

وزارة التعليم والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

المدرسة الوطنية للعلوم الهندسية

الكلية
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

2ex

BIBLIOTHÈQUE

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

INGENIORAT D'ETAT EN GENIE MECANIQUE

SUJET

ECOULEMENT PULSE SINUSOIDAL DANS UNE CONDUITE CYLINDRIQUE

Proposé et dirigé par :

A. NOUACER

Maître-assistant à l'E.N.P.

Etudié par :

DEHBI Leïla

Promotion : Juin 1985

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire

— »o« —

وزارة التعليم والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

— »o« —

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

— »o« —

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

INGENIORAT D'ETAT EN GENIE MECANIQUE

SUJET

**ECOULEMENT PULSE
SINUSOIDAL DANS UNE
CONDUITE CYLINDRIQUE**

Proposé et dirigé par :

A. NOUACER

Maître-assitant à l'E.N.P.

Etudié par :

DEHBI Leïla

Promotion : Juin 1985

E.N.P., 10, avenue Hacen Badi - El Harrach - Alger

Dédicaces

Je dédie ce travail

A la mémoire de mon Père

A ma mère avec tout mon amour

A mon grand frère Moulay, A ma grande soeur Safia
qui représentent pour moi l'exemple à suivre, j'espère
qu'ils trouveront ici l'expression de ma profonde affection
et de ma sincère gratitude

A mes soeurs Nadja et Mouna.

A mes frères Salim, Abderrahmane et Madjid.

A mon neveu ALI

A toute ma famille

A tous mes amis (es)

Au père J. Rivat du centre culturel universitaire (CCU)

Remerciements

- Je tiens en premier lieu à assurer Monsieur Nouacer de ma profonde gratitude pour le suivi et l'aide précieuse qu'il m'a apportée tout au long de ce travail

- Je suis particulièrement reconnaissante à Monsieur Loraud, Maître de conférences à l'USTHB, pour sa présence à ce jury et pour les inestimables conseils qu'il n'a cessé de me prodiguer et ce malgré ses multiples occupations

- Que Monsieur le professeur Todicescu, qui me fait l'honneur de présider ce jury trouve ici l'expression de ma très vive gratitude.

- J'exprime tous mes remerciements à Monsieur Ait. Ali pour l'enseignement qu'il m'a donné et pour sa participation à ce jury.

- Ma profonde gratitude s'adresse à tous les professeurs, qui ont contribué à ma formation, j'espère être digne de leurs enseignements.

- Je tiens également à remercier tous les agents de l'école nationale polytechnique, En particulier Monsieur Ouabdesselam Abdelmalek, qui me fut d'une grande aide pour la réalisation de mon banc d'essai.

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

وزارة التعليم العالي
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

Département: Mécanique
Promoteur: MR Nouacer
Élève Ingénieur: Dehbi Leila

مهارة: الميكانيكا
موجه: الأستاذ نواصر
تلميذة مهندسة: دصبي ليلي

الموضوع: جريان حبيبي مدفوع في مجرى أسطواناني.
الملخص: إن هذا العمل يعتمد على تنفيذ عملية تطبيقية (تجربة اختبار) الهدف منها تأمين جريان مدفوع (حبيبي) في مجرى أسطواناني. لقد تمت دراسة هذا الجريان نظرياً، معتمدين في ذلك على تبسيط أولي للفرضيات. إن هذا العمل يمتد أن يكون بداية إنطلاق لدراسات أعمق في الميكانيكا الحيوية.

Sujet = Écoulement Pulsé Sinusoïdal Dans Une Conduite Cylindrique

Résumé:

Cette étude consiste en la réalisation d'un Banc d'Essai, dont le rôle est la mise en évidence d'un écoulement pulsé (sinusoïdal) dans une conduite cylindrique.

Le problème est modélisé par une résolution analytique basée, en première approximation, sur des hypothèses simplificatrices. Ce travail sera un point de départ pour des recherches plus approfondies en Biomécanique.

Subject: Pulsative Sinusoïdal Flow In A Cylindrical Pipe.

Abstract:

This study deals with the realisation of a test Bench. The aim of which is to put into evidence a pulsative sinusoïdal flow in a cylindrical pipe.

The problem is being modelled by an analytical resolution based, as the first approximation, on simplified hypotheses.

This project constitutes a starting point for further research in Biomechanics.

PLAN

INTRODUCTION

CHAPITRE I : RAPPEL D'HEMODYNAMIQUE

I.1 Anatomie du cœur.

I.2 Cycle cardiaque.

I.2.1 Aspect schématique des cœurs droit et gauche en tant que pompe.

I.2.2 Les phases du cycle cardiaque.

I.3 Courbes de pression.

I.3.1 Courbe de pression ventriculaire.

I.3.2 Courbe de pression auriculaire.

I.3.3 Courbe de pression artérielle.

I.3.4 Chiffres de pression.

I.4 Les volumes ventriculaires.

I.5 Débit cardiaque.

I.6 Composition en fréquence d'une onde de pression.

CHAPITRE II : DESCRIPTION DU BANC D'ESSAI

II.1 Introduction

II.2 Description sommaire du banc d'essai

II.3 Convertisseur électro-pneumatique.

II.3.1 Schéma de principe.

II.3.2 Schéma de fonctionnement du convertisseur électro-pneumatique.

II.4 Pompe à membrane.

II.4.1 Description de la pompe à membrane.

II.4.2 Critères de choix de la membrane.

II.5 Pompe centrifuge.

II.6 Potentiomètre.

CHAPITRE III : RAPPELS DE MECANIQUE DES FLUIDES.

III.1 Introduction.

III.2 Equation de continuité ou principe de la conservation de la masse.

III.3 Equations de Navier-Stokes.

III.3.1 Bilan des forces s'exerçant sur un volume élémentaire de fluide.

III.3.2 Equation dynamique générale d'un fluide visqueux incompressible.

III.3.3 Equations de Navier-Stokes.

CHAPITRE IV : RESOLUTION ANALYTIQUE DU PROBLEME " ECOULEMENT PULSE DANS UNE CONDUITE RIGIDE .

IV.1 Résolution générale du problème.

IV.2 La vitesse de l'écoulement "u".

IV.2.1 Expression de "u".

IV.2.2 Forme du profil de "u".

IV.3 Calcul du débit.

IV.4 Force de frottement.

IV.5 Pression "p"

IV.6 Programmes des variations de la pression

$p = f(x, t)$ et de la vitesse $u = f(r, t)$.

CONCLUSION

ANNEXE : TECHNIQUES DE MESURE DES
PARAMETRES QUI CARACTERISENT
LES ECOULEMENTS DES FLUIDES.

INTRODUCTION

La vie cellulaire dépend de la continuité des échanges avec le milieu environnant:

- apport d'oxygène et d'aliments
- élimination de gaz carbonique et de déchets métaboliques.

Pour cela le milieu où baignent les cellules, "sang", doit être constamment renouvelé. Un débit continu et à vitesse relativement faible est donc nécessaire au niveau des capillaires.

Et la circulation du fluide vecteur (sang) est assurée par deux pompes à régimes de pression différents (le cœur droit et le cœur gauche) contre deux types de résistances de degré différents (les résistances pulmonaires et les résistances périphériques).

Le fonctionnement de chaque pompe cardiaque (cœur droit ou gauche) se rapproche de celui d'une pompe à piston avec un cycle comportant une phase de remplissage et une phase d'éjection.

Le débit engendré à l'origine des gros troncs artériels est donc pulsé (physiologique) et se fait à vitesse élevée (40 à 50 cm/s au moment du pic de vitesse systolique).

Ce débit est transformé en un débit continu à faible vitesse au niveau des capillaires, ceci grâce aux propriétés anatomiques du système cardiovasculaire.

Notre travail consiste en la réalisation d'un banc d'essai permettant l'obtention et la visualisation d'un "Ecoulement Pulsé Sinusoidal" parfaitement contrôlé d'un liquide visqueux; Le problème est modélisé par une résolution analytique, basée en première approximation sur des hypothèses simplificatrices. (voir Chapitre IV)

Notre banc d'essai (décrit au Chapitre II) comporte une pompe à débit pulsé rappelant le modèle hydraulique de pompe cardiaque "Wind Kessel" [1]

La pompe "Wind Kessel" est une pompe à piston engendrant un débit pulsé, munie d'une soupape d'admission correspondant aux valves auriculo-ventriculaire; et d'une soupape d'échappement correspondant aux valves ventriculo-arterielles.

Le piston dans notre pompe est remplacé par une membrane dont le mouvement est assuré par un système de régulation pneumatique explicité au chapitre II

Le fluide utilisé est un fluide de substitution au sang, il est composé d'eau et de glycérine dosé pour obtenir

une viscosité de $0,035 \text{ (Ns/m}^2\text{)}$

Une fois l'installation obtenue et mise en marche, le débit pulsé à étudier parfaitement contrôlé, on pourra :

- dans un premier temps étudier les lois de l'hémodynamique (variation des paramètres mécaniques (P, U, τ) pression, vitesse frottement) et ensuite les comparer avec le modèle analytique obtenu au chapitre IV

- dans un second temps on étudiera l'influence de la sténose artérielle sur l'écoulement du fluide ainsi que ces implications sur les valeurs des paramètres mécaniques (P, U, τ).

Nous précisons toutefois que Notre travail en raison de l'absence d'appareils de mesures adéquats, s'arrêtera à l'obtention de l'écoulement pulsé sinusoïdal.

En annexe sont présentées deux techniques de mesures pouvant être utilisées pour l'exploitation de notre banc d'essai.

CHAPITRE I

RAPPELS D'HEMODYNAMIQUE

I 1. anatomie du cœur - Fig I 1.

Le cœur est un muscle creux. Le myocarde délimite quatre cavités intimement liées (deux oreillettes et deux ventricules); groupés deux par deux, chaque paire (oreillette et ventricule) représente une unité fonctionnelle:

Le cœur droit et le cœur gauche, séparés par une cloison ou septum. son poids, chez l'adulte est environ 350g. Il a la forme d'un cône à pointe antero-gauche et à base postero-droite. Il est dans la cavité thoracique.

I 2 cycle cardiaque.

L'activité cardiaque est cyclique et analogue à celle de deux pompes fonctionnant côte à côte d'une manière semblable, mais sous des régimes de pression différents; chaque pompe est formée de deux chambres, auriculaire et ventriculaire, se contractant successivement; Le ventricule comporte une valve d'admission qui le sépare de l'oreillette (valve auriculo-ventriculaire) et une valve.

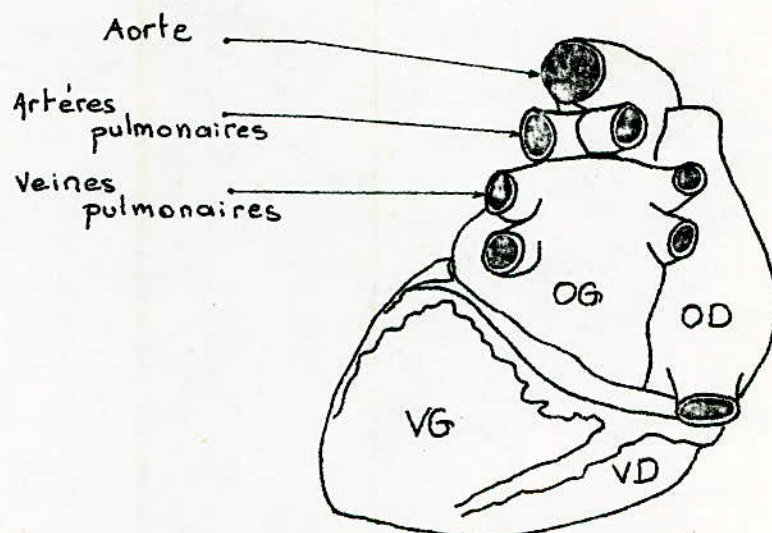


Fig I1: Face postérieure du cœur

d'éjection qui le sépare de l'artère (valve sigmoïde) ;
L'oreillette n'a pas de valve d'admission, Le jeu des valves
est passif est assuré par les modifications de pressions
des cavités ; L'élasticité du système permet l'écoulement
continu du sang.

Les enregistrements simultanés des phénomènes électriques
et mécaniques montrent un retard de ces derniers de
l'ordre de 0,02 à 0,04 seconde (intervalle électromécanique).
Sept (7) phases successives de l'activité cardiaque peuvent
être individualisées.

121. aspect schématique des cœurs droit et gauche
en tant que pompes - Fig 121.

