

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE  
Département de génie chimique

M0016/00A

## THESE DE MAGISTER

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

Présentée par: **Abdelkader SID ALI**,  
Ingénieur d'Etat à l'ENP  
Sous la direction de: **Chems Eddine CHITOUR**,  
Professeur à l'ENP

Pour l'obtention du grade de Magister en Génie Chimique

**Thème:**

**CONCEPTION ET REALISATION D'UN FOUR DE FUSION A  
RESISTANCES  
Validation expérimentale du modèle**

Soutenue publiquement le 24 juin 2000 devant le Jury composé de:

M. M.HADDADI  
M. K.ABADLI  
Mme. F.MEZIANI  
M. E.H.BENYOUSSEF  
Mme F.YAGOUB  
M. C.E.CHITOUR

Professeur, ENP  
Chargé de cours, ENP  
Chargée de cours, ENP  
Docteur, chargé de cours, ENP  
Chargée de cours, ENP  
Professeur, ENP

Président  
Examinateur  
Examinatrice  
Examinateur  
Co-rapporteur  
Rapporteur

Juin 2000

ENP - 10 Avenue Pasteur, Hacem Badi - El Harrach - Alger.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique



## REMERCIEMENTS

*Ce travail a été réalisé au département de Génie Chimique de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, dans le Laboratoire de Valorisation des Energies Fossiles sous la direction de Monsieur le Professeur Chems Eddine CHITOUR.*

*Je remercie Madame F. YAGOUB, chargée de cours au Département de Génie Chimique, pour m'avoir proposé ce sujet et initié à ce travail de recherche.*

*Que Monsieur le Professeur C.E.CHITOUR qui a accepté de diriger ce travail trouve ici l'expression de ma gratitude pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail et à l'aide précieuse qu'il a apporté dans la présentation de cette thèse. Il a toujours cherché à me placer dans les conditions de travail les meilleures possibles et m'a fait bénéficier de conseils nombreux et avisés.*

*Je remercie vivement les membres de Jury qui ont accepté de participer à l'appréciation de ce travail:*

*Pr M.HADDADI, pour avoir accepté de présider cette commission d'examen, ainsi que Madame F.MEZIANI et Messieurs E.H.BENYOUSSEF et K.ABADLI pour avoir accepté à leur tour de juger ce travail.*

*Je tiens particulièrement à exprimer ma reconnaissance et adresser mes remerciements à Monsieur K.ABADLI pour toute l'aide et les conseils qu'il m'a apportés.*

*Je remercie également les enseignants du Département de Génie Chimique pour la formation qu'ils m'ont prodigué, ainsi que mes collègues, camarades et amis de l'ENP. Je tiens aussi à remercier K.RABIA, Moh.DELLAH, Sofiane BERRAHMOUNE, Kamel OURARI, Sihem BENSELAMA, Khaled GUOUISSSEM, M'henni et Malek pour leurs aides et leurs soutiens. Ainsi que tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à ce travail.*

*Je ne saurai terminer sans exprimer ma sincère reconnaissance à ma famille pour sa patience et sa compréhension.*

## Sujet:

# CONCEPTION ET REALISATION D'UN FOUR DE FUSION A RESISTANCES

## Validation expérimentale du modèle

### Résumé :

La modélisation, sur le plan thermique, de fours électriques revêt une importance considérable. Il s'agit dans cette étude de réaliser des calculs numériques sur un modèle tridimensionnel prenant en compte les échanges thermiques par conduction en régime permanent dans les matériaux et la convection, celle-ci introduite sous forme de coefficients d'échange. Un four de fusion pouvant atteindre la température de 1400 °C a été réalisé. Le code de calcul développé à cette fin a été validé expérimentalement sur ce four. Les résultats en températures obtenus sont alors satisfaisants car proches des valeurs expérimentales.

**Mots clés :** Four, transferts de chaleur, conduction, convection, modélisation, simulation.

### Abstract :

The present work is a contribution to electric furnaces modeling. It's objective is to realize an electric furnace witch can reach and keeping at 1400 °C. In this aim, theoretical model and numeric simulation were described. This part consists of the modeling in three dimensional geometry based on steady state conduction of heat through the walls and convection witch is estimated by heat transfer coefficients. The results obtained experimentally by the furnace are compared with the results predicted by the model for it's validation.

**Key words:** furnace, heat transfer, conduction, convection, modeling, simulation.

### ملخص

التمثيل النموذجي للتبادلات الحرارية في الأفران الكهربائية تكتسي أهمية كبيرة. يتضمن هذا العمل دراسة نموذج نظري و دراسة رقمية لوصف التبادلات الحرارية باعتبار ثلاثة أبعاد و عن طريق ناقلية الحرارة عبر المواد المكونة لجدران الفرن و من الجدران إلى الهواء المحيط به. للتأكد من صحة هذا النموذج أنجزنا فرنا كهربائيا يمكنه أن يصل إلى 1400 °م. النتائج النظرية قورنت مع النتائج المحصل عليها تجريبيا على الفرن المنجز.

## NOTATIONS UTILISEES

- a: Diffusivité thermique.  
A: Hauteur de la chambre de chauffe.  
B: Largeur de la chambre de chauffe.  
b: Effusivité thermique.  
C: Longueur de la chambre de chauffe.  
c: Chaleur spécifique.  
 $c_i$ : Chaleur spécifique de la  $i^{\text{ème}}$  couche.  
 $c_{\text{air}}$ : Chaleur spécifique de l'air à pression constante.  
e: Epaisseur totale de la paroi.  
 $e_i$ : Epaisseur de la  $i^{\text{ème}}$  couche de la paroi.  
 $h_1$ : Coefficient de convection pour les surfaces verticales.  
 $h_2$ : Coefficient de convection pour les surfaces horizontales dirigées vers le bas.  
 $h_3$ : Coefficient de convection pour les surfaces horizontales dirigées vers le haut.  
I: Intensité de courant électrique.  
 $m_{\text{tot}}$ : Masse totale des matériaux réfractaires et isolants.  
 $m_i$ : Masse de la  $i^{\text{ème}}$  couche.  
n: Nombre de couches de la paroi.  
P: Puissance à installer.  
Q: Quantité de chaleur.  
 $Q_1$ : Energie utile.  
 $Q_2$ : Pertes par absorption dans les parois.  
r: Résistance thermique.  
 $R_{\text{tot}}$ : Résistance électrique totale nécessaire.  
S: Surface d'échange de chaleur.  
t: Temps de montée en température du four.  
T: Température absolue.  
 $T_C$ : Température de la charge du four.  
 $T_R$ : Température des éléments chauffants.  
U: tension d'alimentation du four.  
 $V_i$ : Volume de la  $i^{\text{ème}}$  couche.  
 $x_i$ : Fraction massique du constituant i.  
 $\theta_a$ : Température ambiante.  
 $\theta_0$ : Température finale de la chambre de chauffe.  
 $\theta_{i-1}$ : Température en face chaude de la  $i^{\text{ème}}$  couche.  
 $\theta_i$ : Température en face froide de la  $i^{\text{ème}}$  couche.  
 $\phi$ : Flux de chaleur.  
 $\phi_a$ : Flux transmis vers l'extérieur à travers les arêtes.  
 $\phi_s$ : Flux transmis vers l'extérieur à travers les sommets.  
 $\phi_p$ : Flux transmis vers l'extérieur à travers les surfaces planes.  
 $\varphi$ : Densité de flux thermique.  
 $\lambda$ : Conductivité thermique.  
 $\lambda_e$ : Conductivité thermique équivalente.  
 $\lambda_i$ : Conductivité thermique de la  $i^{\text{ème}}$  couche.  
 $\lambda_s$ : Conductivité thermique de la matrice solide.  
 $\lambda_f$ : Conductivité thermique de la phase fluide.  
 $\rho_i$ : Masse volumique de la  $i^{\text{ème}}$  couche.  
 $\rho_{\text{air}}$ : Masse volumique de l'air.  
 $\varepsilon$ : Porosité.



D'autres notations sont utilisées, elles sont définies au fur et à mesure qu'elles sont introduites dans le texte.

## SOMMAIRE

INTRODUCTION	1
<b>Chapitre 1: Généralités sur les fours. Etude d'un four de fusion électrique.</b>	
<b>Le four à résistances.</b>	2
I- Introduction	3
II- Principe de chauffage des fours à résistances	4
II-1- Puissance dissipée dans une résistance	4
II-2- Chauffage d'un four à résistances	5
III- Transmission de la chaleur dans un four à résistances	5
III-1- Transferts de chaleur par conduction	6
A- Loi de FOURIER	6
B- Equation de la chaleur	6
C- Principe de conduction dans les champs de température stationnaires et non stationnaires	7
D- Les grandeurs thermiques	9
E- Application	10
III-2- Transmission de la chaleur par rayonnement	11
A- Définition et lois du rayonnement thermique	11
B- Application aux fours à résistances	12
III-3- Transfert de chaleur par convection	12
A- Coefficient de convection	13
B- Application aux fours à résistances	13
III-4- Echange thermique global dans un four à résistances	14
IV- Calcul de la puissance d'un four à résistances	15
IV-1- Energie absorbée par la charge	15
IV-2- Pertes par les parois du four	15
A- Les pertes par absorption	16
B- Les pertes extérieures	16
IV-3- Puissance à installer	17
A- Fours intermittents ou discontinus	17
B- Fours continus	17
V- Rendement des fours à résistances	18
V-1- Le rendement électrique	18
V-2- Le rendement thermique	18
V-3- Rendement pratique ou industriel	18
VI- Eléments constitutifs d'un four à résistances	18
VI-1- Les résistances électriques	19
A- Critères de choix des résistances	19
B- Matériaux disponibles et conditions d'utilisation	19
C- Formes et disposition des résistances dans les fours	20
D- Alimentation des éléments chauffants	21
VI-2- Les réfractaires	21
A- Définition	21
B- Classification	22
C- Propriétés des matériaux réfractaires	22
D- Différents types de réfractaires	23
VI-3- Les isolants thermiques	23
A- Propriétés des isolants thermiques	23
B- Critères de choix des isolants thermiques	25
VI-4- Fours à résistances et régulation	25
A- Régulation classique	25
B- Régulation PID numérique	26
C- Régulation autoadaptative	26

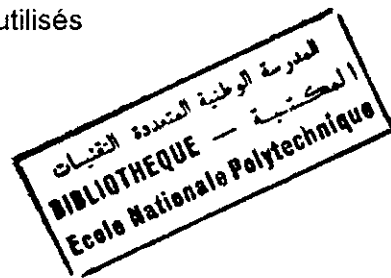


VII-	Evolution des fours à résistances	26
VIII-	Intérêts et limitation des fours à résistances	27
VIII-1-	Intérêts des fours à résistances	27
A-	Intérêts techniques	27
B-	Intérêts économiques	28
VIII-2-	Limitation des fours à résistances	28
VIII-3-	Applications des fours à résistances	28

<b>Chapitre 2: Propriétés thermophysiques des matériaux réfractaires et isolants</b>		30
I-	La conductivité thermique	31
I-1-	Définition	31
I-2-	Détermination théorique de la conductivité thermique	31
I-3-	Détermination expérimentale de la conductivité thermique	33
I-4-	Variations de la conductivité thermique avec la température	34
I-5-	Variation de la conductivité thermique avec la masse volumique	35
II-	La chaleur spécifique	36
II-1-	Définition	36
II-2-	Estimation de la chaleur spécifique de mélanges de corps purs	36
II-3-	Variations de la chaleur spécifique avec la température	36
III-	Le coefficient d'échange superficiel	37
III-1-	Définition	37
III-2-	détermination du coefficient d'échange superficiel	37
A-	Coefficient d'échange superficiel interne, $h_i$	37
B-	Coefficient d'échange superficiel externe, $h_e$	38

<b>Chapitre 3: Modélisation du four</b>		39
I-	Introduction	40
II-	Energie utile	41
III-	Energie accumulée dans les parois du four	41
IV-	Les pertes par transmission vers l'extérieur	43
IV-1-	Les pertes par les arêtes	43
IV-2-	Les pertes par les sommets	45
IV-3-	Les pertes par les surfaces planes	46
IV-4-	Energie totale perdue par transmission	47
V-	Calcul de l'épaisseur de la paroi	48
V-1-	Epaisseur totale	48
V-2-	Epaisseurs des différentes couches de la paroi	50
VI-	Puissance à installer	50
VII-	Résistance des éléments chauffants	51
VIII-	Profils de température dans la paroi	51
VIII-1-	Résolution numérique de l'équation de la chaleur par la méthode des différences finies	51
A-	Méthode des différences finies	51
B-	Etablissement des équations aux différences finies	52
C-	Résolution du système d'équations	54
VIII-2-	Répartition de la température dans les parois du four	54
IX-	Logiciels et codes de calcul	56
IX-1-	Le code de calcul TMG	56
IX-2-	Le code de calcul NISA	56
IX-3-	Le code de calcul Phoenix	56
IX-4-	Fkux 2D	57
X-	Structure générale du code de calcul	57
XI-	Conclusion	60

<b>Chapitre 4: Simulation numérique - Résultats et interprétations</b>	61
I- Introduction	62
II- La fonction $F(e)=0$	62
III- Caractéristiques du four	64
IV- Variations des flux de chaleur en fonction de l'épaisseur de la paroi	64
V- Profils de température	65
VI- Influence des paramètres thermophysiques des matériaux sur les performances du four	68
VI-1- Influence de la conductivité thermique	68
VI-2- Influence de la masse volumique	69
VI-3- Influence de la chaleur spécifique	70
VII- Variations de la puissance à installer en fonction de la masse du four et de la quantité de chaleur accumulée dans les parois	70
VIII- Influence des températures interfaciales	71
IX- Influence du nombre de couches	72
X- Influence de la température en face froide	73
<b>Chapitre 5: Réalisation d'un four de fusion électrique - Validation expérimentale du modèle</b>	75
I- Introduction	76
II- Choix des dimensions	76
III- Caractéristiques techniques des matériaux utilisés	76
III-1- Eléments chauffants	76
III-2- Matériaux réfractaires et isolants	77
III-3- Régulateur de température	77
III-4- Capteur de température	78
IV- Caractéristiques techniques du four réalisé	78
IV-1- Fonctionnement du four	78
IV-2- Courbe de chauffage	78
IV-3- Courbe de refroidissement	79
IV-4- Caractéristiques du four réalisé	80
V- Validation expérimentale du modèle	81
V-1- Températures interfaciales	81
V-2- Profils de température	82
V-3- Puissance installée et résistance électrique nécessaire	84
V-4- Tableau récapitulatif	84
VI- Conclusion	84
<b>CONCLUSION</b>	86







## INTRODUCTION

Les applications du chauffage par résistances couvrent pratiquement tous les secteurs industriels. Les fours à résistances ont connu un intérêt croissant dès lors que l'électricité est devenue une source d'énergie secondaire compétitive avec la baisse des prix du pétrole et la diminution de l'intensité énergétique, les matériaux constituant le garnissage des parois assez performants et les développements significatifs des éléments chauffants et des systèmes de régulation de la température.

Le dimensionnement d'un four nécessite l'utilisation d'un modèle permettant de prédire ses caractéristiques thermiques et électriques à partir d'un certain nombre de contraintes. Pour ce faire il existe des logiciels développés par les constructeurs et les bureaux d'études pour leur propre usage, il existe également des codes de calcul disponibles sur le marché.

Le travail que nous avons entrepris, rentre dans le cadre des activités de recherches du département de Génie Chimique. Cette étude a pour objectif principal la conception et la réalisation d'un four de fusion électrique pouvant atteindre et se maintenir à une température de l'ordre de 1400 °C. Le but étant initialement de le destiner à la fusion de verres.

Dans cette perspective, nous avons réparti le travail en trois parties principales.

Les chapitres 1 et 2 sont consacrés à une recherche bibliographique, ils portent sur des généralités sur les fours à résistances, les éléments constitutifs d'un four et les caractéristiques thermophysiques principales des matériaux réfractaires et isolants.

Dans les chapitres 3 et 4, un modèle de calcul et de dimensionnement d'un four a été développé et mis sous forme de programme informatique pour faciliter son exploitation. Celui-ci permet de prédire les caractéristiques du four, les influences des diverses propriétés des matériaux sur ses performances, les profils et la répartition de température dans les différentes couches de la paroi.

Le chapitre 5 est consacré à la réalisation d'un four à chambre. Des essais expérimentaux ont été effectués sur ce four et les résultats obtenus sont confrontés à ceux donnés par le modèle pour sa validation.

**CHAPITRE 1**  
**GENERALITES SUR LES FOURS**  
**ETUDE D'UN FOUR DE FUSION ELECTRIQUE**  
**LE FOUR A RESISTANCES**

## I- INTRODUCTION:

Le four à résistances est sans doute le plus connu et le plus répandu des appareils électrothermiques. Son utilisation industrielle remonte au début des années 20 et sa technique n'a cessé de se perfectionner depuis [1]. Cependant la cuisson à l'électricité ne devint d'un usage courant qu'après la commercialisation des réfractaires isolants perfectionnés. Ceci se situe vers les années 30 et, vers 1940 on utilisait largement les fours électriques transportables, surtout dans les écoles. Grâce à l'emploi de réfractaires légers, on put construire des fours électriques légers donc facilement transportables. Bien plus, le moulage des briques réfractaires et des supports pour les résistances électriques permit de construire des fours bon marché [2].

Les avantages des fours électriques sur les fours à combustibles sont évidents. Le four électrique est réellement transportable non seulement parce qu'il est léger et compact mais aussi parce qu'il ne comporte ni conduit d'évacuation ni cheminée. De plus ils sont facilement exploitables, ne présentent pas de grands risques pour les opérateurs, et offrent un bon contrôle et précision de la température [3].

La fusion électrique est connue depuis pratiquement un siècle, mais n'a véritablement eu un développement significatif que depuis environ trente ans. Trois facteurs ont joué un rôle essentiel dans cette évolution :

- La mise sur le marché de nouveaux produits adaptés aux contraintes imposées par ce type de fusion, et parmi eux les réfractaires électrofondus à « remplissage total » [4].
- Les problèmes de pollution devenaient une préoccupation croissante. La fusion électrique, bénéficiant de développements technologiques récents, était une solution intéressante, puisqu'elle permettait, lors du processus de fusion de réduire très notablement l'émission de composés volatils comme l'oxyde de bore, le fluor, les oxydes de plomb... [5].
- Les crises pétrolières successives et le renchérissement des combustibles fossiles commençaient à rendre l'électricité compétitive, surtout par rapport aux fours à flamme peu performants.

Les fours à résistances sont des équipements de chauffage direct. Contrairement au chauffage par conduction, l'élément chauffant ou résistance, constitué d'un matériau conducteur de l'électricité, est le siège d'un dégagement de chaleur par effet joule lorsqu'il est traversé par le courant électrique d'alimentation. Le processus de transfert de la chaleur de cet élément chauffant vers la charge se fait par un ou plusieurs des modes suivants: conduction, convection et rayonnement.

Afin d'atteindre la température de charge souhaitée, et d'assurer un rendement thermique optimal, les échanges de chaleur avec l'extérieur doivent être minimisés. Pour ce faire, la chambre de chauffe doit être constituée de matériaux réfractaires et isolants. Aussi,

le choix de ces matériaux et leur disposition influent considérablement sur les déperditions thermiques du four.

Les fours à résistances sont des appareils électrothermiques, ils utilisent les lois usuelles de la thermique, en particulier celles déterminant la transmission de chaleur par rayonnement, convection et conduction, qui font l'objet de très nombreuses publications. L'accent est mis dans ce chapitre sur les caractéristiques spécifiques des fours à résistances, sur la nature et performances des résistances comme corps de chauffe, et sur les transferts thermiques entre élément chauffant et charge, utilisation des fours à résistances...

## II- PRINCIPE DE CHAUFFAGE DES FOURS A RESISTANCES:

### II-1- Puissance dissipée dans une résistance:

Le chauffage des fours à résistances repose sur la loi de Joule: toute substance conductrice de l'électricité traversée par un courant électrique est le siège d'un dégagement de chaleur, Figure (I-1).

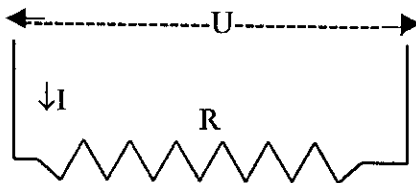


Figure (I-1) : Chauffage par effet Joule

La puissance électrique transformée en chaleur s'exprime par la relation:

$$P = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R} \quad (I-1)$$

Si une même puissance électrique est utilisée pendant un temps  $t$ , l'énergie électrique transformée en chaleur a pour valeur:

$$Q = P \cdot t = R \cdot I^2 \cdot t \quad (I-2)$$

Cette relation suppose que les différentes grandeurs physiques soient constantes; dans le cas contraire, il faut déterminer l'énergie émise par l'expression:

$$Q = \int_0^t U(t)I(t)dt \quad (I-3)$$

Les réseaux de distribution actuels utilisent le plus souvent le courant alternatif monophasé et triphasé et la valeur de la puissance dépend alors du montage des résistances (en triangle ou en étoile) [6].

## II-2- Chauffage d'un four à résistances:

Le principe des fours à résistances est extrêmement simple; schématiquement ceux-ci sont constitués d'une enceinte chauffée par des résistances électriques. Cette enceinte, souvent appelée chambre de chauffe ou laboratoire, doit être bien calorifugée afin de réduire le plus possible les déperditions thermiques. La charge à chauffer est placée dans cette enceinte.

## III- TRANSMISSION DE LA CHALEUR DANS UN FOUR A RESISTANCES:

La transmission de la chaleur dans un four à résistances s'effectue par l'un ou plusieurs des modes suivants: convection, conduction et rayonnement. Ceux-ci correspondent à des mécanismes physiques différents, en pratique, ils se trouvent toujours associés dans un problème de thermique industrielle, mais leur importance relative varie fortement en fonction de l'application et de la technologie considérée [6].

Il existe trois catégories principales de transferts thermiques dans un four à résistances, à savoir:

- Transfert de chaleur du corps de chauffe vers la charge et le four (réfractaire, calorifuge et structure métallique).
- Transfert de chaleur de la charge chauffée vers la masse du four et à partir de la masse vers l'extérieur.
- Transfert de chaleur particuliers: refroidissement des extrémités de certaines résistances, de système de manutention, ...

Le transfert de chaleur des résistances à la charge du four s'effectue par convection et rayonnement. A partir de 700°C environ, la majeure partie de l'échange se fait par rayonnement comme le montre la figure (I-2) [6].

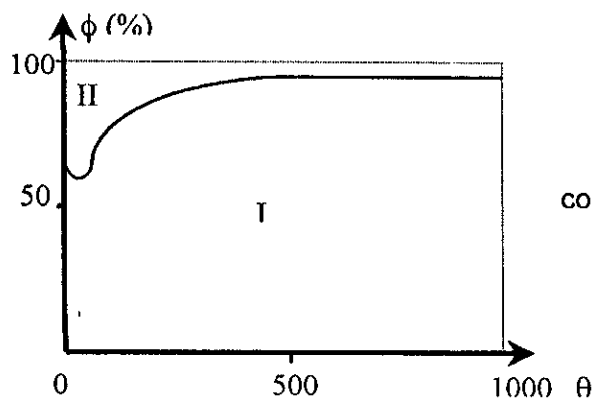


Figure (I-2) : Répartition du flux thermique entre rayonnement et convection naturelle en fonction de la température.

I: Rayonnement.

II: convection.

### III-1- Transfert de chaleur par conduction:

La conduction thermique est la propagation de la chaleur de molécule en molécule dans un corps ou dans plusieurs corps contigus et opaques, sans qu'il y ait mouvement du milieu ou que ce mouvement intervienne dans la transmission.

Ce mode de transmission de la chaleur ne joue pratiquement aucun rôle dans l'échange thermique entre les résistances et la charge. En revanche, la conduction thermique conditionne:

- La transmission d'énergie à l'intérieur de la charge et l'uniformisation de sa température.
- Les pertes thermiques par les parois du four.

Les parois du four doivent donc être constituées de matériaux réduisant le plus possible les pertes thermiques.

#### A- Loi de FOURIER :

Il existe une relation linéaire entre la densité de flux thermique et le gradient de température: *en tout point d'un milieu isotrope, la densité de flux thermique instantanée est proportionnelle à la conductivité thermique  $\lambda$  du milieu et au gradient de température [7].*

$$\vec{\varphi} = -\lambda \cdot \overline{\text{Grad}\theta} \quad (I-4)$$

#### B- Equation de la chaleur :

Pour un milieu homogène et isotrope, l'équation de la chaleur peut s'écrire sous la forme :

$$\text{div}\vec{\varphi} + \gamma \frac{\partial \theta}{\partial t} - p = 0 \quad (I-5)$$

dans laquelle p est la puissance générée par unité de volume, due aux sources internes.

Cette équation peut aussi s'écrire en introduisant la diffusivité thermique (a) et le laplacien  $\Delta$ :

$$\Delta\theta - \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{d\theta} \cdot (\text{grad}\theta)^2 + \frac{p}{\lambda} = 0 \quad (I-6)$$

afin de linéariser cette équation on doit supposer, à la fois que :

- $\lambda$  et a sont indépendants de  $\theta$ .
- Et p est indépendant ou fonction linéaire de  $\theta$ , de la forme :

$$p(M, \theta, t) = A(M, t) + B(M, t) \cdot \theta \quad (I-7)$$

#### Formes de l'équation de la chaleur :

Pour un milieu de caractéristiques  $\lambda$  et a constantes et pour lequel p est indépendante de la température, on obtient l'équation linéaire classique de la chaleur :

$$\Delta\theta - \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial\theta}{\partial t} + \frac{p(M, t)}{\lambda} = 0 \quad (I-8)$$

d'où l'on déduit les cas particuliers suivants et que l'on rencontre très fréquemment.

- Milieu avec source interne, en régime permanent, équation de POISSON. :

$$\Delta\theta + \frac{P}{\lambda} = 0 \quad (I-8-a)$$

- Milieu sans source interne en régime permanent, équation de LAPLACE. :

$$\Delta\theta = 0 \quad (I-8-b)$$

- Milieu sans source interne en régime variable, équation de FOURIER. :

$$\Delta\theta = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial\theta}{\partial t} \quad (I-8-c)$$

### **C- Principe de la conduction dans les champs de température stationnaires et non stationnaires :**

A l'intérieur d'un corps, la chaleur s'écoule à partir du point à température maximale vers tous les points à température plus basse. Ceci n'est en soi que l'affirmation d'une partie du deuxième principe de la thermodynamique. Quantitativement, cet écoulement est régi par la troisième loi de la cinétique thermique, la loi de la conduction.

Cette loi est basée sur les faits d'expérience ci-après. La quantité de chaleur s'écoulant d'un point à un autre d'un corps est proportionnelle au temps  $t$ , à la section  $S$  offerte au flux de chaleur, et à la différence de température entre les deux points, mais inversement proportionnelle à leur distance [8]. Ce qui se traduit par la formule suivante :

$$dQ = -\lambda \cdot t \cdot S \frac{d\theta}{dx} \quad (I-9)$$

la conductivité thermique  $\lambda$  est essentiellement une propriété spécifique du matériau considéré, mais dépend également de la température ainsi que de la pression pour les gaz. Pour un milieu isotrope,  $\lambda$  est une grandeur scalaire positive fonction en général de la position et de la température. Si de plus le milieu est homogène  $\lambda$  ne dépend que de la température [7], [8]. Le signe (-) caractérise le fait que l'écoulement de chaleur s'effectue dans le sens des températures décroissantes c'est-à-dire du plus chaud vers le plus froid.

Une section d'écoulement quelconque à l'intérieur de la paroi d'un four dissipe de deux façons le flux de chaleur qui l'atteint. Cette section à laquelle il faut attribuer une très petite épaisseur  $dx$  utilise pour s'échauffer une partie de la chaleur que lui envoie la section voisine en amont, le reste est transmis à la section voisine en aval.

La figure (I-3) schématise cet écoulement de chaleur.

