

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA**  
**RECHERCHE SCIENTIFIQUE**  
**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**



**Département de Génie Mécanique**

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

**En vue de l'obtention du**

**Diplôme d'Ingénieur d'Etat**

**En Génie Mécanique**

**Conception et dimensionnement d'un liquéfacteur  
magnétique.**

Proposé et dirigé par :  
Dr. A. Smaili

Etudié par :  
DEHEBI Ahmed

Promotion : juin 2008

## ملخص:

في هذه المذكرة، نعرض طريقة محاكاة عددية لتصميم مميغ مغناطيسي. إن مبدأ عمل هذه الآلة مستند على التأثير المغناطيسي الحراري. بشكل رئيسي، هذه الدراسة تركز على التحليل الحراري للمجدد الحراري المغناطيسي النشط (مصدر التأثير المغناطيسي الحراري). لقد درسنا شكلان للمولد المغناطيسي: الأول مولد ذو صفائح متوازية، أما الثاني فهو مولد ذو أنابيب. الغاز المراد تمييعه هو غاز الميثان ( $CH_4$ ). من أجل هذه الدراسة نعتبر معادلات (Navier-Stokes) و الطاقة لوصف تدفق الغاز و حقل درجة الحرارة، و لحل هذه المعادلات نستعمل برنامج (Fluent). إن تأثير الخصائص الفيزيائية للغاز و متغيرات التصميم قد عرضا و نوقشا. وبعد هذه الدراسة تبين أن المولد الأحسن هو المولد ذو الصفائح المتوازية. ولقد استنتجنا علاقات تربط بين متغيرات التصميم و الخصائص الفيزيائية للغاز.

**كلمات مفتاحية:** المميغ مغناطيسي، التأثير المغناطيسي الحراري، المجدد الحراري المغناطيسي النشط، محاكاة عددية.

## Résumé :

Dans ce mémoire on présente une méthode de simulation numérique sur la conception d'un liquéfacteur magnétique. Le principe de fonctionnement d'un tel dispositif est basé sur l'effet magnétocalorique (EMC). Plus précisément, l'étude est focalisée sur l'analyse thermique du régénérateur magnétique actif (source de l'EMC). Ce dernier constitue l'élément essentiel du liquéfacteur. Deux configurations de régénérateur actif ont été étudiées : (i) régénérateur à plaques parallèles (section rectangulaire) et (ii) régénérateur à tubes (conduites de section circulaire). Le gaz à liquéfier est le méthane ( $CH_4$ ). Les équations de Navier-Stokes et d'énergie ont été considérées pour décrire respectivement les champs d'écoulement et de température à travers le régénérateur. Le logiciel Fluent a été utilisé pour résoudre les équations résultantes. Les effets des propriétés physiques du gaz et des paramètres de design sur les performances des régénérateurs sont présentés et discutés. Le régénérateur à section rectangulaire s'avère le plus performant. Des corrélations reliant les paramètres de design et les propriétés physiques du gaz ont été suggérées, pouvant servir dans la conception et le dimensionnement d'éventuels liquéfacteurs magnétiques.

**Mots clés :** Liquéfacteur magnétique, Effet magnétocalorique, Régénérateur magnétique actif, simulation numérique

## Abstract

This project presents a numerical simulation method on the design of gas magnetic liquefier. The principle of operation of such a device is based on magnetocaloric effect (MCE). Mainly, this study is focused on thermal analysis of active magnetic regenerators (in which the MCE being produced). This latter constitutes the heart of such a magnetic system. Two configurations of magnetic regenerators have been studied : (i) parallel plates configuration (rectangular passages) and (ii) tubes configuration (circular passages). The gas to be liquefied is the methane ( $CH_4$ ). The Navier-Stokes and energy equations have been considered to describe respectively the gas flow and temperature fields throughout the regenerator. Fluent has been used to solve the resulting equations. The effects of gas properties and design parameters on the performances of regenerators have been presented and discussed. It has been found that the regenerator with tubes seems to be more efficient. Correlations between the design parameters and gas-thermophysical properties are suggested, which thus may contribute in the design and development of possible magnetic liquefiers.

**Keywords :** Magnetic liquefier, Magnetocaloric effect, Active magnetic regenerator, Numerical simulation.

## REMERCIEMENTS

*Je tiens à remercier mon promoteur **Mr. SMAILI Arezki** pour sa direction attentive, ses précieux conseils, son aide constante et sa disponibilité.*

*Je tiens aussi à remercier le président de jury **Mr. BOUBAKEUR** ainsi que les membres de jury **Mr. BENNOUR** et **Mr. BENBRAIKA** qui m'ont fait l'honneur de bien vouloir accepter de juger ce travail.*

*Je remercie toutes les personnes qui m'ont aidé de près ou de loin, pour réaliser ce modeste travail.*

*Mes remerciements vont aussi à tous les enseignants des départements de Génie Mécanique et de Sciences Fondamentales de l'ENP.*

# SOMMAIRE

<b>RESUME</b> .....	<b>i</b>
<b>REMERCIEMENTS</b> .....	<b>ii</b>
<b>SOMMAIRE</b> .....	<b>iii</b>
<b>NOMENCLATURE</b> .....	<b>v</b>
<b>LISTE DES FIGURES</b> .....	<b>vii</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX</b> .....	<b>ix</b>
<b>INTRODUCTION</b> .....	<b>1</b>
<b><u>CHAPITRE 1</u> GENERALITES</b> .....	<b>3</b>
1.1 Historique et développement technologique de la réfrigération magnétique .....	3
1.2 Effet magnétocalorique .....	5
1.2.1 Définition.....	5
1.2.2 Equations thermodynamiques.....	6
1.2.3 Calcul des propriétés thermomagnétiques .....	9
1.3 Cycles thermomagnétiques.....	10
1.4 Problèmes de conception et dimensionnement d'un dispositif de RM .....	12
1.4.1 Type de réfrigérateur magnétique et matériau .....	13
1.4.2 Conception du régénérateur .....	13
1.4.3 Conditions d'opération .....	13
1.4.4 Travail de magnétisation.....	13
1.4.5 Selection de l'aimant, des éléments mécanique et de l'instrumentation .....	14
1.5 Liquéfacteur magnétique proposé .....	14
<b><u>CHAPITRE 2</u> MODELE MATHEMATIQUE</b> .....	<b>17</b>
2.1 Equation gouvernant le problème physique .....	17
2.2 Conditions aux limites et initiale .....	18
2.2.1 conditions à l'entrée du régénérateur .....	18
2.2.2 conditions à la paroi .....	19
2.2.3 conditions à la sortie du régénérateur.....	19
2.2.4 conditions de symetrie.....	19

<b><u>CHAPITRE 3</u> METHODE NUMERIQUE.....</b>	<b>20</b>
3.1 Introduction .....	20
3.2 Logiciel Gambit.....	21
3.3 Logiciel Fluent.....	22
<b><u>CHAPITRE 4</u> RESULTATS ET DISCUSSION.....</b>	<b>25</b>
4.1 Etude de validité.....	25
4.1.1 Considérations hydrodynamiques .....	26
4.1.1.1 Section de passage rectangulaire .....	26
4.1.1.2 Section de passage circulaire.....	28
4.1.2 Considérations thermiques .....	30
4.1.2.1 Section de passage rectangulaire.....	31
4.1.2.2 Section de passage circulaire.....	31
4.2 Simulation du processus transitoire de refroidissement du CH <sub>4</sub> .....	33
4.2.1 Effet des propriétés thermiques .....	33
4.2.2 Effet du nombre de Reynolds .....	35
4.2.3 Effet de la période du cycle .....	35
4.2.4 Effet de l'entropie magnétique .....	36
4.2.5 Corrélations proposées .....	37
4.3 Choix et dimensionnement du régénérateur .....	39
4.3.1 Le débit volumique.....	39
4.3.2 L'entropie générée.....	40
4.3.3 La puissance de la pompe.....	42
4.3.4 Sélection et choix de la configuration optimale .....	44
4.4 Exemple d'application.....	45
4.4.1 Calcul du débit volumique pour un passage .....	45
4.4.2 Calcul du nombre de passages .....	45
<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>48</b>
<b>REFERENCES .....</b>	<b>50</b>
<b>ANNEXES .....</b>	<b>52</b>

## NOMENCLATURES

$A$	Surface latérale du régénérateur ( $m^2$ )
$B$	Champ magnétique (T)
$COP$	Coefficient de Performance
$C_p$	chaleur spécifique (J/kg. K)
$k$	Conductivité thermique du fluide (W/m. K)
$M(B, T)$	Magnétisation (J/T kg)
$m$	masse du solide (kg)
$N_c$	Nombre de cycles du processus de démagnétisation
$P$	Puissance de la pompe(W)
$p$	Pression (Pa)
$Q_v$	Débit volumique ( $m^3/s$ )
$q_s''$	Flux de chaleur ( $W/m^2$ )
$Re$	Nombre de Reynolds
$Pr$	Nombre de Prandtl
$S_E(T)$	Entropie électronique (J/kg. K)
$S_L(T)$	Entropie du réseau (J/kg. K)
$S_M(B, T)$	Entropie magnétique (J/kg. K)
$T_C$	Température à la source froide (K)
$T_e$	Température du gaz à l'entrée du régénérateur (K)
$T_H$	Température à la source chaude (K)
$T_i$	Température initiale du gaz (K)
$T_m$	Température moyenne du gaz (K)
$T_0$	Température du gaz à la sortie du régénérateur (K)
$T_s$	Température du solide (K)
$U_0$	Vitesse d'entrée (m/s)
$u$	Vitesse dans la direction de x (m/s)
$V$	Vitesse moyenne (m/s)
$V_0$	Vitesse à l'axe (m/s)

$v$	Vitesses dans la direction de $y$ ( $r$ pour le cas axisymétrique) (m/s)
$\theta_D$	Température de Debye (K)
$\Delta S$	Variation d'entropie magnétique (J/kg. K)
$\Delta \dot{S}_g$	Entropie générée (W/K)
$\mu$	Viscosité dynamique (kg/m. s)
$\rho$	Masse volumique du fluide (kg/m <sup>3</sup> )
$\tau$	Durée de démagnétisation du réfrigérant magnétique (s)

## LISTE DES FIGURES

### Figure

- 1.1 Schéma d'un liquéfacteur magnétique
- 1.2 Dispositif de réfrigération magnétique développé en Espagne
- 1.3 Principe de l'effet magnétocalorique
- 1.4 Évolution en fonction de la température de l'aimantation et de l'entropie du gadolinium autour de sa température de Curie  $T_C$
- 1.5 *EMC* pour un cristal de Gd, (a) : variation isotherme d'entropie, (b) : variation adiabatique de température
- 1.6 Cycles thermomagnétique et thermodynamique
- 1.7 Comparaison des coefficients de performance des différentes techniques de production de froid
- 1.8 Schéma du liquéfacteur magnétique proposé
- 1.9 Diagramme  $T$ - $S$  du cycle du liquéfacteur magnétique proposé
- 1.10 Configurations géométriques de régénérateurs à étudier (a) régénérateur à plaques parallèles (2 passages), (b) régénérateur à tubes (20 passages).
- 2.1 Types de conditions aux limites
- 3.1 Maillage simple de 2D
- 3.2 Structure d'un maillage 2D typique
- 3.3 Les principales étapes d'une simulation sur Fluent
- 3.4 Les résidus après 1200 itérations
- 4.1 Type de passages (a) Configuration rectangulaire, (b) configuration circulaire.
- 4.2 Contour de vitesse pour  $R_e=100$
- 4.3 Profils de vitesse pour  $R_e=100$
- 4.4 Évolution de la longueur d'entrée en fonction de  $R_e$
- 4.5 Contours de vitesse pour  $R_e=100$
- 4.6 Profils de vitesse pour  $R_e=100$
- 4.7 Évolution de la température moyenne  $T_m$  en fonction de la direction axiale,  $x$  pour  $R_e=100$



## LISTE DES FIGURES (suite)

### Figure

- 4.8** Evolution de  $T_m$  en fonction de  $x$  pour  $Re=100$
- 4.9** Evolution de  $T_o$  en fonction de  $N_c$  pour une section de passage carré ( $Re=50$ )
- 4.10** Evolution de nombre de cycles  $N_c$  en fonction de  $Re$
- 4.11** Evolution de  $N_c$  en fonction de  $\tau$  pour  $Re=100$  et  $\Delta S=1J/kg. K$
- 4.12** Évolution de  $N_c$  en fonction de  $\Delta S$  pour  $Re=100$  et  $\tau=10s$
- 4.13** Évolution de la température de sortie  $T_o$  en fonction de nombre de cycles  $N_c$  pour  $Re=25$ ,  $\tau=2s$  et  $\Delta S=3J/kg. K$
- 4.14** Evolution du débit volumique  $Q_v$  en fonction de nombre de Reynolds,  $Re$
- 4.15** Evolution de l'entropie générée  $\Delta S_g$  en fonction de nombre de Reynolds  $Re$  pour  $\Delta S=3J/kg K$  et  $\tau=5s$
- 4.16** Evolution de l'entropie générée  $\Delta S_g$  en fonction de la période  $\tau$  pour  $Re=25$  et  $\Delta S=3J/kg K$
- 4.17** Evolution de l'entropie générée  $\Delta S_g$  en fonction de l'entropie magnétique  $\Delta S$  pour  $Re=25$  et  $\tau=5s$
- 4.18** Evolution de la puissance  $P$  en fonction de nombre de Reynolds,  $Re$  pour  $\Delta S=3J/kg K$  et  $\tau=5s$
- 4.19** Evolution de la puissance  $P$  en fonction de la période de refroidissement  $\tau$  pour  $Re=25$  et  $\Delta S=3J/kg K$
- 4.20** Evolution de la puissance  $P$  en fonction l'entropie magnétique  $\Delta S$  pour  $Re=25$  et  $\tau=5s$
- 4.21** Géométries du régénérateur pour  $Re=100$  avec 108 passages, (a) : géométrie avec une colonne. (b) : géométrie avec deux colonnes

## LISTE DES TABLEAUX

### Tableau

- 4.1 Facteur de friction,  $f$ , en fonction de  $Re$  : Comparaison entre Fluent et la relation empirique
- 4.2 Longueur d'entrée thermique
- 4.3 Coefficients  $C_1$  et  $C_2$  (Section de passage rectangulaire)
- 4.4 Coefficients  $C_1$  et  $C_2$  (Section de passage circulaire)
- 4.5 Nombre de passages total  $N_{pt}$ , le nombre de cycles  $N_c$ , l'entropie générée  $\Delta S$  et la puissance  $P$  en fonction de nombre de Reynolds
- A.1 Propriétés thermophysiques du Méthane
- A.2 Chaleur massique pour différent gaz
- C.1 Coefficients  $C_1$  et  $C_2$  (Section de passage rectangulaire)
- C.2 Coefficients  $C_1$  et  $C_2$  (Section de passage circulaire)

## INTRODUCTION

La liquéfaction des gaz a été toujours un domaine important de réfrigération, étant donné que plusieurs processus scientifiques et d'ingénierie à des températures cryogéniques (températures inférieures à  $-100^{\circ}\text{C}$ ) dépendent des gaz liquéfiés. Cependant, la liquéfaction des gaz nécessite des usines de liquéfaction coûteuses qui demandent un grand volume de production pour être rentables. Les technologies conventionnelles de liquéfaction, qui font appel à la compression et l'expansion des gaz, ont une efficacité thermodynamique peu élevée, soit autour de 30% à 34% de celle du cycle idéal, le cycle de Carnot. Une part des irréversibilités des cycles de réfrigération conventionnels est due à la compression et à l'expansion du gaz réfrigérant. Ces technologies sont hautement développées et optimisées et il est peu probable que leur efficacité soit améliorée significativement. Il devient donc très intéressant de développer une technologie potentiellement plus efficace comme la réfrigération magnétique.

La réfrigération magnétique (RM) repose sur l'effet magnétocalorique (EMC) de certains matériaux ferromagnétiques. Ce phénomène réversible d'EMC se manifeste par une augmentation de température suite à l'application d'un champ magnétique et un refroidissement lors de son retrait.

Un système de RM a l'avantage de ne pas utiliser de substances non-propres pouvant avoir des effets néfastes sur l'environnement. Il ne nécessite pas l'emploi de compresseur ou de turbine (principales sources de pertes d'efficacité), un tel système serait ainsi plus fiable et silencieux. Le réfrigérant est un solide, il est donc possible de construire des dispositifs beaucoup plus compacts.

L'objectif principal de ce projet est de proposer des corrélations pour le dimensionnement et la conception d'un liquéfacteur magnétique. Pour cela, une méthode numérique a été développée. L'étude est focalisée sur la simulation du processus instationnaire de la démagnétisation isotherme du régénérateur magnétique (i.e. refroidissement du gaz à liquéfier). Les équations de Navier-Stokes et de l'énergie ont été

considérées, afin de décrire respectivement l'écoulement du gaz à travers le régénérateur et l'échange de chaleur entre le gaz et le matériau magnétique. On s'est proposé d'utiliser le Méthane ( $\text{CH}_4$ ) comme gaz à liquéfier. Le matériau magnétique est le gadolinium (Gd). Dans un premier temps, l'étude de validité des résultats de simulation a été effectuée. Ensuite, les effets des différentes propriétés du gaz et les paramètres de dimensionnement sur les performances des régénérateurs ont été étudiés et discutés.

Ce mémoire comprend quatre chapitres. Le premier consiste tout d'abord à présenter une revue de littérature des travaux pertinents sur les dispositifs de RM, ensuite, à décrire les relations thermomagnétiques de l'EMC ainsi que les principaux cycles utilisés dans les dispositifs de RM ou les liquéfacteurs magnétiques. Dans le chapitre suivant on présentera les équations gouvernant l'écoulement et l'échange de chaleur ainsi que les conditions aux limites et initiales du problème physique. Le troisième chapitre comportera une brève description des deux logiciels utilisés pour la simulation, à savoir, le logiciel Gambit pour la génération du maillage et le logiciel Fluent pour la résolution des équations gouvernant le problème physique. Enfin le dernier chapitre consiste à présenter et discuter les résultats obtenus.

# Chapitre 1

## GENERALITES

### 1.1 Historique et développement technologique de la réfrigération magnétique

En 1881, Warburg [1] découvrit l'effet magnétocalorique. Il observa une élévation de température d'un échantillon de fer lorsque celui-ci était introduit dans un champ magnétique et une chute de température lorsqu'il en était retiré [1]. Plus tard, Debye (en 1926) [1] a prédit la possibilité d'obtenir des températures inférieures à 1K, en utilisant du sel paramagnétique.

En 1954, Heer et al.[1] ont mis au point le premier dispositif magnétique semi-continu utilisant l'EMC pour atteindre approximativement 0.2 K, et produisant des puissances frigorifiques très faibles.

En 1966, Geuns [1] fut le premier qui a proposé un réfrigérateur magnétique opérant au-dessus de 1 K. Il a réalisé un cycle à régénération en utilisant le gaz d'hélium comme régénérateur et un matériau paramagnétique comme réfrigérant.

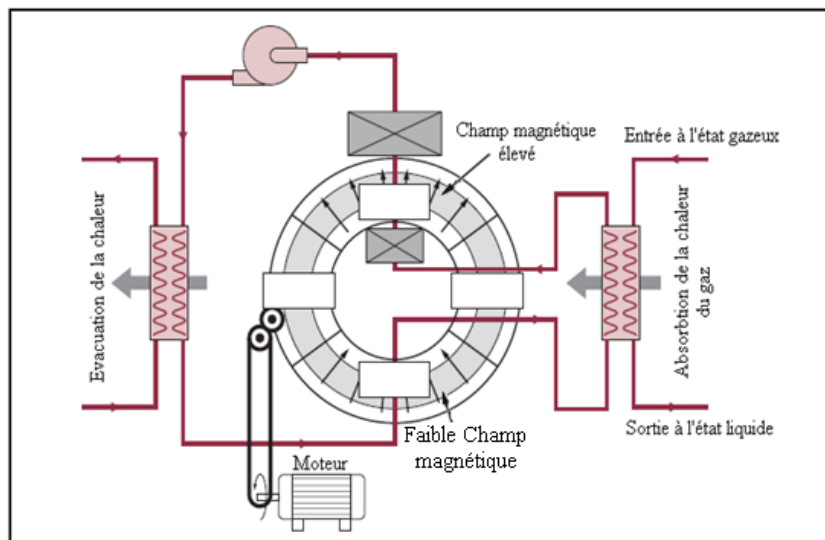
En 1976, Brown [1] a proposé une pompe à chaleur magnétique pouvant opérer près de la température de la pièce. Ce dispositif lui a permis de réaliser des écarts de température de l'ordre de 50 K et ce, grâce à un réfrigérant ferromagnétique (Gadolinium) fonctionnant suivant un cycle à régénération externe (Ericsson). Depuis, la réfrigération magnétique (RM) a été identifiée comme une technologie potentielle, qui pourrait faire concurrence aux méthodes conventionnelles à gaz.

En 1998, Smaili et Chahine [2] ont proposé un modèle numérique permettant d'effectuer l'analyse thermodynamique du cycle de réfrigération magnétique à régénération active (RMA) et de prédire la composition optimale du régénérateur actif.

Récemment, plusieurs efforts de recherche consacrés au développement de la RM sont survenus, particulièrement dans la région de température supérieure à 42 K. Ces travaux ont été souvent entrepris par des chercheurs pionniers. Citons ici, entre autres,

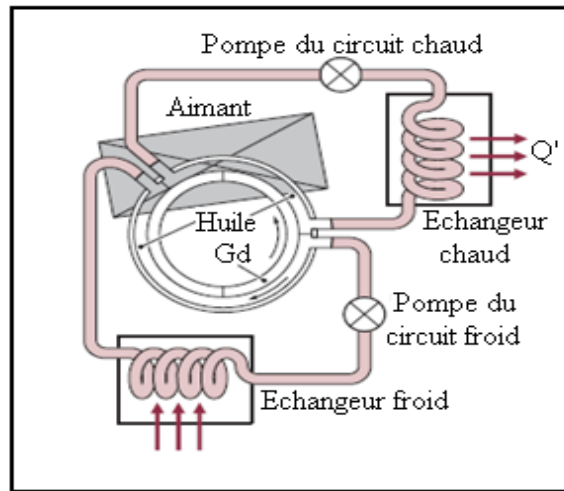
l'équipe du professeur Gschneider du Ames Laboratory of the U.S. DOE (Etats Unis) [3].

L'Institut de recherche sur l'hydrogène de l'université du Québec à Trois-Rivières (Canada) a mené une étude sur un liquéfacteur à gaz figure 1.1 basé sur l'*EMC* [4]. La source du champ est un aimant supraconducteur ( $B = 5 \text{ T}$ ); le matériau actif (*Gd*) est déposé sur une roue entraînée par un moteur. Le processus d'aimantation et désaimantation ainsi que la circulation alternative d'un fluide caloporteur (hélium) permet de réaliser le cycle *AMRL* (active magnetic regenerator liquéfier). La source chaude est à la température ambiante ( $T_H = 300 \text{ K}$ ) et la source froide est à ( $T_C = 100 \text{ K}$ ). Le circuit du gaz à liquéfier passe par l'échangeur froid. La puissance frigorifique est estimée à  $500 \text{ W}$ .