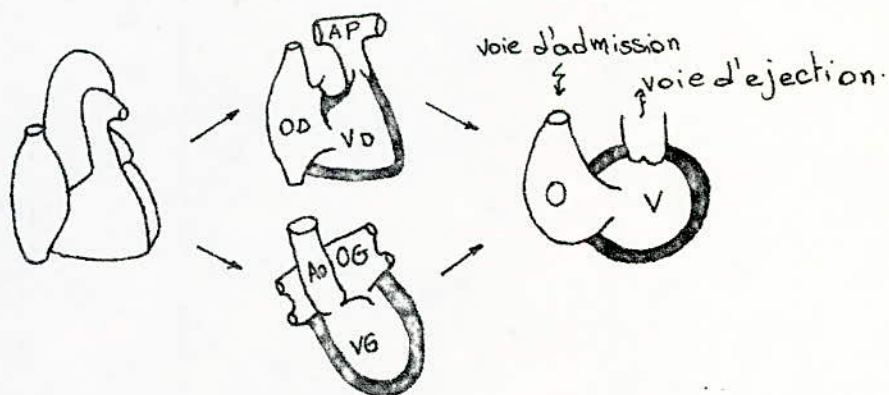


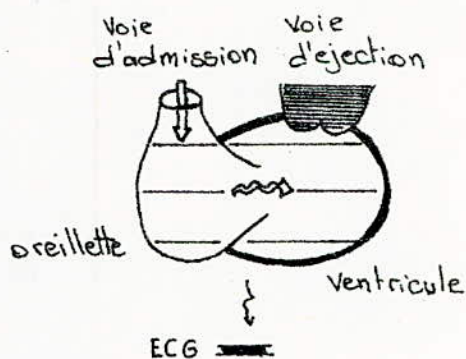
Fig 121

OD et VD: oreillette et ventricule droits ; AP: artère pulmonaire
OG et VG: oreillette et ventricule gauches

sont respectivement remplacés par :
O et V (oreillette et ventricule).

I22 les phases du cycle cardiaque (Fig I22 a, b, ... g.)

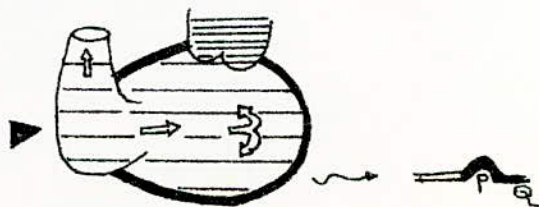
a. phase de remplissage ventriculaire lent.



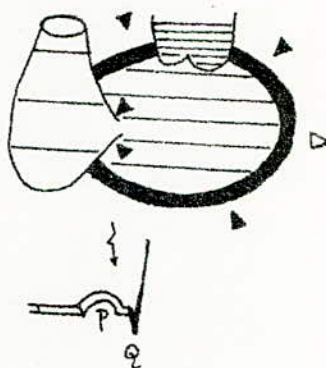
ECG : électrocardiogramme

Le niveau de pression dans chaque cavité est schématiquement indiqué par les traits horizontaux ; ces traits sont d'autant plus rapprochés que la pression est plus élevée. Les flèches blanches indiquent le sens du courant sanguin ; les triangles noirs les déplacements de l'oreillette, des ventricules ou des valves.

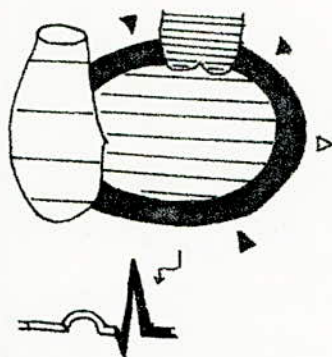
b. phase de contraction auriculaire.



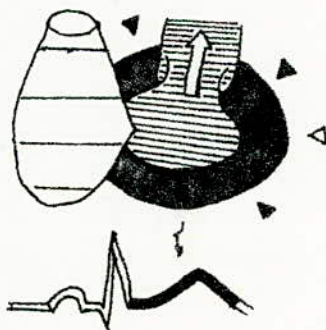
c. phase de contraction ventriculaire pré-isovolumetrique



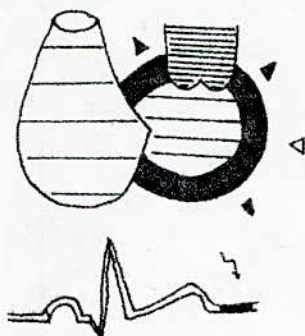
d. phase de contraction ventriculaire isovolumetrique



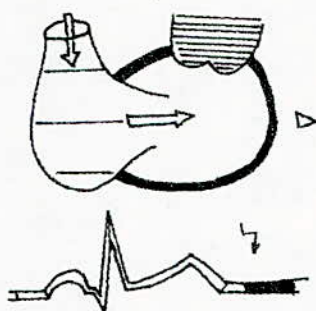
e. phase d'éjection ventriculaire



f. phase de relaxation isovolumetrique



g. phase de remplissage ventriculaire rapide.



La Systole ventriculaire englobe les phases :

- contraction pre-isovolumetrique "c"
- " isovolumetrique "d"
- ejection ventriculaire "e"

La Diastole ventriculaire reprend aux phases :

- relaxation isovolumetrique "f"
- remplissage ventriculaire rapide et lent, et remplissage actif. "g" ; "a" ; "b"

La Systole auriculaire se resume a la phase "b" ; les autres phases

correspondant à la diastole auriculaire.

13. courbes de pression

131. courbe de pression ventriculaire .Fig 131.

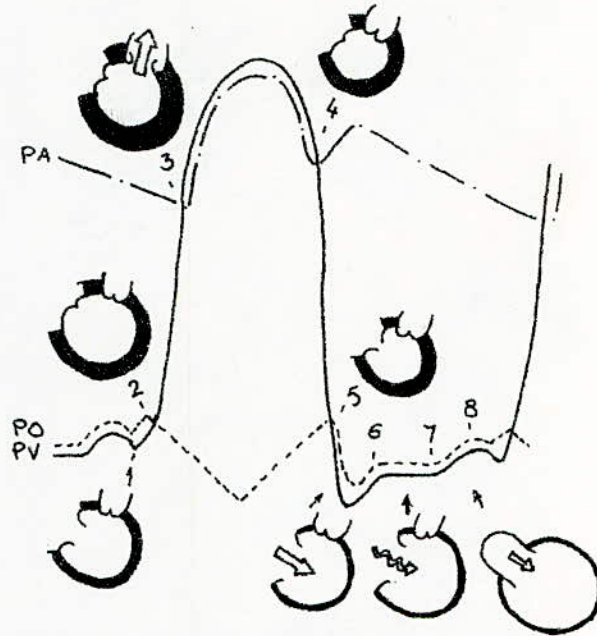
a. systole.

La contraction du ventricule se traduit par une ascension brusque de la courbe de pression (phase pré-iso volumétrique 1.2), l'augmentation de pression ferme la valve auriculo-ventriculaire. Puis survient la phase isovolumétrique (2.3) où le ventricule se met sous tension sans modifier son volume, la valve auriculo-ventriculaire vient de se fermer et les valves sigmoïdes ne sont pas encore ouvertes. Lorsque la pression ventriculaire dépasse la pression régnant dans l'artère correspondante, les valves sigmoïdes s'ouvrent (3); c'est le début de la période d'éjection ventriculaire (3.4) pendant laquelle le sang contenu dans le ventricule va se vider dans l'artère. Puis la relaxation du ventricule va diminuer la pression et entraîner la fermeture des sigmoïdes quand la pression du ventricule est égale puis inférieure à celle de l'artère

b. Diastole.

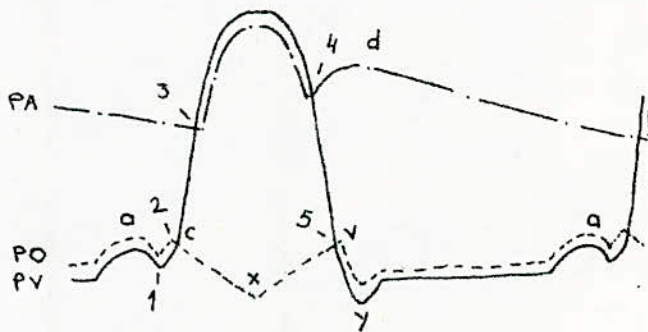
Elle commence avec la fermeture des sigmoïdes. la courbe de pression marque une descente abrupte; c'est la phase de relaxation isovolumétrique (4.5) pendant laquelle les sigmoïdes et la valve

- FIG I31 -



les courbes de pression: arterielle PA ———
 auriculaire PO - - - -
 ventriculaire PV ———

- FIG I32 -



et la valve auriculo-ventriculaire sont fermées. Lorsque la pression devient inférieure à la pression auriculaire, la valve auriculo-ventriculaire s'ouvre (5). A partir de ce moment, le ventricule et l'oreillette forment une chambre unique à pressions égales : C'est la phase de remplissage ventriculaire (5 à 7) avec ses trois (phases) périodes :

- de remplissage rapide où 80% du volume systolique sont rendus au ventricule, elle se traduit par une remontée de pression (5.6)
- de remplissage lent où la courbe ventriculaire est en plateau (6.7)
- en fin de diastole, la systole auriculaire entraîne une petite élévation transitoire de la pression ventriculaire, c'est la période de remplissage actif

132. courbe de pression auriculaire - Fig 132.

La contraction active de l'oreillette qui précède celle du ventricule se marque par un accident positif, « l'onde a »

La fermeture de la valve auriculo-ventriculaire, liée à la montée de la pression dans le ventricule, s'accompagne d'un accident positif « c » qui survient au début de la contraction isovolométrique du ventricule. La relaxation de l'oreillette qui a terminé sa contraction et l'abaissement du plancher ventriculaire pendant la période d'éjection du ventricule déterminent une chute de pression :

accident « x » de la courbe.

Puis le remplissage auriculaire se complète et entraîne une remontée de pression (onde « v ») qui, lorsqu'elle dépasse la pression régnant dans le ventricule, provoque l'ouverture de la valve auriculo-ventriculaire.

L'ouverture de la valve crée un brusque appel de sang dans la cavité ventriculaire et une chute de pression auriculaire marquée par la dépression « y ».

Les deux cavités se comportent ensuite comme une cavité unique avec superposition de leur courbe jusqu'à la contraction ventriculaire suivante.

133. courbe de pression artérielle - Fig 132.

Lorsque la pression du ventricule dépasse la pression artérielle, les valvules sigmoïdes s'ouvrent (3). Les cavités ventriculaire et artérielle forment alors une chambre unique permettant ainsi l'éjection du sang dans l'artère. Puis s'amorce une descente jusqu'à la fermeture des sigmoïdes (4). La réflexion de l'onde systolique artérielle sur la valve fermée entraîne un ressaut diroté (d). Après ce ressaut, la courbe de pression continue de descendre régulièrement jusqu'à la systole suivante. Le point le plus déclive est celui de la pression diastolique.

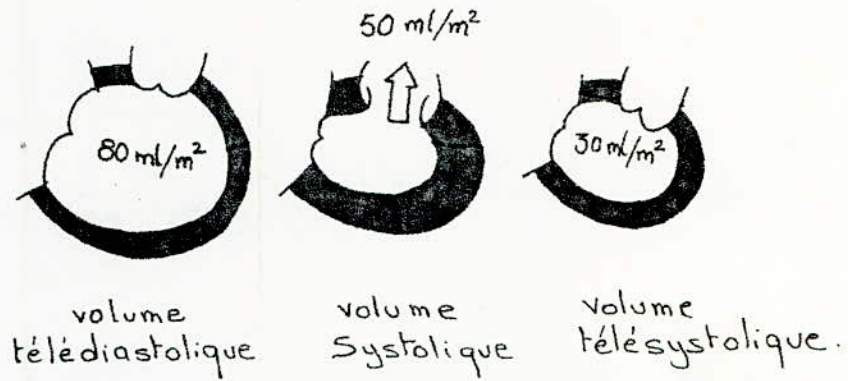
I34 . chiffres de pression (mm Hg)

	Gauche	Droite
Pression ventriculaire Systolique Protodiastolique Télédiastolique	120 0 10	25 0 5
Pression auriculaire Moyenne	7	4
Pression artérielle Systolique Diastolique Moyenne	120 60 85	25 12 15

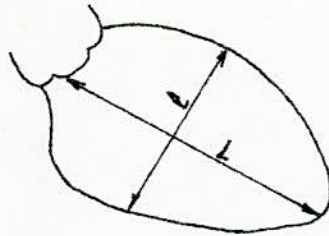
I4. les volumes ventriculaires . Fig I4 a, b -

Les volumes ventriculaires gauche et droit sont sensiblement identiques. Ils sont maximaux à la fin de la diastole (volume télédiastolique), de 80 ml par mètre carré de surface corporelle. Ils ne varient pas pendant la contraction isovolumentrique, mais diminuent rapidement dès l'ouverture des valves sigmoïdes en cours de l'éjection ventriculaire. Le volume éjecté (systolique) par le ventricule pendant la systole est d'environ 50 ml/m². Après la fermeture des sigmoïdes, il reste environ 30 ml/m² de sang dans le ventricule, c'est le volume télésystolique ou résidu systolique qui représente la différence entre les deux volumes précédents. Il ne varie pas pendant la

- Fig 14a -



- Fig 14b -



Angiocardiographie sélective ventriculaire gauche
 en position oblique antérieure droite.

la décontraction isovolométrique.

La fraction d'éjection FE $\left(\frac{\text{volume systolique}}{\text{volume télédiastolique}} = \frac{VTD - VTS}{VTD} \right)$ est d'environ 60%.

