

M0027/93A

# THESE

Présentée à

## L'ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Par : Mr Nourreddine REZGUI

Pour l'obtention du diplôme de

BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

### MAGISTER

en hydraulique

### THEME

**CONCEPTION OPTIMALE DES  
RESEAUX D'ASSAINISSEMENT  
PLUVIAL PAR PROGRAMMATION  
MATHEMATIQUE**

Soutenu en NOVEMBRE 1993

Devant le Jury composé de :

President :	Mr A. KETTAB	MAITRE DE CONFERENCE E.N.P.
Rapporteurs :	Mr Y. ZECH	PROFESSEUR A L'U.C.L. (BELGIQUE),
	Mr M. BERKANI	CHARGE DE COURS E.N.P.
Examineurs :	Mr B. SALAH	CHARGE DE COURS E.N.S.H.
	Mr Y. MOULOUDI	MAITRE ASSISTANT E.N.P.
	Mr M. CHERARED	MAITRE ASSISTANT E.N.P.
Invité	Mme H. BENCHERIF	MAITRE DE CONFERENCE E.N.P.

# THESE

Présentée à

## L'ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Par : Mr Nourreddine REZGUI

Pour l'obtention du diplôme de

الدراسة الوطنية الهندسة المدنية  
BIBLIOTHEQUE - المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

### MAGISTER

en hydraulique

### THEME

## CONCEPTION OPTIMALE DES RESEAUX D'ASSAINISSEMENT PLUVIAL PAR PROGRAMMATION MATHEMATIQUE

Soutenu en NOVEMBRE 1993

Devant le Jury composé de :

Président :	Mr A. KETTAB	MAITRE DE CONFERENCE E.N.P.
Rapporteurs :	Mr Y. ZECH	PROFESSEUR A L'U.C.L. (BELGIQUE),
	Mr M. BERKANI	CHARGE DE COURS E.N.P.
Examineurs	Mr B. SALAH	CHARGE DE COURS E.N.S.H.
	Mr Y. MOULOUDI	MAITRE ASSISTANT E.N.P.
	Mr M. CHERARED	MAITRE ASSISTANT E.N.P.
Invité	Mme H. BENCHERIF	MAITRE DE CONFERENCE E.N.P.

DEDICACE

(\*-----\*)

A la mémoire de mon père Labidi,  
A la plus chère et tendre personne qui  
a sacrifié toute sa vie pour ma soeur  
et moi, ma mère,  
A ma très chère soeur,  
A mon très chère oncle Hamma,  
— A toute ma famille,  
A tous mes amis,  
A toutes les personnes qui respectent la science,  
A la gloire et à la prospérité de l'Algérie.

-----\*( NOUREDDINE )\*-----

---\*( REMERCIMENTS )\*---

Je tiens à exprimer mes grands remerciements à Monsieur Y.ZECH, Professeur à l'université Catholique de Louvain-la-Neuve (Belgique) du département Génie Civil, de m'avoir proposé ce sujet et de ne m'avoir jamais privé de son aide morale et scientifique. L'ambiance exceptionnelle qu'il sait créer et entretenir à souvent été génératrice de fructueuses discussions et de critiques très objectives.

Je remercie aussi Monsieur M.BERKANI qui a accepté d'assurer la direction de mon travail à l'E.N.P .

Mes remerciements s'adressent évidemment à Monsieur A.KETTAB d'avoir accepté la présidence du Jury, ainsi que Messieurs B.SALLAH, Y.MOULOUDI et M.CHERRARED d'être examinateurs. En outre, je remercie Mme H.BENCHERIF d'avoir accepter l'invitation pour ma soutenance.

Je dois présenter mes grands remerciements et mon grand estime à tous les grands travailleurs de la Bibliothèque de l'ENP qui ne cessent jamais d'aider les étudiants malgré tous les problèmes qu'ils affrontent. En effet leur compréhension vis à vis de moi et de tous les étudiants, ainsi que leur volonté de travail, nous pousse à chercher et à travailler d'avantage.

Enfin, je remercie vivement tous les amis qui m'ont soutenue durant ces années d'étude, et spécialement A.NAMOUCHE, B.MAHDÍ, HALIM et ses copains de travail.

مختصر:

هدف هذا العمل هو لرسم الإقتصادي لشبكة تصريف مياه الأمطار عن طريق البرمجة اللاحظية. تشمل هذه الدراسة على التحليل الهيدرولوجي لحساب التدفق وحساب الثمن الأدنى للمشروع ثم التحقق من ارتفاع الماء في الشبكة. زيادة على ذلك، نتحقق من النتيجة الزائفة من طريق قياس فيزيائي للحصول على الرسم الهندسي النهائي للشبكة.

Résumé :

Ce travail a pour but la conception optimale des réseaux d'assainissement pluvial, et ceci par programmation non-linéaire.

L'étude comporte trois étapes essentielles: l'analyse hydrologique pour déterminer les débits de dimensionnement, l'optimisation théorique en minimisant le coût du projet et la vérification du niveau piézométrique dans le réseau.

En outre, la solution finale est vérifiée par un test physique pour aboutir à la topographie finale du réseau.

Summary :

The goal of this work is to determine the optimal solution of a sewer network with the non-linear programming.

The study has three parts: the hydrologic analysis for computing the flow, optimizing the cost of the project and checking the piezometric level in the network.

However, the final solution is checked by a physical test to have the final topography of the network.

INTRODUCTIONChapitre I : ETUDE HYDROLOGIQUE

A) INTRODUCTION . . . . .	2
B) RAPPEL DE QUELQUES CONCEPTS FONDAMENTAUX . . . . .	2
B.1- Généralités . . . . .	2
B.2- Facteurs influençant le calcul des réseaux d'assainissement pluvial . . . . .	2
b.2.1- Facteurs climatiques . . . . .	2
b.2.2- Facteurs topographiques . . . . .	2
B.3- Calcul des réseaux d'assainissement pluvial . . . . .	3
B.4- Précipitation et facteurs influençant l'écoulement . . . . .	3
b.4.1- Généralités . . . . .	3
b.4.2- Période de récurrence (Période de retour) . . . . .	3
b.4.3- Intensité de précipitation . . . . .	4
b.4.4- Coefficient de ruissellement . . . . .	4
b.4.5- Temps de concentration . . . . .	5
B.5- Evaluation du débit . . . . .	5
b.5.1- Exposé de la méthode . . . . .	5
b.5.2- Evaluation du facteur de forme (f) . . . . .	7

Chapitre II : ETUDE DES CONTRAINTES

A) INTRODUCTION . . . . .	13
B) LOIS FONDAMENTALES DES ECOULEMENTS EN ASSAINISSEMENT . . . . .	13
C) CONTRAINTES HYDRAULIQUES ET TECHNOLOGIQUES . . . . .	15
C.1- Contrainte de vitesse . . . . .	15
C.2- Contrainte de couvert . . . . .	15
C.3- Contrainte de progression de diamètre . . . . .	16
C.4- Contrainte de descente aux regards . . . . .	16
C.5- Contrainte de limitation de diamètre . . . . .	16
D) ETUDE THEORIQUE ET RECHERCHE D'UN POINT INITIAL REALISABLE	
D.1- Etude théorique ou géométrique . . . . .	16
d.1.1- Réduction des contraintes . . . . .	17
d.1.2- localisation de l'optimum . . . . .	17
D.2- recherche d'un point initial réalisable analytiquement. . . . .	19

Chapitre III : ETUDE DE LA FONCTION OBJECTIVE

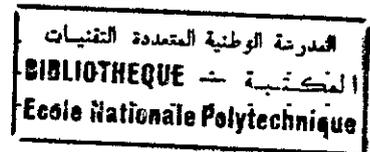
A) INTRODUCTION . . . . .	22
---------------------------	----

	المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات	22
	BIBLIOTHÈQUE — المكتبة	22
	Ecole Nationale Polytechnique	24
B) COUT D'UN RESEAU D'ASSAINISSEMENT PLUVIAL		
B.1- Coût d'achat et de pose (CA)		22
B.2- Coupe type pour la pose des conduites		24
B.3- Coût d'excavation (CE)		24
b.3.1- Cas du sol homogène		24
b.3.2- Cas du sol stratifié $(C_{Mi+di+a}) > P_i$		25
b.3.3- Cas du sol stratifié $(C_{Mi+di+a}) \leq P_i$		25
B.4- Coût de destruction et de refecton du pavage (CP)		25
b.4.1- Cas du sol homogène		25
b.4.2- Cas du sol stratifié $(C_{Mi+di+a}) > P_i$		25
b.4.3- Cas du sol stratifié $(C_{Mi+di+a}) \leq P_i$		26
B.5- Coût d'achat et de pose de la criblure de pierre (CC)		26
b.5.1- Cas du sol homogène		26
b.5.2- Cas du sol stratifié $(C_{Mi+di+a}) \leq P_i$		26
b.5.3- Cas du sol stratifié $C_{Mi-d} < P_i < C_{Mi+di+a}$		26
b.5.4- Cas du sol stratifié $P_i \leq C_{Mi-d}$		33
B.6- Conclusion		33
C) ETUDE MATHEMATIQUE DE LA FONCTION OBJECTIVE		33
C.1- Rapport de quelques théorèmes fondamentaux		33
c.1.1- Notions de convexité		33
c.1.2- Notions d'optimisation		34
C.2- Etude de la convexité de la fonction objective		34
C.3- Etude de variation de la fonction objective		37
D) CONCLUSION		38

#### Chapitre IV : ETUDE THEORIQUE DES METHODES D'OPTIMISATION

A) INTRODUCTION		39
B) REGLES ET THEOREMES FONDAMENTAUX		39
B.1- propriété		39
B.2- Définition d'un algorithme fermé		39
B.3- Définition de la direction de descente		40
B.4- Théorème (condition d'optimalité de Fritz-John)		40
B.5- Théorème (condition d'optimalité de Kuhn-Tucker)		40
C) METHODES DE PROGRAMMATION LINEAIRES		41
C.1- Introduction		41
C.2- Recherche d'un point initial par le Simplexe		44
C.3- Variante du simplexe dans le cas des variables bornées.		45
D) METHODES DE PROGRAMMATION NON-LINEAIRE		47
D.1- Introduction		47
D.2- Méthode de ROSEN		47
d.2.1- Introduction		47
d.2.2- Recherche du point initial réalisable		48
d.2.3- Recherche l'optimum		49
d.2.4- Etude de la convergence de la méthode de ROSEN		50
D.3- Méthode de TOPKIS-VEINOTT		51
d.3.1- Introduction		51
d.3.2- Recherche du point initial réalisable		51
d.3.3- Recherche de l'optimum		51
d.3.4- Etude de la convergence		52

D.4- Méthode modifiée . . . . .	53
d.4.1- Introduction . . . . .	53
d.4.2- Méthode modifiée . . . . .	54
E) Conclusion . . . . .	60



**Chapitre V : VERIFICATION ET AMELIORATION DE L'OPTIMUM**

A) INTRODUCTION . . . . .	61
B) NOUVELLES VARIABLES DE DECISION . . . . .	61
C) ETUDE DU CAS OU LES CONTRAINTES FORMENT UN DOMAINE VIDE . . . . .	63
D) TEST PHYSIQUE DE LA VALIDITE DE LA SOLUTION OPTIMALE . . . . .	64

**Chapitre VI : PREPARATION, RESOLUTION ET ANALYSE DU PROBLEME**

A) INTRODUCTION . . . . .	66
B) PREPARATION DU PROBLEME . . . . .	66
B.1- Préparation des données . . . . .	66
b.1.1- Données hydrologiques . . . . .	66
b.1.2- Données géométriques, topographiques et économiques du réseau . . . . .	66
B.2- Etablissement de la courbe d'intensité . . . . .	67
B.3- Calcul du temps critique du système et des débits de dimensionnement (dans chaque noeud) . . . . .	67
B.4- Calcul des débits de dimensionnement (dans chaque conduite) . . . . .	67
C) RESOLUTION DU PROBLEME . . . . .	67
C.1- Obtention d'un point réalisable . . . . .	67
C.2- Optimisation . . . . .	68
D) ANALYSE DES RESULTATS DU PROBLEME . . . . .	68
D.1- Normalisation de la solution théorique . . . . .	68
D.2- Analyse post-optimale (vérification du niveau piézométrique) . . . . .	69

**Chapitre VII : EXEMPLES ET RESULTATS**

A) INTRODUCTION . . . . .	72
B) EXEMPLE DE 14 CONDUITES . . . . .	72
B.1- Préparation des données . . . . .	72
b.1.1- Données hydrologiques . . . . .	72
b.1.2- données géométriques, topographiques et économiques du réseau . . . . .	72
b.1.3- Etablissement de la courbe d'intensité . . . . .	75
b.1.4- calcul du temps critique du système . . . . .	75
b.1.5- Calcul des débits de dimensionnement . . . . .	75

B.2- Résolution du problème . . . . .	75
b.2.1- Obtention d'un point initial réalisable . . . . .	
b.2.2- Optimisation . . . . .	
b.2.3- Analyse post-optimale . . . . .	75
B.3- Variantes de l'exemple à 14 conduites . . . . .	83
b.3.1- Variation du type de pavage . . . . .	83
b.3.2- Variation du type du sol . . . . .	83
b.3.3- Solution pour un sol stratifié . . . . .	83
b.3.4- influence du coefficient de Manning . . . . .	83
b.3.5- Influence du débit de dimensionnement . . . . .	84
C) EXEMPLE DE 50 CONDUITES . . . . .	86
D) EXEMPLE DE 72 CONDUITES . . . . .	86
E) EXEMPLE DE 100 CONDUITES . . . . .	86
<u>CONCLUSION GENERALE</u> . . . . .	92
<u>BIBLIOGRAPHIE</u> . . . . .	93
<u>ANNEXE A</u> : ORGANIGRAMMES	
<u>ANNEXE B</u> : RESULTATS DETAILLES DE L'ANALYSE POST-OPTIMALE DE L'EXEMPLE A 14 CONDUITES	
<u>ANNEXE C</u> : TABLEAUX DE DONNEES ET DE RESULTATS DES EXEMPLES A 50,72 ET 100 CONDUITES	

## INTRODUCTION

Par esprit de sagesse, l'homme a essayé toujours de réaliser ses rêves et de combler ses besoins en essayant d'en tirer le maximum de ce qu'il possède avec efficacité et rapidité.

Toutefois, le développement technologique qu'a connu ce siècle et le désir de vaincre l'inconnu, a permis de tracer des voix très efficaces pour arriver à ces fins.

L'optimisation est une de ces voix et qui ne cesse de progresser d'une façon phénoménale tant dans le plan théorique que dans le plan pratique.

Cette discipline qui a commencé par traiter les problèmes linéaires et l'élaboration du fameux algorithme le "SIMPLEXE", a pu résoudre des problèmes plus complexes tel que les graphes et les programmes non-linéaires et ceci dans toutes les branches d'ingénieurs.

Ainsi, et à cause des coûts énormes que nécessite la réalisation des projets en hydraulique, l'ingénieur hydraulicien doit concevoir ces travaux sur des bases technico-économiques et de les optimiser avec finesse.

Pour ces raisons, nous essayons dans ce travail d'étudier et d'optimiser la conception des réseaux d'assainissement pluvial qui sont nécessaires à protéger les agglomérations des risques d'inondation.

La grande complexité de ce travail et la non-linéarité du problème nous a conduit, après avoir utilisé des algorithmes standards, à élaborer notre propre méthode qui tient compte de la particularité du problème posé. Cependant toutes les méthodes de résolution utilisées appartiennent à la famille des algorithmes de la direction de descente réalisable qui se basent souvent sur des bases théoriques très fondées.

La solution finale passe par trois étapes : la première étape détermine les débits de dimensionnement par une étude hydrologique judicieuse, la deuxième étape consiste en l'optimisation théorique, quant à la troisième elle traite l'analyse post-optimale pour normaliser et vérifier le niveau piezométrique du réseau.

Enfin, l'introduction de quelques exemples réels de taille considérable montre la fiabilité de nos programmes.

## CHAPITRE I : ETUDE HYDROLOGIQUE

### A) INTRODUCTION :

Dans la conception des réseaux d'assainissement pluvial, l'étude hydrologique présente un aspect fondamental qui conditionne tous les paramètres du problème puisque la détermination d'un débit du dimensionnement exact implique un dimensionnement efficace par la suite.

Pourtant le travail énorme dans ce sens, la détermination de ce débit reste très approximative du fait de la complication des modélisations et la difficulté de quantifier d'une façon précise les paramètres influents le calcul de ce dernier. Toutefois, des approches assez rigoureuses ont été fondées sur des bases, tantôt théoriques et tantôt statistiques.

Parmi ces approches, on peut citer la méthode rationnelle, rationnelle-rationnelle et l'hydrogramme unitaire.

Dans notre présente étude, on ne retient que la méthode rationnelle-rationnelle car elle se présente bien aux calculs numériques et donne en général des résultats très satisfaisants.

### B) RAPPEL DE QUELQUES CONCEPTS FONDAMENTAUX :

B.1- GENERALITES : L'hydrologie est la discipline qui étudie le cycle de l'eau dans la nature. Elle englobe l'étude des précipitations, des ruissellements et des infiltrations.

#### B.2- FACTEURS INFLUENCANT LE CALCUL DES RESEAUX D'ASSAINISSEMENT PLOVIAL :

B.2.1- Facteurs climatiques : Ces facteurs sont principalement :

- Les types de précipitation.
- L'intensité de précipitation.
- La durée de précipitation.
- La distribution de la précipitation sur le bassin de drainage.
- Les conditions climatiques affectant l'évaporation et la transpiration.
- La direction du déplacement de la précipitation.

B.2.2- facteurs topographiques : Ces facteurs se résument en :

- L'occupation du sol.
- Le type du sol.
- La forme du bassin de drainage.
- La grandeur du bassin de drainage.
- L'élévation.

- La pente du terrain.
- La pente du cours d'eau principal.
- Le stockage résultant des obstructions sur le terrain ou dans le cours d'eau, lesquelles forment des réservoirs naturels de rétention d'eau.

### B.3- CALCUL DES RESEAUX D'ASSAINISSEMENT PLOUVIAL :

Ces réseaux ont toujours un schéma ramifié sous forme d'un arbre, quant aux paramètres entrant en jeu dans l'hydrologie des égouts, on distingue particulièrement :

- Période de récurrence.
- Intensité de la pluie.
- Coefficient de ruissellement.
- Temps de concentration.
- calcul du débit maximum dans chaque conduite.

L'écoulement dans ces réseaux est transitoire, le débit ainsi varie avec le temps en chaque point. Ainsi, et puisque l'écoulement transitoire est délicat à quantifier et peut rendre les calculs très aberrants, on va supposer dans ce travail que l'écoulement est uniforme plein: hypothèse sécuritaire et simplificatrice des calculs (voir chapitre II).

### B.4- PRECIPITATION ET FACTEURS INFLUENCANT L'ECOULEMENT :

B.4.1- Généralités : La précipitation est le facteur le plus variable affectant le ruissellement. La précipitation est non uniforme et elle varie en intensité avec le temps et d'un point à un autre durant le même temps.

La généralisation suivante est faite au sujet des précipitations:

- Les plus intenses précipitations arrivent moins fréquemment, les précipitations distribuées sur de larges superficies sont beaucoup moins intenses.
- Les précipitations de grande intensité sont de courtes durées.

A l'aide de l'analyse statistique, il a été établi des relations entre la fréquence d'une précipitation, sa durée et son intensité.

B.4.2- Période de récurrence (Période de retour) : C'est l'interval de temps moyen, séparant deux phénomènes successifs. Cette période est importante car on doit connaître la probabilité d'apparition de ces précipitations afin d'établir des critères de calcul adéquats.

On définit l'inteval moyen de récurrence par l'équation :

$$T = \frac{1}{P}$$

où P est la probabilité annuelle qu'une valeur au moins égale à une valeur donnée se produise.

La probabilité est exprimée d'une façon fractionnaire, ou encore :

$$T = \frac{N+1}{m}$$

où N : Nombre d'années de l'échantillon.  
 m : Nombre de fois que la crue a été dépassé, ou rang donné à la précipitation dans l'échantillon classé par valeurs décroissantes.

On peut démontrer que le meilleur estimateur de P est en effet  $m/(N+1)$ .

B.4.3- Intensité de précipitation : L'intensité et la durée d'une précipitation régissent la quantité d'écoulement de débit de pointe et la durée de ruissellement sur un bassin particulier.

Pour faciliter le calcul des intensités de pluie en fonction de la durée de pluie uniquement, il est possible d'établir une fonction polynomiale donnant l'intensité de pluie pour une période de récurrence donnée. La fonction est de la forme :

$$I = A_0 + A_1 \cdot \ln(t) + A_2 \cdot \ln(t)^2 + A_3 \cdot \ln(t)^3$$

Etant donné qu'il y a quatre coefficients à déterminer, il faudra donc fournir au programme au moins quatre points (intensité de pluie-durée de pluie) afin d'établir la courbe d'intensité de pluie.

B.4.4- Coefficient de ruissellement : Ce coefficient indique la fraction de la précipitation qui sera recueillie par le point de captage d'un bassin donné.

La quantité d'eau de ruissellement est inférieure à la quantité totale de la précipitation à cause de plusieurs facteurs : évaporation, infiltration de l'eau dans le sol, degré de saturation du sol etc .....

Ce fait rend ainsi la détermination de celui-ci très fondamentale car c'est cette fraction de précipitation qui conditionne la détermination du débit de dimensionnement et par conséquent les diamètres et les pentes des conduites du réseau.

En réalité, ce facteur n'est pas constant au cours de l'averse mais il est considéré comme constant par la grande majorité des praticiens.

Dans le cas d'un bassin qui comporte des parties dont les coefficients de ruissellement sont différents, on introduit dans les calculs un coefficient de ruissellement pondéré :

$$C_p = \frac{A_1 \cdot C_1 + A_2 \cdot C_2 + \dots + A_n \cdot C_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n} = \frac{\sum A_i \cdot C_i}{\sum A_i}$$

où Ci : coefficient de ruissellement de la partie i.  
Ai : Aire de la partie i.

B.4.5- Temps de concentration : Le temps de concentration en un point donné est défini comme étant l'intervalle de temps requis pour que le débit à ce point devienne maximum.

Ceci se produit lorsque toute la surface desservie par un puisard contribue au débit. En d'autres termes, le temps de concentration est le temps à partir du début de la pluie que met une goutte d'eau pour parcourir la distance du point le plus éloigné du bassin de drainage jusqu'à l'exutoire.

Pour des réseaux d'assainissement pluvial, le temps de concentration consiste en la somme du temps d'entrée  $T_e$  et du temps d'écoulement dans le réseau  $T_f$ , du point le plus éloigné jusqu'au point considéré.

Le temps d'entrée est défini comme le temps que met une goutte d'eau ruissellant du point le plus éloigné du bassin au puisard, ce temps d'entrée est déterminé statistiquement ou par des formules empiriques telle que la formule de KIRPICH :

$$T_e = \frac{3.26[1.1-C]L}{S^{0.7}}$$

où  $T_e$  : temps d'entrée en minutes.  
C : coefficient de ruissellement.  
L : distance entre le point le plus éloigné et le puisard en mètre.  
S : pente moyenne du terrain naturel en % .

Quant au calcul du temps d'écoulement dans la conduites, il est simplement donné par :

$$T_f = \frac{L}{60 \cdot V}$$

où  $T_f$  : temps d'écoulement en minutes.  
L : longueur de la conduite en mètre.  
V : vitesse d'écoulement en seconde.

## B.5- EVALUATION DU DEBIT : [1]

B.5.1- Exposé de la méthode : Comme on a cité précédemment dans le calcul des débits du dimensionnement, on ne retient que la méthode rationnelle-rationnelle. Les hypothèses adoptées par la méthode sont :

- Le taux maximum de ruissellement à un point quelconque est en fonction directe de l'intensité moyenne de précipitation à ce point.
- La fréquence du débit de pointe est la même que celle de l'intensité moyenne de pluie.
- Le temps de concentration est le temps requis pour que le ruissellement de tout le bassin se rendent à l'effluent ou au point de captage.

- Le coefficient de ruissellement est constant pendant la durée de la précipitation .
- L'intensité de précipitation est constante pendant la durée de l'orage.
- Les vitesses d'écoulement dans les conduites sont celles correspondantes aux conduites coulant pleines en tout instant.

Elle considère qu'à chaque section du tuyau, entre deux regards, est conçu à partir de son propre temps critique et du temps critique du système dans son entier. L'algorithme général suivant est alors utilisé :

- 1- Les sections et les coefficients de ruissellement sont déterminés en tous les points d'entrée du système.
- 2- Le temps d'entrée  $T_e$  pour l'eau atteignant chaque point de captage est estimé par le chef de projet ou en utilisant la formule empirique.
- 3- Les intensités  $I$  pour  $T_e$  correspondant à chaque point d'entrée sont obtenues en utilisant les données de dimensionnement et les courbes durée-intensité choisies.

Avant que la durée de pluie n'atteigne le temps d'entrée évalué en un certain point de captage, seulement une portion du bassin est considérée comme tributaire.

Par conséquent, en tous temps inférieur à  $T_e$  on peut estimer que le volume d'eau atteignant le point de captage est proportionnel à la partie du bassin tributaire dont les molécules d'eau ont eu le temps de ruisseller jusqu'au puisard d'entrée. Cependant cette proportionnalité peut être modifiée par la forme de la surface tributaire.

Le facteur de forme ( $f$ ) est alors utilisé dans l'équation ou la formule suivante :

$$Q = f \cdot A \cdot C \cdot I_e$$

La forme tient compte des irrégularités du ruissellement dues aux formes de la surface tributaire. Lorsque le temps d'entrée sera dépassé, le débit sera calculé par la formule avec ( $f=1$ ), mais avec intensité qui va en diminuant.

Le débit entrant dans le système, en un point de captage particulier, augmentera par conséquent de zéro au début de la précipitation jusqu'au maximum au temps d'entrée et diminuera avec l'augmentation de la durée de précipitation et la diminution de l'intensité correspondante.

- 4- Le temps de concentration critique  $T_s$  du système est obtenu de la façon suivante :

En calculant à toutes les minutes, les débits arrivant à chaque point d'entrée individuellement les unes des autres, on obtient les hydrogrammes d'entrées de chaque point de captage.

En additionnant minute par minute les débits arrivant dans le système, on obtient un hydrogramme global du système dans lequel le point de débit maximum sera le temps critique  $T_s$  :

$$Q(T_s) = \max \{ \sum Q_i(t) \}$$

Ce temps critique  $T_s$  représente donc le temps, à partir du début de la pluie, où le débit maximum de ruissellement arrive dans le réseau.

Il est à noter que ce temps critique  $T_s$  est un temps fictif qui se situera entre le temps d'entrée maximum et le temps d'entrée minimum de tous les bassins tributaires, c'est donc une bonne approximation et pour l'ensemble du système c'est une approximation sécuritaire.

5- Le système entier peut maintenant être conçu pour les débits d'entrée prévalant au temps  $T_s$  en calculant les débits dans chaque conduite par l'équation de continuité (on suppose donc un temps de parcours nul dans les conduites en première approximation).

6- Lorsque des conduites individuelles ou portions de réseaux atteignent des temps de concentrations différents de  $T_s$ , ou des débits supérieurs à ceux qui prévalent au temps critique, il est bon de vérifier ces conduites.

B.5.2- Évaluation du facteur de forme (f): [1] La majorité des programmes, actuellement sur le marché, utilisent la formule Rationnelle qui ne tient pas compte de la forme du bassin. En fait l'hypothèse de la méthode Rationnelle est que le bassin soit rectangulaire et que le rapport hauteur sur base HB est égal à 4 approximativement.

Les programmes les plus évolués cependant, utilisent la méthode Rationnelle-Rationnelle qui fait intervenir pour des temps inférieurs au temps de concentration, la forme des bassins. Ces programmes considèrent quatre types de forme soit: le rectangle, le carré, le triangle, le secteur et ceci indépendamment du rapport, hauteur sur base, pour le rectangle et le triangle.

Ce facteur (f) dépend essentiellement du rapport :

$$Tr = \frac{\text{temps passé depuis le début de la pluie } t}{\text{temps de concentration } Te} = \frac{t}{Te}$$

Ainsi le tableau 1.1 donne, pour chaque forme du bassin le facteur de forme (f) en fonction du rapport de la surface tributaire (a) et la surface total du bassin (A) qui sera fonction du rapport  $Tr$ . En d'autres termes :

$$f = a/A = \text{fonction de } t/Te = Tr$$

avec  $f=1$  si  $t/Te \geq 1$  car alors toute la surface du bassin sera tributaire.

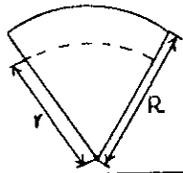
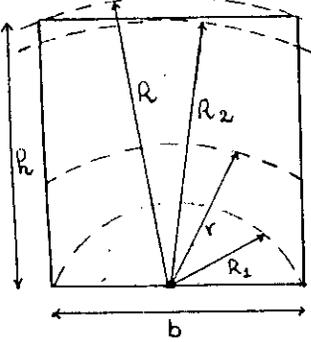
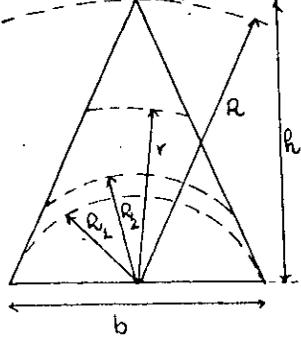
D'après ce tableau, on remarque que le rapport entre la hauteur et la base est un paramètre important dans l'évaluation du facteur (f) en ce qui concerne le rectangle et le triangle.

Le tableau 1.2 illustre quelques résultats obtenus pour les deux formes considérées et pour les rapports hauteur sur base HB variant entre 0.5 à 10 .

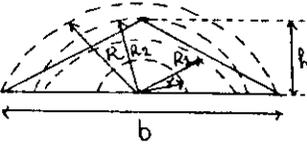
Quant au tableau 1.3 et la figure 1.1, ils donnent les variations du facteur (f) et qui nous permettent de dégager les conclusions suivantes :

- 1- Le secteur et la forme produisant les plus faibles débits avant d'atteindre le temps de concentration. Ceci est principalement dû au fait que la plus grande partie du bassin est située loin du point de captage.
- 2- Le rectangle est la forme produisant les débits les plus voisins de ceux obtenus par la méthode rationnelle. On remarque que la variation du coefficient (f) lorsque  $HB \geq 1$  et  $Tr \geq 0.5$  est peu influencé par le rapport Tr.
- 3- Le triangle produit le plus rapidement un important ruissellement car la majorité de la superficie tributaire se trouve près de la sortie du bassin: de la même façon que pour le rectangle, et pour les mêmes valeurs, le coefficient (f) est peu influencé par le rapport HB.

IL faut signaler toutefois, qu'on peut ajouter d'autres formes de bassin, mais il nous semble qu'en pratique les formes citées couvrent la majorité des cas.

Forme	Conditions	Valeur de (f)
<p><u>Secteur</u></p> 		$f=a/A = Tr^2$
<p><u>Rectangle (HB&gt;2)</u></p> 	$0 \leq r \leq R1$ ou $0 \leq Tr \leq 1/\sqrt{P}$	$f=a/A = \pi \cdot P \cdot Tr^2 / (8 \cdot HB)$
	$R1 \leq r \leq R2$ $1/\sqrt{P} \leq Tr \leq 2 \cdot Tr / \sqrt{P}$	$f=a/A = 1/(4 \cdot HB) [\sqrt{4 \cdot P \cdot Tr^2 - 1}$ $+ P \cdot Tr^2 \cdot \text{Arcsin}(1/Tr/\sqrt{P})]$
<p><u>Rectangle (HB&gt;2)</u> figure ci-dessus</p>	$R2 \leq r \leq R$ ou $2 \cdot HB/\sqrt{P} \leq Tr \leq 1$	$f=a/A = 1/HB \cdot \{ P \cdot Tr^2 / 4 \cdot [$ $\text{Arcsin}(Tr/\sqrt{P}) - \text{Arcsin}(2Tr \cdot HB/\sqrt{P})]$ $+ HB \sqrt{P \cdot Tr^2 / 4 - HB^2}$ $+ 1/4 \sqrt{P \cdot Tr^2 - 1}$
<p><u>Triangle (HB&gt;2)</u></p> 	$0 \leq r \leq R1$ ou $0 \leq Tr \leq 1/\sqrt{P}$	$f=a/A = \pi \cdot HB \cdot Tr^2$
	$R1 \leq r \leq R2$ ou $1/\sqrt{P} \leq Tr \leq HB/2$	$f=a/A = 2 \cdot HB \cdot \{ Tr^2 [\text{arctg}(2 \cdot HB)$ $- 2 \arccos(1/Tr/\sqrt{P})]$ $+ 2/\sqrt{P} \cdot \sqrt{Tr^2 - 1/P}$
	$R1 \leq r \leq R$ ou $HB/2 \leq Tr \leq 1$	$f=a/A = 2 \cdot HB \cdot \{ Tr^2 [\text{arctg}(2 \cdot HB)$ $- 2 \arccos(1/Tr/\sqrt{P})]$ $+ [1/(2 \cdot HB)/\sqrt{P} + \sqrt{Tr^2 - 1/P}]/\sqrt{P}$

- Tableau 1.1 -

<p><u>Triangle (HB ≤ 2)</u></p> 	$0 \leq r \leq R_1$ ou $0 \leq Tr \leq 2 \cdot HB / \sqrt{P}$	$f = a/A = \pi \cdot Tr^2 / (4 \cdot HB)$
	$R_1 \leq r \leq R_2$ ou $1/\sqrt{P} \leq Tr \leq HB/2$	$f = a/A = 1 / (2 \cdot HB) \cdot Tr^2 \{ \arctg(1/2/HB) - 2 \arccos(2 \cdot HB \cdot Tr / \sqrt{P}) \} + 4/b/\sqrt{P} \cdot \sqrt{b^2 \cdot Tr^2 / 4 - h^2 / P}$
	$R_1 \leq r \leq R$ ou $HB/2 \leq Tr \leq 1$	$f = a/A = Tr^2 / (2 \cdot HB) \cdot \{ \arctg(1/2/HB) - 2 \arccos(2 \cdot HB / Tr / \sqrt{P}) \} + 2/HB/\sqrt{P} \sqrt{1 - 1/P} + 2/b/\sqrt{P} \sqrt{b^2 \cdot Tr^2 / 4 - h^2 / P}$
<p>Avec : <math>HB = h/b</math>  <math>P = 4 \cdot (h/b)^2 + 1</math></p>		

- Suite du tableau 1.1 -

CAS DU RECTANGLE						
Tr	HB= h/b					
	0.5	0.9	1.2	1.8	5	10
0.1	0.015	0.018	0.022	0.030	0.079	0.095
0.2	0.062	0.074	0.088	0.121	0.182	0.198
0.3	0.141	0.166	0.199	0.262	0.295	0.298
0.4	0.251	0.296	0.351	0.381	0.397	0.399
0.5	0.392	0.459	0.482	0.492	0.499	0.499
0.6	0.565	0.601	0.602	0.601	0.600	0.600
0.7	0.769	0.731	0.718	0.708	0.701	0.700
0.8	0.911	0.855	0.832	0.814	0.801	0.800
0.9	0.979	0.968	0.944	0.920	0.902	0.901
1.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

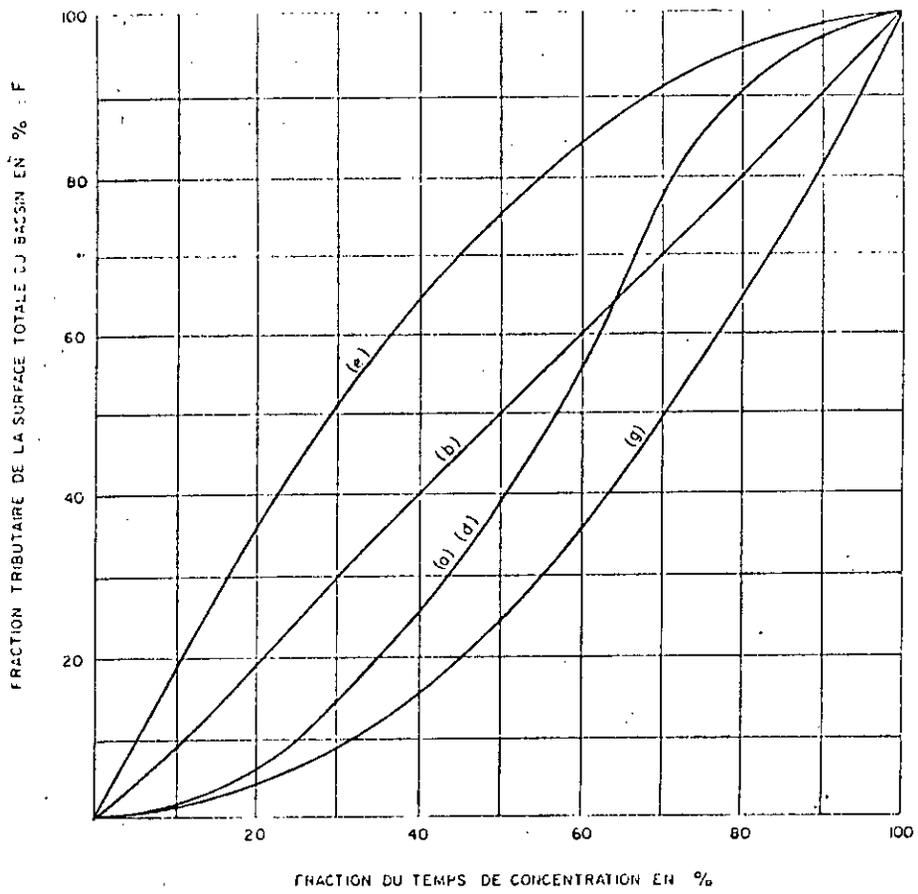
  

CAS DU TRIANGLE						
Tr	HB= h/b					
	0.5	0.9	1.2	1.8	5	10
0.1	0.015	0.028	0.037	0.056	0.156	0.183
0.2	0.035	0.113	0.150	0.226	0.350	0.367
0.3	0.098	0.254	0.339	0.471	0.506	0.509
0.4	0.192	0.452	0.592	0.624	0.638	0.639
0.5	0.318	0.698	0.723	0.743	0.749	0.749
0.6	0.475	0.826	0.833	0.837	0.839	0.839
0.7	0.663	0.905	0.907	0.908	0.909	0.909
0.8	0.854	0.958	0.959	0.959	0.959	0.959
0.9	0.951	0.989	0.997	0.989	0.989	0.989
1.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

- tableau 1.2 -

Tr	RECTANGLE			TRIANGLE			SECTEUR (g)	max a,b,d,e ----- min a,b,d,e
	HB=0.5 (a)	HB=10 (b)	(a)/(b) (c)	HB=0.5 (d)	HB=10 (e)	(e)/(d) (f)		
0.1	0.01	0.09	6.40	0.01	0.18	12.00	0.01	18.00
0.2	0.06	0.19	3.30	0.06	0.36	6.00	0.04	9.00
0.3	0.14	0.30	2.10	0.14	0.51	3.60	0.09	5.70
0.4	0.25	0.40	1.60	0.25	0.63	2.50	0.16	3.90
0.5	0.39	0.50	1.28	0.39	0.75	1.90	0.25	3.00
0.6	0.56	0.60	1.07	0.56	0.84	1.50	0.36	2.30
0.7	0.77	0.70	0.91	0.77	0.91	1.20	0.49	1.90
0.8	0.91	0.80	0.87	0.91	0.96	1.10	0.64	1.50
0.9	0.98	0.90	0.93	0.98	0.99	1.00	0.81	1.20
1.0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

- tableau 1.3 -



- figure 1.1 -

## CHAPITRE II : ETUDE DES CONTRAINTES

### A) INTRODUCTION :

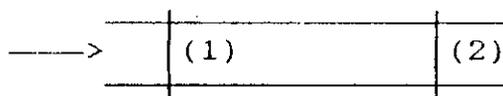
Ce chapitre a pour but le rappel de quelques lois d'hydraulique en assainissement ainsi que la détermination des contraintes définissant le domaine de validité d'un réseau d'assainissement pluvial.

