

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche**  
**Ecole Nationale Supérieur Polytechnique**



Département électronique

**Projet de fin d'étude**  
**Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en électronique**

**Thème**

**Etude de méthodes de caractérisation  
diélectrique des matériaux et conception de  
nouvelles procédures de calcul**

Proposé et dirigé par :  
Pr .M.Trabelsi

Etudié par :  
Othmane Benilles

## *Remerciement*

*Je remercie très sincèrement mon promoteur monsieur M.TRABELSI, professeur à ENSP qui m'a aidé à faire ce travail, par ses précieux conseils, sa pertinente directive et son dévouement particulier. Sans ses nombreuses idées, ce travail n'aurait pas été ce qu'il est.*

*Je le remercie également pour m'avoir permis de faire les mesures dans le laboratoire d'hyperfréquence, et pour son intervention pour l'obtention des résultats souhaitables.*

*J'exprime mes remerciements à Mr A. Zerguerras président du jury et au membre R.Aksas, pour m'avoir fait l'honneur d'évaluer mon travail.*

*Je tiens à remercier également et plus particulièrement le chef de département de mécanique et tous les agents qui nous ont aidés à faire les mesures.*

*J'adresse finalement mes remerciements à tous les professeurs qui ont contribué directement ou indirectement à notre formation.*

*Dédicaces*

*A mes parents*

*A mon frère et mes sœurs*

*A mes oncles*

*A tous mes amis*

## ملخص

يهدف هذا العمل لدراسة تقنيات قياس الخصائص الكهربائية والمغناطيسية للمواد مثل السماحية و النفاذية. في البداية، قمنا بدراسة بعض الطرق اللا ترددية والتي أخذناها من المراجع. هذه الدراسة سمحة لنا بتحديد أسباب الإبهام في هذه القياسات. بعد ذلك، عرضنا طريقتين للقياس تعتمد الأولى على التنسيق بين معاملات التوزيع لعينتين متطابقتين إلا في الطول. أما الثانية، فنقوم على تحديد قيم ابتدائية لغرض حل المعادلة اللاخطية. و في الأخير، النتائج النظرية وبعض النتائج التطبيقية أظهرت توافق طريقتنا مع نتائج بعض الطرق المدروسة سابقاً.

**الكلمات المفتاحية :** السماحية المركبة، لا خطية، فاحص الشبكة، الإبهام، الطرق اللا ترددية.

## Résumé

Le but de ce travail est l'étude des techniques de caractérisation électrique et magnétique des matériaux comme la détermination de la permittivité complexe et la perméabilité. En premier lieu, nous avons étudié quelques méthodes non résonantes existant dans la littérature, ce qui nous a permis à identifier les sources de l'ambiguïté. Ensuite, nous avons proposé deux méthodes de calcul, la première est basée sur une combinaison des paramètres de répartition de deux échantillons identiques mais de longueurs différentes alors que la deuxième consiste à trouver un vecteur initial pour la résolution de l'équation transcendante. Finalement, la simulation et quelques mesures ont montré que nos résultats sont en bon accord avec ceux déjà publiés.

**Mots clés :** permittivité complexe, non linéaire, analyseur de réseau, ambiguïté, méthodes non résonantes.

## Abstract

The aim of this work is to study the techniques of the electric and magnetic characterization of materials such as determination of permittivity and permeability. Firstly, we are studied some Non resonant methods which exist in the literature, this study allow to us to identify the sours off ambiguity in these measurements. Then, we are proposed tow methods, which the first is based on the combination of the scattering parameters of tow identically samples except in the length. When, the second consist to assess an initial vector to resolve the transcendent equation. Finally, the simulation and some measure show that our results are agree with other results.

**Key word:** complex permittivity, non linear, network analyzer, ambiguity, non resonant methods.

## Liste des symboles

$\gamma_0$  : constante de propagation dans l'air

$\gamma$  : constante de propagation dans le matériau

L : longueur de l'échantillon

$L_1$  : position du premier plan de référence

$L_2$  : position du deuxième plan de référence

d : distance entre l'accès de sortie de l'échantillon et le plan de court circuit

$\vec{E}$  : champ électrique

$\vec{E}_T$  : champ électrique transversal

$\vec{E}_0$  : champ électrique à  $z = 0$

$\vec{H}$  : champ magnétique

$\vec{H}_T$  : champ magnétique transversal

$\vec{H}_0$  : champ électrique à  $z = 0$

$\lambda_g$  : longueur d'onde guidée

$\lambda_c$  : longueur d'onde de coupure

$\lambda$  : longueur d'onde dans un milieu indéfini

$\Delta$  : Laplacien

$\mu$  : perméabilité réelle

$\varepsilon$  : permittivité réelle

f : fréquence de travail

$f_c$  : fréquence de coupure

$\tilde{\varepsilon}_r$  : permittivité relative complexe

$\varepsilon'_r$  : partie réelle de la permittivité relative complexe

$\varepsilon''_r$  : partie imaginaire de la permittivité relative complexe

$\tilde{\mu}_r$  : perméabilité relative complexe

$\mu'_r$  : partie réelle de la perméabilité relative complexe

$\mu''_r$  : partie imaginaire de la perméabilité relative complexe

$\alpha$  : l'atténuation

$\beta$  : constante de phase

k : constante de phase dans un milieu indéfini

$k_0$  : constante de phase dans l'air

$k_c$  : constante de phase de coupure

$\tan\delta$  : constante de perte

$a$  : la première dimension du guide d'onde rectangulaire

$b$  : la deuxième dimension du guide d'onde rectangulaire

$V$  : tension

$I$  : courant

$J_{s1}$  : densité surfacique de courant dans le premier conducteur du câble coaxial

$J_{s2}$  : densité surfacique de courant dans le deuxième conducteur du câble coaxial

$Z_c$  : l'impédance caractéristique

$\eta$  : l'impédance d'onde du mode TEM dans le vide

$\rho$  : coefficient de réflexion

$\tau$  : coefficient de transmission

$\Gamma$  : coefficient de réflexion à la jonction

$T$  : coefficient de transmission normalisé

TE : transverse electric (champ électrique transversal)

TM : transverse magnetic (champ magnétique transversal)

TEM : transverse electric magnetic ((champ électrique-magnétique transversal)

$E_r$  : champ électrique réfléchi

$E_i$  : champ électrique réfléchi

$\theta$  : l'argument du coefficient de réflexion

$z$  : l'abscisse

$s$  : taux d'onde stationnaire (TOS)

$A_i$  : l'onde réfléchie par une charge à l'accès  $i$

$B_i$  : l'onde incidente vis-à-vis d'une charge à l'accès  $i$

$\Phi_d$  : le déphasage dû au guide d'onde vide

$F$  : la fréquence en GHz

$f$  : la fréquence en Hz

$\mathbf{T}$  : transformation homographique

$\angle$  : l'argument d'un nombre complexe

## Sommaire

<b>Introduction</b> .....	1
<b>Chapitre 1 : Généralités sur la caractérisation des matériaux</b> .....	3
1.1. Méthodes de mesure .....	3
1.1.1. Les méthodes résonnantes .....	3
1.1.2. Les méthodes non résonnantes .....	4
1.2. Caractérisation des matériaux .....	6
<b>Chapitre 2 : Les ondes guidées</b> .....	9
2.1. Equations de propagation guidée .....	9
2.2. Impédance d'onde – Longueur d'onde .....	10
2.3. Constante de propagation .....	11
2.4. Guide d'ondes rectangulaire .....	12
2.5. Ligne coaxial .....	13
2.6. Calcul des expressions des coefficients de transmission et de réflexion d'un guide d'onde rempli d'un matériau .....	14
<b>Chapitre 3 : Techniques de mesure en micro-ondes</b> .....	19
3.1. Mesure du coefficient de réflexion par la ligne de mesure .....	19
3.2. Mesure des coefficients de réflexion et de transmission à l'aide d'un Té hybride ou Té magique .....	21
3.2.1. Tés hybride et magique .....	21
3.2.2. Matrice de répartition S du Té magique .....	21
3.2.3. Mesure du coefficient de réflexion .....	23
3.2.4. Mesure du coefficient de transmission .....	24
3.3. Mesure des coefficients de réflexion et de transmission à l'aide d'un analyseur de réseaux .....	26
3.3.1. Composition de l'analyseur de réseaux .....	27
3.3.2. Mesure du coefficient de réflexion en mode manuel .....	29
3.3.2.1. Mesure du module du coefficient de réflexion .....	29
3.3.2.2. Mesure de la phase du coefficient de réflexion .....	31
3.3.3. Mesure du coefficient de transmission en mode manuel .....	31

3.3.3.1.	Mesure du module du coefficient de transmission .....	31
3.3.3.2.	Mesure de la phase du coefficient de transmission .....	32
3.4.	Autres méthodes de mesure des paramètres de répartition .....	33
3.4.1.	Méthode des trois points .....	33
3.4.2.	Méthode de quatre points .....	34
3.4.3.	Méthode de DESCHAMPS .....	35
<b>Chapitre 4 :</b>	<b>Méthodes de calcul des propriétés diélectriques d'un matériau .....</b>	<b>38</b>
4.1.	Première méthode .....	39
4.2.	Deuxième méthode .....	40
4.3.	Troisième méthode .....	41
4.4.	Quatrième méthode .....	44
<b>Chapitre 5 :</b>	<b>Nouvelles méthodes de calcul des propriétés diélectriques d'un matériau .....</b>	<b>49</b>
5.1.	Première méthode.....	49
5.1.1.	formulation.....	49
5.1.2.	Simulation.....	51
5.1.3.	Mise en œuvre.....	54
5.1.3.1.	Première approche .....	54
5.1.3.2.	Deuxième approche .....	55
5.1.4.	Application.....	56
5.2.	Deuxième méthode.....	62
<b>Chapitre 6 :</b>	<b>Les mesures .....</b>	<b>66</b>
6.1.	Banc de mesure classique.....	66
6.2.	Analyseur de réseaux automatique HP 8408 B.....	67
6.3.	Mesures .....	68
<b>Conclusion</b> .....		<b>75</b>
<b>Annexe A</b> .....		<b>77</b>
<b>Annexe B</b> .....		<b>81</b>
<b>Références bibliographiques</b> .....		<b>86</b>

## Introduction

La caractérisation des matériaux est une nécessité absolue dans beaucoup de domaines tels que l'industrie en général et celle liée à la fabrication de matériaux en particulier, l'agroalimentaire, la biologie et la médecine. En outre, la technologie des micro-ondes exige une connaissance précise sur les propriétés électromagnétiques des matériaux aux fréquences micro-ondes puisque les communications en hyperfréquence jouent des rôles de plus en plus importants dans le domaine militaire, industriel, et la vie civile [1]. Généralement, la caractérisation des matériaux relève de certaines techniques de mesure associées à des procédures de calcul.

La caractérisation à laquelle nous nous intéressons se rapporte à la connaissance des propriétés électriques des matériaux sous n'importe quelle forme. Ces propriétés électriques sont généralement exprimées par la permittivité complexe et la perméabilité complexe du matériau, dont la sensibilité aux très hautes fréquences est très perceptible ; ce qui justifie l'utilisation des micro-ondes pour caractériser un matériau. Placé à l'intérieur d'un guide d'onde métallique ou d'un câble coaxial, le matériau se présente donc comme un quadripôle. Considéré comme tel, ses paramètres électriques à mesurer en micro-onde sont par conséquent les coefficients de réflexion et de transmission qui sont décrits par des équations transcendentes en fonction de la permittivité et de la perméabilité. Les solutions de ces équations sont multiples, ce qui veut dire que si le vecteur initial, nécessaire pour la résolution de ces équations, n'est pas bien évalué on aboutira alors à des valeurs erronées de la permittivité et de la perméabilité. C'est cette problématique qui a suscité l'intérêt d'un certain nombre de chercheurs en les exhortant à développer des procédures plus ou moins simples pour obtenir des évaluations initiales et des solutions non ambiguës pour les paramètres de diélectriques. Cette problématique continue encore à intéresser les chercheurs puisqu'un article récent vient d'être publié [1], ce qui dénote d'une part de l'importance du sujet et d'autre part des perspectives de nouvelles procédures qui restent encore intactes.

Pour notre part, nous avons conçu une méthode ou procédure qui aboutit, par un calcul judicieux, à des équations linéaires ne nécessitant donc pas un vecteur initial et levant aussi l'ambiguïté propre aux solutions.

Pour valider notre méthode, nous l'avons appliquée à des matériaux dont les propriétés électriques avaient été établies et les résultats obtenus sont conformes.

Ce travail comporte les chapitres suivants :

Dans le premier chapitre, nous présentons les principes généraux de la caractérisation diélectrique des matériaux et la problématique générée par cette même caractérisation. Nous y trouvons les méthodes de mesure résonnantes et non résonnantes ainsi que les procédures de calcul développées par les chercheurs.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude de la propagation des ondes dans les guides (rectangulaire et coaxial). Nous y introduisons une analyse des champs électromagnétiques dans trois couches superposées et constituées de deux matériaux différents afin d'évaluer les coefficients de transmission et de réflexion. C'est à partir de ces coefficients que nous pouvons déduire les paramètres électriques (permittivité et perméabilité) d'un matériau.

Dans le troisième chapitre, nous décrivons quelques techniques de mesure des coefficients de transmission et de réflexion dans le domaine des micro-ondes, recourant soit à la ligne de mesure et le té magique, soit à l'analyseur de réseaux automatique.

Dans le quatrième chapitre, nous présentons quatre approches proposées dans la littérature pour l'évaluation des caractéristiques électriques des matériaux.

Au cinquième chapitre, nous proposons deux nouvelles méthodes (ou procédures) pour la détermination de la permittivité complexe d'un matériau non magnétique. La mise en œuvre de ces méthodes est effectuée sous MATLAB. Pour tester et valider ces méthodes, nous confrontons les résultats obtenus par notre méthode à ceux déjà publiés dans les revues spécialisées dans ce domaine.

Le sixième chapitre est consacré à la mesure des propriétés diélectriques du mortier et d'un certain type de fromage.

Nous clôturons nos travaux par une conclusion générale.

## **Généralités sur la caractérisation des matériaux**

La connaissance des caractéristiques des matériaux comme la permittivité complexe, la perméabilité complexe et la conductivité est nécessaire dans l'industrie agroalimentaire, la biologie, la médecine, l'agriculture, la production des matériaux et aussi dans les télécommunications ...etc. Pour ces raisons, de nombreuses techniques de caractérisation de matériaux en micro-onde furent développées, chacune avec ses avantages et ses inconvénients. Ces techniques de caractérisation englobent une méthode de mesure et une procédure de calcul. [1]

Dans le domaine des micro-ondes, les méthodes liées à ce type de mesure sont en général : les méthodes résonnantes et les méthodes non résonnantes (transmission, réflexion ouvert, réflexion court-circuité, transmission / réflexion). [2]

### **1.1. Méthodes de mesure**

#### **1.1.1. Les méthodes résonnantes**

Pour les méthodes résonnantes, le diélectrique sous test, l'échantillon, joue le rôle d'un résonateur dans un circuit de mesure. La constante diélectrique et le coefficient de perte sont déterminés à partir de la fréquence de résonance et le facteur de qualité. La figure (Fig.1.1) montre la configuration la plus utilisée dans cette méthode [2].

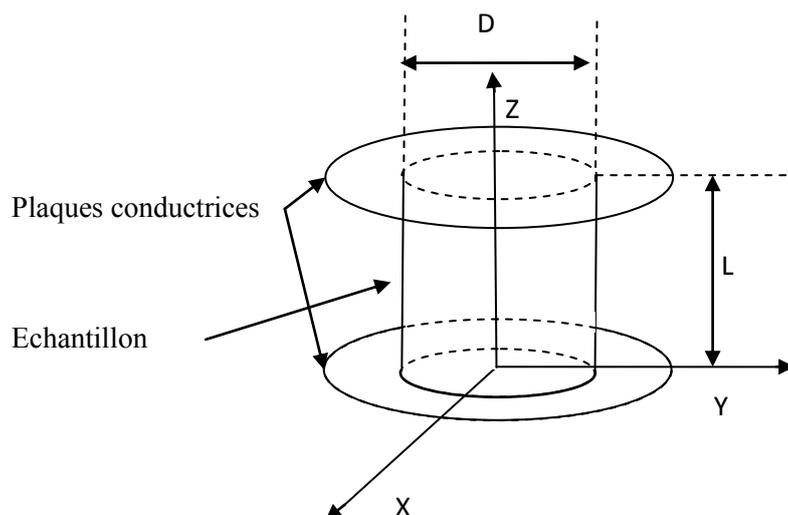


Fig.1.1 : Résonateur constitué de l'échantillon sous test

### 1.1.2. Les méthodes non résonnantes

Dans les méthodes non résonnantes, les caractéristiques des matériaux sont déterminées à partir de la vitesse et l'impédance d'onde électromagnétique qui traverse le milieu sous test. En effet, lorsqu'une onde électromagnétique traverse un milieu vers un autre, les deux paramètres de l'onde changent brusquement (impédance et vitesse), c'est le raison pour laquelle une partie de l'onde incidente sera réfléchi, l'autre partie sera évidemment transmise vers le deuxième milieu. Donc, la mesure de l'onde réfléchi et celle de l'onde transmise nous renseignent sur la relation entre les caractéristiques de ces deux milieux. En général, le premier milieu est toujours de l'air qui est pris comme référence [2].

La méthode non résonante inclut trois variantes principales :

- a) la méthode de transmission est basée sur la mesure du coefficient de transmission uniquement [3];
- b) la méthode de transmission / réflexion (T/R) basée sur la mesure de tous les paramètres de répartition [4];
- c) la méthode de réflexion est basée sur la mesure du coefficient de réflexion uniquement. Cette méthode peut être utilisée avec une terminaison ouverte ou court-circuitée [3].

Les trois variantes utilisent différentes structures de guidage des ondes (généralement les guides d'ondes rectangulaires ou les lignes coaxiales) dans le but de diriger l'énergie électromagnétique incidente vers l'échantillon, et collecter les ondes réfléchies ou transmises à travers le matériau sous test (Fig.1.2).

La méthode (T/R) considère l'échantillon comme un quadripôle dont on mesure les paramètres de répartition (Fig.1.2). Par contre, la méthode de réflexion prend l'échantillon comme un dipôle, court-circuité ou chargé par une réactance, dont on mesure le coefficient de réflexion en entrée (Fig.1.3) [4].

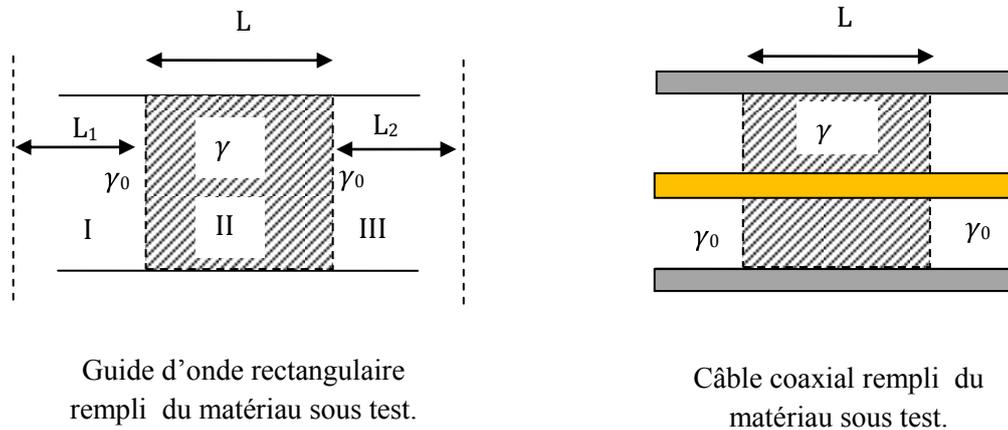


Fig.1.2 : Guide d'onde rempli du matériau sous test (Méthode de mesure (T/R)).

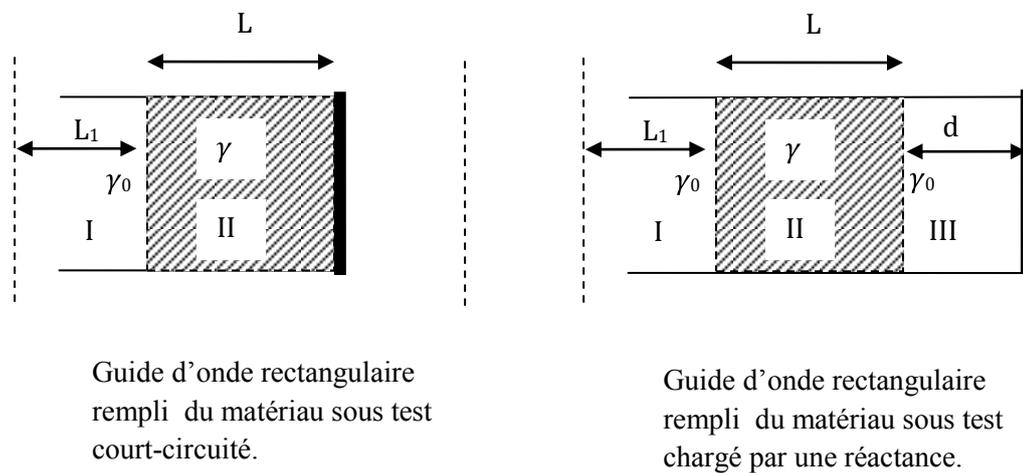


Fig.1.3 : Guide d'onde rempli du matériau sous test (Méthode de mesure de réflexion).

## 1.2. Caractérisation des matériaux

La méthode de transmission / réflexion (T/R) est actuellement largement employée comme technique de mesure à large bande pour la caractérisation des matériaux [1], en raison de sa simplicité relative d'une part, et du développement de l'analyseur de réseau automatique, comme instrument de mesure d'autre part. En réalité, la plupart des chercheurs privilégie la mesure du coefficient de transmission à celle du coefficient de réflexion en raison surtout des incertitudes de l'argument de ce dernier, ce qui rend cette méthode partiellement utilisée.

Les paramètres mesurés sont les coefficients de transmission et de réflexion dont les expressions sont des équations transcendantes par rapport à la permittivité et à la perméabilité du matériau, dont la résolution peut aboutir à des solutions multiples. Du fait que les équations soient transcendantes et les solutions multiples, la détermination des racines devient par conséquent une problématique réelle que bon nombre de chercheurs, chacun à sa manière, se sont attelés à résoudre.

Résultat, cette méthode de mesure ne peut donc à elle seule permettre la détermination de ces deux caractéristiques, et pour y parvenir plusieurs chercheurs ont développé des méthodes de calcul aussi différentes que variées. Ces méthodes, associées à la méthode (T/R), établissent principalement des procédures ou algorithmes pour obtenir des évaluations initiales et des solutions non ambiguës pour les paramètres diélectriques.

John Ness [5] propose une méthode basée sur des techniques de transmission avec des procédures simples pour la détermination du vecteur initial, composé de la permittivité et des pertes du matériau, en prenant des valeurs particulières de l'argument du coefficient de transmission et celles des fréquences correspondantes.

James A. R. Ball, et Brendan Horsfield [6] présentent une méthode itérative qui est, en réalité, une modification de la méthode de John Ness. Elle consiste d'abord à évaluer le vecteur initial en notant trois fréquences consécutives pour lesquelles la phase du coefficient de transmission est un multiple de  $90^\circ$ , celle-ci est facilement repérée grâce aux marqueurs de l'analyseur de réseau, ensuite à résoudre par une technique itérative l'équation donnant le coefficient de transmission.

Par contre la méthode, développée par James Baker-Jarvis et al, traite le problème différemment, puisqu'elle utilise un système d'équations où les inconnues

sont, outre les paramètres électriques du matériau, la longueur de l'échantillon et les positions de plan de référence de calibration. [4]

Nicolson et Ross, et Weir ont mis en œuvre des procédures de calcul dans les domaines temporel et fréquentiel, dont l'objectif est de combiner, d'une manière appropriée, les paramètres de répartition pour arriver finalement à une équation explicite de la permittivité et la perméabilité en fonction des paramètres de répartition. Cette méthode n'est pas adaptée dans le cas des matériaux à faibles pertes avec une longueur de l'échantillon égale un multiple de demi-longueur d'onde. Pour résoudre ce problème, on doit alors utiliser une longueur de l'échantillon inférieure à la demi-longueur d'onde. Malheureusement, cette solution augmente l'incertitude de mesure pour certains cas [4].

Stuchly et Matuszewski ont proposé une méthode proche de celle de Nicolson et Ross, caractérisée par deux équations explicites de la permittivité. L'une de ces deux équations donne une solution ambiguë et l'autre pose les mêmes problèmes que celle de Nicolson et Ross pour les matériaux à faibles pertes. Ligthardt a présenté une méthode où les mesures s'effectuent avec une ligne de transmission court-circuitée. Mais l'approche de Ligthardt reste valable surtout pour les matériaux à grande perte [4].

Un autre problème, d'ordre pratique, est celui qui consiste à transposer les valeurs mesurées des paramètres de répartition au plan d'accès du matériau. En effet, cette transformation nécessite la connaissance exacte de la position du matériau à l'intérieur du guide d'onde, ce qui peut être difficile pour certains cas. Plusieurs chercheurs se sont intéressés à ce problème en établissant des équations indépendantes du plan de référence et aussi à la longueur de l'échantillon comme Alschuler, Harris, et Scott [4].

Nous pouvons ajouter deux autres problèmes importants. D'abord, en ce qui concerne les matériaux à faibles pertes des fluctuations indésirables évidemment peuvent apparaître lors des mesures. Ces fluctuations résultent de l'incertitude de l'argument du coefficient de réflexion, quand l'épaisseur du matériau est un multiple d'une demi-longueur d'onde dans le guide. Plusieurs techniques itératives et non itératives ont été développées pour solutionner ce problème. Boulanger-Jarvis et al ont utilisé la régression non linéaire. Une autre technique emploie des amplitudes complexes des paramètres pour supprimer les ondulations. Cependant, les deux dernières techniques ne sont pas appropriées aux matériaux dispersifs [1].

Le deuxième problème est la production de solutions multiples pour des matériaux épais, et dispersifs. Pour résoudre cette ambiguïté, des solutions ont été apportées, mais qui ne sont pas efficaces pour les matériaux dispersifs [1].

## Les ondes guidées

Comme les supports utilisés dans les mesures des propriétés diélectriques d'un matériau sont les guides métalliques creux et la ligne coaxiale, il est, par conséquent, normal d'étudier les grandeurs caractéristiques de ces supports. Nous devons surtout étudier les grandeurs liées aux propriétés diélectriques du matériau remplissant ces supports, en l'occurrence la constante de propagation et l'impédance d'onde du milieu.

### 2.1. Equations de propagation guidée [7]

La structure (Fig.2.1), appelée guide d'ondes, permet la propagation d'une onde électromagnétique suivant l'axe oz.

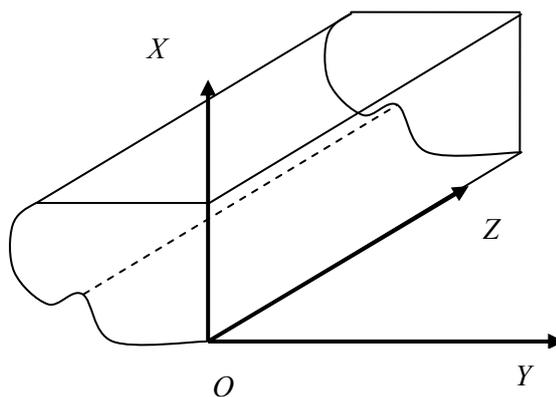


Fig.2.1 : Guide d'ondes quelconque

Dans le cas d'un guide indéfini parcouru par une onde progressive, l'onde sera de la forme :

➤ Pour le champ électrique :

$$\vec{E} = \vec{E}_0(x, y)e^{-j\frac{2\pi Z}{\lambda_g}} \quad (2.1)$$

➤ Pour le champ magnétique :

$$\vec{H} = \vec{H}_0(x, y)e^{-j\frac{2\pi Z}{\lambda_g}} \quad (2.2)$$

Où  $\vec{E}_0(x, y)$  et  $\vec{H}_0(x, y)$  représentent les amplitudes des champs dans une section droite.

