

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

MEMOIRE DE MAGISTER

Option : Construction

**PROPAGATION DES INCERTITUDES  
EN MESURE 3D SANS CONTACT**

Présenté par

**BARKI Mohamed**

**Ingénieur d'Etat en Génie mécanique**

**Soutenu le :** 13 Avril 2008

**Devant le jury :**

**Président :** Mr.B. KEBLI, MC, ENP

**Directeurs de thèse :** Mr. M. BOUAZIZ, MC, ENP

M. J.F. FONTAINE, Prof, Univ. Bourgogne, IUT Auxerre, France

**Examineurs :** M.O. SI-CHAÏB, MC, UMBB

H. BELHANECHÉ, Dr, CC

I. BELHADEF, CC

**Invité :** A. ISHEIL, doctorant, LRMA, Univ. Bourgogne, IUT Auxerre, France

( 20000 10000 )  
)  
(  
,TAGUCHI  
) artefact triplan

**كلمات مفتاحية:** قياس ثلاثي الأبعاد قياس ضوئي ثلاثي الأبعاد قياس ثلاثي الأبعاد بالليزر أخطاء القياس تردد القياس

## RESUME :

La mesure tridimensionnelle 3D sans contact par scanning laser, permet la saisie d'un nombre important de points dans un temps très court (10000 à 20000 points par second). Ce qui offre la possibilité d'obtenir une image précise de la surface mesurée représentée par le nuage de points. Cependant, comparativement avec la mesure 3D à contact, elle reste à priori moins précise. Sa précision peut être améliorée en réduisant les incertitudes de mesure.

Dans ce travail, on étudie l'influence de la position du capteur par rapport à la pièce mesurée où l'on considère les caractéristiques extrinsèques (distance capteur-pièce, angles d'orientation du capteur par rapport à la pièce). Dans ce but, on a étudié la propagation des incertitudes de mesure en fonction de ces paramètres par trois méthodes : l'approche globale, l'approche locale, la méthode de TAGUCHI. L'approche globale consiste à déterminer l'incertitude sur la distance entre deux points, chacun étant l'intersection de trois plans. L'approche locale permet de déterminer l'incertitude sur la localisation d'un point. Cette incertitude est exprimée par une matrice de covariance et représentée sous une forme d'un ellipsoïde. Dans la méthode de TAGUCHI, l'objectif est de trouver une combinaison optimale des paramètres caractéristiques de positionnement du capteur. Signalons que dans les deux premières méthodes, on utilise une pièce artefact triplan, dans la 3<sup>ème</sup> méthode, une sphère et cale étalons.

**Mots clés :** Mesure 3D, Mesure tridimensionnelle, Mesure optique 3D, Mesure au laser, Erreurs de mesure, Incertitude de mesure.

## ABSTRACT

The Three-dimensional measurement 3D without contact by laser scanning, permits the seizure of a important number of points in a one very short time (10000 to 20000 points by second). What offers the possibility to get a precise picture of the measured surface represented by the cloud of points. However, comparatively with the measure 3D to contact, it remains even less precise. its precision can be improved while reducing the uncertainties of measure. In this work, we study the influence of the transducer in relation to the measured piece where the extrinsic characteristics are considered (distance transducer-piece, angles of orientation of the transducer in relation to the piece).

In this goal, we study the propagation of the measure uncertainties according to these parameters by three methods : global approach, local approach, method of TAGUCHI.. The global approach consists in determining uncertainty at the distance between two points, each one being the intersection of three plans. The local approach makes it possible to determine uncertainty on the localization of a point. This uncertainty is expressed by a matrix of covariance and is represented in the shape of an ellipsoid. In the method of TAGUCHI, the objective is to find a combination optimal of the parameters characteristic of positioning of the transducer. Let us announce that in the first two methods, one uses a piece artifact triplan,. In the 3rd method, we use a sphere and hold stallion

**Key words:** Measure 3D, three-dimensional Measures , optical 3D Measure, Measure with the laser, Errors of 3D measurement, Incertitude of measurement.

# ***Remerciements***

Sans l'aide de Monsieur Jean-François FONTAINE, Professeur à l'Institut Universitaire de Technologie d'Auxerre (Université de Bourgogne, France), qui a l'amabilité de bien vouloir me confier ce sujet de recherche, ce travail n'aurait pas été réalisé. Qu'il trouve ici ma vive gratitude et mes remerciements les plus sincères.

Je présente également ma vive gratitude à Monsieur Mohamed BOUAZIZ, Maître de Conférences à l'Ecole Nationale Polytechnique, Alger, pour sa disponibilité durant toute la réalisation de ce travail, pour ses précieux conseils, orientations et critiques.

Je remercie aussi Monsieur Ahmed ISHEIL, doctorant à l'IUT d'Auxerre, qui n'a ménagé aucun effort pour me fournir les résultats expérimentaux nécessaires et donner des conseils qui m'ont été très utiles.

Je présente mes vifs remerciements à Monsieur Boualem KEBLI, Maître de Conférences à l'ENP, Mohamed Ouali SI-CHAÏB, Maître de Conférences à l'Université M'Hamed Bougara de Boumerdès, Hacène BELHANECHÉ, Docteur à l'ENP et Ikhlef BELHADEF, Chargé de Cours à l'ENP, de m'avoir fait l'honneur de faire partie du jury de soutenance.

Mes remerciements s'adressent également à tous mes Enseignants qui ont contribué à ma formation.

Enfin, je remercie tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin.

# SOMMAIRE

<b>Introduction Générale</b> .....	1
<b>Chapitre I : Principe de mesure 3D sans contact et sources des erreurs</b> .....	3
<b>I. Introduction</b> .....	3
<b>II. La technique de mesure tridimensionnelle assistée par ordinateur</b> .....	3
<b>III. Les différentes techniques de mesure tridimensionnelle assistée par ordinateur</b> ....	4
III.1. Les techniques de mesure tridimensionnelles avec contact .....	4
III.1.1. Principe de mesure sur une machine à mesure tridimensionnelle .....	4
III.2. Les techniques de mesure sans contact .....	5
III.2.1. Stéréoscopie .....	5
III.2.2. Projection .....	6
III.2.3. Numérisation sonore ou magnétique (mesure par temps de parcours) .....	6
III.2.4. Microscope .....	7
III.2.5. Interférométrie .....	7
III.2.6. Technique de triangulation .....	7
III.2.7. Techniques de stéréovision .....	8
<b>IV. La Technique de mesures tridimensionnelles sans contact</b> .....	9
IV.1. Le support mécanique .....	10
IV.1.1. Machine à Mesurer Tridimensionnelle .....	10
IV.2. Dispositif de numérisation .....	11
IV.2.1. Différents types des Dispositifs de numérisation .....	11
IV.2.1.1. Le capteur de profondeur .....	11
IV.2.1.2. Le capteur Biris .....	12
IV.2.1.3. Le capteur Auto- synchronisé .....	13
IV.3. Système de traitement.....	13
<b>V. Récapitulatif de la procédure de mesure 3d sans contact</b> .....	14
<b>VI. Placement automatique du capteur</b> .....	14
<b>VII. Source des erreurs lors de la mesure des pièces mécaniques</b> .....	15
VII.1. Sources des erreurs dues aux problèmes physiques .....	15
VII.1.1. Variation de La réflectivité de surface .....	16
VII.1.2. Surface réfléchissante .....	16
VII.1.3. Surface avec des discontinuités .....	17
VII.1.4. Le faisceau est partiellement occulté .....	17
VII.1.5. La granularité laser.....	18
VII.2. Source des erreurs d'un capteur à balayage laser.....	19
VII.2.1. Erreurs dues au capteur .....	19
VII.2.2. Erreurs liées à la machine .....	19
VII.2.3. Erreurs liées au système de traitement .....	19
<b>VIII. Avantages et inconvénients de la technique de mesure tridimensionnelle sans contact</b> .....	20
<b>IX. Conclusion</b> .....	20
<b>Chapitre II : Modélisation des incertitudes de mesure</b> .....	21
<b>I. Introduction</b> .....	21
<b>II. Terme métrologique généraux</b> .....	21
<b>III. Termes et concepts statistiques fondamentaux</b> .....	24

<b>IV. Elaboration de termes et de concepts</b>	28
IV.1. Espérance mathématique	28
IV.2. Variance	28
IV.3. Ecart type	29
IV.4. Covariance	29
IV.5. matrice de covariance	29
IV.6. Coefficient de corrélation	29
IV.7. Indépendance	30
<b>V. Incertitude</b>	30
V.1 Sources d'incertitude dans un mesurage	30
V.2. Différents méthode d'évalué et de calculée de l'incertitude	31
V.2.1. Méthode de type A	31
V.3. Incertitude-type composée	31
V.4. Evaluation de l'incertitude-type composée	32
V.4.1. Modélisation du mesurage	32
V.5. Détermination de l'incertitude –type composée	33
V.5.1. Grandeur d'entrée non corrélés	33
V.5.2. Grandeur d'entrée corrélée	33
V.6. Incertitude élargie	35
V.6.1. Détermination de l'incertitude élargie	35
V.6.2. Choix d'un facteur d'élargissement	35
<b>VI. Récapitulatif de la procédure d'évaluation et d'expression de l'incertitude</b>	36
<b>VII. Modélisation des incertitudes de notre système de mesure</b>	37
VII.1.Stratégie de numérisation	37
VII.2. Sources des erreurs lors de mesure des surfaces	37
VII.3. Modélisation des incertitudes dues au capteur	38
VII.3.1. Modélisation par l'approche globale	38
VII.3.2. Modélisation de l'incertitude par l'approche locale	39
VII.3.2.1. Représentation géométrique de l'incertitude	41
VII.3.3. Modélisation de l'incertitude de mesure par la méthode de TAGUCHI	42
VII.3.3.1. Calcul des effets moyens	43
VII.3.3.2. Exemple d'application	43
VII.3.3.3 Calcul des interactions	43
VII.3.3.4 Formule générale de calcule des interaction.	43
VII.3.4 Calcul de la réponse théorique	44
VII.3.5 Modèle matriciel de la méthode TAGUCHI	44
VII.3.5.1 Application du modèle matriciel de la méthode TAGUCHI sur notre système de mesure.	45
VII.3.6 Modélisation entre les niveaux des paramètres.	46
VII.3.6.1 Interpolation à partir des graphes des effets moyens	46
VII.3.6.2 Interpolation à partir de la méthode matricielle	46
<b>VIII. Conclusion</b>	48
<b>Chapitre III : Mesurage</b>	49
<b>1 . Introduction</b>	49
<b>II. Conditions de mesure</b>	49
<b>III. Matériel utilisé</b>	49
III.1. Caractéristiques de la MMT du laboratoire LRMA (Université de Bourgogne, site Auxerre)	51
<b>IV. Calibrage du capteur</b>	51
<b>V. Mesurages</b>	52
V.1. Balayage laser	53

V.2. Mesurages en fonction de $\alpha$ .....	54
V.3. Mesurages en fonction de $\beta$ .....	55
V.4. Mesurages en fonction de $d$ .....	56
V.5. La méthode des plans d'expériences.....	57
V.5.1 Principaux avantages des plans d'expérience .....	57
V.6. Mesurages selon le plan factoriel .....	57
V.7. Mesurages avec MMT à contact .....	60
<b>VI. Conclusion</b> .....	60
<b>Chapitre IV : Résultats et interprétation</b> .....	61
<b>I. Introduction</b> .....	61
<b>II. Résultats obtenus par l'approche globale</b> .....	61
II.1. Traitement du nuage de points .....	61
II.2. Calcul de l'incertitude de mesure .....	62
II.3. Variation du paramètre $\alpha$ .....	62
II.4. Variation du paramètre $\beta$ .....	64
II.4.1. Exemple d'application .....	64
II.6. Variation du paramètre $d$ .....	65
II.7. Comparaison avec les résultats obtenue par MMT à contact .....	66
II.8. Analyse des résultats obtenus .....	67
<b>III. Résultats obtenus par l'approche locale</b> .....	68
III.1. Calcul de l'incertitude de mesure au point P1 .....	68
III.2. Calcul de volume d'incertitude de mesure au point P1 .....	70
III.3. Variation du paramètre $\alpha$ .....	70
III.4. Variation du paramètre $\beta$ .....	75
III.5. Variation du paramètre $d$ .....	79
<b>IV. Discussion et interprétation des résultats obtenues par la méthode TAGUCHI</b> .....	83
IV.1. Mesurages .....	83
IV.2. Calcul de l'incertitude $U_D$ .....	83
IV.3. Calcul des effets moyens .....	84
IV.3.1. Calcul des interactions entre les paramètres $\beta$ , $\alpha$ , $d$ .....	84
IV.4. Interprétation des résultats obtenus .....	85
IV.4.1. Variation des paramètres $\beta$ , $\alpha$ , $d$ ensemble .....	87
IV.4.2. Résultats des effets moyens .....	87
IV.4.3. Résultats des interactions entre les paramètres $\beta$ , $\alpha$ , $d$ .....	88
IV.5. Analyse des résultats des incertitudes de mesure obtenus par la méthode de TAGUCHI .....	90
V. Précision de mesure sans contact par rapport à la mesure à contact .....	90
V.1. Résultats des effets moyens .....	92
V.2. Résultats des interactions entre les paramètres $\beta$ , $\alpha$ , $d$ .....	92
V.3. Analyse des résultats des erreurs de mesure obtenus par la méthode de TAGUCHI .....	94
VI. Calcule de l'incertitude théorique de mesure et l'erreur théorique de mesure par la méthode TAGUCHI .....	95
VI.1 Comparaison entre les résultats mesurés et les résultats théoriques .....	98
VI.2 Exploitations de la méthode TAGUCHI sur d'autres valeurs des paramètres $\beta$ , $\alpha$ , $d$ .....	99
VI.2.1 Exemples d'application .....	100
<b>VII. Conclusion</b> .....	100
<b>Conclusion générale</b> .....	101
<b>Bibliographie</b> : .....	102

## Liste des figures

fig. I.1 : La technique de triangulation .....	8
fig. I. 2 : La technique de stéréovision .....	9
fig. I. 3 : Dispositif de mesure sans contact sur MMT .....	10
fig. I. 4 : La triangulation optique .....	11
fig. I. 5 : Triangulation optique en utilisant un masque de double ouverture .....	12
fig. I. 6 : Triangulation auto synchronisée .....	13
fig. I. 7 : Erreur dans le point de profondeur due à la réflectivité de la surface .....	16
fig. I. 8 : Erreur dans le point de profondeur due à une surface réfléchissante .....	17
fig. I. 9 : Erreur dans le point de profondeur due à une discontinuité de la surface .....	17
fig. I.10: Erreur dans le point de profondeur due à une occlusion partielle .....	18
fig. I.11: Influence du <i>speckle</i> sur la triangulation traditionnelle .....	18
fig. II. 1 : numérisation d'une surface ligne/ligne à l'aide d'un capteur laser sans contact à nappe plane .....	37
fig. II. 2 : Paramètres de position $\alpha$ , $\beta$ et $d$ .....	38
fig. II. 3 : Artefact triplan .....	39
fig. II. 4 : Représentation d'un point dans la métrologie 3D .....	39
fig. II. 5 : Interpolation à partir des graphes des effets moyens .....	46
fig. III. 1. a : Capteur laser .....	50
fig. III. 1. c : Palpeur dynamique .....	50
fig. III. 1. b : Différents organes du capteur laser .....	50
fig. III. 2 : Machine mesure tridimensionnelle .....	50
fig. III. 3 : Pièces étalon (artefact triplan) .....	51
fig. III. 4 : Calibrage du capteur .....	51
fig. III. 5 : Calibrage du capteur .....	52
fig. III. 6 : Position des points P1 et P2 .....	52
fig. III. 7 : Dessin de l'artefact triplan .....	53
fig. III. 8 : Déplacement du capteur au cours de balayage .....	53
fig. III.8.1 : Visualisation de la pièce et le sens de déplacement du capteur au cours de balayage .....	54
fig. III. 9 : Champ de vision .....	54
fig. III.10 : Variation du paramètre $\alpha$ .....	55
fig. III. 11 : Variation du paramètre $\beta$ .....	56
fig. III. 12 : Variation du paramètre $d$ .....	57
fig. III. 13 : Mesure de la sphère et la cale étalon selon le plan factoriel .....	58
fig. IV. 1 : Visualisation de la pièce mesurée .....	62
fig. IV. 2 : Séparation des plans .....	62
fig. IV. 3 : Optimisation des plans .....	62
fig. IV. 4 : Incertitude $U_D$ sur la distance $D$ en fonction de l'angle d'incidence $\alpha$ .....	63
fig. IV. 5 : Traitement du nuage de point ( $\alpha = 0^\circ$ , $\beta = 20^\circ$ , $d = 411,4$ mm) .....	64
fig. IV. 5. a : Visualisation de la pièce mesurée .....	64
fig. IV. 5. b : Séparation des plans .....	64
fig. IV. 5. c : Optimisation des plans .....	64
fig. IV. 6 : Incertitude $U_D$ sur la distance $D$ en fonction de l'angle d'incidence $\beta$ .....	65
fig. IV. 7 : Incertitude $U_D$ sur la distance $D$ en fonction de la distance $d$ .....	66
fig. IV. 8 : incertitude $U_{C_x}$ sur la coordonnée $C_x$ de point P1 en fonction de l'angle d'incidence $\alpha$ .....	71
fig. IV. 9 : incertitude $U_{C_y}$ sur la coordonnée $C_y$ de point P1 en fonction de l'angle d'incidence $\alpha$ .....	72

fig. IV. 10 : Incertitude $U_{Cz}$ sur la coordonnée Cz de point P1 en fonction de l'angle d'incidence $\alpha$ .....	73
fig. IV. 11 : Variation de volume de l'ellipsoïde de dispersion en fonction de l'angle d'incidence $\alpha$ .....	74
fig. IV. 12 : incertitude $U_{Cx}$ sur la coordonnée Cx de point P1 en fonction de l'angle d'incidence $\beta$ .....	75
fig. IV. 13 : incertitude $U_{Cy}$ sur la coordonnée Cy de point P1 en fonction de l'angle d'incidence $\beta$ .....	76
fig. IV. 14 : incertitude $U_{Cz}$ sur la coordonnée Cz de Point P1 en fonction de l'angle d'incidence $\beta$ .....	77
fig. IV. 15 : Variation de volume de l'ellipsoïde de dispersion en fonction de l'angle d'incidence $\beta$ .....	78
fig. IV. 16 : incertitude $U_{Cx}$ sur la coordonnée C de point P1 en fonction de distance d .....	79
fig. IV. 17 : incertitude $U_{Cy}$ sur la coordonnée Cy de point P1 en fonction de distance d .....	80
fig. IV. 18 : incertitude $U_{Cz}$ sur la coordonnée Cy de point P1 en fonction de distance d .....	81
fig. IV. 19 : Variation de volume de l'ellipsoïde de dispersion en fonction de distance d .....	82
fig. IV. 20 : Mesure de la distance entre le centre de la sphère et la cale étalon .....	83
fig. IV. 21 : Visualisation de la sphère et du plan mesurée quand $\beta$ est au niveau 1 .....	86
fig. IV. 22 : Visualisation de la sphère et du plan mesurée quand $\beta$ et au niveau 2 .....	86
fig. IV. 23 : Visualisation de la sphère et du plan mesurée quand $\beta$ et au niveau 3 .....	86
fig. IV. 24 : Graphes des effets moyens .....	88
fig. IV. 25 : Graphes des interactions entre les paramètres ( $\beta$ , $\alpha$ , d) .....	89
fig. IV. 26 : Graphes des effets moyens .....	93
fig. IV. 27 : Graphes des interactions entre les paramètres ( $\beta$ , $\alpha$ , d) .....	94
fig. IV. 28 : Représentation graphiques de l'incertitude mesurée et l'incertitude théorique .....	98
fig. IV. 29 : Représentation graphiques de l'erreur de mesure mesurée et l'erreur de mesure théorique .....	98



## Liste des tableaux

Tableau II.1 : Niveaux des paramètres $\alpha$ , $\beta$ et $d$ .....	43
Tableau III. 1 : mesurages de l'artéfact triplans en fonction de $\alpha$ .....	55
Tableau III. 2 : mesurages de l'artéfact triplans en fonction de $\beta$ .....	55
Tableau III. 3 : mesurage de l'artéfact triplans en fonction de $d$ .....	56
Tableau III. 4 : niveaux des paramètres ( $\alpha$ , $\beta$ , $d$ ) .....	58
Tableau III. 5 : mesurage de la sphère et la cale selon le plan factoriel .....	59
Tableau IV. 1 : Dispersion de mesure de la distance $D$ en fonction de $\alpha$ .....	63
Tableau IV. 2 : Dispersion de mesure de la distance $D$ en fonction de $\beta$ .....	64
Tableau IV. 3 : Dispersion de mesure de la distance $D$ en fonction de $d$ .....	65
Tableau IV. 4 : Dispersion de mesure sur la coordonnée $C_x$ de point P1 en fonction du paramètre $\alpha$ .....	71
Tableau IV. 5 : Dispersion de mesure sur la coordonnée $C_y$ de point P1 en fonction du paramètre $\alpha$ .....	72
Tableau IV. 6 : Dispersion de mesure sur la coordonnée $C_z$ de point P1 en fonction de $\alpha$ .....	73
Tableau IV. 7 : Dispersion de mesure des coordonnées du point P1 en fonction de $\alpha$ .....	74
Tableau IV. 8 : Dispersion de mesure sur la coordonnée $C_x$ de point P1 en fonction de $\beta$ .....	75
Tableau IV. 9 : Dispersion de mesure sur la coordonnée $C_y$ de point P1 en fonction de $\beta$ .....	76
Tableau IV. 10 : Dispersion de mesure sur la coordonnée $C_z$ de point P1 en fonction de $\beta$ .....	77
Tableau IV. 11 : Dispersion de mesure des coordonnées du point P1 en fonction de $\beta$ .....	78
Tableau IV. 12 : Dispersion de mesure sur la coordonnée $C_x$ de point P1 en fonction de $d$ .....	79
Tableau IV. 13 : Dispersion de mesure sur la coordonnée $C_y$ de point P1 en fonction de $d$ .....	80
Tableau IV. 14 : Dispersion de mesure sur la coordonnée $C_z$ de point P1 en fonction de $d$ .....	81
Tableau IV. 15 : Dispersion de mesure des coordonnées de point P1 en fonction de $d$ .....	82
Tableau IV. 16 : niveaux des paramètres $\alpha$ , $\beta$ et $d$ .....	83
Tableau IV. 17 : Dispersion de mesure de la distance perpendiculaire $D$ entre le centre de la sphère et la cale en fonction des paramètres $\beta$ , $\alpha$ , $d$ combinés selon le plan factoriel .....	87
Tableau IV. 18 : Effets moyens des paramètres $\alpha$ , $\beta$ et $d$ .....	78
Tableau IV. 19 : interaction entre les paramètres $\beta$ et $\alpha$ .....	88
Tableau IV. 20 : interaction entre les paramètres $\beta$ et $d$ .....	89
Tableau IV. 21 : interaction entre les paramètres $\alpha$ et $d$ .....	89
Tableau IV. 22 : Résultats de mesure de la distance $D$ par la MMT à contact .....	91
Tableau IV. 23 : erreur de mesure de la distance perpendiculaire $D$ entre le centre de la sphère et la cale en fonction des paramètres $\beta$ , $\alpha$ , $d$ combinés selon le plan factoriel .....	91.92
Tableau IV. 24 : Effets moyens des paramètres $\alpha$ , $\beta$ et $d$ .....	92
Tableau IV. 25 : interaction entre les paramètres $\beta$ et $\alpha$ .....	92
Tableau IV. 26 : interaction entre les paramètres $\beta$ et $d$ .....	92

Tableau IV. 27 : interaction entre les paramètres $\alpha$ et d.....	93
Tableau IV.28 : Incertitude théorique sur la distance perpendiculaire D entre le centre de la sphère et la cale en fonction des paramètres $\beta$ , $\alpha$ , d combinés selon le plan factoriel Par la méthode TAGUCHI .....	96
Tableau IV.29 : Erreur théorique de mesure de la distance perpendiculaire D entre le centre de la sphère et la cale en fonction des paramètres $\beta$ , $\alpha$ , d selon la méthode TAGUCHI .....	97

# INTRODUCTION GENERALE

L'imprécision inévitable des procédés de fabrication faite qu'une pièce ne peut pas être réalisée de façon rigoureusement conforme aux dimensions fixées au préalable. Le concepteur d'une pièce, conscient de ce problème, introduit des tolérances sur les dimensions effectives de la pièce, afin qu'elle puisse réaliser correctement sa fonction. L'inspection est l'opération par laquelle un produit réel est comparé, en entier ou en une partie, aux spécifications définies lors de sa conception.

L'évolution rapide des techniques de fabrication telles que les machines à commande numérique, a permis d'obtenir des surfaces relativement complexes (ailettes de turbine par exemple), et exige la nécessité d'emploi des instruments de contrôle tridimensionnels. A ce niveau, les MMT classiques sont capables de résoudre le problème de contrôle tridimensionnel.

Malheureusement, la vérification pour que la pièce fabriquée soit conforme aux spécifications de son dessin de définition par palpement (contact) au moyen d'une M.M.T est toujours longue et fastidieuse (nous pensons que c'est l'inconvénient majeur de la MMT). Cet inconvénient pousse les chercheurs à réaliser d'autres moyens de contrôle. L'idée fondamentale est de remplacer les palpeurs par des capteurs sans contact qui offrent la possibilité de réduire énormément le temps de contrôle. Ces capteurs permettent d'obtenir rapidement des représentations géométriques de surfaces ou volumes sous forme de nuages de points. Il en résulte une image scannée riche en informations, d'où la possibilité de l'utiliser pour l'analyse de surfaces complexes telles que les surfaces gauches. En outre, la correction telle que celle du rayon palpeur dans le cas de mesure avec une MMT à contact, n'est plus nécessaire. Elle permet aussi l'acquisition de données sur des pièces souples, donc déformables dans le cas de contact avec le palpeur.

Certes, cette technique de mesure apporte de nombreuses solutions aux mesures des pièces mécaniques, mais sa précision reste encore à améliorer du fait de nombreux paramètres tel que, l'effet de réflexion du faisceau laser, de la géométrie de la pièce et son état de surface, de la position du capteur par rapport à la pièce, etc.

Notre objectif est de tenter d'améliorer la précision de mesure des MMT sans contact en appréhendant les sources des erreurs et d'estimer ces erreurs dans les conditions d'utilisation donnée, puis les minimiser par les conditions optimales d'utilisation définies par l'étude de la propagation des incertitudes de mesure en fonction des paramètres considérés.

L'étude se subdivise en quatre chapitres :

- Dans le premier chapitre, on présente les techniques de mesure tridimensionnelles assistée par ordinateur : méthodes de mesure à contact et sans contact où l'on fait ressortir l'intérêt de cette dernière dans la technique de mesure et des ses sources d'erreurs.
- Dans le second chapitre, on rappelle quelques termes de terminologie de métrologie, et les paramètres statistiques caractéristiques. On définit l'incertitude de mesure suivant les méthodes statistiques A et B, et l'évaluation de l'incertitude-type composée. On termine le chapitre par la modélisation des incertitudes de mesure en mesure tridimensionnelle sans contact où l'on définit l'incertitude-type par l'approche globale, la matrice de variance-covariance (approche locale) et la méthode de TAGUCHI.
- Dans le troisième chapitre, on présente les résultats de mesure en vue de les analyser suivant ces trois approches, en faisant varier trois paramètres caractéristiques, à savoir, l'angle d'incidence dans le plan laser (angle  $\alpha$ ), l'angle d'incidence dans le plan normal au plan laser (angle  $\beta$ ), et la distance entre le capteur de mesure et la surface mesurée (distance  $d$ ).
- Dans le dernier chapitre, on présente une analyse de l'évolution des incertitudes de mesure suivant les trois approches en vue de ressortir la configuration optimale des positions du capteur par rapport à la pièce.

*Chapitre I :*

# PRINCIPE DE MESURE 3D SANS CONTACT ET SOURCES DES ERREURS

## **I. INTRODUCTION**

Le besoin de contrôler avec précision les différentes pièces mécaniques notamment les défauts de forme (axe d'un alésage par exemple) par rapport aux éléments de référence, demande la mise en place de dispositifs de mesure assurant des déplacements contrôlables dans l'espace. D'autre part, l'évolution des techniques de fabrication a permis d'obtenir des surfaces relativement complexes. L'utilisation des appareils de mesure monodimensionnels tels que le micromètre, le comparateur, la colonne de mesure, ou bidimensionnelles tel que le microscope optique devient inadaptée ou nécessite l'emploi d'accessoires onéreux et coûteux. Donc, il est nécessaire d'employer d'autres techniques de mesure capables de faire des mesures tridimensionnelles.

Depuis plusieurs décennies d'années, le contrôle tridimensionnel des pièces mécaniques est effectué par palpage au moyen d'une Machine à Mesurer tridimensionnelle (MMT) à contact. Actuellement, des dispositifs de mesure sans contact apparaissent aux côtés des MMT classiques. Ces derniers utilisent des capteurs sans contact permettant de numériser des surfaces dans un temps très court (10000 à 20000 points par seconde), et présentent l'avantage de procéder à des cadences de mesure élevées mais avec une précision moindre (facteur 10) comparativement avec la MMT à contact.

## **II. LA TECHNIQUE DE MESURE TRIDIMENSIONNELLE ASSISTER PAR ORDINATEUR (M.T.A.O)**

La mesure tridimensionnelle est une nécessité pour des différentes pièces mécaniques, soit parce que le contrôle géométrique est nécessaire, soit parce que les instruments monodimensionnels sont incapables de mesurer certaines cotes. Donc l'idée de mesurer suivant trois coordonnées s'impose. Les constructeurs SIP (Suisse) ou DEA (Italie) ont développé des machines à mesurer tridimensionnelles proprement dites. Citons par exemple la machine Suisse SIP 420M [1], cette machine a été réalisée au début des années soixante).

Sur cette machine, les axes horizontaux sont motorisés, l'axe vertical est manuel, la lecture est optique. Sa précision de mesure est de  $1\mu$ .

A ce niveau des équipements, la procédure de contrôle est très longue à cause de la lecture visuelle des valeurs, relevées manuellement et traitées par l'opérateur, ce qui engendre les erreurs de mesure. Il faut noter aussi que parfois, la cote fonctionnelle est mesurée indirectement, ce qui peut conduire un rebut des pièces bonnes.

La machine à mesurer tridimensionnelle assistée par ordinateur est venue à point pour palier à de nombreux inconvénients des appareils conventionnels. Avec cette machine, il est maintenant possible d'accéder directement à la cote fonctionnelle et de mesurer des surfaces gauches (surfaces trop complexes) avec ces moyens. Ses avantages étant très nombreux.

### **III. LES DIFFERENTES TECHNIQUES DE MESURE TRIDIMENSIONNELLE ASSISTEE PAR ORDINATEUR**

On peut recenser un nombre important des techniques de mesure tridimensionnelle dans l'industrie et en laboratoire. Cependant, il faut bien savoir que le choix de l'une d'entre elles dépend de beaucoup de paramètres, comme les dimensions de l'objet, sa matière, le temps dont on dispose pour numériser, etc. Si l'on tient compte de toutes les contraintes avec des priorités différentes, le choix est alors facile, étant donné la spécificité de chaque technique.

Nous ferons un bref aperçu des techniques les plus utilisées en pratique, et de celles qui sont les plus simples à concevoir. Un premier classement consiste à séparer les techniques qui présentent un contact physique entre le système de mesure et l'objet à mesure, et celles qui n'exigent pas le contact.

#### **III.1. Les techniques de mesure tridimensionnelles (MTAO) avec contact**

Le fait que ces techniques exigent un contact du système de mesure avec l'objet à mesure constitue leur caractéristique commune.

Un exemple de ces systèmes est un bras mobile ou (MMT) qui possède un capteur de contact à son extrémité. Ce bras peut se déplacer où il veut sur l'objet, et dès qu'il touche un point de cet objet, il déduit ses coordonnées tridimensionnelles à partir de la position du bras (palpeur). Ce dernier peut être commandé soit manuellement, soit automatiquement. Les techniques de mesure tridimensionnelles avec contact présentent des performances pouvant satisfaire les exigences du bureau d'étude; leur limitation résidant essentiellement dans le temps de mesure relativement long et aussi elles exigent par exemple d'avoir des objets solides et peu fragiles

##### **III.1.1. Principe de mesure sur une machine à mesure tridimensionnelle**

Une machine à mesure tridimensionnelle est dotée d'un palpeur qui permet de fournir, dans un référentiel triaxial cartésien ou non assuré par les guidages en translation orthogonaux deux à deux, les coordonnées d'un point à la surface d'une pièce. Ainsi, si l'on désire définir la distance entre deux points, il suffit de programmer dans le calculateur de commande de la

machine la relation mathématique correspondant et de relever les coordonnées des ces points. En relevant plusieurs points, on peut calculer l'élément géométrique qui matérialise la surface palpée. Par exemple, en palpant trois points, on peut calculer le plan qui passe par ces points (en palpant plusieurs points, les logiciels équipant les MMT permettent de calculer le plan optimal passant au mieux par ces points : on parle d'optimisation). Désire-t-on connaître le diamètre d'une sphère, il suffit de palper plusieurs points sur toute la surface ou sur un portion seulement, le calculateur fournit le diamètre et la position du centre de la sphère. Une MMT est donc une machine à saisir et à traiter les points palpés. La première fonction « saisir les points » est assurée par le palpeur la seconde « traiter les points » par logiciel [1].

Lorsqu'il s'agit de faire une comparaison de la surface mesurée à son modèle théorique établi par modélisation mathématique ou numérisation (par exemple, par la Conception Assistée par Ordinateur (CAO)), il est nécessaire de définir les points à mesurer par leurs coordonnées et leurs normales associées orientées à l'extérieur de la matière [1].

Sur une MMT, on peut rapporter mathématiquement les coordonnées relevées dans le référentiel machine au référentiel lié à la pièce qui est construit d'une façon quelconque par rapport au premier. Ce qui permet de se dispenser totalement de tout dégauchissage mécanique qui est nécessaire dans les procédés conventionnels de contrôle dimensionnel [1].

L'inconvénient majeur de la mesure sur une machine à mesure tridimensionnelle est le long temps de mesure, ainsi que le nombre de points relevés pour une surface. Il est souvent insuffisant pour nous donner une information riche sur la surface à mesurer.

### **III.2. Les techniques de mesure sans contact**

Ces techniques sont a priori plus intéressantes, du fait qu'elles sont sans contact. Elles offrent plus de rapidité et d'efficacité dans leur utilisation. Il arrive souvent que l'on n'ait pas un accès direct à l'objet, ce qui rend impossible l'utilisation de tels appareils [2].

Les techniques de mesure sans contact sont aujourd'hui employées dans le cadre de la reconstruction de surfaces (revers engineering) [3] où il s'agit à partir de la mesure d'un objet de reconstruire un modèle CAO. La précision reste ici secondaire et les données sont très souvent corrigées, par lissage, pour obtenir la définition géométrique nominale du modèle CAO. Elles sont aussi concurrentes des techniques à contact dans le cas des surfaces gauches car elles s'avèrent plus rapides et plus souples d'utilisation. Toutefois, dans ce cadre, la précision est souvent de l'ordre de grandeur des tolérances des spécifications géométriques à contrôler. Il est nécessaire de maîtriser *les incertitudes de mesure afin de garantir la crédibilité du processus* [4].

#### **III.2.1. Stéréoscopie**

Cette technique se base sur la mise en correspondance de 2 photographies ou plus. Par un algorithme approprié, en relevant des points communs aux images, et connaissant les angles de prise de vue des photographies, on parvient à déterminer la hauteur de certains points.

Cette méthode n'est pas forcément très précise et exige des prétraitements de vision pour la reconnaissance des points communs, ou dans le cas contraire une intervention manuelle coûteuse en temps.

C'est une technique dite passive, car elle utilise seulement la radiation ambiante pour recueillir les informations nécessaires. Les techniques qui suivent sont dites actives car elles utilisent leur propre source d'énergie et sont capables de la contrôler [5].

### III.2.2. Projection

Le principe de cette méthode est de projeter une grille lumineuse sur un objet et d'en déduire les dimensions de l'objet en question.

Le déroulement des opérations est le suivant :

- On projette une grille lumineuse la plus fine possible sur l'objet. Les dimensions de la grille doivent être en rapport avec les dimensions de l'objet. Elles déterminent la précision avec laquelle on souhaite obtenir les données de hauteur.
- Ensuite, on prend une photographie de la scène sous un angle connu et on mesure à la main ou de manière automatique les courbes suivies par les lignes de la grille. Sachant que la hauteur d'une surface détermine directement la déviation d'une ligne projetée, on peut en déduire assez facilement les dimensions verticales de l'objet. Pour cela, il faut connaître précisément les angles de projection de la grille et ceux de la prise de vue.

Cependant, on peut constater que beaucoup de paramètres entrent en ligne de compte pour juger de la précision de la mesure. Par exemple, l'angle de prise de vue de la photographie déterminera quelles surfaces seront étudiées, et quelles autres seront omises du calcul car elles sont tout simplement invisibles, cachées derrière l'objet.

Pour palier au problème d'occlusion, on peut penser à prendre 2 photographies, ce qui donnera une image stéréo de l'objet. Si cela ne suffit pas, on peut prendre autant de mesures que l'on veut, du moment que l'on parvient à rassembler toutes ces données pour obtenir un résultat cohérent.

De même, pour une utilisation rapide de cette technique, il est possible de ne projeter qu'une ligne sur l'objet et de déplacer soit l'objet, soit la source de projection. En temps réel avec une ou plusieurs caméras d'acquisition, il est possible de mesurer les dimensions tridimensionnelles de l'objet.

### III.2.3. Numérisation sonore ou magnétique (mesure par temps de parcours)

Ce système utilise le principe de réflexion des ondes sur des parois. Il s'agit de positionner une sonde émettrice à différents endroits de l'objet, ainsi que plusieurs capteurs fixes autour de la scène. La sonde émet une onde, et en comparant les délais de réception du signal par les capteurs on peut en déduire les coordonnées du point le plus proche de la sonde.



Les inconvénients de cette méthode sont nombreux, elle est lente et peu précise du fait de sa sensibilité aux réflexions. Dans le cas d'une onde magnétique, les objets métalliques sont impossibles à acquérir [2].

### **III.2.4. Microscope**

Nous ne ferons que citer cette technique qui est très exigeante en temps, et peu efficace; de plus, elle n'est pas facilement automatisable.

En fait, il est possible de mesurer la hauteur d'un objet en effectuant une mise au point sur la surface visée. Par contre, cette technique ne concerne évidemment que les objets qui peuvent être visualisés par un microscope, donc de dimensions très faibles.

Cependant, il pourrait être possible d'imaginer un système analogue de la dimension d'un appareil photographique pour des applications à l'échelle humaine.

### **III.2.5. Interférométrie**

Cette technique sert principalement à mesurer des hauteurs de l'ordre du nanomètre, en utilisant des sources de laser cohérentes, et en analysant les figures d'interférences générées par la superposition des lasers.

Nous n'entrerons pas dans les détails, car nos travaux ne rentrent pas du tout dans des dimensions si faibles. [2]

### **III.2.6. Technique de triangulation**

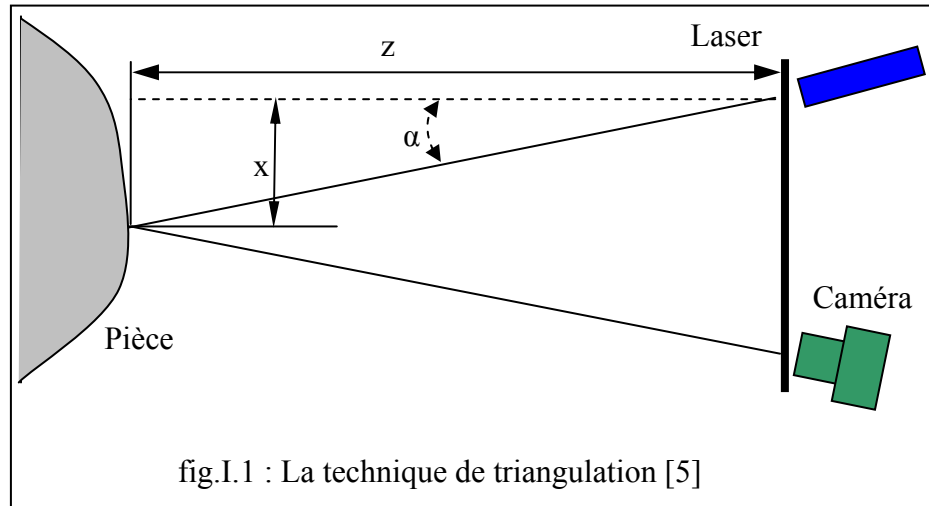
Les capteurs à triangulation sont très peu coûteux. Cependant, le logiciel nécessaire à l'obtention de l'information de distance est souvent plus complexe. L'idée fondamentale de la triangulation est la suivante :

On projette sur l'objet un faisceau lumineux (ligne ou point.) , ensuite on étudie l'intersection du faisceau avec l'objet ce qui nous permet de calculer les coordonnées des points. En effet, connaissant la position de l'observateur (caméra), il est facile (par trigonométrie) de retrouver la distance du point considéré. Fréquemment, le rapport géométrique est obtenu par un procédé de calibration. La figure I-1 montre le schéma d'un capteur à triangulation [5].

On peut classer les capteurs par triangulation selon le type de lumière projetée :

#### 1) projection d'un point :

Un faisceau lumineux, habituellement issu d'un laser, illumine un point sur la surface de l'objet. Un détecteur monodimensionnel, tel qu'une barrette de photodiodes, suffit à l'acquisition du signal réfléchi. A chaque acquisition, un point unique est numérisé sur la surface de l'objet mesuré.



## 2) Projection d'un trait :

Le faisceau peut être remplacé par un trait lumineux. Ce type de capteur est potentiellement plus rapide que les capteurs à projection de point, parce qu'à chaque acquisition, l'ensemble de la trace lumineuse est numérisé. Toutefois, un détecteur bidimensionnel est nécessaire, habituellement une camera CCD.

