

République Algérienne Démocratique et Populaire
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

Ministère des Universités et de la Recherche Scientifique
وزارة الجامعات و البحث العلمي

12/96

Ecole Nationale Polytechnique

Département Génie Electrique

Option Automatique

PROJET DE FIN D'ÉTUDES

**en vue de l'obtention du
Diplôme d'Ingénieur d'Etat en Automatique**

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Thème

ETUDE DE LA COMMANDE AUTO-AJUSTABLE LINEAIRE ET NON LINEAIRE

APPLICATION à DES MODELES DISCRETS

Proposé par :

L. GUENFAF

Étudié par :

**CHETTOUH Adra
MEKRELOUF Ahmed**

Dirigé par :

**L. GUENFAF
R. ILLOUL**

Promotion Juin 1996

République Algérienne Démocratique et Populaire
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

Ministère des Universités et de la Recherche Scientifique
وزارة الجامعات و البحث العلمي

Ecole Nationale Polytechnique

Département Génie Electrique

Option Automatique

PROJET DE FIN D'ÉTUDES

**en vue de l'obtention du
Diplôme d'Ingénieur d'Etat en Automatique**

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Thème

ETUDE DE LA COMMANDE AUTO-AJUSTABLE LINEAIRE ET NON LINEAIRE

APPLICATION à DES MODELES DISCRETS

Proposé par :

L. GUENFAF

Étudié par :

**CHETTOUH Adra
MEKRELOUF Ahmed**

Dirigé par :

**L. GUENFAF
R. ILLOUL**

Promotion Juin 1996

Dédicaces

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

A ma Mère

A mon Père

A mes frères et soeurs, en particulier :

Mohamed et Anissa.

A mes cousins et cousines

A tous mes amis

Ahmed

Dédicaces

Aux êtres les plus chers dans ma vie, pour leur amour, affection, pour tout le bonheur, joie et gaieté qu'ils ont pu nous offrir.

Pour tout ce qu'ils ont pu sacrifier afin que nous puissions arriver à ce que l'on est aujourd'hui.

A vous deux,

Papa et **M**aman.

A mon adorable et douce Grand-Mère, **M**ama Louiza.

A la mémoire de mon cher **O**ncle **A**bdel **M**adjid

A mes **S**œurs adorées, **K**arima, **R**afika et **S**annène

A mon très cher **F**rère **K**amel

A toi **A**bderrezak

A vous, **c**ousins, **c**ousines

A mes oncles et tantes, à **T**ata **B**aya, **A** toute ma famille

A tous mes amis ... **A** toi **Y**amina

A la mémoire de **M**ohamed **B**oudiaf

Au jour où notre **M**ère **T**erre guérira de tous ses malheurs

A vous tous, je dédie ce modeste **M**émoire

Adra

Remerciements

Nous voudrions exprimer notre reconnaissance et notre sollicitude à toute personne ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de ce **Mémoire**.

Pour l'ambiance de travail que vous avez créé au sein de notre groupe, pour votre motivation, votre soutien moral, pour la soif de la Science que vous avez su nous inculquer durant votre encadrement, veuillez, **Monsieur L. Guenfaf** accepter nos remerciements.

Nous nous joignons à vous, **Monsieur R. Alloul**, pour vous dire que vous avez été pour nous l'exemple dont vous avez su nous imprégner, nous vous remercions pour tout ce que vous nous avez appris durant ces années, pour la confiance que vous nous avez accordée en acceptant de travailler avec nous.

Que les membres du jury trouvent ici l'expression de notre gratitude pour l'honneur qu'ils nous font en acceptant d'évaluer notre travail.

Pour tous les enseignants du Département, pour leurs efforts durant ces années, qu'ils trouvent ici notre grande reconnaissance.

Un grand merci à Monsieur A. Nait-Seghir, pour l'aide précieuse qu'il nous a accordée, pour son entière disponibilité, sa générosité dans le domaine scientifique, pour ses conseils combien précieux et lumineux.

Nous remercions Christian pour son amabilité et son suivi depuis notre jeune âge.

Monsieur Pagès pour son aide précieuse, qu'il trouve notre reconnaissance.

Nous remercions particulièrement Lynda pour son aide et sa grande générosité, Amel, Nadir et Abderrezak pour leur soutien moral, leur aide et leur motivation.

Sans oublier les travailleurs de la Bibliothèque.

Sommaire

Introduction générale	4
Chapitre I : Commande auto-ajustable linéaire à variance minimale généralisée	9
I. 1. Introduction	10
I. 2. Modèle du procédé	10
I. 3. La commande à variance minimale généralisée	11
I. 3. 1. Synthèse de la loi de commande	11
3. 1. 1. Critère à minimiser	11
3. 1. 2. Calcul de la loi de commande	11
I. 3. 2. Structure du régulateur à VMG	12
I. 3. 3. Fonction de transfert en boucle fermée	13
I. 3. 4. Discussion	13
I. 4. Commande adaptative auto-ajustable à VMG	14
I. 4. 1. Algorithme des moindres carrés récursifs	14
I. 4. 2. L'algorithme de la commande auto-ajustable à variance minimale généralisée	16
4. 2. 1. Approche indirecte	16
4. 2. 2. Approche directe	17
I. 5. Résultats de simulation	17
I. 5. 1. Approche indirecte	18
I. 5. 2. Approche directe	18
I. 6. Conclusion	32
Chapitre II : Commande adaptative prédictive généralisée linéaire	33
II. 1. Introduction	34
II. 2. Commande prédictive généralisée	35
II. 2. 1. Modèle linéaire du procédé	35
II. 2. 2. Calcul du prédicteur	35
II. 2. 3. Résolution de l'équation diophantine	36
II. 2. 4. Calcul de la loi de commande	36
2. 4. 1. Critère quadratique	36
2. 4. 2. Calcul de la loi de commande	37
II. 3. commande adaptative prédictive généralisée	38
3. 1. L'algorithme de la commande adaptative	38
3. 2. Les choix des horizons N_1 , N_2 et N_U	39
II. 4. Résultats de simulation	39
II. 5. Conclusion	45

Chapitre III : Commande auto-ajustable linéaire à GMV des systèmes MIMO	46
III. 1. Introduction	47
III. 2. Identification des systèmes MIMO par les différentes structures du modèle de représentation	48
III. 2. 1. Construction du modèle de représentation en équations aux différences.....	48
III. 2. 2. Identification des systèmes MIMO par les différentes structures du modèle	50
III. 2. 3. Résultats de simulation.....	53
III. 3. Commande linéaire multivariable à variance minimale généralisée.....	62
III. 3. 1. Présentation du modèle	62
III. 3. 2. Calcul de la loi de commande	62
III. 3. 3. Le régulateur auto-ajustable.....	64
III. 3. 4. Résultats de simulation.....	65
3. 4. 1. Système a phase minimale	65
3. 4. 2. Système instable et à phase non minimale	66
III. 4. Application au robot Portos.....	77
III. 4. 1. Présentation du robot.....	77
III. 4. 2. Modèle de représentation du robot	78
III. 4. 3. Trajectoire désirée.....	79
III. 4. 4. Résultats de simulation.....	80
III. 5. Conclusion.....	83
 Chapitre IV : Identification des systèmes N.L.	 84
IV. 1. Introduction.....	85
IV. 2. Structures pour l'identification des systèmes non-linéaires	86
IV. 2. 1. Modèle de Hammerstein simple	87
IV. 2. 2. Modèle de Hammerstein généralisé	87
IV. 2. 3. Modèle de Hammerstein étendu	89
IV. 2. 4. Modèle de Wiener simple	90
IV. 2. 5. Modèle de Wiener généralisé	91
IV. 2. 6. Modèle de Wiener étendu.....	92
IV. 2. 7. Modèle de Volterra d'ordre fini	93
IV. 2. 8. Modèle de Volterra d'ordre fini étendu	94
IV. 2. 9. Le modèle bilinéaire.....	95
IV. 3. algorithmes d'identification.....	96
IV. 3. 1. Identification non réursive (off line).....	96
3. 1. 1. Technique d'estimation Itérative	97
3. 1. 2. Technique d'estimation avec limitations.....	98
3. 1. 3. Technique d'estimation directe	99
3. 1. 4. Méthode des moindres carrés généralisés ("GLS").....	99

3. 1. 5 . Méthode du maximum de Likelihood	101
IV. 3. 2. Identification récursive (on-line)	101
3. 2. 1. Algorithme des MCR	101
3. 2. 2 . Cas stochastique	102
IV. 4. Résultats des simulations	103
IV. 4. 1. Identification d'un système stationnaire	103
IV. 4. 2. Identification par un modèle d'estimation linéaire	104
IV. 4. 3. Identification d'un système non linéaire variable	105
IV.5. Conclusion	119
Chapitre V : Commande auto-ajustable N.L par modèle de référence	120
V. 1. Introduction	121
V. 2. Différentes structures des MRAS	121
V. 2. 1. Structure parallèle	121
V. 2. 2. Structure série-parallèle	122
V. 2. 3. Structure série.	122
V. 3. La commande "MRAC" non linéaire directe	124
V. 4. La commande "MRAC" non linéaire indirecte	124
V. 5. Calcul de la loi de commande	126
V. 6. Algorithme de réglage adaptatif	127
V. 7. Résultats de simulation	128
V. 7. 1. Commande par modèle de référence à paramètres connus	128
V. 7. 2. Commande adaptative par "MRAC"	129
V. 7. 3. Commande d'un système bilinéaire stochastique	130
V. 7. 4. Commande d'un système bilinéaire multivariable couplé	131
V. 8. Conclusion	147
Chapitre VI : Commande auto-ajustable N.L.à GMV	148
VI. 1. Introduction	149
VI. 2. Calcul de la loi de commande	149
VI. 3. Système de commande en boucle fermée	152
VI. 4. Algorithme de réglage adaptatif	153
VI. 5. Résultats de simulation	154
VI. 6. Conclusion	159
Conclusion générale	160
Bibliographie	163
Annexe : Relations entre les paramètres d'un modèle linéaire et les pondérations de série de Volterra	166

INTRODUCTION GENERALE

La plupart des techniques de synthèse des systèmes de commande sont basées sur la connaissance du processus à commander ainsi que de son environnement. La théorie de la commande stochastique linéaire a montré son succès pour la conception des régulateurs permettant la commande des processus industriels [3]. Par ailleurs, l'application de cette théorie repose essentiellement sur la connaissance du modèle mathématique du procédé et des perturbations.

En pratique, il est nécessaire d'effectuer une étude expérimentale sur le procédé afin d'en tirer le maximum d'informations pour l'identification de ses paramètres et le calcul de la loi de commande à implémenter. Par conséquent l'exactitude de cette dernière repose sur la bonne estimation des paramètres. C'est la raison pour laquelle une grande attention doit lui être consacrée.

Généralement les phénomènes mis en cause dans les processus industriels sont assez complexes pour que l'on puisse établir rigoureusement un modèle mathématique de leur comportement. L'expérience jointe à l'observation montre qu'il subsiste toujours une certaine méconnaissance du système à commander quel que soit le soin que l'on apporte au choix du modèle. De plus il a été montré que, dans la plupart des cas, les paramètres du procédé varient avec le temps. Afin de pallier à ces inconvénients, et ceci en maintenant les performances désirées, l'introduction d'un algorithme d'identification paramétrique dans le système de commande s'avère nécessaire. De cette manière, les paramètres du modèle sont estimés à chaque instant de calcul. Par conséquent toute variation de la dynamique du procédé est automatiquement suivie par un ajustement du modèle. Cette notion a donné naissance à une nouvelle technique de commande, à savoir "la commande adaptative".

Comme aspect général, le schéma d'un système adaptatif est constitué de deux boucles :

- Boucle interne ordinaire : chaîne de contre-réaction (système + régulateur ajustable)
- Boucle externe d'adaptation : constituée de deux blocs :
 - un bloc d'estimation récursif des paramètres.
 - un bloc de design du régulateur.

Les théories de systèmes non linéaires, de stabilité, d'identification, d'estimation récursive de paramètres, de commande optimale, de commande stochastique, contribuent toutes à la compréhension de la commande adaptative.

En raison de sa simplicité d'analyse et de sa réalisation pratique, la commande adaptative s'est emparée de l'attention des chercheurs et a connu plusieurs investigations et applications dans le domaine pratique.

Trois approches ont été considérées pour la commande adaptative :

- 1) Commande adaptative à gain programmé.
- 2) Commande adaptative à modèle de référence
- 3) Commande adaptative auto-ajustable.

Vu sa performance et sa facilité de mise en oeuvre, la commande adaptative auto-ajustable a connu maintes applications et beaucoup de progrès durant cette dernière décennie.

Le régulateur auto-ajustable (Self-tuning regulator) STR, est basé sur l'idée d'ajuster ses paramètres à ceux du procédé, à chaque instant de calcul, et ceci par le biais d'une estimation récurrente. Le schéma de principe est représenté dans la figure (I-1) :

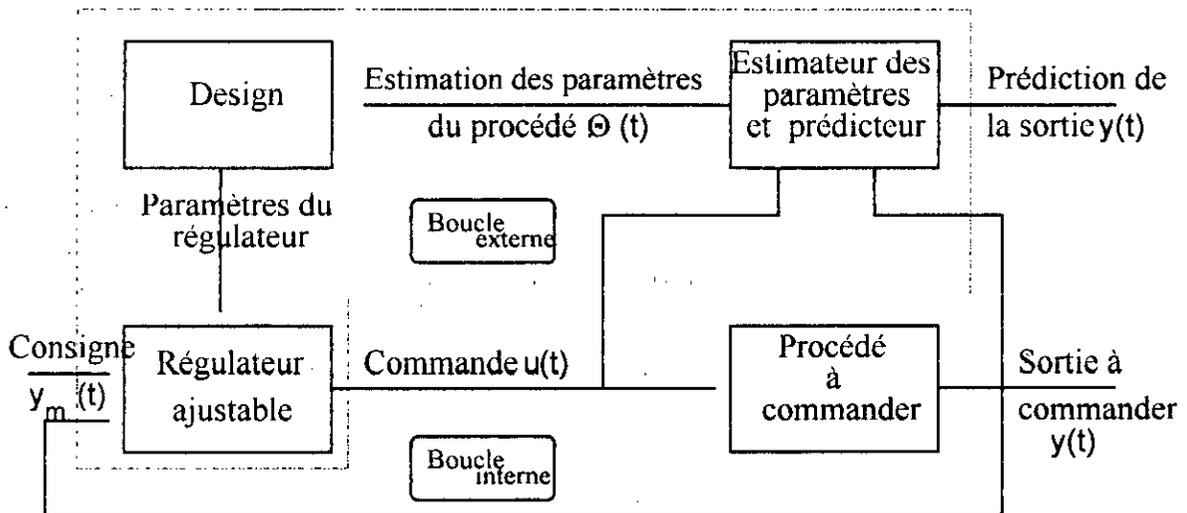


Figure (I-1) : "Schéma de base d'une boucle de commande auto-ajustable"

Les paramètres du système sont estimés on line (à chaque instant d'échantillonnage) en utilisant une méthode d'identification récurrente, ils seront traités par la suite comme s'ils étaient les paramètres réels. Leur incertitude n'est pas prise en compte dans le calcul de la loi de commande : C'est le principe de l'équivalence certaine. Dans ce contexte, plusieurs algorithmes d'identification peuvent être utilisés, notamment : les moindres carrés récurrents, moindres carrés étendus, variables instrumentales, maximum de vraisemblance...

Par ailleurs le bloc "design" consiste à donner la solution on line des paramètres du régulateur afin de se conformer aux fluctuations imprévisibles que subit le procédé durant son déroulement. Dans ce but, divers algorithmes de commandes peuvent être utilisés, à savoir : La commande à variance minimale, la commande à erreur de prédiction minimale, la commande linéaire quadratique, la commande par placement de pôles...

Le choix de la stratégie de commande adéquate se fait suivant les spécifications désirées en boucle fermée. L'approche la plus considérée est d'estimer tout d'abord les paramètres du système ainsi que ceux des perturbations. Ces derniers seront utilisés pour calculer le régulateur : c'est l'approche indirecte du STR. Cependant, il est quelquefois possible de reparamétriser le système à commander combiné aux spécifications de la boucle fermée, et d'obtenir une nouvelle paramétrisation ne dépendant que du régulateur. Une simplification est ainsi obtenue et le temps de calcul se trouve réduit : c'est l'approche directe du STR.

La commande adaptative est fortement liée à la théorie des systèmes non linéaires. En réalité, aucun système physique n'est linéaire. Ils sont tous proprement non

linéaires, leur environnement est encore plus complexe. De ce fait, les systèmes non linéaires présentent des difficultés d'analyse, de convergence et de stabilité. Lors de la synthèse de la loi de commande, il est nécessaire de les considérer d'un certain point de vue. Nombre d'entre eux deviennent linéaires moyennant certaines approximations valables dans un domaine de fonctionnement limité [55]. D'autres ne peuvent être adéquatement représentés que par des modèles non linéaires [7]. Cette description mathématique est souvent utilisée pour l'analyse et la synthèse des régulateurs adaptatifs. On est amené alors à développer les techniques d'identification non linéaires pour la théorie de la commande adaptative.

L'étude des méthodes d'identification non linéaires a commencé en considérant les séries fonctionnelles de Volterra et de Wiener et les algorithmes d'identification développés par Wiener, Bose et Barrett [10]. Cependant la description mathématique pouvant être représentée par une série de Volterra à un nombre infini de paramètres, ne convient pas pour l'identification, car seulement un nombre fini de paramètres peut être identifié [7]. Différents algorithmes ont été élaborés pour l'estimation linéaire des paramètres sous des conditions bruitées ; puisqu'ils exigent que seulement les paramètres doivent être linéaires, ils peuvent être utilisés pour l'identification d'une certaine classe de système non linéaire, en l'occurrence le modèle de Hammerstein dans lequel l'entrée non linéaire est suivie par une dynamique à paramètres linéaires [7].

On s'est intéressé en premier lieu à une nouvelle stratégie de commande auto-ajustable non linéaire à variance minimale généralisée pour la commande des systèmes de Hammerstein. La minimisation d'un nouveau critère est nécessaire pour concevoir la loi de commande. L'algorithme de commande développé est un algorithme de commande adaptatif direct : Ajustement direct des paramètres du régulateur. Cette stratégie de commande ne nécessite aucune linéarisation ou approximation sur le modèle discret non linéaire du procédé. En second lieu, le développement d'une commande à modèle de référence non linéaire se basant sur le modèle bilinéaire permet une exploitation de sa version linéaire. Par conséquent la commande adaptative pour des classes bien définies des systèmes non linéaires a été développée

Dans le cadre de cette étude, nous nous intéresserons à la commande auto-ajustable linéaire et non linéaire des systèmes décrits par des modèles discrets.

Dans le **premier chapitre**, nous commencerons à appliquer la commande auto-ajustable à variance minimale généralisée à des systèmes linéaires monovariés décrits dans leur environnement stochastique, nous y présenterons par conséquent l'algorithme de la commande avec les deux approches possibles : directe et non directe.

Le **deuxième chapitre** sera consacré à la commande auto-ajustable prédictive généralisée.

L'extension de l'algorithme monovarié au cas multivarié pour la commande auto-ajustable à GMV sera développée dans le **chapitre trois**.

Dans le **quatrième chapitre**, on présentera en détail les différentes structures non linéaires pour l'identification des systèmes non linéaires. Les algorithmes d'identification récurrents et non récurrents seront donnés pour chaque structure.

La commande auto-ajustable par modèle de référence non linéaire fera l'objet du thème du **cinquième chapitre**.

Enfin, le **sixième chapitre** contiendra en détail l'algorithme de la commande auto-ajustable à GMV non linéaire.

En **Annexes** nous donnerons quelques développements théoriques et démonstrations concernant les différents algorithmes déjà présentés.

CHAPITRE I

COMMANDE AUTO-AJUSTABLE LINEAIRE A VARIANCE MINIMALE GENERALISEE

I. 1. INTRODUCTION

Le régulateur auto-ajustable fut proposé initialement par Kalman (1958). Ce type de régulateur se basait sur les moindres carrés récurrents. Cependant aucune analyse n'a été donnée concernant les propriétés du système en boucle fermée.

Se basant sur la minimisation de la variance de la sortie, Astrom et Wittenmark [1] construisirent le régulateur auto-ajustable pour la commande des systèmes à paramètres constants mais variables dans le temps. Les résultats donnés par cette commande à variance minimale montrent qu'elle ne s'applique qu'aux systèmes à phase minimale (ayant des zéros à l'intérieur du cercle unité). Cependant les systèmes dont la différence de degré dénominateur-numérateur est assez élevée, induisent souvent à l'apparition des zéros instables après la discrétisation avec une fréquence relativement élevée (Astrom et Wittenmark, 1984).

Dans le but de commander ces systèmes, une extension de l'algorithme de la variance minimale, par l'introduction d'une pondération sur la commande, a été proposée par Clarke et Gawthrop (1979) [16]. Il s'agit de la commande auto-ajustable à variance minimale généralisée (GMV). Cette dernière fait l'objet de ce chapitre et sera appliquée pour la commande d'un système linéaire monovarié.

Pour ce faire, nous commencerons par développer l'algorithme de la GMV dans le cas où les paramètres du système sont supposés connus. Nous insérons par la suite le prédicteur à MCR pour aboutir à l'algorithme adaptatif. Nous traiterons aussi bien l'approche directe que l'approche indirecte.

Afin d'illustrer les capacités de cet algorithme, nous avons provoqué des variations dans les paramètres du système et avons enregistré le comportement de ce dernier suite à ces variations.

I. 2. MODELE DU PROCÉDE

En pratique, de nombreux procédés sont sujets à des perturbations aléatoires pouvant être modélisées en un bruit blanc discret gaussien passé par un filtre. La connaissance de ce filtre nous conduit au modèle de perturbation. Dans le but de concevoir et de calculer le régulateur adaptatif opérant en présence de perturbations aléatoires, on est amené à considérer un modèle représentant simultanément l'effet de la commande et celui de la perturbation sur la sortie du procédé. Ce modèle est appelé ARMAX (modèle auto-régressif à moyenne ajustée et entrée exogène). Il est sous la forme suivante :

$$A(q^{-1}) \cdot y(t) = q^{-d} \cdot B(q^{-1}) \cdot u(t-1) + C(q^{-1}) \cdot e(t) \quad (I. 1)$$

avec :

- $y(t)$, $u(t)$ et $e(t)$: représentent respectivement la sortie, la commande et la séquence du bruit blanc à l'instant "t".
- d : est le retard propre au système (le retard dû à la discrétisation est inclus dans la commande $u(t-1)$)
- q^{-1} : est l'opérateur de retard tel que : $q^{-1} \cdot y(t) = y(t-1)$

- Les polynômes $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$, $C(q^{-1})$ sont donnés par :

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a}$$

$$B(q^{-1}) = 1 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_b} q^{-n_b} \dots$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{n_c} q^{-n_c}$$

I. 3. LA COMMANDE A VARIANCE MINIMALE GENERALISEE

Dans le cas où l'on n'a pu tirer toutes les informations nécessaires (structurellement) concernant le processus à commander, à savoir les degrés n_a , n_b , n_c respectivement des polynômes A, B et C, les valeurs de ces paramètres supposés stationnaires autour d'un point de fonctionnement et son retard propre d . Nous allons montrer que dans ces conditions, la commande à variance minimale généralisée traite parfaitement les processus donnés par l'équation (I - 1).

I. 3. 1. Synthèse de la loi de commande

3. 1. 1. CRITERE A MINIMISER

Clarke et Gawthrop (1979) [16] proposent un algorithme de commande à variance minimale généralisée, basé sur la minimisation du critère suivant :

$$J = E \left[(\Phi(t + d + 1))^2 \right] \quad (I - 2)$$

où E est l'espérance mathématique

$\Phi(t + d + 1)$ est une fonction auxiliaire donnée par

$$\Phi(t + d + 1) = P(q^{-1}) \cdot y(t + d + 1) - R_w(q^{-1}) \cdot W(t + d + 1) + Q'(q^{-1}) \cdot u(t) \dots$$

avec :

$P(q^{-1})$, $R_w(q^{-1})$, $Q'(q^{-1})$: polynômes de pondération choisis arbitrairement.

Par constat, ce critère se traduit par la minimalisation de la variance de la sortie auxiliaire qu'est en fait l'écart entre les sorties pondérées du système à commander et du modèle à l'instant prédit " $t + d + 1$ ", augmenté par le terme de la commande à l'instant " t ".

3. 1. 2. CALCUL DE LA LOI DE COMMANDE

La minimalisation du critère (I - 2) nous conduit à la loi de commande $u(t)$. Il se trouve que cette dernière est, en grande partie, influencée par les polynômes de pondération P , R_w , Q' . De ce fait, le concepteur est sensé choisir ces polynômes de manière à donner une commande optimale pouvant assurer la dynamique désirée du système en boucle fermée.

On remarque que dans la sortie auxiliaire dans (I - 2), le terme $w(t+d+1)$ est une information disponible (c'est le modèle de référence). Cependant $y(t+d+1)$ ne l'est pas ; il faut donc la prédire. Clarke [16] propose la prédiction optimale au sens des moindres carrés dans le cas général où $P(q^{-1})$ est une fraction polynomiale.

L'idée de séparer les informations disponibles à l'instant "t" des informations futures s'exprime par une division euclidienne jusqu'à l'ordre "d" du polynôme $P_N \cdot C$ par le polynôme $P_D \cdot A$.

On aboutit à l'équation polynomiale dite "Equation diophantine" suivante :

$$P_N \cdot C = P_D \cdot A \cdot S' + q^{-(d+1)} \cdot R \quad (\text{I - 3})$$

avec :

$$\deg s' = \deg (q^{-(d+1)}) - 1 = d$$

$$\deg R = \deg(P_D \cdot A) - 1 = n_a + n_d - 1$$

Pour la résolution de cette dernière, voir [6].

Les développements mathématiques de la minimalisation de (I - 2) donnent la commande optimale à variance minimale généralisée [27].

$$u(t) = \frac{P_D \cdot C \cdot R_w \cdot W(t+d+1) - R y(t)}{P_D (S + Q \cdot C)} \quad (\text{I - 4})$$

avec : $S = S' \cdot B$

$$\text{et } Q = \frac{q^{n_d} \cdot P_{D0} \cdot P_{N0}}{q^{n_d} \cdot P_{D0} \cdot P_{N0} \cdot b_1} Q'(q^{-1})$$

I . 3 . 2 . Structure du régulateur à VMG

Les équations (I - 1) et (I - 4) donnent la structure du régulateur à VMG :

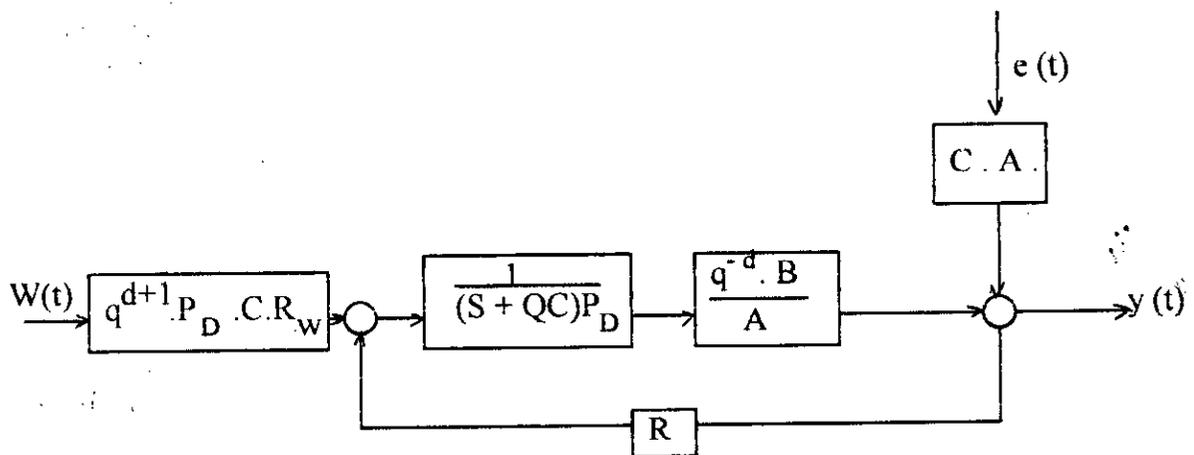


Figure (I - 2) : Structure du régulateur à VMG.

I. 3. 3. Fonction de transfert en boucle fermée

Compte tenu des équations (I - 1) et (I - 6), la sortie du système sera donnée par :

$$y(t) = \frac{S + QC}{P \cdot B + QA} e(t) + q^{-d} \cdot \frac{B \cdot R_w}{P \cdot B + QA} W(t) \dots \quad (\text{I} - 5)$$

$P \cdot B + QA$ est un terme caractérisant la dynamique du système en boucle fermée. On voit très bien que cette dernière dépend des polynômes de pondération qu'on a choisis.

I. 3. 4. Discussion

La loi de commande peut être écrite sous la forme :

$$u(t) = \frac{R}{P_D (P \cdot B + QA)} e(t) + \frac{A \cdot R_w}{P \cdot B + QA} W(t) \dots \quad (\text{I} - 6)$$

L'équation caractéristique du système en boucle fermée est donnée par :

$$P B + Q A = 0 \quad (\text{I} - 7)$$

Donc même si le système à commander est à phase non minimale (B instable), un choix judicieux de Q entraîne des zéros (de l'équation caractéristique) à l'intérieur du cercle unité, donc assure la stabilité du système en boucle fermée.

Cependant le choix adéquat de Q s'avère une opération assez difficile à effectuer du moment où il n'existe aucun calcul théorique pouvant donner la valeur de Q;

Landau [2] a proposé une méthode de calcul pratique. Pour des raisons de simplicité, Q peut être pris sous la forme suivante :

$$Q = \frac{\lambda(1 - q^{-1})}{(1 + \alpha q^{-1}) C(q^{-1})} \quad (\text{I} - 8)$$

avec λ, α coefficients positifs réels.

Dans le cas où $\alpha = 0$, le calcul du régulateur se fait en 2 étapes :

- 1) Calcul de R, S, C pour $Q = 0$, même si B est instable.
- 2) Introduction de Q avec $\lambda > 0$.

On choisit λ et on vérifie que $PB + QA$ est stable. Dans le cas contraire, on introduit une autre valeur de λ .

On prend la plus petite valeur de λ permettant d'obtenir pour $\alpha = 0$ un polynôme $S + QC$ stable (même si S est instable), sans oublier que cette dernière spécifie la dynamique du système en boucle fermée..

I. 4. COMMANDE ADAPTATIVE AUTO-AJUSTABLE A VMG

Quand le processus est connu, la procédure de conception (design) spécifie un ensemble de paramètres désirés du régulateur. Cependant l'insuffisance d'une information a priori nécessite une certaine combinaison de l'identification et de la commande du processus. On ne peut pas commander un processus sans en connaître ses caractéristiques, mais on peut l'étudier en le contrôlant.

Le régulateur adaptatif doit converger vers les valeurs des paramètres désirés même quand le processus est inconnu. Ainsi la mise en oeuvre d'un système de commande auto-ajustable requiert un identificateur en temps réel, opérant dans des conditions inconnues ou éventuellement variables dans le temps.

L'essor de cette stratégie de commande repose sur les progrès rapides et révolutionnaires de la micro-électronique.

I. 4. 1. Algorithme des moindres carrés récursifs

L'estimation en temps réel des paramètres du système à commander est la phase clé dans la commande adaptative dont le schéma structurel est donné par la figure ci-dessous :

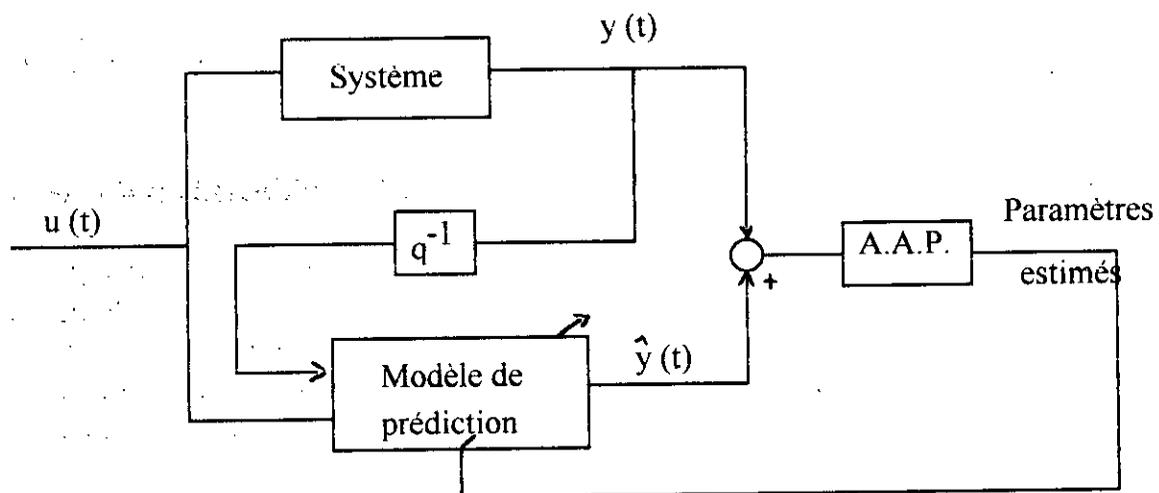


Figure I.3 : Schéma structurel de l'estimation on line

Le bloc d'adaptation paramétrique peut contenir différents algorithmes, à savoir :

Variable instrumentale, maximum de vraisemblance, moindres carrés, moindres carrés étendus ou généralisés, ...

L'algorithme des moindres carrés est la technique la plus adoptée, vu sa simplicité notamment pour les systèmes linéaires en paramètres. En particulier l'algorithme des moindres carrés étendus permet d'identifier aussi bien les paramètres du procédé que ceux décrivant la corrélation de la perturbation. C'est l'algorithme qui a été adopté dans notre étude.

On introduit :

- le vecteur paramètre :

$$\theta(t) = [a_1(t) a_2(t) \dots a_{n_a}(t) b_0(t) \dots b_{n_b}(t) c_1(t) \dots c_{n_c}(t)]^T$$

- le vecteur observation :

$$\Phi(t) = [-y(t) \dots -y(t - n_a) u(t - d - 1) \dots u(t - d - n_b) \varepsilon(t) \dots \varepsilon(t - n_c + 1)]^T$$

Ainsi la sortie estimée du système est :

$$\hat{y}(t + 1) = \hat{\theta}^T(t) \cdot \Phi(t) \quad (\text{I} - 8)$$

où $\hat{\theta}(t)$: vecteur paramètres estimés à l'instant t .

Ainsi l'algorithme des MCE pour les systèmes décrits par l'équation (I - 1) est donné par

$$\hat{\theta}(t + 1) = \hat{\theta}(t) + F(t) \cdot \Phi(t) \cdot \frac{y(t + 1) - \hat{\theta}(t) \cdot \Phi(t)}{1 + \Phi^T(t) \cdot F(t) \cdot \Phi(t)} \quad (\text{I} - 9)$$

$$F(t + 1) = \frac{1}{\lambda_1(t)} \left[F(t) - \frac{F(t) \cdot \Phi(t) \cdot \Phi^T(t) \cdot F(t)}{\frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} + \Phi^T(t) \cdot F(t) \cdot \Phi(t)} \right]$$

où $\lambda_1(t)$, $\lambda_2(t)$ sont des séquences de pondération. Leur choix spécifie le gain d'adaptation permettant de donner différentes versions de l'algorithme d'identification. Entre autres, nous adoptons dans notre cas l'algorithme à trace constante. Sa convergence a été démontrée par Goodwin et all. [5].

Algorithme à trace constante [39]

Cet algorithme a connu un grand succès dans le domaine de la commande adaptative. En effet le maintien de la trace constante de $F(t)$ permet le regonflement permanent du gain d'adaptation et rend ainsi l'algorithme apte à suivre la variation des paramètres du système. Les valeurs de $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 0,998 \cdot \lambda_1(t)$ et $\lambda_2(t)$ sont calculées à chaque instant de manière à ce que l'on ait :

$$\begin{aligned} \text{tr}[F(t + 1)] &= \text{tr}[F(t)] = \text{tr}[F(0)] \\ \frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} &= C \end{aligned}$$

où C et $\text{tr}[F(t)]$ sont fixés à l'avance.

Capacité d'adaptation

L'ultime motivation des systèmes adaptatifs a été de fournir une solution potentielle au problème de commande des systèmes variables dans le temps [41]. Cependant les résultats les plus importants de la littérature de la commande adaptative concernent les systèmes linéaires et éventuellement variables dans le temps. Un modèle linéaire en paramètres et variable dans le temps pour représenter la dynamique de tels processus, serait à la rigueur une hypothèse acceptable. Il est donc fondamental, lors d'une quelconque mise en oeuvre d'un schéma de commande adaptative, d'incorporer une procédure qui assure la robustesse de l'algorithme d'adaptation paramétrique par rapport aux variations éventuelles de la dynamique du processus à commander.

Une approche communément utilisée pour doter les schémas de commande auto-ajustables d'une certaine capacité d'adaptation, consiste à éviter que le gain d'adaptation devienne nul. L'algorithme qui permet de réaliser une telle propriété est celui des MCR à trace constante. Ce dernier permet la poursuite des paramètres variables dans le temps.

I. 4. 2. L'algorithme de la commande auto-ajustable à variance minimale généralisée

Le principe de l'équivalence certaine permet l'implémentation de l'algorithme de la commande auto-ajustable. Pour ce faire, une connaissance a priori sur le système s'impose, à savoir la borne maximale des degrés n_a , n_b , n_c , ainsi que la valeur du retard d , sans oublier la condition sur $C(q^{-1})$ qui doit être stable. Selon la manière d'estimer les paramètres, on distingue deux approches de la commande, à savoir : Approche directe et approche indirecte. Pour chacune de ces approches, on développe l'algorithme correspondant.

4. 2 1. APPROCHE INDIRECTE

L'adaptation des paramètres du régulateur se fait en deux étapes :

- Estimation des paramètres du modèle du procédé (MCE)
- Calcul des paramètres du régulateur à partir des paramètres du modèle estimés.

Données : Faire entrer : P , R_w , Q , d , n_a , n_b , et n_c , valeurs initiales.

Étapes :

Étape 1 : Estimer A , B et C en utilisant l'algorithme des MCE défini en (I- 4 - 1)

Étape 2 : Génération de $w(t + d + 1)$

Étape 3 : Calculer les paramètres du régulateur en résolvant l'équation diophantaine (I - 4)

Étape 4 : Calculer la commande définie dans (I - 4)

Mettre $t = t + 1$, et revenir à l'étape 1.

4. 2. 2. APPROCHE DIRECTE

Une reparamétrisation englobant les relations entre les performances, les paramètres du régulateur et ceux du procédé, permet de calculer directement la loi de commande sans passer par l'étape 1.

Le prédicteur suivant [27] :

$$\Psi^*(t+d+1) = \frac{R}{C \cdot y_f(u)t} + \frac{S}{C} u(t) \quad (\text{I} - 10)$$

avec : $y_f(t) = y(t) / P_D$: sortie filtrée,
nous permet de calculer R, S, C, sans passer par la résolution de l'équation diophantine.

L'algorithme est le suivant :

Données : Faire entrer P, P_w, Q, d, n_a, n_b, et n_c, valeurs initiales.

Etapes :

Etape 1 : Estimation de R, S et C en utilisant MCE, avec

$$\theta(t) = [c_1(t) \dots c_{n_c}(t) r_0(t) \dots r_{n_r-1}(t) s_0(t) \dots s_{n_s}(t)]^T$$

$$\Phi(t) = [\varphi^*(t-1) \dots -\Psi^*(t-n_c) y_f(t-d-1) \dots y_f(t-d-n_a) u(t-d-1) \dots$$

$$\dots u(t-d-1-(d+nb))]^T$$

Etape 2 : Génération de w(t+d+1)

Etape 3 : Calcul de la commande

Etape 4 : Réactualisation des vecteurs, et revenir à l'étape 1.

I. 5. RESULTATS DE SIMULATION

Le système à commander est donné par les équations suivantes :

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.2q^{-1} + 0.35q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = q^{-1} + 0.6q^{-2}$$

$$C(q^{-1}) = 1 - 0.5q^{-1} + 0.36q^{-2}$$

Ce système est stable en boucle ouverte : $p_1 = 0,7$ et $p_2 = 0,5$, à phase minimale : $z_1 = 0,6$, et B.C(q⁻¹) stable : $c_1 = 0,9$ et $c_2 = 0,4$.

Le bruit blanc gaussien est de variance $\sigma^2 = 0,025$ et de moyenne nulle.

Sa réponse en boucle ouverte est donnée dans la figure (I - 2)

Pour la génération de la trajectoire à suivre, nous avons utilisé comme signal de référence le signal carré R(t) de période 100 et d'amplitude 1.

Les deux approches, directe et indirecte, ont été simulées.

I. 5. 1. Approche indirecte

La figure (I - 3 a) montre la sortie du système ainsi que l'évolution de la commande assurant la poursuite du modèle de référence donné par:

$$A_m(q^{-1}) = 1 - 1,32 q^{-1} - 0,5 q^{-2}$$

$$B_m(q^{-1}) = 0,18 q^{-1}$$

Les paramètres estimés de A et de B sont représentés dans la figure (I - 3 b).

L'estimation a été faite par l'algorithme des MCE à trace constante de gain initial $F_0 = 100$ et $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 0,998$. Les paramètres initiaux ont été pris nuls.

Comme nous l'avons déjà précisé, qui dit commande adaptative dit variation des paramètres. Dans le but d'illustrer la capacité de l'algorithme face à ces variations, nous avons envisagé deux cas défavorables :

- système instable
- système à phase non minimale.

Nous avons procédé de la manière suivante :

- A $t = 70$, on déstabilise le pôle $p_1 = -0,7$ à $-1,4$. On obtient alors :

$$A(q^{-1}) = 1 - 1,9 q^{-1} + 0,7 q^{-2}$$

La figure (I - 3 c) donne la sortie du système ainsi que la forme de la loi de commande, l'effet de la déstabilisation se manifeste par un léger pic dans la commande durant un intervalle de temps assez restreint.

La variation des paramètres et leur identification par l'algorithme des MCE sont présentées dans la figure (I - 3 d).

- A présent on fait varier B (q^{-1}). Le système devient à phase non minimale. Grâce à un choix adéquat de Q (q^{-1}), on a pu obtenir la commande nécessaire pour maintenir les performances désirées.

Il nous semble important de signaler l'influence de la pondération Q sur les oscillations de la commande d'une part, et la stabilité du système d'autre part. Nous avons opté pour une valeur de $Q = 0,05 (1 - q^{-1})$ qui nous a donné les résultats de la figure (I - 3 e). La variation des paramètres de B (q^{-1}) est présentée dans la figure (I - 3 f).

I. 5. 2. Approche directe

La même procédure que l'approche indirecte a été suivie. Les paramètres du régulateur ont été visualisés à la place de ceux du système. La figure (I - 4 a) montre la sortie du système et la commande pour le système stable, et les paramètres du régulateur sont donnés par la figure (I - 4 b).

Dans le cas où le système devient instable à $t = 60$, ce dernier retrouve sa trajectoire et maintient ses performances en moins de temps que le cas indirect. Ceci était prévisible et nous n'avons fait que le confirmer dans la figure (I - 4 c). La variation des paramètres du régulateur est donnée par la figure (I - 4 d).

Par ailleurs les figures (I - 4 e) et (I - 4 f) montrent le comportement du système, de la commande et celui des paramètres quand le système devient à phase on minimale à $t = 60$, avec une pondération $Q = 0,1 (1 - q^{-1})$. Le système a pu retrouver les performances dans un milieu moins oscillatoire et plus rapide que le cas précédent.

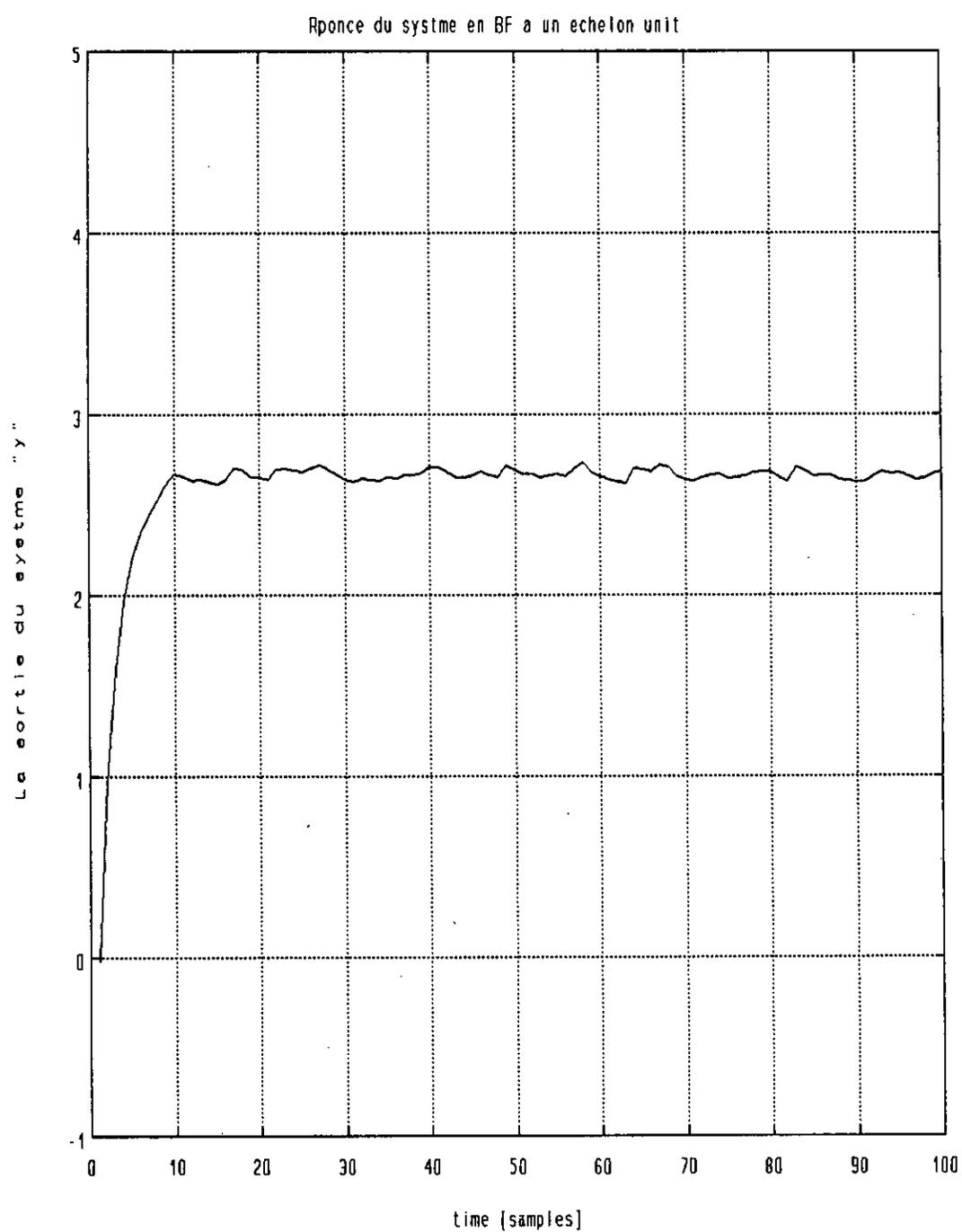


Figure I.2: Réponse du système en boucle ouverte.

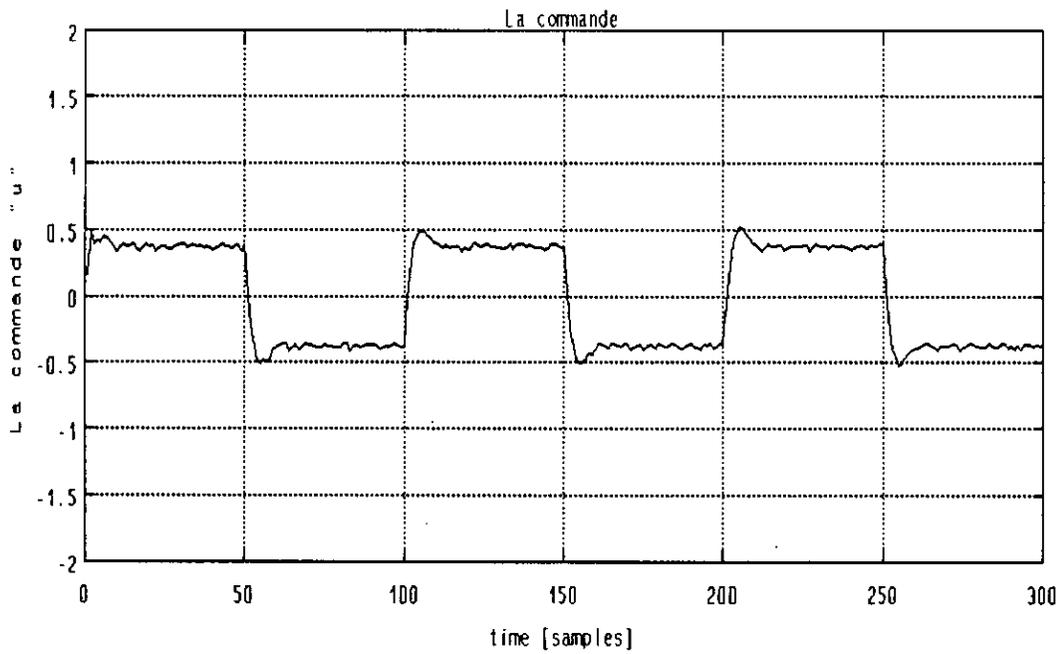
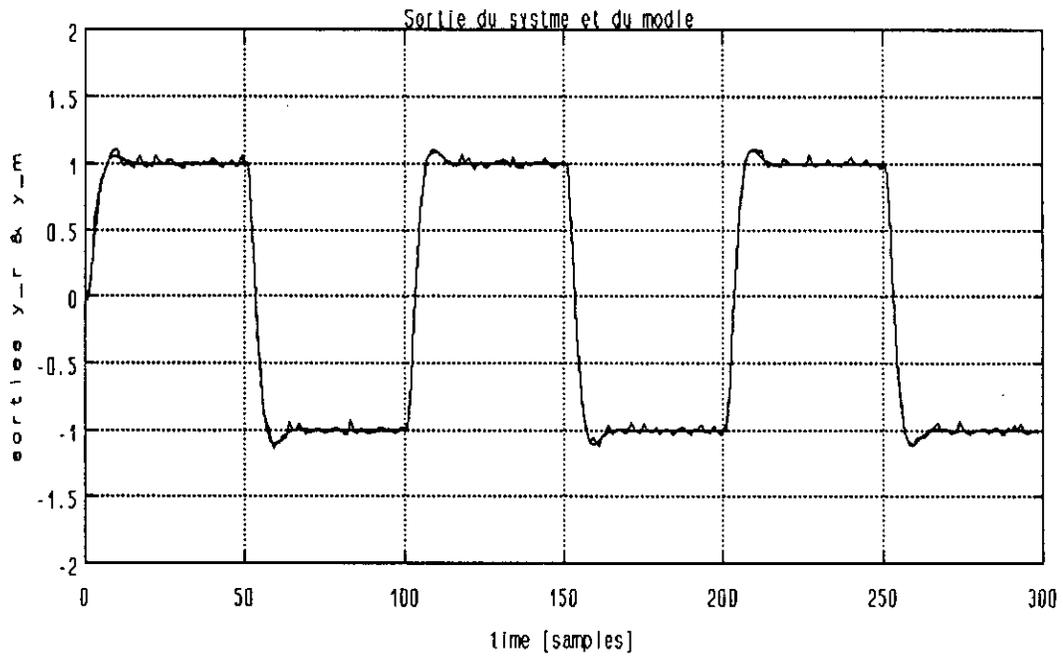


Figure I.3.a: Commande et sortie du système stable.

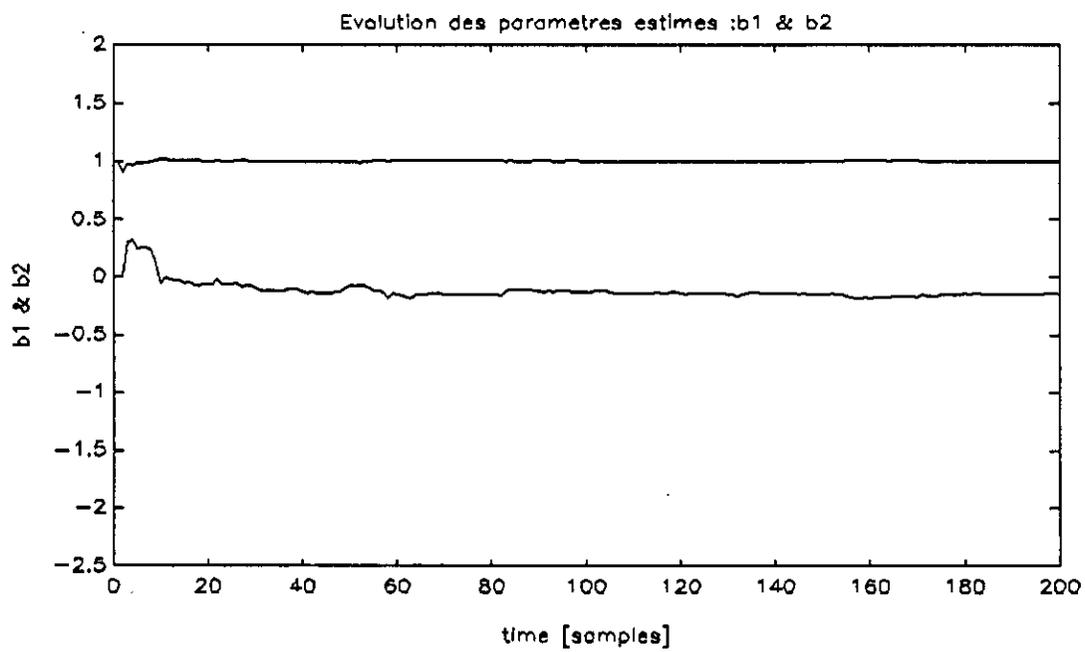
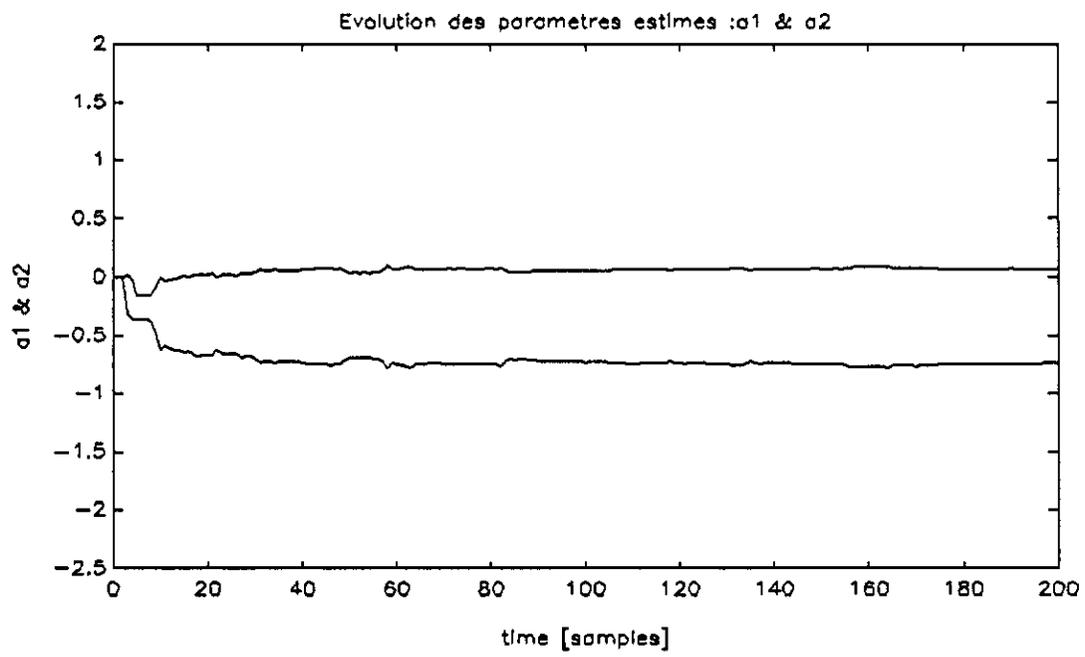


Figure I.3.b: Evolution des paramètres de A et B.

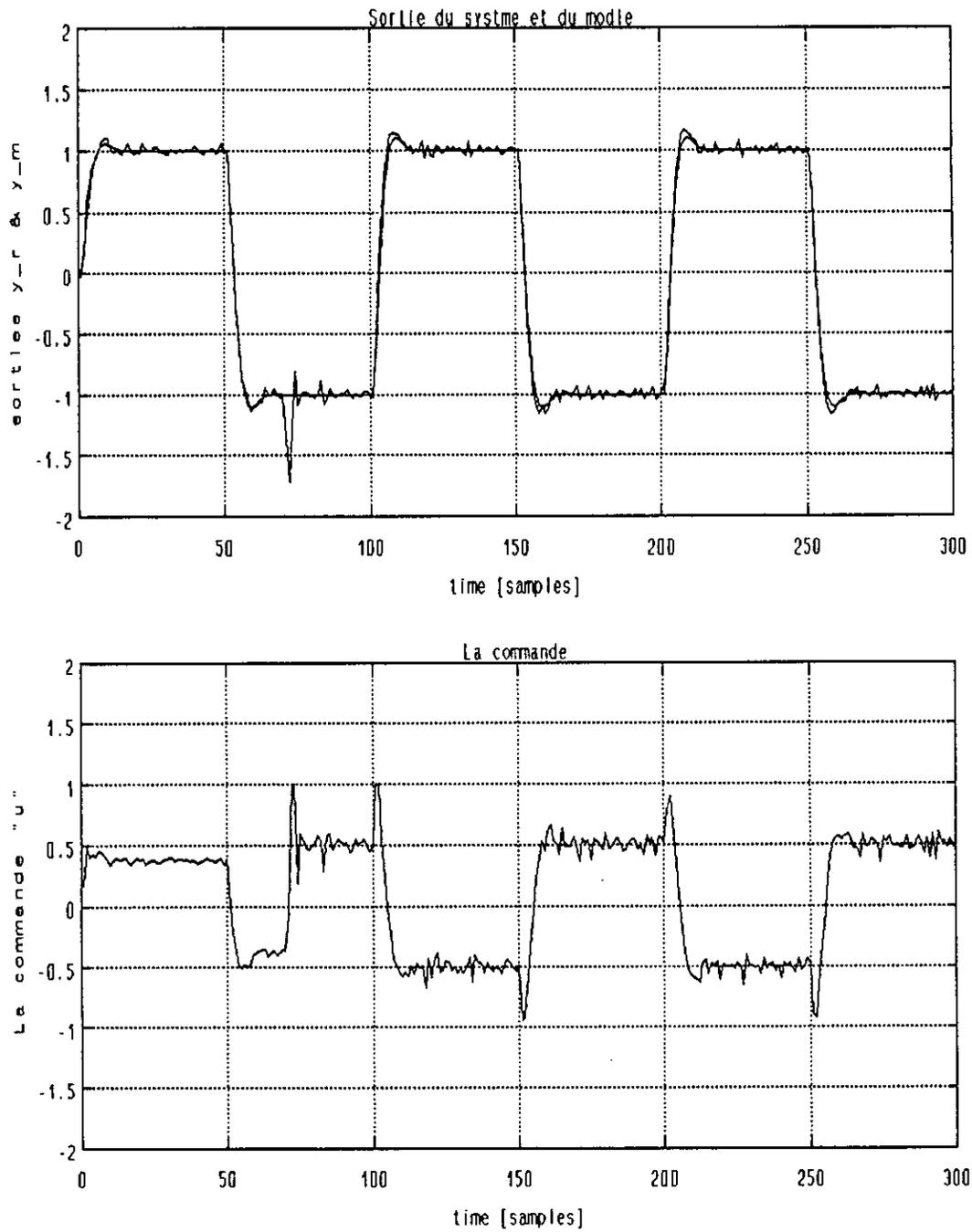


Figure I.3.c: Comportement du système suite à une déstabilisation.

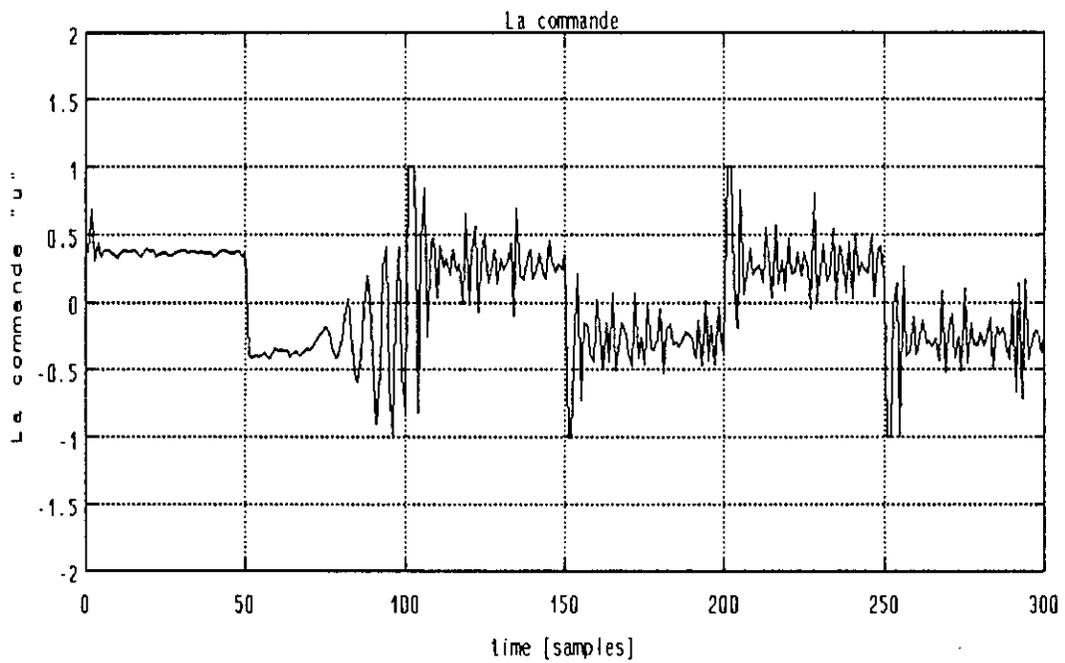
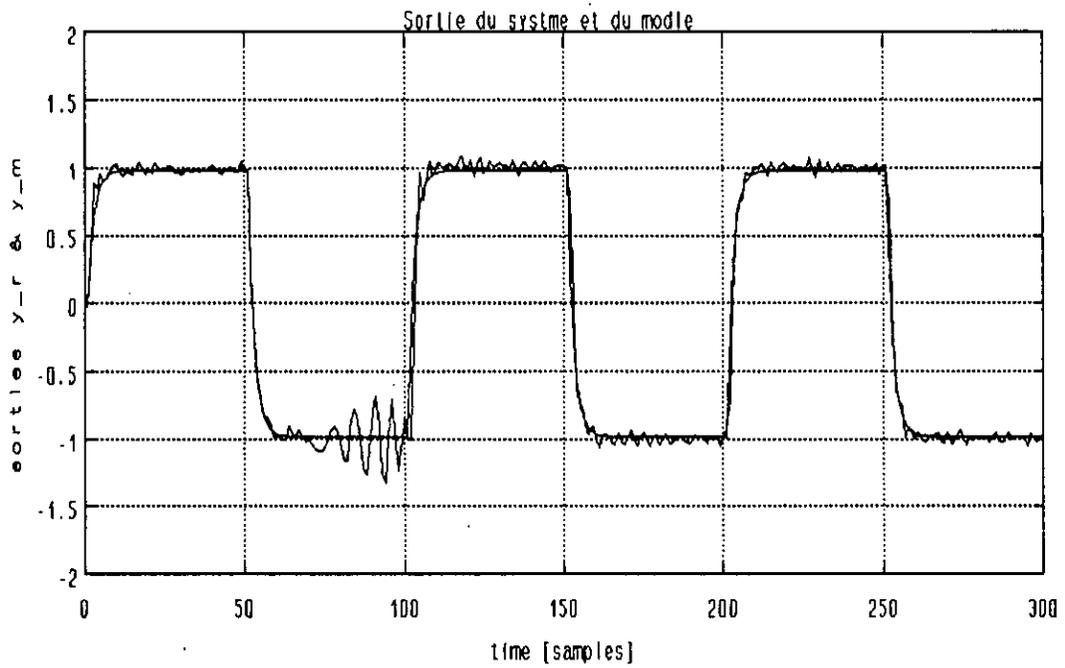


Figure I.3.e: Comportement du système à phase non minimale.

