



ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département automatique

Laboratoire de Commande des Processus



MÉMOIRE DE MASTER
EN AUTOMATIQUE

COMMANDE PAR MODE
GLISSANT D'ORDRE SUPÉRIEUR
DANS
LE DOMAINE DE POSITION :
APPLICATION AU ROBOT
MANIPULATEUR

Etudié par :

DAHMANI Mohamed Lamine

Proposé et dirigé par :

Pr. M.TADJINE (ENP)

Dr A.REZOUG (CDTA)

Soutenu publiquement le 29 juin 2017 devant un jury composé de

Président	M. Mohamed Seghir BOUCHRIT	Professeur	ENP
Encadreur	M. Mohamed TADJINE	Professeur	ENP
Co-Encadreur	M. Amar REZOUG	Docteur d'état	CDTA
Examineur	M.Messaoud CHAKIR	Docteur d'état	ENP

ENP 2017



ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département automatique

Laboratoire de Commande des Processus



MÉMOIRE DE MASTER
EN AUTOMATIQUE

COMMANDE PAR MODE
GLISSANT D'ORDRE SUPÉRIEUR
DANS
LE DOMAINE DE POSITION :
APPLICATION AU ROBOT
MANIPULATEUR

Etudié par :

DAHMANI Mohamed Lamine

Proposé et dirigé par :

Pr. M.TADJINE (ENP)

Dr A.REZOUG (CDTA)

Soutenu publiquement le 29 juin 2017 devant un jury composé de

Président	M. Mohamed Seghir BOUCHRIT	Professeur	ENP
Encadreur	M. Mohamed TADJINE	Professeur	ENP
Co-Encadreur	M. Amar REZOUG	Docteur d'état	CDTA
Examineur	M.Messaoud CHAKIR	Docteur d'état	ENP

ENP 2017

ملخص

في هذا العمل، قمنا بتطوير التحكم عبر الانزلاق الترتيب العالي لتتبع كفاف مخصصة خصيصا للروبوتات الصناعية وصياغتها في مجال الموضوع. التحكم في مجال الموضوع يتميز بمساهمته الملحوظة في الحد من خطأ تتبع الكفاف، التحكم عبر الانزلاق الترتيب العالي يتميز من جهة أخرى بقدرته على القضاء على ظاهرة الاصطكاك مع المحافظة على أداء وقوام التحكم عبر الانزلاق الترتيب الأول. دراسة مقارنة للتحكمين عبر الانزلاق الترتيب العالي والترتيب الأول في مجالي الوقت والموضع تم القيام بها من اجل اختيار أفضل تحكم من ناحية الأداء والقوام.

كلمات مفتاحية: الاصطكاك، التحكم عبر الانزلاق، مجال الموضوع، خطأ تتبع كفاف، القوام.

Abstract :

The work presented in this thesis relates to the development of the command by higher order sliding mode control for contour tracking applications dedicated specifically to the manipulator robot and its formulation in the position domain. The position domain control, with its remarkable contribution to decreasing the contour tracking error, the higher order sliding control which eliminates the effect of chattering on the control signal and maintains the performance of the first order sliding mode as well as its robustness. A comparative study of the first order-sliding mode in the time domain and position and the higher order sliding mode control in both domains was established in order to choose the best control, which provides the best performance and good robustness.

Keywords: browsing, sliding mode control, position domain, contour-tracking error, robustness.

Résumé :

Le travail présenté dans ce mémoire concerne le développement de la commande par mode glissant d'ordre supérieure pour des applications de suivi de contours dédiées particulièrement au robot manipulateur et sa formulation dans le domaine de position. La commande dans le domaine de position, avec leur contribution remarquable à la diminution de l'erreur de suivi de contour, la commande par mode glissant supérieur qui élimine l'effet du broutement sur le signal commande et conserve les performances du mode glissant d'ordre un ainsi que sa robustesse. Une étude comparative entre le mode glissant simple dans le domaine temporel et de position et la commande par mode glissant d'ordre supérieure dans deux domaines était établit afin de choisir la meilleure commande qui assure les meilleures performances et une bonne robustesse.

Mots-clés : broutement, commandes par mode glissant, domaine de position, erreur de suivi de contour, robustesse.

Remerciements

Tout d'abord, nous remercions Allah, le tout puissant de nous avoir accordés le savoir, le droit chemin, l'opportunité de poursuivre nos études et la force pour réaliser ce travail.

Le présent travail a été effectué sous la direction de Messieurs M. Tadjine et A.Rezzoug que je remercie vivement pour leur encadrement, leurs directives, leurs conseils précieux et surtout la confiance qu'ils m'ont accordés.

je tiens également à remercier Messieurs M.Chakir et M.S.Boucherit, membres du jury qui ont accepté de lire et d'évaluer notre travail.

Mes sincères remerciements et ma profonde gratitude vont à tous nos enseignants du département du génie automatique en particulier et du génie électrique en général de l'Ecole Nationale Polytechnique pour les connaissances et le savoir faire qu'ils m'ont transmis pendant les cinq années de ma formation.

Je tiens à remercier de manière particulière mes chers parents, frères respectives "que Dieu les protège" qui ont toujours été là pour moi et qui m'ont soutenus pendant toutes ces années d'études. j'espère qu'ils trouvent dans ce mémoire toute ma reconnaissance et tout mon amour.

Enfin, je remercie toute personne ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

TABLE DE MATIÈRES

Liste des figures

Liste des tableaux

Notations et Symboles

Abréviations

Introduction	11
1 Généralités sur la commande dans le domaine de position	14
1.1 l'espace articulaire et l'espace de travail	15
1.2 Commande dans le domaine de position	16
1.2.1 Modèle dynamique temporel d'un robot à n ddl	17
1.2.2 Dérivation relative et transformation du domaine temporel vers le do- maine de position	18
1.2.3 Modèle dynamique dans le domaine de position	18
1.2.4 Le choix de la variable maitre	20
1.3 Remarques	21
2 Théorie sur la commande par mode glissant	23
2.1 Commande par mode glissant	24
2.1.1 Synthèse de la commande par mode glissant	24
2.2 Commande par mode de glissement d'ordre supérieur	27
2.2.1 Position du problème et définitions	28
2.2.2 Commande par mode de glissement d'ordre 2	30

3 Synthèse des lois de commandes	34
3.1 Système robotique dans le domaine de position	35
3.1.1 Robot manipulateur	35
3.1.2 Propriétés et hypothèses du système dynamique	36
3.2 Commande par Mode glissant d'ordre un	37
3.2.1 Synthèse dans le domaine temporel	37
3.2.2 Synthèse dans le domaine de position	37
3.3 Commande par Mode glissant d'ordre deux	38
3.3.1 Synthèse dans le domaine temporel	38
3.3.2 Synthèse dans le domaine de position	40
4 Simulation et Résultats	42
4.1 Configuration de la simulation	43
4.2 Contours de références utilisés durant les simulations	44
4.2.1 Contours Linéaires	44
4.2.2 Contour Ligne	44
4.2.3 Contours non linéaires	46
4.3 Transformation de trajectoires	47
4.4 Résultats des simulations	49
4.4.1 La commande par mode glissant d'ordre un	49
4.4.2 La commande par mode glissant d'ordre deux(Supertwisting)	53
4.5 Synthèse comparative	57
4.5.1 Étude quantitative	58
4.5.2 Performances dans le cas du contour Ligne	59
4.5.3 Performances dans le cas du contour cercle	59
4.5.4 Test de Robustesse	60
4.5.5 Étude qualitative	63
Conclusion générale	65
Bibliographie	68
Annexes	71

LISTE DES FIGURES

1.1	Boucles de génération de mouvement dans l'espace articulaire et dans l'espace opérationnel.	15
1.2	Schéma de commande dans le domaine de position [10]	17
1.3	Comparaison entre le temps et la variable maitre	20
2.1	Phénomène du broutement	26
2.2	Caractéristique du Mode glissant d'ordre 2	30
2.3	Caractéristique de l' algorithme de twisting	32
2.4	Convergence en temps fini de l'algorithme Super Twisting	33
3.1	Schéma d'un robot manipulateur dans le domaine de position[3]	35
4.1	Robot Manipulateur Planaire à 3.d.d.l[23]	43
4.2	Contour Ligne (Espace de travail)	45
4.3	Positions et vitesses désirées des articulations	45
4.4	Contour Cercle (Espace de travail)	46
4.5	Positions et vitesses désirées des articulations (contour circulaire)	47
4.6	Lookup Table (interp1) (The MathWorks, Inc)	47
4.7	Positions et vitesses désirées des articulations (contour ligne)	48
4.8	Positions et vitesses désirées des articulations (contour cercle)	48
4.9	Résultat de suivi du contour (contour Ligne)	50
4.10	Commandes par MG(ordre 1) dans domaine temporel/position (Contour Ligne)	50
4.11	L'erreur du Contour Ligne (Mode Glissant(ordre 1))	51
4.12	Résultat de suivi du contour (contour cercle)	51
4.13	Commandes MG(ordre un) dans domaine temporel/position (Contour cercle)	52

4.14 L'erreur du Contour Cercle (MG(ordre un))	52
4.15 Résultat de suivi du contour (contour Ligne)	54
4.16 Commandes par MG-ST dans domaine temporel/position (Contour Ligne)	55
4.17 L'erreur du Contour Ligne (Mode Glissant -ST)	55
4.18 Résultat de suivi du contour (contour cercle)	56
4.19 Commandes MG-ST dans domaine temporel/position (Contour cercle)	56
4.20 L'erreur du Contour Cercle (MG-ST)	57
4.21 Résultat de suivi du contour (contour Ligne)	60
4.22 Commandes MG-sat dans domaine temporel/position (Contour Ligne)	61
4.23 L'erreur du Contour Ligne (MG-sat)	61
4.24 Résultat de suivi du contour (contour Ligne)	62
4.25 Commandes MG-ST dans domaine temporel/position (Contour Ligne)	62
4.26 L'erreur du Contour Ligne (MG-ST)	63

LISTE DES TABLEAUX

4.1	Paramètres structurels du robot manipulateur série[3]	43
4.2	Positions initiales et finales de l'effecteur pour le contour ligne.	44
4.3	Les paramètres du contour circulaire	46
4.4	Paramètres du régulateur Mode glissant	49
4.5	Paramètres du régulateur Mode glissant d'ordre 2 (super twisting)	54
4.6	Les performances de suivi pour le contour ligne	59
4.7	Les performances de suivi pour le contour cercle	59
4.8	Tableau d'appréciations des performances des commandes	63

Notations et Symboles

Paramètres	Définition
A_i	Matrice de contrainte.
$C(q, \dot{q})$	Vecteur de Coriolis et de forces centrifuges.
C_y, C_x	Les gains de contrôle à couplage transverse.
$F(t, q, \dot{q})$	Vecteur de forces des frottements.
$G(q)$	Vecteur des forces gravitationnelles.
I_i	Inertie du i ème corps.
I	Matrice d'identité.
J	Matrice Jacobienne.
K_d	Matrice de gain dérivé.
K_i	Matrice de gain inertielle.
K_p	Matrice de gain proportionnel.
S	Complément de Schur.
$V(e_s(q_m), \dot{e}_s(q_m))$	Fonction candidate de Lyapunov dans le domaine de position.
$\frac{dV}{dqm}$	Dérivé relative de de la fonction Lyapunov par rapport au mouvement maitre.
e	Erreur de poursuite.
\dot{e}	Vitesse de l'erreur de poursuite.
e_c	Erreur de suivi du contour.
e'	Erreur de position relative.
g	l'accélération de la pesanteur.
l_i	Longueur de l' i -ème corps.
q	Position angulaire.
\dot{q}	Vitesse angulaire.
\ddot{q}	Accélération angulaire.
sat	La fonction saturation .
$sign$	la fonction signe .
τ	Les couples des articulations .

Abréviations

Abréviation

Définition

PD/PID :

Proportionnel Dérivé/ Proportionnel Intégral Dérivé.

CNC :

Commande par numérisation informatisée .

CCC :

Commande par couple transverse

MG :

Modes Glissants.

PD-MG :

Proportionnel Dérivé- Modes Glissants.

PDP-MG :

Proportionnel Dérivé- Modes Glissants
dans le domaine de position.

CAI :

Commande par Apprentissage Itératif.

d.d.l :

Degrés de liberté.

FD :

Commande par Forwarding

CDP

Commande dans le domaine de position

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Introduction Générale

Dans plusieurs opérations industrielles comme le soudage, l'assemblage et le coupage et médicales comme les robots chirurgicaux, le suivi de contour est l'un des problèmes courants auquel font face les robots manipulateurs et robots industriels. L'objectif du suivi de contour est de poursuivre une trajectoire de référence indépendante du temps avec une erreur de contour minimale. Par conséquent, la réduction des erreurs de suivi de contour demeure une préoccupation primordiale surtout dans les applications de suivi des contours qui nécessitent une haute précision afin d'assurer la qualité des produits finaux. A cet effet, les ingénieurs chercheurs notamment les mécaniciens et les automaticiens ont pris conscience de ce défi, les premiers ont contribué dans la conception de nouvelles structures de robots (les robots parallèles) qui sont rapides et précis mais très difficiles à modéliser donc à commander, en revanche les automaticiens se sont concentrés sur le développement des techniques de commandes des structures excitées d'où la naissance de commandes robustes comme la commande par mode glissant, les commandes itératives, et enfin la commande dans le domaine de position proposée par Pr. Ouyang.

La majorité des commandes évoquées sont fréquemment synthétisées dans le domaine articulaire, alors que la commande de l'organe terminal, assurant l'exécution de la tâche principale du robot a été peu étudiée. En effet, la commande en poursuite de trajectoire pour un bras manipulateur consiste à contrôler le mouvement de l'effecteur (organe terminal) suivant une trajectoire désirée de manière efficace et précise. Afin d'obtenir des exigences élevées de performance de contour, on a confirmé lors du projet de fin d'étude [1] l'efficacité de la commande dans le domaine de position qui est une commande à deux itérations la première dans le domaine temporel et la deuxième dans le domaine de position. Ceci nous a permis d'améliorer les performances et la robustesse du système commandé, en synthétisant 3 commandes dans le domaine de position et une commande itérative dans le domaine temporel, nous avons confirmé que la commande par mode glissant dans le domaine de position donne les meilleures performances et robustesse, cependant cette commande présente un inconvénient majeur qui est l'effet de broutement issu de l'utilisation de la fonction sign dans la partie variable de la commande, nous avons remédié à ce problème en utilisant la fonction saturation à sa place ceci va diminuer l'effet de broutement mais réduit considérablement les performances et la robustesse du système.

Dans le présent travail, on s'intéresse à éliminer l'effet de broutement au lieu de le réduire, ceci peut se faire en utilisant la commande par mode glissant d'ordre supérieur. Nous allons appliquer cette commande pour assurer le suivi de contours par un robot manipulateur dans le domaine de position et ensuite nous allons comparer les performances et la robustesse, et le

niveau de broutement dans le signal commande pour la commande par mode glissant d'ordre un et d'ordre supérieur afin de choisir la bonne commande à utiliser .

Dans le premier chapitre, nous donnons des généralités sur la commande dans le domaine de position et nous nous rappelons l'utilité de cette approche et les conditions pour l'utiliser.

Le deuxième chapitre offre un état de l'art sur la commande par mode glissant d'ordre un , le problème de l'effet de broutement existant dans cette commande et la solution proposée par les automatciens qui est la commande par mode glissant d'ordre supérieur , et la différence d'application le choix des gains pour chaque commande .

Dans le troisième chapitre, nous concevons des lois des commandes par mode glissant d'ordre un et d'ordre supérieur, nous effectuons leur transformation dans le domaine de position. Ensuite, nous étudions les conditions de convergence des deux lois synthétisées.

Le quatrième et dernier chapitre traite la simulation des commandes proposées ainsi que l'interprétation des résultats obtenus. Nous l'achevons par une étude comparative détaillée couvrant plusieurs aspects quantitatifs et qualitatifs des méthodes de commande considérées.

Enfin,une conclusion générale donnera une synthèse du travail effectué et résumera les principaux résultats obtenus ainsi que les perspectives envisagées.

CHAPITRE 1

GÉNÉRALITÉS SUR LA COMMANDE DANS LE DOMAINE DE POSITION

Chapitre 1 Généralités sur la commande dans le domaine de position

Introduction

Dans ce chapitre, nous allons parler au début de la différence entre la commande d'un robot dans l'espace articulaire et l'espace de travail ,et nous allons citer les avantages (inconvenients) de chaque approche , ensuite nous explorons les principes de la commande dénommée commande dans le domaine de position. Le modèle dynamique d'un système robotisé est transformé de l'espace temporel au domaine de position.

1.1 l'espace articulaire et l'espace de travail

En robotique, une des taches de base que doit accomplir un robot consiste à se déplacer d'un point A à un point B, avec le respect éventuel d'un certain nombre de contraintes (vitesse, accélération max, évitement d'obstacle). La commande en position du robot consiste donc à calculer les différentes consignes, en fonction du temps, afin de générer le mouvement désiré. C'est pour cela que la commande en position d'un robot est aussi appelée génération de mouvement.

De manière classique, deux types de commande en position sont envisagée :

- une commande en position dans l'espace articulaire q (fig 1.1). Pour assurer le passage de la position initiale à la position finale ($q_i \rightarrow q_f$) et le contrôler temporellement, une génération de mouvement est nécessaire. Par exemple, si l'on souhaite synchroniser les axes pour avoir un mouvement harmonieux et contrôler la géométrie du déplacement du robot à chaque itération.
- une commande en position dans l'espace opérationnel X (fig 1.1).

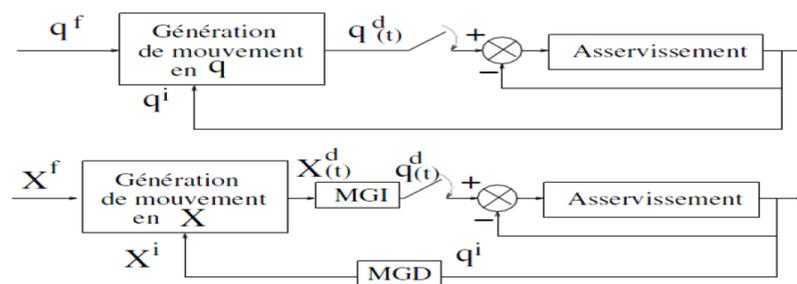


FIGURE 1.1 – Boucles de génération de mouvement dans l'espace articulaire et dans l'espace opérationnel.

Le choix du type de commande peut être effectué en fonction de l'espace dans lequel est décrit la trajectoire à suivre. La génération d'un mouvement directement dans l'espace articulaire présente des avantages :

- le mouvement est minimal sur chaque articulation,
 - elle nécessite moins de calculs (pas de passage MGD MGI),
- le mouvement n'est pas affecté pas le passage sur les configurations singulières,
- les contraintes de couples maximum et de vitesse maximum sont connues car on les fixe aux limites physiques des actionneurs.

En contrepartie, la géométrie du déplacement du robot dans l'espace opérationnel n'est pas contrôlée (bien qu'elle soit répétitive). Il y a donc risque de collision si l'environnement est encombré. On en déduit que ce type de mouvement conviendra d'avantage lorsque l'espace sera dégagé, et pour des déplacements rapides.

Lorsque la géométrie de la trajectoire doit être contrôlée, la génération de trajectoire dans l'espace opérationnel sera préférée. Par contre, elle comporte un certain nombre d'inconvénients :

- elle demande d'appliquer le MGI en chaque point de la trajectoire,
- elle peut être mise en défaut lorsque la trajectoire calculée passe par une position singulière,
- elle peut être mise en défaut lorsque la trajectoire calculée fait passer une articulation hors de ces limites de variation $q \in [q_{min}; q_{max}]$,
- les limites C_{max} , V_{max} étant définies dans l'espace opérationnel ne permettent pas d'utiliser au mieux les actionneurs.

Le choix dépend essentiellement de la tâche à effectuer et de l'espace de travail.