### B) LOIS FONDAMENTALES DES ECOULEMENTS EN ASSAINISSEMENT :

L'analyse de l'écoulement dans les conduites fermées ou des canaux ouverts est fondée sur les trois équations de base de la mécanique des fluides, soit:

- l'équation de continuité:

$$A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2 \quad \text{où } A_1, A_2 : \text{aires des sections 1 et 2}$$
$$V_1, V_2 : \text{vitesses aux sections 1 et 2}$$



- l'équation d'énergie:

$$Z_1 + P_1/\Omega + V_1^2/(2g) = Z_2 + P_2/\Omega + V_2^2/(2g)$$

où  $P_1, P_2$  : pressions aux sections 1 et 2  
 $V_1, V_2$  : vitesses aux sections 1 et 2  
 $Z_1, Z_2$  : côtes aux section 1 et 2  
 $\Omega$  : poids spécifique du liquide  
 $g$  : accélération de la pesanteur

- l'équation de quantité de mouvement:

$$R_0 \cdot Q \cdot (V_2 - V_1) = \Sigma(F_{ext})$$

où  $Q$  : débit d'écoulement  
 $V_1, V_2$  : vitesses aux sections 1 et 2  
 $R_0$  : masse volumique du liquide  
 $F_{ext}$  : forces extérieures

En assainissement, l'écoulement est gravitaire à surface libre et y est toujours transitoire. Toutefois les calculs des écoulement transitoires sont très complexes. Pour cette raison nous allons supposer que l'écoulement est uniforme plein non en charge: cette hypothèse peut être justifiée comme suit:

- l'écoulement uniforme présente un aspect mathématique très simple puisqu'il est régi par une formule explicite qui est la formule de Manning.
- la prise en compte d'un écoulement transitoire va alourdir les calculs sans même présenter des améliorations puisque les débits de dimensionnement sont calculés d'une façon approchée.
- cette hypothèse signifie qu'on espère, si les débits de dimensionnement sont supposés exactes, avoir une topographie du réseau conforme à un écoulement uniforme.
- cette hypothèse représente une marge sécuritaire pendant le fonctionnement du réseau.

Une conduite  $i$  est définie par :

- sa configuration dans le plan.
- son débit  $Q_i$ .
- la vitesse moyenne de l'écoulement  $V_i$ .
- sa pente  $S_i$ .
- son diamètre  $D_i$ .
- sa rugosité caractérisée par le coefficient de Manning  $n_i$ .
- sa configuration moyenne sous le niveau du sol  $CM_i$ .

La configuration en plan du réseau et le coefficient de Manning sont supposés connus au départ. Les débits  $Q_i$  devant s'écouler dans chaque conduite ont été déterminés (voire chapitre I). Il reste donc à déterminer un ensemble de quatre paramètres pour chaque conduite soit :  $V_i, CM_i, D_i$  et  $S_i$ .

Ces paramètres ne sont pas indépendants puisqu'ils existent deux équations qui lient les paramètres  $V_i, D_i$  et  $S_i$  (équation de Manning et de continuité) :

$$(1) Q = R \cdot A \cdot \sqrt{S/n_i} \quad \text{et} \quad (2) Q = V \cdot A \quad \text{avec} \quad A = \pi \cdot D^2 / 4$$

On peut donc exprimer  $V_i$  et  $D_i$  en fonction de  $S_i$  de (1)

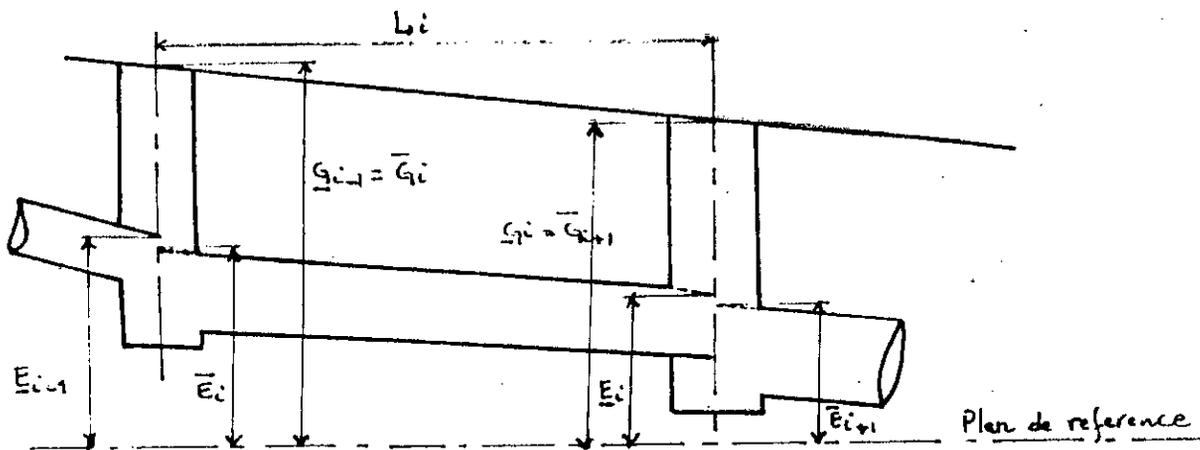
$$(3) D_i = (k_1 \cdot k_2 / n_i)^{-3/8} \cdot Q_i^{3/8} \cdot S_i^{-3/16} \quad \text{avec} \quad k_1 = \pi/4$$

$$\text{et} \quad k_2 = 4^{2/3}$$

$$(4) V_i = K_1 \cdot (k_2 / n_i)^{3/4} \cdot Q_i^{1/4} \cdot S_i^{3/8}$$

De (3) et (4) on remarque que  $D_i$  et  $V_i$  sont fonctions de  $S_i$ , il reste donc deux paramètres indépendants par conduite, soit  $X_i$  et  $S_i$ .

Ces deux variables de décision par conduite peuvent être remplacées par deux autres qui leur sont attachées (ce choix de variables a pour but de rendre les contraintes linéaires pour faciliter les calculs par la suite). La figure suivante représente un profil type d'un réseau d'assainissement pluvial



Soit  $\bar{G}_i$  : élévation du sol à l'amont de la conduite i.  
 $G_i$  : élévation du sol à l'aval de la conduite i.  
 $\bar{E}_i$  : élévation de la couronne à l'amont de la conduite i.  
 $E_i$  : élévation de la couronne à l'aval de la conduite i.

De plus on peut poser :  $S_i = (\bar{E}_i - E_i) / L_i$

$$\text{et } C_{Mi} = [(\bar{G}_i - \bar{E}_i) + (G_i - E_i)] / 2 = [(\bar{G}_i + G_i) - (\bar{E}_i + E_i)] / 2$$

On remarque que  $S_i$  et  $C_{Mi}$  peuvent s'exprimer en fonction de la différence ou de la somme des élévations des couronnes amont-aval :

$$\begin{cases} \bar{E}_i - E_i = X_i \\ \bar{E}_i + E_i = Y_i \end{cases}$$

Ainsi  $C_{Mi}$  et  $D_i$  deviennent :

$$D_i = C_i \cdot X_i^{-3/4} \quad \text{avec } C_i = (k_1 \cdot k_2 / n_i) \cdot Q_i \cdot L_i^{-3/8} \cdot Q_i^{3/4}$$

$$C_{Mi} = A_i - B_i \cdot Y_i \quad A_i = (\bar{G}_i + G_i) / 2$$

$$V_i = K_1 \cdot (k_2 / n_i)^{3/4} \cdot Q_i^{1/4} \cdot L_i^{-3/8} \cdot X_i^{3/8} \quad B_i = 0.5$$

### C) CONTRAINTES HYDRAULIQUES ET TECHNOLOGIQUE : [1]

C.1 : CONTRAINTE DE VITESSE : La vitesse dans une conduite d'assainissement doit être comprise entre une vitesse minimale  $V_{min}$  et une vitesse maximale  $V_{max}$  pour éviter respectivement le dépôt des transports solides et l'érosion de la conduite :

$$V_{min} \leq V \leq V_{max}$$

En remplaçant  $V$  en fonction de  $X_i$ , on trouve :

$$V_{min} \cdot k_1 \cdot (n_i / k_2)^{2/3} \cdot Q_i^{-2/3} \cdot L_i \leq X_i \leq V_{max} \cdot k_1 \cdot (n_i / k_2)^{2/3} \cdot Q_i^{-2/3} \cdot L_i$$

C.2 : CONTRAINTE DE COUVERT : Afin d'éviter que les conduites gèlent dans les pays froids et pour des considérations d'équipements et

de stabilités, la conduite doit être placée à une profondeur de couverture minimal Covmin et maximal Covmax.  
Ainsi à l'amont on aura :

$$\text{Covmin} \leq \bar{G}_i - \bar{E}_i \leq \text{Covmax}$$

et à l'aval on aura :

$$\text{Covmin} \leq \underline{G}_i - \underline{E}_i \leq \text{Covmax}$$

On trouve sachant que  $\underline{G}_{i-1} = \bar{G}_i$  et  $\underline{E}_{i-1} \geq \bar{E}_i$  (ceci est dû à la contrainte de descente au regard), ainsi que :  $\bar{G}_{i+1} = \underline{G}_i$  et  $\bar{E}_i \geq \underline{E}_{i+1}$ .

En résumé on aura les contraintes suivantes :

- 1- à l'amont de la lère conduite de chaque branche :  
 $2 \cdot \bar{G}_i - X_i - Y_i \geq 2 \cdot \text{covmin}$
- 2- à l'aval de toutes les conduites :  
 $2 \cdot \underline{G}_i - X_i - Y_i \leq 2 \cdot \text{Covmin}$
- 3- à l'amont de toutes les conduites :  
 $2 \cdot \bar{G}_i - X_i - Y_i \leq 2 \cdot \text{ovmax}$
- 4- à l'aval de la dernière conduite (nième conduite)  
 $2 \cdot \underline{G}_n + X_n - Y_n \leq 2 \cdot \text{Covmax}$

C.3 : CONTRAINTE DE PROGRESSION DE DIAMETRE : Dans un réseau d'assainissement, une conduite à l'aval d'une autre doit avoir un diamètre supérieur ou égal :

$$D_i \leq D_{i+1} \quad \text{ou} \quad C_i \cdot X_i \geq C_{i+1} \cdot X_{i+1}$$

C.4 : CONTRAINTE DE DESCENTE AUX REGARDS : Afin d'éviter que des petits décanteurs soient créés aux regards, il faut que l'élévation aval de la couronne de la conduite i soit supérieure ou égale à l'élévation amont de la couronne de la conduite i+1 :

$$\bar{E}_i \geq \bar{E}_{i+1} \quad \text{ou} \quad Y_i - X_i - Y_{i+1} - X_{i+1} \geq 0$$

C.5 : CONTRAINTE DE LIMITATION DE DIAMETRE : Les conduites d'égouts doivent être nettoyées ainsi que pour la mise en oeuvre, les diamètres des conduites doivent être compris entre un diamètre minimal Dmin et un autre maximal Dmax :

$$D_{\text{min}} \leq D_i \leq D_{\text{max}} \quad \text{ou} \quad D_{\text{max}} \cdot C_i^{-16/3} \leq X_i \leq D_{\text{min}} \cdot C_i^{16/3}$$

Le tableau 2.1 présente un résumé de toutes les contraintes précédentes entrant dans le calcul des réseaux d'assainissement pluvial et se sont regroupées en dix types ou groupes de contraintes.

Si on appelle n le nombre de conduites et m le nombre de branches alors on aura au total  $6n+2m$  contraintes.

## D) ETUDE THEORIQUE ET RECHERCHE D'UN POINT INITIAL REALISABLE :

### D.1 : ETUDE THEORIQUE OU GEOMETRIQUE :

D.1.1 : Réduction des contraintes : Reprenons le tableau des contraintes 2.1, on peut remarquer que celles de type 8 et 9 peuvent être éliminées si on les combine avec celles de type 1 et 2 :

En effet les  $m$  contraintes de types 8 ( $m$  est le nombre de branches) peuvent s'écrire sous la forme :  $X_i \leq \text{constante1}$ , et celles de type 2 peuvent s'écrire aussi sous la forme :  $X_i \leq \text{constante2}$ . Ainsi, il suffit de prendre les contraintes suivantes :

$$X_i \leq \text{Minimum de } [\text{constante1}, \text{constante2}]$$

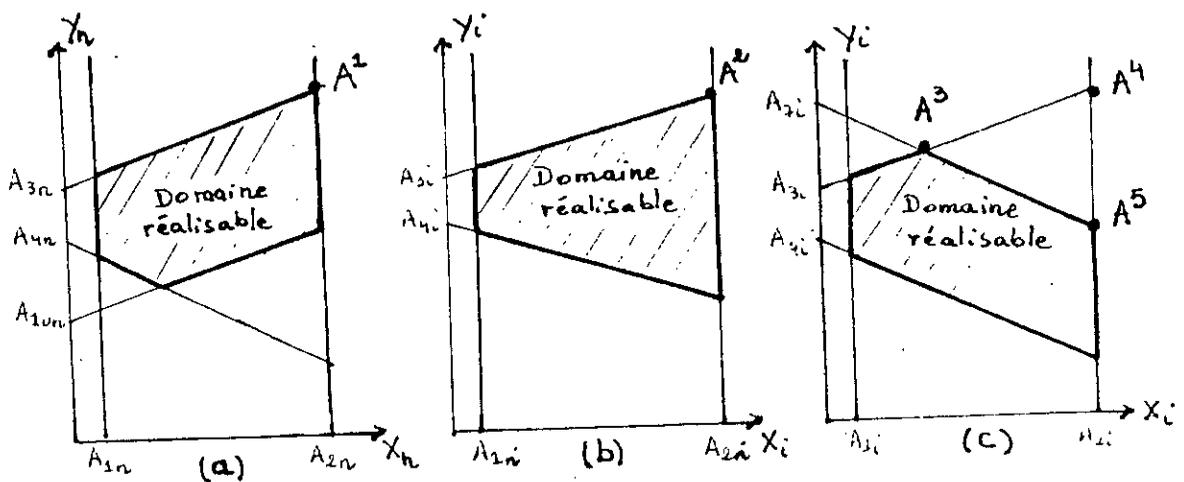
La même remarque se fait pour les contraintes de type 1 et 9, par conséquent le nombre de contraintes passe de " $6n+2m$ " contraintes à " $6n+m-1$ " contraintes, c'est à dire une réduction de " $m+1$ " contraintes.

D.1.2 : Localisation de l'optimum : Lorsqu'on va aborder l'étude de la fonction objective, on va démontrer que le minimum de celle-ci (l'optimum) se trouve pour  $X_i$  et  $Y_i$  maximales en général.

L'idée suivante consiste à essayer de voir pour quel cas les variables  $X_i$  et  $Y_i$  maximales se coïncident en un même point qui sera évidemment le point optimal.

En fait, on remarque que les contraintes de type 1 et 5 ne fond intervenir que les variables  $X_i$ . Si on veut dessiner pour chaque conduite les contraintes correspondantes dans le plan  $(X_i, Y_i)$  on aura :

- pour la dernière conduite, il n'existe que les contraintes de type 1, 2, 4, 5 et 6 qui se font intervenir. Remarque on que celles de type 5 et 6 ne sont qu'une limitation des intervalles de  $X_i$  et  $Y_i$ , par conséquent on va les négliger dans le tracé (voire les schémas (a), (b) et (c) suivantes) :



- dans la figure (a) ci-dessus on a présenté pour la dernière conduite toutes les contraintes sauf 5 et 6, et on remarque que le maximum de  $X_i$  coïncide avec le maximum de  $Y_i$  au point  $A_1$ .

type 1	vitesse minimum pour chaque conduite : $X_i \geq V_{\min} \cdot k_1 \cdot (n_i/k_2)^2 \cdot Q_i \cdot L_i = A_{1i} \quad \text{avec } k_1 = \pi/4$
type 2	vitesse maximum pour chaque conduite : $X_i \leq V_{\max} \cdot k_1 \cdot (n_i/k_2)^2 \cdot Q_i \cdot L_i = A_{2i}$
type 3	couvert minimum au noeud aval de chaque conduite : $-X_i + Y_i \leq 2 \cdot (G_i - \text{Covmin}) = A_{3i}$
type 4	couvert maximum au noeud amont de chaque conduite : $X_i + Y_i \geq 2 \cdot (\bar{G}_i - \text{Covmax}) = A_{4i}$
type 5	Progression de diamètres : $-C_i \cdot X_i + C_{i+1} \cdot X_{i+1} \leq 0$
type 6	descente aux regards : $X_i - Y_i + X_i + Y_i \leq 0$
type 7	couvert minimum au noeud amont au début des branches $X_i + Y_i \leq 2 \cdot (\bar{G}_i - \text{Covmin}) = A_{7i}$
type 8	diamètre minimum à la lère conduite de chaque branche $X_i \leq D_{\min} \cdot C_i$
type 9	diamètre maximum à la dernière conduite : $X_i \geq D_{\max} \cdot C_i$
type 10	couvert maximum au noeud aval de la dernière conduite : $-X_n + Y_n \geq 2 \cdot (G_n - \text{Covmax}) = A_{10n}$

tableau 2.1 : Résumé des contraintes hydrauliques et technologique.

- dans la figure (b), on a présenté les conduites à l'intérieur du réseau, c'est à dire ni celle du début des branches ni la dernière conduite, et on remarque que  $X_i \max$  et  $Y_i \max$  coïncide au même point A2.
- dans la figure (c), on a représenté les contraintes des conduites au début de chaque branche et on remarque que  $X_i \max$  et  $Y_i \max$  ne coïncident pas en général au même point car  $X_i \max$  se trouve au point A5 et  $Y_i \max$  se trouve au point A3 à  $X_i$  inférieure à  $X_i$  maximale.

Le point A3 a pour coordonnées (ce point appartient à la droite  $Y_i = A3_i + X_i$  et  $Y_i = A7_i - X_i$  où  $A3_i = 2 \cdot (G_i - \text{Covmin})$  et  $A7_i = 2 \cdot (G_i - \text{Covmin})$  où  $A7_i \geq A3_i$ ) :

$$\begin{cases} \bar{G}_i - \underline{G}_i \\ \bar{G}_i + \underline{G}_i - 2 \cdot \text{Covmin} \end{cases}$$

On peut remarquer que le maximum de  $X_i$  et  $Y_i$  se coïncident si seulement  $\bar{G}_i - \underline{G}_i \geq A2_i$  ( $A2_i = V_{\max}^{1/3} \cdot k1^{2/3} \cdot (n_i/k2)^2 \cdot Q_i^{1/3} \cdot L_i$ ).

Pour mettre en évidence les contraintes de type 5 et 6, on peut confirmer qu'elles n'interviennent dans le raisonnement précédent que dans un plan autre que celui des figures (a), (b) et (c) et par suite elle ne font que limiter  $X_i$  et  $Y_i$  en les imposant des intervalles autres que  $X_i \in [A1_i, A2_i]$  et par suite  $Y_i$  mais le raisonnement reste valable ( $A1_i = V_{\min}^{1/3} \cdot k1^{2/3} \cdot (n_i/k2)^2 \cdot Q_i^{1/3} \cdot L_i$ ).

En outre, l'optimum ne peut être qu'au point A3 et A5 ou entre les deux pour les conduites de type 7 au début de chaque branche, ce point va donc limiter  $A2_i$  des autres conduites mais l'optimum est toujours à leur maximum A1 et A2.

- En conclusion, on peut dire que l'optimum se trouve au point :
- (A4, A2, A1) si  $\bar{G}_i - \underline{G}_i$  des branches est supérieur ou égal à  $A2_i$
  - ([A3, A5], A2, A1) si  $\bar{G}_i - \underline{G}_i$  des branches est inférieur à  $A2_i$ .

## D.2 : RECHERCHE D'UN POINT INITIAL REALISABLE ANALYTIQUEMENT :

Les méthodes de programmation non-linéaire à direction réalisable, en particulier les méthodes utilisées pour résoudre notre problème, nécessitent l'obtention au départ d'un point initial réalisable.

Dans le chapitre IV, on va exposer la méthode du SIMPLEXE à deux phases qui calcule pour n'importe qu'elles contraintes linéaires un point réalisable, toutefois elle augmentera le temps de calcul qui est en général inévitable.

Heureusement, les contraintes de notre problème présentent un aspect assez particulier qui nous permet de trouver un point initial réalisable avec une précision assez parfaite (de l'ordre de  $1e-16$ ).

Dans ce qui va suivre, on va démontrer en détail comment générer un point initial réalisable par vérification des contraintes une après une et par modification de  $X_i$  et  $Y_i$ .

Pour ce faire, reprenant le tableau des contraintes 2.1 : donnant à  $X_i$  la limite inférieure de la contrainte de type 1 ou 9, alors  $X_i$  est supposé fixée. Donnant à  $Y_i$  la limite inférieure de celle du type 4 ou 8, il est évident alors que les contraintes de type 1,2,3 et 4 seront vérifiées.

Pour vérifier la contrainte de type 10, il suffit de prendre  $Y_n$  tel que la valeur maximale de  $Y_n$  déjà fixée et de la limite inférieure de la contrainte de type 10 :  
Ainsi en prenant :

$$(1^*) \quad \begin{cases} X_i = A_{1i} & (i=1,n) \\ Y_i = A_{4i} - X_i & (i=1,n-1) \\ Y_n = \text{Max} \begin{cases} A_{4n} - X_n \\ A_{10n} + X_n \end{cases} \end{cases}$$

alors on vérifie automatiquement les contraintes de type 1,2,3,4,7, 8,9 et 10 simultanément. Toutefois il reste celle de type 5 et 6 à vérifier.

Les contraintes de type 5 peuvent s'écrire comme suit :

$$X_i \geq \alpha_i \cdot X_n \quad \text{avec } \alpha_i = (C_i/C_{i+1})^{16/3}$$

Ces contraintes ne font intervenir que les variables  $X_i$ , ainsi l'idée simple pour les vérifier est de modifier  $X_i$  de la façon suivante: Puisque dans la contrainte ci-dessus  $i$  varie entre 1 et  $n-1$  alors  $X_n$  n'est pas concernée par cette condition en mesure qu'elle n'est pas liée à une variable  $X_{n+1}$  puisque elle n'existe pas, et par suite on peut fixer  $X_n = A_{1n}$  (qui est la valeur minimale qu'elle peut prendre. En outre :

$$X_{n-1} \geq \alpha_{n-1} \cdot X_n \quad \text{et} \quad A_{1n} \leq X_n \leq A_{2n}$$

d'où on peut fixer  $X_{n-1}$  de la façon suivante :

$$X_{n-1} = \text{Max} \begin{cases} A_{1n} \\ \alpha_{n-1} \cdot X_n \end{cases}$$

Répétant cette procédure pour les autres conduites en allant de l'aval vers l'amont jusqu'à arriver aux têtes des branches. Par cette sélection on vérifiera les relations (1\*) ci-dessus et aussi les contraintes du type 5.

Cependant, il reste les contraintes de type 6 à vérifier. Pour se faire et en fixant les  $X_i$  par la procédure précédente, on modifiera les valeurs de  $Y_i$  fixées auparavant. En fait les contraintes mettant en jeu  $Y_i$  sont :

$$\begin{array}{ll} \text{(type 6)} & Y_i \geq Y_i + \beta_i \quad \text{avec } \beta_i = X_i + X_{i+1} \\ \text{(type 3,4)} & A_{4i} - X_i \leq Y_i \leq A_{3i} + X_i \\ \text{(type 7)} & Y_i \leq A_{7i} - X_i \\ \text{(type 10)} & A_{10n} + X_n \leq Y_n \end{array}$$

Si on veut choisir les valeurs les plus minimales de  $Y_i$ , il suffit de les sélectionner de la façon suivante : On fixe  $Y_n$  par le maximum de  $A_{4n} - X_n$  et  $A_{10n} + X_n$ , ce qui vérifie évidemment toutes les contraintes ci-dessus. Quant à la valeur de  $X_{n-1}$ , elle sera donnée par :

$$Y_{n-1} = \text{Max} \begin{cases} A_{4n} - X_n \\ Y_n + \beta_{n-1} \end{cases}$$

et on continue la procédure de l'aval vers l'amont jusqu'à arriver aux têtes des branches. Le résumé de la méthode complète de la sélection du point initial réalisable régit par les variables  $X_i$  et  $Y_i$  est le suivant :

- Sélection des  $X_i$  :

étape 0 :  $X_i = A_{2i}$  ( $i=1, m$ ) au début de chaque branche,  $i=m+1$

étape 2 :

$$X_{i+1} = \text{Min} \begin{cases} A_{2i} \\ \text{Min} (X_i / \alpha_i) \end{cases}$$

étape 3 :  $i = i+1$ , aller à l'étape 2.

- Sélection des  $Y_i$  : (les valeurs des  $X_i$  sont déjà fixées)

étape 0 :  $Y_n = \text{Max} \begin{cases} A_{4n} - X_n \\ A_{10n} + X_n \end{cases}$

étape 1 :  $i = n-1$

étape 2 :

$$Y_i = \text{Max} \begin{cases} A_{4i} - X_i \\ Y_{i+1} + \beta_i \end{cases}$$

étape 3 :  $i = i-1$ , aller à l'étape 2.

Il faut noter toutefois que cette méthode nécessite une numérotation judicieuse du réseau. Ceci est très simple dans la mesure où il suffit que le noeud situé à l'amont d'un autre doit avoir un numéro inférieur. En outre, si le nombre de conduites est  $n$ , il faut que le numéro maximal doit avoir une valeur au plus égale à  $n+1$  qui est le numéro de l'excutoire.

Enfin, cette méthode est très efficace et très exacte et y est très utile dans l'optimisation puisque elle nous fait gagner un temps énorme qui sera perdu si on procède numériquement et dont la précision est nettement inférieure.

## CHAPITRE III : ETUDE DE LA FONCTION OBJECTIVE

### A) INTRODUCTION :

Après avoir déterminé les contraintes hydrauliques et technologiques, il reste à déterminer le critère le plus important dans la conception des réseaux d'assainissement pluvial qui est la détermination de la fonction objective ou fonction du prix. En effet, notre critère d'optimisation est de minimiser le prix de revient du réseau, pour tenir compte de toutes les conduites prises globalement. En fait, la méthode ancienne d'optimisation était de calculer chaque conduite prise séparément en lui fixant un diamètre et un couvert minimum en accord avec les contraintes.

Nous démontrerons après ceci la convexité de la fonction objective en faisant ressortir ces qualités intrinsèques qui seront de grandes utilités dans la conception.

### B) COUT D'UN RESEAU D'ASSAINISSEMENT PLUVIAL : [1]

Dans la recherche du prix de revient d'un réseau d'assainissement pluvial, nous ferons intervenir les éléments suivants:

- Le coût d'achat et de pose de la conduite: ce coût dépend du diamètre du tronçon de conduite. On y inclut statistiquement le coût de certains équipements secondaires, tel que les regards et les chambres de visite.
- Le coût d'excavation avant la pose, de remblayage après la pose et d'évacuation des surplus de déblais.
- Le coût éventuel du revêtement du sol à détruire et à reconstruire.
- Le coût de la criblure et de la pose de la criblure de pierre autour de la conduite.

Le premier point sera étudié de manière purement statistique tandis que les trois autres sont calculés de manière déterministe à partir de coupe-type d'excavation.

Tous les tableaux de prix sont donnés à titre indicatif: ces prix prévalaient en mars 1972 pour la région de Montréal et pour des conduites en béton classe III.

#### B.1- COUT D'ACHAT ET DE POSE (CA) :

Ce coût comprend le coût d'achat de la conduite, incluant les frais de transport, les taxes, les frais administratifs, les bénéfices de l'Entrepreneur, les coûts de pose et les coûts des installations annexes.

Le tableau suivant reprend le diamètre nominal normalisé qui est le diamètre intérieur de la conduite, le prix d'achat et de pose en dollars par pied linéaire de conduite, le diamètre extérieur correspondant, et le coefficient de rugosité de Manning ni qui dépend du diamètre.

diamètre intérieur(po)	Prix/pi.linéaire (\$)	diamètre extérieur(po)	coefficient de Manning(ni)
12	5.64	16	0.015
15	6.96	19.5	0.015
18	7.83	23	0.015
24	11.54	30	0.015
30	14.75	37	0.015
36	19.31	44	0.014
42	26.23	51	0.014
48	29.67	58	0.014
54	38.61	65	0.013
60	44.46	72	0.013
66	50.66	79	0.013
72	57.32	86	0.013
78	71.52	95	0.012
84	75.92	102	0.012
90	97.71	109	0.012
96	110.86	116	0.012
102	125.63	123	0.012
108	140.40	130	0.012
114	158.89	137	0.012
120	177.38	144	0.012

Une régression a été établie à partir de ces valeurs (en y incluant le coût de la conduite de 8 po à \$3.50/pi et de celle de 10 po à \$4.75/pi : ces deux dimensions ne sont pas utilisées dans les égouts pluviaux). le modèle le mieux approprié semble être du type:

$$CA = \text{Coût d'achat et de pose/pi} = \alpha + \beta \cdot D^{\Gamma} \text{ pi.}$$

qui peut s'écrire dans le cas des valeurs du tableau ci-dessus :

$$CA = 5.890 + 1.029 \cdot D^{2.22} \text{ pi.}$$

formule qui donne un écart-type de \$2.52, acceptable surtout pour les diamètres les plus grands donc les plus coûteux.

Pour une conduite de longueur  $L_i$ , et en tenant compte de l'expression démontrée au chapitre précédent:

$$D_i = C_i \cdot X_i^{-3/16}$$

Le coût d'achat et de pose pour la conduite  $i$  :

$$(1) \quad CA_i = Li \cdot [ \alpha + \beta \cdot Ci \cdot Xi^{-3r/16} ]$$

### B.2- COUPE TYPE POUR LA POSE D'UN EGOUT :

Deux types de fonctions sont à prévoir suivant que le terrain est homogène ou stratifié (la coupe-type d'excavation dépend en effet de la nature du terrain comme le montrent les figures 3.1, 3.2).

Ces coupe-types représentent une idéalisation de la fouille réelle. Comme les devis doivent être évalués avant la connaissance exacte de la nature du sol, elles représentent un moyen pratique pour un bureau d'étude d'évaluer le coût moyen du projet.

Les grandeurs  $a, b, d, r, r_m$  et  $r'$  sont des valeurs propres à chaque bureau d'étude. Ces valeurs sont des données à introduire dans le programme de calcul.

### B.3- COUT D'EXCAVATION (CE) :

Les calculs d'excavation, de pavage et de criblure sont basés sur une hypothèse simplificatrice: le diamètre extérieur est pris égal au diamètre intérieur et l'épaisseur de la conduite n'est donc pas pris en compte. Nous constaterons que cette approximation est sans conséquence sur le résultat à condition de choisir judicieusement un diamètre normalisé pour chaque conduite qui remplace le diamètre optimal théorique.

B.3.1- Cas du sol homogène : Le volume d'excavation (voire figure 3.3) par pied linéaire de conduite est égal à l'aire de la coupe idéalisée ou encore:

$$(C_{Mi} + D_i + a) \cdot [(D_i + 2b) + r \cdot (C_{Mi} + D_i + a)]$$

si  $C_e$  est le coût d'un  $\text{m}^3$  (ou  $\text{pi}^3$ ) d'excavation, on peut écrire pour le coût de la conduite  $i$  de longueur  $L_i$ .

$$CE_i = C_e \cdot L_i \cdot (C_{Mi} + D_i + a) \cdot [(D_i + 2b) + r \cdot (C_{Mi} + D_i + a)]$$

en remplaçant  $D_i$  et  $C_{Mi}$  en fonction de  $X_i$  et  $Y_i$  on trouve :

$$(2) \quad CE_i = C_e \cdot L_i \cdot [ r \cdot (A_i - B_i \cdot Y_i)^2 + (1+r) \cdot Ci^2 \cdot Xi^{-3/8} + (1+2r) \cdot Ci \cdot (A_i - B_i \cdot Y_i) \cdot Xi^{-3/16} + 2 \cdot (a \cdot r + b) \cdot (A_i - B_i \cdot Y_i) + (2a \cdot r + 2b + a) \cdot Ci \cdot Xi^{-3/16} + a^2 \cdot r + 2a \cdot b ]$$

B.3.2- Cas du sol stratifié si  $(C_{Mi}+D_i+a) \geq P_i$  : L'aire de la partie excavée (voire figure 3.4) est:

- dans le sol meuble:  
 $P_i \cdot [(D_i+2b)+2r' \cdot (C_{Mi}+D_i+a-p_i)+r_m \cdot P_i]$
- dans le sol rocheux:

$$(C_{Mi}+D_i+a-P_i) \cdot [(D_i+2b)+r' \cdot (C_{Mi}+D_i+a-P_i)]$$

en appelant  $C_m$  et  $C_r$  les coûts unitaires d'excavation respectivement dans le sol meuble et dans le sol rocheux, on peut écrire le coût d'excavation total en remplaçant  $D_i$  et  $C_{Mi}$  par leur valeur en fonction des variables  $X_i$  et  $Y_i$  comme suit:

$$(3) \quad C_{Ei} = L_i \cdot \left\{ C_m \cdot [2r' \cdot P_i \cdot (A_i - B_i \cdot Y_i) + (1+2r') \cdot P_i \cdot C_i \cdot X_i^{-3/16} + 2b \cdot P_i + 2r' \cdot a \cdot P_i - 2r' \cdot P_i^2 + r_m \cdot P_i^2] + C_r \cdot [r' \cdot (A_i - B_i \cdot Y_i)^2 + (1+2r') \cdot C_i \cdot (A_i - B_i \cdot Y_i) \cdot X_i^{-3/8} + 2(a \cdot r' - P_i \cdot r' + b)(A_i - B_i \cdot Y_i) + (a - P_i + 2a \cdot r' - 2P_i \cdot r' + a \cdot b) \cdot C_i \cdot X_i^{-3/16} + 2a \cdot b - 2P_i \cdot b + r' \cdot (a - P_i)^2] \right\}$$

B.3.3- Cas du sol stratifié si  $(C_{Mi}+D_i+a) \leq P_i$  : Ce cas se ramène au premier: il suffit d'appliquer la formule (2) en posant:

$$\begin{aligned} r &= r_m \\ C_e &= C_m \end{aligned}$$

B.4- COUT DE DESTRUCTION ET DE REFECTION DU PAVAGE (CP) :

B.4.1- Cas du sol homogène : Le calcul du coût de destruction et de réfection du revêtement est basé sur les mêmes figures 3.3 et 3.4 que le calcul de l'excavation. Supposons que le coût unitaire par  $\pi^2$  (ou  $m^2$ ) en soit  $C_p$ . Le coût de pavage pour la conduite  $i$  de longueur  $L_i$  est:

$$C_{Pi} = C_p \cdot L_i \cdot [(D_i+2b)+2r \cdot (C_{Mi}+D_i+a)]$$

ou encore en fonction des variables  $X_i$  et  $Y_i$  :

$$(4) \quad C_{pi} = C_p \cdot L_i \cdot [(1+2r) \cdot C_i \cdot X_i^{-3/16} + 2r \cdot (A_i - B_i \cdot Y_i) + 2(b+a \cdot r)]$$

B.4.2- Cas du sol stratifié si  $(C_{Mi}+D_i+a) \geq P_i$  : Le coût de pavage pour la conduite  $i$  est : (voir figure 3.4).

$$CP_i = C_p \cdot L_i \cdot [(D_i + 2b) + 2r' \cdot (C_{M_i} + D_i + a - P_i) + 2r_m \cdot P_i]$$

ou encore en fonction des variables  $X_i$  et  $Y_i$  :

$$(5) \quad CP_i = C_p \cdot L_i \cdot [(1 + 2r') \cdot C_i \cdot X_i^{-3/16} + 2r' \cdot (A_i - B_i \cdot Y_i) + 2(b + a \cdot r' - P_i \cdot r' + P_i \cdot r_m)]$$

B.4.3- Cas du sol stratifié si  $(C_{M_i} + D_i + a) \leq P_i$  : Ce cas se ramène au premier avec  $r = r_m$  (appliquer la formule 4).

#### B.5- COUT D'ACHAT ET DE POSE DE LA CRIBLURE DE PIERRE (CC) :

Le calcul du coût de criblure et de pose de la pierraille est réalisé à partir de la même idéalisation de la coupe-type qui a servi pour le calcul du coût d'excavation et du pavage. Soit,  $C_c$  le coût unitaire d'un  $\text{pi}^3$  (ou  $\text{m}^3$ ) de criblure et de pose de la pierraille.

B.5.1- Cas du sol homogène : Le coût de la criblure de pierre (voir figure 3.5) pour une conduite  $i$  de longueur  $L_i$  peut s'exprimer ainsi :

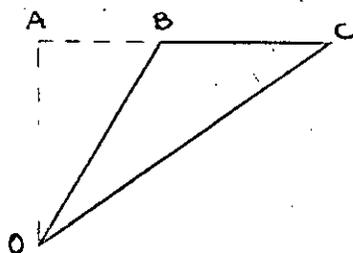
$$CC = C_c \cdot L_i \cdot [(1 - \pi/4) \cdot D_i^2 + (a + d + 2b) \cdot D_i + 2a \cdot b + 2b \cdot d + r \cdot (a + D_i + d)^2]$$

ou encore en écrivant  $D_i$  en fonction de  $X_i$ , on aura :

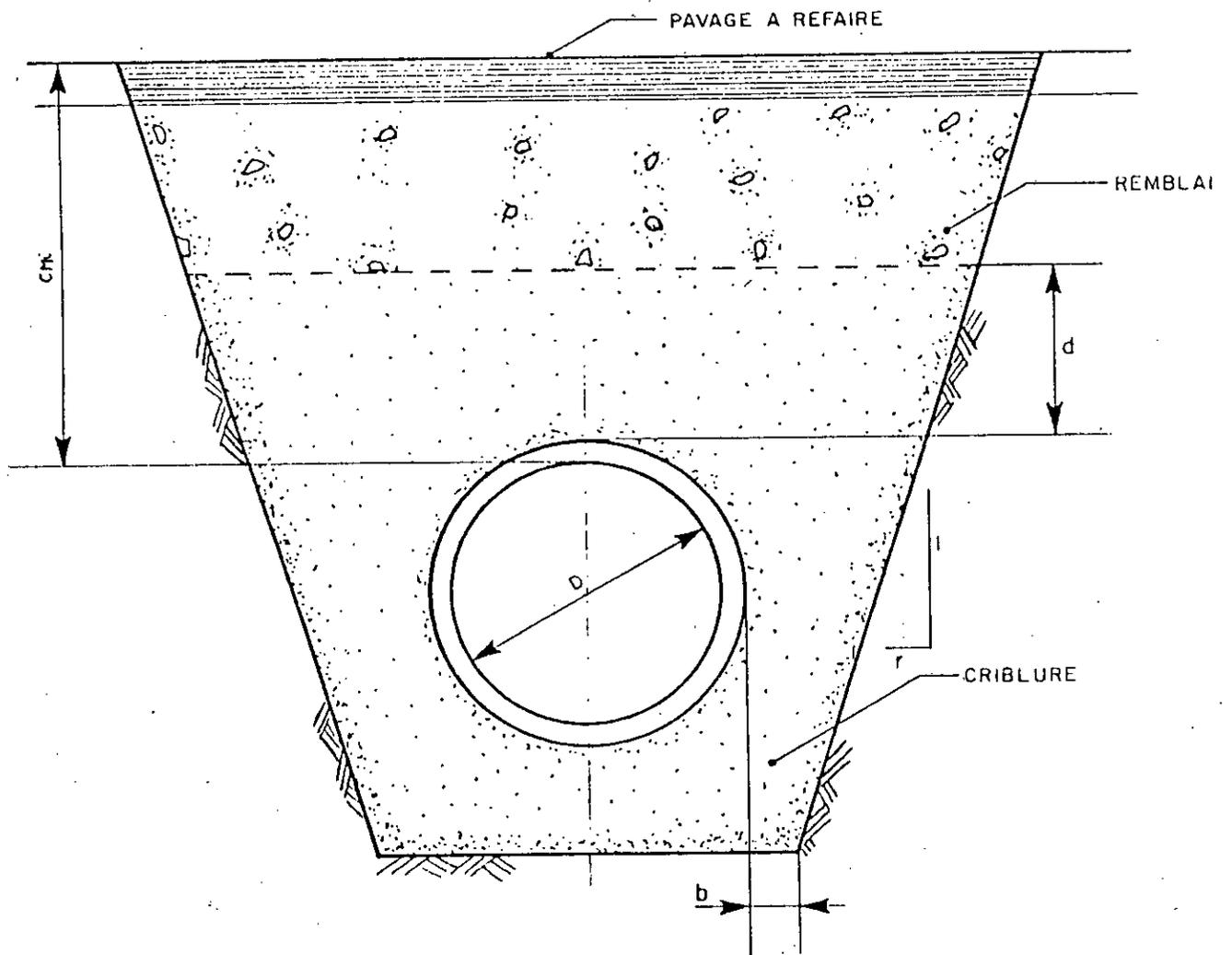
$$(6) \quad CC = C_c \cdot L_i \cdot \{ (1 - \pi/4) \cdot C_i^2 \cdot X_i^{-3/8} + [(a + d) \cdot (1 + 2r) + 2b] \cdot C_i \cdot X_i^{-3/16} + [2b \cdot (a + d) + r \cdot (a + d)^2] \}$$

B.5.2- Cas du sol stratifié  $(C_{M_i} + D_i + a) \leq P_i$  : Ce cas se ramène au premier, appliqué à un sol meuble (voir figure 3.6) où  $r = r_m$ .

