

10/96

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

PROJETS DE FIN D'ETUDES
EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT
EN GENIE ELECTRIQUE : OPTION AUTOMATIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

T H E M E

COMMANDE DECENTRALISEE OPTIMALE ET
PAR PLACEMENT DE POLES:
APPLICATION A UN RESEAU ELECTRIQUE.

PROPOSE PAR :
D. BOUKHETALA
A. HELLAL

DIRIGE PAR :
D. BOUKHETALA
A. HELLAL

ETUDIE PAR :
A. NECIB
O. ZEROUAL

Promotion Juin 1996

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

PROJETS DE FIN D'ETUDES
EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT
EN GENIE ELECTRIQUE : OPTION AUTOMATIQUE

T H E M E

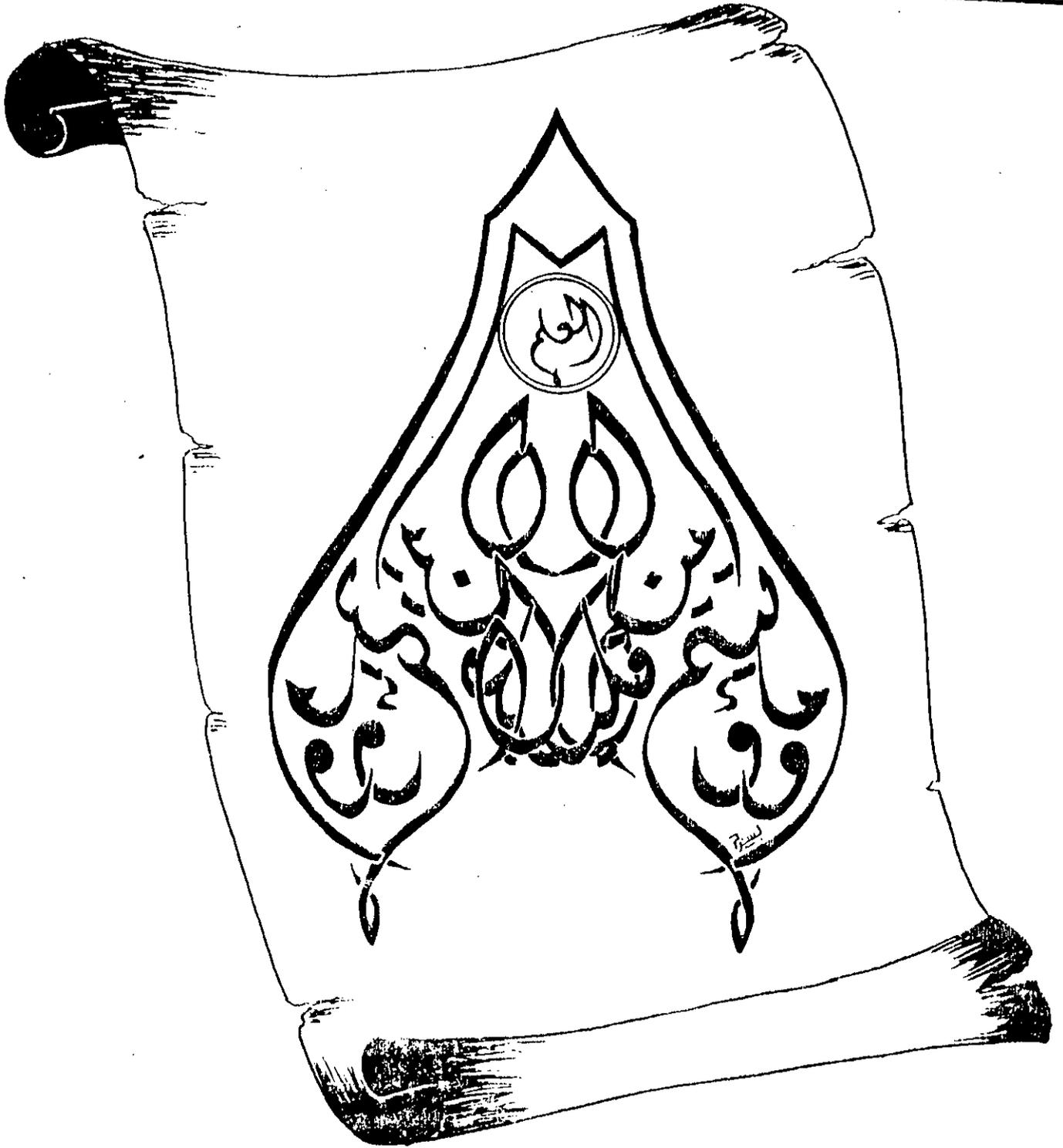
COMMANDE DECENTRALISEE OPTIMALE ET
PAR PLACEMENT DE POLES:
APPLICATION A UN RESEAU ELECTRIQUE.

PROPOSE PAR :
D. BOUKHETALA
A. HELLAL

DIRIGE PAR :
D. BOUKHETALA
A. HELLAL

ETUDIE PAR :
A. NECIB
O. ZEROUAL

Promotion Juin 1996



إلى الوالدين الكثرين

وهمني من برها الإفحام
بحراً هوى ركوبه الحوام
"أمي" شرفت بإسمة الأتوام
من فضله تستشهد الأجسام
كم رام حيناً تبسم الأيام
خار البنيان واغنى الإلهام

إلى التي عم الفؤاد ودها
وتلاطم من جودها طهر النوى
يرعى الإله ذكرى أمي
ووالد أولاني حنوه
لم يأل جهداً والحياة جولة
أني لشكري أن يوفي حقكم

— عب الرحيم —

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الإهداء

- إلى الذي وفر لي كل أسباب النجاح، إلى الذي غصني بعنايته
إلى الذي أحب وأعتز به كثيرا: (أبي العزيز).

- إلى التي غصتني برعايتها وحنانها، إلى التي سهرت الليالي سه أبدا
راعيتي، إلى أغلى ما في كوجودي: (أمي العزيزة).

- إلى أخي الأكبر الذي ساعدني كثيرا، إلى العزيز سليم.

- إلى الصغيرين كفاييه: سروه، فواد.

- إلى أخواتي العزيزات، إلى كل أفراد عائلة نصيب.

- إلى كل أصدقائي الذين أحبهم، وأنصح بالذكر: ح. العيد، ق. إبراهيم.

ح. عبد الحفيظ، ش. م. العيد، و. ع. سعور.

إلى كل من يجب أن يذكر لهذه الأمانة.

أهدي هذا العمل للتواضع.

عبد الرحيم

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

الإهداء

. إلى الوالدين العزيزين .

. إلى أصدقائي .

. إلى كل مخلص لوطنه .

. أهدي هذا العمل المتواضع .

عمر .

AVANT-PROPOS

Nous exprimons notre profonde reconnaissance à Mrs. **D. BOUKHETALA** et **A.HELLAL**, qui en dirigeant ce travail nous ont fait profiter de leurs connaissances, de leurs conseils, de leurs aides et leur soutien et de l'intérêt bienveillant qu'ils nous ont témoigné. Qu'ils soient remerciés pour les nombreuses discussions, que nous avons eu, et par l'intérêt qu'ils montrent à notre travail.

Nous voudrions terminer en saluant la promotion de l'automatique de Juin 1996.

Enfin, nous voulons exprimer nos remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail, et nous voudrions également exprimer notre gratitude à tous les enseignants de l'école nationale polytechnique et en particulier ceux du département de Génie Electrique.

SYMBOLES ET ABREVIATIONS

$x(x_i)$	vecteur d'état du système global (sous-système i).
$y(y_i)$	vecteur de sortie du système global (sous-système i)
$u(u_i)$	vecteur d'entrée du système global (sous-système i)
$A(A_i)$	matrice d'état du système global (sous-système i)
$B(B_i)$	matrice de commande du système global (sous-système i)
$C(C_i)$	matrice de sortie du système global (sous-système i)
$p(p_i)$	dimension du vecteur de sortie du système global (sous-système i)
$m(m_i)$	dimension du vecteur d'entrée du système global (sous-système i)
$n(n_i)$	dimension du vecteur d'entrée du système global (sous-système i)
S	nombre des sous-systèmes
K_{cen}	matrice de retour dans le cas d'une commande centralisée
K_{dec}	matrice de retour dans le cas d'une commande décentralisée
A_{cen}	matrice d'état en boucle fermée dans le cas d'une commande centralisée
A_{dec}	matrice d'état en boucle fermée dans le cas d'une commande décentralisée
SC	station de commande locale
$p(s)$	polynômes caractéristique

SOMMAIRE

CHAPITRE 0 Introduction générale

CHAPITRE 1 Généralités sur la commande des systèmes complexes

- 1.1. Introduction
 - 1.1.1. Analyse
 - 1.1.2. Etapes intermédiaires
 - 1.1.3. Synthèse et algorithme de commande
 - 1.2. Une vue sur la commande centralisé et la commande décentralisée
 - 1.2.1. La commande centralisée
 - 1.2.2. La commande décentralisée
 - 1.3. Décomposition d'un système interconnectée
 - 1.4. Position du problème de la commande décentralisée et notion de modes fixes
 - 1.4.1. Notions de modes fixes
 - 1.4.2. Généralités
 - 1.5. Caractérisation des modes fixes.
 - 1.5.1. Caractérisations par l'approche d'état
 - 1.5.2. Caractérisations par les matrices polynomiales
 - 1.5.3. Caractérisations par matrice de transfert rationnelle
 - 1.5.3.1. Matrice de transfert de dimension 2x2
 - 1.5.3.2. Matrice de transfert de dimension arbitraire.
- Conclusion

CHAPITRE 2 : COMMANDE DECENTRALISEE OPTIMALE

- 2.1. Introduction
 - 2.2. Méthode d'optimalité locale
 - 2.3. Commande décentralisée optimale par la méthode du gradient.
- Conclusion

CHAPITRE 3 : COMMANDE DECENTRALISEE PAR PLACEMENT DE POLES.

- 3.1. Introduction
 - 3.2. Commande par placement de pôles
 - 3.3. Commande décentralisée par placement de pôles
- Conclusion

CHAPITRE 4 : APPLICATION DE LA COMMANDE DECENTRALISEE A UN RESEAU ELECTRIQUE

- 4.1. Introduction
- 4.2. Modélisation
 - 4.2.1. Structure d'un réseau multimachines
 - 4.2.2. Modélisation des composants du réseau multimachines
 - 4.2.2.1. Modélisation des générateurs

- . Principe de transformation de park
 - . Equations de la machine
 - 4.2.2.2. Modélisation des charges
 - 4.2.2.3. Modélisation du réseau de transport
 - 4.2.3. Modèle d'un système interconnecté
- Conclusion

- 4.3. Application
 - 4.3.1. Commande optimale
 - Interprétation des résultats.
 - 4.3.2 . Commande par placement de pôles
 - Interprétation des résultats.
 - Conclusion

- Conclusion générale

Références bibliographiques.

Annexe 1

Annexe 2



Chapitre 0

Introduction générale

INTRODUCTION GENERALE

Durant les deux dernières décennies, les chercheurs ont développé un grand nombre de méthodes pour l'analyse et la synthèse de la commande des systèmes. La plus part des approches sont orientées vers le cas de la commande centralisée.

La croissante complexité des systèmes dynamiques a entraîné un progrès considérable dans le développement des outils mathématiques, cette complexité a pour origine les modèles mathématiques qui décrivent le comportement dynamique des systèmes qui sont devenus de taille considérable, les techniques numériques et le matériel informatique existant sont devenus insuffisants pour le traitement de certains problèmes.

Les systèmes tels que les réseaux d'énergie électrique, de communication et du trafic urbain sont parmi beaucoup d'autres exemples des systèmes qui peuvent être vue comme systèmes complexes et composés d'un ensemble de sous-systèmes interconnectés et géographiquement éloignés.

La décomposition géographique engendre des problèmes de coût et de fiabilité dans l'échange d'information entre les sous-systèmes. Pour de tels systèmes une nouvelle structure de commande caractérisé par la décentralisation de l'information disponible a été utilisée.

Dans cette structure, les organes de commande de chaque sous-système disposent seulement de la mesure de l'état ou de la sortie locale. Ceci caractérise la commande décentralisée, les systèmes soumis à une telle structure de commande sont appelés systèmes décentralisés. La commande décentralisée n'a connue son évolution qu'après (1973) lorsque Wang & Davison [5] ont étudié le problème de stabilisation et ont introduit le concept de mode fixe qui peut apparaître comme conséquence de la décentralisation de l'information. Plusieurs travaux ont été aborés dans ce sens parmi lesquels on peut cité corfmat & Morse 1976 [18] Anderson [24]. Jusqu'à la fin des années 70 les résultats obtenus ont concernés l'aspect analyse du problème de la commande décentralisée. Après cette période les chercheurs ont commencé à s'intéresser à l'aspect synthèse. Les travaux de Geronnell, Bernussou, [9], Yang, Munro, Braneller [8] et Tarokh [10] ont constitué un grand pas dans le développement de l'aspect synthèse de la commande décentralisée.

Dans la présente étude, on s'intéresse à la synthèse de la commande décentralisée, en appliquant cette dernière au réseau électrique. Cette étude se divise principalement en quatre parties.

Dans le premier chapitre nous donnons quelques notions générales sur les systèmes complexes ainsi que leurs analyse et décomposition . A la fin de ce chapitre nous introduisons la notions de modes fixes qui jouent un rôle primordial dans la stabilisation décentralisée. Les caractérisations de ces môdes sont données par différentes approches.

Dans le deuxième chapitre, nous aborderons le problème de la commande décentralisée optimale par deux approches :

- La première approche, consiste à synthétiser pour chaque sous-système une commande optimale au sens classique, en suite un teste pour la vérification de l'optimalité globale sera présenté en utilisant l'algorithme de Yang et al [8]. Un exemple numérique sera donné ainsi que les résultats de simulation.

- La deuxième approche est basée sur un algorithme itératif du gradient. Le même exemple traité pour la première méthode sera requis, et les résultats de la simulation seront également données.

Dans le troisième chapitre, le problème de synthèse de la commande décentralisée par placement de pôles sera abordé. L'algorithme de synthèse de Tarokh [10] sera donné, deux exemples numériques seront donnés ainsi que leur résultats de simulation.

Le quatrième et dernier chapitre est consacré à la modélisation du réseau électrique ainsi que l'application des deux algorithmes développés précédemment à ce dernier. En fin les résultats de la simulation seront exposés. A la fin de ce mémoire une conclusion générale sera donnée, ainsi que quelques perspectives souhaitées de notre travail.



Chapitre I

**GENERALITES SUR LA COMMANDE
DECENTRALISEE**

GENERALITES SUR LA COMMANDE DECENTRALISEE

1.1- Introduction :

Face à la croissance de la complexité des systèmes dynamiques dans le domaine technologique et industriel, les chercheurs se sont confrontés à un grand déficit. Ce déficit se manifeste, en générale dans la génération des lois de commande, en tenant compte des spécifications imposées par la pratique, à savoir :

- La minimisation du coût de l'implémentation des lois de commande.
- L'augmentation de la fiabilité des contrôleurs.
- La minimisation du taux d'informations utilisées pour la génération des lois de commande. ...etc.

Face à dse telles exigences, la génération d'une lois de commande centralisée pour ces types de systèmes se relève incapable de satisfaire toutes les contraintes, notamment celles structurelles, néanmoins en satisfaisants quelques unes .

Ces problèmes ont permis d'ouvrir une nouvelle voie de traitement et de synthèse de la commande, à savoir : [1]

- 1/- De nouvelles méthodes d'analyse.
- 2/- Etapes intermédiaire :
 - agrégation
 - décomposition
- 3/- La synthèse, les algorithmes disponibles pour la commande .

1.1.1- L'analyse :

Dans un système de grande dimension, en général la structure du système peut nous informer sur l'existence d'une hiérarchie ou une partition évidente (système composé de sous-système éloignés géographiquement). Si cette structure n'existe pas, on doit chercher la possibilité d'une partition convenable.

1.1.2- Etapes intermédiaires :

Lors de la synthèse de la commande on a intérêt à décomposer les grands systèmes et/ou de les agréger. Pour cela plusieurs auteurs ont proposé des nouvelles théories en utilisant des outils mathématiques modernes tel que la théorie des graphes structurelle.

1.1.3- Synthèse et algorithme de commande :

Les méthodes classiques de synthèse de la commande appliquées à des nouvelles structures construit la nouveauté de cet axe de recherche.

Lors de la synthèse de la commande d'un système complexe on peut distinguer plusieurs approches à savoir :

- commande par agrégation
- commande hiérarchisée
- commande décentralisée

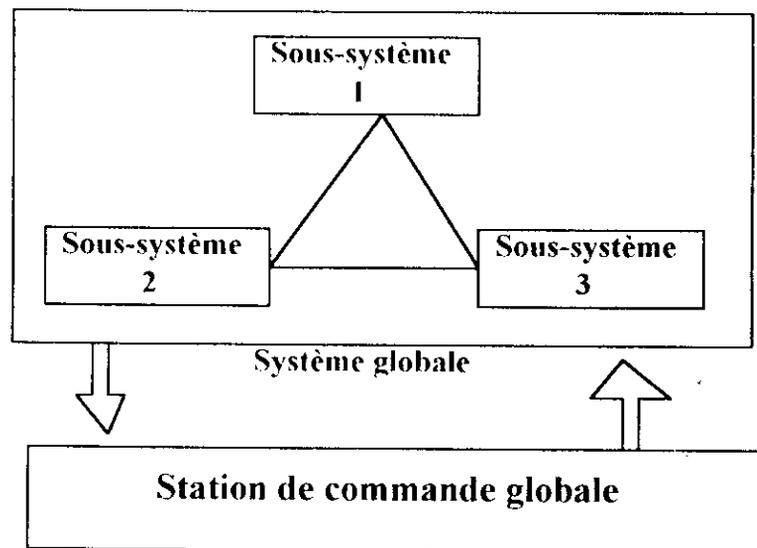
1.2- Une vue sur la commande centralisée et la commande décentralisée :

1.2.1- La commande centralisée :

La commande à structure centralisée est une approche classique dans laquelle on a aucune contrainte structurelle sur la matrice de retour. [2]

Lors de l'utilisation de la commande centralisée, l'unité de commande reçoit l'information de toutes les sorties (états) et envoie les commandes vers toutes les entrées du système.

Le schéma de principe de cette commande est illustré par la figure (1.1).



Fig(1.1) Schéma de principe de la commande centralisée

1.2.2- La commande décentralisée :

La commande décentralisée est utilisée dans les systèmes complexes qui sont généralement constitués de plusieurs sous-systèmes interconnectés et éloignés géographiquement dont on a accès qu'à des variables de sortie et de commandes locales.

L'objectif principale de la commande décentralisée est de calculer plusieurs contrôleurs locaux, chaque contrôleur utilise l'état ou la sortie de son sous-système et commande l'entrée de ce dernier. L'ensemble des contrôleurs coopèrent pour stabiliser le système interconnecté dans sa globalité.

Le principe de cette commande est illustré par la figure (1.2).

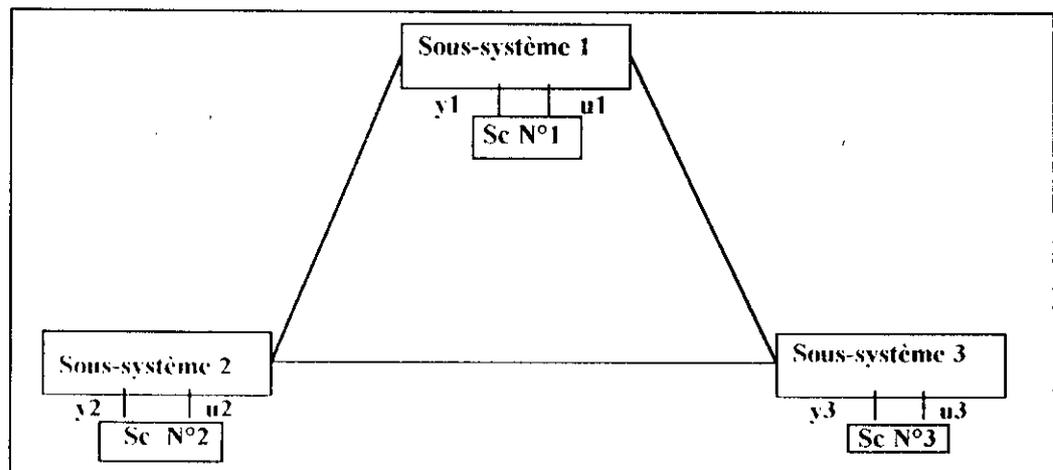


Figure (1.2) schéma de principe de la commande décentralisée.

Les principaux systèmes dont lequel une commande décentralisée peut être appliquée sont [3]:

- 1- Les réseaux électrique de puissance.
- 2- Les réseaux de transport urbain.
- 3- Les réseaux de communications numériques.
- 4- Systèmes économiques (décentralisation de la prise de décision).
- 5- La robotique.
- 6- Et tous les systèmes de grande envergure, et dont la complexité de calcul rend l'implémentation d'une commande centralisés n'est pas rentable et n'est pas fiable.

Plusieurs approche de synthèse de la commande décentralisée ont été développées, parmi lesquelles on peut citer.

- a- Méthodes basée sur la commande optimale dans le cas décentralisée. [9],[19].
- b- Technique de placement de pôles [20],[21],[22].

Dans notre étude nous nous intéressons à la commande décentralisée en appliquant les méthodes de synthèses a et b. Ces deux méthodes seront appliquées au réseau multimachines.

1.3-Décomposition d'un système interconnecté : .

D'après l'analyse structurelle du système on peut prévoir s'il y a une décomposition évidente ou non. Dans le dernier cas, il existe des théories pour faire une décomposition, tel que la théorie des graphes.

Dans notre étude, on se limitera à donner la méthode de décomposition la plus simple.

Considérons un système linéaire régi par l'équation d'état suivante :

$$\dot{Z} = \hat{A}Z + \hat{B}U \quad (1.1)$$

$$Z \in R^n, \quad U \in R^s, \quad \hat{A} \in R^{n \times n}, \quad \hat{B} \in R^{n \times s}$$

Ce système peut être décomposé en r éléments dynamiques :

$$\dot{Z}_p = \hat{A}_p Z_p + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^r \hat{A}_{pq} Z_q + \hat{B}_p U_p \quad p = 1, 2, \dots, r \quad (1.2)$$

tels que :

$$Z_p \in R^{l_p}$$

$$Z = (Z_1^T \ Z_2^T \ \dots \ Z_r^T)^T$$

$$n = \sum_{p=1}^r l_p \quad \text{et la paire } (\hat{A}_p, \hat{B}_p) \text{ soit commandable}$$

Pour rendre cette décomposition portée sur une seule entrée pour chaque sous-système, utilisant la transformation suivante :

$$\bar{Z}_p = Q_p^{-1} Z_p$$

$$\text{avec } Q_p = [\hat{h}_{1, \dots, A_p^{n_p-1}}^p \ \hat{h}_{1, \dots, A_p^{n_p-1}}^p \ \hat{h}_{s, \dots, A_p^{n_p-1}}^p]$$

telque $\hat{h}_i^p \in R^{l_p}$, $i = 1, 2, \dots, s$ est la colonne i de la matrice \hat{B}_p

Donc on trouve :

$$\dot{\bar{Z}}_p = \bar{A}_p \bar{Z}_p + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^r \bar{A}_{pq} \bar{Z}_q + \bar{B}_p U \quad p = 1, 2, \dots, r \quad (1.3)$$

telle que :

$$B_p = \begin{bmatrix} \bar{h}_i^p & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \bar{h}_i^p & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \bar{h}_i^p \end{bmatrix} ; \quad \bar{h}_i^p = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

et $\bar{h}_i^p \in R^{n_p}$, $l_p = \sum_{i=1}^s n_{pi}$

A l'aide de (1.3), on a :

$$\begin{cases} A_p = Q_p^{-1} \hat{A}_p Q_p \\ \bar{A}_{pq} = Q_p^{-1} \hat{A}_{pq} Q_q \\ \bar{B}_p = Q_p^{-1} \hat{B}_p \end{cases}$$

De (2.4) on peut décomposer \bar{Z}_p de chaque élément transformé (1.3) comme suit :

$$\bar{Z}_p = (\bar{Z}_{p1}^T \bar{Z}_{p2}^T \dots \bar{Z}_{ps}^T)^T, \quad \bar{Z}_{pi} \in R^{n_{pi}}$$

Donc pour chaque \bar{Z}_{pi} , on associe le vecteur \bar{h}_i^p et l'entrée correspondante $U_i \in R$ d'entrées $U \in R^s$.