## 3) Projection d'un photon de lumière structurée :

Il est également possible de projeter un nuage de points, des traits parallèles et des grilles. Ces méthodes permettent l'échantillonnage immédiat de toute une surface. Elles posent néanmoins des problèmes d'interprétation et sont intrinsèquement moins précises.

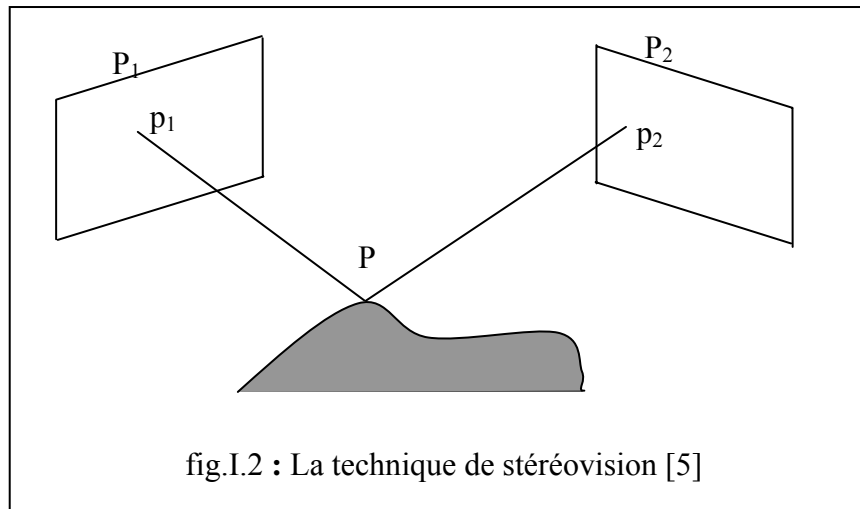
### III.2.7. Techniques de stéréovision

Les techniques passives de stéréovision utilisent des contraintes entre deux ou plusieurs caméras pour calculer l'information de distance. La (fig.I.2) illustre le principe de la stéréovision. Tout point  $p$  d'une surface visible depuis les deux caméras se projette en  $p_1$  sur le plan image  $P_1$  et en  $p_2$  sur le plan image  $P_2$ . Les plans de coordonnées de l'image des deux caméras sont reliés par une transformation connue. L'identification des points dans les deux images qui correspondent au même point 3D dans la scène nous permet de calculer les coordonnées du point 3D. Les problèmes difficiles dans la vision stéréo sont la sélection de caractéristique identique dans les deux images est l'établissement des correspondances. Typiquement, des points de haut gradient (bords de l'image) sont choisis comme points candidats pour la correspondance, et les procédures heuristiques de recherche tentent de former les correspondances [5].

Selon la provenance des images, la vision stéréo peut être classifiée en vision stéréoscopique statique et stéréoscopique dynamique

La vision stéréoscopique statique, utilise plusieurs vues prises selon des positions différentes et au même instant [5].

-la vision stéréoscopique dynamique, utilise plusieurs vues prise à des instants différents .pour une scène fixe, on déplace la caméra. Pour le capteur fixe, on déplace l'objet [3].

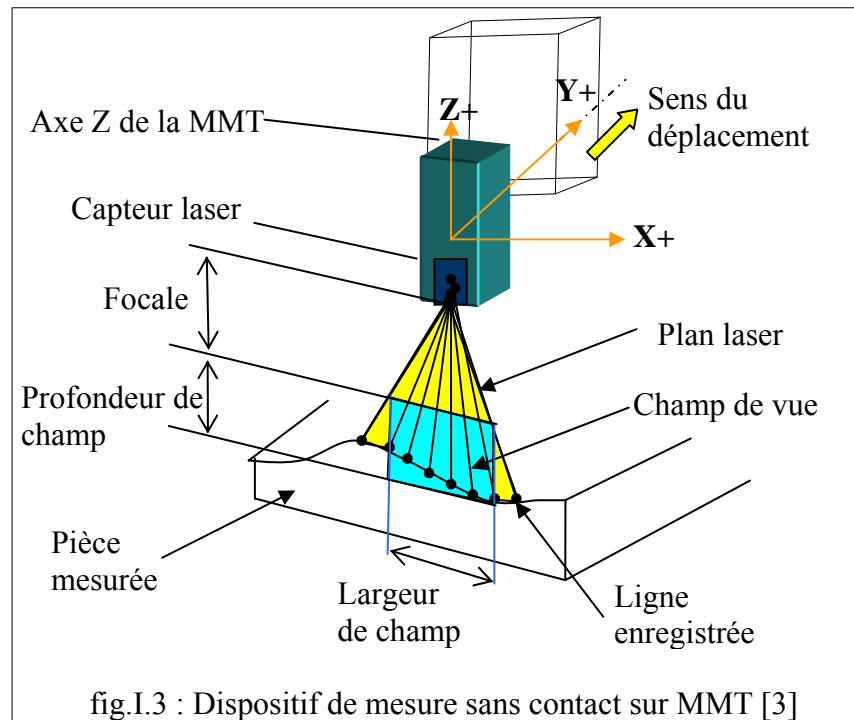


#### IV LA TECHNIQUE DE MESURE TRIDIMENSIONNELLE SANS CONTACT

La mesure 3D sans contact est de même principe que la mesure 3D avec contact (par MMT) sauf en remplaçant les palpeurs par des capteurs laser (fig.I.3.). Ces capteurs à balayage laser sont capables de relever des milliers de points par seconde (10000 à 20000 points par seconde), en réduisant considérablement le temps de numérisation et de mesure. Une sonde laser peut ramener le temps de mesure des composants de forme gauche même très complexes de plusieurs heures [4], parfois des jours, à quelques minutes. Le balayage laser donne comme résultat un nuage de points tridimensionnels qui peut être traité par la suite aussi bien pour la reconstruction mathématique de la surface que pour la comparaison avec le modèle CAO de la pièce

Tous système de mesure 3D sans contact composer de :

- Support mécanique
- Dispositif de numérisation (capteur)
- Système de traitement



#### IV.1 Le support mécanique

Pour balayer une surface, le capteur doit être monté et déplacé par un support mécanique externe. Ce support définit aussi le nombre de degrés de liberté dont disposera le capteur. De manière générale, le capteur peut être monté sur une grande variété de supports mécaniques, difficiles à représenter au travers d'un modèle unique. Les principaux types de supports sont :

- Les MMT
- Les structures mécaniques du type robot cartésien
- Les bras de robot

La position et l'orientation du capteur sont obtenues en résolvant les équations cinématiques directes ou inverses.

##### IV .1.1 Machine à Mesurer Tridimensionnelle

Le capteur laser utilisé dans notre travail est monté sur une MMT pour réaliser un recalage mécanique précis entre les vues, et placer le capteur dans la position souhaitée. La MMT permet d'avoir 5 degrés de liberté, dont trois pour la position spatiale et deux pour l'orientation du capteur. Le support mécanique limite l'espace de travail ou espace maximal dans lequel la pièce à numériser doit être incluse. Pour la MMT, cet espace est un parallélépipède où les côtés  $dm_x$ ,  $dm_y$ ,  $dm_z$  représentant respectivement les déplacements maximaux du capteur dans les directions X, Y et Z.

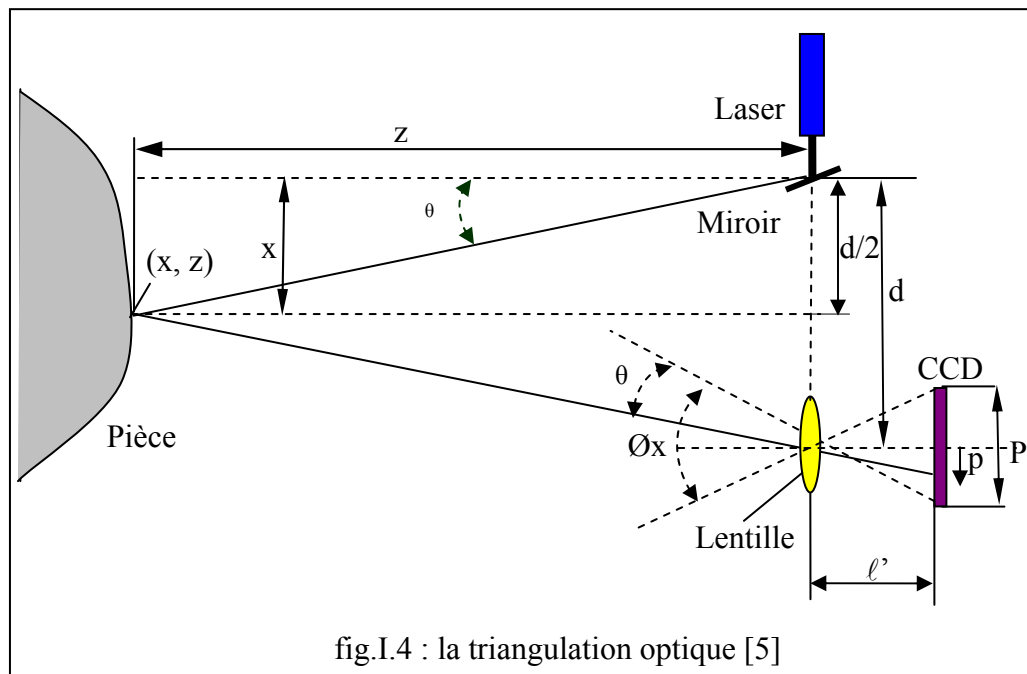
## IV.2 Dispositif de numérisation

Comme nous l'avons signalé précédemment que l'idée fondamentale pour réduire le temps de contrôle 3D des pièces mécaniques est de remplacer les capteurs à déclenchement par contact par des capteurs sans contacte (capteur laser).

### IV .2 .1 Différents types des dispositifs de numérisation

#### IV .2 .1 .1 Le capteur de profondeur

Le principe géométrique de la triangulation optique est représenté sur la figure suivante (fig.I.4). Le faisceau lumineux produit par laser est guidé par un miroir et balayé sur l'objet. Une caméra, constituée d'une lentille et d'un détecteur photoélectrique de position comme une cible CCD (charge coupled device) , mesure la position de l'image du point lumineux sur l'objet [5] .



On peut calculer les coordonnées tridimensionnelles du point lumineux sur l'objet par simple trigonométrie, de la façon suivante :

$$z = \frac{d \cdot \ell'}{2 \cdot p} \quad (I.1)$$

et  $x = z \cdot \text{tang}(\theta)$

y mesurée par la MMT (I2)

où p est la position du faisceau réfléchi sur le capteur CCD,  $\theta$  l'angle de déflexion du rayon laser, d est la distance séparant la lentille de la source du faisceau laser.

$$\ell' = \frac{\ell \cdot f}{\ell - f} \quad (\text{I.3})$$

Où  $f$  est la longueur focale de la lentille et  $\ell$  la distance au plan de l'objet. Supposons que  $\ell \approx \infty$  alors  $\ell' \cong f$  et dans l'équation (1)  $z$  devient :

$$z = \frac{d \cdot f}{2 \cdot p} \quad (\text{I.4})$$

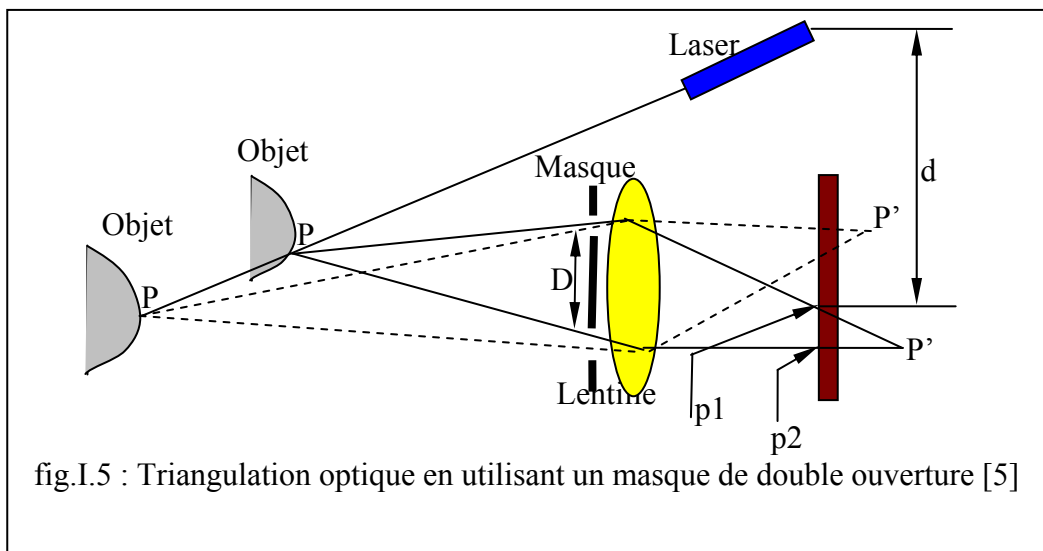
#### IV.2.1.2. Le capteur Biris

Au lieu d'utiliser la position du laser pour calculer les coordonnées 3D du point sur l'objet, deux vues ou plus peuvent être utilisées. Une possibilité est d'employer deux caméras ou plus pendant la triangulation. Une autre approche est d'utiliser les propriétés de défocalisation d'une lentille standard. L'utilisation d'un masque à double ouverture devant une caméra CCD simple fournit un capteur de profondeur 3D très compact, robuste et léger. Comme on peut voir à la (figure I.5) puisqu'il y a deux ouvertures dans le détecteur CCD. Le rayon réfléchi créera deux points  $p_1$  et  $p_2$  sur le détecteur CCD. La séparation  $b$  entre ces deux points ( $b = p_1 - p_2$ ) et liée à la distance entre la caméra et le point sur l'objet [3], par l'équation suivante [5]:

$$z = \frac{\ell}{\ell^{-1} + \theta \cdot k_p \cdot p + (1 - \theta) \cdot k_b \cdot b} \quad (\text{I.5})$$

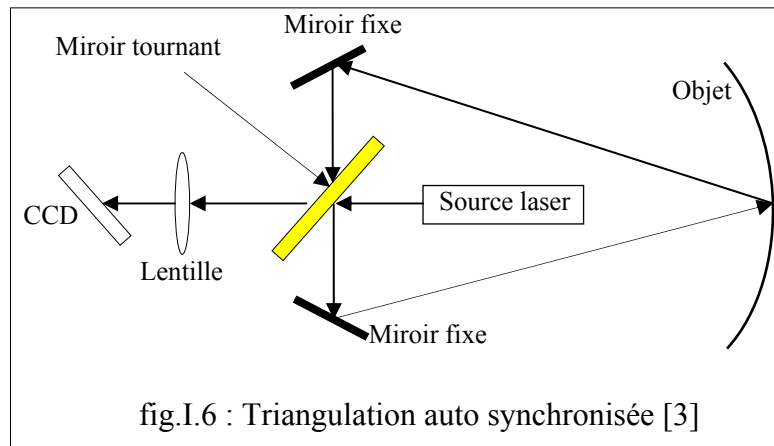
Avec :  $k_p = \frac{\ell - f}{f \cdot d \cdot \ell}$ ,  $k_b = \frac{\ell - f}{f \cdot D \cdot \ell}$  (I.6)

$\ell$  la distance de défocalisation de la caméra,  $d$  la base de triangulation,  $f$  la longueur focale de la lentille et  $p$  ( $p = p_1 + p_2$ ) la position prise du pic sur le détecteur C



### IV.2.1.3. Le capteur Auto- synchronisé

Le capteur auto- synchronisé fonctionne selon le principe de triangulation (fig.I.6) la rotation d'un miroir tournant, à deux faces, provoque la projection du laser, par une des faces du miroir, selon une ligne sur la surface scannée. Le rayon réfléchi est, quant à lui projeté sur l'autre face du miroir. Focalisé ensuite par une barrette CCD, il permet de déterminer les coordonnées des points dans le plan laser (fig.2) [3].



## IV .3 Système de traitement

Le résultat de la mesure 3D sans contact par scanning laser qui permet de numériser la pièce à mesurer, c'est à dire, convertir la pièce à mesurer en un nuage de points, est un nuage de points donnés sous forme d'un fichier numérique

. Le traitement des nuages de points correspondant à la pièce consiste à :

1. découper le nuage initial en nuage élémentaire correspondant à des surfaces simples, en évitant les bords. Cette étape est appelée segmentation;
2. reconstruire une surface passante par les points du nuage élémentaire sélectionné (celle-ci correspond à la surface de référence de la spécification) : étape de mise en correspondance.
3. éliminer les points aberrants résultante de procédure de scanning laser. On supprime par exemple 5% des points les plus éloignés suivant la normale au plan reconstruit, de part et d'autre de ce plan.
4. recherche par exemple la distance des points à ce plan de référence théorique. Pour cela on utilise la fonction « analyse de distance » de CATIA : on désigne comme « premier élément » le plan infini, puis comme « second élément » le nuage élémentaire correspondant à la surface à contrôler par rapport à la surface de référence. On mesure ainsi la distance de chaque points du nuage par rapport au plan infini référence [3].

## V. RECAPITULATIF DE LA PROCEDURE DE MESURE 3D SANS CONTACT

La mise en oeuvre de la technique de mesure 3D sans contact dans le contrôle des pièces mécaniques consiste à :

1. Analyser le dessin de définition et étudier la faisabilité de mesure de la pièce par la MMT sans contact
2. Choisir les surfaces à mesurer
3. Positionner la pièce sur le marbre de la MMT
4. Calibrer le capteur, définir le champ de vue
5. Définir la configuration optimale de la position du capteur par rapport à la pièce sur la base de l'incertitude minimale en fonctions des paramètres ( $\beta$ ,  $\alpha$ ,  $d$ )
6. Si nécessaire, refaire l'opération de mesure au moins cinq fois
7. Récupérer les fichiers numériques correspondant à la pièce mesurée
8. Traiter le nuage de points obtenus
9. Vérifier la conformité de la pièce par rapport au dessin de définition

## VI. PLACEMENT AUTOMATIQUE DU CAPTEUR

La procédure de numérisation des surfaces est généralement composée d'un sous-système de numérisation (capteur) et d'un sous-système pour le support et le déplacement du capteur. En effet, quand un capteur visualise des caractéristiques d'un objet depuis un point de vue particulier, une partie des caractéristiques de l'objet peuvent ne pas être visibles. Les raisons de ceci peuvent être due :

- La caractéristique est cachée par une ou certaines parties de l'objet ou par d'autres objets dans l'environnement [5].
- Les caractéristiques se trouvent en dehors des limites du champ visuel du capteur. Plusieurs images prises à différents points de vue sont donc nécessaires pour numériser toutes les caractéristiques visibles d'un objet. Donc, soit l'objet, soit le capteur doit être déplacé

Dans la pratique, le capteur doit être mobile pour éviter les occlusions et pour pouvoir se positionner de façon optimale pour numériser les caractéristiques d'intérêt. Cette mobilité du capteur produit un nouveau problème : la gestion du déplacement du capteur. Pourtant, un module de choix automatique du placement des capteurs peut s'avérer très utile pour donner au système de mesure plus d'autonomie et de flexibilité. ce module peut être intégré dans les séquences d'analyse d'images et mettre en évidence par conséquent la relation qui existe entre une tâche de mesure donnée et les configuration acceptables des capteurs et des sources pendant l'exécution de cette tâche. Les avantages de passer par une telle procédure sont nombreux

- le positionnement du capteur est automatique et systématique.
- les erreurs humaines sont éliminées.
- les procédures de synthèse de positions de la caméra conduisent à une description complète des positions acceptables du capteur.



La question qui se pose alors est la suivante : comment placer le capteur Pour numériser un objet (ou un ensemble d'objet) donné ? L'étude d'un tel problème conduit généralement à un ensemble des positions possibles de capteur et se ramène donc à un problème d'optimisation du déplacement de capteur selon des critères bien précis. La détermination de la meilleure position d'emplacement de capteur a toujours été une question importante dans des domaines de recherche, telles que la navigation de robot, reconnaissance d'objets, l'inspection et la manipulation automatiques.

Le but de l'inspection est de contrôler les spécifications géométriques d'un produit. Dans le contexte industriel, ceci implique d'évaluer la conformité des objets 3D manufacturés aux tolérances géométriques. Pourtant, la réalisation de ce but exige que les dimensions de l'objet soient exactement mesurées. Les systèmes sans contact conviennent aux tâches d'inspection non seulement en raison de leur vitesse, mais également en raison de la flexibilité élevée de mesure offerte. La flexibilité se trouve dans la capacité de modifier l'emplacement et l'orientation des points de vue du capteur pour adapter des changements dans la forme de l'objet à examiner.

L'information qui est souvent disponible peut être employée à déterminer automatiquement beaucoup de paramètres pour l'emplacement du capteur. Par exemple, l'information physique et géométrique des objets peut être extraite à partir du modèle CAO de ces pièces qui sont souvent disponibles dans l'environnement de fabrication contemporain.

L'automatisation complète de la tâche d'inspection de pièces manufacturées exige la mise au point des stratégies de placement du capteur pour l'acquisition des données

## **VII. SOURCE DES ERREURS LORS DE LA MESURE DES PIECES MECANIKES**

### **VII .1 Sources des erreurs dues aux problèmes physiques**

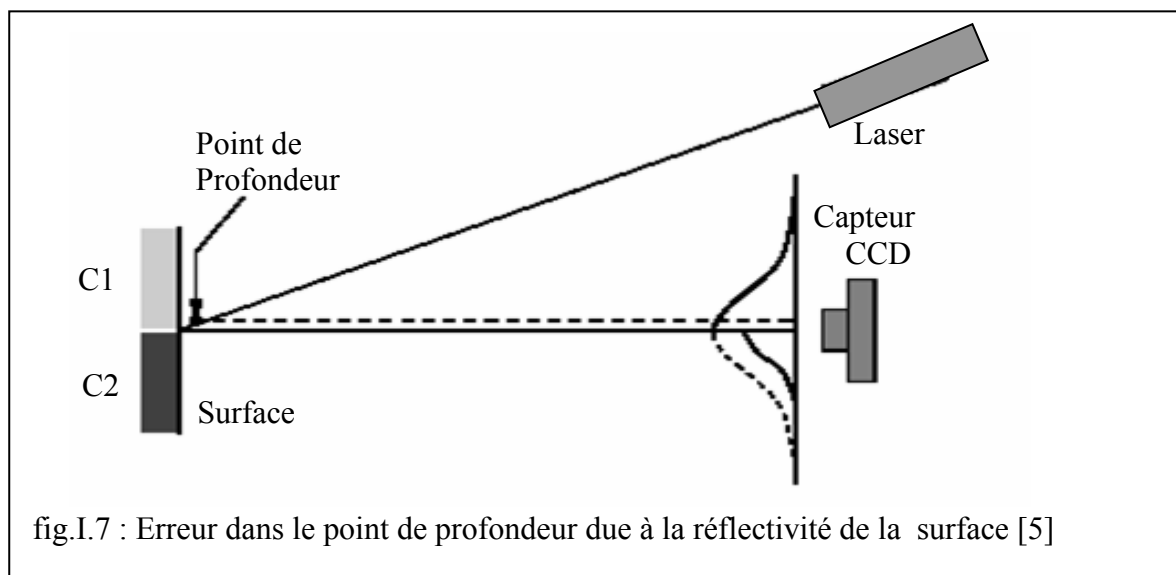
Pour les systèmes optiques de triangulation, l'exactitude des données de profondeur dépend de l'interprétation appropriée de l'image sur le capteur CCD qui est produit par la lumière réfléchi sur l'objet . L'approximation la plus commune est de ramener le problème à trouver le «centre» d'une impulsion monodimensionnelle, ou le centre fait référence à la position sur le capteur, qui donne avec la plus grande probabilité, le centre du rayon. Typiquement, les chercheurs ont opté pour une valeur statistique telle que la moyenne, la médiane ou le pic de la lumière reflétée pour définir le centre. Les lasers émettent la lumière avec un faisceau d'intensité qui a un profil gaussien. Si l'énergie du faisceau n'est pas perturbée (dégradée ou coupée), le rayon produit une image gaussienne sur le capteur CCD, Si l'énergie du faisceau est perturbée, la taille et le profil du faisceau dans l'image sera modifié, et l'exactitude des valeurs statistiques diminue les perturbations de la forme de la lumière reflète se produisent chaque fois que :

- La réflectivité de la surface change.
- La surface est très réfléchissante.
- La géométrie de la surface a discontinuités.
- Le faisceau lumineux et partiellement occlus
- La lumière est cohérente, et la surface et suffisamment rugueuse pour introduit la granularité laser, couramment appelé *speckle* (la longueur d'onde du laser et proche de la rugosité de la surface à mesurer),

### VII.1.1. Variation de la réflectivité de surface

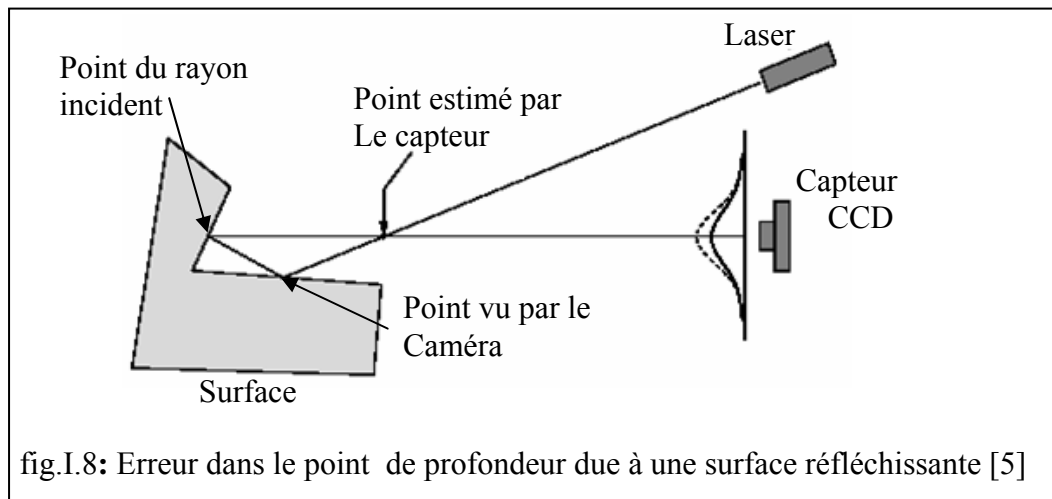
Un modèle bien connu de réflectivité est le modèle *lambertien*, qui suppose qu'un point sur la surface semble également lumineux dans toutes les directions de vue. Ceci correspond bien au comportement des surfaces rugueuses et non spéculaires, ainsi que de divers matériaux comme la peinture et le papier mat .si nous représentons la direction et la quantité de lumière incidente par un vecteur, la réflectivité d'une surface lambertienne idéale est simplement proportionnelle au produit scalaire entre ce vecteur et la normale unitaire à la surface numérisée.

La fig.I.7 montre une surface avec deux constantes d'*albedo*, ce qui produit un changement de la surface. Cette variation de réflectivité produit un changement de forme gaussienne de l'image sur le capteur CCD, et en conséquence une erreur sur la détermination de la position du point [5].



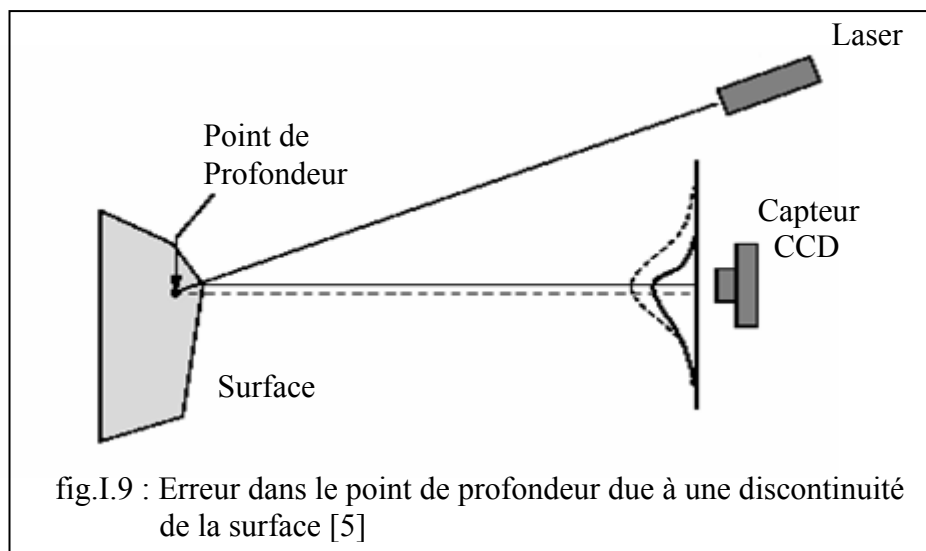
### VII .1. 2 Surface réfléchissante

Ce problème apparaît quand une pièce avec des surfaces très réfléchissantes a une géométrie comme celle de la fig.I.8. Le faisceau laser tombe sur une surface de l'objet qui ne peut être vue par le capteur CCD. Cependant le rayon de lumière se réfléchit pour finalement tomber sur un autre point de l'objet qui est vu par le capteur. Un point qui n'est pas sur la surface est déterminé comme point de profondeur (fig.I.8) permet également de comprendre pourquoi certains points ou surfaces d'un objet ne peuvent pas être mesurés : soit ils sont vus par la caméra mais ils ne sont pas touchés par le faisceau laser. Soit ils sont touchés par le faisceau laser mais ne peuvent pas être vus [5].



### VII .1 .3. Surface avec des discontinuités

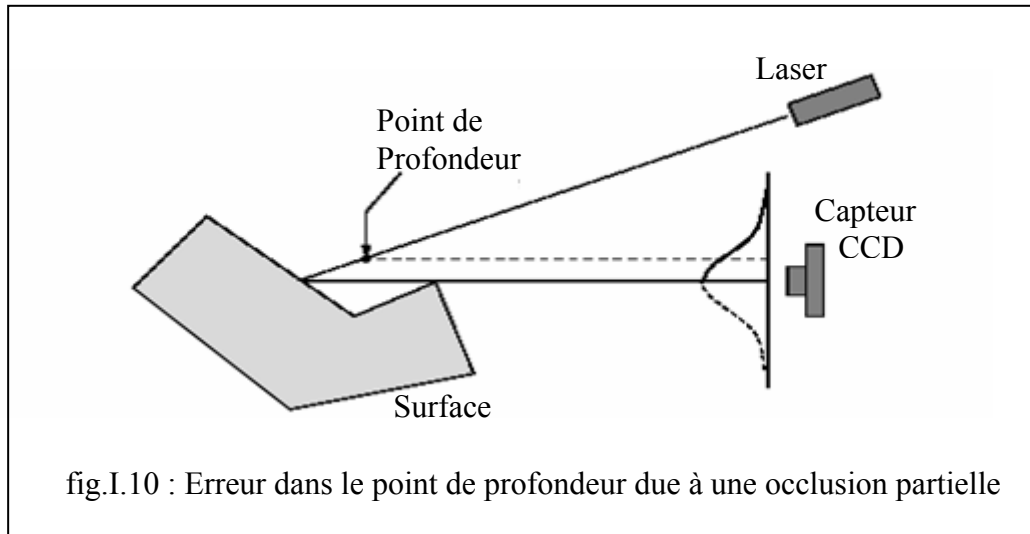
Quand le faisceau laser tombe sur un coin d'une surface comme on peut le voir dans la (fig.I.9), la moitié droite de la gaussienne de lumière réfléctée sur le capteur CCD, est beaucoup plus comprimée que la moitié gauche. Le résultat est une variation de la moyenne ce qui donne une estimation de mesure de profondeur incorrecte. Pour d'autres formes géométriques, le faisceau laser près d'un coin peut tomber en dehors de la surface, mais une certaine réflexion de lumière est acquise par le capteur, donc un point de profondeur est trouvé là où il n'y a aucune surface.



### VII .1 .4 Le faisceau est partiellement occulté

La fig.I.10 montre l'effet d'occlusion d'une ligne de la vue entre la surface touchée par le faisceau laser et le capteur CCD. Une partie du rayon laser qui se reflète sur l'objet est bloquée avant d'atteindre le capteur CCD. Par conséquent, la valeur moyenne de l'intensité de

l'image donne un point de profondeur incorrect. Cette erreur dans la mesure du point de profondeur est semblable à l'erreur produite par la surface avec des discontinuités

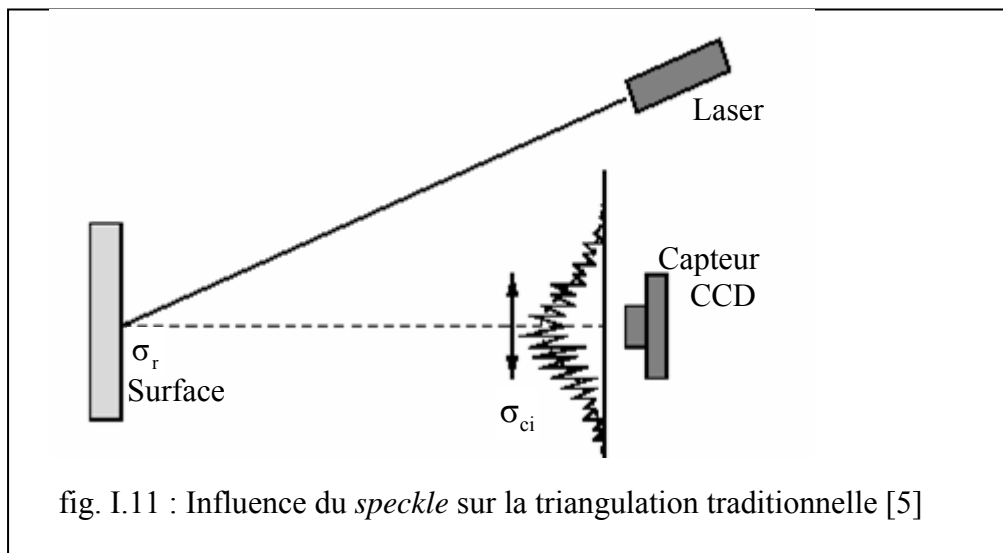


### VII .1. 5 La granularité laser ou *speckle*

Elle surgit quand la lumière cohérente du laser tombe sur une surface qui est rugueuse comparée à la longueur d'onde du laser. La rugosité de la surface produit des variations aléatoires des longueurs de chemin optiques, causant une configuration d'interférence aléatoire dans tout l'espace et sur le capteur. Pour des systèmes de triangulation, le résultat est une impulsion réfléchie ayant une composante de bruit qui affecte la détection moyenne de l'impulsion, causant des erreurs dans les mesures de profondeur, même pour une surface plane [5].

L'influence du *speckle* dans la mesure de profondeur pour la triangulation traditionnelle est présentée dans la figure I.11. L'image gaussienne du faisceau laser est bruitée, produisant un décalage aléatoire dans la position de la valeur moyenne  $ci$  l'incertitude sur la position de la moyenne  $\sigma_{ci}$ , produit une incertitude sur le point de profondeur observée  $\sigma_r$ .

Les erreurs de la mesure de profondeur dues au changement de la réflectivité de la surface, lors de mesures sur des pièces industrielles, sont généralement réduites par l'application d'une couche de peinture sur toutes les surfaces à mesures de l'objet.



Quant aux problèmes dus aux surfaces réfléchissantes, avec des discontinuités ou des problèmes d'occlusion, nous pouvons les diminuer en contrôlant l'emplacement du capteur lors de la numérisation de cette surface. En effet, la connaissance du modèle CAO de l'objet à numériser, et les caractéristiques de numérisation du capteur utilisé, nous permettent de déterminer, le meilleur emplacement du capteur, et ainsi réduit ces erreurs.

## VII. 2. Source des erreurs d'un capteur à balayage laser

Les sources d'erreurs de ces capteurs se rapportent [4]:

1. au capteur
2. à la machine à mesurer tridimensionnelle (MMT)
3. au système de traitement

### VII. 2.1 Erreurs dues au capteur

Elles sont de deux types : intrinsèques et extrinsèques. Les premières caractérisent la qualité métrologique du capteur. Elles sont déterminées lors de la phase de calibration du capteur. Généralement, l'utilisateur n'a pas accès à la correction de ces erreurs : une certaine incertitude est garantie par le constructeur pour un champ de vue donné. A noter que plus la fenêtre est étroite, plus l'incertitude est faible.

Les erreurs extrinsèques sont dues à la position du capteur par rapport à la pièce mesurée (distance capteur-pièce, angles d'orientation du capteur par rapport à la pièce) et d'autres erreurs externes telles que la nature du matériau constituant la pièce, son état de surface, etc. Ces dernières ne sont pas négligeables et sont souvent délicates à mesurer ou à estimer. Elles peuvent être réduites en utilisant des produits rendant la surface mate et diminuer la rugosité [6].

### VII. 2.2 Erreurs liées à la machine

Elles sont liées aux systèmes de guidage et de positionnement de la tête de mesure. Elles sont faibles et peuvent être négligées du fait que les techniques de correction de justesse et de fidélité de la machine les limitent à quelques microns.

### VII. 2.3 Erreurs liées au système de traitement

Ces erreurs sont difficilement quantifiables car elles émanent de plusieurs sources :

- discrétisation des mesures qui, dans le cas de défauts de forme et d'état de surface, peuvent donner des erreurs non négligeables
- densité de nuage de points numérisés non uniforme. On rencontre particulièrement cette situation dans certaines zones difficilement atteignables telles que les surfaces concaves, les trous, ...). Dans ce cas, la densité sera plus faible que la densité moyenne de mesure.
- les algorithmes de segmentation et les algorithmes d'optimisation peuvent aussi introduire des erreurs notables sur les résultats.

### **VIII. AVANTAGES ET INCONVENIENTS DE LA TECHNIQUE DE MESURES TRIDIMENSIONNELLES SANS CONTACT:**

1. le nombre de points mesurés est important et permet donc d'avoir une information plus riche, notamment en termes de défauts de forme [4].
2. réduction importante du temps de mesure.
3. automatisation des tâches en inspection.
4. c'est une méthode sans contact, donc, on peut l'utiliser pour des pièces de matériaux déformables.
5. utilisation exigeante pour les pièces de formes gauches et complexes.
6. Cependant, la précision globale de mesure de cette méthode n'atteint pas celles des mesures par palpation.
7. utilisation limitée uniquement à la mesure des surfaces que les rayons lumineux peuvent toucher ; les surfaces cachées sont impossibles à mesurer puisque la lumière se déplaçant en ligne droite [1].

### **IX. CONCLUSION**

Dans ce chapitre, nous avons essayé de présenter la technique de mesure tridimensionnelle assistée par ordinateur (M.T.A.O). Nous avons présenté dans le premier temps la technique classique ou le contrôle des pièces mécaniques effectué par la machine à mesure tridimensionnelle à contact, Nous avons présentés ensuite la nouvelle technique qui a le même principe que la première, mais avec une cadence de mesure élevée et avec une précision moindre [3]. Enfin nous avons essayé d'appréhender les sources des erreurs de ces dispositifs complexes.

## Chapitre II :

# MODELISATION DES INCERTITUDES DE MESURE

## I. INTRODUCTION

Une indication quantitative sur la qualité d'un résultat de mesure d'une grandeur physique est nécessaire pour être utilisée par les utilisateurs, et ceci pour qu'ils puissent estimer sa fiabilité.

Au cas où cette indication n'est pas donnée, les résultats de mesure ne peuvent pas être comparés ni entre eux, ni par rapport à des valeurs de référence donnée dans une spécification ou une norme. Mais pour évaluer et exprimer l'incertitude du résultat d'un mesurage, existe-t-il une procédure facilement applicable, aisément compréhensible et largement acceptée pour cela ?

Avant d'aborder la modélisation des incertitudes de notre système de mesure, nous jugeons utile de rappeler quelques termes métrologiques généraux, quelques termes et concepts statistiques fondamentaux et de donner un aperçu des méthodes de calcul et d'évaluation de l'incertitude de mesure.

## II. TERMES METROLOGIQUES GENERAUX

Les définitions des termes métrologiques données dans ce mémoire proviennent du vocabulaire international des termes généraux et fondamentaux de métrologie (en abrégé VIM), deuxième édition [6].

### A) Grandeur

Attribut d'un phénomène, d'un corps ou d'une substance, qui est susceptible d'être distingué qualitativement et déterminer quantitativement, le terme grandeur peut se rapporter à une grandeur dans un sens général [exemple a] ou à une grandeur particulière [exemple b]

### Exemple

- a) grandeur dans un sens général : longueur, temps, masse, température, résistance électrique, concentration en quantité de matière ;
- b) grandeurs particulières
  - Longueur d'une tige donnée
  - Résistance électrique d'un échantillon donnée de fil

**B) Valeur d'une grandeur**

Expression quantitative d'une grandeur particulière, généralement sous la forme d'une unité de mesure multipliée par un nombre.

**C) Valeur vraie d'une grandeur**

Valeur compatible avec la définition d'une grandeur particulière donnée.

**D) Valeur conventionnellement vraie d'une grandeur**

Valeur attribuée à une grandeur particulière et reconnue, parfois par convention, comme la représentante avec une incertitude appropriée pour un usage donné.

**E) Mesurage**

Ensemble d'opération ayant pour but de déterminer une valeur d'une grandeur.

**F) Principe de mesure**

Base scientifique d'un mesurage, par exemple, effet Doppler utilisé pour le mesurage de la vitesse.

**G) Méthode de mesure**

Succession logique des opérations, décrites d'une manière générique, mises en oeuvre lors de l'exécution de mesurages.

**H) Mode opératoire de mesure**

Ensemble des opérations décrites d'une manière spécifique, mises en oeuvre lors de l'exécution de mesurages particuliers selon une méthode donnée.

**I) Mesurande**

Grandeur particulière soumise à mesurage.

**J) Grandeur d'influence**

Grandeur qui n'est pas le mesurande mais qui a un effet sur le résultat du mesurage.

**K) Résultat d'un mesurage**

Valeur attribuée à un mesurande, obtenue par mesurage.

**L) Résultat brut**

Résultat d'un mesurage avant correction de l'erreur systématique.

**M) Résultat corrigé**

Résultat d'un mesurage après correction de l'erreur systématique.



**N) Exactitude de mesure**

Étroitesse de l'accord entre le résultat d'un mesurage et une valeur vraie du mesurande.

**O) Répétabilité des résultats de mesurage**

Étroitesse de l'accord entre les résultats des mesurages successifs du même mesurande, mesurages effectués dans la totalité dans les mêmes conditions de mesure.