1.2 Commande dans le domaine de position

La commande dans l'espace de position introduite par Ouyang [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] est une commande de type maître-esclave et à caractère itérative , elle nécessite seulement 2 itérations , la figure (1.2) illustre le principe de cette méthode :

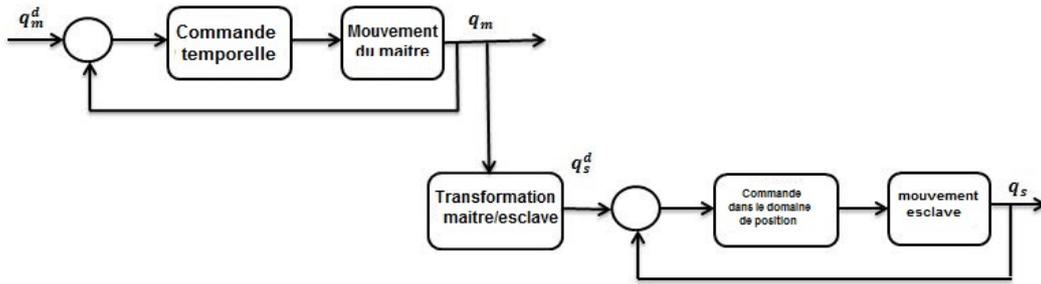


FIGURE 1.2 – Schéma de commande dans le domaine de position [10]

- Dans la première itération nous allons commander le système dans le domaine temporel en utilisant les commande usuelles .
- Ensuite nous allons choisir une variable maitre qui va remplacer le temps dans la deuxième itération et nous allons construire le modèle dynamique dans le domaine de position en utilisant une transformation maitre /esclave , dans cette transformation nous allons interpoler toutes nos variables qui sont en fonction de temps vers des variable en fonction de la variable maitre choisi.
- Dans la deuxième itération nous allons intégrer le modèle dynamique dans le domaine de position en fonction de la réponse de la variable maitre obtenue dans la première itération ceci va nous permettre d'utiliser les informations de de la dynamique de cette dernière pour améliorer les performances désirées (erreur de contour) .

1.2.1 Modèle dynamique temporel d'un robot à n ddl

Le modèle d'un robot à n ddl peut être représenté comme suit :

$$M(q)\ddot{q}(t) + C(q, \dot{q})\dot{q}(t) + G(q) + F(t, q, \dot{q}) = au(t) \quad (1.1)$$

Où : $M(q)$, $C(q, \dot{q})$ et $G(q)$ sont la matrice d'inertie, les forces centrifuges et de Coriolis et le vecteur de gravitation respectivement et $B(q)$ est la matrice de transformation de l'entrée . Enfin, $F(t, q, \dot{q})$ est la matrice comportant les forces de frottement et τ le vecteur de couples de commande.

On opte pour une représentation en structure maitre-esclave de la dynamique du robot comme décrit précédemment :

$$\begin{bmatrix} m_{mm} & M_{ms} \\ M_{sm} & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_m \\ \ddot{q}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{mm} & C_{ms} \\ C_{sm} & C_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_m \\ \dot{q}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_m \\ G_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_m \\ F_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_m \\ \tau_s \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

L'indice m se réfère à l'agent maitre et l'indice s se réfère aux agents esclaves.

1.2.2 Dérivation relative et transformation du domaine temporel vers le domaine de position

L'objectif d'une commande dans le domaine de position est de remplacer la dépendance temporelle du système par une dépendance à l'une de ses variables appelé variable de référence ou axe maître et notée " q_m " avec $q_m = q_1$. Les mouvements des autres variables, appelées esclaves, peuvent être représentés en fonction du mouvement de l'axe maître comme suit : $q_i = q_i(q_m), i = 2, 3, \dots, n$.

La première étape pour transformer un système dynamique en son équivalent dans le domaine de position est de développer une relation qui relie le domaine de position au domaine temporel. Cela se fait en présentant la dynamique dérivée du mouvement de l'i ème esclave par rapport au mouvement de l'agent maître :

$$\dot{q}'_i = \frac{dq_i}{dq_m} = \frac{\dot{q}_i}{\dot{q}_m} \quad (1.3)$$

De l'équation (1.3) on comprend aisément que q' est le rapport de vitesse entre l'esclave et les vitesses de l'agent principal q_m qui décrit une relation de synchronisation entre les deux mouvements. Cette dérivée relative est appelée vitesse de position relative de l'agent par rapport à l'agent principal.

De la même manière, l'accélération de la position relative peut être définie comme la seconde dérivée relative :

$$\ddot{q}''_i = \frac{dq'_i}{dq_m} \quad (1.4)$$

De l'équation (1.3), la vitesse de l'axe i peut être définie comme suit :

$$\dot{q}_i = \dot{q}_m q'_i \quad (1.5)$$

Par conséquent, l'équation (1.4) peut être exprimée comme :

$$\ddot{q}_i = \ddot{q}_m q_i^2 + \dot{q}_m^2 q'_i \quad (1.6)$$

Les équations ci-dessus montrent le rapport entre mouvements absolus et relatifs. L'équation (3.37) relie la vitesse absolue dans le domaine temporel avec la dérivée relative dans le domaine de position, alors que l'équation (3.38) relie l'accélération absolue à l'accélération relative. Les deux équations sont utilisées pour transformer le modèle dynamique du domaine temporel vers le domaine de position.

1.2.3 Modèle dynamique dans le domaine de position

Dans le domaine de position, la position du maître est utilisée comme référence indépendante pour le suivi d'un contour défini. Par conséquent, le modèle dynamique pour les

agents esclaves peut être réécrit dans le domaine de position en fonction de la référence par une transformation du domaine temporel vers le domaine de position :

En remplaçant dans le système (1.2) par les équations (3.37) et (3.38), un modèle dynamique pour les mouvements des esclaves dans le domaine de position est dérivé de la manière suivante :[11]

$$\dot{q}_m^2 M_{ss} q_s''(q_m) + (\ddot{q}_m M_{ss} + \dot{q}_m C_{ss}) q_s'(q_m) + \ddot{q}_m M_{sm} + \dot{q}_m C_{sm} + G_s + F_s = \tau_s(q_m) \quad (1.7)$$

L'équation ci-dessus représente la relation dynamique entre le mouvement principal, indiqué par l'indice m , et les mouvements des esclaves, indiqués par l'indice s

les dimensions du modèle dynamique dans le domaine de position sont $\{M_{sm}, G_s, F_s, \tau_s\} \in \mathfrak{R}^{n-1}$, $\{M_s, C_{ss}\} \in \mathfrak{R}^{(n-1) \times (n-1)}$ et $\{q_s, q_s', q_s''\} \in \mathfrak{R}^{n-1}$

La dynamique de l'esclave dans le domaine de position peut être redéfinie en utilisant les paramètres suivant :

$$\begin{cases} \bar{M} = \dot{q}_m^2 M_{ss} \\ \bar{C} = \ddot{q}_m M_{ss} + \dot{q}_m C_{ss} \\ \bar{D} = M_{sm} \ddot{q}_m + \dot{q}_m C_{sm} + G_s + F_s \end{cases} \quad (1.8)$$

En utilisant l'équation (1.8), l'équation(1.7) peut être exprimée sous la forme compacte suivante :

$$\bar{M} q_s''(q_m) + \bar{C} q_s'(q_m) + \bar{D} = \tau_s(q_m) \quad (1.9)$$

À partir de cette équation, on peut déduire que la position du maître a une plus grande influence sur le contrôle du système que son erreur de suivi du contour désiré, en fait en quelque sorte on a remplacé le temps par la position maître obtenue lors de la première itération tout en préservant la dynamique du maître (\ddot{q}_m), ce qui explique l'appellation modèle "dynamique" dans le domaine de position, en fait le temps est toujours présent mais d'une manière implicite.

A l'évidence, la non-linéarité du modèle du domaine temporel dans l'équation (1.7) est maintenue dans le domaine de la position.

Il est entendu que la structure de contrôle du domaine de position requiert que le contrôle du mouvement maître fonctionne dans le domaine temporel. Dans ce sens, la commande dans le domaine de position est la combinaison de deux contrôleurs de natures différentes s'exécutant en séquence comme on a expliqué dans la figure (??).

Cette méthode donne de meilleures performances pour les deux raisons suivantes :

- L'erreur sur la variable maître q_m est considérée nulle dans la deuxième itération, car on va juste commander les esclaves dans la variable maître ne contribue pas dans l'erreur de contour.

- Comme les robots sont généralement des systèmes interconnectés ,donc la dynamique du maître qui est disponible dans le modèle dynamique dans le domaine de position va améliorer le calcul des couples des esclaves (τ_s) , ceci va certainement améliorer les performances dans la deuxième itération .

1.2.4 Le choix de la variable maître

Comme la variable maître remplace le temps dans le modèle dynamique de position ,donc pour pouvoir intégrer ce dernier , la variable q_m doit posséder les mêmes caractéristiques du temps , qu'on note dans le tableau suivant :

Contraintes	Le temps « t »	la variable maître q_m
1	Strictement monotone	C'est pas toujours le cas
2	Positive	Peut être négative
3	dt constant	dq_m est variable
4	Strictement numériquement monotone ($dt > 0$)	On doit avoir $ dq_m > \varepsilon > 0$ ε la tolérance du calculateur

FIGURE 1.3 – Comparaison entre le temps et la variable maître

Nous allons traiter chaque contrainte pour pouvoir utiliser le modèle dans le domaine de position :

La stricte monotonie

Pour cela nous proposons deux solutions :

Commande dans l'espace articulaire : On impose q_m strictement monotone par partie en utilisant la génération de la trajectoire , et on intègre partie par partie .

Commande dans l'espace opérationnel : q_m est calculé depuis le MGI , mais dans le cas d'un robot manipulateur , si on choisit $q_m = q_1$ (la première articulation) . On a par défaut q_m strictement monotone par partie \forall le contour , car la première articulation subit l'inertie générale du système donc $\tau \neq 0$, et comme τ est l'image de \ddot{q}_m , donc $\ddot{q}_m \neq 0$, d'où par intégration on a q_m est strictement monotone par partie .

La variable maitre négative

Cela va générer une solution instable , donc a fin de remédier à ce problème nous allons utiliser le théorème de Lyapunov pour assurer la stabilité

Le pas d'échantillonnage variable

Pour des raisons numérique Ouyang a proposer rééchantionner q_m avec un pas fixe , mais cela va déformer L'allure de q_m donc générer une erreur dans le contour désiré dans le domaine de position , il a assumer que cette erreur est nulle et il calcule l'erreur de contour par rapport au nouveau contour désirée (Position) mais comme cette erreur est importante dans la majorité des cas , donc on procéder différemment , on a laisser le pas d'échantionallege dq_m variable , et on va chercher les gains optimaux pour pouvoir avoir une monotonie stricte numériquement , pour avoir une erreur de transformation assumé nulle ,et on calcule par rapport au contour désirée réel (Temps) .

1.3 Remarques

On va récapituler les idées importantes de la commande dans le domaine de position en plus on va proposer quelques idées pour clarifier le concept dans les remarques suivantes :

R1 :Pour formuler le réglage d'un système dans le domaine de position, ce système supposé d'ordre n est transformé en un système dynamique d'ordre $n - 1$ dans le domaine de position tout en conservant la dynamique de son articulation maitre. En conséquence,l'erreur de contour diminue lors du passage vers le domaine de position pour deux raisons principales. La première étant l'annulation de la contribution de l'articulation maitre dans la création de l'erreur globale de suivi de contour. La deuxième raison est que la dynamique du maitre est conservée dans le domaine temporel sans intervenir dans l'expression de l'erreur de suivi de contour par l'effecteur.

R2 :Toutefois, les variations de l'articulation maitre doivent être strictement monotones par parties. Autrement, elle doit être similaire au temps " t " pour pouvoir intégrer l'équation différentielle ,et donc théoriquement on doit avoir $\dot{q}_m \neq 0$ pour chaque partie. La condition précédente se traduit numériquement par $\|\dot{q}_m\| > \varepsilon > 0$, tel que ε est la tolérance du calculateur.

R3 : Étant donné que le temps est toujours positif, alors que la variable maitre q_m peut être négative ce qui donne une solution pour l'équation différentielle non- significative voir

instable, pour cela on va utiliser la théorie de Lyapounov afin de régler ce problème et ce dans le chapitre suivant portant sur la synthèse de commandes.

R4 : En particulier, dans le cas du robot planaire poly-articulaire il est primordial d'imposer une dynamique performante pour les articulations. En d'autres termes, comme on commande dans l'espace de travail pour suivre un contour désiré les articulations esclaves q_{d_i} doivent correspondre à la cinématique inverse. Simultanément, la variable maître q_{m_d} est toujours monotone par partie du moment que celle-ci subit toute l'inertie du système. En effet, le couple τ_m appliqué au niveau de l'articulation maître (la première articulation) vérifie $\tau_m \neq 0 \quad \forall t > 0$ et comme ce couple est l'image de l'accélération de cette articulation \ddot{q}_m , on a donc $\ddot{q}_m \neq 0 \quad \forall t > 0$. Ainsi, par intégration on a \dot{q}_m est strictement monotone ce qui implique que q_m doit être strictement monotone par partie. On peut donc conclure que le robot manipulateur est choisi comme la structure la plus appropriée pour la commande dans le domaine de position pour les raisons évoquées précédemment.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé le concept de formulation d'un problème de suivi de contour dans le domaine de position. Nous avons introduit la loi de commande dans le domaine de position comme une alternative aux techniques de commande temporelles usuelles. Cette approche fera l'objet de notre étude dans les prochains chapitres et sera comparée aux techniques de contrôle temporelles existantes.

CHAPITRE 2

THÉORIE SUR LA COMMANDE PAR MODE GLISSANT

Chapitre 2 : Théorie sur la commande par mode glissant

Introduction

Dans ce chapitre nous allons parler du concept générale de la commande par mode glissant , les avantage de cette commande , et l'inconvénient majeure qui le phénomène de broutement , ensuite nous citer le solution proposées , notamment nous allons parler de la théorie de la commande par mode glissant d'ordre supérieure qui élimine ce problème.

2.1 Commande par mode glissant

Pour des systèmes non linéaires ou ayant des paramètres variables dans le temps, les lois de commande classique peuvent être insuffisantes, car elles ne sont pas robustes. La caractéristique principale des systèmes à structure variable est que leur loi de commande se modifie d'une manière discontinue. Les commutations de la commande s'effectuent en fonction des variables d'état utilisées pour créer une "variété" ou "surface" dite de glissement dont le but est de forcer la dynamique du système à suivre celle définie par l'équation de cette surface. Quand l'état est maintenu sur cette surface, le système est dit en régime glissant. La commande par mode glissant a largement prouvé son efficacité à travers les études théoriques rapportées [12].

2.1.1 Synthèse de la commande par mode glissant

On considère le système non linéaire suivant :

$$(S) : \begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t)) \\ y = h(x(t)) \end{cases} \quad (2.1)$$

Avec l'entrée $u(t) \in \mathbb{R}^m$, le vecteur d'état $x \in \mathbb{R}^n$, la sortie $y \in \mathbb{R}^p$, f et h sont des fonctions de C^∞ .

La synthèse d'un contrôleur par mode glissant pour le système (2.1) se fait en trois étapes [12], [13] :

Choix de la surface de glissement

Le choix concernant la forme de cette surface est en fonction de l'application et l'objectif visé. On trouve dans la littérature que Slotine [14] a proposé une forme générale qui consiste

à définir une fonction scalaire dans le plan des phases donnée par :

$$S(x) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda_x\right)^{r-1} e(x) \quad (2.2)$$

x : La variable à commander ;

$e(x) = x_d - x$: L'erreur de poursuite ;

λ_x : Une constante positive qui interprétera la dynamique de la surface ;

r : Le degré relatif du système.

Conditions d'existence du régime glissant

C'est la condition sous laquelle la trajectoire d'état va atteindre la surface de glissement, appelée aussi "condition d'attractivité". Deux types de conditions d'accès à la surface de glissement sont présentés : Approche directe et approche de Lyapunov. On va utiliser l'approche directe.

Cette approche est la plus ancienne, elle a été proposée par Emilyanov et Utkin [15].

$$\begin{cases} \dot{S}(x) > 0 & \text{lorsque } S(x) < 0 \\ \dot{S}(x) < 0 & \text{lorsque } S(x) > 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Cette condition est toutefois difficile à utiliser, particulièrement dans le cas d'un système à plusieurs entrées.

Établissement de la loi de commande

Dans le but de forcer les états du système à atteindre la surface de glissement et le contraindre à rester sur cette surface malgré la présence des incertitudes et des perturbations, la commande u contient deux termes [12] :

La commande équivalente qui est un moyen de déterminer le comportement du système lorsqu'un régime glissant idéal est établi. Elle peut être calculée à partir de la condition d'invariance de la surface :

$$\begin{cases} S(x, t) = 0 \\ \dot{S}(x, t) = 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

Ce qui conduit à l'expression :

$$u_{eq}(x, t) = -\left[\frac{\partial S}{\partial x} g(x, t)\right]^{-1} \left(\frac{\partial S}{\partial x} f(x, t) + \frac{\partial S}{\partial t}\right) \quad (2.5)$$

La deuxième est une fonction discontinue qui permet de satisfaire la condition d'attractivité : $S(x)\dot{S}(x) \leq 0$. Elle est généralement de la forme :

$$u_{att} = -K \text{sign}(S) \quad (2.6)$$

Donc, la commande u sera :

$$u = - \left[\frac{\partial S}{\partial x} g(x, t) \right]^{-1} \left(\frac{\partial S}{\partial x} f(x, t) + \frac{\partial S}{\partial t} \right) - K \text{sign}(S) \quad (2.7)$$

Le phénomène de Chattering

Un régime glissant idéal requiert une commande pouvant commuter à une fréquence infinie. Evidemment, pour une utilisation pratique, seule une commutation à une fréquence finie est possible ; ce qui cause un retard entre la mesure de la sortie et le calcul de la commande. Cela conduit le système à quitter la surface de glissement sans que la commande puisse réagir [12], [13].

Ainsi, durant le régime glissant, les discontinuités de la commande peuvent entraîner des oscillations en haute fréquence de la trajectoire du système autour de la surface de glissement, ce phénomène est appelé broutement ou chattering. En conséquence, les performances et la robustesse du système sont dégradées et cela peut même conduire à l'instabilité [13].

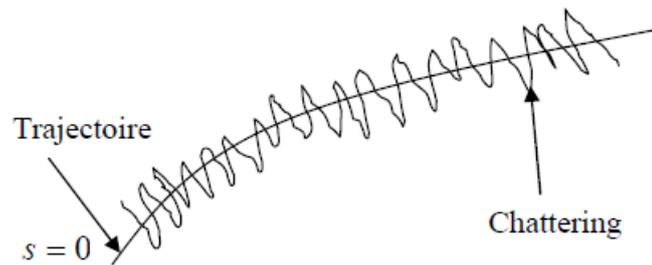


FIGURE 2.1 – Phénomène du broutement

Nombreuses solutions ont été proposées dans le but de réduire ou d'éliminer ce phénomène. Il existe des méthodes comme celle de la couche limite (boundary layer) qui consiste à remplacer la fonction sign de la loi de commande par une approximation continue à gain élevé dans un voisinage de S , et saturée en dehors de ce voisinage. Le régime glissant qui en résulte n'est plus confiné dans S , mais dans un voisinage de celui-ci. Dans ce cas, le système est dit en régime pseudo-glissant. Ces méthodes réduisent la robustesse de la commande. Elles sont paramétrées par une constante positive δ réglée pour avoir un bon compromis entre la réduction du chattering et la conservation de la robustesse. Dans les méthodes présentées ici, plus δ est petit, plus l'approximation tend vers la fonction sign , et donc meilleure

est la robustesse, au détriment de la réduction du chattering [13].

Les fonctions les plus utilisées sont [16], [13] :

Fonction saturation

$$sat(\sigma, \delta) = \begin{cases} sign(\sigma) & si \quad |\sigma| \geq \delta \\ \frac{\sigma}{\delta} & si \quad |\sigma| \leq \delta \end{cases} \quad (2.8)$$

La fonction pseudo-signe

$$v(\sigma, \delta) = \frac{\sigma}{|\sigma| + \delta} \quad (2.9)$$

La fonction arctangente

$$v(\sigma, \delta) = \frac{2}{\pi} arctan\left(\frac{\sigma}{\delta}\right) \quad (2.10)$$

La fonction tangente hyperbolique

$$v(\sigma, \delta) = tanh\left(\frac{\sigma}{\delta}\right) \quad (2.11)$$

Il est à noter que dans toutes les solutions apportées pour remédier au phénomène du chattering les propriétés (performances et robustesse) du mode glissant ne sont pas garanties. Pour préserver ces dernières, les commandes par mode de glissement d'ordre supérieur et par mode glissant flou sont introduites.

2.2 Commande par mode de glissement d'ordre supérieur

La commande par mode de glissement d'ordre supérieur [17], [18], [19],[20] , [21]est donc une généralisation de la commande par mode de glissement classique (d'ordre un) où elle peut aller à des ordres supérieurs de la dérivée de la surface de glissement. Par conséquent ; la commande discontinue n'agit pas sur la première dérivée de la surface de glissement mais plutôt sur les dérivées supérieures. Ce comportement permet de décaler l'effet indésirable du phénomène de broutement aux ordres supérieurs de la dérivée de la commande, et la commande appliquée au système est obtenue donc par intégration. L'intégration permet de lisser la commande d'où l'annulation du phénomène de broutement tout en gardant les avantages de la commande par mode de glissement.

2.2.1 Position du problème et définitions

Considérant un système non linéaire mono variable donné par :

$$(S) : \begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t)) \\ y = h(x(t)) \\ S(t) = y_r(t) - y(t) \end{cases} \quad (2.12)$$

Avec : $x = [x_1, \dots, x]^T \in X \subset \mathfrak{R}^n$

- $f(x)$ et $g(x)$ sont des fonctions suffisamment différentiables (de préférence de C^∞) mais connues de façon incertaine.
- $y \in Y \subset R^p$ la sortie du système.