On regroupe les \bar{Z}_{pi} de chaque p éléments, qui correspondent à la même entrées U_i , et on forme le ième sous-système avec le vecteur d'état $X_i \in R^{n_i}$ tel que :

$$X_i = (\bar{Z}_{i1}^T \bar{Z}_{i2}^T \dots \bar{Z}_{ii}^T)^T, \quad n_i = \sum_{p=1}^r n_{pi}$$

Ce processus de regroupement rend finalement le système (1.1) sous-forme de s sous-systèmes interconnectés comme suit :

$$\dot{X}_i = A_i X_i + \sum_{j=1}^s A_{ij} X_j + B_i U_i \quad (1.5)$$

Pour calculer les matrices A_i , A_{ij} , B_i on utilise les matrices \bar{A}_p , \bar{A}_{pq} , \bar{B}_p et la notation suivante :

$$X = P \bar{Z} \quad (1.6)$$

tel que la matrice de permutation $P = (P_{1i}^T \ P_{2i}^T \ \dots \ P_{si}^T)$ et que :

$$P_i = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & I_{1i} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & & \cdot & 0 & I_{2i} & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & & & \cdot & & & \cdot \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & I_n & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

i-1 s-i

tel que I_{pi} étant la matrice d'identité de dimension $n_{pi} \times n_{pi}$ et les matrices nulles dans P_i ont des dimensions appropriées.

On reformule ensuite le problème en écrivant l'équation (1.3) comme suit :

$$\dot{\bar{Z}} = \bar{A} \bar{Z} + \bar{B}U \quad (1.8)$$

et

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} & \dots & \bar{A}_{1r} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} & \dots & \bar{A}_{2r} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \bar{A}_{s1} & \bar{A}_{s2} & \dots & \bar{A}_{sr} \end{bmatrix} ; \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{B}_r \end{bmatrix}$$

En appliquant (1.6) à (1.8), on a :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1.9)$$

$$\begin{cases} A = PAP^{-1} \\ B = P\bar{B} \end{cases}$$

et

$$B = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & & & \\ \dots & & & \\ \dots & & & 0 \\ 0 & \dots & 0 & b_s \end{bmatrix} ; \quad h_i = \begin{bmatrix} \bar{b}_i^1 \\ \bar{b}_i^2 \\ \dots \\ b_i' \end{bmatrix}$$

$$\text{telque } h_i \in R^{n_i} \quad \text{et} \quad n = \sum_{i=1}^s n_i$$

Finalement, le système (1.1) a été décomposé en S sous-systèmes interconnectés décrit (1.5).

Remarque 1.

On peut procéder de la même façon pour décomposer le système par rapport aux sorties mais à condition de passer au système dual.

Algorithme de décomposition :

- 1- Déterminer A, B .
- 2- Décomposition selon les entrées $\hat{A}_{pq}, \hat{A}_{pq}, \hat{B}_p$
- 3- Calcul de $Q_i, \hat{A}_{pq}, \hat{A}_{pq}, \hat{B}_p$
- 4- Formation de P .
- 5- Formulation finale de A, B .

Exemple 1 :

Soit le système, définie par les matrices d'états, suivante :

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 1 \\ -2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ -2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Avec} \quad Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad Q_2 = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Le calcul de \bar{A}_{pq} et \bar{B}_p , nous donne :

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -0 & 3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -0,5 & 0 & 0 & 1,5 \\ -0,33 & 0,66 & 0,66 & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matrice P est formée de :

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad P_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

D'où les matrices A, B :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 & 3 \\ -0,5 & 0 & 0 & -1,5 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -0,33 & 0,66 & 0,66 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Remarque 2 :

Cette méthode n'est applicable que si la décomposition n'est pas évidente par la structure du système où l'éloignement géographique des stations de commande locales.

1.4- Position du problème de la commande décentralisée et notions de modes fixes :

1.4.1- Notion des modes fixes :

Le problème de stabilisation des systèmes interconnectés s'énonce comme suit :

Etant donné un système interconnecté, représenté par un modèle déterministe, discret ou continu, on doit concevoir une loi de commande décentralisée qui stabilise le système global.

Les chercheurs ont montré que la stabilisation centralisée du système n'entraîne pas la stabilisation décentralisée de celui-ci. Ce problème est due à l'éventuelle apparition des modes fixes. Ces derniers correspondent aux modes qui restent invariants, quelle que soit la valeur ou la nature de la commande appliquée.

1.4.2- Généralités :

Le problème de la commande décentralisée se pose comme suit :

Soit le système dynamique composé de s sous-systèmes dont chacun est commandé par une station de commande. L'équation du système est :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \sum_{i=1}^s B_i u_i \\ y_i = C_i x \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, s \quad (1.10)$$

avec : $A \in R^{n \times n}$, $B_i \in R^{n \times m_i}$, $C_i \in R^{p_i \times n}$.

x est le vecteur d'état du système et u_i, y_i sont respectivement le vecteur d'entrée et de sortie du sous-système i .

Une commande par retour de sortie de la forme :

$$u_i = F_i y_i + V_i \quad i = 1, 2, \dots, s \quad (1.11)$$

est appliquée à chaque sous-système, où V_i est une entrée externe. La contrainte de décentralisation est donnée par l'ensemble des matrices.

$$\mathfrak{F} = \left\{ F \mid F = \text{blocdiag}(F_1, F_2, \dots, F_s), F_i \in R^{m_i \times p_i}, i = 1, 2, \dots, s \right\}$$

L'ensemble des modes fixes du système (2.10) caractérisé par l'ensemble des matrices $(A, B_i, C_i, i = 1, 2, \dots, s)$ en respectant la contrainte \mathfrak{F} est défini par :

$$\Delta(A, B_i, C_i, F) = \prod_{F \in \mathfrak{F}} \sigma \left(A + \sum_{i=1}^s B_i F_i C_i \right) \quad (1.12)$$

où $\sigma(\cdot)$ désigne l'ensemble des valeurs propres de (\cdot) ;
et $\Delta(\cdot)$ l'ensemble des modes fixes du système (\cdot) .

théorème [5] :

Le système soumis à une commande décentralisée et ayant des modes fixes est stabilisable si et seulement si les modes fixes sont stables.

L'algorithme suivant (DAVISON, 1976) [7] peut être utilisé pour calculer les modes fixes.

Algorithme de DAVISON.

- 1- Calcul des valeurs propres de la matrice A .
- 2- Choix arbitraire des matrices $F_i, i = 1, 2, \dots, s$.
- 3- Calcul des valeurs propres de la matrice en boucle fermée :

$$A_F = A + \sum_{i=1}^s B_i F_i C_i$$

- 4- Les modes fixes seront les valeurs propres communes entre A et A_F .
- Illustrons cet algorithme par l'exemple suivant :

Exemple 2 [6] :

Soit le système ayant trois stations de commande ($s = 3$) et le retour de sortie :

$$u_i = F_i y_i \quad i = 1, 2, \dots, s$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} C_1 &= [1 \ 0 \ 0 \ 0] \\ C_2 &= [0 \ 1 \ 0 \ 1] \\ C_3 &= [0 \ 0 \ 1 \ 0] \end{aligned} \quad , \quad F = \begin{bmatrix} F_1 & 0 & 0 \\ 0 & F_2 & 0 \\ 0 & 0 & F_3 \end{bmatrix}$$

Avec: $F_1 = f_1, F_2 = f_2, F_3 = f_3$.

Dans le cas où : $f_1 = 0.13, f_2 = -0.17, f_3 = -0.10$.

Les valeurs propres de A et A_F sont :

Valeurs propres de A	Valeurs propres de $A + B_1 F_1 C_1 + B_2 F_2 C_2 + B_3 F_3 C_3$
-1	-0,01023258
-1	-2,1597674
-2	-2,1000000
-3	-3,0000000

On conclut que le système possède un mode fixe : $\lambda = -3$.

1.5- Caractérisation des modes fixes :

1.5.1- Caractérisation par l'approche d'état :

Dans ce paragraphe la caractérisation des modes fixe sera présenté par l'approche d'état.

Anderson (1981) a présenté cette approche par le théorème suivant :

Théorème 1 [5]

La condition nécessaire et suffisante pour que le système (1.10) avec le retour de sortie (1.11), ait un mode fixe en $S = S_0$ est que :

pour une partition de l'ensemble: $I = \{1, 2, \dots, s\}$, en deux sous ensembles :

$$\{i_1, i_2, \dots, i_k\} \text{ et } \{i_{k+1}, i_{k+2}, \dots, i_s\}$$

$$\text{rang} \begin{bmatrix} S_0 I - A & B_{i_1} & B_{i_2} & \dots & B_{i_k} \\ C_{i_{k+1}} & & & & \\ C_{i_{k+2}} & & & & \\ \vdots & & & & \\ \vdots & & & & \\ C_{i_s} & & & & \end{bmatrix} < n$$

ou n est la dimension de A et I la matrice d'identité .

Exemple 3 :

Reprenons le système de l'exemple 2, nous avons la partition suivante :

$$V = \{1, 2, 3\} \text{ en } \{i_1, i_2\} \text{ et } \{i_3\}$$

$$\text{avec : } i_1 = 1, i_2 = 2, i_3 = 3.$$

$$\text{rang} \begin{bmatrix} \lambda I - A & B_1 & B_2 \\ C_3 & \theta & \theta \end{bmatrix} = \text{rang} \begin{bmatrix} -2 & \theta & \theta & \theta & \theta & 1 \\ \theta & -2 & \theta & \theta & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta & \theta & 1 & \theta & \theta & \theta \end{bmatrix} = 3 < 4$$

la condition est vérifiée, $\lambda = -3$ est donc un mode fixe.

1.5.2- Caractérisation par les matrices polynomiales. (Factorisation de Wolovich 1974) :

Considérons le système (1.10) et la commande décentralisée (1.11) sa matrice de transfert en boucle ouverte peut être écrite sous sa forme factorisée à gauche.

$$\frac{y(s)}{u(s)} = w(s) = D_r^{-1}(s) = N_r(s) \quad (1.13)$$

ou $D_r^{-1}(s)$ et $N_r(s)$ sont des matrices polynomiales en s .

Par la notation de la transformation de la place, on peut écrire.

$$D_r(s)y(s) = N_r(s)u(s)$$

avec :

$$D_r(s) = [D_{r_1}(s) \dots D_{r_s}(s)]$$

$$N_r(s) = [N_{r_1}(s) \dots N_{r_s}(s)]$$

D_{r_i}, N_{r_i} ont respectivement p_i, m_i colonnes $i = 1, 2, \dots, s$.

L'équation (1.14) peut donc s'écrire sous la forme.

$$\sum_{i=1}^s D_{r_i}(s) y_i(s) = \sum_{i=1}^s N_{r_i}(s) u_i(s) \quad (1.15)$$

La matrice de transfert en boucle fermée est :

$$W_r(s) = \bar{D}_r^{-1}(s) N_r(s) \quad (1.16)$$

avec :

$$\bar{D}_r(s) = [D_{r_1}(s) + N_{r_1}(s)F_1, \dots, D_{r_s}(s) + N_{r_s}(s)F_s]$$

Le résultat est donné par le théorème suivant :

Théorème 2 : [ANDERSON ET CLEMENTS (1981). [7]

Le système décrit par (1.10) et le retour de sortie (1.11) possède un mode fixe décentralisé en s_0 , si et seulement si $D_g(s_0)$ est une matrice singulière

$$\forall I_i, i = 1, 2, \dots, s.$$

Dans le but de trouver une condition équivalente à celle du théorème précédent, on énonce le théorème suivant :

Théorème 3. [7]

Le système donné par (1.10) et le retour de sortie (1.11), possède un mode fixe en s_0 , si et seulement s'il existe un sous-ensemble

$$e \neq \Phi \quad e = \{i_1, i_2, \dots, i_j\} \subset \{1, 2, \dots, s\}, \text{ pour lequel le rang:}$$

$$\text{rang} \left[D_{g_{i_1}}(s_0) N_{g_{i_1}}(s_0) \dots D_{g_{i_j}}(s_0) N_{g_{i_j}}(s_0) \right] < \sum_{i \in e} m_i$$

ou m_i est le nombre de colonnes de N_{g_i} .

Exemple 4 :

Pour l'exemple 2.

$$Dg(s) = \begin{bmatrix} s+1 & 0 & 0 \\ 0 & (s+1)(s+3) & 0 \\ 0 & 0 & s+2 \end{bmatrix}, \quad Ng(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ s+3 & s+3 & 2(s+2) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$m_1 = 1; \quad m_2 = 1; \quad m_3 = 1$$

$$D_{g_1}(s) = \begin{bmatrix} s+1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad D_{g_2}(s) = \begin{bmatrix} 0 \\ (s+1)(s+3) \\ 0 \end{bmatrix} \quad D_{g_3}(s) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ s+2 \end{bmatrix}$$

$$N_{g_1}(s) = \begin{bmatrix} 0 \\ s+3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad N_{g_2}(s) = \begin{bmatrix} 1 \\ s+3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad N_{g_3}(s) = \begin{bmatrix} 0 \\ 2(s+2) \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si nous prenons $j = 2$, nous aurons : $e = \{i_1, i_2\} \subset \{1, 2, 3\}$ $i_1 = 1, i_2 = 2$.

L'application du théorème 3 nous donne

$$\text{rang} \begin{bmatrix} D_{g_1}(s_0) & N_{g_1}(s_0) & D_{g_2}(s_0) & N_{g_2}(s_0) \\ (s_0 + 1) & 0 & 0 & 1 \\ 0 & (s_0 + 3) & (s_0 + 1)(s_0 + 3) & (s_0 + 3) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 1 < m_1 + m_2 = 2$$

D'où $s_0 = -3$, est un mode fixe décentralisé.

1.5.3- Caractérisation des modes fixes par matrice de transfert rationnelle (ANDERSON (1982)) :

1.5.3.1- Matrice de transfert de dimension 2x2 :

Considérons la fonction de transfert 2x2 suivante :

$$W(s) = \begin{bmatrix} t_{11}(s) & t_{12}(s) \\ \frac{t_{21}(s)}{a(s)} & \frac{t_{22}(s)}{a(s)} \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

$a(s)$ est le polynôme caractéristique.

La matrice de transfert est : $W(s) = D_v^{-1}(s) N_x(s)$

D'après le théorème (3), il existe un mode fixe en s_0 si :

$$t_{11}(s_0) = 0; t_{12}(s_0) \neq 0; t_{22}(s_0) = 0; t_{21}(s_0) = \left. \frac{d}{ds} t_{21}(s) \right|_{s=s_0} = 0;$$

On peut dire donc que s_0 est un mode fixe si et seulement si la matrice de transfert prend la forme suivante : [7]

$$W(s) = \begin{bmatrix} \text{élément sans} & \text{élément avec} \\ \text{pôle en } s_0 & \text{pôle en } s_0 \\ \text{élément avec} & \text{élément sans} \\ \text{zeros en } s_0 & \text{pôle en } s_0 \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

1.5.3.2- Matrice de transfert de dimension arbitraire :

Par l'agrégation des S stations en deux stations, on peut écrire la fonction de transfert correspondante de la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix}$$

Théorème 4 (ANDERSON (1982) - [7])

La condition d'existence du mode fixe en s_0 est donnée par :

$$W(s) = \begin{bmatrix} \text{aucun élément n'a} & \text{le polynôme caractéristique} \\ \text{un pôle en } s_0 & \text{de ce bloc à un zéro en } s_0 \\ \text{chaque élément} & \text{aucun élément n'a un} \\ \text{à un zéro en } s_0 & \text{pôle en } s_0 \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

Exemple 5 :

Le calcul de la matrice de transfert du système de l'exemple 2 donnés.

$$W(s) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{s+1} & 0 \\ \frac{1}{s+1} & \frac{1}{s+1} & \frac{2(s+2)}{(s+1)(s+3)} \\ 0 & 0 & \frac{1}{s+2} \end{bmatrix}$$

Cette forme répond à celle de l'équation (1.19). $s_0 = -3$ est donc un mode fixe décentralisé.

Conclusion :

La caractérisation des modes fixes dans la commande décentralisée a été donnée par différentes approches algébrique. Les conditions d'existences de ces modes fixes ne constituent pas un moyen de calcul, sauf celle du théorème (2) qui peut servir pour l'évaluation des modes fixes.



Chapitre II

Commande optimale décentralisée

COMMANDE DECENTRALISEE OPTIMALE

2.1- Introduction :

La détermination d'une loi de commande décentralisée peut, également, être obtenue par la résolution d'un problème d'optimisation sous contrainte de structure. Elle consiste à calculer une commande ayant une structure qui satisfasse les contraintes de décentralisation.

Dans ce chapitre, nous allons présenter deux approches pour l'élaboration des lois de commandes optimales décentralisées.

2.2- Méthode de l'optimalité locale [8] :

Cette méthode consiste à trouver la matrice de bouclage qui minimise un critère quadratique pour chaque sous-système. Une condition suffisante sera exposée pour vérifier l'optimalité globale du système.

Considérons le système linéaire composé de s sous-système.

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_i u_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^s A_{ij} x_j \quad i = 1, \dots, s \quad (2.1)$$

tel que :

x_i : vecteur d'état de dimension $(n_i \times 1)$.

u_i : vecteur d'entrée de dimension $(m_i \times 1)$.

A_i, B_i : sont des matrices constantes de dimension appropriée, le système globale peut s'écrire sous la forme :

$$\dot{x} = A_d x + B_d u + A_c x$$

avec:

$$x = (x_1^T, x_2^T, \dots, x_n^T)^T : \text{vecteur d'état de dimension } (n \times 1).$$

$$u = (u_1^T, u_2^T, \dots, u_n^T)^T : \text{vecteur d'entrée de dimension } (m \times 1).$$

$$A_d = \text{blocdiag}(A_1, A_2, \dots, A_n)$$

$$B_d = \text{blocdiag}(B_1, B_2, \dots, B_n)$$

$$A_c = A_{ij}$$

Le problème est de trouver la loi de commande par retour d'état de la forme :

$$u = K_d x \quad \text{ou} \quad u_i = K_i x_i, \quad i = 1, 2, \dots, s$$

avec: $K_d = \text{blocdiag}(K_1, K_2, \dots, K_s)$

qui minimise le critère suivant :

$$J_d = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R_d u) dt \quad (2.2)$$

tels que :

$$Q_d = \text{diag}(Q_1, Q_2, \dots, Q_n),$$

$$R_d = \text{diag}(R_1, R_2, \dots, R_n).$$

$$Q \geq 0 ; R > 0$$

Sous la supposition que les paires (A_i, B_i) sont commandable, et les paires $(A_i, Q^{1/2})$ sont observables, la loi de commande décentralisée est :

$$u_i = -K_i x_i = -R_i^{-1} B_i^T P_i x_i \quad i = 1, 2, \dots, s. \quad (2.3)$$

avec P_i est une matrice symétrique définie positif, solution de l'équation de Riccati pour chaque sous-système :

$$A_i^T P_i + P_i A_i - P_i B_i R_i^{-1} B_i^T P_i + Q_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, s. \quad (2.4)$$

La condition d'optimalité global du système interconnecté est testé par ce théorème.

Théorème (1) (M. Ikeda et D.D. Siljak) [8].

On définit une matrice $W=(W_{ij})$ de dimension $(s \times s)$ tel que :

$$W_{ij} = \begin{cases} -\lambda_m(P_i) \|A_{ij}\| & i \neq j \\ \frac{1}{2} \lambda_M(Q_i) - \lambda_m(P_i) \|A_{ij}\| & i = j \end{cases} \quad (2.5)$$

avec:

$\lambda_m(\cdot)$ et $\lambda_M(\cdot)$ sont respectivement le minimum et le maximum des valeurs propres de (\cdot) .

$\|\cdot\|$ est la norme euclidienne de la matrice (\cdot) .

S'il existe s nombre d_1, d_2, \dots, d_s tels que :

1°-

$$d_i W_{ij} > \sum_{i \neq j} d_i |W_{ij}| \quad i = 1, 2, \dots, s \quad (2.6)$$

2° - La condition d'observabilité globale est vérifiée pour la paire $(A_d + A_c, Q^{1/2})$

Alors la commande optimal décentralisé (2.3) est globalement optimal qui vérifie la minimisation du critère suivant :

$$\bar{J} = \int_0^{\infty} (x^T \bar{Q} x + u^T \bar{R} u) dt \quad (2.7)$$

$$\bar{Q} = D_q Q_d - A_c^T P_d \bar{D}_q - \bar{D}_q P_d A_c \quad (2.8)$$

$$\bar{R} = D_r R_d \quad (2.9)$$

$$D_q = \text{diag}(d_1 I_{n_1}, d_2 I_{n_2}, \dots, d_s I_{n_s}) \quad (2.10)$$

$$D_r = \text{diag}(d_1 I_{m_1}, d_2 I_{m_2}, \dots, d_s I_{m_s}) \quad (2.11)$$

où : I_{n_i} est la matrice identité de dimension $(n_i \times n_i)$.

I_{m_i} est la matrice identité de dimension $(m_i \times m_i)$.

La condition d'optimalité global décrit par (2.5) et (2.6) est complexe et généralement inutilisable.

Le théorème suivant donne une condition équivalente simple.

Théorème (2).[8]

La commande décentralisée locale décrite par (2.3) en minimisant le critère (2.7) est globalement optimale si

$$\frac{\lambda_m(Q_i)}{\lambda_M(P_i)} > v \quad i = 1, 2, \dots, s \quad (2.12)$$

pour tous les sous système s_i .

où v est un nombre calculé à partir de $\|A_{ii}\|$

Avant de donner l'algorithme pour le calcul de v nous devons introduire les définitions suivantes :

Définition 1.[8] :

Soit T une matrice

Si $\forall i, j \quad T_{ij} \geq 0$, T est une matrice non négative ($T \geq 0$)

Si $\forall i, j \quad T_{ij} > 0$, T est une matrice positive ($T > 0$)

Définition 2.[8]

Soit T une matrice carrée non négative on dit que T est une matrice primitive s'il existe un entier k tel que $T^k > 0$.

Théorème 3.[8]

Soit T une matrice carré tel que $T \geq 0$ est une matrice primitive alors T possède une valeur propre réelle r appelée la P-F (Perron Frolinius) valeur propre tel que :

1- $r > 0$.

2- $r > |\lambda_i|$ où λ_i sont les valeurs propres de T .

3- r est une racine simple de l'équation caractéristique

Le vecteur propre correspondant à r est appelé la P-F vecteur propre.

$$y = \left[\begin{array}{cc|ccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{array} \right] x$$

Les lignes séparatrices désignent la décomposition en sous-systèmes.

Ce système est décentralisé par rapport aux entrées, observable, commandable et stable en boucle ouverte.

Pour cet exemple et suivant les étapes de l'algorithme on trouve $\nu = 4,4937$.

Les pondérations qui vérifient la condition (2.12) sont :

a- Sous-système 1 :

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 27 & 0 \\ 0 & 27 \end{bmatrix} \quad R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

avec

$$K_1 = \begin{bmatrix} 2.8312 & 4.1714 \\ -4.0112 & 2.6757 \end{bmatrix}$$

b- Sous-système 2 :

$$Q_2 = 10^{10} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_2 = 10$$

avec

$$K_2 = 10^8 [4.0472 \quad 8.2272 \quad 3.9934]$$

La figure (2.1) montre les réponses indicielles du système décentralisé en boucle fermée.

