

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

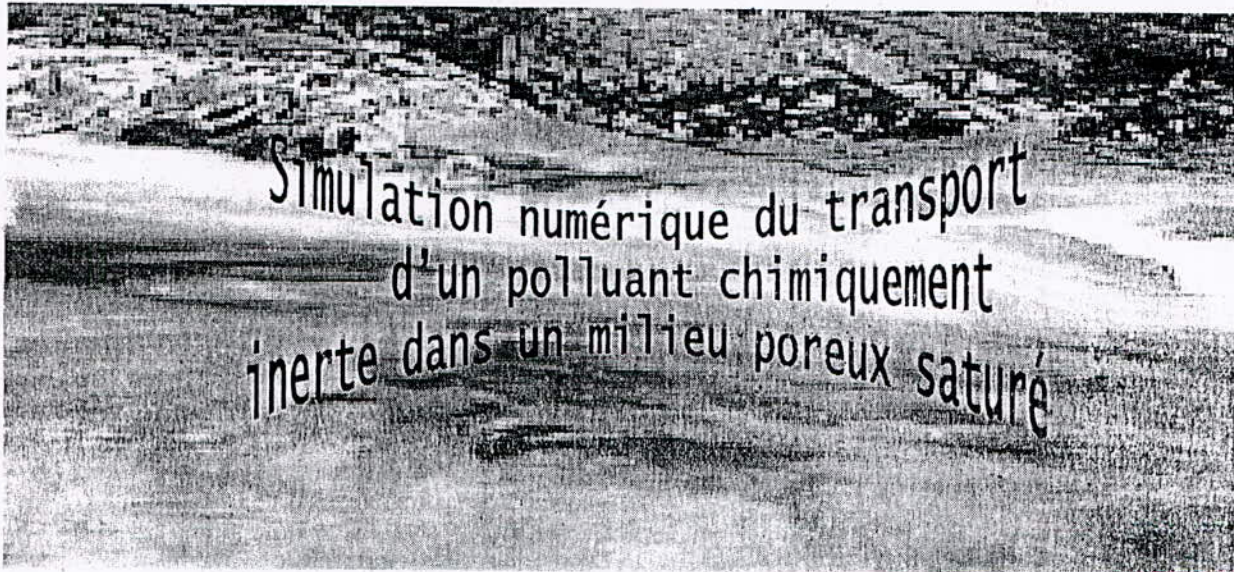
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Ecole Nationale Polytechnique
LABORATOIRE DE RECHERCHES DES SCIENCES DE L'EAU
Département d'Hydraulique



Pour l'obtention du diplôme de
Magister



Présenté par M^{lle} BOUCHRIH Asma

Soutenu publiquement devant le jury :

Président : M^r KETTAB. Ahmed Professeur (ENP)

Rapporteur : M^{lle} ZERFA. F Zohra Docteur - Chargée de cours (ENP)

Examineurs :

- M^{me} Harik Djamila Maître de conférence (ENP)
- M^r BILEK Ammar Docteur- Chargé de cours (ENP)
- M^{lle} BENMAMAR Saadia Chargée de cours (ENP)

Remerciements

Je remercie Dieu qui m'a donné la force et le courage pour terminer ce modeste travail.

J'adresse mes plus vifs remerciements et ma plus profonde reconnaissance à ma directrice de mémoire M^{lle} FZ. ZERFA, Docteur et chargée de cours à l'ENP. Sans elle ce présent travail n'aurait pas pu être terminé, je la remercie d'avoir été patiente avec moi durant l'élaboration de ce mémoire.

Mes remerciements vont à M^{lle} S. BENMAMAR chargée de cours à l'ENP pour toute son aide, ses conseils et son soutien.

J'exprime ma vive gratitude à M^r le professeur A. KETTAB de l'ENP, pour l'honneur qu'il me fait en présidant le jury.

Mes remerciements sont adressés à M^{me} D.HARIK Maître de conférences à l'ENP, Monsieur A.BILEK Docteur et chargé de cours à l'ENP, et M^{lle} S.BENMAMAR Chargée de cours à l'ENP d'avoir accepté d'examiner ce travail et apporter leurs critiques.

Je tiens à exprimer mes remerciements aux responsables du laboratoire de Recherche Science de l'Eau de l'ENP d'avoir mis à ma disponibilité tout le matériel nécessaire.

Enfin que tous ceux qui m'ont aidée de près ou de loin que ce soit par leur soutien, leur aide, leurs conseils trouvent dans ces lignes l'expression de ma profonde gratitude.

SOMMAIRE

Résumé	
Liste des principaux symboles et notations utilisées	
Table des figures	
Introduction générale	
Chapitre 1 : Pollution des nappes et moyens de décontamination	4
1. INTRODUCTION	4
2. PRINCIPAUX TYPES DE POLLUANTS	4
2.1. Les polluants chimiques minéraux	5
2.2. Les polluants chimiques organiques	7
2.3. Les polluants d'origine microbiologique	10
3. CARACTERES DES POLLUANTS	10
3.1. Solubilité aqueuse	10
3.2. Tension de vapeur	11
3.3. Adsorption et désorption	11
3.3.1. Phénomène d'adsorption	11
3.3.2. Phénomène de désorption	12
3.4. Biodégradabilité	12
4. TRANSFERT ET EVOLUTION DES POLLUANTS	12
4.1. Transfert dans le sol	13
4.2. Transfert dans la zone non saturée	13
4.3. Evolution en milieu saturé	13
5. PROTECTION ET DECONTAMINATION DES NAPPES	15
5.1. Moyens naturels	15
5.1.1. Les périmètres de protection	15
5.1.2. Rôle du sol	16
5.2. Moyens techniques	16
5.2.1. Le confinement	16
5.2.2. La fixation	17
5.2.3. Le pompage écrémage	17
5.2.4. Le traitement par barrières actives	18
5.2.6. Le bioventing	19
5.2.7. Le sparging	19
5.2.8. Le stripping sur site	20
5.2.9. Traitement par bioventing et biosparging	20
6. CONCLUSION	20
Chapitre 2 : Modélisation de l'écoulement souterrain	21
1. INTRODUCTION	21
2. CARACTERISTIQUES DES MILIEUX POREUX	21
2.1. Homogénéité	21
2.2. Isotropie	22
2.3. Potentiel hydraulique	22
2.4. Porosité	22
2.5. Perméabilité	22
2.6. Coefficient d'emmagasinement	23

2.7. Transmissivité	24
3. CLASSIFICATION DES AQUIFERES	24
3.1. Aquifère à nappe libre	24
3.2. Aquifère à nappe captive	24
3.3. Aquifère à nappe semi-captive	25
3.4. Aquifère à nappe suspendue :	25
4. MODELISATION MATHÉMATIQUE DE L'ÉCOULEMENT	25
4.1. Hypothèse de calcul	25
4.2. Equation de continuité du fluide	26
4.3. Loi de Darcy	26
4.4. Mise en équation de l'écoulement pour le cas d'un milieu saturé	27
5. CONDITIONS AUX LIMITES, CONDITIONS INITIALES	29
5.1. Conditions aux limites	29
5.1.1. Conditions de Dirichlet	29
5.1.2. Conditions de Neumann	30
5.1.3. Conditions mixtes ou de Cauchy	30
5.2. Conditions initiales	30
6. LIGNES DE COURANT	30
7. LIGNES EQUIPOTENTIELLES	31
8. CONCLUSION	31
Chapitre 3 : Modélisation mathématique du transport	32
1. INTRODUCTION	32
2. MÉCANISMES PHYSIQUES AFFECTANT LE TRANSPORT DES POLLUANTS	32
2.1. L'Advection	32
2.2. La Dispersion hydrodynamique	33
2.2.1. La dispersion mécanique	33
2.2.2. La Diffusion Moléculaire	34
2.2.3. Coefficient de dispersion hydrodynamique	34
2.3. La biodégradation	35
2.4. La rétention	35
3. MODÉLISATION DU TRANSPORT DES POLLUANTS DANS LES MILIEUX POREUX SATURÉS	36
3.1. Hypothèses de simulation	36
3.2. Mises en équation mathématique	37
4. CONDITIONS AUX LIMITES	38
5. CONCLUSION	39
1. INTRODUCTION	40
2. MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS	41
2.1. Formulation mathématique	41
2.2. Présentation de l'élément plan étudié	42
3. MÉTHODE D'EULER IMPLICITE	44
3.1. Principe de la méthode	44
4. DISCRÉTISATION DE L'ÉQUATION DE L'ÉCOULEMENT	45
4.1. Discrétisation spatiale	46
4.2. Evaluation numérique des matrices et vecteurs élémentaires	48

4.2.1. Évaluation des matrices élémentaires.....	49
4.2.2. Évaluation des vecteurs élémentaires.....	50
4.2.3. Assemblage des formes élémentaires.....	54
4.3. Discrétisation temporelle	54
4.4. Résolution numérique	55
5. DISCRETISATION DE L'EQUATION DU TRANSPORT	55
5.1. Discrétisation spatiale	56
5.2. Evaluation numérique des matrices et vecteurs élémentaires.....	59
5.2.1. Évaluation des matrices élémentaires.....	59
5.2.2. Évaluation des vecteurs élémentaires.....	61
5.2.3. Assemblage des formes élémentaires.....	62
5.3. Discrétisation temporelle	62
6. organigramme du code de calcul.....	63
Chapitre 5 : Résultats et interprétations	66
1. INTRODUCTION.....	66
2. Etude du phénomène de transport par dispersion dans l'espace et dans le temps	66
2.1. Propagation dans le cas d'une pollution ponctuelle.....	66
2.1.1. Maillage du milieu	66
2.1.2. Conditions aux limites et initiales	68
2.1.3. Etude de l'écoulement.....	68
2.1.4. Etude du transport	69
2.1.5. Interprétations	70
2.2. Propagation dans le cas d'une pollution répartie	70
2.2.1. Maillage du milieu	71
2.2.2. Conditions aux limites et initiales.....	72
2.2.3. Etude de l'écoulement.....	72
2.2.4. Etude de transport	73
2.2.5. Interprétations	74
3. ETUDE DU TRANSPORT PAR ADVECTION	74
3.1. Etude de la propagation répartie	74
3.1.1. Maillage du milieu	74
3.1.2. Conditions aux limites et initiales.....	75
3.1.3. Etude de l'écoulement.....	75
3.1.4. Etude du transport	76
3.1.5. Interprétations	76
3.2. Etude de la propagation ponctuelle.....	77
3.2.1. Maillage de la nappe	77
3.2.2. Conditions aux limites et initiales.....	77
3.2.3. Etude de l'écoulement.....	78
3.2.4. Etude du transport	79
3.2.5. Interprétations	79
4. CALAGE DU MODELE	79
5. ETUDE DES CAS TESTS POUR UN ECOULEMENT PERMANENT.....	82
5.1. Effet de la perméabilité répartie et ponctuelle	82
5.2. Effet d'un débit de pollution réparti et ponctuel	83
5.3. Effet du pas de temps	83

5.4. Effet de la porosité	84
5.5. Effet des dimensions des éléments.....	91
6. SIMULATION D'UNE DECONTAMINATION PAR ADVECTION	93
6.1. Dépollution par soutirage d'un débit de pollution	93
6.2. Augmentation du débit de dépollution.....	95
7. Conclusion.....	97

Conclusion

Bibliographie

الملخص

تلوث الهياكل الهيدروجيولوجية يحث الى تطوير معدات آلية لتمثيل وإيجاد حقل تركيز الملوث بدلالة البعد و الزمن. لهذا الغرض يتم تطوير برنامج عددي يهدف لدراسة إنتشار ملوث نامل عبر الوسائط المسامية المشبعة. إنتشار الملوث له علاقة أولية بخصائص الجريان الجوفي للماء الذي يساعده على الإنتقال, لهذا السبب يتم إعداد نموذج للجريان . يعتبر الكمون الهيدروليكي المجهول في هذه المعادلة. زيادة إنتشار الملوث عبر المياه الجوفية المشبعة يتم بإيجاد تركيز الملوث و ذلك بواسطة نموذج تشتت, تأفق. طريقة العناصر المتناهية مناسبة لإيجاد حلول بعدية للمعادلات الغير المرتبطة لإنتشار الملوث و الجريان الجوفي للماء. طريقة أولار الضمنية مكنتنا من إيجاد حلول معادلات الإنتشار و الجريان الجوفي للماء عبر الزمن. أمثلة خاصة لتمثيل تنقية المياه الجوفية سوف تدرس لحمايتها.

الكلمات المفتاحية:

طريقة العناصر المتناهية, الوسائط المسامية المشبعة, طريقة أولار الضمنية, إنتشار ملوث, تشتت, تأفق, تنقية المياه الجوفية.

Abstract

The increasingly frequent presence of pollution in the systems hydrogeologic encourages to develop tools for digital simulations making it possible to determine the fields of concentration according to space and time. To this end a computer code allowing the study of transport of a pollutant in saturated porous media will be developed.

The transport of a pollutant depends initially on the characteristics of the flow which transports it, therefore a model of flow will be built. The hydraulic potential is regarded as an unknown factor of the model. The progression of pollution in the environment defined previously is modelled by the intermediary of a model advection dispersion. The finite element method will be used for the discretization in the space of the equations describing the phenomenon uncoupled from the migration of the pollutant and flow in the aquifer. The method of Euler implicit allows the discretization of the equations of transport and flow in time. A simulation of a decontamination will be studied to protect the ground water.

Key words:

Finite element method, saturated porous media, Method of Euler implicit, transport of the pollutants, advection, dispersion, decontamination.

Résumé

La présence de plus en plus fréquente de pollution dans les systèmes hydrogéologiques incite à développer des outils de simulation numérique permettant de déterminer très précisément les champs de concentration en fonction de l'espace et du temps. A cet effet un code de calcul permettant l'étude de transport d'un polluant dans un milieu poreux saturé sera développé. Le transport d'un polluant dépend en premier lieu des caractéristiques de l'écoulement qui le transporte, donc un modèle d'écoulement sera construit. Le potentiel hydraulique est considéré comme une inconnue du modèle. La progression de la pollution dans l'environnement défini précédemment se modélise par l'intermédiaire d'un modèle advection- dispersion. La méthode des éléments finis sera utilisée pour la discrétisation dans l'espace des équations décrivant le phénomène découplé de la migration du polluant et d'écoulement dans l'aquifère. La méthode d'Euler implicite permet la discrétisation des équations du transport et d'écoulement dans le temps. Une simulation d'une décontamination sera étudiée pour protéger le milieu souterrain.

Mots clés :

Méthode des éléments finis, milieux poreux saturés, Méthode d'Euler implicite, transport des polluants, advection, dispersion, décontamination.

Liste des principaux symboles et notations utilisés

- $\langle \rangle$: Vecteur ligne
 $\{ \}$: Vecteur colonne
 $[]$: Matrice
 $[]^T$: Matrice transposée
 $[Adv]^e$: Matrice advection élémentaire
 a_L : Dispersivité longitudinale
 a_T : Dispersivité transversale
 $[B]$: Matrice des dérivées des fonctions d'interpolation par rapport à x et à y.
 $[B]^T$: Matrice transposée de $[B]$.
 C : Concentration du polluant
 C_0 : Fonction connue de la concentration à t_0
 $\{C\}^e$: Vecteur concentration élémentaire.
 $\{\dot{C}\}^e$: Variation du vecteur concentration dans le temps
 d : Diamètre des grains
 D_{ij} : Tenseur de dispersion hydrodynamique
 D_{xx}, D_{yy} : Coefficients de Dispersion hydrodynamique dans les deux directions x et y
 D_d : Coefficient de diffusion moléculaire
 $[D]^e$: Somme de deux matrices de dispersion et d'advection élémentaire
 $[D]_G$: Somme de deux matrices de dispersion et d'advection globale
 $[D_{ij}]$: Tenseur de dispersion hydrodynamique.
 $[Disp]^e$: Matrice de dispersion élémentaire
 $Det[]$: Déterminant d'une matrice
 $\{f\}$: Vecteur sollicitation
 $\{f\}^e$: Vecteur sollicitation élémentaire qui englobe un vecteur débit de surface et de
 $\{f\}_c^e$: Vecteur sollicitation élémentaire qui englobe un vecteur débit de pollution de surface et de volume.
 $[F]_G$: Vecteur sollicitation global
 i : Indice des grandeurs considéré dans le sens des abscisses.
 j : Indice des grandeurs considéré dans le sens des ordonnées.
 $[J]$: Matrice jacobéenne
 k_{xx}, k_{yy} : Perméabilité du milieu suivant x et y
 $[K]$: Tenseur de conductivité ou perméabilité hydraulique
 $[K]^e$: Matrice de conductivité ou perméabilité hydraulique élémentaire
 $[K]_G$: Matrice de conductivité ou perméabilité hydraulique globale
 $[M]$: Matrice masse
 $[M]^e$: Matrice masse élémentaire.

- $[M]_G$: Matrice masse globale.
 n_x, n_y : Normale selon x et y
 ngp : Nombre de points de gauss
 N_i : Fonctions de forme
 Q : Débit d'apport ou de prélèvement (source/puits) volumique.
 Q_p : Débit volumique de pollution (source/puits)
 q : Débit surfacique
 Re : Nombre de Reynolds
 S_s : Coefficient d'emmagasinement spécifique
 t : Temps
 \vec{V} : Vecteur vitesse d'écoulement
 V_x, V_y : Composante de vitesse selon x et y
 $[V]$: Matrice vitesse.
 w_i, w_j : Poids d'intégration des points de Gauss.
 x, y : Coordonnées cartésiennes
 ξ, η : Coordonnées de l'élément de référence.

 ∂ : Opérateur différentiel
 Γ_1 : Frontière du domaine de la concentration.
 ν : Viscosité cinématique
 ξ, η : Coordonnées naturelles (élément de référence)
 ϕ : Potentiel hydraulique
 $\{\phi\}^e$: Vecteur potentiel élémentaire
 $\{\dot{\phi}\}^e$: Variation du potentiel dans le temps.
 Δt : Pas de temps

Table des figures

Figure 1.1 : Comportement du polluant dans son environnement.....	11
Figure 1.2 : Pollution par un produit plus léger que l'eau.....	14
Figure 1.3 : pollution de la nappe par un produit plus lourd que l'eau.....	14
Figure 1.4 : le confinement.....	17
Figure 1.5 : skimmer-ecremeur.....	18
Figure 1.6 : le venting.....	19
Figure 4.1 : représentation de l'élément quadrilatéral dans le repère local et global.....	44
Figure 4.2 : représentation des quatres points de gauss sur l'élément quadrilatéral.....	49
Figure 4.3:Elément de référence rectangle à quatre nœuds pour lequel s'effectuera sur chacun des quatre côtés l'intégration de frontière.....	52
Figure 4.4 : Organigramme du code de calcul élaboré.....	67
Figure 5.1 : Maillage du tronçon étudié.....	69
Figure 5.2 : Représentation des lignes équipotentielles.....	70
Figure 5.3 :Représentation du champ de vitesse.....	70
Figure 5.4:Représentation des isoconcentrations de 20, 40, 60 et 80 jours pour une pollution ponctuelle.....	71
Figure 5.5: Maillage du tronçon étudié.....	72
Figure 5.6 : Représentation des lignes équipotentielles.....	73
Figure 5.7 : Représentation du champ de vitesse pour une pollution répartie.....	73
Figure 5.8 : Représentation des isoconcentrations de 20, 40, 60 et 80 jours pour une pollution répartie.....	74
Figure 5.9: Maillage du tronçon étudié.....	75
Figure 5.10: Représentation des lignes équipotentielle.....	76
Figure 5.11: Représentation du champ de vitesse.....	76
Figure 5.12: Représentation des isoconcentrations de 10 et 40 jours pour une pollution répartie.....	77
Figure 5.13: Maillage du tronçon étudié.....	78
Figure 5.14: Représentation des lignes équipotentielle.....	79
Figure 5.15: Représentation du champ de vitesse.....	79
Figure 5.16 : Représentation des isoconcentrations de 10 et 40 jours.....	80
Figure 5-17 : Maillage du milieu poreux étudié.....	81
Figure 5.18 : Résultat tiré de l'article de (Ghulam rabbani, 1997) : le premier est un résultat numérique et le deuxième est un résultat d'une méthode analytique (AT123D).....	82
Figure 5.19 : Résultat obtenu par le code de calcul élaboré.....	82
Figure 5.20 : Maillage du domaine simulé.....	83
Figure 5.21 : Représentation des isoconcentrations de 15, 30 et 45 jours pour les deux perméabilités dans le cas d'une pollution répartie.....	86

Figure 5.22 : Représentation des isoconcentrations de 15, 30 et 45 jours pour les deux perméabilités dans le cas d'une pollution ponctuelle.....	87
Figure 5.23 : Représentation des isoconcentrations de 15, 30 et 45 jours pour les deux concentrations dans le cas d'une pollution répartie.....	88
Figure 5.24 : Représentation des isoconcentrations de 15, 30 et 45 jours pour les deux concentrations dans le cas d'une pollution ponctuelle.....	89
Figure 5.25 : Représentation des isoconcentrations de 10, 20 et 30 jours pour les deux pas de temps..	90
Figure 5.26 : Représentation des isoconcentrations de 30, 60 et 90 jours pour les deux porosités.....	91
Figure 5.27 : Maillage des deux milieux.....	92
Figure 5.28 : Représentation des isoconcentrations pour les deux dimensions des mailles.....	93
Figure 5.29 : pollution d'une nappe de 45 jours.....	94
Figure 5.30 : Champs de vitesse pour un débit de pollution de $-0.3 \text{ m}^3/\text{s}$	94
Figure 5.31 : Dépollution par advection avec un débit soutiré au nœud 256 de $-0.3 \text{ m}^3/\text{s}$	95
Figure 5.32 : champ de vitesse pour un débit soutiré de $-0.5 \text{ m}^3/\text{s}$	96
Figure 5.33 : Dépollution par advection avec un débit soutiré au nœud 256	97

Introduction générale

Depuis une vingtaine d'années, on assiste à une diversification considérable des problèmes hydrogéologiques. Parmi ces problèmes : la surexploitation des aquifères, l'enfouissement des déchets dans le sol, le rejet des pesticides altèrent de plus en plus fréquemment la qualité et la quantité de l'eau souterraine.

Bien qu'il semble que les eaux souterraines sont plus protégées que les eaux de surface contre la pollution, elles sont cependant sujettes à la pollution. Lorsque la pollution se produit, revenir à l'état original est difficile ou bien, impossible. Ceci explique que le problème de décontamination est inefficace.

Avec la demande accrue de l'eau et l'intensification de son utilisation, le problème de la qualité de l'eau devient un facteur essentiel dans le développement des ressources d'eau dans beaucoup de régions dans le monde en général et en Algérie en particulier.

Par exemple, en Algérie, les pratiques de fertilisation intense des sols dans certaines plaines agricoles et les rejets d'effluents industriels et domestiques ont augmenté la teneur en nitrates des eaux des nappes dans plusieurs régions, durant ces dernières années. Plusieurs enquêtes ont montré que la pollution par les nitrates des eaux souterraines a atteint un stade alarmant (Bouziani, 2002). Le programme de surveillance des eaux de puits et de sources, réalisé par le laboratoire de chimie des eaux de l'ANRH, a montré l'existence depuis 1994 d'une forte concentration en nitrates dans les eaux des nappes souterraines dans le centre du pays (la plaine de la Mitidja, le Haut chelif) et à l'Ouest (Sidi bel Abbas), avec une teneur dépassant largement la dose maximale de 50 mg/l, elle est arrivée à 270 mg/l à Miliana (Bouziani, 2002).

L'objectif de notre étude est le développement d'un code de calcul permettant l'étude de la migration bidimensionnelle d'un polluant dans un milieu poreux saturé. La méthode des éléments finis a été la base de la discrétisation spatiale des équations décrivant les phénomènes découplés de la migration du polluant et d'écoulement dans l'aquifère.

La méthode d'Euler implicite a été utilisée pour la discrétisation temporelle des équations mathématiques de l'écoulement et transport.

Ce code de calcul va nous permettre de réaliser plusieurs applications concernant ce phénomène, et plus précisément repérer les zones de contamination de la nappe par l'évolution de la concentration du polluant en divers points du maillage. Ce même code sera aussi adapté pour analyser certains processus de décontamination.

Pour étudier la migration d'un polluant dans les milieux poreux saturés, nous n'avons pas pris en compte l'interaction chimique, qui est un phénomène très complexe et spécifique à chaque site et à chaque polluant. Chaque polluant réagit d'une façon différente d'un site à un autre, donc le plus judicieux est de développer un modèle propre au site étudié, et le moyen nécessaire pour le faire est l'expérimentation. L'expérimentation nécessite la réalisation de modèles réduits propres à chaque type de sol et au polluant, mais ces derniers souffrent de quelques inconvénients à savoir leur prix et les délais de mise en œuvre. Pour remédier à cela nous devons faire appel à la simulation numérique qui est un moyen de prévision à long terme et prend en compte plusieurs paramètres physiques, comme l'hétérogénéité ou l'anisotropie des perméabilités, et l'influence des conditions aux limites, ce qui s'avère difficile à réaliser expérimentalement.

Certains polluants qui migrent dans les milieux poreux sont dangereux et cancérigènes. Leur effet sur la santé est un problème ardu, le 1^{er} chapitre fait l'objet de leur description. Les méthodes de décontamination des nappes souterraines sont aussi citées dans ce chapitre.

Le second chapitre représente les caractéristiques et la modélisation mathématique de l'écoulement souterrain.

Quant au troisième chapitre, il évoque la modélisation du transport des polluants et les mécanismes du transport dans les milieux poreux saturés.

Les méthodes de discrétisation spatiale et temporelle ont été décrites brièvement dans le quatrième chapitre, ainsi que la modélisation numérique de l'équation de l'écoulement et du transport.

L'organigramme du code de calcul élaboré a été également décrit dans le quatrième chapitre.

L'étude des deux phénomènes de transport d'un polluant dans les milieux poreux saturés à savoir la dispersion et l'advection, l'application du code de calcul élaboré sur des cas tests et une simulation numérique d'une décontamination a été développé dans le cinquième chapitre cinq.

En conclusion, on dresse un résumé sur le travail effectué et on ouvre des perspectives pour poursuivre le sujet.

Chapitre I

Pollution des nappes et moyens de décontamination

1. INTRODUCTION

Les eaux souterraines longtemps considérées comme pures et protégées par le sol contre les diverses activités humaines, sont en réalité souvent touchées par l'infiltration de multiples polluants à haut risque.

L'origine de la pollution est due entre autre au déversement de polluants organiques et de sels de métaux lourds par les unités industrielles. Le plus souvent, ces industries rejettent vers le milieu naturel plusieurs catégories de polluants, dont les plus menaçants sont les métaux lourds. L'enrichissement des sols pour intensifier l'agriculture par les engrais et pesticides peut également être à l'origine de la pollution des eaux souterraines.

Il est nécessaire de connaître l'origine de ces polluants, leurs effets sur la santé publique, leurs modes de transfert, leur caractère pour déterminer les précautions à prendre et d'éviter la pollution par ces produits. Ainsi un produit fortement toxique comme l'arsenic ou le mercure qui présentent une nocivité pour les êtres vivants et pouvant entraîner la mort doit être éliminé quel que soit le coût, alors qu'un produit non toxique mais indésirable peut être toléré mais en respectant les normes d'utilisation.

2. PRINCIPAUX TYPES DE POLLUANTS

L'utilisation de diverses substances chimiques pour les besoins du développement industriel a entraîné dans presque toutes les régions du monde, une dissémination dans le milieu naturel de différents types de résidus toxiques et de sels de métaux lourds. Bien que déversés en faibles quantités, plusieurs tonnes de métaux lourds se dispersent au fil du temps dans la nature et s'accumulent progressivement dans toute la chaîne alimentaire.

Les polluants peuvent être classés, selon leur nature, en trois grandes catégories : chimiques minéraux, chimiques organiques et bactériologiques (G. Castany, 1978 et 1980).

2.1. Les polluants chimiques minéraux

Parmi les substances chimiques minérales très toxiques et que l'on peut retrouver accidentellement dans l'eau, on distingue : le plomb, le cadmium, le mercure, l'arsenic, les nitrates, etc.

➤ Le cadmium

Les sources les plus importantes d'émission de cadmium sont celles provenant des eaux de rejets d'une unité de fabrication chimique. Parmi les autres sources de cadmium, on distingue aussi les eaux de lessivage par les pluies, les rejets de cimenteries, les rejets des raffineries de pétrole et les incinérations des déchets (Barbier et Cherry, 1999).

Le cadmium fait l'objet d'une attention particulière du fait de sa persistance prolongée et sa grande toxicité vis à vis de nombreux organismes vivants même s'il est présent à de très faibles concentrations.

Chez l'homme, le cadmium s'accumule au cours de la vie, essentiellement dans les reins et le foie. Ce métal est vraisemblablement à l'origine de complications rénales et osseuses graves. L'accident d'intoxication au cadmium le plus connu, a eu lieu au Japon, durant les années 1940, avec plus de 200 malades intoxiqués après avoir consommé du riz très riche en cadmium (Bouziani, 2000). C'est une maladie qui se traduit principalement par une déminéralisation osseuse avec des fractures multiples et une hypercalciurie. Le cadmium est un agent cancérigène.

➤ Le mercure

Il est présent dans les rejets des raffineries, cimenteries, usines de sidérurgie, traitement des phosphates, raffinage du mercure, combustion des hydrocarbures fossiles et du charbon, industries de la pâte à papier, etc. Il est utilisé dans la fabrication d'appareillages électriques, d'instruments de contrôle, de peintures marines et de certains fongicides. Les accidents d'intoxications au mercure, les plus connus ont eu lieu en 1960, à Minamata, au sud du Japon, où 100 personnes sont décédées suite à des complications neurologiques après avoir consommé des poissons contaminés par le mercure provoqué par le méthylmercure CH_3HgCl (Desbordes, 2000).

➤ **Le plomb**

L'origine du plomb dans l'eau provient de la dissolution des conduites et des branchements à base de plomb.

La toxicité du plomb et ses manifestations cliniques sont connues de longue date (le saturnisme). Au cours de ces dernières années, un nombre croissant d'études a mis en évidence le danger d'une ingestion de plomb même à très faibles doses, en particulier pour les enfants. On observe chez l'enfant atteint d'une intoxication chronique modérée au plomb, une irritabilité, une apathie et des troubles du sommeil. Par ailleurs, le plomb a la particularité de se fixer dans le squelette et dans les tissus nerveux, où il peut entraîner des lésions irréversibles (Lemière, 2001).

➤ **L'arsenic**

La présence de cet élément dans l'environnement est due aux rejets d'eaux résiduaires industrielles, traitement de minerais arsenicaux (cuivre), combustion de charbon ou de déchets, utilisation d'engrais phosphatés, d'herbicides, d'insecticides et de détergents. Dans les eaux minérales, l'arsenic d'origine naturelle atteint parfois des teneurs de 10 mg/l sous forme inorganique, les formes organiques sont présentes chez les crustacés et les poissons (Bouziani, 2000). Des études épidémiologiques ont montré que des effets toxiques pour l'homme apparaissent pour des concentrations d'arsenic supérieures à 170 mg/l d'eau et ont mis en évidence une relation entre la dose d'arsenic ingéré et la mortalité par certains cancers cutanés, hépatiques, pulmonaires et vésicaux. La directive européenne 98/83 fixe une concentration maximale admissible pour les eaux de distribution publique à 10µg/l (Bouziani, 2000).

➤ **Les nitrates et autres composés azotés**

Les nitrates sont des formes composées de l'azote qui sont fortement solubles et que l'on trouve souvent en grande quantité dans les eaux des nappes souterraines.

Dans les régions à vocation agricole, l'usage intensif des engrais amplifie la pollution des nappes souterraines par les nitrates et accentue le déséquilibre naturel de l'azote.

Leur origine est principalement agricole, la pollution engendrée est diffuse: ils sont le résultat de :

- Un excès de matières organiques végétales en décomposition sur et dans le sol après la récolte et après un déboisement.
- Un épandage d'engrais azotés en quantité supérieure aux besoins des plantes cultivées.

Chez l'homme, les nitrates en excès (comme les nitrites : NO_2), provoquent des troubles sanguins graves, en particulier une dégradation de l'hémoglobine.

Il a été reconnu qu'une eau chargée en nitrates avec une concentration supérieure à 50 mg/l est susceptible de provoquer chez les nourrissons, une cyanose liée à la méthémoglobine (Bouziani, 2000). Cette intoxication peut être provoquée également par les nitrites formés par réduction des nitrates sous l'influence d'actions bactériennes, surtout chez les nouveau-nés diarrhéiques (Bonvoisin, 2001).

2.2. Les polluants chimiques organiques

Les polluants chimiques organiques comprennent les détergents, les pesticides, les hydrocarbures, les solvants chlorés.

➤ Les détergents (tensioactifs)

Un détergent est un produit complexe contenant un ou plusieurs agents de surface et des composés minéraux, souvent associés à des matières organiques améliorantes, à des enzymes hydrolysants et à des séquestrants. Les détergents sont peu toxiques mais ils facilitent, par leur pouvoir mouillant, la dispersion et le transfert d'autres polluants comme les pesticides.

➤ Les pesticides

Les pesticides sont des produits largement utilisés pour lutter contre certains organismes nuisibles à l'homme et aux plantes : insecticides, les mauvaises herbes (herbicides) ou les champignons nuisibles (fongicides). Selon les constatations de l'ONU, l'usage des pesticides est en constante augmentation dans le monde, leur quantité double pratiquement tous les dix ans depuis 1945 (Regle, 2001).

La mise au point après l'année 1945, d'insecticides de synthèse appartenant au groupe des hydrocarbures chlorés (comme le DDT) et leur utilisation massive dans la lutte contre les insectes nuisibles à l'homme et aux cultures ont eu des effets plus ou moins graves.

Ces insecticides sont très stables et résistent pendant des années à la dégradation. Ils peuvent s'accumuler dans le sol, dans les tissus végétaux et animaux, sur le fond vaseux des étangs et des rivières.