**Figure 1.1** Schéma d'un liquéfacteur magnétique (fonctionne selon le cycle AMRL) [5].

Le dispositif représenté sur la figure 1.2 a été développé par l'équipe de l'Université polytechnique de Catalogne à Barcelone [5]. Le matériau magnéto-calorique est un ruban de gadolinium (Gd pur à 99,9 %) fixé sur un disque en plastique et plongé dans un fluide caloporteur (huile d'olive). Le cycle magnétique d'aimantation/désaimantation est assuré par la rotation du disque en plastique et son passage devant un aimant. Ce dernier est composé d'un ensemble de secteurs dont l'arrangement a été optimisé pour atteindre  $1 \text{ T}$  dans l'entrefer disponible qui mesure environ  $1 \text{ cm}$ . L'écart de température obtenu est de  $1,6$  et  $5 \text{ K}$  pour un champ de  $0,3 \text{ T}$  et  $0,95 \text{ T}$  respectivement. Cela correspond à  $2,5$  fois l'*EMC* du gadolinium. Ainsi que d'autres dispositifs étudiés et réalisés aux États-Unis et au Japon.



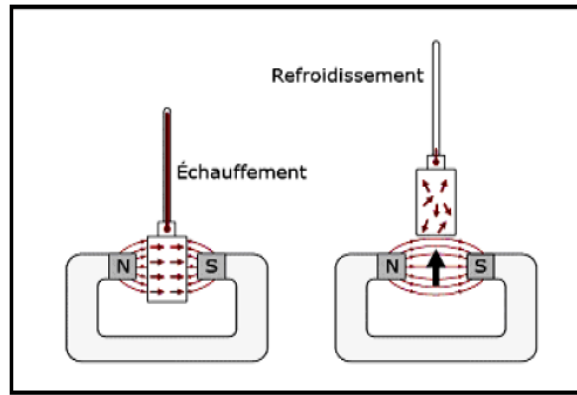
**Figure 1.2** Dispositif de réfrigération magnétique développé en Espagne [6].

Enfin, nous signalons que le présent projet s'inscrit dans la continuité des travaux de recherche initiés par Smaili et Chahine [2]. Dans la même optique, dernièrement Benrabah et al. [6] ont proposé une méthode numérique pour la prédiction de performances d'un réfrigérateur magnétique (RM) opérant près de la température ambiante.

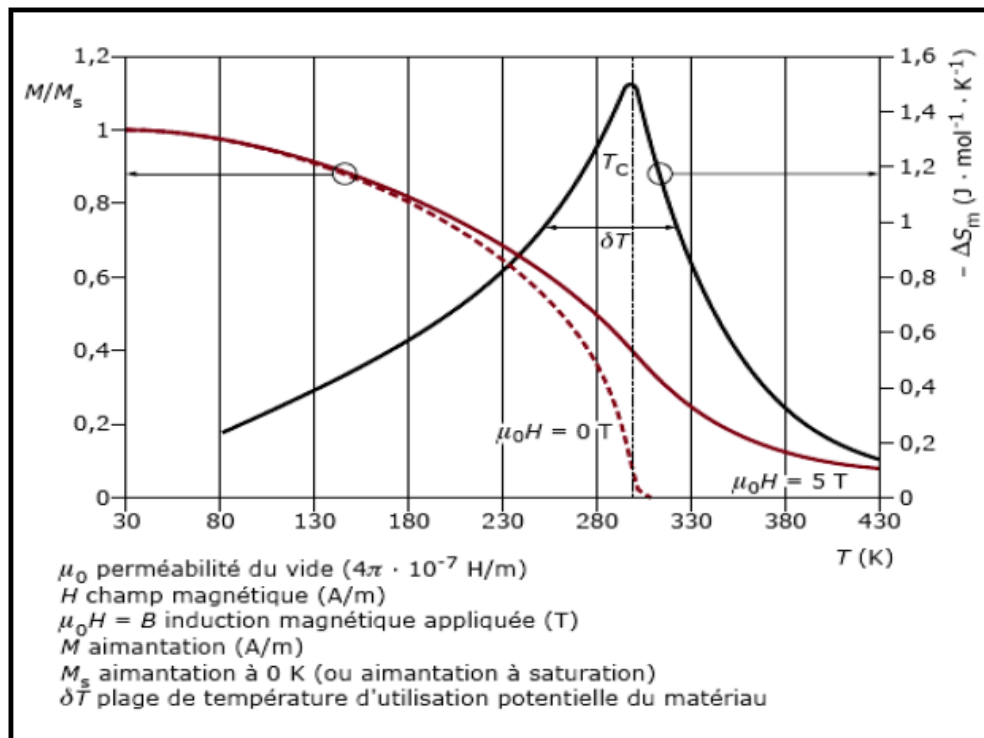
## 1.2 Effet magnétocalorique

### 1.2.1 Définition

L'effet magnétocalorique est une propriété intrinsèque des matériaux magnétiques qui se traduit par une variation de température réversible de la substance sous l'action d'un champ magnétique (figure 1.3). Lorsque l'application du champ est faite de façon adiabatique, la réduction d'entropie magnétique est compensée par l'augmentation de l'entropie de réseau pour conserver l'équilibre, ce qui se traduit par une augmentation de température dans le matériau. Lorsque le champ magnétique est enlevé adiabatiquement, le phénomène inverse se produit et le matériau s'en trouve refroidi. Cet effet est maximal autour de la température ordre-désordre (température de Curie ou température de Néel).



**Figure 1.3** Principe de l'effet magnétocalorique. [7]



**Figure 1.4** Évolution en fonction de la température de l'aimantation et de l'entropie du gadolinium autour de sa température de Curie  $T_C$ . [7].

## 1.2.2 Équations thermodynamiques

Pour comprendre l'origine physique de l'effet magnétocalorique, il est utile de rappeler les propriétés thermodynamiques d'une substance magnétique plongée dans un champ magnétique ([7] - [9]). Le potentiel thermodynamique adapté à la description d'un tel système est l'enthalpie libre magnétique  $G$  (énergie de Gibbs).  $G$  s'exprime en fonction de l'énergie interne  $U$ , des variables extensives : entropie  $S$ , volume  $V$  et aimantation  $M$  et des



variables intensives : température  $T$ , pression  $P$  et induction magnétique  $B$ ,  $B$  étant directement liée au champ magnétique extérieur  $H_e$  par la relation [1] :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}_e \quad (1.1)$$

$$G = G(T, P, B) = U + PV - \vec{M} \cdot \vec{B} - TS \quad (1.2)$$

où  $\mu_0$  est la perméabilité du vide.

Les substances en question étant généralement à l'état solide, on peut négliger tout effet dû au volume et à la pression et on peut écrire la différentielle totale exacte de l'enthalpie libre magnétique comme suit :

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_B dT + \left(\frac{\partial G}{\partial B}\right)_T d\vec{B} = -\vec{M} \cdot d\vec{B} - SdT \quad (1.3)$$

Avec

$$\frac{\partial}{\partial \vec{B}} \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right) = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial G}{\partial \vec{B}}\right) \quad (1.4)$$

Les dérivées partielles secondes croisées d'une différentielle exacte étant identiques. D'où la relation de Maxwell–Weiss :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial \vec{B}}\right)_T = \left(\frac{\partial \vec{M}}{\partial T}\right)_{\vec{B}} \quad (1.5)$$

Si le champ est appliqué d'une façon adiabatique, l'EMC sera exprimé en variation adiabatique de température:

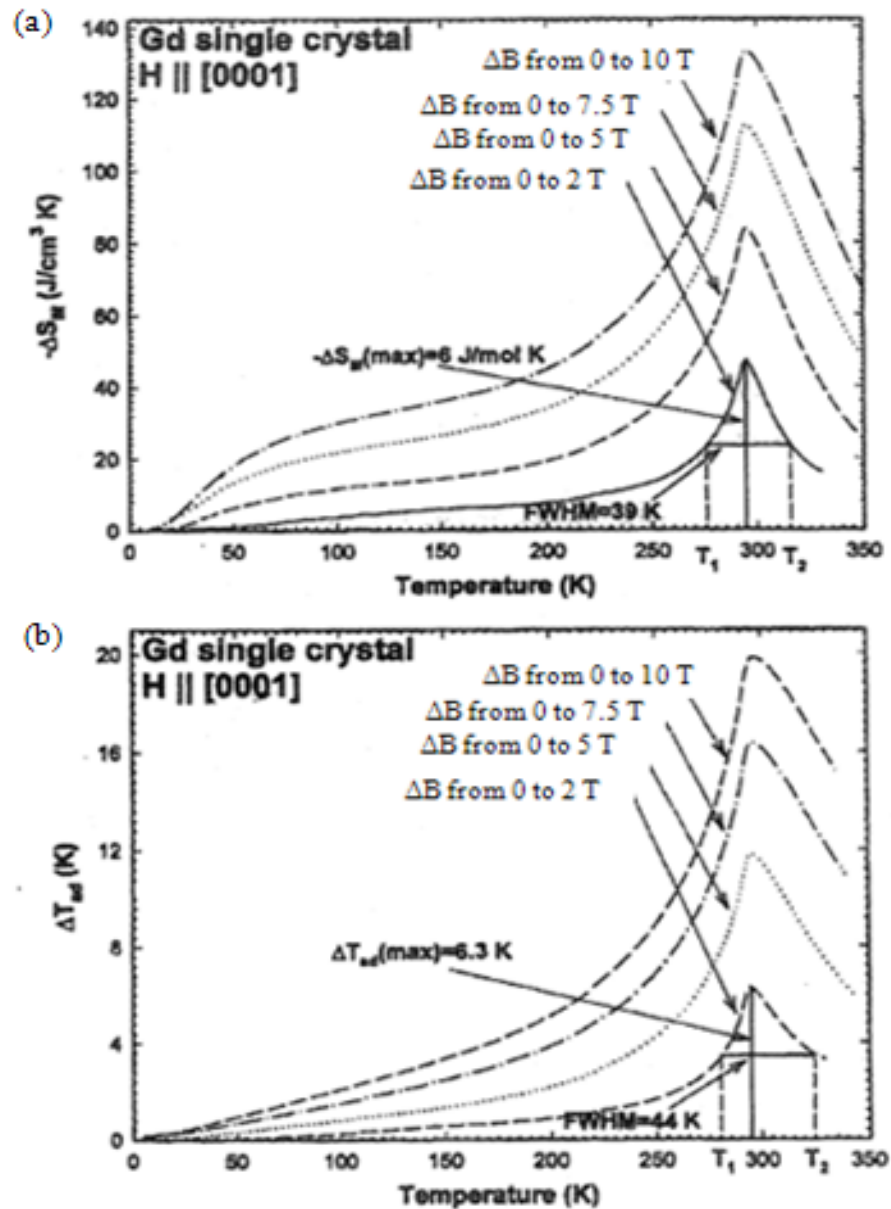
$$\Delta T_{ad} = -T \int_{B_{initiale}}^{B_{finale}} \frac{1}{C_p(B, T)} \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right) dB \quad (1.6)$$

Si le champ est appliqué d'une façon isotherme, l'EMC sera exprimé par la variation d'entropie magnétique:

$$\Delta S = - \int_{B_{initiale}}^{B_{finale}} \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_B dB \quad (1.7)$$

où,  $C_p(B, T)$  est la chaleur spécifique, et  $M(B, T)$  est la magnétisation. La connaissance de ces deux dernières grandeurs en fonction de la température et du champ, est nécessaire pour évaluer l'EMC.

La figure 1.5 illustre l'EMC en fonction de la température pour un cristal de gadolinium soumis à différentes intensités de champ magnétique [10]. Le changement adiabatique de température observé est relativement faible; il passe par un maximum (environ 2 à 3 K/T) à la température de transition du matériau.



**Figure 1.5** EMC pour un cristal de Gd, (a) : variation isotherme d'entropie, (b) : variation adiabatique de température [11].

### 1.2.3 Calcul des propriétés thermomagnétiques

Pour déterminer l'EMC, il est souvent commode d'évaluer, tout d'abord, l'entropie totale de la substance magnétique. Celle-ci peut être décrite comme suit:

$$S(B, T) = S_M(B, T) + S_L(T) + S_E(T) \quad (1.8)$$

où  $S_M$ ,  $S_L$ , et  $S_E$  sont respectivement les contributions; magnétique, du réseau, et électronique.

Selon la théorie du magnétisme, l'entropie magnétique peut s'exprimer par la relation :

$$S_M(B, T) = R_u \left[ \ln \left( \frac{2J+1}{2J} X \right) - \ln \sinh \left( \frac{1}{2J} X \right) - X B_J(X) \right] \quad (1.9)$$

où  $R_u$  est la constante universelle des gaz ( $R_u=8.314$  J/mol. K). Pour un ferromagnétique,  $X$  est décrite par :

$$X = \frac{gJ\mu_B B}{k_B T} + \frac{3\theta_c J B_J(X)}{T(J+1)} \quad (1.10)$$

$B_J(X)$  est la fonction de Brillouin,  $\mu_B$  est le magnéton de Bohr,  $g$  est le facteur de Landé,  $J$  est le nombre quantique du moment angulaire total,  $k_B$  est la constante de Boltzmann. L'Eq.1.10 peut être résolue par itération.

En utilisant le modèle de Debye, l'entropie du réseau peut s'écrire comme suit :

$$S_L(T) = R_u \left[ -3 \ln(1 - e^{-\theta_D/T}) + 12 \left( \frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{z^3}{e^z - 1} dz \right] \quad (1.11)$$

où  $\theta_D$  est la température de Debye.

D'après la théorie statistique de Fermi-Dirac, l'entropie électronique peut être formulée par :

$$S_E(T) = \gamma T \quad (1.12)$$

où  $\gamma$  est le coefficient de capacité calorifique électronique.

Notons que des expressions similaires pour les chaleurs spécifiques correspondantes peuvent être obtenues, en utilisant la relation thermodynamique suivante

$$C_p(B, T) = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_B \quad (1.13)$$

Le changement de température adiabatique  $\Delta T$  peut se calculer en considérant la condition de magnétisation (ou démagnétisation) isentropique suivante:

$$S(B = 0, T) = S(B \neq 0, T + \Delta T) \quad (1.14)$$

Et, à partir de l'Eq.1.15, le changement d'entropie magnétique peut être également obtenu:

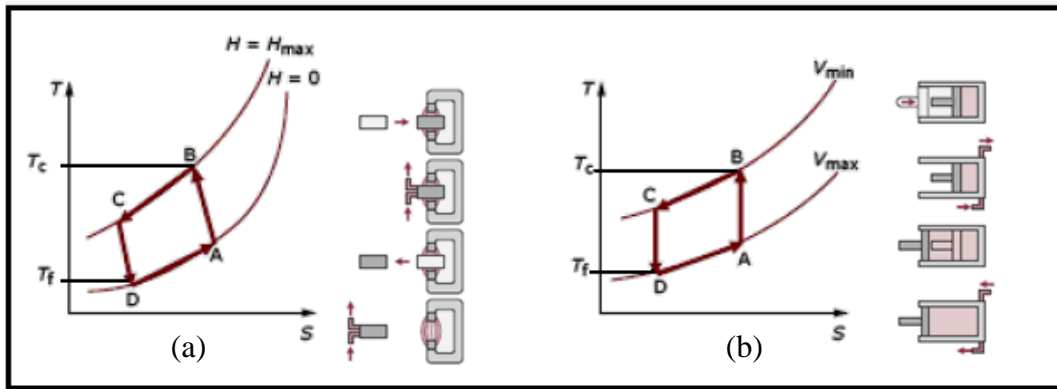
$$\Delta S = S_M(B = 0, T) - S_M(B \neq 0, T) \quad (1.15)$$

### 1.3 Cycles thermomagnétiques

Il existe essentiellement deux types de cycles : cycles à régénération externe et à régénération magnétique active (AMR). Dans la pratique souvent le cycle de AMR est utilisé. Un tel cycle est composé de quatre transformations :

- *Magnétisation du matériau magnétique*: elle est provoquée par l'application du champ magnétique de façon adiabatique ou isotherme, d'où l'augmentation de température.
- *Réchauffement du fluide* circulant à travers le régénérateur à champ constant: le fluide entre à une température égale  $T_C$  (celle de la source froide), en échangeant de la chaleur avec le matériau, la température du fluide augmente et devient égale à  $T_{f, H}$ , à la sortie (source chaude). Ainsi, en passant à travers l'échangeur de chaleur à la source chaude.
- *Démagnétisation du matériau magnétique*: elle est due à l'enlèvement du champ magnétique de façon adiabatique ou isotherme, d'où la diminution de la température.
- *Refroidissement du fluide* s'écoulant à travers le régénérateur à champ nul: à l'entrée la température du fluide est égale à  $T_H$  (celle de la source chaude), en échangeant de la chaleur avec le matériau magnétique elle diminue à  $T_{f, C}$ , à la sortie (source froide). En traversant l'échangeur de chaleur à la source froide.

La figure 1.6 représente une comparaison entre le cycle thermomagnétique et thermodynamique.



**(a) : cycle thermomagnétique :**

- A → B : Magnétisation adiabatique (échauffement du matériau à EMC).
- B → C : Refroidissement isochamp (échange avec la source chaude).
- C → D : Démagnétisation adiabatique (refroidissement du matériau à EMC).
- D → A : Échauffement isochamp (échange avec la source froide).

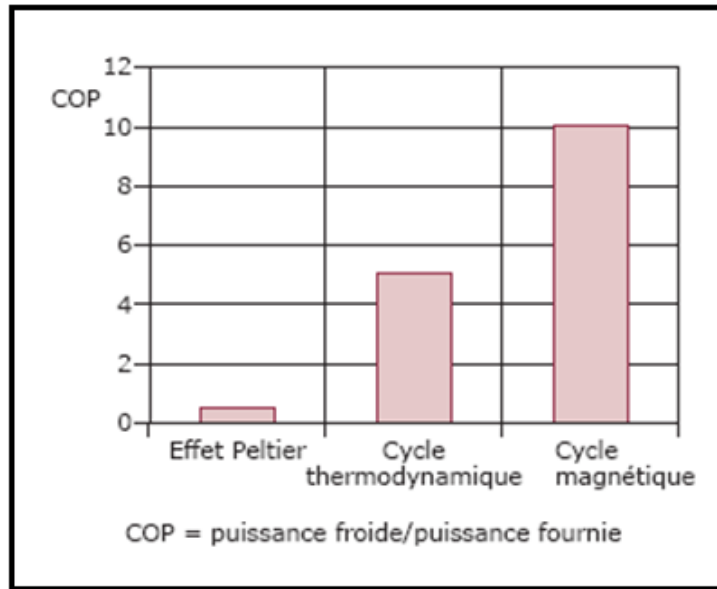
**(b) : cycle thermodynamique :**

- A → B : Compression adiabatique (échauffement du gaz).
- B → C : Refroidissement isochore (échange avec la source chaude).
- C → D : Détente adiabatique du gaz (refroidissement du gaz).
- D → A : Échauffement isochore (échange avec la source froide)

**Figure 1.6** Cycles thermomagnétique et thermodynamique [12].

Comparée aux autres techniques de production du froid, la réfrigération magnétique présente des avantages multiples :

- une grande efficacité thermodynamique engendrée par la quasi-réversibilité de l'effet magnétocalorique. Avec l'EMC, les efficacités théoriques peuvent atteindre, voire dépasser, 60 % de l'efficacité limite de Carnot alors qu'elles ne dépassent pas 40 % dans les meilleurs systèmes thermodynamiques conventionnels. Cela entraîne un rendement énergétique nettement meilleur pour des puissances de l'ordre de 1 à 100watt comme le montre la figure 1.7.
- une absence de polluant atmosphérique comme le CFC ou ses substituts HCFC et HFC. Les fluides utilisés dans les démonstrateurs sont l'eau ou le glycol.



**Figure 1.7** Comparaison des coefficients de performance des différentes techniques de production de froid [12]

- une absence de bruits et de vibrations grâce à l'absence de compresseur.
- une possibilité de réaliser des systèmes compacts avec de fortes densités d'énergie, le matériau réfrigérant étant solide et non gazeux.

#### 1.4 Problèmes de conception et dimensionnement d'un dispositif de RM

La réalisation d'un réfrigérateur magnétique est confrontée à beaucoup d'inconnues. Il serait intéressant de pouvoir utiliser une simulation numérique permettant de prévoir les performances et de trouver le design idéal pour les atteindre. Cependant, pour ce faire, il faudrait un modèle validé utilisant des équations non-linéaires reflétant exactement la géométrie, les propriétés des matériaux et du fluide, l'environnement et les conditions d'opération choisies. Actuellement, le design des prototypes est plutôt fait de façon itérative, en se basant principalement sur l'expérience en réfrigération magnétique et sur les régénérateurs thermiques passifs. A titre d'exemple, une brève description d'une méthodologie de design d'un prototype de liquéfacteur magnétique de gaz naturel est présentée ci-dessous pour en illustrer la complexité [11].

### **1.4.1 Type de réfrigérateur magnétique et matériau**

- Sélectionner une géométrie et le cycle en fonction des objectifs de performances et du but de l'appareil.
- Fixer l'intensité du champ magnétique en fonction du type d'aimant retenu selon les contraintes technologiques, économiques et d'espace.
- Sélectionner les matériaux magnétiques en fonction de leurs *EMC* dans la plage de température désirée.

### **1.4.2 Conception du régénérateur**

Le régénérateur magnétique actif doit être conçu de façon à minimiser les pertes de pression, la conductivité thermique longitudinale et les courants de Foucault tout en maximisant l'échange de chaleur solide-fluide. Généralement, il s'agit d'un lit de particules sphériques. D'autres types de milieux poreux pourraient être de meilleurs régénérateurs magnétiques actifs, mais la fabrication à petite échelle de géométries complexes avec des matériaux magnétiques spéciaux est longue et coûteuse.

### **1.4.3 Conditions d'opération**

- Fixer un débit de fluide caloporteur.
- Calculer la puissance de réfrigération.
- Estimer la masse totale du matériau nécessaire et la fréquence d'opération pour produire cette réfrigération avec une équation reliant l'énergie reçue par le fluide à celle transmise par le solide.

### **1.4.4 Travail de magnétisation**

- Calculer les pertes de pression et le coefficient de transfert de chaleur à l'aide de corrélations plus ou moins précises.
- Estimer la puissance à fournir pour la magnétisation et la démagnétisation du régénérateur en additionnant le travail de réfrigération idéal aux pertes provenant des transferts de chaleur vers le régénérateur et des sources d'échauffement parasites.
- Calculer la puissance à fournir au système de pompage à partir des pertes de pression dans le régénérateur et dans le système.

