

M10041/93A

THESE

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

En vue de l'obtention du

DIPLOME DE MAGISTER EN AUTOMATIQUE

Par

M^R MANSOURI RACHID
Ingénieur d'état en Automatique (ENP)

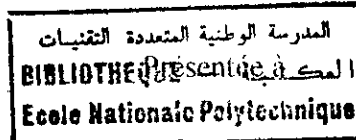
SUJET

*APPROCHE PAR MATRICES DE TRANSFERT
DU PROBLEME DU REJET DE PERTURBATIONS
POUR LES SYSTEMES STRUCTURES*

Soutenue le, 27 Juin 1993 devant la commission d'examen :

Président	: M ^r R. TOUMI	Professeur	(USTHB)
Rapporteur	: M ^r A. BELMEHDI	Chargé de cours	(INH)
Examineurs	: M ^r M.S. BOUCHIRIT	Chargé de cours	(ENP)
	: M ^r R. ILLOUL	Chargé de cours	(ENP)
	: M ^r M.C. SOUAMI	PIID	(ENP)

THESE



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

En vue de l'obtention du

DIPLOME DE MAGISTER EN AUTOMATIQUE

Par

M^R MANSOURI RACHID

Ingénieur d'état en Automatique (ENP)

SUJET

***APPROCHE PAR MATRICES DE TRANSFERT
DU PROBLEME DU REJET DE PERTURBATIONS
POUR LES SYSTEMES STRUCTURES***

Soutenue le, 27 Juin 1993 devant la commission d'examen.

Président	: M ^r R. TOUMI	Professeur	(USTHB)
Rapporteur	: M ^r A. BELMEHDI	Chargé de cours	(INH)
Examineurs	: M ^r M.S. BOUHRIT	Chargé de cours	(ENP)
	: M ^r R. ILLOUL	Chargé de cours	(ENP)
	: M ^r M.C. SOUAMI	PHD	(ENP)
Invité	: M ^r K. HARICHE	Chargé de recherche	(ENELEC)

A mes très chers Parents.

A celui qui a été l'espoir de l'Algérie et de la jeunesse, feu M. BOUDIAF.

Vous qui savez dites-nous si on peut bâtir sur du sable,
Si nous devons laisser fuguer la langue en vie.
Il faut que les générations futures trouvent des bases pour construire,
Il nous incombe pas d'achever l'oeuvre,
Car longue est l'édification d'une identité.
De nombreux siècles ont veillé à ce qu'elle ne s'éteigne pas,
Jusqu'à ce qu'elle arrive aujourd'hui comme une braise parmi nous,
Chaque tison, qu'on ajoute aide le feu à resplendir,
Les tisons se font fagot et la flamme jaillit dans le ciel.
Qui peut accepter de changer ses moeurs jusqu'à changer sa race ?
Qui peut oublier son nom et le gommer de son plein gré ?
S'il se bat contre lui même, il se détruira et qu'il se prépare une tombe,
Qui vendrait sa maison, ses frères et ses enfants ?
Raisonnez en toute logique ?
Combien de chantres sont passées, chacun avec ses pensées,
Même s'ils sont tous des hommes, avec chacun ses imperfections,
Moissonneurs, en fauchant épargnez les racines,
Sinon vous ne vous repentirez jamais assez,
Rappelez-vous le dit de Da Sliman,
A la hache l'arbre dit : je sais d'où te vient ton manche.

à dda mulud.

Avant propos

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHÈQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Le travail présenté dans ce mémoire a été préparé au département du Génie Electrique de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger. Il a été dirigé par monsieur A. BELMEHDI chargé de cours à l'Institut National des Hydrocarbures de Boumerdes, que je tiens à remercier pour m'avoir confier ce sujet, pour les tous les conseils et les orientations qu'il m'a prodigué, mais surtout pour son immense disponibilité qui a permis à ce mémoire de prendre formé.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à tous les enseignants du département qui ont contribué à ma formation sans oublier Madame SEBAIBI pour laquelle je ne peux faire compte de ce que je lui dois.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur TOUMI, de l'USTHB pour avoir accepté de présider le Jury de cette Thèse.

Je remercie également Monsieur SOUAMI qui a accepté de participer à ce Jury.

Je remercie Messieurs ILLOUL et BOUCHRIT, enseignants à l'ENP, pour leur participation à la commission de lecture et qui ont accepté de participer à ce Jury.

J'adresse de très chaleureux remerciements à Monsieur FARES qui a accepté de participer à la commission de lecture dont les remarques pertinentes ont permis d'enrichir le contenu de cette Thèse.

Je remercie aussi tous ceux, qui de près ou de loin, par leur présence ou en pensée, moralement ou matériellement, ont contribué à l'aboutissement de ce travail, tout particulièrement mes amis du Bureau B.M.S.I.

Je ne saurai terminer sans exprimer ma reconnaissance à tous mes amis Djamel, Kamel, Nouredine et Salah pour la documentation qu'ils m'ont généreusement envoyer et sans laquelle ce travail aurait été très difficile.

Lettres Latines :

- $e(t)$, $e(s)$: Vecteurs de perturbation.
 $G(X,U)$: Graphe orienté.
 $G(X,U,\alpha(u))$: Graphe orienté pondéré.
 $G(\Sigma_\lambda)$: Graphe associé à Σ_λ .
 I_d : Matrice identité.
 $m(t)$, $m(s)$: Vecteurs de sorties mesurées.
 n_i : Ordre du $i^{\text{ème}}$ zéro infini.
 q : Ordre du zéro infini d'une fonction de transfert.
 r : Rang normal.
 r_s : Rang structurel.
 $R_p(s)$: Anneau des fractions rationnelles propres.
 $R_p^{pxn}(s)$: Ensemble des matrices (pxn) rationnelles propres.
 S : Opérateur de Laplace.
 $t(s)$: Fonction de transfert d'un système monovarié.
 $t(s,\lambda)$: Factorisation à l'infini de $t(s)$.
 $T(s)$: Matrice de fonctions de transfert d'un système monovarié.
 $T_i^l(s)$: $i^{\text{ème}}$ ligne de $T(s)$.
 $T_i^c(s)$: $i^{\text{ème}}$ colonne de $T(s)$.
 $T(s,\lambda)$: Factorisation à l'infini de $T(s)$.
 $T_{ij}^{k,l}$: Mineur de la matrice formé de la $i^{\text{ème}}$ et $j^{\text{ème}}$ ligne et la $k^{\text{ème}}$ et la $l^{\text{ème}}$ colonne de T .
 $u(t)$, $u(s)$: Vecteurs d'entrées de commande.
 $x(t)$, $x(s)$: Vecteurs d'états.
 $y(t)$: Vecteur de sorties à régler.

Lettres Grecs :

- Λ : Espace des paramètres indépendants.
 $\Lambda(s)$: Forme de Smith Mc Millan à l'infini.
 λ : Gain à l'infini d'une fonction de transfert monovarié.
 Σ_λ : Système structuré à paramètre dans λ . \wedge
 $\Sigma_{p\lambda}$: Système structuré perturbé à paramètre dans λ . \wedge

Revue bibliographique :

La théorie des systèmes linéaires multivariables a connu, à partir des années 69-70, un essor considérable, notamment après les concepts introduits simultanément et indépendamment par Basile et Marron (69) et Wonhan et Morse (70) sur l'approche géométrique, caractérisée par une formulation de la solution des problèmes de commande de systèmes linéaires multivariables en terme de sous-espaces de l'espace d'état ayant des propriétés particulières.

Ainsi, si un système est représenté par les équations d'état et de sortie discrètes suivantes:

$$\begin{cases} x(k+1) = A.x(k) + B.u(k) + E.e(k) \\ y(k) = C.x(k) \end{cases}$$

A, B, C et E sont des matrices à coefficients connus.

Le problème du rejet de perturbations par retour d'état statique consiste à trouver une application F du sous-espace des états vers le sous-espace des commandes telle que dans le système en boucle fermée

$$\begin{cases} x(k+1) = (A + B.F).x(k) + E.e(k) \\ y(k) = C.x(k) \end{cases}$$

l'application $A + B.F$ fasse évoluer les trajectoires des états vers un sous-espace tel que $C.x(k)$ soit nul, c'est à dire $x(k)$ contenu dans le noyau de C.

Depuis, cette approche géométrique a contribué à l'obtention d'importants résultats dans la résolution des problèmes de commande; le rejet de perturbations ayant occupé une place non moins importante.

Le problème du rejet de perturbations dans sa version par retour de sorties mesurées a fait l'objet d'un intérêt particulier depuis les années 79-80. C'est ainsi que beaucoup de solutions aux différentes versions de ce problème ont été obtenues. Citons entre autres, les résultats de Akashi et Imai (79) et Shumacher (80) qui ont résolu le problème par retour de sorties mesurées dynamique avec stabilité interne et ceux de Willems et Commault (80) sur le problème par retour de sorties mesurées avec stabilité interne et placement de pôles.

Ces travaux ayant toujours été réalisés dans l'approche géométrique.

Lorsque le système est donné par sa représentation transfert, le problème du rejet de perturbations revient à résoudre une équation de la forme $A(s).X(s) = B(s)$, lorsqu'on utilise un retour de sorties globales, ou de la forme $G(s).X(s).N(s) = H(s)$, lorsqu'on utilise le retour de sortie mesurées. Dans ces cas aussi, des résultats ont été obtenus notamment par Bhattacharrya (82) qui a donné les conditions d'existence d'une solution $X(s)$, rationnelle propre. Nous rappellerons dans le chapitre 3 son résultat principal.

Lorsque le système est quelconque, Bhattacharrya, Ohm et Howze (84), ont ramené ce problème général aux conditions précédentes, en multipliant à gauche et à droite les deux termes de l'équation $G(s).X(s).N(s) = H(s)$ par deux matrices rationnelles non singulières.

Commault, Dion et Perez (84) ont utilisé un autre moyen pour ramener l'équation $G(s).X(s).N(s) = H(s)$, sous la forme $A(s).X(s) = B(s)$ en utilisant le produit de Kronecker.

Tous ces travaux, que ce soit dans l'approche géométrique ou transfert, supposaient le modèle représentant le système parfaitement connu. Or, cette hypothèse ne reflète pas exactement le système, car les paramètres du modèle ne sont jamais obtenus d'une façon exacte ne serait-ce que par les erreurs de mesures inévitables dans les modélisations de systèmes physiques. Seuls les éléments fixés à zéro, de par la structure ou par absence de connexions physiques entre certains éléments du système sont bien connus. C'est dans ce contexte que se situent les systèmes structurés introduits par Lin (74) pour des systèmes à paramètres inconnus par manque de valeurs quantitatives ou incorrects. Il s'agit donc d'exploiter au maximum le minimum d'informations dont est certain sur le système, à savoir sa structure, et de pouvoir apprécier la solvabilité ou non d'un problème de commande. Le résultat escompté ne peut être qu'une idée qualitative, mais loin de la restreindre, il la généralise. En effet, lorsque un problème de commande est structurellement solvable, il le sera pour presque toutes les valeurs des paramètres du modèle.

Outre la commandabilité structurelle pour un système monovariable étudiée par Lin (74), beaucoup de travaux ont été réalisés pour ces systèmes structurés. Le problème du rejet de perturbations vient d'être résolu par Commault, Dion et Perez (91) dans sa version par retour d'état.

En utilisant la caractérisation par les graphes d'un système structuré donné par sa représentation transfert, et en nous inspirant des travaux effectués dans le cas classique, nous donnerons des conditions, simples, de solvabilité du problème du rejet de perturbations par retour de sorties mesurées.

Mais avant, nous montrerons d'abord que la solution préconisée par Bhattacharya, Ohm et Howze (84) pour résoudre l'équation $G(s).X(s).N(s) = H(s)$ n'est plus valable pour les systèmes structurés. De même que la solution donnée par Commault, Dion et Perez (84), en utilisant le produit de Kronecker.

CHAPITRE 0 : INTRODUCTION ET PRESENTATION DU PROBLEME.

0.1.INTRODUCTION	7
0.2.ENONCE DU PROBLEME	8
0.3.PRESENTATION DES CHAPITRES	9

CHAPITRE 1 : OUTILS MATHEMATIQUES.

1.1.PROPRIETES A L'INFINI D'UN SYSTEME LINEAIRE	10
1.1.1.STRUCTURE A L'INFINI	10
1.1.2.MATRICE DE TRANSFERT A LIGNE ET A COLONNE PROPRE	12
1.2.NOTIONS SUR LA THEORIE DES GRAPHES	13
1.2.1.DEFINITIONS	13
1.2.2.PRINCIPALES CARACTERISTIQUES	14

CHAPITRE 2 : ANALYSE ET REPRESENTATION PAR LES GRAPHES DES SYSTEMES STRUCTURES.

2.1.INTRODUCTION	17
2.2.SYSTEMES STRUCTURES	17
2.3.REPRESENTATION PAR GRAPHES DES SYSTEMES STRUCTURES	23
2.3.1.EN REPRESENTATION D'ETAT	23
2.3.2.CARACTERISATION DANS L'APPROCHE TRANSFERT	24
2.4.INTERPRETATION PAR LES GRAPHES DE LA STRUCTURE A L'INFINI	24
2.4.1.CAS DE SYSTEME A LIGNE ET/OU A COLONNE PROPRE	27
2.5.CONCLUSION	29

CHAPITRE 3 : LE REJET DE PERTURBATION POUR DES SYSTEMES STRUCTURES PAR RETOUR DE SORTIE MESUREE.

3.1.INTRODUCTION	31
3.2.FORMULATION DU PROBLEME	31
3.3.REJET DE PERTURBATION PAR RETOUR D'ETAT	34
3.4.REJET DE PERTURBATION PAR RETOUR DE SORTIE MESUREE	35
3.4.1.CAS DE SYSTEME MONOVARIABLE	35
3.4.2.CAS OU $N(s,\lambda)$ ET/OU $G(s,\lambda)$ SONT DECOUPLABLES	38
3.4.3.CAS GENERAL	43
3.5.CONCLUSION	49

CHAPITRE 0

INTRODUCTION ET PRESENTATION DU PROBLEME

"Quand trop de secheresse brûle les coeurs,
Quand la faim tord trop d'entrailles,
Quand on rentre trop de larmes,
Quand on bâillonne trop de rêves,
C'est comme quand on ajoute bois sur bois sur le bûcher,
A la fin, il suffit du bout de bois d'un esclave pour faire,
Dans le ciel de Dieu,
Et dans le coeur des hommes,
Le plus énorme incendie."

Mouloud Mammeri.

0.1. INTRODUCTION :

La complexité croissante des systèmes dynamiques a entraîné, à partir des années 70, un essor considérable dans le développement d'outils mathématiques pour l'analyse et la commande et ceci, pour des raisons diverses.

D'une part, les modèles mathématiques qui décrivent le comportement des systèmes étant devenus de taille considérable, les techniques existantes ont montré leurs insuffisances pour le traitement de certains problèmes.

D'autre part, la difficulté de traiter des problèmes de commande pour les systèmes multivariables a motivé le développement de la théorie des systèmes linéaires multivariables et plusieurs approches ont été proposées : (représentation d'état et matrice système, Rosenbrock (70), polynomiale et matrices de transfert, Wolowich (74), géométrique, Wonham (79) et graphique, Reinschke (88)).

Outre la résolution de problèmes de commande, beaucoup de résultats de structure ont été obtenus, soit comme sous-produit de la résolution de ces problèmes, soit par leur utilisation comme outils d'analyse. L'approche transfert occupe une place d'importance particulière dans le développement de cette théorie des systèmes linéaires multivariables grâce notamment aux travaux de Rosenbrock (74) et Wolowich (74) suivis des travaux sur la structure à l'infini de Verghese (78) et Dion (83) et la résolution des problèmes de commande tels le découplage, Dion (83), le rejet de perturbation, Commault (83), Bhattacharyya (82) ou la poursuite du modèle Malabre (85).

Le problème du rejet de perturbation a dès le début été associé à la théorie géométrique car la résolution des différentes versions de ce problème introduit des concepts de base de cette théorie. C'est le cas pour la commande par retour d'état, Basile et Marro (69), Wonham et Morse (70) et pour la commande par retour d'état de grandeurs mesurées, Akashi et Imai (79), Schumacher (80) et Commault et Willems (81). Dans l'approche transfert on peut citer les travaux de Bhattacharyya (82), (84) qui a donné l'interprétation par matrices de transfert des résultats déjà mentionnés dans le cas géométrique ainsi que ceux de Pernebo (78) qui a résolu la version par retour de sorties mesurées.

La résolution de tels problèmes nécessite une bonne analyse du système. Pour ce faire une connaissance suffisante de la nature et de la structure d'un modèle proche de la réalité physique est exigée. Les systèmes structurés tiennent justement compte de ce fait : Lin (74), Shield et

Pearson (76), Belmehti (87). La théorie des graphes, Berge (70), Gondran (79) s'avère être un outil irremplaçable pour la modélisation de tels systèmes. Elle permet d'examiner plus facilement leur structure, Lin (74), Linneman (81), Shizas et Evans (81), Belmehti (87), ...

Le sujet de ce mémoire consiste en l'utilisation de la théorie des graphes pour conclure sur la solvabilité du problème du rejet de perturbation pour les systèmes structurés dans le cadre de l'approche transfert.

0.2. ENONCE DU PROBLEME :

Considérons le système illustré par la figure suivante :

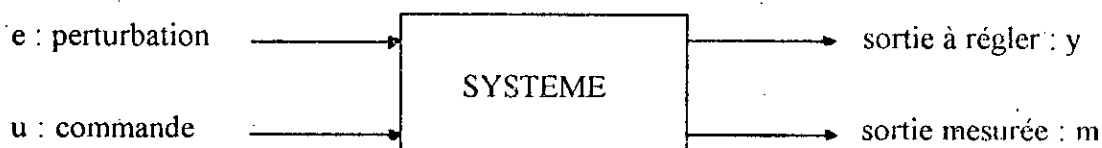


Fig-0-1 : Système en boucle ouverte.

L'entrée de perturbation est une grandeur dont on ignore la loi d'évolution. Les sorties à régler sont des grandeurs qu'on désire ne pas voir affectées par la perturbation. Les sorties mesurées rassemblent les informations qui sont directement disponibles sur l'état du système.

Le problème du rejet de perturbation consiste à trouver un compensateur qui, à partir de la sortie mesurée, élabore une commande telle que pour le système en boucle fermée, la perturbation n'affecte pas la sortie à régler. On obtient la structure ci-dessous.

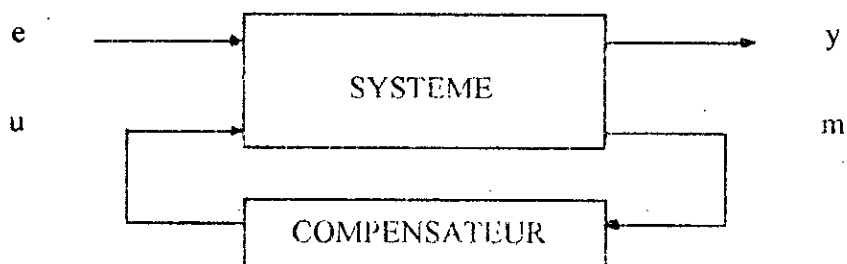


Fig-0-2 : Système en boucle fermée.

0.3. PRESENTATION DES CHAPITRES :

Dans le chapitre 1, on présente quelques notions sur la structure à l'infini des systèmes linéaires multivariés dans le cadre de l'approche par matrices de transfert, ainsi que des définitions et caractéristiques de la théorie des graphes.

Au cours du chapitre 2, on rappelle d'abord le concept de systèmes structurés dans le cadre de l'approche d'état ainsi que dans l'approche par matrices de transfert. On donnera ensuite la caractérisation par les graphes de ces systèmes et l'interprétation graphique de leur structure à l'infini.

Dans le chapitre 3, on rappelle d'abord les résultats obtenus sur le problème du rejet de perturbation, par retour d'état statique notamment, et nous donnerons les résultats de notre étude sur le problème du rejet de perturbation par retour de sortie mesurée pour des systèmes structurés. Ces résultats seront fournis directement par visualisation du graphe associé au système.

Dans le dernier chapitre, on applique les résultats du rejet de perturbation à un modèle d'une centrale nucléaire. Nous montrerons ainsi l'intérêt pratique de l'étude structurelle d'un système et en particulier, la résolution du problème du rejet de perturbation par retour de sortie mesurée.

CHAPITRE 1

OUTILS MATHÉMATIQUES

$$\det(\lim_{s \rightarrow \infty} B(s)) = \text{constante non nulle} \quad (i = 1, 2)$$

r étant le rang normal de $T(s)$.

La liste n_1, \dots, n_r ($n_1 \leq n_2 \leq \dots \leq n_r$) sont les ordres des zéros infinis de $T(s)$. Elle constitue la structure à l'infini de $T(s)$. $\Lambda(s)$ est appelée la forme de Smith Mc Millan à l'infini de $T(s)$.

Les ordres des zéros infinis peuvent être calculés comme suit C. Commault et Al (91) :

n_1 : Ordre le plus petit des zéros infinis des éléments de $T(s)$.

n_2 : (Ordre le plus petit des zéros infinis des mineurs d'ordre 2 de $T(s)) - n_1$.

.

.

.

n_k : (Ordre le plus petit des zéros infinis des mineurs d'ordre K de $T(s)) - \sum_{j=1}^{k-1} n_j$.

Exemple 1-1 :

$$\text{Soit } T(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & \frac{1}{s+2} & \frac{-2}{(s+1)(s+2)} \\ \frac{1}{(s+1)^2} & \frac{s+3}{(s+1)(s+2)} & \frac{1}{(s+2)^2} \end{bmatrix}$$

Le rang de $T(s)$ étant égale à 2, il y aura donc deux zéros infinis C. Commault et Al (91). L'ordre le plus petit des zéros infinis des éléments de $T(s)$ est $n_1 = 1$. Les mineurs d'ordre 2 de $T(s)$ sont

$$T_{1,2}^{1,2} = \frac{1}{(s+1)^2} \quad T_{1,2}^{1,3} = \frac{s^2 + 4s + 5}{(s+1)^3(s+2)^2} \quad T_{1,2}^{2,3} = \frac{3s^2 + 12s + 13}{(s+1)^2(s+2)^3}$$

L'ordre le plus petit des zéros infinis de ces mineurs est 2 et $n_2 = 2 - n_1 = 1$; donc la structure à l'infini de $T(s)$ est :

$$\Lambda(s) = \begin{bmatrix} s^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & s^{-1} & 0 \end{bmatrix}$$

1.1.2. MATRICE DE TRANSFERT A LIGNE ET A COLONNE PROPRE : [14], [10]

Soit $T(s)$ ($p \times m$) une matrice de transfert rationnelle propre à éléments dans l'anneau des fractions rationnelles propres $R_p(s)$.

Notons par $T_i^r(s)$ (respectivement $T_j^c(s)$) la $i^{\text{ème}}$ ligne (respect $j^{\text{ème}}$ colonne) de $T(s)$.

On définit les entiers t_i^r et t_i^c comme suit :

$$t_i^r = \min(k, \lim_{s \rightarrow \infty} s^k T_i^r(s) = T_i^r = \text{constante} \neq 0) \text{ k entier.}$$

t_i^r est l'ordre le plus petit des zéros infinis de la $i^{\text{ème}}$ ligne de $T(s)$.

$$t_i^c = \min(k, \lim_{s \rightarrow \infty} s^k T_i^c(s) = T_i^c = \text{constante} \neq 0) \text{ k entier.}$$

t_i^c est l'ordre le plus petit des zéros infinis de la $i^{\text{ème}}$ colonne de $T(s)$.

DEFINITION 1-1 :

Soit $T(s)$ une matrice de transfert ($p \times m$) propre à rang ligne plein.

$T(s)$ est dite à ligne propre si, avec les notations précédentes on a :

$$\text{rang} \begin{bmatrix} T_1^r \\ \vdots \\ T_p^r \end{bmatrix} = p$$

de même, si $T(s)$ est propre et à rang colonne plein, elle est dite à colonne propre si :

$$\text{rang} [T_1^c \dots T_m^c] = m$$

REMARQUE 1 :

Cette définition de ligne et colonne propre est une généralisation aux matrices rationnelles de ligne et de colonne propre définie par Wolowich (74) pour des matrices polynomiales.

PROPOSITION 1-1 :

Si $T(s)$, $(p \times m)$ est à ligne (respectivement à colonne) propre, la structure à l'infini de $T(s)$ est donnée par :

$$t_i^r, i = 1, \dots, p \quad \text{si elle est à ligne propre.}$$

$$t_i^c, i = 1, \dots, m \quad \text{si elle est à colonne propre.}$$

Ainsi, $T(s)$ de l'exemple 1-1 est propre et de rang plein, égal à 2.

$$t_1^r = 1 \quad \text{et} \quad T_1^r = [1 \ 1 \ 0]$$

$$t_2^r = 1 \quad \text{et} \quad T_2^r = [0 \ 1 \ 0]$$

Le rang de la matrice $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ étant égal à 2, $T(s)$ est à ligne propre.

La structure à l'infini coïncide donc avec sa structure à l'infini par ligne.

1.2. NOTION SUR LA THEORIE DES GRAPHES :

Le but de ce paragraphe est de rappeler très succinctement certains éléments de la théorie des graphes que nous serons amenés à utiliser tout au long de ce travail. Toutes les définitions et les caractéristiques qui seront évoquées ici concernent les graphes orientés M.Gandran et M.Minoux (79).

1.2.1. Définition 1-2 :

Un graphe $G = (X, U)$ est déterminé par la donnée:

- d'un ensemble X dont les éléments sont appelés des "sommets" ou des "noeuds",
- d'un ensemble U dont les éléments $u \in U$ sont des couples ordonnés de sommets appelés des arcs. Si $u = (i, j)$ est un arc de G , i est l'extrémité initiale de u , et j son extrémité terminale.

EXEMPLE 1-2 :

Soit le graphe suivant :

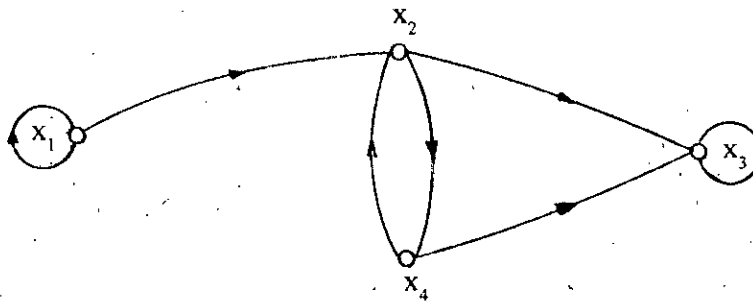


Fig 1-1 : Graphe orienté.

$$X = \{ x_1, x_2, x_3, x_4 \}$$

$$U = \{ (x_1, x_2), (x_2, x_3), (x_2, x_4), (x_3, x_4), (x_4, x_2), (x_4, x_1) \}$$

1.2.2. Principales caractéristiques : [21]

*** Sous-graphe:**

Etant donné $A \in X$, le sous-graphe engendré par un sous ensemble de sommets A, est le graphe G_A dont les sommets sont les éléments de A et dont les arcs sont ceux de G ayant leurs extrémités dans A.

*** Graphe partiel :**

Soit un graphe $G = (X, U)$ et V un sous ensemble d'arcs inclu dans U, le graphe partiel engendré par V est le graphe ayant le même ensemble X de sommets que G et dont les arcs sont ceux de V.

*** Sous-graphe partiel :**

Etant donné un graphe $G = (X, U)$ et $A \in X, V \in U$, le sous-graphe partiel engendré par A et V est le graphe partiel de G_A engendré par V.

Ces trois caractéristiques sont illustrées par la figure ci-dessous.

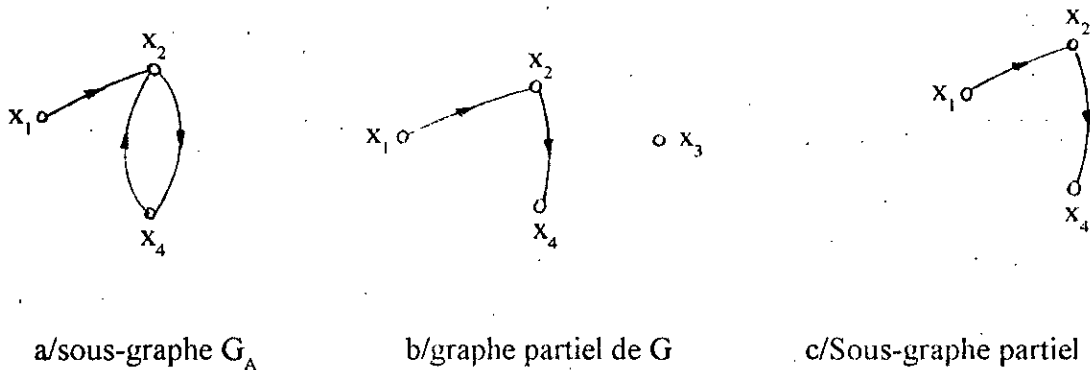


Fig 1-2.

*** Chemin et plus court chemin :**

Soit $G = (X, U)$ un graphe et x_0, x_k deux sommets.