Interprétation des résultats :

D'après les résultats obtenus (grande différence entre l'ordre de grandeur des pondérations pour les deux sous-systèmes), la méthode d'optimalité locale est inefficace car il n'y a pas de méthode systématique pour le choix des pondérations qui satisfasse le teste d'optimalité globale, alors, il n'est possible de fixer le critère de performance *a priori*.

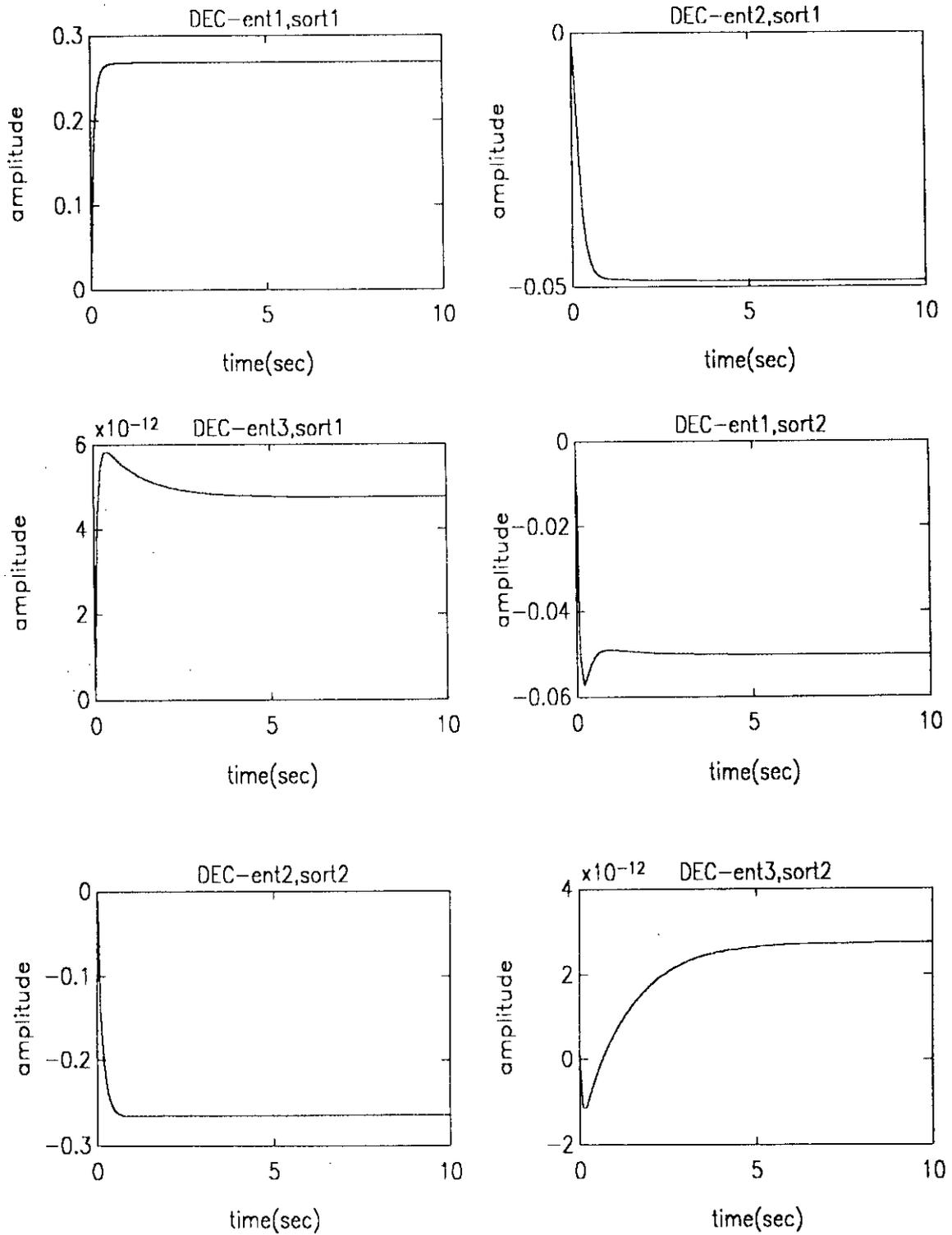


FIGURE 2 La Réponse individuelle du système en boucle fermée.

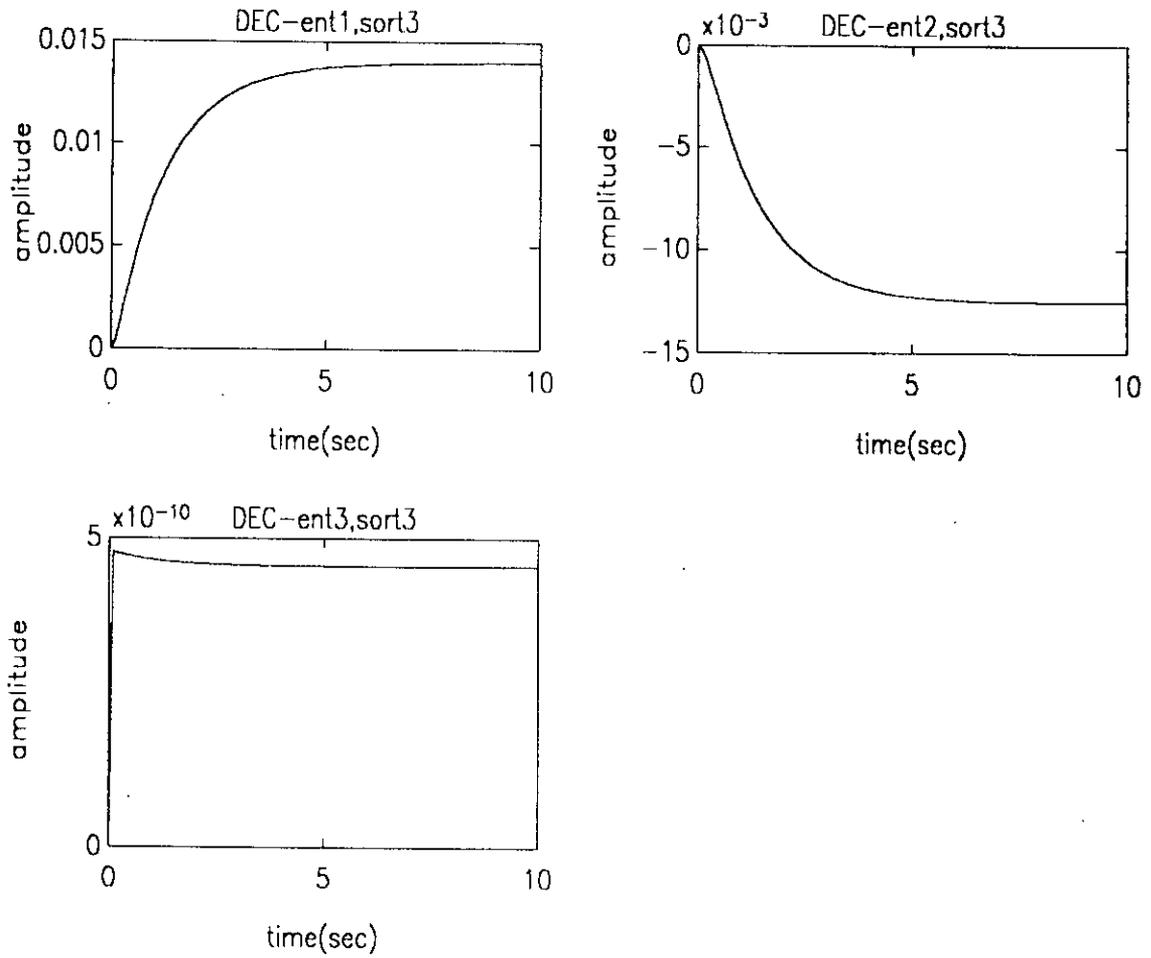


FIGURE 1.6) Réponses individuelles du système en boucle fermée

2.3 Commande décentralisée optimale par la méthode du gradient

Dans ce paragraphe nous présentons une autre approche de la commande décentralisée optimale qui consiste à l'utilisation d'un algorithme itératif. A la convergence de cet algorithme, nous aurons la matrice de gain qui correspond, une fois à une commande décentralisée globalement optimale et à des commandes localement optimale.

Soit le système commandable et observable:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.13)$$

$x \in R^n, u \in R^m, y \in R^p$

Le système peut être décomposé en s sous-systèmes avec les conditions initiales $x(0) = x_0$

Le problème consiste à trouver une commande qui minimise le critère quadratique.

$$J(K) = \int_0^t (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (2.14)$$

avec:

$$Q \geq 0, \quad R > 0$$

$$\text{sous: } \dot{x} = Ax + Bu, \quad x(0) = x_0$$

$$y = Cx$$

$$u = -Kx$$

Tel que $K \in \Omega(s)$, $\Omega(s)$ est un ensemble des matrices qui correspond à des commandes complètement décentralisée définie par :

$$\Omega(s) = \left\{ K \in R^{m \times n} / K = \text{bloctdiag}(K_1, K_2, \dots, K_s); K_i \in R^{m_i \times n_i} \right\} \quad (2.15)$$

Algorithme du gradient [9]

1- calcul du gradient.

$$\frac{\partial J(K)}{\partial K} = 2(RK - B^T P)L \quad (2.16)$$

avec P et L solutions des équations de Lyapunov.

$$(A - BK)^T P + P(A - BK) + Q + K^T R K = 0 \quad (2.17)$$

$$L(A - BK)^T + (A - BK)L + I = 0 \quad (2.18)$$

2- projection du gradient matriciel sur l'ensemble de $\Omega(s)$:

$$D = (d_{ij})_{\substack{i=1,\dots,m \\ j=1,\dots,n}} = \begin{cases} d_{ij} = \left(\frac{\partial J}{\partial K} \right)_{ij} & K_{ij} \neq 0 \\ d_{ij} = 0 & K_{ij} = 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

3- Progression dans la direction du gradient.

$$K^{q+1} = K^q - \alpha D$$

ou α est le pas du gradient tel que $\alpha > 0$, à chaque itération il faut vérifier la condition

$$J(K - \alpha D) \leq JK \quad (2.20)$$

tel que (a) peut être modifiée par :

$$a^{l+1} = \mu a^l \quad \text{si } J(K^l - a^l D^l) < J(K^l) \quad (2.21)$$

$$a^{l+1} = \nu a^l \quad \text{si } J(K^l - a^l D^l) > J(K^l)$$

avec :

$$\mu > 1, \quad 0 < \nu < 1$$

retour à (1) jusqu'à : $|d_{ij}| < \varepsilon \quad i = 1, \dots, m ; j = 1, \dots, n.$

ε est un petit scalaire positif ($0 < \varepsilon \ll 1$)

Exemple 2 .[10]

soit le système suivant ayant trois entrée et trois sorties.

$$\dot{x} = \left[\begin{array}{cc|ccc} -0.4 & 0.2 & 0.6 & 0.1 & -0.2 \\ 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0.4 \\ \hline 0 & 0 & -2 & 0 & 0.2 \\ 0.2 & 0.1 & 0.5 & -1.25 & 0 \\ 0.25 & 0 & -0.2 & 0.5 & -1 \end{array} \right] x + \left[\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right] u$$

$$y = \left[\begin{array}{cc|ccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right] x$$

en prenant la valeur initiale de K égale à :

$$K = \begin{bmatrix} -0.3593 & -0.4739 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1665 & -0.8977 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1337 & 0.4979 & -0.1858 \end{bmatrix};$$

Le pas du gradient $\alpha = 0,1$ l'erreur $\varepsilon = 0,001$, avec les pondérations : $Q = I_5$ et $R = I_3$ on trouve :

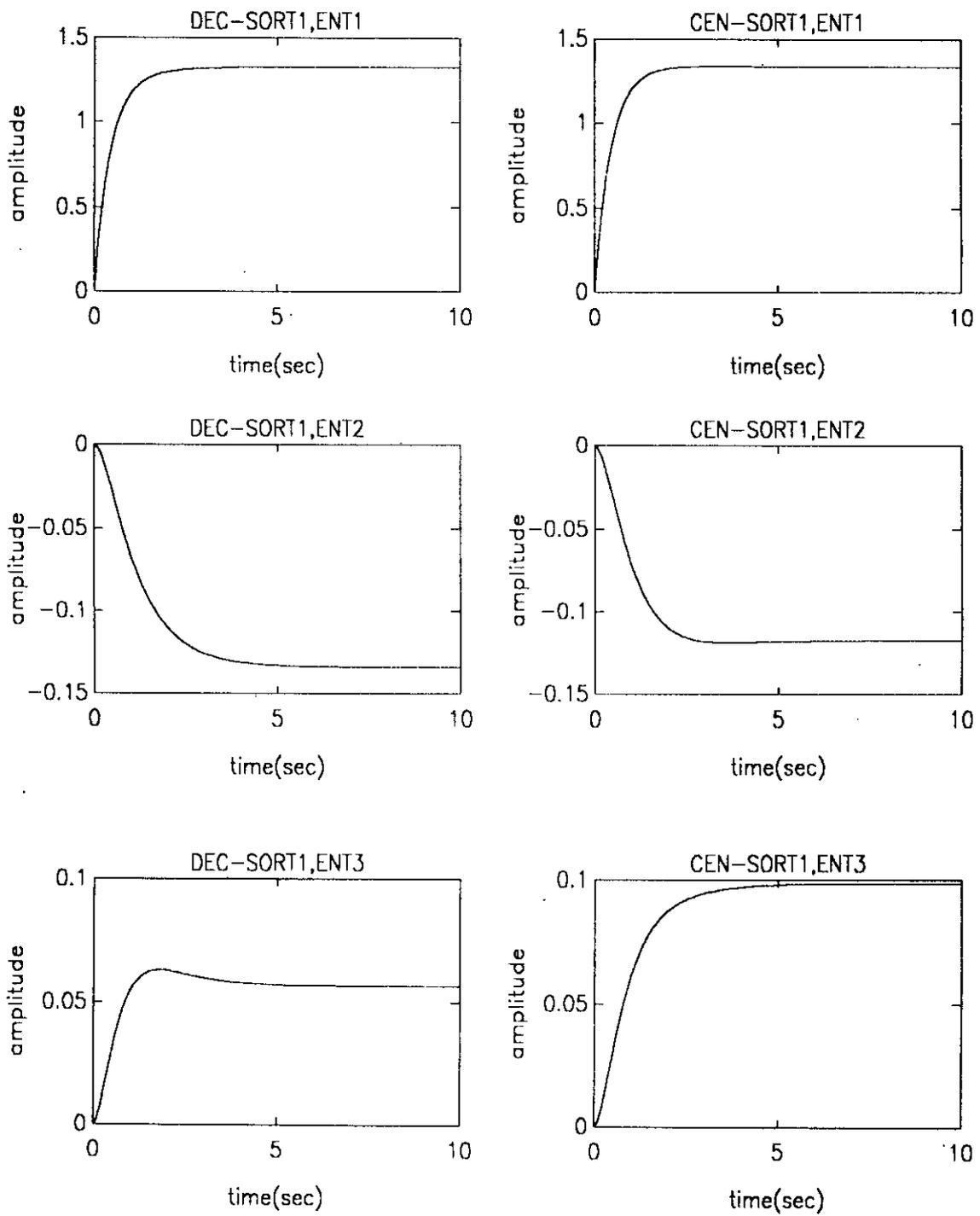
$$K_{dec} = \begin{bmatrix} -0.5037 & -0.8992 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4436 & -0.4183 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1314 & 0.4983 & -0.1872 \end{bmatrix}$$

On fera une comparaison avec une commande centralisée optimale avec les mêmes pondérations Q et R la matrice de retour est :

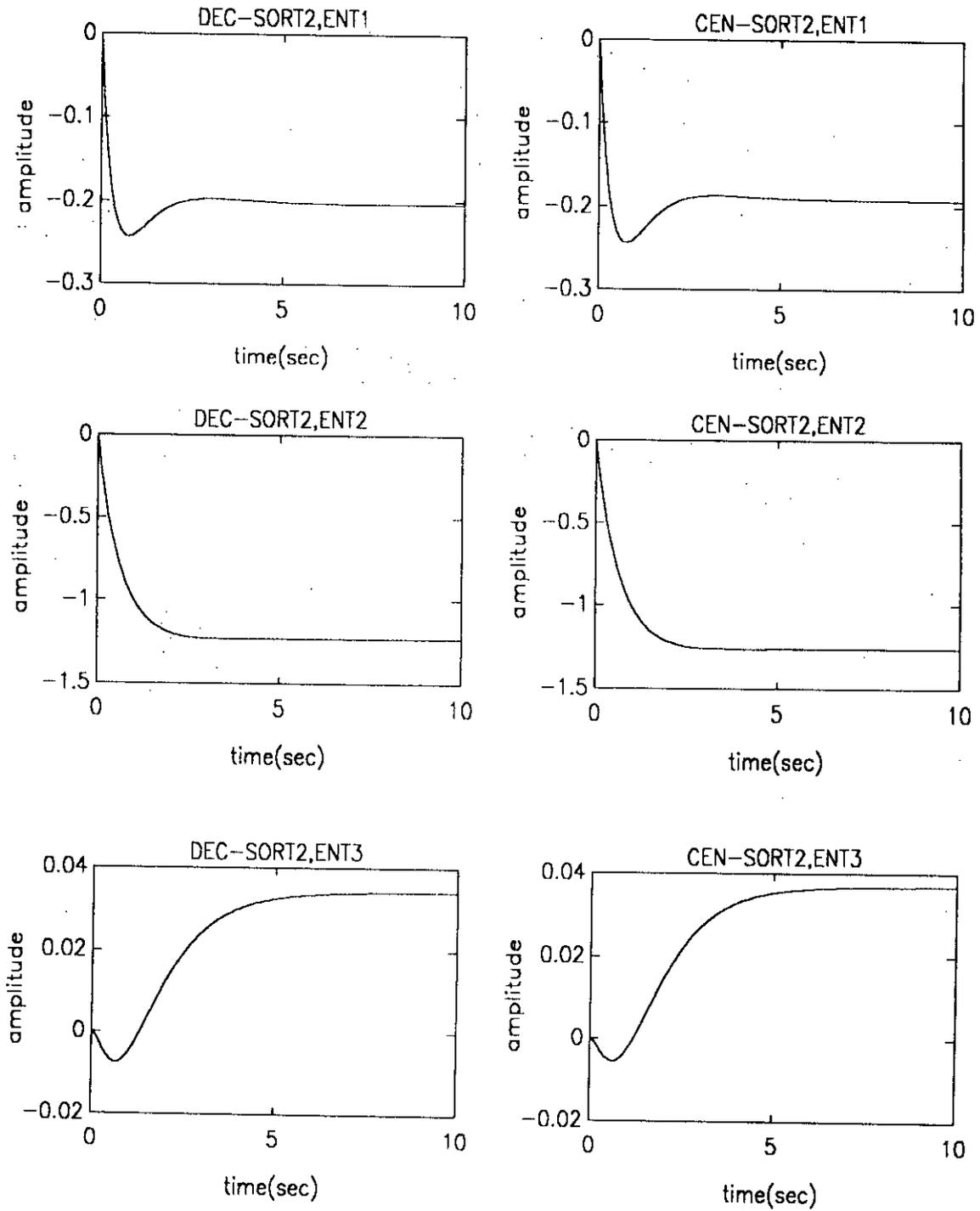
$$K_{cent} = \begin{bmatrix} -0.5160 & -0.7024 & -0.0984 & -0.0926 & -0.1103 \\ 0.5691 & -0.3777 & 0.1121 & 0.0444 & -0.0340 \\ 0.0006 & -0.0115 & -0.1347 & 0.4969 & -0.1855 \end{bmatrix}$$

La figure (2.2) présente les réponses indicielles du système en boucle fermée dans les deux cas (centralisé et décentralisé) :

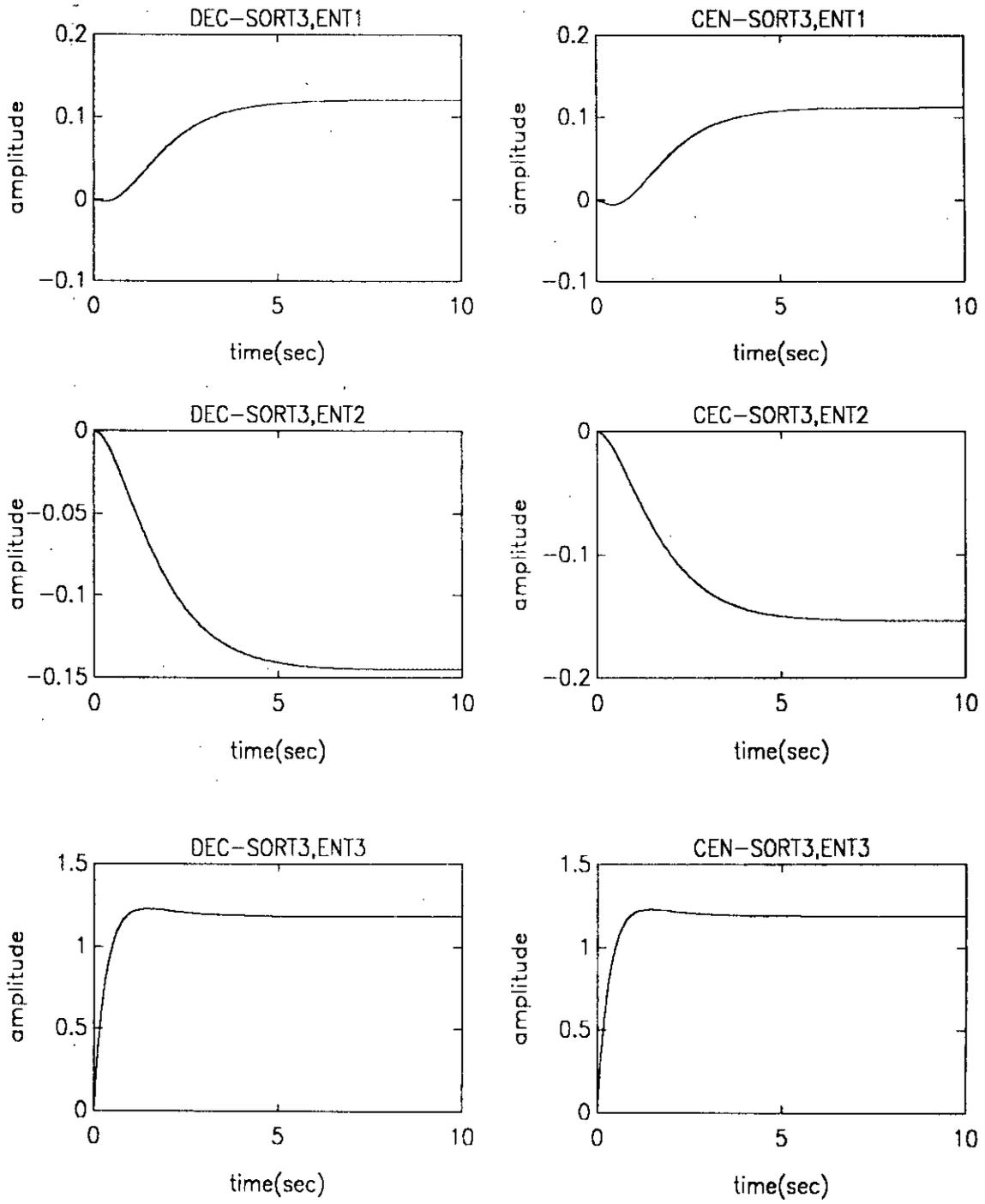
- CEN désigne commande centralisée.
- DEC désigne commande décentralisée.



FIGURE(2.2 a):Reponses indicielles du systeme en boucle fermee.