Les volumes ventriculaires gauches peuvent être évalués grâce à l'angiocardigraphie biplane ou monoplane. Dans cette technique on assimile le ventricule gauche à un ellipsoïde de révolution dont les volumes VTD ou VTS sont donnés par la formule

$$V = \frac{4}{3} \pi \frac{L}{2} \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \frac{\ell}{2} \cdot f^3 = 0,52 L \ell^2 f^3 \quad [2]$$

où L représente le grand axe; ℓ , le petit axe et f , un facteur de correction dû à la déformation liée à l'emploi des rayons x

15. le débit cardiaque.

Le débit cardiaque \dot{Q} (l/minute) est la quantité de sang expulsé par chaque ventricule en une minute. Il est donc égal au produit du volume systolique par la fréquence cardiaque. Il est rapporté au mètre carré de surface corpelle pour permettre la comparaison entre les sujets de taille et poids différents, c'est l'index cardiaque:

$$\dot{Q} \text{ l/mn/m}^2 \approx 3,25 \text{ l/mn/m}^2$$

16. composition en fréquence d'une onde de pression-Fig 16-

Les ondes de pression sont périodiques, se reproduisant d'une manière identique après chaque période, ou durée de cycle cardiaque, mais leur morphologie est complexe, loin d'une forme sinusoïdale pure.

Toutefois, n'importe quel signal, s'il est périodique peut être considéré comme d'une infinité de signaux sinusoïdaux ou harmoniques, dont le premier harmonique, ou fondamental, a pour fréquence la fréquence du signal de base, et dont les autres harmoniques ont des fréquences multiples de cette fréquence de base.

Par exemple si la fréquence cardiaque est 60 coups par minute soit 1 coup par seconde, c'est à dire 1 Hertz (1Hz). La fondamentale a donc une fréquence de 1Hz et les harmoniques suivants une fréquence de 2, 3, 4 etc... Hz. De plus ces harmoniques peuvent être synchrones, en phase, ou présenter un déphasage.

On peut donc représenter une onde de pression ou d'une manière générale n'importe quel signal physiologique périodique par un spectre de fréquence exprimant l'amplitude et la phase de chacun des harmoniques constituant le signal (Fig 16).

La manœuvre inverse peut être effectuée: on peut reconstituer

- Fig 16 -



Reconstitution d'une onde de pression à partir d'un nombre limité d'harmoniques. La courbe réelle figure en pointillés superposée à la courbe obtenue à partir des 10 premières harmoniques

une onde de pression en fonction du temps si l'on connaît l'amplitude et la phase de chacune des ondes sinusoïdales la constituant

Cette reconstitution fidèle est obtenue à partir des 10 premiers harmoniques. Si l'on rajoute les harmoniques au delà de 10, la morphologie de l'onde n'est pas affectée. Par contre, si l'on effectue la reconstitution avec moins de 10 harmoniques, on observe une déformation du signal, notamment de l'onde dicrote et de la montée rapide, qui sont riches en composantes hautes fréquences.

Ainsi, un système de mesure doit pouvoir enregistrer fidèlement sans déformation, toutes les fréquences composant le signal jusqu'au 10^e harmonique.

CHAPITRE II

DESCRIPTION DU BANC D'ESSAI

II.1. introduction.

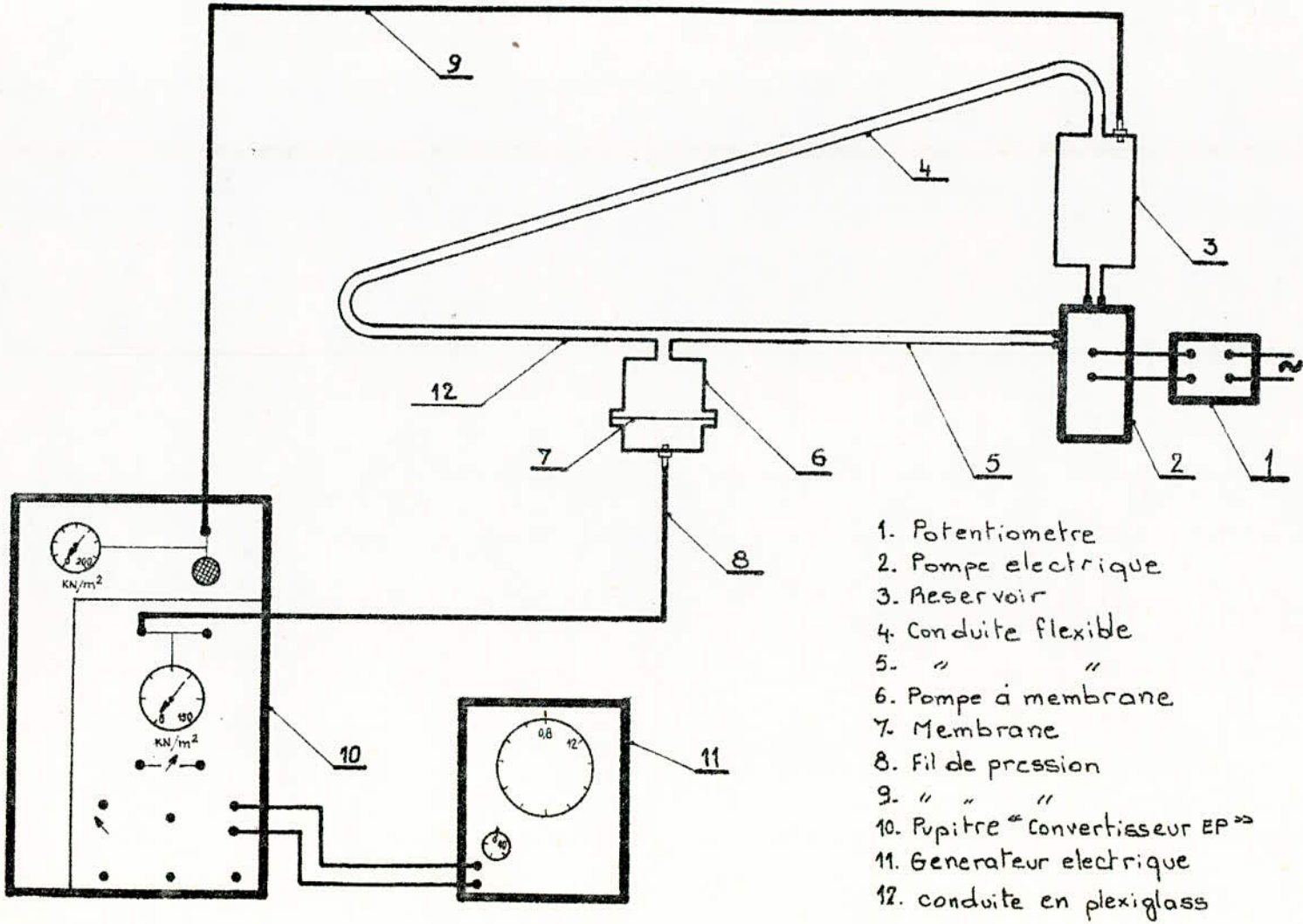
L'écoulement pulsé physiologique avec les paramètres réels de pressions et de débits est impossible à réaliser avec le matériel et le temps disponible. C'est pour cela que dans cette étude nous nous intéressons à l'obtention d'un écoulement pulsé sinusoïdal, qui est comme nous l'avons vu (au paragraphe "16" du chapitre "I") la base d'un écoulement pulsé physiologique

II.2. description sommaire du banc d'essai - FIG II 2 -

Le banc d'essai est constitué essentiellement:

- d'une conduite cylindrique en plexiglass où doit s'observer l'écoulement pulsé, de diamètre intérieur $\phi 20$ mm et de diamètre-exterieur $\phi 27$ mm, sa longueur est de 500 mm.
- d'une pompe centrifuge (P1) à aubes radiales assurant un débit constant Q
- d'un potentiomètre utilisé pour diminuer le nombre de tours du moteur de la pompe (P1)
- d'un réservoir cylindrique en plexiglass de hauteur, $h=200$ mm

Echelle : 1/10



1. Potentiometre
2. Pompe electrique
3. Reservoir
4. Conduite flexible
5. " " "
6. Pompe a membrane
7. Membrane
8. Fil de pression
9. " " "
10. Pupitre " Convertisseur EP "
11. Generateur electrique
12. conduite en plexiglass

- Fig II 2 -

et de diamètre $\phi = 119 \text{ mm}$, ce réservoir débouche sur l'orifice d'aspiration de la pompe (P1). Il est soumis en permanence à une pression absolue de 1,2 bars.

- d'un flexible assurant la jonction entre la conduite principale et le réservoir.

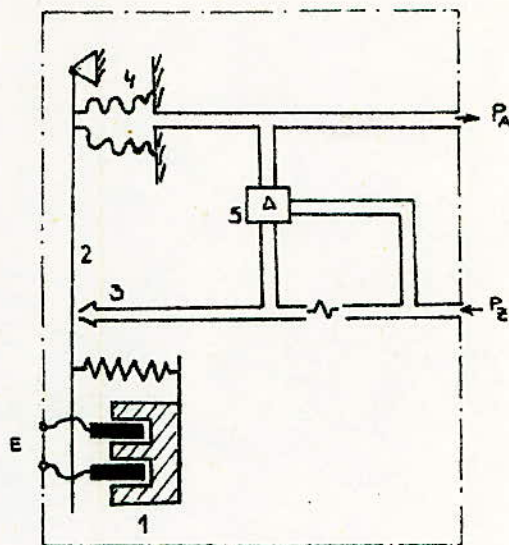
- d'une pompe à membrane (P2), formée de deux compartiments cylindriques, le compartiment Air et le compartiment liquide séparés par une membrane élastique; leurs dimensions respectives sont: $\phi = 119 \text{ mm}$, $h = 40 \text{ mm}$ et $\phi = 119 \text{ mm}$, $h = 80 \text{ mm}$. Cette pompe assure la perturbation adéquate (sinusoïdale $\pm \Delta Q$) du fluide; permettant ainsi la naissance d'un écoulement pulsé au niveau de la conduite principale, cette dernière étant reliée à la pompe (P2) par une prise en forme de T

- et enfin d'un convertisseur Electro-Pneumatique assurant, d'une part une pression constante au niveau du réservoir (1,2 bars) et d'autre part le mouvement sinusoïdal de la pompe (P2).

II 3. convertisseur Electro-Pneumatique

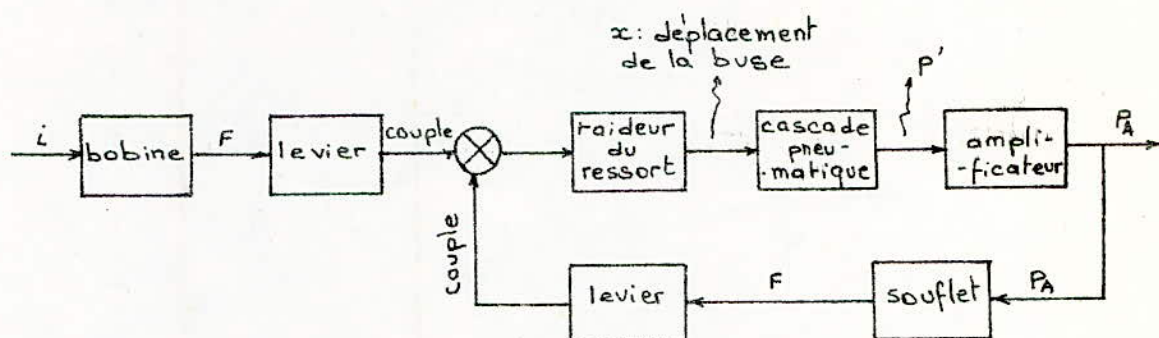
II 31. schéma de principe du convertisseur EP. Fig II 31.

- Fig. II 31 -



- E : generateur electrique d'impulsions sinusoidales
 1 : aimant + 2 bobines reliees d E
 2 : levier
 3 : buse
 4 : soufflet
 5 : amplificateur.

II 32. schéma de fonctionnement du convertisseur "EP"



Tous les éléments du circuit engendrent un déphasage (cascade, amplificateur, soufflet, etc ...) donc le signal de pression obtenu P_A est sinusoïdal et déphasé par rapport à i le courant électrique de φ_A , où φ_A est un déphasage qui ne peut être connu qu'expérimentalement vu la complexité de participation de chaque élément du circuit

d'où

$$P_A = P_A \sin(\omega_A t + \varphi_A)$$

avec: ω_A (rd/s) fréquence.

t le temps

φ_A déphasage.