- Un chemin de x_0 à x_k est une séquence d'arcs telle que :

i) L'extrémité initiale du premier arc de la séquence est x_0 ,

ii) L'extrémité du dernier arc de la séquence est x_k .

iii) L'extrémité initiale de chaque arc de la séquence (sauf le premier) coïncide avec l'extrémité terminale de l'arc précédent

- Un plus court chemin dans un graphe est un chemin de longueur minimum. La longueur d'un chemin étant la somme des longueurs des arcs qui le composent.

Remarque 2 :

Cette notion de plus court chemin suppose donc l'existence de certains renseignements sur le graphe. On associe généralement à chaque arc une (ou des) pondération(s), $\alpha(u)$ pouvant être une longueur, un poids ou toute autre information. On notera $G(X, U, \alpha(u))$ un tel graphe.

CHAPITRE 2

ANALYSE ET REPRESENTATION PAR LES GRAPHES DES SYSTEMES STRUCTURES

2.1. INTRODUCTION :

Le concept de systèmes structurés a été introduit par Lin C.T. (74) dans le cadre de l'approche d'état afin d'étudier les propriétés de commandabilité et d'observabilité. Des conditions nécessaires et suffisantes ont été obtenues dans le cas monovarié à l'aide de graphes. L'extension au cas multivarié a été faite par Shield et Pearson (76).

Depuis, beaucoup de travaux ont été réalisés dans des directions diverses mais toujours par l'approche d'état. C'est ainsi que la notion de commandabilité structurelle a été élargie aux systèmes à grande échelle par Franksen et Al (79), Schizas et Evans (81) et plus récemment aux systèmes interconnectés, Rech (88). On a aussi trouvé des solutions à beaucoup de problèmes de commande tels que le découplage Linneman (81), Dion et Commault (91) et le rejet de perturbation Commault et Al (91) et Benahcène (91).

Dans l'approche par matrices de transfert les systèmes structurés sont introduits par Commault et Al (87) où seul le problème du découplage diagonal structurel et par bloc, Belmehdi (87), (91) y ont été résolus.

2.2. SYSTEMES STRUCTURES :

1/ Pour définir les systèmes structurés dans la représentation d'état, considérons le système linéaire suivant :

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \tag{2-1}$$

$$y(t) = C x(t)$$

où $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$ sont respectivement, les vecteurs d'état, d'entrée et de sortie.

A, B, C sont des matrices de dimensions appropriées.

Supposons maintenant que chacune des matrices A, B, C ait ses éléments fixés à zéro dans certaines positions et arbitraires dans d'autres. Selon Lin C.T. le concept de matrice structurée s'énonce comme suit :

Définition 2-1 :

Une matrice structurée est une matrice composée de zéros et d'indéterminées où les éléments non nuls sont supposés mutuellement indépendants, c'est à dire non liés par un ensemble d'équations algébriques.

Remarque 2-1 :

Dans l'article de Linneman (81), on peut trouver une définition plus appropriée du point de vue mathématique d'une matrice structurée.

Exemple 2-1 :

$$S_1 = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_3 \\ \lambda_2 & 0 \end{bmatrix} \text{ est une matrice structurée; } \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\} \in \Lambda \subset \mathbb{R}^3.$$

Λ étant un sous espace ouvert de \mathbb{R}^3 .

$$\text{Par contre la matrice } S_2 = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 \\ \lambda_2 & \lambda_1 + \lambda_3 \end{bmatrix} \text{ n'est pas structurée.}$$

Le triplet (A,B,C) forme un système structuré à paramètres dans l'espace $\Lambda \subset \mathbb{R}^k$, si Λ est un ouvert et la matrice élargie

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}$$

est une matrice structurée selon la définition 2-1. k étant le nombre total de paramètres non nuls.

On dira donc que pour un triplet (A,B,C), une propriété qui est satisfaite pour presque toutes les valeurs des paramètres λ_i est une propriété structurelle.

Exemple 2-2 :

Si $\Lambda \subset \mathbb{R}^9$ est un ouvert et pour des paramètres

$$A(\lambda) = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ \lambda_2 & \lambda_3 & 0 \\ \lambda_4 & 0 & \lambda_5 \end{bmatrix} ; \quad B(\lambda) = \begin{bmatrix} \lambda_6 & 0 \\ 0 & \lambda_7 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad C(\lambda) = [0 \quad \lambda_8 \quad \lambda_9]$$

Alors le système (A,B,C) de l'équation (2-1) est un système structuré.

2/ Puisque notre travail se situe dans le cadre de l'approche transfert, nous allons rappeler la formulation de ce concept de systèmes structurés dans cette approche A.Belmehdi (87).

Considérons un système linéaire multivariable dont la matrice de fonctions de transfert $T(s)$ est une matrice ($p \times m$) rationnelle propre ($\in \mathbb{R}_p^{p \times m}(s)$). Notons par $T_{ij}(s)$ l'élément (i,j) de $T(s)$; $T_{ij}(s)$ est une fraction rationnelle propre qui peut s'écrire sous la forme :

$$t(s) = S^{-q} \lambda \frac{S^k + b_{k-1} \cdot S^{k-1} + \dots + b_0}{S^k + a_{k-1} \cdot S^{k-1} + \dots + a_0} = \lambda S^{-q} h(s) \quad (2-2)$$

où le terme (λS^{-q}) fait apparaître formellement la structure à l'infini, le second terme étant un transfert non-singulier à l'infini, puisque $\lim_{s \rightarrow \infty} h(s) = 1$.

Dans cette factorisation, appelée factorisation à l'infini de $T(s)$, A.Belmehdi (87) : l'entier q est l'ordre du zéro infini de $t(s)$ tandis que les paramètres $\lambda, a_i, b_i, (i=0, \dots, k-1)$ sont des réels non précisément connus, le réel λ est défini comme étant le gain à l'infini de $t(s)$.

Définition 2-2 : [3]

Soit $T(s)$ une matrice de fonctions de transfert ($p \times m$) rationnelle propre, ses éléments $T_{ij}(s)$ sont décrits sous la forme (2-2). La matrice $T(s)$ est dite structurée si la matrice formée des gains à l'infini de chaque élément $T_{ij}(s), \lambda_{ij}$, est structurée selon la définition 2-1.

Définition 2-3 : [3]

Un système structuré Σ_Λ est une interconnexion en cascade, en parallèle et/ou en feedback de fonctions de transfert monovariabiles $t_1(s), \dots, t_N(s)$ dont les ordres des zéros à l'infini q_1, \dots, q_N sont connus et dont les gains à l'infini $\lambda_1, \dots, \lambda_N$ sont des paramètres appartenant à un espace ouvert $\Lambda \subset \mathbb{R}^N$.

On suppose donc que les zéros infinis des transferts monovariabiles sont connus et leurs gains à l'infini indépendants. Par indépendance mutuelle des gains λ_i , il faut comprendre par là que les systèmes décrits par les transferts $T_{ij}(s)$ n'ont pas la même dynamique.

Exemple 2-3 :

a/ Dans les exemples ci-après les transferts $t_i(s, \lambda)$ sont supposés donnés par leurs factorisations à l'infini, c'est à dire par les ordres de leurs zéros infinis q_i et leurs gains à l'infini λ_i .

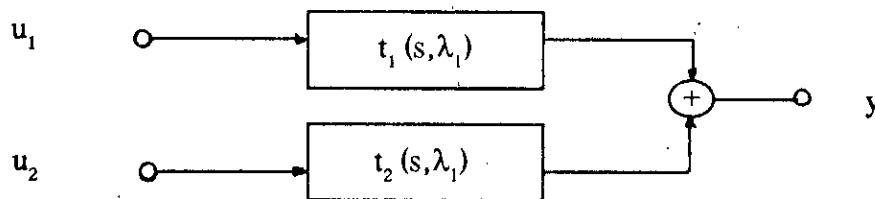


Fig 2-1.

C'est un système multivariable où il n'y a qu'un seul sous-système entre l'entrée u_i et la sortie y .

$$T(s, \lambda) = \begin{bmatrix} \lambda_1 S^{-q_1} h_1(s) & \lambda_1 S^{-q_2} h_2(s) \end{bmatrix}$$

La matrice formée par les gains $[\lambda_1 \quad \lambda_1]$ n'est pas une matrice structurée, par conséquent le système représenté par la figure 2-1 n'est pas un système structuré.

b/ Le système multivariable (2 entrées, 2 sorties) de matrice de transfert $T(s, \lambda)$ illustré par la figure 2-2 est structuré, puisque les gains à l'infini λ_i ($i = 1, \dots, 7$) appartiennent à un ouvert \mathbb{R}^7 .

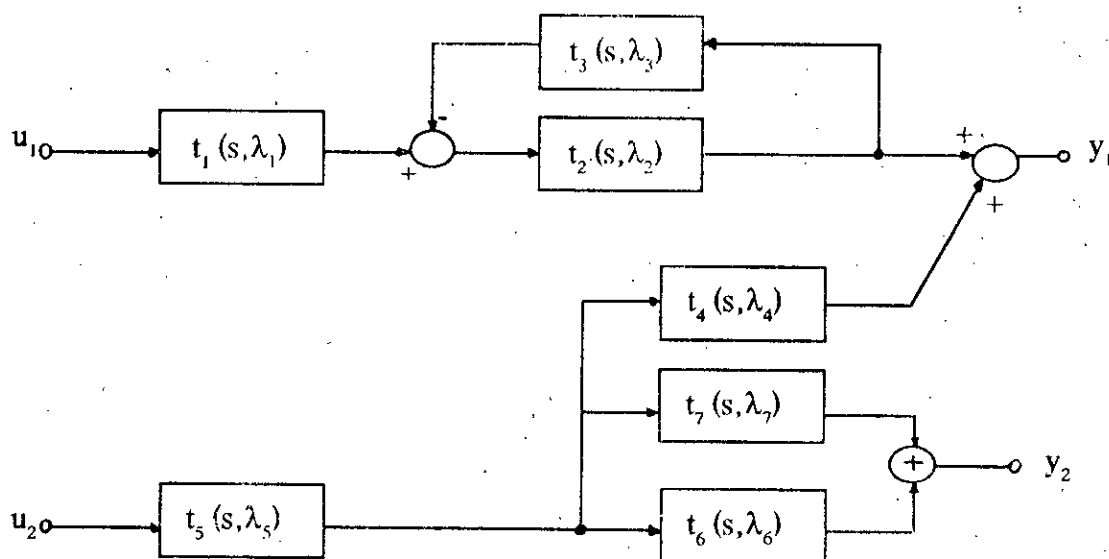
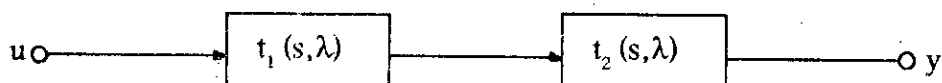


Fig 2-2 : Système structuré complexe.

Ce système est assez général dans le sens où il y a plusieurs sous-systèmes monovariabiles interconnectés entre, au moins, une entrée et une sortie. Une question se pose d'elle même : Comment trouver la structure à l'infini de ce type de système composé ?

Pour répondre à cette question, on rappelle dans ce qui suit les systèmes en série, parallèle et en feedback A.Belmehdi (87). On s'intéresse particulièrement à leurs zéros infinis et gains à l'infini et on suppose que les transferts $t_i(s, \lambda)$ sont donnés avec leur factorisation à l'infini.

a/ Systèmes en cascade :



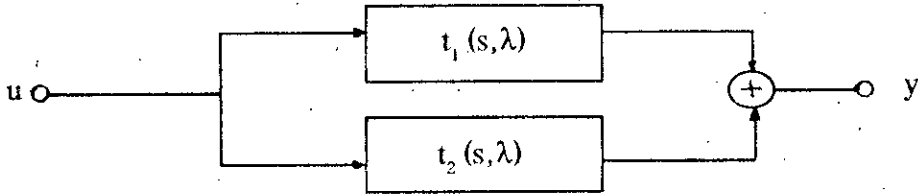
Le transfert obtenu par cette mise en série, $t(s, \lambda) = t_1(s, \lambda) \cdot t_2(s, \lambda)$ a pour zéro infini la somme des zéros infinis des transferts qui le composent, soit :

$$q = q_1 + q_2$$

et pour gain à l'infini le produit des gains

$$\lambda = \lambda_1 \cdot \lambda_2$$

b/ Systèmes en parallèle :



Le transfert global s'écrit : $t(s, \lambda) = t_1(s, \lambda) + t_2(s, \lambda)$.

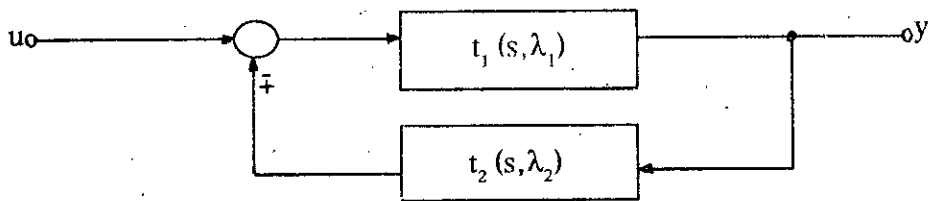
L'ordre du zéro infini de $t(s, \lambda)$ est :

$$q = \min(q_1, q_2).$$

Son gain à l'infini est égal à :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \lambda_1 + \lambda_2 & \text{si } q_1 = q_2 \\ \lambda_1 & \text{si } q_1 < q_2 \\ \lambda_2 & \text{si } q_1 > q_2 \end{array} \right.$$

c/ Systèmes en feedback :



Le transfert global est : $t_1(s, \lambda_1) [1 \pm t_1(s, \lambda_1) \cdot t_2(s, \lambda_2)]^{-1}$.

$t_1(s, \lambda_1)$, $t_2(s, \lambda_2)$ étant strictement propres, le transfert entre crochets est bicausal (pas de zéro infini), donc l'ordre du zéro infini et le gain à l'infini de $t(s, \lambda)$ sont ceux de $t_1(s, \lambda_1)$ (de la chaîne directe).

$$q = q_1 \quad \text{et} \quad \lambda = \lambda_1.$$

2.3. REPRESENTATION PAR GRAPHES DES SYSTEMES STRUCTURES :

Nous donnons dans ce paragraphe l'illustration par les graphes des systèmes structurés donnés sous forme d'équation d'état ou de matrices de transferts. Nous associons en plus à ces graphes des informations nécessaires à l'analyse du système et nous verrons par la suite comment utiliser ces informations pour dire si le rejet de perturbation est possible ou non pour des systèmes structurés multivariables.

2.3.1. EN REPRESENTATION D'ETAT :

Pour un système linéaire donné par sa représentation d'état (2-1), on associe un graphe $G(X,U,\alpha(u))$ construit de la façon suivante :

- . Les sommets représenteront l'ensemble des entrées $u(t)$, des états $x(t)$ et des sorties $y(t)$.
- . Les arcs représenteront des connexions physiques entre les sommets.

ainsi :

- Il existera un arc (u_i, x_j) si $b_{ji} \neq 0$ et sera pondéré par b_{ji} .
- Il existera un arc (x_i, x_j) si $a_{ji} \neq 0$ et sera pondéré par a_{ji} .
- Il existera un arc (x_i, y) si $c_{ji} \neq 0$ et sera pondéré par c_{ji} .

Notons, dans ce cas, que cette pondération ne représente pas la longueur des arcs. On attribue donc à chaque arc une longueur fictive égale à l'unité.

Ainsi, au système donné dans l'exemple 2-2, on associe le graphe suivant :

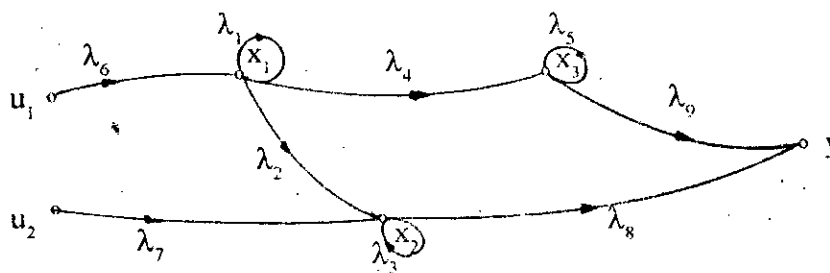


Fig 2-3.

2.3.2. CARACTERISATION DANS L'APPROCHE TRANSFERT :

Comme pour le cas d'un système donné par sa représentation d'état, on peut lui associer un graphe si celui-ci est donné par sa représentation par matrices de fonctions de transfert. Dans ce cas le graphe exhibera la structure (interconnexions et invariants) interne du système C. Commault et Al (15).

. Les sommets représenteront les entrées et les sorties ainsi que les interconnexions.

. Les arcs représentant des transferts monovariables donnés par leurs factorisations à l'infini seront pondérés par l'ordre du zéro infini du transfert et par son gain à l'infini.

En adoptant cette représentation, le système de la figure 2-2 de l'exemple 2-3 aura pour graphe associé le graphe de la figure suivante.

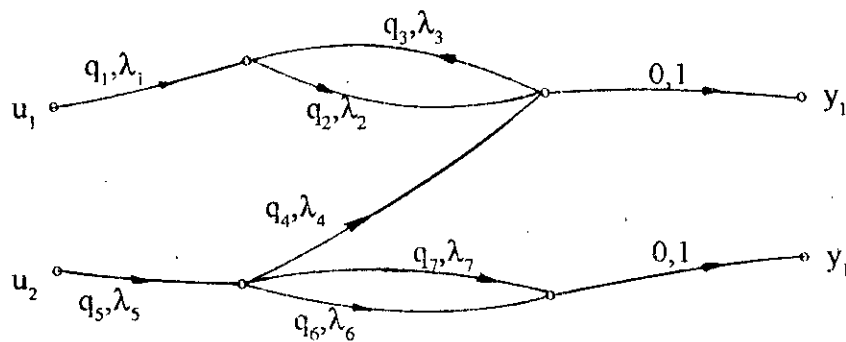


Fig 2-4.

2.4. INTERPRETATION PAR LES GRAPHES DE LA STRUCTURE A L'INFINI :

On présente dans ce paragraphe la structure à l'infini d'un système structuré donné dans les deux représentations. Cette structure à l'infini jouera un rôle clé par la suite pour présenter les conditions de solvabilité du problème du rejet de perturbation.

Dans un récent article (91) Commault et Al ont donné un théorème qui caractérise cette structure à l'infini par le graphe associé au système donné par sa représentation d'état. L'extension de ce résultat à l'approche transfert est faite par A. Belmehdi (92).

Théorème 2-1 : [16]

Etant donné un système structuré Σ_λ représenté par son graphe $G(\Sigma_\lambda)$.

i) Le rang structurel r_s de Σ_λ est égal au nombre maximal de chemin E/S à sommets disjoints.

ii) Les ordres de ses zéros infinis sont donnés par :

$$n_1 = L_1 - 1$$

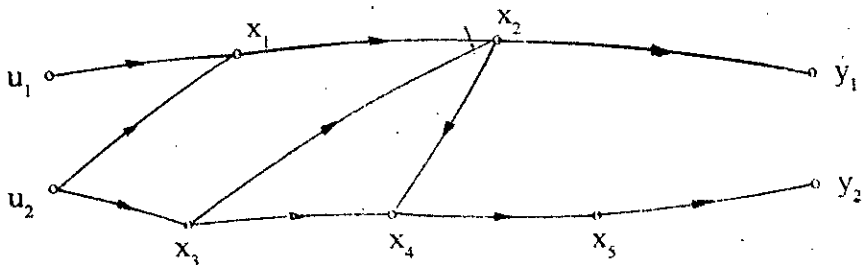
L_1 : étant la longueur du plus court chemin E/S

$$n_k = L_k - \sum_{j=1}^{k-1} n_j - k \quad k = 2, \dots, r_s.$$

L_k : étant la somme minimale des longueurs de k chemins E/S à sommets disjoints.

Exemple 2-4 :

Considérons le graphe suivant :



Il y a deux chemins E/S à sommets disjoints :

$$C_1 : \{ (u_1, x_1), (x_1, x_2), (x_2, y_1) \}.$$

$$C_2 : \{ (u_2, x_3), (x_3, x_4), (x_4, x_5), (x_5, y_2) \}.$$

donc : $r_s = 2$.

Le plus court chemin est C_1 , il est de longueur 3, donc $n_1 = 3 - 1 = 2$.

La somme des longueurs des chemins C_1 et C_2 et $L_2 = 7$ est $n_2 = 7 - 4 = 3$.

La structure à l'infini sera donc :

$$\Lambda(s) = \begin{bmatrix} S^{-2} & 0 \\ 0 & S^{-3} \end{bmatrix}$$

Lorsque le système structuré est représenté par le graphe correspondant à sa représentation par matrices de transfert, il faut savoir que : A. Belmehdi (87)

- Si $T_{ij}(s, \lambda)$ est factorisée à l'infini, l'ordre n_{ij} de son zéro infini est égal à la longueur minimale des chemins allant de u_j à y_i .

- L'ordre du zéro infini de la $i^{\text{ème}}$ ligne $T_i(s, \lambda)$ est égal à la longueur minimale des chemins allant de u_1, \dots, u_m à la sortie y_i .

En tenant compte de ces considérations, la structure à l'infini d'un système structuré donné par un graphe correspondant à sa représentation par matrices de transfert est donnée par le théorème suivant :

Théorème 2-2 : [5]

Etant donné $T(s, \lambda)$ la matrice fonction de transfert d'un système structuré et $G(\Sigma_\lambda)$ son graphe associé, alors :

i) le rang structurel r_r de Σ_λ , qui est aussi le nombre de zéros infinis de $T(s, \lambda)$, est égal au nombre maximal de chemins E/S à sommets disjoints.

ii) Les ordres des zéros infinis sont définis par :

$$n_1 = L_1$$

où : L_1 : est la longueur du plus court chemin E/S

$$n_k = L_k - L_{k-1} \quad k = 2, \dots, r_r$$

L_k : est la somme minimale des longueurs de k chemins E/S à sommets disjoints.

Les chemins considérés dans i) et ii) peuvent être différents.

Exemple 2-5 :

Considérons le graphe d'un système structuré de la figure 2-5 suivante :

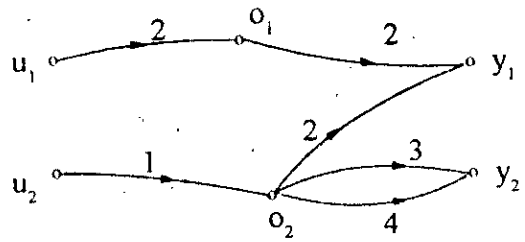


Fig 2-5.

Il y a deux chemins E/S à sommets disjoints :

$$C_1 : \{ (u_1, o_1), (o_1, y_1) \} :$$

$$C_2 : \{ (u_2, o_2), (o_2, y_2) \} .$$

donc le rang structurel est égal à 2.

Le plus court chemin E/S étant $\{ (u_2, o_2), (o_2, y_1) \}$ de longueur 3, $n_1 = 3$.

La somme des longueurs des chemins E/S à sommets disjoints C_1 et C_2 est $L_2 = 8$;

$$n_2 = 8 - 3 = 5.$$

La structure à l'infini sera par conséquent :

$$\Lambda(s) = \begin{bmatrix} S^{-3} & 0 \\ 0 & S^{-5} \end{bmatrix}$$

2.4.1. CAS DE SYSTEME A LIGNE ET/OU A COLONNE PROPRE :

Soit G_r le graphe correspondant à la matrice rationnelle propre $(p \times m) T(s, \lambda)$. Il aura m sommets d'entrée et p sommets de sortie.

Considérons tous les plus courts chemins E/S ayant pour extrémité terminale le sommet de sortie i ($i = 1, \dots, p$). Alors si parmi ces chemins il y en a p qui sont à sommets disjoints, la matrice $T(s, \lambda)$ est à ligne propre.

De même, si dans le graphe associé à la matrice rationnelle propre $T(s, \lambda)$ on considère tous les plus courts chemins E/S ayant pour extrémité initiale le sommet d'entrée j ($j = 1, \dots, m$). Alors si parmi ces chemins E/S il y en a m qui sont à sommets disjoints, la matrice $T(s, \lambda)$ est à colonne propre.

Ces deux propriétés seront la clé de la résolution du problème du rejet de perturbation.

Exemple 2-6 :

Etant donné le graphe de la figure ci-dessous :

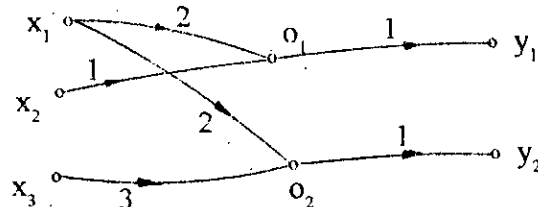


Fig 2-6.

Considérons tous les chemins ayant y_1 pour extrémité terminale :

$$C_1 : \{ (x_1, o_1), (o_1, y_1) \} \text{ et } C_2 : \{ (x_2, o_1), (o_1, y_1) \} .$$

Le plus court étant le chemin C_2 de longueur 2.

De même, pour le sommet y_2 , il est l'extrémité terminale de :

$$C_3 : \{ (x_1, o_2), (o_2, y_2) \} \text{ et } C_4 : \{ (x_3, o_2), (o_2, y_2) \} .$$

Le plus court étant le chemin C_3 de longueur 3.

Le nombre de ces chemins étant égal à 2 (égal au nombre de sommets de sortie) ces chemins sont disjoints, la matrice dont le graphe est celui de la figure 2-6 est à ligne propre et a pour structure à l'infini :

$$\Lambda(s) = \begin{bmatrix} S^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & S^{-3} & 0 \end{bmatrix}$$

Il est clair que la matrice dont le graphe est celui de la figure 2-6 n'est pas à colonne propre puisque elle n'est même pas à rang colonne plein.

2.5. CONCLUSION :

Pour conclure ce chapitre, nous rappelons ci-après quelques avantages de la représentation par graphes des systèmes structurés dans le cadre de l'approche transfert. Parmi ces avantages on peut citer C. Commault et Al (87) :

- La visualisation par le graphe de la structure interne du système et la mise en évidence de ses invariants fondamentaux, à savoir, l'ordre des zéros infinis et les gains à l'infini.
- Si on veut faire une comparaison entre les deux approches on voit que dans l'approche transfert, le graphe associé au système est moins complexe. Le nombre d'arcs et de sommets du graphe associé à $T(s, \lambda)$ est en général nettement inférieur, surtout lorsqu'il s'agit de systèmes complexes.
- La structure à l'infini s'explique plus facilement dans l'approche transfert et l'expression est simple.

CHAPITRE 3

LE REJET DE PERTURBATION POUR DES SYSTEMES STRUCTURES PAR RETOUR DE SORTIE MESUREE

3.1. INTRODUCTION :

Le problème du rejet de perturbation dans les systèmes linéaires a de tout temps fait parti des travaux de recherche effectués ces deux dernières décennies. Il a d'abord été associé à la théorie géométrique, Basile et Marro (69), Wonham (70) Schumacher (80), Commault (83),... puisqu'il s'agit d'un problème de commande résolu simplement à l'aide de cette théorie. Un peu plus tard, des résultats sont apparus dans l'approche transfert notamment Bhattacharrya (82), (84) et Pernebo (78).

Dans ce chapitre nous donnerons les conditions de solvabilité du problème du rejet de perturbation dans les systèmes structurés lorsque la mesure s'effectue seulement sur une partie des sorties du système. Nous utiliserons pour cela la factorisation à l'infini introduite par A. Belmehdi (87) pour des systèmes multivariables formés par interconnexions série, parallèle ou/et feedback de transferts monovariables.

Nous considérerons aussi quelques systèmes particuliers pour lesquels ces conditions s'expriment plus facilement, c'est le cas notamment de systèmes à lignes et/ou à colonne propre.

3.2. FORMULATION DU PROBLEME :

Considérons le système suivant :

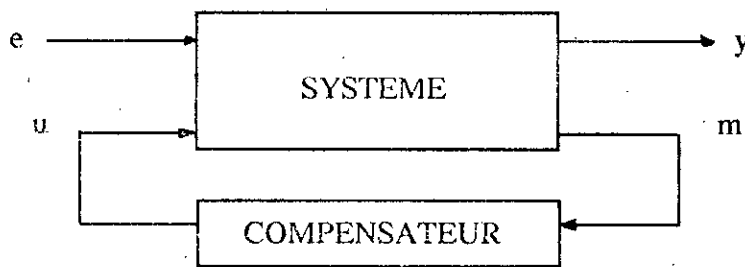


Fig-3-1 : Structure générale.

- où :
- $u \in \mathbb{R}^m$ représente l'entrée de commande.
 - $e \in \mathbb{R}^d$ représente la perturbation.
 - $y \in \mathbb{R}^p$ représente la sortie à régler.
 - $m \in \mathbb{R}^l$ représente la sortie mesurée.

La représentation par matrices de transfert du système est :

$$\begin{bmatrix} y(s) \\ m(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G(s) & H(s) \\ M(s) & N(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(s) \\ e(s) \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

$G(s)$, $H(s)$, et $N(s)$ étant des matrices de transfert propres de dimensions appropriées et $M(s)$ de dimension $(l \times m)$ est une matrice de transfert qui doit être strictement propre (pour des considérations techniques).