Les produits comme le dibromure d'éthylène, suspecté d'être cancérigène, sont aujourd'hui interdits dans plusieurs pays. Ces herbicides renferment des impuretés comme la dioxine qui est peut être le produit le plus toxique que l'on connaisse, aussi bien pour l'homme que pour les animaux.

Les nuisances des pesticides sur la santé humaine sont encore mal connues. Il existe deux formes d'exposition aux insecticides, l'une de courte durée, qui provoque des empoisonnements (26 décès sont survenus en Arabie Saoudite en 1956, après une consommation de pain fait avec de la farine accidentellement contaminée par l'endrine) (Bouziani, 2000), et l'exposition sur une longue période, qui entraîne des empoisonnements chroniques, difficiles à mettre en évidence.

➤ **Les hydrocarbures**

Les hydrocarbures sont divisés en deux groupes de substances: les composés organiques volatils (C.O.V) et les hydrocarbures aromatiques polycycliques (HAP).

Les composés organiques volatils sont représentés surtout par les alcanes, les alcènes, le benzène, le toluène. Ce sont des produits qui peuvent être déversés accidentellement dans le milieu naturel (par exemple, par les fissures des réservoirs de stockage enfouis en sous sols).

Les hydrocarbures aromatiques tels que le benzo(a), le benzo(k) fluoranthène, le benzo (b) fluoranthène et le benzo (a) anthracène émis en grande quantité par les véhicules, se retrouvent en surface et peuvent contaminer le réseau d'assainissement et le réseau de distribution d'eau potable.

Les hydrocarbures responsables de la pollution des eaux peuvent provenir de nombreuses sources : les effluents éliminés par l'industrie pétrolière, la pétrochimie, les ateliers de sidérurgie, les usines à gaz, les citernes, les réservoirs et les navires pétroliers (Desbordes, 2000).

Les marées noires du golfe Arabo-Persique pendant le conflit Iran-Irak en 1983 et en 1991 pendant la guerre du golfe ont répandu en mer jusqu'à 1,5 millions de tonnes de pétrole et ont provoqué des dégâts environnementaux considérables (Bouziani, 2000).

Une teneur diluée de 1/10 000 à 1/100 000 altère les propriétés gustatives de l'eau. A cette dose, l'inconvénient principal est de développer des odeurs et des saveurs désagréables. Ces modifications organoleptiques de l'eau persistent longtemps après la pollution. Comme la plupart de ces produits sont faiblement oxydables et encore perceptibles à des dilutions de 1 partie par milliard, les nappes d'eau polluées deviennent inutilisables pendant de très longues années.

➤ **Les solvants chlorés**

Les solvants chlorés sont utilisés pour le nettoyage. Ils sont largement répandus. Leur présence dans les décharges de tout type constitue un risque de pollution des nappes phréatiques car ils ne sont pas retenus par les argiles. Après percolation dans le sol et près de zones urbaines ou industrielles (décharges industrielles), les eaux souterraines peuvent être contaminées par ces polluants très volatils. Ils sont peu dégradables et ont tendance à se déposer dans la partie basse de la nappe (Lemière, 2001).

➤ **Les polychlorobiphényles (PCB) et les polychloroterphényles (PCT)**

Les PCB et leurs impuretés PCT sont des mélanges congénères isomères obtenus par chloration du biphenyl et du terphenyl ; leur teneur en chlore varie de 20 à 60%. Depuis 1930, ils sont largement utilisés dans les peintures, vernis, matières plastiques, résines synthétiques, encres, huiles de coupes, isolants électriques, liquides pour machines hydrauliques, etc. Ils sont identifiés à des teneurs proches du seuil de détection dans les eaux souterraines et ils sont très toxiques (Lemière, 2001).

➤ **les phtalates ou esters phtaliques**

Ces produits sont de faible volatilité et très peu solubles dans l'eau. On les trouve dans les résines cellulosiques et vinyliques (polychlorures de vinyle ou PVC), dans les peintures, les laques, les encres. Mais bien que les phtalates soient fortement biodégradables, ils peuvent être détectés parfois dans les eaux souterraines, leur toxicité est faible.

2.3. Les polluants d'origine microbiologique

De nombreux microorganismes, virus, bactéries et protozoaires, voire des champignons et des algues sont présents dans l'eau. Les conditions anaérobies généralement rencontrées dans les eaux souterraines en limitent cependant la diversité. Les bactéries, virus et autres agents pathogènes rencontrés dans les eaux souterraines proviennent de fosses septiques, des décharges, des épandages d'eaux usées, de l'élevage, de matières fermentées, de cimetières, du rejet d'eaux superficielles. Ces pollutions peuvent être aussi dues à des fuites de canalisations et d'égouts ou à l'infiltration d'eaux superficielles:

La grande majorité de ces microorganismes nocifs pouvant engendrer des infections humaines redoutables, sont diffusés dans l'environnement hydrique par l'intermédiaire de souillures fécales humaines ou animales. Les pollutions microbiologiques se rencontrent surtout dans les aquifères à perméabilité de fissure, dans lesquels la fonction épuratrice du sous-sol ne peut s'exercer. Les émergences de type karstique avec des circulations souterraines rapides sont par conséquent très vulnérables à cette pollution. Dans les aquifères à porosité intergranulaire, une contamination bactérienne implique une source proche de pollution (puisard, défaut d'étanchéité du captage, rejet de station d'épuration, décharges,...).

3. CARACTERES DES POLLUANTS

L'évaluation des principales propriétés physiques et chimiques des polluants nous donne des indications sur la répartition probable du polluant dans l'eau et dans le sol. Les caractéristiques importantes des polluants sont la solubilité, la biodégradation, la tension de vapeur (volatilité) et l'adsorption/désorption. (Voir figure I.1), ci après.

3.1. Solubilité aqueuse

La solubilité est la quantité maximale dissoute d'un composé dans l'eau à une température donnée (Lecompte, 1998). Elle est influencée outre la température, par la pression, la fraction molaire de chaque composé dans le mélange de polluants et la teneur en matières organiques dissoutes. Les composés très solubles sont facilement transportés par l'eau, car ils suivent son écoulement. Ils sont souvent peu adsorbés sur les sols, et facilement biodégradables. Cependant, certaines espèces solubles, de métaux ne sont pas biodégradables.

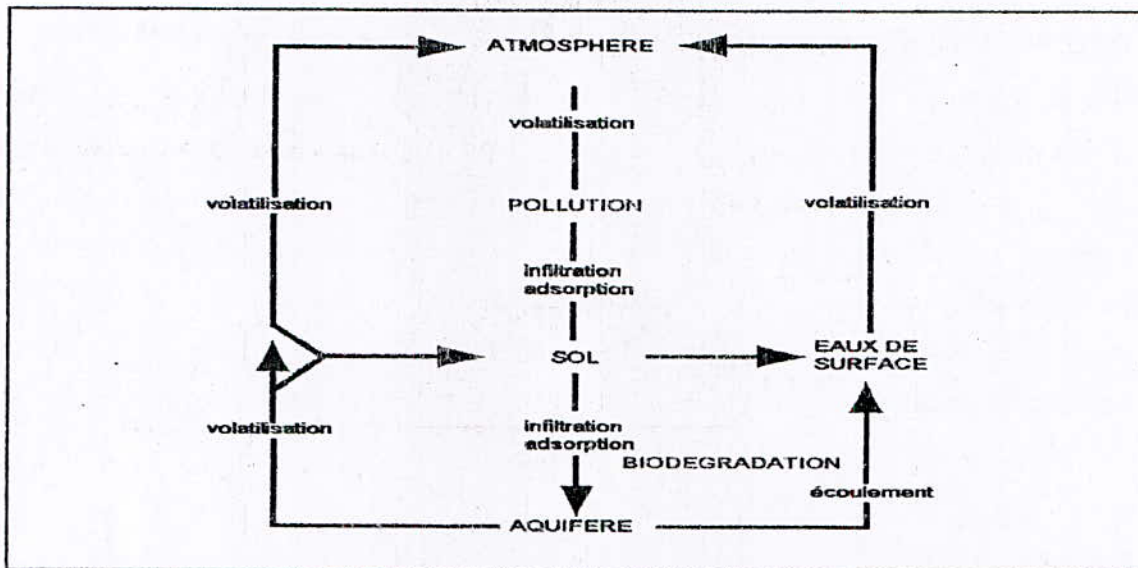


Figure-1.1 : Comportement du polluant dans son environnement (Beraud, 2001)

3.2. Tension de vapeur

Ce paramètre sert à estimer la tendance d'un produit à se volatiliser et donc à passer dans l'atmosphère gazeuse à partir de la phase aqueuse du sol (Lecompte, 1998).

Les interactions entre la solubilité en milieu aqueux et la tension de vapeur conditionnent la volatilisation d'un produit donné à partir de la solution aqueuse. Par exemple, un polluant très soluble dans l'eau et présentant une tension de vapeur élevée se volatilise rapidement. De ce fait, il atteindra rarement l'aquifère.

Plus un produit sera volatil, moins grande sera son affinité pour le sol. Il sera éliminé dans l'atmosphère avant d'être biodégradé.

3.3. Adsorption et désorption

3.3.1. Phénomène d'adsorption

Ce paramètre représente le potentiel d'un composé à se fixer sur le sol grâce aux actions physico-chimiques eau/roche. L'adsorption va de pair avec la surface spécifique des grains ou des fissures. Elle va se traduire par une diminution de la mobilité et de l'accessibilité du polluant.

L'adsorption dépend de la charge électrique des polluants. Les polluants chargés électriquement ont tendance à se lier aux particules d'argile et autres minéraux, alors que ceux non chargés s'associeront préférentiellement à la matière organique. Les

polluants peuvent être adsorbés par des interactions ioniques, polaires, hydrophobes ou hydrophiles.

L'adsorption dépend aussi des caractères géologiques du sol tels que la porosité, la perméabilité, la fraction de matière organique.

3.3.2. Phénomène de désorption

Le phénomène de désorption vient après l'adsorption. Lorsque les métaux sous forme ionique sont retenus par échanges d'ions ou adsorption, par les argiles, acides humiques et hydroxydes, les cations sont libérés progressivement par suite du phénomène de désorption. Ce qui poursuit la persistance de la pollution dans l'eau souterraine.

Les réactions d'adsorption et de désorption entraînent un retard dans le transfert du polluant. Ces deux phénomènes sont favorisés par la présence d'argiles, oxydes et hydroxydes, et par les constituants organiques. L'adsorption prédomine sur la désorption.

3.4. Biodégradabilité

La biodégradation est un processus selon lequel des composés chimiques sont détruits par des organismes vivants.

Une matière dégradable est une matière qui se décompose de telle sorte que les matières restantes s'assimilent facilement à l'environnement sans avoir sur celui-ci d'effets nuisibles importants.

La biodégradation des composés organiques se produit en condition aérobie ou anaérobie selon la structure moléculaire et les conditions environnementales. En général, plus une molécule est substituée (remplacement d'un groupement fonctionnel par un autre), plus elle est résistante à la biodégradation.

4. TRANSFERT ET EVOLUTION DES POLLUANTS

Dans le milieu souterrain, l'évolution des polluants est très lente, comparativement à ce qui se passe en surface. Il s'écoule des mois, des années voire même des dizaines d'années, entre le début de la pollution et sa mise en évidence (Bonvoisin, 2001). Les volumes infiltrés peuvent donc être très importants. Le milieu souterrain intègre successivement tous les événements polluants, et les nuisances peuvent se maintenir très longtemps après le tarissement des sources de pollution. Les bactéries

sont retenues dans les premiers centimètres du sol. Les virus sont en revanche plus mobiles et peuvent contaminer la nappe sous jacente.

Le soluté traverse la zone non saturée caractérisée par la présence d'oxygène, de minéraux argileux et matières organiques. Cette rémanence peut durer des mois, voire des années.

4.1. Transfert dans le sol

Les interactions chimiques entre les argiles et les polluants sont souvent très complexes. Plus la molécule est grosse, mieux elle sera adsorbée sur les argiles et la matière organique. L'hydrophobicité d'une molécule favorise son accumulation dans le sol. Son caractère hydrophile favorise sa lixiviation et donc son transfert à la nappe. Les composés constitués de carbone, d'hydrogène, de brome, de chlore ou d'iode sont hydrophobes. Ceux composés d'azote, de soufre, d'oxygène ou de phosphore sont hydrophiles.

4.2. Transfert dans la zone non saturée

Le fluide polluant migre d'abord verticalement dans le milieu non saturé entre la surface du sol et la nappe, laissant dans son sillage des terrains imprégnés à une concentration proche de la saturation. Suivant sa volatilité, le polluant a tendance à plus ou moins diffuser dans la phase gazeuse du milieu non saturé. C'est notamment le cas des solvants chlorés et des hydrocarbures aromatiques.

Les teneurs des fractions solubles du produit polluant évoluent avec le temps et la distance à la source, sous l'effet de la dilution, de l'advection, de la dispersion due à la tortuosité des écoulements entre les grains et aux phénomènes de fixation ou de dégradation.

4.3. Evolution en milieu saturé

Une fois la surface piézométrique franchie, la propagation du polluant ne rencontre pratiquement plus d'obstacles. La dispersion du soluté se fait à la verticale du foyer de contamination (zone non saturée), puis selon un étalement latéral dans le sens de l'écoulement de l'eau souterraine (zone saturée) (Lemière, 2001). Dans l'aquifère, en raison de la rareté ou de l'absence d'oxygène, de matières organiques et de microorganismes, le rôle épurateur est réduit, comparativement à la zone non saturée. Les mécanismes de transport du soluté dans l'aquifère sont complexes.

Dans la nappe, l'extension du panache de pollution dépend essentiellement de la direction et de la vitesse d'écoulement de l'eau, mais aussi des caractéristiques des polluants.

Les polluants insolubles plus légers que l'eau restent à la surface de la nappe où ils s'étalent. C'est principalement le cas des hydrocarbures. (Voir figure 1.2)

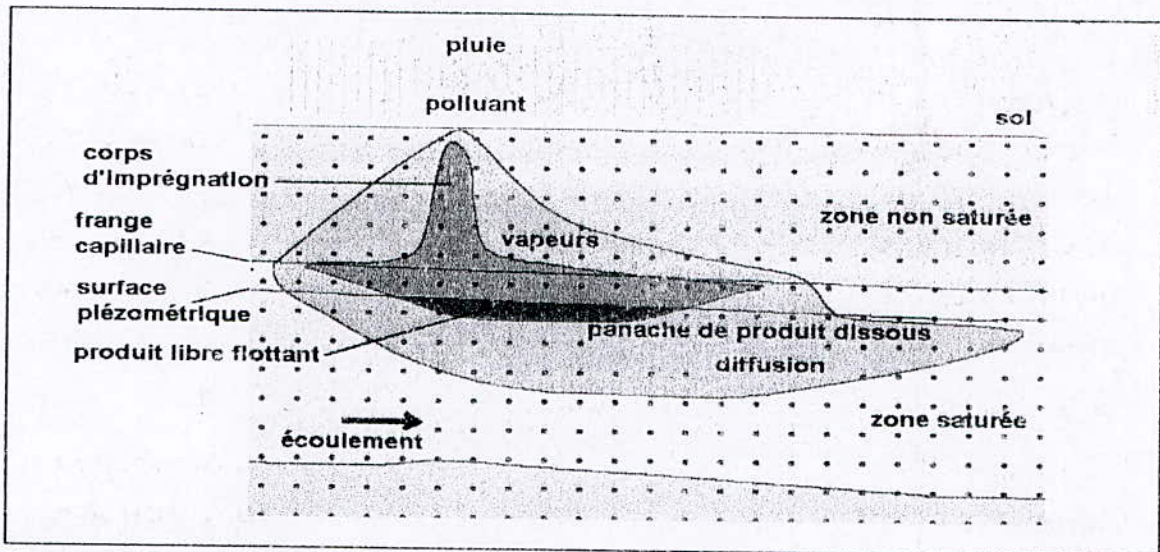


Figure-1.2 : pollution par un produit plus léger que l'eau et qui atteint la nappe (Bonvoisin, 2001).

Les polluants insolubles et plus denses que l'eau comme les organochlorés migrent jusqu'à la nappe sans laisser de traces derrière eux. Une fois qu'ils atteignent la nappe, ils continuent à descendre jusqu'à la base, puis migrent dans le sens de l'écoulement. Peu ou pas biodégradables, ils polluent la nappe pour des durées très longues. Ils sont très difficiles à localiser et à éliminer. (Voir Figure 1.3)

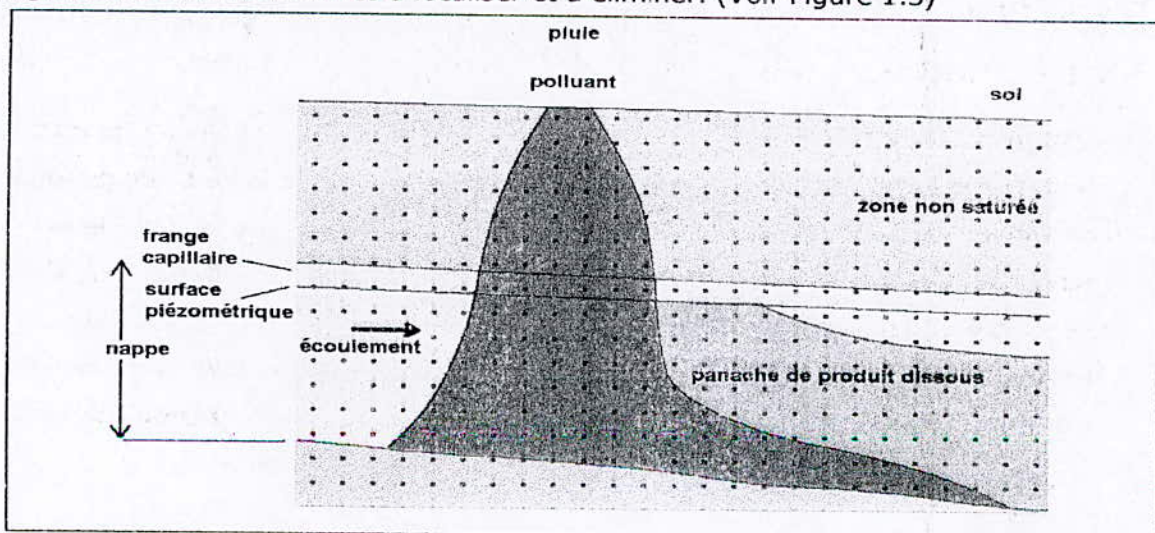


Figure-1.3 : pollution de la nappe par un produit plus lourd que l'eau (Bonvoisin, 2001).

5. PROTECTION ET DECONTAMINATION DES NAPPES

Les moyens et les méthodes de dépollution d'une nappe sont variables, plus ou moins efficaces et plus ou moins coûteux à mettre en œuvre. Les moyens naturels sont destinés à protéger la nappe souterraine avant que la pollution ait lieu, et les moyens techniques sont destinés à décontaminer après que la pollution se propage dans le milieu souterrain.

5.1. Moyens naturels

5.1.1. Les périmètres de protection

Les périmètres de protection d'un captage sont définis après une étude hydrogéologique. Leur but est de protéger les abords immédiats de l'ouvrage et son voisinage et d'interdire ou réglementer les activités qui pourraient dégrader la qualité des eaux captées. Pour un captage ou un champ captant, trois zones concentriques sont définies pour éviter la dégradation de la ressource (Desbordes, 2001):

➤ **Le périmètre de protection immédiat**

Ce premier périmètre contient le captage lui-même. Sa surface est limitée à quelques centaines de mètres carrés (environ 30 mètres sur 30). Toutes les activités y sont interdites, sauf celles consacrées à l'exploitation et l'entretien des équipements. Son rôle est d'empêcher la dégradation des ouvrages ou l'introduction directe de substances polluantes dans l'eau (Desbordes, 2001).

➤ **Le périmètre de protection rapprochée**

Le périmètre de protection rapprochée doit protéger le captage de la migration de substances polluantes. Sa surface dépend des caractéristiques locales; elle varie entre 1 et 10 hectares. Toutes les activités, installations et dépôts susceptibles de nuire directement ou indirectement à la qualité des eaux sont interdites ou réglementées, il s'agit :

- Des dépôts de déchets et de tout produit et matière susceptibles d'altérer la qualité des eaux.
- L'installation de canalisations, réservoirs ou dépôts d'hydrocarbures, de produits chimiques et d'eaux usées ou l'infiltration des eaux usées d'origine domestique ou industrielle.

➤ **Le périmètre de protection éloignée**

Le dernier périmètre n'est pas obligatoire. Il renforce le précédent. Sa surface est très variable.

5.1.2. Rôle du sol

Les sols constituent un puissant moyen d'épuration et de recyclage des eaux. Le complexe argilo-humique leur confère des propriétés d'adsorption et d'échange. Le sol constitue un système accumulateur de substances très diverses. L'adsorption moléculaire et la rétention des micro-polluants organiques dans les sols sont plus ou moins fortes et plus ou moins réversibles. La nature de la molécule détermine son pouvoir de rétention, par son poids moléculaire, par sa charge, par la conformation de la molécule et son affinité à établir des liaisons covalentes et par sa solubilité dans l'eau (Ballerini, 1998 ; Berthelin, 1995). La capacité d'adsorption ionique et la rétention des cations (Ca^{++} , Mg^{++} , K^+ , Na^+) du sol varient essentiellement en fonction de son épaisseur, de sa teneur en argile et en matières organiques. Les anions tels que Cl^- , NO_3^- , SO_4^{2-} ne sont pas retenus et migrent par advection ou par diffusion alors que certaines molécules sont fortement retenues dans le sol, comme les phosphates (Gaidi, 2002).

5.2. Moyens techniques

Les procédés de décontamination des nappes polluées font appel à des voies physiques, chimiques et biologiques. Les voies physiques comprennent le pompage de l'eau, l'écumage du polluant surnageant, la ventilation par bullage dans la nappe, la filtration par membrane.

Les voies chimiques font appel aux réactions d'oxydation ou de réduction par le Fer.

Les voies biologiques utilisent l'action des microorganismes du sol dont l'activité est stimulée par adjonction de nutriments.

5.2.1. Le confinement

Le confinement se fait par barrières absorbantes et barrages flottants de la zone polluée, ensuite la phase libre surnageante est récupérée au moyen de pelle-écumoirs, écrémeurs de surfaces, pompes de surface, et matériau absorbant, enfin, il se fait un nettoyage final au moyen d'un produit à base d'agents tensioactifs favorisant la dispersion et la biodégradation du mélange. (Voir Figure 1.4).

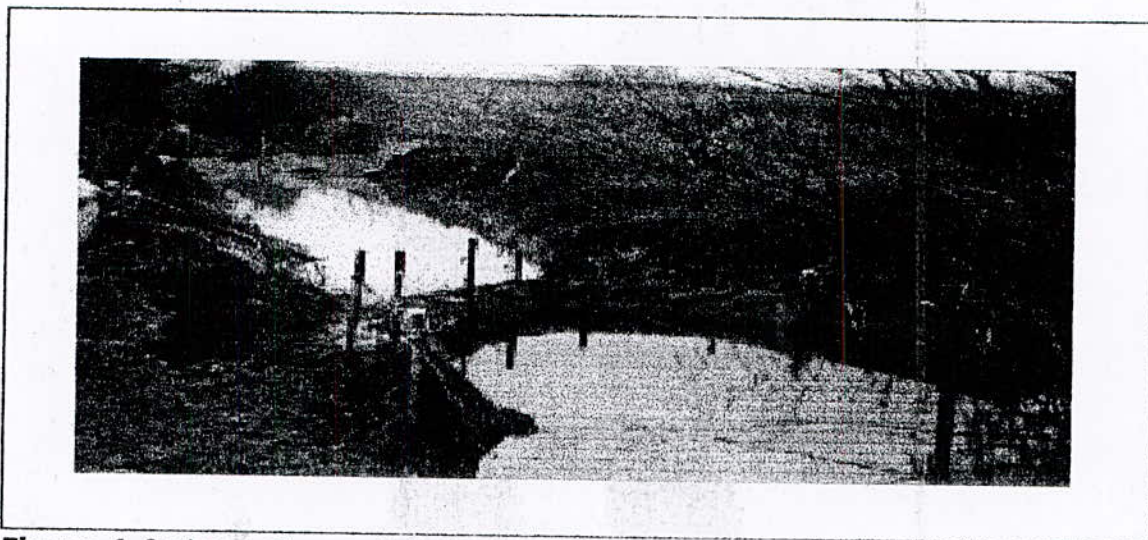


Figure-1.4 : Le confinement (Lallemand, 1995).

5.2.2. La fixation

Les pompages de fixation permettent d'éliminer une partie de la pollution qui se trouve dans le milieu souterrain. La fixation consiste à dévier la pollution, afin de l'empêcher d'atteindre un ouvrage à protéger, et ce en créant un contre-courant par pompage en un ou plusieurs points soigneusement situés à l'intérieur de la zone polluée. L'eau polluée peut être soit rejetée sans traitement dans un cours d'eau de surface ou des égouts. Lorsqu'on a affaire à une pollution biphasique, on emploie la plupart du temps un système de doubles pompes : pompage de l'eau et pompage du produit séparé.

Les temps de récupération peuvent être très longs, et le simple pompage n'est généralement pas suffisant pour évacuer la pollution.

5.2.3. Le pompage écrémage

Ce procédé est constitué d'un système de pompage sélectif éliminant le produit contaminant. Ce système est très adapté à la récupération des hydrocarbures flottants au toit de la nappe. Il est généralement couplé avec un pompage d'eau générant un cône de rabattement qui favorise la migration des polluants vers le système écrémeur.

C'est un système traitant essentiellement les hydrocarbures flottants, bien que son emploi puisse être adapté pour des produits purs flottants en surface de nappe. (Voir figure-1.5)

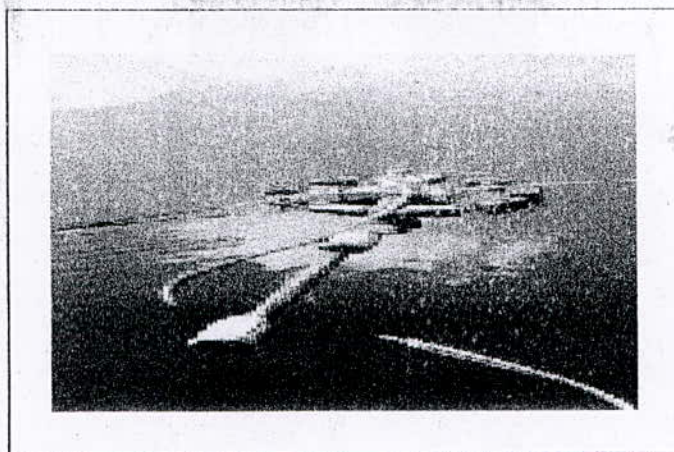


Figure-1.5 : Skimmer - Ecremeur (Lecompte, 1998).

5.2.4. Le traitement par barrières actives

Ce procédé, mis au point récemment consiste à contribuer à l'élimination physico-chimique des polluants en mettant en place une barrière verticale, réalisée avec des moyens techniques équivalents à ceux utilisés pour créer des parois étanches souterraines. Les ouvrages sont disposés de telle façon qu'ils interceptent l'écoulement naturel des eaux souterraines, et le remplissage des parois est effectué avec des produits réactifs. La même technique peut être utilisée en employant des filtres biologiques.

5.2.5. Le venting

Le venting est un procédé de création d'une dépression d'air dans le sol à partir de puits verticaux ou horizontaux et permet d'extraire les composés volatils. Le gradient de pression induit dans le sol provoque le passage en phase gazeuse des composés volatils présent en phase liquide ou adsorbés à la surface des particules de sol. Le flux d'air extrait est alors traité en surface, généralement par un filtre à charbon actif, avant rejet dans l'atmosphère.

Ce traitement est adapté à des produits polluants volatils tels que les solvants organiques notamment chlorés (trichloroéthylène), les hydrocarbures aromatiques (benzène, toluène...), les hydrocarbures d'essences et quelques composés organiques (alcools, éthers). (Voir figure-1.6, ci après)

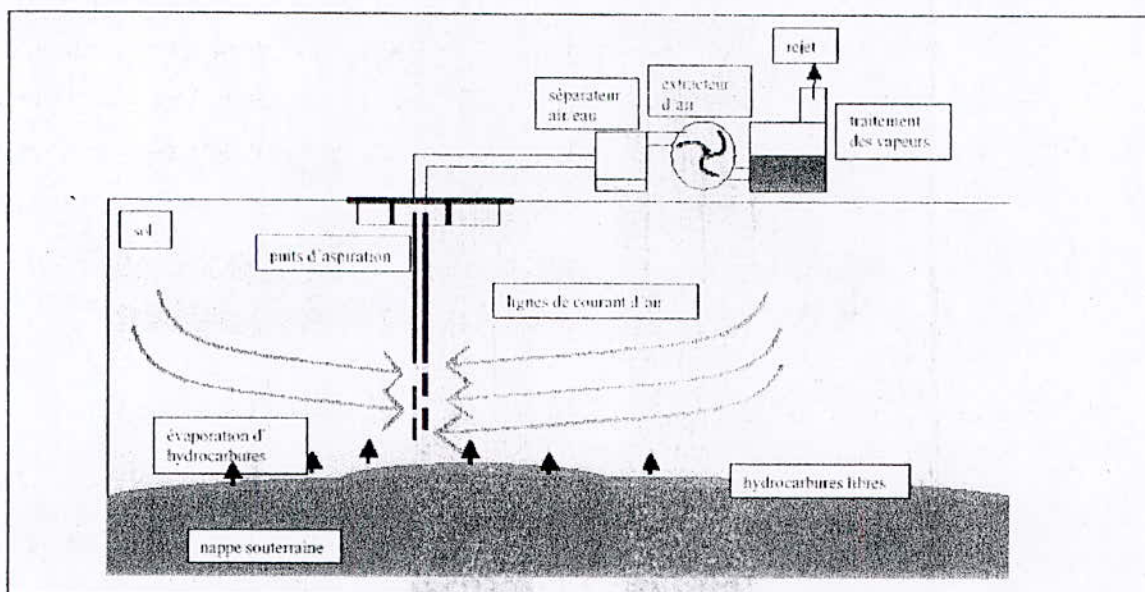


Figure-1.6 : le venting (Lecompte, 1998)

5.2.6. Le bioventing

Le bioventing est un procédé d'injection de nutriment similaire à la bioremédiation, mais dans lequel le fluide porteur de nutriment n'est plus l'eau mais l'air. Un flux d'air induit par dépression et dont le débit est calibré permet un développement bactérien optimum pour la dégradation des polluants. Une infiltration de nutriment et éventuellement de souches de micro-organismes dans la nappe ou au-dessus de la zone à traiter favorise et accélère le processus.

Ce procédé est particulièrement efficace sur les polluants volatils résiduels et les huiles et lubrifiants du gasoil. Il permet de traiter essentiellement la zone non saturée.

5.2.7. Le sparging

Le sparging est un procédé in situ, c'est un système d'injection d'air qui permet d'étendre l'applicabilité du venting à la zone saturée en eau du sol. L'air est injecté dans la nappe souterraine et favorise l'extraction physique des polluants volatils présents dans l'eau. L'air injecté remonte ensuite à la surface du sol en traversant la zone non saturée où il provoque également la volatilisation des polluants adsorbés dans la frange capillaire. Les contaminants volatils en phase vapeur sont aspirés en surface et traité avant rejet par des puits d'extraction en dépression et des filtres à charbon actif identiques à ceux utilisés dans le cadre de venting simple (Lallemand, 1995).

5.2.8. Le stripping sur site

Le stripping sur site utilise le processus physique d'extraction des composés volatils par injection d'air. Celui-ci n'est pas injecté directement dans la nappe, mais l'eau de la nappe est pompée dans un dispositif de surface favorisant l'aération de l'eau. Après traitement, l'eau peut être réinjectée dans la nappe par un puits ou évacuée vers un réseau de rejet. Ce procédé est efficace sur les composés halogénés aliphatiques (solvants chlorés) et sur la fraction volatile des carburants légers (BTEX) (Lecompte, 1998).

5.2.9. Traitement par bioventing et biosparging

C'est un procédé in situ, il consiste à injecter de l'air dans la zone non saturée (bioventing) et dans la zone saturée (biosparging) avec adjonction de nutriments pour stimuler l'activité bactérienne aérobie (Lallemand, 1995; Lecompte, 1998).

6. CONCLUSION

Le phénomène de transport des polluants dans les milieux poreux saturés est important étant donné que si la nappe d'eau souterraine est affectée par l'un des polluants, on ne peut pas la traiter parce que les moyens de décontamination sont onéreux et que même si on la traite, on n'arrive jamais à l'état original de la nappe.

La protection de l'eau souterraine contre la pollution s'intègre dans la préservation du milieu souterrain. Elle nécessite trois aspects importants :

- La prévention, assurée en priorité par une réglementation, basée sur des recherches et une expérimentation.
- La détection ou le contrôle par des réseaux de surveillance de la qualité de l'eau souterraine.
- La décontamination par des moyens industriels et techniques.

Ces trois actions nécessitent la prévision de la migration et de l'évolution des polluants. La zone saturée était l'objet visé pour notre étude, et ce pour prévoir l'évolution des contaminants dans cette zone donc de mettre en œuvre une prévention. L'outil le mieux adopté à la prévention techniquement et économiquement, est le modèle mathématique de simulation, ce qui constitue le but de notre étude.

Chapitre II

Modélisation de l'écoulement souterrain

1. INTRODUCTION

L'étude du transport des polluants dans les milieux poreux se précède par l'étude de l'écoulement souterrain. Avant d'établir l'équation régissant l'écoulement des eaux dans les milieux poreux saturés, nous avons voulu donner dans ce chapitre un rappel sur les caractéristiques des milieux poreux ainsi que le classement des aquifères. Ces caractéristiques constituent les paramètres du modèle mathématique de l'écoulement souterrain à établir.