Les champs peuvent s'écrire :

$$\vec{E} = \vec{E}_T + E_Z\vec{u} \quad (2.3)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_T + H_Z \vec{u} \quad (2.4)$$

où  $\vec{E}_T$  et  $\vec{H}_T$  sont les composantes transversales des champs et  $\vec{u}$  le vecteur unité de Oz. On peut montrer que les vecteurs transversaux  $\vec{E}_T$  et  $\vec{H}_T$  s'expriment linéairement par rapport aux scalaires  $E_Z$  et  $H_Z$  :

$$\vec{E}_T = \frac{j \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{u} \wedge \overrightarrow{\text{grad}} H_Z) - j \frac{2\pi}{\lambda_g} \overrightarrow{\text{grad}} E_Z}{a\pi^2 \left( \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_g^2} \right)} \quad (2.5)$$

$$\vec{H}_T = \frac{j \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{u} \wedge \overrightarrow{\text{grad}} E_Z) - j \frac{2\pi}{\lambda_g} \overrightarrow{\text{grad}} H_Z}{a\pi^2 \left( \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_g^2} \right)} \quad (2.6)$$

Ces expressions montrent que  $\vec{E}_T$  et  $\vec{H}_T$  peuvent résulter de deux ondes appelées TE (Transverse Electric :  $E_Z=0$ ) et TM (Transverse Magnetic :  $H_Z=0$ ).

Donc, il suffit de connaître  $E_Z$  et  $H_Z$  pour déterminer les autres composantes du champ électromagnétiques. Après quelques calculs, il vient :

$$\Delta E_Z + 4\pi^2 \left( \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_g^2} \right) E_Z = 0 \quad (2.7a)$$

$$\Delta H_Z + 4\pi^2 \left( \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_g^2} \right) H_Z = 0 \quad (2.7b)$$

Les équations (2.7a) et (2.7b) sont les équations de propagation guidée par la structure, le long de Oz,  $\lambda_g$  est la longueur d'onde mesurée suivant Oz. Elles indiquent qu'il y a propagation à condition que le terme entre crochet soit positif.

## 2.2. Impédance d'onde – Longueur d'onde [7]

Pour l'onde TE, l'impédance d'onde s'écrit :

$$Z_{OTE} = \frac{E_T}{H_T} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{\lambda_g}{\lambda} \quad (2.8)$$

Et pour l'onde TM :

$$Z_{OTM} = \frac{E_T}{H_T} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{\lambda_g}{\lambda} \quad (2.9)$$

En posant :

$$\frac{1}{\lambda_c^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_g^2} \quad (2.10)$$

La solution est obtenue si  $\lambda_c$  (longueur d'onde de coupure) est réel, c'est à dire :  $\lambda < \lambda_c$  ou bien la fréquence  $f$  supérieure à  $f_c$  (fréquence de coupure). La longueur d'onde dans le guide est :

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}} \quad (2.11)$$

### 2.3. Constante de propagation [8]

Comme l'onde se propage dans le milieu diélectrique remplissant le guide d'onde ou la ligne, la constante de propagation va évidemment dépendre des caractéristiques électriques de ce milieu. Le milieu diélectrique qui présente des pertes est caractérisé par une permittivité relative complexe s'écrivant sous la forme :  $\tilde{\epsilon}_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r''$  et une perméabilité réelle  $\mu = \mu_0$  (non ferromagnétique). Donc, la constante de propagation  $\gamma$  devient complexe et s'écrit:

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (2.12)$$

Compte tenu de la relation (2.10), la constante de propagation va s'exprimer :

$$\gamma^2 = k_c^2 - k_0^2 \tilde{\epsilon}_r \quad (2.13)$$

$$\text{Avec : } k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 = \left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^2, \quad k_c = \frac{2\pi}{\lambda_c}, \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda_g}$$

On cherche à exprimer les constantes  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction de la permittivité complexe. Pour cela, on utilise les relations (2.12) et (2.13), on trouve :

$$(\alpha + j\beta)^2 = k_c^2 - k_0^2(\epsilon_r' - j\epsilon_r'')$$

Si on sépare la partie réelle et la partie imaginaire, on aura :

$$\alpha^2 - \beta^2 = k_c^2 - k_0^2 \epsilon_r' \quad (2.14)$$

$$2\alpha\beta = k_0^2 \epsilon_r'' \quad (2.15)$$

D'autre part, on peut écrire  $\alpha^2 + \beta^2$  sous la forme suivante :

$$\alpha^2 + \beta^2 = \mp \sqrt{(\alpha^2 - \beta^2)^2 + (2\alpha\beta)^2}$$

On doit choisir le signe moins (-) pour vérifier la relation (2.16) dans le cas où  $\alpha = 0$  et  $\epsilon_r'' = 0$  :

$$(j\beta)^2 = k_c^2 - k_0^2 \epsilon_r' \quad (2.16)$$

Donc

$$\alpha^2 + \beta^2 = -\sqrt{(k_c^2 - k_0^2 \epsilon_r')^2 + (k_0^2 \epsilon_r'')^2} \quad (2.17)$$

Par des opérations d'addition et de soustraction des expressions (2.14) et (2.17), on trouve :

$$\alpha^2 = \frac{1}{2} \left\{ (k_c^2 - k_0^2 \epsilon_r') - \left( (k_c^2 - k_0^2 \epsilon_r')^2 + (k_0^2 \epsilon_r'')^2 \right)^{1/2} \right\} \quad (2.18)$$

$$\beta^2 = \frac{1}{2} \left\{ - (k_c^2 - k_0^2 \epsilon_r') - \left( (k_c^2 - k_0^2 \epsilon_r')^2 + (k_0^2 \epsilon_r'')^2 \right)^{1/2} \right\} \quad (2.19)$$

En général, on exprime les pertes par  $\tan \delta$  telles que :

$$\tan \delta = \frac{\epsilon_r''}{\epsilon_r'}$$

Donc,  $\beta$  peut s'exprimer comme suit :

$$\beta = \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{4\pi^2 \epsilon_r}{\lambda_0^2} - \frac{4\pi^2}{\lambda_c^2} - 4\pi^2 \left[ \left( \frac{1}{\lambda_c^2} - \frac{\epsilon_r}{\lambda_0^2} \right)^2 + \epsilon_r^2 \frac{\tan^2 \delta}{\lambda_0^4} \right]^{1/2} \right) \right\}^{1/2} \quad (2.20)$$

A partir de la relation (2.15) on peut écrire  $\alpha$  en fonction de  $\beta$  :

$$\alpha = \frac{k_0^2 \epsilon_r' \tan \delta}{2\beta} \quad (2.21)$$

## 2.4. Guide d'ondes rectangulaire [7]

La section droite de ces guides est un rectangle de côtés  $a$  et  $b$  (Fig.2.2) avec  $a$  généralement supérieur à  $b$ .

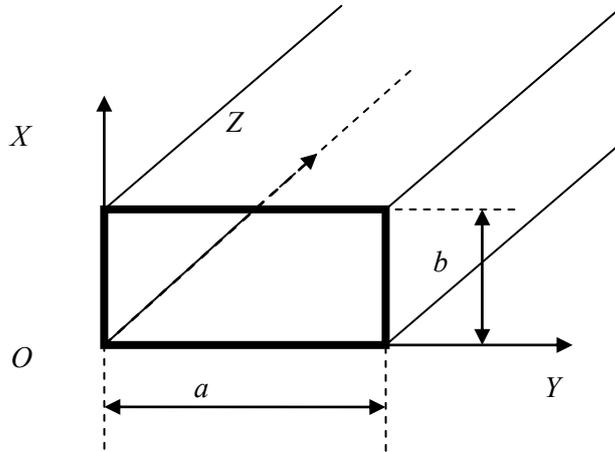


Fig.2.2 : Guide d'ondes rectangulaire

La longueur d'onde de coupure pour le guide est :

$$\frac{1}{\lambda_c^2} = \left( \frac{m}{2a} \right)^2 + \left( \frac{n}{2b} \right)^2 \quad (2.22)$$

On désigne les ondes par la notation  $TE_{mn}$  et l'onde fondamentale (ou mode fondamental) est l'onde qui a la fréquence de coupure la plus petite, c'est à dire l'onde  $TE_{10}$  ( $m=1, n=0$ ).

Comme les mesures des propriétés diélectriques d'un matériau s'effectuent avec l'onde TE<sub>10</sub>, il est donc normal de s'intéresser particulièrement aux caractéristiques de cette onde, à savoir :

- l'impédance d'onde :  $Z_{OTE} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon(1-(\lambda/\lambda_c)^2)}}$
- la constante de propagation :  $\alpha = \frac{2\pi\varepsilon_r' \tan \delta}{\lambda_0^2 \beta}$

et

$$\beta = \left\{ \frac{1}{2} \left[ \frac{4\pi^2 \varepsilon_r}{\lambda_0^2} - \frac{\pi^2}{a^2} - 4\pi^2 \left[ \left( \frac{1}{4a^2} - \frac{\varepsilon_r}{\lambda_0^2} \right)^2 + \varepsilon_r^2 \frac{\tan^2 \delta}{\lambda_0^4} \right]^{1/2} \right] \right\}^{1/2}$$

(2.23)

$$\alpha = \left\{ \frac{1}{2} \left[ -\frac{4\pi^2 \varepsilon_r}{\lambda_0^2} + \frac{\pi^2}{a^2} - 4\pi^2 \left[ \left( \frac{1}{4a^2} - \frac{\varepsilon_r}{\lambda_0^2} \right)^2 + \varepsilon_r^2 \frac{\tan^2 \delta}{\lambda_0^4} \right]^{1/2} \right] \right\}^{1/2}$$

(2.24)

## 2.5. Ligne coaxial [2] [9]

La ligne coaxiale (Fig.2.3) est composée d'un conducteur extérieur de rayon  $b$ , d'un conducteur intérieur de rayon  $a$ , et d'un diélectrique. Les rayons  $a$  et  $b$  sont généralement très faibles devant la longueur d'onde  $\lambda$  ( $b \ll \lambda$ ).

Avec la ligne coaxiale, les mesures étant faites en mode TEM, on doit alors présenter seulement les paramètres utilisés à savoir l'impédance caractéristique et la constante de propagation valables pour ce mode.

Il s'y propage essentiellement l'onde TEM (Transverse Electric Magnetic).

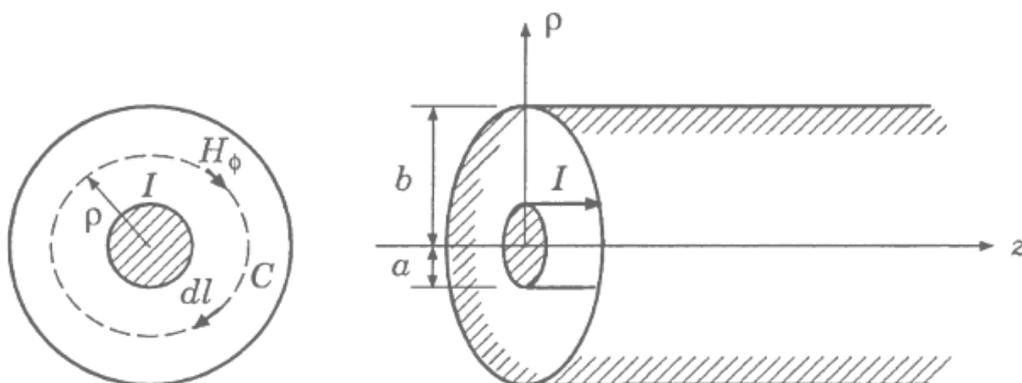


Fig.2.3 : câble coaxial.

Donc la propagation se fait selon l'axe  $oz$ , avec un champ électrique radial et un champ magnétique tangential. On peut calculer la circulation du champ électrique pour une position donnée ( $z$  fixé) à l'aide de l'expression suivante :

$$\begin{aligned} V(z) &= \int_{\text{conducteur interieur}}^{\text{conducteur exterieur}} E_0 \cdot dl \\ &= \exp(-jkz) \int_{\text{conducteur interieur}}^{\text{conducteur exterieur}} -grad \phi \cdot dl \\ &= A \ln \frac{b}{a} \exp(-jkz) \end{aligned} \quad (2.25)$$

De la même manière, on peut calculer les intensités  $I_1$  et  $I_2$  associées aux courants surfaciques  $j_{s1}$  et  $j_{s2}$  qui circulent respectivement dans les conducteur intérieur et extérieur. On trouve :

$$I_1(z) = 2\pi a j_{s1} = \frac{2\pi}{\eta} A \exp(-jkz) \quad (2.26a)$$

$$I_2(z) = 2\pi b j_{s2} = \frac{-2\pi}{\eta} A \exp(-jkz) \quad (2.26b)$$

On définit alors l'impédance caractéristique du câble coaxial par :

$$Z_c = \frac{V(z)}{I(z)} = \frac{\eta}{2\pi} \ln \frac{b}{a} = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a} \quad (2.27)$$

Pour trouver la constante de propagation, il suffit de remplacer dans les expressions (2.20)  $\lambda_c$  par l'infini et on obtient :

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left\{ \frac{\epsilon_r}{2} [-(1 + \tan^2 \delta)^{1/2} - 1] \right\}^{1/2}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left\{ \frac{\epsilon_r}{2} [-(1 + \tan^2 \delta)^{1/2} + 1] \right\}^{1/2}$$

## 2.6. Calcul des expressions des coefficients de transmission et de réflexion d'un guide d'onde rempli d'un matériau

Nous allons, dans ce paragraphe, établir les expressions des éléments  $S_{11}$  et  $S_{21}$  de la matrice de répartition d'un tronçon de guide d'onde remplie par un matériau de permittivité relative complexe  $\tilde{\epsilon}_r$  et de perméabilité  $\mu$ .

Pour cela, il existe plusieurs méthodes d'analyse ; celle que nous choisissons décrit la distribution des champs électromagnétique dans les différentes régions du guide d'onde. Dans le cas de la mesure des propriétés électriques, le guide d'onde est constitué de trois régions (Fig.2.4) :

- région I : guide d'onde rempli d'air, de longueur  $L_1$  et de constante de propagation  $\gamma_0$ ;
- région II : guide d'onde rempli du matériau à tester, de longueur  $L$  et de constante de propagation  $\gamma$ ;
- région III : guide d'onde rempli d'air, de longueur  $L_2$  et de constante de propagation  $\gamma_0$ .

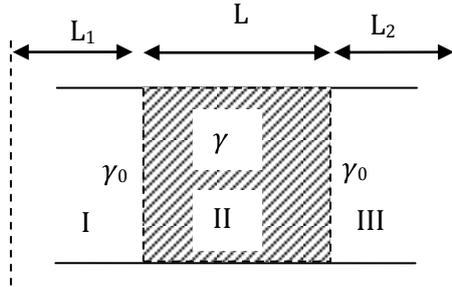


Fig.2.4: Guide d'onde rectangulaire rempli du matériau à tester.

Les expressions générales du champ électrique dans les trois régions sont données par les relations suivantes [2] :

$$E_I = \exp(-\gamma_0 x) + C_1 \exp(\gamma_0 x) \quad (2.28)$$

$$E_{II} = C_2 \exp(-\gamma x) + C_3 \exp(\gamma x) \quad (2.29)$$

$$E_{III} = C_4 \exp(-\gamma_0 x) + C_5 \exp(\gamma_0 x) \quad (2.30)$$

Par souci de simplification, nous imposons à l'amplitude du champ électrique incident dans la région I la valeur unité.

Compte tenu de la relation (2.13), nous obtenons :

$$\gamma = j \sqrt{\frac{\omega^2 \tilde{\mu}_r \tilde{\epsilon}_r}{c_{vide}^2} - \left(\frac{2\pi}{\lambda_c}\right)^2} \quad (2.31)$$

$$\gamma_0 = j \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_{air}}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda_c}\right)^2} \quad (2.32)$$

avec :

$$\epsilon = [\epsilon_r' - j\epsilon_r'']\epsilon_0 = \tilde{\epsilon}_r \epsilon_0 \quad (2.33)$$

$$\mu = [\mu_r' - j\mu_r'']\mu_0 = \tilde{\mu}_r \mu_0 \quad (2.34)$$

$$j = \sqrt{-1}$$

$C_{vide}$  et  $C_{air}$  sont respectivement la vitesse de la lumière dans le vide et dans l'air,  $\omega$  est la fréquence angulaire,  $\epsilon_0$  et  $\mu_0$  sont la permittivité et la perméabilité du vide,  $\tilde{\epsilon}_r$  et  $\tilde{\mu}_r$  sont la permittivité complexe relative et la perméabilité complexe

relative du matériau,  $\gamma_0$  et  $\gamma$  sont respectivement les constantes de propagation dans l'air et dans le matériau.

Remarque : le terme  $\exp(j\omega t)$  n'apparaît pas dans les expressions du champ et ce dans le but de simplifier les équations.

Les constantes  $C_i$  sont déterminées à partir des conditions aux limites, c'est-à-dire de la continuité de la composante tangentielle du champ électrique à la surface de séparation entre les deux milieux. En supposant qu'il n'y a pas une génération de courant surfacique, nous pouvons introduire aussi la continuité de la composante tangentielle du champ magnétique (équations 2.37 et 2.38). Nous rappelons que les composantes du champ magnétique peuvent être déterminées à partir des équations de Maxwell. En considérant uniquement les composantes tangentielles de champ électrique nous avons donc [2] :

$$E_1|_{x=L_1} = E_2|_{x=L_1} \quad (2.35)$$

$$E_2|_{x=L_1+L} = E_3|_{x=L_1+L} \quad (2.36)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial E_1}{\partial x} \Big|_{x=L_1} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial E_2}{\partial x} \Big|_{x=L_1} \quad (2.37)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial E_3}{\partial x} \Big|_{x=L_1+L} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial E_2}{\partial x} \Big|_{x=L_1+L} \quad (2.38)$$

Le tronçon du guide d'onde (région III) est adapté, ce qui implique  $C_5 = 0$ . En plus, les relations (2.35 - 2.38) nous donnent :

$$e^{-\gamma_0 L_1} + C_1 e^{\gamma_0 L_1} = C_2 e^{-\gamma L_1} + C_3 e^{\gamma L_1} \quad (2.35 a)$$

$$C_2 e^{-\gamma(L_1+L)} + C_3 e^{\gamma(L_1+L)} = C_4 e^{-\gamma_0(L_1+L)} \quad (2.36 a)$$

$$\frac{\gamma_0}{\mu_0} (-e^{-\gamma_0 L_1} + C_1 e^{\gamma_0 L_1}) = \frac{\gamma}{\mu} (-C_2 e^{-\gamma L_1} + C_3 e^{\gamma L_1}) \quad (2.37 a)$$

$$\frac{\gamma}{\mu} (-C_2 e^{-\gamma(L_1+L)} + C_3 e^{\gamma(L_1+L)}) = -\frac{\gamma_0}{\mu_0} C_4 e^{-\gamma_0(L_1+L)} \quad (2.38 a)$$

En posant  $x = C_2 e^{-\gamma L_1}$  et  $y = C_3 e^{\gamma L_1}$  et en utilisant les équations (2.36 a) et (2.38 a) nous trouvons :

$$x = \frac{C_4 \frac{\gamma}{\mu} + \frac{\gamma_0}{\mu_0}}{2 \frac{\gamma}{\mu}} e^{-\gamma_0(L_1+L)} e^{\gamma L}$$

$$y = \frac{C_4 \frac{\gamma}{\mu} - \frac{\gamma_0}{\mu_0}}{2 \frac{\gamma}{\mu}} e^{-\gamma_0(L_1+L)} e^{-\gamma L}$$

En remplaçant  $x$  et  $y$  dans les équations (2.35 a) et (2.37 a) par leur expression, nous aboutissons à :

$$e^{-\gamma_0 L_1} + C_1 e^{\gamma_0 L_1} = \frac{C_4}{2} \left[ \frac{\frac{\gamma_1 + \gamma_0}{\mu - \mu_0}}{\frac{\gamma}{\mu}} e^{\gamma_1 L} + \frac{\frac{\gamma - \gamma_0}{\mu - \mu_0}}{\frac{\gamma}{\mu}} e^{-\gamma L} \right] e^{-\gamma_0 (L_1 + L)} \quad (2.35 b)$$

$$\frac{\gamma_0}{\mu_0} (-e^{-\gamma_0 L_1} + C_1 e^{\gamma_0 L_1}) = \frac{C_4 \gamma}{2 \mu} \left[ -\frac{\frac{\gamma_1 + \gamma_0}{\mu - \mu_0}}{\frac{\gamma}{\mu}} e^{\gamma_1 L} + \frac{\frac{\gamma - \gamma_0}{\mu - \mu_0}}{\frac{\gamma}{\mu}} e^{-\gamma L} \right] e^{-\gamma_0 (L_1 + L)} \quad (2.37 b)$$

Les équations (2.35 b) et (2.37 b) constituent un système de deux équations dont les inconnues sont  $C_1$  et  $C_4$ . La résolution de ce système donne :

$$C_4 = \frac{4 \frac{\gamma}{\mu} \frac{\gamma_0}{\mu_0} e^{\gamma_0 L}}{\left( \frac{\gamma}{\mu} + \frac{\gamma_0}{\mu_0} \right)^2 e^{\gamma L} - \left( \frac{\gamma}{\mu} - \frac{\gamma_0}{\mu_0} \right)^2 e^{-\gamma L}}$$

$$C_1 = \frac{\left[ \left( \frac{\gamma}{\mu} \right)^2 - \left( \frac{\gamma_0}{\mu_0} \right)^2 \right] (e^{-\gamma L} - e^{\gamma L})}{\left( \frac{\gamma}{\mu} + \frac{\gamma_0}{\mu_0} \right)^2 e^{\gamma L} - \left( \frac{\gamma}{\mu} - \frac{\gamma_0}{\mu_0} \right)^2 e^{-\gamma L}}$$

Dans la région I, les ondes incidente et réfléchi ont respectivement pour expression  $E_{li} = e^{-\gamma_0 x}$  et  $E_{lr} = C_1 e^{\gamma_0 x}$ . Donc le coefficient de réflexion est :

$$\rho = \frac{E_{lr}}{E_{li}} \Big|_{x=0} = C_1$$

Pour trouver le coefficient de transmission, il faut utiliser l'onde incidente de la région I ( $E_{li} = e^{-\gamma_0 x}$ ) et l'onde transmise à la région III ( $E_{lii} = e^{-\gamma_0 x}$ ). Le coefficient de transmission est défini par :

$$\tau = \frac{E_{lii}|_{L_1+L}}{E_{li}|_{L_1}} = C_4 e^{-\gamma_0 L_1}$$

Finalement, nous pouvons peut écrire :

$$S_{11} = \rho = \left[ \frac{\Gamma(1-T^2)}{1-\Gamma^2 T^2} \right] \quad (2.39)$$

$$S_{21} = \tau = \left[ \frac{T(1-\Gamma^2)}{1-\Gamma^2 T^2} \right] \quad (2.40)$$

avec

$$T = \exp(-\gamma L)$$

$$\Gamma = \frac{\frac{\gamma_0}{\mu_0} - \frac{\gamma}{\mu}}{\frac{\gamma_0}{\mu_0} + \frac{\gamma}{\mu}}$$

Pour les matériaux non magnétiques, ces expressions peuvent être simplifiées et s'écrire :

$$S_{11} = \frac{(\gamma^2 - \gamma_0^2)(e^{\gamma L} - e^{-\gamma L})}{(\gamma + \gamma_0)^2 e^{\gamma L} - (\gamma - \gamma_0)^2 e^{-\gamma L}} \quad (2.39a)$$

$$S_{21} = \frac{4\gamma\gamma_0}{(\gamma + \gamma_0)^2 e^{\gamma L} - (\gamma - \gamma_0)^2 e^{-\gamma L}} \quad (2.40a)$$

Ces expressions ainsi que la relation (2.31) indiquent que ce sont des équations transcendantes par rapport à la permittivité complexe  $\tilde{\epsilon}_r$  du matériau. Le fait que dans ces expressions les termes  $e^{\pm\gamma L}$  existent, cela signifie que les solutions sont définies à  $2k\pi$  près. Ceci va engendrer évidemment des solutions ambiguës.

Pour avoir les expressions de  $S_{11}$  et  $S_{21}$  dans le plan de l'extrémité du guide d'onde, il suffit de multiplier  $S_{11}$  par  $R_1^2$  et  $S_{21}$  par  $R_1 R_2$  avec :

$$R_1 = \exp(-\gamma_0 L_1) \quad (2.41)$$

$$R_2 = \exp(-\gamma_0 L_2) \quad (2.42)$$

Nous pouvons, en utilisant la même procédure que précédemment, calculer le coefficient de réflexion dans le cas où l'extrémité du guide d'onde est court-circuitée. Il suffit seulement de modifier les conditions aux limites (le champ au plan du court-circuit est nul). Nous trouvons les résultats suivants :

- cas où le court-circuit se trouve directement sur l'extrémité du deuxième milieu, le coefficient de réflexion est donné par [3] :

$$\rho = - \frac{1 - \frac{\gamma_0 \mu}{\mu_0 \gamma} \tanh \gamma L}{1 + \frac{\gamma_0 \mu}{\mu_0 \gamma} \tanh \gamma L} \quad (2.43)$$

- cas où le court-circuit est décalé d'une distance 'd' par rapport à l'extrémité du deuxième milieu, le coefficient de réflexion est [3] :

$$\rho = - \frac{1 - \frac{\gamma_0 \mu}{\mu_0 \gamma} \tanh \gamma L + \tanh \gamma_0 d}{1 + \frac{\gamma_0 \mu}{\mu_0 \gamma} \tanh \gamma L \tanh \gamma_0 d} \quad (2.44)$$

## Techniques de mesure en micro-ondes

Dans ce chapitre, nous allons décrire quelques techniques de mesure des coefficients de transmission et de réflexion dans le domaine des micro-ondes ; car c'est à partir de ces coefficients que nous pouvons, comme dans notre cas, déduire les paramètres électriques (permittivité et perméabilité) d'un matériau, monté comme un quadripôle. Pour ces mesures, il y a les anciennes techniques dont les éléments les plus importants sont la ligne de mesure et le té magique, monté en pont, et les techniques, plus récentes, qui utilisent l'analyseur de réseaux automatiques. Finalement. Nous citons quelques méthodes pour la détermination des paramètres de répartition uniquement par la mesure du coefficient de réflexion.

### 3.1. Mesure du coefficient de réflexion par la ligne de mesure [10]

Le coefficient de réflexion  $\rho(z)$  est défini comme le rapport du champ électrique réfléchi  $E_r(z)$  au champ électrique incident  $E_i(z)$  :

$$\rho(z) = \frac{E_r(z)}{E_i(z)} = |\rho(z)|e^{j\theta(z)} \quad (3.1)$$

où  $z$  est l'abscisse d'un point quelconque sur la ligne.