**P) Reproductibilité des résultats de mesurage**

Étroitesse de l'accord entre les résultats des mesurages du même mesurande, mesurages effectués en faisant varier les conditions de mesure.

**Q) Écart-type expérimental**

Pour une série de n mesurages du même mesurande, la grandeur  $s(q_k)$  caractérisant la dispersion des résultats est donnée par la formule :

$$s(q_k) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q})^2}{n - 1}} \quad (\text{II.1})$$

$q_k$  étant le résultat du  $k$ ème mesurage et  $\bar{q}$  la moyenne arithmétique des n résultats considérés.

**R) Erreur de mesure**

Résultat d'un mesurage moins une valeur vraie du mesurande.

**S) Erreur relative**

Rapport de l'erreur de mesure à une valeur vraie du mesurande.

**T) Erreur aléatoire**

Résultats d'un mesurage moins la moyenne d'un nombre infini de mesurages du même mesurande, effectué dans les conditions de répétabilité.

**U) Erreur systématique**

Moyenne qui résulterait d'un nombre infini de mesurages du même mesurande, effectués dans les conditions de répétabilité, moins une valeur vraie de mesurande. L'erreur systématique est égale à l'erreur moins l'erreur aléatoire.

**V) Correction**

Valeur ajoutée algébriquement au résultat brute d'un mesurage pour compenser une erreur systématique.

**W) Facteur de correction**

Facteur numérique par lequel on multiplie le résultat brut d'un mesurage pour compenser une erreur systématique.

### III. TERMES ET CONCEPTS STATISTIQUES FONDAMENTAUX

Les définitions des termes statistiques fondamentaux données dans ce mémoire proviennent de la norme internationale ISO 3534-1 [6].

#### a) Probabilité

Nombre réel dans l'intervalle 0 à 1, associé à un événement aléatoire.

#### b) Variable aléatoire

Variable pouvant prendre n'importe quelle valeur d'un ensemble déterminé de valeurs, et à laquelle est associée une loi de probabilité. Une variable aléatoire qui ne peut prendre que des valeurs isolées est dite « discrète ». Une variable aléatoire qui peut prendre toutes valeurs à l'intérieur d'un intervalle fini ou infini est dite « continue » .

#### c) Loi de probabilité

Fonction déterminant la probabilité qu'une variable aléatoire prenne une valeur donnée quelconque ou appartienne à un ensemble donné de valeurs.

#### d) Fonction de répartition

Fonction donnant pour toute valeur  $x$ , la probabilité que la variable aléatoire  $X$  soit inférieure ou égal à  $x$  :

$$F(x) = \Pr (X \leq x) \quad (\text{II.2})$$

#### e) Fonction de densité de probabilité

Dérivée (lorsqu'elle existe) de la fonction de répartition

$$f(x) = dF(x)/dx \quad (\text{II.3})$$

Avec  $f(x)dx$  est la probabilité élémentaire

$$\text{et : } f(x) dx = \Pr (x < X < x+dx) \quad (\text{II.4})$$

#### f) Fonction de masse

Fonction donnant, pour chaque valeur  $x_i$  d'une variable aléatoire discret  $X$ , la probabilité  $p_i$  que cette variable aléatoire soit égale à  $x_i$  :

$$p_i = \Pr (X = x_i) \quad (\text{II.5})$$

#### g) Paramètre

Grandeur utilisée pour décrire la loi de probabilité d'une variable aléatoire.

**h) Corrélation**

Liaison entre deux ou plusieurs variables à l'intérieur d'une loi. La plupart des mesures statistiques de corrélation ne mesurent que le degré de liaison linéaire.

**i) Espérance mathématique**

1. pour une variable aléatoire discret  $X$  prenant des valeurs  $x_i$  avec des probabilités  $p_i$ , l'espérance mathématique, si elle existe, est :

$$\mu = E(x) = \sum p_i x_i \quad (\text{II.6})$$

La somme est entendue à toutes les valeurs de  $x_i$  susceptibles d'être prises par  $X$ .

2. pour une variable aléatoire continue  $X$  ayant pour fonction de densité de probabilité  $f(x)$ , l'espérance mathématique si elle existe, est

$$\mu = E(x) = \int x f(x) dx \quad (\text{II.7})$$

L'intégrale est entendue au domaine de variation de  $x$

**j) Variable aléatoire centrée**

Variable aléatoire dont l'espérance mathématique est égale à zéro. Si la variable aléatoire  $X$  a pour espérance mathématique  $\mu$ , la variable aléatoire centrée correspondante est  $(X-\mu)$ .

**k) Variance**

Espérance mathématique du carré de la variable aléatoire centrée

$$\sigma^2 = V(X) = E \{ [X - E(X)]^2 \} \quad (\text{II.8})$$

Et aussi définie comme la mesure de dispersion des carrés des écarts des observations par rapport à leur moyenne divisée par un nombre égal au nombre d'observations moins un.

Exemple: pour  $n$  observations  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , de moyenne  $\bar{x} = (1/n) \sum x_i$

$$\text{La variance est : } V(X) = s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2 \quad (\text{II.9})$$

La variance de l'échantillon est un estimateur sans biais de la variance de population, est  $n/(n-1)$  fois le moment centrée d'ordre 2

**l) Ecart-type**

$$\text{Racine carrée positive de la variance : } \sigma = \sqrt{V(X)} \quad (\text{II.10})$$

**m) Moment centrée d'ordre q**

Dans une loi de probabilité à une variable, espérance mathématique de la q<sup>ième</sup> puissance de la variable aléatoire centrée  $(X-\mu)$  :

$$E[(X-\mu)^q].$$

Le moment centré d'ordre 2 et la variance de la variable aléatoire X.

**n) Loi normale ; loi de Laplace-Gausse**

Loi de probabilité d'une variable aléatoire continue X, dans la densité de probabilité est :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad \text{pour } -\infty < x < +\infty \quad (\text{II.11})$$

**o) Caractère**

Propriété qui permet d'identifier ou de différencier des individus d'une population donnée.

**p) Population**

Totalité des individus pris en considération. Dans le cas d'une variable aléatoire, la loi de probabilité est considérée comme définissant la population de cette variable.

**q) Effectif**

Nombre d'apparitions d'un type donnée d'événements ou nombre d'observations appartenant à une classe spécifiée.

**s) Distribution d'effectif**

Relation empirique entre les valeurs d'un caractère et leur effectif ou leurs fréquences.

**t) Moyenne arithmétique**

Somme des valeurs divisées par le nombre de valeurs.

**NOTE**

1. Le terme anglais « mean » est utilisé généralement en référence au paramètre d'une population et le terme « average » en référence à un calcul sur des donnée d'un échantillon.
2. La moyenne d'un échantillon aléatoire simple prise dans une population est un estimateur sans biais de la moyenne de cette population. Cependant, d'autres estimateurs, tels que la moyenne géométrique ou harmonique, ou la médiane ou le mode parfois utilisés.

**u) Statistique**

Fonction de variables aléatoires d'échantillons, est également une variable aléatoire et, comme telle, elle admet différentes valeurs selon les échantillons. La valeur de la statistique obtenue en utilisant les résultats d'essais dans cette fonction peut être utilisé dans un test

statistique ou comme estimation d'un paramètre d'une population tel que la moyenne ou l'écart-type

#### **v) Estimation**

Opération ayant pour but, à partir des résultats d'essais dans un échantillon, d'attribuer des valeurs numériques aux paramètres d'une loi prise comme modèle statistique de la population dont est issu l'échantillon.

#### **w) Estimateur**

Statistique utilisée pour estimateur d'un paramètre d'une population

#### **x) Estimation**

Valeur d'un estimateur obtenue comme résultat d'une opération d'estimation.

#### **y) Intervalle de confiance bilatéral**

Si  $T_1$  et  $T_2$  sont deux fonctions des valeurs observées telles que,  $\theta$  étant un paramètre de la population à estimer, la probabilité  $\Pr (T_1 \leq \theta \leq T_2)$  soit au moins égale à  $(1-\alpha)$  [ $(1-\alpha)$  étant un nombre fixé, positif et inférieur à 1], l'intervalle entre  $T_1$  et  $T_2$  est un intervalle de confiance bilatéral à  $(1-\alpha)$  pour  $\theta$ .

#### **Intervalle de confiance unilatéral**

Si  $T$  est une fonction des valeurs observée telle que  $\theta$  étant un paramètre de la population à estimer, la probabilité  $\Pr (T \geq \theta)$  [ou la probabilité  $\Pr (T \leq \theta)$ ] soit au moins égale à  $(1-\alpha)$  [ $(1-\alpha)$  étant un nombre fixé, positif et inférieur à 1], l'intervalle s'étendant depuis la plus petite valeur de  $\theta$  jusqu'à  $T$  (ou l'intervalle s'étendant de  $T$  jusqu'à la plus grande valeur de  $\theta$ ) est un intervalle de confiance unilatéral à  $(1-\alpha)$  pour  $\theta$ .

#### **z) Niveau de confiance**

Valeur  $(1-\alpha)$  de la probabilité associée à un intervalle de confiance ou à un intervalle statistique de dispersion.

**NOTE.**  $(1-\alpha)$  est souvent exprimé comme un pourcentage

#### **a.a) Intervalle statistique de dispersion**

Intervalle pour lequel on peut affirmer, avec un niveau de confiance donné, qu'il contient au moins une proportion également donnée de la population.

#### **b.b) Degrés de liberté**

En général, le nombre de termes de la somme moins le nombre de contraintes sur les termes de la somme

## IV. ELABORATION DE TERMES ET DE CONCEPTS

### IV.1. Espérance mathématique

L'espérance mathématique d'une fonction  $g(z)$  de la variable aléatoire  $z$  qui a pour densité de probabilité  $p(z)$  est définie par :

$$E[g(z)] = \int g(z)p(z)dz \quad (\text{II.12})$$

Avec :  $\int p(z)dz = 1$  en raison de la définition de  $p(z)$ .

L'espérance mathématique de la variable aléatoire  $z$ , noté  $\mu_z$ , et qui aussi appelée valeur espérée ou moyenne de  $z$ , et donnée par :

$$\mu_z \equiv E[z] = \int zp(z)dz \quad (\text{II.13})$$

Elle est statistiquement estimée par  $\bar{z}$ , moyenne arithmétique de  $n$  observations indépendantes  $z_i$  de la variable aléatoire  $z$ , qui ont pour densité de probabilité  $p(z)$  :

$$\bar{z} = (1/n) \sum_{i=1}^n z_i \quad (\text{II.14})$$

### IV.2. Variance

La variance d'une variable aléatoire est l'espérance mathématique de son écart quadratique par rapport à son espérance mathématique. Ainsi. La variance d'une variable aléatoire  $z$  de densité de probabilité  $p(z)$  est donnée par :

$$\sigma^2(z) = \int (z - \mu)^2 p(z)dz \quad (\text{II.15})$$

Où  $\mu_z$  est l'espérance mathématique de  $z$ . La variance  $\sigma^2(z)$  peut être estimé par :

$$s^2(z_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2, \quad \text{ou} \quad \bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i \quad (\text{II.16})$$

Et où les  $z_i$  sont les  $n$  observations indépendantes de  $z$ , si l'espérance mathématique  $\mu_z$  est connue la variance peut être estimée :

$$s^2(z_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z_i - \mu_z)^2 \quad (\text{II.17})$$

La variance de la moyenne arithmétique des observations est, bien plus que la variance des observations individuelles, la mesure correcte de l'incertitude d'un résultat de mesure. On doit distinguer soigneusement la variance d'une variable  $z$  de la variance de la moyenne  $\bar{z}$ . La variance de la moyenne arithmétique d'une série de  $n$  observations indépendantes  $z_i$  de  $z$  est donnée par  $\sigma^2(\bar{z}) = \sigma^2(z_i)/n$  et elle est estimée par la variance expérimentale de la moyenne:

$$s^2(\bar{z}) = \frac{s^2(z_i)}{n} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 \quad (\text{II.19})$$

### IV.3. Ecart type

L'écart type est la racine carrée de la variance. Alors qu'une incertitude type A est obtenue en prenant la racine carrée de la variance évaluée statistiquement, il est souvent plus commode lorsqu'on évalue une incertitude-type de type B d'évaluer d'abord un écart type équivalent obtenu de manière non statistique puis d'obtenir la variance équivalente en élevant l'écart-type au carré

### IV.4. Covariance

La covariance de deux variables aléatoires est une mesure de leur dépendance mutuelle. La covariance de deux variable aléatoire y et z est définie par :

$$\text{cov}(y, z) = \text{cov}(z, y) = E\{[y - E(y)][z - E(z)]\} \quad (\text{II.20})$$

qui entraîne :

$$\begin{aligned} \text{Cov}(y, z) &= \text{cov}(z, y) \\ &= \iint (y - \mu_y)(z - \mu_z) p(y, z) dy dz \\ &= \iint yz p(y, z) dy dz - \mu_y \mu_z \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

où  $p(y, z)$  est la densité de probabilité joignant les deux variables y et z.

La  $\text{cov}(y, z)$  [aussi notée par  $v(y, z)$ ] peut être estimée par  $s(y_i, z_i)$  obtenue de n paires indépendantes d'observations simultanées  $y_i$  et  $z_i$  de y et z

$$s(y_i, z_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(z_i - \bar{z}) \quad (\text{II.23})$$

$$\text{Avec :} \quad \bar{z} = (1/n) \sum_{i=1}^n z_i \quad \text{et} \quad \bar{y} = (1/n) \sum_{i=1}^n y_i \quad (\text{II.24})$$

NOTE –La covariance estimée de deux moyenne est donnée par :

$$s(\bar{y}, \bar{z}) = s(y_i, z_i)/n$$

### IV.5. matrice de covariance

Pour une loi de probabilité à plusieurs variables, la matrice V dont les éléments sont égaux aux variances et covariances des variables est appelée matrice de covariance. Les éléments diagonaux,  $\text{cov}(z, z) \equiv \sigma^2(z)$  ou  $s(z_i, z_i) \equiv s^2(z_i)$  sont les variances, tandis que les éléments non diagonaux  $v(y, z) \equiv$  ou  $s(y_i, z_i)$  sont les covariances.

### IV.6. Coefficient de corrélation

Le coefficient de corrélation est une mesure de la dépendance mutuelle relative de deux variables, égal au rapport de leurs covariances à la racine carré du produit de leurs variances, ainsi :

$$\rho(y, z) = \rho(z, y) = \frac{v(y, z)}{\sqrt{v(y, y)v(z, z)}} = \frac{v(y, z)}{\sigma(y)\sigma(z)} \quad (\text{II.25})$$

et les estimations : 
$$r(y_i, z_i) = r(z_i, y_i) = \frac{s(y_i, z_i)}{\sqrt{s(y_i, y_i)s(z_i, z_i)}} = \frac{s(y_i, z_i)}{s(y_i)s(z_i)} \quad (\text{II.26})$$

Le coefficient de corrélation est un nombre tel que

$$-1 \leq \rho \leq +1 \quad \text{ou} \quad -1 \leq r(z_i, y_i) \leq +1$$

#### IV.7. Indépendance

Deux variables aléatoires sont statistiquement indépendantes si leurs lois de probabilité jointes est le produit de leurs lois de probabilité individuelle sont indépendantes.

Note - si deux variables aléatoires sont indépendant .leur covariance et leur coefficient de corrélation sont nuls mais l'inverse n'est pas nécessairement vrai.

### V. INCERTITUDE

Le mot incertitude signifie doute .Ainsi, dans sons sens le plus large, "incertitude de mesure " signifie doute sur la validité du résultats d'un mesurage.

La définition formelle du terme « incertitude de mesure » et adopté par le VIM (article 3.9) est la suivant [4] :

**Paramètre, associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui pourraient raisonnablement être attribuées au mesurande.**

#### NOTE

Le paramètre peut être par exemple, un écart-type (ou un multiple de celui-ci) ou la demi largeur d'un intervalle de niveau de confiance déterminer.

#### V .1. Sources d'incertitude dans un mesurage

Il existe dans la pratique de nombreuses sources possibles d'incertitude dans un mesurage, comprenant :

1. définition incomplète du mesurande
2. réalisation imparfaite de la définition du mesurande
3. échantillonnage non représentatif - l'échantillonnage mesuré peut ne pas représenter le mesurande défini ;
4. connaissance insuffisante des effets des conditions d'environnement sure le mesurage ou mesurage imparfait des conditions d'environnement ;
5. biais dû à l'observateur pour la lecture des instruments analogiques ;
6. résolution finie de l'instrument ou seuil de mobilité ;
7. valeurs inexactes des étalons et matériaux de référence ;
8. valeurs inexacte des constants et autres paramètres obtenus de sources extérieures et utilisés dans l'algorithme de traitement des données ;
9. approximation et hypothèses introduites dans la méthode et dans la procédure de mesure ;
10. variation entre les observations répétées du mesurande dans des conditions apparemment identique autrement



Ces sources ne sont pas nécessairement indépendantes, et certaines des sources (1 à 9) peuvent contribuer à la source 10. Naturellement, un effet systématique non mis en évidence ne peut pas être pris en compte dans l'évaluation de l'incertitude des résultats d'un mesurage mais il contribue à son erreur.

## V.2. Différents méthode d'évaluation et de calcul de l'incertitude

La norme [NF X07-020 96] prévoit deux procédures pour la quantification des incertitudes de mesure. La première, dite de type A, est une méthode statistique basée sur une série de mesurages. La seconde, dite type B, s'appuyant sur des données issues de spécification du fabricant, certificat d'étalonnage, incertitude assignée, etc. Dans notre travail, la méthode retenue est celle de type A.

L'objectif de la classification en Type A et en Type B est d'indiquer les deux différentes manières d'évaluer les composantes de l'incertitude ; elle n'a pour but que de clarifier la présentation ; cette classification ne signifie pas qu'il existe une différence quelconque de nature entre les composantes résultant des deux types d'évaluation. Les deux types d'évaluation sont fondés sur des lois de probabilité, et les composantes de l'incertitude résultant de l'un comme de l'autre type sont quantifiées par des variances ou des écarts-types[4]

### V.2.1. Méthode de type A [6]

La variance estimée  $u^2$  qui caractérise une composante de l'incertitude obtenue par une évaluation de Type A est calculée à partir de séries d'observations répétées et est la variance habituelle estimée en statistique:  $s^2$  (voir la relation II.19), l'écart-type estimé  $u$ , racine carrée de  $u^2$ , et donc  $u=s$  et, par commodité, parfois appelé incertitude-type de (type A). Pour une composante de l'incertitude obtenue par une évaluation de Type B, la variance estimée  $u^2$  est évaluée par utilisation des connaissances disponibles et l'écart-type estimé  $u$  parfois appelé incertitude-type de (type B)

**Et donc on peut écrire que l'incertitude  $u$  d'un mesurande  $x$  et donnée par la relation :**

$$u(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (\text{II.27})$$

On obtient donc une incertitude-type de type A évaluée à partir de la distribution statistique des résultats de série de mesurages et pouvant être caractérisé par des écarts-types expérimentaux. Les autres composantes, qui peuvent aussi être caractérisées par des écarts-types, sont évaluées en admettant des lois de probabilité, d'après l'expérience acquise ou d'après d'autres informations (méthode de type B)

## V.3. Incertitude-type composée

Lorsque le résultat d'un mesurage est obtenu à partir des valeurs de plusieurs autres grandeurs, l'incertitude type de ce résultat est appelée incertitude-type composée et notée  $u_c$ . C'est l'écart-type estimé associé aux résultats et il est égal à la racine carrée de la variance

composée obtenue à partir de toutes les composantes de variances et covariances, de quelle manière qu'elles soient évaluée, en utilisant ce qui est appelé, la loi de propagation d'incertitude

#### V.4. Evaluation de l'incertitude-type composée

##### V.4.1. Modélisation du mesurage

Dans de nombreux cas, un mesurande  $Y$  n'est pas mesuré directement mais il est déterminé à partir de  $N$  autres grandeurs  $X_1, X_2, \dots, X_N$  à travers une relation fonctionnelle

$$f: Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (\text{II.28})$$

Les grandeurs d'entrée  $X_1, X_2, \dots, X_N$  dont dépend la grandeur de sortie  $Y$  peuvent elles-mêmes être envisagée comme mesurande et peuvent elles-mêmes dépendre d'autres grandeurs, y compris les corrections et facteur de corrections pour les effets systématiques, aboutissant de ce fait à une relation fonctionnelle compliquée  $f$  qui peut ne jamais être écrite expérimentalement ou exister seulement sous forme d'algorithme qui est alors évaluée numériquement. En conséquence, si les données indiquent que cette fonctions  $f$  ne modélise pas le mesurage au degré imposé par l'exactitude exigé pour le résultats de mesure, des grandeurs d'entrée additionnelle doivent être introduites dans  $f$  pour éliminer le manque d'adéquation cela peut nécessiter l'introduction d'une grandeurs d'entrée reflétant la connaissance incomplète d'un phénomène qui affecte le mesurande

L'ensemble des grandeurs d'entrée ( $X_1, X_2, \dots, X_N$ ) peut être caractérisé par : Les grandeurs dont les valeurs et les incertitudes sont directement déterminées au cours du mesurage. Ces valeurs et incertitudes peuvent être obtenues, par exemple, à partir d'une observation répétée, ou par un jugement fondé sur l'expérience .elle peuvent impliquer la détermination de corrections pour les lectures d'instruments et de corrections dues aux grandeurs d'influence telles que la température ambiante , la pression atmosphérique ou l'humidité .

Les grandeurs dont les valeurs et les incertitudes sont introduites dans le mesurage à partir de sources extérieures, telles que les grandeurs associées à des étalons, à des matériaux de référence certifiés et à des valeurs de référence

Une estimation du mesurande  $Y$  notée  $y$ , est obtenue à partir de l'équation (II.27) en utilisant les estimations d'entrée  $x_1, x_2, \dots, x_N$  pour les valeurs des  $N$  grandeurs  $X_1, X_2, \dots, X_N$  Ainsi l'estimation de sortie  $y$ , qui est le résultat du mesurage est donnée par

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

Note – dans certains cas, l'estimation  $y$  peut être obtenue à partir de l'équation suivants:

$$y = \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n Y_k = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(X_{1,k}, X_{2,k}, \dots, X_{N,k}) \quad (\text{II.29})$$

L'écart-type estimé associé à l'estimation de sortie ou aux résultats de mesure  $y$ , appelé incertitude-type composé et noté  $u_c(y)$ , est déterminé à partir de L'écart-type associe à chaque estimation d'entrée  $x_i$ , appelé incertitude-type et noté  $u(x_i)$ .

Chaque estimation d'entrée  $x_i$  et son incertitude-type associée  $u(x_i)$  sont obtenues à partir d'une loi de valeur possible d'entrée  $X_i$  cette loi de probabilité peut être fondée sur une distribution de fréquence c'est-à-dire sur une série d'observations  $X_{i,k}$  des  $X_i$

## V.5. Détermination de l'incertitude –type composée

### V.5.1. Grandeur d'entrée non corrélés

Ce paragraphe traite le cas où toutes les grandeurs d'entrée sont indépendantes .les cas ou il existe une relation entre les deux grandeurs d'entrée ou plus, c'est-à-dire où elles sont interdépendantes ou corrélées est développé en (V.5.2)

L'incertitude-type de  $y$  où  $y$  est l'estimation du mesurand  $Y$ , donc le résultat du mesurage, est obtenue par une composition appropriée des incertitudes-type des estimations d'entrée  $x_1, x_2, \dots, x_N$  cette incertitude-type composée de l'estimation  $y$  est notée  $u_c(y)$

L'incertitude-type composé  $u_c(y)$  est la racine carrée de la variance composée  $u_c^2(y)$  donnée par :

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) \quad (\text{II.30})$$

Où  $f$  est la fonction donnée dans l'équation (b) .chaque  $u(x_i)$  est une incertitude type évaluée comme décrit précédemment . L'incertitude-type composée  $u_c(y)$  est un écart-type estimé et caractérise la dispersion des valeurs qui pourraient être raisonnablement attribuées au mesurande  $Y$ .

Les dérivées partielles  $\partial f / \partial x_i$  sont égales à  $\partial f / \partial X_i$  évaluée à  $X_i = x_i$ . Ces dérivées, souvent appelées coefficients de sensibilité, décrivant comment varie l'estimation de sortie  $y$  en fonction des variations dans les valeurs des estimations d'entrée  $x_1, x_2, \dots, x_n$  .en particulier, la variations sur  $y$  produit par une petite variation  $\Delta x_i$  sure l'estimation d'entrée  $x_i$  et donnée par :

$$(\Delta y)_i = (\partial f / \partial x_i) (\Delta x_i) .$$

Si cette variation est due à l'incertitude-type de l'estimation  $x_i$ , la variation correspondant de  $y$  est  $(\partial f / \partial x_i) u(x_i)$

la variance composée  $u_c^2(y)$  peut alors être considéré comme une somme de termes dont chacun représente la variance estimée associée à l'estimation de sortie  $y$  due à la variance estimée associée à chaque estimation d'entrée  $x_i$  .cela suggère d'écrire l'équation (II.30) sous la forme :

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N [c_i u(x_i)]^2 \equiv \sum_{i=1}^N u_i^2(y) \quad (\text{II.31})$$

Où

$$c_i \equiv \partial f / \partial x_i \quad u_i(y) \equiv |c_i| u(x_i) \quad (\text{II.31a})$$

### V.5.2. Grandeur d'entrée corrélée

L'équation ((II.31) est limitée au cas où les grandeurs d'entrée  $X_i$  sont indépendantes ou non corrélées (il s'agit des variables aléatoires, non des grandeurs physiques, supposées être invariantes). Si certains des  $X_i$  sont corrélés significativement, il faut prendre en compte les corrélations.

Lorsque les grandeurs d'entrée sont corrélées, l'expression convenable pour la variance composée  $u_c^2(y)$  associée au résultat d'un mesurage est

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \quad (\text{II.32})$$

Où  $x_i$  et  $x_j$  sont les estimations de  $X_i$  et  $X_j$  et  $u(x_i, x_j) = u(x_j, x_i)$  est la covariance estimée à  $x_i$  et  $x_j$ . Le degré de corrélation entre  $x_i$  et  $x_j$  est caractérisé par le coefficient de corrélation estimé

$$r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i)u(x_j)}$$

Où  $r(x_i, x_j) = r(x_j, x_i)$  et  $-1 \leq r(x_i, x_j) \leq +1$  si les estimations  $x_i$  et  $x_j$  sont indépendantes,  $r(x_i, x_j) = 0$  et une variation pour l'un des deux n'entraîne pas une variation prévisible pour l'autre. En utilisant les coefficients de corrélation, qui sont plus facilement interprétables que les covariances, le terme de covariance de l'équation (II.32) peut s'écrire:

$$2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i)u(x_j)r(x_i, x_j) \quad (\text{II.33})$$

en tenant compte de l'équation (II.31.a), l'équation (II.32) devient alors:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i c_j u(x_i)u(x_j)r(x_i, x_j) \quad (\text{II.34})$$

#### NOTES

Dans le cas tout à fait spécial où la totalité des estimations d'entrée est corrélée avec des coefficients de corrélation  $r(x_i, x_j) = +1$ , l'équation II.33 réduit à

$$u_c^2(y) = \left( \sum_{i=1}^N c_i u(x_i) \right)^2 = \left( \sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2 \quad (\text{II.35})$$

L'incertitude type composée  $u_c(y)$  est alors simplement une somme linéaire de termes représentant les variations de la grandeur de sortie générées par une variation de chaque estimation d'entrée  $x_i$  égale à son incertitude-type  $u(x_i)$  [cette somme linéaire ne doit pas être confondue avec la loi générale de propagation de l'erreur bien qu'elle présente une forme analogue ; les incertitudes types ne sont pas des erreurs. [6]

Les variances estimées  $u^2(x_i)$  et les covariances estimées  $u(x_i, x_j)$  peuvent être considérées comme les éléments d'une matrice de covariance  $u_{ij}$ . Les éléments diagonaux  $u_{ii}$  de la matrice sont les variances  $u^2(x_i)$ , tandis que les éléments non diagonaux  $u_{ij}$  ( $i \neq j$ ) sont les covariances avec :

$$u(x_i, x_j) = u(x_j, x_i) \quad (\text{II.36})$$

Si deux estimations d'entrée ne sont pas corrélées, leur covariance associée ainsi que les éléments correspondant  $u_{ij}$  et  $u_{ji}$  de la matrice de covariance est égale à zéro.

Si les estimations d'entrée sont toutes non corrélées, tous les éléments non diagonaux sont nuls et la matrice de covariance est diagonale

## V.6. Incertitude élargie

Grandeur définissant un intervalle, autour du résultat d'un mesurage, dont on puisse s'attendre à ce qu'il comprenne une fraction élevée de la distribution des valeurs qui pourraient être attribués raisonnablement au mesurande [6]

### V.6.1. Détermination de l'incertitude élargie

Bien que  $U_c(y)$  puisse être utilisé universellement pour exprimer l'incertitude d'un résultat de mesure, il est nécessaire, pour certaines applications commerciales, industrielles ou réglementaires, ou lorsque cela concerne la santé ou la sécurité, de donner une mesure de l'incertitude qui définisse autour de résultat de mesure, un intervalle à l'intérieur duquel on puisse espérer voir se situer une large fraction de la distribution des valeurs qui pourraient être raisonnablement attribuées au mesurande.

La nouvelle mesure de l'incertitude qui satisfait à l'exigence de fournir un intervalle tel qu'indiqué dans le paragraphe précédente est appelée incertitude élargie et se note  $U$ . L'incertitude élargie  $U$  s'obtient en multipliant l'incertitude-type composée  $u_c(y)$  par un facteur d'élargissement  $k$  :

$$U = k u_c(y) \quad (\text{II.37})$$

Il est alors commode d'exprimer le résultat d'un mesurage sous la forme  $Y = y \pm U$ , qui s'interprète comme signifiant que la meilleure estimation de la valeur attribuable au mesurande  $Y$  est  $y$ , et qu'on peut s'attendre à ce que l'intervalle  $y-U$  à  $y+U$  comprenne une fraction élevée de la distribution des valeurs qui pourraient être attribuées raisonnablement à  $Y$ . un tel intervalle s'exprime aussi par :

$$y - U \leq Y \leq y + U .$$

### V.6.2. Choix d'un facteur d'élargissement

La valeur du facteur d'élargissement  $k$  est choisie sur la base du niveau de confiance requis pour l'intervalle  $y-U$  à  $y+U$ . en général  $k$  sera dans la plage de 2 à 3 . cependant pour des applications spéciales,  $k$  peut être choisi en dehors de cette plage . Une grande expérience et une connaissance étendue des utilisations dans lesquelles peuvent entrer les mesures facilitent le choix d'une valeur convenable pour  $k$

## VI. RECAPITULATIF DE LA PROCEDURE D'EVALUATION ET D'EXPRESSION DE L'INCERTITUDE

Les étapes à suivre pour évaluer et exprimer l'incertitude du résultats d'un mesurage, peuvent être résumé comme suit :

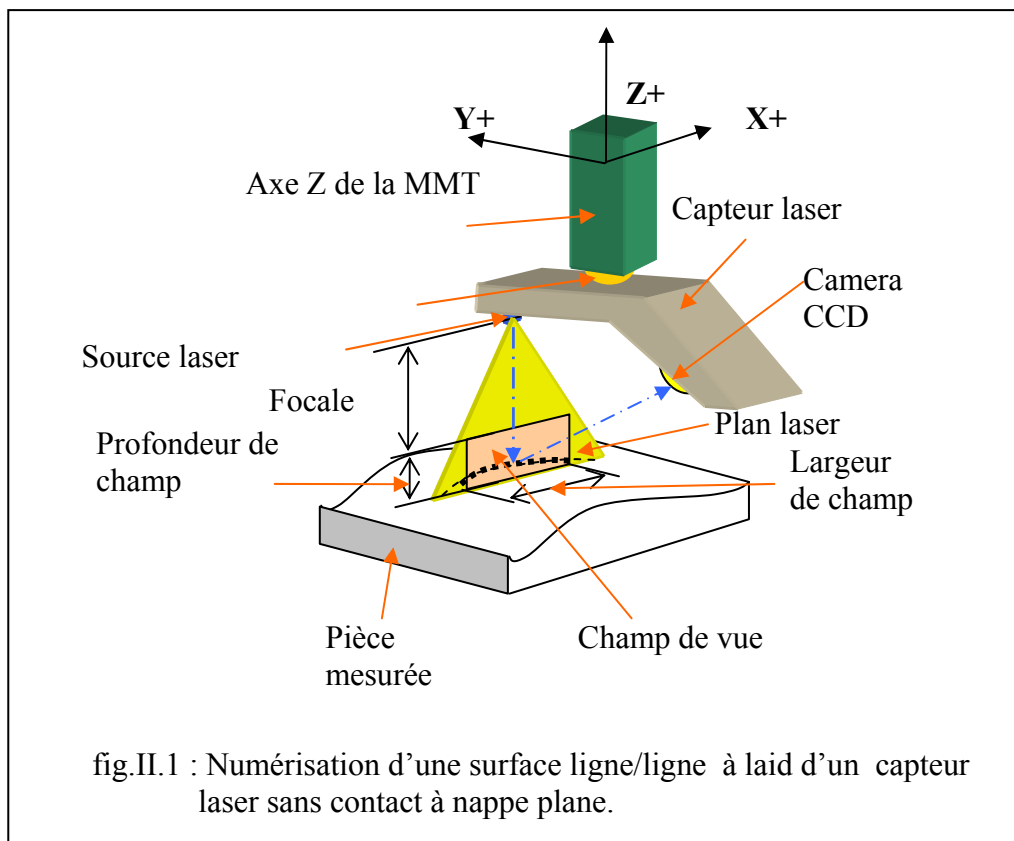
1. exprimer mathématiquement la relation entre le mesurande  $Y$  et les grandeurs d'entrée  $X_i$  dont  $Y$  dépend :
 

$Y=f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ . La fonction  $f$  doit contenir chaque grandeur  $y$ , y compris toutes les corrections et facteur de correction qui peuvent contribuer à une composante significative de l'incertitude de résultats du mesurage .
2. déterminer  $x_i$ , la valeur estimée de la grandeur d'entrée, soit sur la base de l'analyse statistique de séries d'observations, soit par d'autres moyens.
3. évaluer l'incertitude-type  $u(x_i)$  de chaque estimation  $x_i$ . pour une estimation d'entrée obtenue par l'analyse statistique de série d'observations, l'incertitude-type est évaluée comme décrit en V.2 (évaluation de type A de l'incertitude-type). pour une estimation d'entée obtenue par d'autre moyens, l'incertitude  $u(x_i)$  est évaluée comme décrit en V.2 (évaluation de type B de l'incertitude-type)
4. Evaluer les covariances associées à toutes les estimations d'entrée non corrélées
5. calculer le résultat du mesurage, c'est -à-dire l'estimation  $y$  du mesurande  $Y$  , à partir de la relation fonctionnelle  $f$  en utilisant pour les grandeurs d'entrée  $X_i$  les estimations  $x_i$  obtenues à l'étape 2
6. déterminer l'incertitude-type composée  $u_c(y)$  du résultat de mesure  $y$  à partir des incertitudes-types et des covariances associées aux estimations d'entrée, comme décrit . si le mesurage détermine simultanément plusieurs grandeurs de sortie, calculer leur covariance
- 7 s'il est nécessaire de donner une incertitude élargie  $U$ , avec pour objectif de fournir un intervalle de  $y - U$  à  $y+U$  dont on peut s'attendre à ce qu'il comprenne une fraction élevée de la distribution des valeurs qui pourraient être attribuées raisonnablement au mesurande  $Y$  , multiplier l'incertitude-type composée  $u_c(y)$  par un facteur d'élargissement
- 8 Pour obtenir  $k$ ,  $U=k u_c(y)$  .choisir  $k$  sure la base de niveau de confiance requis pour l'intervalle voire l'annexe [4]
- 9 donner dans un rapport le résultat du mesurage  $y$  avec son incertitude -type composée  $u_c(y)$  ou son incertitude élargie  $U$

## VII. MODELISATION DES INCERTITUDES DE NOTRE SYSTEME DE MESURE

### VII.1. Stratégie de numérisation

Comme le montre la figure 1, la mesure de la pièce consiste à déplacer un plan laser (plan de scanning XZ) suivant la direction Y, le plan laser se réfléchit sur la surface mesurée et génère une ligne, qui est en fait l'intersection du plan laser avec la surface. Seule la portion de ligne située à l'intérieur du champ de vue correspond à des points considérés comme valides et effectivement enregistré par le system [16], à l'aide du déplacement du capteur suivant l'axe Y, en résulte un nuage de points (succession de lignes) correspondant à la surface mesurée



### VII.2. Sources des erreurs lors de mesure des surfaces

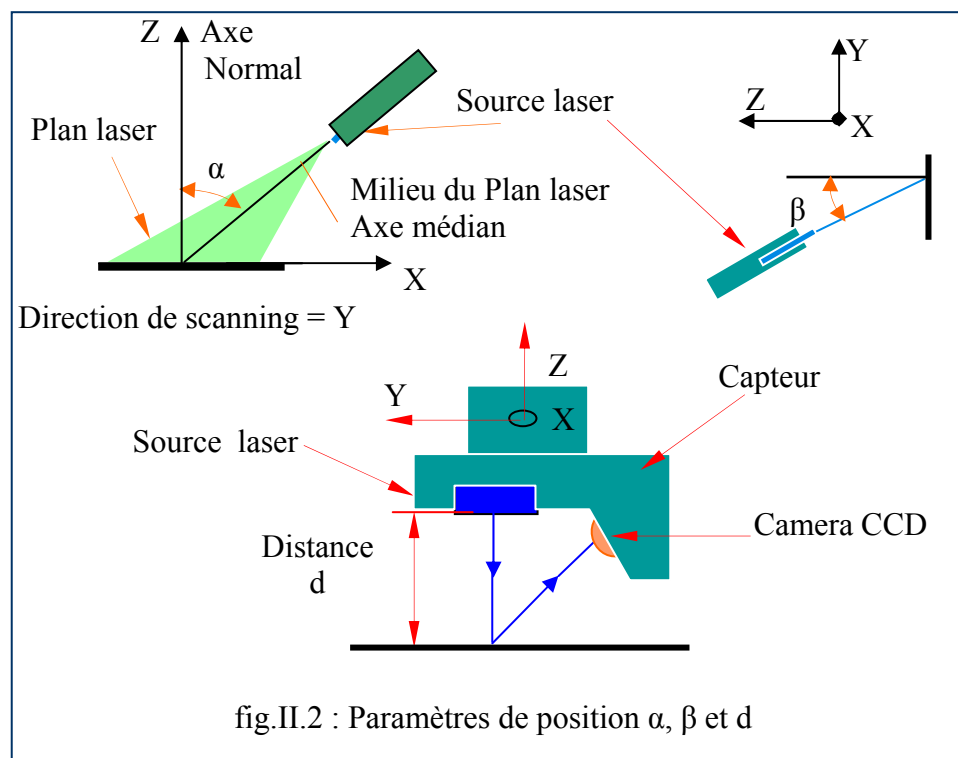
Après une brève explication de la procédure de mesure 3D sans contact par capteur laser, nous comptons les sources des erreurs comme suit (voir chapitre I) :

1. Erreurs dues au capteur (caractéristiques métrologique)
2. Erreurs dues à la position du capteur par rapport à la pièce mesurée
3. Erreurs liées à la machine (MMT)
4. Erreurs liées au système de traitement
5. Erreurs dues au changement de la réflectivité de surface
6. Erreurs dues au Surface réfléchissante
7. Erreurs dues aux Surfaces avec des discontinuités
8. Erreurs dues au faisceau partiellement occulté
9. Erreurs dues à la granularité de laser ou speckle

Lors d'un mesurage, les différentes sources d'erreurs agissent d'une façon plus ou moins importante sur l'incertitude de mesure. Certaines peuvent être considérées comme ayant des effets négligeables, telles que les erreurs liées à la machine (guidages supposés parfaits et axes associés orthogonaux), au système de traitement, et au capteur laser. D'autres erreurs peuvent être réduites telles que celles dues aux problèmes physiques (rugosité, réflectivité). La position du capteur par rapport à la pièce agit également sur les erreurs de mesure et peut être une source d'erreurs importantes. Dans ce qui suit, nous nous sommes intéressés aux trois paramètres extrinsèques définissant la position du capteur laser : la distance  $d$  du capteur à la pièce, l'angle d'incidence  $\alpha$  dans le plan du laser et l'angle d'incidence  $\beta$  normal à ce plan (fig. II.2).

### VII.3. Modélisation des incertitudes dues au capteur

Comme signalé précédemment, la position du capteur par rapport à la pièce mesurée est l'une des sources des erreurs de mesure. Pour étudier son influence, on fait des mesurages pour différentes valeurs des paramètres de position considéré. Trois paramètres de position du capteur laser ont été pris en considération : la distance  $d$  du capteur à la pièce, l'angle d'incidence  $\alpha$  dans le plan du laser et l'angle d'incidence  $\beta$  normal à ce plan. (fig.4)



#### VII.3.1. Modélisation par l'approche globale

L'objectif de la démarche est de quantifier l'aptitude à mesurer des pièces réputées connues [2]. L'intérêt de cette approche réside dans le fait que l'on utilise le capteur dans des conditions réelles de mesure. Les relevés des points sont effectués sur un artefact triplan (figII.3). L'objectif est de déterminer l'incertitude sur la distance entre les points P1 et P2 en maintenant le capteur dans une configuration donnée au cours du balayage de la surface; les points P1 et P2 sont respectivement définis par les intersections des plans 1-2-4 et 1-3-4 comme le montre la fig.II.3.



