.2. Profils de la vitesse horizontale dans la zone du jet pariétal $Re = 62$ .....	48
Fig4.3. Profils de la vitesse horizontale dans la zone du jet pariétal $Re = 104$ .....	48
Fig4.4. Profils de la vitesse horizontale dans la zone du jet pariétal $Re = 145$ .....	49
Fig4.5. Profil de vitesse similaire dans la zone du jet pariétal pour $Re = 62$ .....	50
Fig4.6. Profil de vitesse similaire dans la zone du jet pariétal pour $Re = 104$ .....	50
Fig4.7. Profil de vitesse similaire dans la zone du jet pariétal pour $Re = 145$ .....	51
Fig4.8. Évolution de la vitesse maximale en fonction des abscisses pour chaque nombre de Reynolds pour $H=e$ .....	52
Fig4.9. Évolution de la vitesse maximale en fonction des abscisses pour chaque nombre de Reynolds pour $H=2e$ .....	52
Fig4.10. Évolution de la vitesse maximale en fonction des abscisses pour chaque nombre de Reynolds pour $H=3e$ .....	53
Fig4.11. Évolution de l'épaisseur de la couche limite en fonction de la distance radiale pour chaque nombre de Reynolds pour $H=e$ .....	54
Fig4.12. Évolution de l'épaisseur de la couche limite en fonction de la distance radiale pour chaque nombre de Reynolds pour $H=2e$ .....	54
Fig4.13. Évolution de l'épaisseur de la couche limite en fonction de la distance radiale pour chaque nombre de Reynolds pour $H=3e$ .....	55
Fig4.14. définition de la constante $A$ .....	57
Fig4.15. Évolution de la constante $A$ en fonction de $Re$ pour $H=e$ .....	58
Fig4.16. Évolution de la constante $A$ en fonction de $Re$ pour $H=2e$ .....	59
Fig4.17. Évolution de la constante $A$ en fonction du nombre de Reynolds pour $H=3e$ .....	59
Fig5.1. comparaison entre l'effet des trois puissances affectées au nombre de Reynolds pour les trois hauteurs.....	65
Fig5.2. effet de la puissance affectée au nombre de Reynolds pour $H=e$ .....	67
Fig5.3. effet de la puissance affectée au nombre de Reynolds pour $H=3e$ .....	68
Fig5.4. effet de la puissance affectée à la température pour $H=3e$ .....	69
Fig.C.1. Dispositif expérimental.....	81
Fig. C.2. Laser à Argon Ionisé relié à une fibre optique.....	81
Fig.C.3. Plaque chauffée ET buse.....	82
Fig.C.4. Calibrage pixel-mm à l'aide d'une règle pour $H=e$ .....	82
Fig.C.5. Calibrage pixel-mm pour $H=2e$ .....	83
Fig.C.6. Calibrage pixel-mm pour $H=3e$ .....	83

# Liste des tableaux

Tab 3.1. Corrélations de l'abscisse de décollement.....	38
Tab 4.1. Exposants de similarité obtenus numériquement pour $H=e$ .....	55
Tab 4.2. Exposants de similarité obtenus numériquement pour $H=2e$ .....	56
Tab 4.3. Exposants de similarité obtenus numériquement pour $H=3e$ .....	56
Tab 5.1. Corrélations du point de décollement obtenues expérimentalement.....	66
Tab 5.3. Propriétés physiques du fluide à la température du film $T_f$ .....	70
Tab 5.4. Nombre de Rayleigh.....	71

# Tables des matières

Introduction .....	1
Définitions et généralités.....	3
1.1. Définition.....	4
1.2. Développement naturel d'un jet libre.....	5
1.3. Développement du Jet impactant.....	6
1.4. Étude bibliographique.....	7
2. Modélisation mathématique.....	10
2.1. Équations du mouvement.....	11
2.2. Équations du mouvement dans la couche limite.....	12
2.3. Équation de conservation de l'énergie.....	17
2.4. Développement d'un modèle mathématique .....	20
2.4.1. Expérience de Bénard et cellules de convection.....	20
2.4.2. Nombre de Rayleigh.....	21
2.5. Conclusion.....	26
3. Étude expérimentale.....	27
3.1. Montage expérimental.....	29
3.2. visualisations par tomographie laser.....	31
3.2.1. Influence du nombre de Reynolds.....	33
3.2.2. Influence de la température.....	36

3.2.3. Influence de la distance buse plaque .....	38
3.3. Conclusion.....	40
4. Étude numérique.....	41
4.1. Introduction.....	42
4.2. Application eu jet impactant.....	43
4.3. Conditions aux limites.....	44
4.4. Modélisation sur FLUENT .....	45
4.5. Résultats de modélisation.....	47
4.6. Conclusion.....	61
5. Discussions et évaluation du nombre de Rayleigh critique.....	62
5.1. Modèle mathématique.....	63
5.2. Discussions des résultats .....	64
5.3. Évaluation du nombre de Rayleigh critique.....	69
5.4. Conclusion.....	72
Conclusion générale.....	73
Bibliographie.....	75
Annexe A programme « lieu de décollement ».....	76
Annexe B programme de résolution de l'équation différentielle à l'aide de la méthode de Range Kutta d'ordre 4.....	77
Annexe C photographies du montage expérimental.....	81
Photographies du calibrage.....	82

# Introduction

L'utilisation des jets dans leurs différentes configurations est très répandue dans les milieux industriels. Dans de nombreuses applications industrielles, les jets sont impactant. Ils sont employés dans le but de contrôler la température à la surface d'un corps par convection forcée telles que le refroidissement des aubes de turbines aéronautiques, de composants électroniques, la trempe des surfaces vitrées, l'isolation des cordons lors du soudage par laser...etc.

Lorsqu'un jet heurte une surface horizontale à une température supérieure à celle du jet, la dynamique de l'écoulement devient complexe et se produit alors une compétition entre les effets d'inertie et les effets de flottabilité engendrés par la différence de température entre la plaque et le fluide. Cette compétition se traduit en pratique par le décollement de la couche limite cinématique et thermique. Bien entendu ce décollement a un effet important sur la quantité de chaleur échangée entre la plaque et le fluide et donc sur la qualité de refroidissement de la plaque.

Dans ce travail nous étudions essentiellement, l'influence du régime d'écoulement qui se caractérise par le nombre de Reynolds ( $Re$ ), de la température de la plaque cible et de la hauteur de la buse d'éjection, qui se caractérise par le rapport d'ouverture ( $H/e$ ) sur le décollement du jet.

Nous effectuons des visualisations par tomographie laser, essentielles pour comprendre la phénoménologie du problème et pour déterminer les corrélations donnant l'évolution du point de décollement en fonction des paramètres cités précédemment.

Nous avons développé un modèle mathématique capable de donner la coordonnée du point de décollement en utilisant le nombre de Rayleigh critique.

Le travail est réparti sur cinq chapitres : le premier relatif aux définitions et généralités, dans le deuxième on résout numériquement les équations du mouvement et

## Introduction

l'équation de conservation de l'énergie. Ce chapitre comporte aussi le point de départ d'une tentative de modélisation du décollement. Dans le chapitre suivant, nous procéderons à une étude expérimentale où on effectue des visualisations par tomographie laser et on donne les corrélations du point de décollement en fonction du nombre de Reynolds et de la température. Dans le quatrième on traite le problème numériquement à l'aide du code de calcul FLUENT afin de terminer le modèle mathématique.

Enfin, nous présentons une conclusion relative aux résultats numériques et expérimentaux obtenus et les perspectives envisagées pour la continuité de ce travail.

---

Chapitre 1

# Définitions et généralités

---

## Chapitre 1

# Définitions et généralités

### 1.1. Définition

Un jet est un écoulement de géométrie simple, il résulte de l'expulsion d'un fluide doté d'une certaine quantité de mouvement dans un fluide environnant doté d'une quantité de mouvement différente. Un phénomène de mélange se produit alors entre les deux fluides. A mesure que le fluide expulsé s'éloigne de la buse, il s'élargit et voit sa vitesse axiale diminuer. Il entraîne dans son mouvement des masses toujours plus grandes du fluide ambiant [1].

Un jet est dit plan lorsqu'il est issu d'une buse très allongée. Le rapport d'allongement, c'est-à-dire la longueur de la buse divisée par sa largeur doit être en pratique de l'ordre ou supérieur à 20.

Il existe plusieurs configurations possibles pour un jet. Il est dit :

- **libre** si le fluide éjecté se développe dans le milieu environnant sans heurter d'obstacle ;
- **impactant** si le fluide issu de la buse heurte un obstacle placé en travers de son écoulement.

On parle aussi d'un jet immergé, si le fluide éjecté a les mêmes constituants que le milieu environnant au repos. Dans ce cas, les forces de frottement sont du même ordre de grandeur que les forces d'inertie, on parle alors d'écoulement de type couche limite [2].

## Chapitre 1. Définitions et Généralités

Les jets sont caractérisés par :

- l'épaisseur de la buse, largeur dans le cas d'un jet plan, et le diamètre de celle-ci dans le cas d'un jet axisymétrique ;
- le profil de vitesse du jet à la sortie de buse ; le profil sera uniforme si on utilise un convergent correctement profilé ; dans le cas contraire, le développement d'une couche limite à l'intérieur de la buse engendrera un profil de vitesse parabolique ;
- le régime d'écoulement caractérisé par le nombre de Reynolds.

On note le Reynolds  $Re$  et on le définit comme suit :

$$Re = \frac{Ul_b}{\nu}$$

Où :

$U$  est la vitesse moyenne du fluide en sortie de jet.

$l_b$  : est la dimension caractéristique de la buse.

$\nu$  : est la viscosité cinématique du fluide.

### 1.2. Développement naturel d'un jet libre

L'écoulement se développe en trois régions :

**Région 1** : elle se situe en sortie de buse, où les forces d'inertie sont prépondérantes par rapport aux forces de viscosité, on distingue dans cette région, une zone de forme conique où la vitesse axiale reste constante et égale à la vitesse moyenne de sortie, c'est ce qu'on appelle le cône potentiel (ou cœur potentiel). Tout autour du cœur potentiel se développe une région de mélange entre le fluide éjecté et celui ambiant (fig1.1).

**Région 2** : c'est une zone de transition, adjacente à la première et se développant dans la direction du jet, elle est caractérisée par des forces d'inertie qui sont du même ordre de grandeur que les forces de frottement, cela se traduit par :

- la diminution de la vitesse axiale à mesure que l'on se déplace dans la direction de l'écoulement ;
- la fusion de la zone de mélange sur l'axe et la totalité de l'écoulement participera donc au mélange avec le milieu ambiant.

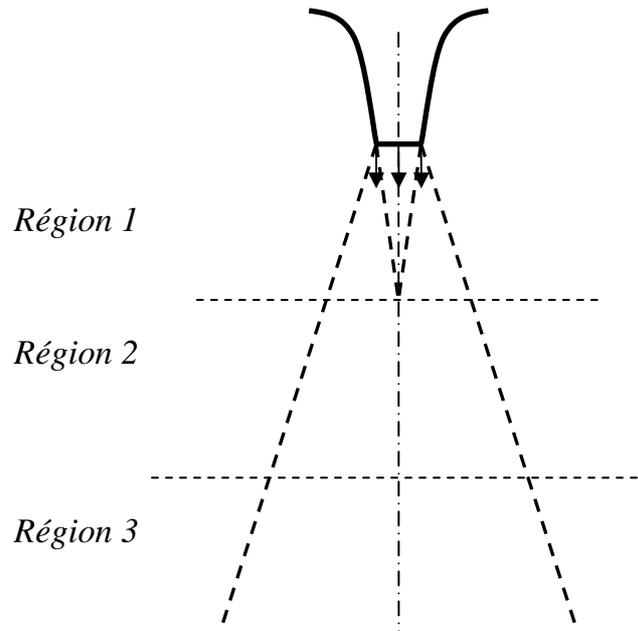


Fig1.1. développement d'un jet libre

**Région 3 :** c'est la zone du jet établi ou de quasi équilibre, caractérisée par des forces d'inertie négligeables devant les forces de frottement. Pour une valeur suffisante du nombre de Reynolds, le jet sera pleinement turbulent avec une intensité de turbulence constante sur l'axe.

### 1.3. Développement du jet impactant

Le jet impactant est une configuration d'écoulement simple, le fluide issu de la buse heurte, dans son écoulement, une plaque placée perpendiculairement ou inclinée par rapport à celui-ci. Différentes études ont identifié trois régions avec des caractéristiques d'écoulement distinctes (fig1.2) en régime laminaire ou en régime turbulent:

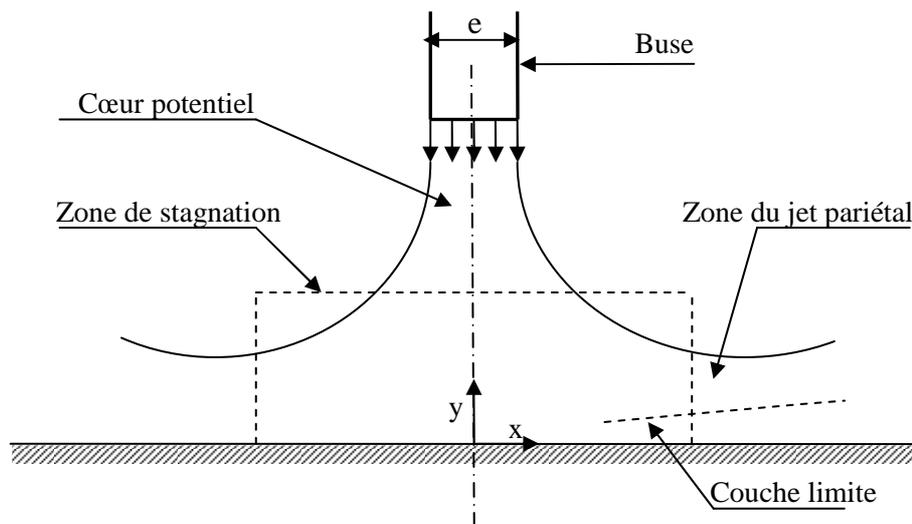


Fig1.2. développement d'un jet impactant

**Région 1 :** c'est la zone du jet libre ; elle est similaire à la région 1 du jet libre. Dans cette zone, la présence de la plaque n'affecte en rien l'écoulement, et le cœur potentiel subsiste ainsi que la zone de mélange.

**Région 2 :** appelée zone de stagnation, le développement du jet dans cette région, est perturbé ; on observe une augmentation de la pression locale et une diminution de la composante axiale de la vitesse jusqu'à son annulation à la paroi. La fin de cette zone est très importante du point de vue de transfert de chaleur vu la faible épaisseur de la couche limite à cet endroit.

**Région 3 :** l'écoulement est dévié ensuite, pour constituer ce qu'on appelle la zone du jet pariétal où se développe une couche limite laminaire au début et transitant vers un écoulement turbulent. La vitesse ainsi que les transferts de masse et de chaleur diminuent le long de la paroi.

#### 1.4. Etude bibliographique

Les problèmes des jets impactant sont d'une importance technologique considérable, car les jets impactant trouvent des applications dans des domaines variés tels que le

## Chapitre 1. Définitions et Généralités

refroidissement des aubes de turbines aéronautiques.... Dans la plupart des applications l'écoulement est turbulent de ce fait une multitude de travaux sur les jets a été réalisée dans ce sens, néanmoins une étude en régime laminaire est toute aussi intéressante, car il existe des applications dans lesquelles l'écoulement est laminaire telles que le refroidissement des composants électroniques et le traitement dans le domaine médical de l'atherogenesis (terme anglo-saxon). Cette étude est toute aussi intéressante d'un point de vue théorique du fait de l'existence d'un point d'inflexion dans le profil de vitesse [3]. Il est donc important de comprendre les caractéristiques d'un tel écoulement avant de procéder à toute étude sur les jets.

La première étude parue sur les jets impactant fût celle de Tetervin en 1948 [4,6], qui s'est intéressé à l'étude d'un jet plan impactant une plaque en régime laminaire, concluant que la vitesse ainsi que la croissance du jet pariétal (augmentation de l'épaisseur de la couche limite) variaient de façon proportionnelle à l'abscisse  $x$  affectée d'une puissance, appelée, l'exposant de similarité. Il a obtenu des profils de vitesses similaires en intégrant numériquement les équations régissant le mouvement. De ses résultats, Tetervin a prédit que l'épaisseur du jet pariétal allait croître proportionnellement à l'abscisse  $x$  puissance  $3/4$ , et que la vitesse va diminuer inversement à la distance radiale puissance  $1/2$ .

Plus tard en 1956, Glauert [5] a résolu analytiquement les équations de la couche limite pour le cas d'un jet plan et un jet axisymétrique et a obtenu des solutions similaires pour ces problèmes. Il a montré que, pour le cas d'un jet axisymétrique, la composante radiale de la vitesse, l'épaisseur de la couche limite, et la contrainte de cisaillement à la plaque varient, proportionnellement à la distance radiale exposant  $-3/2$ ,  $5/4$  et  $-11/4$  respectivement, il a montré en outre et en accord avec les résultats de Tetervin que ces exposants valent pour un jet plan  $-1/2$ ,  $3/4$  et  $-5/4$  respectivement. Il faut mentionner que la solution de Glauert n'a été validée qu'à de grandes distances à partir du point de stagnation, et que cette solution implique la connaissance d'une constante qu'on doit déterminer.

Mohan D.Deshpande et Ramesh N.Vaishnav en 1970 [4] ont résolu numériquement les équations de Navier-Stokes régissant l'écoulement d'un jet axisymétrique impactant une plaque, pour deux profils de vitesse en sortie de buse et pour deux rapports d'ouverture, la gamme entière de l'écoulement laminaire a été couverte pour le cas où  $H$  est pris égal à 4.

## Chapitre 1. Définitions et Généralités

La présence d'un tourbillon à de faibles nombres de Reynolds a menée à des remarques intéressantes. En effet, la contrainte de cisaillement sur la paroi est grandement influencée par la taille et la position du tourbillon. Dans un écoulement laminaire, la contrainte de cisaillement adimensionnelle  $\tau_w / (4\rho\bar{u}^2)$ , diminue en général avec l'augmentation du nombre de Reynolds, ceci est observé pour  $Re < 5$ . Cependant, pour  $Re > 5$  une grande quantité de fluide mis en circulation est très proche de la paroi. Ceci conduit à une augmentation de la contrainte de cisaillement. Le comportement usuel i.e. la diminution de la contrainte de cisaillement reprend lorsque  $Re > 100$ , à cause de la disparition du tourbillon.

Quand le profil de vitesse est plat, le jet transporte une quantité de mouvement et une énergie cinétique plus petites, pour le même débit massique comparé avec le jet à profil parabolique en sortie de buse. De plus, la quantité de mouvement et l'énergie cinétique sont réparties uniformément sur la plaque. Il en résulte, une valeur maximale de la contrainte de cisaillement plus petite, comparé à celle obtenue pour un jet à profil parabolique.

En 1970 Bajura et Szewczyk rapportent [3], les données expérimentales obtenues pour un jet plan pariétal, pour un régime laminaire à des nombres de Reynolds compris entre 270 et 770 dans une gamme de distances allant de 18 à 180 fois la hauteur de buse. Ils ont obtenu un profil de vitesse similaire aux différentes distances radiales. Ils ont trouvé, en accord avec les résultats de Glauert et de Tetervin, que la composante radiale de la vitesse, l'épaisseur de la couche limite sont proportionnelles à la distance radiale exposant  $-0,47$  avec un écart type  $\sigma = \pm 0,075$ ,  $0,76$  avec un écart type  $\sigma = \pm 0,066$  respectivement, donc ils ont bien vérifié expérimentalement les solutions théoriques obtenues par Glauert et Tetervin. Le nombre de Reynolds a été défini dans cette étude par rapport à la vitesse maximale en sortie de buse et à la hauteur de celle-ci.

---

## Chapitre 2

# Modélisation Mathématique

---

## Chapitre 2

# Modélisation Mathématique

### 2.1. Équations du mouvement

Soit l'écoulement d'un fluide visqueux et compressible dans un milieu rigide et de géométrie connue. Son mouvement est régi par les équations suivantes :

#### Equation de conservation de la masse

Elle est donnée par :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{Pour } i=1,2,3) \quad (2.1)$$

#### Équations du bilan de la quantité de mouvement

Les équations de conservation de la quantité de mouvement s'écrivent comme suit :

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + u_j \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i \quad (2.2)$$

Avec :

$p$  : pression du fluide ;

$f_i$  : forces volumiques ;

$\tau_{ij}$  : tenseur de contraintes visqueuses, il est donné par :

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \quad (2.3)$$

$\mu$  : viscosité dynamique du fluide.

$\delta_{ij}$  : symbole de Kronecker  $\begin{cases} \delta_{ij} = 1 & \text{si } i = j \\ \delta_{ij} = 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$

Dans un écoulement laminaire à grand nombre de Reynolds  $Re \gg 1$ , autour d'un solide, les termes de viscosité de l'équation du mouvement (équation (2.2)) ne sont à prendre en compte que dans une zone de petite épaisseur appelée *couche limite*, loin du corps et tant que l'écoulement incident n'est pas turbulent, les termes de forces de viscosité de l'équation du mouvement sont négligeables et l'écoulement a pratiquement le profil qui correspondrait à celui d'un fluide parfait. Le raccordement entre la solution d'écoulement de fluide parfait et la condition de vitesse nulle à la paroi se fait sur la dite *couche limite*, d'épaisseur d'autant plus petite que le nombre de Reynolds est grand.

## 2.2. Equations du mouvement dans la couche limite – théorie de Prandtl

On s'intéresse à présent à la détermination des équations du mouvement près d'une plaque plane pour un écoulement bidimensionnel stationnaire dans le plan (xOy), pour un écoulement extérieur potentiel  $U(x)$  qu'on supposera parallèle à la paroi. Le développement des équations du mouvement dans la couche limite pour un jet impactant est très similaire à celui de ce type de problème, à la différence des conditions aux limites.

La dimension caractéristique dans la direction parallèle à l'écoulement localement, en un point M, est de l'ordre de sa distance  $x$  à l'axe de la buse, tandis que la dimension caractéristique, perpendiculairement à l'écoulement est l'épaisseur locale de la couche limite  $\delta(x)$  qui est très inférieure à  $x$ , tout le raisonnement qui suit est basé sur l'existence de ces deux échelles de longueur très différentes suivant les directions parallèle et perpendiculaire à la paroi.