Pour mesurer le coefficient de réflexion, on utilise souvent la ligne de mesure, équipée d'une sonde et d'un détecteur à cristal, ce qui permet d'exploiter les propriétés des ondes stationnaires, formées à la suite de l'interférence des ondes  $E_r$  et  $E_i$ . A partir de la relation (3.1), on remarque que le coefficient de réflexion dépend de l'abscisse  $z$ . Choisissons un plan de référence tel que  $z = z_0$ , on a donc :

$$\rho(z) = \rho_0 e^{-2\gamma(z_0-z)} \quad (3.2)$$

avec

$$\rho_0 = \rho(z_0) = |\rho_0|e^{j\theta_0}$$

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad \text{la constante de propagation}$$

En tenant compte des relations (3.1) et (3.2), on trouve :

$$\begin{aligned} |\rho(z)| &= |\rho_0|e^{-2\alpha(z_0-z)} \\ \theta(z) &= \theta_0 - 2\beta(z_0 - z) = \theta_0 - 2\pi \frac{(z_0-z)}{\lambda_g/2} \end{aligned} \quad (3.3)$$

On note  $E_T$  le champ résultant transversal :

$$E_T = E_0(1 + \rho(z))e^{-\gamma z}$$

(Fig.3.1) montre la variation du module  $E_T^2$  en fonction de  $z$  pour une ligne sans pertes :

$$|E_T|^2 = E_T \cdot E_T^* = E_0^2[1 + |\rho_0|^2 + 2|\rho_0|\cos\theta] \quad (3.4)$$

L'expression (3.4) montre que la grandeur  $|E_T|^2$  est extrémale pour  $\cos\theta = \pm 1$  donc :

$$\begin{aligned} (|E_T|^2)_{\max} &= E_0^2[1 + |\rho_0|^2] && \text{pour } \theta = 2m\pi \\ (|E_T|^2)_{\min} &= E_0^2[1 - |\rho_0|^2] && \text{pour } \theta = (2m + 1)\pi \end{aligned}$$

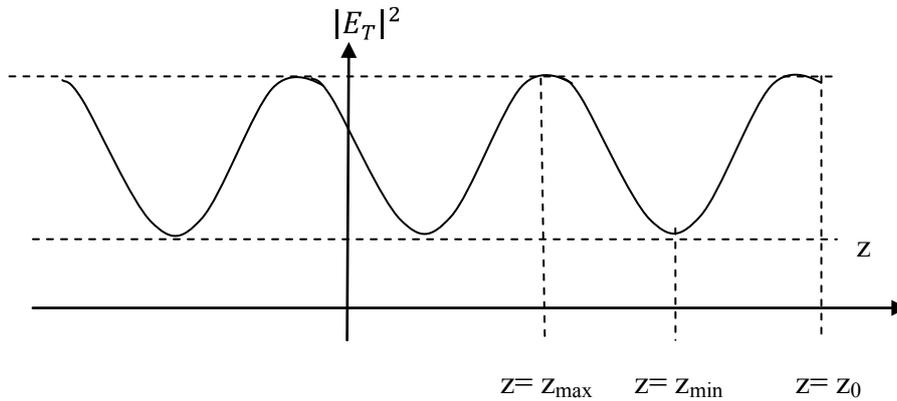


Fig.3.1 :  $|E_T|^2$  en fonction de  $z$

On appelle  $s$  le taux d'onde stationnaire (TOS) :

$$s = \frac{1+|\rho_0|}{1-|\rho_0|}$$

Si la puissance dans le guide d'onde est suffisamment faible, la détection serait quadratique et on a la proportionnalité  $V \sim |E_T|^2$  où  $V$  la tension de détection. On peut donc déterminer  $s$  par l'utilisation des tensions extrêmes détectées :

$$s = \sqrt{\frac{V_{\max}}{V_{\min}}} \quad (3.5)$$

Donc, la mesure du TOS fournit le module du coefficient de réflexion :

$$|\rho_0| = \frac{s-1}{s+1} \quad (3.6)$$

L'argument  $\theta_0$  du coefficient de réflexion au plan de référence se détermine par les positions  $Z_{\min}$  de la tension détectée (on choisira une position assez proche de la discontinuité mais pas trop pour rester en dehors de la zone des ondes évanescentes).

A partir de la relation (3.3), on peut écrire :

$$\theta_0 = \pi \left( 2m + 1 + \frac{Z_0 - Z_{min}}{\lambda_g/4} \right) \quad (3.7)$$

La détermination du coefficient de réflexion par la ligne de mesure n'est souvent pas assez précise, malgré tous les soins et les corrections apportés. A cause de cela on préfère d'autres méthodes.

### 3.2. Mesure des coefficients de réflexion et de transmission à l'aide d'un Té hybride ou Té magique [10]

#### 3.2.1. Tés hybride et magique

Le té hybride et le té magique sont des dispositifs souvent utilisés en micro-onde pour plusieurs applications. Ils sont des octopôles (4 accès simples) fabriqués généralement en technologie des guides d'onde rectangulaire, rempli éventuellement d'air ou de vide. Ils transmettent des ondes  $H_{10}$ . Ces dispositifs appartiennent à la famille des coupleurs directifs. On peut admettre qu'ils sont des octopôles réciproque, et les effets des pertes sont négligeables sauf pour les ondes millimétriques. Dans cette partie, nous nous intéressons surtout au té magique et ses applications.

#### 3.2.2. Matrice de répartition S du Té magique

Le té magique est un té hybride particulier, dont lequel la jonction est adaptée par l'introduction d'obstacles d'une façon appropriée dans les branches (3) et (4), en assurant toujours le découplage entre ces deux derniers branches (Fig.3.2).

On cherche à déterminer les éléments de la matrice S d'un té magique. Pour cela, les plans de références  $P_1$  de l'accès (1) et  $P_2$  de l'accès 2 sont pris d'une façon symétrique par rapport au plan de symétrie géométrique du dispositif, ceci pour pouvoir exploiter les avantages de cette caractéristique.

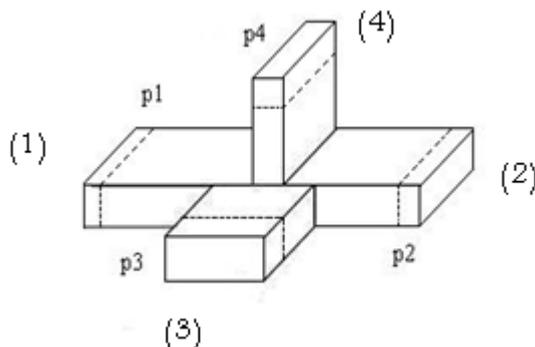


Fig.3.2 : Té magique en guide d'ondes rectangulaire

Le té magique est caractérisé par :

- c'est un octopôle réciproque et sans pertes ;
- complètement adapté à la jonction ;
- avec deux paires de bras, (1)-(2) et (3)-(4), complètement découplés entre eux (lorsque toutes les terminaisons sont adaptées).

Si l'accès (4) est alimenté, les champs dans les bras (1) et (2) sont en opposition de phase (Fig.3.3). On remarque que le champ à la jonction présente des modes évanescents locaux d'ordre supérieur, à cause des conditions aux limites imposées par la jonction.

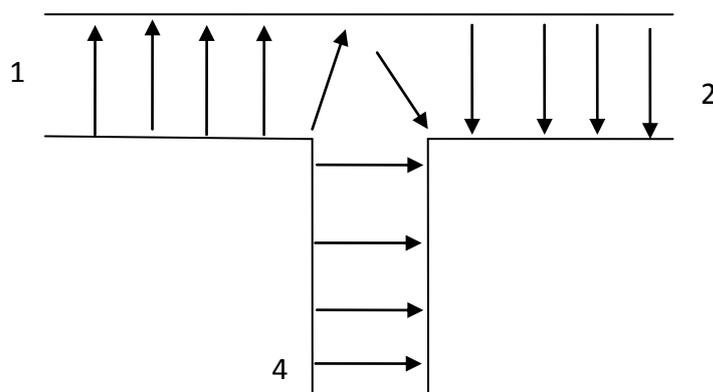


Fig.3.3 : Distribution du champ électrique dans un té magique

A partir des propriétés du té magique, on peut déduire leur matrice de répartition :

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Par souci de simplification, on donne une représentation schématique d'un té magique (Fig.3.4).

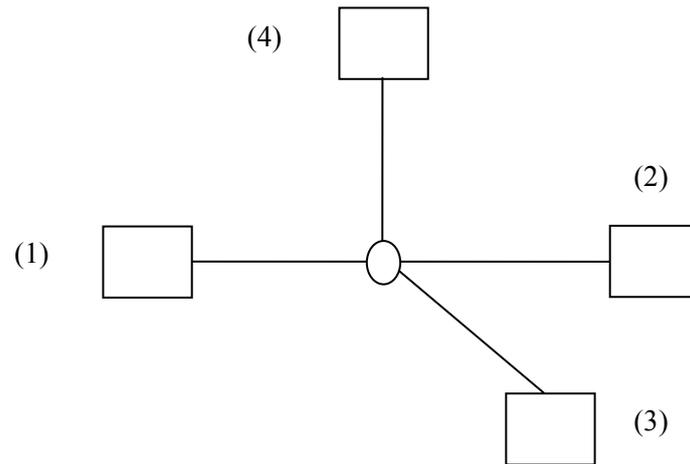


Fig.3.4 : Schéma équivalent d'un té magique [7]

### 3.2.3. Mesure du coefficient de réflexion

La figure (Fig3.5) représente un pont d'impédance qui peut être utilisé pour mesurer le coefficient de réflexion [3].

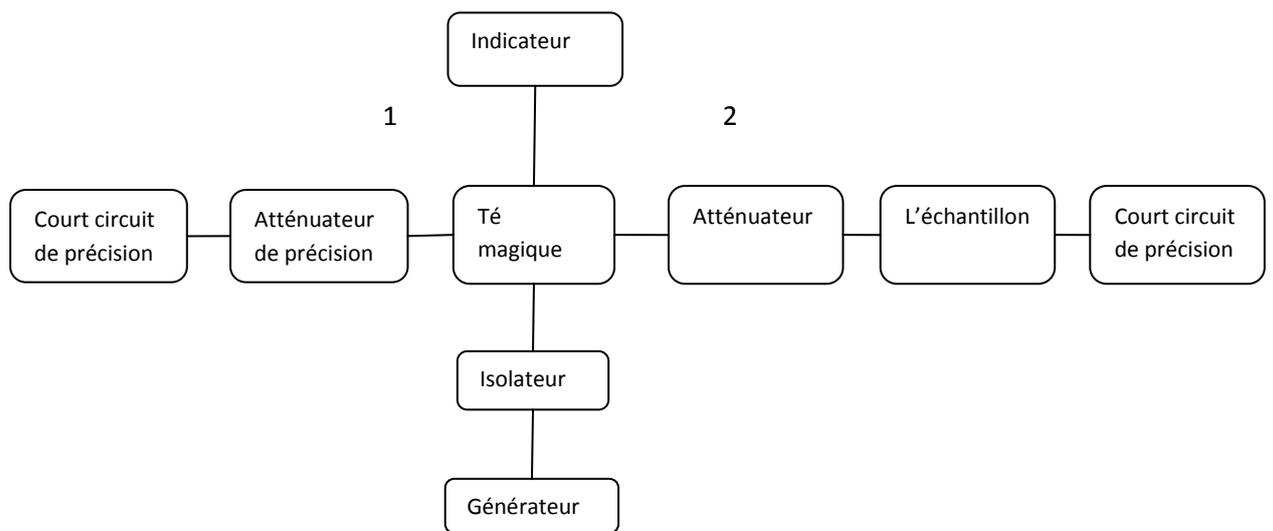


Fig.3.5 : Pont de mesure du coefficient de réflexion [3]

Ce pont d'impédance est équivalent au montage plus simplifié de la figure (Fig.3.6).

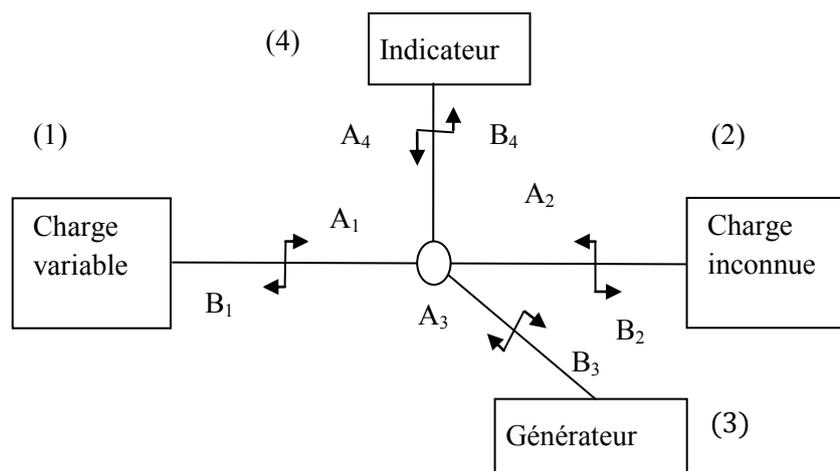


Fig.3.6 : Schéma simplifié d'un pont d'impédance [7]

On définit les coefficients de réflexion  $\rho_1$  et  $\rho_2$  correspondant aux charges placées respectivement aux accès (1) et (2) avec  $\rho_1 = \frac{A_1}{B_1}$  et  $\rho_2 = \frac{A_2}{B_2}$ . A l'équilibre,  $\rho_1 = \rho_2$ , il n'y a aucune onde qui passe dans le bras (4), l'indicateur est utilisé comme un détecteur de zéro.

En pratique, la mesure du coefficient de réflexion s'effectue selon les étapes suivantes [3] :

- la première étape consiste à placer le court-circuit directement après l'atténuateur de la branche (2) (Fig.3.5). On établit l'équilibre du pont à l'aide de l'atténuateur et le court-circuit variable de la branche (1). Il faut noter les indications de l'atténuateur et du court-circuit.
- dans la deuxième étape, on met l'échantillon entre l'atténuateur et le court-circuit de la branche (2), on rétablit l'équilibre à nouveau en utilisant toujours les éléments de la branche (1). La valeur du coefficient de réflexion est donnée par :

$$\rho = -10^{-A/10} e^{-j2\beta l} \quad (3.9)$$

Avec A (dB) : est la différence entre les deux valeurs de l'atténuateur.

$l$  : le décalage du court-circuit entre les deux équilibrages.

$\beta$  : est la constante de phase dans le guide d'onde.

### 3.2.4. Mesure du coefficient de transmission [3]

Le pont (Fig.3.7) permet, en comprenant deux téles magiques, de mesurer le coefficient de transmission par le principe de détection d'équilibre. Les tuners et les

coupleurs directifs sont utilisés pour débarrasser des réflexions internes. Les étapes de mesure sont :

- la première étape consiste à équilibrer le pont grâce à l'atténuateur de précision et le déphaseur en utilisant à la place de l'échantillon un guide d'onde vide. On note les valeurs de l'atténuateur et du déphaseur comme valeurs de références.
- on remplace le guide d'onde par l'échantillon, et on rétablit l'équilibre à nouveau. On note les nouvelles valeurs de l'atténuateur et du déphaseur. Pour avoir le coefficient de transmission on utilise la relation suivant :

$$|\tau| = 10^{-A/20}, \arg(\tau) = -(\phi - \phi_d) \quad (3.10)$$

où  $A$  est la variation de l'atténuateur entre le premier et le deuxième équilibre,  $\phi$  est la variation du déphaseur et  $\phi_d$  le déphasage dû au guide d'onde vide.

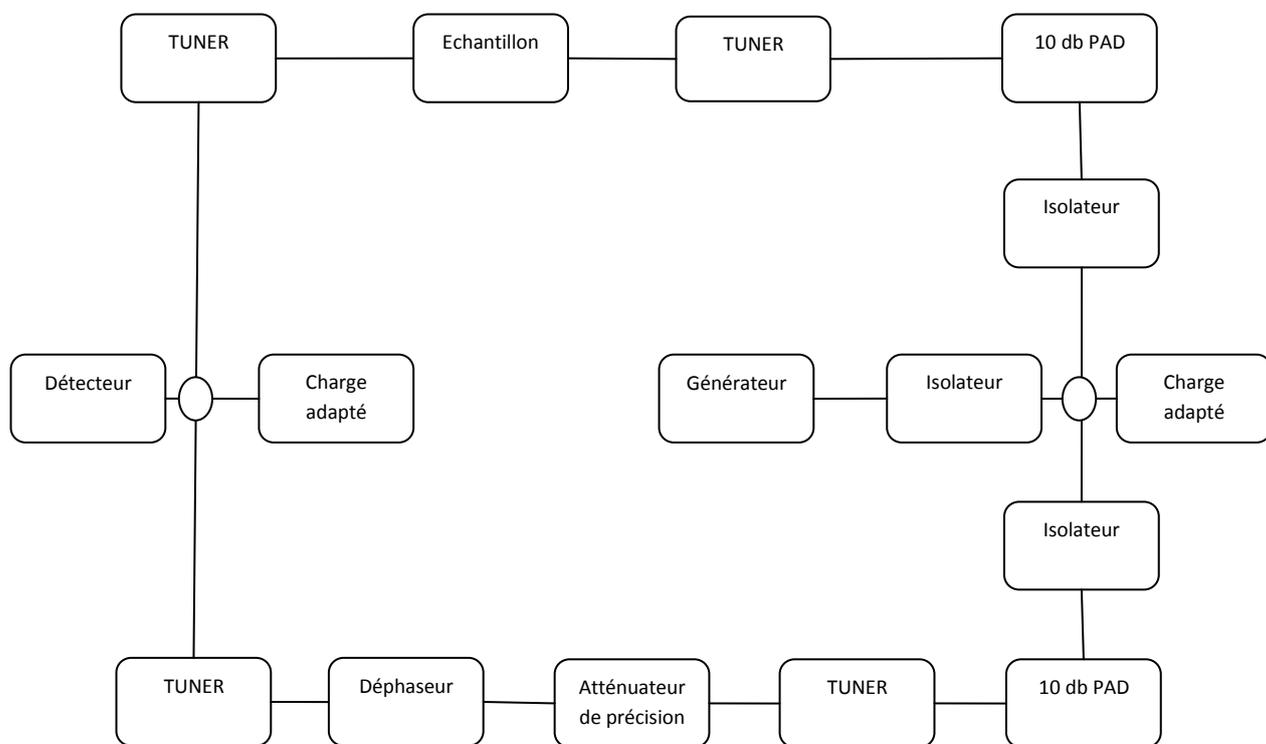


Fig.3.7 : Pont de mesure du coefficient de transmission [3].

### 3.3. Mesure des coefficients de réflexion et de transmission à l'aide d'un analyseur de réseaux

L'analyseur de réseau (Fig.3.8) est un appareil qui permet de mesurer, en fonction de la fréquence, les paramètres de répartition  $S_{ij}$  d'un quadripôle. Etant donné que ces paramètres s'expriment comme le rapport de l'onde réfléchie ou transmise à l'onde incidente à l'accès choisi, les mesures effectuées par cet appareil seront donc relatives. Ainsi, la localisation des plans de référence est-elle nécessaire pour l'évaluation de la phase.

L'analyseur de réseau renferme en son sein des imperfections ou sources d'erreurs qui altéreront plus ou moins les mesures selon la qualité de ses composants.

La prise en compte des plans de référence et des sources d'erreurs est rendue possible grâce à un ensemble de trois charges standards : charge adaptée (de valeur  $50 \Omega$ ) ; court-circuit et circuit ouvert, utilisées dans un procédé de calibration devant précéder les mesures.

Ces mesures peuvent s'effectuer en mode manuel ou automatique ; pour ce dernier mode l'insertion d'un microordinateur dans le système est obligatoire ce qui rend les mesures plus précises que dans le mode manuel [7].



Fig.3.8 : analyseur de réseaux automatique HP 8408 B.

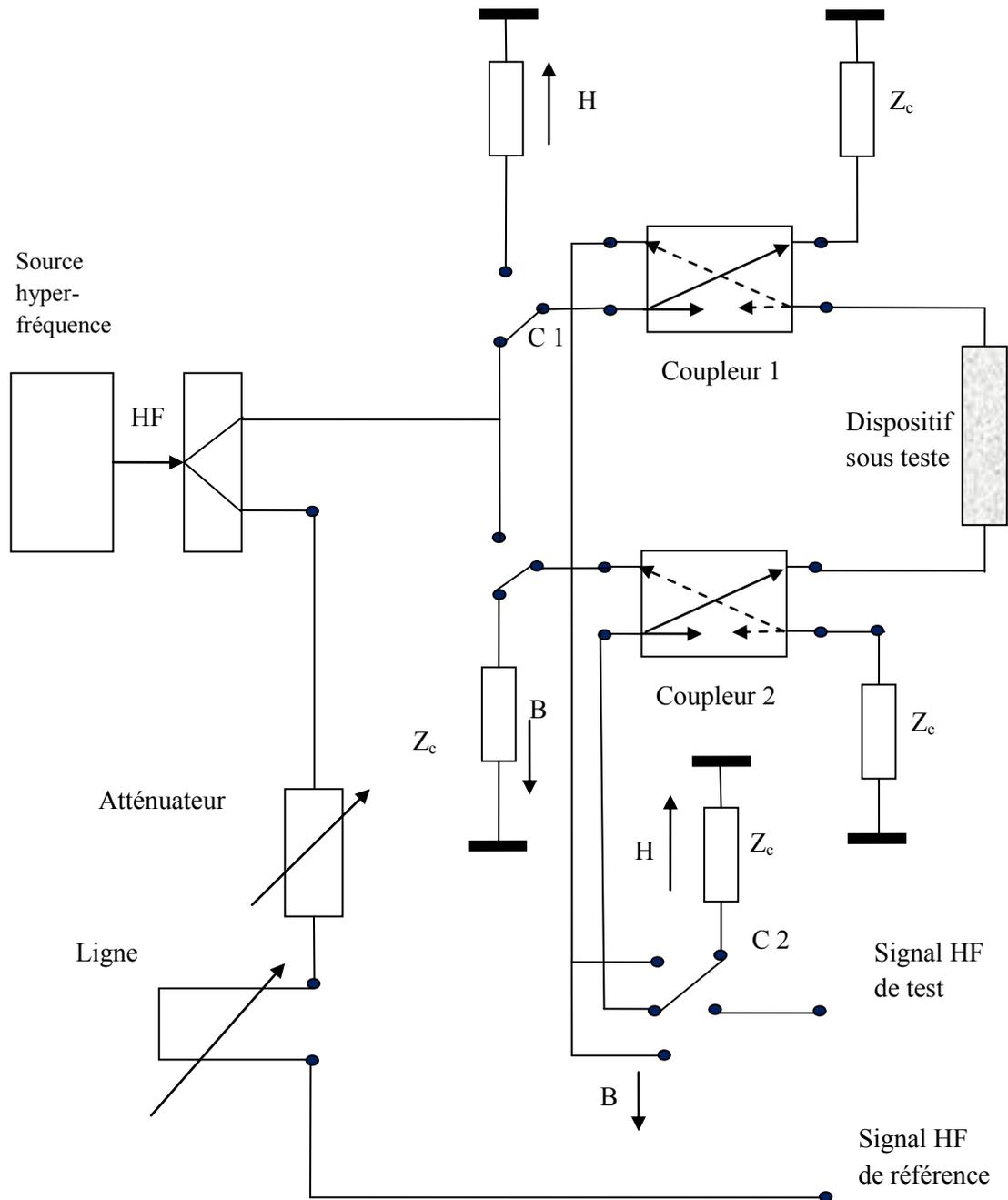
### 3.3.1. Composition de l'analyseur de réseaux [7]

L'analyseur de réseau est représenté d'une manière simplifiée aux figures Fig.3.9 et Fig.3.10 ; on peut y constater les éléments constitutifs suivants :

- **La source hyperfréquence** : elle peut être un générateur wobblé pour la mesure des dispositifs à large bande ou un synthétiseur pour, au contraire, les dispositifs à bande étroite. Elle doit fonctionner dans une large gamme de fréquences.
- **Le dispositif de séparation des signaux** : C'est un pont diviseur dont le rôle est de partager équitablement le signal délivré par la source et dont la bande passante doit être aussi large que possible.
- **Les coupleurs directifs 1 et 2** : Le coupleur 1 permet d'avoir, à l'un de ses accès, seulement le signal réfléchi, atténué d'une valeur égale à celle du facteur de couplage. Le coupleur 2, dont l'utilisation n'est pas obligatoire, conduit dans ce cas à un certain équilibre des voies de test et de référence en atténuant le signal transmis dans les mêmes proportions que celles du signal réfléchi.
- **Le tronçon de ligne réglable** : il constitue avec l'atténuateur variable la voie de référence. Son rôle est de compenser la différence des trajets électriques entre voie test et voie référence. L'atténuateur variable permet d'équilibrer les deux voies notamment lorsqu'on mesure les paramètres caractéristiques d'un amplificateur.
- **Le récepteur** : Il doit tout d'abord transposer les signaux hyperfréquences en signal à fréquence relativement basse (fréquence intermédiaire FI), ce qui signifie qu'il doit comporter des mélangeurs et des oscillateurs locaux fixes, décalés de la FI comme l'indique la Fig.3.10. Il doit ensuite procéder à la détection et la comparaison pour finalement aboutir à la mesure du module et de l'argument des paramètres  $S_{ij}$ . A cette fin, les détecteurs seront suivis d'amplificateurs logarithmiques ou linéaires qui, après différence ou rapport, conduiront au module exprimé en décibels dans le premier cas.

Pour la phase, une deuxième transposition de fréquence est généralement effectuée ; un comparateur restitue alors, de  $-180^\circ$  à  $+180^\circ$ , le déphasage entre les signaux test et référence.

- **La visualisation** : On peut utiliser une représentation polaire et/ou une représentation cartésienne.



c1 \ c2	B	H
B	$S_{11}$	$S_{12}$
H	$S_{21}$	$S_{22}$

c1 c2 : commutateur

B : position bas

H : position haut

Fig.3.9 : Première partie de schéma de l'analyseur de réseau [7]

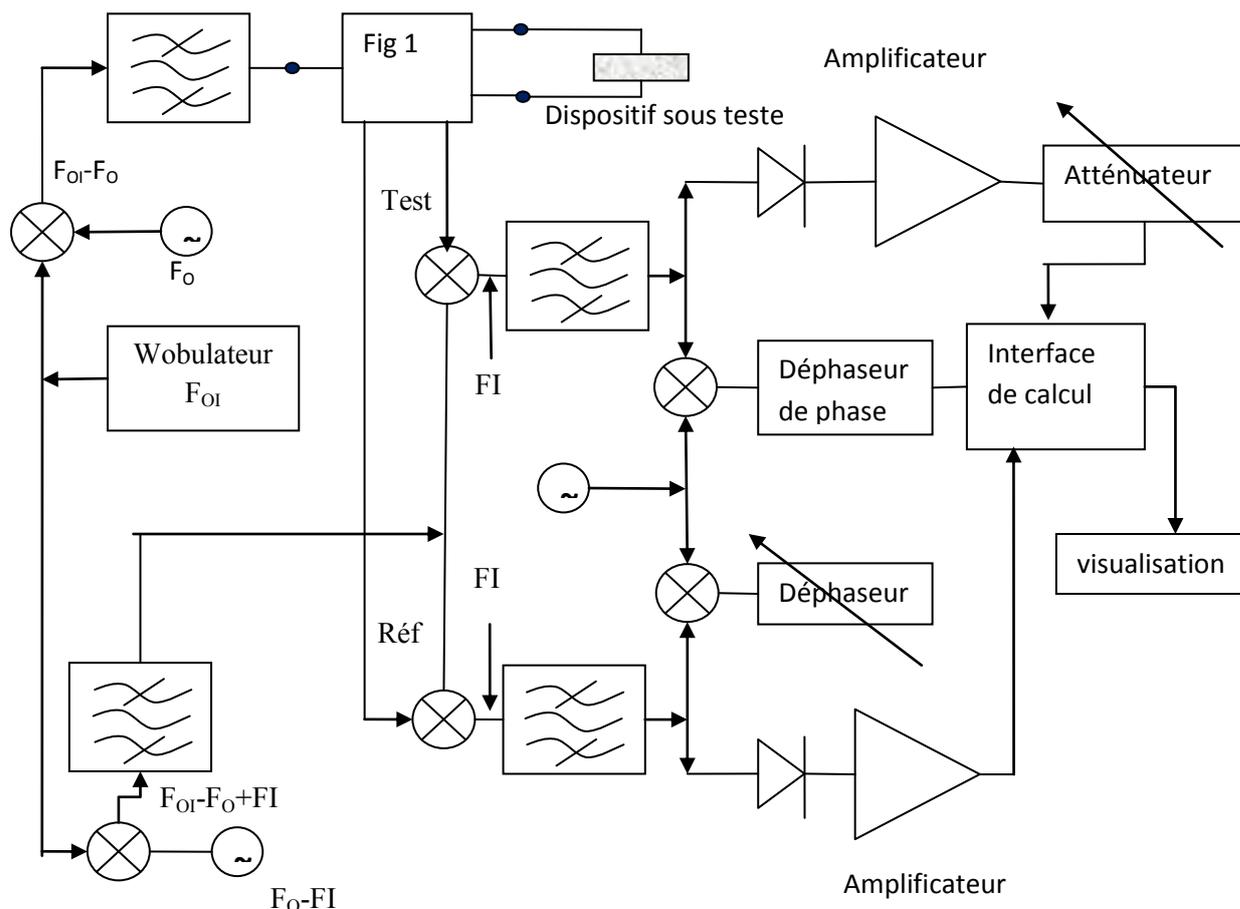


Fig.3.10 : Deuxième partie du schéma synoptique d'un analyseur de réseaux [7]

### 3.3.2. Mesure du coefficient de réflexion en mode manuel [11]

L'analyseur de réseau offre la possibilité de mesurer le coefficient de réflexion et de transmission en mode manuel et automatique comme l'analyseur de réseau HP 8408 B (Annexe A). En mode manuel (mode que nous avons utilisé), l'opérateur doit effectuer toutes les tâches manuellement. Cette méthode procède au préalable par une calibration du système en plaçant un court circuit qui sera remplacé par la suite par l'échantillon. Ces opérations sont effectuées de la manière suivante :

#### 3.3.2.1. Mesure du module du coefficient de réflexion

- Connecter le court circuit HP11565A au port transmission/réflexion 85040B.
- Pousser le bouton LOCAL ensuite le bouton 0 dans le bloc 11713A, le bouton 0 doit être éteint.