B.5.3- Cas du sol stratifié avec  $(C_{M_i} - d) < P_i < (C_{M_i} + D_i + a)$  : Ce cas se ramène à celui du cas de sol rocheux homogène moyennant l'ajoute des volumes représentés par les triangles hachurés (voir figure 3.6) qui peuvent être schématisés comme montré à la figure 3.7 ci-dessous :

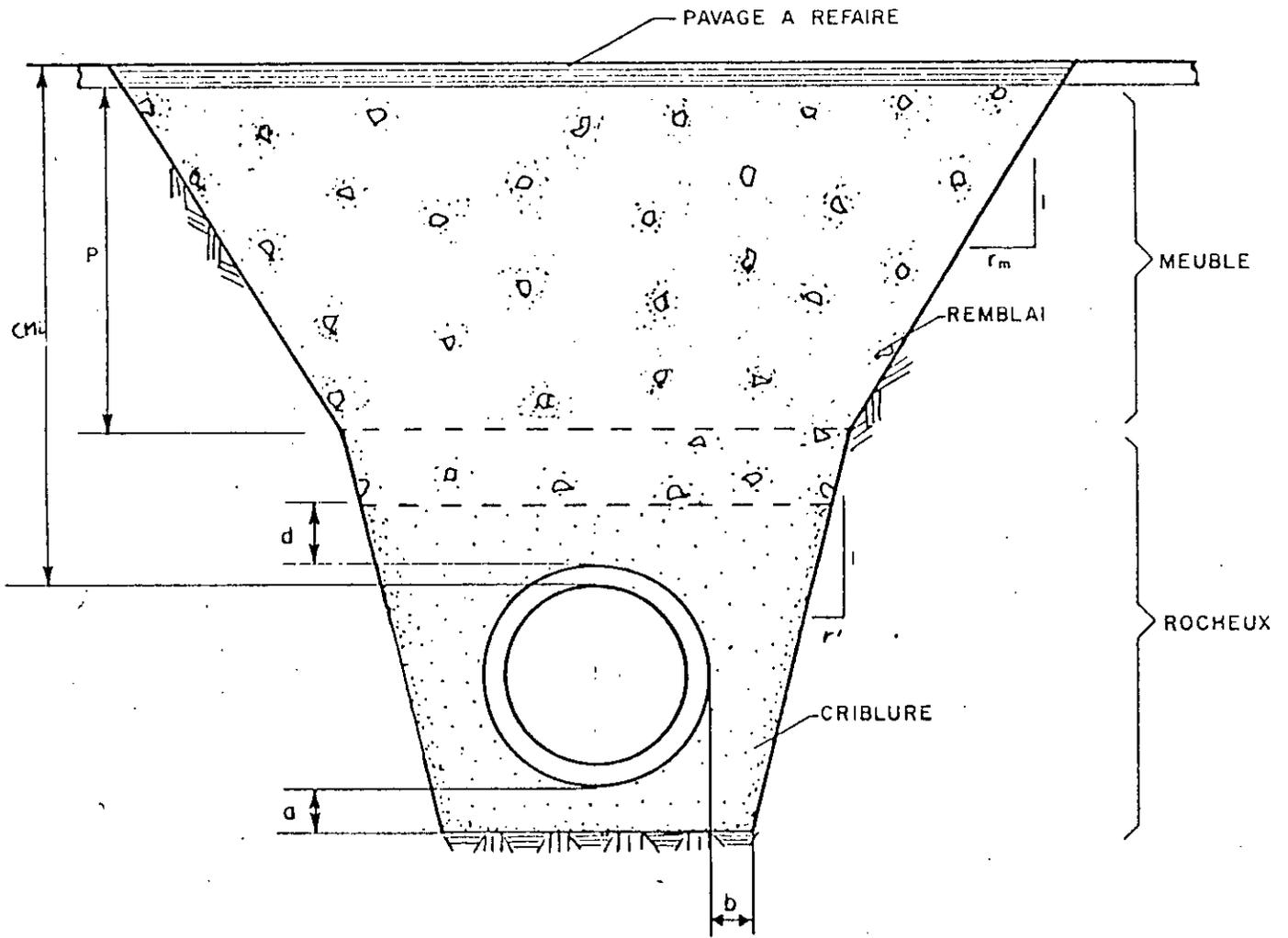


$$\begin{aligned} AC &= r_m \cdot (P_i - X_i + d) \\ AB &= r' \cdot (P_i - X_i + d) \\ OA &= P_i - X_i + d \\ \text{surface} &= 1/2 \cdot (r_m - r') \cdot (P_i - X_i + d)^2 \end{aligned}$$



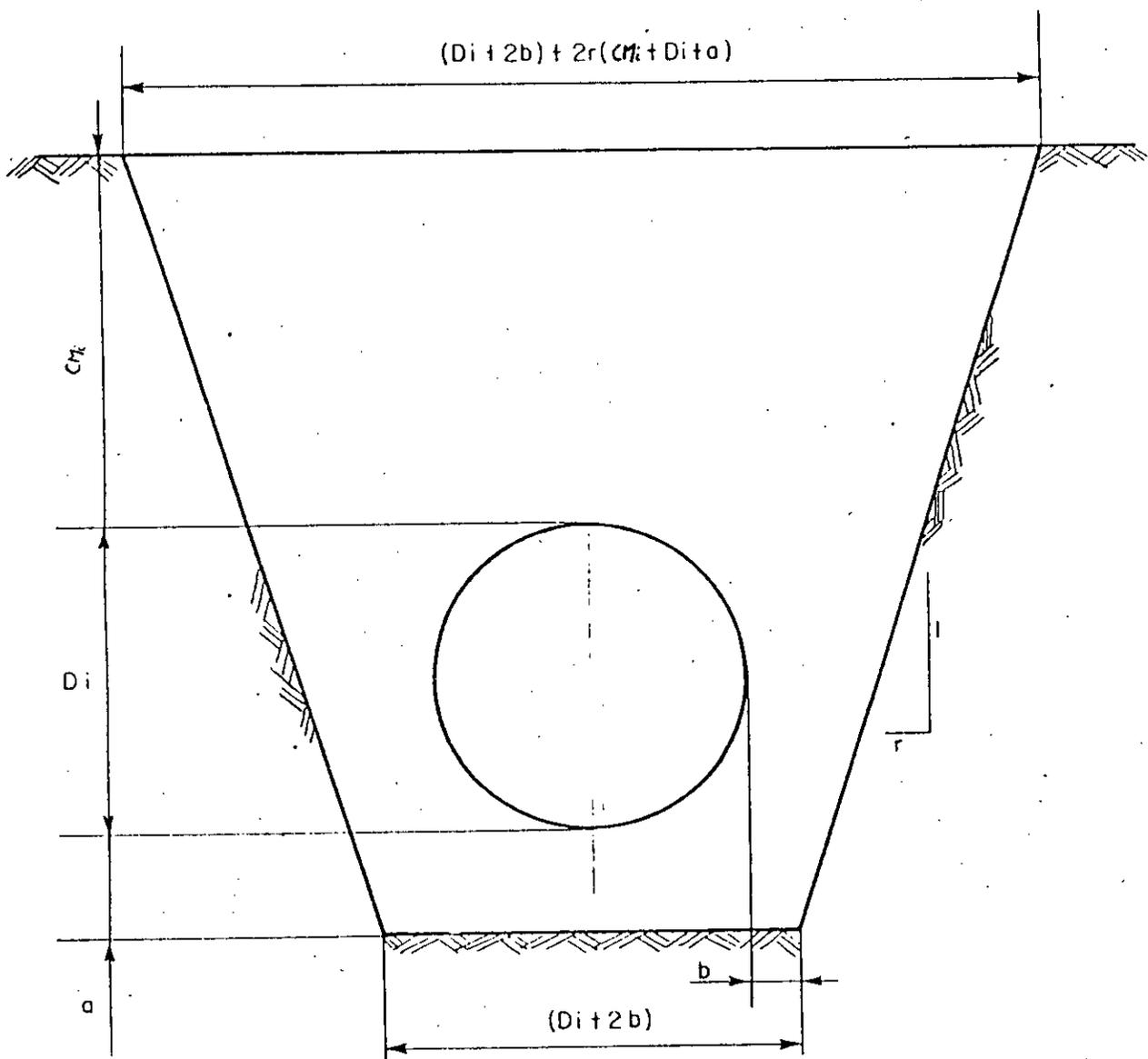
COUPE-TYPE DANS UN SOL HOMOGÈNE

- Figure 3.1 -



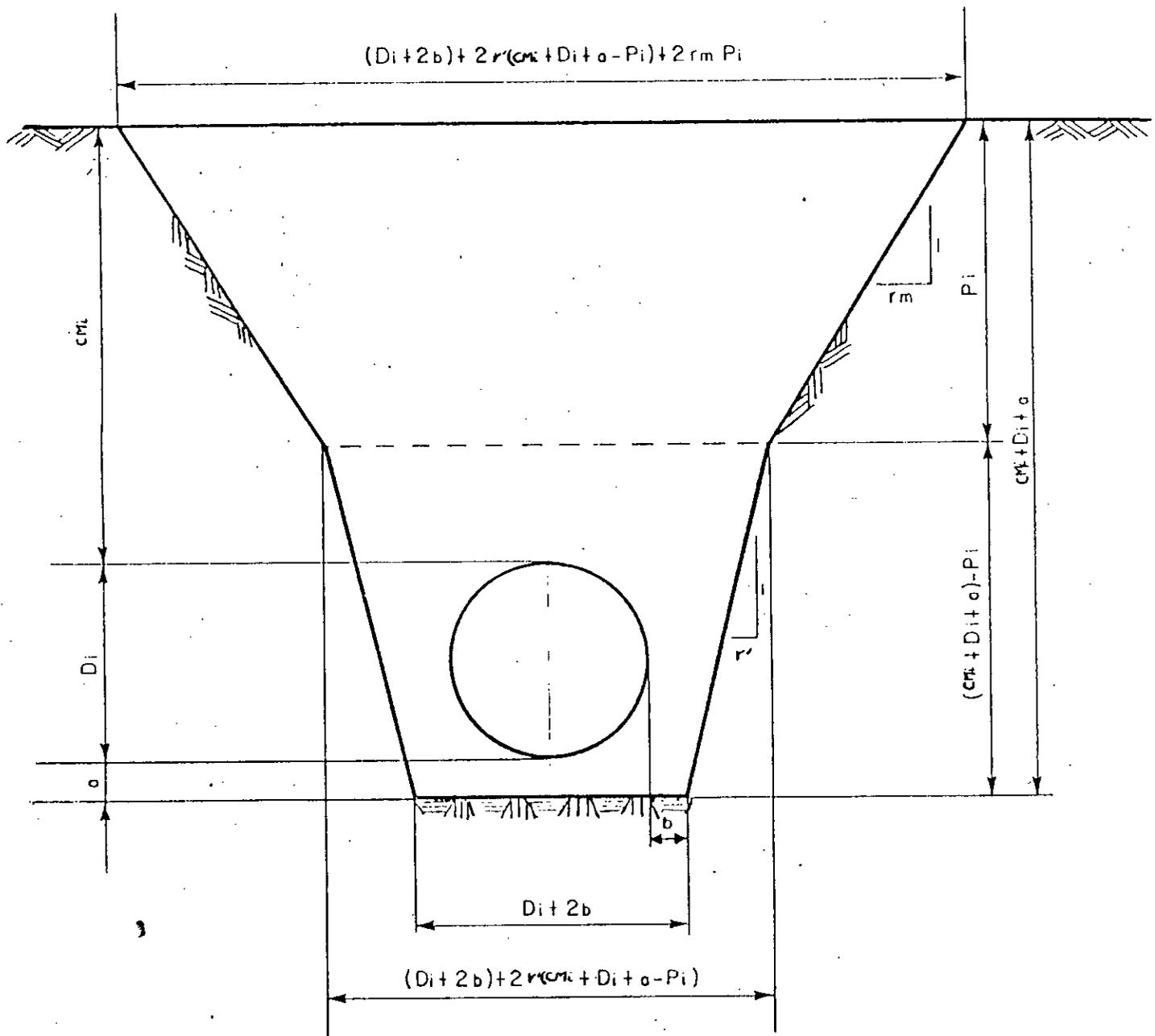
COUPE-TYPE DANS UN SOL STRATIFIÉ

- Figure 3.2 -

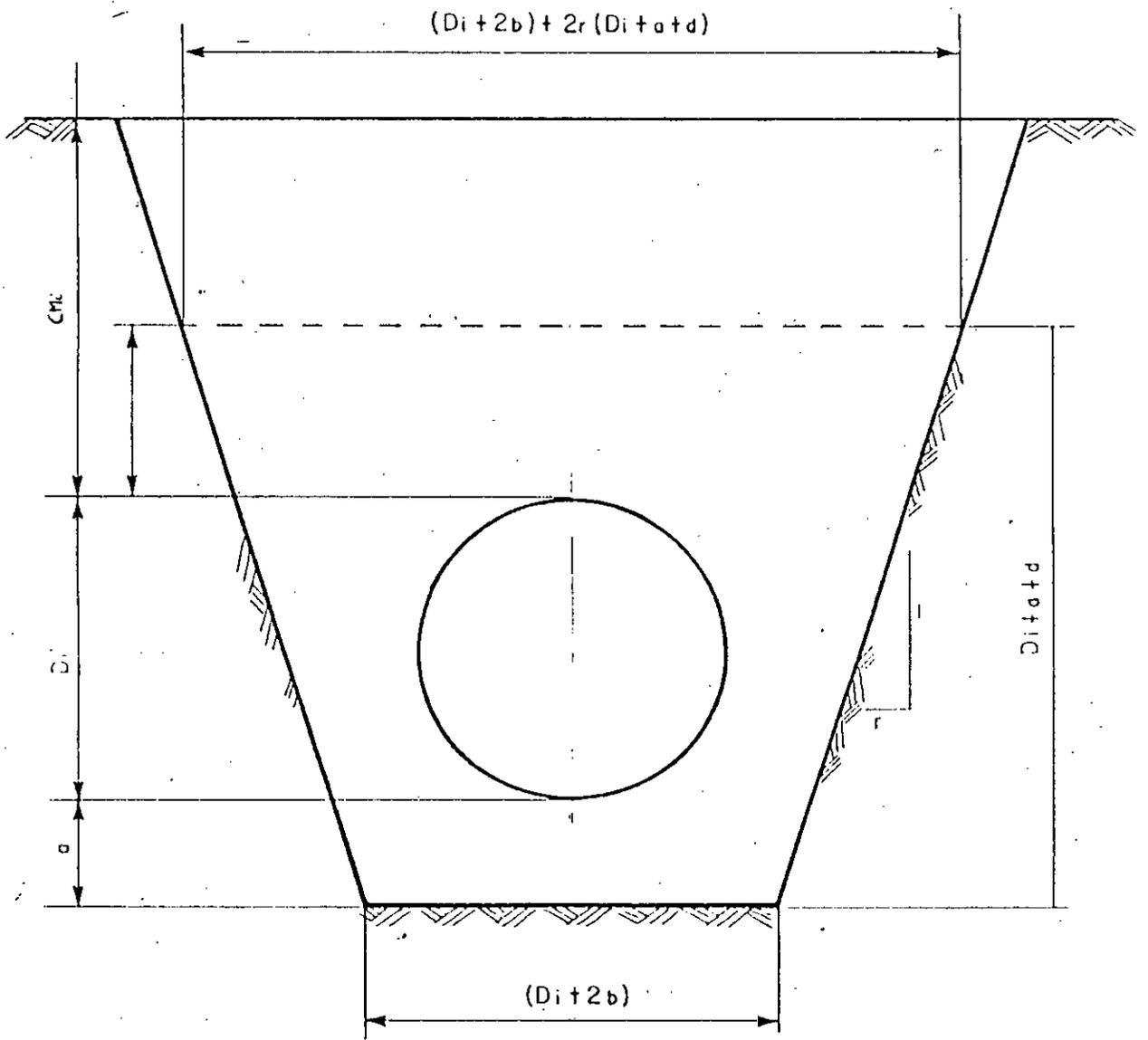


CAS DU SOL HOMOGÈNE

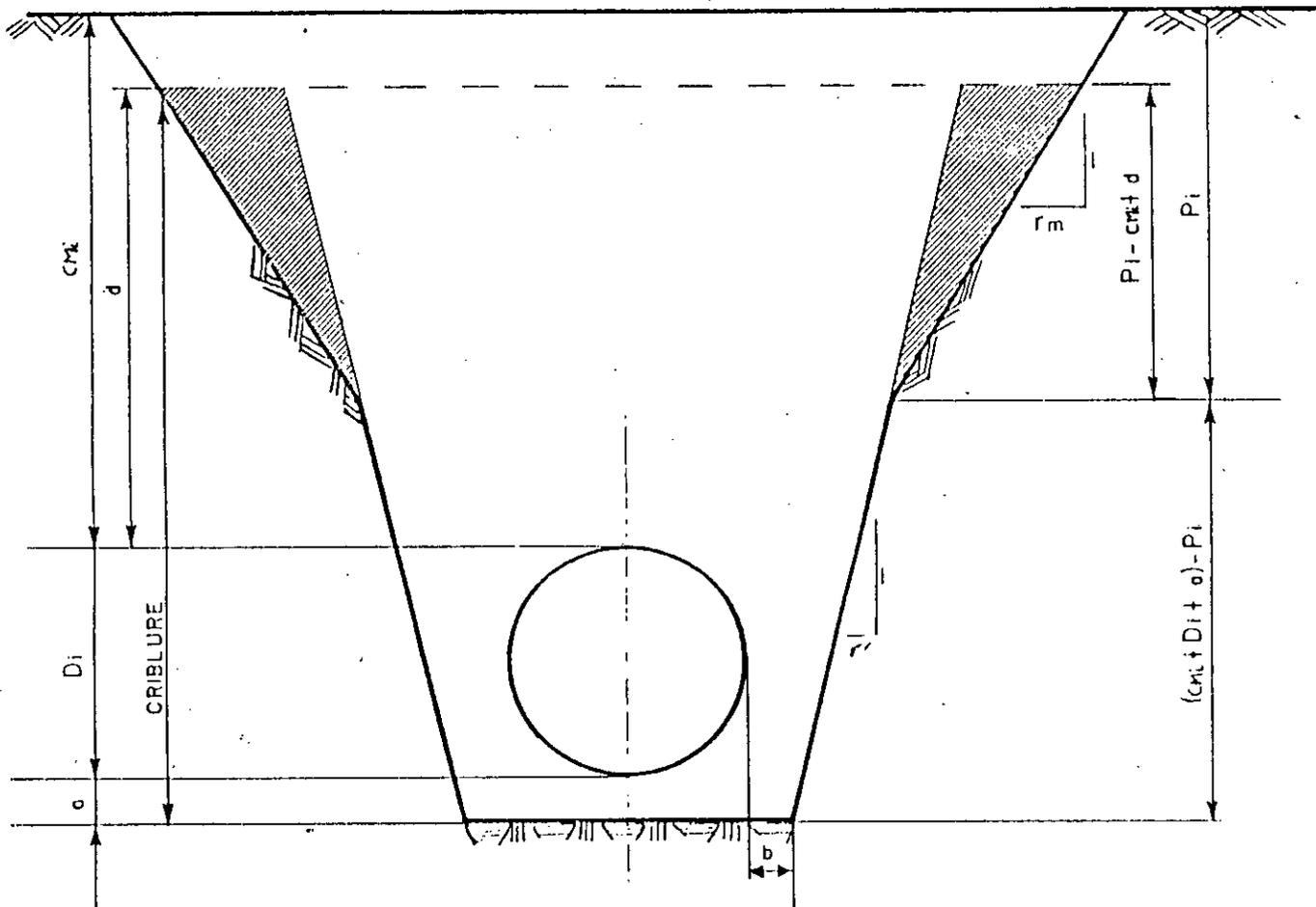
- figure 3.3 -



- figure 3.4 -



- figure 3.5 -



- figure 3.6 -

Le coût de criblure de la conduite  $i$  de longueur  $L_i$  sera donc :

$$(7) \quad C C_i = C_c \cdot L_i \cdot \left\{ (1 - \pi/4 + r') \cdot C_i^2 \cdot X_i^{-3/8} + [(a+d) \cdot (1+2r') + 2b] \cdot C_i \cdot X_i^{-3/16} + (r m - r') \cdot B_i^2 \cdot Y_i^2 + [2(r m - r') \cdot (P_i + d) \cdot B_i - 2(r m - r') \cdot A_i \cdot B_i] \cdot Y_i + (r m - r') \cdot A_i \cdot (A_i - 2P_i + 2d) + 2b \cdot (a+d) + r' \cdot (a+d)^2 + (r m - r') \cdot (P_i + d)^2 \right\}$$

B.5.4- Cas du sol stratifié avec  $P_i \leq C M_i - d$  : Dans ce cas la partie à remplir avec de la criblure est entièrement dans le sol rocheux et on retombe dans le premier cas avec  $r = r'$ .

#### B.6- CONCLUSION :

Le coût total CT sera bien entendu pour les  $n$  conduites du réseau et sera composé de quatre parties :

$$CT = \sum [C A_i + C E_i + C P_i + C C_i] \quad \text{avec} \quad i=1, m$$

### C) ETUDE MATHEMATIQUE DE LA FONCTION OBJECTIVE :

#### C.1- RAPPEL DE QUELQUES THEOREMES FONDAMENTAUX :

##### C.1.1- Notions de convexité :

$\alpha$ - Ensemble convexe : un ensemble  $C$  de  $R^n$  est dit convexe si :

$$\left. \begin{array}{l} X, X' \in C \\ \theta, \theta' \geq 0 \\ \theta + \theta' = 1 \end{array} \right| \Rightarrow \theta \cdot X + \theta' \cdot X' \in C$$

c'est à dire que le segment de droite reliant deux points quelconques de l'ensemble  $C$  est entièrement inclus dans cet ensemble.

$\beta$ - Fonction convexe : la fonction  $f$  est dite convexe si :

$$\left. \begin{array}{l} \text{soit } X \in R^n \\ \text{si } f(X_1), f(X_2) \in R \\ \text{et si } \theta, \theta' \geq 0 \text{ tel que } \theta + \theta' = 1 \end{array} \right| \Rightarrow \theta \cdot f(X_1) + \theta' \cdot f(X_2) \geq f(\theta \cdot X_1 + \theta' \cdot X_2)$$

$\Gamma$ - Toutes combinaisons linéaires positives de fonctions convexes dans un convexe  $C$  est convexe dans  $C$ .

θ- soit  $f: D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction ayant G dérivée seconde dans un convexe C. Alors  $f(X)$  est convexe dans C si et seulement si  $f''(X)$  est semi-définie positive pour tout  $X \in C$ .

$$f''(X) = H(X) = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{vmatrix}$$

la matrice  $H(X)$  est appelée matrice Hessienne.

σ- si les  $r$  premiers sous-déterminants  $D_k$ ,  $k=1,2,\dots,r \leq n$  qu'on peut former avec les  $k$  premières lignes et  $k$  premières colonnes d'une matrice carrée  $A$  (éventuellement après permutation appropriée des lignes et des colonnes) sont positifs, et les  $(n-r)$  suivants nuls,  $A$  est semi définie positive (condition nécessaire et suffisante).

$$|D_k| = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1k} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{k1} & \dots & a_{kk} \end{vmatrix} = \begin{cases} > 0 & k=1,2,\dots,r \\ = 0 & k=r+1,\dots,n \end{cases}$$

### C.1.2- Notion d'optimisation :

α- définition du problème : le problème qui se pose est le suivant: minimiser la valeur d'une fonction numérique  $f$  de  $\mathbb{R}^n$  vers  $\mathbb{R}$  appelée fonction objective en satisfaisant un certain nombre de conditions  $g_i(X) \geq 0$  ( $i=1,m$ ),  $g_i: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ . Ces conditions sont les contraintes:

$$\begin{cases} \min f(X) \\ g_i(X) \geq 0 \quad i=1,m \end{cases}$$

- si les contraintes sont linéaires, c'est à dire pouvant s'écrire de la forme suivante:  $A \cdot X \leq B$  alors le domaine défini par les contraintes est convexe.
- si la fonction objective est convexe et si les contraintes forment un domaine convexe alors le problème est un problème de programmation convexe.
- tout minimum local  $X$  d'un problème de programmation convexe est un minimum absolu.

### C.2- ETUDE DE LA CONVEXITE DE LA FONCTION OBJECTIVE :

La fonction objective CT est écrite comme une sommation de coût total  $CT_i$  tel que:  $CT = \sum (CT_i)$  avec ( $i=1,m$ ).

Toutefois, si tous les coûts CTi sont convexes alors le coût total CT sera convexe puisque c'est une combinaison linéaire à coefficients positifs qui est dans ce cas 1. Ainsi, il suffit de démontrer que le coût CTi est convexe pour en conclure la convexité du coût total du projet CT. Pour ce faire, on a séparé le coût CTi comme suit :

$$CT_i = C_0 + C_1 \cdot X_i + C_2 \cdot X_i + C_3 \cdot X_i + C_4 \cdot Y_i^2 - C_5 \cdot Y_i - C_6 \cdot X_i \cdot Y_i$$

où seuls les coefficients  $C_0, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$  et  $C_6$  qui varient d'une conduite à une autre. Ainsi et à titre d'exemple, ces coefficients pour le sol homo-gène seront:

$$C_0 = \alpha + C_e \cdot [r \cdot A_i^2 + 2(a \cdot r + b) \cdot A_i + a^2 \cdot r + 2a \cdot b] + C_p \cdot [2r \cdot A_i + 2(b + a \cdot r)] + C_c \cdot [2b \cdot (a + d) + r \cdot (a + d)^2]$$

$$C_1 = \beta \cdot C_i$$

$$C_2 = C_e \cdot [(1 + 2r) \cdot C_i \cdot A_i + C_i \cdot (2a \cdot r + 2b + a)] + C_p \cdot C_i \cdot (1 + 2r) + C_c \cdot [(a + d) \cdot (1 + 2r) + 2b] \cdot C_i$$

$$C_3 = C_e \cdot (1 + r) \cdot C_i^2 + C_c \cdot (1 - \pi/4 + r) \cdot C_i^2$$

$$C_4 = C_e \cdot r \cdot B_i^2$$

$$C_5 = \{ C_e \cdot [2r \cdot A_i \cdot B_i + 2(a \cdot r + b) \cdot B_i] + 2C_p \cdot r \cdot B_i \}$$

$$C_6 = C_e \cdot (1 + 2r) \cdot C_i \cdot B_i$$

mais puisque les paramètres  $C_c, C_e, C_p, C_r, C_m, a, b, d, P_i, r, r', B_i, \alpha, \beta, \Gamma, A_i$  et  $C_i$  sont positifs, on peut démontrer aisément que les coefficients  $C_0, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$  et  $C_6$  sont positifs et ceci pour le sol homogène et stratifié à la fois.

Pour démontrer la convexité de la fonction objective, utilisant le théorème  $\sigma$  du paragraphe C.1.1 de ce chapitre. Ainsi, la matrice hessienne sera :

$$H(X) = \begin{vmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{vmatrix}$$

avec:

$$H_{11} = 3\Gamma/16 \cdot (3\Gamma/16 + 1) \cdot X_i + 57/16 \cdot C_2 \cdot X_i + 33/64 \cdot C_3 \cdot X_i + 57/16^2 \cdot C_6 \cdot X_i \cdot Y_i$$

$$H_{12} = H_{21} = 3/16 \cdot C_6 \cdot X_i$$

$$H_{22} = 2 \cdot C_4$$

comme cette matrice est d'ordre 2, il suffit de calculer le déterminants d'ordre 1 et 2 et voir pour quelles conditions ils seront positifs pour conclure la convexité.

- déterminant d'ordre 1 (det1) :

$$\det1 = H11 = K + 57/64 \cdot X_i^{-35/16} \cdot [C2 - C6 \cdot Y_i] \quad \text{où } K \text{ est une partie positive de } H11.$$

il est clair que det1 sera positif si seulement  $C2 - C6 \cdot Y_i$  est positif.

$$C2 = C_e \cdot [(1+2r) \cdot C_i \cdot A_i + K_0]$$

$$(K_0 = C_i [C_e \cdot (2a \cdot r + 2b + a) + C_p \cdot (1+2r) + C_c \cdot [(a+d) \cdot (1+2r) + 2b] > 0)$$

$$C6 = C_e \cdot (1+2r) \cdot C_i \cdot B_i$$

puisque  $Y_i \leq A_i$ , il paraît clair que det1 est positif.

- déterminant d'ordre 2 (det2) :

$$\det2 = H11 \cdot H22 - H12 \cdot H21 = H11 \cdot H22 - H12^2$$

mais  $H22 = 2 \cdot C4$  avec  $C4 = C_e \cdot r \cdot B_i^2 = k \cdot r$  où  $k = C_e \cdot B_i^2 > 0$

si  $r=0$  alors  $\det2 = -H12^2 < 0$  d'où la fonction objective n'est plus convexe.

cherchons alors la limite de  $r$  pour assurer la convexité de la fonction objective. En fait, on peut remarquer que :

$$H11 > 33/64 \cdot C3 \cdot X_i^{-19/8}$$

$$\text{ainsi } \det2 > 33/64 \cdot C3 \cdot X_i^{-19/8} \cdot H22 - (3/16 \cdot C6 \cdot X_i^{-19/16})^2$$

$$> 3/16^2 \cdot X_i^{-19/8} \cdot [44 \cdot C3 \cdot H22 - 3 \cdot C6^2]$$

$$> 3/16^2 \cdot X_i^{-19/8} \cdot \underbrace{[88 \cdot C3 \cdot C4 - 3C6^2]}_{g(r)}$$

pour que det2 soit positif, il suffit que le terme  $g(r)$  entre crochets soit positif.

$$C3 = C_e (1+r) \cdot C_i^2$$

$$C4 = C_e \cdot r \cdot B_i^2$$

$$C6 = C_e \cdot (1+2r) \cdot C_i \cdot B_i$$

$$g(r) = C_e^2 \cdot C_i^2 \cdot B_i^2 \cdot \underbrace{[88 \cdot r \cdot (1+r) - 3 \cdot (1+2r)^2]}_{t(r)}$$

$g(r) > 0$  si et seulement si le terme  $t(r)$  est positif.

ainsi :

$$t(r) = 88 \cdot r \cdot (1+r) - 3 \cdot (1+2r)^2 = 76 \cdot r^2 + 76 \cdot r - 3$$

$$t(r) > 0 \quad \text{si } r > 0.038$$

par conséquent la fonction objective est convexe si seulement la pente du talus est supérieur à 0.038 et ceci pour le sol homogène et stratifié.

### C.3- ETUDE DE LA VARIATION DE LA FONCTION OBJECTIVE :

Dans ce paragraphe, on va essayer d'étudier comment varie la fonction objective en fonction des variables de décision  $X_i$  et  $Y_i$ .

Rappelons que le coût total de chaque conduite peut s'écrire sous la forme suivante:

$$CT_i = C_0 + C_1 \cdot X_i^{-3/16} + C_2 \cdot X_i^{-3/16} + C_3 \cdot X_i^{-3/8} + C_4 \cdot Y_i^2 - C_5 \cdot Y_i - C_6 \cdot X_i \cdot Y_i^{-3/16}$$

ou

$$CT_i = f + g + h$$

avec

$$f = C_0 + C_1 \cdot X_i^{-3/16} + C_3 \cdot X_i^{-3/8}$$

$$g = C_4 \cdot Y_i^2 - C_5 \cdot Y_i$$

$$h = C_2 \cdot X_i^{-3/16} - C_6 \cdot X_i \cdot Y_i^{-3/16}$$

montrons que les fonction  $f, g$  et  $h$  sont décroissantes :

- fonction f: il est claire que  $f$  est décroissante et qu'elle est minimale pour  $X_i$  maximale.
- fonction g: cette fonction n'est fonction que de  $Y_i$  avec:

$$C_4 = C_e \cdot r \cdot B_i^2 = C_e \cdot r / 4$$

$$C_5 = \{ C_e \cdot [2r \cdot A_i \cdot B_i + 2(a \cdot r + b) \cdot B_i] + 2C_p \cdot r \cdot B_i \} > C_e \cdot r \cdot A_i$$

ainsi la dérivée de  $g$  par rapport à  $Y_i$  s'écrit:

$$g'(Y_i) = 2C_5 \cdot Y_i - C_6$$

et on aura le tableau de varition suivant:

$Y_i$	0	$C_6 / (2C_5)$	$+\infty$
$g'$	-	0	+
$g$	0	$-C_6^2 / (4C_5)$	$+\infty$

puisque  $C_6 / (2C_5) > \frac{C_e \cdot r \cdot A_i}{2 \cdot C_e \cdot r / 4} = 2 \cdot A_i = \bar{G}_i - \underline{G}_i$

et comme  $Y_i = \bar{E}_i - \underline{E}_i < \bar{G}_i - \underline{G}_i$

alors dans l'intervalle  $[0, C_6/(2c_5)]$   $g$  décroît et pour qu'elle soit minimale, il faut que  $Y_i$  atteigne son maximum.

- fonction h: cette fonction peut encore s'écrire :

$$h = X_i^{-3/16} \cdot (C_2 - C_6 \cdot Y_i)$$

pour que cette fonction soit décroissante, il suffit que le terme  $C_2 - C_6 \cdot Y_i$  (terme décroissant en  $Y_i$ ) soit positif puisque le terme  $X_i$  est décroissant et positif.

$$C_2 = C_e \cdot [(1+2r) \cdot C_i \cdot A_i + C_i \cdot (2a \cdot r + 2b + a)] + C_p \cdot C_i \cdot (1+2r) + C_c \cdot [(a+d) \cdot (1+2r) + 2b] \cdot C_i = C_e \cdot (1+2r) \cdot C_i / 2 + K_2 \quad (K_2 > 0)$$

$$C_6 = C_e \cdot (1+2r) \cdot C_i \cdot B_i = C_e \cdot (1+2r) \cdot C_i / 2$$

on sait que  $A_i > Y_i$  d'où  $C_4 \cdot A_i > C_4 \cdot Y_i$ , et donc :

$$C_4 = A_i \cdot C_e \cdot (1+2r) \cdot C_i / 2 < C_2 = A_i \cdot C_e \cdot (1+2r) \cdot C_i / 2 + K_2$$

par conséquent:  $C_2 - C_4 \cdot A_i > 0$  d'où  $C_2 - C_4 \cdot X_2 > 0$

ainsi les fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  sont décroissantes et par conséquent le coût total  $CT_i$  est décroissant (somme de  $f$ ,  $g$  et  $h$ ).

#### D) CONCLUSION :

Dans ce chapitre, nous avons déterminé la fonction objective du projet en démontrant sa convexité stricte en moyennant une très légère condition sur la pente du talus ( $r > 0.038$ ), et ceci pour le sol homogène ou stratifié. Ceci va assurer que la solution optimale sera unique et très simple à calculer.

En outre, nous avons pu démontrer la décroissance de cette fonction qui sera par conséquent minimale pour des variables de décision  $X_i$  et  $Y_i$  maximales (l'optimum sera évident si le maximum de  $X_i$  et  $Y_i$  se trouvent en un même point dans l'hyper-espace formé par les contraintes).

## CHAPITRE IV : ETUDE THEORIQUE DES METHODES D'OPTIMISATION

### A) INTRODUCTION :

L'optimisation ou la programmation mathématique se propose pour objet l'étude théorique des problèmes d'optimisation ainsi que la conception et la mise en oeuvre des algorithmes de résolution.

La présence du terme "programmation" dans le nom de cette discipline peut s'expliquer historiquement par le fait que les premières recherches et les premières applications se sont développées dans le contexte de l'économie et de la recherche opérationnelle.

C'est ainsi que G.B Danzig propose en 1949 le terme de programmation linéaire pour l'étude des problèmes théoriques et algorithmiques liés à l'optimisation de fonctions linéaires sous des contraintes linéaires. Dans le même sens Kuhn et Tucker proposent le nom de programmation non-linéaires pour l'étude des problèmes d'optimisation non linéaires avec ou sans contraintes.

Dans ce chapitre, on va présenter les méthodes de programmation mathématiques utilisées pour élaborer le ou les programmes d'optimisation des réseaux d'assainissement pluvial.

On va opté pour quatre méthodes : La première consiste en une méthode d'optimisation linéaire le "Simplexe" et ceci pour calculer une solution très proche de l'optimum en maximisant la somme des variables  $X_i$  et  $Y_i$ . La deuxième méthode choisie est la méthode de ROSEN ou Gradient Projeté qui résoud le problème non-linéaire dont la fonction objective est déterminée au chapitre précédent. Quant à la troisième méthode, elle est celle de Topkis et Veinott qui possède des bases théoriques plus fondées. Enfin, la quatrième méthode est une méthode personnelle "Méthode modifiée" qui combine la méthode précédente est la grande particularité de ce problème.

Il faut noter que chaque méthode est transformée en un programme en FORTRAN 77 donnant chacun la solution.

### B) REGLES ET THEOREMES FONDAMENTAUX : [3]

B.1 : Propriété : Tout minimum local d'un problème de programmation convexe est un minimum absolu.

B.2 : Définition : Nous dirons qu'un algorithme décrit par une application A est globalement convergent si quelque soit le point de

départ  $x_0$  choisi, la suite  $\{x_k\}$  engendrée par  $x_{k+1} \in A(x_k)$  converge vers un point satisfaisant une condition nécessaire d'optimalité.

B.3 : Définition : On dit que  $Z(x \rightarrow R)$  est une direction ou fonction de descente (relativement à l'application  $A$ ) si elle est continue et possède les propriétés suivantes :

- (i)  $x \in \Omega \rightarrow Z(y) < Z(x)$  pour tout  $y \in A(x)$
- (ii)  $x \in \Omega \rightarrow Z(y) \leq Z(x)$  pour tout  $y \in A(x)$

B.4 : Théorème (Condition d'optimalité de Fritz John) :

Soit  $X$  un domaine non vide ouvert dans  $E_n$  et soit  $f: E_n \rightarrow E_1$  et  $g_i: E_n \rightarrow E_1$  (pour  $i=1, m$ ). considérons le problème  $P$  pour minimiser  $f(x)$  sous les contraintes  $x \in X$  et  $g_i \leq 0$  (pour  $i=1, m$ ). soit  $x'$  une solution faisable et soit  $I = \{i: g_i(x') = 0\}$ . En outre, supposons que  $f$  et  $g_i$  pour  $i \in I$  sont différentiables en  $x'$  et que  $g_i$  pour  $i \notin I$  n'appartenant pas à l'ensemble des indices  $I$  sont continues en  $x'$ . Si  $x'$  résoud localement le problème  $P$ , alors il existent les scalaires  $u_0$  et  $u_i$  pour  $i \in I$  tel que :

$$\begin{aligned} u_0 \cdot \text{grad}(f) + \sum_{i \in I} u_i \cdot \text{grad}(g_i) &= 0 \quad \text{pour } i \in I \\ u_0, u_i &\geq 0 \\ (u_0, U) &= (0, 0) \end{aligned}$$

où  $U = \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_i \\ \vdots \\ u_m \end{pmatrix}$  est un vecteur de composantes  $u_i / i \in I$ . En outre, si  $g_i$  pour  $i \in I$  sont différentiables en  $x'$ , alors les conditions de Fritz John peuvent être écrites sous la forme équivalente suivante :

$$\begin{aligned} u_0 \cdot \text{grad}(f) + \sum_{i=1, m} u_i \cdot \text{grad}(g_i) &= 0 & i=1, m \\ u_i \cdot g_i(x') &= 0 & i=1, m \\ u_0, u_i &\geq 0 & i=1, m \\ (u_0, U) &= 0 \end{aligned}$$

où  $U$  est le vecteur de composante  $u_i$  pour  $i=1, m$ .