L'écoulement étant bidimensionnel et incompressible l'équation de conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{2.4}$$

## Chapitre 2. Modélisation Mathématique

Où  $u$  et  $v$  sont les composantes de la vitesse  $V$  du fluide respectivement dans les directions  $x$  et  $y$ , l'équation (2.4) montre que la vitesse perpendiculaire à la paroi est d'un ordre de grandeur inférieur à la composante parallèle.

$$v \approx u \frac{\delta(x)}{x} \approx \frac{u}{\sqrt{Re_x}} \ll u \quad (2.5)$$

On a également :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \approx \frac{u}{\delta^2(x)} \gg \frac{u}{x^2} \approx \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.6)$$

Ce qui permet de négliger ce dernier terme. En revanche, le terme  $v \frac{\partial u}{\partial y}$  est du même ordre de grandeur que  $u \frac{\partial u}{\partial x}$ .

$$v \frac{\partial u}{\partial y} \approx u \frac{\delta(x)}{x} \frac{u}{\delta(x)} = \frac{u^2}{x} \approx u \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.7)$$

Les composantes suivant  $Ox$  et  $Oy$  de l'équation de Navier-Stokes s'écrivent donc, en tenant compte de ces approximations :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.8)$$

Et

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad (2.9)$$

Comme  $v$  est petit devant  $u$ , les trois termes dans l'équation (2.9)  $u \frac{\partial v}{\partial x}$ ,  $v \frac{\partial v}{\partial y}$  et  $\nu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$  sont donc négligeables devant les trois termes correspondant dans l'équation (2.8), les variations de pression dans la direction  $y$  n'ont donc qu'une influence négligeable sur le profil de vitesse par rapport aux variations dans la direction  $x$  qui interviennent dans l'équation (2.8). On prendra donc :

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2.10)$$

## Chapitre 2. Modélisation Mathématique

D'où :

$$p = p(x) \quad (2.11)$$

En dehors de la couche limite, les effets de la viscosité sont négligeables, et on peut appliquer l'équation de Bernoulli comme pour un fluide parfait, soit :

$$p + \frac{1}{2} \rho U^2(x) = \text{constante} \quad (2.12)$$

Ou

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho U(x) \frac{\partial U(x)}{\partial x} = 0. \quad (2.13)$$

En combinant les équations (2.8) et (2.13), on obtient :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial u}{\partial y} = U(x) \frac{\partial U(x)}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \quad (2.14)$$

Nous nous sommes placés dans le cas où la vitesse  $U$  est constante (nulle) à l'extérieur de la couche limite ; le terme  $U(x) (\partial U(x)/\partial x)$  est donc nul, et  $\partial p/\partial x = 0$ .

En plus de l'équation (2.1), l'équation (2.11) devient :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \quad (2.15)$$

Donc résoudre les équations du mouvement dans le problème des jets impactant, revient à résoudre l'équation (2.15) sachant les conditions aux limites suivantes :

$$u = v = 0 \text{ pour } y = 0$$

$$u = 0 \text{ quand } y \text{ tend vers l'infini.}$$

Les équations de la couche limite ont été résolues analytiquement par Glauert en 1956 pour le cas d'un jet pariétal axisymétrique et un jet plan, en admettant l'existence d'une solution similaire.

Le profil de vitesse est dit autosimilaire si deux profils de la composante de vitesse  $u$  localisés en deux endroits différents  $x_1$  et  $x_2$ , diffèrent juste par un facteur d'échelle de  $u$  et de  $y$ . Mathématiquement cela se traduit par :

$$\frac{u\left(x_1, \frac{y}{h(x_1)}\right)}{U(x_1)} = \frac{u\left(x_2, \frac{y}{h(x_2)}\right)}{U(x_2)} \quad (2.16)$$

Où la vitesse  $U(x)$  est le facteur d'échelle utilisé pour la vitesse  $u$  tandis que  $h(x)$  représente le facteur d'échelle pour la distance  $y$  à partir de la plaque,  $h(x)$  doit être construite de façon à ce qu'elle soit proportionnelle à l'épaisseur de la couche limite notée  $\delta(x)$  [7].

Schlichting [7] a montré aussi que l'existence d'une solution similaire est assurée quand la distribution de la composante radiale de la vitesse  $u$  ainsi que celle de l'épaisseur de la couche limite  $\delta(x)$  sont proportionnelles à la distance de l'arc à partir du point de stagnation (dans ce problème c'est l'abscisse  $x$ ) puissance **a**, **b** respectivement.

$$u(x, y) \propto x^a \quad (2.17)$$

$$\delta(x) \propto x^b \quad (2.18)$$

Glauert a simplifié l'équation du mouvement (2.15) en l'équation différentielle ordinaire en introduisant un changement de variables, la fonction  $f$  dans l'équation (2.20) représente la fonction de courant:

$$f''' + ff'' + 2f'^2 = 0 \quad (2.20)$$

Avec les conditions aux limites :

$$f(0) = f'(0) = 0 \text{ pour } \eta = 0$$

et

$$f'(\infty) = 0 \text{ quand } \eta \rightarrow \infty$$

On procède maintenant à la résolution de l'équation (2.20) numériquement par la méthode de Range Kutta d'ordre 4 à l'aide d'un programme écrit sous Matlab (voir annexe B). On validera ensuite cette solution en revoyant les résultats obtenus par Glauert.

L'équation (2.20) est une équation différentielle ordinaire du troisième ordre, la résolution numérique impose la connaissance d'une troisième condition initiale sur  $f''$  en

## Chapitre 2. Modélisation Mathématique

plus de  $f(0) = f'(0) = 0$  (voir les conditions limites) On pose  $f''(0) = m$  (cette condition représente la contrainte de cisaillement à la plaque à une constante multiplicative près) où  $m$  est une constante que l'on déterminera par une méthode de tir, c'est à dire que l'on va effectuer des séries d'itérations pour déterminer  $f$ ,  $f'$  et  $f''$ , en vérifiant à chaque série d'itérations que  $f(\infty) = 1$  (une condition qu'on discutera plus tard), et que l'on incrémentera la constante  $m$  à chaque fois que cette condition n'est pas vérifiée à l'aide d'une interpolation linéaire du premier ordre. A la fin on trace le profil de la vitesse radiale adimensionnée  $u/U$  contre la distance à partir de la plaque adimensionnée  $y/\delta$  (voir fig.2.1).

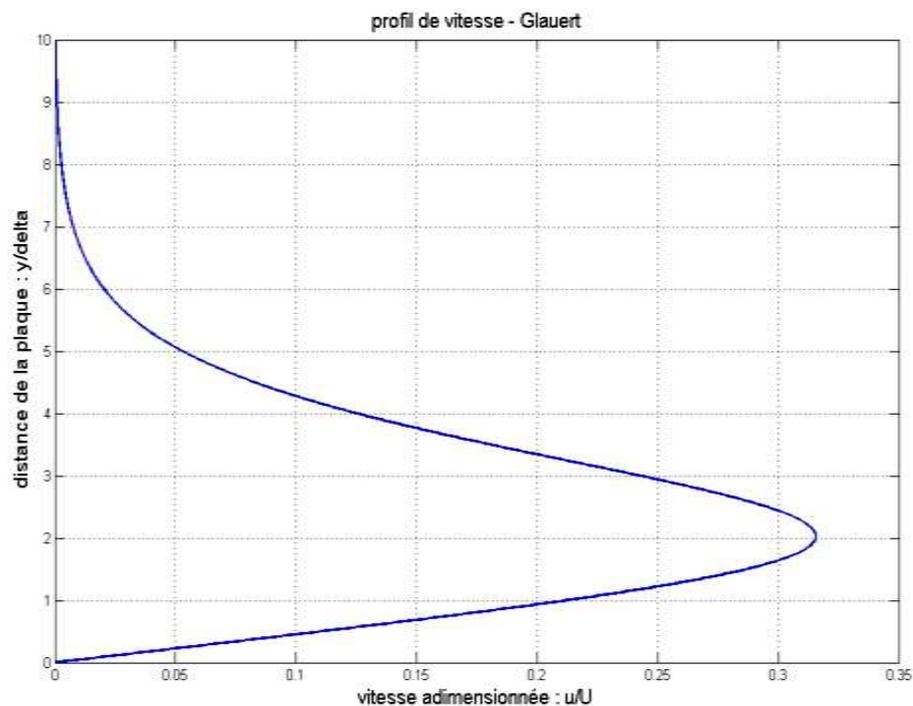


Fig2.1. Profil de la composante horizontale de la vitesse dans la zone du jet pariétal

On remarque que la vitesse est nulle sur la plaque (c'est la condition d'adhérence du fluide à celle-ci), elle est nulle loin de la plaque (fluide environnant au repos) assurée par la condition limite  $f'(\infty) = 0$ . Il faut noter que cette condition limite n'est vérifiée qu'à de grandes distances à partir du point de stagnation. On remarque aussi que la composante radiale adimensionnée de la vitesse passe par un maximum de l'ordre de 0,3156. Glauert avait trouvé que ce maximum était de 0,315.

De plus, à la fin des itérations, on trouve que  $f''(0) = m = 0,2228$ . Glauert a trouvé que  $f''(0) = 2/9$ . Donc le modèle numérique utilisé approche les résultats analytiques obtenus par Glauert avec une approximation acceptable.

Revenons maintenant à la condition limite  $f(\infty) = 1$  qu'avait posé Glauert, celle-ci n'affectera en rien la généralité de la solution, car on peut vérifier aisément que si  $f(\eta) = f_0(\eta)$  avec  $f_0(\infty) = 1$  est solution du problème alors  $f_1 = A \cdot f_0(A \cdot \eta)$  est aussi solution du problème,  $f_1$  vérifie aussi bien l'équation différentielle ordinaire (2.20) que les conditions limites, la seule différence, et c'est ce qui fait toute la difficulté du problème, réside dans la limite  $f_1(\infty) = A$ , une constante  $A$  qui doit être déterminée, autrement dit, il faut procéder au préalable à un calibrage pour déterminer la constante  $A$  afin de pouvoir exploiter la solution analytique de Glauert.

Ayant validé le modèle numérique pour la résolution de l'équation différentielle du mouvement, on peut introduire dès à présent l'équation de conservation de l'énergie, afin de déterminer le profil de température.

On procédera de la même manière que pour la résolution de l'équation de conservation de la quantité de mouvement, c'est-à-dire que l'on va introduire l'équation de conservation de l'énergie, utiliser des hypothèses simplificatrices, transformer à l'aide d'un changement de variables cette équation différentielle en une équation différentielle ordinaire, que l'on résoudra en utilisant le même schéma numérique.

### 2.3. Equation de conservation de l'énergie

L'équation de conservations de l'énergie est avec les hypothèses suivantes :

- l'écoulement est incompressible et stationnaire ;
- la viscosité, la conductivité thermique et la chaleur spécifique sont constantes ;
- la conduction thermique est négligeable dans la direction de l'écoulement (direction des  $x$ ) ;

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2.21)$$

## Chapitre 2. Modélisation Mathématique

Avec :

$$\alpha \left( = \frac{k}{\rho C_p} \right) : \text{La diffusivité thermique.}$$

En restant dans les mêmes changements de variables introduits par Glauert, on introduit un nouveau changement de variable :

$$g = \frac{\theta}{\theta_w} = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}$$

Avec :

$T_w$  : température de la paroi ;

$T_\infty$  : température du fluide à l'infini (température ambiante) ;

A l'aide de ces nouvelles variables, l'équation (2.21) devient :

$$g'' + \text{Pr} \cdot f \cdot g = 0 \tag{2.22}$$

Où :

$\text{Pr} \left( = \frac{\nu}{\alpha} \right)$  est le nombre de Prandtl, de l'ordre de 0,71 pour l'air.

Avec les conditions limites suivantes :

$T = T_w$  à la paroi, donc  $g = 1$  pour  $y=0$ .

$T = T_\infty$  à l'infini, donc  $g = 0$  quand  $y$  tend vers l'infini.

L'équation (2.22) est une équation différentielle ordinaire du deuxième ordre. On procède à la résolution numérique de cette dernière comme on l'a fait précédemment pour l'équation (2.20) il faut avoir une deuxième condition initiale (à la paroi) sur  $g'(0) = n$  en plus de la condition limite  $g(0) = 1$ , la condition  $g'(0) = n$  représente le gradient de température dans la direction des  $y$  (transversal) au niveau de la paroi, autrement dit elle représente le nombre de Nusselt à une constante multiplicative négative près, On déterminera  $n$  de la même façon que l'on a fait pour la constante  $m$  de l'équation (2.20). On trouve que  $n = -0,2903$ , le signe moins est dû au changement de variable défini

## Chapitre 2. Modélisation Mathématique

précédemment  $g = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}$ . Cette constante  $n$  aurait été positive si l'on avait pris comme

variable  $g = \frac{T - T_w}{T_\infty - T_w}$ .

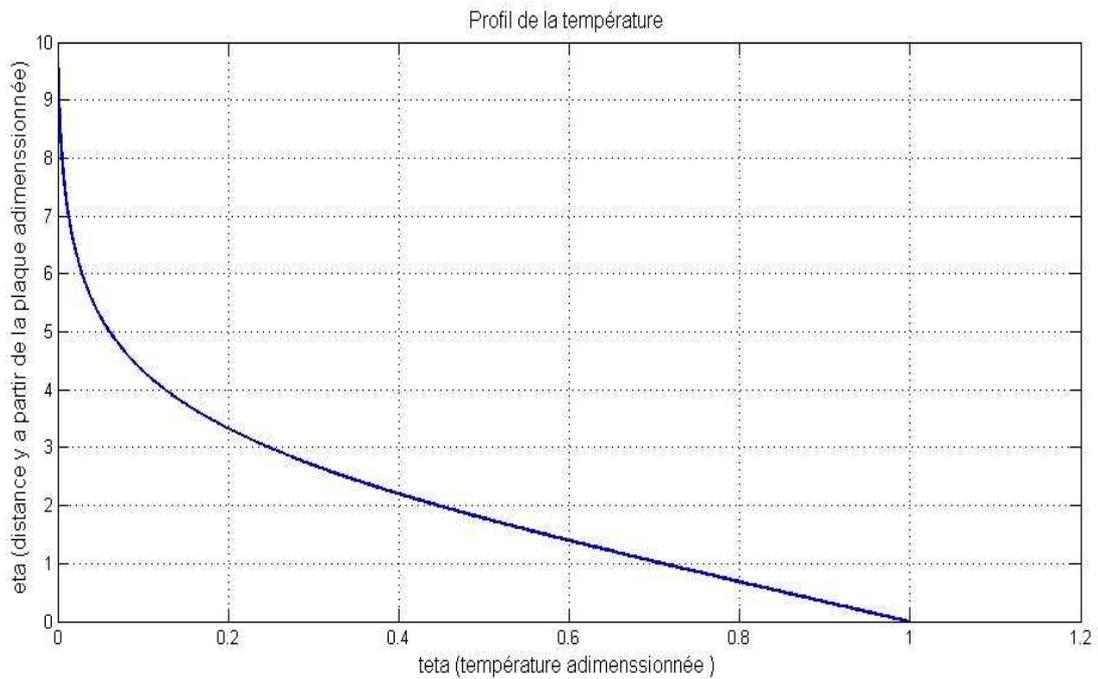


Fig2.2. Distribution de la température dans la zone du jet pariétal

On remarque que le profil de température est linéaire pour  $0 < \eta < 2$ , ensuite elle suit une tendance parabolique pour enfin s'annuler à  $\eta \approx 10$  (fig2.2).

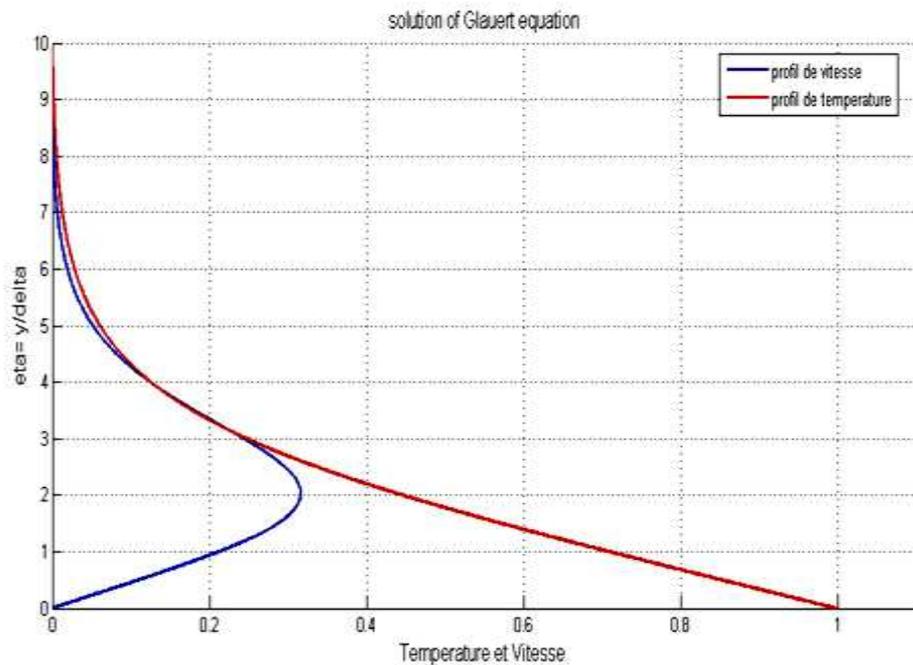


Fig2.3. Profil de vitesse et de température

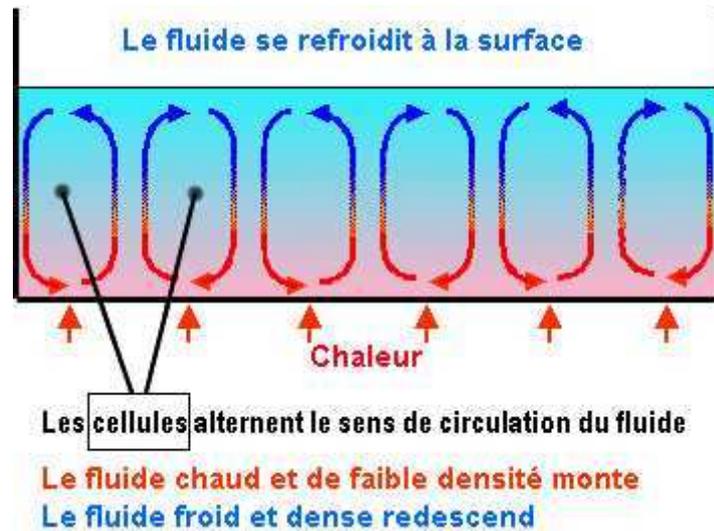
De la figure 2.3, nous pouvons voir que l'épaisseur de la couche limite thermique notée  $\delta_t$  est proportionnelle à l'épaisseur de la couche limite dynamique  $\delta$ .

## 2.4. Développement d'un modèle mathématique

### 2.4.1. Expérience de Bénard et cellules de convection

Les cellules de Bénard sont un concept apparaissant lors de l'étude de la convection. Elles sont obtenues par une expérience simple, réalisée par Henri Bénard, un physicien français en 1900. Ce sont des cellules de convection qui apparaissent spontanément dans un liquide quand on lui applique une source de chaleur extérieure.

Pour réaliser l'expérience, on dispose d'une couche de liquide, par exemple de l'eau, enfermée entre deux plaques parallèles. La hauteur de liquide doit être faible, comparée à la surface du récipient.



Ensuite, on commence à chauffer la paroi inférieure. Un flux d'énergie parcourt verticalement le liquide, par conduction thermique, et entre les deux plaques apparaît un gradient thermique linéaire.

Si l'on continue à augmenter la température de la plaque inférieure, un phénomène radicalement nouveau se produit : l'apparition de cellules de convection, c'est-à-dire de petits mouvements du liquide bien séparés les uns des autres. La taille de ces cellules est de l'ordre du millimètre. Le mouvement microscopique aléatoire s'ordonne ainsi spontanément à plus grande échelle et devient observable. Les cellules de convection sont stables, et leur sens de rotation est inverse pour deux cellules contigües dans le sens horizontal. Dans une cellule le liquide tourne dans le sens des aiguilles d'une montre, et dans le sens inverse à l'intérieur de la suivante.

En conséquence, On peut parfaitement prédire l'apparition des cellules de convection, mais absolument pas prévoir leur sens de rotation et on peut déduire que la température à laquelle la convection apparaît dépend de la viscosité du fluide, de sa conductivité thermique et des dimensions physiques de l'expérience.

Si l'on augmente davantage encore la température du plan inférieur, la structure devient très complexe, des turbulences apparaissent et le système devient chaotique.

#### 2.4.2. Nombre de Rayleigh

Le théoricien de la convection fut, au début du XX siècle, Lord Rayleigh. Parmi ses derniers travaux figure un article sur la convection, publié en 1916 où il tente d'expliquer

## Chapitre 2. Modélisation Mathématique

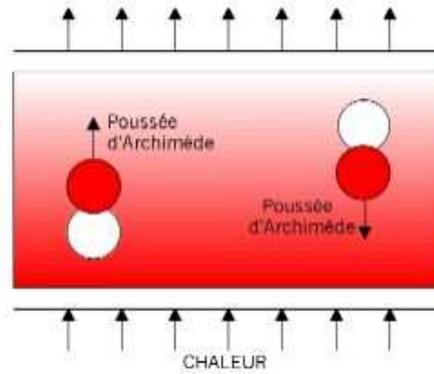
les résultats de Bénard. On sait maintenant que la théorie de Lord Rayleigh ne s'applique pas au système étudié par Bénard; néanmoins l'œuvre de Lord Rayleigh est le point de départ de la plupart des théories modernes sur la convection.

Nous pouvons présenter le premier modèle de convection que présenta Rayleigh : Il décrit une expérience modèle utilisant un fluide aux propriétés plus simple que celles des gaz ou liquides réels. Il considère une mince (beaucoup plus large que profonde) couche de fluide (ce qui permet de négliger les effets de bord) confiné entre deux plaques horizontales (Il n'y a donc pas de surface libre contrairement à l'expérience de Bénard). Il considère les hypothèses :

- la couche de fluide est infinie dans la direction horizontale ;
- la température est constante et uniforme sur chacune des plaques (chauffée par le bas et refroidie par le haut) ;
- le gradient de température dans le fluide est linéaire dans la direction verticale ;
- la gravité est la seule force agissant à l'intérieur du fluide et de plus le champ de gravité est uniforme à l'échelle de l'expérience ;
- le fluide est incompressible (ce qui est acceptable pour un liquide si la profondeur est faible) ;
- et, de plus, la seule propriété du fluide à être affectée par la variation de température est la densité (elle diminue si la température augmente :  $\frac{\partial \rho}{\partial T} < 0$ ).

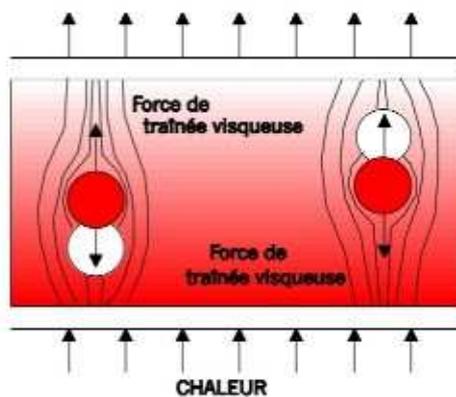
Une première analyse simple de l'expérience modèle que nous avons décrite plus haut est la suivante : on peut imaginer que le gradient de température qui s'établit à l'intérieur de la couche de fluide l'organise en couches de différentes températures (les plus chaudes en bas). Et dans ce cas, une simple fluctuation verticale de la position d'une particule fluide serait amplifiée par la poussée d'Archimède qui s'applique sur elle (la densité augmente avec la hauteur), aussi faible que soit le gradient de température.

## Chapitre 2. Modélisation Mathématique

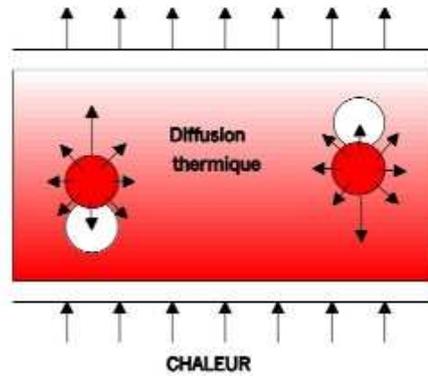


Or, l'apport principal de Rayleigh fut d'expliquer pourquoi le gradient de température doit dépasser un certain seuil pour déclencher le mouvement convectif.

Le premier paramètre à prendre en compte en plus de la poussée d'Archimède est la **traînée visqueuse** (ou, les force de frottement visqueux). Elle est dirigée dans la direction opposée au mouvement (et donc à la poussée d'Archimède), et sa grandeur est déterminée par une propriété intrinsèque du fluide : la viscosité.