- Choisir la bande de fréquence en donnant le début, la fin ainsi que le pas d'incrémentation.
- Choisir le mode de balayage : généralement on utilise le balayage interne INT où on peut modifier le période en poussant le bouton TIME.
- Dans le bloc de visualisation, mettre le bouton dB/DIV sur 10 pour que la trace ne dépasse pas la taille de l'écran.
- Ajuster le bouton de gain (TEST CHANNEL GAIN) et le bouton non calibré (AMPLITUD VERNIER) dans le bloc 8410C pour centrer la trace sur l'écran. Au fur et a mesure, il faut augmenter la sensibilité en glissant le bouton dB/DIV pas à pas jusqu'à atteindre 0.25.
- Après avoir centré la trace, remettre la sensibilité à 10 et noter la valeur du gain lu sur le bouton (TEST CHANNEL GAIN). Pour les prochaines étapes, ne toucher jamais au bouton de gain non calibré (AMPLITUD VERNIER).
- Enlever le court circuit et connecter l'échantillon sur le port REFLEXION/TRANSMISSION.
- Mettre l'interrupteur MODE qui se trouve dans le bloc 8412B sur la position AMPL.
- Ajuster le bouton de gain (TEST CHANNEL GAIN) dans le but de centrer la trace sur l'écran. Pour s'assurer que la trace soit bien centrée, augmenter la sensibilité avec le bouton dB/DIV. Noter cette deuxième valeur du gain.
- En générale, la trace n'est pas une droite. Ceci est dû à la variation du coefficient de réflexion en fonction de la fréquence. Pour avoir le coefficient de réflexion pour une seule fréquence, on peut utiliser un marqueur. le marqueur donne un spot plus foncé que la courbe sur l'écran avec sa fréquence correspondante sur un afficheur. On peut également déplacer le spot (c'est-à-dire varier la fréquence d'une manière progressive) avec un bouton rotatoire.
- Calculer la différence du gain (A dB) entre la valeur de la référence notée en premier lieu, et la deuxième valeur après le remplacement du court circuit par l'échantillon. Si le spot ne coïncide pas avec le centre, il faut tenir compte de ce décalage. D'une manière plus précise, si le spot se trouve au dessus du centre, soustraire la valeur donnée par le spot de la valeur du gain donné par le bouton TEST CHANNEL GAIN. Et si le spot se trouve au dessous du centre, sommer la valeur du spot avec le gain.
- Finalement, pour obtenir le module de coefficient de réflexion, on utilise:

$$|\rho| = 10^{\frac{-AdB}{20}} \quad (3.11)$$

### 3.3.2.2. Mesure de la phase du coefficient de réflexion

- Connecter à nouveau le court circuit dans le port REFLEXION/ TRANSMISSION.
- Dans le bloc 8412B, mettre l'interrupteur MODE sur la position PHASE.
- Faire glisser le bouton DEG/DIV jusqu'à la position 90 pour avoir la plus petite sensibilité en première lieu.
- Choisir une seule fréquence, en utilisant le marqueur
- Déplacer le spot du marqueur vers le centre de l'écran en utilisant le bouton PHASE OFFSET dans le bloc 8412B et le bouton PHASE VERNIER. Noter la valeur donnée par le bouton PHASE OFFSET.
- Remplacer le court circuit par l'échantillon.
- Calculer la phase pour la fréquence choisie en sommant la valeur notée, lors de la calibration, avec la nouvelle valeur du spot, si ce dernier se trouve au dessus du centre. Si le spot se trouve au dessous du centre. faire la soustraction de ces deux valeurs.

### 3.3.3. Mesure du coefficient de transmission en mode manuel [11]

#### 3.3.3.1. Mesure du module du coefficient de transmission

La mesure du coefficient de transmission se base pratiquement sur le même principe que celle de la mesure du coefficient de réflexion sauf qu'on doit utiliser les deux ports : le port REFLEXION/ TRANSMISSION et le port TRANSMISSION RETURN. Pour cela, on utilise un câble coaxial pour lier les deux ports. Les étapes suivantes décrivent le mode opératoire :

- Placer un atténuateur de 10dB HP 8492A OPTION 010 et un autre de 6dB HP 8492A OPTION 006 dans le port REFLEXION/ TRANSMISSION et le port TRANSMISSION RETURN. Relier les autres extrémités des atténuateurs avec un câble coaxial HP 11610B.
- Presser le bouton LOCAL ensuite le bouton 0 dans le bloc 11713A, le bouton 0 doit être allumé.
- Choisir la bande de fréquence et la période de balayage.
- Mettre le bouton MODE sur AMPL, et le bouton dB/DIV sur 10 pour diminuer la sensibilité.

- Ajuster le bouton de gain TEST CHANNEL GAIN et AMPLITUD VERNIER dans le but de centrer la trace sur l'écran. En même temps, il faut augmenter la sensibilité jusqu'à 0.25 pour s'assurer que la trace soit vraiment sur le centre.
- Noter la valeur du gain donné par le bouton TEST CHANNEL GAIN et remettre la sensibilité à 10 dB/DIV. Maintenant l'analyseur de réseau est calibré pour la mesure de l'amplitude, ne toucher pas le bouton AMPLITUD VERNIER dans les prochaines étapes.
- Connecter le dispositif à tester entre le port REFLEXION/ TRANSMISSION et l'atténuateur de 10 dB.
- Choisir une fréquence pour le marqueur.
- Déplacer le spot du marqueur vers le centre de l'écran en ajustant le bouton TEST CHANNEL GAIN. Augmenter la résolution avec le bouton dB/DIV pour bien centrer le spot. Noter la valeur donnée par le bouton TEST CHANNEL GAIN.
- Pour avoir le module du coefficient de transmission, il faut calculer la variation du gain A entre la phase de calibration et après l'introduction de l'échantillon. Si la valeur donnée par le spot n'est pas totalement nulle, il faut soustraire cette valeur si le spot se trouve au dessus du centre, ou l'additionner si le spot se trouve au dessous du centre. Cette valeur est donnée en dB.

### **3.3.3.2. Mesure de la phase du coefficient de transmission**

- Placer un atténuateur de 10dB HP 8492A OPTION 010 et un autre de 6dB HP 8492A OPTION 006 dans les ports REFLEXION/ TRANSMISSION et TRANSMISSION RETURN. Relier les autres extrémités des atténuateurs avec un câble coaxial HP 11610B.
- Mettre le bouton MODE dans la position PHASE et faire glisser le bouton DEG/DIV jusqu'à la position 90 pour avoir la plus petite sensibilité.
- Choisir la fréquence avec un marqueur
- Ajuster le bouton PHASE OFFSET dans le bloc 8412B et le bouton PHASE VERNIER dans le bloc 8410C pour centrer le spot du marqueur.
- Connecter le dispositif à tester entre le port REFLEXION/ TRANSMISSION et l'atténuateur de 10 dB.

- Calculer la phase du coefficient de transmission par la somme de la valeur du bouton PHASE OFFSET avec la valeur du spot si ce dernier se trouve au dessus du centre, et par la soustraction si le spot se trouve au dessous du centre.

### 3.4. Autres méthodes de mesure des paramètres de répartition

Avec ces méthodes, les paramètres de répartition sont mesurés d'une manière indirecte. Nous allons citer quatre d'entre elles.

#### 3.4.1. Méthode des trois points [12]

Cette méthode consiste à mesurer le coefficient de réflexion d'un quadripôle réciproque ( $S_{12}=S_{21}$ ) ou anti réciproque ( $S_{12}= -S_{21}$ ) terminé par des charges étalon et différentes. On peut exploiter la relation qui existe entre ce coefficient de réflexion et les éléments de la matrice de répartition pour la détermination de ces derniers. Pour cela, on mesure  $\rho_e$  le coefficient de réflexion à l'entrée du quadripôle pour trois différentes valeurs du coefficient de réflexion de charge  $\rho_L$  (Fig.3.11).

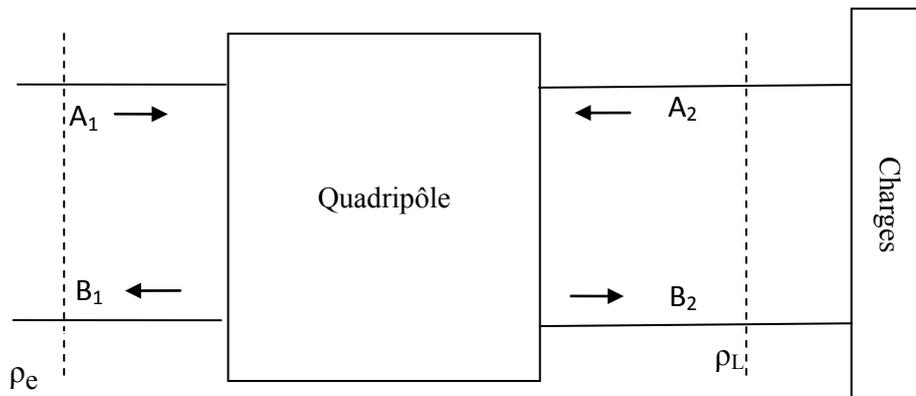


Fig.3.11 : montage pour la mesure les paramètres de répartitions

avec :

$$\rho_e = \frac{B_1}{A_1} \quad \rho_L = \frac{A_2}{B_2} \quad (3.12)$$

Si on développe l'équation  $B = [S] A$ , on trouve :

$$\rho_e = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\rho_L}{1-S_{22}\rho_L} \quad (3.13)$$

On remarque dans cette dernière équation qu'il y a quatre inconnues dont deux ne sont pas dissociables  $S_{12}$  et  $S_{21}$ . Donc il suffit d'avoir trois valeurs de  $\rho_e$  pour

obtenir  $S_{11}$ ,  $S_{22}$  et le produit  $S_{12}S_{21}=(S_{21})^2$ . On choisit trois valeurs simples de  $\rho_L$  telle que ( $\rho_{L1} = 0$ ,  $\rho_{L2} = 1$  et  $\rho_{L3} = -1$  par exemple) et on mesure  $\rho_{ei}$  ( $i=1, 2, 3$ ) correspondant. Les expressions des  $S_{ij}$  sont données par :

$$S_{11} = \rho_{e1} \quad S_{22} = \frac{2\rho_{e1}-\rho_{e2}-\rho_{e3}}{\rho_{e3}-\rho_{e2}} \quad S_{12}S_{21} = (\rho_{e1} - \rho_{e3}) \frac{2(\rho_{e1}-\rho_{e2})}{\rho_{e3}-\rho_{e2}} \quad (3.14)$$

### 3.4.2. Méthode de quatre points [12]

Cette méthode est une extension de la méthode précédente, sauf qu'on doit prendre quatre mesures du coefficient de réflexion pour quatre positions du court circuit, avec un pas de  $\lambda/8$  ( $\lambda$  : longueur d'onde). On peut donc écrire les coefficients de réflexions de sortie sous la forme :

$$\rho_{Li} = -e^{-2j\beta l_i}, \quad i = 1,2,3,4 \quad (3.15)$$

où :  $l_1=l_0$ ,  $l_2=l_0+\lambda/8$ ,  $l_3=l_0+\lambda/4$ ,  $l_4=l_0+\lambda/2$ .

Donc les coefficients de réflexions à l'entrée du quadripôle s'écrivent :

$$\rho_{e1,3} = S_{11} \mp \frac{S_{12}S_{21}e^{-j\theta}}{1 \pm S_{22}e^{-j\theta}} \quad (3.16)$$

$$\rho_{e2,4} = S_{11} \pm j \frac{S_{12}S_{21}e^{-j\theta}}{1 \mp j S_{22}e^{-j\theta}} \quad (3.17)$$

avec  $\theta = 2\beta l_0$ .

On pose

$$F_{1,3} = \frac{1}{4}[(\rho_1 - \rho_3) \pm j(\rho_2 - \rho_4)] \quad (3.18)$$

$$F_{2,4} = \frac{1}{4}[(\rho_1 + \rho_3) \mp (\rho_2 + \rho_4)] \quad (3.19)$$

Finalement, on peut calculer les paramètres  $S_{11}$ ,  $S_{22}$  et le produit  $S_{12}S_{21}$  en utilisant les expressions suivantes :

$$S_{11} = F_4 - \frac{F_3 F_2}{F_1} \quad (3.20)$$

$$S_{22} = \frac{F_2}{F_1} e^{j\theta} \quad (3.21)$$

$$S_{12}S_{21} = -F_1 \left\{ 1 - \left( \frac{F_2}{F_1} \right)^4 \right\} e^{j\theta} \quad (3.22)$$

### 3.4.3. Méthode de DESCHAMPS [13]

C'est une méthode graphique basée sur la transformation  $T$  dite homographique qui relie le coefficient de réflexion à la terminaison avec le coefficient de réflexion à l'entrée du quadripôle. Cette méthode consiste à placer un court circuit variable à la sortie du quadripôle dont on veut déterminer les paramètres. On choisit quatre positions du court circuit avec un pas de  $\lambda/8$ , ce qui nous donne quatre coefficients de réflexion  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$ , et  $\rho_4$  à la terminaison du quadripôle. La caractéristique la plus importante de ces coefficients complexes est qu'ils ont la même module et qui vaut 1. Donc, ils sont représentés dans le plan complexe par quatre points appartenant au même cercle unitaire ( $C$ ). Précisément, les points représentant respectivement  $\rho_1, \rho_3$  et  $\rho_2, \rho_4$  forment deux diamètres perpendiculaires. Pour chaque position du court circuit, on mesure le coefficient de réflexion à l'entrée du quadripôle que l'on note  $\rho_1', \rho_2', \rho_3'$ , et  $\rho_4'$ . Les points qui représentent ces coefficients dans le plan complexe appartiennent à un autre cercle ( $C'$ ) (généralement à l'intérieur du cercle unitaire à cause des pertes du quadripôle). D'après la transformation  $T$ , les deux diamètres  $\rho_1 \rho_3$  et  $\rho_2 \rho_4$  se transforment en deux arcs des deux cercles orthogonaux au cercle ( $C$ ) et qui se coupent au point  $O'$  comme montre la figure (Fig.3.12) :

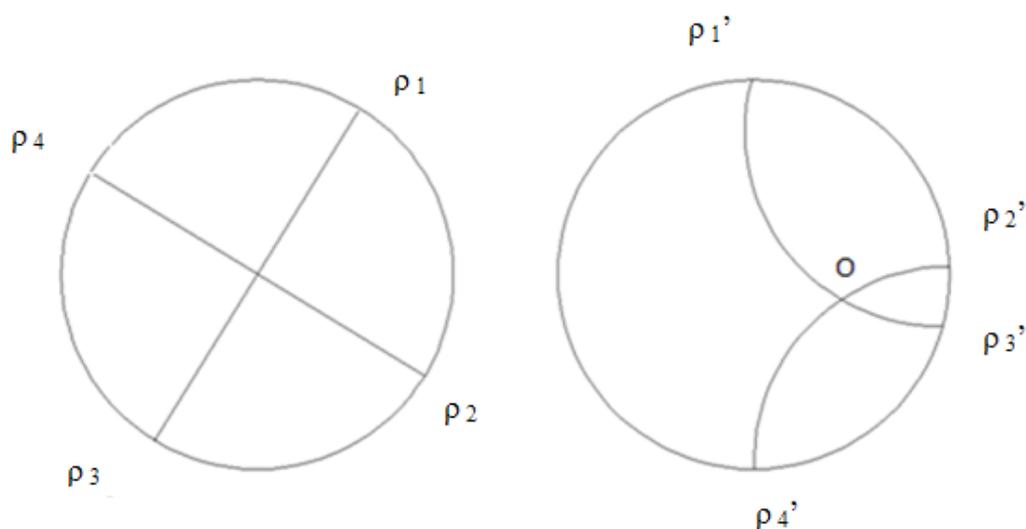


Fig.3.12 : transformation homographique

Pour construire ces cercles, on peut utiliser la méthode de Deschamps qui consiste à tracer les deux arcs  $\rho_1' \rho_3'$  et  $\rho_2' \rho_4'$ . On appelle  $\hat{O}$  le point d'intersection

de ces deux derniers, le point O' (l'intersection des deux cercles orthogonaux à la cercle (C)) est obtenu par la relation suivante :

$$\frac{1}{2}[O\hat{O}] = [OO'] \quad (3.23)$$

[ ] correspond à la métrique hyperbolique. Le point O' est facilement obtenu par une méthode géométrique comme montre la figure (Fig.3.13).

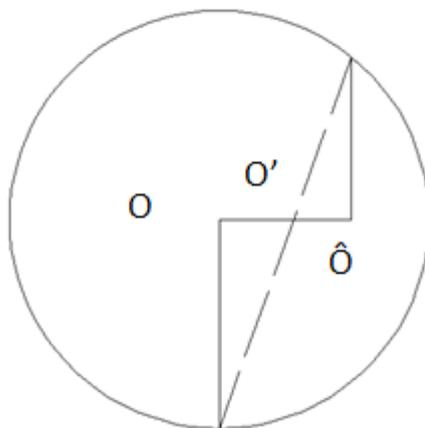


Fig.3.13 : le milieu par la métrique hyperbolique.

La point O' correspond à la transformation de l'origine (coefficient de réflexion nul). L'élément  $S_{11}$  n'est autre que l'image de ce coefficient, il est donné par les formules (3.24):

$$|S_{11}| = OO' \quad \arg(S_{11}) = (O\rho_1, OO') \quad (3.24)$$

où O est le centre de (C).

Pour avoir l'élément  $S_{22}$  on n'a pas besoin de retourner le quadripôle et répéter la mesure pour la deuxième fois, il est donné directement par les expressions (3.25) :

$$|S_{22}| = O'I/R \quad \arg(S_{22}) = (O'I, I\rho_1''') \quad (3.25)$$

où R est le rayon du cercle (C') et I son centre.

Si le quadripôle est réciproque ou anti réciproque, il suffi donc de déterminer l'un des deux éléments.  $S_{12}$  est donné par les expressions (3.26 et 3.27) :

$$|S_{12}| = R(1 - S_{22}^2) \quad (3.26)$$

$$\arg(S_{12}) = \frac{1}{2}(O\rho_1, I\rho_1''') \quad (3.27)$$

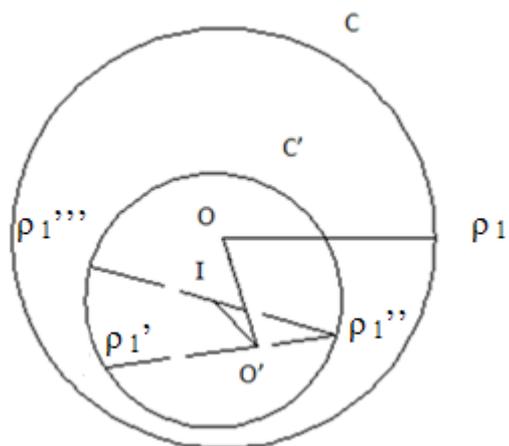


Fig.3.14 : Détermination des  $S_{ij}$  par la méthode graphique.

## Méthodes de calcul des propriétés diélectriques d'un matériau

Nous avons vu que la détermination des caractéristiques des matériaux consiste à trouver la solution d'une certaine équation complexe transcendante (non linéaire), après avoir mesuré les coefficients de réflexion ou de transmission ou les deux. Mais, le problème qui se pose est la multiplicité des solutions pour la même équation. Donc, il faut bien choisir la solution qui convient avec la réalité physique. On trouve dans la littérature plusieurs méthodes qui traitent de ce problème par différentes manières.

Pour résoudre l'équation non linéaire, on peut utiliser les méthodes itératives comme la méthode de Newton par exemple. Les méthodes numériques exigent certaines conditions pour que la convergence se fasse vers la bonne solution (acceptable physiquement). Parmi ces conditions, il faut que la fonction soit définie et dérivable (pour certaines méthodes), en plus de cela, il faut bien déterminer le vecteur initial, qui constitue la problématique essentielle.

Pour l'évaluation du vecteur initial, certains chercheurs utilisent un instrument à savoir l'analyseur de réseau automatique qui mesure les paramètres de répartition d'un quadripôle. Comme l'analyseur de réseau comporte une source délivrant un signal à fréquence variable, il nous est donc permis de connaître pour n'importe quelle fréquence les paramètres de répartition d'un quadripôle. C'est cette propriété qui est alors mise à profit par les chercheurs pour évaluer le vecteur initial à partir de relations simples et approximatives, mais valables pour des fréquences particulières. En effet, le comportement de n'importe quel matériau peut facilement être plus ou moins perçu à travers certaines valeurs de ses paramètres de répartition. Pour les échantillons à faibles pertes, les valeurs maximum de  $|S_{21}|$  coïncident avec  $\angle S_{21} = 0$  et  $180^\circ$  et les valeurs minimum avec  $\angle S_{21} = 90$  et  $270^\circ$ . Par contre, pour les échantillons à pertes élevées, les valeurs maximum et minimum de  $|S_{21}|$  ne sont pas évidentes, mais ces points sont facilement identifiés à partir de la lecture de la phase.

Dans ce chapitre, nous citerons quelques méthodes à titre d'exemple.

#### 4.1. Première méthode [5]

Cette méthode est basée sur la mesure de  $S_{21}$  à l'aide d'un analyseur de réseau automatique. En prenant des valeurs particulières de l'argument de  $S_{21}$  et les fréquences correspondantes, on peut ainsi donner une estimation grossière de la permittivité relative  $\epsilon_r$  et du coefficient de perte  $\tan\delta$ , grandeurs indispensables à l'évaluation du vecteur initial pour la résolution numérique de l'équation suivante :

$$S_{21mesuré} - \frac{4\gamma\gamma_0}{(\gamma+\gamma_0)^2 e^{\gamma L} - (\gamma-\gamma_0)^2 e^{-\gamma L}} = 0 \quad (4.1)$$

avec  $\gamma = \alpha + j\beta$ . On peut aussi exprimer  $\gamma$  en fonction de  $\epsilon_r$  et  $\tan\delta$  en utilisant les relations (2.20 et 2.21).

Les expressions donnant la valeur approximative de la permittivité sont :

pour la ligne coaxiale :

$$\epsilon_r = \left( \frac{n \cdot 150}{LF} \right)^2 \quad (4.2)$$

pour le guide d'onde rectangulaire :

$$\epsilon_r = \frac{\left( \frac{an}{L} \right)^2 + 1}{\left( \frac{aF}{150} \right)^2} \quad (4.3)$$

pour les deux types :

$$\tan\delta = \frac{95.5 \ln(|S_{21}(F_1)|/|S_{21}(F_2)|)}{L(F_2 - F_1)\sqrt{\epsilon_r}} \quad (4.4)$$

où :

- $a$  (en millimètre) est la longueur de la section rectangulaire guide d'onde ;
- $L$  (en millimètre) est la longueur de l'échantillon ;
- $F$  (en Gigahertz) est la fréquence pour laquelle l'argument de  $S_{21}$  est égal à  $0^0$  ou  $180^0$  ;
- $n$  est un nombre entier pair (2, 4, 6,...etc.) dans le cas où l'argument de  $S_{21}$  est égale à  $0^0$ , et impair (1, 3, 5,...etc.) pour un argument de  $S_{21}$  de  $180^0$ .
- $F_1$  et  $F_2$  sont les fréquences associées à des points successifs de phase  $\angle S_{21} = 0$  et  $180^0$ .

La procédure consiste donc à relever d'abord de l'analyseur de réseaux les valeurs de  $n$  qui sont faciles à trouver si la gamme de fréquence est suffisante pour fournir deux ou plus de valeurs de fréquence où  $\angle S_{21} = 0$  ou  $180^0$ . On en déduit ensuite celles de  $\epsilon_r$  et  $\tan\delta$  en usant des relations (4.2 - 4.4). Le mauvais choix de la valeur de  $n$  peut causer une convergence vers une solution erronée, ce qui apparaîtra

sous forme d'une variation rapide de  $\epsilon_r$  (permittivité complexe) et  $\tan\delta$  en fonction de la fréquence. Le bon choix de la longueur de l'échantillon peut éviter ce problème.

## 4.2. Deuxième méthode [6]

Cette méthode est développée pour mesurer les propriétés diélectriques des matériaux moites. Elle utilise, au moyen d'un analyseur de réseau, des mesures en transmission sur des cellules de guide d'ondes remplies d'échantillons de teneur en eau connue. Puisque cette technique apporte des solutions multiples pour la constante diélectrique complexe, un procédé simple a été développé pour identifier la solution correcte. Ce procédé résulte, après modification, de la méthode de Ness [5]. Il s'avère fiable et se prête à l'automatisation de mesure.

Le but de cette méthode est d'estimer  $\beta l$ . Pour cela, il est d'abord nécessaire de noter trois fréquences consécutives  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$  auxquelles la phase du coefficient de transmission  $S_{21}$  est un multiple de  $90^\circ$ . Ces fréquences sont facilement identifiées grâce aux marqueurs de l'analyseur de réseau. À ces fréquences  $\beta L = m\pi/2$  où  $m$  prend des valeurs entières successives. Normalement, l'intervalle  $[f_1, f_3]$  est relativement petit pour que la variation de la permittivité soit presque linéaire en fonction de la fréquence. Par conséquent la partie réelle de la constante diélectrique peut être liée à  $f_2$  comme suit :

$$\epsilon'_r = \epsilon'_{r2} + \frac{d\epsilon'_r}{df}(f - f_2) \quad (4.5)$$

où  $\epsilon'_2$  est la permittivité pour la fréquence  $f_2$ .

En s'assurant que la fréquence de travail est supérieure à celle de coupure du guide d'onde, nous pouvons écrire

$$\beta^2 > \alpha^2 \quad (4.6)$$

Or, à partir des équations de l'onde guidée (2.20 et 2.21), on a les relations suivantes :

$$\epsilon'_r = \left[ 1 + (\beta^2 - \alpha^2) \left( \frac{a}{\pi} \right)^2 \right] \left( \frac{c}{2af} \right)^2 \quad (4.7)$$

$$\epsilon''_r = \frac{\alpha^2 \beta^2 c^2}{2\pi^2 f^2} \quad (4.8)$$

Si on combine les relations (4.5) et (4.7) en tenant compte (4.6) on obtient les résultats suivants :

$$\epsilon'_{r2} + \frac{d\epsilon'_r}{dF}(F_1 - F_2) \approx \left[ 1 + \left\{ \frac{a(m-1)}{2L} \right\}^2 \right] \left( \frac{150}{aF_1} \right)^2 \quad (4.9)$$

$$\varepsilon'_{r2} \approx \left[ 1 + \left\{ \frac{am}{2L} \right\}^2 \right] \left( \frac{150}{aF_2} \right)^2 \quad (4.10)$$

$$\varepsilon'_{r2} + \frac{d\varepsilon'_r}{dF} (F_3 - F_2) \approx \left[ 1 + \left\{ \frac{a(m+1)}{2L} \right\}^2 \right] \left( \frac{150}{aF_3} \right)^2 \quad (4.11)$$

où  $F$  la fréquence est en GHz et  $L$  en millimètre. La résolution simultanée des équations (4.9) à (4.11) donne une équation du second degré qui permet de calculer la valeur de  $m$  pour la fréquence  $f_2$ . La solution la plus grande est associée à un taux négatif de changement de la permittivité avec la fréquence, tandis que la solution la plus petite est associée à un taux positif. Le comportement diélectrique des matériaux moites est dominé par celui de l'eau, dont la constante diélectrique diminue avec la fréquence. Par conséquent pour les matériaux moites la solution la plus grande est le choix correct. En raison des approximations et des perturbations de mesure la valeur de  $m$  obtenue ne sera pas un nombre entier exact et doit être arrondie à la valeur la plus proche. Si le déphasage à  $f_2$  est  $0^\circ$  alors  $m$  doit être un multiple de quatre, s'il est  $90^\circ$   $m$  doit être un multiple de quatre plus un, et ainsi de suite. Une fois qu'une valeur de  $m$  ait été déterminée, une première évaluation de  $\varepsilon'_{r2}$  peut être trouvée à partir de la relation (4.10). Après avoir obtenu une première évaluation de la constante diélectrique le coefficient de propagation dans l'échantillon peut être estimé. L'élimination de  $\alpha$  entre (4.7) et (4.8) donne le coefficient de phase comme :

$$\beta^2 = 2 \left( \frac{\pi f}{c} \right)^2 \left[ E + \sqrt{E^2 + \varepsilon_r''^2} \right] \quad (4.12)$$

où  $E = \varepsilon'_r - (c/2af)^2$ .

