

REPUBLICQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

22/03

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

Département du génie électrique  
Filière: Automatique

## Projet de fin d'étude

En vue de l'obtention du diplôme  
d'ingénieur d'état en automatique

### Thème

**Diagnostic des pannes par logique  
floue:  
Application au pendule inversé et à la  
machine asynchrone**

**Proposée par:**

Mr M.TADJINE  
Mr S.BOUCHERIT

**Etudié par:**

Mr SAID TAZI

ملخص :

الهدف من هذا العمل، استعمال منظومة ملاحظة حالية بالمنطق الغامض، من أجل اكتشاف و عزل الخلل في كل من النواس المعكوس  
أولاً: تعريف بالمنطق الغامض و أنواعه المعروفة، و المستعملة كثيراً.  
ثانياً: تطبيق منظومة تحكم بالمنطق الغامض من نوع مامداني (MAMDANI)، على النواس المعكوس، ثم استعمال منظومة ملاحظة و تحكم من نوع (Takagi-Sugeno-Kang)، من أجل تشخيص الأعطاب على هذا النواس.

كلمات مفتاحية: تشخيص الخلل، ملاحظة حالية، المنطق الغامض، ملاحظ TSK، نواس معكوس.

## RESUME :

Le but de ce travail est l'implémentation d'un système d'observation en logique floue, pour le diagnostic du pendule inversé, et la machine asynchrone.

En premier lieu, une définition sur la logique floue et ses types les plus connus et les plus appliqués.

En second lieu, une commande par logique floue de type MAMDANI est appliquée sur le pendule inversé, puis un observateur-régulateur Takagi-Sugeno-Kang (TSK) est utilisé pour le diagnostic de ce pendule.

**MOTS CLES :** Diagnostic de pannes, observateur d'état, logique floue, observateur TSK, pendule inversé.

## ABSTRACT :

The goal of this work is using of fuzzy stat observer system, for the diagnosis of inverted pendulum.

In the first place, a definition of fuzzy logic and control, and it famous kinds.

In second place, a MAMDANI fuzzy regulator is applied on inverted pendulum, then a fuzzy observer - regulator of Takagi-Sugeno-Kang (TSK) is used for the diagnosis of this pendulum

**KEYWORDS :** fault diagnosis, stat observer, fuzzy logic, TSK fuzzy observer, inverted pendulum.

## *Dédicaces*

*A ma chère mère, ma grand-mère et mon chère  
père, aux familles Tazi, Mouhammedi, Aouaidjia  
et Malek*

*A mes frères et ma petite sœur*

*A tous mes plus chères amis Sofiane, Abd el  
ghani, Mourad, Fodhil, Radia, Hassiba, ainsi que  
leurs familles.*

*A tous ce qu'il m'a aidé.*

*Je dédie ce travail*

# Remerciment

Je tien à exprimer mes remerciements à mon promoteur Monsieur M.Tadjin, pour l'assistance qu'il m'a témoigné tout au long de ce travail, q'il trouve ici l'expression de ma gratitude pour ses conseils.

Mes remerciements les plus sincères sont adressés à mes enseignants, qui ont contribué durant mes études à l'école nationale polytechniques.

Sans oublier tous ceux qui m'ont aidé de pris ou de loin.

# Sommaire

Introduction générale.....	1
CHAPITRE I. Etat de l'art sur le diagnostic par logique flou .....	2
Introduction.....	2
I.1. Les régulateurs flous .....	2
I.1.1. Fuzzification des entrées .....	2
I.1.2. Les lois d'inférence.....	3
I.1.2.1. Méthode d'inférence max-min.....	3
I.1.2.2. Méthode d'inférence max-prod.....	4
I.1.2.3. Méthode d'inférence somme-prod .....	4
I.1.3. La défuzzification.....	4
I.1.4. les différents types de régulateurs.....	4
I.1.4.1. Régulateur flou de type MAMDANI.....	4
I.1.4.1.1. Régulateur flou proportionnel .....	4
I.1.4.1.2. Régulateur flou proportionnel dérivé.....	5
I.1.4.1.3. Régulateur flou proportionnel intégral.....	5
I.1.4.1.4. Régulateur flou proportionnel intégrale dérivé .....	5
I.1.4.2. Régulateur flou de type SUGENO (TSK).....	5
I.2. Concept de base sur le diagnostic.....	6
I.2.1. Diagnostic avec la logique floue.....	6
I.2.1.1. les modèles Takagi-Sugeno.....	6
I.2.1.2. Modèle et régulateur flou TSK.....	7
I.2.1.3. Observateur flou TSK.....	8
I.2.2. la génération des résidus.....	10
Conclusion .....	11
CHAPITRE II. Diagnostic du pendule inversé par logique floue.....	12
Introduction.....	13
II.1. Description de système utilisé.....	13
II.2. Modélisation du pendule inversé.....	14
II.3. Linéarisation des équations du pendule inversé .....	16
II.4. la régulation floue du pendule inversé.....	17
II.4.1. La fuzzification .....	17
II.4.2. Le moteur d'inférence.....	17
II.4.3. La défuzzification.....	18
II.4.4. Résultats de simulation.....	18
II.4.5. Interprétation.....	20
II.5. Diagnostic du pendule inversé.....	21
II.5.1. Synthèse d'observateur-régulateur flou TSK à trois règles .....	21
II.5.1.1. Résultats de simulation .....	23
II.5.1.2. Prise de décision .....	34
II.5.2. Synthèse d'observateurs-régulateur TSK à cinq règles.....	35
II.5.2.1. résultats de simulations .....	38
II.5.2.2. prise de la décision.....	49
Conclusion .....	50



## Introduction générale

Dans le monde industriel, on s'intéresse beaucoup à la surveillance et le diagnostic des processus, et beaucoup de chercheurs s'intéressent aujourd'hui à ce domaine, En implémentant des systèmes et des techniques de diagnostic, dont l'intérêt est d'être capable d'améliorer l'automatisation et les techniques d'optimisation, et de savoir l'état de fonctionnement des organes de système surveillé, l'une des techniques de diagnostic est le celle par logique floue [6].

Depuis la publication de principe de la logique floue par Lotfi Zadeh en 1965, elle a été appliquée dans plusieurs domaines, comme le diagnostic, qui consiste généralement à la détection et localisation des pannes en utilisant des modèles flous, ce qu'il simplifié l'utilisation de modèle non linéaire de processus surveillé, sans linéarisation, d'où l'augmentation de la fiabilité de surveillance.

Dans ce présent travail, nous appliquons la méthode de diagnostic par logique floue, sur deux systèmes, le premier qui est le pendule inversé, un banc d'essai qui traite le problème d'instabilité au point de fonctionnement, en appliquant la commande on logique floue, et le second qui est la machine asynchrone, un système qui se caractérise par sa non linéarité et sa difficulté de commande, en introduisant une commande vectorielle, et en utilisant des régulateurs flous.

Ce mémoire est constitué de trois chapitres :

- Le premier chapitre présente la théorie de la logique floue, et l'utilisation des observateurs flous dans le diagnostic, en citant les théories de stabilité des observateurs de type Takagi Sugeno Kang (TSK).
- Le deuxième chapitre, présente la modélisation la et commande du pendule inversé par la méthode de Mamdani puis la synthèse d'un observateur-régulateur flou de type TSK, pour la détection de différents types de pannes.

CHAPITRE I  
Etat de l'art sur le diagnostic  
par logique floue



## Introduction

Le diagnostic des pannes en utilisant la logique floue, qu'il soit pour la détection des pannes ou bien l'isolation est généralement basée sur les méthodes de Mamdani pour les régulateurs flous 1974, ou bien Takagi Sugeno Kang pour les modèles flous 1992.[1]

La modélisation floue TSK et un ensemble de règles floues dont la conclusion utilise un formalisme d'état.

### I.1. Les régulateurs flous [1]

Un régulateur flou peut être présenté de différentes façons, mais en général la présentation adoptée se scinde en trois parties qui sont La fuzzification qui permet de passer de variables réelles à des variables floues, le cœur du régulateur représenté par les règles reliant les entrées et sorties, et enfin l'inférence et la défuzzification qui permettent à partir des ensembles flous d'entrée de déterminer la valeur réelle de sortie.

#### I.1.1. Fuzzification des entrées

L'objectif de la fuzzification est de définir les fonctions d'appartenance pour les différentes variables (variable d'entrée et de sortie), on réalise ainsi un passage des grandeurs physiques en variables linguistiques (variables floues) qui peuvent alors être traité par les inférences.

Dans le réglage flou, on utilise en général des fonctions d'appartenance triangulaires et trapézoïdes.

En générale, on introduit pour une variable trois, cinq ou sept ensembles représentés par des fonctions d'appartenances (Figure I-1).

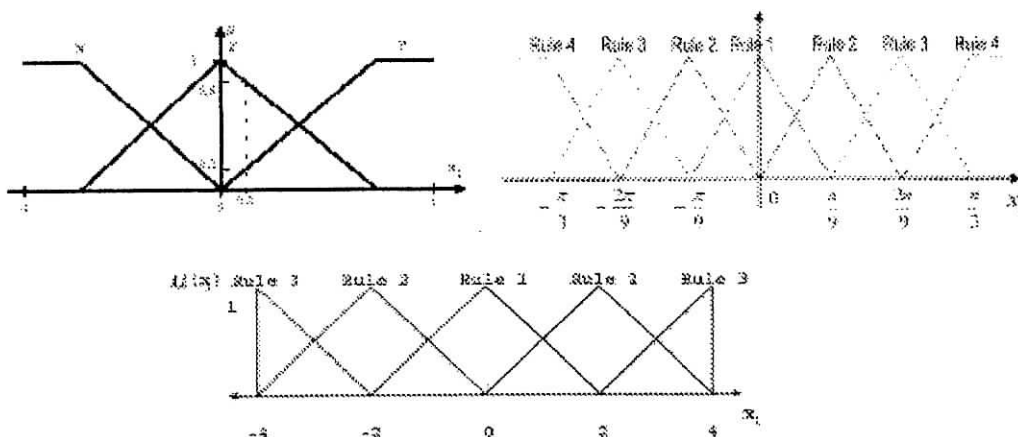


Figure (I-1) : Fonctions d'appartenance triangulaires

### I.1.2. Les lois d'inférence

La stratégie de réglage dépend des inférences adoptées. Elles lient les variables d'entrée à une variable de sortie, un type de règle peut être par exemple :

Si  $x_1$  est positif et  $x_2$  est zéro alors  $u$  est négatif

où  $x_1$  et  $x_2$  représentent deux variables d'entrée et  $u$  la sortie de commande.

Dans les inférences on utilise les opérateurs ET OU, l'opérateur ET est utilisé pour les variables à l'intérieur d'une règle, alors que l'opérateur OU lie les différentes règles, il existe plusieurs méthodes pour réaliser ces opérateurs. On introduit donc la notion de méthodes d'inférence.

Généralement on utilise une des méthodes suivantes :

- méthode d'inférence max-min
- méthode d'inférence max-prod
- méthode d'inférence somme-prod

qui permettent un traitement numérique des inférences.

#### I.1.2.1. Méthode d'inférence max-min

Cette méthode réalise, au niveau de la condition, l'opérateur OU par la formation de maximum, et l'opérateur ET par la formation minimum, et au niveau de la conclusion elle réalise l'opérateur ALORS par la formation minimum. L'opérateur OU qui lit les différentes règles est réalisé par la formation maximum.

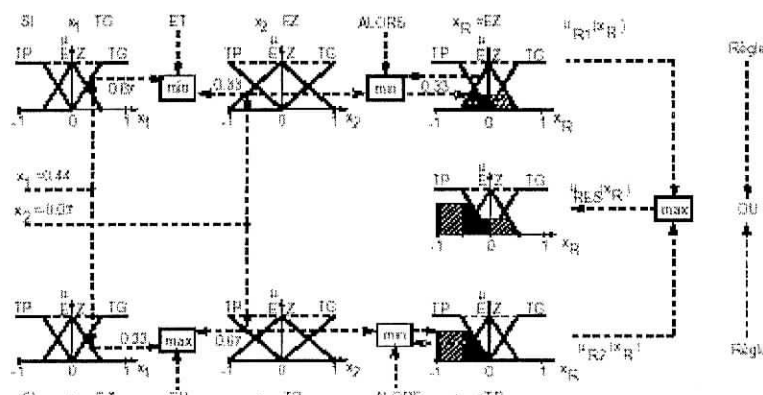


Figure (I-2) : Méthode d'inférence MAX-MIN

### I.1.2.2. Méthode d'inférence max-prod

Cette méthode réalise, au niveau de la condition, l'opérateur OU par la formation de maximum, et l'opérateur ET par la formation minimum, mais au niveau de la conclusion elle réalise l'opérateur ALORS par la formation produit. L'opérateur OU qui lie les différentes règles est réalisé par la formation maximum.

### I.1.2.3. Méthode d'inférence somme-prod

La méthode d'inférence somme-prod réalise, au niveau de la condition, l'opérateur OU par la formation somme, et l'opérateur ET par la formation produit, au niveau de la conclusion elle réalise l'opérateur ALORS par la formation produit. L'opérateur OU qui lie les différentes règles est réalisé par la formation somme.

## I.1.3. La défuzzification

Elle consiste de transformer la variable floue résultante d'inférence des règles en une information déterministe.

La méthode de défuzzification la plus utilisée est celle par centre de gravité, qui détermine le centre de gravité de la fonction d'appartenance résultante.

## I.1.4. Les différents types de régulateurs [2]

### I.1.4.1. Régulateur flou de type MAMDANI

Ce régulateur utilise la forme de Mamdani pour obtenir la commande à partir des différentes entrées:

$$R_i : \text{Si } x_1 \text{ est } E_1 \text{ ET } x_2 \text{ est } E_2 \text{ ET } \dots \text{ ET } x_n \text{ est } E_n \text{ Alors } U \text{ est } U_i$$

$n$  : nombres de variables d'entrée.

$i$  : la  $i$ ème règle.

On peut citer quatre structures connues qui sont la structure proportionnelle, proportionnelle dérivée, proportionnelle intégrale, et proportionnelle dérivée intégrale.

#### I.1.4.1.1. Régulateur flou proportionnel

La loi de commande d'un régulateur flou de ce type est proportionnelle à la valeur de l'erreur entre la sortie du système et la consigne ; les règles sont de la forme : *Si  $e(k)$  est  $E$  alors  $u(k)$  est  $U$ .*

La loi de commande s'apparente à celle d'un régulateur Proportionnel classique avec un gain non linéaire :

$$u(k) = K_p(k) \cdot e(k)$$

#### I.1.4.1.2. Régulateur flou proportionnel dérivé

Pour ce type de régulateur, la commande du système s'obtient en fonction des erreurs et de leurs dérivées premières suivant des règles de la forme : Si  $e(k)$  est E ET  $de(k)$  est DE ALORS  $u(k)$  est U.

La loi de commande du régulateur PD classique équivalent est :

$$u(k) = K_p(k) \cdot e(k) + K_d(k) \cdot de(k)$$

#### I.1.4.1.3. Régulateur flou proportionnel intégral

C'est le plus classique des régulateurs à structure PID utilisés pour des systèmes d'ordre inférieur ou égal à 2. Une règle s'écrit alors sous la forme : Si  $e(k)$  est E ET  $de(k)$  est DE ALORS  $du(k)$  est DU.

Le régulateur PI classique équivalent s'écrivant :

$$du(k) = K_p(k) \cdot de(k) + K_i(k) \cdot e(k)$$

#### I.1.4.1.4. Régulateur flou proportionnel intégral et dérivé

Ce dernier type de régulateur utilise l'erreur, l'intégrale de l'erreur et la variation de l'erreur pour élaborer les règles. Avec :  $\delta e(k) = \sum_{i=1}^{k-1} e(i)$ , les règles sont de la forme : Si  $e(k)$  est E ET  $de(k)$  est DE ET  $\delta e(k)$  est SE ALORS  $u(k)$  est U.

### I.1.4.2. Régulateur flou de type SUGENO (TSK)

En supposant que les différentes variables d'état  $X(k)$  du système sont accessibles, on peut exprimer les règles suivant Sugeno avec la manière suivante :

$$R_i : \text{Si } x_1(k) \text{ est } X_1 \text{ ET } \dots \text{ } x_n(k) \text{ est } X_n \text{ ALORS } u_i(k) = p_{i0} + \sum_{j=1}^n p_{ij} x_j(k) \quad (I-1)$$

Avec :

$R_i$  : la  $i$ ème règle.

$p_{ij}$  : des coefficients.

A chaque règle  $R_i$  est associé un poids  $w_i$  correspondant à la façon de modéliser l'implication floue et l'opérateur ET.

La commande finale est alors calculée comme suite :

$$u(k) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i u_i}{\sum_{i=1}^r w_i} \quad (\text{I-2})$$

Une solution permettant d'utiliser ce type de commande est d'obtenir un observateur basé sur la même approche.

## I.2. Concept de base sur le diagnostic

Une panne est un changement indésirable dans les paramètres ou les signaux d'un système. Le but de diagnostic, est la localisation des pannes, et la réalisation d'une décision tel que, la reconfiguration de régulateur, ou la maintenance de système.

Une des méthodes de diagnostic, est celle a base de modèle, qui utilise généralement, les observateurs d'états.

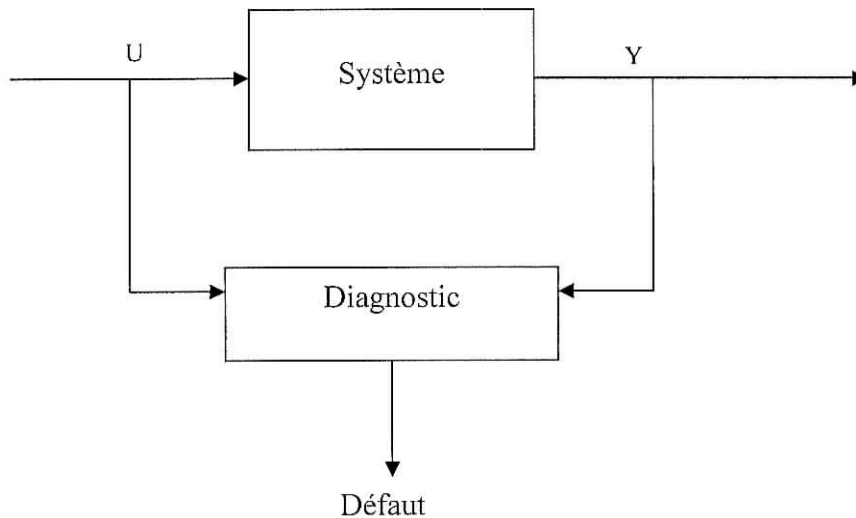


Figure (I-3) : Schéma de principe de la diagnostic

### I.2.1. Diagnostic avec la logique flou

#### I.2.1.1. Les modèles Takagi-Sugeno,

Un modèle TSK continue est représenté par l'ensemble des règles floues (Si...Alors), écrite comme suite :

Règle (i) Si  $x_1(t)$  est  $M_{i1}$  et  $x_2(t)$  est  $M_{i2}$  et ... et  $x_j(t)$  est  $M_{ij}$  alors  $\dot{x} = A_i x$  (I-3)

Où  $x \in R^{n \times 1}$  est le vecteur d'état,  $i = 1 \dots r$   $r$  est le nombre de règles floues,  $M_{ij}$  les ensembles flous d'entrée, et les matrices  $A_i \in R^{n \times n}$ .

Le modèle flou TSK peut être écrit :

$$\dot{x} = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(x)(A_i x)}{\sum_{i=1}^r w_i(x)} \quad (\text{I-5})$$

Tel que 
$$w_i = \prod_{j=1}^n \mu_{ij}(x_j) \quad (\text{I-6})$$

Et  $\mu_{ij}$  est le facteur d'appartenance de  $j^{\text{ieme}}$  ensemble flou, dans la  $i^{\text{eme}}$  règle.

Soit : 
$$\alpha_i(x) = \frac{w_i(x)}{\sum w_i(x)} \quad (\text{I-7})$$

donc on peut écrire :

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r \alpha_i(x) A_i x; \quad i=1 \dots r. \quad (\text{I-8})$$

ou 
$$\alpha_i(x) > 0 \text{ et } \sum_{i=1}^r \alpha_i(x) = 1$$

Les conditions de stabilité d'un modèle flou au sens de Lyapunov sont définies dans [4] par :

### **Théorème 1 :**

Un modèle flou continue TSK est asymptotiquement stable s'il existe une matrice définit positive  $P > 0$  telle que :

$$A_i^T P + P A_i < 0 \quad \forall i = 1, \dots, r \quad (\text{I-9})$$

ou  $r$  est le nombre de règles.