On suppose que le système à un degré relatif ρ par rapport à la sortie y , c à d :

$$y^{(\rho)} = F(x) + G(x)u \quad (2.13)$$

Tel que : $F(x) = L_f^\rho h(x)$; $G(x) = L_g L_f^{\rho-1} h(x)$ et $L_f^\rho h(x)$ est la dérivée de Lie à l'ordre $(\rho - 1)$ de h le long de f .

- $u \in U \subset \mathfrak{R}^m$: représente la commande, et qui est une fonction discontinue et bornée dépendant du vecteur d'état.
- $S : R^+ \times R^+ \rightarrow R$: est la surface de glissement qui est une fonction différentiable telle que la commande n'apparaît pas dans ses $(r - 1)$ premières dérivées par rapport au temps mais plutôt dans l'ordre r c à d :

$$S^{(r)} = \phi(t, S, \dot{S}, \dots, S^{(r-1)}) + \varphi(t, S, \dot{S}, \dots, S^{(r-1)})u \quad (2.14)$$

avec : $\phi = y_r^{(\rho)}(t) - L_f^r h(x)$ et $\varphi = L_g L_f^{\rho-1} h(x)$.

r : est appelé l'ordre de glissement ou le degré relatif de glissement.

L'ensemble de glissement d'ordre r est défini par Γ^r tel que :

$$\Gamma^r = \{(t, x) \in \mathfrak{R}^+ \times \mathfrak{R}^n : S(t, x) = \dot{S}(t, x) = \ddot{S}(t, x) = \dots = S^{(r-1)}(t, x) = 0\} \quad (2.15)$$

Par exemple :

Dans un mode glissant d'ordre 1 (degré relatif égal à un) :

$r = 1$, $\dot{S} = \phi(t, S) + \varphi(t, S)u$ et $\Gamma^1 = \{(t, x) \in \mathfrak{R}^+ \times \mathfrak{R}^n : S(t, x) = 0\}$

Dans un mode glissant d'ordre 2 (degré relatif égal à deux) :

$r = 2$, $\ddot{S} = \phi(t, S) + \varphi(t, S)u$ et $\Gamma^2 = \{(t, x) \in \mathfrak{R}^+ \times \mathfrak{R}^n : S(t, x) = \dot{S}(t, x) = 0\}$

Dans le mode glissant d'ordre un ($\rho = 1$) où la dynamique de glissement est gérée par \dot{S} la commande est calculée de façon à rendre la surface S attractive au bout d'un temps fini. La commande synthétisée est généralement basée sur une l'inégalité $S\dot{S} < -\eta|S|$. $\eta > 0$. Dans le cas du mode glissant d'ordre supérieur ($\rho > 1$), l'inégalité précédente n'est pas suffisante pour assurer l'attractivité et l'invariance de la surface de glissement et certaines hypothèses [17] sont nécessaires.

Hypothèse 1 : la commande $u(t)$ appartient à l'ensemble $U = \{u : |u| < u_M\}$ où $u_M > 1$ est une constante réel, de plus la solution du système (2.12) est définie pour tout t , ce qui produit une commande $u(t)$ continue et $u(t) \in U$.

Hypothèse 2 : Il existe $u_1 \in (0, 1)$ telle que pour toute fonction continue u avec $u > u_1$, il existe t_1 tel que $S.u > 0$ pour tout $t > t_1$. D'où, la commande $u = -U_M \text{sign}[\dot{S}(t_0)]$, (où t_0 est l'instant initial) assure la convergence en temps fini sur $S = 0$.

Hypothèse 3 : les fonctions ϕ et φ de (2.14) sont bornées. De plus il existe des constantes positives $S_0, C_0, \Gamma_m, \Gamma_M$ telle que si $S(t, x) < S_0$ donc :

$$\begin{cases} 0 < \Gamma_m < \varphi(t, S, \dot{S}, \dots, S^{r-1}) \leq \Gamma_M \\ \phi(t, S, \dot{S}, \dots, S^{r-1}) \leq C_0 \\ \forall t, u \in U, \quad x \in X. \end{cases} \quad (2.16)$$

Enfin la procédure de synthèse de la commande par mode de glissement d'ordre supérieur revient à suivre les deux procédures suivantes :

Procédure 1 : Trouver une fonction $\tilde{S}(S, \dot{S}, \dots, S^{(r-1)})$, telle que le mouvement des point représentatifs du système sur $\tilde{S} = 0$ amène à l'annulation au bout d'un temps fini de $S, \dot{S}, \dots, S^{(r-1)}$.

Procédure 2 : Trouver une loi de commande u discontinue qui permette de stabiliser en temps fini la dynamique (2.14) en se basant sur les hypothèses précédentes.

Et en se basant sur ces mêmes hypothèses, les deux procédures précédentes sont équivalentes à trouver une loi de commande u qui stabilise en temps fini le système :

$$\begin{cases} \dot{S}_1 = S_2 \\ \dot{S}_2 = S_3 \\ \vdots \\ \dot{S}_r = \phi + \varphi.u \\ S = S_1 \end{cases} \quad (2.17)$$

Le système (2.12) est forcé donc à évoluer en temps fini sur l'ensemble de glissement d'ordre r défini dans (2.15).

Le problème de commande par mode glissant d'ordre $\rho = r$ du système (2.12) avec les

hypothèses précédentes, revient à la stabilisation en temps fini de :

$$\begin{cases} \dot{S}_i = S_{i+1} & 1 \leq i \leq \rho - 1 \\ \dot{S}_\rho = \phi + \varphi.u \end{cases} \quad (2.18)$$

2.2.2 Commande par mode de glissement d'ordre 2

[17], [18] [19] Si on considère le système (2.12) avec les fonctions $f(x)$ et $g(x)$ sont des fonctions C^1 et S est C^2 . Le mode glissant d'ordre deux (figure 2.2) est obtenu en forçant la trajectoire d'état du système à joindre et se maintenir en temps fini l'ensemble de glissement d'ordre deux définie par : $\tilde{S}^2 = \{x \in X | S = \dot{S} = 0\}$.

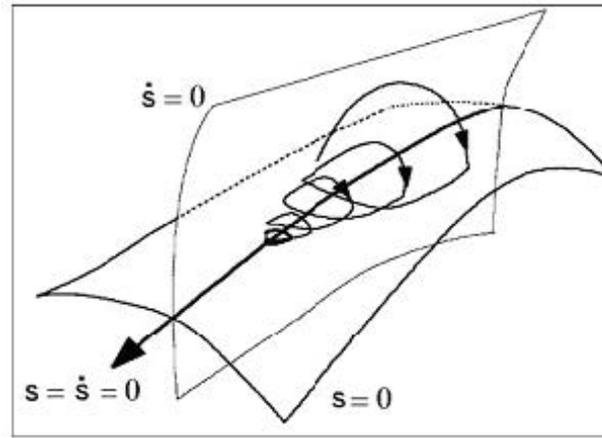


FIGURE 2.2 – Caractéristique du Mode glissant d'ordre 2

Suivant le degré relatif ($r = 1, r = 2$) de glissement ; on distingue deux cas différents.

Si on suppose que la première dérivée de la surface $\dot{S} = \alpha(t, x) + \beta(t, x)u$.

Cas 1 : lorsque $r = 1$ c'est le cas où la commande apparaît dans la première dérivée de la surface de glissement c à d :

$$\dot{S} = \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} S[f(x) + g(x)u] \quad (2.19)$$

Avec : $\frac{\partial}{\partial x} S(x, t)g(x)u \neq 0$

$$\begin{aligned} \ddot{S} &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} S(x, t, u) + \frac{\partial}{\partial x} \dot{S}(x, t, u)[f(x) + g(x)u] + \frac{\partial}{\partial x} \dot{S}(x, t, u)\dot{u}(t) \\ &= \phi_1(x, t, u) + \varphi_1(x, t, u)\dot{u} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Cas 2 : lorsque $r = 2$ c'est le cas où la commande apparaît dans la deuxième dérivée de la surface de glissement c à d :

$$\dot{S} = \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} S[f(x) + g(x)u] \quad (2.21)$$

Avec : $\frac{\partial}{\partial x}S(x, t)g(x)u = 0$

$$\ddot{S} = \frac{\partial^2}{\partial t^2}S(x, t, u) + \frac{\partial}{\partial x}\dot{S}(x, t, u)[f(x) + g(x)u] = \phi_2(x, t, u) + \varphi_2(x, t, u)u \quad (2.22)$$

Et le problème de la commande par mode de glissement d'ordre deux revient en la stabilisation en temps fini de :

$$\begin{cases} \dot{S}_1 = S_2 \\ \dot{S}_2 = \phi + \varphi.v \\ S = S_1 \end{cases} \quad (2.23)$$

Avec :

Cas 1 : $\phi = \phi_1, \varphi = \varphi_1, v = \dot{u}$

Cas 2 : $\phi = \phi_2, \varphi = \varphi_2, v = u$

Plusieurs algorithmes de commande par mode de glissement d'ordre deux ont été proposés dans la littérature [17], [19] pour la stabilisation de (2.23) qui satisfait les hypothèses (1-3). Parmi ces algorithmes on peut citer l'algorithme du twisting, de super twisting, avec loi de convergence imposée et sous optimale. Dans ce chapitre seule l'algorithme du twisting et super twisting seront présentés vue qu'ils sont les seuls qui donnent une solution quand l'ordre de glissement est de un. C'est le cas pour le modèle du robot manipulateur lorsque la surface de glissement est définie en fonction de l'articulation et sa variation.

Algorithme du twisting [21]

Selon le degré relatif de la surface de glissement deux cas se présentent :

Cas 1 : $\rho = 1$

$$v = \dot{u} = \begin{cases} -u & si \quad |u| > u_M \\ -\lambda_m sign(S_1) & si \quad S_1 S_2 \leq 0, |u| \leq u_M \\ -\lambda_M sign(S_1) & si \quad S_1 S_2 > 0, |u| \leq u_M \end{cases} \quad (2.24)$$

Cas 2 : $\rho = 2$

$$v = u = \begin{cases} -\lambda_m sign(S_1) & si \quad S_1 S_2 \leq 0 \\ -\lambda_M sign(S_1) & si \quad S_1 S_2 > 0, \end{cases} \quad (2.25)$$

Le choix des gains λ_m et λ_M qui assure la convergence en un temps fini est donnée en se basant sur les constantes $S_0, C_0, \Gamma_m, \Gamma_M$ de l'hypothèse 3 par :

$$\begin{cases} \lambda_m > \lambda_M \\ \lambda_M > 4 \frac{\Gamma_M}{S_0} \\ \lambda_m > \frac{C_0}{\Gamma_m} \\ \lambda_M > \frac{\Gamma_M \lambda_m}{\Gamma_m} + 2 \frac{C_0}{\Gamma_m} \end{cases} \quad (2.26)$$

Les caractéristiques de l'algorithme twisting autour de l'origine sont illustrées sur la figure (2.3).

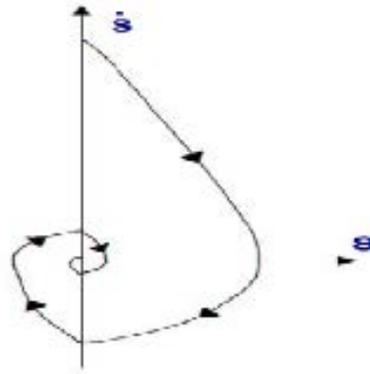


FIGURE 2.3 – Caractéristique de l' algorithme de twisting

L'inconvénient majeur de cet algorithme est qu'il nécessite le calcul de la dérivée de la surface de glissement, ce qui est considéré comme un obstacle réel dans sa réalisation pratique.

Algorithme de super-twisting [21]

Cet algorithme a été développé pour commander les systèmes de degré relatif égal à un ($\rho = 1$) afin d'annuler le phénomène de broutement qui est considéré comme un obstacle réel pour la réalisation de la commande par mode de glissement d'ordre un. Son avantage est qu'il ne nécessite pas le calcul de la dérivée de la surface de glissement tout en gardant les propriétés du mode glissant.

L'algorithme de commande est donné par la loi de commande suivante :

$$u_{ST}(t) = u_1(t) + u_2(t) \quad (2.27)$$

$$\dot{u}_1 = \begin{cases} -u & \text{si } |u| > u_M \\ -\beta \text{sign}(S_1) & \text{si } |u| \leq u_M \end{cases} \quad (2.28)$$

$$u_2 = \begin{cases} -\alpha S_0^q \text{sign}(S_1) & \text{si } |S| > S_0 \\ -\alpha |S|^q \text{sign}(S_1) & \text{si } |S| \leq S_0 \end{cases} \quad (2.29)$$

Les conditions suffisantes qui vérifient les hypothèses (1-3) et qui assurent la convergence

de la trajectoire du système vers la surface de glissement sont données par :

$$\begin{cases} \beta > \frac{C_0}{\Gamma_m} \\ \alpha^2 \geq \frac{4C_0}{\Gamma_m^2} \frac{\Gamma_M(\beta+C_0)}{\Gamma_m(\beta-C_0)} \\ 0 < q \leq 0.5 \end{cases} \quad (2.30)$$

Les caractéristiques de l'algorithme de super twisting autour de l'origine sont illustrées sur la figure (2.4).

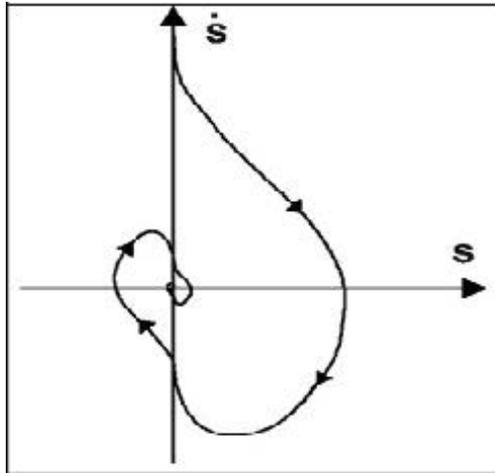


FIGURE 2.4 – Convergence en temps fini de l'algorithme Super Twisting

Conclusion

Nous avons parler dans ce chapitre de la théorie de la commande par mode glissant d'ordre un et d'ordre supérieur , nous allons maintenant utiliser la théorie de la commande dans l'espace de position pour synthétiser ces commandes dans les deux domaine : temporel et position.

CHAPITRE 3

SYNTHÈSE DES LOIS DE COMMANDES

Chapitre 3 : Synthèse des lois de commandes

Introduction

Dans ce chapitre, nous synthétisons quelques lois de commande par mode glissant d'ordre un et d'ordre supérieur dédiées au suivi de contours pour un robot manipulateur . En parallèle, nous formulons le problème de commande dans le domaine de position selon les transformations étudiées dans le chapitre 1. Enfin, nous analysons la stabilité du système commandé pour chacune des méthodes considérées.

3.1 Système robotique dans le domaine de position

3.1.1 Robot manipulateur

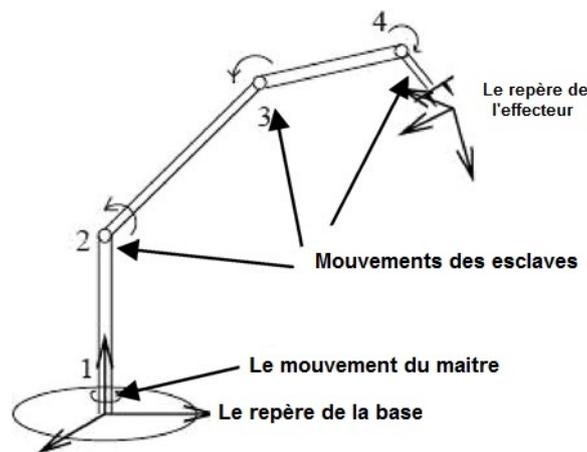


FIGURE 3.1 – Schéma d'un robot manipulateur dans le domaine de position[3]

Un robot manipulateur, illustré dans la figure(3.1), est utilisé à titre d'exemple pour décrire le concept de CDP. Dans la CDP, un principe de mouvement maître-esclave est utilisé . Le mouvement principal (mouvement articulation 1), mesuré par un capteur, est utilisé comme référence qui n'introduira aucune erreur à l'erreur de contour, et les mouvements des esclaves (les mouvements des articulations 2 à 4) sont décrits comme fonctions du mouvement du maître selon les exigences de la trajectoire du contour. Le mouvement maître fonctionne dans le domaine temporel, contrôlé par une loi de commande temporelle .

D'autre part, les mouvements des esclaves fonctionnent dans le domaine de position, en utilisant le mouvement principal comme référence au lieu du temps ([6]). On reprend le modèle dynamique dans le domaine temporel et dans le domaine de position (3.1) illustré dans la chapitre précédant (section 2.4.3)

Équation Dynamique du robot dans le domaine temporel

$$M(q)\ddot{q}(t) + C(q, \dot{q})\dot{q}(t) + G(q) + F(t, q, \dot{q}) = \tau(t) \quad (3.1)$$

Équation Dynamique du robot dans le domaine de position

$$\overline{M}q_s''(q_m) + \overline{C}q_s'(q_m) + \overline{D} = \tau_s(q_m) \quad (3.2)$$

Avec

$$\begin{cases} \overline{M} = \dot{q}_m^2 M_{ss} \\ \overline{C} = \ddot{q}_m M_{ss} + \dot{q}_m C_{ss} \\ \overline{D} = M_{sm} \ddot{q}_m + \dot{q}_m C_{sm} + G_s + F_s \end{cases} \quad (3.3)$$

3.1.2 Propriétés et hypothèses du système dynamique

Certaines propriétés qu'on aura besoins pour les commandes et l'étude de stabilité des commandes du robot manipulateur décrit par les equations (3.1) et (3.2) sont données comme suit[22] [8] :

P1 : La matrice d'inertie $M(q) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ est symétrique et définie positive. $M_{ss}(q) \in \mathfrak{R}^{(n-1) \times (n-1)}$ est par conséquent symétrique et définie positive.

P2 : La matrice $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ est antisymétrique , de même la matrice $\dot{M}_{ss}(q) - 2C_{ss}(q, \dot{q})$,où $C(q, \dot{q})$ est la matrice des effets Coriolis et centrifuge.

P3 : les matrices d'inertie et des effets Coriolis et centrifuge satisfait l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{M}(q) = C(q, \dot{q}) + C^T(q, \dot{q}) \\ \dot{M}_{ss}(q) = C_{ss}(q, \dot{q}) + C_{ss}^T(q, \dot{q}) \end{cases} \quad (3.4)$$

P4 : $M(q_d), C(q_d, \dot{q}_d), G(q_d)$, et $F(t, q_d, \dot{q}_d)$ sont bornées , où q_d et \dot{q}_d sont la position désirée et la vitesse désirée respectivement , et ils sont bornées.

De plus, les notations suivantes seront utilisées $\lambda_m(M)$ et $\lambda_M(M)$ représentent la valeur propre minimale et maximale de la matrice M . et finalement deux suppositions sont utilisés lors de l'étude de stabilité .

S1 :La vitesse \dot{q}_m et l'accélération \ddot{q}_m du mouvement du maître sont bornées dans la région du contour désiré.

S2 :le contour désiré du mouvement des esclaves $q_{sd}(q_m)$ est borné et $q_{sd}(q_m) \in C^2(q_m)$.

3.2 Commande par Mode glissant d'ordre un

3.2.1 Synthèse dans le domaine temporel

$$\ddot{q}(t) = -M^{-1}(q)(C(q, \dot{q})\dot{q}(t) + G(q) + F(t, q, \dot{q}) - \tau(t)) \quad (3.5)$$

on prends les états du système $\begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix}$ et $\tau(t)$ le signal commande et posons $e_1 = q_d - q \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$ et $e_2 = \dot{q}_d - \dot{q} \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$ l'erreur sur la position et la vitesse des articulation , respectivement q_d/\dot{q}_d représente la position/vitesse désirées pour un contour défini issue du modèle cinématique inverse [annexe 1].