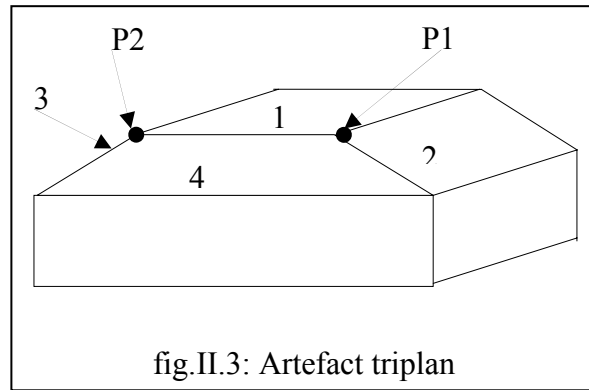


fig.II.3: Artefact triplan

Pour l'évaluation de l'écart-type (l'incertitude-type), on mesure la pièce au moins cinq fois. L'incertitude élargie sur la distance mesurée  $D$  entre les points P1 et P2 et égale à l'écart-type multipliée par un coefficient d'élargissement  $k$  (généralement  $k = 2$ )[10].

$$U_D = k \cdot \sigma_D \quad (\text{II.38})$$

La propagation de l'incertitude de mesure sur la distance  $D$  est fonction des valeurs de  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $d$ , soit :

$$U_D = f(\alpha, \beta, d) \quad (\text{II.39})$$

### VII.3.2. Modélisation de l'incertitude par l'approche locale

La modélisation de l'incertitude par l'approche globale ne permet pas d'avoir des informations précises sur l'incertitude de mesure dans chaque point mesuré.

Généralement, on s'intéresse à l'obtention d'une caractérisation de l'incertitude introduite à chaque point 3D mesuré. Cette caractérisation sera fonction d'un certain nombre de paramètres tels que la distance  $d$  du capteur à la surface à mesurer et des angles d'incidence du plan laser à la surface. Essentiellement, les positions 3D déterminées par le capteur nous donnent une image qui n'est pas identique à celle de la pièce réelle. Si on suppose que les incertitudes dans une image sont additives et aléatoires, c'est-à-dire qu'un signal aléatoire  $U(x, y, z)$  est ajouté à la vraie valeur de l'image  $(x, y, z)$  tel que :

$$(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}) = (x, y, z) + U(x, y, z)$$

L'incertitude dans un point est estimée par la matrice de covariance  $\Sigma$  et est modélisée par la loi normale multidimensionnelle [7].

Dans la métrologie 3D, un point est défini par ces coordonnées cartésiennes dans un repère donné et l'incertitude sur chaque coordonnée de ce point [6]( fig.II.4)

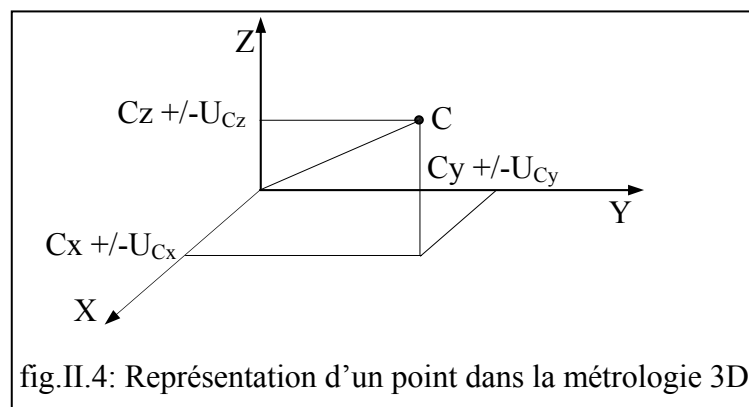


fig.II.4: Représentation d'un point dans la métrologie 3D

Notre objectif est de quantifier et de modéliser les incertitudes ( $U_x$ ,  $U_y$ ,  $U_z$ ) en fonction des trois paramètres de position du capteur par rapport à la pièce à mesurer.

On introduit la notion du vecteur statistique et celle de la matrice de variance-covariance, tel que le vecteur statistique est un vecteur constituée à partir des variables aléatoires quantifiées statistiquement pour un point et est donné par[7]. :

$$\mathbf{a} = [C_x, C_y, C_z]^t \quad (\text{II.40})$$

Par analogie, on désigne le vecteur statistique moyen écrit sous la forme :

$$\mathbf{a}_{\text{moy}} = [E(C_x), E(C_y), E(C_z)]^t \quad (\text{II.41})$$

Où  $E(C_x)$ ,  $E(C_y)$ ,  $E(C_z)$  représente les espérances mathématiques.

La matrice de variance-covariance notée par  $\Sigma$  est donnée par[8].

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \text{Var}(C_x) & \text{Cov}(C_x, C_y) & \text{Cov}(C_x, C_z) \\ \text{Cov}(C_y, C_x) & \text{Var}(C_y) & \text{Cov}(C_y, C_z) \\ \text{Cov}(C_z, C_x) & \text{Cov}(C_z, C_y) & \text{Var}(C_z) \end{bmatrix} \quad (\text{II.42})$$

La matrice de covariance  $\Sigma$  dépend des paramètres de positions considérées. C'est une matrice carrée, et symétrique, dont ses éléments sont donnés par :

$\text{Var}(C_x)$  est la variance en  $C_x$ , définie par :

$$\text{Var}(C_x) = E[(C_x - E[C_x])(C_x - E[C_x])] \quad (\text{II.43})$$

$\text{Var}(C_y)$  est la variance en  $C_y$ , définie par :

$$\text{Var}(C_y) = E[(C_y - E[C_y])(C_y - E[C_y])] \quad (\text{II.44})$$

$\text{Var}(C_z)$ , la variance en  $C_z$ , définie par :

$$\text{Var}(C_z) = E[(C_z - E[C_z])(C_z - E[C_z])] \quad (\text{II.45})$$

$\text{Cov}(C_x, C_y)$  est la covariance en  $(C_x, C_y)$  définie par :

$$\text{Cov}(C_x, C_y) = E[(C_x - E[C_x])(C_y - E[C_y])] \quad (\text{II.46})$$

$\text{Cov}(C_x, C_z)$  est la covariance en  $(C_x, C_z)$  définie par

$$\text{Cov}(C_x, C_z) = E[(C_x - E[C_x])(C_z - E[C_z])] \quad (\text{II.47})$$

$\text{Cov}(C_y, C_z)$ , la covariance en  $(C_y, C_z)$  définie par

$$\text{Cov}(C_y, C_z) = E[(C_y - E[C_y])(C_z - E[C_z])] \quad (\text{II.48})$$

Etant donné la symétrie de la matrice variance-covariance, on a alors :

$$\text{Cov}(C_x, C_y) = \text{Cov}(C_y, C_x) \quad (\text{II.49})$$

$$\text{Cov}(C_x, C_z) = \text{Cov}(C_z, C_x) \quad (\text{II.50})$$

$$\text{Cov}(C_y, C_z) = \text{Cov}(C_z, C_y) \quad (\text{II.51})$$

La matrice de variance-covariance  $\Sigma$  quantifie l'incertitude autour d'un point. Pour connaître la propagation de l'incertitude autour de ce point, on doit tenir compte des incertitudes suivant les axes (Ox, Oy, Oz) et des effets des trois paramètres ( $\alpha$ ,  $d$ ,  $\beta$ ) de position du capteur par rapport à la pièce mesurée, et l'on a :

$$U_c = f(U_{C_x}, U_{C_y}, U_{C_z}) \quad (\text{II.52})$$

Suivant la direction Ox, on a :

$$U_{C_x} = k\sigma_{C_x} \quad (\text{II.53})$$

$\sigma_{C_x}$  Indique l'écart type, et k le coefficient d'élargissement

Par analogie, on peut écrire :  $U_{C_y} = k\sigma_{C_y}$  (II.54)

$$U_{C_z} = k\sigma_{C_z} \quad (\text{II.55})$$

En utilisant la forme vectorielle, on peut écrire:

$$U_C = k \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_{C_x} \\ \sigma_{C_y} \\ \sigma_{C_z} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.56})$$

En fonction des trois paramètres de position, on a :

$$U_C(\alpha) = k \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_{C_x}(\alpha) \\ \sigma_{C_y}(\alpha) \\ \sigma_{C_z}(\alpha) \end{Bmatrix} ; \quad U_C(\beta) = k \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_{C_x}(\beta) \\ \sigma_{C_y}(\beta) \\ \sigma_{C_z}(\beta) \end{Bmatrix} ; \quad U_C(d) = k \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_{C_x}(d) \\ \sigma_{C_y}(d) \\ \sigma_{C_z}(d) \end{Bmatrix} \quad (\text{II.57})$$

Donc :  $U_{C_x} = f(\alpha, \beta, d)$  (II.58)

$$U_{C_y} = h(\alpha, \beta, d) \quad (\text{II.59})$$

$$U_{C_z} = g(\alpha, \beta, d) \quad (\text{II.60})$$

### VII.3.2.1. Représentation géométrique de l'incertitude

Dans chaque mesure de l'incertitude  $U_C$  dans les directions (Ox, Oy, Oz) en fonction des paramètres ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $d$ ), nous avons une matrice de variance-covariance. La question qui se pose est : quelle est la relation entre l'incertitude autour d'un point mesuré et la matrice de variance-covariance ? On peut répondre à cette question géométriquement : Considérons d'abord les incertitudes suivant les axes Ox et Oy. Celles-ci décrivent une surface elliptique dont les axes sont  $U_{C_x}$  et  $U_{C_y}$ . En considérant maintenant la troisième dimension, les trois incertitudes décrivent un ellipsoïde dont l'équation est :

$$\frac{X^2}{U_{C_x}^2} + \frac{Y^2}{U_{C_y}^2} + \frac{Z^2}{U_{C_z}^2} = 1 \quad (\text{II.61})$$

X, Y et Z étant les coordonnées du point considéré.

Cette surface est appelée parfois surface limite dans laquelle le point est mesuré. Elle est fermée. Le volume enveloppé par cette surface est appelé volume de dispersion. Nous allons chercher la relation entre ce volume de dispersion et les paramètres ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $d$ ).

On sait que le volume d'un ellipsoïde d'axe  $a, b$  et  $c$  est donné par la relation :

$$V = \frac{4}{3} \pi abc \quad (\text{II.62})$$

Avec :

$$a = U_{cx} \quad (\text{II.63})$$

$$b = U_{cy} \quad (\text{II.64})$$

$$c = U_{cz} \quad (\text{II.56})$$

on aura :

$$V_{Uc} = \frac{4}{3} \pi U_{cx} \cdot U_{cy} \cdot U_{cz} \quad (\text{II.66})$$

que l'on peut écrire :

$$V_{Uc} = V_{Uc}(\alpha, \beta, d) \quad (\text{II.67})$$

si en replace par la matrice de variance covariance

$$U_{cx} = k \sqrt{\text{Var}(Cx)} \quad (\text{II.68})$$

$$U_{cy} = k \sqrt{\text{Var}(Cy)} \quad (\text{II.69})$$

$$U_{cz} = k \sqrt{\text{Var}(Cz)} \quad (\text{II.70})$$

pour un facteur d'élargissement  $k=2$

$$V_{Uc} = \frac{32}{3} \pi \sqrt{\text{Var}(Cx) \cdot \text{Var}(Cy) \cdot \text{Var}(Cz)} \Rightarrow V_{Uc} = \frac{32}{3} \pi \sqrt{|\Sigma|} \quad (\text{II.71})$$

En fonction des trois paramètres de position, on a :

$$V_{Uc}(\alpha) = \frac{32}{3} \pi \sqrt{|\Sigma(\alpha)|} \quad (\text{II.72})$$

$$V_{Uc}(\beta) = \frac{32}{3} \pi \sqrt{|\Sigma(\beta)|} \quad (\text{II.73})$$

$$V_{Uc}(d) = \frac{32}{3} \pi \sqrt{|\Sigma(d)|} \quad (\text{II.74})$$

### VII.3.3. Modélisation de l'incertitude de mesure par la méthode de TAGUCHI

L'étude précédente a permis de voir l'influence des paramètres de configuration pris séparément. Pour étudier leurs effets combinés, nous avons utilisé la méthode de TAGUCHI qui permettrait un choix optimal des ces trois paramètres. La modélisation consiste à étudier l'incertitude en fonction des trois paramètres de configuration combinés suivant un plan factoriel. En désignant par  $U_D$  l'incertitude sur une distance  $D$ , on peut écrire[9] :

$$U_D = f(i, j, k) \quad (\text{II.75})$$

Les variable  $i, j$  et  $k$  indiquent les niveaux des paramètres de configuration ( $\beta, \alpha, d$ ).

L'objectif par la méthode TAGUCHI est de trouver les niveaux optimaux des paramètres ( $\beta, \alpha, d$ ) qui minimisent l'incertitude de mesure. Ces niveaux sont donnés à partir des calculs des effets moyens des paramètres ( $\beta, \alpha, d$ ).et des interaction entre ces paramètres

### VII.3.3.1. Calcul des effets moyens

Si on considère un paramètre A de i niveaux la formule générale de calcul de l'effet moyen est donnée comme suit [9].:

Effet de A au niveau i :	(II.76)
$E_{Ai}$ = moyenne des réponses lorsque A est au niveau i – moyenne générale	

### VII.3.3.2 Exemple d'application :

Pour mieux comprendre l'utilisation de la méthode TAGUCHI

<b>Tableau II.1 : Niveaux des paramètres <math>\alpha</math>, <math>\beta</math> et d</b>			
Notation (i, j, k)	Valeur de $\alpha$ (°)	Valeur de $\beta$ (°)	Valeur de d (mm)
1	0	+30	100
2	15	0	120
3	30	-30	140

Les numéros 1,2, 3 indiquent les niveaux des paramètres ( $\beta$ ,  $\alpha$ , d), par exemple :

(1, 2,3) indique la configuration  $\beta = 30^\circ$ ,  $\alpha = 15^\circ$ , d=140 mm

Donc le nombre de combinaisons égales  $3^3 = 27$ , soit 27 essais.

U (1.1.1) indique l'incertitude de mesure lorsque  $\beta = 30^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ , d=100 mm

U (1.2.3) indique l'incertitude de mesure lorsque  $\beta = 30^\circ$ ,  $\alpha = 15^\circ$ , d=140 mm

Effet de  $\beta_1$  :  $E_{\beta 1}$  = moyenne des incertitudes lorsque  $\beta$  est au niveau 1 – moyenne générale de l'incertitude.

De la même manière, nous calculons les effets moyens :

$$E_{\beta 2} \quad E_{\beta 3} \quad E_{\alpha 1} \quad E_{\alpha 2} \quad E_{\alpha 3}, \quad E_{d1}, \quad E_{d2}, \quad E_{d3}$$

### VII.3.3.3 Calcul des interactions

Les interactions, lorsqu'elles sont présentes dans un système, sont sans doute les phénomènes les plus difficiles à interpréter en l'absence de méthode. Le calcul de l'interaction entre deux facteurs A et B consiste à calculer la modification apportée à la réponse du système (ici l'incertitude) du fait de la configuration particulière des deux facteurs A et B. L'interaction  $IN_{AiBj}$  est l'interaction qui existe lorsque A est au niveau i et B est au niveau j. Cette interaction est l'une des interactions possibles résultant des configurations  $A_iB_j$  [9].

Exemple : si i = 3niveau et j = 3niveau, on aura 9 interactions possibles

### VII.3.3.4 Formule générale de calcul des interactions

L'interaction  $IN_{AiBj}$  sera recherchée à partir des résultats moyens des essais réalisés lorsque le facteur A se trouve au niveau i et le facteur B se trouve au niveau j. Mais dans tous ces essais, l'effet principal  $E_{Ai}$  joue sur la réponse, de même que l'effet  $E_{Bj}$  [9].

Si M est la moyenne générale des essais, nous pouvons donc écrire :

<p>Interaction entre le paramètre A au niveau i et le paramètre B au niveau j:  <math>INAiBj =</math> moyenne des réponses lorsque (A=i, B=j) <math>-M-EAi-EBj</math>          Pour notre système de mesure nous avons 27 interactions à calculer  <math>IN\beta i\alpha j =</math> moyenne des incertitude lorsque (<math>\beta=i, \alpha=j</math>) <math>-M-E\beta i-E\alpha j</math>  <math>IN\beta id_k =</math> moyenne des incertitude lorsque (<math>\beta=i, d=k</math>) <math>-M-E\beta i-Ed_k</math>  <math>IN\alpha jd_k =</math> moyenne des incertitude lorsque (<math>\alpha=j, d=k</math>) <math>-M-E\alpha j-Ed_k</math></p>	(II.77)
--	---------

### VII.3.4 Calcul de la réponse théorique

Les résultats de calcul des effets moyens et des interactions entres les paramètres permet de calculer la réponse théorique du système, il suffit d'ajouter à la moyenne générale des réponses les effets moyens et les interaction correspondant au système. On peut donc écrire

<p>Pour un système de deux facteurs A et B, la réponse théorique au niveaux i et j donnée par :</p> $R_{th}(i,j) = M + EAi + EBj + INAiBj$ <p>Pour notre système de mesure, l'incertitude théorique est donnée par :</p> $U_{Dth}(i, j, k) = M + E\beta i + E\alpha j + Ed_k + IN\beta i\alpha j + IN\beta id_k + IN\alpha jd_k$	(II.78)
--	---------

### VII.3.5 Modèle matriciel de la méthode TAGUCHI

Pour faciliter le calcul de la réponse théorique du système étudié, il est préférable d'écrire un modèle sous forme matricielle.

Ce modèle est particulièrement simple à exploiter, et nous retiendrons dans notre travail

#### Notation

- L'incertitude théorique (calculée par le modèle) et notée  $U_{Dth}(i,j,k)$
- Les paramètres seront représentés par des vecteurs que nous noterons  $[\alpha], [\beta],$  et  $[d]$

Si le facteur  $\alpha$  et au niveau 1,  $[\alpha]$  sera égale à  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Si le facteur  $\alpha$  et au niveau 3,  $[\alpha]$  sera égale à  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

On notera  $[\alpha]^t$  le vecteur transposé de  $[\alpha]$ ,  $[\alpha]^t = [1 \ 0 \ 0]$  si  $\alpha$  et au niveau 1, les auteurs de cette modélisation proposent d'appeler ce vecteur un indicateur de niveau [9]. On utilise la même notation pour déduire les deux autres vecteur  $[\beta]$ , et  $[d]$ . Les effets moyens et les interactions seront modéliser par des matrices

**VII.3.5.1 Application du modèle matriciel de la méthode TAGUCHI sur notre système de mesure**

Paramètre  $\beta$  trois niveaux (-30°, 0°, 30°)

Paramètre  $\alpha$  trois niveaux (0°, 15°, 30°)

Paramètre  $d$  trois niveaux (100 mm, 120 mm, 140 mm)

Le modèle rechercher sera du type :  $U_{Dth}(i,j,k) = M + E\beta_i + E\alpha_j + Ed_k + IN\beta_i\alpha_j + IN\beta_id_k + IN\alpha_jd_k$

Nous cherchons donc à modéliser les effets des paramètres  $\beta$ ,  $\alpha$ , et  $d$ , ainsi que les interaction  $\beta\alpha$ ,  $\beta d$ , et  $\alpha d$  la modélisation matricielle s'écrira :

$U_{Dth}(i,j,k) =$	
$M$	Moyenne générales des incertitudes
$+ [E\beta_1 \ E\beta_2 \ E\beta_3][\beta]$	Effet de $\beta$
$+ [E\alpha_1 \ E\alpha_2 \ E\alpha_3][\alpha]$	Effet de $\alpha$
$+ [Ed_1 \ Ed_2 \ Ed_3][d]$	Effet de $d$
$+ [\beta]^t \begin{bmatrix} IN\beta_1\alpha_1 & IN\beta_1\alpha_2 & IN\beta_1\alpha_3 \\ IN\beta_2\alpha_1 & IN\beta_2\alpha_2 & IN\beta_2\alpha_3 \\ IN\beta_3\alpha_1 & IN\beta_3\alpha_2 & IN\beta_3\alpha_3 \end{bmatrix} [\alpha]$	Interaction $\beta/\alpha$
$+ [\beta]^t \begin{bmatrix} IN\beta_1d_1 & IN\beta_1d_2 & IN\beta_1d_3 \\ IN\beta_2d_1 & IN\beta_2d_2 & IN\beta_2d_3 \\ IN\beta_3d_1 & IN\beta_3d_2 & IN\beta_3d_3 \end{bmatrix} [d]$	Interaction $\beta/d$
$+ [\alpha]^t \begin{bmatrix} IN\alpha_1d_1 & IN\alpha_1d_2 & IN\alpha_1d_3 \\ IN\alpha_2d_1 & IN\alpha_2d_2 & IN\alpha_2d_3 \\ IN\alpha_3d_1 & IN\alpha_3d_2 & IN\alpha_3d_3 \end{bmatrix} [d]$	Interaction $\alpha/d$

(II.79)

### VII.3.6 Modélisation entre les niveaux des paramètres

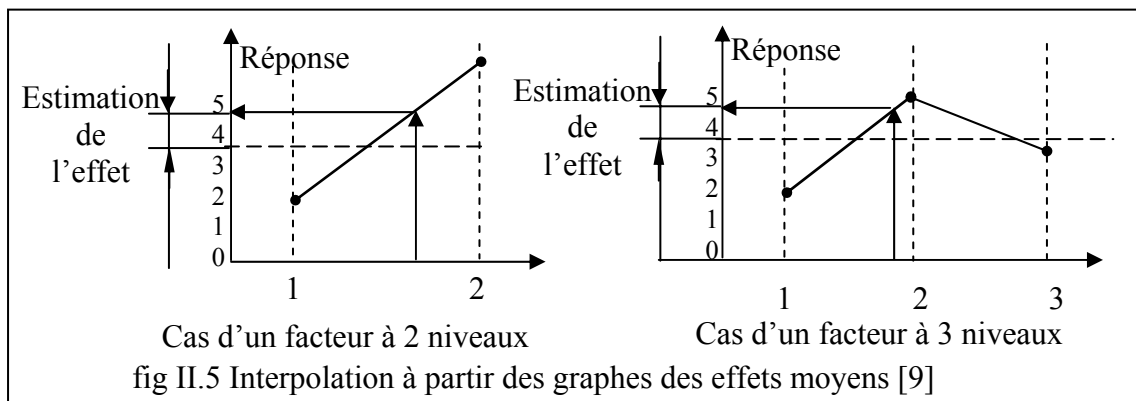
Il arrive parfois que lors de l'interprétation du modèle, on soit amené à choisir un niveau intermédiaire par rapport aux niveaux choisis pour les essais. Dans ce cas le calcul de la réponse théorique n'est pas possible directement à partir du modèle. Il faut faire une interpolation. Plusieurs solutions sont possibles avec des degrés de complexité différents. Les principales sont les suivantes [9] :

1. Interpolation à partir des graphes des effets moyens
2. Utilisation de la
3. modélisation matricielle par transformation des indicateurs de niveaux,
4. Modélisation en surface de réponse

Nous nous limiterons aux deux premières méthodes qui sont très souvent largement suffisantes dans les applications industrielles.

#### VII.3.6.1 Interpolation à partir des graphes des effets moyens

C'est le cas le plus simple. On considère qu'entre deux niveaux la réponse est linéaire. L'interpolation est donc une interpolation linéaire qui peut être réalisée graphiquement. La figure montre une interpolation linéaire à partir des effets moyens dans le cas d'un facteur à 2 niveaux et d'un facteur à 3 niveaux



#### VII.3.6.2 Interpolation à partir de la méthode matricielle

Cette méthode consiste à calculer des nouveaux indicateurs de niveaux. La méthode proposée par M. Roux consiste à fixer les indicateurs de niveaux non plus 1 ou 0 mais en fonction des valeurs prises par les facteurs.

Exemple : soit le paramètre  $\alpha$  à 3 niveaux

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ln \alpha_1 \\ \ln \alpha_2 \\ \ln \alpha_3 \end{bmatrix}, \text{ tel que :}$$

$$\ln \alpha_1 = \frac{(\alpha - \alpha_2)(\alpha - \alpha_3)}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)} \quad \ln \alpha_2 = \frac{(\alpha - \alpha_1)(\alpha - \alpha_3)}{(\alpha_2 - \alpha_1)(\alpha_2 - \alpha_3)} \quad \ln \alpha_3 = \frac{(\alpha - \alpha_1)(\alpha - \alpha_2)}{(\alpha_3 - \alpha_1)(\alpha_3 - \alpha_2)} \quad (\text{II.80})$$



Dans notre modèle si nous souhaitons calculer l'incertitude théorique pour des valeurs des paramètres ( $\beta$ ,  $\alpha$ , et  $d$ ) différentes que les valeurs des niveaux, il suffit de transformer les indicateurs de niveaux,  $[\alpha]$  par  $[In\alpha]$ ,  $[\beta]$  par  $[In\beta]$ , et  $[d]$  par  $[Ind]$

Finalement, pour une telle valeur du paramètre  $\alpha$  inclus dans l'intervalle  $0^\circ$  à  $30^\circ$ , et une telle valeur du paramètre  $\beta$  inclus dans l'intervalle  $-30^\circ$  à  $30^\circ$  et valeur de  $d$  inclus dans l'intervalle 100 mm à 140 mm, l'incertitude théorique correspondante à cet configuration et donnée par :

$$\begin{aligned}
 U_{Dth}(\beta, \alpha, d) = & \\
 M & \text{ Moyenne générales des incertitudes} \\
 + [E\beta_1 \ E\beta_2 \ E\beta_3][In\beta] & \text{ Effet de } \beta \\
 + [E\alpha_1 \ E\alpha_2 \ E\alpha_3][In\alpha] & \text{ Effet de } \alpha \\
 + [Ed_1 \ Ed_2 \ Ed_3][Ind] & \text{ Effet de } d \\
 + [In\beta]^t \begin{bmatrix} IN \beta_1 \alpha_1 & IN \beta_1 \alpha_2 & IN \beta_1 \alpha_3 \\ IN \beta_2 \alpha_1 & IN \beta_2 \alpha_2 & IN \beta_2 \alpha_3 \\ IN \beta_3 \alpha_1 & IN \beta_3 \alpha_2 & IN \beta_3 \alpha_3 \end{bmatrix} [In\alpha] & \text{ Interaction } \beta/\alpha \\
 + [In\beta]^t \begin{bmatrix} IN \beta_1 d_1 & IN \beta_1 d_2 & IN \beta_1 d_3 \\ IN \beta_2 d_1 & IN \beta_2 d_2 & IN \beta_2 d_3 \\ IN \beta_3 d_1 & IN \beta_3 d_2 & IN \beta_3 d_3 \end{bmatrix} [Ind] & \text{ Interaction } \beta/d \\
 + [In\alpha]^t \begin{bmatrix} IN \alpha_1 d_1 & IN \alpha_1 d_2 & IN \alpha_1 d_3 \\ IN \alpha_2 d_1 & IN \alpha_2 d_2 & IN \alpha_2 d_3 \\ IN \alpha_3 d_1 & IN \alpha_3 d_2 & IN \alpha_3 d_3 \end{bmatrix} [Ind] & \text{ Interaction } \alpha/d
 \end{aligned}
 \tag{II.81}$$

Telle que :

$$\begin{aligned}
 In\beta_1 = \frac{(\beta - \beta_2)(\beta - \beta_3)}{(\beta_1 - \beta_2)(\beta_1 - \beta_3)} \quad In\beta_2 = \frac{(\beta - \beta_1)(\beta - \beta_3)}{(\beta_2 - \beta_1)(\beta_2 - \beta_3)} \quad In\beta_3 = \frac{(\beta - \beta_1)(\beta - \beta_2)}{(\beta_3 - \beta_1)(\beta_3 - \beta_2)} \\
 In\alpha_1 = \frac{(\alpha - \alpha_2)(\alpha - \alpha_3)}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)} \quad In\alpha_2 = \frac{(\alpha - \alpha_1)(\alpha - \alpha_3)}{(\alpha_2 - \alpha_1)(\alpha_2 - \alpha_3)} \quad In\alpha_3 = \frac{(\alpha - \alpha_1)(\alpha - \alpha_2)}{(\alpha_3 - \alpha_1)(\alpha_3 - \alpha_2)} \\
 Ind_1 = \frac{(d - d_2)(d - d_3)}{(d_1 - d_2)(d_1 - d_3)} \quad Ind_2 = \frac{(d - d_1)(d - d_3)}{(d_2 - d_1)(d_2 - d_3)} \quad Ind_3 = \frac{(d - d_1)(d - d_2)}{(d_3 - d_1)(d_3 - d_2)}
 \end{aligned}$$

## VIII. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons essayé de modéliser les incertitudes de notre système de mesure (MMT sans contact). Dans le premier temps, nous avons fait un rappel sur les définitions des termes métrologiques, et sur les termes et concepts statistiques fondamentaux. Ensuite nous avons modélisé les incertitudes de notre système de mesure 3D avec trois approches. La première approche concerne l'incertitude de mesure de la distance entre deux sommets d'une pièce étalon sous forme d'une pyramide tronquée. Cette approche est dite approche globale car les incertitudes sont en fonction de la mesure de quatre plans et sont données par le calcul de la dispersion sur la distance entre les deux points en fonctions des trois paramètres de position de la pièce par rapport au capteur. La deuxième approche dite approche locale consiste à analyser l'incertitude autour d'un point dans l'espace toujours en fonction des trois paramètres de position : 9 évolutions d'incertitude ont été définies par combinaisons des trois paramètres de positions avec les trois directions de l'espace plus les trois évolutions d'incertitude volumique. La troisième approche dite la méthode de TAGUCHI consiste à analyser l'incertitude sur la distance perpendiculaire entre le centre d'une sphère et une cale étalon en fonction des trois paramètres de position combinés selon les plans factoriels par la méthode TAGUCHI. L'évolution de l'incertitude en fonction des trois paramètres de positions a été définie par un modèle matriciel.

## Chapitre III :

# MESURAGE

## 1. INTRODUCTION

L'objectif d'un mesurage consiste à déterminer la valeur du mesurande c'est-à-dire la valeur de la grandeur particulière. En conséquence, un mesurage commence par une définition appropriée du mesurande, de la méthode de mesure et de la procédure de mesure

Dans le but de déterminer l'influence des trois paramètres de position ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $d$ ) du capteur par rapport à la pièce mesurée sur l'incertitude de mesure, nous avons réalisé quelques essais de mesure. Ces essais ont été effectués au Laboratoire de recherche en mécanique et acoustique (LRMA), site Auxerre, de l'Université de Bourgogne (France)

## II. Conditions de mesure

Les essais de mesure sont effectués dans les conditions suivantes :

Température : 21° c

Humidité : 59%

## III. Matériel utilisé

Durant tous les essais le matériel utilisé se compose de :

- 1) Capteur laser type : LC50 (fig.III.1.a,b)
- 2) Capteur à déclenchement (palpeur dynamique) (fig.III.1.c)
- 3) Machine à mesure tridimensionnelle type (fig.III.2)
- 4) Micro-ordinateur type PC : 486, 66 Mhz RAM 16 Mo ; DD 370 Mo
- 5) Pièces étalon (artefact triplan) (fig.III.3)
- 6) Sphère étalon
- 7) Cale étalon



fig.III.1.a : Capteur laser

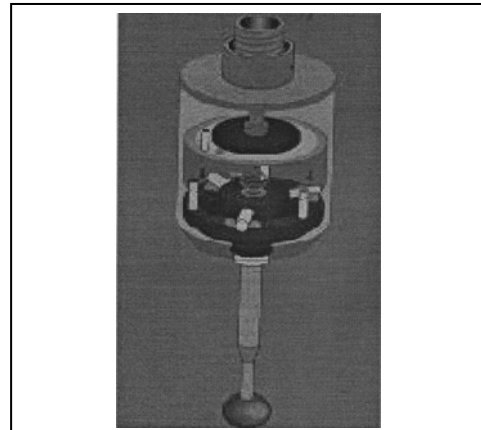


fig.III.1.c : Palpeur dynamique [11]

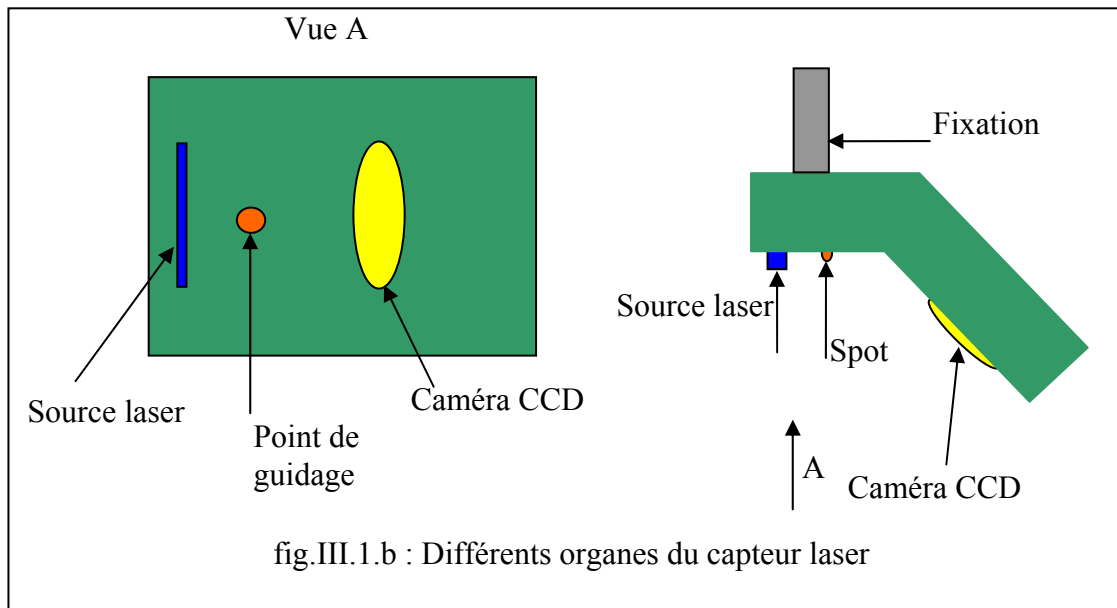


fig.III.1.b : Différents organes du capteur laser



fig.III.2 : Machine mesure tridimensionnelle

### III.1. Caractéristiques de la MMT du laboratoire LRMA (Université de Bourgogne, site Auxerre)

Constructeur : RENAULT AUTOMATION  
 Type : 13 08 08  
 N° de série : 7338  
 N° d'identification : B 45 001

Espace de travail de cette MMT et : X=1300 mm, Y=800 mm, Z=800 mm Résolution = 0.1 $\mu$

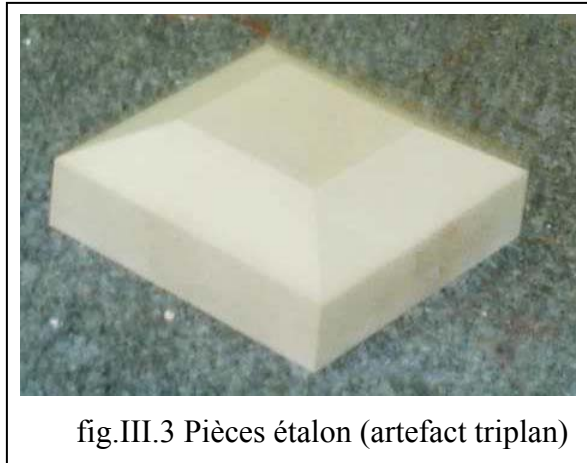


fig.III.3 Pièces étalon (artefact triplan)

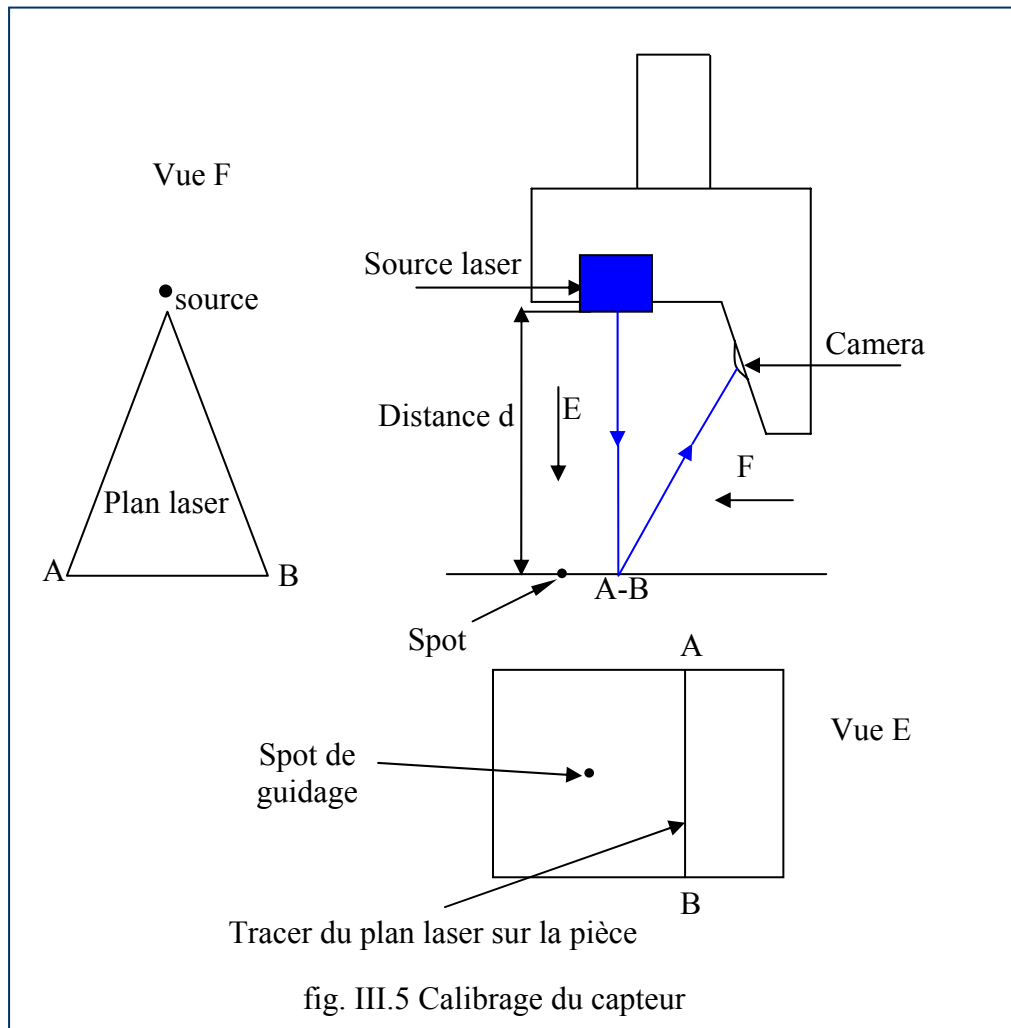
### IV. Calibrage du capteur

Le calibrage du capteur est nécessaire dans chaque mesure dans le but d'avoir la distance  $d$  (distance perpendiculaire entre le capteur et la pièce à mesurée), et le champ de vision nécessaire pour que la pièce s'affiche sur l'écran

Ce procédé consiste à maintenir le capteur perpendiculairement à la pièce, et on commence à faire varier la distance du capteur par rapport à la pièce jusqu'à ce que la pièce s'affiche entièrement sur l'écran. Le spot donne une indication sur la position verticale du capteur par rapport à la pièce, plus le capteur est loin de la pièce plus le spot s'éloigne de la ligne A B tel que la ligne A B représente la ligne d'intersection entre le plan laser et la pièce (voir fig : III.4, et fig. III.5)

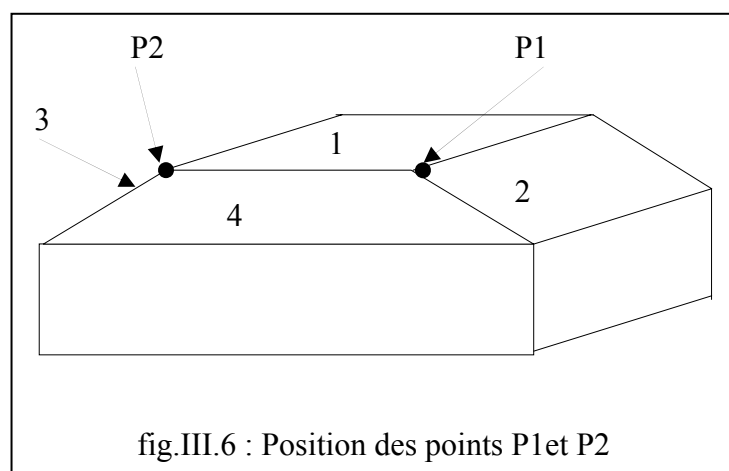


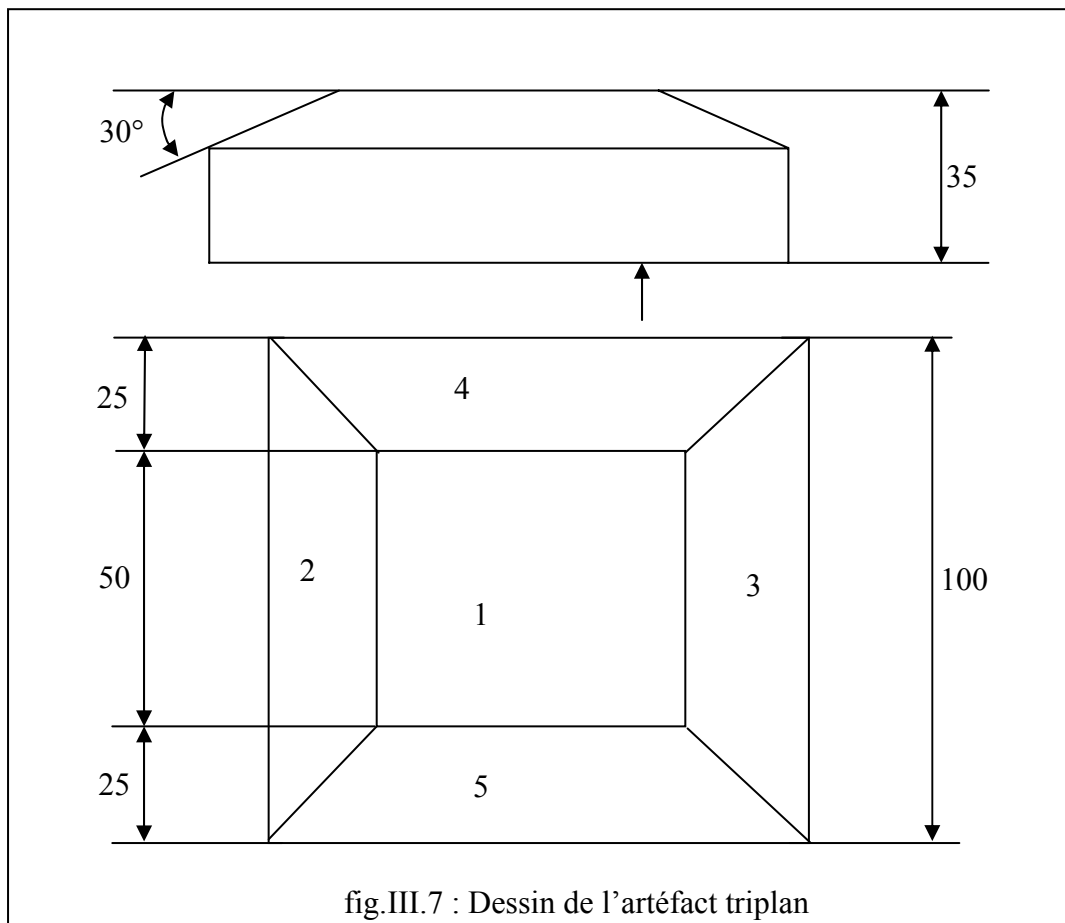
fig.III.4 Calibrage du capteur



## V. Mesurages

Les relevés des points sont effectués sur un artefact triplan (fig.III.6). L'objectif est de déterminer l'incertitude sur la distance entre les points P1 et P2 en maintenant le capteur dans des configurations données au cours du balayage de la surface; les points P1 et P2 sont respectivement définies par les intersections des plans 1-2-4 et 1-3-4 comme le montre les deux figures.III.6 et III.7





