

1ex  
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

**DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE**

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

**SUJET**

Etude Thermodynamique d'un Moteur Diesel  
à 4 Temps, de Cylindrée 3000 cm<sup>3</sup>,  
suralimenté par turbine à gaz d'échappement  
2<sup>e</sup> Partie : Etude de la Turbo-Souflante

Proposé et dirigé par :  
Dr TODICESCU  
Professeur à l'E. N. P.

Etudié par :  
HEERAH MASHRAF ALLY

**PROMOTION : JUIN 1985**



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

**SUJET**

Etude Thermodynamique d'un Moteur Diesel  
à 4 Temps, de Cylindrée 3000 cm<sup>3</sup>,  
suralimenté par turbine à gaz d'échappement  
2<sup>e</sup> Partie : Etude de la Turbo-Souflante

Proposé et dirigé par :  
Dr TODICESCU  
Professeur à l'E.N.P.

Etudié par :  
HEERAH MASHRAF ALLY

PROMOTION : JUIN 1985

—...• Remerciements •...—

J'exprime ma profonde gratitude au gouvernement algérien pour l'occasion qui m'a été offerte de poursuivre mes études d'ingénieur.

Que mon promoteur, Monsieur le Professeur TODICESCU trouve ici mes vifs remerciements pour la bienveillance avec laquelle il m'a prodigué ses précieux conseils et pour la vaste expérience dont il m'a fait profiter. Je remercie également tous les professeurs, ainsi que tous ceux qui ont contribué à ma formation.

Mes remerciements vont tout particulièrement à Monsieur Joseph RIVAT pour l'aide très précieuse dont il a fait preuve tout au long de mes études.

—...• Dédicaces •...—

Ce modeste travail est dédié à

- mon très cher père ,
- ma très chère mère ,
- mes frères et soeur ,
- mon grand père ,
- tous ceux que j'aime .

Mashraf

Département: MECANIQUE

Promoteur: M. TODICESCU

Élève Ingénieur: HEERAH MASHRAF

دائرة: الميكانيك  
موجه: السيد طوديسيسكو  
تلميذ مهندس: هيراج مشرف

الموضوع: دراسة ديناميكا حرارية لمحرك "ديزل" ذي 4 اشواط، سعته 3000 سم<sup>3</sup>، تغذى بإقراط بواسطة عنفة فعذاة بواسطة الغاز المنفوث. الجزء الثاني: دراسة المنفخة العنفية.

الملخص: هذه الدراسة تحتوي على التحليل الديناميكا الحراري، وتحديد قياسات المنفخة العنفية والتي تستخدم في محرك جر خفيف (سيارة). إن المنفخة العنفية مكونة من منفخة فسيرة بواسطة عنفة غازية تغذى بالغاز المنفوث. إن وسائل تشغيل المنفخة العنفية مقدوة في طرف محرك "الديزل".

Titre: Etude thermodynamique d'un moteur Diesel à 4 temps suralimenté par turbine à gaz d'échappement (cylindrée 3000 cm<sup>3</sup>).

2<sup>e</sup> partie: Etude de la turbo-soufflante.

Résumé: L'étude contient l'analyse thermodynamique et le dimensionnement d'un groupe de suralimentation - d'un moteur Diesel destiné à la traction légère (automobile) - formé par une soufflante entraînée par une turbine à gaz d'échappement. Les paramètres de travail de la turbo soufflante sont imposés par ceux du moteur Diesel asservi par le système.

Title: Thermodynamic study of a four stroke, 3 Litre Diesel engine supercharged by exhaust-gas driven turbo compressor.

Part Two: Study of the turbocharger.

Summary: The study deals with the thermodynamic analysis and calculation of a supercharging system - for a Diesel engine to be used as a power unit in an automobile - which consists of a compressor driven by an exhaust gas turbine. The working parameters of the turbo-compressor supercharging the Diesel engine are being imposed by the latter.

# TABLE DES MATIERES

	Page
Introduction .....	1
<b>CHAPITRE I</b>	
La suralimentation des moteurs .....	2
I.1. Généralités .....	2
I.2. Procédés de suralimentation des moteurs Diesel .....	3
<b>PREMIERE PARTIE : LE COMPRESSEUR</b>	
<b>CHAPITRE II</b>	
Etude générale du compresseur .....	6
II.1. Volume d'air aspiré par cylindrée .....	6
II.2. Quantité d'air théoriquement nécessaire pour un processus .....	6
II.3. Consommation réelle d'air .....	6
II.4. Paramètres thermodynamiques en amont du compresseur .....	6
II.5. Paramètres thermodynamiques en aval du compresseur .....	9
<b>CHAPITRE III</b>	
Calcul du compresseur .....	13
III.1. Etude thermodynamique du compresseur .....	13
III.2. Calcul des dimensions de la roue .....	16
III.3. Calcul du diffuseur .....	21
III.4. Calcul de la volute .....	24
III.5. Calcul du cône divergent .....	25
III.6. Calcul rapide des pressions statiques sans tenir compte des pertes de charge .....	27
III.7. Degré de réaction du compresseur .....	29
III.8. Calcul des pertes d'énergie dans le compresseur .....	29

III.9. Poussée axiale du compresseur .....	Page 39
III.10. Matériau constitutif du compresseur .....	40

## DEUXIEME PARTIE: LA TURBINE A GAZ

### CHAPITRE IV

Calcul préliminaire de la turbine.....	41
IV.1. Taux de détente de la turbine.....	41
IV.2. Chute théorique d'enthalpie.....	42
IV.3 Débit des gaz d'échappement .....	42
IV.4. Adaptation compresseur - turbine .....	43
IV.5. Nombre de tours spécifique de la turbine.....	44

### CHAPITRE V

Calcul de la turbine à gaz .....	46
V.1. Calcul thermodynamique de la turbine .....	46
V.2. Evaluation des pertes dans la turbine .....	51
V.3. Dimensionnement de la turbine.....	54
V.4. Calcul aérodynamique des aubes mobiles .....	73

### CHAPITRE VI

Calcul de l'arbre .....	76
VI.1. Disposition de l'arbre .....	76
VI.2. Moment de flexion maximal .....	76
VI.3. Moment de torsion.....	76
VI.4. Moment idéal.....	76
VI.5. Vérification du diamètre de l'arbre .....	77
VI.6. Calcul de la vitesse critique .....	77
Tableau récapitulatif.....	79
Conclusion .....	80