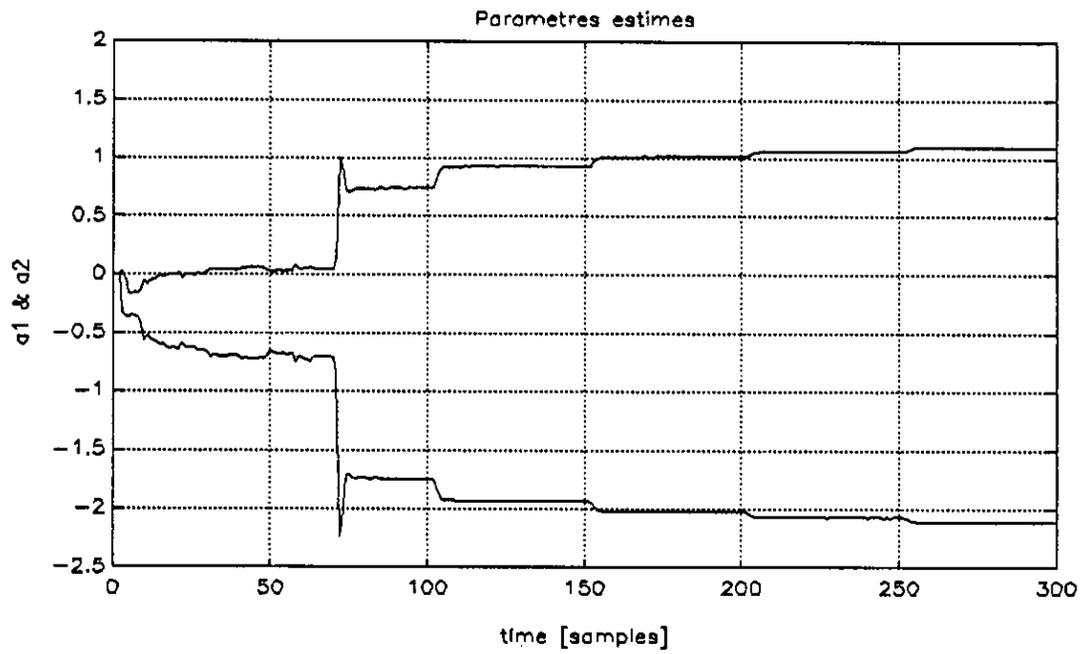


Figure I.3.d: Variation des paramètres de A.

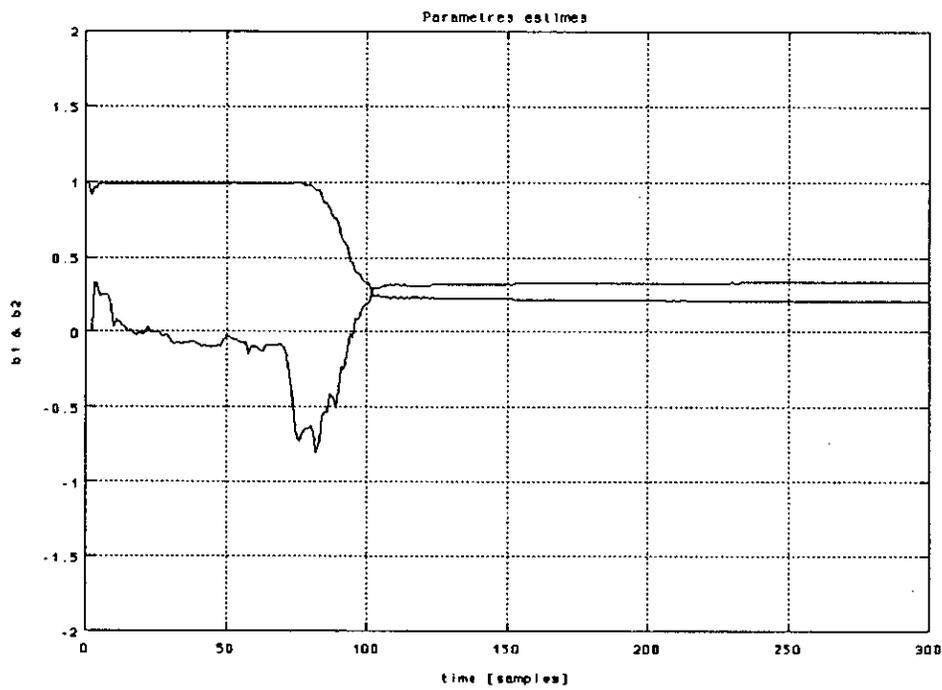


Figure I.3.f: Variation des paramètres de B.

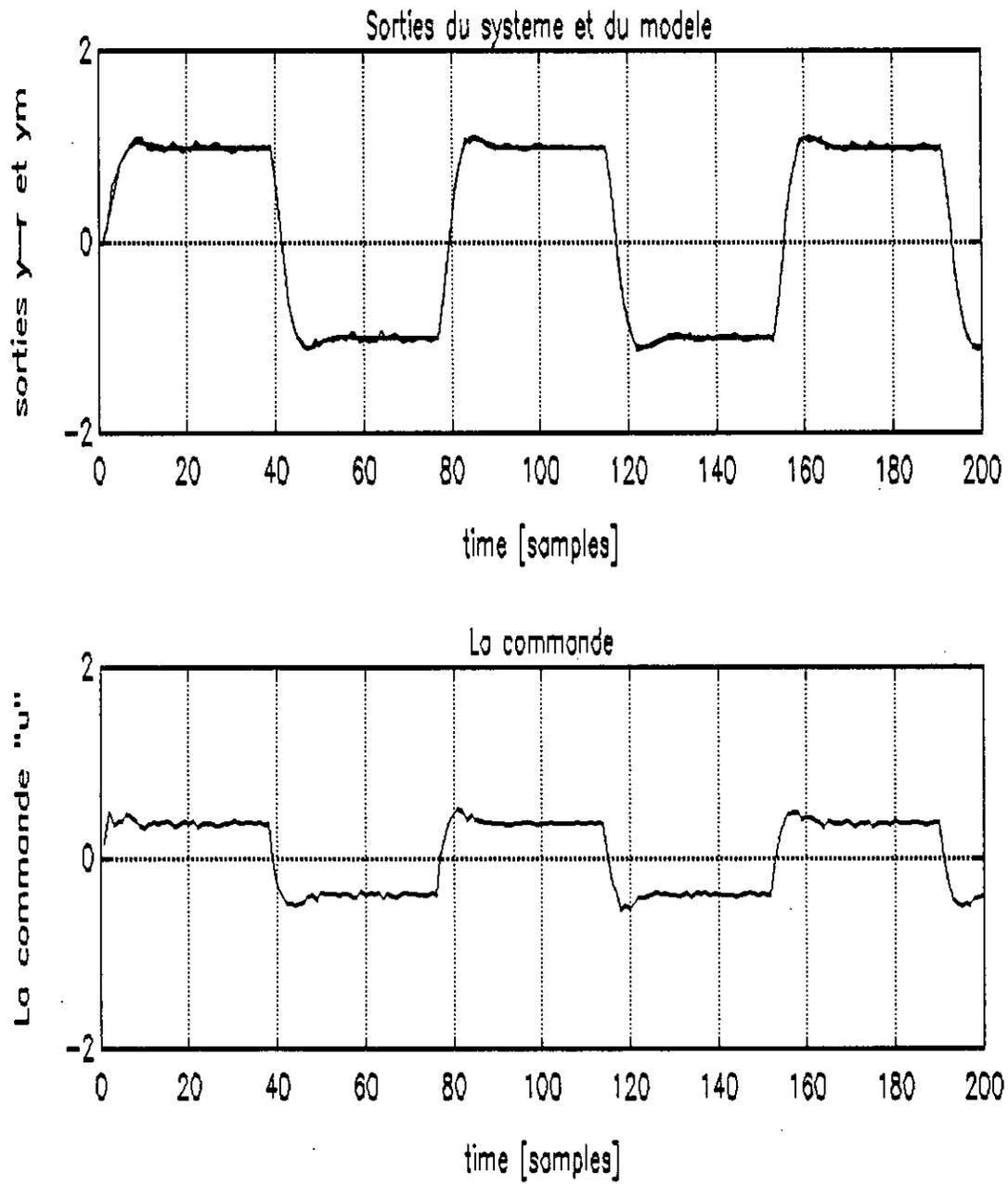


Figure I.4.a: Commande directe et sortie du système.

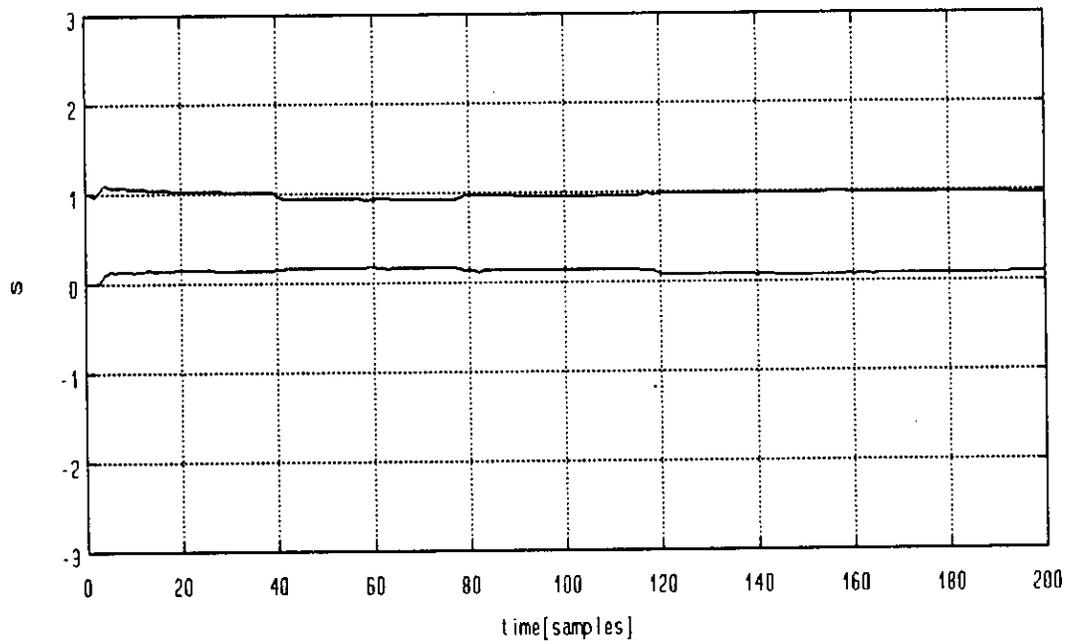
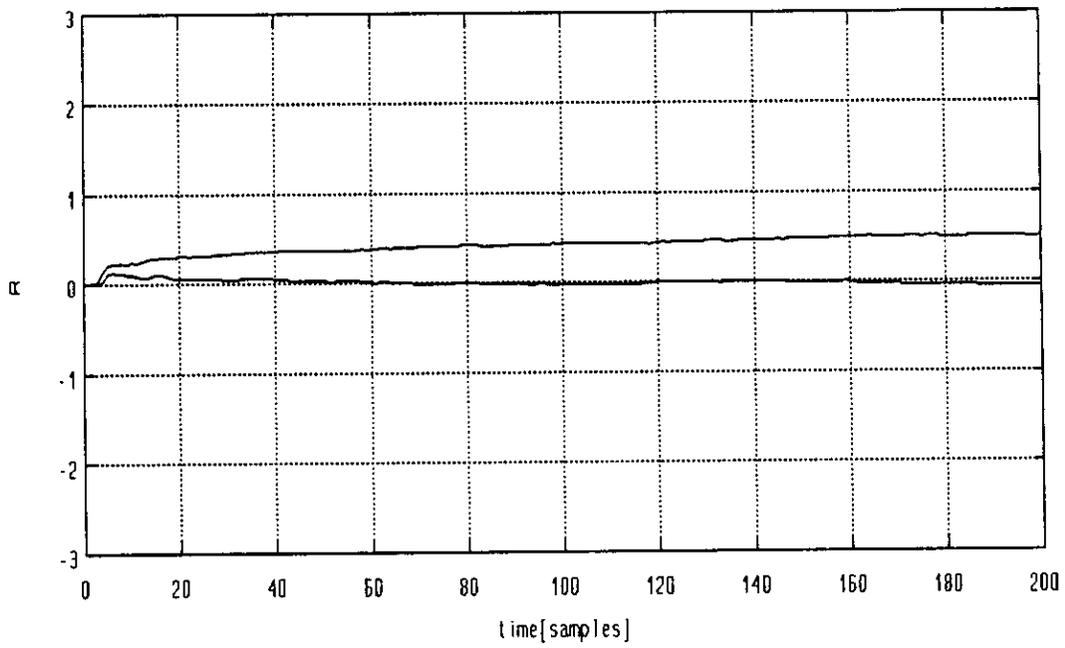


Figure I.4.b: Evolution des paramètres du régulateur.

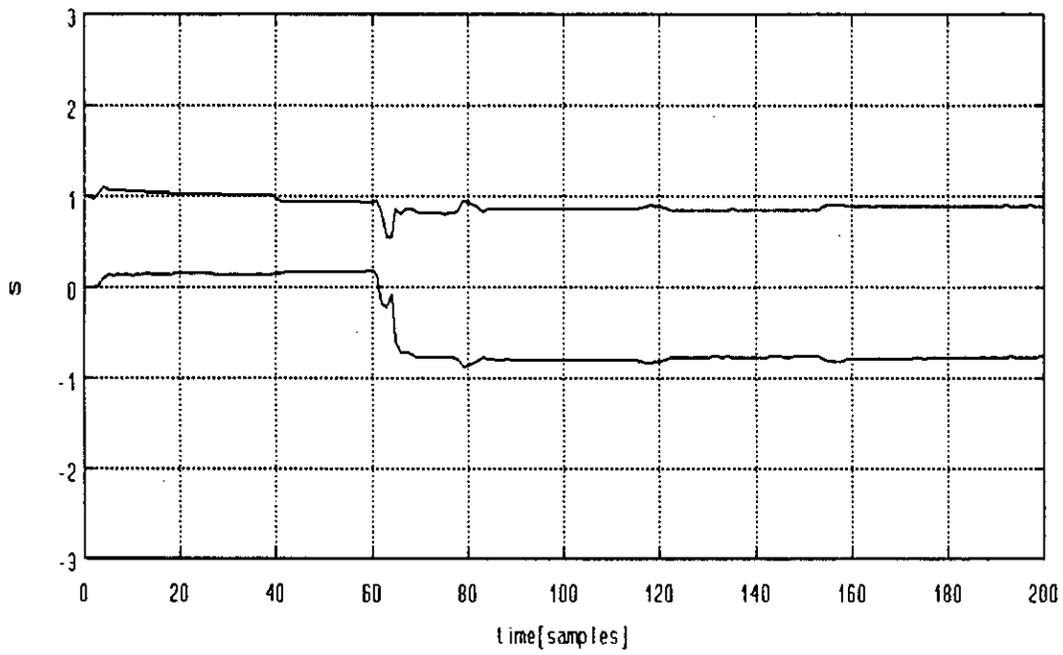
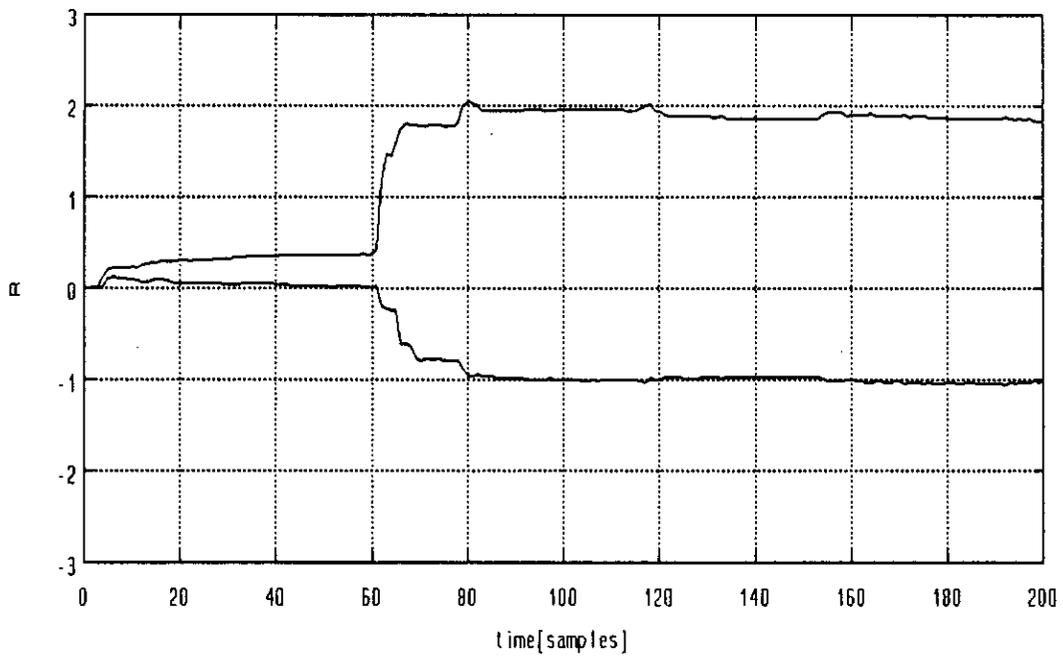


Figure I.4.d: Evolution des paramètres du régulateur. A variable.

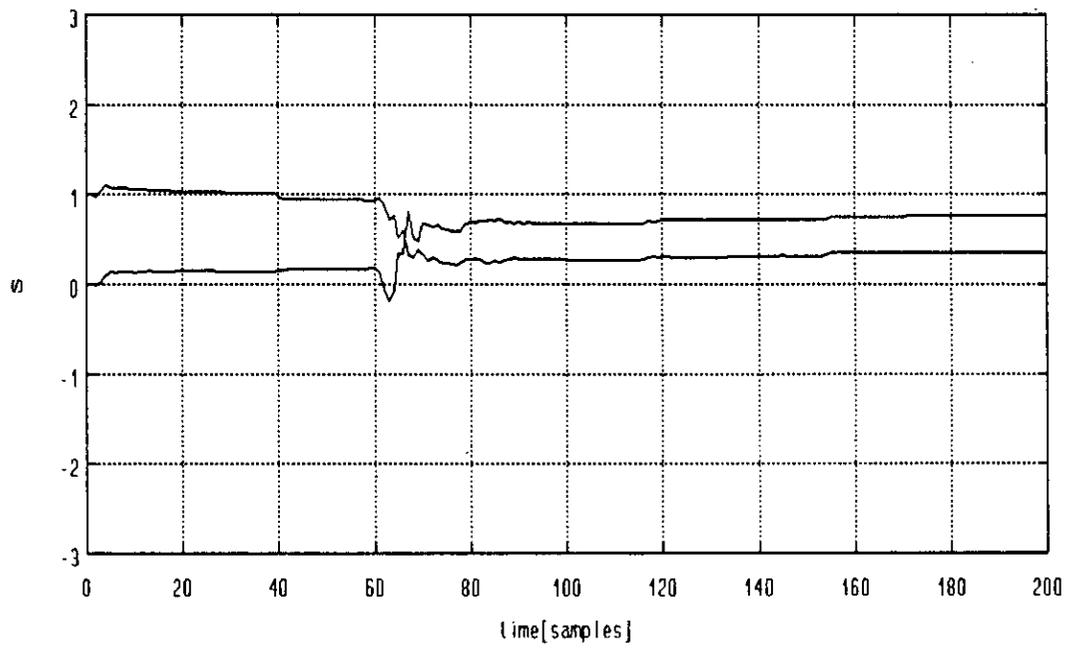
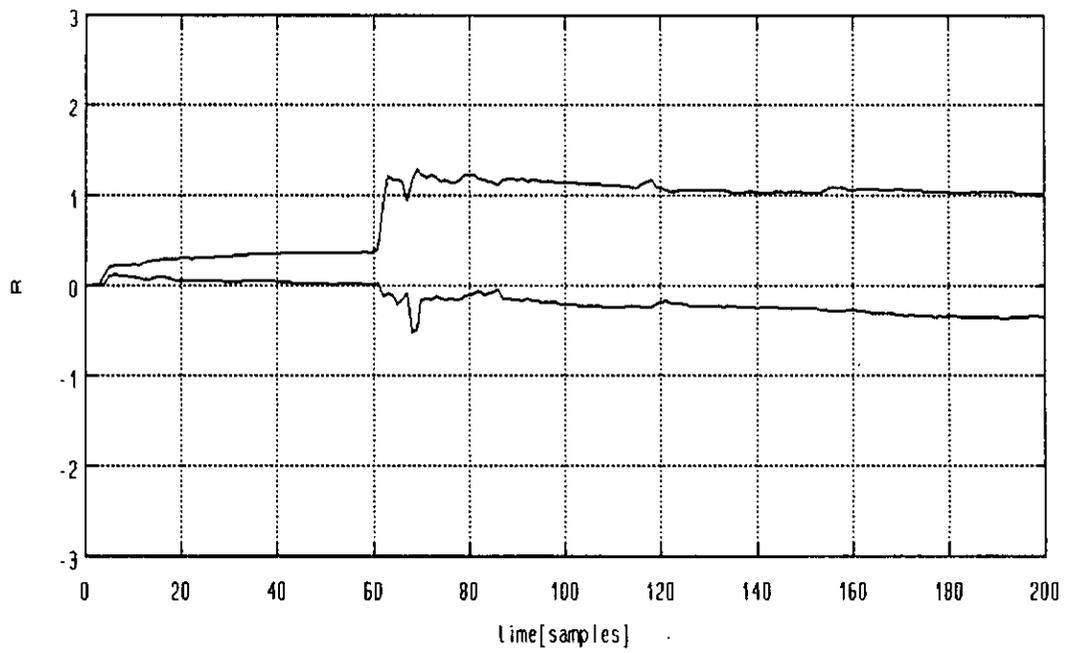


Figure I.4.f: Comportement des paramètres du régulateur. B variable.

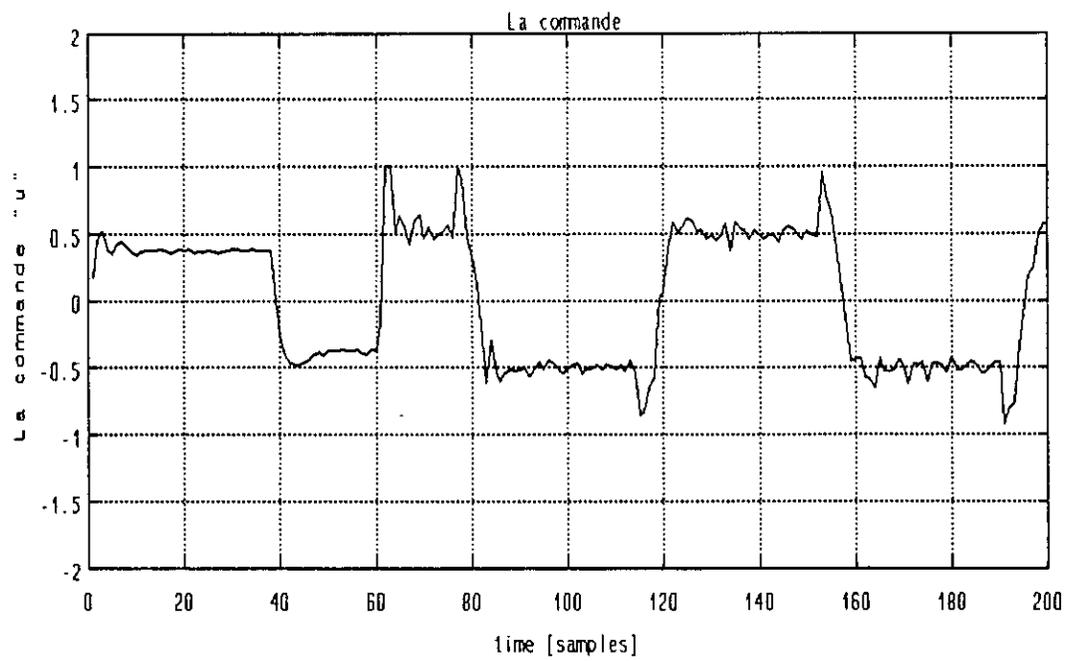
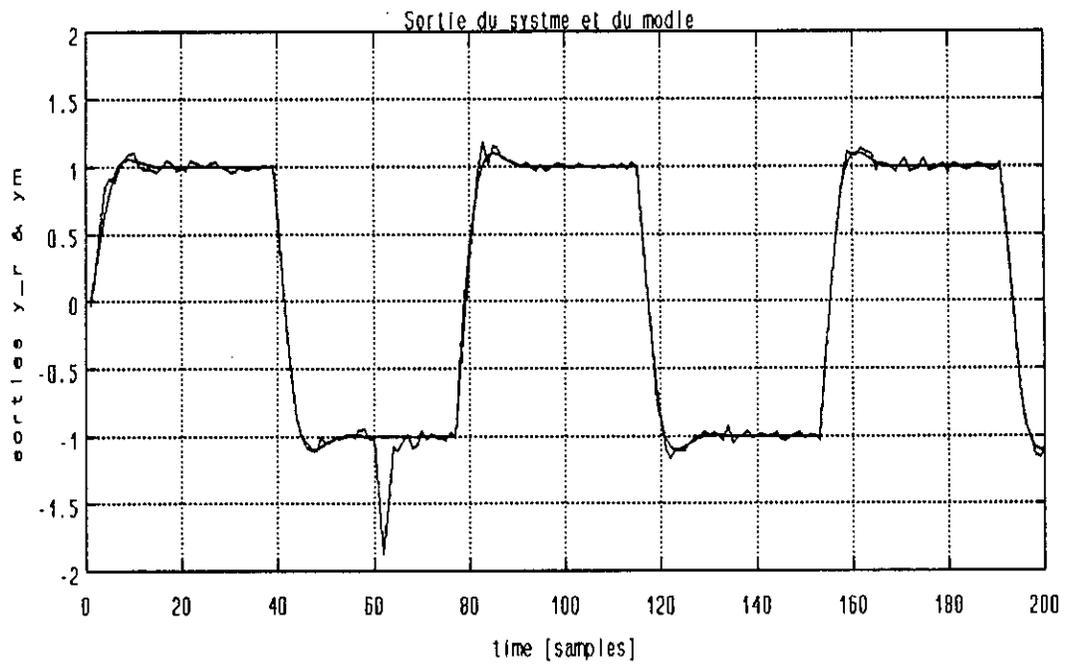


Figure I.4.c: Commande directe et sortie du système lors de la déstabilisation.

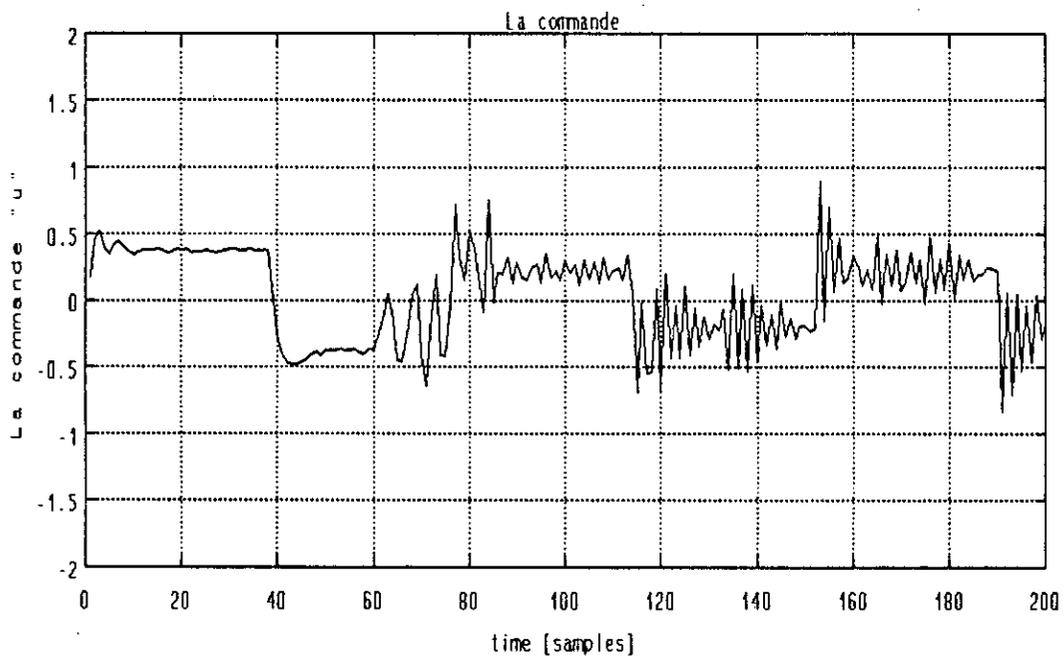
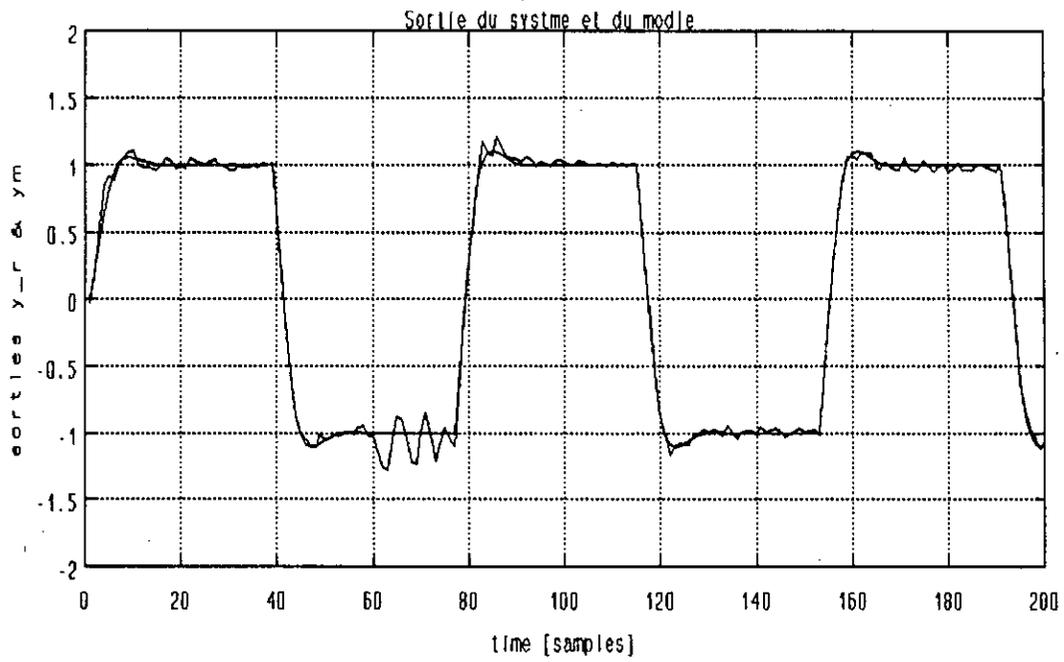


Figure I.4.e: Comportement du système à phase non minimale.

I. 6. CONCLUSION

L'algorithme de la commande à variance minimale généralisée a été développé dans ses différentes approches. Il a été appliqué à un système discret dans son environnement stochastique. La connaissance a priori du retard du système ainsi que les degrés du polynôme $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ est une information nécessaire pour la convergence de cet algorithme. Cette stratégie de commande (la GMV) supprime la contrainte sur le polynôme $B(q^{-1})$ en traitant le cas des systèmes à phase non minimale. Cependant le choix d'un modèle de perturbation stable s'impose. Il intervient dans les pôles en boucle fermée.

Par ailleurs l'environnement des paramètres est très important dans la commande adaptative. La connaissance de leur zone de variation est par conséquent indispensable. Dans le cas où le système est sujet à des variations, dans le pire des cas, ces dernières peuvent le déstabiliser ou le rendre à phase non minimale. A ce moment là, nous devons prévoir une pondération, non nulle tout le long de la commande, capable de maintenir les performances désirées dans cette zone de variation. Cette pondération est le facteur clef de la commande GMV. Cependant son choix reste une opération très délicate du moment où il n'existe aucune règle théorique pouvant donner sa valeur.

CHAPITRE II

<p>COMMANDE ADAPTATIVE PREDICTIVE GENERALISEE LINEAIRE</p>
--

II. 1. INTRODUCTION

Dans le cadre de la commande des procédés industriels, il subsiste toujours une certaine méconnaissance du système à commander, quel que soit le soin que l'on apporte aux choix du modèle.

Dans le cas où les caractéristiques du système sont inconnues ou variables dans le temps, nous avons montré que l'algorithme de la commande auto-ajustable à GMV traite ce problème rigoureusement. Nous avons conclu que la connaissance a priori de certaines informations reste indispensable pour la convergence de cet algorithme, à savoir les degrés des polynômes A, B et C, et la valeur du retard "d". En effet il suffit qu'on fasse une surestimation des degrés, ou que le système soit à structure variable dans le temps (d varie...), aussitôt l'algorithme se montre impuissant [17].

Dans le but de commander des systèmes à retard variable ou inconnu, ou à ordres inconnus, on a été amené à introduire une nouvelle technique de commande. Il s'agit de la commande prédictive. L'idée de base de cette approche réside en la transformation du problème classique de commande d'une sortie, à une commande de la sortie à un ou des instants futurs. Les travaux concernant cette stratégie ont débuté dans les années 60, lorsque Smith utilisa un prédicteur pour la compensation du retard. Peterka (1984) a utilisé des prédicteurs donnant une représentation interne du système dans la commande auto-ajustable. C'est ainsi qu'est apparue la notion de commande prédictive à horizon étendu, faisant appel à un ensemble de prédictions effectuées sur un horizon supérieur au retard "d", d'où une relative insensibilité à la valeur de ce dernier [17]. Cette stratégie de commande prédictive, dite "commande prédictive généralisée" (GPC) consiste à prendre en compte, à l'instant présent, le comportement futur du système, en utilisant explicitement un modèle numérique, afin de le prédire dans le futur sur un horizon fini. Le but sera de faire coïncider la sortie du processus avec celle du modèle prédite sur l'horizon considéré.

L'idée de base consiste en le calcul des incréments de commande future ($\Delta u(t+i)$, $i \geq 0$) de sorte que la réponse future du système sur l'intervalle de temps ($N1, N2$) [où $N1$: horizon de prédiction minimum, et $N2$: horizon de prédiction maximum] soit le plus proche possible de la référence considérée et ceci en minimisant un critère quadratique. Seul le premier élément de la séquence des incréments de commande est appliqué au système, et le calcul se répète pour chaque instant d'échantillonnage [36].

Par ailleurs la commande GPC envisage une contrainte sur les incréments de commande, elle consiste à les considérer nuls au-delà d'un certain horizon NU

$$\Delta U(k+i) = 0 \quad \text{si } i > NU \quad [47]$$

Dans ce chapitre, on s'intéressera à présenter la GPC à paramètres connus. On discutera ensuite la version adaptative.

II. 2. COMMANDE PREDICTIVE GENERALISEE.

II. 2. 1. Modèle linéaire du procédé

Le comportement dynamique du procédé et de son environnement peut être décrit par une équation aux différences de la forme :

$$A(q^{-1}) \cdot y(t) = q^{-d} \cdot B(q^{-1}) \cdot u(t-1) + x(t) \quad (\text{II} - 1)$$

où : - d est un paramètre correspondant au nombre d'échantillonnages contenus dans le retard.

- Les grandeurs $y(t)$, $u(t)$, $x(t)$, représentent respectivement à l'instant "t" : la sortie du système, la commande appliquée, et le terme de perturbation.

- $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ polynômes donnés par :

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_n q^{-n}$$

- $x(t)$: peut être représenté par un modèle à moyenne glissante tel que :

$$x(t) = C(q^{-1}) \cdot \xi(t)$$

où $\xi(t)$: séquence aléatoire non corrélée.

Pour $d = 1$;

Lorsque les éventuelles perturbations sont annulées par une action intégrale, on a [17] :

$$x(t) = C(q^{-1}) \cdot \frac{\xi(t)}{\Delta} \quad (\text{II} - 2)$$

où $\Delta = 1 - (q^{-1})$: opérateur de différence.

Nous obtenons ainsi le modèle CARIMA (Controlled auto-regressive Integrator Moving Average Model). Ce modèle a été utilisé par Tuffs et Clarke (1985) pour dériver la commande à GMV et à placement de pôles pour des systèmes inhérents à une action intégrale.

II. 2. 2. Calcul du prédicteur

Pour des raisons de simplicité, on prend $C(q^{-1}) = 1$.

Donc à $t + j$, on obtient :

$$y(t+j) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t-1+j) + \frac{1}{A(q^{-1}) \cdot \Delta} \cdot \xi(t+j) \quad (\text{II} - 3)$$

En faisant la division euclidienne jusqu'à l'ordre $j-1$ de 1 par $A(q^{-1}) \cdot \Delta$, on obtient l'équation polynomiale suivante :

$$\Delta \cdot E_j(q^{-1}) \cdot A(q^{-1}) + q^{-j} \cdot F_j(q^{-1}) = 1 \quad (\text{II} - 4)$$

dite équation diophantine :

avec :

$$E_j(q^{-1}) = e_0 + e_1 q^{-1} + \dots + e_{j-1} q^{-(j-1)}$$

$$F_j(q^{-1}) = f_0 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{n_a} q^{-n_a}$$

Après calcul, on obtient [6] :

$$y(t+j) = G_j(q^{-1}) \cdot \Delta u(t+j-1) + E_j(q^{-1}) \cdot y(t) + E_j(q^{-1}) \cdot \xi(t+j) \quad (\text{II - 5})$$

tel que : $G_j(q^{-1}) = E_j(q^{-1}) \cdot B(q^{-1})$.

La minimisation de l'erreur de prédiction au sens des moindres carrés nous conduit à la détermination du prédicteur optimal, compte tenu des informations disponibles à l'instant t . Il est donné par [17] :

$$\hat{y}(t+j) = G_j(q^{-1}) \cdot \Delta u(t+j-1) + F_j(q^{-1}) \cdot y(t) \quad (\text{II - 6})$$

Dans le développement de la commande auto-ajustable à GMV (chapitre I) seulement une prédiction $\hat{y}(t+k/t)$ est utilisée, où k est le retard du système. Ici par contre, on considère un ensemble de prédictions d'intervalle formé par deux valeurs minimum et maximum de j .

II. 2. 3. Résolution de l'équation diophantine

L'implémentation de l'algorithme de la GPC nécessite la connaissance des polynômes $E_j(q^{-1})$ et $F_j(q^{-1})$. Ces derniers dépendent du polynôme $A(q^{-1})$ ainsi que du pas " j ". Pour ce faire, on est amené à résoudre l'équation Diophantine donnée par (II - 4). Sa résolution d'une façon récursive donne [6] :

$$E_{j+1}(q^{-1}) = E_j(q^{-1}) + q^{-j} r_j \quad (\text{II - 7 a})$$

$$r_j = f_{j,0} \quad (\text{II - 7 b})$$

$$G_{j+1}(q^{-1}) = B(q^{-1}) \cdot E_{j+1}(q^{-1}) \quad (\text{II - 7 c})$$

avec les conditions initiales suivantes :

$$e_{1,0} = 1$$

$$E_1(q^{-1}) = 1$$

$$F_1(q^{-1}) = q(1 - A(q^{-1}) \cdot \Delta(q^{-1}))$$

II. 2. 4. Calcul de la loi de commande

2. 4. 1. CRITERE QUADRATIQUE

Le calcul de la loi de commande se fait dans le but de minimiser les fluctuations de sortie par rapport à la consigne, et de réduire les amplitudes de variations du signal de commande. Ainsi est le cas de la GPC, qui se base sur la minimisation du critère suivant [17] :

$$J(N1, N2, NU, t) = E \left[\sum_{j=N1}^{N2} [y(t+j) - W(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{NU} \lambda_j [\Delta U(t+j-1)]^2 \right] \quad (II - 8)$$

- avec : $W(t+j)$: séquence de référence future, initialement connue
 $N1$: horizon minimum de prédiction
 $N2$: horizon maximum de prédiction
 NU : horizon de commande
 λ_j : séquence de coefficients de pondération
 j : horizon de prédiction

Le critère dépend essentiellement de l'erreur de sortie prédite donnée par :
 $e(t+j/t) = E_j \cdot \xi(t+j)$

ainsi que les variations du signal de commande.

2. 4. 2. CALCUL DE LA LOI DE COMMANDE

Reprenons l'expression de sortie donnée par l'équation (II - 7). Remarquons qu'elle est constituée de trois termes :

- Le premier dépend des actions de commande futures (à déterminer)
- Le second dépend des sorties déjà mesurées et filtrées
- Le dernier dépend des signaux de bruits futurs constitue le terme non prédictible.

A partir de la forme de la sortie prédite, et après tout calcul [6], on obtient la forme du critère (II - 8) donnée par :

$$J = E \left[(Y - W)^T (Y - W) + \lambda \bar{U}^T \cdot \bar{U} \right] \quad (II - 9)$$

où : • W est un vecteur de dimension $(N2 \times N1)$, représente la séquence de référence future supposée connue d'avance.

$$\hat{y} = [\hat{y}(t+N1/t) \dots \hat{y}(t+N2/t)]$$

$$\hat{u} = \Delta u = (G^T \cdot G + \lambda I)^{-1} \cdot G^T (W - F') \quad (II - 10)$$

où G est de dimension $(N2 - (N1 - 1) \times NU)$ donnée par :

$$G = \begin{bmatrix} g_{N1} & g_{N1-1} & \dots & g_1 & 0 & \dots & 0 \\ g_{N1+1} & g_{N1} & \dots & g_2 & g_1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & \\ g_{NU} & g_{NU-1} & \dots & g_2 & g_1 & 0 & & \\ \vdots & & & & & & & \\ g_{N2} & g_{N2-1} & \dots & g_{N2-NU+1} & & & & \end{bmatrix}$$

et F' vecteur de dimension $(N2 - (N1 - 1) \times 1)$

$$F' = \begin{bmatrix} (G_{N1} - q_{j0}) \Delta u(t) + F_1(q^{-1}) y(t) \\ q(G_{2-} - g_{j,1} - g_0) \Delta u(t) + F_2(q^{-1}) \cdot y(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ q^{N2-1} (G_{N2} - q_{j,N2-1} \cdot q^{-(N2-1)} \dots g_{j,0}) \Delta u(t) + F_{N2}(q^{-1}) y(t) \end{bmatrix}$$

Rappelons que seulement la première composante du vecteur calculé chaque instant sera appliquée au système, ainsi la commande est donnée par :

$$u(t) = u(t - 1) + \bar{g}(w - F') \tag{II. 11}$$

où \bar{g} désigne le vecteur formé de la première ligne de la matrice $(G^T G + \lambda I)^{-1} \cdot G^T$.
 ($G^T G + \lambda I$) est de dimension (NU x NU), il est alors souhaitable de prendre NU = 1, pour éviter l'inversion d'une matrice lourde.

II. 3. COMMANDE ADAPTATIVE PREDICTIVE GENERALISEE

Pour construire le régulateur prédictif adaptatif, il est nécessaire d'estimer à chaque instant de calcul les polynômes A et B. Les valeurs prédites des différents horizons de prédiction sont obtenues à partir des estimées, et le signal de commande est calculé à partir de (II - 11).

Le régulateur adaptatif prédictif généralisé est donc un algorithme indirect.

II. 3. 1. L'algorithme de la commande adaptative

La synthèse de la commande adaptative à GPC peut être résumée dans l'algorithme suivant:

Données : Faire entrer : $n_a, n_b, \lambda_i, N_1, N_2, NU$.

Procédure :

Etape 1 : Estimation de A et B en utilisant l'algorithme des MCE défini en (I-4- 1)

$$t q : \Theta^T = [a_1 \dots a_{n_a} \ b_0 \dots b_{n_b}]$$

$$\phi(t) = [-y(t-1) \dots y(t-n_a) \ u(t-1) \ u(t-2) + \dots + u(t-nb+1)]^T$$

Etape 2 : Résolution de l'équation diophantaine

a) Calcul du polynôme A . Δ

b) Calcul des polynômes E_j et F_j

c) Calcul de la matrice $G / G = B \cdot E_j$

d) Remplissage de la matrice G en introduisant les horizons N_1, N_2 et NU.

Etape 3 : Formation de la matrice G l.

Etape 4 : Formation de la consigne W

Etape 5 : Calcul du vecteur F'.

Etape 6 : Calcul de la commande U.

Mettre $t = t + 1$, et reprendre dès l'étape 1 jusqu'à 6.

II. 3. 2 . Les choix des horizons N 1, N 2 et NU

a) **Choix de N 1** : Dans le cas où le retard du système est connu exactement, l'horizon de prédiction doit être supérieur ou égal au retard, pour que la sortie $y(t + d)$ du système ne soit pas affectée par la première action de $u(t)$. Cependant si d est inconnu, N 1 est pris égal à 1.

b) **Choix de N 2** : Afin d'éviter l'effet défavorable des retards pris et de déphasages non minimaux, on est amené à choisir N 2 assez grand. Il est pris supérieur ou égal à nb (degrés de B)

c) **Choix de N U** : Pour un système relativement simple, N U est pris égal à 1. Cependant dans le cas où les pôles du système en boucle ouverte sont peu amortis ou instables, le choix de $NU > 1$ est désirable [17].

II. 4. RESULTATS DE SIMULATION

Dans le but de spécifier le rôle de chacun des quatre paramètres λ , N1, N2 et NU, nous avons considéré un système discret linéaire donné par les équations aux différences suivantes :

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.2 q^{-1} + 0.35 q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 1 - 0.6 q^{-1}$$

$$C(q^{-1}) = 1$$

Nous avons étudié l'influence de chacun des paramètres en gardant trois d'entre eux fixes et en faisant varier le quatrième.

La figure (II - 1 a) montre la sortie et la commande du système pour

$$N1 = 1, N2 = 1, NU = 1, \text{ et } \lambda = 1.$$

On augmente la pondération à $\lambda = 10$ tout en gardant $N1 = N2 = NU = 1$.

La figure (II - 1 b) montre la sortie du système et la commande.

NU = 1 est maintenu (système simple) et $N1 = 3, N2 = 3$, figure (II - 1 c)

Dans le cas où le système est instable :

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.9 q^{-1} + 0.9 q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 1 + q^{-1}$$

Pour $N1 = N2 = NU = 1$, et $\lambda = 10$, nous obtenons les résultats donnés par la figure (II - 2 a).

Par ailleurs la figure (II - 2 b) donne la sortie et la commande $N1 = N2 = NU = 1$, et $\lambda = 1000$.

Le cas d'un système à phase non minimale a également été considéré. Il est donné par les équations suivantes :

$$A(q^{-1}) = 1 - 0.9 q^{-1}$$

$$B(q^{-1}) = 0.19 q^{-1}$$

Pour $N1 = 1$, $N2 = 1$, $NU = 1$, et $\lambda = 10$, on obtient les résultats donnés par la figure (II - 3).

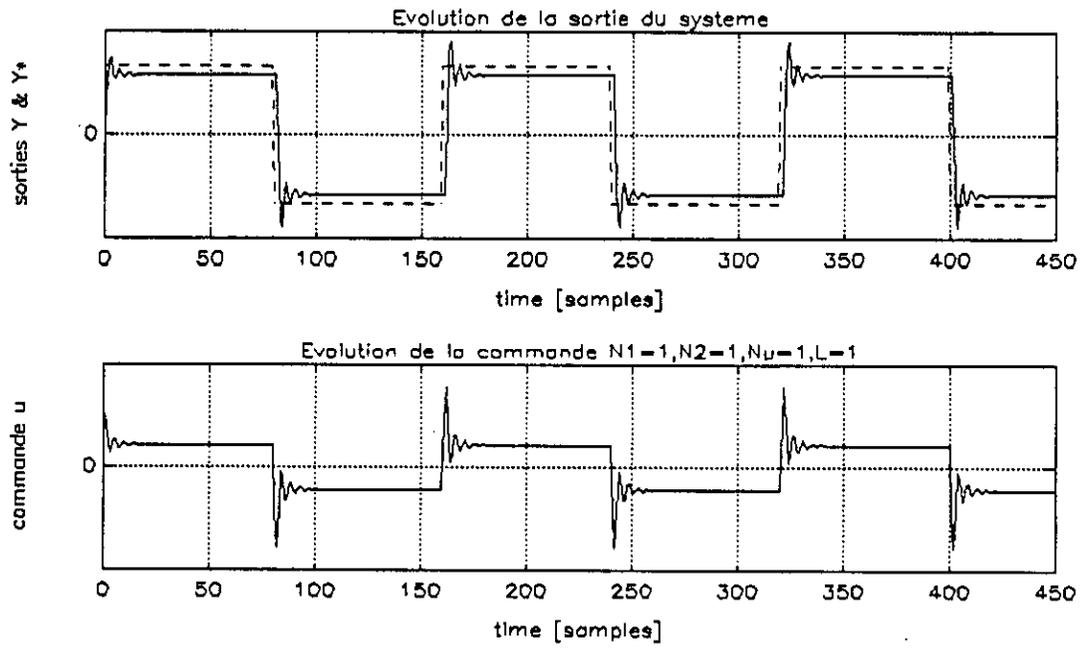


Figure II.1.a

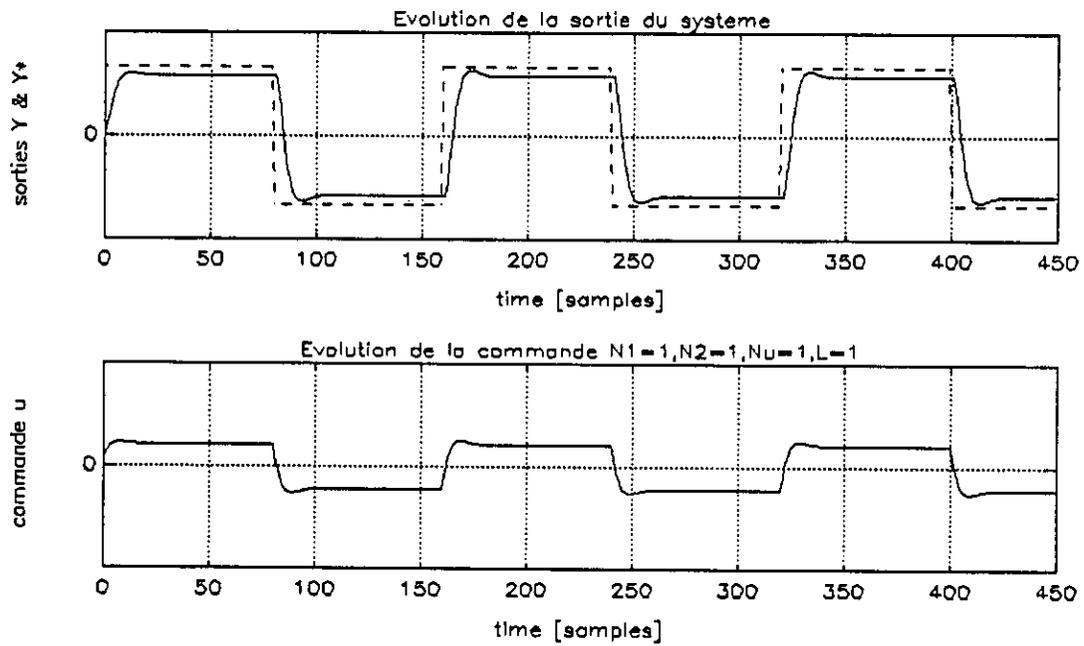


Figure II.1.b

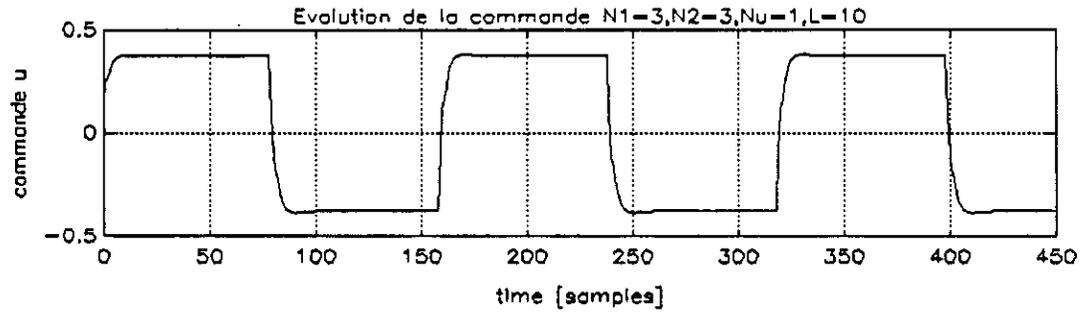
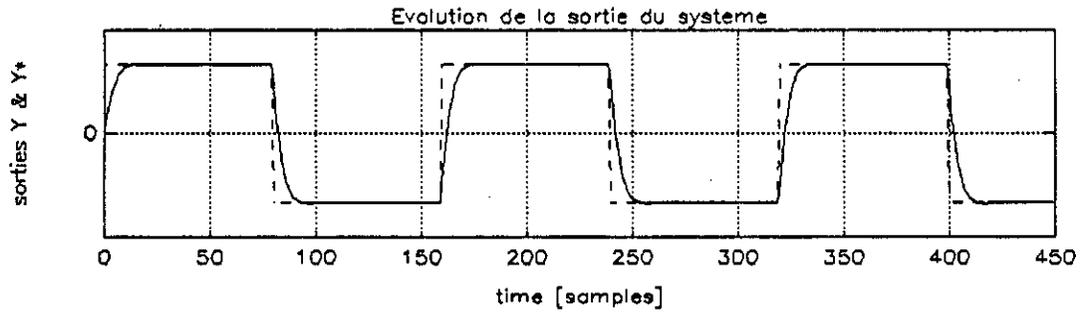


Figure II.1.c

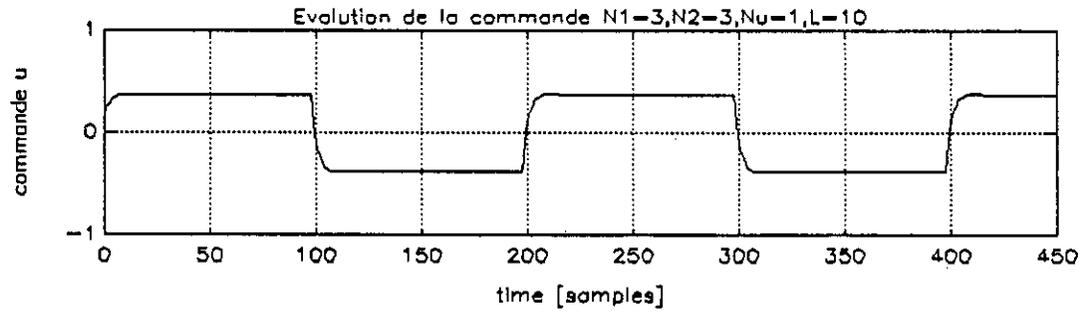
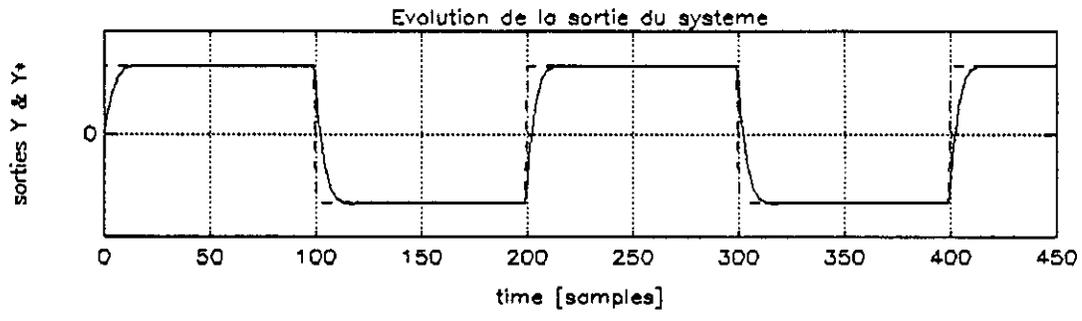


Figure II.1.d

Figure II.1: Système stable.

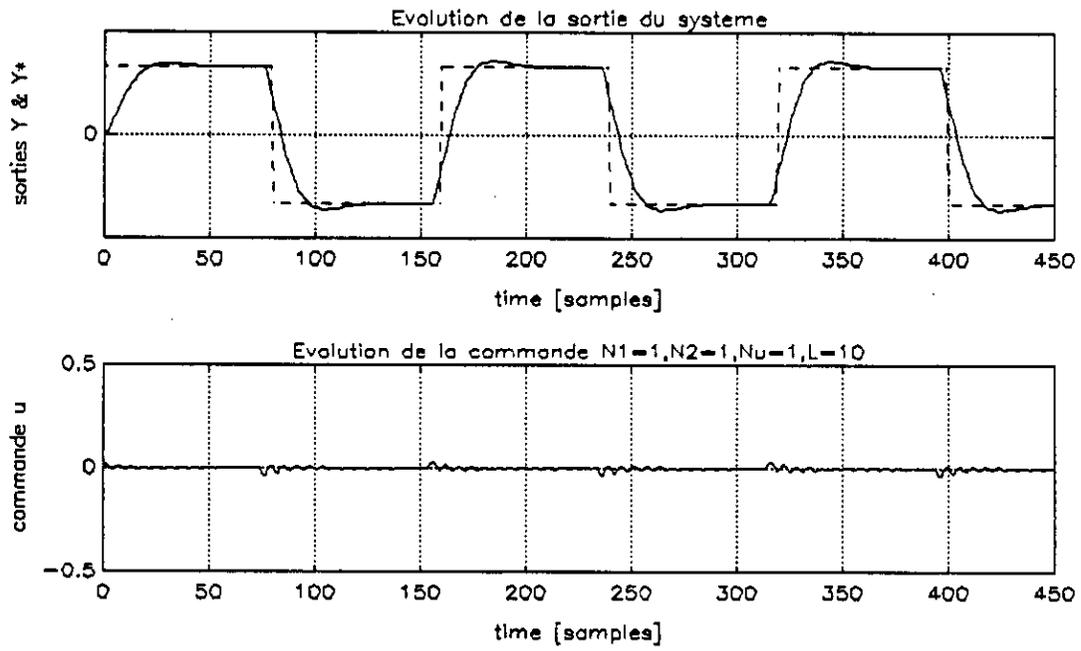


Figure II.2.a

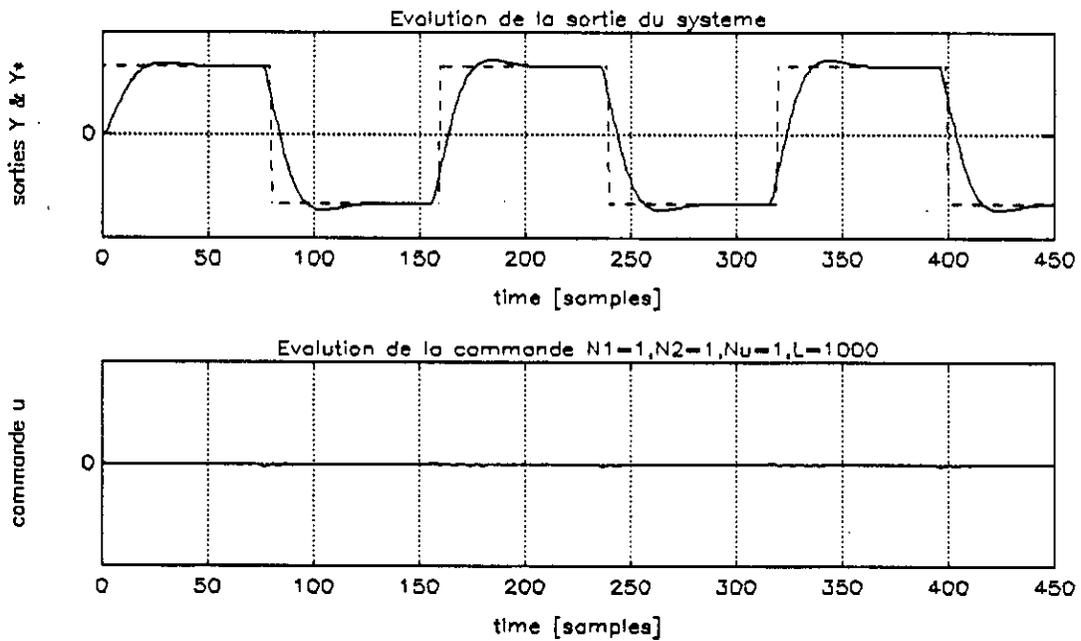


Figure II.2.b

Figure II.2: Système instable.

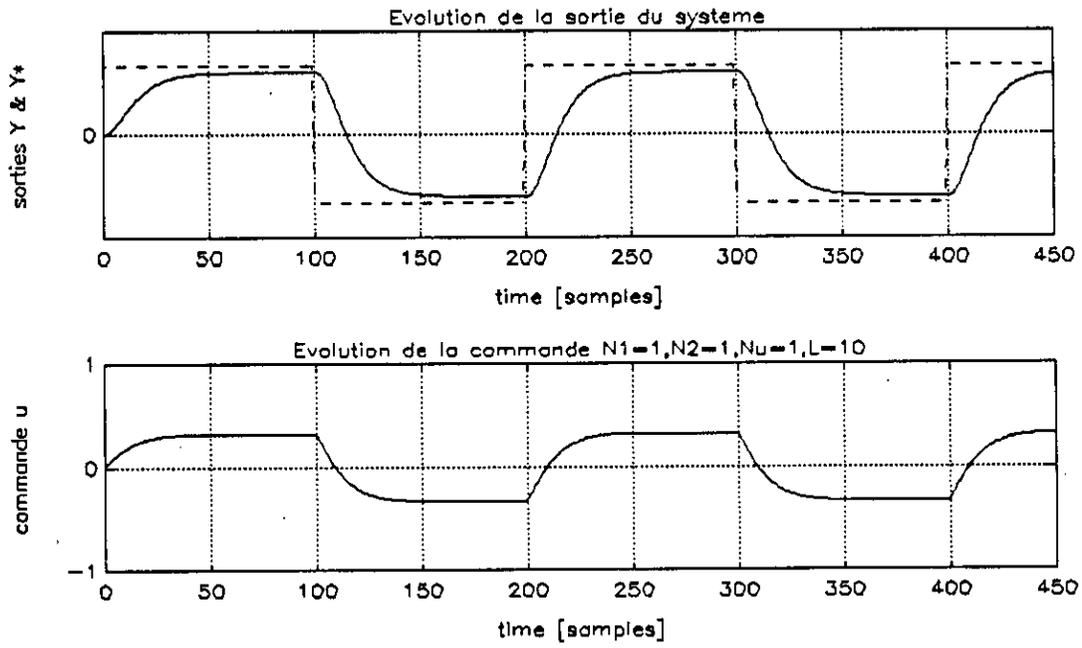


Figure II.3: Système à phase non minimale.