FIGURE(2.2.b).Reponses indicelles du systeme en boucle fermee.



FIGURE(2.2.c) Reponses indicelles du systeme en boucle fermee.

Interprétation des résultats :

On constate que les réponses indicielles du système en boucle fermée dans les deux cas (centralisé, décentralisé) sont presque identique.

D'après les résultats de simulation, il est évident que cette méthode donne des résultats meilleurs que la méthode précédente.

Conclusion :

La théorie de la commande décentralisée optimale par critère quadratique a été donnée par deux approches.

L'algorithme du gradient a donné des résultats satisfaisants, ce qui n'est pas le cas pour la méthode de l'optimalité locale.

Cela nous a motivé d'appliquer cette méthode à un réseau électrique multimachines (voir chapitre VI).



Chapitre III

**Commande décentralisée
par placement de pôles**

COMMANDE DECENTRALISEE PAR PLACEMENT DE POLES

3.1- Introduction :

La stabilité et le comportement dynamique des systèmes linéaires multivariables sont gouvernés par le placement de pôles. Comme résultat, le problème du placement de pôles a une grande importance.

Les premiers résultats importants dans le placement de pôles par retour de sortie sont dues à Kimura [20].

Davison et Wang [21], mais ces derniers n'ont fait l'objet que des conditions suffisantes pour la possibilité d'effectuer le placement de pôles décentralisé. En 1989 Tarokh [10] a développé une nouvelle méthode pour le placement de pôles.

De présent chapitre présente une nouvelle méthode de placement de pôles, pour les deux cas centralisé et décentralisé.

La méthode consiste de deux étapes, la première est la vérification ou de l'existence de la solution, la deuxième, est une technique de calculs numérique itérative pour la détermination du gain de retour.

3.2- Commande par placement de pôles :

On considère le système linéaire multivariable :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (3.1)$$

avec :

$$x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^p.$$

Le polynôme caractéristique du système en boucle ouverte.

$$P(s) = |sI - A| = s^n + P_1 s^{n-1} + \dots + P_n. \quad (3.2)$$

avec P_1, \dots, P_n sont des scalaires constants, on applique un retour de sortie de la forme :

$$u = Ky + v \quad (3.3)$$

avec K : la matrice du gain de retour

v : la référence.

On obtient les équations du système en boucle fermée.

$$\begin{cases} \dot{x} = \hat{A}x + Bv \\ y = Cx \end{cases} \quad (3.4)$$

avec :

$$\hat{A} = A + BKC$$

Le polynôme caractéristique du système en boucle fermé

$$\hat{P}(s) = |sI - \hat{A}| = s^n + \hat{P}_1 s^{n-1} + \dots + \hat{P}_n \quad (3.5)$$

la relation entre les scalaires P_i et \hat{P}_i est donnée par

$$\hat{P}_i = P_i + L_i + \phi_i(K), \quad i=1, \dots, n. \quad (3.6)$$

avec:

$$L_i = \text{Tr}K(P_{i-1}CB + P_{i-2}CAB + \dots + CA^{i-1}B). \quad (3.7)$$

L_i et $\phi_i(K)$ sont respectivement des fonctions linéaire, non linéaire par rapport aux éléments de K . On note que $\phi_i(K)$ contient des éléments de K d'ordre supérieur ou égale à 2 et des multiplications de K de la forme $k_1 k_{p_1 2}$; $k_2 k_{p_1 1}$; $k_1 k_{p_1 2} k_{2 p_1 3}$...

avec : $\phi_i(0) = 0$.

L'équation (3.7) peut être écrite sous la forme :

$$L_i = (P_i e_i + P_{i-1} e_i + \dots + e_i) k \quad (3.8)$$

avec e_i est un vecteur de dimension $(l \times mp)$ formé par le réarrangement des lignes de $CA^i B$ sur une même ligne, et k est un vecteur de dimension $(mp \times 1)$ formé par le réarrangement des colonnes de K sur une même colonne.

En remplaçant (3.8) dans (3.6) on trouve :

$$\hat{P}_i = P_i + (P_{i-1} e_i + P_{i-2} e_i + \dots + e_i) k + \phi_i(k) \quad i=1, \dots, n \quad (3.9)$$

On voit bien que le problème du placement de pôles revient à résoudre une équation non linéaire très complexe.

Pour résoudre ce problème on présente une technique basée sur la linearisation de l'équation (3.8) et l'incrémentement du retour de sortie.

On considère le système de l'équation (3.4) avec le polynôme caractéristique de l'équation (3.5) et on fait appel à une matrice de gain d'incrémentement δK ou ces éléments $\delta K_1, \delta K_2, \dots, \delta K_{mp}$ sont suffisamment petits. L'application de δK produit une petite variation $(\delta P_1, \dots, \delta P_n)$ dans les coefficients du polynôme caractéristique $\hat{P}_1, \hat{P}_2, \dots, \hat{P}_n$.

L'équation (3.9) devient :

$$\hat{P}_i + \delta P_i = \hat{P}_i + (\hat{P}_{i-1} \hat{e}_i + \hat{P}_{i-2} \hat{e}_i + \dots + \hat{e}_i) \delta k + \hat{\phi}_i(\delta k) \quad i=1, \dots, n \quad (3.10)$$

tg:

\hat{e}_i formé de la même façon que e_i mais avec les matrices $C(A+BKC)^i B$ et $\hat{\phi}_i(\delta k)$ est une fonction non linéaire.

L'équation (3.10) peut être écrite sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \delta P_1 \\ \delta P_2 \\ \vdots \\ \delta P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & \dots & 0 \\ \hat{P}_1 & I & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{P}_{n-1} & \hat{P}_{n-2} & \dots & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_0 \\ \hat{e}_1 \\ \hat{e}_2 \\ \vdots \\ \hat{e}_{n-1} \end{bmatrix} \delta k + \begin{bmatrix} \hat{\phi}_1(\delta k) \\ \hat{\phi}_2(\delta k) \\ \vdots \\ \hat{\phi}_n(\delta k) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

ou :

$$\delta P = \hat{P} \hat{E} \delta k + \hat{\phi}(\delta k) \quad (3.12)$$

avec :

$\delta P, \hat{\phi}(\delta k)$: vecteurs de dimension $(n \times 1)$

\hat{P}, \hat{E} : matrices de dimensions respectivement $(n \times n), (n \times mp)$.

Théorème 1 [10]:

Considérons les systèmes (A, B, C) d'ordre n ayant m entrée et p sortie, et l'ensemble des pôles désirés $A_d = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$, alors il existe une matrice constante K tel que la matrice $(A+BKC)$ possède A_d comme valeurs propres, si :

$$\text{rang}(\hat{E}) = n.$$

considérons l'équation (3.12), pour δk très petit, le terme $\hat{\phi}(\delta k)$ est négligé.

L'équation (3.12) devient :

$$\delta P - \hat{P} \hat{E} \delta k \quad (3.13)$$

Algorithme du placement de pôles :

étape 1 : Entrée les matrices A, B, C , et les pôles désirés $A_d = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$.

étape 2 : calcul de $CB, CAB, \dots, CA^{n-1}B$ et du rang de E

Si $\text{rang}(E) = n$, calculer les coefficients de l'équation caractéristique en boucle ouverte P_0 , et aller à l'étape 4, si non aller à l'étape 3.

étape 3 : Choisir K_0 , et calculer $A_0 = A + BK_0C; CB, CA_0B, \dots, CA_0^{n-1}B$ et le rang de E_0 , ou E_0 est formée par $CA_0^{i-1}B$ ($i=1, \dots, n$).

Si $\text{rang}(E_0) = n$ calculer le vecteur P_0 correspond à A_0 et aller à l'étape 4.

Si non la procédure est terminée et le problème n'a pas de solution.

étape 4 : $j = 0$

calculer : $\delta P_j = (P_d - P_j) / M$

tel que : j représente la j ième itération et M et un nombre tel que δP_j soit petit.

calculer : δk_j à partir de l'équation (3.13) et appliquer la matrice δK_j correspond à δk_j pour avoir $A_{j+1} = A_j + B\delta K_j C$ et P_{j+1}

étape 5 : poser $j = j + 1$ et répéter l'étape 4 jusqu'à $|P_{id} - P_{ij}| \leq \alpha$ $i = 1, \dots, n$.

ou α est un nombre positif très petit (une valeur typique 10^{-6}) et P_{id}, P_{ij} sont les j ème éléments des vecteurs P_d, P_j respectivement.

3.3- Commande décentralisée par placement de pôles :

Dans ce paragraphe, les résultats du placement de pôles centralisée sont prolongés au cas décentralisée.

Considérons un système composé de s station.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + \sum_{i=1}^s B_i \mu_i \\ y_j &= C_j x \quad j=1, \dots, s. \end{aligned} \quad (3.14)$$

En appliquant un retour de sortie décentralisé définie par :

$$u_j = K_j y_j + v_j \quad j=1, \dots, s. \quad (3.15)$$

avec K_j est une matrice constante de dimension $(m_j \times p_j)$ la matrice de retour décentralisée K_d à la structure suivante : $K_d = \text{bloc diag}(K_1, \dots, K_s)$

K_d est une matrice constante de dimension $(m \times p)$.

Algorithme du placement de pôles décentralisée est le même que le cas centralisée mais on doit tenir des modifications suivantes :

- k_d est un vecteur de dimension $(\mu \times 1)$ avec $\mu = \sum_{j=1}^s m_j p_j$ formé par le réarrangement de colonnes de K_d sur une même colonne en éliminant les éléments nuls dans K_d .
- \hat{e}_{id} est un vecteur $(1 \times \mu)$ obtenu à partir de \hat{e}_i en éliminant les éléments nuls de δk .

Remarque 1 :

La méthode peut être généralisé pour un retour structuré quelconque, (i.e) K possède des éléments fixes (non nécessairement nuls).

Remarque 2 : [10] , [11]

La condition nécessaire pour le placement de pôles décentralisé est $\mu = \sum_{j=1}^s m_j p_j \geq n$

(i.e) $\text{rang}(\hat{E}_d) = n$.

Exemple 1 : [10]

Soit le système suivant ayant trois entrées et trois sorties :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0.5 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 0.5 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0.5 \\ -2 & 1 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 1 & -1 & 0.5 & 0.5 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} u$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Les pôles du système en boucle ouverte sont :

$$\{4.5229, -0.88 + 1.0868j, -0.88 - 1.0868j, 0.9335, -0.6965\}$$

Les pôles désirés sont : $\{-1, -2, -3, -1+2j, -1-2j\}$.

En prenant la valeur initiale de K égale à :

$$K = \begin{bmatrix} -0.1 & -0.5 & 0 \\ -0.1 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

En appliquant l'algorithme du placement des pôles, on obtien le résultat suivant :

$$K_{dec} = \begin{bmatrix} -20.1854 & 33.5844 & 0 \\ -6.9096 & 12.199 & 0 \\ 0 & 0 & -1.3949 \end{bmatrix}$$

Les valeurs propres du système en boucle fermée sont :

$$\{-3.0029, -1.9959, -1.0004, -1+2.0008j, -1-2.0008j\}$$

Avec le meme placement de pôles, l'utilisation de l'agorithme dans le cas centralisé a donné le résultat suivant :

$$K_{cen} = \begin{bmatrix} -9.8 & -3.0008 & -0.9488 \\ 0.2377 & -0.9009 & 0.9769 \\ -1.822 & -2.6789 & -0.0284 \end{bmatrix}$$

La figure (3.1) montre les réponses impulsionnelles du système en boucle fermée pour les deux types de commande :

CEN : Commande centralisée.

DEC : Commande décentralisée.

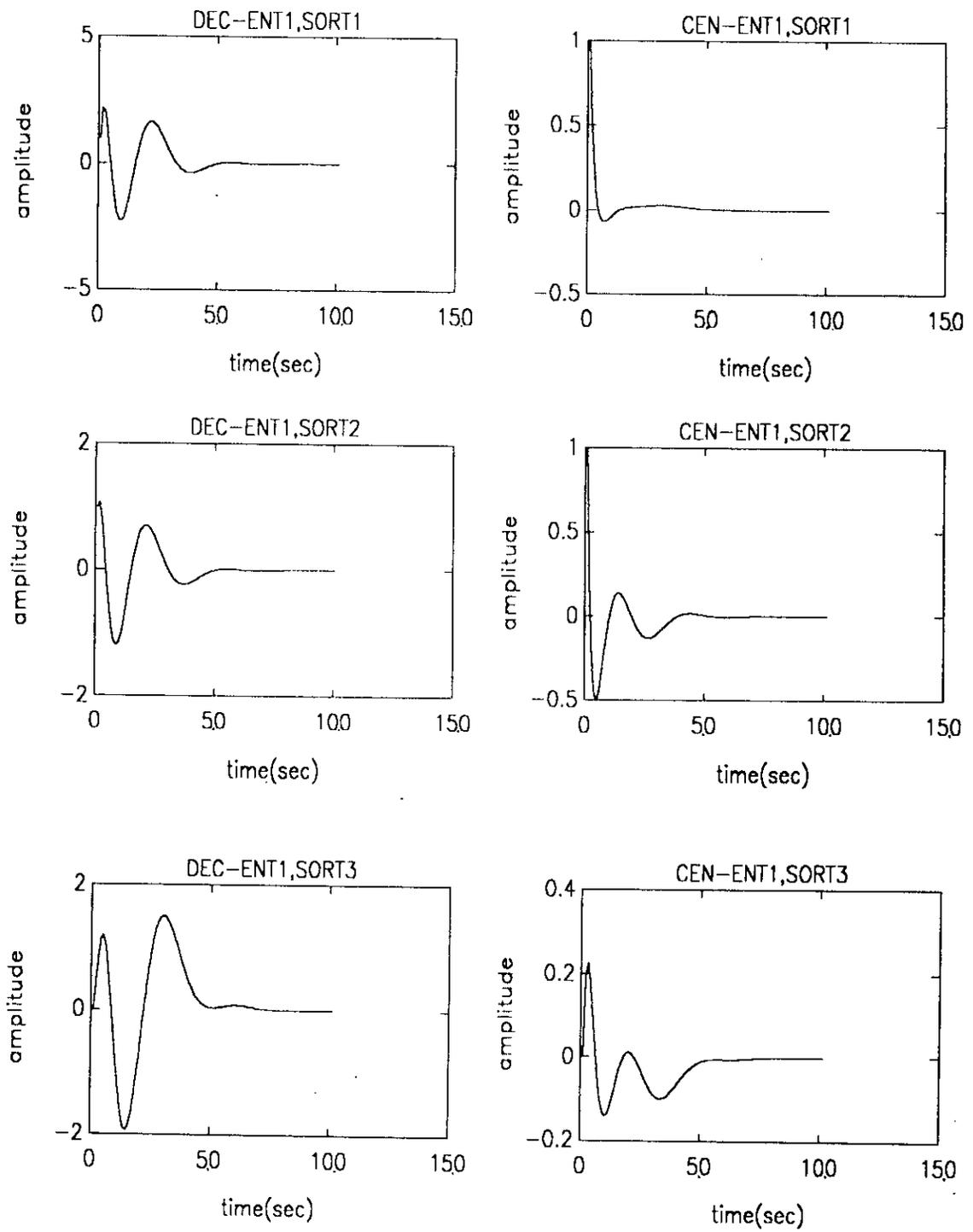
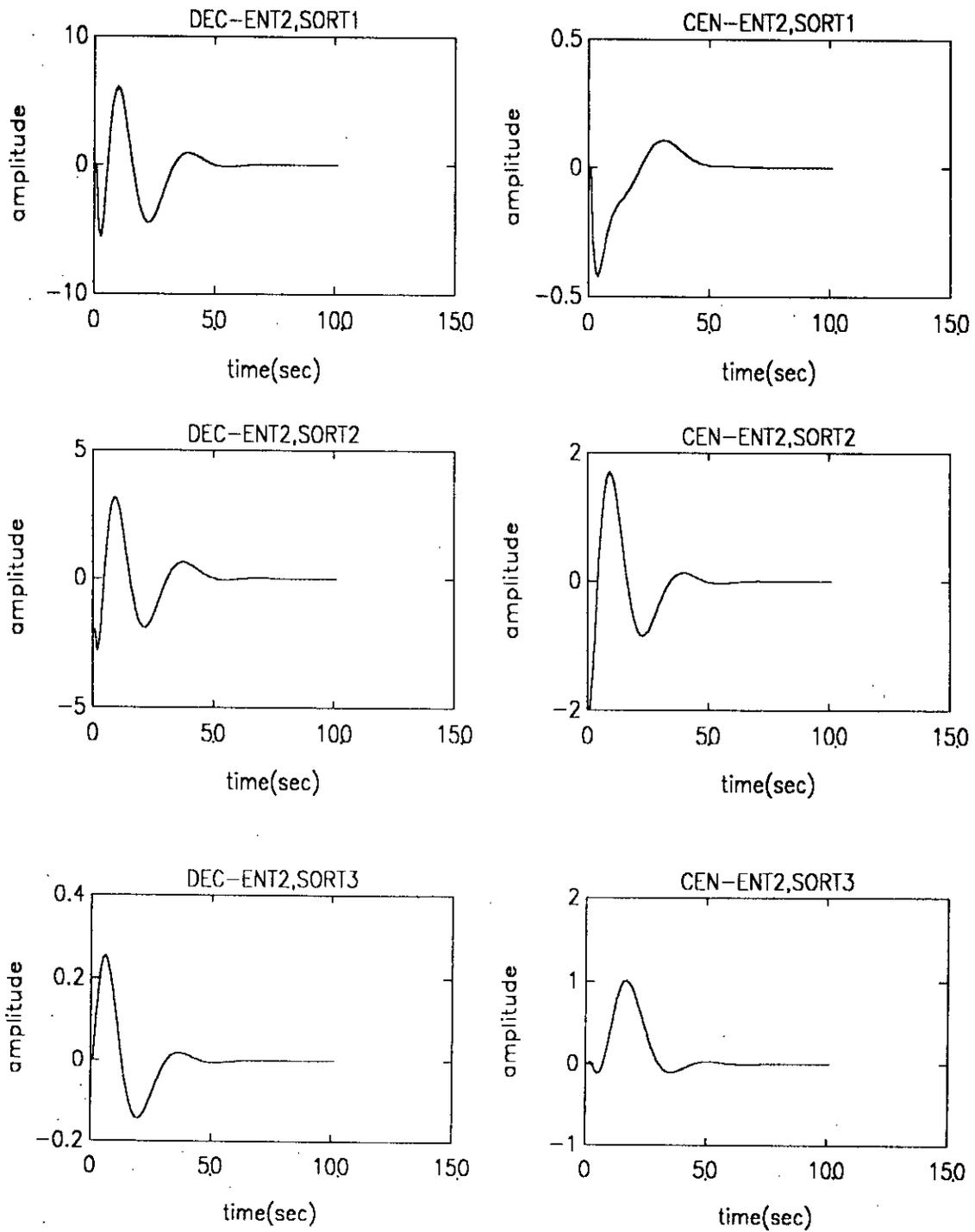


FIGURE 3.1a) Reponses impulsionnelles du systeme en boucle fermee.



FIGURE(3.1.b):Reponses impulsionnelles du systeme en boucle fermee.

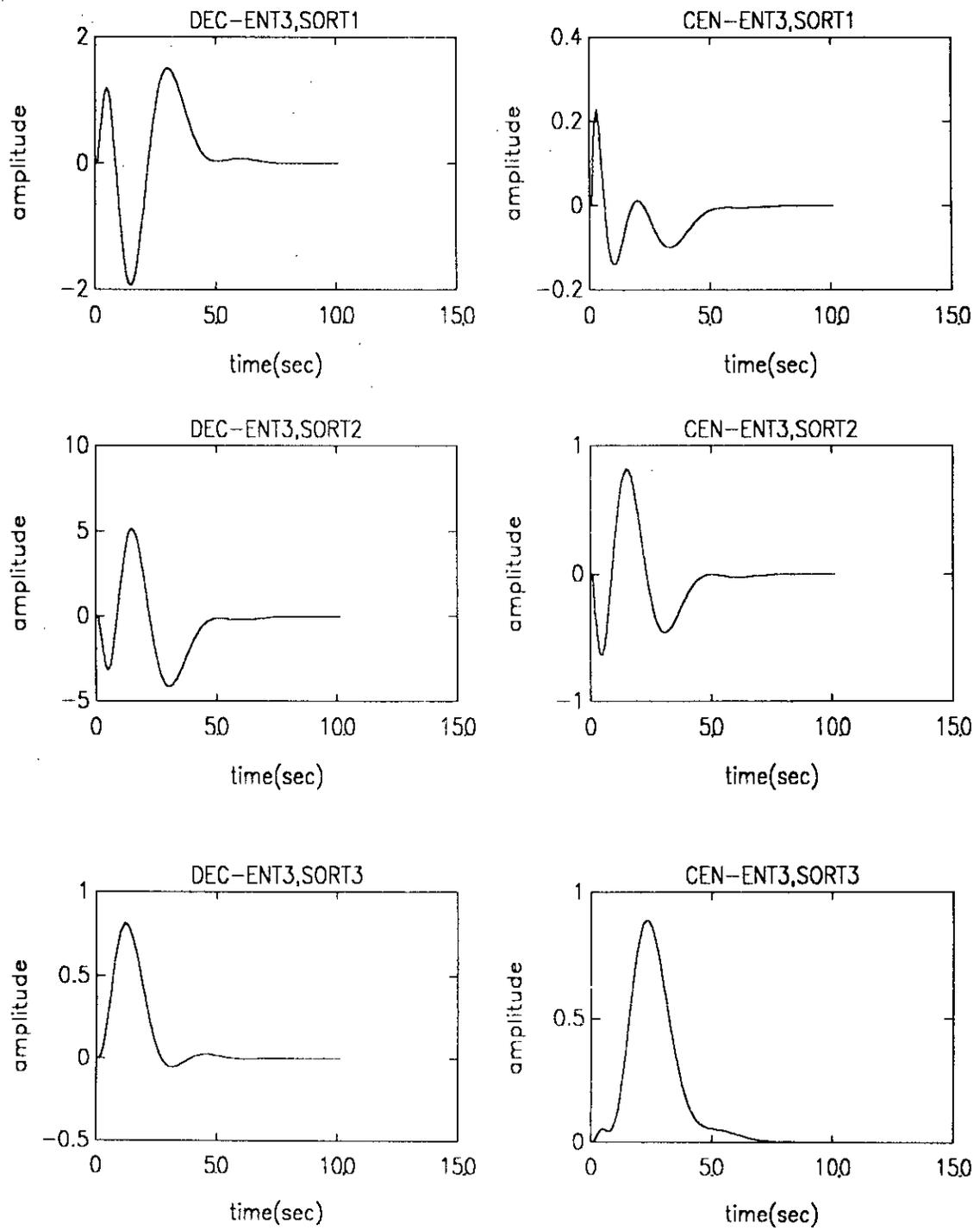


FIGURE 3.1c) Réponses impulsionnelles du système en boucle fermée.

Exemple 2:[23]

Soit le système suivant composé de deux sous-systèmes:

$$A = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -2.0843 & 0.4966 & 0.2033 & 0.0949 & 0.0253 \\ \hline 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0.6463 & 0.2879 & 0.2033 & 0 & 0 & 0.2566 & -0.1153 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.1188 & 0.0644 & 0.0253 & -1 & -1 & -2 & -3.2946 \end{array} \right]$$

$$B = \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]; \quad C = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Les pôles du système en boucle ouverte sont :

$$\{-2.6666, -1.6832 + 1.0114j, -1.6832 - 1.0114j, 0.0055, -0.6406, -0.6254 + 0.7208j, -0.6254 - 0.7208j\}.$$

Les pôles désirés sont :

$$\{-0.5, -0.5, -1, -1, -2, -2.5, -3\}.$$

En prenant la valeur initiale de K égale à :

$$K = \begin{bmatrix} -1.54 & -0.96 & 0 & 0 \\ -0.9243 & -1.1932 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5347 & -1.6686 \\ 0 & 0 & -0.8716 & -1.1153 \end{bmatrix}$$

Le résultat de l'algorithme est le suivant :

$$K_{dec} = \begin{bmatrix} -0.6297 & -1.0582 & 0 & 0 \\ 1.1919 & 1.6015 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8002 & -1.9515 \\ 0 & 0 & -2.2806 & 0.3615 \end{bmatrix}$$

$$K_{cen} = \begin{bmatrix} -1.944 & -0.54 & 0 & 0.4624 \\ -0.9243 & -0.6223 & 0.1121 & 0.4868 \\ -0.0011 & 1.2261 & -0.5202 & -0.6372 \\ 0.0002 & 0.0005 & 0.0343 & -0.4342 \end{bmatrix}$$

Les valeurs propres du système en boucle fermée sont :
{-3, -2.4999, -2, -1.016, -0.9928, -0.5004, -0.5004}.