La base de la modélisation mathématique de l'écoulement souterrain s'effectue en introduisant deux équations : l'équation de Darcy et la loi qui définit la conservation de la masse dite équation de continuité. La modélisation de l'écoulement peut se faire en état permanent dans lequel le potentiel et le gradient hydraulique restent constants dans le temps ou en état non permanent dans lequel le potentiel et le gradient changent à chaque instant.

2. CARACTERISTIQUES DES MILIEUX POREUX

Les milieux poreux naturels sont essentiellement les alluvions constituées de matériaux granuleux, ou roches compactes fissurées. Un milieu poreux constitué par du matériel granuleux est caractérisé par divers paramètres :

2.1. Homogénéité

Un milieu est homogène lorsqu'il présente, en tous points dans le sens de l'écoulement, des caractéristiques physiques constantes. Dans le cas contraire le milieu est hétérogène (Castany, 1982; Verruijt, 1982).

2.2. Isotropie

Le milieu poreux est dit isotrope, si, quelle que soit la direction considérée, la résistance à l'écoulement, ou toute autre propriété, est la même dans les trois directions. La plupart des milieux poreux naturels sont anisotropes (Castany, 1982; Bear *et al*, 1987).

2.3. Potentiel hydraulique

La variable descriptive des écoulements est le potentiel hydraulique, somme d'un terme de pression et d'un terme gravitaire. Le potentiel est égal à la cote de l'eau dans un piézomètre calculé par rapport à un plan de référence (en général, le substratum de l'aquifère). Il est donné par l'expression suivante (Guyonnet, 2001):

$$\phi = z + \frac{P}{\rho g} \quad (2.1)$$

2.4. Porosité

L'un des paramètres les plus importants caractérisant le milieu poreux est la porosité, elle est exprimée comme étant le rapport du volume des pores au volume total (Bear *et al*, 1987) :

$$n = \frac{v_p}{v_t} \quad (2.2)$$

avec $v_t = v_v + v_s$, où v_s est le volume du squelette solide.

v_v : volume des vides

2.5. Perméabilité

C'est un paramètre structural essentiel dans le modèle d'écoulement, il varie en fonction des caractéristiques physiques du milieu et celles du fluide. Lorsqu'il s'agit d'un milieu saturé le coefficient de perméabilité s'exprime souvent par cette relation (Musy, 1974).

$$k = \frac{\rho g}{32 \nu} d^2 \quad (2.3)$$

où :

ρ : masse volumique [kg/m^3].

g : Accélération de pesanteur [m/s^2].

d : diamètre des grains [m].

ν : coefficient de viscosité cinématique du fluide [m^2/s].

2.6. Coefficient d'emmagasinement

La notion d'emmagasinement revêt un intérêt particulier dans l'étude des écoulements souterrains. Elle indique la capacité d'un sol à emmagasiner ou à libérer un certain volume d'eau.

En milieu d'écoulement à surface libre, il est prouvé que le coefficient d'emmagasinement est égal à la porosité efficace du milieu (Bonnet, 1982).

Le coefficient d'emmagasinement de la nappe S (sans dimensions), est défini comme étant le volume d'eau libéré par une colonne verticale correspondant à une diminution unitaire de la hauteur piézométrique moyenne.

Une autre notion généralement utilisée est l'emmagasinement spécifique S_s de dimension $[L^{-1}]$, qui correspond à une valeur normée de l'emmagasinement par unité de profondeur de l'aquifère (b).

$$S = S_s \cdot b \quad (2.4)$$

S est donné d'après (Humbert, 1984) par :

$$S = \rho g (\alpha + n\beta) b \quad (2.5)$$

où :

n : Porosité du milieu souterrain;

ρ : masse volumique de l'eau $[ML^{-3}]$.

g : Accélération de la pesanteur $[LT^{-2}]$.

α : Compressibilité verticale du squelette solide de milieu poreux $[M^{-1}LT^2]$.

β : Compressibilité isotherme de l'eau $[M^{-1}LT^2]$.

L'ordre de grandeur du coefficient d'emmagasinement pour les aquifères d'après (Lohman, 1972) est :

- Ecoulement en charge $10^{-5} < S_s < 10^{-3}$

- Ecoulement à surface libre $0.003 < S_s < 0.3$

2.7. Transmissivité

Dans une nappe aquifère d'épaisseur b et de largeur L , le débit écoulé, suivant la loi de Darcy, est : (Verruijt, 1982 ; Bear et al, 1987)

$$Q_d = kbLi \quad (2.6)$$

La transmissivité T , est le produit $K.b$ (Verruijt, 1982 ; Bear et al, 1987) :

$$T = k.b \quad (2.7)$$

La transmissivité T s'exprime en m^2/s ou en $m^2/jour$.

3. CLASSIFICATION DES AQUIFERES

L'aquifère est une formation géologique, délimité à la partie inférieure, par une base imperméable appelée **substratum** et la partie supérieure peut être soit libre soit recouverte d'une autre couche imperméable que l'on nomme **toit**.

L'aquifère constitue le réservoir des nappes d'eau souterraines. La nappe d'eau souterraine est constituée par l'ensemble des eaux comprises dans la zone saturée qui est une formation perméable pour transmettre des quantités significatives de l'eau sous le gradient hydraulique aux puits. Les types d'aquifère sont :

3.1. Aquifère à nappe libre

Dans l'aquifère à nappe libre la surface piézométrique constitue la limite supérieure de l'aquifère, c'est une limite hydrodynamique. Cette surface peut s'élever ou s'abaisser librement dans une formation hydrogéologique perméable.

3.2. Aquifère à nappe captive

Dans les aquifères plus profonds les eaux souterraines sont emprisonnées entre deux formations géologiques imperméables fixes : le substratum à la base et le toit au sommet.

3.3. Aquifère à nappe semi-captive

Dans ce type d'aquifère, le toit et/ou le substratum sont constitués par une formation hydrogéologique semi-perméable. Celle ci permet, dans des conditions hydrodynamiques favorables des échanges d'eau ou de pression avec l'aquifère superposé. Ce phénomène est appelé drainance.

3.4. Aquifère à nappe suspendue :

Quand une formation imperméable apparaît entre la zone saturée et la surface du sol, on parle de nappe suspendue, celle-ci est formée entre la surface libre de la nappe phréatique et la surface du sol, donnant origine à la rétention des eaux d'infiltration au-dessus de cette formation. Parfois ces nappes suspendues peuvent exister pendant une courte période dans l'année, car elles s'écoulent dans la nappe phréatique fondamentale.

4. MODELISATION MATHÉMATIQUE DE L'ÉCOULEMENT

La modélisation mathématique nous facilite le passage du phénomène physique à la mise en équation mathématique. Elle permet d'expliquer le phénomène physique à travers l'écriture des équations mathématiques. Ces équations peuvent être discrétisées par des méthodes numériques et aboutir à un système d'équations algébriques à résoudre.

Dans le but de présenter un modèle mathématique simulant le phénomène d'écoulement en régime permanent ou transitoire. Des principes physiques et des relations exprimant les paramètres du sol ont été utilisés. Toute fois, il est utile d'exposer les différentes hypothèses émises afin de simplifier la forme de l'équation de base sans trop altérer sa validité à l'égard du phénomène à simuler.

4.1. Hypothèse de calcul

Les hypothèses introduites pour l'étude de l'écoulement sont les suivantes :

1. Ecoulement bidimensionnel : le potentiel sera fonction seulement des coordonnées x, y et du temps $\phi = f(x, y, t)$
2. Fluide incompressible et ses propriétés physiques sont invariantes avec la température.
3. Ecoulement laminaire : le nombre de Reynolds qui définit le régime d'écoulement est $R_e < 10$ avec :

$$R_e = \frac{Vd}{\nu} \quad (2.8)$$

où :

V : Vitesse de l'écoulement dans la nappe souterraine [LT-1] ;

d : Diamètre des grains [L] ;

ν : Viscosité cinématique de l'eau [L² T⁻¹].

4.2. Equation de continuité du fluide

Elle exprime le principe de conservation de la matière et s'applique en occurrence à tout corps en mouvement dans le sol. La relation générale de continuité s'obtient comme étant la différence entre les débits entrants et les débits sortants et qui correspond à la variation du volume des pores (dn) d'un élément de référence durant un moment dt ; mathématiquement elle s'écrit sous la forme suivante :

$$\operatorname{div}(\rho V) + \rho Q = -\frac{\partial \rho n}{\partial t} \quad (2.9)$$

où :

V : Vitesse d'écoulement.

n : Porosité efficace du sol.

ρ : Masse volumique.

Q : Débit volumique terme d'apport ou de prélèvement (source / puits).

4.3. Loi de Darcy

Historiquement, il s'agit d'une loi expérimentale qui révèle une conséquence particulière (mouvement de l'eau unidirectionnel dans un champ de pesanteur). Elle traduit l'application aux écoulements du principe fondamental de la mécanique qui exprime la relation entre le mouvement de l'eau et les forces qui l'engendrent.

Cette loi associe la vitesse V (du fluide) au gradient hydraulique $\left(i = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)$ et un paramètre K lié aux propriétés du milieu d'écoulement. Mathématiquement, elle s'écrit :

$$V = -Ki \quad (2.10)$$

avec :

V : Vitesse de l'écoulement.

K : Tenseur de perméabilité du milieu, composé de 3 directions principales.

i : Gradient hydraulique.

L'équation 2.10 est celle de Darcy. Elle est la base de l'hydraulique souterraine, notamment sous sa forme généralisée (en trois dimensions).

4.4. Mise en équation de l'écoulement pour le cas d'un milieu saturé

L'équation de continuité 2.9 s'écrit :

$$\operatorname{div}(\rho V) + \rho Q = - \frac{\partial(\rho n)}{\partial t} \quad (2.11)$$

En dérivant le terme de droite, l'équation 2.11 devient :

$$\operatorname{div}(\rho V) + \rho Q = - \left[\rho \frac{\partial n}{\partial t} + n \frac{\partial \rho}{\partial t} \right] \quad (2.12)$$

où :

$\frac{\partial n}{\partial t}$: exprime la variation du volume des vides dans le temps.

$\frac{\partial \rho}{\partial t}$: exprime l'expansion de l'eau.

En multipliant le terme de droite par $\frac{\partial p}{\partial p}$ on aura l'expression du coefficient

d'emménagement spécifique :

$$S_s = \rho g(\alpha + n\beta) \quad (2.13)$$

Signalons qu'une étude a été développée par (Bear, 1979), dans laquelle il a utilisé l'analogie des courbes de compressibilité en considérant :

$$\alpha = - \frac{\partial n}{\partial p} \quad (2.14)$$

Et

$$\beta = - \frac{\partial \rho}{\partial p} \quad (2.15)$$

Avec ;

$$\partial p = \rho g \partial \phi \quad (2.16)$$

Il en résulte que l'écoulement en régime transitoire pour une particule de volume s'exprime par :

$$\operatorname{div}(\rho V) + \rho Q = \rho S_s \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.17)$$

puisque ρ est constante, l'équation 2.17 se simplifie à :

$$\operatorname{div}(V) + Q = S_s \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.18)$$

La combinaison de 2.18 et l'équation de Darcy 2.10 permet d'écrire :

$$\operatorname{div}(K \operatorname{grad} \phi) + Q = S_s \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.19)$$

La solution recherchée dans un cas général est la détermination du potentiel hydraulique dans l'espace et dans le temps, elle décrit l'écoulement dans un milieu ayant un emmagasinement spécifique S_s .

Pour un écoulement non permanent, dans un milieu homogène et isotrope avec un apport extérieur Q , l'équation 2.19 s'écrit :

$$K \nabla^2 \phi + Q = K \operatorname{div}(\operatorname{grad} \phi) + Q = S_s \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.20)$$

en coordonnées cartésiennes l'équation 2.19 s'écrit :

$$K \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) + Q = S_s \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.21)$$

Pour un milieu isotrope non homogène l'équation devient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + Q = S_s \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.22)$$

Pour un milieu anisotrope non homogène l'équation devient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + Q = S_s \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.23)$$

Pour un écoulement non permanent à deux dimensions, dans un milieu homogène anisotrope on aura l'équation suivante :

$$k_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + Q = S_s \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.24)$$

5. CONDITIONS AUX LIMITES, CONDITIONS INITIALES

L'analyse d'un phénomène quelconque nécessite la connaissance des équations mathématiques représentatives et la géométrie du domaine de ce phénomène, ainsi que les valeurs de la fonction à imposer sur ces limites afin d'obtenir une solution unique pour chaque cas.

5.1. Conditions aux limites

Les conditions aux limites pour les écoulements souterrains en régime permanent ou transitoire, sont de trois types :

- ✓ Conditions de Dirichlet.
- ✓ Conditions de Neumann.
- ✓ Conditions mixtes.

5.1.1. Conditions de Dirichlet

Lorsque la valeur de la fonction (le potentiel dans notre cas) est imposée sur les limites du domaine, alors nous pouvons écrire :

$$\phi(x, y, t) = \phi_0 \quad (2.25)$$

Pour $(x, y) \in$ frontières, avec ϕ_0 étant une fonction connue.

5.1.2. Conditions de Neumann

Cette condition présente une certaine difficulté par rapport à la précédente, dans la mesure où le gradient de la fonction est spécifique c'est à dire le flux traversant une frontière est connu, mathématiquement nous pouvons écrire :

$$q = k_x \frac{\partial \phi}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial \phi}{\partial y} n_y \quad (2.26)$$

Avec :

$q = f(x, y, t)$: Représente une fonction connue :

n_x, n_y : sont les normales aux limites dirigées vers l'extérieur.

5.1.3. Conditions mixtes ou de Cauchy

Lorsque les deux conditions précédentes se retrouvent sur une même limite, alors il s'agit d'une condition mixte ou de CAUCHY.

5.2. Conditions initiales

Dans le cas où on étudie un écoulement en régime transitoire, où la fonction évolue avec le temps, il est impératif de fixer l'état initial ($t_0 = 0$) afin de déterminer le champ de la fonction à l'état suivant, en fixant le pas de temps Δt .

6. LIGNES DE COURANT

Une ligne de courant est une ligne qui est tangente au vecteur vitesse de l'écoulement. Mathématiquement cela veut dire que :

$$\vec{V} \wedge \overrightarrow{dS} = \vec{0} \quad (2.27)$$

Dans le cas bidimensionnel, le vecteur de vitesses a les composantes suivantes :

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

et on écrit :

$$\vec{V} \wedge \overrightarrow{dS} = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} = 0 \quad (2.29)$$

Sous une autre forme, l'équation des lignes de courant peut s'exprimer de la manière suivante :

$$V_x dy - V_y dx = 0, \text{ ou } \frac{dx}{V_x} = \frac{dy}{V_y} \quad (2.30)$$

Nous pouvons déduire les composantes du vecteur vitesse V_x, V_y de l'équation de Darcy, ces dernières dérivent du gradient du potentiel, la représentation des lignes de courant revient à représenter le vecteur vitesse en chaque point du maillage.

7. LIGNES EQUIPOTENTIELLES

La vitesse dérive d'un potentiel, donc il existe une fonction $\phi(x, y)$ tel que :

$$\begin{cases} V_x = k_{xx} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ V_y = k_{yy} \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{cases} \quad (2.31)$$

Les lignes équipotentiels correspondantes auront pour équation $\phi(x, y) = \text{constante}$.

A partir de l'équation de l'écoulement, nous pourront avoir en chaque point du maillage le potentiel hydraulique, ce qui nous permet de représenter les lignes équipotentiels dans tout le domaine étudié. Ces lignes équipotentiels sont orthogonales aux lignes de courant, autrement dit, le vecteur vitesse en tout point du maillage est normal aux lignes d'égal potentiel, puisque toutes les deux vérifient l'équation de Laplace.

8. CONCLUSION

La résolution de l'équation de l'écoulement souterrain donne le potentiel hydraulique en chaque point du domaine physique, ce qui permet d'avoir les composantes du vecteur vitesse. Ces dernières dérivent du potentiel hydraulique.

La représentation graphique des lignes équipotentiels permet de voir les points qui sont soumis aux mêmes hauteurs de charges totales dans le domaine étudié.

La représentation du vecteur vitesse en tout point du domaine étudié, nous explique le sens de l'écoulement d'une part. D'autre part ces résultats permettront la résolution de l'équation de transport. Ce dernier sera décrit dans le chapitre 3.

Chapitre III

Modélisation Du Transport des Polluants

1. INTRODUCTION

La contamination des milieux poreux par les polluants constitue une menace potentielle pour la ressource en eau. Cette contamination risque de devenir irréversible, puisqu'elle résulte des activités humaines notamment industrielles et urbaines.

Pour évaluer quantitativement les risques, il est nécessaire de pouvoir prévoir numériquement le transport de ces polluants des milieux poreux. Ce transport est lié à celui de l'eau et au processus de rétention, dégradation, advection et dispersion (Bear, 1972; Pinder, 1977; Ghulam, 1997) qui joueront un rôle clé sur la mobilité des polluants.

Le but de ce chapitre est la description de ces processus physiques affectant la migration des polluants dans les milieux poreux saturés, ainsi qu'une modélisation mathématique du transport.

2. MÉCANISMES PHYSIQUES AFFECTANT LE TRANSPORT DES POLLUANTS

Le transport des polluants dans les milieux poreux dépend des principaux mécanismes suivants (de Marsily, 1994) :

- L'advection ;
- La dispersion hydrodynamique qui englobe la diffusion moléculaire et la dispersion mécanique ;
- La dégradation ou la biodégradation pour certains éléments ;
- La rétention.

2.1. L'Advection

L'advection décrit le transport des polluants à la vitesse de l'écoulement. Le transport des polluants par advection correspond à l'entraînement des éléments en solution dans le mouvement de l'eau qui le déplace. L'évaluation du degré de prédominance de l'advection s'effectue par le nombre de Péclet adimensionnel, qui est défini par : (Bear, 1972; Pinder, 1977; Neumann, 1982)

$$P_e = \frac{VL}{D} \quad (3.1)$$

où :

V : Module du vecteur vitesse d'écoulement ;

L : Longueur caractéristique du milieu poreux correspondant généralement à la largeur de la maille (L).

D : Coefficient de dispersion.

Dans les problèmes à prédominance d'advection, la valeur du nombre de Peclet est grande et peut devenir infinie lorsque le processus de pollution est purement advectif.

La relation exprimant le flux advectif est donné par l'expression suivante : (Huyakorn, 1986 ; Bear et al, 1987 ; Neumann, 1990 ; Ghulam, 1997)

$$q_{adv} = -VC \quad (3.2)$$

2.2. La Dispersion hydrodynamique

Dans la pratique la diffusion moléculaire et la dispersion mécanique ne peuvent pas être dissociées. C'est pourquoi elles sont généralement décrites par une équation unique, loi de diffusion de Fick, avec un coefficient de diffusion commun, regroupant le coefficient de dispersion mécanique et de diffusion moléculaire appelé coefficient de dispersion hydrodynamique

2.2.1. La dispersion mécanique

Comme elle a été définie par Anderson(1982), la dispersion est un phénomène de mélange essentiellement lié à l'hétérogénéité des vitesses microscopiques, quelle que soit l'échelle d'observation.

Elle est à l'origine de l'étalement d'un panache de pollution et contribue à diluer les concentrations. La dispersion peut avoir lieu dans une direction longitudinale et dans une direction transversale.

Le flux de dispersion est exprimé selon la loi de Fick comme suit : (Pinder, 1970 ; Bear et al, 1987 ; Schäfer, 1998)

$$q_d = -D \nabla C \quad (3.3)$$

Et sous forme explicite, il s'écrit :

$$q_d = -D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j} \quad (3.4)$$

où :

D_{ij} : Tenseur symétrique du coefficient de dispersion

2.2.2. La Diffusion Moléculaire

La diffusion moléculaire est assurée par une agitation moléculaire (mouvement Brownien), cependant elle a lieu même en l'absence de tout mouvement (Hug, 1975).

L'effet de la diffusion moléculaire est généralement secondaire, voire négligeable comparé à l'effet de la dispersion mécanique.

Le flux par diffusion moléculaire est exprimé comme suit : (Bear, 1979 ; Huyakorn, 1986 ; Bear et al, 1987 ; Neumann, 1990)

$$q^d = -D_d \nabla C \quad (3.5)$$

sous forme explicite :

$$q^d = -D_d \frac{\partial C}{\partial x_i} \quad (3.6)$$

où :

D_d : Coefficient de diffusion moléculaire

C : Concentration exprimée en mole/l.

2.2.3. Coefficient de dispersion hydrodynamique

Le coefficient de dispersion est exprimé en (m^2/s), il englobe le coefficient de diffusion moléculaire et coefficient de dispersion mécanique, il dépend :

- de la vitesse réelle de l'écoulement,
- des propriétés dispersives du milieu poreux,

Le coefficient de dispersion prend la forme composée suivante (Bear, 1972 ; Bear, 1979 ; Chen, 1992 ; Ghulam, 1997)

$$\begin{cases} D_{h_{xx}} = a_L \frac{V_x^2}{|V|} + a_T \frac{V_y^2}{|V|} + D_d \\ D_{h_{yy}} = a_L \frac{V_y^2}{|V|} + a_T \frac{V_x^2}{|V|} + D_d \end{cases} \quad (3.7)$$

où :

D_d : Coefficient de diffusion moléculaire.

a_L : Dispersivité longitudinale.

a_T : Dispersivité transversale.

Pour une nappe donnée, les valeurs de a_L et a_T sont de l'ordre du mètre à la centaine de mètre et plus (Bear, 1979 ; Frind, 1986 ; Bear et al, 1987).

$|V|$: Le module de la vitesse réelle de l'écoulement ($|V| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$)

Dans un milieu poreux, les composantes du tenseur dispersion hydrodynamique en forme simplifiée sont données par : (Bear, 1979 ; Frind, 1986 ; Bear et al, 1987)

$$D_{hy} = \begin{bmatrix} a_L V + D_d & 0 \\ 0 & a_T V + D_d \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

2.3. La biodégradation

Les processus de biodégradation dans les eaux souterraines sont complexes et ne sont pas traduits par de simples équations (Sufliya *et al*, 1987). Cependant, ce mécanisme est très difficile à décrire dans le modèle mathématique du transport.

2.4. La rétention

Certaines espèces chimiques peuvent être retenues par les particules minérales de la phase solide du sol, un des principaux phénomènes de rétention est, comme discuté au chapitre 1, l'adsorption.

Elle correspond à la fixation des éléments en solution sur les particules minérales de la phase solide (milieu poreux). Dans certains cas, l'effet de l'adsorption est caractérisé par un coefficient de retard (R_d) qui prend la forme suivante : (Chorley, 1978 ; Bear, 1979 ; Cabral, 2002)

$$R_d = 1 + \frac{1-n}{n} \cdot \rho_s K_d \geq 1 \quad (3.9)$$

où:

n : Porosité,

ρ_s : Masse volumique de la phase solide,

K_d : Constante d'adsorption.

Puisque dans notre étude, nous ne prenons pas en compte l'effet de l'adsorption, le facteur de retard sera égal à 1 (Pinder, 1970 ; Bear *et al*, 1987 ; Ghulam, 1997 ; Cabral, 2002).

3. MODÉLISATION DU TRANSPORT DES POLLUANTS DANS LES MILIEUX POREUX SATURÉS

La modélisation de la migration des espèces polluantes dans les milieux poreux saturés permet de simuler qualitativement et quantitativement la pollution en calculant la concentration en chaque point de notre domaine. Ce phénomène est difficile à quantifier, la modélisation du transport des polluants nécessite de poser des hypothèses simplificatrices pour faciliter la résolution des équations sans trop altérer la compréhension du phénomène physique à simuler.

3.1. Hypothèses de simulation

Notre étude se limite aux substances polluantes se trouvant sous forme dissoute et étant introduites avec des fractions massiques très faibles par rapport à celle de l'eau.

Nous pouvons ainsi considérer que les espèces sont mélangées au niveau moléculaire de telle sorte qu'elles partagent le même champ de vitesse, de pression et de température que le fluide dans lequel elles évoluent.

L'introduction en plus grande quantité de polluants plus denses (comme de la soude ou des hydrocarbures) ou vérifiant des champs de vitesse ou de température très différents de ceux du fluide, pourrait entraîner un changement beaucoup plus important des caractéristiques de l'écoulement. Elle nécessiterait une description plus fine en considérant le polluant comme une phase supplémentaire avec ses propres champs. Ceci devrait faire l'objet d'une étude ultérieure.

Notre étude est purement numérique, nous ne pouvons pas prendre en compte l'effet de la rétention et de la biodégradation, ce sont des phénomènes qui pourront être traités expérimentalement. Donc notre polluant est considéré inerte.

3.2. Mises en équation mathématique

On considère que les polluants dans les eaux souterraines seront transportés par trois phénomènes physiques : advection, dispersion et diffusion moléculaire, donc le flux total des polluants régi par ces trois modes de transport dans un milieu poreux saturé est donné comme suit : (Bear, 1972, 1979 ; Pinder, 1977 ; Chen, 1992 ; Schäfer, 1995 ; Ghulam, 1997)

$$q_c = n(CV - D_h \cdot \nabla C) \quad (3.10)$$

tel que :

n : Porosité du milieu ;

D_h : Coefficient de dispersion hydrodynamique ;

C : Concentration du polluant ;

V : Vitesse de l'écoulement.

La deuxième équation de base est l'équation de conservation de la masse du polluant. En l'absence de l'adsorption, l'équation s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial(nC)}{\partial t} = -\nabla \cdot q_c \quad (3.11)$$

En substituant (3.10) dans (3.11), nous aurons :

$$\frac{\partial(nC)}{\partial t} = -nV \cdot \nabla C + C \nabla \cdot (nV) + \nabla \cdot (nD_h \cdot \nabla C) \quad (3.12)$$

Pour un fluide incompressible le second terme à droite de l'équation (3.12) s'annule, $C \nabla \cdot (nV) = 0$ et pour le cas simple d'un milieu poreux indéformable homogène $\left(\nabla n = 0 \text{ et } \frac{\partial n}{\partial t} = 0 \right)$, l'équation devient :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -V \cdot \nabla C + \nabla \cdot (D_h \cdot \nabla C) \quad (3.13)$$

ou sous une autre forme :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -V_x \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{hx} \frac{\partial C}{\partial x} \right) \quad (3.14)$$

L'équation d'équilibre du transport du polluant dans le cas bidimensionnel, pour un milieu chimiquement inerte, et avec une source de pollution s'écrit sous forme explicite comme suit :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \underbrace{-V_x \frac{\partial C}{\partial x} - V_y \frac{\partial C}{\partial y}}_{\text{Terme advection}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} \right)}_{\text{Terme dispersif}} + \underbrace{Q_p}_{\text{Terme (source - puits)}} \quad (3.15)$$

Si nous prenons en compte seulement le transport par advection, avec une source de pollution, l'équation (3.15) sera :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -V_x \frac{\partial C}{\partial x} - V_y \frac{\partial C}{\partial y} + Q_p \quad (3.16)$$

Et si nous prenons en compte seulement le transport des polluants par dispersion hydrodynamique, avec une source de pollution, l'équation (3.15) sera :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} \right)}_{\text{Terme dispersif}} + \underbrace{Q_p}_{\text{Terme (source - puits)}} \quad (3.17)$$

4. CONDITIONS AUX LIMITES

La résolution de l'équation régissant le transport nécessite aussi la spécification des conditions aux frontières. Généralement trois types de conditions sont considérés :

- Limite à variable (concentration) imposée (condition de Dirichlet),
- Limite à gradient de concentration connu ou limite à flux imposé (condition de Neumann),
- Limite avec combinaison des deux types de conditions (conditions de Cauchy).

Pour le premier type de condition, la concentration est définie le long de la limite et reste inchangée durant la simulation :

$$C(x, y, t) = C^0(x, y) \quad \text{pour } \Gamma_1, \quad t \geq 0 \quad (3.18)$$

Γ_1 : Désigne la frontière du domaine de concentration $C^0(x, y)$.

Dans le modèle de l'écoulement, la condition de Dirichlet décrivant la limite à potentiel imposé correspond à un terme puits ou source d'eau qui draine ou alimente le domaine simulé. Parallèlement, dans le domaine de transport cette condition joue le rôle de terme source ou puits qui apporte ou extrait les solutés du domaine simulé. La limite à potentiel imposé dans le modèle de l'écoulement peut être ou pas une limite à concentration imposée dans le modèle du transport.

Pour le second type de conditions aux limites, le gradient de concentration est précisé le long de la frontière et s'exprime par :

$$D_n \frac{\partial C}{\partial x_j} = q_c(x, y, t) \quad \text{pour } \Gamma_2, \quad t \geq 0 \quad (3.19)$$

où $q_c(x, y, t)$ est une fonction connue représentant le flux dispersif perpendiculaire à la limite Γ_2 . Un cas particulier doit être signalé, il s'agit des limites étanches où $q_c(x, y, t) = 0$.

Quant au troisième type de conditions aux limites, la concentration et son gradient doivent être spécifiés. Ils sont décrits par l'expression suivante :

$$D_n \frac{\partial C}{\partial x_j} = \Gamma_3 C = g(x, y, t) \quad \text{pour } \Gamma_3, \quad t \geq 0 \quad (3.20)$$

$g(x, y, t)$ est une fonction connue représentant le flux total (dispersif et advectif) perpendiculaire à la limite. Pour les limites étanches, les flux à la fois dispersif et advectif sont nuls de telle sorte que $g(x, y, t) = 0$. Cependant, aux frontières nous supposons d'après le cas étudié flux advectif ou dispersif de telle sorte que si nous étudions la dispersion l'équation (3.20) peut être écrite :

$$D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j} = g(x, y, t) \quad (3.21)$$

et si nous étudions l'advection toute seule l'équation (3.20) devient :

$$-V_i C = g(x, y, t) \quad (3.22)$$

5. CONCLUSION

Dans les milieux souterrains les éléments inertes sont transportés principalement par deux phénomènes essentiels : le transport par advection et le transport par dispersion hydrodynamique.

Ce chapitre contient l'espace mathématique de la modélisation de la migration des polluants dans les milieux poreux saturés.

Le phénomène du transport d'un polluant dans un milieu poreux saturé est assez complexe, des hypothèses simplificatrices ont été émises afin d'établir un modèle du transport plus simple à résoudre.

La modélisation de la migration des espèces polluantes dans les milieux poreux saturés permet de simuler qualitativement et quantitativement la pollution en calculant la concentration en chaque point du milieu saturé.

Chapitre IV

Modélisation Numérique

1. INTRODUCTION

Le passage du modèle mathématique à une formulation numérique qui peut être traité par des moyens informatiques nécessite l'utilisation de méthodes de discrétisation spatiale et temporelle. Il existe plusieurs méthodes de discrétisation qui permettent d'aboutir à des équations algébriques, dont les plus connues sont la méthode des volumes finis, la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis.

La méthode des différences finies est simple dans les calculs mais elle ne peut pas être adaptée à des géométries complexes.

La méthode des volumes finis peut traiter des géométries complexes, mais sa mise en œuvre n'est pas rapide.

La méthode des éléments finis a été choisie dans notre cas pour discrétiser les équations mathématiques dans l'espace car elle est plus précise et elle s'adapte à des géométries complexes.

La méthode de discrétisation temporelle qui semble efficace dans notre cas est la méthode d'Euler implicite, parce qu'elle est inconditionnellement stable dans le temps.

Après *obtention* des formes algébriques de l'équation de l'écoulement et l'équation du transport, nous avons considéré le phénomène découplé : résolution de l'équation de l'écoulement qui nous fournira le potentiel en chaque point du maillage. Les vitesses seront calculées par la suite parce qu'elles dérivent d'un potentiel. En introduisant les vitesses dans l'équation du transport, résoudre celle ci pour obtenir le champ de concentration en chaque point du maillage.

2. MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS

La méthode des éléments finis est une technique qui permet de résoudre des problèmes régis par des équations aux dérivées partielles. Le principe fondamental

consiste à modéliser le problème physique continu ayant une infinité de degrés de liberté par un problème discret équivalent. Ainsi les équations aux dérivées partielles se retrouvent transformées en équations algébriques alors que le domaine géométrique étudié est discrétisé en un assemblage d'éléments de géométrie simple.

Dans les problèmes d'écoulement et de transport d'un polluant dans un milieu poreux, le domaine est subdivisé en petits éléments. Les inconnues dans l'équation de l'écoulement et du transport sont respectivement, le potentiel et la concentration en chaque point du maillage.

2.1. Formulation mathématique

Dans la présente étude, la discrétisation des équations aux dérivées partielles est effectuée moyennant la méthode **Galerkin**.

Du point de vue mathématique la méthode des éléments finis est une formulation intégrale. Les formulations intégrales en éléments finis sont habituellement obtenues par les formulations variationnelles ou les formulations de résidus pondérés (Zienkiewicz, 1971, 1979 ; Gallagher, 1976 ; Imbert, 1979 ; Dhatt, 1984 ; Smiths, 1998).

La génération de modèles d'éléments finis par l'utilisation des techniques des résidus pondérés est de plus en plus utilisée dans la résolution des équations aux dérivées partielles. L'équation aux dérivées partielles régissant le problème est écrite:

$$L(U_{ex}) = Q \quad (4.1)$$

Où L représente l'opérateur différentiel agissant sur l'inconnue exacte et c'est un terme source pouvant, par exemple pour un problème de pollution, représenter le flux de pollution par unité de volume. Généralement on suppose une solution approchée qui est une représentation linéaire de n fonctions, par exemple de forme, ayant pour coefficients les inconnues des degrés de liberté correspondants.