Le problème du rejet de perturbation consiste donc à trouver un compensateur propre $C(s)$ tel qu'en boucle fermée le transfert entre $y(s)$ et $e(s)$ soit nul. Ceci revient à résoudre l'équation matricielle ci-après dans le corps des fonctions rationnelles propres.

$$G(s) C(s) [1 - M(s)C(s)]^{-1} N(s) + H(s) = 0 \quad (3-2)$$

Si on pose :

$$X(s) = C(s) [1 - M(s)C(s)]^{-1} \quad (3-3)$$

Cela revient à résoudre l'équation :

$$G(s) X(s) N(s) = -H(s) \quad (3-4)$$

En utilisant la factorisation à l'infini d'une fonction de transfert pour un système structuré, la structure générale devient :

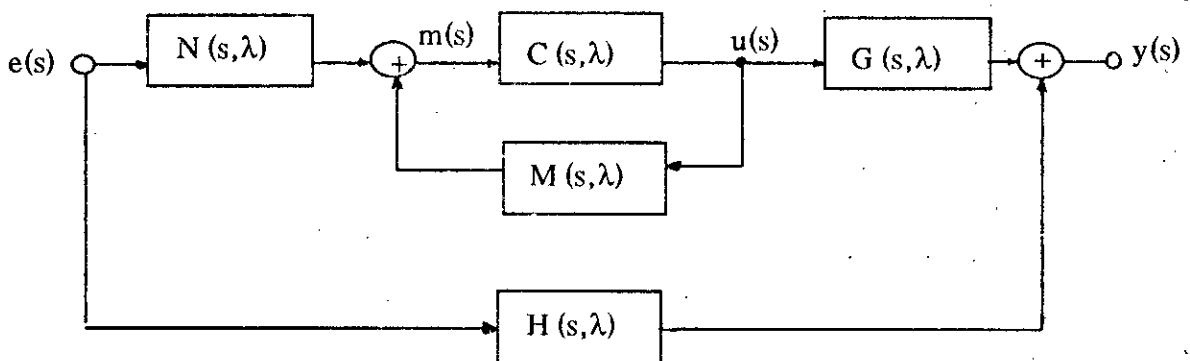


Fig 3-2 : Structure générale avec factorisation à l'infini des systèmes structurés.

Comme la structure à l'infini d'un système comprenant une contre-réaction se retrouve dans la chaîne directe, à condition que cette contre-réaction soit strictement propre (d'où notre imposition de strictement propre de $M(s,\lambda)$), le transfert $M(s,\lambda)$ n'influera pas sur les conditions de solvabilité du problème. Il faut seulement vérifier qu'il est strictement propre.

Le problème du rejet de perturbation revient à trouver un compensateur, propre de factorisation à l'infini, $C(s,\lambda)$ de sorte que la perturbation $e(s)$ agisse au moins aussi rapidement sur $y(s)$ à travers les chemins contenant le compensateur qu'à travers les chemins directs. Ceci est équivalent à trouver des conditions de solvabilité de l'équation :

$$G(s,\lambda) C(s,\lambda) N(s,\lambda) = -H(s,\lambda) \quad (3-5)$$

Nous exprimerons ces conditions à l'aide des graphes correspondant aux transferts $G(s,\lambda)$, $N(s,\lambda)$ et $H(s,\lambda)$. Mais avant, rappelons quelques résultats préalables de Verghese (78), Bhattacharrya (84) et de Commault et Al (91).

Proposition 3-1 : [41]

L'équation matricielle $G(s) X(s) = H(s)$, avec $G(s)$ à rang ligne plein a une solution propre si et seulement si :

$G(s)$ et $[G(s) \ H(s)]$ ont le même rang.

$G(s)$ et $[G(s) \ H(s)]$ ont la même somme des ordres des zéros infinis.

Proposition 3-2 : [10]

a/ La condition nécessaire pour l'existence de $X(s)$ rationnelle propre satisfaisant l'équation :

$$G(s) X(s) N(s) + H(s) = 0 \quad \text{est :}$$

i) $H_{ij}(s) \neq 0$ $N_j^c \neq 0$ et $G_j^r \neq 0$

ii) $n_{n_{ij}} \geq n_{g_i^r} + n_{n_j^c}$ pour $i \in [1, \dots, p]$ $j \in [1, \dots, d]$

b/ si rang $\begin{bmatrix} G_1^c \\ \vdots \\ G_p^c \end{bmatrix} = p$ et rang $[N_1^c, \dots, N_q^c] = d$, alors les conditions i) et ii) sont aussi suffisantes.

$n_{n_{ij}}$: étant l'ordre du zéro infini de l'élément $H_{ij}(s)$.

n_{g_i} : l'ordre du zéro infini de la $i^{\text{ème}}$ ligne de $G(s)$.

n_{n_j} : l'ordre du zéro infini de la $j^{\text{ème}}$ colonne de $N(s)$.

Ces deux propositions sont données dans le cas non-structuré, leur généralisation aux systèmes structurés sera donné plus loin.

3.3. REJET DE PERTURBATION PAR RETOUR D'ETAT :

Considérons le système structuré suivant, donné par ses équations d'état et de sortie.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) + E e(t) \\ y(t) &= C x(t) \end{aligned}$$

Le problème du rejet de perturbation consiste à trouver une commande $u(t) = Fx(t) + Ge(t)$, de sorte qu'en boucle fermée la perturbation $e(t)$ n'agisse pas sur la sortie $y(t)$. Ce problème a été résolu par Commault et Al (91), le résultat est donné par le théorème suivant lorsque la perturbation $e(t)$ est mesurable.

Théorème 3-1 :

Le problème du rejet de perturbation par retour d'état statique est solvable si et seulement si :

i) Le nombre maximal r_s de chemins E/S à sommets disjoints est le même dans $G(\Sigma_\Lambda)$ et $G(\Sigma_{p\Lambda})$.

ii) La somme minimale des longueurs de ces r_s chemins E/S à sommets disjoints est le même dans $G(\Sigma_\Lambda)$ et $G(\Sigma_{p\Lambda})$.

où : $G(\Sigma_{p\Lambda})$ est le graphe du système structuré comprenant les perturbations.

$G(\Sigma_{\Lambda})$ est le sous-graphe de $G(\Sigma_{p\Lambda})$ obtenu en supprimant les sommets e_i .

Exemple 3-1 :

Considérons les graphes suivants :

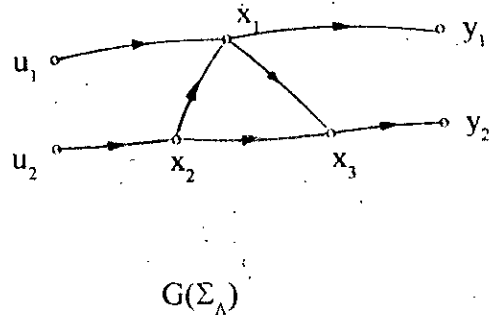
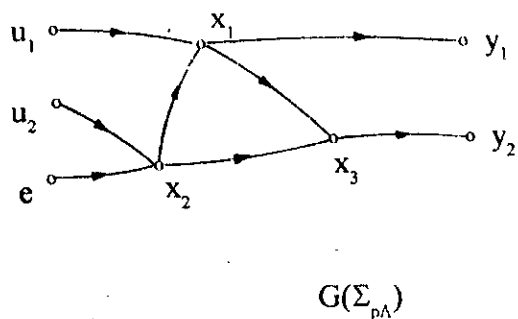


Fig 3-3

Dans les deux graphes, le nombre de chemins E/S à sommets disjoints est le même (égal à 2), de plus la somme minimale de deux chemins E/S à sommets disjoints est égale à 5 dans les deux graphes, donc lorsque la perturbation est mesurable le problème est solvable par un retour d'état statique.

Quand la perturbation $e(t)$ ne peut pas être mesurée, on ajoute un arc en amont de chaque sommet d'entrée dans le graphe $G(\Sigma_{p\Lambda})$, et le même théorème peut être utilisé. Commault et Al (91)

Pour l'exemple 3-1, si la perturbation n'est pas mesurable, dans $G(\Sigma_{\Lambda})$ la somme minimale de deux chemins E/S à sommets disjoints sera égal à 7 alors que lorsque on ajoute un arc en amont de u_1 et u_2 dans $G(\Sigma_{p\Lambda})$ la somme minimale de deux chemins E/S à sommets disjoints devient égale à 6 et le rejet de perturbation n'est pas possible.

3.4. REJET DE PERTURBATION PAR RETOUR DE SORTIE MESUREE :

3.4.1. CAS DE SYSTEME MONOVARIALE :

Dans ce cas la perturbation ne peut être connue que par une mesure directe ou à travers la sortie à régler; la commande sera du type $u(s) = C(s) y(s)$.

Théorème 3-2 :

Le problème du rejet de perturbation par retour de sortie, lorsque $G(s)$ est strictement propre, à l'aide d'un compensateur propre, est solvable si et seulement si :

i) La perturbation est mesurable.

ii) La longueur du plus court chemin E/S dans $G(\Sigma_{p\lambda})$ est supérieure ou égale à la longueur du plus court chemin E/S dans $G(\Sigma_\lambda)$.

Démonstration :

Dans ce cas particulier de système monovarié la structure de la figure 3-2 devient :

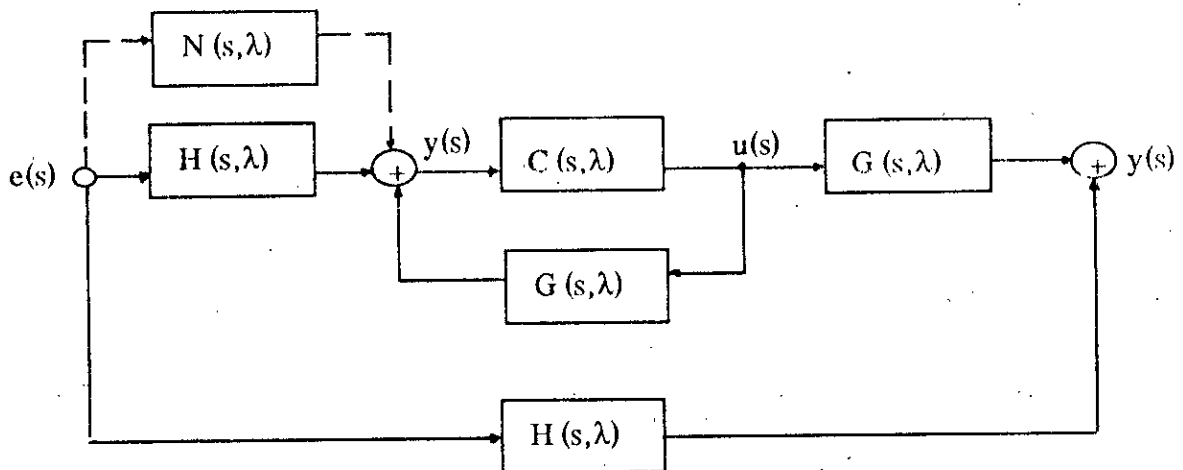


Fig 3-4 : Structure générale pour un système monovarié.

Le problème revient donc à trouver un compensateur, propre de factorisation à l'infini $C(s, \lambda)$, de sorte que, $e(s)$ agisse plus rapidement sur $y(s)$ à travers le compensateur qu'à travers $H(s, \lambda)$ directement. Or $H(s, \lambda)$ se retrouve dans les deux chemins, de plus $G(s, \lambda)$ étant strictement propre, et $C(s, \lambda)$ devant être au moins propre, la longueur du chemin à travers le compensateur est augmenté d'au moins 1. Le rejet de perturbation par retour de sortie n'est donc pas possible.

Pour remédier à cela, il faut effectuer une mesure directe sur $e(s)$ (elle est représentée en pointillés sur la figure 3-4), $N(s, \lambda) = I_d$.

A l'infini on obtient :

$$Y(s) = [H(s,\lambda) + G(s,\lambda) C(s,\lambda) N(s,\lambda)] e(s)$$

et pour annuler l'effet de la perturbation par un compensateur propre, il faut résoudre l'équation entre crochets dans le corps des fonctions rationnelles propres. On retrouve ainsi les conditions de la proposition 3-2 c'est à dire :

$$n_h \geq n_g + n_n$$

comme $n_n = 0$ ($N(s,\lambda) = I_d$)

$$n_h \geq n_g$$

Remarque : Lorsque $G(s)$ n'est pas strictement propre, la condition devient juste suffisante; la mesure directe de la perturbation n'étant plus nécessaire.

Exemple 3-2 :

Considérons le système monovariante de la figure 3-5 suivante :

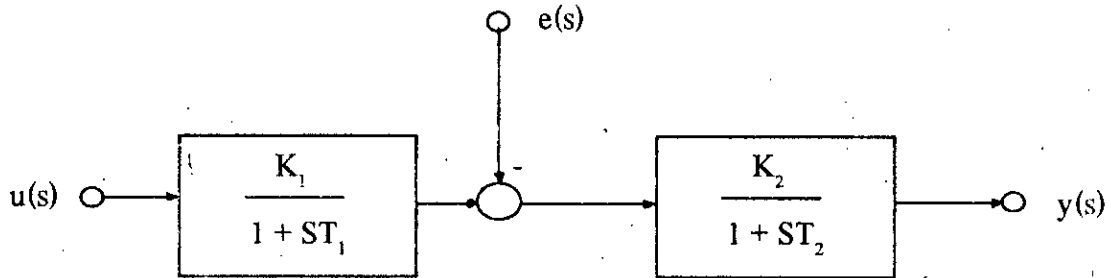
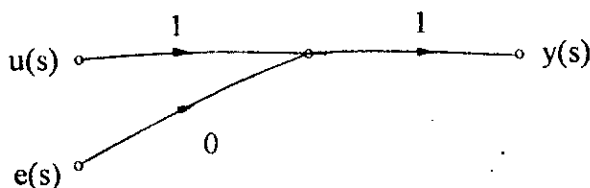


Fig 3-5 : Système monovariante.

C'est le modèle d'une machine à courant-continu. Le graphe associé est :



La longueur du chemin reliant $e(s)$ à $y(s)$ étant plus court que celui reliant $u(s)$ à $y(s)$, le rejet de perturbation par retour de sortie n'est pas possible même si on effectue une mesure directe de perturbation.

3.4.2. CAS OU $N(s, \lambda)$ ET/OU $G(s, \lambda)$ SONT DECOUPABLES :

1^{er} cas : $N(s, \lambda)$ et $G(s, \lambda)$ sont découplables :

Lorsque le système structuré est caractérisé par $N(s, \lambda)$ à colonne propre et $G(s, \lambda)$ à ligne propre, le théorème suivant donne les conditions nécessaires et suffisantes pour la solvabilité du problème du rejet de perturbation par retour de sortie mesurée.

Théorème 3-3 :

Soit Σ_{pA} le système structuré décrit par l'équation (3-1) et $G(\Sigma_{pA})$ le graphe associé. Lorsque $G(s, \lambda)$ est à ligne propre et $N(s, \lambda)$ est à colonne propre, le rejet de perturbation par retour de sortie mesurée est solvable si et seulement si :

- i) Lorsqu'il existe un chemin entre le sommet de perturbation e_j et le sommet de sortie à régler y_i , il faut qu'il ait au moins un chemin entre le même sommet e_j et tous les sommets de sorties mesurées et un chemin entre au moins un sommet d'entrée de commande et le sommet de sortie y_i .
- ii) La longueur du plus court chemin entre la perturbation $e_j, j \in [1, \dots, d]$, et la sortie $y_i, i \in [1, \dots, p]$, est supérieure ou égale à la somme des longueurs du plus court chemin reliant le sommet e_j aux sommets de sorties mesurées et le plus court chemin reliant les sommets d'entrées au sommet y_i .

Démonstration :

Résoudre le problème du rejet de perturbation par retour de sortie mesurée revient à chercher $C(s)$ rationnelle propre telle que :

$$G(s) X(s) N(s) + H(s) = 0$$

avec :
$$X(s) = C(s) [1 - M(s) C(s)]^{-1}$$

Or, la proposition 3-2 donne les conditions nécessaires et suffisantes de l'existence de $X(s)$ propre, lorsque $G(s)$ est à ligne propre et $N(s)$ est à colonne propre, et le théorème 3-3, n'est

qu'une interprétation graphique des conditions de la proposition 3-2. Ce que nous proposons de démontrer ici, c'est que les conditions de la proposition 3-2 restent valables pour les systèmes structurés.

En effet, lorsque la matrice $\begin{bmatrix} G(s,\lambda) & H(s,\lambda) \\ M(s,\lambda) & N(s,\lambda) \end{bmatrix}$ est structurée, on a vu que le problème revient à résoudre l'équation :

$$G(s,\lambda) C(s,\lambda) N(s,\lambda) + H(s,\lambda) = 0$$

Comme les conditions de la proposition 3-2 ne sont pas fonctions des valeurs des paramètres de $G(s)$, $H(s)$ et $N(s)$, et que le théorème 2-2 caractérise bien les zéros infinis par les graphes, leur combinaison conduit au théorème 3-3.

Exemple 3-3 :

Considérons le graphe suivant :

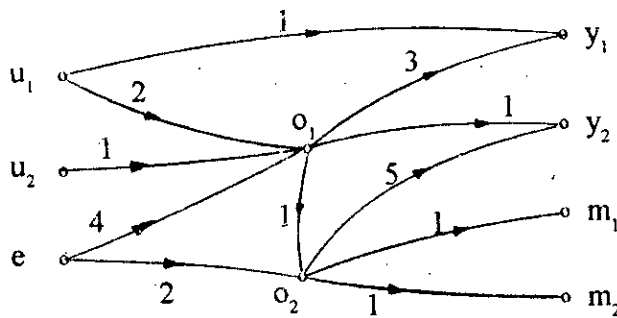


Fig 3-6

On vérifie facilement que $G(s,\lambda)$ est à ligne propre et $N(s,\lambda)$ est à colonne propre. La longueur du plus court chemin reliant e à y_1 est égale 7. Le plus court chemin reliant e à $m_{1,2}$ est de longueur 3 et le plus court chemin reliant u_1 à y_1 est de longueur 1, leur somme est égale à $4 < 7$.

La longueur du plus court chemin reliant e à y_2 est égale à 5 la somme des longueurs des plus courts chemins reliant respectivement e à $m_{1,2}$ et $u_{1,2}$ à y_2 est égale à $3 + 2 = 5$.

Le rejet de perturbation par retour de sorties mesurées à l'aide d'un compensateur propre est donc possible.

2^{ème} cas : $N(s, \lambda)$ ou $G(s, \lambda)$ est découpable :

Lorsque seule $N(s, \lambda)$ est à colonne propre et $G(s, \lambda)$ quelconque, le problème du rejet de perturbation par retour de sortie mesurée a été résolu par Commault et Al (84) dans le cas non structuré, le lemme suivant donne les conditions nécessaires et suffisantes.

Lemme 3-1 :

Considérons le système décrit par l'équation 3-1, si $N(s)$ est à colonne propre, le problème du rejet de perturbation par retour de sortie mesurée est solvable si et seulement si :

$$[G(s) \quad S^{n_1}H_1(s), \dots, S^{n_d}H_d(s)] \text{ et } [G(s) \quad 0]$$

ont la même structure à l'infini.

Dans le cas de systèmes structurés les conditions de ce lemme restent valables puisqu'elles ne sont pas fonctions des valeurs réelles des paramètres du système. L'interprétation graphique de ce lemme est donnée par le théorème suivant :

Théorème 3-4 :

Considérons le graphe associé au système structuré décrit par l'équation 3-1; Lorsque $N(s, \lambda)$ est à colonne propre, le problème du rejet de perturbation par retour de sortie mesurée est solvable si et seulement si :

i) Le rang structurel r_s est le même dans $G(\Sigma_\lambda)$ et $G_f(\Sigma_{p\lambda})$.

ii) La somme minimale des longueurs de ces r_s chemins E/S à sommets disjoints est le même dans $G(\Sigma_\lambda)$ et $G_f(\Sigma_{p\lambda})$.

$G(\Sigma_\lambda)$ étant le graphe du système non-perturbé, correspondant au graphe associé à $G(s, \lambda)$.

$G_f(\Sigma_{p\lambda})$ étant le graphe du système perturbé transformé de sorte à faire apparaître la structure à l'infini de $N(s, \lambda)$ par colonne.

Démonstration :

Le problème du rejet de perturbation par retour de sortie mesurée revient à résoudre l'équation :

$$G(s) X(s) N(s) = -H(s)$$

Mais, lorsque $N(s)$ est à colonne propre, d'après la proposition 1-1, sa structure à l'infini correspond à la structure à l'infini par colonne.

On peut écrire $N(s)$ sous la forme :

$$N(s) = B(s) \begin{bmatrix} \Delta(s) \\ 0 \end{bmatrix} = B(s) \Lambda(s).$$

$B(s)$ étant une bicausale et $\Delta(s) = \text{diag}(S^{-n_1^c}, \dots, S^{-n_d^c})$.

L'équation 3-4 devient ainsi :

$$G(s) X(s) B(s) \cdot \text{diag}(S^{-n_1^c}, \dots, S^{-n_d^c}) = -H(s)$$

Ceci est équivalent à trouver une solution propre $[X_1(s) \ X_2(s)]$ à

$$G(s) \cdot [X_1(s) \ X_2(s)] \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = -H(s) \cdot \text{diag}(S^{n_1^c}, \dots, S^{n_d^c})$$

qui est aussi équivalent à trouver une solution propre $X_1(s)$ à l'équation

$$G(s) X_1(s) = -H(s) \cdot \text{diag}(S^{n_1^c}, \dots, S^{n_d^c}) = -[S^{n_1^c} \cdot H_1(s), \dots, S^{n_d^c} \cdot H_d(s)]$$

et le résultat s'en suit directement à partir de la proposition 3-1.

Dans la représentation graphique, l'écriture $(S^{n_1^c} \cdot H_1(s, \lambda), \dots, S^{n_d^c} \cdot H_d(s, \lambda))$ correspond à l'ajout d'un arc de longueur $-n_1^c$ en amont du sommet d'entrée de perturbation 1 correspondant à la colonne $H_1(s, \lambda)$ et d'un arc de longueur $-n_d^c$ en amont de l'entrée d correspondant à la colonne $H_d(s, \lambda)$. On fait apparaître ainsi la structure à l'infini par colonne de $N(s, \lambda)$. Le graphe obtenu correspond à $G_f(\Sigma_{p\lambda})$ du théorème.

Exemple 3-4 :

Soit le graphe d'un système structuré illustré par la figure suivante.

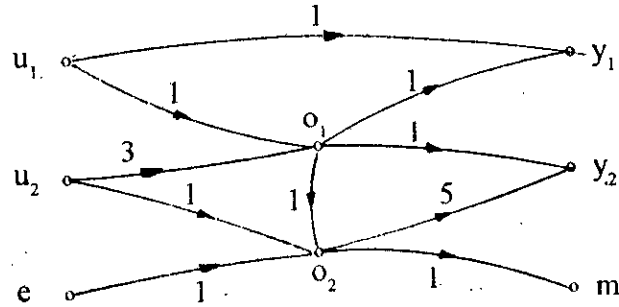
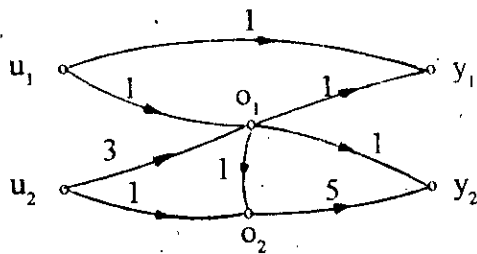


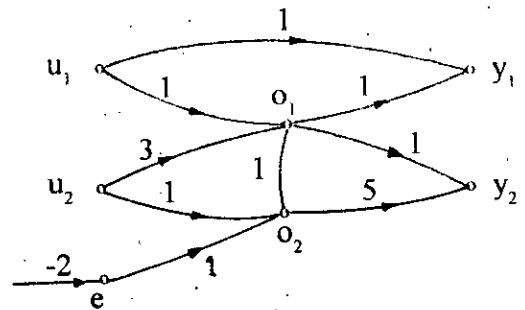
Fig 3-7

$N(s,\lambda)$ est à colonne propre (transfert monovarié) mais $G(s,\lambda)$ n'est pas à ligne propre

D'après le théorème 3-4 on obtient les graphes suivants :



$G(\Sigma_A)$



$G_f(\Sigma_{pA})$

Le rang structurel est égal à deux dans les graphes $G(\Sigma_A)$ et $G_f(\Sigma_{pA})$.

Dans $G(\Sigma_A)$ la somme minimale des longueurs de deux chemins E/S à sommets disjoints est égale à 5 correspondant à la somme des longueurs des chemins E/S

$$(u_1, y_1) \quad \text{et} \quad \{(u_2, o_1), (o_1, y_2)\}$$

Dans $G_1(\Sigma_{p\lambda})$ la somme minimale des longueurs de deux chemins E/S à sommets disjoints est aussi égale à 5. Les chemins donnant cette somme sont :

$$\begin{aligned} & (u_1, y_1) \quad \text{et} \quad \{(u_2, o_1), (o_1, y_2)\} \\ & \quad \quad \quad \text{ou} \quad \{(e, o_2), (o_2, y_2)\} \end{aligned}$$

Il existe donc un compensateur propre qui permet le rejet de perturbation par retour de sortie mesurée.

3.4.2. CAS GENERAL :

Lorsque le système structuré est quelconque, c'est à dire, ni $G(s, \lambda)$ n'est à ligne propre ni $N(s, \lambda)$ n'est à colonne propre, on présente dans ce paragraphe deux approches pour résoudre ce problème du rejet de perturbation par retour de sortie mesurée.

1^{re} approche :

On décompose le compensateur en trois sous-systèmes structurés mis en série sans changer la structure à l'infini du compensateur. On obtient ainsi pour la structure générale, la structure de la figure 3-8 ci-dessous.

On peut alors choisir $C_1(s, \lambda)$ de sorte que $\tilde{N}(s, \lambda) = C_1(s, \lambda) \cdot N(s, \lambda)$ soit à colonne propre et $C_2(s, \lambda)$ de sorte que $\tilde{G}(s, \lambda) = G(s, \lambda) \cdot C_2(s, \lambda)$ soit à ligne propre.

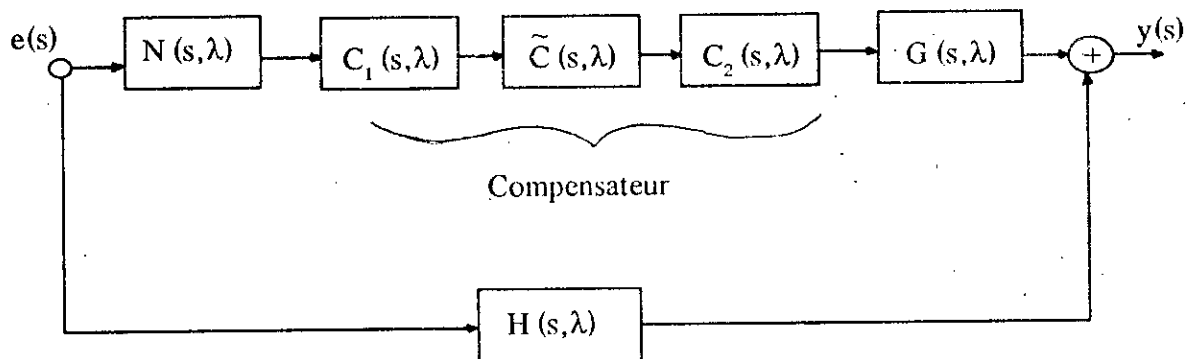


Fig 3-8 décomposition du compensateur.

Théorème 3-5 :

Soit $\Sigma_{p\lambda}$, un système structuré, représenté par son graphe associé $G(\Sigma_{p\lambda})$. Le problème du rejet de perturbation par retour de sortie mesurée à l'aide d'un compensateur propre est solvable si et seulement si :

i) Lorsqu'il existe un chemin entre le sommet de perturbation e_j et le sommet de sortie à régler y_i , il faut qu'il ait au moins un chemin entre e_j et tous les sommets de sortie mesurés et un chemin entre au moins un sommet d'entrée de commande et le sommet de sortie y_i .

ii) La longueur du plus court chemin entre la perturbation $e_j, j \in [1, \dots, d]$, et la sortie $y_i, i \in [1, \dots, p]$, est supérieure ou égale à la somme des longueurs du plus court chemin reliant les sommets d'entrée au sommet y_i dans le graphe $\tilde{G}(\Sigma_{p\lambda})$.

$\tilde{G}(\Sigma_{p\lambda})$ étant le graphe obtenu à partir de $G(\Sigma_{p\lambda})$ en ajoutant des arcs, en aval des sommets de sorties mesurées pour rendre $N(s, \lambda)$ à colonne propre et en amont des sommets de commande pour rendre $G(s, \lambda)$ à ligne propre.

Démonstration :

Selon la démonstration effectuée, la structure à l'infini du compensateur s'écrit :

$$G(s, \lambda) = C_2(s, \lambda) \tilde{C}(s, \lambda) C_1(s, \lambda) \quad (3-6)$$

et l'équation 3-5 devient :

$$G(s, \lambda) C_2(s, \lambda) \tilde{C}(s, \lambda) C_1(s, \lambda) N(s, \lambda) + H(s, \lambda) = 0 \quad (3-7)$$

avec $G(s, \lambda) C_2(s, \lambda)$ à ligne propre et $C_1(s, \lambda) N(s, \lambda)$ à colonne propre.

