

2/04

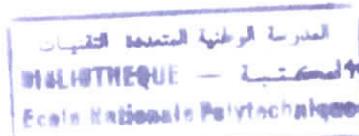
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département des Sciences du génie mécanique

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT EN GENIE MECANIQUE



Thème

**COMPLEMENT D'ETUDE NUMERIQUE SUR LES  
ECHANGES THERMIQUES DANS LES ORGANES DE  
LA CHAMBRE D'UN CYLINDRE**

Encadré par : Mr S. LARBI  
Mr M.T. ATTOUCHI

Présenté par : Mr AISSAOUI Mohamed Chérif

Promotion : juin 2004.

*A mes chers parents ;  
Pour votre encouragement, votre  
présence, votre patience et  
compréhension.*

*Je remercie vivement ma belle-famille de m'avoir aidé tout au long de l'élaboration de ce travail.*

*Je remercie ma femme d'avoir été à mes cotés et de m'avoir soutenu.*

*Je tiens à remercier mon promoteur, Monsieur LARBI, pour le suivi de mon travail.*

*Je remercie également les membres du jury, qui ont accepté de discuter et d'examiner ce modeste travail.*

*Mes remerciements vont aussi à tous les enseignants qui ont contribué à ma formation.*

*J'adresse aussi ma profonde reconnaissance à tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à l'élaboration de ce mémoire.*

*Que tout le personnel de la bibliothèque de l'E.N.P. soit vivement remercié.*

## ملخص

أسهمنا في دراسة مشكل نقل الحرارة عبر مختلف الأجزاء المكونة لخزانة الاحتراق (الأسطوانة و المكبس و غطاء النسم الأعلى الأسطواناني للمحرك و الصمام). و تمت تجزئة معادلة المشتقات الجزئية غير الخطية الموافقة بطريقة الأحجام المحدودة و تم إعداد الحل بواسطة النظام الحسابي المسمى "كوندوكت - CONDUCT" المقترحة من قبل باتانكار - PATANKAR. و تمثل النتائج المتحصل عليها توزيع درجة الحرارة على مساحة كل جزء مدروس و توافق نتائجنا جملة تلك المتحصل عليها في بعض دراسات حالة.

الكلمات المفاتيح : محرك ذو احتراق داخلي - كوندوكت - اسطوانة - توزيع الحرارة

## Résumé

Nous avons contribué à l'étude du problème de la conduction de chaleur à travers différents organes constituant la chambre de combustion (chemise, piston, culasse et soupape). L'équation aux dérivées partielles non linéaire correspondante a été discrétisée par la méthode des volumes finis. La résolution a été établie à l'aide d'un code de calcul « CONDUCT » dû à PATANKAR. Les résultats obtenus représentent la répartition de la température sur la surface de chaque organe étudié. Nos résultats correspondent globalement à ceux obtenus dans certaines études de cas.

**Mots clés :** Moteur à combustion interne - CONDUCT - Cylindre - Répartition de la température

## Abstract

We have contributed to the problem study of heat conduction throughout different components constituting the combustion chamber (cylinder, piston, breech and valve). The corresponding partial non linear differential equation has been modeled by the finite volumes method. The solution has been established with the assistance of the "CONDUCT" arithmetic, proposed by PATANKAR. The obtained results do represent temperature distributions on every studied component surface. Our results do globally correspond to those obtained in some cases study.

**Key words :** Internal combustion engine - CONDUCT - Cylinder - Temperature distribution

<b>Introduction générale</b> .....	1
<b>Chapitre 1 : Généralités sur les moteurs à combustion interne</b> .....	3
<b>1. Organisation du moteur</b> .....	3
1.1 Organes constitutifs.....	3
1.1.1 Organes fixes .....	3
1.1.2 Les organes mobiles .....	6
1.1.3 Organes annexes .....	7
<b>2. Cycles thermodynamiques d'un moteur à combustion interne</b> .....	10
2.1 Cycle à 4 temps .....	10
2.1.1 Représentation graphique du cycle.....	12
2.2 Le cycle à 2 temps .....	14
 <b>Chapitre II : Echanges Thermiques dans les Moteurs à combustion interne</b> .....	17
<b>1. Origine de la chaleur interne</b> .....	17
1.1 Combustion .....	17
1.2 Frottements .....	18
1.3. Répartition des flux thermiques évacués par les parois .....	19
<b>2. Bilan énergétique</b> .....	20
2.1. Bilan thermodynamique .....	20
2.2. Bilan thermique.....	21
2.2.1. Échange thermique gaz-parois internes.....	21
2.2.2. Pertes thermiques dues aux frottements.....	22
2.2.3. Transferts secondaires. Bilan interne.....	23
2.2.4. Transferts internes huile-liquide.....	24
2.2.5. Échange thermique avec le fluide de refroidissement .....	24
2.2.6. Facteurs donnant une bonne transmission de chaleur.....	26
2.2.7. Calcul du coefficient h.....	26
<b>3. Etude de quelques résultats expérimentaux</b> .....	37
3.1. Analyse des paramètres agissant sur les flux thermiques .....	38
3.2. Etude de l'avance à l'allumage .....	39
3.3. Etude de remplissage en air .....	40
3.4. Etude de régime .....	41
3.5. Etude de la richesse.....	43
3.6. Conclusion .....	44
 <b>Chapitre III : Représentation de la méthode des volumes finis</b> .....	45
<b>1. Forme différentielle et intégrale des équations de transport</b> .....	45
1.1. Conditions aux limites.....	46
1.1.1. Les trois sortes de conditions aux limites.....	47
1.1.2. Quelques considérations mathématiques sur les C.L .....	48
<b>2. La méthode des volumes finis pour les problèmes de diffusion</b> .....	48
2.1. régime permanent.....	48
2.1.1. Génération du maillage.....	49
2.1.2. Discrétisation.....	49
2.1.3. Solution des équations.....	51
2.1.4. Principes d'une « bonne » discrétisation.....	52
2.1.5. Choix du maillage.....	53
2.1.6. Linéarisation du terme source.....	54

# SOMMAIRE

2.1.7. Prise en compte des conditions aux limites.....	56
2.2. Régime transitoire.....	58
2.2.1. Stabilité du schéma de discrétisation temporelle.....	60
2.2.2. Forme de l'équation discrétisée avec le schéma totalement implicite.....	61
2.2.3. Géométrie bidimensionnelle.....	62
<b>3. La méthode des volumes finis pour les problèmes de convection-diffusion.....</b>	<b>63</b>
3.1. Mise en évidence des instabilités liées aux discrétisations centrées.....	64
3.2. Choix d'une variation locale.....	66
3.2.1. Le schéma upwind (ou différentiation amont).....	66
3.2.2. Le schéma exponentiel et le schéma puissance (power law).....	67
3.3. Forme générale de la discrétisation (régime permanent, 1D).....	70
Discrétisation d'un problème de transport convecto-diffusif dans le cas général.....	70
<b>4. Critère de convergence.....</b>	<b>73</b>
<b>Chapitre IV : Modèle Mathématique et Conditions aux limites.....</b>	<b>74</b>
<b>1. Modèle mathématique.....</b>	<b>74</b>
1.1. Les modèles thermodynamiques et globaux.....	74
1.2. Les modèles quasi dimensionnels.....	75
1.3. Les modèles multidimensionnels.....	75
1.4. Modèle mathématique utilisé.....	76
<b>2. Présentation des différents organes.....</b>	<b>77</b>
2.1. Paramètres métallurgiques.....	77
2.1.1. Cylindre.....	77
2.1.2. Piston.....	77
2.1.3. Culasse.....	77
2.1.4. Soupape.....	77
2.2. Paramètres géométriques.....	78
2.2.1. Le cylindre.....	78
2.2.2. Le piston.....	80
2.2.3. La culasse.....	82
2.2.4. La soupape.....	84
<b>Chapitre V : Résultats et interprétation.....</b>	<b>86</b>
<b>1. Résultats du code "CONDUCT".....</b>	<b>86</b>
1.1. La chemise.....	86
1.2. Le piston.....	88
1.3. La soupape.....	90
1.4. La culasse.....	92
<b>2. Résultats du logiciel FEMLAB.....</b>	<b>94</b>
2.1. Le piston.....	94
2.2. La soupape.....	95
2.3. La culasse.....	96
2.4. La chemise.....	97
<b>3. Interprétation des résultats.....</b>	<b>99</b>
3.1. Résultats du code "CONDUCT".....	99
3.2. Résultats du logiciel FEMLAB.....	99
3.2. Comparaison des résultats.....	100
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>101</b>
<b>Bibliographie</b>	
<b>Annexe</b>	

## Nomenclature



- A : Aire de la surface d'échange..... [m<sup>2</sup>]  
a : Coefficient dans l'équation de discrétisation  
b : Terme constant dans l'équation de discrétisation  
b\* : Coefficient de proportionnalité  
C<sub>p</sub> : Chaleur spécifique à pression constante.....[J/Kg.K]  
D : Diamètre de l'alésage.....[m]  
f<sub>c</sub> : Partie constante de linéarisation de flux à la limite  
f<sub>p</sub> : Coefficient de T dans la linéarisation du flux à la limite.  
h<sub>g</sub> : Coefficient d'échange convectif.....[ W/m<sup>2</sup>. K]  
K : Conductivité thermique.....[W/m.K]  
L : Longueur caractéristique.  
P<sub>g</sub> : Pression des gaz.....[N/m<sup>2</sup>]  
P<sub>1</sub> : Pression de suralimentation.....[N/m<sup>2</sup>]  
P<sub>0</sub> : Pression sans combustion.....[N/m<sup>2</sup>]  
Q,q : Flux de chaleur.....[W/m<sup>2</sup>]  
S : Terme source.....[W]  
Ŝ : Terme source moyen.....[W]  
S<sub>c</sub> : Partie constante de la linéarisation du terme source  
S<sub>p</sub> : Coefficient de T dans la linéarisation du terme source  
T<sub>g</sub> : Température des gaz.....[K]  
T<sub>p</sub> : Température de la paroi.....[K]  
T<sub>∞</sub> : Température milieu extérieur.....[K]  
T : Temps.....[s]  
V : Vitesse ou volume.....[m/s, m<sup>3</sup>]

### **Symboles Latins :**

- ε : Facteur d'émissivité.  
ρ : Masse volumique.

$\mu$  : Viscosité dynamique.

$\nu$  : Viscosité cinématique.

$\delta x$  : Distance

$\Phi$  : Variable générale dépendante qui peut être la température, la vitesse, le flux....

$\Gamma$  : Conductance de Diffusion.

### **Nombres adimensionnels :**

Nu : Nombre de Nusselt.

Pe : Nombre de Peclet.

Pr : Nombre de Prandtl.

Re : Nombre de Reynolds.

### **Abréviation :**

PMH : point mort haut.

PMB : point mort bas.

AOA : avance ouverture allumage.

AOE : avance ouverture échappement.

RFE : retard fermeture échappement.

### **Indices :**

P : paroi

0 : sans combustion

1 : suralimentation.

$\infty$  : infini.

g : gaz

H : huile de refroidissement

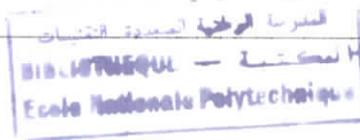
L : eau de refroidissement

W : West

E : east

## LISTE DES FIGURES

- Figure I-1 : Organes du moteur  
Figure I-2 : Vue en coupe du moteur  
Figure I-3 : Moteur à 4 cylindres en lignes à soupapes en tête  
Figure I-5 : Diagrammes moteur à 4 temps  
Figure I-6 : Diagramme après réglage  
Figure I-7 : moteur à 2 temps  
Figure I-8 : Phases du cycle à 2 temps  
Figure II.1 : Bilan thermodynamique d'un moteur en fonction de la charge (iso vitesse)  
Figure II-2 : Zones d'échange gaz-parois internes.  
Figure II.3 : Variations de la température et du coefficient d'échange au cours du cycle.  
Figure II-4 : Vue du moteur équipé de l'entretoise et des hublots  
Figure II-5 : Entretoise équipée des hublots et de deux flux-mètres  
Figure II-6 : Influence de l'avance à l'allumage sur le dégagement d'énergie  
Figure II-7 : Influence de l'avance à l'allumage sur les flux thermiques  
Figure II-8 : Influence de la charge sur le dégagement d'énergie  
Figure II-9 : Influence du régime sur le flux thermique  
Figure II.10 : Influence du régime sur le dégagement d'énergie  
Figure II-11 : Influence de la richesse sur les flux thermiques  
Figure II-12 : Influence de la richesse sur le dégagement d'énergie.  
Figure III.1 : Maillage d'un domaine unidimensionnel  
Figure III.2 : Notations associées à un volume de contrôle  
Figure III.3 : Variation des lois de variation  
Figure III.4 : Exemple de lois de variation locale avec ou sans sens physique  
Figure III.5 : Inconsistance des flux à la frontière  
Figure III.6 : Les trois possibilités de linearisation du terme source de l'exemple 3  
Figure III.7 : Volumes de contrôle pour un point interne et pour un point frontière  
Figure III.8 : Volume de contrôle frontière construit autour du point B  
Figure III.9 : Lois de variation locale pour la discrétisation en temps  
Figure III.10 : Comparaison des schéma explicite, Crank-Nicolson et implicite  
Figure III.11 : Volume de contrôle pour une géométrie bidimensionnelle  
Figure III.12 : Phénomènes d'oscillations apparaissant avec un schéma centré  
Figure III.13-a : Cas où  $(\rho u)_e > 0$ .  
Figure III.13-b : Cas où  $(\rho u)_e < 0$ .  
Figure IV-1 : Section du cylindre représentant le domaine à étudier  
Figure IV-2 : Conditions aux limites du cylindre  
Figure IV-3 : Section du piston représentant le domaine à étudier  
Figure IV-4 : Section de la culasse représentant le domaine à étudier  
Figure IV-5 : Section de la soupape représentant le domaine à étudier  
Figure V- (1,2,3,4) : Distribution de la température en °K à travers les parois du cylindre  
Figure V- (5,6,7,8) : Distribution de la température en °K à travers les parois du piston  
Figure V- (9,10,11,12) : Distribution de la température en °K à travers les parois de la  
Soupape  
Figure V- (13,14,15,16) : Distribution de la température à travers les parois de la culasse  
Figure V-17 : Distribution -A- dans le piston  
Figure V-18 : Distribution -B- dans le piston  
Figure V-19 : Distribution -A- dans la soupape  
Figure V-20 : Distribution -B- dans la soupape  
Figure V-21 : Distribution -A- dans la culasse  
Figure V-22 : Distribution -B- dans la culasse  
Figure V-23 : Distribution -A- dans la chemise  
Figure V-24 : Distribution -B- dans la chemise



## INTRODUCTION GENERALE

Les moteurs à combustion interne sont parcourus par des gaz chauds, issus de la combustion. Les organes du moteur doivent impérativement être maintenues à une température modérée, afin que la dilatation ne perturbe pas des jeux de fonctionnement déterminés par des critères d'ordre mécanique ou tribologique. Il s'ensuit du gradient de température entre les gaz et les parois, responsable d'un échange de chaleur qui s'élève à hauteur de 15 à 30% de l'énergie introduite dans le moteur, ce pourcentage varie selon le point de fonctionnement (vitesse de rotation et charge) et le type du moteur (diesel ou essence).

Une partie de la chaleur produite par la combustion est évacuée avec les gaz brûlés tandis que l'autre partie est transférée par conduction à travers les parois du moteur. Le transfert de chaleur à travers les parois les organes constituant la chambre de combustion et la rapidité de ce phénomène sont l'objet de notre étude qui consiste à connaître les températures au sein et aux frontières du domaine considéré, ainsi que le temps correspondant à l'établissement du régime permanent.

Nous avons choisi pour cette étude un moteur 2 temps, monocylindre à culasse cylindrique. Les organes auxquels on s'intéresse sont, la culasse, le piston, la soupape d'échappement et le cylindre qui est muni d'ailette vu que le refroidissement est assuré par la circulation d'air. Il est à noter que nous avons simplifié le problème, et ce par utilisation de formes approchées relativement simples ( Pour des considérations numériques ) pour chaque pièce.

L'approche analytique est difficile à réaliser. De même, et par faute de moyens, l'approche expérimentale s'avère impossible. La seule alternative qui reste, est l'approche numérique, que nous effectuerons à l'aide d'un code de calcul dû à PATANKAR appelé " CONDUCT", qui a été élaboré suivant la méthode des volumes finis, vu qu'elle s'apprête bien aux phénomènes de transport, nous avons aussi utilisé le logiciel "FEMLAB" pour une ultime

comparaison des résultats obtenus.

Ce travail fournit en premier lieu un fond documentaire assez intéressant permettant la compréhension des phénomènes thermiques à caractère conductifs dans le cylindre du moteur à combustion interne.

L'étude est divisée en cinq chapitres. Au chapitre I on présente le moteur et ses différents organes, ainsi que les cycles pour le moteur à 2 et 4 temps.

Au chapitre II, l'étude traite les transferts thermiques dans le moteur et les différents paramètres qui l'influencent. On donne aussi différentes lois concernant la détermination du coefficient d'échange convectif  $h$ .

Après une introduction concernant les phénomènes de transport, le chapitre III est réservé à la description de la méthode des volumes finis, qui est utilisée pour la discrétisation et la résolution du problème.

Le modèle mathématique est donné dans le chapitre IV. On y trouve aussi la présentation du domaine d'étude, ainsi que les différentes conditions limites et initiales utilisées.

Les résultats obtenus à partir du code de calcul et ceux à partir du logiciel FEMLAB, ainsi que leurs interprétations constituent le dernier chapitre

Un moteur est une machine qui reçoit de l'énergie sous une forme et la restitue sous une autre plus facilement utilisable pour le but recherché.

Les moteurs d'automobile sont des machines thermiques, donc transformant de la chaleur en travail mécanique destiné à équilibrer le travail résistant d'un véhicule qui se déplace. Cette transformation est obtenue au moyen d'un fluide qu'on fait évoluer entre deux températures extrêmes.

Si le fluide est simplement transporteur de calories (cas de la machine à vapeur) le moteur est dit à combustion externe ; s'il produit lui-même, en brûlant à l'intérieur d'organes appropriés du moteur, l'énergie nécessaire au fonctionnement, le moteur est dit à combustion interne.

Certains moteurs d'automobile utilisent l'essence comme combustible, celui-ci étant introduit dans les cylindres préalablement mélangé à l'air. Ces moteurs dits moteurs à explosions ou simplement moteur à essence peuvent fonctionner également avec un combustible gazeux ( gpl , butane, etc..).

Au lieu d'être alimentés à l'aide d'un carburateur effectuant le mélange carburé, certains moteurs peuvent être alimentés à la façon des Diesel par une pompe d'injection : on les appelle moteurs à injection d'essence.

Lorsque les moteurs sont conçus pour utiliser un combustible lourd (gas-oil) qui est introduit directement dans les cylindres à l'aide d'une pompe d'injection en fin de compression très élevée d'air pur préalablement admis, ils fonctionnent soit à pression constante ( moteur Diesel); soit, dans le cas du moteur rapide d'automobiles, suivant un cycle intermédiaire entre le cycle Diesel et le cycle à explosion : cycle mixte. On les appelle moteurs à compression par opposition aux moteurs à explosions, ou encore moteurs à injection ou moteurs Diesel. [1]

## **1 . Organisation du moteur : [1,2]**

Le moteur classique d'automobile, se compose d'un certain nombre d'éléments : cylindres, pistons, ensemble bielle-manivelle, etc.

### **1.1. Organes constitutifs.** - Les organes constitutifs comprennent :

#### **1.1.1 Les organes fixes :** on peut distinguer :

**a) Le bloc moteur :** il est la pièce maîtresse du moteur. Sa structure constitue le point d'application de toutes les forces qui, quelle que soient leur nature, leur amplitude et leur direction, sont produites en son sein. Il importe, avant toute chose, que les contraintes engendrées par ces forces ne causent :

- Des déformations générales supérieures à celles autorisées par les jeux fonctionnels, qui sont et doivent rester aussi faibles que possible;
- Des allongements locaux risquant de dépasser la valeur limite admissible avant l'apparition de fissures, que possède le matériau au point considéré (température, concentration de contraintes, etc.).

Par ailleurs, ce bâti-cylindres évacue une partie de la quantité de chaleur produite par la combustion qui ne s'est pas transformée en travail. En tenant compte des impératifs fonctionnels du moteur et des conditions économiques de sa fabrication et de son emploi, les caractéristiques du matériau constituant le bâti-cylindres doivent donc être :

- aussi élevées que possible en ce qui concerne l'homogénéité cristalline, le module d'élasticité et la diffusivité thermique.
- aussi faibles que possible en ce qui concerne le coefficient de dilatation thermique.

Ainsi, dans le cas des moteurs à essence à vocation automobile particulière, le bâti-cylindres peut être en alliage d'aluminium pour des considérations liées à la légèreté, la coulabilité, et la diffusivité thermique du fait des alésages et des pressions de combustion modérés, alors que, en diesel industriel (pressions élevées, alésages importants), le bâti doit être en fonte aciérée ou en acier.

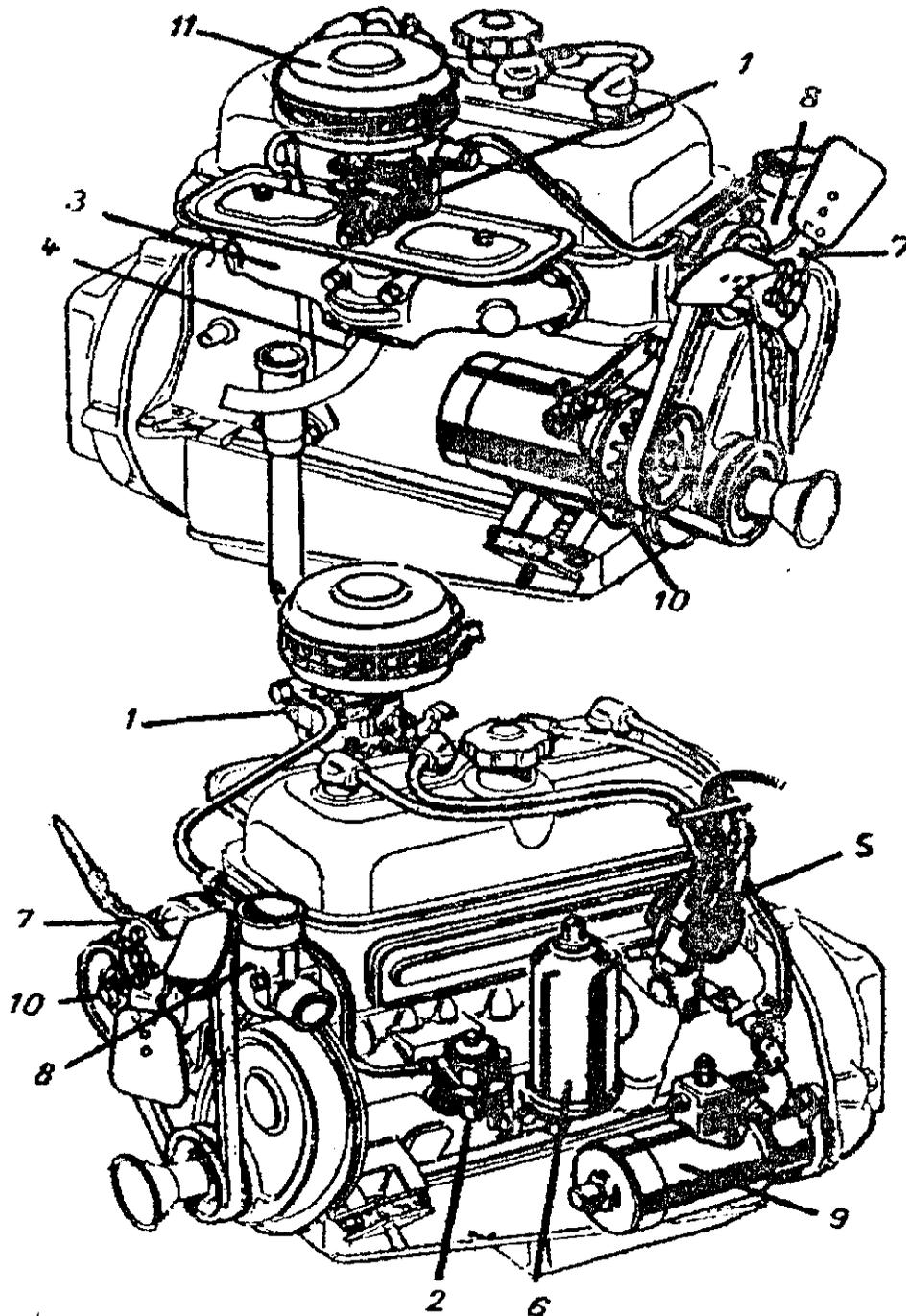
**b)- La culasse :** Elle surmonte le bloc donc l'ensemble des cylindres. Elle supporte les bougies dans les moteurs à allumage commandé et les injecteurs dans les moteurs à injection, et dans certains moteurs les culbuteurs. Des orifices débouchant y sont prévus et servent de guides pour les tiges de soupapes ou de conduites pour le passage du fluide réfrigérant. La culasse enfin évacue la chaleur dégagée par la combustion des gaz.

La géométrie de la culasse est complexe, elle est conçue avec de la fonte-acier soudé pour les moteurs à injection directe, ou avec de l'aluminium pour les moteurs à préchambre ou motocyclette[3rabah].

**c)- la chemise :**

la chemise est un fut cylindrique dans lequel coulisse le piston, elle peut être rapportée ou alésée directement dans le bloc, et ce pour plusieurs raisons tels-que le type de combustible utilisé, la puissance du moteur, etc...

Pour ce qui est de sa métallurgie, la chemise peut être en fonte phosphoreuse (0,25 à 0,60% de phosphore) à structure Perlitique, en Acier Nickel – chrome auquel on additionne du Molybdène tout en effectuant un durcissement superficiel par nitruration ou en alliage d'aluminium



1.Carburateur. 2.Pompe d'alimentation. 3.Tuyauterie d'admission. 4.Tuyauterie d'échappement  
5.Tete d'allumage. 6.Filtre à l'huile. 7.Ventilateur. 8. Pompe à eau. 9. Démarreur. 10. Dynamo.  
11. Filtre à air.

Figure I-1. Organes du moteur

### 1.1.2 Les organes mobiles : on peut citer (comme le montre la figure I-2) :

**a) Le piston :** Il est l'organe mobile qui constitue l'une des parois de la chambre d'explosion. Il est animé d'un mouvement alternatif et rectiligne dans le cylindre et détermine ainsi l'admission, la compression et l'échappement. Il transmet au vilebrequin, par l'intermédiaire de la bielle, l'effort exercé par la pression des gaz pendant la combustion et la détente.

Pour que l'aspiration et la compression puissent avoir lieu dans de bonnes conditions, il faut que le piston forme, avec le cylindre, un espace parfaitement clos, l'étanchéité est assurée par des segments.

L'usinage et le montage du piston doivent en conséquence répondre à un certain nombre de qualités essentielles

- Bonne étanchéité, malgré le jeu nécessaire entre le piston qui n'est pas refroidi dans tout les cas et le cylindre qui l'est par la circulation d'eau (dilatation différente de ces deux organes);
- Résistance et rigidité pour supporter les pressions de combustion.
- Légèreté pour présenter le moins d'inertie possible lors des perpétuels changements de sens de ses déplacements .
- Graissage suffisant, pour diminuer les résistances dues aux frottements et ne pas gripper;
- Ajustage correct dans le cylindre;
- Guidage bien assuré;
- Grande conductibilité ,pour permettre une meilleure évacuation de la chaleur.

L'ajustage dans le cylindre est une procédure délicate. N'étant pas baigné comme ce dernier par l'eau de refroidissement, le piston se dilate plus fortement. Pour que l'ajustage soit correct et ne présente pas de serrage à chaud il faut ménager à froid un jeu nuisible mais nécessaire.

L'étanchéité au gaz ne peut donc être assurée que grâce à la présence d'anneaux élastiques fendus appelés segments.

Ceux-ci assurent en même temps l'étanchéité à l'huile du carter, qui ne doit pas s'infiltrer au-dessus des pistons pendant l'admission, en particulier au ralenti. Le graissage doit néanmoins s'effectuer tout le long du cylindre.

#### **b)- La bielle :**

La bielle transmet au maneton du vilebrequin l'énergie reçue par le piston, en transformant le mouvement rectiligne alternatif du piston en mouvement rotatif.

### c)- Le Vilebrequin (arbre moteur):

Appelé aussi arbre moteur, il est l'organe qui fournit le couple utile. De plus, il commande le ou les arbres à cames, la pompe à eau, le ventilateur (dans le cas du refroidissement à eau) et l'alternateur alimentant la batterie d'accumulateur.

Il comprend :

- Les tourillons.
- Les manetons.
- Les manivelles ou flasques.
- Un dispositif de fixation au volant.
- Des canalisations intérieures pour le graissage sous pression des manetons et des tourillons.

Un dispositif de fixation, de roues dentées pour la commande du ou des arbres à cames.

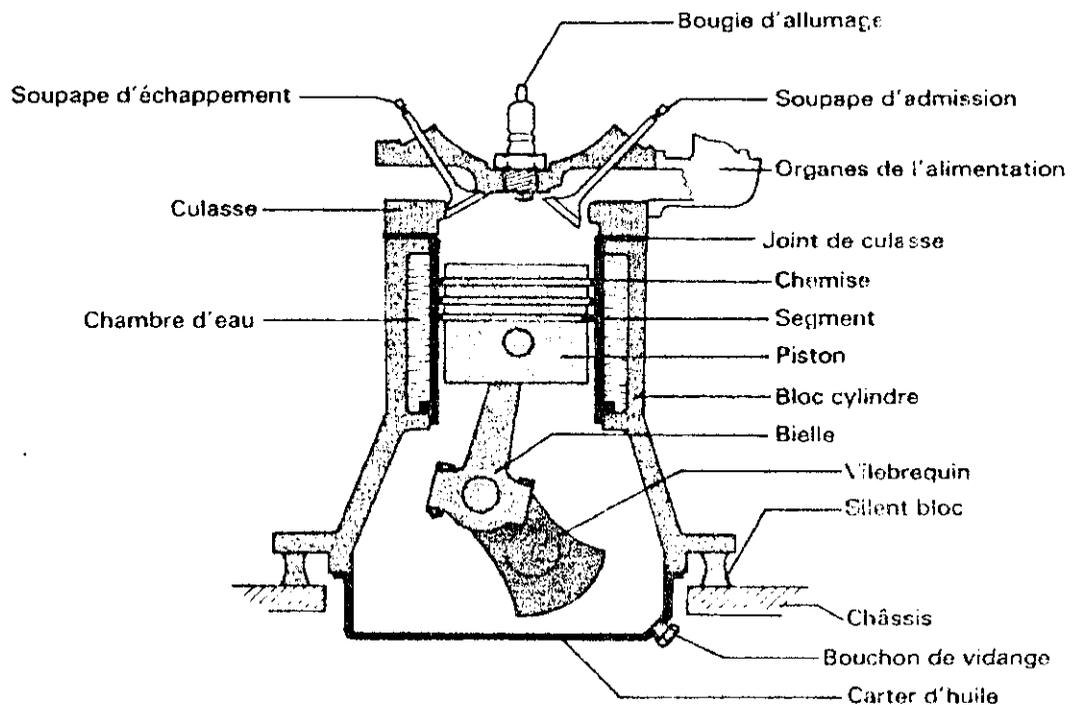


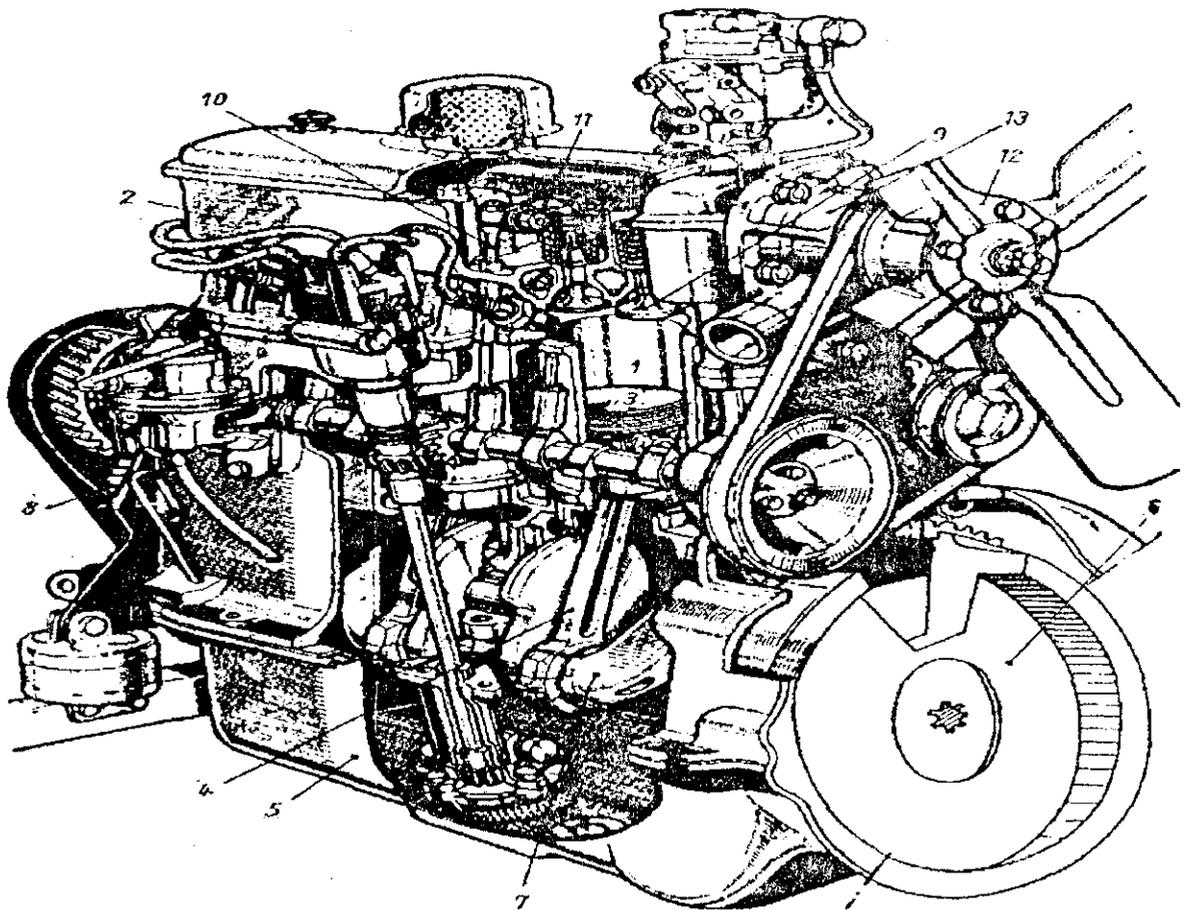
Figure I-2. Vue en coupe du moteur

#### 1.1.3 Organes annexes :

Les organes ou systèmes annexes quoique sans rapport direct avec l'effort moteur sont néanmoins primordiaux ( Cf Figure I-3 ) ils comprennent :

**a) Carburateur :** il est chargé de préparer et de fournir le mélange gazeux explosif (ou pompe d'injection pour les moteurs Diesel, ou mélangeur pour les moteurs à gaz pauvre);

- b) **Tuyauterie d'admission** : dirigeant le mélange gazeux vers les différents cylindres;
- c) **Système d'alimentation** : il est chargé d'amener le combustible au carburateur;
- d) **Tuyauterie d'échappement** : dirigeant les gaz brûlés vers l'extérieur par l'intermédiaire d'un silencieux.
- e) **Système d'allumage** : il est chargé de provoquer au moment opportun la combustion rapide du mélange gazeux comprimé;
- f) **Système de graissage** : il est chargé d'assurer le bon fonctionnement des différentes pièces métalliques en mouvement les unes sur les autres, par l'interposition entre elles d'une couche d'huile constamment entretenue;
- g) **Système de régulation** : conçu pour éviter que ( dans certaines conditions d'utilisation) le moteur dépasse le régime admissible pour sa sécurité.



1 Cylindre. 2. Culasse. 3 Piston. 4 Bielle. 5 Carter. 6 Volant. 7 Arbre vilebrequin.  
8 Arbre à cames. 9 Soupapes. 10 Tige de commande. 11 Culbuteur. 12 Ventilateur. 13 Pompe à eau.

Figure I-3. Moteur a 4 cylindres en lignes à soupapes en tête.

**h) Système de refroidissement :** Le système de refroidissement du moteur sert à dissiper la chaleur contenue dans les parties métalliques qui entourent la chambre de combustion. La chaleur produite par la combustion peut atteindre une température de 2000°C, et environ un tiers de cette chaleur est éliminée par le système de refroidissement. Si cette chaleur n'était pas dissipée, les pièces métalliques du moteur se dilateraient et l'huile de lubrification brûlerait. De plus, ces situations causeraient des dommages aux pistons et cylindres ou le grippage du moteur.

Même si le système de refroidissement a pour fonction primaire de dissiper la chaleur, il doit accomplir deux autres fonctions importantes:

1. Maintenir une température adéquate de fonctionnement, car le moteur ne fonctionne pas efficacement lorsqu'il est froid.
2. Fournir un moyen adéquat de chauffer l'habitacle par temps froid.

On utilise généralement deux modes de refroidissement: le refroidissement par eau et le refroidissement par air.

#### **h-1 Refroidissement par air :**

Dans le cas d'un moteur refroidi par air, de nombreuses ailettes, fixées à l'extérieur de la culasse et du bloc-cylindres recueillent la chaleur dégagée par la combustion. Un courant d'air refroidi balaie constamment ces ailettes, absorbant et dissipant ainsi l'excès de chaleur.

L'air est ensuite dirigé autour de chaque cylindre et de la culasse à l'aide des pièces de métal en feuilles, appelées tuyères, qui entourent le moteur. Une soufflante et une soupape commandée par thermostat contrôlent la quantité d'air en circulation. Cette soufflante est formée d'un ventilateur de type centrifuge, entraîné par une courroie qui est montée sur une poulie elle-même fixée au vilebrequin. Le thermostat qui actionne la soupape régulatrice d'air est à soufflet. À mesure que le moteur approche de sa température normale de fonctionnement, le soufflet se dilate, entraînant ainsi par une tringlerie l'ouverture de la soupape, située près du sommet du moteur. À mesure que cette soupape s'ouvre, elle permet au ventilateur d'envoyer plus d'air vers les ailettes des cylindres et de la culasse. L'air absorbe l'excès de chaleur et l'achemine à travers une ouverture pratiquée dans la partie inférieure arrière des tuyères.

#### **h-2 Refroidissement par eau :**

Dans le cas d'un moteur refroidi par eau, une canalisation appelée chemise d'eau entoure chaque cylindre. La chaleur de combustion pénètre dans les parois de cylindre pour être cédée à l'eau contenue dans ces chemises. L'eau sort des chemises d'eau, se refroidit et

retourne ensuite aux chemises d'eau pour y recueillir plus de chaleur. Cette circulation maintient une température de fonctionnement sûre et prévient tout dommage aux pièces du moteur.

On maintient une température de fonctionnement efficace en contrôlant la circulation d'eau à l'aide d'un thermostat. Ce thermostat est une soupape commandée par la chaleur, installée dans le boyau supérieur du radiateur.