P_A pression. (N/m^2)

P_A l'amplitude et ω_A la fréquence sont réglables.

la pression P_A est injectée dans le compartiment Air de la

pompe à membrane, entraînant ainsi un mouvement de va et vient de la dite membrane ($\pm \Delta d$)

où $d(\text{mm})$ est le déplacement de la membrane, on suppose

$$d = d \sin(\omega_m t + \varphi_m)$$

c'est à dire que la loi de déplacement de la membrane suit celle du gradient de pression.

or "s" la section du compartiment air étant constante, le déplacement de la membrane va entraîner une augmentation ou une diminution de volume selon cas ($\pm \Delta v$) tel que:

$$v = v_A \sin(\omega_v t + \varphi_v)$$

II.4. pompe à membrane (P2)

II.4.1. Description de la pompe (P2)

De même que les pompes à piston, les pompes à membrane sont à mouvement alternatif; mais dans ces dernières pompes, seul le dispositif de commande est soumis à un tel mouvement, le déplacement du piston y étant remplacé par la déformation alternative d'une membrane en matière élastique. Ce sont ces déformations qui produisent les variations de volume assurant l'écoulement du liquide. Comme nous l'avons vu plus haut le déplacement (la déformation

élastique) de la membrane dans notre cas se fait à l'aide d'un convertisseur électropneumatique

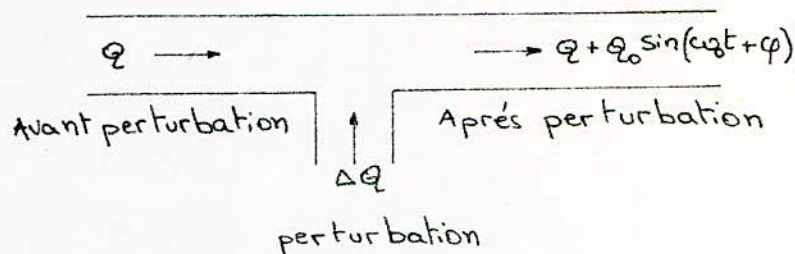
En résumé : $\Delta P_A \rightarrow \Delta d \rightarrow \Delta V_A \xrightarrow{\quad} \Delta V_L \rightarrow \Delta Q$
 — compartiment air ———— | ———— compartiment liquide —

Avec ΔQ étant le débit secondaire assurant une perturbation sinusoïdale dans la conduite d'écoulement principale où se trouve déjà un écoulement laminaire de débit constant Q

- Fig II 41 -

$$\Delta Q = Q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

- Fig II 41 -



Exemple: pulsations de période $T = 2,5$ s. et de module $P_A = 20 \text{ KN/m}^2$ (pression relative) avec $\Delta P_A = 10 \text{ à } 50 \text{ KN/m}^2$ entraînent une perturbation de la vitesse: de module $u_0 \approx 0,2 \text{ m/s}$ et de période $T = 2,5$ s.

d'où $u_0 = 0,2 \sin\left(\frac{2\pi}{2,5} t + \varphi\right)$; φ étant le déphasage

II42. critères de choix de la membrane.

- La stabilité: aucune déformation ne doit avoir lieu avant la soumission au signal sinusoïdal; c'est le zéro de référence.

- La sensibilité: la sensibilité de la membrane est bonne quand sa souplesse est élevée.

- Deux autres facteurs vont déterminer (l'allure) la capacité de déformation de la membrane: La fréquence propre de celle-ci et le facteur d'amortissement ou damping.

La fréquence propre de la membrane est la fréquence à laquelle vibrerait cette dernière excitée par une impulsion mécanique pendant un temps infini si aucune résistance ou aucun frottement ne venait atténuer son oscillation.

Tout ce qui vient contrarier ces oscillations libres est une cause d'amortissement. Un facteur d'amortissement de 0,65 est idéal car il donne une réponse stable jusqu'à 85% de la fréquence propre de la membrane. [1]

II5. pompe centrifuge (P1)

La pompe utilisée (disponible) dans notre installation est

une pompe centrifuge à aubes radiales, dont les caractéristiques

sont: Puissance: $P = 1/5$ cv

vitesse de rotation: $N = 6000$ tr/mn

tension d'alim: $V = 110$ volts.

Pour notre installation, la pompe Pompe (P1) est placée en circuit fermé. C'est donc le même volume de liquide qui circule à l'intérieur du circuit - Fig II 2 -

La valeur du rendement global η_g des pompes centrifuges varie de 0,7 à 0,85. [4]

Avec:

$$\eta_g = \frac{\bar{\omega} Q H}{C \omega}$$

où: $C \omega =$ Puissance fournie à l'arbre moteur = Puissance disponible

$$\omega = 2\pi N / 60 \quad [\text{rd/s}]$$

$$C = \text{couple moteur} \quad [\text{Nm}]$$

$\bar{\omega} Q H =$ Puissance recueillie par le fluide

$H =$ hauteur d'élevation réel du fluide.

$$\bar{\omega} = \rho g \quad [\text{N/m}^3]; \quad \rho = 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad \text{et} \quad g = 9,81 \text{ m/s}^2.$$

II 6. potentiomètre

Il est placé en série avec la pompe (P1), sa tension maximale d'alimentation est: 220V.

Il est gradué de (0, 10%, 20%, ... 100%) de $P_{optimum} = 220V$

Ce potentiomètre est utilisé pour diminuer la vitesse de rotation "N" du moteur de la pompe (P1), donc la valeur de son débit Q.

Comme "N" le nombre de tours d'un moteur électrique est proportionnel à la tension "V" à laquelle il est soumis. Donc quand "V" décroît, "N" décroît (linéairement), de plus à l'aide de la loi de similitude (Reynolds faible) on sait que le débit "Q" est proportionnel à "N"; d'où on peut conclure que "Q" est proportionnel à "V"

$$\left. \begin{array}{l} Q \text{ prop à } N \\ N \text{ " " } V \end{array} \right\} \Rightarrow "Q" \text{ prop à "V"}$$

Ce qui revient à dire que quand la tension "V" aux bornes de la pompe diminue le débit refoulé "Q" diminue

Exemple : A la position du curseur du potentiomètre

20% (220V) = 44V, on obtient un débit Q
égal à : $1,9 \cdot 10^4 \text{ m}^3/\text{s}$

ce qui correspond à une vitesse moyenne

$u = 0,6 \text{ m/s}$ (ϕ conduite = 20 mm) dans la
conduite.

CHAPITRE III

RAPPELS DE MECANIQUE DES FLUIDES

III 1. introduction.

Le problème étant l'obtention d'un écoulement pulsé. Il a donc fallu se pencher sur les lois pouvant être mises à contribution pour permettre l'explication des phénomènes qui apparaissent lors de l'écoulement pulsé étudié. Or jusqu'à présent tous les ouvrages disponibles traitant des problèmes de la mécanique des fluides je cite: Le Comolet, Le Fadeev, L'ouziaux, ... etc... ne présentent pas la résolution du problème qui nous intéresse. Il nous faut donc à l'aide des équations classiques de la "Mécanique des Fluides" (Navier-Stokes et équation de continuité) et de suppositions (hypothèses) judicieuses, trouver les lois qui régissent un "écoulement pulsé", et de ce fait expliquer la manière dont évolue lors de cet écoulement particulier les différents paramètres mécaniques tels: Le frottement " τ ", La pression " P ", La vitesse " u ".

III 2. Équation de continuité ou principe de la conservation de la masse

Soit un volume élémentaire ABCDEFGH (parallélépipède)
-fig III 2. En vertu du principe de la conservation de la masse nous pouvons écrire que :

La masse du fluide qui sort dans le temps dt du volume élémentaire ABCDEFGH, diminuée de la masse de fluide qui y entre est égale à la variation de la masse totale.

Soit \vec{v} la vitesse du fluide $\vec{v} (u, v, w)$ on peut écrire :

- La masse de fluide qui entre par la face EFGH est :

$$\rho u \, dy \, dz \, dt$$

- La masse de fluide qui sort par ABCD est :

$$\left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx \right) dy \, dz \, dt$$

Donc pour l'ensemble des six (06) faces :

$$\left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right) dx \, dy \, dz \, dt \dots\dots 1$$

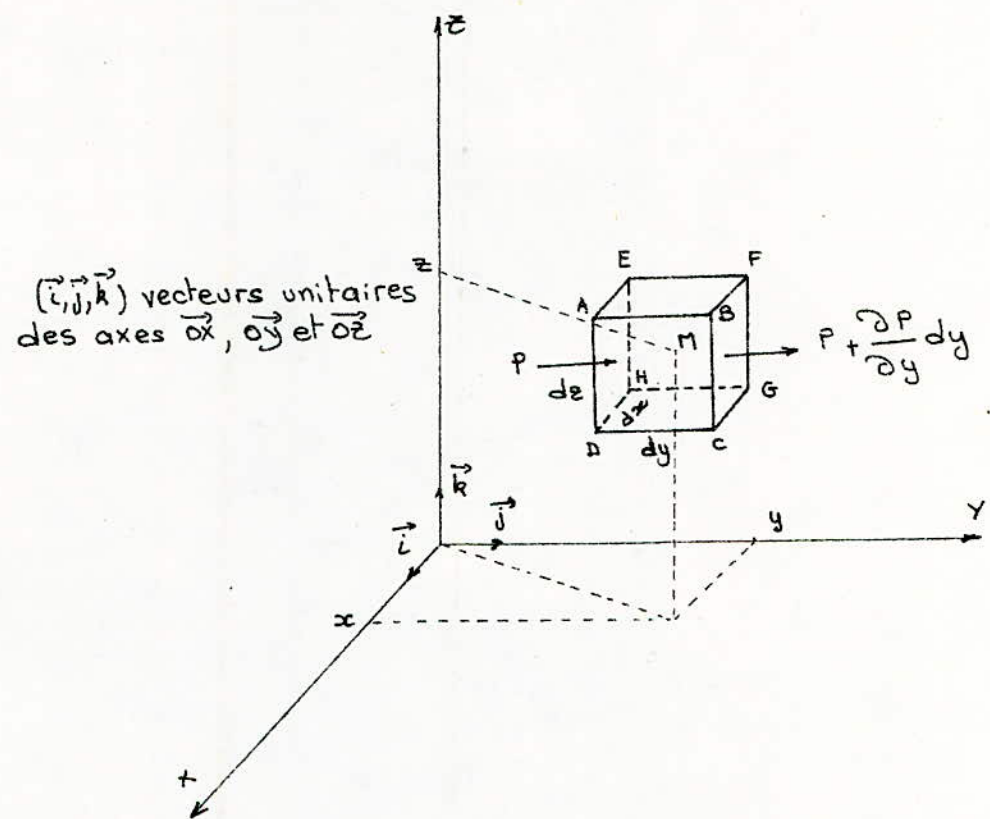
Or la variation de la masse totale dm est :

$$dm = - \frac{\partial \rho}{\partial t} dt \, dx \, dy \, dz \dots\dots 2$$

D'où en égalant les deux expressions on obtient l'équation suivante :

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \dots\dots 3}$$

- Fig. III 2 -



$(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ vecteurs unitaires des axes \vec{ox} , \vec{oy} et \vec{oz}

à t donné $M\left(\begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix}\right)$ variables de Lagrange
 $V\left(\begin{matrix} u \\ v \\ w \end{matrix}\right)$ variables d'Euler

Ce qui peut s'écrire encore puisque $\rho u, \rho v, \rho w$ sont les composantes du vecteur $\rho \vec{v}$.

d'où l'Equation de Continuité s'écrit : $\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0}$ 4

- En mouvement permanent ie $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

on a : $\text{div}(\rho \vec{v}) = 0$

- Pour un fluide incompressible ie ρ est constant

en tout point on a : $\text{div} \vec{v} = 0$ 5

ou $\boxed{\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0}$ 6

III 3. équations de Navier - Stokes.

III 3.1. bilan des forces s'exerçant sur un volume élémentaire de fluide.

Considérons le volume élémentaire ABCDEFGH - FIG III 2 - en mouvement avec $\vec{\gamma}$ étant l'accélération de ce mouvement, et faisant un bilan des forces s'exerçant sur l'unité de masse ($m=1$) nous trouvons donc :

a. forces de volume.

si "F" est la force de volume par unité de masse admettant pour composante X, Y, Z respectivement selon $\vec{o x}, \vec{o y}$ et $\vec{o z}$ $dx dy dz$ le volume élémentaire du domaine considéré

ρ la masse volumique du fluide.

La force de volume est égale à :

$$\rho F \, dx \, dy \, dz \dots\dots 7$$

(F dérive le plus souvent d'un potentiel " $v = gz$ ")

b. les forces de pression. - Fig III 2 -

Ce sont les forces dues à la pression exercée par le fluide sur les surfaces latérales du domaine considéré. Elles sont normales aux faces du parallélépipède et dirigées vers l'intérieur de celui-ci.

Donc seules les forces qui s'exercent selon les trois directions \vec{ox} , \vec{oy} et \vec{oz} sont à déterminer.

Dans chacune de ces directions, ces forces admettent une résultante d'intensité égale au produit de la différence des pressions s'exerçant sur les deux faces normales à l'axe considéré et de l'aire commune de ces faces.

Ces intensités sont égales à :

$$\left. \begin{array}{l} \left(\frac{\partial P}{\partial x} dx \right) dy dz \quad \text{force dirigée selon l'axe } \vec{ox} \\ \left(\frac{\partial P}{\partial y} dy \right) dx dz \quad \text{" " " " } \vec{oy} \\ \left(\frac{\partial P}{\partial z} dz \right) dx dy \quad \text{" " " " } \vec{oz} \end{array} \right\} \dots\dots 8$$

"7" et "8" nous permettent donc d'écrire l'équation d'équilibre statique "9"

$$\rho \vec{F} dx dy dz - \left(\frac{\partial P}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{k} \right) dx dy dz = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\rho \vec{F} - \text{grad} P = 0} \dots\dots 9$$

c. forces d'inertie

Elle est égale à $m\vec{\delta}$ avec : $m=1$ (masse unité) et $\vec{\delta}$ l'accélération du mouvement.