#### I.2.1.2. Modèle et régulateur flou TSK :

On introduit maintenant la notion de la commande floue à partir d'un système flou TSK, le contrôleur est constitué de règles floues, chaque règle représente un contrôleur par retour

d'état locale, et le régulateur complet est obtenu par agrégation de ces régulateurs locaux. Une règle de modèle TSK peut être écrite comme suite :

Règle (i) : Si  $x_1(t)$  est  $M_{i1}$  et  $x_2(t)$  est  $M_{i2}$  et ... et  $x_j(t)$  est  $M_{ij}$  alors  $\dot{x} = A_i x + B_i u$  (I-10)

Le modèle dynamique total peut être écrit :

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r \alpha_i(x)(A_i x + B_i u) \quad (\text{I-11})$$

on même temps il y'a des règles de régulation TSK, de la forme :

Règle (i) : Si  $x_1(t)$  est  $M_{i1}$  et  $x_2(t)$  est  $M_{i2}$  et ... et  $x_j(t)$  est  $M_{ij}$  alors  $u = -K_i x(t)$  (I-12)

Le régulateur total sera :

$$u(t) = -\sum_{i=1}^r \alpha_i(x) K_i x(t) \quad (\text{I-12})$$

On peut écrire alors l'équation en boucle fermée :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_i(x) \alpha_j(x) (A_i - B_i K_j) x(t) \quad (\text{I-13})$$

Les conditions de stabilité de Lyapunov pour le régulateur flou TSK sont définies dans le théorème suivant :

### **Théorème 2 [5]:**

Le système en boucle fermée TSK (Modèle et régulateur d'état), est globalement asymptotiquement stable s'il existe une matrice définie positive  $P > 0$ , qui satisfait les équations suivantes :

$$(A_i - B_i K_i)^T P + P(A_i - B_i K_i) < 0; \quad \forall i = 1, \dots, r$$

$$G_{ij}^T P + P G_{ij} < 0; \quad j < i < r \quad (\text{I-14})$$

ou :

$$G_{ij} = A_i - B_i K_j + A_j - B_j K_i; \quad j < i < r \quad (\text{I-15})$$

#### I.2.1.3. Observateur flou TSK :

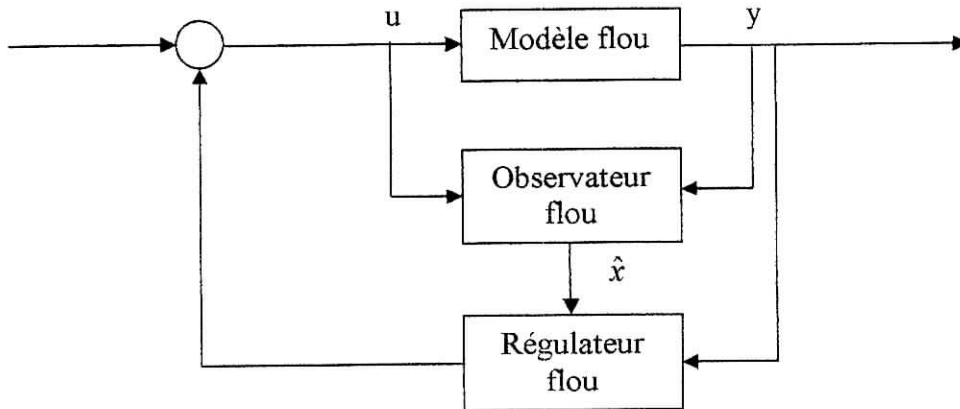


Figure (I-2) : Observateur régulateur en boucle fermée flou

Dans ce paragraphe, on présente la synthèse d'un observateur basé sur la logique floue, qui utilise les ensembles flous comme entrée, et l'observateur comme conséquence, tel que chaque règle observe les états d'un sous système linéaire local.

Soit le système flou en boucle fermée définit par  $r$  règles pour le modèle et  $r$  règles pour le régulateur [6]:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \alpha_i(y)(A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (\text{I-16})$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^r \alpha_i(y) C_i x(t) \quad (\text{I-17})$$

Un observateur flou TSK, est l'ensemble des règles floues qui estime les états de système, ces règles sont de la forme :

Règle (i) : Si  $y_1(t)$  est  $M_{i1}$  et  $y_2(t)$  est  $M_{i2}$  et ... et  $y_p(t)$  est  $M_{ip}$  alors :

$$\dot{\hat{x}} = A_i \hat{x} + B_i u + L_i (y - \hat{y}) \quad (\text{I-18})$$

Ou  $p$  est le nombre des sorties mesurées,  $y_i = C_i x$  est la sortie de la règle  $i$  de l'observateur floue,  $\hat{y}$  est la sortie estimée globale, et  $L_i$  est le gain d'observation locale.

La défuzzification de la sortie globale estimée est donnée par :

$$\hat{y}(t) = \sum_{j=1}^r \alpha_j(y) C_j \hat{x}(t) \quad (\text{I-19})$$

L'agrégation de toutes les implications floues, donne l'équation d'état suivant :



$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \alpha_i(y)(A_i \hat{x} + B_i u) + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_i(y) \alpha_j(y) L_i C_j (x - \hat{x}) \quad (\text{I-20})$$

Puisque  $\sum_{j=1}^r \alpha_j(y) = 1$ , alors on peut écrire l'équation d'état comme suite :

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_i(y) \alpha_j(y) [(A_i - L_i C_j) \hat{x}(t) + B_i u + L_i C_j x] \quad (\text{I-21})$$

Le régulateur d'état lui aussi est calculé à partir des états estimés, on a donc :

$$u(t) = - \sum_{j=1}^r \alpha_j(y) K_j \hat{x}(t) \quad (\text{I-22})$$

La stabilité d'un observateur flou en boucle fermée au sens de Lyapunov, est définie par le théorème suivant :

**Théorème 3 [3] :**

Le système flou observateur régulateur en boucle fermée est globalement asymptotiquement stable, s'il existe une matrice définie positive  $\tilde{P}$ , telle que :

$$\begin{aligned} A_{ii}^T \tilde{P} + \tilde{P} A_{ii} &< 0 ; i = 1, \dots, r \\ (A_{ij} + A_{ji})^T \tilde{P} + \tilde{P} (A_{ij} + A_{ji}) &< 0 ; j < i < r \end{aligned} \quad (\text{I-23})$$

Ou :

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} A_i - B_i K_j & B_i K_j \\ 0 & A_i - L_i C_j \end{bmatrix} \quad (\text{I-24})$$

## I.2.2. La génération des résidus et l'isolation de la panne

La génération des résidus se fait par comparaison entre la sortie du système réel et celle de l'observateur, puis l'isolation des pannes, qu'on peut la réaliser par l'implémentation d'un jeu de règles en logique floue, de type :

Si (résidu) Alors (panne)

Passant par la fuzzification, et on arrive après à la défuzzification au défaut le plus probable.

## Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté la régulation floue et ses étapes, et les différents types de régulateurs Mamdani, puis on a défini les régulateurs Takagi Sugeno Kang.

On a aussi présenté les définitions sur le diagnostic et l'utilisation des observateurs flous de type TSK, pour le diagnostic des pannes.

## CHAPITRE II

# Diagnostic du pendule inversé par la logique floue

## 0 Introduction

Le pendule inversé est une plate forme d'essai qui pose un problème d'instabilité à l'angle  $\theta = 0$ , et qui se compose de deux parties, mécanique (chariot, pendule, ....etc), et partie électrique (moteur a courant continue, amplificateur ... etc).

Dans ce chapitre on s'intéresse à la modélisation, et la commande de ce système, puis l'application du diagnostic on utilisant la logique floue sur le modèle mécanique non linéaire.

### II.1. Description de système utilisé

Le pendule inversé utilisé est constitué d'un chariot mobile en translation sur un axe horizontal, et un pendule fixé sur ce chariot libre en rotation.

En exerçant une force horizontale  $F(t)$  sur le chariot, une translation de  $x$  mètres de ce système est obtenue avec une rotation de  $\theta$  radians du pendule.

Le pendule inversé est un système instable en boucle ouverte, non linéaire et multivariable. La commande de ce système doit réaliser, la régulation de l'angle  $\theta$ , en partant d'une condition initiale comprise dans l'intervalle  $]-\pi/2, +\pi/2[$ , et la poursuite sur la position  $x$ , en partant d'une condition initiale comprise dans l'intervalle  $[-1m, +1m]$ .

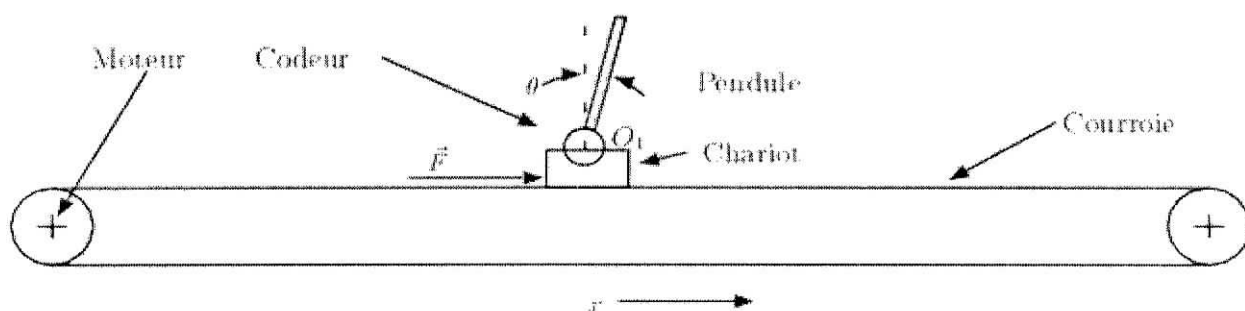


Figure (II-1) : Schéma de la pendule inversé

## II.2. Modélisation de pendule inversé

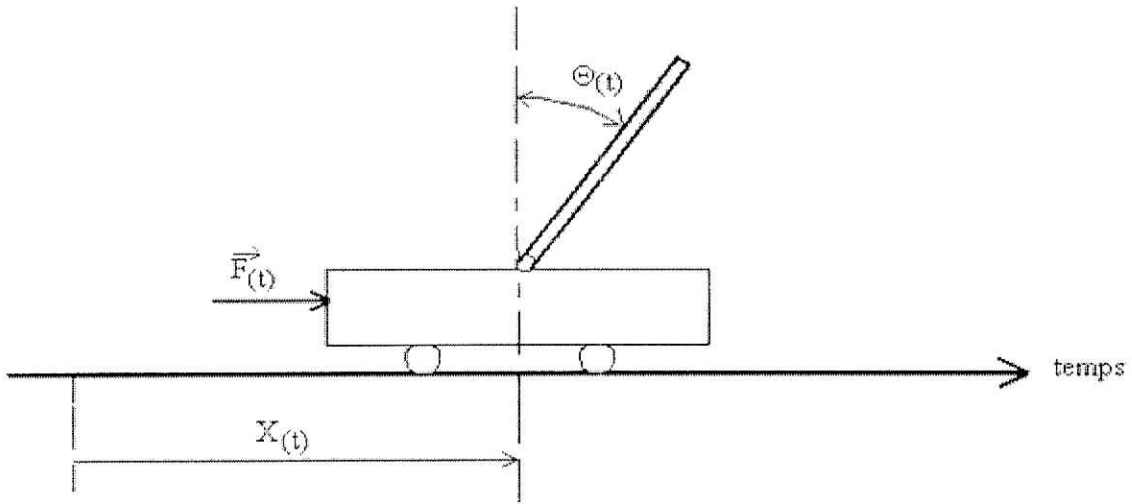


Figure (II-2) : Schéma simplifié de pendule inversé

Soit :

$m$  : masse de pendule

$f$  : frottements de déplacement du chariot

$M$  : masse de chariot

$x(t)$  : position de chariot

$l$  : demi longueur de pendule

$\theta(t)$  : l'angle de pendule

$F(t)$  : force exercé sur le chariot

$g$  : intensité de pesanteur

L'équation de Lagrange de cette pendule inversée est la suivant :

$$L = \frac{1}{2}(m + M) \cdot \dot{X}(t)^2 + \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}(t)^2 - lm\dot{X}(t)\dot{\theta}(t)\cos(\theta(t)) - mgl(1 + \cos(\theta(t))) \quad (\text{II-1})$$

Et en résolvant le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{\delta L}{\delta \dot{X}} \right) - \frac{\delta L}{\delta X} = F(t) - f_x \dot{X} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\delta L}{\delta \dot{\theta}} \right) - \frac{\delta L}{\delta \theta} = 0 \end{cases} \quad (\text{II-2})$$

On arrive au modèle analytique du chariot-pendule :

$$\ddot{X}(t) = \frac{F(t) - f_x \cdot \dot{X}(t) + m \left( \frac{g}{2} \cdot \sin(2 \cdot \theta(t)) - l \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \sin(\theta(t)) \right)}{M + m \cdot \sin^2(\theta(t))} \quad (\text{II-3})$$

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{1}{l}(g \cdot \sin(\theta(t)) + \ddot{X} \cos(\theta(t))) \quad (\text{II-4})$$

Le chariot se déplace à l'aide d'un moteur à courant continu comme la présente la figure (II-3) :

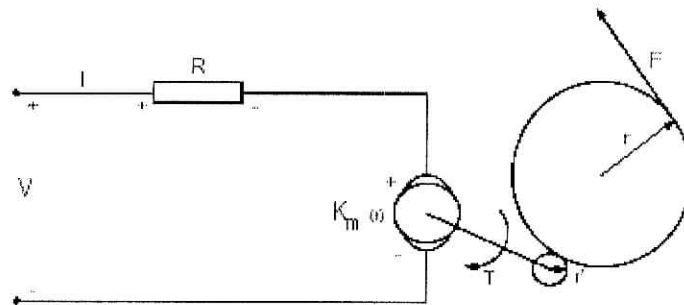


Figure (II-3) : La relation entre la force mécanique  $F$  et la tension  $V$

L'équation électrique de ce schéma est :

$$\begin{aligned} V &= IR + K_m \omega \\ &= IR + \frac{K_m K_t}{r} \dot{X} \end{aligned} \quad (\text{II-5})$$

ou :

$V$  : la tension exercée sur le moteur (volte) .

$I$  : intensité de circuit (Ampère).

$R$  : résistance équivalente de circuit (Ohm).

$K_m$  : constante de couple de moteur (N.m/A).

$K_t$  : rapport de transmission d'engrenage (sans dimension).

$r$  : rayon d'engrenage de sortie (mètre).

$\omega$  : vitesse angulaire d'arbre de moteur.

Le couple produit à l'arbre du moteur est donné par l'équation mécanique :

$$C_m = K_m I \quad (\text{II-6})$$

Qui devient à la sortie de la boîte de transmission :

$$C = C_m \cdot K_t = K_m K_t I \quad (\text{II-7})$$

ce couple crée une force à la sortie d'engrenage qui est :

$$F(t) = \frac{C}{r} \quad (\text{II-8})$$

utilisant les équations (II-5) et (II-7) dans l'équation (II-8), on aura :

$$F(t) = \frac{K_m K_t}{Rr} V - \left( \frac{K_m K_t}{r} \right)^2 \frac{1}{R} \dot{X} \quad (\text{II-9})$$

### II.3. Linéarisation des équations du pendule inversé

La linéarisation de système au voisinage de  $\theta_0 = 0$ , tel que  $\sin(\theta) \approx \theta$  et  $\cos(\theta) \approx 1$ , et  $\theta^2 \theta$  est négligeable devant  $\theta$ , donne :

$$\ddot{X}(t) = \frac{F(t) - f \cdot \dot{X}(t) + mg\theta}{M} \quad (\text{II-10})$$

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{1}{l}(g \cdot \theta(t) + \ddot{X}) = \frac{1}{l}(g \cdot \theta(t) + \frac{F(t) - f_x \cdot \dot{X}(t) + m \cdot g \cdot \theta(t)}{M})$$

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{(m+M)g \cdot \theta(t) + F(t) - f_x \cdot \dot{X}(t)}{Ml} \quad (\text{II-11})$$

d'où l'équation linéaire de système:

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \ddot{X} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{f_x}{M} & \frac{mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{f_x}{Ml} & \frac{(m+M)g}{Ml} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ \dot{X} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{1}{Ml} \end{bmatrix} \cdot F(t) \\ \\ \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ \dot{X} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (\text{II-12})$$

## II.4. La régulation floue du pendule inversé

Le régulateur flou utilisé est de type MAMDANI, on suppose que les états du pendule inversé sont connus. C'est à dire  $x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}$  sont mesurables.

### II.4.1. La fuzzification

Comme on a utilisé toutes les variables d'état, donc l'entrée de régulateur flou se compose de quatre  $X, dX, T, dT$  qui correspondent respectivement à  $x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}$ , tel que :

- $-3m < x < 3m$
- $-3m < \dot{x} < 3m$
- $-\pi/2 \text{ rad} < \theta < \pi/2 \text{ rad}$
- $-3 \text{ rad/s} < \dot{\theta} < 3 \text{ rad/s}$

Les fonctions d'appartenance utilisées sont de la forme triangulaire et trapézoïde, comme le présente la figure suivante:

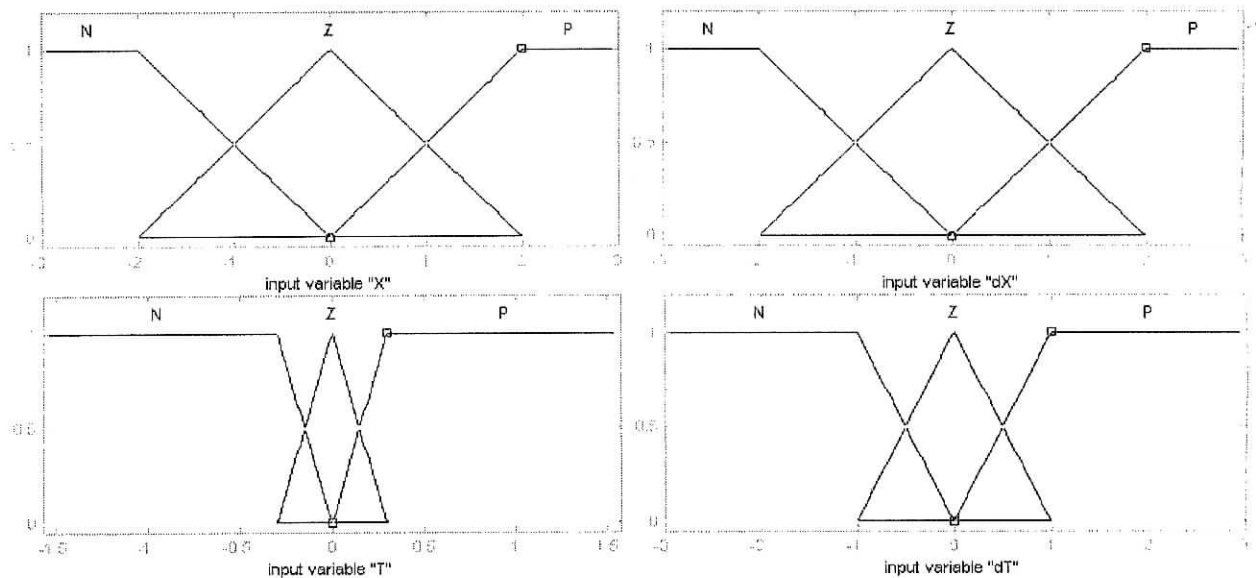


Figure (II-4) : la fuzzification des entrées  $x, \dot{x}, \theta$  et  $\dot{\theta}$

### II.4.2. Le moteur d'inférence

Les inférences utilisées sont de type somme-prod et sa pour leur facilité de programmation et leur rapidité de calcul, les règles d'inférence entre les entrées et la sortie  $U$  de commande sont les suivants :

- R1 : SI (T est N) ET (dT est N) ALORS (U est TP)
- R2 : SI (T est N) ET (dT est Z) ALORS (U est P)
- R3 : SI (T est N) ET (dT est P) ALORS (U est Z)
- R4 : SI (T est P) ET (dT est N) ALORS (U est Z)
- R5 : SI (T est P) ET (dT est Z) ALORS (U est N)
- R6 : SI (T est P) ET (dT est P) ALORS (U est TN)



```

R7 : SI (T est Z) ET (dT est N) ALORS (U est P)
R8 : SI (T est Z) ET (dT est P) ALORS (U est N)
R9 : SI (T est Z) ET (dT est Z) ET(X est N)ET(dX est N) ALORS (U
est TN)
R10 : SI (T est Z) ET (dT est Z) ET(X est Z)ET(dX est N) ALORS (U
est N)
R11 : SI (T est Z) ET (dT est Z) ET(X est P)ET(dX est N) ALORS (U
est Z)
R12 : SI (T est Z) ET (dT est Z) ET(X est N)ET(dX est Z) ALORS (U
est N)
R13 : SI (T est Z) ET (dT est Z) ET(X est Z)ET(dX est Z) ALORS (U
est Z)
R14 : SI (T est Z) ET (dT est Z) ET(X est P)ET(dX est Z) ALORS (U
est P)
R15 : SI (T est Z) ET (dT est Z) ET(X est N)ET(dX est P) ALORS (U
est Z)
R16 : SI (T est Z) ET (dT est Z) ET(X est Z)ET(dX est P) ALORS (U
est P)
R17 : SI (T est Z) ET (dT est Z) ET(X est P)ET(dX est P) ALORS (U
est TP)

```

### II.2.3. La défuzzification

La défuzzification se fait en calculant le centre de gravité de la fonction résultante des règles. Les fonctions d'appartenance de la sortie U sont de la forme triangulaire comprise entre -60 et 60 figure (II-5).