Lorsque le moteur est froid, la soupape du thermostat est fermée et le liquide de refroidissement ne circule pas dans le radiateur. À mesure que le moteur se réchauffe, cette soupape s'ouvre, permettant ainsi une circulation de liquide suffisante pour maintenir des températures de fonctionnement adéquates.

Les figures I-1, I-2 et I-3 montrent la disposition de ces organes sur des moteurs classiques.

## 2. Cycles thermodynamiques d'un moteur à combustion interne : [3,4,5]

Tous les moteurs à explosion fonctionnent suivant un cycle à 4 temps ou à 2 temps (moteurs à 4 temps, moteurs à 2 temps) suivant que les opérations successives d'admission, de compression, de combustion et détente, et d'échappement s'effectuent en deux tours ou en un seul tour de l'arbre moteur.

### 2.1 Cycle à 4 temps :

Soit un cylindre schématique constitué par un cylindre muni de deux orifices A et E et par un piston P relié à un arbre moteur O par une bielle PM articulée sur une manivelle OM. Le piston se déplace entre deux positions extrêmes dites : point mort haut (PMH) et point mort bas (PMB) (fig.I-4).

Partons du point mort haut

**Premier temps : Admission.** - L'orifice A est ouvert, mettant en communication le cylindre avec le mélange gazeux préparé pour y être introduit l'orifice E est fermé. Le piston se déplace de haut en bas. L'extrémité M de la manivelle partant de la position H correspondant au P. M. H., tourne en restant à droite de l'arbre O. Cette descente provoque une dépression et par conséquent une aspiration du mélange air combustible. Lorsque la bielle atteint la position B, correspondant au P. M. B. on ferme l'orifice A.

**Deuxième temps : Compression.** - Les orifices A et E sont fermés. Le piston se déplace de bas en haut. La manivelle remonte à gauche de l'arbre O. Les gaz admis au premier temps sont comprimés.

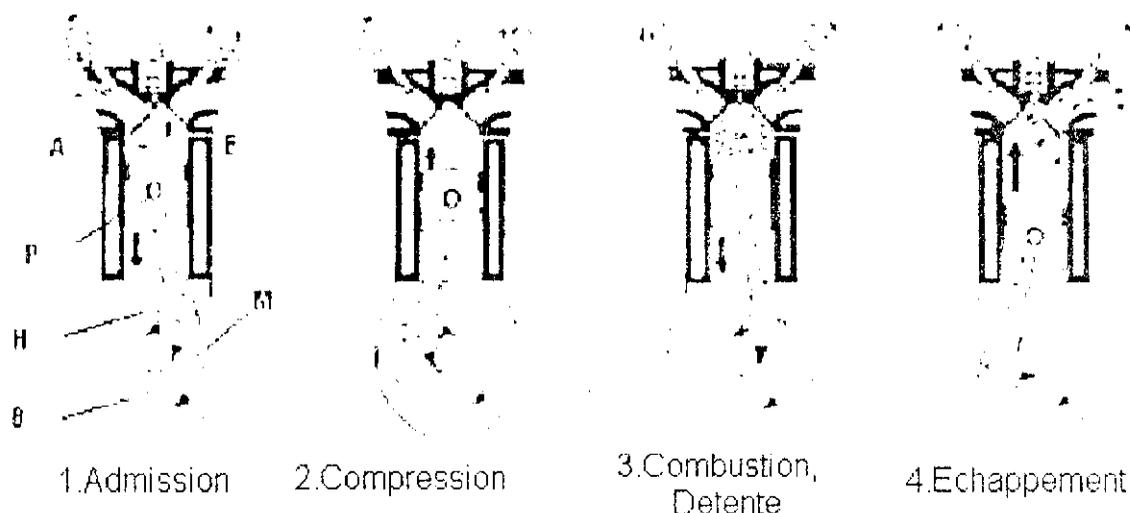


Figure I-4 Phase du cycle à 4 temps

**Troisième temps : Explosion et détente.** - Les orifices A et E restent fermés; au moment où le piston arrive au P. M. H. on fait jaillir une étincelle électrique qui provoque l'explosion du mélange gazeux comprimé. Les gaz chassent le piston vers le bas, c'est la détente. L'extrémité de la manivelle s'est déplacée comme dans le premier temps.

**Quatrième temps : Échappement.** - L'orifice E est ouvert, mettant en communication le cylindre avec l'atmosphère, l'orifice A est fermé. Les gaz s'échappent dans l'atmosphère chassés par le mouvement du piston de bas en haut. Quand le piston est parvenu au P. M. H. on ferme l'orifice E. L'extrémité de la manivelle pendant ce quatrième temps s'est déplacée comme durant le deuxième temps.

Il résulte de ce fonctionnement que le moteur est à simple effet, c'est-à-dire que la pression qui entretient le mouvement ne se fait sentir que sur l'une des faces du piston.

Le moteur ainsi réalisé fonctionne selon une succession de transformations nécessaires à son fonctionnement, constituant ainsi ce qu'on appelle «cycle». (Ensemble des transformations physiques, mécaniques, chimiques à la fin desquelles la machine se retrouve dans le même état qu'au début). Un cycle comprend donc l'introduction du mélange, sa compression, son inflammation provoquant la détente motrice et l'expulsion des résidus du mélange brûlé.

Chaque temps du cycle correspond à une course complète du piston, soit de haut en bas, soit de bas en haut. Pendant un cycle à 4 temps, le piston fait quatre courses, deux ascendantes et deux descendantes; la manivelle fait deux révolutions autour de l'arbre moteur; l'arbre moteur exécute deux tours complets autour de son axe (720 degrés).

### 2.1.1 Représentation graphique du cycle

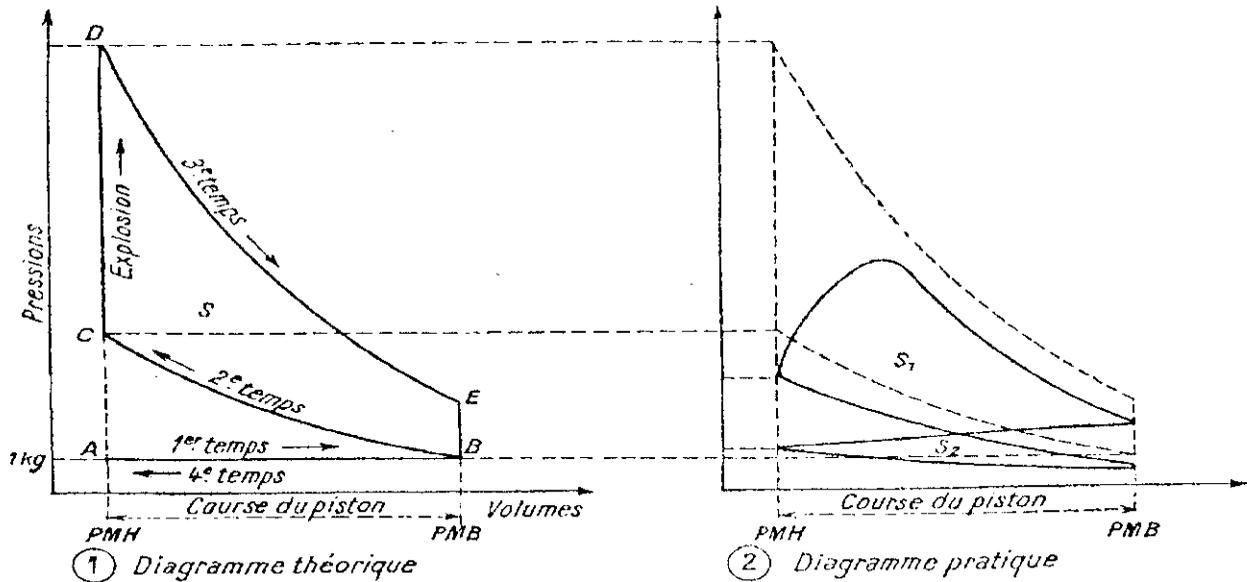


Figure I-5 Diagrammes moteur à 4 temps

#### a) Diagramme théorique.

Le diagramme est la courbe représentant la variation des pressions qui s'exercent sur le piston en fonction des déplacements de ce dernier.

Si on considère le fonctionnement du moteur précédent en portant les déplacements en abscisses et les pressions en ordonnées on peut ainsi tracer la courbe

- pendant le premier temps (admission) il y a communication entre l'atmosphère et le cylindre, la pression est donc sensiblement égale à la pression atmosphérique, la représentation graphique est la droite AB ;

- pendant le deuxième temps (compression), la pression croît et on obtient une courbe de compression adiabatique BC ( $pv^\gamma = \text{constante}$ );

au P. M. H., l'explosion provoque une brusque augmentation de pression CD sans modification de volume;

- pendant le troisième temps le volume des gaz augmente avec le déplacement du piston, on obtient une détente adiabatique DE;

au P. M. B. la soupape d'échappement s'ouvre, on obtient la chute de pression EB, la pression à l'intérieur du cylindre s'équilibrant avec la pression atmosphérique.

- pendant le quatrième temps, la soupape d'échappement étant ouverte, le piston refoule les gaz à la pression atmosphérique (droite BA).

L'aire limitée par le diagramme représente le travail de la machine pendant un cycle. L'étude du diagramme donné par un moteur permet donc de perfectionner son réglage et d'améliorer ainsi sa puissance et son rendement.

La figure I-5-1 représente le diagramme théorique du cycle à quatre temps tel qu'il a été défini précédemment.

#### **b) Diagramme pratique.**

Si on considère le diagramme concrétisé par un appareil enregistreur on constate qu'il est nettement différent du diagramme théorique de la figure I-5-1, du fait que l'on a fait lors du fonctionnement quatre hypothèses inexactes

- inertie des gaz supposée nulle;
- levée instantanée des soupapes d'où équilibre de pression instantané entre l'atmosphère et l'intérieur du cylindre;
- combustion instantanée du mélange gazeux; - compression et détente adiabatique, c'est-à-dire sans échange de chaleur entre les masses gazeuses et les parois du cylindre. Or, pratiquement ,figure I-5-2.
  - au premier temps : la pression se maintient au-dessous de la pression atmosphérique (1);
  - au deuxième temps : la pression finale est inférieure à la pression théorique C, car le volume du gaz admis est moindre que précédemment (aspiration du mélange, inertie) et il y a échange de chaleur avec le cylindre ;
  - au troisième temps : la combustion n'étant pas instantanée, le piston a eu le temps de se déplacer, la masse gazeuse aura cédé un peu de chaleur aux parois, la pression maximale atteinte est inférieure à la pression théorique D et est atteinte plus tardivement .Il y a également échange de chaleur entre les gaz et le cylindre.
  - au quatrième temps : l'équilibre des pressions ne se fait pas instantanément, la courbe sera au-dessus de la pression atmosphérique.

On voit, en considérant le diagramme pratique, que l'aire représentant le travail (surface  $S$ , travail moteur, moins surface  $S_2$  travail résistant) effectué par le moteur est nettement moindre que celle représentant le travail qu'il devrait donner théoriquement (surface  $S$  de la figurine I-5-1).

### c) Réglage de la distribution et de l'allumage. Diagramme réel.

Le but du réglage de la distribution et du point d'allumage est d'améliorer le fonctionnement du moteur pour rapprocher le travail effectif du travail théorique. Ce but est atteint en modifiant les instants où se produisent l'ouverture et la fermeture des soupapes et où l'étincelle enflamme le mélange. Le diagramme réel est celui représenté en gras dans figure I-6 .

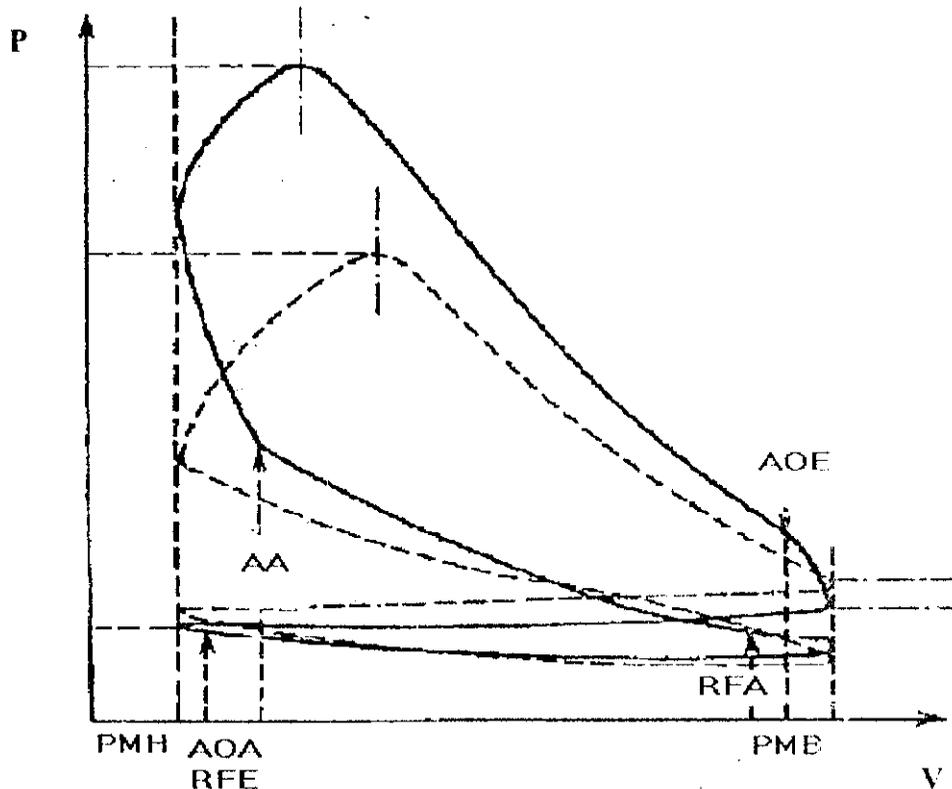


Figure I-6 Diagramme après réglage

PMH : point mort haut.      AOA : avance ouverture admission.      AA : avance à l'allumage

PMB : point mort bas      RFE : retard fermeture échappement.      RFA : retard fermeture admission

AOE : avance ouverture échappement.

## 2.2 Le cycle à 2 temps :

Le moteur à 2 temps fonctionne comme le moteur à 4 temps suivant le cycle à 4 phases ; mais celles-ci s'effectuent en deux courses du piston, c'est à dire un tour de vilebrequin.

Le piston travaille non seulement du côté de sa face supérieure, mais aussi sa face inférieure, contrairement à ce qui se produit dans le moteur à 4 temps où tout se passe au dessus du piston.

Le type de moteur à essence 2 temps le plus répandu est représenté par les figure I-7 et I-8.

La distribution s'effectue par le piston qui découvre ou ferme, en temps opportun, trois lumières pratiquées dans les parois du cylindre.

Le carter d'un moteur 2 temps doit être étanche et d'un volume réduit, car il constitue la chambre d'aspiration.

Les phases du cycle à 2 temps sont les suivantes :

**1<sup>er</sup> temps :** Compression dans le cylindre - Aspiration dans le carter.

Le piston monte et comprime le gaz dans la chambre de combustion. Le carter étant étanche, la montée du piston va provoquer une dépression dans celui-ci et, lorsque la lumière C (fig. I-8-1) sera découverte, un courant d'aspiration de gaz frais va s'établir du carburateur au carter.

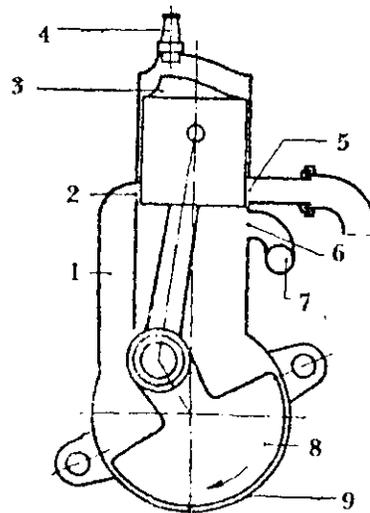


Fig. I-7. Moteur à 2 temps

1. Conduit de balayage. 2. Orifice de balayage.

3. Déflecteur. 4. Bougie. 5. Orifice d'échappement. 6. Orifice d'admission. 7. Vers le carburateur. 8. Contrepoids. 9. Carter

**2<sup>ème</sup> temps :** Détente - Echappement - Admission dans le cylindre.

Au P.M.H., les gaz sont enflammés et la course motrice commence et se continue jusqu'à l'ouverture de la lumière d'échappement B (fig. I-8-3).

Pendant cette période, après la fermeture de la lumière d'aspiration C, les gaz aspirés dans le carter sont légèrement comprimés.

Les gaz brûlés, encore sous pression, s'échappent brusquement et créent dans le fond du cylindre une dépression.

Peu de temps après le début d'échappement, le piston découvre la lumière du canal de transfert A (fig. I-8-4). Le cylindre est mis en communication avec le carter, et les gaz frais légèrement comprimés dans ce dernier par la descente du piston s'introduisent dans le

L'échappement et l'admission dans le cylindre s'effectuent simultanément.

Pour que les gaz frais ne s'échappent pas en même temps que les gaz brûlés, on les dirige vers le haut du cylindre grâce au déflecteur dont est muni le piston.

Les gaz frais vont donc se diriger vers le haut du cylindre et chasser ainsi les gaz brûlés qui resteraient encore dans le cylindre (balayage). Le cycle peut alors recommencer.

De ce qui précède, il résulte que, dans un moteur à 2 et 4 temps, le mélange gazeux ne pénètre pas directement dans le cylindre, mais remplit d'abord le carter pour être ensuite envoyé sous pression dans le cylindre. Les gaz brûlés quittent le cylindre sous l'effet de leur pression propre d'abord, de l'action des gaz frais ensuite qui pénètrent dans le cylindre avec une certaine pression. Le cycle à 4 phases est ainsi réalisé en deux temps, c'est-à-dire en deux courses du piston ou un tour de l'arbre moteur. Un tel moteur est dit à balayage transversal.

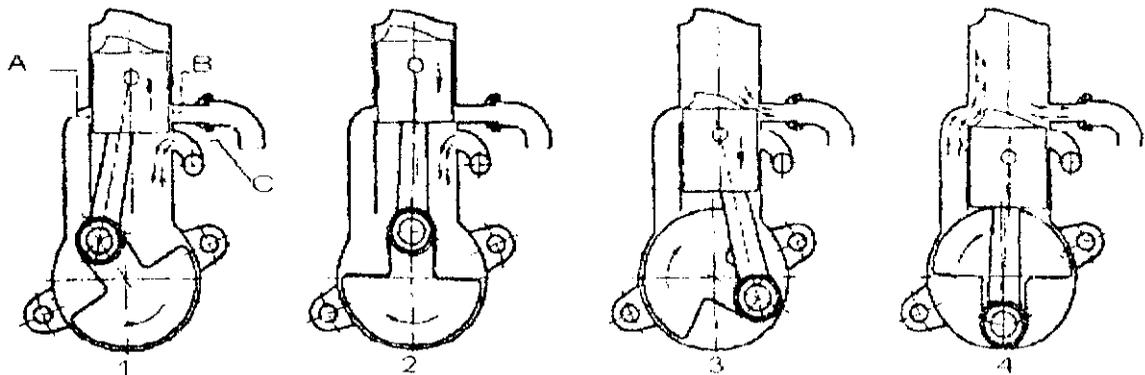


Figure I-8 Phases du cycle à 2 temps .

La solution du problème de transfert de chaleur dans les moteurs à combustion internes (M.C.I) se trouve difficile pour les raisons suivantes :

1 - La température des gaz dans les cylindres varie cycliquement.

2 - Les pièces du moteur comme le piston ont une forme cylindrique non régulière, et sont dépendantes de différentes températures et de différents coefficients de transfert de chaleur du haut, du bas et des cotés latéraux..

L'estimation des valeurs exactes de température et des coefficients de transfert de chaleur n'est pas une tâche facile.

## 1. Origine de la chaleur interne [6.7]

L'énergie calorifique qui se propage au sein des structures provient de deux sources :

- La combustion.
- Les frottements.

### 1.1 Combustion

Considérée comme la plus importante des deux sources de chaleur, elle se dégage, en un temps très court, à un instant donné du cycle.

La température maximale des gaz se situe, en général, 20° après le Point Mort Haut. Cette température dépend principalement de la température de l'air admis au cylindre, et de la quantité de combustible brûlé dans le mélange.

Le **flux thermique** traversant l'unité de surface de paroi par unité de temps (selon le modèle Newtonien ) est proportionnel à :

- a) La différence de température existant entre les gaz chauds et la portion de surface considérée ;
- b) Au coefficient de transfert thermique, celui-ci croit :
  - Avec la vitesse de déplacement des gaz, donc avec la turbulence des gaz et avec la vitesse de rotation du moteur.
  - Avec la pression de ces gaz, donc avec le couple moteur. Eichelberg [6] a proposé la relation du coefficient de transfert  $h = 2.1\sqrt{V_g}\sqrt{P_g T_g}$ ,  $V_g, P_g, T_g$  désignant respectivement la vitesse, la pression et la température absolue des gaz. Il a ainsi déterminé, pour un cycle diesel lent (211 tr/mn) fonctionnant à une pression moyenne effective de 7

bars, le coefficient  $h$  (kcal /m<sup>2</sup>. h.°C) qui est de 80 en fin d'aspiration, de 230 durant la compression, de 550 durant la détente et de 113 durant l'échappement, le coefficient moyen au cours du cycle étant de 243 :

- Avec la propriété de la surface.

Le flux thermique global varie avec le type de chambre de combustion. La **température** de la face interne d'une paroi extérieurement refroidie est fonction

- du flux thermique ci-dessus.
- de la température du fluide réfrigérant
- du coefficient de transfert thermique entre fluide réfrigérant et paroi externe (vitesse et pression du fluide, nature du fluide : glycol, propriété de la paroi : tartre, etc.).

La conductibilité thermique du matériau constituant la structure fixe l'écart entre les températures des faces chaude et froide, conjointement avec l'épaisseur de cette structure.

Quelle que soit l'importance fonctionnelle des impératifs fixant les valeurs des températures des parois limites des structures, il faut, avant tout, bien se convaincre que ces structures sont l'objet de flux thermique et que, en conséquence, toute réduction de leur conductibilité thermique se traduit par un accroissement tant de l'écart des températures que des déformations et contraintes thermiques. Ces dernières valeurs étant elles-mêmes fonction de la dilatation linéaire  $\alpha$  et du module d'élasticité du matériau. [6]

## 1.2 Frottements

L'énergie calorifique engendrée par le déplacement du piston dans la chemise est presque entièrement évacuée par la chemise.

L'énergie calorifique née au sein des assemblages tournants est évacuée presque intégralement dans l'huile retournant au carter. Cette huile doit être refroidie puisqu'il faut en limiter la température de l'huile entrant dans les assemblages à une valeur telle que la viscosité de l'huile soit suffisamment élevée pour assurer une épaisseur du film d'huile capable de toujours faire face aux aberrations géométriques de l'assemblage [7]

### 1.3. Répartition des flux thermiques évacués par les parois

La température des gaz de combustion est, au premier chef, fonction de la masse d'air utilisée pour brûler le combustible.

L'énergie thermique dégagée par unité de volume de chambre est fonction du couple demandé au moteur.

La culasse est l'organe qui évacue le plus grand flux thermique par unité de surface et par unité de temps, la soupape d'échappement est la pièce de moteur qui est la plus thermiquement chargée.

Le piston est également thermiquement très chargé; le choix d'un matériau, l'aluminium, ayant un coefficient de conductivité thermique très élevé, limite les températures maximales à une valeur admissible tant que la densité de flux thermique n'est pas trop élevée. Au-delà d'un certain niveau, un refroidissement forcé par circulation interne d'huile s'impose; lorsque le refroidissement forcé est mis en œuvre, l'aluminium perd de son intérêt.

Le haut de chemise est thermiquement très chargé; le bas l'est peu car il n'est soumis qu'à des gaz détendus à faible vitesse et ayant déjà perdu une quantité d'énergie calorifique prélevé par les parois. Ce taux d'énergie prélevé aux gaz en cours de détente est fonction du rapport entre la surface des parois du cylindre moteur et la masse de gaz chauds contenus dans ce cylindre. Ce rapport, proportionnel  $D^2/D^3$ , étant d'autant plus faible que l'alésage est plus grand, la température moyenne des gaz en cours de détente croît donc avec l'alésage ( $D$  désigne le diamètre de la chemise). En conséquences, les températures moyennes des structures des moteurs géométriquement semblables pourvus de circuits de refroidissement homologues croissent donc avec l'alésage. Les soupapes d'échappement sont particulièrement sensibles à cet effet d'échelle.

Lorsque l'alésage croît, il faut abaisser la température des gaz d'échappement (limiter le couple, augmenter le balayage). Le cas des soupapes d'échappement est d'ailleurs particulier du fait de la précarité de leur refroidissement; la conductibilité du matériau intervient peu sur la température; ce qui importe c'est la résistance à chaud de ce matériau.

A quantité globale d'énergie calorifique évacuée, la distribution de la chaleur traversant les structures varie avec le rapport de la course sur l'alésage; lorsque ce rapport diminue, on constate – ce qui est logique – que les quantités d'énergie évacuées par le piston et la culasse croissent, tandis que celle évacuée par la chemise diminue. Il faut donc particulièrement soigner le refroidissement des pistons et culasses des moteurs hyper carrés.

Bien que le refroidissement interne du piston ne modifie que peu, en fait, la température de la surface de la tête de piston, il n'en reste pas moins que, à énergie globale constante évacuée par refroidissement, la quantité évacuée par le piston augmente, provoquant une élévation de la température de l'huile. Tout refroidissement de piston doit entraîner un accroissement de la capacité de réfrigérant d'huile si l'on ne veut courir des risques de difficultés dans les coussinets. Ceci est parfois perdu de vue.[7]

## 2. Bilan énergétique

Le **bilan énergétique** d'un moteur met en évidence des transferts thermiques dans le liquide de refroidissement et l'huile de graissage.[8]

La quantité d'énergie introduite dans le moteur sous forme de carburant peut être évaluée en multipliant la masse de carburant consommé par son pouvoir calorifique. Cette énergie se transforme au cours d'un cycle moteur pour une part en travail, pour une autre en chaleur transmise au milieu extérieur à travers les parois et enfin en enthalpie évacuée avec les gaz d'échappement. La répartition dépend des conditions de fonctionnement et toute action sur l'un des postes a une incidence sur les deux autres. Ainsi la suppression des transferts thermiques se traduirait, certes, par un accroissement du travail sur l'arbre, mais surtout par une augmentation de l'énergie d'échappement.[3]

### 2.1. Bilan thermodynamique [3]

Le **bilan thermodynamique** (figure II.1) d'un moteur ne fait apparaître que les trois partitions : le travail indiqué, l'enthalpie échappement et la chaleur transférée aux parois.

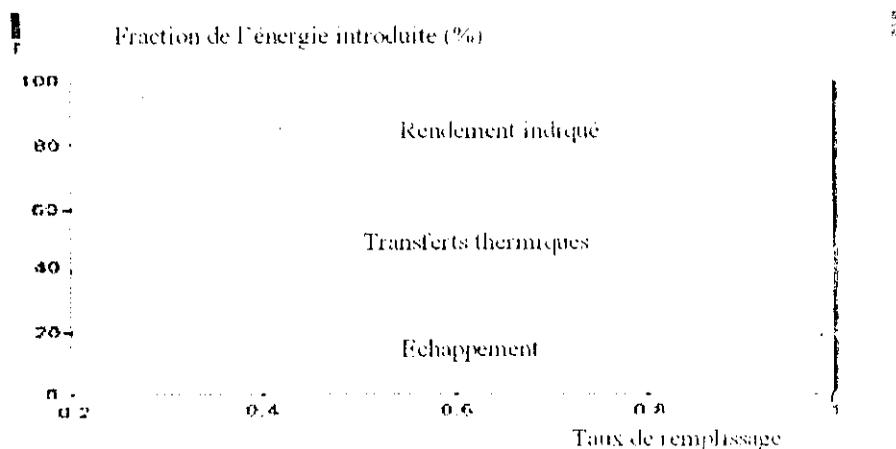


Figure (II.1) : Bilan thermodynamique d'un moteur en fonction de la charge (iso vitesse)

## 2.2. Bilan thermique[8]

Nous présentons ici les différents échanges qui s'effectuent dans un moteur à combustion interne pour le domaine représenté ci-dessous

### 2.2.1. Échange thermique gaz-parois internes.

Le métal des parois est maintenu, pour résister mécaniquement, à une température nettement inférieure à celle des gaz. Il en résulte un échange thermique, schématisé en figure II-2, pour une chambre de combustion dont les parois en contact avec les gaz sont décomposées en zones offrant chacune une surface d'échange  $S$ :

- pipes d'admission (I),
- pipes d'échappement (II),
- fonds de culasse et soupapes (III),
- plats des pistons (IV),
- chemises (V).

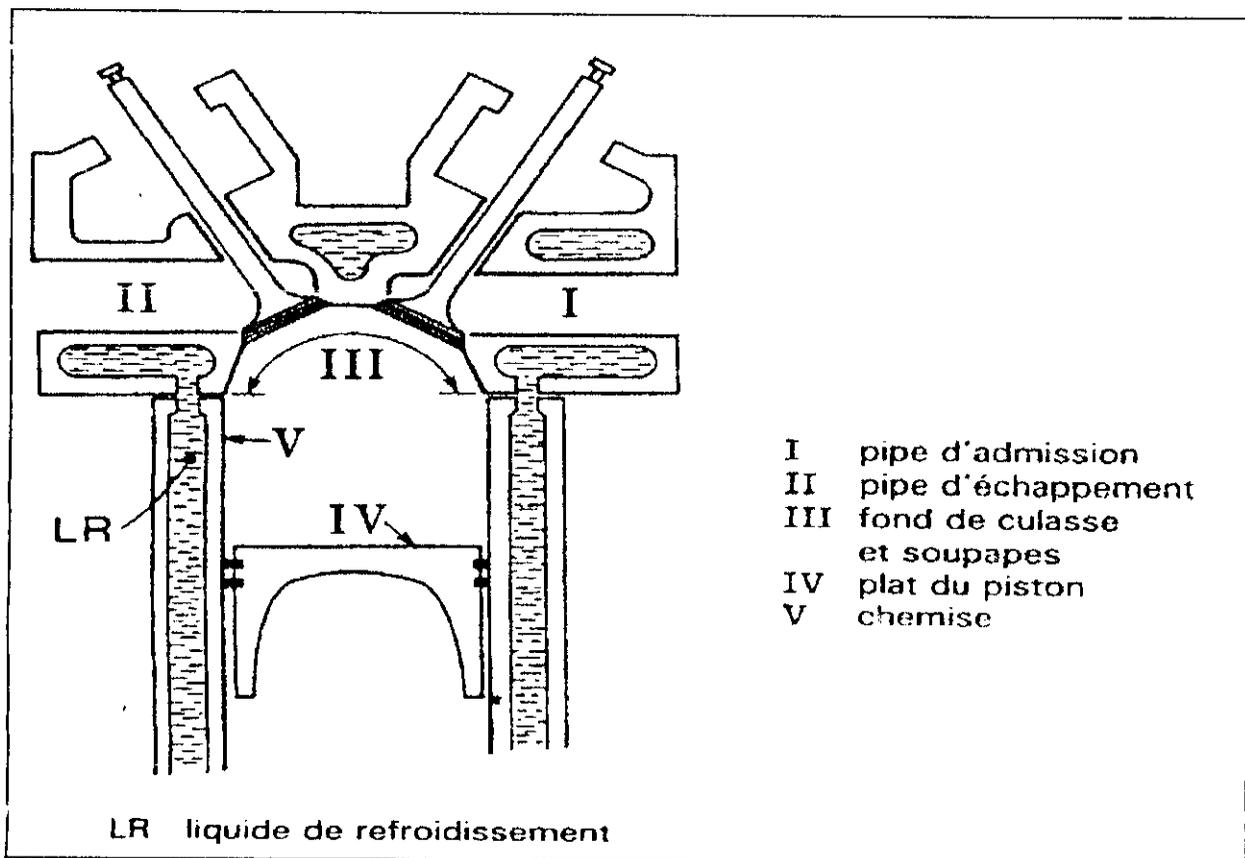


Fig. II.2. - Zones d'échange gaz-parois internes.

Pour chacune de ces zones, la température des gaz  $\theta_G$ , la température des parois  $\theta_P$ , et le coefficient d'échange thermique  $h_G$  varient en chaque point de la surface  $S$  et à chaque instant  $t$  du cycle.

Le flux thermique total transmis aux parois  $\Phi_G$  provient des quantités de chaleur  $Q$  de valeurs élémentaires:

$$d^3Q = h_G \cdot dS \cdot (\theta_G - \theta_P) dt \quad (II.1)$$

intégrées:

- sur la surface  $S$  de chaque zone,
- sur un cycle complet, puis étendues:
- à la somme des zones,
- au nombre de cycles par seconde.

Le transfert thermique se fait par convection-rayonnement, et différentes expressions du coefficient d'échange  $h_G$  ont été proposées (comme nous le verrons plus loin) pour tenir compte

- du régime d'écoulement des gaz, - des caractéristiques des gaz,
- de l'énergie libérée par la combustion et de la vitesse de propagation de cette dernière.

A faible régime de rotation, pour les moteurs usuels, le coefficient moyen  $\hat{h}_G$  serait de 0,3 à 0,5 kW/(m<sup>2</sup>. K), fig. II.3.

### 2.2.2. Pertes thermiques dues aux frictions. .

Les frottements des gaz, au cours de leur écoulement dans le moteur, produisent des échauffements et des pertes de charge difficilement séparables des changements de température et de pression, beaucoup plus importants, dus à la compression, à la combustion et à la détente.

Une partie des pertes aérodynamiques est donc incluse dans le flux thermique  $\Phi_G$  transmis aux parois internes du moteur.

Les frottements mécaniques génèrent un flux thermique qui, en simplifiant, se compose de:

- $\Phi_{M1}$  produit par le frottement des pistons,
- $\Phi_{M2}$  directement généré dans l'huile de graissage au niveau de l'ensemble bielles-vilebrequin, dans la distribution et dans les auxiliaires (pompes et canalisations d'huile, palier du turbocompresseur, etc.).[8]

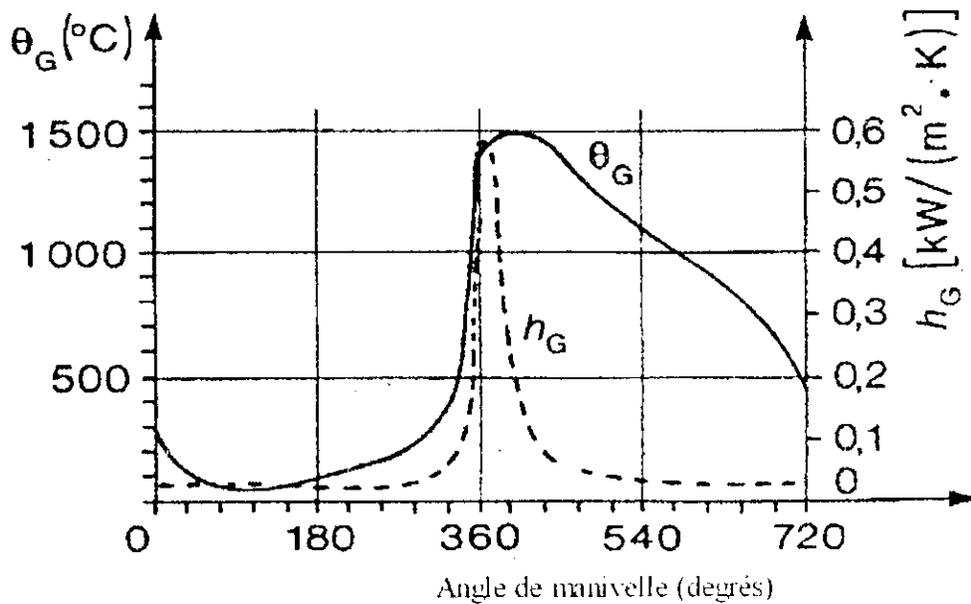


Fig. II.3. - Variations de la température et du coefficient d'échange au cours du cycle.

### 2.2.3. Transferts secondaires. Bilan interne.

La chaleur venant des gaz et reçue par les pistons est transmise par conduction :

- d'une part, aux jupes des pistons et s'ajoute à celle produite par les frottements sur les chemises pour être dissipée principalement dans le métal des cylindres et fractionnairement dans l'huile;

- d'autre part, aux fonds des pistons d'où elle se dissipe dans l'huile (en particulier lorsque les pistons sont refroidis).

Un transfert secondaire de même nature se produit au niveau des soupapes.

L'huile de graissage reçoit donc un flux thermique:

$$\Phi_{II} = a (\Phi_G + \Phi_{M1}) + \Phi_{M2} \quad (II.2)$$

et les parois internes reçoivent quant à elles:

$$\Phi_I = (1 - a) (\Phi_G + \Phi_{M1}) \quad (II.3)$$

Le ratio de répartition a vaut environ :

- 0,02 pour les pistons non refroidis,
- 0,05 pour les pistons refroidis.

Le flux thermique  $\Phi_L$  est transmis par conduction à travers les parois et se dissipe par convection dans le liquide de refroidissement (ou l'air ambiant dans les moteurs refroidis par air). Pour la partie (1 - a)  $\Phi_G$  du flux provenant des gaz, le moteur peut être assimilé à un échangeur dont la résistance thermique est constituée approximativement:

- pour 70% par les échanges gaz-parois internes,
- pour 10 % par la traversée des parois,
- pour 20% par les échanges parois-liquide.

La répartition (en pour-cent) du flux  $\Phi_L$  selon les zones d'un moteur et selon les phases de son cycle de fonctionnement ne peut être qu'estimée[8]

#### 2.2.4. Transferts internes huile-liquide.

L'huile de graissage et le liquide de refroidissement ne sont pas les mêmes températures. Il en résulte, principalement dans la culasse, un échange de chaleur interne au moteur entre ces deux fluides. Ce flux thermique interne échangé  $\Phi_I$  étant algébriquement proportionnel à l'écart ( $\theta'_{II} - \theta'_{L}$ ) entre la température de l'huile et celle du liquide de refroidissement, le bilan des transferts devient:

$$\begin{aligned} \Phi'_{II} &= \Phi_{II} - \Phi_I && \text{pour l'huile de graissage,} \\ \Phi'_{L} &= \Phi_{II} + \Phi_I && \text{pour le liquide de refroidissement,} \end{aligned}$$

ou encore

$$\Phi'_{II} = a (\Phi_G + \Phi_{M1}) + \Phi_{M2} - \Phi_L \tag{II.4}$$

$$\Phi'_{L} = (1 - a) (\Phi_G + \Phi_{M1}) + \Phi_L \tag{II.5}$$

#### 2.2.5. Échange thermique avec le fluide de refroidissement :

La chaleur transmise aux différentes structures du moteur est importante, provenant de l'accroissement brusque de la températures des gaz qui peuvent atteindre 2000 °C, ce qui est

généralement le cas dans les moteurs diesel à forte puissance, ce processus se produit en un temps très court. En contact avec ces gaz, les organes internes moteur, celle de la culasse et du haut des chemises notamment, s'échauffent et prennent des températures pouvant dépasser 200 °C, sans oublier également l'organe mobile le plus thermiquement sollicité à savoir la soupape d'échappement.