Déterminons les trois composantes du vecteur $\vec{\delta}$; $\vec{\delta} = \frac{d\vec{v}}{dt} = (\delta_x, \delta_y, \delta_z)$ entre les instants t et $t+dt$

La composante u du vecteur vitesse passe de la valeur $u(x, y, z, t)$ à la valeur $u(x+dx, y+dy, z+dz, t+dt)$ avec : $dx = u dt$, $dy = v dt$ et $dz = w dt$.

Or :

$$u(x+dx, y+dy, z+dz, t+dt) = u(x, y, z, t) + dx \frac{\partial u}{\partial x} + dy \frac{\partial u}{\partial y} + dz \frac{\partial u}{\partial z} + dt \frac{\partial u}{\partial t}$$

La composante δ_x de l'accélération a donc pour valeur d'après la définition même de l'accélération :

$$\delta_x = \frac{u(x+dx, y+dy, z+dz, t+dt) - u(x, y, z, t)}{dt}$$

soit :

$$\delta_x = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial u}{\partial t}$$

ou encore :

$$\gamma_x = u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} \dots\dots 10$$

Les composantes γ_y et γ_z peuvent être calculées de la même façon.

$$\gamma_y = u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$\gamma_z = u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t}$$

on peut donc déjà écrire l'équation d'Euler

$$\boxed{\vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} P - \vec{\gamma} = 0} \dots\dots 11$$

d. forces de viscosité

Dans le fluide parfait les actions de contact qui se développent entre deux couches voisines sont normales à l'élément de surface de séparation. Mais les fluides réels sont visqueux, les actions de contact ne sont plus normales elles admettent une composante dans le plan de surface : c'est la force de viscosité.

Donc $d\vec{F}$ s'exerçant sur l'élément de surface ds admet une composante normale $d\vec{F}_n$ et une composante tangentielle $d\vec{F}_t$ dite force de viscosité.

Soit une tranche de fluide d'épaisseur dy dans laquelle les différentes couches glissent les unes sur

les autres. le plan P_f étant animé de la vitesse u ,
le plan P_m de la vitesse $u + du$ - Fig III 31 d -

La force de viscosité dF_t s'exerçant (en sens opposé
au mouvement relatif de P_m par rapport à P_f) sur
l'élément de plan P_m d'aire ds

$$\boxed{dF_t = -\mu \frac{du}{dy} ds} \quad \dots\dots 12$$

Avec : μ le coefficient de viscosité dynamique (Ns/m^2)

et $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ coefficient de viscosité cinématique (m^2/s)

Evaluons la force de viscosité \vec{f} s'exerçant sur l'unité
de masse du fluide - Fig III 31 e -

Comme u est fonction de z seul, seules les faces supérieures
et inférieures sont soumises aux forces de viscosité

- face supérieure: $\mu \left[\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) \frac{dz}{2} \right] dx \cdot dy$

- face inférieure: $-\mu \left[\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) \frac{dz}{2} \right] dx \cdot dy$

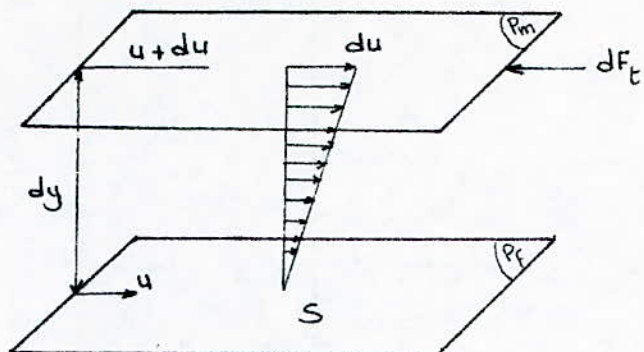
soit la force résultante horizontale :

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dx dy dz$$

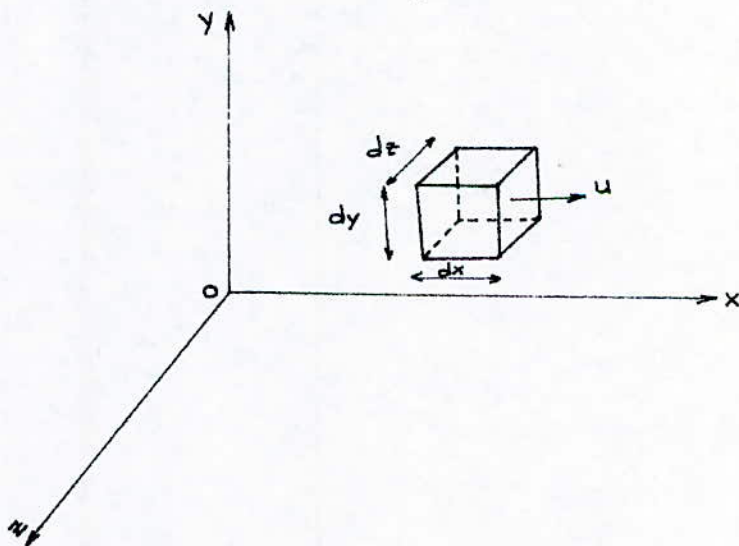
La force par unité de volume est donc $\mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ et par
unité de masse \vec{f} :

$$\boxed{\vec{f} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}} \quad \dots\dots 13$$

- Fig. III 31 d -



- Fig. III 31 e -



Si \vec{v} vitesse quelconque, on trouve que les trois composantes de la force de viscosité sont:

$$\frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \frac{\mu}{\rho} \Delta u$$

$$\frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) = \frac{\mu}{\rho} \Delta v$$

$$\frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) = \frac{\mu}{\rho} \Delta w$$

que l'on symbolise par l'expression vectorielle suivante

$$\boxed{\vec{f} = \frac{\mu}{\rho} \Delta \vec{v}} \quad \dots\dots 14$$

($\Delta \vec{v}$ étant le laplacien du vecteur vitesse $\vec{v}(u, v, w)$)

III 32. equation dynamique générale d'un fluide visqueux incompressible

De ce qui précède (paragraphe III 31) nous pouvons formuler l'equation dynamique générale d'un fluide visqueux incompressible comme suit:

$$\boxed{\vec{\gamma} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad } P + \vec{f}} \quad \dots\dots 15$$

Avec: $\vec{F}(x, y, z)$ force de volume

$\frac{1}{\rho} \text{grad } P$ force de pression

$\vec{\gamma}$ force d'inertie pour la masse unité

\vec{f} force de viscosité

ou bien :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad } P + \nu \Delta \vec{v} \dots\dots 16$$

III 33. equations de Navier - Stokes

En projetant l'equation dynamique generale d'un fluide visqueux incompressible "16" sur les axes \vec{ox} , \vec{oy} et \vec{oz} , on obtient le système d'equations de Navier - Stokes :

$$\text{Equations de Navier-Stokes} \left\{ \begin{array}{l} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \Delta u \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial t} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \Delta v \\ u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t} = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \Delta w \end{array} \right.$$

.....17

CHAPITRE IV

RESOLUTION ANALYTIQUE DU PROBLEME ÉCOULEMENT PULSE DANS UNE CONDUITE RIGIDE.

IV.1. résolution générale du problème

Notre résolution va s'appuyer principalement sur les équations de Navier-Stokes "17" et sur l'équation de continuité "6"

Donc :

$$a. \operatorname{div} \vec{V} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \text{"ég de continuité"}$$

$$b. \vec{F} - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P + \nu \Delta \vec{V} = \frac{d\vec{V}}{dt} \quad \text{"ég de Navier-Stokes"}$$

Ainsi que sur les hypothèses suivantes - Fig IV.1 H₁ -

H₁: l'écoulement sera considéré comme plan, c'est à dire: v et $w \approx 0$, d'où $V = u = f(x, y, z, t)$.
Ainsi l'écoulement se fait suivant l'axe \vec{Ox} de la conduite cylindrique horizontale de rayon R .

H₂: il sera inutile de faire intervenir le poids; seule force de volume puisque la conduite est horizontale; on peut donc écrire que $X = 0$

Au vu de l'hypothèse "H₁" et de l'équation "a", on peut déjà conclure que $v = u = f(y, z, t)$ car :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \\ v = 0 \\ w = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{v = u = f(y, z, t)} \dots\dots\dots 18$$

Et à l'aide de la conclusion "18" et de l'hypothèse "H₂"

$$\begin{array}{l} v = u = f(y, z, t) \\ \text{et} \\ x = 0 \end{array}$$

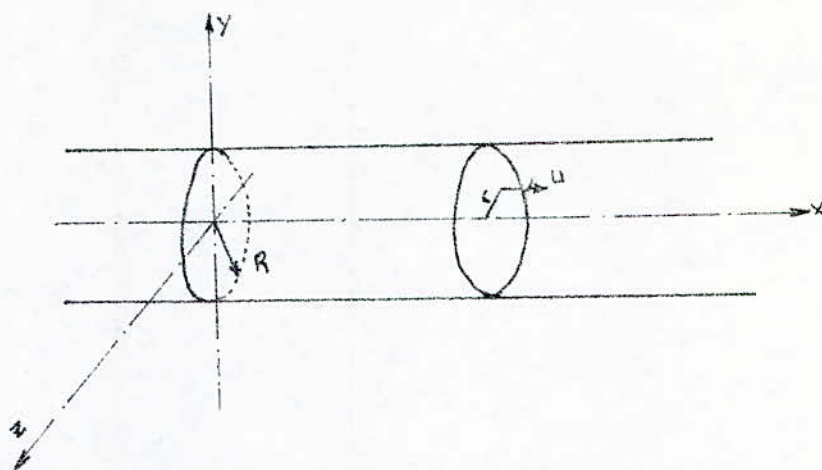
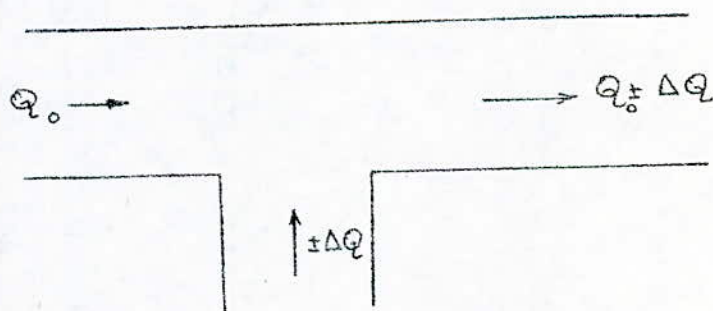
les équations de Navier-Stokes se réduisent à une seule équation et c'est la suivante

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \Delta u} \dots\dots\dots 19$$

Ceci étant dans le système de coordonnées cartésiennes, mais en passant au système de coordonnées cylindrique (x, r, θ) . La vitesse de la section fluide sera fonction du rayon et du temps uniquement.

$$\boxed{v = u = f(r, t)} \dots\dots 20$$

Et le Laplacien de la vitesse en coordonnées cylindriques

- Fig IV 1 H₁ -- Fig IV 1 H₄ -

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \text{débit } Q = su \\
 s = \text{section de la conduite} = \text{constante} \\
 u = \text{vitesse d'écoulement} \\
 Q = Q_0 \pm \Delta Q
 \end{array} \right. \Rightarrow \underline{\underline{u = u_0 \pm \Delta u.}}$$

s'écrit donc :

$$\Delta u = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \dots\dots 21$$

(obtenu en faisant intervenir un changement de base à l'aide des coefficients de Lamé)

D'où on peut écrire d'une manière simplifiée l'équation de Navier-Stokes en coordonnées cylindriques

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right)$$

ou encore :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \dots\dots 22$$

C'est l'équation "22" que l'on se propose de résoudre à l'aide de deux autres hypothèses

H₃: on admet que la pression "P" dépend du temps "t" et de l'abscisse "x" seulement ; $P = f(x, t)$: c'est à dire que la pression est constante dans une section droite pour t donné

H₄: on a retenu une forme intéressante pour l'expression de la vitesse respectant le fait que l'écoulement du fluide est pulsé - Fig IV 1 H₄ -

$$u = u_0(r) + K \sin(\omega t + \varphi) \quad \dots\dots 23$$

Avec: K constante à déterminer expérimentalement
 ω pulsation
 φ déphasage } à lire où à imposer selon cas.

La forme de la vitesse selon "23" entraîne :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= K\omega \cos(\omega t + \varphi) \\ \text{et} \quad \frac{\partial u}{\partial r} &= \frac{\partial u_0}{\partial r} = \frac{du_0}{dr} \end{aligned} \right\} \dots\dots 24$$

En remplaçant dans "22" les valeurs correspondantes de $\frac{\partial u}{\partial t}$ et $\frac{\partial u}{\partial r}$ suivant "24" on obtient :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho K \omega \cos(\omega t + \varphi) + \frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du_0}{dr} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial p}{\partial x} - \rho K \omega \cos(\omega t + \varphi) = \frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du_0}{dr} \right)} \quad \dots\dots 25$$

Or p la pression ne dépend que de "x" et "t" ; et u_0 ne dépend que de r . L'égalité précédente n'est vérifiée qu'à la condition que chaque membre soit égal à une constante appelons la "A".