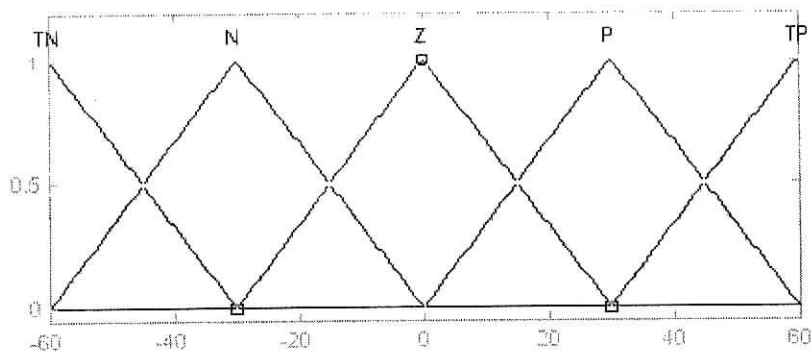


Figure (II-5) : Les fonctions d'appartenance de la sortie U

### II.4.4. Résultats de la simulation

En utilisant le régulateur flou précédent dans la simulation du pendule inversé. On trouve.

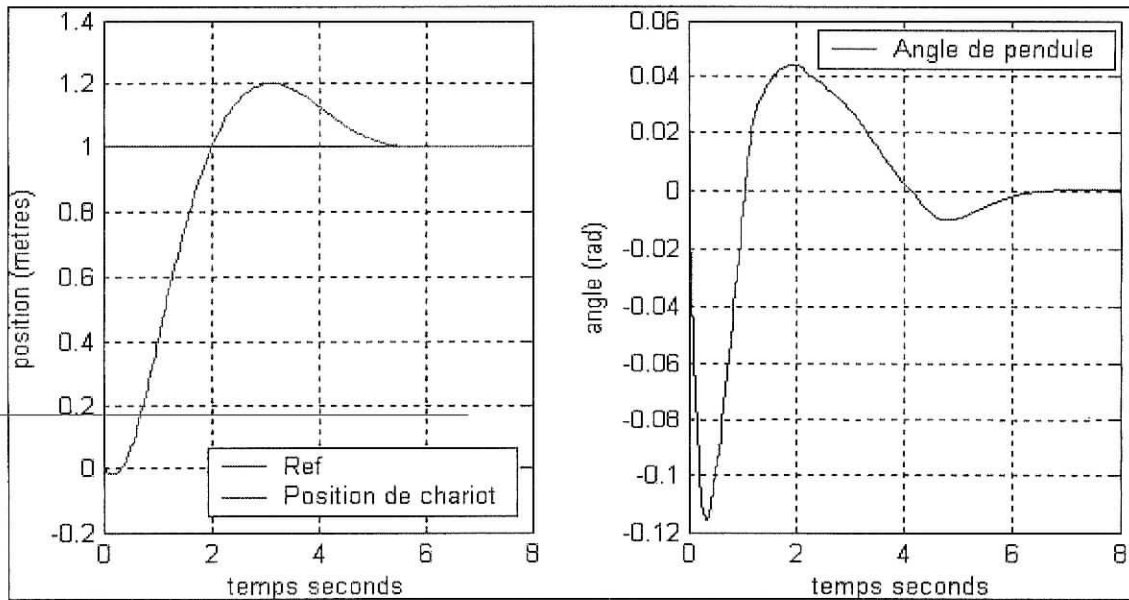


Figure (II-6) : Les résultats de la simulation pour une Référence échelon.

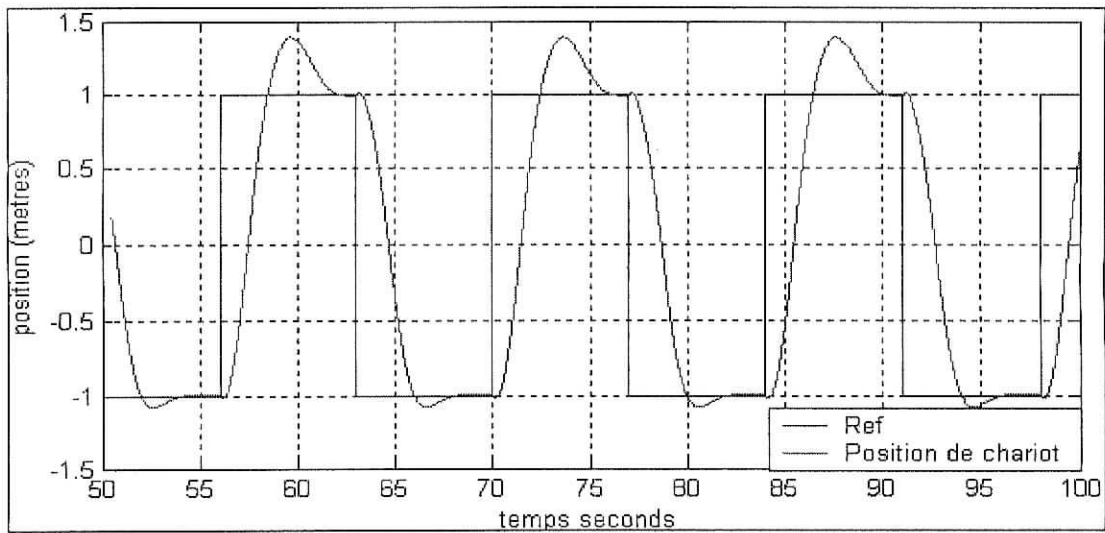


Figure (II-7) : la poursuite d'une référence carré.

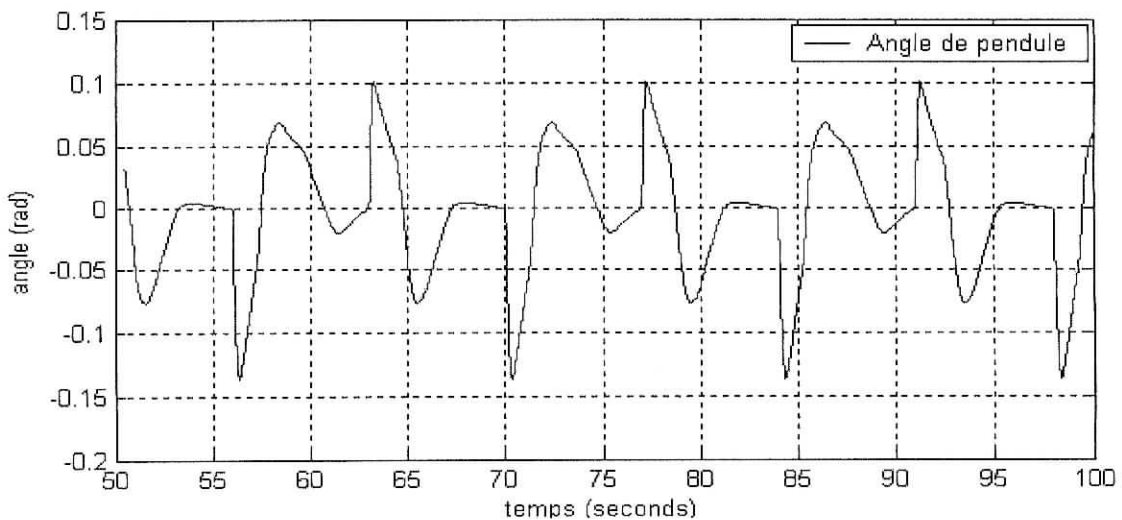


Figure (II-8) : l'évolution de l'angle de pendule inversé dans le cas d'une référence carré.

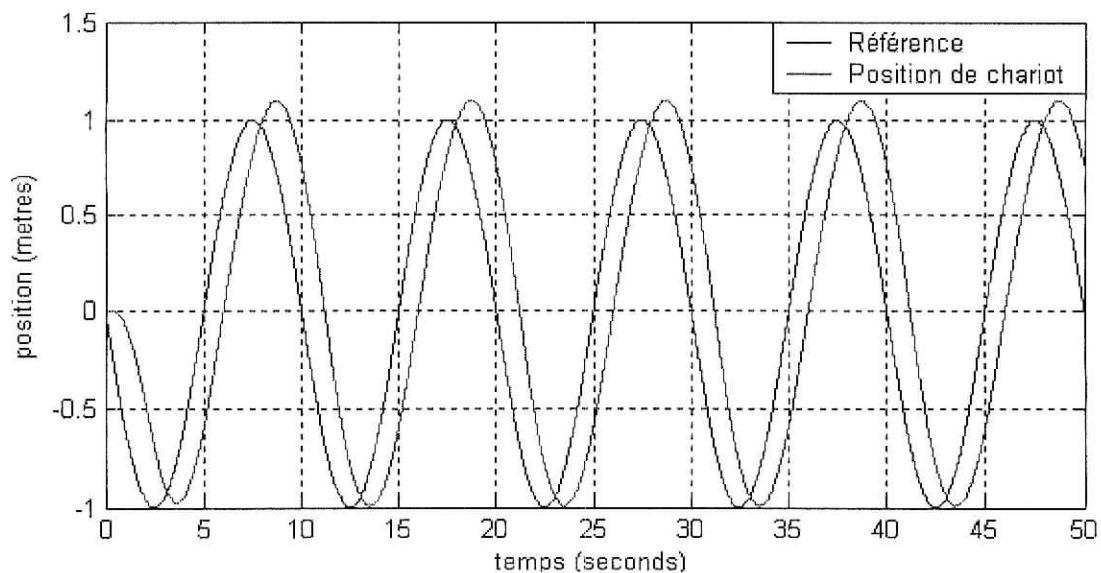


Figure (II-9) : La poursuite d'une référence sinusoïdale.

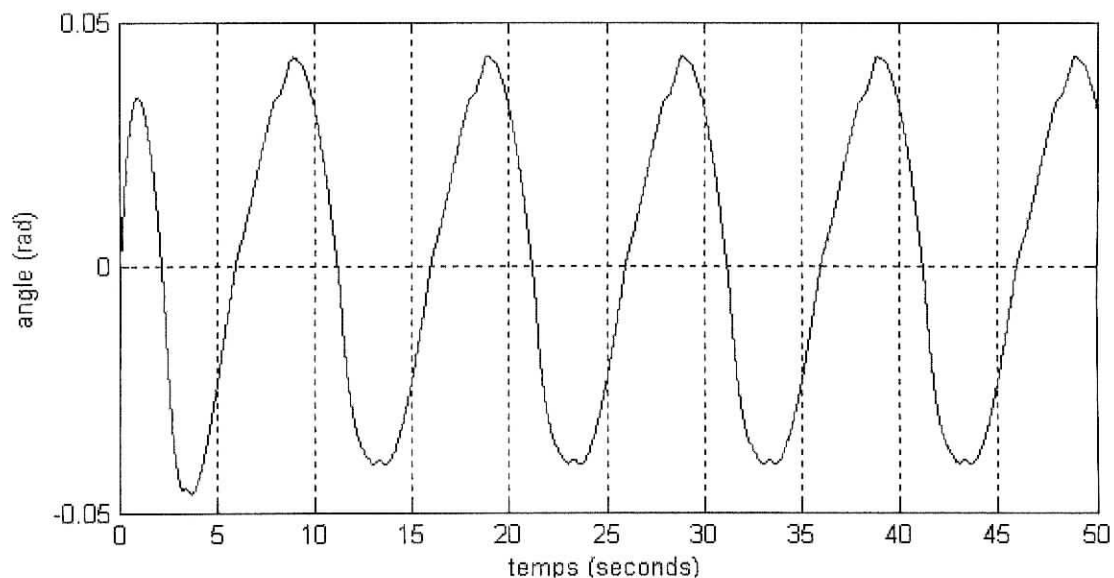


Figure (II-10) : l'évolution de l'angle de pendule inversé dans le cas d'une référence carré.

#### II.4.5. Interprétation

On remarque que le régulateur réalise la poursuite avec une grande précision, mais on le temps de régulation est un petit peu lent (6 secondes) (Figure II-6), ce qui est indésirable.

Ce retard de régulation dû au nombre de règles, et les calculs dans le régulateur flou de Mamdani.

## II.5. Diagnostic du pendule inversé

### II.5.1 Synthèse d'observateur-régulateur TSK à trois règles [2]

Les observateurs flous les plus connus sont ceux de SUGENO (de type TSK), on utilisant ce type d'observateurs on peut réaliser une commande et une observation rapide et facile sans trop de calcul, au contraire si on utilise la méthode de MAMDANI ou on voit beaucoup de règles.

Les entrées utilisées pour l'observateur flou TSK à un instant  $t$  sont  $u$   $y$   $\hat{y}$   $\hat{X}(t)$ , où  $u$  c'est le vecteur de commande,  $y$  sortie réelle,  $\hat{y}$  sortie estimée et  $\hat{X}(t)$  le vecteur d'état estimé à l'instant  $t$ .

On a utilisé pour l'observateur flou TSK deux règles suivant l'angle  $\theta$ , qui sont :

$$\text{R1 : SI } \theta = 0 \text{ ALORS } \begin{cases} \hat{X}_1(t+1) = A_1 \hat{X}(t) + B_1 U + L_1 (y - \hat{y}) \\ \hat{y}_1 = C_1 \hat{X}_1(t) \\ u_1 = -K_1 \begin{bmatrix} (\hat{x}_1(t) - x_0) \\ \hat{x}_1(t) \\ \hat{\theta}_1(t) \\ \hat{\dot{\theta}}_1(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\text{R2 : SI } \theta = \theta_0 \text{ ALORS } \begin{cases} \hat{X}_2(t+1) = A_2 \hat{X}(t) + B_2 U + L_2 (y - \hat{y}) \\ \hat{y}_2 = C_2 \hat{X}_2(t) \\ u_2 = -K_2 \begin{bmatrix} (\hat{x}_2(t) - x_0) \\ \hat{x}_2(t) \\ \hat{\theta}_2(t) \\ \hat{\dot{\theta}}_2(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\text{R3 : SI } \theta = -\theta_0 \text{ ALORS } \begin{cases} \hat{X}_3(t+1) = A_3 \hat{X}(t) + B_3 U + L_3 (y - \hat{y}) \\ \hat{y}_3 = C_3 \hat{X}_3(t) \\ u_3 = -K_3 \begin{bmatrix} (\hat{x}_3(t) - x_0) \\ \hat{x}_3(t) \\ \hat{\theta}_3(t) \\ \hat{\dot{\theta}}_3(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

Tel que:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-f_x}{M} & \frac{mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-f_x}{Ml} & \frac{(m+M)g}{Ml} & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ \frac{1}{Ml} \end{bmatrix} \text{ et } C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-f_x}{M\theta_0} & \frac{mg \sin(\theta_0) \cos(\theta_0)}{M\theta_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-f_x}{Ml\theta_0} & \frac{(m \sin(\theta_0) + M\theta_0)g}{Ml\theta_0} & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \frac{\cos(\theta_0)}{Ml} \end{bmatrix} \text{ et } C_2 = C_1$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{f_x}{M\theta_0} & \frac{mg \sin(\theta_0) \cos(\theta_0)}{M\theta_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{f_x}{Ml\theta_0} & \frac{(m \sin(\theta_0) + M\theta_0)g}{Ml\theta_0} & 0 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \frac{\cos(\theta_0)}{Ml} \end{bmatrix} \text{ et } C_3 = C_1$$

Il faut savoir que  $\theta_0 \in \left] \frac{\pi}{2}, 0 \right]$ , et si  $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$  le système devient instable.

La synthèse d'une commande et une observation optimale pour chaque loi d'inférence  $R_i$ , implique la minimisation de critère suivant :

$$J_i(Q, R) = \int_0^{\infty} \left[ (x_i(t) - x_0)^T Q (x_i(t) - x_0) + R u_i(t)^2 \right] dt \quad i = 1, 2. \quad (\text{II-12})$$

Avec :

$Q$  : matrice carrée semi définie positive.

$R$  : scalaire positif.

$$\text{On choisit : } Q = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } R = 1$$

Les gains optimaux  $K_i$  et  $L_i$  sont obtenus par l'équation :

$$K_i = R^{-1} B_i^T P \quad (\text{II-13})$$

$$L_i = (R^{-1} C_i P')^T \quad (\text{II-14})$$

Avec  $P$  et  $P'$  sont solutions de l'équation de Riccati :

$$P A_i + A_i^T P - P B_i R^{-1} B_i^T P + Q = 0 \quad i = 1, \dots, 3 \quad (\text{II-15})$$

$$P' A_i^T + A_i P' - P' C_i^T R^{-1} C_i P' + Q = 0 \quad i = 1, \dots, 3 \quad (\text{II-16})$$

### II.5.1.1 Résultats de simulation

La génération des résidus est faite, en calculant la différence entre la sortie réelle, et la sortie

$$\text{estimée } R = y - \hat{y} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{\dot{x}} \\ \hat{\theta} \end{bmatrix}. \text{ En prend } \theta_0 = 80^\circ$$

Les résultats de simulation pour des petites perturbations sont obtenus, on utilisant le régulateur-observateur flou de type TSK.

Les graphes de la figure (II-11) représentent l'évolution de la position et l'angle du pendule inversé, et les résidus dans le cas d'absence de pannes et perturbations.

Les graphes de la figure (II-12) représentent les résidus dans le cas d'une panne d'actionneur  $\Delta u = 0.01\text{N}$  à l'instant  $t = 5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-13) représentent les résidus dans le cas d'une panne sur le signale de position  $\Delta x = 0.01\text{m}$  à l'instant  $t = 5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-14) représentent les résidus dans le cas d'une panne sur le signale de vitesse  $\Delta \dot{x} = 0.01\text{m}$  à l'instant  $t = 5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-15) représentent les résidus dans le cas d'une panne sur le signale de position  $\Delta \theta = 0.01\text{rad}$  à l'instant  $t = 5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-16) représentent les résidus dans le cas d'une panne sur la masse de pendule  $\Delta m = 0.01\text{g}$  à l'instant  $t = 5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-17) représentent les résidus dans le cas d'une panne sur la masse de chariot  $\Delta M = 0.01\text{g}$  à l'instant  $t = 5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-18) représentent les résidus dans le cas d'une panne sur la longueur de pendule  $\Delta L = 0.01\text{m}$  à l'instant  $t = 5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-19) représentent les résidus dans le cas d'une panne d'actionneur  $\Delta u=10\text{N}$  à l'instant  $t=5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-20) représentent les résidus dans le cas d'une grande panne sur l'accélération de pendule  $\Delta \dot{x}=1\text{m/s}$  à  $t=5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-21) représentent les résidus dans le cas d'une grande panne sur la position de pendule  $\Delta x=1\text{m}$  à  $t=5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-22) représentent les résidus dans le cas d'une grande panne sur l'angle de pendule  $\Delta \theta=0.3\text{ rad}$  à  $t=5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-23) représentent les résidus pour la régulation suivant une référence échelon dans le cas d'une grande panne sur la masse de pendule  $\Delta m=0.1\text{ kg}$  à  $t=5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-24) représentent les résidus pour la régulation suivant une référence échelon dans le cas d'une grande panne sur la masse de pendule  $\Delta m=0.21*55\% \text{ kg}$  à  $t=5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-25) représentent les résidus pour la régulation suivant une référence échelon dans le cas d'une grande panne sur la masse de chariot  $\Delta M=0.1\text{ kg}$  à  $t=5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-26) représentent les résidus pour la régulation suivant une référence échelon dans le cas d'une grande panne sur la longueur de chariot  $\Delta l=0.1\text{ m}$  à  $t=5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-27) représentent les résidus pour la régulation suivant une référence échelon dans le cas d'une grande panne sur la longueur de chariot  $\Delta l=0.301*110\% \text{ m}$  à  $t=5\text{s}$ .