La représentation d'état du système est la suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1(t) \\ \dot{e}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_2 \\ \ddot{q}_d + M^{-1}(q)(C(q, \dot{q})\dot{q}(t) + G(q) + F(t, q, \dot{q})) - M^{-1}(q)\tau(t) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Comme l'ordre relative du système $\rho = 2$, donc le choix de la surface de glissement est le suivant :

$$S = e_2 + \lambda e_1 \quad (3.7)$$

Où $\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_m & 0 \\ 0 & \lambda_s \end{bmatrix} > 0$,la dérivée de la surface S est :

$$\dot{S} = \dot{e}_2 + \lambda \dot{e}_1 \quad (3.8)$$

Pour assurer la stabilité du système, il faut avoir $S(x)\dot{S}(x) \leq 0$ (pour satisfaire la condition d'attractivité). On peut choisir :

$$\dot{S} = -K \text{sign}(S) = \ddot{q}_d + M^{-1}(q)(C(q, \dot{q})\dot{q}(t) + G(q) + F(t, q, \dot{q})) - M^{-1}(q)\tau(t) + \lambda e_2 \quad (3.9)$$

il en résulte :

$$\tau(t) = M(q)[\ddot{q}_d + \lambda e_2 + K \text{sign}(S)] + C(q, \dot{q})\dot{q}(t) + G(q) + F(t, q, \dot{q}) \quad (3.10)$$

3.2.2 Synthèse dans le domaine de position

Similaire à la commande par MG , la commande du maître est calculé dans le domaine temporel :

$$\tau_m(t) = \tau_1(t) = [M(q)[\ddot{q}_d + \lambda e_2 + K \text{sign}(S)] + C(q, \dot{q})\dot{q}(t) + G(q) + F(t, q, \dot{q})]^T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Calcul de la commande des esclaves la commande des esclaves est calculé en utilisant le système dynamique dans le domaine de position :

$$\overline{M}q_s''(q_m(t)) + \overline{C}q_s'(q_m(t)) + \overline{D} = \tau_s(q_m(t)) \quad (3.12)$$

on prends les états du système $\begin{pmatrix} q_s & q_s' \end{pmatrix}$ et $\tau_s(q_m(t))$ le signal commande et posons $e_{s1} = q_{ds} - q_s \in \mathfrak{R}^{(n-1) \times 1}$ et $e_{s2} = q_{ds}' - q_s' \in \mathfrak{R}^{(n-1) \times 1}$ l'erreur sur la position et la vitesse des articulation , respectivement q_{ds}/q_{ds}' représente la position/vitesse désirée des esclaves pour un contour défini issu en utilisant la transformation (temps/position) expliqué dans le chapitre 1 .

La transformation d'état du système dans le domaine de position :

$$\begin{bmatrix} e'_{1s}(q_m(t)) \\ e'_{2s}(q_m(t)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{2s} \\ q_{ds}'' + \overline{M}^{-1}(q_s)(\overline{C}(q_s, q_s')q_s' + \overline{D} - \overline{M}^{-1}(q_s)\tau_s(q_m(t))) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

La surface de glissement a été choisie comme suit :

$$S_s = e_{s2} + \tilde{\alpha}\lambda_s e_{s1} \quad (3.14)$$

Où $\tilde{\alpha}$ est un opérateur définie comme suit :

$$\tilde{\alpha} = \tilde{\alpha}^{-1} = \begin{cases} 1 & si \quad \dot{q}_m = 0 \\ sign(\dot{q}_m) & si \quad \dot{q}_m \neq 0 \end{cases} \quad (3.15)$$

La dérivée relative de la surface S_s est :

$$S_s' = e'_{s2} + \tilde{\alpha}\lambda_s e'_{s1} \quad (3.16)$$

Pour assurer la stabilité du système, il faut avoir $S_s S_s' \leq 0$ (et satisfaire la condition d'attractivité $S_s \dot{S}_s = -\frac{K_s}{|q_m|} S_s^T S_s \leq 0$ dans le temps). On peut choisir :

$$S_s' = -\tilde{\alpha}K_s sign(S_s) = q_{ds}'' + \overline{M}^{-1}(q_s)(\overline{C}(q_s, q_s')q_s' + \overline{D} - \overline{M}^{-1}(q_s)\tau_s(q_m(t))) + \tilde{\alpha}\lambda_s e_{s2} \quad (3.17)$$

il en résulte :

$$\tau_s(t) = \overline{M}(q_m(t))[q_{sd}'' + \tilde{\alpha}\lambda_s e_{s2} + \tilde{\alpha}K_s sign(S_s)] + \overline{C}(q_s, q_s')q_s' + \overline{D} \quad (3.18)$$

3.3 Commande par Mode glissant d'ordre deux

3.3.1 Synthèse dans le domaine temporel

$$\ddot{q}(t) = -M^{-1}(q)(C(q, \dot{q})\dot{q}(t) + G(q) + F(t, q, \dot{q}) - \tau(t)) \quad (3.19)$$

on prends les états du système $\begin{pmatrix} q & \dot{q} \end{pmatrix}$ et $\tau(t)$ le signal commande et posons $e_1 = q_d - q \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$ et $e_2 = \dot{q}_d - \dot{q} \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$ l'erreur sur la position et la vitesse des articulation , respectivement q_d/\dot{q}_d représente la position/vitesse désirées pour un contour défini issue du modèle cinématique inverse [annexe 1].

La représentation d'état du système est la suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1(t) \\ \dot{e}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_2 \\ \ddot{q}_d + M^{-1}(q)(C(q, \dot{q})\dot{q}(t) + G(q) + F(t, q, \dot{q})) - M^{-1}(q)\tau(t) \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Comme l'ordre relative du système $\rho = 2$, donc le choix de la surface de glissement est le suivant :

$$S = e_2 + \lambda e_1 \quad (3.21)$$

Où $\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_m & 0 \\ 0 & \lambda_s \end{bmatrix} > 0$,la dérivée de la surface S est :

$$\dot{S} = \dot{e}_2 + \lambda \dot{e}_1 = \phi(q, t) + \varphi(q, t)\tau(t) \quad (3.22)$$

Avec :

$$\begin{cases} \phi(q, t) = \ddot{q}_d + M^{-1}(q)(C(q, \dot{q})\dot{q}(t) + G(q) + F(t, q, \dot{q})) + \lambda e_2 \\ \varphi(q, t) = -M^{-1}(q) \end{cases} \quad (3.23)$$

Donc le système possède un degré relatif de glissement $r = 1$ d'où le choix optimale pour est l'algorithme du supertwisting pour les raisons citées dans le chapitre 2.

Pour assurer la stabilité du système, il faut choisir la commande de la forme suivante :

$$\tau(t) = \tau_{eq}(t) + \tau_{ST}(t) \quad (3.24)$$

Tel que :

$$\begin{cases} \tau_{eq}(t) = M(q)[\ddot{q}_d + \lambda e_2] + C(q, \dot{q})\dot{q}(t) + G(q) + F(t, q, \dot{q}) \\ \tau_{ST}(t) = M(q)[\tau_{ST1}(t) + \tau_{ST2}(t)] = M(q)[\int_{\tilde{t}=0}^{\tilde{t}=t} \dot{\tau}_{ST1}(\tilde{t})d\tilde{t} + \tau_{ST2}(t)] \end{cases} \quad (3.25)$$

On a par définition :

$$\dot{\tau}_{ST1} = \begin{cases} -u & si \quad |u| > u_M \\ -\beta sign(S) & si \quad |u| \leq u_M \end{cases} \quad (3.26)$$

$$\tau_{ST2}(t) = \begin{cases} -\alpha S_0^q sign(S) & si \quad |S| > S_0 \\ -\alpha |S|^q sign(S) & si \quad |S| \leq S_0 \end{cases} \quad (3.27)$$

Où u_M et S_0 sont des constantes estimées d'une manière empirique . et :

$$u_M = \begin{bmatrix} u_{Mm} & 0 \\ 0 & u_{Ms} \end{bmatrix} > 0; S_0 = \begin{bmatrix} S_{0m} & 0 \\ 0 & S_{0s} \end{bmatrix} > 0; \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_m & 0 \\ 0 & \alpha_s \end{bmatrix} > 0; \beta = \begin{bmatrix} \beta_m & 0 \\ 0 & \beta_s \end{bmatrix} > 0$$

Les conditions suffisantes qui vérifient les hypothèses (1-3) citées dans le chapitre 2 et qui assurent la convergence de la trajectoire du système vers la surface de glissement en un temps fini sont données par :

$$\begin{cases} \beta > C_0 \Gamma_m^{-1} \\ \alpha^2 \geq 4C_0 \Gamma_m^{-2} \Gamma_M (\beta + C_0) (\Gamma_m (\beta - C_0))^{-1} \\ 0 < q \leq 0.5 \end{cases} \quad (3.28)$$

3.3.2 Synthèse dans le domaine de position

Similaire à la commande par MG , la commande du maître est calculé dans le domaine temporel :

$$\tau_m(t) = \tau_1(t) = M(q) [\ddot{q}_d + \lambda e_2 + \int_{\tilde{t}=0}^{\tilde{t}=t} \dot{\tau}_{ST1}(\tilde{t}) d\tilde{t} + \tau_{ST2}(t)] + C(q, \dot{q}) \dot{q}(t) + G(q) + F(t, q, \dot{q})^T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Calcul de la commande des esclaves la commande des esclaves est calculé en utilisant le système dynamique dans le domaine de position :

$$\overline{M} q_s''(q_m(t)) + \overline{C} q_s'(q_m(t)) + \overline{D} = \tau_s(q_m(t)) \quad (3.30)$$

on prends les états du système $(q_s \quad \dot{q}_s)$ et $\tau_s(q_m(t))$ le signal commande et posons $e_{s1} = q_{ds} - q_s \in \mathfrak{R}^{(n-1) \times 1}$ et $e_{2s} = \dot{q}'_{ds} - \dot{q}'_s \in \mathfrak{R}^{(n-1) \times 1}$ l'erreur sur la position et la vitesse des articulation , respectivement q_{ds}/\dot{q}'_{ds} représente la position/vitesse désirée des esclaves pour un contour défini issu en utilisant la transformation (temps/position) expliqué dans le chapitre 1 (1.4.1)

La transformation d'état du système dans le domaine de position :

$$\begin{bmatrix} e'_{1s}(q_m(t)) \\ e'_{2s}(q_m(t)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{2s} \\ \dot{q}''_{ds} + \overline{M}^{-1}(q_s) (\overline{C}(q_s, \dot{q}'_s) \dot{q}'_s + \overline{D} - \overline{M}^{-1}(q_s) \tau_s(q_m(t))) \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

La surface de glissement a été choisie comme suit :

$$S_s = e_{s2} + \tilde{\alpha} \lambda_s e_{s1} \quad (3.32)$$

Où $\tilde{\alpha}$ est un opérateur définie comme suit :

$$\tilde{\alpha} = \tilde{\alpha}^{-1} = \begin{cases} 1 & si \quad \dot{q}_m = 0 \\ sign(\dot{q}_m) & si \quad \dot{q}_m \neq 0 \end{cases} \quad (3.33)$$

La dérivée relative de la surface S_s est :

$$S'_s = e'_{s2} + \tilde{\alpha}\lambda_s e'_{s1} = \phi_s(q, t) + \varphi_s(q, t)\tau_s(t) \quad (3.34)$$

Pour assurer la stabilité du système, il faut choisir la commande de la forme suivante :

$$\tau_s(t) = \tau_{eqs}(t) + \tau_{STs}(t) \quad (3.35)$$

Tel que :

$$\begin{cases} \tau_{eqs}(q_m(t)) = \overline{M}(q_m(t))[q''_{sd} + \tilde{\alpha}\lambda_s e_{s2}] + \overline{C}(q_s, q'_s)q'_s + \overline{D} \\ \tau_{STs}(q_m(t)) = \overline{M}[\tau_{STs1}(t) + \tau_{STs2}(t)] = \overline{M}\left[\int_{\tilde{q}_m=q_m(0)}^{\tilde{t}=q_m(t)} \dot{\tau}_{STs1}(\tilde{q}_m)d\tilde{q}_m + \tau_{STs2}(q_m)\right] \end{cases} \quad (3.36)$$

Avec :

$$\dot{\tau}_{STs1} = \begin{cases} -u_s & si \quad |u_s| > u_{Ms} \\ -\tilde{\alpha}\beta_s sign(S_s) & si \quad |u_s| \leq u_{Ms} \end{cases} \quad (3.37)$$

$$\tau_{STs2} = \begin{cases} -\tilde{\alpha}\alpha_s S_{s0}^q sign(S_s) & si \quad |S_s| > S_{s0} \\ -\tilde{\alpha}\alpha_s |S_s|^q sign(S_s) & si \quad |S_s| \leq S_{s0} \end{cases} \quad (3.38)$$

Où : α_s et β_s vérifient les hypothèses (1-3) pour assurer la convergence en un temps fini.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé le concept de formulation d'un problème de suivi de contour dans le domaine de position. Nous avons introduit des loi de contrôle comme une alternative de domaine de position à la loi de contrôle PSC de domaine de temps. Cette approche fera l'objet de notre étude dans les prochain chapitre et sera comparée aux techniques de contrôle temporel et entre eux dans le domaine de position.

CHAPITRE 4

SIMULATION ET RÉSULTATS

Chapitre 4 :Simulation et Résultats

4.1 Configuration de la simulation

Un robot manipulateur virtuel composé de 3 articulations rotoides illustré dans la figure(4.1) est utilisé pour la simulation. Le robot manipulateur est supposé être composé de 3 segments de différentes tailles qui sont commandés avec le même type d'actionneurs. Ce type de configuration a été choisi parce qu'il était assez complexe pour montrer les capacités de la loi des commandes proposée. . Les paramètres structurels du robot manipulateur choisi figurent dans le tableau (4.1).

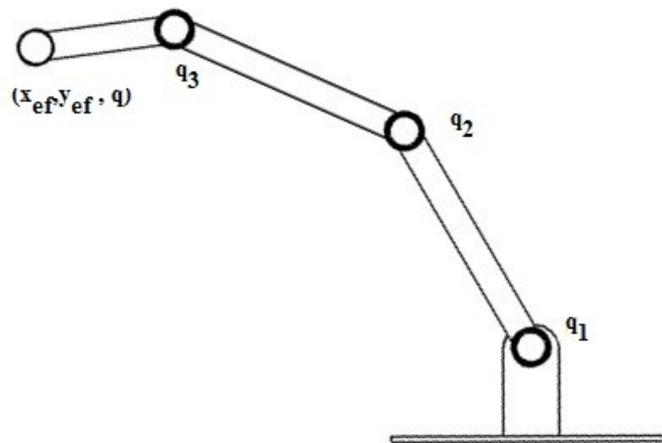


FIGURE 4.1 – Robot Manipulateur Planaire à 3.d.d.l[23]

Corps	Mass $m_i(\text{kg})$	Longueur $l_i(\text{m})$	Centre $r_i(\text{m})$	Inertie $I_i(\text{kgm}^2)$
1	1.00	0.50	0.25	0.10
2	1.00	0.50	0.25	0.10
3	0.50	0.30	0.15	0.05

TABLE 4.1 – Paramètres structurels du robot manipulateur série[3]

4.2 Contours de références utilisés durant les simulations

Pour garantir que les trajectoires de référence soient lisses pour toutes les articulations du robot manipulateur, un polynôme d'ordre 5 est utilisé pour définir pour le contour désiré, ses signaux de position, vitesse et accélération associés [10]. Le polynôme d'ordre est défini comme fonction du temps par :

$$r(t) = 10\left(\frac{t}{T}\right)^3 - 15\left(\frac{t}{T}\right)^4 + 6\left(\frac{t}{T}\right)^5 \quad (4.1)$$

Où : t : le temps et T : la durée totale accordée à l'opération ou au mouvement . La vitesse et l'accélération es donnée par :

$$\dot{r}(t) = \frac{1}{T}\{30\left(\frac{t}{T}\right)^2 - 60\left(\frac{t}{T}\right)^3 + 30\left(\frac{t}{T}\right)^4\} \quad (4.2)$$

4.2.1 Contours Linéaires

Avec les équations (4.2)-(4.3), un contour linéaire qu'on désire imposer au niveau de l'effecteur peut être défini par :

$$P_d = (P_f - P_i)r(t) \quad (4.3)$$

Où : P_d est le contour désiré, exprimé par des coordonnées cartésiennes (x_{ef}, y_{ef}) , et P_i et P_f sont les positions initiale et finale du contour.L'orientation (q_{ef}) de l'effecteur est maintenue constante pour chaque segment. Les équations de la cinématique inverse du manipulateur robotique (annexe) sont utilisées pour calculer la position et les vitesses des des axes nécessaires pour suivre le contour défini.

4.2.2 Contour Ligne

Les figures (4.2) et (4.3) montrent le contour ligne ainsi que les trajectoires de niveau de l'effecteur et de l'articulation. Le tableau (4.2) montre respectivement les positions finale et initiale sur le niveau de l'effecteur final . Nous avons pris pour cette simulation une fréquence d'échantillonnage $1000H_z$, et un temps de simulation $t_s = 1.5s$.

	P_i	P_f
$\mathbf{x}_{ef}(\mathbf{m})$	0.50	0.70
$\mathbf{y}_{ef}(\mathbf{m})$	0.50	0.70
$\mathbf{q}_{ef}(\mathbf{rad})$	1.047	1.047

TABLE 4.2 – Positions initiales et finales de l'effecteur pour le contour ligne.

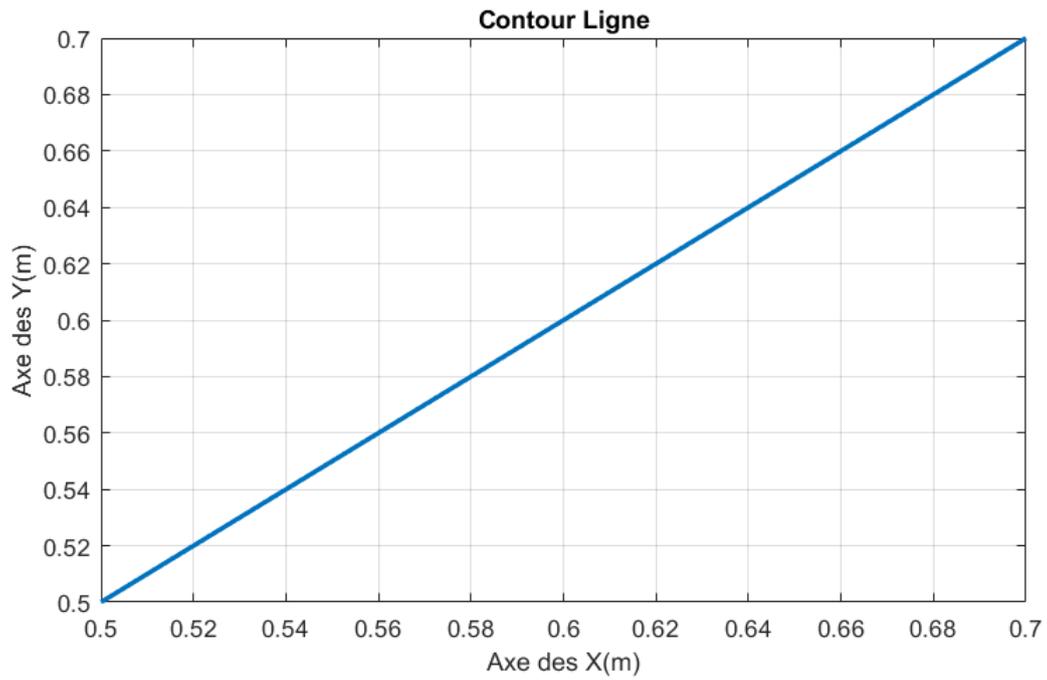


FIGURE 4.2 – Contour Ligne (Espace de travail)

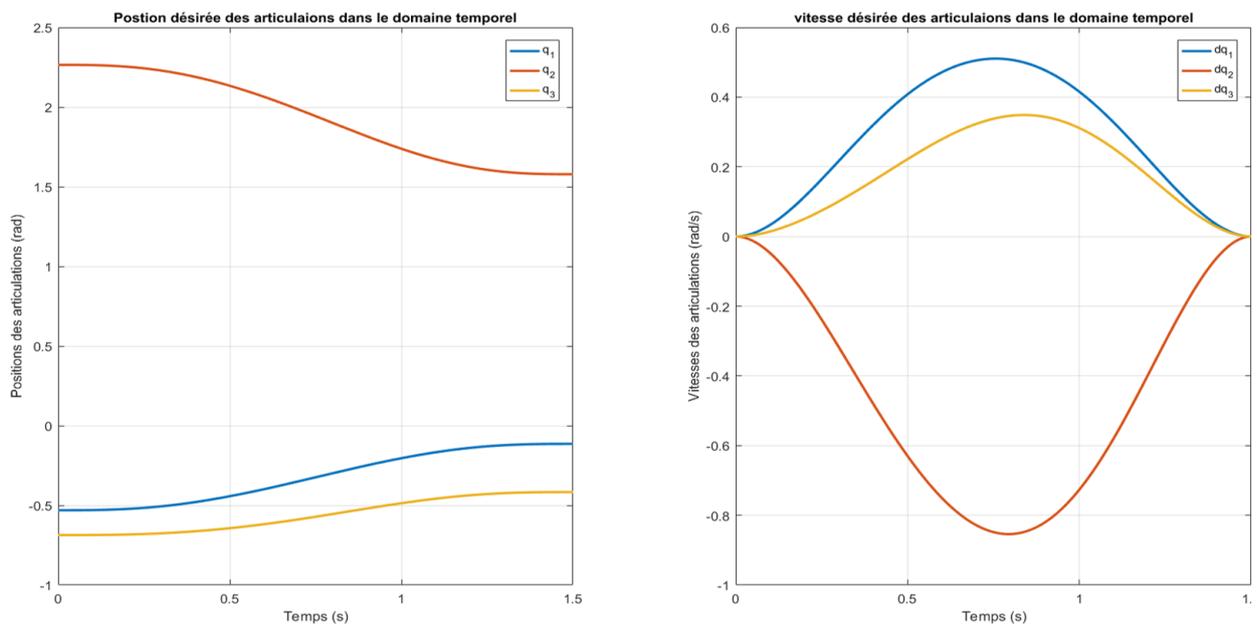


FIGURE 4.3 – Positions et vitesses désirées des articulations

4.2.3 Contours non linéaires

Pour définir le contour non linéaire, un paramètre angulaire doit être introduit :

$$\theta(t) = r(t)(\theta_f - \theta_i) \quad (4.4)$$

Le contour circulaire est défini comme suit :

$$\begin{cases} x_{ef}(t) = x_c + R \cdot \cos(\theta(t)) \\ y_{ef}(t) = y_c + R \cdot \sin(\theta(t)) \end{cases} \quad (4.5)$$

Avec (x_c, y_c) le centre du cercle et R son rayon .