---

## TABLE DES FIGURES

Fig.	Description	Page
1	Principe de la suralimentation par turbo compresseur	5
2	Admission d'air	6
3	Soupape d'admission	10
4	Roue à ailes radiales	17
5	Courbe de $H_{ad} = f\left[\dot{Q}\left(\frac{n}{10^3}\right)^2\right]$	17
6	Triangles de vitesse de la roue du compresseur	19
7	Dimensions de l'aube du compresseur	20
8	Diffuseur à ailettes	21
9	Traçé de la volute	26
10	Représentation des pertes d'énergie dans le compresseur	29
11	Calcul des pertes de charge dans les canaux de la roue	31
12	Pertes par fuites internes et externes	36
13	Poussée axiale de la roue	39
14	Détente dans la turbine	42
15	Principe de réglage du débit des gaz brûlés à travers la turbine	45
16	Turbine monocellulaire à action	46
17	Courbe de $\eta_u = f(u/v_1)$	48
18	Courbe de $\psi = f(\delta)$	48
19	Triangles de vitesse des aubes symétriques de la turbine	50
20	Aubes distributrices	54
21	Aube mobile à action de la turbine	57
22	Traçé des aubes mobiles	60
23	Répartition de la charge sur l'aubage	62
24	Modes de vibrations des aubes isolées	65



25	Sillages des aubes distributrices.....	66
26	Le disque.....	67
27	Calcul de la jante.....	68
28	Dimensions du disque et de la jante.....	68
29	Calcul du voile du disque.....	69
30	Ailes redresseuses.....	71
31	Forces aérodynamiques agissant sur l'aube mobile.....	73
32	Disposition de l'arbre.....	76

## NOTATIONS PRINCIPALES UTILISEES.

Symboles	Unités	Appellations
$\dot{m}$	Kg/s	débit massique.
$\dot{Q}$	m <sup>3</sup> /s	débit volumique.
$P$	N/m <sup>2</sup>	pression statique pour le compresseur et totale pour turbine.
$P_t$	N/m <sup>2</sup>	pression totale pour compresseur.
$\rho$	Kg/m <sup>3</sup>	masse volumique.
$T$	°K	température statique pour compresseur et totale pour turbine.
$T_t$	°K	température totale pour compresseur.
$\bar{w}$	Kg/m <sup>2</sup> s <sup>2</sup>	poids volumique.
$S$	m <sup>2</sup>	sections ou surfaces.
$U, V(C), W$	m/s	respectivement vitesses d'entraînement, absolue et relative.
$\alpha, \beta$	(°)	angles de $V$ et $W$ avec $U$ .
$W_{th}$	J/Kg	énergie communiquée au fluide par la roue (compresseur) et à la roue par le fluide (turbine).
$H_{th}, H$	m de fluide	hauteur théorique et hauteur réelle.
$h$	m de fluide	perte de charge.
$r$	J/Kg.°K	constante d'un gaz parfait par unité de masse.
$\omega$	rad/s	vitesse angulaire.
$C_p$	J/Kg.°K	chaleur spécifique à pression constante de l'unité de masse d'un gaz.
$\gamma$	-	rapport des chaleurs spécifiques d'un gaz parfait.
$r, D, L, e, b$	m	rayons, diamètres, longueurs, épaisseurs, et largeurs.
$Z$	-	Nombre d'aubes.
$Re$	-	Nombre de Reynolds.
$n_s$	tr/mn	Nombre de tours spécifique.
$\lambda$	-	Coefficient de perte de charge linéaire.
$\xi$	-	Coefficient de perte de charge singulière.
$(\eta \cdot g)$	N.s/m <sup>2</sup>	Viscosité dynamique.
$P$	Watts.	Puissance.
$\eta$	-	Rendement.
$k$	-	Coefficient de transformation polytropique.
$N$	tr/mn.	Vitesse de rotation (nominale) de l'arbre moteur.
$n$	tr/mn.	Vitesse de rotation de la turbosoufflante.
$I$	m <sup>4</sup>	Moment d'inertie.

## - INTRODUCTION -

Le but de ce projet consiste en l'étude d'une turbosoufflante de suralimentation pour un moteur Diesel, de cylindrée  $3000 \text{ cm}^3$ . Le groupe compresseur - turbine est calculé en partant d'un certain nombre de paramètres imposés par l'utilisation spéciale de celui-ci : la pression de suralimentation, le débit du compresseur, la quantité de gaz brûlés passant par la turbine, les données thermiques à l'entrée et à la sortie de la turbine, nécessaires pour faciliter le passage des gaz par les conduites d'échappement.

La principale contrainte de l'étude est la détermination des dimensions et performances thermodynamiques du groupe de manière à ce que le compresseur, entraîné par une turbine à gaz d'échappement de puissance suffisante, puisse fournir, au moteur Diesel et sans nuire à son bon fonctionnement, les paramètres de suralimentation. Il faut, donc, choisir des solutions constructives et des conditions de travail tel que le rendement qui leur corresponde, aussi bien que les dimensions obtenues, se trouvent dans les plages de valeurs optimales indiquées pour des constructions similaires.

# CHAPITRE I : LA SURALIMENTATION DES MOTEURS.

## I.1. Généralités.

La suralimentation d'un moteur volumétrique à combustion interne consiste à admettre le mélange carburé pour un moteur à essence ou l'air pour un moteur Diesel dans les cylindres à une pression supérieure à la pression atmosphérique.

Le procédé de suralimentation a été développé originellement pour compenser la réduction de pression en altitude pour des moteurs à piston d'aviation, s'est ensuite répandu aux moteurs Diesel équipant les camions dont les puissances sont généralement supérieures à 100 kW. Plus récemment, des moteurs à essence et Diesel automobiles ont été suralimentés. A noter que les premiers travaux de suralimentation des moteurs Diesel remontent à 1905 et on les doit au suisse Alfred Büxchi.

En règle générale, la suralimentation des moteurs a pour but essentiel d'augmenter le taux de remplissage et d'accroître en conséquence la puissance. Les autres avantages de la suralimentation sont :

- augmentation du rendement effectif, donc de la consommation spécifique du moteur.
- diminution de l'encombrement et le poids (par kW produit).
- diminution du prix de revient (par kW produit).

De plus la suralimentation permet d'augmenter la puissance d'une installation existante tout en conservant le même moteur.