Le problème revient donc à trouver $\tilde{C}(s, \lambda)$ propre qui résoud le problème du rejet de perturbation. Lorsque $\tilde{C}(s, \lambda)$ existe, $C_1(s, \lambda)$ et $C_2(s, \lambda)$ étant imposés propres, $C(s, \lambda)$ est aussi propre.

Le théorème 3-3 donne les conditions nécessaires et suffisantes de l'existence de $\tilde{C}(s, \lambda)$ propre.

Remarque 1 :

Il est clair qu'il existe une infinité de décomposition (3-6) pour rendre $G(s,\lambda)$ à ligne propre et $N(s,\lambda)$ à colonne propre, mais pour des raisons pratiques il faut chercher la décomposition minimale (voir A.Belmehdi (92)).

Exemple 3-5 :

Soit le système structuré représenté par le graphe suivant :

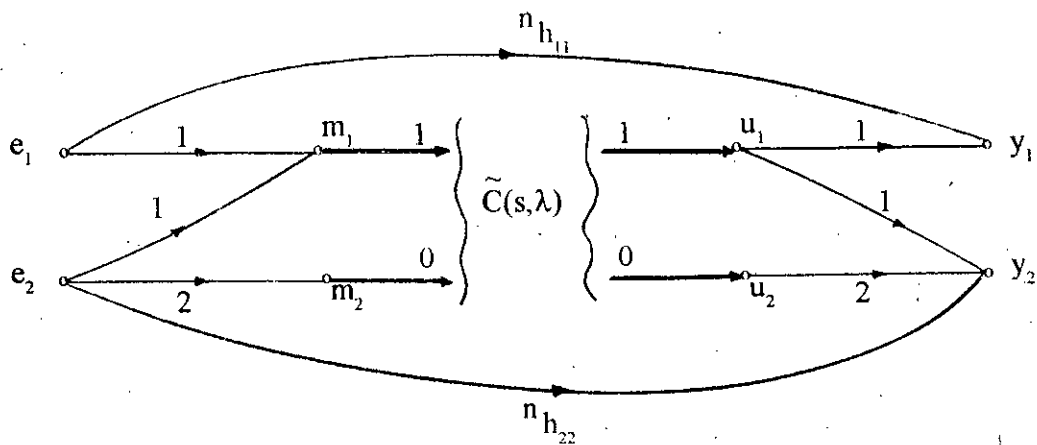


Fig 3-9

Ni $G(s,\lambda)$ n'est à ligne propre ni $N(s,\lambda)$ n'est à colonne propre.

Pour rendre $N(s,\lambda)$ à colonne propre on ajoute un arc de longueur 1 en aval de m_1 et un arc de longueur nulle en aval de m_2 , et pour rendre $G(s,\lambda)$ à ligne propre on ajoute un arc de longueur 1 en amont de u_1 et un arc de longueur nulle en amont de u_2 .

Puisqu'il y a un chemin entre e_1 et y_1 de longueur $n_{h_{11}}$ il faut joindre les sommets $m_{1,2}$ et $u_{1,2}$ de sorte que le chemin à travers cette liaison ait une longueur inférieure ou égale à $n_{h_{11}}$.

$$n_{h_{11}} \geq 1 + 1 + 1 + 1 + n_{c_{11}}$$

De même pour e_2 et y_2 , il faut lier m_2 et u_2 par un chemin de longueur $n_{c_{22}}$ tel que :

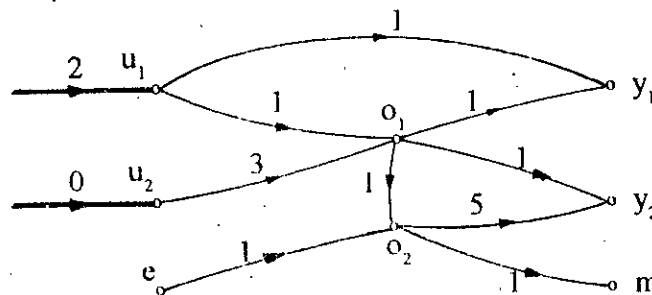
$$n_{h_{22}} \geq 2 + 0 + 0 + 2 + n_{c_{22}}$$

Remarque 2 :

Lorsque $G(s,\lambda)$ est à ligne propre et $N(s,\lambda)$ quelconque, on fait la même décomposition du compensateur mais seulement pour rendre $N(s,\lambda)$ colonne propre; de même lorsque c'est $G(s,\lambda)$ qui est quelconque et $N(s,\lambda)$ à colonne propre, on décompose le compensateur pour rendre $G(s,\lambda)$ à ligne propre. Dans les deux cas le théorème 3-5 peut être utilisé.

Pour comparer les résultats de cette approche à ceux du théorème 3-4, reprenons l'exemple de la figure 3-7.

Pour rendre $G(s,\lambda)$ à ligne propre on ajoute un arc de longueur 2 en amont de u_1 et un arc de longueur nulle en amont de u_2 . On obtient le graphe ci-dessous :



Puisque e n'agit que sur y_2 , on ne considérera que le chemin les reliant. Il est de longueur 6.

La somme des longueurs des plus courts chemins E/S reliant e à m puis $u_{1,2}$ à y_2 est égale à 6 correspondant aux chemins :

$$\{(e, o_2), (o_2, m)\} \quad \text{et} \quad \{(u_2, o_1), (o_1, y_2)\}$$

$$\text{ou} \quad \{(u_1, o_1), (o_1, y_2)\}$$

Donc le rejet de perturbation par retour de sortie mesurée à l'aide d'un compensateur propre est possible.

2^{ème} approche :

On a vu que le problème du rejet de perturbation par retour de sortie mesurée se ramenait à la résolution de l'équation 3-5. Pour linéariser et résoudre ce type d'équation, on peut utiliser le produit de Kronecker (voir annexe I).

L'équation (3-5) devient :

$$N'(s,\lambda) \otimes G(s,\lambda) c(s,\lambda) = -h(s,\lambda) \quad (3-8)$$

avec : $c(s,\lambda) = \text{col}(C_1^c, C_2^c, \dots, C_r^c)$

$$h(s,\lambda) = \text{col}(H_1^c, H_2^c, \dots, H_d^c)$$

Pour des systèmes non-structurés Commault et Al (84) utilisent le théorème suivant :

Théorème 3-6 :

Pour un système décrit par l'équation (3-1) le problème du rejet de perturbation par retour de sortie mesurée est solvable si et seulement si :

$$[N'(s) \otimes G(s) \quad h(s)] \quad \text{et} \quad [N'(s) \otimes G(s) \quad 0]$$
 ont la même structure à l'infini.

La généralisation de ce théorème aux systèmes structurés étant bien sûre impossible puisque même si la matrice

$$\begin{bmatrix} G(s,\lambda) & H(s,\lambda) \\ M(s,\lambda) & N(s,\lambda) \end{bmatrix}$$
 est structurée

il n'est pas de même pour la matrice $N'(s,\lambda) \otimes G(s,\lambda)$.

Par contre lorsque $G(s,\lambda)$ et $N(s,\lambda)$ sont carrées et à rang plein, on peut trouver la condition nécessaire de solvabilité du problème.

En effet si $G(s,\lambda)$ est de dimension $(n \times n)$ et $N(s,\lambda)$ de dimension $(m \times m)$ alors $N'(s,\lambda) \otimes (G(s,\lambda))$ est de dimension $(n.m \times n.m)$ de rang $n.m$.

Théorème 3-7 :

La condition nécessaire de solvabilité du problème du rejet de perturbation par retour de sortie mesurée, quand $G(s,\lambda)$ et $N(s,\lambda)$ sont carrées et à rang plein, est :

Le nombre maximal de chemin E/S à sommets disjoints est la même dans $G_k(\Sigma_{p\lambda})$ et $G_k(\Sigma_\lambda)$.

$G_k(\Sigma_{p\lambda})$ étant le graphe de $[N'(s,\lambda) \otimes G(s,\lambda) \quad h(s,\lambda)]$

Lorsqu'il y a conservation du rang, ce théorème est la condition nécessaire de la proposition 3-1, qui reste valable dans le cas des systèmes structurés puisqu'elle n'est pas fonction des paramètres du système.

Pour illustrer cette approche, reprenons l'exemple 3-5.

Le graphe de $[N'(s,\lambda) \otimes G(s,\lambda) \quad h(s,\lambda)]$ est donné par la figure ci-dessous :

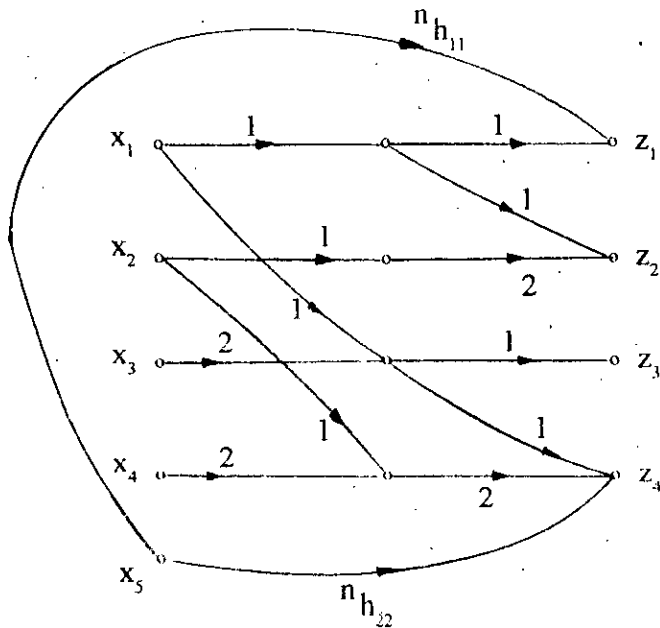


Fig-3-10.

Le rang structurel est le même dans $[N'(s,\lambda) \otimes G(s,\lambda) \quad h(s,\lambda)]$ et $[N'(s,\lambda) \otimes G(s,\lambda) \quad 0]$.

Si on veut chercher le compensateur propre comme pour la première approche.

Pour e_1, y_1 traduit ici par X_5, Z_1 , on doit avoir :

$$n_{h_{11}} + 2 + 3 + 3 \geq n_{c_{11}} + 2 + 3 + 3 + 4$$

donc :

$$n_{h_{11}} \geq n_{c_{11}} + 4$$

Et pour e_2, y_2 traduit ici par X_5, Z_4 , on obtient :

$$n_{h_{22}} + 2 + 3 + 3 \geq n_{c_{22}} + 12$$

donc :

$$n_{h_{22}} \geq n_{c_{22}} + 4$$

Lorsque $N(s,\lambda)$ et $G(s,\lambda)$ ne sont pas carrées, même si elles sont à rang plein, il n'est pas de même pour $N'(s,\lambda) \otimes G(s,\lambda)$.

Contre-exemple :

$$\text{soient : } G(\lambda) = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad N(\lambda) = \begin{bmatrix} \lambda_3 \\ \lambda_4 \end{bmatrix}$$

On voit bien que $[(G(\lambda) \quad N(\lambda))]$ est structurée mais $N'(\lambda) \otimes G(\lambda) = \begin{bmatrix} \lambda_1 \lambda_3 & \lambda_4 \lambda_1 \\ \lambda_2 \lambda_3 & \lambda_2 \lambda_4 \end{bmatrix}$

ne l'est pas, puisque $\det (N'(\lambda) \otimes G(\lambda)) = 0$.

3.5.CONCLUSION :

En guise de conclusion de ce chapitre, relevons quelques points importants :

- . Les résultats déjà existants pour les systèmes non-structurés peuvent être généralisés aux systèmes structurés notamment pour les "systèmes découplables".

- . La nécessité d'effectuer une mesure directe de la perturbation lorsqu'on veut faire le rejet de perturbation par un retour de sortie à l'aide d'un compensateur propre, ce qui n'est pas le cas par un retour d'état statique.

- . L'utilisation de l'approche transfert donne des conditions nécessaires et suffisantes beaucoup plus pratiques, puisque dans le théorème 3-5 ces conditions indiquent non seulement la solvabilité ou non du problème, mais aussi la structure du compensateur à utiliser.

- . Les conditions des théorèmes ne sont fonction que des invariants du système, ce qui les rend très pratiques. Notons néanmoins, que seul les zéros infinis sont utilisés, les gains à l'infini eux ne servent qu'à vérifier le caractère structurel du système.

- . L'utilité de la théorie des graphes pour l'étude des systèmes structurés surtout dans le cadre de l'approche transfert où ceux-ci sont moins complexes.

CHAPITRE 4

APPLICATION

A UNE CENTRALE NUCLEAIRE

INTRODUCTION:

Dans ce chapitre nous présentons une application du rejet structuré des perturbations sur un système réel complexe qui est une centrale nucléaire dont le modèle d'état a été tiré de la thèse de S. MENSAH [46]. Ce modèle simplifié obtenu par l'auteur possède 24 états , 7 entrées et 8 sorties. Les différentes matrices du modèle ainsi que son graphe associé sont donnés en annexe.

Nous avons choisi cet exemple complexe pour:

- d'abord, montrer l'avantage de la représentation par l'approche par matrices de transfert d'un système structuré interconnecté par rapport à celle d'état. En effet le modèle graphique dans cette représentation est plus simple que celui de la représentation d'état puisque en représentation transfert on ne tient compte que des relations E/S du système.
- Appliquer ensuite les résultats du rejet des perturbations sur ce modèle transfert.

Comme nous nous intéressons à la représentation par matrices de transfert des systèmes structurés, il nous faut un modèle qui soit structuré (indépendance des gains à l'infini des transferts). Malheureusement, ce caractère de "structuré" ne peut être obtenu directement à partir du modèle d'état même si celui-ci est structuré. Nous allons donc faire une modélisation purement structurelle et graphique, où l'on ne s'intéressera qu'aux relations E/S de chaque sous-système qui compose la centrale; un sous-système pouvant lui même être représenté par d'autres sous-systèmes.

Puisque la centrale est constituée de plusieurs sous-systèmes interconnectés (réacteur, générateur de vapeur, pressuriseur,...), une décomposition du modèle sera faite en se basant sur cette constitution physique. Nous devons donc obtenir pour chacun de ces sous-systèmes un modèle graphique qui ne retiendra que les comportements E/S.

Disposant également du graphe d'état (annexe) qui décrit la structure interne de la centrale, nous allons l'exploiter pour déterminer les longueurs des arcs qui constituent le graphe en représentation transfert. Ces longueurs ne sont autres que les ordres des zéros infinis des différents transferts du système. Puisqu'elles ne dépendent pas des valeurs des paramètres du modèle, elles ne perturbent en rien le caractère de structuré. Un chemin E/S dans le graphe de la représentation d'état ou de transfert aura la même longueur: dans le premier cas on compte le nombre d'arcs, dans le second, l'ordre du zéro infini du transfert correspondant.

Ce chapitre est organisé en deux parties:

Dans la première partie et avant de présenter le principe de fonctionnement du circuit thermique de la centrale ainsi que les différents sous-systèmes qui la composent, nous donnerons une méthodologie à suivre pour obtenir le graphe de la représentation transfert à partir de celui de la représentation d'état. Celle-ci sera illustrée sur deux exemples simples. Nous utiliserons ensuite, dans le détail cette méthode, sur les modèles du pressuriseur et du réacteur. Les modèles graphiques des autres sous-systèmes seront donnés dans le dernier paragraphe.

Dans la deuxième partie nous appliquerons les résultats du rejet trouvés dans le chapitre précédent sur ce modèle graphique.

4-1: METHODOLOGIE DE CONSTRUCTION DU GRAPHE TRANSFERT:

La construction du graphe en représentation transfert à partir de celui d'état revient à trouver les différentes longueurs des arcs de ce graphe transfert.

Pour expliquer comment on retrouve les longueurs en transfert, à partir du modèle d'état du système, nous allons considérer deux exemples illustrant chacun des cas monovariante et multivariante.

4-1-1: Cas monovariablen

Soit le graphe d'état de la figure 4-1-1 représentant un système à trois états X_1 , X_2 et X_3 et correspondant au système structuré

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} U$$

$$Y = [0 \ 1 \ 0] X$$

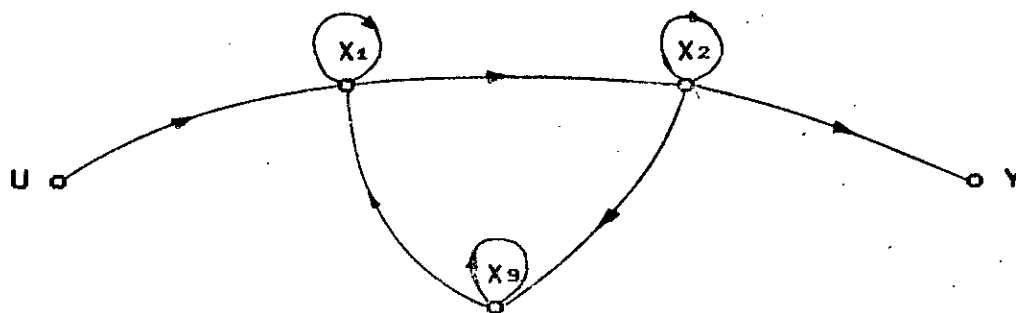


figure 4-1-1: graphe d'état du système monovariablen.

Supposons que X_2 et X_3 sont des sommets d'interconnexion du système, c'est à dire des sommets avec lesquels le système est en relation avec d'autres systèmes eventuels. Son graphe en représentation transfert aura donc un sommet d'entrée U, un sommet de sortie Y et deux sommets d'interconnexion X_2 et X_3 . Le problème consistera à trouver l'ordre des zéros infinis des transferts qui relie ces différents sommets à partir du graphe de la représentation d'état.

On reliera deux sommets par un arc, s'il y a un chemin qui les relie dans le graphe de la représentation d'état.

- U sera relié à X_2 car dans le graphe d'état ils sont reliés par le chemin (U, X_1, X_2) ; U sera aussi relié au sommet X_3 car il y a le chemin (U, X_1, X_2, X_3) qui les relie dans le graphe d'état.

- X_2 sera relié à la sortie Y, puisque il coincide avec la

sortie. Il sera aussi relié au sommet d'interconnexion X_9 puisqu'ils sont reliés par l'arc (X_2, X_9) dans le graphe d'état.

- X_9 sera relié à X_2 car dans le graphe d'état il y a le chemin (X_9, X_1, X_2) qui les relie. Il ne sera pas nécessaire de relier X_9 à Y par un arc puisque Y c'est X_2 .

On obtient ainsi l'"ossature" du graphe à laquelle il faut ajouter les pondérations (longueurs des arcs). Rappelons ici qu'un arc représente un transfert monovariable de longueur l'ordre de son zéro infini.

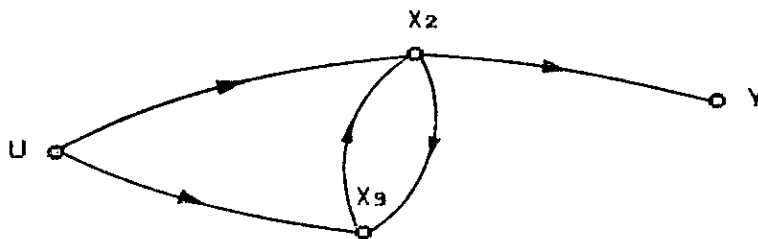


figure 4-1-2: ossature du graphe en représentation transfert

Pour calculer la longueur de chaque arc il suffit donc de calculer l'ordre du zéro infini du transfert correspondant. On utilisera pour cela le graphe de la représentation d'état, puisque cet ordre du zéro infini ne dépend pas de la représentation.

Les règles simples suivantes nous permettront de calculer les longueurs de ces chemins, sans pour autant en faire des règles générales:

Regle-1: Lorsque l'extrémité initiale de l'arc est un sommet d'entrée ou d'état (considéré comme sommet d'interconnexion), et l'extrémité terminale un sommet de sortie, la longueur de l'arc est égale à la longueur du plus court chemin les reliant dans le graphe d'état moins un.

De cette règle on déduit une deuxième règle :

Règle-2 Lorsque l'extrémité initiale de l'arc est un sommet d'entrée, ou sommet d'état, et l'extrémité terminale un sommet d'état, la longueur de l'arc est égale à la longueur du plus court chemin les reliant dans le graphe d'états.

Pour l'exemple considéré, nous avons :

- U étant relié à X₂ par le chemin (U, X₁, X₂) composé de deux arcs, l'arc (U, X₂), dans le graphe transfert, sera aussi de même longueur (soit 2). La longueur du chemin reliant U à X₃ (U, X₁, X₂, X₃) dans le graphe d'état étant égale à 3, celle de l'arc les reliant dans le graphe transfert aura aussi la longueur 3 (règle 2).

- X₂ sera relié à X₃ par un arc de longueur 1 et X₃ sera relié à X₂ par un arc de longueur 2 égale à celle du chemin les reliant dans le graphe d'état (X₃, X₁, X₂) (règle 2). X₂ sera relié à Y par un arc de longueur nulle, puisque X₂ est la sortie Y (règle 2).

On obtient finalement, pour la représentation transfert, le graphe de la figure 4-1-3 :

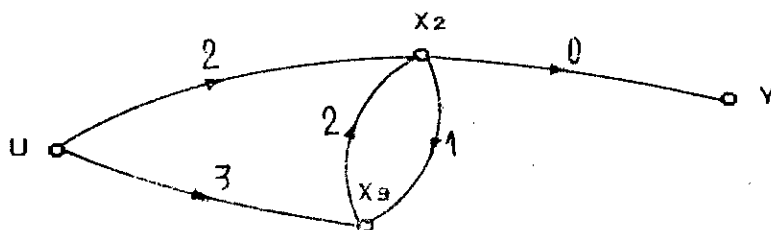


figure 4-1-3: graphe en représentation transfert

Remarque: Si l'arc (X₃, X₁) n'existait pas dans le graphe d'état, il ne serait plus nécessaire de considérer X₃ comme sommet d'interconnexion puisqu'il n'y a aucun chemin le reliant à la

sortie. Il n'aura donc aucun rôle dans la représentation transfert.

4-1-2: Cas multivariable:

Après avoir donné une méthode de calcul des ordres des zéros infinis, des transfert reliant les différents sommets à partir du graphe correspondant à la représentation d'état dans le cas monovariable, montrons maintenant comment on procédera lorsque le système est multivariable interconnecté. Considérons pour cela l'exemple simple suivant:

Le système global sera composé de deux sous-systèmes interconnectés: Σ_1 qui possède une entrée U_1 , une sortie Y_1 ainsi que trois états X_1 , X_2 , et X_3 (le système considéré dans l'exemple monovariable) et Σ_2 qui possède une entrée U_2 , une sortie Y_2 et deux états X_4 et X_5 .

Le sous-système 1 agit sur le sous-système 2 par l'intermédiaire de l'état interne X_3 qui agit sur l'état X_4 de Σ_2 et le sous-système 2 agit sur le sous-système 1 par l'intermédiaire de X_4 qui agit sur l'état interne X_2 de Σ_1 .

Ces interactions sont schématisées sur le graphe de la figure 4-1-4 par des traits gras.

Le modèle du système global est donné par les équations d'état et de sorties suivantes:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & | & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & | & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & | & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & | & 1 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} U$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & | & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 & 1 \end{bmatrix} X$$

dont le graphe est représenté par la figure suivante:

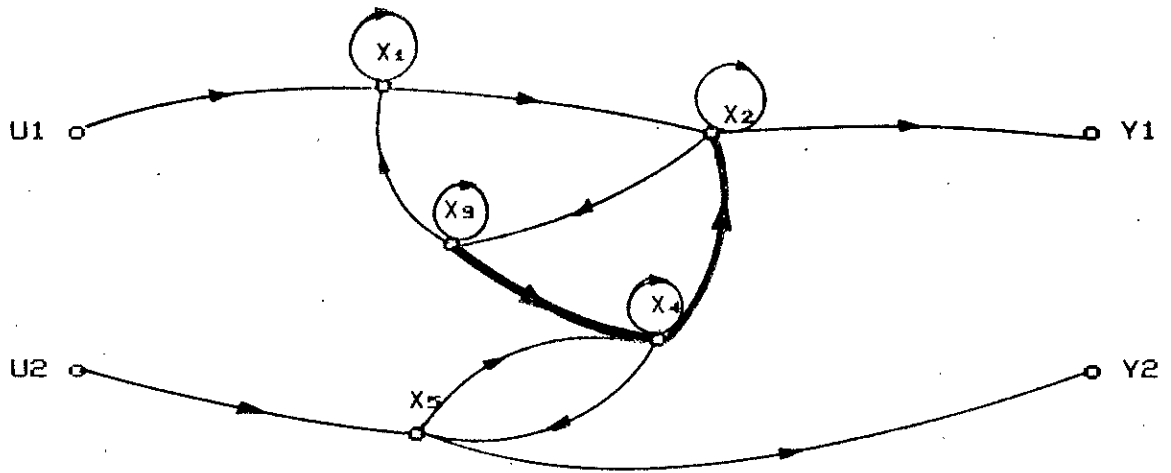
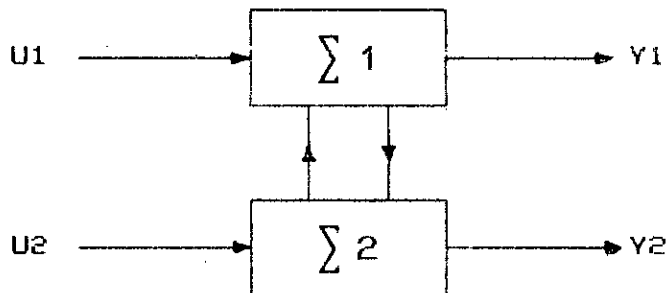


figure 4-1-4: graphe d'état du système multivariable interconnecté

En représentation transfert, le schéma bloc du système est donné par la figure ci-après:



Pour trouver le graphe de la représentation transfert, écrivons les équations d'état de chaque sous-système en tenant compte des interactions.

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} U_1 + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_4 \\ X_5 \end{pmatrix}$$

$$Y_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}$$

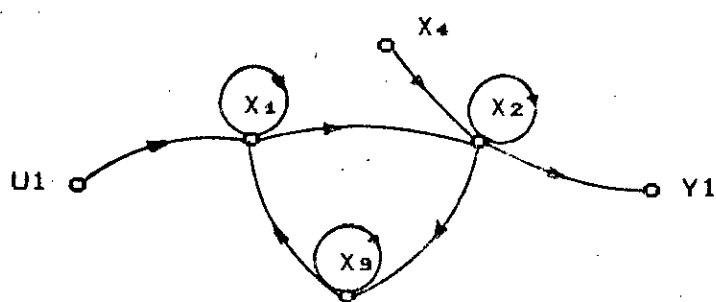
pour le sous-système Σ_1 et:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} U_2 + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_9 \end{pmatrix}$$

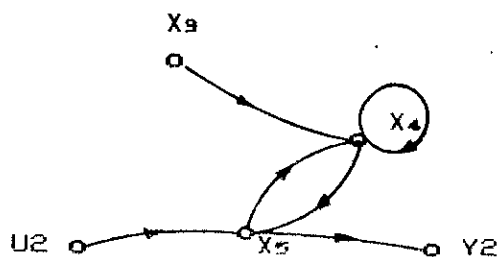
$$Y_2 = [0 \ 1] \begin{pmatrix} x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}$$

pour le sous-système Σ_2 .

Les graphes correspondant à ces deux sous-systèmes sont donnés par les figures suivantes:



(a) : sous-système Σ_1



(b) : sous-système Σ_2

figure 4-1-5: graphes d'état des sous-systèmes Σ_1 et Σ_2

On supposera que le sommet d'interconnexion de Σ_1 est X_2 et celui de Σ_2 est X_5 . Ces deux états étant les sorties des deux sous-systèmes. Il en sera ainsi pour tous les systèmes.

Pour illustrer la méthode à suivre, considérons le cas du sous-système Σ_1 . L'action du second sous-système à travers X_4 sera considérée comme une entrée de perturbation. Il faut schématiser cette interaction par un des sommets d'interconnexion puisque X_4 est un état interne de Σ_2 .

En représentation transfert, pour trouver le chemin reliant le sous-système 2, donc son entrée U_2 , à la sortie Y_1 du sous-système 1, à travers cet état X_4 , quatre possibilités sont obtenues. Avant d'examiner ces différents cas, rappelons les définitions suivantes:[32]

Définition 1: On dit qu'un sommet interne est atteignable par une entrée lorsqu'il existe un chemin qui relie l'entrée au sommet considéré.

Définition 2: Un sommet interne est accessible par une sortie lorsqu'il existe un chemin qui relie le sommet considéré à la sortie.

Examinons maintenant les différents cas.

1^{er} cas: X_4 n'est pas atteignable par U_2 .

U_2 n'aura donc aucune action sur Σ_1 . On ignorera donc l'action du sous-système 2 sur le sous-système 1 dans le graphe de la représentation transfert.