Ces conditions de fonctionnement, peuvent engendrer des phénomènes qui peuvent mener à la détérioration du moteur, par exemple : [9]

- 1- Des dilatations exagérées qui rendraient impossible le fonctionnement du moteur par suite à une diminution des jeux.
- 2- Des contraintes d'origine thermiques qui provoquent des fissures destructrices des organes du moteur.
- 3- La modification des propriétés des matériaux (dureté, résilience, etc.) selon la température atteinte et la durée de l'échauffement.
- 4- Carbonisation et destruction des propriétés lubrifiantes des huiles de graissages qui entraînerait le grippage du piston et du cylindre.
- 5- Apparition du phénomène du cognement dû à l'augmentation de pression résultant de l'augmentation de température.
- 6- La diminution du taux de remplissage des cylindres par suite de la dilatation des gaz frais.
- 7- Des risques accrus d'auto-allumage.

Le refroidissement des pièces constituant la chambre de combustion est donc nécessaire pour dissiper la quantité de chaleur issues de la combustion.

Les exigences de cette opération sont

- 1- Permettre un niveau et des gradients de températures inférieure à la limite thermique admissible dans les matériaux du bloc et de la culasse.
- 2- Utiliser la chaleur transférée des parois au liquide de refroidissement pour chauffer de manière satisfaisante l'habitacle et donc assurer un bon confort thermique.
- 3- Refroidir l'air d'admission afin que le remplissage volumétrique du moteur soit optimum et refroidir l'huile moteur en régime de fonctionnement extrême.

Le refroidissement peut aussi être caractérisé par : [8]

- Le flux thermique ou quantité de chaleur à évacuer par unité de temps.
- La température de la paroi ou du fluide qui est à obtenir ou à contrôler.
- La nature et la température du milieu dont on dispose pour rejeter la chaleur

### 2.2.6. Facteurs engendrant une bonne transmission de chaleur :

Une bonne transmission de chaleur à travers une paroi, nécessite : [9]

- 1°) Le métal de la paroi doit être bon conducteur.
- 2°) La paroi doit être mince tout en offrant une grande surface de contact au fluide réfrigérant.
- 3°) Le fluide réfrigérant doit circuler à grande vitesse pour évacuer la chaleur au fur et à mesure.
- 4°) Chaleur spécifique élevée.
- 5°) Le refroidissement est d'autant plus facile à réaliser que la température extérieure est plus basse.

### 2.2.7. Calcul du coefficient h : [10]

La détermination du coefficient de transfert est obtenue généralement à l'aide des formules empiriques et semi-empirique :

#### 2.2.7.1. Formules semi-empiriques :

*A-Formule de W.Nusselt (1923)*

Dans le cas du moteur Diesel, Nusselt déduit que la fraction correspondant au rayonnement  $Q_r$  est nettement inférieure au 5 % admissible . La valeur de  $b^*$  est parfois surestimée, mais reste conservée si jamais le deuxième terme est annulé ( $Q_r=0$  ).

$$\frac{dQ}{dt} = h_0 A (1 + b^* V_p) (T_p - T_g) + CA \left[ \left( \frac{T_p}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_g}{100} \right)^4 \right] \quad (II.6)$$

$$\text{où : } h_0 = 0.54 * 10^{-3} \sqrt[3]{P_g^2 T_g}$$

$$b^* = 1.24 \text{ et } C = 0.42 \text{ [moteur gaz-50 Cv-160 tr/mn- } V_p = 202 \text{ m/s]}$$

$V_p$  : Vitesse moyenne du piston [m/s]

Nusselt considère que cette formule est satisfaisante pour la phase de compression, mais moins bonne pour le reste du cycle.

Cette expression présente des défaillances dans le cas des moteurs rapides car  $V_p \neq V_p'$ , elle est d'ailleurs peu utilisée, néanmoins elle a servi de base à quelques formules utilisées en littérature russe, en particulier celle de Briling.

#### *B-Formule de Briling:*

De nombreux chercheurs ont utilisé la formule de BRILING pour des moteurs de différents types en adaptant les coefficients a et b aux cas considérés. Ainsi B.G LIBROVITCH et N.N. BRYZGOV ont obtenu pour un quatre temps à préchambre (D=140 mm, L=190 mm, N=800 tr /mn) a=3,5 , b=0,185 ; pour un quatre temps monocylindre à chambre de turbulence ( D=100 mm, L=140 mm, N=1100 tr/mn) : a=4,2 , b=0,185 . La détermination de a et b est délicate, il faut déterminer la quantité de chaleur transmise à l'eau de refroidissement  $Q_{eau}$ .

$$Q^* = \frac{dQ}{dt} = h_0 A (1 + a + bV_p) (T_p - T_g) + CA \left[ \left( \frac{T_p}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_g}{100} \right)^4 \right] \quad (II.7)$$

avec

$$h_0 = 0.54 * 10^{-3} \sqrt{P_g^2 T_g}$$

$$a = 1.45 , \quad b = 0.185 , \quad C = 0.42$$

a : Terme qui tient compte de la formation des tourbillons par la pulvérisation du combustible, généralement on prend pour a le nombre de **Ricardo** (Vitesse de rotation de la masse gazeuse contenue dans le cylindre rapportée à la vitesse de rotation du moteur).

L'expression de Briling a été déterminée sur un moteur lent, il est possible de l'ajuster sur un moteur plus rapide.

La valeur de C est surestimée pour les mêmes raisons que dans le cas de la formule de Nusselt ( $\varepsilon_p = 1$  au lieu que  $\varepsilon_p < 1$ ).

$\varepsilon_p$  représente l'émissivité de la paroi

#### *C- formule de G.Eichelberg (1923) :*

Cette formule est importante car elle est à la base des formules élaborées aux U.S.A et en Europe . Elle fut validée par HUG , ainsi que K.ELSER et T.OGURI pour des moteurs lents.

N. A. HENEIN a remplacé  $V_p$  par la vitesse instantanée tenant compte du mouvement axial et tourbillonnaire du mélange air-combustible contenu dans le cylindre.

La vitesse moyenne du piston  $V_p$  intervient dans la formule avec l'exposant  $n=0,33$ , or nous verrons que dans les travaux plus récents  $n$  est compris le plus souvent entre 0,5 et 0,8. La formule d'EICHEMBERG tient compte des deux phénomènes de transfert (convection et rayonnement) bien que ceux-ci varient différemment au cours du cycle.

Les valeurs du coefficient de transfert obtenues suivants N.R. BRILING sont plus petites que celles suivant G.EICHEMBERG.

$$Q^* = \frac{dQ}{dt} = 7,78 * 10^{-3} \sqrt{P_s T_s} \sqrt{V_p} (T_p - T_g) A \quad (II.8)$$

la formule donne de bon résultats pour les moteurs lents, mais diverge pour les moteurs rapides.

**D- Formule de W. Pflaum:**

*\* Formule 1 (1951)*

$$Q^* = \frac{dQ}{dt} = kf(V_p)A\sqrt{P_s T_s} (T_p - T_g) \quad (II.9)$$

$$f(V_p) = 3 \pm 2,57[1 - \exp \pm (1,5 - 0,416V_p)]$$

(Signe + si  $V_p > 3,6$  m/s)

Le terme  $k$  tient compte de la pression de suralimentation  $P_1$  et varie suivant les parties de la chambre de combustion.

$$k = 1,10 + 0,366 \frac{P_1 - P_0}{P_0} \quad \text{pour la culasse}$$

$$k = 0,36 + 0,12 \frac{P_1 - P_0}{P_0} \quad \text{pour la chemise}$$

$P_0$ : Pression sans combustion

**\*\* Formule 2 (1961)**

$$Q^* = \frac{dQ}{dt} = kf(V_p)A\sqrt{\overline{P_s T_s}}(T_p - T_s)$$

$$f(V_p) = 6.2 - 5.2(5.7)^{-0.11 + 0.017V_p^{0.2}} + 0.025V_p^2 \quad (II.10)$$

$$k = 0.145 * 10^{-3} P_1^{1.4}$$

Pour la tête du piston

**2.2.7.2. Validité des formules semi-empiriques :**

- La turbulence, bien qu'importante, est seulement approchée par l'utilisation de la vitesse moyenne du piston.
- Elles présentent une spécificité pour les moteurs qui ont servi de base pour leur élaboration, ce qui fait qu'une généralisation pour d'autres moteurs s'avère difficile.

**2.2.7.3. Corrélations adimensionnelles (relations empiriques) :***A- Formule de K.Elser (1954):*

K.ELSER a repris les travaux de G.EICHELBERG et W.PFLAUM avec des appareils de mesure plus évolués, et avec des thermocouples de surface sur un moteur 2 temps et sur un moteur quatre temps à chambre ouverte. Il s'est servi de l'analyse dimensionnelle comme support pour obtenir la relation empirique.

$$Nu = 6.5(1 + 0.5 \frac{\Delta S}{C_p})(Re Pr)^{0.5} \quad (II.11)$$

$$h = 6.5(1 + 0.5 \frac{\Delta S}{C_p}) \sqrt{\frac{\rho^2 C_p K}{L}}$$

$\Delta S$  : Augmentation de l'entropie par unité de masse depuis le début de la compression

$K'$  : Conductivité thermique (dépend de l'organe en question)

$\rho$  : Masse volumique

La grandeur caractéristique utilisée (L) est la course

Les propriétés des gaz sont prises à la température moyenne  $T_m = \frac{T_p + T_s}{2}$

V: Vitesse qui n'est pas forcément la vitesse moyenne du piston

Elser trouve que son expression convient bien pour un moteur deux temps, mais moins bien pour un quatre temps.

*B- Formule de A.A.Chircov et de B.S. Stefanovski (1958) :*

CHIRKOV et STEFANOVSKI critiquent la formule de BRILING : elle n'est pas adimensionnelle, elle ne précise pas suffisamment le phénomène de rayonnement.

Quantitativement pour le flux de chaleur , ils firent une analyse dimensionnelle correcte en retenant seulement les paramètres principaux , mais ils détruisirent inexplicablement l'exactitude de leur formule finale, en sortant la course du terme représentant le diamètre , celle-ci entrant dans la constante multiplicative sous prétexte qu'elle varie peu d'un moteur à l'autre. La constante tient compte du rayonnement qui a été exprimé de l'équation du corps noir basée sur l'observation des flammes de four publiée par GURVICH en 1950 et est en contradiction avec les études de P.ADAMS (1954)

$$Nu = C^{te} D^{5/12} Re^{1/4} \quad (II.12)$$

$C^{te}$  : Constante tient compte du rayonnement

Cette formule n'est pas adimensionnelle, elle ne précise pas suffisamment le phénomène de rayonnement et elle est peu sure.

*C- Formule de T.Oguri (1960):*

C'est la formule d'Elser avec un terme complémentaire tenant compte de l'angle de rotation  $\varphi$  exprimé en degrés à partir du P.M.H

$$\frac{Nu}{\sqrt{Pe}} = 1.75 \left(1 + \frac{\Delta S}{C_p}\right) [2 + \cos(\varphi - 20)] \quad (II.13)$$

OGURI utilise un thermocouple de surface pour mesurer les températures du piston d'un petit moteur quatre temps à allumage commandé ( moteur rapide).

Il compare ses résultats à ceux de EICHELBERG à l'aide de résultats pris sur des moteurs de 900 et 400 Cv.

Cette formule est difficile à utiliser.

*D- Formule de V.D.Overbye (1960):*

$$Nu \frac{T_p - T_g}{T_0} = Pe(0.26 \frac{P}{P_0} - 0.035)10^{-4} + 0.1 \frac{P}{P_0} - 0.02 \quad (II.14)$$

avec

$$Nu = \frac{hL}{K_0}, Pe = \frac{LV_p \rho_0 C_{p0}}{K}$$

L'indice 0 se rapporte aux conditions d'admission

Cette équation est incomplète car la température des parois n'intervient pas.

*E- Formule de W.J.P. Ammand :*

$$Nu = a Re^b \text{ pour la convection} \quad (II.15)$$

$$Q^* = \frac{dQ}{dt} = AC \left[ \left( \frac{T_p}{100} \right)^4 - \left( \frac{T}{100} \right)^4 \right] \quad (II.16)$$

Pour le rayonnement où :

$$Q^* = \frac{dQ}{dt} = aA \frac{K}{\nu} Re^b (T_p - T) + AC \left[ \left( \frac{T_p}{100} \right)^4 - \left( \frac{T}{100} \right)^4 \right] \quad (II.17)$$

$\nu$  : Viscosité cinématique

Pour le moteur deux temps utilisé par K.Elser

$$a=0.76 \quad b=0.64 \quad C=3.02$$

Pour le quatre temps utilisé par le même auteur :

$$a=0.26 \quad b=0.75 \quad C=3.37$$

En conclusion :  $b=0.7$  est une bonne valeur

$a$  : varie avec la charge .

$C=0$  durant la compression .

$C \approx 3.37$  pour un moteur Diesel .

$C \approx 0.418$  pour un moteur à essence .

ANNAND considère qu'au niveau actuel des connaissances il n'est pas rationnel de déterminer le transfert de chaleur par rayonnement en fonction de l'angle de rotation , il propose de se limiter à l'évaluation de la température moyenne au cours du cycle .

*F- Formule de A.A.Chirkov et G.Sitkei:*

\*- A.A.Chirkov

$$Nu = K \sqrt{\frac{\rho M D}{\mu}} + \varepsilon_r \varepsilon_p C_0 \frac{\left(\frac{T_p}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_g}{100}\right)^4}{T_p - T_{g_m}} \quad (II.18)$$

La température déterminante  $T_{g_m} = \frac{T_p + T_g}{2}$

Ici A.A.Chirkov utilise la formule de Stéfan Boltzman où  $\varepsilon_r = \varepsilon_g + \varepsilon_f$  et le facteur d'émission du gaz et de la flamme.

$\varepsilon_p$  : Facteur d'émission de la paroi

$\varepsilon_f$  : Facteur d'émission de la flamme

$D$  : Alésage

$\mu$  : Viscosité dynamique

\*\* G.Sitkei (1962-1968)

$$h = 12.97 * 10^{-3} \frac{P_s^{0.8} W^{0.8}}{T_s^{0.53} D^{0.2}} + \varepsilon \sigma \frac{\left(\frac{T_p}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_g}{100}\right)^4}{T_p - T_g} \quad (II.19)$$

Cette formule a été établie sur un moteur à injection direct non suralimenté  
( $D=210$  mm,  $L=186$  mm,  $V_p=10.8$  m/s)

$$\sigma = 5.669 * 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4$$

(Constante de STEFAN BOLTZMAN)

W prend des valeurs différentes suivant les phases du cycle

W=0.0618 au cours de la compression ;

W=0.0228 au cours de la combustion et de la détente

Le facteur d'émission de la flamme est pris égal à 0.8.

Le coefficient d'affaiblissement global du rayonnement, pour l'intervalle de température 1100-1500 se trouve dans les limites (1.8-2).

Il pose  $\epsilon_f^* = X\epsilon_f$  où X est le volume relatif de la flamme à l'instant considéré.

Le facteur d'émission de la paroi  $\epsilon_p$  est pris égal à 0.9.

G- Formule de Wochmi (1965):

$$h = 12.97 * 10^{-3} D^{-0.2} P_s^{0.8} T_s^{-0.53} [C_1 V_p + C_2 \frac{V_T T_i}{P V_i} (P - P_0)]^{0.8} \quad (II.20)$$

$V_T$ : Volume total au P.M.B

i: Indice correspondant à un instant quelconque de la phase de compression (au début de l'inflammation).

D: Alésage(diamètre du cylindre).

$P_0$ : Pression instantanée sans combustion.

$V_p$ : Vitesse moyenne du piston.

Pour l'admission et l'échappement

$$C_1 = 6.18 + 0.417 \frac{C_v}{V_p}$$

$$C_2 = 0$$

A la compression et la détente

$$C_1 = 2.28 + 0.308 \frac{C_v}{V_p}$$

$$C_2 = 0$$

Pour un moteur à injection directe

$$C_2 = 3.24 * 10^{-3}$$

Pour un moteur à préchambre

$$C_2 = 6.22 * 10^{-3} \quad (\text{Chambre de combustion séparée})$$

$\frac{C_v}{V_p}$  : (Facteur de Swirl)

$C_u = \pi DN$  Où N est le nombre de tours par seconde d'un anémomètre à ailettes de  $0.7D$  de diamètre.

Wochni a supposé l'effet d'accroissement de la turbulence au moment de la combustion, pour proposer une formule qui prolonge celle d'Annand.

Il utilise la relation exprimant le nombre de Nusselt en fonction des nombres de Reynolds et Prandtl dans le cas d'un écoulement forcé turbulent (transfert de chaleur quasi-stationnaire)

Il suppose que le nombre de Prandtl est égal à l'unité et qu'il peut appliquer la relation au moteur.

$$Nu = \alpha Re^{0.786} \quad (\text{voir l'équation I.11}) \quad (\text{II.21})$$

Certains auteurs proposent :

$$Nu = 0.035 Re^{0.8} \quad (\text{II.22})$$

Wochni propose d'évaluer le transfert de chaleur par rayonnement de la flamme en prenant  $\varepsilon_f = 0.6$  pour la flamme stable du gas-oil.

La formule (II.20) est dans l'ensemble très satisfaisante, bien que le terme de vitesse dû à la combustion ne soit introduit par raisonnement théorique valable.

Elle tient compte d'un effet d'accroissement de turbulence au passage du front de flamme (phénomène qui a été mis en évidence par A.C Scurloc [18 ] et B.Karlovitz [18]), G.Woshni ne tient pas compte du rayonnement, car pour lui il a peu d'effet durant les phases de combustion et de détente.

*H- N.A.Henein (1965) :*

Hencin a perfectionné la méthode d'Echelberg en remplaçant la vitesse moyenne du piston  $V_P$ , par la vitesse des gaz compte tenu de la turbulence primaire.

Il calcule la vitesse des gaz en fonction de l'angle de rotation (calcul de la vitesse de chasse et de la vitesse tourbillonnaire, cette dernière étant prédominante à 90 %) par des considérations de mécanique des fluides, de conservation de la masse et de moment cinétique, compte tenu des pertes de charge.

Il applique la formule de G. EICHELBERG avec  $V_g$  au lieu de  $V$  au cours de la compression.

Il compare les résultats calculés avec ses propres mesures expérimentales.

Les résultats semblent satisfaisants en ce qui concerne la phase de compression.

Pour les autres phases du cycle, l'auteur déclare manquer de données quant à l'intensité de la turbulence secondaire

*I- Formule de Le Fleuvre (1969) :*

$$Nu = a Re^{0.8} Pr^{0.33}$$

$$Q^* = \frac{dQ}{dt} = \alpha A \frac{K(t)}{l} (Re^{0.8}(t) Pr^{0.33}(t) [T_p(t) - T_g(t)]) \quad (II.23)$$

Avec  $a=0.047$  pour le moteur utilisé

Le travail de T. LE FEUVRE et de ses collaborateurs a surtout consisté à mesurer le coefficient instantané de transfert à travers les parois du cylindre à l'aide de huit thermocouples (utilisés aussi par G.WOSCHNI et G.EBERSOLE) placés en différents points.

LE FEUVRE a ainsi pu obtenir une corrélation satisfaisante du flux de chaleur pour différentes positions radiales des thermocouples, montrant que l'expression choisie pour la vitesse des gaz est réaliste.

L'extension de cette méthode à la phase de combustion n'a pas permis d'atteindre des résultats valables. Il a obtenu pour la période de combustion un coefficient d'échange inférieur à celui qu'il a observé expérimentalement. Il faut sans doute tenir compte de la turbulence au moment de la combustion. La méthode de mesure du coefficient d'échange est excellente. Les auteurs comparent les différentes formules avec leurs propres résultats expérimentaux.

Il en ressort que la formule de G.EICHELBERG donne une approximation par défaut des pertes thermiques observées lorsqu'il y a combustion. En l'absence de combustion (moteur entraîné) la formule de G.EICHELBERG est en défaut de plus de 100%.

#### 2.2.7.4. Conclusion :

Beaucoup d'auteurs pensent que la compréhension des phénomènes thermocinétiques ayant lieu dans un moteur à combustion interne (M.C.I) doit résulter d'abord de la parfaite compréhension des dits phénomènes en l'absence de combustion (moteur entraîné) afin de délimiter l'influence de la turbulence.

Les tentatives d'interpréter sinon d'expliquer les résultats semi-empiriques exposés plus haut sont assez récentes et peu nombreuses. De telles méthodes peuvent prétendre expliquer localement le phénomène de flux de chaleur, mais par la formule généralisée à tout le moteur T. OGURI et K. ELSER ont tenté d'aborder un tel problème dans le cas du régime instationnaire. V. D. OVERBYE a donné un modèle de calcul.

Les corrélations que nous venons de présenter, sont appréciées d'après les quatre critères ci-dessous :

- 1 - La corrélation est-elle adimensionnelle ?
- 2- Quelles sont les grandeurs caractéristiques utilisées dans les nombres sans dimensions ?
- 3- A quelles conditions (température et pression ) les propriétés du transfert sont-elles évaluées ?
- 4- Quelles est la méthode de détermination de la vitesse du gaz dans le nombre de Reynolds ?

Il est alors possible de modifier les équations précédentes en jouant sur ces quatre critères.

Toutes les formules ont un caractère empirique ou semi-empirique et dans une plus ou moins grande mesure sont valables uniquement pour les moteurs peu différents du moteur expérimental ayant servi à leur élaboration.

Les relations proposées permettent seulement d'évaluer les valeurs moyennes de  $h$  pour l'ensemble de la surface d'échange, il n'est pas possible d'évaluer les coefficients d'échange pour les éléments séparés de la surfaces. Les données expérimentales montrent que la variation de la valeur  $h$  suivant la surface est très grande. Le fait de négliger cette variation peut conduire à des erreurs notables.

Les recherches actuelles montrent la nécessité de tenir compte du rayonnement de la flamme. Malheureusement les méthodes actuelles de l'évaluation de l'émissivité de la flamme restent très conventionnelles.

### 3. Etude de quelques résultats expérimentaux [11]

Le but de cette présentation est de montrer l'influence d'un certain nombre de paramètres sur les transferts thermiques dans les moteurs et de le comparer avec les études théoriques.

Les essais ont été effectués sur un moteur monocylindre (figure II-4) équipé de deux soupapes, d'une culasse et d'un piston plat. Son alésage et sa course sont respectivement de 76 et 84 mm, ce qui correspond à une cylindrée de  $381 \text{ cm}^3$ . Une entretoise comportant deux accès optiques est installée entre culasse et cylindre, ce qui porte le rapport volumétrique à 4.8/1. Le carburant utilisé est du propane.

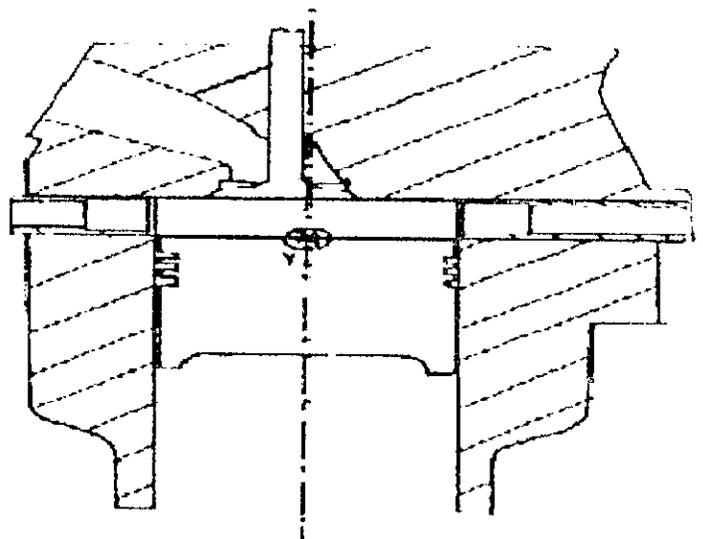


Figure II-4 : Vue du moteur équipé de l'entretoise et des hublots

#### □ Montage des capteurs

Quatre flux-mètres sont placés dans la chambre de combustion : deux dans l'entretoise et deux dans la culasse (figure II-5). Chaque flux-mètre est composé d'un barreau d'acier, contenant deux thermocouples séparés de 4 mm dans la direction du flux thermique.

#### □ Point de fonctionnement de référence du moteur :

Le point de fonctionnement de référence du moteur est le suivant :

Régime : 1 000 tr/mn,

Richesse : 1.0,

Remplissage en air : 0.8,

Avance à l'allumage :  $40^\circ$ ,

Pas de swirl.

Le point mort haut compression est fixé arbitrairement à l'angle  $360^\circ$  vilebrequin.

Les flux thermiques mesurés par les quatre flux-mètres, sont des mesures moyennes effectuées sur un ensemble de 75 cycles successifs.

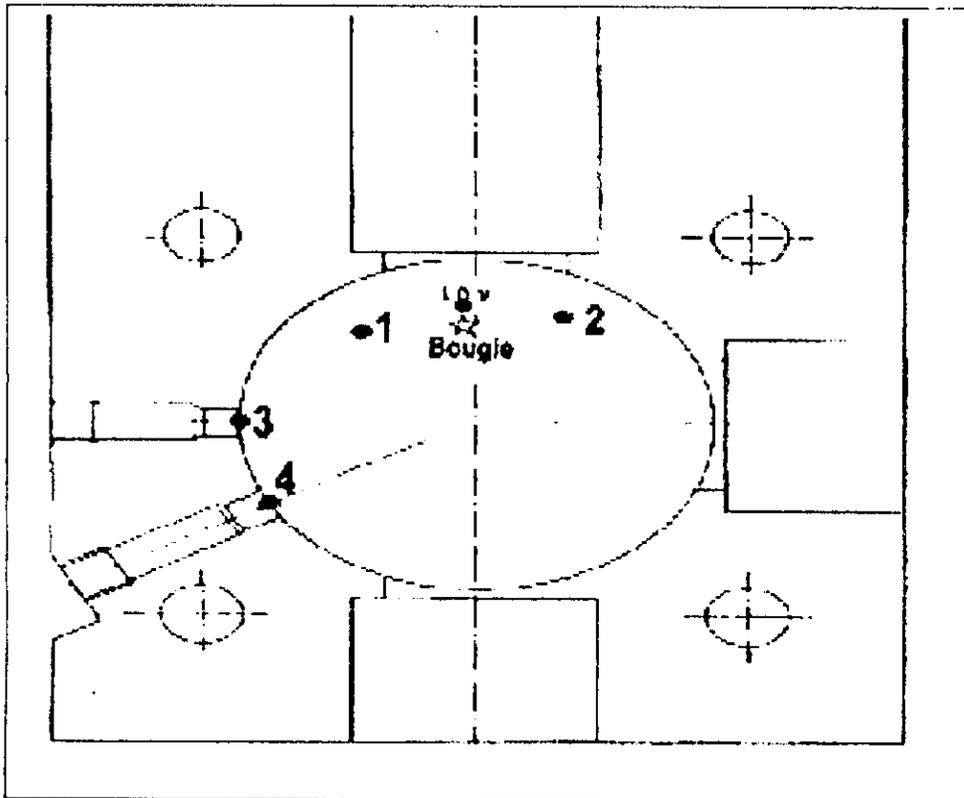


Figure II-5 : Entree équipée des hublots et de deux flux-mètres

### 1.6.1 Analyse des paramètres agissant sur les flux thermiques

Une analyse des paramètres physiques qui influencent les transferts thermiques aux parois d'une chambre de combustion est entreprise dans les paragraphes suivants. Habituellement, les transferts thermiques sont formulés par une expression adimensionnelle qui donne le nombre de Nusselt  $Nu$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  ; celui-ci tient compte de la densité du gaz  $\rho$  ainsi que d'une information aérodynamique (vitesse et/ou turbulence). Dans cette partie, l'influence de certains paramètres est étudiée expérimentalement.

L'analyse expérimentale consiste à observer l'évolution des flux thermiques lorsque l'avance à l'allumage, le remplissage, le régime et la richesse subissent des variations autour du point de référence. Dans chaque cas, la pression cylindre est acquise de façon à ce qu'on puisse faire l'analyse de combustion et calculer la loi de dégagement d'énergie. Les quatre flux-thermiques sont mesurés et traités par des moyennes d'ensemble sur 75 cycles moteurs consécutifs.

### 3.2 Etude de l'avance à l'allumage :

Cinq conditions différentes d'avance à l'allumage ont été analysées dans la gamme 0 à 40 degrés. L'évolution de la loi de dégagement d'énergie portée sur la figure (II-6), montre une diminution de la vitesse de combustion lorsque l'avance est réduite ; ceci est dû à des conditions de pression et température plus basses lorsque la flamme est dans sa phase développée. En effet, aux faibles avances, la combustion développée a lieu lorsque le piston a dépassé le Point Mort Haut et que le volume de la chambre de combustion s'agrandit.

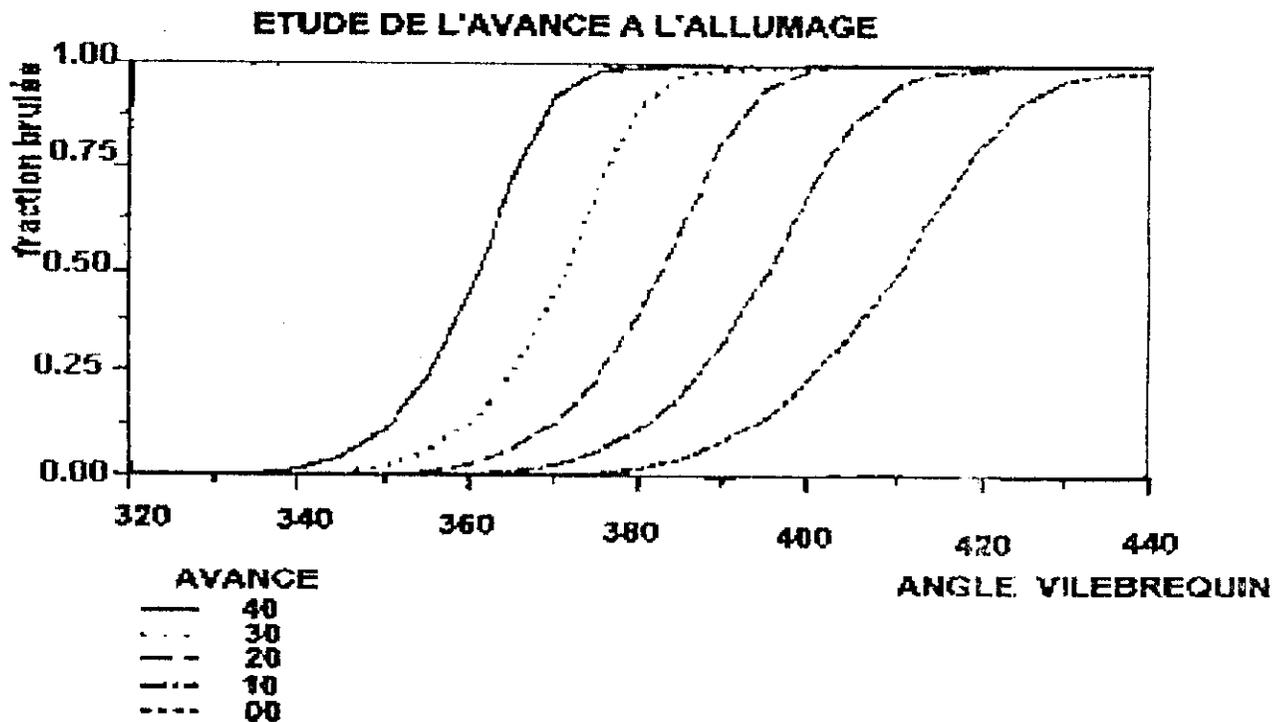


Figure II-6 Influence de l'avance à l'allumage sur le dégagement d'énergie

Le flux thermique relevé par le flux-mètre numéro 1 (figure II-7) atteint sa valeur de crête maximale pour 40 degrés d'avance. Cette valeur de crête décroît de 2 500 kW/m<sup>2</sup> à 1 200 kW/m<sup>2</sup> lorsque l'avance à l'allumage décroît de 40 à 0 degrés. Bien sur, la même tendance est observée sur les 3 autres capteurs de flux. Quoi qu'il en soit, aucune différence significative ne peut être observée

sur les niveaux de turbulence lorsque l'avance à l'allumage évolue. Par conséquent, l'effet de l'avance à l'allumage sur les transferts thermiques s'explique par l'action de la densité des gaz brûlés : comme on peut le voir sur la figure 8, à 40 degrés d'avance, le flux maximum est obtenu au Point Mort Haut tandis qu'il n'est obtenu que 50 degrés après le point Mort Haut lorsque l'avance est réduite à 0 degré. Dans le dernier cas, la densité des gaz brûlés est bien entendu plus faible que dans le premier cas. Pour confirmer ce résultat, on étudie maintenant l'influence du remplissage.

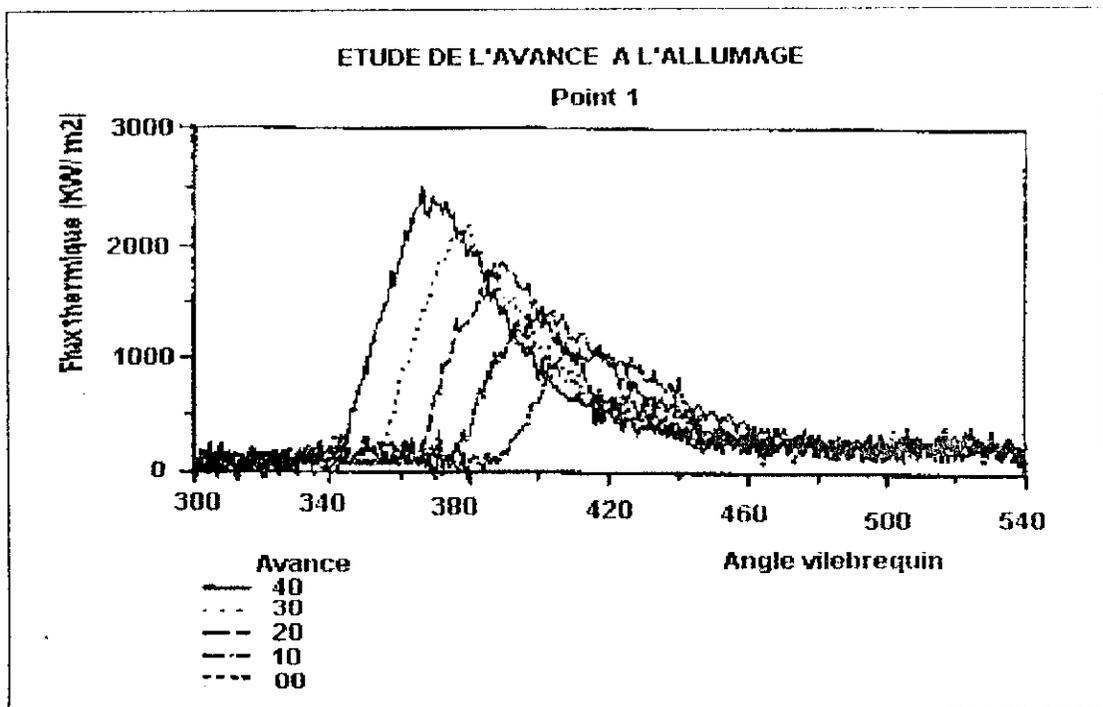


Figure II-7 Influence de l'avance à l'allumage sur les flux thermiques

### 3.3. Etude de remplissage en air

Dans la cas du remplissage, trois conditions expérimentales sont analysées 0.90, 0.78 et 0.54. Les avances à l'allumage sont choisies de façon à ce que les lois de dégagement d'énergie soient très semblables (figure II-8). Là encore, on peut remarquer que les plus fortes charges, qui correspondent aux plus fortes pressions cylindre, donnent les dégagements d'énergie les plus rapides.

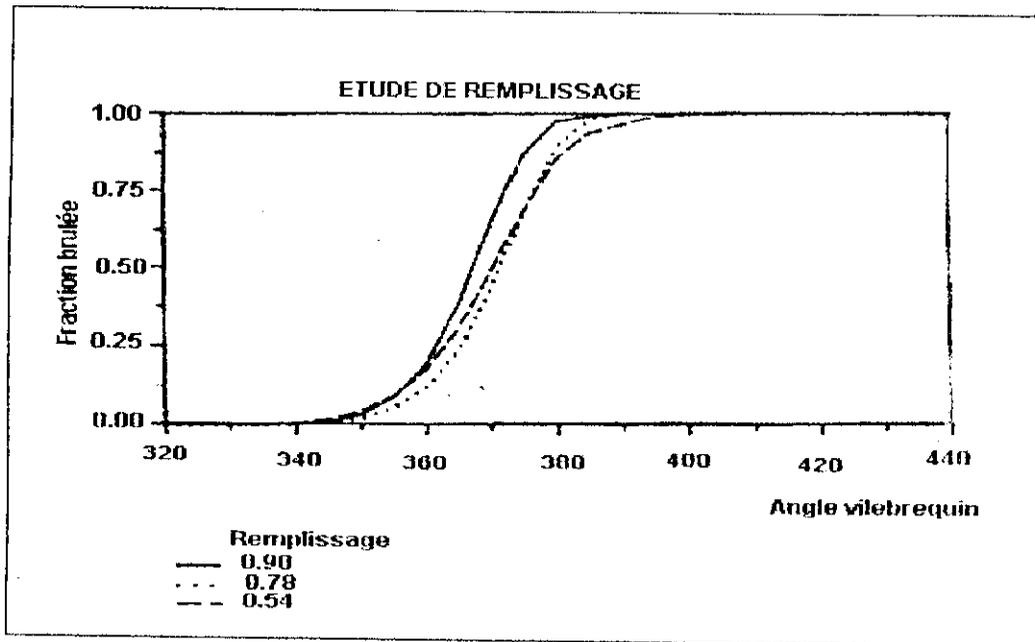


Figure II-8 Influence de la charge sur le déphasage d'énergie

### 3.4. Etude de régime [11]

Dans cette étude, les conditions de régime suivantes sont testées : 500, 1 500 et 2 500 tours par minute. La richesse et le remplissage sont maintenus aux valeurs respectives de 1.0 et 0.8.

La figure (II-9), montre l'évolution du flux thermique avec le régime. Deux effets doivent être analysés séparément :

- les valeurs de crêtes augmentent de façon non linéaire de 2000 kW/m<sup>2</sup> à 3100 kW/m<sup>2</sup> lorsque le régime de rotation passe de 500 à 2500 tr/min ;
- la durée du transfert thermique décroît de 17 millisecondes à 500 tr/min (le flux a une valeur significative entre les angles 350 et 400°) à 7 millisecondes à 2 500 tr/min (entre les angles 350 et 460°).

On verra plus tard que ces deux effets combinés de niveau plus élevé, mais de durée plus courte, résultent en une légère décroissance des pertes thermiques globales pendant un cycle thermodynamique lorsque le régime augmente.