## I. 2. Procédés de suralimentation des moteurs Diesel.

On distingue en pratique trois grandes familles de procédés de suralimentation :

- par compresseur entraîné mécaniquement,
- par effets d'ondes,
- par turbocompresseur.

Le compresseur entraîné mécaniquement, quoique qu'il permet une augmentation de puissance appréciable, n'est pratiquement plus utilisé car l'énergie nécessaire à l'entraînement est prélevé directement à l'arbre du moteur.

Le procédé utilisant les effets d'ondes (procédé COMPREX) se base sur le principe que les ondes de compression et de détente peuvent être utilisées pour la transmission directe d'énergie d'un gaz comprimé à un autre gaz destiné à être comprimé. Ce procédé n'est toutefois pas encore utilisé sur les véhicules automobiles commercialisés.

Les turbo compresseurs ou turbosoufflantes, utilisés depuis fort longtemps sur les moteurs de forte puissance, sont montés fréquemment depuis la seconde guerre mondiale sur les moteurs de faible cylindrée. Cette turbosuralimentation est réalisée sans aucun prélèvement de puissance du moteur. La turbosoufflante présente, en outre, l'intérêt d'être moins encombrant et par suite son poids faible.

Le groupe de suralimentation (Fig. 1) est assimilable à une turbine à gaz ne fournissant que de l'énergie nécessaire pour entraîner sa soufflante, et compenser les pertes mécaniques. Il est constitué d'un compresseur centrifuge et

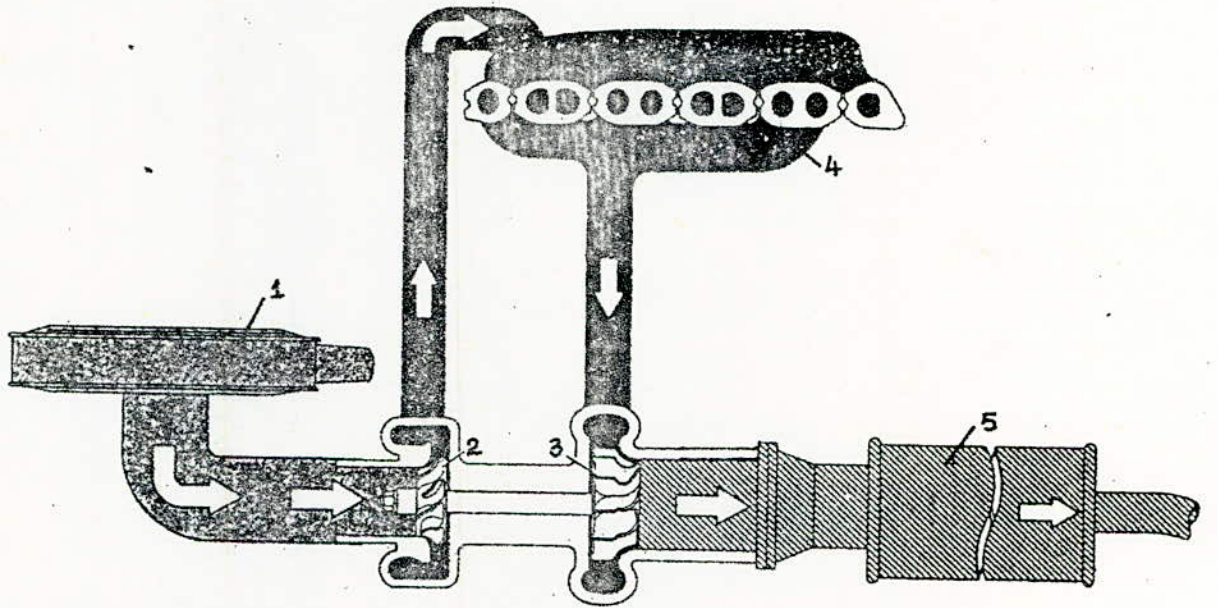
d'une turbine montés sur un même arbre. La turbine, située en aval du moteur, est entraînée par les gaz d'échappement qui entrent à la périphérie et sortent dans l'axe; le compresseur ou la soufflante aspire l'air au centre puis le refoule dans une canalisation reliée au collecteur d'admission du moteur Diesel.

Il faut distinguer deux types de turbosuralimentation:

- le système à pression constante,
- le système à impulsion.

Dans le premier cas, les pipes d'échappement débouchent dans un collecteur d'échappement commun alimentant la turbine. Le flux de gaz est permanent. Il est généralement utilisé dans le cas de gros moteurs.

Dans le second cas, les pipes d'échappement de certains cylindres sont associées dans un ordre précis. Ceci permet de récupérer dans la turbine l'énergie cinétique des gaz chauds et d'améliorer le balayage des cylindres. C'est le système le plus utilisé pour les moteurs d'automobiles.



Entrée du compresseur (air frais)    
 Gaz d'échappement (entrée turbine)

Sortie du comp. (air comprimé)    
 Evacuation des gaz

- 1 - Filtre d'air
- 2 - Compresseur (soufflante)
- 3 - Turbine à gaz
- 4 - Moteur Diesel
- 5 - Pot d'échappement

Fig 1: Principe de la suralimentation par turbo-compresseur

## PREMIERE PARTIE : LE COMPRESSEUR

### CHAPITRE II : ETUDE GENERALE DU COMPRESSEUR.

#### II.1. Volume d'air aspiré par cylindrée, $V$ :

$$V = V_h \cdot \eta_{v_s} \quad [\text{m}^3]$$

•  $V_h$  = cylindrée unitaire

•  $\eta_{v_s}$  = rendement volumétrique par rapport à l'atmosphère.

$$V = 600 \cdot 10^{-6} \cdot 1,185 = 0,711 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

#### II.2. Quantité d'air nécessaire théoriquement pour un processus, $\dot{m}$ :

$$\dot{m} = (V \cdot \rho_0 \cdot i \cdot N) / 2 \cdot 60 \quad [\text{kg/s}]$$

$\rho_0$  : masse volumique de l'air ;  $\rho_0 = P_0 / r T_0 = 1,013 \cdot 10^5 / 287 \cdot 288 = 1,225 \text{ kg/m}^3$

$i$  : nombre de cylindres ;  $i = 5$

$N$  : vitesse de rotation nominale du moteur ;  $N = 4400 \text{ tr/mn}$ .