Le second facteur qui s'oppose à la convection est la **diffusion de la chaleur**. En effet ce phénomène tend à réduire le gradient de température dans le fluide. En fait, si le temps caractéristique de diffusivité thermique est inférieur au temps nécessaire pour que la particule fluide se déplace d'une longueur caractéristique, alors le transport de la chaleur à travers la couche de fluide est assuré par conduction et diffusion, sans mouvement d'ensemble du fluide.



Lord Rayleigh montre qu'un écoulement convectif ne peut naître que si le gradient de température est suffisant pour vaincre les forces dissipatives (de traînée visqueuse et de diffusion de la chaleur). En d'autres termes, l'énergie potentielle gravitationnelle libérée par la chute du fluide plus dense et l'ascension du fluide plus léger doit être supérieure à l'énergie dissipée par traînée ou diffusion de la chaleur. La relation entre ces effets opposés s'exprime par un rapport sans dimension. Ce rapport s'appelle aujourd'hui le **nombre de Rayleigh** ; la convection démarre lorsque le nombre de Rayleigh dépasse une valeur critique.

Le nombre de Rayleigh a été défini à l'aide d'un rapport du produit du temps caractéristique de refroidissement par conduction et du temps caractéristique visqueux sur le carré du temps caractéristique pour que la particule fluide voyage. Le nombre de Rayleigh s'exprime comme suit :

$$Ra = Gr Pr = g \beta \frac{\Delta T}{\nu^2} L^3 \frac{\nu}{\alpha} \quad (2.23)$$

Où :

$Gr$  est le nombre de Grashof :

$$Gr = g \beta \frac{\Delta T}{\nu^2} L^3 \quad (2.24)$$

$$Ra = g \beta \frac{\Delta T}{\nu \alpha} L^3 \quad (2.25)$$

## Chapitre 2. Modélisation Mathématique

Or toute la contribution de Rayleigh était de montrer l'existence d'un nombre de Rayleigh critique qui correspond au gradient de température qui équilibre la poussée d'Archimède et les forces dissipatives.

Pour le problème du jet impactant, on admet donc l'existence d'un nombre de Rayleigh critique, à partir duquel va se créer des cellules de convection, autrement dit décollement de la couche limite. Une tentative de modélisation a été menée à l'UNIMECA où on essaie de trouver une loi qui régit le comportement du point de décollement en fonction de la température et du nombre de Reynolds.

Le point de départ de cette modélisation était de considérer que le nombre de Rayleigh est proportionnel au cube de l'épaisseur de la couche limite thermique  $\delta_t$ , et on écrit :

$$Ra_{cr} \propto \delta_t^3 \quad (2.26)$$

$$Ra_{cr} \propto g \beta \frac{\Delta T}{\nu \alpha} \delta_t^3 \quad (2.27)$$

Or on sait que l'épaisseur de la couche limite thermique est proportionnelle à l'épaisseur de la couche limite dynamique, ce qui nous permet de remplacer l'expression de  $\delta_t$  par  $\delta$ , dans la formulation du nombre de Rayleigh critique.

$$Ra_{cr} \propto g \beta \frac{\Delta T}{\nu \alpha} \delta^3 \quad (2.28)$$

Donc la résolution du problème revient à trouver une loi qui lie, le lieu de décollement à la température et au nombre de Reynolds basée sur la vitesse en sortie de buse. Pour se faire, on peut déjà tirer des lois de corrélations à partir de l'expérience, et vérifier s'il y a concordance entre ces lois de corrélations et le modèle mathématique défini précédemment.

Dans le modèle mathématique, l'approximation (2.28) on trouve l'expression de la température, dans les deux termes  $\Delta T$  et  $\beta$ .

On suppose que l'air est un gaz parfait, ce qui nous permet d'écrire que  $\beta = \frac{1}{T}$ , l'expression de Rayleigh critique devient dans ce cas :

$$Ra_{cr} \propto g \frac{1}{T} \frac{(T_w - T_\infty)}{\nu\alpha} \delta^3 \quad (2.29)$$

Reste à introduire le nombre de Reynolds  $Re$  et l'abscisse du point de décollement  $x$ . A l'évidence, c'est dans l'expression de l'épaisseur de la couche limite dynamique  $\delta$  qu'apparaîtront ces deux termes.

## 2.5. Conclusion

Nous avons établi dans ce chapitre, les équations générales régissant l'écoulement d'un fluide en régime laminaire. Nous nous sommes introduit à la formulation des équations du mouvement dans les couches limites laminares. Nous avons simplifié les équations du mouvement en nous basant sur l'étude d'un écoulement incident avec une vitesse extérieure  $U$ . Nous nous sommes servi du modèle numérique de Range Kutta d'ordre 4 pour résoudre l'équation du mouvement donnée par Glauert dans son étude du jet impactant. Ce modèle numérique nous a permis de résoudre l'équation de conservation d'énergie et nous avons pu tracer le profil de température.

Nous avons présenté brièvement l'expérience de Bénard, les cellules de convection, et l'expérience qu'a introduite Rayleigh pour tenter d'expliquer ce phénomène. Nous allons nous servir du concept du nombre de Rayleigh critique pour expliquer et quantifier le décollement.

Pour la suite de notre étude, nous essayerons de trouver des lois de corrélation sur l'évolution du point de décollement en fonction des deux paramètres, à savoir, le nombre de Reynolds et la température de la plaque.

---

Chapitre 3

# Etude Expérimentale

---

## Chapitre 3

# Etude Expérimentale

Parmi les diverses applications des jets impactant, le refroidissement est celui qui nous intéresse le plus. Lorsqu'on envoie de l'air à basse température sur une plaque chauffée, le refroidissement de la plaque va augmenter sa température. Ce phénomène engendre une interaction entre les forces de flottabilité et les forces de viscosité. Les forces de flottabilité devenant prépondérantes entraînent le fluide au décollement. Le décollement du fluide réduit la surface de contact entre le fluide et la plaque et ainsi altère le transfert de chaleur. Il est primordial donc d'étudier ce phénomène et d'essayer de le quantifier.

Dans ce qui suit, nous décrirons l'appareillage et le montage expérimental. On effectuera une visualisation par tomographie laser, d'où on tirera des lois de corrélation pour déterminer la coordonnée du point de décollement  $x$ .

Les paramètres qui ont été retenus pour cette étude sont :

- la distance buse-plaque ou le rapport d'ouverture  $H/e$ , où  $H$  est la hauteur de la buse et  $e$  est l'épaisseur de la buse ;
- la température de la plaque ;
- le régime d'écoulement ( $Re$ ).

### 3.1. Montage expérimental :



Fig3.1. dispositif expérimental de base

Le dispositif expérimental de base se compose des éléments suivants :

**- la buse d'éjection :**

C'est une buse en **PVC** d'une longueur de 560 mm et d'un diamètre intérieur de 25 mm, placée verticalement sur un banc d'essai et reliée à un réseau d'air comprimé par un tuyau souple. A son extrémité est placé un embout profilé de forme rectangulaire de dimensions  $56 \times 6 \text{ mm}^2$ . La distance buse plaque est réglable à l'aide d'un système de fixation.

**- la plaque cible :**

De dimensions  $210 \times 170 \times 8 \text{ mm}^3$  et placée orthogonalement au jet à une distance H. Elle est en cuivre pour son importante conductivité thermique, essentielle pour avoir une température constante sur toute la surface de la plaque. La plaque est chauffée à l'aide d'une résistance électrique, reliée à un système de régulation, qui est commandé à travers un thermocouple placé sur une des surfaces latérales de la plaque, ce qui permet de garder la température de la plaque constante.



Fig3.2. plaque cible

- **le système d'ensemencement :**

L'appareillage se compose de :

- d'une réserve de glycérine ;
- d'un manomètre permettant de régler la pression d'entrée d'air dans l'ensemencement ;
- de deux conduites parallèles, commandées par deux vannes, afin de régler la proportion d'ensemencement de l'air ;

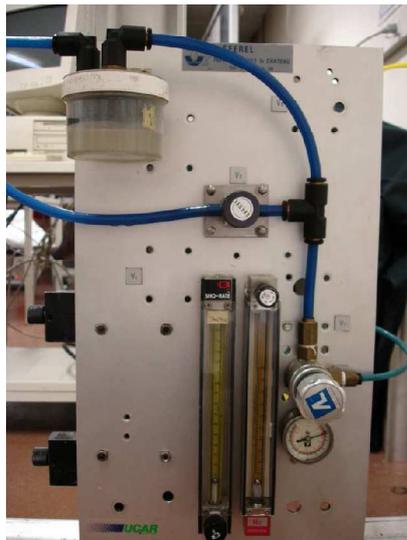


Fig3.3. Système d'ensemencement

- **le débitmètre et le manomètre**, le système comporte deux débits mètres à flotteur, l'un pour les faibles débits et l'autre pour les grands débits. Ce sont des débitmètres à eau, dont le flotteur est en tantale. Les débitmètres sont reliés à un manomètre permettant de régler la pression d'air y entrant.

### 3.2. Visualisation par tomographie Laser :

On effectue une série de visualisations par tomographie laser. Ceci consiste en la création d'un plan laser, qui est traversé par le fluide éjecté de la buse. Ce même fluide contient des traceurs qui diffusent la lumière lors de leurs passages par le plan laser. Ainsi on peut les distinguer du milieu ambiant qui ne contient pas de traceur. L'éclairage étant non intrusive, il ne perturbe en rien l'écoulement

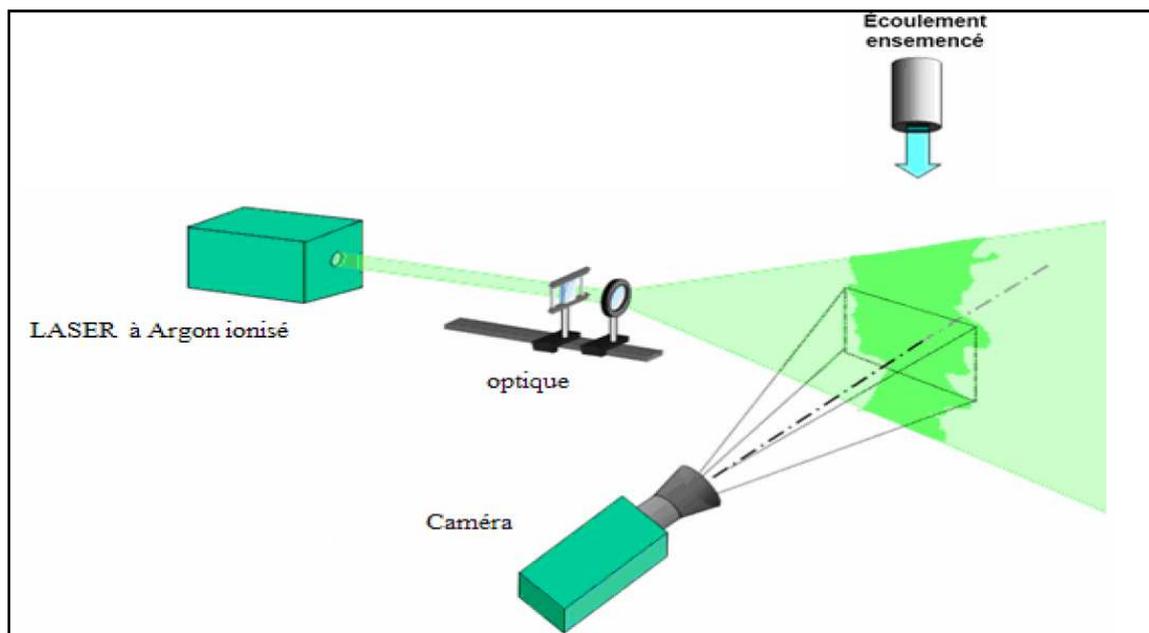


Fig.3.4. schéma descriptif de la visualisation par tomographie laser

Pour les visualisations, on a utilisé un laser, ayant les propriétés suivantes :

- laser à argon ionisé ;
- longueur d'onde 514 nm (lumière verte) ;
- diamètre du faisceau 5 mm ;
- puissance maximale 5 Watts ;
- classe IV.

### Chapitre 3. Etude Expérimentale

Le laser est relié à une fibre optique qui achemine le rayon lumineux jusqu'au dispositif expérimental grâce à un embout placé au bout de la fibre, ce qui permet de créer le plan laser qu'on projette dans l'axe de la buse.

Des visualisations ont été effectuées, en faisant varier les trois paramètres cités précédemment à savoir le nombre de Reynolds, la température et la hauteur de buse.

$Re = 62 ; 83 ; 104 ; 125 ; 145.$

$T(^{\circ}C) = 30 ; 40 ; 50 ; 60 ; 70 ; 80 ; 90.$

$H/e = 1 ; 2 ; 3.$

L'objectif donc de cette étude est de parvenir à caractériser le lieu de décollement de la couche limite en fonction de ces trois paramètres.

Pour mener à bien cette étude, un dispositif expérimental a été conçu à l'UNIMECA, où de l'air ambiant dont le débit est contrôlé à l'aide d'un débitmètre d'une précision de 0,5 L/min, est acheminé vers la plaque de manière à l'impacter perpendiculairement ; celui-ci s'épanouit alors sur la plaque chauffée avec augmentation de sa température.

La détermination directe du lieu de décollement lors de l'écoulement reste délicate à l'œil du fait que le critère visuel n'est pas assez fiable. Pour améliorer ces interprétations, on suit la procédure suivante :

- Acquisition des images (séries de six à neuf images à chaque visualisation) ;
- Détermination de la coordonnée du point de décollement en pixels à l'aide d'un programme *MATLAB* conçu à l'UNIMECA [8] par un clic de la souris ;
- Calibrage des pixels en distance réelle (à refaire pour chaque mise au point de l'appareil photo) (*Voir annexe C*) ;
- Calcul de la moyenne des abscisses de décollement pour chaque série d'images.

Dans ces investigations expérimentales le lieu de décollement est mis en évidence par tomographie laser ; un plan laser éclaire l'écoulement en passant par l'axe de la buse (dans le sens de sa longueur) de manière à avoir une coupe transversale. Ces visualisations sont

## Chapitre 3. Etude Expérimentale

faites à l'aide d'un appareil photo numérique dont le champ de visée est perpendiculaire au plan.

De marque FUJIFILM FinePix S9500, l'appareil est calibré à une résolution de 1600\*1200. Le temps de pose est de 0,2 seconde, soit le cinquième.

Ce temps de pose est relativement élevé, cependant nous optons pour cette configuration, car on travaille dans un régime supposé permanent d'un côté et d'un autre côté, un temps de pose élevé permet de capter plus de lumière vu qu'on effectue nos visualisations dans le noir (où la seule source de lumière étant le plan laser).

On a utilisé aussi une ouverture focale  $f/4.5$ . Sur cet appareil l'ouverture maximale est de  $f/3.7$  qui permet de capter le plus de lumière. Cependant une ouverture de  $f/4.5$  donne aussi de bonnes images et nous permet de distinguer le point de décollement.

Puisqu'on détermine le point de décollement en pixel, l'erreur commise ou l'incertitude est de plus ou moins un pixel, ce qui fait en longueur pour la résolution choisie plus ou moins 0,1088 mm.

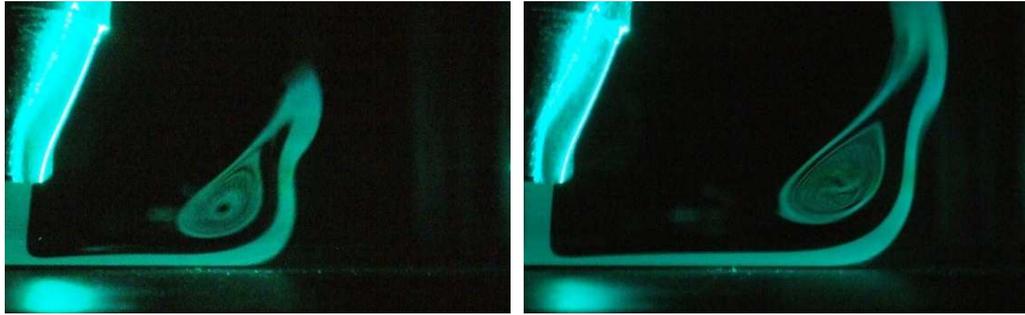
### **3.2.1. Influence du nombre de Reynolds :**

En faisant varier le nombre de Reynolds, nous remarquons que l'écoulement est presque parallèle à l'axe du jet en sortie de la buse quelque soit le Reynolds. Après avoir atteint la plaque, l'écoulement est dévié et se transforme en jet pariétal. Il évolue sur la plaque en oscillant en surface.

L'écoulement pariétal est en contact avec la plaque, sa température augmente. Ceci entraîne la diminution de sa densité. Il apparaît alors des effets de flottabilité qui feront décoller le fluide de la surface de la plaque.

L'air remonte alors jusqu'à des zones plus froides, puis, retombe jusqu'à une distance suffisante de la plaque pour se réchauffer de nouveau. Cet écoulement descendant est entraîné à la fois par le jet pariétal et par le jet principal ce qui provoque son enroulement en tourbillons.

On remarque que le point de décollement s'éloigne du point d'arrêt lorsque le nombre de Reynolds augmente. En effet lorsque l'on augmente le nombre de Reynolds pour une même température, les forces d'inertie deviennent prépondérantes devant les forces de flottabilité, donc l'écoulement décollera à un point éloigné du point de stagnation.



H=3, Re = 83, T=30°C

H=3, Re = 104, T=30°C

Fig3.5. Influence du nombre de Reynolds sur le point de décollement

Nous avons pu tracer ensuite les courbes de tendances du point de décollement en fonction du nombre de Reynolds pour différentes températures et hauteurs. Les figures (3.6), (3.7) et (3.8) montrent l'évolution du point de décollement en fonction du nombre de Reynolds pour différentes températures de la plaque cible. Et pour chaque température de plaque, on détermine la corrélation qui lie le point de décollement au nombre de Reynolds.

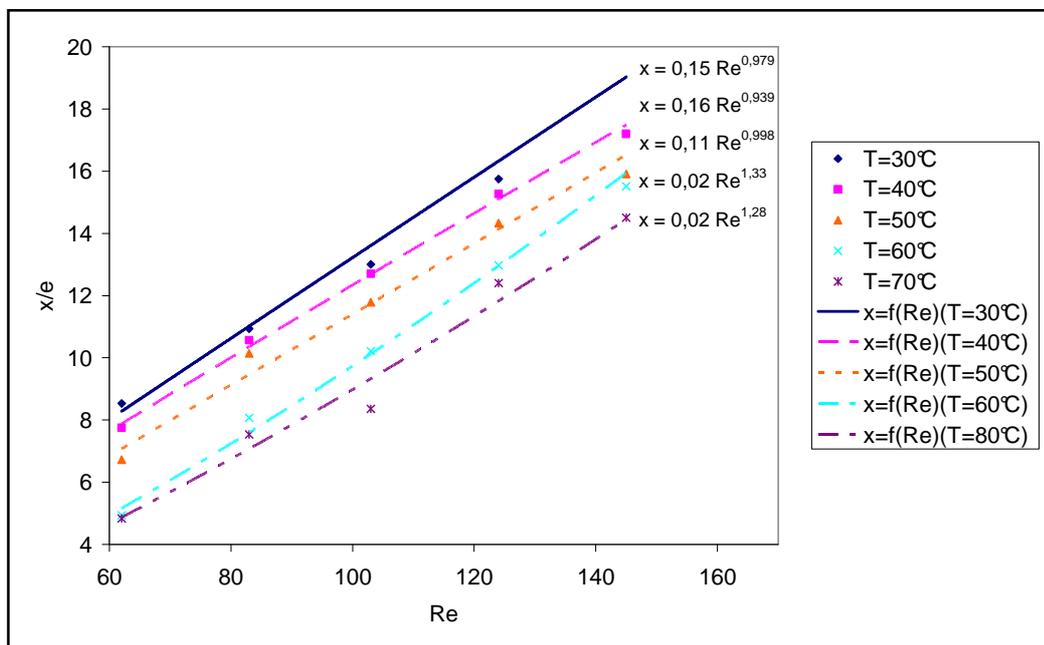


Fig3.6. Évolution du point de décollement en fonction du nombre de Reynolds pour une hauteur H=e

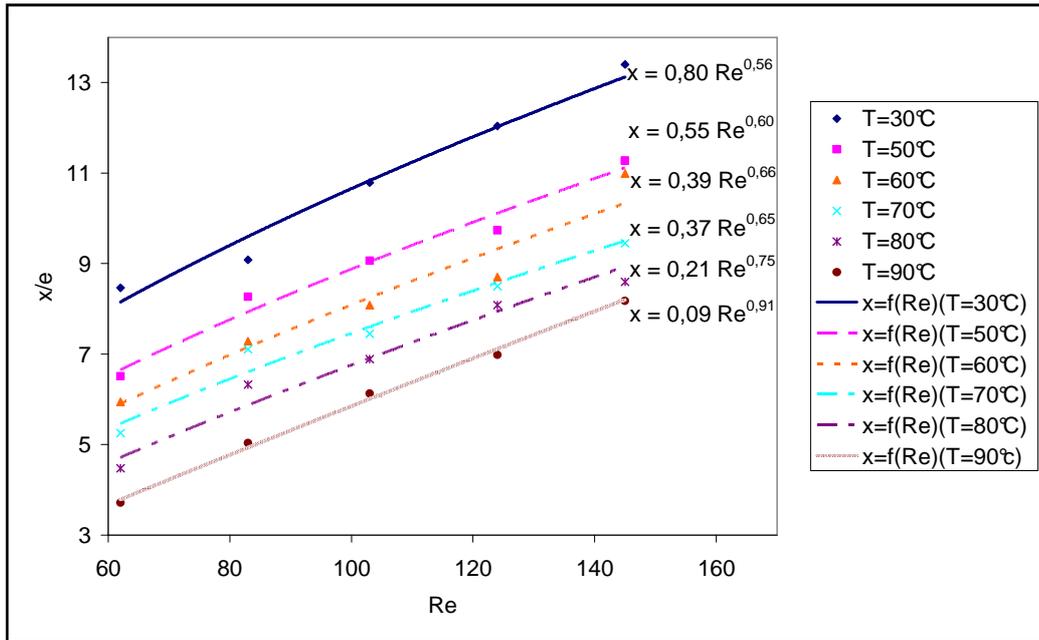


Fig3.7. Évolution du point de décollement en fonction du nombre de Reynolds pour une hauteur  $H=2e$

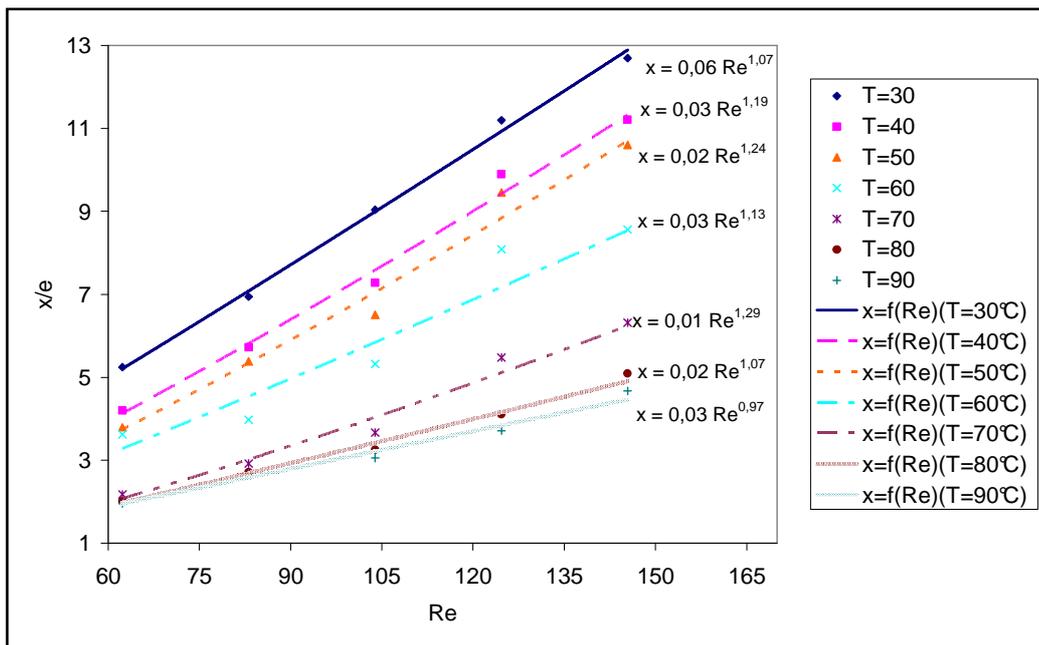


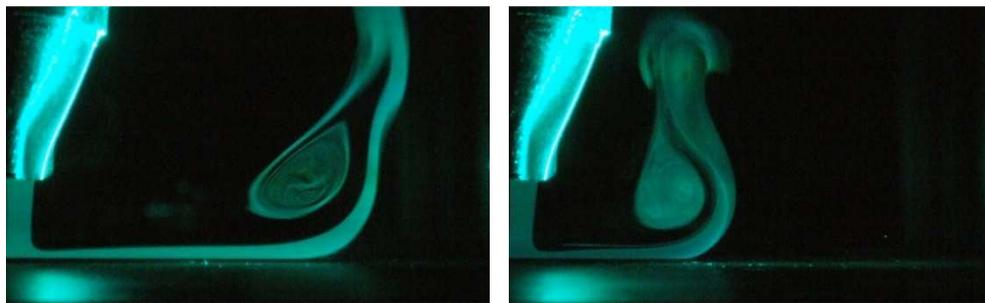
Fig3.8. Evolution du point de décollement en fonction du nombre de Reynolds pour une hauteur  $H=3e$

On notera que lors de cette expérience, on a rencontré quelques problèmes à de grands débits. Or on ne peut atteindre de grands débits sans diminuer la proportion d'air

passant par l'ensemenceur, ce qui réduira le nombre de traceurs dans l'écoulement et altérera nos visualisations à cause de la diminution de la diffusion lumineuse.