**Bilan de chaleur :**

- La quantité de chaleur s'introduisant dans la section 2, pendant le très petit intervalle de temps  $dt$ , est donnée par l'équation de la conduction dans laquelle  $d\theta_1$  est la différence de température entre les sections 1 et 2 :

$$dQ = -\lambda \cdot dt \cdot S \cdot \frac{\partial \theta_1}{\partial x} \tag{I-10}$$

- La quantité de chaleur emmagasinée dans la section 2 est fonction de la masse de la section, de sa chaleur spécifique, et de son élévation de température  $d\theta$ .

$$dQ_1 = S \cdot dx \cdot \rho \cdot c \cdot d\theta \tag{I-11}$$

- la quantité de chaleur amenée par conductibilité de la section 2 à la section 3 s'exprime comme ci-dessus en remplaçant  $d\theta_1$  par  $d\theta_2$ .

$$dQ_2 = -\lambda \cdot dt \cdot S \cdot \frac{\partial \theta_2}{\partial x} \tag{I-12}$$

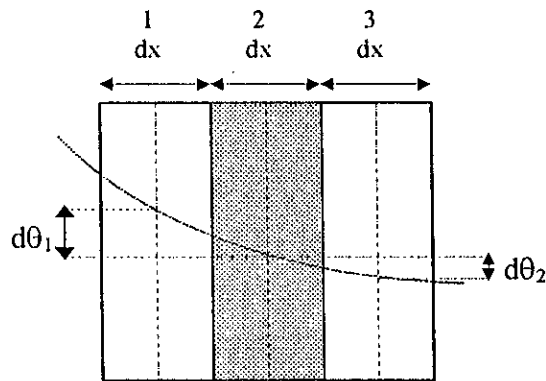


Figure (I-3) : flux de chaleur à l'intérieur d'un mur.

le passage de  $d\theta_1, d\theta_2$  à  $\partial\theta_1, \partial\theta_2$  signifie que  $\theta_1$  et  $\theta_2$  ne sont pas seulement fonction de  $x$ .

$$dQ = dQ_1 + dQ_2 \tag{I-13}$$

à l'aide des seconds membres des trois équations, on obtient :

$$c \cdot \rho \cdot dx \cdot \frac{d\theta}{dt} = \lambda \cdot \left( \frac{\partial \theta_2}{\partial x} - \frac{\partial \theta_1}{\partial x} \right) \tag{I-14}$$

l'expression mathématique de

$$\frac{1}{dx} \cdot \left( \frac{\partial \theta_2}{\partial x} - \frac{\partial \theta_1}{\partial x} \right) \text{ est } \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$$

de sorte que l'on obtient :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \tag{I-15}$$

Cette équation exprime que la dérivée  $\frac{\partial \theta}{\partial t}$  de la température par rapport au temps est proportionnelle à la dérivée locale du gradient de température.



Dans la paroi du four, il y a d'abord au début du chauffage de très grandes variations du gradient de température. Au voisinage de la paroi interne, le gradient est très grand ; au voisinage de la paroi externe qui est demeurée tout d'abord à la température extérieure, il est nul ou presque nul. Les températures varient très rapidement à l'intérieur de la paroi à cause de la grande différence de gradient.

Peu à peu, la température dans la section considérée devient suffisante pour que la chaleur, entrant dans la section par suite du gradient, s'écoule intégralement dans la section voisine en aval. Il ne se produit plus alors, dans celle-ci, d'élévation de température.

Lorsque cet état est atteint dans toute l'épaisseur de la paroi, la température de celle-ci devient stationnaire. Le gradient de température est égal pour toutes les sections et la paroi n'emmagasine plus de chaleur. La totalité de la chaleur pénétrant par la surface interne s'écoule jusqu'à la surface externe et de là à l'environnement [8].

Dans la pratique il faut distinguer les cas suivants :

- ◆ Conduction en régime stationnaire dans les corps à gradients de température constants (ou à champs de température).
- ◆ Conduction dans les champs à températures variables dans le temps.

#### **D- Les grandeurs thermiques:**

Les caractéristiques thermiques élémentaires des solides sont:

- La chaleur massique  $c$  (ou chaleur volumique  $\gamma = \rho \cdot c$ ).
- La conductivité thermique  $\lambda$ .
- La diffusivité thermique  $a$ .
- L'effusivité thermique  $b$ .

Compte tenu des relations de définition de  $a$  et  $b$ , deux seulement de ces caractéristiques sont indépendantes. La connaissance de deux d'entre elles permet donc la détermination des deux autres.

Le coefficient d'échange  $h$  est un paramètre indépendant.

Les dimensions et unités sont déduites des relations de définition de ces grandeurs d'après le tableau (I-1) qui suit.

Tableau (I-1): Grandeurs thermiques [7].

Grandeurs	Symboles	Equation de définition	Dimensions	Unités SI
Conductivité	$\lambda$	$\lambda = \frac{dQ}{dt \cdot dS} \frac{1}{ \text{grad}\theta }$	$ML^2 t^{-3}/LT$	Watt/m.°C
Diffusivité	$a$	$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c}$	$L^2 t^{-1}$	m <sup>2</sup> /s
Effusivité	$b$	$b = (\lambda \cdot \rho \cdot c)^{0.5}$	$M L^2 t^{-2} / L^2 T t^{0.5}$	Joule/m <sup>2</sup> °C s <sup>0.5</sup>
Chaleur massique	$c$	$c = \frac{1}{m} \cdot \frac{dQ}{d\theta}$	$ML^2 t^{-2} / MT$	Joule/Kg °C
Coefficient d'échange	$h$	$h = \frac{dQ}{dt \cdot dS} \cdot \frac{1}{\theta_0 - \theta_a}$	$M L^2 t^{-3} / L^2 T$	Watt/m <sup>2</sup> °C

**E- Application:**

Lorsqu'un solide est soumis à des conditions aux limites constantes, il finit par s'établir, au bout d'un certain temps plus ou moins long un régime permanent caractérisé par le fait que la température demeure constante en chaque point.

Les parois des fours à résistances sont rarement constituées d'un matériau unique; elles comportent en effet souvent une série de matériaux jouant chacun un rôle spécifique (réfractaire, isolant thermique...).

Lorsque ces matériaux sont disposés en plaques planes parallèles, il est facile d'étudier la transmission de chaleur à travers cette paroi à condition de supposer sa surface infinie. En pratique il faut tenir compte des effets d'extrémités [1].

Si la plaque n'est pas homogène, mais constituée de  $n$  plaques d'épaisseurs  $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$ , le flux reste toujours constant à travers chaque plaque, et si  $\theta_1, \theta_{n+1}$  sont les températures des faces extrêmes on aura:

$$\phi = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\frac{e_1}{\lambda_1 \cdot S}} = \frac{\theta_2 - \theta_3}{\frac{e_2}{\lambda_2 \cdot S}} = \dots = \frac{\theta_n - \theta_{n+1}}{\frac{e_n}{\lambda_n \cdot S}} \quad (I-16)$$

soit en additionnant:

$$\phi = \frac{\theta_1 - \theta_{n+1}}{\sum_i \frac{e_i}{\lambda_i \cdot S}} \quad (I-17)$$

L'expression  $r = e_i / \lambda_i S$  est appelée, par analogie avec la conduction électrique, résistance thermique.

La variation de la température lors de la traversée d'une plaque est proportionnelle à sa résistance thermique.

$$\theta_i - \theta_{i+1} = \phi \cdot \frac{e_i}{\lambda_i \cdot S} \quad (I-18)$$

Dans la plaque de rang  $i$ , si  $x$  désigne la distance à la plaque de rang  $i-1$ , la répartition de la température est donnée, par:

$$\theta_x = \theta_i - \frac{\theta_i - \theta_{i+1}}{r \cdot S} \cdot \frac{x}{\lambda_i} \quad (I-19)$$

La courbe de répartition est donc constituée de segment de droite dont les coefficients angulaires sont inversement proportionnels aux coefficients de conductivités thermiques des matériaux formant les différents éléments de la paroi, figure (I-4).

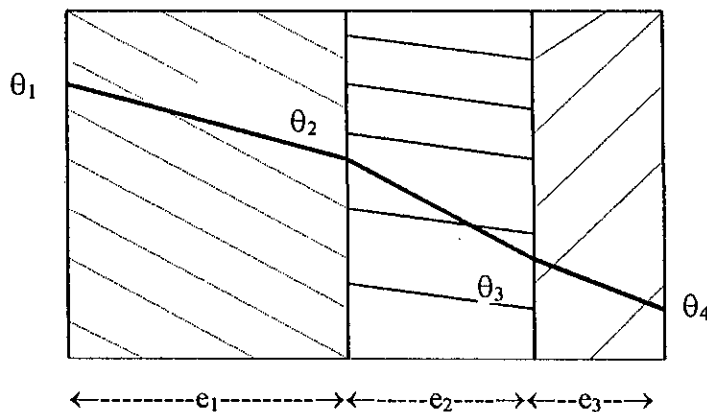


Figure (I-4) : Profil de température dans une paroi composite.

Cette analyse montre l'importance du coefficient de conductivité  $\lambda$  dans la transmission de la chaleur par conduction. Les valeurs de  $\lambda$  sont fournies par les fabricants de matériaux. La température de référence et la courbe  $\lambda = f(\theta)$  revêtent une grande importance pour le choix de ces matériaux [9].

### III-2- Transmission de chaleur par rayonnement:

#### A- Définition et lois du rayonnement thermique:

La matière émet des ondes électromagnétiques sous l'effet de diverses excitations. Le *rayonnement* est l'ensemble des échanges d'énergie à distance entre les corps. Ces échanges peuvent avoir lieu lorsque les corps sont séparés par le vide ou n'importe quel milieu suffisamment transparent pour les ondes électromagnétiques [7].

Nous nous intéresserons dans ce qui suit au *rayonnement thermique* qui est émis par la matière du fait de sa température et au détriment de son énergie calorifique. Ce rayonnement n'occupe qu'une très faible portion du spectre des ondes électromagnétiques, située dans une fourchette de longueurs d'onde allant de 0.1 à 100 $\mu$ m. Dans ce domaine nos sens sont capables de percevoir le rayonnement sous forme d'une sensation de chaleur [7].

Les lois du rayonnement thermique sont au nombre de cinq. La loi de PLANK, les deux lois de WIEN et celle de STEFAN-BOLTZMANN, régissant l'émission du rayonnement thermique ainsi que la loi de KIRCHHOFF liant l'émission à l'absorption d'un corps.

La transmission de chaleur par rayonnement entre les surfaces solides obéit à la loi de Stéfan-Boltzmann. Son importance physique et sa valeur générale proviennent de son accord complet avec les faits et de son exactitude qui surpasse celle des autres lois de transmission et d'écoulement de la chaleur [8].

### **C- Application aux fours à résistances:**

Le transfert de chaleur par rayonnement est fondamental dans les fours électriques travaillant à hautes températures. L'échange thermique entre les résistances et la charge se fait, au-delà de 750 °C pratiquement de cette seule manière [1]. Le transfert de chaleur s'opère, soit directement entre les résistances et la charge, soit indirectement par réflexion sur les parois du four ou par réémission de ces parois portées à haute température. Ces échanges obéissent à toutes les lois du rayonnement, notamment celles de Stéfan-Boltzmann, Plank et Wien; celles-ci permettent donc, par des calculs thermiques usuels de calculer les caractéristiques des fours à résistances. La loi de Stéfan-Boltzmann peut s'exprimer dans le cas des fours à résistances par:

$$\phi = \epsilon_{RC} \cdot S \cdot F \cdot \sigma \cdot (T_R^4 - T_C^4) \quad (I-20)$$

Avec:  $\phi$  le flux thermique échangé entre les résistances et la charge,

$T_R, T_C$  les températures absolues des résistances et de la surface de la charge,

$\epsilon_{RC}$  un coefficient tenant compte des émissivités  $\epsilon_R$  et  $\epsilon_C$  des résistances et de la charge,

F le facteur de forme global du four,

$\sigma$  la constante de Stéfan,

S est l'aire de la surface émettrice.

Cette expression montre l'importance de pouvoir disposer de corps de chauffe émettant à température élevée pour obtenir des densités de puissance importantes [1].

### **III-3- Transfert de chaleur par convection:**

La convection est un mode de transfert de chaleur qui se produit uniquement au sein des milieux fluides. Elle apparaît lorsqu'un fluide, liquide ou gaz, est en mouvement et présente des inhomogénéités spatiales de température; les transferts de chaleur qui s'effectuent simultanément avec des transferts de masse sont dits transferts de chaleur par convection [7].

Selon la nature du mécanisme qui provoque le mouvement du fluide on distingue:

- La convection libre ou naturelle dans laquelle le fluide est mis en mouvement sous le seul effet de la température.
- La convection forcée dont le mouvement du fluide est induit par une cause indépendante des différences de température (généralement par des différences de pression telle que l'utilisation d'une pompe ou d'un ventilateur).

Ce mode de transfert de chaleur intervient en particulier dans les échanges thermiques entre une paroi et un fluide au contact de celle-ci.

Bien que le mécanisme élémentaire d'échange soit la conduction thermique, le phénomène global de transmission de la chaleur, appelé convection thermique, résulte de la combinaison de cette conduction et du mouvement du fluide et obéit à des lois spécifiques. L'échange de chaleur devient, en particulier, d'autant plus intense que l'agitation du fluide est plus marquée [10].

#### **A- Coefficient de convection:**

Le flux de chaleur échangé entre un solide et l'ambiance à travers une surface élémentaire entourant un point de la surface de ce solide s'exprime par:

$$d\phi = h \cdot dS \cdot (\theta_a - \theta_s) \quad (I-21)$$

$\phi$  : flux de chaleur en watts.

S: surface d'échange en m<sup>2</sup>.

$\theta_a$  température ambiante en °C.

$\theta_s$  température de surface en °C.

h: Coefficient de convection en W/m<sup>2</sup> °C.

#### **B- Application aux fours à résistance:**

La convection joue un rôle important surtout dans les fours et étuves fonctionnant à basse température car, dans ce domaine de température, ce mode de transfert d'énergie, en particulier la convection forcée, peut assurer des densités de puissances plus élevées que le rayonnement et une excellente homogénéité de température. Dans tous les fours basse température, sauf les fours sous vide, ou on recherche une productivité élevée et une précision de température, on recourt à la convection forcée [1].

Pour les fours électriques à résistances travaillant à haute température (supérieur à 500 °C), l'échange thermique entre les résistances et la charge se fait essentiellement par rayonnement et au-delà de 750 °C la part des échanges par convection peut être négligée devant les échanges par rayonnement comme le montre la figure (I-2).

### III-4- Echange thermique global dans un four à résistances:

Dans les fours à haute température, le rayonnement demeure prépondérant et assure des densités de puissance élevées à condition de bien utiliser les résistances. Un simple brassage d'atmosphère est toutefois ajouté dans certains fours pour améliorer l'homogénéité de température [1].

La puissance totale rayonnée par les éléments chauffants est transmise, d'une part, à la charge et à son support et, d'autre part aux parois du four. La puissance utile est celle reçue par la charge, l'autre partie constituant les pertes:

- Pertes par accumulation dans les parois, le support de la charge et les résistances.
- Pertes de transmission à travers les parois du four.
- Pertes diverses (ouverture du four, joints...).

La figure (I-5) ci-dessous schématise cette répartition du flux thermique.

Les différents flux évoluent suivant la phase dans laquelle on se trouve (montée en température ou maintien). En particulier, les pertes par accumulation s'annulent en régime continu ou la puissance utile peut atteindre 50 à 80% de la puissance installée. Ce très bon rendement peut être obtenu à trois conditions [6]:

- Isoler au maximum pour minimiser les pertes et, si c'est un four discontinu, réduire au maximum la masse du four.
- Equiper le four de résistances pouvant travailler à haute température et autorisant ainsi des flux thermiques intenses.

Contrôler la puissance d'alimentation par une régulation fine, basée sur la modulation de puissance par thyristors.

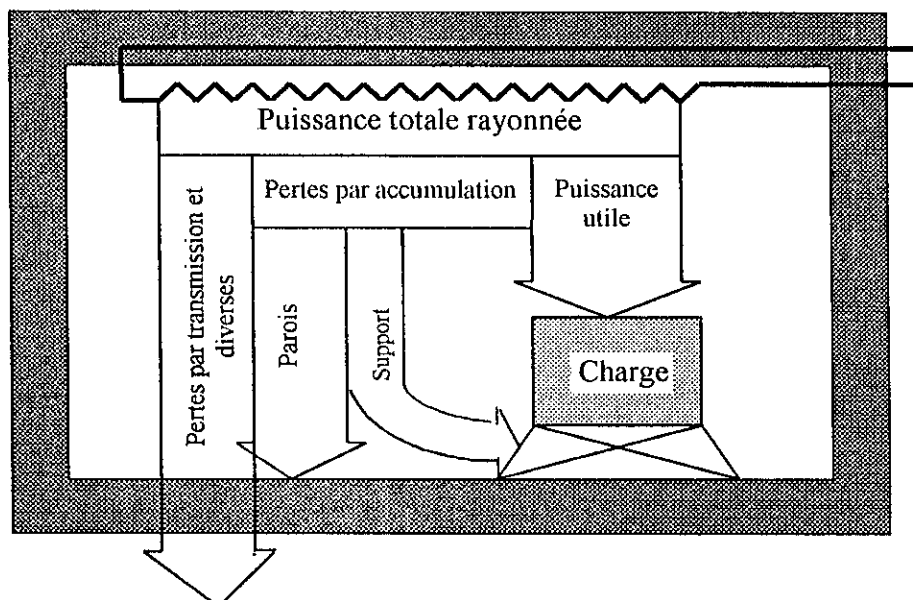


Figure (I-5) : Répartition du flux thermique dans un four.

## IV- CALCUL DE LA PUISSANCE D'UN FOUR A RESISTANCES:

L'énergie émise par le corps de chauffe sert à:

- Elever la température de la charge à la température requise.
- Chauffer les matériaux constituant l'enceinte.
- Compenser les déperditions thermiques du four.

### IV-1- Energie absorbée par la charge:

Il n'est pas toujours simple de déterminer la chaleur utile. Celle-ci est la quantité de chaleur que la charge doit acquérir dans le four pour atteindre l'état demandé. Cet état peut être conditionné par la température, la quantité de la charge, mais aussi par la modification de sa composition chimique ou de sa structure [8].

La quantité de chaleur fournie à un produit est généralement égale à la somme:

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (I-22)$$

- $Q_1$  est la chaleur sensible pour porter le corps d'une température  $\theta_1$  à une température  $\theta_2$  sans changement d'état, cette énergie est de la forme:

$$Q_1 = m \cdot c \cdot (\theta_2 - \theta_1) \quad (I-23)$$

$c$  est la chaleur spécifique moyenne entre  $\theta_1$  et  $\theta_2$  ( un calcul plus rigoureux doit utiliser la loi de variation de  $c_0$  en fonction de la température en recourant au calcul intégral ),

$m$  est la masse de la charge.

- $Q_2$  est la chaleur latente nécessaire au changement d'état éventuels ( fusion, évaporation...).

$$Q_2 = m_2 \cdot L \quad (I-24)$$

avec  $m_2$  la masse de la charge subissant un changement d'état, et  $L$  la chaleur latente de changement d'état.

Lorsqu'il se produit dans le four des réactions chimiques il faut tenir compte des chaleur dégagées ou absorbées par les réactions. De nombreuses tables sont disponibles, donnant les caractéristiques thermiques des corps les plus divers [11].

### IV-2-Pertes par les parois du four :

Un four est essentiellement un laboratoire, parallélépipédique ou cylindrique le plus souvent, entouré de résistances et séparé de l'ambiance extérieure par une paroi composite dont le rôle est de réduire les pertes par transmission vers l'extérieur. Les pertes par les parois comprennent alors la quantité de chaleur emmagasinée dans celles-ci jusqu'à la fin du chauffage et celle que les parois ont dissipé pendant la durée du chauffage. Ces pertes

seront désignées respectivement par "pertes par absorption" et par "pertes extérieures", leur somme par "pertes par les parois".

### **A- Les pertes par absorption:**

Cette énergie peut être calculée à partir de la capacité calorifique  $m_i c_i$  de chacun des matériaux constituant les parois et du profil de température de celle-ci lorsque l'équilibre thermique est atteint.

La chaleur emmagasinée dans les parois joue le rôle d'un volant de chaleur favorisant l'uniformité de température dans tout le volume de l'enceinte et évite des variations de température trop brutales. En service intermittent ou discontinu cette énergie a une influence importante sur le bilan thermique et le rendement pratique du four [1].

La chaleur absorbée par les parois en régime permanent se déduit du profil de température, de la chaleur spécifique et de la masse des briques par mètre carré de surface.

Pour une paroi constituée d'un seul matériau de chaleur spécifique  $c$  et de masse volumique  $\rho$ , si l'épaisseur de la paroi est  $e$  et la température initiale  $\theta_0$ , la chaleur accumulée s'exprime par [8]:

$$Q_p = e \cdot \rho \cdot c \cdot \left( \frac{\theta_{int} + \theta_{ext}}{2} - \theta_0 \right) \quad (I-25)$$

Si la paroi se compose de deux matériaux caractérisée par  $c_1, c_2, \rho_1, \rho_2$  et si la température de jonction des deux couches est  $\theta_1$  °C, il vient:

$$Q_p = e_1 \cdot \rho_1 \cdot c_1 \cdot \left( \frac{\theta_i + \theta_1}{2} - \theta_0 \right) + e_2 \cdot \rho_2 \cdot c_2 \cdot \left( \frac{\theta_1 + \theta_{ext}}{2} - \theta_0 \right) \quad (I-26)$$

### **B- Les pertes extérieures:**

Ces déperditions thermiques se répartissent entre [1], [2], [8] :

- Les pertes par conduction thermique à travers les parois:

En raison du gradient thermique existant entre l'enceinte du four et l'ambiance, un flux de chaleur s'écoule à travers les parois. Le calcul de ces pertes se fait en utilisant les lois usuelles de la transmission de chaleur par conduction, notamment la loi de FOURIER.

- Les pertes par les ouvertures:

Ces pertes sont réparties entre les pertes dues aux ouvertures de portes; elles sont importantes pour les traitements exigeant des ouvertures fréquentes, et les pertes par les fentes (fissures, portes mal fermées, mauvaise étanchéité...) et les passages réservés aux amenées de courant. Une conception soignée et une maintenance régulière permettent de réduire facilement ces pertes dans les fours à résistances.

- Les pertes par les conduits d'évacuation de produits volatils:



Ces pertes sont sensiblement égales à l'énergie emmagasinée dans les produits évacués.

Toutes ces pertes peuvent généralement être fortement réduites grâce à une analyse rigoureuse de leurs cause et à des mesures simples (isolation thermique, maintenance des fours, ...).

### IV-3- Puissance à installer:

La puissance à installer pour un four à résistances dépend de son mode de fonctionnement, en continu ou en discontinu.

#### A- Fours intermittents ou discontinus :

La puissance à installer  $P_1$  est obtenue par la relation :

$$P_1 = \frac{C_1 + C_2}{t} + a \cdot D \quad (I-27)$$

$C_1$ : chaleur nécessaire à l'élévation de température de la charge et éventuellement, à son changement d'état.

$$C_1 = Q_1 + Q_2$$

$C_2$ : chaleur accumulée dans les parois du four.

$$C_2 = Q_p$$

$D$ : déperditions thermiques à la température finale du four (pertes par les parois).

$a$ : coefficient tenant compte de la valeur moyenne des déperditions pendant la montée en température; il est généralement compris entre 0.6 et 0.8 [1].

$t$ : durée de la montée en température. D'où :

$$P_1 = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_p}{t} + a \cdot D \quad (I-28)$$

#### B- Fours continus:

Dans ce type de fours, il n'est pas nécessaire de tenir compte de l'énergie de mise en chauffe du four: le traitement des charges ne commençant souvent qu'après que le four ait atteint son équilibre thermique. L'expression de la puissance à installer est alors:

$$P_2 = W + D \quad (I-29)$$

$W$ : énergie absorbée par la production horaire du four.

$D$ : déperditions thermiques.

La puissance installée est en pratique légèrement supérieure, de 15 à 30% afin de disposer d'une réserve de puissance [1].

## V- RENDEMENT DES FOURS A RESISTANCES:

Le calcul de rendement constitue une évaluation des performances thermiques et économiques des fours à résistances.

### V-1- Le rendement électrique:

C'est le rapport de l'énergie électrique  $Q_e$ , transformée en énergie thermique dans la chambre de chauffe, à l'énergie électrique  $Q$  fournie au four.

$$\eta_e = \frac{Q_e}{Q} \quad (I-30)$$

La différence  $Q-Q_e$  correspond à la somme des pertes électriques dans les lignes d'amenée de courant ainsi que dans les appareils de transformation et de réglage de la tension (transformateurs, régulateurs...).

$\eta_e$  est en général très élevé, il est de l'ordre de 95% dans les fours industriels [1].

### V-2- Le rendement thermique:

C'est le rapport de l'énergie thermique  $Q_{th}$ , emmagasinée en fin d'opération thermique dans la charge traitée, à l'énergie électrique  $Q_e$  transformée en chaleur dans la chambre de chauffe.

$$\eta_{th} = \frac{Q_{th}}{Q_e} \quad (I-31)$$

La différence  $Q_e-Q_{th}$  représente les pertes du four.  $\eta_{Th}$  est un rendement opératoire car il est essentiellement fonction de :

- La construction du four (type de four, matériaux réfractaires et isolants).
- L'utilisation du four.

### V-3- Rendement pratique ou industriel:

Ce rendement dépend du produit  $\eta_e \times \eta_{Th}$  est de sa variation dans le temps. Il intègre en particulier les variations de charge du four dans le temps et peut être évalué à partir des consommations spécifiques d'énergie mesurées sur une longue période. Il représente donc la valeur moyenne du rendement électrothermique  $\eta_e \times \eta_{Th}$  sur une longue période.

## VI- ELEMENTS CONSTITUTIFS D'UN FOUR A RESISTANCES:

Un four doit permettre la réalisation, dans les meilleures conditions, du cycle de chauffage d'une charge. Le rôle de la chambre de chauffe consiste alors à :

- Réduire les pertes par les parois.
- Maintenir un flux de chaleur élevé vers la charge à traiter.
- Permettre d'atteindre la température de charge souhaitée.
- Assurer la rigidité du four.
- Permettre de maintenir dans le four une atmosphère appropriée.

Pour atteindre ces objectifs, les couches internes doivent être constituées de matériaux réfractaires, tandis que l'on recherche les qualités d'isolation thermique (faible conductivité thermique) pour la couche externe. Aussi le choix des éléments chauffants doit être judicieux pour permettre d'atteindre les températures désirées.

### **VI-1- Les résistances électriques:**

Un matériau, pour pouvoir être utilisé comme élément chauffant, doit répondre à plusieurs conditions.

#### **A- Critères de choix des résistances:** [1], [6], [12]

- La résistivité  $\rho$  doit être élevée afin de limiter l'intensité du courant et de réduire les dimensions du corps de chauffe.
- Les températures de solidus et de fusion doivent être très supérieures à la température maximale atteinte lors de la marche normale du four.
- La résistance mécanique doit être suffisante à la pose, après une longue durée de service et à la température maximale.
- La substance doit être homogène, facile à obtenir identique à elle-même et à travailler.
- Le coefficient de dilatation doit être faible.
- La conductivité thermique et la capacité thermique doivent être peu élevées pour éviter les pertes de chaleur aux extrémités.
- La substance doit résister aux agents extérieurs et éventuellement, ne pas s'évaporer dans le vide.
- Les éléments doivent avoir une longue durée de service et être d'un prix raisonnable.

#### **B- Matériaux disponibles et conditions d'utilisation:**

Les éléments chauffants résistifs sont généralement classés en trois grandes familles:

- Les résistances métalliques.
- Les cermets.
- Les résistances non métalliques.

Les caractéristiques essentielles des différentes résistances constituant ces trois familles sont regroupées dans le tableau (I-2) donné en fin de ce chapitre.

#### B-1- Les résistances métalliques:

De très nombreux alliages sont utilisés pour la confection des résistances métalliques. Elles peuvent être classées en trois familles:

- les résistances en alliage *fer-nickel-chrome* ou *nickel-chrome*, pour des températures maximales de 1000 à 1200 °C.

- les résistances en alliage *fer-chrome-aluminium* permettant d'atteindre une température maximale de 1350 °C.

- les résistances *spéciales* au molybdène, tungstène, tantale, niobium, platine, etc, pouvant être utilisées à des températures très élevées, (au-delà de 1500 °C).