$$\dot{m} = \frac{0,711 \cdot 10^{-3} \cdot 1,225 \cdot 5 \cdot 4400}{2 \cdot 60} = 0,16 \text{ kg/s}$$

#### II.3 Consommation réelle d'air, $\dot{m}'$ :

En admettant un coefficient de sécurité égale à 1,1 pour compenser les pertes éventuelles,

$$\dot{m}' = 1,1 \cdot \dot{m} = 1,1 \cdot 0,16 = 0,176 \text{ kg/s}$$

#### II.4. Paramètres en amont du compresseur.

##### II.4.1. Température statique, $T_0'$ :

$$T_0' = T_0 + \Delta T_a \quad [^\circ\text{K}]$$

$\Delta T_a$  : augmentation de température de l'air due à l'échauffement du moteur ;  $\Delta T_a = (20 \div 30^\circ\text{K})$ , soit  $\Delta T_a = 25^\circ\text{K}$ .

$$T_0' = 288 + 25 = 313^\circ\text{K}$$

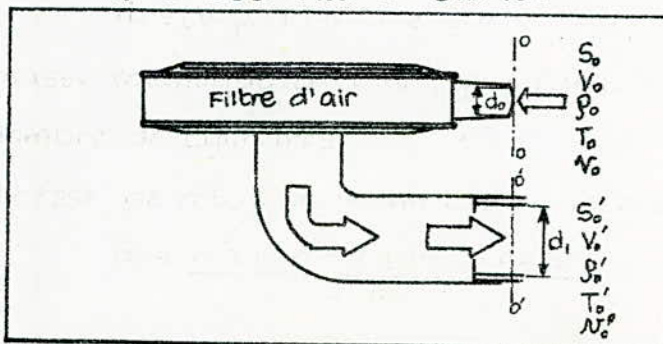


Fig 2: Admission d'air.



II.4.2. Masse volumique,  $\rho'_0$  :

Loi des gaz parfaits :

$$\rho'_0 = \rho_0 \cdot \frac{P'_0}{P_0} \cdot \frac{T_0}{T'_0} \approx \rho_0 \cdot \frac{H'_0}{H_0} \cdot \frac{T_0}{T'_0} \quad [\text{kg/m}^3]$$

où

$$H_0 = \frac{P_0}{\rho_0 \cdot g} = \frac{1,013 \cdot 10^5}{1,225 \cdot 9,81} = 8429,55 \text{ m d'air.}$$

et,

$$H'_0 = H_0 - \Delta H_p \quad [\text{m d'air}]$$

$\Delta H_p$  : pertes de charge totales dans les conduites en amont du compresseur;  $\Delta H_p = \Delta H_f + \Delta H_c \quad [\text{m d'air}]$ .

$\Delta H_f$  = perte de charge due au filtre d'air

$\Delta H_c$  = perte de charge dans la conduite.

II.4.2.1. Perte de charge dans le filtre,  $\Delta H_f$ .

On se propose d'utiliser un filtre d'air à cartouche sèche avec une perte de pression,  $\Delta P_f = 250 \text{ mmCE}$

$$\Delta H_{fe} = \frac{\Delta P_f}{\rho_e \cdot g} = \frac{250 \cdot 9,81}{10^3 \cdot 9,81} = 0,25 \text{ m d'H}_2\text{O.}$$

En mètre d'air,

$$\Delta H_f = \frac{\rho_e \cdot \Delta H_{fe}}{\rho_0} = \frac{10^3 \cdot 0,25}{1,225} = 204,1 \text{ m d'air.}$$

II.4.2.2 Perte de charge dans la conduite.

$$\Delta H_c = \left( \lambda \cdot \frac{L}{d_1} + \sum \zeta_j \right) \frac{V'_0{}^2}{2g} \quad [\text{m d'air}]$$

$\lambda$  : coefficient de perte de charge linéaire *un d'air*

$\zeta_j$  : coefficient de perte de charge singulière.

$L$  : longueur de la conduite

$V'_0$  : vitesse de l'air dans la conduite.

Les longueurs et diamètres sont approximés par comparaison

aux moteurs similaires existantes. Ainsi,

$$L = 300 \text{ mm} ; d_1 = 78 \text{ mm} ; d_0 = 34 \text{ mm}.$$

En appliquant la loi de continuité,

$$S_0 V_0 = S'_0 V'_0 \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

$$V'_0 = \frac{S_0 V_0}{S'_0} = \frac{d_0^2}{d_1^2} \cdot V_0 \quad [\text{m/s}]$$

$$V_0 = \frac{\dot{m}'}{\rho_0 S_0} = \frac{4 \dot{m}'}{\rho_0 \pi d_0^2} = \frac{4 \cdot 0,176}{1,225 \cdot \pi \cdot (0,034)^2} = 157,88 \text{ m/s}$$

$$\text{d'où, } V'_0 = \frac{(0,034)^2}{(0,078)^2} \cdot 157,88 = 30,07 \text{ m/s}.$$

• Détermination de  $\lambda$  :

La valeur de  $\lambda$  est obtenue à partir du formule de Blasius,

$$\lambda = \frac{0,3164}{(\text{Re})^{1/4}}$$

$$\text{Le nombre de Reynolds, } \text{Re} = \frac{V'_0 \cdot d_1}{\nu} \cong \frac{V'_0 \cdot d_1 \cdot \rho_0}{\eta \cdot g}$$

La formule de Sutherland permet de calculer  $\eta$ ,

$$\eta = \eta_{20^\circ} \cdot \sqrt{\frac{T'_0}{293}} \cdot \frac{1 + c/293}{1 + c/T'_0} \quad [\text{kgf sec/m}^2].$$

$$\text{où } c = 112,9$$

$$\eta_{20^\circ} = 1,86 \cdot 10^{-6} \text{ kgf sec/m}^2.$$

$$\text{donc, } \eta = 1,86 \cdot 10^{-6} \sqrt{\frac{313}{293}} \cdot \frac{1 + 112,9/293}{1 + 112,9/313} = 1,9572 \cdot 10^{-6} \text{ kgf.s/m}^2$$