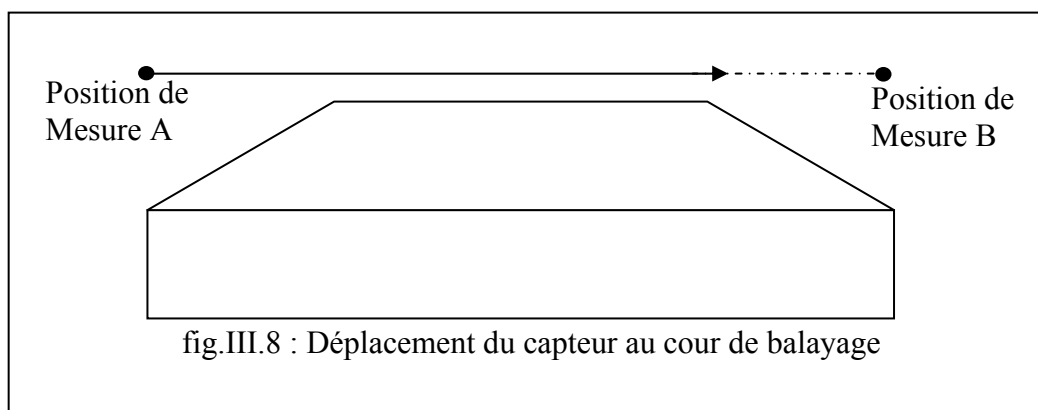
### V.1 Balayage laser

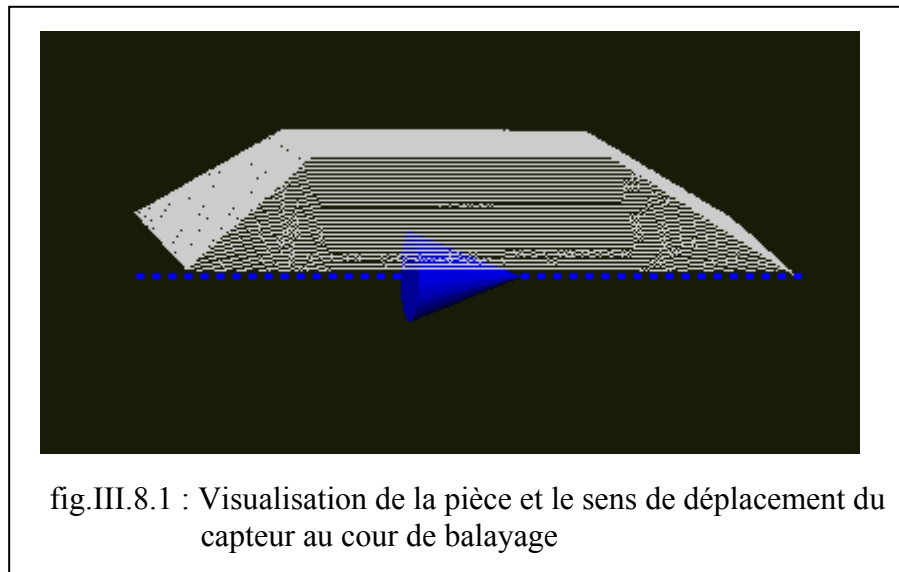
Pour mesurer la pièce considérée le capteur se déplace de la position A vers la position B (fig.III.8), selon l'axe Y de la MMT, le plan laser balayé la pièce ligne par ligne, telle que la longueur de cette ligne représente la taille de champ de vision. Le balayage effectué par laser des caractéristiques suivantes :

Filtrage automatique = 0, vitesse de balayage  $0.7446 \cong \text{mm/sec}$

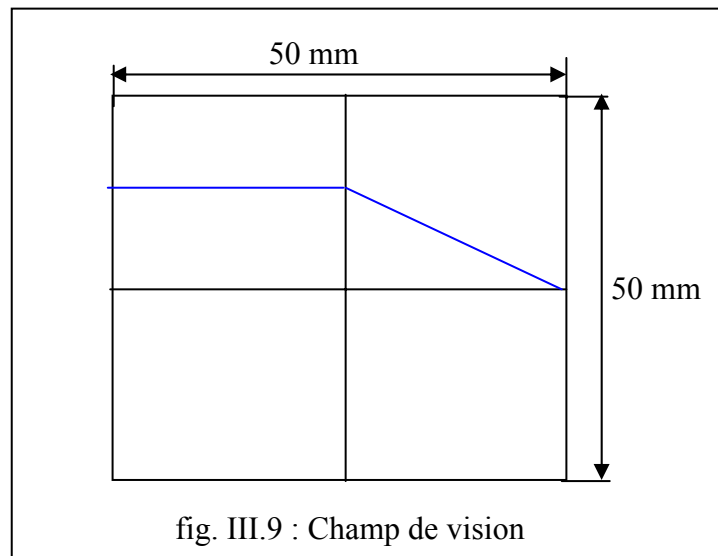
Les coordonnées de position A et ( $X_A=761.48, Y_A=443.37, Z_A=-215.9$ )

Les coordonnées de position B et ( $X_B=761.48, Y_B=443.37, Z_B=-215.9$ )





Pour le calcul de la distance entre les deux points P1 et P2 nous avons besoin de numériser les plans (1, 2, 3,4) et pour cela nous avons numérisé la demi pièce de telle sorte que la longueur de la ligne laser projetée sur la pièce est égale à 50 mm (voir fig. III.9)

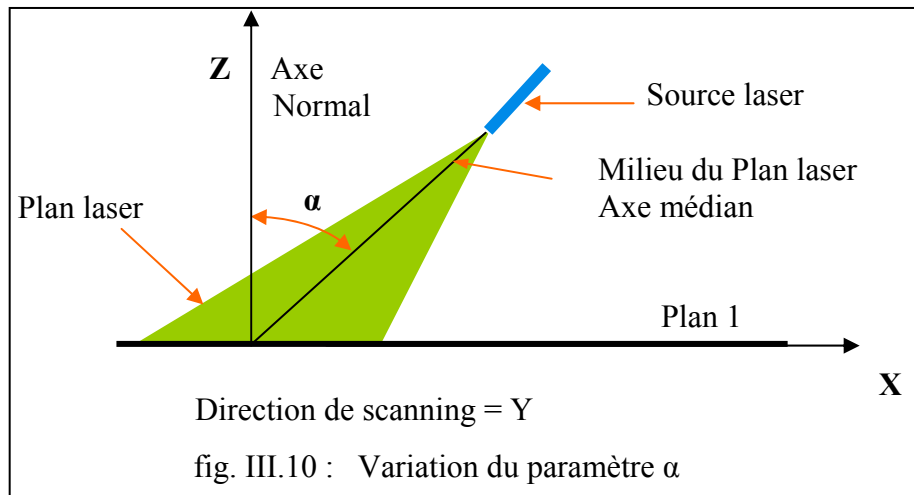


## V.2. Mesurages en fonction de $\alpha$

Dans ces essais, les deux autres paramètres  $\beta$  et  $d$  sont maintenus constants respectivement aux valeurs :  $\beta = 0^\circ$  et  $d = 411.4$  mm

L'angle  $\alpha$  varie de  $0^\circ$  à  $45^\circ$  par pas de  $7,5^\circ$ . Pour chaque valeur de  $\alpha$  nous réalisons cinq mesures, Le nombre de points relevés dans chaque mesure est important (environ 25000 points).





Le tableau III.1 récapitule les mesurages effectués lors de la variation de  $\alpha$

N° de mesure	Nombre de mesure	Angle $\alpha$ en ( $^{\circ}$ )
1	5	0
2	5	7.5
3	5	15
4	5	22.5
5	5	30
6	5	37.5
7	5	45

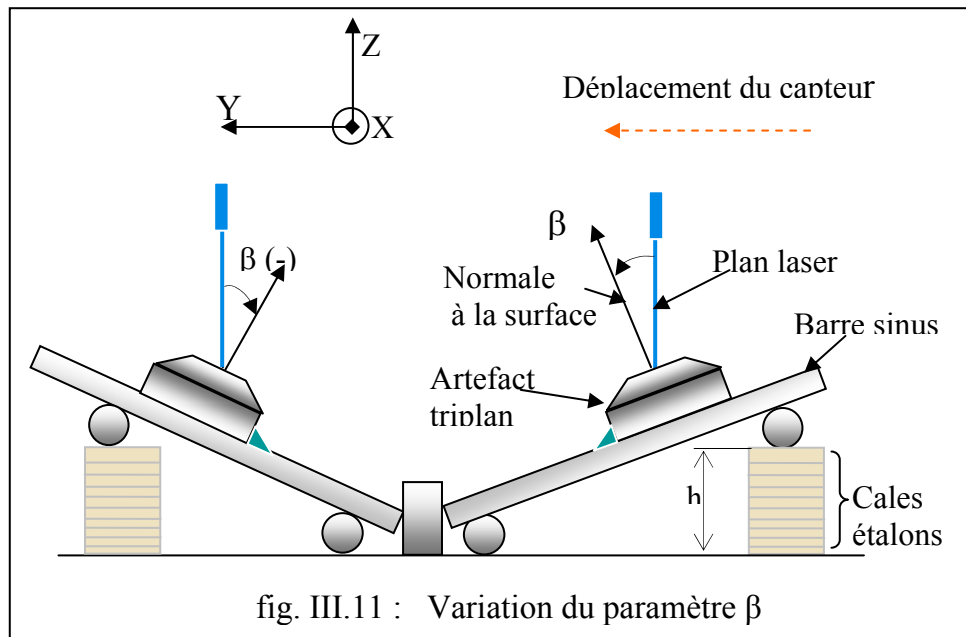
### V.3. Mesurages en fonction de $\beta$

Dans ces essais, on a suivi la même démarche que pour ceux de l'angle  $\alpha$ ; les deux autres paramètres sont maintenus fixes :  $\alpha = 0^{\circ}$  et  $d = 411.4$  mm.

L'angle  $\beta$  varie de  $-30^{\circ}$  à  $30^{\circ}$  par pas de  $10^{\circ}$ . Pour chaque valeur de  $\beta$  nous réalisons cinq mesures, Le nombre de points relevés dans chaque mesure est important (environ 25000 points).

La variation de l'angle  $\beta$  est obtenue à l'aide d'un plan incliné, tel que on pose la pièce sur ce plan et on fait varier la hauteur  $h$ , chaque angle  $\beta$  correspond une hauteur  $h$  le tableau III.2 indique les hauteurs  $h$  correspond aux angles  $\beta$  (fig. III .11)

N° de mesure	Nombre de mesure	Angle $\beta$ en ( $^{\circ}$ )	Hauteur $h$ [mm]
1	5	-30	100,00
2	5	-20	68,44
3	5	-10	34,730
4	5	0	0
5	5	10	34,730
6	5	20	68,44
7	5	30	100,00

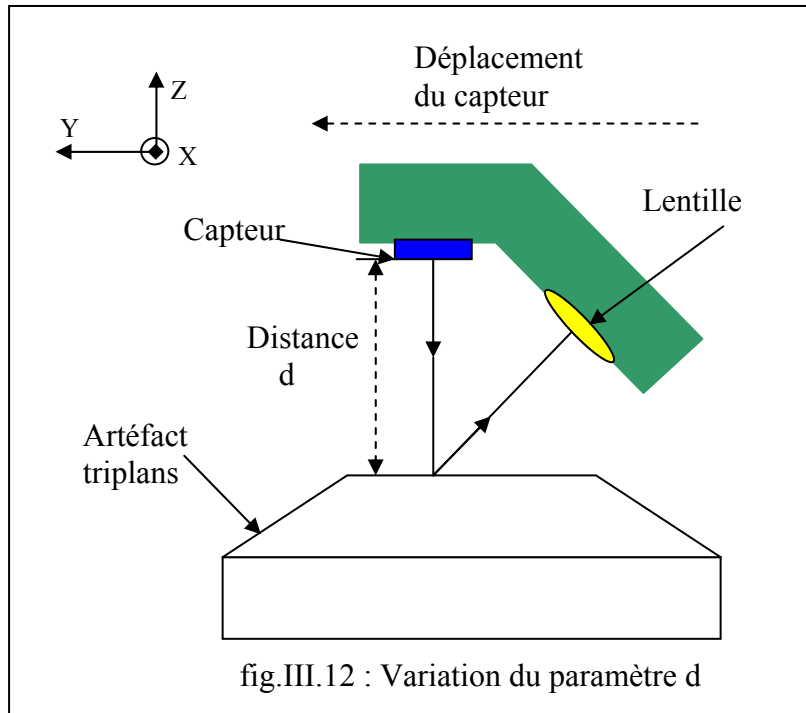


#### V.4. Mesurages en fonction de d

Dans ces essais, on a suivi la même démarche que pour ceux de l'angle  $\alpha$ ; les deux autres paramètres sont maintenus fixes :  $\alpha = 0^\circ$  et  $\beta = 0$

La distance  $d$  entre le capteur et le plan supérieur de la pièce varie de 412.34mm à 379.04 mm par pas de 3,7(fig.III.12). Pour chaque valeur de  $d$  nous réalisons cinq mesures, Le nombre de points relevés dans chaque mesure est important (environ 25000 points), le tableau III.3 indique les mesurages que nous réalisons.

N° de mesure	Nombre des meures	Distance d [mm]
1	5	412,34
2	5	408,64
3	5	404,94
4	5	401,24
5	5	397,54
6	5	393,84
7	5	390,14
8	5	386,44
9	5	382,74
10	5	379,04



## V.5. La méthode des plans d'expériences

La méthode des plans d'expériences consiste à établir un plan d'expérimentation comportant le minimum d'expériences compte-tenu des résultats souhaités tout en apportant le maximum de précision dans les résultats. Cette méthode nous permettra, par exemple, de connaître l'influence de 7 variables avec 2 points par variable, dans un cas où il n'y a pas d'interaction significative entre les facteurs à partir de 8 ou 12 essais. Le principe de la méthode consiste à ne pas étudier tous les points du maillage mais seulement certains points choisis pour leur particularité [9].

### V.5.1 Principaux avantages des plans d'expérience

Les principaux avantages de cette méthode par rapport aux méthodes traditionnelles d'expérience

- diminution du nombre d'essais,
- possibilité d'étudier un très grand nombre de facteurs,
- détection des éventuelles interactions entre facteur,
- modélisation très aisée des résultats,
- détermination des résultats avec une bonne précision,

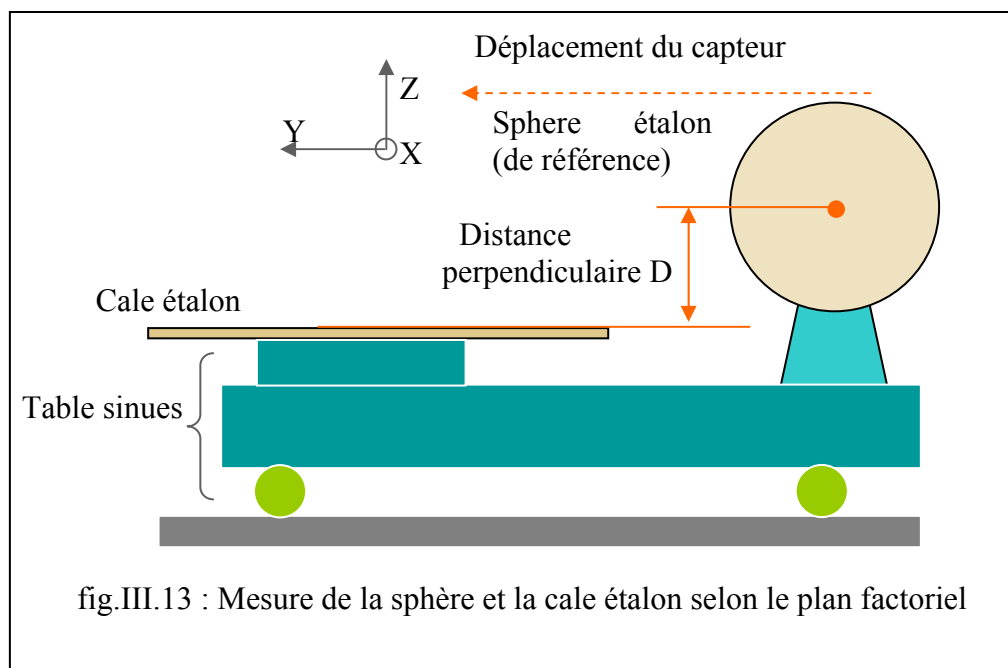
## V.6. Mesurages selon le plan factoriel

Dans ces essais, on a suivi la méthode des plans d'expériences (TAGUCHI) qui consiste à faire varier les trois paramètres considérés combiné selon le plan factoriel (tableaux III.5). Les relevés des points sont effectués sur une sphère et une cale étalons (fig.III.13), dans le but de déterminer l'incertitude sur la distance perpendiculaire entre le centre de la sphère et le plan supérieur de la cale étalon.

En maintenant le capteur dans des orientations et des distances données au cours du balayage suivant le plan factoriel. (Tableau III.4). Pour le paramètre  $\beta$  on fait juste tourner la cale de l'angle  $\beta$  considéré, d'une façon que la distance perpendiculaire entre le centre de la sphère et le plan supérieur de la cale ne changera pas.

Pour chaque paramètre ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $d$ ), on prend les trois valeurs qui représentent les deux valeurs extrêmes et le milieu de la plage de variation choisie, et on utilise la notation par numéro, le tableau III.4 récapitule les niveaux des paramètres ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $d$ ), et le tableau III.5 indique les mesurages effectués. Les nombres totaux des mesures est 135 mesures

Tableau III.4 Niveaux des paramètres ( $\alpha$ , $\beta$ , $d$ )			
Notation	Valeur de $\alpha$ (°)	Valeur de $\beta$ (°)	Valeur de $d$ en [mm]
1	0	+30	100
2	15	0	120
3	30	-30	140



<b>Tableau III.5 : Mesurage de la sphère et la cale selon le plan factoriel</b>				
N° d'essais	Bêta	alpha	distance	Nombre de mesure
1	1	1	1	5
2	1	1	2	5
3	1	1	3	5
4	1	2	1	5
5	1	2	2	5
6	1	2	3	5
7	1	3	1	5
8	1	3	2	5
9	1	3	3	5
10	2	1	1	5
11	2	1	2	5
12	2	1	3	5
13	2	2	1	5
14	2	2	2	5
15	2	2	3	5
16	2	3	1	5
17	2	3	2	5
18	2	3	3	5
19	3	1	1	5
20	3	1	2	5
21	3	1	3	5
22	3	2	1	5
23	3	2	2	5
24	3	2	3	5
25	3	3	1	5
26	3	3	2	5
27	3	3	3	5

Notre plan d'expérience (Tableau III.5) nous permettra non seulement de connaître l'influence des paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $d$ , mais également les interaction entre eux. Il permettra une interprétation rapide et sans équivoque des résultats des essais en fournissant un modèle expérimental du système étudié.

### V.7. Mesurages avec MMT à contact

Dans le but d'avoir des informations sur la précision de mesure 3D avec MMT sans contact, nous avons mesuré la distance entre les points P1 et P2 de l'artefact triplan (fig.III.6) est la distance perpendiculaire entre le centre de la sphère et le plan supérieur de la cale étalon. (fig.III.13) par la MMT à contact, en remplaçant le capteur laser par un palpeur dynamique,

Les plans (1, 2, 3,4) de , de l'artefact triplan seuls qui ont été mesurés, le nombre de points relevés pour chaque plan et égal à 10 point, les quatre plans étant mesurés cinq fois .. Pour le calcul de la distance entre le centre de la sphère et le plan supérieur de la cale, le plan et mesurée sur 10 points et la sphère mesurée en 9 points. Dans les deux mesures la distance D est donnée directement par le calculateur de la machine

## VI. CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons présenté les mesures réalisés, la procédure de mesure, et les moyens utilisés .A l'aide de ces mesures nous obtenons des fichiers numériques, ces fichiers numériques et la base de donnée de notre application de calcul de la propagation des incertitudes de mesure.

## Chapitre IV :

# RESULTATS ET INTERPRETATION

## I. Introduction

Pour étudier la propagation des incertitudes de mesure selon les trois méthodes (approche locale, approche globale, la méthode TAGUCHI). On a réalisé quelques programmes de calcul dont le but est de traiter les nuages des points que nous avons obtenus à partir des mesurages que nous avons réalisés (voir chapitre III). L'analyse des résultats obtenus permet de définir les meilleures configurations pour positionner la pièce à mesurer par rapport au capteur

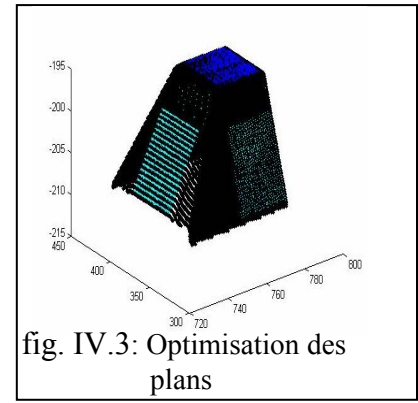
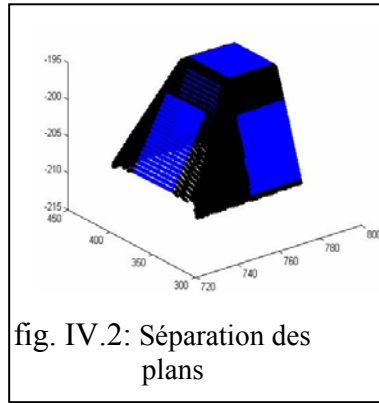
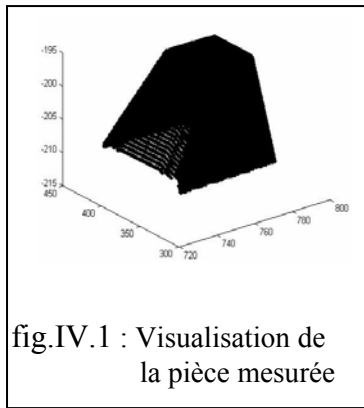
## II. RESULTATS OBTENUS PAR L'APPROCHE GLOBALE

Dans cette partie nous avons calculé l'incertitude  $U_D$  sur la distance entre les deux points P1 et P2 de la pièce triplan étalon, en maintenant le capteur dans des configurations données au cours du balayage de la pièce ; les points P1 et P2 sont respectivement définis par les intersections des plans 1-2-4 et 1-3-4 comme le montre (la fig.III.3) dans le chapitre III.

### II.1. Traitement du nuage de points

Le traitement des nuages de points est effectué en utilisant le logiciel de programmation MATLAB 7. La programmation a permis :

1. la visualisation de la pièce mesurée à partir du fichier numérique obtenu (fig.IV.1)
2. la séparation des plans pour éliminer l'effet des bords où les rayons laser sont perturbés et aussi pour une meilleure optimisation des plans, (fig.IV.2)
3. l'optimisation des plans par la méthode des moindres carrés (fig.IV.3)
4. la localisation des points P1 et P2 et le calcul de la distance D
5. le calcul de l'incertitude en fonction de chaque paramètre ( $\alpha$ ,  $\beta$ , d),
6. la représentation graphique de l'incertitude en fonction des paramètres ( $\alpha$ ,  $\beta$ , d)
7. l'interpolation des points obtenus et la déduction des courbes approximatives



## II.2. Calcul de l'incertitude de mesure

L'incertitude de mesure est calculée à partir de l'écart type. Pour une valeur du paramètre considéré, on obtient une distance D entre les deux points P1 et P2 que l'on détermine par intersection des 3 plans optimaux (1-2-4) et (1-3-4)

$$\text{On a alors : } D = \sqrt{(X(P1) - X(P2))^2 + (Y(P1) - Y(P2))^2 + (Z(P1) - Z(P2))^2} \quad (\text{IV.1})$$

Pour chaque paramètre ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $d$ ), 5 mesurages sont effectués. Pour chaque mesurage, on calcule la distance D. La valeur moyenne de D est :

$$D_{\text{moy}} = \frac{\sum_{i=1}^5 D_i}{5} \quad (\text{IV.2})$$

L'écart-type est :

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^5 (D_i - D_{\text{moy}})^2} \quad (\text{IV.3})$$

Il s'en suit :

$$\sigma_D(\alpha) = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^5 [D_i(\alpha) - D_{\text{moy}}(\alpha)]^2} \quad (\text{IV.4})$$

Et

$$U_D(\alpha) = 2 \cdot \sigma_D(\alpha) \quad (k = 2) \quad (\text{IV.5})$$

Par permutation, on calcule  $\sigma_D$  et  $U_D$  pour les deux autres paramètres ( $\beta$ ,  $d$ ) et l'on a :

$$U_D(\beta) = 2 \cdot \sigma_D(\beta) \quad ; \quad (\text{IV.6})$$

$$U_D(d) = 2 \cdot \sigma_D(d) \quad (\text{IV.7})$$

## II.3. Variation du paramètre $\alpha$

Dans ces essais, les deux autres paramètres  $\beta$  et  $d$  sont maintenus constants respectivement aux valeurs :  $\beta = 0^\circ$  et  $d = 411.4 \text{ mm}$

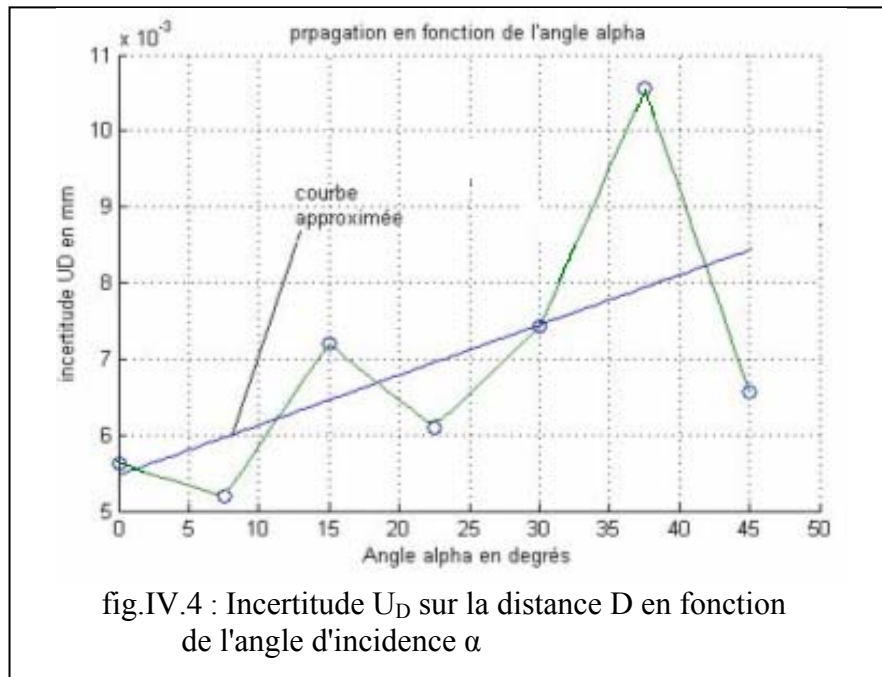
**N.B** la distance  $d = |215 - Z_{\text{Moy}} \text{ de plan } 1|$  telle que 215 représente la coordonnée Z du capteur dans le repère machine, et  $Z_{\text{Moy}}$  représente la moyenne de l'ensemble des coordonnées Z des points de plan 1 dans le repère machine



L'angle  $\alpha$  varie de  $0^\circ$  à  $45^\circ$  par pas de  $7,5^\circ$ . Le nombre de points relevés est important (environ 25000 points)

Le tableau IV.1 récapitule les résultats de calcul. La fig IV.4 illustre la représentation graphique des ces résultats.

Tableau IV.1 : Dispersion de mesure de la distance D en fonction de $\alpha$							
Angle $\alpha$ ( $^\circ$ )	$0^\circ$	$7.5^\circ$	$15^\circ$	$22.5^\circ$	$30^\circ$	$37.5^\circ$	$45^\circ$
Distance moyenne $D_{\text{moy}}$ [mm]	49.8995	49.9394	49.9392	49.9330	49.9308	49.9267	49.9358
Ecart type $\sigma_D$ [mm]	0.0028	0.0026	0.0036	0.0031	0.0037	0.0053	0.0033
Incertitude $U_D$ [mm]	0.0056	0.0052	0.0072	0.0062	0.0074	0.0106	0.0066



On remarque que les points expérimentaux peuvent être représentés par une droite dont l'équation est :

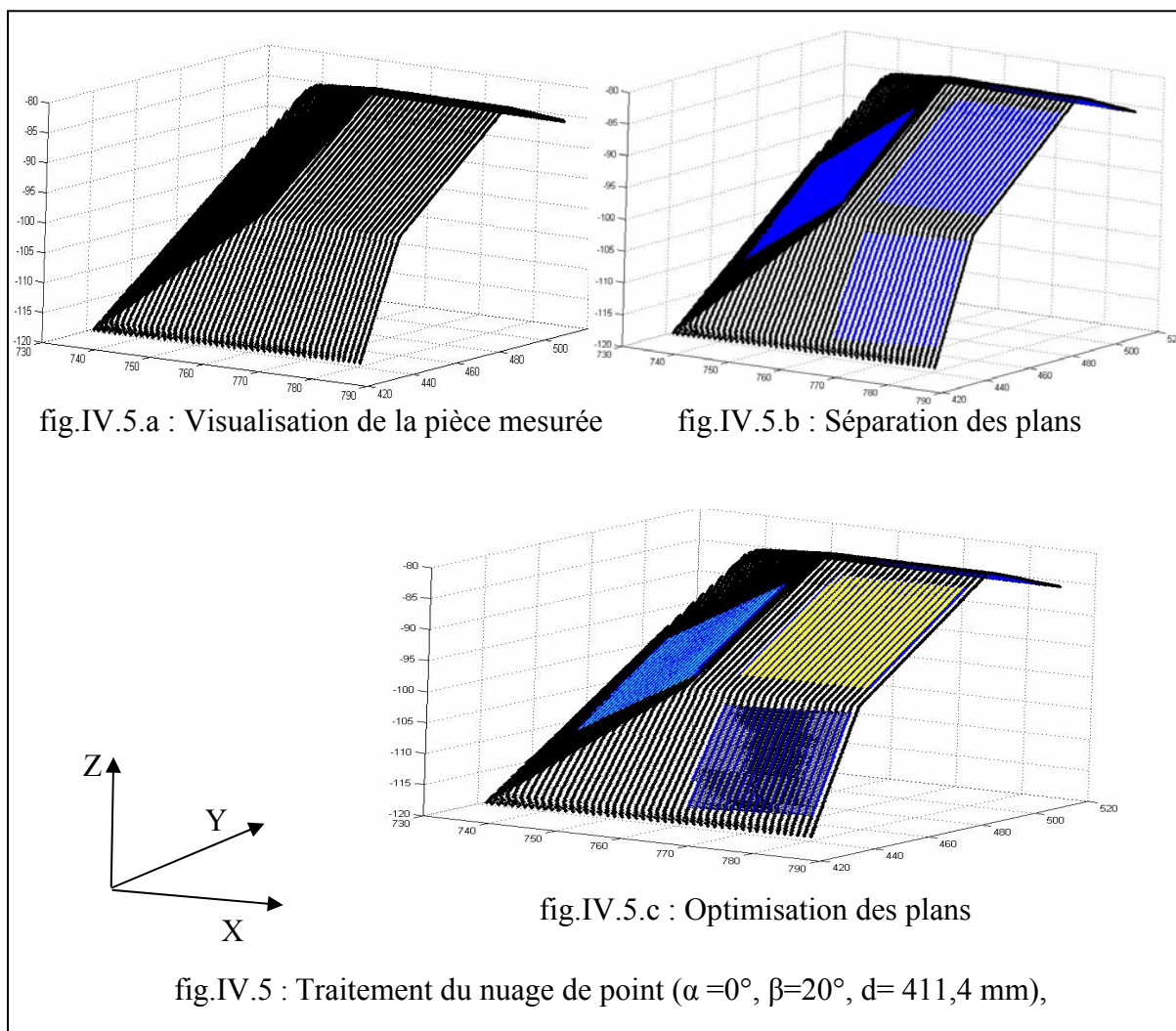
$$U_D(\alpha) = (0,67\alpha + 55) \times 10^{-4} \text{ [mm]}$$

## II. 4. Variation du paramètre $\beta$ :

Dans ces mesurages, on a suivi la même démarche que pour ceux de l'angle  $\alpha$ ; les deux autres paramètres sont maintenus fixes :  $\alpha = 0^\circ$  et  $d = 411.4$  mm. L'angle  $\beta$  varie de  $-30^\circ$  à  $30^\circ$  par pas de  $10^\circ$ . Le nombre de points relevés est important (environ 25000 points)

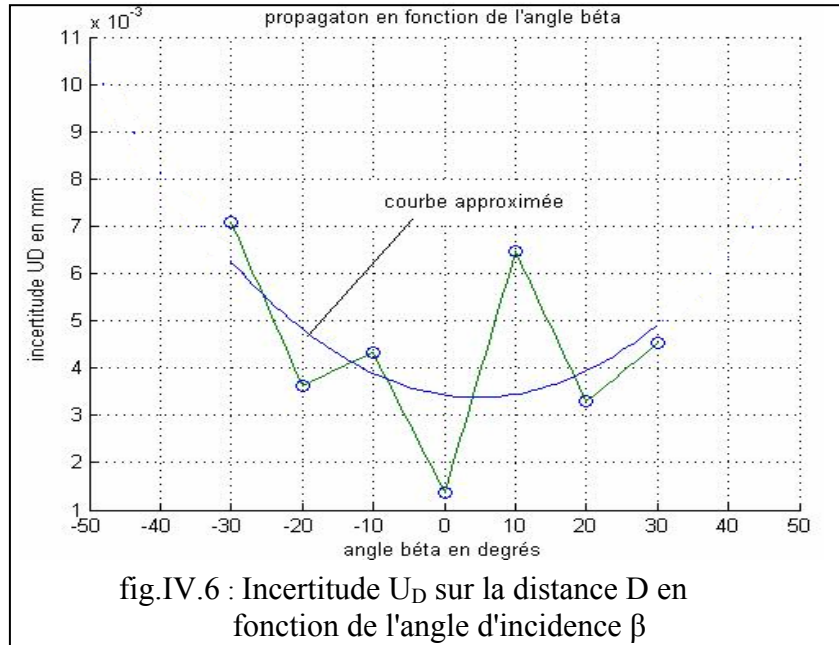
### II. 4. 1. Exemple d'application :

Traitement du nuage de point lorsque ( $\alpha = 0^\circ$ ,  $\beta = 20^\circ$ ,  $d = 215$  mm),



Le tableau IV.2 récapitule les résultats de calcul. La fig IV.5 illustre la représentation graphique des ces résultats.

Angle $\beta$ ( $^\circ$ )	-30	-20	-10	0	10	20	30
Distance moyenne $D_{\text{moy}}$ [mm]	49.9118	49.8915	49.9433	49.9181	49.9212	49.8789	49.8862
Ecart type $\sigma_D$ [mm]	0.0035	0.0018	0.0022	0.0007	0.0032	0.0016	0.0023
Incertitude $U_D$ [mm]	0.0071	0.0036	0.0043	0.0014	0.0065	0.0033	0.0045



La propagation de l'incertitude de mesure sur la distance D en fonction de l'angle  $\beta$  peut être modélisée par la fonction suivante :

$$U_D(\beta) = 2,70 \times 10^{-5} \beta^2 - 1,9 \times 10^{-4} \beta + 0,032 \quad [\text{mm}]$$

### II. 5. Variation du paramètre d :

Ici, on a maintenu  $\alpha = \beta = 0^\circ$  et on a fait varier d de 412,34 à 379,04 mm par pas de -3.7 mm

Le tableau IV.3 récapitule les résultats de calcul. La fig IV.7 illustre la représentation graphique des ces résultats.

Distance d [mm]	412,34	408,64	404,94	401,24	397,54	393,84	390,14	386,44	382,74	379,04
Distance moyenne $D_{\text{moy}}$ [mm]	49.926	49.919	49.955	49.913	49.931	49.901	49.922	49.928	49.924	49.896
Ecart type $\sigma_D$ [mm]	0.0031	0.0038	0.0146	0.0068	0.0056	0.0122	0.0026	0.0028	0.0024	0.0145
Incertaince $U_D$ [mm]	0.0061	0.0076	0.0292	0.0137	0.0111	0.0245	0.0052	0.0057	0.0057	0.0290

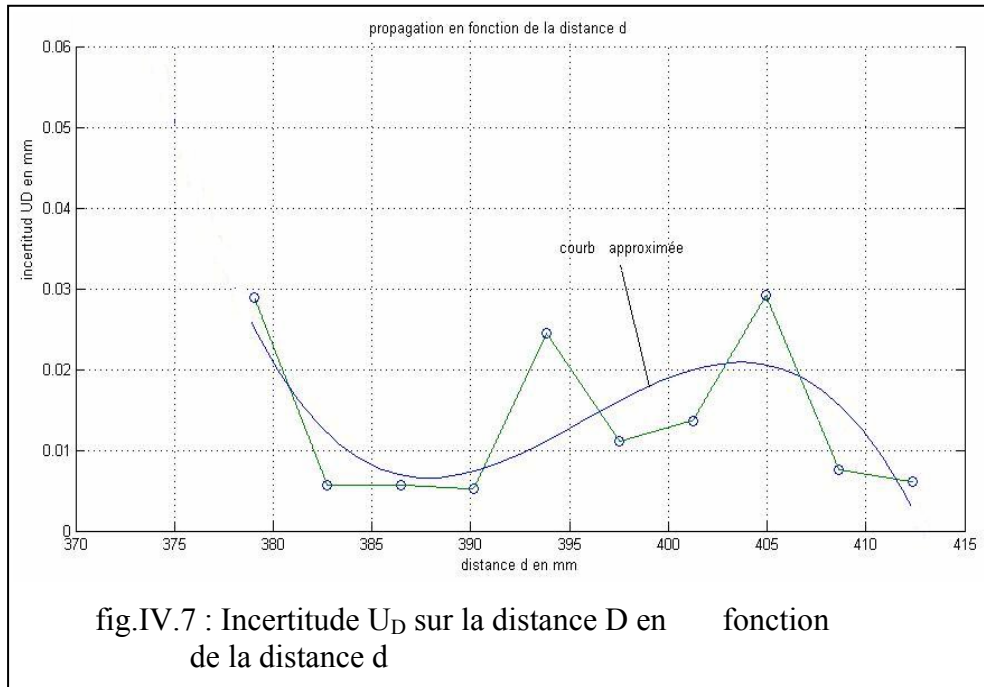


fig.IV.7 : Incertitude \$U\_D\$ sur la distance \$D\$ en fonction de la distance \$d\$

La propagation de l'incertitude de mesure sur la longueur \$D\$ en fonction de la distance \$d\$ peut être modélisée par la fonction suivante :

$$U_D(d) = -7,33 \times 10^{-6} d^3 + 8,71 \times 10^{-3} d^2 - 3,44d + 454,25 \quad [\text{mm}]$$

## II. 6. Comparaison avec les résultats obtenue par MMT à contact

Les résultats de calcul de la distance \$D\$ obtenus par la MMT à contact et comme suivant :

La distance moyenne  $D_{\text{moy}} = 49,895 \text{ mm}$

L'incertitude sur la distance moyenne  $U_D = 0,0092 \text{ mm}$

On remarque que la dispersion des mesures par scanning est inférieure à celle du palpage dans la majorité des configurations.

finalement on peut calculer l'incertitude \$U\_D\$ pour des valeurs des paramètres choisis arbitrairement. par la relation:

$$U_D(\alpha, \beta, d) = \sqrt{(U_D(\alpha))^2 + (U_D(\beta))^2 + (U_D(d))^2}$$

avec:

\$\alpha\$ varie de \$0^\circ\$ à \$45^\circ\$

\$\beta\$ varie de \$-30^\circ\$ à \$30^\circ\$

\$d\$ varie de \$379,04\$ à \$412,34 \text{ mm}\$

## II. 7. Analyse des résultats obtenus

D'après les résultats obtenus par l'approche globale, on peut déduire qu'il existe des valeurs optimales des paramètres de configuration du capteur laser qui correspondent aux dispersions minimales des incertitudes de mesure.

Toutefois, dans le cas où l'intervalle de tolérance des pièces à mesurer est élevé (de l'ordre du dixième de mm), une position privilégiée du capteur de mesure n'est pas nécessaire, en effet, les effets de ces trois paramètres n'interviennent pas, c'est-à-dire, la pièce peut être contrôlé sur la MMT optique sans se préoccuper de la position optimale du capteur. Par contre, l'orientation du capteur dans la position optimale est recommandée dans le cas de mesure de pièces de faible tolérance (de l'ordre du centième de mm) afin d'avoir des incertitudes de mesure les plus faibles possibles.

La courbe  $U_D = f(\alpha)$  montre que l'angle d'incidence  $\alpha$  du faisceau laser sur la surface doit être compris dans l'intervalle 0 à 30°, les valeurs de  $U_D$  les plus faibles correspondent à  $\alpha$  autour de 10°.

La courbe  $U_D = f(\beta)$  montre que l'angle d'incidence  $\beta$  doit avoir une valeur autour de zéro qui correspond aux incertitudes  $U_D$  les plus faibles.