Une première évaluation de  $\alpha_1$  n'est pas nécessaire pour faire démarrer l'itération, ainsi on peut initialement lui attribuer la valeur zéro. De là, l'équation (4.1) est résolue par la méthode de Newton complexe pour fournir une détermination précise de  $\gamma$ . Des valeurs précises des vraies et imaginaires parties de la constante diélectrique relative sont alors obtenues à partir de (4.7) et (4.8). Une fois que ceci a été réalisé à une fréquence particulière, par exemple  $f_2$ , ces valeurs peuvent être employées pour commencer l'itération à la prochaine fréquence adjacente, jusqu'à ce que la constante diélectrique ait été calculée sur la gamme entière de fréquence.

### 4.3. Troisième méthode [4]

La technique de mesure des paramètres transmission/réflexion est utilisée pour évaluer la constante diélectrique complexe et la perméabilité du matériau. Dans cette méthode, de nouveaux algorithmes pour la détermination de la constante diélectrique

sont développés. Ces algorithmes se basent sur un ensemble d'équations qui décrivent le matériau et qui prennent en compte les positions des plans de référence (Fig.4.1). Ces équations sont :

$$S_{11} = R_1^2 \left[ \frac{\Gamma(1-T^2)}{1-\Gamma^2 T^2} \right] \quad (4.13)$$

$$S_{22} = R_2^2 \left[ \frac{\Gamma(1-T^2)}{1-\Gamma^2 T^2} \right] \quad (4.14)$$

$$S_{21} = R_1 R_2 \left[ \frac{T(1-\Gamma^2)}{1-\Gamma^2 T^2} \right] \quad (4.15)$$

avec

$$R_1 = \exp(-\gamma_0 L_1) \quad (4.16)$$

$$R_2 = \exp(-\gamma_0 L_2) \quad (4.17)$$

$$T = \exp(-\gamma L) \quad (4.18)$$

$$L_{air} = L + L_1 + L_2 \quad (4.19)$$

$$\Gamma = \frac{\frac{\gamma_0}{\mu_0} - \frac{\gamma}{\mu}}{\frac{\gamma_0}{\mu_0} + \frac{\gamma}{\mu}} \quad (4.20)$$

où  $L$  est la longueur de l'échantillon,  $L_1$  et  $L_2$  sont les distances entre les positions des plans de référence et les accès de l'échantillon.  $L_{air}$  est supposé connu.

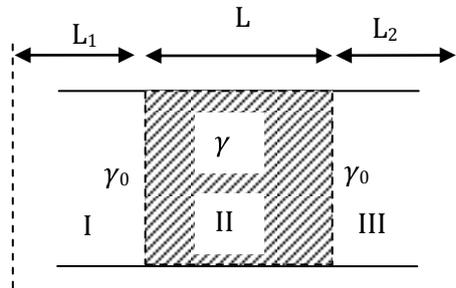


Fig.4.1 : Echantillon de longueur  $L$  avec les positions des plans de référence

Le paramètre  $S_{21}^0$  d'un guide d'onde vide est donné par l'expression suivante :

$$S_{21}^0 = R_1 R_2 \exp(-\gamma_0 L) \quad (4.21)$$

Pour les matériaux non magnétiques  $\mu_r = 1$ , les équations (4.13), (4.14) et (4.15) contiennent  $\epsilon_r'$ ,  $\epsilon_r''$ ,  $L$ ,  $R_1$  et  $R_2$  comme inconnues. On peut ajouter les équations (4.19) et (4.21) au système d'équations. Donc, on aura neuf équations réelles pour cinq inconnues, ou quatre inconnues dans la plupart des cas où la longueur de l'échantillon  $L$  est connue. Pour les matériaux magnétiques, on aura deux inconnues en plus  $\mu_r'$  et  $\mu_r''$ . Pour les deux cas, le nombre des équations est plus grand que le

nombre des inconnues, donc les systèmes sont surdéterminés, ce qui permet de résoudre le problème par différentes combinaisons.

Par exemple, pour un matériau non magnétique on peut éliminer les inconnues  $L_1$  et  $L_2$  ce qui donne un système indépendant au plan de référence. Il existe une famille d'équations très utilisée qui est indépendante du plan de référence :

$$|S_{11}| = \left| \frac{\Gamma(1-T^2)}{1-\Gamma^2 T^2} \right| \quad (4.22)$$

$$|S_{21}| = \left| \frac{T(1-\Gamma^2)}{1-\Gamma^2 T^2} \right| \quad (4.23)$$

$$\frac{S_{11}S_{22}}{S_{12}S_{21}} = \frac{\left(1 - \frac{\tilde{\epsilon}_r}{\tilde{\mu}_r}\right)^2}{\frac{4\tilde{\epsilon}_r}{\tilde{\mu}_r}} \sinh^2 \gamma L \quad (4.24)$$

$$\frac{S_{21}}{S_{21}^0} = \exp(\gamma_0 L) \frac{Z(1-\Gamma^2)}{1-\Gamma^2 Z^2} \quad (4.25)$$

$$S_{21}S_{12}S_{11}S_{22} = \exp[(-2\gamma_0 L)(L_{air} - L)] \frac{T^2 - \Gamma^2}{1 - \Gamma^2 T^2} \quad (4.26)$$

**Remarque :**

- L'équation (4.24) est valable uniquement pour un câble coaxial.
- Les deux barres verticales  $|x|$  désignent le module de l'expression complexe  $x$ .

La combinaison des équations (4.13) et (4.15) permet de donner une expression explicite de la permittivité et la perméabilité. Mais, la solution de cette équation ne donne pas directement les valeurs, car il existe une ambiguïté dans la valeur de phase. Cette méthode nécessite une solution pour chaque fréquence. En plus de cela, cette méthode ne donne pas de bons résultats pour des échantillons qui ont une longueur égale à un multiple de  $\lambda/2$ . En effet, pour un matériau de faible perte et pour une fréquence telle que la longueur de l'échantillon soit égale à un multiple de la demi-longueur d'onde, le paramètre  $S_{11}$  a un faible module ce qui engendre par conséquent une instabilité dans les résultats. Pour éviter ce problème, il faut choisir une longueur de l'échantillon inférieure à  $\lambda/2$ . Mais, cette solution dégrade la sensibilité de la mesure. Pour un matériau à faible perte, on préfère prendre un échantillon relativement long.

Une autre méthode consiste à combiner les équations (4.22) et (4.26) pour obtenir une solution stable sur toute la plage de mesure.  $L$  et  $L_{air}$  sont traités comme des inconnues pour un système de quatre équations réelles indépendantes du plan de référence.

#### 4.4. Quatrième méthode [1]

Cette méthode propose une solution pour éliminer l'ambiguïté due à la phase des paramètres de répartition  $S_{ij}$ . Elle est uniquement valable pour les matériaux non magnétiques à faible perte. Elle consiste à utiliser seulement le module du paramètre de répartition  $S_{11}$  car la phase de ce dernier constitue une source de l'ambiguïté. Cette méthode diminue l'incertitude de mesure par le fait qu'elle nécessite un seul échantillon. En plus, on n'a pas besoin de chercher une estimation comme valeur initiale. Elle est utilisable pour une mesure à large bande, mais le calcul se fait point par point.

L'étude montre que la multiplicité de solution de la permittivité est liée au module du coefficient de transmission  $T$ , normalisé par rapport à l'impédance de l'échantillon. Donc, on peut grâce aux équations (4.13 et 4.15) trouver une expression indépendante de ce paramètre. Cette expression est donnée par la formule suivante :

$$\left(\frac{1+S_{11}+S_{21}}{1-S_{11}-S_{21}}\right) \left(\frac{1+S_{11}-S_{21}}{1-S_{11}+S_{21}}\right) = \left(\frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}\right)^2 \quad (4.27)$$

Or, cette relation pose deux problèmes : premièrement cette expression n'est pas stable lorsque la valeur de  $S_{11}$  s'approche de zéro, et  $S_{21}$  de un (dans le cas d'un matériau passif). Deuxièmement, l'incertitude sur la phase de  $S_{11}$  augmente lorsque ce dernier possède une faible valeur. On a cité précédemment les solutions proposées pour résoudre ces deux problèmes.

Ces problèmes se posent surtout pour une longueur de l'échantillon égale à un multiple de demi-longueur d'onde. Pour cela, il est nécessaire d'étudier le comportement des éléments  $S_{11}$  et  $S_{21}$  pour cette fréquence. Nous pouvons exprimer la constante de propagation  $\gamma$  sous la forme suivante :

$$\gamma = \alpha + j\beta = j(2\pi/\lambda_0)\sqrt{\tilde{\epsilon}_r\tilde{\mu}_r - (\lambda_0/\lambda_c)^2} \quad (4.28)$$

avec

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}\pi}{\lambda_0} \sqrt{\epsilon_r''\mu_r'' - \epsilon_r'\mu_r' + (\lambda_0/\lambda_c)^2 + \sqrt{(\epsilon_r'\mu_r' - \epsilon_r''\mu_r'' - (\lambda_0/\lambda_c)^2)^2 + (\epsilon_r'\mu_r'' + \epsilon_r''\mu_r')^2}}$$

$$\beta = 2 \left(\frac{\pi}{\lambda_0}\right)^2 \frac{(\epsilon_r'\mu_r' + \epsilon_r''\mu_r'')}{\alpha} \quad (4.29)$$

Dans le cas où  $L = \frac{n\lambda_g}{2}$  on peut faire les approximations suivantes :

$$L \cong \frac{n\lambda_g}{2}$$

$$\beta \cong \frac{n\pi}{L}$$

$$T^2 \cong e^{-2\alpha L} = e^{-\left(\frac{2L}{\lambda_0}\right)^2 \frac{\varepsilon_r''\mu_r' - \varepsilon_r'\mu_r''}{n}\pi} \quad (4.30)$$

Il est évident qu'à partir de la relation (4.30) le coefficient de transmission T s'approche de un lorsque  $\varepsilon_r''$  et  $\mu_r''$  tendent simultanément vers zéro, ce qui est typiquement le cas d'un matériau à faible perte. D'autre part, l'incertitude sur la phase des éléments  $S_{11}$  et  $S_{21}$  augmente par le fait de la diminution de ces derniers. L'expression de T prouve que cette incertitude diminue avec la longueur puisque l'augmentation de L diminue la valeur de T.

On va définir d'autres variables comme montrent les expressions:

$$\chi + j\xi = \sqrt{\varepsilon_r - (\lambda_0/\lambda_c)^2}$$

$$B = e^{-\left(\frac{4\pi\xi L}{\lambda_0}\right)} \quad (4.31)$$

$$A = \frac{4\pi\chi L}{\lambda_0} \quad (4.32)$$

$$\kappa = \sqrt{1 - (\lambda_0/\lambda_c)^2}$$

En utilisant les relations (4.31) et (4.32), on peut écrire :

$$\chi\xi = 0.5\varepsilon_r''$$

$$\chi^2 = (\varepsilon_r' - 1) + \xi^2 + \kappa^2 \quad (4.33)$$

avec  $0 < \kappa < 1$  et  $\lambda_0 < \lambda_c$  pour un milieu passif, il est évident que |T| doit diminuer avec  $\varepsilon_r''$ . Cette condition impose que  $\chi$  et  $\xi$  soient réels et plus grands que zéro.

Utilisant les nouvelles variables,  $\theta_{11}$  et  $\theta_{22}$  :

$$\theta_{11}(L_1) = -\frac{4\pi}{\lambda_0}\kappa L_1 - \arctan\left(\frac{\xi}{\chi-\kappa}\right) - \arctan\left(\frac{\xi}{\chi+\kappa}\right)$$

$$+ \arctan\left(\frac{B\sin(A)}{1-B\cos(A)}\right) - \arctan\left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2}\right)$$

$$\theta_{22} = \theta_{11}(L_2) \quad (4.34)$$

avec

$$\Omega_1 = -2\xi(\chi + \kappa) + 2\xi B\cos(A)(\chi - \kappa) + B\sin(A)[(\chi - \kappa)^2 - \xi^2]$$

$$\Omega_2 = [(\chi + \kappa)^2 - \xi^2] - B \cos(A)[(\chi - \kappa)^2 - \xi^2] + 2\xi B \sin(A)(\chi - \kappa) \quad (4.35)$$

Il faut remarquer que le minimum de  $|S_{21}|$  ait lieu lorsque  $\cos(A) \approx 1$ , si on remplace cette valeur dans les relations (4.34) et (4.35) avec  $\xi = 0$  (faible perte), la relation (4.34) devient :

$$\theta_{11}(L_1) = -\frac{4\pi}{\lambda_0} \kappa L_1 \pm m\pi + \arctan\left(\frac{0}{0}\right)$$

$$\theta_{22} = \theta_{11}(L_2)$$

avec  $m = 0, 1, 2, \dots$

On voit bien l'instabilité de la mesure de  $\theta_{11}$  et  $\theta_{22}$  causée par le terme  $\arctan\left(\frac{0}{0}\right)$  dans le cas où  $L \cong \frac{n\lambda_g}{2}$ . Par contre, on ne trouve pas cette indétermination dans l'expression de  $\theta_{21}$ . En effet, en utilisant les relations (4.31) et (4.32), l'expression de  $\theta_{21}$  est donnée par :

$$\theta_{21} = \theta_{12} = -\frac{2\pi}{\lambda_0} \kappa(L_1 + L_2) - \frac{A}{2} - \arctan\left(\frac{\xi}{\chi}\right) - \arctan\left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2}\right) \quad (4.36)$$

Si on substitue la valeur  $\cos(A) \approx 1$  dans l'expression (17), on trouve :

$$\theta_{21} = -\frac{2\pi\kappa(L_1+L_2)}{\lambda_0} + \left(\pm s \pm \frac{2p+1}{2}\right)\pi, \quad s, p = 0, 1, 2 \dots \quad (4.37)$$

Il est clair donc que  $\theta_{21}$  n'a aucune instabilité.

A cause de l'indétermination dans l'expression de  $\theta_{11}$  et  $\theta_{22}$ , on essaie d'utiliser uniquement la paire ( $|S_{11}|$ ,  $|S_{21}|$ ) pour avoir une valeur unique de la permittivité. Malheureusement, l'existence des termes trigonométriques dans les expressions de  $|S_{11}|$  et  $|S_{21}|$  fait que la solution ne peut être unique. En effet,  $|S_{11}|$  et  $|S_{21}|$  s'expriment comme suit :

$$|S_{11}| = \sqrt{(A_1^2 + A_2)(1 + B^2 - 2B \cos(A))} / \psi \quad (4.38)$$

$$|S_{21}| = \sqrt{16B(\chi^2 + \xi^2)\kappa^2} / \psi \quad (4.39)$$

avec

$$\psi = B^2 A_3^2 + A_4^2 + 8\kappa\xi B \sin(A) A_1 - 2B \cos(A)(A_1^2 - A_2)$$

$$A_1 = \chi^2 + \xi^2 - \kappa^2$$

$$A_2 = 4\kappa^2 \xi^2$$

$$A_3 = (\chi - \kappa)^2 + \xi^2$$

$$A_4 = (\chi + \kappa)^2 + \xi^2 \quad (4.40)$$

L'analyse des expressions de  $|S_{11}|$  et  $|S_{21}|$  montre qu'il est impossible de trouver une solution unique à partir de ces expressions. Si on tire l'expression de  $\cos(A)$  en fonction de  $\chi$ ,  $\xi$  et  $B$  à partir des relations (4.38) et (4.39), on trouve :

$$\cos(A) = \frac{1}{2} \left( B + \frac{1}{B} \right) - \frac{8\kappa^2 |S_{11}|^2 (\chi^2 + \xi^2)}{|S_{21}|^2 (A_1^2 + A_2)} \quad (4.41)$$

En utilisant toujours les relations (4.38) et (4.39), on peut éliminer le terme de  $\cos(A)$  et trouver l'expression de  $\sin(A)$  en fonction de  $\chi$ ,  $\xi$  et  $B$  comme suit :

$$\sin(A) = \frac{L_0}{8\kappa\xi A_1} \left[ \frac{(A_1^2 + A_2)}{|S_{11}|^2} - (A_1^2 + A_2) \right] + \left( B + \frac{1}{B} \right) \frac{\chi(\chi^2 + \xi^2 + \kappa^2)}{2\xi A_1} - \left( B + \frac{1}{B} \right) \frac{\kappa(\chi^2 + \xi^2)}{2\xi A_1} \quad (4.42)$$

On peut donc éliminer les termes trigonométriques par l'utilisation de la relation :

$$\sin^2(A) + \cos^2(A) = 1$$

Or, dans ce cas on obtient une seule équation pour deux inconnues indépendantes. Par conséquent, à partir de ce couple on ne peut pas avoir une solution unique pour la permittivité.

On a vu que l'expression de  $\theta_{21}$  ne contient pas une indétermination, ce qui nous fait penser à utiliser le couple  $(|S_{21}|, \theta_{21})$ . Mais, la présence du paramètre  $T$  ne permet pas d'obtenir une solution unique. On peut exprimer  $T$  sous la forme suivante :

$$T_{1,2} = \frac{-(1-T^2) \pm \sqrt{(1-T^2)^2 + 4T^2 S_{21}^A}}{2T^2 S_{21}^A} \quad (4.43)$$

avec

$$S_{21}^A = \frac{S_{21}}{R_1 R_2}$$

$R_1$  et  $R_2$  étant supposés connues.

Deux problèmes apparaissent dans l'expression (4.43) lors la détermination de la permittivité : le problème de choix du signe et celui de la solution multiple dans les expressions (4.41) et (4.42). Pour résoudre ces problèmes, il faut utiliser les trois grandeurs  $|S_{11}|$ ,  $|S_{21}|$  et  $\theta_{21}$  et exploiter la relation trigonométrique suivante :

$$\tan(\theta_A + \theta_B) = \frac{\tan(\theta_A) + \tan(\theta_B)}{1 - \tan(\theta_A) \tan(\theta_B)} \quad (4.44)$$

$\theta_{21}$  peut s'exprimer différemment, et on obtient :

$$F_A(\chi, \xi) = \frac{\tan(\theta_{21} + 2\pi\kappa(L_1 + L_2)/\lambda_0) + \tan(A/2)}{1 - \tan(\theta_{21} + 2\pi\kappa(L_1 + L_2)/\lambda_0) \tan(A/2)} - \frac{\xi\Omega_2 + \chi\Omega_1}{\xi\Omega_1 - \chi\Omega_2} = 0 \quad (4.45)$$

Il est évident que la première fonction tangente dans le numérateur (4.45) est unique pour une valeur mesurée de  $\theta_{21}$  et pour des valeurs estimées ou mesurées de  $L_1$  et  $L_2$ .

En plus, les termes trigonométriques (multi valeurs) dans l'expression de  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  peuvent être remplacés en utilisant les relations (4.41) et (4.42).

Cette procédure est similaire à celle qui utilise la relation de Kramers–Kronig [1] pour obtenir la valeur unique de  $\beta$ . Néanmoins, la substitution convenable du terme  $\tan(A/2)$  est un peu difficile. Pour illustrer ce problème, on peut écrire l'expression de  $A$  comme suit :

$$A = A' + 2\pi p \quad -2\pi \leq A' \leq 2\pi \quad p = 1,2,3 \dots \quad (4.46)$$

Comme  $A > 0$  et en utilisant la relation (22), on trouve :

$$\tan\left(\frac{A}{2}\right) = \pm \tan\left(\frac{1}{2} \arccos\left(\frac{B+1/B-L_0}{2}\right)\right) \quad (4.47)$$

L'ambiguïté du signe est imposée par le fait que la fonction arccos produit deux valeurs pour  $A'$  qui sont séparées par  $2\pi$ . Heureusement, on peut remarquer que le correcte signe de  $\tan(A/2)$  peut être choisi à partir des contraintes suivantes :

$$X > 0, \xi > 0 \quad \text{et} \quad F_B(\chi, \xi) = \cos^2(A) + \sin^2(A) - 1 = 0 \quad (4.48)$$

## Nouvelles méthodes de calcul des propriétés diélectriques d'un matériau

Dans ce chapitre, nous allons exposer nos deux méthodes que nous avons développées, pour la mesure de la permittivité complexe d'un matériau non magnétique. La première méthode est basée sur la mesure des paramètres de répartition  $S_{11}$  et  $S_{21}$  pour deux échantillons identiques mais ayant des longueurs différentes où l'un doit avoir une longueur double ou multiple de l'autre. En combinant judicieusement les expressions des paramètres de répartition, nous aboutiront finalement à une équation linéaire dont la racine est la permittivité. Cependant, la résolution de cette équation conduit aussi à des racines multiples et pour y remédier nous proposons deux démarches dont les résultats sont validés et comparés aux résultats obtenus par d'autres méthodes [14].

La deuxième méthode est différente de la première méthode puisqu'elle a pour but de résoudre l'équation transcendante exprimant le coefficient de transmission en utilisant la méthode numérique de Gauss-Newton. Notre contribution, qui est différente de celles déjà publiées, réside dans le fait d'évaluer le vecteur initial à partir de la valeur mesurée du coefficient de réflexion à l'accès d'un échantillon de pertes relativement élevées, autrement dit de longueur assez grande.

### 5.1. Première méthode

#### 5.1.1. formulation

Dans le chapitre 2, nous avons donné les expressions des paramètres  $S_{11}$  et  $S_{21}$  en fonction des grandeurs caractéristiques propres au guide d'onde et au matériau, qui sont :

$$S_{11} = \frac{(\gamma^2 - \gamma_0^2)(e^{\gamma L} - e^{-\gamma L})}{(\gamma + \gamma_0)^2 e^{\gamma L} - (\gamma - \gamma_0)^2 e^{-\gamma L}} \quad (5.1)$$

$$S_{21} = \frac{4\gamma\gamma_0}{(\gamma + \gamma_0)^2 e^{\gamma L} - (\gamma - \gamma_0)^2 e^{-\gamma L}} \quad (5.2)$$

Avec :

- $\gamma = \alpha + j\beta$  la constante de propagation du matériau à mesurer ;
- $\gamma_0 = \alpha_0 + j\beta_0$  la constante de propagation dans le vide.

La grandeur fournissant des informations concernant le matériau est donc la constante de propagation  $\gamma$  dont nous voulons déterminer une expression linéaire plus explicite. Pour cela, nous adoptons la démarche suivante :

- à partir de  $S_{11}(L_1)$  et  $S_{21}(L_1)$ , les paramètres de répartition du premier échantillon de longueur  $L_1$ , et de  $S_{11}(L_2)$  et  $S_{21}(L_2)$  ceux du deuxième échantillon de longueur  $L_2$ , nous calculons les rapports :

$$A_1 = \frac{S_{11}(L_1)}{S_{21}(L_1)} = \frac{(\gamma^2 - \gamma_0^2)(e^{\gamma L_1} - e^{-\gamma L_1})}{4\gamma\gamma_0}$$

$$A_2 = \frac{S_{11}(L_2)}{S_{21}(L_2)} = \frac{(\gamma^2 - \gamma_0^2)(e^{\gamma L_2} - e^{-\gamma L_2})}{4\gamma\gamma_0}$$

- à partir de ces résultats, nous déterminons un autre rapport :

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{(e^{\gamma L_2} - e^{-\gamma L_2})}{(e^{\gamma L_1} - e^{-\gamma L_1})} \quad (5.3)$$

- en choisissant les longueurs des échantillons telles que  $L_2 = 2L_1$  et en posant :

$$x = e^{\gamma L_1} = e^{(\alpha + j\beta)L_1} \quad (5.4)$$

nous pouvons ainsi réécrire la relation (5.3) comme suit :

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{x^{-2} - x^2}{x^{-1} - x} = \frac{1 + x^2}{x} \quad (5.5)$$

La relation (5.5) aboutit à une équation complexe du second ordre où l'inconnue est  $x$  :

$$A_1 x^2 - A_2 x + A_1 = 0 .$$

Les solutions de cette équation sont :

$$x_{1,2} = \frac{A_2}{2A_1} \pm \sqrt{\left(\frac{A_2}{2A_1}\right)^2 - 1} \quad (5.6)$$

La multiplicité de la racine fait que nous devons considérer deux valeurs de la constante de phase, la première étant celle qui est mesurée et la seconde ayant la valeur réelle. Pour les distinguer, nous adoptons la notation suivante :

- l'indice  $m$  : mesuré ;
- L'indice  $r$  : réel.

Ainsi, la valeur mesurée de  $x$  est obtenue à partir de la relation (5.6), soit :

$$x_m = e^{(\alpha_m + j\beta_m)L_1} \quad (5.7)$$

Il faut choisir, parmi les deux solutions possibles, celle qui vérifie les conditions physiques de propagation à savoir  $\alpha_m > 0$ .

Si la valeur de l'argument de  $x_m$  est seulement donnée dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ , par contre, celle de l'argument de  $x_r$  (valeur réelle) peut être égale à cette valeur à  $+ 2k\pi$  près. Nous pouvons donc écrire :

$$\alpha_r = \alpha_m \quad (5.8)$$

$$\beta_r L_1 = \beta_m L_1 + 2k\pi \quad (5.9)$$

Donc le problème qui se pose est la détermination de la valeur de  $k$  (nombre entier) qui donne la vraie solution. Pour cela, la relation (5.9) peut s'écrire :

$$\beta_r = \beta_m + 2k\pi/L_1 \quad (5.10)$$

Cette expression (5.10) indique que seuls  $\beta_m$  et  $k$  varient avec  $L_1$  alors que  $\beta_r$  reste constant pour une fréquence donnée ; ce qui nous amène donc à réécrire la relation (5.10) de la manière suivante :

$$\beta_r = \beta_m(L_1) + 2k(L_1)\pi/L_1 \quad (5.11)$$

Pour un échantillon de longueur  $L_1 + \Delta L$  avec  $\Delta L$  relativement faible, deux cas de figure distincts peuvent avoir lieu :

➤ seul  $\beta_m$  varie et  $k$  reste constant en vertu de (5.11) :

$$\beta_r = \beta_m(L_1 + \Delta L) + 2k(L_1)\pi/(L_1 + \Delta L) \quad (5.12a)$$

➤  $\beta_m$  varie et  $k$  aussi mais d'une unité tels que :

$$\beta_r = \beta_m(L_1 + \Delta L) + 2(k(L_1) + 1)\pi/(L_1 + \Delta L) \quad (5.12b)$$

Pour nous conforter dans notre raisonnement, nous recourons à la simulation de cette méthode ainsi qu'à une étude comparative avec les méthodes qui ont déjà fait l'objet de publication [14].

### 5.1.2. Simulation

Comme cette simulation a pour but de vérifier la relation (5.11), il faut donc disposer des valeurs de  $\beta_r$ ,  $\alpha_r$ ,  $S_{11}$  et  $S_{21}$  calculées ou mesurées ; c'est ce que nous faisons par calcul en prenant les valeurs mesurées de  $\varepsilon_r$  et  $\tan\delta$  [5], [14]. Ces paramètres sont calculés en utilisant les relations (2.23) et (2.24) pour calculer  $\beta_r$  et  $\alpha_r$  et les relations (5.1) et (5.2) du présent chapitre pour  $S_{11}$  et  $S_{21}$ .