### 3.2.2. Influence de la température :

On observe que, inversement à l'influence du nombre de Reynolds, une grande température tend à rapprocher le point de décollement du point de stagnation. Ceci est dû, à l'augmentation des forces de flottabilité.



H=3, Re = 104, T=30°C

H=3, Re = 104, T=50°C

Fig3.9. Influence de la température sur le point de décollement

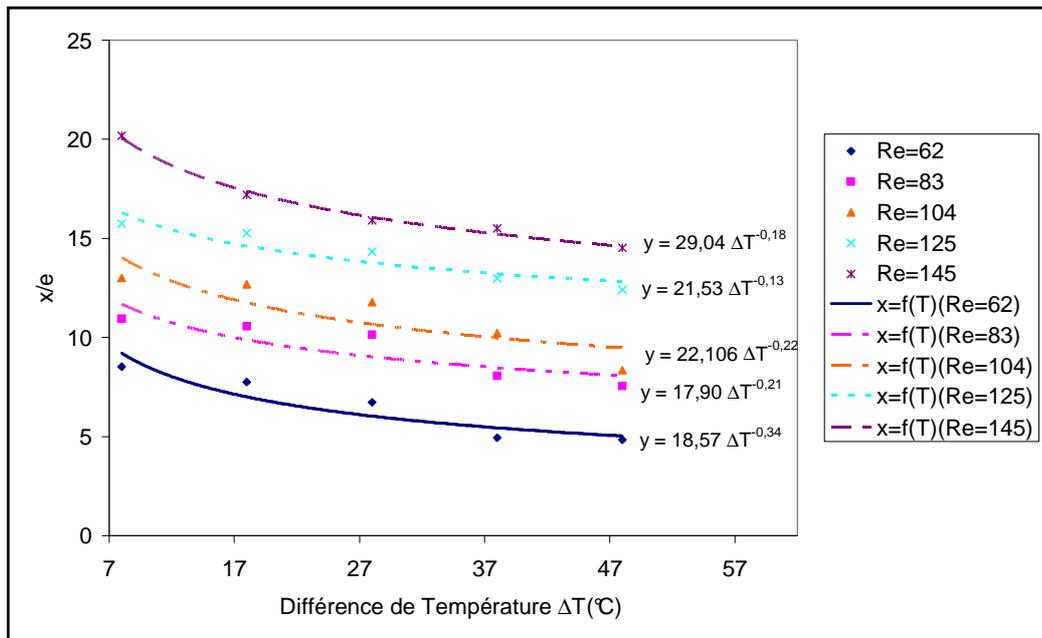


Fig3.10. Évolution du point de décollement en fonction de la différence de température pour une hauteur H=e

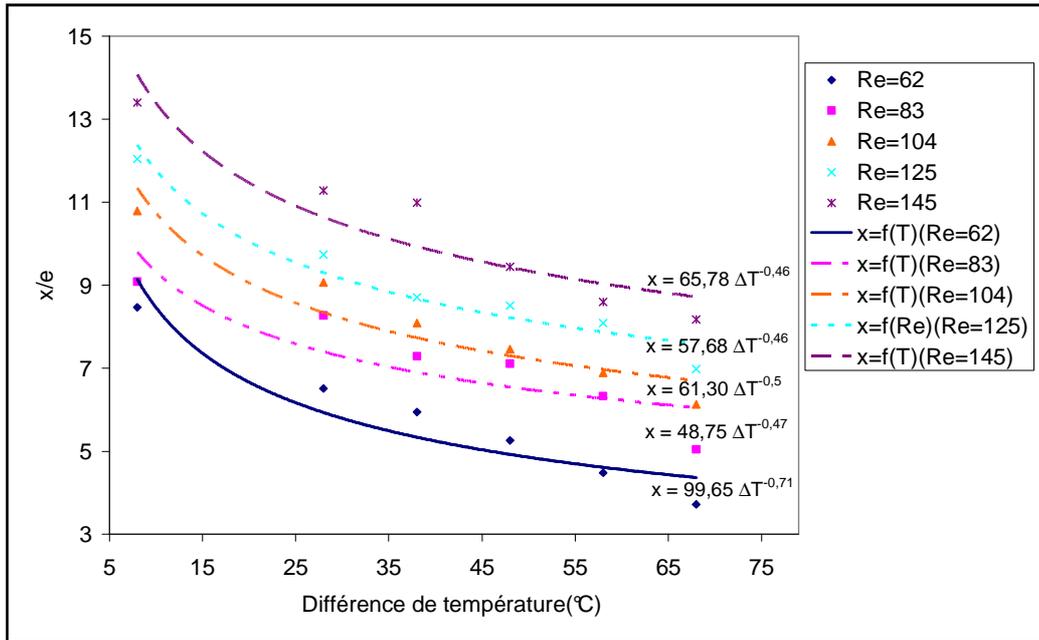


Fig3.11. Évolution du point de décollement en fonction de la température pour une hauteur  $H=2e$

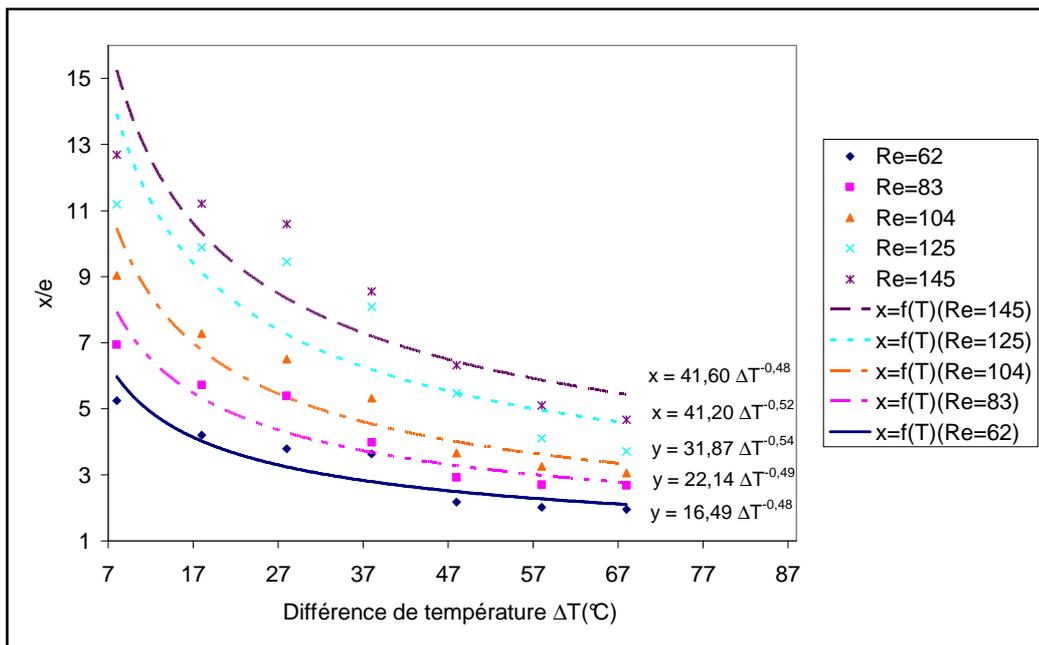


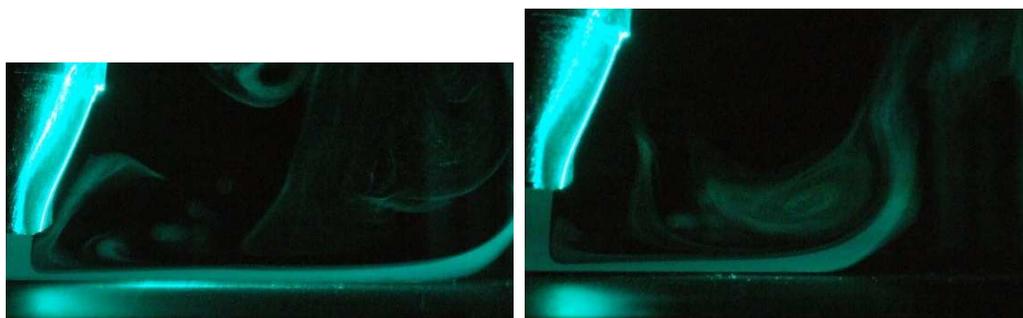
Fig3.12. Evolution du point de décollement en fonction de la température pour une hauteur  $H=3e$

Pour de grandes températures et à de faibles nombres de Reynolds, les forces de flottabilité sont prépondérantes devant les forces d'inertie ce qui conduit à une dispersion des traceurs contenus dans le fluide dans le milieu ambiant par convection libre, ce qui

peut altérer la visualisation. Ceci est particulièrement vu pour un grand rapport d'ouverture ( $H=3e$ )

### 3.2.3. Influence de la distance buse plaque :

On a remarqué que, l'augmentation du rapport d'ouverture avait tendance à rapprocher le point de décollement de l'axe de la buse, ceci peut s'expliquer en revoyant la géométrie d'un jet libre, car lorsqu'on s'éloigne de la plaque, on imagine que la troisième région de la configuration d'un jet libre (tout l'écoulement participe au mélange avec le milieu ambiant) est établie avant que le fluide n'atteigne la plaque, dans ce cas, la vitesse axiale est très faibles, et ainsi les forces de flottabilité sont prépondérantes.



$H=2$ ,  $T=30^{\circ}\text{C}$ ,  $\text{Re} = 125$

$H=3$ ,  $T=30^{\circ}\text{C}$ ,  $\text{Re} = 125$

Fig3.14. Influence de la hauteur sur le point de décollement

Nous avons pu tirer des corrélations de l'évolution du point de décollement en fonction de la température pour différents nombres de Reynolds et en fonction du nombre de Reynolds pour différentes températures, en faisant une moyenne sur les exposants pour chaque graphe, nous obtenons :

Hauteur de buse	En fonction du nombre de Reynolds	En fonction de la température de la plaque
$H = e$	$x = 1,27 \text{Re}^{0,98}$	$x = 21,83 \Delta T^{-0,22}$
$H = 2e$	$x = 2,41 \text{Re}^{0,69}$	$x = 19,12 \Delta T^{-0,25}$
$H = 3e$	$x = 0,18 \text{Re}^{1,14}$	$x = 30,66 \Delta T^{-0,50}$

Tab 3.1. Corrélations de l'abscisse de décollement

### Chapitre 3. Etude Expérimentale

On admettra pour l'instant que ces lois sont justes et qu'elles rendent compte au mieux du comportement du jet dans la zone du jet pariétal et qu'elles donnent avec précision l'évolution du point de décollement en fonction du nombre de Reynolds et de la température.

On essayera pour la suite de l'étude, de compléter le modèle mathématique introduit au chapitre 2 et de le parfaire, on le comparera ensuite aux résultats expérimentaux et on en tirera des conclusions.

Nous devons tout de même nous rappeler que dans notre étude on suppose un jet plan, et que pour cela le rapport d'allongement de la buse doit être au minimum de l'ordre de 20, alors que dans notre travail expérimental, ce rapport est égal à 9, ce qui est compromettant car dans ce cas nous devons prendre en compte l'effet de bord.

Aussi, dans nos mesures, on s'est servi d'un programme pour déterminer le point de décollement au cliqué, c'est-à-dire que c'est à l'œil que l'on détermine la coordonnée du point de décollement, ce qui va porter atteinte à la crédibilité de nos résultats expérimentaux.

Néanmoins, la coordonnée du point de décollement est calculée en moyenne sur la base de 6 à 9 photographies par série, donc 6 à 9 points, ce qui minimise l'erreur, mais il aurait été préférable de procéder à une moyenne d'un nombre de photos bien plus grand, ce qui nous permettrait de trouver une loi normale (une moyenne juste avec un écart type).

Sans oublier que, quelques détails techniques ont parfois perturbé notre travail :

- La variation du débit provoquée par des variations dans le réseau d'air comprimé ;
- Des problèmes d'ensemencement pour les forts Reynolds ; on ne peut pas atteindre un débit important sans diminuer la proportion d'air passant par l'ensemenceur d'où, la diminution du nombre de traceurs dans le fluide et donc une diffusion lumineuse réduite ;
- Les tourbillons créés par l'écoulement ainsi que les effets de flottabilité dispersent les particules dans l'air environnant, ce qui nuit à la netteté de la visualisation.

### **3.3. Conclusion**

Après nos mesures nous avons remarqué que le véritable paramètre qui régit l'écoulement est le rapport forces d'inertie sur les forces de flottabilité. Ce rapport augmente avec l'augmentation du régime d'écoulement, diminue avec l'augmentation de la température et la hauteur de buse.

Nous avons pu observer, le développement dans l'espace d'un jet impactant et distinguer les trois zones, à savoir, la zone du et libre, la zone de stagnation et la zone du jet pariétal.

A l'aide d'une routine écrite sous MATLAB, nous avons pu traiter les images numériquement et avons fait ressortir la coordonnée du lieu de décollement dans chaque série et ainsi nous avons pu faire ressortir des corrélations donnant l'évolution du lieu de décollement en fonction des deux paramètres, le nombre de Reynolds et la température.

---

Chapitre 4

Etude Numérique

---

## Chapitre 4

# Etude numérique

### 4.1. Introduction

FLUENT est un logiciel de calcul d'écoulement (pour modéliser les écoulements de fluides et les transferts de chaleur). Cet outil est utilisé dans l'industrie automobile, dans l'aéronautique...etc.

FLEUNT est écrit en langage C et utilise pleinement la puissance qu'offre ce langage. En outre, et pour une exécution plus efficace, il utilise une architecture qui lui permet de s'exécuter en plusieurs processus simultanément, sur le même poste de travail ou sur plusieurs postes.

Ce code de calcul utilise la méthode des volumes finis comme procédé de discrétisation. Les équations intégrales qui régissent l'écoulement telles que l'équation de conservation de la masse, l'équation de conservation de la quantité de mouvement et l'équation de l'énergie sont résolues à l'aide de cette méthode. Pour cela **FLUENT** est programmé pour passer par les étapes suivantes :

- division du domaine en volumes de contrôle discrets en utilisant un maillage ;
- intégration des équations différentielles sur les volumes de contrôle individuels, afin de construire les équations algébriques pour les variables telles que la vitesse, la pression...etc.

## Chapitre 4. Etude Numérique

- linéarisation des équations discrétisées et résolution du système d'équations linéaires algébriques résultant en utilisant la méthode de Gauss-Seidel.

Comme tout logiciel de CFD, **Fluent** est composé de trois éléments :

Le pré-processeur, le solveur, et le post-processeur :

1. la définition du problème s'effectue à l'aide du pré-processeur GAMBIT. Cette définition consiste à créer la géométrie du système, discrétiser le domaine en proposant plusieurs algorithmes de maillages en deux ou trois dimensions selon la géométrie, de définir les types de conditions limites aux frontières du domaine et de spécifier le type de matériau utilisé (fluide ou solide) ;
2. le solveur qui permet de définir numériquement les conditions opératoires (pression, température ambiante, gravité) dans lesquelles sont effectuées les simulations et de définir les conditions aux limites (il offre même la possibilité de revenir sur les types de conditions aux limites déjà définies et créées sur GAMBIT). Il effectue la résolution numérique des équations du mouvement (équations de continuité, de la quantité de mouvement et de la chaleur) en suivant la méthode de Gauss-Seidel ;
3. le poste processeur qui permet de visualiser la géométrie et le maillage du domaine mais surtout d'afficher les résultats obtenus, car FLUENT offre la possibilité de visualiser à partir du menu DISPLAY les champs de vitesse, de pression, de température, calculés sur un segment de droite, une section du domaine ou sur la totalité du domaine d'étude. Il est aussi possible de tracer des courbes et profils de certaines variables sur des droites définies au préalable sur FLUENT, et d'exporter les résultats numériques dans différents formats de fichiers exploitables.

### 4.2. Application au jet plan impactant

Pour réaliser les simulations on procède tout d'abord à la création du domaine d'étude et à la discrétisation de ce domaine sur Gambit.

## Chapitre 4. Etude Numérique

Pour les types de maillage, GAMBIT offre des formes de cellules quadrilatérales ou triangulaires ou les deux à la fois pour des géométries en deux dimensions, et des cellules tétraédriques, hexaédriques, pyramidales et parallélépipédiques pour des géométries en trois dimensions.

Le domaine a été discrétisé en trois surfaces, afin de pouvoir appliquer au domaine un maillage structuré, composé de quadrilatères. Ceci permet de minimiser le nombre de cellules, et par conséquent le temps de calcul.

Le maillage a été réalisé avec un pas variable, se resserrant dans les zones particulières, où on enregistre des gradient importants (vitesse, pression...etc), telles que la zone de stagnation, la zone du jet pariétal et spécialement près de la plaque où l'on a procédé a un maillage de type BOUNDARY LAYER pour bien cerner les phénomènes qui ont lieu au niveau de la couche limite.

### 4.3. Conditions aux limites

Dans ce qui suit, nous définissons les types, les critères et les choix de conditions aux limites introduits sur le préprocesseur GAMBIT. Sur celui-ci on peut spécifier seulement le type de conditions aux limites. Aucune valeur numérique n'est introduite, seul le solveur permet d'introduire ces valeurs, et même de changer le type de conditions limites.

**Symmetry** : l'écoulement étant symétrique, il est inutile de modéliser tout le domaine, car cela ne ferait qu'augmenter le nombre de mailles et par conséquent le temps de calcul. La condition SYMMETRY représente un axe de symétrie et garantit que la composante de vitesse normale à la surface sur laquelle elle est imposée soit nulle.

**Velocity inlet** : imposée en sortie de buse, elle matérialise une entrée de fluide dans le volume de contrôle.

**Wall** : elle matérialise une paroi. Cette condition a été utilisée à deux reprises dans notre modélisation. La première fois pour la paroi de la buse où elle constitue une simple

surface. La seconde pour la plaque cible où on introduit en plus une condition de température, la plaque étant maintenue à une température constante.

**Pressure outlet :** cette condition représente la sortie du fluide loin du volume de contrôle en passant par une surface maintenue à pression constante. La condition PRESSURE OUTLET a été utilisée deux fois dans le volume de contrôle et permet que l'écoulement du fluide s'effectue dans les deux sens, d'entrée et de sortie.

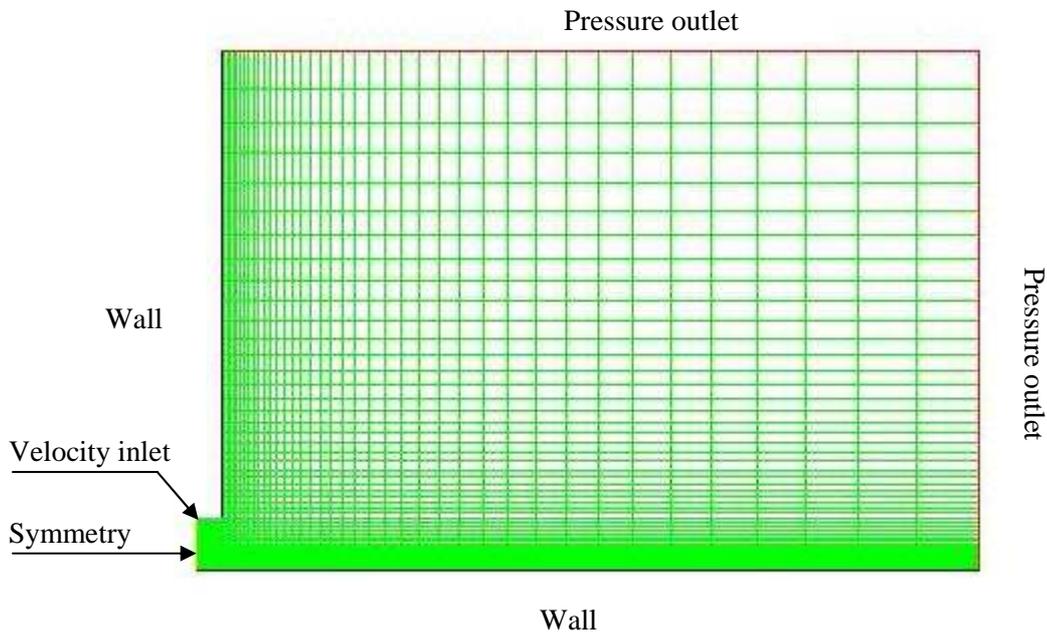


Fig4.1. conditions aux limites sur GAMBIT

#### 4.4. Modélisation sur FLUENT :

Avant de lancer les calculs sur FLUENT et de faire n'importe quelle modélisation, tous les paramètres de l'écoulement doivent être spécifiés :

- on spécifie le mode d'écoulement qui se fera en deux dimensions et en régime permanent ;
- on spécifie le régime d'écoulement laminaire dans le menu, cas considéré par hypothèse.