La figure (3.2) montre les réponses indicielles du système en boucle fermée pour les deux types de commande :

CEN : Commande centralisée.

DEC : Commande décentralisée.

Interprétation des résultats :

D'après les résultats obtenus, la dynamique d'un système multivariable n'est seulement par le placement de pôles et décentralisée sont différentes malgré qu'on les mêmes pôles en boucle fermée), mais aussi par le choix des vecteurs propres associés à ces pôles [13].

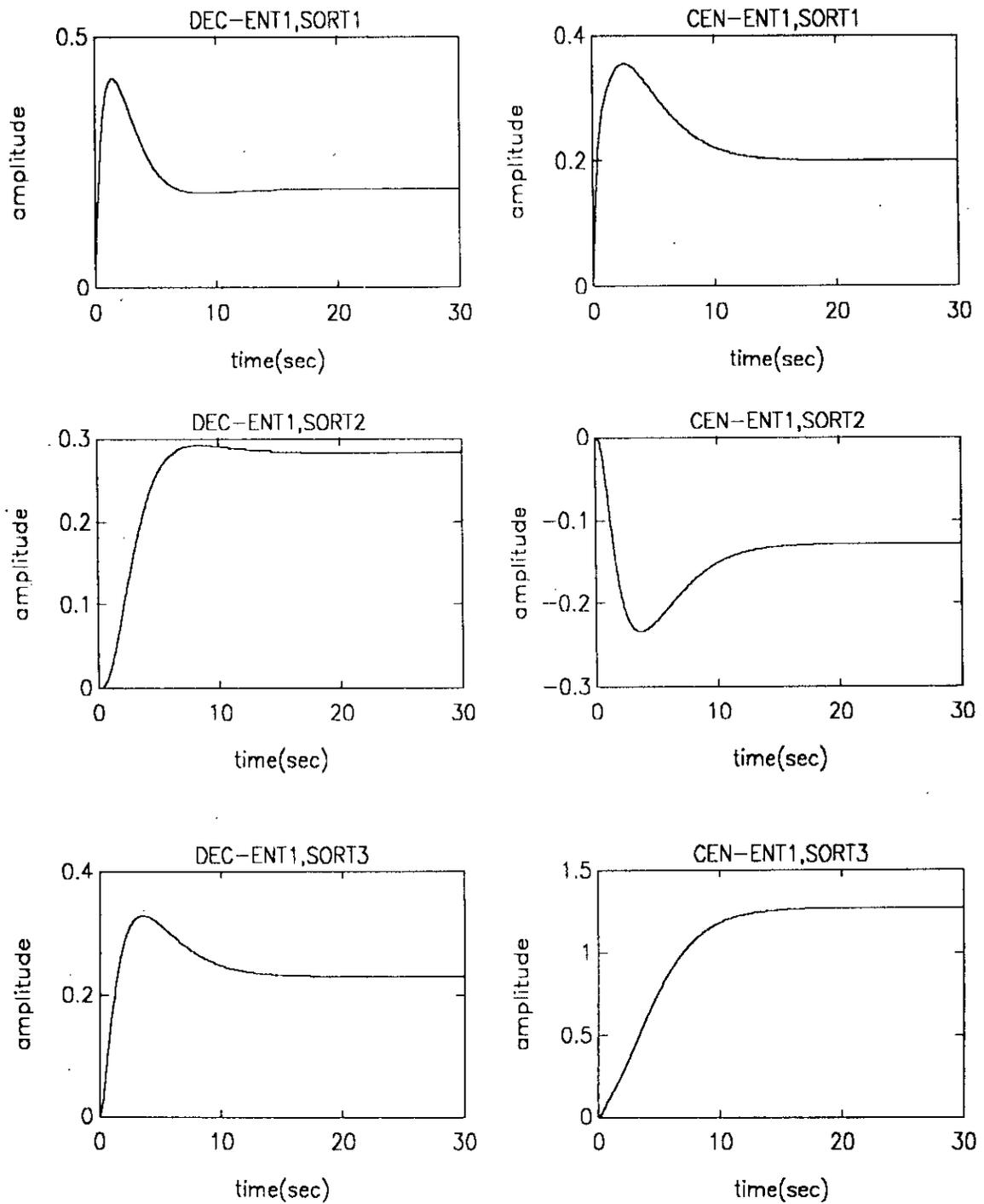
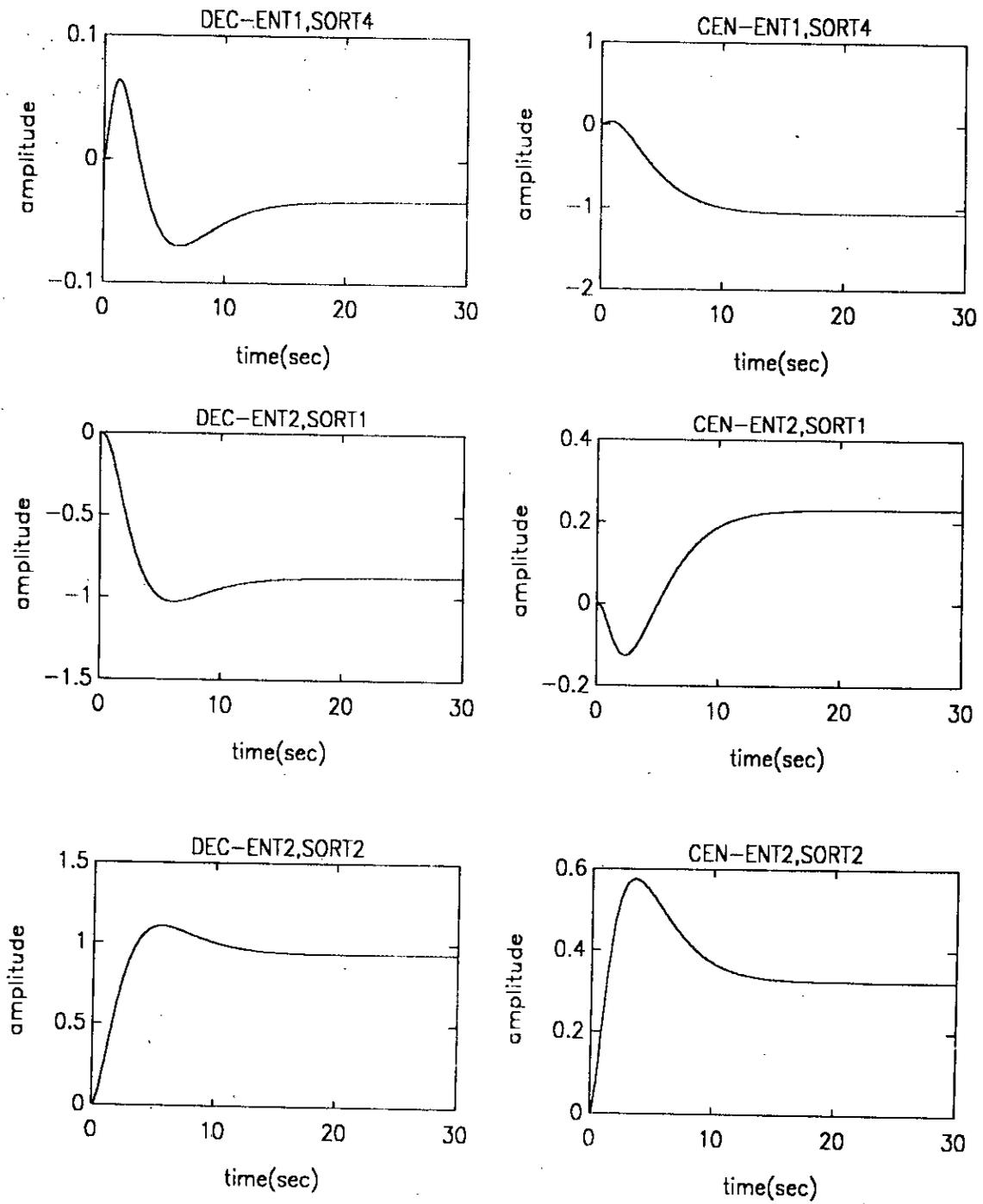


FIGURE (3.2.a): Reponses indicielles du systeme en boucle fermee.



FIGURE(3.2.b):Reponses indicielles du systeme en boucle fermee.

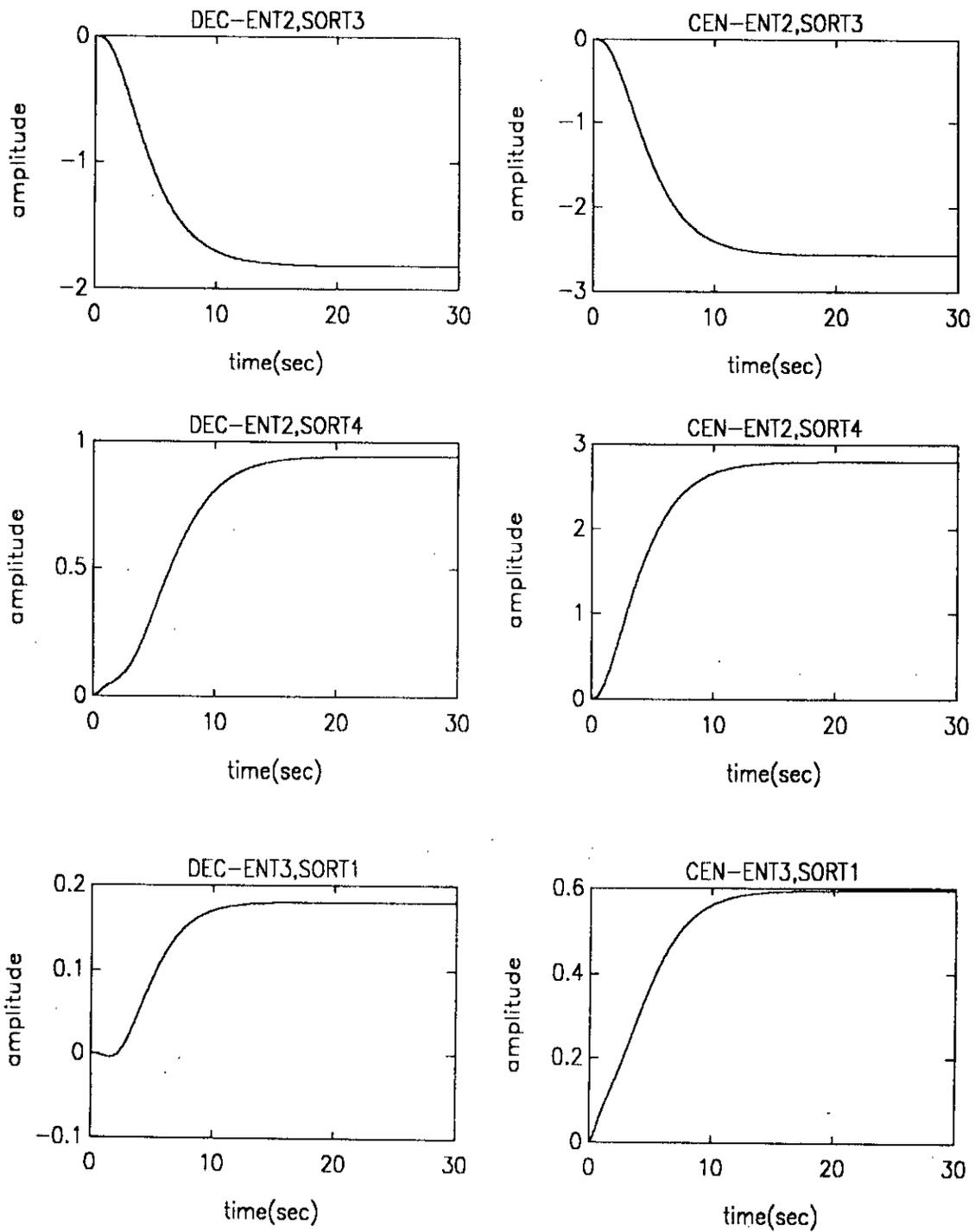
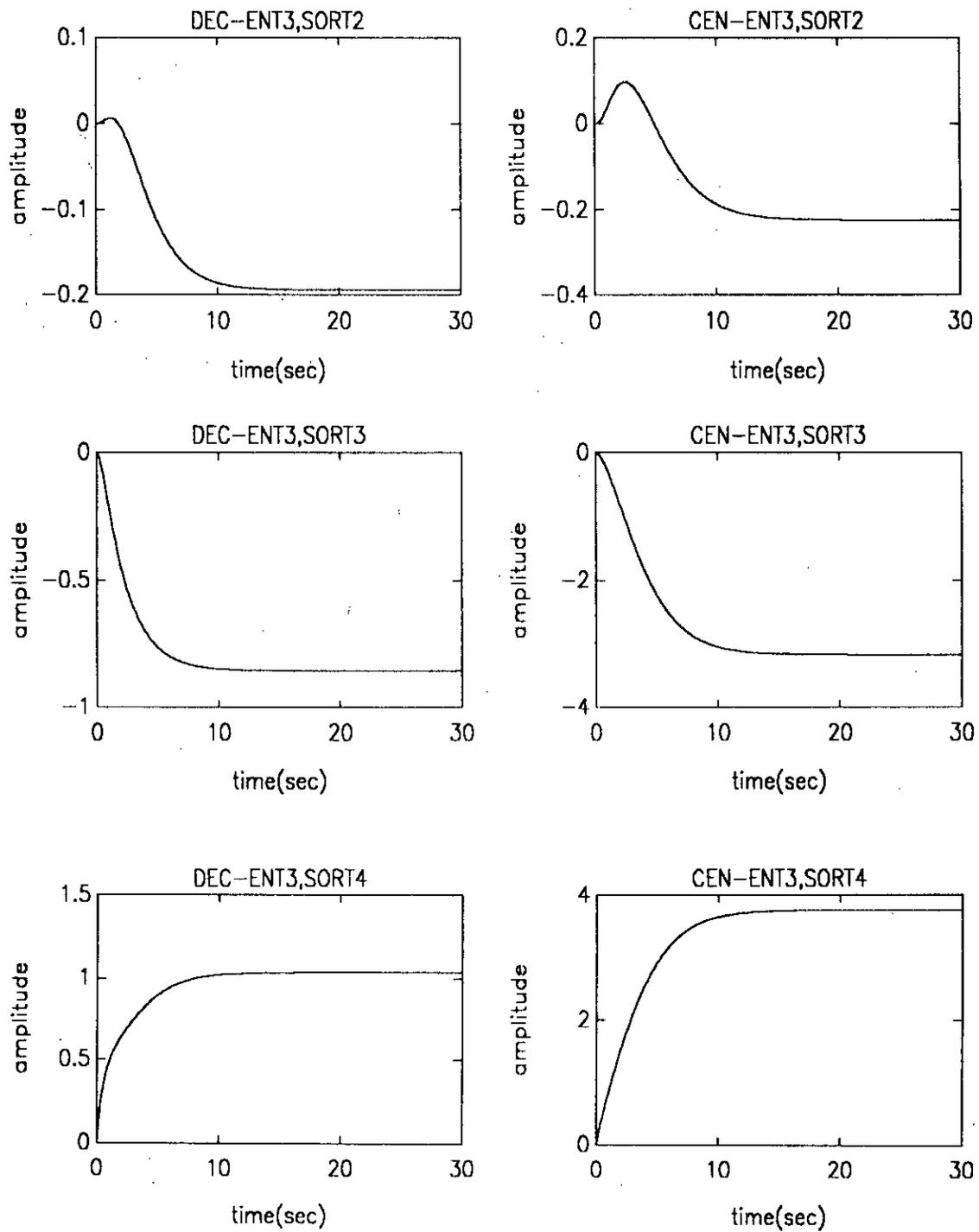
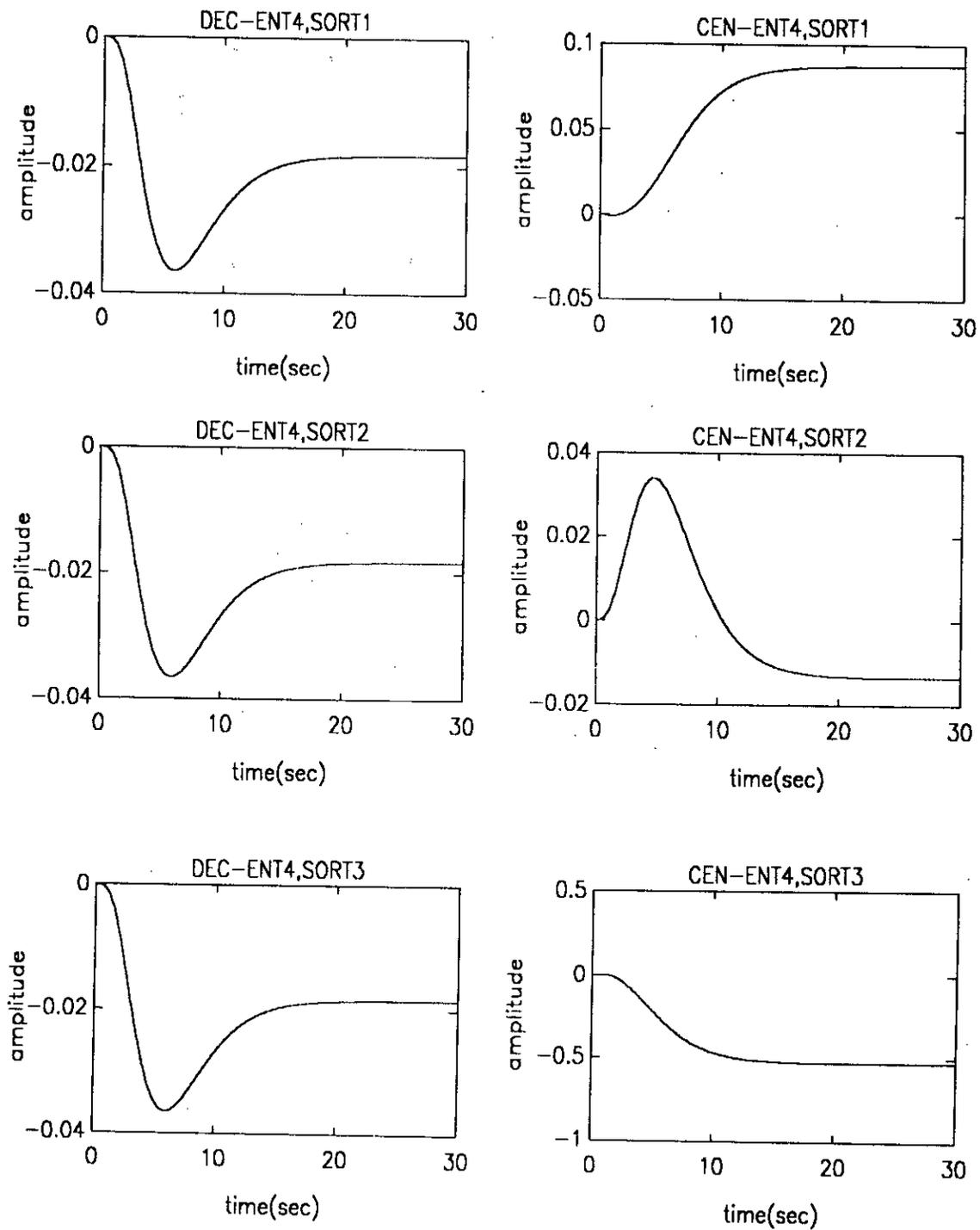


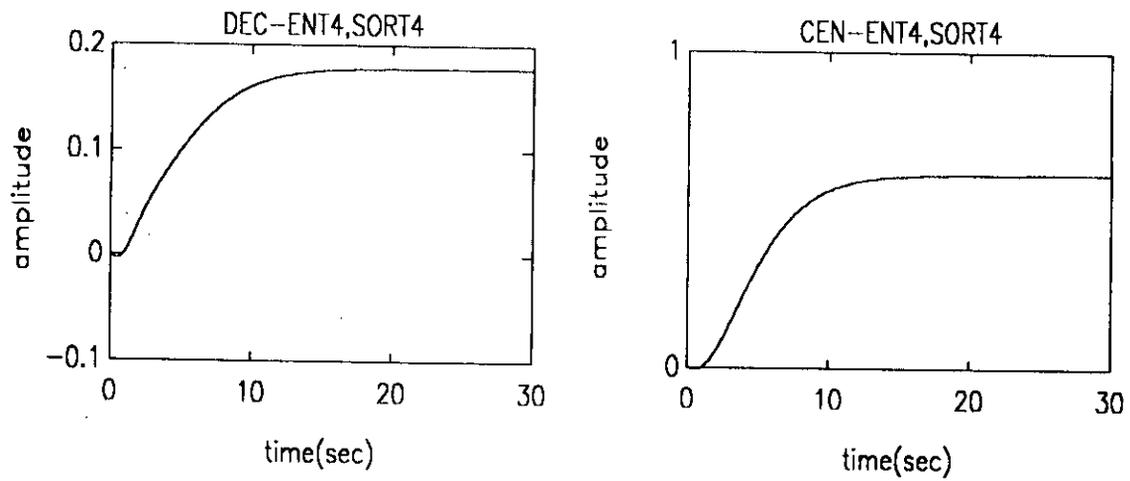
FIGURE 3.2 e) Reponses indicielles du system en boucle fermee.



FIGURE(3.2.d):Reponses indicielles du system en boucle fermee.



FIGURE(3.2.e):Reponses indicielles du systeme en boucle fermee.



FIGURE(3.2.f):Reponses indicielles du systeme en boucle fermee.

Conclusion :

La commande par placement de pôles décentralisée par retour de sortie a été développée dans ce chapitre. Cette méthode nécessite la vérification de la condition sur le rang de la matrice E (Théorème 1).

Lors de l'utilisation de cette méthode, nous avons constaté qu'elle donne les mêmes valeurs des pôles que les pôles désirés aussi bien en commande centralisée qu'en commande décentralisée.



Chapitre IV

**Application de la commande
décentralisée sur un réseau électrique**

APPLICATION DE LA COMMANDE DECENTRALISEE A UN RESEAU ELECTRIQUE

4.1- Introduction :

Afin de mettre en pratique la commande décentralisée il serait intéressant de l'appliquer à des problèmes réels assez nombreux en industrie et différents secteurs économiques.

Le but de ce chapitre est la modélisation d'un réseau multimachine pour l'évaluation de la stabilité dynamique.

Dans une première partie, nous présentons un modèle de la machine synchrone. A cet effet la transformation de Park s'avère nécessaire pour aboutir à un modèle mathématique, ce modèle appelé "modèle à deux axes" est exploité pour étudier la dynamique de la machine synchrone fonctionnant en régime établi.

La deuxième partie est consacrée à la modélisation de tous les éléments composant le réseau multimachines pour mettre en évidence les interactions entre les différentes machines synchrones du réseau par le biais des lignes de transmission qui relient les centres de production (nœuds générateurs) aux centres de consommations (nœuds de charge).