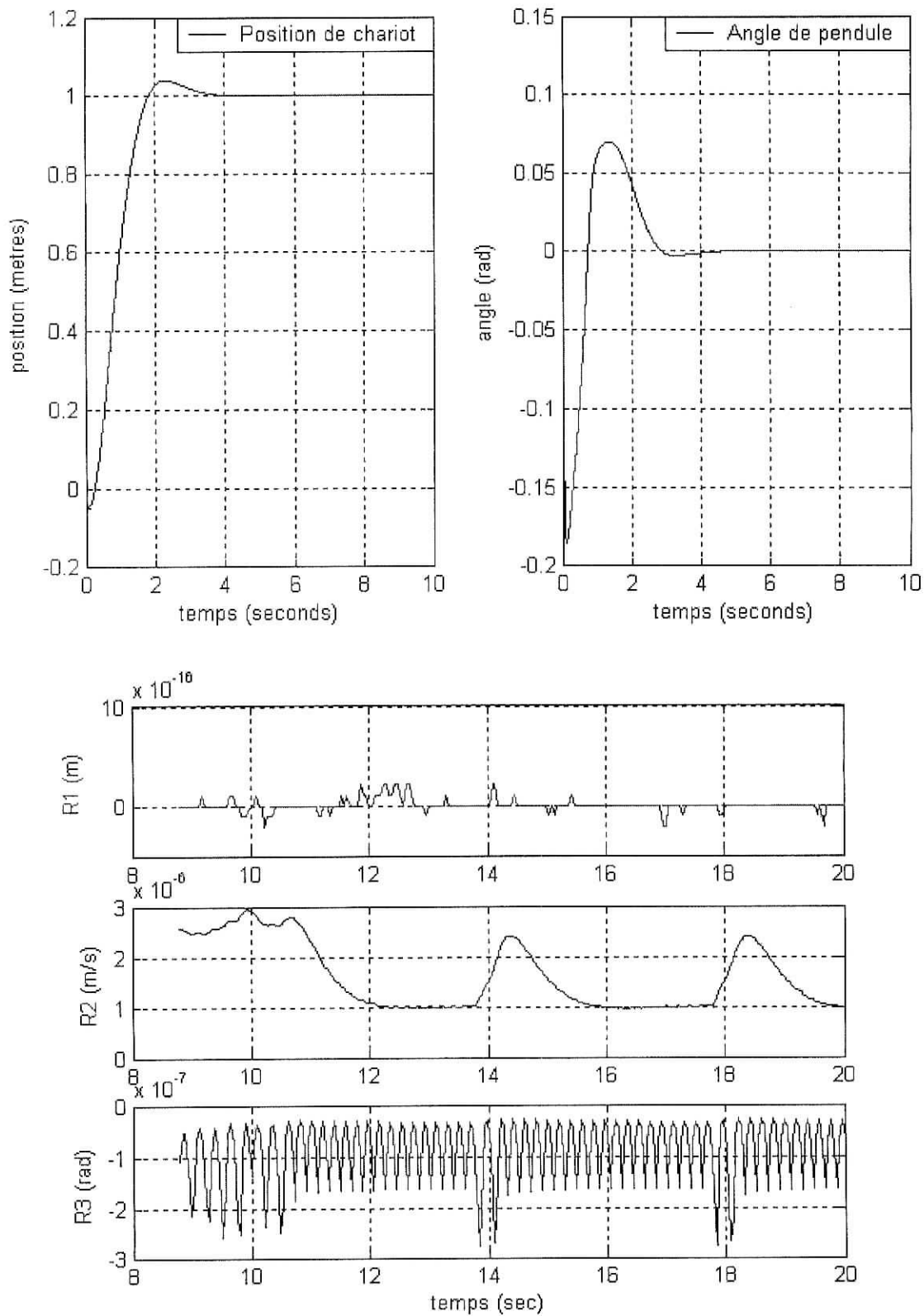


Figure (II-11) : Résultats de simulations dans le cas d'absence de pannes pour la poursuite d'une référence unitaire.



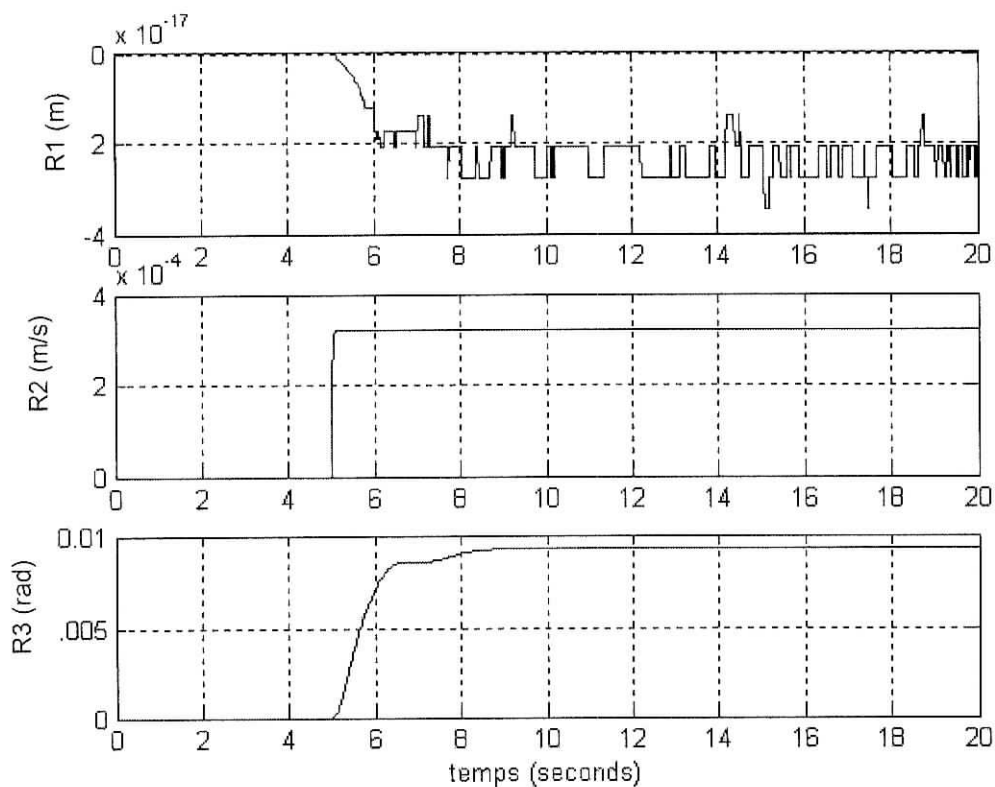


Figure (II-12) : Résultats de la simulation pour une panne d'actionneur  $\Delta u=0.01$  N

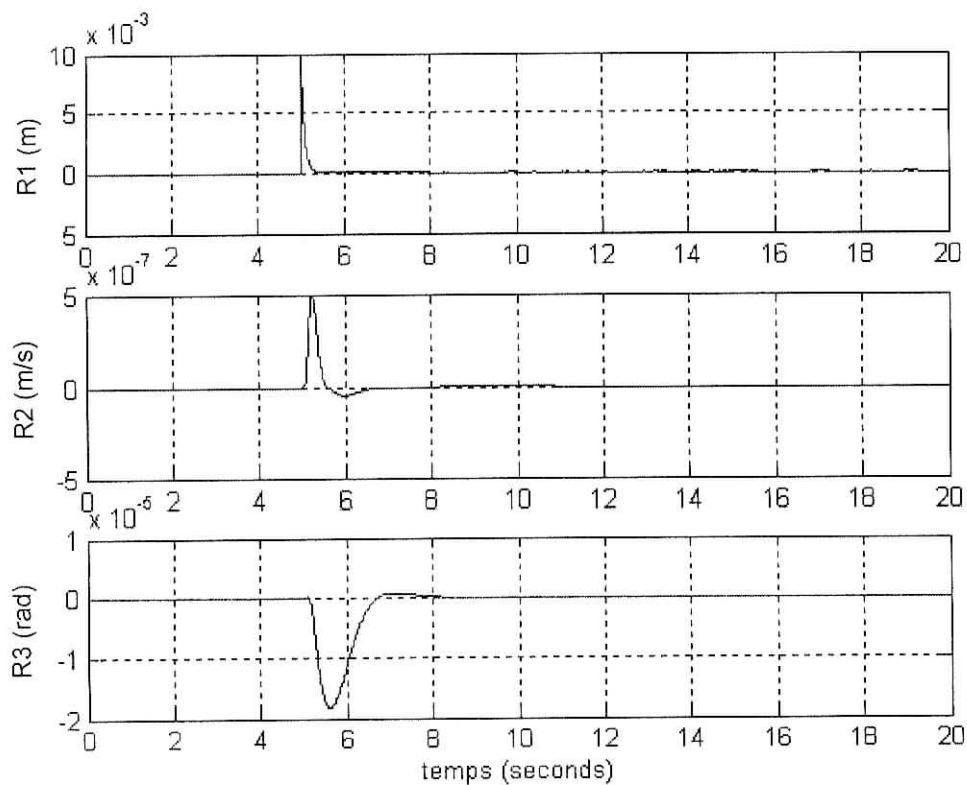


Figure (II-13) : Les résidus pour un défaut de signal  $x$  ( $\Delta x = 0.01$ m) à l'instant  $t=5$ s

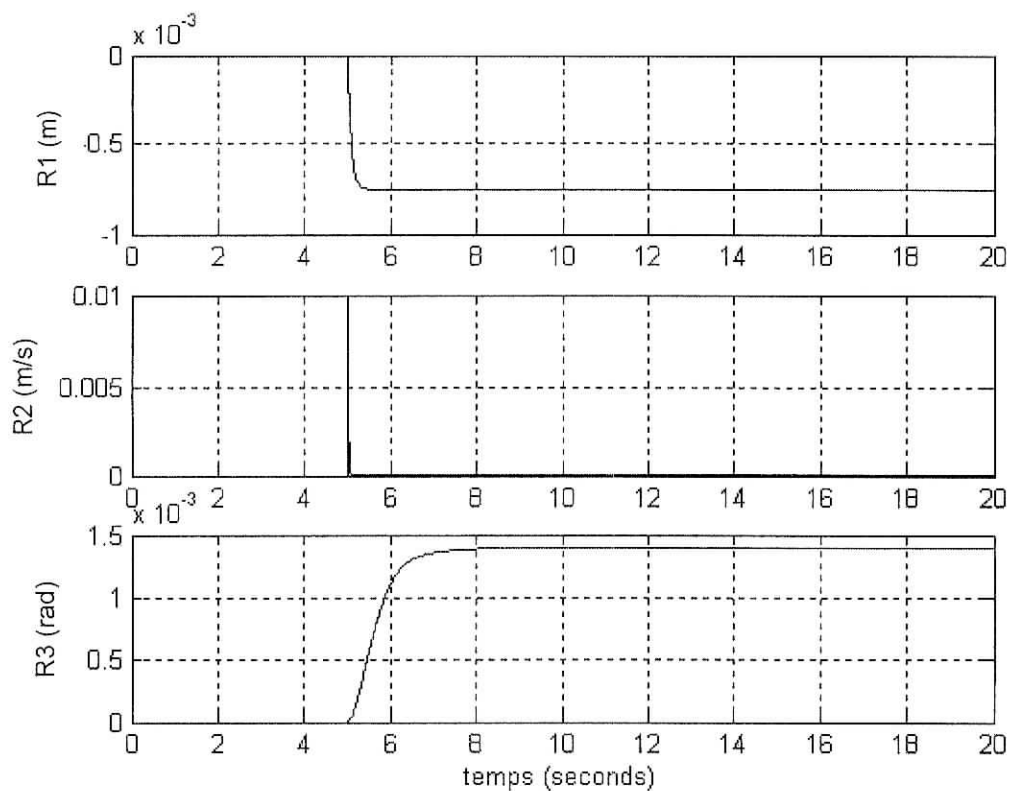


Figure (II-14) : Les résidus pour un défaut de signal  $\dot{x}$  ( $f\dot{x} = 0.01$  m/s) a l'instant t=5s

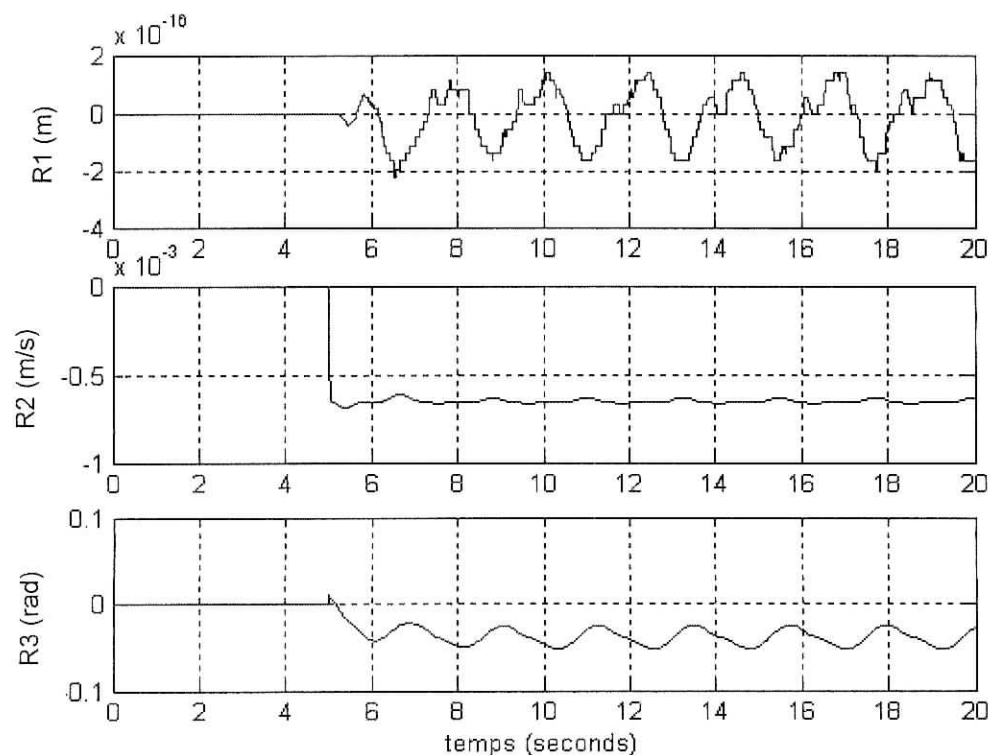


Figure (II-15) : Les résidus pour un défaut de signal  $\theta$  ( $f\theta = 0.01$  rad) a l'instant t=5s

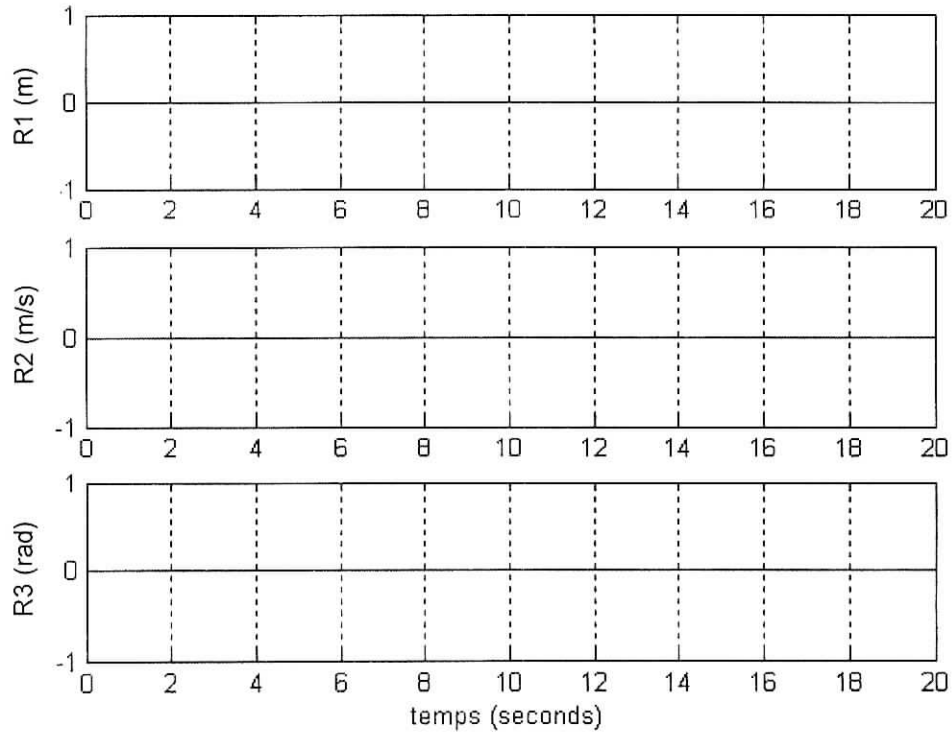


Figure (II-16) : Les résidus pour un défaut de masse de pendule  $m$  tel que  $dm = 0.01g$  a  $t=5s$

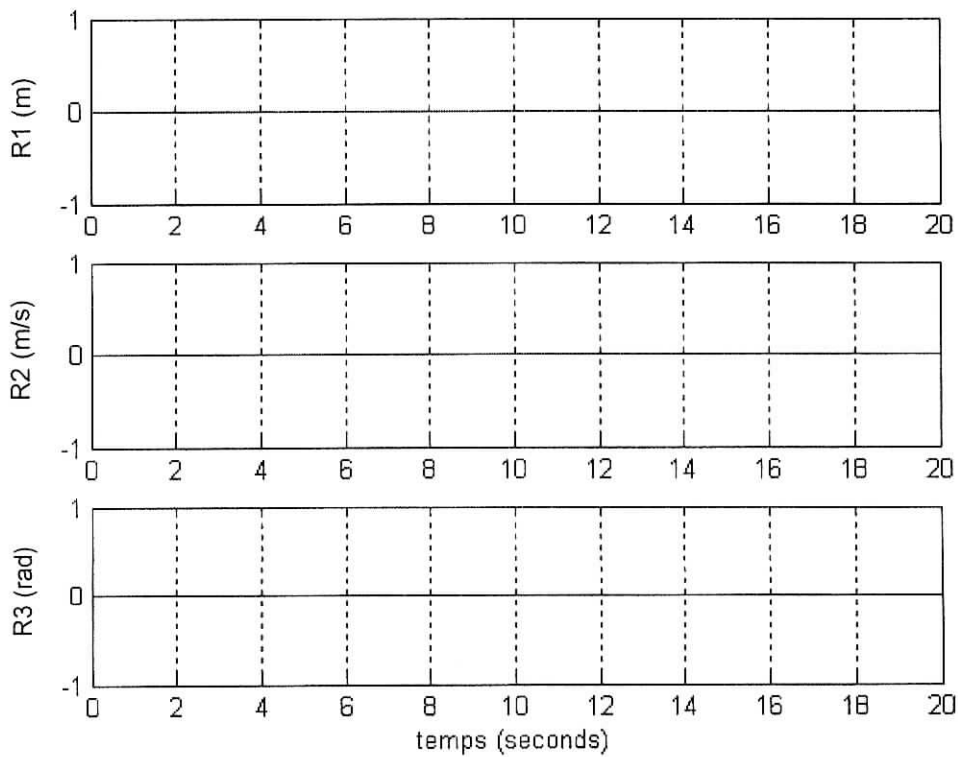


Figure (II-17) : Résidus pour un défaut la masse de chariot  $M$  tel que  $dM = 0.01g$  a  $t=5s$

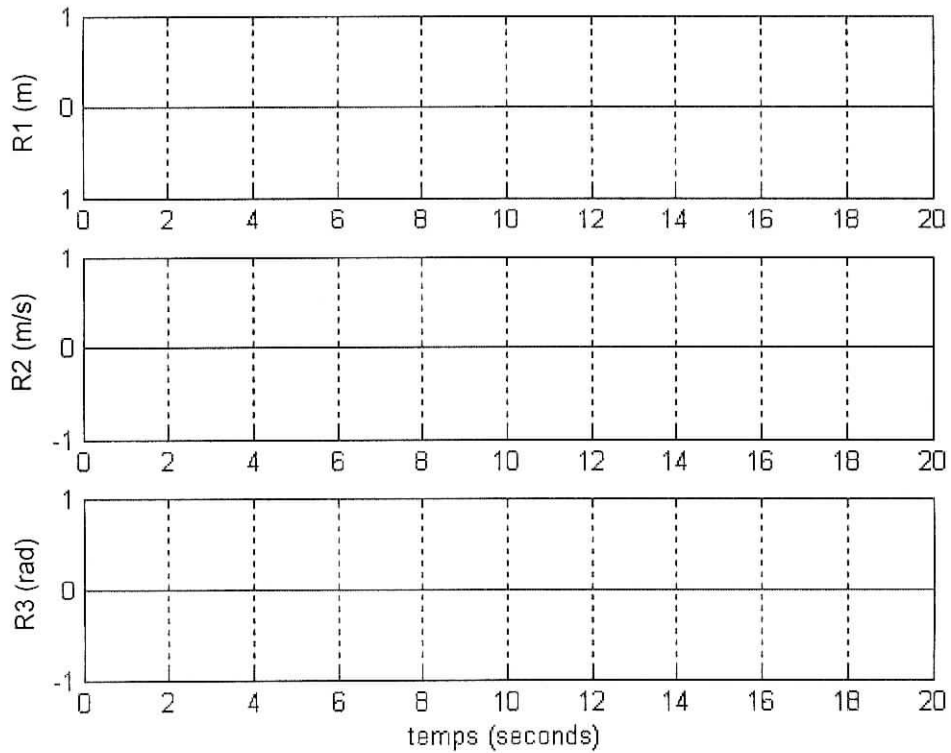


Figure (II-18) : Résidus dans le cas d'une panne sur la longueur de pendule ( $\Delta L=0.01m$ )