Finalement,

$$\text{Re} \cong \frac{30,07 \cdot 0,078 \cdot 1,225}{1,9572 \cdot 10^{-6}} = 149644$$

et,

$$\lambda = \frac{0,3164}{(149644)^{1/4}} = 0,016$$

Il y a pertes de charge singulières à l'entrée et dans le coude,

$$\text{soit } \sum \zeta_f = \zeta_{fc} + \zeta_{fe} = 0,5 + 1 = 1,5,$$

$$\text{entraînant } \Delta H_c = \left(0,016 \cdot \frac{300}{78} + 1,5\right) \frac{(30,07)^2}{2 \cdot 9,81} = 71,96 \text{ m. d'air}$$

$$\Delta H_p = 204,1 + 71,96 = 276,1 \text{ m d'air.}$$

La charge à l'entrée du compresseur,  $H'_0$

$$H'_0 = H_0 - \Delta H_p = 8429,55 - 276,1 = 8153,4 \text{ m. d'air.}$$

Masse volumique correspondante,  $\rho'_0$ ,

$$\rho'_0 = \frac{1,225 \cdot 8153,45 \cdot 288}{8429,55 \cdot 313} = 1,090 \text{ Kg/m}^3.$$

II.4.3. Température d'arrêt,  $T'_{t_0}$  :

$$T'_{t_0} = T'_0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{V_0'^2}{C_p} = 313 + \frac{1}{2} \cdot \frac{30,07^2}{10^3} = 313,45^\circ \text{K.}$$

II.4.4. Pression statique,  $P'_0$ .

$$P'_0 = \rho'_0 \cdot g \cdot H'_0 \quad [\text{N/m}^2]$$

$$P'_0 = 1,090 \cdot 9,81 \cdot 8153,4 = 0,872 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

II.4.5. Pression d'arrêt,  $P'_{t_0}$  :

$$P'_{t_0} = P'_0 + \frac{1}{2} \rho'_0 \cdot V_0'^2 \quad [\text{N/m}^2]$$

$$P'_{t_0} = 0,872 \cdot 10^5 + \frac{1}{2} \cdot 1,090 \cdot (30,07)^2 = 0,878 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

II.5. Paramètres en aval du compresseur.

II.5.1. Pression statique,  $P_s$  :

$$P_s = P_a + \Delta P_{as} + \Delta P_{aga} \quad [\text{N/m}^2]$$

$P_a$  : pression de l'air à l'admission ;  $P_a = 1,25 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

$\Delta P_{as}$  : perte de charge par passage de l'air à travers soupape d'admission (SA)

$\Delta P_{aga}$  : perte de charge par passage de l'air dans les galeries d'admission.

### II.5.1.1. Perte de charge, $\Delta P_{as}$

$$\Delta P_{as} = W_1^2 \cdot P_a / 24^2 \cdot \varphi^2 \cdot T_s \quad [N/m^2]$$

où  $W_1$  : vitesse moyenne de l'air au niveau de la s.A.

$\varphi$  : coefficient tenant compte des pertes de charge au cours du passage de l'air par le système d'admission;  $\varphi = 0,85$

$T_s$  : température statique à la sortie du compresseur. Pour une première approximation, on prendra  $T_s = 350^\circ K$ .

• Calcul de  $W_1$  :

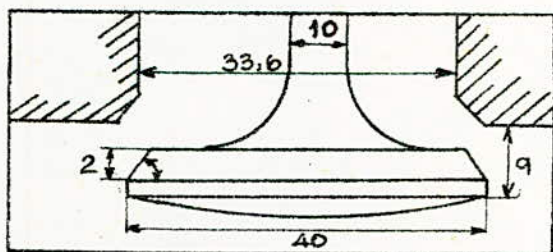
$$W_1 = 1,57 \cdot V_{mp} \cdot \frac{\pi D^2 / 4}{f} \quad [m/s].$$

où  $V_{mp}$  = vitesse moyenne du piston. ( $V_{mp} = \frac{SN}{30} = 13,54 \text{ m/s}$ )

$D$  : diamètre du piston ( $D = 91 \text{ mm}$ )

$f$  : section de passage par la s.A. Le calcul de  $f$  est fait en connaissant les dimensions de la s.A.

Fig 3 : Soupape d'admission



$$f = 2\pi \frac{d}{2} \cdot h \cdot \cos \alpha = \frac{2 \cdot \pi \cdot 36,54 \cdot 9 \cdot \cos 30^\circ}{2} = 0,000895 \text{ m}^2$$

Donc,

$$W_1 = \frac{1,57 \cdot 13,54 \cdot \pi \cdot 0,091^2}{0,000895 \cdot 4} = 154,48 \text{ m/s.}$$

$$\text{et, } \Delta P_{as} = \frac{(154,48)^2 \cdot 1,25 \cdot 10^5}{24^2 \cdot 0,85^2 \cdot 350} = 0,204 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

### II.5.1.2. Perte de charge, $\Delta P_{aga}$

$$\Delta P_{aga} \cong \left( \frac{\lambda l}{d_s} + \sum \xi \right) \frac{V_s^2}{2} \cdot \rho_a \quad [N/m^2].$$

•  $\rho_a$  : masse volumique de l'air à l'admission du moteur

$$\rho_a = \frac{P_a}{r T_a} = \frac{1,25 \cdot 10^5}{287 \cdot 400} = 1,09 \text{ kg/m}^3 \quad \text{avec } T_a = 400^\circ \text{K (donnée)}$$

•  $V_s$  : vitesse de l'air dans la conduite à la sortie du compresseur.  
Elle est calculée à partir de l'équation de continuité en admettant un rendement volumétrique du compresseur,  $\eta_{vc} = 0,95$

Le diamètre,  $d_s$  de la conduite à la sortie est 60 mm

$$V_s = \frac{S'_0 \cdot V'_0}{\eta_{vc} \cdot S_s} = \frac{0,004778 \cdot 30,07}{0,95 \cdot 0,0028274} = 53,49 \text{ m/s}$$

Le nombre de Reynolds,  $Re \cong \frac{V_s \cdot d_s \cdot \rho_a}{\eta}$

avec,  $\eta = \eta_{20} \cdot \sqrt{\frac{T_s}{293}} \cdot \frac{1 + C/293}{1 + C/T_s}$  [ kgf.s/m<sup>2</sup> ]

$$\eta = 1,86 \cdot 10^{-6} \cdot \sqrt{\frac{400}{293}} \cdot \frac{1 + 112,9/293}{1 + 112,9/400} = 2,348 \cdot 10^{-6} \text{ kgf.s/m}^2$$

$$Re = \frac{53,49 \cdot 0,06 \cdot 1,09}{2,348 \cdot 10^{-6} \cdot 9,81} = 151874$$

$$\lambda = \frac{0,3164}{(Re)^{1/4}} = \frac{0,3164}{(151874)^{1/4}} = 0,016$$

Pour l'évaluation de  $\Sigma z_j$ , on admet une conduite se composant de deux coudes,  $\Sigma z_j = (1,5 + 0,5) = 2$ .