Pour cette simulation ,nous avons pris une fréquence d'échantillonnage $1000Hz$, et un temps de simulation $t_s = 5s$.

x_c	y_c	R
0.0[m]	0.0[m]	0.6[m]

TABLE 4.3 – Les paramètres du contour circulaire

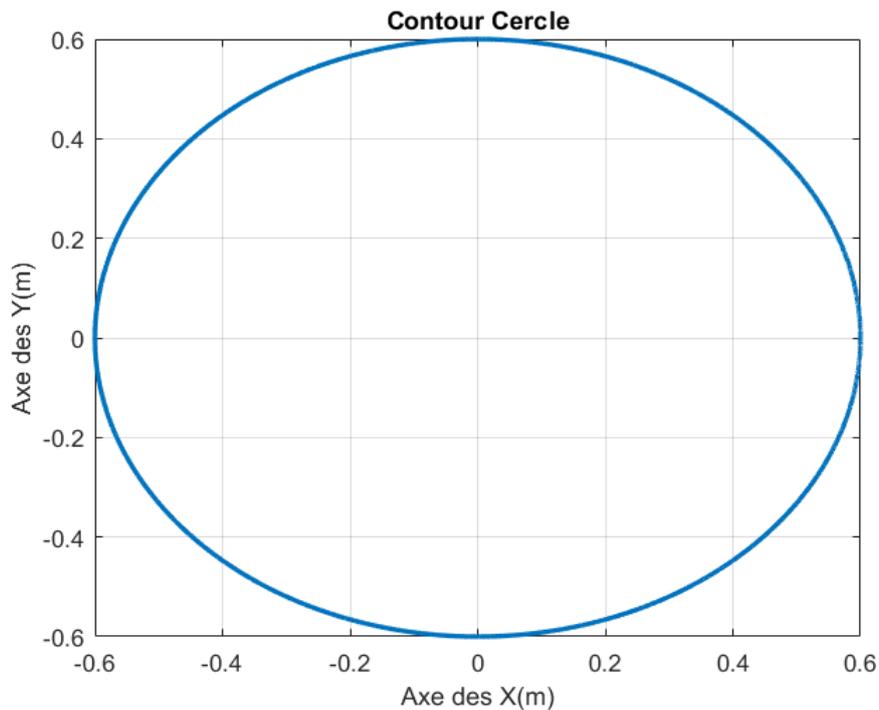


FIGURE 4.4 – Contour Cercle (Espace de travail)

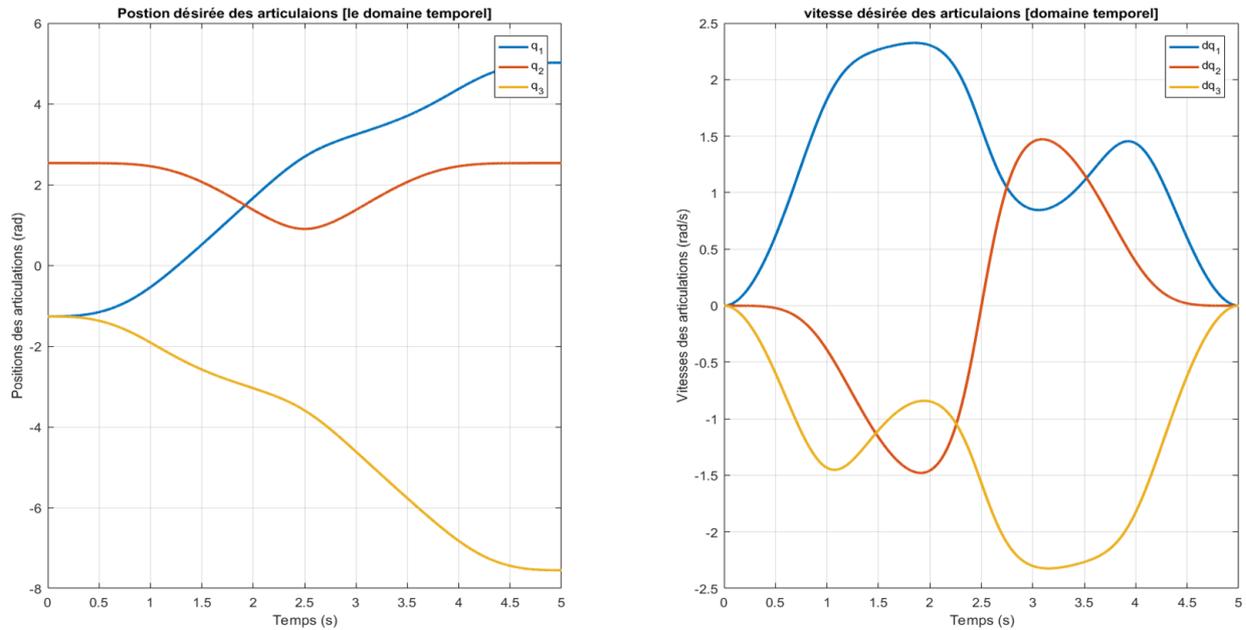


FIGURE 4.5 – Positions et vitesses désirées des articulations (contour circulaire)

4.3 Transformation de trajectoires

Comme mentionné précédemment, lors de l'élaboration de la commande dans le domaine de position, les fonctions temporelles traduisant la dynamique de référence des esclaves doivent être transformées en des fonctions dépendant de la position du maître.

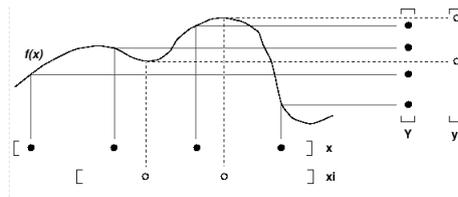


FIGURE 4.6 – Lookup Table (interp1) (The MathWorks, Inc)

Pour effectuer les simulations suivantes, « lookup tables » sont utilisées pour la redéfinition des trajectoires désirées dans le domaine des positions. Plus précisément, les trajectoires désirées sont initialement définies comme fonctions temporelles. Ensuite, ces trajectoires sont interpolées linéairement en fonction de la trajectoire réelle de l'agent maître résultant de son asservissement dans le domaine temporel. Le concept de cette transformation est illustré dans la figure (4.6)[6].

Les contours résultants dérivés de la procédure ci-dessus peuvent être observés dans les figures suivantes. Les figures (4.7) et (4.8) contiennent les trajectoires résultantes pour les contours ligne et cercle respectivement.

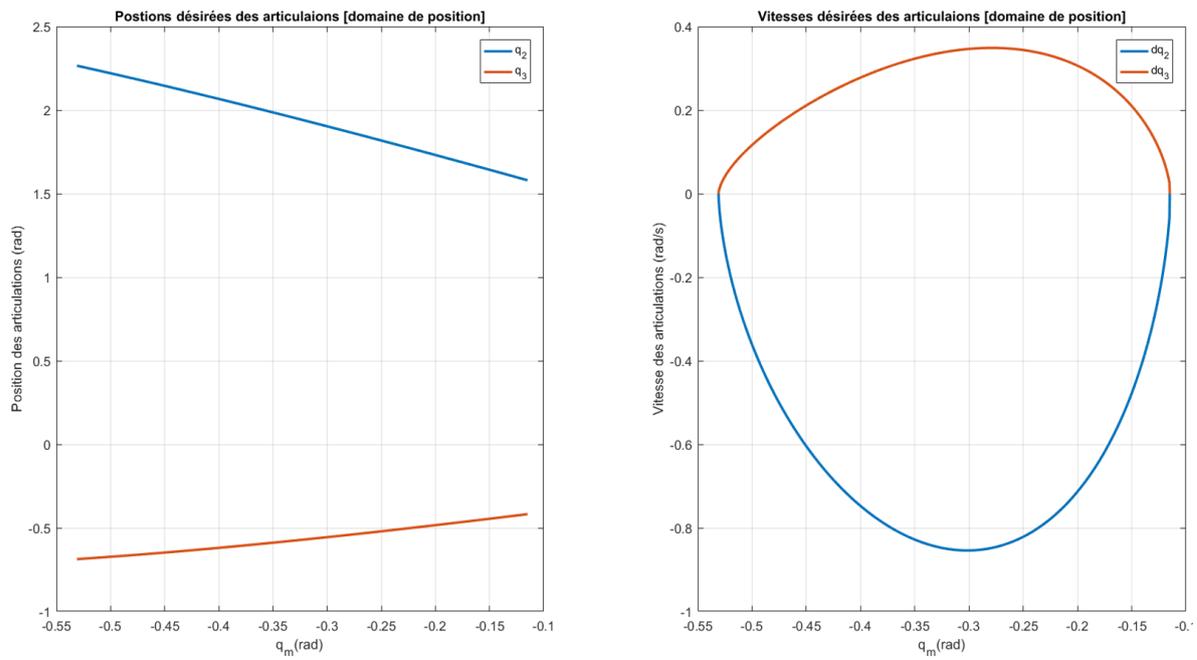


FIGURE 4.7 – Positions et vitesses désirées des articulations (contour ligne)

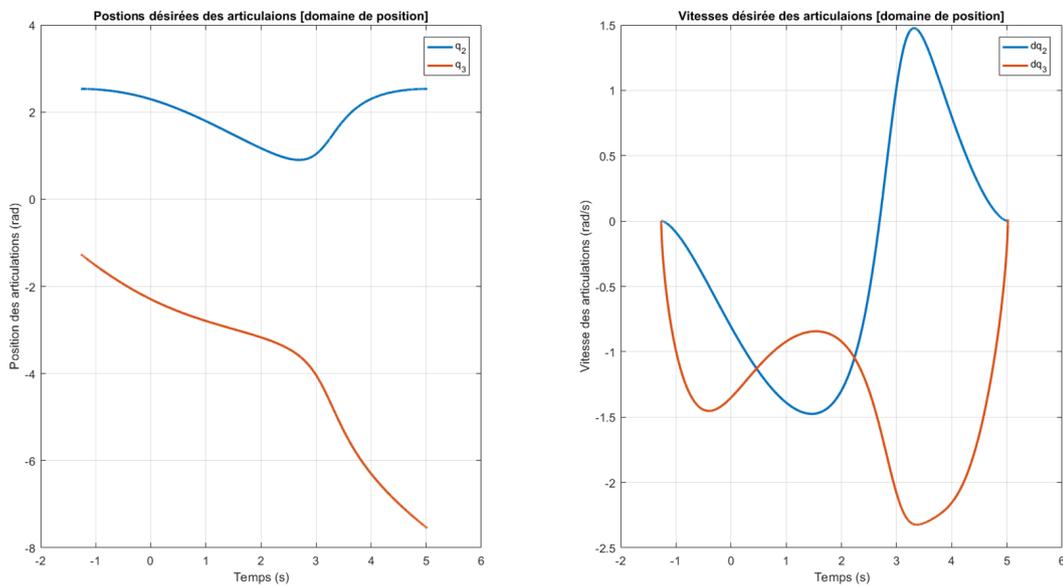


FIGURE 4.8 – Positions et vitesses désirées des articulations (contour cercle)

4.4 Résultats des simulations

Pour ces simulations , nous avons ignoré les effets des frottements sur les articulations .
Le modèle dynamique du système devient :

$$M(q)\ddot{q}(t) + C(q, \dot{q})\dot{q}(t) + G(q) = \tau(t) \quad (4.6)$$

4.4.1 La commande par mode glissant d'ordre un

On reprend les résultats établies lors du chapitre 3 :

Commande dans le domaine temporel

$$\tau(t) = M(q)[\ddot{q}_d + \lambda e_2 + K \text{sat}(S, \Phi)] + C(q, \dot{q})\dot{q}(t) + G(q) = \begin{bmatrix} \tau_1(t) & \tau_2(t) & \tau_3(t) \end{bmatrix}^T \quad (4.7)$$

Commande dans le domaine de position

$$\begin{cases} \tau_m(t) = \tau_1(t) \\ \tau_s(t) = \bar{M}(q_m(t))[q''_{sd} + \lambda_s e_{s2} + K_s \text{sat}(S_s, \Phi_s)] + \bar{C}(q_s, q'_s)q'_s + \bar{D} \end{cases} \quad (4.8)$$

tel que :

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_m & 0 \\ 0 & \lambda_s \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} k_m & 0 \\ 0 & K_s \end{bmatrix} \quad \Phi = \begin{bmatrix} \phi_m \\ \Phi_s \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

les paramètres du régulateur :

les paramètres choisis sont regroupés dans le tableau suivant :

	Contour ligne	Contour Cercle
λ_m	10	35
λ_{s1}	$\begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$
k_m	10	1000
K_s	$\begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$
ϕ_m	0.08	0.08
Φ_s	$\begin{bmatrix} 0.08 \\ 0.08 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.08 \\ 0.08 \end{bmatrix}$

TABLE 4.4 – Paramètres du régulateur Mode glissant

Résultats de suivi du contour ligne

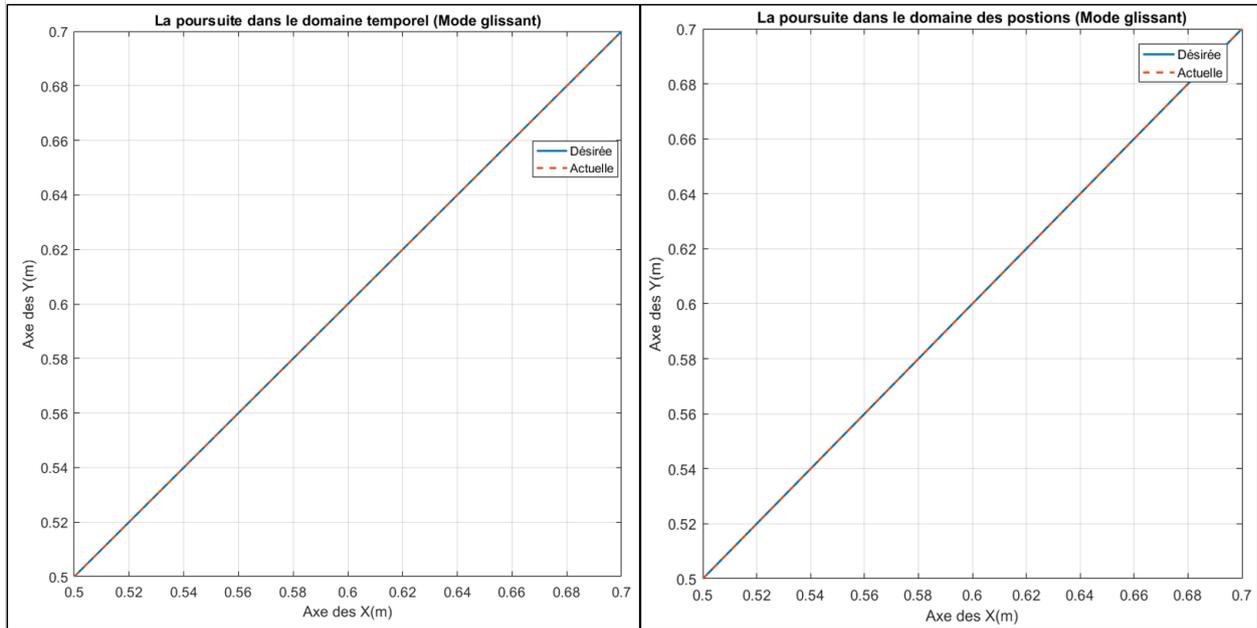


FIGURE 4.9 – Résultat de suivi du contour (contour Ligne)

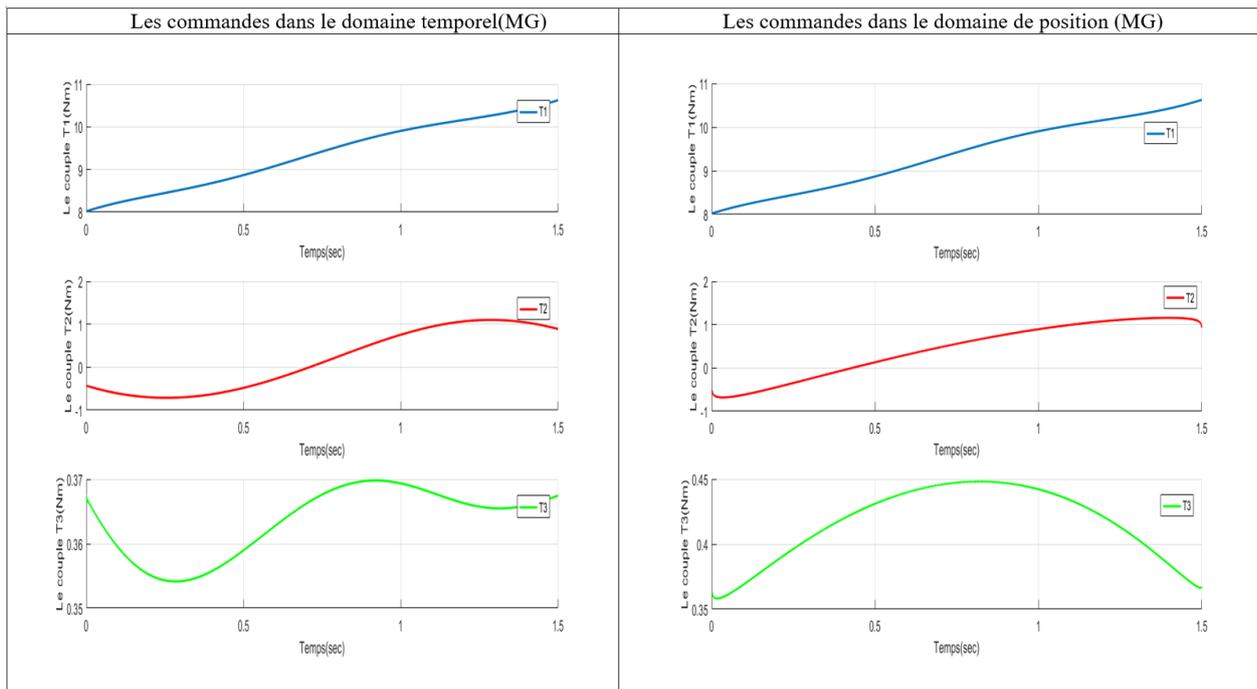


FIGURE 4.10 – Commandes par MG(ordre 1) dans domaine temporel/position (Contour Ligne)

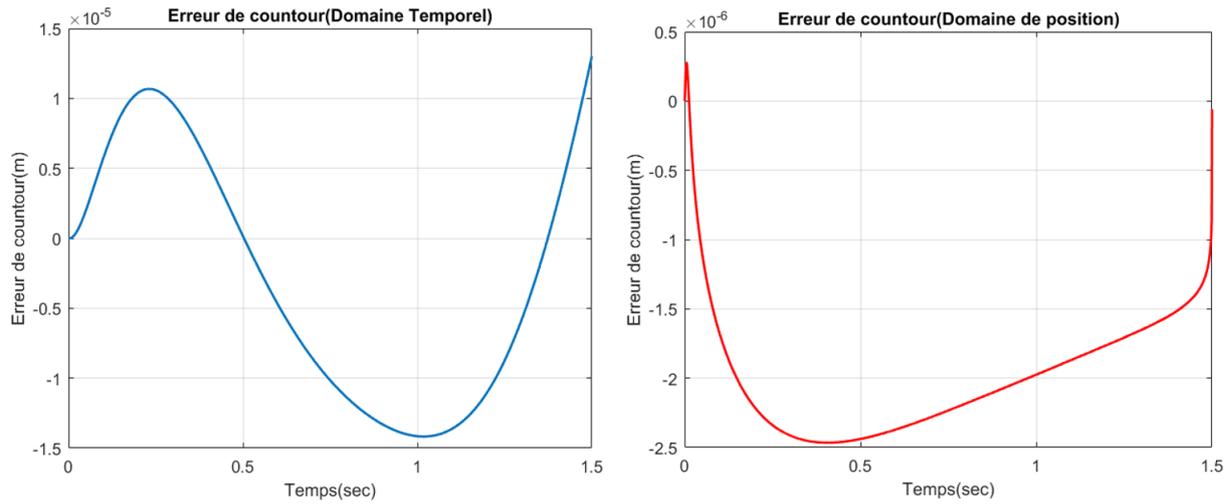


FIGURE 4.11 – L'erreur du Contour Ligne (Mode Glissant(ordre 1))

Commentaires Les commandes (MG-sat) dans le domaine de position ont pu produire une erreur de contour légèrement petite par rapport aux commandes dans le domaine temporel (diminution de 80% fig(4.11)) ,tout en gardent pratiquement le même signal commande fig (4.10).