La solution approchée est alors injectée dans l'équation aux dérivées partielles. La méthode étant approchée, cette opération définit un terme d'erreur non nul, c'est le résidu dans l'équations aux dérivées partielles, ce qui donne :

$$L(U) - Q = \mathfrak{R} \neq 0 \quad (4.2)$$

Quoique nous ne puissions pas forcer le résidu à disparaître puisque la solution approchée engendre une erreur, il est toutefois possible de forcer l'intégrale du résidu pondéré sur le domaine de résolution à s'annuler.

$$I_i = \int_{\Omega} \Psi_i \mathfrak{R} \, d\Omega = \int_{\Omega} \Psi_i [L(U) - Q] \, d\Omega = 0 \quad \text{pour } i = 1, \dots, n. \quad (4.3)$$

$$U = \sum_{i=1}^n N_i a_i \quad (4.4)$$

n : étant le nombre de paramètres de l'approximation.

En remplaçant la solution approchée par la combinaison linéaire qui lui correspond, il en résultera alors un ensemble d'équations algébriques pouvant être résolu pour les variables nodales inconnues. Le choix des fonctions de pondération définit le type de technique du résidu pondéré utilisée. Le critère de **Galerkine** opte pour : (Gallagher, 1976 ; Dhatt, 1984 ; Smiths, 1998)

$$\Psi = N \quad (4.5)$$

La méthode de Galerkin fournit ainsi la minimisation du résidu en effectuant la multiplication des termes de l'équation par les fonctions de formes N , puis en intégrant le produit résultant sur l'élément considéré, et enfin en annulant l'intégrale du résidu pondéré obtenu, ce qui signifie concrètement minimisation de l'erreur aux nœuds :

$$\int_{\Omega'} \langle N \rangle [L(U) - Q] \, d\Omega = 0 \quad (4.6)$$

2.2. Présentation de l'élément plan étudié

Beaucoup d'éléments existent pour étudier des problèmes tridimensionnels ou bidimensionnels. Dans les problèmes tridimensionnels les éléments sont volumiques par exemple de formes tétraédriques ou parallélépipédiques. Pour les problèmes plans les éléments sont bidimensionnels et ont une forme triangulaire ou quadrilatérale (Zienkiewicz, 1971, 1979 ; Dhatt, 1984).

L'élément plan utilisé dans ce travail est le quadrilatère bilinéaire à quatre nœuds (Q4), il est défini dans l'espace bidimensionnel et contient un degré de liberté par nœud. Il est représenté dans les repères local et global, voir figuré (4-1) :

Les fonctions de forme et leurs dérivées dans le système de coordonnées locales sont représentées dans le tableau (4-1) : (Zienkiewicz, 1971 ; Gallagher, 1976 ; Dhatt, 1984 ; Smiths, 1998)

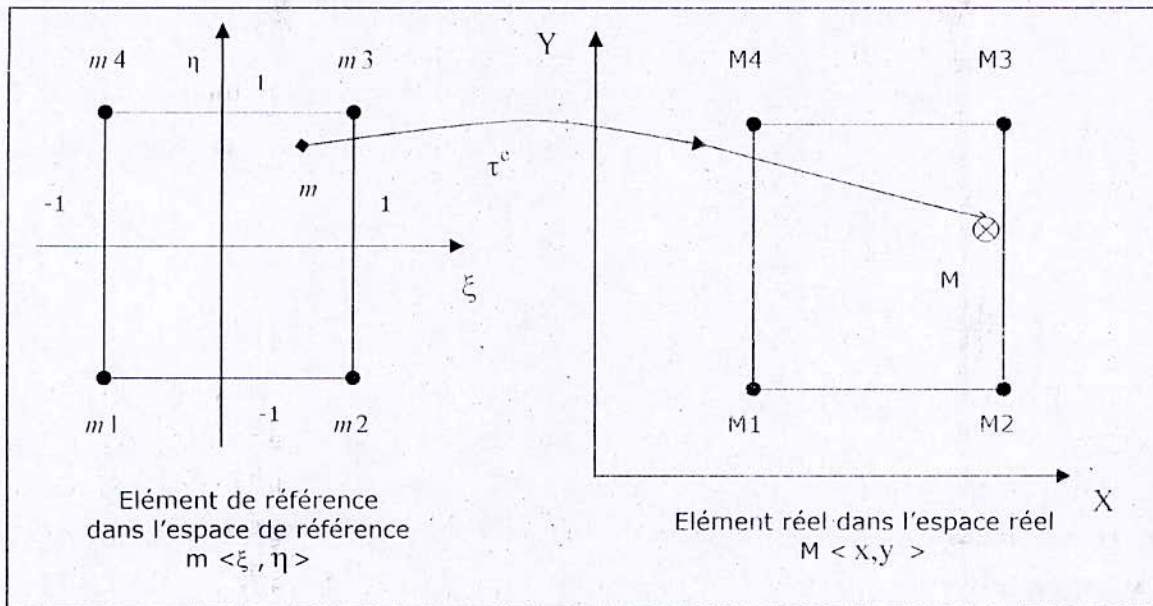


Figure 4-1: présentation de l'élément quadrilatéral à quatre noeuds dans le repère local et global.

i	$N_i(\xi, \eta)$	$\partial N_i(\xi, \eta) / \partial \xi$	$\partial N_i(\xi, \eta) / \partial \eta$
1	$0.25(1-\xi)(1-\eta)$	$0.25(-1+\eta)$	$0.25(-1+\xi)$
2	$0.25(1+\xi)(1-\eta)$	$0.25(1-\eta)$	$0.25(-1-\xi)$
3	$0.25(1+\xi)(1+\eta)$	$0.25(1+\eta)$	$0.25(1+\xi)$
4	$0.25(1-\xi)(1+\eta)$	$0.25(-1-\eta)$	$0.25(1-\xi)$

Tableau 4.1. – Fonctions de forme et leurs dérivées par rapport à ξ et η de l'élément quadrilatéral à quatre nœuds.

3. MÉTHODE D'EULER IMPLICITE

Le phénomène de transport est généralement lent d'où la nécessité d'utiliser un pas de temps important. C'est pour cela qu'on fait appel à la méthode dite Euler implicite qui permet d'utiliser des pas de temps importants avec une stabilité inconditionnelle.

3.1. Principe de la méthode

Les systèmes différentiels du premier ordre peuvent être écrits sous la forme générale suivante : (Dhatt, 1984)

$$\dot{U} = \{f(\{U\}, t)\} \quad \text{pour } t > t_0 \quad \text{et } \{U(t_0)\} = \{U_0\} \quad (4.7)$$

Cette méthode consiste à écrire sous la forme générale le système de l'équation (4.7) à l'instant $t + \Delta t$, et à utiliser la formule de différences finies décentrée à droite :

$$\{\dot{U}_{t+\Delta t}\} \approx \frac{1}{\Delta t} (\{U_{t+\Delta t}\} - \{U_t\}) \quad (4.8)$$

D'où la formule de récurrence d'Euler implicite pour le système (4.7) :

$$\{U_{t+\Delta t}\} = \{U_t\} + \Delta t \{f(\{U_{t+\Delta t}\}, t + \Delta t)\} \quad (4.9)$$

Dans ce cas l'expression de $\{f\}$ fait intervenir le vecteur à l'état $t + \Delta t$ $\{U_{t+\Delta t}\}$. L'adaptation de (4.8) à notre système différentiel du premier ordre exprimé de la forme suivante:

$$[C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{F\} \quad (4.10)$$

s'écrit comme suit:

$$[\bar{K}] \{U_{t+\Delta t}\} = \{\bar{R}_{t+\Delta t}\} \quad (4.11)$$

Avec:

$$[\bar{K}] = [C] + \Delta t[K] \quad (4.12)$$

Où :

$$\{\bar{R}_{t+\Delta t}\} = \Delta t \{F_{t+\Delta t}\} + [C]\{U_t\} \quad (4.13)$$

ou encore en faisant intervenir $\{\Delta U\}$:

$$[\bar{K}] \{\Delta U\} = \{\bar{R}_{t+\Delta t}\} - [\bar{K}]\{U_t\} = \{R_{t+\Delta t}\} \quad (4.14)$$

Avec

$$\{R_{t+\Delta t}\} = \Delta t (\{F_{t+\Delta t}\} - [K]\{U_t\}) \quad (4.15)$$

où :

$$\{U_{t+\Delta t}\} = \{U_t\} + \{\Delta U\} \quad (4.16)$$

4. DISCRÉTISATION DE L'ÉQUATION DE L'ÉCOULEMENT

La formulation mathématique étant développée dans le chapitre 2, l'équation mathématique qui régit l'écoulement souterrain bidimensionnel, dans les milieux poreux saturés, et en état non permanent est donnée comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_{xx} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_{yy} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + Q - S_s \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (4.17)$$

k_{xx}, k_{yy} : Perméabilités dans les deux directions x et y en (m/s)

Q : Débit volumétrique (source/puits) en m^3/s

ϕ : Potentiel hydraulique en (m)

S_s : Coefficient d'emmagasinement spécifique

x, y : Coordonnées cartésiennes

t : Temps en (s)

4.1. Discrétisation spatiale

La discrétisation spatiale de l'équation (4.17) se fera par la méthode des résidus pondérés (**Galerkin**) (Gallagher, 1976 ; Zienkiewicz, 1979 ; Humbert, 1984 ; Dhatt, 1984 ; Frind, 1986, Huyakorn, 1986).

Pour un élément plan ayant n nœuds par éléments, aura n fonctions d'interpolations nodales notées, $N_1, N_2, N_3, \dots, N_n$.

Le vecteur des fonctions d'interpolations s'écrit :

$$\{N\} = \langle N_1, N_2, \dots, N_n \rangle^T \quad (4.18)$$

$\langle N \rangle^T$: Vecteur transposé

Puisque l'inconnue du problème est le potentiel, il pourra être approximé en n'importe quel point à partir des valeurs nodales ϕ_i tel que.

$$\phi = N_1 \phi_1 + N_2 \phi_2 + \dots + N_n \phi_n = \langle N \rangle \{\phi_i\}^c \quad (4.19)$$

Où $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ sont les valeurs nodales inconnues du potentiel.

$\{\phi_i\}^c$: Vecteur potentiel hydraulique élémentaire.

L'intégrale du résidu pondéré, par la méthode de Galerkin, de l'équation (4.17), s'écrit pour un élément comme suit :

$$\int_{A^e} \{N\} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k_{xx} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_{yy} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + Q \right] dx dy - \int_{A^e} \{N\} S_s \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy = 0 \quad (4.20)$$

Qui devient après intégration par parties, par le théorème de **Green** (Zienkiewicz, 1979):

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma^e} \{N\} k_{yy} \frac{\partial \phi}{\partial x} n_x d\Gamma - \int_{A^e} \frac{\partial \{N\}}{\partial x} k_{xx} \frac{\partial \phi}{\partial x} dx dy + \int_{\Gamma^e} \{N\} k_{yy} \frac{\partial \phi}{\partial y} n_y d\Gamma \\ & - \int_{A^e} \frac{\partial \{N\}}{\partial y} k_{yy} \frac{\partial \phi}{\partial y} dx dy + \int_{A^e} \{N\} Q dx dy - \int_{A^e} \{N\} S_s \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy = 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

En rassemblant les deux termes d'intégration de frontière, ainsi que les deux termes d'intégration de surface deux à deux, on obtient après réarrangement l'expression suivante :

$$\begin{aligned} & \int_{A^e} \left[\frac{\partial \{N\}}{\partial x} k_{xx} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} k_{yy} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] dx dy + \int_{A^e} \{N\} S_s \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy = \int_{A^e} \{N\} Q dx dy \\ & + \int_{\Gamma^e} \{N\} \left(k_{xx} \frac{\partial \phi}{\partial x} n_x + k_{yy} \frac{\partial \phi}{\partial y} n_y \right) d\Gamma \end{aligned} \quad (4.22)$$

Or la condition au limite de Neumann est écrite comme suit:

$$- \left(k_{xx} \frac{\partial \phi}{\partial x} n_x + k_{yy} \frac{\partial \phi}{\partial y} n_y \right) = q \quad (4.23)$$

En substituant l'équation (4.23) dans (4.22), nous aboutissons à :

$$\begin{aligned} & \int_{A^e} \left[\frac{\partial \{N\}}{\partial x} k_{xx} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} k_{yy} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] dx dy + \int_{A^e} \{N\} S_s \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy = \\ & \int_{A^e} \{N\} Q dx dy + \int_{\Gamma^e} \{N\} q d\Gamma \end{aligned} \quad (4.24)$$

Substituant aussi l'équation (4.19) qui représente les valeurs nodales du potentiel, l'équation (4.24) devient :

$$\left[\int_{A^e} \left[\frac{\partial \{N\}}{\partial x} k_{xx} \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} k_{yy} \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial y} \right] dx dy \right] \{\phi\}^e +$$

$$\left[\int_{V^e} \{N\} S_v \langle N \rangle dx dy \right] \frac{\partial}{\partial t} \{\phi\}^e = \int_{V^e} \{N\} Q dx dy + \int_{\Gamma^e} \{N\} q d\Gamma$$
(4.25)

Que nous pouvons récapituler sous la forme suivante :

$$[K]^e \{\phi\}^e + [M] \frac{\partial}{\partial t} \{\phi\}^e = \{f\}^e$$
(4.26)

Ou bien

$$[K]^e \{\phi\}^e + [M] \dot{\{\phi\}}^e = \{f\}^e$$
(4.27)

L'équation (4.27) est une équation différentielle du premier ordre en $\{\phi\}$ où :

$\{\phi\}^e$: Le vecteur potentiel élémentaire

$\dot{\{\phi\}}^e$: La variation du potentiel dans le temps.

$[K]^e$: La matrice de conductivité hydraulique élémentaire.

$[M]^e$: La matrice masse élémentaire.

$\{f\}^e$: Le vecteur sollicitation élémentaire qui englobe un vecteur débit de surface et de volume.

Avec :

$$[K]^e = \int_{A^e} \left(\frac{\partial \{N\}}{\partial x} k_{xx} \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} k_{yy} \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial y} \right) dx dy$$
(4.28)

et

$$[M]^e = \int_{V^e} \{N\} S_v \langle N \rangle dx dy$$
(4.29)

Dans le cas où on étudie l'écoulement permanent l'équation à résoudre se résume à :

$$[K]^e \{\phi\}^e = \{f\}^e$$
(4.30)

Et le vecteur sollicitation élémentaire s'écrit :

$$\{f\}^e = \{f\}_s^e + \{f\}_v^e = \int_{V^e} \{N\} Q dx dy + \int_{\Gamma^e} \{N\} q d\Gamma$$
(4.31)

4.2. Evaluation numérique des matrices et vecteurs élémentaires

Pour passer des formes intégrales aux formes numériques, il importe d'évaluer les matrices et vecteurs élémentaires par des méthodes numériques, la méthode d'intégration numérique choisie est la quadrature de Gauss.

- **Principe de la méthode d'intégration numérique**

Pour calculer numériquement les différentes intégrales apparaissant dans la formulation variationnelle des équations discrétisées dans l'espace, on utilise une formule d'intégration numérique qui est dite quadrature de Gauss (Dhatt, 1984).

L'intégration sur l'élément de référence s'écrit :

$$\int_{A^e} f(x, y) dx dy = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} f(\xi, \eta) \det |J| d\xi d\eta \quad (4.32)$$

Son principe est de faire une sommation sur les points de Gauss qui sont choisis selon l'élément utilisé, pour notre étude puisque nous avons utilisé l'élément quadrilatéral à quatre nœuds, nous avons pris pour l'intégration deux points de Gauss dans chaque direction.

$$\int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} f(\xi, \eta) \det |J| d\xi d\eta = \sum_{i=1}^{npg} \sum_{j=1}^{npg} w_i w_j f(\xi_i, \eta_j) \det |J| d\xi d\eta \quad (4.33)$$

Tel que :

$\det |J|$: déterminant de la matrice jacobienne.

npg : Nombre de points de Gauss.

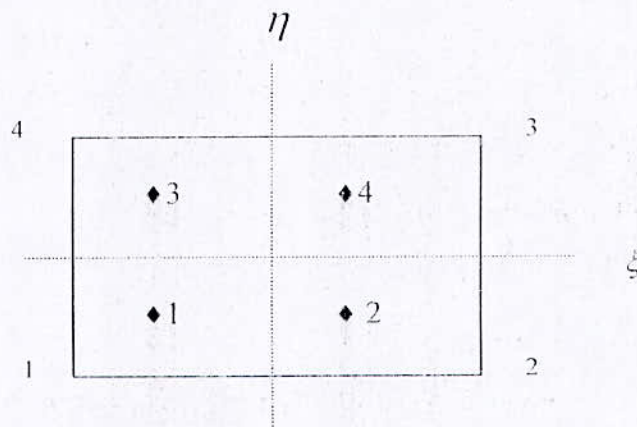


Figure 4-2 : Représentation des quatre points de Gauss sur l'élément quadrilatéral à quatre nœuds

Nombre de points de Gauss	Coordonnées des points de Gauss		Poids d'intégration w_i
	ξ_i	η_i	
1	$-1/\sqrt{3}$	$-1/\sqrt{3}$	1
2	$+1/\sqrt{3}$	$-1/\sqrt{3}$	1
3	$+1/\sqrt{3}$	$+1/\sqrt{3}$	1
4	$-1/\sqrt{3}$	$+1/\sqrt{3}$	1

Tableau 4.2. – Coordonnées et poids de points de Gauss (Dhatt, 1984)

4.2.1. Évaluation des matrices élémentaires

- **Matrice conductivité hydraulique**

La transformation de l'équation (4.28) dans le système de coordonnées locales, nous donne:

$$[K]^e = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \left(\frac{\partial \langle N \rangle}{\partial x} k_{xx} \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial y} k_{yy} \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial y} \right) \text{Det}[J] d\xi d\eta \quad (4.34)$$

qui peut s'écrire sous la forme matricielle suivante:

$$[K]^e = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B]^t [k] [B] \text{Det}[J] d\xi d\eta \quad (4.35)$$

dont l'évaluation par la quadrature de Gauss s'écrit:

$$[K]^e = \sum_i^{mpg} \sum_j^{mpg} [B(\xi_i, \eta_j)]^t [k] [B(\xi_i, \eta_j)] w_i w_j \text{Det}[J(\xi_i, \eta_j)] \quad (4.36)$$

Tel que :

i : Indice des grandeurs considérées dans le sens des abscisses.

j : Indice des grandeurs considérées dans le sens des ordonnées.

mpg : Nombre de points de Gauss.

w_i, w_j : Poids d'intégration des points de Gauss.

ξ, η : coordonnées de l'élément de référence.

$[k]$: Tenseur de perméabilité.

$[B]$: matrice des dérivées des fonctions d'interpolation par rapport à x et à y .

$[B]^t$: Matrice transposée de $[B]$, elle s'écrit sous forme matricielle comme suit :

$$[B] = \begin{bmatrix} \left\langle \frac{\partial N}{\partial x} \right\rangle \\ \left\langle \frac{\partial N}{\partial y} \right\rangle \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

- **Matrice masse**

La transformation de l'équation (4.29) dans le système de coordonnées locales, nous donne:

$$[M]^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{N\} S_s \langle N \rangle \text{Det}[J] d\xi d\eta \quad (4.38)$$

dont l'évaluation par la quadrature de Gauss s'écrit:

$$[M]^e = \sum_{i=1}^{+1} \sum_{j=1}^{+1} \{N\} S_s \langle N \rangle \text{Det}[J] d\xi d\eta \quad (4.39)$$

4.2.2. Évaluation des vecteurs élémentaires

Le vecteur sollicitation global contient le terme de surface et de volume. Il est exprimé de la manière suivante :

$$\{f\}^e = \underbrace{\int \{N\} q d\Gamma}_{\text{débit surfacique}} + \underbrace{\int \{N\} Q dx dy}_{\text{débit volumique}} \quad (4.40)$$

- **Vecteur sollicitation volumique**

Le vecteur sollicitation volumique s'écrit:

$$f_Q^e = \int_{A^e} \{N\} Q dx dy \quad (4.41)$$

Il sera écrit en coordonnées locales :

$$f_Q^e = Q \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{N\} \text{Det}[J] d\xi d\eta \quad (4.42)$$

En effectuant l'intégration numérique ce terme de volume devient :

$$\{f\}_Q^e = Q \sum_{i=1}^{mpg} \sum_{j=1}^{mpg} W_i W_j \{N(\xi_i, \eta_j)\} \text{Det}[J(\xi_i, \eta_j)] \quad (4.43)$$

- **Vecteur sollicitation surfacique**

Le vecteur sollicitation surfacique, sera évalué en intégrant sur les côtés du quadrilatéral, il s'écrit:

$$\{f\}_q^e = \int_{\Gamma} \{N\} q d\Gamma \quad (4.44)$$

Le calcul de cette intégrale nécessite d'exprimer $d\Gamma$ en fonction de ξ et η , ce qui rend nécessaire l'introduction de la projection suivante sur les axes des abscisses et des ordonnées :

$$dx = d\Gamma \cos \alpha \quad (4.45)$$

$$dy = d\Gamma \sin \alpha \quad (4.46)$$

d'où

$$dx^2 + dy^2 = (d\Gamma)^2 \Rightarrow d\Gamma = \sqrt{dx^2 + dy^2} \quad (4.47)$$

Les dérivés de x et y en fonction de ξ et η s'écrivent :

$$dx = \frac{\partial x}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial x}{\partial \eta} d\eta = \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi} X_i d\xi + \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} X_i d\eta \quad (4.48)$$

$$dy = \frac{\partial y}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial y}{\partial \eta} d\eta = \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi} Y_i d\xi + \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} Y_i d\eta \quad (4.49)$$

n : désignant ici le nombre de nœuds de l'élément.

L'intégration sur la frontière de l'élément, se fera sur chacun des côtés du quadrilatère, quatre cas peuvent alors se présenter (figure 4.3).

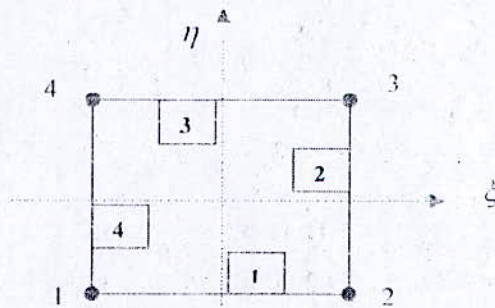


Figure 4-3 : Élément de référence rectangulaire à quatre nœuds pour lequel s'effectuera sur chacun des quatre côtés l'intégration de frontière.

1^{er} cas

Intégration le long du côté 1 (nœuds 1-2) dont les abscisses ξ sont linéaires, comprises entre -1 et $+1$, et les ordonnées η sont constantes et égale à -1 ($d\eta = 0$). conduit à :

$$d\Gamma = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi} X_i d\xi\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi} Y_i d\xi\right)^2} \quad (4.50)$$

En posant :

$$\lambda_1 = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi} X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi} Y_i\right)^2} \quad (4.51)$$

Nous aboutissons à :

$$d\Gamma = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi} X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi} Y_i\right)^2} d\xi = \lambda_1 d\xi \quad (4.52)$$

L'équation (4.44) peut s'écrire maintenant en coordonnées locales :

$$\{f\}_q^c = q \int_{-1}^{+1} \{N(\xi, -1)\} \lambda_1(\xi, -1) \quad (4.53)$$

Puis par la quadrature de Gauss s'écrira :

$$\{f\}_q^c = q \sum_{i=1}^{npg} w_i \{N(\xi_i, -1)\} \lambda_1(\xi_i, -1) \quad (4.54)$$

npg: Nombre de point de Gauss.

2^{ème} cas

Intégration le long du côté 3 (nœuds 2-3) dont les abscisses ξ sont linéaires, comprises entre -1 et +1 et les ordonnées η sont constantes et égales à +1 donc $d\eta=0$

De manière analogue, l'équation (4.51) reste valable et l'évaluation de l'intégrale sur le troisième côté se fera de la même manière et on obtient :

$$\{f\}_q^c = q \sum_{i=1}^{npg} w_i \{N(\xi_i, +1)\} \lambda_1(\xi_i, +1) \quad (4.55)$$

3^{ème} cas

Intégration le long du côté 2 (nœuds 2-3) dont les ordonnées η sont linéaires, comprises entre -1 et +1 et les abscisses ξ constantes et égales à +1 donc $d\xi=0$.

On a cette fois ci :

$$d\Gamma = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} X_i d\eta\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} Y_i d\eta\right)^2} \quad (4.56)$$

En posant

$$\lambda_2 = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} Y_i\right)^2} \quad (4.57)$$

$$d\Gamma = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} Y_i\right)^2} d\eta = \lambda_2 d\eta \quad (4.58)$$

En coordonnées locales l'équation (4.44) s'écrit :

$$\{f\}_q^e = q \int_{-1}^{+1} \{N(+1, \eta)\} \lambda_2 d\eta \quad (4.59)$$

L'évaluation par la quadrature de Gauss donne :

$$\{f\}_q^e = q \sum_{i=1}^{npg} W_i \{N(+1, \eta_i)\} \lambda_2(+1, \eta_i) \quad (4.60)$$

4^{ème} cas

L'intégration le long du côté 4 (nœuds 4-1) dont les ordonnées η sont linéaires, comprises entre -1 et $+1$ et les abscisses ξ constantes et égales à -1 donc $d\xi = 0$.

De même que pour le cas précédent, d'après l'équation (4.57) et en coordonnées locales l'équation (4.44) s'écrit :

$$\{f\}_q^e = q \int_{-1}^{+1} \{N(-1, \eta)\} \lambda_2 d\eta \quad (4.61)$$

Et l'évaluation par la quadrature de Gauss:

$$\{f\}_q^e = q \sum_{i=1}^{npg} W_i \{N(-1, \eta_i)\} \lambda_2(-1, \eta_i) \quad (4.62)$$

4.2.3. Assemblage des formes élémentaires

Dans le paragraphe précédent, nous avons construit les formes élémentaires seulement. L'assemblage des matrices et vecteurs élémentaires formera les matrices et vecteurs globaux, tel que :

$$[K]_G = A_{SS}^{ncl} [K]^e \quad (4.63)$$

$$\{F\}_G = A_{SS}^{ncl} \{f\}^e \quad (4.64)$$

$$[M]_G = A_{SS}^{ncl} [M]^e \quad (4.65)$$

4.3. Discrétisation temporelle

La discrétisation spatiale d'un problème d'écoulement souterrain, par la méthode des éléments finis, conduit à un système d'équation différentielle du premier ordre:

$$[K]^e \{\dot{\phi}\}^e + [M] \{\dot{\phi}\}^e = \{f\}^e \quad t > t_0 \quad (4.66)$$

Ce système différentiel peut s'écrire sous la forme générale:

$$\{\dot{\phi}\} = g \{\phi, t\} \quad t > t_0 \quad (4.67)$$

$$\{\phi(t_0)\} = \{\phi_0\} \quad (4.68)$$

La méthode d'Euler implicite consiste à écrire l'équation (4.66) à l'instant $t+\Delta t$, et à utiliser la formule de différences finies décentrée à droite:

$$\{\dot{\phi}_{t+\Delta t}\} \approx \frac{1}{\Delta t} (\{\phi_{t+\Delta t}\} - \{\phi_t\}) \quad (4.69)$$

D'où la formule récurrence d'Euler implicite pour le système (4.67) et (4.68)

$$\{\phi_{t+\Delta t}\} = \{\phi_t\} + \Delta t \{g(\{\phi_{t+\Delta t}\}, t + \Delta t)\} \quad (4.70)$$

Dans ce cas l'expression de $\{g\}$ fait intervenir le vecteur inconnu $\{\phi_{t+\Delta t}\}$.

Nous introduisons l'équation (4.69) dans le système représenté par l'équation (4.66), nous aboutissons à :

$$[K] \{\phi_{t+\Delta t}\} + [M] \left[\frac{1}{\Delta t} (\{\phi_{t+\Delta t}\} - \{\phi_t\}) \right] = \{f\} \quad (4.71)$$

Après réarrangement, elle peut s'écrire de la façon suivante :

$$([K] \Delta t + [M]) \{\phi_{t+\Delta t}\} = \{f_{t+\Delta t}\} \Delta t + [M] \{\phi_t\} \quad (4.72)$$

en posant:

$$[K] = [K] \Delta t + [M] \quad \text{et} \quad \{R_{t+\Delta t}\} = \{f_{t+\Delta t}\} \Delta t + [M] \{\phi_t\} \quad (4.73)$$

L'équation (4.72) devient :

$$[\bar{K}]\{\phi_{t+\Delta t}\} = \{\bar{R}_{t+\Delta t}\} \quad (4.74)$$

La variation du potentiel à l'instant t et t+Δt s'écrit :

$$\{\Delta\phi\} = \{\phi_{t+\Delta t}\} - \{\phi_t\} \quad (4.75)$$

En substituant (4.73) et (4.75) dans (4.72) on aura :

$$\Delta t (\{f_{t+\Delta t}\} - [K]\{\phi_t\}) = \{\bar{R}_{t+\Delta t}\} - [\bar{K}]\{\phi_t\} \quad (4.76)$$

Si on pose :

$$\{R_{t+\Delta t}\} = \{\bar{R}_{t+\Delta t}\} - [\bar{K}]\{\phi_t\} \quad (4.77)$$

On aura :

$$\{R_{t+\Delta t}\} = \Delta t (\{f_{t+\Delta t}\} - [K]\{\phi_t\}) \quad (4.78)$$

4.4. Résolution numérique

Les méthodes de résolution du système linéaire peuvent être classées en deux catégories :

- Les méthodes directes, où la solution exacte est obtenue au bout d'un nombre fini d'opérations.
- Les méthodes indirectes, qui consistent à construire une suite de vecteurs convergents sous certaines conditions.

Dans notre code de calcul, nous avons utilisé la méthode de **Cholesky** qui est une méthode directe. Son principe consiste à :

- Transformer la matrice à résoudre en un produit de deux matrices triangulaire inférieure et triangulaire supérieure, le système est écrit $Lux=b$, on pose $Ux=y$, on résout $Ly=b$, puis on fait la résolution du système triangulaire $Ux=y$.

5. DISCRETISATION DE L'EQUATION DU TRANSPORT

Le modèle mathématique qui régit le transport dispersif-advectif avec une source de pollution s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \underbrace{-V_x \frac{\partial C}{\partial x} - V_y \frac{\partial C}{\partial y}}_{\text{Terme advect}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} \right)}_{\text{Terme dispersif}} + \underbrace{Q_p}_{\text{Terme (source / puits)}} \quad (4.79)$$

Où :

D_{xx}, D_{yy} : Dispersions hydrodynamiques dans les deux directions x et y en (m^2/s)

Q_p : Débit volumétrique (source/puits) en m^3/s

C : Concentration en ($mole/m^3$)

V_x, V_y : Vitesse dans les deux directions x et y en (m/s)

x, y : Coordonnées cartésiennes

t : Temps en (s)

5.1. Discrétisation spatiale

La discrétisation spatiale de l'équation (4.79) se fera par la méthode des résidus pondérés (**Galerkin**) : (Gallagher, 1976 ; Zienkiewicz, 1979 ; Dhatt, 1984 ; Frind, 1986, Istok, 1989)

L'inconnue du problème pour le transport d'un polluant dans un milieu poreux est la concentration. Elle sera approximée en n'importe quel point du domaine à partir des valeurs nodales C_i .

$$C = N_1 C_1 + N_2 C_2, \dots, N_n C_n = \langle N \rangle \{C_i\}^e \quad (4.80)$$

Où C_1, C_2, \dots, C_n sont les valeurs nodales inconnues de la concentration.

L'intégrale du résidu pondéré, par la méthode de Galerkin, de l'équation (4.79), s'écrit pour un élément comme suit :

$$\int_{A^e} \{N\} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} \right) - V_x \frac{\partial C}{\partial x} - V_y \frac{\partial C}{\partial y} + Q_p \right] dx dy - \int_{A^e} \{N\} \frac{\partial C}{\partial t} dx dy = 0 \quad (4.81)$$

Qui devient après intégration par parties :

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma^e} \{N\} D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} n_x d\Gamma - \int_{A^e} \frac{\partial \{N\}}{\partial x} D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} dx dy + \int_{\Gamma^e} \{N\} D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} n_y d\Gamma \\ & - \int_{A^e} \frac{\partial \{N\}}{\partial y} D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} dx dy - \int_{A^e} \{N\} V_x \frac{\partial C}{\partial x} dx dy - \int_{A^e} \{N\} V_y \frac{\partial C}{\partial y} dx dy \\ & + \int_{A^e} \{N\} Q_p dx dy - \int_{A^e} \{N\} \frac{\partial C}{\partial t} dx dy = 0 \end{aligned} \quad (4.82)$$

En rassemblant les deux termes d'intégration de frontière, les deux termes d'intégration de surface deux à deux et les termes advectifs, on obtient après réarrangement l'expression suivante :

$$\int_{A^e} \left[\frac{\partial \{N\}}{\partial x} D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} \right] dx dy + \left[\int_{\Gamma^e} \left[\{N\} V_x \frac{\partial C}{\partial x} + \{N\} V_y \frac{\partial C}{\partial y} \right] dx dy \right] \quad (4.83)$$

$$+ \int_{A^e} \{N\} \frac{\partial C}{\partial t} dx dy = \int_{A^e} \{N\} Q_p dx dy + \int_{\Gamma^e} \{N\} \left(D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} n_x + D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} n_y \right) d\Gamma$$

Or d'après la condition à la limite de Neumann qui est représentée dans l'équation (4.84) :

$$- \left(D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} n_x + D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} n_y \right) = q_c \quad (4.84)$$

En substituant cette dernière équation dans (4.83), nous trouvons :

$$\int_{A^e} \left[\frac{\partial \{N\}}{\partial x} D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} \right] dx dy + \left[\int_{\Gamma^e} \left[\{N\} V_x \frac{\partial C}{\partial x} + \{N\} V_y \frac{\partial C}{\partial y} \right] dx dy \right] \quad (4.85)$$

$$+ \int_{A^e} \{N\} \frac{\partial C}{\partial t} dx dy = \int_{A^e} \{N\} Q_p dx dy + \int_{\Gamma^e} \{N\} q_c d\Gamma$$

En introduisant l'équation (4.80) qui représente les valeurs nodales de la concentration, l'équation (4.85) devient :

$$\left[\int_{A^e} \left[\frac{\partial \{N\}}{\partial x} D_{xx} \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} D_{yy} \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial y} \right] dx dy \right] \{C\}^e +$$

$$\left[\int_{\Gamma^e} \left[\{N\} V_x \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial x} + \{N\} V_y \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial y} \right] dx dy \right] \{C\}^e + \quad (4.86)$$

$$\left[\int_{A^e} \{N\} \langle N \rangle dx dy \right] \frac{\partial}{\partial t} \{C\}^e = \int_{A^e} \{N\} Q_p dx dy + \int_{\Gamma^e} \{N\} q_c d\Gamma$$

qui peut s'écrire sous une autre forme :

$$\left[\int_{A^e} \left[\frac{\partial \{N\}}{\partial x} D_{xx} \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} D_{yy} \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial y} + \{N\} V_x \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial x} + \{N\} V_y \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial y} \right] dx dy \right] \{C\}^e + \left[\int_{A^e} \{N\} \langle N \rangle dx dy \right] \frac{\partial}{\partial t} \{C\}^e = \int_{A^e} \{N\} Q_p dx dy + \int_{\Gamma^e} \{N\} q_c d\Gamma \quad (4.87)$$

Que nous pouvons récapituler sous la forme algébrique suivante:

$$[D]^e \{C\}^e + [M] \frac{\partial}{\partial t} \{C\}^e = \{f\}_c^e \quad (4.88)$$

ou bien

$$[D]^e \{C\}^e + [M] \dot{\{C\}}^e = \{f\}_c^e \quad (4.89)$$

où:

$[D]^e$: Somme de deux matrices : de dispersion et d'advection élémentaire.