4.2-Modélisation:

4.2.1- Structure d'un réseau multimachine :

Un réseau électrique est un système d'énergie constitué par les éléments suivantes :

- 1- Des unités génératrices avec leurs dispositifs de régulation de vitesse et d'excitation.
- 2- Des charges statiques et dynamiques.
- 3- Des lignes de transmission et des transformateurs.

Pour établir la modélisation nous procéderons aux étapes suivantes :

- Modélisation des générateurs
- Modélisation des charges
- Présentation du système interconnecté.

4.2.2- Modélisation des composants du réseau multimachine :

4.2.2.1 Modélisation du générateur :

- Principe de transformation de Park :

La transformation de Park (ou décomposition selon les axes d et q) permet la substitution aux enroulements a , b et c fixés par rapport au stator, de deux enroulements d et q tournant à la même vitesse que le rotor, ayant pour axes magnétiques respectivement l'axe direct et l'axe en quadrature [14].

La machine synchrone triphasée comporte au stator, trois enroulements a, b, et c et au rotor, un enroulement d'excitation noté f dont l'axe magnétique est l'axe direct. Elle comporte également au stator, un certain nombre de barres d'amortisseurs représentées par deux enroulements en court-circuit D et Q respectivement sur l'axe d et q

(figure 4.1).

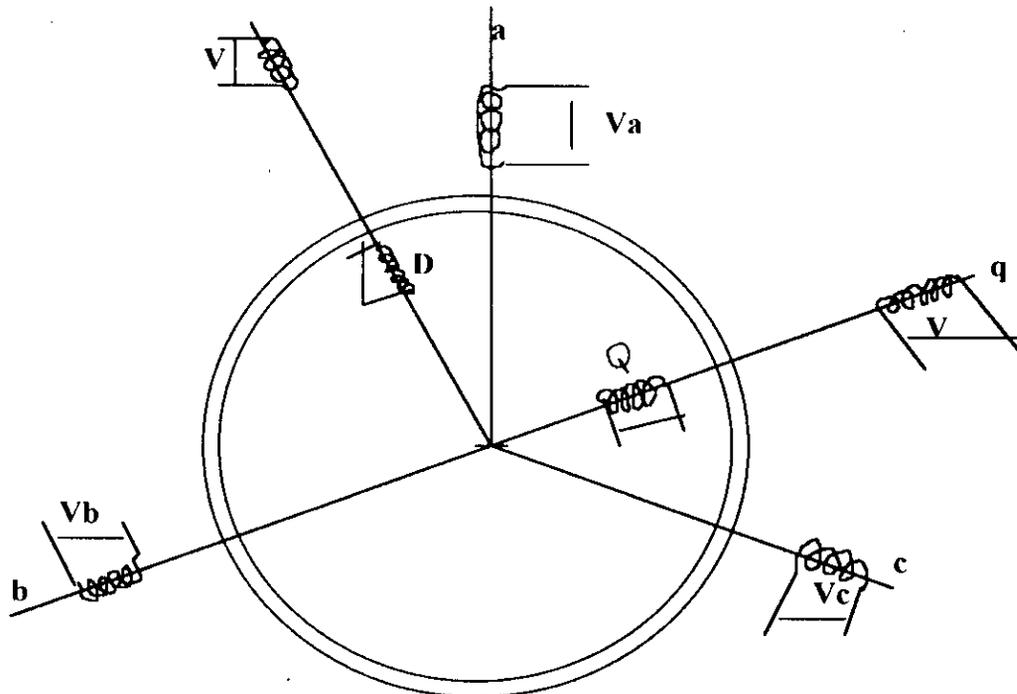


Fig 1.1 : représentation de PARK de la machine synchrone.

La matrice de transformation de Park s'écrit : [15]

$$P = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \sin(\theta) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (4.1).$$

1.3.1.2- Equation de la machine [16]

Pour établir cette modélisation on se basera sur les points suivants :

- Un modèle de degré 3 basé sur la transformation de PARK est utilisé pour chaque rotor de la machine synchrone.
- Pas de transformateur de tension et la résistance du stator est négligée.
- La saturation est ignorée.
- L'amortissement présent dans les circuits d'amortissement est pris en considération en incluant le facteur d'amortissement équivalent.

En considérant ces propositions, les équations algébriques du i ème générateur connecté au i ème, noeud sont :

$$V_{di} = X_{qi} \dot{i}_{qi} \quad (4.2)$$

$$V_{qi} = -X_{di} \dot{i}_{di} + X_{mdi} \dot{i}_{fi} \quad (4.3)$$

$$\Psi_{fi} = -X_{mdi} \dot{i}_{di} + X_{fi} \dot{i}_{fi} \quad (4.4)$$

tels que :

- * d_i, q_i : l'axe direct et l'axe en quadrature d'une machine.
- * v_{di}, v_{qi} : les composants de la tension du stator suivant les axes d et q .
- * i_{di}, i_{qi} : les composants du courant du stator suivant les axes d et q .
- * i_{fi} : courant d'excitation.
- * X_{di}, X_{qi} : réactances synchrones suivant d et q .
- * X_m : la réactance mutuelle entre l'armature et le rotor selon d.
- * X_f : la réactance du circuit d'excitation.

En raison des interaction entre les différentes machines, un repère noté (D, Q) lié au mouvement de l'ensemble des machines et qui tourne à la vitesse de synchronisme est défini.

Ce repère constitue la référence commune fixe. C'est pourquoi toutes les grandeurs liées à la dynamique de chaque machine prise individuellement (repère d, q appelé aussi repère machine) seront exprimées dans le nouveau repère (D, Q) par la transformation :

$$\begin{bmatrix} v_{di} \\ V_{qi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta_i & \sin \delta_i \\ -\sin \delta_i & \cos \delta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{Di} \\ V_{Qi} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

δ_i est le déphasage du rotor par rapport à l'axe D.

Sont les composants de la tension du stator selon les axes D et Q .

Schéma de la transformation :

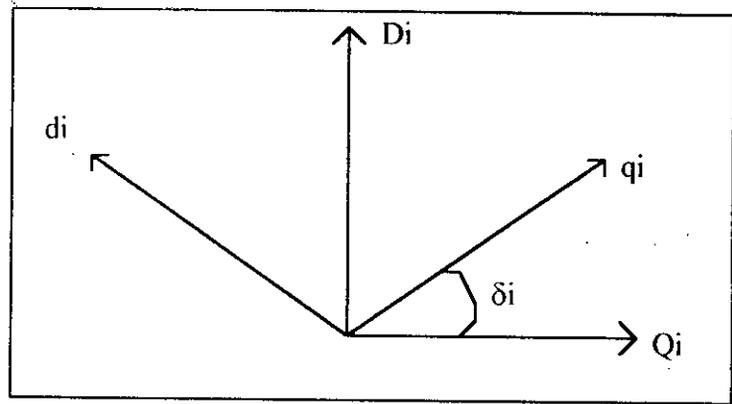


Fig (4.2) : repère machine et repère synchrone dans le réseau multimachines.

Une relation analogue est obtenue par la linearisation des équations (4.2) et (4.5) autour d'un point de fonctionnement et on trouve :

$$\Delta I_i = R_i \Delta V_i + W'_i x_{ig} \quad (4.6)$$

$$\Delta I_i = R_i \Delta V_i + W'_i X_{ig} \quad (4.7)$$

avec

- ΔI la variation du courant du stator autour d'un point de fonctionnement.
- ΔI_f la variation du courant d'excitation autour d'un point de fonctionnement.
- ΔV_i la variation de la tension du stator autour d'un point de fonctionnement.
- x_{ig} vecteur d'état sera défini par la suite :

$$\begin{cases} \Delta I_i = [\Delta i_{Di}, \Delta i_{Qi}] \\ \Delta V_i = [\Delta V_{Di}, \Delta V_{Qi}] \\ \Delta x_{ig} = [\Delta \delta_i, \Delta \dot{\delta}_i, \Delta \Psi_{di}] \end{cases}$$

$R_i, W_i, \bar{R}_i, \bar{W}_i$ sont des matrices constantes donnés dans l'annexe 1.

En considérant l'équation différentielle pour le ième générateur, on peut écrire :

$$v_{fi} = \frac{1}{w_0} \Psi_{fi} + V_{fi} i_{fi} \quad (4.8)$$

$$M_i \ddot{\delta}_i + D_i \dot{\delta}_i = T_m - T_{ei} \quad (4.9)$$

$$T_{ei} = I_i - V_i \quad (4.10)$$

tels que:

- * v_{fi} la tension d'excitation.
- * W_0 la vitesse angulaire synchronisée du réseau.
- * $M_i = \frac{H_i}{\pi f_0}$ avec H_i constante d'inertie
- * T_m couple mécanique.
- * T_{ei} couple électrique
- * D_i coefficient d'amortissement.

Avec la linearisation (4.8), (4.9), (4.10) et en utilisant les équations (4.6) et (4.7) on obtient :

$$\dot{x}_{gi} = A'_{i} x_{ig} + B'_{i} U'_{i} + C'_{i} V$$

Avec A'_{i}, B'_{i}, C'_{i} des matrices constantes définies dans l'annexe 1.

* $U'_{i} = [\Delta T_{mi}, \Delta E_{fdi}]^T$

* ΔT_{mi} La variation le du coupmécanique.

* ΔE_{fd} La variation de la tension d'excitation.

En utilisation seulement un régulateur d'excitation, le schéma bloc du circuit d'excitation est le suivant :

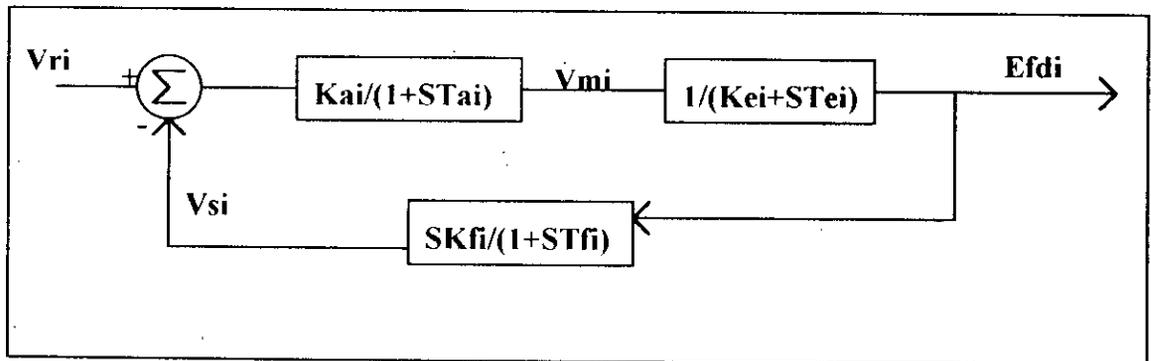


fig 1.3 schéma bloc du circuit d'excitation.

L'équation d'état du circuit d'excitation à la forme suivante :

$$\dot{x}_{ei} = A_{ei} x_{ei} + B_{ei} \Delta V_{Ri} \tag{4.12}$$

$$y_{ei} = C_{0i}^T x_{ei} \tag{4.13}$$

avec :

ΔV_{RI} est la variation de la tension de commande du circuit d'excitation.

$$C_{0i}^T = [1, 0, 0]$$

$$x_{ei} = [\Delta E_{fdi} \Delta V_{mi} \Delta V_{si}]$$

A_{ei}, B_{ei}, C_{ei} , sont des matrices constantes définies dans l'annexe 1.

En posant $B_{ei} = [B'_{1i} B'_{2i}]$

L'équation d'état complète d'un générateur sera :

$$\dot{X}_i = A_i X_i + B_i U_i + C_i \Delta V_i \tag{4.16}$$

avec :

$$X_i = [x_{gi}, x_{ei}]^T$$

$$U_i = \Delta V_{RI}$$

$$A_i = \begin{bmatrix} A_{1i} & B_{2i} & C_{0i} \\ 0 & A_{ci} & \end{bmatrix} \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{ci} \end{bmatrix} \quad C_i = \begin{bmatrix} C_i \\ 0 \end{bmatrix}$$

Alors l'équation (4.6) peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \Delta I_i &= R_i \Delta V_i + W_i x_i \\ W_i &= [W_i; 0]^T \end{aligned} \quad (4.17)$$

4.2.2.2- Modélisation des charges [2]

Dans cette modélisation on ne considère que les charges statiques.
Le modèle qui caractérise une charge placée au noeud h est :

$$\begin{cases} P_{lh} = P_{lh} V_{ch}^{k_{ph}} \\ Q_{lh} = Q_{lh} V_{ch}^{k_{qh}} \end{cases} \quad (4.18)$$

tels que :

P_{lh} et Q_{lh} sont les puissances active et réactive associées au noeud h.

K_{ph} , K_{qh} sont les constantes dont les valeurs dépendent de la nature de la charge.

V_{ch} est la tension au hème noeud.

Les composants du courant relatif à la hème charge statique ramenés aux axes D et Q s'écrivent:

$$\begin{cases} i_{Dh} = (P_{lh} V_{cDh} + Q_{lh} V_{cQh}) / V_{ch}^2 \\ i_{Qh} = (P_{lh} V_{cQh} + Q_{lh} V_{cDh}) / V_{ch}^2 \end{cases} \quad (4.19)$$

tel que V_{cDh} , V_{cQh} sont les composants de V_{ch} à la hème charge par rapport aux axes D et Q.

En linearisant (4.19) et en prenant en considération (4.18) on trouve :

$$\Delta I_{lh} = R_{lh} \Delta V_{ch} \quad (4.20)$$

tels que :

$$\begin{cases} \Delta I_{lh} = [\Delta i_{Dh}, \Delta i_{Qh}]^T \\ \Delta V_{ch} = [\Delta V_{cDh}, \Delta V_{cQh}]^T \end{cases}$$

où R_{lh} est une matrice de dimension (2x2).

$$R_{lh}(1,1) = \frac{1}{V_{ch}^2} \left[P_{lh} + (K_{ph} - 2) \frac{V_{cDh}^2}{V_{ch}^2} P_{lh} + (K_{qh} - 2) \frac{V_{cDh} V_{cQh}}{V_{ch}^2} Q_{lh} \right]$$

$$R_{lh}(1,2) = \frac{1}{V_{ch}^2} \left[Q_{lh} + (K_{ph} - 2) \frac{V_{cQh}^2}{V_{ch}^2} Q_{lh} + (K_{qh} - 2) \frac{V_{cDh} V_{cQh}}{V_{ch}^2} P_{lh} \right]$$

$$R_{lh}(2,1) = -\frac{1}{V_{ch}^2} \left[Q_{lh} + (K_{ph} - 2) \frac{V_{cDh}^2}{V_{ch}^2} Q_{lh} - (K_{qh} - 2) \frac{V_{cDh} V_{cQh}}{V_{ch}^2} P_{lh} \right]$$

$$R_{lh}(2,2) = \frac{1}{V_{ch}^2} \left[P_{lh} + (K_{ph} - 2) \frac{V_{cDh}^2}{V_{ch}^2} P_{lh} - (K_{qh} - 2) \frac{V_{cDh} V_{cQh}}{V_{ch}^2} Q_{lh} \right]$$

4.2.2.3- Modélisation du réseau de transport :

Pour déterminer la modélisation du réseau on doit déterminer les relations entre les noeuds de ce réseau.

Le réseau peut être complètement présenter par $2(n+m)$ équations algébriques lesquelles après linearisation peut être exprimés par :

$$\begin{bmatrix} \Delta I \\ \Delta I_c \end{bmatrix} = Y \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta V_c \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$\Delta I, \Delta V$ Variation du courant et de la tension aux noeuds des générateurs.

$\Delta I_c, \Delta V_c$ Variation du courant et de la tension aux noeuds des charges.

avec :

$$\Delta I = [\Delta I_1, \Delta I_2, \dots, \Delta I_n]^T$$

$$\Delta V = [\Delta V_1, \Delta V_2, \dots, \Delta V_n]^T$$

$$\Delta I_c = [\Delta I_{c1}, \Delta I_{c2}, \dots, \Delta I_{cm}]^T$$

$$\Delta V_c = [\Delta V_{c1}, \Delta V_{c2}, \dots, \Delta V_{cm}]^T$$

La matrice des admittance Y est symétrique, elle est composée de 2x2 sous bloc tel que : [7]

$$Y_{uv} = \begin{bmatrix} g_{uv} & -b_{uv} \\ b_{uv} & g_{uv} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

avec : $u, v = 1, 2, \dots, n+m$

4.2.3- Modèle du système interconnecté :

Comme il a été indiqué le système est composé de n générateur et m charges statiques.

De l'équation (1.16) on peut écrire : [7]

$$\dot{x} = Ax + BU + C\Delta V \quad (4.23)$$

avec :

$$X = [X_1, \dots, X_n]^T$$

$$U = [U_1, \dots, U_n]^T$$

$$A = \text{bloc diag}[A_1, A_2, \dots, A_n]$$

$$B = \text{bloc diag}[B_1, B_2, \dots, B_n]$$

$$C = \text{bloc diag}[C_1, C_2, \dots, C_n]$$

et

$$\Delta I = R\Delta V + W_x \quad (4.24)$$

$$\Delta I_c = R_L \Delta V_c \quad (4.25)$$

où

$$R = \text{diag}[R_1, R_2, \dots, R_n]$$

$$W = \text{diag}[W_1, W_2, \dots, W_n]$$

$$R_L = \text{diag}[R_{L1}, R_{L2}, \dots, R_{Lm}]$$

A partir des équations (4.21), (4.23) et (4.24) on obtient :

$$\begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta V_c \end{bmatrix} = -HW_0 x \quad (4.26)$$

$$\text{avec : } H = -\left[\begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & R_c \end{bmatrix} - Y \right]^{-1}, \quad W_0 = \begin{bmatrix} W \\ 0 \end{bmatrix}$$

En remplaçant (4.26) dans (4.23) on obtient le modèle complet :

$$\dot{X} = \tilde{A}X + BU \quad (4.27)$$

$$\text{avec : } \tilde{A} = A - C_0 HW_0, \quad C_0 = [C; 0]$$

4.3.1- Application de la commande optimale :

L'application de la commande décentralisée (méthode du gradient), avec les matrices de pondérations.

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \mathbf{I}_9 \\ \mathbf{R} &= \mathbf{I}_3 \end{aligned}$$

Nous donne la matrice de retour décentralisée suivante :

$$K_{dec} = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 \end{bmatrix}$$

avec

$$K_1 = [283.4 \quad 386.4 \quad 692.5]$$

$$K_2 = [236.7 \quad 3470 \quad 9940.1]$$

$$K_3 = [242.7 \quad -3215.4 \quad 8376.5]$$

En prenant les mêmes pondérations ($\mathbf{Q} = \mathbf{I}_9, \mathbf{R} = \mathbf{I}_3$) la matrice de retour centralisée est :

$$K_{cen} = [K_1 \quad K_2 \quad K_3]$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} -138,78 & 0,1333 & 48,5908 \\ 64,4863 & -2,413 & 26,01 \\ 38,4886 & -1,437 & 16,07 \end{bmatrix}$$

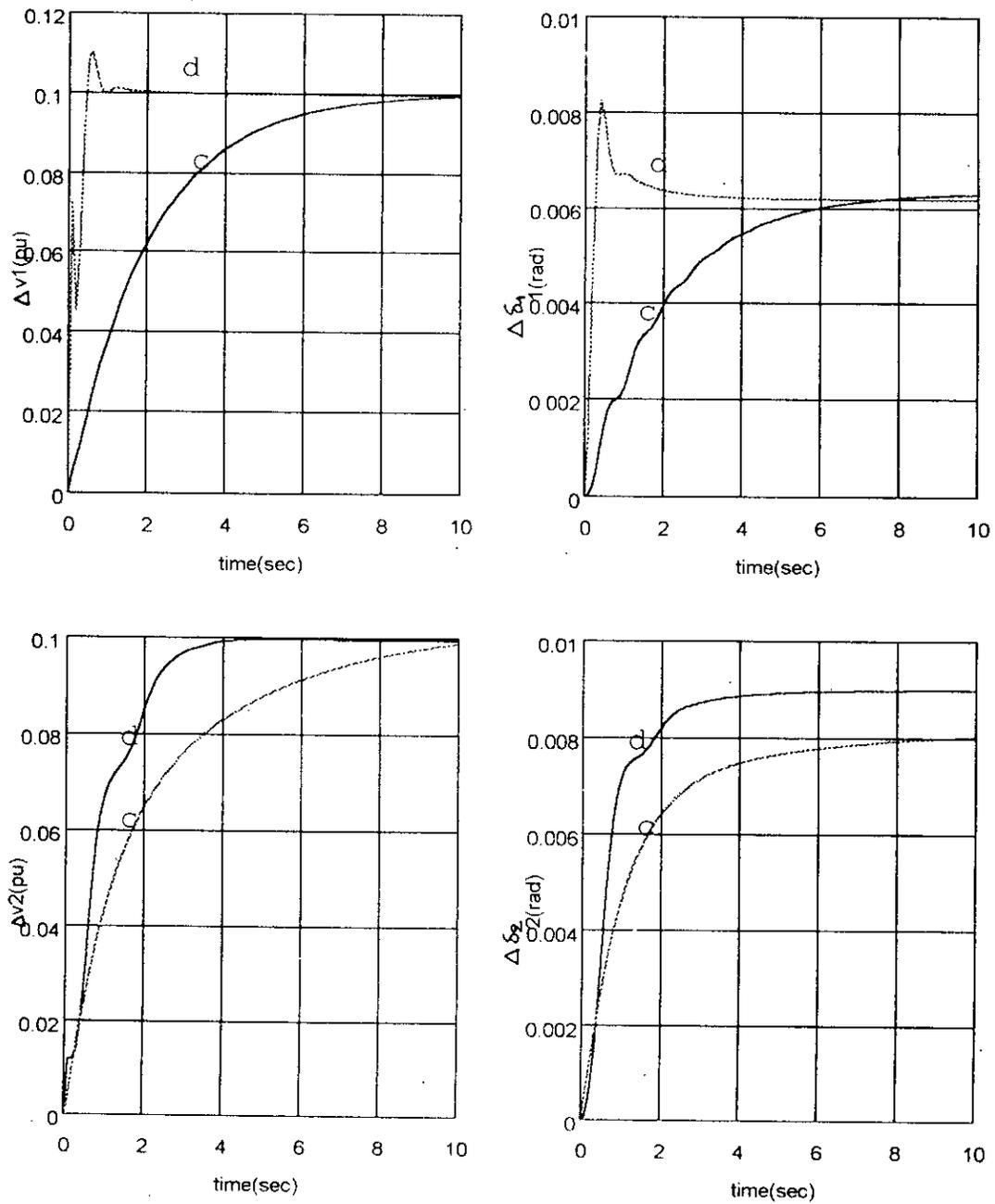
$$K_3 = \begin{bmatrix} -1,0109 & -0,6574 & 74,55 \\ 7,8927 & -2,6827 & 333,7592 \\ 55,86 & -12,6929 & 605,0057 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -56,4781 & 1,5234 & 119,9662 \\ -120,3209 & 9,1738 & 457,9737 \\ -77,8787 & 6,2603 & 331,9683 \end{bmatrix}$$