Donc :

$$\text{et } \begin{cases} \frac{\partial P}{\partial x} - \rho K \omega \cos(\omega t + \varphi) = -A & \dots\dots 26 \\ \frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du_0}{dr} \right) = -A & \dots\dots 27 \end{cases}$$

IV 2. vitesse de l'écoulement "u"

IV 2.1. expression de la vitesse "u"

Réolvons l'équation "27" : $\frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du_0}{dr} \right) = -A$
 en faisant une première intégration on obtient :

$$-\frac{r^2}{2\mu} A = r \frac{du_0}{dr} + C_1$$

avec $C_1 = 0$; car les deux membres de l'équation doivent s'annuler en même temps pour $r=0$; D'où :

$$-\frac{r}{2\mu} A = \frac{du_0}{dr}$$

une deuxième intégration donnera finalement :

$$u_0 = -\frac{r^2}{4\mu} A + C_2$$

L'expression de la vitesse "u" avant perturbation est :

$$u = u_0 = -\frac{r^2}{4\mu} A + C_2$$

Après perturbation.

$$u = u_0 + K \sin(\omega t + \varphi)$$

ou encore

$$u = -\frac{r^2}{4\mu} A + C_2 + K \sin(\omega t + \varphi)$$

La détermination de la constante "C₂" nous pose un

problème. Car si l'on calcule " c_2 " à partir de l'expression de la vitesse après perturbation on obtient ce qui suit:

La vitesse s'annule à la paroi ie $u=0$ pour $r=R$, ce qui implique :

$$c_2 = \frac{R^2}{4\mu} A - K \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\Rightarrow u = -\frac{r^2}{4\mu} A + \left(\frac{R^2}{4\mu} A - K \sin(\omega t + \varphi) \right) + K \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\Rightarrow \boxed{u = \frac{A}{4\mu} (R^2 - r^2)} \dots\dots 28$$

L'expression de la vitesse " u " ("28") est celle relative à l'écoulement de "Poiseuille". Ce qui élimine le fait que l'on ait introduit une perturbation $\Delta u = K \sin(\omega t + \varphi)$. Par conséquent si l'on veut maintenir l'expression de la vitesse résultante: $u = u_0 + K \sin(\omega t + \varphi)$. Nous devons poser la condition suivante :

La vitesse doit s'annuler à la paroi (quand celle-ci est immobile) avant l'introduction de la perturbation.

C'est à dire qu'on prendra pour instant initial, $t=0$, l'instant qui précède l'introduction de la perturbation dans l'écoulement.

$$\text{à } t=0 ; u = u_0 = 0 \text{ pour } r=R$$

$$\text{ie } u = u_0 = -\frac{R^2}{4\mu} A + c_2 = 0 \Rightarrow \boxed{c_2 = \frac{R^2}{4\mu} A} \dots\dots 29$$

D'où l'expression de la vitesse "u" après perturbation

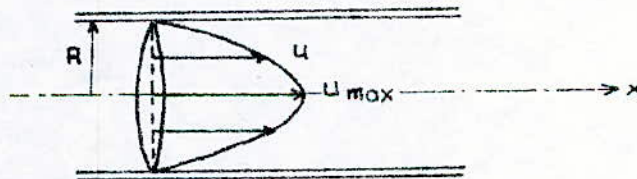
$$u = \frac{A}{4\mu} (R^2 - r^2) + K \sin(\omega t + \varphi)$$

$$u \text{ [m/s]} ; A \text{ [N/m}^3\text{]} ; r, R \text{ [m]} ; K \text{ [m/s]} \\ \mu \text{ [Ns/m}^2\text{]}$$

L'expression de la vitesse de l'écoulement pulsé sinusoïdal "u" est donc composée d'un terme principal correspondant à l'écoulement de Poiseuille augmenté algébriquement d'un terme sinusoïdal

IV 22. forme du profil de vitesse "u"

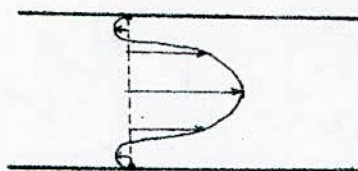
- Avant perturbation.



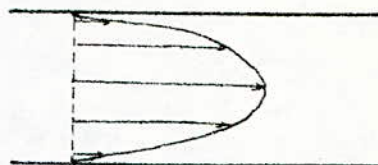
écoulement laminaire dans un tube rectiligne.

- Profil admis mathématiquement après perturbation
 $u=0$ à la paroi de la conduite.

exemple $K = \frac{1}{4}$ m/s.

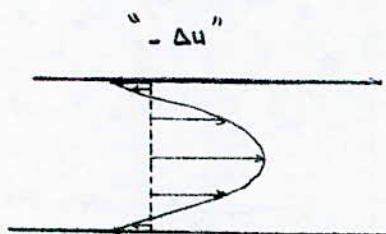


" $-\Delta u$ "

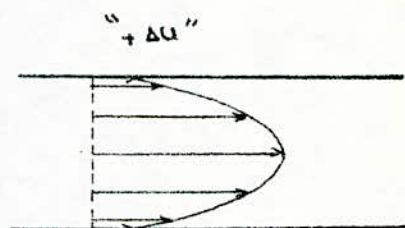


" $+\Delta u$ "

- Profil correspondant à nos hypothèses: à la paroi $u=0$ seulement avant perturbation



zone de retour



" $+\Delta u$ "

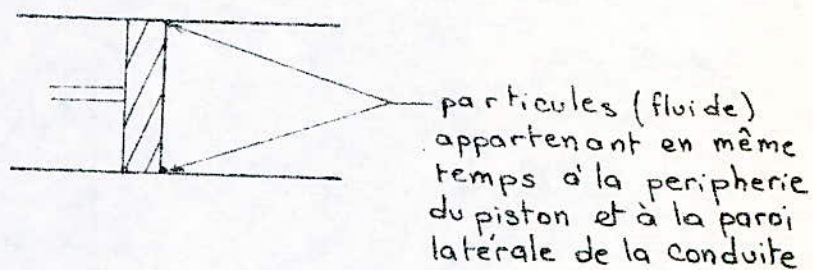
À ce niveau un problème se pose ; puisque la condition d'adhérence d'un fluide visqueux à toute paroi avec laquelle il est en contact veut qu'aux abords d'une paroi immobile, la valeur de la vitesse d'écoulement du fluide soit nulle ($u=0$ pour $r=R$); et qu'au contact d'une paroi mobile la vitesse des particules soit celle de la paroi

Dans notre cas en effet, le mouvement de la membrane est considéré, par souci de simplification mathématique,

comme équivalent à celui d'un piston.

Ceci constitue une première approximation acceptable, car dans un fluide incompressible, toute perturbation se transmet identiquement et instantanément en tout point du fluide.

Nous pouvons donc schématiser notre problème comme suit :



Ceci nous autorise à lever l'ambiguïté de la "présence d'une vitesse à la paroi", ($u \neq 0$ pour $r=R$), qui pourrait surprendre de prime abord.

En conclusion, nous pouvons dire que les particules qui se trouvent à la périphérie du piston, subissent la même perturbation en intensité et direction que celle se trouvant plus au centre.

IV 3. calcul du débit

Le débit de fluide est donné par l'intégrale suivante:

$$q_v = Q = \int_0^R 2\pi r dr u.$$

$$Q = \int_0^R 2\pi r \left(\frac{A}{4\mu} (R^2 - r^2) + K \sin(\omega t + \varphi) \right) dr$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = \frac{\pi A}{8\mu} R^4 + \pi R^2 K \sin(\omega t + \varphi)} \quad Q \text{ [m}^3/\text{s]}$$

IV 4. force de frottement

Soit τ la force de frottement par unité de surface entre deux couches fluides voisines, elle est donnée

par: $\boxed{\tau = -\mu \frac{\partial u}{\partial r}} \dots\dots 30$

Car dans le problème considéré et en coordonnées cylindriques seule la composante tangentielle subsiste et se réduit à la valeur $-\mu \frac{\partial u}{\partial r}$

$$\Rightarrow \tau = -\mu \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{A}{4\mu} (R^2 - r^2) + K \sin(\omega t + \varphi) \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\tau = \frac{Ar}{2}} \quad [\text{N/m}^2]$$

$\tau = \frac{Ar}{2}$ signifie que l'introduction de la perturbation sinusoïdale ne change pas l'expression du frottement et ceci à cause de l'hypothèse considérée " $u = u_0 + K \sin(\omega t + \varphi)$ "

Donc $\zeta = \frac{\Delta r}{2}$ peut être considéré comme vrai pour "r" différent de "R" (paroi). Seule la mesure peut nous donner d'une manière exacte la valeur du frottement à la paroi lors d'un écoulement pulsé (sinusoïdal)

IV 5. Pression "P"

A l'aide de l'équation "26" :

$$\frac{\partial P}{\partial x} - \rho K \omega \cos(\omega t + \varphi) = -A$$

on trouve après intégration l'expression suivante de "P" la pression:

$$P = -[A - \rho K \omega \cos(\omega t + \varphi)]x + F(t)$$

où $F(t)$, fonction dépendant uniquement du temps.

$F(t)$ peut être choisie à l'aide des conditions initiales:

à $t=0$; $x=0$ pas de perturbation, $P = \text{constante} = c$

(pour nous $c = 1,2 \text{ bars} = 120000 \text{ N/m}^2$) $[\text{N/m}^2]$

$$\Rightarrow \boxed{P = -[A - \rho K \omega \cos(\omega t + \varphi)]x + C} \quad [\text{N/m}^2]$$

Avec $A = \frac{\Delta P}{L} [\text{N/m}^3]$ = coefficient représentant la perte de charge linéaire. Il est propre à une conduite et vitesse d'écoulement donnée; peut être mesuré.

IV.6. programmes des variations de la pression $P = f(x, t)$
et de la vitesse $u = f(r, t)$

Pour établir un programme donnant les variations de la pression "P", de la vitesse "u", respectivement en fonction du temps "t" et de l'abscisse "x", en fonction du temps "t" et du rayon "r" de la conduite.

Il a fallu fixer la valeurs des paramètres composant les formules de la vitesse et de la pression

$$u = \frac{A}{4\mu} (R^2 - r^2) + K \sin(\omega t + \varphi)$$

$$P = -[A - \rho K \omega \cos(\omega t + \varphi)]x + C.$$

où

$$R = 0,01 \text{ m}$$

$$\mu = 0,035 \text{ NS/m}^2$$

$$K = 0,2 \text{ m/s} \quad \text{pour } T: \text{periode de pulsation} = 2,5 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2,5} \text{ rd/s}$$

$$\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$C = 120000 \text{ N/m}^2$$

$$A = 2611,5 \text{ N/m}^3 \quad [8]$$

- programme donnant les variations de la
pression : $P = f(x, t)$

```

10 A=2611.5
20 DT=2.5/8
30 K=.2
40 PI=3.14159265359#
50 OM=2*PI/2.5
60 FOR T=0 TO 2.5 STEP DT
70 PRINT TAB(10);"t=";T:PRINT:PRINT
80 PRINT TAB(10);"x";TAB(25);"P"
90 PRINT
100 FOR X=0 TO .5 STEP .02
110 P=-X*(A-1000*K*OM*COS(OM*T))+120000!
120 PRINT TAB(10);X;TAB(25);P
130 NEXT X
140 NEXT T
150 END

```

- programme donnant les variations de la
vitesse : $u = f(r, t)$

```

10 A=2611.5
20 MU=.035
30 GR=.01
40 DT=2.5/8
50 PI=3.14159265359#
60 K=.2
70 OM=2*PI/2.5
80 FOR T=0 TO 2.5 STEP DT
90 PRINT TAB(10);"t=";T:PRINT
100 PRINT TAB(10);"r";TAB(25);"u"
110 PRINT
120 FOR PR=0 TO .01 STEP .001
130 U=A/4/MU*(GR^2-PR^2)+K*SIN(OM*T)
140 PRINT TAB(10);PR;TAB(25);U
150 NEXT PR
170 NEXT T
180 END