2^{ème} cas: X_4 est atteignable par U_2 , mais non accessible ni par un sommet d'interconnexion ni par un sommet de sortie de Σ_2 :

U_2 agira donc sur Σ_1 à travers l'état interne X_4 . Cette action sera schématisée par un chemin, passant par le sommet d'interconnexion ou de sortie de Σ_2 , par lequel le sous-système 2 agit, le plus rapidement sur un sommet d'interconnexion ou de sortie de Σ_1 .

La longueur de ce chemin aura la même longueur que le chemin joignant U_2 à un de ces deux sommets de Σ_1 , à travers X_4 , en tenant compte de la longueur reliant U_2 au sommet interne X_4 .

Lorsque le sommet d'interaction est atteignable et accessible, nous tiendrons compte de la rapidité des interactions entre les deux sous-systèmes; on aura deux cas.

3^{ème} cas: X_4 est atteignable par U_2 et accessible par un sommet de sortie ou d'interconnexion de Σ_2 et le chemin le plus court reliant U_2 à ce sommet, de sortie ou d'interconnexion, passe par X_4 .

Dans ce cas on reliera ce sommet, par où X_4 est accessible, à Σ_1 par un chemin de longueur, la longueur du plus court chemin reliant X_4 au sous-système 1.

4^{ème} cas: (cas de notre exemple) X_4 est atteignable par l'entrée U_2 (U_2, X_5, X_4) et accessible par un sommet d'interconnexion (X_5), (X_4, X_5), mais le chemin le plus court reliant U_2 au sommet d'interconnexion de Σ_2 ne passe pas par X_4 .

Dans ce cas il faut relier ce sommet d'interconnexion X_5 par un chemin de longueur, la différence des longueurs des chemins reliant U_2 au sous-système 1 passant par X_4 (U_2, X_5, X_4, X_2) et le chemin reliant directement U_2 au sommet d'interconnexion (U_2, X_5); soit $3 - 1 = 2$.

On obtient ainsi, pour le sous-système Σ_1 de l'exemple, le graphe de la représentation transfert suivant:

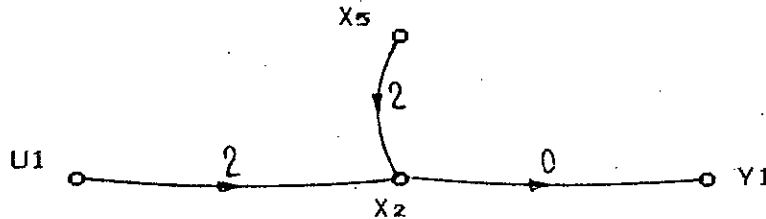


figure 4-1-6: graphe transfert du sous-système Σ_1 .

De la même façon on trouve le graphe du sous-système Σ_2 en considérant l'action de Σ_1 comme perturbation, à travers le sommet d'état X_3

- Entre U_2 et X_5 la longueur du chemin les reliant est 1 (règle 2).

Σ_1 agit sur Σ_2 par l'intermédiaire de l'état interne X_3 , et X_3 étant atteignable par U_1 et accessible par le sommet d'interconnexion X_2 . Par contre le chemin reliant U_1 à X_2 , (U_1, X_1, X_2), de longueur 2, est plus court que le chemin reliant U_1 à X_3 (U_1, X_1, X_2, X_3), de longueur 3 (quatrième cas).

De plus, U_1 agit sur le sommet d'interconnexion X_5 de Σ_2 à travers X_3 par le chemin ($U_1, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$) de longueur 5.

On reliera donc X_2 à X_5 par un arc de longueur $5 - 2 = 3$: la différence des longueurs des chemins reliant U_1 à X_5 à travers X_2 et le chemin reliant U_1 à X_2 directement.

On obtient ainsi le graphe de la représentation transfert du sous-système Σ_2 .

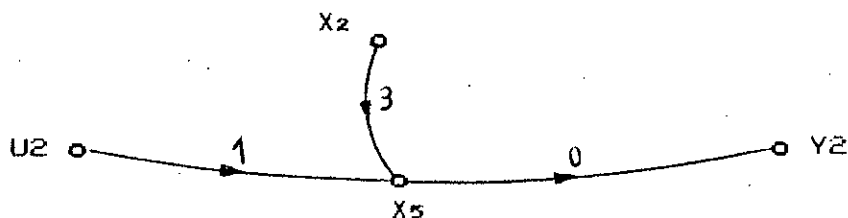


figure 4-1-7: graphe transfert du sous-système Σ_1 .

En regroupant ces deux graphes on obtient le graphe en représentation transfert du système interconnecté global.

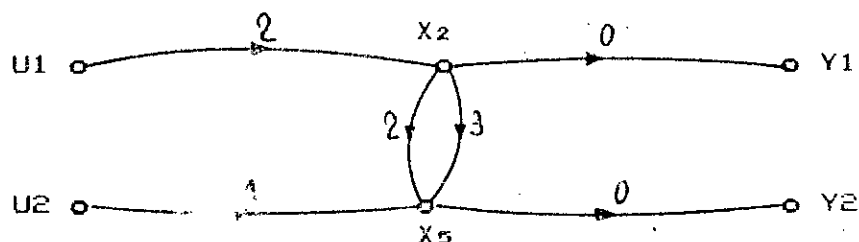


figure 4-1-8 graphe transfert du système global.

Remarques:

- S'il y a plusieurs états internes qui relient les deux sous-systèmes, on considérera l'état à travers lequel cette action est la plus rapide.
- Lorsqu'il y a plusieurs chemins d'interaction, il est clair qu'on considérera le chemin le plus court.

Avant d'appliquer cette méthodologie de construction du graphe transfert à partir de celui de la représentation d'état pour les différents modèles des éléments de la centrale nucléaire, nous donnons brièvement la description et le principe de fonctionnement de cette dernière.

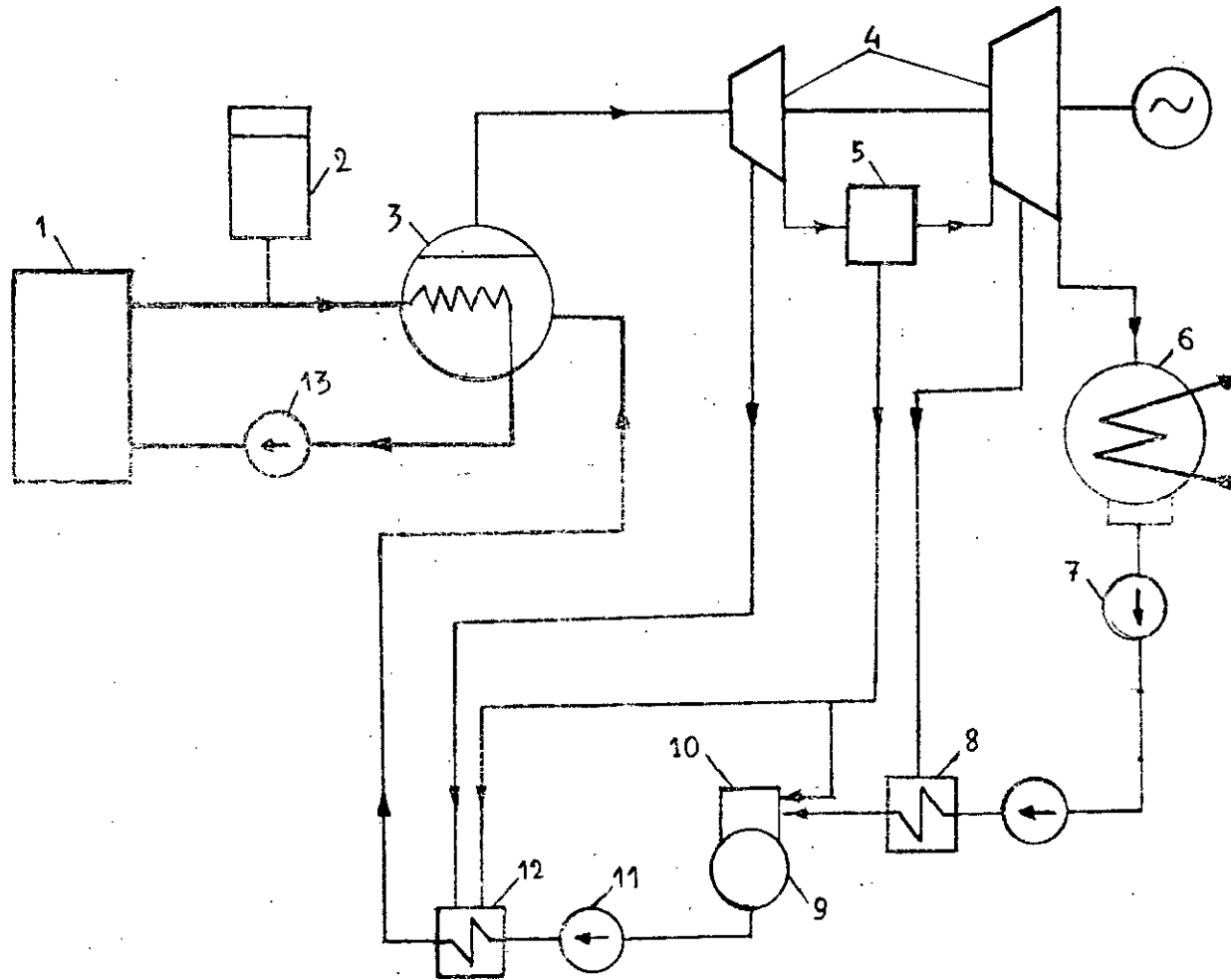
4.2: DESCRIPTION ET PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DE LA CENTRALE:

Considérons le schéma simplifié du circuit thermique de la centrale (figure 4-2-1). Le réacteur 1 est la source de chaleur. Celle-ci est continuellement évacuée par le caloporteur (eau lourde) qui la transmet au fluide moteur dans le générateur de vapeur 3, ce qui permet de produire de la vapeur sèche alimentant la turbine 4. En se détendant dans la turbine, la vapeur produit du travail. Comme la surchauffe initiale de la vapeur est généralement peu élevée, la détente de la vapeur dans la turbine s'accompagne d'une augmentation rapide de son humidité. Dès que le taux d'humidité limite est atteint, toute la vapeur est envoyée du corps haute pression de la turbine dans le séparateur 5 d'où elle est dirigée, après la séparation de l'eau, au corps basse pression. Dans ce dernier, la détente de la vapeur porte à nouveau son taux d'humidité à sa valeur limite, après quoi la vapeur est envoyée au condenseur 6 .

La chaleur cédée à l'eau de réfrigération du condenseur est une chaleur dépensée en pure perte, c'est pourquoi une partie de la vapeur est utilisée dans le système de réchauffeurs de l'eau d'alimentation.

Puisque le fluide moteur décrit un cycle fermé, toute l'eau provenant de la condensation de la vapeur détendue dans la turbine doit être dirigée dans le générateur de vapeur. Grâce au fonctionnement des pompes, la pression subit une élévation à partir de la valeur propre au condenseur jusqu'à celle régnant dans le générateur de vapeur, ce qui permet de surmonter la résistance de la partie du circuit allant du condenseur jusqu'au générateur de vapeur. Ce circuit est subdivisé en deux parties. La pompe d'extraction 7 prend le condensat du condenseur et le refoule jusqu'à la bache alimentaire 9 à travers les rechauffeurs à basse pression 8: c'est le circuit d'eau condensée.

Dans la bache alimentaire on accumule une certaine réserve d'eau. Une autre pompe, alimentaire 11 qui assure l'élévation de



- 1: Réacteur
- 2: pressuriseur
- 3: Générateur de vapeur
- 4: Turbine à vapeur
- 5: Séparateur d'eau et de vapeur
- 6: Condenseur
- 7: Pompe d'extraction d'eau du condenseur
- 8: Réchauffeur à basse pression
- 9: Bache alimentaire
- 10: Colonne dégazeuse
- 11: Pompe alimentaire
- 12: Réchauffeur haute pression
- 13: Pompe de circulation.

figure 4-2-1: Schéma simplifié du circuit thermique d'une centrale nucléaire à deux circuits.

la pression jusqu'à sa valeur de travail dans le générateur de vapeur fait circuler l'eau de la bêche alimentaire à travers les rechauffeurs à haute pression 12; c'est le circuit d'eau d'alimentation. Tout le circuit reliant le condenseur au générateur de vapeur s'appelle circuit d'eau condensée et alimentaire.

4-3: MODELISATION STRUCTURELLE ET GRAPHIQUE DE LA CENTRALE:

Pour obtenir le modèle structuré qui décrit la centrale nous allons suivre une approche modulaire. Puisque la centrale étudiée est une centrale à deux circuits, on peut déjà la décomposer en deux parties: Le circuit primaire, qui est la source d'énergie et fortement radioactive et le circuit secondaire qui permet d'alimenter le turbo-alternateur. Ces deux parties sont reliées entre elles par les générateurs de vapeur, où l'énergie produite dans le circuit primaire est transformée en vapeur sèche qui est transférée dans le circuit secondaire.

Une fois ces deux parties identifiées (identification des entrées, des sorties et des états de chacune d'elles à partir du modèle d'état (voir annexe)), une autre décomposition peut se faire au niveau de chaque partie. Le circuit primaire se décompose en trois grands sous-systèmes: le réacteur, le pressuriseur et les générateurs de vapeur. Chacun de ces systèmes agit sur le fonctionnement des autres et évidemment subit leurs actions. On identifie ensuite les entrées, les sorties, les états ainsi que les interactions grâce toujours au modèle d'état.

La même décomposition est faite pour le circuit secondaire qui est plus facile à modéliser puisqu'il n'est composé que du turbo-alternateur et le circuit d'eau d'alimentation.

Après avoir fait cette décomposition physique, on écrira les équations d'état booléennes (les liaisons seront représentées par des 1 et l'absence de liaisons par des 0 dans les matrices correspondantes) de chaque sous-système en gardant les entrées, les sorties ainsi que les états de chacun d'eux et en considérant l'action des autres sous-systèmes comme entrées de perturbation.

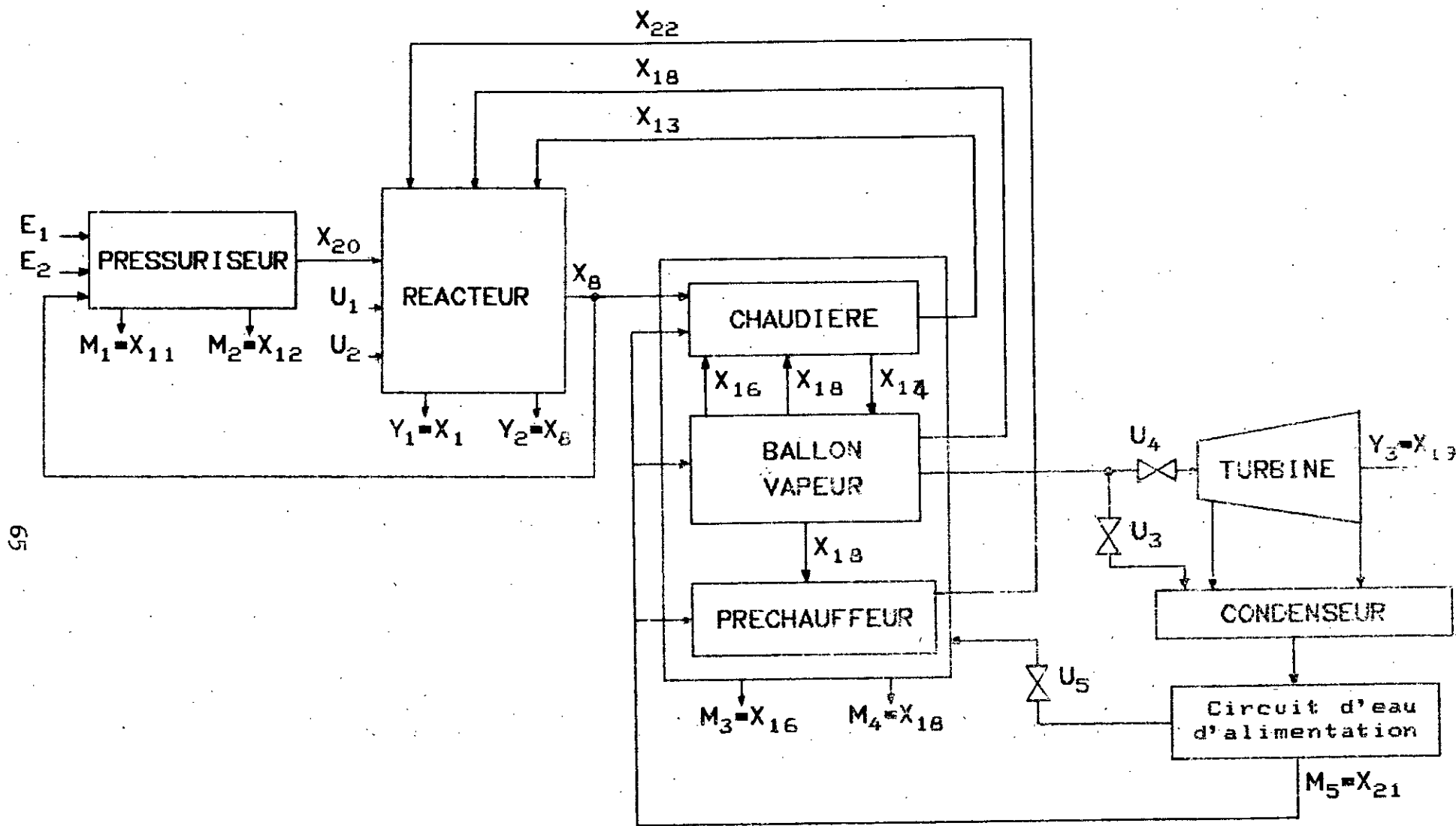


figure 4-3-1: Schéma fonctionnel du circuit thermique de la centrale.

En utilisant ces équations et en suivant le même raisonnement que celui fait dans l'exemple précédent on élaborera le graphe de la représentation transfert du sous-système considéré.

Le schéma fonctionnel de la figure 4-3-1, montre la décomposition de la centrale en sous-systèmes interconnectés. On y indique aussi les grandeurs d'entrée et de sortie de chaque sous-système ainsi que les interactions qui les relie.

Puisque la modélisation sera faite dans le but d'appliquer les résultats du rejet structurel de perturbations, on spécifie dès maintenant les entrées considérées comme perturbations, les entrées de commande, les sorties à régler et les sorties mesurées. Celles-ci, ainsi que les grandeurs d'interaction seront explicitées au fur et à mesure qu'elles seront introduites dans la modélisation des différents sous-systèmes.

Avant de donner le modèle de chaque élément, nous donnons volontairement une brève description du fonctionnement du circuit pour comprendre les relations qui interviennent dans le modèle.

4-3-1: MODELISATION STRUCTURELLE DU PRESSURISEUR:

Le système de pressurisation est destiné à compenser les changements du volume de l'eau remplissant le circuit primaire qui sont causés par les fluctuations de température. L'on y a également recours pour produire une pression lors du démarrage du réacteur, pour maintenir la pression en marche normale et pour limiter les variations de pression. La figure 4-3-2 montre le schéma du système de pressurisation à vapeur. Le principe de fonctionnement peut être résumé comme suit:

En régime permanent, dans les conditions normales, toutes les soupapes sont fermées, sauf la soupape d'arrêt 15 qui est ouverte. L'élévation de la pression au-dessus du niveau admissible entraîne le fonctionnement des soupapes de sûreté 6 ou 5. En cas de fluctuations de température, par exemple, lorsque la température de l'eau dans le circuit principal augmente, une certaine quantité

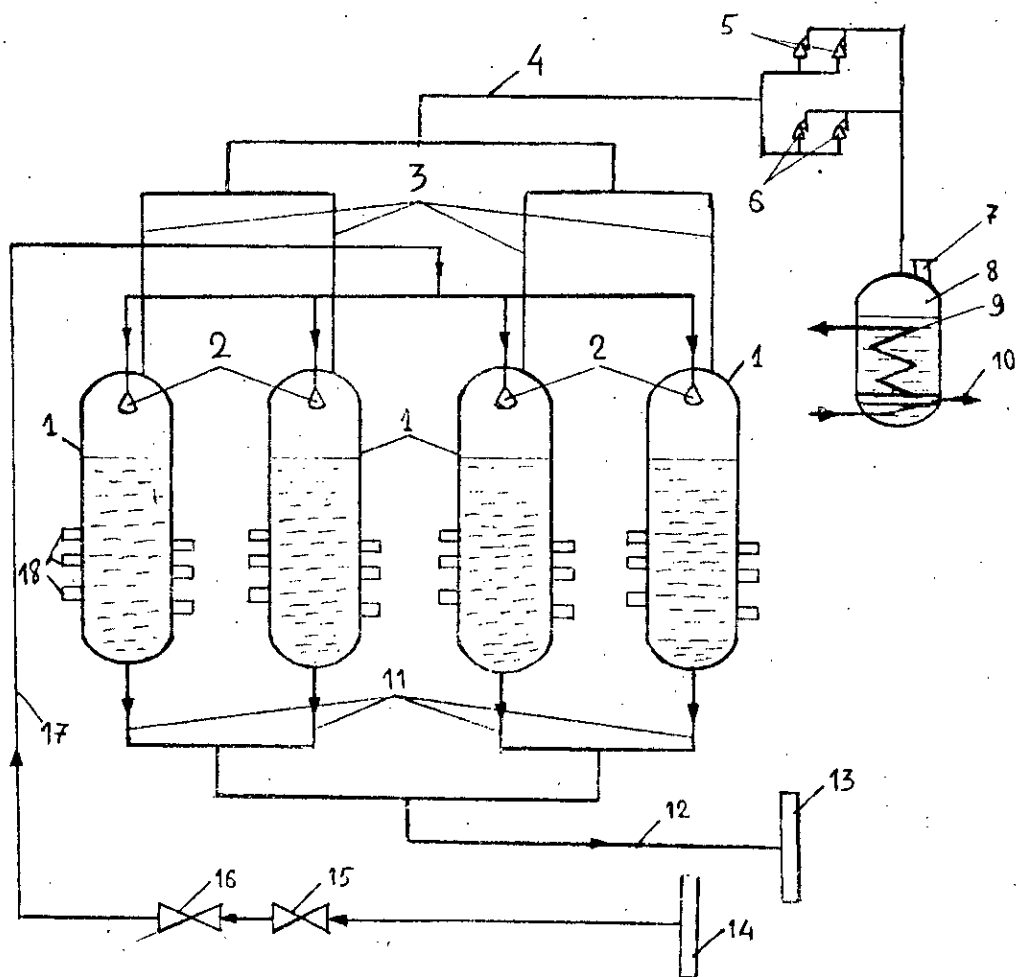


figure 4-3-2: Schéma du système de pressurisation à vapeur.

1: enveloppe du pressuriseur; 2: ajustages d'injection; 3: canalisations égalisatrices de vapeur; 4: canalisation commune de vapeur; 5: soupapes de sûreté de réserve; 6: soupapes de sûreté principales; 7: soupape à explosion; 8: barboteuse; 9: serpentin de refroidissement; 10: sortie d'eau polluée; 11: canalisations égalisatrices d'eau; 12: canalisation de branchement sur le circuit principal de circulation; 13: collecteur de sortie; 14: collecteur d'entrée; 15: soupape d'arrêt; 16: soupape de réglage; 17: canalisation d'injection d'eau; 18: résistances électriques de chauffage.

complémentaire d'eau est introduite dans les réservoirs du pressuriseur 1, comprimant la vapeur dont la pression devient donc plus grande. Il en résulte l'ouverture de la soupape 16 de réglage par laquelle est amenée l'eau à injecter. L'échauffement de l'eau injectée a pour résultat la condensation d'une partie de la vapeur remplissant le réservoir, de sorte que la pression soit ramenée à sa valeur normale, à laquelle la soupape de réglage se ferme automatiquement et l'injection d'eau cesse. Si les variations de températures sont peu importantes, la pression se maintient à un niveau admissible sans provoquer l'injection de l'eau froide.

En considérant l'action du réacteur sur le pressuriseur par l'intermédiaire de la grandeur X_8 (pression dans le collecteur de sortie du système de transport du caloporteur) comme entrée de perturbation et en ne gardant que cet état comme interconnexion, le modèle structurel du pressuriseur obtenu à partir du modèle d'état global de la centrale est :

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_{11} \\ \dot{X}_{12} \\ \dot{X}_{20} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_{11} \\ X_{12} \\ X_{20} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} X_8$$

$$\begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_{11} \\ X_{12} \\ X_{20} \end{pmatrix}$$

Les grandeurs d'entrée sont :

E_1 : la variation des éléments chauffants du pressuriseur.

E_2 : le débit de vapeur soutirée du pressuriseur.

Ce sont les deux variables que nous avons choisi comme perturbations pour le système global.

Les sorties du système, sont les sorties mesurées du système global :

M_1 : est le volume d'eau dans les réservoirs du pressuriseur.

M_2 : la pression dans le pressuriseur.

A partir de ces équations on obtient le graphe du pressuriseur en représentation d'état.

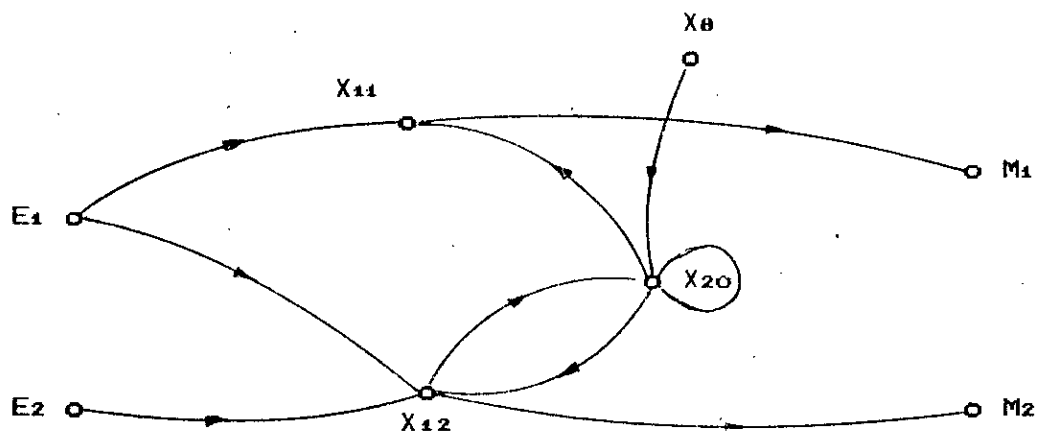


figure 4-3-2: graphe d'état du pressuriseur.

Pour trouver le graphe transfert du système, on garde les états X_{11} et X_{12} , (étant aussi les sorties du système) comme sommets d'interconnexion et on cherche les chemins qui relient les différentes entrées à ces sommets en appliquant les règles élaborées précédemment.

- Entre E_1 et X_{11} , il y a le chemin (E_1, X_{11}) de longueur 1. Ils seront donc reliés dans le graphe de la représentation transfert par un arc de longueur 1 (règle 2).

- Entre E_1 et X_{12} il y a le chemin direct (E_1, X_{12}) de longueur 1. Entre E_2 et X_{12} il y a le chemin direct (E_2, X_{12}) de longueur 1.

- X_{11} n'atteint pas X_{12} , il n'y aura donc pas d'arc reliant X_{11} à X_{12} . Par contre, de X_{12} on peut atteindre X_{11} par le chemin (X_{12}, X_{20}, X_{11}) de longueur 2. On reliera donc X_{12} à X_{11} par un arc de longueur 2 dans le graphe transfert.

- E_2 et X_{11} sont reliés par le chemin $(E_2, X_{12}, X_{20}, X_{11})$ de longueur 3, ce chemin est déjà configuré puisque on a relié E_2 à

X_{12} par un arc de longueur 1 et X_{12} à X_{11} par un arc de longueur 2
 Il n'est donc pas nécessaire de refaire cette liaison par un autre chemin.

- Pour ce qui est de l'action de X_8 sur X_{11} et X_{12} , on trouve les chemins (X_8, X_{20}, X_{11}) et (X_8, X_{20}, X_{12}) , tous les deux de longueur 2.

On obtient ainsi le graphe du pressuriseur en représentation transfert.