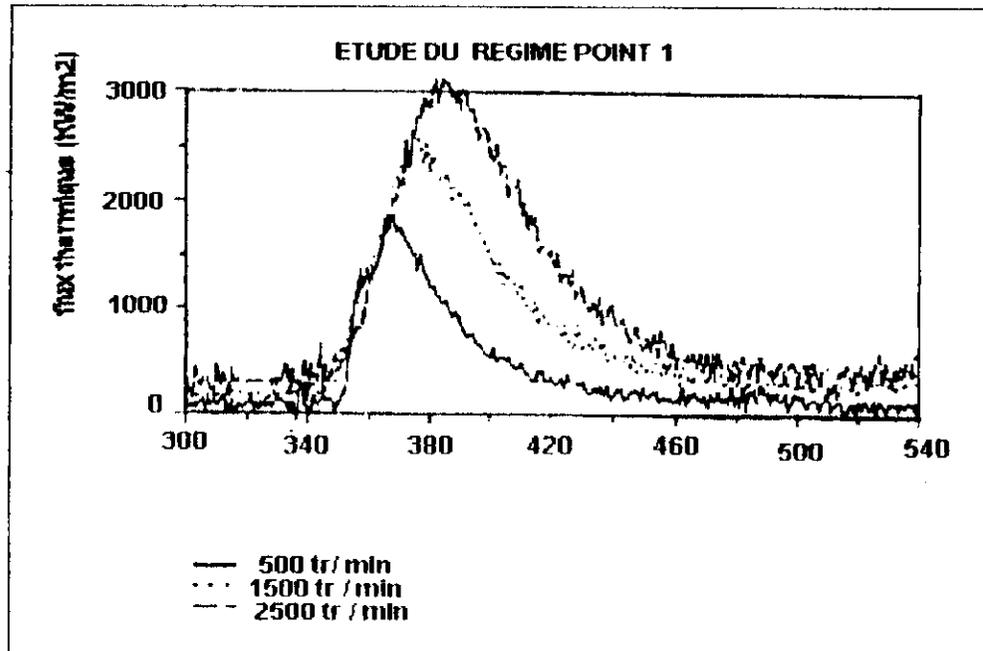


Figure II-9 : Influence du régime sur le flux thermique

Puisqu'on a choisi les avances à l'allumage de façon à obtenir à peu près le même calage de combustion dans chaque cas de régime (figure II-10), on peut considérer que les différences notées sur les flux thermiques ne peuvent pas être expliquées par les effets de combustion et de densité. La durée de combustion doit également être analysée en terme de temps pour remarquer qu'elle diminue lorsque le régime augmente.

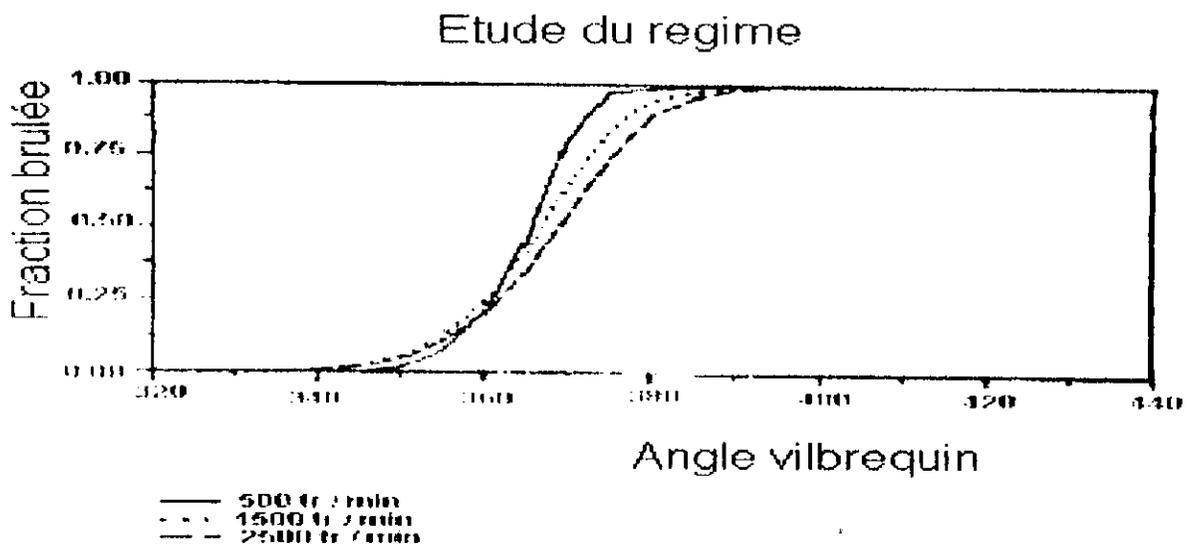


Figure II.10 : Influence du régime sur le dégagement d'énergie

### 3.5. Étude de la richesse

Au cours de ce test, le moteur fonctionne à cinq richesses différentes dans la gamme 0.7 à 1.1 ; le régime est maintenu à 1 000 tr/min et le remplissage à 0.8. L'avance à l'allumage a la valeur constante de  $40^\circ$ . L'influence de la richesse sur les transferts thermiques est montrée, pour le flux-mètre n° 1, à la figure (II-11). Les pics observés à l'angle  $330^\circ$  à la richesse 0.8 sont dus au bruit du système d'allumage ; ils ont cependant un avantage : ils permettent de repérer le début de combustion.

La valeur de crête du flux croît de  $800 \text{ kW/m}^2$  pour la richesse 0.7 à  $2\,290 \text{ kW/m}^2$  pour la richesse 0.9; elle tend ensuite vers la valeur limite de  $2\,400 \text{ kW/m}^2$  pour les richesses 1.0 et 1.1.

La vitesse de combustion est fortement affectée par la richesse (figure II-12) : lorsque la richesse décroît de 1.0 à 0.7, le dégagement d'énergie est ralenti et la température des gaz brûlés est abaissée par l'effet de dilution. Ceci se traduit par une réduction des transferts thermiques. Le paramètre le plus important semble être la densité (liée au calage de la combustion) comme on peut le voir en comparant les figures (II-11 et II-12).

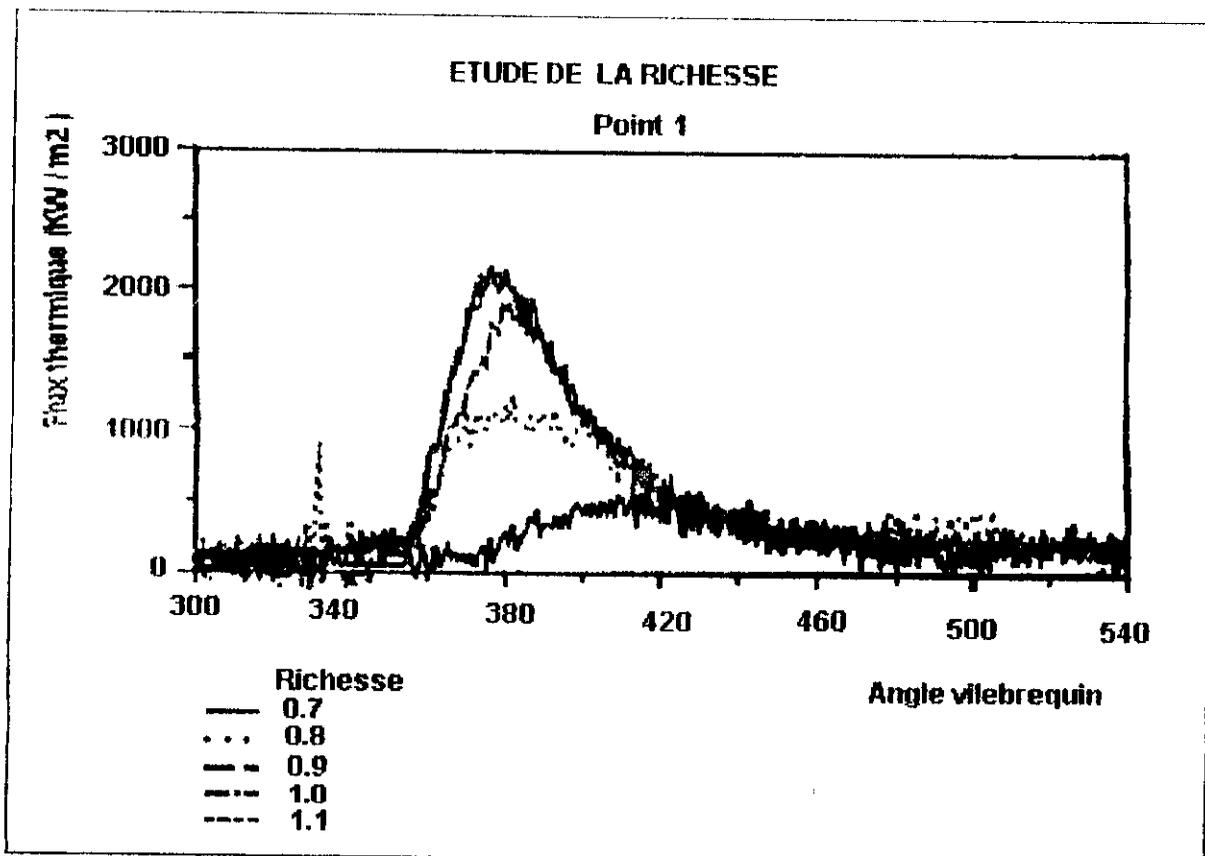
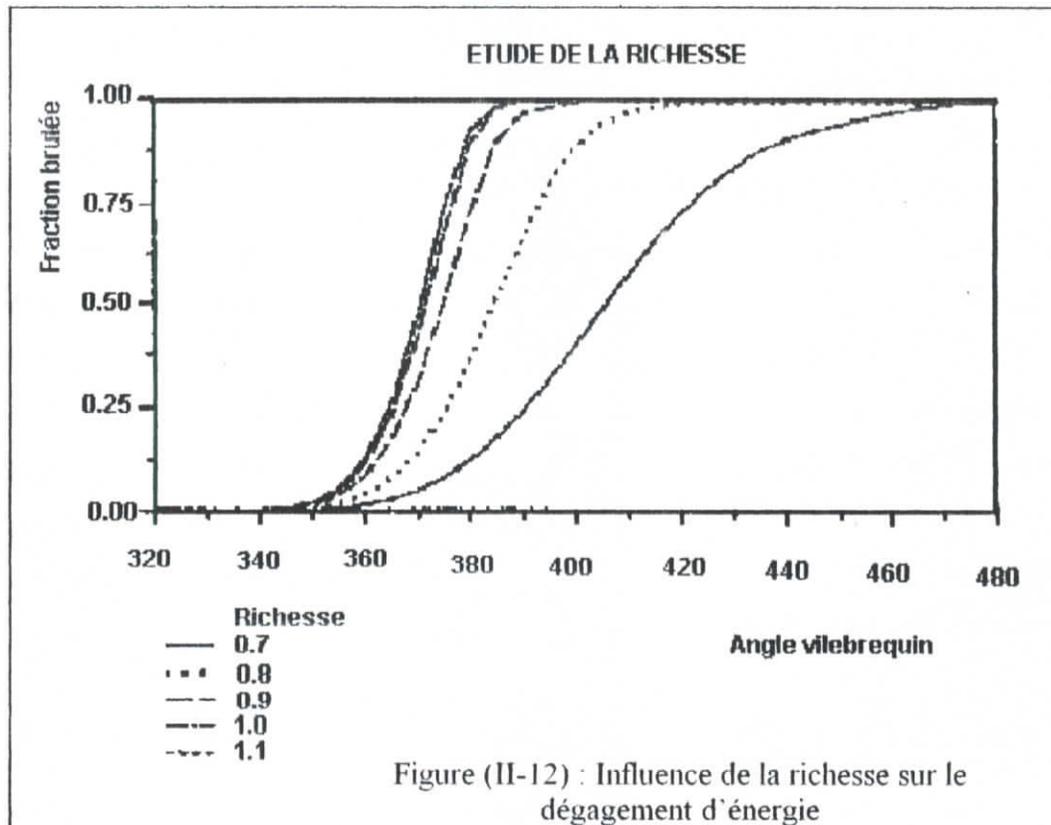


Figure (II-11) : influence de la richesse sur les flux thermiques

On peut remarquer que l'augmentation de la richesse de 1.0 à 1.1 n'entraîne pas beaucoup de modifications en ce qui concerne la loi de dégagement d'énergie et les flux thermiques.



### 3.7. Conclusion [12]

L'étude paramétrique qui vient d'être faite a permis de montrer l'influence des grandeurs suivantes sur les transferts thermiques gaz/parois

- la densité des gaz de combustion (mise en évidence par l'analyse de l'avance à l'allumage, du remplissage et de la richesse) ;
- l'intensité de turbulence ;

Ceci signifie que si on veut utiliser des modèles de transferts thermiques, on doit tenir compte de ces paramètres. Bien entendu, la température des gaz ne doit pas être oubliée, mais elle apparaît habituellement dans les modèles d'échanges thermiques sous forme d'écart de température entre les gaz et la paroi.

La méthode des volumes finis a vu le jour il ya une trentaine d'années, sous le nom de « méthode de différences finies spéciale », elle a été élaborée par deux chercheurs américains (Patankar [13, 14] & Spalding).

Le résultat obtenu à partir de la discrétisation d'une équation aux dérivées partielles est un ensemble fini de valeurs qui permet de reconstruire la forme de la solution.

La méthode des volumes finis permet d'obtenir un système d'équations algébriques, ou système discrétisé, dont les inconnues sont les valeurs de la grandeur recherchée en un nombre fini de points du domaine d'étude. Cet ensemble de points constitue le maillage du domaine. Le système d'équations algébriques est obtenu à partir de l'équation aux dérivées partielles de départ, dont nous appellerons  $\phi$  l'inconnue. Pour ce faire, il est nécessaire de faire des hypothèses sur la façon dont  $\phi$  varie entre deux points du système discret, c'est-à-dire de choisir une **loi de variation locale**. Il s'agira ensuite de savoir résoudre ce système d'équations algébriques. (cf Annexe B)

De nombreux problèmes se situent déjà dans la classe des phénomènes de transport par diffusion, nous citerons: le transport de chaleur par conduction et le transport de masse par diffusion, pour la classe des phénomènes de transport par convection nous pouvons citer à titre d'exemple, l'écoulement d'un fluide dans une conduite donnée. Bien évidemment en pratique, on peut avoir des problèmes qui associent les deux classes: ce sont les problèmes de convection-diffusion.

## 1. Forme différentielle et intégrale des équations de transport [15,16]

Le fait de développer les équations de base relatives à un écoulement de fluide, un transfert de chaleur, à partir des lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et celle de la matière, correspondant à trois lois de la physique classique :

- La loi de Lavoisier ,
- La deuxième loi de Newton ,
- Le premier principe de la thermodynamique .

Nous mène à remarquer que toutes les équations de transport d'une propriété  $\phi$  s'écrivent sous la forme :

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) = \text{div}(\Gamma \text{grad } \phi) + S_{\phi} \quad (\text{III.1})$$

où la grandeur scalaire  $\phi$  peut être une température, une concentration, etc.

On a donc :

Accumulation de $\phi$ dans l'élément fluide	+ Flux net d'écoulement de $\phi$ à travers l'élément fluide	=	Variation de $\phi$ due à la diffusion	+ Variation de $\phi$ due au sources
--	--	---	---	---

Cette équation (appelée équation de convection-diffusion) est utilisée comme un **point de départ** pour le développement en volumes finis dont l'étape clé est l'intégration de l'équation (III.1) sur un élément de volume et en choisissant pour chaque  $\phi$  un coefficient de diffusion et un terme source approprié, l'intégration s'écrit

$$\int_{CV} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_{CV} \text{div}(\rho\phi\mathbf{u})dV = \int_{CV} \text{div}(\Gamma \text{grad } \phi)dV + \int_{CV} S_\phi dV \quad (\text{III.2})$$

D'après le théorème de Gauss :

$$\int_{CV} \text{div } \mathbf{a} dV = \int_A \mathbf{n} \cdot \mathbf{a} dA \quad (\text{III.3})$$

En appliquant le théorème de Gauss dans l'équation (III.1), on aura :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{CV} \rho\phi dV \right) + \int_A \mathbf{n} \cdot (\rho\phi\mathbf{u}) dA = \int_{CV} \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad } \phi) dA + \int_{CV} S_\phi dV \quad (\text{III.4})$$

Pour le cas d'un régime permanent on a :

$$\int_A \mathbf{n} \cdot (\rho\phi\mathbf{u}) dA = \int_{CV} \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad } \phi) dA + \int_{CV} S_\phi dV \quad (\text{III.5})$$

Pour le cas transitoire une intégrale supplémentaire est nécessaire évidemment, c'est celle du temps :

$$\int_M \frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{CV} \rho\phi dV \right) dt + \int_{M,A} \mathbf{n} \cdot (\rho\phi\mathbf{u}) dA dt = \int_{M, CV} \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad } \phi) dA dt + \int_{M, CV} S_\phi dV dt \quad (\text{III.6})$$

## 1.1. Conditions aux limites

La résolution, par une méthode analytique ou numérique, de l'équation de transport convecto-diffusif nécessite la détermination de ses conditions initiales et aux limites. Il existe fondamentalement trois types de conditions aux limites (ou en abrégé C.L), qui portent sur la détermination de la densité de flux d'extensité à la frontière du système étudié. Par ailleurs, la nature de l'équation, elliptique ou parabolique, par rapport aux différentes variables d'espace et de temps, impose le nombre (et en partie le type) de C.L nécessaires.

Nous allons tout d'abord passer en revue les différentes catégories de conditions aux limites, puis nous examinerons les exigences mathématiques de l'équation aux dérivées partielles en ce qui concerne ces conditions aux limites.  
précisant qu'une densité de flux peut être de deux types :

- Diffusif : il s'écrit  $\overset{\Gamma}{\phi} = -\Gamma \overset{\perp}{\nabla} \phi$  où  $\Gamma$  est le coefficient de diffusion.
- Convectif : il s'écrit  $\overset{\Gamma}{\phi} = \rho\phi \overset{\perp}{V}$

où  $\rho$  est la masse volumique du système,  
 $\phi$  l'extensité spécifique (par unité de masse),  
 $\vec{V}$  le vecteur vitesse instantané.

### 1.1.1. Les trois sortes de conditions aux limites

À la frontière du système étudié, la densité de flux d'extensité normale  $\varphi = \frac{\partial \phi}{\partial n}$  est donnée par l'une des trois conditions aux limites suivantes :

#### a) Condition de Neumann

La condition de Neumann exprime la connaissance de la valeur de  $\varphi$  en un point de la frontière et s'écrit par conséquent en ce point

$$\varphi = Cte \quad (\text{III.7})$$

La condition de Neumann est fréquemment utilisée :

- lorsque des mesures expérimentales de flux ont été réalisées,
- sous la forme  $\varphi = 0$ , pour représenter les conditions de symétrie,
- également sous la forme  $\varphi = 0$ , pour simuler :
  - l'adiabaticisme (transport de chaleur),
  - l'imperméabilité (transport de matière),
  - le frottement nul (ou glissement parfait) à la surface libre d'un écoulement (transport de quantité de mouvement.).

#### b) Condition de Fourier

La condition de Fourier exprime l'existence d'une relation entre la densité de flux normale et extensité spécifique en un point de la surface, et s'écrit de la manière générale :

$$\varphi = f(\phi) \quad (\text{III.8})$$

#### c) Condition de Dirichlet

La condition aux limites de Dirichlet peut être considérée comme une forme asymptotique de la c. 1. de Fourier linéarisée, avec une valeur infinie du coefficient de transfert. Elle exprime en fait la connaissance de la valeur de l'extensité en un point de la frontière :

$$\phi = cte \quad (\text{III.9})$$

- en transport de matière, pour exprimer l'équilibre thermodynamique avec une phase de composition connue,
- en transport de chaleur, lorsque des mesures de température sont disponibles, ou pour exprimer un contact parfait avec un milieu dont la température est connue,
- en mécanique des fluides, pour simuler une vitesse imposée, ou une vitesse nulle en un point au contact d'une paroi solide immobile.

### 1.1.2. Quelques considérations mathématiques sur les C.L

De manière générale, notons tout d'abord que l'écriture de conditions aux limites est nécessaire sur l'ensemble de la frontière du système étudié. Par contre, à l'intérieur même du système, la continuité de la densité de flux de transport à l'interface entre deux matériaux est une évidence physique, qui ne nécessite pas l'écriture de C.L particulières. Seule une éventuelle résistance de contact sera modélisée par le biais de l'existence entre les deux matériaux d'une densité de flux de la forme :

$$\varphi = h(\phi_1 - \phi_2) \quad (\text{III.10})$$

où  $\phi_1$  et  $\phi_2$  sont les valeurs de l'extensité spécifique massique  $\phi$  en deux points infiniment voisins, mais appartenant à des milieux différents, et  $h$  un coefficient de transfert qui traduit la résistance inter-faciale (on parle alors de transferts conjugués).

Une exception importante à la règle précédente (nécessité de C.L sur l'ensemble des frontières) concerne les équations paraboliques par rapport à une variable d'espace  $x$ , en se rapprochant du fait que mathématiquement, **l'équation parabolique** correspond à une dérivée première ( $\Rightarrow$  1 seule C.L.) alors que **l'équation elliptique** correspond à une dérivée seconde ( $\Rightarrow$  2 C.L.).

## 2. La méthode des volumes finis pour les problèmes de diffusion [13,14]

### 2.1. régime permanent

Nous allons développer dans ce qui suit la méthode des volumes finis pour le plus simple des problèmes de transport : la diffusion pure en régime permanent. L'équation qui gouverne ce phénomène peut être dérivée facilement de l'équation générale (III.1) pour une extensité  $\phi$ , en omettant le terme transitoire et le terme convectif. Ceci donne :

$$\text{div}(\Gamma \text{ grad } \phi) + S_\phi = 0 \quad (\text{III.11})$$

Pour bien illustrer la méthode, on a choisi d'étudier le problème unidimensionnel. le phénomène est gouverné par l'équation :

$$\frac{d}{dx} \left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) + S = 0 \quad (\text{III.12})$$

où :  $\Gamma$  est le coefficient de diffusion et  $S$  le terme source. Comme le montre la (Fig III.1), les valeurs de la variable sont connues aux frontières physiques du domaine d'étude.

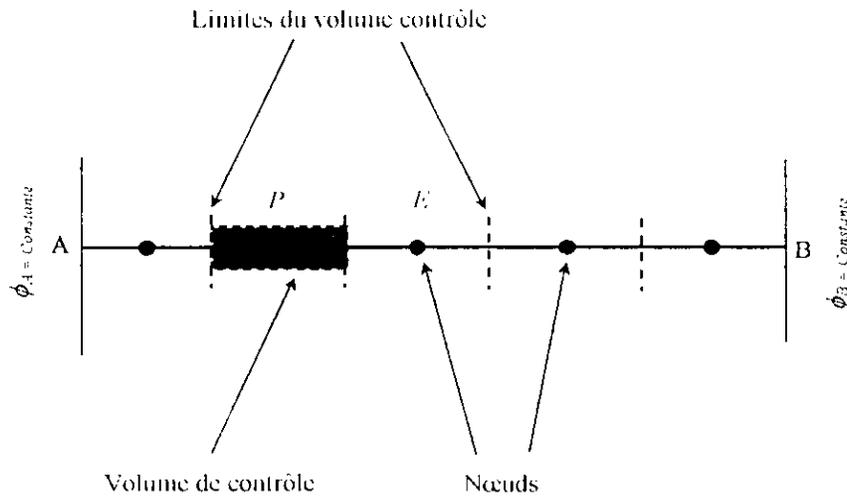


Fig. III.1 Maillage d'un domaine unidimensionnel

### 2.1.1. Génération du maillage.

Nous appelons *East* le premier voisin du point  $P$  dans la direction des  $x$  croissants et *West* le premier voisin dans la direction des  $x$  décroissants. Les deux traits verticaux en pointillé délimitent le volume de contrôle associé à  $P$ . Les frontières du volume de contrôle sont représentées par les lettres minuscules  $e$  et  $w$ . Les distances entre les nœuds  $W$  et  $E$  et entre  $P$  et  $E$ , sont notées par  $\delta x_{WP}$  et  $\delta x_{PE}$ , respectivement. De manière similaire les distances entre les faces  $w$  et  $P$  et entre  $P$  et la face  $e$  sont notées par  $\delta x_{wP}$  et  $\delta x_{Pe}$  respectivement. la Figure III.2 montre que la largeur du volume de contrôle est  $\Delta x = \delta x_{we}$ .

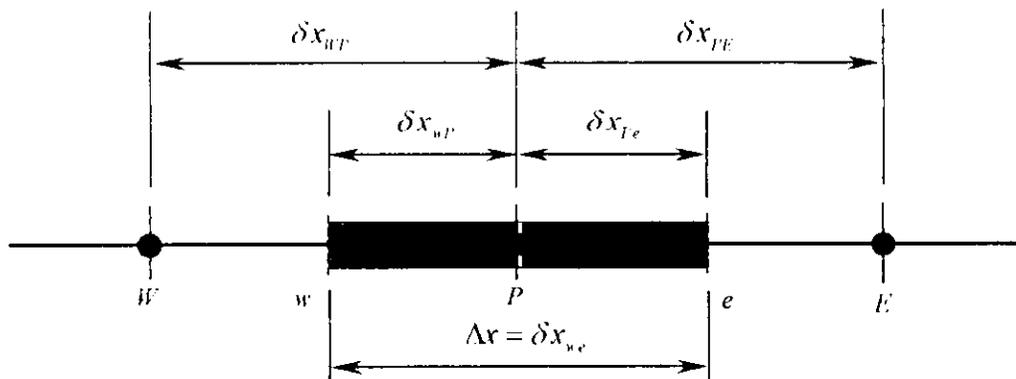


Fig. III.2 Notations associées à un volume de contrôle

### 2.1.2. Discrétisation

L'étape clé de la méthode des volumes finis est l'intégration de l'équation (III.8) sur le volume de contrôle qui donne l'équation discrétisée pour les nœuds internes  $P$ . Pour le volume de contrôle défini précédemment ceci donne :

$$\int_{\Delta V} \frac{d}{dx} \left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) dV + \int_{\Delta V} S dV - \left( \Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left( \Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w + \bar{S} \Delta V = 0 \quad (\text{III.13})$$

Où  $A$  est l'aire de la section de passage du volume de contrôle au niveau des faces.  $\Delta V$ , est le volume et  $\bar{S}$  est la valeur moyenne de la source  $S$  à travers le volume de contrôle.

Pour poursuivre la discrétisation de l'équation, il est maintenant nécessaire de choisir une loi de variation locale pour  $\phi$ . Deux lois possibles sont représentées sur la (Fig III.3). Pour la loi de la (Fig. III.3) a, où l'on suppose que l'extensité est constante dans chaque volume de contrôle,  $d\phi/dx$  n'est pas définie aux points frontières du volume de contrôle ( $w$  et  $e$ ), tandis que la loi de la (Fig III.3) b où l'on suppose une variation linéaire de  $\phi$  entre deux points du maillage, permet le calcul de  $d\phi/dx$ .

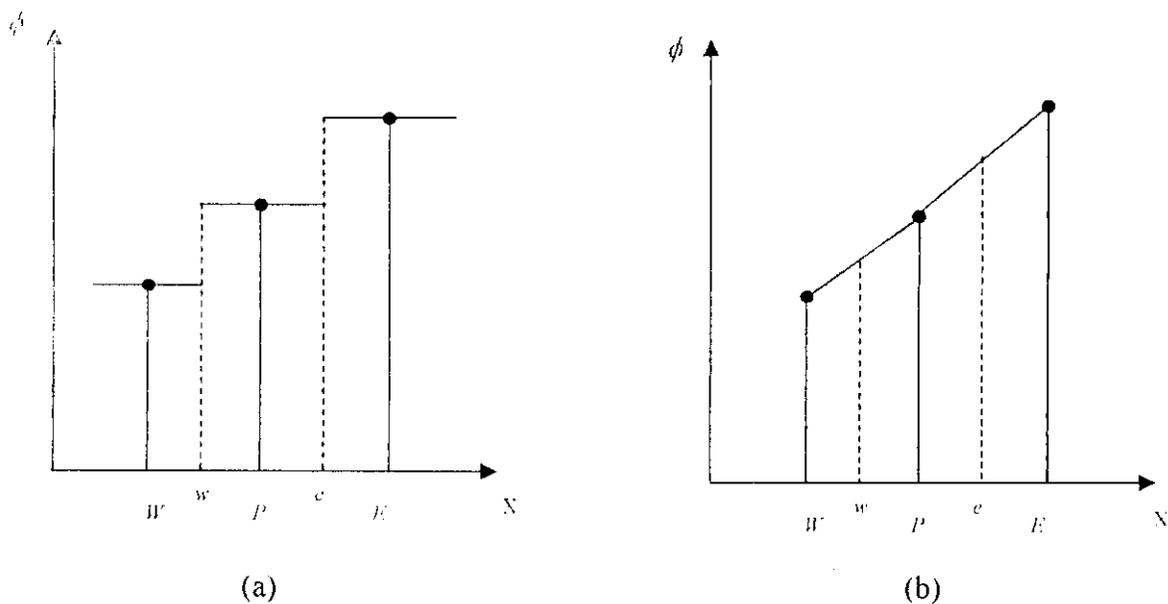


Fig. III.3 Variation des lois de variation

En adoptant cette loi de variation linéaire type différence centrée (voir Annexe II), les terme de du flux diffusif s'écrivent :

$$\left( \Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e = \Gamma_e A_e \left( \frac{\phi_P - \phi_E}{\delta x_{PE}} \right) \quad (\text{III.14})$$

$$\left( \Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w = \Gamma_w A_w \left( \frac{\phi_P - \phi_w}{\delta x_{wP}} \right) \quad (\text{III.15})$$

Où :  $\Gamma_e$  et  $\Gamma_w$ , sont les valeurs du coefficient de diffusion sur les faces  $e$  et  $w$  du volume de contrôle .

En pratique, le terme source  $S$  peut être une fonction de la variable dépendante  $\phi$ . Dans tous les cas, la méthode des volumes finis approxime le terme source par une loi linéaire de la forme :

$$\bar{S} \Delta V = S_n + S_p \phi_p \quad (\text{III.16})$$

En remplaçant les équations (III.14), (III.15) et (III.16) dans l'équation (III.13) on aura

$$\Gamma_e A_e \left( \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_{PE}} \right) - \Gamma_w A_w \left( \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_{WP}} \right) + (S_u + S_p \phi_P) = 0 \quad (\text{III.17})$$

Après quelques réarrangements on a :

$$\left( \frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e + \frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w - S_p \right) \phi_P = \left( \frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w \right) \phi_W + \left( \frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e \right) \phi_E + S_u \quad (\text{III.18})$$

en notant par  $a_w$ ,  $a_E$  et  $a_p$  les coefficients associés aux valeurs aux nœuds  $\phi_w$ ,  $\phi_E$  et  $\phi_P$  respectivement l'équation devient :

$$a_p \phi_P = a_w \phi_w + a_E \phi_E + S_u \quad (\text{III.19})$$

Où :

$$a_p = \frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e + \frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w - S_p, \quad a_w = \frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w, \quad a_E = \frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e, \quad S_u = S_u$$

La discrétisation des équations sous la forme (III.19) doit être faite pour chaque nœud.

### 2.1.3. Solution des équations

Pour les volumes de contrôle adjacents aux limites physiques du système une modification appropriée est nécessaire. Une fois les équations écrites on obtient un système d'équations linéaire dont il faut chercher la solution. Voir annexe [tdma].

#### **Remarques :**

1 - L'équation (III.19) est la forme standard que nous adopterons pour l'écriture d'une équation discrétisée. La variable  $\phi$  au point  $P$  apparaît à gauche de l'équation, tandis que la variable des nœuds voisins et la constante  $b$  apparaissent à droite. Le nombre des nœuds augmente avec la complexité de la géométrie du problème (2D). Nous noterons de façon générale une équation discrétisée sous la forme :

$$a_p \phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (\text{III.20})$$

où l'indice  $nb$  ( neighbour ) désigne un voisin du point  $P$ , la sommation portant sur tous les voisins de  $P$ .

2 - La liberté de choix en ce qui concerne les lois de variation locale montre qu'il est possible d'obtenir un grand nombre de forme d'équations discrétisées pour une même équation aux dérivées partielles et un même maillage. Il est cependant important de respecter deux règles.

- a) Le choix de la loi de variation locale d'une grandeur doit avoir un sens physique. Par exemple dans un problème de diffusion de la chaleur sans terme source, les extremums de la température se situent sur les frontières du domaine (Fig. III.4).

b) Il faut toujours s'assurer que la conservation globale est vérifiée. Nous développerons ce point par la suite .

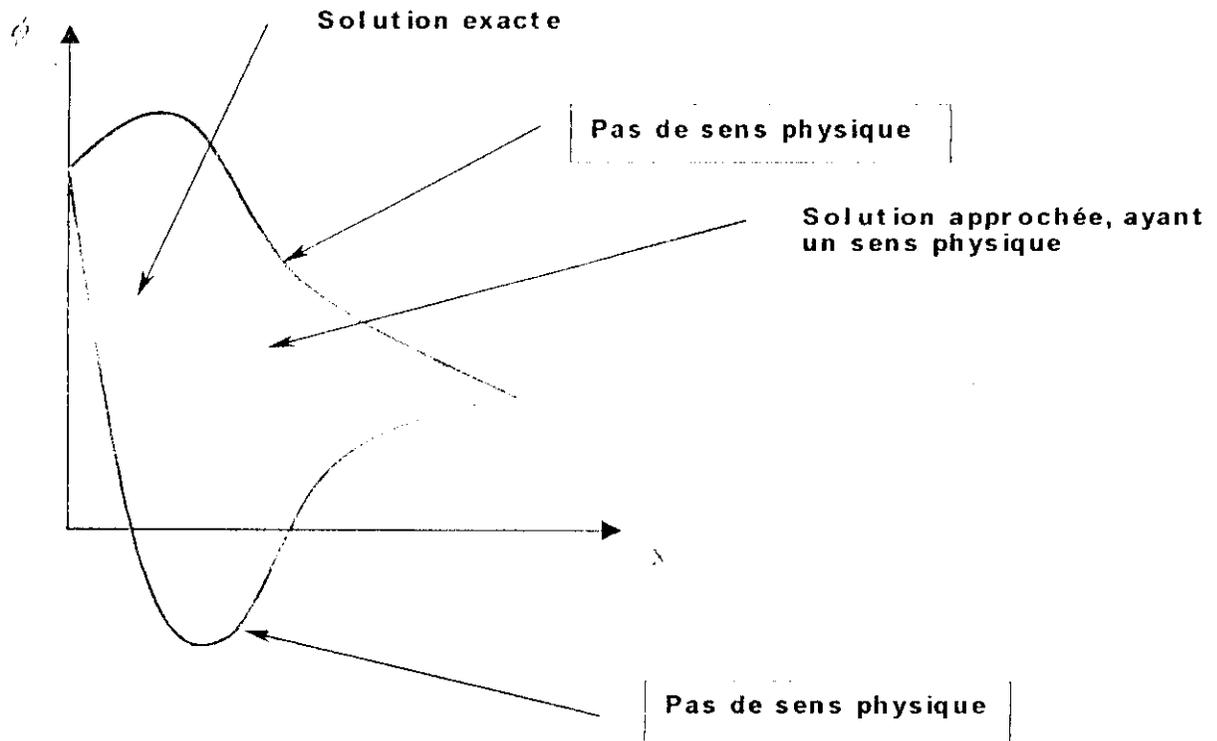


Fig. III.4 Exemple de lois de variation locale avec ou sans sens physique

#### 2.1.4. Principes d'une « bonne » discrétisation

- Consistance aux frontières d'un volume de contrôle

Quand une frontière est commune entre deux volumes de contrôle, la valeur du flux à travers cette frontière doit être la même. En effet, dans le cas contraire, le bilan global sur le domaine ne serait pas vérifié. Ce principe peut facilement être mis en défaut. Par exemple, pour le volume de contrôle de la (Fig. III.2), la valeur de  $d\phi/dx$  aux frontières de la cellule aurait pu être calculée en choisissant une loi de variation locale quadratique déterminée à partir des points W, P et E. La valeur de  $d\phi/dx$  calculée à partir du même type de loi pour la cellule voisine serait alors différente comme le montre la (Fig. III.5) :

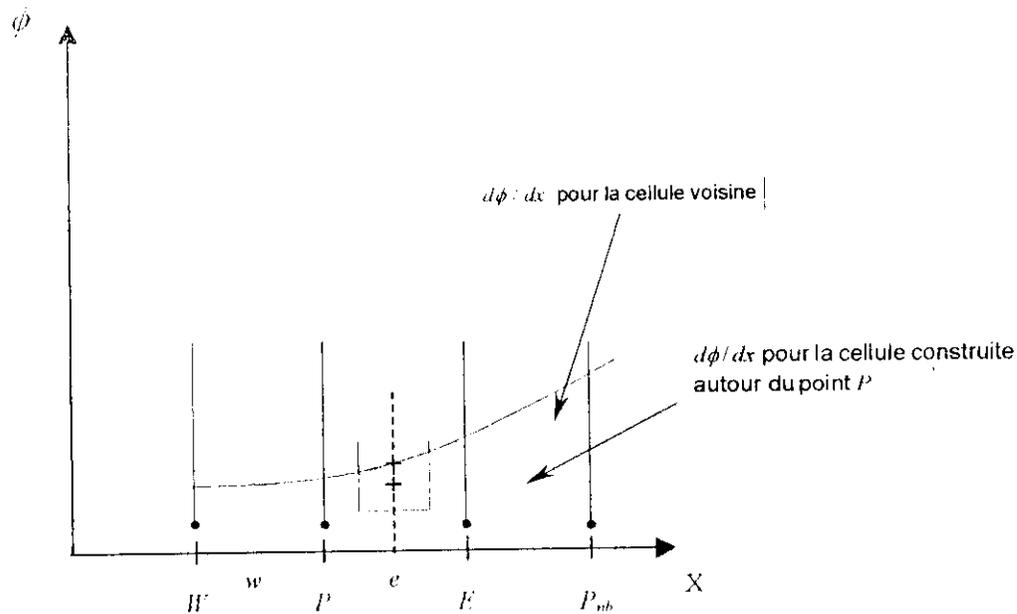


Fig. III.5 Inconsistance des flux à la frontière

- Positivité des coefficients  $a_p$  et  $a_{nb}$

Sachant que la valeur de la variable  $\phi$  au point  $P$  est essentiellement influencée par celle de ses voisins immédiats, on comprend que si nous perturbons la variable en un point voisin de  $P$ , la variable au point  $P$  devra être modifiée dans le même sens que celui de la perturbation. Les signes de  $a_p$  et  $a_{nb}$  doivent donc être identiques.

Par convention, nous choisissons que  $a_p$  et  $a_{nb}$  soient toujours de signe positif. Nous verrons qu'il peut arriver que ce principe ne soit pas respecté, ce qui conduit à des phénomènes d'oscillation.

- Somme des coefficients voisins.

Les équations différentielles gouvernantes contiennent uniquement les dérivées de la variable dépendante  $\phi$ . Si  $C$  est une constante arbitraire, la fonction  $\phi + C$  vérifie aussi les équations différentielles. Cette propriété est aussi valable pour les équations discrétisées. Ceci conduit à :

$$a_p = \sum_{nb} a_{nb} \quad (\text{III.21})$$

### 2.1.5. Choix du maillage

La distance entre deux points du maillage n'est pas obligatoirement constante. Si cette distance est constante, on parle de maillage régulier, sinon de maillage irrégulier. Le choix du

maillage dépend du problème posé ; dans une zone où  $\phi$  varie fortement, il sera nécessaire d'employer des mailles fines, tandis que des mailles plus larges pourront être utilisées dans des zones de variations plus faibles. Bien qu'il n'existe pas de règle stricte, il ne faut pas passer brusquement d'une maille très fine à une maille beaucoup plus large. En pratique, le rapport des dimensions entre deux mailles voisines doit être compris entre 1/3 et 3.