II. 5. CONCLUSION

La commande prédictive généralisée (GPC) repose sur la combinaison de cinq idées clefs.

L'introduction de l'intégrateur par la construction du modèle CARIMA, facilite en grande partie la synthèse de la loi de commande. Par ailleurs l'utilisation d'un intervalle de prédiction supérieur au retard du système rend l'algorithme insensible à toute variation ou surestimation du retard.

La récursion de l'équation diophantine, la considération d'une pondération sur les incréments de commande, et enfin le choix d'un horizon de commande au dessus duquel les incréments de commande sont supposés nuls ; toutes ces idées ont été combinées dans cette stratégie de commande, ce qui a fait sa particularité et sa puissance.

A noter que la GMV appliquée à des systèmes à retard connu est un cas particulier de la GPC. En effet il suffit de prendre les deux horizons de prédiction égaux à "d" et d'appliquer la pondération sur une seule valeur de la commande et non pas sur un horizon de commande. On aboutit alors à la GMV.

CHAPITRE III

<p>COMMANDE AUTO-AJUSTABLE LINEAIRE A GMV DES SYSTEMES MIMO</p>

III. 1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous allons appliquer le régulateur auto-ajustable linéaire pour commander des systèmes multi-entrées, multi-sorties (MIMO).

Il s'agissait les premiers temps d'étendre les algorithmes monovariables au cas multivariable. Une extension qui n'est pas aussi évidente qu'elle le paraît, dans la mesure où les informations à connaître a priori sur la structure du système pour la synthèse de la loi de commande d'une part, et l'étude de la convergence et la stabilité de l'algorithme d'autre part, ne sont pas apparentes en multivariable comme elles le sont en monovariable. C'est la raison pour laquelle ce domaine n'a subi d'investigations et de recherches que ces dernières décennies [36, 24, 58, 43].

Borisson (1975) a adopté un régulateur auto-ajustable multivariable basé sur la stratégie de la variance minimale, en utilisant un estimateur aux moindres carrés. Le régulateur linéaire est obtenu directement à partir des estimées en temps réel. En pratique cette méthode donne une bonne perspective pour les systèmes découplables par retour d'état, du fait que le régulateur linéaire est caractérisé par des sous-régulateurs STR utilisés dans le cas monovariable, montés en cascade. Cependant cette stratégie se trouva impuissante pour des systèmes non découplables par retour d'état, où les termes de couplage entre les sorties et les entrées doivent intervenir pour le calcul du régulateur et la loi de commande. Par ailleurs, comme c'est le cas pour le monovariable, l'application de cette stratégie se restreint aux systèmes à phase minimale.

Dans le but de commander des systèmes à phase non minimale, Koivo [36] développe un régulateur adéquat en adoptant celui de Clarke et Gawthrop [14] pour des systèmes MIMO. La structure de ce régulateur est obtenue en introduisant dans la fonction coût le vecteur de la commande.

Le prédictor à k pas (où k est le retard du système) développé par Borisson [8] a été considéré, ainsi que l'algorithme des moindres carrés récursifs pour l'identification des paramètres du régulateur. Cette stratégie de commande est par conséquent une large extension de la commande à VM de Borisson [9].

En section 1 de ce chapitre, nous allons développer les algorithmes d'identification des systèmes MIMO linéaires, basés sur les différentes approches du modèle de représentation. Dans la deuxième section, l'algorithme de commande des systèmes MIMO sera donné. L'approche directe a été adoptée dans notre cas.

Les résultats de simulations seront présentés à la fin de chaque section, et ceci pour les différentes approches du modèle.

III. 2. IDENTIFICATION DES SYSTEMES MIMO PAR LES DIFFERENTES STRUCTURES DU MODELE DE REPRESENTATION

L'identification des systèmes dynamiques linéaires multivariables est profondément liée au choix de la structure du modèle de représentation. A ce profit, on distingue quatre types de modèles, couramment utilisés, à savoir [61] :

- La matrice de transfert
- La matrice de réponse impulsionnelle
- Les équations aux différences
- La formulation en espace d'état.

Dans ce qui suit, le modèle de représentation en équations aux différences sera développé avec ses différentes approches, pour l'identification des systèmes MIMO linéaires.

Pour ce faire, nous allons construire ce modèle à partir de sa forme d'état. Pour chaque approche, la mise en oeuvre des algorithmes d'identification sera présentée.

III. 2. 1. Construction du modèle de représentation en équations aux différences

Considérons la forme d'état suivante :

$$X(t) = f(X(t), u(t)) \tag{III - 1}$$

$$y(t) = g(X(t))$$

sous la condition initiale : $X(t_0) = X_0$

où : $X^T(t) = [X_1(t) \dots X_s(t)] \in \mathbb{R}^s$: vecteur d'état du système

$U^T(t) = [U_1(t) \dots U_p(t)] \in \mathbb{R}^p$: vecteur de commande

$y^T(t) = [y_1(t) \dots y_r(t)] \in \mathbb{R}^r$: vecteur de sortie

$g^T = [g_1 \dots g_r] \quad \mathbb{R}^D \rightarrow \mathbb{R}^r$: fonction vectorielle.

La connaissance des conditions initiales sur l'état X_0 nous permet de calculer un état de sortie idéal dans l'intervalle de temps $[t_0, t]$.

Définissons les grandeurs idéales $X_0(t), u_0(t), y_0(t)$ telles que :

$$X_0(t) = f(X_0(t), u_0(t)) \tag{III - 2 a}$$

$$y_0(t) = g(X_0(t)) \tag{III - 2 b}$$

$X_0 = X_0(t_0)$ représente l'état idéal X_0 obtenu à partir des conditions initiales. Sa connaissance nous conduit aux valeurs de $u_0(t)$ et $X_0(t)$.

Pour ce faire, soit la fonction coût scalaire suivante :

$$I = \Phi(X(t)) + \int_{t_0}^t L(X(\tau), u(\tau)) dt \tag{III - 3}$$

où : $X(t), u(t)$: représentent respectivement l'état et la commande désirés
 Φ, L : fonctions scalaires non linéaires.

La résolution par le calcul variationnel nous permet d'obtenir $X_0(t)$ et $u_0(t)$, d'où la sortie idéale $y_0(t)$ telle que :

$$y_0(t) = g(X_0(t))$$

Considérons le triplet : $(X(t), u(t), y(t))$ donnant les grandeurs réelles. On a alors [28] les équations variationnelles suivantes :

$$\begin{aligned} \delta X(t) &= X(t) - X_0(t) \\ \delta y(t) &= y(t) - y_0(t) \\ \delta u(t) &= u(t) - u_0(t) \end{aligned} \quad (III - 7)$$

Le développement en série de Taylor des fonctions définies en (III - 1) donne :

$$\delta X(t) = A_0(t) \cdot \delta X(t) + B_0(t) \cdot \delta u(t) \quad (III - 5 a)$$

$$\delta y(t) = C_0(t) \cdot \delta X(t) \quad (III - 5 b)$$

A noter que les termes d'ordre supérieur ont été négligés.

$A_0(t), B_0(t), C_0(t)$ sont telles que :

$$A_0(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial X} \right|_0 : \mathbb{R}^s \cdot \mathbb{R}^s : \text{matrice variable dans le temps}$$

$$B_0(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_0 : \mathbb{R}^s \cdot \mathbb{R}^p : \text{matrice variable dans le temps}$$

$$C_0(t) = \left. \frac{\partial g}{\partial X} \right|_0 : \mathbb{R}^r \cdot \mathbb{R}^s : \text{matrice variable dans le temps}$$

L'équation (III - 5) définit la forme d'état standard d'un système linéaire variable dans le temps. La solution de ce système est telle que [48] :

$$\delta X(t) = \Phi(t, t_0) \delta X(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t - \tau, t_0) \cdot B_0(\tau) \delta u(\tau) d\tau \quad (III - 6)$$

où : $\Phi(t, t_0)$: matrice de transition d'état du système (III - 5).

Ainsi le passage à la forme discrète est [48, 28] :

$$\delta X(k+1) = \bar{A}(k) \cdot \delta X(k) + \bar{B}(k) \cdot \delta u(k) \quad (III - 7 a)$$

$$\delta y(k) = \bar{C}(k) \cdot \delta X(k) \quad (III - 7 b)$$

avec : $\bar{A}(k) = \Phi((k+1)t, kt)$

$$\bar{B}(k) = \int_{kt}^{(k+1)t} \Phi((k+1)t - \tau, kt) B_0(\tau) d\tau$$

$$\bar{C}(k) = C_0(kt)$$

La combinaison des équations (III - 7) nous conduit à la forme canonique suinte du modèle [58, 28, 36, 19] :

$$\begin{bmatrix} A_{11}(q^{-1}) & \dots & A_{1r}(q^{-1}) \\ \vdots & & \vdots \\ A_{r1}(q^{-1}) & \dots & A_{rr}(q^{-1}) \end{bmatrix} \cdot \delta y(k) = \begin{bmatrix} B_{11}(q^{-1}) & \dots & B_{1p}(q^{-1}) \\ \vdots & & \vdots \\ B_{r1}(q^{-1}) & \dots & B_{rp}(q^{-1}) \end{bmatrix} \cdot \delta u(k) + C(k) \quad (\text{III - 8})$$

où :

$$A_{ij}(q^{-1}) = \begin{cases} \sum_{\ell=-1}^{na} a^{\ell}_{ij} q^{-\ell} & \text{si } i \neq j \\ 1 + \sum_{\ell=-1}^{na} a^{\ell}_{ij} q^{-\ell} & \text{si } i = j \end{cases} \quad \text{tel que } i = 1 : r, \text{ et } j = 1 : r.$$

$$B_{ij}(q^{-1}) = q^{-d_{ij}} \sum_{\ell=-1}^{nb} b^{\ell}_{ij} q^{-\ell} \quad \text{tel que : } i = 1 : r, \text{ et } j = 1 : p$$

et d_{ij} : retard entre la sortie δy_i et l'entrée δu_j .

L'équation (III - 8) donne le modèle de représentation en équations aux différences du système décrit pour (III - 1). Cette dernière peut être écrite sous une forme telle que [56, 36]:

$$A(q^{-1}) \cdot \delta y(k) = B(q^{-1}) \cdot \delta u(k) + e(k) \quad (\text{III - 9})$$

avec :

$$A(q^{-1}) = 1 + A_1(q^{-1})q^{-1} + \dots + A_{na}(q^{-1}) \cdot q^{-na}$$

$$B(q^{-1}) = B_0 + B_1(q^{-1})q^{-1} + \dots + B_{nb}(q^{-1}) \cdot q^{-nb}$$

$A_i(q^{-1}), B_j(q^{-1})$: sont des matrices de dimensions $(r \times r)$ et $(r \times p)$.

Ainsi le choix d'un modèle canonique convenable permet de minimiser les informations a priori nécessaires et de tenir compte des termes de couplage au cas où ils existeraient.

III. 2. 2. Identification des systèmes MIMO par les différentes structures du modèle

De l'expression générale du modèle de représentation donnée par (III - 8) et (III - 9), nous pouvons déduire le cas bruité suivant :

$$A(q^{-1}) \cdot y(t) = B(q^{-1}) \cdot u(t - d) + c(q^{-1}) \cdot e(t) \quad (\text{III - 10})$$

où : d : retard du système

$e(t)$: séquence de bruit gaussien de covariance $E\{e(t) \cdot e(t)\} = r_e$

r_e : matrice diagonale

$$C(q^{-1}) = 1 + C_1(q^{-1})q^{-1} + \dots + C_{ne}(q^{-1}) \cdot q^{-ne}$$

C_i : matrice carrée $(p \times p)$.

Comme toute matrice algébrique, A, B et C peuvent être pleines ou diagonales dans un cas particulier. Leurs structures donnent une image sur les termes de couplage des différentes sorties et entrées. Par conséquent elles définissent trois structures différentes, à savoir [61, 28] :

- Pleine - Pleine (PP) (A pleine et B pleine)
- Diagonale - Pleine (DP) (A : diagonale et B pleine)
- Diagonale - Diagonale (DD) (A et B diagonales).

En général la majorité des processus industriels s'expriment sous la forme canonique (PP), du fait que les matrices pleines A et B englobent tous les termes de couplage.

Pendant le choix de C diagonale (les entrées du système ne sont pas couplées avec le processus bruité) n'est pas essentiel. Bien au contraire, C pleine offre d'autres avantages potentiels, de surcroît, il a été montré que cette supposition ne limite nullement l'effectif de l'action de la commande des systèmes étudiés [62].

Dans ce qui suit, nous allons présenter les techniques d'identification des systèmes MIMO par les trois approches décrites précédemment.

a 1. Approche Pleine - Pleine

Le modèle considéré dans ce cas est défini par l'équation (III - 10) dans le cas stochastique. Le vecteur de sortie du procédé est donné par :

$$\begin{aligned} \hat{y}(t) = & \hat{A}_1(q^{-1}) y(t-1) - \dots - \hat{A}_{na}(q^{-1}) y(t-na) + \hat{B}_0(q^{-1}) u(t) + \dots \\ & \dots + \hat{B}_{nb}(q^{-1}) \cdot u(t-nb) + \hat{C}_1(q^{-1}) e(t-1) + \dots + \hat{C}_{nc}(q^{-1}) \cdot e(t-nc) \end{aligned} \quad (III - 11)$$

Compte tenu de l'équation précédente, on définit :

$$\hat{y}(t) = \hat{\theta}^T(t) \cdot \Phi(t) \dots \quad (III - 12)$$

avec :

$$\begin{aligned} \hat{\theta}^T = & \left[\hat{A}_1 \hat{A}_2 \dots \hat{A}_{na} \hat{B}_0 \hat{B}_1 \dots \hat{B}_{nb} \hat{C}_1 \dots \hat{C}_{nc} \right] \\ \Phi(t) = & \left[-y(t-1) \dots -y(t-na) u(t) \dots u(t-nb) \varepsilon(t) \dots \varepsilon(t-nc) \right]^T \end{aligned}$$

L'expression de la i^{ème} sortie prédite est par conséquent :

$$\hat{y}_i(t) = \hat{\theta}_i^T \cdot \Phi_i(t) \quad (III - 13)$$

avec :

$$\hat{\theta}_i^T = \left[\hat{a}_{i1}^1 \dots \hat{a}_{ir}^1 \hat{a}_{i1}^2 \dots \hat{a}_{ir}^2 \dots \hat{a}_{i1}^{na} \dots \hat{a}_{ir}^{na} \hat{b}_{i1}^0 \dots \hat{b}_{ip}^0 \dots \hat{b}_{i1}^{nb} \dots \hat{b}_{ip}^{nb} \hat{c}_{i1}^1 \dots \hat{c}_{ir}^1 \dots \hat{c}_{i1}^{nc} \dots \hat{c}_{ir}^{nc} \right]$$

La dimension de θ_i est $(na \times p + nb \times p, 1)$.

$$\Phi_i(t) = \left[-y_i^1(t-1) \dots -y_i^r(t-1) \dots u_i^0(t) \dots u_i^p(t) \dots u_i^{nb}(t-nb) \dots \varepsilon_i^1(t-1) \dots \varepsilon_i^{nc}(t-nc) \dots \varepsilon_i^r(t-nc) \right]^T$$

Etant donné que le système se décompose en p sous systèmes interconnectés, l'algorithme à moindres carrés récursifs appliqué à la i^{ème} sortie est le suivant [41] :

$$\hat{\theta}_i(t+1) = \hat{\theta}_i(t) + F_i(t) \cdot \Phi_i(t) \cdot \varepsilon_i(t+1)$$

$$\varepsilon_i(t+1) = \frac{y_i(t+1) - \hat{y}_i(t+1)}{C_i + \Phi_i^J(t) F_i(t) \cdot \Phi_i(t)} \quad (\text{III} - 14)$$

$$F_i(t+1) = \frac{1}{\lambda_{i1}} \left[F_i(t) - \frac{F_i(t) \cdot \Phi_i(t) \cdot \Phi_i^T(t) \cdot F_i(t)}{C_i + \Phi_i(t) \cdot \Phi_i^T(t) \cdot F_i(t)} \right]$$

où : F_i : gain d'adaptation

$$C_i = \frac{\lambda_{i1}}{\lambda_{i2}}$$

b. Approche Diagonale - Pleine

Dans cette approche, les matrices $A_i(q^{-1})$ sont diagonales, l'interconnexion des sorties entre elles est par conséquent négligée, le modèle de présentation est le suivant :

$$\hat{A}(q^{-1}) y(t) = \hat{B}(q^{-1}) \cdot u(t) + h \quad (\text{III} - 15)$$

où : $h^T = [h_1 \dots h_r]$: vecteur absorbant l'effet du couplage négligé.

L'expression de la $i^{\text{ème}}$ sortie prédite est définie par (III - 13) avec :

$$\hat{\theta}_i = \left[a_{ii}^1 \dots a_{ii}^{na} \quad b_{i1}^o \dots b_{ip}^o \dots \hat{b}_{i1}^{nb} \dots b_{ip}^{nb} \quad c_{i1}^1 \dots c_{ir}^1 \dots c_{i1}^{nc} \dots c_{ir}^{nc} \quad h_i \right]$$

La dimension du vecteur θ_i a diminué, elle est égale à $(na + nb \times p, 1)$

$$\Phi_i(t) = \left[\begin{array}{l} -y_i(t-1) \dots -y_i(t-na) \dots u_1^o(t) \dots u_p^o(t) \dots u_1^o(t-nb) \dots u_p^o(t-nb) \quad \varepsilon_1^1(t-1) \dots \\ \dots \varepsilon_r^1(t-1) \dots \varepsilon_1^{nc}(t-nc) \dots \varepsilon_r^{nc}(t-nc) \quad 1 \end{array} \right]^T$$

L'algorithme (III - 14) est applicable dans ce cas.

A noter que la dimension du problème a diminué de $na(p-1)$ termes.

c. Approche Diagonale - Diagonale

Les matrices $A_i(q^{-1})$ et $B_i(q^{-1})$ sont diagonales. C'est l'approche la plus adoptée dans le cas où le nombre d'entrées est égal au nombre de sorties. Elle utilise un modèle découpé, ce qui permet l'identification d'un nombre réduit de paramètres.

Le modèle est défini par (III - 15) et la $i^{\text{ème}}$ sortie par (III - 13) est telle que :

$$\hat{\theta}_i^T = \left[a_{ii}^1 \dots a_{ii}^{na} \quad b_{ii}^o \dots b_{ii}^{nb} \quad c_{i1}^1 \dots c_{ir}^1 \dots c_{i1}^{nc} \dots c_{ir}^{nc} \quad h_i \right]$$

$$\Phi_i(t) = \begin{bmatrix} -y_i(t-1) \dots -y_i(t-na) & u_i(t) \dots u_i(t-nb) & \varepsilon_i^1(t-1) \dots \varepsilon_r^1(t-1) \dots \\ \dots \varepsilon_1^{nc}(t-nc) \dots \varepsilon_r^{nc}(t-nc) & 1 & \dots \end{bmatrix}^T$$

III. 2. 3. Résultats de simulation

Pour confirmer l'efficacité des algorithmes d'identification basés sur les différentes approches du modèle de représentation, nous avons choisi le modèle de la machine à papier, présenté par Borisson (1975) décrit par les équations aux différences suivantes :

$$y(t) + A_1 y(t-1) = B_0 u(t) + e(t) \quad (\text{III - 16})$$

telle que :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.99101 & 0.008801 \\ -0.8061 & -0.77089 \end{bmatrix} \quad B_0 = \begin{bmatrix} 0.89889 & -4.59 \\ 19.39 & 0.880 \end{bmatrix}$$

L'excitation est une séquence binaire pseudo-aléatoire de longueur 32. L'algorithme d'identification est à gain décroissant pour les 3 approches utilisées.

Nous avons présenté pour chaque approche : les sorties et les sorties prédites y_1, y_2 et y_1^*, y_2^* ; L'erreur de prédiction ainsi que l'évolution des paramètres estimés.

Les figures (III - 1 a, b, c, et d) représentent les résultats obtenus par la première structure (PP). La deuxième structure (DP) est représentée par les figures (III - 2 a, b, c, et d). Enfin la structure (DD) donne les résultats des figures (III - 3 a, b, c, et d).

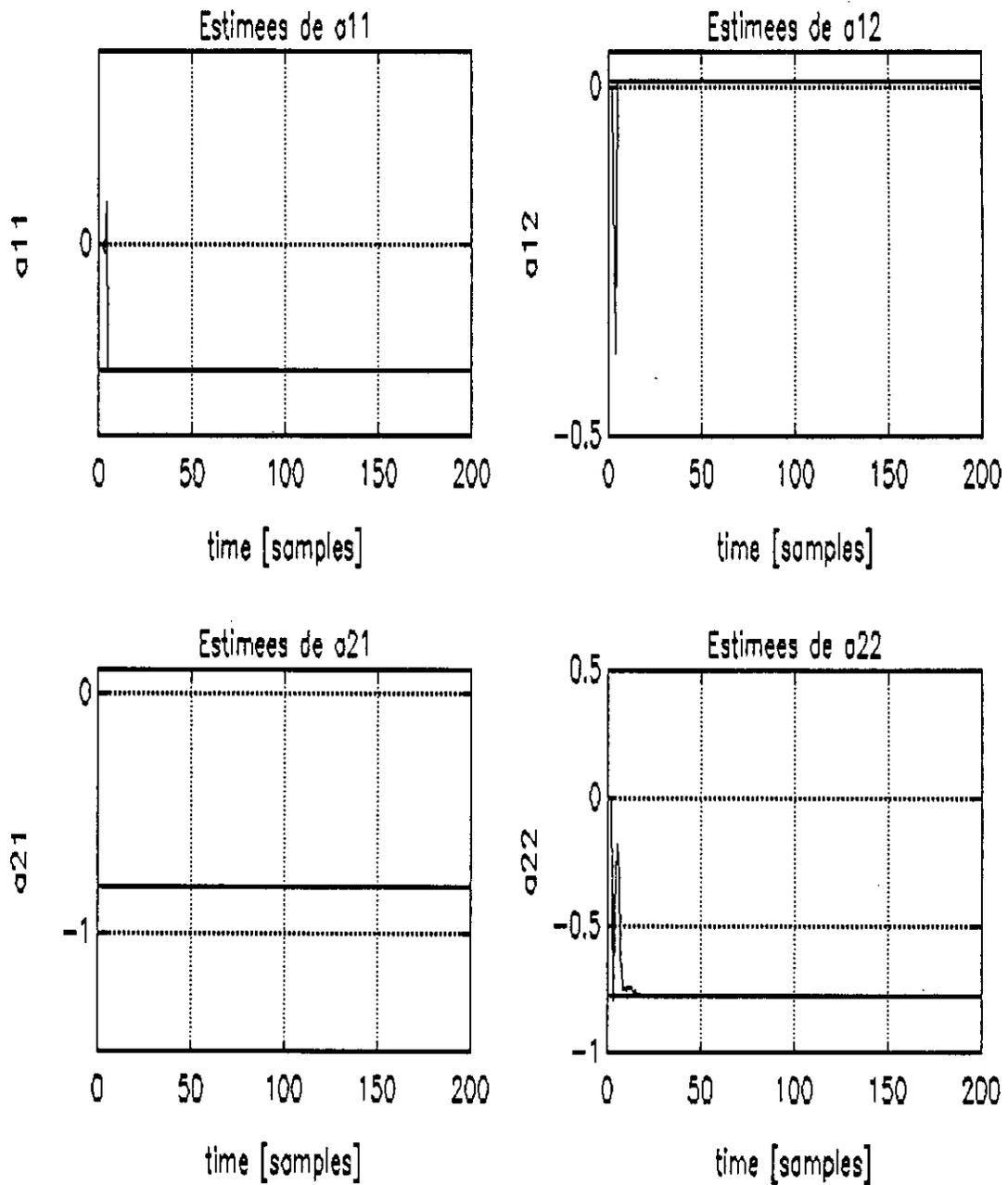


Figure III.1.a: Evolution des paramètres de A.

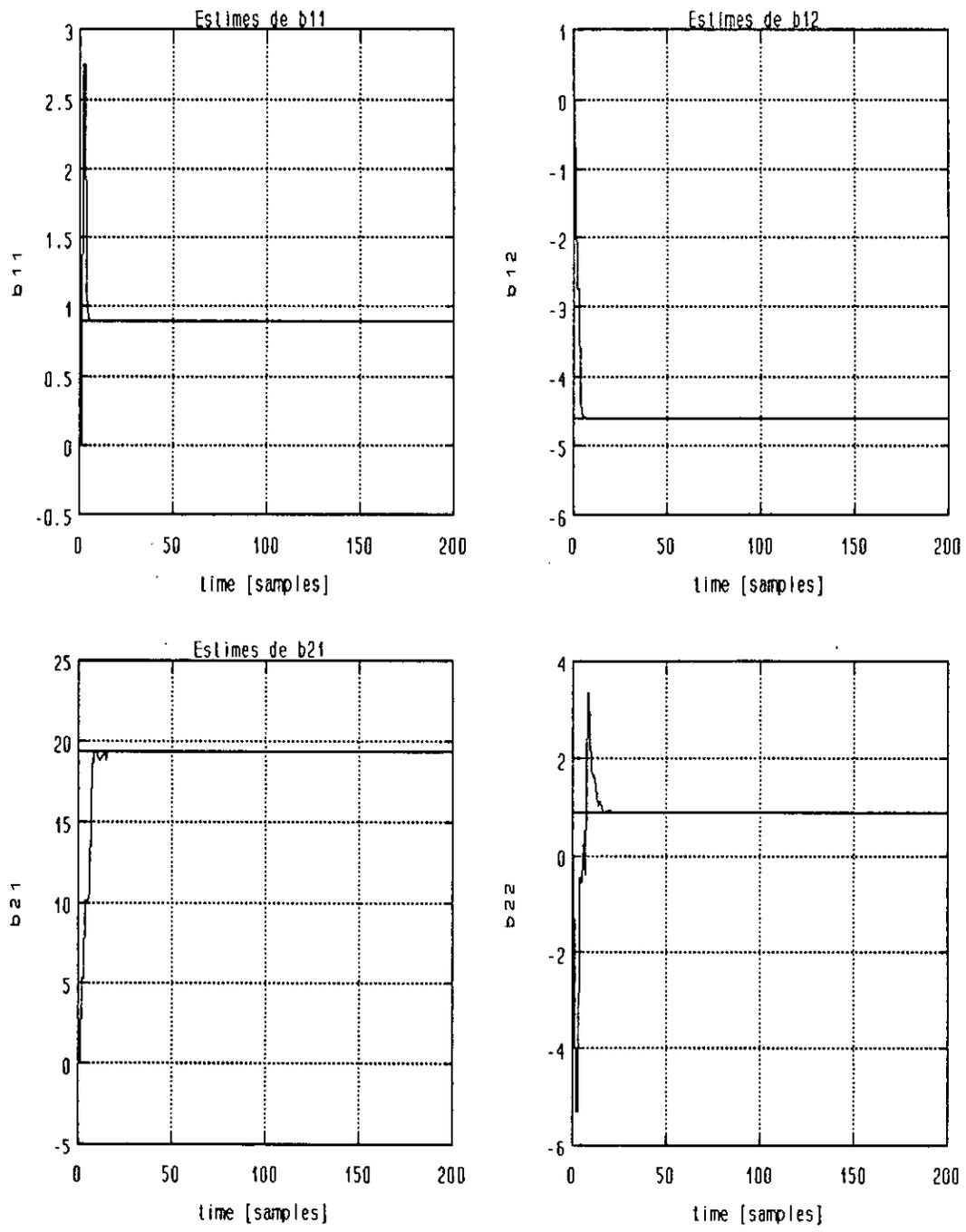


Figure III.1.b: Evolution des paramètres de B.

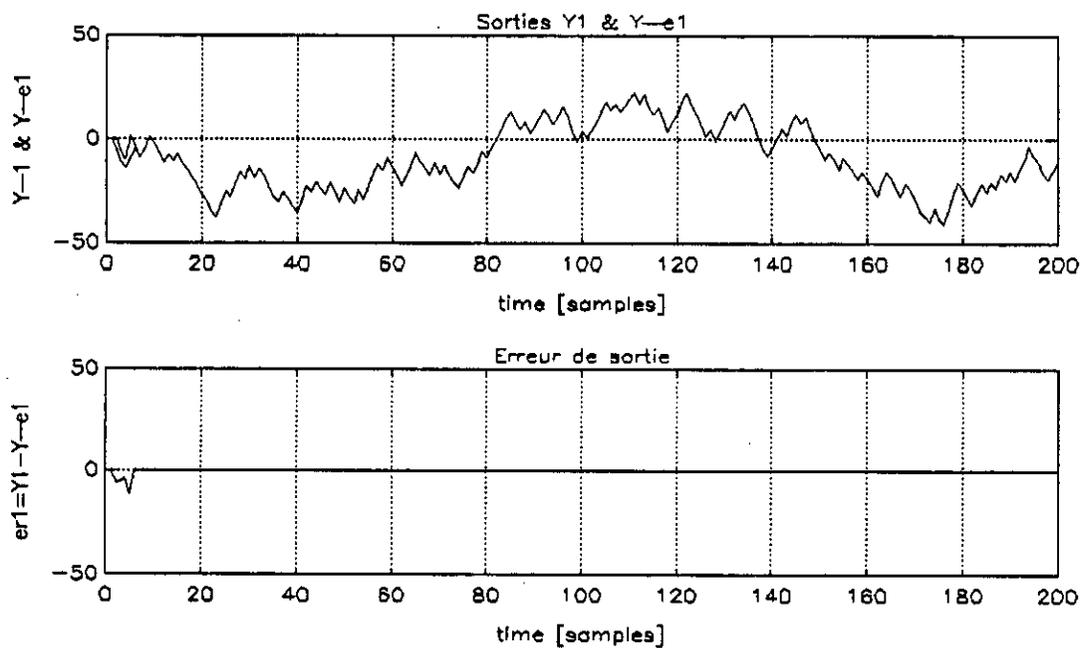


Figure III.1.c: Sortie Y1 et erreur de prédiction.

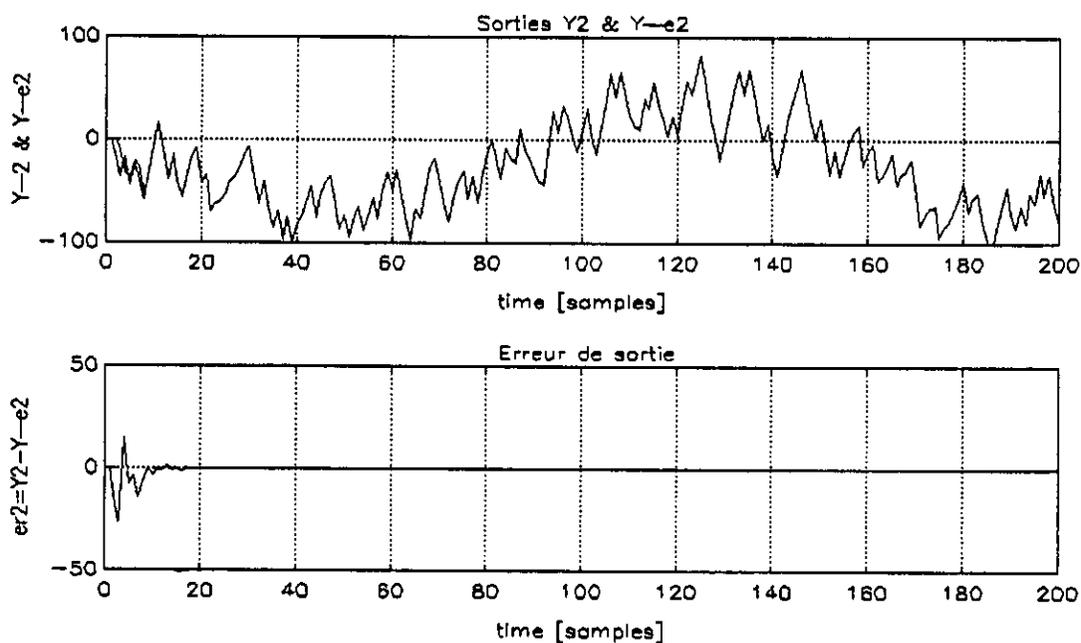


Figure III.1.d: Sortie Y2 et erreur de prédiction.

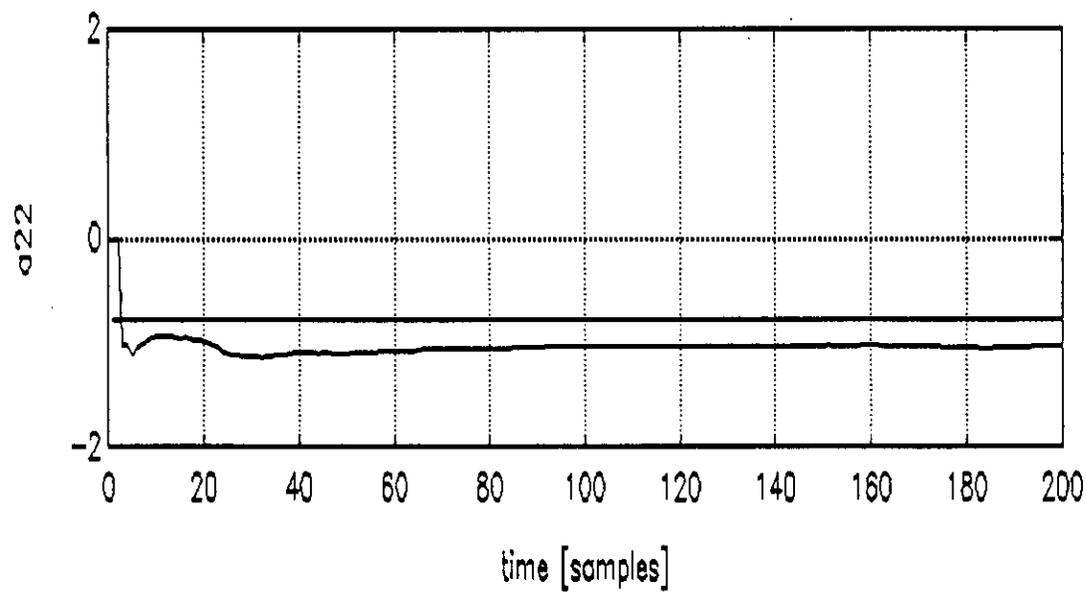
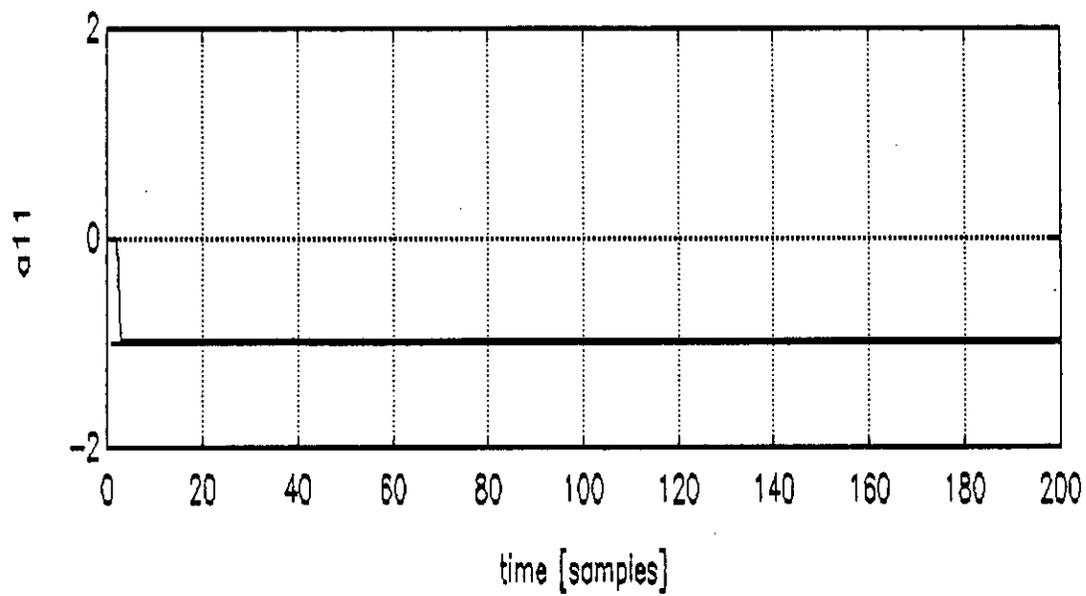


Figure III.2.a: Evolution des paramètres de A.

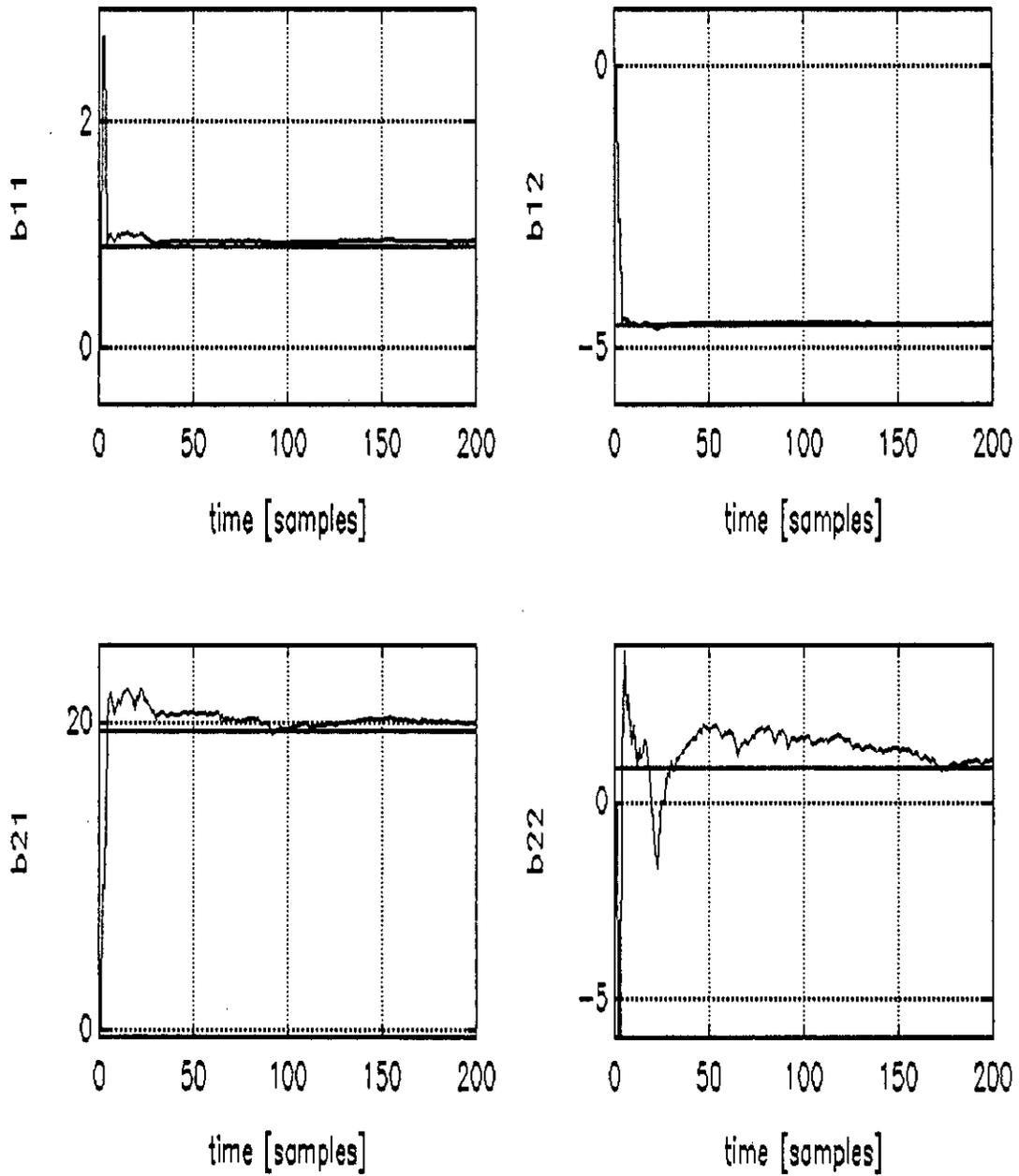


Figure III.2.b: Evolution des paramètres de B.

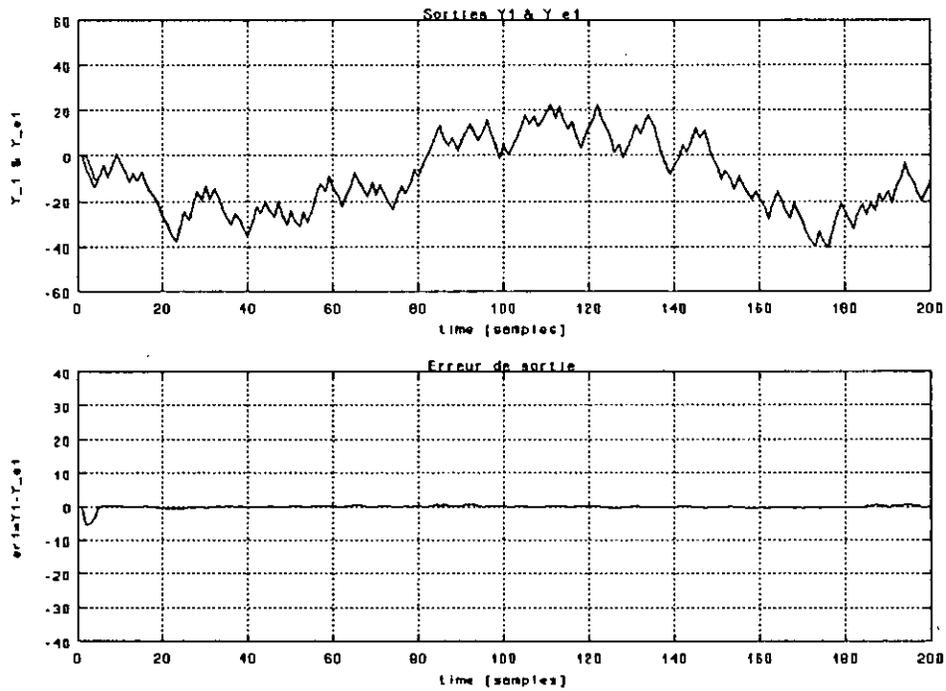


Figure III.2.c: Sortie Y1 et erreur de prédiction.

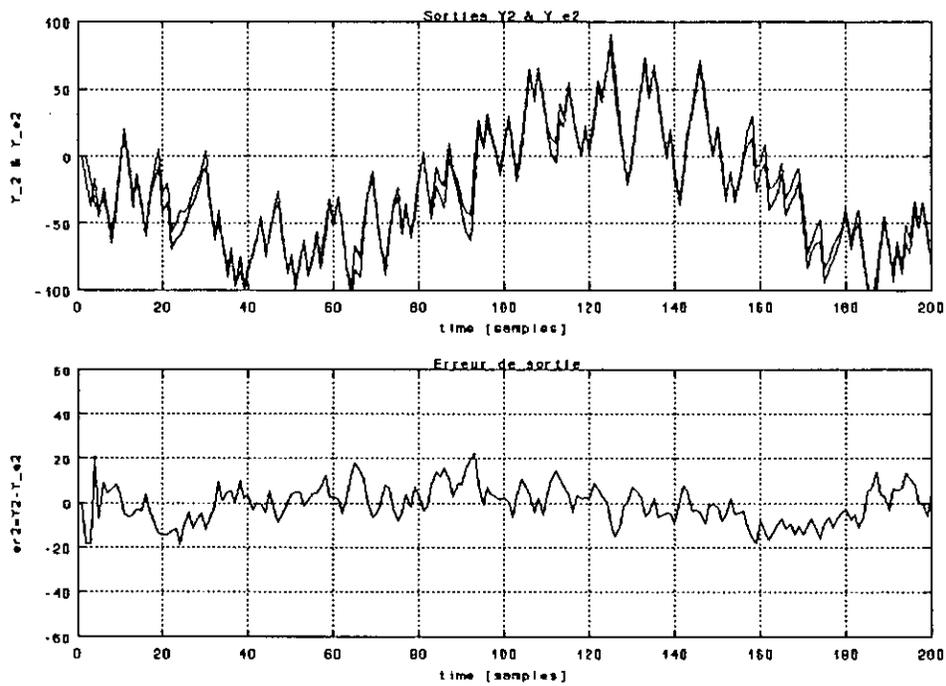


Figure III.2.d: Sortie Y2 et erreur de prédiction.

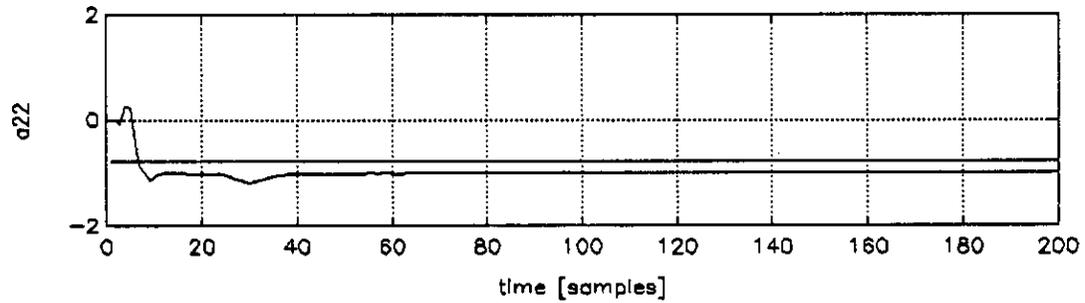
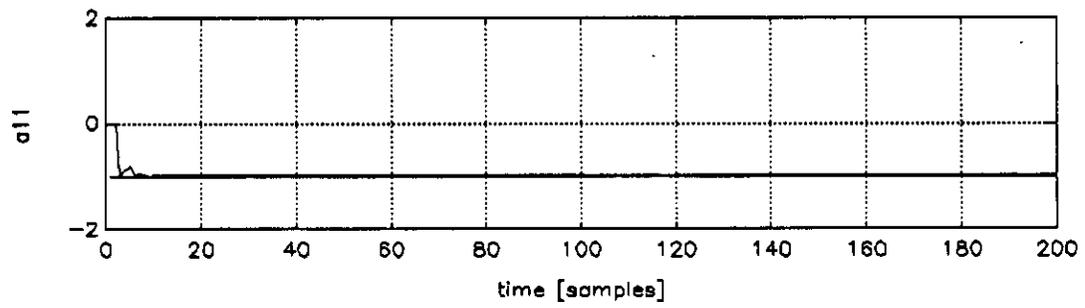


Figure III.3.a: Evolution des paramètres de A.

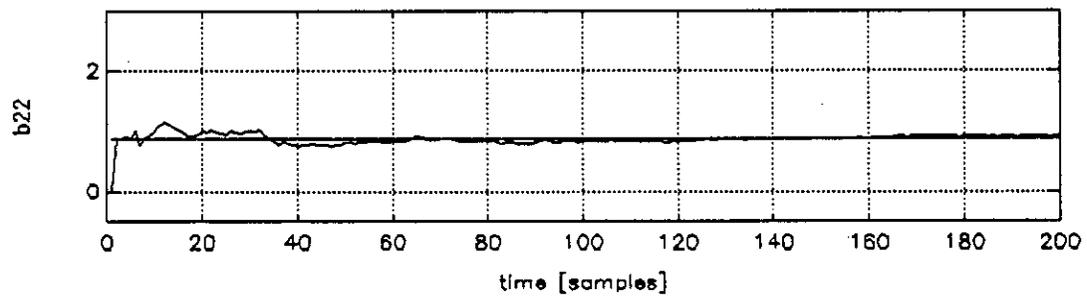
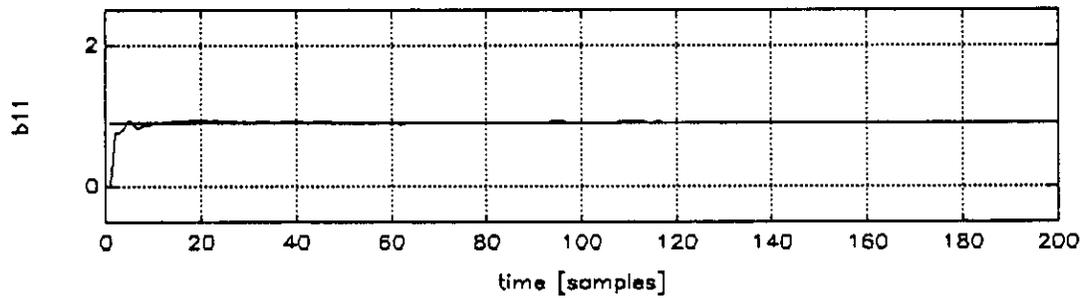


Figure III.3.b: Evolution des paramètres de B.

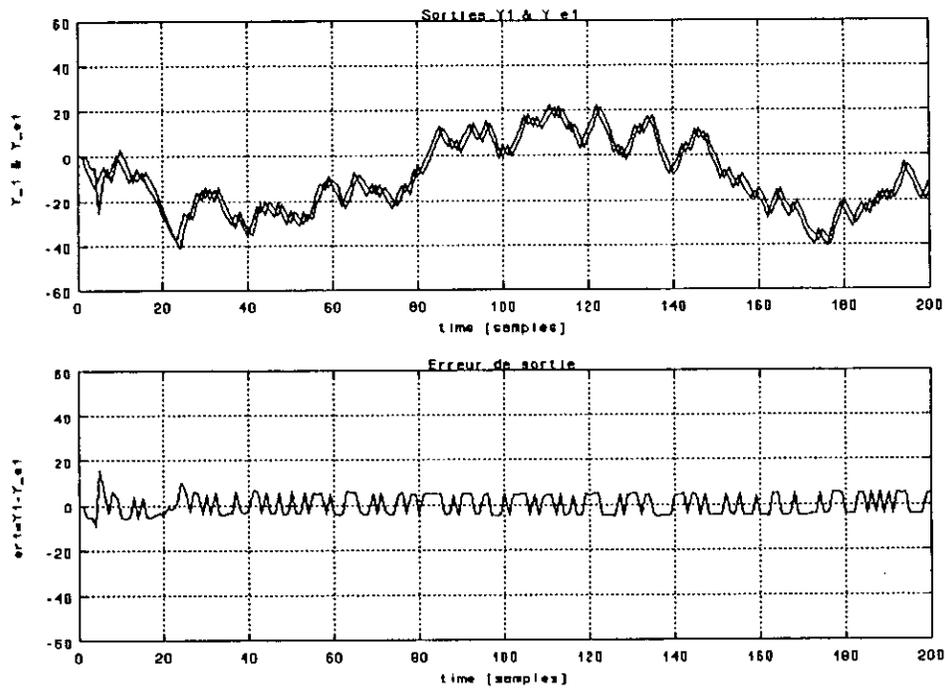
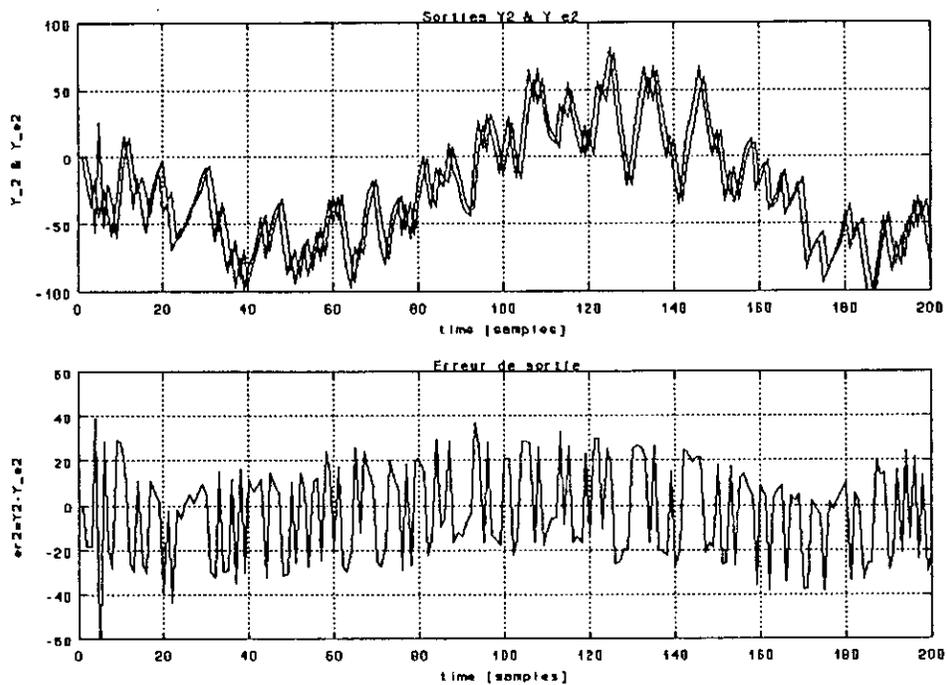


Figure III.3.c: Sortie Y1 et erreur de prédiction.



sortie Y2 et erreur de prédiction.

III. 3. COMMANDE LINEAIRE MULTIVARIABLE A VARIANCE MINIMALE GENERALISEE

III. 3. 1. Présentation du modèle

Considérons le système multi-entrées, multi-sorties, décrit dans son environnement stochastique par le système d'équations aux différences (III - 10).

Dans ce qui suit, nous supposons que les conditions suivantes sont vérifiées :

- Le nombre de sorties "r" est égal au nombre d'entrées $\Rightarrow r = p$
- Les racines de $\det C(\alpha)$ se situant à l'intérieur du cercle unité ($C(q^{-1})$ stable):

A noter que dans ce cas, la condition sur $\det B(\alpha)$ n'est pas nécessaire comme c'est le cas dans Borisson [8].

- B_0 est une matrice ($p \times p$) non singulière.

III. 3. 2. Calcul de la loi de commande

La loi de commande s'obtient par la minimisation d'un critère quadratique. Ce dernier doit contenir toutes les stratégies de commande admissibles. Une stratégie de commande est admissible si la valeur du signal de commande à l'instant t "u (t)" est une fonction des sorties observées : y (t) , y (t-1)... et des signaux de commande déjà appliqués : u (t - 1), u (t - 2) ...

Le critère est alors comme suit [36] :

$$J = \left\{ \left\| P(q^{-1}) \cdot y(t+d) - R(q^{-1}) \cdot W(t) \right\|^2 + \left\| Q'(q^{-1}) \cdot W(t) \right\|^2 \right\} \quad (III - 17)$$

où :

$P(q^{-1})$, $R(q^{-1})$, et $Q'(q^{-1})$ sont des matrices polynomiale de pondération.

$W(t)$: est le vecteur de sortie du module de référence

d : le retard du système

$\| \cdot \|^2$: c'est une norme quadratique (norme euclidienne).

Pour $P = R = \mathbf{I}$ et $Q'(q^{-1}) = \text{diag}(\lambda_i) \quad i = 1, p$ le critère (III - 17) comprend deux cas différents [36], à savoir :

- $J_1 = E \left\{ \left\| y(t+d) - W(t) \right\|^2 + u^T(t) \cdot \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p) \cdot u(t) \right\} \quad (III - 18)$

J_1 : tend à minimiser toute déviation de la sortie du système à celle du modèle à suivre, ainsi que toute variation de la commande. Cependant il ne peut garantir, dans le cas général, l'égalité entre les valeurs moyennes $\bar{y}(t)$ et $\bar{W}(t)$, respectivement des sorties réelles et désirées et des valeurs instantanées $y(t)$ et $W(t)$, à moins que $\lambda_i = 0 \quad i = 1, \dots, p$.

$$J_2 = E \left\{ \left\| y(t+d) - W(t) \right\|^2 + (u(t) - u(t-1))^T \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p) \cdot (u(t) - u(t-1)) \right\} \quad (III - 19)$$

Ce dernier introduit un intégrateur dans la boucle et assure l'équilibre de $\bar{y}(t)$ et $\bar{W}(t)$ mais rend la dynamique de la réponse plus lente.

Nous constatons dans le critère (III - 17) qu'il est indispensable de calculer la sortie $y(t+k)$ pour obtenir la loi de commande. C'est une information future, il faut donc la prédire. Le prédicteur optimal au sens des moindres carrés nous donne la sortie prédite

notée $\hat{y}(t+k)$ compte tenu des informations disponibles

$\{y(t), y(t-1), \dots, u(t) n(t-1) \dots\}$ (Annexe A), on trouve alors :

$$\hat{y}(t+d/t) = \tilde{C}^{-1}(q^{-1}) \cdot [\tilde{F}'(q^{-1}) \cdot y(t) + \tilde{E}'(q^{-1}) \cdot B(q^{-1}) \cdot u(t)] \quad (\text{III - 20})$$

avec :

$$\begin{aligned} \tilde{C}(q^{-1}) &= \tilde{E}'_j A(q^{-1}) + q^{-j} \tilde{F}'_j(q^{-1}) \\ \tilde{E}'(q^{-1}) \cdot F'(q^{-1}) &= \tilde{F}'(q^{-1}) \cdot E'(q^{-1}) \\ E'(q^{-1}) &= I + E'_1 q^{-1} + \dots + E'_{d-1} q^{-(d-1)} \\ F'(q^{-1}) &= F'_0 + F'_1 q^{-1} + \dots + F'_{na-1} q^{-(na-1)} \end{aligned}$$

La sortie réelle est donnée par :

$$y_{(t+d)} = \tilde{C}^{-1}(q^{-1}) \cdot [\tilde{F}'(q^{-1}) \cdot y(t) + \tilde{E}'(q^{-1}) \cdot B(q^{-1}) \cdot u(t)] + e(t+d) + \dots + E'_{d-1} e(t+1) \quad (\text{III - 21})$$

L'erreur de prédiction est donc :

$$\begin{aligned} \varepsilon(t+d) &= y(t+d) - \hat{y}(t+d/t) \\ \varepsilon(t+d) &= e(t+d) + \dots + E'_{d-1} e(t+1) \end{aligned} \quad (\text{III - 22})$$

Remarquons que l'erreur est incorréllée avec les sorties $y(t), y(t-1) \dots$ ou encore avec les sorties prédites $\hat{y}(t), \hat{y}(t+1) \dots$

Clarke et Gawthrop ont montré que le problème de minimisation équivalent à (III - 17) peut être formulé en introduisant la fonction auxiliaire $\Phi(t)$ suivante :

$$\Phi(t+d) = P(q^{-1}) \cdot \hat{y}(t+d) - R(q^{-1}) \cdot W(t) + Q(q^{-1}) \cdot u(t) \quad (\text{III - 23})$$

d'où :

$$\hat{\Phi}(t+d/t) = P(q^{-1}) \cdot \hat{y}(t+d/t) - R(q^{-1}) \cdot W(t) + Q(q^{-1}) \cdot u(t) \quad (\text{III - 24})$$

Compte tenu des équations (III - 23) et (III - 22), on obtient :

$$\Phi(t+d) = \hat{\Phi}(t+d/t) + e(t+d)$$

où :

$$e(t+d) = \sum_{i=0}^{d-1} p_i e(t+d-i) \text{ est non corrélé avec } \hat{\Phi}(t+d/t)$$

Il est alors évident que $\hat{\Phi}(t)$ est le prédicteur optimal de $\Phi(t)$.

Le critère (III - 17) devient :

$$J = E\{\Phi^2(t+d)\} = E\{\hat{\Phi}^2(t+d/t) + E\{e^2(t+d)\}} \quad (\text{III - 25})$$

A présent, remplaçons la sortie prédite par son expression (III - 20) dans l'équation (III - 24). On obtient :

$$\Phi^*(t+d/t) = \sum_{j=0}^{d-1} P_j \tilde{C}^{-1}(q^{-1}) \cdot [\tilde{F}'_{d-j}(q^{-1}) \cdot y(t) + \tilde{C}'_{d-j}(q^{-1}) u(t-j)] - R(q^{-1}) \cdot W(t) + Q(q^{-1}) u(t) = 0$$

Nous supposons que $P(q^{-1})$ est un polynôme et non une matrice polynomiale, et que $P(q^{-1})$ et $C(q^{-1})$ commutent entre eux. On trouve [36] :

$$\tilde{C}(q^{-1}) \cdot \Phi(t+d/t) = \tilde{F}(q^{-1}) \cdot y(t) + \tilde{G}(q^{-1}) \cdot u(t) + \tilde{H}(q^{-1}) \cdot W(t) = 0 \quad \text{(III - 26)}$$

avec :

$$\tilde{F}(q^{-1}) = \sum_{j=1}^{k-1} P_j \tilde{F}'_{d-j}$$

$$\tilde{G}(q^{-1}) = \sum P_j q^{-j} \tilde{G}'_{d-j} + \tilde{C}(q^{-1}) Q(q^{-1})$$

$$\tilde{H}(q^{-1}) = -\tilde{C}(q^{-1}) \cdot R(q^{-1})$$

Remarques :

- La loi de commande s'obtient en posant $\Phi^*(t+k)/t = 0$
- Pour $P=1$ et $Q=0$, on aboutit à la loi de commande à variance minimale simple.
- $\tilde{G}(0) = \tilde{E}'_k(0) \cdot B(0) = \mathbf{I}$ définit une stratégie de commande admissible. Puisqu'elle minimise (III - 17), elle est optimale.
- $u(t)$ n'est pas unique puisque \tilde{E}' et \tilde{F}' ne le sont pas [58].

III. 3. 3. Le régulateur auto-ajustable

Nous considérons à présent la commande du procédé décrit par l'équation (III - 10), dont les paramètres sont inconnus ou variables dans le temps. L'auto-ajustement se fait sur les paramètres du régulateur, non pas sur ceux du système (Approche directe). Le prédicteur nous permettant d'identifier directement les paramètres est (pour $\tilde{C}(q^{-1}) = \mathbf{I}$) :

$$\Phi(t+k) = \tilde{F}(q^{-1}) \cdot y(t) + \tilde{G}(q^{-1}) \cdot u(t) + \tilde{H}(q^{-1}) W(t) \quad \text{(III - 27)}$$

Sous forme paramétrique on a :

$$\Phi^*(t+d) = X(t) \cdot \theta \quad \text{(III - 28)}$$

avec :

$$X(t) = [y^T(t) \ y^T(t-1) \dots \ u^T(t) \ u^T(t-1) \dots \ W^T \ W^T(t-1) \dots]$$

$$\theta = [F_0 \ F_1 \dots \ G_0 \ G_1 \dots \ H_0 \ H_1 \dots]^T$$

A chaque instant de calcul, la commande $u(t)$ est donnée par :

$$G_o u(t) = - \left[\sum_{i \geq 0} F_i y(t-i) + \sum_{i \geq 1} G_i u(t-i) + \sum_{i \geq 0} H_i W(t-i) \right] \quad (\text{III} - 29)$$

L'algorithme pour $P = I$, $Q = \lambda \cdot I$ est le suivant :

Données : Faire entrer : n_a , n_b , n_c , P et d .

Procédure :

Etape 1 : Lire les sorties réelles et désirées $y(t)$ et $W(t)$.

Etape 2 : Calculer $\Phi(t)$ tel que :

$$\Phi(t) = y(t) - R \cdot W(t-d) + \lambda \cdot u(t-d)$$

Etape 3 : Former le vecteur $X(t-d)$:

$$X(t-d) = \left[y^T(t-d) \ y^T(t-d-1) \dots \ u^T(t-d) \dots \ W^T(t-d) \dots \right]$$

Etape 4 : Calculer la matrice paramétrique θ par l'algorithme des MCR [36] :

$$\hat{\theta}_i(t+1) = \hat{\theta}_i(t) + k(t) \cdot [\Phi_i(t) - X(t-d) \cdot \theta_i(t)]$$

$$k(t) = P(t) - X^T(t-d) \cdot \left[1 + X(t-d) \cdot P(t) \cdot X^T(t-d) \right]^{-1}$$

$$P(t+1) = \frac{1}{\beta} \left[P(t) - k(t) \cdot \left\{ 1 + X(t-d) P(t) X^T(t-d) \right\} \cdot k^T(t) \right]$$

et ceci pour $i = 1 : p$

Etape 5 : Calculer le vecteur de commande pour (III - 29).