Quant au paramètre  $d$ , sa variation entre 383 et 390 mm donne des incertitudes de mesures les plus faibles.

Cette analyse montre qu'on peut améliorer le mesurage à l'aide de capteur laser en positionnant celui-ci dans une configuration définie par les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $d$  réduisant au minimum les incertitudes de mesure.

On remarque que la dispersion des mesures par scanning est inférieure à celle du palpement. Ceci peut s'expliquer par la présence d'un défaut de forme des plans non négligeable. D'autre part, la répétition du palpement est moins bien maîtrisée que celle du scanning du fait d'une densité de points mesurés moins importante.

### III. RESULTATS OBTENUS PAR L'APPROCHE LOCALE

Dans cette approche locale, on a utilisé les résultats de mesure obtenus sur l'artefact triplan pour l'approche globale. On a établi un programme de calcul sur MATLAB qui a permis de calculer ce qui suit :

- 1) Les coordonnées du point P1.
- 2) Les écarts-types correspondant à chaque coordonnée.
- 3) L'incertitude sur chaque coordonnée.
- 4) Les matrices de variance-covariance en fonction des paramètres ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $d$ ).
- 5) Les volumes de dispersion en fonction des paramètres ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $d$ ).
- 6) Les représentations graphiques des incertitudes  $U_{Cx}$ ,  $U_{Cy}$ ,  $U_{Cz}$ , en fonction des paramètres ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $d$ ).
- 7) Les représentations graphiques des volumes d'incertitudes en fonction des paramètres ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $d$ ).
- 8) Les lois de régression des courbes représentatives des incertitudes.

Pour chaque paramètre de position, on a trois valeurs de l'incertitude de mesure, par exemple, pour  $\alpha$ , on a :  $U_{Cx}(\alpha)$ ,  $U_{Cy}(\alpha)$ ,  $U_{Cz}(\alpha)$ . Au total, on a neuf valeurs de l'incertitude, auxquelles il faut ajouter les trois autres valeurs de volume de dispersion  $V_{Uc}(\alpha)$ ,  $V_{Uc}(\beta)$  et  $V_{Uc}(d)$ .

#### III.1 Calcul de l'incertitude de mesure au point P1

L'incertitude de mesure est calculée à partir de l'écart type. Pour une valeur du paramètre considéré, on obtient les coordonnées du point P1 que l'on détermine par l'intersection des 3 plans optimaux (1-2-4), et ce en exploitant les mesures qui ont été faites sur l'artefact triplan, on a

$$\text{Alors :} \quad CP1 = [Cx, Cy, Cz]^t \quad (IV.8)$$

Pour chaque paramètre ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $d$ ), 5 mesurages sont effectués. Pour chaque mesurage, on calcule les coordonnées moyennes ( $Cx_{\text{moy}}$ ,  $Cy_{\text{moy}}$ ,  $Cz_{\text{moy}}$ ) :

$$Cx_{\text{moy}} = \frac{\sum_{i=1}^5 Cx_i}{5} \quad (IV.9)$$

$$Cy_{\text{moy}} = \frac{\sum_{i=1}^5 Cy_i}{5} \quad (IV.10)$$

$$Cz_{\text{moy}} = \frac{\sum_{i=1}^5 Cz_i}{5} \quad (IV.11)$$

L'écart- type correspond a chaque coordonnée moyenne est respectivement :

$$\sigma_{C_x} = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^5 (C_{x_i} - C_{x_{moy}})^2} \quad (IV.12)$$

$$\sigma_{C_y} = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^5 (C_{y_i} - C_{y_{moy}})^2} \quad (IV.13)$$

$$\sigma_{C_z} = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^5 (C_{z_i} - C_{z_{moy}})^2} \quad (IV.14)$$

En fonction du paramètre  $\alpha$ , on aura :

$$\sigma_{C_x}(\alpha) = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^5 [C_{x_i}(\alpha) - C_{x_{moy}}(\alpha)]^2} \quad (IV.15)$$

$$\sigma_{C_y}(\alpha) = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^5 [C_{y_i}(\alpha) - C_{y_{moy}}(\alpha)]^2} \quad (IV.16)$$

$$\sigma_{C_z}(\alpha) = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^5 [C_{z_i}(\alpha) - C_{z_{moy}}(\alpha)]^2} \quad (IV.17)$$

Avec un coefficient d'élargissement  $k = 2$  on aura :

$$U_{C_x}(\alpha) = 2 \cdot \sigma_{C_x}(\alpha) \quad (IV.18)$$

$$U_{C_y}(\alpha) = 2 \cdot \sigma_{C_y}(\alpha) \quad (IV.19)$$

$$U_{C_z}(\alpha) = 2 \cdot \sigma_{C_z}(\alpha) \quad (IV.20)$$

Par permutation, on calcule,  $\sigma_{C_x}$ ,  $\sigma_{C_y}$ ,  $\sigma_{C_z}$ , et  $U_{C_x}$ ,  $U_{C_y}$  et  $U_{C_z}$  pour les deux autres paramètres  $\beta$  et  $d$ , et l'on a :

$$U_{C_x}(\beta) = 2 \cdot \sigma_{C_x}(\beta) \quad (IV.21)$$

$$U_{C_y}(\beta) = 2 \cdot \sigma_{C_y}(\beta) \quad (IV.22)$$

$$U_{C_z}(\beta) = 2 \cdot \sigma_{C_z}(\beta) \quad (IV.23)$$

$$U_{C_x}(d) = 2 \cdot \sigma_{C_x}(d) \quad (IV.24)$$

$$U_{C_y}(d) = 2 \cdot \sigma_{C_y}(d) \quad (IV.25)$$

$$U_{C_z}(d) = 2 \cdot \sigma_{C_z}(d) \quad (IV.26)$$

### III.2. Calcul de volume d'incertitude de mesure au point P1

En utilisant les formules développés dans le chapitre II telles que :

$$V_{Uc} = \frac{4}{3} \pi U_{Cx} \cdot U_{Cy} \cdot U_{Cz} \quad (IV.27)$$

que l'on peut écrire :

$$V_{Uc} = V_{Uc}(\alpha, \beta, d) \quad (IV.28)$$

si en replace par la matrice de variance covariance

$$U_{Cx} = k \sqrt{\text{Var}(Cx)} \quad (IV.29)$$

$$U_{Cy} = k \sqrt{\text{Var}(Cy)} \quad (IV.30)$$

$$U_{Cz} = k \sqrt{\text{Var}(Cz)} \quad (IV.31)$$

pour un facteur d'élargissement  $k=2$

$$V_{Uc} = \frac{32}{3} \pi \sqrt{\text{Var}(Cx) \cdot \text{Var}(Cy) \cdot \text{Var}(Cz)} \Rightarrow V_{Uc} = \frac{32}{3} \pi \sqrt{|\Sigma|} \quad (IV.32)$$

En fonction des trois paramètres de position, on a :

$$V_{Uc}(\alpha) = \frac{32}{3} \pi \sqrt{|\Sigma(\alpha)|} \quad (IV.33)$$

$$V_{Uc}(\beta) = \frac{32}{3} \pi \sqrt{|\Sigma(\beta)|} \quad (IV.34)$$

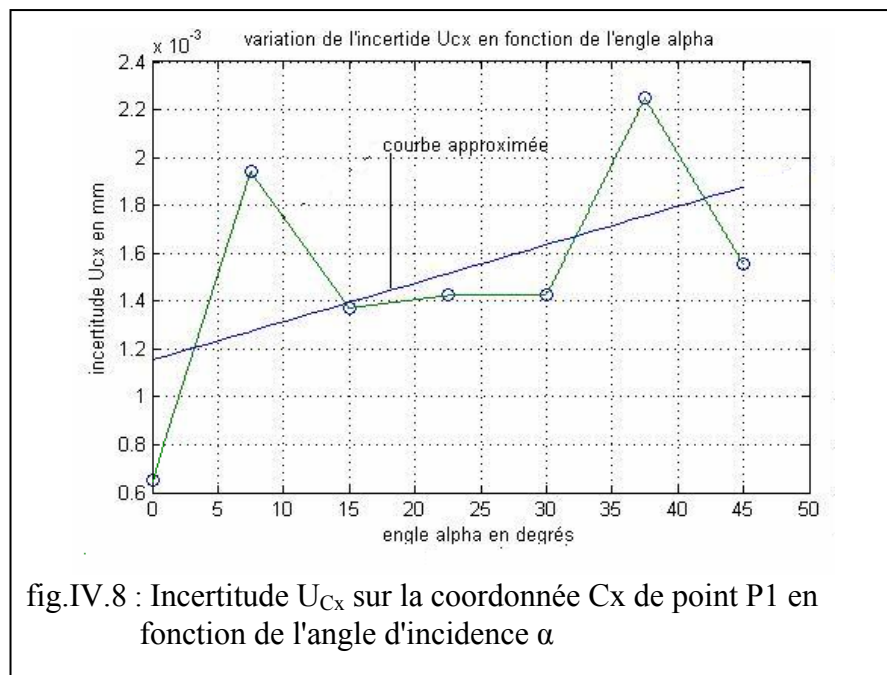
$$V_{Uc}(d) = \frac{32}{3} \pi \sqrt{|\Sigma(d)|} \quad (IV.35)$$

### III.3. Variation du paramètre $\alpha$ :

Les tableaux IV.4, IV.5, IV.6, IV.7, récapitulant les résultats de calculs. Les figures IV.8, IV.9, IV.10, IV.11 illustrent les représentations graphiques.



Alpha en degrés	Coordonnée moyenne Cx [mm]	Ecart-type [mm]	Incertitude $U_{Cx}$ [mm]	Variance en Cx [mm <sup>2</sup> ]
0	-761,179	$3,24 \cdot 10^{-4}$	$6,49 \cdot 10^{-4}$	$1,05 \cdot 10^{-7}$
7.5	-761,174	$9,69 \cdot 10^{-4}$	$1,93 \cdot 10^{-3}$	$9,40 \cdot 10^{-7}$
15	-761,176	$6,85 \cdot 10^{-4}$	$1,37 \cdot 10^{-4}$	$4,70 \cdot 10^{-7}$
22.5	-761,180	$7,11 \cdot 10^{-4}$	$1,42 \cdot 10^{-4}$	$5,06 \cdot 10^{-7}$
30	-761,210	$7,11 \cdot 10^{-4}$	$1,42 \cdot 10^{-4}$	$9,48 \cdot 10^{-7}$
37.5	-761,230	$1,12 \cdot 10^{-3}$	$2,24 \cdot 10^{-4}$	$1,26 \cdot 10^{-6}$
45	-761,244	$7,76 \cdot 10^{-4}$	$1,55 \cdot 10^{-4}$	$6,02 \cdot 10^{-7}$



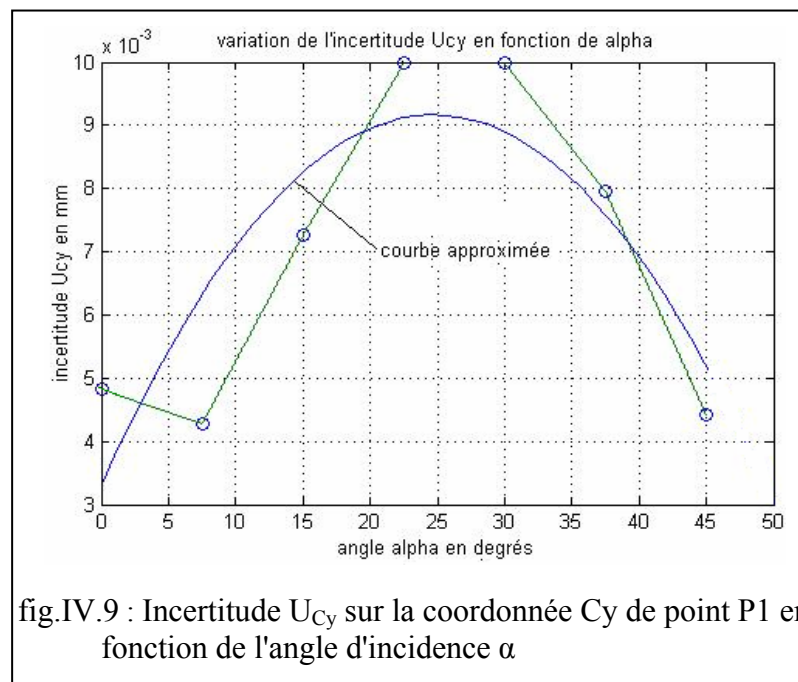
On remarque que les points expérimentaux peuvent être représentés par une droite dont l'équation est :

$$U_{Cx}(\alpha) = (0,16 \alpha + 15,534) \times 10^{-4} \quad [\text{mm}]$$

La courbe  $U_{Cx} = f(\alpha)$  montre que l'angle d'incidence  $\alpha$  doit avoir une valeur autour de zéro correspondant aux incertitudes  $U_{Cx}$  les plus faibles.

D'après les points expérimentaux obtenus, on peut déduire qu'il existe une stabilité des incertitudes quand l'angle  $\alpha$  dans l'intervalle  $15^\circ$  à  $30^\circ$ .

Alpha en(°)	Coordonnée moyenne Cy [mm]	Ecart-type En Cy [mm]	Incertitude $U_{Cy}$ [mm]	Variance en Cy [mm <sup>2</sup> ]
0	-369,233	$2,41 \cdot 10^{-3}$	$4,82 \cdot 10^{-3}$	$5,81 \cdot 10^{-6}$
7.5	-369,212	$2,14 \cdot 10^{-3}$	$4,28 \cdot 10^{-3}$	$4,58 \cdot 10^{-6}$
15	-369,212	$3,62 \cdot 10^{-3}$	$7,25 \cdot 10^{-3}$	$1,31 \cdot 10^{-5}$
22.5	-369,229	$4,99 \cdot 10^{-3}$	$9,98 \cdot 10^{-3}$	$2,49 \cdot 10^{-6}$
30	-369,211	$4,99 \cdot 10^{-3}$	$9,98 \cdot 10^{-3}$	$2,40 \cdot 10^{-5}$
37.5	-369,208	$3,98 \cdot 10^{-3}$	$7,97 \cdot 10^{-3}$	$1,58 \cdot 10^{-5}$
45	-369,209	$2,21 \cdot 10^{-3}$	$4,42 \cdot 10^{-3}$	$4,88 \cdot 10^{-6}$



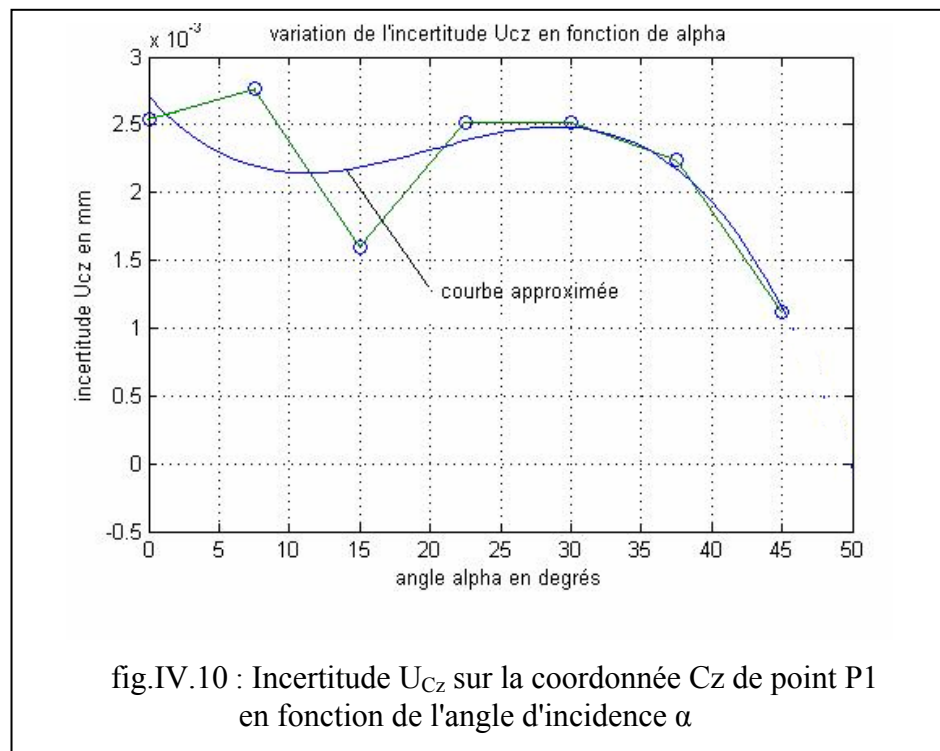
La propagation de l'incertitude de mesure sur la coordonnée Cy de point P1 en fonction de l'angle  $\alpha$  peut être modélisée par la fonction suivante :

$$U_{Cy}(\alpha) = (-0,09617\alpha^2 + 4.7\alpha + 33.03) \times 10^{-4} \text{ [mm]}$$

La courbe  $U_{Cy} = f(\alpha)$  montre que l'angle d'incidence  $\alpha$  doit avoir des valeurs autour de 7.5°, et de 45° qui correspondent aux incertitudes  $U_{Cy}$  les plus faibles.

D'après les points expérimentaux obtenus, on peut déduire qu'il existe une stabilité des incertitudes quand  $22.5^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$ .

<b>Tableau IV.6 : Dispersion de mesure sur la coordonnée Cz de point P1 en fonction de <math>\alpha</math></b>				
Alpha en °	Coordonnée moyenne Cz [mm]	Ecart-type En Cz [mm]	Incertitude $U_{Cz}$ [mm]	Variance en Cz [ $\text{mm}^2$ ]
0	-196,443	$1,26 \cdot 10^{-3}$	$2,53 \cdot 10^{-3}$	$1,61 \cdot 10^{-6}$
7.5	-196,459	$1,38 \cdot 10^{-3}$	$2,76 \cdot 10^{-3}$	$1,90 \cdot 10^{-6}$
15	-196,462	$7,99 \cdot 10^{-4}$	$1,59 \cdot 10^{-3}$	$6,38 \cdot 10^{-7}$
22.5	-196,456	$1,26 \cdot 10^{-3}$	$2,52 \cdot 10^{-3}$	$1,58 \cdot 10^{-6}$
30	-196,464	$1,26 \cdot 10^{-3}$	$2,52 \cdot 10^{-3}$	$5,56 \cdot 10^{-7}$
37.5	-196,460	$1,12 \cdot 10^{-3}$	$2,24 \cdot 10^{-3}$	$1,25 \cdot 10^{-6}$
45	-196,454	$5,57 \cdot 10^{-4}$	$1,11 \cdot 10^{-3}$	$3,10 \cdot 10^{-7}$



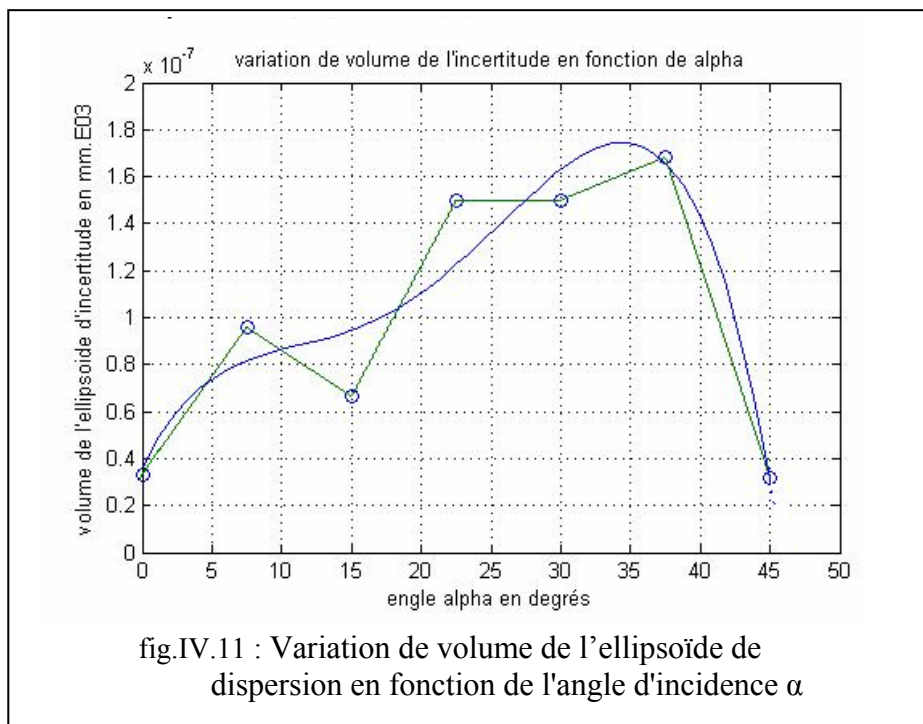
La propagation de l'incertitude de mesure sur la coordonnée Cz de point P1 en fonction de l'angle  $\alpha$  peut être modélisée par la fonction suivante :

$$U_{Cz}(\alpha) = -1,22 \times 10^{-7} \alpha^3 + 7,24 \times 10^{-6} \alpha^2 - 1,16 \times 10^{-4} \alpha + 0,0027 \text{ [mm]}$$

La courbe  $U_{Cz} = f(\alpha)$  montre que l'angle d'incidence  $\alpha$  doit avoir des valeurs autour de  $15^\circ$ , et de  $45^\circ$  qui correspondent aux incertitudes  $U_{Cz}$  les plus faibles.

D'après les points expérimentaux obtenus, on peut déduire qu'il existe une stabilité des incertitudes quand  $22,5^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$

Alpha en degrés	Incertitude $U_{Cx}$ [mm]	Incertitude $U_{Cy}$ [mm]	Incertitude $U_{Cz}$ [mm]	Volume de l'ellipsoïde d'incertitude $V_{Uc}$ [mm <sup>3</sup> ]
0	$6,49 \cdot 10^{-4}$	$4,82 \cdot 10^{-3}$	$2,53 \cdot 10^{-3}$	$3,33 \cdot 10^{-8}$
7.5	$1,93 \cdot 10^{-3}$	$4,28 \cdot 10^{-3}$	$2,76 \cdot 10^{-3}$	$9,60 \cdot 10^{-8}$
15	$1,37 \cdot 10^{-3}$	$7,25 \cdot 10^{-3}$	$1,59 \cdot 10^{-3}$	$6,66 \cdot 10^{-8}$
22.5	$1,42 \cdot 10^{-3}$	$9,98 \cdot 10^{-3}$	$2,52 \cdot 10^{-3}$	$1,50 \cdot 10^{-7}$
30	$1,42 \cdot 10^{-3}$	$9,98 \cdot 10^{-3}$	$2,52 \cdot 10^{-3}$	$1,50 \cdot 10^{-7}$
37.5	$2,24 \cdot 10^{-3}$	$7,97 \cdot 10^{-3}$	$2,24 \cdot 10^{-3}$	$1,68 \cdot 10^{-7}$
45	$1,55 \cdot 10^{-3}$	$4,42 \cdot 10^{-3}$	$1,11 \cdot 10^{-3}$	$3,20 \cdot 10^{-8}$



La variation du volume de l'ellipsoïde d'incertitude de mesure autour des coordonnées moyennes du point P1 en fonction de l'angle  $\alpha$  peut être modélisée par la fonction suivante :

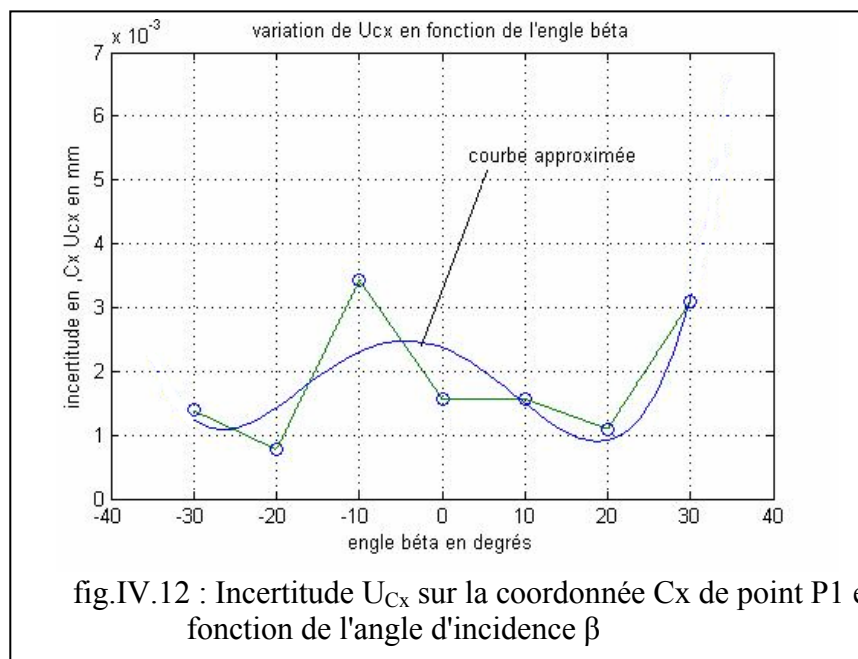
$$V_{Uc}(\alpha) = -6,43 \times 10^{-13} \alpha^4 + 4,75 \times 10^{-11} \alpha^3 - 1,1 \times 10^{-9} \alpha^2 + 1,2 \times 10^{-8} \alpha + 3,62 \times 10^{-8} \text{ [mm}^3\text{]}$$

La courbe  $V_{Uc} = f(\alpha)$  montre que l'angle d'incidence  $\alpha$  doit avoir des valeurs près de zéro degré qui correspondent aux volumes d'incertitude  $V_{Uc}$  les plus faibles, ce qui suggère une orientation optimal du capteur dans la direction normale à la surface

**III.4. Variation du paramètre  $\beta$  :**

Les tableaux IV.8, IV.9, IV.10, IV.11, récapitulent les résultats de calculs. Les figures IV.12, IV.13, IV.14, IV.15 illustrent la représentation graphique.

<b>Tableau IV.8 : Dispersion de mesure sur la coordonnée Cx de point P1 en fonction de <math>\beta</math></b>				
Engel $\beta$ en degrés	Coordonnée moyenne Cx [mm]	Ecart-type En Cx [mm]	Incertitude $U_{Cx}$ [mm]	Variance en Cx [mm <sup>2</sup> ]
-30	-736,716	$6,94 \cdot 10^{-4}$	$1,38 \cdot 10^{-3}$	$4,82 \cdot 10^{-7}$
-20	-737,151	$3,87 \cdot 10^{-4}$	$7,75 \cdot 10^{-4}$	$1,50 \cdot 10^{-7}$
-10	-759,922	$1,71 \cdot 10^{-3}$	$3,42 \cdot 10^{-3}$	$2,93 \cdot 10^{-6}$
0	-759,596	$7,85 \cdot 10^{-4}$	$1,57 \cdot 10^{-3}$	$6,17 \cdot 10^{-7}$
10	-753,205	$7,85 \cdot 10^{-4}$	$1,57 \cdot 10^{-3}$	$1,89 \cdot 10^{-7}$
20	-759,313	$5,49 \cdot 10^{-4}$	$1,09 \cdot 10^{-3}$	$3,01 \cdot 10^{-7}$
30	-741,755	$1,54 \cdot 10^{-4}$	$3,09 \cdot 10^{-3}$	$2,39 \cdot 10^{-6}$



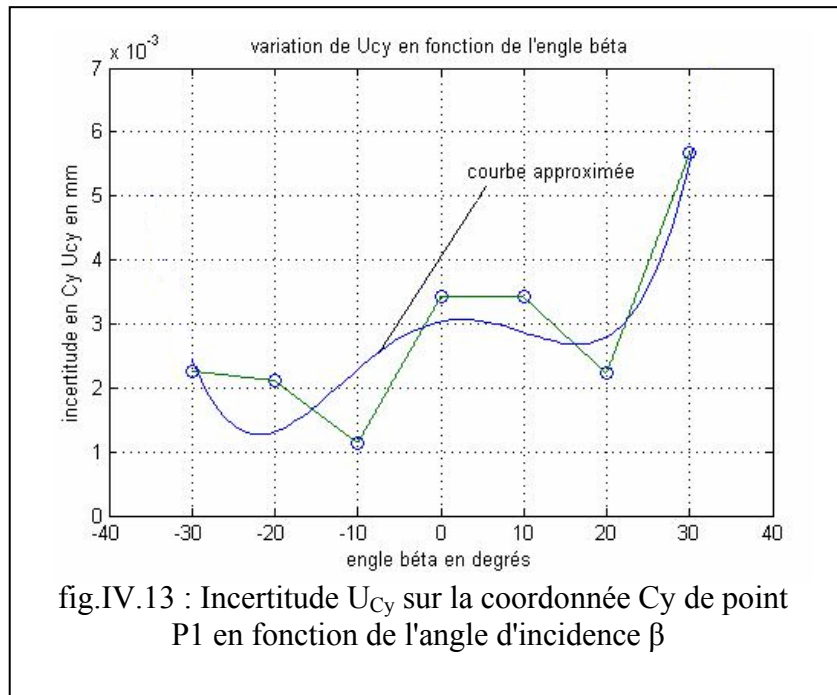
La propagation de l'incertitude de mesure sur la coordonnée Cx de point P1 en fonction de l'angle  $\beta$  peut être modélisée par la fonction suivante :

$$U_{Cx}(\beta) = 5,59 \times 10^{-8} \beta^4 + 9,02 \times 10^{-8} \beta^3 - 5,21 \times 10^{-6} \beta^2 - 4,71 \times 10^{-5} \beta + 2,23 \times 10^{-3} \text{ [mm]}$$

La courbe  $U_{Cx} = f(\beta)$  montre que l'angle d'incidence  $\beta$  doit avoir des valeurs autour de  $-20^\circ$ , et de  $20^\circ$  qui correspondent aux incertitudes  $U_{Cx}$  les plus faibles.

D'après les points expérimentaux obtenus, on peut déduire qu'il existe une stabilité des incertitudes quand  $0^\circ \leq \beta \leq 20^\circ$

Engel $\beta$ en degrés	Coordonnée moyenne en Cy [mm]	Ecart-type en Cy [mm]	Incertitude $U_{Cy}$ [mm]	Variance en Cy [mm <sup>2</sup> ]
-30	-459,673	$1,13 \cdot 10^{-3}$	$2,26 \cdot 10^{-3}$	$1,28 \cdot 10^{-6}$
-20	-454,3	$1,05 \cdot 10^{-3}$	$2,11 \cdot 10^{-3}$	$1,11 \cdot 10^{-6}$
-10	-494,820	$5,71 \cdot 10^{-4}$	$1,14 \cdot 10^{-3}$	$3,26 \cdot 10^{-7}$
0	-480,354	$1,71 \cdot 10^{-3}$	$3,42 \cdot 10^{-3}$	$2,93 \cdot 10^{-6}$
10	-461,486	$1,71 \cdot 10^{-3}$	$3,42 \cdot 10^{-3}$	$9,53 \cdot 10^{-7}$
20	-445,134	$1,11 \cdot 10^{-3}$	$2,23 \cdot 10^{-3}$	$1,24 \cdot 10^{-6}$
30	-399,684	$2,83 \cdot 10^{-3}$	$5,66 \cdot 10^{-3}$	$8,01 \cdot 10^{-6}$



La propagation de l'incertitude de mesure sur la coordonnée Cy de point P1 en fonction de l'angle  $\beta$  peut être modélisée par la fonction suivante :

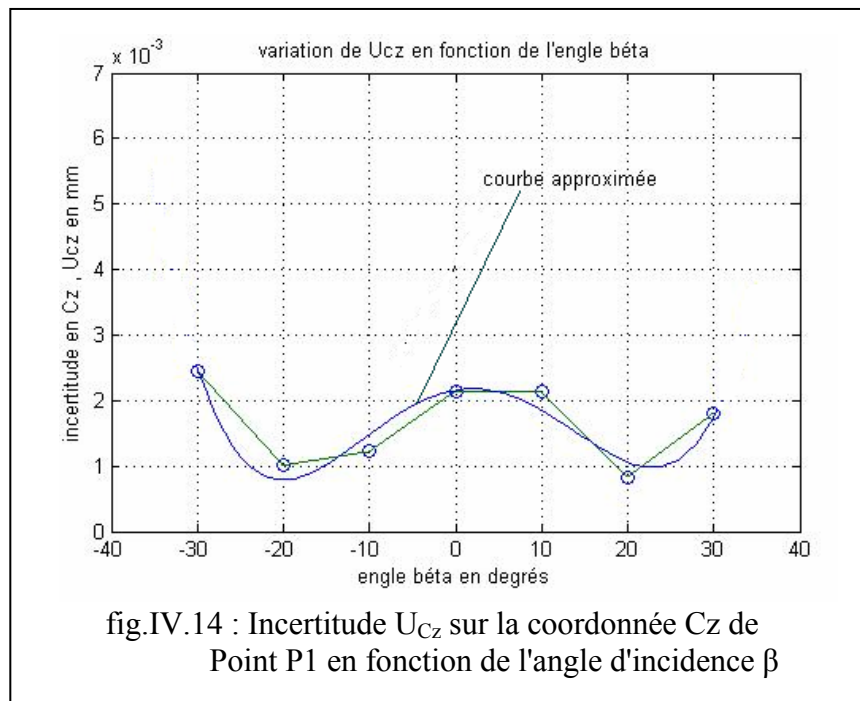
$$U_{Cy}(\beta) = 7,02 \times 10^{-9} \beta^4 + 2,75 \times 10^{-8} \beta^3 - 5,26 \times 10^{-6} \beta^2 + 2,62 \times 10^{-5} \beta + 3,04 \times 10^{-3} \text{ [mm]}$$

La courbe  $U_{Cy} = f(\beta)$  montre que l'angle d'incidence  $\beta$  doit avoir une valeur autour de  $-10^\circ$  qui correspond aux incertitudes  $U_{Cy}$  les plus faibles

D'après les points exprimés obtenus, on peut déduire qu'il existe une stabilité des incertitudes quand  $0^\circ \leq \beta \leq 10^\circ$

**Tableau IV. 10 : Dispersion de mesure sur la coordonnée Cz de point P1 en fonction de  $\beta$**

Engel $\beta$ en degrés	Coordonnée moyenne Cz [mm]	Ecart-type En Cz [mm]	Incertitude $U_{Cz}$ [mm]	Variance en Cz [mm <sup>2</sup> ]
-30	-121,345	$1,22 \cdot 10^{-3}$	$2,45 \cdot 10^{-3}$	$1,51 \cdot 10^{-6}$
-20	-125,229	$5,05 \cdot 10^{-4}$	$1,01 \cdot 10^{-3}$	$2,56 \cdot 10^{-7}$
-10	-131,983	$6,10 \cdot 10^{-4}$	$1,22 \cdot 10^{-3}$	$3,73 \cdot 10^{-7}$
0	-141,224	$1,07 \cdot 10^{-3}$	$2,14 \cdot 10^{-3}$	$1,15 \cdot 10^{-6}$
10	-118,003	$1,07 \cdot 10^{-3}$	$2,14 \cdot 10^{-3}$	$5,43 \cdot 10^{-7}$
20	-97,7576	$4,15 \cdot 10^{-4}$	$8,30 \cdot 10^{-4}$	$1,72 \cdot 10^{-7}$
30	-56,2480	$9,03 \cdot 10^{-4}$	$1,80 \cdot 10^{-3}$	$8,16 \cdot 10^{-7}$



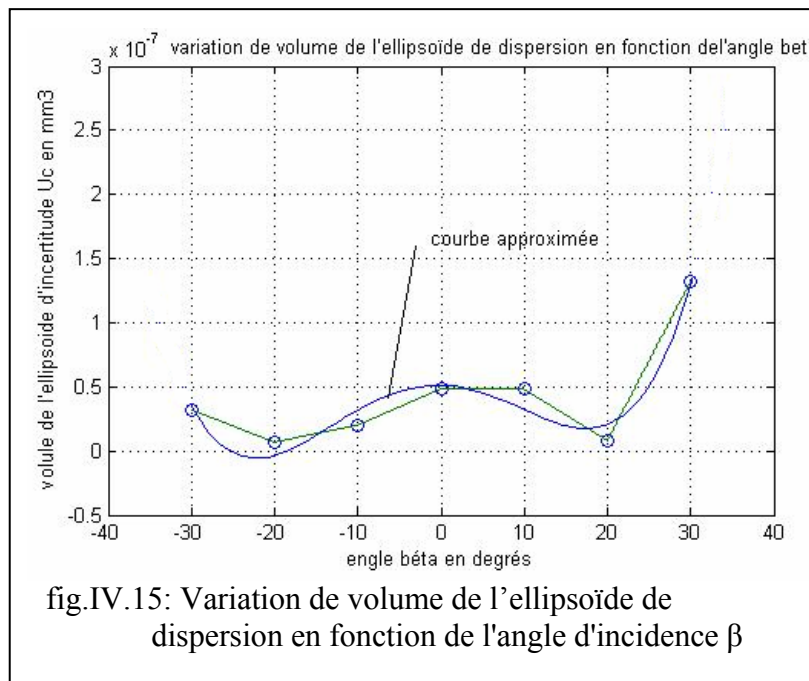
La propagation de l’incertitude de mesure sur la coordonnée Cz de point P1 en fonction de l’angle  $\beta$  peut être modélisée par la fonction suivante :

$$U_{Cz}(\beta) = 6,1 \times 10^{-9} \beta^4 - 3,86 \times 10^{-8} \beta^3 - 5,52 \times 10^{-6} \beta^2 + 2,20 \times 10^{-5} \beta + 2,16 \times 10^{-3} \text{ [mm]}$$

La courbe  $U_{Cy} = f(\beta)$  montre que l'angle d'incidence  $\beta$  doit avoir des valeurs autour de 20°, et autour de -20° qui correspondent aux incertitudes  $U_{Cz}$  les plus faibles

D’après les points expérimentaux obtenus, on peut déduire qu'il existe une stabilité des incertitudes quand  $0^\circ \leq \beta \leq 10^\circ$

Tableau IV.11 : Dispersion de mesure des coordonnées du point P1.en fonction de $\beta$				
Angle $\beta$ en degrés	incertitude $U_{Cx}$ [mm]	incertitude $U_{Cy}$ [mm]	incertitude $U_{Cz}$ [mm]	Volume de l'ellipsoïde $V_{Uc}$ [mm <sup>3</sup> ]
-30	$1,38 \cdot 10^{-3}$	$2,26 \cdot 10^{-3}$	$2,46 \cdot 10^{-3}$	$3,24 \cdot 10^{-8}$
-20	$7,76 \cdot 10^{-4}$	$2,11 \cdot 10^{-3}$	$1,01 \cdot 10^{-3}$	$6,95 \cdot 10^{-9}$
-10	$3,43 \cdot 10^{-3}$	$1,14 \cdot 10^{-3}$	$1,22 \cdot 10^{-3}$	$2,01 \cdot 10^{-8}$
0	$1,57 \cdot 10^{-3}$	$3,42 \cdot 10^{-3}$	$2,14 \cdot 10^{-3}$	$4,83 \cdot 10^{-8}$
10	$1,57 \cdot 10^{-3}$	$3,42 \cdot 10^{-3}$	$2,14 \cdot 10^{-3}$	$4,83 \cdot 10^{-8}$
20	$1,10 \cdot 10^{-3}$	$2,23 \cdot 10^{-3}$	$8,30 \cdot 10^{-3}$	$8,53 \cdot 10^{-8}$
30	$3,09 \cdot 10^{-3}$	$5,66 \cdot 10^{-3}$	$1,80 \cdot 10^{-3}$	$1,33 \cdot 10^{-7}$



La variation du volume de l'ellipsoïde de l'incertitude de mesure sur les coordonnées du point P1 en fonction de l'angle  $\beta$  peut être modélisée par la fonction suivante :

$$V_{Uc}(\beta) = 2,82 \times 10^{-13} \beta^4 + 1,95 \times 10^{-13} \beta^3 - 2,19 \times 10^{-10} \beta^2 - 1,82 \times 10^{-10} \beta + 5,12 \times 10^{-3} [\text{mm}^3]$$

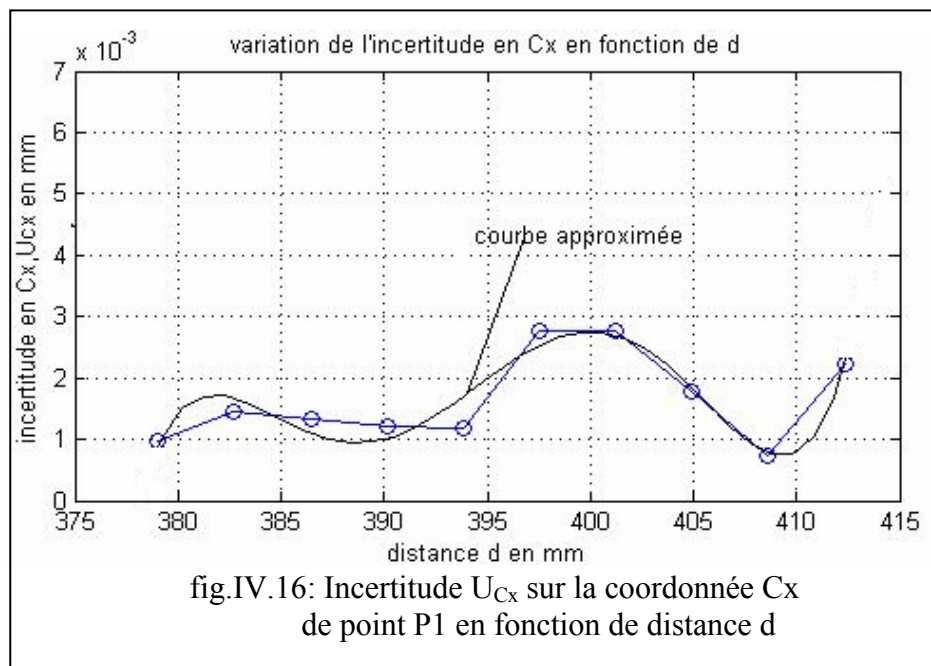
La courbe  $V_{Uc} = f(\beta)$  montre que l'angle d'incidence  $\beta$  doit avoir des valeurs dans l'intervalle de  $-30^\circ$  à  $20^\circ$  qui correspondent aux volumes d'incertitude  $V_{Uc}$  les plus faibles, Cette dernière courbe  $V_{Uc} = f(\beta)$  nous donne les informations que nous cherchons, dans le but de minimiser le volume d'incertitude autour d'un point mesuré.