## Chapitre 4. Etude Numérique

- la résolution de l'équation de l'énergie n'étant pas nécessaire, elle est donc désactivée dans le cas des écoulements anisothermes, la masse volumique dans ce cas est constante, et les effets de la gravité sont négligeables ;
- le matériau est choisi dans la base de données de FLUENT, dans notre cas on choisit l'air. Les simulations étant en coordonnées adimensionnées on prend la masse volumique l'air constante et égale à 1;
- les valeurs des conditions aux limites sont injectées :
  - **velocity inlet** : on retient une valeur constante et égale à 1. C'est en fait le rapport de la vitesse sur l'axe de la buse par la vitesse de référence celle-ci étant la vitesse sur l'axe de la buse ;
  - **pressure outlet** : les valeurs spécifiées sont égales à la pression atmosphérique ;
  - **wall** : dans notre cas, la condition Wall matérialise seulement une vitesse nulle à la plaque, on ne spécifie pas la température, ni le flux de chaleur à la surface, on ne s'intéresse qu'à l'aspect dynamique des jets.

On change la viscosité cinématique du fluide au besoin, on prend à la place de la viscosité cinématique effective  $\Gamma = \frac{1}{\text{Re}}$ , en effet si on procède aux changements de variables suivants:

$$u' = \frac{u}{U} ; v' = \frac{v}{U} ; x' = \frac{x}{e} ; y' = \frac{y}{e}$$

En remplaçant ces nouvelles variables dans l'équation du mouvement introduite au chapitre 2 (l'équation (2.15)), on obtient :

$$u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \cdot \text{avec } \text{Re} = \frac{U e}{\nu}$$

## Chapitre 4. Etude Numérique

Cette équation est similaire à l'équation du mouvement (2.15), à la seule différence qu'à la place de  $\nu$  on trouve  $1/Re$ , d'où l'introduction sous **FLUENT** de la viscosité cinématique effective  $\Gamma = \frac{1}{Re}$ .

Les conditions aux limites non citées, ne nécessitent aucune spécification particulière.

Pour commencer les calculs on procède par une initialisation, qui consiste à donner des valeurs initiales aux paramètres afin de commencer les calculs. Elles doivent être bien choisies de sorte à éviter que le calcul diverge. Dans notre cas, la valeur retenue correspond à la vitesse à l'axe de la buse.

Au début des calculs, on spécifie le nombre d'itérations et on suit l'évolution des paramètres (dont on définit les résidus au préalable) que l'on juge essentiels pour s'assurer de la convergence du processus de calcul.

### **4.5. Résultats de la modélisation**

Les figures 4.2 jusqu'à 4.4, montrent les profils de vitesse de l'écoulement obtenu par **FLUENT**, calculés sur des abscisses allant de  $8e$  jusqu'à  $17e$ , ces profils de vitesse ont été obtenus pour des nombres de Reynolds égales à 62 ; 104 ; 145 pour une hauteur de buse prise égale à l'épaisseur  $e$ .

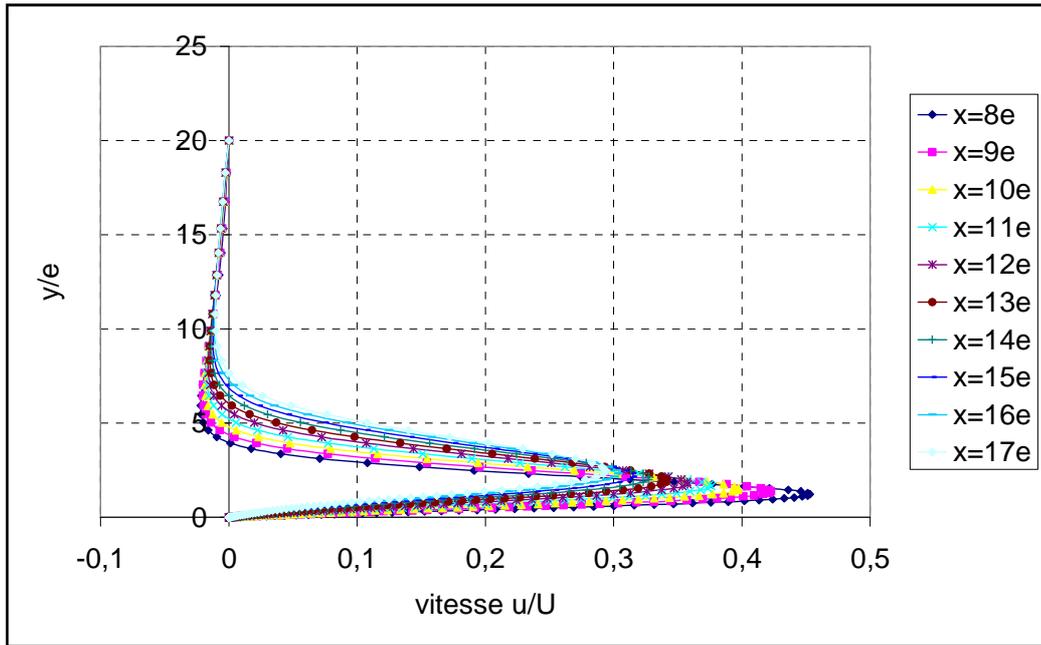


Fig4.2. Profils de la vitesse horizontale dans la zone du jet pariétal  $Re = 62$

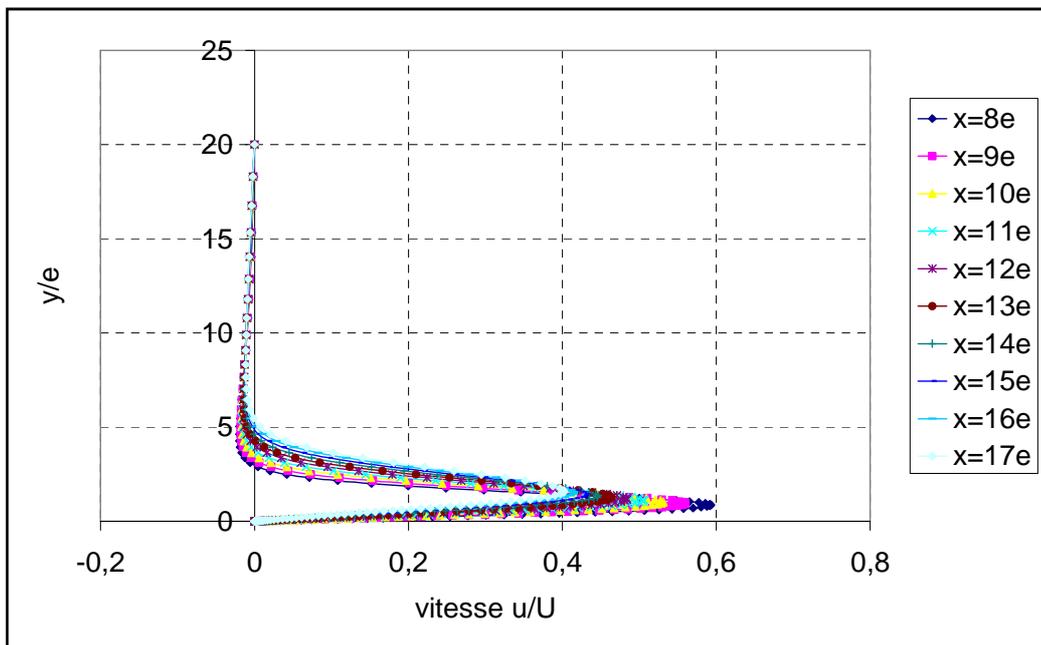


Fig4.3. Profils de la vitesse horizontale dans la zone du jet pariétal  $Re = 104$

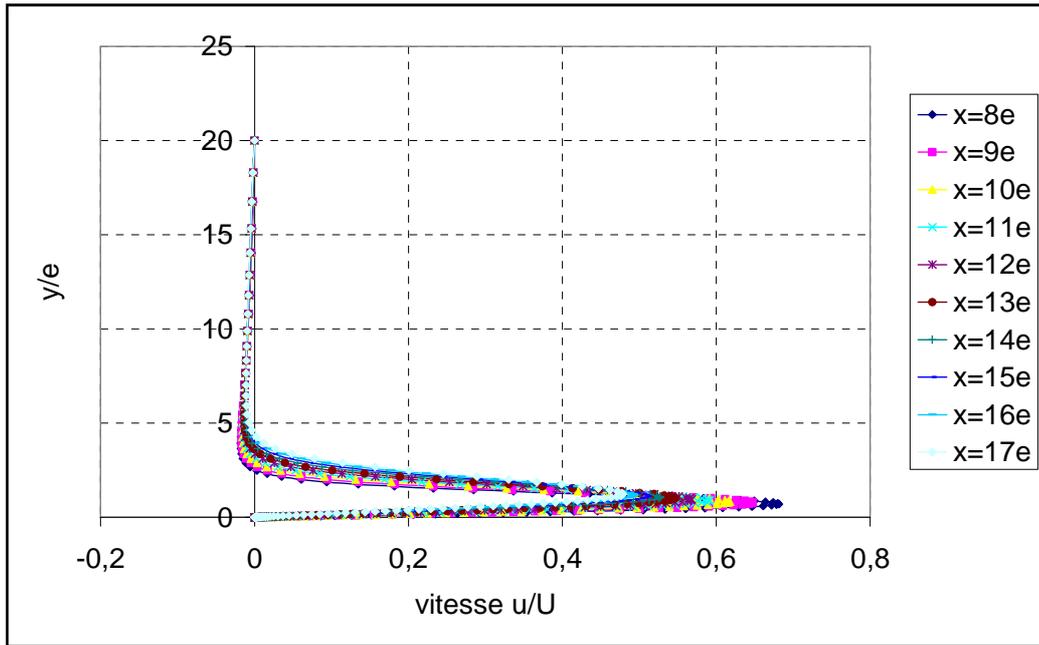


Fig4.4. Profils de la vitesse horizontale dans la zone du jet pariétal  $Re = 145$

Des figures 4.2, 4.3 et 4.4, on remarque que la vitesse horizontale maximale dans la zone du jet pariétal diminue en s'éloignant du point de stagnation. On remarque aussi que l'augmentation du nombre de Reynolds, augmente la vitesse dans la zone du jet pariétal et aplatit le profil de vitesse dans cette zone, donc l'épaisseur de la couche limite diminue avec le nombre de Reynolds.

On observe que plus on s'éloigne du point de stagnation, plus le profil de vitesse tend à s'élargir, et l'épaisseur de la couche limite augmente, donc on vérifie bien que l'épaisseur de la couche limite s'accroît avec la distance radiale et qu'inversement la vitesse décroît.

Une caractéristique des profils de vitesse dans la zone du jet pariétal est leur similitude. Les figures 4.5, 4.6 et 4.7 montrent cette caractéristique, à travers la représentation de la vitesse adimensionnée en considérant la vitesse maximale comme vitesse de référence contre l'épaisseur adimensionnée (en divisant la hauteur  $y$  par la hauteur correspondante à la vitesse maximale).

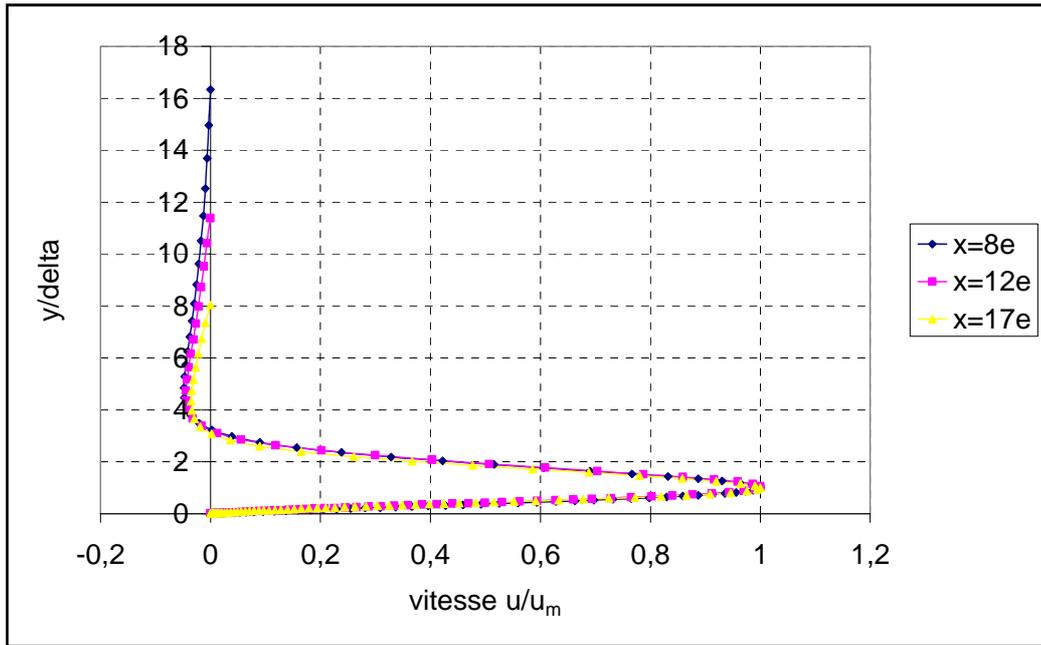


Fig4.5. Profil de vitesse similaire dans la zone du jet pariétal pour  $Re = 62$

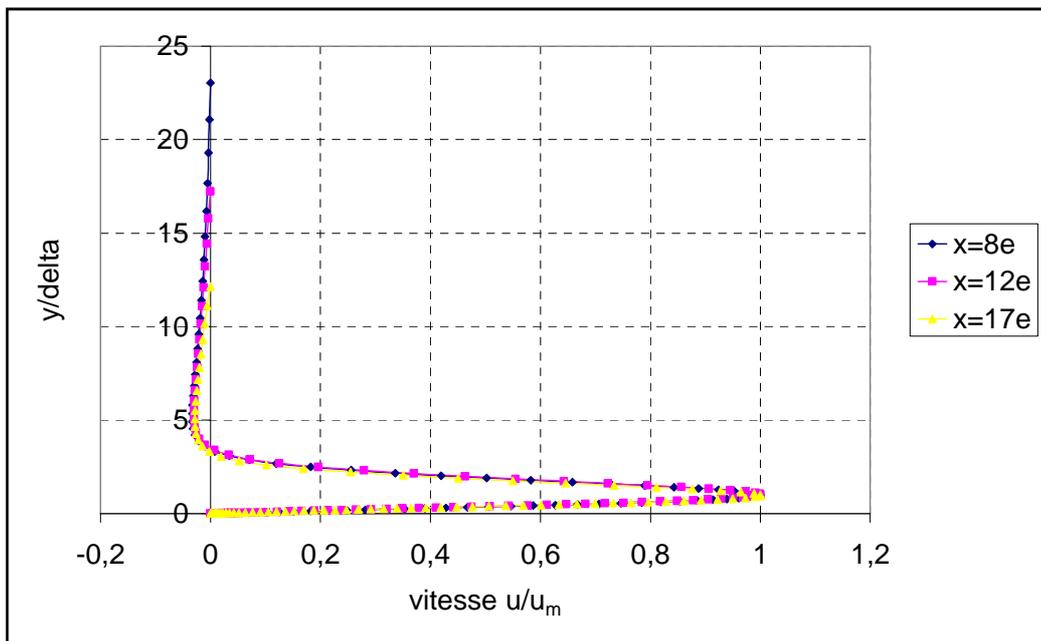


Fig4.6. Profil de vitesse similaire dans la zone du jet pariétal pour  $Re = 104$

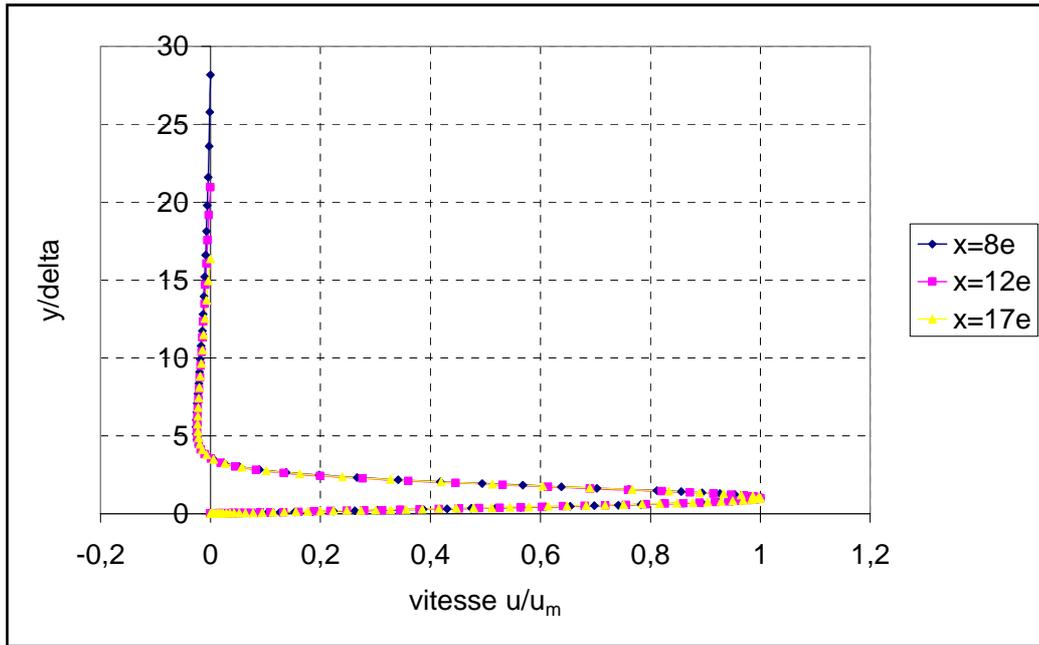


Fig4.7. Profil de vitesse similaire dans la zone du jet pariétal pour  $Re = 145$

Deux importantes caractéristiques du jet plan laminaire, sont les exposants de similarité qui gouvernent la diminution de la vitesse radiale et l'augmentation en épaisseur du fluide, quand celui-ci voyage dans la zone du jet pariétal. Les valeurs de ces exposants sont obtenues par des mesures des profils de vitesse, c'est-à-dire la mesure de la vitesse maximale  $u_m$  et de l'épaisseur de la couche limite correspondante à cette vitesse pour différents nombres de Reynolds.

Les figures 4.8, 4.9 et 4.10 montrent les courbes d'évolution de la vitesse en fonction de l'abscisse à partir de l'axe de la buse, pour vérifier si le modèle numérique choisi sur FLUENT est en concordance avec la solution analytique de Glauert.

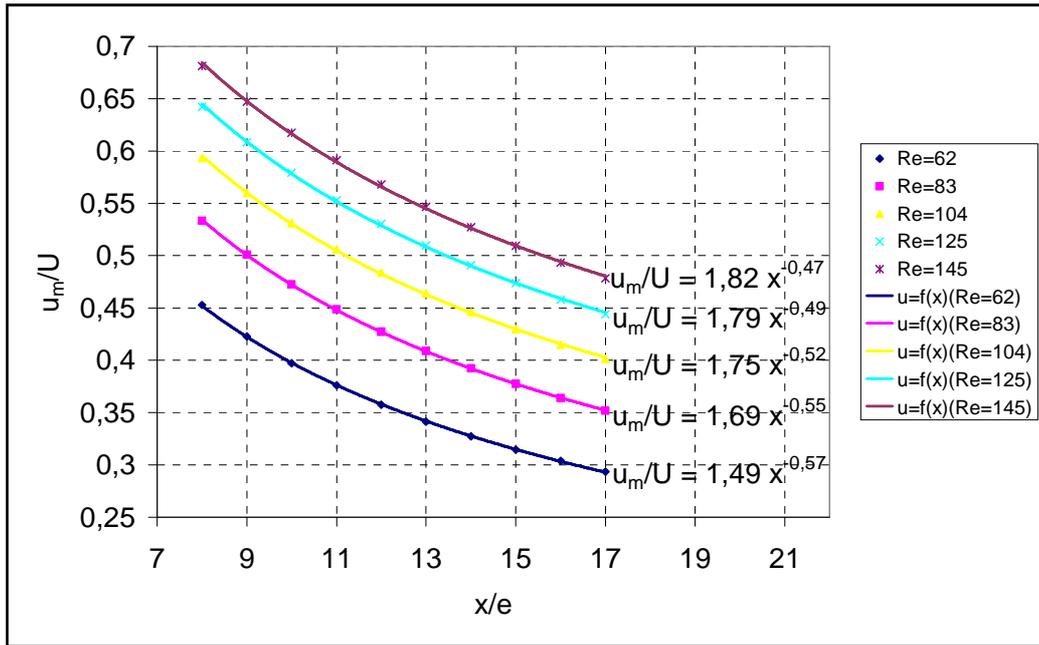


Fig4.8. Évolution de la vitesse maximale en fonction des abscisses pour chaque nombre de Reynolds pour  $H=e$

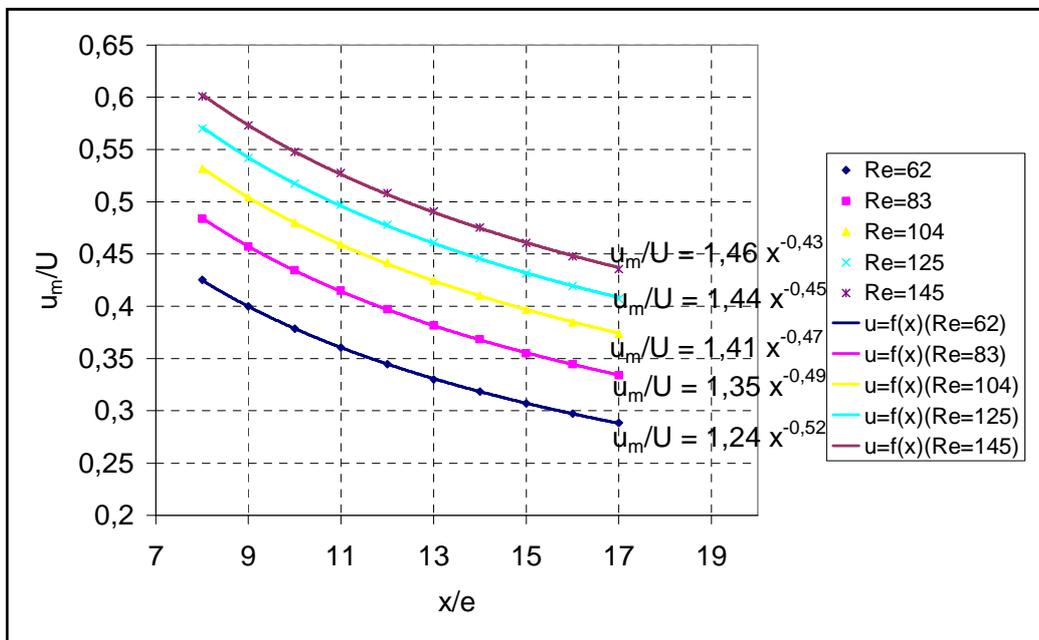


Fig4.9. Évolution de la vitesse maximale en fonction des abscisses pour chaque nombre de Reynolds pour  $H=2e$

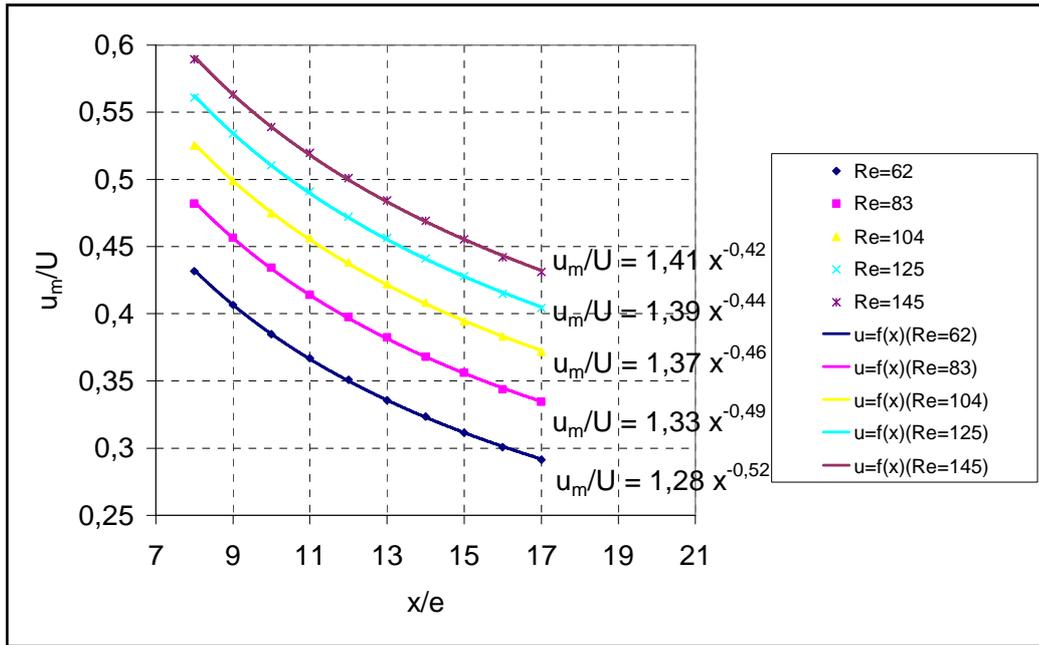


Fig4.10. Évolution de la vitesse maximale en fonction des abscisses pour chaque nombre de Reynolds pour  $H=3e$

Les figures 4.11 jusqu'à 4.13 montrent les courbes d'évolution de l'épaisseur de la couche limite (définie sur la base de l'épaisseur correspondante à la vitesse maximale) en fonction de l'abscisse  $x$  à partir de l'axe de la buse pour trois hauteurs de buse. On peut déjà remarquer que, l'épaisseur s'accroît avec la distance radiale, où à l'aide d'une corrélation (une loi de puissance) on peut tirer l'exposant de similarité.