$[M]^e$: Matrice masse élémentaire.

$\{f\}_c^e$: Vecteur sollicitation élémentaire qui englobe un vecteur débit de pollution de surface et de volume.

Tel que :

$$[M]^e = \int_{A^e} \{N\} \langle N \rangle dx dy \quad (4.90)$$

Et

$$\{f\}_c^e = \{f\}_s^e + \{f\}_{q_c}^e = \int_{A^e} \{N\} Q_p dx dy + \int_{\Gamma^e} \{N\} q_c d\Gamma \quad (4.91)$$

Et

$$[D]^e = \int_{A^e} \left(\frac{\partial \{N\}}{\partial x} D_{xx} \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} D_{yy} \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial y} + \{N\} V_x \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial x} + \{N\} V_y \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial y} \right) dx dy \quad (4.92)$$

L'équation (4.92) contient la somme de deux matrices, l'une représente La matrice du transport par advection, notée [adv]. L'autre représente la matrice du transport par dispersion, notée [disp].

Que nous pouvons l'écrire comme suit :

$$[D]^e = [Adv]^e + [Disp]^e \quad (4.93)$$

Tel que :

$$[Adv]^e = \int_{A^e} \left(\{N\}' V_x \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial x} + \{N\}' V_y \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial y} \right) dx dy \quad (4.94)$$

Et

$$[Disp]^e = \int_{A^e} \left(\frac{\partial \{N\}}{\partial x} D_{xx} \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} D_{yy} \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial y} \right) dx dy \quad (4.95)$$

5.2. Evaluation numérique des matrices et vecteurs élémentaires

Nous procédons comme pour l'écoulement :

5.2.1. Évaluation des matrices élémentaires

- **Matrice de dispersion**

La transformation de l'équation (4.95) dans le système de coordonnées naturelles, conduit à :

$$[Disp]^e = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \left(\frac{\partial \{N\}}{\partial x} D_{xx} \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} D_{yy} \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial y} \right) Det[J] d\xi d\eta \quad (4.96)$$

qui peut s'écrire sous forme matricielle comme suit :

$$[Disp]^e = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B] [D] [B] Det[J] d\xi d\eta \quad (4.97)$$

Dont l'évaluation par la quadrature de Gauss s'écrit :

$$[Disp]^e = \sum_i^{npg} \sum_j^{npg} [B(\xi_i, \eta_j)]' [D] [B(\xi_i, \eta_j)] w_i w_j Det[J(\xi_i, \eta_j)] \quad (4.98)$$

où :

- i : Indice des grandeurs considérées dans le sens des abscisses.
- j : Indice des grandeurs considérées dans le sens des ordonnées.
- npg : Nombre de points de Gauss.
- w_i, w_j : Poids d'intégration des points de Gauss.
- ξ, η : coordonnées de l'élément de référence.

$[D]$: Tenseur de dispersion hydrodynamique.

$[B]$: matrice des dérivées des fonctions d'interpolation para rapport à x et à y.

$[B]'$: Matrice transposée de $[B]$, elle s'écrit sous forme matricielle comme suit :

$$[B] = \begin{bmatrix} \left\langle \frac{\partial N}{\partial x} \right\rangle \\ \left\langle \frac{\partial N}{\partial y} \right\rangle \end{bmatrix} \quad (4.99)$$

• Matrice d'advection

La transformation de l'équation (4.94) dans le système de coordonnées locales, aboutit à :

$$[Adv]^e = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \left(\{N\} V_x \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial x} + \{N\} V_y \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial y} \right) Det [J] d\xi d\eta \quad (4.100)$$

qui peut s'écrire sous forme matricielle comme suit :

$$[Adv]^e = \int \int [N] [V] [B] Det [J] d\xi d\eta \quad (4.101)$$

Dont l'évaluation par la quadrature de Gauss s'écrit :

$$[Adv]^e = \sum_i^{npg} \sum_j^{npg} \left([N(\xi_i, \eta_j)] [V(\xi_i, \eta_j)] [B(\xi_i, \eta_j)] w_i w_j Det [J(\xi_i, \eta_j)] \right) \quad (4.102)$$

Tel que :

i : indice des grandeurs considérées dans le sens des abscisses.

J : indice des grandeurs considérées dans le sens des ordonnées.

npg : nombre de points de Gauss.

w_i, w_j : Poids d'intégration des points de Gauss.

ξ, η : coordonnées de l'élément de référence.

$[B]$: matrice des dérivées des fonctions d'interpolation para rapport à x et à y.

$[V]$: matrice vitesse.

$[N]$: matrice fonctions d'interpolation

- **Matrice masse**

La transformation de l'équation (4.90) dans le système de coordonnées locales, aboutit à :

$$[M]^e = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \{N\} \langle N \rangle \text{Det}[J] d\xi d\eta \quad (4.103)$$

Dont l'évaluation par la quadrature de Gauss s'écrit :

$$[M]^e = \sum_{i=1}^{+1} \sum_{j=1}^{+1} \{N\} \langle N \rangle \text{Det}[J] d\xi d\eta \quad (4.104)$$

5.2.2. Évaluation des vecteurs élémentaires

Le vecteur sollicitation global de pollution contient un terme de surface et un terme de volume, il est exprimé de la manière suivante :

$$\{f\}_p^e = \underbrace{\int_{\Gamma^e} \{N\} q_c d\Gamma}_{\text{débit surfacique de pollution}} + \underbrace{\int_{A^e} \{N\} Q_p dx dy}_{\text{débit de pollution volumique}} \quad (4.105)$$

- **Vecteur sollicitation volumique**

Il s'écrit :

$$f_s^e = \int_{A^e} \{N\} Q_p dx dy \quad (4.106)$$

Il sera écrit en coordonnées locales

$$f_s^e = Q_p \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \{N\} \text{Det}[J] d\xi d\eta \quad (4.107)$$

En utilisant la quadrature de Gauss ce terme de volume devient :

$$\{f\}_s^e = Q_p \sum_{i=1}^{npg} \sum_{j=1}^{npg} W_i W_j \{N(\xi_i, \eta_j)\} \text{Det}[J(\xi_i, \eta_j)] \quad (4.108)$$

- **Vecteur sollicitation surfacique**

Quant au vecteur sollicitation surfacique, il sera évalué en intégrant sur les côtés du quadrilatéral comme on a fait pour l'écoulement, on aura quatre vecteurs sur les quatre cotes, ils seront résumés comme suit :

$$\{f\}_{q_c}^e = q_c \sum_{i=1}^{npg} W_i \{N(\xi_i, -1)\} \lambda_i(\xi_i, -1) \quad (4.109)$$

$$\{f\}_{q_c}^e = q_c \sum_{i=1}^{npg} W_i \{N(\xi_i, +1)\} \lambda_i(\xi_i, +1) \quad (4.110)$$

$$\{f\}_{q_c}^e = q_c \sum_{i=1}^{npg} W_i \{N(+1, \eta_i)\} \lambda_2(+1, \eta_i) \quad (4.111)$$

$$\{f\}_{q_c}^e = q_c \sum_{i=1}^{npg} W_i \{N(-1, \eta_i)\} \lambda_2(-1, \eta_i) \quad (4.112)$$

npg : nombre de point de Gauss.

5.2.3. Assemblage des formes élémentaires

Les formes élémentaires ont été construites dans le paragraphe précédent. Pour former le système global, il faut assembler les matrices élémentaires et le vecteur sollicitation élémentaire tel que :

$$[D]_G = A_{SS}^{iel} [D]^e \quad (4.113)$$

$$\{F\}_G = A_{SS}^{iel} \{f\}^e \quad (4.114)$$

$$[M]_G = A_{SS}^{iel} [M]^e \quad (4.115)$$

5.3. Discrétisation temporelle

La discrétisation spatiale du problème de transport des polluants dans les eaux souterraines, par la méthode des éléments finis, nous a conduit à un système d'équation différentielle du premier ordre. Elle se présente comme suit:

$$[D]\{C\} + [M]\{\dot{C}\} = \{f\} \quad t > t_0 \quad (4.116)$$

Ce système différentiel du premier ordre peut s'écrire sous la forme générale:

$$\begin{aligned} \{\dot{C}\} &= \{g(\{C\}, t)\} \\ \{C(t_0)\} &= \{C_0\} \end{aligned} \quad t > t_0 \quad (4.117)$$

La méthode d'Euler implicite consiste à écrire l'équation (4.116) à l'instant $t+\Delta t$, et à utiliser la formule de différences finies décentrée à droite:

$$\{\dot{C}_{t+\Delta t}\} \approx \frac{1}{\Delta t} (\{C_{t+\Delta t}\} - \{C_t\}) \quad (4.118)$$

D'où la formule de récurrence d'Euler implicite pour le système (4.117) et (4.116):

$$\{C_{t+\Delta t}\} = \{C_t\} + \Delta t \{g(\{C_{t+\Delta t}\}, t + \Delta t)\} \quad (4.119)$$

Dans ce cas l'expression de $\{g\}$ fait intervenir le vecteur inconnu $\{C_{t+\Delta t}\}$.

L'adaptation de (4.117) aux systèmes de type (4.116) s'écrit :

$$[D][C_{t+\Delta t}] + [M] \left[\frac{1}{\Delta t} (\{C_{t+\Delta t}\} - \{C_t\}) \right] = [f] \quad (4.120)$$

après réarrangement, elle peut s'écrire de la façon suivante :

$$([D]\Delta t + [M])\{C_{t+\Delta t}\} = \{f_{t+\Delta t}\}\Delta t + [M]\{C_t\} \quad (4.121)$$

et en posant que :

$$[\bar{D}] = [D]\Delta t + [M] \quad \text{et} \quad \{\bar{R}_{t+\Delta t}\} = \{f_{t+\Delta t}\}\Delta t + [M]\{C_t\} \quad (4.122)$$

L'équation (5.121) devient :

$$[\bar{D}]\{C_{t+\Delta t}\} = \{\bar{R}_{t+\Delta t}\} \quad (4.123)$$

Et en faisant intervenir $\{\Delta C\}$:

Tel que

$$\{\Delta C\} = \{C_{t+\Delta t}\} - \{C_t\} \quad (4.124)$$

En substituant (4.122) et (4.124) dans (5.123) on a :

$$\Delta t (\{f_{t+\Delta t}\} - [D]\{C_t\}) = \{\bar{R}_{t+\Delta t}\} - [\bar{D}]\{C_t\} \quad (4.125)$$

et si on pose que :

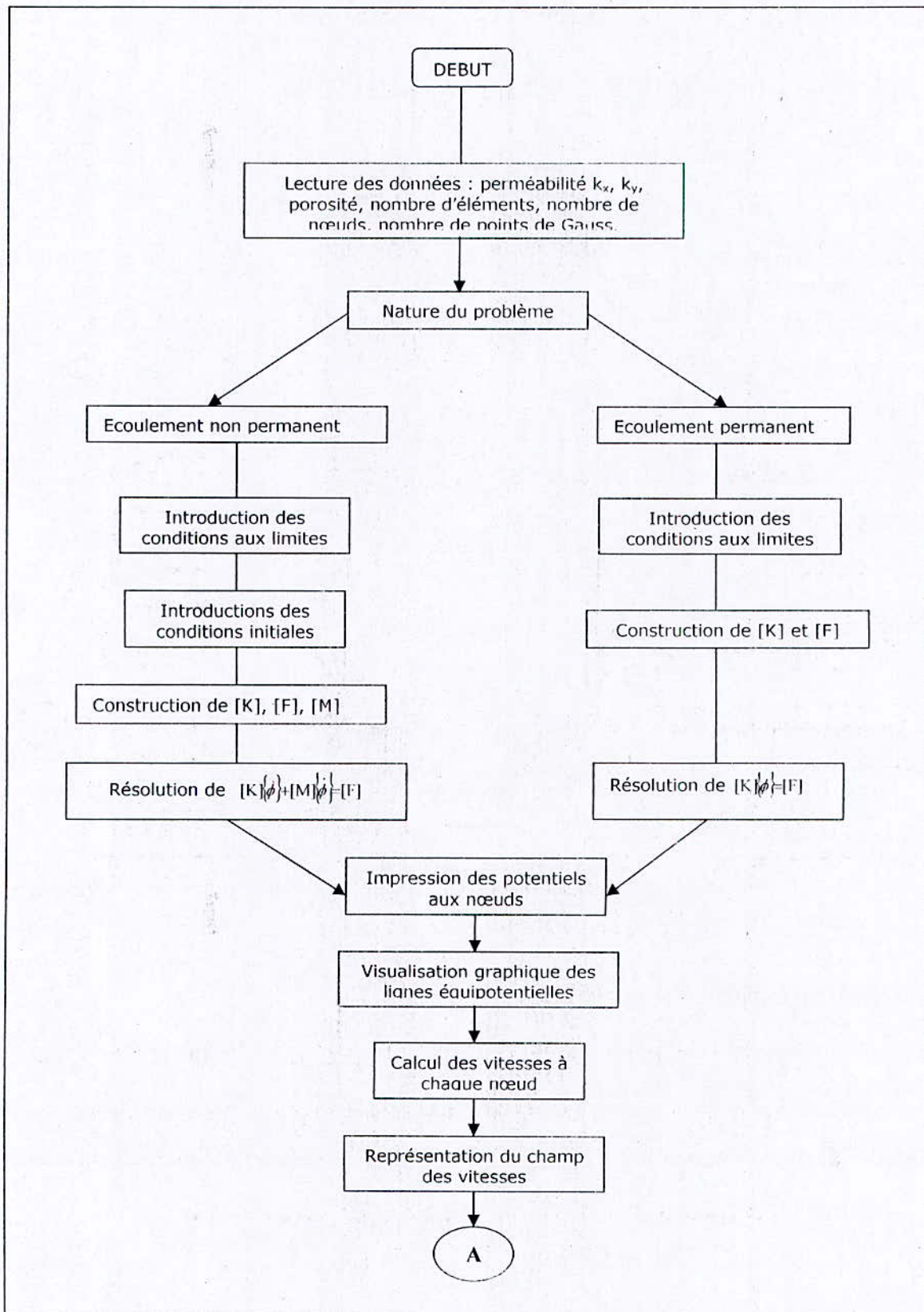
$$\{R_{t+\Delta t}\} = \{\bar{R}_{t+\Delta t}\} - [\bar{K}]\{C_t\} \quad (4.126)$$

on aura :

$$\{R_{t+\Delta t}\} = \Delta t (\{f_{t+\Delta t}\} - [K]\{C_t\}) \quad (4.127)$$

6. organigramme du code de calcul

L'organigramme présenté par la figure (4-4) résume toute la démarche de la modélisation numérique effectuée.



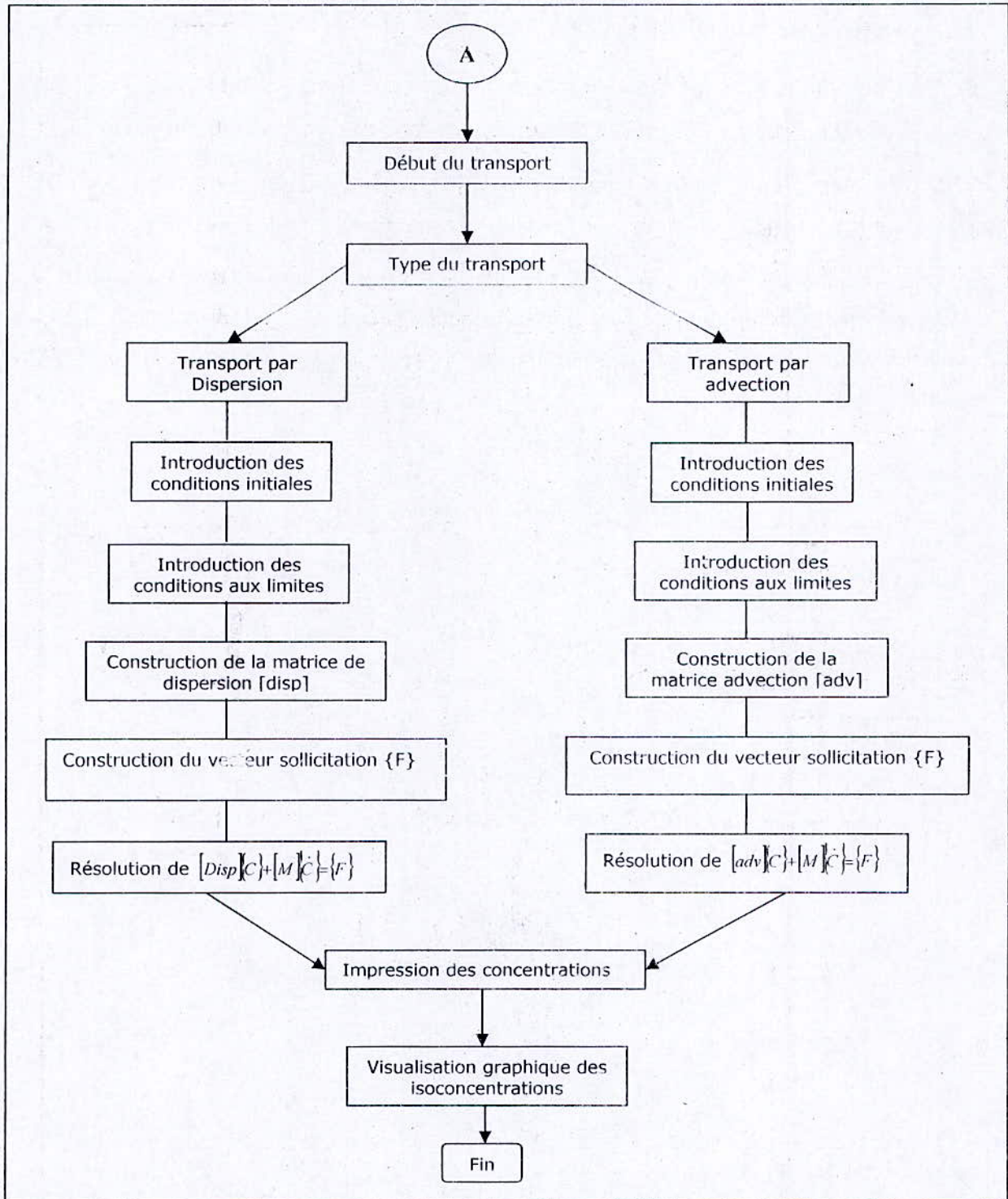


Figure 4-4 : Organigramme du code de calcul élaboré

6. CONCLUSION

Tout problème susceptible d'être exprimé par des équations mathématiques peut être résolu par les puissants outils de calculs qui constituent les ordinateurs.

Un modèle mathématique qui gouverne l'écoulement non permanent et un modèle mathématique du transport dans un milieu poreux saturé ont été présentés.

Une modélisation numérique des équations de base a été faite en utilisant la méthode des éléments finis pour la discrétisation spatiale. La discrétisation des équations mathématiques dans le temps a été effectuée à l'aide de la méthode d'Euler implicite.

Chapitre V

RESULTATS ET INTERPRETATIONS

1. INTRODUCTION

L'objectif de ce chapitre est La validation et l'application du code de calcul éléments finis développé avec un exemple traité par une méthode numérique et une méthode analytique. L'étude du transport par dispersion et par advection dans un milieu poreux saturé sera étudiée.

L'application du code de calcul à des cas tests comme l'effet du pas de temps, effet du changement de la perméabilité, changement de la concentration,...seront illustrés et une simulation numérique d'une décontamination a été proposée.

2. Etude du phénomène de transport par dispersion dans l'espace et dans le temps

2.1. Propagation dans le cas d'une pollution ponctuelle

Afin de tester notre code de calcul et afin de vérifier son efficacité vis à vis d'autres modèles numériques existant. Des applications illustrant le phénomène du transport par dispersion, et ce en considérant l'écoulement à l'état permanent seront étudiées.

2.1.1. Maillage du milieu

La figure (5.1) représente le milieu à simuler. Nous avons considéré un tronçon d'un milieu poreux saturé de 150m de longueur et de 8m de profondeur.

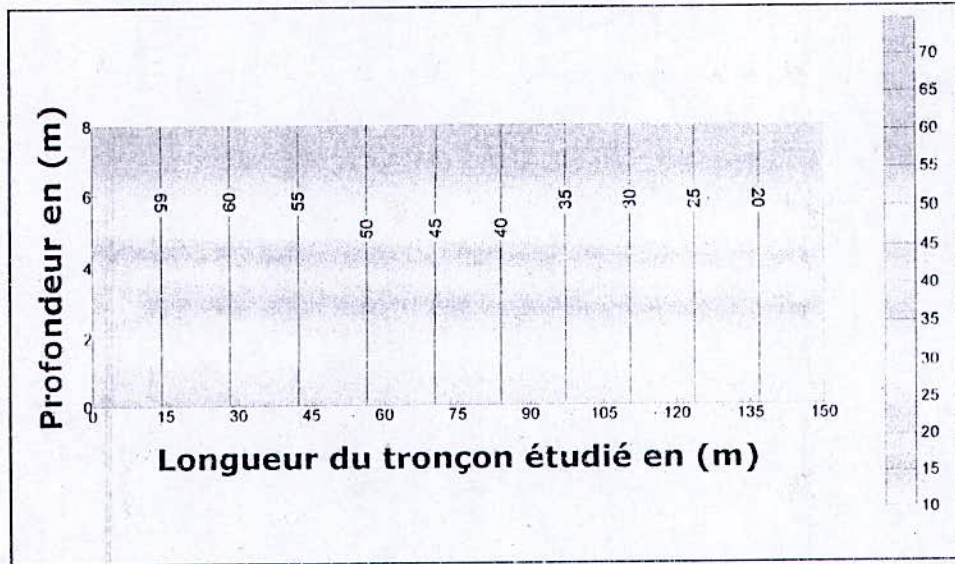


Figure 5-2 : Représentation des lignes équipotentielles

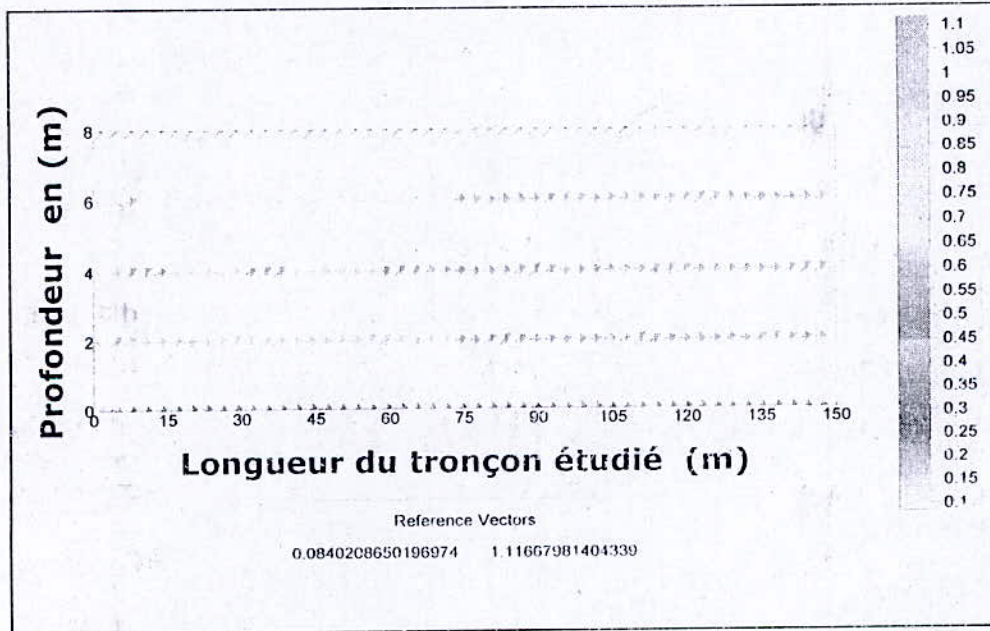


Figure 5-3 : Représentation du champ de vitesse

Puisque le débit qui amène l'écoulement est faible, et que l'écoulement se fait du plus grand potentiel 70m au plus petit 15 m, les vitesses sont horizontales et les

dans les deux directions verticale et horizontale et c'est du à l'effet du coefficient de dispersion longitudinale et transversaie.

Ces figures montrent une symétrie du nuage de pollution par rapport à la verticale.

Un résultat similaire a été obtenu par plusieurs auteurs, on cite (Ghulam, 1997,) et

2.2. Propagation dans le cas d'une pollution répartie

La pollution répartie peut représenter le rejet des engrais sur une surface de terrain.

2.2.1. Maillage du milieu

La figure (5.5) représente le même milieu étudié dans le paragraphe (2.1), mais nous avons considéré une pollution répartie sur la surface du milieu.

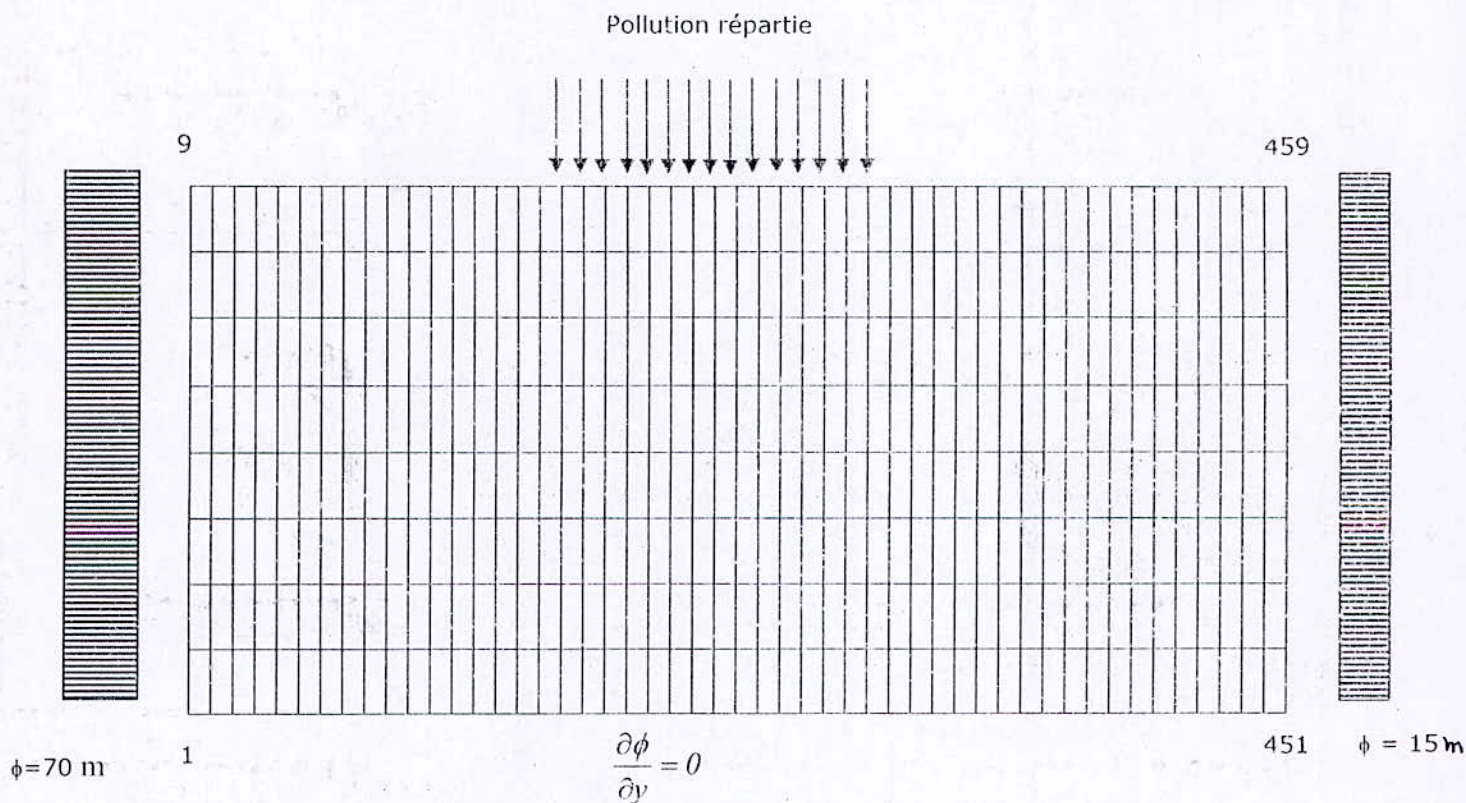


Figure 5-5 : Maillage du tronçon étudié

2.2.2. Conditions aux limites et initiales

Nous avons imposé un potentiel hydraulique de 70 m du nœud 1 jusqu'au nœud 9, et nous avons imposé un potentiel hydraulique de 15 m du nœud 451 jusqu'au nœud 459.

Un débit d'écoulement de $0.1 \text{ m}^3/\text{jours}$ est infiltré au niveau du nœud 162 jusqu'au nœud 306.

Un débit de pollution ponctuelle $0.1 \text{ m}^3/\text{jours}$ est injecté au niveau du nœud 162 jusqu'au nœud 306.

2.2.3. Etude de l'écoulement

Les lignes équipotentielles et les champs de vitesses tracés à l'aide du logiciel SURFER sont représentés sur les figures (5.6) et (5.7).

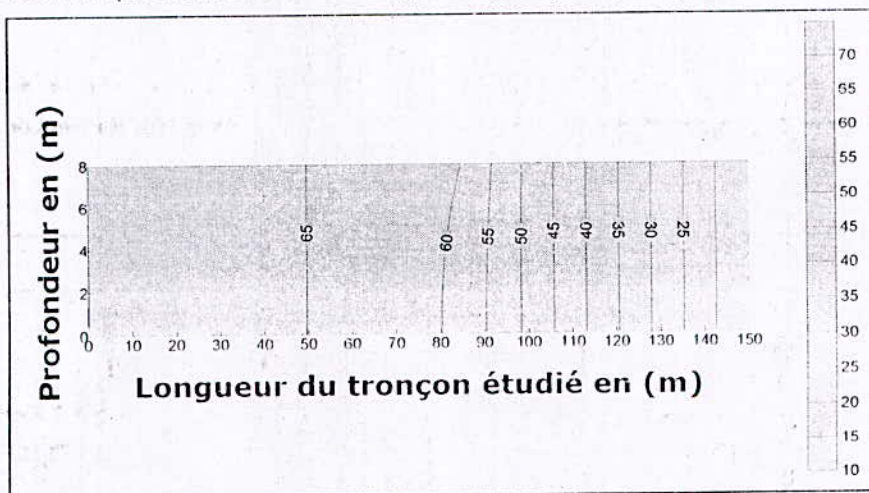


Figure 5-6 : Représentation des lignes équipotentielles

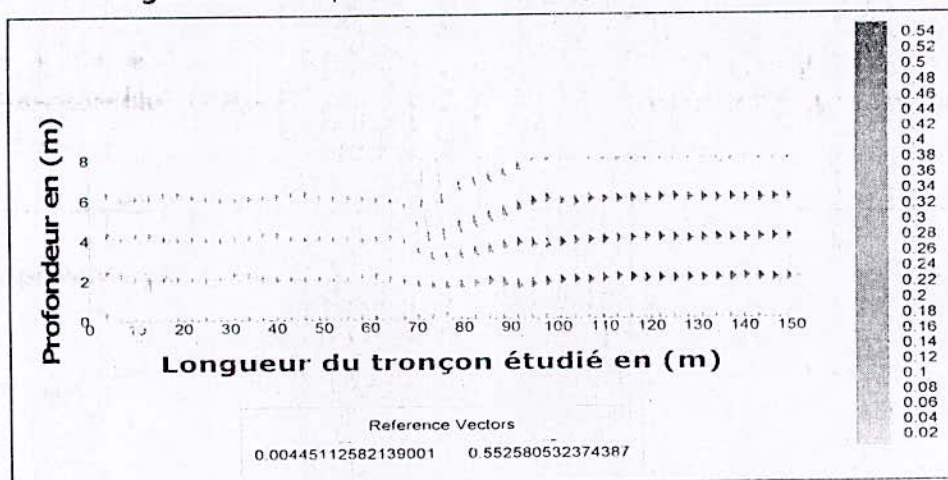


Figure 5-7 : Représentation du champ de vitesse pour une pollution répartie

Puisque le débit qui amène l'écoulement est réparti sur la surface du milieu, il influence les lignes équipotentielles, elles sont inclinées. Pour les nœuds où le débit est infiltré, le champ de vitesse est dirigé vers le bas, ce qui explique la direction de l'écoulement dans cette zone.