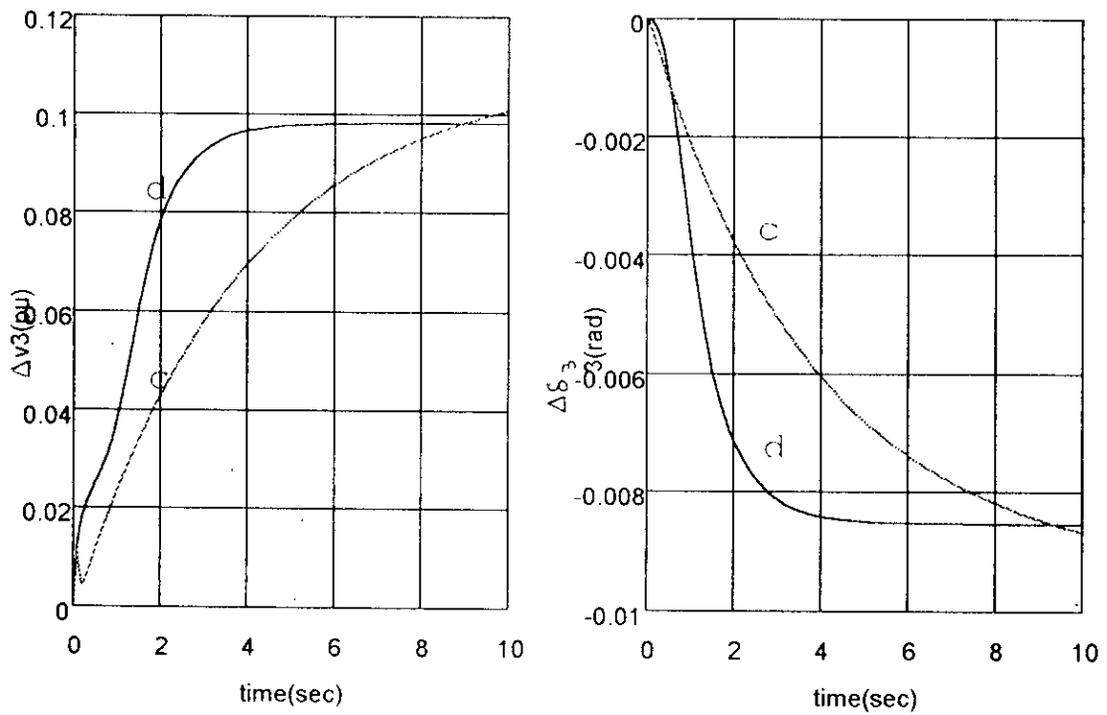
Les figures (4.5) représente la variation de la tension terminale des générateurs, ainsi que leurs angles internes, pour un échelon de 10% de la commande.

c : Designe le cas centralisé

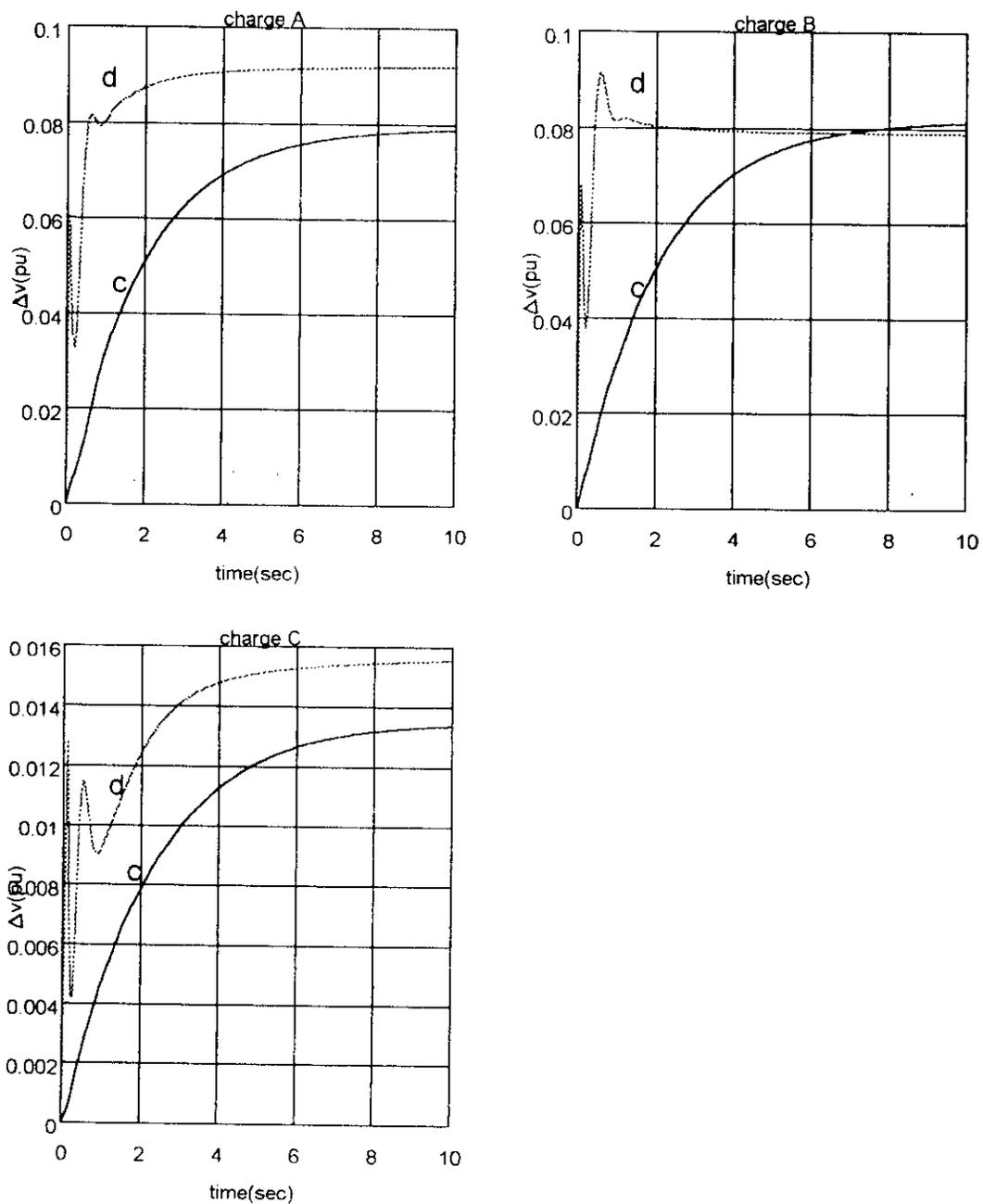
d : Designe le cas décentralisé



FIGURE(4.5.a) Reponses indicelles des generateurs pour un echelon de 10^{-3} de la commande.



FIGURE(4.5.b) Reponses indicielles des generateurs pour un echelon de 10^{-3} de la commande.



FIGURE(4.5.c).Reponses indicelles des tensions aux niveaux des charges pour un echelon de 10% sur l'entree du generateur 1.

Interprétation des résultats :

Les résultats de simulation obtenues par l'application de la technique du Gradient montrent la convergence des sorties de chaque sous-système représenté par les tensions ΔV_1 , ΔV_2 , et ΔV_3 respectivement sur les figures (4.5.a), (4-5-b) avec amélioration des performances de convergence pour le cas décentralisé, en comparaison avec le cas centralisé. Ceci ne peut être justifié pour un cas général et n'est valable qu'au modèle retenu car la technique de commande élaborée d'une façon centralisée donne des performances plus appréciées que celles dédiées au cas décentralisé à cause de la quantité d'informations prise en compte. L'erreur statique est très faible cela étant relatif au choix des gains de retour d'état.

4.3.2- Commande par placement de pôles :

L'application de la commande décentralisée par placement de pôles pour le placement désiré suivant :

$$P_d = \{-0.2, -1, -5 \pm j9, -17, -34, -51, -47 \pm j45\}$$

Nous donne les deux matrices de retour centralisée et décentralisée suivantes :

$$K_{dec} = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 \end{bmatrix}$$

avec :

$$K_1 = [-322,984 \quad -335,75 \quad -595,011]$$

$$K_2 = [-204 \quad -2975,004 \quad -8499,15]$$

$$K_3 = [-212,5 \quad 2975 \quad -7140]$$

$$K_{con} = [K_1 \quad K_2 \quad K_3]$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 108,8765 & -380 & -917,4 \\ 65,3815 & 0 & -92,4905 \\ -703,842 & 0 & 137,4432 \end{bmatrix}$$

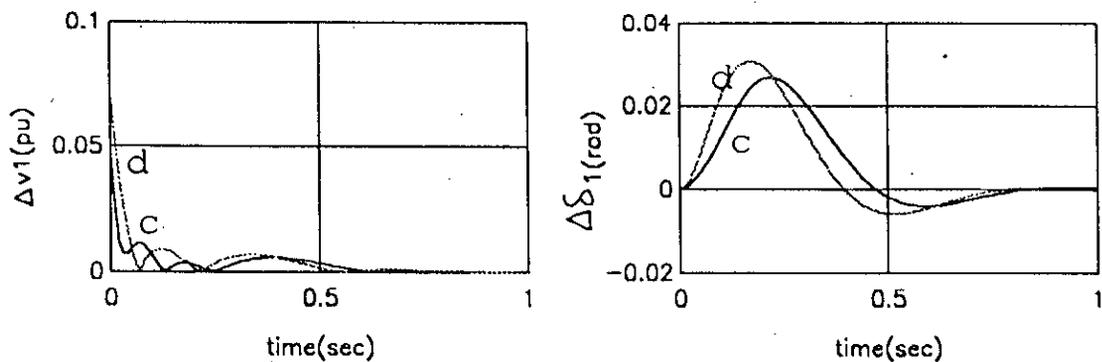
$$K_2 = \begin{bmatrix} 1082,2 & 0 & -12759 \\ -748,7072 & -3450 & -14371 \\ 212,4278 & 0 & 1763 \end{bmatrix}$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} -832,1124 & 0 & -45093 \\ -119,364 & 0 & -10774 \\ 86,8722 & 3210 & 445,32 \end{bmatrix}$$

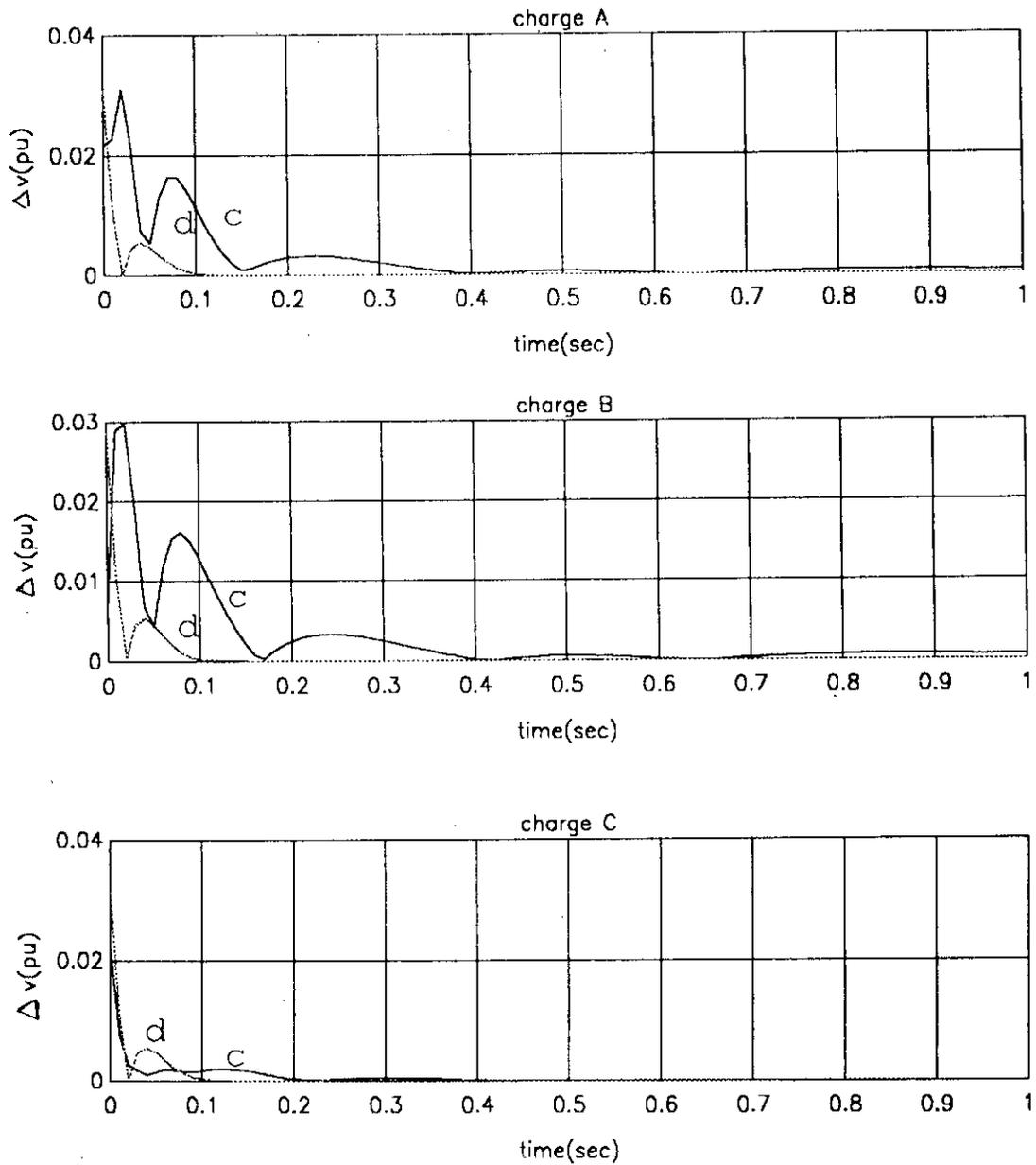
Les figures (4.6) et (4.7) représente la variation de la tension terminale des générateurs, ainsi que leurs angles internes.

c : Designe le cas centralisé.

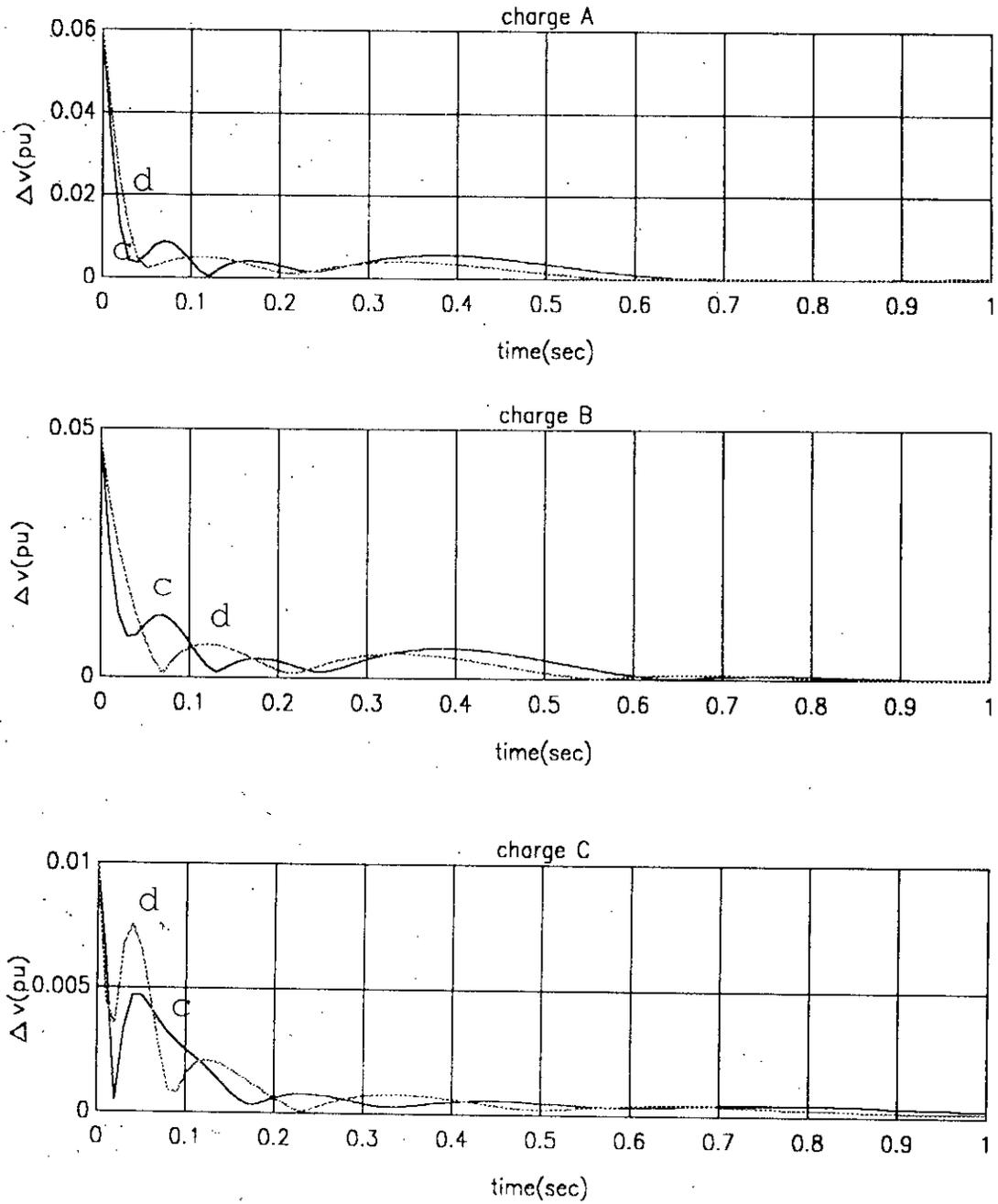
d : Designe le cas décentralisé.



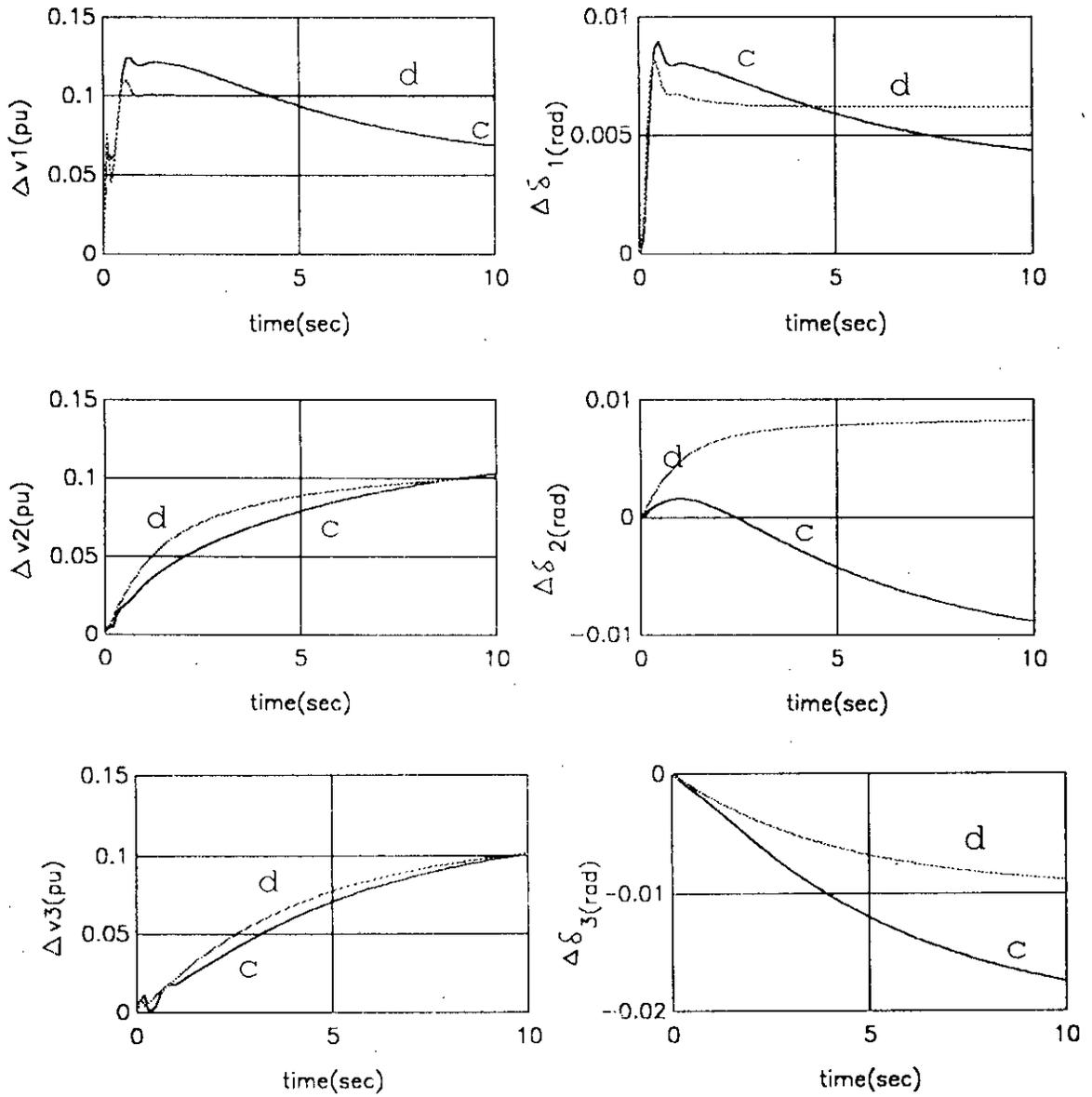
FIGURE(4.6.a):Reponses impulsionnelles du generateur 1.



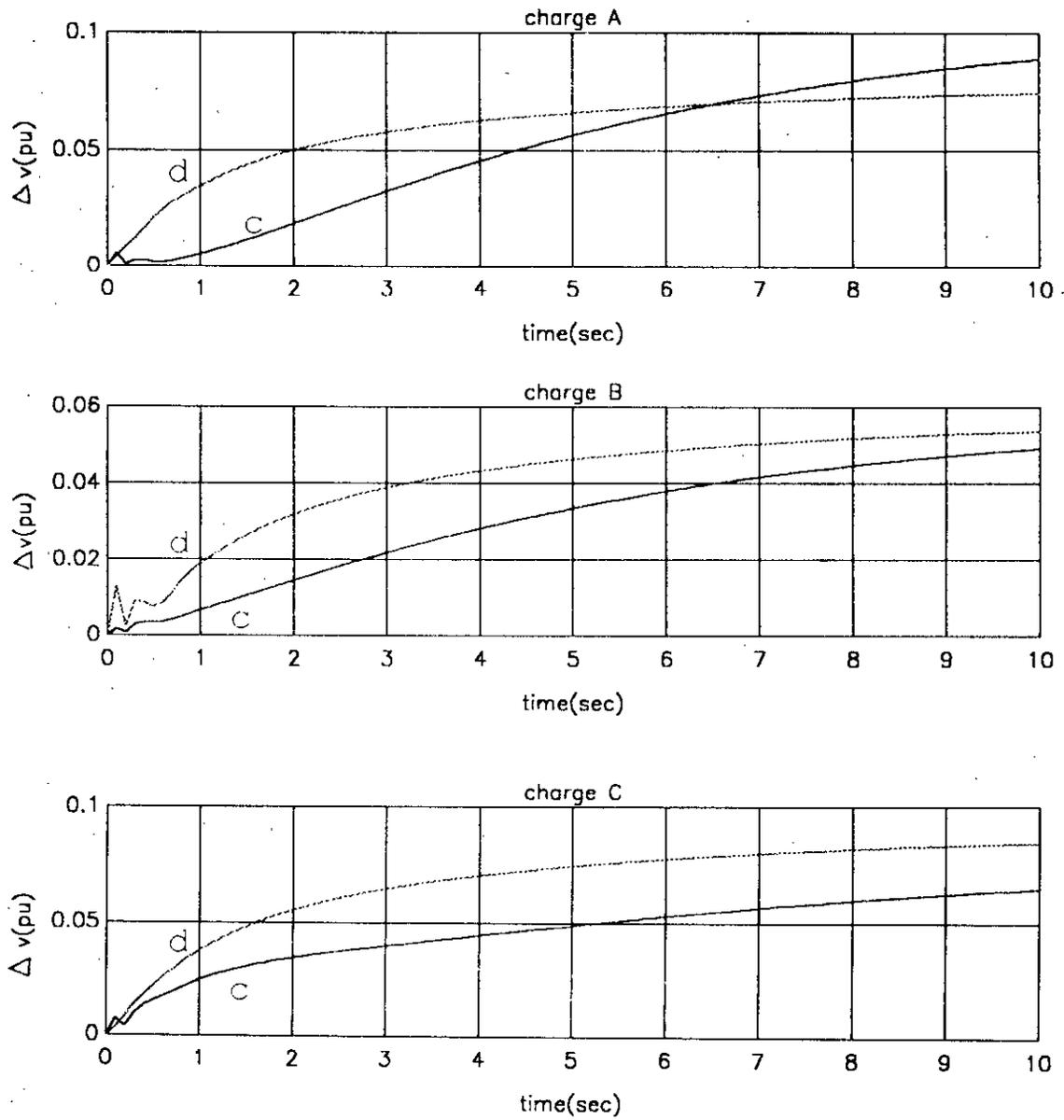
FIGURE(1.6 b)Variation des tensions aux niveaux des charges pour une impulsion sur le generateur 3.