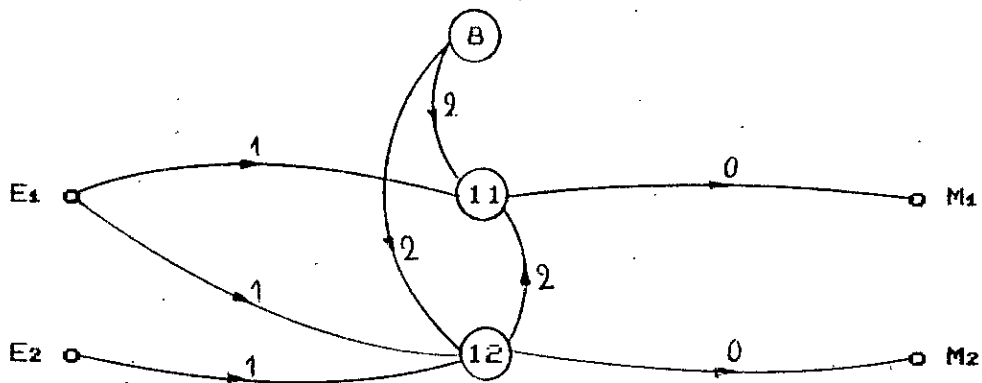
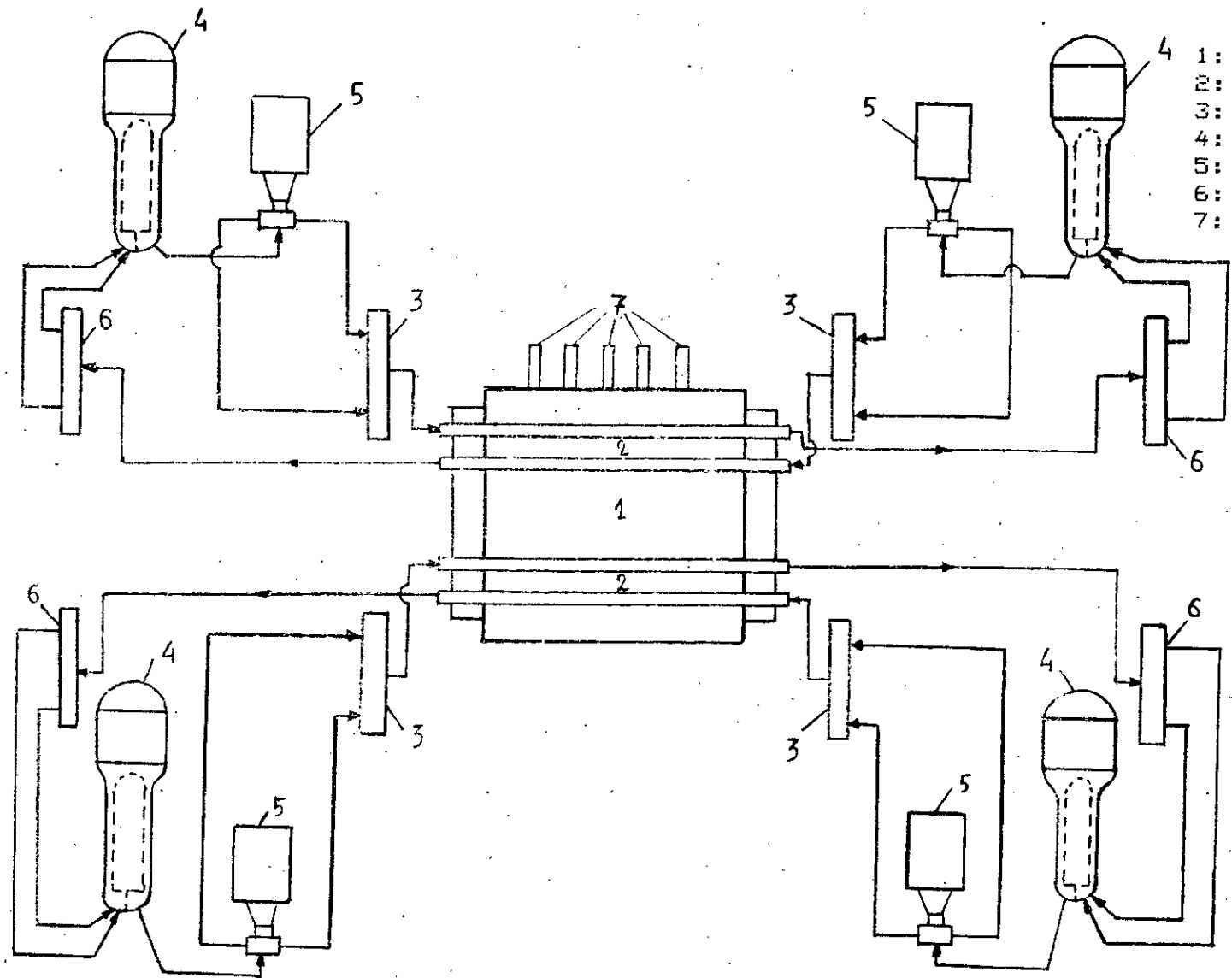


figure 4-3-3: graphe transfert du pressuriseur

4-3-2: MODELISATION STRUCTURELLE DU REACTEUR:

Le circuit primaire est constitué du cœur du réacteur 1 et du système de transport du caloporteur. Dans le cœur du réacteur, les neutrons ralentis par le modérateur fissionnent les noyaux d'uranium dont les fragments en se ralentissant produisent de la chaleur. Le système de transport du caloporteur, figure 4-3-4, qui évacue la chaleur produite dans le réacteur, comprend deux boucles refroidissant 2 chacune une moitié du cœur. Chaque boucle possède deux collecteurs d'entrée 3, deux collecteurs de sortie 6 et deux pompes 5 placées chacune en amont des collecteurs d'entrée.

Dans le modèle d'état, les états X_1, X_2, \dots, X_{10} représentent la neutronique et la thermique ainsi que la thermohydraulique du primaire, qui caractérisent la dynamique du réacteur et du système



- 1: Coeur du réacteur
- 2: Enroulement de refroidissement
- 3: Collecteurs d'entrée
- 4: Générateurs de vapeur
- 5: Pompes de circulation
- 6: Collecteurs de sortie
- 7: Grapes de contrôle.

figure 4-3-4: Circuit de transport du caloporteur.

de transport du caloporteur. Le pressuriseur intervient dans le fonctionnement du réacteur par l'intermédiaire de l'état X₂₀ (débit d'eau entre le collecteur de sortie du réacteur et le pressuriseur) qui agit sur l'état X₈. Ce dernier subit aussi l'action du générateur de vapeur par l'intermédiaire des états X₁₉ (température moyenne du caloporteur dans la chaudière) et X₁₈ (densité de vapeur dans le ballon vapeur) qui agissent sur les états X₆, X₇ et X₈ et par l'intermédiaire de l'état X₂₂ (chaleur transférée dans le préchauffeur) qui agit sur les états X₇ et X₈.

Ces actions seront considérées comme entrées de perturbation pour le réacteur. On gardera les états X₁ et X₈, qui sont également des sorties du système, comme sommets d'interconnexion.

Les équations d'état booléennes du réacteur sont:

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \\ \dot{X}_5 \\ \dot{X}_6 \\ \dot{X}_7 \\ \dot{X}_8 \\ \dot{X}_9 \\ \dot{X}_{10} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \\ X_8 \\ X_9 \\ X_{10} \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_{19} \\ X_{18} \\ X_{20} \\ X_{21} \\ X_{22} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot X$$

Les entrées de commande sont :

U_1 : demande d'ouverture de la vanne du contrôleur zonal constitué par les grappes de contrôle contenant le combustible.

U_2 : est la variable de contrôle de la pression du primaire.

Les sorties sont :

Y_1 : le flux neutronique.

Y_2 : la pression dans le collecteur de sortie du système de transport du caloporteur.

Ces deux sorties sont des grandeurs à régler.

Le graphe de la figure 4-3-5 représente la structure du réacteur en représentation d'état.

Dans le modèle d'état global, on trouve une relation entre $X_{21} = M_5$ (la sortie du circuit d'eau d'alimentation), qui appartient au circuit secondaire, et le réacteur; On ne tiendra pas compte de celle-ci dans cette modélisation transfert, puisque le circuit primaire et le secondaire ne sont liés que par le générateur de vapeur.

De plus X_6 et X_7 étant des états internes, nous ne retiendrons que l'action des autres sous-systèmes à travers les sommets d'interconnexion X_1 et X_8 .

Pour trouver la longueur des arcs du graphe de la représentation transfert du réacteur, on procède de la même façon que pour le pressuriseur. En utilisant les règles établies dans le paragraphe précédent on trouvera les relations entre les différents sommets.

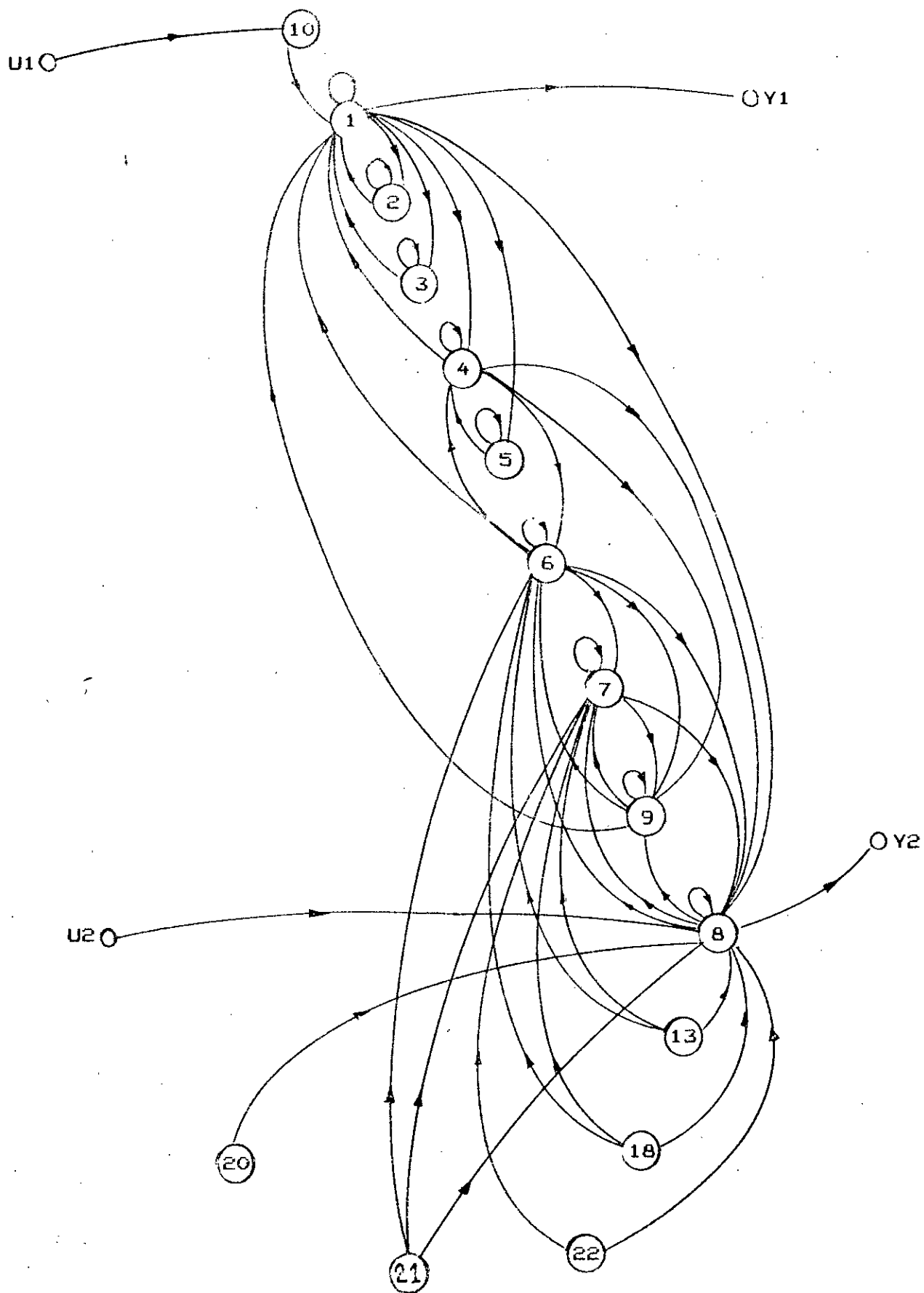


figure 4-3-5: graphe d'état du réacteur.

L'application de la règle 2 donne:

- U_1 sera relié à X_1 par un arc de longueur 2 égale à la longueur du chemin (U_1, X_{10}, X_1) les reliant dans le graphe d'état.

- U_2 sera relié à X_8 par un arc de longueur 1.

- X_1 sera relié à X_8 par un arc de longueur 1 puisqu'ils sont directement reliés dans le graphe d'état.

- X_8 est relié à X_1 , dans le graphe d'état par le plus court chemin (X_8, X_6, X_1) ou (X_8, X_9, X_1) de longueur 2, il en sera de même dans le graphe transfert.

- Les liaisons entre U_1 et X_8 et celles entre U_2 et X_1 sont ainsi faites puisque U_1 agit sur X_8 par l'intermédiaire de X_1 et U_2 agit sur X_1 par l'intermédiaire de X_8 .

- X_1 subit aussi l'action de X_{19} par le chemin (X_{19}, X_6, X_1) de longueur 2. Il subit aussi l'action de X_{18} par le chemin (X_{18}, X_6, X_1) de longueur 2. L'action de X_{22} sur X_1 passe par X_8 , il n'est donc pas nécessaire de relier directement X_{22} à X_1 .

- X_8 subit l'action de X_{19} de X_{22} et X_{18} directement, il seront donc reliés par un arc de longueur 1.

- Le réacteur subit aussi l'action du pressuriseur par l'intermédiaire de l'état X_{20} qui n'est pas un sommet d'interconnexion. Il faut donc transférer cette action par les sommets d'interconnexion du pressuriseur X_{11} et X_{12} .

Etant donné que les chemins reliant E_1 à X_{20} et E_2 à X_{20} ont la même longueur, on expliquera ici la procédure pour le sommet E_1 ; le même raisonnement pourra se faire en considérant E_2 .

Dans le graphe d'état, E_1 agit sur les sommets X_1 et X_8 respectivement, par les chemins $(E_1, X_{12}, X_{20}, X_8, X_6$ ou $X_9, X_1)$ et $(E_1, X_{12}, X_{20}, X_8)$. Puisque le premier chemin passe aussi à

travers X_8 on gardera le second chemin de longueur 3. (le chemin X_8, X_1 existe déjà).

Or, E_1 agit plus rapidement sur X_{12} et X_{11} , directement, qu'à travers l'état X_{20} . Comme, ni X_{12} , ni X_{11} n'agissent directement sur le sommet X_8 du réacteur, il faut relier X_{11} et X_{12} à X_8 par des arcs de façon à faire apparaître l'action de E_1 à travers X_{20} . On reliera donc X_{11} et X_{12} à X_8 par des arcs de longueur $3 - 1 = 2$.

on obtient ainsi le graphe de la représentation transfert du réacteur.

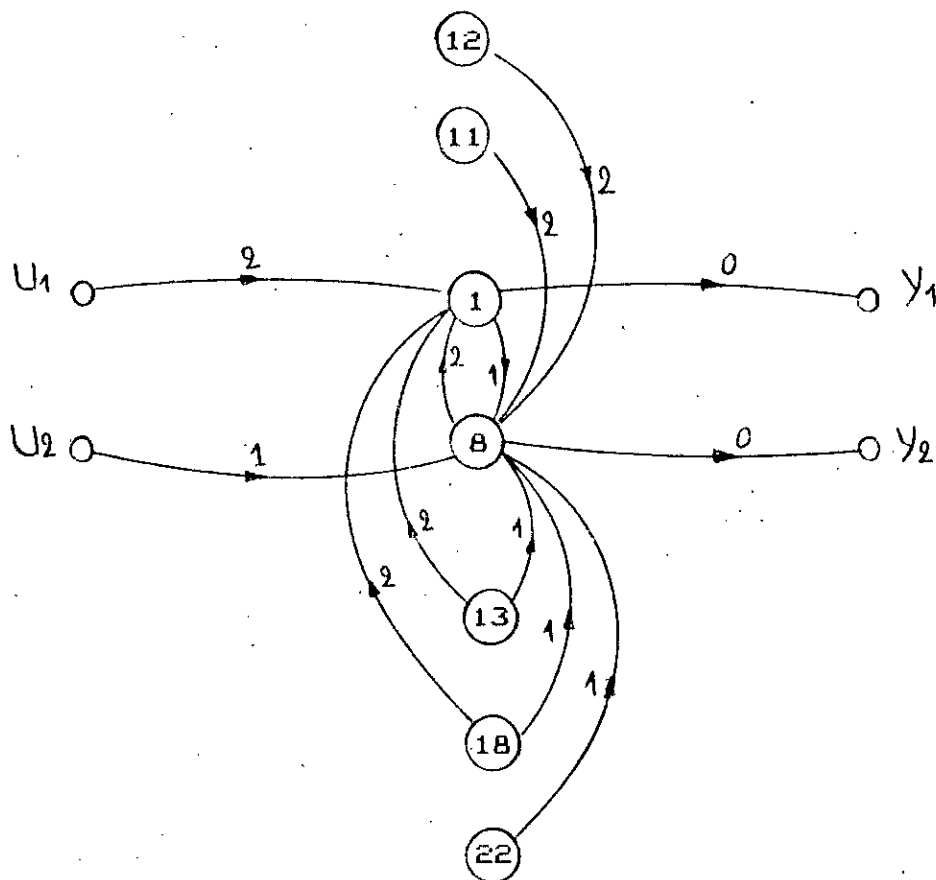


figure 4-3-6: graphe transfert du réacteur.

4-3-3: MODELISATION STRUCTURELLE DU GENERATEUR DE VAPEUR:

Conçu pour assurer le transfert thermique du primaire au secondaire, chaque générateur de vapeur comprend un préchauffeur intégral, une zone d'ébullition et de recirculation de l'eau d'alimentation, un séparateur et un ballon vapeur. Dans le

générateur de vapeur, le caloporteur circule dans des tubes en forme de U renversé. L'eau d'alimentation qui arrive des réchauffeurs haute pression, pénètre d'abord dans le préchauffeur qu'elle quitte à la température de saturation. Elle se mélange ensuite à l'eau de recirculation, bout de plus en plus et monte vers le séparateur qui assure la séparation de la vapeur de l'eau. La vapeur sèche est convoyée vers le turbo-alternateur.

Pour modéliser le générateur de vapeur, l'auteur le décompose en trois sous-systèmes, on fera de même pour obtenir le modèle structuré du générateur de vapeur.

a) le préchauffeur:

C'est dans cet appareil que le caloporteur cède sa chaleur résiduelle à l'eau d'alimentation; C'est par cet organe que le circuit primaire est en relation avec le circuit secondaire.

La structure du préchauffeur est représentée par les équations d'états booléennes suivantes:

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_{22} \\ \dot{X}_{24} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_{22} \\ X_{24} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_{18} \\ X_{21} \\ X_{23} \end{pmatrix}$$

Les entrées de ce sous-système étant les sorties du ballon vapeur X_{18} et du circuit d'eau d'alimentation X_{21} . Il subit aussi l'action de l'état interne X_{23} du circuit d'eau d'alimentation.

Son graphe en représentation d'état est donné par la figure suivante:

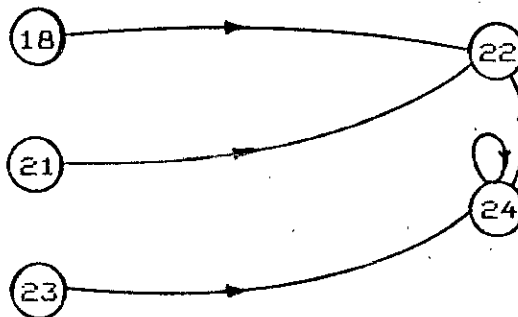


figure 4-3-7: graphe d'état du préchauffeur.

Il subit donc l'action du ballon de vapeur et le circuit d'eau d'alimentation à travers, respectivement, $X_{18}=M_4$ et $X_{21}=M_5$.

Pour obtenir son graphe en représentation transfert, il suffit de garder X_{22} comme sommet d'interconnexion, puisque c'est par cet état que ce sous-système agit sur le réacteur. On obtient donc.

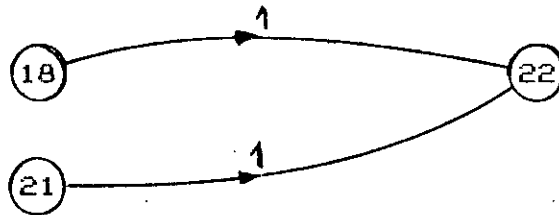


figure 4-3-8: graphe transfert du préchauffeur.

b) La chaudière et la colonne de montée:

Dans la chaudière secondaire, en ébullition, retire la chaleur du caloporteur, la vapeur produite par l'ébullition du secondaire s'élève jusqu'au séparateur situé à l'entrée du ballon vapeur où une partie de la vapeur se condense pour retomber dans la bouilloire.

Ces deux sous-systèmes sont représentés par les équations d'états booléennes suivantes.

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_{13} \\ \dot{X}_{14} \\ \dot{X}_{15} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_{13} \\ X_{14} \\ X_{15} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_3 \\ U_4 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_8 \\ X_9 \\ X_{16} \\ X_{17} \\ X_{18} \\ X_{21} \end{pmatrix}$$

Dont le graphe d'état est donné par la figure 4-3-9.

- Le sous-système subit l'action du réacteur à travers les états X_8 et X_9 . Puisque X_9 est un état interne, son action se fera par l'intermédiaire du sommet d'interconnexion X_8 du réacteur qui agira sur X_{13} et X_{14} .

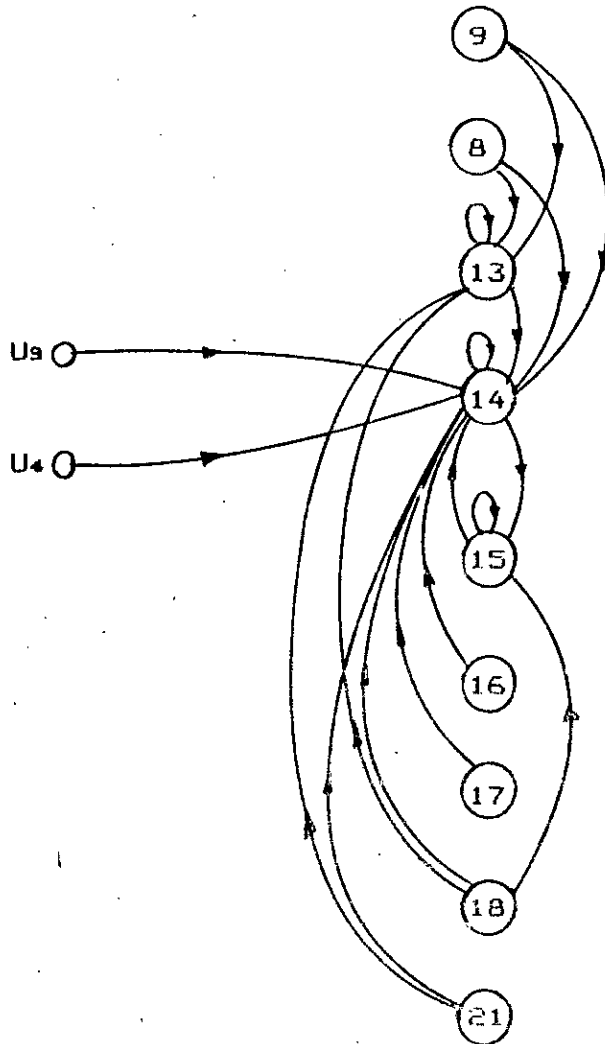


figure 4-3-9: graphe d'état de la chaudiere
et de la colonne de montée

- L'action du ballon vapeur sera schématisée à travers ses sommets d'interconnexion X_{16} et X_{18} . L'action de l'état interne X_{17} se fera donc à travers ces deux sommets.

Pour trouver le graphe correspondant, en représentation transfert, on gardera les sommets X_{19} , pour la chaudiere et X_{14} , pour la colonne de montée, comme sommets d'interconnexion.

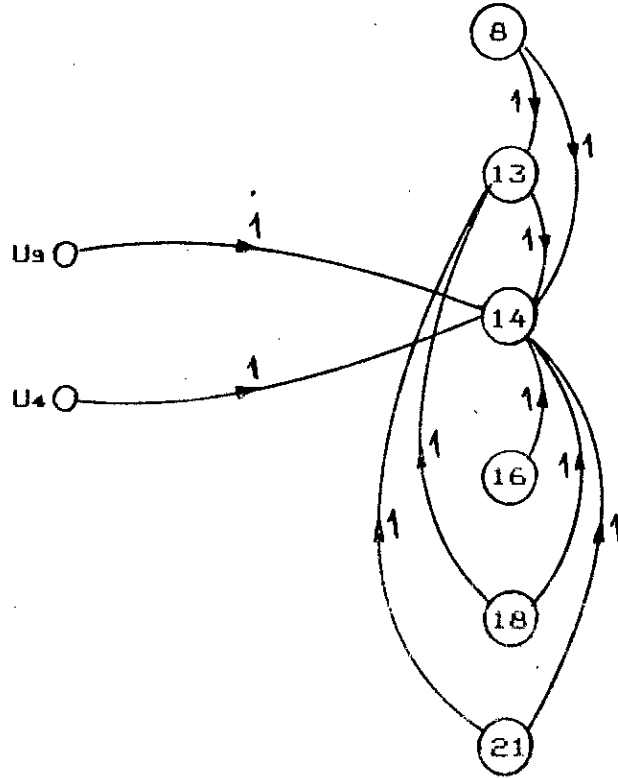


figure 4-3-10: graphe transfert de la chaudiere et la colonne de montée

c) Le ballon vapeur:

C'est à travers cet appareil que le séparateur permet d'obtenir de la vapeur sèche. Il est représenté par les équations d'états suivantes:

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_{16} \\ \dot{X}_{17} \\ \dot{X}_{18} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_{16} \\ X_{17} \\ X_{18} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_9 \\ U_4 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_{14} \\ X_{15} \\ X_{21} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} M_9 \\ M_4 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_{16} \\ X_{17} \\ X_{18} \end{pmatrix}$$

Les entrées de commande sont:

U_9 : la demande d'ouverture de la vanne de décharge de la vapeur dans le condenseur.

U_4 : est l'ouverture de la vanne de la turbine.

les sorties de ce sous-système sont :

M_3 : le volume d'eau dans le ballon vapeur.

M_4 : la densité de la vapeur.

Il subit l'action de l'eau d'alimentation à travers X_{21} et de la colonne de montée à travers X_{14} et X_{15} . En représentation transfert, on ne gardera que celle de X_{14} puisque X_{15} est un état interne de la colonne de montée.

Il est représenté par le graphe d'état suivant :

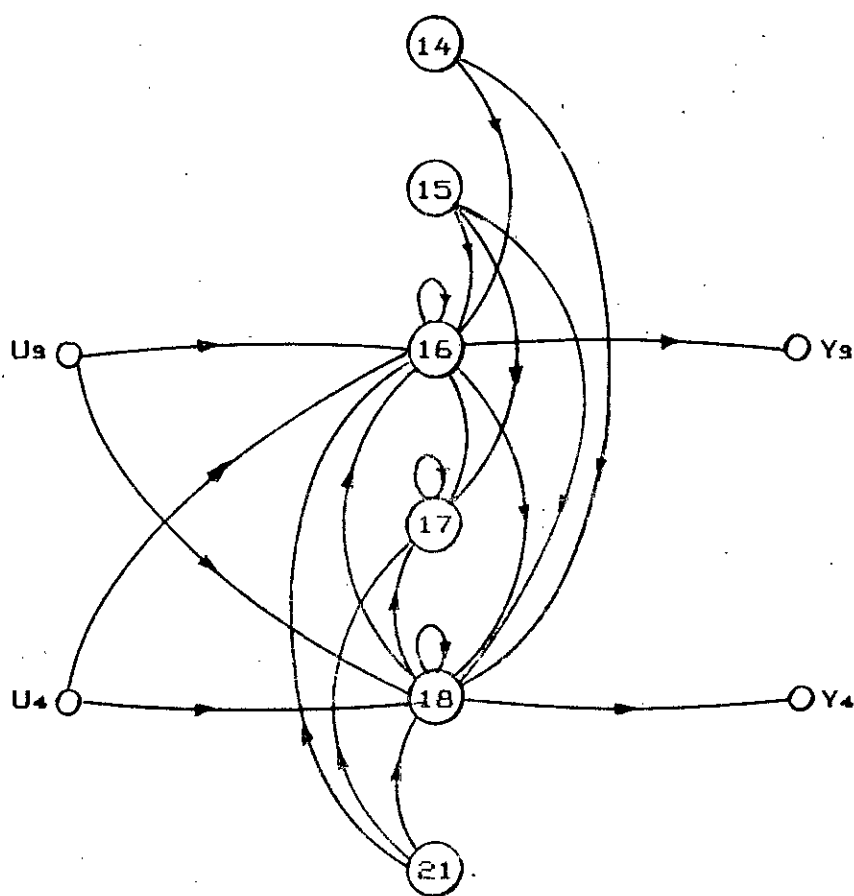


figure4-3-11:graphe d'état du ballon vapeur.

En représentation transfert, on gardera les sommets X_{16} et X_{18} , qui sont aussi les sorties du sous-système, comme sommets d'interconnexion. On obtient le graphe de la figure 4-3-12 ci-après.