```

t= 0

x

P

0	120000
.02	119957.8
.04	119915.6
.06	119873.5
.08	119831.3
9.999999E-02	119789.1
.12	119746.9
.14	119704.8
.16	119662.6
.18	119620.4
.2	119578.2
.22	119536.1
.24	119493.9
.26	119451.7
.28	119409.5
.3	119367.4
.32	119325.2
.34	119283
.36	119240.8
.38	119198.6
.4	119156.5
.4200001	119114.3
.4400001	119072.1
.4600001	119029.9
.4800001	118987.8
.5000001	118945.6

t= .3125

x	P
0	120000
.02	119954.9
.04	119909.8
.06	119864.6
.08	119819.5
9.999999E-02	119774.4
.12	119729.3
.14	119684.2
.16	119639
.18	119593.9
.2	119548.8
.22	119503.7
.24	119458.6
.26	119413.4
.28	119368.3
.3	119323.2
.32	119278.1
.34	119232.9
.36	119187.8
.38	119142.7
.4	119097.6
.4200001	119052.5
.4400001	119007.3
.4600001	118962.2
.4800001	118917.1
.5000001	118872

t= .625

x	P
0	120000
.02	119947.8
.04	119895.5
.06	119843.3
.08	119791.1
9.999999E-02	119738.9
.12	119686.6
.14	119634.4
.16	119582.2
.18	119529.9
.2	119477.7
.22	119425.5
.24	119373.2
.26	119321
.28	119268.8
.3	119216.6
.32	119164.3
.34	119112.1
.36	119059.9
.38	119007.6
.4	118955.4
.4200001	118903.2
.4400001	118850.9
.4600001	118798.7
.4800001	118746.5
.5000001	118694.3

t= .9375

x	P
0	120000
.02	119940.7
.04	119881.3
.06	119822
.08	119762.6
9.999999E-02	119703.3
.12	119644
.14	119584.6
.16	119525.3
.18	119466
.2	119406.6
.22	119347.3
.24	119287.9
.26	119228.6
.28	119169.3
.3	119109.9
.32	119050.6
.34	118991.2
.36	118931.9
.38	118872.6
.4	118813.2
.4200001	118753.9
.4400001	118694.6
.4600001	118635.2
.4800001	118575.9
.5000001	118516.5

t= 1.25

x	P
0	120000
.02	119937.7
.04	119875.4
.06	119813.2
.08	119750.9
9.999999E-02	119688.6
.12	119626.3
.14	119564
.16	119501.7
.18	119439.5
.2	119377.2
.22	119314.9
.24	119252.6
.26	119190.3
.28	119128
.3	119065.8
.32	119003.5
.34	118941.2
.36	118878.9
.38	118816.6
.4	118754.3
.4200001	118692.1
.4400001	118629.8
.4600001	118567.5
.4800001	118505.2
.5000001	118442.9

t= 1.5625

x	P
0	120000
.02	119940.7
.04	119881.3
.06	119822
.08	119762.6
9.999999E-02	119703.3
.12	119644
.14	119584.6
.16	119525.3
.18	119466
.2	119406.6
.22	119347.3
.24	119287.9
.26	119228.6
.28	119169.3
.3	119109.9
.32	119050.6
.34	118991.2
.36	118931.9
.38	118872.6
.4	118813.2
.4200001	118753.9
.4400001	118694.6
.4600001	118635.2
.4800001	118575.9
.5000001	118516.5

t= 1.875

x	P
0	120000
.02	119947.8
.04	119895.5
.06	119843.3
.08	119791.1
9.999999E-02	119738.9
.12	119686.6
.14	119634.4
.16	119582.2
.18	119529.9
.2	119477.7
.22	119425.5
.24	119373.2
.26	119321
.28	119268.8
.3	119216.6
.32	119164.3
.34	119112.1
.36	119059.9
.38	119007.6
.4	118955.4
.4200001	118903.2
.4400001	118850.9
.4600001	118798.7
.4800001	118746.5
.5000001	118694.3

t= 2.1875

x	P
0	120000
.02	119954.9
.04	119909.8
.06	119864.6
.08	119819.5
9.999999E-02	119774.4
.12	119729.3
.14	119684.2
.16	119639
.18	119593.9
.2	119548.8
.22	119503.7
.24	119458.6
.26	119413.4
.28	119368.3
.3	119323.2
.32	119278.1
.34	119232.9
.36	119187.8
.38	119142.7
.4	119097.6
.4200001	119052.5
.4400001	119007.3
.4600001	118962.2
.4800001	118917.1
.5000001	118872

t= 2.5

x	P
0	120000
.02	119957.8
.04	119915.6
.06	119873.5
.08	119831.3
9.999999E-02	119789.1
.12	119746.9
.14	119704.8
.16	119662.6
.18	119620.4
.2	119578.2
.22	119536.1
.24	119493.9
.26	119451.7
.28	119409.5
.3	119367.4
.32	119325.2
.34	119283
.36	119240.8
.38	119198.6
.4	119156.5
.4200001	119114.3
.4400001	119072.1
.4600001	119029.9
.4800001	118987.8
.5000001	118945.6

t= 0

r	u
0	1.865357
.001	1.846704
.002	1.790743
.003	1.697475
.004	1.5669
5.000001E-03	1.399018
6.000001E-03	1.193829
7.000001E-03	.951332
.008	.6715284
9.000001E-03	.3544177
.01	-2.714452E-07

t= .3125

r	u
0	2.006779
.001	1.988125
.002	1.932164
.003	1.838896
.004	1.708321
5.000001E-03	1.540439
6.000001E-03	1.33525
7.000001E-03	1.092753
.008	.8129498
9.000001E-03	.4958391
.01	.1414211

t= .625

r	u
0	2.065357
.001	2.046704
.002	1.990743
.003	1.897475
.004	1.7669
5.000001E-03	1.599018
6.000001E-03	1.393829
7.000001E-03	1.151332
.008	.8715284
9.000001E-03	.5544178
.01	.1999997

t= .9375

r	u
0	2.006779
.001	1.988125
.002	1.932164
.003	1.838896
.004	1.708321
5.000001E-03	1.540439
6.000001E-03	1.33525
7.000001E-03	1.092753
.008	.8129498
9.000001E-03	.4958391
.01	.1414211

t= 1.25

r	u
0	1.865357
.001	1.846704
.002	1.790743
.003	1.697475
.004	1.5669
5.000001E-03	1.399018
6.000001E-03	1.193829
7.000001E-03	.951332
.008	.6715284
9.000001E-03	.3544177
.01	-2.714452E-07

t= 1.5625

r	u
0	1.723936
.001	1.705282
.002	1.649322
.003	1.556054
.004	1.425479
5.000001E-03	1.257597
6.000001E-03	1.052407
7.000001E-03	.8099106
.008	.530107
9.000001E-03	.2129964
.01	-.1414216

t= 1.875

r	u
0	1.665357
.001	1.646704
.002	1.590743
.003	1.497475
.004	1.3669
5.000001E-03	1.199018
6.000001E-03	.9938285
7.000001E-03	.751332
.008	.4715284
9.000001E-03	.1544177
.01	-.2000003

t= 2.1875

r	u
0	1.723936
.001	1.705282
.002	1.649322
.003	1.556054
.004	1.425479
5.000001E-03	1.257597
6.000001E-03	1.052407
7.000001E-03	.8099106
.008	.5301071
9.000001E-03	.2129964
.01	-.1414216

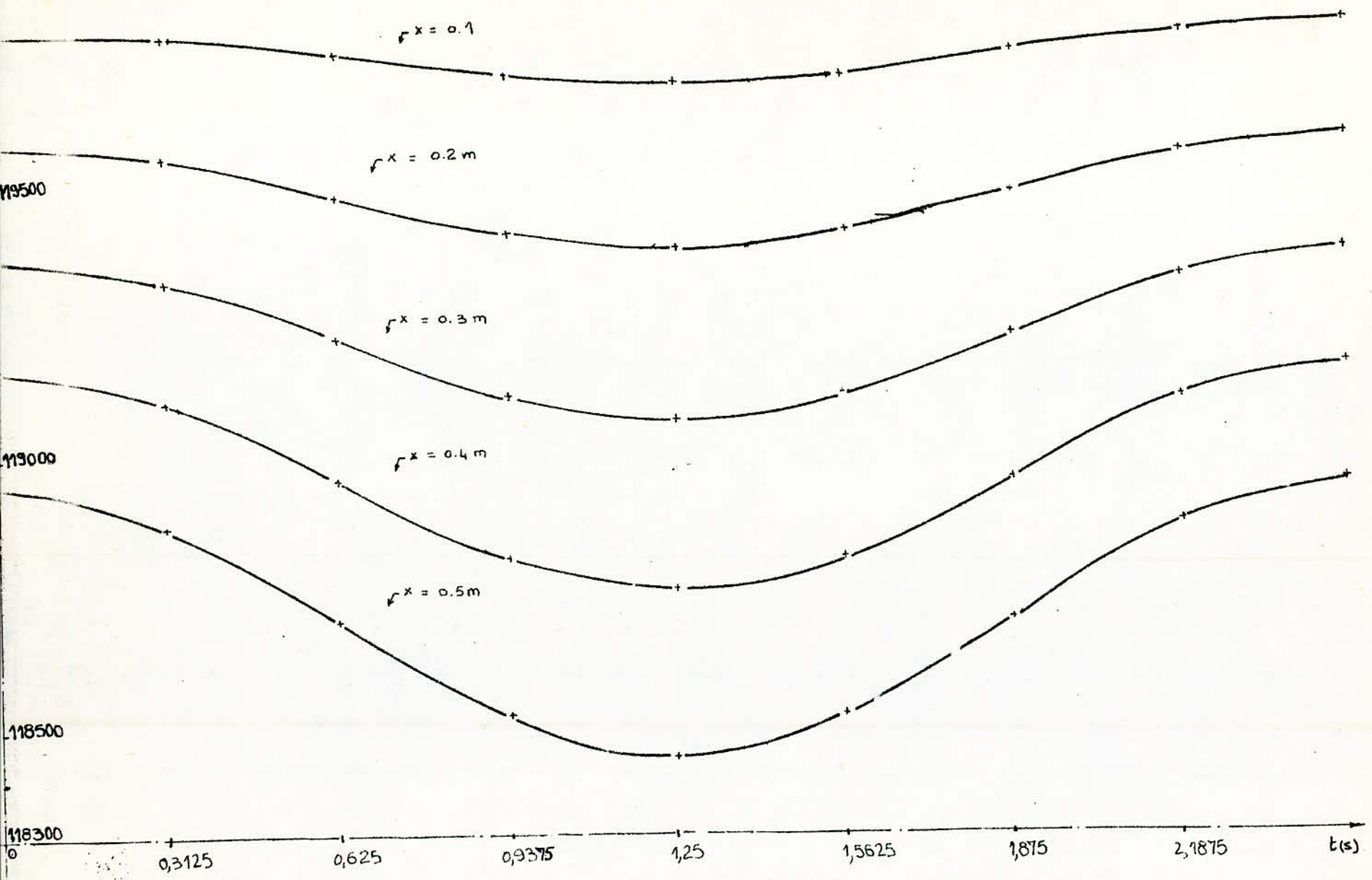
t= 2.5

r	u
0	1.865357
.001	1.846704
.002	1.790743
.003	1.697475
.004	1.5669
5.000001E-03	1.399018
6.000001E-03	1.193829
7.000001E-03	.951332
.008	.6715285
9.000001E-03	.3544178
.01	-2.364761E-07

Pression $P(x,t)$

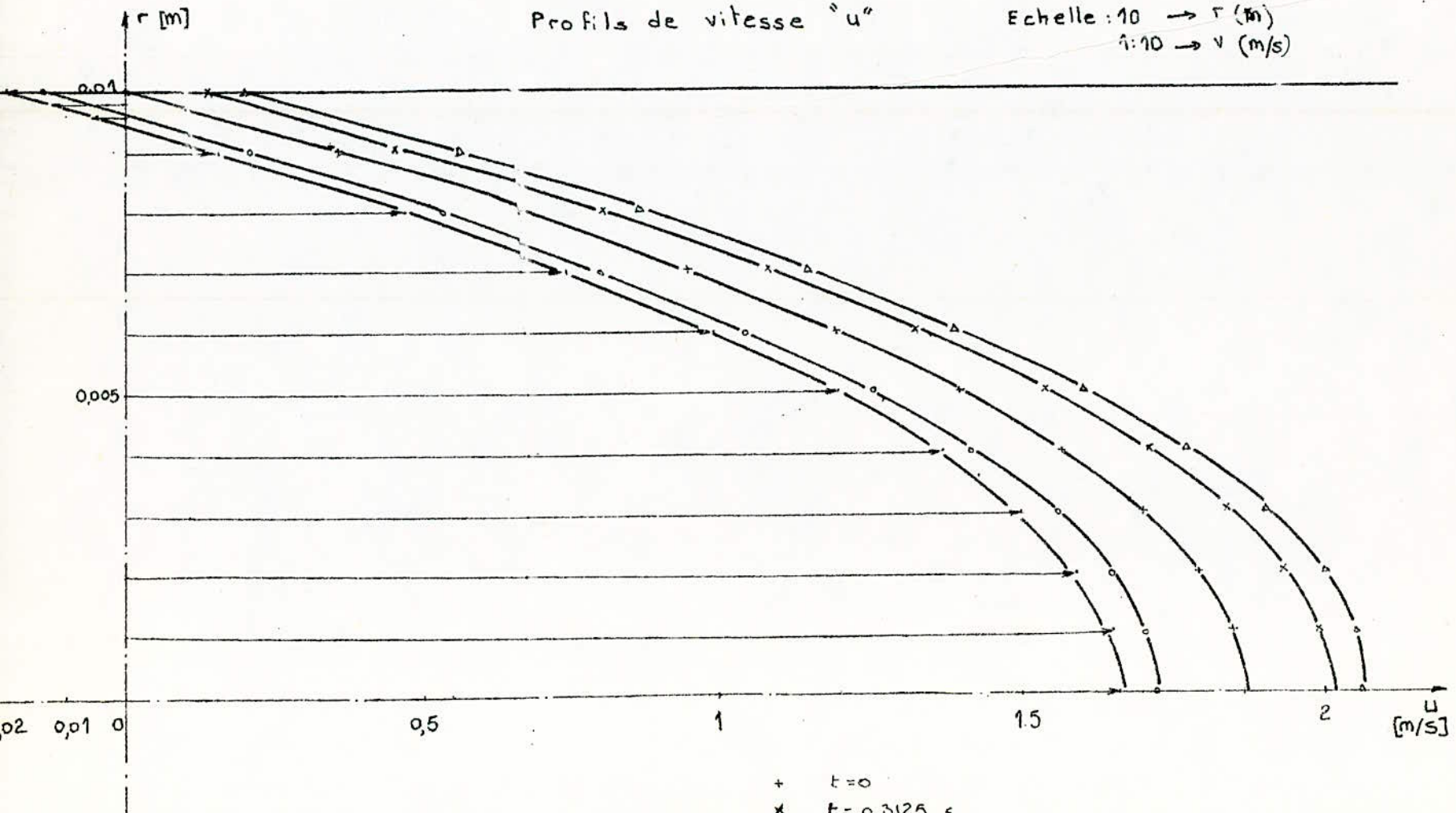
Echelle 1:100

$P [N/m^2]$



Profils de vitesse "u"