### **1.4.5 Sélection de l'aimant, des éléments mécaniques et de l'instrumentation**

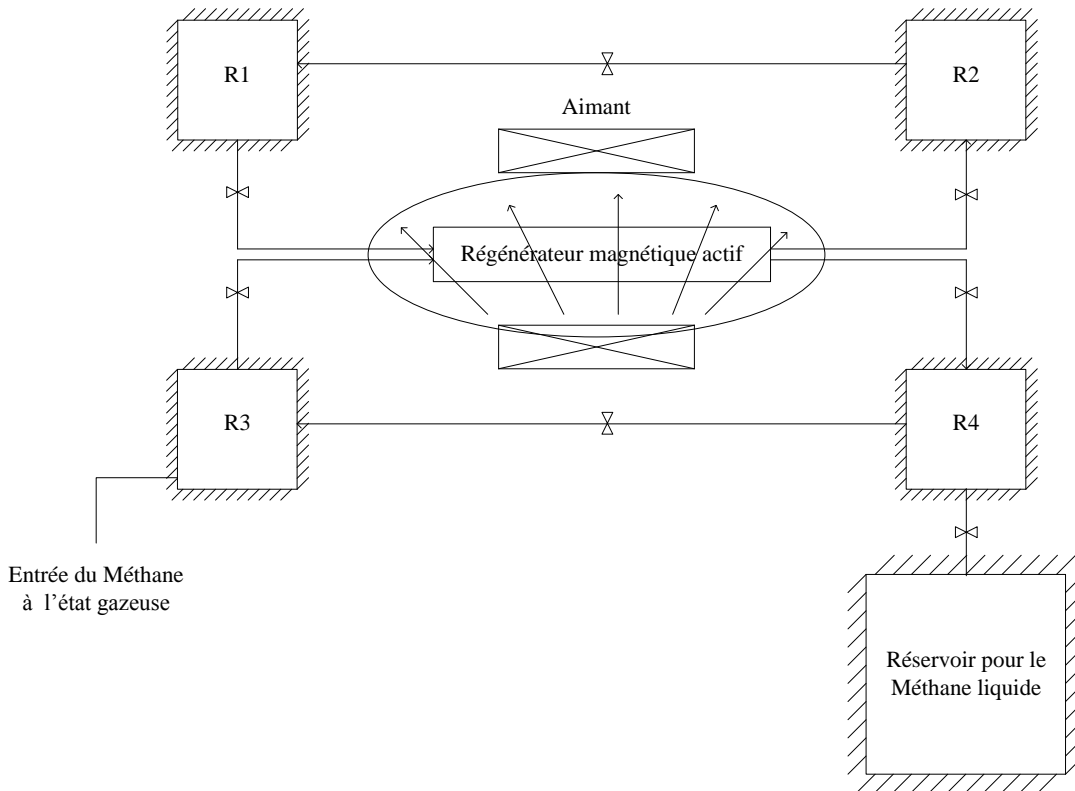
On doit déterminer les caractéristiques de l'aimant, du système de pompage, de tous les éléments mécaniques, de l'isolation, de la tuyauterie et de l'instrumentation. De nombreux problèmes liés aux pertes par friction, à l'étanchéité et à l'utilisation d'un champ magnétique puissant doivent être surmontés.

En conclusion, il s'agit d'une entreprise complexe. La conception étant ponctuée d'estimations et de sources d'erreurs, l'incertitude face à l'atteinte des objectifs est grande et rien n'indique que les performances de l'appareil seront optimales. Pour toutes ces raisons, il est très important de continuer à approfondir les connaissances en ce domaine tant par des expériences, par des simulations que par les raffinements et le développement de relations analytiques.

### **1.5 Liquéfacteur magnétique proposé**

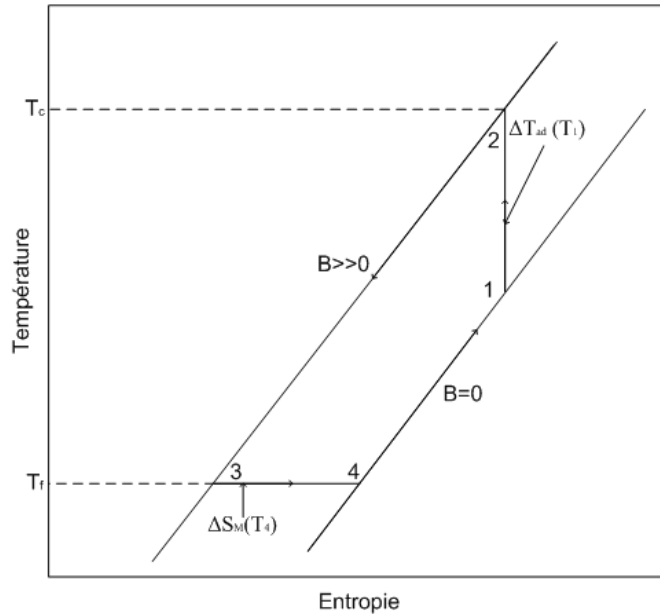
Dans ce projet on se propose d'étudier le liquéfacteur magnétique dont le schéma de base est présenté sur la figure 1.8. Il consiste essentiellement des éléments suivants : (i) d'un réfrigérant magnétique (régénérateur magnétique actif RMA); (ii) d'un aimant (source de champ magnétique); (iii) de quatre réservoirs : R1 et R2 pour le stockage du fluide de régénération, R3 et R4 pour le stockage du gaz à liquéfier.





**Figure 1.8** Schéma du liquéfacteur magnétique proposé.

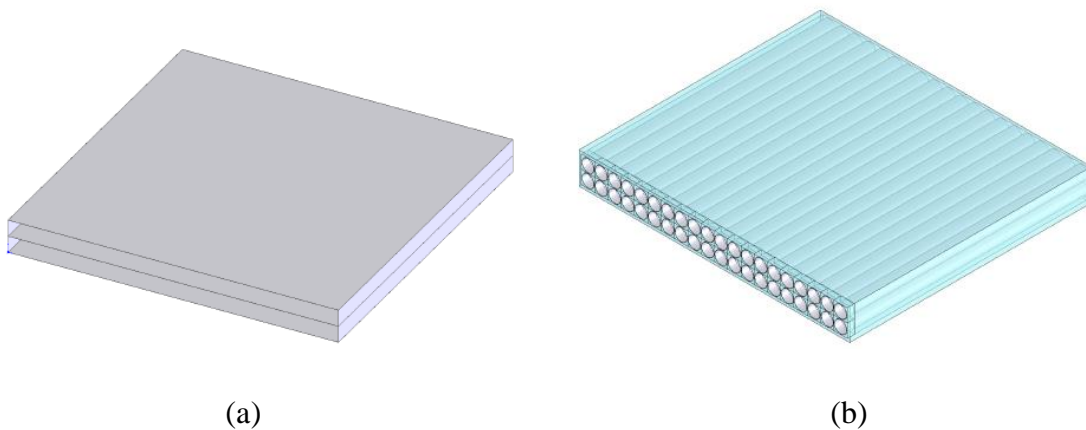
Comme l'illustre le diagramme  $T$ - $S$  à la figure 1.9, le liquéfacteur fonctionne selon un cycle thermodynamique comprenant quatre processus, à savoir, magnétisation adiabatique ou isentropique (1-2), refroidissement à champ constant (2-3), démagnétisation isotherme (3-4), et réchauffement à champ nul (4-1). Le cycle débute par la magnétisation adiabatique, ce qui provoque une augmentation de température  $\Delta T_{ad}$  du RMA. Le fluide de régénération (le gaz de l'hélium He étant souvent utilisé), initialement stocké dans le réservoir R1, circule à travers le RMA (ce dernier étant magnétisé), en absorbant la quantité de chaleur résultant de la magnétisation adiabatique. Le fluide chaud sortant du RMA est ensuite stocké dans le réservoir R2. Le RMA est ensuite démagnétisée de façon isotherme, en absorbant la chaleur du fluide sortant du réservoir R3 (par exemple  $\text{CH}_4$ , le gaz à liquéfier). Enfin, le RMA est réchauffé à champs nul, par le fluide de régénération sortant du réservoir R2, et ainsi prêt pour un autre cycle.



**Figure 1.9** Diagramme  $T$ - $S$  du cycle du liquéfacteur magnétique proposé.

Dans ce projet, on se limitera à simuler le processus transitoire de la démagnétisation isotherme (3-4) du régénérateur permettant ainsi d'atteindre la température de liquéfaction de  $\text{CH}_4$ .

L'emphase portera sur les aspects de conception et de dimensionnement du régénérateur magnétique. Pour ce faire nous avons étudié deux types de configurations géométriques (figure 1.10) : (i) régénérateur à plaques parallèles (section rectangulaire) et (ii) régénérateur à tubes (conduites de section circulaire).



**Figure 1.10** Configurations géométriques de régénérateurs à étudier (a) régénérateur à plaques parallèles (2 passages), (b) régénérateur à tubes (20 passages).

## Chapitre 2

### MODELE MATHEMATIQUE

Dans ce chapitre, nous présentons les équations régissant l'écoulement du gaz à liquéfier (qui se fait dans la direction de  $x$ ) à travers le régénérateur magnétique actif. Plus précisément on présente les équations gouvernant l'échange de chaleur entre le matériau magnétique et le gaz à liquéfier, ainsi que les conditions aux limites et initiales correspondantes.

#### 2.1 Equations gouvernant le problème physique

L'écoulement est faiblement compressible car la masse volumique du gaz peut varier en fonction de la température à travers le régénérateur. Donc L'écoulement du gaz à travers le régénérateur est décrit par l'équation de continuité et les équations de Navier-Stokes données respectivement par :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.1)$$

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\vec{\nabla} p + \mu \left[ \vec{\nabla}^2 \vec{V} + \frac{1}{3} \vec{\nabla}(\text{div}(\vec{V})) \right] \quad (2.2)$$

où,  $\rho$  est la masse volumique du gaz dont la valeur peut être calculée en utilisant une équation d'état ou à partir des tables thermodynamique (voir tableau A.1),  $\mu$  est la viscosité du gaz,  $p$  est la pression,  $\vec{V}$  est la vitesse d'écoulement.

Afin de décrire le transfert de chaleur entre le gaz et le matériau magnétique, l'équation d'énergie pour le gaz est utilisée.

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} T \right) = k \nabla^2 T + \mu \phi \quad (2.3)$$

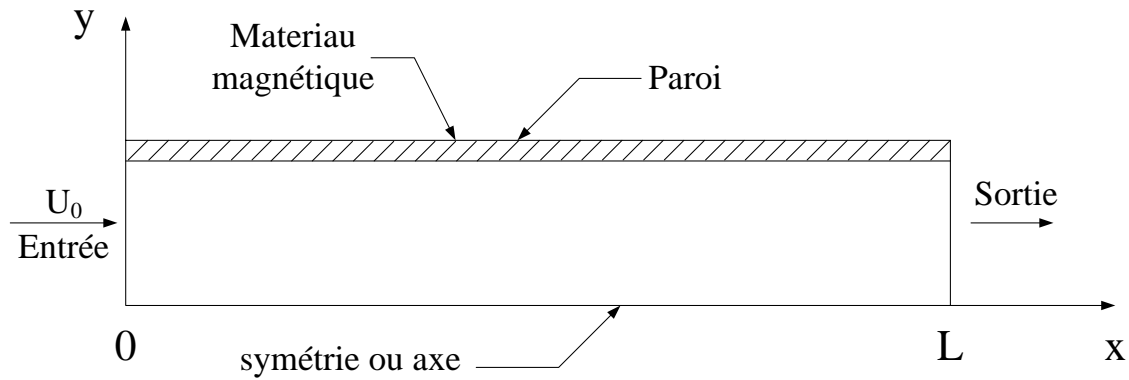
où  $\mu \phi$  représente la dissipation visqueuse et donnée par :

$$\mu \phi = \mu \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} \quad (2.4)$$

où,  $C_p$  est la chaleur spécifique du gaz,  $T_{est}$  la température du gaz,  $t$  est le temps, et  $k$  est le coefficient de conductivité thermique du gaz,  $\mu$  est la viscosité dynamique du gaz.  $u$  est la composante axiale de la vitesse,  $v$  composante de la vitesse suivant la direction  $y$  (ou composante radiale de la vitesse).

### 2.3 Conditions aux limites et initiales

Les conditions aux limites du problème physique sont indiquées sur la figure 2.1. On distingue quatre types de conditions, qui sont décrites ci-dessous.



**Figure 2.1** Types de conditions aux limites.

#### 2.3.1 Conditions à l'entrée du régénérateur

Des champs de vitesse et de température uniformes ont été prescrits à l'entrée du régénérateur, durant toute la période de démagnétisation isotherme. Ces conditions sont ainsi données par les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{ll} u(x = 0, y) = U_0 & 0 \leq t \leq \tau \end{array} \right. \quad (2.5.a)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} v(x = 0, y) = 0 & 0 \leq t \leq \tau \end{array} \right. \quad (2.5.b)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} T(x = 0, y) = T_i & t=0 \end{array} \right. \quad (2.5.c)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} T(x = 0, y) = T_e & 0 < t \leq \tau \end{array} \right. \quad (2.5.d)$$

où  $T_i$  est la température initiale et  $T_e$  est la température d'entrée.

### 2.3.2 Conditions à la paroi

La condition à la paroi est la frontière entre le gaz et le régénérateur magnétique. Ainsi, l'EMC produit par le régénérateur est simulé par un flux de chaleur spécifié à la paroi. Ce flux est donné par la relation :

$$q''_s = -T_e \Delta S \frac{m}{\tau A} \quad (4.6)$$

où  $T_e$ ,  $\Delta S$ ,  $m$ ,  $A$  sont respectivement la température d'entrée, l'entropie magnétique, la masse du régénérateur et la surface latérale de la plaque du régénérateur.

Les conditions à la paroi sont ainsi résumées comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} u(x, y = \frac{e}{2} \text{ ou } r = \frac{D}{2}) = 0 \\ 0 \leq t \leq \tau \end{array} \right. \quad (2.6.a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v(x, y = \frac{e}{2} \text{ ou } r = \frac{D}{2}) = 0 \\ 0 \leq t \leq \tau \end{array} \right. \quad (2.6.b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_s'' = -k \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=e/2} \\ 0 \leq t \leq \tau \end{array} \right. \quad (2.6.c)$$

### 2.3.4 Conditions à la sortie du régénérateur

Ces conditions sont ainsi données par les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=L} = 0 \\ 0 \leq t \leq \tau \end{array} \right. \quad (2.7.a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=L} = 0 \\ 0 \leq t \leq \tau \end{array} \right. \quad (2.7.b)$$

qui sont connues sous le nom de conditions de sortie de Patankar [13]

### 2.3.3 Conditions de symétrie

Pour minimiser le temps de calcul, nous avons fait l'étude sur la moitié de la conduite car on a une symétrie pour le cas rectangulaire et une axisymétrie pour le cas circulaire. Cette condition est donné par :

$$v(x, y = 0) = 0 \quad 0 \leq t \leq \tau \quad (2.8)$$

## Chapitre 3

### METHODE NUMERIQUE

Tous les essais et les simulations ont été effectués à l'aide des logiciels Gambit et Fluent. Ce chapitre est donc consacré à la description de ces deux outils de calcul et à la présentation de leurs principes d'opération.

#### 3.1 Introduction

Le calcul numérique est devenu un outil indispensable pour l'ingénieur, au même titre que les méthodes traditionnelles analytiques et expérimentales. Le calcul numérique en mécanique consiste, de manière générale, à résoudre par le biais de l'ordinateur les équations aux dérivées partielles qui traduisent les principes de conservation ou d'équilibre. Comme l'ordinateur ne peut en principe manipuler que des chiffres, des techniques dites de discrétisation sont utilisées pour traduire ces équations aux dérivées partielles en équations algébriques. La plupart des problèmes de mécanique des fluides sont difficiles à résoudre analytiquement. Si bien que traditionnellement on a recours à des expériences en laboratoire. Ces expériences sont absolument nécessaires pour comprendre les phénomènes physiques, comme la turbulence. Les résultats phénoménologiques sont mis sous formes d'abaques ou de relations mathématiques appelées aussi lois de comportement. Une fois ces lois de comportement sont combinées aux équations de conservation (de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie), il est alors possible de simuler un large éventail de problèmes sans avoir recours à l'expérience au laboratoire. Cependant, toute simulation implique des approximations et une mauvaise utilisation d'un logiciel de simulation peut faire en sorte que les résultats obtenus soient complètement erronés. L'utilisation intelligente d'un logiciel de simulation afin d'obtenir des résultats pertinents, l'analyse et l'interprétation des résultats sont donc des étapes indispensables, qui sont généralement de la responsabilité de l'ingénieur.

## 3.2 Logiciel Gambit

Gambit est un logiciel, sous licence commerciale, utilisé dans la conception et la génération de maillage (discrétisation du domaine de calcul). Les principales étapes requises pour élaborer un maillage 2D sont résumées comme suit :

**Etape 1** Création des points de la géométrie : cette étape consiste à numéroter les coins pour faciliter le travail, ainsi qu'on donne les dimensions entre un coin et un autre.

**Etape 2** Création des segments : une fois qu'on a défini les coins alors on peut définir les segments.

**Etape 3** Création des faces : les surfaces sont décrites par leurs segments.

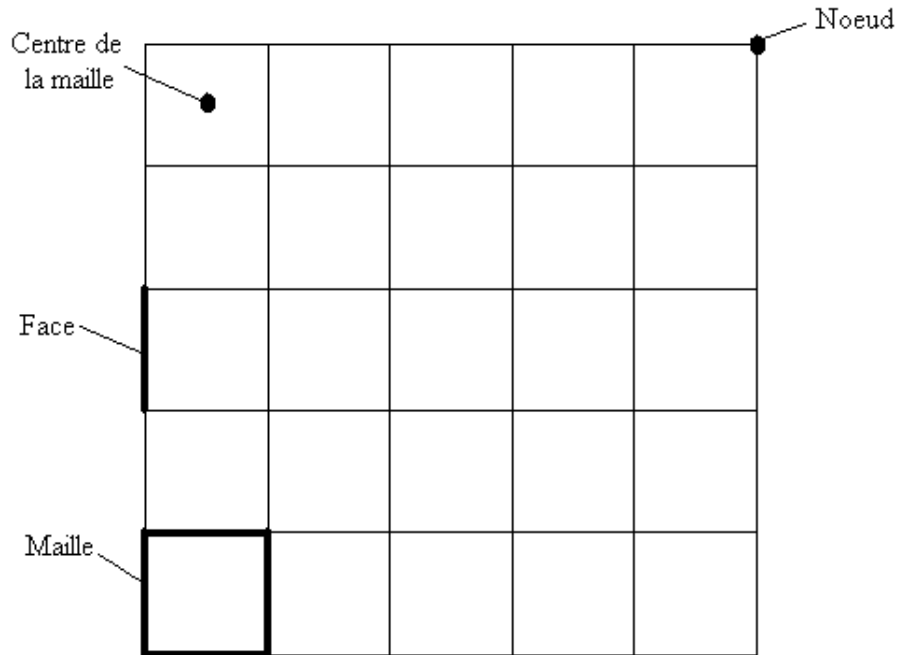
**Etape 4** Division des segments en nœuds : le maillage des segments est basé sur la longueur des segments.

**Etape 5** Maillage du domaine : le maillage du domaine est basé sur le maillage des segments.

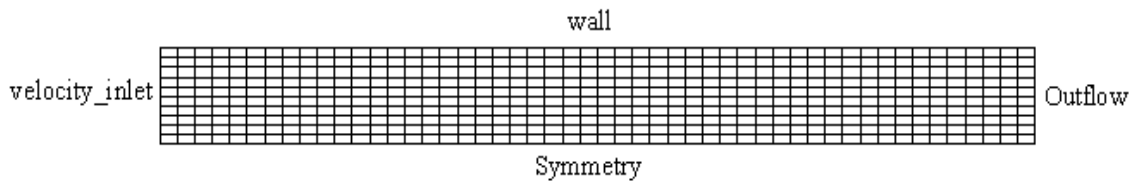
**Etape 6** Appliquer les conditions aux frontières pour chacun des segments : On doit appliquer une condition que comporte notre problème « Wall, Velocity \_Inlet ou Pressure\_Outlet... ».

**Etape 7** Exporter le maillage : finalement on exporte le maillage dans un fichier qu'on pourra lire dans le logiciel Fluent.

A titre d'exemple les figures 3.1 et 3.2 montrent respectivement les éléments d'un maillage simple et la structure d'un maillage typique.



**Figure 3.1** Maillage simple de 2D.

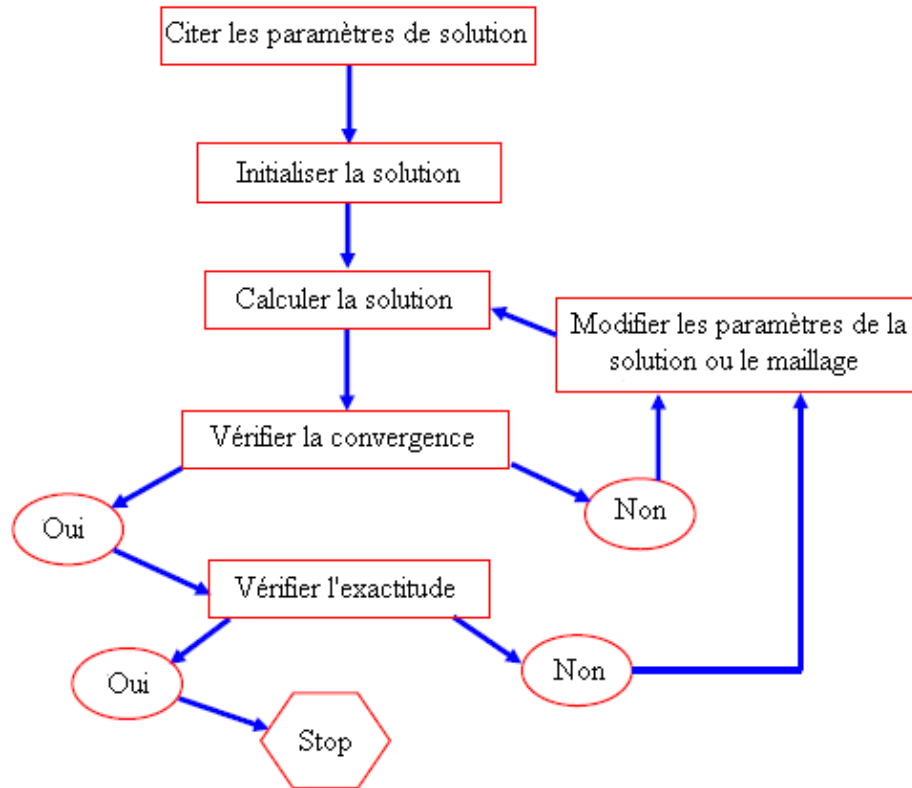


**Figure 3.2** Structure d'un maillage 2D typique.

### 3.3 Logiciel Fluent

Fluent est un logiciel, sous licence commerciale, utilisé dans la résolution numérique des équations gouvernant les écoulements des fluides et le transfert de chaleur (i.e. simulation numérique). Le système d'équations algébriques (ou discrétisées) est résolu par la méthode des volumes finis [13]. La figure 3.3 résume les principales étapes pour réaliser une simulation numérique sur Fluent.