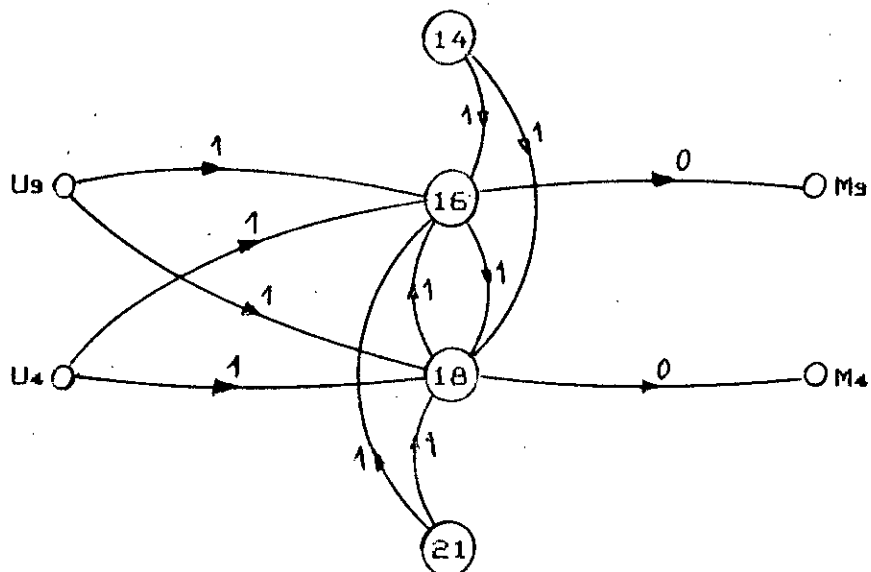


figure 4-3-13: graphe transfert du ballon vapeur.

4-3-4: MODELISATION STRUCTURELLE DU CIRCUIT SECONDAIRE:

a) Modélisation de la turbine:

Dans la modélisation du turbo-alternateur, l'auteur suppose que la turbine est constituée d'un seul étage et ne considère que la production de la puissance mécanique. Les équations d'état booléennes suivantes représente la turbine.

$$\dot{X}_{10} = [1] X_{10} + [1 \quad 1] \begin{bmatrix} U_9 \\ U_4 \end{bmatrix} + [1] X_{18}$$

$$Y_9 = [1] X_{10}$$

Les entrées sont:

U_9 : l'ouverture de la vanne de décharge de la vapeur dans le condenseur.

U_4 : l'ouverture de la vanne de la turbine.

Ces deux variables d'entrée agissent aussi sur la colonne de montée, sur le ballon vapeur et sur le circuit d'eau d'alimentation (voir le schéma fonctionnel de la figure 4-3-1).

La sortie de la turbine $Y_9(t)$ représente sa puissance, c'est aussi une grandeur à régler.

Elle est donnée, en représentation d'état et en transfert par les graphes ci-dessous.

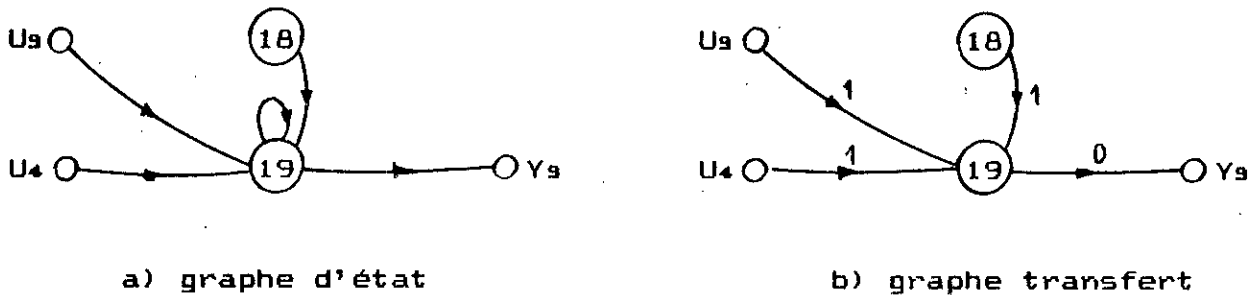


figure 4-3-14: graphes de la turbine.

Ces deux graphes sont semblables car:

- Tous les sommets du graphe d'état sont ceux du graphe transfert.
- Il n'y a qu'un seul arc qui relie deux sommets du graphe d'état.

b) Modélisation du circuit de l'eau d'alimentation:

Le circuit d'eau d'alimentation est modélisé seulement à partir de la sortie du dégazeur réchauffeur. Il est représenté par les équations d'état booléenne suivantes:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{21} \\ \dot{X}_{29} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{21} \\ X_{29} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_9 \\ U_4 \\ U_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} X_{18}$$

$$M_5 = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} X_{21} \\ X_{29} \end{bmatrix}$$

Les entrées sont :

U_5 : l'ouverture de la vanne d'eau d'alimentation.

en plus des entrées $U_3(t)$ et $U_4(t)$.

la sortie est :

M_5 : le débit de masse normalisé de l'eau d'alimentation.

Le graphe d'état de ce sous-système est :

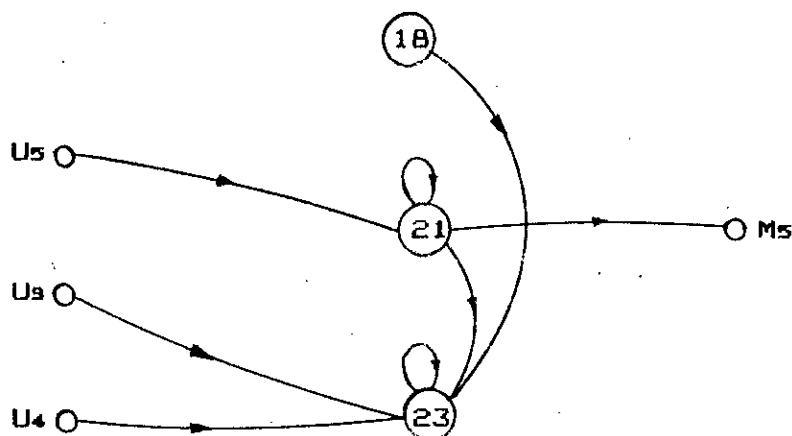


figure 4-3-15: graphe d'état du circuit d'eau d'alimentation

Il subit l'action du ballon vapeur par l'intermédiaire de X_{10}

Les entrées U_3 et U_4 agissent directement sur X_{23} , comme celui-ci n'agit pas sur X_{21} , ces entrées n'auront aucune influence sur la sortie M_5 .

En gardant X_{21} comme sommet d'interconnexion et en tenant compte de cette remarque, le graphe transfert du sous-système s'obtient très facilement. Il est donné par la figure suivante :

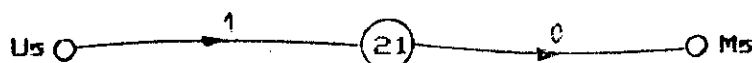


figure 4-3-16: graphe transfert du circuit d'eau d'alimentation.

En regroupant les différents graphes transfert obtenus pour chaque sous-système de la centrale en un seul, on obtient le graphe global en représentation transfert. Celui-ci est caractéristique de la matrice de fonction de transfert du système structuré

$$T(s, \lambda) = \begin{bmatrix} G(s, \lambda) & H(s, \lambda) \\ M(s, \lambda) & N(s, \lambda) \end{bmatrix}$$

qui sera exploitée pour l'étude du rejet de perturbations par retour de sorties mesurées.

La figure 4-3-17 montre le graphe du modèle structuré de la centrale en représentation transfert.

Remarques:

- Nous avons dédoublé les entrées de commande de la turbine U_3 et U_4 , qui agissent aussi sur les sous-systèmes du générateur de vapeur, pour mieux montrer les différents sous-systèmes qui composent la centrale. Ceux-ci sont encadrés par des traits discontinus. PR c'est le pressuriseur, RE: le réacteur, GV: le générateur de vapeur, CEA: le circuit d'eau d'alimentation et TR: la turbine.

- Dans le graphe, les flèches en gras, en amont des entrées E_1 et E_2 et en aval des sorties Y_1 , Y_2 et Y_3 , interviendront lors de l'analyse du problème du rejet.

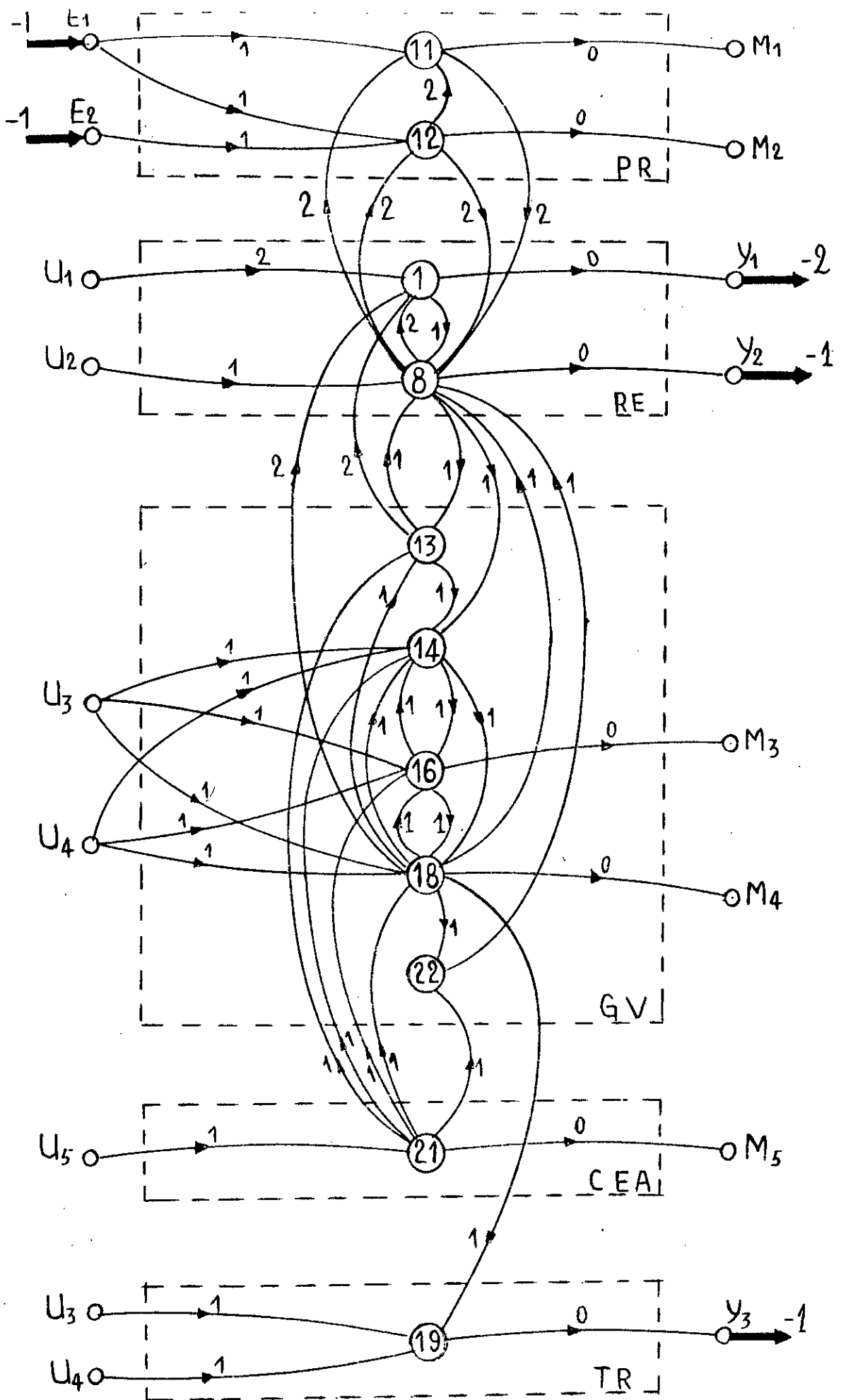


figure 4-3-17: graphe de la centrale en représentation transfert

4-4: REJET STRUCTUREL DES PERTURBATIONS:

Dans cette deuxième partie, nous procédons à l'analyse du graphe de $T(s,\lambda)$ illustré par la figure 4-3-17 afin d'appliquer les résultats obtenus dans le chapitre 3 sur le rejet structurel de perturbations. La matrice de fonctions de transfert $T(s,\lambda)$ est constituée:

- De la matrice de transfert $G(s,\lambda)$ entre les entrées de commande et les sorties à régler, dont le sous-graphe est celui reliant les sommets de commande U_1, U_2, U_3, U_4 et U_5 aux sommets de sortie à régler Y_1, Y_2 et Y_3 .
- De la matrice de transfert $N(s,\lambda)$ entre les entrées de perturbations et les sorties mesurées, dont le sous-graphe est celui reliant les sommets d'entrée de perturbations E_1 et E_2 aux sommets de mesure M_1, M_2, M_3, M_4 et M_5 .
- De la matrice de transfert $H(s,\lambda)$ entre les entrées de perturbation et les sorties à régler, dont le sous-graphe est celui reliant les sommet E_1 et E_2 aux sommets Y_1, Y_2 et Y_3 .
- De la matrice de transfert $M(s,\lambda)$ entre les entrées de commande et les sorties mesurées, dont le sous-graphe est celui reliant les sommets U_1, U_2, U_3, U_4 et U_5 aux sommets M_1, M_2, M_3, M_4 et M_5 .

Nous considérerons, pour mieux illustrer l'application, deux cas:

- Le premier cas est celui où les perturbations sont celles considérées dans la première partie.
- Dans le deuxième cas, nous supposerons que les perturbations agissent par l'intermédiaire de U_4 ; les entrées E_1 et E_2 devenant des entrées de commande.

4-4-1: ANALYSE DU GRAPHE:

Afin d'appliquer l'un des théorèmes obtenus dans le chapitre précédent, nous allons d'abord vérifier si $N(s, \lambda)$ (respectivement $G(s, \lambda)$) est à colonne (respect ligne) propre.

1^{er} cas:

* Vérifions si $N(s, \lambda)$ est à colonne propre.

- Pour E_1 , le plus court chemin E/S le reliant à un des sommets de sortie de mesure M_i ($i = 1, \dots, 5$) est le chemin (E_1, X_{11}, M_1) ou (E_1, X_{12}, M_2) de longueur 1.

- L'entrée E_2 est relié par un plus court chemin E/S au sommet M_2 par le chemin (E_2, X_{12}, M_2) de longueur 1.

Puisque (E_1, X_{11}, M_1) et (E_2, X_{12}, M_2) sont à sommets disjoints, alors $N(s, \lambda)$ est à colonne propre (voir paragraphe 2-4-1), et les ordres des zéros infinis peuvent être représentés par des arcs en amont de E_1 et E_2 (en gras)

* Vérifions aussi si $G(s, \lambda)$ est à ligne propre.

- Pour la sortie Y_1 , le plus court chemin E/S allant des entrées U_i ($i = 1, \dots, 5$) vers elle-ci est le chemin (U_1, X_1, Y_1) de longueur 2.

- Pour Y_2 ; c'est le chemin (U_2, X_8, Y_2) de longueur 1.

- Pour Y_9 ; il y a deux chemins plus court chemins (U_9, X_{10}, Y_9) et (U_4, X_{10}, Y_9) de longueur 1.

Ainsi, parmi tous ces chemins, il y en a trois qui sont à sommets disjoints (U_1, X_1, Y_1) , (U_2, X_8, Y_2) et (U_9, X_{10}, Y_9) . $G(s, \lambda)$ est par conséquent à ligne propre (voir paragraphe 2-4-1) et les ordres des zéros infinis sont représentés par des arcs en aval de Y_1 , Y_2 et Y_9 . (en gras)

$N(s, \lambda)$ étant à colonne propre et $G(s, \lambda)$ à ligne propre, nous appliquerons le théorème 3-3 pour conclure sur le rejet structurel de ces perturbations.

a) Entre l'entrée de perturbation E_1 et les sorties Y_i :

- Entre E_1 et Y_1 , il y a les plus courts chemins $(E_1, X_{12}, X_8, X_1, Y_1)$ et $(E_1, X_{11}, X_8, X_1, Y_1)$ tous deux de longueur 5 qui est supérieure à la somme des longueurs des arcs en amont de E_1 (soit 1) et en aval de Y_1 (soit 2), $(5 > 1 + 2)$.

- Entre E_1 et Y_2 , il y a les plus courts chemins (E_1, X_{12}, X_8, Y_2) et (E_1, X_{11}, X_8, Y_2) chacun de longueur 3 supérieure à la somme des longueurs en amont de E_1 et en aval de Y_2 .

- Entre E_1 et Y_3 , il y a les chemins minimaux $(E_1, X_{12}, X_8, X_{14}, X_{18}, X_{19}, Y_3)$ ou $(E_1, X_{12}, X_8, X_{14}, X_{18}, X_{19}, Y_3)$ chacun de longueur 6 supérieur à 2.

b) Entre l'entrée de perturbation E_2 et les sorties Y_i :

- Entre E_2 et Y_1 , le plus court chemin les reliant est $(E_2, X_{12}, X_8, X_1, Y_1)$ de longueur 5 supérieur à 3.

- Entre E_2 et Y_2 , le chemin plus court qui les relie est le chemin (E_2, X_{12}, X_8, Y_2) de longueur 3 supérieur à 2.

- Entre E_2 et Y_3 , le plus court chemin les reliant est $(E_2, X_{12}, X_8, X_{14}, X_{18}, X_{19}, Y_3)$ de longueur 6 supérieur à 2.

On conclue donc d'après le théorème 3-3, qu'il existe un compensateur strictement propre qui permet d'éliminer l'influence des perturbations éventuelles de E_1 et E_2 sur les sorties Y_1 , Y_2 et Y_3 .

2^{ème} cas :

Supposons maintenant que la perturbation provienne de la l'action U_4 sur la vanne de la turbine et que les entrées E_1 et E_2 soient des entrées de commande.

$N(s, \lambda)$ étant une matrice de transfert colonne non nulle, il est évident qu'elle est à colonne propre. On vérifie aisément que $G(s, \lambda)$ est à ligne propre. Nous avons donc :

- Entre U_4 et Y_1 , un plus court chemin les reliant est (U_4, X_{1a}, X_1, Y_1) de longueur 3 égale à la somme des ordres des zéros infini entre U_4 et M_3 (soit 1) et entre U_1 et Y_1 (soit 2).

- Entre U_4 et Y_2 , il y a le plus court chemin (U_4, X_{1a}, X_2, Y_2) de longueur 2 égale à la somme des ordres des zéros infini entre U_4 et M_3 (soit 1) et entre U_2 et Y_2 (soit 1).

- Entre U_4 et Y_3 , il y a le chemin (U_4, X_{1a}, Y_3) de longueur 1 inférieur à la somme des ordres des zéros infini entre U_4 et M_3 (soit 1) et entre U_3 et Y_3 (soit 1).

Il n'existe par conséquent, aucun compensateur strictement propre qui permet de rejeter complètement l'effet de la perturbation éventuelle par l'intermédiaire de U_4 sur les sorties Y_1 , Y_2 et Y_3 . Il existe tout au plus un compensateur qui est juste propre, et qui permettrait d'atténuer l'effet de cette perturbation sur les sorties, mais Y_3 sera toujours perturbée.

4-4-2 : Interprétation des résultats :

Pour le 1^{er} cas :

Lorsque les perturbations sont E_1 et E_2 , nous avons vu que la structure du système permet de rejeter ces perturbations à l'aide d'un compensateur strictement propre.

En effet, pour pouvoir mesurer, le plus rapidement possible, ces perturbations e_1 et e_2 , nous devons utiliser les sorties de mesure m_1 et m_5 respectivement, qui sont les entrées du compensateur. De même, pour agir, le plus rapidement possible, sur les sorties à régler Y_1 , Y_2 et Y_3 , nous devons utiliser les entrées de commande, qui sont aussi les sorties du compensateur, U_1 , U_2 et U_3 respectivement.

L'analyse du graphe permet aussi de trouver une structure minimale du compensateur nécessaire, ainsi que l'ordre des zéros infinis des transferts qui le constituent. Pour le transfert reliant M_1 à U_1 , par exemple on aura :

Le transfert entre E_1 et Y_1 a un zéro infini d'ordre 5, le transfert nécessaire à la mesure de E_1 a un zéro infini d'ordre 1 et le transfert de commande sur Y_1 a un zéro infini d'ordre 2. Donc pour pouvoir rejeter cette perturbation, on doit relier M_1 à U_1 par un transfert dont le zéro infini est d'ordre au plus égal à $5 - (1 + 2) = 2$.

De la même façon, on procède pour calculer l'ordre des zéros infinis des transferts reliant les entrées du compensateur M_1 et M_5 à ses sorties U_1 , U_2 et U_3 . On trouve la structure du compensateur de la figure 4-4-1 suivante :

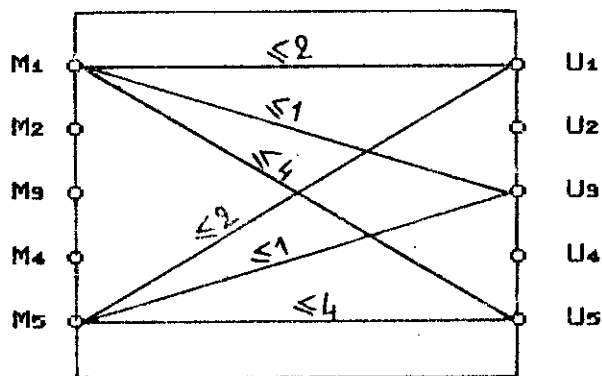


figure 4-4-1:structure générale du compensateur

Si on analyse un peu plus la structure de ce compensateur, nous voyons, d'une part, qu'il reste trois entrées (M_2 , M_3 et M_4) et deux sorties (U_2 et U_4) libres. D'autre part, que les transferts trouvés, sont tous strictement propres, on peut donc les ramener, au moins juste propres. Il nous reste donc beaucoup de possibilités avec ce compensateur pour effectuer d'autres commandes, telles le placement de pôles ou la stabilité. Le calcul définitif des paramètres du compensateur nécessite maintenant l'identification du système.

Pour le 2^{eme} cas:

Si maintenant, la perturbation est U_4 , nous avons vu que celle-ci ne peut pas être rejetée à cause de la structure du système qui ne permet pas de mesurer cette perturbation et d'agir sur la sortie Y_2 avant son action directe. L'analyse détaillée du graphe permet de trouver une structure minimale du compensateur, ainsi que l'ordre des zéros infinis des transferts. On trouve la structure suivante (figure 4-4-2).

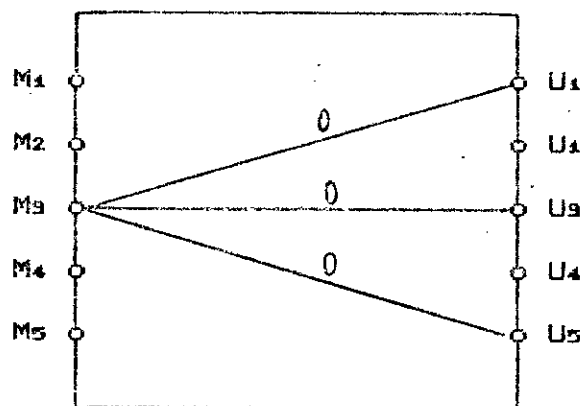


figure 4-4-2: structure du compensateur.

Ce compensateur est juste propre, du moins pour le rejet de perturbations. Le transfert entre M_9 et U_9 doit être plus rapide, (puisque l'action de U_4 sur Y_9 est plus rapide que la mesure de la perturbation U_4 par M_9 et l'action de la commande U_9 sur Y_9) mais à cause de cette impossibilité (transfert non propre), le rejet de la perturbation sur Y_9 est impossible. Dans ce cas aussi, nous voyons qu'il reste des liaisons libres qui peuvent être utilisés pour résoudre d'autres problèmes de commande.

4.5. CONCLUSION :

A partir d'un modèle d'état d'une centrale nucléaire, nous avons tracé son graphe correspondant. Nous avons ensuite utilisé celui-ci pour calculer les ordres des zéros infinis entre les différentes entrées-sorties, pour construire le graphe de la centrale dans la représentation par matrices de transfert.

Lorsque les perturbations agissent sur la puissance des éléments chauffants du pressuriseur et sur le débit de vapeur soutirée du pressuriseur, nous avons vu que l'analyse de la structure physique de la centrale nous permet de conclure sur l'existence d'un compensateur propre, ainsi que sa structure minimale, qui sauvegarde les grandeurs à régler de ces perturbations.

Par contre, lorsque les perturbations agissent sur la vanne de la turbine, la structure physique de la centrale ne permet pas de rejeter ces perturbations, mais dans ce cas aussi, l'analyse de cette structure, nous permet de choisir la structure minimale du compensateur afin d'atténuer l'effet de ces perturbations sur les grandeurs à régler.

CONCLUSION

GENERALE

Cette étude a été motivée par le souhait de déterminer les conditions nécessaires et suffisantes de solvabilité du problème du rejet de perturbation par retour de sortie mesurée pour des systèmes structurés interconnectés.

A cette fin, nous avons utilisé l'approche transfert des systèmes multivariables ainsi que la théorie des graphes.

Pour situer, avant tout, ce travail dans le cadre de l'automatique, qui est la discipline de l'analyse, de la modélisation et de la commande des systèmes dynamiques, on peut dire que l'approche structurelle constitue la première phase d'analyse des systèmes complexes en vue de leur commande.

Dans le premier chapitre nous avons rappelé les définitions et principales propriétés des concepts de la théorie des graphes et de la structure à l'infini qui constituent la base sur laquelle notre approche s'est développée.

Le deuxième chapitre contient un rappel sur les systèmes structurés ainsi que l'interprétation par les graphes de la structure à l'infini. Aucun des résultats de ces deux chapitres n'est nouveau.

Notre contribution débute au troisième chapitre où nous avons abordé le problème du rejet de perturbation par retour de sortie mesurée. L'utilisation de l'approche transfert ainsi que l'outil des graphes nous a permis en premier lieu de généraliser certains résultats de Commault et Al et de Bhattacharrya aux systèmes structurés dans l'approche transfert complétant ainsi les résultats déjà existants dans l'approche d'état.

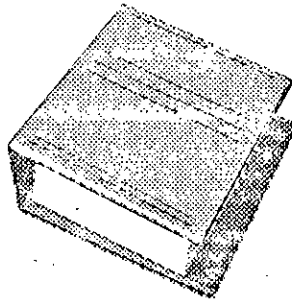
L'apport essentiel de notre travail se situe principalement dans le théorème 3-5 où nous avons présenté, en plus des conditions nécessaires et suffisantes de solvabilité du problème du rejet de perturbation par retour de sortie mesurés, une méthode pour déterminer la structure du compensateur nécessaire. Il faut noter ici que les résultats sont conformes aux conditions de découplage des systèmes structurés données par A. Belmehdi (87), ce qui n'est pas le cas du résultat de Bhattacharrya et Al (84).

L'application de ces résultats à un modèle d'une centrale nucléaire montre l'intérêt pratique de l'étude structurelle, ainsi que la simplicité de cette approche par la théorie des graphes dans le cadre de l'approche transfert.

Nous estimons avoir fait un pas pour une meilleure compréhension de la théorie des systèmes structurés. La résolution du problème du rejet de perturbation par retour de sortie mesurée nous a permis d'introduire des nouveautés, notamment le graphe du produit de Kronecker, dont l'importance peut déborder le simple cadre du rejet de perturbation. Cependant beaucoup reste encore à faire. Si un jour cela se concrétise, nous serons heureux d'avoir contribué. Parmi les points qui restent à éclaircir ou à approfondir, nous pouvons citer :

- * La résolution du même problème mais avec stabilité et libre placement de pôles; dans ce cas la structure à l'infini ne peut plus être suffisante à elle seule, il faut donc introduire une autre représentation graphique exhibant la structure interne du système.

- * La résolution du problème du rejet de perturbation lorsque celle-ci intervient sur les paramètres du système, c'est à dire sur sa structure, ou encore la version avec robustesse du compensateur.



REFERENCES

REFERENCES

- [1] H.Akashi and H.Imai (1979)
"Disturbance localisation and output deat beat through an observer in discrete time linear multivariable systems"
IEEE Tran. Aut. Cont. Vol.AC-24 pp 621-627.
- [2] G.Basile and G.Marro (1969)
"Controlled and conditioned invariant subspaces in linear systems theory"
J.O.T.A. Vol.3 pp 306-315.
- [3] A.Belmehdi (1987)
"Sur la stabilité et le découplage structurel des systèmes linéaires"
Thèse de Doctorat Ingénieur. INP de Grenoble - France.
- [4] A.Belmehdi (1991)
"Transfert matrix approach to the structural block decoupling"
Submitted to I.J.C.
- [5] A.Belmehdi (1992)
"On the generic structure at infinity within the transfert matrix form"
Submitted to I.J.S.S.
- [6] Benahcene (1991)
"Rejet de perturbation pour des systèmes structurés"
Rapport de DEA. INP de Grenoble - France.
- [7] C.Berge (1970)
"Graphes"
Gauthier Villard 3^eEdition.
- [8] S.P.Bhattacharrya (1982)
"Transfert function conditions for output feedback disturbance rejection"
IEEE Trans. Aut. Cont. Vol.AC-27 n°4 pp 974-977.
- [9] S.P.Bhattacharrya, A.C.Del Nero Gomes and J.W.Howze (1983)
"The structure of robust disturbance rejection control"
IEEE Trans. Aut. Cont. Vol.AC-28 c°9 pp 874-880.
- [10] S.P.Bhattacharrya, D.Y.Ohm and J.W.Howze (1984)
"Transfert function conditions for (C',A,B) - Pairs"
IEEE Trans. Aut. Cont. Vol.AC-29 n°2 pp 172-174.