2.2.4. Etude de transport

La figure (5.8) représente la propagation de la pollution pendant 20, 40, 60 et 80 jours pour une pollution répartie.

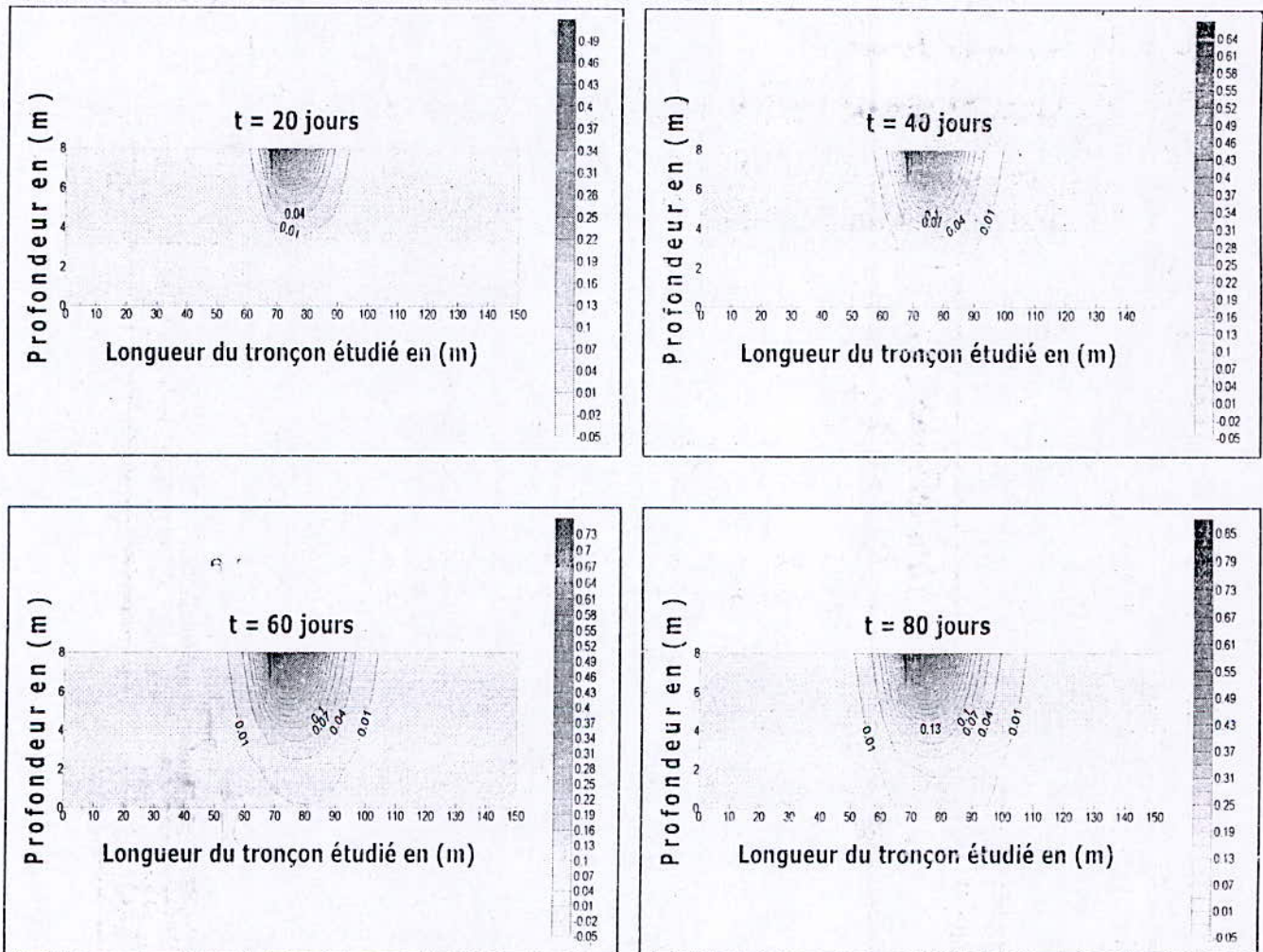


Figure 5-8 : Représentation des isoconcentrations de 20, 40, 60 et 80 jours pour une pollution répartie

Un débit d'écoulement de $0.1 \text{ m}^3/\text{jours}$ est infiltré à la surface du milieu au niveau du nœud 24 jusqu'au nœud 60.

Un débit de pollution réparti de $1 \text{ m}^3/\text{jours}$ est injecté au niveau du nœud 24 jusqu'au nœud 60, avec une concentration de

3.1.3. Etude de l'écoulement

Nous représentons sur les figures (5.10) et (5.11) les lignes équipotentiellles et le champ de vitesse.

Et puisque le tronçon étudié est petit, le débit réparti infiltré au nœud 24 jusqu'au nœud 60, et le potentiel hydraulique imposé à droite influencent les lignes équipotentiellles. Nous voyons bien qu'elles ne sont pas verticales, même remarque aussi pour le champ de vitesse, il n'est pas tout à fait horizontal.

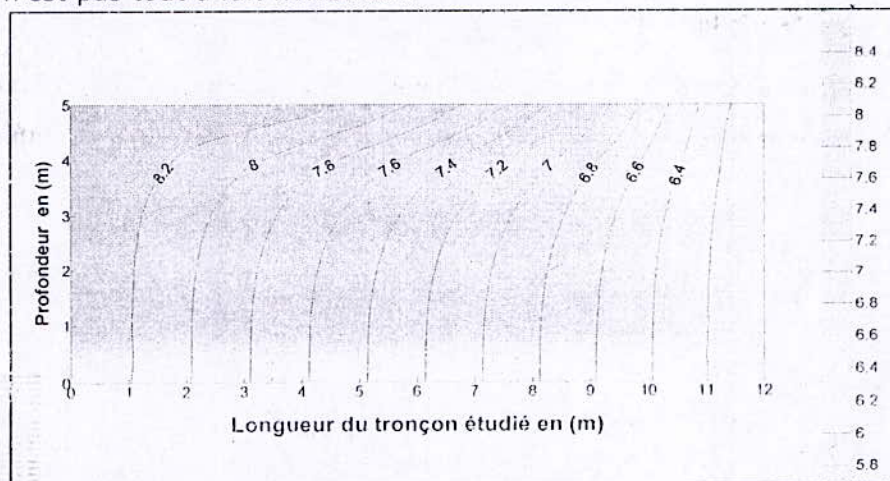


Figure 5-10 : Représentation des lignes équipotentiellles

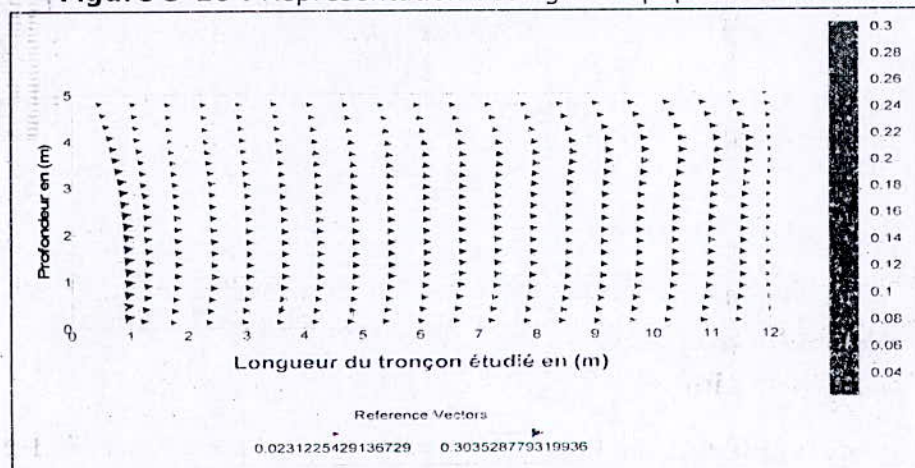


Figure 5-11 : Représentation du champ de vitesse pour une pollution par advection

3.1.4. Etude du transport

Nous représentons sur les figures (5.12) la pollution par advection pendant le temps 10 et 40 jours.

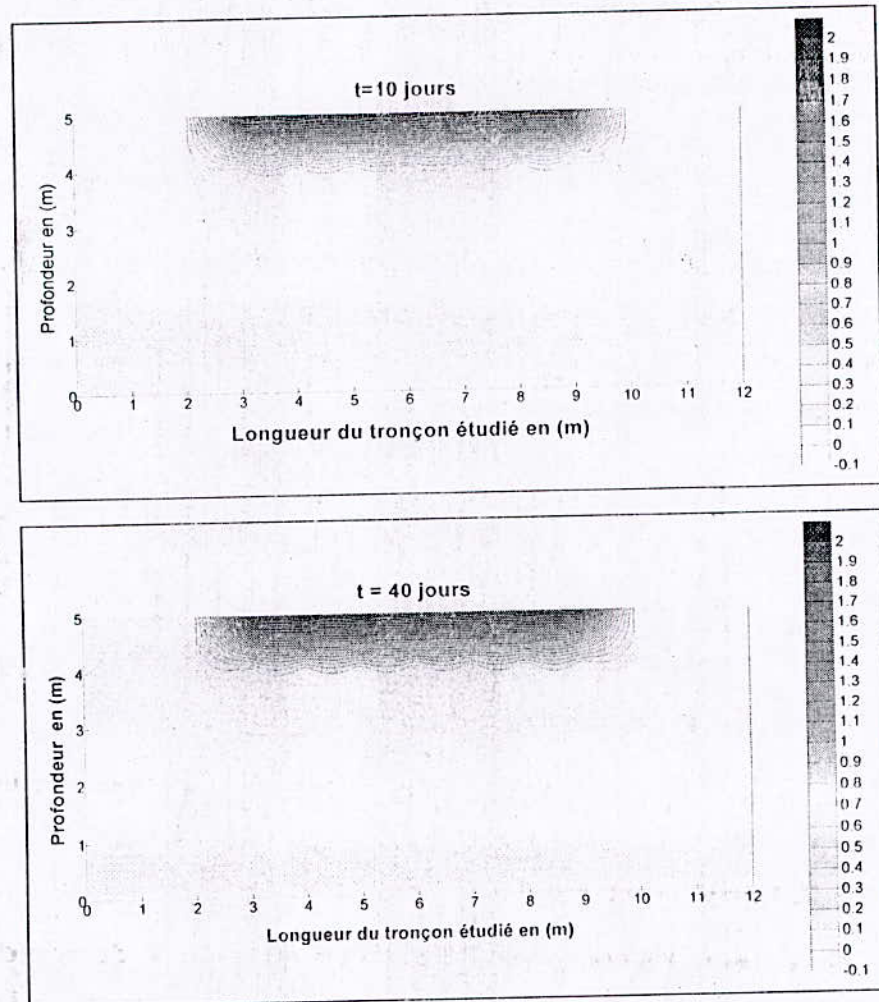


Figure 5-12 : Représentation des isoconcentrations de 10 et 40 jours pour une pollution répartie

3.1.5. Interprétations

Les vitesses de l'écoulement sont petites, donc le flux advectif est petit, l'étalement de la pollution n'occupe pas tout le milieu, et les isoconcentrations restent constantes dans le temps.

Nous voyons bien d'après les figures précédentes que le transport par advection est lent par rapport au transport par dispersion.

Ces images montrent une symétrie du nuage de pollution par rapport à la verticale.

3.2. Etude de la propagation ponctuelle

3.2.1. Maillage de la nappe

La figure 5-13 représente le maillage du domaine à simuler nous avons considéré le même exemple traité dans le paragraphe 3.1, mais avec l'étude d'une pollution ponctuelle.

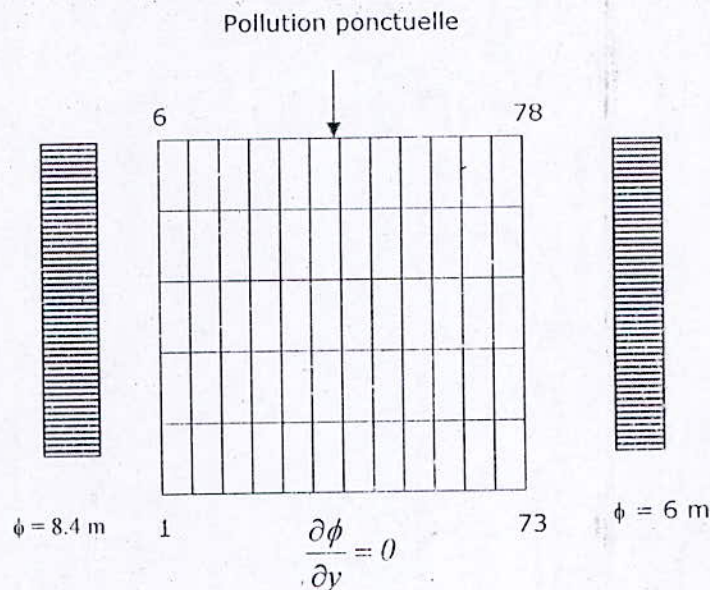


Figure 5-13 : Maillage du tronçon étudié

3.2.2. Conditions aux limites et initiales

Un potentiel hydraulique de 8.4 m a été imposé du nœud 1 jusqu'au nœud 6, et un potentiel hydraulique de 6 m a été imposé du nœud 73 jusqu'au nœud 78.

Un débit d'écoulement de $0.1 \text{ m}^3/\text{jours}$ est infiltré au niveau du nœud 42.

Un débit de pollution ponctuelle $1 \text{ m}^3/\text{jours}$ de est injecté au niveau du nœud 42.

3.2.3. Etude de l'écoulement

Nous représentons sur les figures (5.14) et (5.15) les lignes équipotentiels et le champ de vitesse.

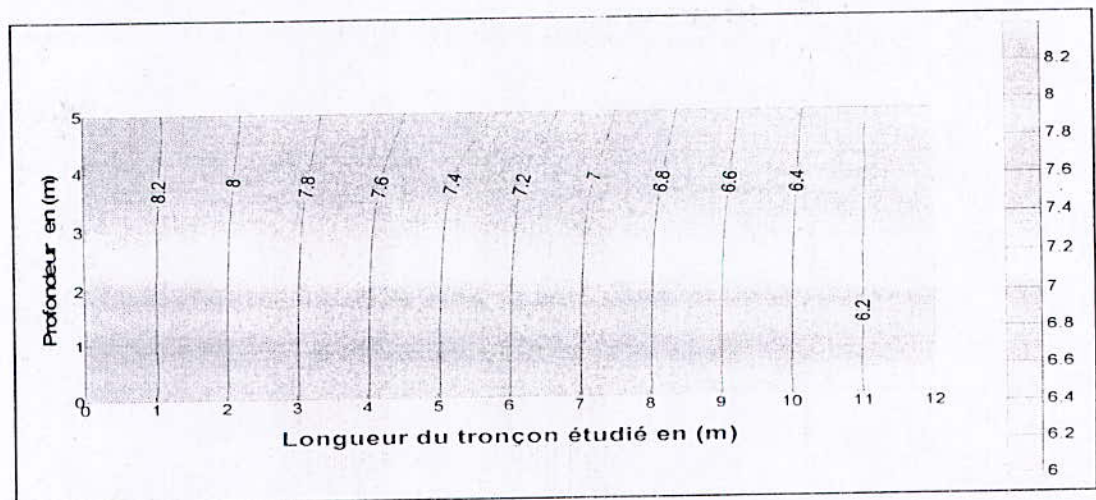


Figure 5-14 : Représentation des lignes équipotentiels

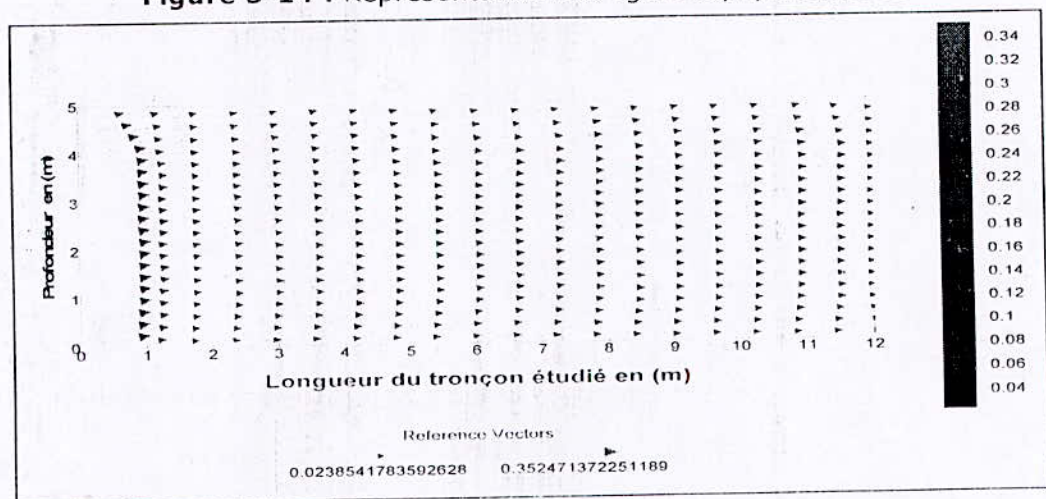


Figure 5-15 : Représentation du champ de vitesse

Au niveau du nœud où nous avons un débit infiltré, la ligne équipotentielle est inclinée, ce qui est expliqué par le fait que le tronçon est petit et le potentiel hydraulique influence l'écoulement. Les vitesses sont horizontales et elles sont dirigées vers la droite ce qui explique le sens de l'écoulement dans le tronçon étudié.

3.2.4. Etude du transport

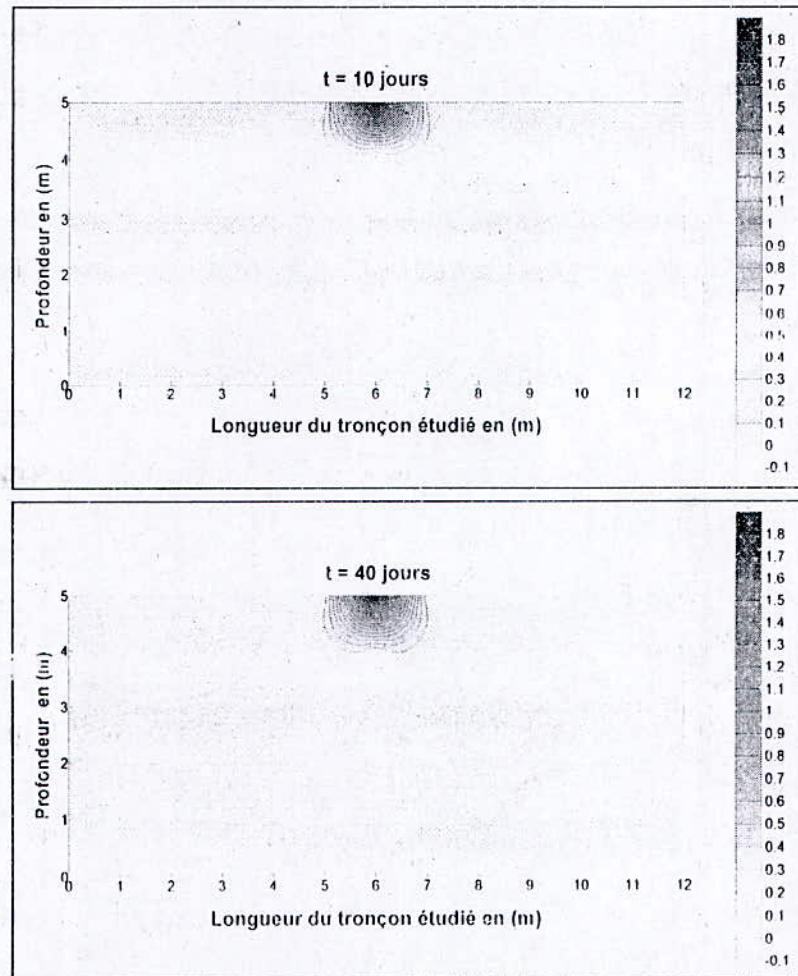


Figure 5-16 : Représentation des isoconcentrations de 10 et 40 jours

3.2.5. Interprétations

Le flux advectif petit est dû aux vitesses d'écoulement qui sont petites dans le milieu souterrain. Alors la substance polluante ne se propage pas dans tout le milieu lors du transport par advection.

Ces figures montrent une symétrie du nuage de pollution par rapport à la verticale, et les isoconcentrations restent constantes dans le temps.

4. CALAGE DU MODELE

Afin de valider le modèle mathématique de transport et le code de calcul développé, nous présenterons dans cette partie un exemple traité par (Ghulam, 1997), où il a comparé son résultat avec une méthode analytique.

4.1. Maillage du milieu

Le domaine étudié, était un milieu poreux de 48 ft de longueur et de 12 ft de profondeur, (représenté sur la figure (5.17)). La pollution étudiée est une pollution concentrée :

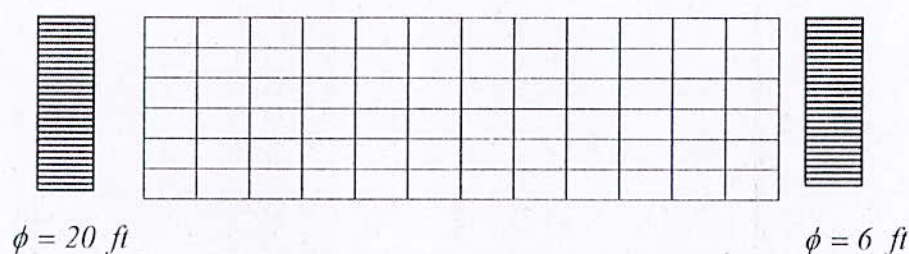


Figure 5-17 : Maillage du milieu poreux étudié

4.2. Conditions initiales et aux limites

Les dimensions de ce maillage sont en ft, le nombre d'éléments suivant x est 12, et le nombre d'éléments suivant y est de 6.

$$\Delta x = 4 \text{ ft}$$

$$\Delta y = 2 \text{ ft}$$

Le point d'injection de la pollution est au nœud 49 de coordonnées (12 ft, 12 ft).

Le débit d'infiltration injecté au nœud 49 est de 0.5 gpm.

Le débit de pollution injecté au nœud 49 est de 0.1 gpm.

4.3. Résultats obtenus

La figure (5.18) représente les résultats obtenus par une méthode numérique, analytique et le résultat obtenu par notre code de calcul développé.

Nous pouvons dire qu'il y a une concordance entre les trois résultats. L'allure est presque la même et les valeurs aussi. La petite différence qui existe entre les trois résultats est due aux méthodes de discrétisation et de résolution choisies.

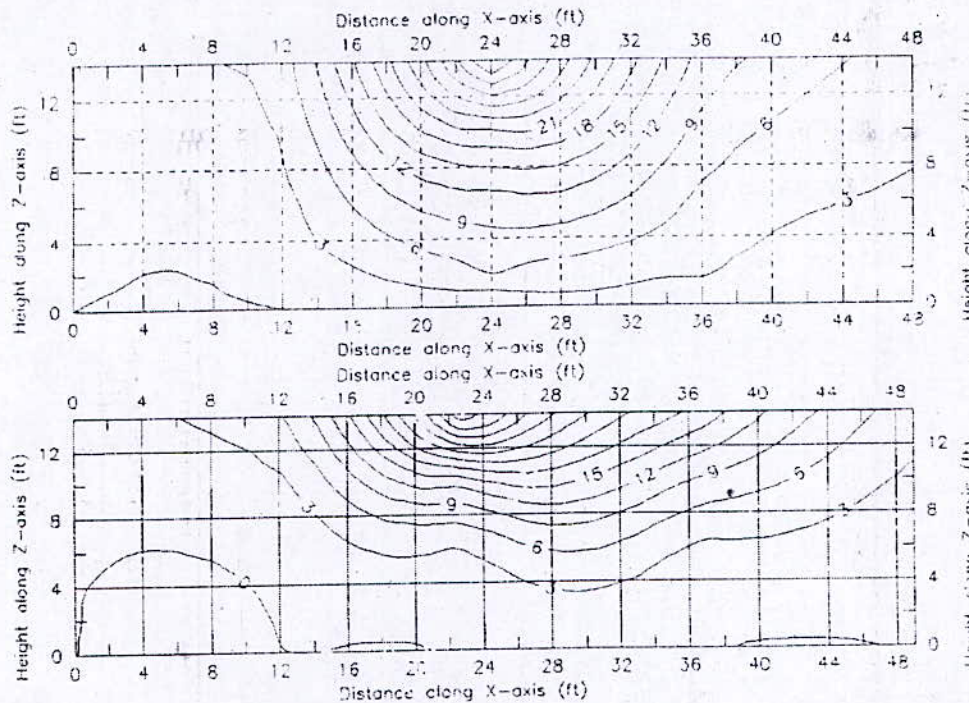


Figure 5.18 : Résultat tiré de l'article de (Ghulam rabbani, 1997) : le premier est un résultat numérique et le deuxième est un résultat d'une méthode analytique (AT123D).

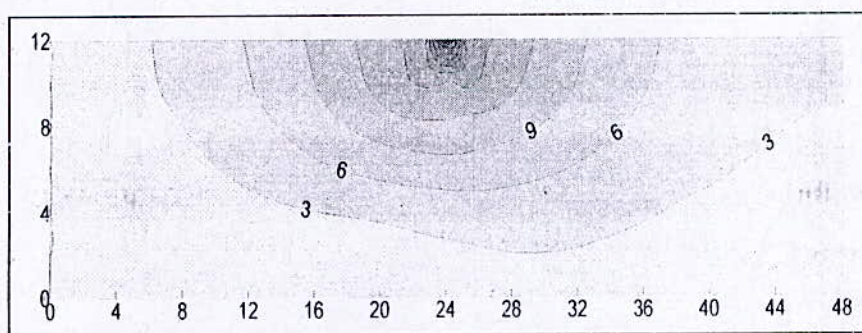
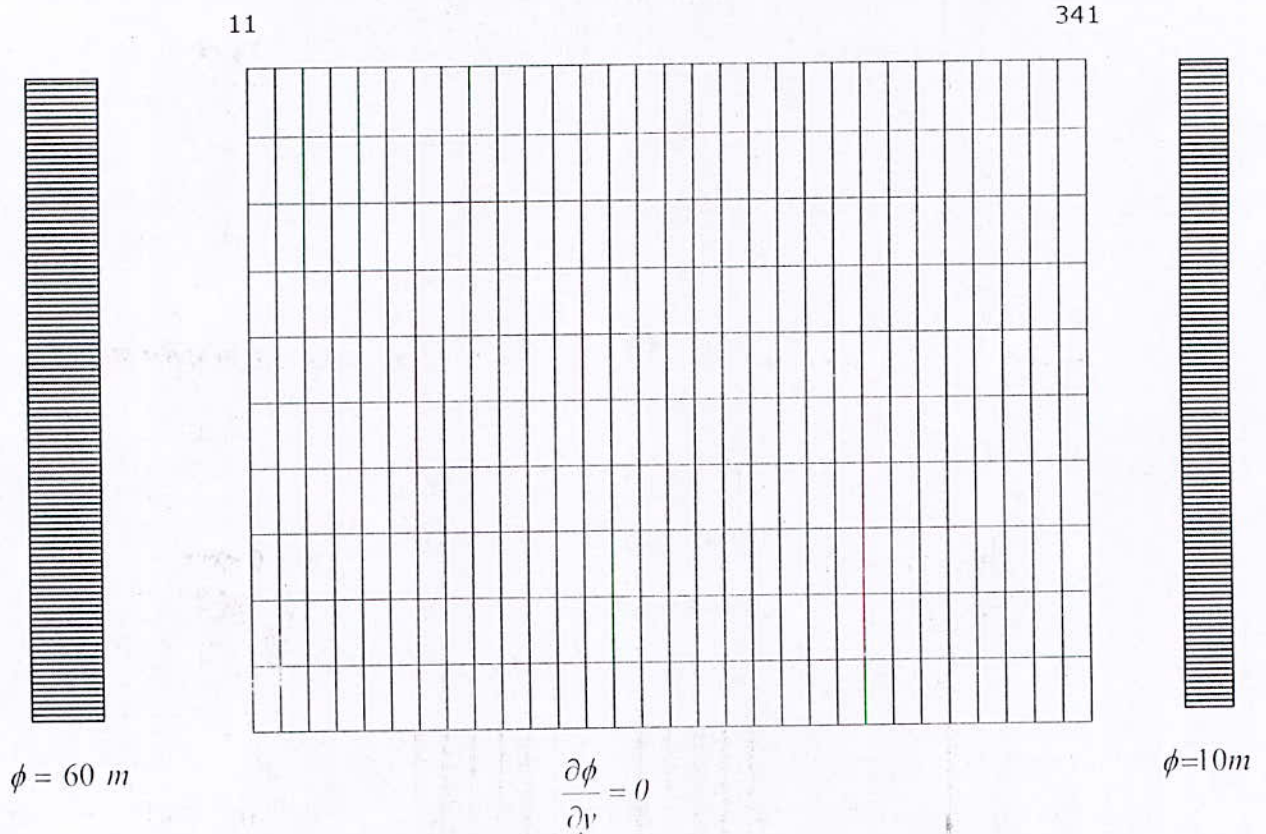


Figure 5.19 : Résultat obtenu par le code de calcul élaboré

5. ETUDE DES CAS TESTS POUR UN ECOULEMENT PERMANENT

Le domaine étudié pour tous ces cas tests est représenté sur la figure (5.20), on a considéré une nappe de 30* 10 m, le nombre d'élément est de 300.



1 **Figure 5-20 : Maillage du domaine à simuler** 331

5.1. Effet de la perméabilité répartie et ponctuelle

La mesure de la perméabilité s'avère difficile. Plusieurs auteurs ont proposés des formules de calcul de cette perméabilité mais la plus judicieuse méthode n'est pas encore connue. La perméabilité change d'un site à un autre c'est pour cela qu'il faut faire attention lors de la pollution des sites, un terrain perméable laisse passer facilement la pollution à la nappe et vis versa, La figure (5.21) représente la pollution répartie pour les deux perméabilités.