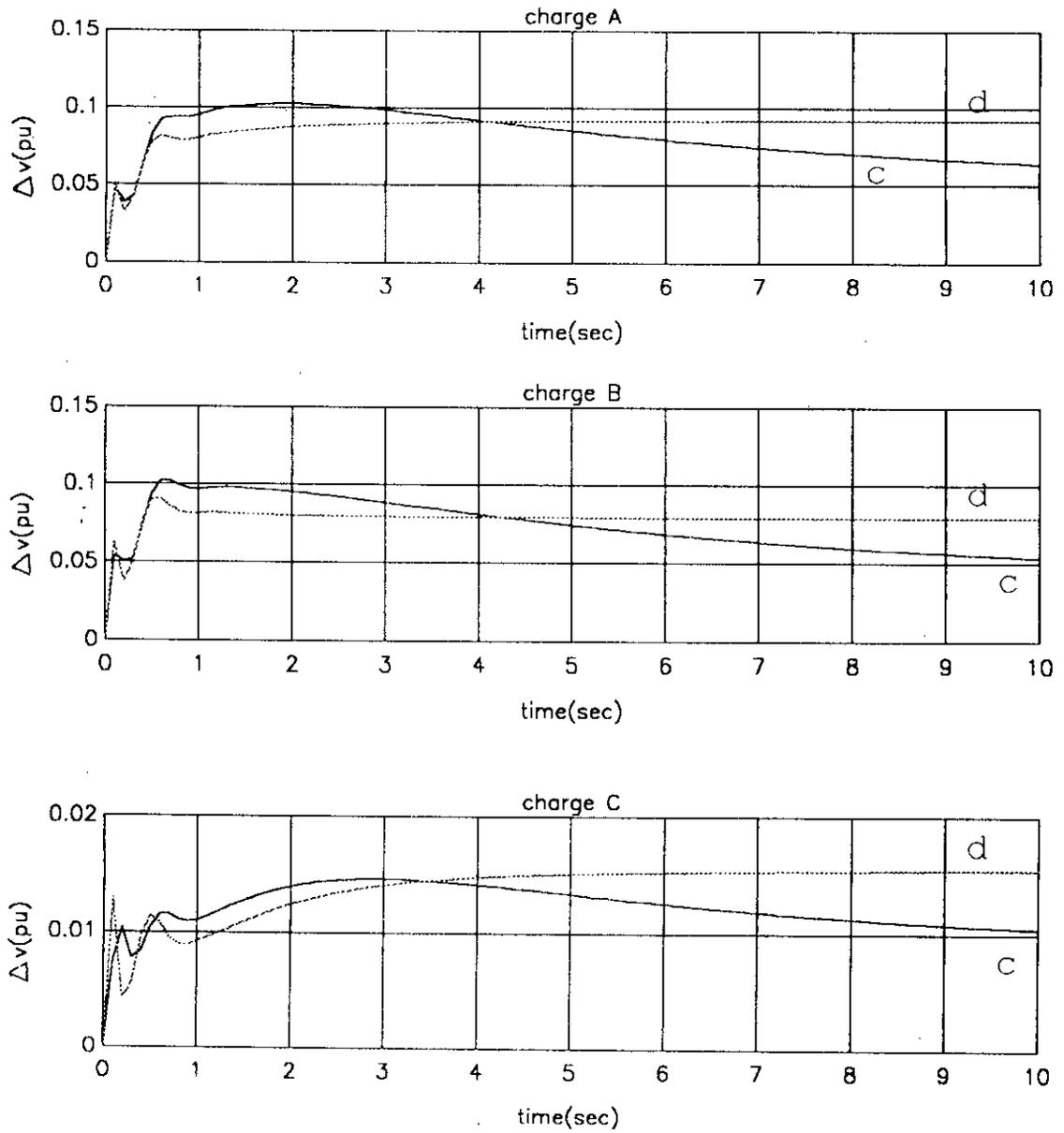
figure(16.C) Variation des tensions aux niveaux des charges pour une impulsion sur le generateur 1.



FIGURE(1.7.a).Reponses indicielles des generateurs.



FIGURE(4.7.b) Variation des tensions aux niveaux des charges pour un échelon de 10% sur l'entrée du générateur 2



FIGURE(17.c) Variation des tensions aux niveaux des charges pour un échelon de 10^{-3} sur l'entrée du générateur 1.

Interprétation des résultats:

Nous avons essayé de tester les réponses à une impulsion et à un échelon. La simulation avec injection d'impulsion est fréquemment utilisée pour tester les performances des réseaux électriques[16], face à des perturbations qui peuvent parvenir. Les réponses obtenues sont représentées sur la figure (4-6) pour la consigne impulsion, et celles obtenues pour un échelon sont représentées sur la figure (4-7). La qualité de la réponse est sujette à une amélioration concernant le cas décentralisé face au cas centralisé. Ceci peut se justifier par le choix de la matrice des gains initiale et les pôles imposés. Cependant on constate que cet algorithme n'est pas robuste. Les performances de la réponse du système sont influencées par le choix des gains initiaux et des pôles désirés, ce qui représente un point faible de cet algorithme pour le modèle retenu. Un mal conditionnement du système peut s'avérer être la cause.

Conclusion:

Dans ce chapitre une application de deux méthodes de commande décentralisée a été faite sur un modèle de réseau électrique (placement de pôles décentralisé et commande optimale décentralisée).

Une amélioration des performances dans les réponses du système pour le cas de la commande décentralisée est constatée par rapport à la commande centralisée, et cela pour les deux techniques.

Une comparaison des deux techniques de commande peut se traduire comme suit:

La technique de placement de pôles possède un inconvénient qui se justifie par la restriction sur le choix des pôles et la matrice des gains initiaux.

La technique de commande optimale décentralisée dans sa globalité n'a aucune contrainte qui empêche d'atteindre les performances désirées.

Conclusion Générale:

Dans ce travail, deux méthodes itératives de synthèse de retour d'état ou de sortie appliquée à un réseau électrique multimachines composé de trois sous-systèmes interconnectés ont été présentées. Un choix particulier de la structure de la matrice de retour permet la décentralisation de la loi de commande, à partir des états ou sorties locales. Ce choix consiste à imposer une matrice composée de plusieurs sous-matrices sur la diagonale.

La première méthode basée sur la minimisation d'un critère quadratique utilise un retour d'état structuré (chaque sous-système possédant son propre retour d'état).

Sans condition d'applicabilité, sauf le choix de la matrice de retour utilisée initialement pour démarrer l'algorithme qui doit être stabilisante, l'algorithme converge vers l'optimum. Cet algorithme comme il garanti la convergence, garanti aussi la stabilité du système en boucle fermée à chaque itération. La rapidité de convergence dépend du choix du pas utilisé dans l'algorithme, ainsi que la valeur initiale du gain, et les conditions initiales.

La deuxième méthode basée sur le placement de pôles en boucle fermée utilise un retour de sorties. Une condition suffisante sur le rang d'une matrice dépendante du système en boucle fermée (déplacement de A, B, C, et K) doit être vérifiée à chaque itération pour garantir l'applicabilité de l'algorithme. Comme pour les systèmes MIMO, il existe plusieurs retours de sorties ou d'états qui permettent d'imposer en boucle fermée, un ensemble de pôles désirés. L'algorithme concerné donne plusieurs solutions selon le choix initiale de la matrice utilisée pour démarrer l'algorithme qui doit vérifier la stabilité du système en boucle fermée.

Si la condition du rang est vérifiée, un simple retour de sorties constant permet d'atteindre le but.

Une application a été faite pour un réseau électrique multimachines avec trois entrées et trois sorties. Les résultats obtenus sont satisfaisants avec une amélioration des performances dans le cas décentralisé.

Pour les travaux ultérieurs, il conviendrait d'étudier et de traiter les points suivants:

-Développer une loi de commande qui tiendrait compte des perturbations de charge pour le cas des réseaux électriques.

-La commande décentralisée avec observateurs décentralisés pour tous types de systèmes complexes.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] A. TITLI et AL. Analyse et commande des systèmes complexes .
Toulouse : Cepadue Edition, 1979-237 p.
- [2] B. AMMARI et A.B TAHARI. Commande décentralisée des systèmes.
Complexes : Application au réseau électrique. ENP, 1995-80 p.
- [3] R. SANDELL, P. VARAIYA, M. ATANS, and M.G. SAFONOV. Survey,
OP Décentralised contról methods for large scale systems. IEEE trans.
AC, 1978, vol 23, n°2, p. 108-128.
- [4] D.D. SILJAK and M.B. VUKCEVIC. Décentralisation, stabilisation and
Estimation of larg scale linear systems. IEEE trans. AC, 1976, vol 21, p. 363-
366
- [5] S.H. WANG and DAVISON. On the stabilisation of décentralisation contról
systems. IEEE trans. AC. 1973, vol. 18, n°5, p. 473-478.
- [6] E.J. DAVISON and U.OZGUNER. Caractérisation of décentralised fixed
modes for interconnected systems. Automatica, 1983, vol 19, n°2, p
169-182.
- [7] D. BOUKHETALA. Commande décentralisé des systemes structurés. Thèse de
Magister : ENP, 1993.
- [8] T.C. YANG, N. NUNRO and A. BRANLLER. Improved condition for the
optimality of decentralised control for large scale systems. IEE. Proceedings,
1989.
- [9] J.C. GEROMEL and J.BERNUSSOU. An algorithm for optimal decentralise
regulation of linera quadratic interconnectec systems, automatica, 1979, vol 15,
p 489-491.
- [10] M. TAROKH. Approch to pole assignement bu centralised and decentralised
ont put feed back. IEE PROCEEDINGS, 1989, vol 136, n°2, p. 89-97.
- [11] M. TAROKH. Necessary conditions for stabilisation and pole placement with
ont put feedback. Electrom. lett. 1977, vol.13, n°5, p. 148-149.
- [12] C.C PAIGE. Propeerties of numerical algorithms related to computing
controllability IEEE trans. AC, 1981, vol. 26, p. 130-138.
- [13] D'AZZO . Linear control system: Analysis and design . USA:1984.
- [14] J. CHATELIN. Machines électriques. Press Polytechnique romandes,
Lausanne, 1983.

- [15] M.A OURARI. Commande Multivariable par mode de glissement appliqué aux réseaux électriques multimachines. Thèse de Magister : ENP, 1995-124p
- [16] M. BRUCOLI, F. TORELLI and M. TROVATO. State space representation of interconnected power systems for dynamic interaction studies. Electric Power systems Research, 1982, vol 5, p 315-330.
- [17] P.M ANDERSON and A.A FOUAD. Power system control and stability. IOWA state university press USA, 1977.
- [18] J.P. CORFMAT and A.S MORSE. Decentralised control of linear multivariable. Automatica, 1976, vol 12, p. 479-495.
- [19] G.FENG. Simplified design approach for decentralised controllers of large scale systems. IEE PROCEEDINGS. 1989, vol 136, n°4, p 171-175.
- [20] H. KIMURA. Pole assignment by gain on output feedback. IEEE trans. AC, 1975. vol.20, n°4, p. 509-516.
- [21] E.J DAVISON and S.H WANG. On pole assignment in linear multivariable systems using output control. IEEE Trans. AC, 1975, vol. 20, n°4, p.516-518.
- [22] H.KIMURA. A Further result on the problem of pole assignment by output feedback. IEEE Trans. AC, 1977, vol 22, p.458-464.
- [23] M. ALDEEN and M.JAMSHIDI. On a decentralised control of large scale systems via modal aggregation. University of new mexico, USA .
- [24] ANDERSON. Time delays in large scale systems. IEEE proceeding 18 th, 1979.

Fautes	N ^o de page	Correction
$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & \dots & A_{1r} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{r1} & \dots & A_{rr} \end{bmatrix}$	8	$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & \dots & A_{1r} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{r1} & \dots & A_{rr} \end{bmatrix}$
$\dot{x} = A_d x + B_i u + A_c x$	18	$\dot{x} = A_d x + B u + A_c x$
$J_d = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R_d u) dt$	19	$J_d = \int_0^{\infty} (x^T Q_d x + u^T R_d u) dt$
$(A_i, \varphi^{\frac{1}{2}})$	19	$(A_i, \varphi_i^{\frac{1}{2}})$
$J(k-aD) \leq JK$	26	$J(k-aD) \leq J(k)$
$\hat{P}(s) = sI - A $	33	$\hat{P}(s) = sI - \hat{A} $
$L_i = (P_i e_i + \dots + e_i) k$	33	$L_i = (P_{i-1} e_0 + P_{i-2} e_1 + \dots + e_{i-1}) k$
$C(A+BKC)^i B$	33	$C(A+BCK)^i B$
$\Delta^T \bar{R}_i \Delta V_i + \bar{W}_i' x_{ig}$ $\Delta z_i = R_i \Delta V_i + W_i' x_{ig}$	52	$\Delta I_{fi} = \bar{R}_i \Delta V_i + \bar{W}_i' x_{gi}$ $\Delta I_i = R_i \Delta V_i + W_i' x_{gi}$

$$T_{ei} = \bar{I}_i - V_i$$

52

$$T_{ei} = I_i^t V_i$$

$$\dot{x}_{gi}^{\infty} = A_i' x_{gi} + B_i' u_i' + C_i' V$$

53

$$\dot{x}_{gi} = A_i' x_{gi} + B_i' u_i' + C_i' \Delta V_i$$

$$x_i = A_i x_i + B_i u_i + C_i \Delta V_i$$

53

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_i u_i + C_i \Delta V_i$$

$$w_i = [w_i : 0]^t$$

54

$$w_i = [w_i' : 0]$$

$$P_{Lh} = \dot{P}_{Lh} V_{ch}^{kph}$$

$$Q_{Lh} = \dot{Q}_{Lh} V_{ch}^{kph}$$

54

$$P_{Lh} = P_{Lh}^{\circ} V_{ch}^{kph}$$

$$Q_{Lh} = Q_{Lh}^{\circ} V_{ch}^{kph}$$

$$\Delta I = R \Delta V + w/x$$

56

$$\Delta I = R \Delta V + w/x.$$



Annexes

- Les éléments des matrices A'_i, B'_i et C'_i

$$A'_i(1,1) = A'_i(1,3) = A'_i(3,2) = 0$$

$$A'_i(1,2) = 1$$

$$A'_i(2,1) = \frac{1}{M_i} \left(v_{qi} i_{di} - v_{di} i_{qi} + \frac{v_{qi}^2}{x_{qi}} + \frac{v_{di}^2}{x'_{di}} \right)$$

$$A'_i(2,2) = \frac{D_i}{M_i}$$

$$A'_i(2,3) = -\frac{x_{di} - x'_{di} \frac{v_{di}}{M_i}}{x_{mi} x'_{di} M_i}$$

$$A'_i(3,1) = \frac{x_{mi} v_{di}}{x'_{di} T'_{di}}$$

$$A'_i(3,3) = \frac{x_{di}}{x'_{di} T'_{di}}$$

$$B'_i(1,1) = B'_i(1,2) = B'_i(2,2) = B'_i(3,1) = 0$$

$$B'_i(2,1) = \frac{1}{M_i}$$

$$B'_i(3,2) = \frac{x_{mi}}{(x_{di} - x'_{di}) T'_{di}}$$

$$C'_i(1,1) = C'_i(1,2) = 0$$

$$C'_i(2,1) = \frac{1}{M_i} \left[\left(i_{di} + \frac{v_{qi}}{x_{qi}} \right) \cos \delta_i - \left(i_{qi} - \frac{v_{di}}{x'_{di}} \right) \sin \delta_i \right]$$

$$C'_i(2,2) = \frac{1}{M_i} \left[\left(i_{di} + \frac{v_{qi}}{x_{qi}} \right) \sin \delta_i + \left(i_{qi} - \frac{v_{di}}{x'_{di}} \right) \cos \delta_i \right]$$

$$C'_i(3,1) = \frac{x_{mi}}{x'_{di} T'_{di}} \sin \delta_i$$

$$C'_i(3,2) = \frac{x_{mi}}{x'_{di} T'_{di}} \cos \delta_i$$

- Les éléments des matrices A_n, B_n

$$A_n(1,3) = A_n(2,1) = 0$$

$$A_u(1,1) = -\frac{K_{Ei}}{T_{Li}}, \quad A_u(1,2) = \frac{1}{T_{Ei}}$$

$$A_u(2,2) = -\frac{1}{T_{du}}, \quad A_u(2,3) = \frac{K_{ui}}{T_{di}}$$

$$A_u(3,1) = -\frac{K_{Ei}K_{Fi}}{T_{Ei}T_{Li}}$$

$$A_u(3,2) = -\frac{K_{Fi}}{T_{Ei}T_{Fi}}, \quad A_u(3,3) = \frac{1}{T_{Fi}}$$

$$B_u(1,1) = B_u(3,1) = 0$$

$$B_u(2,1) = \frac{K_{ui}}{T_{du}}$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A(2,1) & D_i & V_{di}(x_{di} - x_{di}') & 0 & 0 & 0 \\ & M_i & x_{mdi}x_{di}' M_i & 0 & 0 & 0 \\ x_{mdi}v_{di}' & 0 & -x_{di}' & x_{mdi} & 0 & 0 \\ x_{di}T_{d0}' & & x_{di}T_{d0}' & (x_{di} - x_{di}')T_{d0}' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{Ei}}{T_{Ei}} & \frac{1}{T_{Ei}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{T_{du}} & -\frac{K_{ui}}{T_{di}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{Ei}K_{Fi}}{T_{Ei}T_{Fi}} & \frac{K_{Fi}}{T_{Ei}T_{Fi}} & -\frac{1}{T_{Fi}} \end{bmatrix}$$

$$\text{avec } A(2,1) = \frac{-1}{M_i} \begin{pmatrix} v_{qi}i_{di} & v_{di}i_{qi} + \frac{v_{qi}^2}{x_{qi}} + \frac{v_{di}^2}{x_{di}} \end{pmatrix}$$

$$B_i = \left(0, 0, 0, 0, \frac{K_{ui}}{T_{du}}, 0 \right)^t$$

$$C_i^T = \begin{bmatrix} 0 & -1 \left[\left(i_{di} + \frac{v_{qi}}{x_{qi}} \right) \cos \delta - i - \left(i_{qi} - \frac{v_{di}}{x_{di}} \right) \sin \delta \right] i & -\frac{x_{mdi} \sin \delta}{x_{di} T_{d0}'} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 \left[\left(i_{di} + \frac{v_{qi}}{x_{qi}} \right) \sin \delta + i + \left(i_{qi} - \frac{v_{di}}{x_{di}} \right) \cos \delta \right] i & \frac{x_{mdi} \cos \delta}{x_{di} T_{d0}'} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Annexe 1

- Les elements des matrices R_i, W_i', R_i et W_i

$$R_i(1,1) = \left(\frac{1}{x_{qi}} - \frac{1}{x'_{di}} \right) \sin \delta_i, \cos \delta_i,$$

$$R_i(1,2) = \left(\frac{\sin^2 \delta_i}{x_{qi}} + \frac{\cos^2 \delta_i}{x'_{di}} \right)$$

$$R_i(2,1) = \left(\frac{\cos^2 \delta_i}{x_{qi}} + \frac{\sin^2 \delta_i}{x'_{di}} \right)$$

$$R_i(2,2) = R_i(1,1)$$

$$W_i'(1,2) = W_i'(2,2) = 0$$

$$W_i'(1,1) = \left[\left(i_{di} + \frac{v_{qi}}{x_{qi}} \right) \sin \delta_i + \left(i_{qi} - \frac{v_{di}}{x'_{di}} \right) \cos \delta_i \right]$$

$$W_i'(1,3) = \frac{x_{di} - x'_{di}}{x_{mi} x'_{di}} \cos \delta_i,$$

$$W_i'(2,1) = \left[\left(i_{di} + \frac{v_{qi}}{x_{qi}} \right) \cos \delta_i + \left(i_{qi} - \frac{v_{di}}{x'_{di}} \right) \sin \delta_i \right]$$

$$W_i'(2,3) = \frac{x_{di} - x'_{di}}{x_{mi} x'_{di}} \sin \delta_i,$$

$$R_i(1,1) = \frac{x_{di} - x'_{di}}{x_{mi} x'_{di}} \sin \delta_i,$$

$$R_i(1,2) = \frac{x_{di} - x'_{di}}{x_{mi} x'_{di}} \cos \delta_i,$$

$$W_i(1,1) = \frac{x_{di} - x'_{di}}{x_{mi} x'_{di}} v_{di}$$

$$W_i(1,2) = 0$$

$$W_i(1,3) = \frac{x_{di} - x'_{di}}{x_{mi}^2 x'_{di}} x_{di}$$

Annexe 2

G N°	$\delta_i (^\circ)$	M_i	D_i	V (kv)
1	0	0.01655	0.010	16.5
2	9.3	0.03023	0.012	18
3	4.7	0.02883	0.010	13.8

G N°	X_d (pu)	X_q (pu)	X'_d (pu)	X_{md} (pu)	T_{d0} (s)	Type
1	0.146	0.096	0.068	0.036	8.96	hydro
2	0.895	0.864	0.179	0.052	6.00	steam
3	1.312	1.257	0.181	0.074	5.89	steam

Tableau 1
Paramètres des génératrices

Charge N°	P_{Lh} (pu)	r_{Lh} (pu)	K_q	K_d
1 (a)	1.25	0.5	2.5	2.5
2 (b)	0.9	0.3	2.5	2.5
3 (c)	1	0.35	2.5	2.5

Tableau 2
Paramètres des charges

ملخص :-

في هذا العمل طرحنا مشكلة التحكم اللامركزي في الأنظمة المتعددة حيث دربتنا كيفية استخلاص هذا التحكم بطريقتين مختلفتين :-
- طريقة استخلاص التحكم الأمثل باستخدام معيار رباعي
عن طريق خوارزمية التناقص.

- طريقة الإستخلاص بفرض الأقطاب
في كلتا الطريقتين وضعت بعض الأمثلة العددية لإثبات صحة الخوارزميات
وفي الأخير أخذنا مثال مستخلص من شبكة كهربائية وطبقنا
عليه طريقة التحكم اللامركزي الأمثل حيث أعطى
نتائج ناجحة عن طريق المحاكاة.
الكلمات المفاتيح: التحكم اللامركزي - التحكم الأمثل - شبكة كهربائية - فرض الأقطاب

Abstract

In this work the problem of decentralised control is ^{studied} ~~aborder~~, The synthesis methods of this control are studied by two approaches
-Optimal sythesis by using a quadratic criteria, with a gradient algorithm.
-Decentralised pole assingment approach.

In these approaches numerical exemples are used in order to valid these algorithms. The decentralised optimal and pole assignment methods are applied to an electrical network.

keywords

Decentralised control , Optimal control , Pôles assignment , Electrical network.

Résumé

Dans ce travail ,le problème de la commande décentralisée des systèmes complexes est abordé , les méthodes de synthèse de cette conamme ont été étudiés par deux appocches:

-commande optimale par l'utilisation d'un critère quadratique en utilisant l'algorithme du gradient.

-approche par placement de pôles.

Dans les deux approches des exemples numérique ont été utilisés pour valider les algorithmes.

les deux commandes sont appliqués au réseau électrique et des résultats de simulation sont obtenus.

Mots clés

Commande Décentralisée , Commande Optimale , Placement de Pôles
Réseau Electrique.