Mettre $t = t + 1$, et revenir à l'étape 1.

III. 3. 4. Résultats de simulation

3. 4. 1. SYSTEME A PHASE MINIMALE

Le modèle de la machine à papier présenté par Borisson a été utilisé dans notre cas pour montrer les capacités de l'algorithme de la GMV multivariable. Le modèle de référence étant un signal variable, on présentera pour deux modèles de référence différents le comportement de poursuite de la sortie réelle du système, ainsi que la commande correspondante.

Le modèle du système est donné par l'équation (III - 16).

Pour 400 nombres d'échantillonnage et un facteur d'oubli $\beta = 1$: les figures III-4 a et b montrent les sorties y_1 et y_2 par rapport aux sorties désirées w_1 et w_2 , ainsi que les commandes u_1 et u_2 correspondantes, et ceci pour une pondération $\lambda = 0.01$.

Nous avons remplacé le signal de référence par un signal carré de période 100 et nous avons enregistré les sorties y_1 et y_2 ainsi que les commandes u_1 et u_2 dans les figures III-5 a et b, pour une pondération $\lambda = 0.01$. L'évolution des paramètres du régulateur est donnée dans la figure III-6 pour les deux cas du signal de référence.

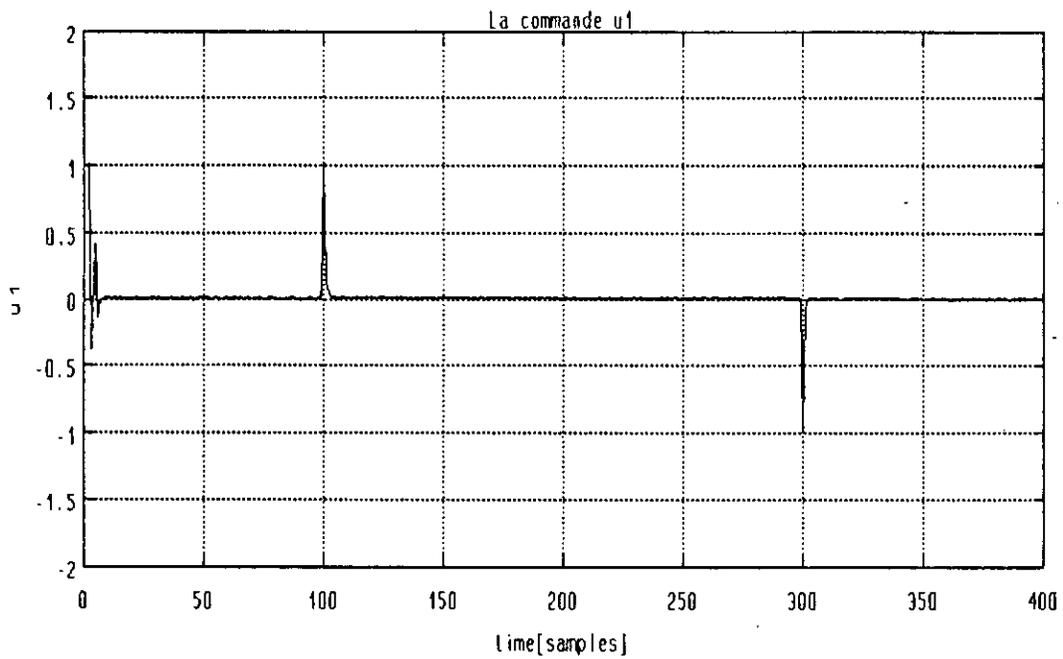
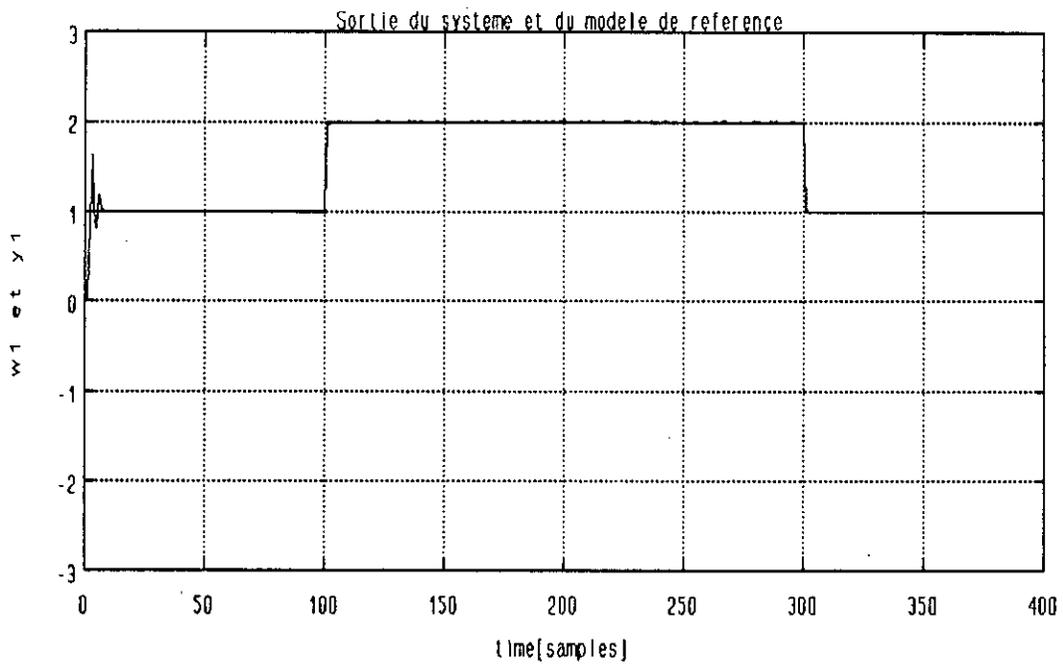


Figure III.4.a: Système à phase minimale. Sortie et commande du premier mode

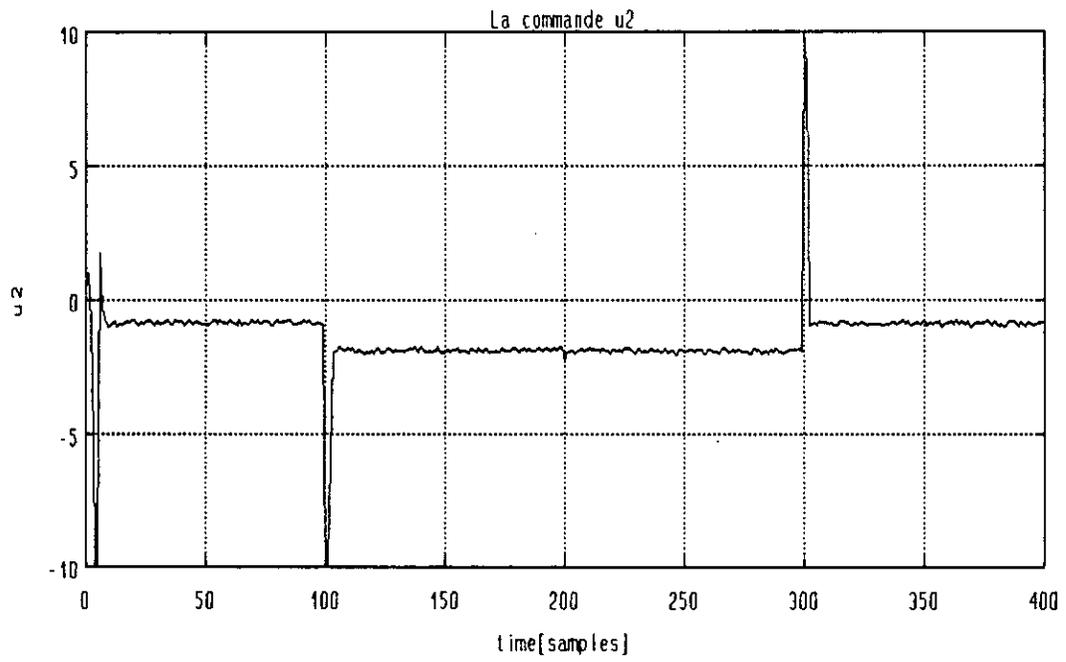
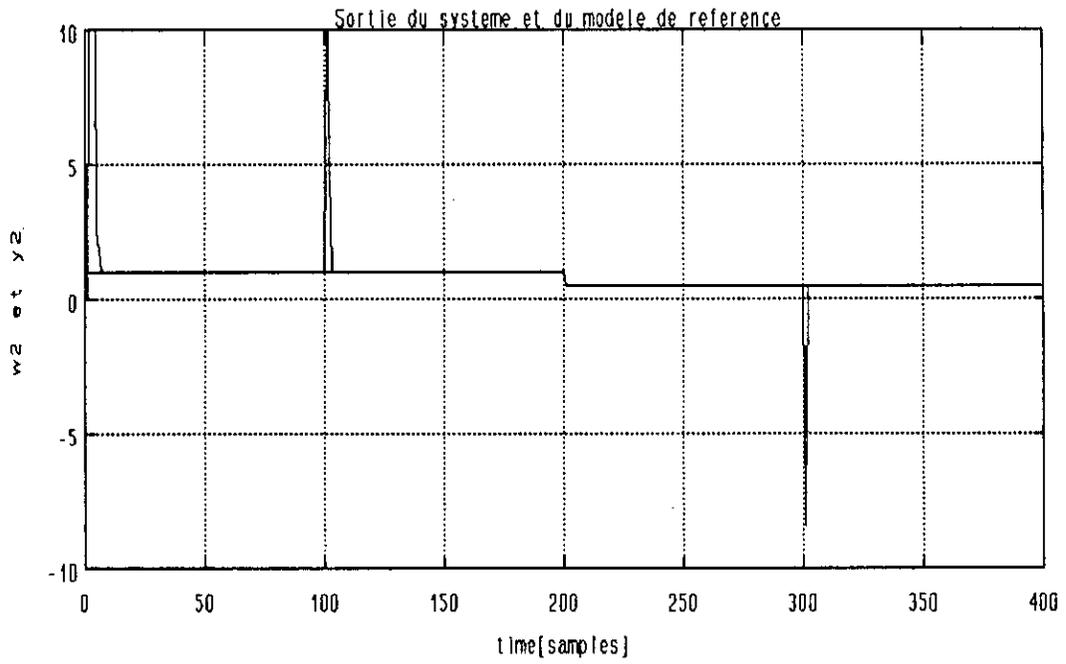


Figure III.4.b: Système à phase minimale. Sortie et commande du deuxième mode.

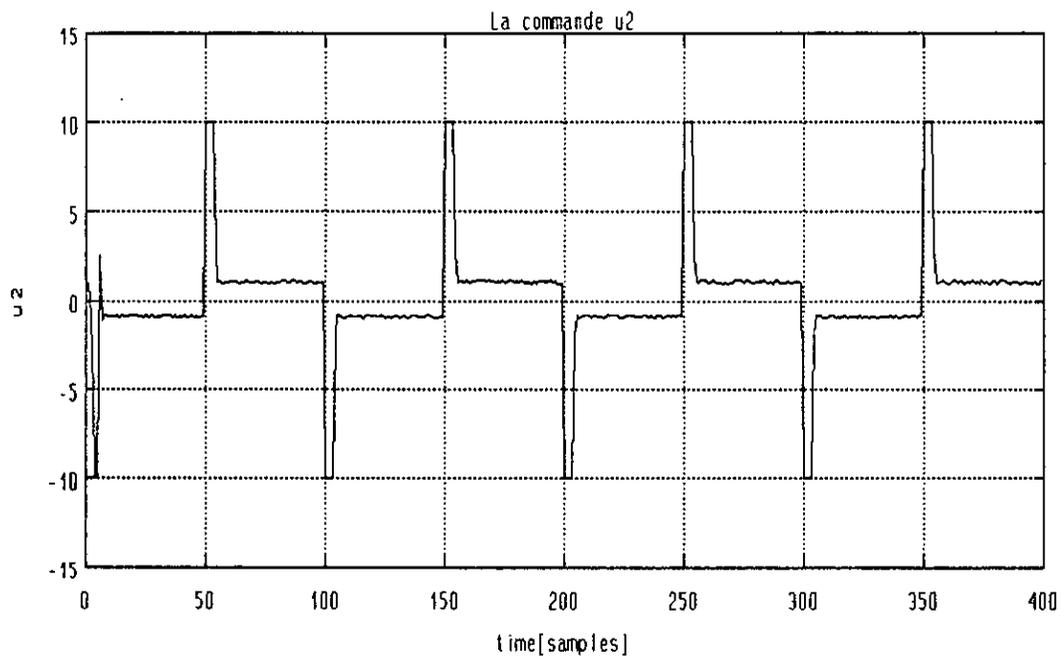
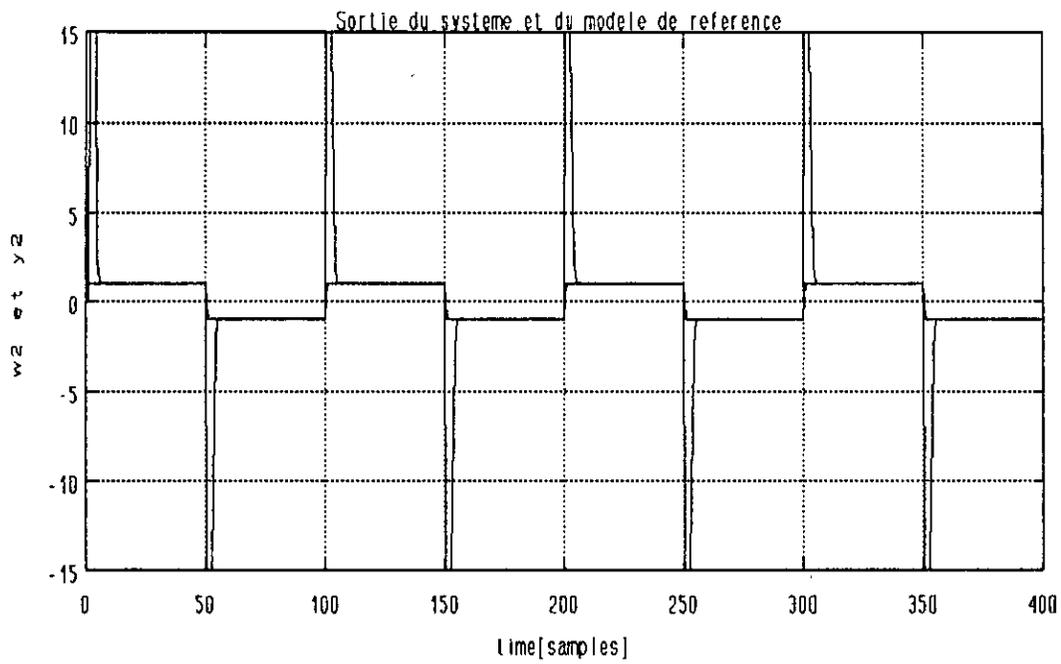


Figure III.5.b: Système à phase minimale. Sortie et commande du deuxième mode.

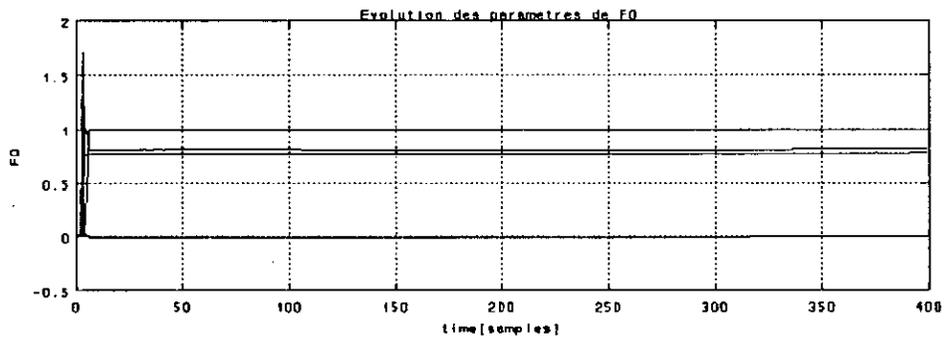
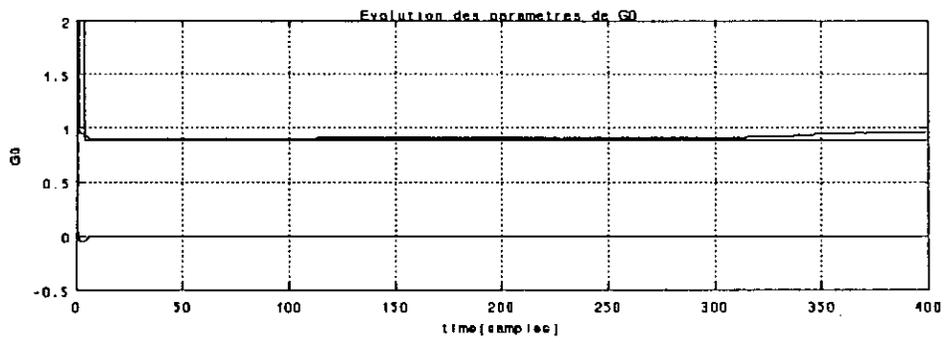


Figure III.6.a: Evolution des paramètres de G0.

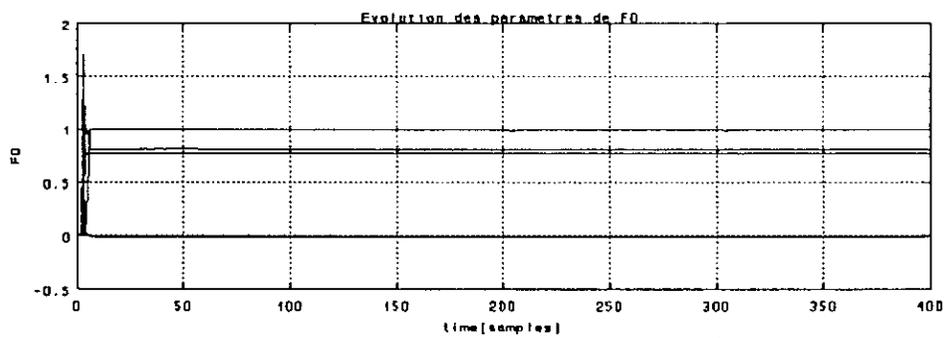
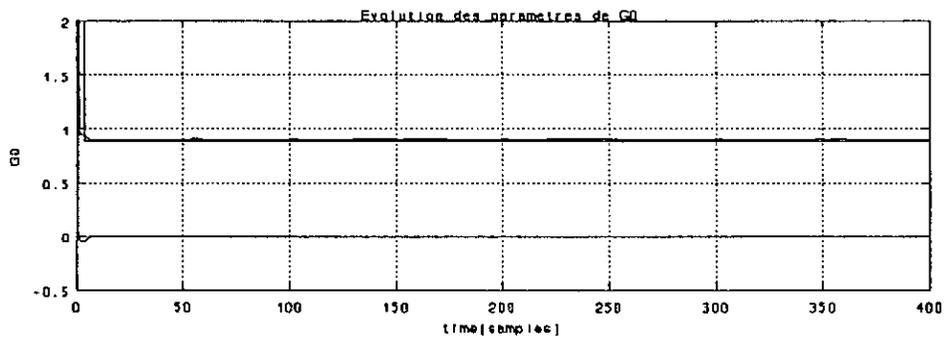


Figure III.6.b: Evolution des paramètres de F0.

Figure III.6: Système à phase minimale.

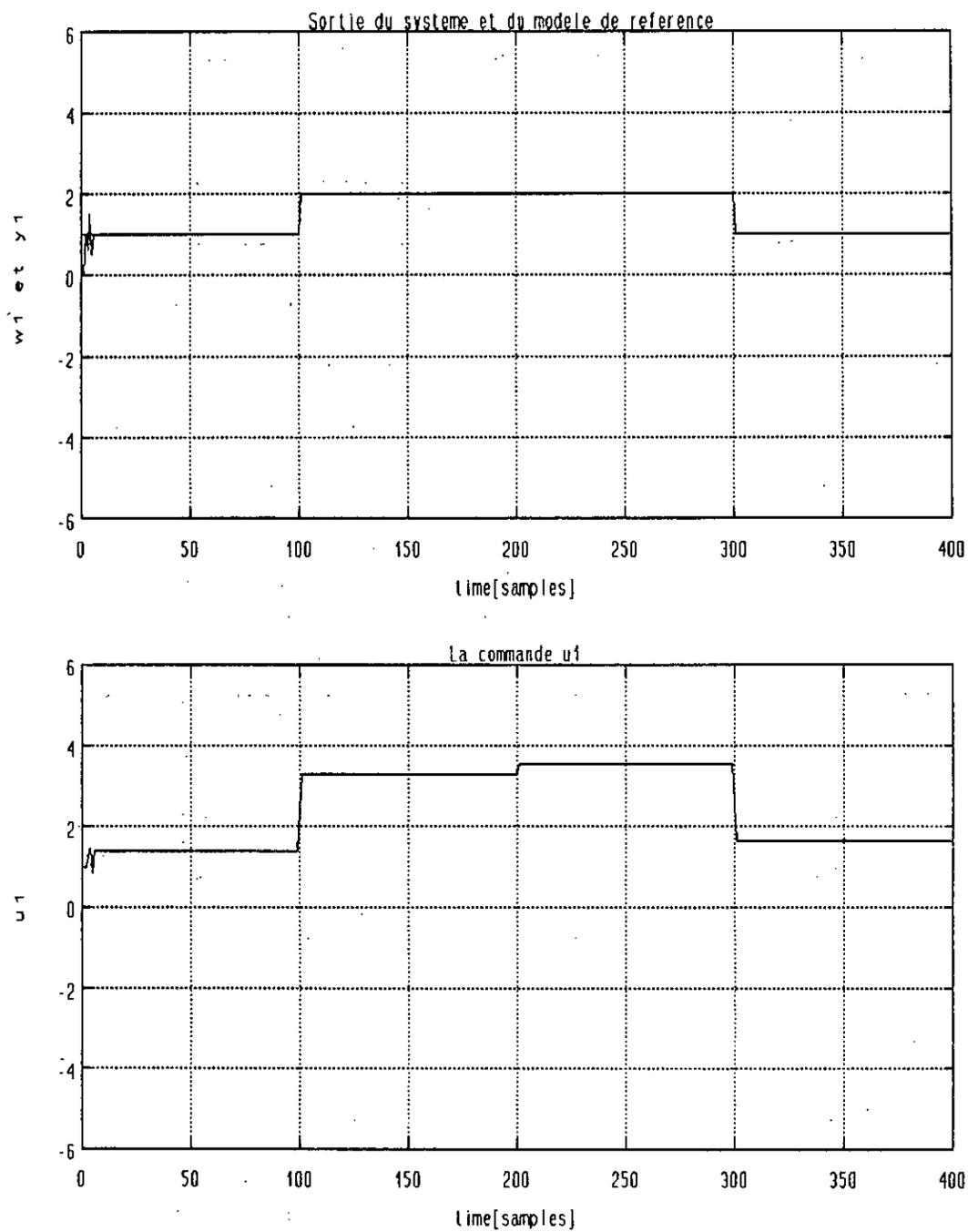


Figure II.7.a: Système à phase non minimale. Sortie et commande du premier mode.

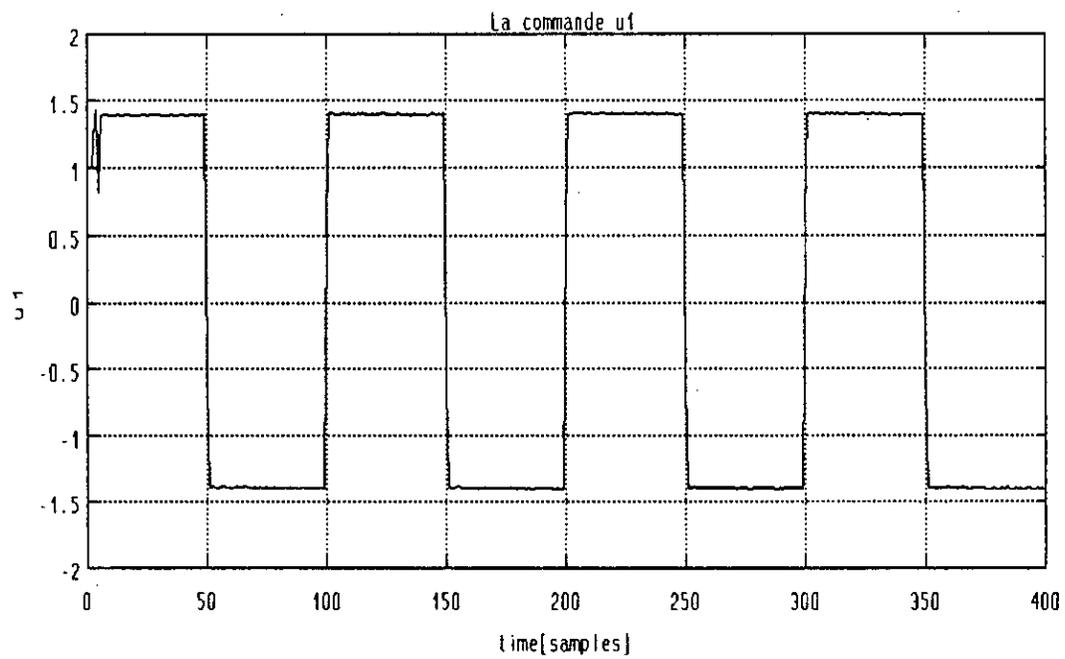
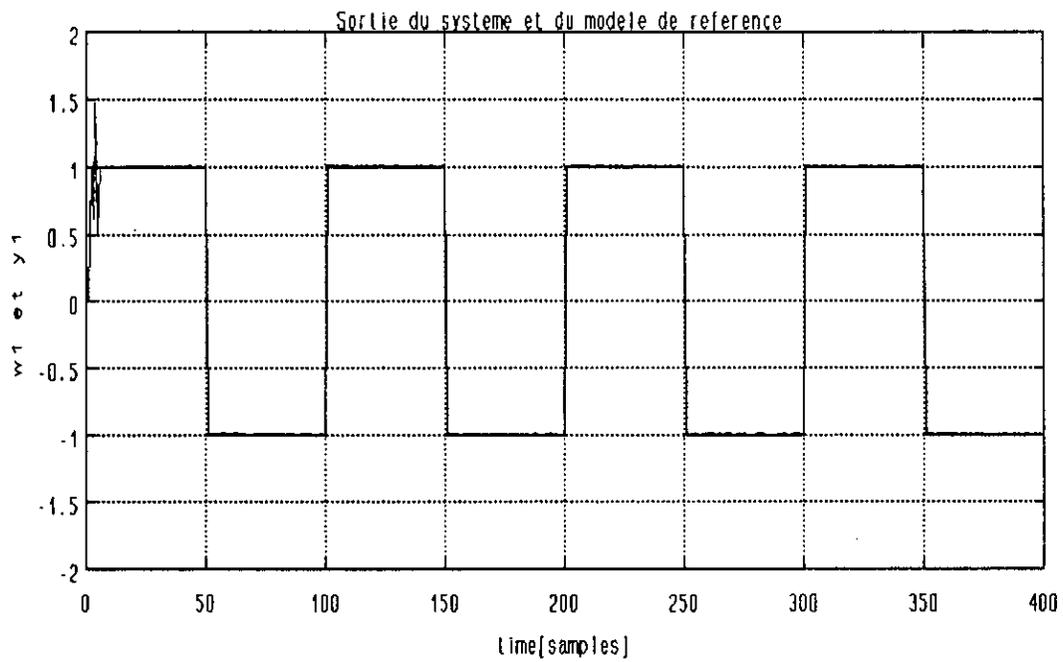


Figure III.8.a: Système à phase non minimale. Sortie et commande du premier mode.

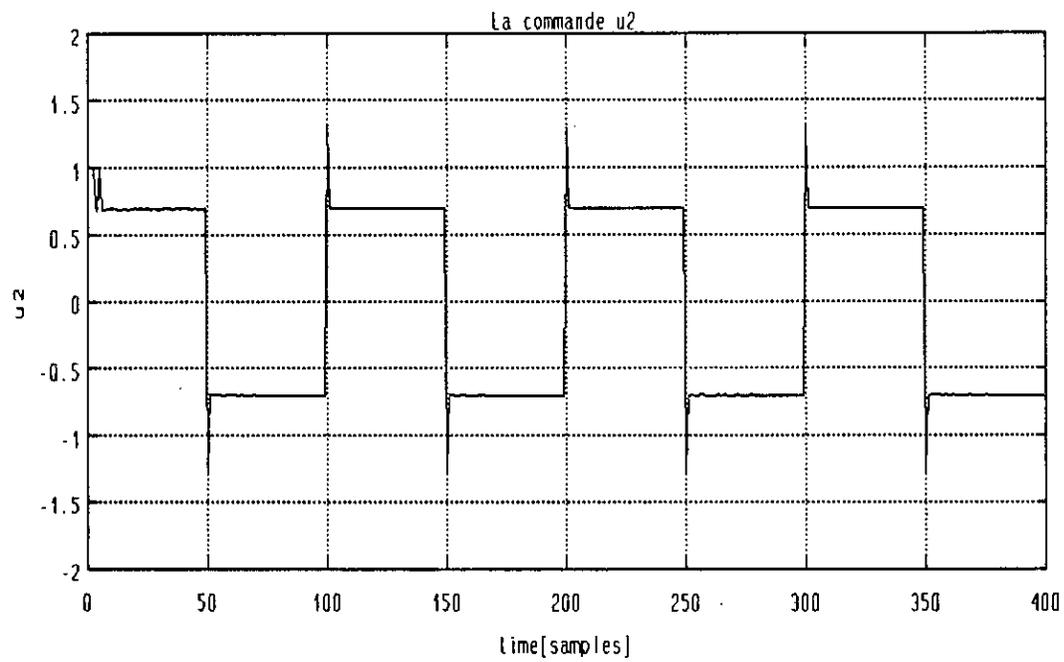
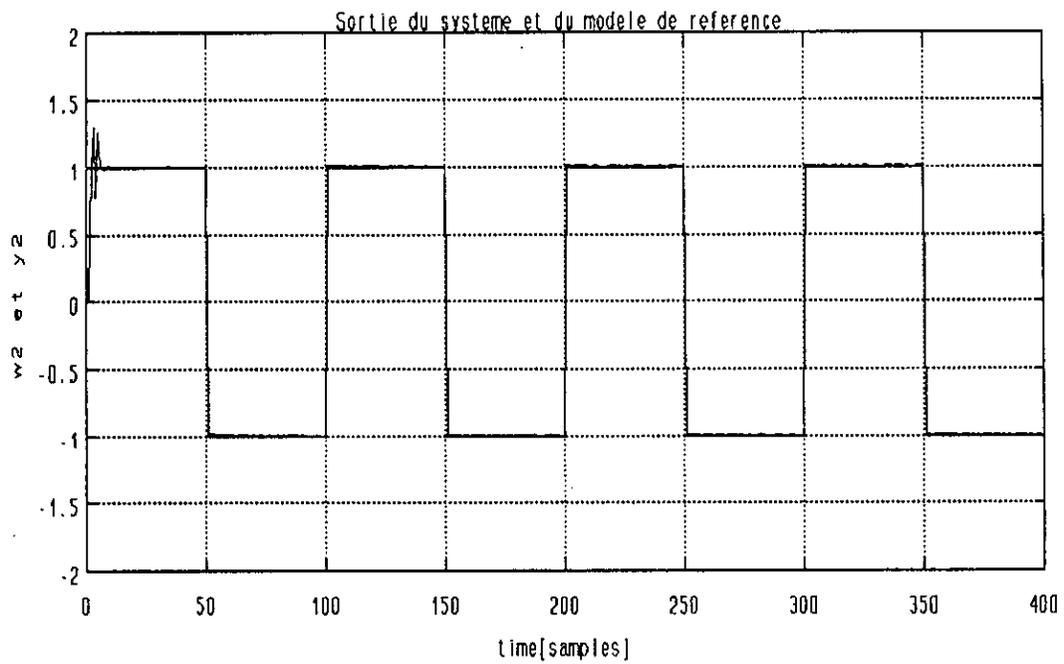


Figure II.8.b: Système à phase non minimale. Sortie et commande du système du deuxième mode.

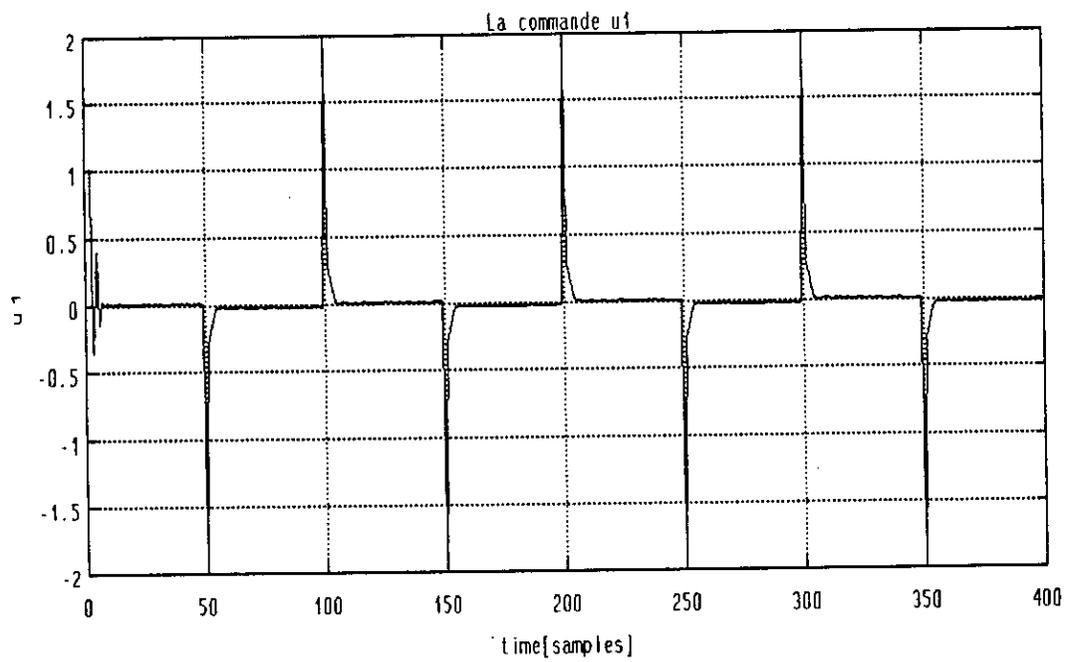
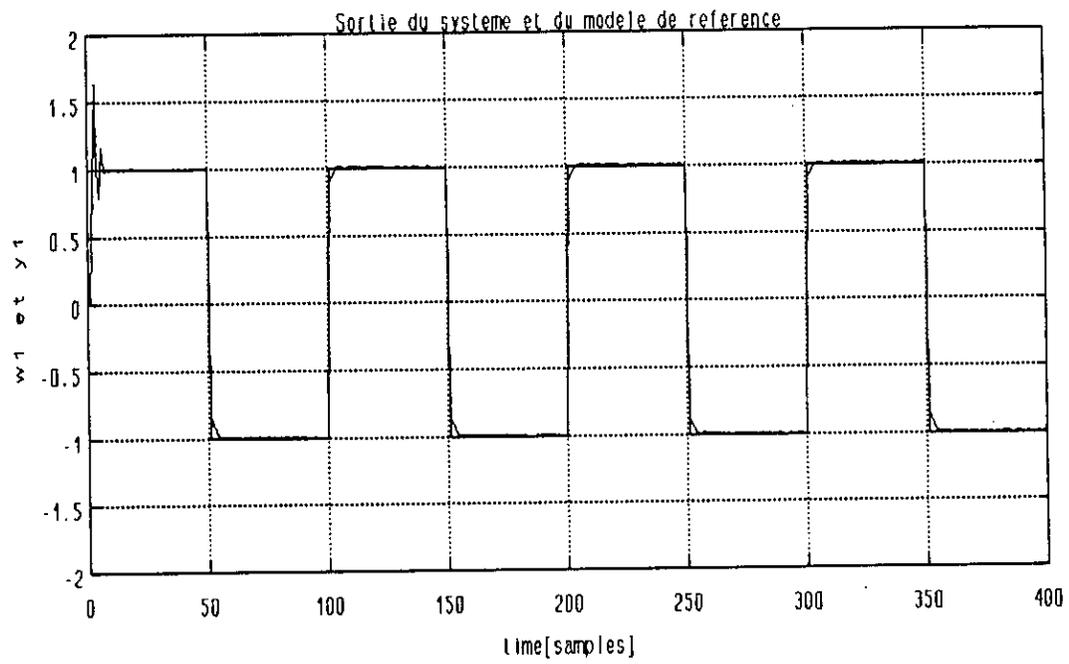


Figure III.5.a: Système à phase minimale. Sortie et commande du premier mode.

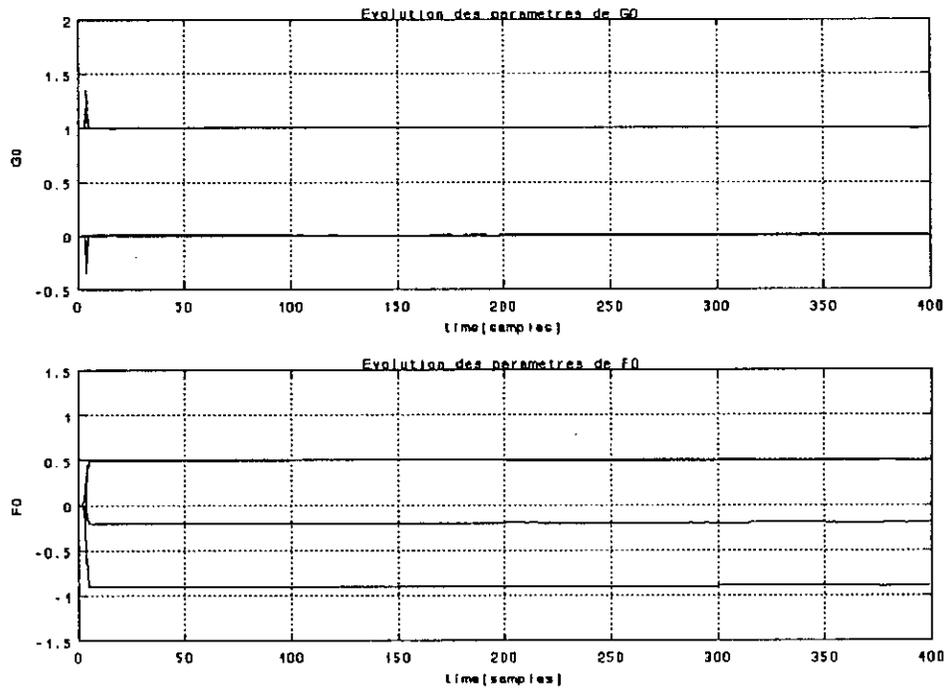


Figure III.9.a: Evolution des paramètres du régulateur pour le signal de référence donné.

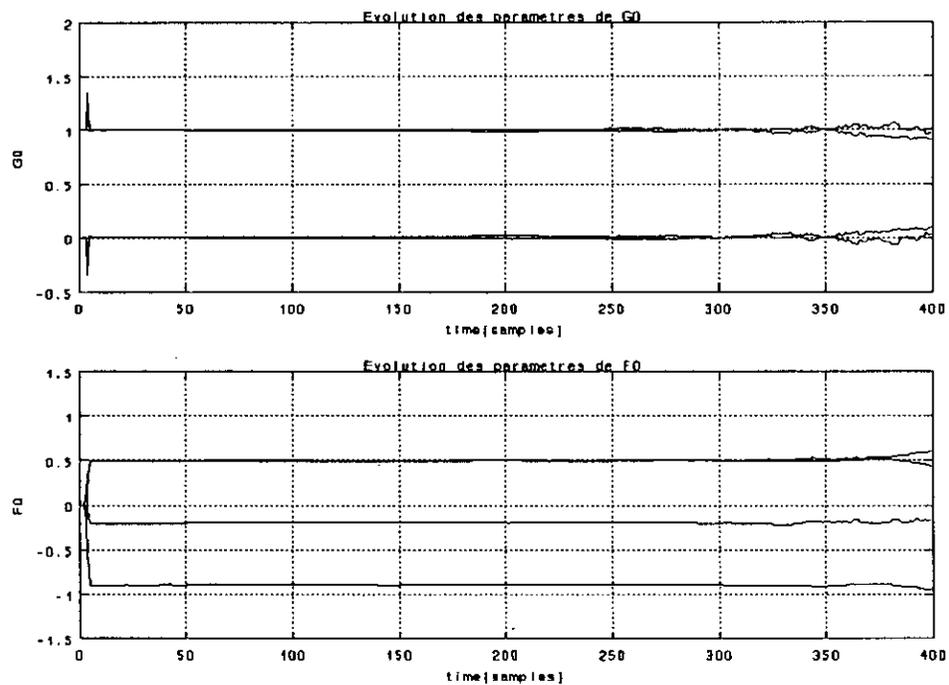


Figure III.9.b: Evolution des paramètres du régulateur pour un signal de référence carré.

Figure III.9: Système à phase non minimale.

III . 4 . APPLICATION AU ROBOT PUMA

III . 4 . 1 PRESENTATION DU ROBOT :

La définition descriptive d'un robot est : " un robot ou manipulateur est caractérisé par une structure arborescente articulée simple ou multiple dont les segments sont mobiles les uns par rapport aux autres. Cet ensemble a pour objectif de mener l'organe terminale vers un lieu géométrique imposé par la tâche". [6].

Le robot manipulateur qu'on a proposé pour l'application est un PUMA caractérisé par deux articulations rotationnelles θ_1 et θ_2 .

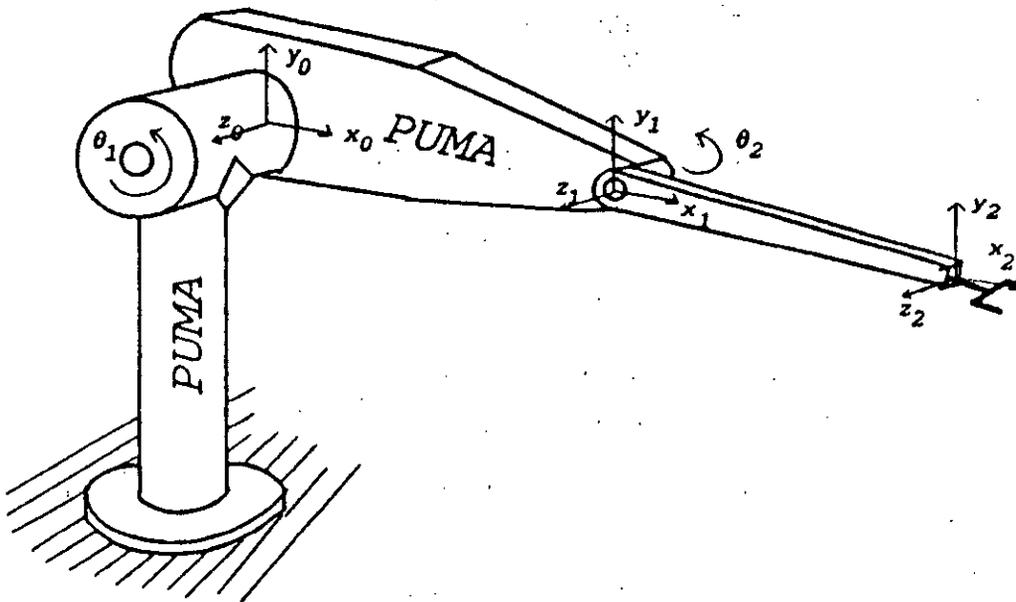


Figure APP.1 Présentation du Robot PUMA

Les variables généralisées du robot sont définies par :

$$q^T = [q_1 \ q_2] = [\theta_1 \ \theta_2]$$

III.4.2 Modèle de représentation du robot

On donne implicitement le modèle du robot, décrit par le système d'équations suivant [6] :

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \alpha \ddot{q}_1 + \beta \ddot{q}_2 + f_1 + \tau_{g1} + b_1 \dot{q}_1 \\ \tau_2 &= \beta \ddot{q}_1 + \gamma \ddot{q}_2 + f_2 + \tau_{g2} + b_2 \dot{q}_2 \end{aligned} \quad (\text{APP.1})$$

Avec $\alpha = 1/3 l^2 (m_1 + 4 m_2 + 3 m_2 \cos(q_2))$.

$$\beta = m_2 l^2 (1/3 + 1/2 \cos(q_2)).$$

$$\gamma = 1/3 m_2 l^2$$

$$f_1 = -m_2 l^2 \dot{q}_1 \sin(q_2) (1/2 \dot{q}_2 + \dot{q}_1).$$

$$f_2 = 1/2 m_2 \sin(q_2) l^2 \dot{q}_1^2$$

$$\tau_{g1} = 1/2 m_1 g l \cos(q_1) + m_2 g l [1/2 \cos(q_1 + q_2) + \cos(q_1)]$$

$$\tau_{g2} = 1/2 m_2 g l \cos(q_1 + q_2)$$

b_1 et b_2 sont les termes des frottements visqueux des actionneurs.

Pour faciliter la mise en oeuvre de ce modèle, on écrit ce dernier sous forme d'état, avec le vecteur d'état est :

$$X^T = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4] = [q_1 \ \dot{q}_1 \ q_2 \ \dot{q}_2]$$

Les commandes du robot sont obtenues en faisant :

$\tau_1 = K_1 u_1$ et $\tau_2 = K_2 u_2$, avec K_1 et K_2 sont les coefficients de proportionnalité des actionneurs ("actionneurs idéaux"), τ_1 et τ_2 sont les forces généralisées du robot ("dans notre cas, τ_1 et τ_2 sont des couples").

Le modèle de connaissance du robot est fortement non linéaire. Pour pouvoir appliquer la commande adaptative à GMV linéaire, on choisit un modèle de représentation linéaire découplé pour l'identification en temps réel du robot.

III . 4 . 3 Trajectoire désirée.

Dans le choix de la trajectoire il y a plusieurs critères [59] : des critères liés à l'énergie consommée, ou au temps d'exécution d'une tâche spécifiée, d'autres sont choisis pour assurer une évolution continue et lisse de certaines grandeurs physique. Dans notre cas, on a choisi une des trajectoires qui assure ce dernier critère.

Cette trajectoire est la trajectoire cycloïde. On définit cette dernière par :

$$q(t) = \begin{cases} q_i + (q_f - q_i) \left(\frac{t}{t_f} - \frac{\sin\left(\frac{2\pi t}{t_f}\right)}{2\pi} \right) & \text{Si } t \leq t_f \\ q_f & \text{Si } t > T_f \end{cases} \quad (\text{APP.2})$$

Les valeurs numériques du robot PUMA sont [6].

$$l_1 = l_2 = l = 1\text{m} ; m_1 = m_2 = 10\text{ kg.}$$

$$b_1 = 75\text{ N/rd/S} ; b_2 = 10\text{N/rd/s.}$$

$$K_1 = 40\text{ Nm/V} ; K_2 = 20\text{ Nm/V}$$

$$g = 9.81\text{ ms}^{-2}$$

avec :

K_1, K_2 : constantes du couple moteur.

l_1, l_2 : longueurs des deux liaisons.

m_1, m_2 : masses des deux liaisons.

III . 4 . 4 . Résultats de simulation :

Le vecteur d'état X est initialement nul : $X^T(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$.

Pour la simulation du modèle du robot, on utilise la méthode de Runge Kutta (Rk 45).

On applique au robot la commande autoajustable à GMV linéaire. Donc le modèle de représentation est choisi linéaire. Pour simplifier l'extension de la commande linéaire monovariante au cas multivariable, on utilise un modèle de représentation diagonale, avec un algorithme d'identification à trace constante afin de pour suivre le comportement non linéaire du robot.

Les résultats de simulations sont représentées sur les figures (APP.2) et (APP.3). Ces derniers montrent l'efficacité de la commande autoajustable pour des systèmes non linéaires.

Donc le choix d'un modèle de représentation adéquat permet l'implémentation de l'algorithme de commande autoajustable pour les systèmes multivariables.

La figure (APP.2) représente les positions généralisées et les vitesses du robot pour une trace de l'algorithme égale à $G_i = 50\ 000$.

La figure (APP.3) représente les positions et les vitesses généralisées du robot pour une référence égale à deux fois la référence de la Fig. APP2, et pour une trace de l'algorithme égale à $G_i = 60\ 000$.

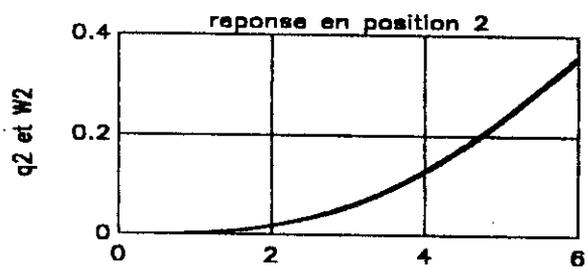
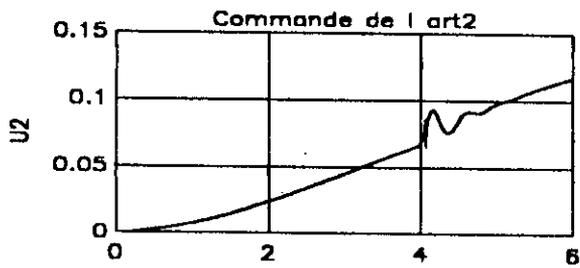
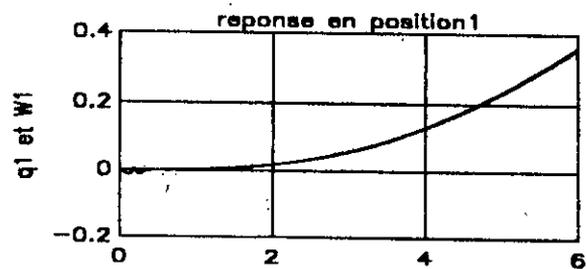
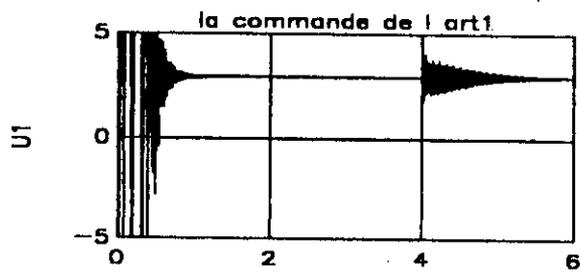


Fig.app.2.a Rponses en positions gnralises du robot. $G_i = 50000$

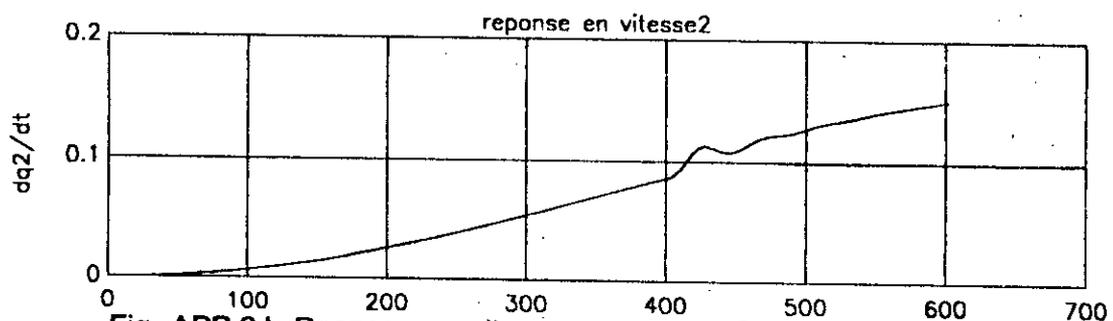
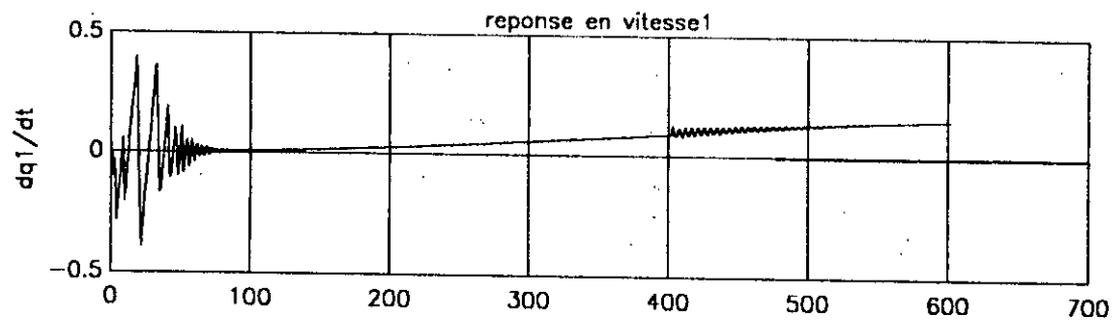


Fig. APP.2.b Rponses en vitesses gnralises. $G_i = 50000$

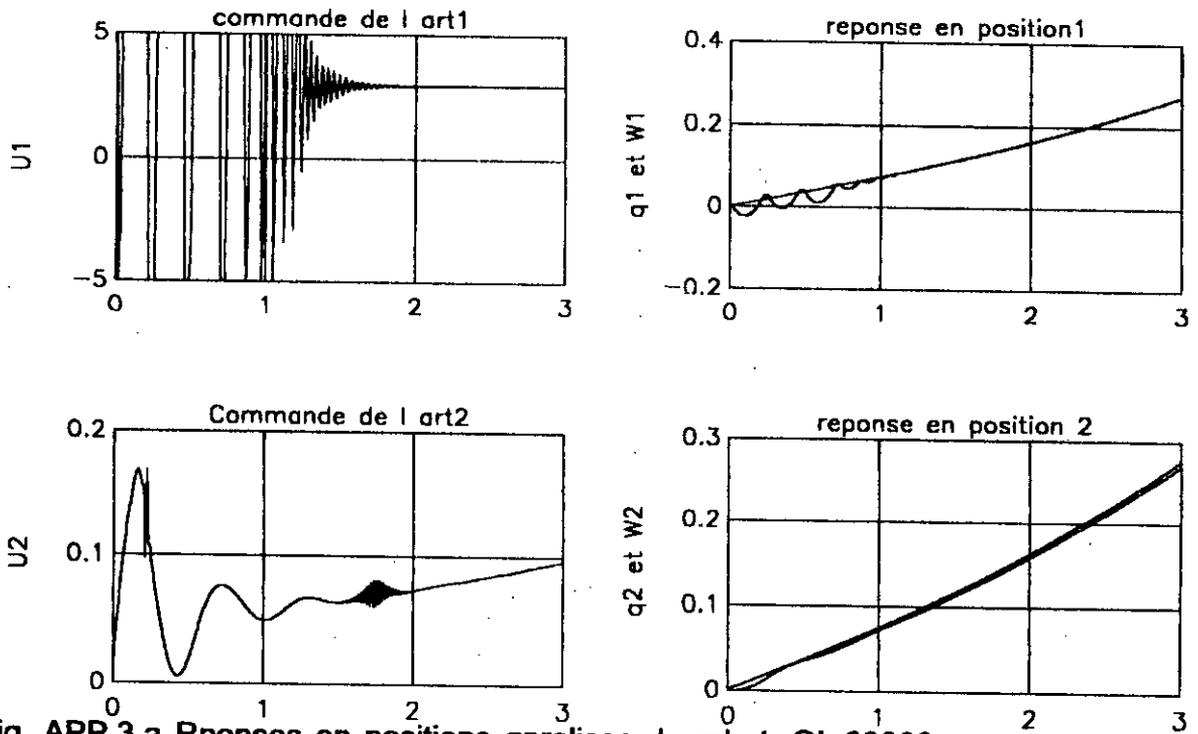


Fig. APP.3.a Réponses en positions généralisées du robot. GI=60000

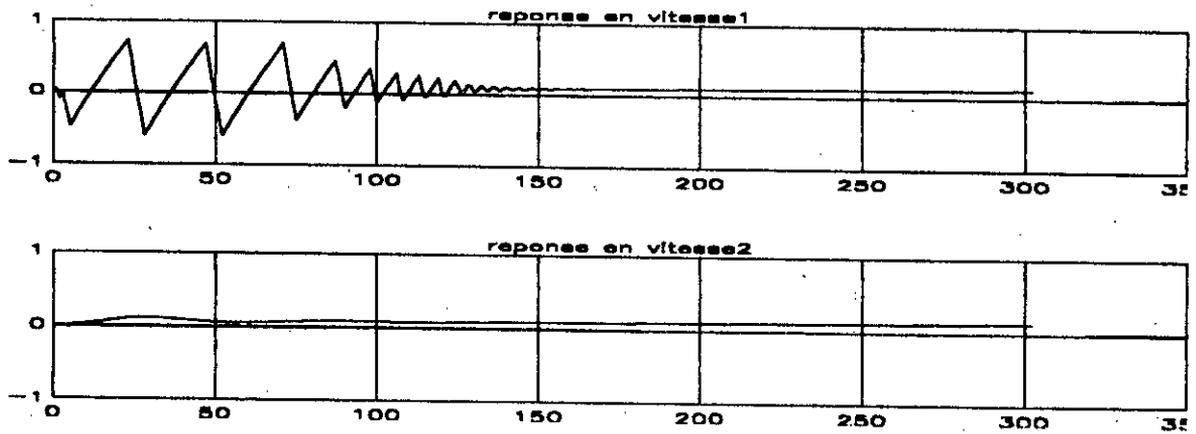


Figure APP.3.b : Réponses en vitesses généralisées du robot. GI = 60000.

III. 5. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons développé l'algorithme de commande linéaire à variance minimale généralisée pour des systèmes multivariables. Nous l'avons appliqué à un système discret linéaire ayant le même nombre d'entrées que de sorties.

Dans le cas adaptatif, l'algorithme d'identification à MCR a été inséré en vue de la commande.

Nous avons préféré tester l'exactitude de cet algorithme pour le cas multivariable, pour identifier le même système destiné à la commande, l'entrée étant une SBPA, l'identification a été faite avec trois approches différentes.

L'approche PP donne de meilleurs résultats, mais la dimension du problème s'avère plus grande que dans les autres approches. Ces dernières permettent, quant à elles, d'identifier un nombre réduit de paramètres avec une erreur acceptable.

L'introduction dans le critère de la commande à GMV, du terme de la trajectoire de référence d'une part, et la pondération sur la commande d'autre part, permettent, pour une trajectoire désirée variable dans le temps, de commander des systèmes à phase non minimales.

La pondération Q agit sur le comportement dynamique du système en boucle fermée. Elle tend à diminuer les fluctuations dans la commande et à les diminuer dans la sortie du système. Pour le choix de cette pondération, un compromis doit être fait.

CHAPITRE IV

IDENTIFICATION DES SYSTEMES N.L.

IV. 1. INTRODUCTION

L'identification constitue l'outil de base de la modélisation et de la commande. En effet, elle permet d'estimer les paramètres du modèle mathématique qui peuvent être utilisées : - soit pour la connaissance des mécanismes mis en jeu au niveau d'un procédé ("modèles de connaissance").

- soit pour l'élaboration de stratégies de commande.

Compte tenu de la souplesse et de la facilité d'utilisation des systèmes numériques, nous allons porter notre intérêt principalement sur les modèles discrets.

Les systèmes non linéaires ont différents types de structures. Mais il n'y a pas une méthode mathématique simple pour la description des différentes structures ; seulement des tâches spéciales d'estimation paramétrique des systèmes non linéaires ont été résolues [30].

Les méthodes élaborées pour l'identification des systèmes linéaires discrets peuvent être étendues simplement pour des classes spéciales des systèmes non linéaires, c'est à dire les systèmes linéaires en paramètres.

L'identification comprend alors trois phases : approximation de la structure, estimation paramétrique et vérification ("test"). Mais seulement les deux dernières ont une théorie satisfaisante ("mais non pas définitive"). Pour le moment, le problème majeur qui se pose est de trouver une structure convenable appropriée [29].

L'estimation de l'ordre du modèle est déjà étudiée pour les systèmes linéaires, mais ce n'est pas le cas pour les systèmes dynamiques non-linéaires. La raison peut en être les nombreuses variations des modèles et les structures bruitées.

Plusieurs algorithmes ont été élaborés pour l'estimation linéaire des paramètres d'un système non linéaire sous les conditions bruitées. Ces algorithmes présument que seulement les paramètres sont linéaires ; ils peuvent être aussi utilisés pour l'estimation non linéaire ("paramètres non linéaires") [29].

Dans ce chapitre, on s'intéresse en premier lieu à traiter des modèles non linéaires qui sont linéaires seulement en paramètres. Parmi les modèles étudiés, on peut citer :

- Le modèle de Hammerstein : simple et généralisé.
- Le modèle de Hammerstein étendu.
- Le modèle bilinéaire.
- Le modèle de Wiener : simple et généralisé.
- Le modèle de Wiener étendu.
- Le modèle de Volterra étendu d'ordre fini.

A noter que les modèles de Wiener sont non linéaires en paramètres.

En second lieu on présentera les deux types d'identification : L'identification non récursive ("Off line") basée sur cinq approches qui sont une extension des méthodes linéaires pour les systèmes non-linéaires, et l'identification récursive ("On line") basée sur l'algorithme des moindres carrés récursifs. C'est le deuxième aspect qui nous intéresse.

Pour le développement de ces méthodes, on s'est limité à l'identification du modèle de Hammerstein. La procédure d'identification pour les autres modèles élaborés dans ce chapitre sera similaire à celle établie pour le modèle de Hammerstein [29].

IV. 2. STRUCTURES POUR L'IDENTIFICATION DES SYSTEMES NON-LINEAIRES

On s'intéresse dans cette section à présenter les différentes structures non-linéaires utilisées, en développant leur source théorique et le concept mathématique utilisé.

Le problème qui se pose en identification est de trouver des relations mathématiques linéaires ou non linéaires permettant d'exprimer l'effet de l'excitation ("l'entrée") sur la sortie du procédé.

Considérons à cet effet le modèle non linéaire continu suivant [7] :

$$y(t) = F[u(t) ; t \leq t] \quad (IV - 1)$$

avec $y(t)$: sortie du système et $u(t)$: entrée de commande.

Le développement en série de Volterra de cette fonctionnelle donne [7] :

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} W_n(t) \quad (IV - 2)$$

$$\text{avec : } W_n(t) = y(t) * \sum_{n=1}^{\infty} W_n(t) = \int \dots \int h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n u(t - \tau_i) d\tau_i$$

h_i : fonction bornée et continue en τ_1 (réponse impulsionnelle d'un système causal : $h_i(\tau_1, \dots, \tau_i) = 0$ pour $\tau_i < 0$).

La version discrète de l'équation (IV - 2) est [30] :

$$y(t) = r_0 + \sum_{i=0}^{\infty} W_i u(t - i) + \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} W_{ij} u(t - i) u(t - j) + \dots \quad (IV - 3)$$

$$+ \sum_{i=0}^{\infty} \dots \sum_{k=0}^{\infty} W_{i\dots k} u(t - i) \dots u(t - k)$$

avec : $W_{i\dots k}$: pondération de la réponse impulsionnelle

r_0 : terme constant.

C'est à partir de ce raisonnement que découlent les différents modèles non linéaires cités précédemment.

En outre un modèle linéaire discret peut être obtenu en faisant l'approximation suivante [30] :

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} W_i u(t - i) \approx \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) \quad (IV - 4)$$

où :

$$B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m}$$

et :

$$A(q^{-1}) = 1 + \tilde{A} q^{-1} = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n}$$

Cette approximation nous permettra une présentation aisée de la structure d'une variété de modèles non linéaires. Pour plus de détails, voir Annexe.