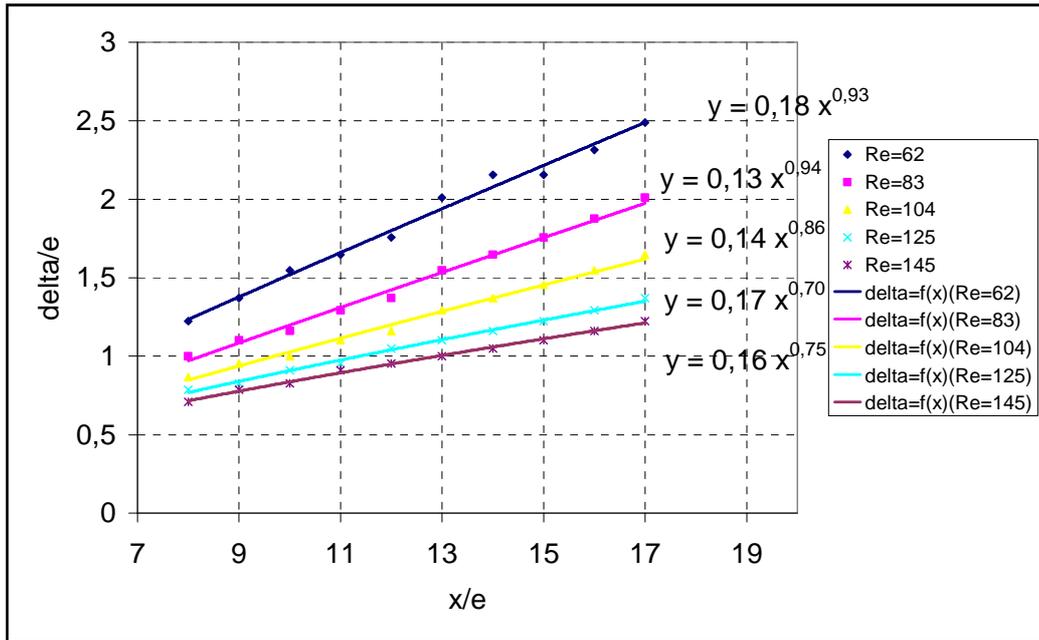


Fig4.11. Évolution de l'épaisseur de la couche limite en fonction de la distance radiale pour chaque nombre de Reynolds pour  $H=e$

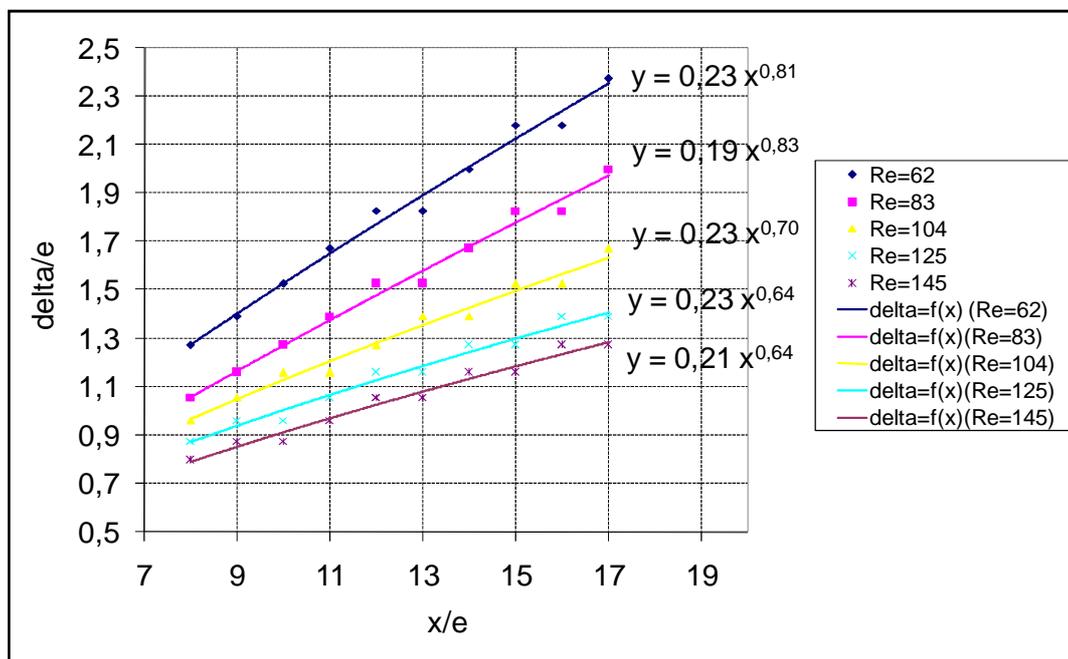


Fig4.12. Évolution de l'épaisseur de la couche limite en fonction de la distance radiale pour chaque nombre de Reynolds pour  $H=2e$

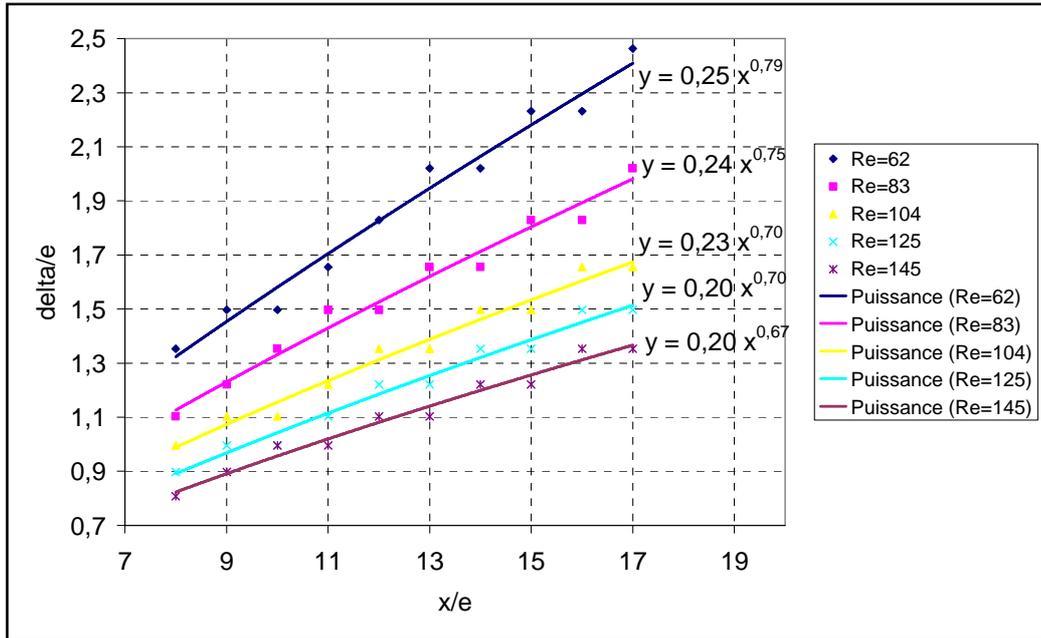


Fig4.13. Évolution de l'épaisseur de la couche limite en fonction de la distance radiale pour chaque nombre de Reynolds pour  $H=3e$

Les tableaux 4.1, 4.2 et 4.3 regroupent les exposants trouvés à l'aide de corrélations faites sur EXCELL, qu'on compare aux exposants de similarité obtenus analytiquement par Glauert.

Nombre de Reynolds	Epaisseur de la couche limite	Vitesse horizontale
62	0,93	-0,57
83	0,94	-0,55
104	0,85	-0,51
125	0,70	-0,49
145	0,75	-0,47
Résultats de Glauert	0,75	-0,5

Tab4.1. exposants de similarité obtenus numériquement pour  $H=e$

Nombre de Reynolds	Epaisseur de la couche limite	Vitesse horizontale
62	0,81	-0,52
83	0,83	-0,49
104	0,70	-0,46
125	0,64	-0,45
145	0,64	-0,43

Tab4.2. exposants de similarité obtenus numériquement pour H=2e

Nombre de Reynolds	Epaisseur de la couche limite	Vitesse horizontale
62	0,79	-0,52
83	0,75	-0,48
104	0,70	-0,46
125	0,70	-0,44
145	0,67	-0,42

Tab4.3. exposants de similarité obtenus numériquement pour H=3e

On remarque que l'exposant de similarité s'éloigne de la valeur analytique prise comme référence, mais en moyenne l'erreur est de l'ordre de :

Pour H=e :

$$\text{Pour la vitesse on trouve : } \frac{0,52 - 0,50}{0,50} 100 = 4\%$$

$$\text{Pour l'épaisseur de la couche limite : } \frac{0,83 - 0,75}{0,75} 100 = 10,67\%$$

Pour H=2e :

## Chapitre 4. Etude Numérique

Pour la vitesse on trouve :  $\frac{0,50 - 0,47}{0,50} 100 = 6\%$

Pour l'épaisseur de la couche limite :  $\frac{0,75 - 0,72}{0,75} 100 = 4\%$

Pour  $H=3e$  :

Pour la vitesse on trouve :  $\frac{0,50 - 0,46}{0,50} 100 = 8\%$

Pour l'épaisseur de la couche limite :  $\frac{0,75 - 0,72}{0,75} 100 = 4\%$

Glauert a montré que l'exposant de similarité était constant, et qu'il ne dépendait pas du nombre de Reynolds, cependant, nos résultats donnent des exposants de similarité fluctuant en fonction du nombre de Reynolds.

Il est à rappeler que la solution de Glauert a été validée à des abscisses éloignées du point de stagnation ce qui peut constituer une source d'erreur produisant cette différence entre nos résultats et ceux de Glauert.

La corrélation pour la diminution de la vitesse maximale dans la zone du jet pariétal peut s'écrire sous la forme :

$$u_m(x) \propto A x^{-1/2}$$

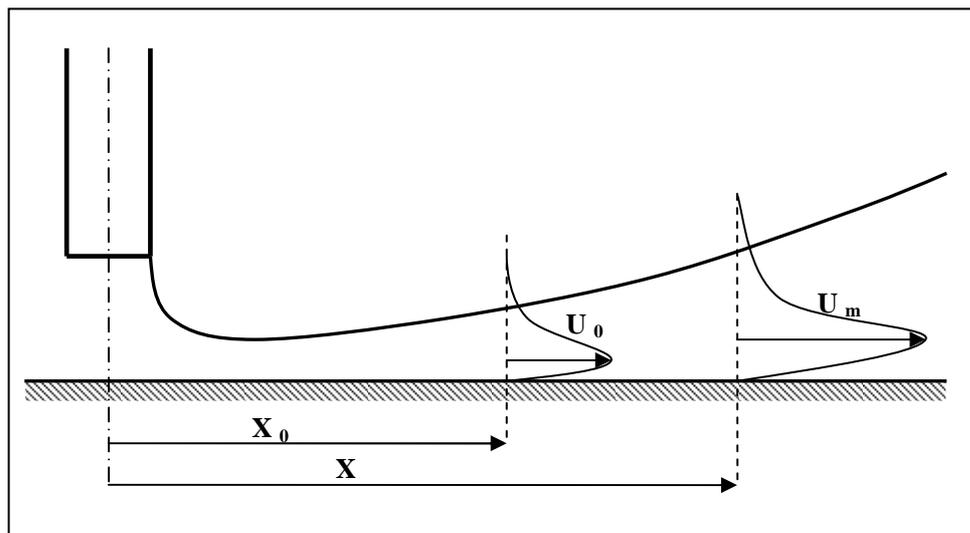


Fig4.14. définition de la constante A

## Chapitre 4. Etude Numérique

Donc  $\frac{u_m}{x^{-1/2}} = \text{constante}$  pour un même nombre de Reynolds, ou une même vitesse

en sortie de buse

Or on sait que la vitesse dépend du nombre de Reynolds, ce qui nous permet de déduire que :

$$\frac{u}{x^{-1/2}} = A = \text{constante}$$

Et ce paramètre dépend du nombre de Reynolds.

$$A = A(\text{Re})$$

Pour déterminer le paramètre  $A$ , on doit calculer la grandeur  $u_m/x^{-1/2}$  à différentes distances du point de stagnation, et pour différents nombres de Reynolds, ensuite on effectuera une moyenne qu'on trace en fonction du nombre de Reynolds  $\text{Re}$ .

Les figures 4.15, 4.16 et 4.17 montrent l'évolution de la constante  $A$  en fonction du nombre de Reynolds pour  $H=e$ ,  $H=2e$  et  $H=3e$  respectivement :

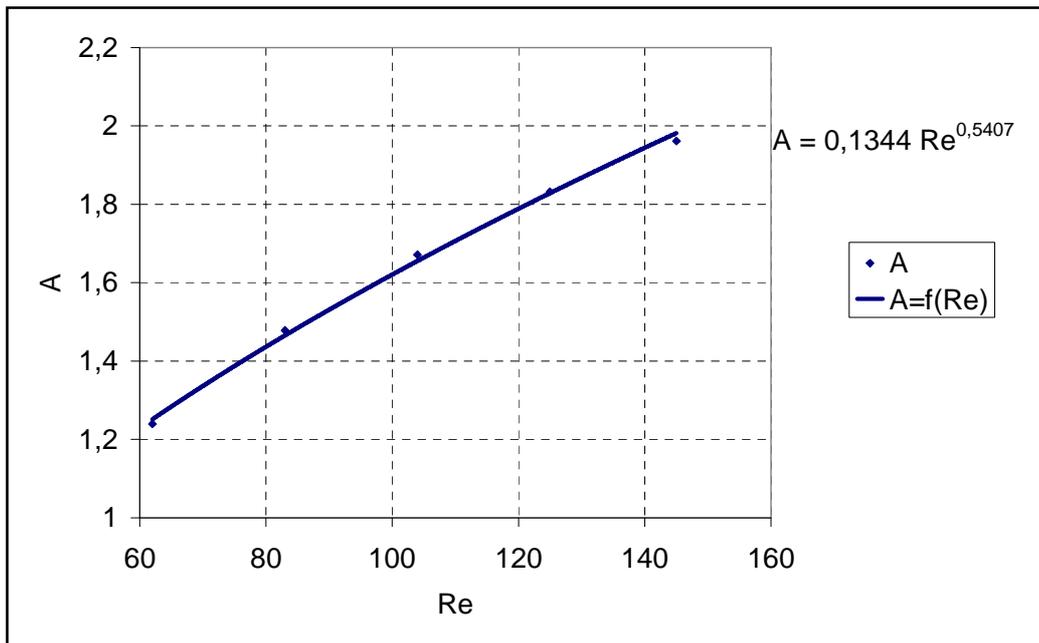


Fig4.15. Évolution de la constante  $A$  en fonction de  $\text{Re}$  pour  $H=e$

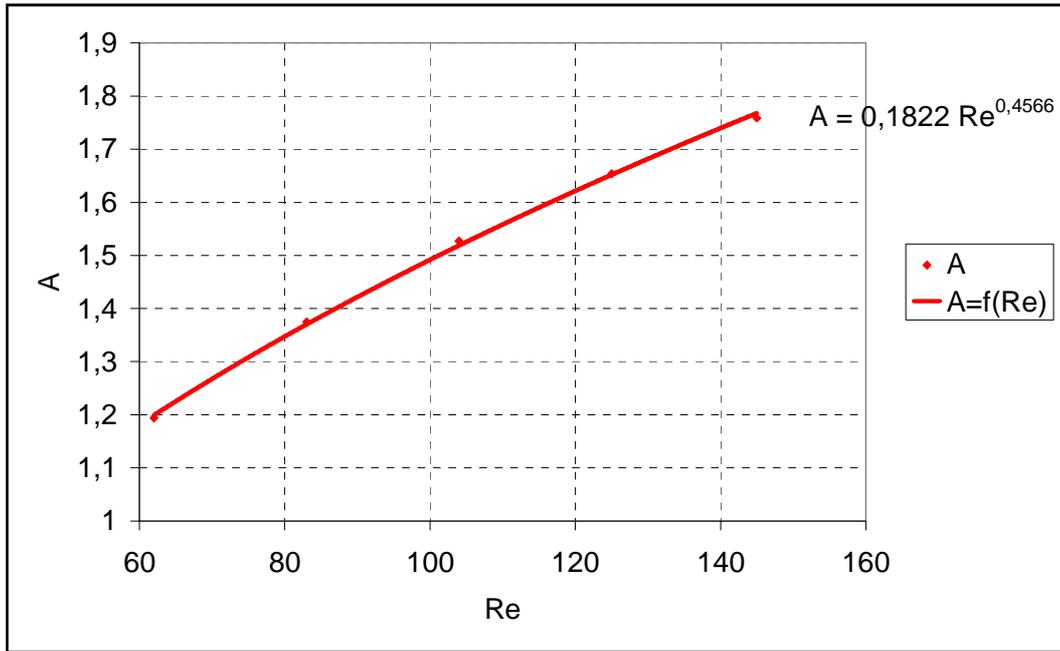


Fig4.16. Évolution de la constante A en fonction de Re pour H=2e

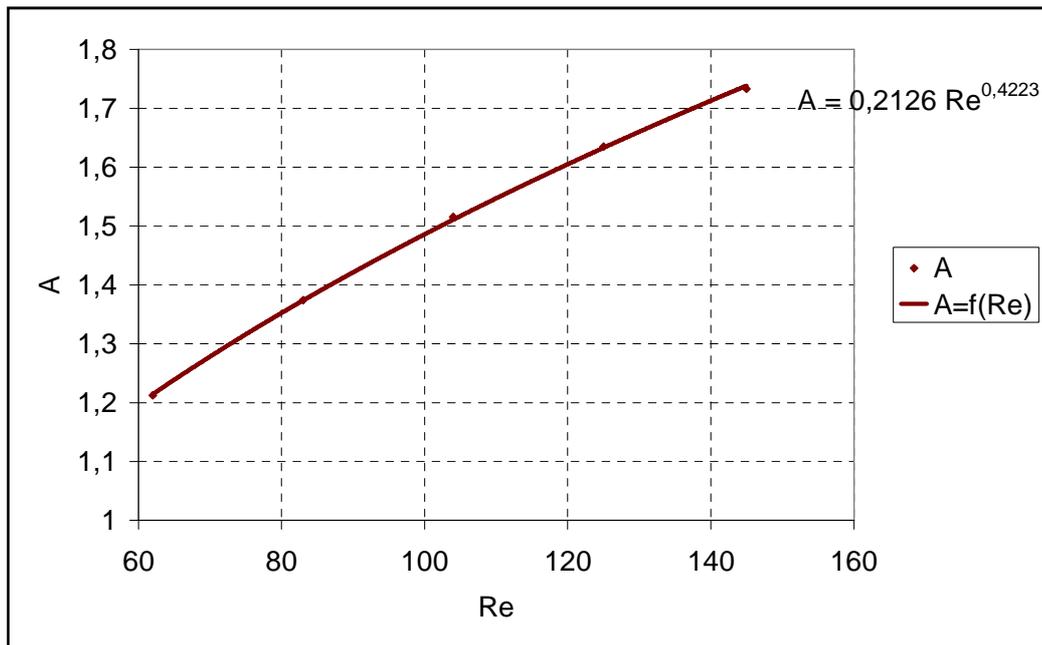


Fig4.17. Évolution de la constante A en fonction du nombre de Reynolds pour H=3e

A l'aide d'EXCELL, on établit des corrélations, des lois de puissance de l'évolution du paramètre A pour H=e, H=2e, H=3e en fonction du nombre de Reynolds construit sur la base de la vitesse en sortie de buse et son épaisseur.

## Chapitre 4. Etude Numérique

$$A \propto \text{Re}^{0,54} \text{ pour } H = e$$

$$A \propto \text{Re}^{0,46} \text{ pour } H = 2e$$

$$A \propto \text{Re}^{0,42} \text{ pour } H = 3e$$

On sait que :

$$\frac{\delta}{x} \propto \frac{1}{\sqrt{\text{Re}_x}}$$

$$\text{Re}_x = \frac{u x}{\nu}$$

Le nombre de Reynolds dans notre étude a été construit sur la base de la vitesse moyenne en sortie de buse  $U$  et sur l'épaisseur de la buse notée  $e$ , on écrit :

$$\text{Re} = \frac{U e}{\nu}$$

$$\text{Re}_x = \text{Re} \frac{x u}{e U}$$

Donc ;

$$\delta \propto \frac{1}{\sqrt{\text{Re} \frac{x u}{e U}}} x$$

$$\delta \propto \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}} \sqrt{\frac{e}{x}} \sqrt{\frac{U}{u}} x^{1/4} x^{3/4}$$

D'où on peut aboutir aisément en introduisant la constante  $A$ , à l'expression :

$$\delta \propto \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}} A^{-1/2} x^{3/4}$$

Ce résultat est très important, car il représente le schéma manquant dans la recherche de la dépendance du nombre de Rayleigh critique des deux paramètres, à savoir le nombre de Reynolds et la distance radiale.