B.5 : Théorème (Conditions d'optimalités de Kuhn-Tucker) :

Soit le domaine  $X$  (inclue dans  $E_n$ ) et  $X \neq \emptyset$ , soit  $f: E_n \rightarrow E_1$  ( $i=1, m$ ) et soit le problème  $P / \min(f)$  sous  $x \in X$  et  $g_i \leq 0$  ( $i=1, m$ ). soit  $x'$  une solution faisable et soit  $I = \{i: g_i(x') = 0\}$ . Supposons que  $f$  et  $g_i$  ( $i \in I$ ) sont différentiables en  $x'$  et que  $g_i$  ( $i \in I$ ) sont continue en  $x'$ . En outre, on suppose que  $\text{grad}(g_i)$  au point  $x'$  sont linéairement indépendants. Si  $x'$  résoud localement le problème  $P$ , alors il existent les scalaire  $u_i$  ( $i \in I$ ) tel que :

$$\text{grad}(f) + \sum_{i \in I} u_i \cdot \text{grad}(g_i) = 0 \quad \text{et } u_i \geq 0 \quad \text{avec } i \in I$$

En plus de ces suppositions, si  $g_i$  ( $i \in I$ ) sont aussi différentiable en  $x'$ , alors les conditions de Kuhn-Tucker peuvent être écrite sous la forme équivalente suivante :

$$\begin{aligned} \text{grad}(f) + \sum_{i=1, m} u_i \cdot \text{grad}(g_i) &= 0 \\ u_i \cdot g_i(x') &= 0 & i=1, m \\ u_i &\geq 0 & i=1, m \end{aligned}$$

C) METHODES DE PROGRAMMATION LINEAIRES : [3]

C.1 : INTRODUCTION :

Un problème est de programmation linéaire, si la fonction et les contraintes sont linéaires. La méthode choisie est celle du Simplexe, le problème est le suivant :

$$\begin{array}{ll} \min f(x) = C \cdot X & \text{où } C : \text{vecteur coût } (c_1, \dots, c_n) \\ \text{sous } \begin{cases} A' \cdot X \leq B' \\ A'' \cdot X \geq B'' \end{cases} & \begin{array}{l} A', A'' : \text{matrices des contraintes.} \\ B', B'' : \text{vecteur positif } (m \times 1). \\ X : \text{vecteur des variables de} \\ \quad \text{decision ou légitimes.} \end{array} \end{array}$$

Le problème est mis d'abord sous forme standard c'est à dire rendre les contraintes d'inégalité sous forme de contraintes d'égalités et cela en introduisant des variables d'écarts positives  $X_e$  dont le coefficient est nul, par exemple :

$$\begin{aligned} A' \cdot X \leq B' & \Leftrightarrow A' \cdot X + X_e = B' \\ & \Leftrightarrow (A' + I) \cdot \begin{array}{l} X \\ X_e \end{array} = B' \quad \text{où } I \text{ la matrice identité} \\ & \Leftrightarrow A^\circ \cdot X^\circ = B' \quad \text{où } A^\circ = A' + I \text{ et } X^\circ = \begin{array}{l} X \\ X_e \end{array} \end{aligned}$$

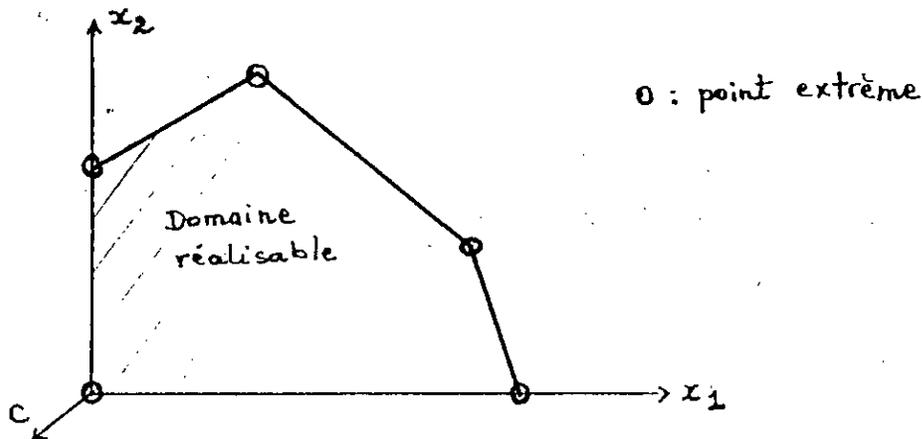
On dit que la matrice  $B^\circ$  est une base de ce problème linéaire si elle est extraite de la matrice augmentée  $A^\circ$  et y'est réalisable si elle est inversible (cette matrice est une matrice carrée). Ainsi, on peut séparer la matrice  $A^\circ$  en une matrice de base  $B^\circ$  et une autre  $N$  appelée matrice hors base ( $A^\circ = [B^\circ, N]$ ). En plus, on fait séparer les coûts  $C_i$  et les variables  $X^\circ$  qui englobe les variables légitimes et d'écarts, en partie de bases et hors-bases.

Le résumé de la méthode primale du Simplexe est présentée dans l'algorithme suivant en supposant qu'on dispose d'une base réalisable  $B^\circ$  :

- (a)  $B^\circ$  base réalisable de départ, itération  $k=0$
- (b)  $k=k+1$
- (c) à l'itération  $k$  soit  $B$  la base courante,  $X=[X_b, X_n]$  la solution de base correspondante ( $A^\circ=[B, N]$ ) . Calculer :
 
$$b = B \cdot b \quad , \quad \pi = C \cdot B \quad \text{et} \quad C = C - \pi \cdot N$$
- (d) Si  $C \geq 0$ . STOP : l'optimum est atteint.  
s'il existe un indice  $s$  tel que  $C_s < 0$  alors :
- (e) Soit  $A^\circ_s$  la colonne  $s$  de  $A^\circ$  :  
calculer  $A^\circ_s = B \cdot A^\circ_s$   
si  $a^\circ_{is} \leq 0$  quelque soit  $i=1, m$  alors STOP : optimum non borné ( $-\infty$ )  
sinon calculer :  
$$x^\circ_s = b_r / a^\circ_{rs} = \min \{ b_i / a^\circ_{is} \} \text{ pour } i \text{ tel que } a^\circ_{is} > 0$$

(f) soit  $x_t$  la variable correspondant à  $r$ -ième ligne de la base, c'est à dire telle que  $B \cdot A^t = E_r$  ( $E_r$  est un vecteur à composantes toutes nulles sauf la composante  $r$  qui sera égale à  $+1$ ), alors la variable d'indice  $s$  prend la valeur  $\tilde{x}_s > 0$  (rentre en base); la variable  $t$  s'annule ( $\tilde{x}_t=0$  et sort de la base); la nouvelle solution courante  $\tilde{X}$  correspondant à la nouvelle base réalisable :  $\tilde{B} = B + \{A_s\} \cdot \{A_t\}$ .  
Calculer l'inverse de la nouvelle base  $B$  et retourner en (b).

Géométriquement, la procédure s'interprète comme un cheminement de point extrême en point extrême adjacent le long de la frontière du domaine  $X$  (ensemble des solutions réalisables du problème), voir figure 4.1 suivante:



Il faut toutefois remarquer que lorsque  $\tilde{x}_s$  est nulle, la fonction objective ne varie pas après le changement de base, ce problème est appelé la dégénérescence qui fait que le problème va cycler sans qu'on atteigne jamais la solution, mais des règles convenables dans la sélection de la variable qui doit sortir de la base peut éliminer ce risque qui est souvent très rare. En outre, on peut remarquer que si les contraintes sont tous de la forme  $A \cdot X \leq 0$  ( $B \geq 0$ ), alors la base de départ est une matrice identité  $I$  dont l'inverse est évident.

Enfin et pour automatiser les calculs, on va présenter l'algorithme primal du Simplexe sous forme de tableau qui sera organisé de la manière suivante : soit à minimiser la fonction linéaire  $f(X)$  tel que le problème est mis sous forme standard :

$$\begin{aligned} \min Z = f(X) &= C \cdot X \\ A \cdot X &= B \end{aligned} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} X &= (X_b, X_n) \\ A &= [I, Y] \end{aligned}$$

alors on aura le tableau Simplexe suivant :

	XB1	XBr	XBm	Xj	Xk	
	1	0 . . . . 0 . . . . 0		. . . . Zj-Cj . . . .	Zk-Ck	Cb·B
XB1	0	1		. . . . Y1j . . . .	Y1k . . . .	b1
	.	.		.	.	.
	.	.		.	.	.
XBr	0		1	. . . . Yrj . . . .	(Yrk) . . . .	br
	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.
XBm	0			. . . . Ymj . . . .	Ymk . . . .	bm

Supposons que la variable qui entre en base est Xk et celle qui en sort est XBr, alors pour passer à l'itération suivante on doit réorganiser le tableau ci-dessus en trois étapes fondamentales de pivotation par rapport à Yrk :

- On divise la ligne r par Yrk.
- pour  $i=1,m$  (i différent de r), on ajoute au tableau la valeur  $(-Yik)$  multipliée par la r-ième ligne.
- former la ligne 0 (la première dans le tableau) comme l'étape précédente mais en ajoutant  $Zk-Ck$  multiplié par la ligne r.

Ainsi on aura le tableau suivant résumant les trois étapes précédentes :

	XB1	XBr	XBm	Xj		
	1	0	$(Ck-Zk)/Yrk$	0	$(Zj-Cj) - Yrj/Yrk \cdot (Zk-Ck)$	$Cb \cdot B - (Zk-Ck) \cdot br/Yrk$
XB1	0	1	$-Y1k/Yrk$	0	$Y1j - Yrj/Yrk \cdot Y1k$	$b1 - Y1k/Yrk \cdot br$
	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.
XBr	0	0	$1/Yrk$	0	$Yrj/Yrk$	$br/Yrk$
	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.
XBm	0	0	$-Ymk/Yrk$	1	$Ymj - Yrj/Yrk \cdot Ymk$	$bm - Ymk/Yrk \cdot br$

Le choix de Xk et XBr est le suivant : L'indice k est choisie en trouvant le minimum des coûts  $Cj-Zj$  par :

$$Zk-Ck = \text{Max}(Zj-Cj) = \text{Min}(Cj-Zj) : \text{le plus négatifs des coûts réels.}$$

Quant à l'indice  $r$ , la règle suivante évite le risque de dégénérescence :

- on teste l'ensemble des indices suivants :  
 $I_0 = \{r: b_r/Y_{rk} = \text{minimum}\{b_i/Y_{ik} : Y_{ik} > 0\}\}$   
 si  $I_0$  contient un seul indice, alors il sera  $r$ ;
- sinon former l'ensemble des indices suivants :  
 $I_1 = \{r: Y_{r1}/Y_{rk} = \text{minimum}\{Y_{i1}/Y_{ik} \text{ pour } i \in I_0\}\}$   
 si  $I_1$  contient un seul indice, alors il sera  $r$ ;
- sinon former  $I_2, I_3, \dots$  etc, en général :  
 $I_j = \{r: Y_{rj}/Y_{rk} = \text{minimum}\{Y_{ij}/Y_{ik}\} \text{ pour } i \in I_{j-1}\}$   
 éventuellement, pour un  $j \leq m$ ,  $I_j$  deviendra avec un seul indice, c'est à dire  $I_j = \{r\}$ , alors  $X_{Br}$  sortira de la base.

Pour appliquer cette règle, on suppose que les premières  $m$  colonnes du tableau forment l'identité. Il faut signaler que les variables dans la méthode du Simplexe sont tous positives ou nulles, ainsi si une variable peut prendre une variable  $X_j$  réelle quelconque, on peut la remplacer par deux variables positives ( $X_{j+}$ ) et ( $X_{j-}$ ) tel que :  $X_j = (X_{j+}) - (X_{j-})$ .

## C.2 : RECHERCHE DU POINT INITIAL PAR LE SIMPLEXE : [2]

Lorsque les contraintes sont de la forme  $A \cdot X \leq B$ , alors le point initial le plus évident est  $X=0$  (vecteur nul). Mais lorsque cette forme n'est pas présente on doit utiliser des variables supplémentaires appelées variables artificielles pour rendre les contraintes sous forme standard. soit l'ensemble des contraintes suivant.:

$$\left[ \begin{array}{l} A \cdot X \geq B \quad (1) \\ A' \cdot X \leq B' \quad (2) \end{array} \right. \quad \text{avec } B \text{ et } B' \text{ des vecteurs positifs}$$

alors le vecteur nul ne vérifie que les contraintes (2); quant au contraintes (1), on les remplace par l'ensemble des contraintes standards suivantes :

$$A \cdot X - X_e + X_a = B \quad \text{où } X_e \text{ et } X_a \text{ sont respectivement les variables d'écart et artificielles.}$$

Pour chercher une solution initiale vérifiant tous le lot des contraintes, il suffit de chercher la solution d'un problème linéaire dont la fonction objective est la somme des variables artificielles sous toutes les contraintes (1) et (2) :

$$\min Z = \sum X_a$$

$$\left[ \begin{array}{l} A \cdot X + X_e + X_a = B \\ A' \cdot X + X_e' = B' \end{array} \right.$$

Ainsi en utilisant la méthode du tableau du Simplexe on peut facilement trouver la solution de ce problème qui sera aussi la solution initiale si la valeur de Z est nulle à l'optimum. Si la valeur de Z n'est pas nulle on peut confirmer que le domaine délimité par les contraintes est vide ou non réalisable.

En outre, si on veut chercher la solution de n'importe quelle fonction objective respectant ces contraintes, il suffit de remplacer à la fin de l'étape précédente les coûts réels dans le tableau Simplexe. Cette méthode est appelée la méthode du Simplexe à deux phases.

### C.3 : VARIANTE DU SIMPLEXE DANS LE CAS DES VARIABLES BORNEES : [2]

D'après les paragraphes précédents, il semble clairement que lorsque le nombre de variables ou de contraintes est assez grand, le tableau du Simplexe nécessite une matrice de très grande dimension, ce qui est difficile à réaliser dans les calculateurs actuels surtout pour les micro-ordinateurs.

Ainsi on a cherché des méthodes de programmation linéaire qui peuvent s'adapter en particulier pour le problème d'assainissement pluvial. En outre, les méthodes de programmation non-linéaire choisies nécessitent à chaque itération la recherche d'une direction de descente qui à son tour nécessite le Simplexe.

En fait, la particularité frappante de notre problème est que plusieurs contraintes sont sous forme de variables bornées entre deux constantes et que dans la recherche de la direction de descente les variables sont toutes bornées.

Dans ce paragraphes on va présenter brièvement une variante du simplexe qui s'adapte très bien (en temps de calcul et en mémoire de stockage) avec le cas où certaines contraintes sont des variables bornées.

Soit le problème suivant : trouver X tel que :

$$\min Z = C \cdot X$$

$$\begin{cases} A \cdot X \leq B \\ I \leq X \leq U \end{cases}$$

où I et U sont les bornes inférieures et supérieures des variables  $X_i$  ( $i=1,n$ ) et A une matrice ( $m \times n$ ).

Si on opère par la méthode du tableau du Simplexe, on doit transformer le problème sous forme standard suivante :

$$\begin{aligned} \min Z &= C \cdot X \\ A \cdot X + X_{e1} &= B \\ X - X_{e2} + X_a &= I \\ X + X_{e3} &= U \end{aligned}$$

où  $X_{e1}, X_{e2}, X_{e3}$  : variables d'écart  
 $X_a$  : variables artificielles

Ainsi le tableau nécessite une mémoire MEM suivante :

$$MEM1 = (m+2n+1) \cdot (2m+5n+3)$$

A titre d'exemple, supposant qu'on a un problème de 200 variables et 622 contraintes (cet exemple sera présenté au chapitre VII) alors le tableau du simplexe à lui seul nécessite une mémoire  $MEM = (1023 \times 2247) \approx 1516^2$  ce qui énorme même pour un ordinateur comme le VAX qui peut accepter au maximum une matrice  $1100^2$ .

Pour remédier à ce problème on a choisi la méthode du Simplexe pour le cas des variables bornées. En fait, cette méthode ne fait pas introduire les contraintes  $L \leq X \leq U$  dans le tableau du Simplexe mais elle les traite comme des simples limites qu'elle ne les viole pas. Ainsi la mémoire nécessaire sera  $MEM2 = (m+1) \cdot (2n+m+1)$  qui est nettement inférieure  $MEM1$  (cette mémoire sera  $(623 \times 823)$  pour l'exemple précédent).

Le principe général de cette méthode est qu'elle affecte aux variables hors-bases leurs limites inférieures ou supérieures pour faire diminuer la fonction objective. L'algorithme de cette méthode est le suivant :

- 0) trouver une solution de base réalisable de départ. soit XB les variables de base,  $X_{n1}$  et  $X_{n2}$  les variables hors-bases à leur limites inférieures et supérieures respectives.  
calculer  $Z = CB \cdot b + (C_{n1} - CB \cdot N1) \cdot In1 + (C_{n2} - CB \cdot N2) \cdot Un2$   
et  $b^{\sim} = b - N1 \cdot In1 - N2 \cdot Un2$

Soit le tableau du Simplexe initial suivant :

	Z	XB	XN1	XN2	
Z	1	0	$CB \cdot N1 - C_{n1}$	$CB \cdot N2 - C_{n2}$	Z
XB	0	matrice identité I	N1	N2	$b^{\sim}$

avec  $A = [N1, N2]$

- 1) si  $Z_j - C_j \leq 0$  pour les variables hors-bases à leur limites inférieures et  $Z_j - C_j \geq 0$  pour les variables hors-bases à leur limites supérieures, alors la solution actuelle est optimale. Sinon si une de ces conditions est violée pour la k-ième variable hors-base, aller à l'étape 2) si  $X_k$  est à sa limite inférieure et à 3) si elle est à sa limite supérieure.
- 2) la variable  $X_k$  est augmentée de  $dk$ . La valeur de  $dk$  est donnée par l'équation (1),  $Y1$  et  $Y2$  sont données par les équations (2) et (3).

- si  $dk = \infty$  alors STOP : l'optimum est infinie, sinon le tableau est constitué par la façon suivante :

- si  $dk = U_k - I_k = \min(Y_1, Y_2, U_k - I_k)$  alors  $X_k$  reste une variable hors-base et les valeurs des variables de base sont changées par l'équation:  $XB = \tilde{b} - Y_k \cdot dk$  où  $Y_k$  est la  $k$ -ième colonne de la matrice  $A$ .
  - si  $dk$  est égale à  $Y_1$  ou  $Y_2$  alors  $X_k$  entre en base et  $X_r$  sort de la base où l'indice  $r$  est donné par les équations (2) ou (3). Aller à l'étape 1)
- 3) la variable  $X_k$  est diminuée de  $dk$ . la valeur de  $dk$  est donnée par l'équation (1),  $Y_1$  et  $Y_2$  sont données par les équations (4) et (5).
- si  $dk = \infty$  alors STOP : l'optimum est infinie, sinon le tableau est constitué par la façon suivante :
  - si  $dk = U_k - I_k = \min(Y_1, Y_2, U_k - I_k)$  alors  $X_k$  reste une variable hors-base et les valeurs des variables de base sont changées par l'équation:  $XB = \tilde{b} + Y_k \cdot dk$  où  $Y_k$  est la  $k$ -ième colonne de la matrice  $A$ .
  - si  $dk$  est égale à  $Y_1$  ou  $Y_2$  alors  $X_k$  entre en base et  $X_r$  sort de la base où l'indice  $r$  est donné par les équations (4) ou (5). Aller à l'étape 1)

équation (1) :  $dk = \min(Y_1, Y_2, U_k - I_k)$

équation (2) :  $Y_1 = \min \{ (b_i - I_i) / Y_{ik} ; Y_{ik} > 0 \} \quad i=1, m$

équation (3) :  $Y_2 = \min \{ -(U_i - b_i) / Y_{ik} ; Y_{ik} < 0 \} \quad i=1, m$

équation (4) :  $Y_1 = \min \{ -(b_i - I_i) / Y_{ik} ; Y_{ik} < 0 \} \quad i=1, m$

équation (5) :  $Y_2 = \min \{ (U_i - b_i) / Y_{ik} ; Y_{ik} > 0 \} \quad i=1, m$

## D) METHODES DE PROGRAMMATION NON-LINEAIRE :

### D.1 : INTRODUCTION :

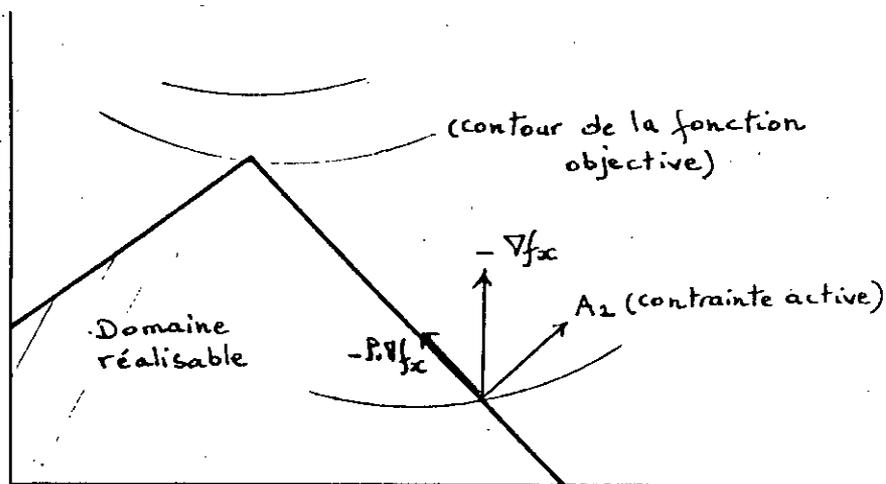
Un problème est dit de programmation non-linéaire si la fonction objective ou les contraintes sont non-linéaire ou les deux à la fois.

Dans notre cas c'est seulement la fonction objective qui est non-linéaire. Pour le résoudre on a choisi trois méthodes de programmation non-linéaire, chacune présente des avantages que les autres ne possède pas. Ces trois méthodes appartiennent à la famille des directions faisables. La première qu'on va présenter est celle du Gradient Projeté de ROSEN.

### D.2 : METHODE de ROSEN : [3]

D.2.1 : Introduction : Son principe de base est de projeter le gradient de la fonction objective sur la frontière du domaine, ceci donne un cheminement le long de la frontière dans la

direction de la plus forte pente relative, c'est à dire autorisé par les contraintes; cette méthode est essentiellement intéressante dans le cas des contraintes linéaires (voir figure 4.2 ci-dessous).



D.2.2 : Recherche du point initial réalisable : [1] La méthode de ROSEN nécessite, pour démarrer, avoir un point appartenant au domaine défini par les contraintes.

Cet auteur a proposé lui même une méthode pour déterminer un point initial réalisable et donc le principe est le suivant : soit les contraintes :

$$g_i(X) \geq 0 \quad (i=1,m) \text{ ou sous forme } A \cdot X \leq B$$

on appelle une contrainte  $i$  :

- une contrainte active si  $g_i(X)=0$
- une contrainte inactive si  $g_i(X) > 0$
- une contrainte violée si  $g_i(X) < 0$  (à l'extérieur du domaine).

soit un point initial  $X^\circ$  quelconque avec les valeurs des contraintes :

$$\begin{cases} g_i(X^\circ) \leq 0 & 1 \leq i \leq q \\ g_j(X^\circ) > 0 & q+1 \leq j \leq m \end{cases}$$

définissant le vecteur de dimension  $q$  :

$$G(X) = \begin{pmatrix} g_1(X) \\ g_2(X) \\ \vdots \\ g_q(x) \end{pmatrix}$$

comme les contraintes sont linéaires, elle peuvent s'écrire sous la forme suivante :  $g_i(X) = \text{grad}(g_i) \cdot X - b_i$

si on définit :

$$Nq = [\text{grad}(g_1), \dots, \text{grad}(g_q)] \quad (nxq)$$

$$bq = \begin{cases} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_q \end{cases}$$

calculons le point  $X' = X^0 - Nq \cdot (Nq \cdot Nq)^{-1} \cdot G(X^0)$  qui se trouvera sur les  $q$  hyperplans violés par  $X^0$ . S'ils n'existent pas des contraintes devenues violées alors le point  $X'$  est le point initial réalisable cherché. Sinon on choisit la plus négative, soit par exemple  $g_{q+1}$ , on calcul :

$$\Gamma = (Nq \cdot Nq)^{-1} \cdot Nq \cdot \text{grad}(g_{q+1})$$

et

$$\Omega = Pq \cdot \text{grad}(g_{q+1}) = [I - Nq \cdot (Nq \cdot Nq)^{-1} \cdot Nq] \cdot \text{grad}(g_{q+1})$$

- (a) si  $\|\Omega\| = 0$  et  $\Gamma \leq 0$ , alors le domaine est vide
- (b) si  $\|\Omega\| = 0$  et par exemple  $\Gamma_1 > 0$  (première composante de  $\Gamma$ ), on retranche  $\text{grad}(g_1)$  de la matrice  $Nq$  et on y introduit le gradient de la contrainte  $g_q$  et on définit :

$$G'(X') = (0, 0, \dots, g_q(X'))$$

et

$$X^2 = X' - Nq' \cdot (Nq' \cdot Nq')^{-1} \cdot G'(X')$$

où  $Nq' = [\text{grad}(g_2), \text{grad}(g_3), \dots, \text{grad}(g_{q+1})]$

On examine les autres contraintes et on reprend la même procédure si nécessaire.

- (c)  $\|\Omega\| > 0$  : on ajoute la contrainte  $g_q$  au lot des contraintes envisagées et on forme une nouvelle matrice  $Nq''$  telle que :

$$Nq'' = [\text{grad}(g_1), \text{grad}(g_2), \dots, \text{grad}(g_{q+1})]$$

et

$$X^2 = X' - Nq'' \cdot (Nq'' \cdot Nq'')^{-1} \cdot G'(X')$$

On examine les autres contraintes et on reprend la même procédure si nécessaire.

D.2.3 : Recherche de l'optimum : [3] Soit le problème suivant :

$$\begin{array}{ll} \min f(x) & \text{ou} & \min f(X) \\ A \cdot X \leq B & & g_i(X) \geq 0 \end{array}$$

L'algorithme de résolution est le suivant :

- 0) choisir  $X^0$  tel que  $A \cdot X^0 \leq B$  (point initial réalisable) et décomposer  $A^T$  et  $B^T$  en  $(A1^T, A2^T)$  et  $(B1^T, B2^T)$  tel que  $A1 \cdot X1 = B1$  et  $A2 \cdot X2 < b2$ ;  $k=1$ ; aller à l'étape 1)

- 1) soit  $M = A_1$
- \* si  $m$  est vide, prendre  $P=I$   
sinon  $P = I - M^T (M \cdot M^T)^{-1} M$
  - \* soit  $dk = -P \cdot \text{grad}(f)$  :
    - si  $dk=0$  aller à l'étape 2)
    - si  $dk=0$  STOP si  $M$  est vide
    - sinon soit  $u = -(M \cdot M^T)^{-1} M \cdot \text{grad}(f)$ , si  $u \geq 0$  alors STOP (optimum). Si  $u < 0$ , choisir alors la composante de  $u$  la plus négative (soit  $u_j$ ) et former  $A_1$  en enlevant la contrainte correspondant au rang de  $u_j$  et aller à l'étape 1)
- 2) soit  $p_k$  le pas de descente, solution du problème :
- $$\begin{array}{ll} \min f(X_k + p \cdot dk) & \text{où } p_{\max} \text{ est le plus grand pas dans} \\ 0 \leq p \leq p_{\max} & \text{la direction de descente } dk \text{ sans} \\ & \text{violer aucune contrainte.} \end{array}$$
- $X_{k+1} = X_k + p_k \cdot dk$
  - décomposer  $A^T$  et  $B^T$  en  $(A_1^T, A_2^T)$  et  $(B_1^T, B_2^T)$  tel que  $A_1 \cdot X_k = B_1$  et  $A_2 \cdot X_k < B_2$ ,  $k=k+1$ , aller à 1)

L'étape 2) consiste à trouver  $p_k$  représente un problème d'optimisation unidimensionnelle avec contrainte dont la seule variable est  $p$ .

Pour résoudre ce problème, on a choisi la méthode du nombre d'or qui est la plus efficace et la plus sûre.

D.2.4 : Etude de la convergence de la méthode de Rosen : Jusqu'au temps actuel, on a pas pu démontrer la convergence globale de la méthode de Rosen mais on a pas trouver un contre exemple montrant la divergence de cette méthode.

On sait toutefois que la convergence dépend essentiellement des propriétés de l'application  $D$  qui à  $X_k$  associe la direction de descente  $dk$ ,  $D$  doit être une application fermée et doit engendrer des directions uniformément admissibles.

Or, il est facile de remarquer que l'application  $D$  n'est pas pas fermée, puisque la direction  $dk$  subit généralement une discontinuité brusque lorsqu'une nouvelle contrainte devient active.

La convergence globale de la méthode de Rosen n'est pas garantie. Cependant, en plus de la non existence d'un contre-exemple de non convergence et de la facilité de mise en oeuvre de cette méthode sous forme d'un programme informatique, fait que cette méthode peut être considérée comme un outil intéressant au moins pour la résolution des problèmes d'optimisation non-linéaire avec des contraintes linéaires.

D.3 : METHODE DE TOPKIS-VEINOTT : [3]

D.3.1 : Introduction : Cette méthode n'est qu'une modification de la méthode de Zoutendjik (1960) qui ne converge pas dans tous les cas et qui est semblable à celle de Rosen car elle ne considère que les contraintes actives dans la recherche de la direction de descente.

Topkis et Veinott (1967) ont suggéré une modification qui rend le problème très voisin de celui de programmation linéaire et qui ont introduit toutes les contraintes pour déterminer la direction de descente.

Le choix de cette méthode a été fait pour combler l'inconvénient majeur de la méthode de Rosen qui est le risque de la non-convergence. En effet, on va démontrer que cette méthode converge globalement en un nombre fini d'itération.

D.3.2 : Recherche du point initial réalisable : Pour cela, on peut utiliser n'importe quelle méthode des trois méthodes présentées: méthode analytique, méthode du Simplexe ou méthode de Rosen.

D.3.3 : Recherche de l'optimum : soit le problème suivant :

$$\begin{aligned} \min f(X) \\ g_i(X) \leq 0 \quad i=1,m \end{aligned}$$

L'algorithme de résolution est présenté brièvement et se résume en deux étapes essentielles suivantes :

0) choisir un point initial réalisable  $X^0$ ,  $k=1$ , aller à l'étape 1).

1) soit  $(Z_k, d_k)$  la solution du problème suivant :

min Z

$$\begin{cases} \text{grad}(f) \cdot d - Z \leq 0 \\ \text{grad}(g_i) \cdot d - Z \leq -g_i & i=1,m \\ -1 \leq d_j \leq 1 & j=1,n \end{cases}$$

- si  $Z_k = 0$ , STOP  $X_k$  est un point de Fritz John.  
sinon  $Z_k < 0$ , aller à l'étape 2).

2) soit  $p_k$  l'optimum du problème suivant :

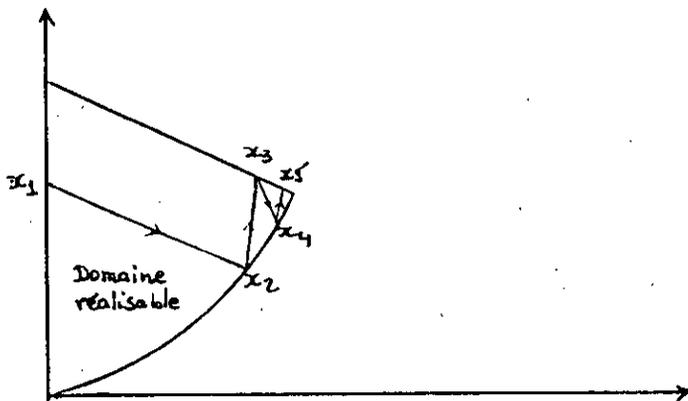
$$\begin{aligned} \min f(X_k + p \cdot d_k) \quad \text{où } p_{\max} \text{ est le pas maximum dans la} \\ 0 \leq p \leq p_{\max} \quad \text{direction de descente } d_k \text{ sans} \\ \text{violer aucune contrainte.} \end{aligned}$$

-  $X_{k+1} = X_k + p_k \cdot d_k$   
-  $k=k+1$   
- aller à l'étape 1)

Ainsi l'étape 1) consiste en la résolution d'un problème linéaire et dont le but est de déterminer la direction de descente  $dk$  et le paramètre  $Z_k$  qui représente un test d'arrêt et qui est toujours négatif ou nul. On peut remarquer que la méthode du Simplexe à variables bornées peut être utilisée dans ce cas puisque les valeurs  $d_j$  de la direction de descente sont bornées entre deux constantes 1 et -1. En outre la base initiale réalisable est évidente puisque les contraintes sont sous la forme  $A \cdot X \leq B$  (le vecteur  $B$  dans ce cas est  $-g_i$  qui est positif puisque les contraintes  $g_i$  sont négatives).

Toutefois, le fait que lorsque le paramètre  $Z_k$  devient nul, on confirme qu'on atteint l'optimum nécessite quelques explications : Puisque ce problème linéaire est un problème de minimisation alors il paraît évident qu'on ne peut pas avoir une solution positive de  $Z_k$  car des valeurs de  $dk$  et  $Z_k$  nuls représentent une solution du problème. Si  $Z_k$  est strictement négative, cela veut dire que :  $\text{grad}(f) \cdot dk < 0$  qui s'explique par le fait que la direction  $dk$  est une direction de descente.

Cependant si  $Z_k$  est nul, cela implique qu'on ne peut plus forcer la direction  $dk$  à être une direction de descente et par conséquent on est à l'optimum. La figure 4.3 suivante illustre géométriquement cette méthode :



D.3.4 : Etude de la convergence : le théorème suivant montre que que la méthode de Topkis-Veinott converge vers un point de Fritz John qui est un point optimal.

Théorème : soit  $X$  une solution du problème suivant :

$$\begin{aligned} \min f(X) \\ g_i(X) \leq 0 \quad i=1,m \end{aligned}$$

soit  $(Z_k, dk)$  l'optimum du problème :

$$\begin{aligned} \min Z \\ \left[ \begin{array}{ll} \text{grad}(f) \cdot d - Z \leq 0 & \\ \text{grad}(g_i) \cdot d - Z \leq -g_i & i=1,m \\ -1 \leq d_j \leq 1 & j=1,n \end{array} \right. \end{aligned}$$

Si  $Z_k < 0$  alors  $d_k$  est une direction faisable de descente améliorée.

En plus  $Z_k = 0$  si et seulement si  $X$  est un point de Fritz John.

Toutefois, le fait que cette méthode utilise à chaque itération toutes les contraintes; ceci augmente considérablement le temps de calcul qui se traduit en général par des erreurs numériques pouvant faire diverger la méthode.

#### D.4 : METHODE MODIFIEE :

D.4.1 : Introduction : Il est vrai que la méthode de Topkis-Veinott converge vers un optimum qu'elle que soit le point initial réalisable de départ et ceci de point de vue purement mathématique, mais quel est son comportement numérique ? En fait il existe deux sortes de convergence : une convergence mathématique prouvée par des théorèmes bien fondés, et une convergence numérique tenant compte de la stabilité des calculs et des erreurs cumulées lors des itérations du calcul.

En effet, un système numérique par exemple peut être traité par un algorithme non dégénéré mathématiquement, mais qui est dégénérée numériquement (voir l'ouvrage: algorithmes numériques analyse et mise en oeuvre de M. la Porte et J.Vignes).

Par conséquent, reprenant l'algorithme de Topkis-Veinott lors de la recherche de la direction de descente :

min  $Z$

$$\left[ \begin{array}{ll} \text{grad}(f) \cdot d - Z \leq 0 & \\ \text{grad}(g_i) \cdot d - Z \leq -g_i & i=1, m \\ -1 \leq d_j \leq 1 & j=1, n \end{array} \right.$$

La contrainte  $\text{grad}(f) \cdot d - Z \leq 0$  est très ennuyeuse de point de vue numérique car si les gradients de  $X_k$  sont très grands on aura, par rapport au coefficient de  $Z$  qui est  $-1$ , des infiniments grands avec des infiniments petits dans la même contrainte et ceci entraîne un cumul d'erreurs qui croit rapidement lors du déroulement du Simplexe.

En fait, après avoir programmer la méthode de Topkis-Veinott et l'essayer sur des exemples où les gradients de la fonction objective au point courant sont relativement faibles; on obtient à chaque fois la solution optimale réelle. Toutefois et lorsqu'on l'applique dans le cas de notre projet où les gradients sont toujours très grands, la méthode diverge et indique que la solution est infinie malgré que le domaine formé par les contraintes est borné.

Pour ne pas perdre du temps dans l'élaboration des techniques de stabilités pour assurer la convergence numérique de

cette méthode, nous avons combiné cette méthode avec d'autres pour assurer simultanément la convergence mathématique et aussi numérique.

Notons en plus que le point le plus intéressant dans la méthode de Topkis-Veinott est qu'elle cherche la direction de descente en tenant de toutes les contraintes ce qui évite des discontinuité brusque et rend l'application fermée et par conséquent globalement convergente.

Notons aussi que la méthode de Zoutendjik cherche sa direction de descente  $dk$  de la façon suivante :

$$\min Z = \text{grad}(f) \cdot d$$

$$\begin{cases} A_1 \cdot d \leq 0 \\ -1 \leq d_j \leq 1 \end{cases}$$

où  $A_1$  est la partie de la matrice des contraintes correspondant à celles qui sont actives.

et présente une bonne stabilité numérique puisque il n'ya pas des contraintes présentant en même temps des infiniment grands et des infiniments petits. En fait les valeurs du gradient de la fonction objective ne se trouvent pas dans les contraintes.

On peut alors poser la question suivante : Si la méthode de Zoutendjik possède une bonne stabilité numérique et une mauvaise convergence mathématique, et si la méthode de Topkis-Veinott possède une très bonne convergence mathématique et une mauvaise stabilité numérique, pourquoi ne pas combiner ces deux méthodes sous une nouvelle forme assurant à la fois la convergence mathématique et numérique ?

On va répondre à cette question en construisant un algorithme à la base de ces deux derniers et qui sera présenté dans le paragraphe qui va suivre.

D.4.2 : Méthode modifiée : Puisqu'une direction  $dk$  est une direction de descente à un point  $X_k$  donné si :

$$\text{grad}(f) \cdot dk < 0$$

Pour faire diminuer la valeur de la fonction  $f$  le long de cette direction, il faut trouver le pas  $pk$  pour que cette diminution soit maximale tel que :  $f(X_k + pk \cdot dk) < f(X_k)$ .

- a) Direction de descente : L'idée consiste alors de trouver une direction  $dk$  telle que la variable  $X_k + dk$  soit réalisable pour un pas unitaire. Pour ce faire il suffit de chercher l'optimum  $dk$  du problème linéaire suivant : (voire figure si dessous)

$$\begin{aligned} \min Z &= \text{grad}(f) \cdot d \\ g_i(X_k + d) &\leq 0 \end{aligned}$$

ce qui équivaut à chercher  $dk$  en minimisant le critère de descente en respectant évidemment toutes les contraintes au point  $X_k + dk$ .

Si les contraintes sont linéaires, le problème précédent deviendrait :

$$\begin{aligned} \min \text{grad}(f) \cdot d \\ A \cdot (X_k + d) \leq B \end{aligned}$$

c'est à dire :

$$(P1) \quad \left[ \begin{array}{l} \min Z = \text{grad}(f) \cdot d \\ A \cdot d \leq -g_i(X_k) \quad i=1, m \end{array} \right.$$

Ainsi le point  $X_k + dk$  est réalisable et  $Z$  ne peut être que négative ou nulle car pour  $dk$  nulle, on aura évidemment une valeur nulle de  $Z$ . Cependant si  $dk$  est différente de zéro, alors  $Z$  ne peut être que négative ce qui revient à dire que  $dk$  est réellement une direction de descente.