### 2.1.6. Linéarisation du terme source

Quand le terme source dépend de  $\phi$ , la meilleure méthode consiste à exprimer  $\bar{S}$ , dans chaque volume de contrôle, sous la forme :

$$\bar{S} = S_c + S_p \phi_p \quad (\text{III.22})$$

Le choix d'une telle approximation se justifie par le fait que nous conservons la linéarité du système discrétisé ; c'est à dire que la discrétisation conduit à un système linéaire.

Quand  $S$  est une fonction **non linéaire** de  $\phi$ , il est nécessaire de la linéariser, les valeurs de  $S_c$  et  $S_p$  pouvant dépendre de  $\phi$ . Il faut alors travailler avec une **méthode itérative**. A chaque itération, les valeurs de  $S_c$  et  $S_p$  sont réactualisées avec les dernières valeurs obtenues pour  $\phi$ , que nous noterons  $\phi^*$ . Plusieurs méthodes de discrétisation du terme source peuvent être envisagées ; nous en présentons quelques unes.

*Exemple 1 :*

$$S = 5 - 4 \phi \quad \text{Les différentes possibilités sont :}$$

$$1) S_c = 5 \quad S_p = -4$$

C'est la forme recommandée et la plus naturelle

$$2) S_c = 5 - 4 \phi_p^* \quad S_p = 0$$

Cette méthode ( $S_p = 0$ ) peut être utilisée systématiquement, quelle que soit la forme de  $S(\phi)$ . Pour l'exemple cité, elle conduira à des temps de calcul plus longs que la précédente. Cependant, c'est parfois la seule applicable lorsque la forme de  $S$  est trop complexe.

$$3) S_c = 5 + 7 \phi_p^* \quad S_p = -11$$

Cette méthode, qui ralentit artificiellement la convergence, n'offre de ce fait qu'un intérêt très limité !

*Exemple 2 :*  $S_c = 5 + 7 \phi_p$

$$1) S_c = 3 \quad S_p = 7$$

Cette forme n'est pas acceptable, car  $S_p$  est positif, ce qui peut rendre le coefficient  $a_p$  négatif, ce qui est « interdit ». Si le problème peut être résolu sans processus d'itérations, la solution sera correcte, mais sinon, cette méthode sera la cause de divergence.

$$2) S_c = 3 + 7 \phi_p^* \quad S_p = 0$$

Cette technique est souvent la meilleure quand  $dS/d\phi$  est positif.

$$3) S_c = 3 + 9 \phi_p^* \quad S_p = -2$$

On crée ici artificiellement une valeur de  $S_p$  négative.

Exemple 3 :  $S_c = 4 - 5 \phi^3$

$$1) S_c = 4 - 5 \phi_p^{*3} \quad S_p = 0$$

C'est la méthode la plus facile à mettre en œuvre, mais elle ne prend pas en compte la dépendance de  $S$  par rapport à  $\phi$ .

$$2) S_c = 4 \quad S_p = -5 \phi_p^{*2}$$

Cela paraît juste, mais en fait, il y a mieux :

3) la méthode recommandée :

$$S = S(\phi_p^*) + \left( \frac{dS}{d\phi} \right)^* (\phi_p - \phi_p^*) = 4 - 5(\phi_p^*)^3 - 15(\phi_p^*)^2 (\phi_p - \phi_p^*)$$

$$\text{d'où} \quad S_c = 4 + 10\phi_p^{*3} \quad S_p = -15\phi_p^{*2}$$

La (Fig. III.2) représente ces 3 méthodes. on voit que la 3<sup>ème</sup> méthode donne la meilleure estimation de  $S$  autour du point  $\phi_p^*$ .

La méthode recommandée est  $S_c = S(\phi_p^*) + \left( \frac{dS}{d\phi} \right)^* (\phi_p - \phi_p^*)$ ,  $S_p = \left( \frac{dS}{d\phi} \right)^*$  dès que  $\frac{dS}{d\phi}$  est négatif.

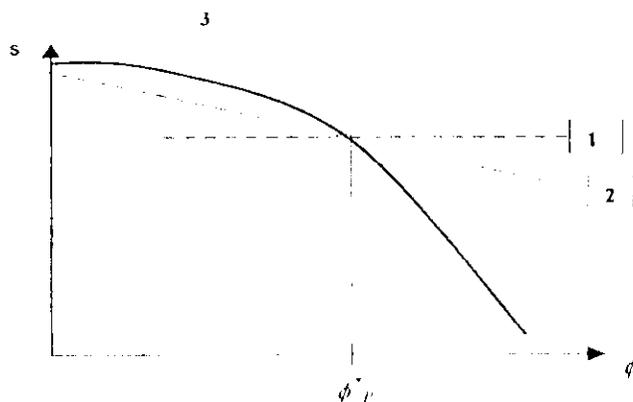


Fig. III.6 Les trois possibilités de linearisation du terme source de l'exemple 3

**2.1.7. Prise en compte des conditions aux limites**

Considérons le maillage de la (Fig. III.3). A chacune des frontières correspond un point du maillage. Les autres points sont appelés des points internes. Autour de chaque point interne est construit un volume de contrôle. Pour ces points, l'équation (III.11) est discrétisée sous la forme de l'équation (III.12). Dans deux de ces équations, intervient la valeur de  $\phi$  sur une frontière.

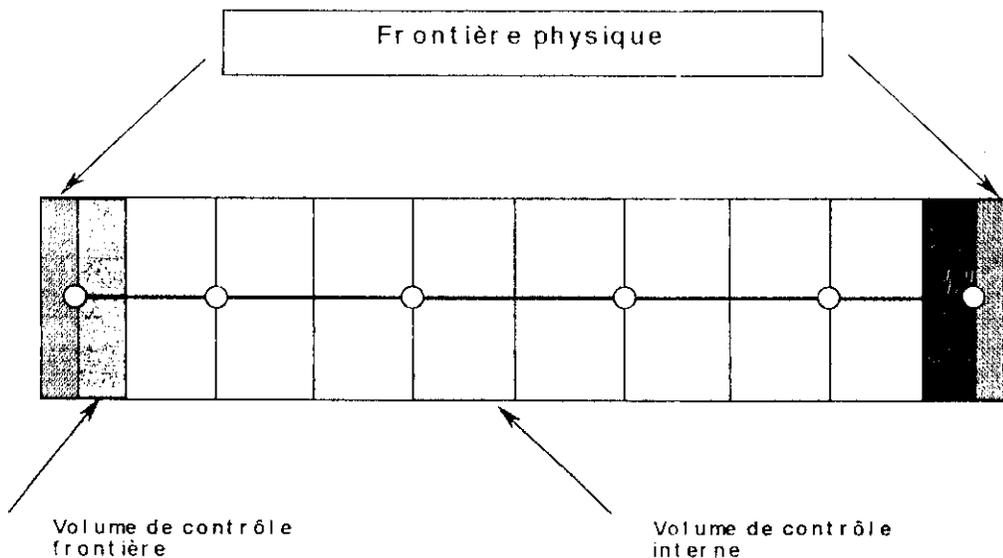


Fig. III.7 Volumes de contrôle pour un point interne et pour un point frontière

Comme le traitement d'un point frontière ne dépend pas de sa localisation, nous allons nous intéresser au point B. pour diverses conditions limites, on obtient :

Condition de Dirichlet. :

$$\phi_B = \phi_0 \quad \text{où } \phi_0 \text{ est connu}$$

On a la valeur de  $\phi$  qui est imposée au point B, il n'est pas nécessaire d'écrire des relations supplémentaires.

Dans le cas contraire, nous obtenons une nouvelle équation discrétisée par intégration de l'équation sur le volume de contrôle frontière du point B (Fig. III.8).

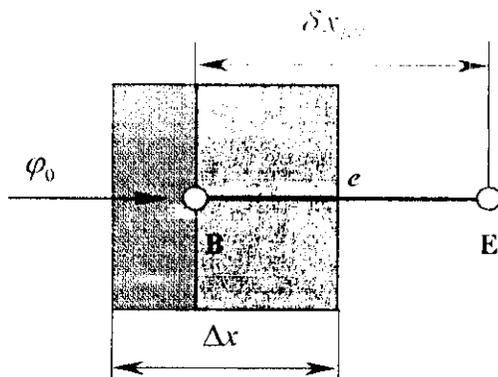


Fig. III.8 Volume de contrôle frontière construit autour du point B

Cette intégration s'exprime sous la forme :

$$\left( \Gamma_e \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right)_B + (S_c + S_p \phi_B) \Delta x = 0 \quad (\text{III.23})$$

soit encore :

$$\Gamma_e \frac{(\phi_E - \phi_B)}{\delta x_{PE}} - \left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right)_B + (S_c + S_p \phi_B) \Delta x = 0$$

La suite de la discrétisation dépend du type de condition à la frontière.

a) Condition de Neumann :

$$-\left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) = \varphi_0$$

Dans ce cas (III.23) prend la forme discrétisée suivante :

$$a_B \phi_B = a_E \phi_E + b$$

$$\text{avec: } a_E = \frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}}$$

$$b = S_c \Delta x + \varphi_0 \quad (\text{III.24})$$

$$a_B = a_E - S_p \Delta x \quad (\text{III.25})$$

b) Condition Mixte :

on prendra par exemple celle de Fourier rencontrée en transfert de chaleur :

$$-\left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right)_B = \frac{h}{C_p} (\phi_f - \phi_B) \quad (\text{III.26})$$

L'équation (III.23) est discrétisée sous la forme :

$$a_B \phi_B = a_E \phi_E + b$$

$$\text{avec: } a_E = \frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}}$$

$$b = S_c \Delta x + \frac{h}{C_p} \phi_{ext} \quad (\text{III.27})$$

$$a_B = a_E - S_p \Delta x + \frac{h}{C_p} \quad (\text{III.28})$$

L'écriture des bilans sur les volumes de contrôle frontière et sur les volumes internes nous fournit le nombre nécessaire d'équations discrétisées par rapport au nombre d'inconnues.

### 2.2. Régime transitoire

Pour un phénomène purement diffusif, monodirectionnel, la forme générale de l'équation de conservation (III.1) s'écrit :

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = S \tag{III.29}$$

La discrétisation du terme source ayant été largement discutée dans la section précédente, nous supposons dans cette partie que  $S = 0$  ml.

L'équation discrétisée est obtenue par intégration en espace, sur le volume de contrôle de la (Fig. III.2) et en temps, entre deux instants  $t$  et  $t + \Delta t$ . Il vient :

$$\int_a^b \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dt dx = \int_a^b \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dt \tag{III.30}$$

soit encore :

$$\int_a^b \left[ (\rho\phi)_{t+\Delta t} - (\rho\phi)_t \right] dx = \int_a^b \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_t - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_a \right] dt \tag{III.31}$$

On remarquera que la relation (III.31) est la forme intégrale de l'équation aux dérivées partielles (III.29). Il s'agit maintenant de choisir des lois de variation locale en temps et en espace, pour obtenir l'équation discrétisée.

La partie gauche de la relation (III.31) est discrétisée en choisissant une loi de variation locale du type de la (Fig. III.3) ( $\rho\phi$  constant dans une cellule). L'équation (III.31) s'écrit avec cette loi :

$$\left[ (\rho\phi)^t - (\rho\phi)^a \right] \Delta x = \int_t^{t+\Delta t} \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_t - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_a \right] dt \tag{III.32}$$

l'exposant <sup>0</sup> désignera les valeurs prises à l'instant  $t$  et l'exposant <sup>1</sup> celles prises à l'instant  $t + \Delta t$ .

Pour discrétiser la partie droite de l'équation (III.32), il faut tout d'abord choisir une loi de variation locale de  $\left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)$  en fonction du temps. Les deux types de loi de la (Fig. III.3) peuvent être envisagés :

- avec une loi de variation locale du type constante nous obtenons

$$\int_t^{t+\Delta t} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dt = \Delta t \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^a \tag{III.33}$$

ou

$$\int_t^{t+\Delta t} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dt = \Delta t \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^1 \quad (\text{III.34})$$

- avec une loi de type linéaire il vient :

$$\int_t^{t+\Delta t} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dt = \frac{\Delta t}{2} \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^1 + \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^0 \right] \quad (\text{III.35})$$

Ces trois possibilités peuvent s'écrire sous une forme générale :

$$\int_t^{t+\Delta t} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dt = \left[ f \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^1 + (1-f) \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^0 \right] \Delta t \quad (\text{III.36})$$

où  $f$  est un coefficient de pondération qui varie entre 0 et 1. Les trois lois données ci-dessus correspondent respectivement à  $f=0$ ,  $f=1$  et  $f=0,5$ . Ces trois valeurs aboutissent à des schémas classiques appelés respectivement **schéma explicite** ( $f=0$ ), schéma de **Crank-Nicolson** ( $f=0,5$ ) et schéma **totalemment implicite** ( $f=1$ ). Les trois lois de variation locale correspondant à ces trois schémas sont représentées sur la (Fig. III.9).

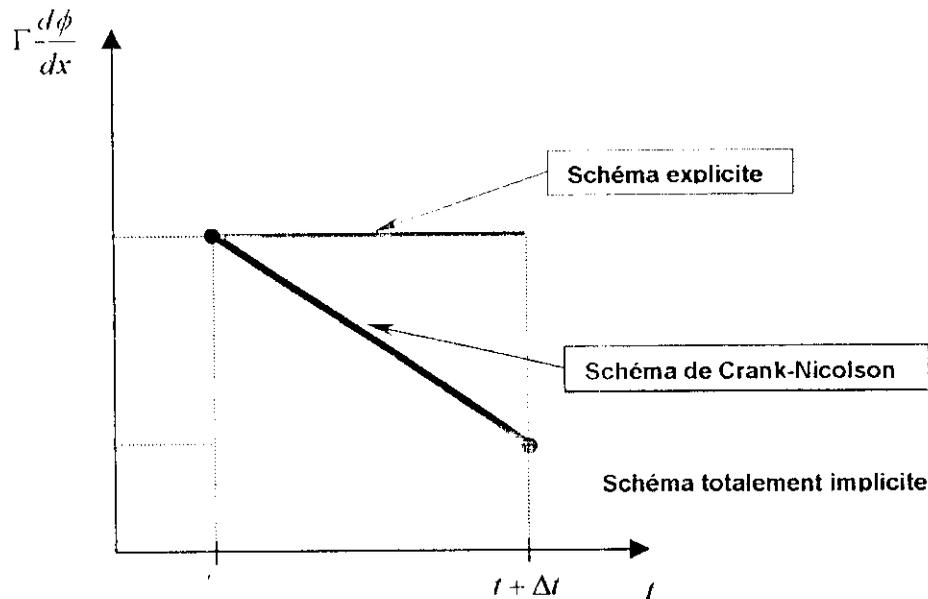


Fig. III.9 Lois de variation locale pour la discrétisation en temps

L'équation (III.32) est maintenant discrétisée sous la forme :

$$\begin{aligned} \left[ (\rho\phi)^1 - (\rho\phi)^0 \right] \frac{\Delta x}{\Delta t} = & f \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e^1 - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w^1 \right] \\ & + (1-f) \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e^0 - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w^0 \right] \end{aligned} \quad (\text{III.37})$$

Les différentes valeurs de  $\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right)$  sont déterminées comme d'habitude à partir d'une loi de variation locale linéaire ; il vient :

$$a_p^1 \phi_p^1 = f a_E^1 \phi_E^1 + f a_W^1 \phi_W^1 + b \quad (\text{III.38})$$

avec :

$$\begin{aligned} a_E^1 &= \frac{\Gamma_e^1}{\delta x_{PE}} & a_W^1 &= \frac{\Gamma_w^1}{\delta x_{WP}} & a_E^0 &= \frac{\Gamma_e^0}{\delta x_{PE}} & a_W^0 &= \frac{\Gamma_w^0}{\delta x_{WP}} \\ a_p^1 &= \rho^0 \frac{\Delta x}{\Delta t} & b &= a_p^0 \phi_p^0 + (1-f) \left[ a_p^0 (\phi_p^0 - \phi_E^0) + a_W^0 (\phi_p^0 - \phi_W^0) \right] \\ a_p^1 &= \rho^1 \frac{\Delta x}{\Delta t} + f a_E^1 + f a_W^1 \end{aligned}$$

### 2.2.1. Stabilité du schéma de discrétisation temporelle

Examinons plus en détail les trois principaux schémas : explicite, Crank-Nicolson et totalement implicite. Dans toute la discussion qui suit, nous considérerons que  $\Gamma$  et  $\rho$  sont constants, et ne distinguerons donc plus  $a_E^0$  et  $a_E^1, \dots$

Le schéma explicite est obtenu en posant  $f = 0$  dans l'équation (III.38) soit :

$$a_p^1 \phi_p^1 = a_p^0 \phi_p^0 + a_W^0 \phi_W^0 + (a_p - a_E - a_W) \phi_p^0 \quad (\text{III.39})$$

La valeur de  $\phi_p$  à l'instant  $t + \Delta t$  ne dépend pour ce schéma que des valeurs de  $\phi$  à l'instant précédent. Ainsi, le calcul de  $\phi$  à chaque pas de temps ne nécessite pas la résolution d'un système linéaire. Cependant le schéma explicite souffre d'une sérieuse limitation. En effet, si l'on perturbe  $\phi_p^0, \phi_p^1$  doit suivre la perturbation dans le même sens. Pour ce faire, il faut que :

$$a_p - a_E - a_W > 0$$

,ce qui signifie, en considérant un maillage régulier, que le pas de temps ne doit pas dépasser la valeur limite :

$$\Delta t < \rho \frac{\Delta x^2}{2\Gamma} \quad (\text{III.40})$$

Si cette condition n'est pas remplie, des solutions sans aucun sens physique peuvent être obtenues.

La condition (III.40) est un critère classique de stabilité du schéma explicite ; elle a pu être retrouvée ici uniquement à partir de considérations physiques. Ce critère peut conduire à des temps de calcul longs car plus on veut raffiner le maillage, plus il faut réduire le pas de temps.

Nous allons illustrer la différence entre les trois schémas à partir d'un problème simple. Nous considérons dans l'équation discrétisée (III.38) que  $\phi_E$  et  $\phi_W$  sont bloqués à zéro. Dans ce cas, pour un maillage régulier, nous déduisons de (III.38) la relation :

$$\begin{aligned} \frac{\phi_p^1}{\phi_p^0} &= \frac{1 - \lambda(1-f)}{1 + \lambda f} \\ \text{avec : } \lambda &= \frac{2\Gamma \Delta t}{\rho \Delta x^2} \end{aligned} \quad (\text{III.41})$$

Le fait que  $\phi_E$  et  $\phi_w$ , soient toujours nuls nécessite que  $\phi_p$  tend vers zéro lorsque  $t$  tend vers l'infini. La raison de la suite géométrique  $(\phi_p)^i$  doit donc être en valeur absolue inférieure à 1. Les variations de  $\phi_p^1 / \phi_p^0$  en fonction de  $\lambda$ , pour les trois schémas, sont représentées sur la (Fig III.10.). On voit sur cette figure que seul le schéma totalement implicite conduit à des valeurs positives quelle que soit la valeur de  $\lambda$ . Pour des grandes valeurs de  $\lambda$ , le schéma de Crank-Nicolson donne pour  $\phi_p^1 / \phi_p^0$  une valeur comprise entre -1 et 0, ce qui signifie que les valeurs de  $\phi$  vont osciller entre des valeurs positives et négatives en tendant vers 0. Le rapport  $\phi_p^1 / \phi_p^0$  devient inférieur à -1 avec le schéma explicite si  $\lambda > 2$ ; les oscillations de  $\phi$  ne sont alors plus amorties et la solution diverge.

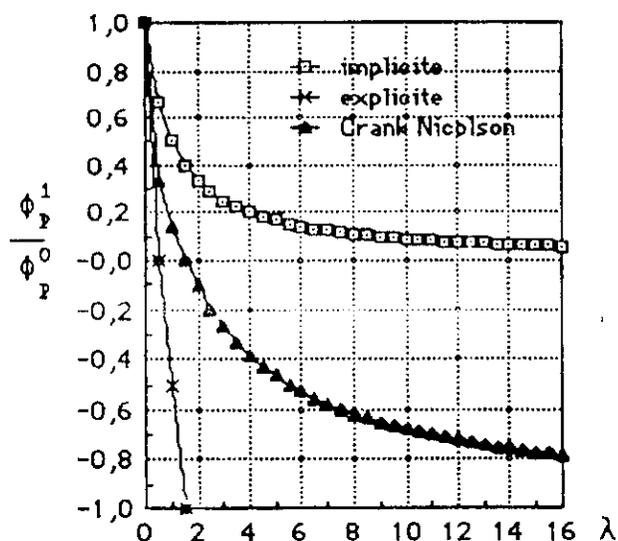


Fig. III.10 Comparaison des schéma explicite, Crank-Nicolson et implicite

Ainsi, le schéma totalement implicite répondant aux critères de simplicité et de réalité physique de la solution, nous l'utiliserons de préférence dans toute la suite. Il est cependant reconnu que le schéma de Crank-Nicolson est plus précis que le schéma implicite pour des petits pas de temps. Ce résultat était prévisible car pour de petits pas de temps les variations de  $\phi$  en fonction du temps sont presque linéaires, tandis que le schéma implicite décrit des variations exponentielles.

Remarquons enfin que la stabilité " inconditionnelle " du schéma totalement implicite n'est assurée en toute rigueur que pour un système linéaire.

### 2.2.2. Forme de l'équation discrétisée avec le schéma totalement implicite

Si nous réintégrons le terme source que nous avons supposé nul pour la présentation du schéma dans l'équation (III.38), en supposant toujours  $\rho$  et  $\Gamma$  constants, nous obtenons la forme générale de l'équation discrétisée avec le schéma totalement implicite :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + b \tag{III.42}$$

$$a_E = \frac{\Gamma_e}{(\delta x)_e}$$

$$a_W = \frac{\Gamma_w}{(\delta x)_w}$$

$$a_p^0 = \frac{\rho \Delta x}{\Delta t}$$

$$a_p \phi_p = a_E + a_W + a_p^0 - S_p \Delta x$$

$$b = S_c \Delta x + a_p^0 \phi_p^0$$

Dans l'équation (III.42), le lecteur averti remarquera que si  $\Delta t$  tend vers l'infini, on retrouve la forme générale de l'équation discrétisée obtenue dans le cas du régime permanent .

**2.2.3. Géométrie bidimensionnelle.**

Une portion d'un maillage bidimensionnel est représentée sur la (Fig. III.11). Pour le point P, ses voisins dans la direction  $x$  sont notés E et W, tandis que ses voisins dans la direction  $y$  sont notés N et S (*North* et *South*). Le volume de contrôle construit autour du point P est hachuré sur la (Fig. III.11), son épaisseur dans la direction  $z$  est supposée unitaire. Les notations introduites précédemment s'étendent facilement au cas bidimensionnel.

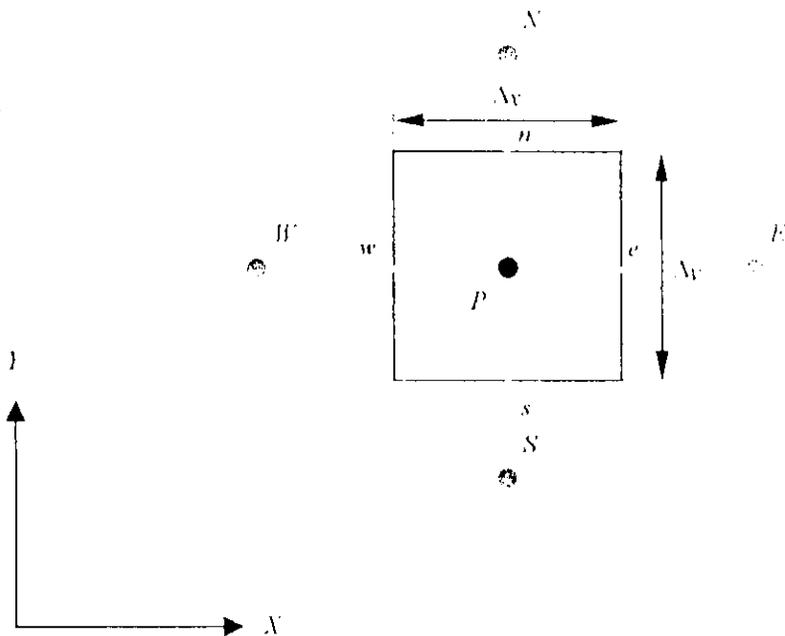


Fig. III.11 Volume de contrôle pour une géométrie bidimensionnelle

Pour des phénomènes purement diffusifs et pour une géométrie bidimensionnelle, l'équation de conservation (III.1) s'écrit

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right) + S \quad (\text{III.43})$$

De même qu'au paragraphe (voir §. 2.2), l'équation discrétisée est obtenue par intégration en espace et en temps, il vient

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_s^n \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dt dx dy &= \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right) dx dy dt \\ &+ \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right) dy dx dt \\ &+ \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n S dx dy dt \end{aligned} \quad (\text{III.44})$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_s^n [(\rho\phi)^t - (\rho\phi)^0] dx dy &= \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \left[ \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right)_e - \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right)_w \right] dy dt \\ &+ \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \left[ \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right)_n - \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right)_s \right] dx dt \\ &+ \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n S dx dy dt \end{aligned} \quad (\text{III.45})$$

En choisissant d'utiliser le schéma totalement implicite, on obtient :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (\text{III.46})$$

avec:

$$\begin{aligned} a_E &= \frac{\Gamma_e \Delta y}{(\delta x)_e} & a_W &= \frac{\Gamma_w \Delta y}{(\delta x)_w} \\ a_N &= \frac{\Gamma_n \Delta x}{(\delta y)_n} & a_S &= \frac{\Gamma_s \Delta x}{(\delta y)_s} \end{aligned}$$

$$a_p^0 = \rho \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t}$$

$$a_p \phi_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 - S_p \Delta x \Delta y$$

$$b = S_c \Delta x \Delta y + a_p^0 \phi_p^0$$

### 3. La méthode des volumes finis pour les problèmes de convection-diffusion

Nous avons vu au (§.2) la forme générale de la discrétisation d'un problème purement diffusif. Nous allons montrer maintenant comment une équation de transport convecto-diffusif est discrétisée. Nous supposons dans ce chapitre que le champ de vitesse est connu. Le problème de convection-diffusion se présente sous la forme générale : trouver un champ

scalaire  $\phi(x,y,t)$  dont l'évolution en temps et en espace est régie par l'équation aux dérivées partielles du second ordre (III.1)

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) = \text{div}(\Gamma \text{grad } \phi) + S_\phi$$

A la quelle est associé un jeu de conditions initiales  $\phi_0(x,y)$  et de conditions aux limites à la frontière du domaine .

### 3.1. Mise en évidence des instabilités liées aux discrétisations centrées

Pour ne pas avoir à faire intervenir les problèmes liés à la discrétisation des dérivées en temps et par souci de simplicité, on considère dans cette partie un problème de transport monodirectionnel en régime stationnaire, à coefficients constants, sans terme source et avec une vitesse  $u$  constante, soit :

$$\rho u \frac{\partial \phi}{\partial x} = \Gamma \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad \text{sur } [0,L] \quad (\text{III.47})$$

$$\phi(0) = \phi_0 \quad (\text{III.48})$$

$$\phi(L) = \phi_L \quad (\text{III.49})$$

Sur un maillage à pas constants  $\Delta x$  du segment  $[0,L]$ , construisons la discrétisation par les volumes finis. L'intégration de l'équation (III.47) sur un volume de contrôle donne :

$$(\rho u)_e \phi_e - (\rho u)_w \phi_w = \Gamma_e \left( \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \Gamma_w \left( \frac{d\phi}{dx} \right)_w \quad (\text{III.50})$$

Il peut paraître naturel d'utiliser, comme dans le chapitre III, une loi de variation locale du type linéaire pour estimer  $\phi$  et  $(\partial\phi/\partial x)$  sur les faces du volume de contrôle. En considérant que les faces de la cellule sont au milieu des segments (W,P) et (P,E), on obtient :

$$\phi_e = \frac{\phi_E + \phi_P}{2} \quad \text{et} \quad \phi_w = \frac{\phi_W + \phi_P}{2} \quad (\text{III.51})$$

Et d'après (III.50) et (III.51) ,

$$(\rho u)_e \left( \frac{\phi_E + \phi_P}{2} \right) - (\rho u)_w \left( \frac{\phi_W + \phi_P}{2} \right) = \Gamma_e \frac{\phi_E + \phi_P}{\Delta x} - \Gamma_w \frac{\phi_P + \phi_W}{\Delta x} \quad (\text{III.52})$$

soit ,en mettant (III.52) sous la forme classique que nous avons adopté :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W \quad (\text{III.53})$$

$$a_E = \frac{\Gamma_e}{\Delta x} - \frac{\rho u_e}{2} \quad (\text{III.54})$$

$$a_W = \frac{\Gamma_w}{\Delta x} + \frac{\rho u_w}{2} \quad (\text{III.55})$$

$$a_P = \frac{\Gamma_e}{\Delta x} + \frac{\rho u_e}{2} + \frac{\Gamma_w}{\Delta x} - \frac{\rho u_w}{2} \quad (\text{III.56})$$

Le type de schéma que nous obtenons s'appelle un schéma centré .

On voit d'après (54) et (55) que soit  $\alpha_E$ , soit  $\alpha_W$  peuvent devenir négatifs, suivant le signe du nombre de Péclet local, défini par  $P_c = (\rho u \Delta x / \Gamma)$ . En effet, si  $P_c > 2$ , alors  $\alpha_E$  est négatif et si  $P_w < -2$ ,  $\alpha_W$  est négatif. Ce résultat est en contradiction avec la règle de positivité des coefficients  $\alpha_p$  et  $\alpha_{nb}$  que nous avons définie dans les sections précédentes. Rappelons que cette " règle " correspond au fait que si l'on perturbe un point, le système doit nécessairement répondre dans le sens d'un amortissement de la perturbation. Le fait de ne plus satisfaire cette loi conduit à une solution qui oscille, du type de la (Fig. III.12).

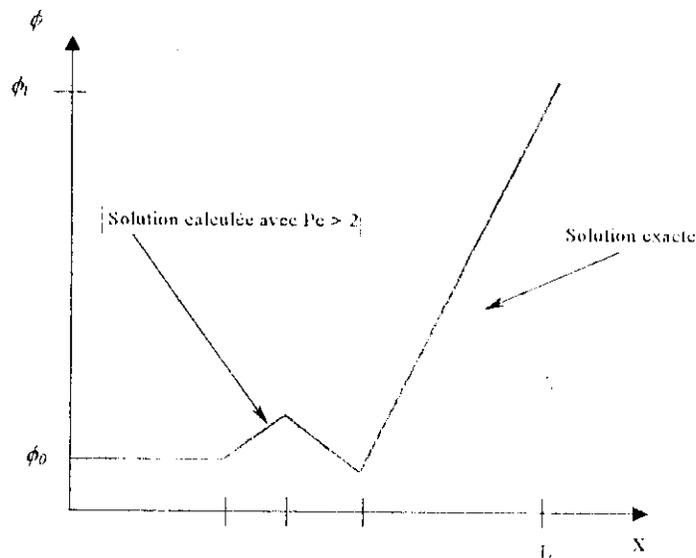


Fig. III.12 Phénomènes d'oscillations apparaissant avec un schéma centré

si l'on prend par exemple  $(\rho u)_e = (\rho u)_w = 4$  et  $(\Gamma_e / \Delta x) = (\Gamma_w / \Delta x) = 1$  suivant les valeurs de  $\phi_E$  et  $\phi_W$ , nous obtenons pour  $\phi_p$  :

- avec  $\phi_E = 200$  et  $\phi_W = 100$ ,  $\phi_p = 50$
- avec  $\phi_E = 100$  et  $\phi_W = 200$ ,  $\phi_p = 250$ .

De tels résultats ne sont pas physiquement acceptables. En effet, nous devrions trouver des valeurs de  $\phi_p$  comprises entre 100 et 200. On voit que le choix d'une loi de variation locale du type linéaire a ses limites!

En résumé, le schéma centré, résultant du choix d'une loi de variation locale du type linéaire, conduit à des oscillations lorsque le nombre de Péclet local devient en valeur absolue supérieur à 2. Nous allons maintenant rechercher des lois de variation locale mieux adaptées aux problèmes de convection-diffusion.

## 3.2. Choix d'une variation locale

### 3.2.1. Le schéma upwind (ou différentiation amont)

Cette technique consiste à choisir une loi de variation locale de type, pour calculer les termes diffusifs et une loi d'un autre type (Fig. III.13) ,pour calculer les termes convectifs.

$$\phi_e = \phi_P \quad \text{si} \quad (\rho u)_e > 0 \quad (\text{III.57})$$

$$\phi_e = \phi_E \quad \text{si} \quad (\rho u)_e < 0 \quad (\text{III.58})$$

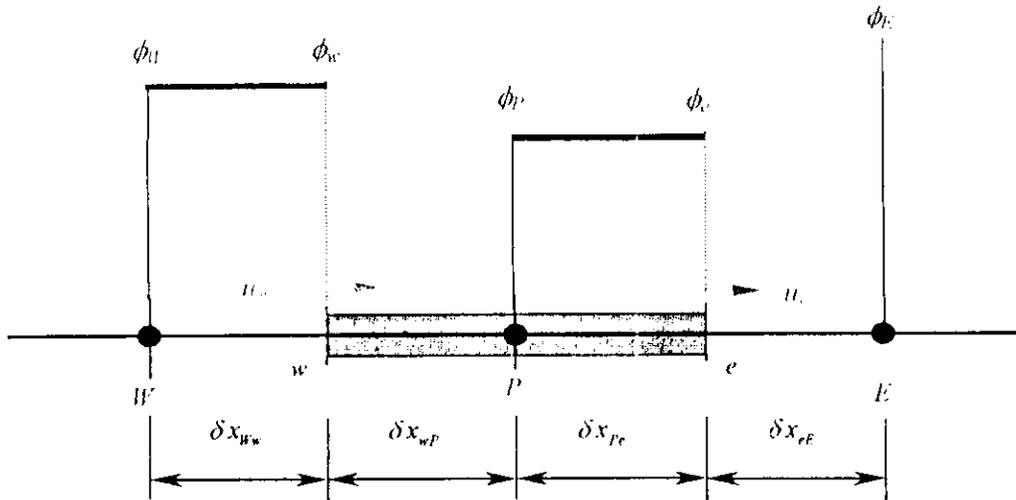


Fig. III.13-a Cas où  $(\rho u)_e > 0$ .

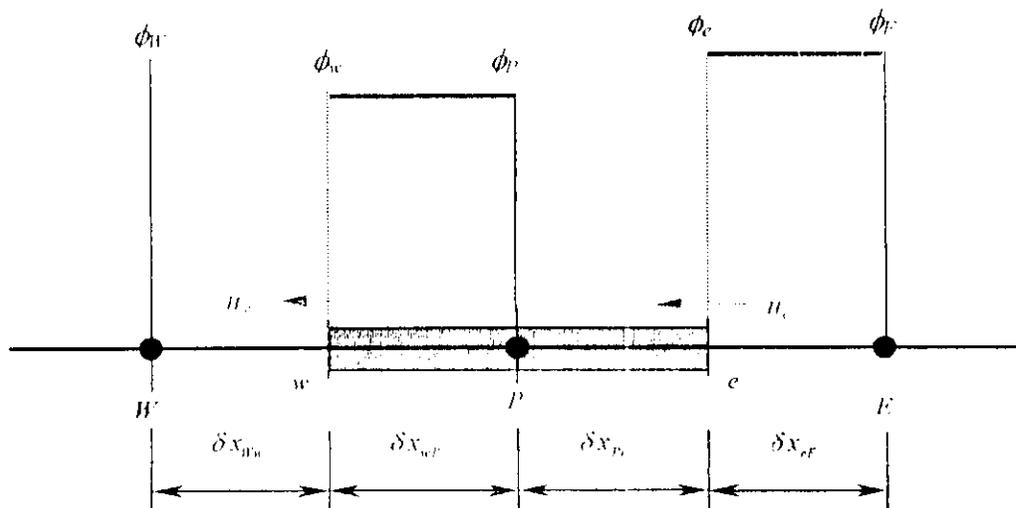


Fig. III.13-b Cas où  $(\rho u)_e < 0$ .

On choisit ainsi deux lois de variation locale différentes pour discrétiser les termes diffusifs et les termes convectifs. Le choix de ces lois est fait en découplant le phénomène diffusif du phénomène convectif. En effet, si le transport est purement diffusif, une loi variation locale du type linéaire par morceaux est pleinement justifiée. De même, nous avons vu que si le phénomène est purement convectif, la valeur en amont de l'écoulement prévaut dans le domaine considéré.

Le terme  $(\rho u)_e \phi_e$  de l'équation (III.50) est ainsi discrétisé sous la forme :

$$(\rho u)_e \phi_e = (\rho u)_e \phi_P \quad \text{si } (\rho u)_e > 0 \quad (\text{III.59})$$

$$(\rho u)_e \phi_e = (\rho u)_e \phi_E \quad \text{si } (\rho u)_e < 0 \quad (\text{III.60})$$

(III.59) et (III.60) peuvent encore s'écrire en introduisant la notation :

$$F_e = (\rho u)_e \quad \text{et} \quad \|A, B\| = \text{Max}(A, B)$$

sous la forme :

$$F_e \phi_e = \phi_W \|F_e, 0\| - \phi_P \|-F_e, 0\| \quad (\text{III.61})$$

On a de même sur la face ouest :

$$F_w \phi_w = \phi_W \|F_w, 0\| - \phi_P \|-F_w, 0\| \quad (\text{III.62})$$

L'équation (III.50) s'écrit alors, en introduisant la notation  $D_e = \Gamma_e / (\delta x)_e$ , pour le cas général :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W \quad (\text{III.63})$$

$$\text{avec: } a_E = D_e + \|F_e, 0\| \quad (\text{III.64})$$

$$a_W = D_w + \|-F_w, 0\| \quad (\text{III.65})$$

$$\begin{aligned} a_P &= D_e + \|F_e, 0\| + D_w + \|-F_w, 0\| \\ &= a_E + a_W + (F_e - F_w) \end{aligned} \quad (\text{III.66})$$

Or, l'équation de continuité en régime stationnaire s'écrit :

$$\text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0 \quad \text{soit} \quad \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0 \quad \text{donc} \quad F_e = F_w$$

Par conséquent,  $a_P = a_E + a_W$ . Le système discrétisé (III.63) – (III.66) vérifie bien les "règles" définies auparavant, notamment la positivité des coefficients.