Echelle: 10 → r (m)
 1:10 → v (m/s)



- + t = 0
- x t = 0,3125 s
- Δ t = 0,625 s
- x t = 0,9375 s
- + t = 1,25 s
- o t = 1,5625 s
- . t = 1,875 s
- o t = 2,1875 s

CONCLUSION

Les résultats obtenus tant expérimentaux que théoriques, représentent une première approche du problème posé "Ecoulement Pulsé Sinusoïdal". Il serait intéressant de pouvoir réaliser un Ecoulement Pulsé Physiologique, en respectant les valeurs des paramètres qui régissent le mouvement (pression P , vitesse u , frottement τ); puis lui donner un modèle analytique qui sera en accord avec les résultats expérimentaux (P, u, τ)

Une fois cet écoulement réalisé on pourra, alors, étudier l'influence de la sténose artérielle sur l'écoulement du fluide, ainsi que ses implications sur les valeurs de la pression, de la vitesse et du frottement.

La sténose artérielle qui est le résultat de dépôts atheromateux, (dépôts solides de plaques d'atherum (graisse)) sur les parois des artères; représente une maladie très grave, du fait du dérèglement qu'elle engendre dans la fonction cardiaque; en réduisant la section de passage du sang imposant par là un effort accru au cœur.

C'est pour cela que les résultats qui pourront être obtenus en Laboratoire de Biomécanique, aideront à trouver des solutions pour enrayer ou contourner

cet obstacle, qui, du point de vue de la Mécanique des fluides, se ramène à l'étude d'un écoulement soumis à une perte de charge singulière.

}

ANNEXE

TECHNIQUES DE MESURE DES PARAMETRES QUI CARACTERISENT LES ECOULEMENTS DES FLUIDES

Dans le souci de voir ce travail approfondi ; nous présentons ci-après le principe de deux techniques de mesures, pouvant être utilisées pour une meilleure exploitation de notre banc d'essai

A1. l'anémométrie thermique.

Cette méthode suggère d'utiliser les lois du transfert de chaleur entre un fil fin chauffé électriquement et un écoulement pour déterminer la vitesse de celui-ci.

En 1914, "LV King" [9] définit le fil chaud en tant qu'instrument de mesure de la vitesse d'un écoulement.

Un fil chauffé est placé dans un écoulement ; à l'équilibre, la puissance P nécessaire pour chauffer le fil à la température T , supérieure à celle du fluide à étudier est égale à la quantité de chaleur Q dissipée dans l'écoulement.

La quantité de chaleur transférée du fil au fluide est alors fonction de la vitesse du fluide ; de l'écart de température entre le fil et le fluide ; des propriétés du fluide de ses dimensions ; de l'orientation du fil et des propriétés physiques du fluide.

Le refroidissement du fil peut se faire par conduction, rayonnement, convection forcée et convection libre. Si la température du fil n'excède pas 300 °C, ce qui est généralement le cas, les effets du rayonnement peuvent être négligés. Le refroidissement par conduction est minimisé par la conception des sondes, par exemple en utilisant des sondes à fil doré, et la convection libre n'est importante que dans le cas des vitesses faibles. La convection forcée, directement liée à la vitesse, reste le phénomène le plus important.

Le nombre sans dimension qui caractérise le transfert de chaleur, est le nombre de Nusselt (Nu) qui dépend de six autres nombres sans dimensions.

$$Nu = f(Re, Ma, Kn, T_f/T_a, Gr, Pr); \text{ où:}$$

Re : nombre de Reynolds ($Re = \frac{Ud}{\nu}$) qui caractérisent l'écoulement autour du fil ; avec u la composante de vitesse normale au fil ; d le diamètre du fil ;

∇ viscosité cinématique.

Ma : nombre de Mach, qui exprime les effets de compressibilité.

Kn : nombre de Knudsen, qui caractérise les effets de raréfaction de l'air et n'intervient qu'aux faibles pressions.

T_f/T_a : rapport des températures du fil et du fluide

$Pr = \frac{\nu}{h}$: nombre de Prandtl, qui définit la nature de l'écoulement, avec h diffusivité thermique du fluide

Gr : nombre de Grashof qui donne l'influence des forces de pesanteur sur l'écoulement et l'échange thermique, il n'intervient qu'aux faibles vitesses.

Nu est exprimé par : $Nu = \frac{\alpha' d}{K}$, avec α' = coefficient de transfert de chaleur et K = conductivité thermique du fluide.

Le traitement mathématique du transfert de chaleur est difficile et des lois ont été proposées par différents auteurs. La plus souvent citée est celle de "Kramers":

$$Nu = 0,42 Pr^{0,2} + 0,57 Pr^{0,33} Re^{0,50} \quad [9]$$

qui s'applique dans un domaine du nombre de Reynolds ($0,01 < Re < 10000$)

La quantité de chaleur cédée par le fil au fluide par unité de temps peut s'écrire :

$$Q = \alpha' \pi d l (T_f - T_a)$$

ou encore en faisant intervenir Nu :

$$Q = \pi K l Nu (T_f - T_a)$$

Lorsque l'équilibre thermique est atteint, la perte de chaleur par unité de temps est égale à la chaleur produite par unité de temps par le courant électrique

$$Q = RI^2$$

En considérant la variation de résistance du fil en fonction de la température suit la loi

$$R = R_0 (1 + \alpha (T_f - T_0))$$

où R_0 est la résistance du fil à la température de référence, en général celle du fluide, et α le coefficient de résistance de température du fil, on peut écrire :

$$RI^2 = \pi K l \frac{R - R_0}{\alpha R_0} Nu$$

ou encore :

$$\frac{RI^2}{R - R_0} = \frac{\pi K l Nu}{\alpha R_0}$$

En prenant la formule de "Kramer", on aboutit à la loi générale de King :

$$\frac{RI^2}{R - R_0} = A + BU^{0,5} \dots \dots *$$

où $A = 0,42 \frac{\pi K l}{\alpha R_0} P_r^{0,2}$ et $B = 0,57 \frac{\pi K l}{\alpha R_0} P_r^{0,33} \left(\frac{d}{\nu}\right)^{0,5}$

Dans la pratique les coefficients A et B ne sont pas calculés mais déterminés expérimentalement.

Les anémomètres conçus suivant deux principes différents: le fil est, dans tous les cas, l'une des branches d'un pont de Wheatstone et peut être alimenté à courant continu, ou maintenue à température constante par un système d'asservissement électronique: anémomètre à température constante. La tension V de déséquilibre du pont est alors une mesure de la vitesse.

"x" s'écrit: $\frac{V^2}{R(R-R_0)} = A + BU^{0,5}$ soit finalement

$$V^2 = A' + B'U^{0,5}$$

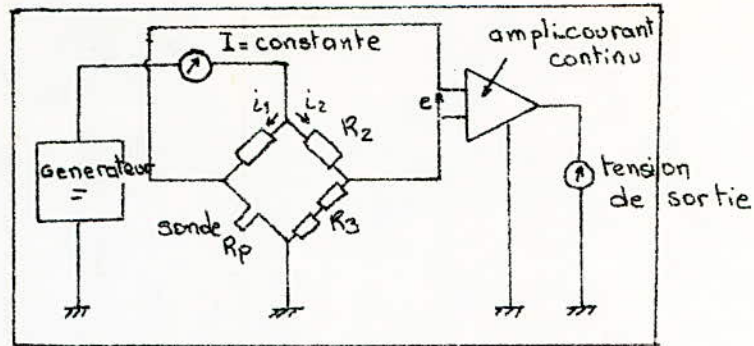
La valeur de l'exposant de U n'est pas en réalité exactement 0,5 et peut varier suivant le fluide et la plage de vitesse.

La forme générale de l'équation utilisée en anémométrie est:

$$V^2 = A + BU^n$$

En règle générale, il faut étalonner les fils chauds.

Anémomètre CCA



A2. la polarographie et son application dans le calcul du frottement pariétal.

La mesure du transfert de matière comme celle du transfert de chaleur en anémométrie à fil chaud, constitue un moyen d'étude du mouvement des fluides.

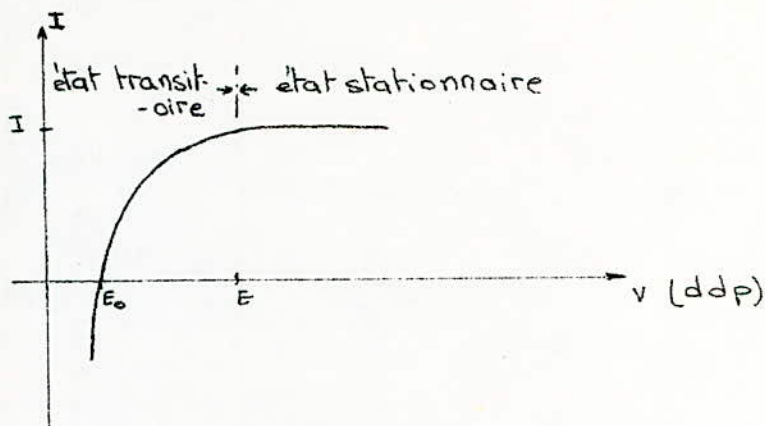
Cette technique qui permet des mesures locales et continues du champ des vitesses est appelée polarographie.

La méthode consiste en la mesure du courant limite dans une cellule d'électrolyse formée par deux électrodes d'un métal inattaquable, plongeant dans une solution aqueuse d'un mélange oxydo-réducteur.

Une différence de potentiel (ddp) est imposé entre les deux électrodes par l'intermédiaire d'une batterie. Un potentiomètre intercalé dans le circuit permet de contrôler le potentiel appliqué. L'intensité du courant est mesurée à l'aide

d'un microampèremètre monté en série.

A une valeur de cette intensité limite correspond un champ de vitesse donné



Le courant limite mesuré représente le flux de matière sur l'aire A de l'électrode.

or par définition $\phi = \frac{I}{nF}$ avec $\left\{ \begin{array}{l} n : \text{le nombre d'électron } e^- \\ \text{participant à la réaction} \\ F : \text{nombre de Faraday } (F = 9600 \text{ C}) \end{array} \right.$

le flux par unité de surface: $J = \frac{I}{nFA}$ avec $A = \frac{\pi d^2}{4}$ (d : ϕ l'électrode)

on définit: $K = \frac{I}{nFAC_0}$ flux de matière rapporté à un état de concentration unité, c_0 étant le gradient de concentration [mole/m^3]

En partant de l'équation du bilan de matière :

$$\frac{\partial c}{\partial t} + v \vec{\text{grad}} c = D \Delta c$$

où D : coefficient de diffusion, connaissant ρ, T, μ au sein de la solution, on détermine la valeur de D par

la formule empirique d'Eisenberg: $\frac{D\mu}{T} = 2,5 \cdot 10^{-10}$

On obtient la valeur du frottement ζ :

$$\zeta = \frac{\mu}{D^2} \frac{L}{(0,807 nFA)^3} \left(\frac{I}{C_0}\right)^3 \quad (L=0,82 d)$$

A, C_0 et I intervenant à la puissance 3, il faut donc les obtenir avec une grande précision de mesure.

Pour cela il faut que la surface d'échange soit bien lisse et ait une adhérence par fin d'éviter une réaction dans l'espace séparant la micro-cathode du plan considéré.

Bibliographie

- Exploration hemodynamique cardio-vasculaire [1]
par: G. Dorobinski et M. Eugène
- Cardiologie (physiopathologie clinique) [2]
par: P. Maurice, F. Fernandez et P. Ourbak
- Physiologie cardiovasculaire [3]
- Cours de "MHP" 1985 [4]
par: M^R Bouaziz
- Mécanique expérimentale des fluides [5]
par: R. Lomole
- Mécanique des fluides appliquée [6]
par: R. Ouziaux et J. Perrier
- Mécanique des fluides [7]
par: C. Fediaevski, I. Voïtkovski et Y. Faddeev
- Thèse 3^{ème} cycle 1980: Etude du phénomène de transfert
dans un écoulement en film mince, [8]
par: A. Mehamdia (Polytechnique de Lorraine)
- Document DISA [9]
- Encyclopedie Industrielle Quillet [10]