**Figure 3.3** Les principales étapes d'une simulation sur Fluent.

On explique, ci-dessous, un peu plus en détail en quoi consiste chaque étape.

**Etape 1** Lire le fichier qui porte le maillage (généré par Gambit) sous l'extension (\*.msh).

**Etape 2** Définir le mode de résolution.

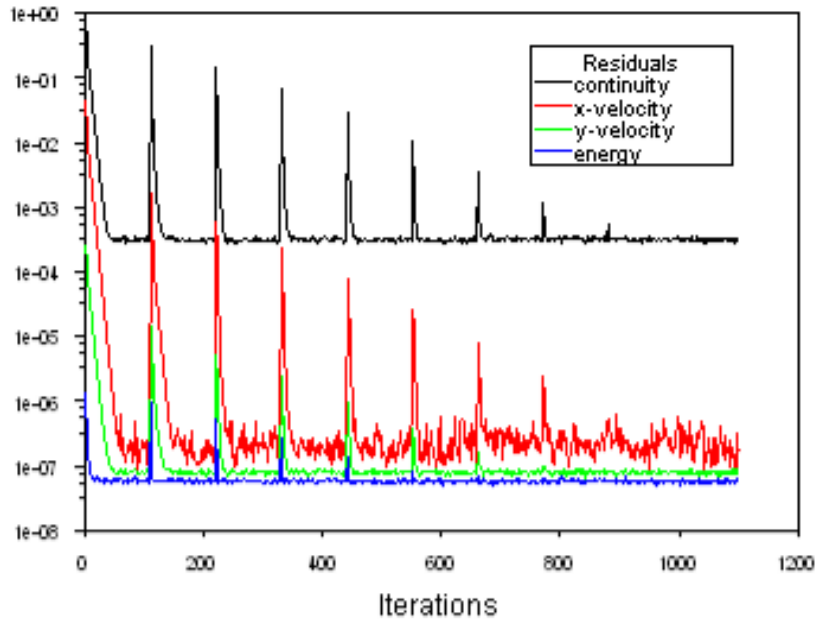
**Etape 3** Définir le type de substance utilisée (solide/ fluide).

**Etape 4** Définir et prescrire les conditions aux limites.

**Etape 5** Donner des valeurs initiales pour les champs de vitesse et de température, permettant de débiter les calculs.

**Etape 6** Ajuster les critères de convergence et les paramètres d'affichage.

**Étape 7** Affichage et analyse des résultats : la vérification de la convergence sera faite par l’affichage des « Résidus ». A titre d’exemple, la figure 3.4 illustre les résidus des équations de continuité, de Navier-Stokes, et d’énergie lors d’une simulation sur Fluent.



**Figure 3.4** Les résidus après 1200 itération (10 seconde).

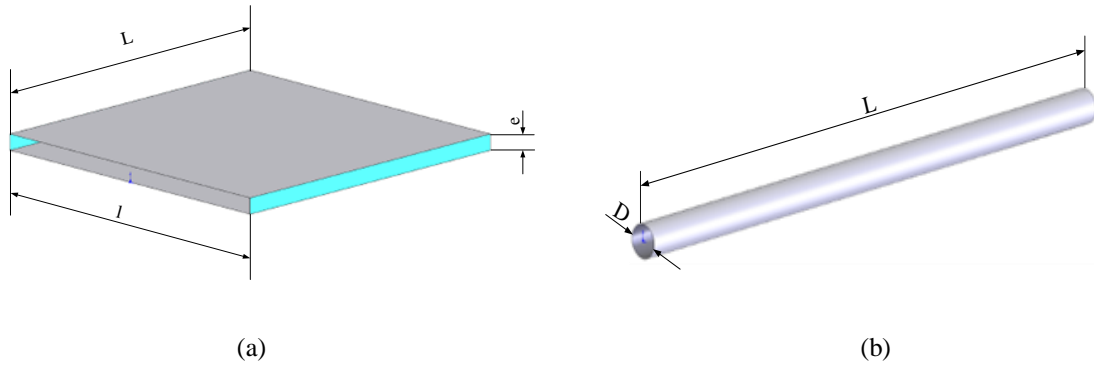
## Chapitre 4

### RESULTATS ET DISCUSSION

Dans ce chapitre, les résultats de simulation sont présentés et discutés. Deux configurations géométriques de régénérateur magnétique sont étudiés : (i) régénérateur à plaques parallèles (section rectangulaire) et (ii) régénérateur à tubes (conduites de section circulaire). Le gaz à liquéfier est le Méthane  $\text{CH}_4$  à la pression atmosphérique. Le matériau magnétique composant le régénérateur RMA est le gadolinium (Gd). Dans un premier temps, l'étude de validité des résultats de simulation a été effectuée. Ensuite, les effets des différentes propriétés du gaz et les paramètres de dimensionnement sur les performances des régénérateurs sont présentés. Des corrélations reliant les différents paramètres sont suggérées, pouvant servir dans la conception et le dimensionnement d'éventuels liquéficateurs magnétiques.

#### 4.1 Etude de validité

Dans cette section, on présente l'étude de validité des résultats de simulation du point de vue hydrodynamique et thermique. Pour cela on va comparer les résultats obtenus par le logiciel avec ceux donnés par des corrélations et / ou des formules empiriques. Comme il a été mentionné dans la section 1.5 et illustré à la figure 1.10, deux configurations géométriques de régénérateur magnétique sont étudiés : (i) régénérateur à plaques parallèles (section rectangulaire) et (ii) régénérateur à tubes (conduites de section circulaire). Dans cette section, on se limitera à étudier l'écoulement du fluide à travers un seul passage (figure 4.1). Les simulations ont été effectuées, en considérant le gaz naturel ( $\text{CH}_4$ ) comme gaz à liquéfier opérant en régime laminaire, pour les conditions suivantes :  $Re = 25, 50, \text{ et } 100$ , la température à l'entrée du régénérateur  $T_i = 300 \text{ K}$  et à la pression de 1 atm. Les propriétés thermophysiques de  $\text{CH}_4$  sont données en annexe aux tableaux A.1 et A.2. Une condition de flux de chaleur,  $q_s''$ , uniformément réparti sur la paroi a été adoptée. La valeur de  $q_s''$  a été déterminée, en se basant sur l'effet magnétocalorique générée sous forme de changement d'entropie magnétique,  $\Delta S$ , par l'Eq.2.6.



**Figure 4.1** Type de passages (a) Configuration rectangulaire, (b) Configuration circulaire.

#### 4.1.1 Considérations hydrodynamiques

Cette partie consiste à valider les résultats de simulation du point de vue hydrodynamique pour les deux géométries proposés :

##### 4.1.1.1 Section de passage rectangulaire

Pour les dimensions considérées 5mm x 100 mm, ( $b/a = 20$ ) [14], on a :

$$fR_e = 96 \quad (4.1)$$

Où,  $f$  est le facteur de friction (ou de frottement), tel que :

$$\Delta p = \frac{f\rho v^2 L}{2 \times D_h} \quad (4.2)$$

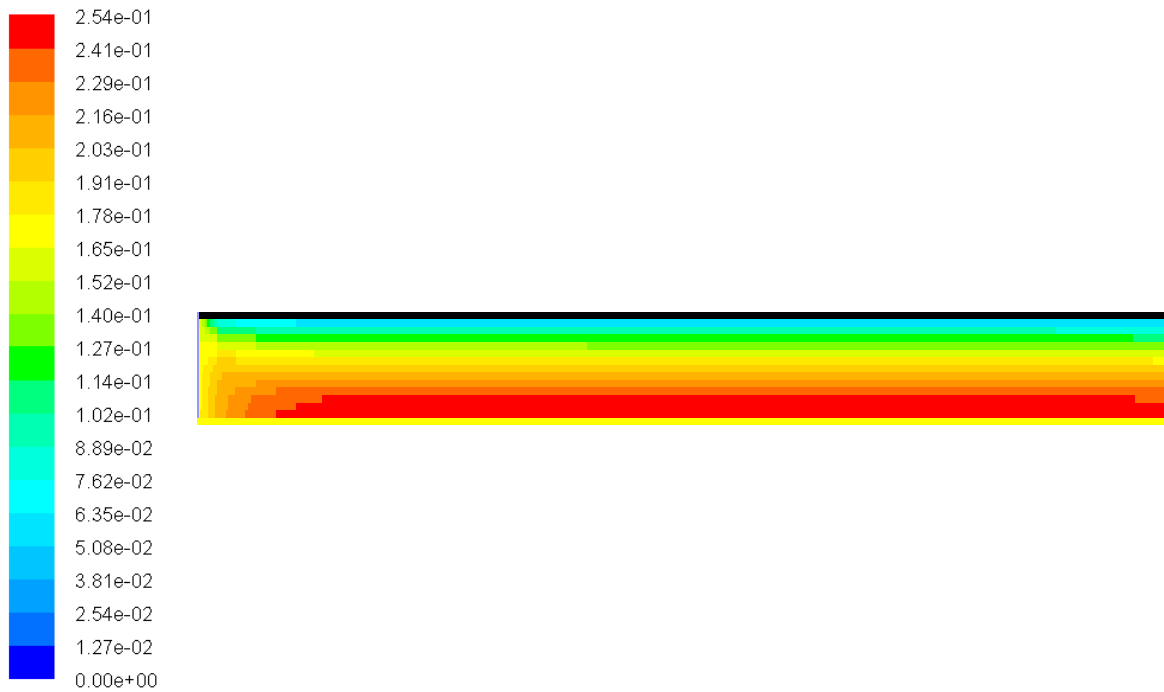
$D_h$  est le diamètre hydraulique,  $\rho$  la masse volumique,  $V$  la vitesse moyenne,  $L$  la longueur du régénérateur, et  $\Delta p$  la perte de charge dans la conduite.

Les résultats de simulation présentés dans le tableau 4.1, ont été obtenus, pour les différents nombres de Reynolds,  $R_e$ . Comme, on peut le constater, l'erreur maximale est de l'ordre de 2.72%. Les résultats de simulation concordent donc bien avec ceux obtenus par l'Eq. (4.1).

**Tableau 4.1** Facteur de friction,  $f$ , en fonction de  $Re$  : Comparaison entre Fluent et relation empirique

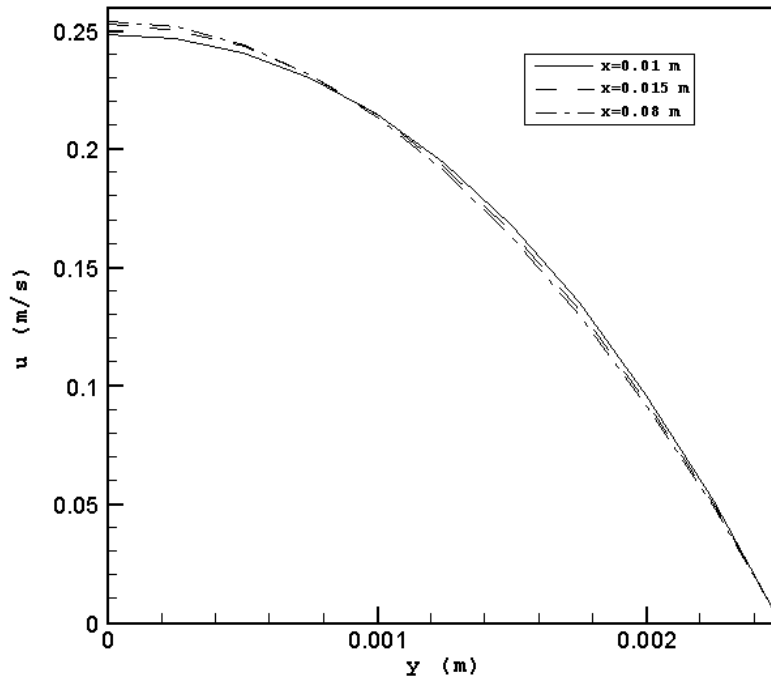
$Re$	$f. Re$ (Fluent)	$f. Re$ (Eq. 4.1)
25	93.385615	96
50	95.756791	96
100	95.870853	96

De la figure 4.2, on remarque que la vitesse est maximale au centre (i.e.  $y=0$ ) et nulle aux parois (i.e.  $y=\pm h/2$  : surface intérieure de la plaque du Gd). On constate également que la vitesse augmente suivant la direction longitudinale, en fonction de  $x$ , jusqu'à une distance où elle commence à se stabiliser. Cette zone est connue sous le nom de longueur d'entrée. Ces résultats sont donc qualitativement tout à fait raisonnables.



**Figure 4.2** Contour de vitesse pour  $Re=100$ .

De la figure 4.3 qui présente les profils de vitesse à différentes positions, on remarque que la vitesse diminue de façon parabolique en fonction de  $y$  d'une valeur maximale à  $y=0$  pour ensuite devenir égale à 0 aux parois ( $y=\pm h/2$ ). La vitesse dans la direction de  $x$  commence à se stabiliser à partir d'une distance  $x$  dite « longueur d'entrée  $L_e$  », (comme il a été remarqué dans la Figure 4.2. Autrement dit, à partir de  $x=L_e$  l'écoulement devient complètement développé (i.e. même profils de vitesse pour chaque position  $x$ ).



**Figure 4.3** Profils de vitesse pour  $R_e=100$ .

#### 4.1.1.2 Section de passage circulaire

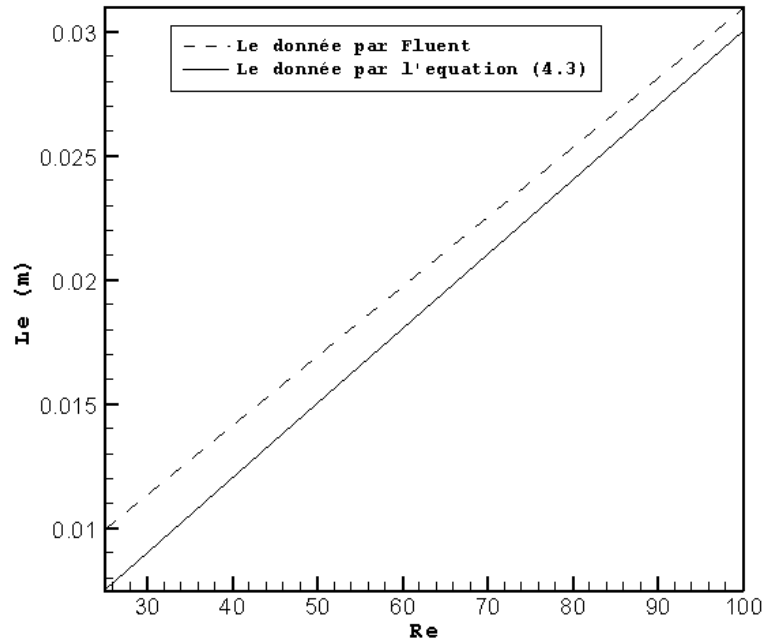
Les formules empiriques ou théoriques [15], suivantes ont été utilisées pour étudier la validité des résultats de simulation :

$$\frac{L_e}{D} = 0.05 \times R_e \quad (4.3)$$

$$V_0 = 2 \times U_0 \quad (4.4)$$

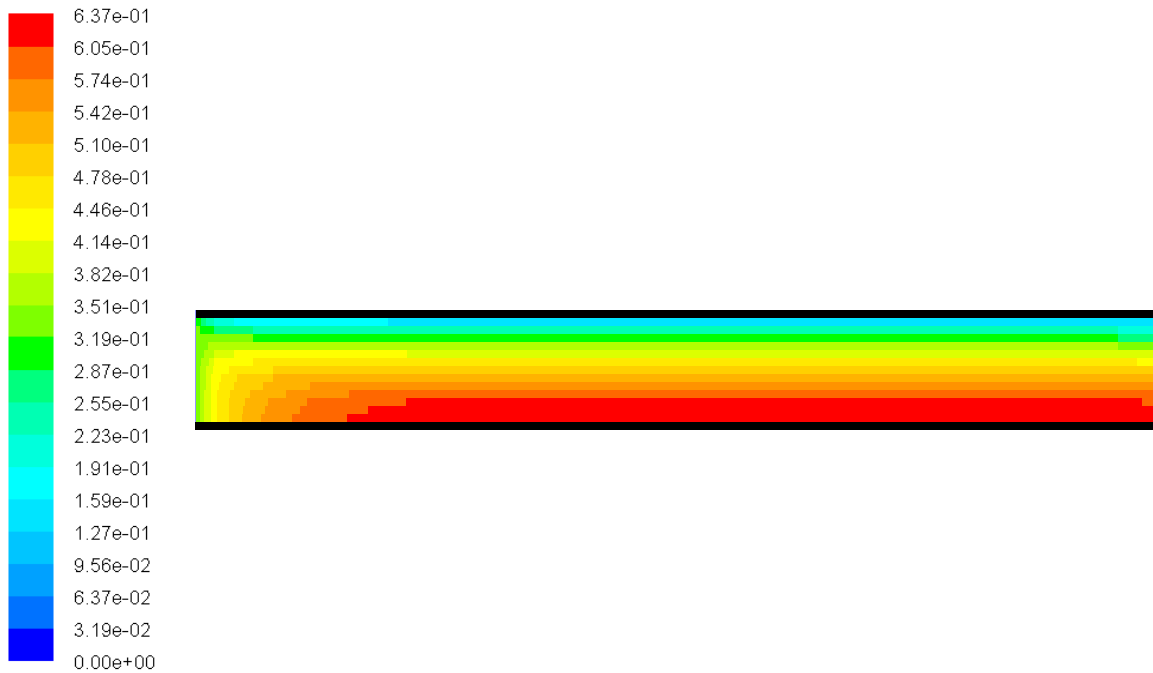
La relation (4.4) indique que la vitesse à l'axe,  $V_0$ , à partir de  $x = L_e$  devient égale au double de la vitesse à l'entrée  $U_0$ .

De la figure 4.4, on remarque que  $L_e$  augmente avec  $R_e$  de façon linéaire. On constate donc, que la longueur  $L_e$  donnée par l'Eq.4.3 est proche de celle donnée par le logiciel Fluent. Un écart maximum de l'ordre 25% ( $R_e=25$ ) a été noté, qui diminue en fonction de  $R_e$  à 3% ( $R_e=100$ ).



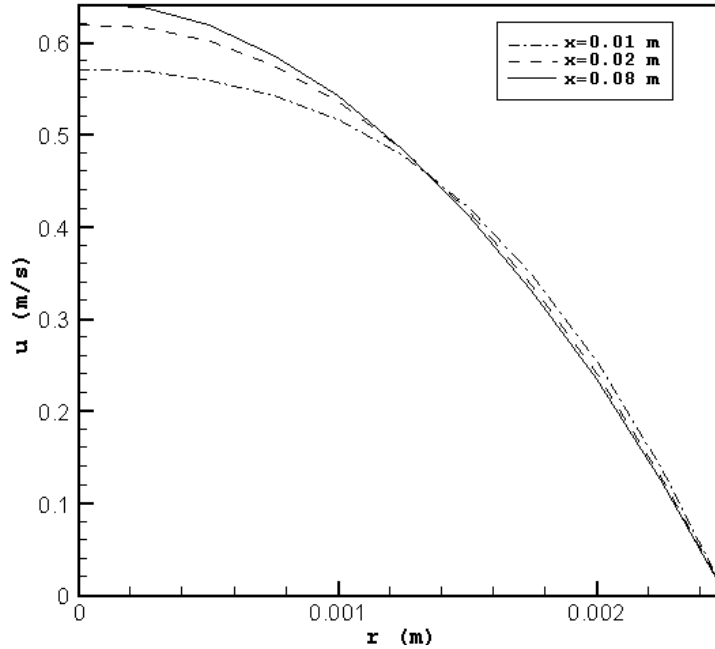
**Figure 4.4** Evolution de la longueur d'entrée en fonction de  $Re$ .

De la figure 4.5, on remarque que la vitesse est maximale pour  $r=0$ , et minimale pour  $r=D/2$ . Elle augmente en fonction de  $x$  dans la région d'entrée ( $x < L_e$ ). Puis à partir de  $x = L_e$  elle commence à se stabiliser. Comme il fallait s'y attendre, ces résultats sont tout à fait raisonnables confirmant qualitativement la validité des simulations numériques.



**Figure 4.5** Contours de vitesse pour  $Re=100$ .

De la figure 4.6, qui représente les profils de vitesse à différentes positions, on remarque que la vitesse diminue de façon parabolique en fonction du rayon  $r$ , passant par un maximum à l'axe. Ainsi que la vitesse axiale commence à se stabiliser (égale au double de la vitesse d'entrée  $U_0$ ) à partir de  $x=L_e$ , l'écoulement devient complètement développé. Comme il a été aussi noté dans la Figure 4.5.



**Figure 4.6** Profils de vitesse pour  $Re=100$ .

## Conclusion

A partir des résultats présentés ci-dessus, on peut constater que les simulations par Fluent concordent bien avec les résultats obtenus par les différentes corrélations, ce qui permet de confirmer la validité des résultats du point de vue hydrodynamique.

### 4.1.2 Considérations thermiques

Dans cette partie, il sera question de valider les résultats de simulation du point de vue thermique pour les deux géométries proposés. Pour cela, on a considéré la formule [14] suivante :

$$T_m(x) = T_{mi} + \frac{q_s'' P}{\dot{m} c_p} x \quad (4.5)$$



#### 4.1.2.1 Section de passage rectangulaire

De la figure 4.7, on remarque que la température moyenne diminue en fonction de  $x$ . Ceci est tout à fait raisonnable, parce qu'on a un refroidissement du fluide. On constate une bonne concordance entre les résultats donnés par Fluent et ceux de l'Eq. 4.6, l'écart maximum est de 0.03%.