### III.5. Variation du paramètre d

Les tableaux IV.12, IV.13, IV.14, IV.15, récapitulent les résultats de calculs. Les figures IV.16, IV.17, IV.18, IV.19 illustrent la représentation graphique.

Tableau IV. 12 : Dispersion de mesure sur la coordonnée Cx de point P1 en fonction de d				
Distance d en mm	Coordonnée moyenne Cx [mm]	Ecart-type En Cx [mm]	Incertitude $U_{Cx}$ [mm]	Variance en Cx [mm <sup>2</sup> ]
412,34	-761,174	$1,11 \cdot 10^{-3}$	$2,22 \cdot 10^{-3}$	$1,23 \cdot 10^{-6}$
408,64	-761,187	$3,62 \cdot 10^{-4}$	$7,24 \cdot 10^{-4}$	$1,31 \cdot 10^{-7}$
404,94	-761,166	$8,94 \cdot 10^{-4}$	$1,78 \cdot 10^{-3}$	$8,00 \cdot 10^{-7}$
401,24	-761,165	$1,38 \cdot 10^{-3}$	$2,76 \cdot 10^{-3}$	$1,91 \cdot 10^{-6}$
397,54	-761,170	$1,38 \cdot 10^{-3}$	$2,76 \cdot 10^{-3}$	$4,28 \cdot 10^{-7}$
393,84	-761,187	$5,97 \cdot 10^{-4}$	$1,19 \cdot 10^{-3}$	$3,57 \cdot 10^{-7}$
390,14	-761,178	$6,10 \cdot 10^{-4}$	$1,22 \cdot 10^{-3}$	$3,72 \cdot 10^{-7}$
386,44	-761,169	$6,60 \cdot 10^{-4}$	$1,32 \cdot 10^{-3}$	$4,36 \cdot 10^{-7}$
382,74	-761,170	$7,24 \cdot 10^{-4}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$5,24 \cdot 10^{-7}$
379,04	-761,172	$4,88 \cdot 10^{-4}$	$9,76 \cdot 10^{-4}$	$2,38 \cdot 10^{-7}$

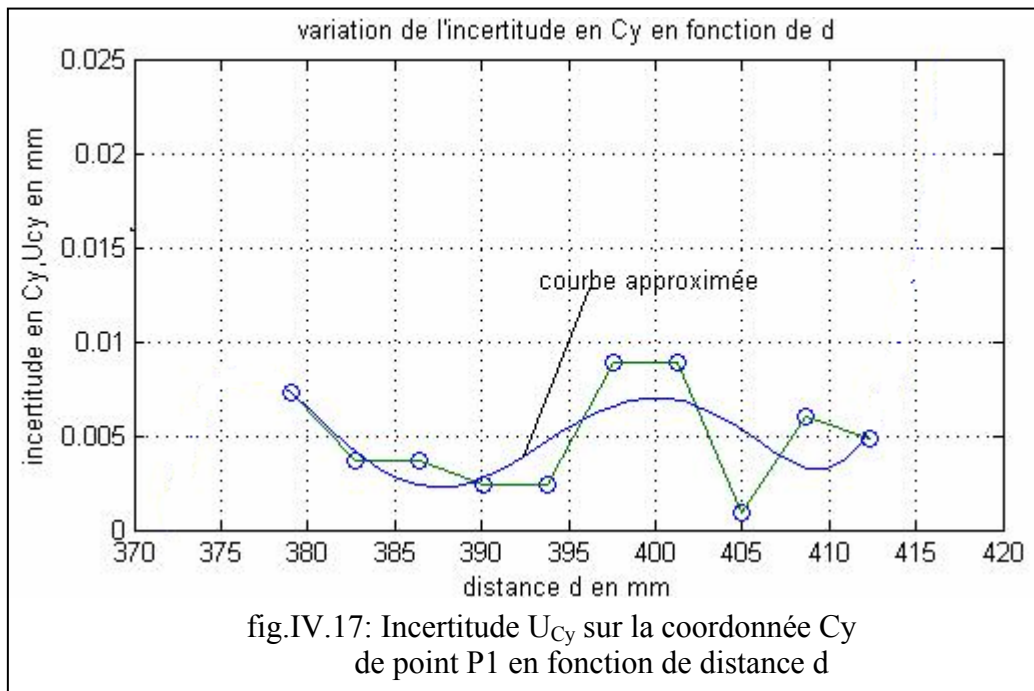


La propagation de l'incertitude de mesure sur la coordonnée Cx de point P1 en fonction de la distance d peut être modélisée par la fonction suivante :

$$U_{Cx}(d) = 5,75 \times 10^{-9} d^5 - 5,71 \times 10^{-6} d^4 + 22,6 \times 10^{-4} d^3 - 44,72 \times 10^{-2} d^2 + 44,18 d - 17,444 \times 10^2 \text{ [mm]}$$

D'après la courbe  $U_{Cx} = f(d)$  nous constatons que : la variation entre 379 et 394 mm du paramètre d donne des incertitudes de mesures les plus faibles, et les plus stable

Tableau IV. 13 : Dispersion de mesure sur la coordonnée Cy de point P1 en fonction de d				
Distance d en mm	Coordonnée moyenne Cy [mm]	Ecart-type En Cy [mm]	Incertitude $U_{Cy}$ [mm]	Variance en Cy [mm <sup>2</sup> ]
412,34	-369,238	$2,44 \cdot 10^{-3}$	$4,88 \cdot 10^{-3}$	$5,96 \cdot 10^{-6}$
408,64	-369,2388	$3,00 \cdot 10^{-3}$	$6,00 \cdot 10^{-3}$	$9,019 \cdot 10^{-6}$
404,94	-369,223	$4,33 \cdot 10^{-4}$	$8,66 \cdot 10^{-4}$	$1,87 \cdot 10^{-7}$
401,24	-369,2280	$4,43 \cdot 10^{-3}$	$8,87 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-5}$
397,54	-369,2263	$4,43 \cdot 10^{-3}$	$8,87 \cdot 10^{-3}$	$2,29 \cdot 10^{-5}$
393,84	-369,2424	$1,18 \cdot 10^{-3}$	$2,35 \cdot 10^{-3}$	$1,39 \cdot 10^{-6}$
390,14	-369,2421	$1,20 \cdot 10^{-3}$	$2,39 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-6}$
386,44	-369,2400	$1,82 \cdot 10^{-3}$	$3,65 \cdot 10^{-3}$	$3,34 \cdot 10^{-6}$
382,74	-369,2350	$1,82 \cdot 10^{-3}$	$3,65 \cdot 10^{-3}$	$3,34 \cdot 10^{-6}$
379,04	-369,2385	$3,66 \cdot 10^{-3}$	$7,33 \cdot 10^{-3}$	$1,34 \cdot 10^{-5}$



La propagation de l'incertitude de mesure sur la coordonnée Cy de point P1 en fonction de la distance d peut être modélisée par la fonction suivante :

$$U_{Cy}(d) = 7,79 \times 10^{-9} d^5 - 7,63 \times 10^{-6} d^4 + 29,9 \times 10^{-4} d^3 - 58,30 \times 10^{-2} d^2 + 56,83d - 22,154 \times 10^2 \text{ [mm]}$$

D'après la courbe  $U_{Cy} = f(d)$  nous constatons que : la variation du paramètre d entre 382 et 394 mm donne des incertitudes de mesures les plus faibles. Et les plus stable

Tableau IV.14 : Dispersion de mesure sur la coordonnée Cz de point P1 en fonction de d				
Distance d en mm	Coordonnée moyenne Cz [mm]	Ecart-type En Cz [mm]	Incertitude $U_{Cz}$ [mm]	Variance en Cz [mm <sup>2</sup> ]
412,34	-196,426	$4,50 \cdot 10^{-3}$	$8,99 \cdot 10^{-3}$	$2,02 \cdot 10^{-5}$
408,64	-196,419	$6,67 \cdot 10^{-4}$	$1,33 \cdot 10^{-3}$	$4,44 \cdot 10^{-7}$
404,94	-196,430	$7,69 \cdot 10^{-4}$	$1,54 \cdot 10^{-3}$	$5,91 \cdot 10^{-7}$
401,24	-196,432	$2,18 \cdot 10^{-3}$	$4,36 \cdot 10^{-3}$	$4,76 \cdot 10^{-6}$
397,54	-196,436	$2,18 \cdot 10^{-3}$	$4,36 \cdot 10^{-3}$	$1,14 \cdot 10^{-6}$
393,84	-196,431	$6,17 \cdot 10^{-4}$	$1,23 \cdot 10^{-3}$	$3,80 \cdot 10^{-7}$
390,14	-196,442	$4,92 \cdot 10^{-4}$	$9,84 \cdot 10^{-4}$	$2,42 \cdot 10^{-7}$
386,44	-196,442	$6,66 \cdot 10^{-4}$	$1,33 \cdot 10^{-3}$	$4,44 \cdot 10^{-7}$
382,74	-196,431	$6,66 \cdot 10^{-4}$	$1,33 \cdot 10^{-3}$	$9,70 \cdot 10^{-7}$
379,04	-196,446	$8,22 \cdot 10^{-4}$	$1,64 \cdot 10^{-3}$	$6,76 \cdot 10^{-7}$

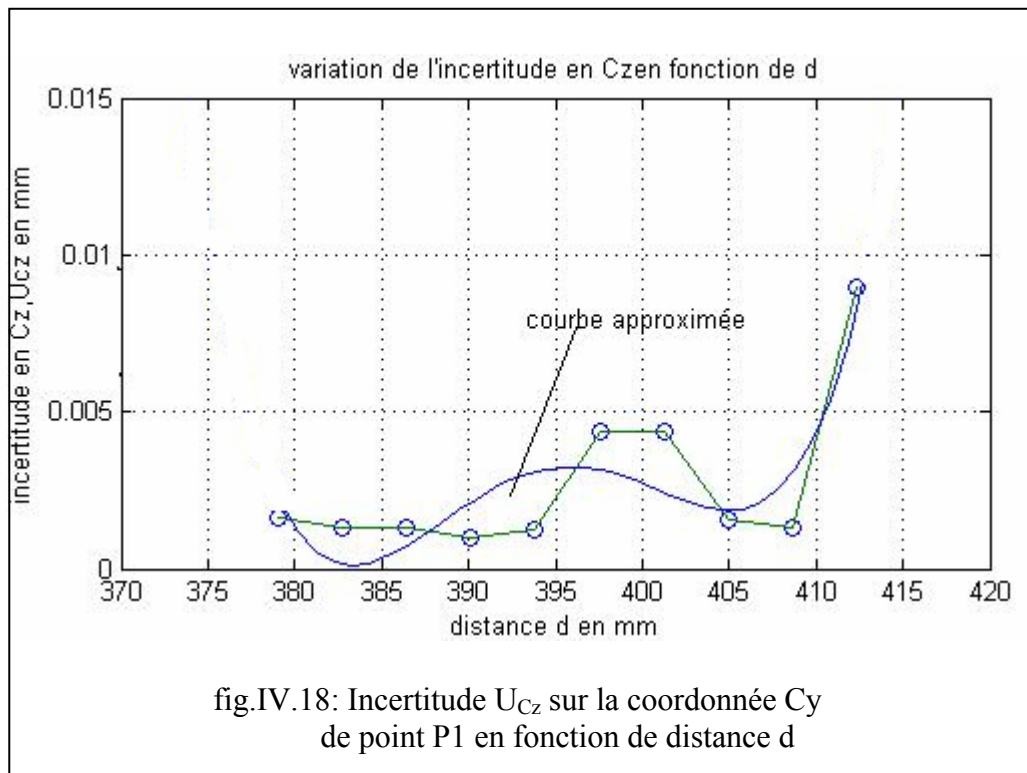


fig.IV.18: Incertitude  $U_{Cz}$  sur la coordonnée Cz de point P1 en fonction de distance d

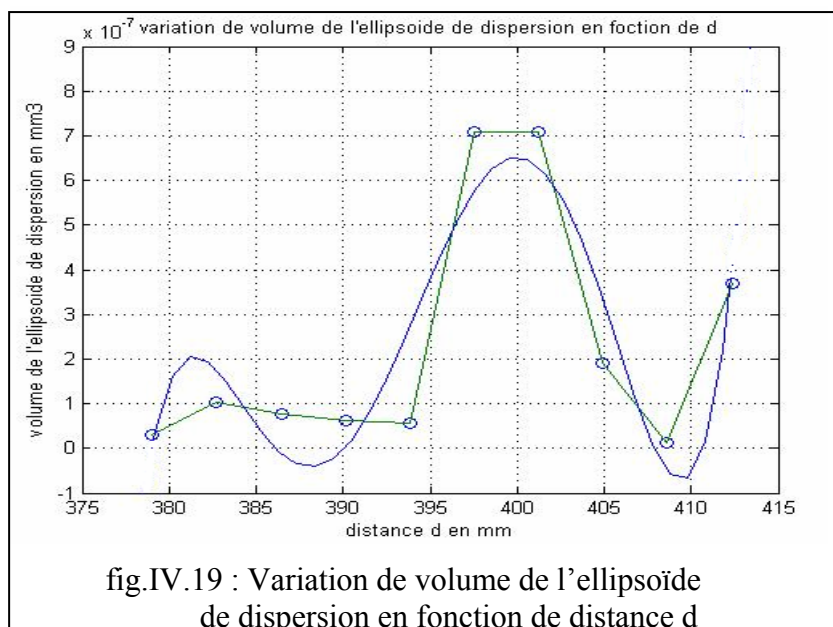
La propagation de l'incertitude de mesure sur la coordonnée Cz de point P1 en fonction de la distance d peut être modélisée par la fonction suivante :

$$U_{Cz}(d) = -2,47 \times 10^{-7} d^4 + 1,91 \times 10^{-4} d^3 - 5,56 \times 10^{-2} d^2 + 7,16d - 3,64 \times 10^2 \text{ [mm]}$$

D'après la courbe  $U_{Cz} = f(d)$  nous constatons que : la variation du paramètre d entre 379 et 394 mm donne des incertitudes de mesures les plus faibles, et les plus stables.

D'après les courbes  $U_{Cx} = f(d)$ ,  $U_{Cy} = f(d)$ ,  $U_{Cz} = f(d)$  nous constatons que la plus grand dispersion est dans la direction y.

Distance d [mm]	Incertitude $U_{Cx}$ [mm]	Incertitude $U_{Cy}$ [mm]	Incertitude $U_{Cz}$ [mm]	Volume de l'ellipsoïde d'incertitude $V_{Uc}$ [mm <sup>3</sup> ]
412,34	$2,22 \cdot 10^{-3}$	$4,44 \cdot 10^{-3}$	$8,89 \cdot 10^{-3}$	$3,68 \cdot 10^{-7}$
408,64	$7,24 \cdot 10^{-4}$	$1,49 \cdot 10^{-3}$	$2,89 \cdot 10^{-3}$	$1,27 \cdot 10^{-8}$
404,94	$1,78 \cdot 10^{-3}$	$3,57 \cdot 10^{-3}$	$7,15 \cdot 10^{-3}$	$1,91 \cdot 10^{-7}$
401,24	$2,76 \cdot 10^{-3}$	$5,53 \cdot 10^{-3}$	$1,10 \cdot 10^{-2}$	$7,08 \cdot 10^{-7}$
397,54	$2,76 \cdot 10^{-3}$	$5,53 \cdot 10^{-3}$	$1,103 \cdot 10^{-2}$	$7,08 \cdot 10^{-7}$
393,84	$1,19 \cdot 10^{-3}$	$2,39 \cdot 10^{-3}$	$4,78 \cdot 10^{-3}$	$5,72 \cdot 10^{-8}$
390,14	$1,22 \cdot 10^{-3}$	$2,44 \cdot 10^{-3}$	$4,88 \cdot 10^{-3}$	$6,10 \cdot 10^{-8}$
386,44	$1,32 \cdot 10^{-3}$	$2,64 \cdot 10^{-3}$	$5,28 \cdot 10^{-3}$	$7,72 \cdot 10^{-8}$
382,74	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$2,89 \cdot 10^{-3}$	$5,79 \cdot 10^{-3}$	$1,02 \cdot 10^{-7}$
379,04	$9,76 \cdot 10^{-4}$	$1,95 \cdot 10^{-3}$	$3,90 \cdot 10^{-3}$	$3,12 \cdot 10^{-8}$



La variation de volume de l'ellipsoïde de l'incertitude de mesure sur les coordonnées de point P1 en fonction de l'angle d peut être modélisée par la fonction suivante :

$$V_{Uc}(d) = 1,86 \times 10^{-12} d^5 - 1,85 \times 10^{-9} d^4 + 7,31 \times 10^{-7} d^3 - 1,44 \times 10^{-4} d^2 + 14,22 \times 10^{-3} d - 56,145 \times 10^{-2} \text{ [mm}^3\text{]}$$

D'après la courbe  $V_{Uc} = f(d)$  nous constatons que : la variation entre 379 et 394 mm du paramètre d donne des volumes de dispersions de mesures les plus faibles, et les plus stables ,

D'après les courbes  $V_{Uc} = f(\alpha)$ ,  $V_{Uc} = f(\beta)$ ,  $V_{Uc} = f(d)$  , nous constatons que les paramètres d et  $\alpha$  introduisent la plus grande dispersion, tandis que le paramètre  $\beta$  introduit la plus petite.

## IV. DISCUSSION ET INTERPRÉTATION DES RESULTATS OBTENUES PAR LA METHODE TAGUCHI

### IV.1. Mesurages

Les relevés des points sont effectués sur une sphère et une cale étalon. (IV.20). Il s'agit de déterminer l'incertitude  $U_D$  sur la distance perpendiculaire entre le centre de la sphère et le plan supérieur de la cale étalon en maintenant le capteur dans des orientations et des distances données au cours du balayage suivant le plan d'expérience donné par la méthode TAGUCHI. (Plan factoriel)

Nous utilisons la notation par numéro [5] représenté au tableau suivant :

Tableau IV.16 : niveaux des paramètres $\alpha$ , $\beta$ et $d$			
Notation (i, j, k)	Valeur de $\alpha$ (°)	Valeur de $\beta$ (°)	Valeur de $d$ (mm)
1	0	+30	100
2	15	0	120
3	30	-30	140

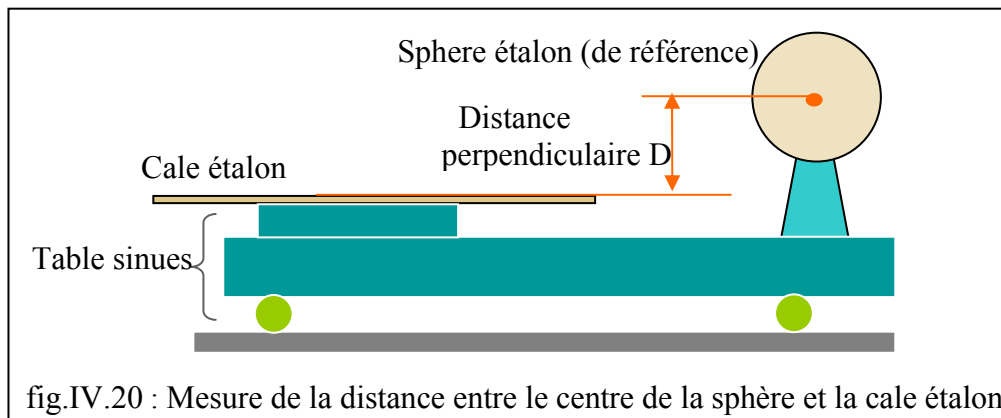
Les numéros 1,2, 3 indiquent les niveaux des paramètres ( $\beta$ ,  $\alpha$ ,  $d$ ), par exemple :

(1, 2,3) indique la configuration  $\beta = 30^\circ$ ,  $\alpha = 15^\circ$ ,  $d = 140$  mm

Donc le nombre de combinaisons égales  $3^3 = 27$ , soit 27 essais.

$U_D$  (1.1.1) indique l'incertitude de mesure lorsque  $\beta = 30^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $d = 100$  mm

$U_D$  (1.2.3) indique l'incertitude de mesure lorsque  $\beta = 30^\circ$ ,  $\alpha = 15^\circ$ ,  $d = 140$  mm



### IV.2. Calcul de l'incertitude $U_D$

L'équation de plan optimisée par la méthode des moindres carrés est de la forme :

$$Z = Ax + By + D \quad (IV.37)$$

Le centre de la sphère optimisé par la méthode des moindres carrés est donné par :

$$(C_x, C_y, C_z) \quad (IV.38)$$

La distance perpendiculaire entre le plan optimisé et le centre de la sphère est donnée par la relation suivante :

$$D = \left| \frac{Cz - A.Cx - B.Cy - D}{\sqrt{A^2 + B^2 + 1}} \right| \quad (\text{IV.39})$$

La distance moyenne est :

$$D_{\text{moy}} = \frac{\sum_{i=1}^5 D_i}{5} \quad (\text{IV.40})$$

L'écart- type est :

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^5 (D_i - D_{\text{moy}})^2} \quad (\text{IV.41})$$

il s'en suit :

$$\sigma_D(i, j, k) = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^5 [D_i(i, j, k) - D_{\text{moy}}(i, j, k)]^2} \quad (\text{IV.42})$$

et  $U_D(i, j, k) = 2 \cdot \sigma_D(i, j, k)$  , (Coefficient d'élargissement = 2) (IV.43)

### IV.3. Calcul des effets moyens

D'une façon générale, l'effet moyen du paramètre A au niveau i (EAi) est donné par la relation suivante [9] :

EAi = moyenne des incertitudes lorsque A est au niveau i – moyenne générale de l'incertitude.

par exemple, l'effet moyen du paramètre  $\beta$  au niveau 1 est :

E $\beta$ 1 = moyenne des incertitudes lorsque  $\beta$  est au niveau 1 – moyenne générale de l'incertitude.

De la même manière, on calcule les autres effets moyens aux différents niveaux ainsi que des autres paramètres :

$$E\beta_2, E\beta_3, E\alpha_1, E\alpha_2, E\alpha_3, Ed_1, Ed_2, Ed_3$$

#### IV.3.1 Calcul des interactions entre les paramètres $\beta$ , $\alpha$ , d

L'interaction entre le paramètre A au niveau i et le paramètre B au niveau j est donnée par :

$$INAiBj = \text{moyenne des réponses lorsque } (A=i, B=j) - M - EAi - EBj$$

Dans notre système de mesure nous avons 27 interactions à calculer

D'où :

$$IN\beta i \alpha j = \text{moyenne des incertitude lorsque } (\beta=i, \alpha=j) - M - E\beta i - E\alpha j$$

$IN\beta_{id_k}$  = moyenne des incertitude lorsque ( $\beta=i$ ,  $d=k$ ) –  $M-E\beta_i -Ed_k$

$IN\alpha_{jd_k}$  = moyenne des incertitude lorsque ( $\alpha=j$ ,  $d=k$ ) –  $M-E\alpha_j -Ed_k$

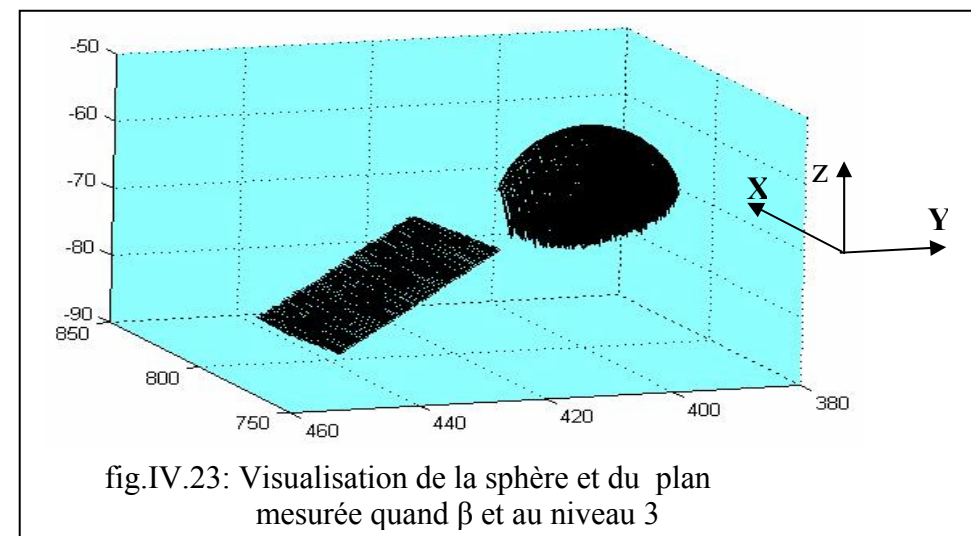
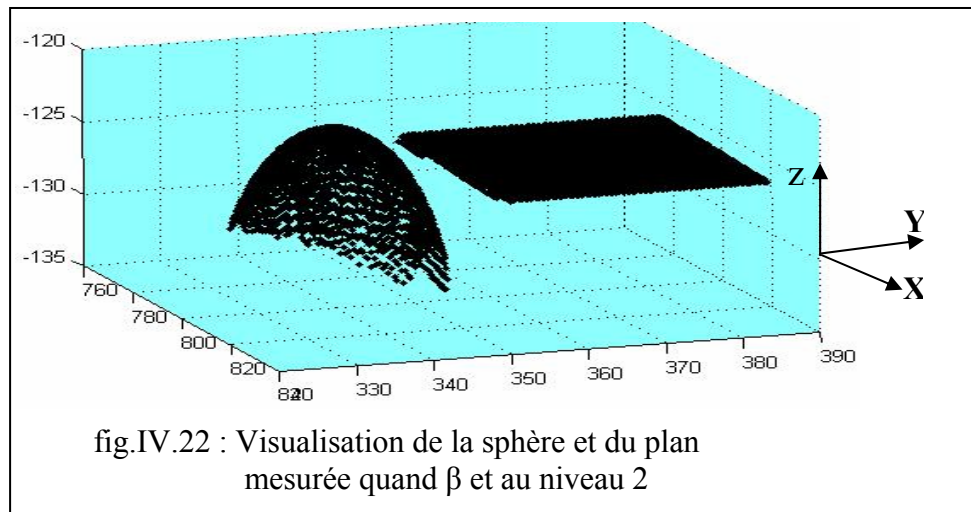
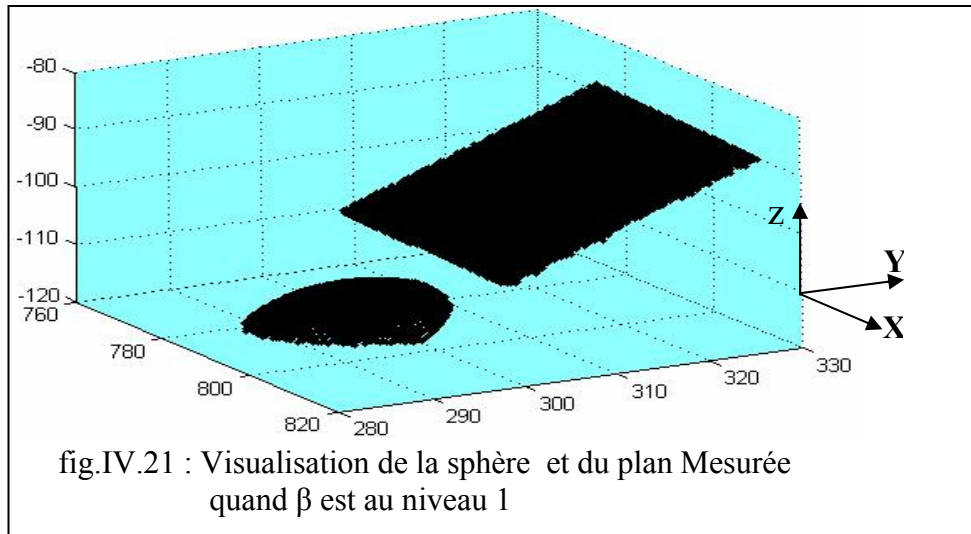
M représente la moyenne générale de l'incertitude

(i, j, k) indiquent les niveaux des paramètres ( $\beta$ ,  $\alpha$ , d)

#### IV.4. Interprétation des résultats obtenus

Le traitement des fichiers des résultats de mesure est effectué en utilisant le logiciel de programmation MATLAB 7. La programmation a permis :

- 1) la visualisation de la sphère et le plan supérieur de la cale mesurée à partir du fichier numérique obtenu (fig.IV.21 à 23)
- 2) l'optimisation du plan supérieur de la cale étalon par la méthode des moindres carré
- 3) l'optimisation de la sphère par la méthode des moindres carrés, localisation de son centre.
- 4) le calcul de la distance perpendiculaire entre le centre de la sphère et la cale.
- 5) Le calcul de l'incertitude sur la distance perpendiculaire entre le centre de la sphère et la cale en fonction des paramètres ( $\alpha$ ,  $\beta$ , d) combinés selon le plan factoriel
- 6) la cale en fonction des paramètres ( $\alpha$ ,  $\beta$ , d) combinés selon le plan factoriel
- 7) Le calcul de l'erreur de mesure sur la distance perpendiculaire entre le centre de la sphère et le plan optimal de la cale étalon en fonction des paramètres ( $\alpha$ ,  $\beta$ , d) combinés selon le plan factoriel; la distance de référence entre la cale étalon et le centre de la sphère étant définie par la MMT à contact.
- 8) le calcul des effets moyens ( $\alpha$ ,  $\beta$ , d) par la méthode TAGUCHI
- 9) le calcul des interactions entre les paramètres ( $\alpha$ ,  $\beta$ , d) par la méthode TAGUCHI
- 10) la représentation graphique de l'influence des effets moyens sur l'incertitude de mesure  $U_D$
- 11) la représentation graphique de l'influence des interactions entre les paramètres ( $\alpha$ ,  $\beta$ , d) sur l'incertitude de mesure  $U_D$
- 12) la représentation graphique de l'influence des effets moyens sur l'erreur de mesure  $Er_D$
- 13) la représentation graphique de l'influence des interactions entre les paramètres ( $\alpha$ ,  $\beta$ , d) sur l'erreur de mesure  $Er_D$
- 14) le calcul théorique de l'incertitude de mesure  $U_{Dth}$  par la méthode TAGUCHI selon le plan factoriel
- 15) le calcul théorique de l'erreur de mesure par apport à la mesure avec contact  $Er_{Dth}$  par la méthode TAGUCHI selon le plan factoriel
- 16) le calcul théorique de l'incertitude de mesure  $U_{Dth}$  par la méthode TAGUCHI en fonction des paramètres ( $\alpha$ ,  $\beta$ , d)
- 17) le calcul théorique de l'erreur de mesure par apport à la mesure avec contact  $Er_{Dth}$  par la méthode TAGUCHI en fonction des paramètres ( $\alpha$ ,  $\beta$ , d)





#### IV.4.1. Variation des paramètres $\beta$ , $\alpha$ , d ensemble

Dans ces essais, les paramètres  $\beta$ ,  $\alpha$  et d varient selon le plan factoriel. Le nombre de points relevés est important (environ 8000 points). Le nombre de mesures dans chaque essai est de 5. Le tableau IV.17 récapitule les résultats de mesure de l'incertitude  $U_D$

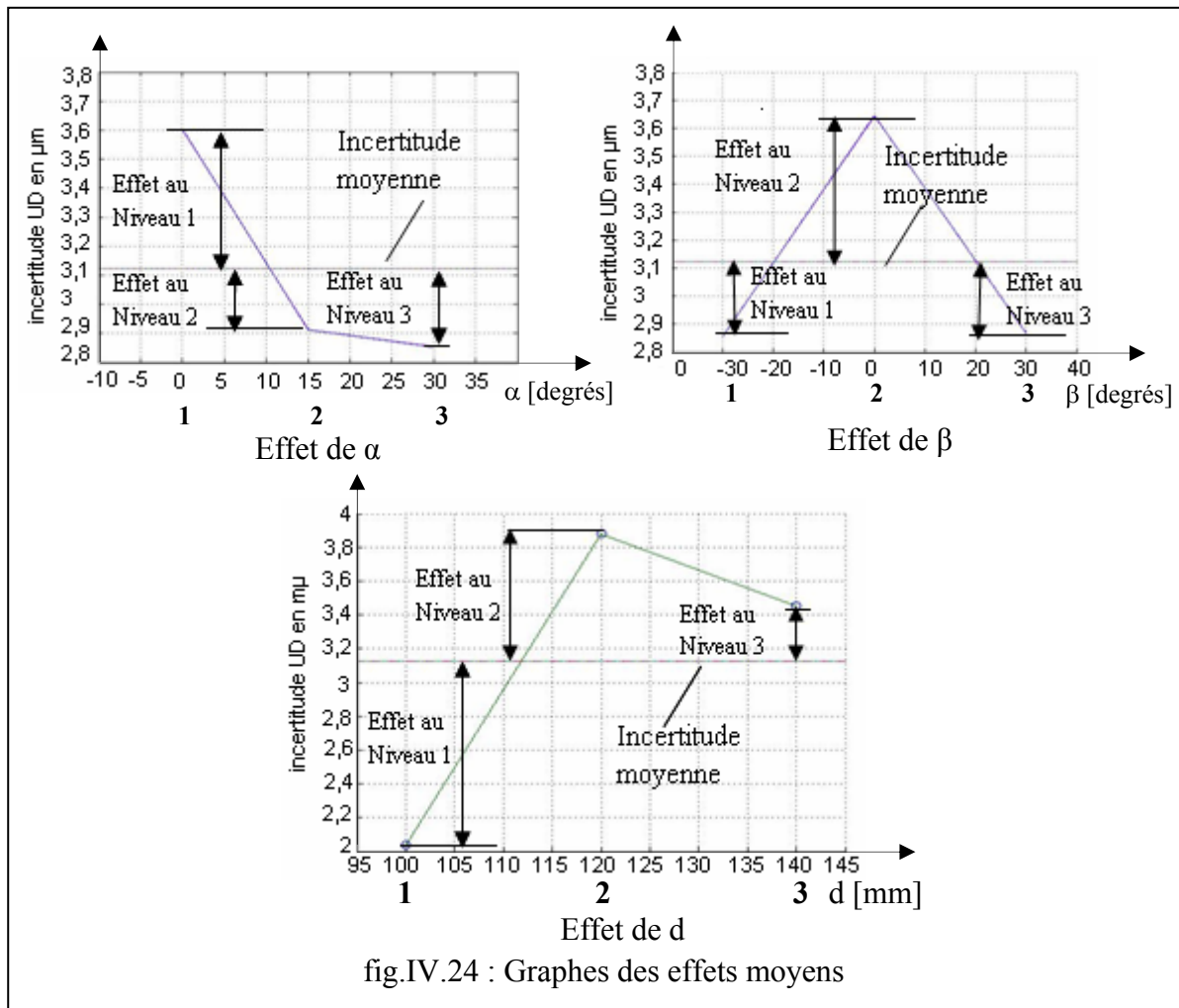
<b>Tableau IV.17 : Dispersion de mesure de la distance perpendiculaire D entre le centre de la sphère et la cale en fonction des paramètres <math>\beta</math>, <math>\alpha</math>, d combinés selon le plan factoriel</b>				
Essai	Bêta	alpha	distance	incertitude $U_D$ [ $\mu\text{m}$ ]
1	1	1	1	2,35
2	1	1	2	1,62
3	1	1	3	3,73
4	1	2	1	3,06
5	1	2	2	3,89
6	1	2	3	1,66
7	1	3	1	2,01
8	1	3	2	5,04
9	1	3	3	2,29
10	2	1	1	2,06
11	2	1	2	8,58
12	2	1	3	4,60
13	2	2	1	2,27
14	2	2	2	4,22
15	2	2	3	3,19
16	2	3	1	1,06
17	2	3	2	3,50
18	2	3	3	3,30
19	3	1	1	2,79
20	3	1	2	2,13
21	3	1	3	4,55
22	3	2	1	1,70
23	3	2	2	3,48
24	3	2	3	2,72
25	3	3	1	1,02
26	3	3	2	2,42
27	3	3	3	5,00

#### IV.4.2. Résultats des effets moyens

Le tableau IV.18 récapitule les résultats des effets moyens des paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et d sur l'incertitude de mesure. La figure IV.24 représente graphiquement ces effets.

<b>Tableau IV.18 : Effets moyens des paramètres <math>\alpha</math>, <math>\beta</math> et d</b>								
Effet de $\alpha$			Effet de $\beta$			Effet de d		
$E\alpha_1$ ( $\mu\text{m}$ )	$E\alpha_2$ ( $\mu\text{m}$ )	$E\alpha_3$ ( $\mu\text{m}$ )	$E\beta_1$ ( $\mu\text{m}$ )	$E\beta_2$ ( $\mu\text{m}$ )	$E\beta_3$ ( $\mu\text{m}$ )	$Ed_1$ ( $\mu\text{m}$ )	$Ed_2$ ( $\mu\text{m}$ )	$Ed_3$ ( $\mu\text{m}$ )
0,48	-0,21	-0,27	-0,27	0,52	-0,25	-1,09	0,76	0,33

L'incertitude moyenne générale :  $U_D = 3,123 \mu\text{m}$



#### IV.4.3. Résultats des interactions entre les paramètres $\beta$ , $\alpha$ , d

Les tableaux IV.19, IV.20, IV.21 récapitulent les résultats de calculs des interactions entre Les paramètres ( $\beta$ ,  $\alpha$ , d). La figure IV.25 illustre la représentation graphique de ces interactions.

Paramètre $\alpha$ \ Paramètre $\beta$	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
Niveau 1	IN $\beta$ 1 $\alpha$ 1= -0 ,76 $\mu\text{m}$	IN $\beta$ 1 $\alpha$ 2= 0,23 $\mu\text{m}$	IN $\beta$ 1 $\alpha$ 3= 0,54 $\mu\text{m}$
Niveau 2	I N $\beta$ 2 $\alpha$ 1= 0,96 $\mu\text{m}$	IN $\beta$ 2 $\alpha$ 2=-0,20 $\mu\text{m}$	I N $\beta$ 2 $\alpha$ 3= -0,75 $\mu\text{m}$
Niveau 3	I N $\beta$ 3 $\alpha$ 1= -0,20 $\mu\text{m}$	IN $\beta$ 3 $\alpha$ 2= -0,02 $\mu\text{m}$	I N $\beta$ 3 $\alpha$ 3= 0,22 $\mu\text{m}$

Paramètre d \ Paramètre $\beta$	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 2
Niveau 1	IN $\beta$ 1 d1= 0,71 $\mu\text{m}$	IN $\beta$ 1 d2= -0,09 $\mu\text{m}$	IN $\beta$ 1 d3= -0,62 $\mu\text{m}$
Niveau 2	IN $\beta$ 2 d1= -0,76 $\mu\text{m}$	IN $\beta$ 2 d2=1,03 $\mu\text{m}$	IN $\beta$ 2 d3= -0,28 $\mu\text{m}$
Niveau 3	IN $\beta$ 3 d1= 0,05 $\mu\text{m}$	IN $\beta$ 3 d2= -0,95 $\mu\text{m}$	IN $\beta$ 3 d3= 0,89 $\mu\text{m}$

Paramètre d \ Paramètre $\alpha$	Niveau 1	Niveau 1	Niveau 3
Niveau 1	IN $\alpha$ 1 d1= -0,12 $\mu\text{m}$	IN $\alpha$ 1 d2= -0,25 $\mu\text{m}$	IN $\alpha$ 1 d3= 0,36 $\mu\text{m}$
Niveau 2	IN $\alpha$ 2 d1= 0,52 $\mu\text{m}$	IN $\alpha$ 2 d2=0,20 $\mu\text{m}$	IN $\alpha$ 2 d3= -0,72 $\mu\text{m}$
Niveau 3	IN $\alpha$ 3 d1= -0,40 $\mu\text{m}$	IN $\alpha$ 3 d2= 0,05 $\mu\text{m}$	IN $\alpha$ 3 d3= 0,35 $\mu\text{m}$

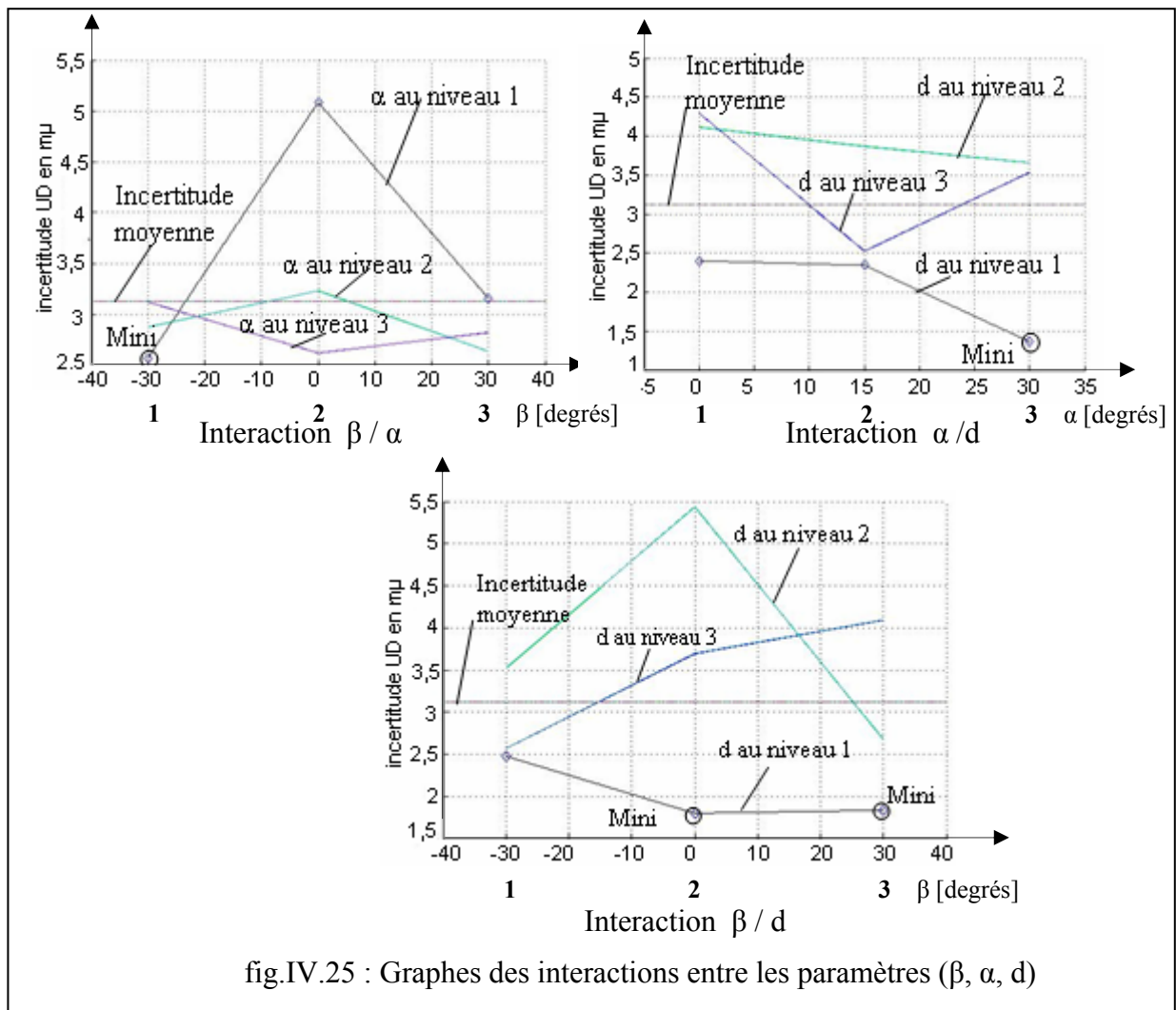


fig.IV.25 : Graphes des interactions entre les paramètres ( $\beta$ ,  $\alpha$ , d)

Pour représenter l'interaction entre  $\beta$  et  $\alpha$  (désignée par  $\beta/\alpha$ ), nous avons placé en abscisse le paramètre  $\beta$  et en ordonnée l'incertitude. Le premier graphe ( $\alpha$  au niveau 1) représente l'effet de  $\beta$  cumulé avec l'interaction  $IN\beta\alpha$  et l'effet de  $\alpha$  lorsque  $\alpha$  au niveau 1.