#### B-2- Les cermets:

Le terme "cermet" est une contraction de l'expression "céramique-métal". Les matériaux constituant ces résistances sont des composés de métaux et de métalloïdes se présentant sous forme de céramiques frittées à haute température. Le matériau de base est le bisiliciure de molybdène, à 95% environ. Ce matériau n'est pas un cermet au sens composite céramique-métal, mais plutôt une céramique intermétallique. Ce siliciure, très réfractaire, peut être utilisé comme résistance jusqu'à 1800 °C sous air [12].

#### B-3- les résistances non métalliques:

Cette classe de résistances comprend essentiellement des éléments chauffants en carbone (graphite) et en carbure de silicium.

Le carbone est l'un des corps les plus réfractaires, sa température maximale d'utilisation est de 2900°C, avec une fiabilité correcte. Malheureusement il s'oxyde à l'air à partir d'une température relativement basse (450 à 500 °C) et il est nécessaire de travailler sous atmosphère inerte ou confinée. Le carbure de silicium permet de pallier à cet inconvénient majeur, mais la température limite d'utilisation est abaissée à 1600 °C environ [6], [12].

Les résistances métalliques permettent d'obtenir des puissances surfaciques élevées dans certaines conditions [6].

### **C- Formes et disposition des résistances dans les fours :**

Les résistances se présentent sous les formes les plus diverses, fils, tiges, bandes, rubans, feuilles, tôles, baguettes, épingles... Il existe également des résistances moulées. Certains matériaux (bisiliciure de molybdène, carbure de silicium,...) exigent des formes particulières, d'autres comme les alliages métalliques usuels permettent de réaliser des formes très variées.

Dans les fours travaillant par rayonnement, les éléments chauffants sont le plus souvent employés sous la forme [1], [6], [12] de:

- Résistances en rubans ondulés.
- Résistances en épingles formées en ondes.
- Résistances tubulaires.
- Résistances moulées.
- Résistances boudinées.

L'accrochage des éléments chauffants doit assurer:

- le supportage mécanique à la température d'utilisation,
- les isolations électrique et thermique de la résistance par rapport au bâti du four, et cela sans occultation du rayonnement issu de la surface de l'élément. Les problèmes d'accrochage sont différents selon la nature de la paroi réfractaire [6].

#### ***D- Alimentation des éléments chauffants:***

En fonction de la puissance du four, de sa conception (four tunnel ou à chambre), de son mode de fonctionnement, l'alimentation pourra être monophasée ou triphasée, à une ou plusieurs zones indépendantes, en direct (à travers des contacteurs) ou par l'intermédiaire de gradateurs de puissance à thyristors [6].

Les résistances peuvent être montées et groupées de différentes façons. Les groupements les plus courants sont :

- \* Le couplage en série ou la résistance équivalente est égale à la somme des résistances élémentaires.
- \* Le couplage en parallèle ou la conductance équivalente est égale à la somme des conductances élémentaires.
- \* Le couplage mixte combinant les deux montages précédents.
- \* Le couplage étoile-triangle qui, destiné à être alimenté en courant alternatif triphasé, permet de faire varier, par un commutateur, la puissance d'un rapport de 1 à 3 [1].

### **VI-2- Les réfractaires:**

#### ***A- Définition:***

Conformément à la norme internationale ISO/R836, relative au vocabulaire en usage dans l'industrie des matériaux réfractaires, par convention *les réfractaires sont des matières et produits non métalliques (mais n'excluant pas ceux contenant un constituant métallique) dont la résistance pyroscopique est équivalente à 1500 °C au minimum.* La résistance

pyroscopique ou *réfractarité* d'un matériau est déterminée à partir d'essais normalisés décrits dans la norme ISO 528. [13].

### ***B- Classification:***

Dans la classification générale des céramiques, les réfractaires appartiennent au groupe des matériaux poreux, colorés et non émaillés. La norme internationale ISO 1109 classe les réfractaires selon la teneur du constituant chimique principal, comme indiqué sur le tableau (I-3).

### ***C- Propriétés des matériaux réfractaires:***

Les matériaux réfractaires constituent le garnissage des parois internes des fours. Les qualités optimales requises pour ces matériaux sont de nature thermique, mécanique, chimique, électrique, morphologique et économique. Aussi, ces qualités et la composition du matériau doivent être aussi constantes que possible jusqu'à sa température d'emploi dans le four [4], [5], [14], [15], [16].

Les essais communément pratiqués sur les produits réfractaires sont nombreux [13]. Cependant, en général, seule la détermination de deux ou trois des différentes caractéristiques suffit pour contrôler la conformité d'un lot de matériaux (ISO 5022).

La porosité d'un réfractaire dépend, en plus du système de façonnage et du degré de cuisson, de la porosité des grains utilisés, et dans une moindre mesure, de la forme du grain et du pourcentage des fondants. La porosité des briques réfractaires varie, en général entre 10 et 25%. Grâce à des dispositions particulières, elle peut atteindre 40 % et même 75 % environ (réfractaires isolants) aux dépens toutefois, de la résistance mécanique. Elle exerce une influence très importante sur de nombreuses propriétés bien que souvent, à cause de la superposition d'autres effets, il ne soit pas possible d'établir une relation nette. La résistance mécanique diminue d'abord lentement puis plus rapidement au fur et à mesure que la porosité augmente. La résistance à l'affaissement sous charge décroît de façon analogue. La conductivité thermique diminue également lorsque la porosité croît, tandis que la perméabilité augmente. Les réfractaires complètement compacts possèdent une résistance mécanique maximale mais une très forte sensibilité aux variations de température (choc thermique). La résistance mécanique est un facteur fondamental même pour ce qui concerne le comportement au choc thermique; le gradient de température dépend de la conductivité thermique du réfractaire et si ce gradient est élevé, les tensions seront très grandes [13].

### ***D- Différents types de réfractaires:***

Ces matériaux se présentent sous diverses formes selon leurs utilisations :

- Réfractaires façonnés denses (briques, pièces de forme).
- Réfractaires non façonnés (bétons, pisés, coulis...)
- Réfractaires électrofondus (fabriqués à partir d'une technique particulière qui consiste à fondre, en four électrique à arc, un mélange réfractaire, et à le couler liquide dans un moule où il se solidifie).
- Réfractaires isolants (le pouvoir isolant de ces matériaux est donné par une porosité élevée, l'air contenu dans les pores ayant pour effet de diminuer la conductivité thermique du matériau. Ces matériaux doivent supporter sur un côté des températures supérieures à 1100 °C et leur masse volumique varie de 300 à 1100 kg/m<sup>3</sup> ) [1], [13], [14]. Les différents types de produits réfractaires et leurs caractéristiques sont répertoriés dans la référence [17].

### **VI-3- Les isolants thermiques:**

Ces matériaux, utilisés en face froide des fours (couches externes), ont avant tout pour but d'assurer une isolation thermique, c'est-à-dire de réduire les déperditions thermiques. Leur conductivité thermique doit être très faible. Afin de répondre à cette exigence, ces matériaux présentent une structure cellulaire, poreuse ou fibreuse. Ces produits ont une porosité totale supérieure à 45 %, cette propriété est le principal facteur qui détermine la conductivité thermique de l'isolant.

Dans les fours sous vide ou sous atmosphère très pure l'isolation thermique est réalisée [17], [18]:

- soit par chute de température au travers un matériau mauvais conducteur,
- soit par chute de température par réflexions multiples et successives.

### ***A- Propriétés des isolants thermiques:***

Le choix d'un isolant thermique dépend bien sûr de sa conductivité thermique, mais il résulte aussi, le plus souvent, de son comportement en service. Ce comportement est déterminé par la résistance pyroscopique du produit, par sa résistance mécanique et sa résistance à l'abrasion, ainsi que par son inertie chimique et à sa résistance à la corrosion.

Les plus importantes propriétés des isolants thermiques sont déterminées à partir d'essais normalisés [17]. Le tableau (I-4) récapitule les propriétés et les données que l'on trouve dans les notices techniques des fabricants; la connaissance de certaines de ces propriétés est impérative, en revanche d'autres sont inutiles.

Tableau (I-2) : Classification des produits réfractaires suivant la norme ISO 1109.

Terminologie		Teneurs massiques limites du constituant principal	Critère de subdivision et observations générales
Familie silice-alumine	-produits à haute teneur en alumine • Groupe 1 • Groupe 2	..... $Al_2O_3 \geq 56\%$ ..... $45\% \leq Al_2O_3 < 56\%$	La désignation complète de ces produits doit comprendre l'indication soit de la matière première utilisée, soit du constituant minéralogique principal du produit fini. Dans ce dernier cas, le principe d'obtention de ce constituant devrait être indiqué.
	- produits argileux - produits silico-argileux - produits siliceux - produits de silice	$30\% \leq Al_2O_3 < 45\%$ $10\% \leq Al_2O_3 < 30\%$ , $SiO_2 < 85\%$ $85\% \leq SiO_2 < 93\%$ $SiO_2 \geq 93\%$	Spécification de qualité par emploi.
Produits basiques	- produits de magnésie.	$MgO \geq 80\%$ .	Produits dont le constituant principal est la magnésie.
	- produits de magnésie-chrome.	$55\% \leq MgO < 80\%$ .	Produits dont les constituants principaux sont la magnésie et la chromite.
	- produits de chrome-magnésie.	$25\% \leq MgO < 55\%$ .	Produits dont les constituants principaux sont la chromite et la magnésie.
	- produits de chromite.	$Cr_2O_3 \geq 25\%$ , $MgO \leq 25\%$ .	Produits dont le constituant principal est la chromite.
	- Produits de forstérite.		Produits dont le constituant de base est la forstérite.
	- produits de dolomie..		Produits dont le constituant principal est la dolomie.
Produits spéciaux		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Produits à base de - carbone, - graphite, - zircon, - zircone, - carbure de silicium, - carbures (autres), - nitrures, - borures, - spinelles (autres que la chromite).</li> <li>• Produits à base de plusieurs oxydes (autres que ceux des produits basiques).</li> <li>• Produits à base d'oxydes purs, y compris l'alumine, la silice, la magnésie, le zircone, produits de grande pureté.</li> </ul>	

Tableau (I-3) : Propriétés des isolants thermiques mentionnées par les fabricants [17].

Propriétés	Remarques
Température limite d'emploi.....	En régime continu, ou en pointe.
Résistance pyroscopique.....	Peu significative.
Point de fusion.....	Inutile.
Variation permanente de dimension ou retrait linéaire.....	Après 5, 12, 24 h à la température indiquée, définit le groupe et la température d'emploi.
Masse volumique.....	
Retrait brut de coulée.....	Après séchage et chauffage pour les bétons.
Dilatation.....	
Capacité thermique massique.....	
Résistance à l'écrasement.....	Rarement à haute température.
Module de rupture.....	Pour les isolants fibreux: papiers, nappes.
Conductivité thermique.....	
Résistance diélectrique.....	Peu souvent.
Permittivité relative.....	(Constante diélectrique) peu souvent.
Taux de pertes diélectriques.....	Peu souvent.
Résistance au choc thermique.....	Rarement.
Composition chimique.....	Utile pour la réactivité et la corrosion.



**B- Critères de choix des isolants thermiques:**

Ces critères résultent des conditions en service, qui sont imposées, et des propriétés des différents isolants disponibles. Il faut noter qu'une isolation est rarement réalisée avec un seul matériau, et que le choix dépend de la structure d'isolation, qui est souvent un mur composé de plusieurs couches. Le choix porte donc sur plusieurs matériaux [17].

Un choix judicieux des couches isolantes repose principalement sur:

- La condition imposée en face chaude .
- La tenue mécanique en service (en particulier pour les soles de fours).
- La résistance au choc thermique (les matériaux fibreux satisfont bien à cette condition).
- La réduction des pertes thermiques (condition en face chaude).
- La réduction de l'accumulation de chaleur (critère très important pour les fours intermittents. L'emploi des isolants réfractaires poreux ou fibreux est efficace).

Les différentes classes et les principales propriétés des isolants thermiques sont données dans les références [17] et [18].

**VI-4- Fours à résistances et régulation:**

La régulation d'un four à résistances a pour rôle de contrôler la température de l'ambiance de la chambre ou de la charge, éventuellement de la faire évoluer suivant un cycle prédéterminé (programmation), de s'assurer que les résistances ne dépassent pas une température maximale limite [19].

Sur le plan de la régulation on distingue deux catégories de fours [6]:

- Les fours à faible puissance spécifique, inférieure à environ  $15 \text{ KW/m}^2$  de paroi chauffante qui nécessite une régulation classique.
- Les fours à puissance élevée faible inertie, pour lesquels il faut passer à une solution plus élaborée.

**A- Régulation classique:**

Les éléments chauffants sont alimentés par l'intermédiaire de contacteurs commandés par un régulateur tout-ou-rien qui prend en compte la température de l'ambiance du four. Le plus souvent, la température des résistances n'est pas contrôlée. Ce mode de régulation impose, pour une température de consigne ambiance donnée, de disposer d'éléments chauffants de température limite très largement supérieure [6].

**B- Régulation PID et numérique:**

Lorsque l'on met en jeu des puissances surfaciques élevées ( $>50 \text{ KW/m}^2$ ), alliées à une faible inertie (temps de montée en température du four inférieur à 2 ou 3 h), il est nécessaire de passer à un mode de régulation associé à des capteurs adaptés assurant le contrôle simultané des températures d'ambiance et de résistances en les plaçant dans deux boucles interdépendantes de régulation continue et agissant sur l'organe de commande [19].

**C- régulation autoadaptative:**

Le régulateur à action proportionnelle, intégrale et dérivée (PID) n'est pas adapté aux processus thermiques, et en particulier au fours à résistances dont le point de fonctionnement est susceptible de varier notablement [6]. Deux paramètres conditionnent ce point de fonctionnement, à savoir:

- La température de consigne.
- La charge du four.

Les études menées sur l'identification et la modélisation des fonctions de transfert des fours ont abouti au développement d'une régulation dite autoadaptative. Sa mise en œuvre est particulièrement conseillée pour les processus susceptibles d'être soumis à des variations importantes des deux paramètres cités ci-dessus [19].

La régulation des fours électriques à résistances ne peut être traitée en détail dans cette étude. Ceci dépasse largement ce cadre et des connaissances approfondies dans ce domaine sont nécessaires.

**VII- EVOLUTION DES FOURS A RESISTANCES:**

Les fours à résistances dont l'emploi est très ancien, continuent à connaître de nombreuses améliorations, introduction de nouveaux alliages pour la fabrication des résistances, amélioration des alliages existants [12], mécanisation poussée [4], [13], [17], régulation plus fine [6], [19]....

Trois types d'évolution paraissent toutefois particulièrement importants [1]:

- \* Le développement des fours à résistances à haute densité de puissance et à haute température, ces deux caractéristiques étant partiellement liées.
- \* Le développement des fours à faible inertie thermique.
- \* Le développement des fours sous vide.

Cette triple évolution conduit à la fabrication de fours à productivité plus élevée.

Dans les fours, pour des températures supérieures à  $700 \text{ }^\circ\text{C}$ , le rayonnement intervient pour plus de 90 % du flux thermique reçu par la charge, figure (I-2). Accroître les

performances des fours à résistances, est donc essentiellement augmenter le transfert d'énergie par rayonnement, en améliorant les conditions de ce transfert.

Suivant la loi de Stéfán-Boltzmann, pour améliorer l'échange par rayonnement, il faut agir sur les trois paramètres suivants:

- \* Température maximale des résistances.
- \* Facteur de forme global du four.
- \* Emissivité des résistances.

De ces trois facteurs, la température maximale des résistances est de loin le plus important. Toutefois, un choix judicieux de la forme du four, de la nature des résistances et de leur répartition sur ces parois apporte également une contribution non négligeable à l'amélioration des performances des fours à résistances [1], [6].

## VIII- INTERETS ET LIMITATIONS DES FOURS A RESISTANCES:

La conception des fours à résistances apporte de nombreux avantages. Elle permet d'installer dans les fours utilisant des résistances métalliques usuelles, des puissances spécifiques élevées, comprises entre 30 et 60 KW/m<sup>2</sup> de paroi selon la nature de l'alliage constituant les résistances, leur disposition, la nécessité de recourir à des tubes radiants ou non et la température de la charge. Il est toutefois inutile de chercher à installer des densités de puissance trop élevées car elles ne seraient utilisées que pendant des temps très brefs et que le gain à en attendre fini par être faible [1],.

### VIII-1- Intérêts des fours à résistances:

Les fours électriques à résistances présentent de nombreux avantages tant du point de vue technique qu'économique et social.

#### **A- Intérêts techniques:**

- Les résistances actuelles couvrent pratiquement l'ensemble du domaine des températures utilisées dans l'industrie.
- Le mode de transmission de la chaleur est facile à adapter aux exigences de chauffage du produit.
- Les systèmes de régulation disponibles assurent, si nécessaire, une très grande précision de température et la répartition judicieuse des résistances dans les fours permet d'obtenir une excellente homogénéité de température.
- Possibilité de travailler sous atmosphère contrôlée.

- Possibilité d'assurer des cycles de chauffage sur des plages de température assez larges, ce qui accroît leur polyvalence.
- Reproductibilité des résultats.
- Les résistances peuvent être conçues pour des fours de formes très diverses.
- Obtention de produits de qualité élevée.
- Fonctionnement simple et sûr.

### ***B- Intérêts économiques:***

- Investissements limités et souvent inférieurs à ceux des solutions alternatives.
- Rendement élevé.
- Contrôle facile d'énergie consommée.
- Maintenance requise limitée.
- Le fonctionnement automatique réduit les frais de main d'œuvre.

### **VIII-2- Limitations des fours à résistances:**

Le développement des fours à résistances se heurte à deux obstacles majeurs:

1. Le coût de l'électricité.
2. La durée de vie des résistances; elle est souvent imputable à des erreurs ou à des négligences d'exploitation, les erreurs de conception étant plus rares et généralement faciles à corriger.

### **VIII-3- Application des fours à résistances:**

Les applications du chauffage par résistances couvrent tous les secteurs industriels

[1], [2], [3] et les opérations le plus souvent rencontrées sont:

- les traitements thermiques de masse,
- la fusion et le maintien des non ferreux,
- la cuisson et l'émaillage des céramiques,
- l'industrie du verre,
- chauffage des fluides,
- etc...

Tableau (I-4) : Principales caractéristiques des éléments chauffants [6].

Familles	Nature des résistances	Composition	Température maximale d'emploi °C	Résistivité $\mu\Omega \cdot \text{cm}$	Tenue en atmosphère				Observations	Charges $\text{W/cm}^2$
					Air	Endothermique ou exothermique	H <sub>2</sub>	Vide		
Résistances Métalliques	Nickel-chrome à faible teneur	18 % Ni 12 % Cr 70 % Fe	600	70 à 80	Bonne	Assez bonne	Bonne	Bonne	Résistances les plus couramment utilisées	1.5 à 4
	Nickel-chrome à teneur intermédiaire	60 % Ni 25 % Cr Fe	1100	100 à 110	Bonne	Passable	Bonne	Bonne		
	Nickel-chrome à forte teneur	70 à 80 % Ni 20 à 30 % Cr	1150 à 1200	110 à 120	Bonne	Déconseillée	Bonne	Bonne		
	Fer-chrome-aluminium	20 à 35 % Cr 2 à 6 % Al Fe	jusqu'à 1350	135 à 145	Bonne	Mauvaise	Médiocre au voisinage de 1150 °C	Mauvaise		
	Molybdène	100 % Mo	1900	50	Mauvaise	Mauvaise	Bonne à 1800 °C	Bonne à 1800 °C	Résistivité variables en fonction de la température. Pour le tantale, atmosphère neutre conseillée.	15 à 25
	Tantale	100 % Ta	2200	70	Mauvaise	Mauvaise	Bonne	Bonne		
	Tungstène	100 % W	2400	50	Mauvaise	Mauvaise	Bonne	Bonne		
Cermets	Bisiliciure de molybdène	95 % MoSi <sub>2</sub>	1800	35 à 40	Bonne	Bonne à 1000 °C	Mauvaise	Mauvaise	Résistivité fortement variable avec la température	6 à 12
	Chromite de lanthane	LaCr <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1850	10 <sup>6</sup>	Bonne	Médiocre	Médiocre	Médiocre	En prédevelopment industriel.	5
Résistances non métalliques	Carbure de silicium	CSi à 99 %	1600	≈ 10 <sup>5</sup>	Bonne	Bonne jusqu'à 1300 °C	Bonne jusqu'à 1300 °C	Bonne	Résistivité variable avec la température et avec le vieillissement.	10 à 20
	Graphite	C à 99 %	2900	800 à 8000	Mauvaise	Mauvaise	Passable à 2400 °C	Bonne		20

**CHAPITRE 2**  
**PROPRIETES THERMOPHYSIQUES DES**  
**MATERIAUX REFRACTAIRES ET ISOLANTS.**

Généralement les matériaux réfractaires sont composés de plusieurs constituants, de plus ils sont poreux. Cette propriété influe considérablement sur les propriétés thermophysiques des réfractaires et des isolants.

Les principales propriétés de ces matériaux sont:

- La conductivité thermique.
- La chaleur spécifique.
- Le coefficient d'échange superficiel.
- La masse volumique.
- La porosité.

On ne s'intéressera dans ce chapitre qu'aux trois premières propriétés.

## I- LA CONDUCTIVITE THERMIQUE:

### I-1- Définition:

Lorsqu'un gradient de température moyen uniforme est imposé à un milieu poreux dont l'espace des pores est occupé par une seule phase immobile et non réactive, un régime thermique permanent, auquel correspond une densité de flux thermique uniforme  $\varphi$  s'établit. Il est par suite possible de définir la conductivité thermique effective ou équivalente  $\lambda_e$  en utilisant une relation semblable à la loi de Fourier pour les milieux homogènes [20].

$$\vec{\varphi} = -\lambda_e \nabla T \quad (II-1)$$

La conductivité thermique est la grandeur qui caractérise la diffusion de la chaleur dans les milieux sans mouvement macroscopique de matière [21]. La diffusion de chaleur s'effectue des parties froides vers les parties chaudes.

### I-2- Détermination théorique de la conductivité thermique équivalente:

Lorsqu'un transfert d'énergie thermique apparaît dans un milieu poreux, les trois modes de transfert peuvent alors coexister, à savoir [22]:

- Conduction par la phase fluide.
- Conduction par la phase solide.
- Echange par convection entre la phase fluide et la phase solide.
- Echange par rayonnement entre la phase fluide et la phase solide.

Néanmoins, pour simplifier le calcul des échanges thermiques et en l'absence d'écoulement convectif interne, le transfert de chaleur dans le milieu poreux, représenté par un modèle pseudohomogène, est supposé du type conductif et caractérisé par une conductivité thermique apparente (ou effective):  $\lambda_e$ . [17].

Les mesures de conductivité thermique apparente étant délicates, il n'existe pas de modèles théoriques suffisamment généraux permettant d'évaluer cette dernière.

Les modèles utilisés pour évaluer la conductivité thermique équivalente sont fondés sur l'identification du milieu poreux à une structure géométrique simple régulière. Celle-ci étant choisie, la conductivité est calculée par la résolution théorique rigoureuse, par calcul numérique ou à l'aide d'hypothèses simplificatrices [21], [23] [24], [25]. Dans ce dernier cas on aboutit généralement à des formulations de  $\lambda_e$  en fonction des conductivités thermiques des phases en présence et de la porosité.

Parmi les modèles théoriques les plus utilisés pour la détermination de la conductivité thermique équivalente on peut citer les modèles série et parallèle (figure (II-1)) [26], supposant les milieux poreux constitués de strates de solide et de fluide perpendiculaires (modèle série) et parallèle (modèle parallèle) au flux de chaleur, conduisent respectivement aux valeurs limites de  $\lambda_e$  lorsque  $\lambda_f$  et  $\lambda_s$  sont fixées.

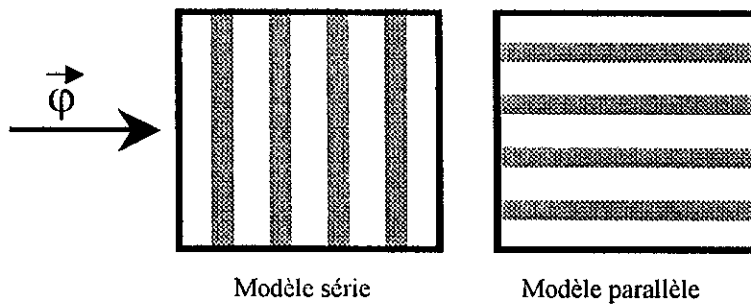


Figure (II-1): Les modèles série et parallèle de détermination de la conductivité thermique équivalente.

$$\text{Modèle série: } \frac{\lambda_e}{\lambda_f} = \frac{\lambda_s / \lambda_f}{\varepsilon \lambda_s / \lambda_f + 1 - \varepsilon} \tag{II-2}$$

$$\text{Modèle parallèle: } \frac{\lambda_e}{\lambda_f} = \varepsilon + (1 - \varepsilon) \frac{\lambda_s}{\lambda_f} \tag{II-3}$$

Où:  $\lambda_s$ : la conductivité thermique de la matrice solide.

$\lambda_f$ : la conductivité de la phase fluide.

Le tableau (II-1) suivant résume les principaux modèles de calcul de la conductivité thermique effective.

Il convient de souligner cependant que l'exploitation des résultats et des modèles doit se faire avec précaution, et que, en toutes circonstances, il faut d'abord s'assurer qu'ils sont bien applicables aux situations et aux milieux considérés.



Tableau (II-1): Quelques modèles de calcul de la conductivité thermique effective. [20], [27].

Modèle	Expression	Remarque
Maxwell (borne inférieure)	$\frac{\lambda_e}{\lambda_f} = \frac{2\varepsilon + (3 - \varepsilon) \frac{\lambda_s}{\lambda_f}}{3 - \varepsilon + \varepsilon \frac{\lambda_s}{\lambda_f}}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Milieu constitué de sphères dispersées dans une phase fluide continue.</li> <li>• Pas d'influence entre particules</li> </ul>
Batchlor et O'Brien	$\frac{\lambda_e}{\lambda_f} = 4 \ln \frac{\lambda_s}{\lambda_f} - 11$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cas particulier de point de contact <math>\frac{\lambda_s}{\lambda_f} \phi 100</math>.</li> <li>• Ajustement d'une constante du modèle à partir des données expérimentales.</li> </ul>
Géométrique	$\lambda_e = \lambda_f \lambda_s^{1-\varepsilon} \text{ c'est à dire}$ $\frac{\lambda_e}{\lambda_f} = \left( \frac{\lambda_s}{\lambda_f} \right)^{1-\varepsilon}$	
Maxwell (borne supérieure)	$\frac{\lambda_e}{\lambda_f} = \frac{2 \left( \frac{\lambda_s}{\lambda_f} \right)^2 (1 - \varepsilon) + (1 + 2\varepsilon) \frac{\lambda_s}{\lambda_f}}{(2 + \varepsilon) \frac{\lambda_s}{\lambda_f} + 1 - \varepsilon}$	Milieu constitué d'inclusions fluides dans une matrice solide continue

### I-3- Détermination expérimentale de la conductivité thermique:

Dans de nombreux domaines, il est nécessaire, à défaut de modèles prédictifs satisfaisants, de mesurer la conductivité thermique d'un matériau dans ces conditions habituelles de fonctionnement. On doit, pour cela, disposer de méthodes suffisamment fiables et précises.

On trouve dans la littérature assez peu de résultats expérimentaux et les principales mesures son dues à SEHR , MISCHKE, SMITH et MASAMUNE [22].

Pour mesurer cette grandeur, CRAUSSE [32], a utilisé un conductivimètre à cylindres coaxiaux. Dans cette méthode, un milieu poreux est placé dans l'espace annulaire déterminé par deux cylindres coaxiaux. Un flux de chaleur constant est dissipé au sein du cylindre intérieur par l'intermédiaire d'une résistance chauffante incorporée.

Lorsque l'équilibre thermique est atteint, c'est à dire que l'écart de température de part et d'autre de l'espace annulaire reste constant, la conductivité thermique est alors calculée en utilisant la loi de Fourier en régime permanent appliquée à l'espace annulaire.

$$\lambda_s = \frac{\phi \cdot \ln(R_i/R_o)}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \Delta T} \quad (II-4)$$

où:  $\phi$  la puissance thermique dissipée dans le cylindre intérieur;

$R_i$ ,  $R_o$  rayons des cylindres respectivement intérieur et extérieur.