Avec notre méthode, nous calculons d'abord la valeur de  $\beta_m$  pour plusieurs longueurs  $L_1$  du premier échantillon à l'aide de la relation (5.6). Comme nous connaissons les valeurs de  $\beta_r$ , nous évaluons ensuite celle de  $k$  à partir de :

$$k = \frac{(\beta_r - \beta_m(L_1))L_1}{2\pi} \quad (5.13)$$

La figure (Fig.5.1) donne  $\beta_m$  et  $k$  en fonction de la longueur  $L_1$  tout en confirmant le saut d'une unité de  $k$ . De cette figure, nous tirons en plus les remarques suivantes :

- au fur et à mesure que la longueur  $L_1$  augmente,  $\beta_m$  ne fait que diminuer en convergeant vers la valeur zéro. Ceci s'explique par le fait que le signal transmis dans le matériau est d'autant plus atténué que  $L_1$  est grand, ce qui se traduit par  $S_{21}$  pratiquement nul. Ce résultat, attendu, nous recommande donc de choisir des longueurs relativement faibles ;
- pour les faibles longueurs ( $L_1 < \lambda_g/2$ ) où  $\lambda_g$  est la longueur dans le guide :  $\beta_r = \beta_m$  et  $k = 0$ . Comme conséquence, il est alors préférable pour les autres méthodes d'utiliser, dans la mesure du possible, une longueur faible afin d'éviter les solutions multiples. Cependant, il faut faire très attention au choix de la longueur, car une longueur trop faible d'un matériau à faible perte engendrerait des incertitudes de mesure.

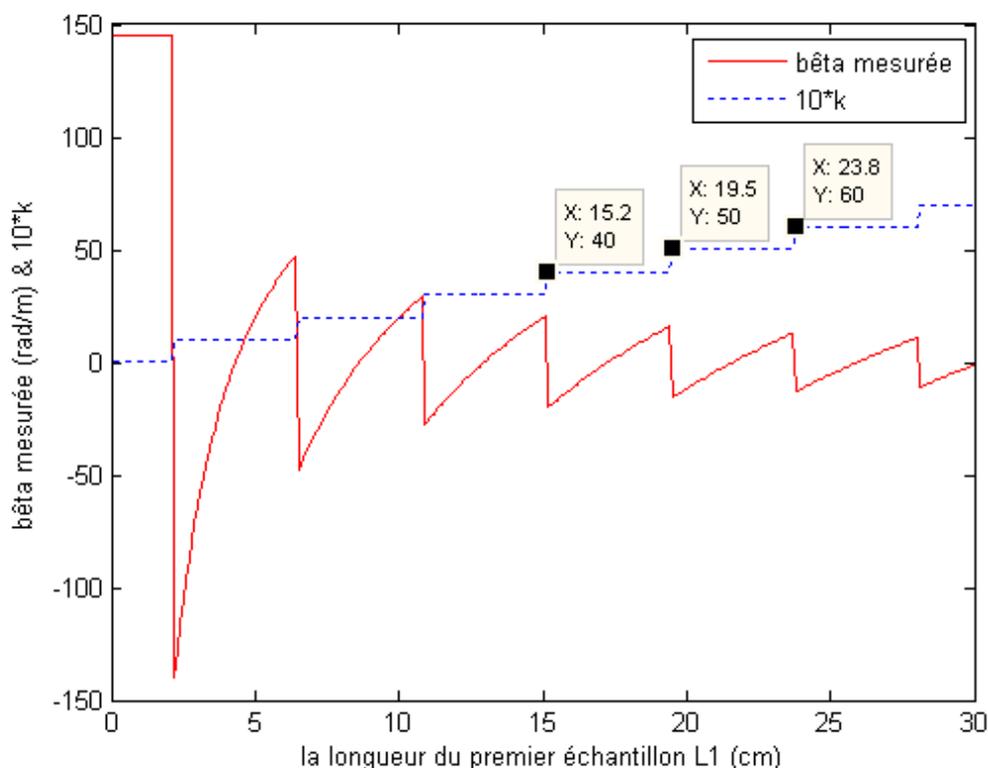


Fig.5.1 :  $\beta_m$  et  $k$  en fonction de la longueur de l'échantillon pour  $\epsilon_r = 9.886$ ,  $\tan\delta = 0.128$  mesurées [5] et  $f = 2.4$  GHz

La figure (Fig.5.2) indique que le produit  $\beta_m \times L_1$  est linéaire et périodique avec la longueur de l'échantillon, et que cette périodicité dépend de la fréquence (Fig.5.3).

Finalement, tous ces résultats décrivent bien le comportement du matériau, ce qui signifie que la relation (5.11) est juste ; nous pouvons maintenant passer à la mise en œuvre de notre méthode.

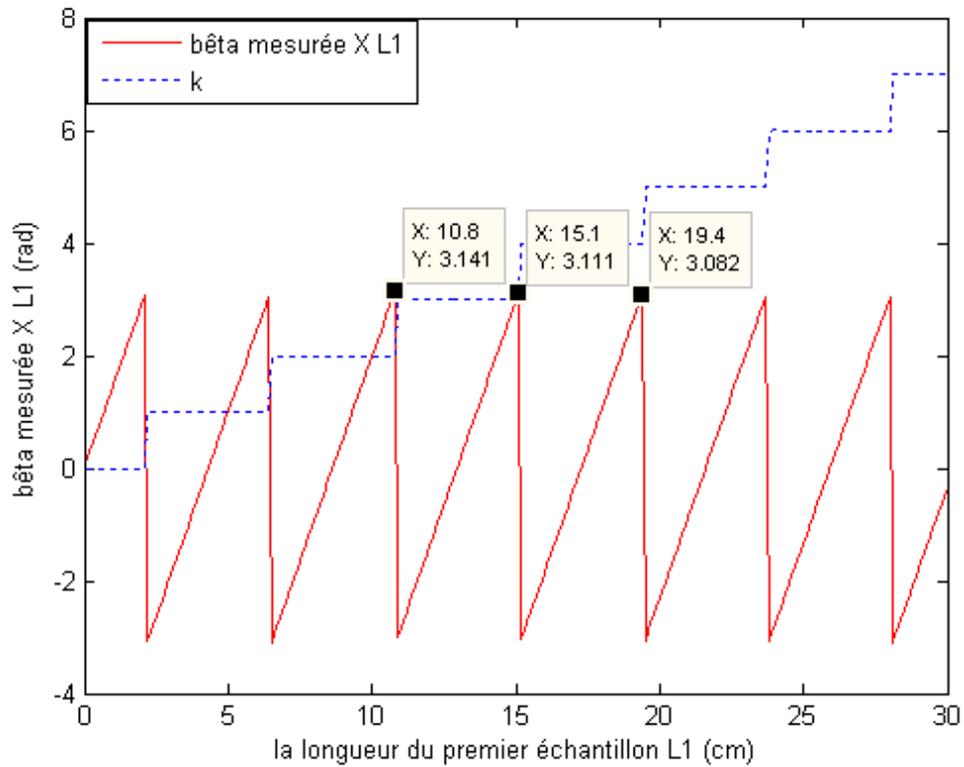


Fig.5.2 : Produit  $\beta_m \times L_1$  et  $k$  en fonction de la longueur de l'échantillon pour  $\epsilon_r = 9.886$ ,  $\tan\delta = 0.128$  mesurées [5] et  $f = 2.4$  GHz.

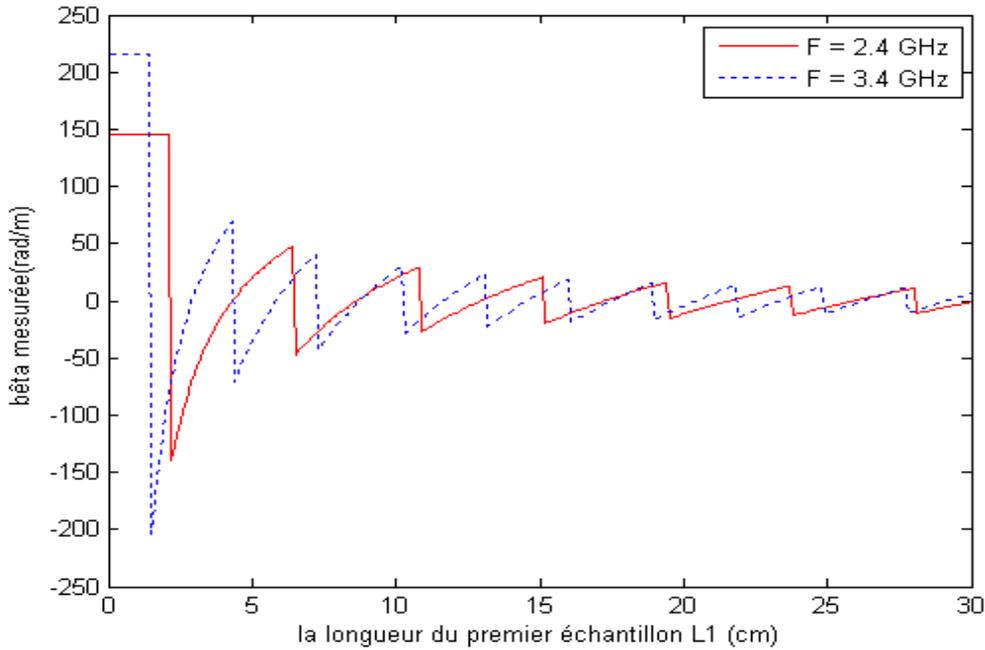


Fig.5.3 :  $\beta_m$  en fonction de la longueur de l'échantillon pour  $f_1 = 2.4$  GHz, et  $f_2 = 3.4$  GHz [5].

### 5.1.3. Mise en œuvre

Le problème qui se pose, sauf dans le cas où  $L_1 < \lambda_g/2$ , est que les valeurs mesurées de la constante de phase  $\beta_m$  ne coïncident pas avec celles de  $\beta_r$ . Le paramètre important qui permet, à partir de  $\beta_m$ , d'aboutir à la détermination de  $\beta_r$  est le nombre entier  $k$ . Alors, le but notre méthode est le calcul de  $k$  en procédant selon deux approches différentes.

#### 5.1.3.1. Première approche

Cette approche consiste à faire une mesure supplémentaire avec des échantillons de longueur  $(L_1+\Delta L)$  et  $2(L_1+\Delta L)$ . Comme  $\beta_r$  et  $\alpha_r$  sont invariants avec la longueur de l'échantillon, nous pouvons par conséquent écrire :

$$\beta_r = \beta_m(L_1) + 2k(L_1)\pi/L_1 = \beta_m(L_1 + \Delta L) + 2k(L_1 + \Delta L)\pi/(L_1 + \Delta L) \quad (5.14)$$

$$\alpha_r = \alpha_m(L_1) = \alpha_m(L_1 + \Delta L) \quad (5.15)$$

Comme la variation de  $k$  est en escalier, et si la valeur de  $\Delta L$  est relativement petite nous pouvons distinguer deux cas:

- dans le cas où  $\Delta L$  n'introduit pas une incrémentation de  $k$ , c'est-à-dire  $(L_1) = k(L_1 + \Delta L)$ , la relation (5.14) devient :

$$\beta_r = \frac{(L_1+\Delta L) \times \beta_m(L_1+\Delta L) - L_1 \beta_m(L_1)}{\Delta L} \quad (5.16)$$

- dans le cas où  $\Delta L$  introduit une incrémentation de  $k$ , cette incrémentation sera alors d'une unité, c'est-à-dire  $k(L_1 + \Delta L) = k(L_1) + 1$  et la relation (5.14) devient :

$$k(L_1) = \frac{L_1(L_1 + \Delta L)}{\Delta L} \frac{\beta_m(L_1 + \Delta L) - \beta_m(L_1)}{2} + \frac{L_1}{\Delta L} \quad (5.17)$$

Parfois, la valeur de  $\Delta L$  choisie pourrait engendrer une augmentation de  $k$  supérieure à l'unité, dans ce cas il suffit tout simplement d'incrémenter à chaque fois  $k$  d'une unité jusqu'à ce que la relation (5.14) soit vérifiée.

$\beta_m$  est calculé à partir de l'équation (5.6) et ce après avoir remplacé, dans cette même équation, les paramètres  $S_{11}$  et  $S_{21}$  par leur valeur mesurée.

Nous pouvons retenir comme remarque pour cette méthode que le choix de la valeur de  $\Delta L$  est extrêmement important. Elle est utilisable surtout pour les matériaux qui ont une faible valeur de la permittivité, où l'incrément de  $k$  n'est pas trop rapide et  $\Delta L$  peut prendre des valeurs de quelques millimètres.

### 5.1.3.2. Deuxième approche

C'est une approche itérative qui consiste chronologiquement à :

- calculer, à partir des valeurs mesurées de  $S_{11}$  et  $S_{21}$ , les valeurs de  $\alpha_m$  et  $\beta_m$  en résolvant l'équation (5.6) avec la contrainte  $\alpha_m > 0$ ;
- calculer, à partir des valeurs de  $\alpha_m$  et  $\beta_m$  obtenues en (a), celles de  $S_{11}$  et  $S_{21}$  en utilisant les expressions (5.1) et (5.2) ;
- comparer les valeurs de  $S_{11}$  et  $S_{21}$  obtenues en (b) à leurs valeurs mesurées. Si ces valeurs sont très proches ou égales, nous aurons alors  $\beta_r = \beta_m$  et  $k = 0$  et la procédure de calcul sera terminée ;
- dans le cas contraire, c'est-à-dire le cas où les valeurs de  $S_{11}$  et  $S_{21}$  calculées en (b) sont différentes de leurs valeurs mesurées, la procédure de calcul continuera mais avec  $k = 1$  et  $(\beta_m)_1 = \beta_m + 2\pi/L_1$  ;
- effectuer de nouveau l'étape (b) en remplaçant  $\beta_m$  par  $(\beta_m)_1$  ;
- effectuer de nouveau l'étape (c). S'il y a égalité entre les valeurs calculées et mesurées de  $S_{11}$  et  $S_{21}$  alors  $\beta_r = (\beta_m)_1$  et la procédure de calcul s'arrête. Sinon, prendre  $k=2$  et  $(\beta_m)_2 = \beta_m + 4\pi/L_1$  et ainsi de suite.

Cette procédure est décrite d'une manière schématique par l'organigramme de la figure (Fig.5.4).

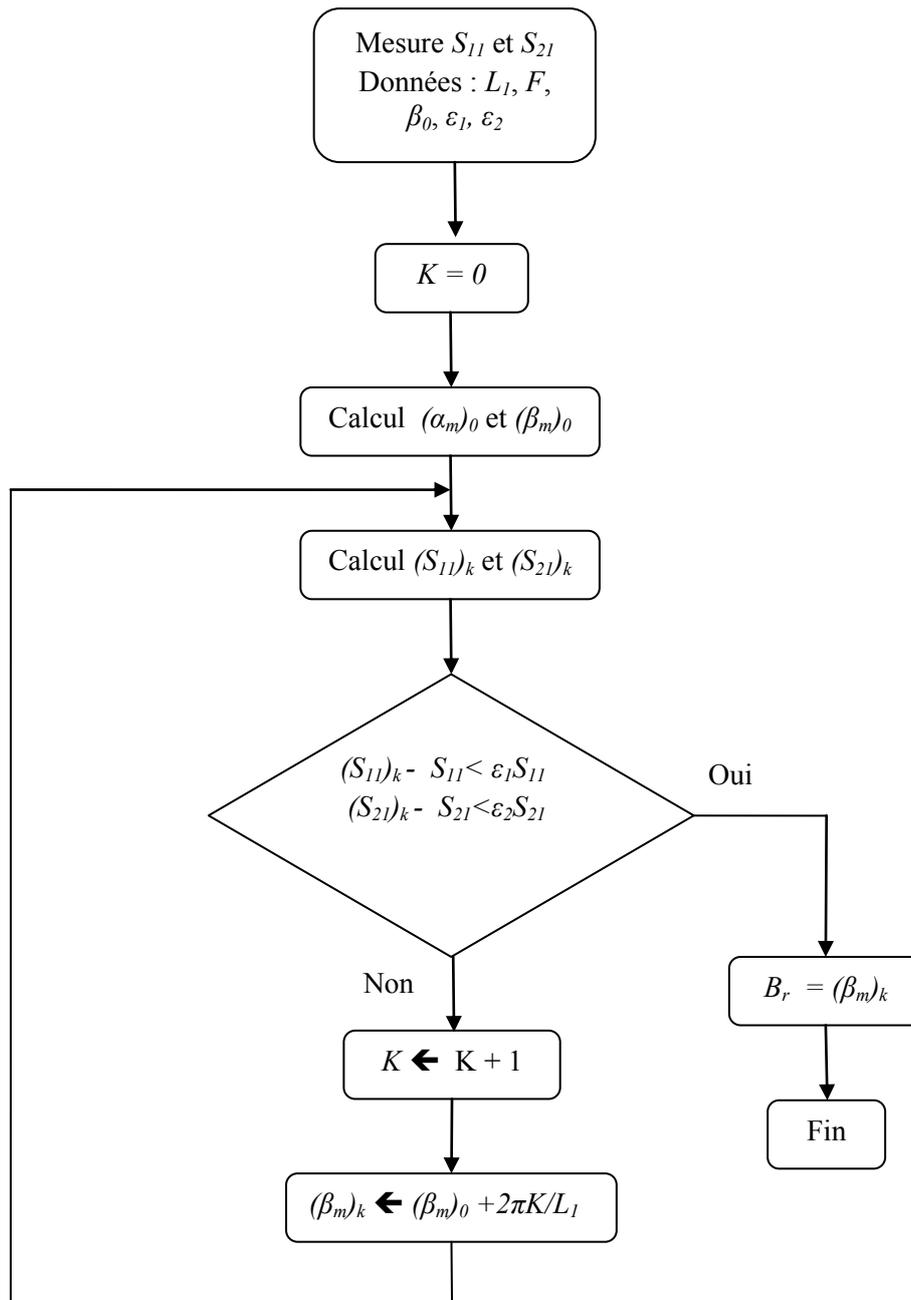


Fig.5.4 : Organigramme de deuxième approche.

#### 5.1.4. Application

Nous appliquons notre méthode à deux matériaux que sont : l'alcool éthylique à 22°C, qui est à faible permittivité, et l'eau distillée à 25 °C, liquide à forte permittivité. Leurs caractéristiques diélectriques  $\epsilon_r'$  et  $\epsilon_r''$  ont déjà fait l'objet d'une étude publiée [14]. Les valeurs de ces caractéristiques sont exploitées d'une part pour calculer  $S_{11}$  et  $S_{21}$ , et d'autre part pour les comparer à celles produites par notre

méthode. Les paramètres de répartitions  $S_{11}$  et  $S_{21}$  sont évalués à l'aide des expressions (5.1) et (5.2) pour deux échantillons de ce matériau de longueurs différentes  $L_1 = 3\text{ cm}$  et  $L_2 = 6\text{ cm}$ , choisies d'une manière fortuite et également pour  $\Delta L = 0.5\text{ cm}$ .

Le tableau (5.1) donne les résultats de la simulation, à savoir  $\epsilon_r'$  et  $\tan\delta$  pour les deux approches de notre méthode.

<i>Fréquence (GHz)</i>	8.4	9.4	10.4	11.4	12.4
$\epsilon_r'$	4.8	4.8	4.75	4.75	4.70
$\epsilon_r''$	2.7	2.5	2.4	2.35	2.2
$\tan\delta$	0.5625	0.5208	0.5053	0.4947	0.4681
$ S_{11}(L_1=3\text{ cm})  \text{ dB}$	-4.7368	-5.5244	-6.0326	-6.3814	-6.7154
$ S_{11}(L_2=6\text{ cm})  \text{ dB}$	-4.7438	-5.5177	-6.0372	-6.3787	-6.7168
$\angle S_{11}(L_1=3\text{ cm})^\circ$	170.2569	169.4924	168.8352	168.4526	168.4479
$\angle S_{11}(L_2=6\text{ cm})^\circ$	170.2794	169.4833	168.8296	168.4608	168.4342
$ S_{21}(L_1=3\text{ cm})  \text{ dB}$	-32.0867	-32.2961	-33.7607	-35.6854	-36.2632
$ S_{21}(L_2=6\text{ cm})  \text{ dB}$	-60.9806	-62.0376	-65.3096	-69.3619	-70.6789
$\angle S_{21}(L_1=3\text{ cm})^\circ$	81.6287	-1.8639	-81.2833	-164.3000	120.3690
$\angle S_{21}(L_2=6\text{ cm})^\circ$	153.9420	-11.4789	-169.5851	24.8696	-125.1976
<b><math>\epsilon_r'</math> (notre méthode 1<sup>ère</sup> approche)</b>	<b>4.8000</b>	<b>4.8000</b>	<b>4.75 *</b>	<b>4.75 *</b>	<b>4.70</b>
<b><math>\tan\delta</math> (notre méthode 1<sup>ère</sup> approche)</b>	<b>0.5624</b>	<b>0.5207</b>	<b>0.5053 *</b>	<b>0.4946 *</b>	<b>0.4680</b>
<b><math>\epsilon_r'</math> (notre méthode 2<sup>ème</sup> approche)</b>	<b>4.8</b>	<b>4.8</b>	<b>4.75</b>	<b>4.75</b>	<b>4.70</b>
<b><math>\tan\delta</math> (notre méthode 2<sup>ème</sup> approche)</b>	<b>0.5625</b>	<b>0.5208</b>	<b>0.5053</b>	<b>0.4947</b>	<b>0.4681</b>
<b><math>k</math> (notre méthode 2<sup>ème</sup> approche)</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>3</b>

Tableau 5.1 : Caractéristiques diélectrique  $\epsilon_r'$  et  $\tan\delta$  de l'alcool éthylique à 22°C, mesurées [14] et obtenues par notre méthode pour  $L_1=3\text{ cm}$  et  $L_2=6\text{ cm}$ .

Le tableau (5.1) indique clairement que les résultats de notre méthode, que ce soit la première approche ou la deuxième approche, sont en très bon accord avec ceux présentés par l'article [14].

L'indication \* signifie que les valeurs de  $\epsilon_r'$  et  $\tan\delta$  sont obtenues en incrémentant impérativement  $k$  d'une unité à 10.4 GHz et 11.4 GHz, alors qu'à 8.4 GHz et 9.4 GHz il n'y a pas d'incrémentation. Nous expliquons ceci par le fait qu'à 10.4 GHz et 11.4 GHz, la longueur électrique est plus grande par rapport à 8.4 GHz et 9.4 GHz ce qui peut produire une rotation de phase, donc une augmentation de l'angle de  $2\pi$ .

Du tableau (5.1), nous constatons que  $S_{11}(L_1=3\text{ cm})= S_{11}(L_2=6\text{ cm})$  pour n'importe quelle fréquence ; ce qui peut se traduire par le fait que l'onde réfléchie par l'autre extrémité (en sortie) du matériau et transmise par l'entrée de ce matériau vers le générateur est pratiquement nulle. La seule explication que nous pouvons donner est que les pertes linéiques ou la longueur du matériau, ou les deux sont relativement élevées. Dans ce cas, le coefficient de réflexion  $S_{11}$  dépend de l'impédance caractéristique du matériau mais pas de l'impédance vue à l'entrée de ce matériau. Ceci pourrait être une autre manière de déterminer les propriétés électriques d'un matériau à partir de l'impédance caractéristiques.

Pour justifier l'explication donnée précédemment et concernant la constance de  $S_{11}$  pour  $L_1=3\text{ cm}$  et  $L_2=6\text{ cm}$ , nous traçons les courbes de ce paramètre et de  $S_{21}$  en fonction de la longueur de l'échantillon (Fig.5.5). Nous relevons qu'à partir de 2.5 cm et de 4 cm,  $|S_{11}|$  et  $|S_{21}|$  deviennent constant.

En choisissant des longueurs plus faibles telles que  $L_1 = 0.5\text{cm}$ , et  $L_2 = 1\text{ cm}$ , c'est-à-dire des longueurs pour lesquelles  $|S_{11}|$  et  $|S_{21}|$  varient avec la fréquence, notre méthode (2<sup>ème</sup> approche) donne les résultats du tableau (5.2). Ces résultats, obtenus pour des pertes faibles, sont conformes aux vraies valeurs.

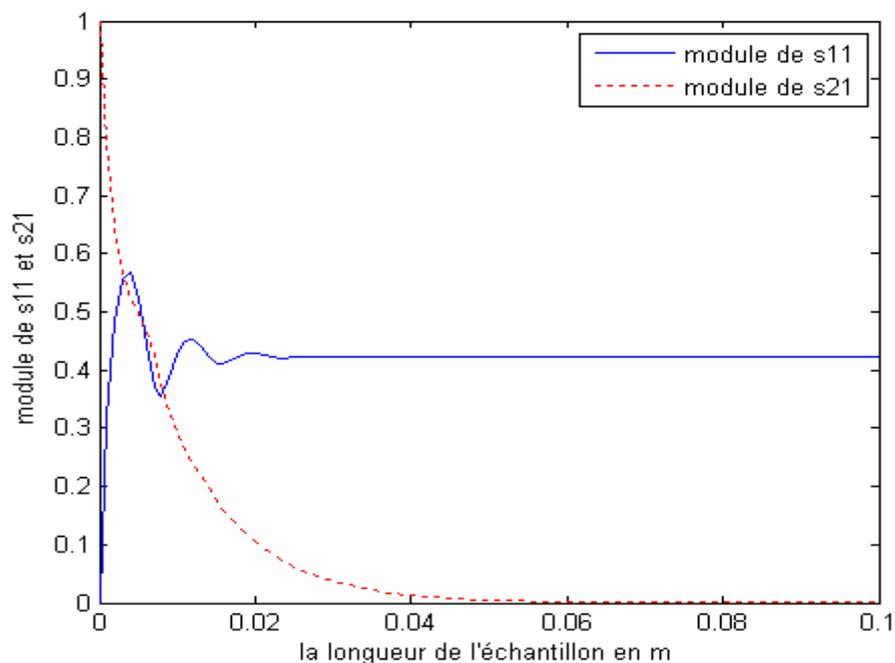


Fig.5.5 :  $S_{11}$  et  $S_{21}$  en fonction de la longueur de l'échantillon de l'alcool éthylique à 22°C mesurées [14]

<i>Fréquence (GHz)</i>	8.4	9.4	10.4	11.4	12.4
$\epsilon_r'$	4.8	4.8	4.75	4.75	4.70
$\epsilon_r''$	2.7	2.5	2.4	2.35	2.2
$\tan\delta$	0.5625	0.5208	0.5053	0.4947	0.4681
$ S_{11}(L_1=0.5cm) $ dB	-3,1482	-4,1992	-5,4236	-6,7826	-8,089
$ S_{11}(L_2=1cm) $ dB	-5,0076	-5,189	-5,476	-6,0214	-6,7646
$\angle S_{11}(L_1=0.5cm)^\circ$	166.4965	160.5405	156.3377	155.2837	157.5400
$\angle S_{11}(L_2=1cm)^\circ$	174.2994	173.0478	169.3711	166.0870	165.1088
$ S_{21}(L_1=0.5cm) $ dB	-8,5666	-7,6266	-7,2466	-7,1996	-7,093
$ S_{21}(L_2=1cm) $ dB	-12,833	-12,6798	-12,903	-13,2708	-13,2396
$\angle S_{21}(L_1=0.5cm)^\circ$	-93.7753	-108.7789	-123.6511	-139.4963	-154.0959
$\angle S_{21}(L_2=1cm)^\circ$	151.2971	132.7020	98.0280	70.5528	44.7854
<b><math>\epsilon_r'</math> calculé</b>	<b>4.8000</b>	<b>4.8000</b>	<b>4.7500</b>	<b>4.7490</b>	<b>4.6999</b>
<b><math>\tan\delta</math> calculé</b>	<b>0.5625</b>	<b>0.5208</b>	<b>0.5053</b>	<b>0.4947</b>	<b>0.4681</b>
<b><math>k</math></b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>

Tableau 5.2 : Caractéristiques diélectrique  $\epsilon_r'$  et  $\tan\delta$  de l'alcool éthylique à 22°C, mesurées [14] et obtenues par notre méthode pour  $L_1=0.5cm$  et  $L_2=1cm$ .