Étudiant maintenant le cas où  $Z$  est nulle et cela de point de vue d'optimisation; en fait :

si  $Z = \text{grad}(f) \cdot dk = 0$  signifie que  $dk=0$  où  $\text{grad}(f)=0$

- 1er cas :  $\text{grad}(f)=0$ , alors le point courant  $X_k$  est soit un minimum, soit un maximum et ceci quelque soit la direction de descente  $dk$ , ce qui veut dire qu'en partant le long de n'importe quelle direction  $dk$ , on a pas de direction de descente ( $\text{grad}(f) \cdot dk < 0$ ), par conséquent le point  $X_k$  est déjà un minimum.
- 2ème cas :  $dk=0$ , alors le point  $X_k = X_k$  est déjà un minimum car sinon on doit trouver une direction non nulle pour générer un point  $X_k$  différent de  $X_k$  où on doit avoir :  $f(X_k) < f(X_k)$ .

En résumé, si  $Z$  est nulle, on peut conclure que le point courant est un minimum local (si la fonction  $f$  est convexe, alors l'optimum est global).

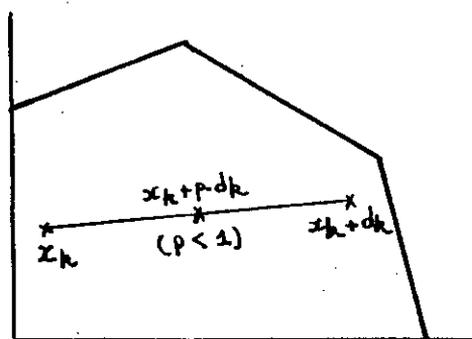
- b) Recherche du pas de descente  $pk$  : Après avoir calculer la direction de descente  $dk$ , il faut chercher le pas de descente telle que :

$$f(X_k + pk \cdot dk) < f(X_k).$$

Avant de procéder à cette étape, il convient après avoir chercher  $dk$  pour un pas égal à l'unité) de montrer que n'importe quel point  $X_k + pk \cdot dk$  situé entre le point  $X_k$  et  $X_k + dk$  est aussi réalisable. En fait, si le domaine  $D_x$  formé par les contraintes est convexe (ce qui est le cas ici puisque les contraintes linéaires forment un domaine convexe), alors :

$$\begin{aligned} \text{si } X \in D_x & \quad \text{alors quelque soit } \theta \cdot X + \theta' \cdot Y \in D_x \\ \text{et si } Y \in D_x & \quad \text{avec } \theta + \theta' = 1 \end{aligned}$$

ainsi pour  $p \in [0,1]$ , le point  $X_k + p \cdot dk$  est aussi réalisable (voir la figure 4.4 suivante) :



Cherchons alors le pas  $p_k$  tel que la diminution de la fonction objective soit maximale. Pour cela, il suffit de procéder par l'optimisation unidimensionnelle suivante :

$$(P2) \quad \begin{cases} \min f(X_k + p \cdot dk) \\ 0 \leq p \leq 1 \end{cases}$$

Il faut noter que le fait que  $dk$  est une direction de descente, cela ne veut pas dire qu'à n'importe quel pas  $p_k$  le long de cette direction va diminuer la fonction objective, sinon on peut se contenter du pas unité du départ car si on développe  $f(X_k + p \cdot dk)$  par la série de Taylor du 1er degré, on trouve :

$$f(X_k + p \cdot dk) \approx f(X_k) + \underbrace{p \cdot \text{grad}(f) \cdot dk}_{(A)} + \underbrace{p \cdot \|dk\| \cdot \alpha}_{(B)} \text{ où } \alpha \rightarrow 0 \text{ si } p \rightarrow 0$$

ainsi, pour avoir  $f(X_k + p \cdot dk) < f(X_k)$ , il faut que le terme (A) soit inférieur au terme (B) qui diminue lorsque le pas  $p$  diminue aussi.

c) L'algorithme de la méthode modifiée : L'algorithme suivant de la méthode modifiée nécessite comme hypothèses, la continuité de la fonction objective et un gradient fini en chaque point de celle-ci dans le domaine d'étude :

0) Soit  $X^0$  un point initial réalisable tel que :  $A \cdot X^0 \leq B$ ,  
 $k=1$ , aller à l'étape 1)

1) chercher l'optimum  $dk$  du problème suivant :

$$\begin{cases} \min Z = \text{grad}(f) \cdot d \\ A \cdot d \leq -g_i(X_k) & i=1, m \\ -1 \leq d_j \leq 1 & j=1, n \end{cases}$$

- si  $Z = 0$ , alors STOP : on est à l'optimum.
- sinon  $Z < 0$ , aller à l'étape 2)

2) chercher l'optimum  $p_k$  du problème :

$$\begin{cases} \min f(X_k + p \cdot d_k) \\ 0 \leq p \leq 1 \end{cases}$$

- remplacer  $x_k$  par  $X_k = X_k + p_k \cdot d_k$
- $k = k + 1$
- aller à l'étape 1)

d) Etude de la convergence de la méthode modifiée : Il est clair que de la méthode modifiée remplit toutes les conditions de convergence globale.

En effet, la recherche de la direction de descente ne nécessite que le "Simplexe" qui avec ses règles de dégénérescence, converge avec un nombre fini d'itération vers la solution réelle. En outre, la recherche du pas de descente par la méthode du nombre d'Or assure un pas de bonne précision et unique puisque la fonction objective est convexe.

Malgré ceci, on va essayer de suivre la méthode mathématique habituelle pour confirmer la convergence globale de notre méthode. Cette méthode consiste à vérifier la convergence des méthodes en les appliquant sur des contre-exemples fondés pour montrer la divergence de certaines.

Pour ce faire, nous allons utiliser les contre-exemples de la méthode de Zoutendjik fondé par Wolfe en 1972 et un autre exemple de la non fermeté de la recherche de la direction de descente.

α- Premier exemple (Contre-exemple de Wolfe) : cet exemple qui a pour solution le point  $X_k = (0, 0, 2)$ , s'annonce comme suit :

$$\begin{cases} \min f(X_1, X_2, X_3) = 4/3 \cdot (X_1^2 - X_1 \cdot X_2 + X_2^2)^{4/3} - X_3 \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0 \\ X_3 \leq 2 \end{cases}$$

\* Résolvant ce problème par la méthode de Zoutendjik en commençant par le point  $X_k = (0, a, 0)$  où  $a \leq 1/\sqrt{8}$ , la direction de descente  $d_k$  est l'inverse du gradient normé :

$$d_k = - \frac{\text{grad}(f)}{\|\text{grad}(f)\|} = (a/2, 0, \sqrt{a}/2)$$

le pas optimal par une recherche unidimensionnelle est telle que :

$$\min f(X_k + p \cdot d_k) \quad \text{où } p_{\max} \text{ est le pas maximum vérifiant les contraintes.}$$
$$0 \leq p \leq p_{\max}$$

en répétant ce processus, on aura la suite  $\{X_k\}$ , où :

$$X_k = \begin{cases} \{0, 2^{k-1} \cdot a, 1/2 \cdot \sum_{j=0}^k (a/2^j)\} & \text{si } k \geq 3 \\ \{2^{k-1}, 0, 1/2 \cdot \sum_{j=0}^k (a/2^j)\} & \text{sinon} \end{cases}$$

cette suite converge vers le point  $X_\infty = \{0, 0, (1+1/\sqrt{2}) \cdot \sqrt{a}\}$  qui est ni unique (en fonction de  $a$ ) ni la solution réelle.

\* Résolvant ce problème par la méthode modifiée en commençant par le même point  $X_k = (0, a, 0)$ , on aura le suite de direction de descente  $d_k$ , du pas  $p_k$  et du point  $X_k$  suivante en suivant les étapes de son algorithme et ceci en quatre itération dont la dernière donne le point optimal avec une direction nulle ce qui revient à dire que la valeur du test d'arrêt  $Z$  et lui aussi égal à zéro, il faut remarquer aussi que le point de la deuxième itération est indépendant de la valeur de  $a$  (voire tableau suivant) :

itération	$d_k$	$X_k$	$P_k$
1	$(1, -a, 2)$	$(1, 0, 2)$	1
2	$(-1, 1, 0)$	$(1/2, 1/2, 2)$	1/2
3	$(-1/2, -1/2, 0)$	$(0, 0, 2)$	1
4	$(0, 0, 0)$	$(0, 0, 2)$	-

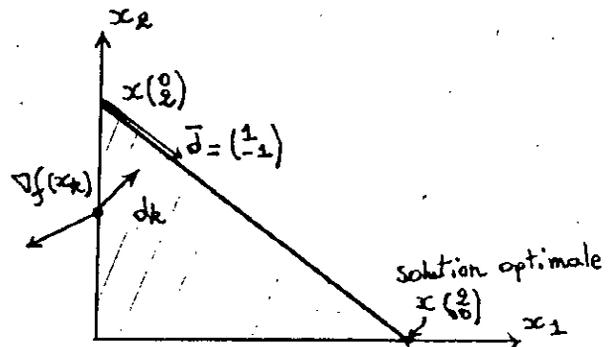
β- Deuxième exemple (direction de descente non-fermé) : Cet exemple montre la grande efficacité de la méthode modifiée dans la recherche de sa direction de descente. Soit alors le problème suivant dont la solution optimale réelle est  $X_k = (2, 0)$  :

$$\begin{cases} \min f(X_1, X_2) = -2 \cdot X_1 - X_2 \\ X_1 + X_2 \leq 2 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

\* Résolvant cet exemple par la méthode de Zoutendjik. Considérons la séquence des vecteurs  $\{X_k\}$  où  $X_k = (0, 2 - 1/k)$ .

A noter qu'à chaque point  $X_k$  ( $k < \infty$ ), la seule contrainte active est  $X_1 \geq 0$  où la direction de descente est trouvée en accord avec : (voire figure 4.5 ci-contre)

$$\begin{cases} \min -2d_1 - d_2 \\ 0 \leq d_1 \leq 1 \\ -1 \leq d_2 \leq 1 \end{cases}$$



l'optimum de ce problème est  $dk=(1,1)$ . Quand  $k$  tend vers l'infini, on aura le point  $X_k=(0,2)$  ce qui implique que les contraintes  $X_1 \geq 0$  et  $X_1+X_2 \leq 2$  sont actives, et on aura le problème suivant :

$$\begin{cases} \min -2d_1 - d_2 \\ d_1+d_2 \leq 0 \\ 0 \leq d_1 \leq 1 \\ -1 \leq d_2 \leq 1 \end{cases}$$

qui a pour optimum la direction  $dk=(1,-1)$ . Ainsi :

$$\begin{aligned} X_k &\longrightarrow X && \text{(optimum final)} \\ (X_k, dk) &\longrightarrow (X, d) && \text{(optimum final)} \end{aligned}$$

où  $d=(1,1)$ . En outre  $D(X)=\{(X,d)\}$ ,  $(X,d) \in D(X)$ , donc le schéma  $D$  de la direction de descente n'est pas fermé en  $X$ .

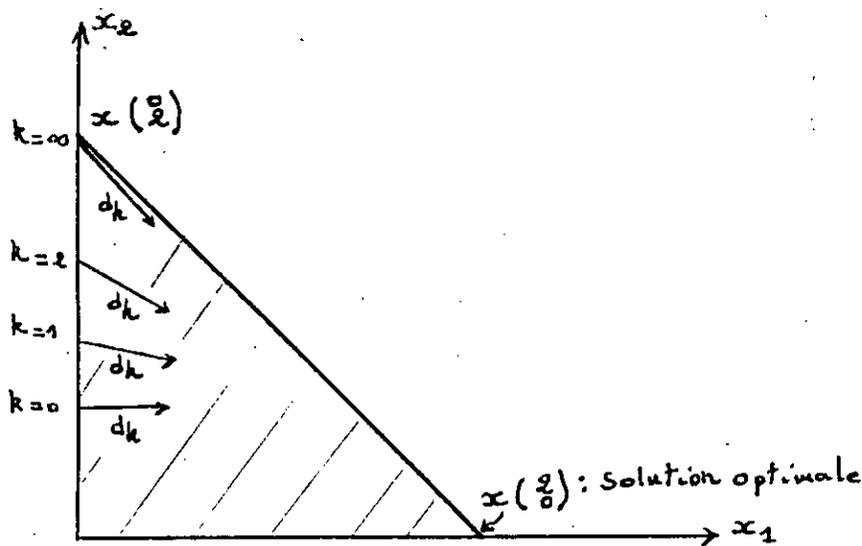
\* Résolvant ce problème par la méthode modifiée : Dans ce cas nous aurons la suite des itérations suivante résumé dans le tableau suivant : ( $Z_k$  représente le test d'arrêt)

itération	$dk$	$X_k$	$Z_k$
1	$(1, 1-1/k)$	$(0, 2-1/k)$	$-1-1/k$
2	$(1, -1)$	$(1, 1)$	$-1$
3	$(0, 0)$	$(2, 0)$	$0$

On remarque qu'à la première itération, la direction de descente dépend de  $k$ , cela implique que lorsque  $k$  tend vers l'infini, cette direction sera  $(1,-1)$ . La méthode de Zoutendjik, quant à elle, calcule une direction de descente constante entre les points  $(0, 2-1/k)$  et  $(0, 2)$ , et lorsque  $k$  tend vers l'infini, elle atteint le point  $(0, 2)$  et la direction de descente change brusquement de  $(1, 1)$  à  $(1, -1)$  au même point, ce qui explique le fait qu'elle n'est pas fermée (la même remarque est vraie pour la méthode de Rosen).

D'après le schéma 4.6 suivant, on voit très bien comment la méthode modifiée génère les directions de descente. En fait, en commençant du point  $A$  ( $k=1$ ) ou d'un autre point ( $k>1$ ), on aura une variation de  $dk$  très progressive jusqu'à atteindre le point  $B$  de coordonnées  $(0, 2)$  où  $dk$  varie très peu et atteint le vecteur  $dk=(1,-1)$ .

Ceci s'explique par le fait que la méthode modifiée génère des directions de descente dépendant du point actuel et l'algorithme est fermé et la convergence est globale.



#### E) CONCLUSION :

Dans ce chapitre, nous avons montré quatre méthodes de résolution où chacune se concrétise par un programme réalisé à part.

La première méthode utilisant le Simplexe, recherche un point initial et une solution très proche de l'optimum et elle converge toujours et d'une façon sûre puisque des règles qui évitent le problème de dégénérescence ont été introduites avec succès.

La deuxième méthode consiste en la méthode du gradient projeté de Rosen dont la convergence globale n'est pas encore démontré.

La troisième méthode est celle de Topkis-Veinott qui n'est qu'une modification de la méthode de Zoutendjik qui peut diverger. Ces auteurs ont rendu le problème quasi-linéaire en introduisant toutes les contraintes dans la recherche de la direction de descente et par conséquent ont pu rendre la méthode convergente globalement mathématiquement mais qui présente des difficultés numériques lorsque la norme des gradients de la fonction objective est trop élevée.

Quant à la quatrième méthode, c'est une construction personnelle basée sur la méthode de Topkis-veinott. Cette méthode présente une convergence à la fois mathématique et numérique et le programme établi sur cette méthode tient beaucoup compte des particularités de la fonction objective et des contraintes du problème de l'assainissement pluvial pour rendre la convergence extrêmement rapide dans toutes les étapes du calcul.

Il faut noter enfin, que des améliorations très profondes peuvent concerner la méthode modifiée tant dans le plan de mise en oeuvre que dans l'algorithme lui même, mais ceci dépend essentiellement de l'avancement des recherches pour faire sortir les qualités cachés de la fonction objective et des contraintes, et nous serions très heureux si notre recherche trouve plus d'améliorations.

## CHAPITRE V : VERIFICATION ET AMELIORATION DE L'OPTIMUM

### A) INTRODUCTION :

Les variables de décision qu'on a utilisé pour la détermination des contraintes et de la fonction objective ont été utilisées par plusieurs auteurs travaillant sur ce sujet, mais n'empêche qu'elles causent des instabilités numériques très dangereuses car la variable  $X_i$  peut être très inférieur à  $Y_i$  ce qui peut rendre la convergence très longue et même la solution fausse.

En effet, le choix de la côte de la référence influe directement sur  $Y_i$ , et sa fixation n'est pas aléatoire et doit tenir compte des erreurs d'arrondi.

Pour remédier à ceci, nous avons opté pour de nouvelles variables de décision permettant une bonne stabilité numérique, une bonne simplification du problème et une diminution du temps de calcul.

En outre, la conception optimale des réseaux d'assainissement pluvial est impossible lorsque le domaine hypergéométrique limité par les contraintes hydrauliques et technologiques est vide.

Toutefois le projet doit être réalisé, par conséquent on doit introduire de nouvelles hypothèses pour rendre le domaine géométriquement non vide.

Enfin et pour confirmer la validité de la solution optimale, un test physique très judicieux a été obtenu, rendant ainsi les risques d'erreurs écartés.

### B) NOUVELLES VARIABLES DE DECISION :

Puisque le couvert de conduites est limité entre deux bornes de valeurs moyennes, on peut opter pour les variables de décision suivantes :

$Z_{1i} = S_i \cdot L_i = X_i =$  produit de la pente de la conduite et sa longueur.

$Z_{2i} = \bar{G}_i - \bar{E}_i =$  couvert amont de la conduite  $i$ .

Pour réaliser les avantages de ces nouvelles variables de décision, on va montrer comment s'écrivent les contraintes en fonctions de ces variables et est ce que la fonction objective garde ces qualités de convexités et de décroissance ?

Ces contraintes s'écrivent comme suit :

type 1 : vitesse minimum pour chaque conduite.

$$Z1i \geq V_{\min} \cdot K1 \cdot (ni/K2)^2 \cdot Qi \cdot Li$$

type 2 : vitesse maximum pour chaque conduite.

$$Z2i \leq V_{\max} \cdot K1 \cdot (ni/K2)^2 \cdot Qi \cdot Li$$

type 3 : couvert minimum au noeud aval de chaque conduite.

$$Z1i + Z2i \geq Cov_{\min} + \bar{G}_i - \underline{G}_i$$

type 4 : couvert maximum au noeud amont de chaque conduite.

$$Z2i \leq Cov_{\max}$$

type 5 : progression des diamètres.

$$- Ci \cdot Z1i + Ci_{i+1} \cdot Z2i \leq 0$$

type 6 : descente aux regards.

$$Z1i + Z2i - Z2i_{i+1} \leq \bar{G}_i - \underline{G}_i$$

type 7 : couvert minimum au noeud amont au debut de chaque branche.

$$Z2i \geq Cov_{\min}$$

type 8 : diamètre minimum à la lère conduite de chaque branche.

$$Z1i \leq D_{\min} \cdot Ci$$

type 9 : diamètre maximum à la dernière conduite:

$$Z1n \geq D_{\max} \cdot Ci$$

type 10 : couvert maximum au noeud aval de la dernière conduite.

$$Z1i + Z2i \leq Cov_{\max} + \bar{G}_i - \underline{G}_i$$

Il paraît clair que les contraintes de type 1,2,4,7,8 et 9 sont déjà sous une forme favorable pour limiter le nombre de contraintes lors de la recherche de la direction de descente.

Quant à la fonction objective, écrite en fonction de ces variables, elle ne perd pas sa convexité puisque les nouvelles variables de décision sont en combinaison linéaire avec les anciennes :

$$\begin{cases} Z1i = Xi \\ Z2i = \bar{G}_i - \frac{Xi + Yi}{2} \end{cases}$$

Ainsi, la matrice hessienne par rapport aux variables  $Z_{1i}$  et  $Z_{2i}$  aura un déterminant positif si elle l'est déjà par rapport aux variables  $X_i$  et  $Y_i$ . Par conséquent, la fonction objective est convexe si la pente de talus d'excavation est supérieur à 0.038.

Toutefois, la fonction objective sera décroissante par rapport à  $Z_{1i}$  et croissante par rapport à  $Z_{2i}$ .

### C) ETUDE DU CAS OU LES CONTRAINTES FORMENT UN DOMAINE VIDE : [8]

Les contraintes hydrauliques et technologiques tiennent compte de plusieurs aspects physiques et techniques. Ainsi les limites inférieures et supérieures du diamètre, de vitesse et du couvert sont établies de façon à respecter ces contraintes, et il est souvent impossible d'augmenter leurs intervalles.

Rappelons que l'hypothèse hydraulique fondamentale était celle d'un écoulement uniforme plein régit par l'équation de Manning:

$$Q = (1/n) \cdot R^{2/3} \cdot A \cdot \sqrt{S} \quad \text{ou} \quad V = (1/n) \cdot R^{2/3} \cdot \sqrt{S}$$

Les contraintes de diamètre et de vitesse minimum traduisent le fait que les débits de dimensionnement  $Q_i$  doivent être tous supérieurs ou égales au débit minimum donné par :

$$Q_{\min} = (\pi/4) \cdot D_{\min}^2 \cdot V_{\min}$$

En outre les contraintes de diamètre et vitesse maximum traduisent le fait que les débits de dimensionnement  $Q_i$  doivent être tous inférieurs ou égales au débit maximum donné par :

$$Q_{\max} = (\pi/4) \cdot D_{\max}^2 \cdot V_{\max}$$

Que ce passe t-il si il existe un débit  $Q_i$  tel que :

$$Q_i < Q_{\min} \quad \text{ou} \quad Q_i > Q_{\max}$$

Le domaine est alors non réalisable et on ne peut pas procéder à aucun calcul avant de rendre ce domaine non vide par l'introduction de quelques hypothèses simplifiatrices.

#### 1er cas : il existe $Q_i \geq Q_{\max}$ :

Dans ce cas et puisque  $D_{\max}$  et  $V_{\max}$  sont fixés par le marché, il est clair qu'on a besoin d'une ou plusieurs stations de pompage pour relever l'eau d'un point profond atteignant le couvert maximum jusqu'au couvert minimum.

Il est évident que cette solution nécessite une étude très approfondie car le prix de construction et d'entretien des stations de pompage est souvent très élevé.

#### 2ème cas : il existe $Q_i \leq Q_{\min}$ :

Ce cas a été résolu par P. Guisset et Y. Zech de l'université catholique de Louvain (Belgique) en affectant au débit inférieur au débit minimum un débit fictif égal à ce dernier.

Ainsi, ils n'obligent pas ces conduites à avoir un écoulement uniforme plein mais plutôt un écoulement à surface libre non plein, ce qui représente une sécurité supplémentaire au réseau et rend le domaine hypergéométrique formé par les contraintes non vide.

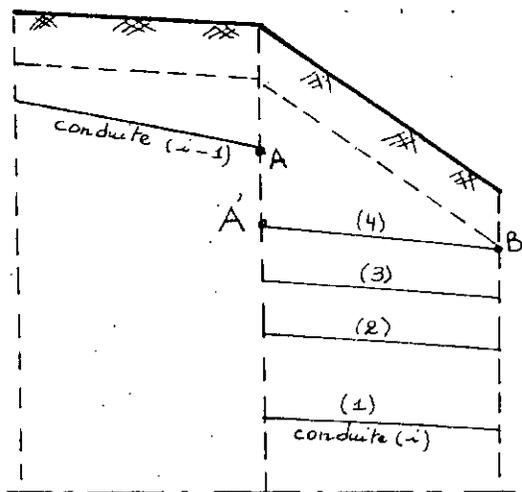
#### D) TEST PHYSIQUE DE LA VALIDITE DE LA SOLUTION OPTIMALE :

Notre grande réussite dans l'obtention du point réalisable analytiquement nous a conduit à pousser la recherche afin d'obtenir une solution analytique de tous le problème.

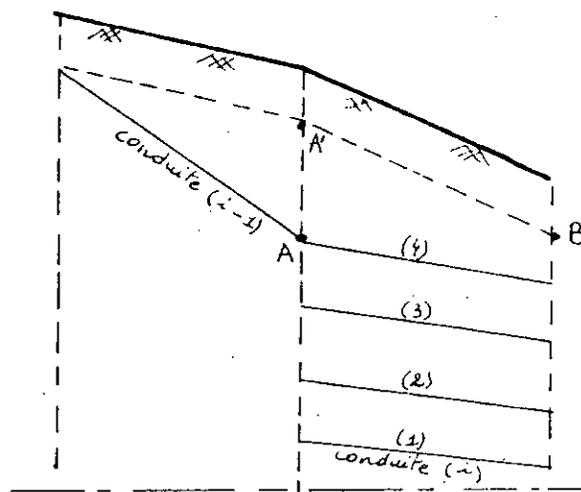
En effet, notre démonstration de la convexité et de la décroissance de la fonction objective ainsi que la particularité du domaine limité par les contraintes nous ont fait espérer la réalisation d'un tel exploi, mais quelques détails de la fonction objective nous ont fait échouer.

Toutefois, notre echec n'était pas absolu car nous avons pu obtenir un test très judicieux pour confirmer la validité de la solution numérique calculée.

Supposons qu'on a atteint l'optimum numérique  $(Z_{1i}, Z_{2i})$ , on peut démontrer qu'on connaissant  $Z_{1i}$  on peut déduire analytiquement  $Z_{2i}$ , pour cela soit le raisonnement suivant : translatant la conduite  $i$  parallèlement à elle même (position 1, 2, 3, 4), alors elle sera bloquée soit par le point A (couvert aval de la conduite  $i-1$ , voir figure -a- ci-après) où par le point B (couvert minimum, voir figure -b- ci-après).



- figure (a) -



- figure (b) -

Ainsi, le couvert amont  $Z_{2i}$  de la conduite  $i$  sera égal au maximum du couvert aval de la conduite juste situé à l'amont de rang  $i-1$ , du couvert amont de la conduite  $i$  tel que le couvert aval est minimum et du couvert minimum. Ceci peut se résumer en la formule suivante:

$$Z_{2i} = \text{Max} [ Z_{2i-1} + Z_{1i-1} - \bar{G}_{i-1} + \underline{G}_i, \text{Covmin} + \bar{G}_i - \underline{G}_i - Z_{1i} ]$$

Par conséquent et pour vérifier la validité numérique, il suffit de calculer les couvert amont  $Z_{2i}$  de chaque conduite par cette formule connaissant les valeurs numériques des  $Z_{1i}$  et les faire comparer avec les valeurs numériques des  $Z_{2i}$  et si elles coïncident on peut confirmer que la solution numérique est exacte.

## CHAPITRE VI : PREPARATION, RESOLUTION ET ANALYSE DU PROBLEME

### A) INTRODUCTION :

Dans ce chapitre, on va essayer de regrouper toutes les étapes de l'obtention de la solution finale d'un problème d'assainissement pluvial donné.

En premier lieu, on montre comment préparer toutes les données nécessaires au calcul de la solution optimale. La deuxième phase consiste en une simple récapitulation du chapitre de l'optimisation proprement dite. Quant à la troisième phase, elle consiste en une analyse des résultats et de leurs normalisation.

### B) PREPARATION DU PROBLEME :

#### B.1 : PREPARATION DES DONNEES :

##### B.1.1 : Données hydrologiques :

- variation de l'intensité en fonction du temps pour trouver les quatre coefficients de l'équation :  
$$I = A_0 + A_1 \cdot \ln(t) + A_2 \cdot \ln(t)^2 + A_3 \cdot \ln(t)^3$$
- donner les temps d'entrées de chaque conduite ou les paramètres permettant leur calcul.

##### B.1.2 : Données géométriques, topographiques et économiques du réseau :

- nombre de conduites et de branches du réseau.
- type du sol (homogène ou stratifié).
- figure sur le plan du réseau.
- les longueurs de chaque conduite.
- les côtes naturelles de chaque noeud ainsi que celui de la rivière (ou l'exutoire) et la profondeurs admissibles.
- les paramètres a, b et d de la coupe type du sol.
- les coûts unitaires d'excavation, de pavage et de criblure ainsi que les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\Gamma$  pour le coût d'achat.
- les intervals de limitation de vitesses, de diamètres et de couverts.
- le type de chaque bassin tributaire (rectangulaire, secteur ou triangulaire) ainsi que les h/b ainsi que les  $A_i$  et les  $C_i$ .
- le coefficient de manning, le type de revêtement, les profondeurs du roc de chaque tronçon (ou noeud).
- les critères de normalisation  $D_+$  (on ajoute  $D_+$  aux diamètres théoriques avant de les remplacer par le diamètres normalisé immédiatement inférieur).

## B.2 : ETABLISSEMENT DE LA COURBE D'INTENSITE :

Puisque l'équation de cette courbe possède quatre coefficients à déterminer :

$$I = A_0 + A_1 \cdot \ln(t) + A_2 \cdot \ln(t)^2 + A_3 \cdot \ln(t)^3$$

alors il faut donner au minimum quatre couples (I,t) pour les établir et si on possède plus de quatre couples on procède par les moindres carrés avec la méthode de GOLUB utilisant la transformation de Householder et qui présente la particularité d'être très stable.

## B.3 : CALCUL DU TEMPS CRITIQUE DU SYSTEME ET DES DEBITS DE DIMENSIONNEMENT (dans chaque noeud) :

Leur étude a été présentée au chapitre II. Le programme LABHYDRO calcul ces paramètres suivant l'organigramme en Annexe (A).

## B.4 : CALCUL DES DEBITS DE DIMENSIONNEMENT (dans chaque conduite) :

Puisque les réseaux d'assainissement sont ramifiés tel qu'à l'aval d'un noeud, on ne peut avoir qu'une seule conduite au plus. Pour calculer les débits dans chaque conduite, on procède par balayage du réseau en utilisant l'ordre d'un noeud (nombre de conduites liées à ce noeud) comme information (voire l'organigramme en annexe (A)).

On passe chaque conduite en revue; quand l'ordre de celle-ci est 1 on calcule son débit et on retranche d'une unité l'ordre de la conduite aval et on annule celui de la conduite en revue. On répète le processus jusqu'à ce que l'ordre du dernier noeud (exutoire) devienne nul. En fait si on numérote les noeuds du réseau de telle façon que le noeud aval d'un noeud amont est toujours inférieur au numéro à celui de ce dernier et que le numéro maximal soit égale au nombre du noeud du réseau plus 1, alors on aura qu'un seul balayage.

## C) RESOLUTION DU PROBLEME :

Après avoir préparé toutes les données nécessaires à l'obtention de la solution optimale du problème, il reste maintenant à le résoudre.

Cette résolution passe par deux étapes fondamentales :

- la première consiste en la détermination du point initial réalisable pour le démarrage des étapes de la recherche.
- la deuxième étape est l'optimisation proprement dite.

### C.1 : OBTENTION D'UN POINT INITIAL REALISABLE :

Cette recherche est purement analytique d'après les règles montrées au chapitre II. Le programme NORDINIT génère un point initial réalisable à une précision de  $1e-14$ .

Il faut signaler que le même but peut être réalisé par le programme SIMPINIT qui utilise la méthode du SIMPLEXE à deux phases mais qui donne une précision nettement inférieure à celui du premier (environ  $1e-7$ ), ceci est dûe aux erreurs cumulées au cours des itérations.

Il faut signaler encore que si on commence par une solution analytique  $(X_i, Y_i)$  on peut tester avec certitude si le domaine est réalisable ou non (par le biais de la valeur  $iqv$  montrant le nombre de contraintes violées à une précision de  $1e-10$ ).

## C.2 : OPTIMISATION :

Le programme ZINOPT résoud le problème par la méthode modifiée en utilisant le SIMPLEXE à variables bornées dans la détermination de la direction et la méthode du Nombre d'Or pour la recherche unidimensionnelle du pas..

## D) ANALYSE DES RESULTATS DU PROBLEME :

Dans ce paragraphe, on va essayer de rendre la solution théorique pratique et de dégager les critiques adéquates. On entend par solution pratique, la solution qui peut être réalisée, c'est à dire rendre les diamètres théoriques normalisés suivant les gammes dans le commerce, et par les critiques adéquates, l'analyse de la variation du niveau piézométrique au cours du temps si on admet la solution normalisée comme solution finale du problème.

### D.1 : NORMALISATION DE LA SOLUTION THEORIQUE :

En réalité, les conduites vendues dans le commerce sont normalisées aux diamètres dépendant d'un pays à un autre. Pour se faire, on ajoute  $D+$  (cm par exemple) aux diamètres optimaux et d'adopter le diamètre normalisé immédiatement inférieur au résultat ainsi trouvé.

Le plus souvent  $D+=0$ , ce qui revient à choisir pour toutes les conduites le diamètre normalisé juste inférieur au diamètre optimal.

Néanmoins, surtout dans le cas des sols homogènes meubles où le coût d'excavation est plus faible, conduit à des pentes plus fortes et des diamètres plus petits, le passage brusque d'un diamètre optimal par exemple de 30 cm, à un diamètre normalisé de 25 cm introduit des pertes de charges inacceptables, ce qui revient à dire que le réseau peut fonctionner dans de très mauvaises conditions, ce qui n'est pas le cas pour un diamètre de 100 cm rammené à 90 cm.

Dans le cas où on peut s'attendre à des diamètres assez petits, il vaut mieux donner à  $D+$  une valeur de 3 à 5 cm afin de limiter la diminution du diamètre lors de la normalisation. On profite également de cette étape pour donner aux coefficients de rugosité de chaque conduite la valeur indiquée par le commerce.

## D.2 : ANALYSE POST-OPTIMALE (vérification du niveau piézométrique) :

Les hypothèses de calcul pour le calcul optimal ont été les suivantes :

- les débits d'entrée dans le système sont ceux qui règnent au temps critique du système, temps où la somme des débits d'entrée est maximal.
- les débits dans chaque conduite sont ceux qui se présenteraient si les temps de parcours étaient nuls. On écrit simplement les équations de continuité à chaque noeud.
- l'hypothèse hydraulique fondamentale est celle d'un écoulement plein mais non en charge dans les conduites: on suppose donc un écoulement uniforme et on y applique l'équation de Manning.

Toutes ces hypothèses sont critiquables :

- 1- Si les temps d'entrée de deux puisards sont très différents, au temps critique du système, un des deux débits, sinon les deux, seront nettement sous-évalués.

Ce temps critique est donc pratique dans la majorité des cas mais il peut conduire au sous dimensionnement de branches entières du réseau. Ces inconvénients diminuent au fur et à mesure qu'on s'approche de l'exutoire : en effet les erreurs ont tendance à se compenser mutuellement.

- 2- Le temps de parcours n'est pas nul, il est bon d'en tenir compte surtout pour déceler les interférences éventuelles.

- 3- Il est plus économique d'admettre que la surface piézométrique ne coïncide pas toujours avec la génération supérieure de la conduite. Certaines conduites pourront présenter un écoulement en charge à condition que le niveau piézométrique ne dépasse des hauteurs fixées. Nous avons choisi cette latitude en adoptant les diamètres normalisés inférieurs aux diamètres optimaux théoriques.

L'analyse post-optimale permet de vérifier tous ces points. En fait, la situation "exacte" est calculé en chaque minute, tenant compte des temps de parcours. Ce dernier est calculé d'une manière simplifiée :

Soit le noeud aval j d'une conduite i-j au temps t. A ce moment t, entre en i le débit  $Q_i(t)$ . On calcul la vitesse moyenne  $V_i(t)$  correspondante à ce débit  $Q_i(t)$ . On divise la longueur de la conduite  $L_{ij}$  par la vitesse  $V_i(t)$  calculée, pour obtenir le temps de parcourt dt :

$$dt = \frac{L_{ij}}{V_i(t)}$$

On considère alors que le débit en j est égal à celui qui régnait en i au temps t-dt :

$$Q_j(t) = Q_i(t-dt) \quad \text{où } Q_i(t-dt) \text{ est calculé par interpolation}$$

$$(\quad Q_i(t-dt) = 0 \text{ si } t-dt \leq 0 \quad)$$

Quant au calcul de la vitesse, si la conduite est pleine ou encore si le débit  $Q_i(t)$  est supérieur au débit dont la conduite pleine non en charge est capable, la vitesse est :

$$V_i(t) = \frac{Q_i(t)}{\text{aire}}$$

Si par contre la conduite n'est pas pleine, on peut écrire des relations entre  $V/VP$  en fonction  $Q/QP$  d'une part ( $VP$  et  $QP$  sont respectivement la vitesse et le débit uniforme régnant dans la conduite pleine non en charge) et  $h/D$  en fonction de  $Q/QP$  d'autre part ( $h$  et  $D$  sont respectivement la hauteur d'eau et le diamètre de la conduite).

Ces relations tiennent compte de la variation du coefficient de Manning, avec la profondeur d'eau.

Si le calcul de  $V/VP$  à partir de  $h/D$  est relativement simple, cette dernière valeur ne peut être dérivée de celle de  $Q/QP$  que par itération. Il nous a semblé plus pratique d'utiliser des courbes approximative par regression (erreur < 2%).

$$a/ \quad 0 \leq Q/QP \leq 0.847 : V/VP = 0.31 + 2.24 \cdot Q/QP - 3.13 \cdot (Q/QP)^2 + 1.69 \cdot (Q/QP)^3$$

$$b/ \quad 0.847 \leq Q/QP \leq 1 : V = VP$$

$$c/ \quad Q/QP \geq 1 : V = Q/\text{aire}$$

On peut constater que le calcul du temps de parcours est assez approximatif: on utilise le débit  $Q_i(t)$  pour connaître la vitesse de propagation de  $Q_i(t-dt)$  et le calcul de la vitesse moyenne est approximé par une courbe de regression. mais ces hypothèses qui évitent des calculs itératifs sont justifiées car un calcul exact devrait de toutes façon abandonner l'hypothèse d'un écoulement uniforme pour tenir compte des courbes de remous transitoires régnant dans le réseau, mais cette approche est trop complexe pour la pratique (temps de calcul).

Le débit "exact" ayant ainsi été déterminé dans toutes les conduites, à toutes les minutes, on calcule la côte piézométrique régnant en chaque noeud, en remontant de l'aval vers l'amont.

Il nous faut déterminer le niveau piézométrique à l'exutoire. En fait le programme construit ne tient pas compte de la rivière ou du collecteur pour déterminer le niveau des conduites.

Il peut se faire qu'un déversement se produise, mais le cas où le niveau du couronnement de l'exutoir se trouve sous le niveau du collecteur, peut se présenter également. Dans le premier cas, la côte piézométrique est prise comme étant le niveau du couronnement de la conduite (hypothèse sécuritaire puisque c'est la hauteur critique qui se présente normalement au déversement), dans le second cas c'est le niveau de la rivière collectrice qui est le niveau piézométrique d'aval.

Si la pente générale imposée au réseau est trop faible (trop faible différence de hauteur entre les points hauts du réseau et le niveau du collecteur), le calcul optimal conduira la conduite d'aval à être plus basse que le collecteur.

En fait le niveau du noued d'aval donné par le programme d'optimisation constitue une sorte de niveau optimal pour le collecteur. Si cependant le projecteur n'a aucune latitude pour choisir le niveau du collecteur, on peut imposer au réseau un niveau d'exutoire supérieur au niveau du collecteur moyennant bien sûr le coût supplémentaire d'une contrainte nouvelle.

Le niveau piézométrique d'aval sert de point de départ au calcul de la surface piézométrique de tous le réseau. On calcul cette côte d'un noeud amont d'une conduite à partir de la côte piézométrique du noeud d'aval en utilisant la formule suivante (formule de Manning) :

$$H_i = H_j + L_{ij} \cdot \left| \frac{n_{ij} \cdot Q_{ij}}{A_{ij} \cdot R_{ij}} \right|^2$$

avec  $H_i$  : côte piézométrique au noeud  $i$ .  
 $H_j$  : côte piézométrique au noeud  $j$ .  
 $L_{ij}$ ,  $n_{ij}$ ,  $Q_{ij}$ ,  $A_{ij}$  et  $R_{ij}$  : sont respectivement la longueur, le coefficient de Manning, le débit, l'aire et le rayon de la conduite  $i-j$ .

La valeur de  $H_j$  est la plus grande des deux valeurs suivantes :

- la côte piézométrique calculée à l'amont de la conduite dans laquelle elle se jette.
- le couronnement de la conduite en  $j$  (cas du regard de chute).