De ce fait, on insistera sur les modèles d'ordre fini qui permettent une interprétation de l'effet des non linéarités sur le système.

IV. 2. 1. Modèle de Hammerstein simple ("Simple Hammerstein Model : SH")

Dans le cas où le modèle de l'actionneur est approximé par un modèle parabolique, le système est décrit par l'équation suivante [29] :

$$y(t) = (C_0 + C_1 u(t) + C_2 u^2(t)) \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} \quad (IV - 5)$$

avec : C_0 , C_1 et C_2 : constantes réelles.

La non-linéarité se trouve à l'entrée du système (figure IV - 1)

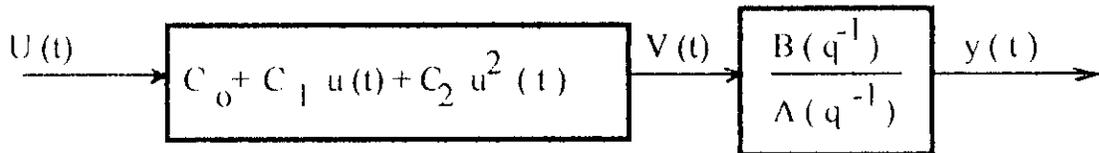


Figure IV - 1 : Structure du SH

où $V(t)$: variable auxiliaire ("Sortie du bloc non linéaire")

Le degré du polynôme représentant la non linéarité peut être supérieur à 2.

$A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ sont des polynômes en q^{-1} .

IV. 2. 2. Modèle de Hammerstein généralisé ("Generalized Hammerstein Model : GH")

Ce modèle (Figure IV - 2) peut être considéré comme un système dynamique linéaire à plusieurs entrées et simple sortie, dans le nouvel espace de vecteurs obtenu par la transformation des signaux d'entrée. Dans le modèle en question, les entrées du système sont : $u(t)$ et $u^2(t)$.

La sortie du système est décrite par :

$$y(t) = r_0 + \frac{B_1(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + \frac{B_2(q^{-1})}{A(q^{-1})} u^2(t) \quad (IV - 6)$$

avec :

$$B_1(q^{-1}) = b_{11} q^{-1} + \dots + b_{1m_1} q^{-m_1}$$

$$B_2(q^{-1}) = b_{21} q^{-1} + \dots + b_{2m_2} q^{-m_2}$$

r_0 : constante réelle.

Ce modèle est une généralisation du précédent par distribution de l'effet de la commande non pas à des coefficients mais à des polynômes en (q^{-1}) pour donner son effet dans le temps.

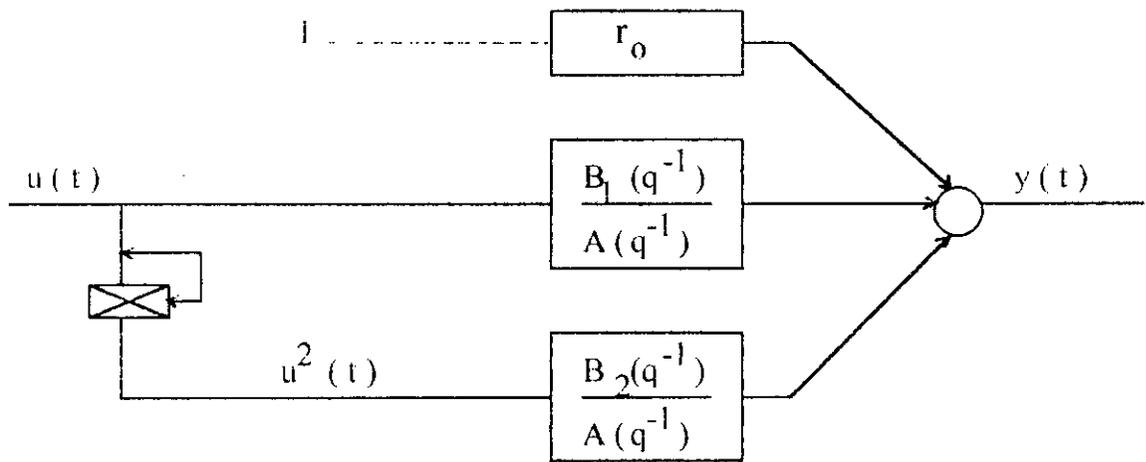


Figure IV - 2 : Structure du GH

L'équation (IV - 6) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$y(t) = -\bar{A}(q^{-1}) y(t) + r_o^* + B_1(q^{-1}) u(t) + B_2(q^{-1}) u^2(t) \quad (IV - 7)$$

avec : $\bar{A}(q^{-1}) = A(q^{-1}) - 1$

$$r_o^* = r_o \left(1 + \sum_{i=1}^n a_i \right)$$

IV. 2. 3. Modèle de Hammerstein étendu ("Extended Hammerstein Model : EH")

Les systèmes non linéaires présentant un retour interne de la sortie quadratique peuvent être décrits par le modèle de Hammerstein étendu (Figure IV - 3). Ceci est fait en introduisant un feed-back non linéaire de la sortie à travers un bloc linéaire discret.

Ayant ce retour de la sortie, l'équation (IV - 7) devient :

$$y(t) = -\bar{A}(q^{-1})y(t) + r_o^* + B_1(q^{-1})u(t) + B_2(q^{-1})u^2(t) + D(q^{-1})y^2(t) \quad (IV - 8)$$

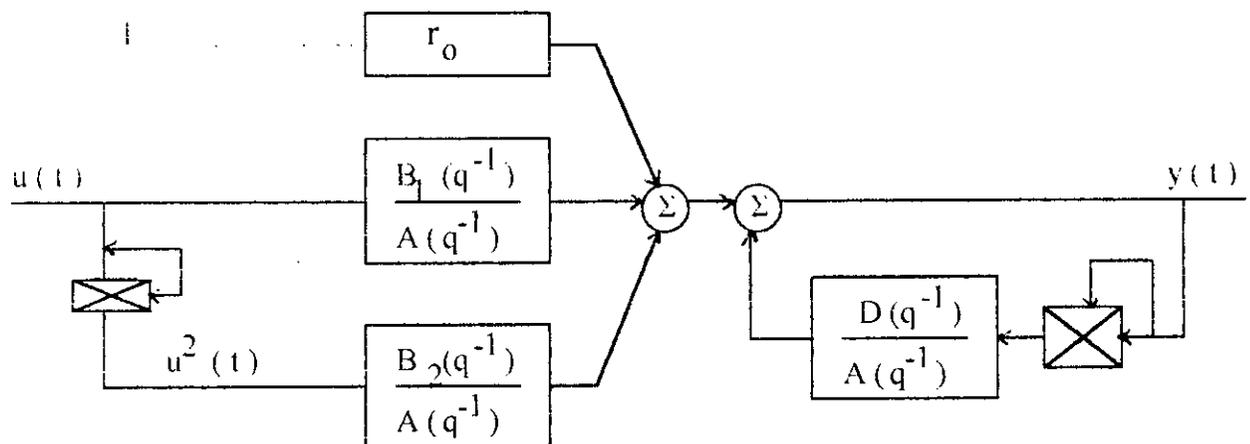


Figure IV - 3 : Structure du EH

avec : $D(q^{-1}) = d_1 q^{-1} + \dots + d_d q^{-d}$

IV. 2. 4. Modèle de Wiener simple ("Simple Wiener Model : SW")

Il ressemble au "SH". La différence entre eux est que la non linéarité dans le "SW" se trouve en sortie (Fig. IV - 4).

Ce modèle est décrit par l'équation suivante :

$$y(t) = C_0 + C_1 V(t) + C_2 V^2(t) \quad (IV - 9)$$

avec : $V(t) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t)$

La sortie dans ce cas n'est pas influencée par le carré de la commande mais par un terme englobant les différentes commandes dans le temps et de l'autocorrélation de celle-ci pondérée d'un coefficient choisi.

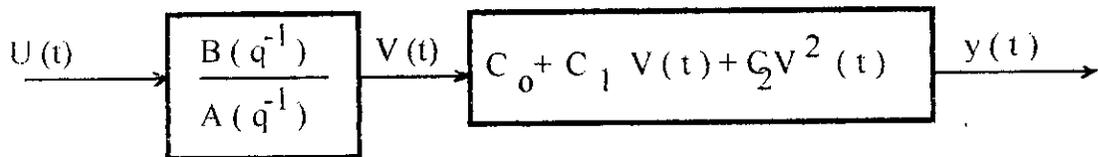


Figure IV - 4 : Structure du SW.

IV. 2. 5. Modèle de Wiener généralisé ("Generalized Wiener Model : GW")

Comme pour le modèle de Hammerstein, le modèle de Wiener admet une généralisation ; c'est le cas du "Generalized Wiener Model" (Fig IV - 5).

Ce dernier est décrit par l'équation discrète suivante :

$$y(t) = C_0 + \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + \frac{B_2^2(q^{-1})}{A^2(q^{-1})} u^2(t) \quad (IV - 10)$$

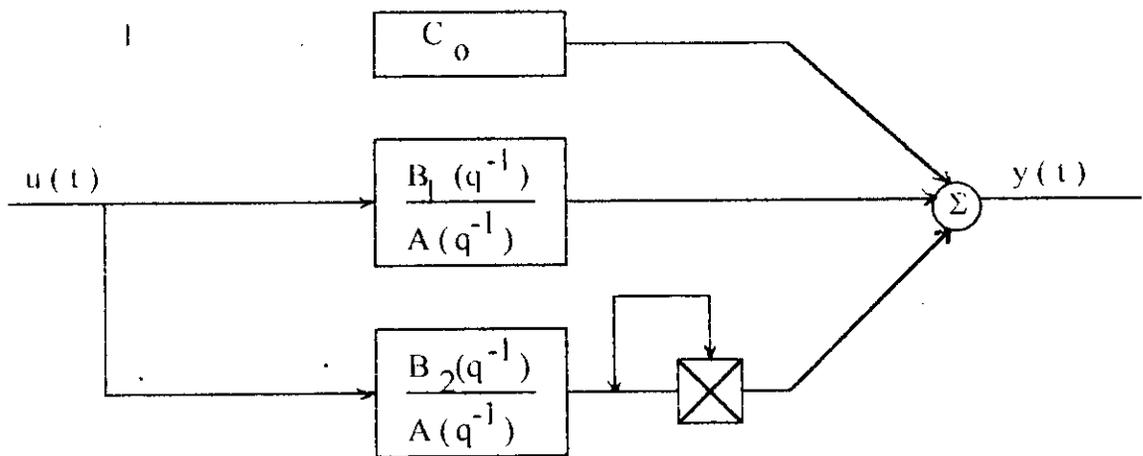


Figure IV - 5 : Structure du GW.

Dans le cas où les polynômes en q^{-1} : $B_1(q^{-1})$ et $B_2(q^{-1})$ sont de la forme :

$$B_1(q^{-1}) = C_1 B(q^{-1}) \quad \text{et} \quad B_2^2(q^{-1}) = C_2 B^2(q^{-1})$$

alors le modèle de Wiener simple est un cas spécial du "GW".

IV. 2. 6. Modèle de Wiener étendu ("Extended Wiener Model : EW")

Cette structure résulte en faisant la multiplication de deux blocs dynamiques linéaires (Fig. IV - 6).

L'équation de ce modèle est donnée par :

$$y(t) = C_o + \frac{B_1(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + \frac{B_2(q^{-1})}{A(q^{-1})} \frac{B_3(q^{-1})}{A(q^{-1})} u^2(t) \quad (IV - 11)$$

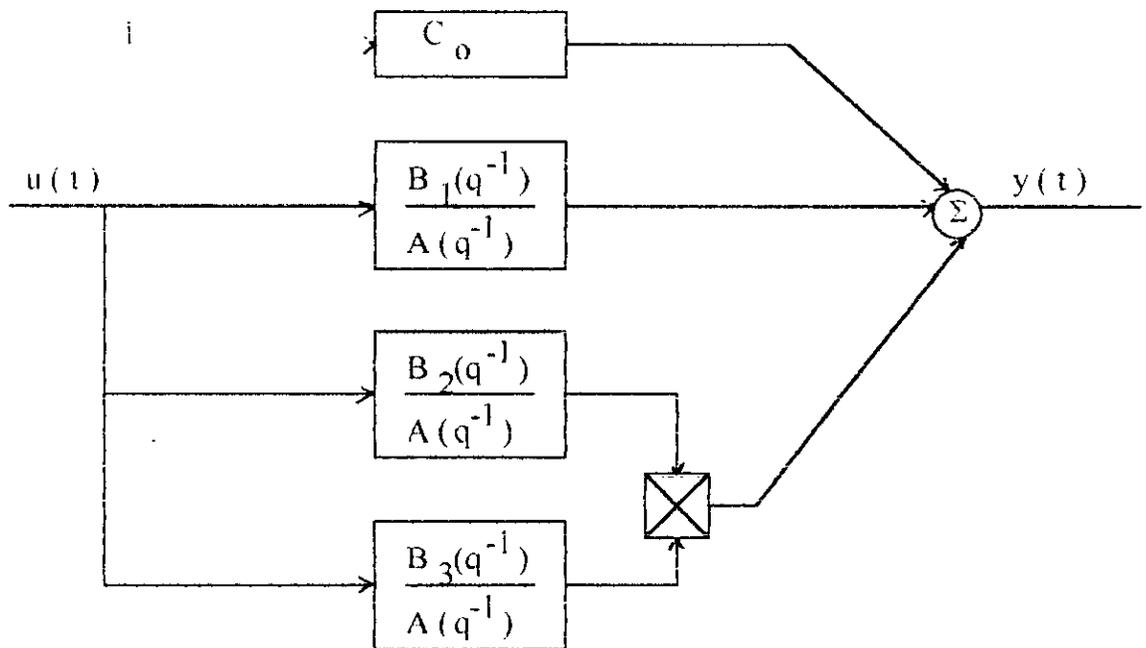


Figure IV - 6 : Structure du EW.

IV. 2. 7. Modèle de Volterra d'ordre fini ("Finite Order Volterra Model : FV")

Dans ce modèle, on s'intéresse à un développement en série de Volterra d'ordre 2, en faisant l'approximation considérée précédemment.

Ce modèle (Fig. IV - 7) est décrit par l'équation suivante [29] :

$$y(t) = -\tilde{A}(q^{-1}) y(t) + r_0^* + B_1(q^{-1}) u(t) + \bar{U}^T(t) B_2 \bar{U}(t) \quad (IV - 12)$$

avec : B_2 : matrice réelle symétrique de dimension $m \times m$

$$\bar{U}^T(t) = [u(t-1), \dots, u(t-m)]$$

L'expression $\bar{U}^T(t) B_2 \bar{U}(t)$ peut être donnée sous la forme :

$$\bar{U}^T(t) B_2 \bar{U}(t) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m b_{ji} u(t-i) u(t-j)$$

où b_{ji} : éléments de la matrice B_2 : $b_{ji} = b_{ij}$

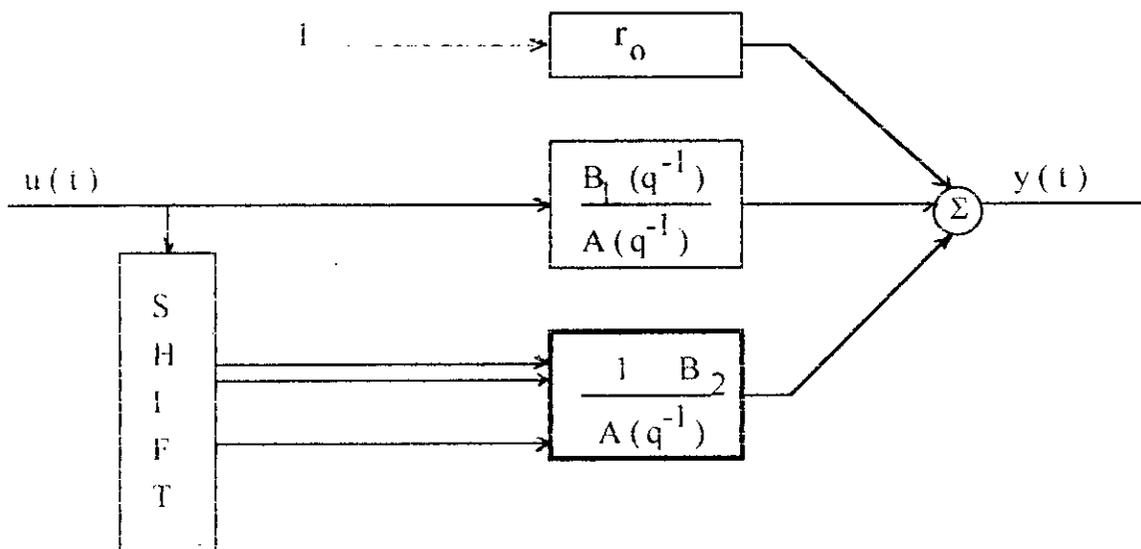


Figure IV - 7 : Structure du FV.

IV. 2. 8. Modèle de Volterra d'ordre fini étendu

Pour introduire l'effet du carré de la sortie sur elle même, on a considéré ce modèle pour décrire les systèmes non linéaires ayant la propriété citée.

Similairement à "EH", le modèle de Volterra d'ordre fini étendu ("Extended Finite Order Volterra Model : EFV") (Fig. IV - 7) est défini par [29] :

$$y(t) = -\tilde{A}(q^{-1}) y(t) + r_o^* + B_1(q^{-1})u(t) + \bar{U}^T(t) B_2 \bar{U}(t) + \bar{y}(t) D y(t) \quad (IV - 13)$$

avec :

D : matrice réelle symétrique de dimension $l \times l$

$$\bar{y}^T(t) = [y(t-1), \dots, y(t-l)]$$

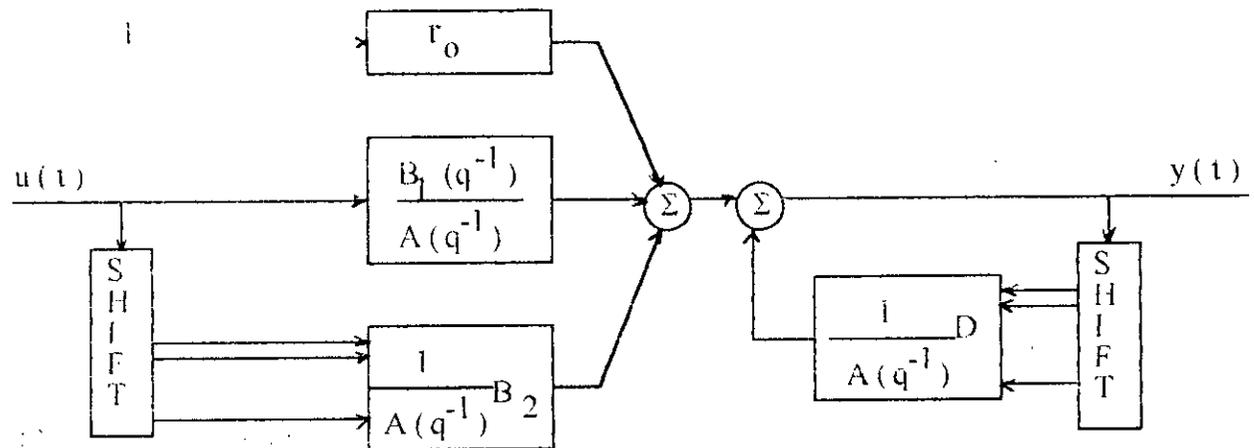


Figure IV - 8 : Structure du modèle EFV

Remarques :

- Si B_2 ou D dans les équations (IV - 12) et (IV - 13) sont diagonales, alors les modèles de Hammerstein sont des cas spéciaux des modèles de Volterra correspondants [29].
- Les modèles de Volterra d'ordre fini et les modèles de Hammerstein sont linéaires en paramètres ; contrairement aux modèles de Wiener qui sont non linéaires en paramètres.

IV. 2. 9. Le modèle bilinéaire

En considérant la corrélation entre l'entrée et la sortie, le modèle est décrit par l'équation suivante [43] :

$$A(q^{-1})y(t) = B_1(q^{-1})u(t) + B_2(q^{-1})u(t)y(t) \quad (IV - 14)$$

La structure d'un tel modèle est illustrée par la figure suivante :

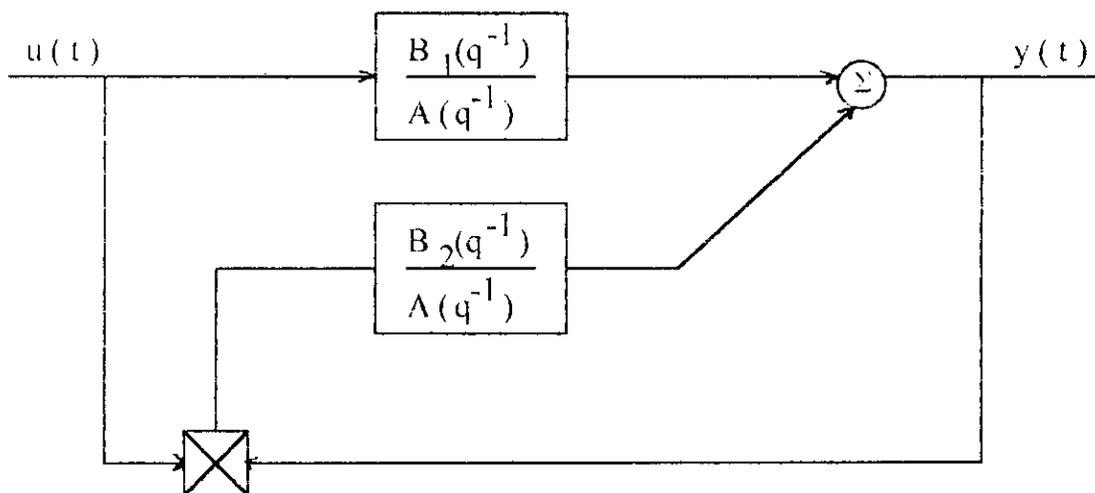


Figure IV - 9 : Structure du modèle bilinéaire

Il est montré que le système bilinéaire décrit par l'équation (IV - 14) peut être aussi représenté dans l'espace d'état par l'équation suivante [2] :

$$\dot{x}(t + 1) = A x(t) + B u(t) + u(t)y(t) \ell, \quad x(0) = x_0 \quad (IV - 15 a)$$

$$y(t) = C x(t) \quad (IV - 15 b)$$

avec : $x(t)$: vecteur d'état du système de dimension $n \times 1$

$u(t)$: entrée du système

$y(t)$: sortie du système

ℓ : une constante réelle.

Le problème de la commandabilité et de l'observabilité des systèmes bilinéaires mis sous la forme d'état (Equations (IV - 15 a et b)) a été traité par Joseph G. Pearlman [34].

IV. 3. ALGORITHMES D'IDENTIFICATION

IV. 3. 1. Identification non réursive (off line)

Dans le modèle de Hammerstein "SH", la non linéarité est suivie par un bloc dynamique linéaire (Fig. IV - 1).

La non linéarité est définie par :

$$V(t) = r_0 + r_1 u(t) + r_2 u^2(t) \quad (IV - 16)$$

Le bloc dynamique linéaire discret est décrit par le modèle déterministe suivant [30] :

$$A(q^{-1}) y(t) = B(q^{-1}) v(t) \quad (IV - 17)$$

avec :

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n}$$

$$B(q^{-1}) = 1 + b_1 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m} ; \quad m \leq n$$

En se basant sur (IV - 16) et (IV - 17), la sortie du "SH" et son entrée sont reliées par [30] :

$$y(t) = \sum_{i=0}^m b_i v(t-i) - \sum_{i=1}^n a_i y(t-i) \quad (IV - 18)$$

$$y(t) = r_0 \sum_{i=0}^m b_i + r_1 \sum_{i=0}^m b_i u(t-i) + r_2 \sum_{i=0}^m b_i u^2(t-i) - \sum_{i=1}^n a_i y(t-i)$$

L'équation (IV - 18) correspond à un système "Multi-entrées, simple sortie" linéaire, comme illustré à la Figure IV - 10 :

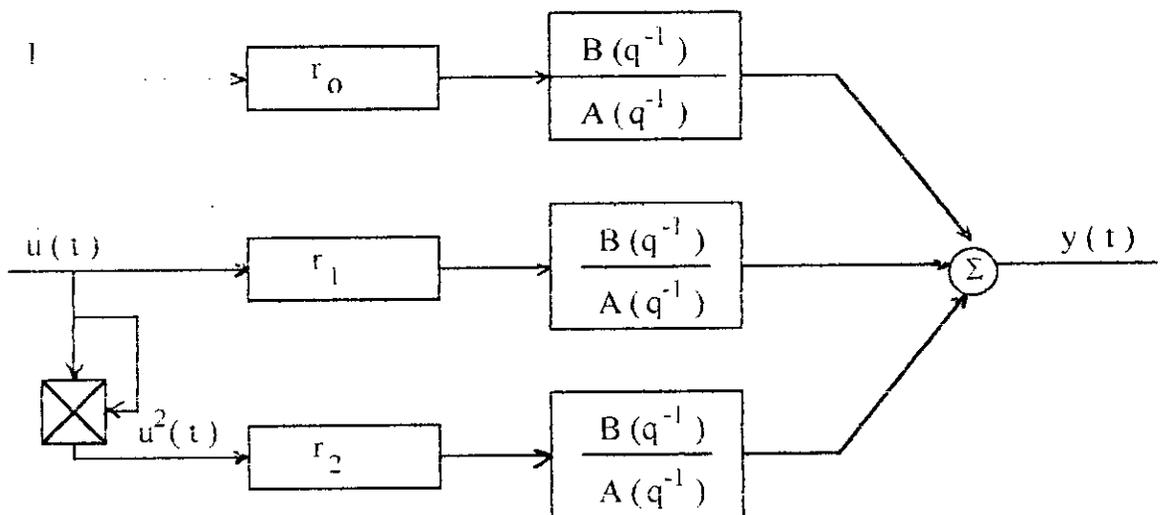


Figure IV - 10 : Structure Multi-entrées simple- sortie du SH.

Dans ce qui suit, on va représenter cinq méthodes d'identification non récursive ("off-line") c'est à dire pour N échantillons de $(u(t), y(t))$, où $u(t)$ est un signal suffisamment excitant.

3. 1. 1. TECHNIQUE D'ESTIMATION ITERATIVE (T.E.I)

Soient U , Y et V des vecteurs de dimension $(N \times 1)$, où N : est le nombre d'échantillons. Introduisons les vecteurs suivants [30] :

$$P_1 = [r_0, r_1, r_2]^T \quad (IV - 19)$$

$$g_1(t) = [1, u(t), u^2(t)]^T \quad (IV - 20)$$

$$P_2 = [b_0, b_1, \dots, b_m, a_1, a_2, \dots, a_n]^T \quad (IV - 21)$$

$$g_2(t) = [V(t), V(t-1), \dots, V(t-m), -y(t-1), \dots, -y(t-n)]^T \quad (IV - 22)$$

Ainsi la détermination des paramètres nécessite les étapes suivantes :

Etape 1 : Initialisation de $V(t)$: Supposons que $B(q^{-1}) / A(q^{-1}) = 1$, ainsi $\hat{V}_1(t) = y(t)$, où $\hat{V}_1(t)$ est la valeur estimée de $V(t)$.

Etape 2 : Une simple estimation des moindres carrés non récursifs ("Least-squares") est mise pour P_1 en se basant sur U et \hat{V}_1 :

$$P_1 = (G_1^T G_1)^{-1} G_1^T \hat{V}_1 \quad (IV - 23)$$

avec : $G_1^T = [g_1^T(1), \dots, g_1^T(N)]$

Etape 3 : On estime de nouveau $V(t)$: $\hat{V}_2(t) = g_1^T(t) \hat{P}_1$

avec : $\hat{V}_2(t)$ est la nouvelle estimation de $V(t)$.

Etape 4 : On fait une estimation des M.C. pour P_2 en se basant sur \hat{V}_2 et Y :

$$\hat{P}_2 = (G_2^T G_2)^{-1} G_2^T Y \quad (IV - 24)$$

où : $G_2^T = [g_2^T(1), \dots, g_2^T(N)]^T \quad (IV - 25)$

Maintenant $\hat{V}_2(t)$ a remplacé $V(t)$ dans $g_2(t)$.

Etape 5 : On estime $V(t)$ à partir de $y(t)$ par \hat{P}_2 , comme suit :

$$\hat{V}_1(t) = \left(y(t) + \sum_{i=1}^n \hat{a}_i y(t-i) - \sum_{i=1}^m \hat{b}_i \hat{V}_1(t-i) \right) / \hat{b}_0 \quad (IV - 26)$$

La division par \hat{b}_0 est garantie par un choix approprié de $B(q^{-1})$ (Equation IV -17).

Les itérations continuent de l'étape 2 à 5 pour un nombre donné d'itérations.

Pour le cas stochastique, il suffit d'augmenter le vecteur P_2 par les paramètres du modèle de perturbation.

3. 1. 2 . TECHNIQUE D'ESTIMATION AVEC LIMITATIONS

Reprenons la figure (IV - 10) et faisons apparaître le terme : " $\frac{1}{A(q^{-1})}$ " séparément. Ainsi la figure (IV - 10) est équivalente à la figure (IV - 11) :

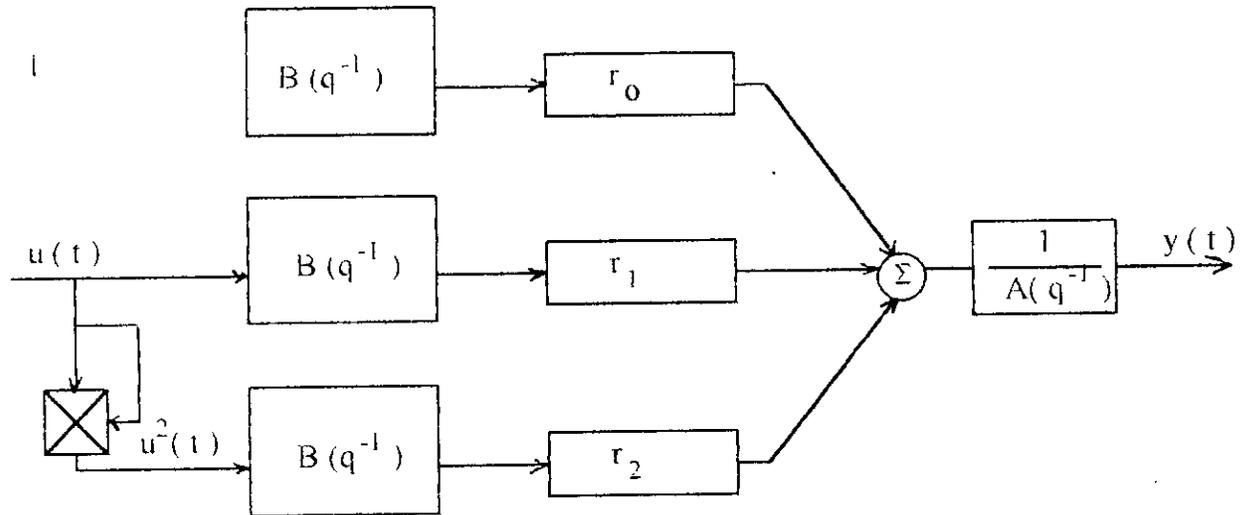


Figure IV - 11 : Séparation du bloc représentant les pôles du système, des autres blocs

On introduit les vecteurs suivants :

$$P_3 = [r_0^*, r_1, r_2, a_1, \dots, a_n]^T$$

$$g_3(t) = [1, u^*(t), u^{*2}(t), -y(t-1), \dots, -y(t-n)]^T$$

avec : $r_0^* = r_0 (1 + \sum_{i=1}^m b_i)$

$$u^*(t) = B(q^{-1})u(t) = \sum_{i=0}^m b_i u(t-i) \tag{IV - 27}$$

$$u^{*2}(t) = B(q^{-1})u^2(t) = \sum_{i=0}^m b_i u^2(t-i) \tag{IV - 28}$$

Les étapes d'identification sont [30] :

Etape 1 : Calcul de l'estimation initiale de $\hat{V}_1(t)$ ("Faire les étapes : 1, 2 et 3 de la "T.E.I.")

Etape 2 : Une simple estimation des moindres carrés de P_2 (équation IV - 21), en connaissant \hat{V}_1 et Y , est la suivante : $\hat{P}_2 = (G_2^T G_2)^{-1} G_2^T Y$, (G_2 est décrit par l'équation IV - 25).

Etape 3 : $u^*(t)$ et $u^{*2}(t)$ sont estimés selon les équations (IV - 27) et (IV - 28), où $\hat{B}(q^{-1})$ est déterminé à partir de \hat{P}_2 selon l'équation (IV - 21).

Etape 4 : On estime P_3 par les moindres carrés non récursifs, en se basant sur les valeurs mesurées de Y et les valeurs calculées de \hat{U}^* et \hat{U}^{*2} (Y, \hat{U}^* et \hat{U}^{*2} sont des vecteurs : $t = 1, \dots, N$) :

$$\hat{P}_3 = (G_3^T G_3)^{-1} G_3^T Y \quad (\text{IV - 29})$$

$$\text{avec : } G_3^T = [g_3^T(1), \dots, g_3^T(N)]$$

Etape 5 : P_1 décrit par l'équation (IV - 19) peut être calculé à partir de \hat{P}_2 et \hat{P}_3 , d'où :

$$\hat{V}_2(t) = g_1(t) \hat{P}_1 \quad (\text{IV - 30})$$

avec : $\hat{V}_2(t)$: est l'estimation de $V(t)$ pour cette étape.

Etape 6 : Répéter ces étapes à partir de l'étape 2, pour un nombre donné d'itérations.

3. 1. 3 . TECHNIQUE D'ESTIMATION DIRECTE ("NON ITERATIVE")

La plupart des modèles de Hammerstein : simples et généralisés, peuvent être décrits par l'équation (IV - 18). Cela implique que dans le cas où $C(q^{-1}) = 1$, et $D(q^{-1}) = A(q^{-1})$, (voir le cas stochastique : Fig. IV - 12), la méthode des moindres carrés donne une estimation non biaisée de P (équation IV - 44) :

$$\hat{P} = (G^T G)^{-1} G^T Y \quad (\text{IV - 31})$$

$$\text{avec : } G^T = [g^T(1), \dots, g^T(N)]$$

où $G^T(t)$ est décrit par l'équation (IV - 44).

Ainsi les paramètres du modèle sont estimés en une seule étape.

3. 1. 4 . METHODE DES MOINDRES CARRÉS GENERALISÉS ("GLS")

Cette méthode est introduite pour les structures bruitées.

La méthode "GLS" étudiée par Clarke [13] est actuellement un cas spécial de l'estimation de "Aitken" [30] des systèmes linéaires discrets.

La procédure d'identification nécessite les étapes suivantes :

Etape 1 : Estimation par les moindres carrés des paramètres de l'équation (IV - 44) selon (IV - 31).

Etape 2 : Calcul des résiduels (équations d'erreur) :

$$f(t) = y(t) - g^T(t) \hat{P} ; t = 1, \dots, N. \quad (\text{IV - 32})$$

Etape 3 : Supposons que l'équation du modèle bruité est :

$$f(t) = q^T(t) h$$

$$\text{où : } q(t) = [f(t-1), f(t-2), \dots, f(t-s)]^T$$

$$\text{et : } h = [h_1, h_2, \dots, h_s]^T \quad (\text{voir l'expression de } h(q^{-1})).$$

Ainsi l'estimation par les moindres carrés des paramètres du vecteur h peut être déterminée en se basant sur les valeurs $f(t)$ ($t = 1, \dots, N$), calculées selon (IV - 32) :

$$\hat{h} = (F^T F)^{-1} F^T f \quad (\text{IV - 34})$$

$$\text{avec : } F = [q^T(1), \dots, q^T(N)]^T$$

et f est le vecteur des éléments $f(t)$: $t = 1, \dots, N$.

L'équation (IV - 33) est valide seulement pour :

$$C(q^{-1}) = 1 \quad \text{et} \quad D(q^{-1}) = A(q^{-1}) H(q^{-1}).$$

$$\text{où : } H(q^{-1}) = 1 + h_1 q^{-1} + \dots + h_s q^{-s}$$

Etape 4 : Calculer les valeurs filtrées ("Les valeurs de (IV - 39) multipliées par $H(q^{-1})$ ") comme suit [30] :

$$u_1^F(t) = H(q^{-1}) u(t) ; \quad u_2^F(t) = H(q^{-1}) u^2(t)$$

$$\text{et : } y^F(t) = H(q^{-1}) y(t) \quad (\text{IV - 35})$$

Pour le modèle de Hammerstein, le système d'équations avec les valeurs filtrées est :

$$y^F(t) = g_F^T(t) P_F \quad (\text{IV - 36})$$

avec :

$$g_F(t) = [1^F, u_1^F(t), \dots, u_1^F(t-m), u_2^F(t), \dots, u_2^F(t-m), -y^F(t-1), \dots, -y^F(t-n)]^T$$

$$\text{et : } P_F = [r_0^*, r_1, \dots, r_1 b_{1m}, r_2, \dots, r_2 b_{2m}, a_1, \dots, a_n]^T = P$$

Ici on a :

$$1^F = \left(1 + \sum_{i=1}^s h_i \right) \quad (\text{IV - 37})$$

Etape 5 : Construire le vecteur Y^F des valeurs $y^F(t)$, et la matrice G_F comme suit :

$$G_F = [g_F^T(1), \dots, g_F^T(N)] \quad (\text{IV - 38})$$

L'estimation "GLS" de P_F est donnée par :

$$\hat{P} = \hat{P}_F = (G_F^T G_F)^{-1} G_F^T Y^F \quad (\text{IV - 39})$$

Refaire les étapes précédentes à partir de l'étape 2.

3. 1. 5. METHODE DU MAXIMUM DE LIKELIHOOD ("ML")

Soit le modèle de Hammerstein stochastique, dont la structure du modèle de bruit est donnée par la figure IV - 12 ; avec $D(q^{-1}) = A(q^{-1})$.

Ainsi on peut définir l'erreur résiduelle $\varepsilon(t)$ par l'équation suivante :

$$C(q^{-1})\varepsilon(t) = A(q^{-1})y(t) - r_0^* - B_1(q^{-1})u(t) - B_2(q^{-1})u^2(t) \quad (IV - 40)$$

avec : $B_1(q^{-1}) = r_1 B(q^{-1})$ et $B_2(q^{-1}) = r_2 B(q^{-1})$

Le vecteur des paramètres : P , a la forme suivante :

$$P = [r_0^*, r_1, \dots, r_1 b_{1m}, r_2, \dots, r_2 b_{2m}, a_1, \dots, a_n, c_1, \dots, c_k]^T$$

avec : k : l'ordre du polynôme $C(q^{-1})$.

$$\text{Le critère à minimiser est [30] : } V(P) = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \varepsilon^2(t) \quad (IV - 41)$$

Pour calculer $\varepsilon(t)$ N fois, on a besoin de $y(t)$ ($t = 1, \dots, N$) et $u(t)$ ($t = 1, \dots, N$) c'est à dire N échantillons d'entrées-sorties.

En général, les algorithmes de Gauss-Newton et Newton-Raphson combinés sont utilisés pour minimiser le critère précédent.

Ceci permet d'obtenir :

$$\hat{P}_{i+1} = \hat{P}_i - \alpha [V_{pp}(\hat{P}_i)]^{-1} V_p(\hat{P}_i) \quad (IV - 42)$$

avec : α : est le pas de l'algorithme

i : indice d'itérations

V_p est le gradient de $V(P)$, et V_{pp} est la matrice des dérivées partielles du 2° ordre.

$$\text{avec : } V_p(\hat{P}_i) = \left[\frac{\partial V(\hat{P}_i)}{\partial P(1)}, \dots, \frac{\partial V(\hat{P}_i)}{\partial P(2m+3+n+k)} \right]^T \quad (IV - 43)$$

où : $P(j)$: correspond à l'élément j du vecteur P ;

IV. 3. 2. Identification réursive (on-line)

3. 2. 1. ALGORITHME DES MOINDRES CARRÉS RECURSIFS

L'équation (IV - 18) décrivant le système de Hammerstein peut être donnée sous la

$$\text{forme : } y(t) = g^T(t)P \quad (IV - 44)$$

avec :

$$g(t) = \left[1, u(t), \dots, u(t-m), u^2(t), \dots, u^2(t-m), -y(t-1), \dots, -y(t-n) \right]^T$$

$$P = \left[r_0^*, r_1, r_1 b_1, \dots, r_1 b_m, r_2, r_2 b_1, \dots, r_2 b_m, a_1, \dots, a_n \right]^T$$

$$\text{où : } r_0^* = r_0 \left(1 + \sum_{i=1}^m b_i \right)$$

Etant linéaire en paramètres, le modèle de Hammerstein peut être identifié en utilisant la méthode des moindres carrés récurrents lors de l'estimation "on-line" des paramètres.

La forme générale recouvrant tous les algorithmes récurrents est [50] :

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + k(t+1) \varepsilon(t+1) \quad (IV - 45)$$

$k(t+1)$ et $\varepsilon(t+1)$ sont une forme générique du gain et de l'erreur de mise à jour de l'algorithme choisi.

La forme générale des algorithmes d'acceptation paramétriques des moindres carrés récurrents est donnée par [39] [41] (Voir chapitre I, équation I - 8).

On peut remarquer que la maîtrise et la mise en oeuvre d'une procédure d'identification en temps réel ("on-line") peut représenter une étape importante dans la mise en oeuvre d'un système de commande adaptative [39].

Similairement à l'identification linéaire, l'estimation "on-line" des paramètres du "SH" par les moindres carrés récurrents nécessite les étapes suivantes :

Etape 1 : Génération de l'entrée d'identification : $u(t)$.

Etape 2 : Construction du vecteur d'observations :

$$\Phi(t) = [1, u(t), \dots, u(t-m), u^2(t), \dots, u^2(t-m), -y(t-1), \dots, -y(t-n)]^T$$

Etape 3 : Calcul de l'erreur de sortie entre le processus non linéaire et le prédicteur ajustable (Modèle d'estimation).

$$\varepsilon^o(t+1) = y(t+1) - \hat{\theta}(t)^T \Phi(t)$$

avec

$$\hat{\theta}(t) = [\hat{r}_0^*(t), \hat{r}_1(t), \hat{r}_1 b_1(t), \dots, \hat{r}_1 b_m(t), \hat{r}_2(t), \hat{r}_2 b_1(t), \dots, \hat{r}_2 b_m(t), \hat{a}_1(t), \dots, \hat{a}_n(t)]^T$$

Etape 4 : Ajustement "on-line" des paramètres en utilisant l'algorithme des moindres carrés récurrents.

$t = t + 1$ Revenir à l'étape 1.

3.2.2. CAS STOCHASTIQUE

Dans les applications pratiques, les bruits de mesure doivent être pris en considération. Pour un modèle de perturbation linéaire, on aura le "modèle de Hammerstein stochastique" comme indiqué à la Figure IV - 12.

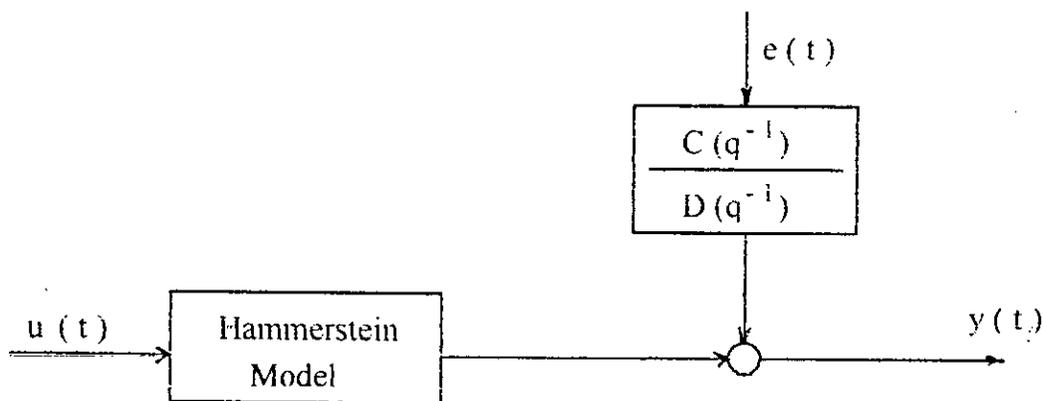


Figure IV - 12 : Modèle de Hammerstein stochastique

où : $C(q^{-1}) = 1 + C_1 q^{-1} + \dots + C_k q^{-k}$; $k \leq L$
 $D(q^{-1}) = 1 + d_1 q^{-1} + \dots + d_L q^{-L}$

avec : $e(t)$: est un bruit blanc de moyenne nulle et de variance $\sigma^2 = 1$.

Pour $D(q^{-1}) = A(q^{-1})$, le vecteur d'observation et le vecteur des paramètres seront augmentés, tels que :

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} 1, u(t), \dots, u(t-m), u^2(t), \dots, u^2(t-m), -y(t-1), \dots, -y(t-n) \end{bmatrix}^T$$

$$\quad \quad \quad \varepsilon(t-1), \dots, \varepsilon(t-k)$$

$$\hat{\theta}(t) = \left[\hat{r}_0^*, \hat{r}_1, \hat{r}_1 b_1, \dots, \hat{r}_1 b_m, \hat{r}_2, \hat{r}_2 b_1, \dots, \hat{r}_2 b_m, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n, \hat{c}_1, \dots, \hat{c}_k \right]^T$$

Dans le vecteur d'observations Φ nous avons pris les écarts ε comme estimations du bruit blanc $e(t)$, en nous basant sur le principe suivant :

L'estimation étant optimale, l'écart entre $y(t)$ et $\hat{y}(t)$ ne peut être dû qu'au bruit.

L'algorithme utilisé est appelé : L'algorithme des moindres carrés récursifs étendus.

IV. 4. RESULTATS DES SIMULATIONS

IV. 4. 1. Identification d'un système stationnaire

On s'intéresse à identifier un système non linéaire par les modèle de Hammerstein stochastique. Le modèle d'estimation et le système non linéaire à identifier étant du même type : "SH" ("Simple Hammerstein Model").

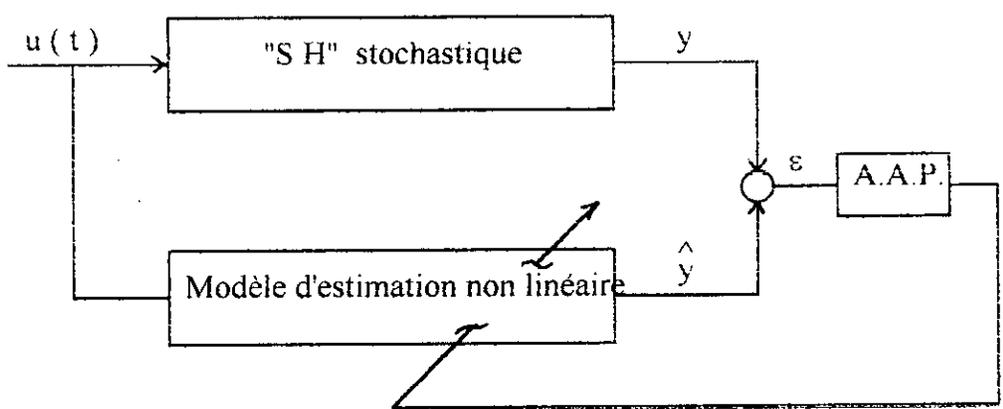


Figure IV - 13 : Identification d'un système "S H" par un modèle non linéaire

Le système "S H" stationnaire est donné par :

$$(1 - 1.3 q^{-1} + 0.4 q^{-2})y(t) = (1 - 0.3 q^{-1} - 0.5 q^{-2})v(t) + (1 - 0.5 q^{-1} - 0.361 q^{-2})e(t)$$

avec : $V(t) = 2 u(t) + 1.5 u^2(t) = r_1 u(t) + r_2 u^2(t)$

L'algorithme d'identification utilisé est celui des moindres carrés récursifs à facteur d'oubli variable pour assurer la convergence des paramètres estimés, avec $\lambda_0 = 0.98$ et $\lambda_1(0) = 0.95$.

Le système non linéaire étant stationnaire, l'algorithme des moindres carrés récursifs à facteur d'oubli variable permet une bonne estimation des paramètres. Les résultats des simulations sont consignés sur les Figures IV - 15 b et IV - 15 c.

La sortie nulle du système et la sortie du modèle d'estimation sont présentées sur la Figure IV - 15 a. L'erreur d'estimation étant bruitée : l'algorithme d'identification utilisé est celui des moindres carrés récursifs étendus qui est basé sur le blanchissement de l'erreur.

Le gain d'adaptation utilisé est $F = 100 \sigma \mathbf{I}$.

avec σ : nombre de paramètres à estimer et \mathbf{I} : matrice identité de dimension $(\sigma \times \sigma)$.

IV. 4. 2. Identification par un modèle d'estimation linéaire

Le système de Hammerstein précédent étant toujours stationnaire ("à paramètres constants"), on cherche à l'identifier par un modèle d'estimation linéaire. L'algorithme des moindres carrés récursifs utilisé est à trace constante.

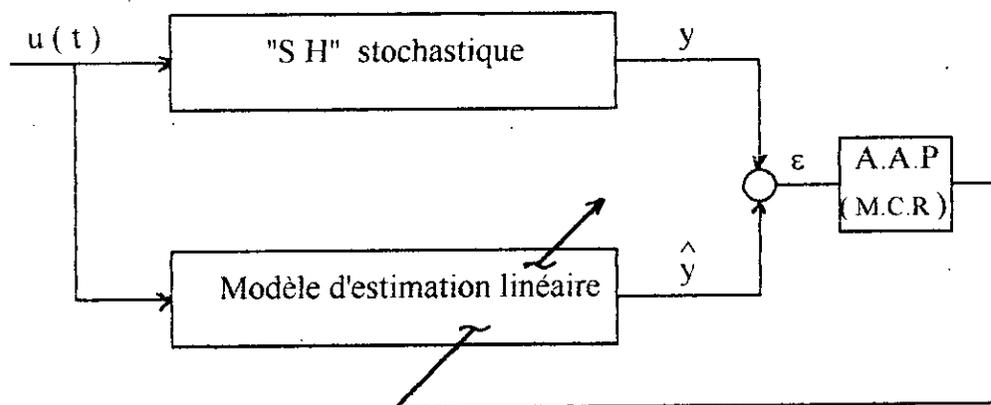


Figure IV - 14 : Identification d'un "S H" par un modèle d'estimation linéaire

Donc le but est d'identifier les paramètres du modèle d'estimation linéaire de telle façon que l'erreur entre la sortie de celui-ci et la sortie du système non linéaire : "S H" soit un bruit blanc approximativement.

Le modèle d'estimation linéaire est décrit par :

$$y_m(t) = \theta_{(t)}^T \Phi(t)$$

avec : $\theta^T(t) = [h_1, h_2, k_0, k_1, k_2, m_1, m_2]$ $\theta^T(t) = [h_1, h_2, k_0, k_1, k_2, m_1, m_2]$

$$\Phi(t) = [-y(t-1), -y(t-2), u(t), u(t-1), u(t-2), \varepsilon(t-1), \varepsilon(t-2)]$$

où : $\varepsilon(t) = y(t) - y_m(t)$

Les évaluations des paramètres du modèle d'estimation linéaires sont consignées sur les figures IV - 16 c et IV - 16 d.

La figure IV - 16 a représente l'évaluation de la sortie du système non linéaire et la sortie du modèle d'estimation linéaire.

La figure IV - 16 b représente l'évaluation de l'erreur d'estimation ainsi que l'entrée d'identification : séquence binaire pseudo aléatoire (SBPA).

La séquence du bruit blanc qui infecte le système est consigné sur la figure IV - 16 d.

Comme le montrent les résultats de simulation, les paramètres estimés du modèle linéaire sont variables dans le temps.

Ceci nous permet de déduire, d'un côté, qu'il n'est pas conseillé d'identifier un système non linéaire par un modèle d'estimation linéaire, et d'un autre côté, on déduit qu'un système stationnaire non linéaire peut être approximé par un modèle linéaire variable dans le temps.

IV. 4. 3. Identification d'un système non linéaire variable.

Dans ce cas, on identifie les paramètres d'un système non linéaire variable dans le temps, décrit par le modèle de Hammerstein "S H".

Le modèle d'estimation étant aussi non linéaire.

Le système non linéaire "S H" est décrit par le modèle suivant :

$$(1 + a_1(t) q^{-1} + a_2 q^{-2}) \dot{y}(t) = (1 + b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2}) V(t) + (1 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2}) e(t)$$

avec : $V(t) = r_1 u(t) + r_2 u^2(t)$.

On choisit les paramètres $a_2, b_1, b_2, c_1, c_2, r_1$ et r_2 constants, et on fait varier le paramètre a_1 .

Les paramètres constants sont :

$$a_2 = 0.4; \quad b_1 = -0.3; \quad b_2 = -0.5; \quad c_1 = -0.5; \quad \text{et } c_2 = -0.36.$$

$$r_1 = 2 \text{ et } r_2 = 1.5$$

L'algorithme d'identification utilisé est celui des moindres carrés récursifs à trace constante pour assurer la poursuite du paramètre $a_1(t)$.

Où le gain d'adaptation est choisi comme suit :

$F = 100 \sigma \mathbf{I}$, $\sigma = n_a + n_b + n_c + 2$, \mathbf{I} : matrice identité de dimension $(\sigma \times \sigma)$, où n_a, n_b et n_c sont les degrés des polynômes $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ et $C(q^{-1})$ respectivement.

Pour une variation du paramètre $a_1(t)$ selon un "signal carré", les résultats de simulation sont montrés sur les figures IV - 17 a, b et c.

La figure IV - 17 b montre que le paramètre estimé $\hat{a}_1(t)$ poursuit le paramètre nul $a_1(t)$.

Les figures IV - 18 a et b montrent les résultats de simulation dans le cas où le paramètre $a_1(t)$ varie comme suit :

$$a_1(t) = \begin{cases} \text{signal sinusoïdal pour } 1 < t < 300 & (\text{la fréquence est de } 1/600) \\ \text{signal carré pour } t \geq 300 & (\text{l'amplitude est de } 0.7) \end{cases}$$

L'algorithme des moindres carrés récursifs à trace constante assure toujours la poursuite du paramètre $a_1(t)$.

Pour une autre variation du paramètre $a_1(t)$, les résultats de simulation sont consignés sur la Figure IV - 19.

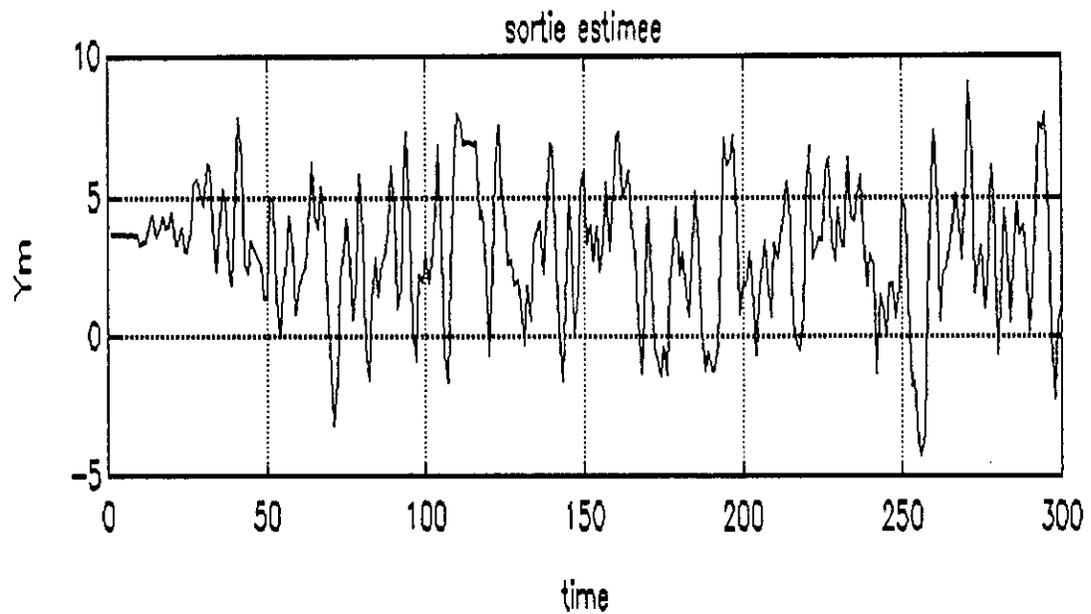
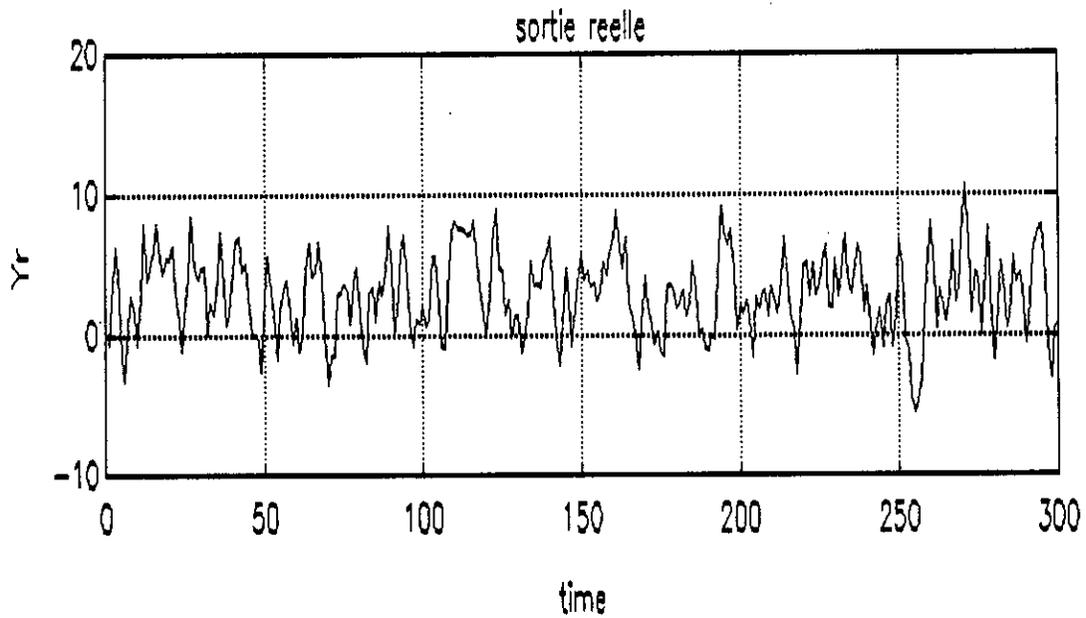


Figure IV.15.a: Sortie réelle et estimée du 'SH' et erreur d'estimation pour un 'SH' stationnaire.

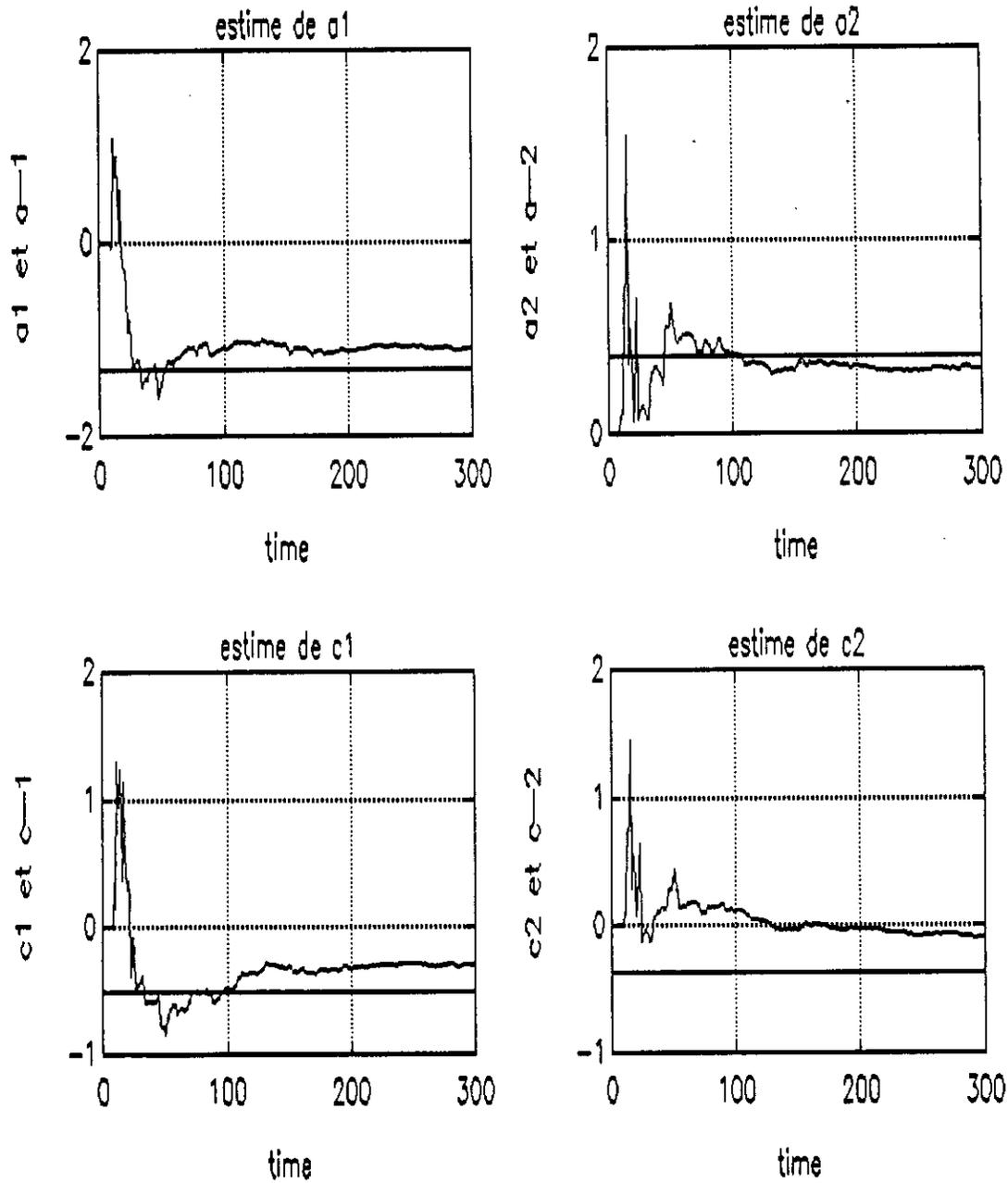


Figure IV.15.b: Evolution des paramètres a_1, a_2, c_1 et c_2 pour un 'SH' stationnaire.