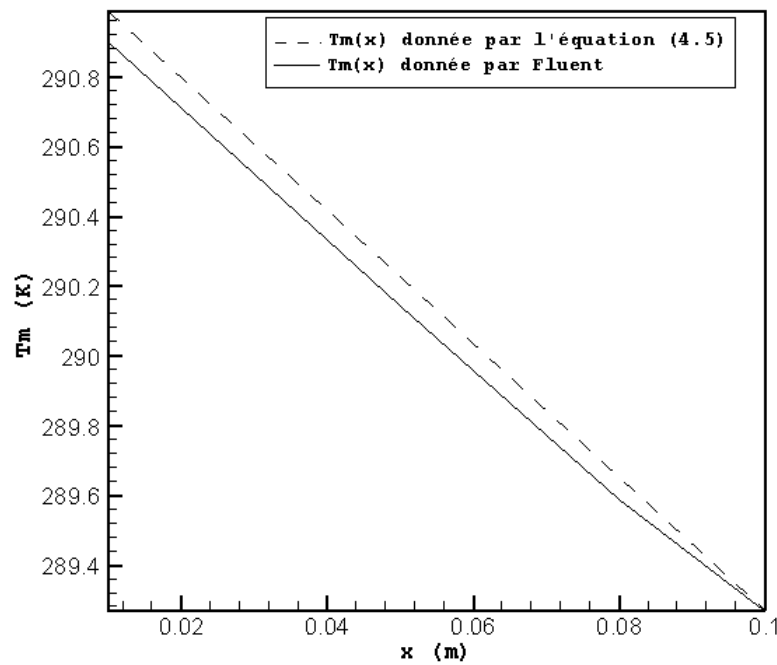
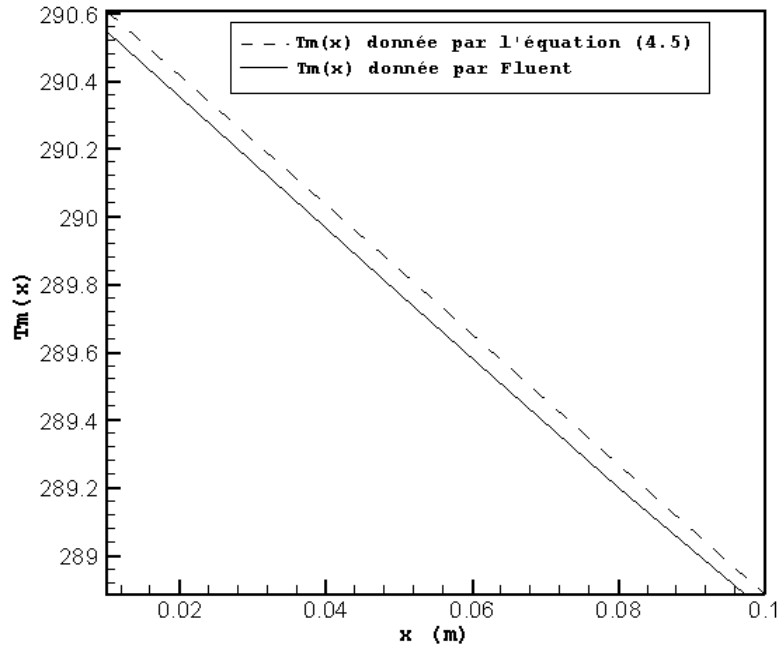


Figure 4.7 Evolution de la température moyenne  $T_m$  en fonction de  $x$ .

#### 4.1.2.2 Section de passage circulaire

De la figure 4.8, on remarque également que la température moyenne diminue en fonction de  $x$ . On constate une bonne concordance entre les résultats donnés par Fluent et ceux de l'Eq.4.3 ; l'écart maximum est de 0.025%.



**Figure 4.8** Evolution de  $T_m$  en fonction de la direction axiale,  $x$  pour  $Re=100$

Les formules [14] suivantes permettant de déterminer la longueur de développement  $L_{e,t}$  en fonction de nombre de Reynolds  $Re$  et nombre de Prandtl  $Pr$ , et de localiser sa position le long de  $x$ , sont considérées :

$$\frac{L_{e,t}}{D} = 0.05 \times Re Pr \quad (4.6)$$

Et on a pour  $x \geq L_{e,t}$  :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{T_s(x) - T(0,x)}{T_s(x) - T_m(x)} \right) = 0 \quad (4.7)$$

A partir du tableau 4.2, on remarque que  $L_{e,t}$  augmente avec  $Re$ , ainsi que  $L_{e,t}$  donnée par Fluent est très proche de celle donnée par l'Eq.4.6. L'écart maximal est de 2.47%.

**Tableau 4.2** La longueur d'entrée thermique.

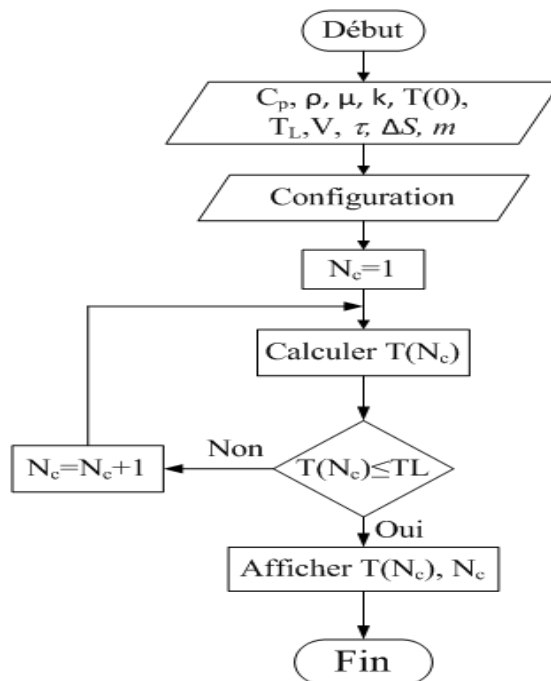
Re	$L_{e,t}$ (donnée par l'équation 4.6)	$L_{e,t}$ (donnée par fluent)
25	0.00451	0.0044
50	0.00907	0.0091
100	0.01819	0.0182

## Conclusion

De ces résultats, il découle que les simulations par Fluent sont valides de point de vue thermique.

## 4.2 Simulation du processus transitoire de refroidissement du CH<sub>4</sub>

Dans cette section, on présente la simulation du processus transitoire de refroidissement de CH<sub>4</sub> s'écoulant à travers le régénérateur magnétique. Comme il a été mentionné dans la section 1.5, il s'agit ici de simuler le processus transitoire de la démagnétisation isotherme du régénérateur permettant ainsi d'atteindre la température de liquéfaction de CH<sub>4</sub>. Afin de clarifier les relations entre les paramètres de design, et les conditions d'opération optimales, nous nous proposons d'étudier les effets des paramètres suivants : les propriétés thermiques du CH<sub>4</sub>, à savoir, la chaleur spécifique  $c_p$  et la conductivité thermique  $k$ , ainsi que le nombre de Reynolds  $Re$ , la période de refroidissement  $\tau$  et le changement de l'entropie magnétique  $\Delta S$ , sur le nombre de cycles,  $N_c$ . La méthodologie adoptée pour aboutir à la température moyenne,  $T(N_c)$ , à la fin de chaque cycle, de CH<sub>4</sub> sortant de RMA pour les différents cycles est résumée par l'organigramme comme suit :



### 4.2.1 Effet des propriétés thermiques

De la figure 4.9 on peut constater que le nombre de cycles,  $N_c$ , peut être affecté d'une façon notable avec la dépendance des propriétés thermiques ( $\rho, \mu, c_p, k$ ), données par les relations 4.8 [15] à 4.12 obtenues à partir des tableaux A.1 et A.2 en utilisant l'interpolation polynomiale:

$$\mu = \frac{C.T^{3/2}}{T+S} \quad (4.8)$$

tel que  $C$  et  $S$  sont des constantes à déterminer, pour le Méthane on a :

$$C = 1.196 \times 10^{-6} \quad \text{et} \quad S = 252.72$$

$$k = 0.000131 \times T - 0.0043 \quad (4.9)$$

La masse volumique peut varier selon l'équation d'état des gaz parfait Eq. 4.11 ou elle est donnée par l'Eq. 4.12.

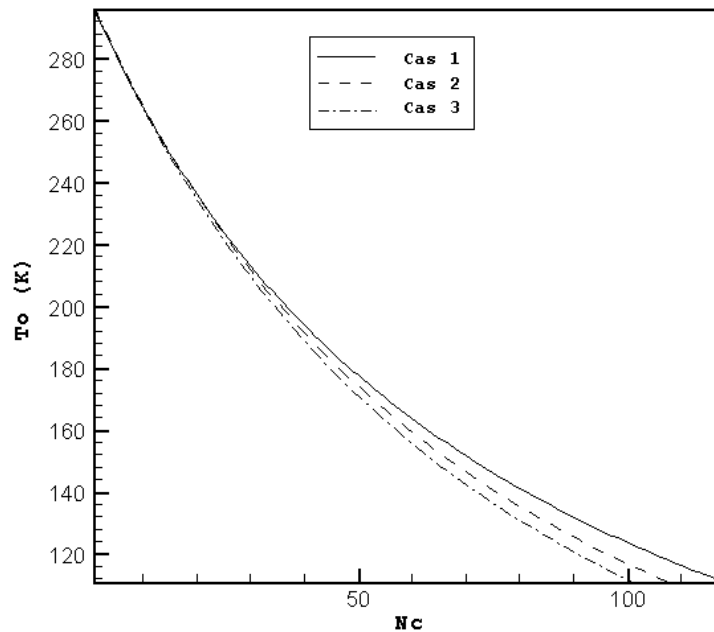
$$p = \rho RT \quad (4.10)$$

$$\rho = 4.1448 \times 10^{-10} T^4 - 4.986 \times 10^{-7} T^3 + 0.00023 \times T^2 - 0.0504 \times T + 5.16 \quad (4.11)$$

$$C_p = A + B.T + C.T^2 + D.T^3 + E.T^4 \quad (4.12)$$

tel que :

$$A=34.942, B= -3.9957 \times 10^{-2}, C=1.9184 \times 10^{-4}, D= -1.5303 \times 10^{-7}, E=3.9321 \times 10^{-11}.$$



**Figure 4.9** Evolution de  $T_o$  en fonction de  $N_c$  pour une section de passage carré ( $R_e=50$ ). Cas1 :  $\mu, c_p, k$  constantes et  $\rho$  variable (Eq. 4.10) ; Cas2:  $\mu, k, c_p$  variables (Esq. 4.8, 4.9, 4.12) et  $\rho$  variable (Eq. 4.10) ; Cas3 :  $\mu, k, c_p$  variables (Esq. 4.8, 4.9, 4.12) et  $\rho$  variable (Eq. 4.11)

Le nombre de cycle  $N_c$  permettant d'atteindre la température de liquéfaction a été réduit de 118 (Cas1) à 101 (Cas3). Donc, la variation des propriétés thermiques peut être affectée d'une façon notable le nombre de cycle  $N_c$ . Par conséquent, bien que le Cas1 nécessite moins de calcul, il est fortement recommandé d'utiliser les propriétés réelles (Cas3) de  $\text{CH}_4$ . Par ailleurs, le Cas1 peut servir pour des simulations préliminaires.

#### 4.2.2 Effet du nombre de Reynolds, $R_e$

La figure 4.10 présente l'effet du nombre de Reynolds sur le nombre de cycles  $N_c$ . On remarque que le nombre de cycles augmente avec le nombre de Reynolds. Car ce dernier est proportionnel à la vitesse du fluide, et ainsi le temps de refroidissement diminue avec l'augmentation de la vitesse.

D'après la figure 4.10 on remarque que pour le même  $R_e$  le nombre de cycles pour la deuxième géométrie (section de passage circulaire) est minimal.

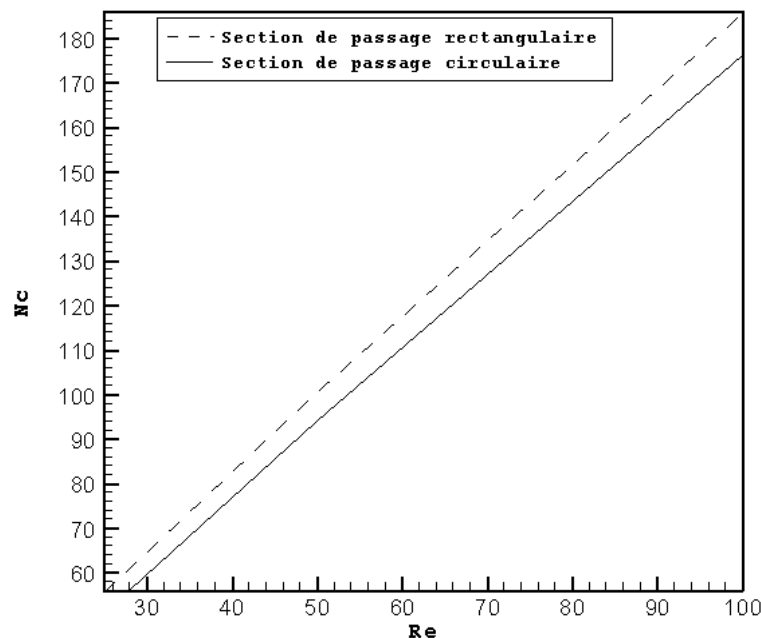
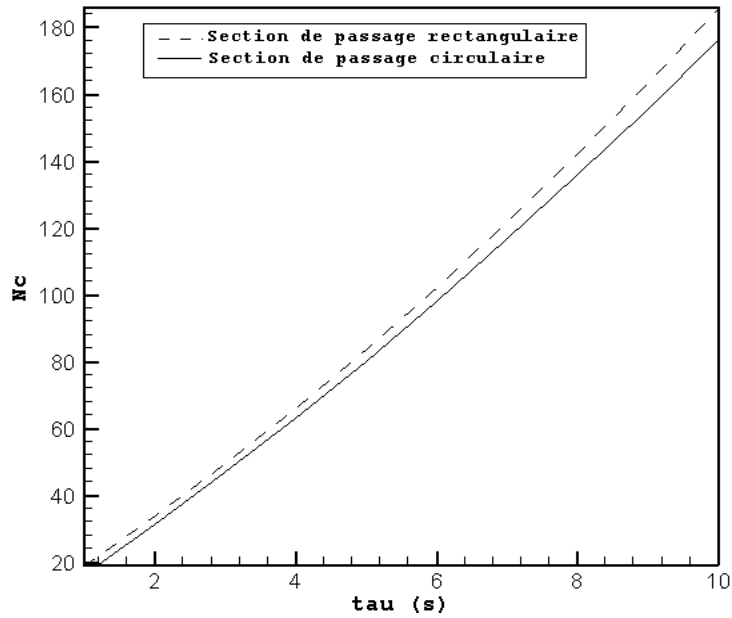


Figure 4.10 Evolution de nombre de cycles  $N_c$  en fonction de  $R_e$

#### 4.2.3 Effet de la période du cycle, $\tau$

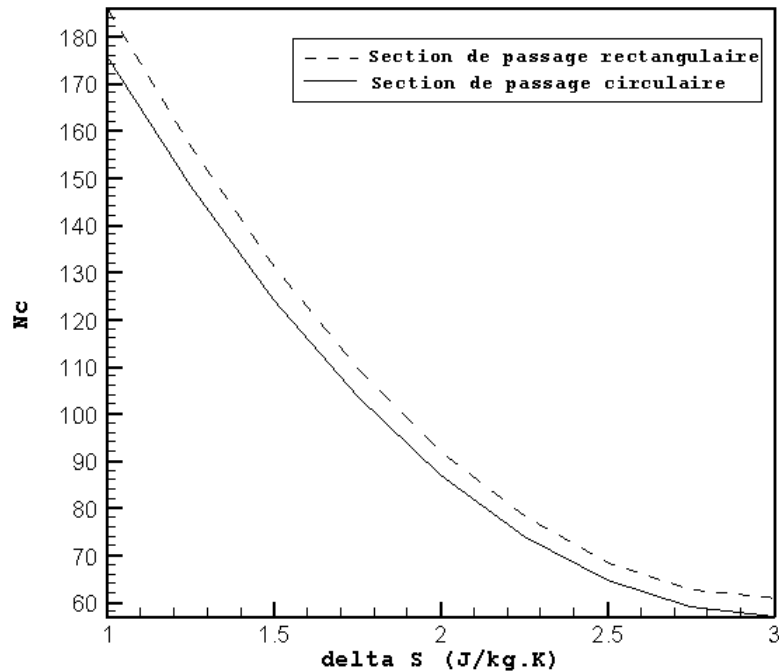
La figure 4.11 montre l'effet de la période du cycle  $\tau$  sur le nombre de cycles  $N_c$ . On remarque que plus la période augmente plus le nombre de cycles augmente. Ceci est tout à fait raisonnable, car le flux chaleur, décrit par l'Eq.2.6, est inversement proportionnel à la période  $\tau$ .



**Figure 4.11** Evolution de  $N_c$  en fonction de  $\tau$  pour  $R_e=100$  et  $\Delta S=1\text{J/kg.K}$

#### 4.2.4 Effet de l'entropie magnétique $\Delta S$

La figure 4.12 présente l'effet de l'entropie magnétique sur le nombre de cycles  $N_c$ . On remarque que plus l'entropie magnétique augmente plus le nombre de cycles diminue. Ceci est tout à fait raisonnable car l'entropie magnétique est directement proportionnelle avec le flux de chaleur  $q_s''$ .



**Figure 4.12** Evolution de  $N_c$  en fonction de  $\Delta S$  pour  $R_e=100$  et  $\tau=10\text{s}$

#### 4.2.5 Corrélations

En se basant sur les résultats présentés ci-dessus, nous avons proposé des corrélations permettant de relier les paramètres de design et les propriétés thermiques du gaz, dont la forme générale est donnée comme suit (d'après l'analyse dimensionnel) :

$$\frac{T_o}{T_i - T_o} = \frac{1}{N_c} \left( \frac{C_1 \frac{1}{2^{n_1} \times k}}{c_p} \right)^{2n_1} P_r^{n_1} \left( \frac{c_p}{\Delta S} \right)^n + C_2 \quad (4.13)$$

Avec  $n_1$ ,  $n$ ,  $C_1$ , et  $C_2$  sont des paramètres à déterminer. La méthodologie adoptée pour calculer ces différents paramètres est résumée par l'algorithme suivant:

- 1) Choisir trois nombres de cycle  $N_{c,i}$ ,  $N_{c,j}$  et  $N_{c,k}$  quelconques.
- 2) Choisir une valeur initiale quelconque pour  $C_2$ .
- 3) Calculer pour  $N_{c,i}$ ,  $N_{c,j}$  et  $N_{c,k}$  les coefficients  $A_1$  et  $A_2$  donnés par les relations :

$$A_1 = \text{Ln} \left( \frac{T_o}{T_i - T_o} - C_2 \right) + \text{Ln}(N_c)$$

$$A_2 = \text{Ln} \left( \mu \frac{c_p}{k} \right)$$

- 4) Tracer  $A_1=f(A_2)$ .
- 5) Si ce graphe est linéaire aller à l'étape 6, sinon à l'étape 2 et changer la valeur de  $C_2$ .
- 6) Calculer le nombre  $n_1$  donné par la relation :

$$n_1 = \frac{A_1(N_{c,i}) - A_1(N_{c,j})}{A_2(N_{c,i}) - A_2(N_{c,j})}$$

- 7) Calculer pour  $N_{c,i}$ ,  $N_{c,j}$  et  $N_{c,k}$  les coefficients  $A_3$  et  $A_4$  :

$$A_3 = \text{Ln} \left( \frac{T_o}{T_i - T_o} - C_2 \right) + \text{Ln}(N_c) - n_1 \text{Ln} \left( \mu \frac{c_p}{k} \right)$$

$$A_4 = \text{Ln} \left( \frac{c_p}{\Delta S} \right)$$

- 8) Tracer la fonction  $A_3=f(A_4)$ .
- 9) Si ce graphe est linéaire aller à l'étape 10, sinon à l'étape 2.
- 10) Calculer les paramètres  $n$  et  $C_1$  donnés par :

$$n = \frac{A_3(N_{c,i}) - A_3(N_{c,j})}{A_4(N_{c,i}) - A_4(N_{c,j})}$$

$$\ln(C_1) = A_3(N_{c,i}) - nA_4(N_{c,i})$$

donc :

$$C_1 = e^{\ln(C_1)}$$

Pour le régénérateur à plaques parallèles (section rectangulaire), la corrélation suivante a été obtenue :

$$\frac{T_o}{T_i - T_o} = \frac{1}{N_c} \left( \frac{C_1 k}{c_p} \right)^{-0.36} P_r^{-0.18} \left( \frac{c_p}{\Delta s} \right)^{1.02} + C_2 \quad (4.14)$$

$C_1$  et  $C_2$  sont des coefficients dépendant du nombre de Reynolds  $Re$  et de la période du cycle  $\tau$ . Leurs valeurs sont résumées dans le tableau 4.3.

Pour le régénérateur à tubes (section circulaire), la corrélation suivante a été obtenue :

$$\frac{T_o}{T_i - T_o} = \frac{1}{N_c} \left( \frac{C_1 k}{c_p} \right)^{-0.36} P_r^{-0.18} \left( \frac{c_p}{\Delta s} \right)^{1.02} + C_2 \quad (4.15)$$

$C_1$  et  $C_2$  sont des coefficients dépendent de  $Re$  et  $\tau$ , Ils sont donné par le tableau 4.4.

**Tableau 4.3** Les coefficients  $C_1$  et  $C_2$  (Rectangulaire).

Re	$\tau$ (s)	$C_1$ (kg/m.s)	$C_2$
25	10	7514823814	-0.533
	5	$3.5371 \times 10^{10}$	-0.556
	2	$1.6631 \times 10^{11}$	-0.626
50	10	1508301366	-0.516
	5	8663760826	-0.598
	2	$6.5059 \times 10^{10}$	-0.680
100	10	311203268	-0.470
	5	1955609442	-0.625
	2	$1.9097 \times 10^{10}$	-0.745

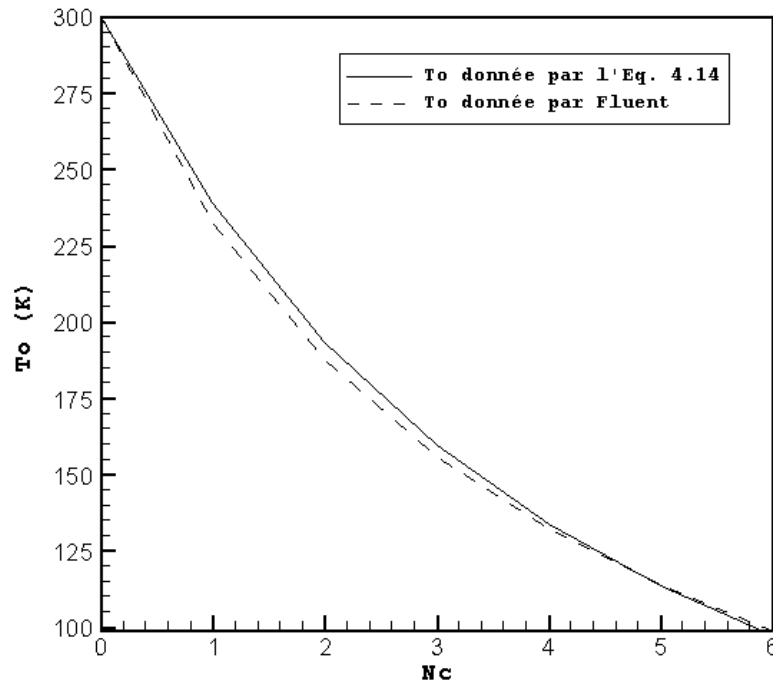
**Tableau 4.4** Les coefficients  $C_1$  et  $C_2$  (Circulaire).