On remarque qu'on a pu éliminer le phénomène de broutement dans la commande MG ,en utilisant la fonction saturation au lieu de la fonction signe, donc on a une commande moins énergétique.

Résultats de la simulation pour le contour circulaire

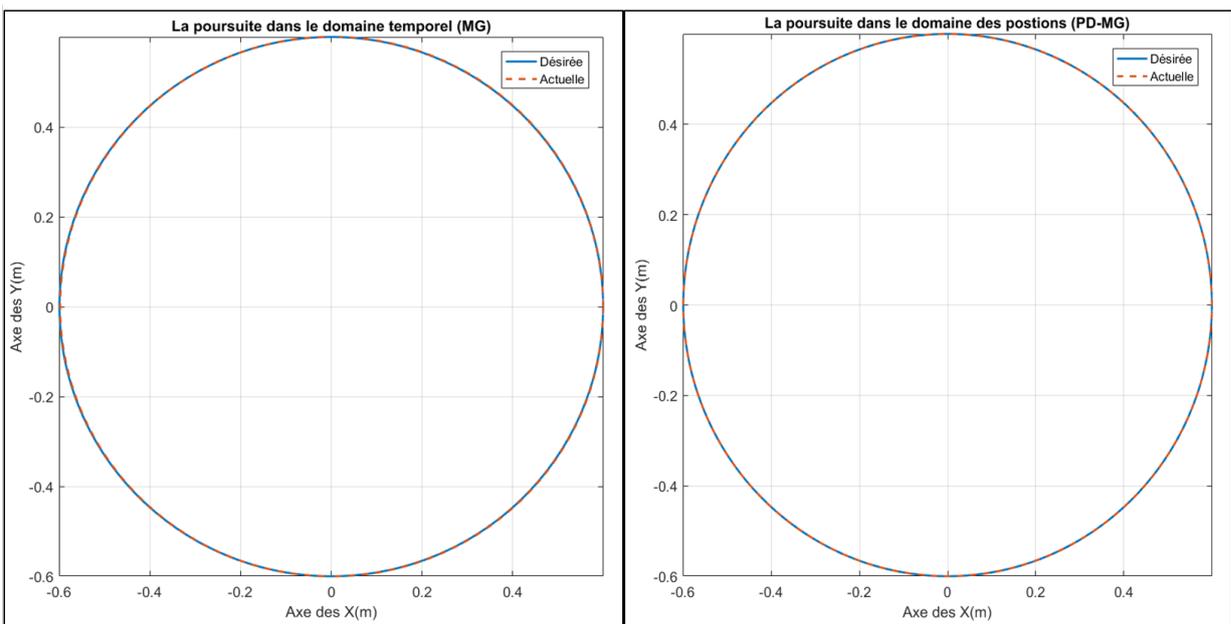


FIGURE 4.12 – Résultat de suivi du contour (contour cercle)

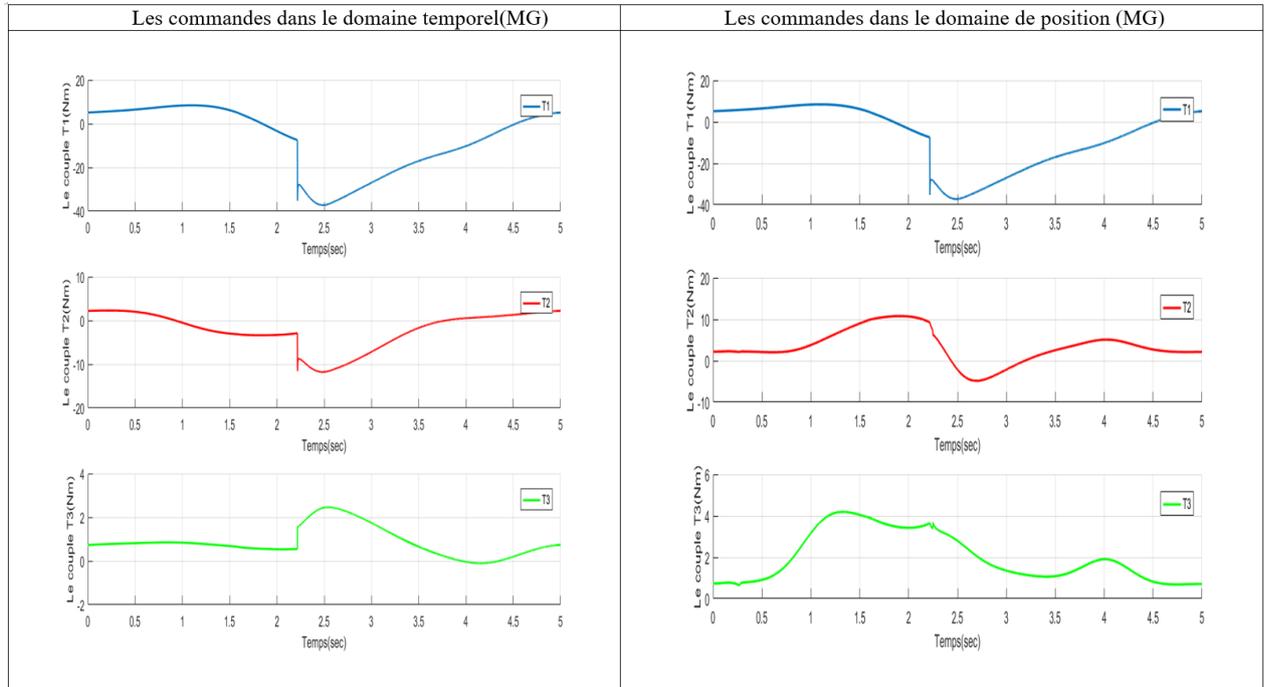


FIGURE 4.13 – Commandes MG(ordre un) dans domaine temporel/position (Contour cercle)

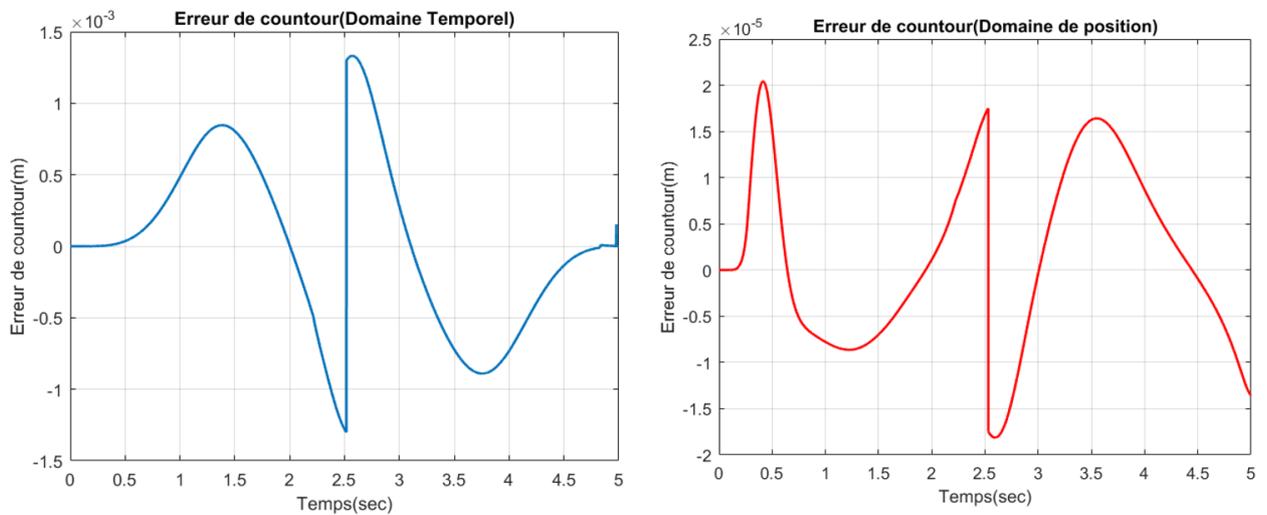


FIGURE 4.14 – L'erreur du Contour Cercle (MG(ordre un))

Commentaires

On remarque l'amélioration de l'allure des couples τ_2 et τ_3 (fig(4.13)) dans le domaine de position (élimination des variations brusques des signaux de commande τ_2 et τ_3 qui pourraient nuire au système commandé dans le domaine temporel). Par ailleurs, l'erreur de contour dans le domaine de position est inférieure 90 fois (figure(4.14) à celle du domaine temporel. En revanche, le niveau du signal de commande τ_3 augmente légèrement (figure(4.13)).

4.4.2 La commande par mode glissant d'ordre deux (Supertwisting)

On reprend les résultats établies lors du chapitre 3 :

Commande dans le domaine temporel

$$\tau(t) = \tau_{eq}(t) + \tau_{ST}(t) = \begin{bmatrix} \tau_1(t) & \tau_2(t) & \tau_3(t) \end{bmatrix}^T \quad (4.10)$$

Tel que :

$$\begin{cases} \tau_{eq}(t) = M(q)[\ddot{q}_d + \lambda e_2] + C(q, \dot{q})\dot{q}(t) + G(q) + F(t, q, \dot{q}) \\ \tau_{ST}(t) = M(q)[\tau_{ST1}(t) + \tau_{ST2}(t)] = M(q)\left[\int_{\tilde{t}=0}^{\tilde{t}=t} \dot{\tau}_{ST1}(\tilde{t})d\tilde{t} + \tau_{ST2}(t)\right] \end{cases} \quad (4.11)$$

On a par définition :

$$\dot{\tau}_{ST1} = \begin{cases} -u & si \quad |u| > u_M \\ -\beta sign(S) & si \quad |u| \leq u_M \end{cases} \quad (4.12)$$

$$\tau_{ST2}(t) = \begin{cases} -\alpha S_0^q sign(S) & si \quad |S| > S_0 \\ -\alpha |S|^q sign(S) & si \quad |S| \leq S_0 \end{cases} \quad (4.13)$$

Commande dans le domaine de position

$$\begin{cases} \tau_m(t) = \tau_1(t) \\ \tau_s(t) = \tau_{eqs}(t) + \tau_{STs}(t) \end{cases} \quad (4.14)$$

Tel que :

$$\begin{cases} \tau_{eqs}(q_m(t)) = \overline{M}(q_m(t))[q''_{sd} + \tilde{\alpha}\lambda_s e_{s2}] + \overline{C}(q_s, q'_s)q'_s + \overline{D} \\ \tau_{STs}(q_m(t)) = \overline{M}[\tau_{STs1}(t) + \tau_{STs2}(t)] = \overline{M}\left[\int_{\tilde{q}_m=q_m(0)}^{\tilde{t}=q_m(t)} \dot{\tau}_{STs1}(\tilde{q}_m)d\tilde{q}_m + \tau_{STs2}(q_m)\right] \end{cases} \quad (4.15)$$

Avec :

$$\dot{\tau}_{STs1} = \begin{cases} -u_s & si \quad |u_s| > u_{Ms} \\ -\tilde{\alpha}\beta_s sign(S_s) & si \quad |u_s| \leq u_{Ms} \end{cases} \quad (4.16)$$

$$\tau_{STs2} = \begin{cases} -\tilde{\alpha}\alpha_s S_{s0}^q sign(S_s) & si \quad |S_s| > S_{s0} \\ -\tilde{\alpha}\alpha_s |S_s|^q sign(S_s) & si \quad |S_s| \leq S_{s0} \end{cases} \quad (4.17)$$

les paramètres du régulateur :

les paramètres choisis sont regroupées dans le tableau suivant :

	Contour ligne	Contour Cercle
λ_m	15	35
λ_{s1}	$\begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$
α_m	0.1	100
α_s	$\begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$
β_m	0.02	0.02
β_s	$\begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix}$
u_{Mm}	13	25
u_{Ms}	$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$
S_{0m}	0.01	0.07
S_{0s}	$\begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0 & 0.04 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.05 \end{bmatrix}$

TABLE 4.5 – Paramètres du régulateur Mode glissant d'ordre 2 (super twisting)

Résultats de suivi du contour ligne

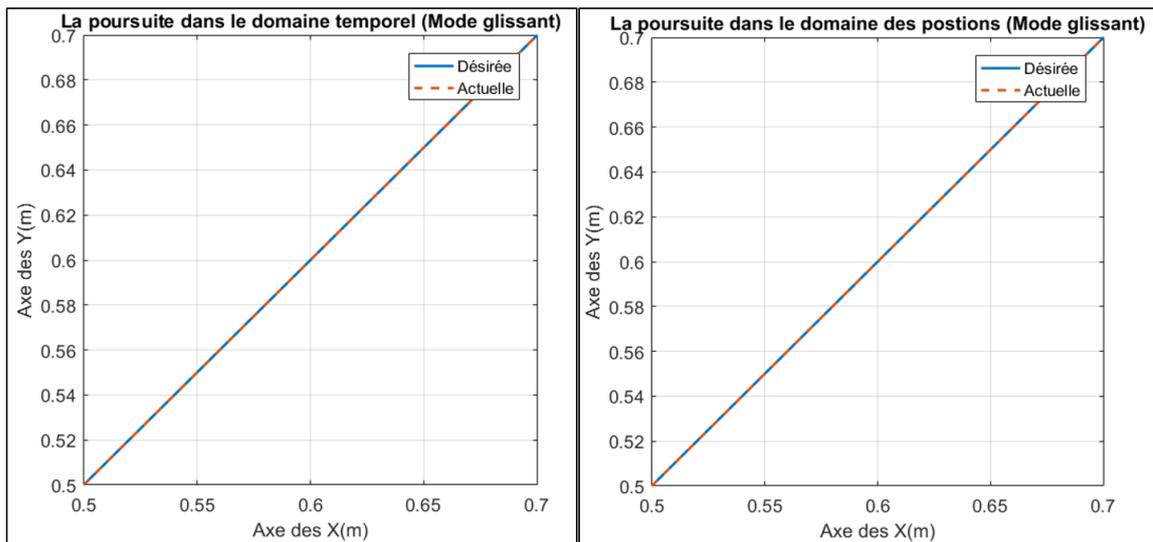


FIGURE 4.15 – Résultat de suivi du contour (contour Ligne)

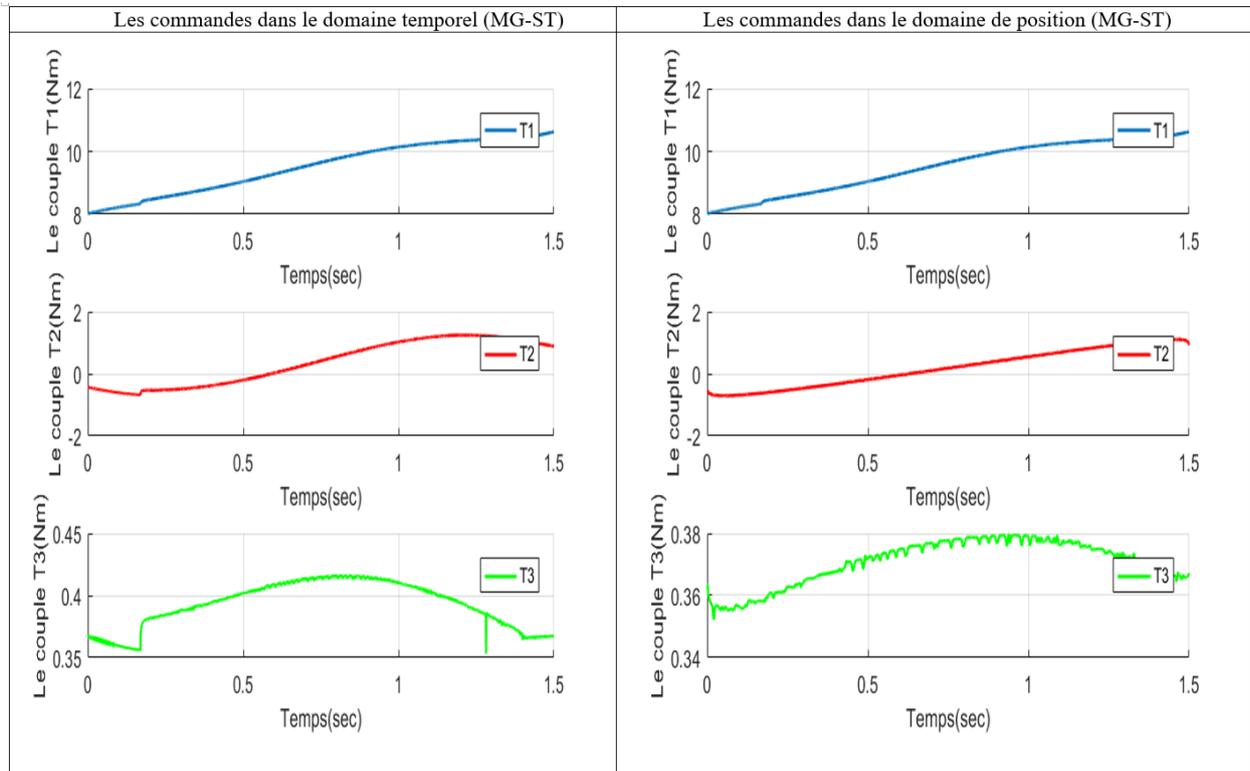


FIGURE 4.16 – Commandes par MG-ST dans domaine temporel/position (Contour Ligne)

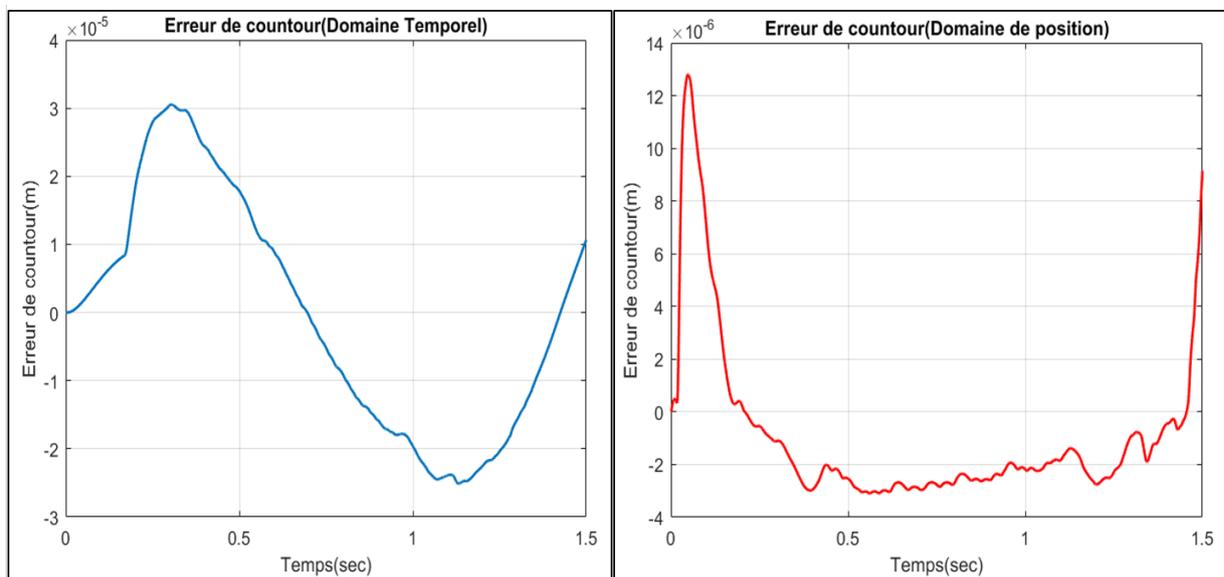


FIGURE 4.17 – L'erreur du Contour Ligne (Mode Glissant -ST)