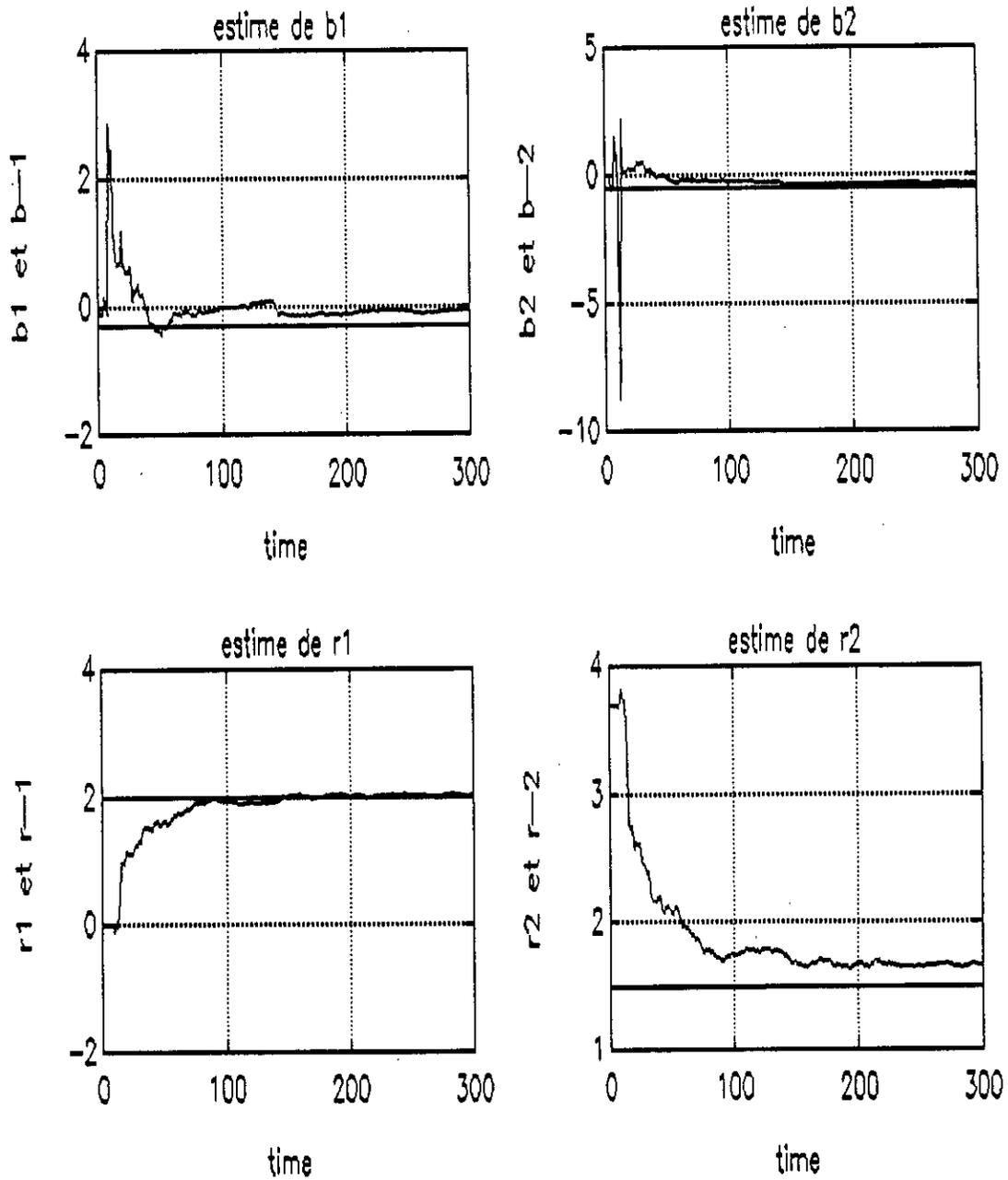


Figure IV.15.c: Evolution des paramètres b_1, b_2, r_1 et r_2 pour un 'SH' linéaire.

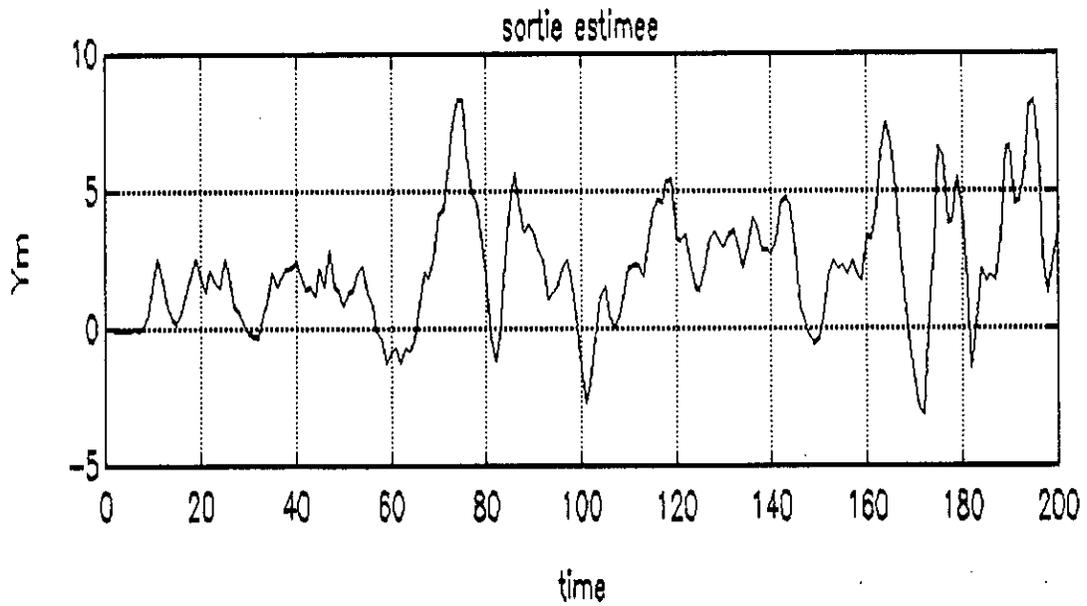
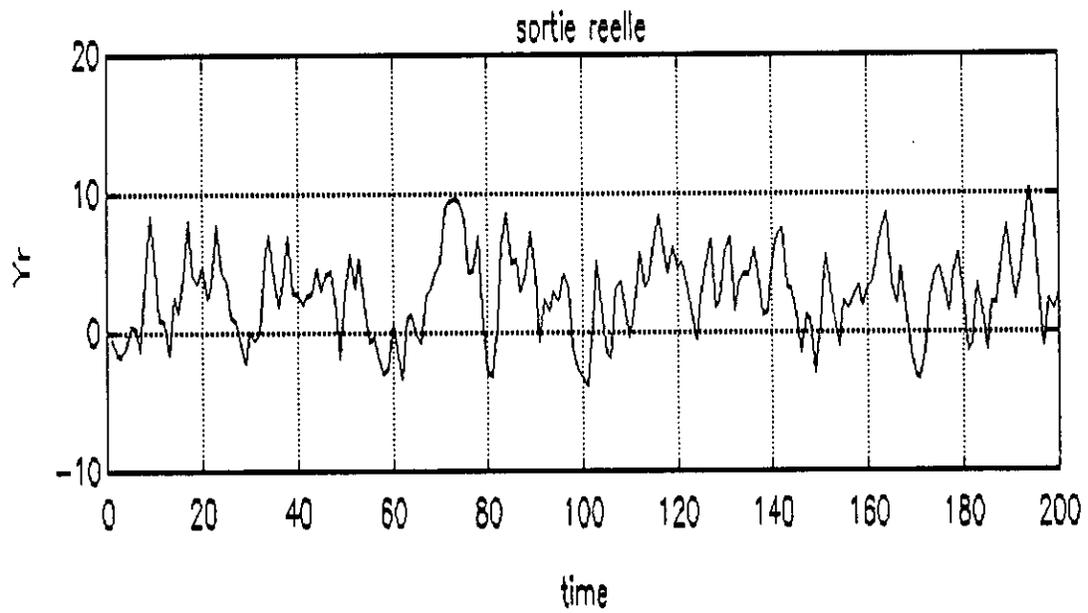
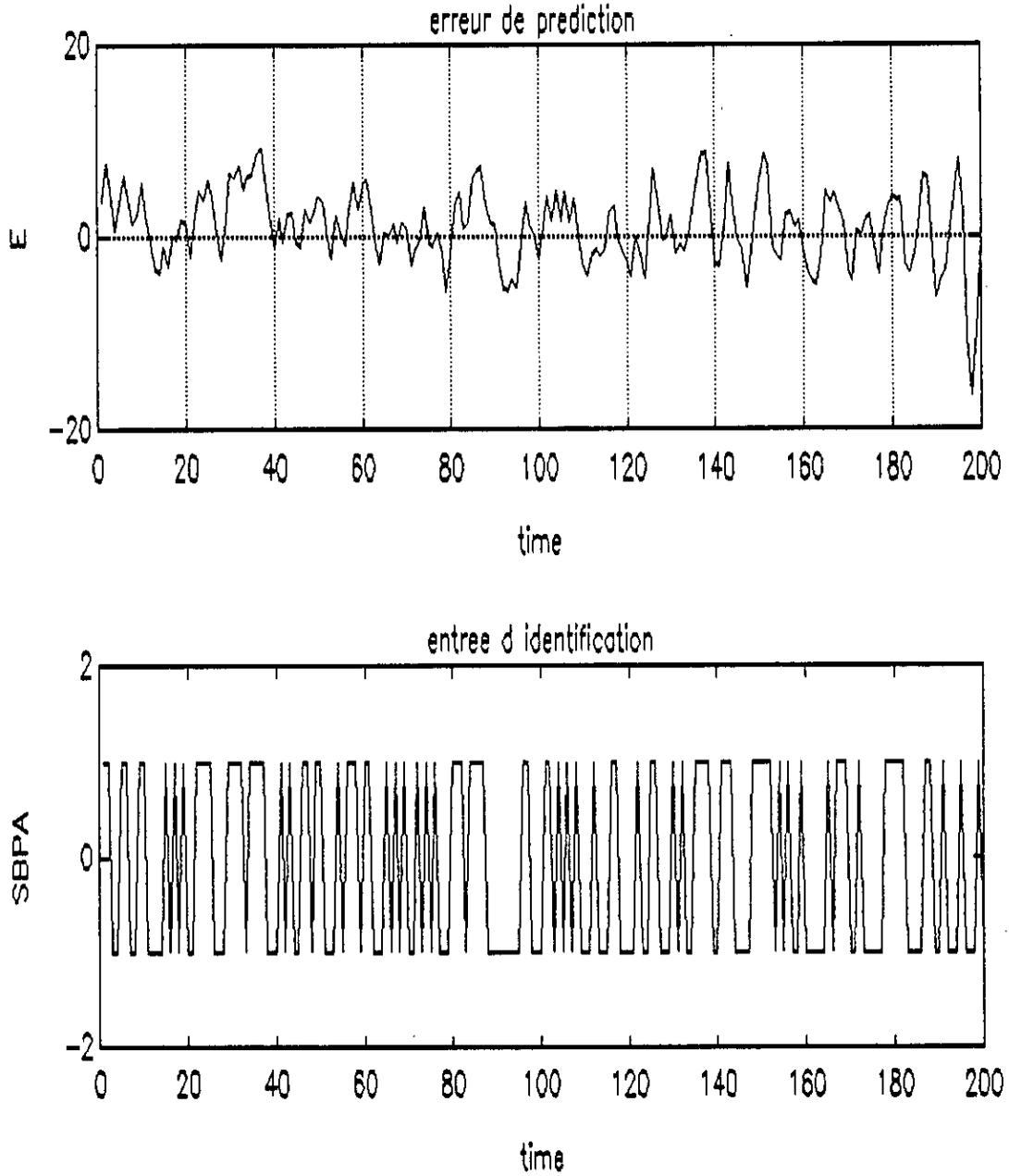


Figure IV.16.a: Evolution de la sortie réelle et estimée pour un modèle d'estimation linéaire.

Figure IV.16.b: Entrée d'identification et évolution de l'erreur d'estimation pour un modèle linéaire.



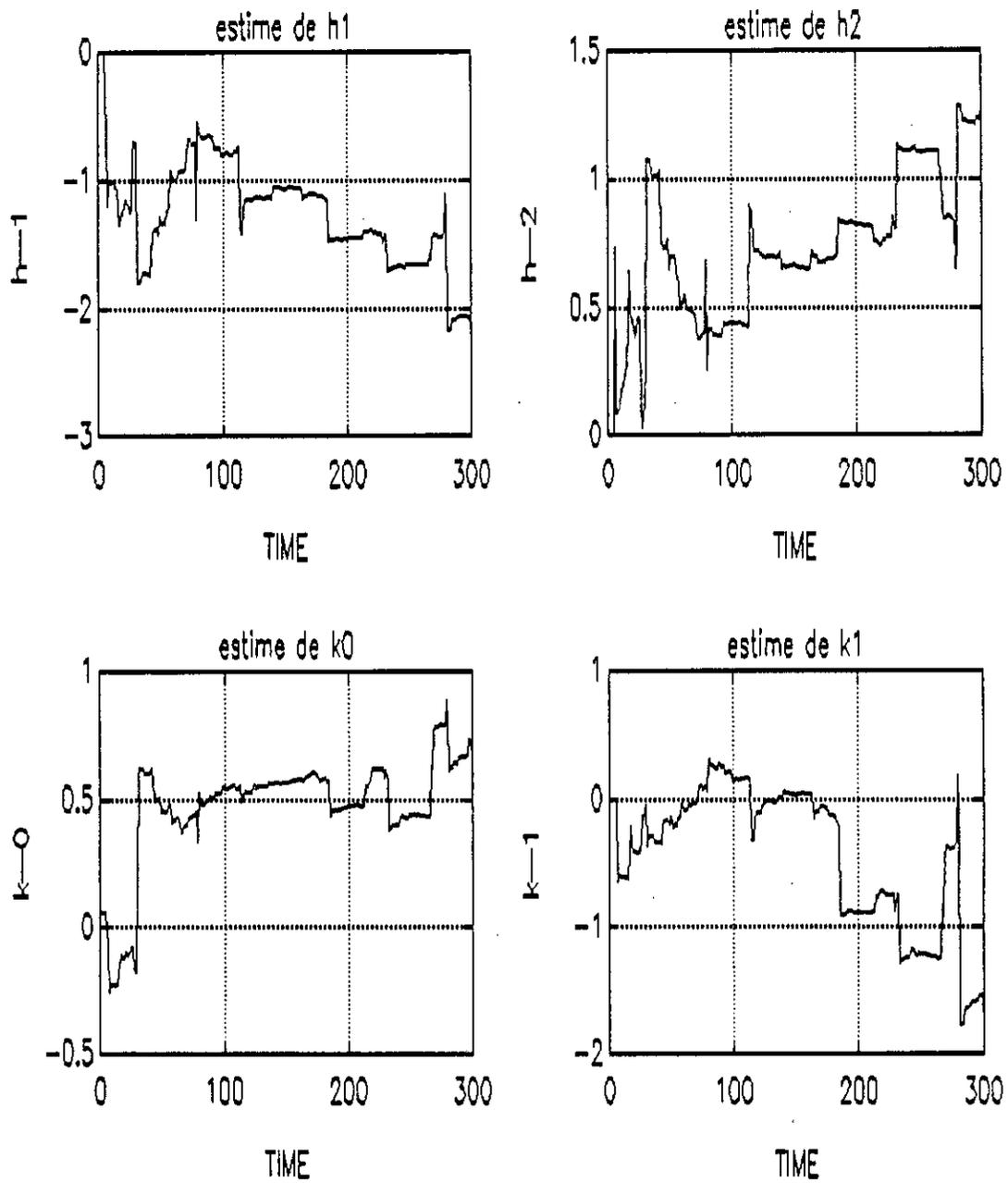


Figure IV.16.c: Evolution des paramètres du modèle d'estimation lineaire: h_1, h_2, k_0 et k_1 .

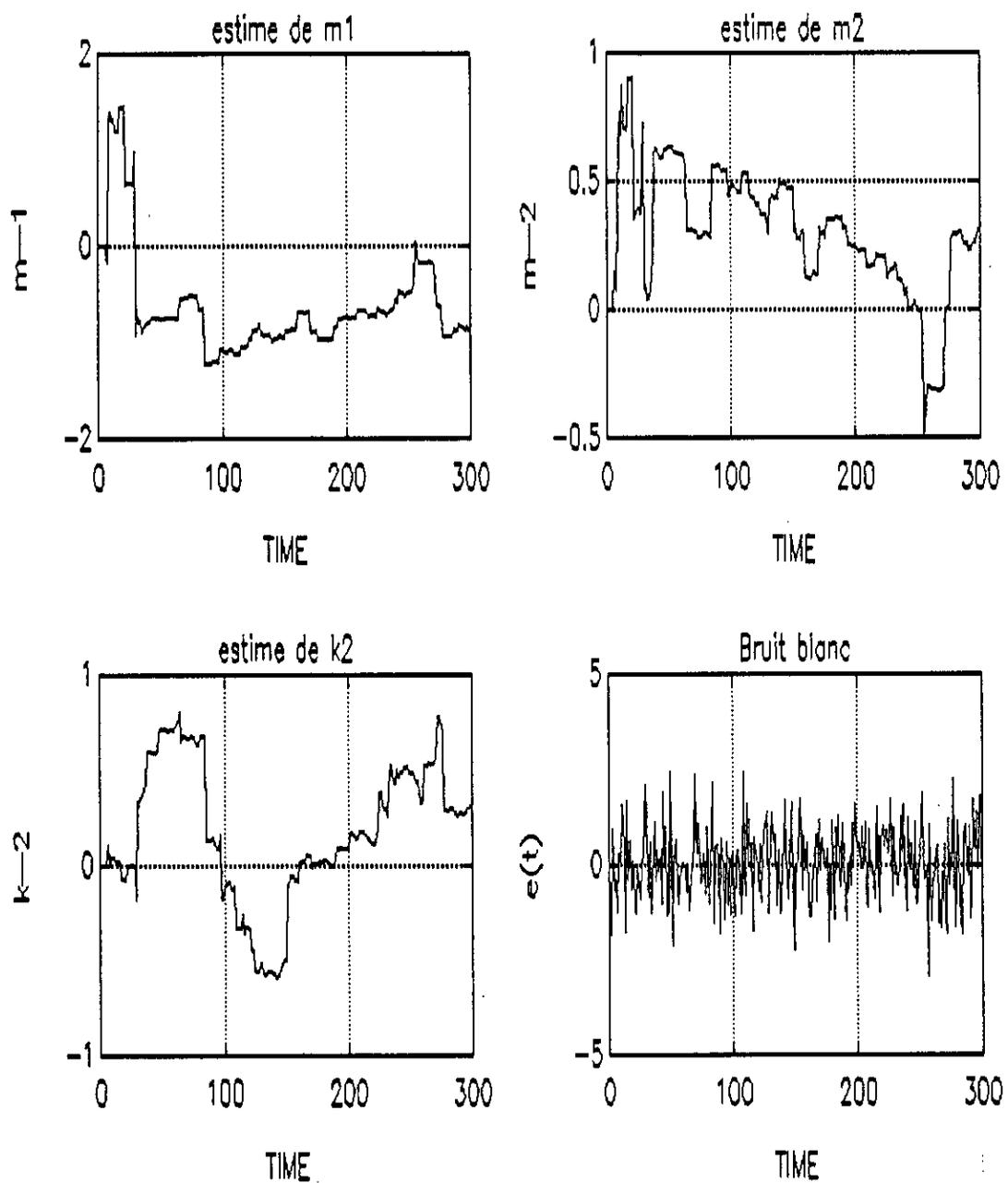


Figure IV.16.d: Evolution des paramètres du modèle linéaire: m_1, m_2, k_2 et la séquence du bruit.

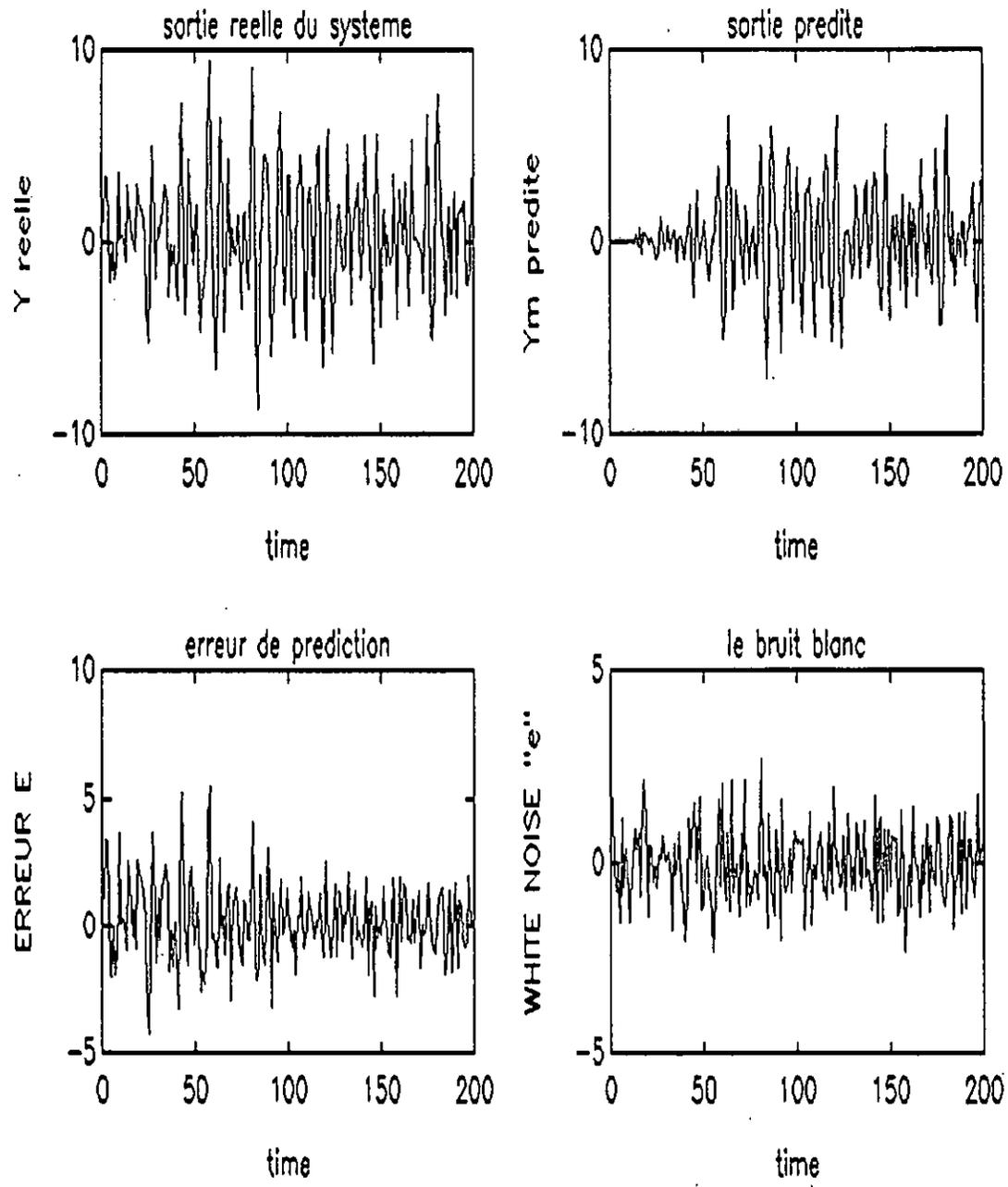


Figure IV.17.a: Comportement du système pour 'SH' variable. a_1 varie selon un signal carré.

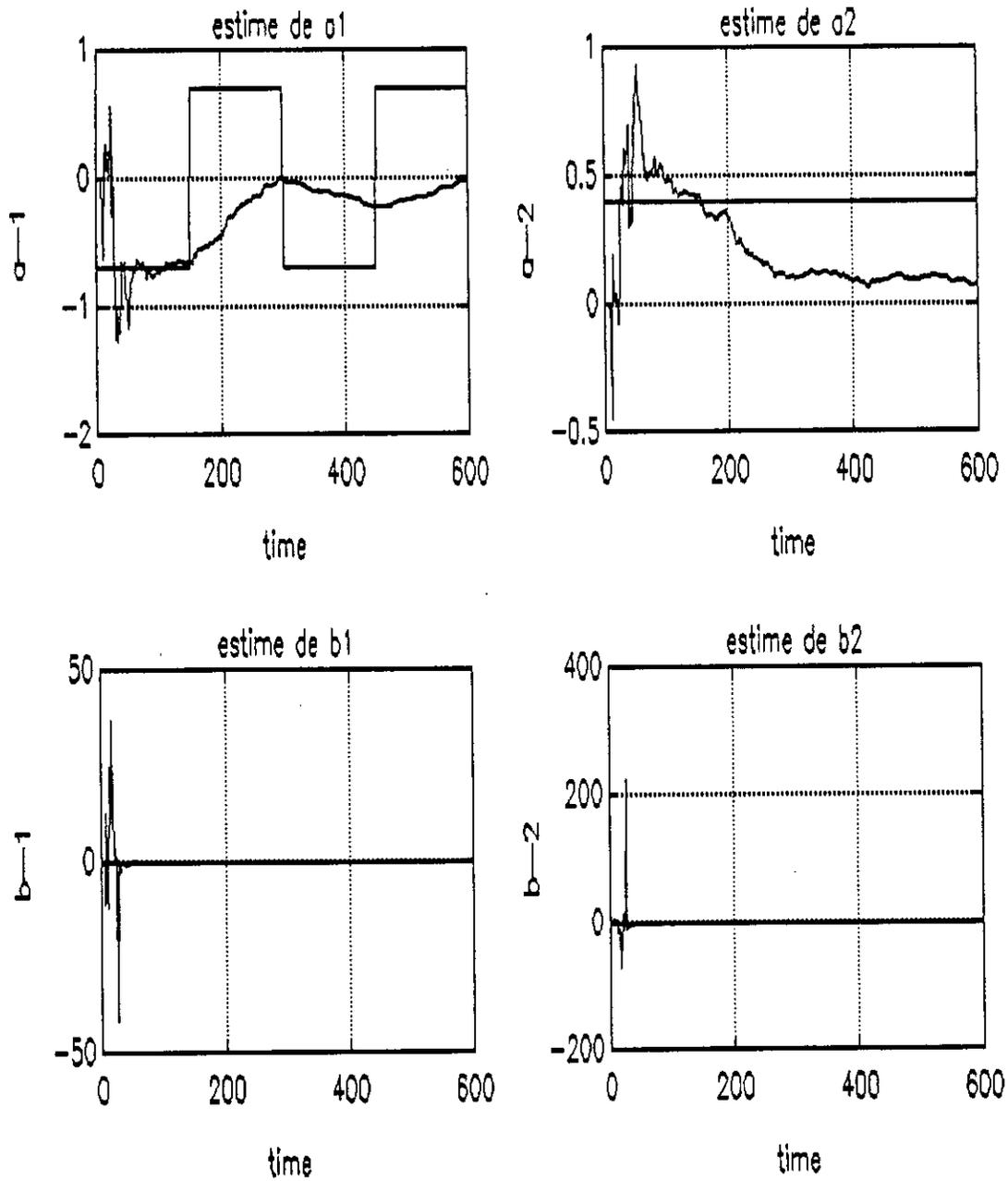


Figure IV.17.b: Evolution des paramètres a_1, a_2, b_1 et b_2 , 'SH' variable. a_1 varie selon un signal carré.

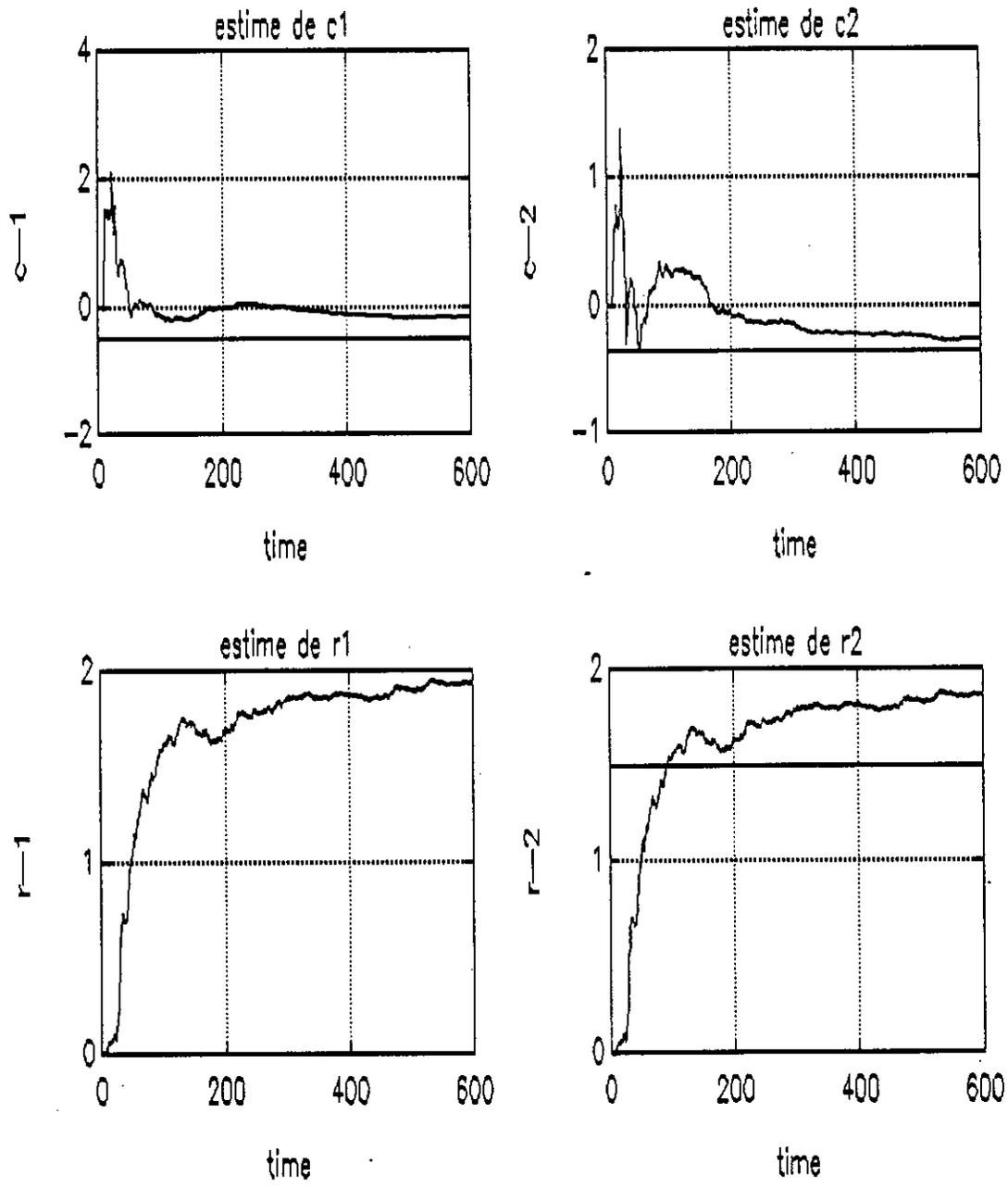


Figure IV.17.c: Evolution des paramètres c_1, c_2, r_1 et r_2 pour 'SH' variable. a_1 varie selon un signal carré.

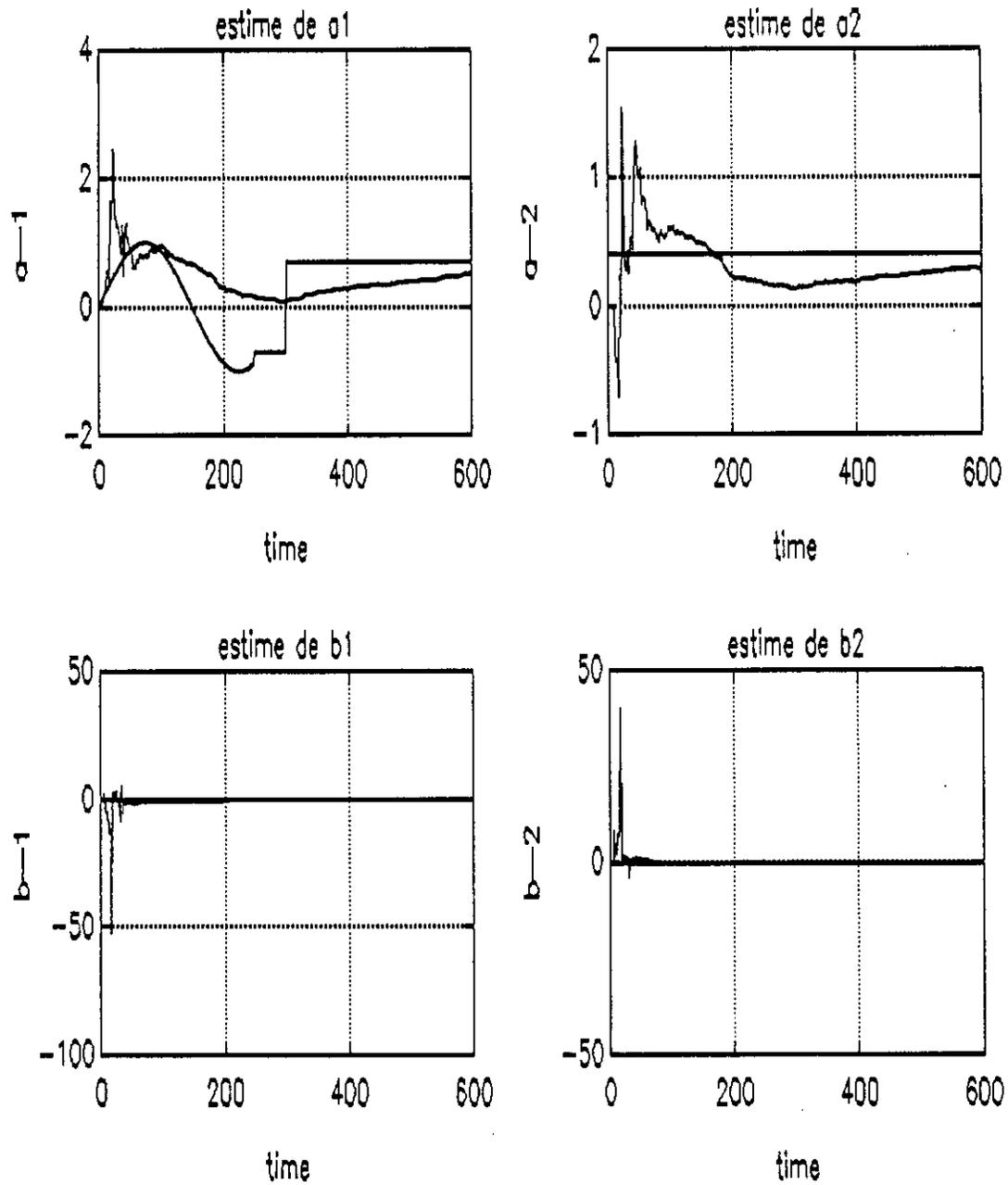
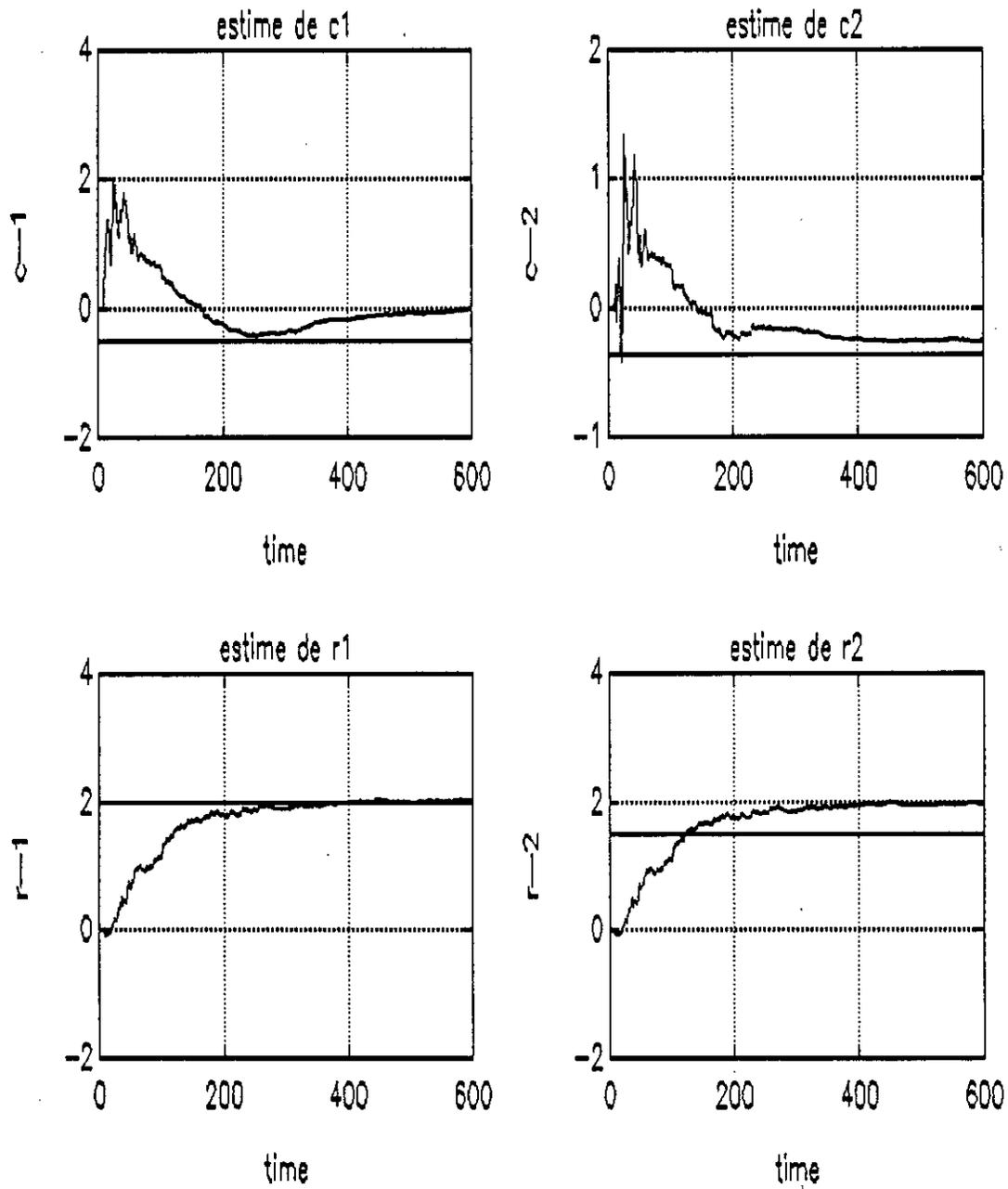


Figure IV.18.a: Evolution des paramètres a_1, a_2, b_1 et b_2 .
 a_1 varie selon un signal sinusoïdale puis carré



FigureIV.18.b: Evolution des paramètres c_1, c_2, r_1 et r_2 .
 a_1 varie selon un signal sinusoidale puis carré.

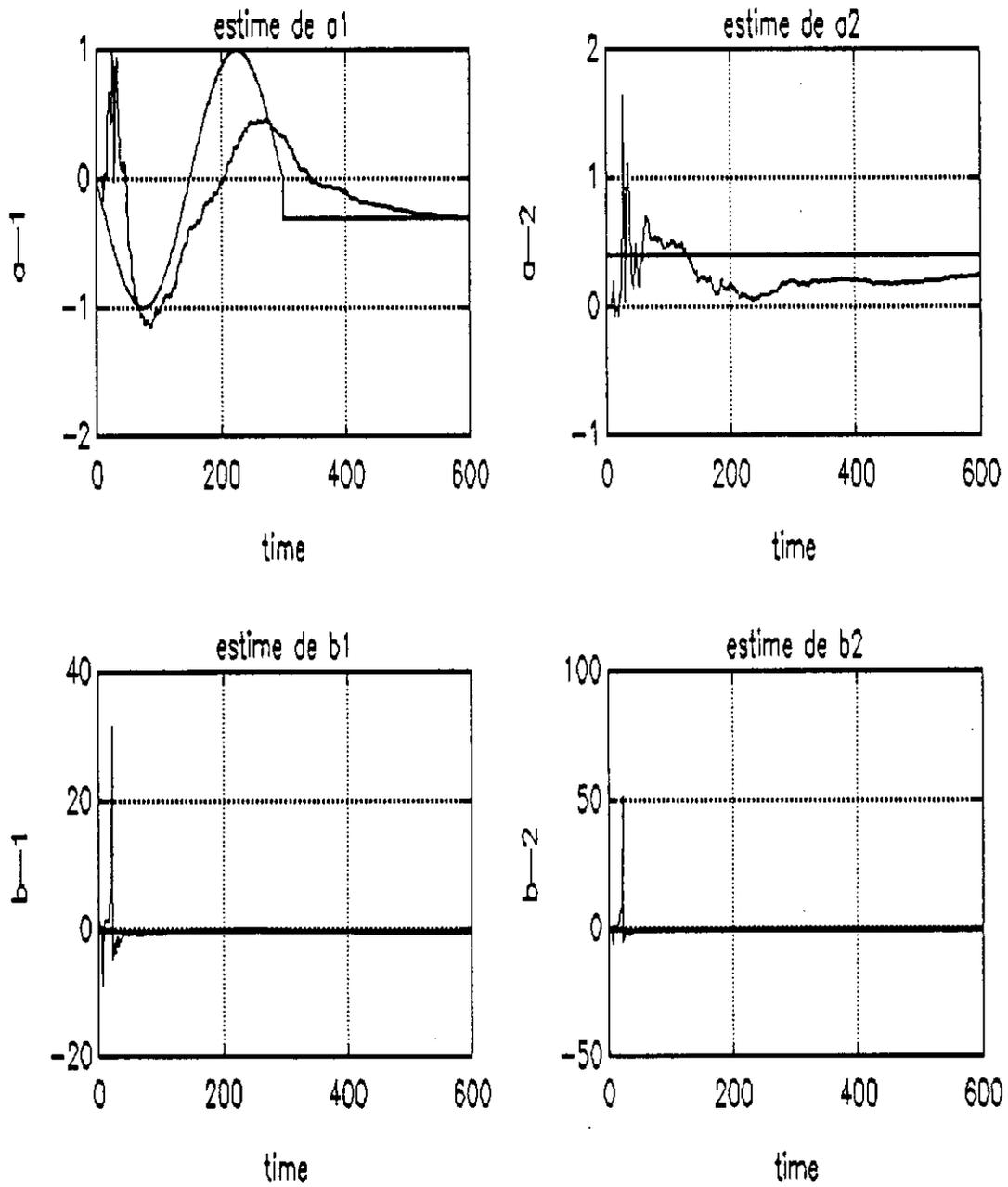


Figure IV.19: Evolution des paramètres a_1 , a_2 , b_1 et b_2 .

IV. 5. CONCLUSION

Nous avons présenté dans la première partie de ce chapitre les différentes structures utilisées pour l'identification des systèmes non linéaires.

Notre intérêt était porté davantage sur les modèles linéaires en paramètres, tels que les modèles de Hammerstein, les modèles de Volterra et le modèle bilinéaire.

Dans la deuxième partie, nous avons présenté les deux types d'identification : l'identification non récursive, avec cinq algorithmes, ainsi que l'identification récursive basée sur les moindres carrés récurrents. Les simulations ont été élaborées par cette dernière.

Du fait qu'une grande famille des systèmes non linéaires peut être décrite par le modèle de Hammerstein caractérisé par une non linéarité à l'entrée représentant souvent un actionneur approximé par une non linéarité polynomiale, nous nous sommes intéressé à élaborer les algorithmes d'identification pour le modèle de Hammerstein. Pour les autres modèles, il a suffi simplement de suivre la même procédure et d'utiliser les mêmes algorithmes établis pour la "S H" (Simple Hammerstein Model).

Dans l'identification récursive, l'algorithme des moindres carrés récurrents montre son efficacité même pour les systèmes non linéaires.

Pour la poursuite d'un paramètre variable dans le temps, l'algorithme des moindres carrés récurrents à trace constante est exigé.

Les résultats de simulation ont montré que l'identification d'un système non linéaire par un modèle d'estimation linéaire conduit à un modèle linéaire variable dans le temps ("les paramètres du modèle d'estimation varient dans le temps").

Ainsi l'utilisation de l'algorithme des moindres carrés récurrents à facteur d'oubli variable pour un système non linéaire stationnaire, assure la convergence des paramètres estimés vers les paramètres réels du système.

Donc les résultats de simulations obtenus montrent l'applicabilité de l'algorithme des moindres carrés récurrents pour certaines classes de systèmes non linéaires, c'est à dire les systèmes linéaires seulement en paramètres.

CHAPITRE V

<p>COMMANDE AUTO-AJUSTABLE N.L. PAR MODELE DE REFERENCE</p>

V. 1. INTRODUCTION

La commande adaptative avec modèle de référence ("Model Reference Adaptive Controller", ou MRAC) est devenue un moyen très efficace pour la commande des systèmes à paramètres inconnus ou partiellement connus.

Le principe des systèmes adaptatifs à modèle de référence ("Model Reference Adaptive Systems", ou MRAS), est de décrire par un modèle de référence les performances désirées et de les comparer à chaque instant avec ceux du système ajustable. L'erreur ainsi déterminée permet au mécanisme d'adaptation d'ajuster les paramètres du procédé à commander. Le système ajustable étant le système de commande adaptative en boucle fermée, contenant le procédé et le régulateur ajustable.

Le modèle de référence n'est autre qu'une réalisation de la fonction de transfert désirée du système de commande en boucle fermée.

Grâce à leurs structures, les "MRAS" sont très utilisés pour la commande de certaines classes des systèmes non linéaires. Dans la commande adaptative non linéaire, il faut mettre en évidence l'importance du concept de passivité ("positivité") et de la représentation équivalente à contre réaction [38]. Ce concept est utilisé pour le calcul de la loi de commande "passive non linéaire" [59].

Dans le cadre de la commande non linéaire, ce chapitre est consacré à la commande des systèmes bilinéaires par la "MRAC". Le modèle des systèmes bilinéaires décrit dans le chapitre IV permet l'implémentation d'une telle commande.

V. 2. DIFFERENTES STRUCTURES DES MRAS

Les principales structures des MRAS ("Model Reference Adaptive Systems") sont les suivantes :

- La structure parallèle
- La structure série-parallèle
- La structure série.

V. 2. 1. Structure parallèle

C'est la structure la plus utilisée en identification, elle est connue sous le nom de l'erreur de sortie (Fig. V. 1.)

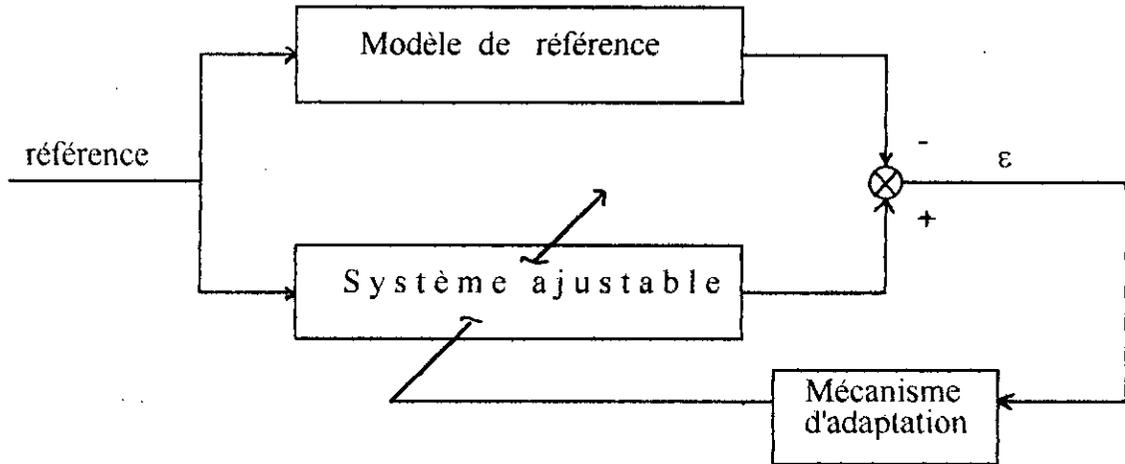


Figure V. 1. Structure parallèle des MRAS

V. 2. 2. Structure série-parallèle

Dans cette structure, on considère deux cas :

a - Le modèle de référence est placé d'une part en série avec le système ajustable, d'autre part en parallèle avec celui-ci (Fig. V-2).

b - Le système ajustable est placé d'une part en série avec le modèle de référence, d'autre part en parallèle avec celui-ci (Fig. V-3).

V. 2. 3. Structure série.

Le modèle de référence et le système ajustable sont en série, cette structure est souvent connue sous le nom de : méthode de l'erreur d'entrée (Fig. V-4).

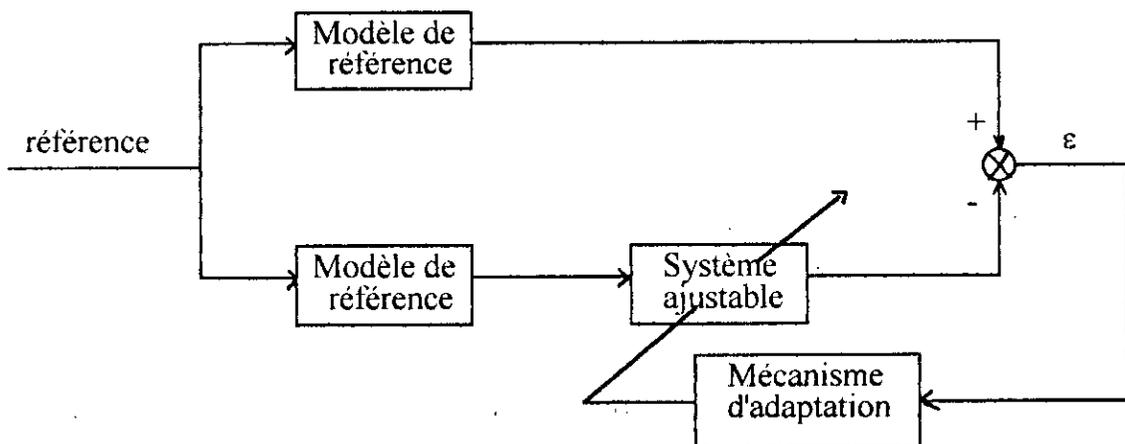


Figure V-2 : Structure série-parallèle (a)

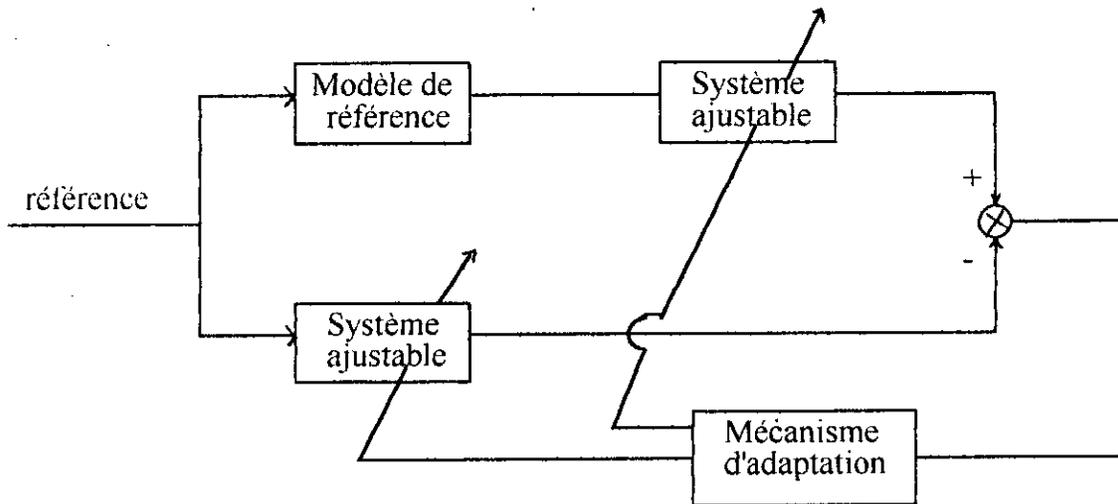


Figure V-3 : Structure série-parallèle (b)

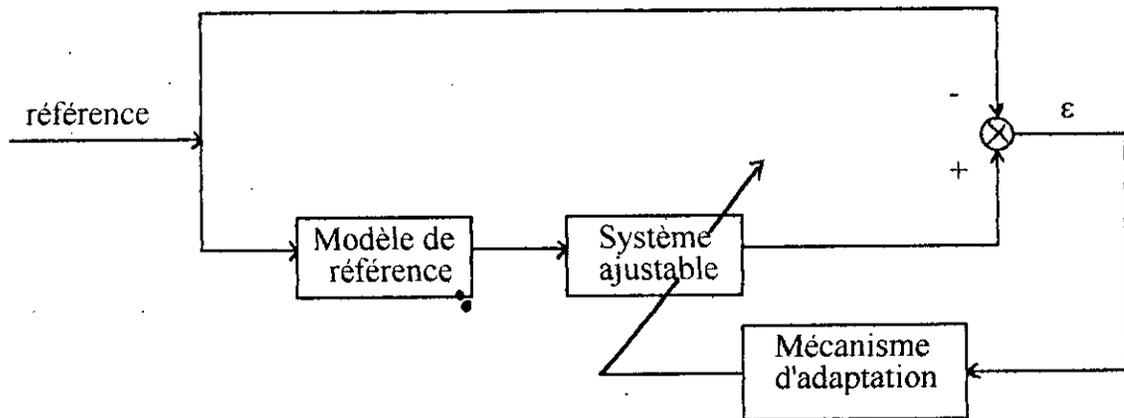


Figure V-4. Structure série des MRAS

Dans les "MRAS", la différence entre la sortie du procédé et la sortie du modèle de référence est une mesure de la différence entre les performances réelles et les performances désirées.

V. 3. LA COMMANDE "MRAC" NON LINEAIRE DIRECTE

Le schéma de la commande adaptative avec modèle de référence donnée dans la figure V-5 est un schéma de commande adaptative "directe". Les paramètres du régulateur étant ajustés en une seule étape.

Dans ce cas on identifie en fait implicitement le procédé mais reparamétrisé en terme de prédicteur [39]. Le temps de calcul d'une telle commande est très réduit, par conte la connaissance a priori sur le procédé pour le mettre en oeuvre est importante.

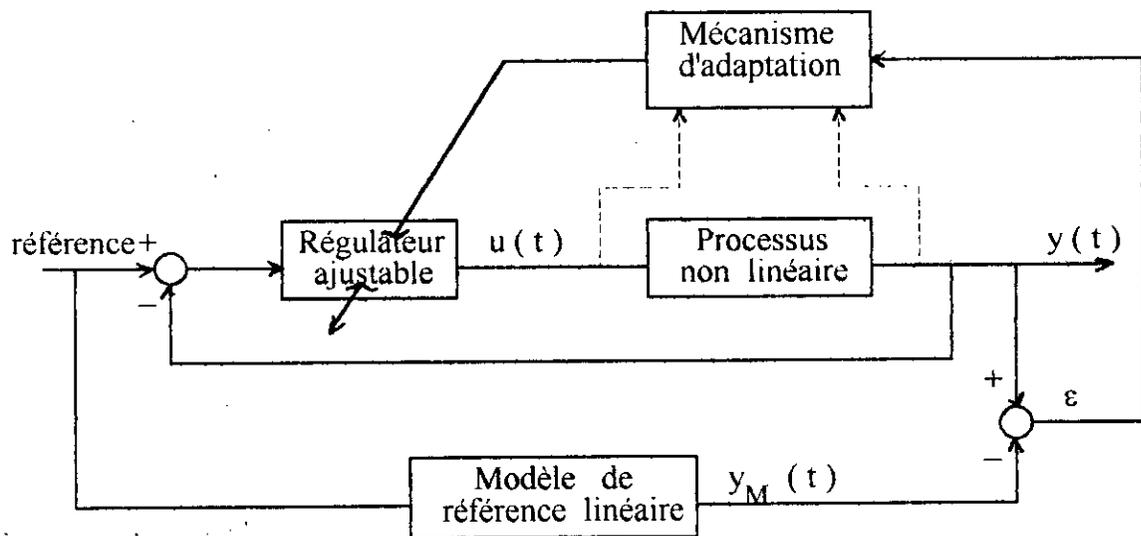


Figure V-5 : Structure globale de la MRAC non linéaire directe

V. 4. LA COMMANDE "MRAC" NON LINEAIRE INDIRECTE

Les schémas de la commande adaptative indirecte comportent deux étapes à chaque période d'échantillonnage. Dans une première phase, on identifie de manière récursive les paramètres du modèle non linéaire, dans la deuxième phase on ajuste les paramètres du régulateur à partir des paramètres estimés du procédé. Ceci est réalisé en utilisant le principe de l'équivalence certaine [5]. Ainsi la commande calculée s'applique simultanément au procédé et au prédicteur ajustable (Fig.V-6). On déduit que la sortie du prédicteur ajustable ("Modèle d'estimation") va se comporter en concordance avec les performances désirées quelles que soient les valeurs des paramètres estimés.

On conclut donc que l'erreur de prédiction dans de tels schémas, devient une mesure de l'écart entre les performances réelles et celles désirées.

Ainsi la commande calculée vas assurer l'identité entre la sortie du prédicteur et celle d'un modèle de référence linéaire explicite.

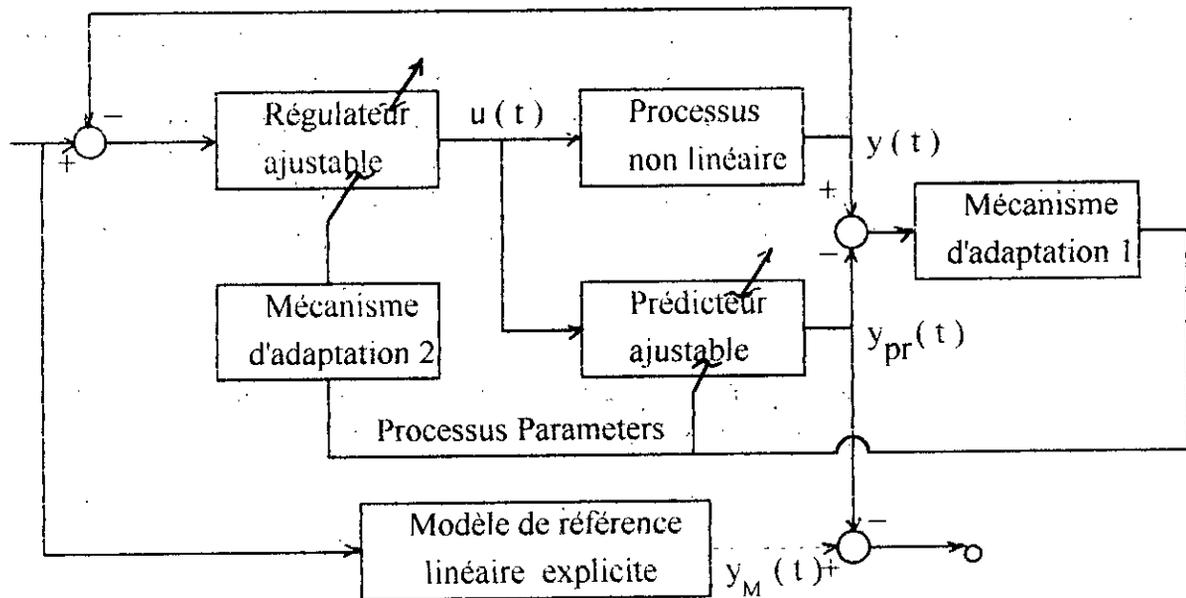


Figure V-6 : Structure globale de la MRAC non linéaire indirecte.

La poursuite d'un modèle de référence utilisant la "MRAC" non linéaire nécessite la résolution du problème de stabilité. Une des approches les plus utilisées pour résoudre un tel problème est l'approche d'hyperstabilité [59] [40]. Cette dernière est basée sur la décomposition du "système de commande adaptative en boucle fermée" en deux blocs en contre-réaction (Fig. V-7) :

- Bloc linéaire de la chaîne directe (S.L.I.) strictement réel positif
- Bloc de la contre réaction (S.N.L.V.) vérifiant une certaine inégalité : l'inégalité de Popov [38].

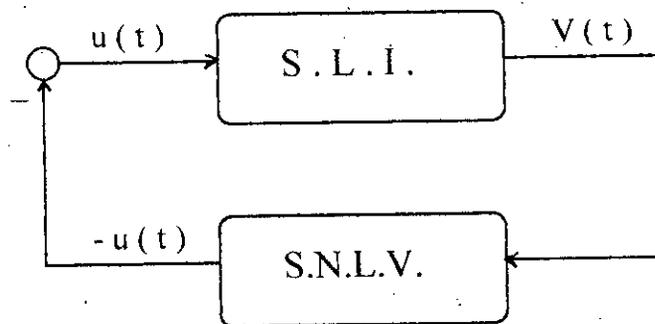


Figure V-7 : Représentation en contre-réaction du système de commande en boucle fermée

avec : S.L.I. : Système linéaire invariant dans le temps

S.N.L.V. : Système non linéaire variant dans le temps.

L'algorithme d'adaptation qu'on va présenter dans ce chapitre garantira la stabilité asymptotique de l'erreur entre la sortie du processus non linéaire et le modèle de référence linéaire [43].

De l'équation (V - 7), on déduit la loi de commande suivante :

$$u(t) = \frac{y_M(t+1) + \sum_{i=1}^n \hat{a}_i(t)y(t+1-i) + \sum_{i=2}^m \hat{b}_i(t)u(t+1-i) + \sum_{i=2}^L \hat{p}_i(t)u(t+1-i)}{[\hat{p}_1(t)y(t) + \hat{b}_1(t)]} \quad (V - 8)$$

avec : \hat{a}_i : $i = 1, \dots, n$ paramètres estimés du polynôme A (q^{-1})
 \hat{b}_i : $i = 1, \dots, m$ paramètres estimés du polynôme B (q^{-1})
 \hat{p}_i : $i = 1, \dots, L$ paramètres estimés du polynôme P (q^{-1})

Dans le cas où le processus est connu, la commande $u(t)$ est calculée en utilisant les paramètres nuls du processus dans l'équation (V - 8).

Le coefficient $[\hat{p}_1(t)y(t) + \hat{b}_1(t)]$ est non nul [43]. Cette condition peut être implémentée en temps réel et automatiquement elle élimine la présence d'un coefficient nul. C'est la condition sous laquelle la loi de commande $u(t)$ (équation V - 8) peut être implémentée.

V. 6. ALGORITHME DE REGLAGE ADAPTATIF

Dans le cas où les paramètres du processus non linéaire sont inconnus ou variables dans le temps, l'utilisation d'un estimateur récursif s'avère nécessaire. L'algorithme de réglage qu'on va présenter pour le calcul de la "MRAC" non linéaire est un algorithme indirect : calcul du régulateur à partir des paramètres estimés du processus.

Cet algorithme nécessite les étapes suivantes :

Données : Spécifier n, m, L et les valeurs initiales des paramètres.

Etape 1 : Construire le vecteur des observations $\Phi(t)$:

$$\Phi(t)^T = \begin{bmatrix} -y(t-1), \dots, -y(t-n), u(t-d-1) \dots u(t-d-m), u(t-d-1)y(t-d-1), \dots \\ \dots u(t-d-L)y(t-d-L) \end{bmatrix} \quad (V - 9)$$

Etape 2 : Estimation des paramètres du processus en utilisant les MCR à trace constante.

avec : $\hat{\theta}^T(t) = [\hat{a}_1(t) \dots \hat{a}_n(t), \hat{b}_1(t) \dots \hat{b}_m(t), \hat{p}_1(t) \dots \hat{p}_L(t)]$ vecteur des paramètres.

L'erreur de prédiction a priori est donnée par :

$$\varepsilon^o(t+1) = y(t+1) - y_M(t+1)$$

Etape 3 : Génération de la référence.

Etape 4 : Calcul de la commande $u(t)$ (Equation V - 8)
 $t = t + 1$. Revenir à l'étape 1.

V. 7. RESULTATS DE SIMULATION

Les résultats de simulation obtenus sont faits par application de la commande auto-ajustable à modèle de référence à un système bilinéaire.