La longueur de la conduite reliant la sortie du compresseur au moteur,  $l = 500 \text{ mm}$  (par comparaison aux moteurs similaires)

$$\Delta P_{aga} = (0,016 \cdot \frac{500}{60} + 2) \cdot \frac{53,49^2}{2} \cdot 1,09 = 0,0333 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

La pression de sortie,  $P_s$  :

$$P_s = (1,25 + 0,0333 + 0,204) \cdot 10^5 = 1,487 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

II.5.2. Pression d'arrêt,  $P_{ts}$  :

$$P_{ts} = \left(1 + \frac{V_s^2}{2rT_s}\right) \cdot p_s \quad [\text{N/m}^2]$$

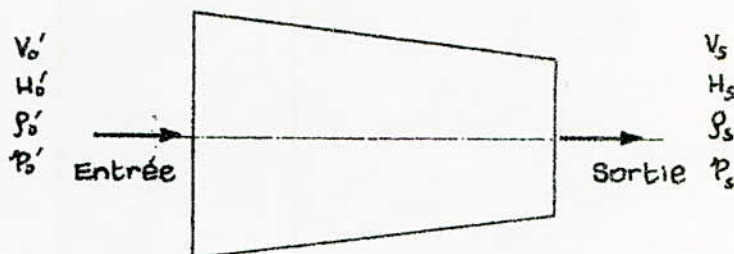
$$P_{ts} = \left(1 + \frac{53,49^2}{2 \cdot 287 \cdot 400}\right) \cdot 1,487 \cdot 10^5 = 1,505 \cdot 10^5 \quad \text{N/m}^2.$$

II.5.3. Taux de compression du compresseur,  $\tau_c$  :

$$\tau_c = \frac{P_{ts}}{P'_{t0}} = \frac{1,505}{0,878} = 1,71.$$

## CHAPITRE III: CALCUL DU COMPRESSEUR

### III. 1. Etude thermodynamique du compresseur.



Equation d'énergie entre l'entrée et la sortie du compresseur:

$$(Q+W)_{0's} = H_s + H_0' + \frac{1}{2} (V_s^2 - V_0'^2) + g(Z_s - Z_0') \quad - (A)$$

Le compresseur étant de faibles dimensions, la différence d hauteur est négligeable; c'est à dire  $g(Z_s - Z_0') = 0$

Le compresseur n'est pas refroidi, entraînant  $Q_{0's} = 0$

L'équation (A) devient,

$$W_{0's} = (H_s + \frac{1}{2} V_s^2) - (H_0' + \frac{1}{2} V_0'^2) = H_{t_s} - H'_{t_0} \quad - (B)$$

$W_{0's} = W'_c =$  travail de compression isentropique idéale.

$H_{t_s} - H'_{t_0} = \Delta H'_{t_c} =$  différence d'enthalpie d'arrêt entre l'entrée et sortie.

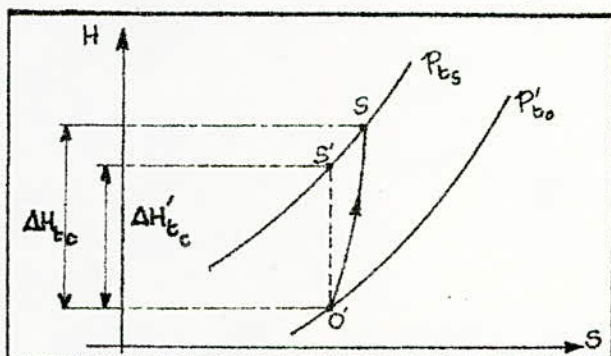
Aussi, en considérant  $c_p =$  constante due au faible taux de compression,

$$W'_c = c_p (T_{t_s} - T'_{t_0}) \quad - (C)$$

$0's'$ : compression adiabatique

$0's$ : compression réelle

Fig 31: Representation de l'évolution de l'air.



III. 1.1. Calcul du travail de compression isentropique idéale,  $W'_c$ :

$$W'_c = \Delta H'_{t_c} = c_p (T'_{t_s} - T'_{t_0}) = c_p T'_{t_0} \left( \frac{T'_{t_s}}{T'_{t_0}} - 1 \right) \quad [J/kg]$$

Pour une transformation adiabatique,

$$\frac{T'_{ts}}{T'_{t0}} = \left( \frac{P'_{ts}}{P'_{t0}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \tau_c^{(\gamma-1)/\gamma}$$

$$W'_c = 1000 \cdot 313,45 \left[ (1,71)^{\frac{0,4}{1,4}} - 1 \right] = 51,92 \cdot 10^3 \text{ J/kg} = 51,92 \text{ kJ/kg}$$

III.1.2. Calcul du travail réel du compresseur,  $W_c$ .

On doit fournir au compresseur une quantité d'énergie égale à

$$W_c = \frac{W'_c}{\eta_c} \quad [\text{J/kg}]$$

Pour ce type de compresseur, l'efficacité adiabatique ou rendement de compression,  $\eta_c = (0,72 \div 0,80)$ . Soit  $\eta_c = 0,75$ .

$$W_c = \frac{51,92}{0,75} \cdot 10^3 = 69,23 \cdot 10^3 \text{ J/kg} = 69,23 \text{ kJ/kg}$$

III.1.3. Températures à la sortie du compresseur.