Résultats de la simulation pour le contour circulaire

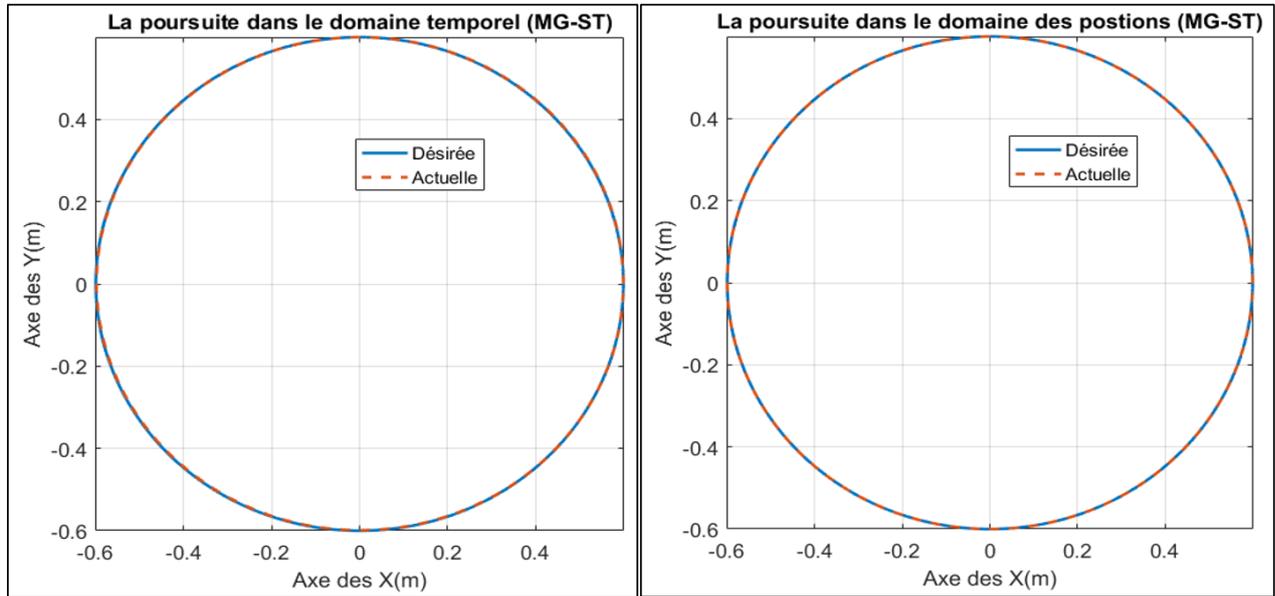


FIGURE 4.18 – Résultat de suivi du contour (contour cercle)

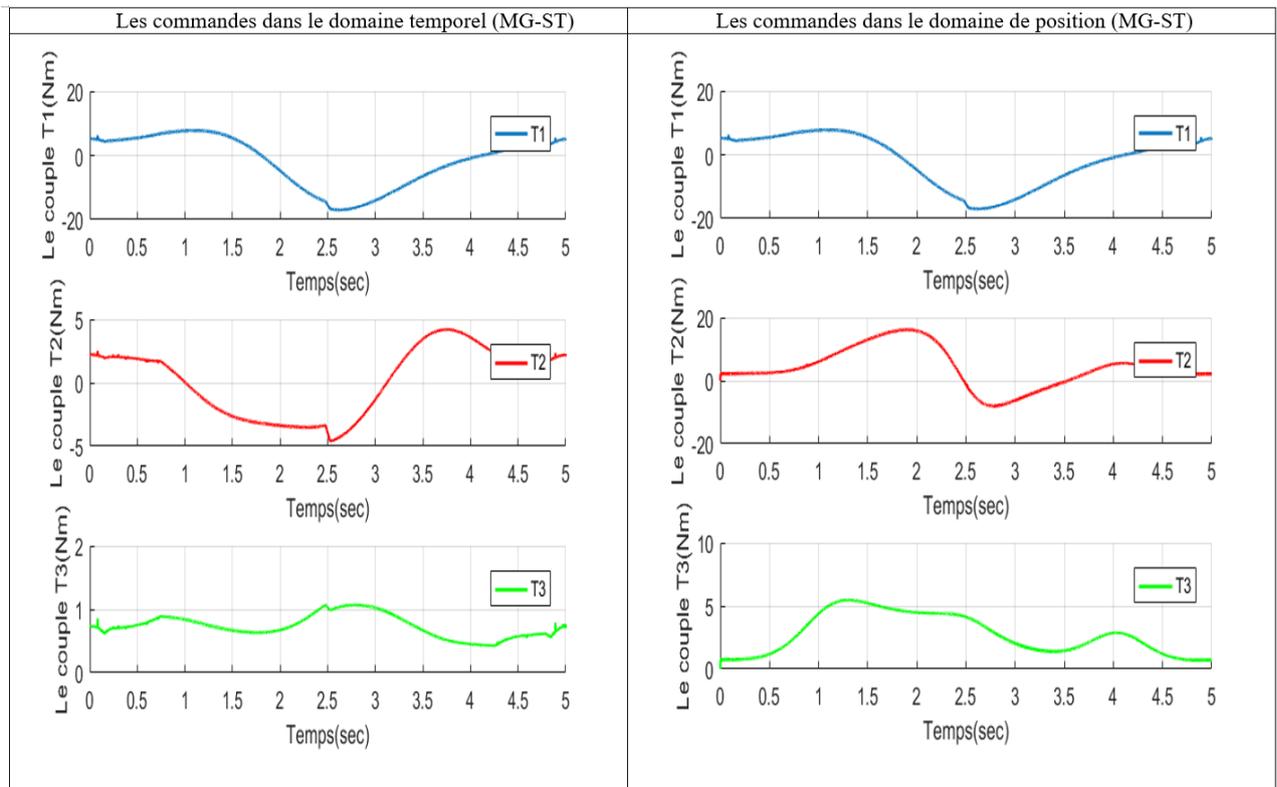


FIGURE 4.19 – Commandes MG-ST dans domaine temporel/position (Contour cercle)

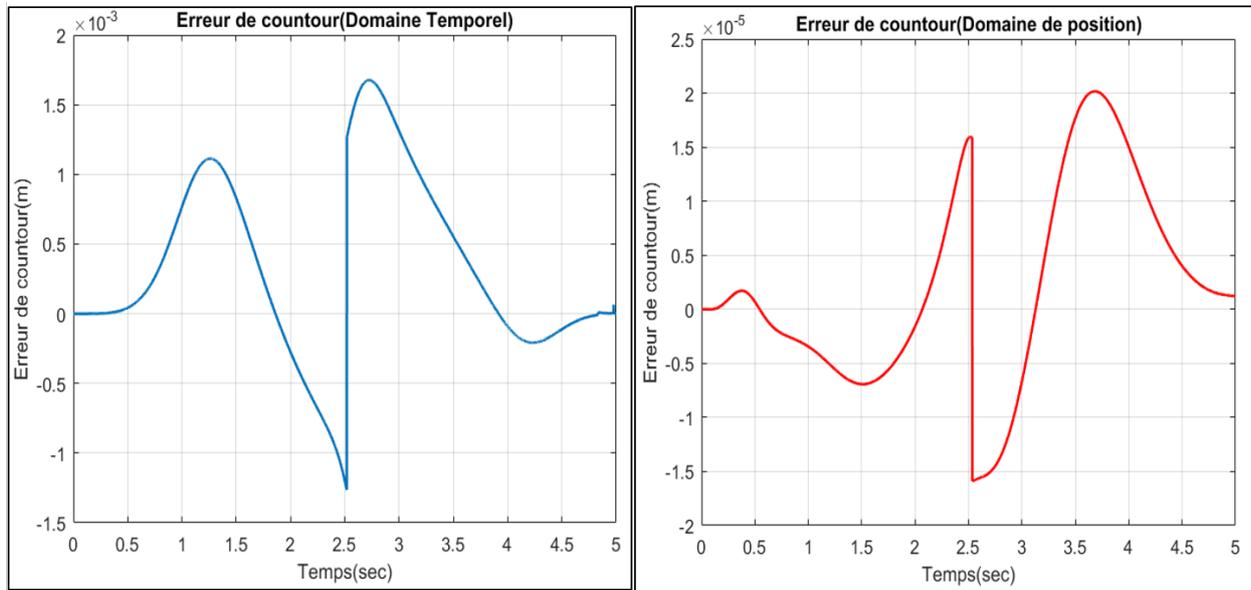


FIGURE 4.20 – L’erreur du Contour Cercle (MG-ST)

Commentaires

On remarque qu’on a les mêmes performances dans le domaine temporel et position des simulations du contour ligne pour les commandes mode glissant d’ordre 1 et mode glissant-ST (ordre 2) (les erreurs figures (4.11) figure(4.17) , et les commandes (4.10) figure(4.16) , cependant pour le contour cercle l’erreur de contour est la même (figures (4.14) (4.20) , mais le signal commande dans le super-twisting est largement meilleur ,figure (4.19)) , de celui du mode glissant d’ordre un figure (4.13), ce résultat va être confirmé dans la synthèse comparative.

4.5 Synthèse comparative

A fin d’évaluer les performances des lois de commandes élaborées dans le chapitre 3 et simulées dans ce chapitre , cette étude est divisée en deux partie : une étude quantitative où on procède à un test benchmark en utilisant des critères de performances usuelles , et par la suite on va étudier la robustesse du système. Une étude qualitative où on va résumer l’étude quantitative en un tableau d’appréciations qui va comparer les performances des lois de commandes traitées .

4.5.1 Étude quantitative

Pour cette synthèse comparative nous avons choisi 4 critères d'optimisation et de performances notamment :

L'intégrale de la valeur absolue de l'erreur (IAE)

Ce critère est utilisé pour mesurer l'erreur cumulé lors du passage de l'organe terminal vers le contour désiré

$$J_{IAE} = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (4.18)$$

L'intégrale du temps la valeur absolue de l'erreur (ITAE)

Ce critère est utilisé pour mesurer la rapidité de la réponse du système . il est défini comme suit :

$$J_{ITAE} = \int_0^{\infty} t|e(t)| dt \quad (4.19)$$

L'intégrale du carrée de la commande(ISV)

Ce critère est utiliser pour mesurer l'énergie de commande :

$$J_{ISV} = \sum_{i=1}^{i=m} \int_0^{\infty} u_i^2(t) dt \quad (4.20)$$

L'intégrale du carrée de la commande(CISV)

Ce critère est utiliser pour mesurer l'énergie consommé par les actionneurs dans le cas d'une commande répétitive (k itération) (commande dans le domaine de position / commande itérative) :

$$J_{CISV} = \sum_{i=1}^{i=k} \sum_{j=1}^{i=m} \int_0^{\infty} u_{kj}^2(t) dt \quad (4.21)$$

4.5.2 Performances dans le cas du contour Ligne

Commande	IAE	ITAE	IVS	CIVS
MG (Temps)	1.2236e-05	9.9216e-06	133.4089	- -
MG (Position)	2.9723e-06	2.1504e-06	133.5293	266.9382
MG (ST) (Temps)	2.2093e-05	1.6599e-05	137.6660	- -
MG (ST) (Position)	3.8276e-06	2.4089e-06	137.2951	274.9611

TABLE 4.6 – Les performances de suivi pour le contour ligne

— excellent résultat — bon résultat — mauvais résultat

4.5.3 Performances dans le cas du contour cercle

Commande	IAE	ITAE	IVS	CIVS
MG (Temps)	0.0023	0.0061	1.4135e+03	- -
MG (Position)	4.0084e-05	1.0370e-04	1.4655e+03	2.8790e+03
MG-ST (Temps)	0.0026	0.0063	362.4280	- -
MG-ST (Position)	3.5591e-05	1.0696e-04	653.75	1.0162e+03

TABLE 4.7 – Les performances de suivi pour le contour cercle

— excellent résultat — bon résultat — mauvais résultat

Commentaires

Comme on a remarqué dans les simulations, les résultats sont pratiquement les mêmes pour le contour ligne, les deux commandes dans le domaine de position donnent d'excellents résultats. Cependant pour le contour cercle la commande par MG-ST dans le domaine de position est largement meilleure que celle de MG en position vu qu'elle donne de bonnes performances de suivi et rapidité (IAE, ITAE) avec une énergie minimale (ISV, CIVS), donc le choix optimal est la MG-ST (position).

4.5.4 Test de Robustesse

Rejet perturbation et erreur de modélisation

Pour cette étude nous allons prendre le contour ligne seulement :

$$M(q)\ddot{q}(t) + C(q, \dot{q})\dot{q}(t) + G(q) = \tau(t) + d(t) \quad (4.22)$$

avec $d(t)$ est e vecteur contenant les dynamiques non modélisées et les perturbations externes inconnues [24], tel que :

$$d(t) = \begin{cases} 0 & t < 0.5s \\ \begin{bmatrix} rand(a)\sin(2\pi t) \\ rand(b)\sin(2\pi t) \\ rand(c)\sin(2\pi t) \end{bmatrix} & t > 0.5s \end{cases} \quad (4.23)$$

Commande par MG(ordre un)

On prend $a = 0.1$ $b = 0.1$ et $c = 0.1$ (car la méthode est robuste dans le domaine temporel) ,avec le même régulateur utilisé dans la partie simulation .

Résultats de suivi du contour ligne

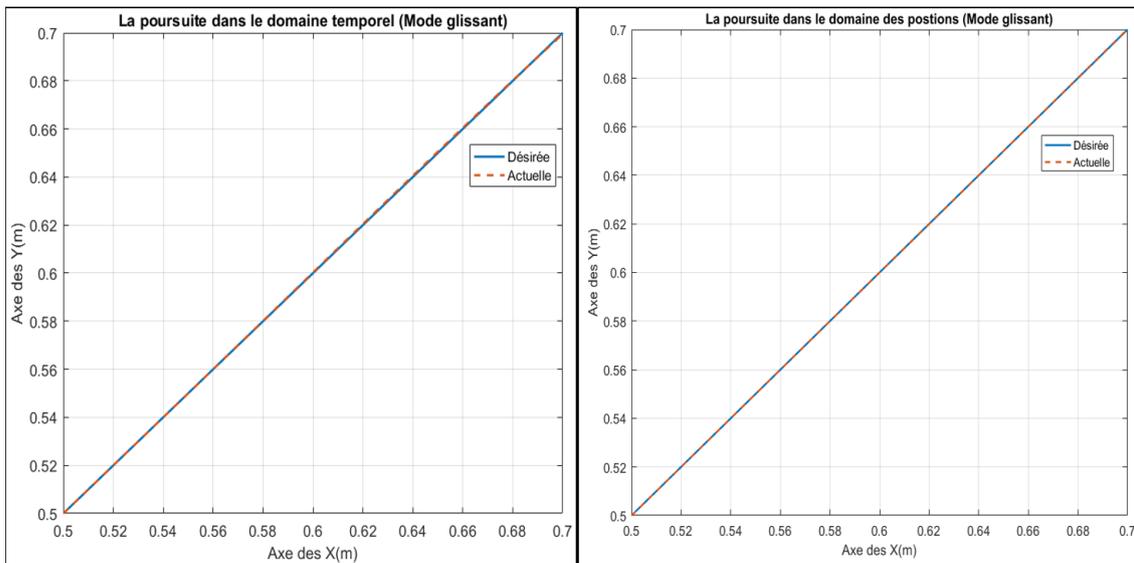


FIGURE 4.21 – Résultat de suivi du contour (contour Ligne)

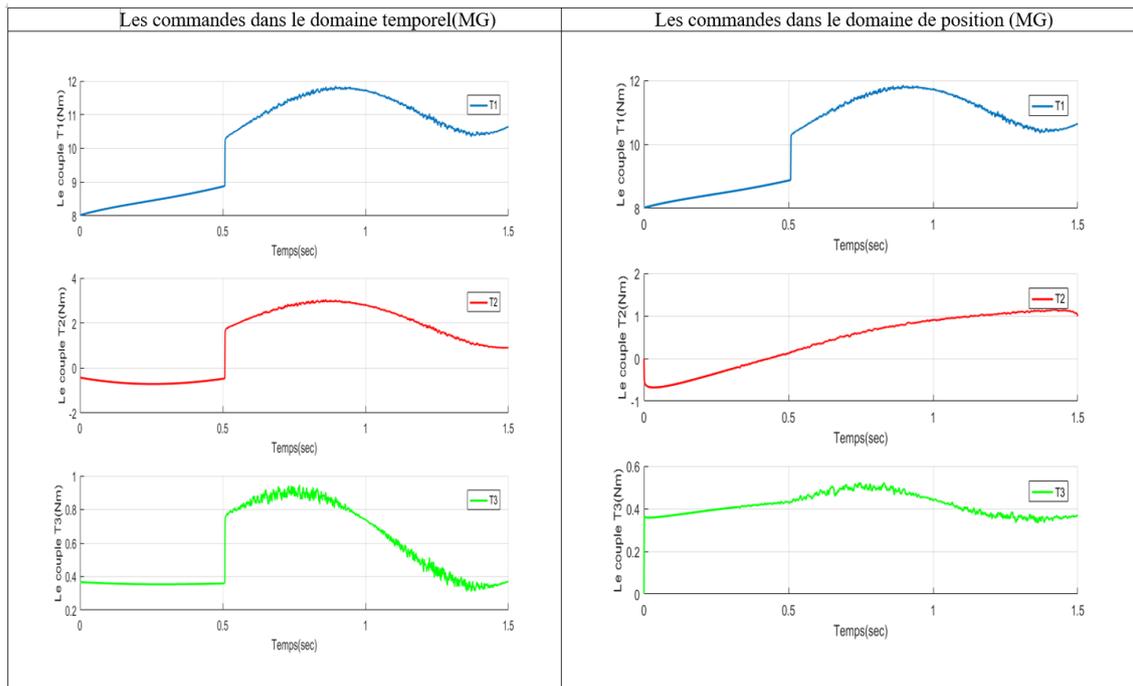


FIGURE 4.22 – Commandes MG-sat dans domaine temporel/position (Contour Ligne)

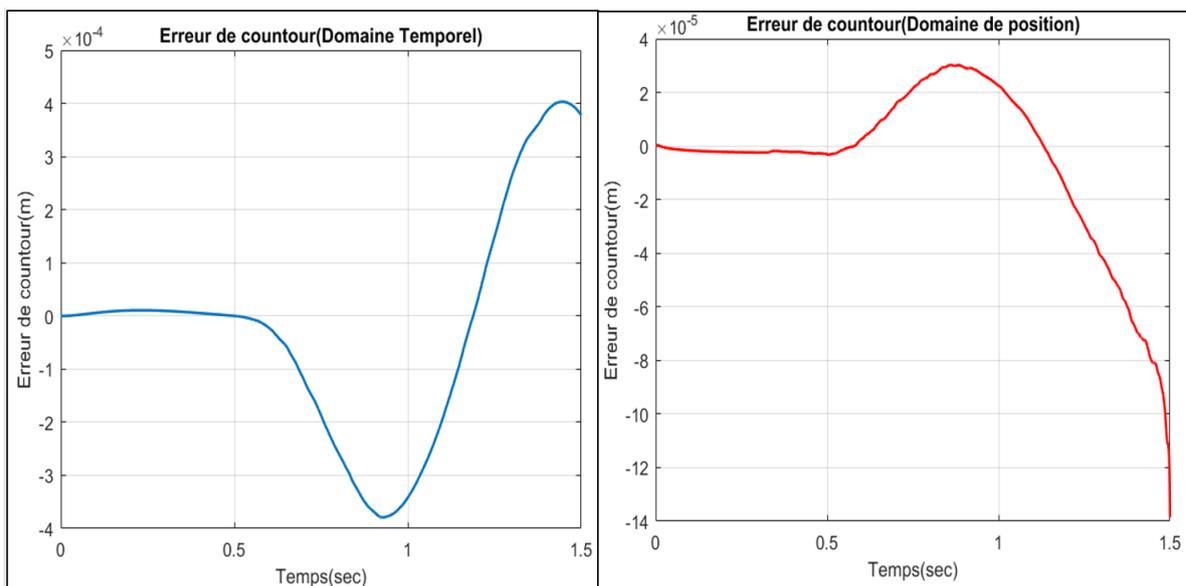


FIGURE 4.23 – L'erreur du Contour Ligne (MG-sat)