Le modèle dynamique discret de ce dernier est décrit par l'équation suivante :

$$A(q^{-1}) y(t) = B(q^{-1}) u(t) + P(q^{-1}) u(t) y(t)$$

$$\text{avec : } A(q^{-1}) = 1 - 0.6 q^{-1} - 0.3 q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 0.8 + 0.5 q^{-1}$$

$$P(q^{-1}) = 0.3 q^{-1} + 0.2 q^{-2}$$

On fait la commande du système bilinéaire discret décrit précédemment par la MRAC ("Model Reference Adaptive Control") dans deux cas :

Dans le premier cas, les paramètres du procédé sont considérés connus, et dans le second, les paramètres du système sont inconnus.

V. 7. 1. Commande par modèle de référence à paramètres connus

Pour un modèle de référence décrit par :

$$y_m(t) = \frac{B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} r(t)$$

$$\text{avec : } A_m(q^{-1}) = 1 - 1.32 q^{-1} + 0.5 q^{-2}$$

$$B_m(q^{-1}) = 0.18 q^{-1}$$

et $r(t)$ est un signal de référence carré, d'amplitude 2 et de période $T = 50$ secondes.

Les résultats de simulations sont consignés sur la Figure V-8 a. Cette figure représente l'évaluation de la sortie du système et la commande de ce dernier. Les paramètres du système étant connus, la sortie du système suit bien la sortie du modèle de référence dès le début.

De même pour un modèle de référence décrit par :

$$y_m(t) = \frac{0.34 + 0.24 q^{-1}}{1 - 0.78 q^{-1} + 0.36 q^{-2}} r(t)$$

$r(t)$ est le signal de référence décrit précédemment.

On obtient les résultats de simulation représentés sur la Figure V-8 b. Ce deuxième modèle de référence présente des dépassements par rapport au premier. La sortie du système suit la sortie du modèle de référence quel que soit le modèle de référence choisi.

V. 7. 2. Commande adaptative par "MRAC"

Dans ce cas, les paramètres du système bilinéaire sont inconnus. Il faut donc les estimer en temps réel (on-line).

Cette commande est faite pour deux cas différents :

Dans un premier cas, le modèle d'estimation du système est linéaire, et dans le deuxième cas, le modèle d'estimation est aussi bilinéaire comme le système.

1) Le modèle d'estimation est linéaire :

On fait la commande "MRAC", en utilisant l'algorithme des moindres carrés récursifs à facteur d'oubli variable avec $\lambda_0 = 0.98$ et $\lambda_1(0) = 0.95$.

Ensuite le MCR à trace constante avec le gain d'adaptation est choisi comme suit :

$$F = 100 \sigma \mathbf{I} \text{ et } C = \frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} = 0.98.$$

où : σ : nombre de paramètres à estimer

\mathbf{I} : matrice identité de dimension $(\sigma \times \sigma)$.

1. a) "MRAC" adaptative avec moindres carrés récursifs à facteur d'oubli variable

En utilisant le modèle de référence suivant :

$$y_m(t) = \frac{0.18 q^{-1}}{1 - 1.32 q^{-1} + 0.5 q^{-2}} r(t)$$

avec : $r(t)$ est un signal de référence "carré",

Les résultats de simulation sont consignés sur les figures V.9 a et b, où l'évolution de la sortie du système ainsi que la commande sont représentés sur la figure V.9 a ; tandis que la figure V.9 b représente l'erreur de sortie entre le modèle de référence et le système bilinéaire, et les paramètres du modèle d'estimation linéaire.

Pour le même modèle de référence, et avec un signal de référence : "échelon unité", les résultats de simulation sont représentés sur les figures V.10 a et b.

La figure V.10 a représente la réponse du système et l'évaluation de la commande. L'erreur de sortie et les paramètres du modèle d'estimation linéaire sont représentés sur la figure V.10 b.

1. b) "MRAC" adaptative avec moindres carrés récursifs à trace constante

Pour le modèle de référence précédent, et un signal de référence : échelon unité, les résultats de simulation sont consignés sur les figures V.11 a et b.

La sortie représentée sur la figure V.11 a présente de petites oscillations.

On remarque que les résultats obtenus avec les moindres carrés récursifs à facteur d'oubli variable sont meilleurs que ceux obtenus avec les moindres carrés récursifs à trace constante.

Sur la figure V.10 b, l'erreur de sortie tend asymptotiquement vers zéro, C'est le cas des moindres carrés récursifs à facteur d'oubli variable, tandis que l'erreur de sortie obtenue avec les moindres carrés récursifs à trace constante présente de faibles oscillations.

Ceci est illustré à la figure V.11 b, pour une référence égale à l'échelon unité.

2) Le modèle d'estimation est non linéaire

Cette fois, le modèle d'estimation est du même type que le système : modèle bilinéaire. Donc lors de la commande en temps réel, les paramètres estimés convergent asymptotiquement vers les paramètres réels du système bilinéaire. On prend toujours le modèle de référence linéaire précédent.

2 a) Commande adaptative avec moindres carrés récurrents à facteur d'oubli variable

Le signal de référence du système de commande est un signal carré, d'amplitude égale à 2 et de période $T = \frac{N}{3}$ avec $N = 200$.

$\lambda_0 = 0.98$ et $\lambda_1(0) = 0.95$. Le modèle de référence

Les résultats de simulation sont présentés sur les figures V.12 a, b et c.

L'évaluation de la sortie du système ainsi que la commande sont représentés sur la figure V.12 a.

L'erreur présentée par la figure V.12 b tend asymptotiquement vers zéro.

Les paramètres estimés \hat{a}_1 , \hat{a}_2 , \hat{b}_0 , \hat{b}_1 , \hat{P}_1 et \hat{P}_2 sont présentés sur la figure V.12 c.

2. b) Commande adaptative avec moindres carrés récurrents à trace constante

Les résultats de simulation, pour un signal carré (défini précédemment) étant l'entrée du modèle de référence, sont consignés sur les figures V.13 a, b et c.

La commande du système ainsi que la sortie du modèle de référence et celle au système sont présentées sur la figure V.13 a.

L'erreur présentée sur la figure V.13 b tend asymptotiquement vers zéro.

Les paramètres du système sont présentés sur la figure V.13 c.

On remarque que dans ce cas, où le modèle d'estimation est non linéaire, la MRAC adaptative a donné de bons résultats de simulation, avec les deux algorithmes : moindres carrés récurrents à trace constante et moindres carrés récurrents à facteur d'oubli variable.

V. 7. 3. Commande d'un système bilinéaire stochastique

Dans le cas où le système bilinéaire est infecté par un bruit blanc, la commande adaptative directe à GMV est mise en oeuvre pour donner de bonnes performances. Les résultats de simulation sont obtenus par application de cette commande au système bilinéaire dont le modèle de perturbation est le suivant :

$$W(t) = (1 - 0.52 q^{-1} - 0.37 q^{-2}) e(t)$$

où : $e(t)$ est un bruit blanc gaussien

$W(t)$: perturbation aléatoire

L'algorithme d'adaptation utilisé est celui des moindres carrés récurrents à trace constante avec le gain initial : $F(0) = 100 \sigma I$.

Ainsi la GMV directe linéaire est efficace pour la commande des systèmes bilinéaires stochastiques, comme le montrent les résultats de la simulation dans la figure V. 14.

V. 7. 4. Commande d'un système bilinéaire multivariable couplé

Le cas de la MRAC des systèmes bilinéaires déterministes à simple entrée - simple sortie a été étudié et les résultats de simulation ont montré l'efficacité de cette commande pour de tels systèmes. En se basant sur ces résultats, on fait étendre la commande adaptative monovariante avec modèle de référence, au cas des systèmes multivariables bilinéaires couplés. Similairement, on définit un système bilinéaire discret, comme suit :

$$A(q^{-1}) Y(t) = B(q^{-1}) U(t) + P(q^{-1}) U(t) Y^T(t) \rho$$

où : ρ est un vecteur constant de dimensions appropriées.

Pour valider la MRAC pour des systèmes bilinéaires multivariables, on choisit un système TI.TO (Two Input Two Output) couplé.

Le système à commander est le suivant [43] :

$$Y1(t+1) = 0.6 Y1(t) + 0.3 Y1(t-1) + 0.3 Y1(t) U1(t) + \\ + 0.2 Y1(t-1) U1(t-1) + 0.8 U1(t) + 0.5 U1(t-1) + 0.4 Y2(t)$$

$$Y2(t+1) = 0.8 Y2(t) + 0.3 Y2(t-1) + 0.2 U2(t) + 0.1 Y1(t)$$

Les résultats de simulation sont représentés sur la figure (V.15). Le sous-système 1 est commandé par un algorithme à trace constante. Quant au deuxième sous-système, il est commandé par un algorithme à facteur d'oubli variable.

Les résultats obtenus montrent aussi l'efficacité de la commande MRAC pour des systèmes bilinéaires couplés. Après la phase d'adaptation paramétrique, l'erreur de sortie de chaque sous-système est asymptotiquement nulle.

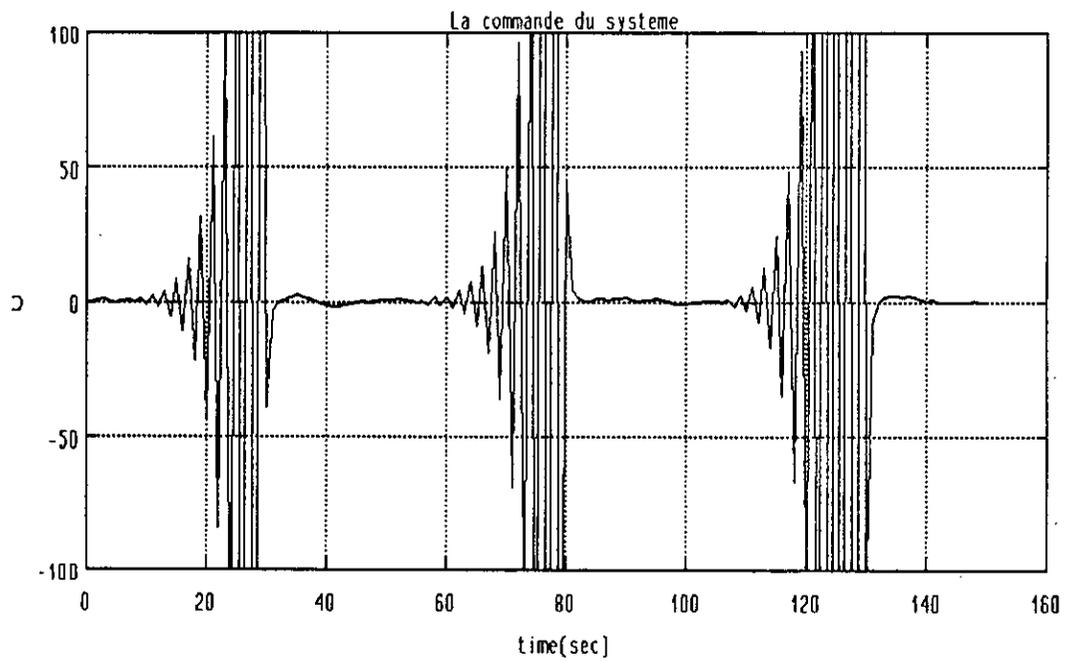
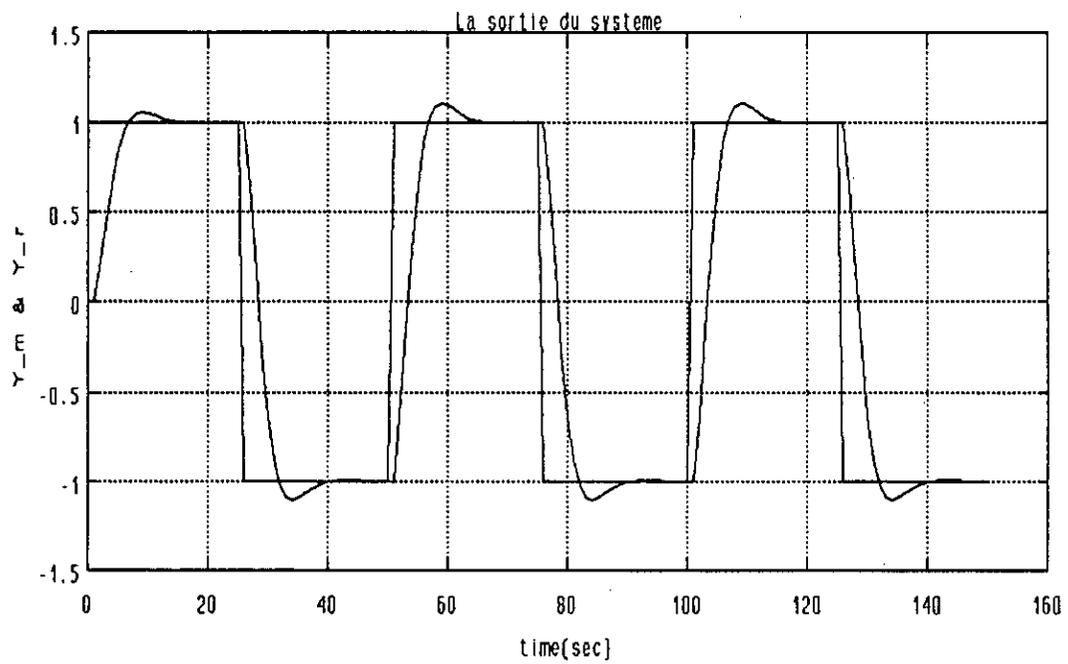


Figure V.8.a: Evolution de la commande et la sortie du système à paramètres connus.

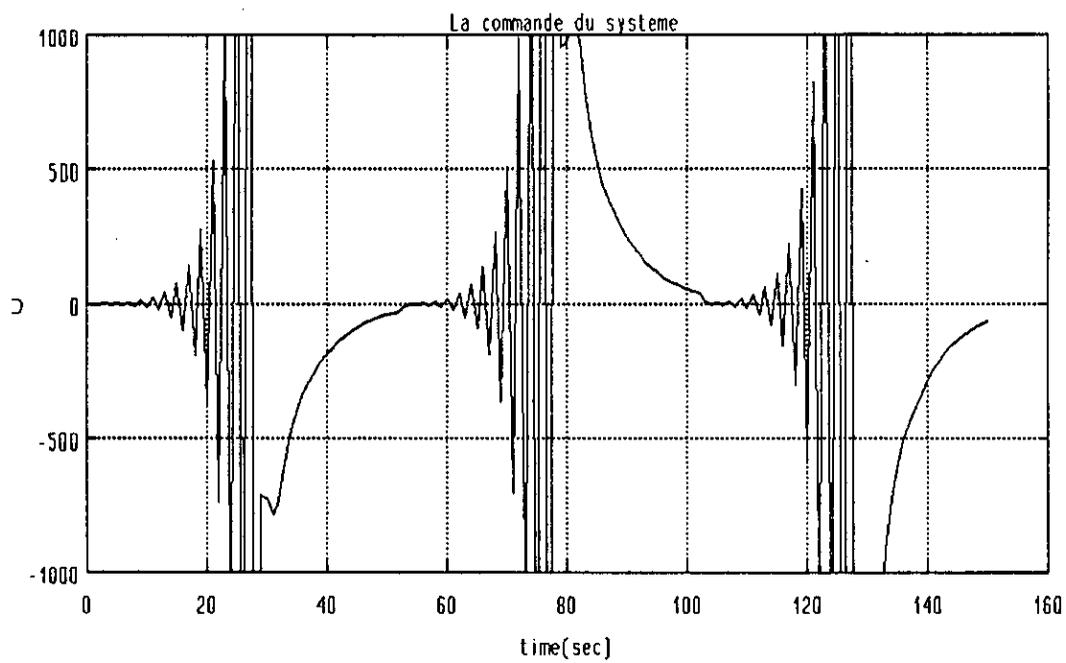
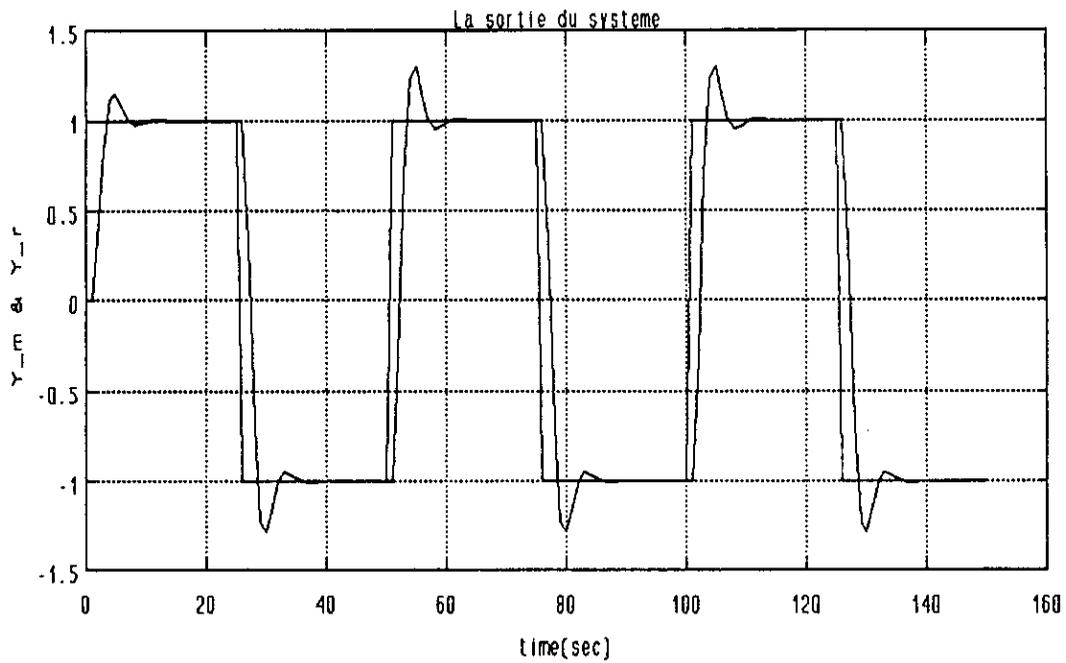


Figure V.8.b: Evolution de la commande et de la sortie du système à paramètres connus.

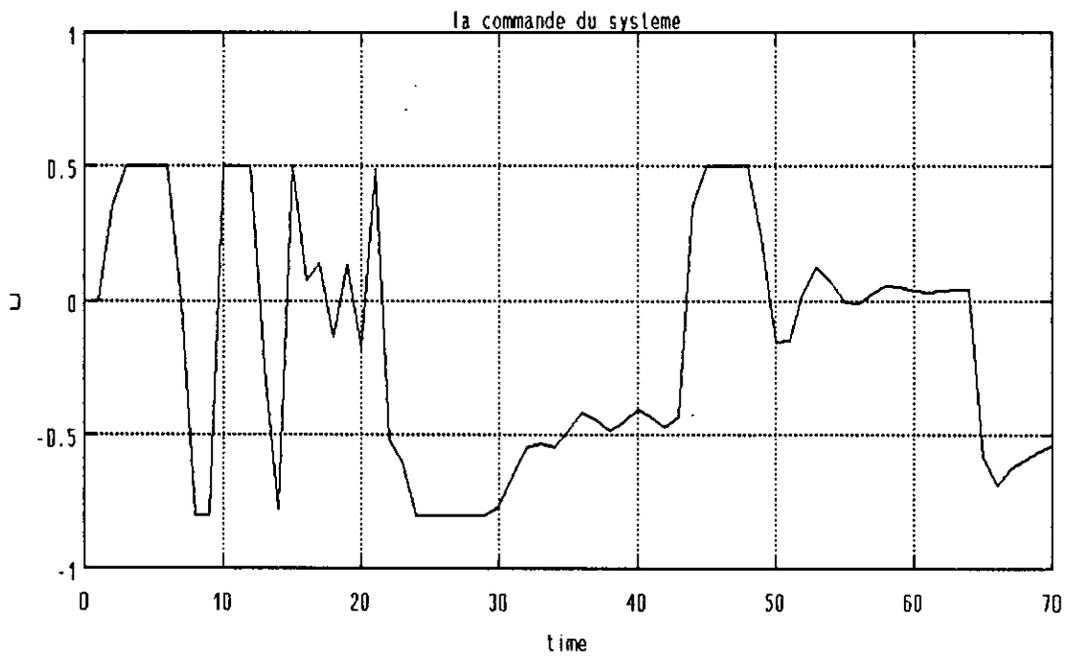
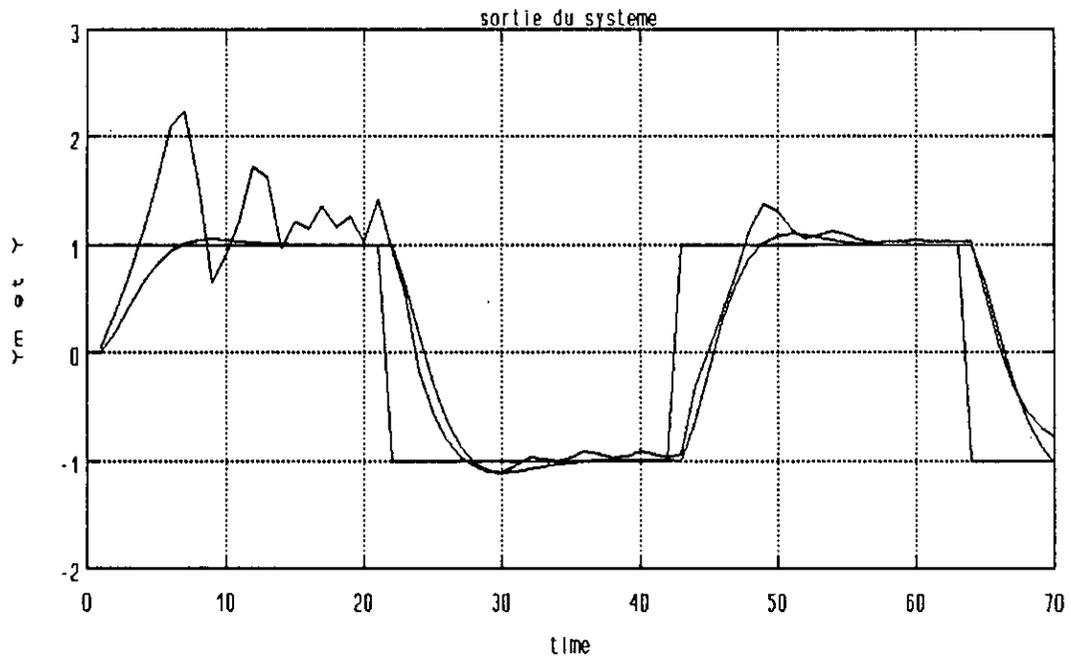


Figure V.9.a: Sortie du système et la commande avec modèle d'estimation lineaire.

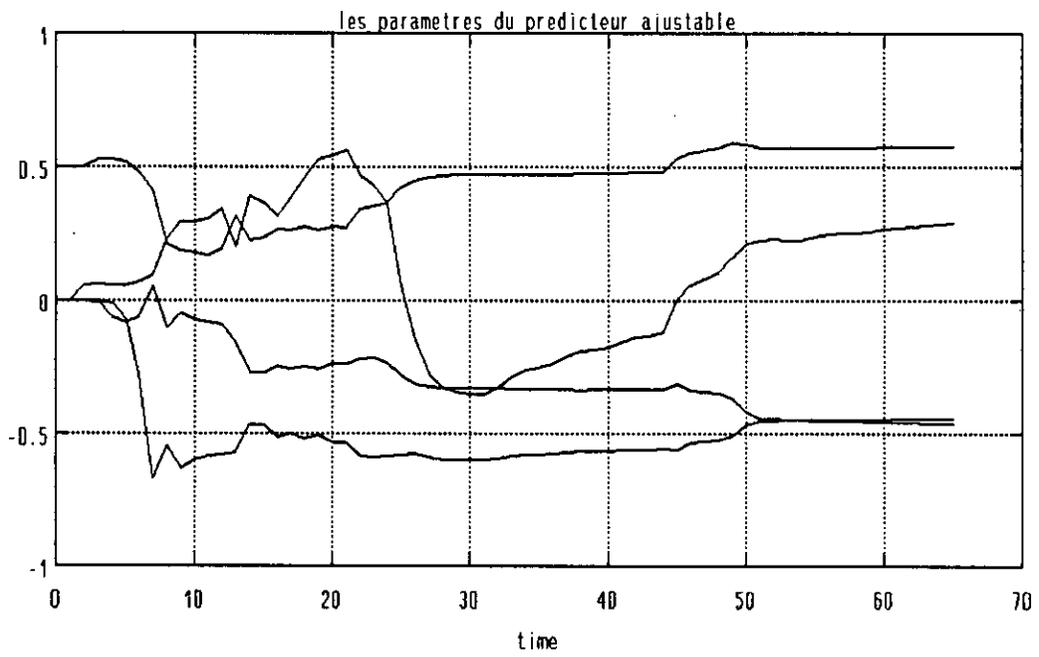
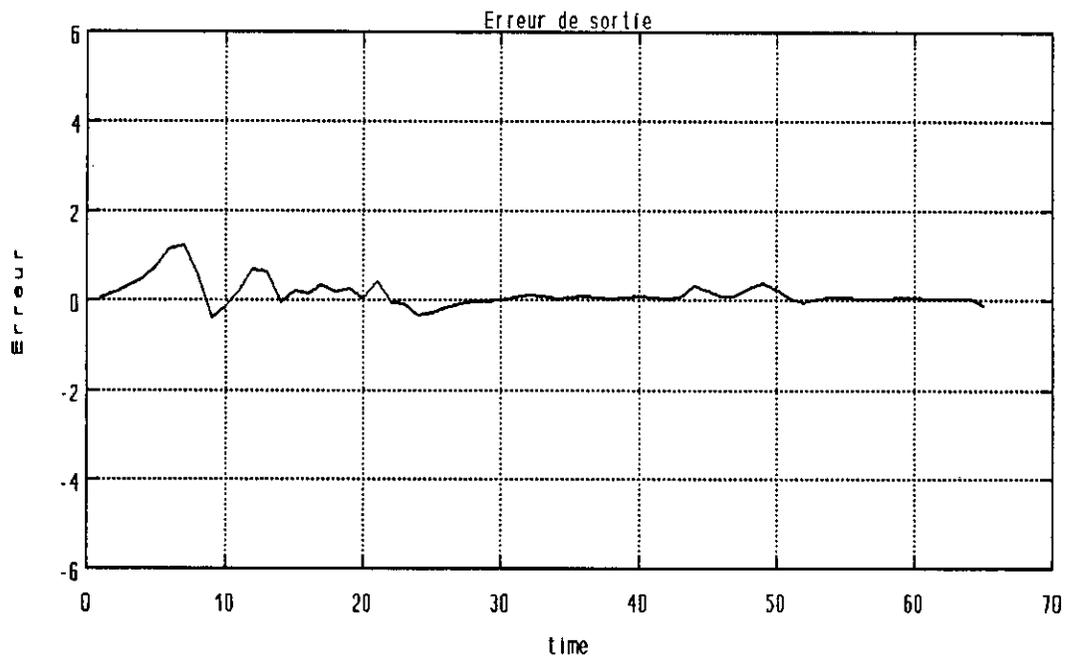


Figure V.9.b: Erreur de sortie et paramètres estimés avec modèle d'estimation lineaire

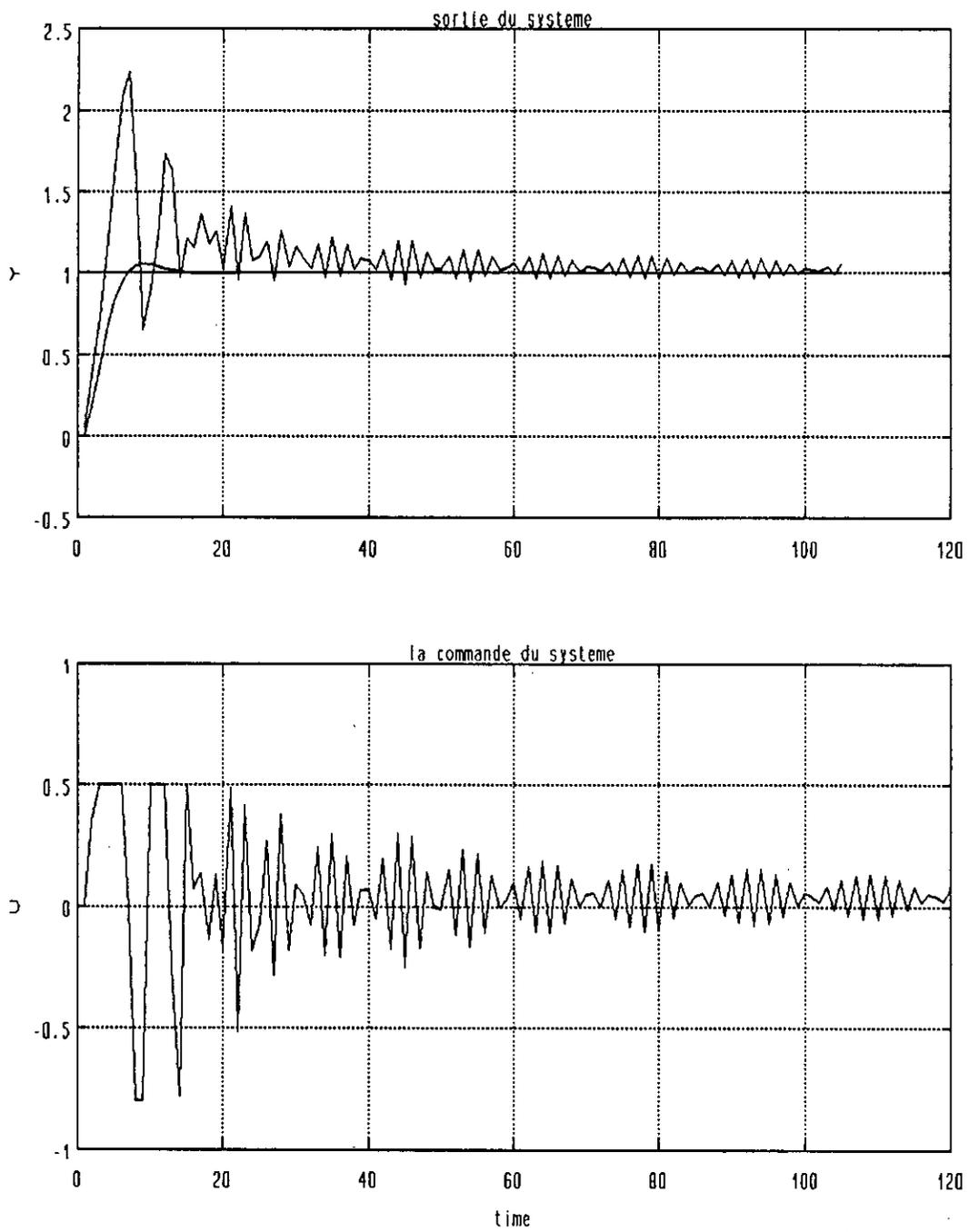


Figure V.10.a: Sortie du système et la commande avec modèle d'estimation lineaire à un signal de référence échelon.

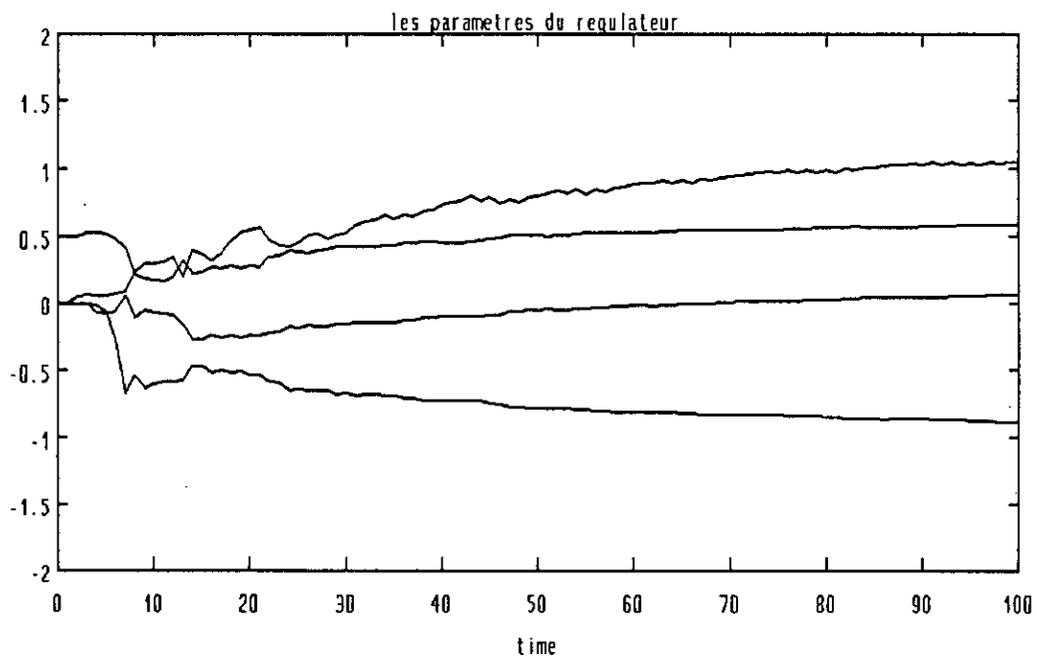
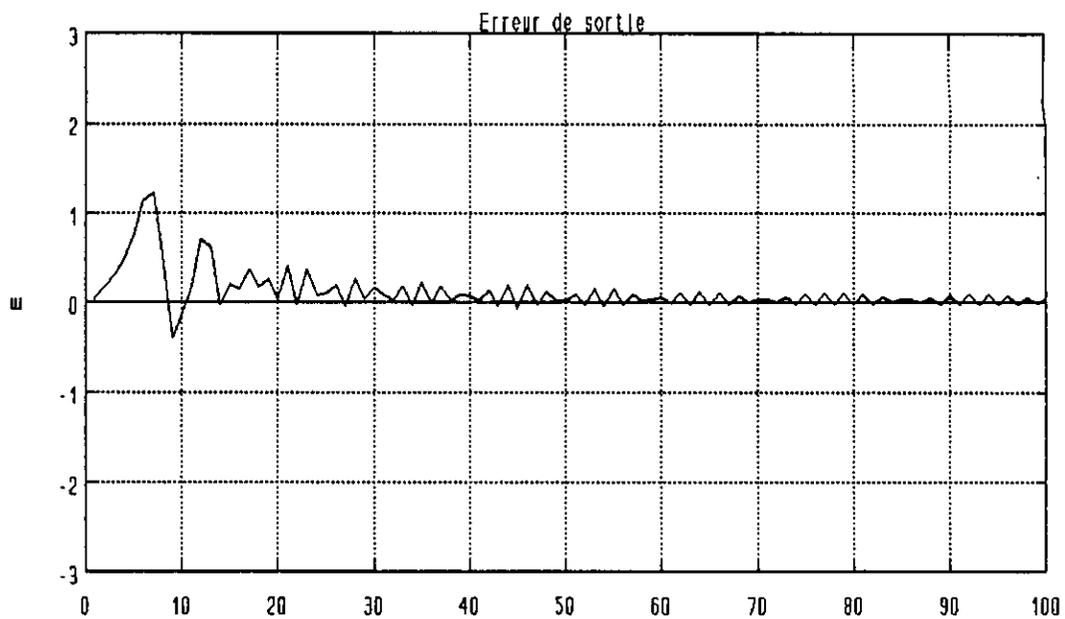


Figure V.10.b: Evolution de l'erreur de sortie et des paramètres estimés.

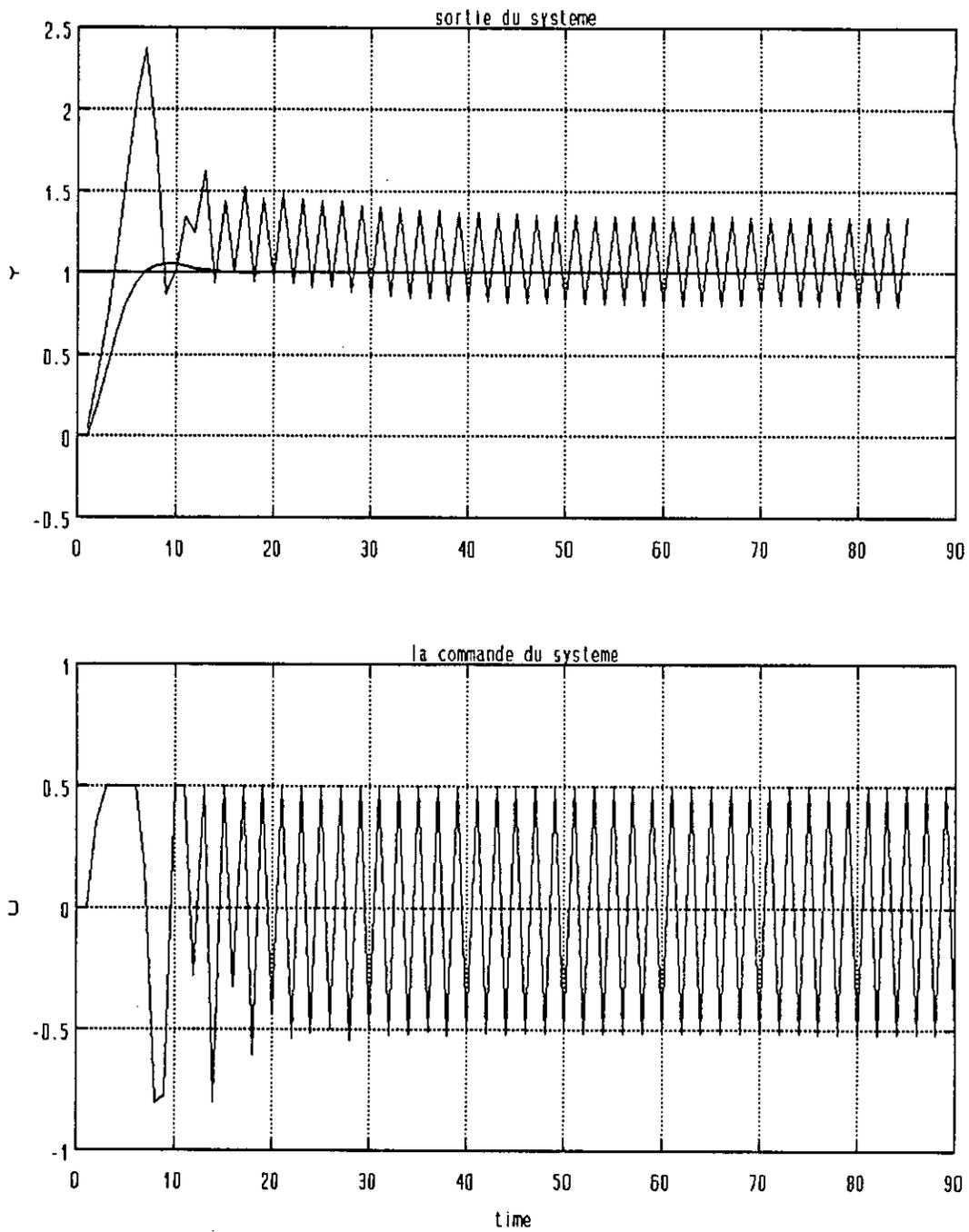


Figure V.11.a: Commande et sortie du système. MRAC à modèle d'estimation lineaire.

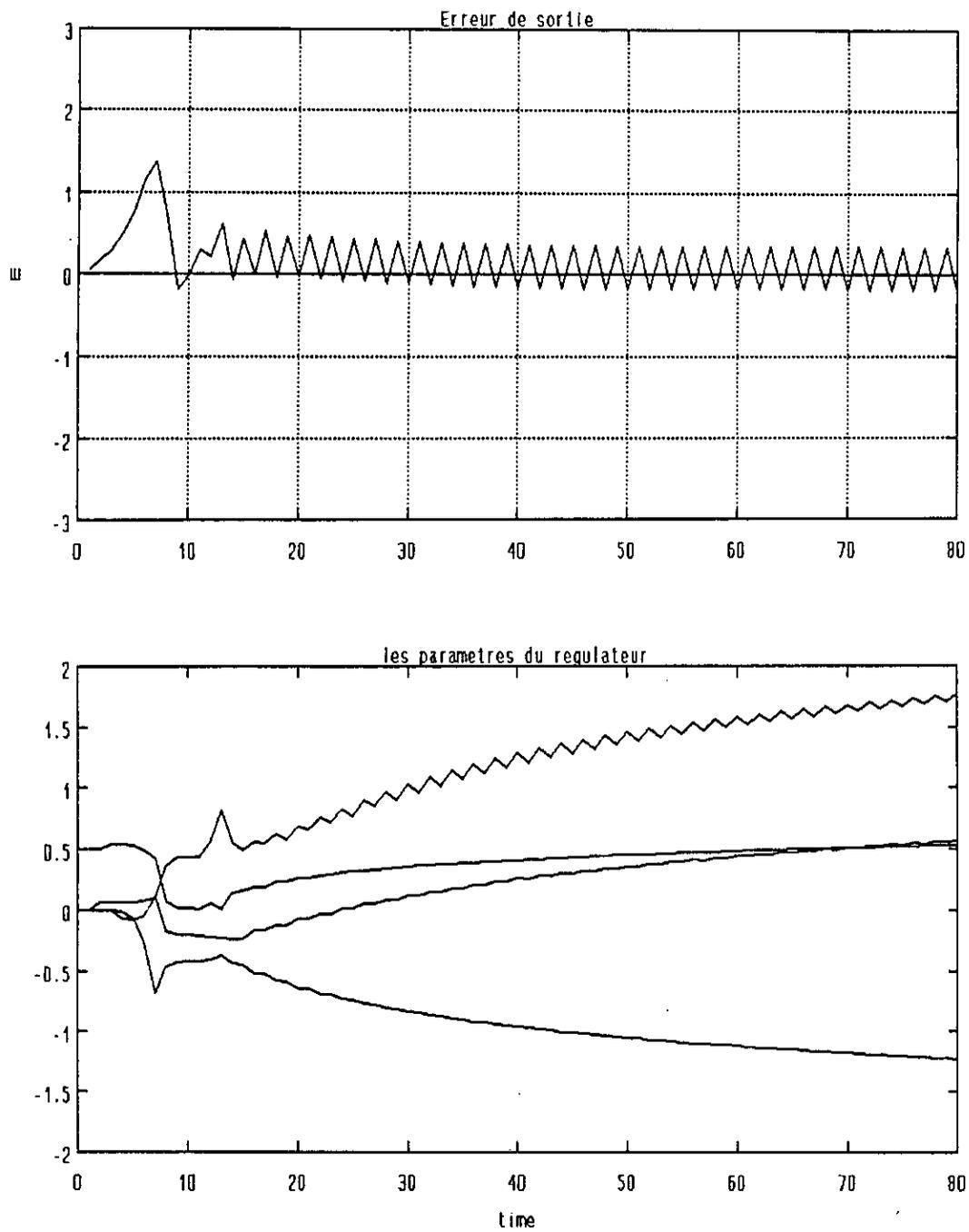


Figure V.11.b: Evolution de l'erreur de sortie et des paramètres du modèle linéaire. MRAC non linéaire .

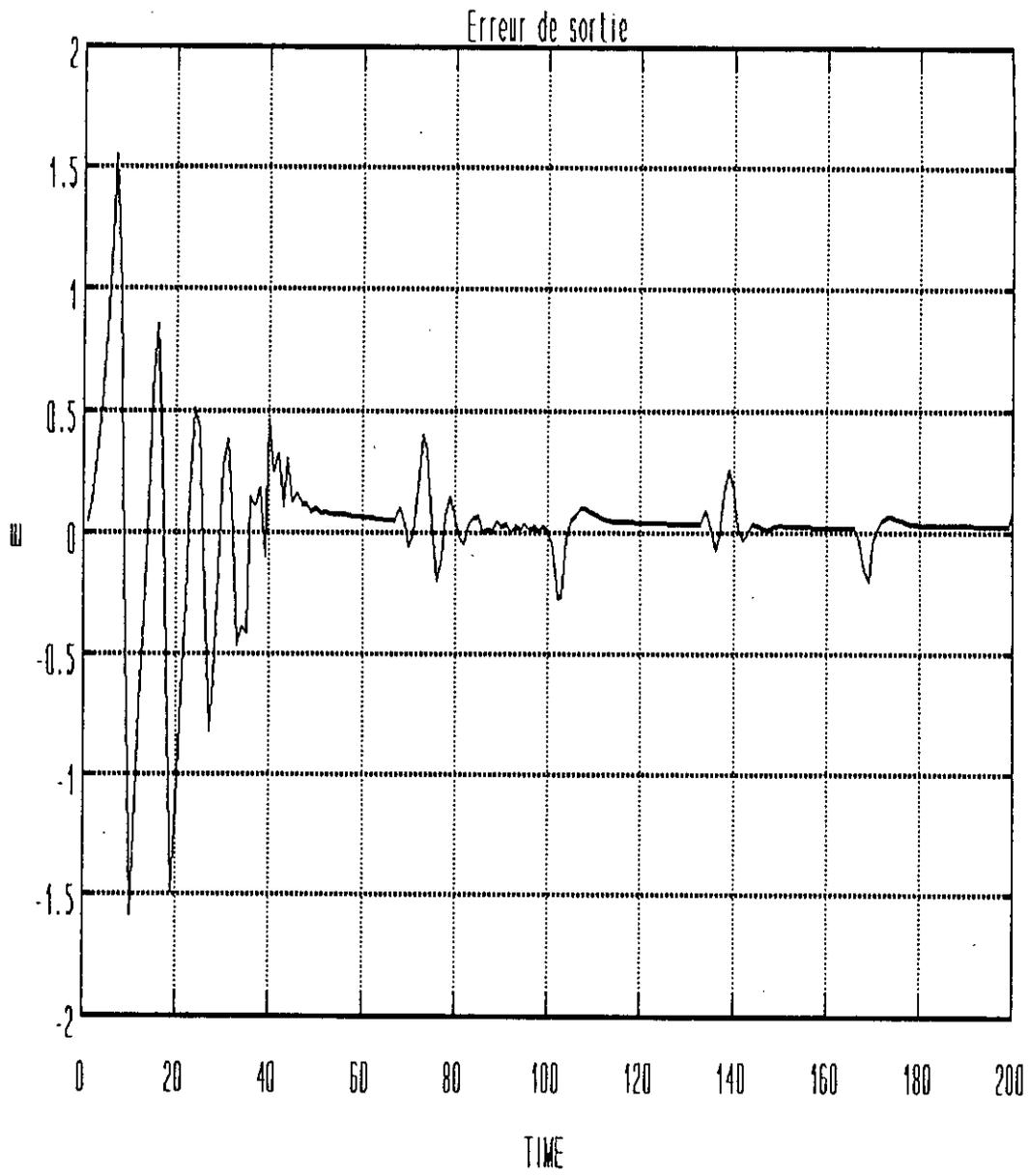


Figure V.12.b: Erreur de sortie. Gain àfacteur d'oubli.

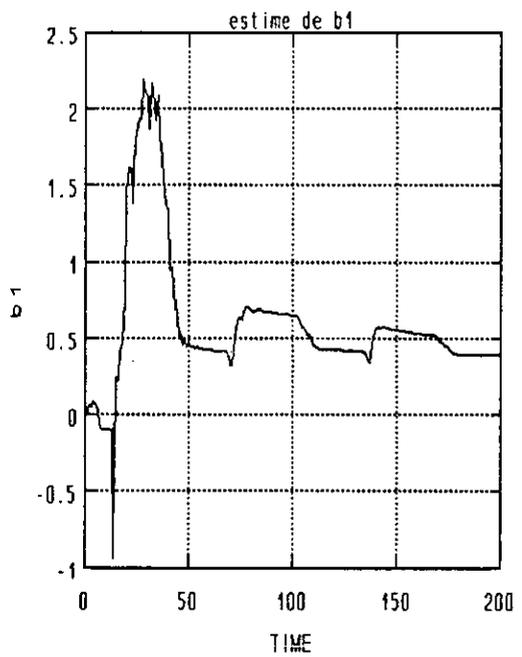
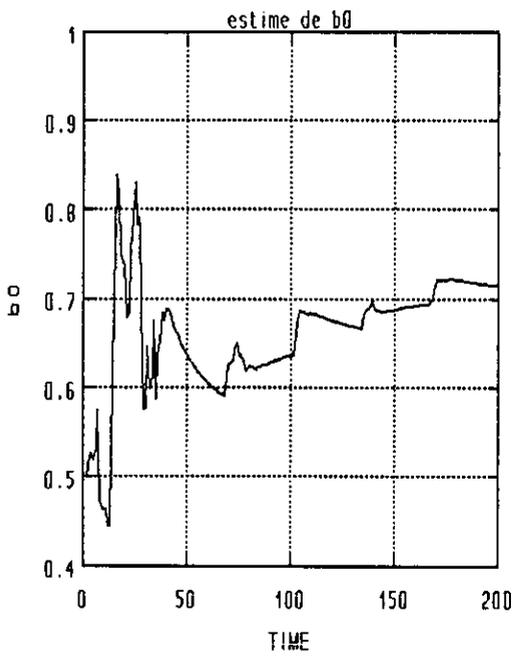
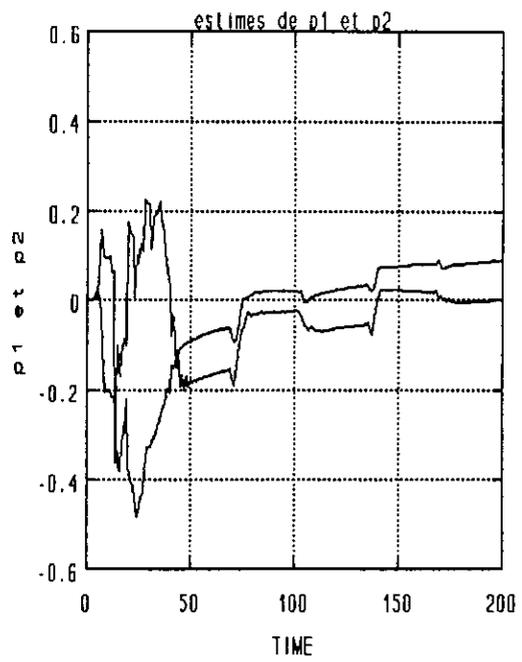
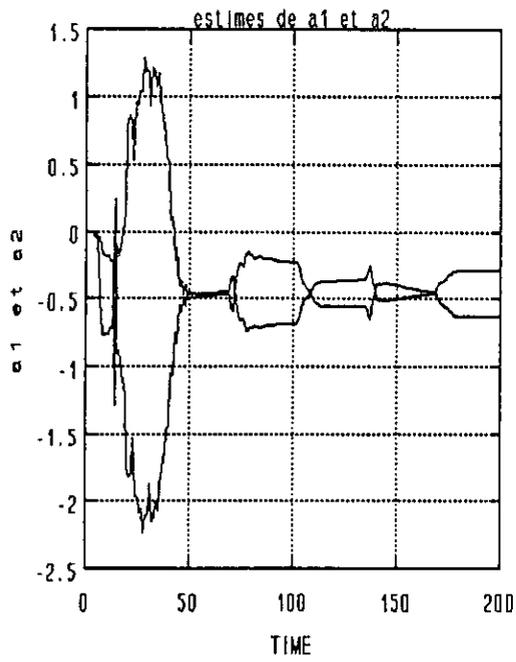


Figure V.12.c: Evolution de: a_1, a_2, p_1, p_2, b_0 et b_1 . Gain à facteur d'oubli.

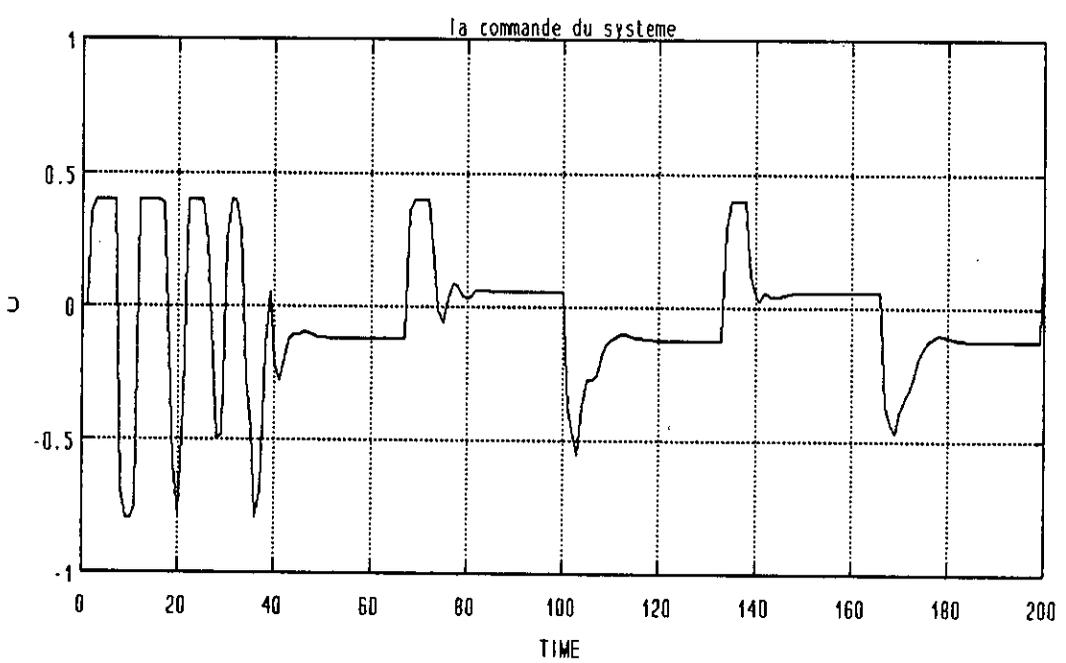
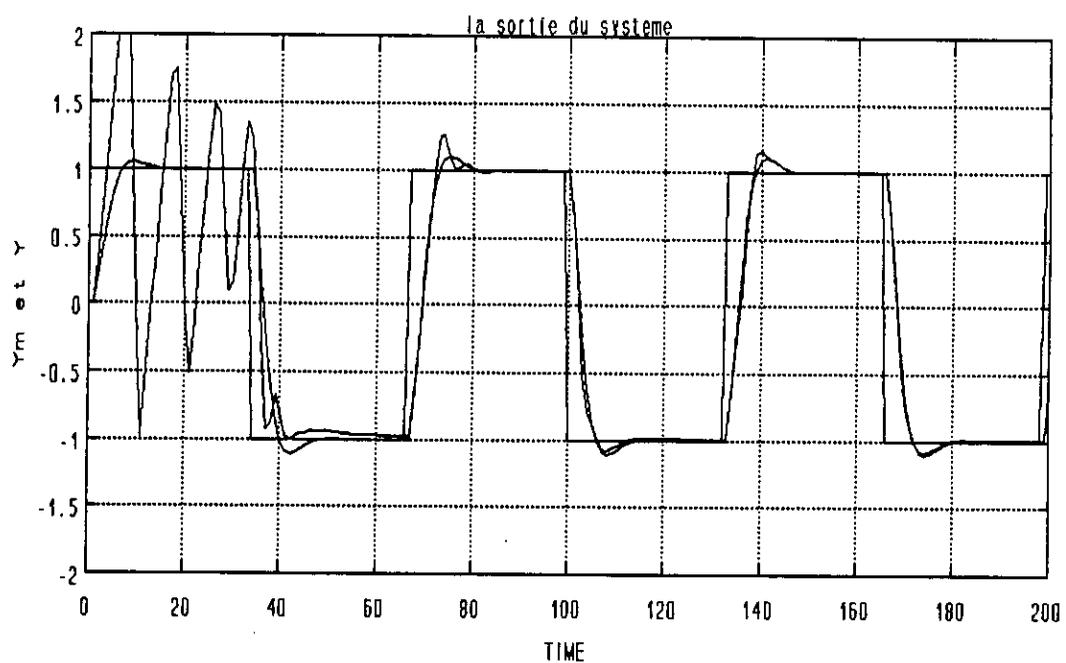


Figure V.13.a: Sortie et commande. Gain à trace constante.

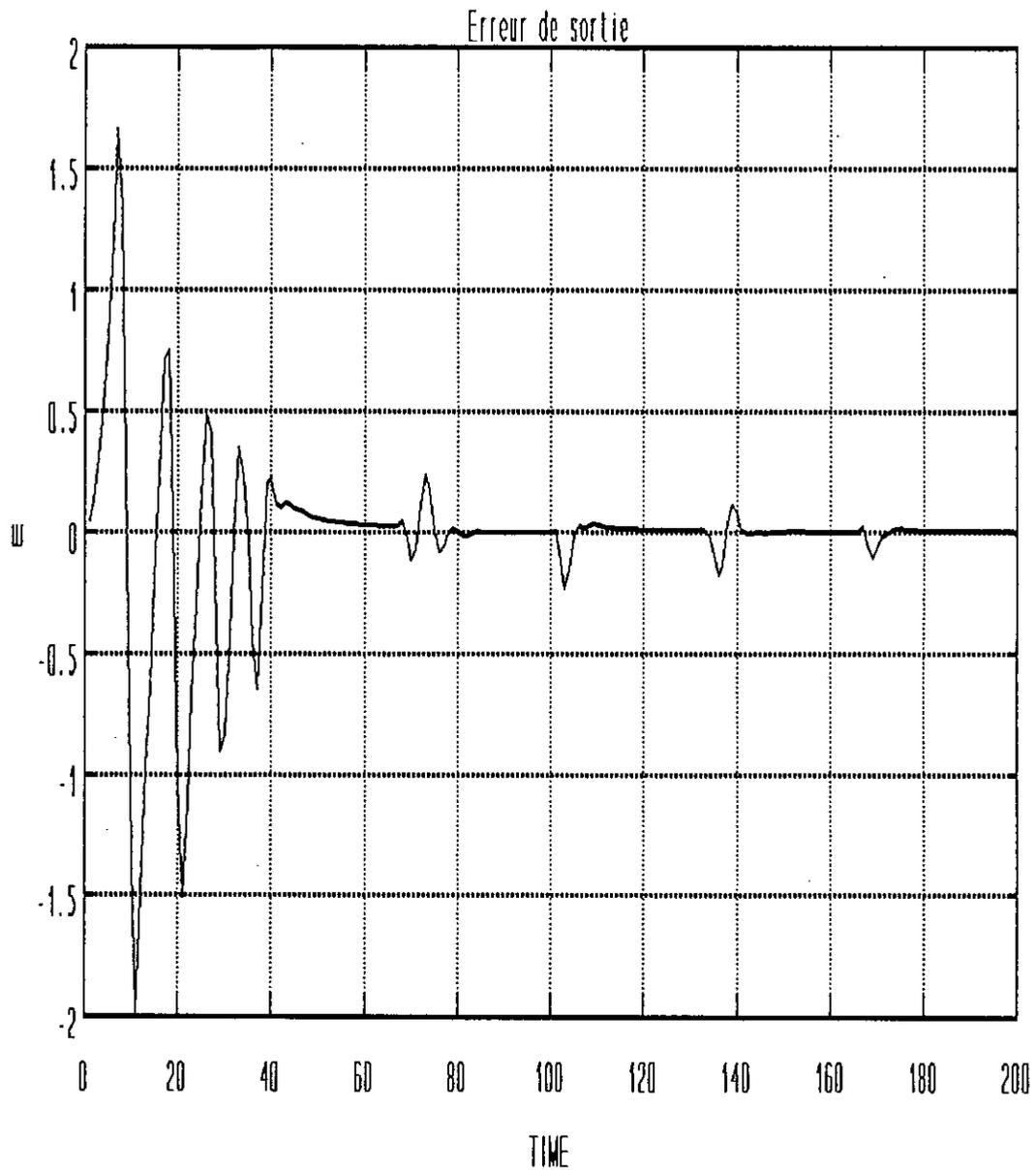


Figure V.13.b: Erreur de sortie. Gain à trace constante.

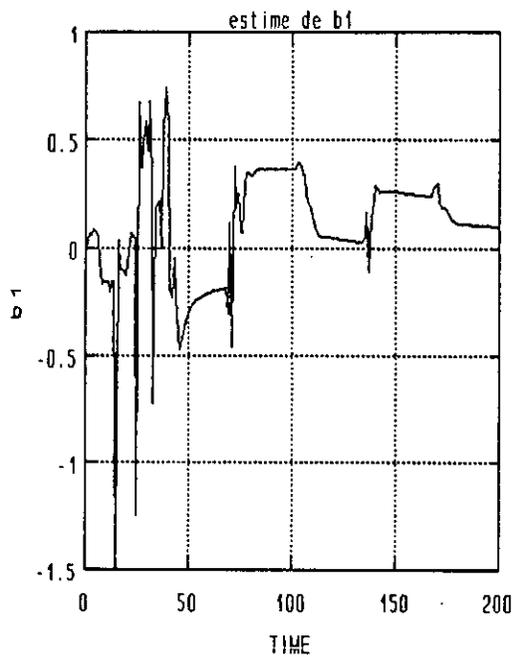
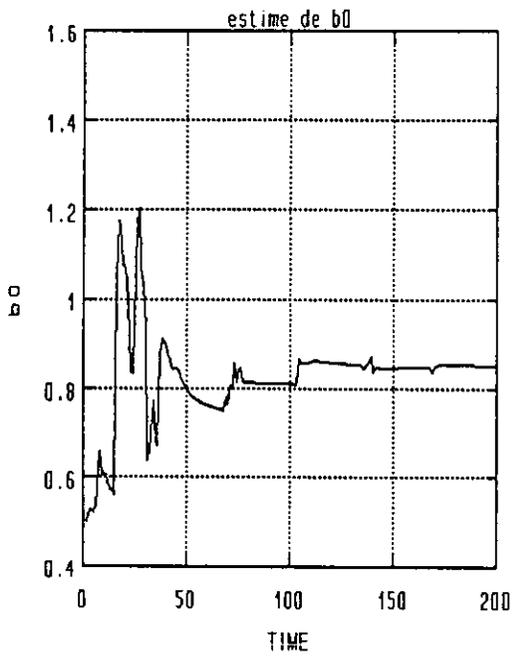
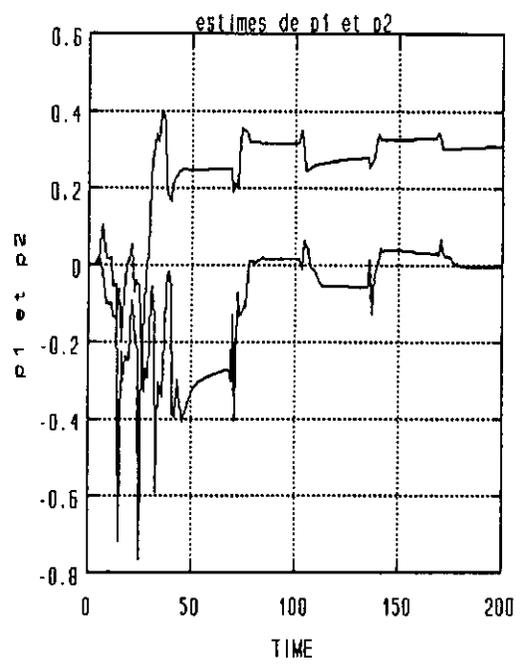
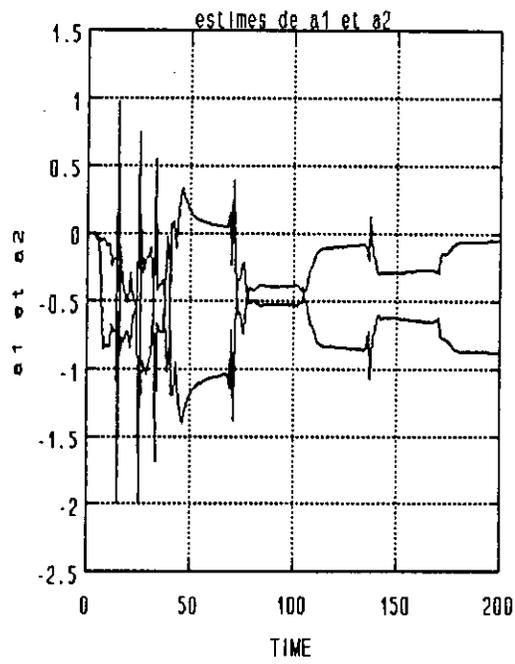


Figure V.13.c: Evolution de: a_1, a_2, p_1, p_2, b_0 et b_1 . Gain à trace constante.