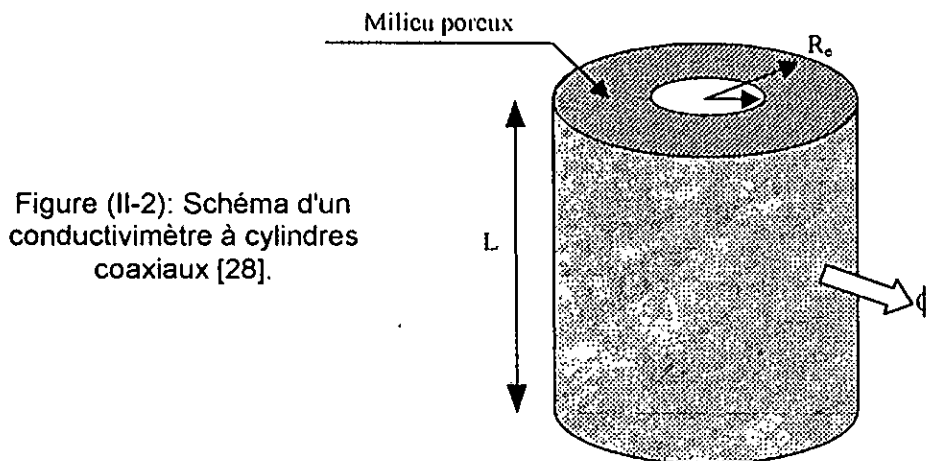


Figure (II-2): Schéma d'un conductivimètre à cylindres coaxiaux [28].

P.TERVOLLA [29], a proposé une méthode numérique pour déterminer la conductivité thermique d'un matériau homogène à partir de profils mesurés de température.

Une approche synthétique a été proposée par LAURENT [30] pour évaluer les paramètres thermique dont la conductivité, par la dynamique des systèmes. Il a par ailleurs développé les différentes méthodes de mesure en régime transitoire par sonde à chocs thermiques.

#### I-4- Variations de la conductivité thermique avec la température:

Il est souvent important de tenir compte de l'influence de la température sur la conductivité thermique des matériaux isolants. Dans tous les isolants poreux ou fibreux, la conductivité thermique est une fonction croissante de la température [17]. Souvent les résultats expérimentaux vérifient la relation semi-empirique:

$$\lambda(T) = A_1 \sqrt{T} + A_2 + A_3 T^3 \quad (II-5)$$

avec T(K) température thermodynamique et  $A_1, A_2, A_3$  des constantes.

Les différents termes de cette relation représentent trois mécanismes de transfert, supposés découplés:

- La conduction gazeuse (1<sup>er</sup> terme).
- La conduction dans le solide (2<sup>ème</sup> terme).

- Le rayonnement (3<sup>ème</sup> terme)

LAURENT et VUILERMOZ [9], proposent une équation donnant la conductivité thermique en fonction de la température par un développement polynomiale de la forme suivante.

$$\log \lambda = C_0 + C_1(\log T) + C_2(\log T)^2 + C_3(\log T)^3 + C_4(\log T)^4 + C_5(\log T)^5 \quad (II-6)$$

avec T(K) température,

$\lambda(\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1})$  conductivité thermique,

$C_0, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$  constantes,

log logarithme décimal.

Cependant, la fonction choisie pour le lissage de  $\lambda$  en fonction de T est assez arbitraire puisqu'elle ne s'appuie sur aucune considération théorique.

### I-5- Variations de la conductivité thermique avec la masse volumique:

Les produits réfractaires isolants ont une porosité totale supérieure à 45 %. La porosité est le principal facteur qui détermine la conductivité thermique [17]. En effet, la masse volumique  $\rho$  est liée à la porosité  $\varepsilon$  et à la masse volumique  $\rho_0$  du solide de porosité nulle par la relation:

$$\rho = \rho_0(1 + \varepsilon)^{-1} \quad (II-7)$$

La conductivité thermique du solide  $\lambda_s$  dépend essentiellement de sa masse volumique, donc de sa porosité.

Avec un modèle de solide hétérogène biphasé dont la deuxième phase à une conductivité négligeable et pour des porosités fermées, c'est à dire dans le cas ou les pores ne communiquent pas entre eux, la conductivité thermique équivalente peut s'approximer par la relation :

$$\lambda_e = \lambda_s \frac{(1 - \varepsilon)}{\left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)} \quad (II-8)$$

et dans le cas des porosités ouvertes:

$$\lambda_e = \lambda_s (1 - \varepsilon)^{1,7} \quad (II-9)$$

Cela signifie que  $\lambda_e$  est une fonction croissante de la masse volumique. Pour les isolants fibreux de faible masse volumique, on constate d'après la relation précédente, que  $\lambda_e$  est proportionnelle à  $\rho$ , mais dans ce cas, il faut noter qu'elle ne représente qu'une faible part de la conductivité aux températures élevées (>1000K) pour lesquelles le transfert par rayonnement est important [17].

## II- LA CHALEUR SPECIFIQUE:

### II-1- Définition:

La chaleur spécifique représente la quantité de chaleur qu'il faut fournir à l'unité de poids d'une substance pour élever sa température de un degré. Dans le système SI elle s'exprime en kJ/(kg.K) et dans le système technique en kcal/(kg.K).

### II-2- Estimation de la chaleur spécifique des mélanges de corps purs:

La façon la plus simple de calculer la chaleur spécifique d'un mélange consiste à pondérer les chaleurs spécifiques de chaque constituant selon l'équation suivante:

$$c_p = \sum x_i \cdot c_{pi} \quad (\text{II-10})$$

avec  $c_{pi}$  et  $x_i$  représentant respectivement la chaleur spécifique et la fraction massique du constituant  $i$  dans le mélange.

### II-3- Variations de la chaleur spécifique avec la température:

Les valeurs des chaleurs spécifiques sont disponibles dans les tables pour un certain nombre de composés. On notera que plusieurs auteurs fournissent cette propriété en fonction de la température sous une forme telle que:

$$c_p = a + b \cdot T + c \cdot T^2 + d \cdot T^3 \quad (\text{II-11})$$

ou  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  sont des constantes données pour chaque corps pur.

Cependant d'autres équations donnant  $c$  en fonction de la température se trouvent dans la littérature [26], [31].

$$c_p = a + b \cdot T + \frac{c}{T^2} \quad (\text{II-12})$$

Les matériaux réfractaires et isolants sont le plus souvent constitués des corps purs suivants:  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{CaO}$ ,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ,  $\text{MgO}$ ,  $\text{K}_2\text{O}$ ,  $\text{Na}_2\text{O}$ ,  $\text{SiO}_2$  et  $\text{TiO}_2$ . Le tableau (II-2) donne leurs chaleurs spécifiques en fonction de la température.

Tableau (II-2): Chaleurs spécifiques des principaux constituants des produits réfractaires et isolants [26], [31]:

Constituant	Chaleur spécifique à P constante. T(K) (cal/deg.mol)	Domaine de température (K)	Incertitude (%)
$\text{Al}_2\text{O}_3$	$22.08+0.008971T-522500/T^2$	273 - 1973	3
$\text{CaO}$	$10.00+0.00484T-108000/T^2$	273 - 1173	2
$\text{Fe}_2\text{O}_3$	$24.72+0.01604T-423400/T^2$	273 - 1097	2
$\text{MgO}$	$10.86+0.001197T-208700/T^2$	273 - 2073	2
$\text{K}_2\text{O}$	9.00	300 - 2000	5
$\text{SiO}_2$	$17.09+0.000454T-897200/T^2$	523 - 1973	2
$\text{TiO}_2$	$11.81+0.00754T-41900/T^2$	273 - 713	3

### III- LE COEFFICIENT D'ECHANGE SUPERFICIEL:

#### III-1- Définition: [7]

Considérons sur la surface d'un corps solide un élément d'aire  $dS$  et de température  $T_{ext}$ . Si le corps est au contact d'un milieu fluide en mouvement caractérisé par une température  $T_a$ , la quantité de chaleur qui traverse  $dS$  pendant le temps  $dt$  peut s'écrire:

$$d^2Q = h \cdot (T_{ext} - T_a) \cdot dS \cdot dt \quad (II-13)$$

$h$  est la *conductance thermique de convection* (relative à l'unité de surface), ou *coefficient d'échange thermique par convection*, ou *coefficient de convection*, ou encore *coefficient d'échange superficiel*.

Le coefficient d'échange superficiel n'est pas une constante absolue. Il dépend de nombreux facteurs tels que:

- Les caractéristiques du fluide: coefficient de conduction, chaleur spécifique, masse volumique, viscosité, vitesse, température;
- La nature de l'écoulement (laminaire ou turbulent);
- les caractéristiques de la paroi: forme, dimensions, rugosité, température, propreté;
- La position respective de la paroi et du fluide: angle d'attaque de la paroi par le fluide.

L'étude de la convection est largement expérimentale et utilise un certain nombre de grandeurs sans dimensions caractérisant les fluides d'un point de vue physique et thermique (nombres de Nusselt, Biot, Prandtl, Reynolds, Grashoff, Margoulis, Stanton, Péclet...) dont le but est de relier l'échange de chaleur à des grandeurs accessibles. [7], [32].

#### III-2- Détermination du coefficient d'échange superficiel:

Si la valeur et la variation des conductivités thermiques des matériaux sont assez bien connues, il n'en est pas de même des coefficients d'échange superficiels; toutefois, ils peuvent être calculés soit par les formules suivantes, soit être déterminés expérimentalement.

##### A- coefficient d'échange superficiel interne, $h_i$ :

L'influence des échanges superficiels internes est généralement très faible sur les déperditions et que dans la majeure partie des cas, ils peuvent être négligés dans les calculs [33].

Toutefois, leur connaissance est nécessaire dans les conduites de fortes sections véhiculant de l'air ou des fumées, et leur détermination donne alors:

$$h_i = 3.57 \cdot F^2(\theta_{air}, \theta_{paroi}) \cdot \frac{(S \cdot \rho_{air} \cdot v)^{0.75}}{D^{1.75}} \quad (W/m^2.K) \quad (II-14)$$

avec  $F$  donné dans les abaques

- $\rho_{\text{air}}$  (kg/m<sup>3</sup>) masse volumique de l'air,  
 $v$  (m/s) vitesse du fluide dans la conduite.  
 $D$  (m) diamètre de la conduite.  
 $S$  (m<sup>2</sup>) section droite de la conduite.

### B- Coefficient d'échange superficiel externe, $h_e$ :

Lorsque l'air est rigoureusement calme, le coefficient d'échange superficiel a pour valeur:

$$h_e = \alpha + \xi \quad (\text{II-15})$$

$\alpha$  et  $\xi$  traduisent respectivement l'influence de la convection et du rayonnement.

Avec

$$\alpha = p \cdot (T_{\text{ext}} - T_a)^{0.25} \quad (\text{W/m}^2 \cdot \text{K}) \quad (\text{II-16})$$

Ou  $p=2.49$  pour les surfaces horizontales avec flux dirigé vers le haut.

$p=1.31$  pour les surfaces horizontales avec flux dirigé vers le bas.

$p=1.84$  pour les surfaces verticales.

Et

$$\xi = \rho_r \left[ \left( \frac{T_{\text{ext}}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_a}{100} \right)^4 \right] / (T_{\text{ext}} - T_a) \quad (\text{II-17})$$

Lorsque l'air est en mouvement, on garde la même expression pour  $\xi$  et l'on applique les formules empiriques suivantes pour  $\alpha$  [33].

- Pour les surfaces planes:

$$\alpha = 5.22 + 3.94v \quad \text{si } v \leq 5 \text{ m/s} \quad (\text{II-18})$$

$$\alpha = 7.10 v^{0.78} \quad \text{si } v > 5 \text{ m/s} \quad (\text{II-19})$$

- Pour les surfaces cylindriques:

$$\alpha = 4.18 \frac{v^{0.8}}{D^{0.2}} \quad (\text{II-20})$$

**CHAPITRE 3**  
**MODELISATION DU FOUR**

## I- INTRODUCTION :

L'objet de cette partie est de calculer et dimensionner un four électrique à chambre. Ceci consiste à calculer les épaisseurs des différentes couches de la paroi, la puissance à installer, la résistance électrique des éléments chauffants et leur répartition sur les parois internes du four, les volumes et les masses des matériaux constituant la multicouche ainsi que les pertes de chaleur et les profils de température qui en résultent.

Dans cette perspective, l'étude sera faite sur le domaine physique ci-dessous :

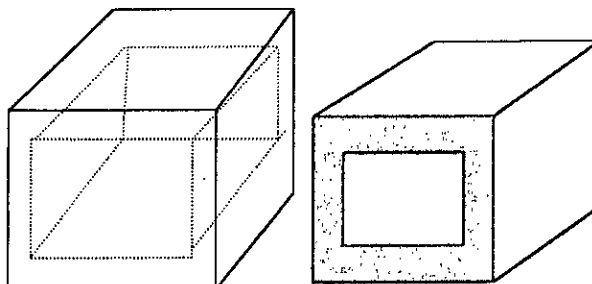


Figure (III-1) : Géométrie du problème.

Considérons un four à chambre dont les dimensions de la chambre de chauffe sont :

- A : la hauteur
- B : la largeur
- C : la longueur.

Pour mener à bien ce calcul, les hypothèses simplificatrices ci-dessous sont nécessaires.

- Les faces internes de la paroi sont toutes à la même température  $\theta_0$ .
- Les différentes couches adjacentes de matériaux sont en contact parfait.
- Les conductivités thermiques des matériaux ne dépendent pas de la température.
- La température devient stationnaire dans la paroi après une absorption maximale de chaleur.
- Les matériaux constituant la paroi sont idéaux, donc solides, homogènes, opaques et isotropes [34] :
  - Solides, pour éliminer les transferts de masse et donc par suite la convection.
  - Opaques, pour éliminer les transferts par rayonnement.
  - Homogènes, pour caractériser la conduction par une loi de FOURIER.
  - Isotropes, pour considérer les transferts unidirectionnels.



Dans ces conditions les matériaux peuvent être caractérisés par deux grandeurs : la conductivité et la diffusivité thermiques.

## II- ENERGIE UTILE :

Nous appellerons énergie utile, la quantité de chaleur nécessaire pour élever la température de l'air occupant la chambre de chauffe de la température ambiante  $\theta_a$  à la température requise  $\theta_0$  pendant un temps  $t$ .

Cette énergie notée  $Q_1$  s'exprime par la relation :

$$Q_1 = \int_{\theta_a}^{\theta_0} \rho_{\text{air}} \cdot A \cdot B \cdot C \cdot c_{p(\text{air})} \cdot d\theta \quad (\text{III-1})$$

Dans laquelle :  $\rho_{\text{air}}$  est la masse volumique de l'air, .

A, B, C les dimensions de la chambre de chauffe,

$c_{p(\text{air})}$  la chaleur spécifique de l'air.

avec

$$c_{p(\text{air})}(\text{cal/g} \cdot ^\circ\text{C}) = 5 \cdot 10^{-13} \cdot \theta^3 + 5 \cdot 10^{-9} \cdot \theta^2 + 3 \cdot 10^{-5} \cdot \theta + 0.2494 \quad (\text{III-2})$$

dans laquelle  $\theta$  est en  $^\circ\text{C}$  [31].

## III- ENERGIE ACCUMULEE DANS LES PAROIS DU FOUR :

Les parois des fours sont souvent constituées de différentes couches de matériaux (réfractaires, isolants, ...) Chaque matériau  $i$  est caractérisé par :

- Sa masse  $m_i$
- Son épaisseur  $e_i$
- Sa conductivité thermique  $\lambda_i$
- Sa masse volumique apparente  $\rho_i$
- Sa porosité  $\epsilon_i$
- Sa température en face froide  $\theta_i$ .

La quantité de chaleur accumulée dans la  $i^{\text{ème}}$  couche de la paroi (la numérotation est en sens croissant de l'intérieur du four vers l'extérieur) peut être calculée en utilisant l'équation suivante :

$$Q_i = \int_{\theta_a}^{\theta_{\text{moy}}} m_i \cdot c_i \cdot d\theta \quad (\text{III-3})$$

Si on néglige la variation de la capacité thermique massique en fonction de la température, il vient :

$$Q_i = m_i \cdot c_i \cdot (\theta_{moy} - \theta_a) \quad (III-4)$$

Avec  $\theta_{moy}$  la température moyenne de la  $i^{ème}$  couche de la paroi. Dans le cas d'une conductivité thermique satisfaisant la relation :

$$\lambda(T) = A_1 \sqrt{T} + A_2 + A_3 \cdot T^3 \quad (III-5)$$

$T(K)$  : température thermodynamique

$A_1, A_2, A_3$  : des constantes à déterminer expérimentalement.

Dans laquelle on néglige le premier terme la température moyenne appropriée est donnée par l'expression suivante [17]:

$$T_{moy} = \sqrt[3]{\frac{1}{4}(T_f + T_c) \cdot (T_f^2 + T_c^2)} \quad (III-6)$$

$T_f$  température en face froide et  $T_c$  température en face chaude de la paroi

Considérons la température moyenne arithmétique :

$$\theta_{moy} = \frac{\theta_{i-1} + \theta_i}{2} \quad (III-7)$$

Avec  $\theta_{i-1}$  la température en face chaude de la  $i^{ème}$  couche, et  $\theta_i$  sa température en face froide. Soit  $V_i$  le volume de la  $i^{ème}$  couche de la paroi, et si le four est constitué d'une paroi composite de  $n$  couches adjacentes, la quantité de chaleur totale absorbée s'exprime par la relation :

$$Q_2 = \sum_{i=1}^n \rho_i \cdot V_i \cdot c_i \cdot \left( \frac{\theta_{i-1} + \theta_i}{2} - \theta_a \right) \quad (III-8)$$

Dans laquelle  $\theta_n = \theta_{ext}$

◆ Calcul des volumes des différentes couches de matériaux :

Le volume de la  $n^{ème}$  couche de matériau est donné par la relation suivante :

$$V_n = (A + 2 \sum_{i=0}^n e_i) \cdot (B + 2 \sum_{i=0}^n e_i) \cdot (C + 2 \sum_{i=0}^n e_i) - (A + 2 \sum_{i=0}^{n-1} e_i) \cdot (B + 2 \sum_{i=0}^{n-1} e_i) \cdot (C + 2 \sum_{i=0}^{n-1} e_i) \quad (III-9)$$

dans laquelle  $e_0 = 0$  et  $n \geq 1$

◆ Calcul des masses des différentes couches de matériaux :

Les matériaux utilisés pour les parois des fours sont le plus souvent poreux . Il faudra tenir compte de cette propriété en considérant la masse volumique apparente

$$\rho_{app} = \rho_n (1 - \varepsilon_n) \quad (III-10)$$

Où  $\rho_n$  est la masse volumique réelle de la  $n^{ème}$  couche de matériau et  $\varepsilon_n$  sa porosité ; sa masse  $m_n$  se calcule par la relation :

$$m_n = \rho_{app} \cdot V_n \quad (III-11)$$

**IV- LES PERTES PAR TRANSMISSION VERS L'EXTERIEUR :**

Les parois des fours ne sont pas uniquement constituées de faces planes, faces pour lesquelles les surfaces externes et internes correspondantes sont égales. Il est important de tenir compte du fait que, au voisinage des arêtes et des sommets, la surface externe est considérablement plus grande que la surface interne. En raison de cette inégalité entre la surface de pénétration et la surface de dégagement de la chaleur, le profil de température dans la paroi et donc les pertes sont différentes de ce qu'elles sont entre surfaces parallèles [8].

Les parois du four peuvent être décomposées en arêtes, sommets et surfaces planes comme le montre la figure (III-2).

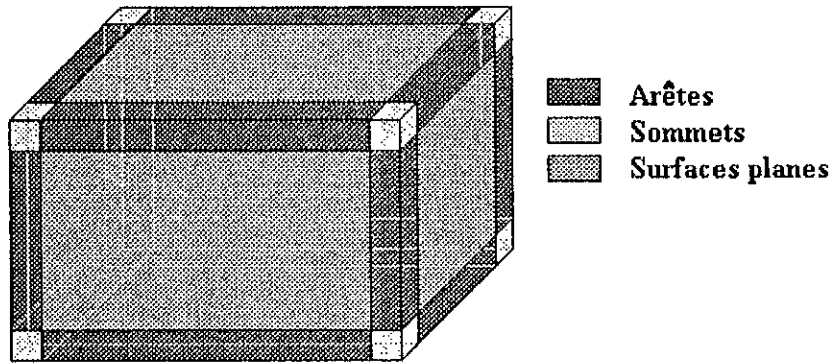
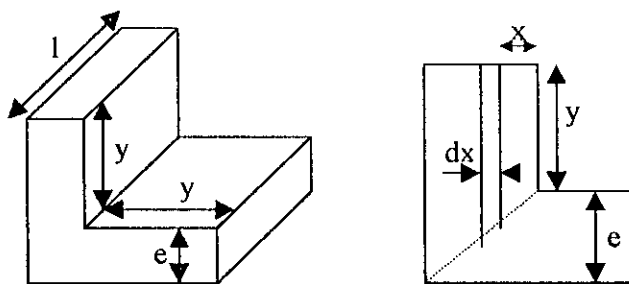


Figure (III-2): Décomposition des parois du four en arêtes, sommets et surfaces planes

**IV-1- Les pertes par les arêtes :**

Les pertes par les arêtes peuvent être schématisées par la figure (III-3) suivante :



Figure(III-3) : Calcul des pertes à travers les arêtes.

Chacune des faces internes de la paroi aboutissant à une arête a une surface égale à  $(y.l) \text{ m}^2$ . Les faces externes correspondantes ont chacune une surface égale à  $(y+e). l \text{ m}^2$ .

Le flux de chaleur s'écoulant à travers un volume d'épaisseur  $dx$  à la distance  $x$  de la face interne, en régime permanent est donné par l'expression :

$$\phi = -\lambda \frac{d\theta}{dx} (x + y)l \quad (\text{III-12})$$

Dans laquelle  $l$  représente la longueur de l'arête.

L'intégration de cette équation donne

$$\phi = \frac{-\lambda \cdot l}{\ln\left(\frac{y+e}{y}\right)} (\theta_{\text{ext}} - \theta_0) \quad (\text{III-13})$$

Ce même flux s'écoule dans l'environnement en donnant lieu à l'équation :

$$\phi = h(y + e)l(\theta_{\text{ext}} - \theta_a) \quad (\text{III-14})$$

En éliminant  $\phi$  entre les deux équations, on obtient la température moyenne de la face externe de la paroi.

$$\theta_{\text{ext}} = \theta_0 \frac{l}{1 + \frac{h}{\lambda}(y+e) \ln\left(\frac{y+e}{y}\right)} + \theta_a \frac{\left(\frac{h}{\lambda}\right)(y+e) \ln\left(\frac{y+e}{y}\right)}{1 + \left(\frac{h}{\lambda}\right)(y+e) \ln\left(\frac{y+e}{y}\right)} \quad (\text{III-15})$$

Si on pose  $y = n_1 e$  on obtient pour les arêtes :

$$\theta_{\text{ext}} = \theta_0 \frac{l}{1 + \frac{h \cdot e}{\lambda} (n_1 + 1) \ln\left(\frac{n_1 + 1}{n_1}\right)} + \theta_a \frac{\left(\frac{h \cdot e}{\lambda}\right) (n_1 + 1) \ln\left(\frac{n_1 + 1}{n_1}\right)}{1 + \frac{h \cdot e}{\lambda} (n_1 + 1) \ln\left(\frac{n_1 + 1}{n_1}\right)} \quad (\text{III-16})$$

Si de plus on pose

$$z_a = (n_1 + 1) \ln\left(\frac{n_1 + 1}{n_1}\right) \quad (\text{III-17})$$

Et si on porte  $\theta_{\text{ext}}$  dans l'équation

$$\phi = h(\theta_{\text{ext}} - \theta_a) \quad (\text{III-18})$$

on obtient pour les arêtes

$$\phi_a = \frac{h}{1 + \frac{h \cdot e}{\lambda} z_a} (\theta_0 - \theta_a) \quad (\text{III-19})$$

$$\phi_a = \varphi_a \cdot s_a \quad s_a \text{ est la surface des arêtes.}$$

Une bonne approximation du coefficient de convection  $h$  en air calme est donnée, pour les parois planes [33], par l'équation (II-16). On note:

- $h_1$  pour les parois verticales.
- $h_2$  pour les parois horizontales dirigées vers le bas.
- $h_3$  pour les parois horizontales dirigées vers le haut.

Notons  $S_{av}$  : La surface correspondant aux arêtes verticales.

$S_{ah}$  : La surface correspondant aux arêtes horizontales.

Ces deux surfaces peuvent être calculées à l'aide des équations suivantes :

$$S_{ah} = 4(n_1 + 1)(C + B).e - 16(n_1 + n_1^2).e^2 \quad (III-20)$$

$$S_{av} = 4(n_1 + 1)(2A + B + C).e - 32(n_1 + n_1^2).e^2 \quad (III-21)$$

Le flux de chaleur s'écoulant à travers les arêtes peut être décomposé comme suit :

$$\phi_a = \phi_{av}S_{av} + (\phi_{ah2} + \phi_{ah3})\frac{S_{ah}}{2} \quad (III-22)$$

où

$$\phi_{av} = \frac{h_1}{1+h_1\frac{e}{\lambda}z_a}(\theta_{ext} - \theta_a) \quad (III-23)$$

$$\phi_{ah2} = \frac{h_2}{1+h_2\frac{e}{\lambda}z_a}(\theta_{ext} - \theta_a) \quad (III-24)$$

$$\phi_{ah3} = \frac{h_3}{1+h_3\frac{e}{\lambda}z_a}(\theta_{ext} - \theta_a) \quad (III-25)$$

#### IV-2- Les pertes par les sommets :

La méthode de calcul dans le cas des sommets est analogue à celle des arêtes. Les pertes par les sommets peuvent être schématisées par la figure (III-4) :

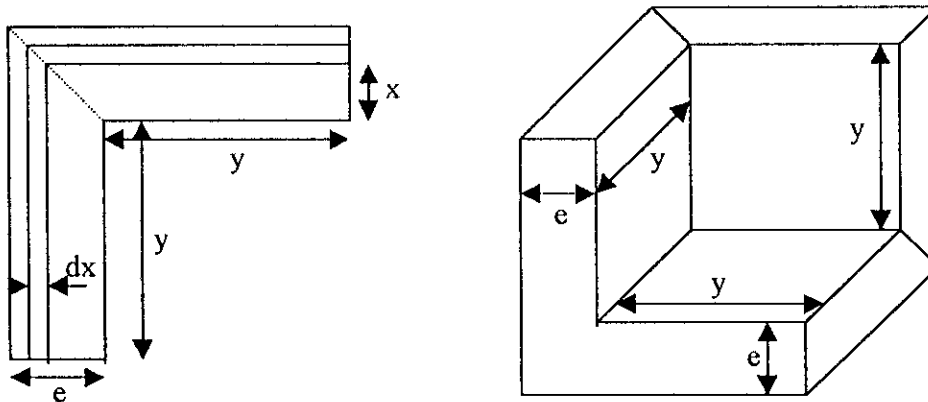


Figure (III-4) : Calcul des pertes à travers les sommets

Le sommet peut être décomposé en trois parois de surfaces internes  $y^2$  ( $m^2$ ) et de surfaces externes  $(y+e)^2$  ( $m^2$ ). A travers le volume d'épaisseur  $dx$  à la distance  $x$  de la face interne, le flux de chaleur s'écoulant est :

$$\phi = -\lambda \frac{d\theta}{dx} (y + x)^2 \quad (III-26)$$

qui se dissipe dans l'environnement en donnant lieu à l'équation :

$$\phi = h(y + e)^2 (\theta_{ext} - \theta_a) \quad (III-27)$$

En éliminant  $\phi$  entre les deux équations et en intégrant, on obtient :

$$\theta_{\text{ext}} = \theta_0 \frac{1}{1 + \frac{h}{\lambda} \left(\frac{y+e}{y}\right)e} + \theta_a \frac{\left(\frac{h}{\lambda}\right)\left(\frac{y+e}{y}\right)e}{1 + \left(\frac{h}{\lambda}\right)\left(\frac{y+e}{y}\right)e} \quad (\text{III-28})$$

avec  $y = n_1 \cdot e$ , et si de plus on pose  $\frac{n_1 + 1}{n_1} = z_s$ , on obtient :

$$\theta_{\text{ext}} = \theta_0 \frac{1}{1 + \frac{h \cdot e}{\lambda} z_s} + \theta_a \frac{\left(\frac{h \cdot e}{\lambda}\right) z_s}{1 + \left(\frac{h \cdot e}{\lambda}\right) z_s} \quad (\text{III-29})$$

Si on porte  $\theta_{\text{ext}}$  dans l'équation (III-18), la densité de flux à travers les sommets s'écrirait :

$$\varphi_s = \frac{h}{1 + \frac{h \cdot e}{\lambda} z_s} (\theta_0 - \theta_a) \quad (\text{III-30})$$

$$\phi_s = \varphi_s \cdot S_s \quad \text{Avec } S_s \text{ la surface des sommets.}$$

Notons par  $S_{sv}$  la surface des parois verticales correspondant aux sommets.