Les deux tableaux montrent bien que plus la longueur de l'échantillon diminue plus  $k$  prend des valeurs plus petite.

Avec les données de l'eau distillée à 25 °C [14], nous obtenons, en appliquant notre méthode (2<sup>ème</sup> approche), les caractéristiques diélectriques de ce liquide (tableau 5.3) pour deux longueurs  $L_1 = 3\text{cm}$ , et  $L_2 = 6\text{ cm}$ .

<i>Fréquence (GHz)</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>
$\epsilon_r'$	<i>69</i>	<i>65</i>	<i>63</i>	<i>60</i>
$\epsilon_r''$	<i>30</i>	<i>31</i>	<i>32</i>	<i>33</i>
$\tan\delta$	<i>0.4348</i>	<i>0.4769</i>	<i>0.5079</i>	<i>0.5500</i>
$ S_{11}(L_1=3\text{ cm})  \text{ dB}$	<i>-1.3483</i>	<i>-1.5135</i>	<i>-1.9201</i>	<i>-1.7095</i>
$ S_{11}(L_2=6\text{ cm})  \text{ dB}$	<i>-1.3483</i>	<i>-1.5135</i>	<i>-1.9201</i>	<i>-1.7095</i>
$\angle S_{11}(L_1=3\text{ cm})^\circ$	<i>178.1290</i>	<i>177.7154</i>	<i>177.4128</i>	<i>177.0705</i>
$\angle S_{11}(L_2=6\text{ cm})^\circ$	<i>178.1290</i>	<i>177.7154</i>	<i>177.4128</i>	<i>177.0705</i>
$ S_{21}(L_1=3\text{ cm})  \text{ dB}$	<i>-98.3543</i>	<i>-112.9099</i>	<i>-127.6739</i>	<i>-144.5894</i>
$ S_{21}(L_2=6\text{ cm})  \text{ dB}$	<i>-185.4219</i>	<i>-215.4138</i>	<i>-245.4577</i>	<i>-279.7073</i>
$\angle S_{21}(L_1=3\text{ cm})^\circ$	<i>148.3165</i>	<i>-80.0194</i>	<i>22.0549</i>	<i>156.9656</i>
$\angle S_{21}(L_2=6\text{ cm})^\circ$	<i>-73.4718</i>	<i>-170.7754</i>	<i>32.9278</i>	<i>-57.8926</i>
<b><math>\epsilon_r'</math> calculé</b>	<b><i>69</i></b>	<b><i>65</i></b>	<b><i>63</i></b>	<b><i>60</i></b>
<b><math>\tan\delta</math> calculé</b>	<b><i>0.4348</i></b>	<b><i>0.4769</i></b>	<b><i>0.5079</i></b>	<b><i>0.5500</i></b>
<b><math>k</math></b>	<b><i>8</i></b>	<b><i>8</i></b>	<b><i>9</i></b>	<b><i>10</i></b>

Tableau 5.3 : Caractéristiques diélectrique  $\epsilon_r'$  et  $\tan\delta$  de l'eau distillée à 25 °C, mesurées [14] et obtenues par notre méthode pour  $L_1=3\text{ cm}$  et  $L_2=6\text{ cm}$ .

Avec les mêmes données du tableau (5.3), nous obtenons, en appliquant notre méthode (2<sup>ème</sup> approche), les caractéristiques diélectriques de ce liquide (tableau 5.4) pour deux longueurs  $L_1 = 0.5\text{cm}$ , et  $L_2 = 1\text{ cm}$ .

Fréquence (GHz)	9	10	11	12
$\epsilon_r'$	69	65	63	60
$\epsilon_r''$	30	31	32	33
$\tan\delta$	0.4348	0.4769	0.5079	0.5500
$ S_{11}(L_1=0.5cm) $ dB	-1.2670	-1.5033	-1.6496	-1.7177
$ S_{11}(L_2=1cm) $ dB	-1.3511	-1.5125	-1.6244	-1.7095
$\angle S_{11}(L_1=0.5cm)^\circ$	178.0975	177.3836	177.3612	177.1641
$\angle S_{11}(L_2=1cm)^\circ$	178.1350	177.7166	177.4112	177.0710
$ S_{21}(L_1=0.5cm) $ dB	-26.0104	-27.4807	-29.4553	-31.9811
$ S_{21}(L_2=1cm) $ dB	-40.3025	-44.5763	-49.1506	-54.5110
$\angle S_{21}(L_1=0.5cm)^\circ$	-86.4194	-123.6001	-167.0174	155.8028
$\angle S_{21}(L_2=1cm)^\circ$	176.1479	100.4858	14.8065	-59.7961
<b><math>\epsilon_r'</math> calculé</b>	<b>69</b>	<b>64.9999</b>	<b>63</b>	<b>60</b>
<b><math>\tan\delta</math> calculé</b>	<b>0.4348</b>	<b>0.4769</b>	<b>0.5079</b>	<b>0.5500</b>
<b><math>k</math></b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>

Tableau 5.4 : Caractéristiques diélectrique  $\epsilon_r'$  et  $\tan\delta$  de l'eau distillée à 25 °C, mesurées [14] et obtenues par notre méthode pour  $L_1=0.5$  cm et  $L_2=1$  cm.

Les tableaux (5.1) à (5.4) montrent l'importance du choix de la longueur de l'échantillon. En effet, le module de  $S_{21}$  prend des valeurs relativement faibles pour les petites longueurs (Tableau 5.4). Par contre, pour des longueurs plus grandes (Tableau 5.5), les valeurs du module de  $S_{21}$  sont relativement petites, ce qui les rend mesures erronées.

Donc même pour un liquide à permittivité élevée, notre méthode aboutit à des résultats en conformité avec les vraies caractéristiques de cet élément.

Le tableau (5.5) est dressé à la suite d'un calcul des caractéristiques électriques de l'eau distillée à 25 °C par notre méthode et par la méthode de résolution de Newton appliquée à l'équation transcendante :

$$S_{21mesuré} - \frac{4\gamma\gamma_0}{(\gamma+\gamma_0)^2 e^{\gamma L} - (\gamma-\gamma_0)^2 e^{-\gamma L}} = 0 \quad (5.18)$$

Pour cette équation, nous prenons la valeur moyenne de la permittivité comme une estimation préliminaire pour déterminer le vecteur complexe unidimensionnel  $\gamma$ .

Nous remarquons que les résultats sont conformes, excepté pour la méthode de résolution de Newton qui pour la fréquence 12 GHz conduit à une valeur erronée. Ceci est lié à la valeur initiale  $\epsilon_r'$  qui est de 65 au lieu de 62 (valeur essayée).

<i>Les valeurs réelles</i>	<i>Fréquence (GHz)</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>
	$\epsilon_r'$	69	65	63	60
	$\epsilon_r''$	30	31	32	33
	$\tan\delta$	0.4348	0.4769	0.5079	0.5500
<i>Notre méthode</i>	$\epsilon_r'$ calculé	69	65	63	60
	$\tan\delta$ calculé	0.4348	0.4769	0.5079	0.5500
<i>La méthode de la résolution numérique de l'équation non linéaire</i>	$\epsilon_r'$ initial	65	65	65	<b>65</b>
	$\tan\delta$ initial	0.4	0.4	0.4	<b>0.4</b>
	$\epsilon_r'$ calculé	69.000	65.000	62.997	<b>47.357</b>
	$\tan\delta$ calculé	0.4348	0.4769	0.5079	<b>0.6278</b>

Tableau 5.5 : comparaison de notre méthode et une méthode itérative pour l'eau distillée à 25 °C, mesurées [14], pour  $L_1=0.5$  cm et  $L_2=1$  cm.

## 5.2. Deuxième méthode

A partir des tableaux (5.1) et (5.3), nous remarquons que la valeur de  $S_{11}$  varie très peu en fonction de la longueur de l'échantillon. Nous pouvons expliquer ceci par le fait que les pertes le long de l'échantillon sont importantes, ce qui va rendre la première réflexion prédominante. Donc, nous pouvons écrire dans ces conditions :

$$S_{11} \approx \Gamma = \frac{Z-Z_0}{Z+Z_0} \quad (5.19)$$

avec

$$Z = \frac{j\omega\mu_0\tilde{\mu}_r}{\gamma}$$

$$Z_0 = \frac{j\omega\mu_0}{\gamma_0}$$

$$\gamma_0 = j \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}$$

$$\gamma = j \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\tilde{\epsilon}_r \tilde{\mu}_r - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}$$

Pour les matériaux non magnétiques  $\tilde{\mu}_r = 1$ , nous pouvons obtenir facilement une valeur approximative de la permittivité relative par la mesure du coefficient de réflexion. En effet, si nous prenons un échantillon de longueur suffisamment grande (pour que la contribution des autres réflexions soit négligeable devant la première), nous pouvons utiliser la relation (5.20) pour le calcul de la permittivité relative du matériau après avoir mesuré le coefficient de réflexion :

$$\tilde{\epsilon}_r = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2 + \left[1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2\right] \frac{(1-\Gamma)^2}{(1+\Gamma)^2} \quad (5.20)$$

Cette valeur approximative (tableaux 5.6 et 5.7) peut être utilisée comme une valeur initiale pour les méthodes de résolution numérique.

Fréquence (GHz)	8.4	9.4	10.4	11.4	12.4
$\epsilon_r'$	4.8	4.8	4.75	4.75	4.70
$\epsilon_r''$	2.7	2.5	2.4	2.35	2.2
$\tan\delta$	0.5625	0.5208	0.5053	0.4947	0.4681
$ S_{11}(L_1=3 \text{ cm})  \text{ dB}$	-4.7368	-5.5244	-6.0326	-6.3814	-6.7154
$\angle S_{11}(L_1=3 \text{ cm})^\circ$	170.2569	169.4924	168.8352	168.4526	168.4479
<b><math>\epsilon_r'</math> (approximative)</b>	<b>4.7999</b>	<b>4.8000</b>	<b>4.7500</b>	<b>4.7500</b>	<b>4.70</b>
<b><math>\tan\delta</math> (approximative)</b>	<b>0.5625</b>	<b>0.52079</b>	<b>0.50529</b>	<b>0.49469</b>	<b>0.4681</b>

Tableau 5.6 : Caractéristiques diélectrique  $\epsilon_r'$  et  $\tan\delta$  de l'alcool éthylique à 22°C mesurées [14] et obtenues par notre méthode,  $L_1=3 \text{ cm}$

Fréquence (GHz)	9	10	11	12
$\epsilon_r'$	69	65	63	60
$\epsilon_r''$	30	31	32	33
$\tan\delta$	0.4348	0.4769	0.5079	0.5500
$ S_{11}(L=1cm) $ dB	-1.3511	-1.5125	-1.6244	-1.7095
$\angle S_{11}(L=1cm)$ °	178.1350	177.7166	177.4112	177.0710
<b><math>\epsilon_r'</math> (approximative)</b>	<b>69.0000</b>	<b>65.0000</b>	<b>63.0000</b>	<b>59.9999</b>
<b><math>\tan\delta</math> (approximative)</b>	<b>0.43479</b>	<b>0.47689</b>	<b>0.50789</b>	<b>0.5500</b>

Tableau 5.7 : Caractéristiques diélectrique  $\epsilon_r'$  et  $\tan\delta$  de l'eau distillée à 25 ° mesurées [14] et obtenues par notre méthode  $L_l=1$  cm.

Tous ces résultats sont obtenus grâce aux programmes sous MATLAB que nous élaborés et qui sont présentés en annexe B.

### 5.3. Conclusion

La première méthode que nous avons conçue et que nous proposons pour la détermination de la permittivité complexe d'un matériau non magnétique se caractérise par :

- contrairement aux autres méthodes, la nôtre prend en compte à la fois le coefficient de transmission et le coefficient de réflexion ;
- notre méthode exige deux fois plus de mesures des paramètres de répartition que les autres méthodes ;
- la plupart des méthodes, notamment les plus récentes, nécessitent pour les mesures l'utilisation d'un analyseur de réseaux dans le but d'estimer un vecteur initial. Par contre, notre méthode s'adapte aussi bien aux mesures par un analyseur de réseaux que par des ponts de mesure traditionnels (pont de té magique par exemple) ;
- les autres méthodes ont à trouver la racine d'une équation non linéaire, qui est multiple. Donc, la racine obtenue n'est généralement pas la solution physique et pour lever cette contrainte, il est alors impératif de bien définir le vecteur initial, nécessaire pour résoudre l'équation non linéaire. La levée de la contrainte est la problématique majeure que les chercheurs ont toujours voulue résoudre. Ils y sont surtout arrivés en utilisant l'analyseur de réseaux. Notre méthode, par contre,

procède par la résolution d'une équation linéaire ; s'affranchissant ainsi de contrainte inhérente aux autres méthodes ;

- notre s'emploie aussi bien au matériau à faible perte qu'à forte perte ;
- notre méthode permet de mesurer les faibles permittivités et les fortes permittivités ;

En ce qui concerne la deuxième méthode, son avantage réside dans le fait que la longueur si elle est grande n'engendre pas de solutions multiples, car le coefficient de réflexion est indépendant de la longueur.

## Les mesures

Les matériaux dont nous voulons mesurer la permittivité complexe sont les mortiers **A6-40**, **A6-60** et **A6-100** utilisés en construction dans le domaine du génie civil, et un certain de fromage. L'intérêt de la connaissance de ce paramètre est de permettre d'estimer, par exemple, la propagation de la chaleur à travers ces mortiers, et d'évaluer certaines propriétés de ce fromage.

La mesure de la permittivité complexe passe par celle des coefficients de réflexion  $S_{11}$  et de transmission  $S_{21}$ . Pour cela, nous avons utilisé deux bancs de mesure : le banc de mesure classique et l'analyseur de réseaux automatique HP 8408B.

Pour les deux bancs, l'échantillon est inséré dans un guide d'onde.

### 6.1. Banc de mesure classique

Ce banc de mesure se compose de circuits en guide d'onde rectangulaire à savoir le klystron, l'isolateur, le fréquencemètre, l'atténuateur calibré, la ligne de mesure, la charge adaptée et le court circuit (Fig.6.1).

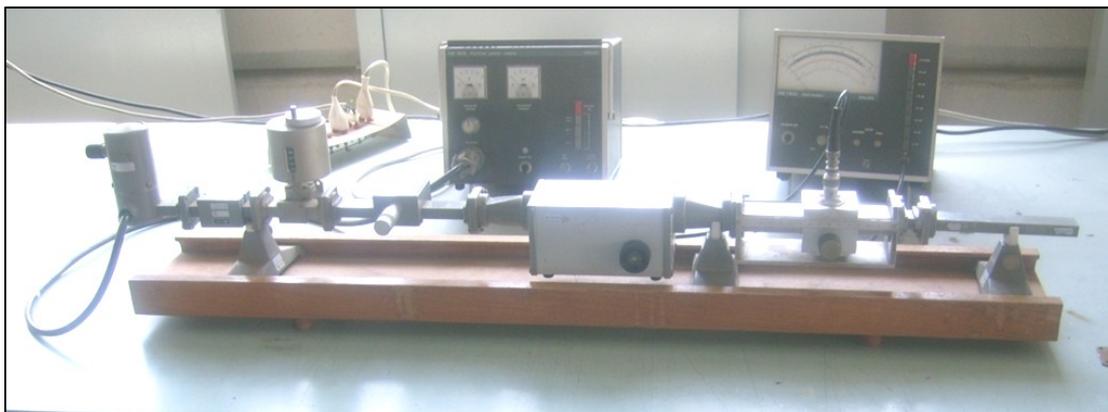


Fig.6.1 : banc de mesure à circuits en guide d'onde rectangulaire

#### Mesure du coefficient de réflexion

Le principe de mesure du coefficient de réflexion s'appuie sur la mesure de :

- a) taux d'onde stationnaire  $s$  obtenu par la méthode de l'atténuateur calibré en utilisant la relation :

$$s = 10^{\frac{A_2 - A_1}{20}}$$

où  $A_1$  et  $A_2$  sont respectivement les valeurs en dB de l'atténuation (indiquée par l'atténuateur calibré) donnant la même amplitude du signal de sortie pour des tensions minimale et maximale ;

b) la distance entre le premier port de l'échantillon et le premier minimum de tension, le deuxième port de l'échantillon étant terminé par la charge adaptée. Le rôle du court circuit est double :

- rendre accessible, à la sonde de la ligne de mesure, la position du plan de charge, en la déplaçant vers le générateur d'une longueur  $k \frac{\lambda}{2}$ . C'est cette position (minimum avec court circuit) qui est prise comme origine, c'est-à-dire, comme plan de la charge.
- mesurer de la longueur d'onde.

## 6.2. Analyseur de réseaux automatique HP 8408 B

Comme l'échantillon est inséré dans un guide d'onde rectangulaire d'une part, et les ports de l'analyseur de réseaux automatique HP 8408 B (ANA) sont des lignes coaxiales avec des connecteurs type APC 7, il nous fallait donc monter deux interfaces identiques coaxial-guide d'onde rectangulaire. Ces interfaces sont formées d'un adaptateur guide-coaxial type N, d'un adaptateur coaxial type N-coaxial type RIM et d'un adaptateur coaxial type RIM -coaxial type APC 7(Fig. 6.2).

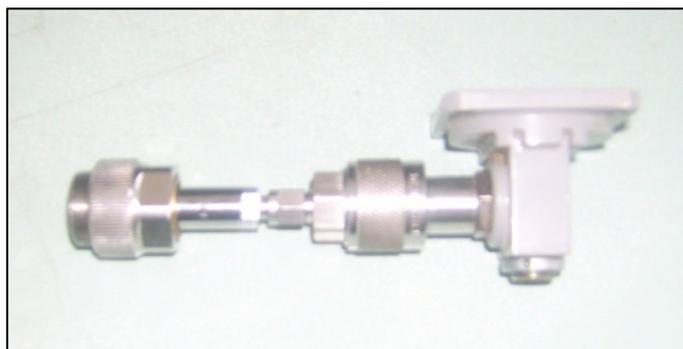


Fig.6.2 : interface coaxial-guide d'onde rectangulaire

Comme les paramètres  $S_{11}$  et  $S_{21}$  sont normalisés par rapport à l'impédance d'onde du guide d'onde rectangulaire rempli d'air, il est donc plus commode de supposer que les deux interfaces fassent partie du système de mesure. La calibration se fera donc avec l'une des deux interfaces pour la mesure du coefficient de réflexion,

et avec les deux interfaces entre lesquels est introduit un guide d'onde rempli d'air similaire à celui ayant servi de support à l'échantillon. Ainsi, nous n'aurons pas à prendre en considération l'impédance de normalisation de 50 Ohms de l'ANA.

### 6.3. Mesures

Les échantillons des trois mortiers A6-40, A6-60 et A6-100, dont certaines caractéristiques sont données par le tableau (6.1), sont insérés dans des guides d'ondes rectangulaires fonctionnant dans la bande X. Les longueurs choisies pour les deux premiers échantillons sont 5 mm et 10 mm, et les fréquences de mesure 8.4 GHz, 9.4 GHz et 9.86 GHz. Alors que pour le troisième échantillon, la longueur est de 2.5 mm et la fréquence 8.4 GHz. En ce qui concerne le fromage utilisé, les longueurs sont 7 mm et 14 mm et les fréquences 8.5 GHz et 9.5 GHz.

	Ciment (kg/m <sup>3</sup> )	Sable (kg/m <sup>3</sup> )	Eau (kg/m <sup>3</sup> )	Porosité (%)	Perméabilité (m <sup>2</sup> )	Résistance Compression (MPa)
A6-40	909	3350	518	A6-40	1,829 E-17	34,00
A6-40	1364	2233	800	26,80	3,014 E-17	33,30
A6-100	2274	0	1364	43,91	3,128 E-17	27,88

Tableau 6.1 : Caractéristiques des mortiers A6-40, A6-60 et A6-100

En utilisant les valeurs de mesurées de  $S_{11}$  et de  $S_{21}$  (tableaux 6.2 à 6.8), la deuxième approche de notre première méthode ainsi que notre deuxième méthode n'ont pas abouti à des résultats stables à cause surtout des incertitudes causées par les imperfections de nos moyens de mesure de la longueur. De ce fait et pour pouvoir s'affranchir de ces sources d'erreurs, nous avons été amenés à utiliser la méthode publiée en 2009 [1], décrite au chapitre 4, et qui implique les résultats donnés dans les tableaux (6.2) à (6.8). Même avec cette méthode, nous avons obtenu certains résultats insensés où la permittivité réelle et les pertes sont de valeurs négatives. Ceci pourrait être aussi dû aux erreurs des mesures.

fréquence	8.4	9.4	9.86
$ S_{11} $ dB	-14.87	-10.298	-6.61
$\angle S_{11}^\circ$	-178.75	125	149.9
$ S_{21} $ dB	-1.5	-2.1	-3.1
$\angle S_{21}^\circ$	-112.5	-130.5	49.5
$\epsilon_r'$	1.2003	1.6518	3.42.79
$\tan\delta$	-0.0765	0.3269	0.0198

Tableau 6.2 : Mortier A6-40 mesuré 24 heures après sa préparation  
(Longueur L= 10 mm)

fréquence	8.4	9.4	9.86
$ S_{11} $ dB	-2.947	-5.692	-4.460
$\angle S_{11}^\circ$	-173.71	-175.16	-172.93
$ S_{21} $ dB	-3.9	-2.8	-3.4
$\angle S_{21}^\circ$	-5	-54	130
$\epsilon_r'$	-2.3780	2.2615	2.8156
$\tan\delta$	-0.2699	0.5471	0.8095

Tableau 6.3 : Mortier A6-40 mesuré 24 heures après sa préparation  
(Longueur L= 5 mm)

fréquence	8.4	9.4	9.86
$ S_{11} $ dB	-4.736	-3.956	-3.513
$\angle S_{11}^\circ$	180.00	167.07	172.93
$ S_{21} $ dB	-7.2	-7.5	-8.5
$\angle S_{21}^\circ$	-104	-157.5	18
$\epsilon_r'$	3.455	17.69	-5.9327
$\tan\delta$	-0.1843	-4.1289	8.8016

Tableau 6.4 : Mortier A6-60 mesuré immédiatement sa préparation  
(Longueur L= 5 mm)

fréquence	8.4	9.4	9.86
$ S_{11} $ dB	-3.7272	-3.122	-3.122
$\angle S_{11}^\circ$	-178	170.3	179.11
$ S_{21} $ dB	-14	-14.5	-16
$\angle S_{21}^\circ$	63	31.5	-45
$\epsilon_r'$	7.234	14.535	16.1684
$\tan\delta$	-0.3198	0.8239	0.3429

Tableau 6.5 : Mortier A6-60 mesuré immédiatement après sa préparation (Longueur L= 10 mm)

fréquence	8.4	9.4	9.86
$ S_{11} $ dB	-2.198	-3.956	-4.199
$\angle S_{11}^\circ$	173.7	-162.23	-160.56
$ S_{21} $ dB	-4.5	-3.5	-3.8
$\angle S_{21}^\circ$	61.5	17	112.5
$\epsilon_r'$	3.59	-1.08	4.082
$\tan\delta$	-0.629	1.6293	-0.0449

Tableau 6.6 : Mortier A6-60 mesuré 24 heures après sa préparation (Longueur L= 5 mm)

fréquence	8.4	9.4	9.86
$ S_{11} $ dB	-5.688	-4.199	-4.199
$\angle S_{11}^\circ$	153.56	160.61	171.17
$ S_{21} $ dB	-5.1	-5.5	-6.4
$\angle S_{21}^\circ$	-157.5	-171	9
$\epsilon_r'$	0.74	-6.7599	-17.3809
$\tan\delta$	34.00	-0.2558	0.1184

Tableau 6.7 : Mortier A6-60 mesuré 24 heures après sa préparation (Longueur L= 10 mm)

fréquence	8.4
$ S_{11}  \text{ dB}$	-2.6
$\angle S_{11}^\circ$	166.5
$ S_{21}  \text{ dB}$	-9.4
$\angle S_{21}^\circ$	67.5
$\epsilon_r$	9.332
$\tan\delta$	0.3305

Tableau 6.8 : Mortier A6-100 mesuré immédiatement après sa préparation (Longueur  $L=2.5 \text{ mm}$ )

Nous avons exploité les résultats du Mortier A6-100 (tableau 6.8) pour les vérifier avec la première approche de notre première méthode. Les échantillons, au nombre de quatre, ont des longueurs respectives  $L_1=5 \text{ mm}$ ,  $L_2=10 \text{ mm}$ ,  $L_1+\Delta L_1=6 \text{ mm}$  et  $L_2+\Delta L_2=12 \text{ mm}$ . Les résultats obtenus avec cette méthode sont donnés par le tableau (6.9).

Dans ce tableau, la mention « pas d'incrémentation » signifie que l'ajout de  $\Delta L_i$  ( $i=1,2$ ) n'implique pas une incrémentation de  $k$  (équation 5.13) et la mention « incrémentation » veut dire « le contraire. De plus,  $k$  doit être entier positif ce qui nous amène à rejeter  $k=-5.0183$  et garder  $k=-0.0303$  qui vaut en réalité zéro.

La méthode publiée en 2009 [1] donne  $\epsilon_r'=9.332$  et  $\tan\delta=0.3305$  (tableau 6.8) et la première approche de notre première méthode aboutit à  $\epsilon_r'=8.7106$  et  $\tan\delta=0.3295$  (tableau 6.9). Ces résultats sont très peu différents, ce qui prouve alors que notre méthode est valable.

<i>Fréquence (GHz)</i>	8.4
$\epsilon_r'$	9.33
$\tan\delta$	0.33
$S_{11}(L_1=5\text{ mm})$	-3.94 $\angle$ 160.99
$S_{11}(L_2=10\text{ mm})$	-3.0874 $\angle$ 171.865
$S_{11}(L_1=6\text{ mm})$	-5.762 $\angle$ 175.29
$S_{11}(L_2=12\text{ mm})$	-4.17 $\angle$ 175.8166
$S_{21}(L_1=5\text{ mm})$	-7.88 $\angle$ -135
$S_{21}(L_2=10\text{ mm})$	--12.9857 $\angle$ 68.111
$S_{21}(L_1=6\text{ mm})$	-8.27 $\angle$ -176.76
$S_{21}(L_2=12\text{ mm})$	-13.919 $\angle$ 3.1166
<b><math>k</math> (pas d'incrémentation)</b>	<b>-5.0183 (non valable)</b>
<b><math>\epsilon_r'</math> (pas d'incrémentation)</b>	<b>1077.9</b>
<b><math>\tan\delta</math> (pas d'incrémentation)</b>	<b>-0.0303</b>
<b><math>k</math> (avec incrémentation par unité)</b>	<b>-0.0183 (valable)</b>
<b><math>\epsilon_r'</math> (avec incrémentation par unité)</b>	<b>8.7106</b>
<b><math>\tan\delta</math> (avec incrémentation par unité)</b>	<b>0.3295</b>

Tableau 6.9 : Permittivité et perte obtenues avec la première approche de notre première méthode

Le tableau (6.10) donne les paramètres de répartition mesurés d'un échantillon de fromage de deux longueurs (7mm et 14 mm) et pour deux fréquences (8.5GHz et 9.5GHz).

Fréquence en GHz	8.5	9.5
$ S_{11}(L_1=7\text{ mm})  \text{ dB}$	-2.263	-2.135
$ S_{11}(L_2=14\text{ mm})  \text{ dB}$	-1.5523	-1.868
$\angle S_{11}(L_1=7\text{ mm})^\circ$	176.08	178.36
$\angle S_{11}(L_2=14\text{ mm})^\circ$	-178.7	176.66
$ S_{21}(L_1=7\text{ mm})  \text{ dB}$	-23	-27
$ S_{21}(L_2=14\text{ mm})  \text{ dB}$	-40.5	-46
$\angle S_{21}(L_1=7\text{ mm})^\circ$	40	-144
$\angle S_{21}(L_2=14\text{ mm})^\circ$	-166	-90

Tableau 6.10 : Les paramètres  $S_{11}$  et  $S_{21}$  mesurés du fromage choisi pour différentes longueurs.