De l'expression (C), la température d'arrêt  $T_{ts}$  est

$$T_{ts} = \frac{W_c}{c_p} + T'_{t0} = \frac{69,23 \cdot 10^3}{c_p} + 313,45 = 382,68^\circ \text{K}$$

La température statique,  $T_s$

$$T_s = T_{ts} - \frac{1}{2} \frac{V_s^2}{c_p} = 382,68 - \frac{1}{2} \frac{(53,49)^2}{10^3} = 381,25^\circ \text{K}$$

On note une légère supériorité de  $T_s$  par rapport à celle estimée ( $350^\circ \text{K}$ )

III.1.4. Hauteur ou charge totale de la soufflante,  $H_c$ .

$$H_c = \frac{W_c}{g} = \frac{69,23 \cdot 10^3}{9,81} = 7057 \text{ m d'air}$$

La puissance effective de la soufflante,

$$P_{\text{eff}} = \dot{m}_s \cdot g \cdot H_c \quad [\text{W}] \quad (\text{voir calcul de } \dot{m}_s)$$

soit  $\eta_g = 0,8$ , d'où  $P_{\text{eff}} = \frac{0,167 \cdot 9,81 \cdot 7057}{0,8} = 14451 \text{ W} = 14,45 \text{ kW}$ .

III.1.5. Débit massique d'air traversant le compresseur,  $\dot{m}_s$ .

$$\dot{m}_s = \eta_{Vc} \cdot \dot{m}' = 0,95 \cdot 0,176 = 0,167 \text{ Kg/s}$$

III.1.6. Rendement polytropique,  $\eta_p$ .

$$\eta_p = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\text{Log}(P_{ts}/P'_{t0})}{\text{Log}(T_{ts}/T'_{t0})}$$



$$\eta_p = \frac{0,4}{1,4} \cdot \frac{\log(1,505/0,878)}{\log(382,68/313,45)} = 0,77 \quad (0,75 \text{ choisi}).$$

Le coefficient polytropique de la compression,  $k$  est donné par

$$\frac{k-1}{k} = \frac{\gamma-1}{\gamma \cdot \eta_p}$$

$$k = \frac{\gamma \cdot \eta_p}{\gamma(\eta_p - 1) + 1} = \frac{1,4 \cdot 0,77}{1,4 \cdot (0,77 - 1) + 1} = 1,59 \quad k = [1,55 \div 1,95]$$

III.1.7. Nombre de tours spécifique,  $n_s$ .

$$n_s = \frac{3,65 \cdot n \cdot \sqrt{\dot{Q}}}{H_c^{3/4}} \quad [\text{tr/mn}]$$

où le débit du compresseur en  $\text{m}^3/\text{s}$ ,  $\dot{Q}$  est

$$\dot{Q} = \frac{\dot{m}_s}{\rho_s} = \frac{\dot{m}_s \cdot r \cdot T_s}{p_s} = \frac{0,167 \cdot 287 \cdot 381,25}{1,486 \cdot 10^5} = 0,123 \text{ m}^3/\text{s}$$

soit la valeur de  $n$  égale à 60000 tr/mn. Généralement  $n = (15 \div 60) \cdot 10^3$  tr/mn

donc, 
$$n_s = \frac{3,65 \cdot 60000 \cdot \sqrt{0,123}}{5293^{3/4}} = 123,77 \text{ tr/mn}.$$

- Choix du compresseur à être utilisé :

Pour  $100 < n_s < 200$  tr/mn, on utilise une roue centrifuge à moyenne pression. Les aubes seront radiales (Fig 4) car les ailes couchées en arrière ne permettent pas en générale des vitesses périphériques  $U_2 > 200$  ou 250 m/s. Or dans notre cas, la vitesse  $U_2$  dépassera ces valeurs.

III.1.8. Vérification du nombre de tours choisi,  $n$ .

Pour faire cette vérification, on utilise le graphique du Fig 5

La quantité, 
$$\sigma = \frac{6,24}{10^3} \cdot \dot{Q}^{1/2} \cdot \frac{n}{H_c^{3/4}} = \frac{6,24}{10^3} \cdot (0,123)^{1/2} \cdot \frac{60000}{5293^{3/4}} = 0,21$$

La quantité  $\dot{Q} \left(\frac{n}{10^3}\right)^2$  trouvée est 440

d'où 
$$n = \sqrt{\frac{440}{\dot{Q}}} \cdot 10^3 = \sqrt{\frac{440}{0,123}} \cdot 10^3 = 59810 \text{ tr/mn}.$$

Donc la valeur de 60000 tr/mn, choisie est bonne. De plus on se trouve dans la zone B, qu'est la zone employée pour des machines centrifuges afin d'obtenir les paramètres optimales de travail.

### III.2. Calcul des dimensions de la roue.

#### III.2.1. Calcul du diamètre extérieure de la roue, $D_2$ :

La relation d'Euler pour ce compresseur centrifuge,

$$W_c = U_2 C_{2u} - U_1 C_{1u} \quad [\text{J/kg}]$$

L'entrée de l'air se fait sans prérotation,  $C_{1u} = 0$

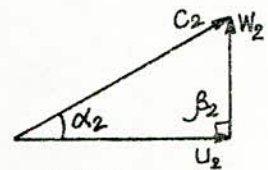
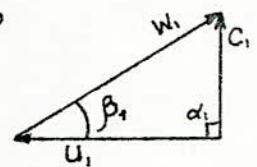
Suite à la forme de l'aube,  $\beta_2 = 90^\circ$ ; donc  $C_{2u} = U_2$ .

$$W_c = U_2^2 \quad [\text{J/kg}]$$

d'où 
$$U_2 = \sqrt{W_c} = \sqrt{69230} = 263,12 \text{ m/s}$$

comme 
$$U_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot D_2 \cdot n}{60} \quad [\text{m/s}]$$

$$D_2 = \frac{U_2 \cdot 60}{\pi \cdot n} = \frac{263,12 \cdot 60}{\pi \cdot 60000} = 8,37 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 8,37 \text{ cm}$$



#### III.2.2. Calcul du diamètre, $D_1$ , au commencement des aubes.

Généralement  $D_2/D_1 = [1,8 \div 2,2]$ .

Les recommandations pour des roues de petits diamètres sont des rapports inférieurs à 2.

soit  $D_2/D_1 = 1,4$ , entraînant  $D_1 = \frac{D_2}{1,4} = \frac{8,37 \cdot 10^{-2}}{1,4} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 6 \text{ cm}$ .