$S_{sh}$  la surface des parois horizontales correspondant aux sommets.

$$S_s = 24 \cdot e^2 \cdot (n_1 + 1)^2 \quad (\text{III-31})$$

$$S_{sv} = 16 \cdot e^2 \cdot (n_1 + 1)^2 \quad (\text{III-32})$$

$$S_{sh} = 8 \cdot e^2 \cdot (n_1 + 1)^2 \quad (\text{III-33})$$

Le flux de chaleur s'écoulant à travers les sommets peut donc être décomposé comme suit :

$$\phi_s = \varphi_{sv} S_{sv} + (\varphi_{sh2} + \varphi_{sh3}) \frac{S_{sh}}{2} \quad (\text{III-34})$$

où :

$$\varphi_{sv} = \frac{h_1}{1 + h_1 \frac{e}{\lambda} z_s} (\theta_0 - \theta_a) \quad (\text{III-35})$$

$$\varphi_{sh2} = \frac{h_2}{1 + h_2 \frac{e}{\lambda} z_s} (\theta_0 - \theta_a) \quad (\text{III-36})$$

$$\varphi_{sh3} = \frac{h_3}{1 + h_3 \frac{e}{\lambda} z_s} (\theta_0 - \theta_a) \quad (\text{III-37})$$

#### IV-3- Les pertes par les surfaces planes :

Le flux de chaleur transmis en régime permanent, à travers une paroi constituée de plusieurs couches accolées de surface  $S$ , d'épaisseurs  $e_i$  et de conductivités thermiques  $\lambda_i$ , en contact parfait est donné par l'équation :

$$\phi = \frac{\theta_0 - \theta_{ext}}{\sum_{i=1}^n \frac{e_i}{\lambda_i S}} \quad (III-38)$$

Ce flux est transmis de la paroi extérieure vers le milieu ambiant selon l'équation :

$$\phi = h.S.(\theta_{ext} - \theta_a) \quad (III-39)$$

En combinant les deux équations on obtient :

$$\phi = \frac{(\theta_0 - \theta_a)}{\frac{1}{h.S} + \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{\lambda_i S}} \quad (III-40)$$

$$\varphi = \frac{\phi}{S} = \frac{(\theta_0 - \theta_a)}{\frac{1}{h} + \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{\lambda_i}} \quad (III-41)$$

Cette équation donne la quantité de chaleur perdue par transmission, par unité de temps et de surface, à travers une surface plane.

Notons par  $S_{pv}$  la surface des parois planes verticales et  $S_{ph}$  la surface des parois planes horizontales.

$$S_{pv} = 2(A - 2n_1e)(C + B - 4n_1e) \quad (III-42)$$

$$S_{ph} = 2(C - 2n_1e)(B - 2n_1e) \quad (III-43)$$

Le flux s'écoulant à travers les surfaces planes peut être décomposé selon l'équation suivante :

$$\phi_p = \varphi_{pv} S_{pv} + (\varphi_{ph2} + \varphi_{ph3}) \frac{S_{ph}}{2} \quad (III-44)$$

Dans laquelle :

$$\varphi_{pv} = \frac{\theta_0 - \theta_a}{\frac{1}{h_1} + \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{\lambda_i}} \quad (III-45)$$

$$\varphi_{ph2} = \frac{\theta_0 - \theta_a}{\frac{1}{h_2} + \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{\lambda_i}} \quad (III-46)$$

$$\varphi_{ph3} = \frac{\theta_0 - \theta_a}{\frac{1}{h_3} + \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{\lambda_i}} \quad (III-47)$$

#### IV-4- Energie perdue par transmission :

L'énergie perdue par transmission vers l'extérieur, pendant la montée en température, à travers les parois du four est égale à la somme des énergies perdues à travers les arêtes, les sommets et les surfaces planes.

$$Q_3 = (\phi_a + \phi_s + \phi_p).t \quad (\text{III-48})$$

## V- CALCUL DE L'ÉPAISSEUR DE LA PAROI :

### V-1- Epaisseur totale :

Le flux total transmis vers l'extérieur peut être exprimé par l'équation suivante :

$$\phi = (h_1.S_v + (h_2 + h_3)\frac{S_h}{2})(\theta_{\text{ext}} - \theta_a) \quad (\text{III-49})$$

où 
$$S_v = 2 \left[ A.(B + C) + (4.A + 2.C + 2.B).e + 8.e^2 \right] \quad (\text{III-50})$$

$$S_h = 2 \left[ B.C + 2(C + B).e + 4.e^2 \right] \quad (\text{III-51})$$

➤ si on pose 
$$k_0 = 2.A.(B + C).h_1 + (h_2 + h_3).B.C \quad (\text{III-52})$$

$$k_1 = (4.A + 2.C + 2.B).h_1 + 2.(h_2 + h_3).(B + C) \quad (\text{III-53})$$

$$k_2 = 8.h_1 + 4.(h_2 + h_3) \quad (\text{III-54})$$

il vient que :

$$\phi = (k_0 + k_1.e + k_2.e^2).(\theta_{\text{ext}} - \theta_a) \quad (\text{III-55})$$

Ce même flux est transmis vers l'extérieur à travers la paroi d'épaisseur totale  $e$  et de résistance thermique globale  $\frac{e}{\lambda}$  suivant :

$$\phi = \frac{\theta_0 - \theta_{\text{ext}}}{\frac{e}{\lambda}} \quad (\text{III-56})$$

que l'on peut écrire aussi en fonction des flux à travers les arêtes, sommets et surfaces planes comme suit :

$$\phi = \phi_a + \phi_s + \phi_p = F(e, \frac{e}{\lambda}) \quad (\text{III-57})$$

d'où 
$$(k_0 + k_1.e + k_2.e^2).(\theta_{\text{ext}} - \theta_a) = \frac{\theta_0 - \theta_{\text{ext}}}{\frac{e}{\lambda}} \quad (\text{III-58})$$

➤ En posant 
$$\begin{cases} \alpha_1 = 4(n_1 + 1)(2.A + B + C) \\ \alpha_2 = -32(n_1 + n_1^2) \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \beta_1 = 4(n_1 + 1)(C + B) \\ \beta_2 = -16(n_1 + n_1^2) \end{cases} \quad (\text{III-59})$$

Il vient que :

$$\begin{aligned} S_{\text{av}} &= \alpha_1.e + \alpha_2.e^2 \\ S_{\text{ah}} &= \beta_1.e + \beta_2.e^2 \end{aligned} \quad (\text{III-60})$$

d'où l'expression du flux à travers des arêtes :



$$\phi_a = \left[ \frac{h_1(\alpha_1.e + \alpha_2.e^2)}{1 + h_1.z_a \cdot \frac{e}{\lambda}} + \left( \frac{h_2}{1 + h_2.z_a \cdot \frac{e}{\lambda}} + \frac{h_3}{1 + h_3.z_a \cdot \frac{e}{\lambda}} \right) \left( \frac{\beta_1.e + \beta_2.e^2}{2} \right) \right] (\theta_0 - \theta_a) \quad (III-61)$$

➤ En posant  $\gamma_1 = 16(n_1 + 1)^2$  on obtient :

$$\begin{aligned} S_{sv} &= \gamma_1.e^2 \\ S_{sh} &= \frac{\gamma_1}{2}.e^2 \end{aligned} \quad (III-62)$$

D'où l'expression du flux à travers les sommets:

$$\phi_s = \left[ \frac{h_1.\gamma_1.e^2}{1 + h_1.z_s \cdot \frac{e}{\lambda}} + \left( \frac{h_2}{1 + h_2.z_s \cdot \frac{e}{\lambda}} + \frac{h_3}{1 + h_3.z_s \cdot \frac{e}{\lambda}} \right) \frac{\gamma_1.e^2}{4} \right] (\theta_0 - \theta_a) \quad (III-63)$$

➤ En posant :

$$\begin{cases} \mu_0 = 2.A.(B + C) \\ \mu_1 = -4.n_1.(2.A + C + B) \\ \mu_2 = 16.n_1^2 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \eta_0 = 2.C.B \\ \eta_1 = -4.n_1.(C + B) \\ \eta_2 = 8.n_1^2 \end{cases} \quad (III-64)$$

on obtient :

$$\begin{aligned} S_{pv} &= \mu_0 + \mu_1.e + \mu_2.e^2 \\ S_{ph} &= \eta_0 + \eta_1.e + \eta_2.e^2 \end{aligned} \quad (III-65)$$

d'où l'expression du flux à travers les surfaces planes :

$$\phi_p = \left[ \frac{\mu_0 + \mu_1.e + \mu_2.e^2}{\frac{1}{h_1} + \frac{e}{\lambda}} + \left( \frac{1}{\frac{1}{h_2} + \frac{e}{\lambda}} + \frac{1}{\frac{1}{h_3} + \frac{e}{\lambda}} \right) \frac{\eta_0 + \eta_1.e + \eta_2.e^2}{2} \right] (\theta_0 - \theta_a) \quad (III-66)$$

Si on pose

$$\frac{\theta_0 - \theta_{ext}}{\theta_{ext} - \theta_a} = f \quad (III-67)$$

la résistance thermique globale s'écrirait d'après l'équation (III-58)

$$\frac{e}{\lambda} = \frac{f}{k_0 + k_1.e + k_2.e^2} \quad (III-68)$$

et en remplaçant  $\frac{e}{\lambda}$  par son expression dans les trois équations donnant les flux de chaleur à travers les arêtes, sommets et surfaces planes et en tenant compte de l'égalité (III-55), on obtient une équation en e que l'on peut résoudre en utilisant une méthode itérative.

De plus si on note  $x = \frac{\theta_{ext} - \theta_a}{\theta_0 - \theta_a}$  (III-69)

L'équation à résoudre pour obtenir l'épaisseur totale e aura la forme :

$$\frac{h_1 \cdot \alpha_1 \cdot e + h_1 \cdot \alpha_2 \cdot e^2}{h_1 \cdot z_a \cdot f + k_0 + k_1 \cdot e + k_2 \cdot e^2} + \left[ \frac{h_2}{h_2 \cdot z_a \cdot f + k_0 + k_1 \cdot e + k_2 \cdot e^2} + \frac{h_3}{h_3 \cdot z_a \cdot f + k_0 + k_1 \cdot e + k_2 \cdot e^2} \right] \frac{\beta_1 \cdot e + \beta_2 \cdot e^2}{2}$$

$$+ \gamma_1 \cdot e^2 \cdot \left[ \frac{h_1}{h_1 \cdot z_s \cdot f + k_0 + k_1 \cdot e + k_2 \cdot e^2} + \frac{1}{4} \left( \frac{h_2}{h_2 \cdot z_s \cdot f + k_0 + k_1 \cdot e + k_2 \cdot e^2} + \frac{h_3}{h_3 \cdot z_s \cdot f + k_0 + k_1 \cdot e + k_2 \cdot e^2} \right) \right] +$$

$$\frac{h_1 \cdot (\mu_0 + \mu_1 \cdot e + \mu_2 \cdot e^2)}{h_1 \cdot f + k_0 + k_1 \cdot e + k_2 \cdot e^2} + \left[ \frac{h_2}{h_2 \cdot f + k_0 + k_1 \cdot e + k_2 \cdot e^2} + \frac{h_3}{h_3 \cdot f + k_0 + k_1 \cdot e + k_2 \cdot e^2} \right] \frac{\eta_0 + \eta_1 \cdot e + \eta_2 \cdot e^2}{2} - x = F(e) = 0$$

(III-70)

### V-2- Epaisseurs des différentes couches de la paroi :

En considérant l'une des surfaces planes, et si la paroi se compose de plusieurs couches adjacentes dont les faces sont perpendiculaires aux lignes d'écoulement de chaleur, le flux de chaleur par unité de surface s'écoulant à travers la paroi peut s'écrire :

$$\varphi = \frac{\lambda_1}{e_1} (\theta_0 - \theta_1) = \frac{\lambda_2}{e_2} (\theta_1 - \theta_2) = \dots = \frac{\lambda_n}{e_n} (\theta_{n-1} - \theta_n) \quad \text{(III-71)}$$

Soit en généralisant :

$$\varphi = \frac{\lambda_i}{e_i} (\theta_{i-1} - \theta_i) \quad i=1, n \quad \text{(III-72)}$$

Ce flux s'exprime aussi en considérant la résistance thermique globale  $\frac{e}{\lambda}$  de la paroi, par :

$$\varphi = \frac{\lambda}{e} (\theta_0 - \theta_{ext}) \quad \text{avec } \theta_{ext} = \theta_n \quad \text{(III-73)}$$

en éliminant  $\varphi$  entre les deux équations précédentes nous obtenons l'équation donnant l'épaisseur  $e_i$  de la  $i^{\text{ème}}$  couche de la paroi :

$$e_i = \lambda_i \cdot \frac{e}{\lambda} \cdot \frac{(\theta_{i-1} - \theta_i)}{(\theta_0 - \theta_{ext})} \quad \text{pour } i=1, n \quad \text{(III-74)}$$

avec 
$$e = \sum_{i=1}^n e_i \quad \text{(III-75)}$$

$$\frac{e}{\lambda} = \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{\lambda_i} \quad \text{(III-76)}$$

## VI- PUISSANCE A INSTALLER :

La puissance à installer pour un four à résistances dépend de son mode de fonctionnement. Dans le cas des fours discontinus, elle peut être calculée en utilisant la relation suivante :

$$P = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{t} \quad (\text{III-77})$$

Dans laquelle  $Q_1 + Q_2 + Q_3$  est l'énergie nécessaire pour la mise en température du four et  $t$  le temps de montée en température.

## VII- RESISTANCE DES ELEMENTS CHAUFFANTS :

La résistance totale nécessaire des éléments chauffants pour atteindre la température désirée se calcule en supposant que la tension d'alimentation  $U$  est constante, par la relation :

$$R_{\text{tot}} = \frac{U^2}{P} \quad (\text{III-78})$$

## VIII- PROFILS DE TEMPERATURE DANS LA PAROI :

Nous nous intéressons pour le calcul des profils de température à l'équation de LAPLACE, vu que l'on traite du régime permanent et sans source interne.

En coordonnées cartésiennes, cette équation s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{III-79})$$

### VIII-1- Résolution numérique de l'équation de la chaleur par la méthode des différences finies :

#### A- Méthode des différences finies :

Toutes les méthodes classiques d'intégration numérique sont basées sur l'approximation (discrétisation) d'un opérateur différentiel par un opérateur aux différences finies [35].

Dans la méthode des différences finies, les dérivées sont transformées en expressions algébriques en utilisant le développement en série de Taylor, tronquées à un certain ordre selon la nature du problème et la précision exigée [36].

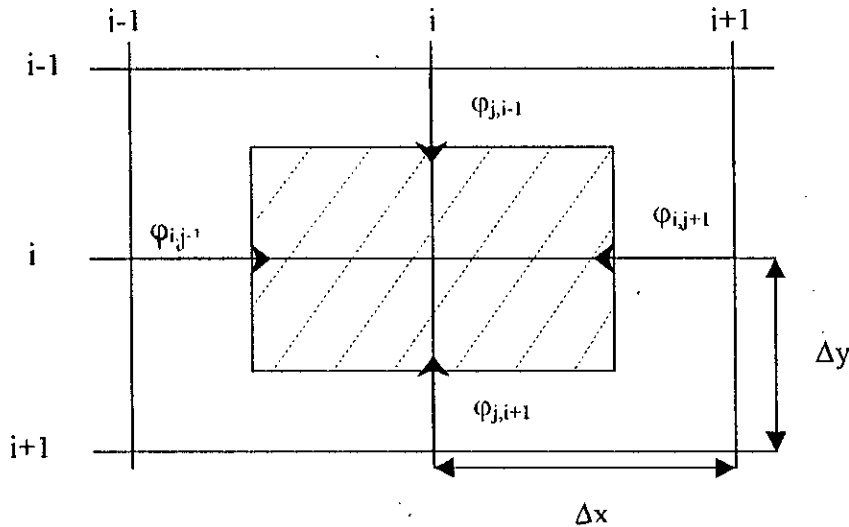
Pour le cas qui nous concerne dans ce chapitre, on transforme l'équation de la chaleur et les conditions aux limites en un système d'équations aux différences finies.

La discretisation des variables, ici la température, est obtenue en découpant le domaine étudié par un maillage de forme et de dimensions adaptées à notre problème.

Nous n'examinons dans ce qui suit que le problème bidimensionnel.

**B- Etablissement des équations aux différences finies :**

Le plan (x,y) est découpé en un réseau de mailles rectangulaires: figure (III-5)



Figure(III-5) : Bilan thermique pour un élément de surface entourant un nœud interne

Où :

- $\theta_{i,j}$  : la température du nœud  $\rho_{i,j}$ .
- $\phi_{i,j}$  : la composante du vecteur densité de flux.
- $P_{i,j}$  : la puissance volumique libérée au nœud  $\rho_{i,j}$ .
- $\Delta x, \Delta y$  : les dimensions de la maille élémentaire.

**• Nœuds internes :**

Les équations aux différences finies pour les nœuds situés à l'intérieur du domaine peuvent être obtenues en écrivant le bilan thermique pour l'élément de volume de section  $(\Delta x \cdot \Delta y)$  et d'épaisseur unité qui entoure le nœud  $\rho_{i,j}$ . Ce bilan exprime que la somme algébrique des flux traversant la frontière de cet élément et de la puissance due aux sources internes est nulle :

$$(\phi_{i,j-1} + \phi_{i,j+1}) \cdot \Delta y + (\phi_{j,i-1} + \phi_{j,i+1}) \cdot \Delta x = 0 \tag{III-80}$$

la loi de FOURIER permet d'exprimer les densités de flux algébriques reçues par l'élément en fonction des températures.

$$\begin{aligned} \phi_{i,j-1} &= -\lambda \cdot \frac{\theta_{i,j} - \theta_{i,j-1}}{\Delta x} & \phi_{i,j+1} &= -\lambda \cdot \frac{\theta_{i,j} - \theta_{i,j+1}}{\Delta x} \\ \phi_{j,i-1} &= -\lambda \cdot \frac{\theta_{i,j} - \theta_{i-1,j}}{\Delta y} & \phi_{j,i+1} &= -\lambda \cdot \frac{\theta_{i,j} - \theta_{i+1,j}}{\Delta y} \end{aligned} \tag{III-81}$$

pour un maillage carré  $(\Delta x = \Delta y = \Delta l)$ , il en résulte l'équation aux différences :

$$\theta_{i,j+1} + \theta_{i,j-1} + \theta_{i+1,j} - 4 \cdot \theta_{i,j} = 0 \tag{III-82}$$

on obtient ainsi autant d'équations que de nœuds internes, le système doit être complété par les expressions traduisant les conditions de surface.

• **Conditions de surface :**

**Température imposée :**

Cette condition n'introduit pas d'équations supplémentaires, il suffit de reporter dans le système des équations relatives aux nœuds internes, les valeurs des températures imposées aux nœuds appartenant à la frontière.

**Densité de flux imposée :**

Si  $\varphi$  représente la densité de flux imposée à la frontière du système, figure (III-6) , le bilan thermique pour l'élément de surface  $(\Delta x \cdot \Delta y / 2)$  entourant le nœud frontière  $p_{1,j}$  s'écrit :

$$(\varphi_{1,j-1} + \varphi_{1,j+1}) \cdot \frac{\Delta y}{2} + (\varphi + \varphi_{j,2}) \cdot \Delta x = 0 \tag{III-83}$$

en exprimant les valeurs des densités de flux à partir de la loi de FOURIER, avec un maillage carré, les équations relatives aux nœuds des frontières s'écrivent :

$$\theta_{1,j+1} + \theta_{1,j-1} + 2 \cdot \theta_{2,j} - 4 \cdot \theta_{1,j} + 2 \cdot \varphi \frac{\Delta l}{\lambda} = 0 \tag{III-84}$$

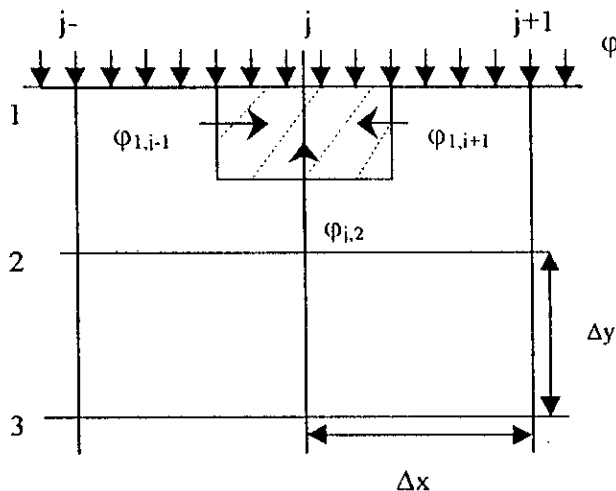


Figure (III-6) : Bilan thermique pour un élément de surface entourant un nœud à la frontière (cas d'une condition de flux imposée).

**Condition mixte :**

L'équation correspondante se déduit de l'équation précédente en remplaçant la densité de flux  $\varphi$  à la frontière par son expression algébrique tirée de la loi de NEWTON  $\varphi = h \cdot (\theta_{\infty} - \theta_{1,j})$ .

**C- Résolution du système d'équations :**

Les équations relatives à l'ensemble des nœuds forme un système linéaire de n équations à n inconnues  $\theta_{i,j}$ . Pour alléger l'écriture il convient de désigner la température du nœud  $p_{i,j}$  par un seul indice k,  $\theta_{i,j}$  devient  $\theta_k$  ( $k=1,n$ ).

On obtient alors le système suivant dans lequel certains coefficients sont nuls.

$$\begin{aligned}
 a_{11}\theta_1 + a_{12}\theta_2 + \dots + a_{1k}\theta_k + \dots + a_{1n}\theta_n &= 0 \\
 a_{21}\theta_1 + a_{22}\theta_2 + \dots + a_{2k}\theta_k + \dots + a_{2n}\theta_n &= 0 \\
 a_{31}\theta_1 + a_{32}\theta_2 + \dots + a_{3k}\theta_k + \dots + a_{3n}\theta_n &= 0 \\
 \vdots & \\
 a_{m1}\theta_1 + a_{m2}\theta_2 + \dots + a_{mk}\theta_k + \dots + a_{mn}\theta_n &= 0 \\
 \vdots & \\
 a_{n1}\theta_1 + a_{n2}\theta_2 + \dots + a_{nk}\theta_k + \dots + a_{nn}\theta_n &= 0 \\
 \vdots &
 \end{aligned}
 \tag{III-85}$$

**VIII-2- Répartition de la température dans les parois du four :**

Considérons le four dans le plan de la section droite et représentons la n<sup>ième</sup> couche de la paroi comme représentée sur la figure (III-7) suivante dans laquelle :

$$\begin{aligned}
 l_3 &= B + 2 \cdot \sum_{i=0}^{n-1} e_i \\
 l_4 &= A + 2 \cdot \sum_{i=0}^{n-1} e_i \\
 l_1 &= B + 2 \cdot \sum_{i=1}^n e_i \\
 l_2 &= A + 2 \cdot \sum_{i=1}^n e_i
 \end{aligned}
 \quad \text{avec : } \begin{cases} e_0 = 0 \\ n \geq 1 \end{cases}
 \tag{III-86}$$

S<sub>ext</sub> : la surface externe de la n<sup>ième</sup> couche de la paroi du four.

S<sub>int</sub> : la surface interne de la n<sup>ième</sup> couche de la paroi du four.

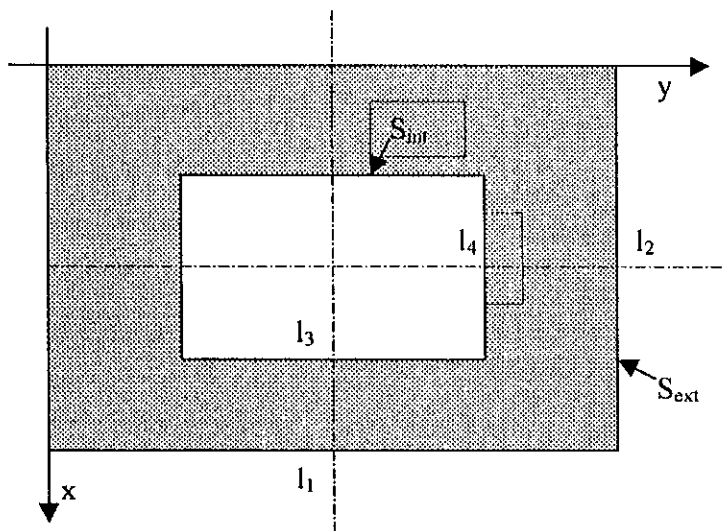


Figure (III-7) : Section droite de la n<sup>ième</sup> couche de la paroi.

Soit le maillage du domaine d'étude comme représenté par la figure (III-8) suivante :

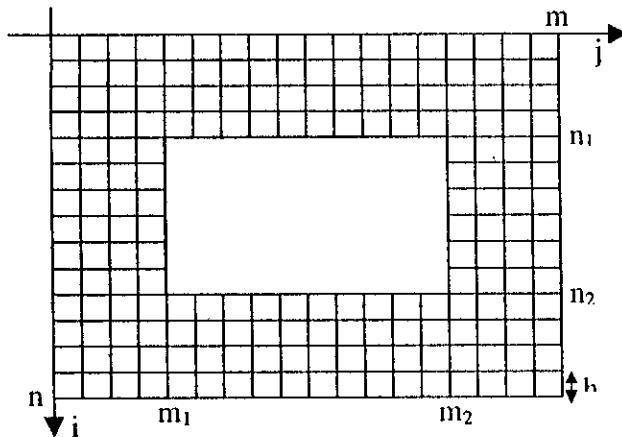


Figure (III-8) : Maillage du domaine d'étude de la répartition de la température.

Aux points intérieurs de la grille de la figure (III-8) l'équation de LAPLACE peut s'approximer par le problème discret qui suit, de la résolution du système.

$$\frac{\theta_{i+1,j} + \theta_{i,j+1} - 4 \cdot \theta_{i,j} + \theta_{i-1,j} + \theta_{i,j-1}}{h^2} = 0, \quad \forall (i,j) \in N^2 \quad (III-87)$$

où N désigne l'ensemble des points intérieurs de la grille :  $(i,j) \in [S_{int}, S_{ext}]$ ,

et  $\theta_{i,j} = \theta_{ext}$  sur  $S_{ext}$

$\theta_{i,j} = \theta_{n-1}$  sur  $S_{int}$  avec n le numéro de la couche de la paroi.

Développons les premières et dernières lignes du système (III-87) :

$$\begin{aligned} i=2, j=2 & \quad \theta_{32} + \theta_{23} - 4 \cdot \theta_{22} + \theta_{21} + \theta_{12} = 0 \\ i=2, j=3 & \quad \theta_{33} + \theta_{24} - 4 \cdot \theta_{23} + \theta_{22} + \theta_{13} = 0 \\ i=3, j=2 & \quad \theta_{42} + \theta_{33} - 4 \cdot \theta_{32} + \theta_{31} + \theta_{22} = 0 \\ i=3, j=3 & \quad \theta_{42} + \theta_{34} - 4 \cdot \theta_{33} + \theta_{32} + \theta_{23} = 0 \\ & \dots\dots\dots \\ i=6, j=8 & \quad \theta_{78} + \theta_{67} - 4 \cdot \theta_{68} + \theta_{69} + \theta_{58} = 0 \\ & \dots\dots\dots \end{aligned}$$

et remarquons que, pour des raisons de symétrie :

$$\theta_{21} = \theta_{12} = \theta_{13} = \theta_{31} = \dots = \theta_{69} = \theta_{ext}$$

et que :

$$\theta_{34} = \theta_{35} = \theta_{44} = \dots = \theta_{56} = \theta_{int}$$

Dans le cas de la grille de la figure (III-8), nous obtenons un système matriciel. La résolution de celui-ci ou du système (III-87) par la méthode de Gauss-Seidel, consiste à exprimer pour chaque ligne une des variables en fonction des autres. Si l'on choisit d'isoler

le point central de chaque molécule de calcul, la méthode de Gauss-Seidel donne simplement l'algorithme :

$$\theta_{i,j} = \frac{(\theta_{i+1,j} + \theta_{i-1,j} + \theta_{i,j+1} + \theta_{i,j-1})}{4} \quad \forall (i,j) \in N^2 \quad (\text{III-88})$$

avec l'algorithme (III-88) , il est inutile de mémoriser explicitement la matrice du système, il suffit de mémoriser la température  $\theta_{i,j}$  de chacun des points de la grille.