Comme il a été déjà dit précédemment (chapitre 2), c'est dans l'expression de l'épaisseur de la couche limite qu'apparaîtront ces deux termes, connaissant la loi de variation de la "constante"  $A$  en fonction du nombre de Reynolds, on conclut :

$$A \propto \text{Re}^{0,54}$$

## Chapitre 4. Etude Numérique

Et :

$$\delta \propto \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}} A^{-1/2} x^{3/4}$$

En remplaçant :

$$\delta \propto \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}} (\text{Re}^{0.54})^{-1/2} x^{3/4}$$

$$\delta \propto \text{Re}^{-0.77} x^{3/4}$$

On trouve en faisant de même pour  $H = 2e$  et  $H = 3e$  respectivement :

$$\delta \propto \text{Re}^{-0.73} x^{3/4}$$

$$\delta \propto \text{Re}^{-0.71} x^{3/4}$$

Un résultat similaire aurait été obtenu si l'on avait pris, à la place de la constante  $A$ , une deuxième constante  $B$  construite sur la base de l'évolution l'épaisseur de la couche limite avec l'abscisse  $x$  :

$$B = \frac{\delta}{x^{3/4}}$$

### 4.6. Conclusion

Nous nous sommes intéressés dans cette partie à l'étude numérique du jet impactant à l'aide du code de calcul FLUENT. On a opté pour un modèle en 2D pour modéliser le domaine d'étude où un maillage structuré (composé de quadrilatères) a été choisi pour minimiser le nombre de cellules et par conséquent le temps de calcul, se resserrant dans certaines zones afin de rendre compte au mieux des paramètres de l'écoulement. On ne s'est intéressé qu'à l'aspect dynamique des jets impactant. Nous avons pu faire ressortir les exposants de similarité que nous avons comparés avec les résultats obtenus par Glauert. Au terme de ce chapitre, nous avons fait ressortir une corrélation qui lie l'épaisseur de la couche limite au nombre de Reynolds à une abscisse donnée. Cette loi nous permettra de compléter la corrélation du nombre de Rayleigh critique déjà introduite au chapitre 2.

---

## Chapitre 5

# Discussions et évaluation du nombre de Rayleigh critique

---

## Chapitre 5

# Discussions et évaluation du nombre de Rayleigh critique

Après le passage par différentes étapes qui nous ont permis de comprendre les phénomènes régissant l'écoulement d'un jet d'air plan impactant une plaque plane chauffée et de quantifier les paramètres nécessaires au développement d'un modèle mathématique capable de prévoir le lieu de décollement de la couche limite dynamique.

Ayant suffisamment d'éléments, nous pouvons à présent établir une corrélation exprimant la coordonnée du point de décollement en fonction du nombre de Reynolds et de la température, en retenant l'existence d'un nombre de Rayleigh critique à partir duquel va se produire le décollement du jet.

### 5.1. Modèle mathématique

Dans les précédents chapitres, nous avons vu qu'un écoulement convectif ne peut naître que si le gradient de température est suffisant pour vaincre les forces dissipatives de traînée visqueuse. En d'autres termes, la convection naturelle a lieu lorsque le nombre de Rayleigh dépasse une valeur critique, qui exprime la compétitivité entre les forces dissipatives et l'énergie gravitationnelle libérée dans le mouvement du fluide.

Nous sommes arrivés au terme du chapitre 2 dans l'équation (2.28) à exprimer le nombre de Rayleigh critique en fonction de l'épaisseur de la couche limite dynamique et de la température :

$$Ra_{cr} \propto g \beta \frac{\Delta T}{\nu \alpha} \delta^3 \quad (5.1)$$

Les investigations numériques menées sur le code de calcul industriel FLUENT et présentées dans le chapitre 4 nous ont permis de trouver des corrélations qui lient l'épaisseur de la couche limite dynamique au nombre de Reynolds et à l'abscisse  $x$  du point de décollement, pour trois hauteurs,  $H = e$ ,  $H = 2e$  et  $H = 3e$  respectivement:

$$\delta \propto Re^{-0,77} x^{3/4} \quad (5.2)$$

$$\delta \propto Re^{-0,73} x^{3/4} \quad (5.3)$$

$$\delta \propto Re^{-0,71} x^{3/4} \quad (5.4)$$

En injectant les expressions de l'épaisseur de la couche limite dynamique  $\delta$  des équations (5.2), (5.3) et (5.4) dans l'expression du nombre de Rayleigh critique dans l'équation (5.1), et en procédant à un réarrangement, on obtient des corrélations qui lient le point de décollement précisé par l'abscisse  $x$ , au nombre de Reynolds et à la température :

Pour  $H = e$  :

$$x \propto Ra_{cr}^{0,44} Re^{1,03} \left( \frac{g \beta \Delta T}{\nu \alpha} \right)^{-0,44} \quad (5.5)$$

Pour  $H = 2e$  :

$$x \propto Ra_{cr}^{0,44} Re^{0,97} \left( \frac{g \beta \Delta T}{\nu \alpha} \right)^{-0,44} \quad (5.6)$$

Pour  $H = 3e$  :

$$x \propto Ra_{cr}^{0,44} Re^{0,95} \left( \frac{g \beta \Delta T}{\nu \alpha} \right)^{-0,44} \quad (5.7)$$

## 5.2. Discussions des résultats

Ayant introduit le modèle mathématique et les corrélations pour déterminer le lieu du décollement en fonction du nombre de Reynolds et de la différence de température entre le fluide et la plaque, on peut maintenant comparer ces résultats aux corrélations obtenues expérimentalement et données au chapitre 3.

On a vu dans le chapitre 3 que l'augmentation du nombre de Reynolds a tendance à éloigner le point de décollement de l'axe de la buse pour une hauteur donnée de la buse. Cela se traduit par un signe positif de l'exposant affecté au nombre de Reynolds (pour un nombre de Reynolds supérieurs à 1) dans l'expression donnant le lieu du décollement en fonction de celui-ci, ce qui est en concordance avec les corrélations (5.5), (5.6) et (5.7).

Le signe négatif de la puissance affectée à la différence de température entre la plaque et le fluide dans les corrélations du point de décollement montre que ce dernier est inversement proportionnel à la différence de température. En effet, une température de plaque plus grande augmentera les forces de flottabilité qui feront décoller le jet plus près de l'axe du jet. Ce qui a été déjà montré au chapitre 3.

On remarque aussi des corrélations (5.5), (5.6) et (5.7), que l'augmentation de la hauteur de buse a un effet sur l'exposant du nombre de Reynolds et ainsi sur les effets de flottabilité. Pour mettre en valeur cet effet, on montre dans la figure 5.1, trois fonctions correspondantes aux trois hauteurs  $y = x^{1,03}$ ,  $y = x^{0,97}$ ,  $y = x^{0,95}$ .

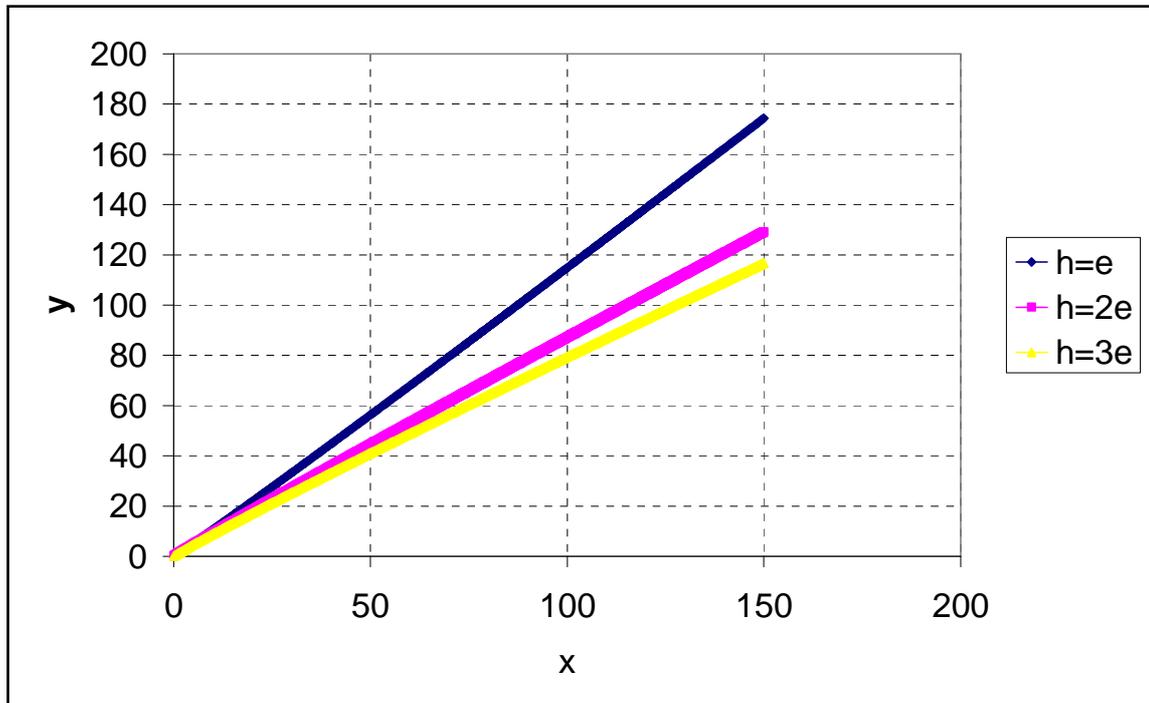


Fig5.1. comparaison entre l'effet des trois puissances affectées au nombre de Reynolds pour les trois hauteurs

A première vue, on imagine que l'influence de la hauteur de buse sur le point de décollement se manifeste dans l'exposant affecté au nombre de Reynolds. Cet exposant diminue lorsque la hauteur de buse augmente, ce qui est encore plus logique sachant que le point de décollement s'approche de la buse lorsque la hauteur augmente. Il n'en est rien, car cet exposant a été déterminé numériquement à partir de l'évolution de l'épaisseur de la couche limite dynamique. Supposer que la hauteur intervient sur l'exposant du nombre de Reynolds dans le modèle équivaut à dire que l'épaisseur de la couche limite dynamique dépend de la hauteur de buse, ce qui est contradictoire avec la théorie de Glauert.

On déduit que, explicitement le modèle pris, ne prend pas en compte l'effet de la hauteur de buse sur le point de décollement, implicitement, ce paramètre n'intervient pas dans le modèle mathématique.

Nous rapportons dans le tableau 5.1, les corrélations du point de décollement obtenues à partir de l'expérience. On donne pour chaque hauteur, une corrélation donnant le point de décollement en fonction du nombre de Reynolds et une seconde concernant l'influence de la température de plaque et dans chacun des cas, on admet l'autre paramètre constant :

Hauteur de buse	En fonction du nombre de Reynolds	En fonction de la température de la plaque
$H = e$	$x = 1,27 \text{ Re}^{0,98}$	$x = 21,83 \Delta T^{-0,22}$
$H = 2e$	$x = 2,41 \text{ Re}^{0,69}$	$x = 19,12 \Delta T^{-0,25}$
$H = 3e$	$x = 0,18 \text{ Re}^{1,14}$	$x = 30,66 \Delta T^{-0,50}$

Tab5.1. corrélations du point de décollement obtenues expérimentalement

En confrontant le modèle mathématique aux corrélations obtenues expérimentalement, on remarque en premier lieu que pour  $H = e$ , il y a une certaine ressemblance entre les puissances affectées au nombre de Reynolds.

## Chapitre 5. Discussions et évaluation du nombre de Rayleigh critique

Pour mettre cela encore plus en évidence, et voir l'effet de la puissance on montre dans la figure 5.2, les fonctions  $y = x^{0.98}$  et  $y = x^{1.03}$  correspondant respectivement à  $x = 1,27 Re^{0.98}$  et  $x \propto Ra_{cr}^{0.44} Re^{1.03} \left( \frac{g \beta \Delta T}{\nu \alpha} \right)^{-0.44}$ .

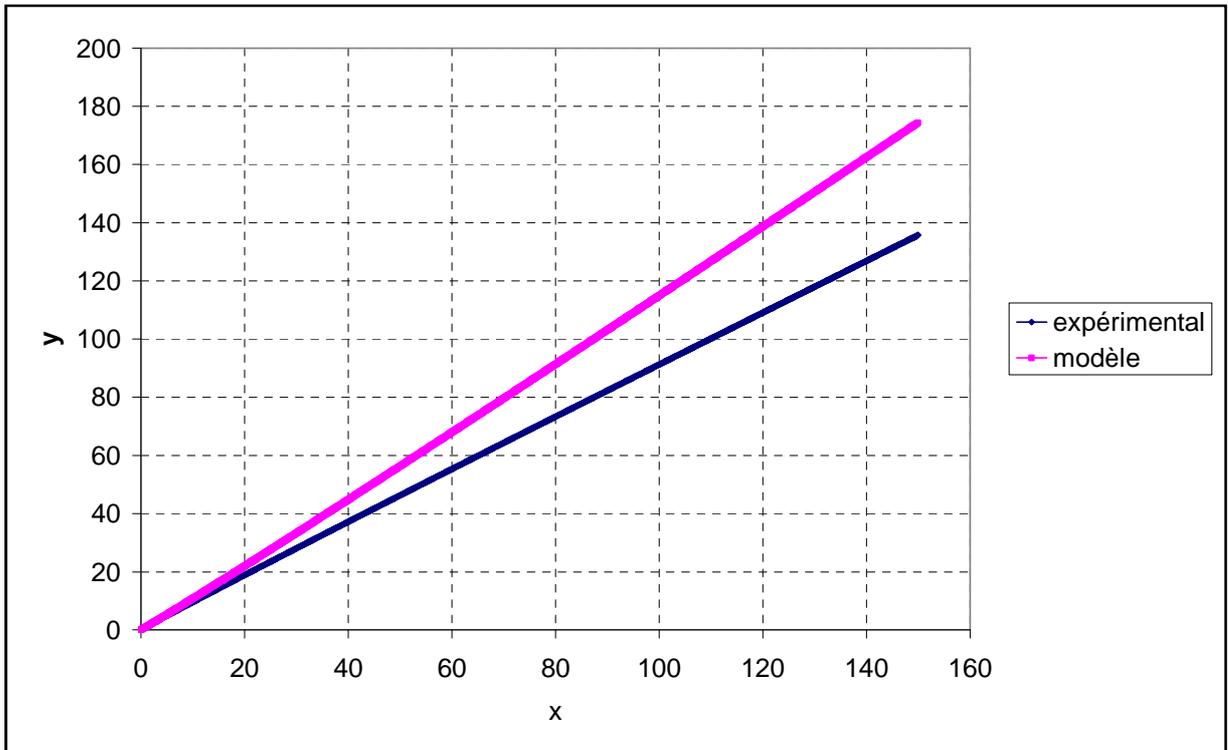


Fig5.2. effet de la puissance affectée au nombre de Reynolds pour  $H=e$

On remarque qu'il existe une certaine concordance qualitative entre le modèle et les résultats expérimentaux, mais pour des nombres de Reynolds devenant de plus en plus grands, le modèle choisi a tendance à surévaluer les forces d'inertie.

En faisant de même pour  $H = 3e$  (fig5.3), on observe le contraire, du fait d'un plus grand exposant affecté au nombre de Reynolds dans la corrélation obtenue expérimentalement. On observe aussi un grand écart entre les deux courbes, avec une erreur de l'ordre de 50 % pour  $Re = 62$ .

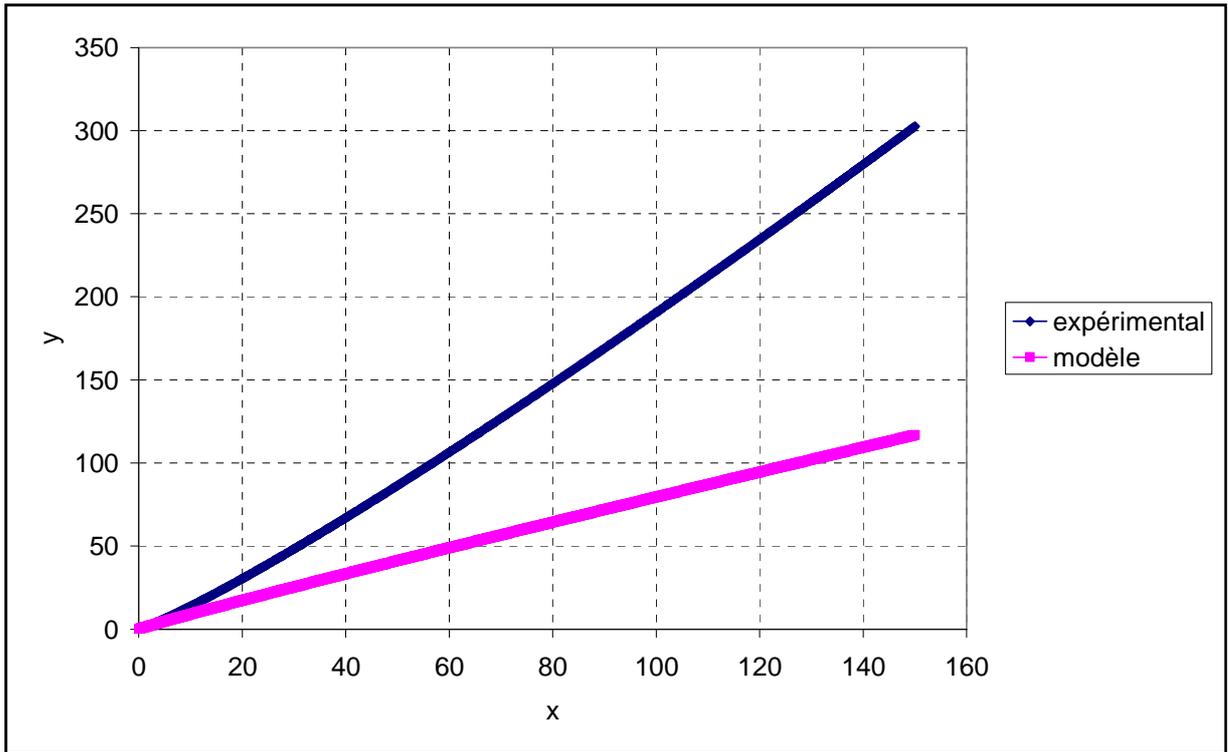


Fig5.3. effet de la puissance affectée au nombre de Reynolds pour  $H=3e$

En confrontant la corrélation concernant l'évolution du point de décollement en fonction de la température pour  $H = 3e$  au modèle, on observe que les exposants sont très proches. Une meilleure description est donnée dans la figure 5.4, où on montre l'effet qu'à l'exposant de la température sur le point de décollement :

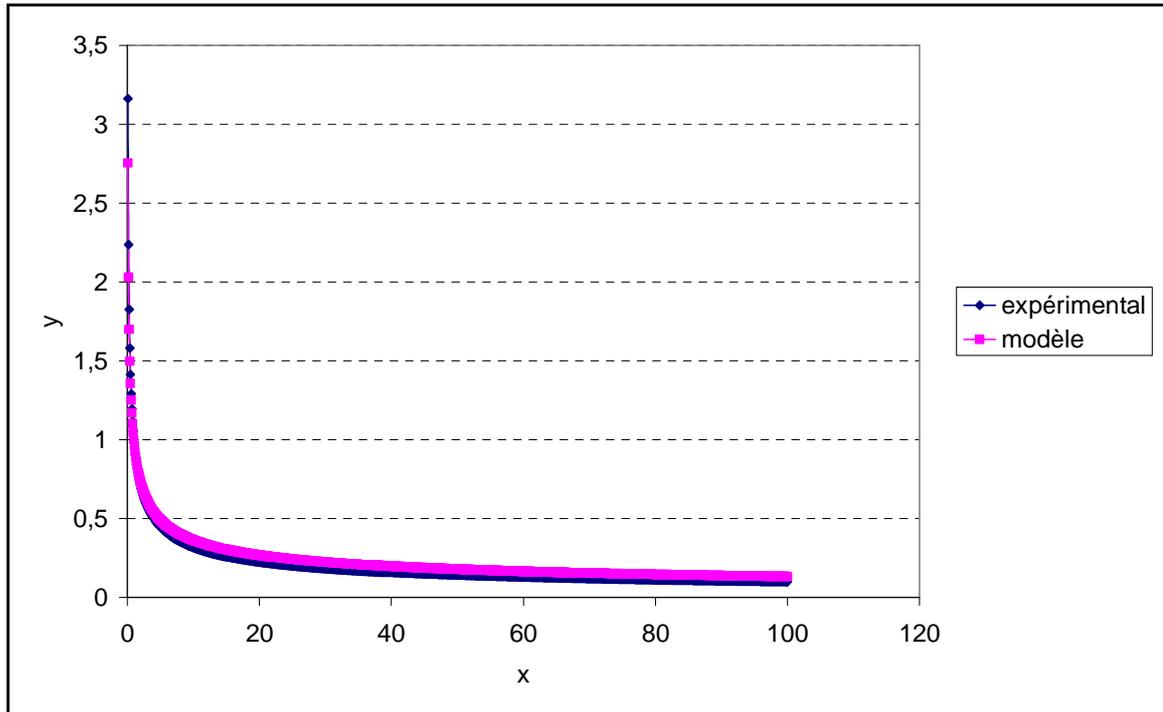


Fig5.4. effet de la puissance affectée à la température pour H=3e

Dans la figure 5.4, on remarque que les deux courbes se superposent, le modèle est en concordance qualitative avec la corrélation obtenue expérimentalement.

Comme il a été mentionné auparavant le raisonnement est basé sur la présence d'un nombre de Rayleigh critique. Il est donc nécessaire de déterminer ce nombre critique.

### 5.3. Evaluation du nombre de Rayleigh critique

On évalue à présent le nombre de Rayleigh critique en supposant que le fluide est incompressible et que l'écoulement est permanent.

Les propriétés physiques du fluide ( $\rho$ ,  $C_p$ ,  $\nu$ ,  $Pr$ , ...) sont déterminées à partir de la température du film  $T_f$  égale à la moyenne entre la température du fluide et celle de la plaque :

$$T_f = \frac{T_w + T_\infty}{2}$$

Le tableau 5.3 donne les propriétés physiques du fluide nécessaires pour la détermination du nombre de Rayleigh :

$T(^{\circ}C)$	$T_f(k)$	$\beta \times 10^3 (k^{-1})$	$\nu \times 10^5 (m^2/s)$	$\alpha \times 10^5 (m^2/s)$
30	299,15	3,344	1,6020	2,2511
40	304,15	3,289	1,6875	2,3808
50	309,15	3,236	1,7831	2,5180
60	314,15	3,184	1,8810	2,6775
70	319,15	3,134	1,9876	2,8540
80	324,15	3,086	2,1057	2,9784
90	329,15	3,039	2,2149	3,1364

Tab5.3. propriétés physiques du fluide à la température du film  $T_f$

Le nombre de Rayleigh est un nombre adimensionnel. Il est le produit du nombre de Grashof par le nombre de Prandtl et s'exprime par:

$$Ra = g \beta \frac{\Delta T}{\nu \alpha} L^3$$

Où  $L$  est la longueur caractéristique du système. De même que la longueur caractéristique prise pour définir le nombre de Reynolds, on prend comme longueur caractéristique l'épaisseur de la buse  $e$  pour définir le nombre de Rayleigh :

$$Ra = g \beta \frac{\Delta T}{\nu \alpha} e^3$$

L'épaisseur de la buse étant de 6 mm, on prendra la gravité  $g$  égale à  $9,81 m/s^2$ . Les paramètres restants étant dépendant de la température, on calcule donc le nombre de Rayleigh correspondant à chaque température du film  $T_f$ , le tableau 5.4 donne le nombre de Raleigh.

Température de la plaque $T(^{\circ}C)$	Température du film $T_f (k)$	Nombre de Rayleigh
30	299,15	157,19
40	304,15	138,77
50	309,15	122,18
60	314,15	107,16
70	319,15	93,65
80	324,15	83,41
90	329,15	74,16

Tab 5.4. Nombre de Rayleigh

Connaissant le nombre de Rayleigh critique et en se servant des corrélations obtenues expérimentalement, il est possible de tirer les constantes multiplicatives dans les modèles mathématiques. Cela dit, cette tâche est délicate dans la mesure où les résultats expérimentaux n'ont été en concordance que qualitativement avec le modèle mathématique.