Quant au valeurs de  $A_{ij}$  et  $R_{ij}$ , elles sont calculées pour des conduites pleines même pour des débits inférieurs au débit uniforme plein. Cette approximation est sans importance puisque par définition, si la conduite n'est pas pleine, la côte piézométrique, qui se confond dans ce cas avec le niveau de l'eau, ne dépasse pas le couronnement de la conduite.

Toutes les étapes de ces calculs sont porté sur l'organigramme en annexe (A) et la résolution est réalisée à l'aide du programme NADIPIEZ.

## CHAPITRE VII : EXEMPLES ET RESULTATS

### A) INTRODUCTION :

Dans ce chapitre, on va présenter des exemples de réseaux d'assainissement pluvial et leur conception optimale par le biais de nos programmes.

On va présenter en total quatre exemples de taille croissante. Au début on va présenter en détail un exemple de 14 conduites tiré de la mémoire de Y.ZECH [1] avec ces unités originales. Après ceci, on va présenter un exemple démonstratif de 50 conduites avec des données Algérienne du coût. Le troisième et le quatrième exemple comporte respectivement 72 et 100 conduites qui constituent des réseaux réels de la région de Lauzelle en Belgique.

En fait, le quatrième exemple représente une bonne démonstration de la stratégie qui remédie au cas où le domaine formé par les contraintes est vide.

### B) EXEMPLE DE 14 CONDUITES :

#### B.1- PREPARATION DES DONNEES:

Le plan du réseau est schématisé dans la figure 7.1 .

B.1.1- Données hydrologiques: Le tableau 7.1 donne la variation de l'intensité de pluie en fonction du temps. Quant au temps d'entrée en chaque noeud, il est présenté dans le tableau 7.2 .

#### B.1.2- Données géométriques, topographiques et économiques:

- nombre de conduites  $n=14$ .
- nombre de branches  $m=3$ .
- type du sol: homogène en terre.
- les côtes naturelles ainsi que les profondeurs maximales admissibles pour chaque noeud sont données au tableau 7.3 .
- les paramètres de la coupe-type du sol sont:  
 $a= 9 \text{ po}$ ,  $b= 12 \text{ po}$ ,  $d= 12 \text{ po}$ ,  $r_m= 0.25$ ,  $r'=0.1$
- les coûts unitaires et les paramètres de régression du coût d'achat sont:  
 $C_e= 1.5 \text{ \$/Vg}^3$      $C_c= 4.5 \text{ \$/Vg}^3$ ,     $C_p= \begin{cases} 5.5 \text{ \$/Vg}^2 & \text{pavage flexible} \\ 13 \text{ \$/Vg}^2 & \text{pavage rigide} \end{cases}$
- limitations des vitesses  $V$ , diamètres  $D$  et couverts  $C_v$  :  
 $2.5 \text{ pi/s} \leq V \leq 10 \text{ pi/s}$ ,  $12 \text{ po} \leq D \leq 120 \text{ po}$ ,  $7 \text{ pi} \leq C_v \leq 40 \text{ pi}$
- le type de chaque bassin tributaire est représenté dans le tableau 7.4 .
- les coefficients de Manning, le type de revêtement et les profondeurs du roc en chaque noeud sont représentés dans le tableau 7.4 .

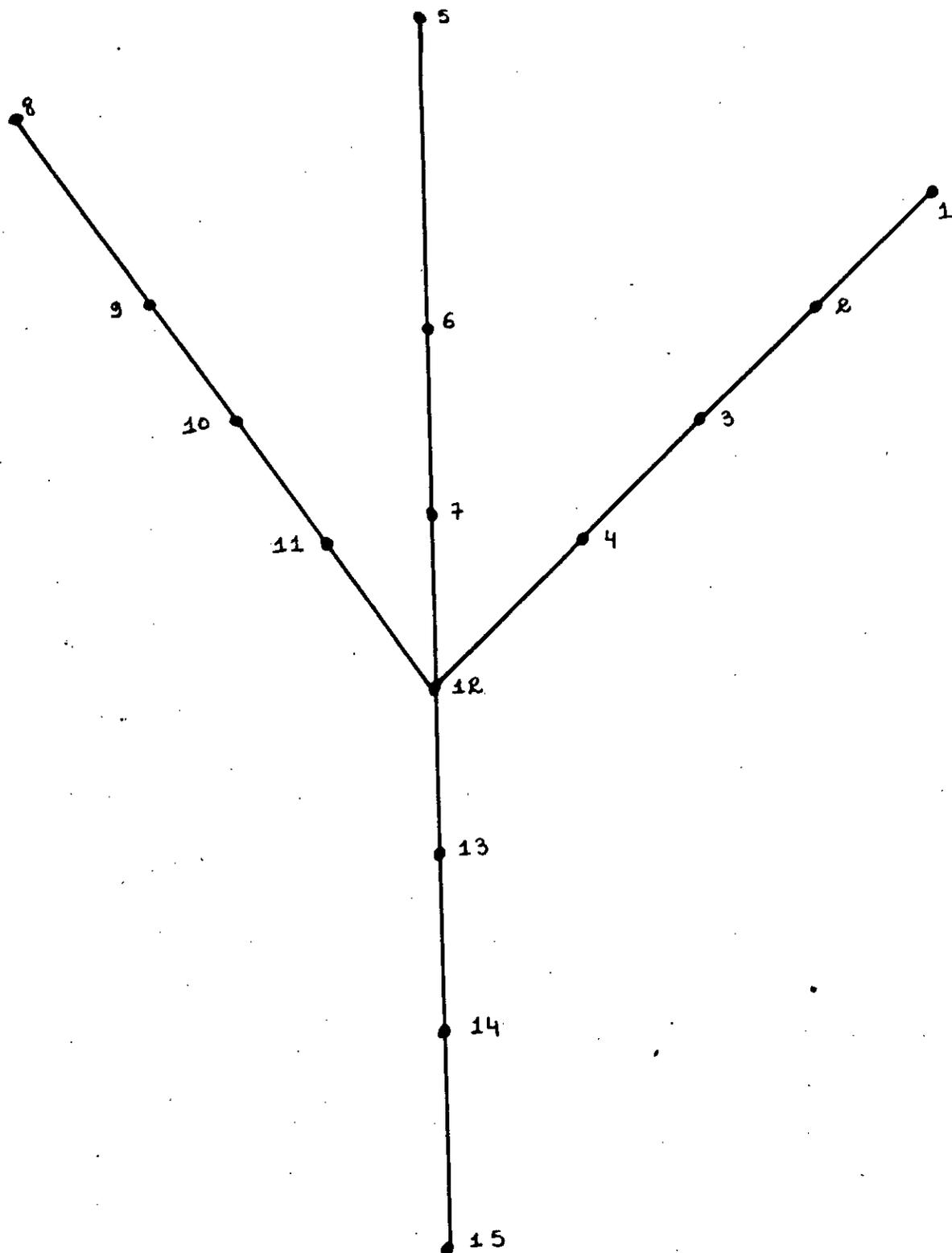


Fig 7.1 - réseau à 14 conduites.

t(min)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
I (po/h)	5.5	4.2	3.3	2.8	2.4	2.2	1.8	1.7	1.5	1.4	1.35	1.3

- Tableau 7.1 -

Noeud du puisard (I)	Temps d'entrée TE (min)	Partie 1		Partie 2		Forme du bassin	H/B
		Aire 1 (acres)	C1	Aire 2 (acres)	C2		
1	22	72.8	0.58	96.4	0.061	Rect	4
2	40	94	0.58	124.7	0.061	//	4
3	21	42.5	0.58	56.3	0.061	//	4
12	21	34.5	0.61	47.8	0.061	//	4
5	29	90.5	0.72	135.9	0.061	//	4
6	25	87.7	0.66	126.2	0.061	//	4
8	21	41.1	0.58	54.6	0.061	//	4
14	20	15.9	0.58	23	0.061	//	4

- Tableau 7.2 -

Noeud (I)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
côte du terrain naturel (pi)	231	231	229	228	229	225	222	226	224	223	223	220	213	213	214
profon- eur max du roc (pi)	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		199 riv

- Tableau 7.3 -

- les critères de normalisation sont :
  - D+ = 0 si  $D \geq 36$  po ( $\approx 1$  mètre)
  - D+ = 2 si  $18 \leq D \leq 36$  po
  - D+ = 3 si  $D \leq 18$  po

les diamètres et les coefficients normalisés sont présentés dans le tableau 7.5 .

B.1.3- Etablissement de la courbe d'intensité : A l'aide des moindres carrés, on a obtenu la formule suivante:

$$I = 6.685 + 0.662 \cdot \ln(t) - 1.116 \cdot \ln(t)^2 + 0.154 \cdot \ln(t)^3$$

avec un écart-type de 0.001 et un coefficient de validité  $r=0.999$

B.1.4- Calcul du temps d'entrée du système et des débits de dimensionnement en chaque noeud : Le tableau 7.6 résumant les résultats trouvés avec un temps critique de 25 minutes et de débit maximal  $Q = 686.52$  (en annexe (B) les calculs détaillés ont été présentés).

B.1.5- Calcul des débits de dimensionnement dans chaque conduite : Les résultats ont été présentés dans le tableau 7.6

## B.2- RESOLUTION DU PROBLEME :

B.2.1- Obtention d'un point initial réalisable : Les variables  $X_i$  et  $Y_i$  au point initial seront présentées dans le tableau 7.7 .

B.2.2- Optimisation : L'optimum théorique et normalisé est obtenu à environ 25 secondes en 5 itérations. Les résultats théoriques et normalisés sont présentés respectivement dans les tableau 7.8 (a et b) et 7.9 avec un écart de  $1e-14$  sur la solution donnée par le test d'arrêt (chapitre V).

On remarque que le coût théorique du projet est de 1,132,992 \$ où le coût d'achat  $FCA_i$  est nettement dominant par rapport au coût d'excavation. En effet, le sol est meuble ce qui réduit les frais d'excavation vis-à-vis du coût d'achat (à noter que  $CA_i$ ,  $CE_i$ ,  $CP_i$ ,  $CC_i$  et  $CT_i$  sont respectivement les coûts d'achat, d'excavation, de pavage, de criblure et total de chaque conduite  $i$ ).

En outre, on peut remarquer que les contraintes les plus actives sont celles de la vitesse maximale, ce qui conduit à des pentes assez fortes. Le coût normalisé est de 1,077,277 \$, ce qui est inférieur au coût théorique. En fait, les diamètres sont diminués et l'écoulement est devenu en charge dans certaines conduites, d'où la nécessité de la vérification du niveau piézométrique.

B.2.3- Analyse post-optimale (vérification du niveau piézométrique):

Le but de ce paragraphe est de vérifier le niveau piézométrique au cours du temps et voire qu'elle est le niveau maximum atteint par l'eau dans les noeuds (ou profondeur par rapport à la côte naturelle au noeud considéré). Si le niveau reste inférieur à la côte maximale admissible, alors on peut confirmer que le réseau fonctionnera normalement, sinon il faudra modifier les diamètres.

Noeud amont (I)	Noeud aval (J)	Longueur L(IJ) en (pi)	Type de revêtement (R:rigide)	Profondeur du roc (pi) PR(IJ)	coefficient de Manning ni
1	2	1000	R	20	0.014
2	3	1600	R	20	0.013
3	4	1800	R	20	0.013
4	12	1000	R	20	0.013
5	6	1600	R	20	0.013
6	7	1400	R	20	0.012
7	12	600	R	20	0.014
8	9	400	R	20	0.014
9	10	700	R	20	0.014
10	11	150	R	20	0.012
11	12	300	R	20	0.012
12	13	1000	R	20	0.012
13	14	600	R	20	0.012
14	15	800	R	20	0.012

- Tableau 7.4 -

Diamètre intérieur	Prix par pied linéaire (\$)	Diamètre extérieur	Coefficient de Manning ni
12	5.64	16	0.015
15	6.96	19.5	0.015
18	7.83	23	0.015
24	11.54	30	0.015
30	14.75	37	0.015
36	19.31	44	0.014
42	26.23	51	0.014
48	29.67	58	0.014
54	38.61	65	0.013
60	44.46	72	0.013
66	50.66	79	0.013
72	57.32	86	0.013
78	71.52	95	0.012
84	75.92	102	0.012
90	97.71	109	0.012
96	110.86	116	0.012
102	125.63	123	0.012
108	140.40	130	0.012
114	158.89	137	0.012
120	177.38	144	0.012

- Tableau 7.5 -

Noeud amont (I)	Noeud aval (J)	débit d'entrée QB(I)	débit aux conduites Q(IJ)
1	2	114.973	114.973
2	3	65.398	180.372
3	4	67.286	247.658
4	12	0	247.658
5	6	136.602	136.602
6	7	157.121	293.723
7	12	0	293.723
8	9	65.092	65.092
9	10	0	65.092
10	11	0	65.092
11	12	0	65.092
12	13	57.407	663.880
13	14	0	663.880
14	15	22.646	686.596

- Tableau 7.6 -

Noeud i	$X_i$ ( $p_i$ )	$Y_i$ ( $p_i$ )
1	0.23	382.77
2	0.24	381.76
3	0.40	377.60
4	0.02	375.98
5	0.29	377.71
6	0.37	369.63
7	0.16	363.84
8	0.14	371.86
9	0.02	367.98
10	0.05	367.55
11	0.10	365.90
12	1.37	358.63
13	0.82	346.82
14	1.17	344.83

- Tableau 7.7 -

Noeud i	Di (po)	CMi (pi)	Si (pi/pi)	Vi (pi/s)
1	60.08	7.87	0.002	5.84
2	64.69	10.29	0.003	7.90
3	67.38	15.70	0.005	10.00
4	67.38	15.80	0.005	10.00
5	55.44	8.34	0.004	8.15
6	73.38	10.75	0.004	10.00
7	73.38	11.94	0.004	10.00
8	35.41	8.40	0.012	9.52
9	35.41	10.12	0.012	9.52
10	35.41	10.94	0.012	9.52
11	35.41	11.74	0.012	9.52
12	110.33	9.61	0.002	10.00
13	110.33	7.82	0.002	10.00
14	112.19	8.16	0.002	10.00

- Tableau 7.8 (a) -

i	CAi (\$)	CEi (\$)	CPi (\$)	CCi (\$)	CTi (\$)
1	42651	7880	8444	6511	65487
2	78740	16789	15258	11387	122175
3	95973	28974	20512	13466	158927
4	5331	1620	1142	748	8842
5	58622	12241	13174	9478	93517
6	88488	17158	14480	11649	131776
7	37923	8032	6422	4992	57371
8	6902	2144	2689	1463	13200
9	1207	451	507	256	2423
10	2588	1050	1124	548	5313
11	5177	2267	2323	1097	10865
12	147594	17472	12815	14343	192226
13	88556	9259	7361	8605	113783
14	122376	12918	10012	11749	157056

Coût total d'achat: FCA= 782137 \$  
 Coût total d'excavation: FCE= 138262 \$  
 Coût total de pavage: FCP= 116270 \$  
 Coût total de criblure: FCC= 96297 \$

- Tableau 7.8 (b) -

i	D (po)	ni	CAi (\$)	CEi (\$)	CPi (\$)	CCi (\$)	CTi (\$)
1	60	0.013	42544	7870	8438	6500	65354
2	60	0.013	68071	15693	14684	10401	108851
3	66	0.013	92127	28506	20322	13127	154083
4	66	0.013	5118	1594	1132	729	8573
5	54	0.013	55839	11954	12998	9196	89989
6	72	0.013	85165	16849	14332	11372	127721
7	72	0.013	36499	7893	6359	4874	55626
8	30	0.015	5503	1919	2523	1248	11194
9	30	0.015	963	407	478	218	2067
10	30	0.015	2063	951	1062	468	4546
11	30	0.015	4127	2060	2199	936	9323
12	108	0.012	141045	17038	12638	13920	184642
13	108	0.012	84627	9016	7254	8352	109250
14	108	0.012	112836	12323	9756	11136	146052
Coût total d'achat: FCA= 736533 \$						COUT TOTAL DU PROJET	
Coût total d'excavation: FCE= 134079 \$							
Coût total de pavage: FCP= 114182 \$							
Coût total de criblure: FCC= 92483 \$							
						CT= 1,077,277 \$	

- Tableau 7.9 -

Dans notre exemple, la profondeur maximale est de 3.3 pieds au noeud 5 au temps 29 minutes, par conséquent la solution normalisée est acceptable et constitue la topographie finale du réseau. Le tableau 7.10 suivant résume cette étude:

Noeud amont (I)	Noeud aval (J)	Z(I)	Z(J)	ZC(I)	ZC(J)	Q(I)	QP(I)	Q(IJ)	H(I)	HS(I)
1	2	231.5	231.0	224.5	222.3	103.1	123.3	103.1	226.7	4.8
2	3	230.0	229.0	222.3	215.6	76.0	168.7	186.7	225.1	5.9
3	4	229.0	228.0	215.6	206.9	60.3	234.2	248.9	216.9	12.1
4	12	228.0	220.0	206.9	206.4	0	234.2	245.1	207.0	21.0
5	6	229.0	225.0	222.0	213.7	157.8	141.6	157.8	225.7	3.3
6	7	225.0	222.0	213.7	208.6	140.9	257.6	284.7	215.4	9.6
7	12	222.0	220.0	208.6	206.4	0	257.6	279.7	209.4	12.9
8	9	226.0	224.0	219.0	213.6	58.4	72.3	58.4	217.1	8.9
9	10	224.0	223.8	213.6	212.6	0	72.3	59.4	213.3	10.7
10	11	223.8	223.0	212.6	210.6	0	72.3	59.6	212.0	11.8
11	12	223.0	220.0	210.6	206.4	0	72.3	60.0	209.3	13.7
12	13	220.0	213.0	206.4	204.2	51.5	626.9	634.3	206.4	13.6
13	14	213.0	213.0	204.2	203.0	0	626.9	615.8	204.2	8.8
14	15	213.0	209.0	203.0	201.3	20.3	716.1	618.8	202.5	10.5

- Tableau 7.10 -

où Z(I) : côte naturelle au noeud I.  
 ZC(I) : côte du sommet amont de la conduite I.  
 Q(I) : débit d'entrée au noeud I.  
 QP(I) : débit plein non en charge dont la conduite I est capable.  
 Q(IJ) : débit dans la conduite IJ.  
 H(I) : côte piézométrique au noeud I.  
 HS(I) : profondeur piézométrique par rapport à la côte naturelle au noeud I.

### B.3- VARIANTES DE L'EXEMPLE A 14 CONDUITES :

B.3.1- Variation du type de pavage : On a essayé le même exemple avec un pavage nul et un autre flexible et on a obtenu les résultats normalisés suivants:

- pavage nul: CT= 947,389 \$ avec une profondeur minimale de la côte piézométrique de 1.2 pieds au noeud 5 au temps 29 minutes.
- pavage flexible: CT= 1,027,551 \$ avec une profondeur minimale de la côte piézométrique de 4 pieds au noeud 5 au temps 29 minutes.

B.3.2- Variation du type du sol: En considérant le sol comme étant rocheux, on obtient les coûts normalisés suivant pour les différents type de pavage:

- pavage nul: CT= 1,486,323 \$ avec une profondeur minimale de la côte piézométrique de 3.9 pieds au noeud 5 au temps 29 minutes.
- pavage flexible: CT= 1,591,104 \$ avec une profondeur minimale de la côte piézométrique de 3.3 pieds au noeud 5 au temps 29 minutes.
- pavage rigide : CT= 1,694,150 \$ avec une profondeur minimale de la côte piézométrique de 3.2 pieds au noeud 8 au temps 21 minutes.

B.3.3- Solution pour un sol stratifié : En considérant le sol comme étant stratifié meuble, on obtient pour un pavage rigide, le coût normalisés de 1,273,627 \$ avec une profondeur minimale de la côte piézométrique de 0.9 pieds au noeud 5 au temps 29 minutes, ce qui n'est pas admissible par hypothèse.

B.3.4- Influence du coefficient de Manning : Dans ce paragraphe, on va essayer de montrer l'influence de la variation du coefficient de Manning sur le coût en appliquant à l'exemple de 14 conduites des valeurs constantes de  $n_i$  pour toutes les conduites.

Le sol est homogène en terre avec un pavage nul pour bien cerner cette variation.

- $n_i = 0.012$  : le coût normalisé CT= 935,145 \$ avec une profondeur minimale de la côte piézométrique de 3.3 pieds au noeud 5 au temps 29 minutes.
- $n_i = 0.015$  : le coût normalisé CT= 964,754 \$ avec une profondeur minimale de la côte piézométrique de 2.1 pieds au noeud 5 au temps 29 minutes.

On remarque que l'augmentation du coefficient de Manning entraîne une augmentation du coût. Ceci peut s'expliquer par le fait que l'augmentation du coefficient de Manning entraîne une augmentation des pertes de charges et donc une diminution du débit

transité (ceci pour un diamètre et une pente fixée). Pour transiter un débit donné, il faut augmenter soit le diamètre, soit la pente, soit les deux.

Ceci entraîne en plus une augmentation du coût d'achat vis-à-vis des autres coûts à cause de l'augmentation considérable des diamètres.

Par conséquent, le coefficient de Manning influe considérablement sur le coût du projet, c'est pour cette raison qu'il faut le quantifier rigoureusement.

**B.3.5- Influence du débit de dimensionnement :** Dans ce paragraphe et par le biais d'un exemple, on va essayer de montrer l'importance primordiale de la quantification judicieuse des débits de dimensionnement.

Comme c'est montré précédemment, on peut remarquer que la méthode Rationnelle-Rationnelle utilise la notion du temps critique pour calculer les débits de dimensionnement; on peut montrer que cette notion est valable que lorsque le bassin versant contenant le réseau appartient à ceux où le temps d'entrée n'est pas très différents, car sinon on obtient dans quelques conduites des débits de design très inférieurs au débit maximal (calculé au temps critique) correspondant, ce qui peut présenter des inondations non acceptable en pratique.

Il paraît très évident que si on adopte comme débit de design les débits maximum, on aura certainement un surdimensionnement.

Essayons de chercher le coût optimal correspondant au débit maximum en adoptant comme réseau, le réseau précédent avec un sol homogène, meuble et sans pavage avec un coefficient de Manning de 0.015 pour toutes les conduites.

Le coût normalisé est devenu égale à 1,030,562 \$ après avoir été de 964,754 \$ (c'est à dire une augmentation de 65,808 \$) ce qui n'est pas une différence énorme ( voir tableau 7.11).

Par conséquent on suggère lorsque les débits de dimensionnement sont très différents des débits maximum correspondants, de calculer la solution optimale avec, comme débits de dimensionnement, les débits maximum et faire un compromis sécuritaire.

Noeud (i)	débit de design (pi <sup>3</sup> /s)	débit maximum (pi <sup>3</sup> /s)	Coût total (\$)
1	114.97	125.85	45621
2	180.37	230.37	107909
3	247.65	289.18	151905
4	247.65	289.18	8501
5	136.60	157.78	74157
6	293.72	314.90	111538
7	293.72	314.90	49062
8	65.09	73.56	10096
9	65.09	73.56	1836
10	65.09	73.56	4008
11	65.09	73.56	8206
12	663.87	742.86	191255
13	663.87	742.86	114162
14	686.52	769.31	152300

- tableau 7.11 -

### C) EXEMPLE A 50 CONDUITES :

Le schéma de ce réseau est porté sur la figure 7.2. Les données, qui sont à titre indicatif, sont résumées au tableau 7.12 (tous les tableaux de ce paragraphe sont portés en annexe C).

Le tableau 7.13 (a et b) donne les résultats théoriques avec un coût global de 22,257,867 DA qui est un coût très modéré. Le tableau 7.14 donne la topographie normalisée du réseau avec un coût finale de 16,955,867 DA qui est nettement inférieur au coût théorique car les diamètres ont diminués.

### D) EXEMPLE A 72 CONDUITES :

Cet exemple est tiré de la mémoire de P.GUISSET qui l'a initialement résolu par le programme MINOS et qui a présenté des difficultés lors de l'approche de l'optimum car le facteur de la direction de descente  $\text{grad}(f) \cdot dk$  n'atteignait plus la valeur nulle.

Nous avons résolu cet exemple avec la méthode modifiée avec succès avec un temps de calcul assez modéré.

La figure 7.3 illustre le plan du réseau. Le tableau 7.15 présente les données globales du réseau (tous les tableaux de ce paragraphe sont portés en annexe C). Quant aux données économiques, de la coupe-type et des limitations des contraintes sont les suivantes:

$$\begin{aligned} \alpha &= 12, \quad \beta = 4, \quad \Gamma = 3 \\ C_e &= 3 \text{ FB/m}^3, \quad C_m = 3 \text{ FB/m}^3, \quad C_r = 20 \text{ FB/m}^3, \quad C_c = 8 \text{ FB/m}^3, \quad C_p = 0 \\ a &= 0.2, \quad b = 0.3, \quad c = 0.3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{\min} &= 0.3 \text{ m}, & D_{\max} &= 3 \text{ m} \\ V_{\min} &= 0.75 \text{ m/s}, & V_{\max} &= 3 \text{ m/s} \\ C_{v\min} &= 2 \text{ m}, & C_{v\max} &= 10 \text{ m} \end{aligned}$$

Le tableau 7.16 (a et b) donne la solution théorique avec un coût de 1,065,292 FB. Le tableau 7.17 illustre la solution normalisée avec un coût finale de 6,766,814 FB. On peut remarquer que dans ce cas le coût théorique est nettement inférieur à celui du coût normalisé, ceci est dû au fait que les diamètres théoriques sont très petits et on a dû les augmenter considérablement pour éviter de grandes pertes de charge lors du fonctionnement du réseau.

### E) EXEMPLE A 100 CONDUITES :

Cet exemple est un réseau réel de la région de Lauzelle en Belgique et qui présente un cas très particulier puisque le domaine formé par les contraintes est vide dû au fait que certaines conduites ont des débits inférieurs au débit minimum.

La figure 7.4 illustre le plan du réseau réel et le tableau 7.18 résume les données globales de l'exemple (tous les tableaux de ce paragraphe sont portés en annexe C). Quant aux données économiques, de la coupe-type et des limitations des contraintes sont les suivantes:

$$\alpha=632, \beta=1909, \Gamma=2.4$$

$$C_e=50 \text{ FB/m}^3, C_m=50 \text{ FB/m}^3, C_r=6050 \text{ FB/m}^3, C_c=0 \text{ FB/m}^3, C_p=0$$

$$a=1.15 \text{ m}, b=1.1 \text{ m}, c=0 \text{ m}$$

$$D_{\min}=0.35 \text{ m}, D_{\max}=3 \text{ m}$$

$$V_{\min}=0.43 \text{ m/s}, V_{\max}=3 \text{ m/s}$$

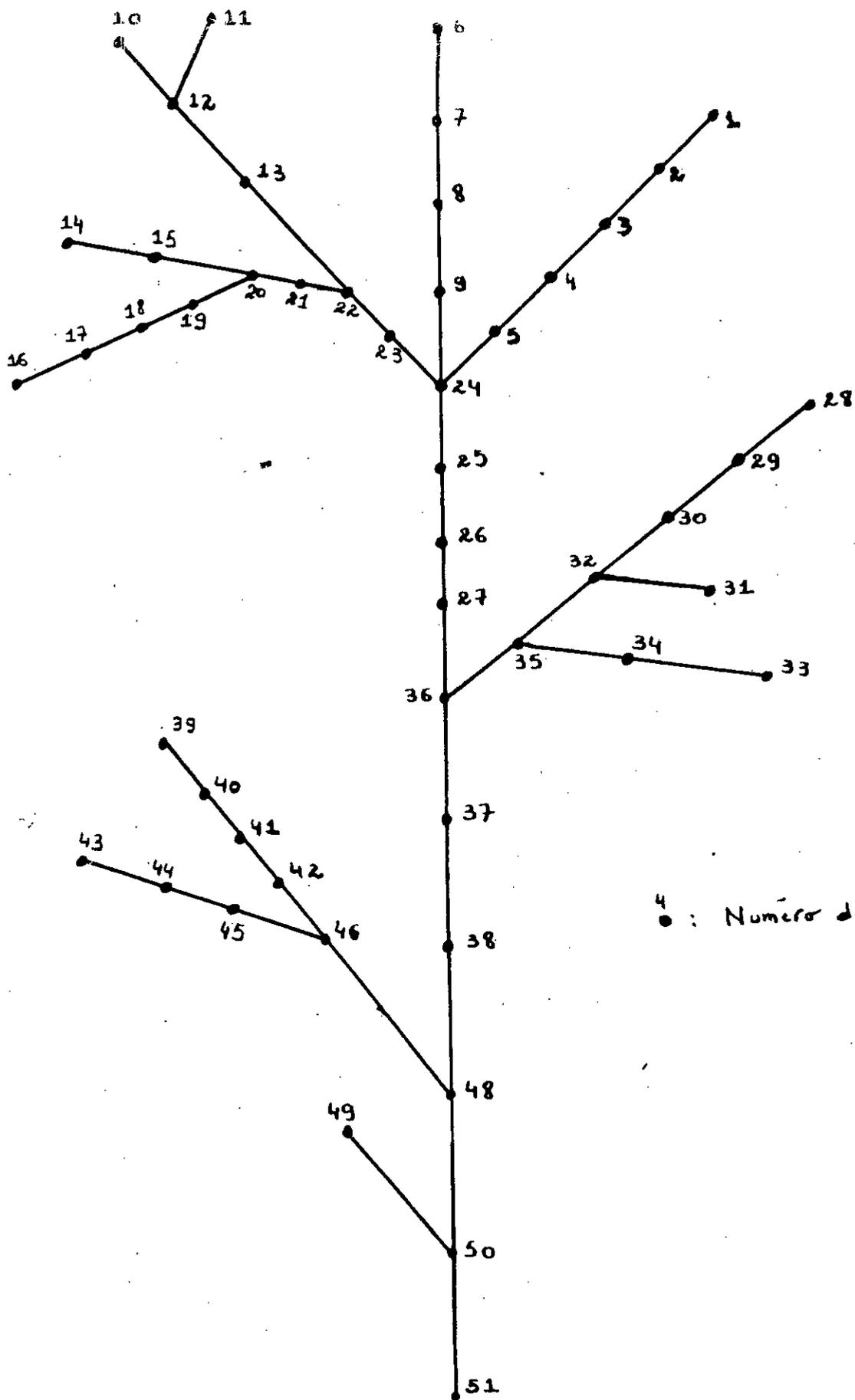
$$C_{ov\min}=1.25 \text{ m}, C_{ov\max}=6.5 \text{ m}$$

Le débit minimum est alors :

$$Q_{\min}=\pi \cdot V_{\min} \cdot D_{\min}^2 / 4 = 0.041 \text{ m}^3/\text{s}$$

Ainsi 27 conduites ont un débit inférieur à  $Q_{\min}$  et donc la solution pour ces conduites est évidente avec un diamètre et un couvert minimum. Le réseau à optimiser avec la programmation non-linéaire comporte 63 conduites dont le plan du réseau réduit est présenté sur la figure 7.5.

Le tableau 7.19 (a et b) présente la solution théorique avec un coût théorique de 4,505,561 FB. Quant à la solution normalisée, elle est présentée au tableau 7.20 avec un coût normalisé de 6,766,814 FB.



● : Numéro du nœud

fig 7.2 : réseau à 50 conduites

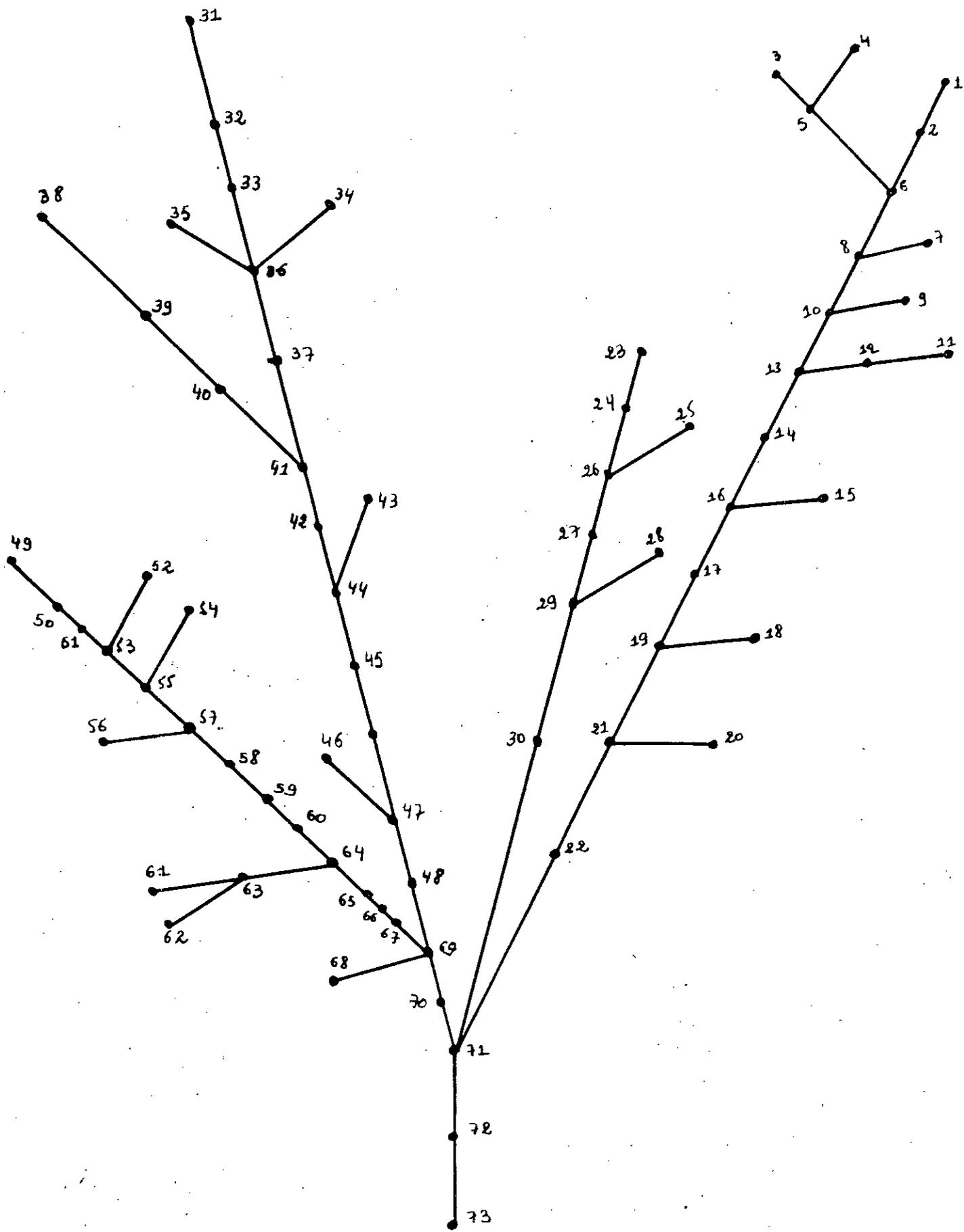


Fig 7.3 - réseau à 72 conduites.

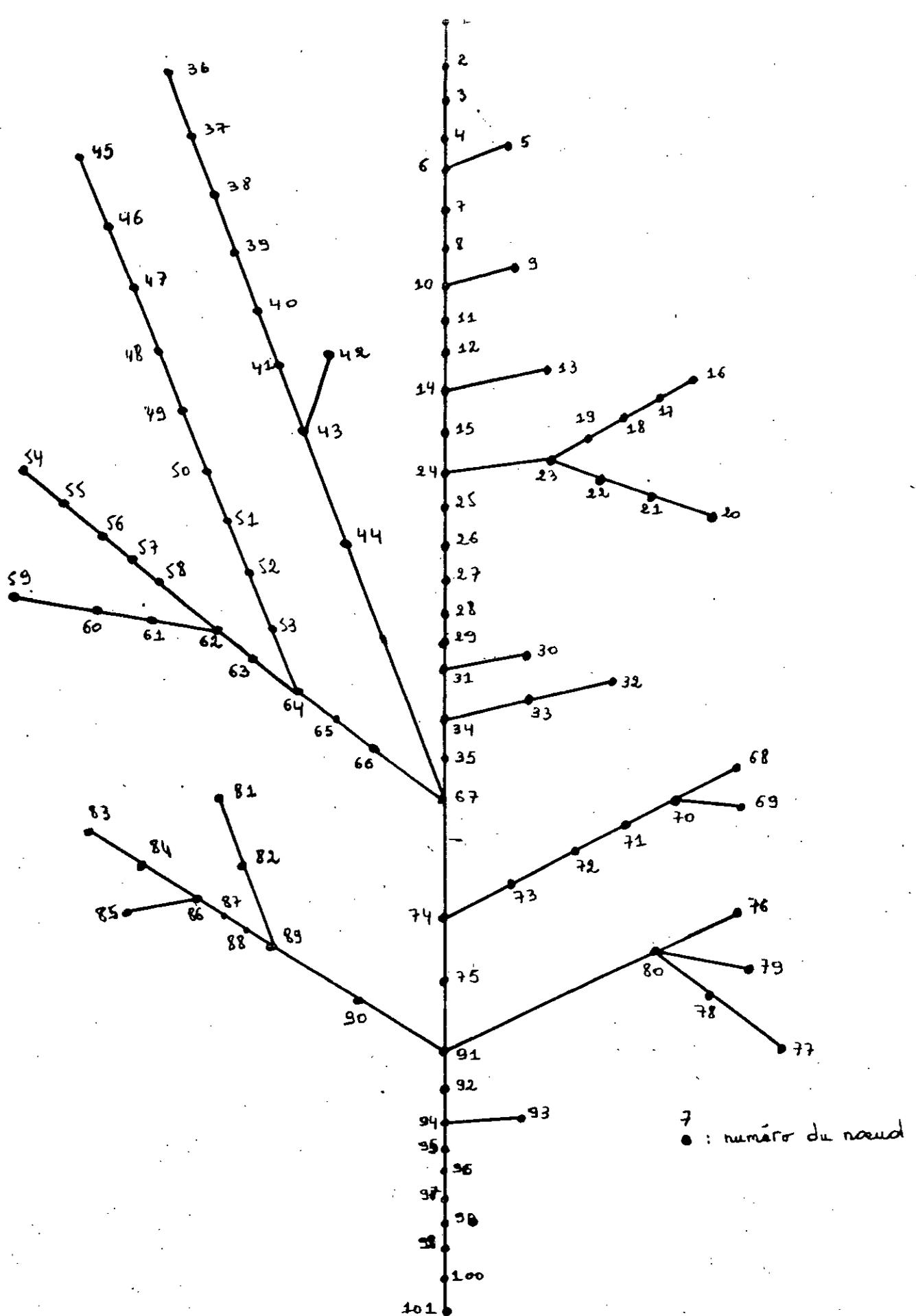


Fig 7.4 - réseau à 100 conduites

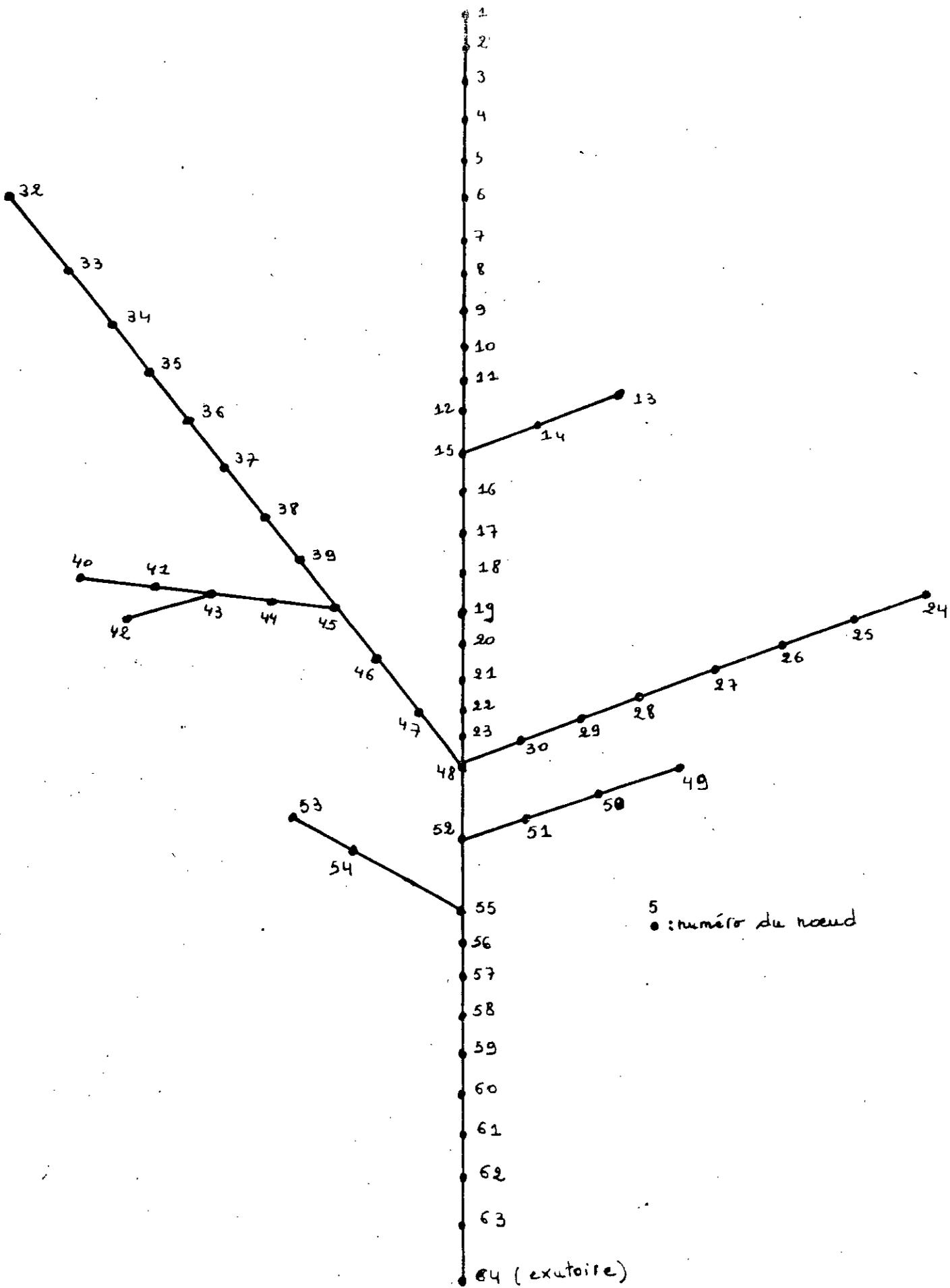


Fig 7.5 - réseau réduit à 63 conduites.