Pour leur utilité dans le code de calcul qui suit, nous définissons les indices :  $m, n, m_1, m_2, n_1, n_2$  comme le montre la figure (III-8).

## IX- LOGICIELS ET CODES DE CALCUL :

Il existe des logiciels développés par les constructeurs et les bureaux d'études pour leur propre usage. Il existe également des codes de calcul disponibles sur le marché dont certains sont cités ci-après [37].

### IX-1- Le code de calcul TMG :

Ce code de calcul (TMG : thermal model generator) modélise, en géométrie tridimensionnelle, les transferts thermiques par conduction, convection et rayonnement sur station de travail (type HP 9000). Les propriétés physiques des matériaux peuvent dépendre de la température. L'utilisateur décrit la géométrie du four et les caractéristiques des matériaux (qui peuvent dépendre de la température). Il indique les conditions initiales de température et de chauffage pendant le traitement.

Le logiciel peut fournir la cartographie des températures en tout point du four et de la charge en tout instant du cycle [38].

### IX-2- Le code de calcul NISA :

Ce code de calcul modélise, en géométrie tridimensionnelle, les transferts thermiques par conduction, convection et rayonnement (simplifié) sur micro-ordinateur PC. Il est couplé avec un calcul de contraintes mécaniques et de déformations des matériaux.

### IX-3- Le code de calcul Phoenics :

C'est un outil informatique qui permet de mettre en œuvre des modèles physiques (turbulence, thermique, combustion, etc.) et de représenter des géométries complexes en trois dimensions. Il permet de simuler le fonctionnement d'un four à combustible à l'intérieur duquel les champs de pression, de vitesse, de turbulence et de température sont déterminés.



**IX-4- FLUX 2D :**

C'est un logiciel destiné principalement à l'électrotechnique mais aussi au chauffage par induction, passe de courant électrique et transferts thermiques, construit autour d'un processeur bidimensionnel de calcul des champs magnétiques, électriques et thermiques. Il est de conception modulaire et chaque module permet de traiter un type de problèmes.

**X- STRUCTURE GENERALE DU CODE DE CALCUL:**

Le calcul que nous avons développé précédemment peut être mis sous forme d'un programme informatique afin de faciliter son utilisation.

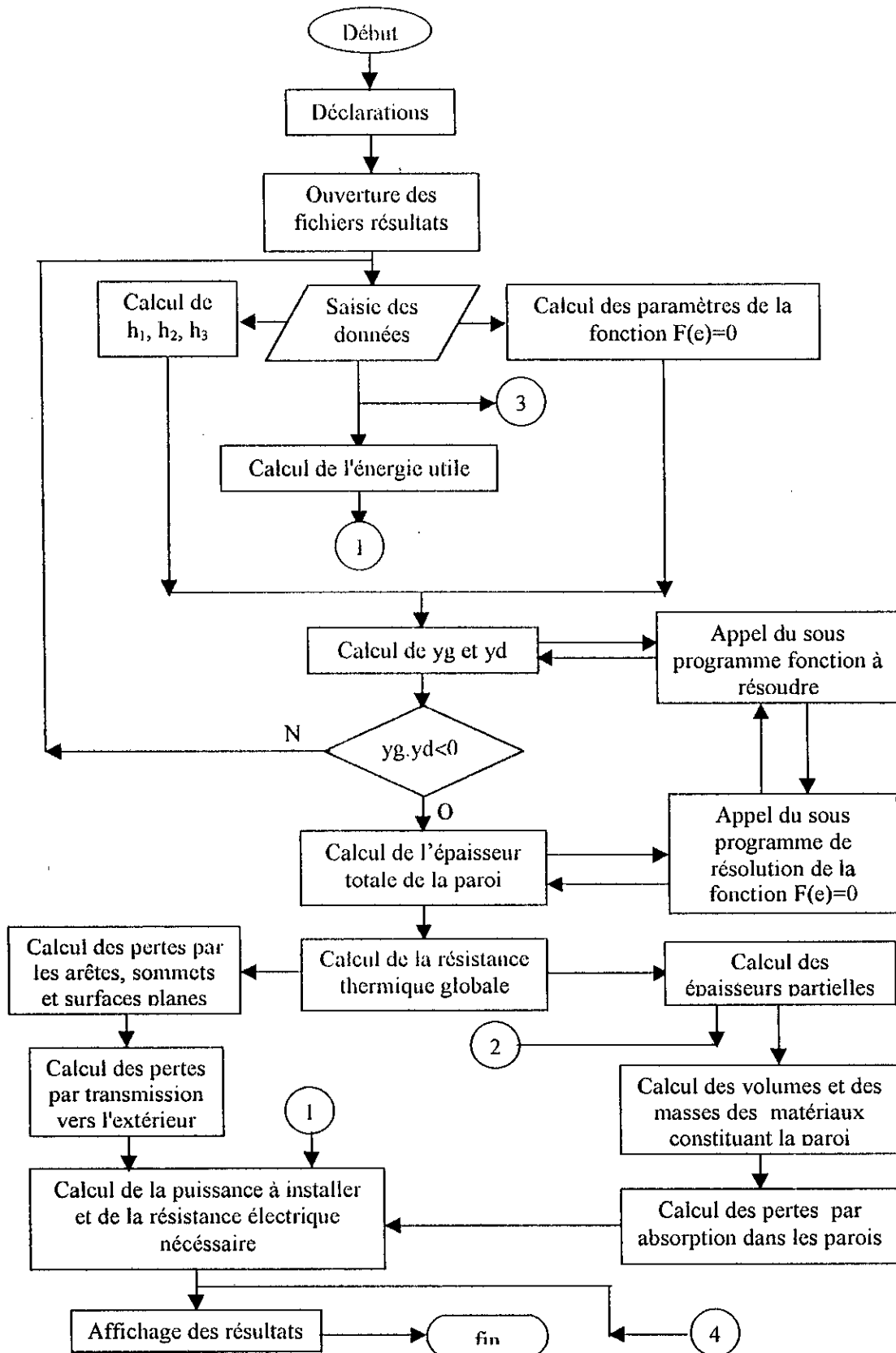
La structure du code de calcul, permettant la résolution du problème, est donnée selon les étapes de l'algorithme suivant :

- A. Déclarations.
- B. Saisie des données du problème.
  - 1. Dimensions de la chambre de chauffe,
  - 2. Températures interfaciales ou épaisseurs partielles des différents matériaux,
  - 3. Propriétés thermiques et masses volumiques des matériaux,
  - 4. Domaine de calcul de l'épaisseur totale.
- C. Calcul des coefficients d'échange de chaleur.
- D. Calcul des différents paramètres pour le calcul de l'épaisseur totale.
- E. Calcul de l'énergie utile.
- F. Vérifier que la racine positive est contenue dans le domaine choisi.
  - 1. Appel du sous programme fonction à résoudre,
  - 2. Si  $y_g \cdot y_d < 0$ , aller à l'étape G,
  - 3. Sinon aller à l'étape B-4.
- G. Appel du sous programme de résolution de la fonction  $F(e)=0$ 
  - 1. Calcul de l'épaisseur totale de la paroi,
  - 2. Calcul de la résistance thermique globale,
  - 3. Calcul des flux de chaleur,
- H. Calcul des épaisseurs des différentes couches de la paroi.
- I. Calcul des volumes et des masses des différentes couches de matériaux.
- J. Calcul de la puissance à installer pour le four.
  - 1. Chaleur absorbée par les parois,
  - 2. Pertes extérieures.
- J. Calcul de la résistance électrique totale nécessaire.

K. Calcul de la répartition de la température dans les parois.

L. Affichage des résultats.

Cet algorithme est schématisé par la figure (III-9).



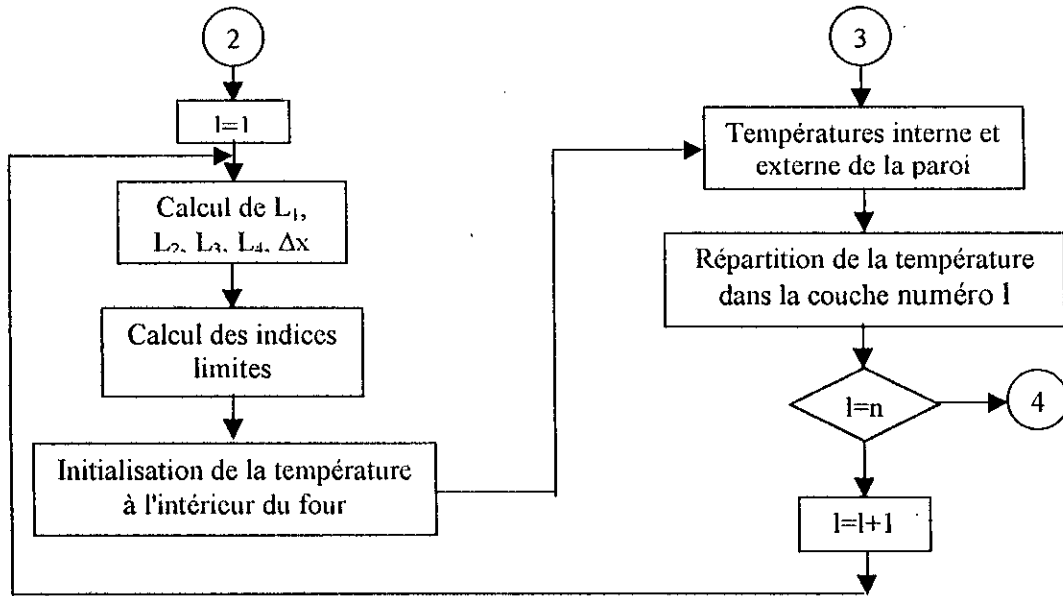


Figure (III-9) : Organigramme du code de calcul du four.

**XI- CONCLUSION :**

Nous avons réussi dans ce chapitre à résoudre le problème numériquement en établissant un code de calcul se basant sur la résolution algorithmique, grâce au moyen de l'informatique et en utilisant le langage FORTRAN.

L'élaboration du code de calcul nous permet d'atteindre le but recherché par cette étude, à savoir, le dimensionnement d'un four, et les influences mutuelles des différents paramètres intervenant dans le calcul. Celles-ci peuvent être approchées par des fonctions schématisées par des courbes, qu'on essaiera d'expliquer et de commenter ; le chapitre suivant est consacré à cet effet.

**CHAPITRE 4**  
**SIMULATION NUMERIQUE**  
**RESULTATS ET INTERPRETATIONS**

## I- INTRODUCTION :

Dans ce chapitre, nous exposerons les résultats de la simulation en utilisant le code de calcul décrit dans le chapitre précédent. Celui-ci permet de dimensionner le four connaissant les données suivantes:

- Les dimensions de la chambre de chauffe.
- La température finale de la chambre de chauffe.
- La tension d'alimentation du four.
- Le temps de montée en température.
- Le nombre de couches constituant la paroi.
- Les températures interfaciales ou les épaisseurs des différentes couches de la paroi.
- Les caractéristiques thermo-physiques de la paroi.

Le dimensionnement du four consiste à déterminer toutes les caractéristiques répondant à un cahier des charges donné. Aussi les performances du four sont fixées par la nature des matériaux utilisés et les conditions de son fonctionnement.

## II- LA FONCTION $F(E)=0$ :

L'épaisseur totale de la paroi du four est obtenue par la résolution de l'équation (III-70). L'allure de la fonction  $F(e)$  est donnée dans la figure (IV-1). Cette équation admet deux solutions et on ne s'intéresse qu'à la racine positive comme le montre la figure (IV-2).

Connaissant les données ci-dessus, les paramètres de la fonction  $F(e)=0$  qui donnent l'épaisseur totale seront calculés.

Pour les données du tableau (IV-1) le code de calcul évalue les paramètres de la fonction  $F(e)=0$  ainsi que les différentes caractéristiques du four. Ces résultats sont groupés dans les tableaux (IV-2) et (IV-3).

Les conductivités thermiques, chaleurs spécifiques et masses volumiques des matériaux utilisés sont considérées dans ce calcul à la température moyenne arithmétique de la couche pour chaque matériau.

Les paramètres du tableau (IV-2) sont définis dans le chapitre précédent. Ils dépendent des dimensions de la chambre de chauffe, du facteur  $n_1$  tel que  $y=n_1e$  comme introduit et le montre les figures (III-3) et (III-4), des coefficients d'échange  $h_1$ ,  $h_2$  et  $h_3$ , de la température ambiante et des températures en face chaude et en face froide de la paroi du four.

Tableau (IV-1) : Données du problème.

Dimensions de la chambre de chauffe (m)	A	0.2		
	B	0.2		
	C	0.2		
Température ambiante (°C)	$\theta_a$	20		
Température finale du four (°C)	$\theta_0$	1200		
Nombre de couches	n	3		
Tension d'alimentation (Volts)	U	220		
Temps de montée en température	t(h)	1		
Températures interfaciales (°C)	$\theta_0$	1200		
	$\theta_1$	1000		
	$\theta_2$	700		
	$\theta_3$	100		
Numéro de la couche	1	2	3	
Matériaux utilisés [39]	JM 32	JM 26	JM 500	
Température limite d'emploi (°C)	1760	1430	980	
Conductivités thermiques (kcal/h.m.°C)	0.4816	0.2838	0.1376	
Masses volumiques (kg/m <sup>3</sup> )	1250	780	280	
Chaleurs spécifiques (kcal/kg.°C)	0.3038	0.2768	0.2562	

Tableau (IV-2) : Paramètres de la fonction à résoudre.

Paramètre	Valeur	Paramètre	Valeur
$h_1$	4.732	$\mu_0$	0.160
$h_2$	3.369	$\mu_1$	-0.960
$h_3$	6.404	$\mu_2$	1.440
$k_0$	1.148	$\eta_0$	0.080
$k_1$	15.390	$\eta_1$	-0.480
$k_2$	96.954	$\eta_2$	0.720
$\alpha_1$	4.160	f	13.750
$\alpha_2$	-12.480	x	0.677
$\beta_1$	2.080	$z_a$	1.906
$\beta_2$	-6.240	$z_s$	4.333
$\gamma_1$	27.040		

Selon les paramètres du tableau (IV-2), l'allure de la courbe  $F(e)=0$  est donnée dans les graphes des figures (IV-1) et (IV-2) suivantes.

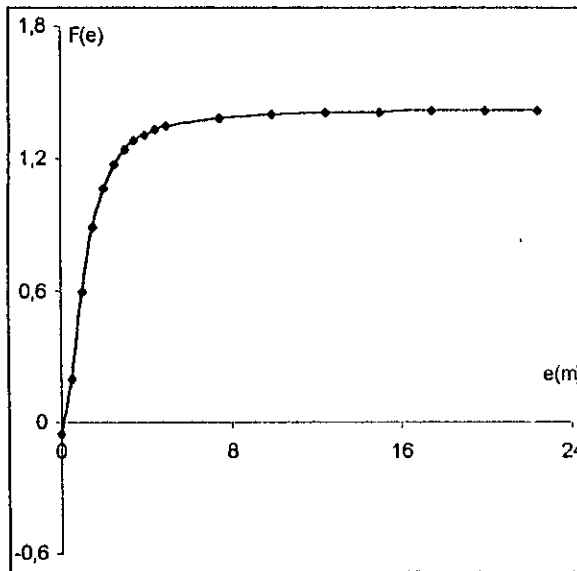


Figure (IV-1): Graphe de la fonction  $F(e)$ .

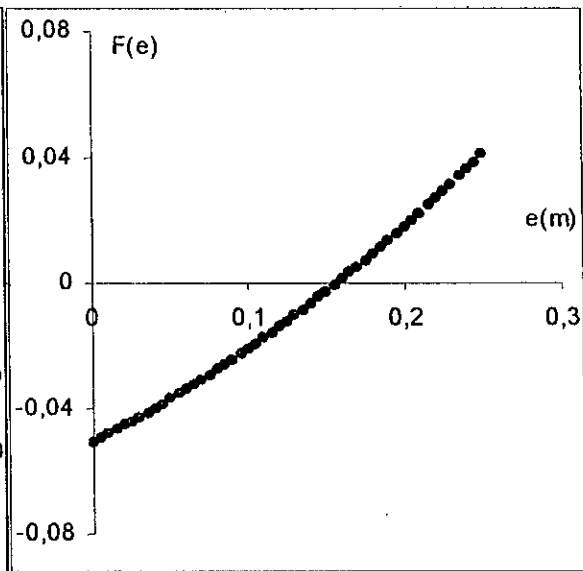


Figure (IV-2): Graphe de la fonction  $F(e)$  au voisinage de la racine positive.

### III- CARACTERISTIQUES DU FOUR :

La résolution de l'équation  $F(e)=0$  donne l'épaisseur totale  $e$ , de laquelle on tire les résultats du tableau (IV-3) ci-dessous.

Tableau (IV-3): Caractéristiques du four.

Epaisseur totale (m)		$e$	0.156	
Résistance thermique globale		$e/\lambda$	0.653	
Flux transmis vers l'extérieur (kcal/h)	Arêtes	$\phi_a$	418.868	
	Sommets	$\phi_s$	385.931	
	Surfaces planes	$\phi_p$	91.701	
	Flux total	$\phi$	896.502	
Numéro de la couche		1	2	3
Epaisseurs partielles (m)		0.057	0.050	0.049
Volumes des différentes couches ( $m^3$ )		0.0230	0.0406	0.0636
Masses des différentes couches (kg)		28.819	31.680	17.817
Volume total ( $m^3$ )		$V$	0.821	
Masse globale (kg)		$m$	78.316	
Chaleur emmagasinée dans les parois (kcal)		$Q_2$	18468.790	
Chaleur utile (kcal)		$Q_1$	3.292	
Puissance à installer (kW)		$P$	22.518	
Résistance électrique nécessaire (ohms)		$R$	2.149	

### IV- VARIATIONS DES FLUX DE CHALEUR EN FONCTION DE L'ÉPAISSEUR DE LA PAROI :

Les flux de chaleur à travers les arêtes, sommets et surfaces planes dépendent de l'épaisseur totale  $e$ . Ces variations sont groupées dans la figure (IV-3) suivante.



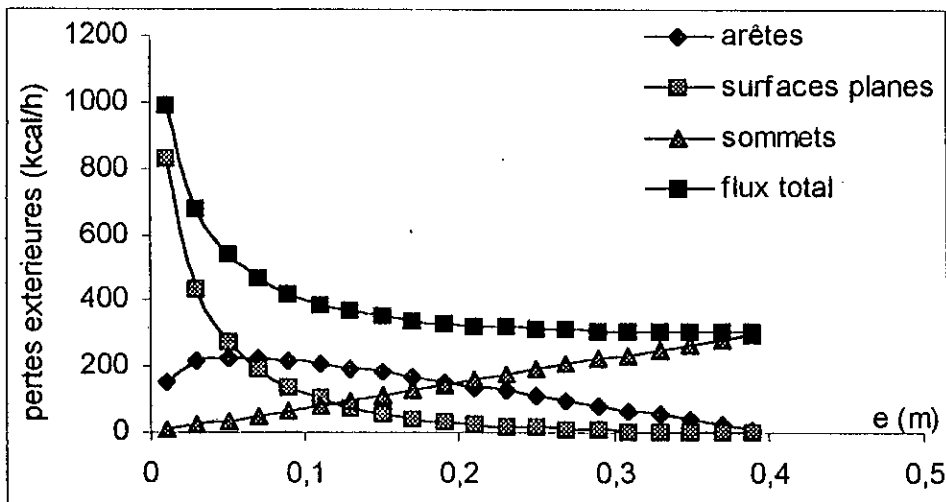


Figure (IV-3): Variations des différents flux de chaleur en fonction de l'épaisseur totale de la paroi.

Le flux de chaleur à travers les surfaces planes diminue avec l'augmentation de l'épaisseur, par contre le flux à travers les sommets augmente. Le flux à travers les arêtes, quant à lui augmente jusqu'à atteindre un maximum pour ensuite diminuer.

Les pertes par transmission vers l'extérieur, étant la somme des pertes par les arêtes, sommets et surfaces planes, diminuent avec l'épaisseur de la paroi.

## V- PROFILS DE TEMPERATURE :

Les profils de température dans la paroi du four sont déterminés par l'étude de la répartition de la température par discretisation de l'équation de la chaleur. Les graphes suivants donnent les profils de température dans chaque couche constituant la paroi.

Les courbes ci-dessous représentent les profils de température dans les trois couches de la paroi, la pente de la courbe  $\theta=f(x)$  est d'autant plus grande que la conductivité thermique du matériau considéré est faible. Ceci montre l'importance de ce paramètre pour le choix des matériaux pour la construction de four.

Le code de calcul peut aussi donner une cartographie des températures (courbes isothermes) pour chaque couche et différentes coupes de la paroi. Celles-ci sont représentées par les figures ci-après.

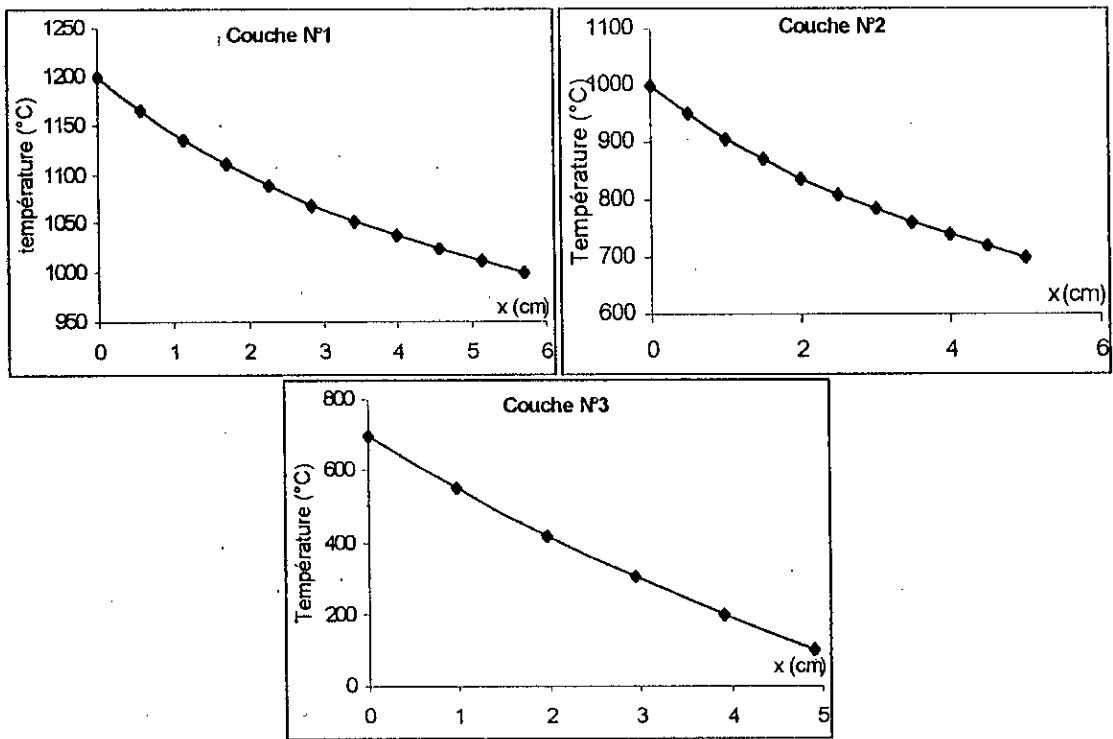


Figure (IV-4): Profils de températures dans les trois couches constituant la paroi.

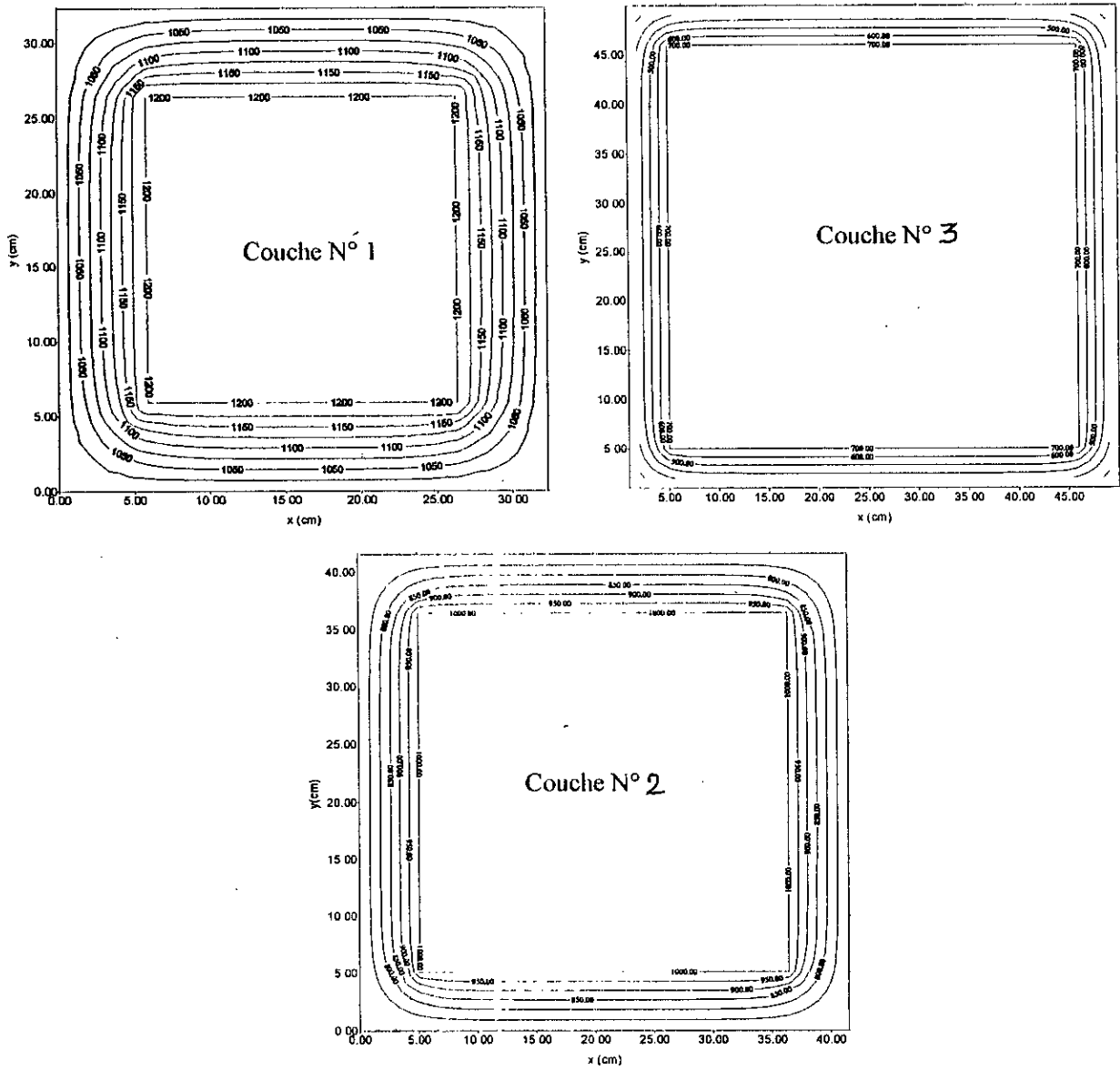


Figure (IV-5): Courbes isothermes dans les trois couches de la paroi.