Re	$\tau$ (s)	$C_1$ (kg/ms)	$C_2$
25	10	$1.0505 \times 10^{10}$	-0.497
	5	$5.8956 \times 10^{10}$	-0.543
	2	$4.1448 \times 10^{11}$	-0.632
50	10	1832334682	-0.521
	5	$1.1503 \times 10^{10}$	-0.587
	2	$1.0891 \times 10^{11}$	-0.653
100	10	350628227	-0.486
	5	2304073202	-0.611
	2	$2.5178 \times 10^{10}$	-0.719

La figure 4.13 présente la température à la sortie du régénérateur,  $T_o$ , pour les températures données par Fluent et celles données par les corrélations (4.14) et (4.15). On peut constater que les résultats obtenus par les corrélations concordent bien avec ceux obtenus



par Fluent; l'écart maximal est de 3.19%. Ceci permet de confirmer la validité des corrélations.



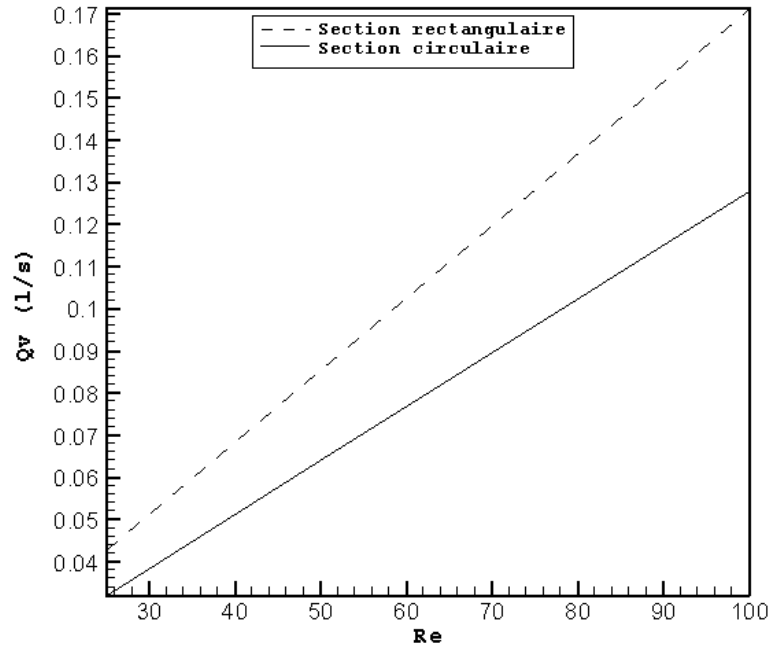
**Figure 4.13** Evolution de la température de sortie  $T_o$  en fonction de nombre de cycles  $N_c$  pour  $Re=25$ ,  $\tau=2s$  et  $\Delta S=3J/kg.K$

### 4.3 Choix et dimensionnement du régénérateur

#### 4.3.1 Le débit volumique

La figure 4.14 présente l'évolution du débit volumique,  $Q_v$ , en fonction du nombre de Reynolds pour les deux configurations proposées. On remarque que le débit volumique augmente avec le nombre de Reynolds, puisque la vitesse augmente avec ce dernier.

Par ailleurs, les débits volumiques pour les deux configurations, ayant une section transversale de même dimension (voir figure 4.1), ont été comparés. On note que le débit dans le cas rectangulaire est plus élevé que le cas circulaire. Des écarts de l'ordre de 24 % peuvent être notés.



**Figure 4.14** Evolution du débit volumique  $Q_v$ , en fonction de nombre de Reynolds,  $Re$

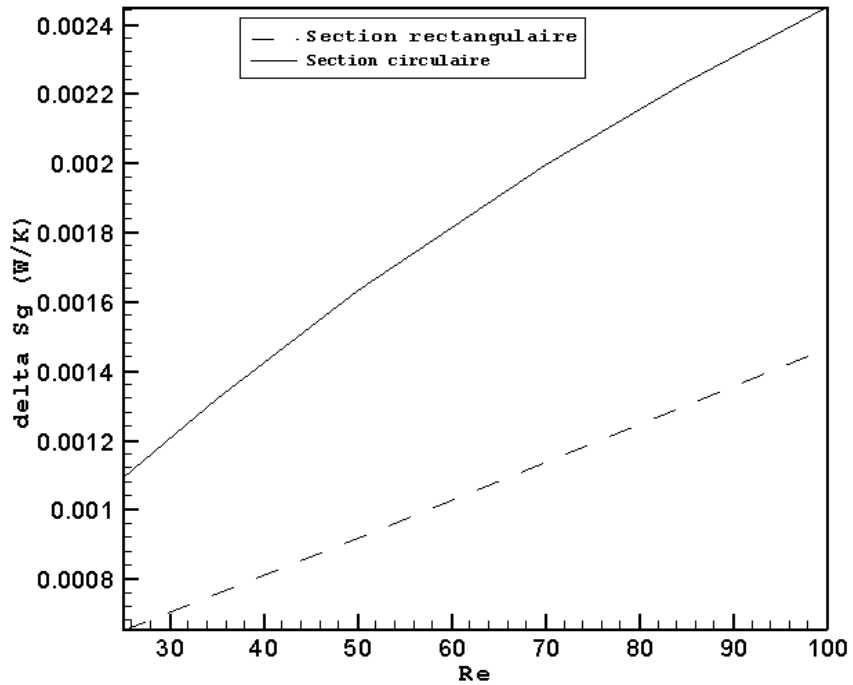
### 4.3.2 L'entropie générée

L'entropie générée,  $\Delta\dot{S}_g$ , est donnée par l'équation suivante :

$$\Delta\dot{S}_g = \sum_{i=1}^{i=N_c} \int \left( \frac{1}{T_s(x)} - \frac{1}{T_m(x)} \right) q''_s dA \quad (4.16)$$

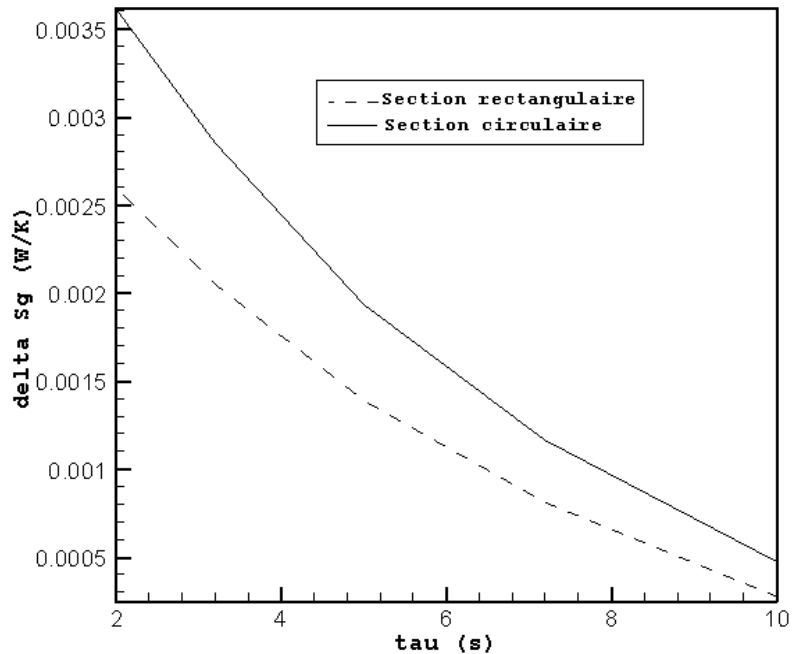
où,  $T_m$  et  $T_s$  sont respectivement la température moyenne et la température à la paroi à une position  $x$  donnée.

La figure 4.15 présente l'évolution de l'entropie générée en fonction de  $Re$  pour les deux configurations. Comme on peut le constater plus le nombre de Reynolds augmente plus l'entropie générée  $\Delta\dot{S}_g$  augmente. Ceci est tout à fait raisonnable car le nombre de cycle  $N_c$  augmente avec  $Re$  (figure 4.11).



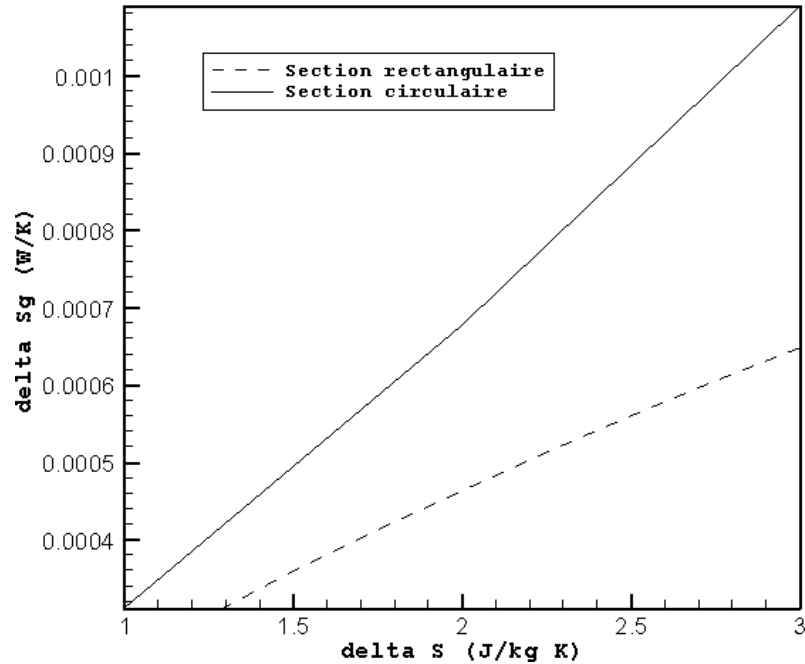
**Figure 4.15** Evolution de l'entropie générée  $\Delta\dot{S}_g$  en fonction de nombre de Reynolds  $Re$  pour  $\Delta S=3J/kg K$  et  $\tau=5s$ .

La figure 4.16 présente l'évolution de l'entropie générée en fonction de la période de refroidissement  $\tau$  pour les deux configurations. On remarque que plus la période augmente plus l'entropie générée  $\Delta\dot{S}_g$  diminue. Ceci est tout à fait raisonnable car le flux de chaleur  $q_s''$  diminue avec l'augmentation de la période  $\tau$  (Eq. 2.6).



**Figure 4.16** Evolution de l'entropie générée  $\Delta\dot{S}_g$  en fonction de la période  $\tau$  pour  $Re=25$  et  $\Delta S=3J/kg K$ .

La figure 4.17 présente l'évolution de l'entropie générée en fonction de l'entropie magnétique  $\Delta S$  pour les deux configurations. On remarque que l'entropie générée  $\Delta S_g$  augmente avec l'entropie magnétique. Ceci est tout à fait raisonnable car le flux de chaleur  $q_s''$  augmente avec l'augmentation de l'entropie magnétique  $\Delta S$  (Eq. 2.6).



**Figure 4.17** Evolution de l'entropie générée  $\Delta S_g$  en fonction de l'entropie magnétique  $\Delta S$  pour  $R_e=25$  et  $\tau=5s$ .

On peut donc conclure que l'entropie générée est minimale pour le cas du régénérateur à plaques parallèles.

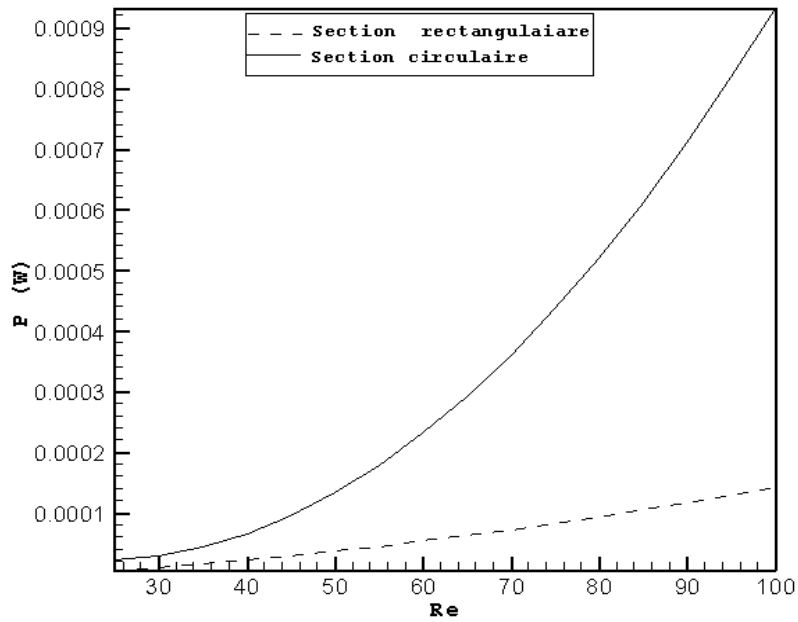
### 4.3.3 La puissance de la pompe

La puissance de la pompe,  $P$ , est donnée par l'équation suivante :

$$P = \sum_{i=1}^{i=N_c} Q_v \Delta p \quad (4.17)$$

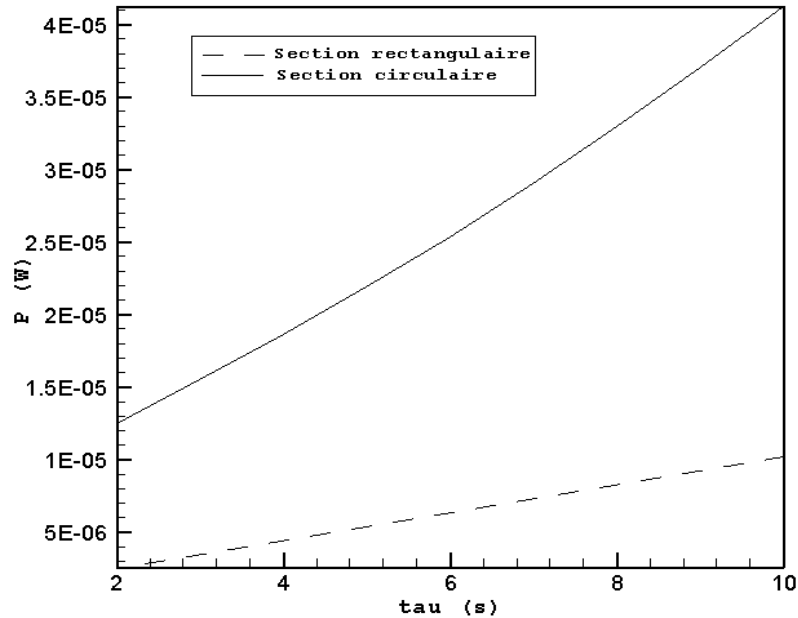
où  $\Delta p$  est la perte de pression par cycle.

La figure 4.18 présente l'évolution de la puissance en fonction du nombre de Reynolds pour les deux configurations. On remarque que plus le nombre de Reynolds augmente plus la puissance augmente. Ceci est tout à fait raisonnable parce que le débit et le nombre de cycles augmentent avec le nombre de Reynolds (figure 4.10 et 4.14).



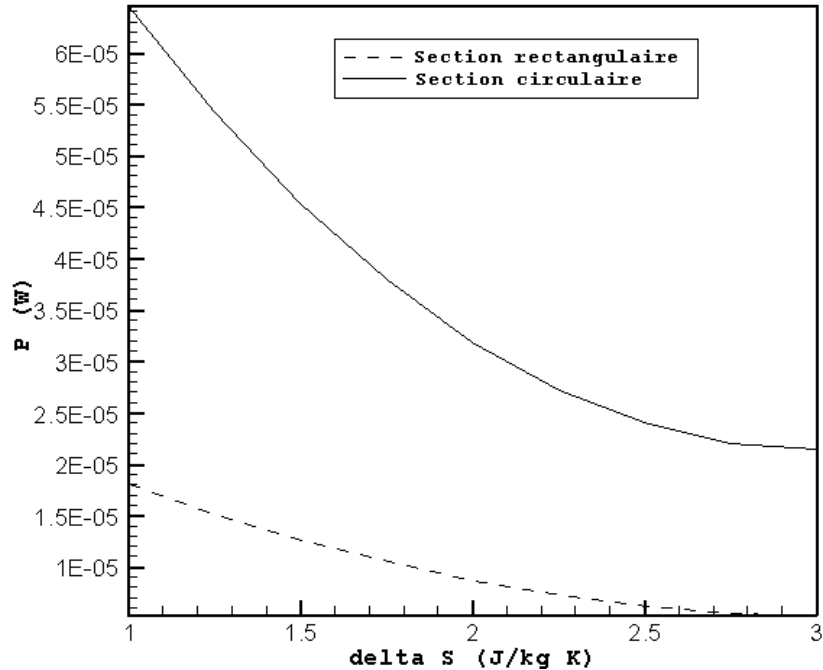
**Figure 4.18** Evolution de la puissance  $P$  en fonction de nombre de Reynolds,  $Re$  pour  $\Delta S=3J/kg K$  et  $\tau=5s$ .

La figure 4.19 présente l'évolution de la puissance en fonction de la période de refroidissement pour les deux configurations. On remarque que plus la période de refroidissement augmente plus la puissance augmente. Ceci est raisonnable, car le nombre de cycles augmentent avec la période de refroidissement (figure 4.11).



**Figure 4.19** Evolution de la puissance  $P$  en fonction de la période de refroidissement  $\tau$  pour  $Re=25$  et  $\Delta S=3J/kg K$ .

La figure 4.20 présente l'évolution de la puissance en fonction de l'entropie magnétique  $\Delta S$  pour les deux configurations. On remarque que plus l'entropie magnétique augmente plus la puissance diminue. Ceci est tout à fait logique, car le nombre de cycles diminue avec l'entropie magnétique (figure 4.12).



**Figure 4.20** Evolution de la puissance  $P$  en fonction l'entropie magnétique  $\Delta S$  pour  $R_e=25$  et  $\tau=5s$ .

En conclusion, la puissance du système de pompage est minimale pour le cas d'un régénérateur à plaques parallèles.

#### 4.3.4 Sélection et choix de la configuration optimale

De la figure 4.10, on remarque que le nombre de cycles est minimal pour le cas d'une section circulaire. Toutefois, selon les résultats indiqués par les figures 4.15 à 4.20 (dans lequel la puissance et l'entropie générée pour les deux configurations en fonction du nombre de Reynolds  $R_e$ , l'entropie magnétique  $\Delta S$  et la période de démagnétisation  $\tau$ ), on constate que l'entropie générée et la puissance de la pompe sont minimales pour la configuration rectangulaire. On note également que la masse du régénérateur pour le cas circulaire est presque 10 fois plus élevée que le cas rectangulaire. Par conséquent, le régénérateur optimal

doit être conçu selon la configuration rectangulaire, qui est en outre beaucoup plus facile à fabriquer que la configuration circulaire.

#### 4.4 Exemple d'application

Dans cet exemple d'application, on vise un liquéfacteur d'une capacité de 10 kg/jour de Méthane ( $\text{CH}_4$ ) liquide. Pour cela on se propose d'utiliser la configuration rectangulaire. Il s'agit essentiellement de déterminer le nombre de passages.

##### 4.4.1 Calcul du débit volumique pour un passage

Le débit volumique pour un seul passage est donné par l'équation :

$$Q_{vi} = V A_p \quad (4.18)$$

où,  $V$  est la vitesse moyenne,  $A_p$  est la section de passage (figure 4.1) et donnée par :

$$A_p = e l \quad (4.19)$$

où,  $e$  est la distance entre deux plaques,  $l$  est la largeur de la plaque.

##### 4.4.2 Calcul du nombre de passages

Le débit volumique total est donné par l'équation :

$$Q_v = N_p Q_{vi} \quad (4.20)$$

d'où

$$N_p = \frac{Q_v}{Q_{vi}} \quad (4.21)$$

où,  $N_p$  est le nombre de passages pour un cycle, mais pour un nombre de cycles  $N_c$  le nombre de passages total est donné par :

$$N_{pt} = N_c N_p \quad (4.22)$$

tel que débit volumique  $Q_v=14.972 \text{ m}^3/\text{jour}$ .

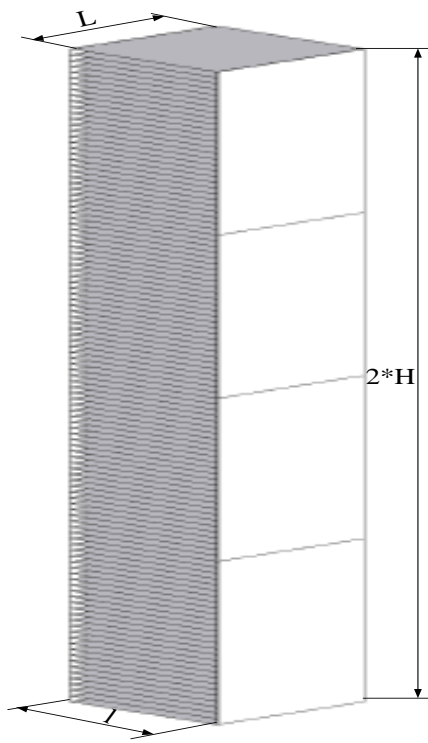
Pour calculer le nombre de cycles, la puissance de la pompe ainsi que l'entropie générée on va choisir  $\tau=5s$  et  $\Delta S=3J/kg K$ . Le tableau 4.5 donne le nombre de passages total  $N_{pt}$ , le nombre de cycles  $N_c$ , l'entropie générée  $\Delta S_g$  et la puissance  $P$  en fonction de nombre de Reynolds pour un diamètre hydraulique  $D_h=0.0095m$  et  $l=0.1m$ .

**Tableau 4.5** Le nombre de passages total  $N_{pt}$ , le nombre de cycles  $N_c$ , l'entropie générée  $\Delta S$  et la puissance  $P$  en fonction de nombre de Reynolds.

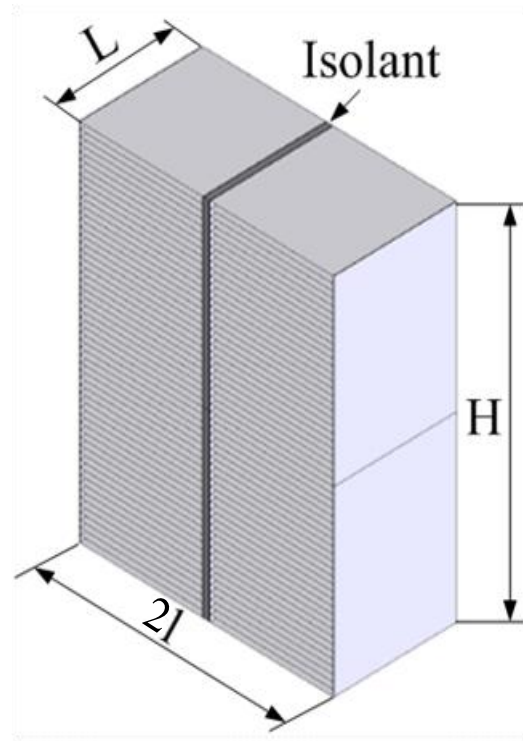
$Re$	$N_p$	$N_c$	$N_{pt}$	$\Delta S_g$ (W/K)	$P$ (W)
25	16	10	160	0,0521552	4,34E-04
50	8	16	128	0,05886464	2,46E-03
100	4	27	108	0,07930116	7,77E-03

D'après le tableau précédent on remarque que plus le nombre de Reynolds augmente plus le nombre de passage diminue, ainsi que l'entropie générée et la puissance augmentent. Pour des raisons d'encombrement, la conception proposée a été réalisée pour le cas  $Re=100$ . La figure 4.21.a présente la géométrie du régénérateur proposé dont les dimensions :  $L=100mm$ ,  $l=100mm$  et  $H=270mm$ . On peut aussi proposer une autre variante de régénérateur, dont la géométrie est présentée à la figure 4.21.b.