La figure (5.22) représente la pollution ponctuelle pour les deux perméabilités.

$$k_{xx} = 1 \text{ m / jours}$$

$$k_{yy} = 0.1 \text{ m / jours}$$

$$k_{xx} = 0.01 \text{ m / jours}$$

$$k_{yy} = 0.001 \text{ m / jours}$$

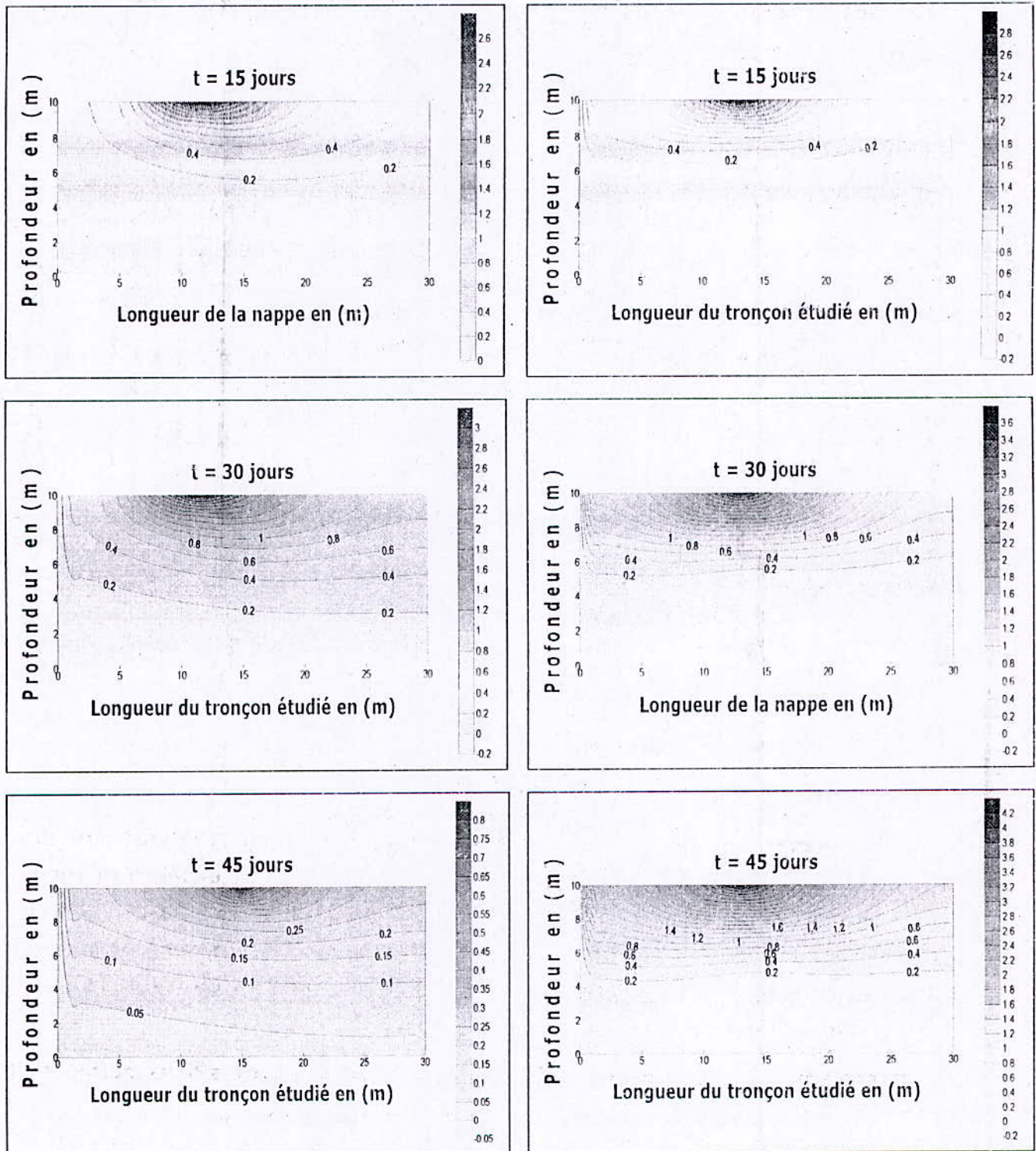


Figure 5-21 : Représentation des isoconcentrations de 15, 30 et 45 jours pour les deux perméabilités dans le cas d'une pollution répartie.

$$k_{xx} = 1m / jours$$

$$k_{yy} = 0.1m / jours$$

$$k_{xx} = 0.01m / jours$$

$$k_{yy} = 0.001m / jours$$

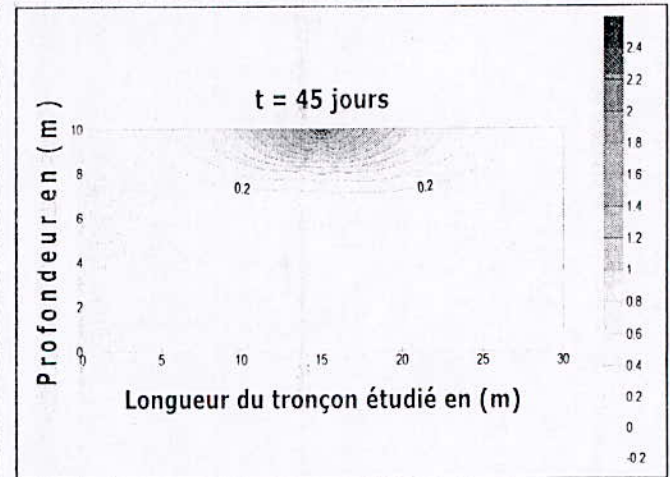
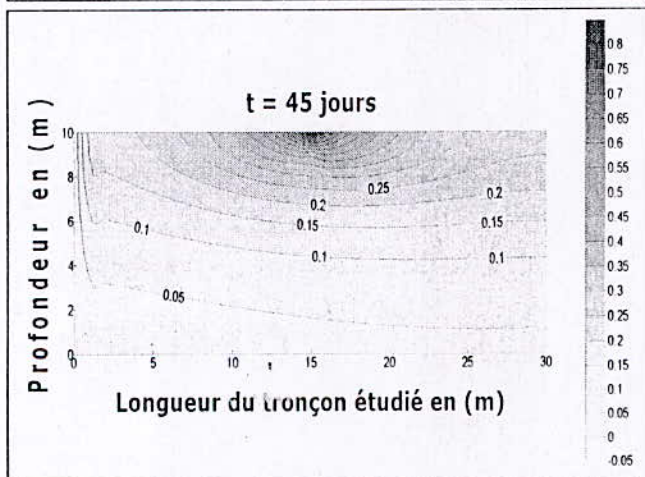
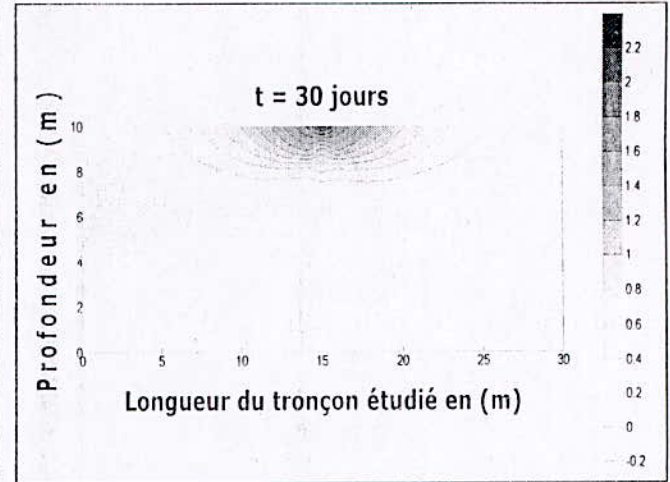
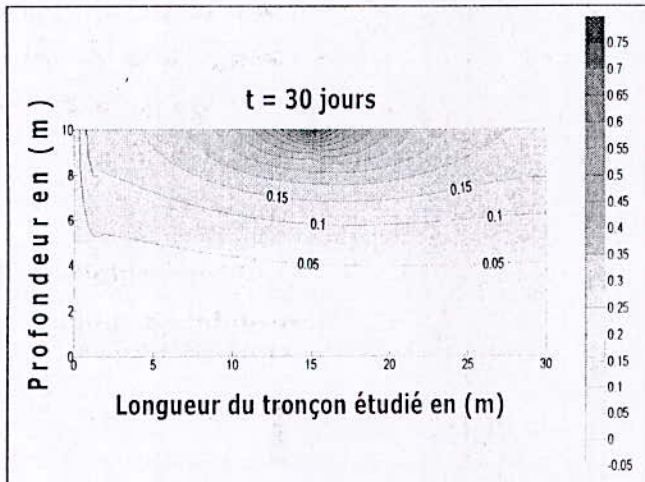
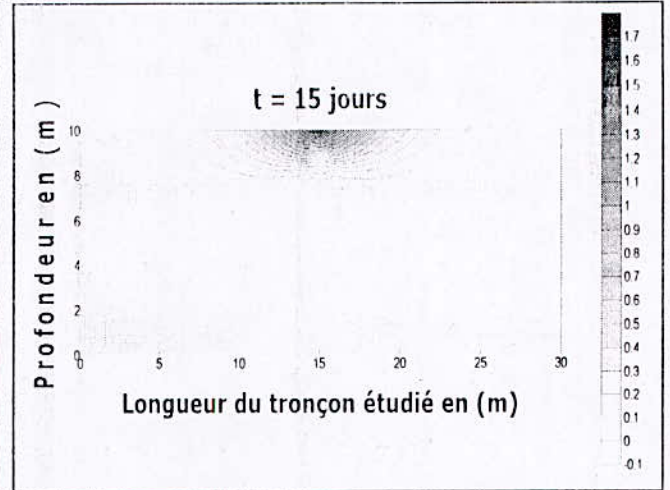
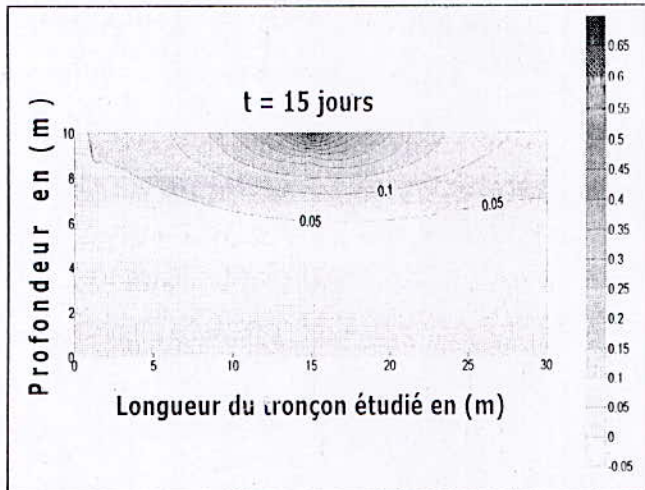


Figure 5-22 : Représentation des isoconcentrations de 15, 30 et 45 jours pour les deux perméabilités dans le cas d'une pollution ponctuelle

5.1.1. Interprétations

On voit bien que le transport de la pollution pour les deux perméabilités est différent que ce soit pour une pollution répartie ou ponctuelle. Pour la petite perméabilité le transport est plus petit par rapport au cas de la plus grande perméabilité.

La petite perméabilité est voisine d'une perméabilité d'argile qui est de l'ordre de 10^{-3} m/ jour, elle ne laisse pas passer le polluant au fond du milieu. Par contre la plus grande perméabilité représente une perméabilité d'un sable qui est de l'ordre 10^{-1} m/ jour, le grain de sable est gros, il laisse passer facilement la pollution.

5.2. Effet d'un débit de pollution réparti et ponctuel

Dans ce cas, nous étudions, l'effet de l'augmentation du débit de pollution ponctuel et réparti injecté sur la surface du milieu poreux, dans le premier exemple nous avons considéré un débit $Q_p = 0.9$ m³/jour, et dans le deuxième exemple, nous avons considéré un débit de pollution de $Q_p = 1.2$ m³/jour, et nous voyons l'évolution de la pollution dans les deux cas présentés.

La figure (5.23) représente l'effet d'un débit de pollution qui est répartie sur la surface du milieu, et la figure (5.24) représente l'effet d'un débit de pollution qui est ponctuel.

$Q_p = 0.9 \text{ m}^3/\text{jour}$

$Q_p = 1.2 \text{ m}^3/\text{jour}$

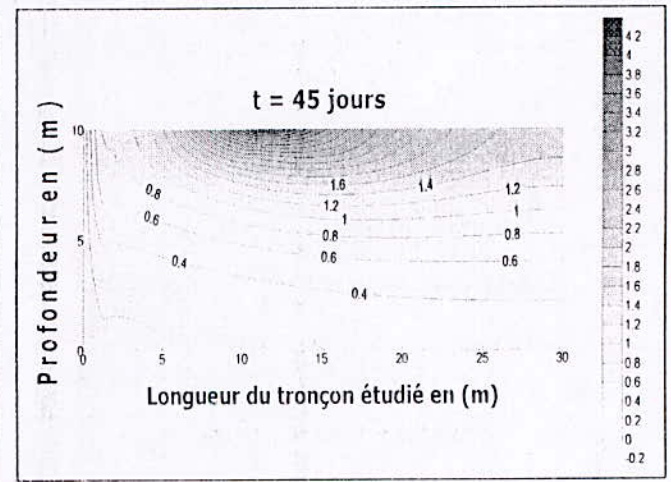
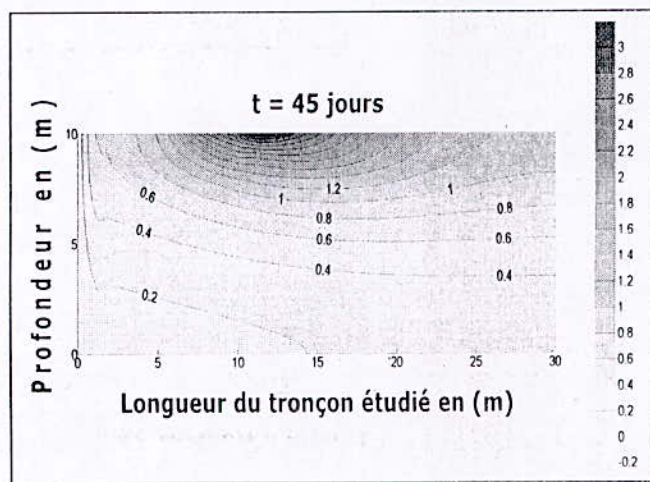
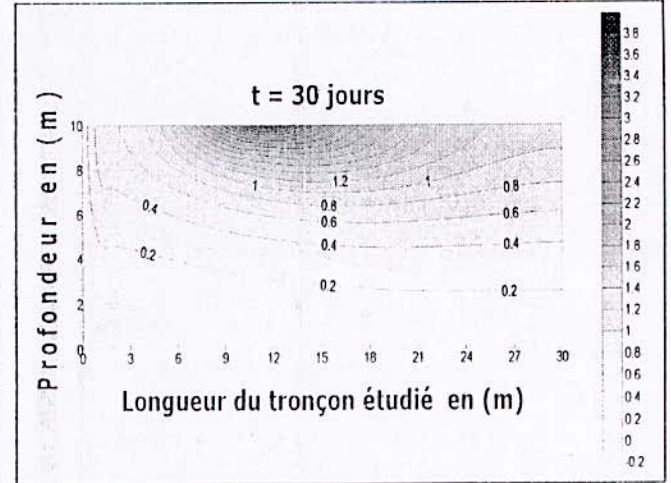
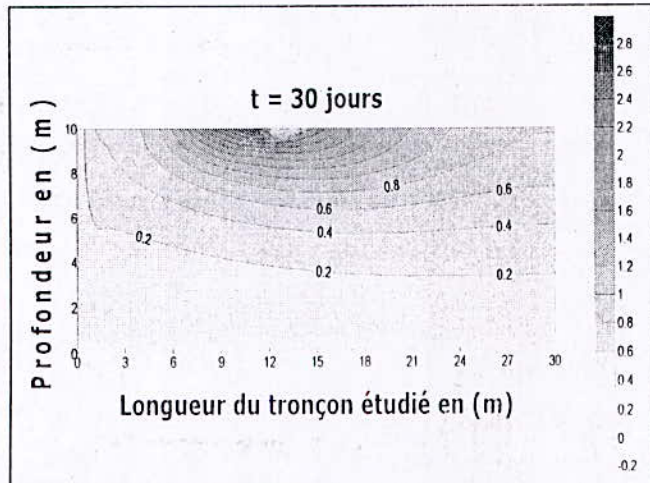
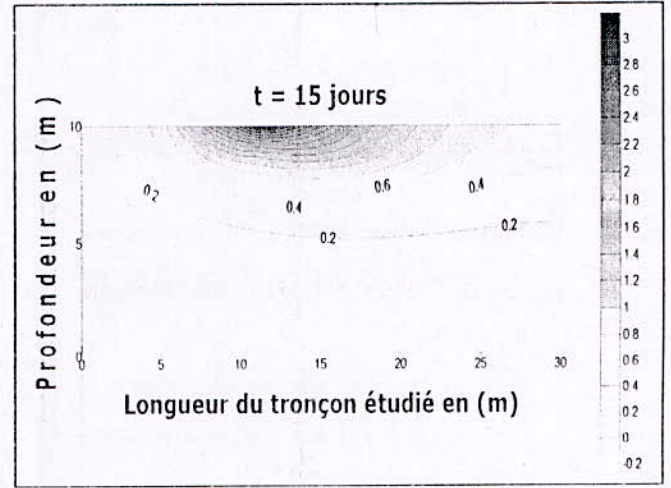
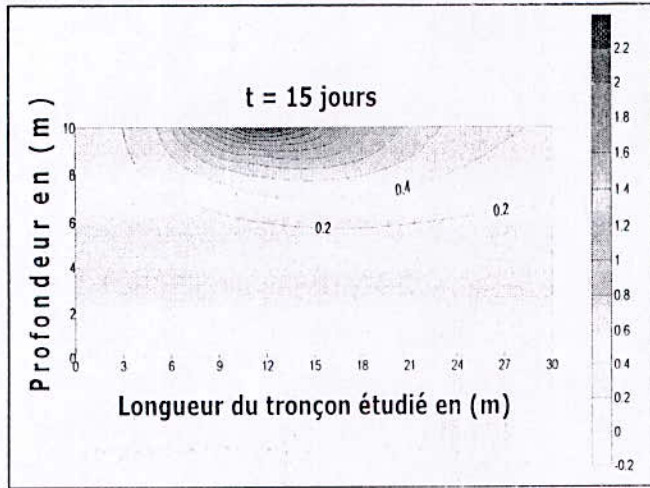


Figure 5-23 : Représentation des isoconcentrations de 15, 30 et 45 jours pour les deux débits de pollution dans le cas d'une pollution répartie

$Q_p = 0.9 \text{ m}^3/\text{jour}$

$Q_p = 1.2 \text{ m}^3/\text{jour}$

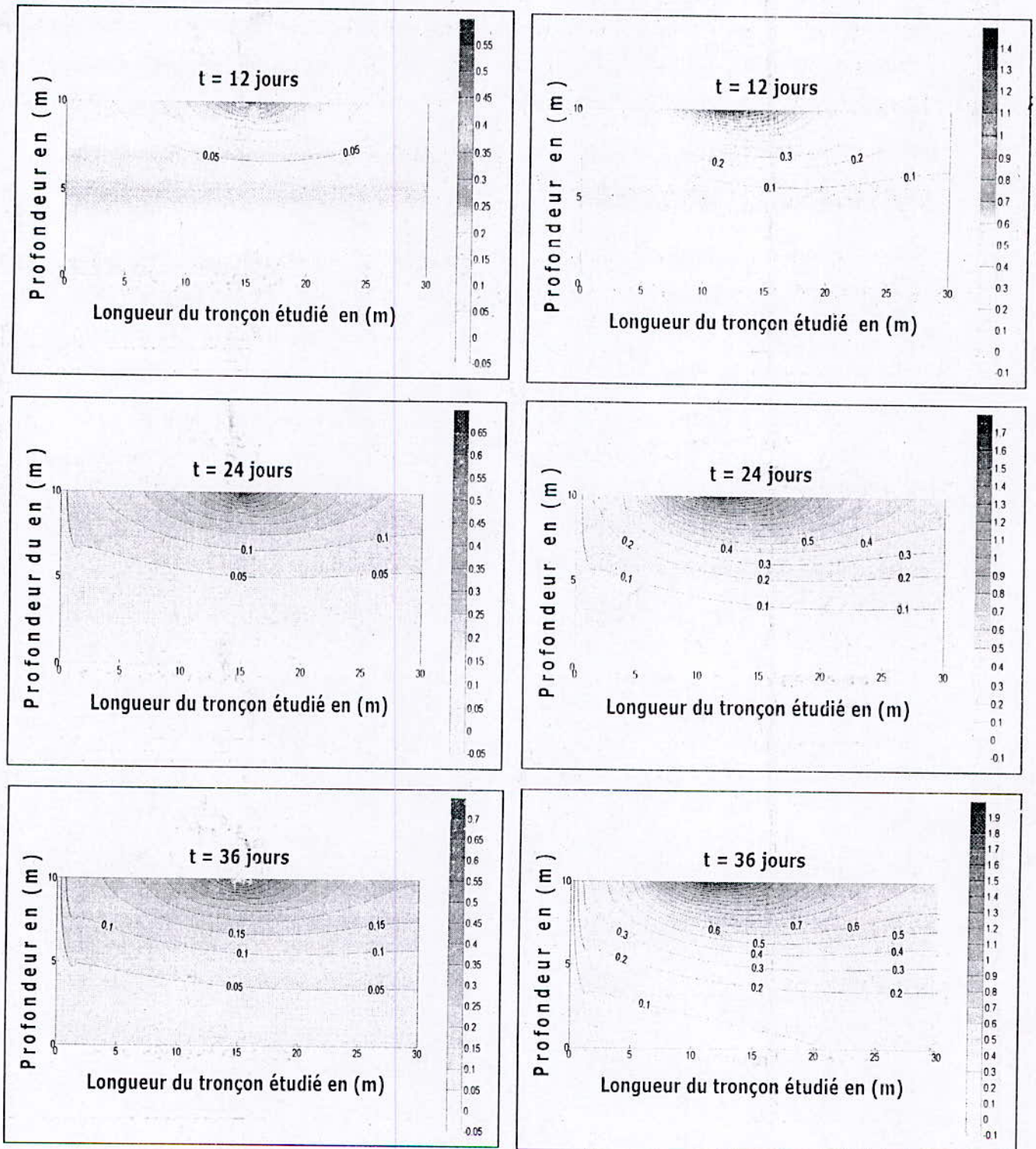


Figure 5-24 : Représentation des isoconcentrations de 15, 30 et 45 jours pour les deux débits de pollution dans le cas d'une pollution ponctuelle

5.2.1. Interprétations

On peut remarquer d'après les figures (5.23) et (5.24) que la pollution s'enfonce dans la nappe à chaque fois qu'on augmente le débit de pollution ce qui revient à dire qu'à chaque fois la concentration augmente la pollution s'étale et se propage dans les deux directions dans la nappe.

5.3. Effet du pas de temps

Pour valider le code de calcul élaboré d'un côté et la méthode choisie pour la discrétisation des équations de l'écoulement et du transport dans le temps d'un autre côté, nous étudions l'effet du pas de temps pour illustrer la stabilité de la méthode dans le temps.

Pour cela nous avons choisi un pas de temps de 1 jour et un pas de temps de 5 jours, et nous voyons la simulation du transport de la pollution dans le temps pour les deux pas. La figure (5.25) illustre l'effet du pas de temps.

$\Delta t = 1 \text{ jour}$

$\Delta t = 5 \text{ jour}$

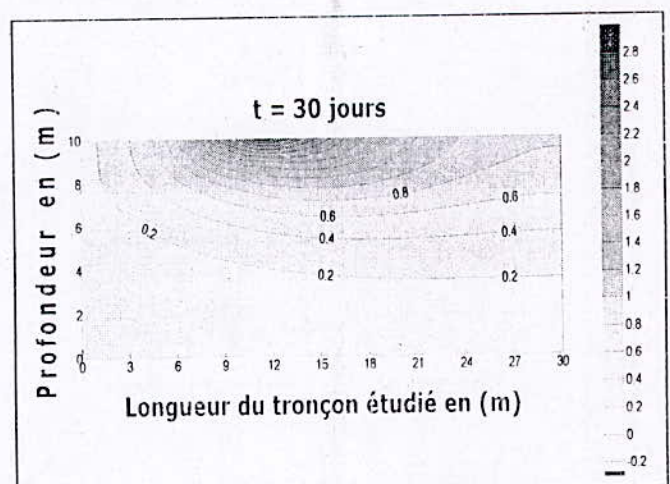
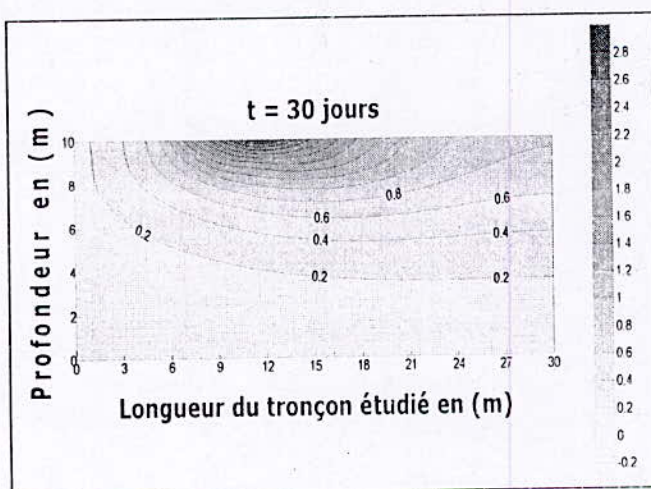
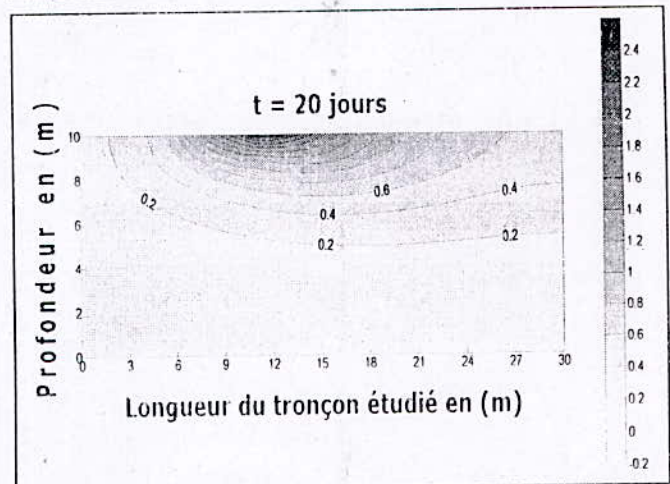
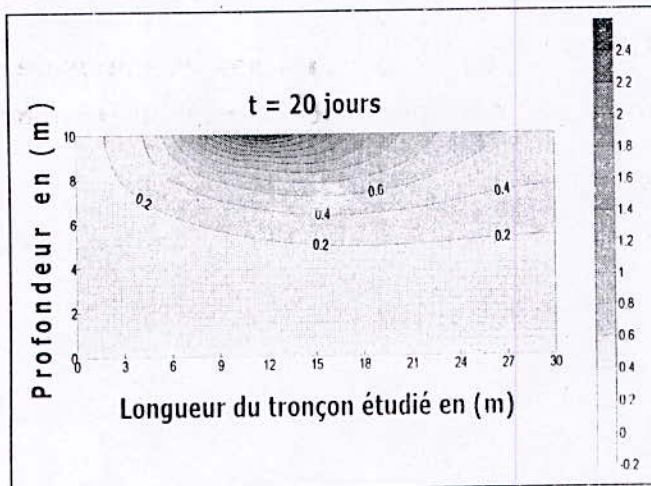
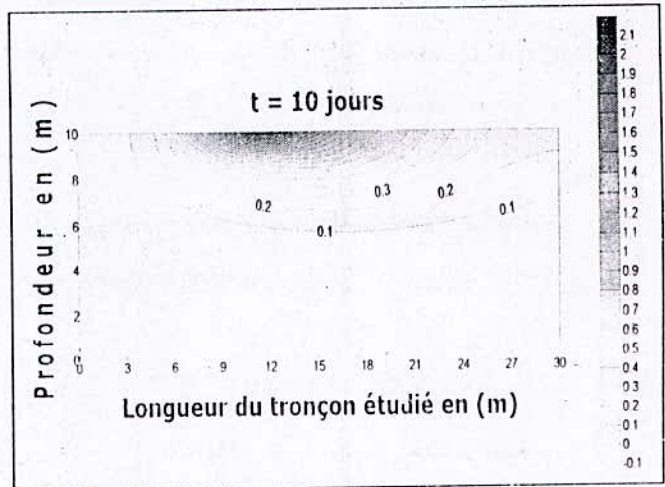
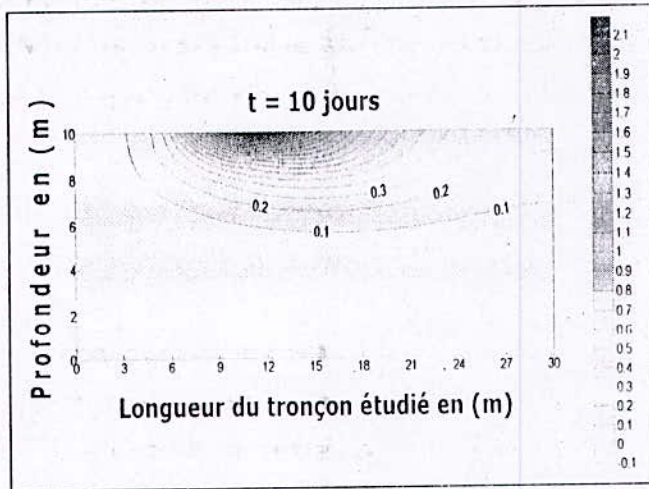


Figure 5-25 : Représentation des isoconcentrations de 10, 20 et 30 jours pour les deux pas de temps

5.3.1. Interprétations

Nous constatons d'après la figure (5.25) que la pollution se propage de la même manière dans les deux cas. Ceci est la conséquence de la stabilité de la méthode d'intégration dans le temps qui assure la stabilité et la convergence quelque soit le pas de temps.

En un point donné, la concentration en polluants augmente dans le temps. Nous remarquons aussi que la substance polluante est transportée dans le sens de l'écoulement.

5.4. Effet de la porosité

Nous travaillons toujours avec le même milieu, mais cette fois ci nous changeons la porosité. Nous la faisons passer de 20% à 70% et nous étudions la propagation de la pollution pour les deux.

La figure (5.26) représente la pollution pendant 30, 60 et 90 jours pour les deux porosités.

Porosité = 70%

Porosité = 20%

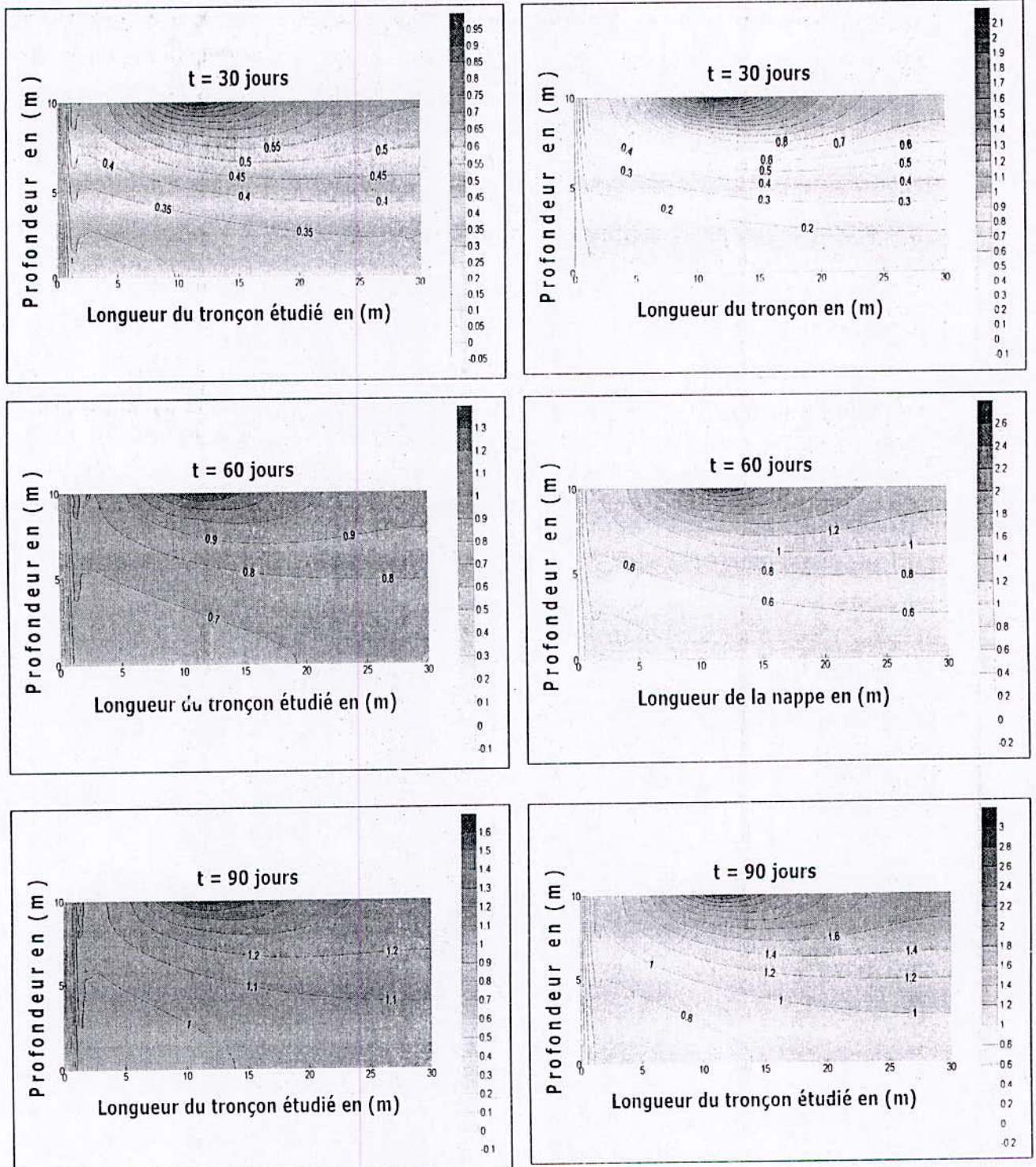


Figure 5-26 : Représentation des isoconcentrations de 30, 60 et 90 jours pour les deux porosités

5.4.1. Interprétations

L'augmentation de la porosité sur la figure (5.26) conduit à des vitesses plus importantes qui diffuseront plus rapidement le polluant dans le milieu poreux, les images à gauche montrent que la zone polluée est plus importante que celles de la droite.

La zone rouge occupe tout le milieu dans le cas de la porosité élevée.

5.5. Effet des dimensions des éléments

Dans cette application, nous avons choisi un tronçon d'un milieu poreux de 50 m de longueur et de 5m de profondeur, mais pour voir l'effet des dimensions des éléments, nous avons divisé notre milieu en des éléments de 5m pour l'abscisse et de 1m pour les ordonnées, pour le premier exemple. Pour le deuxième, nous avons divisé notre milieu en des mailles de 2.5m pour l'abscisse et de 0.5m pour les ordonnées. Ce qui fera 50 éléments pour le premier exemple et 200 éléments pour le deuxième. Nous étudions une pollution ponctuelle sur la surface des deux milieux.