Commande par MG-ST

Résultats de suivi du contour ligne

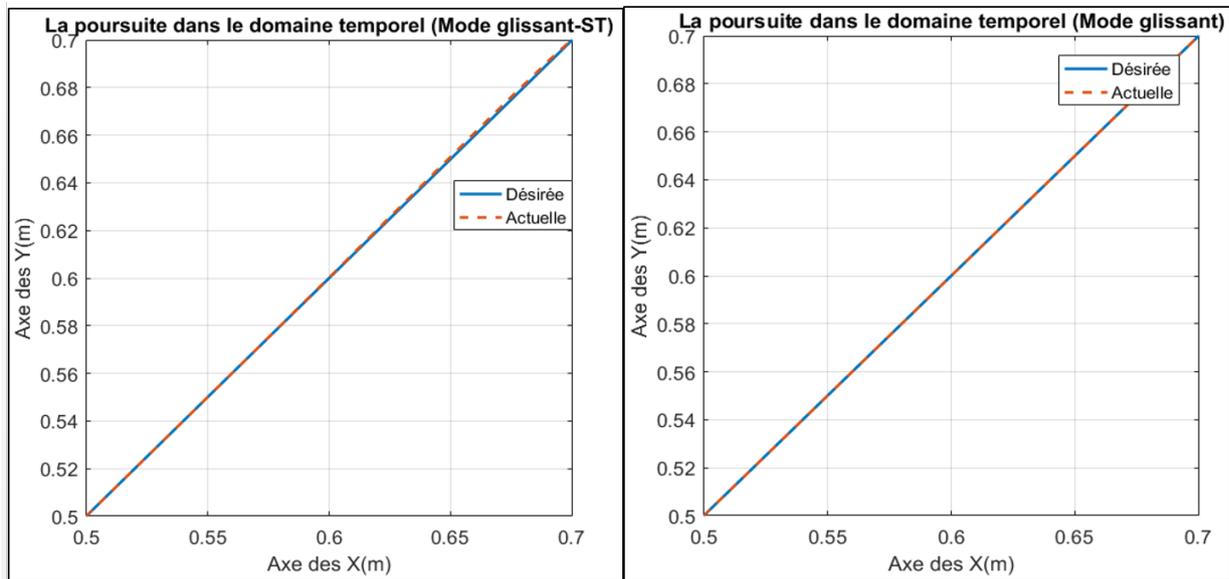


FIGURE 4.24 – Résultat de suivi du contour (contour Ligne)

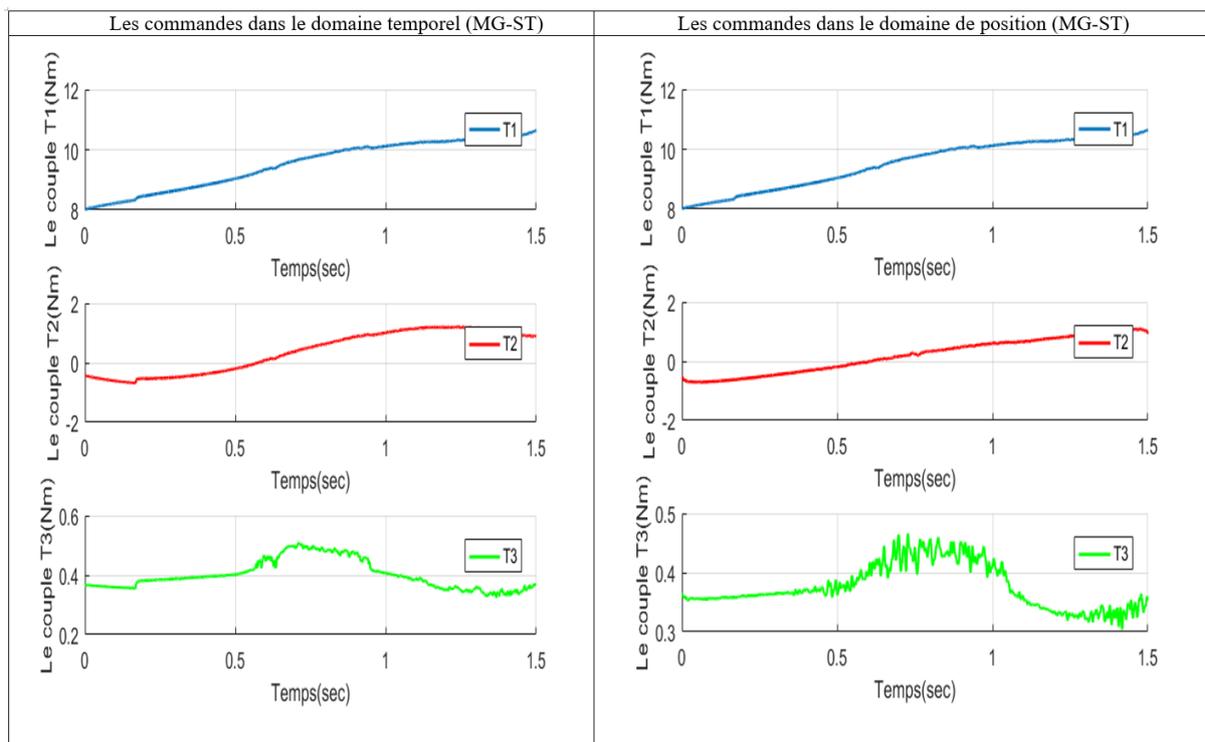


FIGURE 4.25 – Commandes MG-ST dans domaine temporel/position (Contour Ligne)

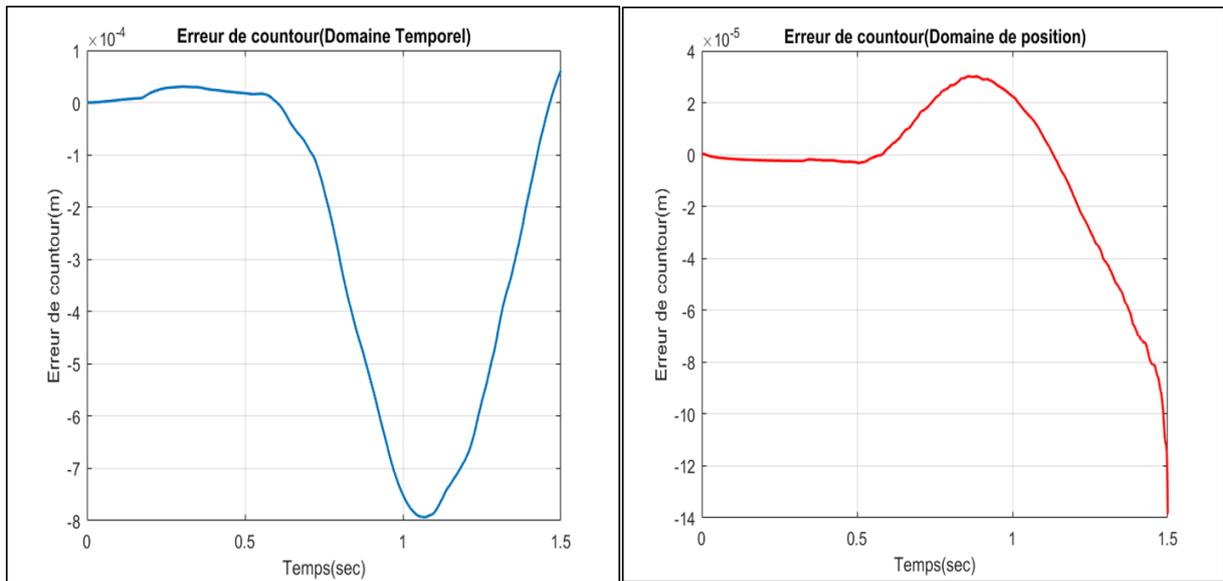


FIGURE 4.26 – L'erreur du Contour Ligne (MG-ST)

Commentaires

On remarque que les deux commandes sont robustes aux perturbations et erreurs de modélisations cependant la commande est un peu sensible dans le cas du mode glissant d'ordre un figure (4.25) , et un peu oscillatoire dans le cas du MG-ST figure (4.25) .

4.5.5 Étude qualitative

Tableau d'appréciations des performances des commandes

Partant des résultats de l'étude quantitative ,on peut présenter des appréciations dans le tableau suivant :

Commande	COMPLEX	E.C	R.S	E.CO	E.CCO	ROB
MG(sat) (Temps)	++	+	++	-	*	++
MG(sat) (Position)	+	+++	+++	-	-	+++
MG-ST (Temps)	+	+	++	+++	*	++
MG-ST (Position)	+	+++	+++	+++	+++	+++

TABLE 4.8 – Tableau d'appréciations des performances des commandes

+++ Très bien ++ Bien + Assez bien

--- Très mauvais -- Mauvais - Passable

COMPLEX : Complexité de synthèse et d'implémentation.

EC : Erreur de contour .

R.S : Rapidité du système commandé.

E.CO : Énergie de commande(ISV).

E.C.CO : Énergie cumulée de commande(CISV) (cas domaine de position).

ROB : Robustesse du système commandé.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Conclusion Générale

Le travail présenté dans ce mémoire concerne le développement de la technique de commande par mode glissant d'ordre supérieur dans le domaine temporel et de position appliquées au suivi de contours pour les robots manipulateur.

Les robots manipulateurs en particulier ont de nombreuses applications, de la production électrique et électronique aux interventions chirurgicales et à l'exploration spatiale. Un domaine de recherche important pour la robotique est le développement de systèmes de contrôle avancés dans le but d'améliorer la performance du suivi de contour, et c'est l'objectif principal de ce travail. En effet la motivation du choix de l'approche basée sur le domaine de position est qu'elle contribue efficacement à la réduction des erreurs de suivi de contour notamment dans les processus industriels et la robotique médicale exigeant une très haute performance de suivi de contour. On a expliqué pourquoi la méthode en position .

Dans ce mémoire, nous avons étudié la stabilité des commandes par mode glissant d'ordre 1 et 2 dans le domaine temporel et de position ,ainsi nous avons simulé ces commandes appliquées robot manipulateur et enfin faire une étude comparative entre eux en question de performance ,énergie ,rejet de perturbation et surtout l'élimination de l'effet de broutement .

Les résultats indiquent que des performances très améliorées ont été obtenues par les contrôleurs synthétisés dans le domaine de position par rapport à leurs équivalents temporels et pour la commande par mode glissant d'ordre 2 à celle d'ordre 1 . Cela se traduit par des erreurs de suivi inférieures pour les variables esclaves. Ce résultat a été appuyé par une étude comparative avancée concluant sur les aspects quantitatifs et qualitatifs de performance des deux approches de commandes temporelle et celle dans le domaine de position. En conclusion, nous pouvons dire que les résultats obtenus lors de l'application ont confirmé l'avantage et l'apport de l'approche de commande par mode glissant d'ordre 2 dans le domaine de position pour l'amélioration du suivi de contour. Les résultats obtenus nous permettent de conclure que les algorithmes de formulation de la nouvelle méthode de commande sont très efficaces pour et nous encouragent à l'explorer dans d'autres applications industrielles.

Ce travail peut faire l'objet de travaux futurs tels que :
Tout d'abord, des expériences pratiques devraient être effectuées pour valider les simulations et étudier toutes les difficultés imprévues.
Le contrôleur doit également être utilisé dans différentes configurations de robots (parallèles, spatiaux, etc.) ainsi que pour des formations de robots coordonnés.

Enfin, les contrôleurs dans le domaine de position utilisent des trajectoires de références différentes de leurs homologues définies dans le domaine temporel. Par conséquent, une technique d'optimisation de planification de la trajectoire transformée devrait être développée afin de définir des trajectoires dans le domaine de position qui produiraient les meilleures performances pour le contrôleur de domaine de position.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. L .DAHMANI and I.BENKHELAT *Commande non linéaire dans Le domaine de position : application aux systèmes robotisés.* 130p. Projet de fin d'étude : Automatique : Alger, École Nationale Polytechnique : 2017.
- [2] P.R. Ouyang and T. Dam. *Position Domain PD Control for Contour Tracking.* Proceedings of the ASME 2010 International Mechanical Engineering Congress and Exposition (IMECE 2010), pp. 657-66 ,2010.
- [3] W.H. Yue, V. Pano, P.R. Ouyang, and Y.Q. Hu *Model-Independent Position Domain Sliding Mode Control for Contour Tracking of Robotic Manipulator.* International Journal of Systems Science, March, 2016.
- [4] Ouyang, P.R. and Pano, V., and Acob, J. *Position Domain Contour Control for Multi-DOF Robotic System.* Mechatronics, 2013, Vol. 23, No. 8, 1061-1071.
- [5] Ouyang, P. R., and Dam, T. *Position Domain PD Control : Stability and Comparison.* The 6th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 962-976 ,2011.
- [6] Ouyang, P. R., Pano, V., and Dam, T. *PID Contour Tracking Control in Position Domain.* 21st IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 1297-1302 ,2012.
- [7] Ouyang, P.R., Dam, T., and Pano, V. *Cross-coupled PID control in position domain for contour tracking.* Robotica, 33(6), 1351–1374 ,2015.
- [8] Ouyang, P.R., Acob, J.,and Pano, V. *PD with sliding mode control for trajectory tracking of robotic system.* Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 30(2), 189–200 ,2014.

-
- [9] Ouyang, P.R., Dam, T., and Pano, V. *Cross-coupled PID control in position domain for contour tracking*. *Robotica*, 33(6), 1351–1374. ,2015
- [10] Pano, Vangjel. *Position Domain Synchronization Control For Robotic Manipulators*. 112 p Thèse de Maitrise : Génie Aérospatial : Ontario, Canada, Ryerson University Toronto : 2011.
- [11] Cheng, M. L. *Motion Controller Design for Contour-Following Tasks Based on Real- Time Contour Error Estimation*. *AIEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1686- 1695 ,2007.
- [12] D. Rachedi Nedjmi. *Commande hybride avec observation d'un UAV de type quadrotor*. Thèse de Magistère, Ecole Militaire Polytechnique, Alger, Algérie, 2010.
- [13] V. Bregeault. *Quelques contributions à la théorie de la commande par modes glissants*. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes, France ,2010.
- [14] Slotine, J. E. and Li,W. *Applied Nonlinear Control* : New Jersey : Prentice Hall, 1991, 461 p. ISBN 978-0130408907.
- [15] V.I. Utkin. *Sliding modes in control optimization*. Communication and control Engineering series, Springer Verlag, 1992 286 pages ISBN 3540535160, 9783540535164.
- [16] M.Tadjine *Cours d'Automatique Avancée*. . L'Ecole Nationale Polytechnique, Alger, Algérie ,2017.
- [17] A. Levant, *Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control*. *International Journal of Control*, Vol. 58, No. 6, pp. 1247—1263, 1993.
- [18] A. Levant, *Higher order sliding : collection of design tools*. *Proceedings of the 4th European Control Conference*, Bruxelles, Belgique, 1997.
- [19] G. Bartolini, A. Ferrara, A. Levant et E. Usai, *On second order sliding mode controllers*. *Proceedings of the 5th Int. Workshop on VSS*, Longboat Key, Florida, USA, 1998.
- [20] S. Laghrouche. *Commande par modes glissants d'ordre supérieur : Théorie et application*. Thèse de doctorat. Ecole Centrale de Nantes et l'Université de Nantes, France. 2004.
- [21] L. Fridman et A. Levant. *Sliding modes of higher order as a natural phenomenon in control theory*.

- [22] Craig, J. *Introduction to Robotics : Mechanics and Control*. Upper Saddle River : Peason Prentice Hall ,2005.
- [23] Dombre, E., and Khalil, W. *Robot Manipulators : Modeling, Performance Analysis and Control*.
- [24] Tayebi, A. *Adaptive iterative learning control for robot manipulators*. Automatica ,2004, Vol. 40,p 1195-1203.

ANNEXES

ANNEXE 1

Modèle cinématique et dynamique du robot manipulateur

Modèle géométrique direct

$$\begin{cases} x_{ef} = l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3) \\ y_{ef} = l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2) + l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3) \\ q_{ef} = q_1 + q_2 + q_3 \end{cases}$$

Modèle géométrique inverse

La position

$$\begin{cases} x_2 = x_{ef} - l_3 \cos(q_{ef}) \\ y_2 = y_{ef} - l_3 \sin(q_{ef}) \\ \cos(q_2) = \frac{x_2^2 + y_2^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2} \\ \sin(q_2) = \sqrt{1 - (\cos(q_2))^2} \end{cases}$$

Alors,

$$\begin{cases} q_2 = \text{atan2}(\cos(q_2), \sin(q_2)) \\ q_1 = \text{atan2}(y_2, x_2) - \text{atan2}(l_1 \sin(q_2) + l_2 \cos(q_2)) \\ q_3 = q_{ef} - q_1 - q_2 \end{cases}$$

Modèle cinématique inverse

$$\begin{cases} \dot{q}_1 = \frac{\cos(q_1+q_2)}{l_1 \sin(q_2)} \dot{x}_{ef} + \frac{\sin(q_1+q_2)}{l_1 \sin(q_2)} \dot{y}_{ef} + \frac{l_3 \sin(q_3)}{l_1 \sin(q_2)} \dot{q}_{ef} \\ \dot{q}_2 = -\frac{l_2 \cos(q_1+q_2) + l_1 \cos(q_1)}{l_1 l_2 \sin(q_2)} \dot{x}_{ef} - \frac{l_2 \sin(q_1+q_2) + l_1 \sin(q_1)}{l_1 l_2 \sin(q_2)} \dot{y}_{ef} - \frac{l_3 \sin(q_2+q_3) + l_3 \cos(q_3)}{l_1 l_2 \sin(q_2)} \dot{q}_{ef} \\ \dot{q}_3 = \frac{\cos(q_1)}{l_2 \sin(q_2)} \dot{x}_{ef} + \frac{\sin(q_1)}{l_2 \sin(q_2)} \dot{y}_{ef} + \left(\frac{l_3 \sin(q_2+q_3)}{l_2 \sin(q_2)} + 1 \right) \dot{q}_{ef} \end{cases}$$

Modèle dynamique

La matrice d'inertie

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{11} = I_1 + I_2 + I_3 + m_1 r_1^2 + m_2 (l_1^2 + r_2^2 + 2l_1 r_2 \cos(q_2)) + m_3 (l_1^2 + l_2^2 + r_3^2 + 2l_1 l_2 \cos(q_2) \\ \quad + 2l_2 r_3 \cos(q_3) + 2l_1 r_3 \cos(q_2 + q_3)) \\ M_{12} = M_{21} = I_2 + I_3 + m_2 (r_2^2 + l_1 r_2 \cos(q_2)) + m_3 (l_3^2 + r_3^2 + l_1 l_2 \cos(q_2) \\ \quad + 2l_2 r_3 \cos(q_3) + l_1 r_3 \cos(q_2 + q_3)) \\ M_{13} = M_{31} = I_3 + m_3 (r_3^2 + l_2 r_3 \cos(q_3) + l_1 r_3 \cos(q_2 + q_3)) \\ M_{22} = I_2 + I_3 + m_2 r_2^2 + m_3 (l_2^2 + r_3^2 + 2l_2 r_3 \cos(q_3)) \\ M_{23} = M_{32} = I_3 + m_3 (l_2^2 + r_3^2 + 2l_2 r_3 \cos(q_3)) \\ M_{33} = I_3 + m_3 r_3^2 \end{array} \right.$$

La matrice des effets Coriolis et centrifuge

$$C_{11} = \begin{bmatrix} 0 \\ m_2 l_1 r_2 \sin(q_2) - m_3 (l_1 r_2 \sin(q_2) + l_1 r_3 \sin(q_2 + q_3)) \\ -m_3 (l_1 r_2 \sin(q_2) + l_1 r_3 \sin(q_2 + q_3)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$

$$C_{12} = \begin{bmatrix} m_2 l_1 r_2 \sin(q_2) - m_3 (l_1 r_2 \sin(q_2) + l_1 r_3 \sin(q_2 + q_3)) \\ -m_2 l_1 r_2 \sin(q_2) - m_3 (l_1 l_2 \sin(q_2) + l_1 r_3 \sin(q_2 + q_3)) \\ m_3 (l_1 r_3 \sin(q_3) + l_1 r_3 \sin(q_2 + q_3)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$

$$C_{13} = \begin{bmatrix} -m_3 (l_1 r_2 \sin(q_2) + l_1 r_3 \sin(q_2 + q_3)) \\ m_3 (l_2 r_3 \sin(q_3) + l_1 r_3 \sin(q_2 + q_3)) \\ -m_3 (l_2 r_3 \sin(q_3) + l_1 r_3 \sin(q_2 + q_3)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$

$$C_{21} = \begin{bmatrix} m_3 (l_2 r_3 \sin(q_3) + l_1 r_3 \sin(q_2 + q_3)) + m_2 l_1 r_2 \sin(q_2) \\ 0 \\ m_3 l_2 r_3 \sin(q_3) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$

$$C_{22} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m_3 l_2 r_3 \sin(q_3) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$

$$C_{23} = \begin{bmatrix} m_3 l_2 r_3 \sin(q_3) \\ -m_3 l_2 r_3 \sin(q_3) \\ -m_3 l_2 r_3 \sin(q_3) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$

$$C_{31} = \begin{bmatrix} m_3(l_2 r_3 \sin(q_3) + l_1 r_3 \sin(q_2 + q_3)) \\ m_3 l_2 r_3 \sin(q_3) \\ 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$

$$C_{31} = \begin{bmatrix} m_3 l_2 r_3 \sin(q_3) \\ m_3 l_2 r_3 \sin(q_3) \\ 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$

$$C_{31} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$

La matrice des effets dûs à la gravité

$$G_{11} = g(m_1 r_1 \cos(q_1) + m_2(l_1 \cos(q_1) + r_2 \cos(q_1 + q_2)) + m_3(l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) + r_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3)))$$

$$G_{12} = g(m_2 r_2 \cos(q_1 + q_2) + m_3(l_2 \cos(q_1 + q_2) + r_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3)))$$

$$G_{13} = g m_3 r_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3)$$