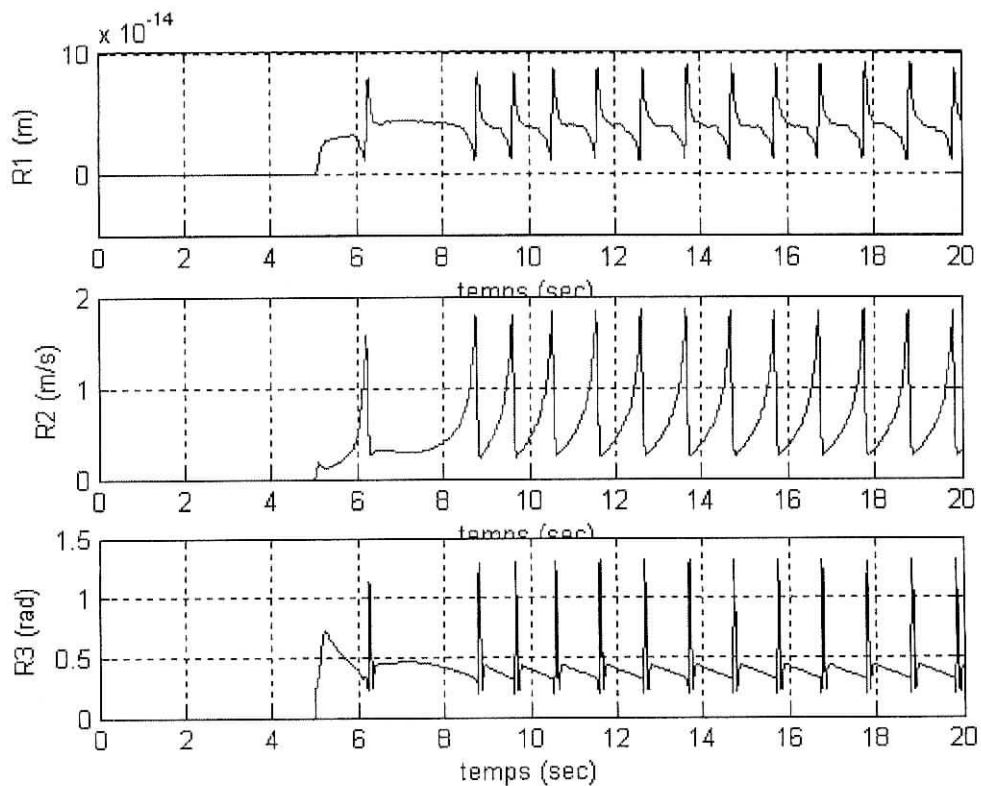


Figure (II-19): Résidus dans le cas d'une panne sur la l'actionneur ( $\Delta u=10N$ )

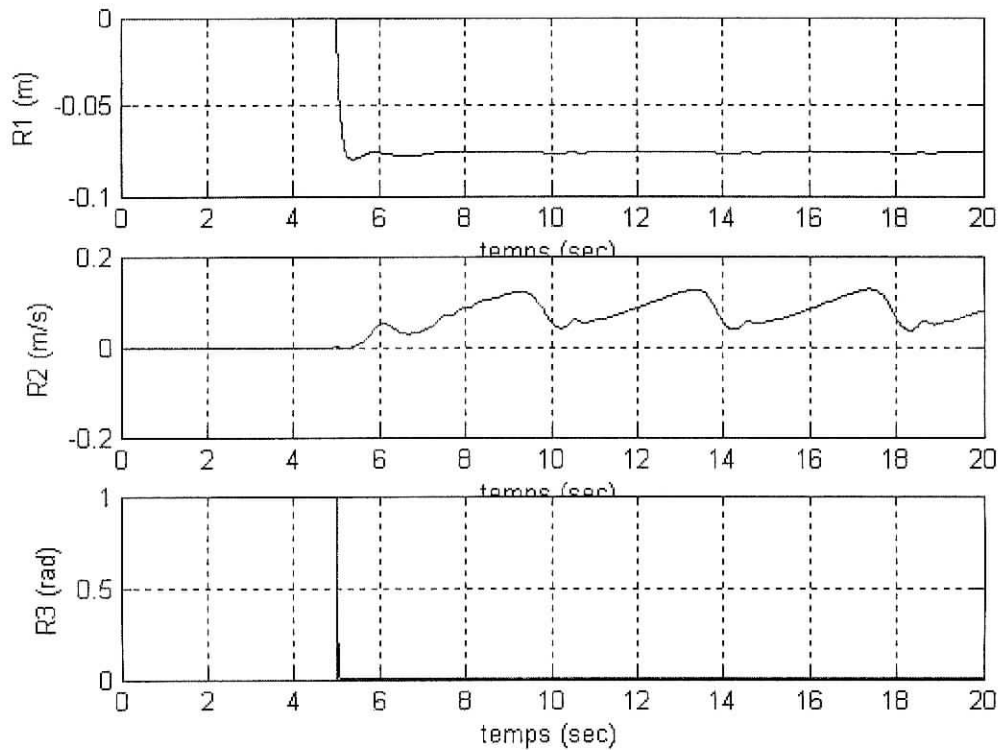


Figure (II-20) : Résidus dans le cas d'une panne sur l'accélération de pendule ( $\Delta \dot{x}=1$  m/s)

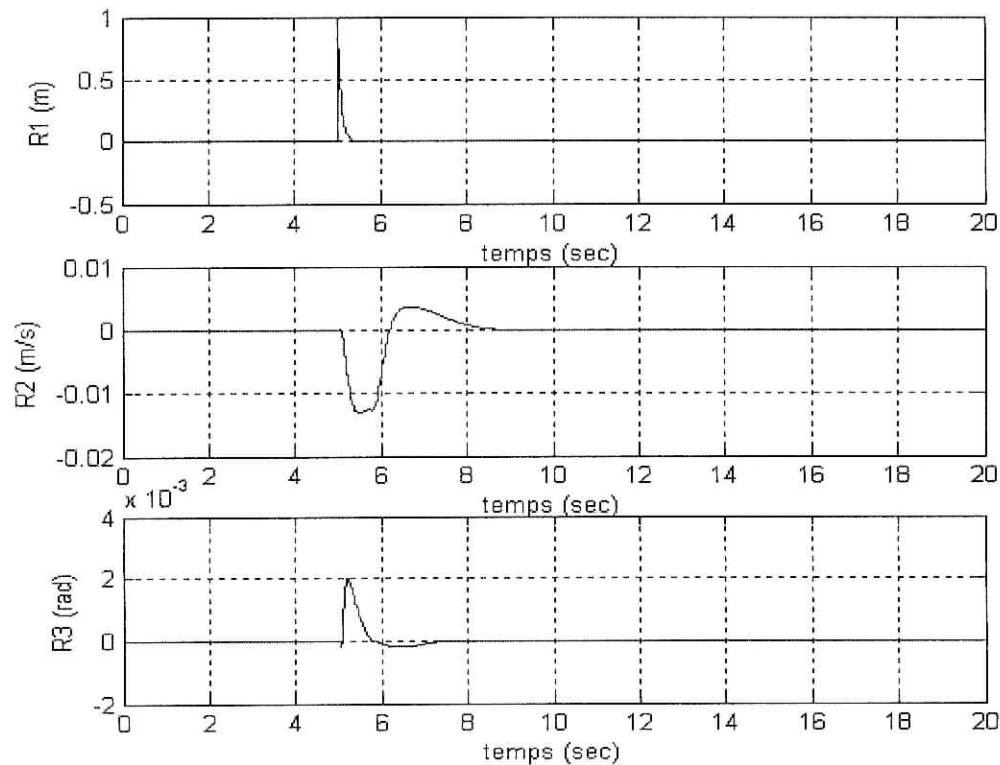


Figure (II-21) : Résidus dans le cas d'une panne sur la position de pendule ( $\Delta x=1$  m)

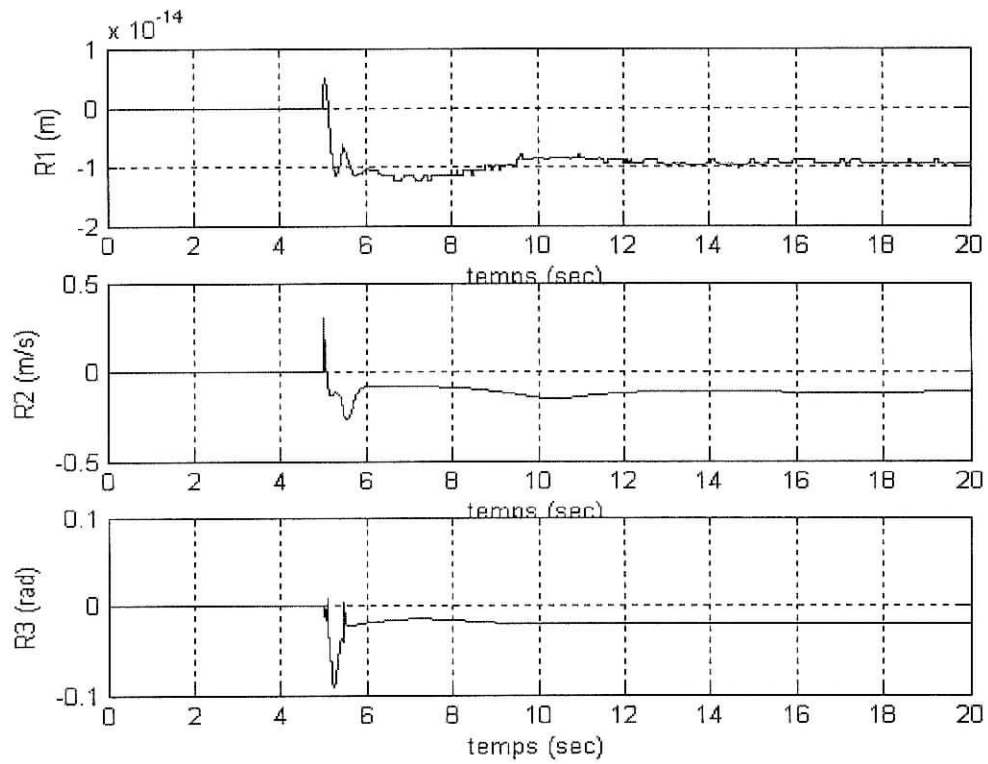


Figure (II-22): Résidus dans le cas d'une panne sur l'angle de pendule ( $\Delta\theta = 0.3$  rad)

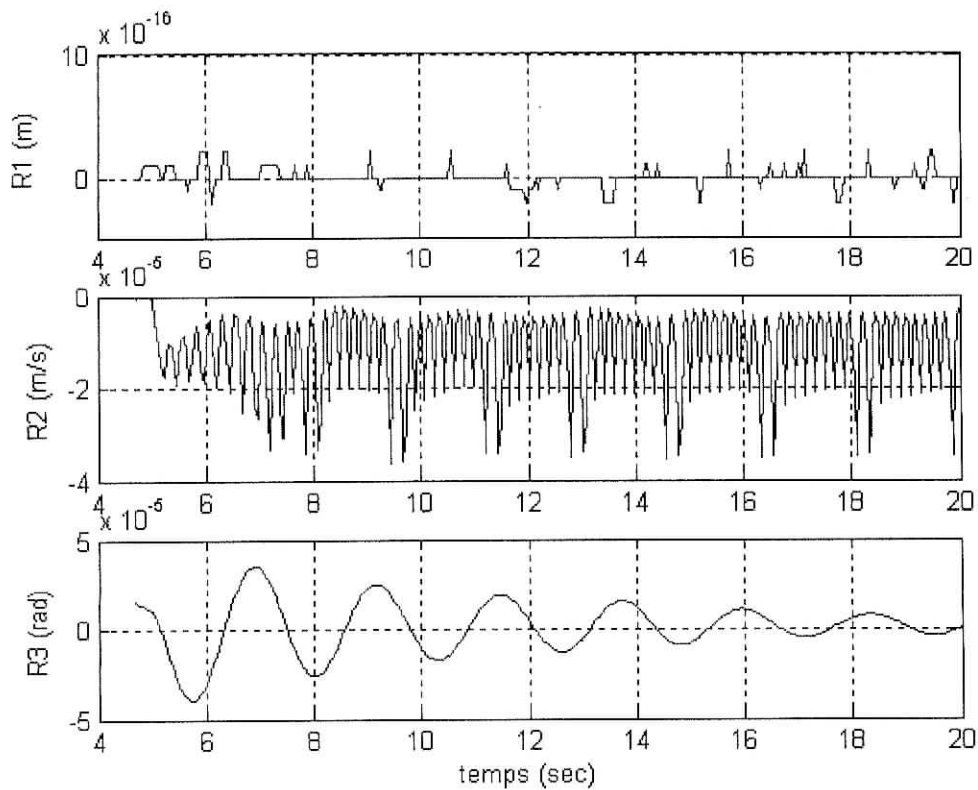


Figure (II-23): Résidus dans le cas d'une panne sur la masse de pendule ( $dm = 0.1$  kg)

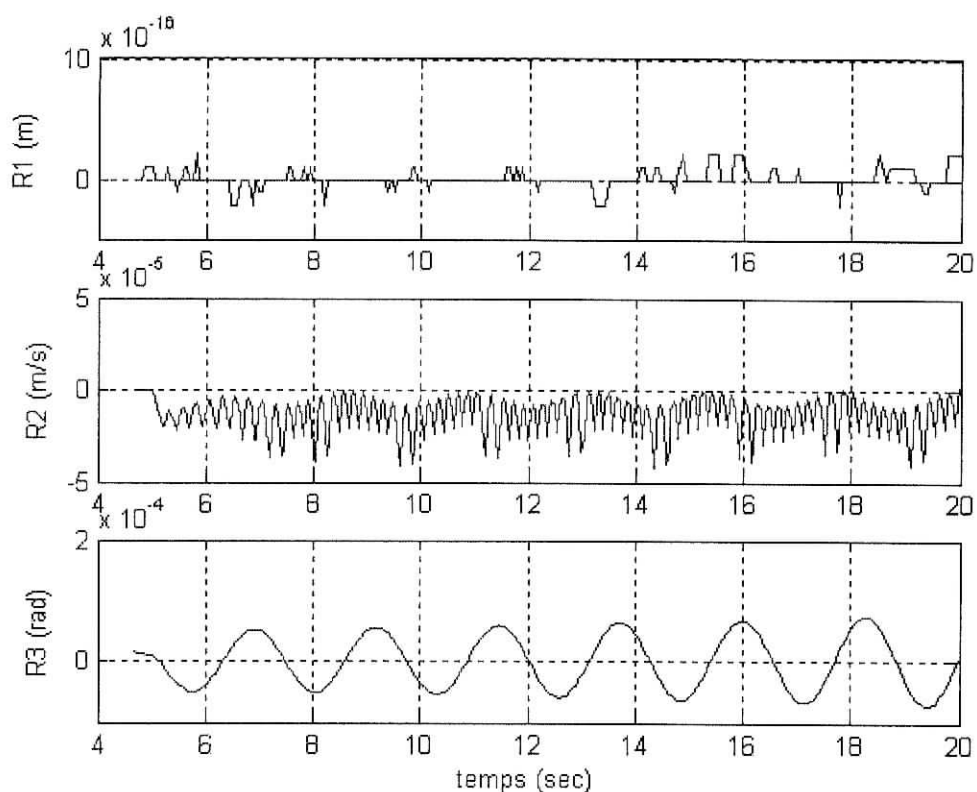


Figure (II-24): Résidus dans le cas d'une panne sur la masse de pendule ( $dm= 0.21*0.55$  kg)

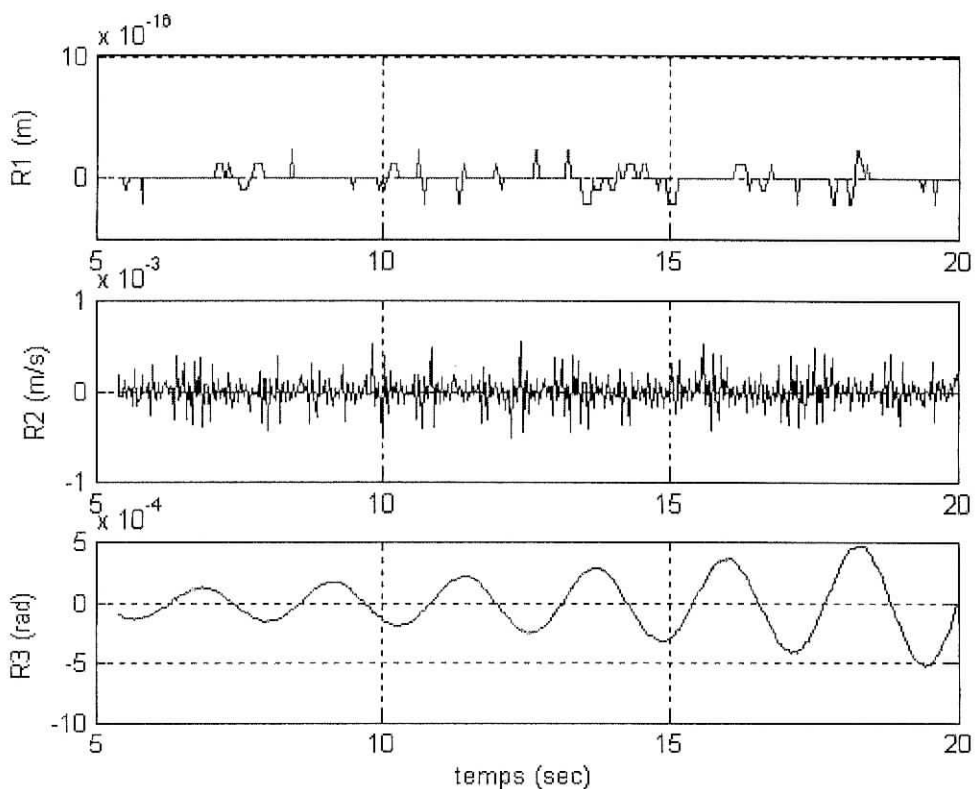


Figure (II-25): Résidus dans le cas d'une panne sur la masse de chariot ( $dM= 0.1$  kg)

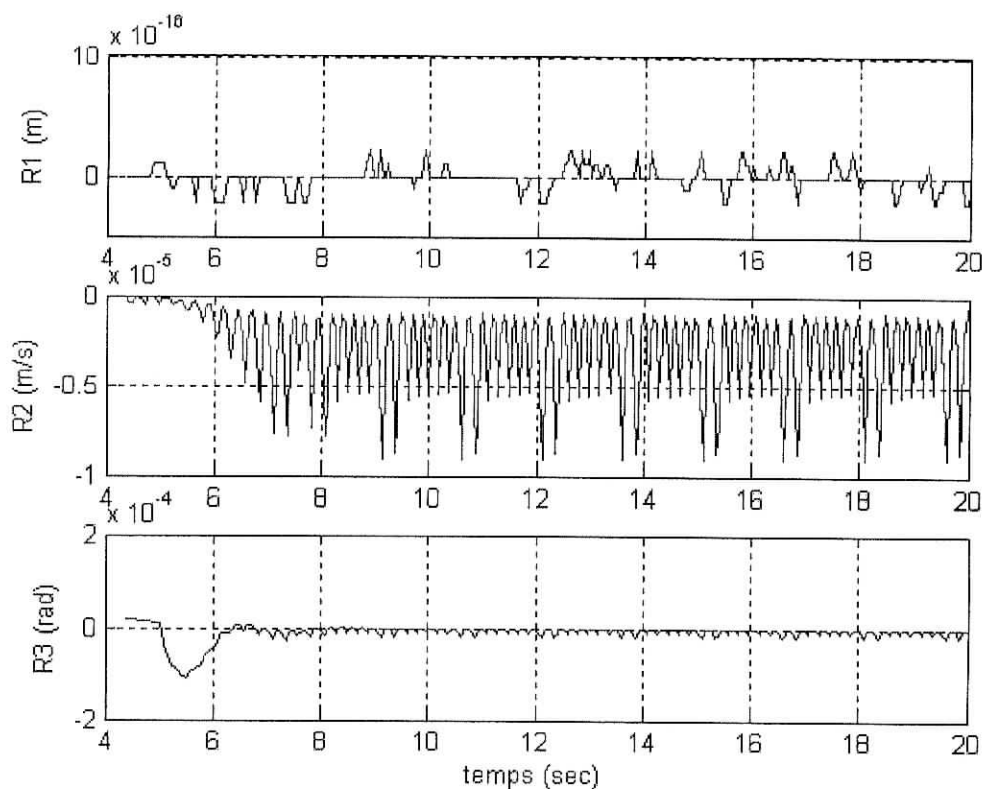


Figure (II-26): Résidus dans le cas d'une panne sur la longueur de pendule ( $dl=0.1\text{m}$ )

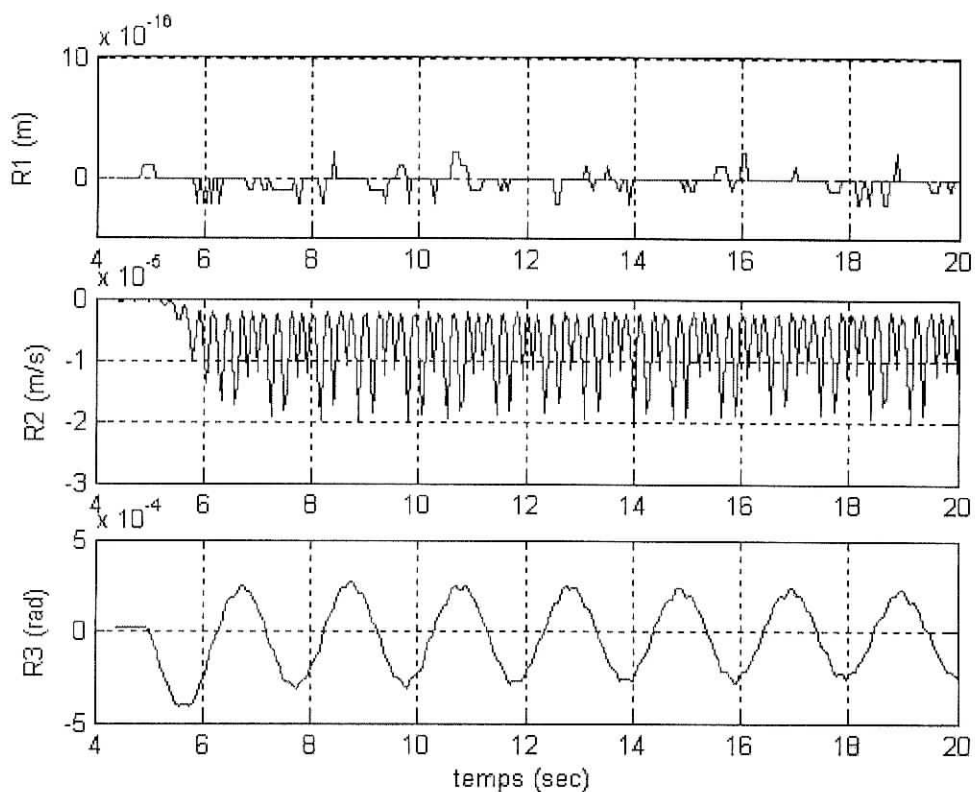


Figure (II-27): Résidus dans le cas d'une panne sur la longueur de pendule ( $dl=0.301 \cdot 110\% \text{ m}$ )



## Interprétation :

L'observateur-régulateur TSK nous a donné une régulation précise et rapide par rapport au régulateur de Mamdani (Figure II-11).