### 3.2.2. Le schéma exponentiel et le schéma puissance (power law)

L'idée de ces schémas consiste à utiliser la même loi de variation locale pour estimer  $(\rho u)_e \phi_e$  et  $(\Gamma(\partial\phi/\partial x))_e$ . Nous savons qu'il n'est pas possible d'employer sans précaution une loi du type linéaire par morceaux. De la même manière que cette loi avait été choisie car elle est solution du problème de diffusion pure 1-D, nous allons prendre comme loi de variation locale, la solution du problème de convection-diffusion local ; soit pour la face est d'un volume de contrôle, la solution du système :

$$(\rho u)_e \frac{\partial \phi}{\partial x} = \Gamma_e \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad \text{sur } [x_P, x_E] \quad (\text{III.67})$$

$$\phi(x_P) = \phi_P \quad (\text{III.68})$$

$$\phi(x_E) = \phi_E \quad (\text{III.69})$$

d'où la loi de variation locale :

$$\frac{\phi(x) - \phi_E}{\phi_P - \phi_E} = \frac{\exp\left(P_e \frac{(x - x_P)}{(\delta x)_e}\right) - \exp(P_e)}{1 - \exp(P_e)} \quad (\text{III.70})$$

où :

$$P_e = \frac{(\rho u)_e (\delta x)_e}{\Gamma_e}$$

Nous devons calculer  $J_e = (\rho u)_e \phi_e - (\Gamma (\partial \phi / \partial x))_e$ , avec la loi de variation locale (III.70), on voit que :

$$J = (\rho u)_e \phi - \Gamma_e \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

est constant entre  $x_P$  et  $x_E$ . En effet, (III.67) peut encore s'écrire :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( (\rho u)_e \phi - \Gamma_e \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = 0 \quad \text{soit} \quad \frac{\partial J}{\partial x} = 0 \quad (\text{III.71})$$

L'expression de  $J$  ne dépend pas de la localisation de la face du volume de contrôle.

Finalement,  $J_e$  s'exprime sous la forme :

$$J_e = F_e \left( \phi_P + \frac{\phi_P - \phi_E}{\exp(P_e) - 1} \right) \quad (\text{III.72})$$

avec :

$$F_e = (\rho u)_e \quad D_e = \frac{\Gamma_e}{(\delta x)_e}$$

$$P_e = \frac{F_e}{D_e} = \frac{(\rho u)_e (\delta x)_e}{\Gamma_e} \quad (\text{III.73})$$

On obtient de même pour  $J_w$  :

$$J_w = F_w \left( \phi_W + \frac{\phi_W - \phi_P}{\exp(P_w) - 1} \right) \quad (\text{III.74})$$

avec :

$$F_w = (\rho u)_w \quad D_w = \frac{\Gamma_w}{(\delta x)_w}$$

$$P_w = \frac{F_w}{D_w} = \frac{(\rho u)_w (\delta x)_w}{\Gamma_w} \quad (\text{III.75})$$

L'équation (III.50) s'écrit avec ce type de loi de variation locale :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W \quad (\text{III.76})$$

où

$$a_E = \frac{F_e}{\exp\left(\frac{F_e}{D_e}\right) - 1} \quad (\text{III.77})$$

$$a_W = \frac{F_w \exp\left(\frac{F_w}{D_w}\right)}{\exp\left(\frac{F_w}{D_w}\right) - 1} \quad (\text{III.78})$$

$$a_p = a_E + a_W + F_e - F_w \quad (\text{III.79})$$

Ce schéma, appelé schéma exponentiel, nous garantit d'obtenir la solution exacte du problème monodirectionnel (III.50) quelle que soit la valeur du nombre de Péclet. Cependant, il est peu utilisé car il nécessite le calcul de fonctions exponentielles. Nous présentons maintenant un schéma ayant le même comportement que le schéma exponentiel, mais moins gourmand en temps de calcul.

Pour cela, étudions  $a_E$  en fonction de  $P_e$ , d'après (III.77), il vient :

$$\frac{a_E}{D_e} = \frac{P_e}{\exp(P_e) - 1} \quad (\text{III.80})$$

$$\text{Si } P_e \rightarrow +\infty \quad \frac{a_E}{D_e} \rightarrow 0$$

$$\text{Si } P_e \rightarrow -\infty \quad \frac{a_E}{D_e} \rightarrow -P_e$$

Une bonne approximation du schéma exponentiel a été proposée par Patankar [18,19]. C'est le schéma puissance ( en anglais , power law). Dans ce schéma,  $(a_E / D_e)$  s'exprime ainsi :

$$\begin{array}{lll} \text{Si } P_e < -10 & \text{alors} & \frac{a_E}{D_e} = -P_e \\ \text{Si } -10 < P_e < +10 & \text{alors} & \frac{a_E}{D_e} = (1 + 0.1P_e)^5 - P_e \\ \text{Si } 0 < P_e < +10 & \text{alors} & \frac{a_E}{D_e} = (1 - 0.1P_e)^5 \\ \text{Si } P_e > -10 & \text{alors} & \frac{a_E}{D_e} = 0 \end{array} \quad (\text{III.81})$$

Ce schéma a été construit de façon :

- à retrouver les deux asymptotes de la loi exponentielle,
- à conserver la valeur de la tangente pour  $P_e = 0$ ,
- à raccorder la fonction aux asymptotes, en choisissant les nombres de  $P_e$  valant  $-10$  et  $10$ .

### 3.3. Forme générale de la discrétisation (régime permanent, 1D)

Que ce soit avec le schéma upwind ou avec le schéma exponentiel, lorsque nous écrivons la forme finale de l'équation discrétisée (équations (III.63) et (III.76)), le coefficient  $\alpha_p$  n'est pas automatiquement égal à  $\alpha_E + \alpha_W$ . Il est d'usage courant de transformer l'équation (III.50) en lui rajoutant le terme  $\phi_p \text{div}(\rho u)$ , soit  $-F_e \phi_p + F_w \phi_p$  :

$$F_e (\phi_e - \phi_p) - F_w (\phi_w - \phi_p) = \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \quad (\text{III.82})$$

Avec cette nouvelle forme de l'équation (III.50), nous avons à calculer sur la face est du volume de contrôle le terme :

$$F_e (\phi_e - \phi_p) - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e = J_e - F_e \phi_p \quad (\text{III.83})$$

On trouve, pour le schéma upwind :

$$J_e - F_e \phi_p = (D_e + \parallel -F_e, 0 \parallel) (\phi_p - \phi_E) \quad (\text{III.84})$$

, pour le schéma exponentiel :

$$J_e - F_e \phi_p = \left( \frac{F_e}{\exp(P_e) - 1} \right) (\phi_p - \phi_E) \quad (\text{III.85})$$

et pour le schéma power law :

$$J_e - F_e \phi_p = (D_e \parallel 0, (1 - 0.1 |P_e|)^5 \parallel + \parallel -F_e, 0 \parallel) (\phi_p - \phi_E) \quad (\text{III.86})$$

Nous obtenons ainsi l'équation (III.82) sous la forme discrétisée :

$$\alpha_p \phi_p = \alpha_E \phi_E + \alpha_W \phi_W \quad (\text{III.87})$$

$$\alpha_E = D_e A(|P_e|) + \parallel -F_e, 0 \parallel \quad (\text{III.88})$$

$$\alpha_W = D_w A(|P_w|) + \parallel -F_w, 0 \parallel \quad (\text{III.89})$$

$$\alpha_p = \alpha_E + \alpha_W \quad (\text{III.90})$$

où  $A$  est une fonction du nombre de Péclet local et qui dépend du type de schéma :

Pour le schéma centré  $A(|P|) = 1 - 0.5|P|$

Pour le schéma upwind  $A(|P|) = 1$

Pour le schéma exponentiel  $A(|P|) = |P| / [\exp(|P|) - 1]$

Pour le schéma power law  $A(|P|) = \parallel 0, (1 - 0.1|P|)^5 \parallel$

L'équation (III.90) est la forme générale d'une équation discrétisée dans le cas d'un transport convecto-diffusif 1-D en régime permanent .

### 3.4. Discrétisation d'un problème de transport convecto-diffusif dans le cas général

Nous avons maintenant tous les éléments nécessaires pour discrétiser l'équation (III.48) sous sa forme générale. Nous appelons  $J_x$  la somme des flux convectifs et diffusifs dans la direction  $x$  et  $J_y$  la même somme dans la direction  $y$ , soit :

$$J_x = \left( \rho u \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Delta y$$

$$J_y = \left( \rho v \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \Delta x$$

En employant ces notations, l'équation (III.48) est réécrite pour une géométrie bidimensionnelle sous la forme :

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = S \tag{III.91}$$

L'intégration de l'équation (III.91) entre les instants  $t$  et  $t+\Delta t$  sur le volume de contrôle de la (Fig. III.9), nous donne :

$$\frac{(\rho_p \phi_p - \rho_p^0 \phi_p^0) \Delta x \Delta y}{\Delta t} + J_e - J_w + J_n - J_s = (S_c + S_p \phi_p) \Delta x \Delta y \tag{III.92}$$

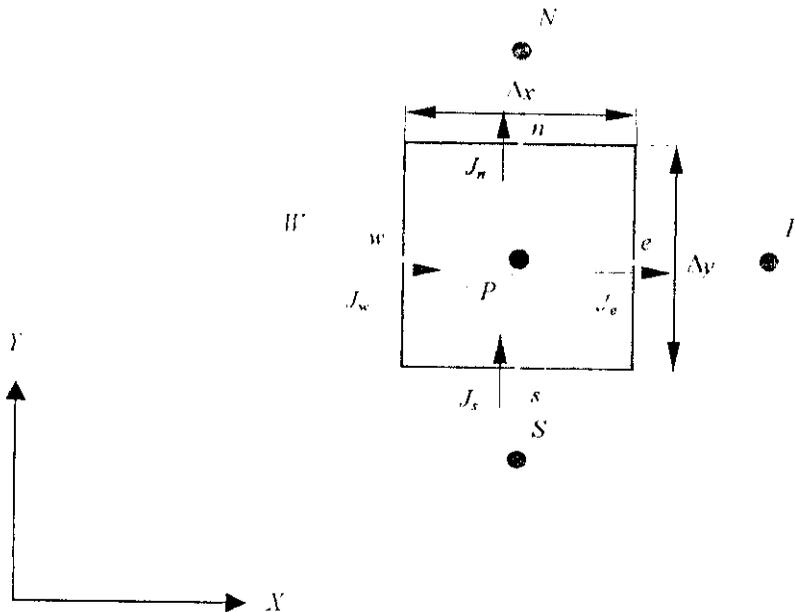


Fig. III.9. Volume de contrôle pour le cas 2D.

Par ailleurs, l'équation de conservation de la masse s'écrit de façon générale :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0 \tag{III.93}$$

Si nous l'intégrons sur le même volume de contrôle, il vient :

$$\frac{(\rho_p - \rho_p^0) \Delta x \Delta y}{\Delta t} + F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \tag{III.94}$$

$$F_e = (\rho u)_e \Delta y \tag{III.95}$$

$$F_w = (\rho u)_w \Delta y \tag{III.96}$$

$$F_n = (\rho u)_n \Delta x \quad (\text{III.97})$$

$$F_s = (\rho u)_s \Delta x \quad (\text{III.98})$$

En multipliant l'équation (III.94) par  $\phi_p$ , puis en la soustrayant de (III.92), il vient :

$$\begin{aligned} (\phi_p - \phi_p^0) \frac{\rho_p^0 \Delta x \Delta y}{\Delta t} + (J_e - F_e \phi_p) - (J_w - F_w \phi_p) + (J_n - F_n \phi_p) - (J_s - F_s \phi_p) \\ = (S_C + S_P \phi_p) \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (\text{III.99})$$

L'hypothèse de l'uniformité des flux  $J_x$  et  $J_y$  sur les faces du volume de contrôle nous permet d'utiliser les résultats de la partie (III.50). On peut donc exprimer :

$$J_e - F_e \phi_p = a_E (\phi_p - \phi_E)$$

$$J_w - F_w \phi_p = a_W (\phi_p - \phi_W)$$

avec :  $a_E = D_e A(|P_e|) + \|-F_e, 0\|$

$$a_W = D_w A(|P_w|) + \|F_w, 0\|$$

où :  $D_e = \frac{\Gamma_e}{(\delta x)_e} \Delta y$  et  $D_w = \frac{\Gamma_w}{(\delta x)_w} \Delta y$

Nous obtenons finalement l'équation discrétisée :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (\text{III.100})$$

$$a_E = D_e A(|P_e|) + \|-F_e, 0\| \quad (\text{III.101})$$

$$a_W = D_w A(|P_w|) + \|F_w, 0\| \quad (\text{III.102})$$

$$a_N = D_n A(|P_n|) + \|-F_n, 0\| \quad (\text{III.103})$$

$$a_S = D_s A(|P_s|) + \|F_s, 0\| \quad (\text{III.104})$$

$$a_P^0 = \rho_P^0 \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (\text{III.105})$$

$$b = S_C \Delta x \Delta y + a_P^0 \phi_P^0 \quad (\text{III.106})$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 - S_P \Delta x \Delta y \quad (\text{III.107})$$

Les grandeurs  $F_e, F_w, F_n, F_s$  sont définies en (III.95) – (III.98), les conductances  $D$  sont définies par :

$$D_e = \frac{\Gamma_e}{(\delta x)_e} \Delta y$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w}{(\delta x)_w} \Delta y$$

$$D_n = \frac{\Gamma_n}{(\delta x)_n} \Delta x$$

$$D_s = \frac{\Gamma_s}{(\delta x)_s} \Delta x$$

et les nombres de Péclet locaux par :

$$P_e = \frac{F_e}{D_e}; P_w = \frac{F_w}{D_w}; P_n = \frac{F_n}{D_n}; P_s = \frac{F_s}{D_s}$$

Rappelons que le traitement du cas tridimensionnel est similaire aux cas traités ci-dessus.

#### 4. Critère de convergence

On dit qu'un processus itératif a atteint la convergence lorsque les itérations ultérieures ne produisent aucun changement significatif dans les valeurs de la variable T.

Pratiquement, on exprime cette convergence par un test d'arrêt du processus itératif appelé 'critère de convergence' qui dépend de la nature du problème et des objectifs du calcul.

Un critère approprié est celui qui porte sur les résidus de quantité, de la masse et de la température. Ces résidus sont définis par :

$$R_T = \sum_{nb} a_{nb} T_{nb} + b - a_P T_P \quad (\text{III.108})$$

Evidemment, quand l'équation discrétisée est satisfaite,  $R_T$  tend vers zéro. Mathématiquement, cela se traduit par l'inégalité suivante :

$$\sum_{\Omega} \|R_T\| < \varepsilon_T \quad (\text{III.109})$$

$\Omega$  : domaine de calcul ;

Où :

$\varepsilon_T$  : Valeur infiniment petite caractérisant l'erreur sur la solution obtenue.

### 1- Modèle mathématique :

Les codes de calcul de mécanique des fluides, qui aident à la prédiction du comportement des gaz de combustion dans les moteurs à pistons, requièrent des conditions aux limites pour les équations d'énergie et de quantité de mouvement. Pour cela, il faut modéliser les échanges thermiques gaz/paroi et les contraintes de cisaillement aux parois

Borman et al [17] font un bilan des connaissances en matière de transferts thermiques dans les moteurs. On se limite ici au cas des échanges thermiques gaz/paroi dans la chambre de combustion et aux modélisations qui en ont été faites. On peut citer trois grands groupes de modèles de transferts thermiques

- les modèles thermodynamiques ou globaux : ils reposent habituellement sur des corrélations entre les paramètres globaux (pression, température moyenne, \_vitesse moyenne, ...) :
- les modèles quasi dimensionnels qui divisent la chambre de combustion en zones dans lesquelles les équations de la mécanique des fluides sont traités sous forme macroscopique ;
- les modèles multidimensionnels qui abordent les équations de la mécanique des fluides sous forme microscopique (équations aux dérivées partielles )

#### 1-1- Les modèles thermodynamiques et globaux

Le plus ancien de ces modèles a été établi par Eichelberg [18]. Il a le gros inconvénient de demander un ajustement de ses coefficients. Un certain nombre de modèles sont réputés pour avoir été utilisés pendant plusieurs années. Ce sont par exemple les modèles d'Armand [19] ou Woschni [20] qui tiennent compte, comme vitesse caractéristique, l'un de la vitesse du piston seulement, l'autre de la vitesse du piston et de la combustion. On peut également citer les modèles de Le Feuvre et al. [21] ou Dent et Suliaman [22] qui prennent en compte la vitesse angulaire des gaz dans la chambre de combustion.

Ces modèles tiennent tous compte de paramètres très différents ; ceci montre qu'on ne peut se contenter d'attribuer les transferts thermiques à une vitesse moyenne, liée soit à la vitesse du piston, soit à la combustion, soit au mouvement de swirl... Ceci permet d'expliquer pourquoi ces modèles nécessitent une adaptation de leurs coefficients à chaque type de moteur. Enfin, aucun d'entre eux ne considère la turbulence qui joue pourtant un rôle important sur les transferts thermiques.

## 1-2 Les modèles quasi dimensionnels

Ces modèles constituent une première étape vers l'aspect spatial des transferts thermiques. Les plus caractéristiques sont le modèle de Borgnakke et al [23],[24] et de Motel et al. [17],[25]. Le modèle de Borgnakke et al. distingue deux zones dans l'écoulement : la zone des gaz brûlés où la couche limite est épaisse, et la zone des gaz frais avec une couche limite plus mince. Il contient un sous-modèle macroscopique pour la turbulence, et un calcul de l'épaisseur de la couche limite basé sur une équation de conservation de l'énergie dans la couche limite. La grandeur aérodynamique qui agit sur les transferts thermiques est basée sur la turbulence à l'extérieur de la couche limite. Ceci souligne l'importance de la turbulence sur les transferts thermiques.

Le modèle de Morel et al. tient compte à la fois de la turbulence et de la vitesse de l'écoulement au voisinage de la paroi. Il a été appliqué à plusieurs types très variés de moteurs et ne semble pas demander trop d'ajustement de paramètres. Il divise la chambre de combustion en un certain nombre de zones dans lesquelles l'épaisseur de couche limite est estimée a priori. Il a de plus l'avantage de donner une estimation simple de la friction aux parois, basée sur l'analogie de Colburn

## 1-3- Les modèles multidimensionnels

Les modèles de transferts thermiques utilisés dans les codes de calcul multidimensionnels font habituellement appel à des fonctions de parois faisant l'hypothèse d'un profil logarithmique de la vitesse dans la couche limite. Deux travaux sont assez marquants dans ce domaine : le modèle de Gosman [26] et le modèle présenté par Diwakar [27]

Gosman a fait des comparaisons des flux thermiques évalués par son modèle avec des flux mesurés sur un moteur sans combustion. Les résultats sont très bons. Ikegami et al. [28] ont repris ce modèle et ont à leur tour obtenu de très bons résultats en l'absence de combustion.

Diwakar a utilisé un modèle qui a été comparé avec des mesures en combustion. Son modèle repose sur une loi de vitesse logarithmique à la paroi, et sur une approximation de la contrainte de cisaillement en fonction de la turbulence. Cette approximation permet de faire apparaître directement la turbulence dans l'expression du coefficient de convection. La comparaison mesure/calcul faite par Diwakar sur les transferts thermiques reproduit les tendances et les ordres de grandeur, mais elle révèle cependant des écarts importants. Il semble que ce problème soit dû non pas au modèle de transferts thermiques, mais plutôt au modèle de combustion qui agit sur les transferts thermiques par l'intermédiaire de la température et de la densité des gaz. On verra par la suite que c'est ce modèle qui a été retenu dans notre étude.

#### 1-4- Modèle mathématique utilisé : [29]

Le travail que nous faisons est en fait la résolution d'une équation aux dérivées partielles, ce qui laisse à considérer notre modèle comme étant multidimensionnel. D'autre part toutes les pièces étudiées présentent une symétrie par rapport à un axe déterminé : le modèle est donc axisymétrique.

Nous considérerons aussi que la conduction tangentielle ou angulaire est négligeable, deux directions seulement seront donc prises en compte à savoir, la direction axiale et radiale.

L'équation de chaleur s'écrira donc :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = K \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + K \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + S \quad (IV-1)$$

le terme source étant nul (  $S = 0$  ), on obtient finalement :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = K \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + K \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (IV-2)$$

L'intégration de (IV-2) donne :

$$\rho C_p \int_{w_s}^{w_n} \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial T}{\partial t} dt dx dr = K \int_{w_s}^{w_n} \int_t^{t+\Delta t} \int \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] dx dr dt \quad (IV-3)$$

Le développement de l'équation (IV-3), voir chapitre III, nous donne :

$$(\text{IV-4}) \quad \rho x \Delta x \Delta t (T_p - T_p^0) = \left[ \frac{K_c (T_p - T_c)}{\delta x_c} - \frac{K_w (T_p - T_w)}{\delta x_w} \right] \Delta t \Delta t + \left[ \frac{K_n (T_p - T_n)}{\delta r_n} - \frac{K_s (T_p - T_s)}{\delta r_s} \right] \Delta x \Delta t$$

Cette relation permet d'obtenir le système d'équations algébriques menant aux différentes valeurs de la température à travers le domaine étudié

## 2- Présentation des différents organes :

Nous donnerons dans ce qui va suivre les caractéristiques métallurgiques et géométriques qui sont utilisées dans le code de calcul pour chaque organe constituant notre domaine d'étude (chambre de combustion), ainsi que les différentes conditions aux limites et conditions initiales. Certains flux seront négligés pour des considérations d'ordre numérique.

### 2-1- Paramètres métallurgiques :

les matériaux utilisés pour l'élaboration des pièces ont les caractéristiques suivantes :

2-1-2 **Cylindre** : la chemise est faite en fonte GS de structure ferritique à laquelle est ajouté du molybdène. elle possède les caractéristiques suivantes :

- \* **Masse volumique** :  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$
- \* **Conductivité thermique** :  $K = 40 \text{ W/m.K}$
- \* **Chaleur spécifique** :  $C_p = 460 \text{ J/Kg.K}$

2-1-3 **Piston** : le piston est fait en alliage d'aluminium , et possède les caractéristiques suivantes :

- \* **Masse volumique** :  $\rho = 2620 \text{ kg/m}^3$
- \* **Conductivité thermique** :  $K = 220 \text{ W/m.K}$
- \* **Chaleur spécifique** :  $C_p = 1000 \text{ J/Kg.K}$

2-1-4 **Culasse** : Elle possède les mêmes caractéristiques que le cylindre.

2-1-5 **Soupape** : Elle possède les mêmes caractéristiques que le cylindre.

## 2-2-Paramètres géométriques :

### 2-2-1 Le cylindre :

La géométrie utilisée est de forme cylindrique et possède sept ailettes, ses dimensions sont représentées dans la figure (IV-1). Bien sur, vu la symétrie qu'il présente, on ne traitera que sa moitié. Le maillage utilisé est régulier ( pas constant ), et les volumes de contrôle auront la forme d'un carré d'un millimètre de côté. [29]

#### 2-2-1-1 Conditions initiales :

La conduction tangentielle et longitudinale étant négligées, seul la variation suivant le sens radial est prise en compte, et ce pour alléger l'exécution du programme, en effet, nous avons constaté que la prise en compte de toutes les directions coûterait un énorme temps de calcul, et menant parfois le programme à l'état de divergence. Nous utiliserons donc comme conditions initiales une distribution de type logarithmique caractérisant le régime de transfert quasi permanent .

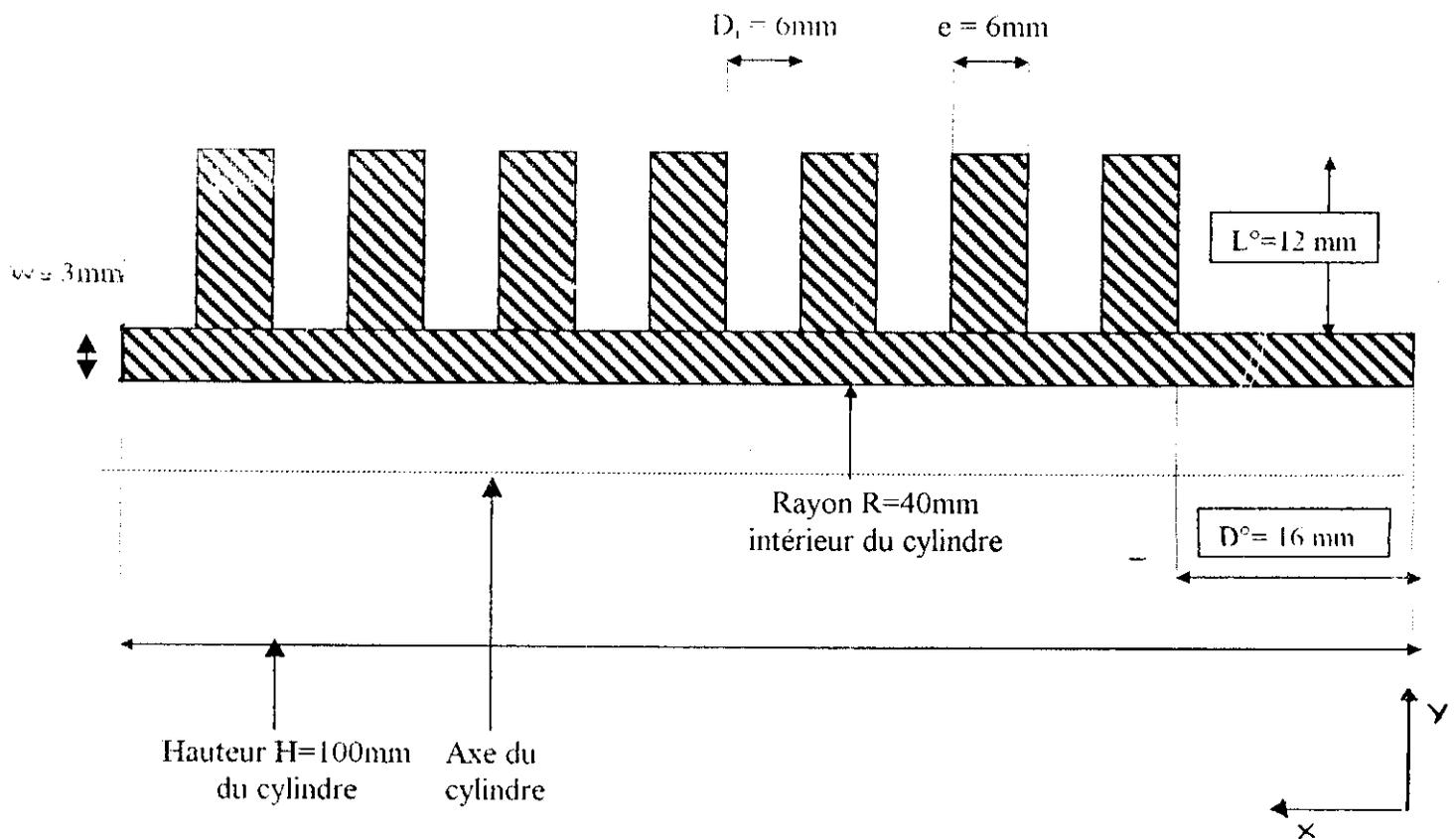


Figure ( IV-1) Section du cylindre représentant le domaine à étudier

## 2-2-1-2 Conditions aux limites supérieures :

La partie externe de la chemise ( partie ailetée) est en contact avec l'air en mouvement qui se déplace avec une vitesse de 10 m/s ,supposée constante, dans la direction perpendiculaire à l'axe du cylindre , et que par conséquent la température à l'infini  $T_\infty=313^\circ\text{K}$  et le coefficient de transfert  $h_A$  est constant et égal à 35 W/m<sup>2</sup>K, figure (IV-2).

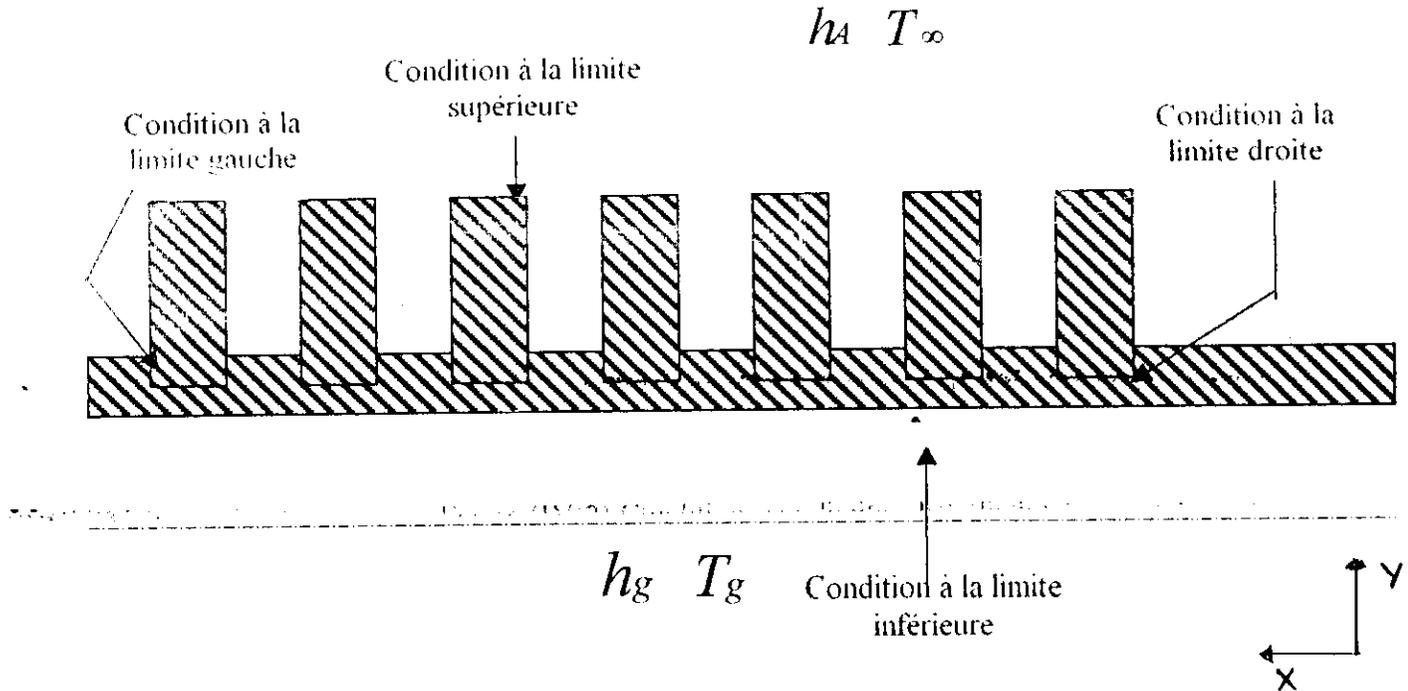


Figure (IV-2) Conditions aux limites du cylindre

## 2-2-1-3 Condition à la limite inférieure

La limite inférieure, figure (IV-2) , représente la face de la chemise faisant partie de la chambre de combustion , elle est donc exposée au gaz issus de la combustion, la condition est de type convectif avec une température des gaz  $T_g$  et un coefficient de convection variable  $h_g$  calculé comme suit :

$$H_g = 0.23(1+b) \left( \frac{P_g^{0.7}}{T_g^{0.2} * D^{0.3}} \right) \quad (\text{IV-5})$$

Où les paramètres de cette équation sont donnés ci dessous :

$$D = \frac{8 * 10^{-2} * L}{4 * 10^{-2} + L}$$

$$T_g = 2700 * \left( \frac{6 * 10^6}{P_g} \right)^{0.22}$$

$$P_g = 6 * 10^6 * \left( \frac{0.01}{L} \right)^{1.28}$$

$$L = 0.01 + (14.4 * (iteration * \Delta t))$$

Où  $L_0 = 10$  mm

L : longueur du volume occupé par le gaz à un instant donné.

D : diamètre équivalent.

b : Paramètre dépendant de la géométrie de la chambre. ( $-0.3 < b < 0.2$ )

#### 2-2-1-4 Conditions aux limites gauches

La conduction radiale étant plus importante que la conduction longitudinale, le flux de chaleur le long du cylindre sera donc négligé.

#### 2-2-1-5 Conditions aux limites droites

C'est la partie où se situe le joint de culasse.

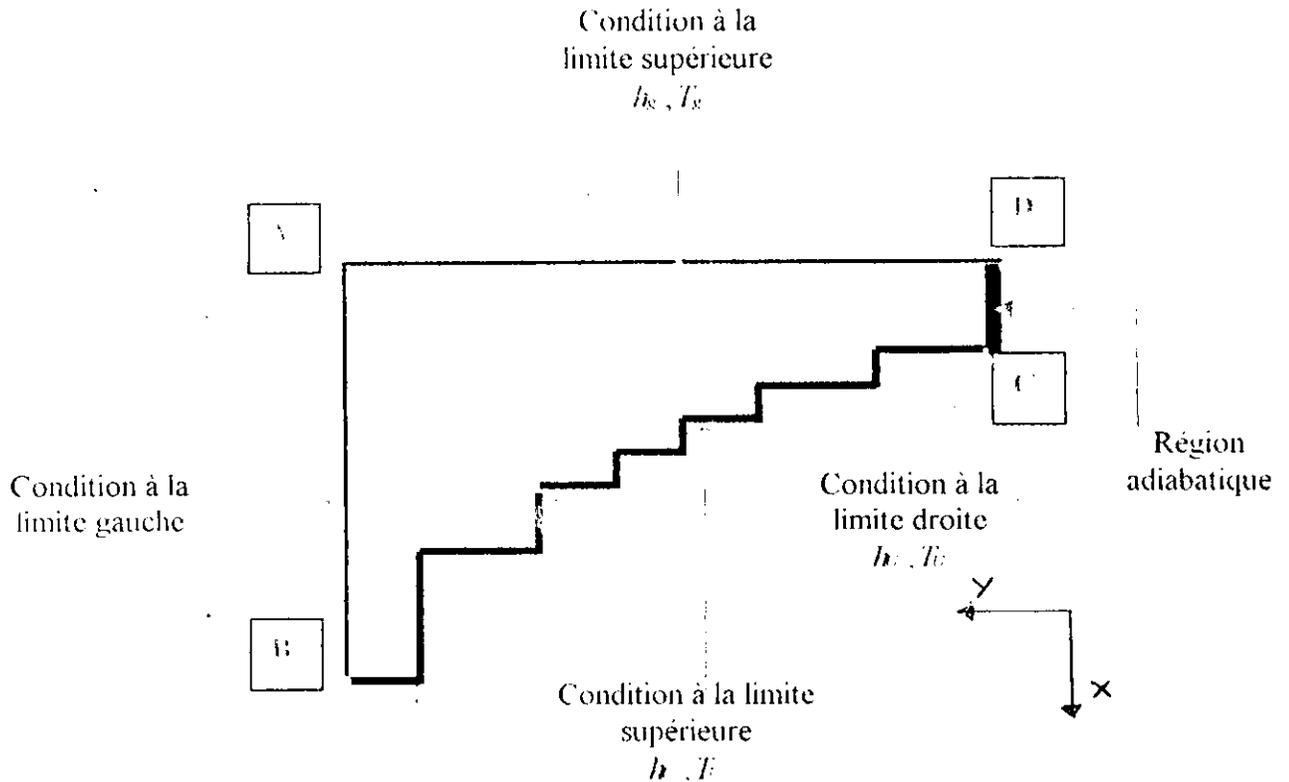
### 2-2-2 Le piston :

Le piston d'un moteur à combustion interne est généralement de forme complexe, et change aussi suivant la nature du moteur en question. la figure (IV-3) représente une coupe du piston traité, avec une région inférieure en forme d'escalier, et cette forme est utilisée pour des raisons purement pratiques. Pour ce qui est des dimensions, le piston a un diamètre de 80 mm, son épaisseur est de 6 mm à son axe, et de 26 mm à ses extrémités respectives par rapport à son axe.

Le domaine pris en compte par le code étant rectangulaire et présentant des irrégularités géométriques, un maillage irrégulier sera donc adopté. Il sera constitué de deux sous domaines (réel et nominal) compris des volumes de contrôle de 1 mm de côté.[29]

#### 2-2-2-1 Conditions initiales du piston :

On néglige la conduction radiale et tangentielle, et on considère une distribution de température linéaire suivant la direction axiale



AB = 26 mm.  
 DC = 6 mm.  
 AD = 40 mm.

Figure (IV-3) Section du piston représentant le domaine à étudier

**2-2-2-2 Condition à la limite inférieure :**

La paroi supérieure du piston est en contact avec l'huile de graissage de température  $T_o = 400^\circ\text{K}$ , et de coefficient de transfert  $H_o = 2440 \text{ W/m}^2\text{K}$ . ces deux paramètres dépendent généralement de la viscosité de l'huile et du régime de rotation du moteur, mais ils seront pris constant en terme de conditions limites.

**2-2-2-3 Condition à la limite supérieure :**

C'est la face qui constitue une partie de la chambre de combustion, la condition limite est de type convectif, avec une température des gaz  $T_k$  et un coefficient de transfert variable  $h_k$  calculé comme suit :

$$h_k = 0.19 * \left( \frac{P_k^{0.7}}{T_k^{0.2} * I^{0.3}} \right) \tag{IV-6}$$

Tel que:

$$D = \frac{8 * 10^{-2} * L}{4 * 10^{-2} + L}$$

$$T_g = 2700 * \left(\frac{6 * 10^6}{P_g}\right)^{-0.22}$$

$$P_g = 6 * 10^6 * \left(\frac{0.01}{L}\right)^{1.28}$$

$$L = 0.01 + (14.4 * (\text{iteration} * \Delta t))$$

#### 2-2-2-4 Condition à la limite gauche :

Le flux radial est supposé nettement inférieur au flux axial, il sera donc négligé, et seul le flux axial est pris en considération.

#### 2-2-2-5 Condition à la limite droite :

Cette partie est supposée adiabatique, étant donné qu'elle fait partie du corps du piston .

#### 2-2-3 La culasse :

La géométrie de la culasse est simple. Elle est de forme rectangulaire de (80mm) mm de longueur et de (12) mm d'épaisseur comme le montre la figure (IV-4), elle ne présente aucune irrégularité géométrique, le maillage utilisé est régulier, et est constitué de volumes de contrôles de 1 mm de côté.[29]

##### 2-2-3-1 Condition initiale de la culasse

Pour la culasse nous avons considéré une distribution de température linéaire suivant la direction axiale et nous avons négligé la conduction radiale et tangentielle.

##### 2-2-3-2 Condition à la limite supérieure

C'est la partie qui est exposée à l'air ambiant, la condition est de type convectif avec une température  $T_A$  égale à 313°K et un coefficient d'échange convectif  $H_A$  égale à 35 W/m<sup>2</sup>.K

##### 2-2-3-3 Condition à la limite inférieure

Cette partie de la culasse est en contact avec les gaz de combustion , c'est pourquoi , la condition à utiliser est de type convectif avec une température  $T_g$  , et un coefficient de transfert variable  $h_k$  calculé par la formule (IV-7) suivante :

$$h_k = 0.23 * \left(\frac{P_g^{0.7}}{T_g^{0.2} * D_{0.3}}\right) \quad (IV-7)$$

$$D = \frac{8 * 10^{-2} * L}{4 * 10^{-2} + L}$$

$$T_g = 2700 * \left( \frac{6 * 10^6}{P_g} \right)^{0.22}$$

$$P_g = 6 * 10^6 * \left( \frac{0.01}{L} \right)^{1.28}$$

$$L = 0.01 + (14.4 * (\text{iteration} * \Delta t))$$

On  $L_0 = 10\text{mm}$

#### 2-2-3-4 Condition à la limite gauche

Le flux de chaleur longitudinal est supposé négligeable relativement au flux axial.

#### 2-2-3-5 Condition à la limite droite :

Région adiabatique, vu qu'elle fait partie du corps de la culasse, figure (IV-4).