Références

- [11] S.P.Bhattacharrya, D.Y.Ohm and J.W.Howze (1985)
"Structural synthesis of multivariable controllers"
Automatica Vol.21 n°1 pp 35-55.
- [12] C.Commault (1983)
"Quelques aspects structurels de la commande des systèmes multivariables"
Thèse d'état. INP de Grenoble - France.
- [13] C.Commault and J.C.Willems (1981)
"Disturbance decoupling by measurement feedback with stability or pole placement"
S.I.A.M. Journal control and optimisation VOL.19 n°4 pp 490-504.
- [14] C.Commault, J.M.Dion and S.Perez (1984)
"Transfert matrix approach to the disturbance decoupling problem"
I.F.A.C. 9° World congress. Budapest - Hungary pp 130-133.
- [15] C.Commault, J.M.Dion and A.Belmehdi (1987)
"Structured systems within the transfert matrix approach"
Systems and control letters Vol.9 pp 355-339.
- [16] C.Commault, J.M.Dion and A.Perez (1991)
"Disturbance rejection for structured systems"
IEEE Trans. Aut. Cont. Vol.36 n°7 pp 884-887.
- [17] J.M.Dion and C.Commault (1982)
"Smith Mc Millan factorizations at infinity of rational matrix functions and their control interpretation"
Systems and control letters Vol.1 n°5 pp 312-320.
- [18] J.M.Dion (1983)
"Sur la structure à l'infini des systèmes linéaires"
Thèse d'état. INP de Grenoble - France.
- [19] D.I.Franksen, P.Falster and F.J.Evans (1979)
"Qualitative notes aspects of large scale sytems"
Lecture notes in control and information sciences. Springer Verlag.
- [20] F.R.Gantmacher (1959)
"Theory of matrix"
Chelsea Vol.1 and 2.
- [21] M.Gandran et M.Minoux (1979)
"Graphes et algorithmes"
Editions Eyrolles

Références

- [22] T.Kailath (1980)
"Linear systems"
Printice-Hill.
- [23] C.T.Lin (1974)
"Structural controllability"
IEEE Trans. Aut. Cont. Vol.AC-19 n°3 pp 201-208.
- [24] A.Linnemann (1981)
"Decoupling of structured systems"
Systems and control letters Vol.1 n°2 pp 79-81.
- [25] A.G.J.Mac Farlane and N.Karcanias (1976)
"Poles and zeros of linear multivariable systems : A survey of the algebraic geometric and complex variable theory"
Int. journal of control Vol.24 pp 33-74.
- [26] M.Malabre (1985)
"Sur le rôle de la structure à l'infini et des sous-systèmes presque-invariants dans la résolution de problèmes de commande"
Thèse d'état. Université de Nantes - France.
- [27] K.Ogata (1967)
"State space analysis of control systems"
Printice-Hill.
- [28] A.B.Ozgüler and V.Elden (1985)
"Disturbance decoupling problems via dynamic output feedback"
IEEE Trans. Aut. Cont. Vol.AC-30 n°8 pp 756-764.
- [29] L.Pernedo (1978)
"Algebraic control theory for linear multivariable systems"
Dept. Automatic control. Lund institut Techn. Lund - Sweden.
- [30] A.C.Pugh and P.A.Ratcliffe (1979)
"On the zeros and poles of a rational matrix"
Int. journal of control Vol.30 pp 213-226.
- [31] C.Rech (1988)
"Commandabilité et observabilité structurelles des systèmes interconnectés"
Thèse d'état. Université des Sciences Techniques de Lille Flandres Artois - France.
- [32] K.J.Reinschke (1988)
"Multivariable control : A graph theoretic approach"
Lecture notes in control and information sciences. Springer Verlag.

Références

- [33] H.H.Rosenbrock (1970)
"State space and multivariable theory"
Wiley - New York.
- [34] H.H.Rosenbrock (1974)
"Computer Aided Control"
System design. Academic Press.
- [35] B.Roy (1969) □
"Algèbre moderne et théorie des graphes T1 : Notions et résultats fondamentaux"
Dunod - Paris.
- [36] R.W.Shield and J.B.Pearson (1976)
"Structural controllability of multi input linear systems"
IEEE Trans. Aut. Cont. Vol.AC-21 n°2 pp 203-212.
- [37] C.Schzas and F.J.Evans (1981)
"A graph theoretic approach to multivariable control system design"
Automatica Vol.17 pp 371-377.
- [38] J.M.Schumacher (1980)
"Compensator synthesis using (C,A,B) - Pairs"
IEEE Trans. Aut. Cont. Vol.AC-25 pp 1133-1138.
- [39] A.I.G.Vardulakis (1980)
"On infinite zero"
Int. journal of control Vol.32 pp 849-866.
- [40] J.W.Van Der Woude (1991)
"A graph theoretic characterisation for the rank of the transfert matrix of a structured systems"
Matimatics of control signals and systems pp 33-40.
- [41] G.C.Verghese (1978)
"Infinite frequency behaviour in generalized dynamical systems"
PHD Thesis : Dept of elect. Stanford University - U.S.A.
- [42] W.A.Wolowich (1974)
"Linear multivariable systems"
Springer Verlag.
- [43] W.M.Wonham (1979)
"Linear multivariable control : A geometric approach"
Springer Verlag.

Références

- [44] W.M.Wonham and A.S.Morse (1970)
"Decoupling and pole assignement in linear multivariable systems : A geometric approach".
S.I.A.M. Journal cont. and opt. VOL.8 pp 1-18.
- [45] J.M.Dion and C.Commaut (1991)
"Feedback decoupling of strucured systems"
European Cont. Conference. 25 June.Grenoble - France 1789-1793.
- [46] S.Mensah (1982)
"Contrôleur multivariable pour une centrale nucléaire CANDU 600 MWe".
PhD Thesis : Institut de Génie Nucléaire, Université de Montréal (Canada).

ANNEXES

***ANNEXE I : PRODUIT DE KRONECKER ET
INTERPRETATION PAR LES GRAPHS.***

***ANNEXE II : MODELE D'ETAT LINEAIRE DE
LA CENTRALE NUCLEAIRE.***

DEFINITION : [22]

Soit A et B deux matrices de dimensions respectives (p x m) et (l x d). Le produit de Kronecker de A par B noté $A \otimes B$ est une matrice C de dimension (p.l x m.d) définie par :

$$C = \begin{bmatrix} a_{11}[B] & a_{12}[B] & \dots & a_{1m}[B] \\ a_{21}[B] & a_{22}[B] & \dots & a_{2m}[B] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{p1}[B] & a_{p2}[B] & \dots & a_{pm}[B] \end{bmatrix}$$

Exemple :

Soient $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ et $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & 4 & 8 & -2 & -4 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 6 & 12 & 0 & 0 & 4 & 8 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

PROPOSITION : [14]

Soit A, B et C trois matrices de dimensions respectives $(p \times m)$, $(l \times d)$ et $(p \times d)$, l'équation $A X B = C$ est équivalente à l'équation $(B^t \otimes A) x = c$.
 où x et c sont des vecteurs colonnes définis par :

$$\begin{aligned} x &= \text{col} (X_1^c, X_2^c, \dots, X_l^c) && (ml \times 1) \\ c &= \text{col} (C_1^c, C_2^c, \dots, C_d^c) && (pd \times 1) \end{aligned}$$

Construction du graphe de $N^l(s, \lambda) \otimes G(s, \lambda)$ à partir des graphes associés à $N^l(s, \lambda)$ et $G(s, \lambda)$:

Etant donné le graphe du système structuré de l'équation (3-1). Il représente les liaisons entre $u(s)$ et $y(s)$, $G(s, \lambda)$ entre $e(s)$ et $y(s)$, $H(s, \lambda)$, entre $u(s)$ et $m(s)$, $M(s, \lambda)$ et entre $e(s)$ et $m(s)$, $N(s, \lambda)$.

1^{er} étape :

Reproduire le sous-graphe associé à $G(s, \lambda)$ d fois; on obtient d groupes de sommets de commande et d groupes de sommets de sortie.

2^{er} étape :

Subdiviser le graphe associé à $N(s, \lambda)$ en d sous-graphes; chaque sous-graphe représentera les liaisons entre une perturbation e_j ($j = 1, \dots, d$) et tous les sommets de sorties mesurées m_i ($i = 1, \dots, l$). $N^l(s, \lambda)$ étant les mêmes sous-graphes mais d'orientation inversée.

3^{er} étape :

On associe à chaque sommet de sortie mesurée m un sommet X qui sera un sommet d'entrée du graphe global selon :

$$\begin{aligned} X_1 &= m_1, & X_2 &= m_1, & \dots, & X_l &= m_1 \\ X_{l+1} &= m_2, & X_{l+2} &= m_2, & \dots, & X_{2l} &= m_2 \\ & \vdots & & & & & \\ & \vdots & & & & & \\ X_{(m-1)l} &= m_1, & \dots, & & & X_{ml} &= m_1. \end{aligned}$$

Annexe I : Produit de Kronecker et interprétation par les graphes

On obtient ainsi $m.l$ nouveaux sommets d'entrée.

A chaque sommet de sortie à régler y on associe un sommet Z , selon :

$$\begin{array}{ll}
 Z_1 = y_1, & Z_2 = y_2, \dots, Z_p = y_p & \text{du 1}^{\text{er}} \text{ graphe obtenu dans l'étape 1} \\
 Z_{p+1} = y_1, & Z_{p+2} = y_2, \dots, Z_{2p} = y_p & \text{du 2}^{\text{eme}} \text{ graphe obtenu dans l'étape 1} \\
 \vdots & & \\
 Z_{(d-1)p+1} = y_1, & Z_{(d-1)p+2} = y_2, \dots, Z_{dp} = y_p & \text{du d}^{\text{eme}} \text{ graphe obtenu dans l'étape 1.}
 \end{array}$$

On obtient donc $d.p$ nouveaux sommets de sortie.

4^{er} étape :

Connexion des sous-graphes de l'étape 1 et les sous-graphes de l'étape 2. Confondre chaque groupe de sommet de commande u_i ($i = 1, \dots, m$) des d sous-graphes de l'étape 1, avec un des sommets e_j ($j = 1, \dots, d$) des sous-graphes de l'étape 2, c'est à dire :

$$\begin{array}{ll}
 e_1 = u_1, & e_1 = u_2, \dots, e_1 = u_m & \text{pour le 1}^{\text{er}} \text{ sous-graphe de l'étape 1} \\
 e_2 = u_1, & e_2 = u_2, \dots, e_2 = u_m & \text{pour le 2}^{\text{eme}} \text{ sous-graphe de l'étape 1} \\
 \vdots & & \\
 e_d = u_1, & e_d = u_2, \dots, e_d = u_m & \text{pour le d}^{\text{eme}} \text{ sous-graphe de l'étape 1.}
 \end{array}$$

Enfin compléter par les sous-graphes de l'étape 2 en ne considérant qu'une seule fois chaque sommet u_i lié au sommet e_j .

Exemples :

Si on connecte le sommet m_1 , associé à X_1 , au sommet e_1 , confondu au sommet u_1 par exemple, on doit connecter un autre sommet m_i , confondu à X_i ($i = 2, \dots, l$), au sommet e_1 , confondu avec un autre sommet u_i ($i = 2, \dots, l$).

On obtient ainsi le graphe de $N^l(s, \lambda) \otimes G(s, \lambda)$, constitué de $m.l$ sommets d'entrée et de $d.p$ sommets de sortie.

Pour ajouter la colonne $\begin{bmatrix} H_1^c \\ \vdots \\ H_d^c \end{bmatrix}$ au graphe ainsi construit on utilisera l'étape suivante :

5^{er} étape :

On ajoute un sommet X_{m+1} et on connecte celui-ci aux sommets de sortie Z_i ($i = 1, \dots, d$) selon :

Connecter le sommet X_{m+1} aux sommets :

$Z_1, \dots, Z_p (= y_1, \dots, y_p)$ selon la connection de e_1 à (y_1, \dots, y_p) dans le 1^{er} sous-graphe de l'étape 1.

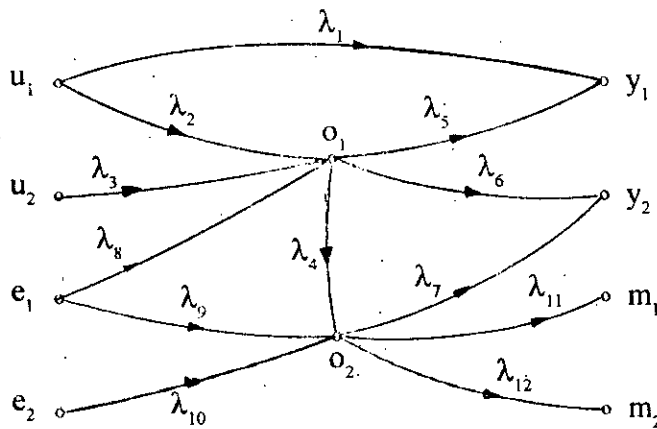
$Z_{p+1}, \dots, Z_{2p} (= y_1, \dots, y_p)$ selon la connection de e_2 à (y_1, \dots, y_p) dans le 2^{eme} sous-graphe de l'étape 1.

⋮

$Z_{(d-1)p+1}, \dots, Z_{dp} (= y_1, \dots, y_p)$ selon la connection de e_d à (y_1, \dots, y_p) dans le d^{eme} sous-graphe de l'étape 1.

Exemple :

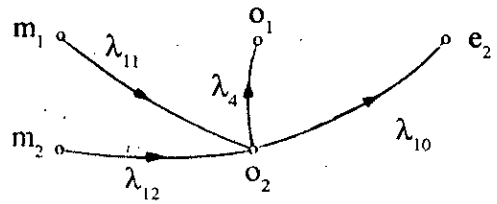
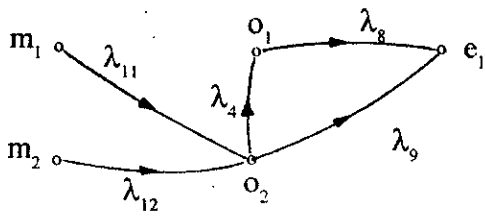
Soit le graphe pondéré suivant :



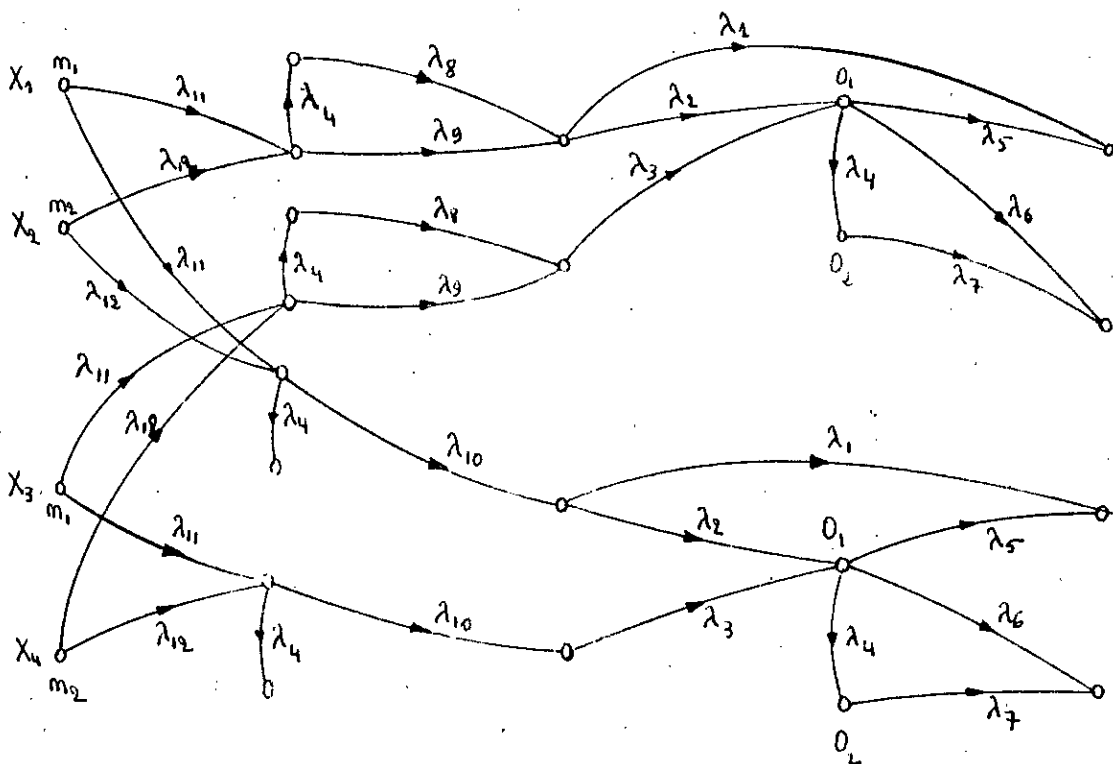
Graphe pondéré.

Annexe I : Produit de Kronecker et interprétation par les graphes

2^{ème} étape :



On obtient le graphe global suivant :



Graphe de $N^i(\lambda) \otimes G(\lambda)$.

MATRICES DU MODELE D'ETAT LINEAIRE DE LA CENTRALE:

Le modèle est écrit sous la forme:

$$\dot{X}(t) = A.X(t) + B.U(t) + E.E(t)$$

$$Y(t) = C.X(t)$$

$$M(t) = D.X(t)$$

Remarque:

Les matrices A, C et D étant très grandes, avons écrit chaque ligne de ces matrices sur quatres lignes.

Variables d'état :

$X_1(t)$: Flux neutronique.

$X_2(t)$: Concentration du premier précurseur.

$X_3(t)$: Concentration du second précurseur.

$X_4(t)$: Température moyenne du combustible.

$X_5(t)$: Apport thermique des produits de fission en décroissance radioactive.

$X_6(t)$: Température moyenne du primaire dans le réacteur.

$X_7(t)$: Température moyenne du caloporteur à l'entrée du réacteur.

$X_8(t)$: Pression dans le collecteur de sortie.

$X_9(t)$: Qualité dans le collecteur de sortie.

$X_{10}(t)$: Variation de la réactivité zonal.

$X_{11}(t)$: Volume d'eau dans le préssuriseur.

$X_{12}(t)$: Pression dans le préssuriseur.

$X_{13}(t)$: Température moyenne du caloporteur dans la chaudière.

$X_{14}(t)$: Entalpie dans la colonne de montée.

$X_{15}(t)$: Qualité du secondaire dans la colonne de montée.

$X_{16}(t)$: Volume d'eau dans le ballon vapeur.

$X_{17}(t)$: Entalpie dans le ballon vapeur.

$X_{18}(t)$: Densité de la vapeur dans le ballon vapeur.

$X_{19}(t)$: Puissance de la turbine.

$X_{20}(t)$: Débit d'eau entre le collecteur de sortie et le préssuriseur.

$X_{21}(t)$: Débit de masse normalisé de l'eau d'alimentation.

$X_{22}(t)$: Chaleur transférée dans le préchauffeur.

$X_{23}(t)$: Température du secondaire à la sortie du réchauffeur.

$X_{24}(t)$: Température de l'eau d'alimentation à l'entrée du préchauffeur.

Variables d'entrée de commande:

- $U_1(t)$: La demande d'ouverture de la vanne du contrôleur zonal.
 $U_2(t)$: La variable de commande du pressuriseur.
 $U_3(t)$: L'ouverture de la vanne de décharge de vapeur dans le condenseur .
 $U_4(t)$: L'ouverture de la vanne de la turbine.
 $U_5(t)$: Demande d'ouverture de la vanne d'eau d'alimentation.

Variables d'entrée de perturbations:

- $E_1(t)$: La variation de la puissance des éléments chauffant du pressuriseur.
 $E_2(t)$: Le débit de vapeur soutirée du pressuriseur.

Variables de sortie à régler:

- $Y_1(t)$: Le flux neutronique.
 $Y_2(t)$: La pression dans le collecteur de sortie du réacteur.
 $Y_3(t)$: La puissance de la turbine.

Variables de sortie mesurées:

- $M_1(t)$: Le volume d'eau dans le pressuriseur.
 $M_2(t)$: La pression dans le pressuriseur.
 $M_3(t)$: Le volume d'eau dans le ballon vapeur.
 $M_4(t)$: La densité de la vapeur dans le ballon vapeur.
 $M_5(t)$: Le débit de masse normalisé de l'eau d'alimentation.

Annexe II : Modele d'état lineaire de la centrale nucléaire

Matrice A:

-6.45233	4.7267E-03	0.41509	-7.4361E-03	0.00000	7.4361E-03
0.00000	0.00000	7.75044	1107.21	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2.76386	-4.7267E-03	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3.68847	0.00000	-0.41509	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
56.3301	0.00000	0.00000	-0.16246	60.4400	0.16246
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
1.7909E-03	0.00000	0.00000	0.00000	-2.6336E-02	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.17886	0.00000	-2.75950
0.00000	-0.34224	160.549	0.00000	0.00000	0.00000
1.49931	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	3.8766E-03
0.00000	0.00000	20.2884	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
-2.58065	-0.34224	160.549	0.00000	0.00000	0.00000
1.49931	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	3.8766E-03
0.00000	0.00000	20.2884	-147.226	0.00000	0.00000
2.56024	0.00000	0.00000	3.2802E-02	-38.7641	-6.9402E-02
8.9476E-02	-1.45482	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
4.9876E-02	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	2.5209E-04
0.00000	-0.65554	1.24794	-8.37319	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	1.5321E-04	0.00000	-1.5321E-04
1.0107E-03	-8.1708E-03	-0.25000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Annexe II : Modèle d'état linéaire de la centrale nucléaire

Matrice A (suite)

0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.93017	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	2.51040	20.9211	0.00000	0.00000	0.00000
-0.49730	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	4.4427E-04
0.00000	0.00000	1.32189	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	-0.39157	183.691	0.00000	0.00000	0.00000
1.88748	2.3810E-02	-382.339	-7.0706E-08	0.22090	-7.1224E-03
0.00000	0.00000	-16.3393	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	1.6116E-04	-0.26791	0.00000	0.00000	-1.6241E-06
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	3.3301E-02	-50.1633	-8.07134E-09	0.00000	-3.4608E-04
0.00000	0.00000	1.29045	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	-38.7641	-0.11802	1.4779E-03
0.00000	0.00000	1.5321E-04	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	3.68563	3982.65	-7.1413E-05	0.00000	-0.12989
0.00000	0.00000	-28.5643	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	1.8254E-05
-0.45454	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	5.43010	0.00000	0.00000	0.00000	-5.43010
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	-2.85714	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	-0.50000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	1.1442E-06
0.00000	0.00000	3.1021E-02	0.00000	0.00000	-3.9603E-04

Annexe II : Modèle d'état linéaire de la centrale nucléaire

Matrice A (suite)

0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	1.1079E-04
0.00000	0.00000	-0.25000	0.00000	-5.0000E-02	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	2.1277E-02	-2.1277E-02

Matrice B:

0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.65555	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
-3.2527E-04	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	-1.61671	-2.15561	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	-0.18445	-0.24607	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	-1632.86	-2177.14	0.00000
0.00000	0.00000	-1.9522E-02	0.42852	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.50000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	-0.11849	2.60101	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Annexe II : Modèle d'état linéaire de la centrale nucléaire

Matrice E^t:

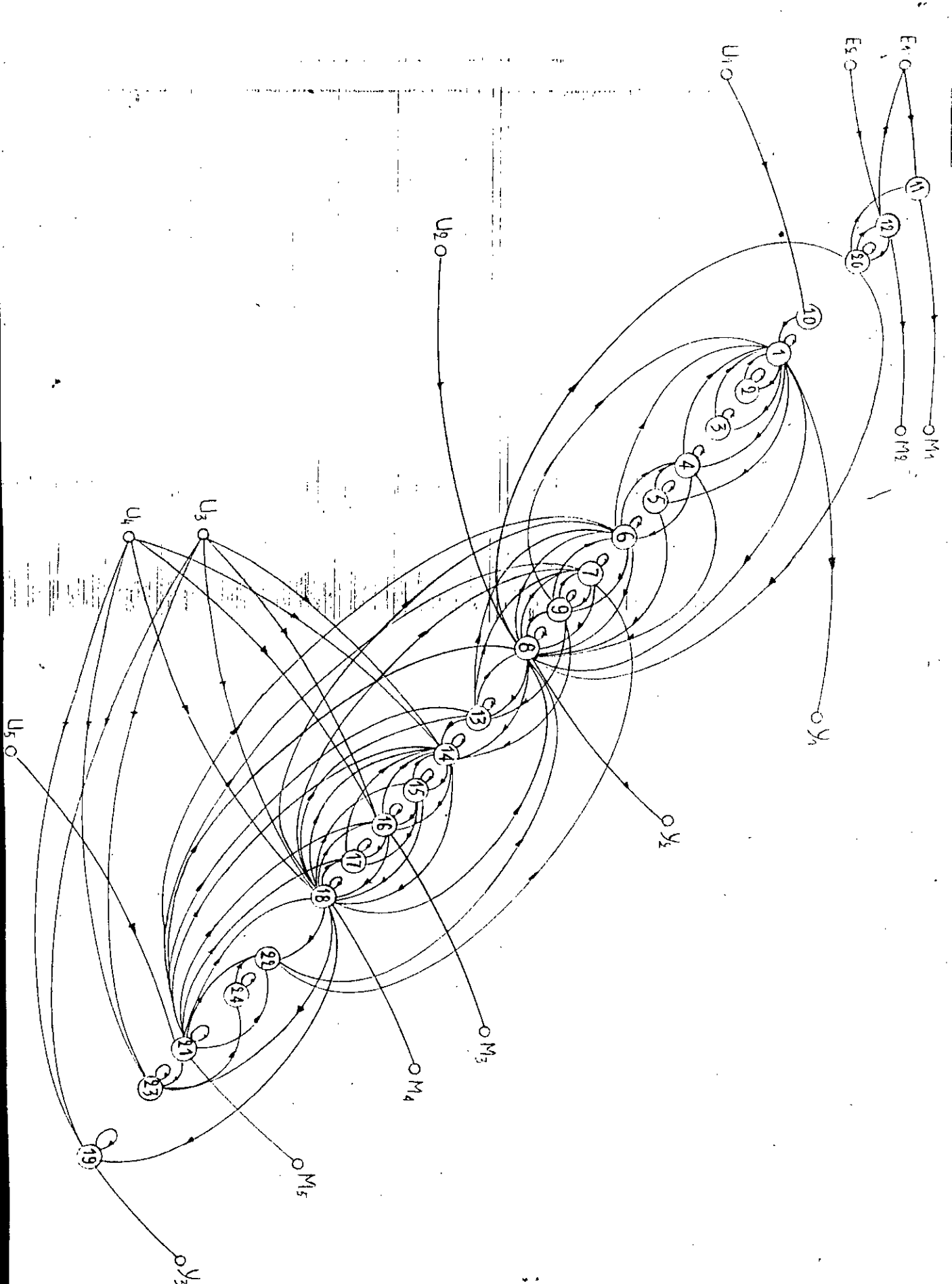
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	7.1158E-04	6.6189E-04
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	-0.93017
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Matrice C:

1.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
1.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Matrice D:

0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.34014	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	1.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	5.5459E-02	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	1.9336E-04
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	-1.00000	0.00000	0.00000	0.00000



ملخص:

إن العمل المقدم في هذه الأطروحة يخدم مسألتين أساسيتين: إبعاد التشويشات بإعادة المقاسم في النظم البنوية المتعددة المتغيرات. نبيّن ان ابعاد التشويشات باعادة المقاسم ممكن كلما كان تأثير مداخل التشويش على المقاسم المعدلة من خلال المسالك المحدوية على المعدل أسرع من تأثيرها من خلال المسالك المباشرة. نصف أيضا بتعبير مسالك E/S (في البيان المرفق) البنية اللانهائية التابعة للنظام و شروط حل المشكلة. في الاخير نقدم تطبيق النتائج المحصلة على نموذج محطة نووية.

المصطلحات: النظام البنوي . نظرية المخططات . نظام في اللانهائي . ابعاد التشويش

ABSTRACT:

This thesis is concerned with the solvability of the measured output feedback disturbance rejection problem for multivariable structured systems. It turns out, that disturbance rejection is solvable by measured output feedback whenever "the disturbance inputs reach the controlled outputs through channels containing the compensator more quickly than through direct channels". We characterize, in terms of input-output paths in associated graphs the infinite structure inherent to the structured systems and solvability conditions for this problem. The obtained results are applied on a nuclear power plant model.

Key words: Structured systems, Graph theoretic, Infinite structure, Disturbance rejection.

RESUME:

Le travail présenté dans cette thèse concerne la solvabilité du problème du rejet de perturbations par retour de sorties mesurées dans les systèmes structurés multivariables. On montre que, le rejet des perturbations est possible, par retour de sorties mesurées, chaque fois que "les entrées de perturbation atteignent les sorties à régler plus rapidement, à travers les chemins contenant le compensateur qu'à travers les chemins directs". La structure à l'infini inhérent au système et les conditions de solvabilité du problème sont caractérisées en terme de chemins E/S dans le graphe associé au système. Une application des résultats obtenus est faite sur modèle d'une centrale nucléaire.

Mots clés: Système structuré, Théorie des graphes, Structure à l'infini, Rejet de perturbation.