Les résidus sont nuls en absence de pannes (Figure II-11).

Dans le cas de petites pannes, on remarque :

Les résidus ne sont pas sensibles aux pannes des paramètres et de signal de position (figures II-16 II-17 II-18).

On note que R1 est insensible aux pannes de signal de l'angle (Figure II-15) et d'actionneur (Figure II-12).

Pour grandes pannes, on aura les mêmes résultats, sauf les pannes des paramètres de pendule inversé:

Les résidus sont sensibles aux pannes dues au changement de masse de chariot, mais elles sont toujours moins sensibles aux pannes sur la position et au changement de la longueur et de masse du pendule.

Le résidu de la vitesse devient sensible à une panne de masse de chariot dépasse le 54% de sa valeur, et à une panne de longueur dépasse 100% sa valeur.

## II.5.1.2 Prise de décision

Panne \ Résidu	R1	R2	R3
$\Delta u$	0	1	1
$\Delta \theta$	0	1	1
$\Delta x$	0	0	0
$\Delta \dot{x}$	1	1	1
Dm	0	0	1
dM	0	1	1
$\Delta L$	0	0	0

Table (II-1) : table de signature Résidus/Pannes

Pour savoir si un résidu est nul ou pas, on va appliquer des testes, tel que si la valeur moyenne de résidu est nul alors on associé a ce résidu la valeur 0, sinon la valeur 1.

L'ensemble de ces valeurs binaires formes un vecteur binaire appelé signature de défaut qui permet de localiser les pannes.

A partir de la table (Table II-1) de signature, les petite pannes détectables sont celle de la vitesse, l'angle, l'actionneur de chariot, mais on ne peut localiser que les pannes sur la vitesse, car on peut pas comparer entre une panne d'actionneur et une pannes de signale  $\theta$ , ou une panne.

Les pannes sur les paramètres sont détectables pour des grandes valeurs, mais on ne peut pas séparer entre une grande panne sur le paramètre de masse de chariot et une panne sur l'actionneur ou sur les signaux.

### II.5.2 Synthèse d'observateur-régulateur TSK à cinq règles

Les entrées et les sorties utilisées pour cette observateur flou TSK sont les même que le précédent, sauf qu'on a utilisé pour l'observateur à la place de deux règles trois, suivant l'angle  $\theta$ , qui sont :

$$\text{R1 : SI } \theta = 0 \text{ ALORS } \begin{cases} \dot{\hat{X}}_1(t+1) = A_1 \hat{X}(t) + B_1 U + L_1 (y - \hat{y}) \\ \hat{y}_1 = C_1 \hat{X}_1(t) \\ u_1 = -K_1 \begin{bmatrix} (\hat{x}_1(t) - x_0) \\ \hat{x}_1(t) \\ \hat{\theta}_1(t) \\ \hat{\dot{\theta}}_1(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\text{R2 : SI } \theta = \pi/4 \text{ ALORS } \begin{cases} \dot{\hat{X}}_2(t+1) = A_2 \hat{X}(t) + B_2 U + L_2 (y - \hat{y}) \\ \hat{y}_2 = C_2 \hat{X}_2(t) \\ u_2 = -K_2 \begin{bmatrix} (\hat{x}_2(t) - x_0) \\ \hat{x}_2(t) \\ \hat{\theta}_2(t) \\ \hat{\dot{\theta}}_2(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\text{R3 : SI } \theta = \theta_0 \text{ ALORS } \begin{cases} \dot{\hat{X}}_3(t+1) = A_3 \hat{X}(t) + B_3 U + L_3 (y - \hat{y}) \\ \hat{y}_3 = C_3 \hat{X}_3(t) \\ u_3 = -K_3 \begin{bmatrix} (\hat{x}_3(t) - x_0) \\ \hat{\dot{x}}_3(t) \\ \hat{\theta}_3(t) \\ \hat{\dot{\theta}}_3(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\text{R4 : SI } \theta = -\pi/4 \text{ ALORS } \begin{cases} \dot{\hat{X}}_4(t+1) = A_4 \hat{X}(t) + B_4 U + L_4 (y - \hat{y}) \\ \hat{y}_4 = C_4 \hat{X}_4(t) \\ u_4 = -K_4 \begin{bmatrix} (\hat{x}_4(t) - x_0) \\ \hat{\dot{x}}_4(t) \\ \hat{\theta}_4(t) \\ \hat{\dot{\theta}}_4(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\text{R5 : SI } \theta = -\theta_0 \text{ ALORS } \begin{cases} \dot{\hat{X}}_5(t+1) = A_5 \hat{X}(t) + B_5 U + L_5 (y - \hat{y}) \\ \hat{y}_5 = C_5 \hat{X}_5(t) \\ u_5 = -K_5 \begin{bmatrix} (\hat{x}_5(t) - x_0) \\ \hat{\dot{x}}_5(t) \\ \hat{\theta}_5(t) \\ \hat{\dot{\theta}}_5(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

Tel que:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -f_x & \frac{mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -f_x & \frac{(m+M)g}{Ml} & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ M \\ 1 \\ Ml \end{bmatrix} \text{ et } C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -f_x & \frac{mg \sin(\pi/4) \cos(\pi/4)}{M \pi/4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -f_x & \frac{(m \sin(\pi/4) + M(\pi/4))g}{Ml \pi/4} & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ M \\ \cos(\pi/4) \\ Ml \end{bmatrix} \text{ et } C_2 = C_1$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-f_x}{M\theta_0} & \frac{mg \sin(\theta_0) \cos(\theta_0)}{M\theta_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-f_x}{Ml\theta_0} & \frac{(m \sin(\theta_0) + M\theta_0)g}{Ml\theta_0} & 0 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \frac{\cos(\theta_0)}{Ml} \end{bmatrix} \text{ et } C_3 = C_1$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{f_x}{M\pi/4} & \frac{mg \sin(\pi/4) \cos(\pi/4)}{M\pi/4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{f_x}{Ml\pi/4} & \frac{(m \sin(\pi/4) + M(\pi/4))g}{Ml\pi/4} & 0 \end{bmatrix}, B_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \frac{\cos(\pi/4)}{Ml} \end{bmatrix} \text{ et } C_4 = C_1$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{f_x}{M\theta_0} & \frac{mg \sin(\theta_0) \cos(\theta_0)}{M\theta_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{f_x}{Ml\theta_0} & \frac{(m \sin(\theta_0) + M\theta_0)g}{Ml\theta_0} & 0 \end{bmatrix}, B_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \frac{\cos(\theta_0)}{Ml} \end{bmatrix} \text{ et } C_5 = C_1$$

Il faut savoir que  $\theta_0 \in \left] -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4} \right[ \cup \left] \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right[$ , et si  $\theta_0 = \pm \frac{\pi}{2}$  le système devient instable.

La synthèse d'une commande et une observation optimale pour chaque loi d'inférence Ri, implique la minimisation de critère suivant :

$$J_i(Q, R) = \int_0^{\infty} [(x_i(t) - x_0)^T Q (x_i(t) - x_0) + Ru_i(t)^2] \quad i = 1, \dots, 5. \tag{II-12}$$

Avec :

$Q$  : matrice carrée semi définie positive.

$R$  : scalaire positif.

$$\text{On choisit : } Q = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } R = 1$$

Les gains optimaux  $K_i$  et  $L_i$  sont obtenus par l'équation :

$$K_i = R^{-1} B_i^T P \quad (\text{II-13})$$

$$L_i = (R^{-1} C_i P')^T \quad (\text{II-14})$$

Avec  $P$  et  $P'$  sont solutions de l'équation de Riccati :

$$P A_i + A_i^T P - P B_i R^{-1} B_i^T P + Q = 0 \quad i = 1, \dots, 5 \quad (\text{II-15})$$

$$P' A_i^T + A_i P' - P' C_i^T R^{-1} C_i P' + Q = 0 \quad i = 1, \dots, 5 \quad (\text{II-16})$$

### II.5.1.1 Résultats de simulation

La génération des résidus est faite, en calculant la différence entre la sortie réelle, et la sortie

estimée  $R = y - \hat{y} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{\dot{x}} \\ \hat{\theta} \end{bmatrix}$ . On pose  $\theta_0 = 80^\circ$

Les graphes de la figure (II-28) représentent l'évolution de la position et l'angle du pendule inversé, et les résidus dans le cas d'absence de pannes et perturbations.

Les graphes de la figure (II-29) représentent les résidus dans le cas d'une panne d'actionneur  $\Delta u = 0.01N$  à l'instant  $t = 5s$ .

Les graphes de la figure (II-30) représentent les résidus dans le cas d'une panne sur le signal de position  $\Delta x = 0.01m$  à l'instant  $t = 5s$ .

Les graphes de la figure (II-31) représentent les résidus dans le cas d'une panne sur le signal de vitesse  $\Delta \dot{x} = 0.01m$  à l'instant  $t = 5s$ .

Les graphes de la figure (II-32) représentent les résidus dans le cas d'une panne sur le signal de position  $\Delta \theta = 0.01rad$  à l'instant  $t = 5s$ .

Les graphes de la figure (II-33) représentent les résidus dans le cas d'une panne sur la masse de pendule  $\Delta m = 0.01g$  à l'instant  $t = 5s$ .

Les graphes de la figure (II-34) représentent les résidus dans le cas d'une panne sur la masse de chariot  $\Delta M = 0.01g$  à l'instant  $t = 5s$ .

Les graphes de la figure (II-35) représentent les résidus dans le cas d'une panne sur la longueur de pendule  $\Delta L = 0.01m$  à l'instant  $t = 5s$ .

Les graphes de la figure (II-36) représentent les résidus dans le cas d'une panne d'actionneur  $\Delta u=10\text{N}$  à l'instant  $t=5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-37) représentent les résidus dans le cas d'une grande panne sur l'accélération de pendule  $\Delta \dot{x}=1\text{m/s}$  à  $t=5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-38) représentent les résidus dans le cas d'une grande panne sur la position de pendule  $\Delta x=1\text{m}$  à  $t=5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-39) représentent les résidus dans le cas d'une grande panne sur l'angle de pendule  $\Delta \theta=0.3\text{ rad}$  à  $t=5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-40) représentent les résidus pour la régulation pour une référence échelon dans le cas d'une grande panne sur la masse de pendule  $\Delta m=0.1\text{ kg}$  à  $t=5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-41) représentent les résidus pour la régulation pour une référence échelon dans le cas d'une grande panne sur la masse de pendule  $\Delta m=0.21*55\% \text{ kg}$  à  $t=5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-42) représentent les résidus pour la régulation pour une référence échelon dans le cas d'une grande panne sur la masse de chariot  $\Delta M=0.1\text{ kg}$  à  $t=5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-43) représentent les résidus pour la régulation pour une référence échelon dans le cas d'une grande panne sur la masse de pendule  $\Delta l=0.1\text{ m}$  à  $t=5\text{s}$ .

Les graphes de la figure (II-44) représentent les résidus pour la régulation pour une référence échelon dans le cas d'une grande panne sur la masse de pendule  $\Delta l=0.301* \text{ m}$  à  $t=5\text{s}$ .

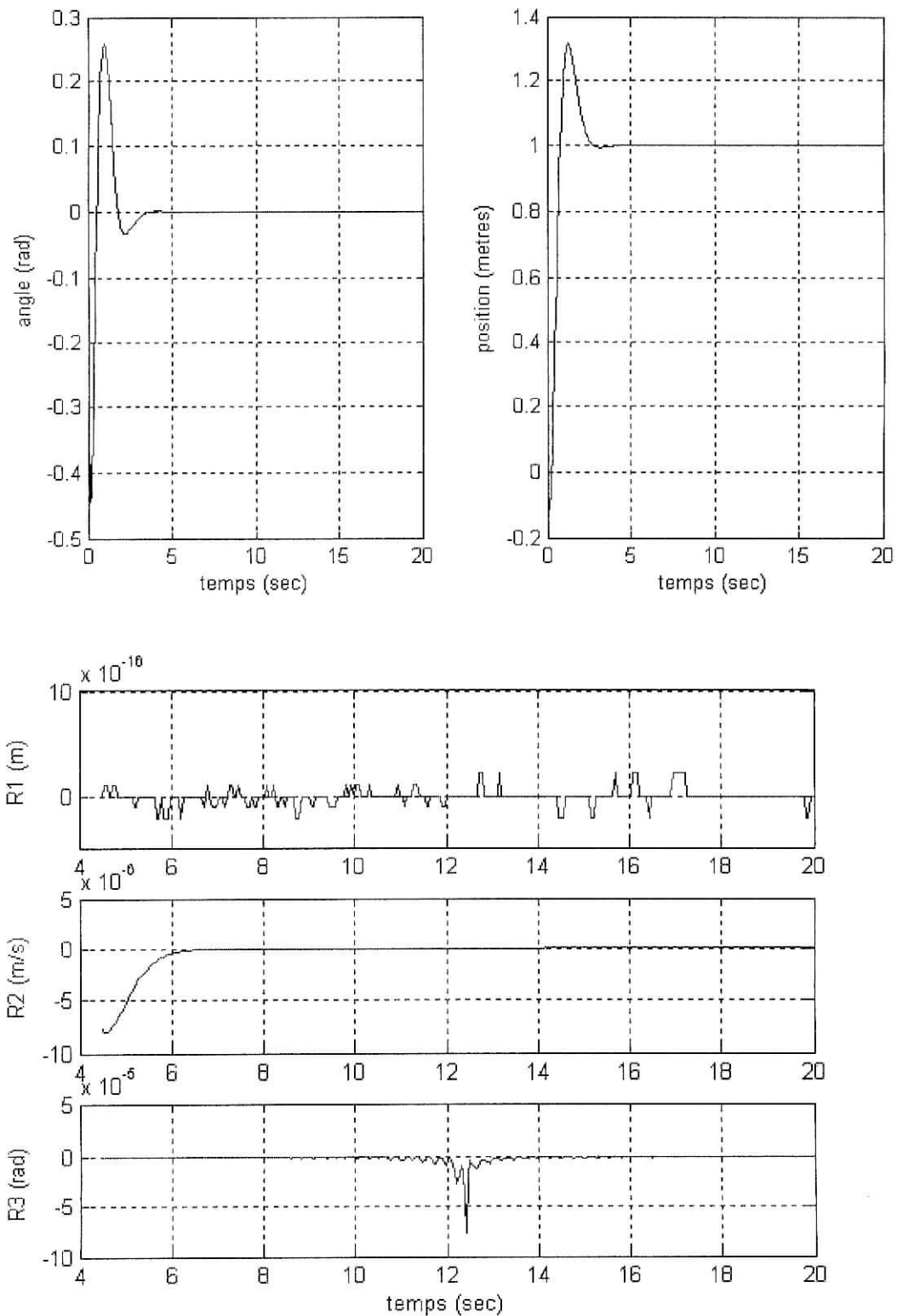


Figure (II-28) : Résultats de simulations dans le cas d'absence de pannes pour la poursuite d'une référence unitaire.

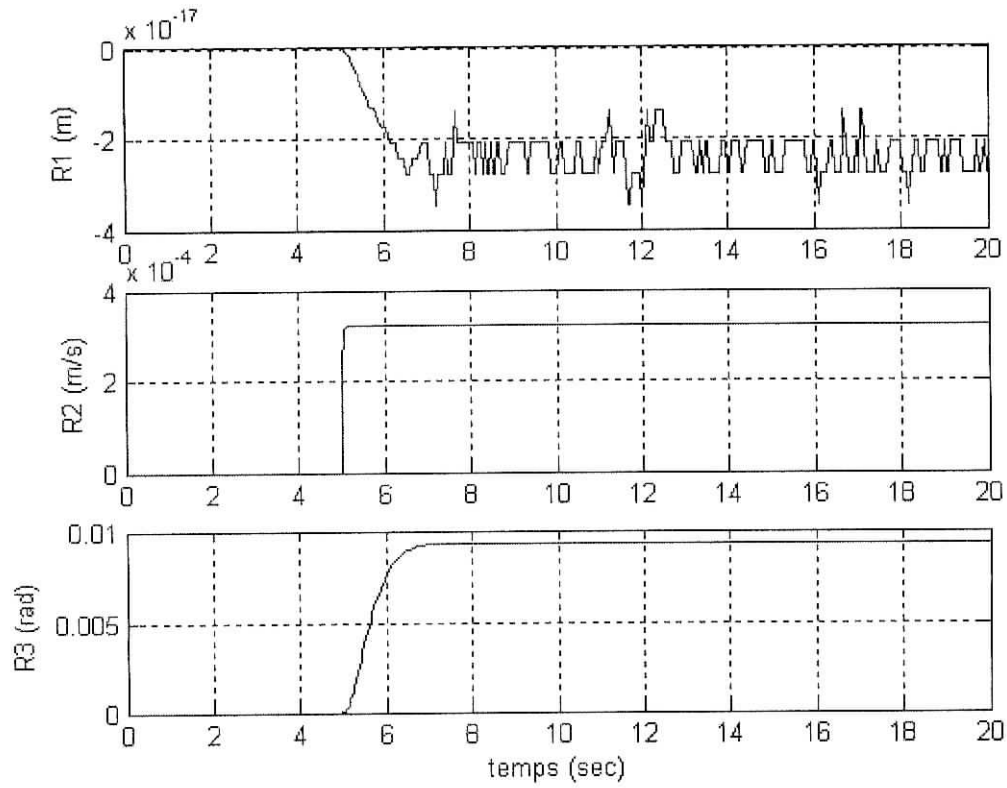


Figure (II-29) : Résultats de la simulation pour une panne d'actionneur  $\Delta u=0.01$  N

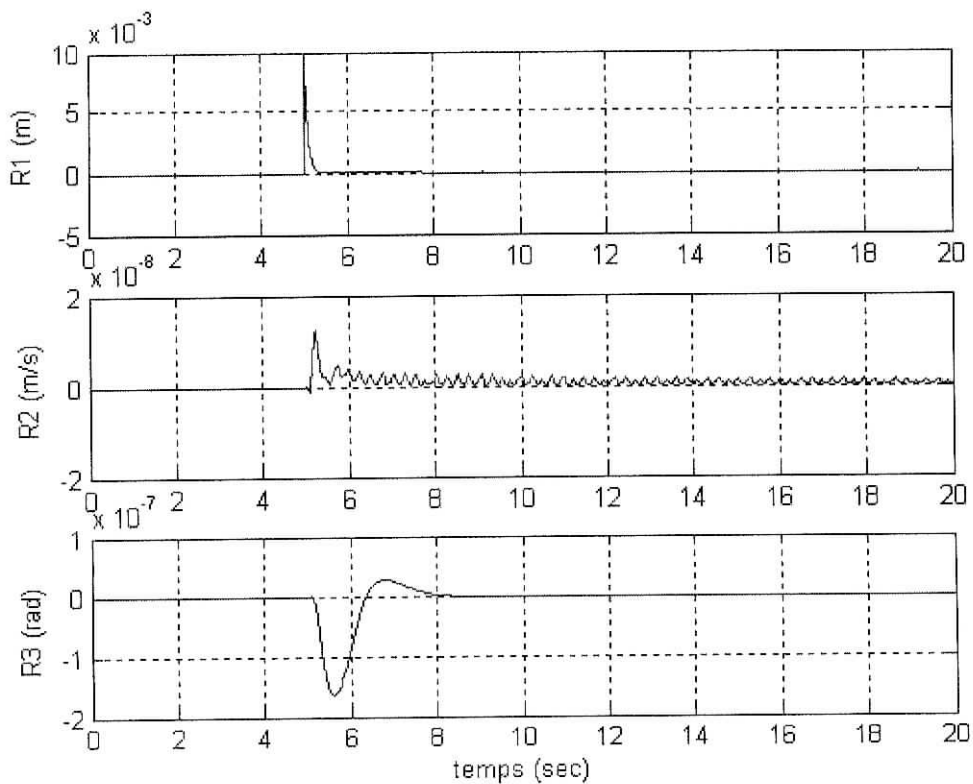


Figure (II-28) : Les résidus pour un défaut de signal  $x$  ( $\Delta x = 0.01$ m) à l'instant  $t=5$ s