## VI- INFLUENCE DES PARAMETRES THERMOPHYSIQUES DES MATERIAUX SUR LES PERFORMANCES DU FOUR :

Pour étudier l'influence de la masse volumique, de la chaleur spécifique et de la conductivité thermique sur les performances du four, nous devons considérer que la paroi est constituée d'une seule couche. Ainsi pour différents matériaux des différentes familles suivantes [39]:

- Bétons dense Firecrete.
- Briques réfractaires isolantes JM.
- Bétons réfractaires isolants.
- Bétons réfractaires isolants légers.
- Bétons isolants.

Nous calculons les caractéristiques du four, qui nous permettrons d'étudier l'influence des paramètres thermo-physiques.

Les masses volumiques et les conductivités thermiques des matériaux, à des températures différentes, sont données par leur fabricant. Quant à la chaleur spécifique, elle est calculée à partir des compositions pondérales des matériaux et les chaleurs spécifiques de leurs constituants en fonction de la température en utilisant la propriété d'additivité, équation (II-10).

Nous considérons la paroi du four constituée d'une seule couche de matériau. Pour les données du tableau (IV-4) suivant, et en utilisant le code de calcul décrit dans le chapitre précédent, nous étudions l'influence des différents paramètres sur les performances du four. Les résultats obtenus sont donnés dans les graphes ci-dessous:

Tableau (IV-4): données d'étude de l'influence de  $\lambda$ ,  $\rho$ , et c.

A (m)	0.2	n	1
B (m)	0.2	$\theta_1$ (°C)	600
C (m)	0.2	U (volts)	220
$\theta_a$ (°C)	25	t(h)	1
$\theta_0$ (°C)	1000		

### VI-1- Influence de la conductivité thermique $\lambda$ :

Des graphes précédents nous remarquons que l'accumulation de chaleur dans les parois du four, la puissance à installer et la masse totale du four augmentent avec la conductivité thermique. La masse volumique elle aussi augmente avec la conductivité thermique. Le choix des matériaux à utiliser portera donc sur les matériaux de plus faibles conductivités.

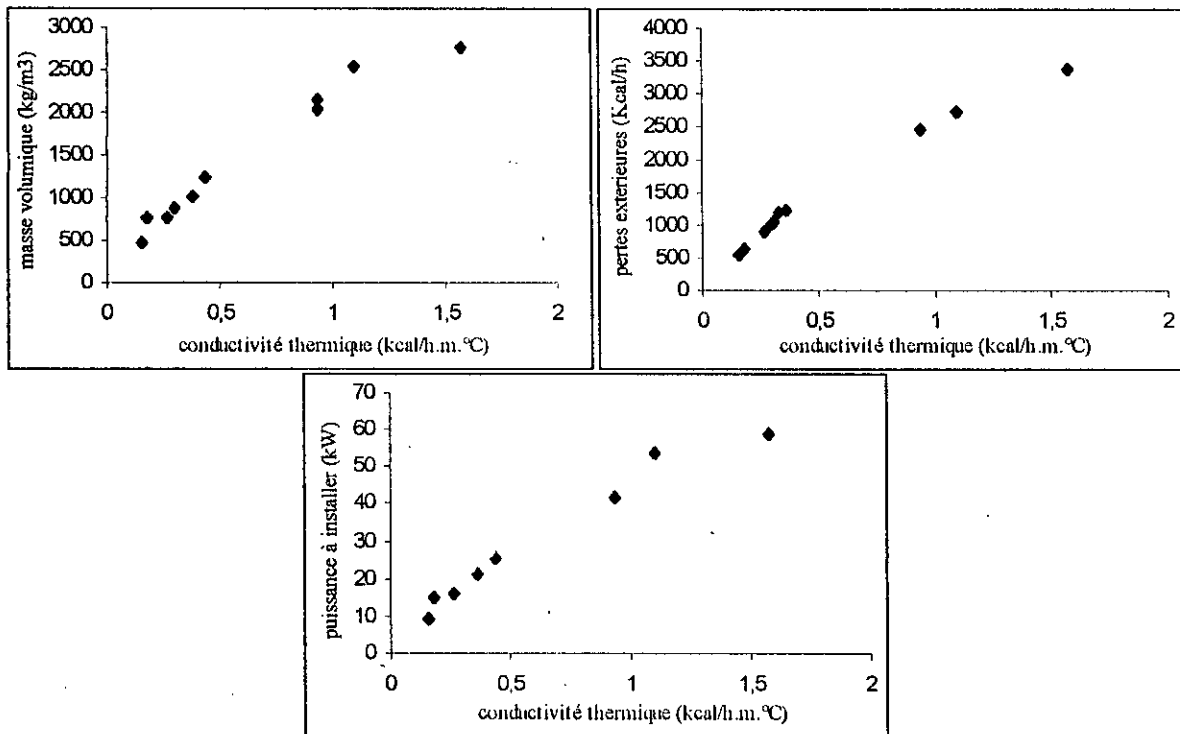


Figure (IV-6): Influence de la conductivité thermique sur les caractéristiques du four.

VI-2- Influence de la masse volumique  $\rho$  :

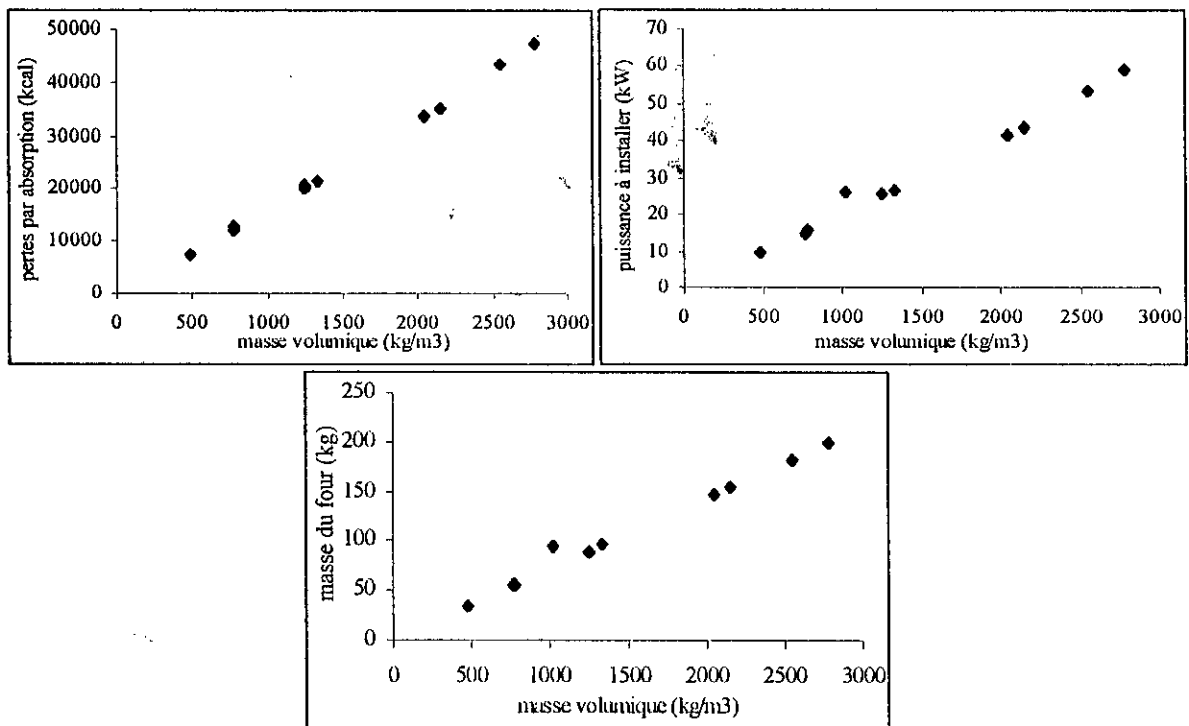


Figure (IV-7): Influence de la masse volumique des matériaux sur les caractéristiques du four

La puissance à installer, la masse du four et l'accumulation de chaleur augmentent linéairement avec la masse volumique.

Ce qui nous guide à choisir des matériaux les plus légers possible pour réduire la masse du four et sa consommation en énergie. Cependant dans le cas de four intermittent la quantité de chaleur emmagasinée dans les parois joue un rôle important pour la régulation de la température de la chambre de chauffe [1],[8].

**VI-3- Influence de la chaleur spécifique c :**

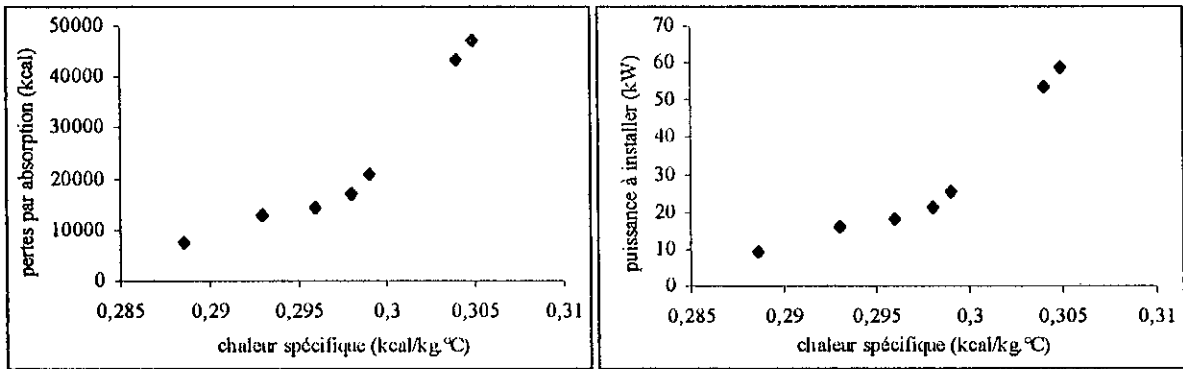


Figure (IV-8): Influence de la chaleur spécifique sur les caractéristiques du four.

La quantité de chaleur accumulée dans les paroi du four augmente avec la chaleur spécifique du matériau utilisé. Cette influence conduit aux mêmes variations pour la masse du four et la puissance à installer. Ce ci nous oriente vers le choix de matériaux aux plus faibles chaleurs spécifiques.

**VII- VARIATIONS DE LA PUISSANCE A INSTALLER EN FONCTION DE LA MASSE DU FOUR ET DE LA QUANTITE DE CHALEUR ACCUMULEE DANS LES PAROIS :**

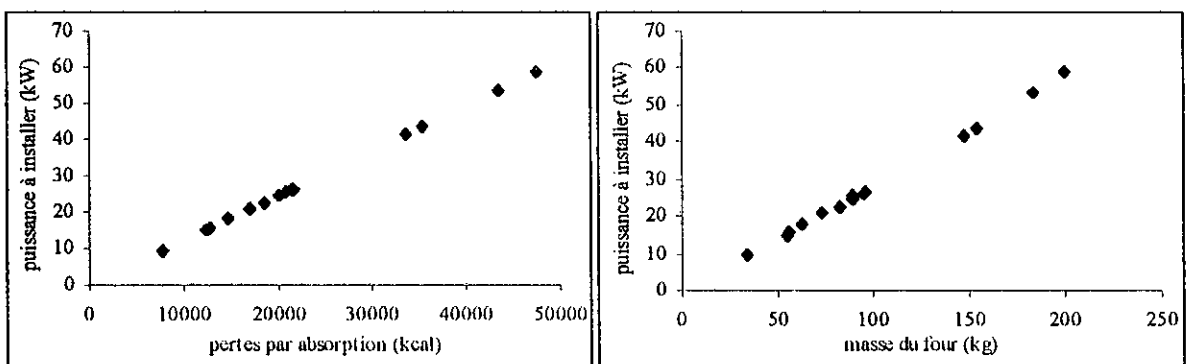


Figure (IV-9): Variations de la puissance à installer en fonction de la masse totale du four et de l'accumulation de chaleur.

Des graphes précédents, on constate que l'augmentation de toutes les propriétés thermophysiques ( $\rho$ ,  $\lambda$ ,  $c$ ) des matériaux influent négativement sur les performances du four. Ce qui nous permet de choisir convenablement les matériaux réfractaires et isolants pour des performances optimales du four.

**VIII- INFLUENCE DES TEMPERATURES INTERFACIALES :**

Considérons une paroi constituée de trois couches de matériaux, et étudions l'influence des températures interfaciales sur les caractéristiques du four. En fixant les conditions de calcul comme le montre le tableau (IV-5) suivant et en utilisant le code de calcul, nous obtenons les résultats groupés dans le tableau (IV-6) ci-dessous.

Tableau (IV-5): Conditions de calcul.

Dimensions de la chambre de chauffe (m)	A	0.2		
	B	0.2		
	C	0.2		
Température ambiante (°C)	$\theta_a$	20		
Température finale du four (°C)	$\theta_0$	1200		
Nombre de couches	n	3		
Tension d'alimentation (Volts)	U	220		
Temps de montée en température (h)	t	1		
Numéro de la couche		1	2	3
Matériaux utilisés		Firecrete 4X*	Firelite LW	Firelite 105L
Température limite d'emploi (°C)		1650	1320	1100
Conductivités thermiques (kcal/h.m.°C)		1.3588	0.3268	0.1462
Masses volumiques (kg/m <sup>3</sup> )		2160	1150	570
Chaleurs spécifiques (kcal/kg.°C)		0.3538	0.3093	0.2543

Tableau (IV-6): Influence des températures interfaciales sur les performances du four.

Nombre de couches		3				
Nature des matériaux	Couche n° 1	Béton dense Firecrete 4X*				
	Couche n° 2	Béton réfractaire isolant Firelite LW				
	Couche n° 3	Béton isolant Firelite 105L				
Températures interfaciales (°C)	$\theta_0$	1200	1200	1200	1200	1200
	$\theta_1$	1100	1000	900	800	700
	$\theta_2$	1000	850	700	550	400
	$\theta_3$	100	100	100	100	100
Epaisseur totale (cm)		0.165	0.156	0.156	0.156	0.156
Epaisseurs partielles	$e_1$ (cm)	0.071	0.098	0.114	0.123	0.129
	$e_2$ (cm)	0.017	0.017	0.018	0.018	0.018
	$e_3$ (cm)	0.068	0.039	0.024	0.015	0.009
Masse totale (kg)		131.029	170.710	197.00	215.31	228.71
Pertes par absorption (kcal)		38742.84	54883.30	63331.13	67255.83	68408.97
Pertes extérieures (kcal/h)		1002.19	1357.03	1676.18	1965.52	2229.59
Puissance à installer (kW)		46.21	65.39	75.58	80.48	82.13

Le tableau (IV-6) montre que pour les mêmes températures en face chaude ( $\theta_0$ ) et en face froide ( $\theta_3$ ) de la paroi du four et en faisant varier les températures intermédiaires  $\theta_1$  et

$\theta_2$ , l'épaisseur totale reste constante alors que les pertes par transmission vers l'extérieur, l'énergie accumulée, la masse du four et la puissance à installer varient.

Les résultats du tableau (IV-6) peuvent être représentés sous forme de graphiques comme le montre les figures ci-dessous.

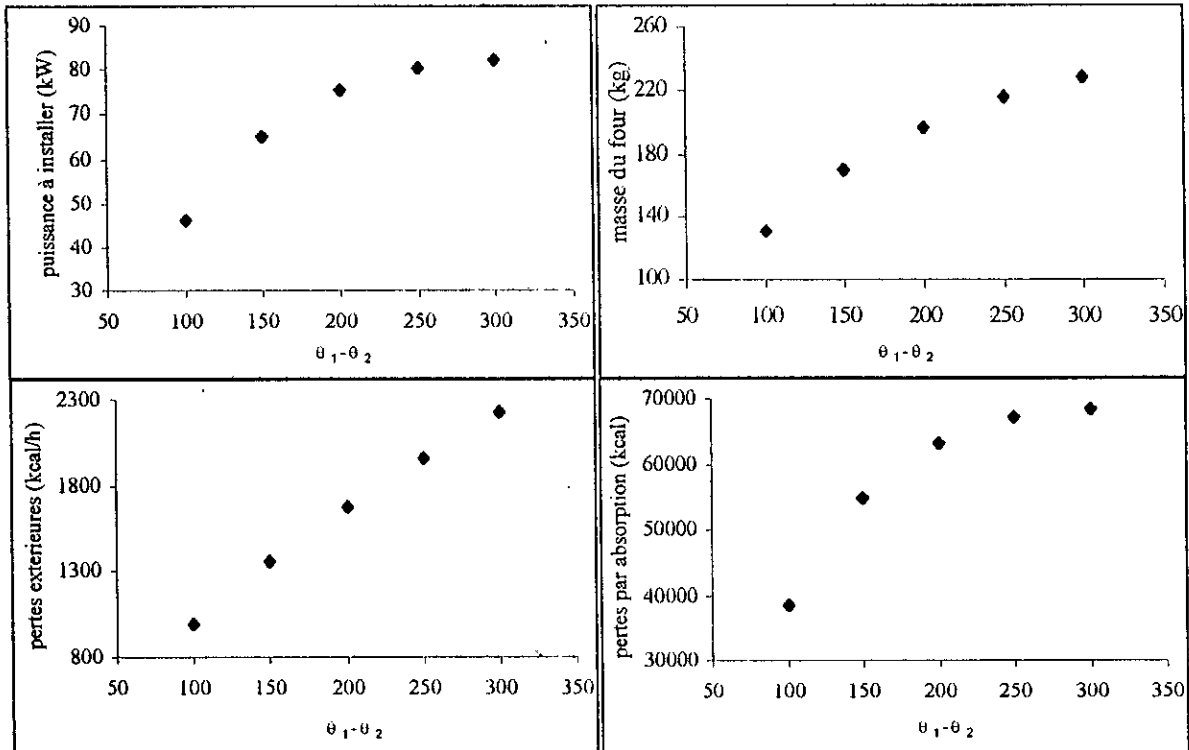


Figure (IV-10) : Influence des températures interfaciales sur les caractéristiques du four

### IX- INFLUENCE DU NOMBRE DE COUCHES :

En éliminant la première couche et en gardant les mêmes données pour la couche numéro 2 et la couche numéro 3 comme données dans le tableau (IV-5) et pour les mêmes températures en face chaude et face froide de la paroi, nous obtenons les résultats du tableau (IV-7).



Tableau (IV-7): Caractéristiques du four de paroi à deux couches.

Nombre de couches		2				
Nature des matériaux	Couche n° 1	Béton réfractaire isolant Firelite LW				
	Couche n° 2	Béton isolant 105 L				
Températures interfaciales (°C)	$\theta_0$	1200	1200	1200	1200	1200
	$\theta_1$	1100	1000	900	800	700
	$\theta_2$	100	100	100	100	100
Épaisseur totale (cm)		0.156	0.156	0.156	0.156	0.156
Épaisseurs partielles	$e_1$ (cm)	0.028	0.052	0.071	0.087	0.101
	$e_2$ (cm)	0.128	0.104	0.085	0.069	0.055
Masse totale (kg)		77.797	84.210	91.307	98.697	106.14
Énergie accumulée (kcal)		13571.16	15955.77	18449.05	20833.01	22974.57
Pertes par transmission (kcal/h)		632.984	690.67	747.37	803.10	857.91
Puissance à installer (kW)		16.51	19.35	22.32	25.16	27.71

Ces résultats montrent qu'il est avantageux dans ce cas d'utiliser deux couches de matériaux au lieu de trois. Les mêmes températures en face chaude et en face froide de la paroi, pour les mêmes matériaux, imposent la même épaisseur totale. Cependant la quantité de chaleur accumulée, les pertes par transmission vers l'extérieur, la masse du four et la puissance à installer diminuent considérablement avec l'utilisation de deux couches. Les quantités à utiliser pour les deux matériaux n'étant pas les mêmes d'où un coût de réalisation différent.

## X- INFLUENCE DE LA TEMPERATURE EN FACE FROIDE :

Considérons les données du tableau (IV-8) pour étudier l'influence de la température en face froide de la paroi sur les performances du four. La paroi étant en briques réfractaires isolantes JM 32 (tableau IV-1).

Tableau (IV-8): Données d'étude de l'influence de  $\theta_n$ .

A (m)	0.2	$\theta_a$ (°C)	20
B (m)	0.2	$\theta_0$ (°C)	1200
C (m)	0.2	U (volts)	220
n	1	t (h)	1

Toute réduction des pertes extérieures correspond à une réduction de la température en face froide et inversement. Par contre la masse du four, l'accumulation de chaleur et la puissance à installer augmentent quand celle-ci diminue. Ce que montrent les graphes des figures ci-après.

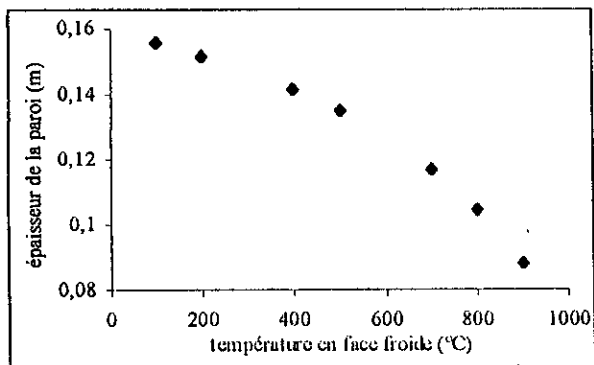


Figure (IV-11) : Variations de l'épaisseur de la paroi en fonction de la température en face froide

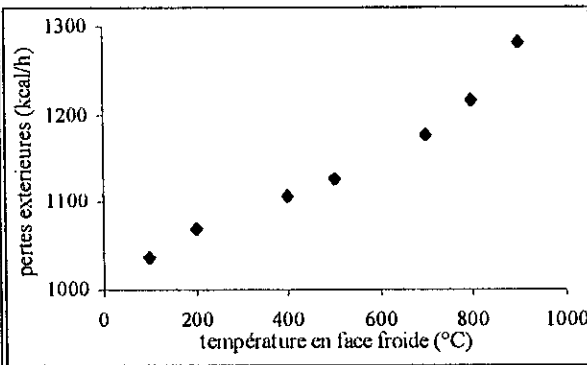


Figure (IV-12) : Variations des pertes extérieures en fonction de la température en face froide

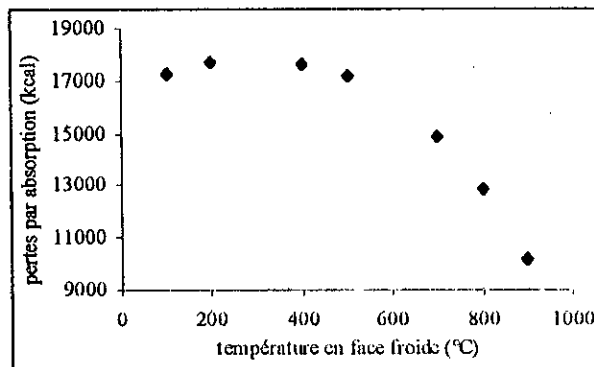


Figure (IV-13) : Variations de l'accumulation de chaleur en fonction de la température en face froide

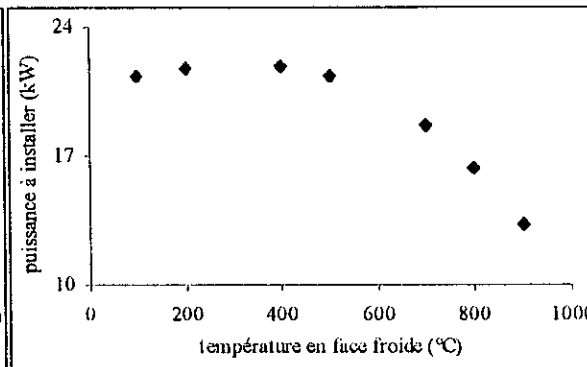


Figure (IV-14) : Variations de la puissance à installer en fonction de la température en face froide

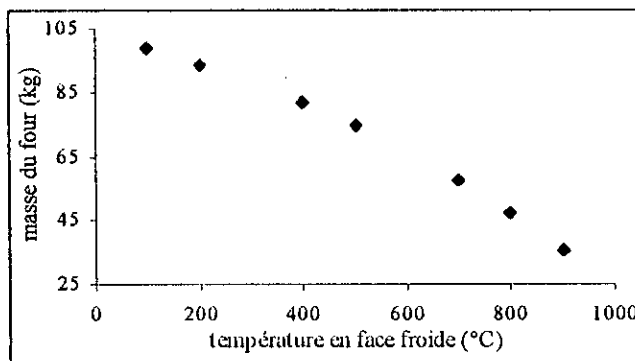


Figure (IV-15) : Variations de la masse du four en fonction de la température en face froide

**CHAPITRE 5**  
**REALISATION D'UN FOUR DE FUSION ELECTRIQUE**  
**VALIDATION EXPERIMENTALE DU MODELE**

## I- INTRODUCTION:

Nous avons réalisé un four de fusion électrique à résistances qui peut atteindre et se maintenir à la température de 1400 °C. Ce travail a été effectué en trois parties principales à savoir:

- **Partie mécanique:**

Réalisation de la structure métallique du four de telle sorte qu'elle contienne la chambre de chauffe avec une épaisseur de paroi uniforme sur tous les cotés (dimensions adaptées au modèle établi).

Façonnage des briques réfractaires et isolantes selon les dimensions imposées par les épaisseurs des différentes couches et les dimensions de la chambre de chauffe.

- **Partie thermique:**

Réalisation de l'enceinte du four, construction des parois en plusieurs couches (réfractaires, isolants) et ouverture selon les conditions géométriques imposées.

- **Partie électrique et électronique:**

Mesure, montage et branchement des résistances électriques.

Branchement du régulateur et de la sonde.

## II- CHOIX DES DIMENSIONS:

Pour construire l'enceinte et les parois du four nous avons été contraints de choisir les dimensions de la chambre de chauffe et les épaisseurs des différentes couches selon les quantités disponibles et récupérées des matériaux réfractaires et isolants.

La chambre de chauffe se présente sous forme de parallélépipède de dimensions:

- Hauteur  $A=9$  cm
- Largeur  $B=11$  cm
- Longueur  $C=18$  cm

## III- CARACTERISTIQUES TECHNIQUES DES MATERIAUX UTILISES:

### III-1- Eléments chauffants:

Nous avons utilisé des résistances électriques non métalliques en carbure de silicium (SiC). Ces éléments se présentent sous forme de baguettes comprenant une partie chauffante entre deux extrémités froides et pouvant être assemblées de façons très diverses.

La partie utile de chaque élément est spiralée, leurs dimensions sont données dans la figure (V-1) ci-après.

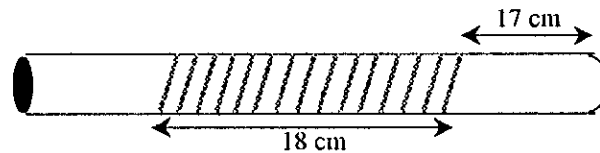


Figure (V-1): Forme des éléments chauffants en SiC utilisés.

- Le carbure de silicium est un matériau très dur, ses résistances peuvent être utilisées dans diverses atmosphères jusqu'à 1500 °C ou 1600 °C selon les procédés d'élaboration.
- Les éléments en SiC sont fragiles à température ambiante. Leur propriétés mécaniques à hautes températures sont, en revanche, exceptionnelles.
- En raison d'une conductivité thermique assez élevée leur résistance aux chocs thermiques est acceptable [6], [12].

Nous avons utilisé quatre (4) éléments de résistances électriques respectives de 2.5  $\Omega$ , 3.0  $\Omega$ , 2.4  $\Omega$ , et 2.4  $\Omega$ .

Ces éléments sont branchés en série ce qui donne une résistance équivalente:

$$R_{\text{tot}}=10.3 \Omega.$$

### III-2- Matériaux réfractaires et isolants:

Les parois du four sont constituées de trois couches adjacentes de différents matériaux. Le tableau (V-1) ci-après résume les caractéristiques techniques principales de ces matériaux.

Tableau (V-1): Caractéristiques techniques des réfractaires et isolants utilisés [39].

N°de la couche	Nature du matériau	T limite d'emploi	$\lambda$ (kcal/h.m.°C)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	C (kcal/kg.°C)	e (m)	V (litres)	m (kg)
1	JM 28	1540	0.3268	844.8	0.2629	0.035	5.418	4.577
2	JM 26	1430	0.2752	712.7	0.2863	0.035	11.200	7.982
3	JM 500	980	0.1723	291.5	0.2397	0.025	12.680	3.696

### III-3- Régulateur de température:

Le régulateur que nous avons utilisé est un régulateur numérique à actions proportionnelle, intégrale et dérivée à un seul point de consigne. Il est d'utilisation locale et muni d'un afficheur qui indique la mesure et la consigne ainsi qu'un clavier avec des touches permettant la visualisation et le réglage de certains paramètres (consigne, paramètres PID,...) et l'incrémentement ou la décrémentation des paramètres en cours de réglage. Ce régulateur est adaptable avec la sonde utilisée. Il est fabriqué par Eurotherme-Automation, modèle 810-047-000-005-619-12-0-0-00.