(a)



(b)

**Figure 4.21** Géométries du régénérateur pour  $Re=100$  avec 108 passages, (a) : géométrie avec une colonne. (b) : géométrie avec deux colonnes.

## CONCLUSION GENERALE

Ce projet consistait plus précisément à simuler le processus instationnaire de démagnétisation isotherme du régénérateur actif et ce, afin d'étudier la dépendance des paramètres de design (type de configuration géométrique) en fonction des propriétés physiques du gaz à liquéfier et de l'EMC du matériau réfrigérant, ainsi que le nombre de cycles requis permettant d'atteindre la température de liquéfaction. Dans cet optique, des corrélations ont été ainsi proposées, pouvant servir dans le design et le dimensionnement d'éventuels régénérateurs. Deux configurations géométriques de régénérateur actif ont été étudiées : (i) régénérateur à plaques parallèles (section rectangulaire) et (ii) régénérateur à tubes (conduites de section circulaire). Pour ce faire, les équations gouvernant l'écoulement de  $\text{CH}_4$  et le transfert de chaleur à travers le régénérateur ont été considérées. Pour résoudre ces équations, une méthode numérique a été proposée en utilisant le logiciel Fluent.

Les effets du nombre de Reynolds  $Re$ , de l'entropie magnétique  $\Delta S$ , et la période de refroidissement de  $\text{CH}_4$  (démagnétisation isotherme)  $\tau$  sur le nombre de cycles  $N_c$ , la puissance de pompage  $P$  et l'entropie générée  $\Delta S_g$  ont été étudiés. Il a été constaté que le nombre de cycles est minimal pour le cas de la section circulaire; toutefois, l'entropie générée et la puissance de la pompe sont minimales pour la configuration rectangulaire. Il a été noté également que la masse du régénérateur pour le cas circulaire est presque 10 fois plus élevée que celle du cas rectangulaire. Par conséquent, le régénérateur optimal doit être conçu selon la configuration rectangulaire, qui est en outre beaucoup plus facile à fabriquer que la configuration circulaire.

Par ailleurs, en se basant sur les corrélations suggérées (Eqs 4.14 et 4.15), un calcul pratique a été effectué pour dimensionner un régénérateur actif d'une capacité de 10 kg/jour de  $\text{CH}_4$ . Deux type de sections convenables ont été proposés (figure 4.21).

En terminant nous signalons que ce travail est un début pouvant être suivi et complété par d'autres études, qui peuvent faire l'objet de plusieurs autres projets de

recherche. A court terme, les points pouvant être abordés et étudiés sont résumés comme suit :

- la simulation des autres processus du cycle de liquéfaction magnétique;
- dimensionnement des autres composants du liquéfacteur, tels que, les échangeurs de chaleur, les réservoirs de stockage;
- prédiction de performances thermiques du liquéfacteur magnétique;
- analyse technico-économique du liquéfacteur magnétique.

## REFERENCES

- [1] BROWN, G.V. *Magnetic heat pumping near-room temperature*. J Appl. Phys. 47, 3673 (1976).
- [2] Smaili, A., Chahine, R. *Thermodynamic investigations of optimum active magnetic regenerators*. Cryogenics vol. 38 pp 247-252 (1998)
- [3] Pecharsky, V. K., Gschneidner, K. A. *Advanced magnetocaloric materials: What does the future hold?* International Journal of Refrigeration 29 pp 1239-1249 (2006)
- [4] <http://www.mech.ubc.ca/FCH2/Publications>.
- [5] BOHIGAS X., MOLINS E., ROING A., TEJADA J. et ZHANG X.X. *Room Temperature Magnetic Refrigerator Using Permanent Magnets*. IEEE Trans. Mag., 36, no 3, 538-544 (2000).
- [6] Benrabah, A., Smaili, A., Chiba, Y., Boubakeur M. *Prédiction de performances d'un réfrigérateur magnétique opérant près de la température ambiante*, 6<sup>ème</sup> journées de Mécanique de l'EMP (2008).
- [7] TISHIN, A.M. *Handbook of Magnetic Material*. Vol. 12, Buschow K.H.J. Amsterdam (1999).
- [8] YU, B.F., GAO, Q. et CHEN, Z. *Review on research of room temperature magnetic refrigeration*. International Journal of Refrigeration, 26, 622-636 (2003).
- [9] PESTY, F. *Études calorimétriques des comportements multicritiques des phases ondes de densité de spin dans un composé moléculaire*. Habilitation à diriger des recherches, université Paris-Sud (1993).
- [10] Gschneidner, K.A., Jr. and Pecharsky, V.K. *Magnetocaloric Materials*, Annu. Rev. Mater. Sci., 30, 387 (2000).

- [11] MARC-A. R. *Régénérateurs magnétiques actifs multicouches pour la réfrigération magnétique*. Mémoire présenté à l'université du Québec à Trois-Rivières (Décembre 2003).
- [12] HASHIMOTO T., KOSHER T., SAHASHI M., INOMATA K., TOMOKIYO A. et YAYAMA H. *New application of complex magnetic materials to the magnetic refrigerant in an Ericsson magnetic refrigerator*. J. Appl. Phys., 62, 3873 (1987).
- [13] Patankar, S. V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. McGraw Hill (1980).
- [14] Incropera F.P., De Witt D. P. *Fundamentals of Heat and mass transfer*—John Wiley & Sons. Version 5 (2002).
- [15] MUNSON, YOUNG, OKIISHI. *Fundamentals of fluid mechanics*. John Wiley & Sons. Version 3(1998).
- [16] Lide D. R., Grace Baysinger, Lev I. Berger, Robert N. Goldberg, Henry V. Kehiaian, Kozo Kuchitsu, Gerd Rosenblatt, Dana L. Roth, Daniel Zwillinger – *CRC Handbook of Chemistry and Physics* (2003).
- [17] Carl L. Y. *Handbook of Thermodynamic Diagrams*. Vol. 1, Gulf Publishing Company. Version 2 (1996).

# ANNEXES

## Annexe A

**Tableau A.1 :** Propriétés thermophysiques du Méthane [16].

$T$ K	$\rho$ mol/L	$E$ J/mol	$H$ J/mol	$S$ J/mol K	$C_v$ J/mol K	$C_p$ J/mol K	$\eta$ $\mu\text{Pa s}$	$\lambda$ mW/m K	$D$
$P = 0.1 \text{ MPa (1 bar)}$									
100	27.370	-5258	-5254	73.0	33.4	54.1	156.3	208.1	1.65504
125	0.099	3026	4039	156.5	25.4	34.6	5.0	13.4	1.00193
150	0.081	3667	4896	162.7	25.2	34.0	5.9	16.2	1.00159
175	0.069	4301	5743	168.0	25.2	33.8	6.9	19.1	1.00136
200	0.061	4935	6587	172.5	25.3	33.8	7.8	21.9	1.00119
225	0.054	5571	7434	176.5	25.5	34.0	8.7	24.8	1.00105
250	0.048	6216	8288	180.1	26.0	34.4	9.6	27.8	1.00095
275	0.044	6875	9156	183.4	26.6	35.0	10.4	30.9	1.00086
300	0.040	7552	10042	186.4	27.5	35.9	11.2	34.1	1.00079
325	0.037	8252	10951	189.4	28.5	36.9	12.0	37.6	1.00073
350	0.034	8979	11887	192.1	29.7	38.0	12.8	41.2	1.00068
375	0.032	9737	12853	194.8	30.9	39.3	13.5	45.1	1.00063
400	0.030	10528	13852	197.4	32.3	40.7	14.3	49.1	1.00059
425	0.028	11354	14886	199.9	33.7	42.1	15.0	53.3	1.00056
450	0.027	12215	15956	202.3	35.2	43.5	15.7	57.6	1.00053
500	0.024	14047	18204	207.1	38.0	46.4	17.0	66.5	1.00047
600	0.020	18111	23101	216.0	42.9	51.3	19.4	84.1	1.00039
$P = 1 \text{ MPa}$									
100	27.413	-5268	-5231	72.9	33.4	54.0	158.1	208.9	1.65617
125	25.137	-3882	-3842	85.3	32.4	57.4	89.2	168.2	1.59261
150	0.969	3282	4315	140.9	27.9	45.2	6.2	18.4	1.01911
175	0.765	4041	5348	147.3	26.4	38.9	7.1	20.6	1.01507
200	0.644	4736	6289	152.3	25.9	36.8	8.0	23.1	1.01268
225	0.560	5410	7197	156.6	25.9	36.0	8.9	25.8	1.01102
250	0.497	6081	8093	160.4	26.2	35.8	9.7	28.7	1.00979
275	0.448	6758	8991	163.8	26.8	36.1	10.6	31.7	1.00882
300	0.408	7449	9901	167.0	27.6	36.7	11.4	34.9	1.00803
325	0.375	8160	10829	169.9	28.6	37.6	12.1	38.3	1.00738
350	0.347	8897	11781	172.8	29.7	38.6	12.9	41.9	1.00683
375	0.323	9662	12760	175.5	31.0	39.8	13.6	45.7	1.00636
400	0.302	10460	13770	178.1	32.4	41.1	14.4	49.6	1.00595
425	0.284	11291	14814	180.6	33.8	42.4	15.1	53.8	1.00559
450	0.268	12157	15892	183.1	35.2	43.8	15.7	58.1	1.00527
500	0.241	13997	18153	187.8	38.1	46.6	17.0	66.9	1.00474
600	0.200	18073	23070	196.8	43.0	51.4	19.5	84.5	1.00394
$P = 10 \text{ MPa}$									
100	27.815	-5362	-5003	72.0	33.8	53.2	175.4	217	1.66668
125	25.754	-4036	-3648	84.1	32.7	55.3	100.4	178.8	1.60895
150	23.441	-2655	-2229	94.4	31.4	58.6	65.7	144.6	1.54553
175	20.613	-1175	-689	103.9	30.3	65.5	44.9	113.4	1.47021
200	16.602	542	1144	113.6	30.1	84.7	29.4	85.8	1.36789
225	10.547	2680	3628	125.3	30.8	102.2	17.6	61.0	1.22352
250	7.013	4289	5714	134.1	29.3	67.4	14.3	47.6	1.14481
275	5.530	5387	7195	139.8	28.7	53.4	13.8	44.1	1.11297
300	4.685	6320	8454	144.2	28.9	48.0	13.9	44.6	1.09513
325	4.115	7192	9622	147.9	29.6	45.8	14.3	46.6	1.08322
350	3.695	8047	10753	151.3	30.5	44.9	14.7	49.2	1.07450
375	3.366	8903	11874	154.4	31.7	44.8	15.2	52.3	1.06773
400	3.101	9774	12999	157.3	32.9	45.2	15.8	55.7	1.06227
425	2.880	10666	14138	160.0	34.3	46.0	16.3	59.4	1.05775
450	2.692	11584	15298	162.7	35.7	46.9	16.9	63.3	1.05392
500	2.389	13507	17692	167.7	38.5	48.9	18.0	71.6	1.04775
600	1.963	17700	22795	177.0	43.3	52.9	20.2	88.3	1.03911

Tableau A.2 : la chaleur massique pour différent gaz [17].

$$C_p = A + B.T + C.T^2 + D.T^3 + E.T^4, (C_p: \text{J/mole. K, T :K}) \quad (\text{A.1})$$

NO	FORMULA	NAME	A	B	C	D	E	TMIN	TMAX
1	CBrClF2	BROMOCHLORODIFLUOROMETHANE	18.387	2.7933E-01	-3.7127E-04	2.2889E-07	-5.3229E-11	100	1500
2	CBrCl3	BROMOTRICHLOROMETHANE	24.484	3.2024E-01	-4.9096E-04	3.3359E-07	-8.2982E-11	100	1500
3	CBrF3	BROMOTRIFLUOROMETHANE	17.208	2.4770E-01	-2.9181E-04	1.6247E-07	-3.4765E-11	100	1500
4	CBr2F2	DIBROMODIFLUOROMETHANE	22.399	2.7403E-01	-3.7433E-04	2.3638E-07	-5.6067E-11	100	1500
5	CClF3	CHLOROTRIFLUOROMETHANE	13.762	2.4951E-01	-2.8194E-04	1.4962E-07	-3.0450E-11	100	1500
6	CClN	CYANOGEN CHLORIDE	21.270	1.1915E-01	-1.6822E-04	1.1457E-07	-2.9210E-11	100	1500
7	CCl2F2	DICHLORODIFLUOROMETHANE	14.877	2.8292E-01	-3.6295E-04	2.1591E-07	-4.8619E-11	100	1500
8	CCl2O	PHOSGENE	20.747	1.7972E-01	-2.3242E-04	1.4224E-07	-3.3087E-11	100	1500
9	CCl3F	TRICHLOROFLUOROMETHANE	16.636	3.1336E-01	-4.4426E-04	2.8612E-07	-6.8556E-11	89	1500
10	CCl4	CARBON TETRACHLORIDE	19.816	3.3311E-01	-5.0511E-04	3.4057E-07	-8.4249E-11	100	1500
11	CF2O	CARBONYL FLUORIDE	23.640	8.9853E-02	-2.4575E-05	-2.8140E-08	1.4023E-11	100	1500
12	CF4	CARBON TETRAFLUORIDE	15.278	1.9916E-01	-1.6369E-04	5.1686E-08	-3.1820E-12	100	1500
13	CHBr3	TRIBROMOMETHANE	33.356	1.7475E-01	-1.9516E-04	1.0725E-07	-2.3180E-11	100	1500
14	CHClF2	CHLORODIFLUOROMETHANE	20.519	1.4746E-01	-9.2440E-05	1.4379E-08	3.4356E-12	100	1500
15	CHCl2F	DICHLOROFLUOROMETHANE	33.078	1.0473E-01	-2.2510E-05	-3.8822E-08	1.8245E-11	100	1500
16	CHCl3	CHLOROFORM	22.487	1.9823E-01	-2.1676E-04	1.1636E-07	-2.4555E-11	100	1500
17	CHF3	TRIFLUOROMETHANE	23.287	9.5385E-02	2.0049E-05	-7.4432E-08	2.7428E-11	100	1500
18	CHN	HYDROGEN CYANIDE	25.766	3.7969E-02	-1.2416E-05	-3.2240E-09	2.2610E-12	100	1500
19	CH2BrCl	BROMOCHLOROMETHANE	27.752	9.1021E-02	-8.2541E-06	-3.7449E-08	1.5156E-11	100	1500
20	CH2Br2	DIBROMOMETHANE	28.305	1.0581E-01	-4.7966E-05	-2.6711E-09	5.1497E-12	100	1500
21	CH2Cl2	DICHLOROMETHANE	26.694	8.3984E-02	8.9712E-06	-5.0924E-08	1.8726E-11	100	1500
22	CH2F2	DIFLUOROMETHANE	30.323	1.1176E-02	1.5809E-04	-1.6323E-07	4.7955E-11	100	1500
23	CH2I2	DIIODOMETHANE	28.918	1.1739E-01	-7.3808E-05	1.7055E-08	1.2051E-14	100	1500
24	CH2O	FORMALDEHYDE	34.428	-2.9779E-02	1.5104E-04	-1.2733E-07	3.3887E-11	50	1500
25	CH2O2	FORMIC ACID	31.745	7.4234E-03	1.8791E-04	-1.9475E-07	5.7613E-11	50	1500
26	CH3Br	METHYL BROMIDE	29.146	2.4374E-02	1.0655E-04	-1.1324E-07	3.3241E-11	100	1500
27	CH3Cl	METHYL CHLORIDE	27.385	2.6036E-02	1.0320E-04	-1.0887E-07	3.1642E-11	150	1500
28	CH3Cl3Si	METHYL TRICHLOROSILANE	56.670	2.0066E-01	-1.6721E-04	7.2533E-08	-1.2684E-11	200	1500
29	CH3F	METHYL FLUORIDE	34.077	-3.5019E-02	2.2031E-04	-1.9566E-07	5.4104E-11	100	1500
30	CH3I	METHYL IODIDE	25.635	6.6836E-02	1.2292E-05	-3.6742E-08	1.2301E-11	100	1500
31	CH3NO	FORMAMIDE	30.911	1.4363E-02	1.9281E-04	-1.9805E-07	5.8262E-11	150	1500
32	CH3NO2	NITROMETHANE	41.136	3.4367E-03	2.6380E-04	-2.6898E-07	7.9503E-11	100	1500
33	CH4	METHANE	34.942	-3.9957E-02	1.9184E-04	-1.5303E-07	3.9321E-11	50	1500
34	CH4Cl2Si	METHYL DICHLOROSILANE	37.250	2.3327E-01	-1.9952E-04	9.1473E-08	-1.7387E-11	200	1500
35	CH4O	METHANOL	40.046	-3.8287E-02	2.4529E-04	-2.1679E-07	5.9909E-11	100	1500
36	CH4O3S	METHANESULFONIC ACID	65.450	-1.0363E-01	6.2784E-04	-6.7194E-07	2.3114E-10	298	1000
37	CH4S	METHYL MERCAPTAN	40.307	-3.6753E-03	1.8400E-04	-1.7596E-07	5.0137E-11	100	1500
38	CH5ClSi	METHYL CHLOROSILANE	25.886	2.1064E-01	-1.3055E-04	3.6499E-08	-3.0118E-12	200	1500
39	CH5N	METHYLAMINE	40.039	-1.5108E-02	2.5012E-04	-2.3336E-07	6.5582E-11	100	1500
40	CH6Si	METHYL SILANE	25.277	1.2988E-01	5.9803E-05	-1.2080E-07	4.0036E-11	100	1500
41	CN4O8	TETRANITROMETHANE	23.733	5.5312E-01	-4.5854E-04	1.5286E-07	-1.3967E-11	298	1500
42	CO	CARBON MONOXIDE	29.556	-6.5807E-03	2.0130E-05	-1.2227E-08	2.2617E-12	60	1500
43	COS	CARBONYL SULFIDE	20.913	9.2794E-02	-9.7014E-05	5.0943E-08	-1.0615E-11	100	1500
44	CO2	CARBON DIOXIDE	27.437	4.2315E-02	-1.9555E-05	3.9968E-09	-2.9872E-13	50	5000
45	CS2	CARBON DISULFIDE	20.461	1.2299E-01	-1.6184E-04	1.0199E-07	-2.4444E-11	100	1500
46	C2BrF3	BROMOTRIFLUOROETHYLENE	33.956	2.3803E-01	-2.5448E-04	1.3108E-07	-2.6462E-11	300	1200
47	C2Br2F4	1,2-DIBROMOTETRAFLUOROETHANE	50.542	3.7777E-01	-4.8770E-04	3.1054E-07	-7.8174E-11	298	1200
48	C2ClF3	CHLOROTRIFLUOROETHYLENE	28.388	2.5871E-01	-2.9010E-04	1.5876E-07	-3.3880E-11	300	1500
49	C2ClF5	CHLOROPENTAFLUROETHANE	24.663	3.8598E-01	-3.8927E-04	1.7751E-07	-2.9992E-11	200	1500
50	C2Cl2F4	1,2-DICHLOROTETRAFLUROETHANE	17.183	4.8507E-01	-5.9368E-04	3.3494E-07	-7.1705E-11	273	1500
51	C2Cl3F3	1,1,2-TRICHLOROTRIFLUOROETHANE	42.456	4.0973E-01	-5.0045E-04	2.8463E-07	-6.1623E-11	200	1500
52	C2Cl4	TETRACHLOROETHYLENE	34.627	3.1065E-01	-4.5258E-04	3.2734E-07	-9.4234E-11	298	1000
53	C2Cl4F2	1,1,2,2-TETRACHLORODIFLUOROETHANE	3.788	6.9339E-01	-1.0927E-03	7.6080E-07	-1.9434E-10	298	1000
54	C2Cl4O	TRICHLOROACETYL CHLORIDE	55.547	2.5821E-01	-2.9449E-04	1.6054E-07	-3.3869E-11	298	1500
55	C2Cl6	HEXACHLOROETHANE	48.475	4.4117E-01	-5.9638E-04	3.6922E-07	-8.5631E-11	150	1500
56	C2F4	TETRAFLUROETHYLENE	30.934	2.1587E-01	-1.9110E-04	7.5713E-08	-1.0493E-11	100	1500
57	C2F6	HEXAFLUROETHANE	13.604	4.3503E-01	-4.8166E-04	2.4841E-07	-4.8897E-11	100	1500
58	C2HBrClF3	HALOTHANE	65.307	1.2411E-01	8.8736E-05	-1.7716E-07	6.3268E-11	100	1500
59	C2HClF2	2-CHLORO-1,1-DIFLUOROETHYLENE	19.530	2.4576E-01	-2.5701E-04	1.3429E-07	-2.7612E-11	298	1500
60	C2HCl3	TRICHLOROETHYLENE	40.879	1.6218E-01	-1.0399E-04	1.3310E-08	5.9103E-12	100	1500

Tableau A.2 (suite) : la chaleur massique pour différent gaz.