La corrélation du point de décollement en fonction du nombre de Reynolds obtenue expérimentalement pour  $H = e$  est exprimée  $x = 1,27 Re^{0,98}$ , connaissant cette corrélation, on agit sur le modèle mathématique afin de déterminer la constante multiplicative en se servant des valeurs du nombre de Rayleigh du tableau 5.4.

On obtient en moyenne, une constante de l'ordre de 1088,04, la corrélation (5.5) devient alors :

$$x = 1088,04 Ra_{cr}^{0,44} Re^{1,03} \left( \frac{g\beta\Delta T}{\nu\alpha} \right)^{-0,44} \quad (5.8)$$

En calculant le nombre de Rayleigh critique moyen et la moyenne des paramètres physiques et en les introduisant dans l'expression (5.8) on aura :

$$x = 3,297 Re^{1,03} \Delta T^{-0,44} \quad (5.9)$$

En prenant à titre d'exemple, le point de décollement obtenu expérimentalement pour  $Re = 62$  et une différence de température égale à  $8^{\circ}C$ , vaut 8,53. L'équation (5.9) donnera dans les mêmes conditions 92,66, soit un écart énorme.

Le modèle mathématique a produit des résultats éloignés de ceux trouvés en expérimental, on ne retiendra donc, que la concordance qualitative de ce modèle.

#### **5.4. Conclusion**

Dans le présent chapitre, nous avons introduit et complété le modèle mathématique, pour prévoir le lieu de décollement en fonction du nombre de Reynolds et de la température de la plaque.

L'absence de l'expression de la hauteur de buse  $H$  dans le modèle développé à l'institut de Mécanique de Marseille montre qu'explicitement, le modèle ne prend pas en compte l'effet qu'à la variation de la hauteur de buse sur la localisation du point de décollement. Et qu'implicitement, la hauteur n'agit pas sur l'exposant affecté au nombre de Reynolds et donc n'influe pas sur le lieu de décollement. Ce qui contredit les observations expérimentales.

Nous avons noté la bonne représentation qualitative de ce modèle en se basant sur les graphes où on confronte les exposants affectés au nombre de Reynolds et à la température dans le modèle mathématique aux corrélations.

# Conclusion Générale

Les jets dans leurs différentes configurations ont un domaine d'étude et de recherche très large de par leurs diverses applications.

Quand un jet froid heurte une plaque horizontale à une température supérieure à celle du jet, un décollement du fluide se produit à une certaine distance de l'axe de symétrie. Ce qui a un effet non négligeable sur la quantité de chaleur transmise de la plaque vers le fluide, car il représente la limite de la surface de contact entre la plaque et le fluide. Il est donc essentiel d'étudier et de quantifier ce phénomène. C'est dans ces perspectives que s'inscrit l'objet de notre travail.

Une étude bibliographique nous a permis de nous familiariser et d'acquérir une idée globale sur les caractéristiques du jet libre et impactant. Cette bibliographie a été consacrée essentiellement au jet plan impactant pour comprendre ce type d'écoulement.

Dans la section suivante, les équations de conservation de la quantité de mouvement et conservation de l'énergie ont été posées puis résolues numériquement à l'aide du schéma numérique de Range Kutta d'ordre 4. En comparaison avec la solution analytique de Glauert, ce schéma a donné d'assez bons résultats et nous a permis de tracer les profils de vitesse et de température dans la zone du jet pariétal.

Nous avons vu l'expérience de Bénard et celle de Rayleigh qui ont constitué le point de départ d'une tentative de modélisation de l'évolution du point de décollement en fonction du nombre de Reynolds et de la température.

Nous sommes passés ensuite à l'étape expérimentale où des visualisations par tomographies laser nous ont permis en premier lieu de distinguer les zones du jet impactant : la zone du jet libre, la zone de stagnation et la zone du jet pariétal.

Nous avons observé le phénomène de décollement du jet pariétal, et avons pu visualiser l'influence des différents paramètres sur ce phénomène, à savoir, le régime d'écoulement, la température de la plaque et la hauteur de buse. Après nos mesures nous avons remarqué que le véritable paramètre qui régit l'écoulement est le rapport forces

d'inertie sur les forces de flottabilité. Ce rapport augmente avec l'augmentation du régime d'écoulement, diminue avec l'augmentation de la température et la hauteur de buse.

Grâce à une routine développée à UNIMECA dans un travail antérieur, nous avons pu déterminer l'abscisse du point de décollement pour chaque nombre de Reynolds et pour chaque température et ce pour trois rapports d'ouverture. Ce qui nous a permis de trouver des corrélations régissant le comportement du lieu de décollement en fonction des différents paramètres.

En seconde partie, des simulations numériques faites sur le code de calcul FLUENT en deux dimensions nous ont permis de déterminer des corrélations de l'évolution de l'épaisseur de la couche limite dynamique en fonction du nombre de Reynolds et de l'abscisse à partir de l'axe de la buse et ainsi compléter le modèle mathématique introduit au préalable.

A la fin de cette étude, nous avons pu comparer le modèle mathématique ainsi obtenu aux corrélations expérimentales du point de décollement, où on a observé que le modèle ne prend pas en compte l'influence de la hauteur de buse sur le décollement. Une certaine concordance entre les exposants du modèle mathématique et ceux des corrélations a retenu tout particulièrement notre attention. Des graphes nous ont permis d'observer une concordance qualitative entre le modèle mathématique et les corrélations, mais que l'écart tend à s'accroître quand le nombre de Reynolds augmente. Un petit exemple de calcul fait pour un rapport d'ouverture égal à l'unité a montré que les forces de flottabilité ont été sous évaluées dans le modèle.

Les résultats de cette comparaison pourront motiver dans le futur d'autres études, où l'on pourra affiner encore plus le modèle mathématique en procédant à une analyse plus fine du point de décollement que ça soit en expérimental ou l'on peut procéder à l'analyse d'un plus grand nombre de photographies et où on utilisera des buses dont le rapport d'allongement est supérieur ou égal à 20, afin de pouvoir négliger les effets de bord et de pouvoir appliquer un modèle en deux dimensions.

# Bibliographie

- [1] H. SABRA. Etude numérique et expérimentale de jets libres ou impactant une plaque plane chauffée : Thèse de doctorat de l'école nationale d'ingénieurs de MONASTIR et de l'université de la Méditerranée AIX MARSEILLE II. Juin 2002.
- [2] S. MARZOUK. Simulation numérique d'un écoulement de type jet plan pulsé. Thèse de doctorat de l'école nationale d'ingénieurs de MONASTIR et de l'université de la Méditerranée AIX - MARSEILLE II. Décembre 2002.
- [3] R.A.BAJURA & A.A.SZEWCZYK, 1970 Experimental investigation of a two laminar two-dimensional jet. Phys. Fluids 13, pages 1653-1664.
- [4] DESHPANDE & VAISHNAV – submerged laminar jet impingement on a plane, J. Fluid Mech. (1982), vol 114, pp. 213-236.
- [5] M.B. GLAUERT, "The Wall Jet", J. Fluid Mech., 1956, pages 625-643.
- [6] BERGTHORSON, J.M. & al. Impinging laminar jets at moderate Reynolds numbers and separation distances, PHYSICAL REVIEW E 72, 066307 (2005), pages 1-13.
- [7] H. SCHLICHTING Boundary Layer Theory. Mc Graw Hill 1979.
- [8] Z. GHRAB Etude expérimentale d'un jet d'air impactant une plaque plane chauffée : Thèse d'ingénieur de l'école nationale d'ingénieurs de MONASTIR. Juin 2007.

# Annexe A

## Programme « lieu de décollement »

```
clear all
close all
%[filename, pathname] = uigetfile('*.jpg', 'Chargement de
l'image...');

j=0;
x=[];
y=[];

k1=7007
k2=7007
for k=k1:k2
    j=j+1;
    %k=6500;
    %filename=['DSCF6500.jpg']
    filename= ['DSCF' num2str(k) '.jpg'];
    pathname='C:\Program Files\MATLAB71\work\';

    ima=imread([pathname filename]);
    imagesc(ima);
    axes('Visible','off')

    xbox = uicontrol('Style','text','Tag','xbox');
    xboxlabel = uicontrol('Style','text','String','X
Value','Position',get(xbox,'position')+[0 21 0 0]);

    ybox = uicontrol('Style','text','Position',[90 20 60
20],'Tag','ybox');
    yboxlabel = uicontrol('Style','text','String','Y
Value','Position',get(ybox,'position')+[0 21 0 0]);

    callback = ['pt = get(gca,'CurrentPoint');','xbox =
findobj('Tag','xbox');','ybox =
findobj('Tag','ybox');','set(xbox,'String',num2str(pt(1,1)))
','set(ybox,'String',num2str(pt(1,2)));','x=[x,pt(1,1)];','y=[y
,pt(1,2)];'];
    set(gcf,'WindowButtonDownFcn',callback);

    pause;
end
close all
S=0;
for i=1:j
    S=S+x(i);
    X_m = abs(S/j-792);
end
X_m
```

## Annexe B

### Programme de résolution de l'équation différentielle par la méthode de Range Kutta d'ordre 4

```
x=linspace(0,10,1000)
N=1000;
h=10/N;
m0=0.1;
m1=0.2;
phi0=1;
phi1=1;

while max(abs(phi0),abs(phi1))>=0.00001

    y1=zeros(1,1000);
    y2=zeros(1,1000);
    y3=zeros(1,1000);

    k1=zeros(3,1000);
    k2=zeros(3,1000);
    k3=zeros(3,1000);
    k4=zeros(3,1000);

    y1(1)=0;
    y2(1)=0;
    y3(1)=m0;

for i=1:999
    k1(1,i)=y2(i);
    k1(2,i)=y3(i);
    k1(3,i)=-y1(i)*y3(i)-2*((y2(i))^2);

    k2(1,i)=y2(i)+(h/2)*k1(2,i);
    k2(2,i)=y3(i)+(h/2)*k1(3,i);
    k2(3,i)=-((y1(i)+(h/2)*k1(1,i))*(y3(i)+(h/2)*k1(3,i))-
    2*((y2(i)+(h/2)*k1(2,i))^2));

    k3(1,i)=y2(i)+(h/2)*k2(2,i);
    k3(2,i)=y3(i)+(h/2)*k2(3,i);
    k3(3,i)=-((y1(i)+(h/2)*k2(1,i))*(y3(i)+(h/2)*k2(3,i))-
    2*((y2(i)+(h/2)*k2(2,i))^2));

    k4(1,i)=y2(i)+(h/2)*k3(2,i);
    k4(2,i)=y3(i)+(h/2)*k3(3,i);
    k4(3,i)=-((y1(i)+h*k3(1,i))*(y3(i)+h*k3(3,i))-
    2*((y2(i)+h*k3(2,i))^2));
```

```

    y1(i+1)=y1(i)+(h/6)*(k1(1,i)+2*k2(1,i)+2*k3(1,i)+k4(1,i));
    y2(i+1)=y2(i)+(h/6)*(k1(2,i)+2*k2(2,i)+2*k3(2,i)+k4(2,i));
    y3(i+1)=y3(i)+(h/6)*(k1(3,i)+2*k2(3,i)+2*k3(3,i)+k4(3,i));
end
phi0=y1(999)-1;

y1=zeros(1,1000);
y2=zeros(1,1000);
y3=zeros(1,1000);

k1=zeros(3,1000);
k2=zeros(3,1000);
k3=zeros(3,1000);
k4=zeros(3,1000);

y1(1)=0;
y2(1)=0;
y3(1)=m1;

for i=1:999
    k1(1,i)=y2(i);
    k1(2,i)=y3(i);
    k1(3,i)=-y1(i)*y3(i)-2*((y2(i))^2);

    k2(1,i)=y2(i)+(h/2)*k1(2,i);
    k2(2,i)=y3(i)+(h/2)*k1(3,i);
    k2(3,i)=-((y1(i)+(h/2)*k1(1,i))*(y3(i)+(h/2)*k1(3,i))-
    2*((y2(i)+(h/2)*k1(2,i))^2));

    k3(1,i)=y2(i)+(h/2)*k2(2,i);
    k3(2,i)=y3(i)+(h/2)*k2(3,i);
    k3(3,i)=-((y1(i)+(h/2)*k2(1,i))*(y3(i)+(h/2)*k2(3,i))-
    2*((y2(i)+(h/2)*k2(2,i))^2));

    k4(1,i)=y2(i)+(h/2)*k3(2,i);
    k4(2,i)=y3(i)+(h/2)*k3(3,i);
    k4(3,i)=-((y1(i)+h*k3(1,i))*(y3(i)+h*k3(3,i))-
    2*((y2(i)+h*k3(2,i))^2));

    y1(i+1)=y1(i)+(h/6)*(k1(1,i)+2*k2(1,i)+2*k3(1,i)+k4(1,i));
    y2(i+1)=y2(i)+(h/6)*(k1(2,i)+2*k2(2,i)+2*k3(2,i)+k4(2,i));
    y3(i+1)=y3(i)+(h/6)*(k1(3,i)+2*k2(3,i)+2*k3(3,i)+k4(3,i));
end
phil=y1(999)-1;

tamp=m1;
m1=m1-phil*(m1-m0)/(phil-phi0);
m0=tamp;

end

plot(y2,x);
xlabel('vitesse adimensionnée : u/U');
ylabel('distance de la plaque : y/delta');
title('profil de vitesse - Glauert');
disp(y2);

```

```

pause

m0=1;
m1=2;
pr=input('merci d''introduire la valeur du nbre de prandtl pr')
phi0=1;
phi1=1;
while max(abs(phi0),abs(phi1))>=0.00001

    z1=zeros(1,1000);
    z2=zeros(1,1000);

    k1=zeros(1,1000);
    k2=zeros(1,1000);
    k3=zeros(1,1000);
    k4=zeros(1,1000);

    z1(1)=1;
    z2(1)=m0;

for i=1:999
    k1(1,i)=z2(i);
    k1(2,i)=-pr*y1(i)*z2(i);

    k2(1,i)=z2(i)+(h/2)*k1(2,i);
    k2(2,i)=-pr*(y1(i)+h/2*k1(2,i))*(z2(i)+h/2*k1(2,i));

    k3(1,i)=z2(i)+(h/2)*k2(2,i);
    k3(2,i)=-pr*(y1(i)+h/2*k2(2,i))*(z2(i)+h/2*k2(2,i));

    k4(1,i)=z2(i)+(h/2)*k3(2,i);
    k4(2,i)=-pr*(y1(i)+h*k3(2,i))*(z2(i)+h*k3(2,i));

    z1(i+1)=z1(i)+(h/6)*(k1(1,i)+2*k2(1,i)+2*k3(1,i)+k4(1,i));
    z2(i+1)=z2(i)+(h/6)*(k1(2,i)+2*k2(2,i)+2*k3(2,i)+k4(2,i));

end

phi0=z1(999);

    z1=zeros(1,1000);
    z2=zeros(1,1000);

    k1=zeros(1,1000);
    k2=zeros(1,1000);
    k3=zeros(1,1000);
    k4=zeros(1,1000);

    z1(1)=1;
    z2(1)=m1;

for i=1:999
    k1(1,i)=z2(i);
    k1(2,i)=-pr*y1(i)*z2(i);

```

```

k2(1,i)=z2(i)+(h/2)*k1(2,i);
k2(2,i)=-pr*(y1(i)+h/2*k1(2,i))*(z2(i)+h/2*k1(2,i));

k3(1,i)=z2(i)+(h/2)*k2(2,i);
k3(2,i)=-pr*(y1(i)+h/2*k2(2,i))*(z2(i)+h/2*k2(2,i));

k4(1,i)=z2(i)+(h/2)*k3(2,i);
k4(2,i)=-pr*(y1(i)+h*k3(2,i))*(z2(i)+h*k3(2,i));

z1(i+1)=z1(i)+(h/6)*(k1(1,i)+2*k2(1,i)+2*k3(1,i)+k4(1,i));
z2(i+1)=z2(i)+(h/6)*(k1(2,i)+2*k2(2,i)+2*k3(2,i)+k4(2,i));

end
phil=z1(999);

tamp=m1;
m1=m1-phil*(m1-m0)/(phil-phi0);
m0=tamp;

end

xlabel('température adimensionnée : teta');
ylabel('distance de la plaque : y/delta');
title('profil de la température ');
plot(z1,x);
disp(z1);

```

## Annexe C

### Photographies du montage expérimental



Fig. C.1. Dispositif expérimental

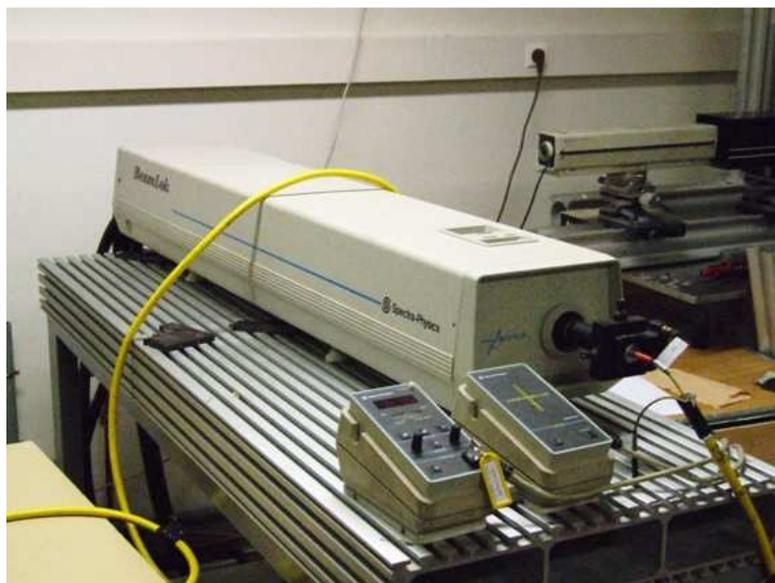


Fig. C.2. Laser à Argon Ionisé relié à une fibre optique

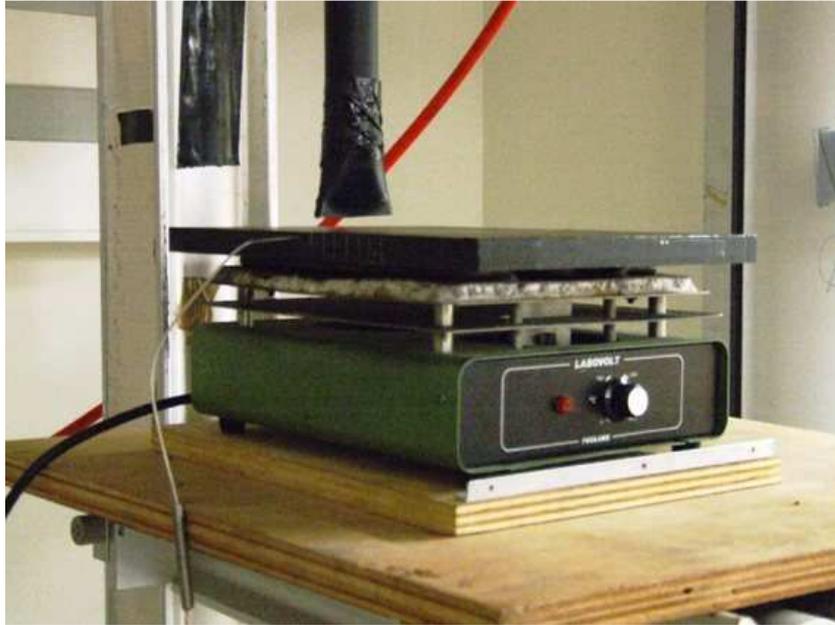


Fig. C.3. Plaque chauffée et buse

## Photographies du calibrage



Fig. C.4. Calibrage pixel-mm à l'aide d'une règle pour  $H=e$

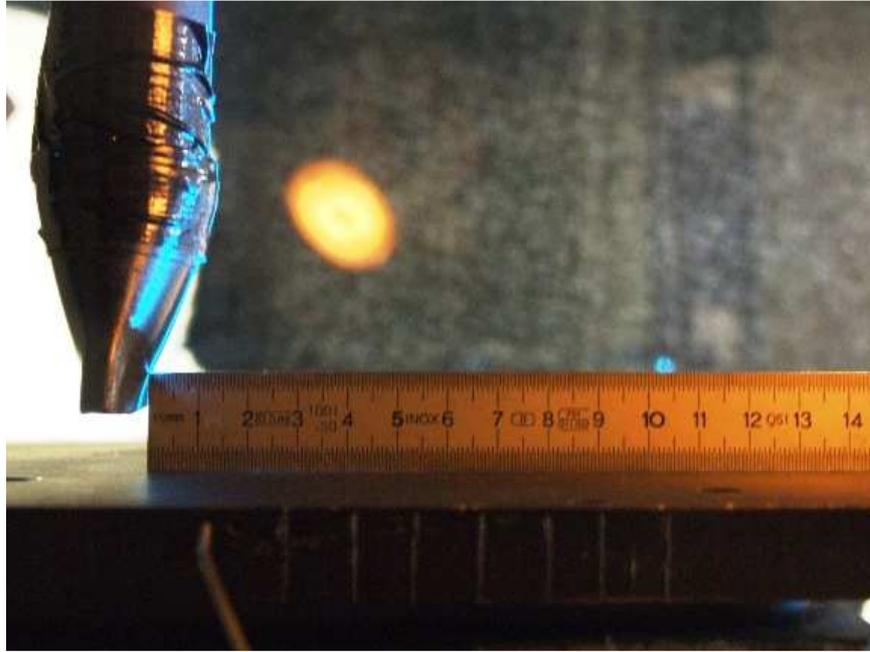


Fig. C.5. Calibrage pixel-mm pour  $H=2e$

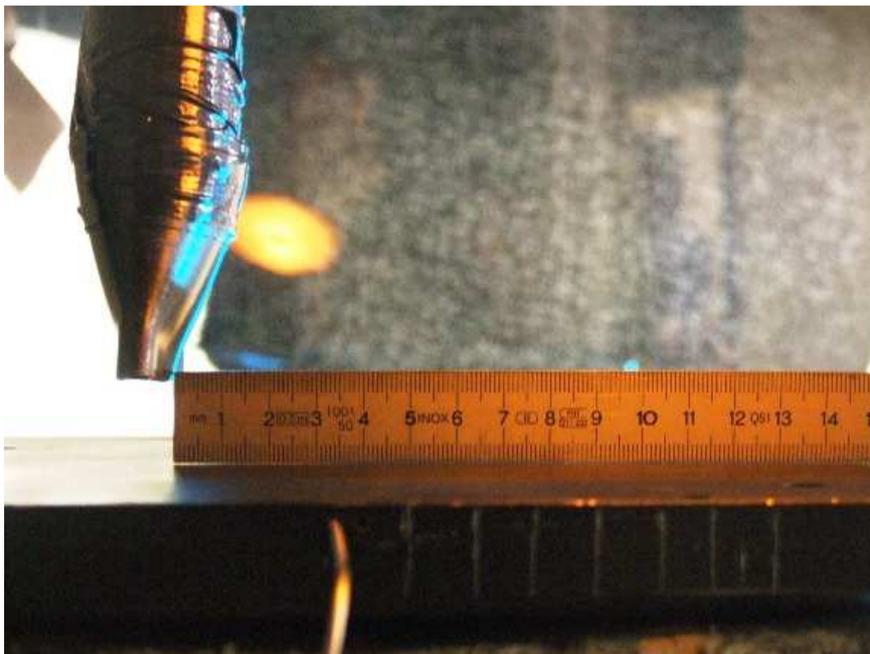


Fig. C.6. Calibrage pixel-mm pour  $H=3e$