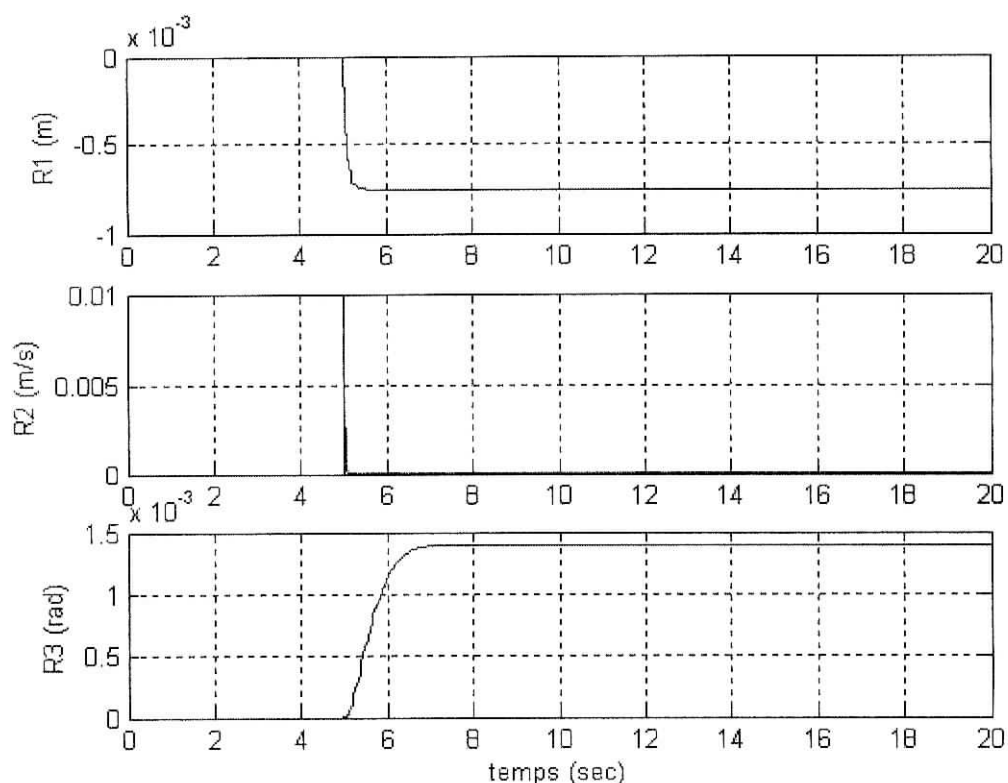


Figure (II-29) : Les résidus pour un défaut de signal  $\dot{x}$  ( $f\dot{x} = 0.01$  m/s) à l'instant  $t=5$ s

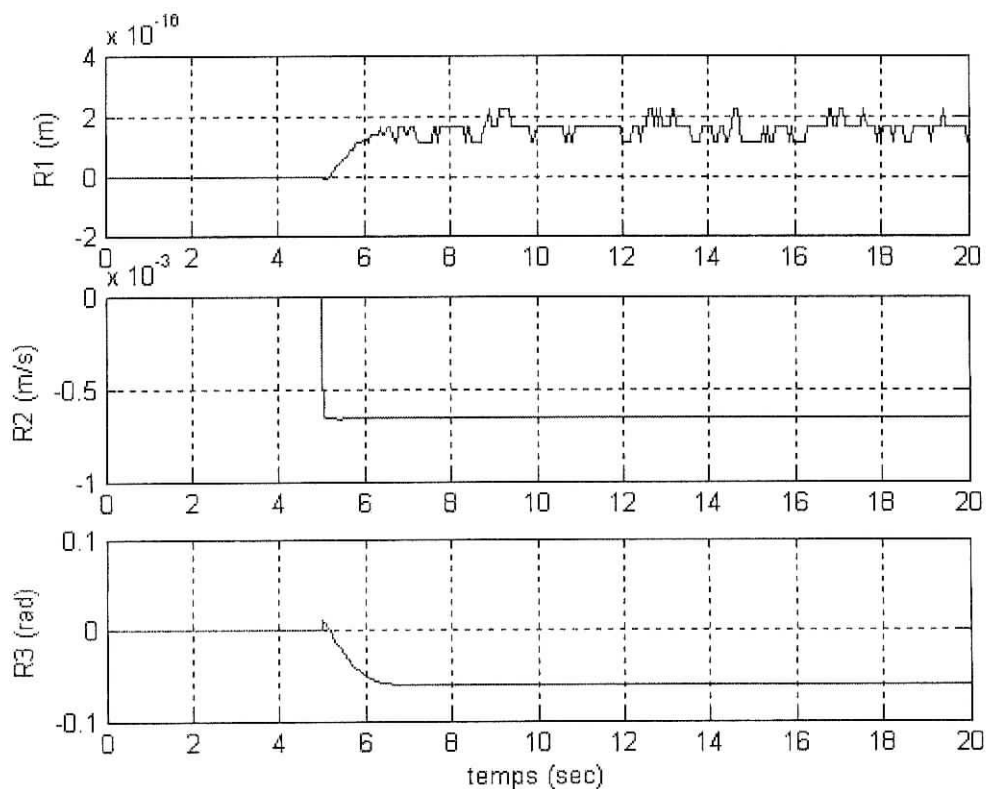


Figure (II-30) : Les résidus pour un défaut de signal  $\theta$  ( $f\theta = 0.01$  rad) à l'instant  $t=5$ s

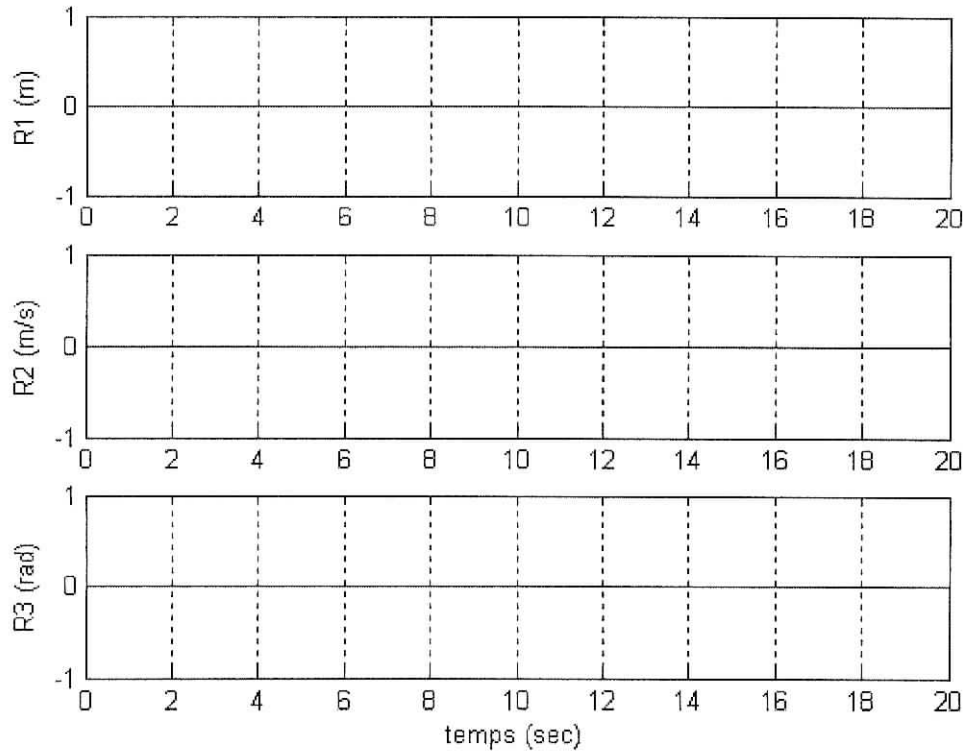


Figure (II-31) : Les résidus pour un défaut de masse de pendule  $m$  tel que  $dm = 0.01g$  a  $t=5s$

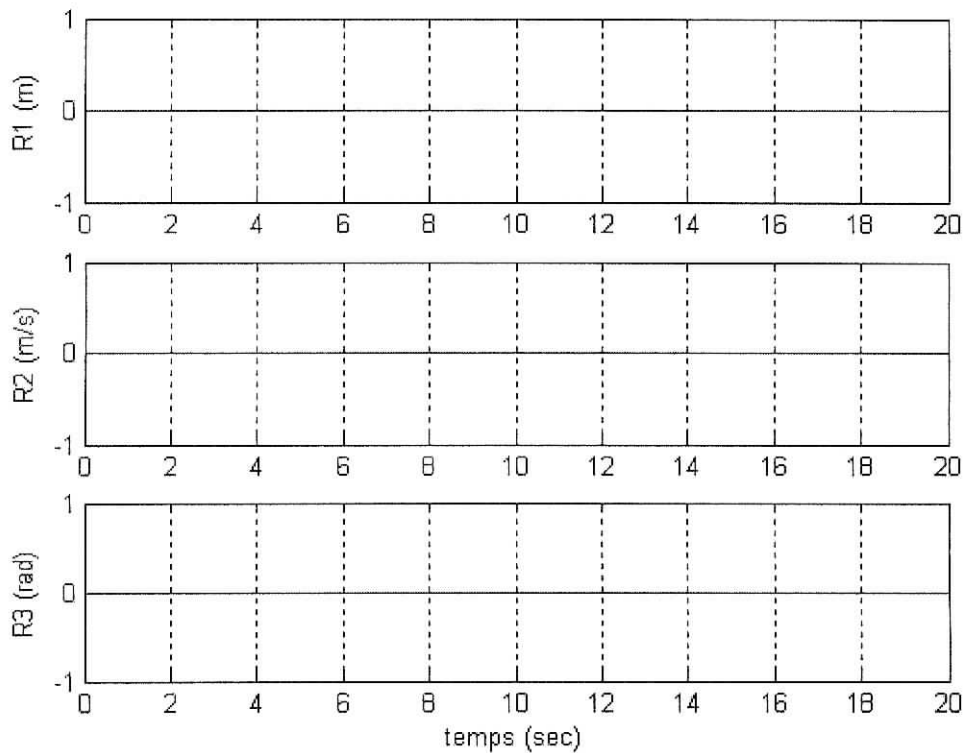


Figure (II-32) : Résidus pour un défaut la masse de chariot  $M$  tel que  $dM = 0.01g$  a  $t=5s$

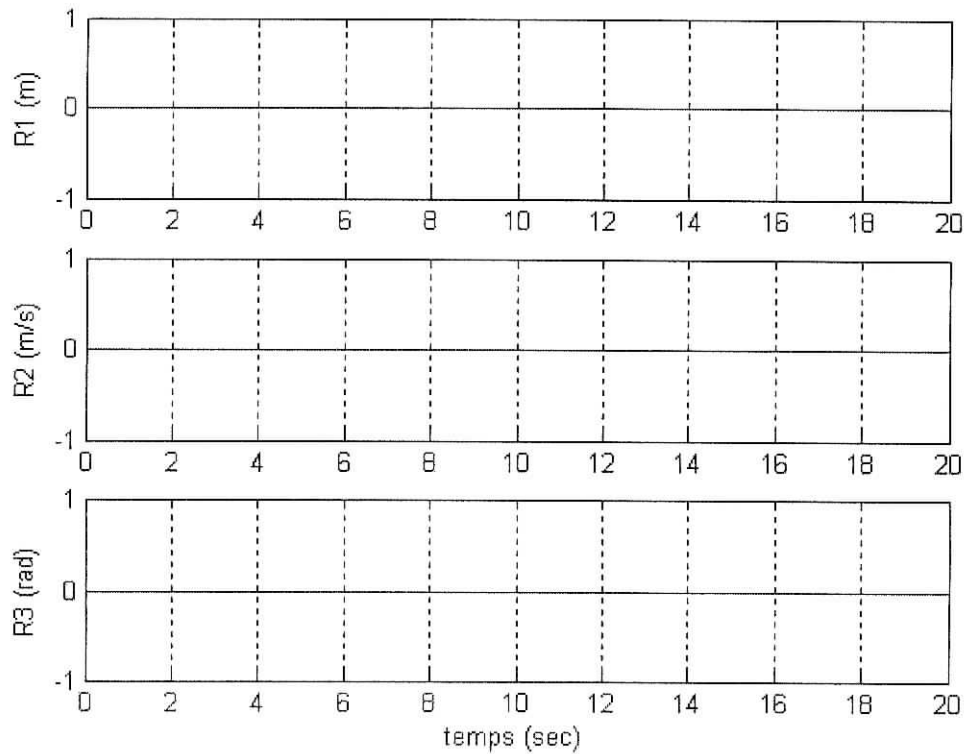


Figure (II-33) : Résidus dans le cas d'une panne sur la longueur de pendule ( $\Delta L=0.01m$ )

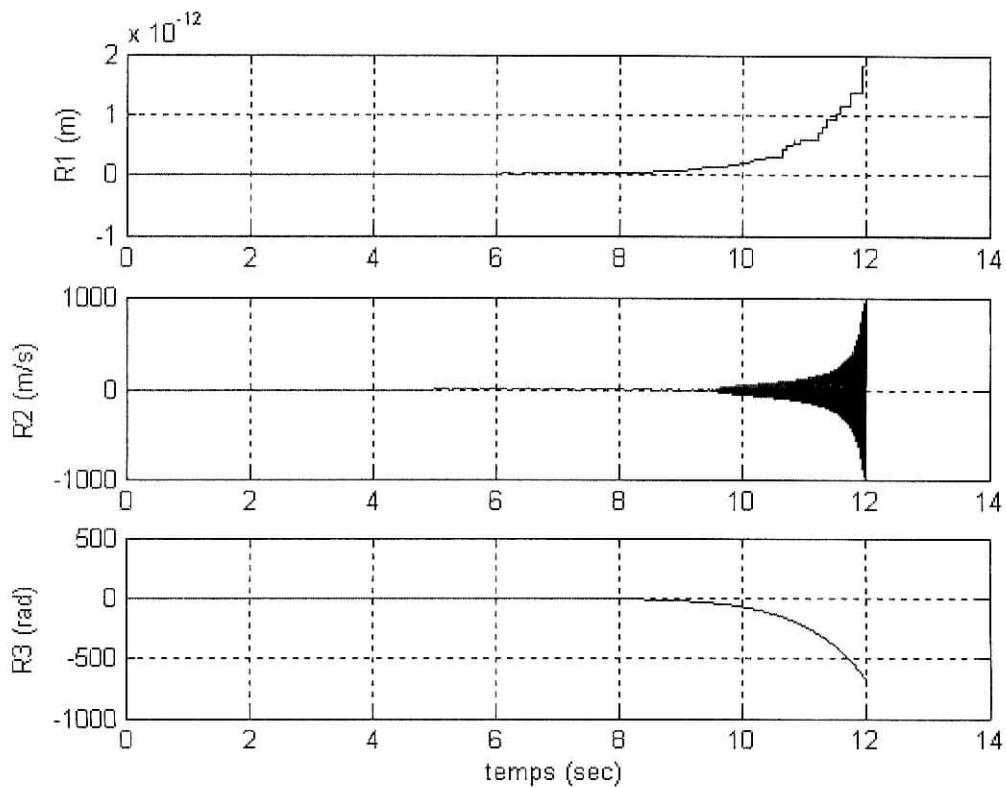


Figure (II-34): Résidus dans le cas d'une panne sur la l'actionneur ( $\Delta u=10N$ )

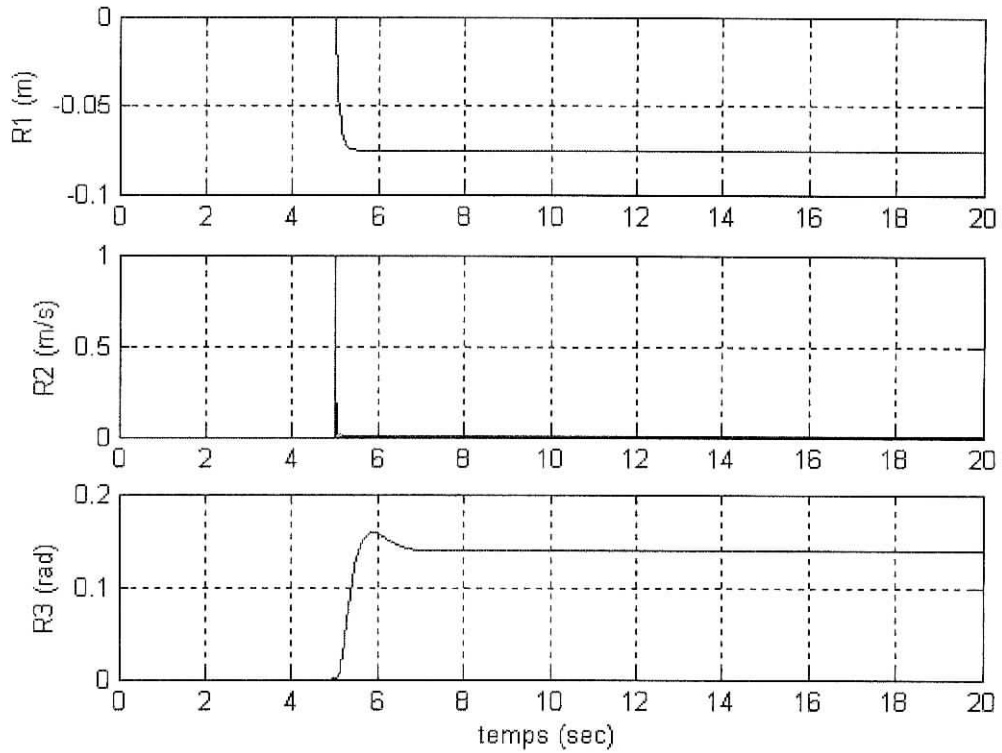


Figure (II-35) : Résidus dans le cas d'une panne sur l'accélération de pendule ( $\Delta \dot{x}=1$  m/s)

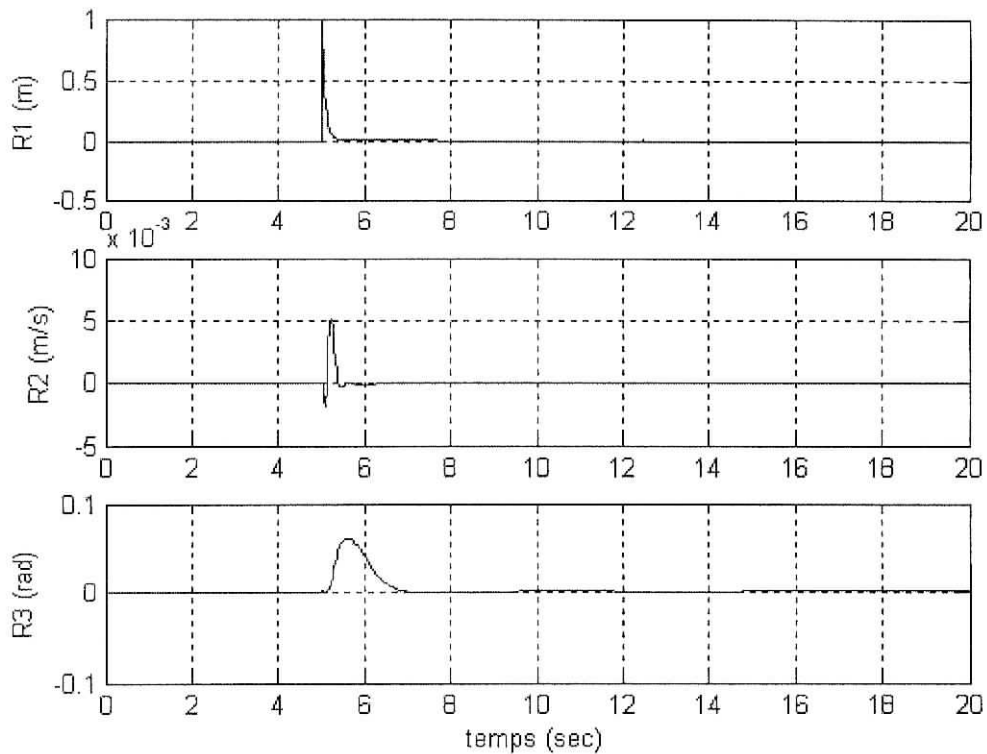


Figure (II-36) : Résidus dans le cas d'une panne sur la position de pendule ( $\Delta x=1$ m)