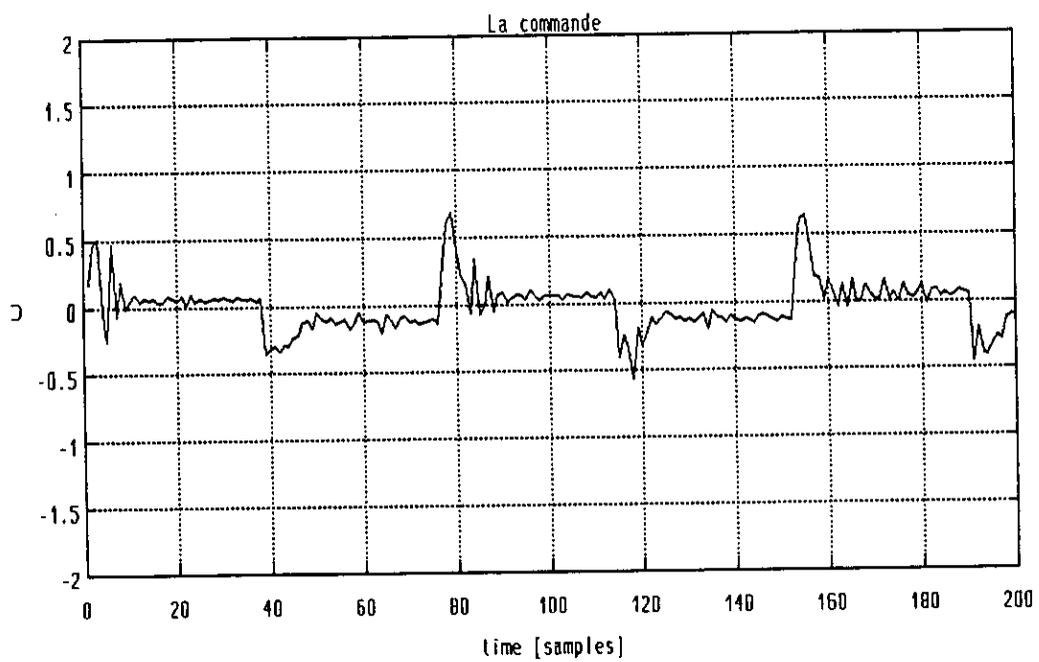
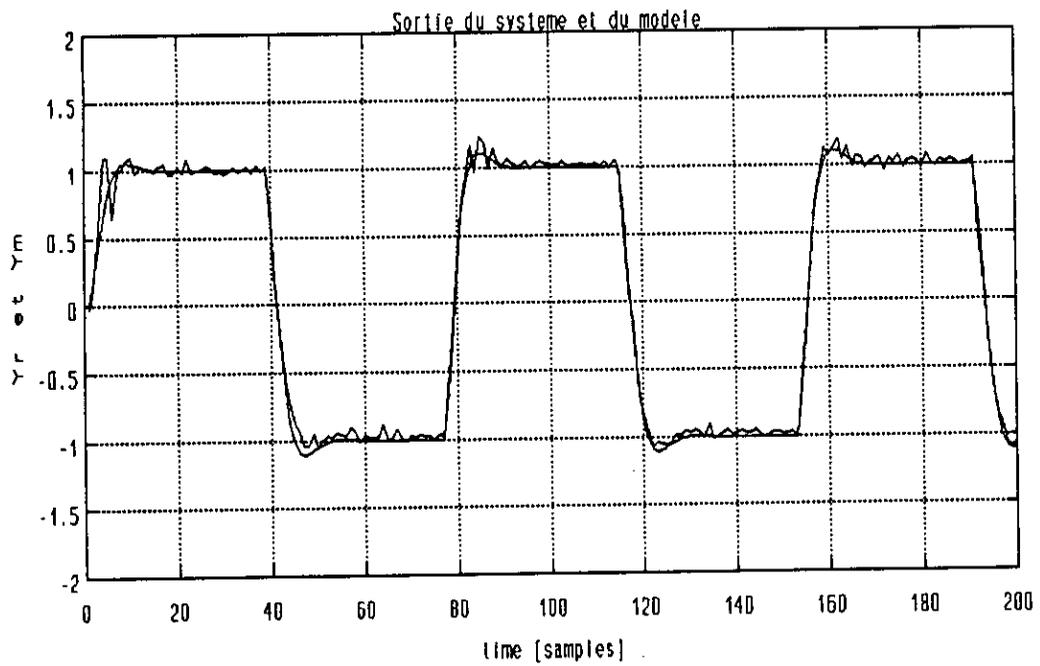
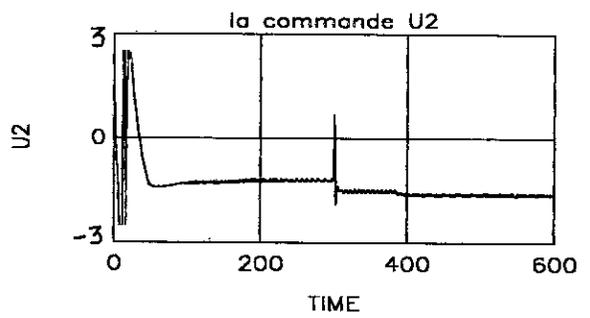
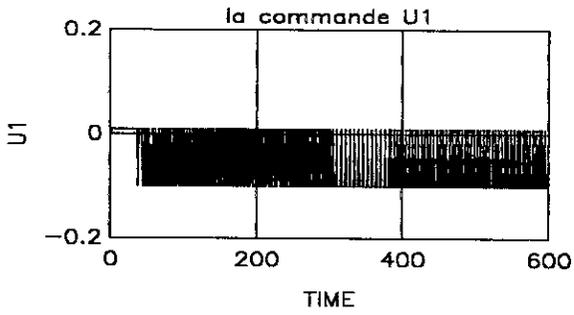
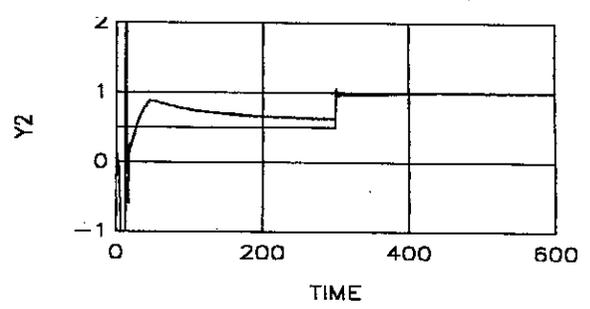
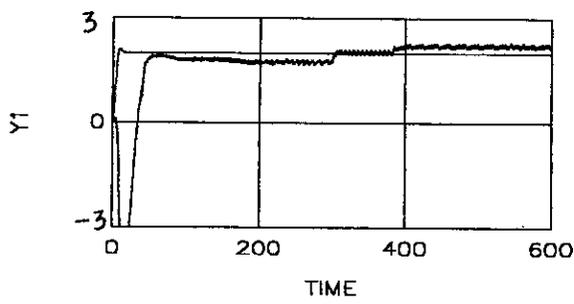
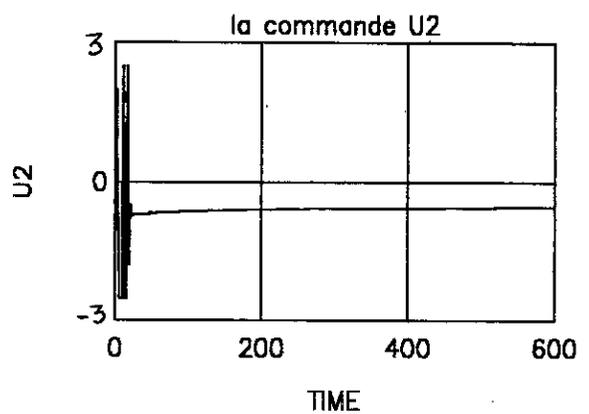
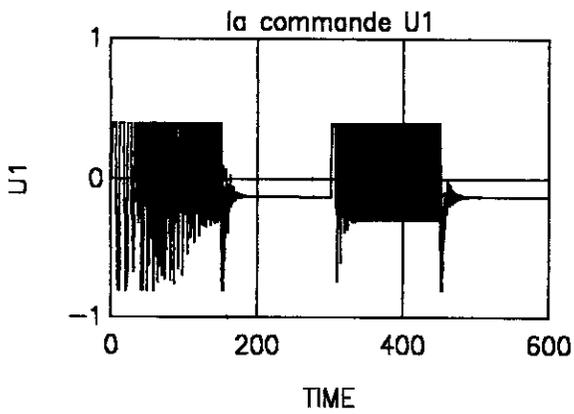
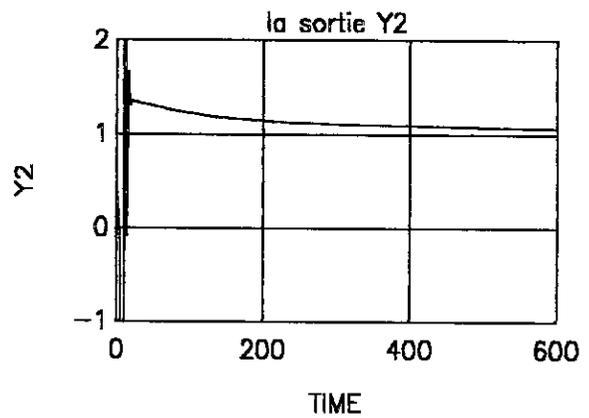
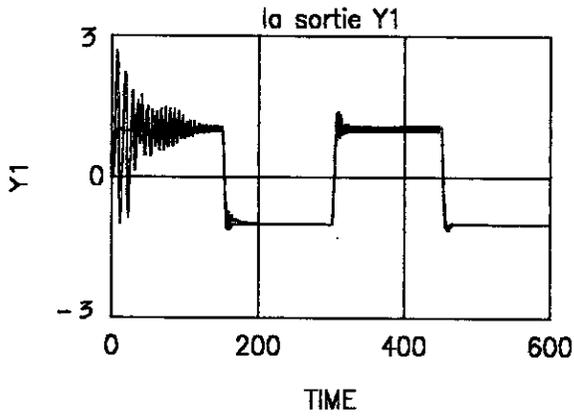


Figure V.14: Sortie du système bilinéaire et la commande.



a. $tr1 = 700$, ss2 facteur d'oubli variable



b. $tr1 = 7000$, ss2 facteur d'oubli variable

Figure V.15 : Commande d'un système bilinéaire MIMO.

V. 8. CONCLUSION

Dans ce chapitre, on a développé la commande adaptative à modèle de référence des systèmes bilinéaires discrets.

La commande par poursuite d'un modèle, dans le cas où le processus non linéaire est connu, ainsi que sa version adaptative, sont présentées.

Du fait que les performances désirées pour le système de commande en boucle fermée, s'expriment mieux par des modèles linéaires, le modèle de référence choisi est un système linéaire invariant dans le temps.

La commande par poursuite d'un modèle linéaire (Linear Model Following Control) est très adapté à la structure parallèle.

Les systèmes adaptatifs à modèle de référence permettent l'analyse de la convergence des algorithmes adaptatifs et la synthèse des lois d'adaptation pour les systèmes bilinéaires discrets déterminants.

Ainsi l'analyse et la synthèse de la loi d'adaptation sont établis de façon à ce que l'erreur entre la sortie du système bilinéaire et la sortie du modèle de référence, tend asymptotiquement vers zéro.

Durant le processus d'adaptation en temps réel, les paramètres du système ajustable dépendent seulement du mécanisme d'adaptation.

Les résultats de simulation ont montré l'efficacité de la commande auto-ajustable à modèle de référence (Model Reference Adaptive Control) d'une classe des systèmes non linéaires déterministes : les systèmes bilinéaires.

Dans le cas où les paramètres du processus sont connus, la commande "MRAC" assure la poursuite du modèle de référence dès que le système de commande est mis en marche.

Pour le cas adaptatif, la sortie du système suit la sortie du modèle de référence après une phase d'adaptation paramétrique.

Dans le cas où le modèle d'estimation paramétrique est choisi linéaire, l'algorithme des moindres carrés récurrents à facteur d'oubli variable est plus performant que celui à trace constante, et ceci est obtenu avec des paramètres constants du processus non linéaire, comme le montrent les résultats de simulation.

Dans le cas général où le modèle d'estimation paramétrique est choisi identique à celui du système, la "MRAC" adaptative avec l'algorithme des moindres carrés récurrents assure la convergence asymptotique de l'erreur de sortie vers zéro.

CHAPITRE VI

COMMANDE AUTO-AJUSTABLE N.L.
A GMV

VI. 1. INTRODUCTION

Ce chapitre concerne la commande adaptative auto-ajustable de certaines classes des systèmes non linéaires qui peuvent être caractérisées par le modèle de Hammerstein stochastique.

Une loi de commande adaptative à variance minimale généralisée est élaborée par la suite. Cette dernière fournit un chemin efficace pour la commande des systèmes non linéaires décrits par le modèle de Hammerstein stochastique, dont la partie linéaire est non nécessairement à phase minimale.

A noter qu'une commande adaptative à variance minimale généralisée conventionnelle est évidente pour commander les systèmes de Hammerstein dont la partie linéaire est à phase minimale.

Pour pouvoir implémenter la loi de commande adaptative, un algorithme de réglage direct est présenté.

VI. 2. CALCUL DE LA LOI DE COMMANDE

Soit un système non linéaire décrit par le modèle de Hammerstein dont le polynôme représentant la non linéarité est de degré quelconque :

$$A(q^{-1}) y(t) = q^{-k} B(q^{-1}) x(t) + C(q^{-1}) e(t) \quad (\text{VI-1})$$

où : $y(t)$: Sortie du processus non linéaire

$u(t)$: Entrée de commande

$e(t)$: Bruit blanc de moyenne nulle et de variance σ^2 .

La non linéarité statique est donnée par [33] :

$$x(t) = D_0 + \sum_{i=1}^p L_i u(t)^i ; L_p \neq 0 \quad (\text{VI-2})$$

$x(t)$ est une entrée auxiliaire comme indiqué à la figure VI.1.

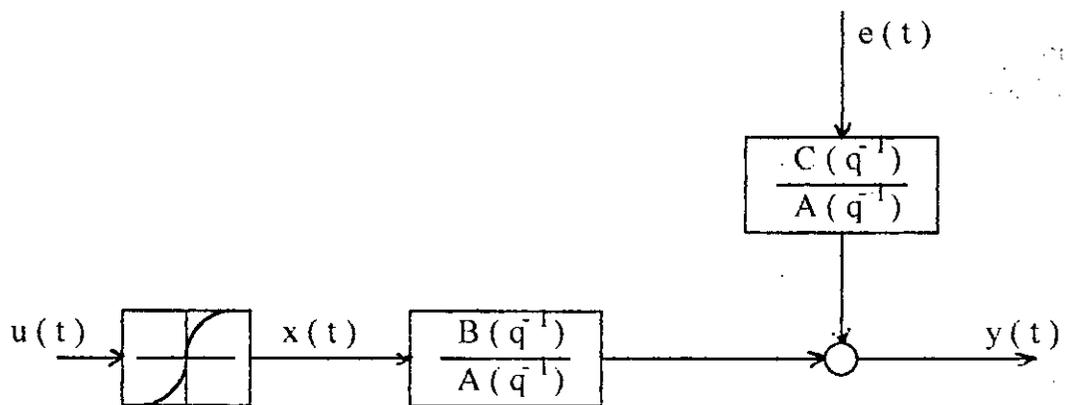


Figure VI. 1 : Structure du système non linéaire

Dans l'équation (VI - 1), $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ et $C(q^{-1})$ sont des polynômes en q^{-1} d'ordres : n , m et L respectivement ; avec $C(q^{-1})$: stable.

Le critère à minimiser est [33] :

$$J = E \left\{ \frac{1}{2} P(q^{-1}) [y(t+k) - W(t+k)]^2 + \frac{1}{2} [Q'(q^{-1}) u(t)]^2 \right\} \quad (VI - 3)$$

avec : E : espérance mathématique

$W(t+k)$: représente le signal de référence.

$P(q^{-1})$ et $Q'(q^{-1})$: polynômes de pondération.

Dans le critère (VI - 3), on remarque que le signal de référence $W(t+k)$ est une information disponible, mais $y(t+k)$ ne l'est pas. Donc il faut la prédire.

Prédire $y(t+k)$ revient à prédire $P(q^{-1}) y(t+k)$. Cherchons donc cette prédiction.

Remarque : $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$, $C(q^{-1})$, $P(q^{-1})$ et $Q'(q^{-1})$ seront notés A , B , C , P et Q' respectivement.

De l'équation (VI - 1), on a :

$$y(t) = q^{-k} \frac{B}{A} x(t) + \frac{C}{A} e(t) \quad (VI - 4)$$

d'où :
$$P y(t+k) = \frac{PB}{A} x(t) + \frac{PC}{A} e(t+k) \quad (VI - 5)$$

Dans l'équation (VI - 5), on remarque que $P y(t+k)$ est fonction de $x(t)$ et de $e(t+k)$. Le problème est alors d'exprimer $P y(t+k)$ en fonction des données futures de $e(t)$. Ceci revient à séparer les informations futures et les informations actuelles "même procédure que le cas de la GMV linéaire". Ce qui s'exprime par une division euclidienne de PC par A jusqu'à l'ordre $(k-1)$.

Cette division donne :
$$\frac{PC}{A} = E + q^{-k} \frac{F}{A} \quad (VI - 6)$$

où :
$$E(q^{-1}) = e_0 + e_1 q^{-1} + \dots + e_{k-1} q^{-(k-1)} \quad (VI - 7)$$

$$F(q^{-1}) = f_0 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{nf} q^{-nf} ; nf = n - 1 \quad (VI - 8)$$

d'où :
$$P y(t+k) = \frac{PB}{A} x(t) + \frac{F}{A} e(t) + E e(t+k) \quad (VI - 9)$$

De l'équation (VI - 1), on a :
$$e(t) = \frac{A}{C} y(t) - q^{-k} \frac{B}{C} x(t) \quad (VI - 10)$$

On remplace $e(t)$ par sa valeur dans l'équation (VI - 9) et on obtient :

$$P y(t+k) = \frac{F}{C} y(t) + \frac{EB}{C} x(t) + E e(t+k) \quad (VI - 11)$$

Posons $P y(t+k) = \psi(t+k)$. Donc l'expression de $\psi(t+k)$ est :

$$\psi(t+k) = \frac{F}{C} y(t) + \frac{G}{C} x(t) + E e(t+k) \quad (VI - 12)$$

avec $G = EB$.

La prédiction optimale de $\psi(t+k)$ est [33] :

$$\hat{\psi}(t+k) = \frac{F}{C} y(t) + \frac{G}{C} x(t) \quad (VI-13)$$

D'une autre manière : $\hat{\psi}(t+k) = \psi(t+k) + Ee(t+k)$ (VI-14)

On pose la fonction auxiliaire suivante :

$$\Phi(t+k) = \hat{\psi}(t+k) + Ee(t+k) - PW(t+k) + Q'x(t) \quad (VI-19)$$

La minimisation du critère J (équation VI-3) est équivalente à la minimisation du critère suivant [27] :

$$J_1 = E\{\Phi(t+k)^2\} = E\{[\hat{\psi}(t+k) + Ee(t+k) - PW(t+k) + Q'x(t)]^2\} \quad (VI-16)$$

d'où : $J_1 = E\{(\hat{\psi}(t+k) - PW(t+k) + Q'x(t))^2\} + \sum_{i=0}^{k-1} e_i^2 \sigma^2$ (VI-17)

J.Z. Hang et S. Lang [33] minimisent J_1 par rapport à $u(t)^P : \frac{\partial J_1}{\partial u(t)^P} = 0$,

donc on cherche $u(t)^P$ qui minimise J_1 .

A noter que la loi de commande minimisant J_1 est très complexe. Mais si on ignore la dépendance de $u(t)^j, j = 1, \dots, P-1$ de $u(t)^P$, on obtient :

$$\hat{\psi}(t+k) - PW(t+k) + Q u(t)^P = 0 \quad (VI-18)$$

On pose : $F(q^{-1}) = \alpha(q^{-1}) ; G(q^{-1}) = \beta(q^{-1})$.
avec [33] :

$$\alpha(q^{-1}) = \alpha_0 + \alpha_1 q^{-1} + \dots + \alpha_{n_1} q^{-n_1}, \quad n_1 = n - 1 \quad (VI-19)$$

$$\beta(q^{-1}) = \beta_0 + \beta_1 q^{-1} + \dots + \beta_{n_2} q^{-n_2}, \quad n_2 = k - 1 + m \quad (VI-20)$$

Donc $Q(q^{-1})$ dans l'équation (VI-18) est donné par :

$$Q(q^{-1}) = \beta_0 L_P Q'(0) Q'(q^{-1}).$$

Dans le cas où les paramètres du processus sont inconnus, il faut estimer en temps réel les paramètres du polynôme $C(q^{-1})$. Soit $\bar{C}(q^{-1})$, son estimation :

$$\bar{C}(q^{-1}) = 1 + \bar{C}_1 q^{-1} + \dots + C_{n_3} q^{-n_3}, \quad n_3 = L \quad (VI-21)$$

La commande $u(t)$ peut être calculée de l'équation (VI-18), en utilisant une méthode numérique.

VI. 3. SYSTEME DE COMMANDE EN BOUCLE FERMEE

En utilisant (VI - 2), l'équation (VI - 1) peut être réécrite sous la forme :

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-k} \sum_{j=1}^P B_j(q^{-1}) u(t)^j + D_1 + C(q^{-1}) e(t) \quad (VI - 22)$$

où : $B_j(q^{-1}) \triangleq B(q^{-1}) L_j, j = 1, \dots, P. \quad (VI - 23)$

$$D_1 \triangleq B(1) D_0. \quad (VI - 27)$$

Sachant que $\psi(t) = Py(t+k)$, et utilisant les équations (VI - 14), (VI - 18) et (VI - 22), on obtient immédiatement le système de commande en boucle fermée résultant de l'utilisation de la loi de commande définie par l'équation (VI - 18) [33] :

Le système de commande en boucle fermée est alors décrit par :

$$\begin{bmatrix} A(q^{-1}) & -B_P(q^{-1}) \\ P(q^{-1}) q^k & Q(q^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ u(t)^P \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^{P-1} \begin{bmatrix} B_j(q^{-1}) \\ 0 \end{bmatrix} u(t)^j + \begin{bmatrix} C(q^{-1}) \\ q^k E(q^{-1}) \end{bmatrix} e(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} D_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ P(q^{-1}) q^k \end{bmatrix} W(t) \quad (VI - 25)$$

Donc on peut considérer le système décrit par (VI - 25) comme un système multivariable avec les entrées : $W(t), e(t), D_1$ et $u(t)^j, j = 1, \dots, P-1$, et les sorties $y(t)$ et $u(t)^P$.

Pour que le système de commande en boucle fermée soit stable, il faut que :

$$\det \begin{bmatrix} A(q^{-1}) & -B_P(q^{-1}) \\ P(q^{-1}) q^k & Q(q^{-1}) \end{bmatrix} \neq 0 \text{ pour } |q| \geq 1$$

Cette condition conduit à choisir les polynômes de pondération. Donc les polynômes : $P(q^{-1})$ et $Q(q^{-1})$ sont choisis de telle façon que le polynôme $T(q^{-1})$ soit stable.

avec : $T(q^{-1}) \triangleq A(q^{-1}) Q(q^{-1}) + P(q^{-1}) q^k B_P(q^{-1}) \quad (VI - 26)$

où : Δ : signifie : "par définition".

VI. 4. ALGORITHME DE REGLAGE ADAPTATIF

L'algorithme adaptatif qu'on va présenter est un algorithme de commande directe..

Le prédicteur optimal $\hat{\psi}(t+k)$ de $P_y(t+k)$ peut être écrit sous la forme suivante [33]

$$\hat{\psi}(t+k) = \alpha(q^{-1})y(t) + \sum_{j=1}^P \beta_j(q^{-1})u(t)^j + D + q[1 - \bar{C}(q^{-1})]\psi(t+k-1)$$

avec : $D \cong \beta(1)D_0$ (VI-27)

Sous une forme compacte, on a :

$$\hat{\psi}(t+k) = P(q^{-1})y(t+k) - q^k E(q^{-1})e(t) = \theta_0^T \Phi(t) \quad (VI-28)$$

où : $\Phi(t) = \begin{bmatrix} y(t) \dots y(t-n_1) ; u(t) \dots u(t-n_2) ; u(t)^2 \dots u(t-n_2)^2 ; \dots ; \\ u(t)^P \dots u(t-n_2)^P ; \hat{\psi}(t-1) \dots \hat{\psi}(t-n_3) ; 1 \end{bmatrix}^T$

et : $\theta_0 = [\alpha_0 \dots \alpha_{n_1} ; \beta_{10} \dots \beta_{1n_2} ; \beta_{20} \dots \beta_{2n_2} ; \dots ; \beta_{P0} \dots \beta_{Pn_2} ; \bar{C}_1 \dots \bar{C}_{n_3} ; D]^T$

Donc la loi de commande optimale peut être calculée à partir de l'équation suivante:

$$\theta_0^T \Phi(t) - P(q^{-1})q^k W(t) + Q(q^{-1})u(t)^P = 0 \quad (VI-29)$$

Dans l'équation (VI-28), on a considéré les notations suivantes :

$$\beta_j(q^{-1}) = \beta(q^{-1})L_j = \beta_{j0} + \beta_{j1}q^{-1} + \dots + \beta_{jn_2}q^{-n_2} ; j = 1, \dots, P$$

avec : $\beta_{ji} = \beta_i L_j ; i = 0, 1, \dots, n_2$

Dans le cadre de la commande adaptative, l'algorithme de réglage adaptatif nécessite les étapes suivantes :

Données : Spécifier $n, m, L, P(q^{-1})$ et $Q(q^{-1})$.

Etape 1 : Construire le vecteur des observations, donné par (VI-28).

Etape 2 : Génération de la consigne $W(t+k)$.

Etape 3 : Estimation des paramètres du régulateur donnés par $\hat{\theta}(t)$, en utilisant l'algorithme des moindres carrés récurrents à trace constante, avec :

$$\hat{\theta}(t) = [\hat{\alpha}_0 \dots \hat{\alpha}_{n_1} ; \hat{\beta}_{10} \dots \hat{\beta}_{1n_2} ; \hat{\beta}_{20} \dots \hat{\beta}_{2n_2} ; \dots ; \hat{\beta}_{P0} \dots \hat{\beta}_{Pn_2} ; \bar{C}_1 \dots \bar{C}_{n_3} ; D]^T$$

Etape 4 : Calcul de la loi de commande en utilisant l'équation suivante :

$$\hat{\theta}(t) \Phi(t) - P(q^{-1})q^k W(t) + Q(q^{-1})u(t)^P = 0 \quad (VI-30)$$

Etape 5 : $t = t + 1$ Revenir à l'étape 1.

VI. 5. RESULTATS DE SIMULATION

5. 1 - Commande d'un système de Hammerstein dont la partie linéaire est à phase minimale.

Le système à commander est décrit par :

$$A(q^{-1}) y(t) = B(q^{-1}) V(t) + C(q^{-1}) e(t)$$

$$\text{avec : } A(q^{-1}) = 1 - 1.3 q^{-1} + 0.4 q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 1 - 0.3 q^{-1} - 0.5 q^{-2}$$

$$C(q^{-1}) = 1 - 0.51 q^{-1} - 0.37 q^{-2}$$

$$V(t) = 2 u(t) + 1.5 u^2(t)$$

Les résultats de simulation sont consignés sur la figure VI.2. L'algorithme d'adaptation utilisé est celui des moindres carrés récurrents à trace constante avec un gain initial $F(0) = 100 \sigma \mathbf{I}$, où σ représente le nombre de paramètres du régulateur.

Ainsi une limitation de la commande est mise en oeuvre et effectuée pour ne pas trop éloigner de la référence, la sortie du système durant la phase d'adaptation paramétrique. Pour pouvoir appliquer cette stratégie de commande à un système de Hammerstein, il faut que ce dernier soit stable.

5. 2 . Commande d'un système de Hammerstein dont la partie linéaire est à phase non minimale.

Le système à commander est décrit par les équations suivantes :

$$A(q^{-1}) = 1 - 0.8 q^{-1} + 0.15 q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 1 - 3.5 q^{-1} + 3 q^{-2}$$

$$C(q^{-1}) = 1 - q^{-1} + 0.24 q^{-2}$$

$$V(t) = 2 u(t) + 1.5 u^2(t) + 0.5 u^3(t)$$

où : $u(t)$ est la non-linéarité statique : l'entrée de commande.

$V(t)$ est l'entrée du bloc linéaire.

La partie linéaire du système de Hammerstein à commander est à phase non minimale. Pour assurer la poursuite et la régulation, la stratégie de commande adaptative à GMV est mise en oeuvre avec l'algorithme des moindres carrés récurrents à trace constante.

a) Dans ce cas, on choisit les pondérations suivantes :

$$P = 0.36 ; R = 0.9 ;$$

Le signal de référence est un signal carré de période $T = 100$ et d'amplitude égale à 2.

Les résultats de simulation présentés sur la figure VI.3 montrent qu'il y a une erreur statique entre la sortie du système et la référence. Cette erreur est due, d'une part aux erreurs de synthèse de la loi de commande, et, d'autre part au mauvais choix des pondérations, ainsi qu'aux mauvaises limitations de la commande : $U_{\max} = 0.1$ et $U_{\min} = -0.1$. Donc il faut donner au système une énergie suffisante pour atteindre la référence : augmentation de la limitation. Le gain d'adaptation initial influe aussi sur la convergence de la sortie vers le signal de référence.

b) Dans un autre cas, on utilise le même système que précédemment mais avec augmentation du gain initial : $F_0 = 100 \mathbf{I}$, et $U_{\max} = 0.2$; et $U_{\min} = -0.2$.

Les pondérations sont : $P = 0.37$ et $R = 0.815$.

Les résultats desimulation sont donnés dans la figure VI.4. Ces derniers montrent que les performances du système de commande se sont améliorées par rapport au cas précédent.

c) On change les pondérations :

$P = 0.37$ et $R = 0.815$.

en gardant la limitation $U_{\max} = 0.2$; et $U_{\min} = -0.2$.

On augmente le gain initial à la valeur $F = 10\,000 \mathbf{I}$.

Les résultats sont donnés dans la figure VI.5.

Ainsi l'erreur statique s'annule mais la présence des dépassements risque de dégrader les performances du système de commande en boucle fermée.

d) Pour le gain initial $F = 1\,000 \mathbf{I}$, avec la même limitation de la commande et les mêmes pondérations que précédemment, les résultats sont consignés sur la figure VI.6. On tombe sur de meilleures performances que le cas précédent.

e) Dans un dernier cas, le système de commande est infecté par une perturbation paramétrique agissant sur le système non linéaire tel que, à l'instant $t = 180$, le polynôme A devient :

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.1q^{-1} + 0.25q^{-2}$$

Ce polynôme devient instable.

Pour un gain $F = 1\,000 \mathbf{I}$, $P = 0.37$ et $R = 0.815$. Les résultats sont illustrés sur la figure VI.7.

On voit bien que la GMV non linéaire adaptative est très efficace pour la commande des systèmes de Hammerstein instables variables dans le temps et dont la partie linéaire est à phase non minimale.

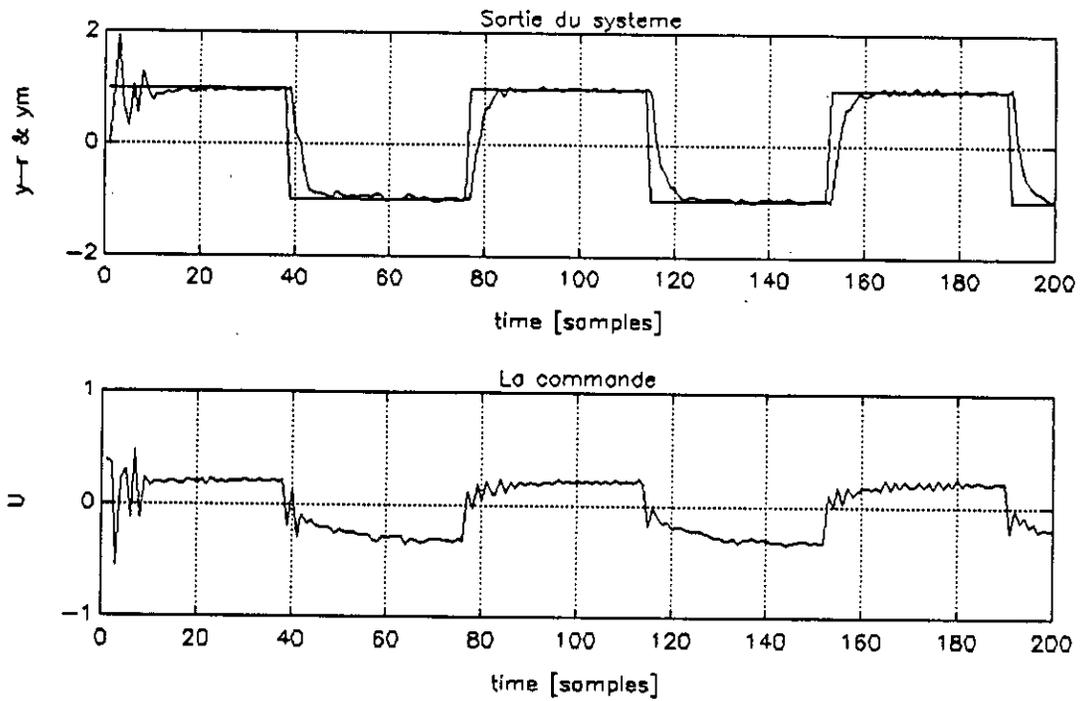


Figure VI.2: Evolution de la commande non_lineaire et de la sortie du système Hammerstein.

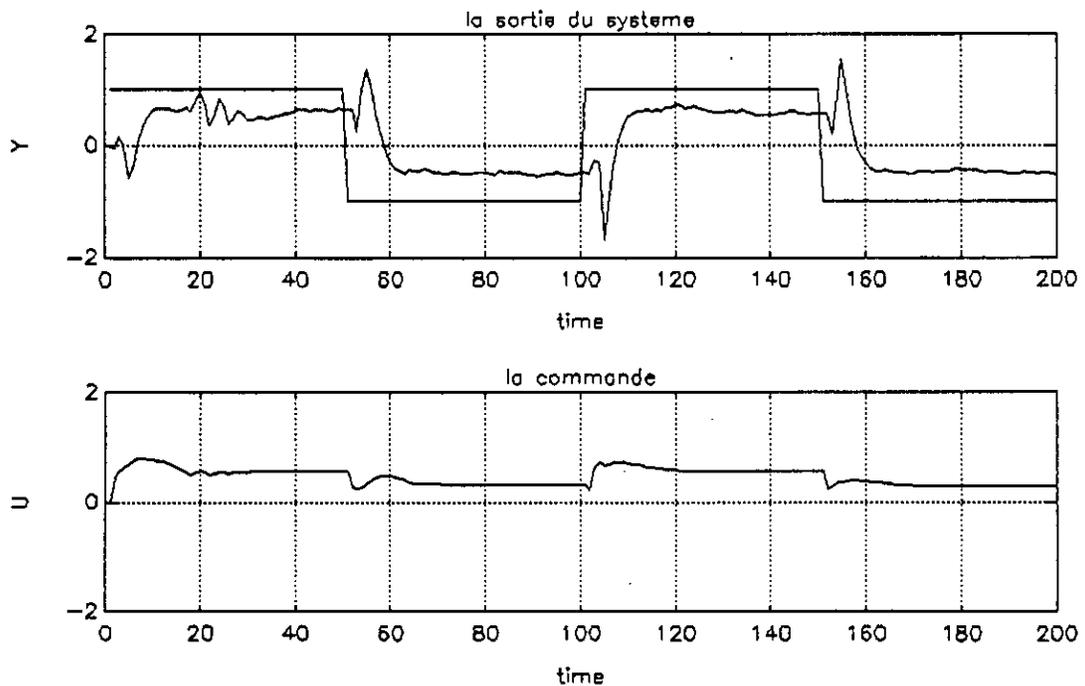


Figure VI.3: Evolution de la sortie du système (SH) et de commande non_lineaire. Système à phase non minimale. $R=0.9$, et $P=0.37$

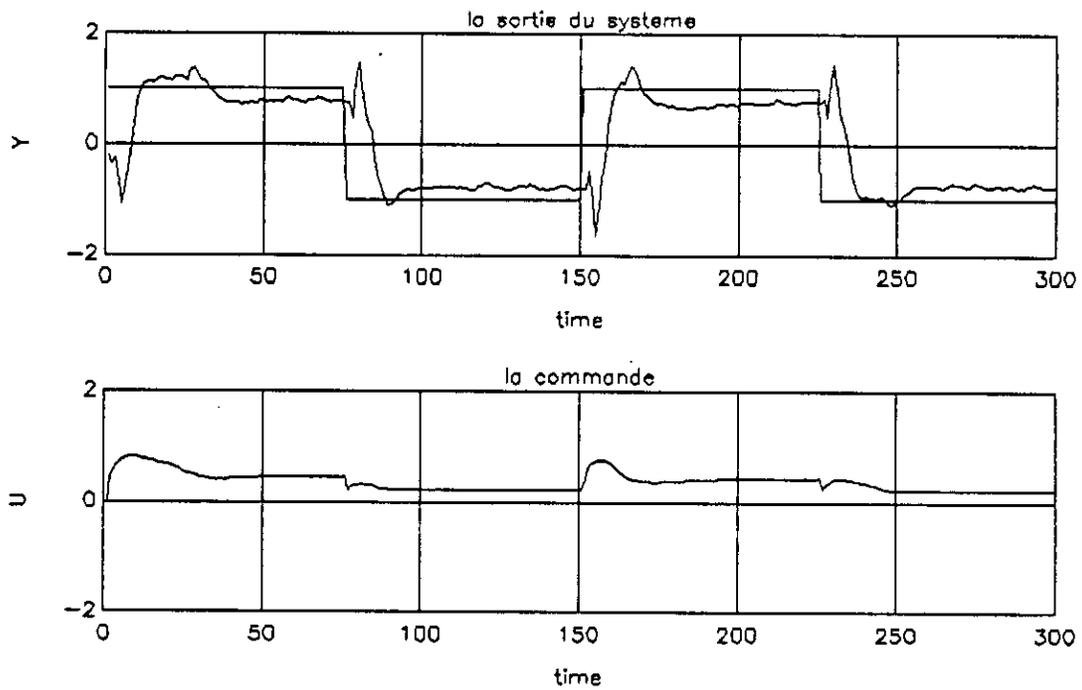


Figure VI.4: Système à phase non minimale.
 $F=100I$, $P=0.37$, et $R=0.815$.

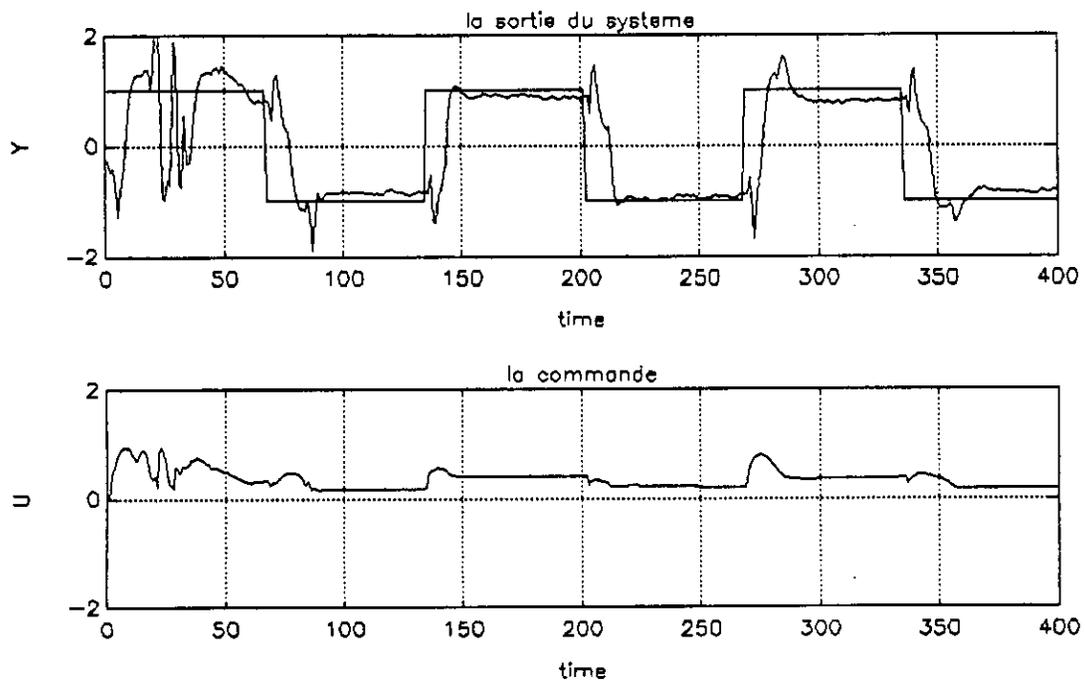


Figure VI.6: Sortie du système et la commande non linéaire.
 $F=1000I$, $P=0.37$ et $R=0.815$.

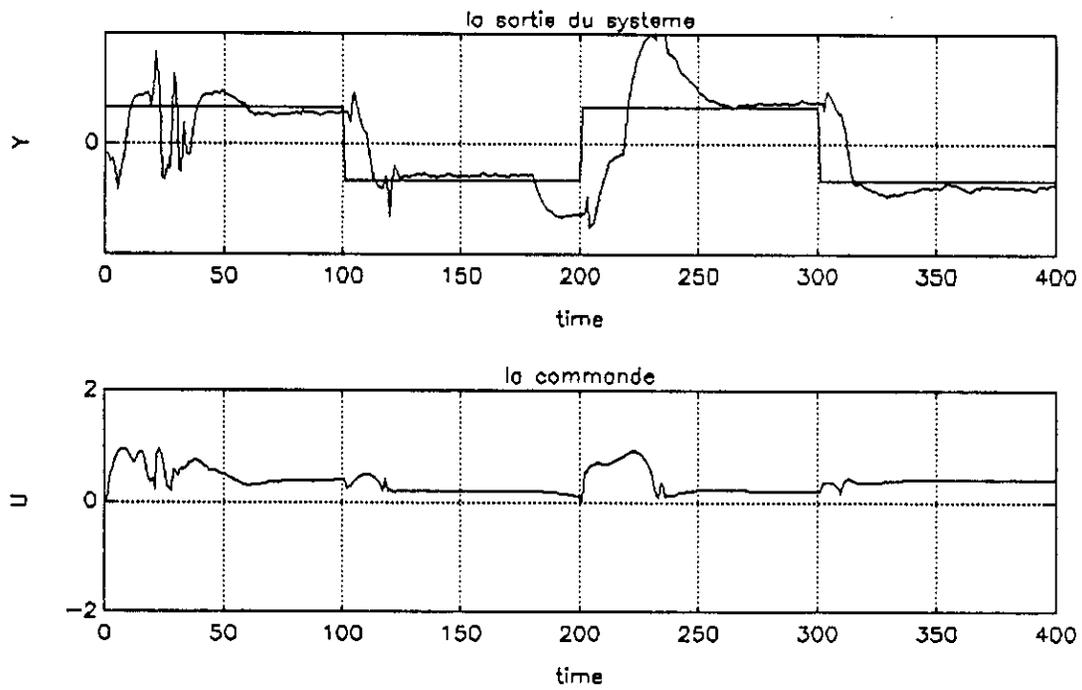


Figure VI.7: Système instable.
 $F=1000I$, $R=0.815$, et $P=0.37$.

VI. 6. CONCLUSION

Dans ce chapitre, on a présenté une nouvelle stratégie de commande auto-ajustable à variance minimale généralisée pour la commande des systèmes de Hammerstein.

Pour les systèmes de Hammerstein dont la partie linéaire est phase minimale, l'application de la commande adaptative par GMV (Generalized Minimum Variance) conventionnelle directe est évidente, et donne de bonnes performances selon les résultats de simulation.

Pour les systèmes de Hammerstein dont la partie linéaire est à phase non minimale, la minimisation d'un nouveau critère est nécessaire pour concevoir la loi de commande.

L'algorithme de commande développé est un algorithme de commande adaptative directe : ajustement direct des paramètres du régulateur. Ceci est d'autant plus important pour la commande des systèmes non linéaires, où on n'a besoin que des signaux d'entrée et de sortie du processus, sans avoir accès à estimer les paramètres de ce dernier.

Ainsi la commande par GMV non linéaire adaptative des systèmes de Hammerstein ne nécessite aucune linéarisation ou approximation. Seuls les signaux d'entrée et de sortie du procédé non linéaires sont utiles pour le mécanisme d'adaptation afin d'ajuster en temps réel les paramètres du régulateur.

Les polynômes de pondération sont choisis de telle façon à assurer la stabilité du système de commande en boucle fermée.

Malgré que l'analyse et la synthèse de la loi de commande semblent complexes, la commande adaptative par GMV non linéaire est efficace pour la commande des systèmes de Hammerstein dont la partie linéaire est non nécessairement à phase minimale. Ceci est montré par les résultats de simulation. Les objectifs de poursuite et régulation sont atteints d'une façon satisfaisante.

CONCLUSION GENERALE

Nombreuses sont les applications des régulateurs adaptatifs. Les plus récentes expérimentations utilisant les implémentations analogiques ont été tourmentées par les problèmes hardware. Les systèmes implémentés utilisant des mini-ordinateurs ont apparu aux débuts des années 70. Le nombre de leurs applications a augmenté avec l'apparition des microprocesseurs qui rendent le domaine de la technologie encore plus effectifs.

L'introduction des calculateurs numériques dans le domaine de la commande exige l'utilisation des modèles de représentation discrets pour le calcul des régulateurs auto-ajustables (STR et MRAC).

Durant cette étude nous avons revu différents algorithmes auto-ajustables. L'accent a été porté sur les systèmes linéaires et non linéaires.

L'aspect le plus important des régulateurs auto-ajustables est l'issue de la paramétrisation. La reparamétrisation s'obtient en utilisant le modèle du processus et la réponse en boucle fermée désirée. Le but de la reparamétrisation est de faire une estimation directe des paramètres du régulateur, qui exige constamment que le nouveau modèle soit linéaire en paramètres, même s'il engendre d'autres types de non-linéarité.

Le degré du système ainsi que son retard sont des informations nécessaires pour l'application de la commande auto-ajustable. Le choix des différentes pondérations est lié aux performances désirées, elles agissent sur le comportement dynamique du système en boucle fermée, même si ce dernier est à phase non minimale. L'extension de la GMV au cas multivariable a été envisagée pour l'identification des systèmes MIMO. On a élaboré trois modèles de représentations : DD, DP et PP.

Dans cette étude, notre intérêt a été porté sur le développement des algorithmes auto-ajustables non linéaires. Ces algorithmes se basent principalement sur des modèles non linéaires, tels que les modèles de Hammerstein, les modèles de Volterra et le modèle bilinéaire. Ce type de système est caractérisé par une non linéarité à l'entrée, représentant souvent un actionneur approximé par une non-linéarité polynômiale. Nous avons exploité l'aspect non linéaire du modèle du procédé en faisant un choix judicieux de l'expression du critère de performance ainsi que le modèle du système en boucle fermée.

Les différentes structures non linéaires pour l'identification des systèmes non linéaires ont été développées en vue de la commande. Du fait que certaines classes des systèmes non linéaires sont caractérisées par des paramètres linéaires, l'implémentation de l'algorithme des moindres carrés récursifs pour l'estimation en temps réel de ces paramètres s'est montrée très efficace pour la commande de cette catégorie de systèmes. La commande auto-ajustable par modèle de référence a été appliquée à des systèmes présentant une corrélation entre l'entrée et la sortie, tels que les systèmes bilinéaires déterministes. Par ailleurs les systèmes de Hammerstein dont la partie linéaire est non nécessairement à phase minimale ont été commandés par des régulateurs auto-ajustables à GMV non linéaire directe. Le développement d'une nouvelle loi auto-ajustable par minimisation d'un critère similaire à celui de la variance minimale classique est élaboré en se basant sur le modèle d'Hammerstein stochastique.

La commande adaptative à GPC s'est montrée robuste contre toute variation ou mauvaise connaissance de la structure du modèle, et ceci grâce à ses paramètres qui constituent sa puissance et son efficacité.

Le développement des différents algorithmes auto-ajustables permet alors de s'orienter vers les approches directes. Dans ce domaine, plusieurs versions ont été élaborées, en l'occurrence la GMV qui a fait l'objet d'une partie de cette étude. Par ailleurs la synthèse d'une commande à GPC directe est envisageable. La complexité de son développement augmente avec l'utilisation d'un modèle discret non linéaire décrit dans un environnement stochastique. Cette dernière réside dans la construction d'un prédicteur non linéaire, une approche qui n'a pas été développée et peut être le sujet d'une éventuelle recherche.

Les différents modèles non linéaires développés et existants dans la littérature sont issus du développement de la série de Volterra du modèle discret d'un système non linéaire.

Il est souhaitable alors de synthétiser de nouvelles lois auto-ajustables se basant sur le modèle de Volterra.

Pour faciliter la modélisation et la commande des systèmes non linéaires, il est intéressant d'utiliser les réseaux de neurones artificiels. Cette utilisation ne réside pas seulement dans l'approximation des fonctions discrètes et des modèles inverses. Par contre, on s'intéresse à la recherche d'une nouvelle théorie permettant la synthèse d'un régulateur purement neuronal, en se basant sur un critère de performance lui aussi purement neuronal. On parle alors d'une théorie neuronale (notre propre nomination), qui constituera un axe de recherche vierge pouvant remplacer toutes les théories de synthèse des régulateurs en automatique.

Références Bibliographiques

- [1] K. J. Aström and B. Wittenmark : " On self turning regulators". Automatica, Vol. 9, pp. 185-199, 1973.
- [2] K. J. Aström and all. : "Theory and application on self turning regulators". Automatica. Vol. 13, pp. 457-476, 1977.
- [3] K. J. Aström : "Theory and methods of adaptive control : A survey" : Automatica. Vol 19, n° 5, pp. 471-485, 1983.
- [4] K. J. Aström : "Adaptive feed-back control". IEEE Proceeding. Vol. 75 n° 2, pp. 185-209, 1987.
- [5] K. J. Aström and B. Wittenmark : Adaptive Control. Adison Wisley, 1989.
- [6] N. Bali : Etude des performances de la commande prédictive généralisée. Thèse de Magister en Automatique, ENP, Alger 1995.
- [7] S.A. Billings and B. Ingaud : "Identification of non linear systems : a survey". IEEE, proc. Vol. 127, n° 6, Nov.1980.
- [8] ULF Borisson : "Self Turning regulators : industrial applications and multivariable theory", Report n° 7513, Dept of Auto.Control, Inst. of Technology. Sweeden, 1975.
- [9] ULF Borisson : "Self Turning regulators for a class of multivariable systems", Automatica Vol. 15, pp. 209-215, 1979.
- [10] P.E. Caines: "Stationary linear and non linear system, Identification and predictor set completeness". IEEE Automatic Control, Vol. AC 23, n° 4, Août 1978.
- [11] V.V. Chalan : Adaptive control systems techniques and applications. Marcel Dekker, 1987.
- [12] L. Change and J. Boyed Pearson : " Frequency domain synthesis of multivariable linear regulator", IEEE trans, Vol AC 23, n° 1, Février 1978
- [14] D.W.Clarke, P.J.Gawthrop and D. Phil : "Self turning controller", IEE, Vol.122, n°9, pp.929-934, 1975.
- [15] D.W.Clarke : "Self turning controller of non minimum phase systems". Automatica, vol.20, pp501-517, 1984.
- [16] D.W.Clarke, P.J.Gawthrop and D.phil: "Self turning controller ", IEE pre, vol.126, n° 9, pp 633-640, 1979.
- [17] D.W.Clarke, and all " Generalized predictive control part: the basic algorithm" Automatica, vol 23, n° 2, pp 137-148, 1987.
- [18] P.De Larminat and Y.tyomas . Automatique des systèmes lineaires: identification .Flammarion sciences. 1977.
- [19] J.M. Dion, L. Dugard and T. Nguyer "Quelques développements sur la commande adaptative multivariable"
- [20] J.M. Dion et L. Dugard : "Panorama de la commande adaptative multivariable". Colloque sur la commande adaptative : aspects pratiques et théoriques, Novembre 1984.
- [21] L. Dugard, G.C.Godwin and X.Xianya : "The role of the interactor matrix in multivariable stochastic adaptive control", Automatica, Vol.20, pp.701-709, 1984.

- [22] C.Fargeon : "Commande numérique des systèmes" : application aux engins mobiles et aux robots", Masson, 1986.
- [23] P.G.Gallman : "A comparison of two Hammerstein model identification algorithms" IEEE transactions on automatic control, Février 1976.
- [24] G.C.Goodwin, Ramadge and E.Peter : "Discrete time multivariable adaptive control", IEEE trans. Vol.29, Juin 1980.
- [25] G.C.Goodwin and K.S.Sin : "Adaptive filtering prediction and control", Prentice Hall, 1984.
- [26] G.C.Goodwin, Peter J.Ramadge and Peter E.Caines : "Discrete time stochastic adaptive control", Siam J.Control and optimization, Vol.19, n° 6, pp.828-893, Novembre 1981.
- [27] L.Guenfai : "Etude des différentes stratégies de la commande adaptative". Thèse de Magister en Automatique, Ecole Nationale Polytechnique, Alger 1995.
- [28] L.Guenfai, N.Bali et M.S.Boucherit : "Identification récursive des systèmes multivariables : Etude comparative de différentes structures". Proceeding of 2nd CEA, Vol.1, Alger Novembre 1994.
- [29] R.Harber and L.Keviczky : "Non linear structures for system identification"; Periodica Polytechnica, n° 4, Vol. 18, Electrical Engineering 1974.
- [30] R.Harber and L.Keviczky : "The identification of the discrete time Hammerstein model". Periodica Polytechnica, n° 1, Vol.18, Electrical Engineering, 1973.
- [31] T.Hisamura and H.Nkao : "Input feed back decoupling of multivariable systems" IEEE trans., Vol. AC-23, n° 1, Février 1978.
- [32] A.Isidori : "Non linear control systems : An introduction", Communication and control engineering series, 1989.
- [33] Jingxin Zhang and S.Lang : "Adaptive control of a class of multivariable non linear systems and convergence analysis", IEEE Trans. on automatic control, Vol.34, n° 7, Juillet 1989.
- [34] Joseph G.Pearlman : "Canonical forms for bilinear Input/Output Maps", IEEE trans., on automatic control, Vol. AC-23, n° 4, Août 1978.
- [35] Joe H.Chow and P.V.Kokotovic : "Two time scale feed back design of a class of non linear systems", IEEE trans., Vol. AC-23, Juin 1978.
- [36] H.N.Koivo : "A multivariable self tuning controller", Automatica, Vol 16, pp.351-366, 1980.
- [37] O.Kamel et F.Fnaiech : "Commande prédictive des systèmes à paramètres, retard et ordre variables dans le temps", 11^o journées tunisiennes d'Electrotehnik et d'Automatique, 1990.
- [38] J.D.Landau : "Adaptive control : the model reference approach", Marcel Dekker, 1979.
- [39] J.D.Landau et L.Dugard : "Commande adaptative : aspects pratiques et théoriques". Masson 1986
- [40] J.D.Landau : "Elimination of real positivity Condition in the design of parallel MRAS", IEEE trans., on automatic control, Vol. 23, n° 6, pp.1015-1020, Décembre 1978.
- [41] J.D.Landau : "Identification et commande des systèmes", Masson 1988.

- [42] J.D.Landau et L.Dugard : "Commande adaptative, Aspects pratiques et théoriques", Colloque 21, 22 et 23 Novembre 1984.
- [43] M.Li de la Sen : "A model reference adaptive control system for discrete multivariable bilinear systems with interconnected subsystem", IEEE Proc., Vol. 133, n° 4, Juillet 1986.
- [44] Mituhito Araki : "Stability of large scale non linear systems quadratic order theory of composite system Method using M-Matrices", IEEE trans., Vol. AC-23, n°2, Avril 1978.
- [45] Mohammed M'Saad : "Sur l'applicabilité de la commande adaptative". Thèse de Doctorat d'Etat es Sciences, INP Grenoble, Avril 1987.
- [46] R.Maret : "Régulation automatique", Presses Polytechniques Romandes, 1987.
- [47] Mei-Hua Liu and Wei Lin : "Pole assignement self tuning controller for robotic", Int.J. Control, Vol. 46, n° 4, pp.1307-1317, 1987.
- [48] Mei-Hua Liu and Wei Lin : "Multivariable selftuning control with decoupling for robotic manipulators".
- [49] K.Najim and G.Muratet : "Optimisation et commande en génie des procédés", Masson 1987.
- [50] K.Najim : "Modélisation et identification en traitement dusignal", Masson 1988
- [51] K.Najim : "Commande adaptative des processus industriels". Masson 1982.
- [52] K.Najim et G.Muratet : "Pratique de la régulation numérique des processus industriels". Masson 1983.
- [53] A.Nait Seghir et A.Bouzida : "Commande adaptative directe des systèmes multivariables", Projet de din d'études. ENP. 1993.
- [54] P.Siarry : "Automatique de base", Berti Editions 1993.
- [55] R.Scattolini and D.W.Clarke : "A multivariable model following self tuning control with offset rejection", Int. J. Control, Vol. 42, n° 6, pp.1309-1322.
- [56] Shi-Jun Lang, Xing-Yuan Gu and Tian-You Chai : "A multivariable generalized self-tuning controller with decoupling design", IEEE Proc., Vol. AC-31, n° 5, Mai 1986.
- [57] L.C.Suen and R.Liu : " Determination ot the structure of multivariable stochastic linear systems", IEEE trans., Vol. AC-23, n° 3, Juin 1978.
- [58] H.T.Tiovonen : "Multivariable adaptive control", Modeling identification and control, Vol. 5, n° 5, pp.19-45, 1984.
- [59] Z.Tidjani et M.F.Belazreg : "Commande adaptative non linéaire d'un bras manipulateur". Projet de fin d'études en Automatique. ENP. Alger 1995.
- [60] L.C.Westphal : "An Improvedadaptive identifier for discrete multivariable linear systems", IEEE trans., Vol. AC-22, n° 5, Octobre 1978.
- [61] I.N.Guermazi and all : "Identification paramétrique en temps réel des systèmes multivariables simulés analogiquement". JTEA 92, Tunisie 1992.
- [62] M.T.Tham and coll : "Multivariable and multirale self-tuningcontrol : a distillation column case stady", IEEE procedings-D, Vol. 138, n° 1, 1991.

ANNEXE

RELATIONS ENTRE LES PARAMETRES D'UN MODELE LINEAIRE ET LES PONDERATIONS DE SERIE DE VOLTERRA

Dans le cas des systèmes linéaire, il y a deux possibilités de comparer la fonction de transfert discrète constituée de fractions polynômiales d'éléments finis aux paramètres de la série de Volterra (pondération de la série). La première possibilité est la bonne connaissance de la division polynômiale :

Pour un système linéaire décrit par le modèle suivant :

$$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) \quad (A-1)$$

La division polynômiale donne :

$$y(t) = b_1 u(t-1) + (b_2 - b_1 a_1) u(t-2) + \dots + (b_k - b_{k-1} a_1 - \dots - b_1 a_{k-1}) u(t-k) \quad (A-2)$$

Le processus est approximé par la série de Volterra suivante :

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} W_i u(t-i) \quad (A-3)$$

Par comparaison, on trouve que les pondérations de l'ordre k de la série de Volterra sont : $W_k = b_k - b_{k-1} a_1 - \dots - b_1 a_{k-1}$.

On aura le même résultat en réécrivant (A-1) sous la forme :

$$y(t) = -\sum_{j=1}^n a_j y(t-j) + \sum_{i=1}^m b_i u(t-i) \quad (A-4)$$

En se basant sur cette dernière, on peut écrire :

$$y(t-j) = -\sum_{j_1=1}^n a_{j_1} y(t-j-j_1) + \sum_{i_1=1}^m b_{i_1} u(t-j-i_1) \quad (A-5)$$

En remplaçant $y(t-j)$ par sa valeur dans l'équation (A-4), on obtient la relation suivante :

$$y(t-j) = -\sum_{j=1}^n a_j \left[-\sum_{j_1=1}^n a_{j_1} y(t-j-j_1) + \sum_{i_1=1}^m b_{i_1} u(t-j-i_1) \right] + \sum_{i=1}^m B_i u(t-i) \quad (A-6)$$

De la même manière, on peut représenter $y(t-j-j_1)$ en se basant sur (A-4) et en procédant d'une manière récursive, on voit que les arguments de y tendent vers $-\infty$.

Du fait de la causalité du système, seuls les termes contenant les signaux d'entrée sont sauvegardés dans l'équation (A-6). Ceci veut dire que le système est seulement excité par son signal d'entrée. L'équation (A-6) devient :

$$y(t) = -\sum_{j=1}^n a_j b_1 u(t-j-1) + \dots + a_j b_n u(t-j-n) + \sum_{i=1}^m B_i u(t-i) \quad (A-7)$$

Après développement, nous regroupons les termes qui sont corrélés par le même signal d'entrée, nous obtenons alors :

$$y(t) = b_1 u(t-1) + (b_2 - b_1 a_1) u(t-2) + \dots + (b_k - b_{k-1} a_1 - \dots - b_1 a_{k-1}) u(t-k) \quad (\text{A - 8})$$

Remarquons qu'elle est identique à l'équation (A - 2).

La procédure de remplacement récursif peut être appliquée pour d'autres équations aux différences des modèles non linéaires, en se basant sur des développements mathématiques simples.

ERRATA

Page	Ligne	Erreur	Correction
17	5	$\frac{R}{c y_f(u)t}$	$\frac{R}{c} y_f(t)$
17	13	$\varphi^*(t-1)$	$\psi^*(t-nc)$
35	27	jusqu'à l'ordre j	jusqu'à l'ordre j-1
35	29	$A(q^{-1})$	$\Delta A(q^{-1})$
36	4	$A_n(t+j-1)$	$A(q^{-1}) u(t+j-1)$
38	4	\ddot{g}	\bar{g}
38	5	\ddot{g}	\bar{g}
48	14	$x(t)$	$\dot{x}(t)$
48	24	$x_0(t)$	$\dot{x}_0(t)$
50	1	$[] \delta u(k) + C(k)$	$[] \delta u(k)$
50	20	de covariance	de covariance: $E \{ e(t), e(t) \}$ re
51	31	$J_2 = \{ \dots \}$	$\phi_r^T(t) = [-y_1^1(t-1) \dots -y_r^1(t-1) \dots u_1^0(t) \dots u_r^0(t) \dots u_p^{nb}(t-nb) \\ \varepsilon_1^1(t-1) \dots \varepsilon_r^1(t-1) \dots \varepsilon_1^{nc}(t-nc) \dots \varepsilon_r^{nc}(t-nc)]$
62	5	B_0 matrice	Les racines
62			B_0 est une matrice $(p \times p)$ singulière
64	3	P_j	P_j

64	3	$u(t-j)$	$u(t-j)$
64	4	$-R(\bar{q}^{-1}) \cdot w(t)$	$-R(\bar{q}^{-1}) \cdot w(t)$
156	Figure	commande non linéaire	commande linéaire