### III-4- Capteur de température:

Le capteur utilisé est un thermocouple de type R (Pt 13%Rd / Pt). Le domaine de température d'utilisation de ce couple thermoélectrique est de 0-1600 °C, modèle BS4937 de longueur 16.5 cm. Il est protégé par une gaine non métallique à base de céramique réfractaire de 0.8 cm de diamètre qui peut être utilisée à haute température en atmosphère oxydante.

## IV- CARACTERISTIQUES TECHNIQUES DU FOUR REALISE:

### IV-1- Fonctionnement du four:

Après la mise en place de tous les éléments du four cités précédemment, nous avons effectué un essai de fonctionnement du four en imposant au régulateur une température de consigne de plus en plus élevée jusqu'à 1400 °C, et à l'aide d'une deuxième sonde, similaire à celle branché au régulateur de température, et en utilisant un lecteur adapté à ce type de thermocouples, nous avons vérifié l'exactitude de la température de l'ambiance du four. L'écart entre la température de consigne affichée sur le régulateur et la température mesurée avec la deuxième sonde ne dépasse guère 10°C.

#### ▪ Essai de fusion de quelques métaux:

Pour être sûr du bon fonctionnement du four nous avons effectué quelques fusions de métaux. Les températures de fusion des métaux fondus étant connues, pour chaque métal nous avons fixé une température de consigne du régulateur légèrement supérieure à sa température de fusion. Le résultat est que tous les métaux ont fondu. Le tableau (V-2) ci-dessous donne les métaux utilisé , leurs températures de fusion et la température de consigne imposée au régulateur.

Tableau (V-2): Essai de fusion de quelques métaux:

Métal	Température de fusion (°C)	Température de consigne (°C)
Pb	327.5	400
Zn	420	480
Al	660	720
Cu	1083	1140

### IV-2- Courbe de chauffage:

La courbe de chauffage d'un four est principalement spécifique à son système de régulation. Cette courbe nous donne la vitesse de chauffage à chaque instant est le temps nécessaire à la mise en température du four et à l'établissement du régime permanent.

Pour une température de consigne de 1200°C, nous avons suivi l'évolution de la température de la chambre de chauffe en fonction du temps. Cette évolution est représentée par la figure (V-2) suivante.

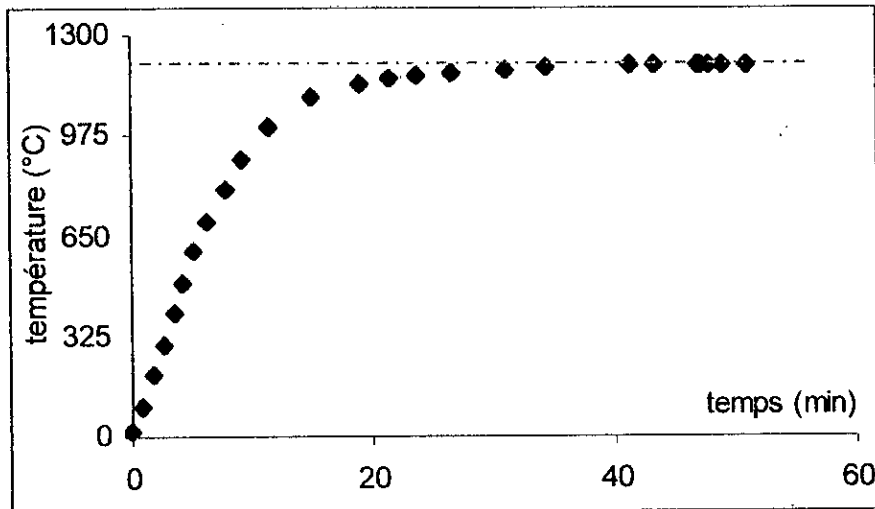


Figure (V-2): courbe de chauffage du four pour une température de consigne de 1200 °C.

Cette courbe est le résultat de la combinaison des différentes actions du régulateur (proportionnelle, intégrale et dérivée) [19].

Au début du chauffage la température dans l'enceinte du four augmente rapidement jusqu'à environ 800 °C, température à laquelle l'accumulation de chaleur au sein du four atteint son maximum, puis la vitesse de chauffage diminue progressivement au fur et à mesure que la valeur mesurée s'approche de la consigne pour enfin se stabiliser à cette dernière.

La montée en température de 20 °C à 800 °C a nécessité 8 minutes environ, ce qui correspond à une vitesse de chauffage moyenne de 99.6 °C/min. cependant que pour les tranches (800 °C-1100 °C) et (1100 °C-1200 °C) elle est respectivement égale à 41.8 °C/min. et 3.7 °C/min.

Le temps de montée en température du four pour une consigne de 1200 °C est déduit de cette courbe, il vaut 48 min.

#### IV-3- Courbe de refroidissement:

Le refroidissement naturel du four en gardant son enceinte fermée est représenté par la courbe de la figure (V-3). Cette courbe est mesurée pour une température de consigne de 1200 °C, à l'aide du deuxième thermocouple le premier point de la courbe a été mesuré au moment de l'extinction du four.

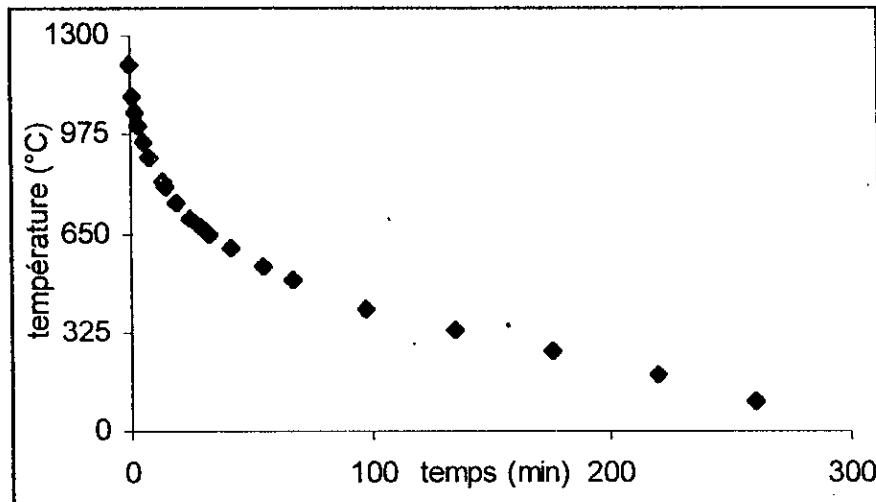


Figure (V-3): Courbe de refroidissement naturel du four pour une température de consigne de 1200 °C.

Cette courbe nous indique qu'il a fallu 260 minutes, soit près de 4.5 heures pour que la température de l'enceinte du four atteigne 100 °C. Ce temps assez lent est dû à la nature des matériaux utilisés. Ceux-ci ont des chaleurs spécifiques relativement élevées qui induisent une accumulation de chaleur assez grande qui se dissipe dans l'enceinte lentement grâce aux conductivités thermiques faibles des matériaux.

#### IV-4- Caractéristiques du four réalisé:

Tableau (V-3)

Caractéristiques du four réalisé.	
Dimensions intérieures	9×11×18 cm <sup>3</sup>
Dimensions extérieures	54×36×52 cm <sup>3</sup>
Alimentation	220 volts
Fréquence	50 Hz
Température d'utilisation	1400 °C
Système de régulation	PID numérique
Résistances	Éléments en SiC
Thermocouples	0-1600°C, Pt 13%Rd/Pt
Puissance	4.699 kW



## V- VALIDATION EXPERIMENTALE DU MODELE:

La propriété essentielle d'un modèle est qu'il renseigne son utilisateur sur les conséquences d'une action avant que celle-ci ne soit effectivement réalisée.

La validation expérimentale du modèle peut s'effectuer par la comparaison des résultats expérimentaux obtenus sur le four réalisé et les résultats que donne le code de calcul dans les mêmes conditions. Elle porte sur:

- Les températures interfaciales.
- Les profils de température dans les différentes couches de la paroi.
- La puissance installée et la résistance électrique nécessaire.

Les dimensions de la chambre de chauffe sont données en (II), la température ambiante moyenne peut être prise égale à 20 °C. Pour une température de consigne de 1200 °C, le temps de montée en température du four peut être déduit de sa courbe de chauffage (figure (V-2)). Celui-ci représente le temps nécessaire pour l'établissement du régime permanent pour lequel la température reste constante.

Le tableau (V-4) résume ces données utilisées pour valider le modèle établi.

Tableau (V-4): Données utilisées pour la validation du modèle.

Dimensions de la chambre de chauffe (m)	A	0.09
	B	0.11
	C	0.18
Température ambiante (°C)	$\theta_a$	20
Température finale du four (°C)	$\theta_0$	1200
Nombre de couches	n	3
Tension d'alimentation (Volts)	U	220
Temps de montée en température	t(h)	0.8

### V-1- Températures interfaciales:

Les données ci-dessus ont été injectées au code de calcul, celui-ci donne les températures aux interfaces entre les différentes couches de la paroi. Le tableau (V-5) qui suit donne une comparaison de ces valeurs aux valeurs mesurées.

Tableau (V-5): Comparaison des températures interfaciales simulées et mesurées.

Températures interfaciales (°C)	mesurées	simulées
$\theta_0$	1200	1200
$\theta_1$	870	884
$\theta_2$	500	509
$\theta_3$	78	85

Ces résultats sont assez satisfaisants. L'écart maximum entre les températures mesurées et celles simulées ne dépasse pas 15 °C.

**V-2- Profils de température:**

Les profils de température dans les trois couches de la paroi sont mesurés pour deux cotés verticaux en insérant un thermocouple à travers un trou de très faible diamètre percé dans la paroi.

Les graphiques qui suivent montrent les profils de température mesurés et simulés pour chacune des trois couches de la paroi.

Ces courbes montrent bien que les résultats obtenus à l'aide du modèle sont assez proches de ceux obtenus expérimentalement. L'écart maximum entre les températures mesurées et celles simulées est de 19 °C pour la première couche, 45 °C pour la deuxième et 39 °C pour la troisième.

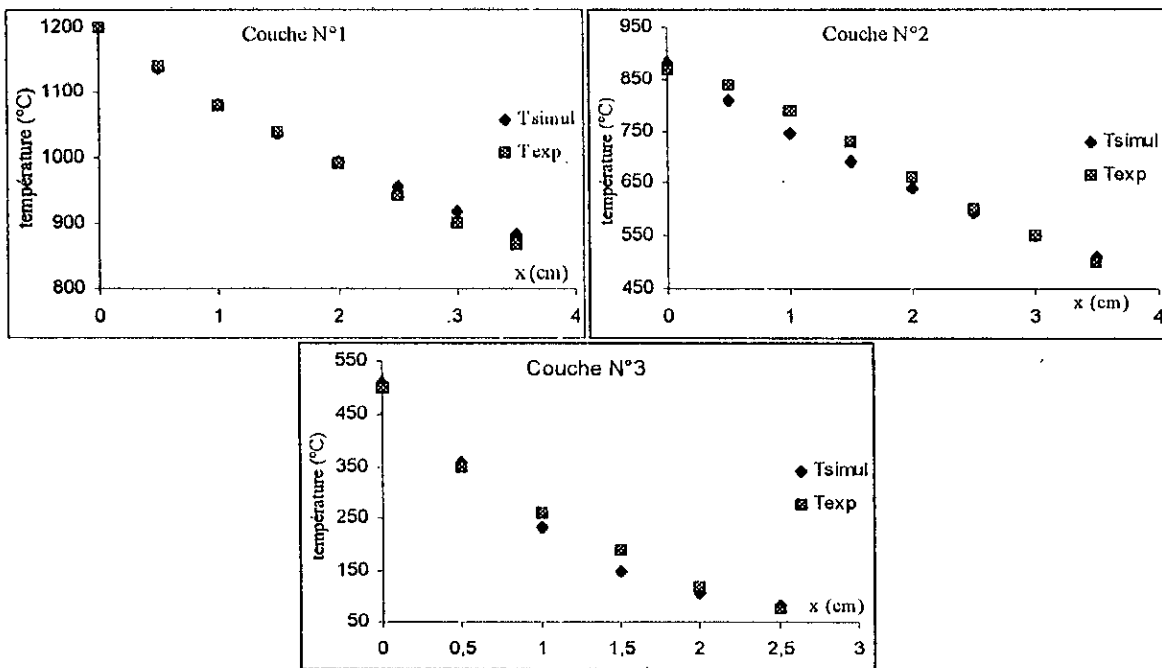


Figure (V-4): Profils de température mesurés et simulés dans les trois couches de la paroi.

**- Courbes isothermes:**

La figure qui suit donne une cartographie des températures dans les sections droites de chacune des couches de la paroi. Nous choisissons comme sections droites celles correspondant à la hauteur A et à la largeur B de la chambre de chauffe.



**V-3- Puissance installée et résistance électrique nécessaire:**

La puissance installée sur le four se calcul à partir de l'équation (III-78). La tension d'alimentation étant de 220 volts, la résistance totale des éléments chauffants, branchés en série, est de 10.3 Ohms donnent une puissance de 4.699 kW. Pour les données citées plus haut le code de calcul évalue la puissance à installer et la résistance électrique totale nécessaire celles-ci sont respectivement égales à 5.150 kW et 9.4  $\Omega$ .

**V-4- Tableau récapitulatif:**

Les données citées plus haut ont été injectées au modèle établi, celui-ci prédit les caractéristiques du four. Le tableau (V-6) donne une comparaison sommaire de celles-ci à celles du four réalisé dans les mêmes conditions.

**VI- CONCLUSION:**

Nous avons essayé dans ce chapitre de vérifier la validité du modèle que nous avons établi, ce qui nous a amené à réaliser un four qui fonctionne dans des conditions proches des hypothèses émises. Cependant, les difficultés auxquelles nous nous sommes heurté au cours de cette réalisation, notamment l'insuffisance des matériaux réfractaires et isolants ne permet pas de conclure à la validité du modèle pour de grandes dimensions de la chambre de chauffe et des paroi avec plusieurs variantes de matériaux. Toutefois, pour la maquette réalisée, les résultats sont encourageants d'autant que les écarts entre les valeurs simulées et celles mesurées sont recevables.

Tableau (V-6): Confrontation Modèle - Expérience.

Conditions de calcul			
Dimensions de la chambre de chauffe (m)	A	0.09	
	B	0.11	
	C	0.18	
Température ambiante (°C)	$\theta_a$	20	
Température interne du four (°C)	$\theta_0$	1200	
Nombre de couches	n	3	
Tension d'alimentation (volts)	U	220	
Temps de montée en température (h)	t	0.8	
		Modèle	Expérience
Epaisseurs partielles (m)	$e_1$	0.035	0.035
	$e_2$	0.035	0.035
	$e_3$	0.025	0.025
Volumes des différentes couches (l)	$V_1$	5.418	5.418
	$V_2$	11.200	11.200
	$V_3$	12.680	12.680
Masses partielles (kg)	$m_1$	4.577	4.577
	$m_2$	7.982	7.982
	$m_3$	3.696	3.696
Volume total (l)	V	29.298	29.298
Masse totale (kg)	m	16.255	16.255
Températures interfaciales (°C)	$\theta_0$	1200	1200
	$\theta_1$	885	870
	$\theta_2$	511	500
	$\theta_3$	85	78
Pertes extérieures (kcal/h)	$\phi$	644.503	-
Chaleur utile (kcal)	$Q_1$	0.733	-
Pertes par absorption (kcal)	$Q_2$	3027.289	-
Puissance (kW)	P	5.149	4.699
Résistance électrique ( $\Omega$ )	R	9.398	10.3

## CONCLUSION

Dans le travail que nous avons entrepris, nous avons pu réaliser un four électrique à résistances à partir de matériaux tous récupérés au département de génie chimique. Ce four à chambre de laboratoire peut atteindre et se maintenir à la température de 1400 °C avec un temps d'inertie relativement faible. Les matériaux utilisés à cette fin s'avèrent performants vu les résultats obtenus en température suite aux essais de fusion menés sur une variante de métaux.

Un modèle de calcul et de dimensionnement de four à chambre a été développé et mis sous forme de code de calcul (programme informatique) pour faciliter son exploitation. Ce modèle réduit est d'un intérêt certain pour la simulation de fours électriques à chambres de chauffe parallélépipédiques. Il tient compte des échanges de chaleur par conduction en régime permanent à travers les parois du four et la convection qui est introduite sous forme de coefficients d'échange.

Une validation expérimentale sur le four de laboratoire réalisé montre que le code de calcul permet de bien rendre compte des phénomènes thermiques présents et les résultats en températures obtenus sont alors satisfaisants car proches des valeurs expérimentales.

Une voie de continuation possible de ce travail, serait de le généraliser à d'autres formes géométriques en prenant en compte les échanges thermiques par rayonnement dans l'enceinte du four et de considérer le régime thermique transitoire avec des caractéristiques des matériaux qui peuvent dépendre de la température.

## BIBLIOGRAPHIE:

- [1]- M.ORFEUIL .  
Electrothermie industrielle.  
Dunod, Paris, (1981).
- [2]- T.NADJAFOV, N.NIKOPORET.  
Les fours métallurgiques.  
OPU. Alger, (1983).
- [3]- D.RHODES.  
Les fours.  
SESSAIN et TOLRA, Paris, (1976).
- [4]- G.DUVIERRE, E.SERTAIN, A.REBER.  
Advantages of using high zirconia refractories in lead crystal glass electric furnaces.  
Glass technology, vol 34, N°5, October 1993, P 181 - 186.
- [5]- J.FOURMENT, J.FROMENTIN, P.MILLA.  
Glass melting furnaces faced with environmental problems: Evolution or revolution.  
Glass technology, vol 34, N°5, October 1993, P 178 - 180,
- [6]- J.HEURTIN, J.L.MAZOYER.  
Chauffage par effet Joule.  
Techniques de l'ingénieur. Traité Génie Electrique. 12 - 1992.
- [7]- J.F.SACADURA.  
Initiation aux transferts thermiques.  
Techniques et documentation. Paris (1978).
- [8]- W.HEILIGENSTAEDT.  
Thermique appliquée aux fours industriels. Tome 1 et 2.  
DUNOD. Paris (1971).
- [9]- M.LAURENT, P.L.VUILERMOZ  
Conductivité thermique des solides.  
Techniques de l'ingénieur. Traité Constantes Physico-chimiques. 3 - 1993.
- [10]- A.B.De VRIENDT.  
La transmission de la chaleur, vol 1, tomes 1 et 2.  
Gaetan Morin. Québec (1990).
- [11]- T.E.DAUBERT. RR.P.DANNER  
Physical and thermodynamic properties of pure chemicals. Tomes 1, 2, 3, 4.  
AICHE (NSRDS). New York (1989).
- [12]- G.GREFFIER.  
Matériaux pour résistances électriques.  
Techniques de l'ingénieur. Traité Génie Electrique. 3 - 1994
- [13]- H. LE DOUSSAL.  
Céramiques réfractaires.  
Techniques de l'ingénieur. Traité Mécanique et Chaleur. 1 -1992

[14]- R.MOREAU, P.JEANVOINE.

Evolution récente des fours électriques et solutions constructives performantes.  
Verres Réfract, vol 40, N°6, Nov-Dec 1986, P 874 - 881.

[15]- R.MOREAU, P.BONY.

Evolution des performances et de la rentabilité d'un four de verre creux au cours des 25 dernières années.

Verres Refract, vol 40, N°3, Mai - Juin 1986, P 352 - 357.

[16]- I.R.WHITTAKER.

Fusion cast refractories for the glass industry.

Glass technology, vol 34, N°4, August 1993, P 129 - 135.

[17]- F.CABANNES.

Isolation thermique à haute température.

Techniques de l'ingénieur. Traité Mécanique et Chaleur. 5 - 1996

[18]- F.JACQUES.

Fours à très haute température, fours sous vide.

Techniques de l'ingénieur. Traité Mécanique et Chaleur. 7 - 1997

[19]- Gérard VIGNON.

Régulateurs électroniques d'utilisation locale.

Techniques de l'ingénieur. Traité Mesures et Contrôle. 7-1984.

[20]- Serge BORIES, Marc PRAT.

Transfert de chaleur dans les milieux poreux.

Techniques de l'ingénieur. Traité Génie Energétique. 8 - 1995.

[21]- J.P.MATHIEU, A.KASTLER, P.FLEURY.

Dictionnaire de physique. 2<sup>ème</sup> Edition.

Masson Eyrolles. 1985.

[22]- A.ZOULALIAN

Transfert de matière et de chaleur au sein de particules interactive poreuses.

Techniques de l'ingénieur. Traité génie Energétique. 9 - 1989.

[23]- M.A.COMBARNOUS, S.A.BORIES.

Hydrothermal convection in saturated porous media.

Adv.Hydroscience. 10. 231-307. 1975.

[24]- H.C.UNAL.

Temperature distribution in plate with temperature-dependant thermal conductivity and internal heat generation.

Int. J. Heat Mass Transfer. Vol 32. N 10. pp 1917-1926. 1989.

[25]- T. D. PAPATHANASIOU.

Circular couette flow of temperature-dependent materials: asymptotic solutions in the presence of viscous heating.

Chemical engineering science, vol 52, No 12, pp 2003-2006, 1997.

[26]- VAN VLACK.

Materials science for engineering.

Addison-Wesley Publishing Company. 1970.



- [27]- C. LANGLAIS, S. CLARSFELD.  
Isolation thermique à température ambiante. Bases physiques.  
Techniques de l'ingénieur. Traité Génie Energétique. 10 - 1997.
- [28]- P.CRAUSSE.  
Etude fondamentale des transferts couplés de chaleur et d'humidité en milieux poreux non saturés.  
Thèse de Doctorat es science I.N.P de Toulouse. 1983.
- [29]- PEKKA TERVOLA.  
A method to determine the thermal conductivity from measured temperature profiles.  
Int. J. Heat Mass Transfer. Vol 32. No 8. pp 1425-1430. 1989.
- [30]- JEAN-PAUL LAURENT.  
Evaluation des paramètres thermiques d'un milieu poreux: optimisation d'outils de mesure "in situ".  
Int. J. Heat Mass Transfer. Vol 32. No 7. pp 1247-1259. 1989.
- [31]- R.H.PERRY, C.H.CHILTON.  
Chemical engineer's handbook.  
Fifth edition. Mc Graw Hill. New York (1973).
- [32]- S.CHIKH.  
Contribution à l'étude des transferts thermoconvectifs dans les conduites poreuses.  
Thèse de docteur es sciences physiques. USTHB-IGM (1997).
- [33]- J.DANCKAERT.  
Isolation thermique industrielle.  
Techniques de l'ingénieur. Traité mécanique et chaleur. 11-1994.
- [34]- A.DEGIOVANNI  
Conductivité et diffusivité thermiques des solides.  
Techniques de l'ingénieur. Traité Mesures et Contrôle. 1-1994
- [35]- M.BOUMHRAT, A.GOURDIN  
Méthodes numériques appliquées.  
OPU. 1993.
- [36]- M.E.DAVIS.  
Numerical methods and modeling for chemical engineering.  
Mc Graw Hill. New York (1965).
- [37]- Gérard PANIEZ  
Eléments de thermique des fours.  
Techniques de l'ingénieur. Traité Génie Energétique. 7-1997.
- [38]- CREGUT BRANCHU Karine. SACADURA J.F (Dir.).  
Modélisation et étude expérimentale des échanges thermiques radiatifs dans les fours électriques.  
Thèse de Doctorat - INSA de Lyon. (1995).
- [39]- Documentation technique d'un fabricant de matériaux réfractaires et isolants –  
TERMAL CERAMICS.

## ILLUSTRATIONS

### FIGURES:

Figure (I-1): Chauffage par effet Joule.

Figure (I-2): Répartition du flux thermique entre rayonnement et convection en fonction de la température.

Figure (I-3): Flux de chaleur à l'intérieur d'un mur.

Figure (I-4): Profils de température dans une paroi composite.

Figure (I-5): Répartition du flux thermique dans un four.

Figure (II-1): Les modèles série et parallèle de détermination de la conductivité thermique.

Figure (II-2): Schéma d'un conductivimètre à cylindres coaxiaux.

Figure (III-1): Géométrie du problème.

Figure (III-2): Décomposition des parois du four en arêtes, sommets et surfaces planes.

Figure (III-3): Calcul des pertes à travers les arêtes.

Figure (III-4): Calcul des pertes à travers les sommets.

Figure (III-5): Bilan thermique pour un élément de surface entourant un nœud interne.

Figure (III-6): Bilan thermique pour un élément de surface entourant un nœud à la frontière.

Figure (III-7): Section droite de la  $n^{\text{ième}}$  couche de la paroi.

Figure (III-8): Maillage du domaine d'étude de la répartition de la température.

Figure (IV-1): Graphe de la fonction  $F(e)$ .

Figure (IV-2): Graphe de la fonction  $F(e)$  au voisinage de la racine positive.

Figure (IV-3): Variations des différents flux de chaleur en fonction de l'épaisseur totale de la paroi.

Figure (IV-4): Profils de température dans les trois couches constituant la paroi.

Figure (IV-5): Courbes isothermes dans les trois couches de la paroi.

Figure (IV-6): Influence de la conductivité thermique sur les caractéristiques du four.

Figure (IV-7): Influence de la masse volumique des matériaux sur les caractéristiques du four.

Figure (IV-8): Influence de la chaleur spécifique sur les caractéristiques du four.

Figure (IV-9): Variations de la puissance à installer en fonction de la masse du four et de l'accumulation de chaleur

Figure (IV-10): Influence des températures interfaciales sur les performances du four.

Figure (IV-11): Variations de l'épaisseur de la paroi en fonction de la température en face froide.

Figure (IV-12): Variations des pertes extérieures en fonction de la température en face froide.

Figure (IV-13): Variations de l'accumulation de chaleur en fonction de la température en face froide.

Figure (IV-14): Variations de la puissance à installer en fonction de la température en face froide.

Figure (IV-15): Variations de la masse du four en fonction de la température en face froide.

Figure (V-1): Forme des éléments chauffants en SiC utilisés.

Figure (V-2): Courbe de chauffage du four pour une température de consigne de 1200 °C.

Figure (V-3): Courbe de refroidissement naturel du four pour une température de consigne de 1200 °C.

Figure (V-4): Profils de température mesurés et simulés dans les trois couches de la paroi.

Figure (V-5): Courbes isothermes dans les trois couches constituant la paroi du four.

### **TABLEAUX:**

Tableau (I-1): Grandeurs thermiques.

Tableau (I-2): Classification des produits réfractaires suivant la norme ISO 1109.

Tableau (I-3): Propriétés des isolants thermiques mentionnées par les fabricants.

Tableau (I-4): Principales caractéristiques des éléments chauffants.

Tableau (II-1): Quelques modèles de calcul de la conductivité thermique effective.

Tableau (II-2): Chaleurs spécifiques des principaux constituants des produits des produits réfractaires et isolants.

Tableau (IV-1): Données du problème.

Tableau (IV-2): Paramètres de la fonction à résoudre.

Tableau (IV-3): Caractéristiques du four.

Tableau (IV-4): Données d'étude de l'influence de  $\lambda$ ,  $\rho$  et  $c$ .

Tableau (IV-5): Conditions de calcul de l'influence des températures interfaciales.

Tableau (IV-6): Influence des températures interfaciales sur les performances du four.

Tableau (IV-7): Caractéristiques du four de paroi à deux couches.

Tableau (IV-8): Données d'étude de l'influence de  $\theta_n$ .

Tableau (V-1): Caractéristiques techniques des réfractaires et isolants utilisés.

Tableau (V-2): Essai de fusion de quelques métaux.

Tableau (V-3): Caractéristiques du four réalisé.

Tableau (V-4): Données utilisées pour la validation du modèle.

Tableau (V-5): Comparaison des températures interfaciales simulées et mesurées.

Tableau (V-6): Confrontation Modèle - Expérience.