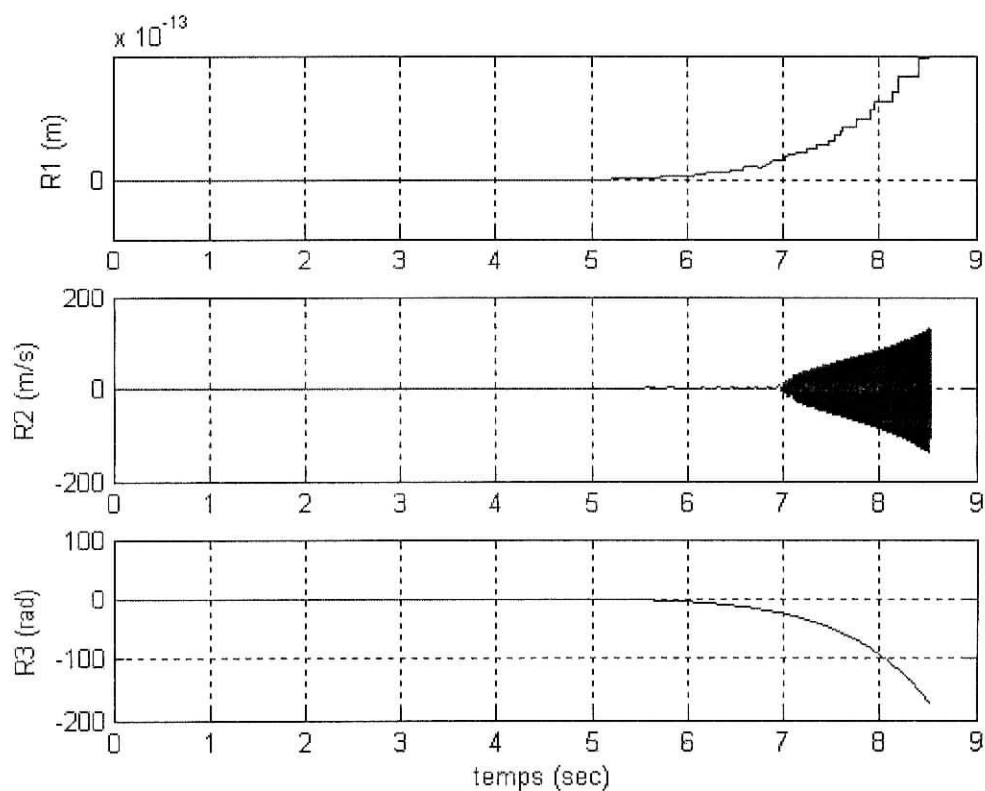


Figure (II-37): Résidus dans le cas d'une panne sur l'angle de pendule ( $\Delta\theta = 0.3$  rad)

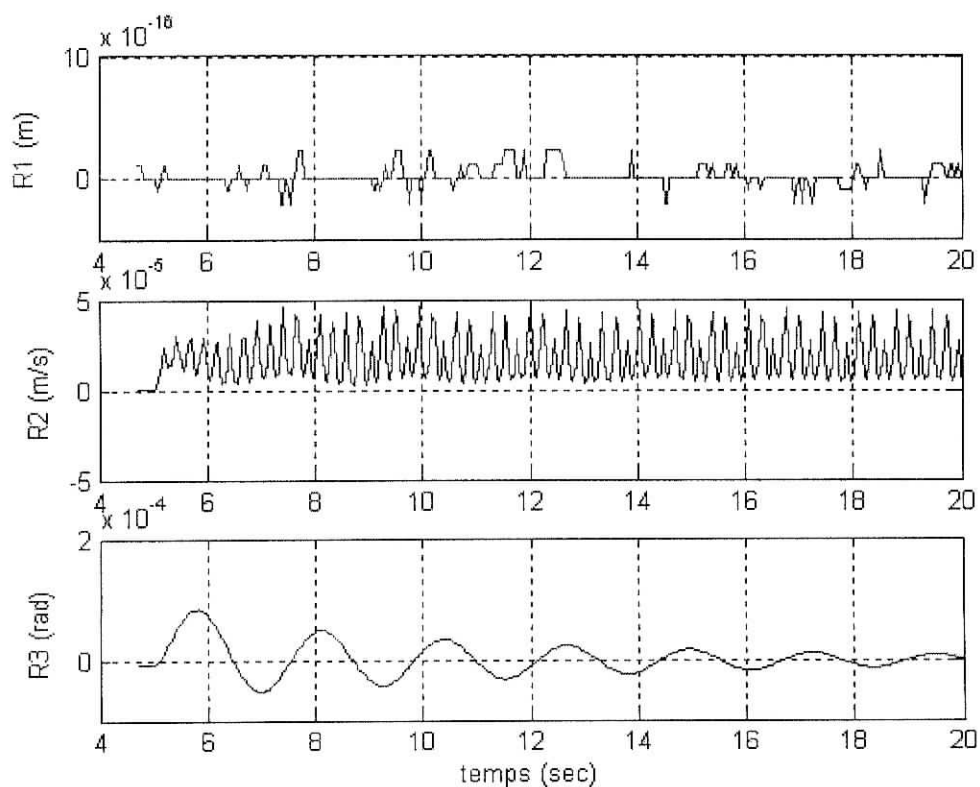


Figure (II-38): Résidus dans le cas d'une panne sur la masse de pendule ( $dm = 0.1$  kg)

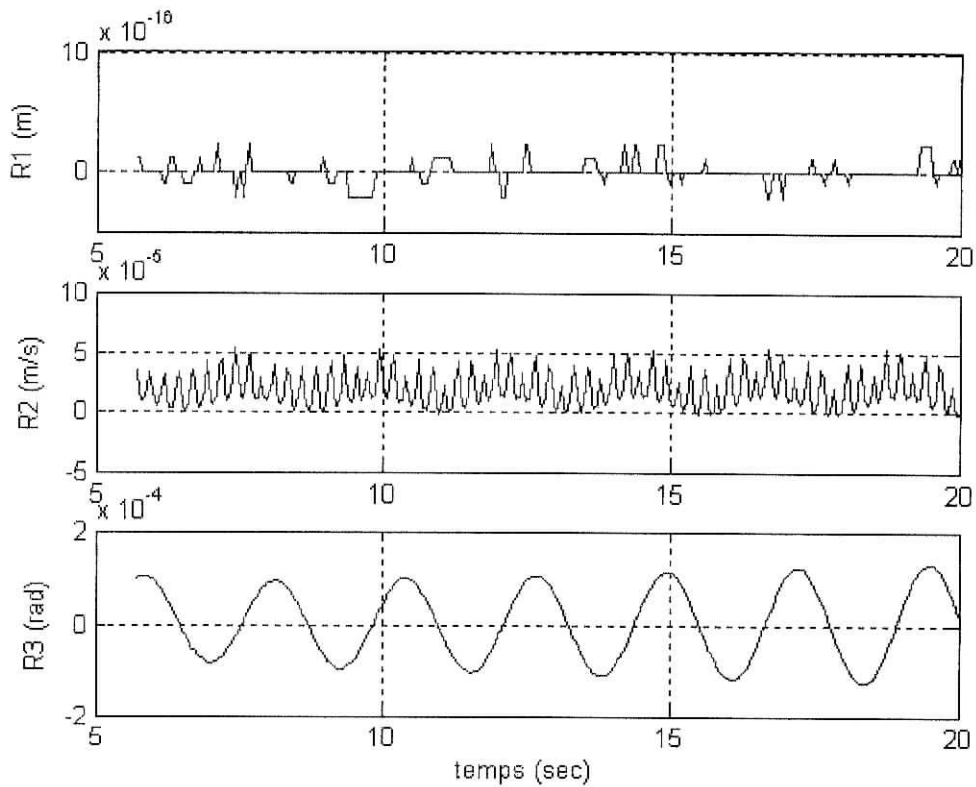


Figure (II-40): Résidus dans le cas d'une panne sur la masse de pendule ( $dm= 0.21*55\%$  kg)

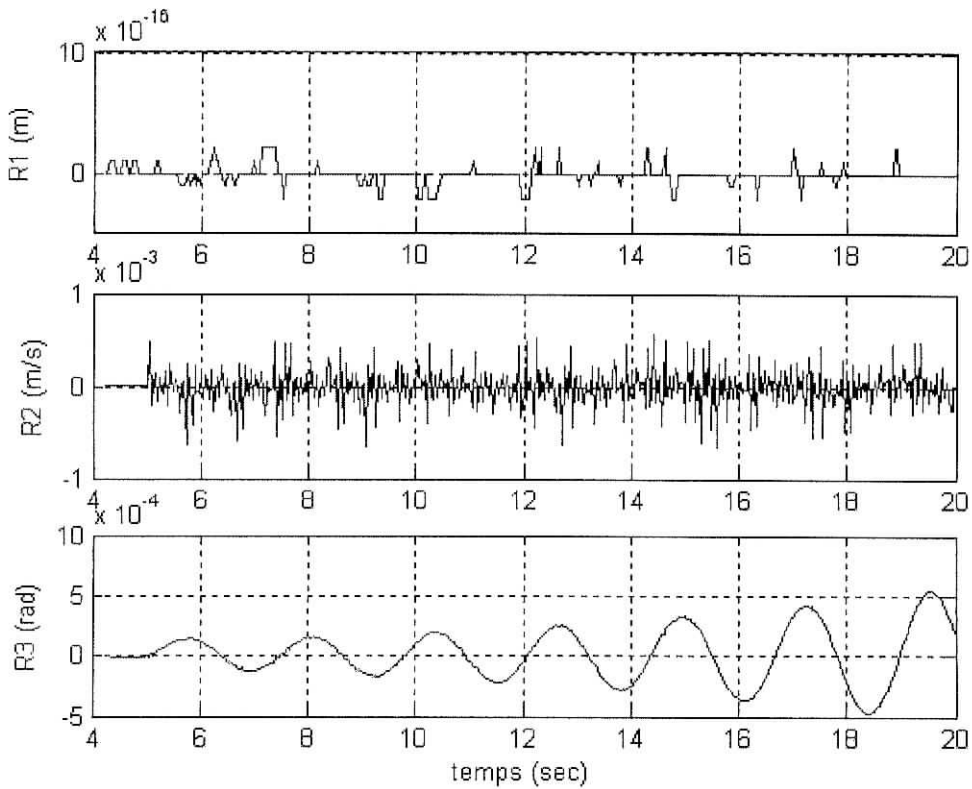


Figure (II-41): Résidus dans le cas d'une panne sur la masse de chariot ( $dM= 0.1$  kg)

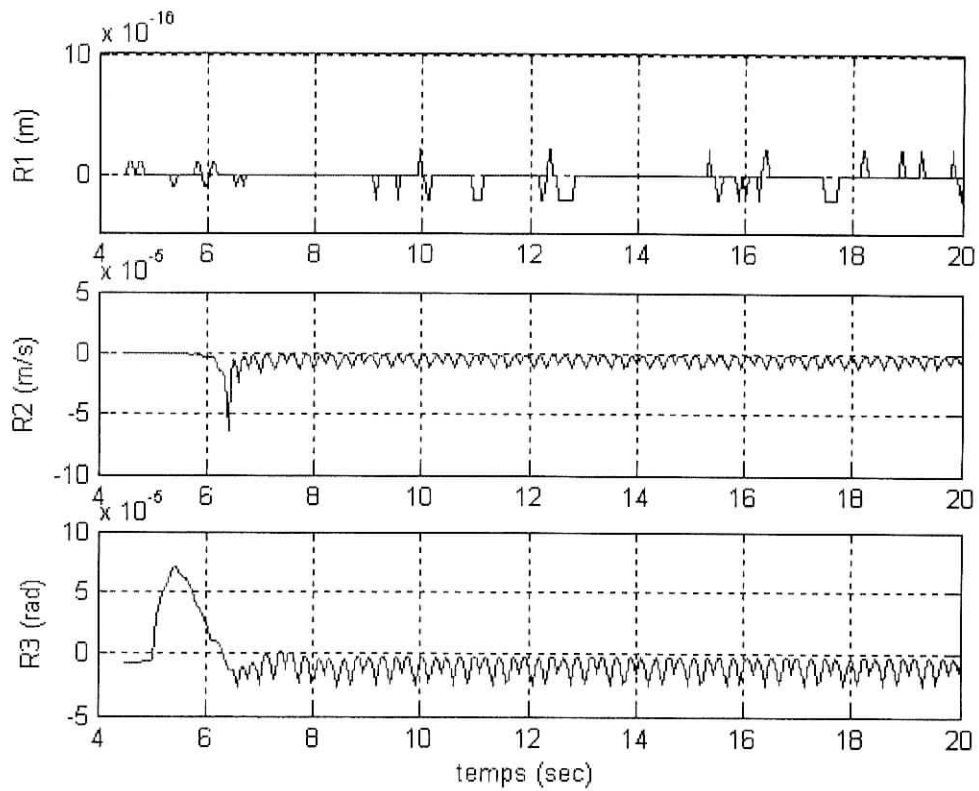


Figure (II-42): Résidus dans le cas d'une panne sur la masse de chariot ( $dl=0.1m$ )

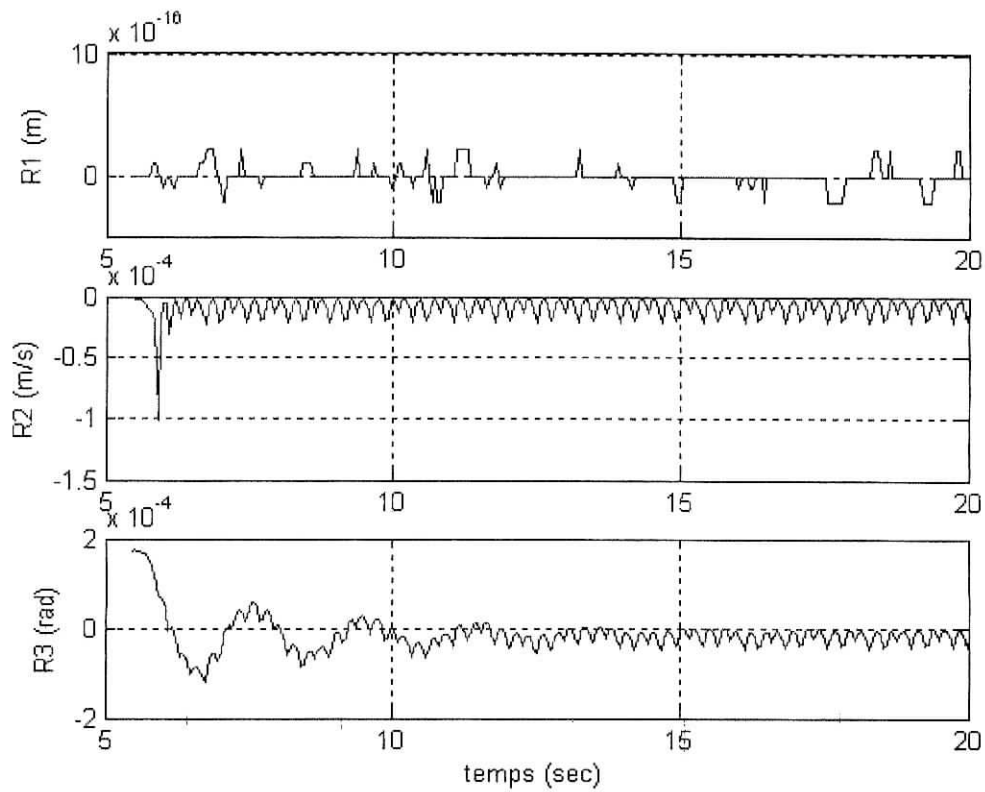


Figure (II-43): Résidus dans le cas d'une panne sur la masse de chariot ( $dl=0.301 \cdot 80\% m$ )

Interprétation :

Les résidus sont nuls en absence de pannes (Figure II-28).

Dans le cas de petites pannes, on remarque :

Les résidus ne sont pas sensibles aux pannes des paramètres et de signal de position (figures II-31 II-32 II-33).

On note que R1 est insensible aux pannes de signal de l'angle (Figure II-15) et d'actionneur (Figure II-12).

Pour grandes pannes, on aura les mêmes résultats, sauf les pannes des paramètres de pendule inversé:

Les résidus sont sensibles aux pannes dues au changement de masse de pendule ou de chariot, mais elles sont toujours insensibles aux pannes d'actionneurs et au changement de la longueur de pendule.

### II.5.1.2 Prise de décision

Pour savoir si un résidu est nul ou pas, on va appliquer des testes, tel que si la valeur moyenne de résidu est nul alors on associé a ce résidu la valeur 0, sinon la valeur 1.

Résidu \ Panne	R1	R2	R3
$\Delta u$	0	1	1
$\Delta \theta$	0	1	1
$\Delta x$	0	0	0
$\Delta \dot{x}$	1	1	1
dm	0	1	0
dM	0	1	1
$\Delta L$	0	0	0

Table (II-1) : table de signature Résidus/Pannes

L'ensemble de ces valeurs binaires formes un vecteur binaire appelé signature de défaut qui permet de localiser les pannes.



A partir de la table (Table II-1) de signature, les pannes détectables sont celle de la vitesse, l'angle, l'actionneur, changement de masse du pendule et de chariot, mais on ne peut localiser que les pannes sur la vitesse et sur la masse du pendule, car on peut pas comparer entre une panne d'actionneur et une pannes de signale  $\theta$ , ou une panne sur la masse de chariot.

## Conclusion

Dans ce chapitre, on a fait la modélisation du pendule inversé et sa commande floue, puis on a introduit le diagnostic de système, on utilisant un régulateur-observateur flou TSK (proposé par Takagi Sugéno).

Grâce au nombre de règles limitées de ce type de modèles flous (régulateur-observateur), on est arrivé a observer et régulier le modèle non linéaire du pendule inversé.

# Conclusion générale

Dans ce travail, nous avons montré que la logique floue offre des performances avantageuses en diagnostic des pannes.

Dans le premier chapitre, après définition de la régulation floue, avec la méthode de Mamdani et la méthode de Takagi Sugeno, nous avons introduit les modèles flous de type Takagi Sugeno dans le diagnostic des pannes, comme observateurs pour la génération des résidus. On a défini aussi la notion de localisation des pannes.

Pour le deuxième chapitre, nous avons appliqué la commande floue de type Mamdani sur le modèle non linéaire du pendule inversé puis le diagnostic des pannes en utilisant l'observateur TSK, après simulation, les résultats obtenus montrent que le système de diagnostic commande le pendule mieux, que la commande floue de type Mamdani, et cet observateur a permis de détecter et localiser la panne d'actionneur, et détecter les pannes des signaux de la vitesse et de l'angle de pendule.

Le travail présenté dans ce mémoire, montre la facilité de l'utilisation de la logique floue, dans le domaine du diagnostic et la surveillance, et sa grâce aux modèles flous TSK, mais beaucoup de problèmes ne sont pas encore réglés, les perspectives de ce travail peut être résumées par les points suivants :

- L'utilisation des observateurs flous d'ordre réduit, dans le diagnostic de la pendule inversée, et sa pour la séparation, entre les pannes non localisées.
- Introduire des méthodes d'apprentissage par réseaux de neurone, pour la localisation des pannes et la décision.
- Essayer d'optimiser les règles d'observateur flou, en utilisant des algorithmes d'optimisation, comme les algorithmes génétiques.

## Bibliographie :

- [1] : H.Buhler « Réglage par logique floue » Presse Polytechniques Romandes 1994.
- [2] : [http://www.univ-valenciennes.fr/LAMIH/projets/pendule/francais/modele\\_simple.html](http://www.univ-valenciennes.fr/LAMIH/projets/pendule/francais/modele_simple.html)
- [3] : A.Jadbabaie « Observer-Based Controller Synthesis for model-based fuzzy systems via Linear Matrix Inequalities » site web :  
<http://www.seas.upenu.edu/~jadbabaie/papers/bookchap.ps>
- [4] : K.Tanaka, M.Sugeno « Stability Analysis and Design of Fuzzy Control Systems » Fuzzy sets and systems, Vol. 45, No. 2, pp. 135-156, 1992.
- [5] : H.O.Wang, K.Tanaka et M.F.Griffin « An Approche to Fuzzy Control of Nonlinear Systems: Stability and Design Issues » IEEE Trans. Fuzzy systems, Vol. 4, No. 1, pp. 14-23, 1996.
- [6] : A. Jadbabaie, A. Titli et M.Jamshidi, « A Separation Property of Observer/Controller for Continuous-Time Fuzzy Systems, » Prac. Le 95eme Allerton Natl. Conf. Allerton House, Septembre 1997.