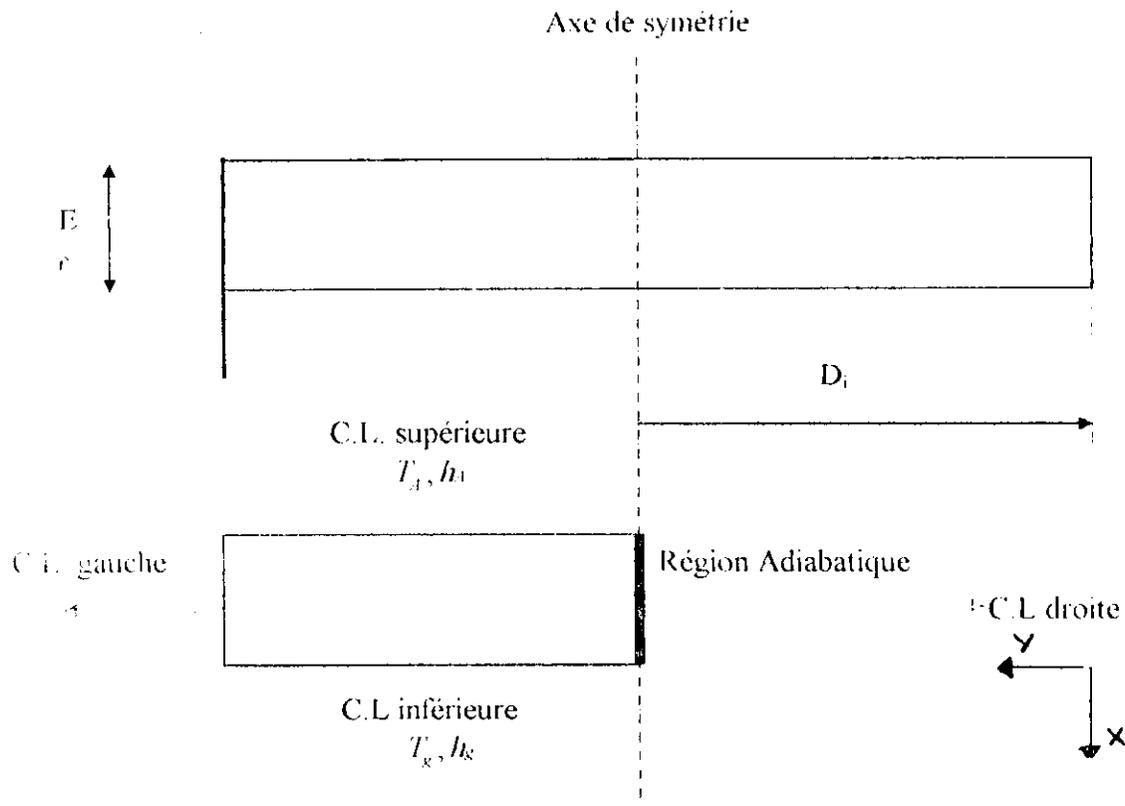


Figure (IV-4) : Section de la culasse Représentant le domaine à étudier

#### 2-2-4 La soupape:

Les soupapes d'un moteur à combustion interne possèdent des géométries complexes et différentes selon la conception du moteur, elles sont aussi soumises à de sévères contraintes thermiques. La symétrie nous permet de traiter uniquement une seule partie ce qui réduira le temps calcul.

Le domaine étant rectangulaire et présente des irrégularités géométriques. Le maillage utilisé sera non régulier et constitué de deux domaines (réel et nominal). Le volumes de contrôle se présenteront sous forme de carrés de 1mm de côté.[29]

La partie étudiée de la soupape est divisée en six parties distinctes : région (A,E,S,D,C,B), figure(IV-6), dont chacune d'elles comprend ses propres conditions limites .

#### 2-2-4-1 Conditions initiales de la Soupape :

Nous considérons la conduction tangentielle et longitudinale négligeables, et donc seule la conduction radiale sera prise en compte.

La distribution de température sera supposée être linéaire.

#### 2-2-4-2 Conditions aux limites :

##### a) Région A :

Cette partie interne de la soupape , elle sera donc supposée adiabatique .

##### b) Région E :

Cette partie est en contact avec le milieu extérieur ,la condition limite est de type convectif avec une température  $T_A$  et un coefficient d'échange convectif  $h_A$  .

##### c) Région S :

Dans cette zone deux conditions sont connues, à savoir la température environnante  $T_s$  qui est aussi la température de la paroi ainsi que le coefficient d'échange convectif correspondant  $h_s$ .

##### d) Région D :

La condition limite est de type convectif avec  $h_{gm}$  et  $T_g$  comme données.

##### e) Région C :

C'est la partie inférieure de la soupape, elle constitue une partie de la chambre de combustion, les paramètres à utiliser sont les mêmes que ceux utilisés dans la région D.

##### f) Région B :

Cette partie est supposée adiabatique puisqu'elle se situe à l'intérieur de la pièce .

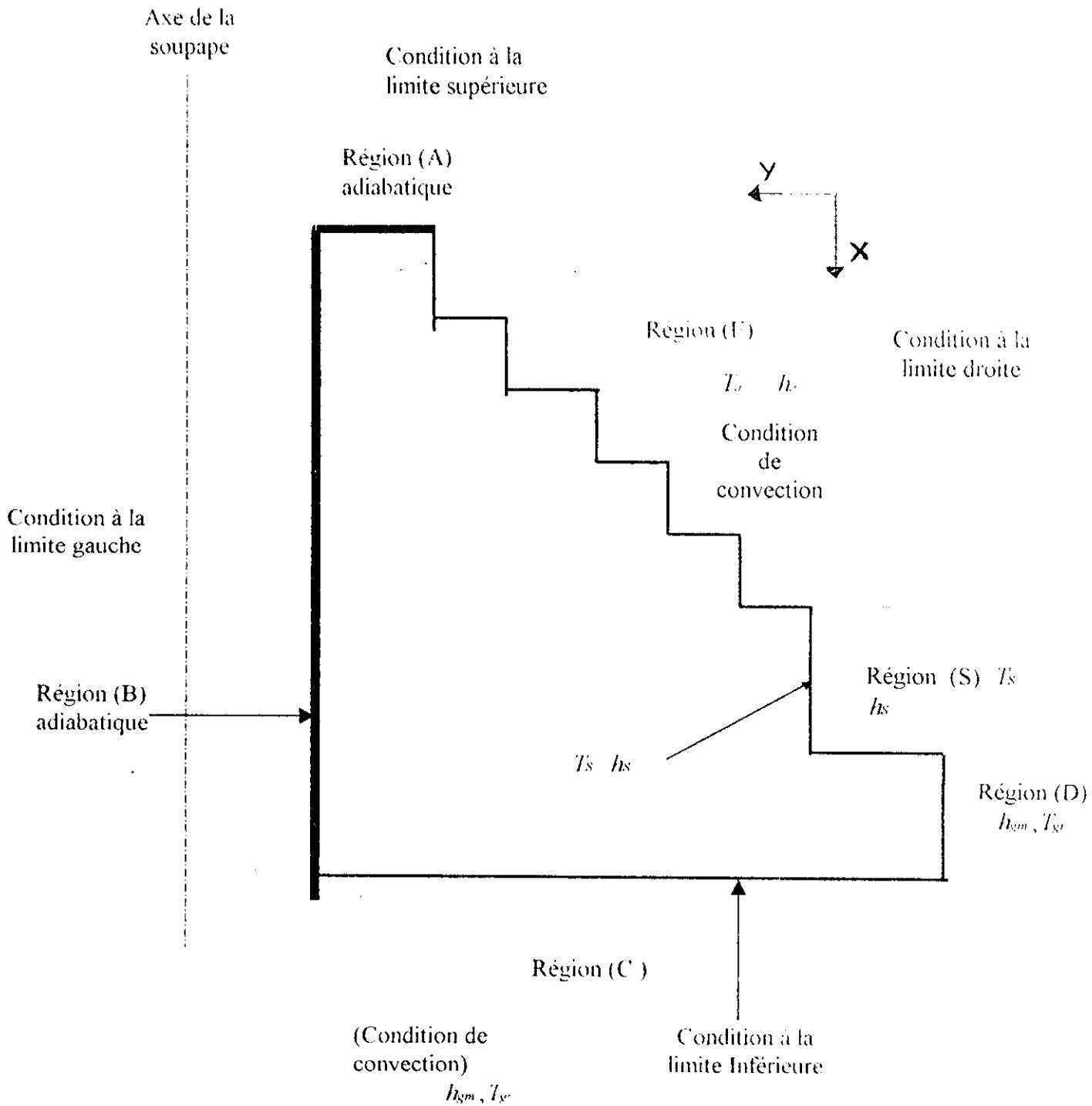


Figure : (IV-5) Section de la soupape représentant le domaine à étudier

## 1. Résultats du code "CONDUCT" :

Nous présentons dans ce qui va suivre les résultats obtenus après exécution du code de calcul sur micro ordinateur. Le programme fournit un ensemble de points classés avec un ordre imposé par le calculateur. le logiciel SURFER est ensuite utilisé afin de représenter ces points sous une forme plus conviviale permettant de visualiser les isothermes sur la surface des organes traités

Nous ne donnerons que quelques résultats pour chaque pièce et ce pour éviter de trop surcharger le document.

### 1.1 La chemise :

- ▶ A l'instant  $t = 0.05$  seconde :

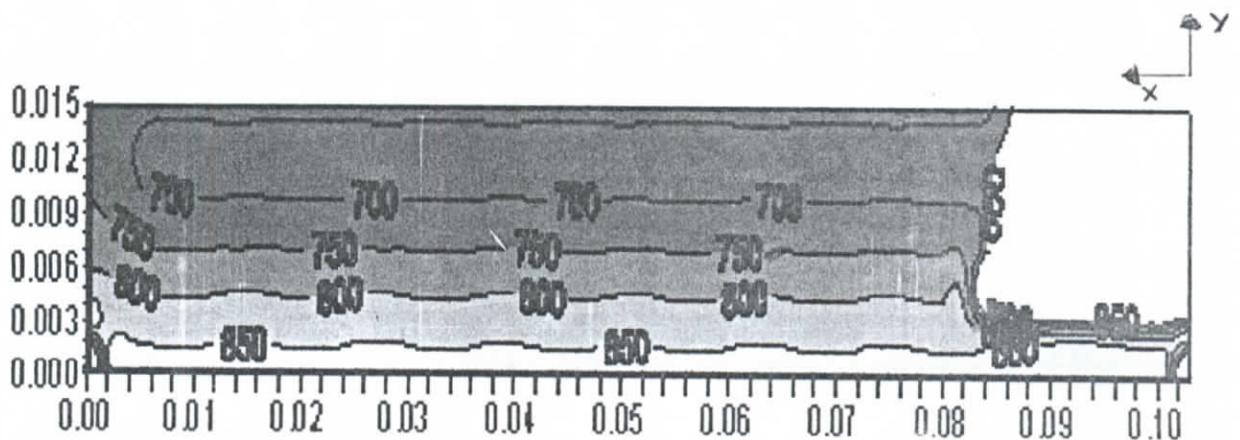


Figure V-1 Distribution de la température en °K à travers les parois du cylindre

- ▶ A l'instant  $t = 5$  secondes :

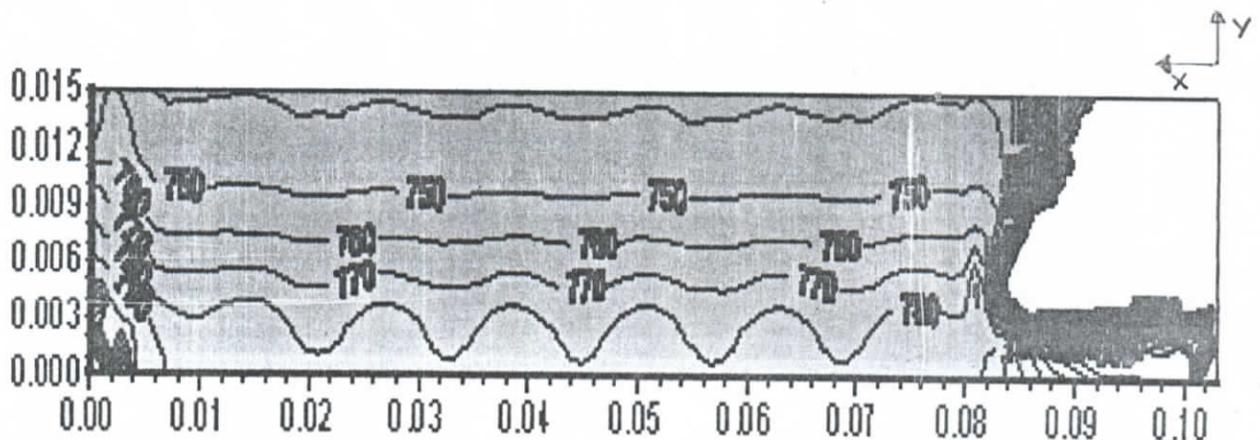


Figure V-2 Distribution de la température en °K à travers les parois du cylindre

► A l'instant  $t = 15$  secondes :

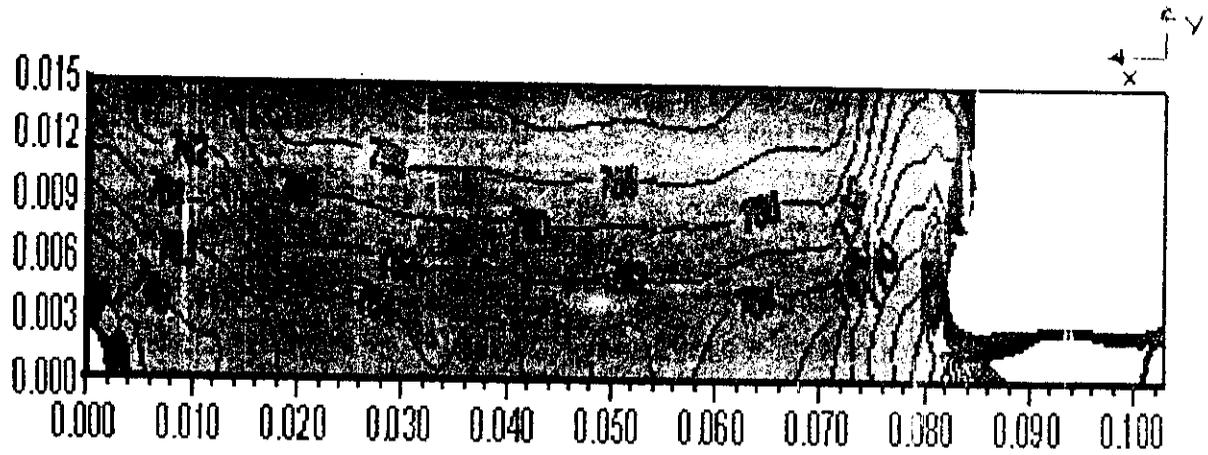


Figure V-3 Distribution de la température en °K à travers les parois du cylindre

► A l'instant  $t = 28.75$  secondes :

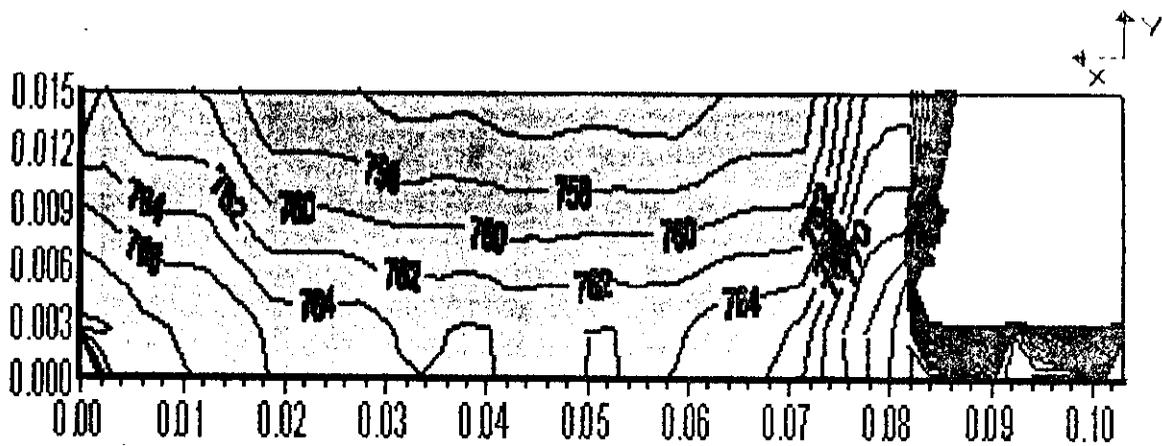


Figure V-4 Distribution de la température en °K à travers les parois du cylindre

1.2 Le Piston :

► A l'instant  $t = 0.1$  seconde :

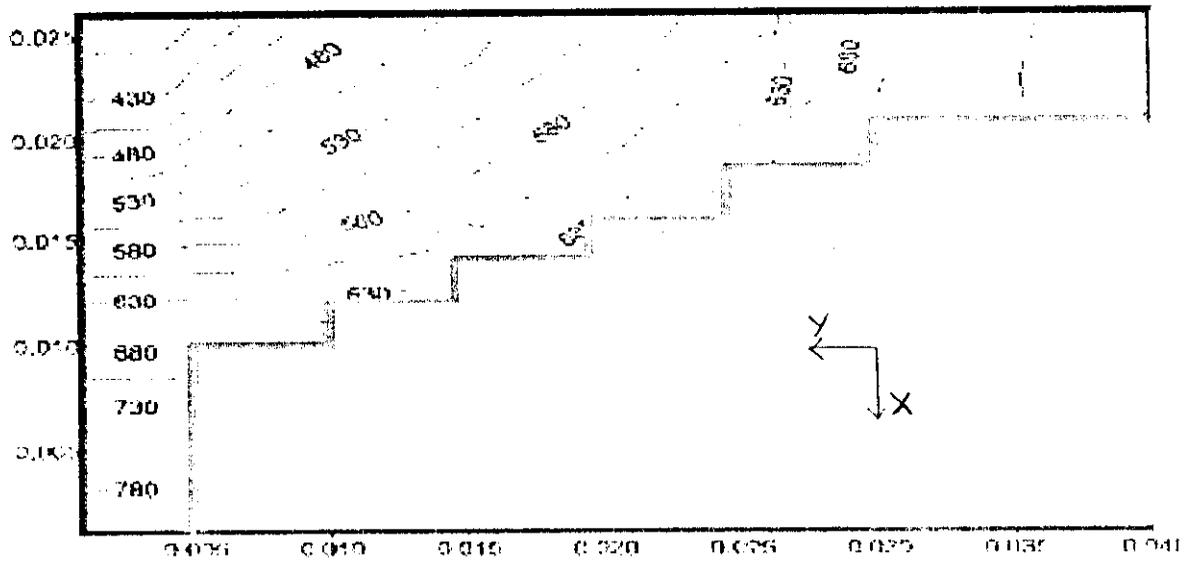


Figure V-5 Distribution de la température en °K à travers les parois du piston

► A l'instant  $t = 5$  secondes :

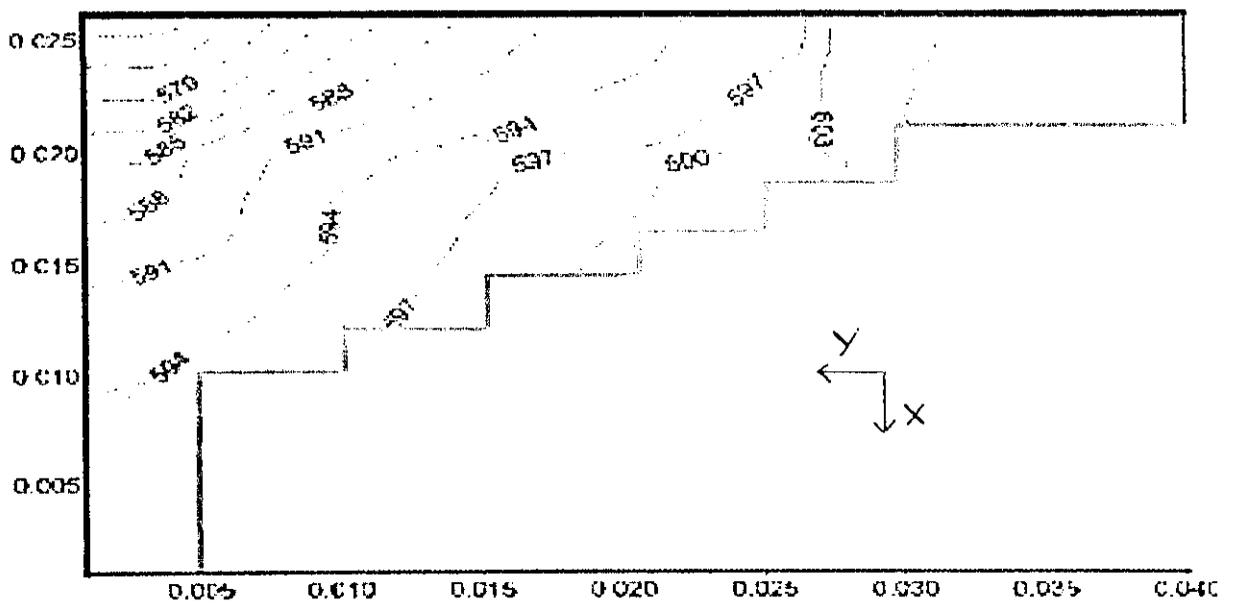


Figure V-6 Distribution de la température en °K à travers les parois du piston

► A l'instant  $t = 24.95$  secondes :

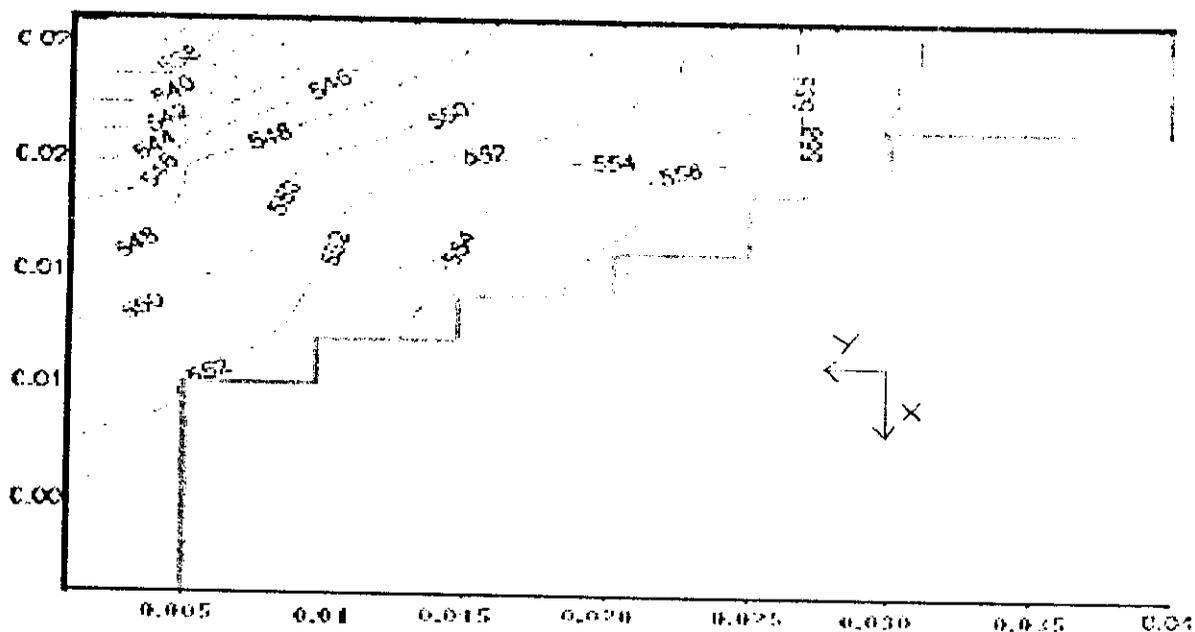


Figure V-7 Distribution de la température en K à travers les parois du piston

► A l'instant  $t = 59.65$  secondes :

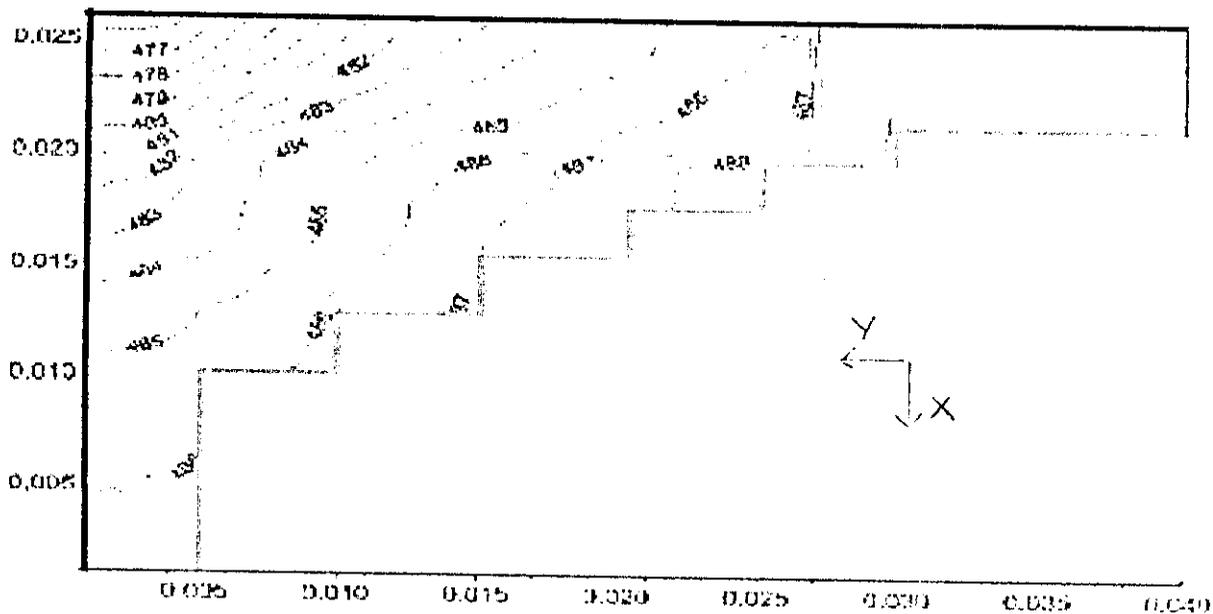


Figure V-8 Distribution de la température en K à travers les parois du piston

### 1.3 La soupape :

► A l'instant  $t = 5$  secondes :

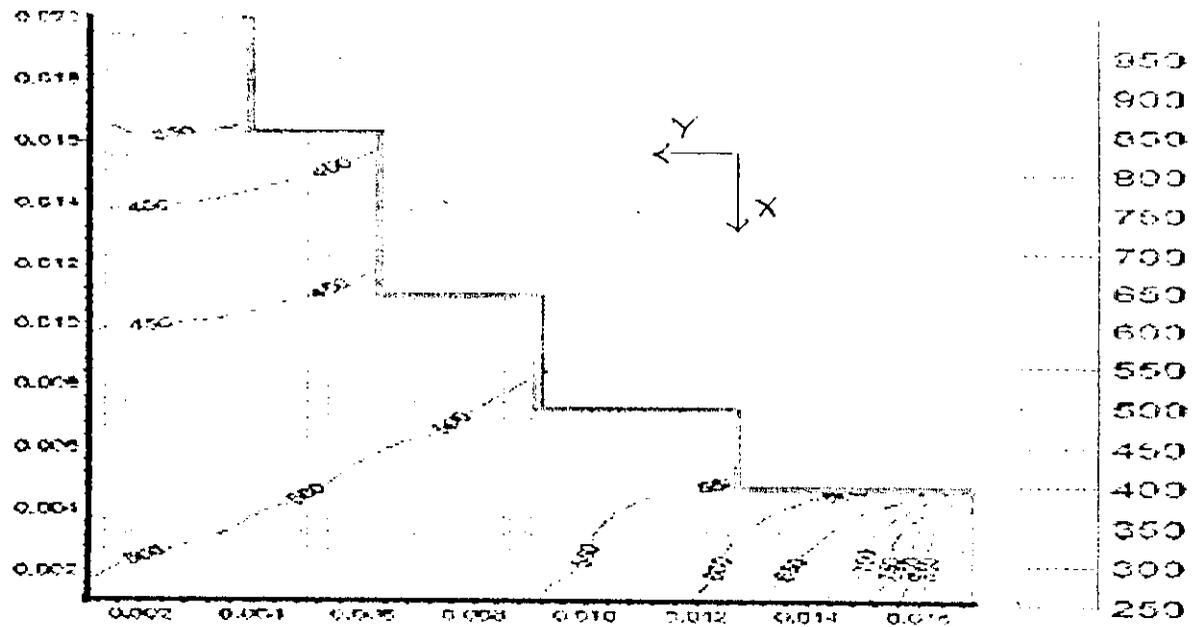


Figure V-9 Distribution de la température en K à travers les parois de la soupape

► A l'instant  $t = 40$  secondes :

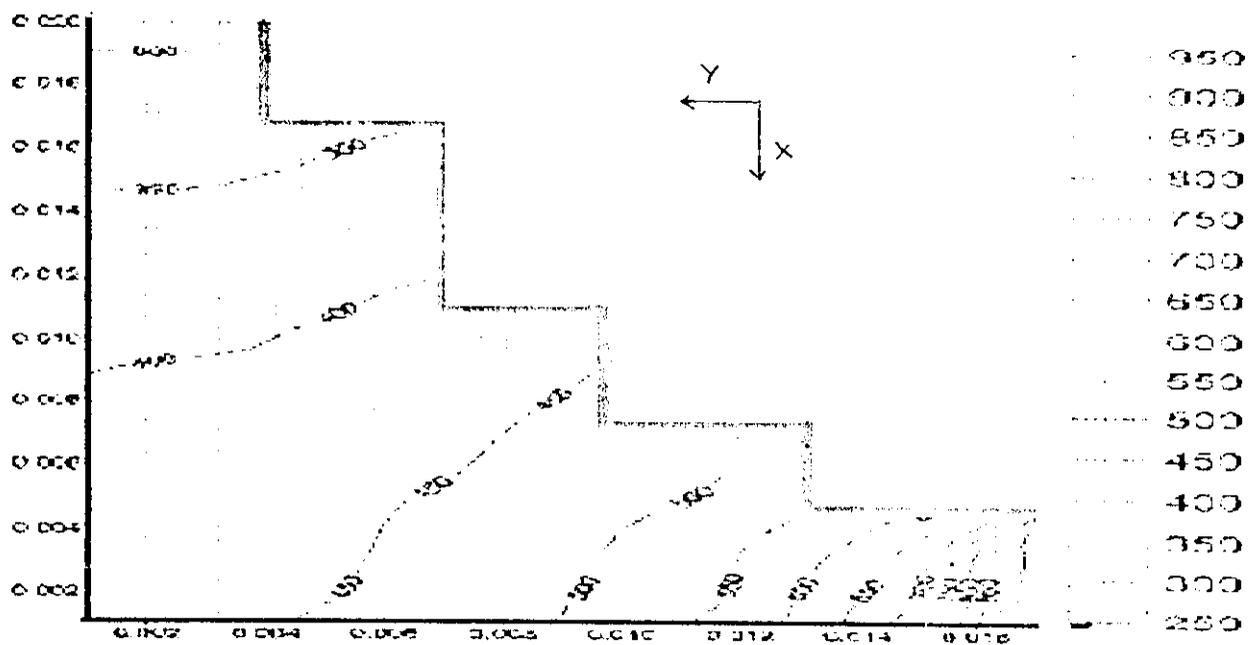


Figure V-10 Distribution de la température en K à travers les parois de la soupape

► A l'instant  $t = 200$  secondes :

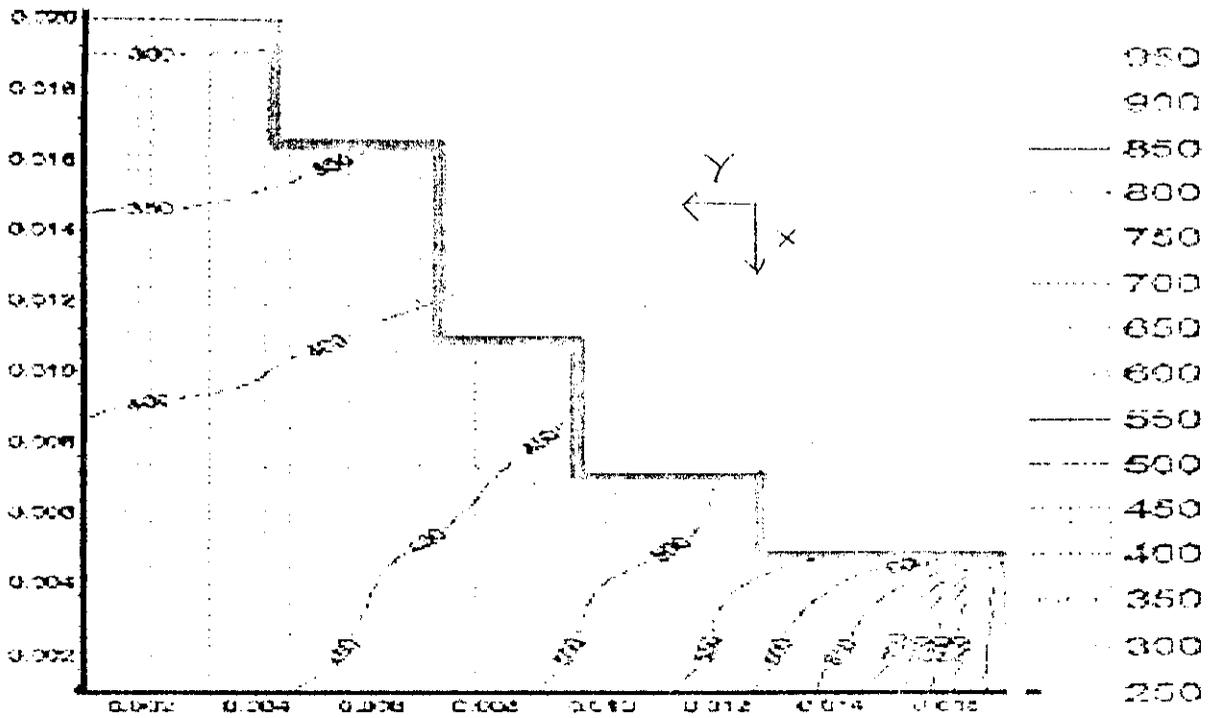


Figure V-11 Distribution de la température en  $^{\circ}\text{K}$  à travers les parois de la soupape

► A l'instant  $t = 392$  secondes :

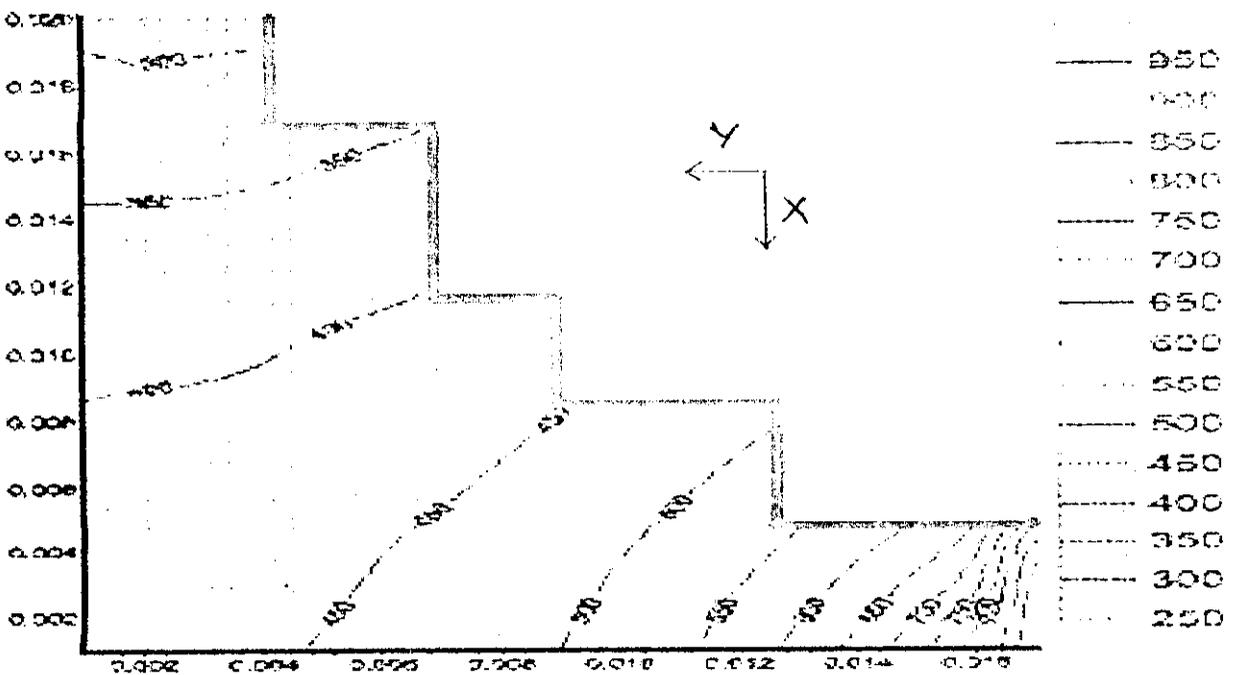


Figure V-12 Distribution de la température en °K à travers les parois de la soupape

1.4 La culasse :

► A l'instant  $t = 0.5$  seconde :

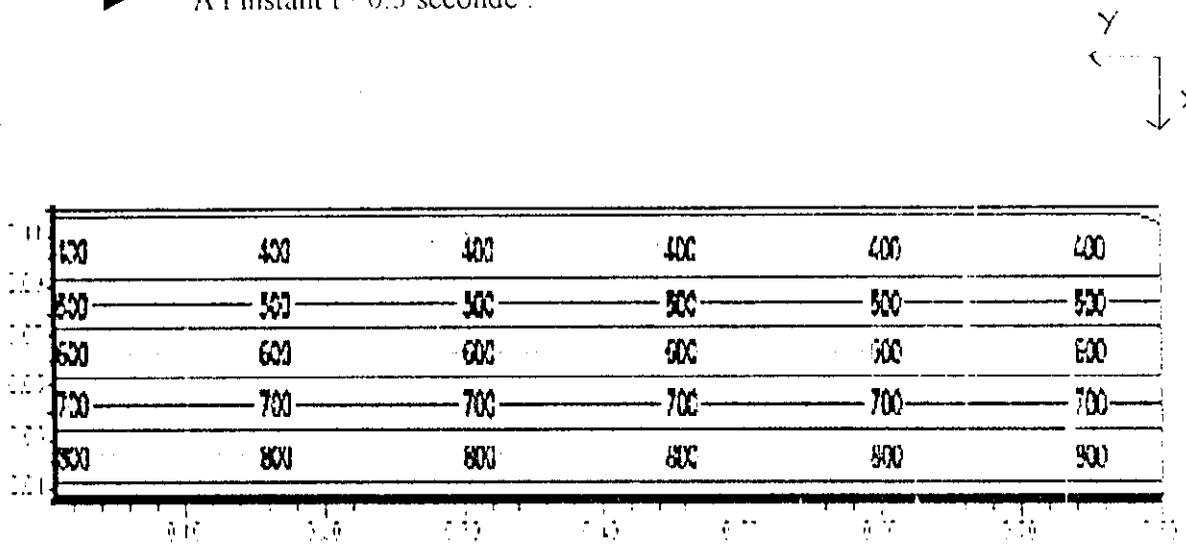


Figure V-13 Distribution de la température en °K à travers les parois de la culasse

► A l'instant  $t = 50$  secondes :