## CONCLUSION GENERALE

Dans cette présente thèse, nous avons essayé de réaliser une conception optimale des réseaux d'assainissement pluvial à l'aide de la programmation non-linéaire.

Notre choix du modèle hydrologique pour déterminer les débits de dimensionnement a été judicieux car il a permis aisément de définir un hydrogramme d'entrée en chaque noeud et de calculer le temps critique du système où le débit d'entrée dans le réseau est maximum.

L'étude des contraintes et de la fonction objective d'une façon analytique a permis d'obtenir un point initial réalisable appartenant au domaine défini par les contraintes et la démonstration de la convexité et de la décroissance de la fonction du coût qui garantissent l'unicité et la localité probable de l'optimum.

Ainsi et à cause de ces particularités du problème, nous avons pu construire nous même un algorithme très efficace qui a permis l'obtention de l'optimum en un temps très court.

En outre, nous avons trouvé de nouvelles variables de décision plus réelles dans le plan physique et qui nous font éviter de grands problèmes de dégénérescence numérique lors du déroulement des itérations du calcul.

Il faut signaler que le souci de garantir que la solution numérique est la vraie solution, nous a conduit à pousser la recherche jusqu'à trouver un test physique qui nous permettra de le confirmer d'une façon définitive.

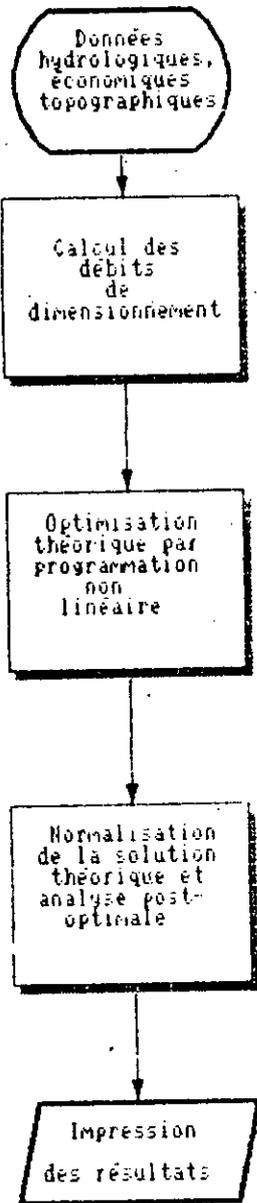
Toutefois, notre travail peut être amélioré surtout dans le plan théorique et plus spécialement dans le plan de la fonction objective et des contraintes puisque on peut probablement trouver une solution analytique de tous le problème.

## BIBLIOGRAPHIE

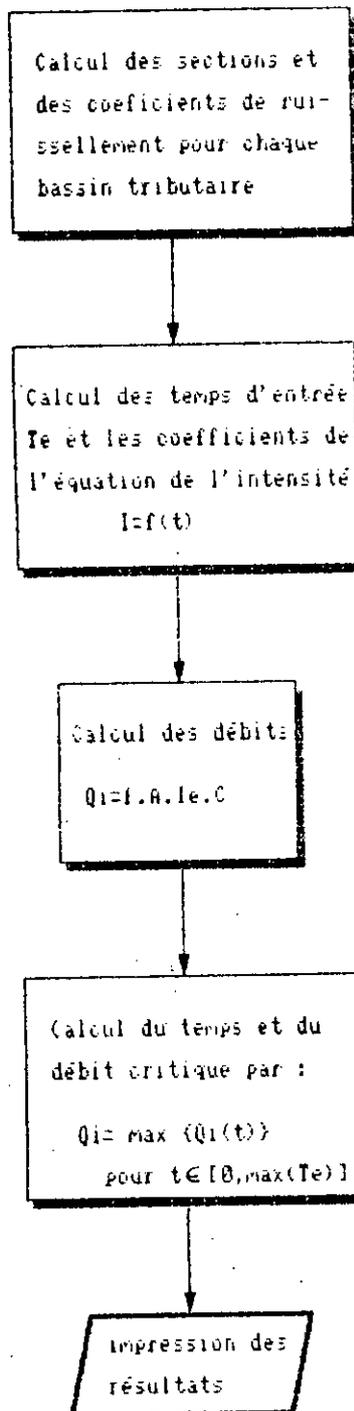
- [1] Design d'un égout pluvial par programmation non-linéaire  
mémoire de maîtrise de Y.ZECH CANADA (1975)
- [2] Linear programming : M.BAZARAA, Géorgie
- [3] Non-linear programming : M.BAZARAA, Géorgie
- [4] Programmation mathématique : M.MINOUX (tome 1 et 2)
- [5] Méthodes numériques appliquées : BOUMAH RAT
- [6] A heuristic aid for the design of sewer networks : J.Sanitary  
Engineering Div., A.S.C.E (1967)
- [7] Dimensionnement optimal d'un réseau d'égouts pluviaux :  
P.GUISSET, mémoire, Fac.Sc.Appliquées, UCL (1983)
- [8] Introduction of fictitious discharges and the use of reduced  
network for the optimal design of urban storm sewers :  
P.GUISSET and Y.ZECH, UCL (1984)

ANNEXE A  
ORGANIGRAMMES

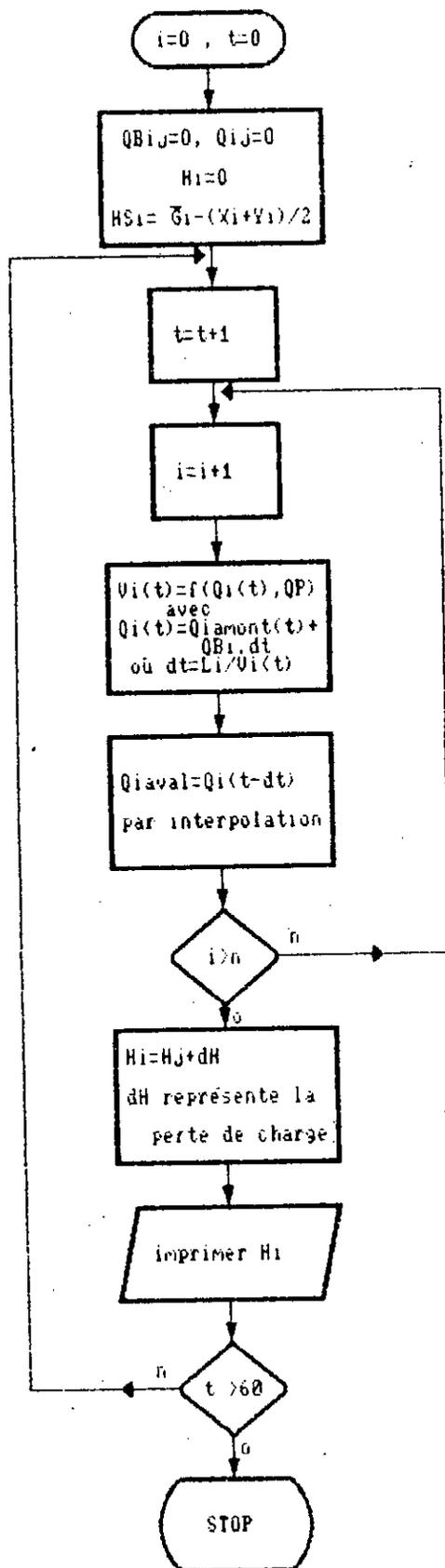
A.1- Organigramme global de résolution



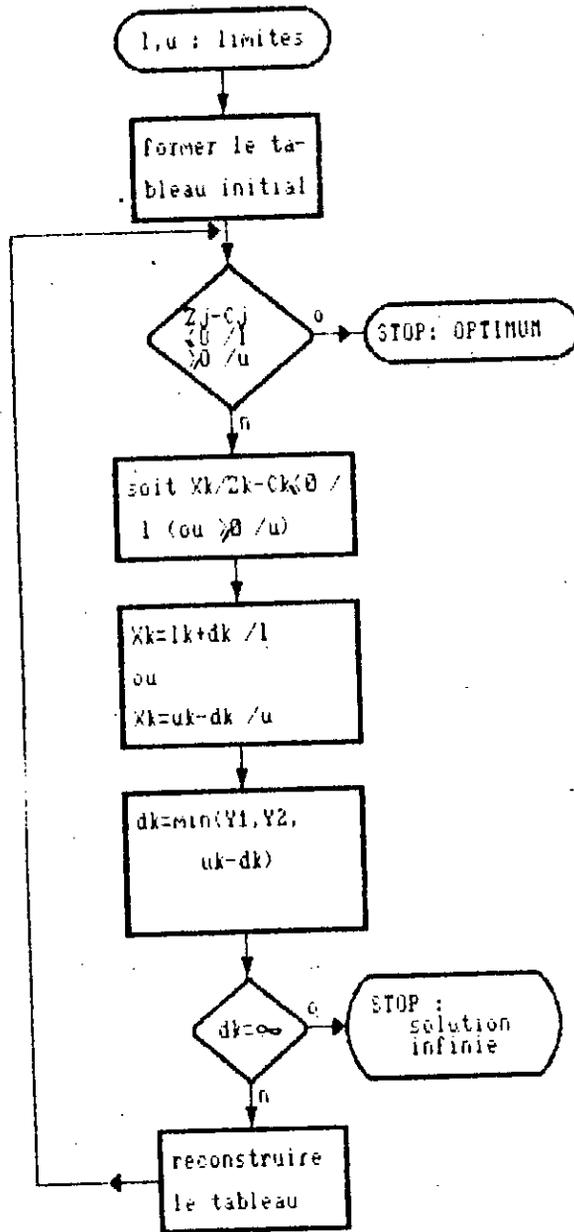
A.2- Organigramme de la méthode rationnelle-rationnelle



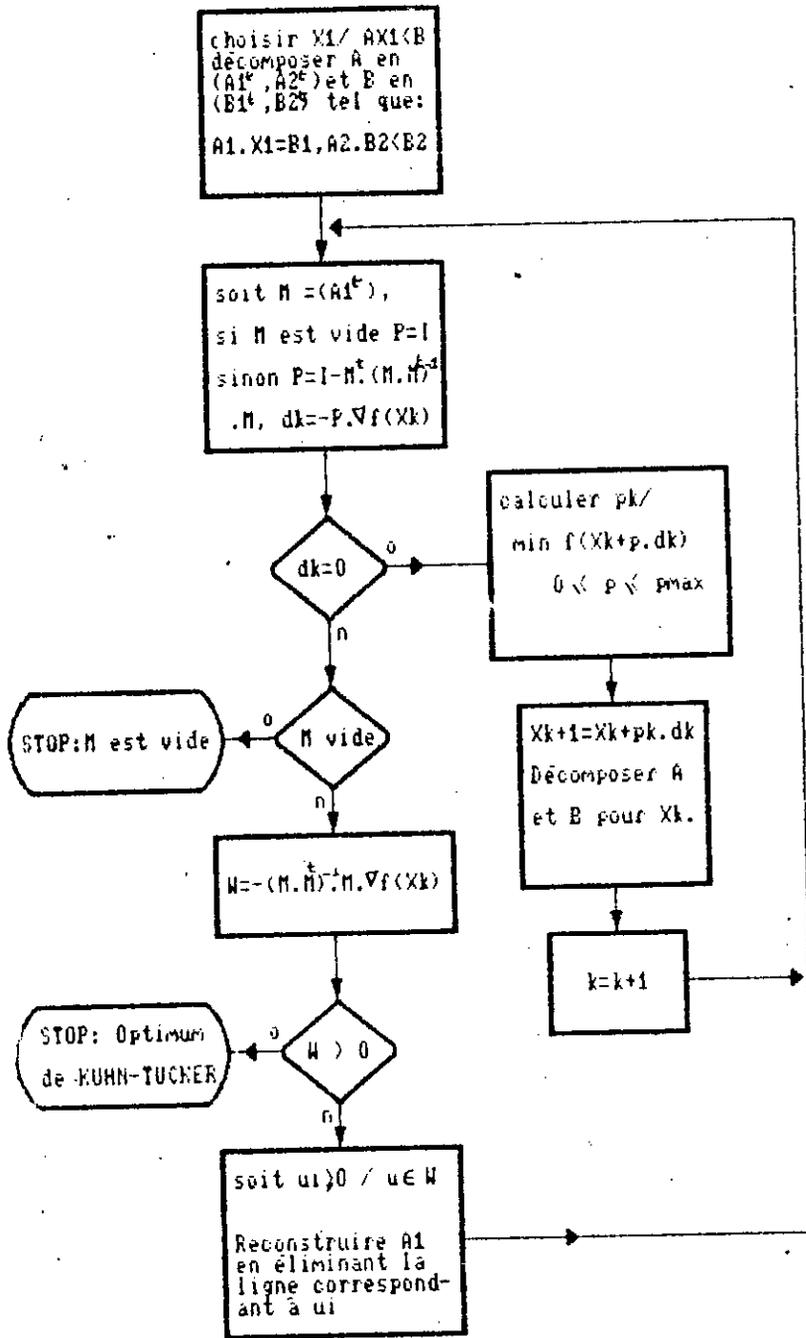
Annexe A.3- Organigramme de l'analyse post optimale



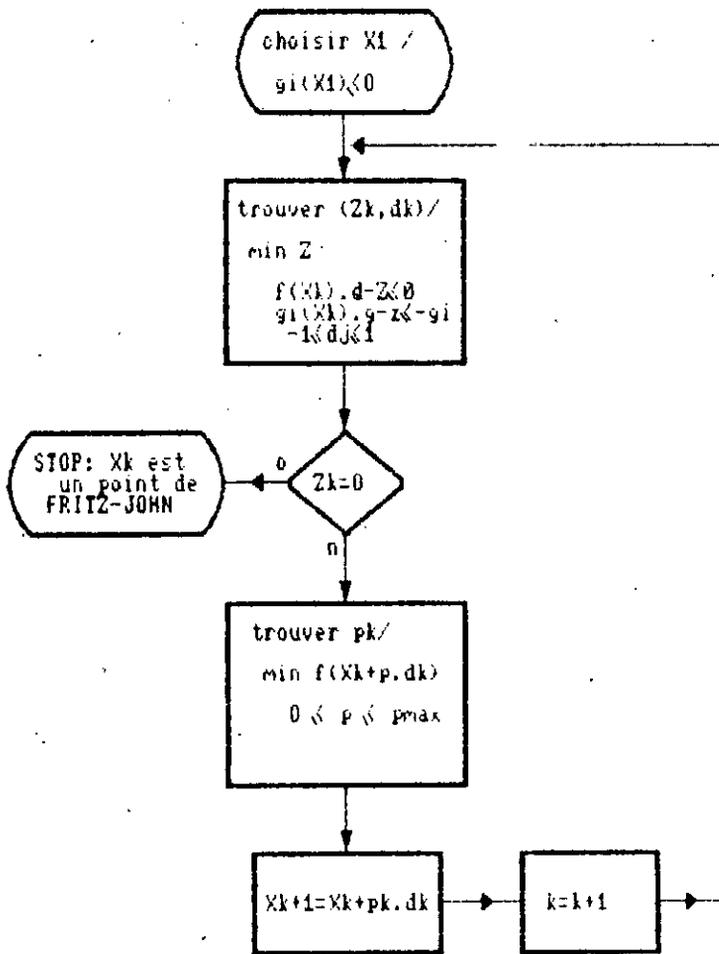
Annexe A.4- Organigramme du Simplexe borné



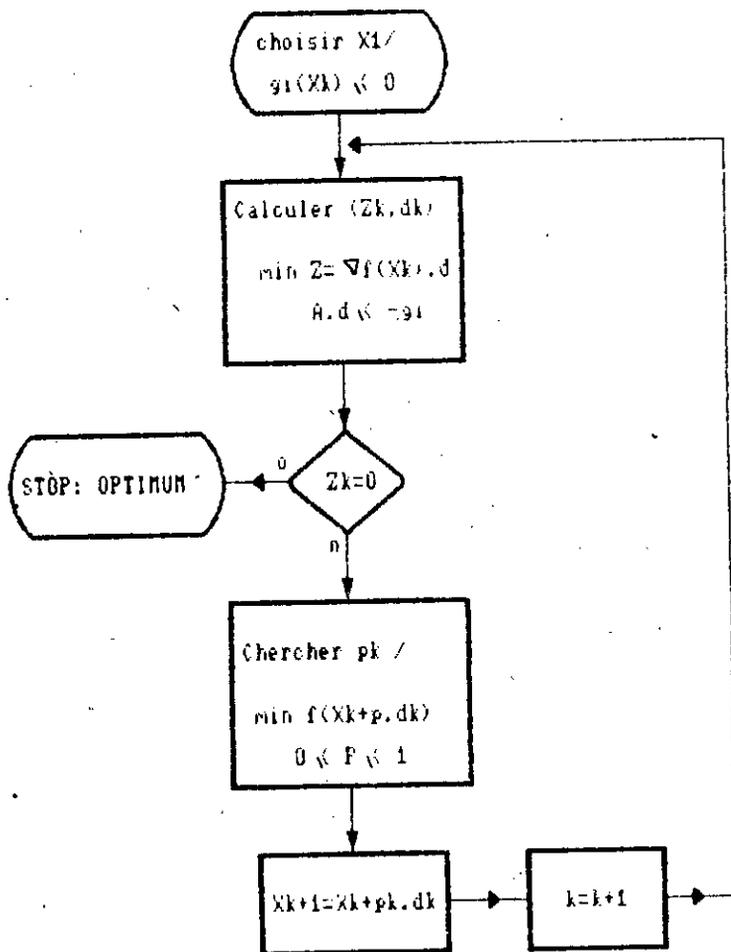
Annexe A.5- Organigramme de la méthode de ROSEN



Annexe A.6- Organigramme de la méthode de TOPKIS-VEINDTT



Annexe A.7- Organigramme de la méthode modifiée



ANNEXE B

RESULTATS DETAILLES DE L'ANALYSE  
POST-OPTIMALE DE L'EXEMPLE  
A 14 CONDUITES

Dans cet annexe nous allons montrer en détail les résultats post-optimale pour le réseau à 14 conduites dans le cas d'un sol homogène meuble à pavage rigide avec une normalisation des conduites de 5 po majoritaire, ce qui constitue un cas idéal du fonctionnement du réseau.

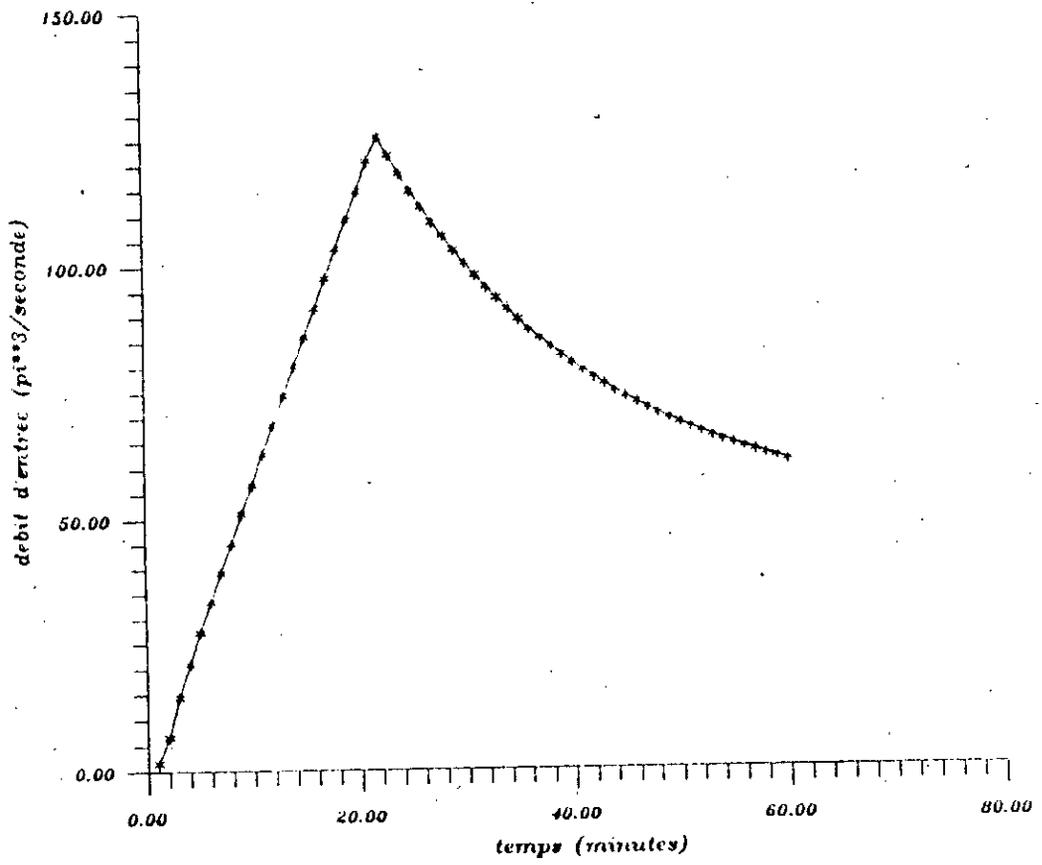
Dans les tableaux qui vont suivre, on présente les solution trouvées en chaque minute (pour un interval de 3 minutes) pendant une heure du fonctionnement du réseau dès le début de la précipitation.

Le temps critique est au 21 ième minute où la profondeur minimale est de 5.61 pieds pour le noeud 8.

Rappelons que :

- I : numéro du noeud i.
- L(i) : longueur de la conduite i.
- Z(i) : côte naturelle du noeud i.
- Z(j) : côte naturelle du noeud aval au noeud i.
- ZC(i) : côte du sommet de la conduite i.
- ZC(j) : côte du sommet de la conduite aval à la conduite i.
- q(i) : débit d'entrée au noeud i.
- QP(i) : débit plein non en charge dont la conduite i est capable.
- Q(i) : débit dans la conduite i.
- H(i) : côte du niveau piézométrique au noeud i.
- HS(i) : profondeur de la côte piézométrique par rapport à la côte naturelle au noeud i.

La figure B.1 illustre l'hydrogramme d'entrée dans le noeud (1) de cet exemple.



hydrogramme d'entree dans le noeud ( 1 )

- figure B.1 -

1

POUR LE TEMPS (en minutes) t=

I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	1.7	123.3	1.7	222.3	9.2
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	.4	190.2	.4	217.2	13.8
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	1.1	295.4	1.1	208.4	20.6
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	.0	208.0	20.0
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	1.2	168.6	1.2	215.3	13.7
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	1.6	345.4	1.6	210.2	14.8
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	.0	208.0	14.0
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	1.1	68.0	1.1	214.2	11.8
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	.0	213.4	10.6
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	.0	211.6	12.2
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	.0	208.0	15.0
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	.9	724.1	.9	205.8	14.2
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	.0	203.7	9.3
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	.4	716.1	.4	202.0	11.0

4

POUR LE TEMPS (en minutes) t=

I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	21.1	123.3	21.1	222.3	9.2
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	6.7	190.2	6.7	217.2	13.8
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	13.5	295.4	13.5	208.5	20.5
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	.0	208.0	20.0
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	18.4	168.6	18.4	215.4	13.6
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	22.5	345.4	22.5	210.2	14.8
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	.0	208.0	14.0
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	13.0	68.0	13.0	214.4	11.6
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	8.7	213.4	10.6
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	7.6	211.6	12.2
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	5.2	208.0	15.0
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	11.5	724.1	12.6	205.8	14.2
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	.0	203.7	9.3
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	5.0	716.1	5.0	202.0	11.0

7

POUR LE TEMPS (en minutes) t=

I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	39.3	123.3	39.3	222.5	9.0
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	16.7	190.2	34.9	217.3	13.7
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	24.9	295.4	26.3	208.5	20.5
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	1.7	208.0	20.0
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	36.6	168.6	36.6	215.6	13.4
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	42.8	345.4	50.0	210.3	14.7
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	15.6	208.0	14.0
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	24.1	68.0	24.1	214.8	11.2
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	21.0	213.4	10.6
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	20.3	211.7	12.1
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	19.0	208.2	14.8
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	21.3	724.1	38.9	205.8	14.2
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	8.9	203.7	9.3
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	9.1	716.1	9.2	202.0	11.0

POUR LE TEMPS (en minutes) t= 10										
I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	56.9	123.3	56.9	222.7	8.8
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	25.2	190.2	63.8	217.7	13.3
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	36.1	295.4	56.4	208.8	20.2
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	19.4	208.0	20.0
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	53.6	168.6	53.6	216.0	13.0
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	62.3	345.4	92.9	210.5	14.5
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	48.9	208.0	14.0
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	34.9	68.0	34.9	215.5	10.5
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	32.1	213.5	10.5
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	31.5	211.9	11.9
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	30.4	208.7	14.3
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	30.8	724.1	105.4	205.9	14.1
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	42.0	203.7	9.3
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	13.2	716.1	28.0	202.0	11.0

POUR LE TEMPS (en minutes) t= 13										
I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	74.4	123.3	74.4	223.1	8.4
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	33.4	190.2	90.7	218.3	12.7
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	47.1	295.4	102.8	209.5	19.5
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	47.3	208.0	20.0
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	70.4	168.6	70.4	216.5	12.5
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	81.6	345.4	131.0	210.9	14.1
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	95.9	208.1	13.9
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	45.6	68.0	45.6	216.4	9.6
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	42.9	213.7	10.3
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	42.4	212.3	11.5
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	41.4	209.3	13.7
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	40.2	724.1	200.1	206.0	14.0
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	126.0	203.7	9.3
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	17.2	716.1	95.4	202.0	11.0

POUR LE TEMPS (en minutes) t= 16										
I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	91.8	123.3	91.8	223.5	8.0
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	41.4	190.2	117.1	219.1	11.9
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	58.1	295.4	142.9	210.5	18.5
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	98.1	208.0	20.0
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	87.0	168.6	87.0	217.1	11.9
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	100.7	345.4	168.0	211.4	13.6
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	136.0	208.3	13.7
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	56.2	68.0	56.2	217.5	8.5
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	53.8	213.9	10.1
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	53.3	212.7	11.1
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	52.3	210.1	12.9
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	49.6	724.1	315.5	206.2	13.8
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	241.6	203.8	9.2
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	21.2	716.1	211.2	202.1	10.9

POUR LE TEMPS (en minutes) t= 19

I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	109.2	123.3	109.2	224.0	7.5
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	49.5	190.2	143.3	220.1	10.9
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	69.1	295.4	181.9	211.8	17.2
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	140.7	208.1	19.9
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	103.6	168.6	103.6	217.9	11.1
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	119.8	345.4	204.4	212.0	13.0
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	174.2	208.5	13.5
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	66.9	68.0	66.9	218.9	7.1
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	64.4	214.1	9.9
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	64.0	213.2	10.6
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	63.1	211.1	11.9
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	59.0	724.1	418.6	206.5	13.5
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	356.9	204.0	9.0
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	25.3	716.1	340.9	202.4	10.6

POUR LE TEMPS (en minutes) t= 21

I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	120.7	123.3	120.7	224.4	7.1
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	54.8	190.2	160.2	220.8	10.2
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	76.0	295.4	207.8	212.8	16.2
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	168.0	208.1	19.9
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	114.6	168.6	114.6	218.4	10.6
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	132.5	345.4	228.6	212.4	12.6
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	199.2	208.7	13.3
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	73.6	68.0	73.6	220.4	5.6
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	71.5	214.7	9.3
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	71.1	213.8	10.0
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	70.3	211.8	11.2
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	64.9	724.1	484.7	206.8	13.2
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	426.4	204.1	8.9
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	25.6	716.1	414.5	202.6	10.4

POUR LE TEMPS (en minutes) t= 22

I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	125.9	123.3	125.9	224.6	6.9
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	57.4	190.2	168.9	221.2	9.8
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	73.7	295.4	214.1	213.0	16.0
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	181.4	208.1	19.9
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	120.1	168.6	120.1	218.7	10.3
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	138.9	345.4	240.7	212.7	12.3
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	211.7	208.8	13.2
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	71.3	68.0	71.3	220.4	5.6
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	72.8	215.1	8.9
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	72.6	214.1	9.7
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	72.3	212.0	11.0
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	62.8	724.1	511.6	206.9	13.1
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	460.4	204.2	8.8
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	24.8	716.1	448.8	202.7	10.3

POUR LE TEMPS (en minutes) t= 25										
I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	115.0	123.3	115.0	224.2	7.3
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	65.4	190.2	189.9	222.3	8.7
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	67.3	295.4	233.3	213.9	15.1
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	214.4	208.2	19.8
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	136.6	168.6	136.6	219.7	9.3
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	157.1	345.4	276.3	213.5	11.5
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	249.3	209.1	12.9
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	65.1	68.0	65.1	218.6	7.4
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	66.4	214.2	9.8
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	66.7	213.3	10.5
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	67.2	211.5	11.5
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	57.4	724.1	575.5	207.2	12.8
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	543.6	204.4	8.6
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	22.6	716.1	541.2	203.0	10.0

POUR LE TEMPS (en minutes) t= 28										
I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	105.8	123.3	105.8	223.9	7.6
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	73.3	190.2	187.2	222.1	8.9
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	61.9	295.4	250.3	214.7	14.3
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	234.2	208.3	19.7
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	153.1	168.6	153.1	220.9	8.1
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	144.6	345.4	280.6	213.6	11.4
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	277.3	209.4	12.6
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	59.9	68.0	59.9	217.9	8.1
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	61.0	214.0	10.0
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	61.2	213.0	10.8
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	61.7	210.9	12.1
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	52.8	724.1	621.6	207.4	12.6
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	596.8	204.5	8.5
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	20.8	716.1	602.1	203.2	9.8

POUR LE TEMPS (en minutes) t= 31										
I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	98.0	123.3	98.0	223.7	7.8
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	81.3	190.2	186.3	222.1	8.9
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	57.4	295.4	244.8	214.5	14.5
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	250.2	208.3	19.7
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	150.1	168.6	150.1	220.6	8.4
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	134.0	345.4	286.5	213.7	11.3
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	281.9	209.4	12.6
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	55.5	68.0	55.5	217.4	8.6
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	56.5	213.9	10.1
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	56.7	212.8	11.0
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	57.0	210.5	12.5
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	49.0	724.1	636.7	207.5	12.5
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	631.0	204.7	8.3
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	19.3	716.1	643.9	203.4	9.6

POUR LE TEMPS (en minutes) t=

34

I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	91.4	123.3	91.4	223.5	8.0
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	89.2	190.2	186.8	222.1	8.9
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	53.5	295.4	239.9	214.2	14.8
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	244.7	208.3	19.7
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	139.9	168.6	139.9	219.9	9.1
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	124.9	345.4	275.4	213.5	11.5
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	287.6	209.5	12.5
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	51.7	68.0	51.7	217.0	9.0
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	52.6	213.9	10.1
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	52.8	212.6	11.2
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	53.1	210.2	12.8
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	45.6	724.1	630.4	207.4	12.6
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	634.6	204.7	8.3
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	18.0	716.1	654.2	203.4	9.6

POUR LE TEMPS (en minutes) t=

37

I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	85.7	123.3	85.7	223.4	8.1
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	97.1	190.2	188.2	222.2	8.8
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	50.1	295.4	236.8	214.1	14.9
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	239.8	208.3	19.7
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	131.1	168.6	131.1	219.4	9.6
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	117.1	345.4	257.6	213.1	11.9
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	271.4	209.3	12.7
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	48.5	68.0	48.5	216.7	9.3
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	49.3	213.8	10.2
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	49.4	212.5	11.3
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	49.7	209.9	13.1
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	42.8	724.1	610.7	207.3	12.7
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	625.0	204.6	8.4
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	16.9	716.1	646.2	203.4	9.6

POUR LE TEMPS (en minutes) t=

40

I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	80.7	123.3	80.7	223.2	8.3
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	104.5	190.2	190.0	222.3	8.7
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	47.2	295.4	235.3	214.0	15.0
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	236.8	208.3	19.7
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	123.6	168.6	123.6	218.9	10.1
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	110.3	345.4	242.2	212.7	12.3
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	254.4	209.2	12.8
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	45.7	68.0	45.7	216.4	9.6
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	46.4	213.8	10.2
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	46.5	212.4	11.4
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	46.7	209.7	13.3
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	40.3	724.1	584.4	207.2	12.8
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	598.4	204.6	8.4
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	15.9	716.1	623.2	203.3	9.7

POUR LE TEMPS (en minutes) t= 43

I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	76.5	123.3	76.5	223.1	8.4
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	99.0	190.2	179.6	221.7	9.3
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	44.7	295.4	234.6	214.0	15.0
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	235.3	208.3	19.7
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	117.0	168.6	117.0	218.6	10.4
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	104.5	345.4	228.8	212.4	12.6
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	239.6	209.0	13.0
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	43.3	68.0	43.3	216.2	9.8
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	43.9	213.7	10.3
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	44.0	212.3	11.5
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	44.2	209.5	13.5
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	38.2	724.1	562.6	207.1	12.9
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	574.4	204.5	8.5
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	15.1	716.1	597.0	203.2	9.8

POUR LE TEMPS (en minutes) t= 46

I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	72.8	123.3	72.8	223.0	8.5
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	94.2	190.2	170.6	221.3	9.7
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	42.6	295.4	223.3	213.5	15.5
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	234.6	208.3	19.7
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	111.4	168.6	111.4	218.3	10.7
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	99.4	345.4	217.2	212.2	12.8
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	226.7	208.9	13.1
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	41.2	68.0	41.2	216.0	10.0
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	41.7	213.7	10.3
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	41.8	212.2	11.6
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	42.0	209.3	13.7
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	36.3	724.1	544.4	207.0	13.0
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	554.5	204.4	8.6
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	14.3	716.1	575.1	203.1	9.9

POUR LE TEMPS (en minutes) t= 49

I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	69.6	123.3	69.6	223.0	8.5
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	90.0	190.2	162.8	220.9	10.1
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	40.7	295.4	212.2	213.0	16.0
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	223.5	208.2	19.8
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	106.5	168.6	106.5	218.0	11.0
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	95.1	345.4	207.1	212.0	13.0
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	215.4	208.8	13.2
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	39.4	68.0	39.4	215.8	10.2
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	39.8	213.6	10.4
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	39.9	212.2	11.6
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	40.1	209.2	13.8
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	34.7	724.1	518.5	206.9	13.1
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	534.0	204.4	8.6
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	13.7	716.1	556.1	203.0	10.0

POUR LE TEMPS (en minutes) t= 52										
I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	66.8	123.3	66.8	222.9	8.6
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	86.5	190.2	156.0	220.6	10.4
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	39.1	295.4	202.8	212.6	16.4
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	212.6	208.2	19.8
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	102.2	168.6	102.2	217.8	11.2
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	91.3	345.4	198.4	211.9	13.1
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	205.6	208.7	13.3
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	37.8	68.0	37.8	215.7	10.3
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	38.2	213.6	10.4
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	38.3	212.1	11.7
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	38.4	209.1	13.9
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	33.3	724.1	494.2	206.8	13.2
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	508.0	204.3	8.7
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	13.2	716.1	529.9	202.9	10.1

POUR LE TEMPS (en minutes) t= 55										
I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	64.4	123.3	64.4	222.9	8.6
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	83.3	190.2	150.2	220.4	10.6
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	37.7	295.4	194.6	212.2	16.8
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	203.2	208.2	19.8
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	98.5	168.6	98.5	217.6	11.4
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	88.0	345.4	190.8	211.7	13.3
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	197.1	208.7	13.3
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	36.4	68.0	36.4	215.6	10.4
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	36.8	213.6	10.4
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	36.8	212.1	11.7
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	37.0	209.0	14.0
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	32.1	724.1	473.1	206.7	13.3
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	485.2	204.3	8.7
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	12.7	716.1	505.6	202.8	10.2

POUR LE TEMPS (en minutes) t= 58										
I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	62.3	123.3	62.3	222.8	8.7
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	80.7	190.2	145.1	220.1	10.9
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	36.5	295.4	187.5	212.0	17.0
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	195.0	208.2	19.8
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	95.4	168.6	95.4	217.5	11.5
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	85.2	345.4	184.3	211.6	13.4
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	189.8	208.6	13.4
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	35.3	68.0	35.3	215.5	10.5
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	35.6	213.6	10.4
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	35.6	212.1	11.7
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	35.7	209.0	14.0
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	31.1	724.1	454.8	206.7	13.3
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	465.5	204.2	8.8
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	12.3	716.1	484.5	202.8	10.2

POUR LE TEMPS (en minutes)		t= 60								
I	L(I)	Z(I)	Z(j)	ZC(i)	ZC(J)	q(I)	QP(I)	Q(I)	H(I)	HS(I)
1	1000.	231.5	231.0	224.5	222.3	61.1	123.3	61.1	222.8	8.7
2	1600.	231.0	229.0	222.3	217.2	79.1	190.2	142.1	220.0	11.0
3	1800.	229.0	228.0	217.2	208.4	35.8	295.4	183.3	211.8	17.2
4	100.	228.0	220.0	208.4	208.0	.0	295.4	190.1	208.2	19.8
5	1600.	229.0	225.0	222.0	215.3	93.5	168.6	93.5	217.4	11.6
6	1400.	225.0	222.0	215.3	210.2	83.5	345.4	180.4	211.6	13.4
7	600.	222.0	220.0	210.2	208.0	.0	345.4	185.4	208.6	13.4
8	400.	226.0	224.0	219.0	214.2	34.6	68.0	34.6	215.4	10.6
9	70.	224.0	223.8	214.2	213.4	.0	68.0	34.9	213.6	10.4
10	150.	223.8	223.0	213.4	211.6	.0	68.0	34.9	212.0	11.8
11	300.	223.0	220.0	211.6	208.0	.0	68.0	35.0	208.9	14.1
12	1000.	220.0	213.0	208.0	205.8	30.5	724.1	444.0	206.6	13.4
13	600.	213.0	213.0	205.8	203.7	.0	724.1	453.7	204.2	8.8
14	800.	213.0	209.0	203.7	202.0	12.0	716.1	471.9	202.7	10.3