La figure (5.27) représente le maillage des deux milieux :

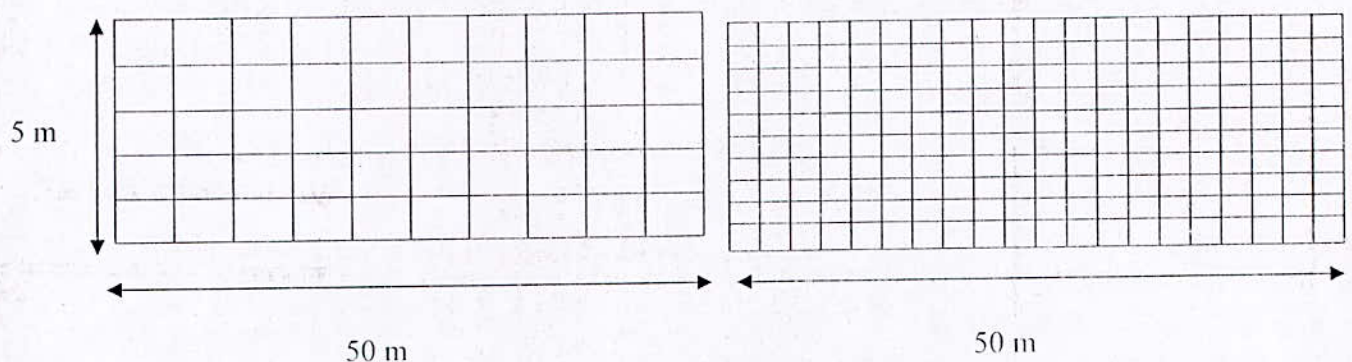


Figure 5- 27 : Maillage des deux milieux

5.5.1. Interprétations

Nous constatons sur la figure (5.28) que la pollution se propage de la même manière dans les deux cas. Nous pouvons conclure que quelque soit les dimensions des mailles, le phénomène de transport est le même.

$$\Delta x = 2.5m, \Delta y = 0.5m$$

$$Q_p = 0.1m^3/s, q = 0.1m^3/s$$

$$\Delta x = 5m, \Delta y = 1m$$

$$Q_p = 0.1m^3/s, q = 0.1m^3/s$$

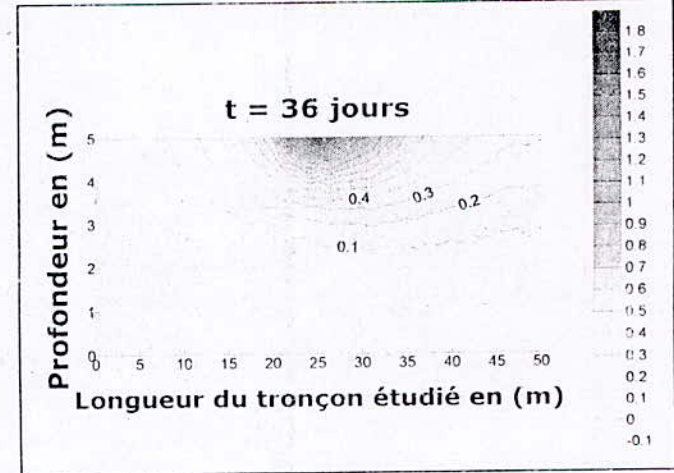
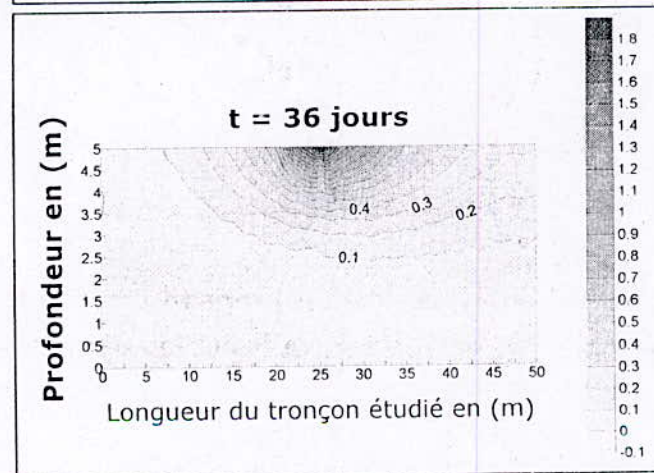
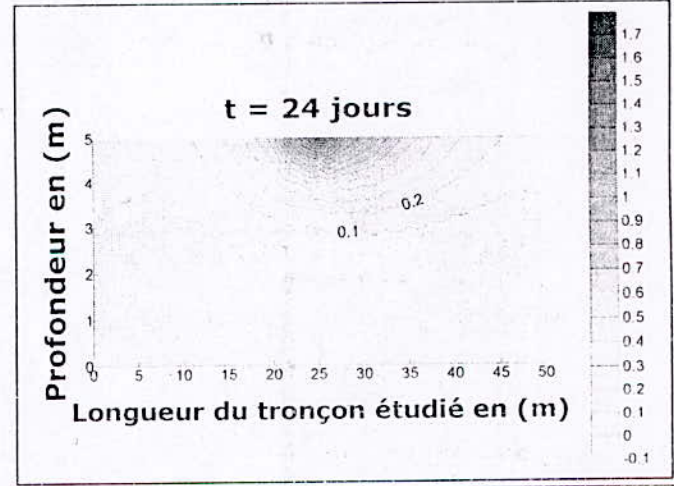
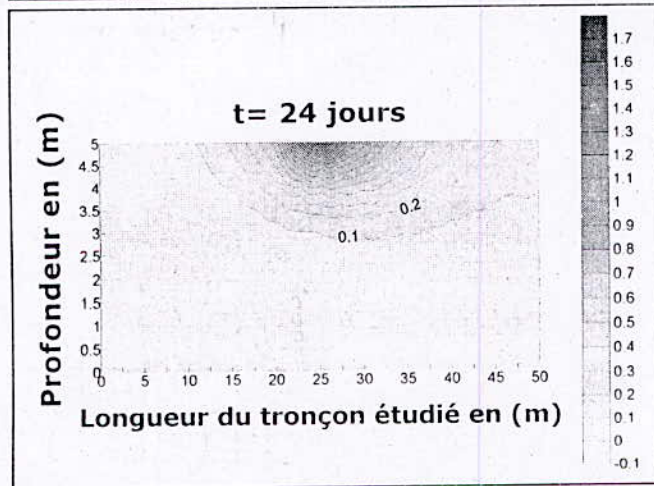
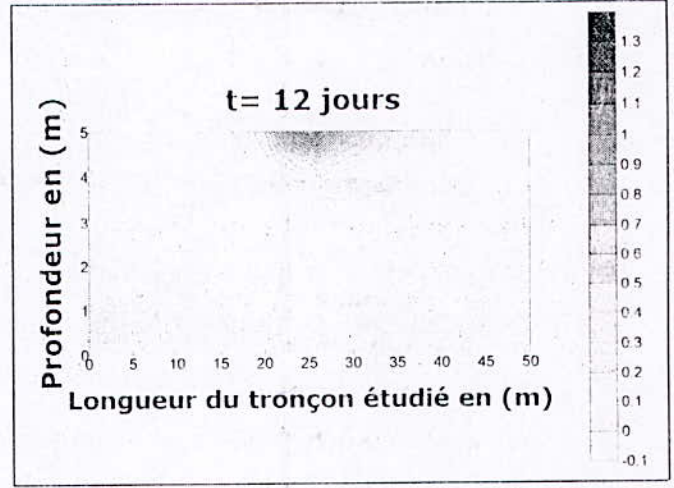
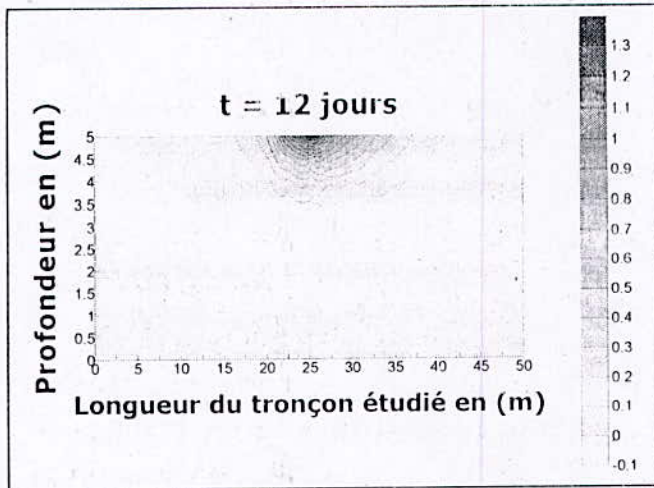


Figure 5-28 : Représentation des isoconcentrations pour les deux dimensions des éléments

6. SIMULATION D'UNE DECONTAMINATION PAR ADVECTION

Les moyens et les méthodes de dépollution d'une nappe souterraine sont variables, plus ou moins efficaces et plus ou moins coûteux à mettre en œuvre. Les moyens naturels sont destinés à protéger la nappe souterraine avant que la pollution ait lieu, et les moyens techniques sont destinés à décontaminer après que la pollution se propage dans le milieu souterrain.

On propose dans cette partie d'étudier une simulation d'une dépollution par advection. La dépollution se fera pour un écoulement non permanent. Deux exemples seront traités. Le premier traitera le soutirage d'un débit de pollution après qu'une pollution par dispersion ait atteint la nappe. Le deuxième traitera l'effet de l'augmentation du débit de soutirage.

6.1. Dépollution par soutirage d'un débit de pollution

Le milieu à dépolluer est représenté sur la figure (5-29), la nappe était atteinte par une pollution de 45 jours comme le montre la figure (5-29), et on se propose de soutirer un débit par advection de $-0.5 \text{ m}^3 / \text{s}$ au nœud 256 de coordonnées (75m, 8m).

La figure (5-30) représente le champ de vitesse après cette dépollution. Le résultat de la dépollution est représenté sur la figure (5-31).

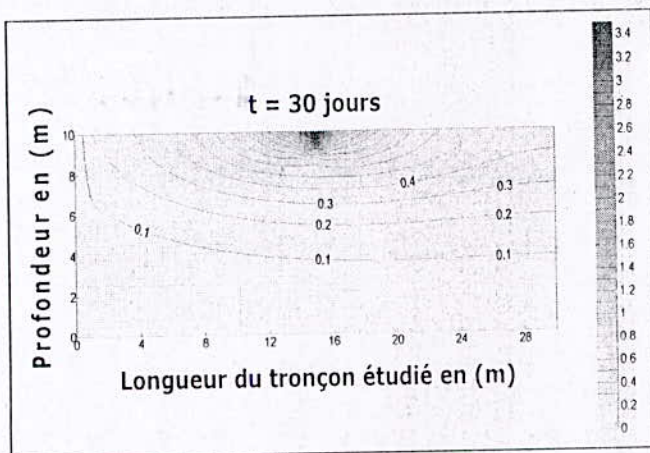


Figure 5 -29 : pollution d'une nappe de 45 jours

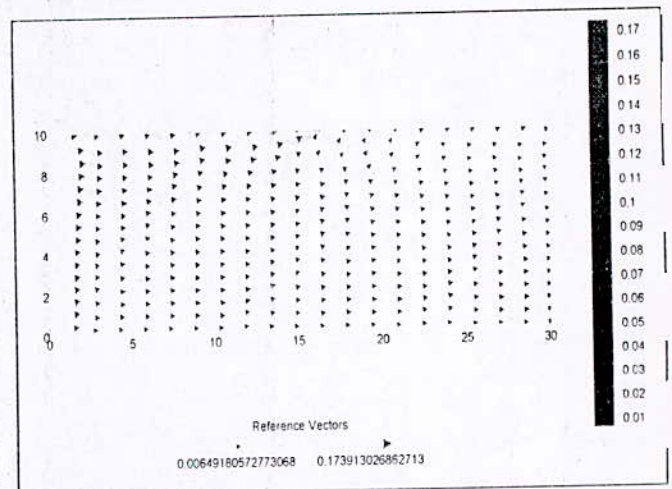


Figure 5 -30 : Champs de vitesse pour un débit de pollution de $-0.3 \text{ m}^3 / \text{s}$

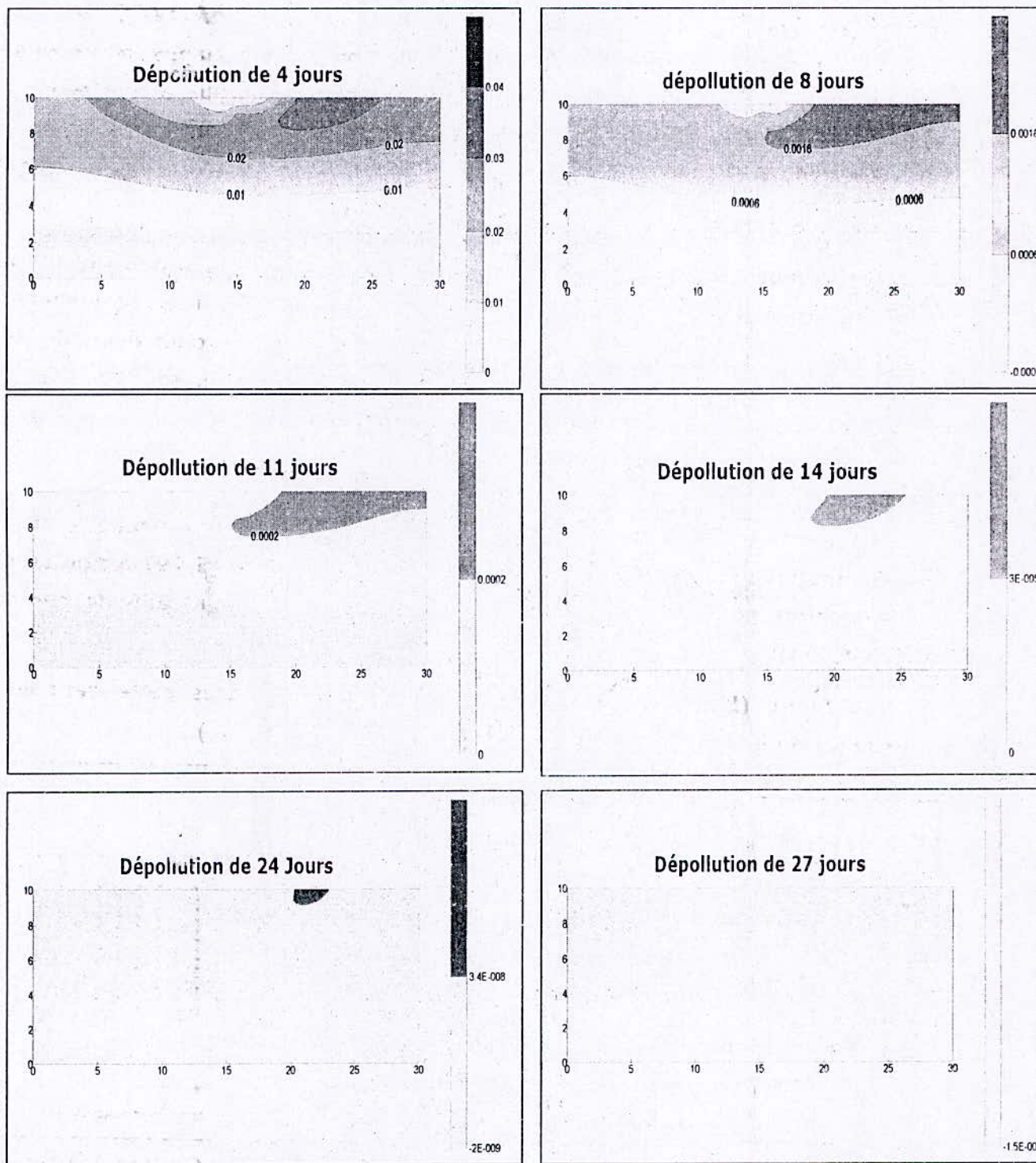


Figure 5-31 : Dépollution par advection avec un débit soutiré au nœud 256 de $-0.3 \text{ m}^3/\text{s}$

6.1.1. Interprétations

Nous constatons lors de la dépollution que le champ de vitesse n'est pas horizontal, mais plutôt dirigé vers le haut, ce qui explique que nous avons soutiré un débit.

En ce qui concerne les isoconcentrations, nous avons pu dépolluer tout le milieu au bout de 27 jours.

Les couleurs rouge et jaune montrent la plus grande et la plus petite valeur de la concentration.

6.2. Augmentation du débit de dépollution

Nous augmenterons le débit de pollution à soutirer, et nous comparerons les résultats avec le premier exemple.

La figure (5- 32) représente le champs de vitesse pour un débit soutiré de $-0.5 \text{ m}^3/\text{s}$

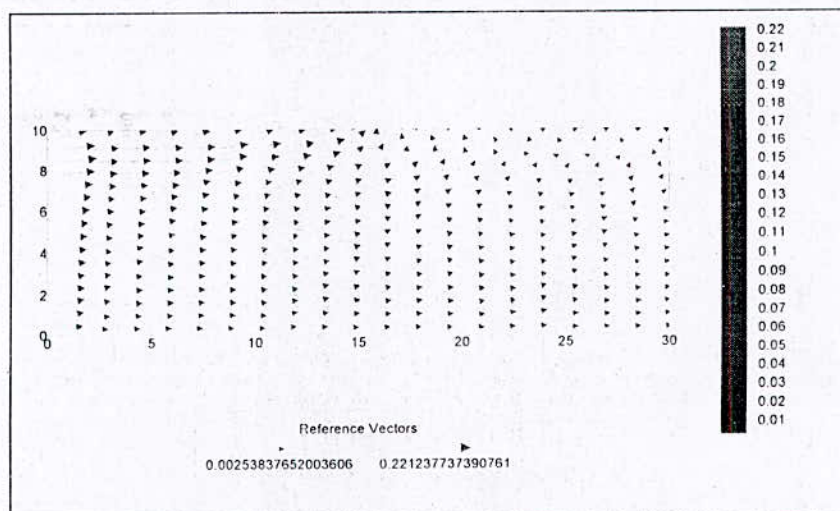


Figure 5 -32 : champ de vitesse pour un débit soutiré de $-0.5 \text{ m}^3/\text{s}$

6.2.1. Interprétations

L'augmentation du débit de dépollution influence le champ de vitesse, il sera plus dirigé vers le haut comparativement au premier cas où nous avons soutiré un petit débit de $-0.3 \text{ m}^3/\text{s}$ et les valeurs de vitesses ont augmenté comme nous constatons sur la figure (5.32).

Lors de l'augmentation du débit à soutirer nous avons pu dépolluer au bout de 15 jours, comme au premier exemple illustré sur la figure (5.31) où nous avons dépollué au bout de 27 jours.

La couleur en jaune montre bien l'inexistence de la pollution dans tout le domaine à simuler.

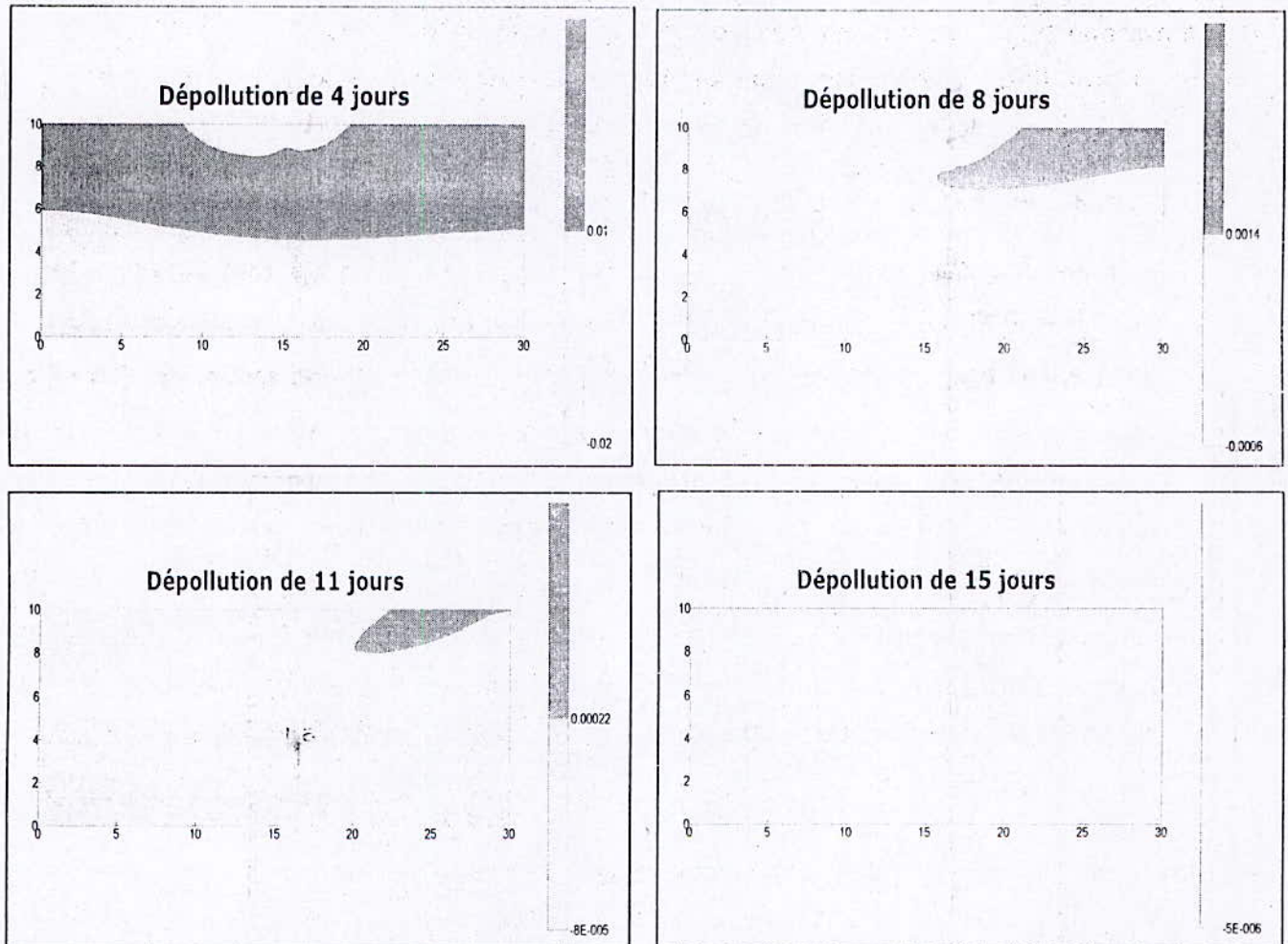


Figure 5 -33 : Dépollution par advection avec un débit soutiré au nœud 256

7. Conclusion

Le code de calcul élaboré nous a permis de repérer les zones de contamination du milieu poreux par une évaluation de la concentration du polluant en divers points du maillage.

Les deux phénomènes de transport ont été étudiés, et nous avons constaté que la pollution par advection n'occupe pas tout le milieu simulé par rapport à la pollution par dispersion, comme observé sur les figures illustrées.

Un exemple de calage du modèle a été traité se référant à l'article de (Ghulam Rabbani, 1997) où nous avons pu voir la concordance entre les trois résultats représentés.

Il semble, d'après les résultats obtenus précédemment, que notre modèle décrit correctement les phénomènes intervenant dans le transport d'une pollution dans les milieux poreux saturés.

Les tests précédents prouvent que le choix des paramètres associés au rejet de la pollution peut avoir une influence considérable sur l'évolution de la pollution dans les milieux poreux saturés. Une pollution déversée dans des conditions différentes ne provoquera pas nécessairement les mêmes dégâts sur le milieu.

Il pourra être intéressant d'utiliser notre modèle de manière prédictive. Bien évidemment, ces tests ne constitueront qu'une base théorique dans la mesure où les effets de ces paramètres pourront être différents pour un autre milieu qui a d'autres caractéristiques.

Quant aux résultats concernant la décontamination, nous pouvons dire qu'ils restent une approche numérique, pour les valider, il faut les comparer avec des résultats expérimentaux ou de terrains.

Conclusion

L'objectif de ce mémoire étant le développement d'un outil de simulation numérique ayant pour but de décrire les deux phénomènes de transport d'un polluant chimiquement inerte dans les milieux poreux saturés, à savoir la dispersion hydrodynamique et l'advection.

Si nous nous référons au travail effectué, nous pouvons affirmer que nous avons atteint cet objectif.

La modélisation que nous avons effectuée est basée sur les hypothèses suivantes :

- ❖ Modélisation bidimensionnelle de l'écoulement et du transport.
- ❖ Ecoulement laminaire.
- ❖ Le polluant est sous forme dissoute introduit avec des fractions massiques faibles par rapport à celle de l'eau.

Le transport d'un polluant dans les milieux poreux saturés dépend du sens et de la vitesse d'écoulement, donc une modélisation de l'écoulement a précédé, où nous avons tracé les lignes équipotentielles ainsi que le champs de vitesse dans le milieu.

Le transport a été décrit par le tracé des isoconcentrations dans l'espace et dans le temps.

Nous avons discrétisés nos équations dans l'espace par la méthode des éléments finis et dans le temps par la méthode d'Euler implicite qui est une méthode inconditionnellement stable dans le temps.

Les résultats obtenus pour l'écoulement prouvent que les conditions aux limites ont été correctement choisies, le modèle réagit d'une manière satisfaisante.

Les résultats concernant les concentrations apparaissent également satisfaisants dans le cas d'une pollution évoluant à la manière d'un traceur.

On peut dire que le code de calcul nous a donné de bons résultats et il a prouvé son efficacité vis à vis de plusieurs applications réalisées, le comparant à d'autres codes de calculs développés.

L'étude des cas tests nous a bien expliqué les phénomènes physiques de l'hydraulique souterraine, ce qui était bien illustré sur les différents graphes tracés par le logiciel Surfer.

Par ailleurs, nous avons jusqu'à présent considéré le polluant comme inerte. Dans les études qui suivront, on devra prendre en compte le couplage entre le fluide et le polluant ainsi que le phénomène de dégradation et d'adsorption. Rappelons qu'il faudra attendre une étude en chimie afin d'obtenir la forme de ce dernier suivant le type de contaminants.

Chen . y M, Abrida, L.M., Alvarez, P.J.J., Amid, P.J., Vogel, T.M.,. Modeling transport and biodegradation of benzene and toluene in sandy aquifer material. Comparaison with experimental mesurement. Water ressources. Res. 28,1833-1847, 1992.

Chorley, D.W. ad Frind, E.O.,. An alternative quasi three dimensional finite element model for heterogenous multiaquifer, Water ressources. Res., 14(5), 943-952, 1978.

Desbordes. A. Pollution des eaux souterraines: cas de la Picardie. Mém. Maîtrise BG, Fac. Sci. Amiens, 42 p. + annexes, 2000.

Desbordes. A. Qualité, dépollution et traitement des eaux de nappes.Mém. D.E.S.S. « Qualité et Gestion de l'Eau », Fac. Sci., Amiens, 65 p. + annexes, 2001.

Dhatt (G), Touzout(G) une présentation de la méthode des éléments finis Maloine. S.A. Edition 1984.

GAIDI. Laouni. Transfert par infiltration de l'eau et du soluté dans les sols non saturés. Thèse de Doctorat. Insa Lyon 2002.

Gallagher R.H., Introduction aux éléments finis, Edition Pluralis, France 1976.

Ghulam. rabbani.M,James a finite element linked model for analysis of solute transport in 3-d space of multilayer subsurface systems journal of hydrology. 163-182, 1997.

[28]. Guillemain. C. et Roux. J.C.- Pollution des eaux souterraines en France, bilan des connaissances, impacts et moyens de prévention. Ed. BRGM, manuels et méthodes, n° 23, 262 p, 1991.

Guyonnet, D. - MISP- V1. Un modèle analytique pour estimer l'impact de sources de pollution sur les eaux souterraines. Guide d'utilisation. Rapport BRGM RP-51039- FR, 2001.

Ham.M, Gueraow. K, A. Hammouni and G. Zeggwagh. Journal of hydraulic Research, vol.39, , N°1, 2001.

Hayba, D.O. and Ingebritsen, S.E., The Computer Model HYDROTHERM, A Three- Dimensional Finite-Difference Model to Simulate Ground-Water Flow and Heat Transport in the Temperature Range of 0 to 1,200 C: U.S. Geological Survey Water-Resources Investigations Report 94-4045, Washington, 85 p, 1994.

Holzbecher, E., Modeling Density-Driven Flow in Porous Media: Springer, 286p, 1998.

Hug. M. Mécanique des fluides appliqués. Editions Eyrolles. 1975.

Humbert P.(1984), Application de la méthode de éléments finis aux écoulements en milieux poreux, Bulletin de liaison labo. Ponts et chaussées, N°132 , pp21-37.

Huyakorn, P.S., Jones, B.G. a,d Anderson, P.F., Finite element algorithms for simulating three dimensional groundwater flow and solute transport in multilayer systems, Water ressources. Res., 22(3):301-376, 1986.

Huyakorn, P.S. and G.F. Pinder, Computational Methods in Subsurface Flow: Academic Press, 473 p, 1983.

Istok, J., Groundwater Modeling by the Finite Element Method: American Geophysical Union, Water Resources Monograph 13, 495 p, 1989.

Imbert. J.F. Analyse des structures par éléments finis. Cepandure édition 1979.

Bibliographie

Allen, M.B., Herrera, I., and Pinder, G.F., Numerical Modeling in Science and engineering: Wiley Interscience, 418p, 1988.

Ames, W.F., Numerical Methods for Partial Differential Equations: Academic, 365p, 1977.

Anderson, M.P. and W.W. Woessner, Applied Groundwater Modeling: Academic Press, 381 p, 1992.

Ballerini. D., Gatelier. C. et Vogel. T.- Techniques de traitement par voies biologiques des sols pollués. ADEME, 246 p, 1998.

Barbier. J. et Chery. L. - Origine des éléments indésirables ou toxiques dans les eaux souterraines: Rap. B.R.G.M. R 40448, 62 p, 1999.

Bear, J., Dynamics of fluids in porous media. American Elsevier Publishing G.O, New york, 1972.

Bear, J., Hydraulics of groundwater. Mc Graw- Hill, New york, 1979.

Bear, J., and A. Verruijt, Mathematical and Numerical Modelling of Groundwater Flow and Pollution. Book published by Reidel Book Co., Netherlands, 414 pp, 1987.

Bedient, P.B., Rifai, H.S., and Newell, C.J., Ground Water Contamination: Prentice-Hall, 541 p, 1994.

Beraud. J.F. La protection des ressources en eau. Bull. Spéc. Eau, ENS Géologie, Nancy, 25-28, 2001.

Berthelin. J. Block. J.C., Dutartre. Traitement biologique des sols pollués au cours d'activités industrielles: Agence de l'Eau Rhin Meuse, 150 p, 1995.

Bethke, C.M., Geochemical Reaction Modeling: Oxford, 397p, 1996.

Bredehoeft, J.D. and Pinder, G.F., 1970. Digital analysis of areal flow in multiaquifer groundwater systems: a quasi three dimensional model, Water resources. Res., 6(3), 883-888.

Bonnet M. (1982). Méthodologie des modèles de simulation en hydrogéologie, thèse de doctorat d'état en science, INP de lorraine Nancy (France).

Bonvoisin. N.- Transfert des polluants à la nappe: cas de la Picardie. D.E.S.S. « Qualité et Gestion de l'Eau », Fac. Sci., Amiens, 60 p. + annexes, 2001.

Bouziani M. L'eau de la pénurie aux maladies. Editions Ibn Khaldoun, 2000.

Cabral. Etude hydrogéologique 1987.

Castany. G. Principes et méthodes de l'hydrogéologie. Dunod université. Bordas, 1982.

Castany. Prospection et exploitation des eaux souterraines. Editions Dunod. 1968.

- Konikow, L.F. and Bredehoeft, J.D., Computer Model of Two-Dimensional Solute Transport and Dispersion in Ground Water: U.S. Geological Survey Techniques of Water Resources Investigations. 1978.
- allemand-Barres A. et Roux J.C. - Méthodes de dépollutions des eaux souterraines. Ed. B.R.G.M., 24, 1995.
- Lecompte. P.- Les sites pollués: traitement des sols et des eaux souterraines. Lavoisier, 204 p. Manuel et Méthodes, n° 27, 180 p, 1998.
- Lemière. B , J.J. Seguin, C. Leguern, D. Guyonnet. Guide sur le comportement des polluants dans le sol et les nappes. Editions BRGM , 2001.
- Lewis, R.W. and Schrefler, B.A., The Finite Element Methods in the Deformation and Consolidation of Porous Media: Wiley, 344p. Page 4, 1996.
- Lichtner, P.C., Steefel, C.I., and Oelkers, E.H. (eds.), Reactive Transport in Porous Media: Reviews in Mineralogy Volume 34, Mineralogical Society of America, Washington, 438p, 1996.
- Marsily, Ghislain de, Quantitative Hydrogeology: Academic Press, 440 p, 1986.
- McDonald, M.G. and Harbaugh, A.W., A Modular Three-Dimensional Finite-Difference Ground-Water Flow Model: U.S. Geological Survey Open File Report 83-875, Washington, 528 p, 1984. [46]. Musy A. (1974). Contribution à l'étude par simulation des écoulements souterrains en milieux poreux, thèse de doctorat, Ecole polytechnique fédérale de lausanne (Suisse).
- Nakayama, A., PC-Aided Numerical Heat Transfer and Convective Flow: CRC Press, 298p, 1995.
- National Academy Press, Ground Water Models: Scientific and Regulatory Applications: National Research Council, Washington, 303p, 1990.
- Newman, S.P., C. Preller, and T.N. Navasimhan, Adaptive explicit-implicit quasi three dimensional finite element method model of flow and subsidence in multi-aquifer systems, Water resources. Res., 18, 1551-1561, 1982.
- Newman, S.P., and P.A. Witherspoon, finite element method of analyzing steady seepage with a free surface, Water resources Res, 6(3), 889-897, 1970.
- Newman, S.P, finite element method, Water resources Res., vol 26 , N°8, 1990.
- Oran, E.S. and J.P. Boris, Numerical Simulation of Reactive Flow: Elsevier, 601p, 1987.
- Patankar, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow: McGraw Hill, 197p, 1980.
- Peaceman, D.W., Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation: Elsevier, 176p, 1977.
- Pinder, G.F. and W.G. Gray, Finite Element Simulation in Surface and Subsurface Hydrology: Academic Press, New York, 295 p, 1977.
- Pinder, G.F., and H.H. Cooper, Jr., A numerical technique for calculating the transient position of saltwater transport, Water resources. Res., 6(3), 75-882, 1970
- Pinder, G.F., AND O.E. Frind application of Galerkin's procedure to aquifer analysis, Water resources. Res., 8(1), 108-120, 1972.

Regle. M.- La contamination des eaux souterraines destinées à la consommation humaine par les pesticides dans le département de la Seine-maritime. 2001.

Renard. S.- La biorémediation: techniques de réhabilitation des sites pollués par l'action des microorganismes. .Amiens,30p,2002.

Schneebeli (G). Hydraulique souterraine. Edition Eyrolles ,1978.

Shafer. Dirk, Wolfgang shafer, Wolfgang kinzelbach. Simulation of reactive processes related to biodegradation magnefers structure o the thres dimensionnal reaction transport model

Smith, I.M., and Griffiths D.V., Programming the finite element method. John. Willey and Son, Chister,1998.

Valaginès.R, Eau environnement et santé publique. Editions Tec et Doc.2000.

Verruijt. A. theory of groundwater flow.E.M. WILSON.1982

Whey- Fone Tsai, Cheng- Yenshen. Study of parallel computation for groundwater solute transport- Journal of hydrology engineering. Jan 1999.

Yeh, G-T., Computational Subsurface Hydrology: Kluwer, 277p, 1999.

Ziane Abed. Logiciel d'éléments finis pour les problèmes plans thèse de magister. Dept Génie Civil, Option Construction, USTHB 2001.

Zienkiewicz, O.C., The finite element method in engineering science, Mc Graw- Hill, New york, 1971.

Zienkiewicz, O.C., La méthode des éléments finis, Mc Graw- Hill, New york, 1979.