NO	FORMULA	NAME	A	B	C	D	E	TMIN	TMAX
61	C2HCl3O	DICHLOROACETYL CHLORIDE	38.143	2.3343E-01	-1.9070E-04	5.6320E-08	-2.5489E-12	298	1500
62	C2HCl3O	TRICHLOROACETALDEHYDE	46.176	2.3126E-01	-2.3659E-04	1.2539E-07	-2.7197E-11	298	1200
63	C2HCl5	PENTACHLOROETHANE	28.297	4.3657E-01	-5.5684E-04	3.3877E-07	-7.8834E-11	100	1500
64	C2HF3O2	TRIFLUOROACETIC ACID	9.274	3.9410E-01	-4.3755E-04	2.4769E-07	-5.7309E-11	298	1200
65	C2HF5	PENTAFLUOROETHANE	40.370	2.0895E-01	-4.5524E-05	-8.2827E-08	3.9062E-11	100	1500
66	C2H2	ACETYLENE	19.360	1.1519E-01	-1.2374E-04	7.2370E-08	-1.6590E-11	200	1500
67	C2H2Br4	1,1,2,2-TETRABROMOETHANE	49.111	2.5471E-01	-2.1340E-04	7.7534E-08	-9.0356E-12	150	1500
68	C2H2Cl2	1,1-DICHLOROETHYLENE	21.272	2.0394E-01	-1.8292E-04	8.2561E-08	-1.4802E-11	200	1500
69	C2H2Cl2	cis-1,2-DICHLOROETHYLENE	11.376	2.4489E-01	-2.5183E-04	1.3368E-07	-2.8416E-11	200	1500
70	C2H2Cl2	trans-1,2-DICHLOROETHYLENE	19.666	2.0908E-01	-1.9503E-04	9.4941E-08	-1.8848E-11	200	1500
71	C2H2Cl2O	CHLOROACETYL CHLORIDE	29.566	2.1377E-01	-1.8076E-04	7.9913E-08	-1.4782E-11	298	1500
72	C2H2Cl2O2	DICHLOROACETALDEHYDE	39.761	1.3843E-01	9.8425E-06	-1.0396E-07	4.4962E-11	298	1200
73	C2H2Cl2O2	DICHLOROACETIC ACID	48.334	1.7165E-01	-6.2134E-05	-3.6029E-08	2.3198E-11	298	1200
74	C2H2Cl3F	1,1,1-TRICHLOROFLUOROETHANE	20.183	3.8754E-01	-4.6141E-04	2.7663E-07	-6.5842E-11	298	1200
75	C2H2Cl4	1,1,1,2-TETRACHLOROETHANE	27.227	3.4932E-01	-3.7793E-04	2.0496E-07	-4.3937E-11	200	1500
76	C2H2Cl4	1,1,2,2-TETRACHLOROETHANE	20.427	3.6839E-01	-4.0365E-04	2.2067E-07	-4.7303E-11	298	1500
77	C2H2F2	1,1-DIFLUOROETHYLENE	24.354	1.2196E-01	1.1084E-05	-7.9704E-08	3.0820E-11	100	1500
78	C2H2F4	1,1,1,2-TETRAFLUOROETHANE	8.429	3.4966E-01	-3.3281E-04	1.5603E-07	-2.8939E-11	200	1500
79	C2H2O	KETENE	-14.704	3.1238E-01	-4.3385E-04	2.9499E-07	-7.5221E-11	200	1500
80	C2H2O4	OXALIC ACID	-5.565	1.3496E-01	1.3737E-05	-1.9105E-07	1.1311E-10	298	1000
81	C2H3Br	VINYL BROMIDE	19.032	1.4697E-01	-7.2736E-05	4.7354E-09	4.4305E-12	200	1500
82	C2H3Cl	VINYL CHLORIDE	17.193	1.4564E-01	-6.4281E-05	-3.2385E-09	6.7882E-12	200	1500
83	C2H3ClF2	1-CHLORO-1,1-DIFLUOROETHANE	20.964	2.6700E-01	-2.0774E-04	7.5759E-08	-9.7753E-12	200	1500
84	C2H3ClO	ACETYL CHLORIDE	37.484	1.0683E-01	1.3035E-05	-5.7327E-08	1.9960E-11	200	1500
85	C2H3ClO	CHLOROACETALDEHYDE	25.272	1.5004E-01	-3.4110E-05	-4.1182E-08	2.0993E-11	298	1200
86	C2H3ClO2	CHLOROACETIC ACID	9.327	2.9997E-01	-2.6947E-04	1.2616E-07	-2.4406E-11	298	1500
87	C2H3ClO2	METHYL CHLOROFORMATE	13.353	2.7827E-01	-2.0298E-04	3.2225E-08	1.9750E-11	298	900
88	C2H3Cl3	1,1,1-TRICHLOROETHANE	18.674	3.3443E-01	-3.4963E-04	1.8764E-07	-4.0744E-11	100	1500
89	C2H3Cl3	1,1,2-TRICHLOROETHANE	28.881	2.4893E-01	-1.7639E-04	5.2632E-08	-3.5668E-12	200	1500
90	C2H3F	VINYL FLUORIDE	27.617	5.4052E-02	1.3093E-04	-1.6220E-07	5.0829E-11	100	1500
91	C2H3F3	1,1,1-TRIFLUOROETHANE	33.444	1.5361E-01	3.3402E-05	-1.1974E-07	4.4424E-11	100	1500
92	C2H3N	ACETONITRILE	36.947	2.2085E-02	1.4661E-04	-1.5012E-07	4.3482E-11	100	1500
93	C2H3NO	METHYL ISOCYANATE	21.328	8.5385E-02	7.8504E-05	-1.0050E-07	2.9508E-11	298	1500
94	C2H4	ETHYLENE	32.083	-1.4831E-02	2.4774E-04	-2.3766E-07	6.8274E-11	60	1500
95	C2H4Br2	1,1-DIBROMOETHANE	21.084	2.5090E-01	-2.0060E-04	8.4960E-08	-1.5026E-11	200	1500
96	C2H4Br2	1,2-DIBROMOETHANE	47.739	1.3553E-01	1.0414E-05	-6.8462E-08	2.5192E-11	200	1500
97	C2H4Cl2	1,1-DICHLOROETHANE	15.730	2.6124E-01	-2.1489E-04	9.5761E-08	-1.8004E-11	200	1500
98	C2H4Cl2	1,2-DICHLOROETHANE	37.275	1.4362E-01	1.0378E-05	-7.8305E-08	2.8872E-11	200	1500
99	C2H4Cl2O	BIS(CHLOROMETHYL)ETHER	3.763	3.6729E-01	-3.5749E-04	1.8325E-07	-3.7910E-11	298	1500
100	C2H4F2	1,1-DIFLUOROETHANE	36.271	7.8276E-02	1.6310E-04	-2.0396E-07	6.3814E-11	100	1500
101	C2H4F2	1,2-DIFLUOROETHANE	18.309	2.0288E-01	-6.1613E-05	-3.8781E-08	2.0688E-11	200	1500
102	C2H4O	ACETALDEHYDE	34.140	4.0020E-02	1.5634E-04	-1.6445E-07	4.7248E-11	100	1500
103	C2H4O	ETHYLENE OXIDE	30.827	-7.6041E-03	3.2347E-04	-3.2747E-07	9.7271E-11	50	1500
104	C2H4O2	ACETIC ACID	34.850	3.7626E-02	2.8311E-04	-3.0767E-07	9.2646E-11	50	1500
105	C2H4O2	METHYL FORMATE	5.795	2.5072E-01	-1.7515E-04	6.0565E-08	-8.1015E-12	250	1500
106	C2H5Br	BROMOETHANE	26.552	1.1837E-01	6.7525E-05	-1.1655E-07	3.0718E-11	100	1500
107	C2H5Cl	ETHYL CHLORIDE	35.946	5.2294E-02	2.0321E-04	-2.2795E-07	6.9123E-11	100	1500
108	C2H5ClO	2-CHLOROETHANOL	12.997	2.5587E-01	-1.6553E-04	5.2292E-08	-6.5812E-12	298	1500
109	C2H5F	ETHYL FLUORIDE	21.452	1.2080E-01	7.8409E-05	-1.2578E-07	3.9184E-11	150	1500
110	C2H5I	ETHYL IODIDE	27.759	1.1915E-01	5.9726E-05	-1.0756E-07	3.4157E-11	100	1500
111	C2H5N	ETHYLENEIMINE	12.316	1.1833E-01	1.2598E-04	-1.8322E-07	5.8831E-11	150	1500
112	C2H5NO	ACETAMIDE	17.748	1.3627E-01	1.0668E-04	-1.8647E-07	6.2842E-11	100	1500
113	C2H5NO	N-METHYLFORMAMIDE	43.449	-1.0054E-01	7.2412E-04	-8.6224E-07	3.2724E-10	298	1000
114	C2H5NO2	NITROETHANE	17.726	2.2334E-01	-2.1690E-05	-8.0889E-08	3.2223E-11	200	1500
115	C2H6	ETHANE	28.146	4.3447E-02	1.8946E-04	-1.9082E-07	5.3349E-11	100	1500
116	C2H6AlCl	DIMETHYLALUMINUM CHLORIDE	13.870	3.1526E-01	-2.4008E-04	9.9159E-08	-1.7228E-11	298	1500
117	C2H6O	DIMETHYL ETHER	34.668	7.0293E-02	1.6530E-04	-1.7675E-07	4.9313E-11	100	1500
118	C2H6O	ETHANOL	27.091	1.1055E-01	1.0957E-04	-1.5046E-07	4.6601E-11	100	1500
119	C2H6O2	DIMETHYL SULFOXIDE	27.816	2.4839E-01	-1.3176E-04	2.3843E-08	1.6501E-12	200	1500
120	C2H6O2	ETHYLENE GLYCOL	48.218	1.9073E-01	-6.6117E-05	-1.8834E-08	1.2555E-11	200	1500
121	C2H6O4S	DIMETHYL SULFATE	23.800	3.7920E-01	-2.0385E-04	2.4893E-08	8.1594E-12	200	1500
122	C2H6S	DIMETHYL SULFIDE	35.994	1.2381E-01	5.0871E-05	-9.1708E-08	2.8274E-11	200	1500
123	C2H6S	ETHYL MERCAPTAN	47.034	4.1940E-02	2.3486E-04	-2.5035E-07	7.4049E-11	100	1500
124	C2H6S2	DIMETHYL DISULFIDE	50.010	1.4793E-01	4.2325E-05	-9.9087E-08	3.2173E-11	200	1500
125	C2H7N	DIMETHYLAMINE	30.638	1.0737E-01	1.5824E-04	-1.9418E-07	5.8509E-11	200	1500
126	C2H7N	ETHYLAMINE	30.983	1.2458E-01	1.0966E-04	-1.5256E-07	4.6640E-11	200	1500
127	C2H7NO	MONOETHANOLAMINE	-0.555	3.7003E-01	-3.1976E-04	1.5834E-07	-3.2344E-11	298	1500
128	C2H8N2	ETHYLENEDIAMINE	10.429	3.2490E-01	-1.9912E-04	6.3557E-08	-8.7124E-12	298	1500
129	C2H8Si	DIMETHYL SILANE	27.940	2.2419E-01	-4.0022E-06	-9.9567E-08	3.6936E-11	100	1500
130	C2N2	CYANOGEN	22.445	1.6837E-01	-2.3212E-04	1.5784E-07	-4.0479E-11	100	1500
131	C3F6	HEXAFLUOROPROPYLENE	-3.108	5.2270E-01	-4.6521E-04	1.9228E-07	-2.9928E-11	200	1500
132	C3F6O	HEXAFLUOROACETONE	0.451	5.2201E-01	-4.5370E-04	1.6725E-07	-1.9476E-11	200	1500



## Annexe B

### 1. L'équation de continuité

Considérons un élément de volume de dimensions infinitésimales  $dx$ ,  $dy$ , et  $dz$  (figure B.1)

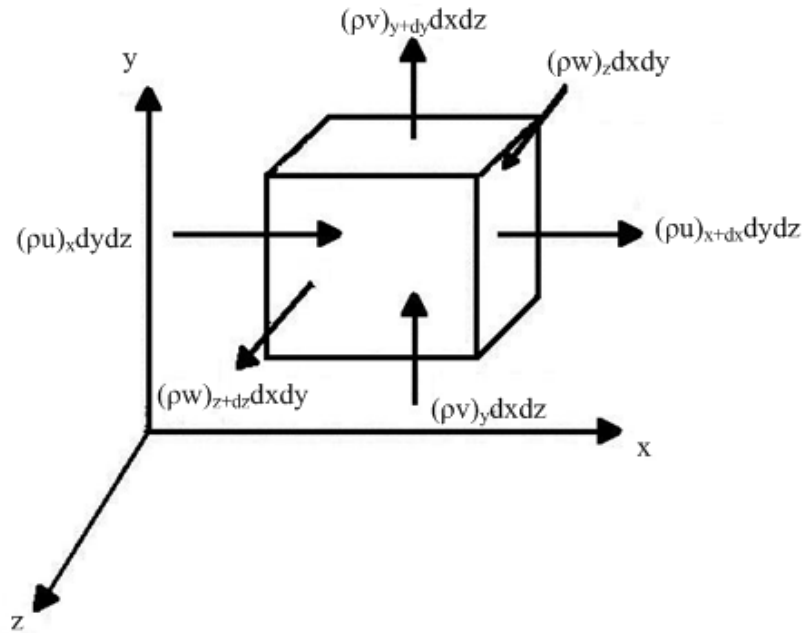


Figure B.1 Bilan massique.

Le bilan massique pour cet élément de volume dans le cas sans génération de masse est donné par :

$$m_e - m_s = m_v \quad (\text{B.1})$$

Soient :  $u$ ,  $v$  et  $w$  sont les composantes de la vitesse selon les trois dimensions respectivement  $ox$ ,  $oy$  et  $oz$ . La relation (B.1) sera alors :

$$[(\rho u)_x - (\rho u)_{x+dx}] dydz + [(\rho v)_y - (\rho v)_{y+dy}] dx dz + [(\rho w)_z - (\rho w)_{z+dz}] dx dy = dx dy dz \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (\text{B.2})$$

En faisant un développement limité de  $(\rho u)_{x+dx}$ ,  $(\rho v)_{y+dy}$  et  $(\rho w)_{z+dz}$ , on obtient :

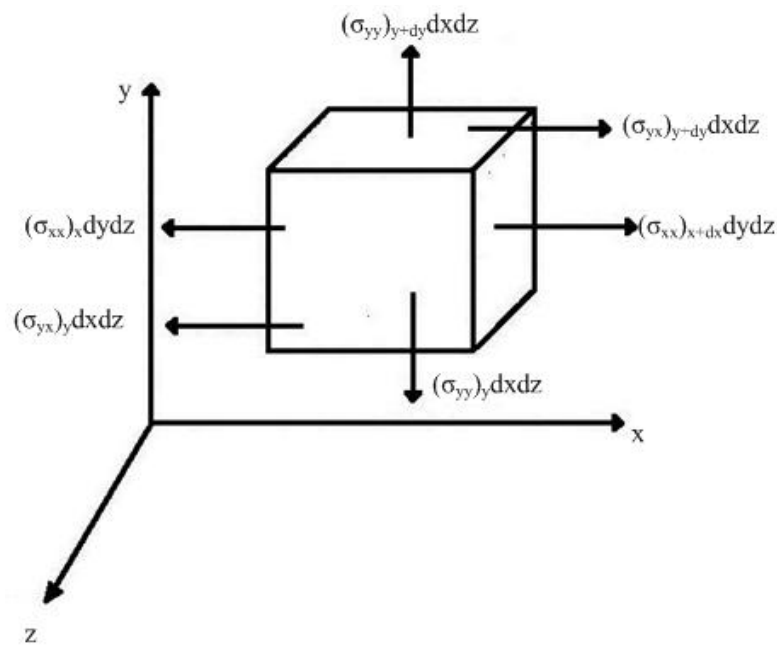
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (\text{B.3})$$

Finalement, on écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (\text{B.4})$$

## 2. L'équation de Navier-Stokes

Considérons un élément de volume de dimensions infinitésimales  $dx$ ,  $dy$  et  $dz$  (figure B.2) ayant une accélération  $\gamma$ . Les forces agissant sur cet élément de volume sont les forces volumiques (forces de gravité) et les forces surfaciques (contraintes).



**Figure B.2** Bilan de forces surfaciques.

Les  $\sigma_{ii}$  désignent les contraintes normales et les  $\sigma_{ij}$  sont les contraintes tangentielles ( $i \neq j$ ).

D'après la deuxième loi de NEWTON on a :

$$\rho dx dy dz \vec{\gamma} = d\vec{F}_v + d\vec{F}_s \quad (\text{B.5})$$

Tel que :

$$d\vec{F}_v = \rho dx dy dz \vec{g} \quad (\text{B.6})$$

$$d\vec{F}_s = \sum d\vec{F}_{s,i} \quad (\text{B.7})$$

Faisant un développement limité de «  $(\sigma_{ij})_{i+di}$  dj dk » on obtient après simplification :

**Suivant  $\vec{o}\vec{x}$**

$$d\vec{F}_s = \left( \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (\text{B.8})$$

**Suivant  $\vec{o}\vec{y}$**

$$d\vec{F}_s = \left( \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (\text{B.9})$$

**Suivant  $\vec{o}\vec{z}$**

$$d\vec{F}_s = \left( \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (\text{B.10})$$

Ainsi que pour un fluide Newtoniens les contraintes de déformation sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{ii} = -p + 2\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \\ \sigma_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \end{array} \right\} \quad (\text{B.11})$$

D'après les deux équations (B.5) et (B.11) on peut écrire :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} \quad (\text{B.12})$$

En remplaçant «  $\sigma_{ij}$  » par leur expression en fonction de la  $V_i$  et  $p$  on obtient l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \vec{F} - \vec{\nabla} P + \mu \left[ \vec{\nabla}^2 \vec{V} + \frac{1}{3} \vec{\nabla} (\text{div}(\vec{V})) \right] \quad (\text{B.13})$$

On note que :

$$\frac{D}{Dt} = (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) + \frac{\partial}{\partial t} \quad (\text{B.14})$$

$$\vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} \quad (\text{B.15})$$

$$\operatorname{div}(\vec{V}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{V} \quad (\text{B.16})$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (\text{B.17})$$

### 3. Équations de continuité en coordonnées cylindriques

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r V_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho V_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho V_z) = 0 \quad (\text{B.18})$$

### 4. Équations de Navier-Stokes en coordonnées cylindriques

#### 4.1 Suivant $r$

$$\rho \left[ \frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \frac{V_\theta^2}{r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} \right] = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_r) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_r}{\partial \theta^2} - \right. \\ \left. 2r \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + 2V_r \frac{\partial V_\theta}{\partial z} + \rho F_r \right] \quad (\text{B.19})$$

#### 4.2 Suivant $\theta$

$$\rho \left[ \frac{\partial V_\theta}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{V_r V_\theta}{r} + V_z \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \right] = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_\theta) \right) + \right. \\ \left. 1r \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial \theta^2} + 2r \frac{\partial V_r}{\partial \theta} + \partial V_\theta \frac{\partial z} + \rho F_\theta \right] \quad (\text{B.20})$$

#### 4.3 Suivant $z$

$$\rho \left[ \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} \right] = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[ \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right] + \\ \rho F_z \quad (\text{B.21})$$

## 5. L'équation d'énergie

On considère le bilan d'énergie représenté dans la figure B.3 pour un volume de contrôle  $(dx, dy, 1)$ .

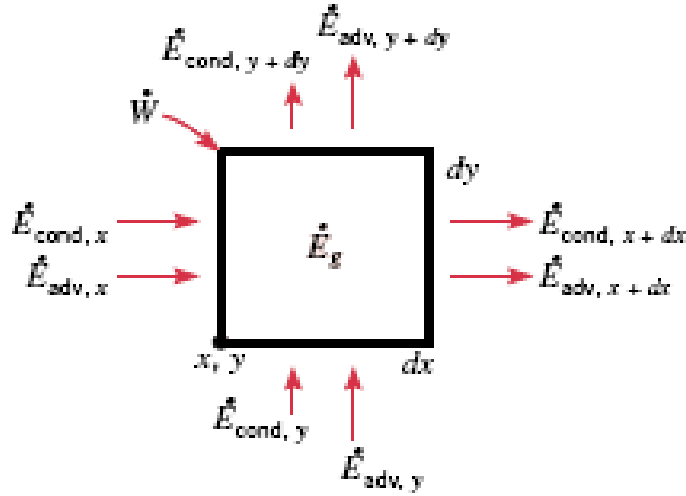


Figure B.3 Bilan énergétique.

On a:

$$\dot{E}_{cond, x} - \dot{E}_{cond, x+dx} = -\left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) dy - \left[-k \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) dx\right] dy = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) dx dy \quad (B.22)$$

ainsi que :

$$\rho u \frac{\partial e}{\partial x} + \rho v \frac{\partial e}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) - p \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \mu \varphi + \dot{q} \quad (B.23)$$

où  $e$  représente l'énergie interne.

si le fluide est incompressible:

$$\rho C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \mu \varphi + \dot{q} \quad (B.24)$$

tel que:

$$\mu \varphi = \mu \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + 2 \left[ \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 \right] \right\} \quad (B.25)$$

Finalement:

$$\rho C_p \vec{V} \cdot \vec{\nabla} T = k \nabla^2 T + \mu \varphi + \dot{q} \quad (\text{B.26})$$

## Annexe C

### Corrélations

Pour ces corrélations la masse volumique  $\rho$  du  $\text{CH}_4$  est donnée par l'équation d'état des gaz parfait (Eq. 4.11), pour les autres propriétés ( $\mu$ ,  $c_p$ ,  $k$ ) sont à la fois constantes et à l'autre fois variables.

#### 1. Propriétés du $\text{CH}_4$ constantes

- Section de passage rectangulaire

$$\frac{T_{out}}{T_{e0}-T_{out}} = \frac{C_1}{N_c} \left( \frac{c_p}{\Delta s} \right)^{1.04} - 0.07 \quad (\text{C.1})$$

tel que :

$$C_1 = 1.0268 \times R_e^{-0.15} \left( \frac{\tau V}{D_h} \right)^{1.06} + 6.79 \quad (\text{C.2})$$

- Section de passage circulaire

$$\frac{T_{out}}{T_{e0}-T_{out}} = \frac{C_1}{N_c} \left( \frac{c_p}{\Delta s} \right)^{1.004} - 0.07 \quad (\text{C.3})$$

tel que :

$$C_1 = 0.000124 \times R_e^{-0.15} \left( \frac{\tau V}{D} \right)^{1.06} + 0.0011 \quad (\text{C.4})$$

#### 2. Propriétés du $\text{CH}_4$ variables

Cette corrélation donne des résultats proches de la réalité que la corrélation précédente parce qu'on a utilisé des propriétés réel du fluide.

- Section de passage rectangulaire

$$\frac{T_{out}}{T_{e0}-T_{out}} = \frac{1}{N_c} \left( \frac{C_1 k}{c_p} \right)^{-0.44} P_r^{-0.22} \left( \frac{c_p}{\Delta s} \right)^{1.02} + C_2 \quad (\text{C.5})$$

$C_1$  et  $C_2$  sont des coefficients dépendent de  $Re$  et  $\tau$ , Ils sont donné par le tableau C.1.

**Tableau C.1 :** Les coefficients  $C_1$  et  $C_2$ .

Re	$\tau$ (s)	$C_1$ (kg/ms)	$C_2$
25	10	9892776592	-0.757
	5	3107423712	-0.636
	2	992738366.5	-0.593
50	10	5052446014	-0.783
	5	992738366.5	-0.667
	2	235936248.4	-0.571
100	10	1891673693	-0.828
	5	293645310.7	-0.689
	2	65415200	-0.546

- **Section de passage circulaire**

$$\frac{T_{out}}{T_{e0}-T_{out}} = \frac{1}{N_c} \left( \frac{C_1 k}{c_p} \right)^{-0.44} P_r^{-0.22} \left( \frac{c_p}{\Delta s} \right)^{1.02} + C_2 \quad (C.6)$$

$C_1$  et  $C_2$  sont des coefficients dépendent de  $Re$  et  $\tau$ , Ils sont donné par le tableau C.2

**Tableau C.2 :** Les coefficients  $C_1$  et  $C_2$ .

Re	$\tau$ (s)	$C_1$ (kg/ms)	$C_2$
25	10	$2.192 \times 10^{10}$	-0.7711
	5	4678886989	-0.6313
	2	1131859924	-0.5927
50	10	7578217770	-0.7716
	5	1250453679	-0.6543
	2	279359842	-0.5695
100	10	2372913947	-0.7998
	5	337163904	-0.6748
	2	72206489.1	-0.5510