Ainsi lorsque  $\beta$  au niveau 1 et  $\alpha$  au niveau 1 le point sur le graphe se situe en :  
 Incertitude moyenne générale +  $E\beta_1 + E\alpha_1 + IN\beta_1\alpha_1 = 3,123 - 0,267 + 0,48 - 0,766 = 2,57 \mu\text{m}$

On peut également calculer ce point en faisant la moyenne des essais lorsque  $\beta$  au niveau 1 et  $\alpha$  au niveau 1, soit les essais (1,2 et 3) :

$$(2,352 + 1,620 + 3,738) / 3 = 2,57 \mu\text{m}$$

De la même manière, nous calculons les huit autres points. Les neuf points nous permettent de tracer le graphe des interactions correspondant aux neuf configurations possibles entre  $\beta$  et  $\alpha$

On procède de la même procédure pour tracer les graphes des interactions entre  $\beta$  et  $d$ , et  $\alpha$  et  $d$ .

#### **IV.5. Analyse des résultats des incertitudes de mesure obtenus par la méthode de TAGUCHI**

Les valeurs des effets moyens montrent qu'il existe une configuration optimale qui donne la dispersion de mesure la plus faible.

Le graphe de l'effet de l'angle  $\alpha$  montre que lorsque cet angle augmente l'incertitude diminue. La plus faible valeur de l'incertitude est enregistrée au niveau 3, c'est  $\alpha = 30^\circ$ .

L'effet de variation de l'angle  $\beta$  indique que lorsque celui-ci varie entre  $30^\circ$  et  $0^\circ$ , l'incertitude augmente, et lorsqu'il varie de  $0$  à  $-30^\circ$ , elle diminue. La plus faible valeur est obtenue au niveau 3, c'est à  $\beta = -30^\circ$ .

Le graphe correspondant à l'effet de la distance  $d$  montre que l'incertitude augmente avec l'augmentation de  $d$  jusqu'au niveau 2 ( $d = 120 \text{ mm}$ ), ensuite elle diminue lorsque  $d$  continue à augmenter. La plus faible valeur de l'incertitude correspond au niveau 1.

Pour déduire la configuration optimale donnant l'incertitude minimale, il faut tenir compte aussi des interactions qui lient les paramètres entre eux.

La solution est déduite des graphes des interactions ( $\beta/\alpha$ ,  $\beta/d$ ,  $\alpha/d$ ). La configuration optimale est celle qui correspond à l'incertitude minimale des incertitudes minimales des différentes configurations. D'après ces graphes, la solution recherchée correspond à la configuration suivante : paramètre  $\alpha$  au niveau 3, paramètre  $\beta$  au niveau 3, paramètre  $d$  au niveau 1, c'est-à-dire :  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = -30^\circ$  et  $d = 100 \text{ mm}$ .

#### **V. Précision de mesure sans contact par rapport à la mesure à contact**

Pour comparer la précision de mesure à l'aide de la MMT sans contact, nous avons réalisé des mesures sur la même sphère et la cale étalon par la MMT à contact. L'objectif est de déterminer l'erreur de mesure entre les deux procédés. La cale étalon est mesurée sur 10

points, la sphère en 9 points. Le tableau IV.22 récapitule les résultats de mesure de la distance D obtenue par la MMT à contact

essais	1	2	3	4
Distance D [mm]	11,594	11,590	11,590	11,5795
essais	5	6	7	8
Distance D [mm]	11,585	11,580	11,5934	11,589

$$D_{\text{moy}} = 11.588 \text{ mm} \quad \sigma_D = 5,58 \text{ } \mu\text{m} \quad U_D = 11,17 \mu\text{m}$$

En comparant la valeur de  $U_D$  obtenue par la MMT à contact avec celle obtenue par la MMT sans contact, on remarque que la dispersion des mesures par scanning est inférieure à celle du palpé dans toutes les configurations, ce qui montre la bonne répétabilité de la mesure sans contact.

On admet que la distance entre le centre de la sphère et la cale étalon obtenue par la MMT à contact est la distance de référence. L'erreur de mesure est donnée par :

$$E_{rD} = D - D_{\text{moy}}$$

D est la moyenne de cinq mesurages obtenus avec la MMT sans contact pour une configuration donnée

$D_{\text{moy}}$  la distance moyenne de huit mesurages obtenus par la MMT à contact.

Le tableau IV.23 récapitule les résultats de mesure de l'erreur  $E_{rD}$

Essai	$\beta$	$\alpha$	d	Erreur de mesure [ $\mu\text{m}$ ]	Valeur absolue de l'erreur de mesure [ $\mu\text{m}$ ]
1	1	1	1	14,5	14,5
2	1	1	2	-0,7	0,7
3	1	1	3	-1,7	1,7
4	1	2	1	15,3	15,3
5	1	2	2	0,6	0,6
6	1	2	3	-6,8	6,8
7	1	3	1	21,9	21,9
8	1	3	2	12,3	12,3
9	1	3	3	5,3	5,3
10	2	1	1	-7,2	7,2
11	2	1	2	-22,1	22,1
12	2	1	3	-19,9	19,9
13	2	2	1	-9,2	9,2
14	2	2	2	-18,9	18,9
15	2	2	3	-31,7	31,7
16	2	3	1	-10,2	10,2
17	2	3	2	-15,8	15,8

18	2	3	3	-21,5	21,5
19	3	1	1	-0,5	0,5
20	3	1	2	-12,5	12,5
21	3	1	3	-13,4	13,4
22	3	2	1	-0,3	0,3
23	3	2	2	-14,4	14,4
24	3	2	3	-25,0	25,0
25	3	3	1	-0,4	0,4
26	3	3	2	-10,9	10,9
27	3	3	3	-16,8	16,8

**V.1. Résultats des effets moyens**

Le tableau IV.24 récapitule les résultats des effets moyens des paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $d$ . sur l'erreur moyenne de mesure. La figure IV.26 représente graphiquement ces effets.

Tableau IV.24 : Effets moyens des paramètres $\alpha$ , $\beta$ et $d$								
Effet de $\alpha$			Effet de $\beta$			Effet de $d$		
$E\alpha_1$ ( $\mu\text{m}$ )	$E\alpha_2$ ( $\mu\text{m}$ )	$E\alpha_3$ ( $\mu\text{m}$ )	$E\beta_1$ ( $\mu\text{m}$ )	$E\beta_2$ ( $\mu\text{m}$ )	$E\beta_3$ ( $\mu\text{m}$ )	$Ed_1$ ( $\mu\text{m}$ )	$Ed_2$ ( $\mu\text{m}$ )	$Ed_3$ ( $\mu\text{m}$ )
-1,94	1,36	0,57	-3,43	5,18	-1,74	-3,38	-0,19	3,57

Valeur absolu de l'erreur moyenne générale :  $Er_D = 12.248 (\mu\text{m})$

**V.2. Résultats des interactions entre les paramètres  $\beta$ ,  $\alpha$ ,  $d$**

Les tableaux IV.25, IV.26, IV.27, récapitulent les résultats de calculs des interactions entre Les paramètres la figure IV.27, illustre la représentation graphique.

Tableau IV.25: Interaction entre les paramètres $\beta$ et $\alpha$			
Paramètre $\alpha$ \ Paramètre $\beta$	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
Niveau 1	IN $\beta_1\alpha_1 = -1,22 \mu\text{m}$	I N $\beta_1\alpha_2 = -2,59 \mu\text{m}$	I N $\beta_1\alpha_3 = 3,80 \mu\text{m}$
Niveau 2	IN $\beta_2\alpha_1 = 0,96 \mu\text{m}$	I N $\beta_2\alpha_2 = 1,18 \mu\text{m}$	I N $\beta_2\alpha_3 = -2,14 \mu\text{m}$
Niveau 3	I N $\beta_3\alpha_1 = 0,26 \mu\text{m}$	I N $\beta_3\alpha_2 = 1,40 \mu\text{m}$	I N $\beta_3\alpha_3 = -1,70 \mu\text{m}$

Tableau IV.26 : Interaction entre les paramètres $\beta$ et $d$			
Paramètre $d$ \ Paramètre $\beta$	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
Niveau 1	IN $\beta_1 d_1 = 11,82 \mu\text{m}$	I N $\beta_1 d_2 = -4,06 \mu\text{m}$	IN $\beta_1 d_3 = -7,76 \mu\text{m}$
Niveau 2	IN $\beta_2 d_1 = -5,14 \mu\text{m}$	I N $\beta_2 d_2 = 1,73 \mu\text{m}$	I N $\beta_2 d_3 = 3,40 \mu\text{m}$
Niveau 3	IN $\beta_3 d_1 = -6,69 \mu\text{m}$	I N $\beta_3 d_2 = 2,33 \mu\text{m}$	I N $\beta_3 d_3 = 4,352 \mu\text{m}$

Paramètre $d$ \ Paramètre $\alpha$	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
Niveau 1	$I N_{\alpha 1} d_1 = 0,517 \mu m$	$I N_{\alpha 1} d_2 = 1,68 \mu m$	$I N_{\alpha 1} d_3 = -2,21 \mu m$
Niveau 2	$I N_{\alpha 2} d_1 = -1,95 \mu m$	$I N_{\alpha 2} d_2 = -2,088 \mu m$	$I N_{\alpha 2} d_3 = 4,04 \mu m$
Niveau 3	$I N_{\alpha 3} d_1 = 1,43 \mu m$	$I N_{\alpha 3} d_2 = 0,39 \mu m$	$I N_{\alpha 3} d_3 = -1,82 \mu m$

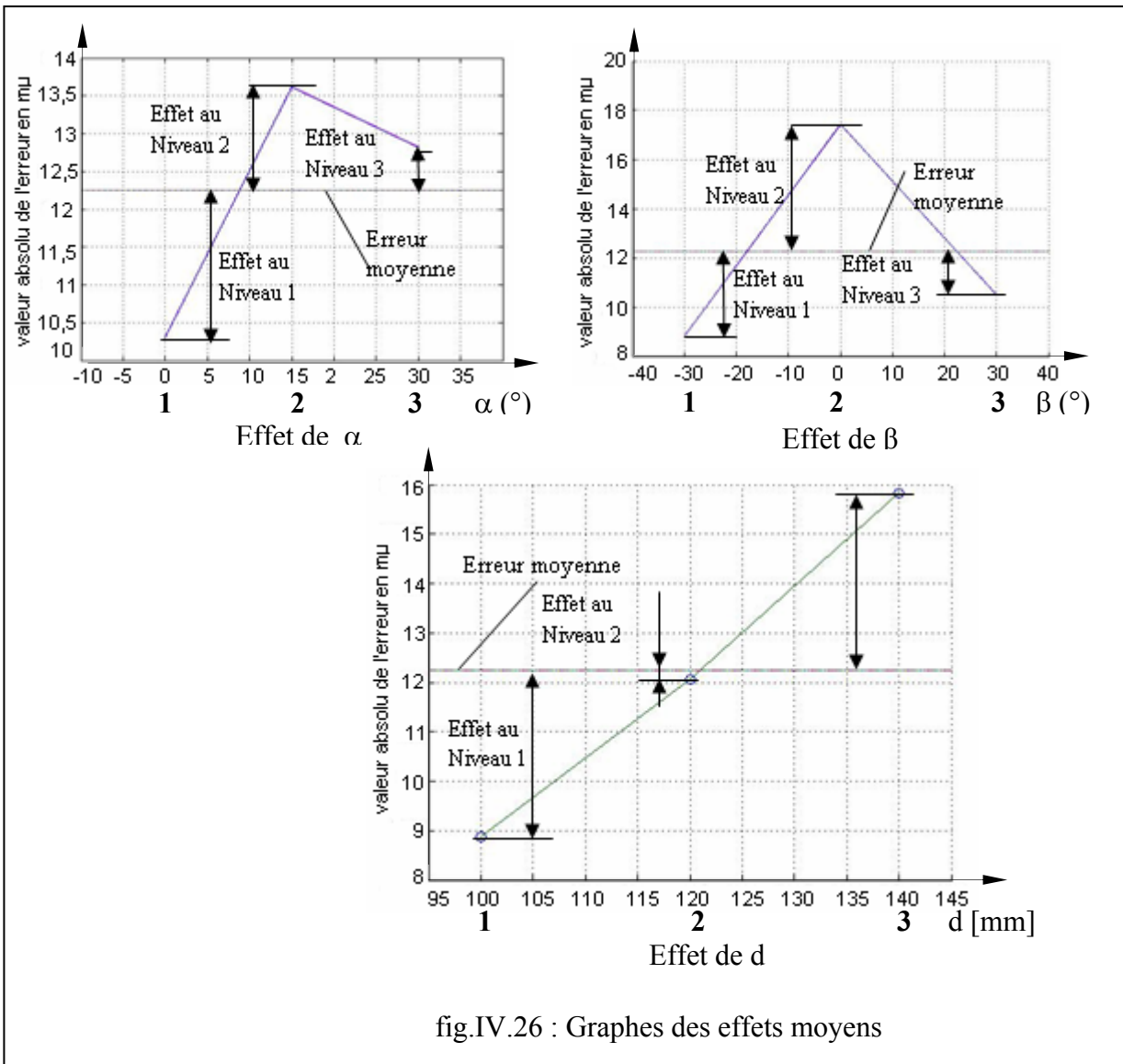


fig.IV.26 : Graphes des effets moyens

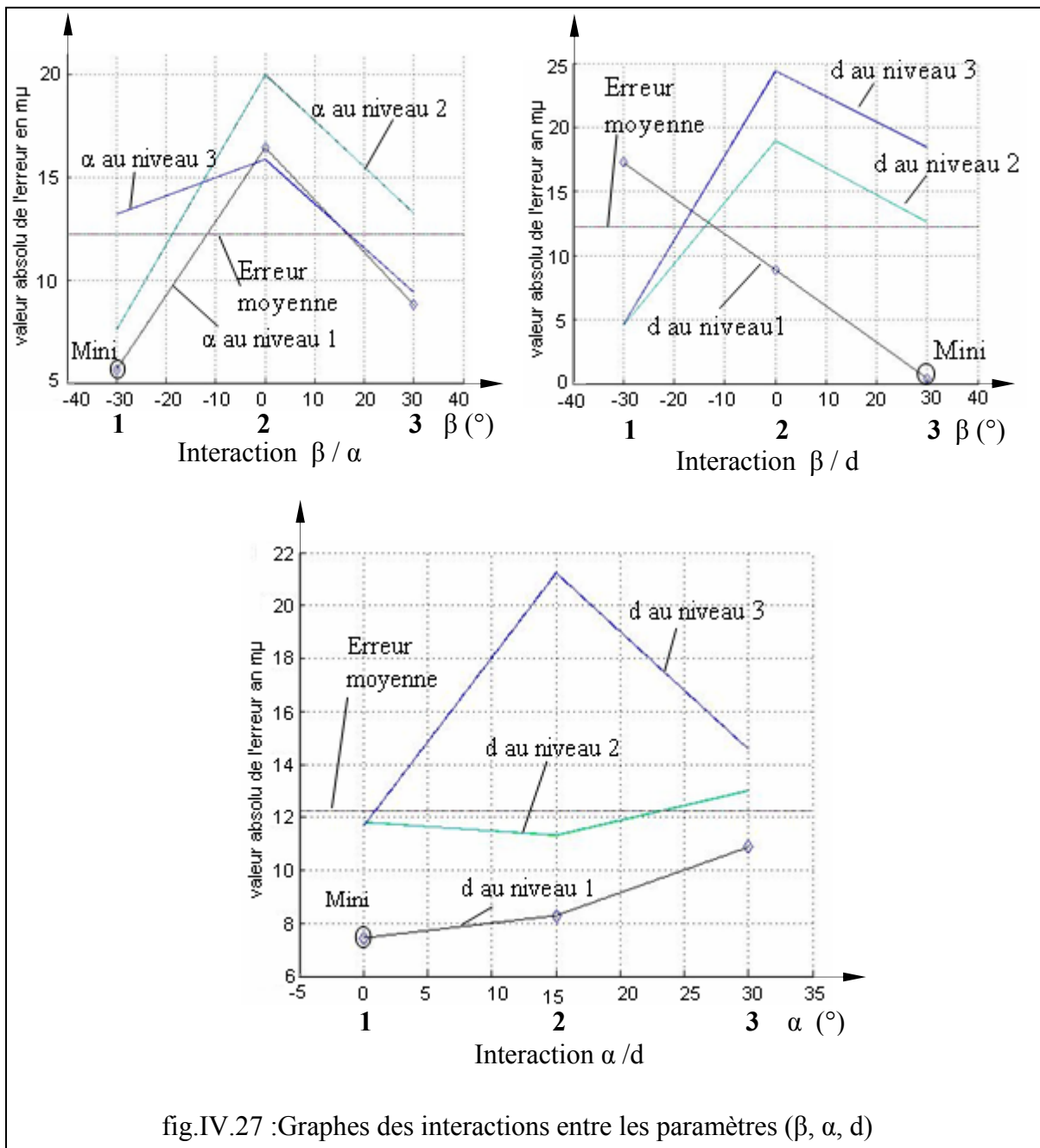


fig.IV.27 :Graphes des interactions entre les paramètres ( $\beta$ ,  $\alpha$ ,  $d$ )

### V.3. Analyse des résultats des erreurs de mesure obtenus par la méthode de TAGUCHI

Les valeurs des effets moyens montrent qu'il existe une configuration optimale qui donne l'erreur de mesure la plus faible.

L'effet de variation de l'angle  $\alpha$  indique que lorsque celui-ci varie entre  $0^\circ$  et  $15^\circ$ , l'erreur de mesure augmente, et lorsqu'il varie de  $15^\circ$  à  $30^\circ$ , elle diminue. La plus faible valeur est obtenue au niveau 1, c'est à  $\alpha = 0^\circ$ .



L'effet de variation de l'angle  $\beta$  indique que lorsque celui-ci varie entre  $30^\circ$  et  $0^\circ$ , l'erreur de mesure augmente, et lorsqu'il varie de  $0$  à  $-30^\circ$ , elle diminue. La plus faible valeur est obtenue au niveau 1, c'est à  $\beta = 30^\circ$ .

Le graphe correspondant à l'effet de la distance  $d$  montre que l'erreur de mesure augmente avec l'augmentation de  $d$ . La plus faible valeur de l'erreur correspond au niveau 1.

Pour déduire la configuration optimale donnant l'erreur minimale, il faut tenir compte aussi des interactions qui lient les paramètres entre eux.

La solution est déduite des graphes des interactions ( $\beta/\alpha$ ,  $\beta/d$ ,  $\alpha/d$ ). La configuration optimale est celle qui correspondant à l'erreur minimale des erreurs minimales des différentes configurations. D'après ces graphes, la solution recherchée correspond à la configuration suivante : paramètre  $\alpha$  au niveau 1, paramètre  $\beta$  au niveau 3, paramètre  $d$  au niveau 1, c'est-à-dire :  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\beta = -30^\circ$  et  $d = 100$  mm.

Les résultats obtenus montrent aussi que la différence entre la mesure sans contact et celle à contact est de l'ordre de quelques centièmes de millimètre, ce qui suggère l'utilisation de la MMT sans contact dans un processus de contrôle des pièces mécaniques de précision courante

## VI. Calcul de l'incertitude théorique de mesure et l'erreur théorique de mesure par la méthode TAGUCHI

L'incertitude théorique est donnée par le modèle matriciel de la méthode TAGUCHI. Nous avons utilisé les résultats obtenus des effets moyens et des interactions entre les paramètres considérés. L'expression suivante exprime le modèle matriciel de la méthode TAGUCHI.

$$\begin{aligned}
 U_{Dth}(i,j,k) = & M + [E\beta_1 \ E\beta_2 \ E\beta_3][\beta] + [E\alpha_1 \ E\alpha_2 \ E\alpha_3][\alpha] + [Ed_1 \ Ed_2 \ Ed_3][d] \\
 & + [\beta]^t \begin{bmatrix} IN\beta_{1\alpha 1} & IN\beta_{1\alpha 2} & IN\beta_{1\alpha 3} \\ IN\beta_{2\alpha 1} & IN\beta_{2\alpha 2} & IN\beta_{2\alpha 3} \\ IN\beta_{3\alpha 1} & IN\beta_{3\alpha 2} & IN\beta_{3\alpha 3} \end{bmatrix} [\alpha] + [\beta]^t \begin{bmatrix} IN\beta_{1d 1} & IN\beta_{1d 2} & IN\beta_{1d 3} \\ IN\beta_{2d 1} & IN\beta_{2d 2} & IN\beta_{2d 3} \\ IN\beta_{3d 1} & IN\beta_{3d 2} & IN\beta_{3d 3} \end{bmatrix} [d] \\
 & + [\alpha]^t \begin{bmatrix} IN\alpha_{1d 1} & IN\alpha_{1d 2} & IN\alpha_{1d 3} \\ IN\alpha_{2d 1} & IN\alpha_{2d 2} & IN\alpha_{2d 3} \\ IN\alpha_{3d 1} & IN\alpha_{3d 2} & IN\alpha_{3d 3} \end{bmatrix} [d]
 \end{aligned}$$

Pour le calcul de l'erreur théorique de mesure, on utilise le même modèle matriciel de la méthode TAGUCHI où il suffit de remplacer la moyenne, les effets moyens et les interactions par celles des erreurs des mêmes paramètres. Dans le chapitre II, on présente le modèle détaillé.

Le tableau IV.28 récapitule les résultats de calcul des incertitudes théoriques. La fig. IV.28 représente graphiquement les écarts entre les incertitudes mesurées et théoriques.

<b>Tableau IV.28 : Incertitude théorique sur la distance perpendiculaire D entre le centre de la sphère et la cale en fonction des paramètres <math>\beta</math>, <math>\alpha</math>, d combinés selon le plan factoriel par la méthode TAGUCHI</b>						
Essai	$\beta$	$\alpha$	d	Incertitude mesurée $U_D$ [ $\mu\text{m}$ ]	Incertitude théorique $U_{Dth}$ [ $\mu\text{m}$ ]	écart ( $U_D - U_{Dth}$ ) [ $\mu\text{m}$ ]
1	1	1	1	2,35	2,07	0,28
2	1	1	2	1,62	2,99	-1,37
3	1	1	3	3,74	2,64	1,10
4	1	2	1	3,06	3,01	0,05
5	1	2	2	3,89	3,74	0,15
6	1	2	3	1,67	1,87	-0,2
7	1	3	1	2,02	2,34	-0,32
8	1	3	2	5,05	3,84	1,21
9	1	3	3	2,30	3,18	-0,88
10	2	1	1	2,06	3,12	-1,06
11	2	1	2	8,59	6,63	1,96
12	2	1	3	4,60	5,50	-0,9
13	2	2	1	2,28	1,90	0,38
14	2	2	2	4,22	5,21	-0,99
15	2	2	3	3,19	2,56	0,63
16	2	3	1	1,06	0,37	0,69
17	2	3	2	3,50	4,45	-0,95
18	2	3	3	3,30	3,02	0,28
19	3	1	1	2,79	2,00	0,79
20	3	1	2	2,13	2,72	-0,59
21	3	1	3	4,55	4,74	-0,19
22	3	2	1	1,70	2,12	-0,42
23	3	2	2	3,48	2,64	0,84
24	3	2	3	2,72	3,14	-0,42
25	3	3	1	1,02	0,34	0,68
26	3	3	2	2,42	2,67	-0,25
27	3	3	3	5,00	4,39	0,61

Le tableau IV.29 récapitule les résultats de calcul des incertitudes théoriques. La fig. IV.29 représente graphiquement Les écarts entre les erreurs mesurées et les erreurs théoriques

<b>Tableau IV.29 : Erreur théorique de mesure de la distance perpendiculaire D entre le centre de la sphère et la cale en fonction des paramètres <math>\beta</math>, <math>\alpha</math>, d selon la méthode TAGUCHI</b>						
Essai	$\beta$	$\alpha$	d	Erreur de mesure mesurée $Er_D$ [mm]	Erreur de mesure théorique $Er_{Dth}$ [mm]	écart ( $Er_D - Er_{Dth}$ ) [ $\mu\text{m}$ ]
1	1	1	1	14,5	14,2	0,3
2	1	1	2	-0,7	-1,3	0,6
3	1	1	3	-1,7	-0,8	-0,9
4	1	2	1	15,3	15,8	-0,5
5	1	2	2	0,6	1,6	-1,0
6	1	2	3	-6,8	-8,4	1,6
7	1	3	1	21,9	21,8	0,1
8	1	3	2	12,3	11,8	0,5
9	1	3	3	5,3	6,0	-0,7
10	2	1	1	-7,2	-8,3	1,1
11	2	1	2	-22,1	-20,6	-1,5
12	2	1	3	-19,9	-20,4	0,5
13	2	2	1	-9,2	-9,2	0,0
14	2	2	2	-18,9	-20,2	1,3
15	2	2	3	-31,7	-30,5	-1,2
16	2	3	1	-10,2	-9,3	-0,9
17	2	3	2	-15,8	-16,1	0,3
18	2	3	3	-21,5	-22,3	0,8
19	3	1	1	-0,5	0,8	-1,3
20	3	1	2	-12,5	-13,6	1,1
21	3	1	3	-13,4	-13,8	0,4
22	3	2	1	-0,3	-0,9	0,6
23	3	2	2	-14,4	-14,1	-0,3
24	3	2	3	-25,0	-24,8	-0,2
25	3	3	1	-0,4	-1,3	0,9
26	3	3	2	-10,9	-10,2	-0,7
27	3	3	3	-16,8	-16,7	-0,1

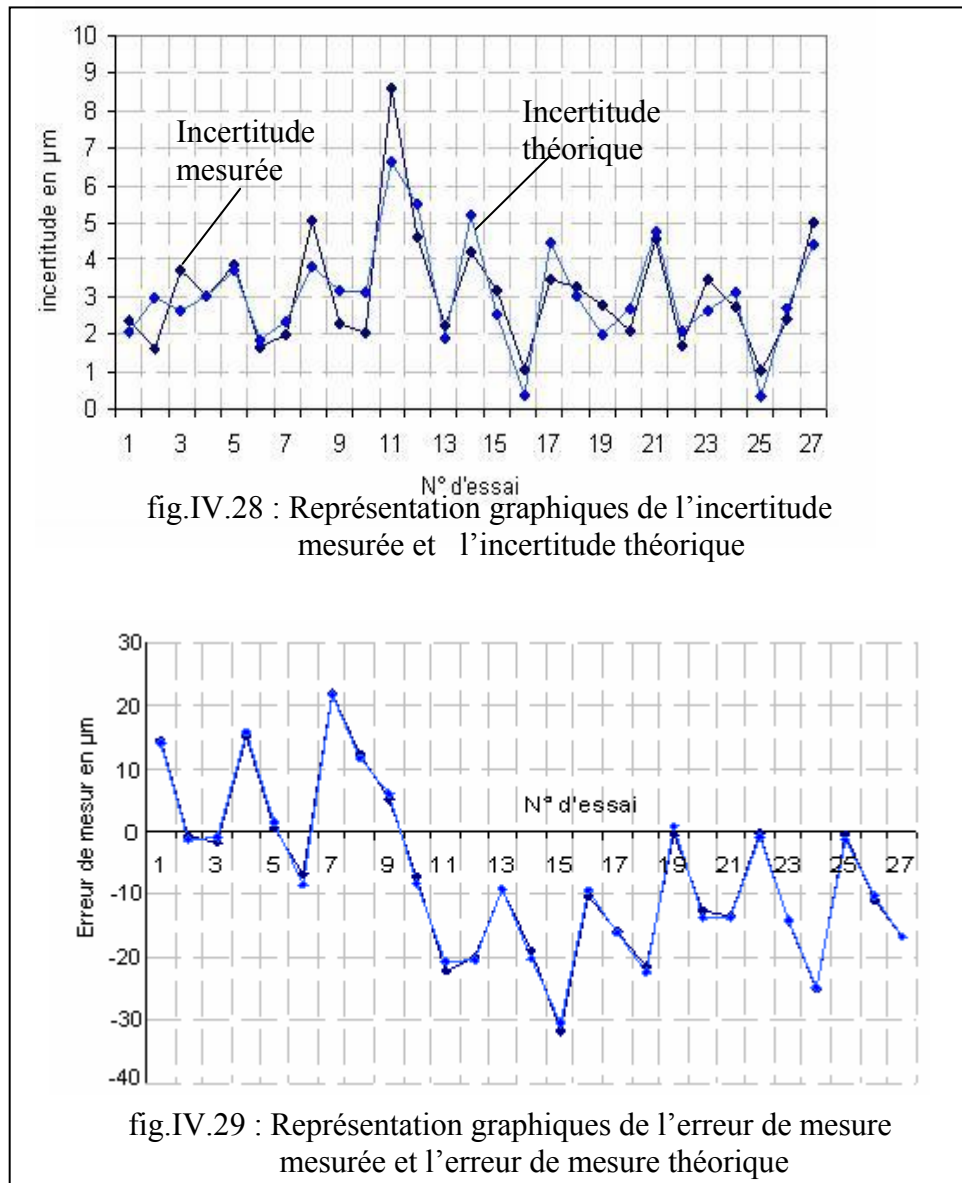


fig.IV.28 : Représentation graphiques de l'incertitude mesurée et l'incertitude théorique

fig.IV.29 : Représentation graphiques de l'erreur de mesure mesurée et l'erreur de mesure théorique

### VI.1 Comparaison entre les résultats mesurés et les résultats théoriques

D'après les tableaux IV.28, IV.29 et les graphes des figures IV.28, IV.29, nous constatons qu'il existe des très faibles écarts entre l'incertitude théorique et l'incertitude relevée, ainsi que entre l'erreur de mesure théorique et l'erreur de mesure calculée.

Les écarts entre les résultats théoriques et les résultats mesurés peuvent être expliqués par deux causes :

- a) Les paramètres non-contrôlés : Nous avons étudié trois paramètres pour expliquer l'évolution de l'incertitude et l'erreur de mesure, mais il est bien évident que le procédé de mesure sans contact est sensible à un nombre beaucoup plus élevé de paramètres. Nous pouvons citer à titre d'exemple, la géométrie et la rugosité de la pièce mesurée. L'ensemble des paramètres non étudiés ont néanmoins une influence, que nous espérons faible, mais qui n'est pas nulle

- b) Variance d'ajustement : Nous avons calculé des effets moyens, mais les effets calculés sont-ils réellement les effets moyens ? S'il existe une petite différence entre les effets calculés et les effets réels, cette différence se trouvera dans les écarts entre les valeurs mesurées et les valeurs théoriques. Cette variabilité appelée variabilité d'ajustement [9].

**VI.2 Exploitations de la méthode TAGUCHI sur d'autres valeurs des paramètres  $\beta, \alpha, d$**

L'avantage majeur de la méthode TAGUCHI consiste à déterminer l'incertitude et l'erreur de mesure pour toutes les valeurs des paramètres inclus dans les intervalles limités par les niveaux choisis des paramètres. Le modèle matriciel suivant récapitule cette méthode.

$U_{Dth}(\beta, \alpha, d) =$	M	Moyenne générales des incertitudes
	$+ [E\beta_1 \ E\beta_2 \ E\beta_3][In\beta]$	Effet de $\beta$
	$+ [E\alpha_1 \ E\alpha_2 \ E\alpha_3][In\alpha]$	Effet de $\alpha$
	$+ [Ed_1 \ Ed_2 \ Ed_3][Ind]$	Effet de $d$
	$+ [In\beta]^t \begin{bmatrix} IN \beta_1 \alpha_1 & IN \beta_1 \alpha_2 & IN \beta_1 \alpha_3 \\ IN \beta_2 \alpha_1 & IN \beta_2 \alpha_2 & IN \beta_2 \alpha_3 \\ IN \beta_3 \alpha_1 & IN \beta_3 \alpha_2 & IN \beta_3 \alpha_3 \end{bmatrix} [In\alpha]$	Interaction $\beta/\alpha$
	$+ [In\beta]^t \begin{bmatrix} IN \beta_1 d_1 & IN \beta_1 d_2 & IN \beta_1 d_3 \\ IN \beta_2 d_1 & IN \beta_2 d_2 & IN \beta_2 d_3 \\ IN \beta_3 d_1 & IN \beta_3 d_2 & IN \beta_3 d_3 \end{bmatrix} [Ind]$	Interaction $\beta/d$
	$+ [In\alpha]^t \begin{bmatrix} IN \alpha_1 d_1 & IN \alpha_1 d_2 & IN \alpha_1 d_3 \\ IN \alpha_2 d_1 & IN \alpha_2 d_2 & IN \alpha_2 d_3 \\ IN \alpha_3 d_1 & IN \alpha_3 d_2 & IN \alpha_3 d_3 \end{bmatrix} [Ind]$	Interaction $\alpha/d$
Telle que :		
$In \beta_1 = \frac{(\beta - \beta_2)(\beta - \alpha_3)}{(\beta_1 - \beta_2)(\beta_1 - \beta_3)}$	$In \beta_1 = \frac{(\beta - \beta_1)(\beta - \alpha_3)}{(\beta_2 - \beta_1)(\beta_2 - \beta_3)}$	$In \beta_1 = \frac{(\beta - \beta_1)(\beta - \alpha_2)}{(\beta_3 - \beta_1)(\beta_3 - \beta_2)}$
$In \alpha_1 = \frac{(\alpha - \alpha_2)(\alpha - \alpha_3)}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3)}$	$In \alpha_2 = \frac{(\alpha - \alpha_1)(\alpha - \alpha_3)}{(\alpha_2 - \alpha_1)(\alpha_2 - \alpha_3)}$	$In \alpha_3 = \frac{(\alpha - \alpha_1)(\alpha - \alpha_2)}{(\alpha_3 - \alpha_1)(\alpha_3 - \alpha_2)}$
$In d_1 = \frac{(d - d_2)(d - d_3)}{(d_1 - d_2)(d_1 - d_3)}$	$In d_2 = \frac{(d - d_1)(d - d_3)}{(d_2 - d_1)(d_2 - d_3)}$	$In d_3 = \frac{(d - d_1)(d - d_2)}{(d_3 - d_1)(d_3 - d_2)}$

### VI.2.1 Exemples d'application

Le tableau suivant donne un exemple d'application de la méthode de TAGUCHI pour des valeurs des paramètres choisis arbitrairement.

$\alpha$ (°)	$\beta$ (°)	d mm	Incertitude théorique $U_{Dth}$ [ $\mu\text{m}$ ]	Erreur de mesure théorique $Er_{Dth}$ [ $\mu\text{m}$ ]
3	-17	104	3,33	-10,7
12	3	116	5,30	-17,6
27	22	132,5	3,73	-6,2

## VII. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons traité les résultats obtenus par mesurage. Nous avons aussi étudié la propagation des incertitudes de mesure par les trois approches globale, locale et de TAGUCHI. Les résultats obtenus par les deux premières approches montrent l'évolution de l'incertitude en fonction de celle des trois paramètres de position. Elles sont de l'ordre de quelques microns pour les variations des angles d'incidence mais peuvent atteindre quelques centièmes pour certaines distances. Des configurations optimales sont définies pour chacun des paramètres. Par contre les résultats obtenus par la méthode TAGUCHI sont différents de ceux obtenus par les deux premières approches. Ceci s'explique l'existence des interactions entre les trois paramètres de position. Des configurations optimales sont définies pour des paramètres de position combinés. Et l'évolution de l'incertitude en fonction des trois paramètres de positions a été définie par un modèle matriciel

## CONCLUSION GENERALE

Les avantages qu'offre la MMT à capteur laser permettent de l'utiliser dans un processus de contrôle des pièces mécaniques de précision courante. La qualité de mesure à l'aide de cette machine peut être améliorée en choisissant une position optimale définie par les trois paramètres de configuration du capteur à laser par rapport à la pièce à mesurer.

Il faut noter que du fait d'un nuage de points important relevés à l'aide de cette machine, l'incertitude de mesure obtenue est, dans le cas général, plus faible que celle déterminée à l'aide d'une MMT à contact, ce qui permet d'utiliser effacement la MMT sans contact pour le contrôle de défaut de forme.

Les résultats obtenus par les méthodes, l'approche globale et l'approche locale, sont proches les uns des autres et permettent de constater que :

- la méthode par l'approche globale donne des informations sur l'incertitude de mesure globale de la pièce à mesurer. C'est une démarche exploitable et pratique.
- la méthode par l'approche locale donne des informations sur l'incertitude de mesure sur un point mesuré. Elle est devenue fastidieuse à l'appliquer à l'ensemble des points générés. Elle est pratiquement difficile à exploiter. Cependant, elle est intéressante pour des points particuliers.

La méthode de TAGUCHI donne des résultats différents de ceux obtenus par les deux premières méthodes, mais elle prend en compte l'effet combiné des paramètres de configuration du capteur à laser. Cette différence vient du fait de l'interaction entre ces paramètres.

Le choix de l'une de ces trois méthodes dépend de l'exigence de mesure satisfaisant le bureau d'étude. Dans le cas où une haute précision de mesure donnée par celui-ci est exigée, on s'oriente vers la méthode de TAGUCHI en augmentant le nombre de niveaux des paramètres considérés.

Enfin, dans le cas où l'intervalle de tolérance d'une pièce mécanique donné est de l'ordre de quelques centièmes de millimètre, il n'est pas nécessaire de choisir une configuration optimale du capteur à laser, mais il suffit de le calibrer suivant la distance  $d$  (l'orientation suivant  $\alpha$  et  $\beta$  importe peu).

Il est aussi intéressant d'étudier l'influence de la rugosité et de la forme géométrique de la surface, qui influe énormément sur les résultats de mesure (problèmes de réflexion des rayons laser et des surfaces arrondies).

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. BOUAZIZ : Contribution au contrôle des engrenages sur machine à mesurer tridimensionnelle. Thèse de doctorat d'Etat, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, janvier 1996.
- [2] J.Y.DANTAN : Problématique de l'adaptation d'un capteur laser ligne sur une MMT. Etalonnage - Identification des modèle du capteur.D.E.A, ENS de Cachan Paris VI, France, 1995.
- [3] J.P. GONNET, J.F. FONTAINE ET D. JOANNIC : Nouvelle approche du contrôle tridimensionnel par mesurage sans contact. 16e Congrès Français de Mécanique. Sept 2003
- [4] J.F. FONTAINE, J.P. GONNET, D. JOANNIC ET C .Z.IMMER : Qualification d'un dispositif de mesure 3D sans contact des pièces mécaniques 16e Congrès Français de Mécanique. Sept 2003
- [5] F. PRIETO : Métrologie assistée par ordinateur ; Apport des capteurs 3D sans contact. Thèse de doctorat, INSA Lyon, France, 1999.
- [6] Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure (GUM), ISO, 1993
- [7] J. BACHMAN, J. M. LINARES, J. M. SAPURAL, P. BOURDET: Aide in decision-making: Contribution to uncertainties in three-dimensional measurement. Precision Engineering ,28/78-88 ,2004
- [8] G. SAPORTA: théorie et méthodes de la statistique. Les éditions d'organisaion universitaire, France, 1982.
- [9] M.PILLET : introduction aux plans d'expérience par la méthode TAGUCHI. les éditions d'organisation universitaire, Paris, France, 1994.
- [10] M. BARKI , M. BOUAZIZ , J.F. FONTAINE: Propagation des incertitudes en mesure 3D sans contact.Conférence Internationale En Mécanique Et Ingénierie Des Systèmes, Université M'Hamed Bougara de Boumerdes Alger,26-27 May,2007
- [11] P.BOURDET: Métrologie tridimensionnelle et géométrie des pieces mécaniques (cours Licence de Technologie Mécanique). ,ENS de Cachan. Paris VI, France, 1999.
- [12] P. BOURDET : Contributon à la mesure tridimemesionnelle , Modèle d'identification géométrique des surfaces, Métrologie fonctionnelle des pièces mecaniques , Correction géométrique des machines à mesurer tridimemesionnelle. Thèse de doctorat,NANC I, France,1987
- [13] KURFESS.T BANKS. DL: Statistical verification of conform of geometric tolerance. Comput Aided Des;27/5:353-61,1995
- [14] CHOI. W, KURFESS.T: Uncertainty of extreme fit evaluation for thee dimensional measurement data analysis. Comput Aided Des;30/7:549-61,1998
- [15] YAU. HT: Evaluation and uncertainty analysis of vectorial tolerances. Precision Eng; 20:123-37,1997
- [16] A.ISHEIL, J.P. GONNET, J.F. FONTAINE: Procédure de correction des erreurs systématiques d'un dispositif de mesure 3D constitué d'une MMT et d'un scanner laser 13e congrès international de métrologie 18-21 juin 2007 Lille France