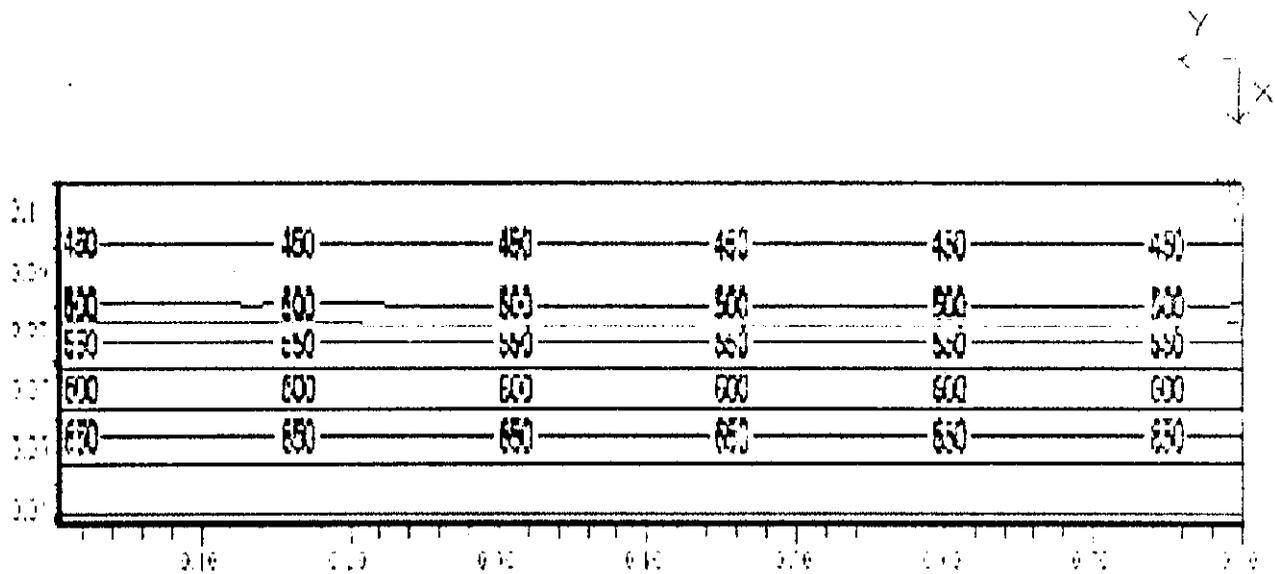


Figure V-14 Distribution de la température en °K à travers les parois de la culasse

► A l'instant t = 301 secondes :

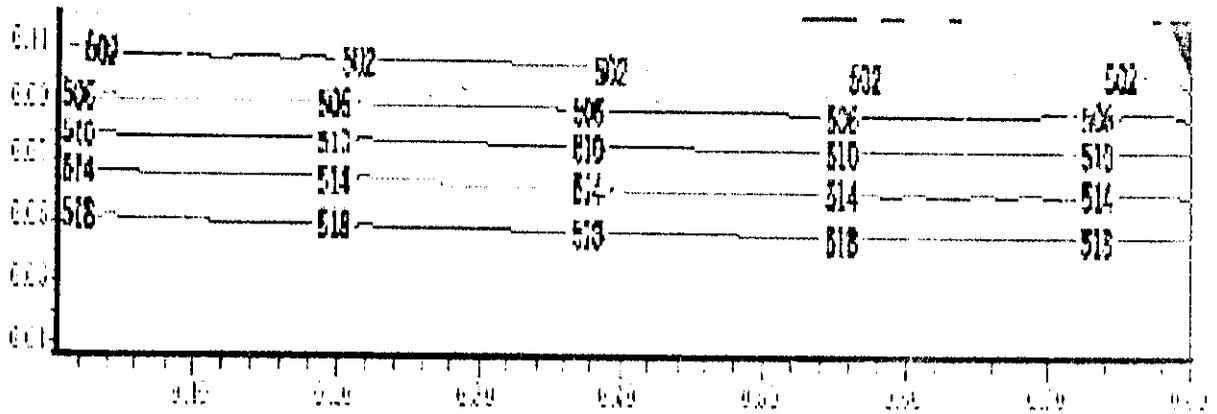


Figure V-15 Distribution de la température en °K à travers les parois de la culasse

► A l'instant t = 552 secondes :

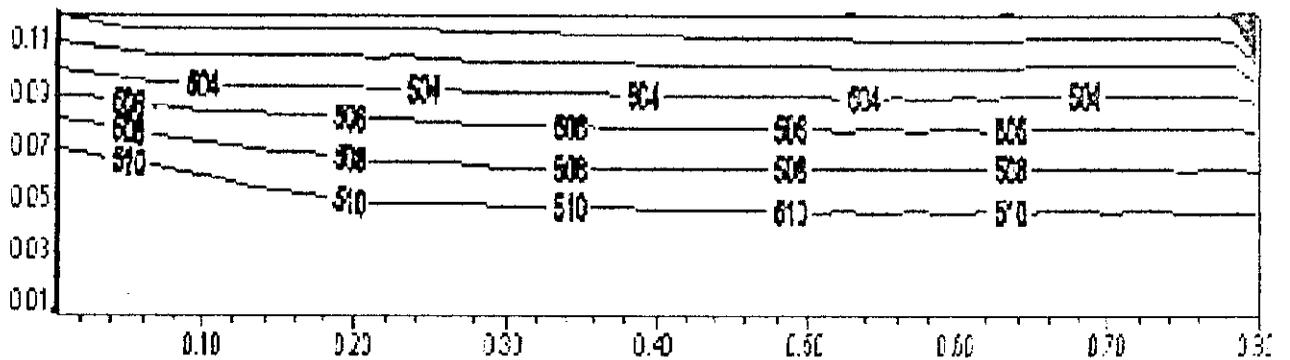


Figure V-16 Distribution de la température en °K à travers les parois de la culasse

## 2. Résultats du logiciel FEMLAB [30]

Ce logiciel a été spécialement utilisé afin que l'on puisse représenter la distribution de température sur des géométries plus ou moins réelles des pièces en question.

Toutes les données utilisées dans ce logiciel sont les mêmes que celles utilisées dans le code "CONDUCT".

Nous nous contenterons de donner une représentation dans deux cas de figure :

**Cas 1 :** distribution où la température atteinte dans la pièce est maximale (température critique). Elle sera notée distribution -A-.

**Cas 2 :** distribution après l'établissement du régime permanent. Elle sera notée distribution -b-.

### 2.1 Le Piston :

Cas 1 :

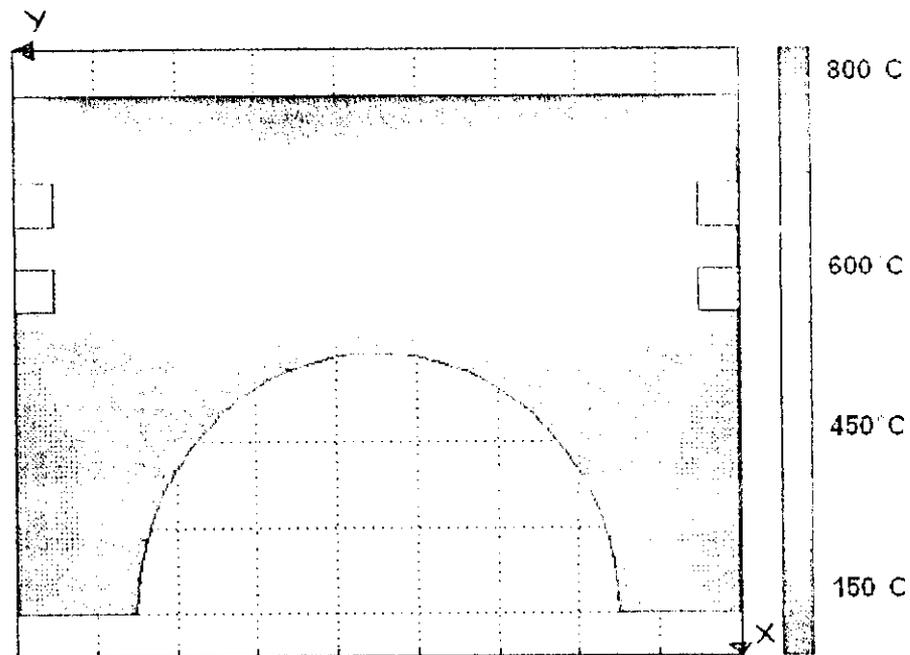


Figure V-17 Distribution -A- dans le piston

Cas 2 :

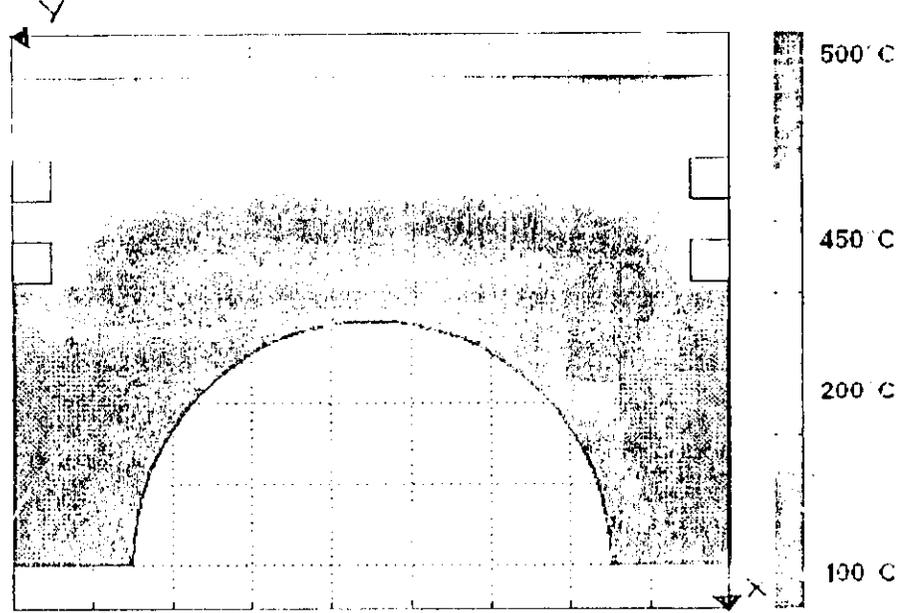


Figure V-18 Distribution -B- dans le piston

2.2 La soupape :

Cas1 :

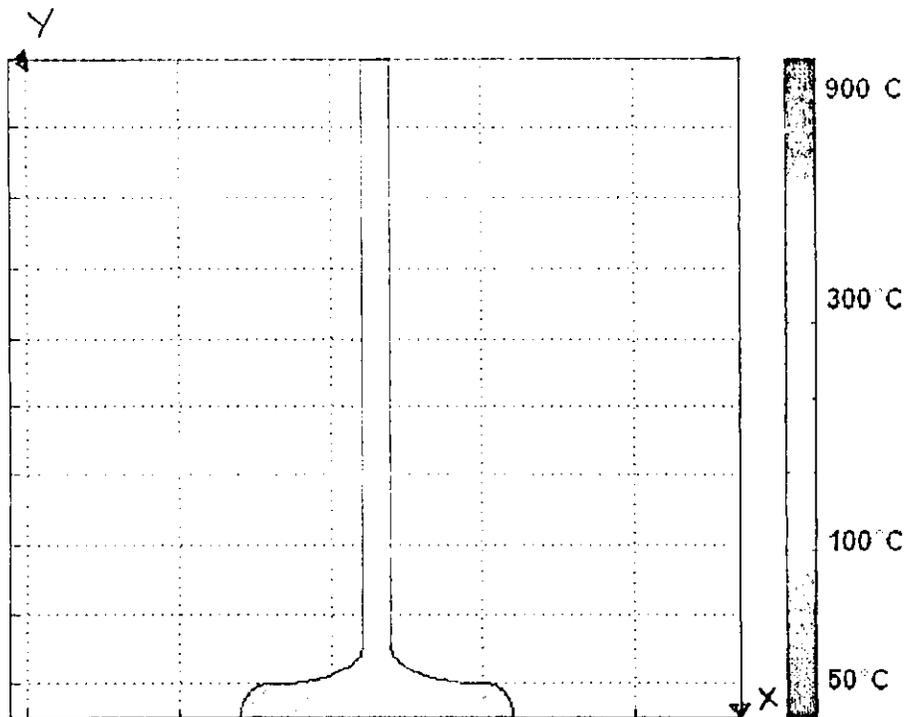


Figure V-19 Distribution -A- dans la soupape

Cas 2 :

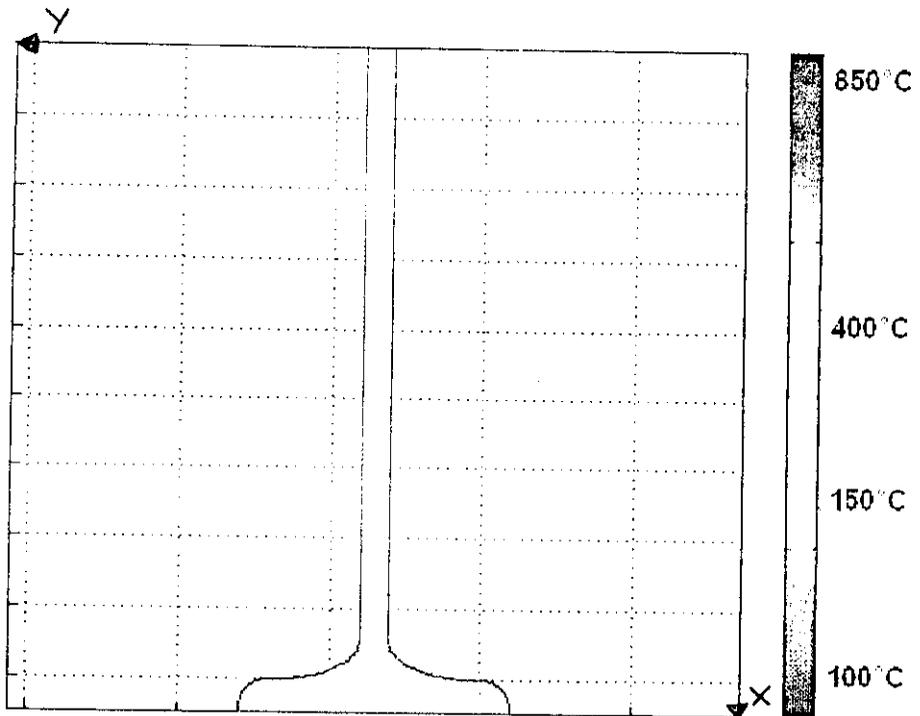


Figure V-20 Distribution -B- dans la soupape

2.3 La Culasse :

Cas 1 :

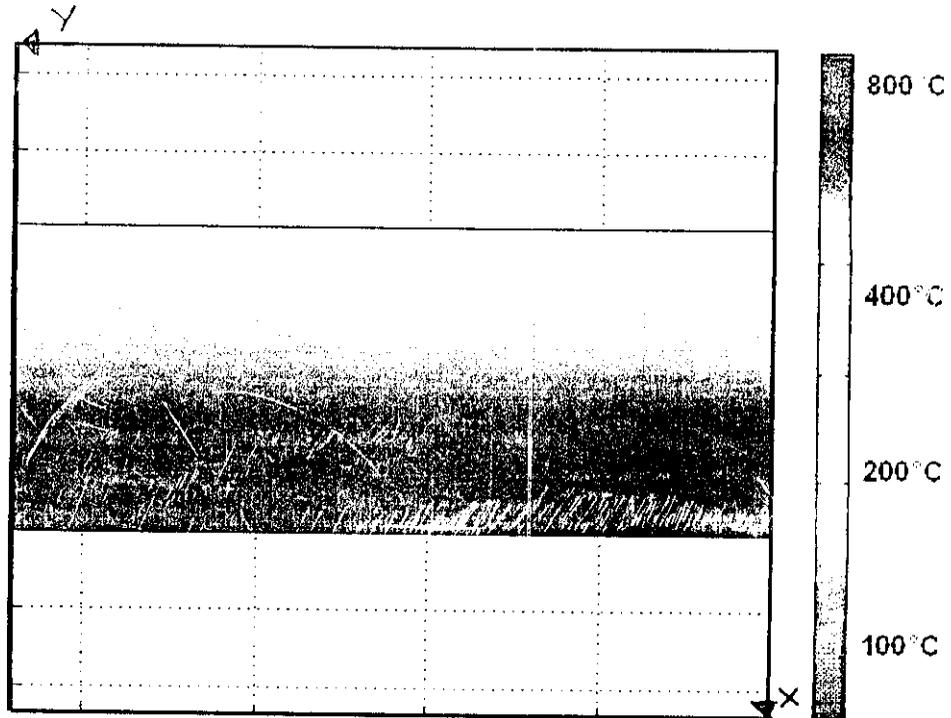


Figure V-21 Distribution -A- dans la culasse

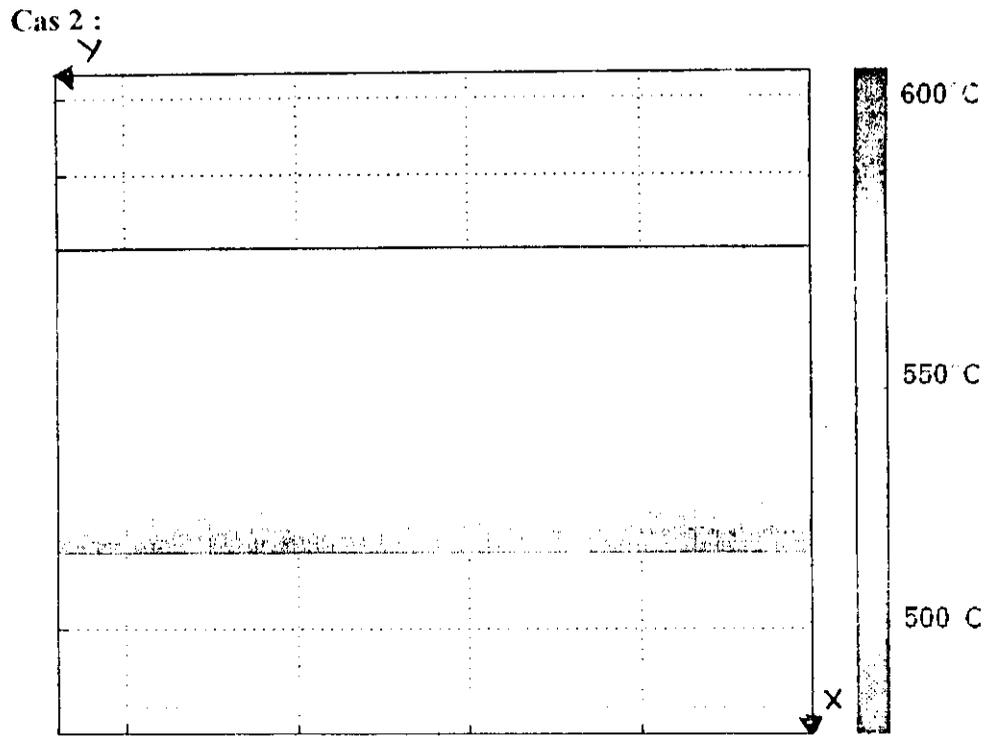


Figure V-22 Distribution -B- dans la culasse

2.4 La Chemise :

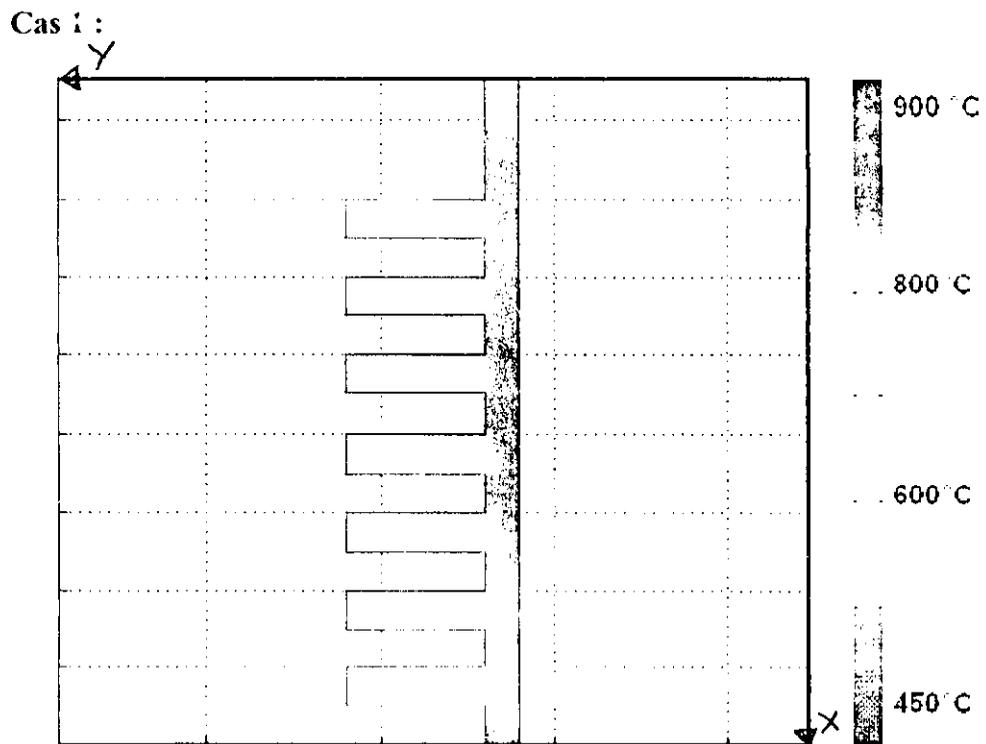


Figure V-23 Distribution -A- dans la chemise

Cas 2 :

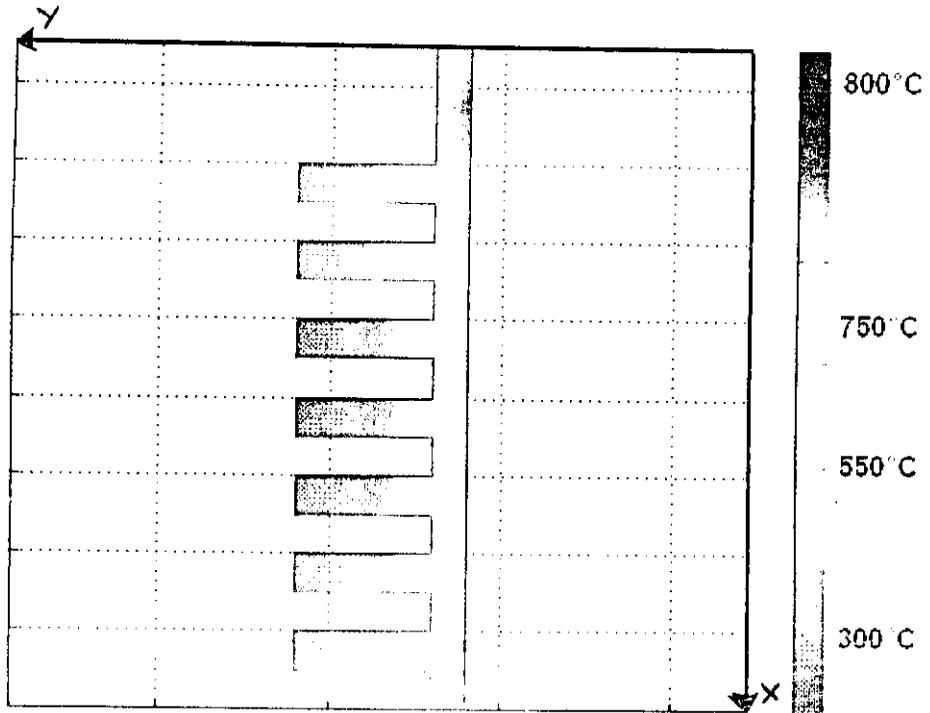


Figure V-24 Distribution -B- dans la chemise

### 3. Interprétations des résultats :

#### 3.1 Résultats du code CONDUCT :

- Les figures V-1, V-2, V3 et V-4 montrent les distributions de température dans la chemise ailetée. Les isothermes y sont parallèles sur l'ensemble de la surface. Le régime permanent est atteint assez rapidement, et ce en un temps d'environ 30 secondes.
- Les figures V-5, V-6, V-7 et V-8 montrent les distributions de température dans le piston. On voit bien que la température croît si l'on se dirige vers l'axe du piston. Le régime permanent est atteint après 4 minutes environ.
- Les distributions de température dans la soupape sont données par les figures V-9, V-10, V-11 et V-12. On remarque que la température est assez élevée dans la zone D (ceci est dû à la circulation des gaz brûlés). La température diminue lorsqu'on se dirige vers la tige de la soupape. Le régime permanent est atteint après 7 minutes.
- Les figures V-13, V-14, V-15 et V-16 représentent les isothermes dans la culasse. La distribution de température dans cette pièce est assez régulière, et ce vu la simplicité de sa forme géométrique ainsi que ses C.L. Néanmoins, le régime permanent n'est atteint qu'après environ 10 minutes.

#### 3.2 Résultats de FEMLAB

- La figure V-17 montre à quel point influe la température des gaz de combustion sur le piston, la zone en rouge est sujette aux fissures ou de dilatations thermiques.
- La figure V-18 montre l'effet du refroidissement, on voit bien comment est réduite la zone rouge, par rapport à la figure précédente.
- La figure v-19 montre la distribution de températures maximales atteinte dans la soupape, la figure V-20 montre l'état permanent.
- Les figures V-21 et V-22 montrent deux distributions différentes de la température au sein de la culasse, qui évacue une grande quantité de chaleur, vu la grande différence de température existante entre les deux états.
- Avant d'aboutir à son état permanent, fig V-24, la chemise reçoit un flux thermique très intense, fig V-23, surtout dans la zone proche du PMH.

## **Conclusion Générale :**

*L'étude des transferts thermiques à l'intérieur de la chambre à combustion est une mission très difficile.*

*L'approche théorique montre que divers paramètres important échappent à l'étude ou sont parfois négligés ou exagérés.*

*L'approche expérimentale nécessite des moyens assez pointus, vu la complexité du problème.*

*De ce fait l'approche numérique présente une bonne alternative pour aborder ce problème.*

*On peut dire que nous avons bien avancé pour ce qui est d'une part modéliser le phénomène de transfert thermique, et d'autre part de le résoudre numériquement moyennant divers codes : CONDUCT et FEMLAB.*

*Nous avons pu représenter les isothermes sur des géométries approchées des pièces, ainsi que des géométries plus ou moins réelles. Il est vrai que les températures obtenues sont un peu élevées, ceci est dû aux simplifications effectuées lors de la prise en compte des géométries ainsi que des conditions limites.*

*Nous avons pu aussi estimer le temps écoulé avant l'établissement du régime permanent pour chaque organe, ce temps constitue une importante information sur le phénomène.*

*Une utilisation de code de calcul différent tel que FLUENT ou KIVA pourrait être utile, et permettra d'évaluer les capacités de CONDUCT.*

*Il faut aussi rappeler que le banc d'essai d'un moteur à taux de compression variable qui est disponible au sein du département de génie mécanique, devrait permettre, après sa réparation et son équipement avec un système d'acquisition informatique, de valider les résultats théoriques obtenus et de mener des études approfondies sur les performances des moteurs utilisant des carburants de substitution à caractère non polluant. En plus de son utilité scientifique, ce banc d'essai pourra constituer une bonne station diagnostique pour les moteurs à combustion interne et pourra par conséquent, être utilisé à des fins pédagogiques, technologiques et de recherches.*

## *Bibliographie :*

- [1] J. Chagette « Technique automobile », Le moteur, Dunod, 1977, Paris.
- [2] M.NASH « Technologie automobile », SI , Mc GRAW HILL 1985, USA.
- [3] J. Tray « Moteur à allumage commandé », technique de l'ingénieur, BM 2540.
- [4] J. Thonon « Moteurs à essence », Technique automobile, Tome 1, Dunod, 1966, Paris.
- [5] D. Landré « Découverte de la mécanique automobile », Foucher, 1984, Paris.
- [6] R. Brun « Science et technique du moteur diesel industriel et de transport », Tome 2, éditions Technip, 1984, 4<sup>e</sup> édition.
- [7] R. Brun « Science et technique du moteur diesel industriel et de transport », Tome 1, éditions Technip, 1981, 4<sup>e</sup> édition.
- [8] J. Pierre Moranne « Refroidissement des moteurs à combustion interne », technique de l'ingénieur, B 2830.
- [9] M. Débois, F. Touache, J. Tourancheau, L'automobile technologie professionnelle générale. Les moteurs à quatre temps et à deux temps, Tome 1, Foucher, 1979, Paris.
- [10] « Etude de la combustion », BOUMEDDENE ,Université de Blida, Thèse de Doctorat.1995.
- [11] Groupement Scientifique Moteurs « La combustion dans les moteurs d'automobile », éditions Technip, 1987, Paris.
- [12] Projet de fin d'études « Etude préliminaire de transfert thermique dans un cylindre d'un moteur à combustion interne », Rahmi Rabah, Juin 2003.
- [13] Suhas V. Patankar « Numerical Heat Transfer and Fluid Flow », ed. by Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1980.
- [14] Suhas V. Patankar « Computation of Conduction and Duct Flow Heat Transfer », ed. by Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1988.
- [15] H.K. Versteeg & W. Malalasekera « An introduction to Computational Fluid Dynamics –The Finite Volume Method », ed. by Prentice Hall,England, 1995.
- [16] A. Jardy, H. Combeau et JP. Bellot « Simulation Numérique des Phénomènes de Transport », Cour de l'Ecole des Mines de Nancy.France,2001.
- [17] T. Morel, R. Keribar, « A model for Predicting Specially and Time Resolved Convective Heat Transfer in Bowl-in-piston Combustion Chambers », SAE Paper n° 850204, 1985.

- [18] G. Eichelberg « Some New Investigations on Old Combustion Engine Problems » Engineering, Vol 148, p.547, 1939.
- [19] Annand. W.G.D. « Heat Transfer in the Cylinders of Reciprocating Internal Combustion Engines », Proc. I.M.E, Vol 177, n° 36, 1963.
- [20] G. Woschni « A Universally Applicable Equation for the Instantaneous Heat Transfer Coefficient in the Internal Combustion Engine », SAE Paper n° 670931, 1967.
- [21] T. Le Feuvre, P.S. Myers, O.A. Uyehara « Experimental Instantaneous Heat Fluxes in a Diesel Engine and their Correlations », SAE Trans, Vol. 78, 690464, 1969.
- [22] J.C. Dent, S.J. Suliaman « Convective and Radiative Heat Transfer in High Swirl Direct Injection Diesel Engine » SAE, Paper n° 770407, 1977.
- [23] C. Borgnakke, V.S. Arpaci, R.J. Tabaczinski « A Model for the Instantaneous Heat Transfer and Turbulence in a Spark Ignition Engine » SAE Paper n° 800287, 1980.
- [24] G.C. Davis, C. Borgnakke « The Effect of In-Cylinder Flow Processes (Swirl, Squish and Turbulence Intensity) on engine efficiency, Model Predictions », SAE Paper n° 820045, 1982.
- [25] T. Morel, S. Wahiduzzaman, D.R. Tree, D.P. De Witt « Effect of Speed, Load and Location on Heat Transfer in a Diesel Engine, Measurements and Predictions », SAE Paper n° 870154, SP-700, 1987.
- [26] A.D. Gosman « Computer Modeling of Flow and Heat Transfer in Engines, Progress and Prospects », COMODIA 85, Symposium, Tokyo, JSME, SAEJ, MESJ, 1985.
- [27] R. Diwakar « Assessment of the Ability of a Multidimensional Computer Code to Model Combustion in a Homogeneous Charge Engine », SAE Paper n° 840230, 1985.
- [28] M. Ikegami, Y. Kidoguchi, K. Nishawaki « A Multidimensional Model Prediction of Heat Transfer in Non-Fired Engine », SAE Paper n° 860467, 1986.
- [29] « Etude Numérique de la Conduction de la Chaleur à travers les Parois d'un Moteur à Combustio Interne », Article, ATTOUCHI Mohamed Tarek, 2004.
- [30] [http:// www.comsol.com](http://www.comsol.com)

Si on adopte la notation suivante :

$$A_2 = \frac{\alpha_2}{D_2} \text{ et } C'_2 = \frac{\beta_2}{D_2} \phi_1 + \frac{C_2}{D_2} \quad (4b)$$

l'équation (4a) peut être écrite comme suit :

$$\phi_3 = \left( \frac{\alpha_3}{D_3 - \beta_3 A_2} \right) \phi_4 + \left( \frac{\beta_3 C'_2 + C_3}{D_3 - \beta_3 A_2} \right) \quad (4c)$$

Si on pose :

$$A_3 = \frac{\alpha_3}{D_3 - \beta_3 A_2} \text{ et } C'_3 = \frac{\beta_3 C'_2 + C_3}{D_3 - \beta_3 A_2}$$

l'équation (4c) peut être écrite comme :

$$\phi_3 = A_3 \phi_4 + C'_3 \quad (5)$$

La formule (4c) est utilisée pour éliminer  $\phi_3$  de (5), la procédure est répétée jusqu'à la dernière équation. Ceci est l'élimination en avant.

Pour la **substitution en arrière**, on utilise la forme générale de récurrence :

$$\phi_j = A_j \phi_{j+1} + C'_j \quad (6a)$$

où :

$$A_j = \frac{\alpha_j}{D_j - \beta_j A_{j+1}} \quad (6b)$$

$$C'_j = \frac{\beta_j C'_{j+1} + C_j}{D_j - \beta_j A_{j+1}} \quad (6c)$$

Les formules ci-dessus peuvent être appliquées aux points  $j=1$  et  $j=n+1$  en donnant les valeurs suivantes à  $A$  et  $C'$  :

$$A_1 = 0 \text{ et } C'_1 = \phi_1$$

$$A_{n+1} = 0 \text{ et } C'_{n+1} = \phi_{n+1}$$

Pour résoudre le système d'équations on doit avant tout le réarranger sous la forme de l'équation (6a) et  $\alpha_j, \beta_j, D_j$  et  $C'_j$  sont alors identifiées. Les valeurs de  $A_j$  et  $C'_j$  sont calculées de manière séquentielle en allant de  $j=2$  à  $j=n$  en utilisant (6b-c). La connaissance de la valeur de  $\phi$  à  $n+1$  nous permet de calculer le reste des variables dans l'ordre  $(\phi_n, \phi_{n-1}, \phi_{n-2}, \dots, \phi_2)$  à partir de la relation de récurrence (6a). Cette méthode est simple à incorporer dans un programme de CFD.

Dans le développement ci-dessus du TDMA les valeurs aux frontières  $\phi_1$  et  $\phi_{n+1}$  sont supposées connues. Lorsqu'il s'agira d'une condition frontière type «flux imposé», par exemple en  $j=1$ , le coefficient  $\beta_2$  dans (6c) est annulé et le flux à travers la frontière est incorporé dans le terme source  $C_2$ . La valeur réelle de la variable à la frontière n'est pas utilisée directement dans la

formulation. L'absence du premier ou du dernier terme n'affecte pas l'application du TDMA sous la forme présentée ci-dessus.

## Application du TDMA pour un problème bidimensionnel (TDMA ligne par ligne)

Le TDMA est appliqué de manière itérative pour résoudre les problèmes en 2D. On considère la grille sur la (Fig. 1) et l'équation générale discrétisée d'un phénomène de transport s'écrit :

$$a_p \phi_p = a_w \phi_w + a_e \phi_e + a_s \phi_s + a_n \phi_n + b \quad (7)$$

Pour résoudre le système, le TDMA est appliqué le long des lignes choisies, dans notre cas, on choisit les lignes  $(n - s)$ , pour cela on réarrange les termes comme suit :

$$-a_p \phi_p + a_s \phi_s - a_n \phi_n = a_w \phi_w + a_e \phi_e + b \quad (8)$$

Le côté droit de l'équation (7) est supposé temporairement connu. L'équation (8) est sous la forme de (2) où  $\alpha_j \equiv a_n$ ,  $\beta_j \equiv a_s$ ,  $D_j \equiv a_p$  et  $C_j \equiv a_w \phi_w + a_e \phi_e + b$ . Maintenant la résolution peut se faire sur la ligne  $(n - s)$  pour  $j = 2, 3, 4, \dots, n$  comme montré sur la (Fig. 1)

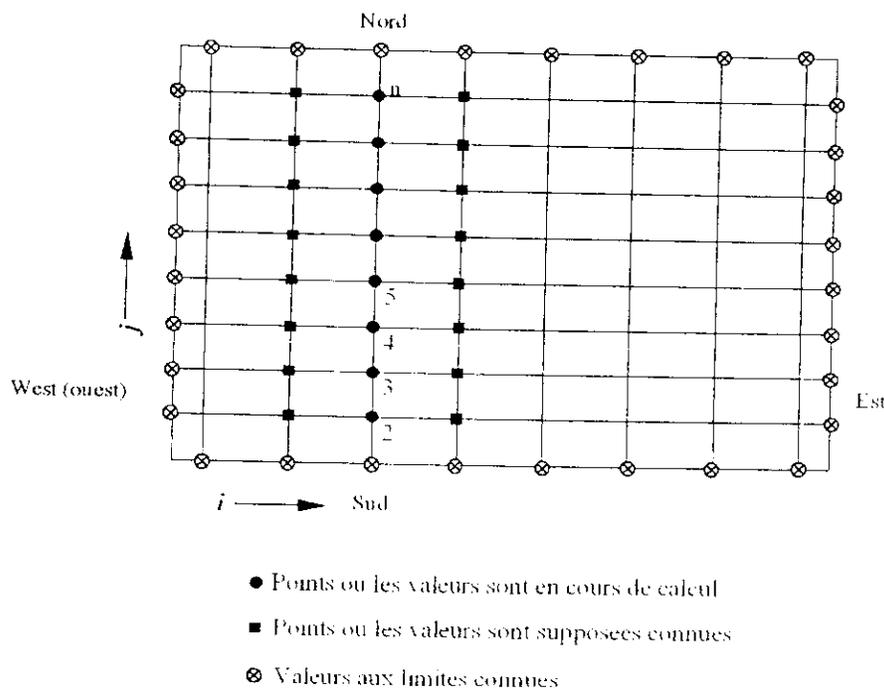


Fig. 1 Application ligne par ligne de l'algorithme TDMA

De manière séquentielle le calcul est transféré à la ligne  $(n - s)$  adjacente. La direction du passage de l'une à l'autre est appelée ligne de balayage. Si cette ligne avance du côté «West» à celui «East», les valeurs de  $\phi_W$  sont toujours connues à partir du calcul de la ligne précédente. Les valeurs des  $\phi_E$  sont inconnues donc la procédure doit être itérative. A chaque cycle d'itération  $\phi_E$  possède la valeur obtenue de l'itération précédente ou bien celle de la valeur initiale donnée si le calcul est à la première itération (e.g. zero). La procédure ligne par ligne est répétée jusqu'à convergence, ce qui veut dire que la solution  $X_k(\phi_1^k, \phi_2^k, \phi_3^k, \dots, \phi_n^k)$  du système où  $X_k$  est le vecteur solution à l'itération  $k$ , vérifie la relation suivante ( $\varepsilon$  l'erreur de troncature) :

$$\text{Max}_p \left| \phi_p^k - \phi_p^{k-1} \right| < \varepsilon$$

ou bien la relation :

$$\sum_p \left| \phi_p^k - \phi_p^{k-1} \right| \leq \varepsilon$$