Quant au tableau (6.11), il présente les résultats obtenus par l'application de notre deuxième méthode qui consiste à évaluer une estimation de la permittivité en se basant uniquement sur la première réflexion (équation 5.20).

longueur		Fréquence en GHz	
		8.5	9.5
7 mm	$\epsilon_r'$	20.266	34.069
	$\tan\delta$	0.539	0.230
14 mm	$\epsilon_r'$	<b>49.0883</b>	37.188
	$\tan\delta$	<b>-0.2535</b>	0.5721

Tableau 6.11 : Première estimation de la permittivité donnée par la première réflexion.

En injectant les valeurs de  $\epsilon_r'$  et de  $\tan\delta$  (tableau 6.11) comme valeurs initiales dans une procédure de résolution numérique de l'équation non linéaire de  $S_{21}$ , nous aboutissons aux résultats du tableau (6.12).

vecteur initial		8.5				9.5			
$\epsilon_0'$	$\tan\delta_0$	7 mm		14 mm		7 mm		14 mm	
		$\epsilon_r'$	$\tan\delta$	$\epsilon_r'$	$\tan\delta$	$\epsilon_r'$	$\tan\delta$	$\epsilon_r'$	$\tan\delta$
20.266	0.539	20.4259	0.6507	<b>12.5655</b>	<b>0.949</b>	<b>598.12</b>	<b>0.058</b>	24.547	0.6682
34.069	0.230	<b>-4.0064</b>	<b>-0.195</b>	37.9805	0.470	39.838	0.490	24.547	0.6682
37.188	0.572	20.4259	0.6507	37.9805	0.470	39.838	0.490	<b>-651.8</b>	<b>-0.645</b>

Tableau 6.12 : Permittivité et perte du fromage choisi (notre deuxième méthode)

Le tableau (6.13) contient les résultats obtenus avec la méthode publiée en 2009[1].

8.5				9.5			
7 mm		14 mm		7 mm		14 mm	
$\epsilon_r'$	$\tan\delta$	$\epsilon_r'$	$\tan\delta$	$\epsilon_r'$	$\tan\delta$	$\epsilon_r'$	$\tan\delta$
21.337	0.449	<b>49.251</b>	<b>-0.25</b>	34.97	0.19	37.1745	0.5717

Tableau 6.13 : Résultats obtenus avec la méthode publiée en 2009[1].

A la fréquence de 8.5 GHz, la mesure est-elle erronée car en manipulant l'échantillon, à cette fréquence, il a subi des changements physiques. Par contre, à la fréquence 9.5 GHz, nos résultats et ceux obtenus par la méthode [1] sont en bon accord ; ce qui confirme une fois de plus la validité de notre deuxième méthode.

## Conclusion

Dans ce travail nous nous sommes intéressés à l'étude des méthodes non résonantes, associées à des procédures plus ou moins simples, pour la caractérisation diélectrique des matériaux, c'est-à-dire la détermination de la permittivité complexe ainsi que la perméabilité. Le principe de ces méthodes est qu'à partir des propriétés des ondes électromagnétiques propageant dans le milieu sous test, on peut déduire celle de ce dernier.

La mesure des coefficients de réflexion et celle de transmission peut conduire à la caractérisation des matériaux. Mais, les résultats obtenus peuvent être affectés par une certaine ambiguïté due à la nature non linéaire des équations qui lient ces paramètres, et qui peuvent accepter plusieurs solutions, ainsi que la limitation des mesures de la phase du coefficient de transmission. Ajouté à cela, l'incertitude de la mesure du coefficient de réflexion et surtout de la phase qui peut être considérable pour les matériaux à faible perte.

Pour résoudre ces problèmes, plusieurs chercheurs ont développé des procédures incluant des méthodes de mesure ainsi que des algorithmes de calcul. Chaque méthode est destinée à des cas particuliers. L'insuffisance de ces méthodes et l'importance de la caractérisation des matériaux pour de nombreuses applications font que ce sujet intéresse encore les chercheurs.

De notre part, nous avons développé deux méthodes simples permettant de lever l'ambiguïté afin d'obtenir la solution réelle. La première consiste à trouver une relation linéaire simple à résoudre à partir des expressions transcendentes des paramètres de répartition. Pour cela, on doit utiliser deux échantillons de sorte que la longueur du deuxième soit le double de celle du premier. Alors que la deuxième consiste à estimer un vecteur initial pour la résolution numérique des équations et qui conduit à la solution réelle.

Pour évaluer nos méthodes, les résultats de simulation montrent que nos méthodes sont valables aussi bien pour les matériaux de grande perte que celle de faible perte. Si au plan pratique, nous n'avons pas pu obtenir des mesures avec une grande précision c'est parce que les mesures et plus particulièrement celle liée à la

longueur de l'échantillon ne sont pas précises à cause des moyens utilisés et des supports qui devraient être calibrés. Il faut ajouter aussi c'est parce que ces mesures ont été faites à des fréquences relativement grandes, ce qui rend les erreurs encore plus perceptibles. Ce problème est d'autant plus ardu que notre première méthode nécessite plus de mesure, donc plus d'incertitudes.

Pour pallier ce problème, la solution consiste à:

- fabriquer des supports servant à contenir l'échantillon avec des dimensions précises ;
- utiliser des kits de calibration appropriés ;
- utiliser l'analyseur de réseau en mode automatique ;

## Annexe A

### Description des blocs de l'analyseur de réseaux HP 8408 B

#### A. Le bloc 8350B : oscillateur de balayage

Ce bloc contient deux afficheurs, un tableau d'entrée des données, trois boutons rotatoires, une entrée pour un signal de balayage extérieur, un bouton pour l'alimentation de tout le bloc et d'autres boutons dont on va décrire ultérieurement le fonctionnement.

- Le bouton START permet de choisir la borne inférieure de la bande de fréquence.
- Le bouton STOP permet de choisir la borne supérieure de la bande de fréquence.
- Le bouton CW permet de sélectionner la fréquence centrale de la bande choisie. Elle a la même fonction que celle du bouton CF.
- Le bouton CF/DF est utilisé pour choisir une bande de fréquence de la forme  $[CF - DF / 2, CF + DF / 2]$ .
- Le bouton VERNIER OFFSET permet de régler la résolution fréquentielle.
- Le tableau d'entrée des données contient les chiffres de 0 à 9, la virgule, le signe (-), les unités (MHZ, GHZ, dB, dBm, s, ms), le bouton STEP SIZE permettant de choisir le pas de la fréquence, la flèche  permettant d'incrémenter la fréquence par un pas, alors que la flèche  décrémentant la fréquence, le bouton BK SP (back space) servant à effacer la dernière donnée entrée qui est sans unité, et le bouton SHIFT qui faisant activer la deuxième fonction des boutons en bleu.
- Le bouton SAVE a pour fonction d'enregistrer certaines données comme la bande de fréquence et le niveau de puissance.
- Le bouton RECALL permet de charger les informations stockées précédemment dans la mémoire par le bouton SAVE pour qu'elles soient utilisées dans la mesure.
- Le bouton ALT (alternate) est utilisé pour des applications externes.
- Les boutons (M1 – M5) permettent d'activer ou modifier la fréquence les cinq marqueurs possibles. Un marqueur est un point plus lumineux dans une courbe donnée sur l'écran. La propriété de ce point est que sa fréquence est connue avec

précision et qu'on peut le faire déplacer en modifiant la fréquence à l'aide du bouton rotatoire ou à l'aide du clavier des chiffres.

- Le bouton MKR  $\Delta$  détermine la différence entre deux marqueurs.
- Le bouton MKRCF détermine la fréquence centrale de deux marqueurs.
- Le bouton MKR SWEEP  $M_1-M_2$  permet de limiter le balayage en temps réel entre les deux fréquences des marqueurs.
- Le bouton OFF / ALL OFF permet de désactiver le marqueur actif. Il est utilisé après le bouton SHIFT pour désactiver tous les marqueurs à la fois.
- Le bouton rotatoire permet d'incrémenter ou décrémente la fréquence du marqueur d'une manière successive avec un très petit pas (continue). Ce bouton offre la possibilité de déplacer le spot le long de la courbe donnée sur l'écran.

Type de balayage : on peut choisir le type de balayage dans le groupement SWEEP où on trouve les boutons suivants :

- EXT permet d'utiliser un signal de balayage externe.
- MAN permet de balayer point par point et manuellement la bande de fréquence en utilisant les marqueurs, le bouton rotatoire ou le clavier des chiffres.
- TIME active le balayage en temps réel. La période de balayage peut être modifiée en utilisant par exemple le bouton rotatoire. Lorsque ce bouton est activé l'afficheur frequency / time donne la période.
- Le groupement SWEEP TRIGGER permet de sélectionner la nature du balayage (interne, externe, ligne, source unique).

Type de modulation :

- AMPT MKR permet d'actionner les marqueurs en plus du contrôle d'écran.
- DISP BLANK assure le retour de la trace sur l'écran.
- RF BLANK assure le balayage de toutes les fréquences lorsque la puissance de la source RF est insuffisante.
- MOD délivre un signal carré de fréquence de 27.81 kHz utilisé pour la modulation en amplitude.

### **Exemples :**

Pour choisir la bande de fréquence 2 GHz à 8 GHz avec un pas de 500 MHz on doit suivre les instructions suivantes :

- Presser le bouton START.

- A partir du tableau d'entrée des données, entrer le chiffre 2 suivi de l'unité GHz. Cette valeur est affichée sur la partie gauche de l'afficheur.
- Presser le bouton STOP.
- A partir du tableau d'entrée des données, entrer le chiffre 8 suivi de l'unité GHz. Pour cette fois, la valeur est affichée sur la partie droite de l'afficheur.
- Presser le bouton STEP SIZE.
- Faire entrer la valeur 500 suivie de l'unité MHz à partir du clavier. Cette valeur ne sera pas affichée. Pour vérifier que cette valeur est bien saisie, on peut utiliser les flèches  

Pour enregistrer cette bande de fréquence, on presse le bouton SAVE suivi par un chiffre, par exemple 1. Pour enregistrer une autre bande de fréquence, on suit les mêmes instructions que celles de la première bande. Ensuite, on presse le bouton SAVE suivi par un autre chiffre, par exemple 2.

Pour charger la première bande de fréquence enregistrée dans la mémoire, on presse le bouton RECALL suivi du chiffre 1. Pour charger la deuxième bande de fréquence, on presse le bouton RECALL suivi du chiffre 2.

Pour choisir le mode de fréquence centrale il suffit de presser sur le bouton CF. Cette fréquence sera affichée sur l'afficheur.

Pour activer le premier marqueur, presser sur le bouton M1. Ensuite, faire entrer la valeur 4 GHz à partir du clavier. Cette valeur doit apparaître sur l'afficheur. On peut modifier la fréquence du marqueur à partir du bouton rotatoire ce qui fait déplacer le spot successivement le long de la courbe tracée sur l'écran. On peut activer d'autres marqueurs de la même manière en pressant sur les boutons M2, M3,...etc. Pour désactiver le marqueur, appuyer sur le bouton OFF.

Pour modifier la période de balayage, presser le bouton TIME, la période actuelle est indiquée sur l'afficheur. Faire tourner le bouton rotatoire ou entrer le période désirée à l'aide de clavier.

### **B. Le bloc 8412 B : bloc d'affichage.**

Ce bloc contient un écran qui est un tube cathodique en plus d'un certain nombre des boutons qui permettent en général de régler la trace. Le rôle de chaque bouton est donné ci-dessous :

- HORIZ POSITION : permet le contrôle horizontal de la trace sur la visue.

- HORIZ GAIN : permet de modifier le gain horizontal, c'est-à-dire il permet de modifier la longueur de balayage sur l'écran.
- AMPL CAL (LOW LEVEL) : offre la possibilité de changer le calibre du signal visualisé.
- BW : c'est un interrupteur qui permet de sélectionner la bande passante du signal de référence et le signal de test. Afin de filtrer correctement le signal, cette bande doit être très étroite.
- INTENSITY : permet le contrôle de la luminosité de la trace.
- FOCUS : permet de régler l'acuité.
- MODE SWITCH : pour sélectionner l'affichage de l'amplitude ou de la phase ou les deux en même temps.
- PHASE OFFSET : permet de sélectionner le zéro dans la direction positive ou négative.
- AMPL DB/DIV : offre le choix du calibre de l'amplitude.
- PHASE OFFSET DEGRE : permet de déterminer la compensation par un pas de 20 degrés.
- PHASE DEG/DIV : offre le choix du calibre de la phase.

## Annexe B

### Programmes sous MATLAB

Cette annexe contient les programmes MATLAB que nous utilisons pour la simulation.

La fonction nommée *méthode01* permet de trouver la permittivité complexe par la résolution de l'équation non linéaire liée à  $S_{21}$ . Elle nécessite des valeurs initiales de la partie réelle de la permittivité relative ( $\epsilon$ ) et du coefficient de perte ( $\tan\delta$ ). Cette fonction fait appel à la fonction **fsolve** prédéfinie dans MATLAB pour la résolution numérique des équations.

```
function methode01
%cette fonction permet de calculer la permittivité
%par la méthode itérative
F=input('>> entrer la fréquence de travail en GHz F = ');
L=input('>> entrer la longueur de l'échantillon en cm L = ');
module_s21 =input('>> entrer la module de s21 en dB ');
phase_s21 =input('>> entrer la phase de s21 en ° ');
er0=input('>> entrer l'estimation de eps ');
td0=input('>> entrer l'estimation de coefficient de perte ');
format long g
L=L*0.01;
module_s21 = 10^(module_s21*0.05);
s21 = module_s21 * exp(i*phase_s21*pi/180);
f=F*1e9;
lamda0=3e8/f;
lamdac=2e-3*22.86;
gama0=i*((2*pi*f/3e8)^2-(2*pi/lamdac)^2)^0.5;
bita1=1/sqrt(2)*((4*pi^2*er0/lamda0^2) - (4*pi^2/lamdac^2) +...
4*pi^2*((1/lamdac^2-er0/lamda0^2)^2+er0^2*td0^2/lamda0^4)^0.5)^0.5;
alpha1= 2*pi^2*er0*td0/(lamda0^2*bita1);
gama1=alpha1+i*bita1;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%l'utilisation de la fonction fsolve %%%%%%%%%%%
options = optimset('Display','iter','TolFun',1e-12,...
'NonlEqnAlgorithm','gn');
g1= @(x) (1e6*((4*x*gama0/((x+gama0)^2*exp(x*L)-(x-gama0)^2*exp(-
x*L)))...
-(s21)));
[gama val ]=fsolve(g1,gama1,options);val=val
alpha=real(gama);bita=imag(gama);
erc=((1/lamdac^2)+(bita^2-alpha^2)/(4*pi^2))*(lamda0^2)
tdc=2*alpha*bita/(bita^2-alpha^2+4*pi^2/lamdac^2)
```

La méthode nommée *méthode2* permet de donner la première évaluation de la constante de propagation  $\gamma$  avec les paramètres de répartition mesurés de deux échantillons dont la longueur du deuxième est le double de celle de du premier.

Donc, cette fonction ne tient pas compte de  $k$ , c'est-à-dire  $k$  toujours nul.

```
function [er_calcule td_calcule alpha bita]=...
methode2(fG,module_s11,phase_s11,module_s21,phase_s21,L);
%cette fonction permet de calculer la permittivité
%par la méthode de MR TRABELSI
%syntaxe:
%[er_calcule td_calcule alpha bita]= methode2 (fG,module_s11,...
%   phase_s11,module_s21,phase_s21,L);
%avec module_s11=[module_s11(1) module_s11(2)]
%   module_s21=[module_s21(1) module_s21(2)]
%   phase_s11=[phase_s11(1) phase_s11(2)]
%   phase_s21=[phase_s21(1) phase_s21(2)]
%La longueur L en centimètre
%fG la fréquence en GHz
f=fG*1e9;
lamda0=3e8/f;
lamdac=2e-3*22.86;
s11=10.^(module_s11.*0.05).*exp(i*phase_s11*pi/180);
s21=10.^(module_s21.*0.05).*exp(i*phase_s21*pi/180);
A1=s11(1)/s21(1); A2=s11(2)/s21(2);
x1=A2/A1/2+sqrt((A2/A1/2)^2-1);
x2=A2/A1/2-sqrt((A2/A1/2)^2-1);
if x1 ~=0
    gamax1=log(x1)/0.01/L;
end
if x2 ~=0
    gamax2=log(x2)/0.01/L;
end
if real(gamax1)>0
    gama=gamax1;alpha=real(gamax1);bita=imag(gamax1);
else
    gama=gamax2;alpha=real(gamax2);bita=imag(gamax2);
end
er_calcule =((1/lamdac^2)+(bita^2-alpha^2)/(4*pi^2))*(lamda0^2);
td_calcule =2*alpha*bita/(bita^2-alpha^2+4*pi^2/lamdac^2);
```

La fonction *approche01* permet de trouver la valeur réelle de la permittivité en utilisant notre première approche de notre méthode (chapitre 5). Elle utilise deux fois la fonction *methode2* pour l'évaluation de la constante de phase pour les mesures correspondantes à  $L_1$  et  $L_1+\Delta L$ . Ensuite, elle calcule la valeur de  $k$  ainsi que la permittivité.

```

function approche01
%cette fonction permet de déterminé la valeur réelle de bêta
%en utilisant notre première approche
%cette fonction fait appeler à la fonction méthode2 pour
%le calcul de bêta mesuré
FG=input('>> entrer la fréquence de travail en GHz fG=');
disp('>> entrer les donnés pour le premier échantillon du longueur
L1')
V1=input('      [L1(cm),module_s11,phase_s11,module_s21,phase_s21]=');
disp('>> entrer les donnés pour le deuxième échantillon du longueur
2L1')
V2=input('      [module_s11,phase_s11,module_s21,phase_s21]=');
disp('>> entrer les donnés pour le troisième échantillon du longueur
L2')
V3=input('      [L2(cm),module_s11,phase_s11,module_s21,phase_s21]=');
disp('>> entrer les donnés pour le quatrième échantillon du longueur
2L2')
V4=input('      [module_s11,phase_s11,module_s21,phase_s21]=');
%[er_calcule td_calcule alpha bita]=trab(fG,module_s11,...
%   phase_s11,module_s21,phase_s21,L);
f=FG*1e9;
lamda0=3e8/f;
lamdac=2e-3*22.86;
module1_s11=[V1(2),V2(1)] ; phase1_s11=[V1(3),V2(2)];
module1_s21=[V1(4),V2(3)] ; phase1_s21=[V1(5),V2(4)];
module2_s11=[V3(2),V4(1)] ; phase2_s11=[V3(3),V4(2)];
module2_s21=[V3(4),V4(3)] ; phase2_s21=[V3(5),V4(4)];
L1=V1(1);L2=V3(1);
[er_calcule1 td_calcule1 alpha1 bita1]= methode2 (FG,module1_s11,...
    phase1_s11,module1_s21,phase1_s21,L1);
[er_calcule2 td_calcule2 alpha2 bita2]= methode2 (FG,module2_s11,...
    phase2_s11,module2_s21,phase2_s21,L2);
disp('>> Si la longueur L2 n''introduit pas une variation de k')
bita=(bita2*L2-bit1*L1)/(L2-L1);
k0=(bita2-bit1)*L1*L2/(L2-L1)/200/pi
alpha=alpha1;
er_calcule =((1/lamdac^2)+(bita^2-alpha^2)/(4*pi^2))*(lamda0^2)
td_calcule =2*alpha*bita/(bita^2-alpha^2+(2*pi/lamdac)^2)
disp('>> Si la longueur L2 introduit une seul incrémentation de k')
k1=0.01*L1*L2*(bita2-bit1)/(L2-L1)/2/pi+L1/(L2-L1)
bita=bita1+2*pi*k1/L1/0.01;
alpha=alpha1;
er_calcule =((1/lamdac^2)+(bita^2-alpha^2)/(4*pi^2))*(lamda0^2)
td_calcule =2*alpha*bita/(bita^2-alpha^2+(2*pi/lamdac)^2)

```

La fonction *approche02* permet de trouver la valeur réelle de la permittivité ce qui nécessite la détermination de  $k$  en utilisant la deuxième approche de notre méthode (chapitre 5). Cette fonction fait appel à la fonction *methode2* pour avoir la valeur de permittivité avec  $k = 0$ . Ensuite, elle procède par itération en déterminant  $k$  jusqu'à l'obtention de la valeur qui convient.

```
function approche02
%cette fonction permet de déterminé la valeur réelle de bêta
%en utilisant notre deuxième approche
%cette fonction fait appeler à la fonction méthode2 pour
%le calcul de bêta mesuré
FG=input('>> entrer la fréquence de travail en GHz fG=');
disp('>> entrer les donnés pour le premier échantillon du longueur
L1')
V1=input('      [L1(cm),module_s11,phase_s11,module_s21,phase_s21]=');
disp('>> entrer les donnés pour le deuxième échantillon du longueur
2L1')
V2=input('      [module_s11,phase_s11,module_s21,phase_s21]=');
module_s11=[V1(2),V2(1)] ;phase_s11=[V1(3),V2(2)];
module_s21=[V1(4),V2(3)] ;phase_s21=[V1(5),V2(4)];
L=V1(1)
f=FG*1e9;
lamda0=3e8/f;
lamdac=2e-3*22.86;
gama0=i*((2*pi*f/3e8)^2-(2*pi/lamdac)^2)^0.5;
s11=10.^(module_s11.*0.05).*exp(i*phase_s11*pi/180);
s21=10.^(module_s21.*0.05).*exp(i*phase_s21*pi/180);
%appel de la fonction methode2 pour donné la valeur de bita mesuré
[er_calcule td_calcule alpha bita]= methode2(FG,module_s11,...
    phase_s11,module_s21,phase_s21,L);
%cette partie permet de recalculer s11 et s21 à partir de résultat de
%la fonction methode2
gama=alpha+i*bita;
gamal=gama;
f1= @(x) ((gamal^2-gama0^2)*(exp(-gamal*x)-exp(gamal*x))./...
    ((gamal+gama0)^2*exp(gamal*x)-(gamal-gama0)^2*exp(-
gamal*x)));%s11;
f2= @(x) (4*gamal*gama0./((gamal+gama0)^2*exp(gamal*x)-...
    (gamal-gama0)^2*exp(-gamal*x))); % s21;
s112= f1(0.01*L);
s212= f2(0.01*L);
k=0;
%boucle pour l'incrémentatation de k
while abs(s11-s112)> 1e-3*abs(s11) & abs(s21-s212)> 1e-3*abs(s21)
    bita=bita+2*pi/0.01/L;
    gama=alpha+i*bita;
    gamal=gama;
    f1= @(x) ((gamal^2-gama0^2)*(exp(-gamal*x)-exp(gamal*x))./...
        ((gamal+gama0)^2*exp(gamal*x)-(gamal-gama0)^2*exp(-
gamal*x)));%s11;
    f2= @(x) (4*gamal*gama0./((gamal+gama0)^2*exp(gamal*x)-...
        (gamal-gama0)^2*exp(-gamal*x))); % s21;
    s112= f1(0.01*L);
    s212= f2(0.01*L);
    k=k+1;
end
k=k
```

```
er_calcule = ((1/lamdac^2)+(bita^2-alpha^2)/(4*pi^2))*(lamda0^2)
td_calcule = 2*alpha*bita/(bita^2-alpha^2+(2*pi/lamdac)^2)
```

La fonction *methode03* permet de donner une estimation grossière de la permittivité complexe en se basant uniquement sur la mesure du coefficient de réflexion d'un échantillon de longueur relativement long.

```
function methode03
%cette fonction permet de calculer la permittivité à partir
% de la première réflexion
F=input('>> entrer la fréquence de travail en GHz F = ');
module_s11 =input('>> entrer la module de s11 en dB ');
phase_s11 =input('>> entrer la phase de s11 en ° ');
format long g
lamda0=3e8/F/1e9;
lamdac=2e-3*22.86;
s11=10.^(module_s11.*0.05).*exp(i*phase_s11*pi/180);
er_calcule = (lamda0/lamdac)^2 + (1-(lamda0/lamdac)^2)*(1-
s11)^2/(1+s11)^2;
reel = real(er_calcule)
imaginaire = imag (er_calcule);
tangendd = -imaginaire/reel
```

La fonction *methode2009* permet de calculer la permittivité complexe en se basant sur la méthode d'Ugur Cem Hasar, publiée en 2009 [1]

```
function methode2009
F=input('>> entrer la fréquence de travail en GHz F = ');
module_s11 =input('>> entrer la module de s11 en dB ');
phase_s11 =input('>> entrer la phase de s11 en ° ');
module_s21 =input('>> entrer la module de s21 en dB ');
phase_s21 =input('>> entrer la phase de s21 en ° ');
f=F*1e9;
lamda0=3e8/f;
lamdac=2e-3*22.86;
gama0=i*((2*pi*f/3e8)^2-(2*pi/lamdac)^2)^0.5;
s11=10.^(module_s11.*0.05).*exp(i*phase_s11*pi/180);
s21=10.^(module_s21.*0.05).*exp(i*phase_s21*pi/180);
A=sqrt((1+s11+s21)*(1+s11-s21)/(1-s11-s21)/(1-s11+s21));
GAMA01=(A-1)/(A+1);
GAMA02=(-A-1)/(-A+1);
gamax1=gama0*(1-GAMA01)/(1+GAMA01)
gamax2=gama0*(1-GAMA02)/(1+GAMA02)
if real(gamax1)>0
    gama=gamax1
    alpha=real(gamax1);bita=imag(gamax1);
else
    gama=gamax2
    alpha=real(gamax2);bita=imag(gamax2);
end
erc=((1/lamdac^2)+(bita^2-alpha^2)/(4*pi^2))*(lamda0^2)
tdc=2*alpha*bita/(bita^2-alpha^2+4*pi^2/lamdac^2)
```

## Références bibliographiques

- [1] Ugur Cem Hasar, and Charles Roger Westgate “A Broadband and Stable Method for Unique Complex Permittivity Determination of Low-Loss Materials” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* vol . MIT-57, NO . 2, pp 471-477, February 2009
- [2] LF. Chen, CK. Ong, CP. Neo, “*Microwave electronic measurement and material characterization*” 2004
- [3] AN Datta and BR NAG “Technique for Measurement of Complex Microwave Conductivity and the Associated Errors” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* vol. MIT-18, pp.162-166, March 1970
- [4] James Baker-Jarvis, Eric J.Vanzura, William A Kissick. “Improved Technique for Determining Complex Permittivity with the Transmission / Reflection Method” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* vol . MIT-38, pp.1096-1103, august 1990.
- [5] John Ness, “ Broad-Band Permittivity Measurements Using the Semi-Automatic Network Analyzer” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* vol. MIT-33, pp.1222-1226, 11, NOVEMBER1985.
- [6] James A. R. Ball, and Brendan Horsfield “Resolving Ambiguity in Broadband Waveguide Permittivity Measurements on Moist Materials” *IEEE Trans on instrumentation and Measurement*, vol. 47, NO . 2, pp 390-392. April 1998
- [7] Pr. Trabelsi Mohamed, “*Cours hyperfréquence*”.
- [8] Paul François Combs , “*Micro-ondes 1. Lignes, guides et cavités*”.
- [9] Marc Hilier, “*Technique micro-onde*”
- [10] Gaorgs Boudouris et Pierre Chenvier “*Circuit pour ondes guidées, théorie, réalisation et applications*”.
- [11] Guide d'utilisation de l'analyseur des réseaux hp8408b
- [12] A.Achir S. Boughalli, “*PFE mesure des coefficients de réflexion et de transmission d'un quadripôle non accessible directement (accessible par discontinuité) dans la bande X*”.
- [13] Pierre Auguste Grivet, “ *Physique des lignes de haute fréquence et ultra-haute fréquence T2*”.
- [14] Yong Wang and Mohammed N Afsar “Measurement of Complex Permittivity of Liquid Dielectric” *IEEE Microwave and optical Tech letter* vol. 34, pp.240-243, August 2002