ANNEXE C

TABLEAUX DE DONNEES ET DE RESULTATS  
DES EXEMPLES A 50,72 ET 100  
CONDUITES

Noeud i	Longueur L(i) (m)	ni	côte naturelle (m)	couvert maximum (m)	débit Q(i) (m <sup>3</sup> /s)
1	150	0.012	73.3	6.10	2.5
2	180	0.012	73.2	6.10	2.5
3	90	0.012	72.8	6.10	2.5
4	150	0.012	72.6	6.10	2.5
5	60	0.012	71.9	6.10	2.5
6	130	0.012	72.8	6.10	1.1
7	70	0.012	72.2	6.10	1.1
8	120	0.012	71.8	6.10	1.1
9	120	0.012	71.3	6.10	1.1
10	180	0.012	73.5	6.10	2.0
11	210	0.012	73.4	6.10	2.1
12	90	0.012	73.0	6.10	4.1
13	110	0.012	72.8	6.10	4.1
14	120	0.012	73.8	6.10	1.0
15	140	0.012	73.5	6.10	1.0
16	180	0.012	73.5	6.10	0.7
17	120	0.012	73.2	6.10	0.7
18	210	0.012	72.9	6.10	0.7
19	90	0.012	72.8	6.10	0.7
20	230	0.012	72.5	6.10	1.7
21	120	0.012	72.4	6.10	1.7
22	50	0.012	72.1	6.10	5.8
23	50	0.012	71.0	6.10	5.8
24	120	0.012	70.1	6.10	9.5
25	90	0.012	69.2	6.10	9.5
26	20	0.012	68.6	6.10	9.5
27	240	0.012	68.2	6.10	9.5
28	30	0.012	69.5	6.10	1.1
29	140	0.012	69.3	6.10	1.1
30	90	0.012	69.2	6.10	1.1
31	150	0.012	69.2	6.10	0.8
32	200	0.012	68.6	6.10	2.0
33	50	0.012	69.3	6.10	0.7
34	110	0.012	68.9	6.10	0.7
35	180	0.012	68.3	6.10	2.7
36	120	0.012	67.8	6.10	12.2
37	150	0.012	67.4	6.10	12.2
38	180	0.012	66.4	6.10	12.2
39	50	0.012	68.3	6.10	0.8
40	30	0.012	68.0	6.10	0.8
41	20	0.012	67.9	6.10	0.8
42	120	0.012	67.5	6.10	0.8
43	300	0.012	68.0	6.10	1.1
44	180	0.012	67.7	6.10	1.1
45	210	0.012	67.4	6.10	1.1
46	240	0.012	67.1	6.10	2.0
47	120	0.012	66.8	6.10	2.0
48	610	0.012	65.5	6.10	14.2
49	150	0.012	65.8	6.10	1.4
50	60	0.012	63.4	6.10	15.6

- Tableau 7.12 -

Noeud i	Di (m)	CMi (m)	Si (m/m)	Vi (m/s)
1	1.13	2.48	0.005	2.54
2	1.13	3.09	0.005	2.54
3	1.13	3.47	0.005	2.54
4	1.13	3.63	0.005	2.54
5	1.13	2.90	0.005	2.54
6	0.80	2.25	0.006	2.23
7	0.80	2.34	0.006	2.23
8	0.80	2.47	0.006	2.23
9	0.80	2.37	0.006	2.23
10	1.04	2.34	0.005	2.34
11	1.12	2.34	0.004	2.16
12	1.31	2.74	0.006	3.05
13	1.31	2.87	0.006	3.05
14	0.80	2.29	0.005	1.95
15	0.80	2.29	0.005	1.95
16	0.84	2.15	0.002	1.27
17	0.90	2.14	0.001	1.12
18	0.90	2.21	0.001	1.12
19	0.90	2.21	0.001	1.12
20	0.98	2.57	0.005	2.26
21	0.98	3.18	0.005	2.26
22	1.56	2.91	0.005	3.05
23	1.56	2.46	0.005	3.05
24	1.99	2.39	0.003	3.05
25	1.99	2.28	0.003	3.05
26	1.99	2.29	0.003	3.05
27	1.99	2.32	0.003	3.05
28	0.88	2.11	0.004	1.85
29	0.88	2.25	0.004	1.85
30	0.93	2.25	0.003	1.68
31	0.79	2.11	0.004	1.73
32	1.15	2.21	0.003	1.90
33	0.66	2.11	0.007	2.07
34	0.66	2.15	0.007	2.07
35	1.15	2.52	0.005	2.58
36	2.26	2.71	0.003	3.05
37	2.26	2.42	0.003	3.05
38	2.26	2.30	0.003	3.05
39	0.68	2.20	0.008	2.33
40	0.68	2.34	0.008	2.33
41	0.72	2.27	0.006	2.08
42	0.72	2.25	0.006	2.08
43	1.03	2.25	0.002	1.37
44	1.03	2.34	0.002	1.37
45	1.03	2.35	0.002	1.37
46	1.03	2.84	0.005	2.40
47	1.03	2.99	0.005	2.40
48	2.43	2.41	0.003	3.05
49	0.77	2.44	0.012	3.05
50	2.55	2.65	0.002	3.05

- Tableau 7.13 (a) -

i	CAi (DA)	CEi (DA)	CPi (DA)	CCi (DA)	CTi (DA)
1	123711	162626	25138	19434	330910
2	148454	232600	31632	23321	436007
3	74227	128453	16274	11660	230615
4	123711	222351	27429	19434	392926
5	49484	73406	10385	7773	141050
6	66333	102357	18663	12600	199954
7	33903	54146	9627	6440	104118
8	58962	98387	16945	11200	185496
9	58962	95111	16789	11200	182064
10	129164	173204	28498	21424	352292
11	170718	215886	34622	26972	448200
12	96212	119976	16686	13615	246491
13	115455	149406	20219	16338	301419
14	58998	92640	16672	11205	179515
15	66373	103898	18740	12605	201618
16	94531	136777	25232	17566	274108
17	68764	95355	17315	12398	193834
18	120339	171025	30495	21696	343557
19	51574	73371	13072	9298	147316
20	146845	222095	35237	25249	429427
21	78317	141895	19774	13466	253454
22	66512	74083	9342	8241	158179
23	79814	79005	10886	9889	179595
24	288852	224726	28238	29334	571152
25	216639	164304	21057	22001	424002
26	36106	27430	3510	3666	70714
27	577705	441739	56256	58669	1134371
28	16794	23330	4285	3053	47462
29	75574	110420	19536	13738	219269
30	54163	76606	13347	9595	153712
31	72045	106941	20309	13785	213081
32	166548	197528	32334	25803	422214
33	17424	28099	5620	3541	54686
34	42980	70626	13934	8736	136276
35	153737	201171	30601	23818	409328
36	373566	280482	31311	34245	719604
37	466957	327893	38549	42806	876207
38	560349	382492	45971	51367	1040181
39	18060	29799	5754	3638	57253
40	12040	20976	3894	2425	39337
41	6425	10609	1979	1272	20287
42	51405	84100	15798	10178	161482
43	211317	277323	46845	35300	570786
44	126790	171810	28339	21180	348120
45	147922	200841	33079	24710	406553
46	169053	266763	39361	28240	503420
47	84526	139674	19937	14120	258259
48	2186761	1435649	162653	188492	3973555
49	69600	117991	20711	13461	221764
50	1813233	1201343	127676	150367	3292620
Coût total d'achat:			FCA=	10,097,960 DA	
Coût total d'excavation:			FCE=	9,638,741 DA	
Coût total de pavage:			FCP=	1,340,580 DA	
Coût total de criblure:			FCC=	1,180,586 DA	

- Tableau 7.13 (b) -

i	D (m)	ni	CAi (DA)	CEi (DA)	CPi (DA)	CCi (DA)	CTi (DA)	
1	1.25	0.014	141125	174147	26216	21033	362523	
2	1.25	0.014	169350	247993	32926	25239	475511	
3	1.25	0.014	84675	136640	16921	12619	250857	
4	1.25	0.014	141125	236322	28507	21033	426989	
5	1.25	0.014	56450	78368	10816	8413	154048	
6	0.75	0.015	61909	98410	18214	12016	190550	
7	0.75	0.015	31642	52085	9398	6141	99267	
8	0.75	0.015	55030	94702	16546	10681	176961	
9	0.75	0.015	55030	91504	16389	10681	173606	
10	1.00	0.014	134971	177294	28909	22010	363185	
11	1.25	0.014	197575	233231	36294	29446	496548	
12	1.50	0.013	104699	125249	17133	14313	261396	
13	1.50	0.013	125639	155879	20756	17176	319451	
14	0.75	0.015	55030	89061	16269	10681	171042	
15	0.75	0.015	61909	99880	18287	12016	192093	
16	1.00	0.014	106098	145895	26252	18937	297183	
17	1.00	0.014	70732	96863	17483	12625	197703	
18	1.00	0.014	123781	173703	30788	22093	350366	
19	1.00	0.014	53049	74519	13198	9468	150235	
20	1.00	0.014	168714	238624	36841	27512	471693	
21	1.00	0.014	89981	151751	20629	14673	277035	
22	1.50	0.013	63816	72541	9222	8042	153623	
23	1.50	0.013	76580	77283	10742	9651	174257	
24	1.50	0.013	170178	168082	23747	21447	383456	
25	1.50	0.013	127633	122497	17689	16085	283906	
26	1.50	0.013	21272	20455	2949	2680	47357	
27	1.50	0.013	340357	329679	47275	42895	760206	
28	1.00	0.014	17683	24012	4361	3156	49213	
29	1.00	0.014	79573	113586	19880	14203	227243	
30	1.00	0.014	53049	75742	13254	9468	151514	
31	0.75	0.015	68787	104099	19974	13352	206214	
32	1.25	0.014	183463	208066	33369	27343	452242	
33	0.75	0.015	20636	31122	5987	4005	61751	
34	0.75	0.015	50903	78166	14838	9880	153789	
35	1.25	0.014	169350	211494	31556	25239	437641	
36	1.50	0.013	170178	183729	24273	21447	399629	
37	1.50	0.013	212723	212095	29752	26809	481380	
38	1.50	0.013	255267	246048	35414	32171	568902	
39	0.75	0.015	20636	32244	6043	4005	62929	
40	0.75	0.015	13757	22661	4086	2670	43176	
41	0.75	0.015	6878	11036	2028	1335	21279	
42	0.75	0.015	55030	87496	16191	10681	169399	
43	1.00	0.014	224952	286796	47816	36683	596250	
44	1.00	0.014	134971	177606	28922	22010	363510	
45	1.00	0.014	157467	207611	33759	25678	424517	
46	1.00	0.014	179962	275251	40139	29346	524699	
47	1.00	0.014	89981	144041	20325	14673	269022	
48	1.50	0.013	850892	847008	118963	107237	1924102	
49	0.75	0.015	68787	117218	20626	13352	219985	
50	1.50	0.013	638169	676950	90625	80428	1486174	
Coût total d'achat:					FCA= 6,611,468 DA		COUT TOTAL DU PROJET	
Coût total d'excavation:					FCE= 8,136,761 DA			
Coût total de pavage:					FCP= 1,232,600 DA			
Coût total de criblure:					FCC= 974,802 DA			
							CT=16,955,631 DA	

- Tableau 7.14 -

Noeud i	Longueur L(i) (m)	ni	côte naturelle (m)	Coût unitaire du pavage	débit Q(i) (m <sup>3</sup> /s)
1	90	0.015	385.0	0.00	0.2
2	80	0.015	385.0	0.00	0.5
3	60	0.015	390.0	0.00	0.2
4	100	0.015	390.0	0.00	0.8
5	110	0.015	387.0	25.00	1.1
6	90	0.014	380.0	25.00	1.9
7	135	0.015	378.0	25.00	0.3
8	120	0.014	375.0	25.00	2.2
9	160	0.015	379.0	25.00	0.4
10	130	0.014	376.0	25.00	2.6
11	90	0.015	379.0	25.00	0.3
12	120	0.015	377.0	25.00	0.6
13	140	0.014	378.0	25.00	3.2
14	210	0.014	381.0	0.00	3.2
15	90	0.015	385.0	25.00	0.4
16	110	0.013	378.0	0.00	3.6
17	95	0.013	370.0	0.00	3.6
18	70	0.015	370.0	10.00	0.3
19	90	0.013	366.0	10.00	3.9
20	80	0.015	362.0	10.00	0.5
21	100	0.012	366.0	0.00	4.4
22	110	0.012	366.0	0.00	4.5
23	80	0.015	393.0	10.00	0.4
24	70	0.015	385.0	10.00	0.8
25	90	0.015	382.0	10.00	1.0
26	100	0.014	378.0	10.00	2.1
27	80	0.014	375.0	10.00	2.1
28	90	0.015	372.0	10.00	0.4
29	70	0.013	373.0	0.00	2.6
30	120	0.013	367.0	0.00	2.8
31	70	0.015	392.0	10.00	0.8
32	80	0.015	391.0	10.00	0.9
33	120	0.015	388.0	10.00	1.0
34	100	0.015	389.0	10.00	0.4
35	130	0.015	389.0	10.00	0.5

- Tableau 7.15 -

36	110	0.014	387.0	10.00	2.0
37	100	0.014	388.0	10.00	2.0
38	60	0.015	388.0	10.00	0.3
39	80	0.015	386.0	10.00	0.4
40	70	0.015	385.0	10.00	0.7
41	55	0.014	384.0	0.00	2.8
42	60	0.014	387.0	0.00	2.8
43	110	0.015	392.0	0.00	0.6
44	80	0.013	385.0	0.00	3.6
45	70	0.013	380.0	0.00	3.6
46	100	0.015	375.0	25.00	0.3
47	110	0.013	377.0	0.00	3.9
48	50	0.013	373.0	0.00	3.9
49	70	0.015	391.0	10.00	0.8
50	60	0.015	385.0	10.00	1.0
51	65	0.015	384.0	10.00	1.2
52	100	0.015	379.0	10.00	0.7
53	90	0.014	382.0	10.00	2.1
54	50	0.015	381.0	10.00	0.3
55	70	0.014	383.0	10.00	2.6
56	80	0.015	382.0	10.00	0.2
57	90	0.014	383.0	0.00	2.9
58	70	0.014	382.0	0.00	3.0
59	110	0.014	381.0	0.00	3.0
60	100	0.014	378.0	0.00	3.0
61	120	0.015	378.0	25.00	0.3
62	95	0.015	371.0	25.00	0.5
63	110	0.014	373.0	25.00	0.8
64	80	0.013	374.0	0.00	4.0
65	100	0.013	372.0	0.00	4.1
66	90	0.013	373.0	0.00	4.1
67	95	0.012	372.0	0.00	8.1
68	80	0.015	368.0	25.00	0.4
69	90	0.012	367.0	0.00	8.5
70	100	0.012	363.0	0.00	8.5
71	120	0.012	361.0	0.00	16.5
72	110	0.012	355.0	0.00	16.8

- Suite du tableau 7.15 -

Noeud i	Di (m)	CMi (m)	Si (m/m)	Vi (m/s)
1	0.45	2.30	0.002	1.26
2	0.46	3.06	0.011	3.00
3	0.31	2.01	0.015	2.70
4	0.58	2.20	0.008	3.00
5	0.68	4.33	0.006	3.00
6	1.12	4.32	0.001	1.94
7	0.58	3.25	0.001	1.13
8	1.27	2.66	0.001	1.74
9	0.48	2.00	0.006	2.22
10	1.27	4.58	0.001	2.06
11	0.54	2.74	0.002	1.32
12	0.66	2.95	0.002	1.75
13	1.27	7.73	0.002	2.54
14	1.27	8.75	0.002	2.54
15	0.41	3.62	0.013	3.00
16	1.27	5.65	0.002	2.85
17	1.27	3.70	0.002	2.85
18	0.36	2.30	0.015	2.96
19	1.29	2.32	0.002	3.00
20	0.86	4.05	0.001	0.86
21	1.37	6.37	0.002	3.00
22	1.38	4.43	0.002	3.00
23	0.41	4.33	0.013	3.00
24	0.58	4.58	0.008	3.00
25	0.65	2.98	0.007	3.00
26	0.94	2.90	0.004	3.00
27	0.94	2.52	0.004	3.00
28	0.60	2.75	0.002	1.42
29	1.05	4.69	0.003	3.00
30	1.09	4.49	0.003	3.00
31	0.64	2.07	0.005	2.49
32	0.64	2.69	0.006	2.80
33	0.79	2.00	0.003	2.06
34	0.49	2.14	0.005	2.16
35	0.56	2.14	0.004	2.07
36	0.92	3.19	0.004	3.00
37	0.92	3.38	0.004	3.00
38	0.41	2.75	0.008	2.30
39	0.52	2.00	0.004	1.91
40	0.62	2.00	0.004	2.31

- Tableau 7.16 (a) -

41	1.09	3.78	0.003	3.00
42	1.09	4.85	0.003	3.00
43	0.50	3.75	0.010	3.00
44	1.24	4.21	0.002	3.00
45	1.24	3.25	0.002	3.00
46	0.52	3.32	0.002	1.39
47	1.29	3.62	0.002	3.00
48	1.29	2.33	0.002	3.00
49	0.58	4.08	0.008	3.00
50	0.68	2.03	0.005	2.72
51	0.71	2.35	0.006	3.00
52	0.99	3.56	0.001	0.92
53	1.19	5.78	0.001	1.90
54	0.45	3.39	0.005	1.92
55	1.19	6.63	0.002	2.35
56	0.41	2.91	0.003	1.49
57	1.19	6.63	0.002	2.62
58	1.19	6.19	0.002	2.71
59	1.19	4.84	0.002	2.71
60	1.19	3.64	0.002	2.71
61	0.37	2.01	0.013	2.79
62	0.92	3.04	0.001	0.75
63	1.10	4.63	0.001	0.83
64	1.44	4.33	0.001	2.46
65	1.44	4.19	0.001	2.52
66	1.44	4.59	0.001	2.52
67	1.85	4.33	0.001	3.00
68	0.52	2.01	0.004	1.91
69	1.90	3.84	0.001	3.00
70	1.90	2.83	0.001	3.00
71	2.65	4.87	0.001	3.00
72	2.67	4.38	0.001	3.00

- Suite du tableau 7.16 (a) -

i	CAi (FB)	CEi (FB)	CPi (FB)	CCi (FB)	CTi (FB)
1	1112	1423	5679	765	8980
2	991	1780	5846	693	9311
3	726	694	3245	394	5061
4	1279	1721	6679	1045	10725
5	1460	4451	10699	1321	17932
6	1580	4753	10199	1762	18296
7	1726	3572	10787	1409	17495
8	2416	4314	11799	2706	21237
9	1990	2247	9672	1427	15337
10	2618	7966	15893	2932	29410
11	1135	1887	6475	879	10378
12	1578	3040	9503	1399	15521
13	2819	16107	22638	3157	44723
14	4229	28466	0	4736	37432
15	1105	2368	7041	718	11233
16	2215	8567	0	2481	13263
17	1913	4955	0	2142	9011
18	853	1006	1673	508	4040
19	1846	9165	3408	2065	16486
20	1164	14715	3213	1196	20290
21	2222	52912	0	2461	57597
22	2481	22162	0	2741	27385
23	982	2667	2787	638	7075
24	895	2842	2704	731	7174
25	1179	2287	2851	1036	7354
26	1536	3098	3565	1640	9842
27	1229	3459	2701	1312	8702
28	1157	2865	2678	963	7665
29	1164	20641	0	1284	23090
30	2061	19680	0	2290	24032
31	913	1199	1884	793	4790
32	1043	1798	2404	906	6153
33	1672	2295	3456	1641	9065
34	1245	1518	2497	902	6164
35	1648	2119	3382	1305	8455
36	1664	3693	4042	1760	11161
37	1512	3576	3773	1600	10463
38	736	1116	1611	474	3939
39	1004	1171	1980	757	4912
40	907	1141	1842	773	4664
41	944	2471	0	1049	4466
42	1030	3561	0	1145	5738
43	1376	3260	0	1022	5659

- Tableau 7.16 (b) -

44	1564	4401	0	1754	7719
45	1368	2956	0	1534	5860
46	1257	2594	7871	958	12682
47	2256	9591	0	2524	14372
48	1025	5137	0	1147	7310
49	895	2449	2530	731	6607
50	796	1055	1644	721	4218
51	874	1357	1915	812	4959
52	1584	3950	3960	1717	11213
53	1681	6924	4833	1885	15324
54	617	1241	1530	422	3812
55	1307	6383	4056	1466	13214
56	982	1601	2220	640	5444
57	1681	8200	0	1885	11766
58	1307	5851	0	1466	8625
59	2054	6867	0	2304	11226
60	1868	4585	0	2094	8548
61	1464	1497	6774	888	10624
62	1437	3040	8557	1520	14555
63	1913	6238	12842	2130	23123
64	1913	7948	0	2090	11951
65	2391	13778	0	2613	18783
66	2152	20005	0	2351	24510
67	3562	32712	0	3391	39665
68	1004	2223	4956	757	8941
69	3546	29046	0	3313	35907
70	3940	21854	0	3682	29477
71	10335	47618	0	6900	64854
72	9697	12157	0	6406	28261
Coût total d'achat:				FCA=	131,860 FB
Coût total d'excavation:				FCE=	558,019 FB
Coût total de pavage:				FCP=	252,317 FB
Coût total de criblure:				FCC=	123,096 FB

- Suite du Tableau 7.16 (b) -

i	D (m)	ni	CAI (FB)	CEI (FB)	CPI (FB)	CEI (FB)	CTI (FB)
1	0.50	0.015	1114	1434	5705	775	9030
2	0.75	0.015	1032	2024	6292	869	10219
3	0.50	0.015	742	826	3583	516	5669
4	0.75	0.015	1290	1767	6779	1086	10924
5	0.75	0.015	1514	4690	11023	1461	18690
6	1.25	0.014	1732	5040	10548	1943	19264
7	0.75	0.015	1742	3654	10929	1466	17793
8	1.50	0.013	2678	4622	12269	2964	22534
9	0.75	0.015	2064	2578	10457	1738	16839
10	1.50	0.013	2901	8417	16401	3211	30932
11	0.75	0.015	1161	2012	6719	977	10871
12	0.75	0.015	1652	3299	9958	1594	16504
13	1.50	0.013	3125	16799	23186	3458	46569
14	1.50	0.013	4687	29604	0	5188	39480
15	0.50	0.015	1114	2458	7194	775	11542
16	1.50	0.013	2455	9003	0	2717	14176
17	1.50	0.013	2120	5674	0	2347	10142
18	0.50	0.015	866	1116	1775	603	4362
19	1.50	0.013	2008	9993	3523	2223	17749
20	1.00	0.014	1204	15340	3277	1270	21093
21	1.50	0.013	2232	53019	0	2470	57722
22	1.50	0.013	2877	24561	0	3079	30518
23	0.50	0.015	990	2759	2841	689	7280
24	0.75	0.015	903	2894	2733	760	7291
25	0.75	0.015	1239	2500	3000	1195	7935
26	1.00	0.014	1685	3384	3749	1865	10685
27	1.00	0.014	1348	4140	2848	1492	9829
28	0.75	0.015	1161	2913	2692	977	7745
29	1.00	0.014	1179	20857	0	1305	23342
30	1.25	0.014	2309	21807	0	2591	26708
31	0.75	0.015	963	1347	2013	930	5254
32	0.75	0.015	1101	1995	2551	1063	6710
33	1.00	0.014	1806	2574	3687	1905	9975
34	0.75	0.015	1290	1720	2683	1086	6781
35	0.75	0.015	1677	2237	3488	1412	8815
36	1.00	0.014	1854	4085	4282	2051	12273
37	1.00	0.014	1685	3945	3991	1865	11487
38	0.50	0.015	742	1171	1656	516	4088
39	0.75	0.015	1032	1289	2091	869	5283
40	0.75	0.015	963	1308	1990	930	5192
41	1.25	0.014	1058	2672	0	1187	4919
42	1.25	0.014	1154	3818	0	1295	6269
43	0.75	0.015	1419	3534	0	1195	6149

- Tableau 7.17 -

44	1.50	0.013	1785	4741	0	1976	8503
45	1.50	0.013	1562	3213	0	1729	6505
46	0.75	0.015	1290	2781	8190	1086	13349
47	1.50	0.013	2455	10492	0	2717	15665
48	1.50	0.013	1116	5598	0	1235	7950
49	0.75	0.015	903	2497	2558	760	6720
50	0.75	0.015	826	1135	1714	797	4473
51	0.75	0.015	895	1416	1962	863	5137
52	1.00	0.014	1685	4161	4080	1865	11792
53	1.25	0.014	1732	7035	4877	1943	15589
54	0.50	0.015	619	1254	1539	430	3843
55	1.25	0.014	1347	6478	4091	1511	13428
56	0.50	0.015	990	1668	2272	689	5620
57	1.25	0.014	1732	8322	0	1943	11998
58	1.25	0.014	1347	5942	0	1511	8801
59	1.25	0.014	2117	6988	0	2375	11480
60	1.25	0.014	1924	4677	0	2159	8761
61	0.50	0.015	1485	1652	7167	1033	11339
62	1.00	0.014	1601	3370	9075	1771	15819
63	1.25	0.014	2117	6644	13315	2375	24452
64	1.50	0.013	2092	8637	0	2239	12969
65	1.50	0.013	2615	14824	0	2799	20239
66	1.50	0.013	2354	21233	0	2519	26107
67	2.00	0.012	4095	35173	0	3694	42962
68	0.75	0.015	1032	2618	5235	869	9755
69	2.00	0.012	3879	30488	0	3499	37867
70	2.00	0.012	4310	23165	0	3888	31364
71	2.75	0.012	11348	50125	0	7259	68733
72	2.75	0.012	10402	12500	0	6654	29557
Coût total d'achat: FCA= 141563 FB						COUT TOTAL DU PROJET	
Coût total d'excavation: FCE= 589742 FB							
Coût total de pavage: FCP= 262011 FB							
Coût total de criblure: FCC= 134127 FB							
						CT= 1,127,443 FB	

- Suite du tableau 7.17 -

Noeud i	Longueur L(i) (m)	ni	côte naturelle (m)	coût unitaire du pavage	débit Q(i) (m <sup>3</sup> /s)
1	32	0.014	138.9	0.00	0.083
2	32	0.014	138.7	0.00	0.083
3	32	0.014	138.5	0.00	0.083
4	30	0.014	138.2	0.00	0.101
5	40	0.014	137.4	0.00	0.011
6	30	0.014	137.7	0.00	0.134
7	30	0.014	136.5	0.00	0.165
8	23	0.014	135.2	0.00	0.173
9	40	0.014	135.0	0.00	0.011
10	30	0.014	134.9	0.00	0.235
11	31	0.014	134.8	0.00	0.235
12	13	0.014	134.8	0.00	0.235
13	37	0.014	136.2	0.00	0.019
14	50	0.014	134.5	0.00	0.282
15	26	0.014	133.0	0.00	0.282
16	35	0.014	134.8	0.00	0.020
17	29	0.014	134.6	0.00	0.031
18	25	0.014	134.1	0.00	0.049
19	35	0.014	133.4	0.00	0.049
20	30	0.014	133.4	0.00	0.025
21	30	0.014	133.7	0.00	0.025
22	28	0.014	133.3	0.00	0.031
23	34	0.014	132.7	0.00	0.085
24	31	0.014	132.3	0.00	0.457
25	31	0.014	131.5	0.00	0.457
26	26	0.014	131.3	0.00	0.457
27	48	0.014	131.1	0.00	0.457
28	32	0.014	130.7	0.00	0.474
29	34	0.014	129.9	0.00	0.488
30	40	0.014	128.9	0.00	0.010
31	36	0.014	128.4	0.00	0.507
32	35	0.014	127.7	0.00	0.016
33	36	0.014	127.4	0.00	0.024
34	32	0.014	126.1	0.00	0.540
35	29	0.014	123.4	0.00	0.548
36	20	0.014	130.7	0.00	0.007
37	30	0.014	130.2	0.00	0.044
38	30	0.014	128.9	0.00	0.044
39	27	0.014	127.6	0.00	0.044
40	27	0.014	126.5	0.00	0.044
41	25	0.014	125.8	0.00	0.005
42	34	0.014	125.0	0.00	0.056
43	20	0.014	120.1	0.00	0.140
44	32	0.014	119.7	0.00	0.140
45	42	0.014	132.2	0.00	0.046
46	32	0.014	131.5	0.00	0.046
47	42	0.014	131.6	0.00	0.118
48	42	0.014	132.1	0.00	0.118
49	42	0.014	132.1	0.00	0.118

- Tableau 7.18 -

50	35	0.014	131.6	0.00	0.118
51	44	0.014	130.0	0.00	0.136
52	21	0.014	126.3	0.00	0.148
53	21	0.014	124.0	0.00	0.154
54	47	0.014	130.7	0.00	0.037
55	33	0.014	130.7	0.00	0.037
56	27	0.014	130.1	0.00	0.046
57	27	0.014	129.4	0.00	0.056
58	21	0.014	127.3	0.00	0.061
59	24	0.014	130.3	0.00	0.033
60	28	0.014	128.9	0.00	0.033
61	24	0.014	127.4	0.00	0.033
62	14	0.014	126.2	0.00	0.108
63	39	0.014	125.4	0.00	0.108
64	20	0.014	123.3	0.00	0.269
65	20	0.014	122.6	0.00	0.276
66	28	0.014	121.9	0.00	0.280
67	40	0.014	119.1	0.00	0.974
68	22	0.014	125.0	0.00	0.012
69	26	0.014	125.4	0.00	0.008
70	34	0.014	124.1	0.00	0.028
71	32	0.014	122.5	0.00	0.042
72	24	0.014	120.1	0.00	0.050
73	8	0.014	118.5	0.00	0.050
74	26	0.014	118.3	0.00	1.039
75	33	0.014	117.6	0.00	1.039
76	24	0.014	121.2	0.00	0.016
77	42	0.014	126.9	0.00	0.038
78	30	0.014	123.5	0.00	0.048
79	32	0.014	120.0	0.00	0.020
80	42	0.014	121.2	0.00	0.092
81	27	0.014	122.4	0.00	0.015
82	27	0.014	122.1	0.00	0.015
83	34	0.014	128.5	0.00	0.075
84	39	0.014	128.9	0.00	0.075
85	67	0.014	125.5	0.00	0.041
86	32	0.014	129.2	0.00	0.124
87	61	0.014	127.8	0.00	0.163
88	53	0.014	125.1	0.00	0.187
89	30	0.014	121.9	0.00	0.216
90	31	0.014	119.8	0.00	0.226
91	36	0.014	116.9	0.00	1.372
92	37	0.014	116.2	0.00	1.372
93	32	0.014	118.2	0.00	0.042
94	24	0.014	116.4	0.00	1.443
95	40	0.014	115.1	0.00	1.549
96	40	0.014	113.9	0.00	1.549
97	40	0.014	112.2	0.00	1.549
98	38	0.014	111.1	0.00	1.597
99	43	0.014	110.5	0.00	1.597
100	25	0.014	110.6	0.00	1.597

-- Suite du tableau 7.18 --

Noeud i	Di (m)	CMi (m)	Si (m/m)	Vi (m/s)
1	0.40	1.45	0.001	0.75
2	0.40	1.78	0.001	1.07
3	0.40	1.79	0.002	1.31
4	0.40	1.31	0.002	1.34
5	0.41	1.39	0.004	1.78
6	0.41	1.74	0.004	1.78
7	0.41	1.87	0.004	1.78
8	0.41	1.53	0.006	2.14
9	0.41	1.36	0.006	2.14
10	0.40	1.42	0.001	0.54
11	0.40	1.43	0.001	0.54
12	0.40	1.54	0.001	0.50
13	0.40	1.42	0.001	0.68
14	0.48	1.32	0.006	2.52
15	0.51	1.38	0.005	2.22
16	0.51	1.60	0.005	2.22
17	0.51	1.85	0.005	2.22
18	0.51	1.86	0.005	2.30
19	0.51	1.71	0.005	2.37
20	0.51	2.07	0.006	2.46
21	0.51	2.26	0.006	2.62
22	0.51	3.09	0.006	2.66
23	0.40	1.32	0.001	0.50
24	0.40	1.71	0.001	0.94
25	0.40	2.12	0.001	0.94
26	0.40	2.02	0.001	0.94
27	0.40	1.98	0.001	0.94
28	0.40	2.99	0.001	1.08
29	0.40	2.34	0.002	1.18
30	0.40	1.53	0.002	1.23
31	0.40	1.27	0.001	0.50
32	0.40	1.53	0.001	0.50
33	0.40	1.59	0.001	0.50
34	0.40	2.29	0.001	0.50
35	0.40	1.79	0.001	0.50
36	0.40	1.63	0.001	0.86
37	0.40	2.24	0.001	0.86
38	0.40	1.41	0.006	2.14
39	0.40	1.40	0.006	2.20
40	0.44	2.47	0.004	1.88

- Tableau 7.19 (a) -

41	0.64	1.28	0.007	3.07
42	0.64	1.28	0.007	3.25
43	0.65	1.26	0.007	3.14
44	0.40	1.27	0.001	0.64
45	0.40	1.87	0.001	0.59
46	0.40	3.35	0.001	0.73
47	0.40	1.48	0.001	0.60
48	0.40	1.88	0.001	0.60
49	0.40	3.14	0.001	0.50
50	0.40	4.39	0.001	0.99
51	0.40	2.62	0.002	1.30
52	0.40	2.60	0.003	1.49
53	0.40	2.11	0.004	1.72
54	0.40	2.49	0.004	1.80
55	0.74	1.26	0.006	3.19
56	0.74	1.70	0.006	3.19
57	0.74	1.75	0.006	3.35
58	0.72	1.31	0.009	3.82
59	0.72	1.54	0.009	3.82
60	0.72	1.26	0.009	3.82
61	0.82	1.27	0.004	3.00
62	0.83	1.60	0.004	2.95
63	0.83	1.93	0.004	2.95

- Suite du tableau 7.19 (a) -

i	CAi (FB)	CEi (FB)	CPi (FB)	CCi (FB)	CTi (FB)
1	33748	33548	0	0	67296
2	25311	29597	0	0	54909
3	25311	29778	0	0	55090
4	19552	18063	0	0	37615
5	25681	24649	0	0	50331
6	26537	30210	0	0	56747
7	11128	13487	0	0	24616
8	43230	44440	0	0	87670
9	22257	20958	0	0	43216
10	25311	24794	0	0	50105
11	25311	24962	0	0	50273
12	23624	24556	0	0	48180
13	29108	28490	0	0	57598
14	30251	26165	0	0	56416
15	31481	27135	0	0	58617
16	26404	25369	0	0	51773
17	48745	52501	0	0	101247
18	32497	35175	0	0	67672
19	35036	35369	0	0	70405
20	36559	43324	0	0	79883
21	33005	42349	0	0	75354
22	29958	52244	0	0	82202
23	27420	25472	0	0	52892
24	35689	40454	0	0	76143
25	35604	48533	0	0	84138
26	35435	46357	0	0	81793
27	29951	38482	0	0	68434
28	37545	72139	0	0	109684
29	18139	27110	0	0	45250
30	17717	18403	0	0	36121
31	39654	36011	0	0	75666
32	27842	28903	0	0	56745
33	22780	24280	0	0	47061
34	22780	33325	0	0	56106
35	18139	21314	0	0	39453
36	11812	12855	0	0	24667
37	32904	47215	0	0	80120
38	16874	16436	0	0	33311
39	16874	16350	0	0	33224

- Tableau 7.19 (b) -

40	24986	37935	0	0	62921
41	51601	36694	0	0	88296
42	33937	24052	0	0	57990
43	43209	29788	0	0	72997
44	20249	18350	0	0	38599
45	27420	33512	0	0	60933
46	35857	78150	0	0	114008
47	29361	29622	0	0	58983
48	33495	41088	0	0	74583
49	56528	114350	0	0	170879
50	26998	81074	0	0	108073
51	51466	86006	0	0	137473
52	44716	74335	0	0	119052
53	25733	34952	0	0	60685
54	26576	42184	0	0	68761
55	56928	34972	0	0	91900
56	58488	44002	0	0	102490
57	37432	28787	0	0	66219
58	59821	38830	0	0	98652
59	59821	43107	0	0	102929
60	59821	37860	0	0	97682
61	70349	39132	0	0	109482
62	80627	51479	0	0	132107
63	47264	34552	0	0	81816
Coût total d'achat: FCA=2,149,919 FB					
Coût total d'excavation: FCE=2,355,642 FB					
Coût total de pavage: FCP= 0 FB					
Coût total de criblure: FCC= 0 FB					

- Suite du tableau 7.19 (b) -

i	D (m)	ni	CAi (FB)	CEi (FB)	CPi (FB)	CCi (FB)	CTi (FB)
1	0.75	0.015	65050	42464	0	0	107514
2	0.75	0.015	48787	36824	0	0	85612
3	0.75	0.015	48787	37026	0	0	85814
4	0.75	0.015	37403	22960	0	0	60364
5	0.75	0.015	48787	31086	0	0	79874
6	0.75	0.015	50413	37427	0	0	87840
7	0.75	0.015	21141	16606	0	0	37748
8	0.75	0.015	82125	55635	0	0	137761
9	0.75	0.015	42282	26487	0	0	68769
10	0.75	0.015	48787	31434	0	0	80222
11	0.75	0.015	48787	31624	0	0	80412
12	0.75	0.015	45535	30931	0	0	76466
13	0.75	0.015	56105	36123	0	0	92229
14	0.75	0.015	51227	31532	0	0	82759
15	0.75	0.015	50413	31909	0	0	82323
16	0.75	0.015	42282	29590	0	0	71873
17	0.75	0.015	78060	60740	0	0	138800
18	0.75	0.015	52040	40681	0	0	92721
19	0.75	0.015	56105	41106	0	0	97212
20	0.75	0.015	58545	49800	0	0	108345
21	0.75	0.015	52853	48429	0	0	101282
22	0.75	0.015	47974	58671	0	0	106645
23	0.75	0.015	52853	32487	0	0	85340
24	0.75	0.015	68790	50493	0	0	119283
25	0.75	0.015	68627	59479	0	0	128107
26	0.75	0.015	68302	57037	0	0	125340
27	0.75	0.015	57732	47430	0	0	105163
28	0.75	0.015	72368	85787	0	0	158156
29	0.75	0.015	34964	32942	0	0	67906
30	0.75	0.015	34151	23183	0	0	57335
31	0.75	0.015	76434	46048	0	0	122482
32	0.75	0.015	53666	36412	0	0	90078
33	0.75	0.015	43908	30502	0	0	74411
34	0.75	0.015	43908	40573	0	0	84482
35	0.75	0.015	34964	26505	0	0	61469
36	0.75	0.015	22767	16114	0	0	38881
37	0.75	0.015	63423	57587	0	0	121011
38	0.75	0.015	32525	20852	0	0	53377
39	0.75	0.015	32525	20754	0	0	53279
40	0.75	0.015	45535	44983	0	0	90518

- Tableau 7.20 -

41	1.00	0.014	87967	43821	0	0	131789
42	1.00	0.014	57559	28673	0	0	86232
43	1.00	0.014	71677	35275	0	0	106953
44	0.75	0.015	39030	23470	0	0	62500
45	0.75	0.015	52853	41509	0	0	94362
46	0.75	0.015	69115	92020	0	0	161136
47	0.75	0.015	56593	37434	0	0	94028
48	0.75	0.015	64562	50874	0	0	115436
49	0.75	0.015	108959	135427	0	0	244386
50	0.75	0.015	52040	93314	0	0	145354
51	0.75	0.015	99201	103479	0	0	202681
52	0.75	0.015	86191	89478	0	0	175669
53	0.75	0.015	49600	42849	0	0	92450
54	0.75	0.015	51227	50982	0	0	102209
55	1.00	0.014	104444	42739	0	0	147183
56	1.00	0.014	107305	52799	0	0	160104
57	1.00	0.014	68675	34477	0	0	103153
58	1.00	0.014	114459	47998	0	0	162457
59	1.00	0.014	114459	52745	0	0	167204
60	1.00	0.014	114459	46918	0	0	161377
61	1.00	0.014	110167	45353	0	0	155520
62	1.00	0.014	124474	58809	0	0	183283
63	1.00	0.014	72967	39143	0	0	112111
Coût total d'achat:				FCA=3918944	FB	COUT TOTAL DU	
Coût total d'excavation:				FCE=2847870	FB	PROJET	
Coût total de pavage:				FCP=	0	CT= 6,766,814	
Coût total de criblure:				FCC=	0	FB	

- Suite du tableau 7.20 -