La valeur de la vitesse périphérique,  $U_1$ , est donc,

$$U_1 = \omega \cdot \frac{D_1}{2} \quad [\text{m/s}], \quad \text{avec } \omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi \cdot 60000}{30} = 6283 \text{ s}^{-1}$$

$$U_1 = \frac{6283,1853 \cdot 0,06}{2} = 188,5 \text{ m/s}$$

#### III.2.3. Calcul du diamètre de l'ouïe, $D_0$ :

Soit comme recommandé,  $D_1/D_0 = 1,1$ .

d'où, 
$$D_0 = \frac{D_1}{1,1} = \frac{6,0 \cdot 10^{-2}}{1,1} = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 5,5 \text{ cm}$$

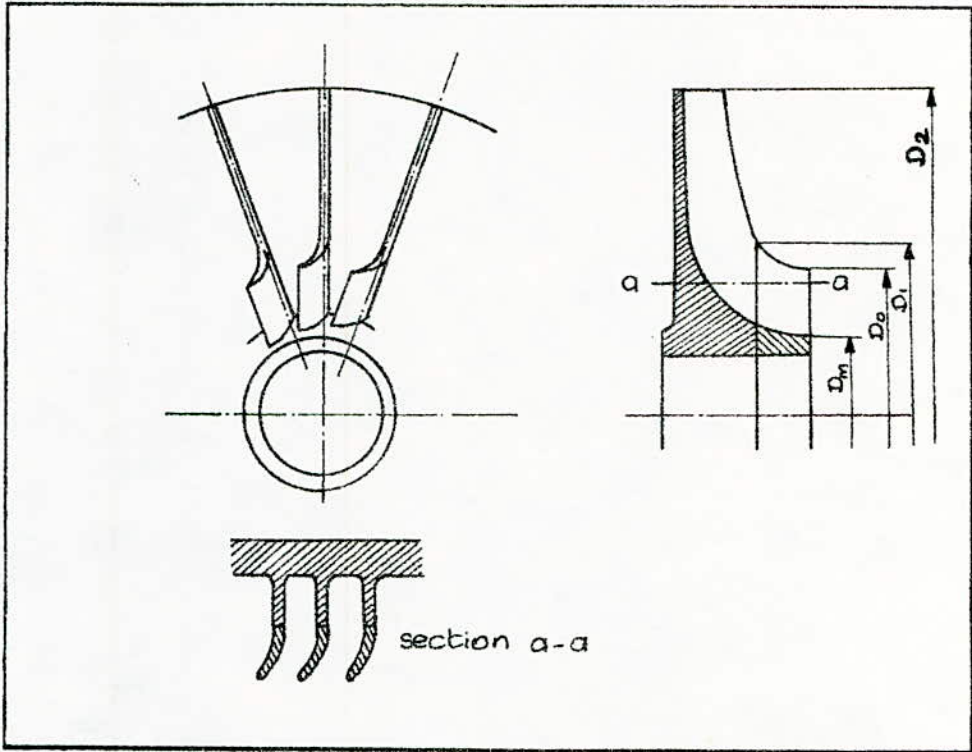


Fig 4: Roue à ailes radiales.

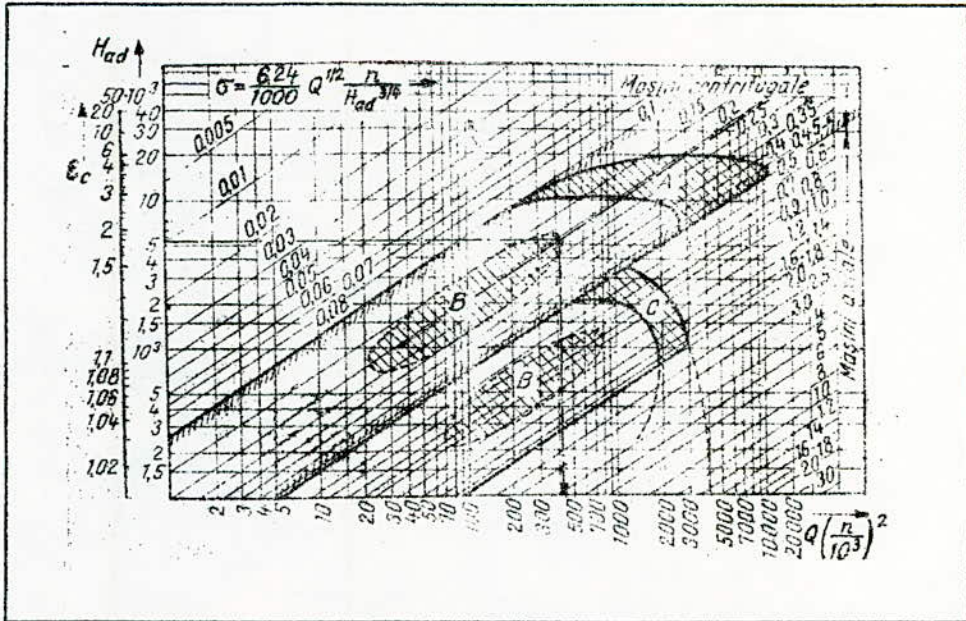


Fig 5:  $H_{ad} = f \left[ \frac{Q}{n} \right]^2$

La valeur de  $U_0$  est ainsi,

$$U_0 = \omega \cdot D_0 / 2 = 6283,1853 \cdot 0,055 / 2 = 172,8 \text{ m/s.}$$

### III.2.4. Triangle de vitesse .

(voir le braçage du fig. 6).

- A l'entrée de la roue,

$$C_{1u} = 0, \text{ donc } \alpha_1 = 90^\circ$$

$$\text{tg } \beta_1 = \frac{C_1}{U_1}, \text{ d'où } C_1 = U_1 \text{ tg } \beta_1$$

Aussi,  $C_1 = 0,2 \text{ à } 0,3 \sqrt{2 \cdot W_c'} \text{ [m/s]}$

$$C_1 = 0,2 \text{ à } 0,3 \sqrt{2 \cdot 61920} = 64,4 \text{ à } 96,7 \text{ m/s}$$

soit,  $C_1 = 96 \text{ m/s}$

$$\text{tg } \beta_1 = \frac{96}{188,5}, \quad \beta_1 = 27^\circ, \quad \beta_1 = [25^\circ \div 60^\circ].$$

Vitesse relative,  $W_1 = \sqrt{U_1^2 + C_1^2} = \sqrt{188,5^2 + 96^2} = 211,5 \text{ m/s.}$

Vitesse radiale,  $C_{1r} = C_1 = 96 \text{ m/s.}$

- A la sortie de la roue,

Vitesse débitante radiale,  $C_{2r} = C_2 \sin \alpha_2 = W_2 \text{ [m/s]}$

Or,  $C_{2u} = C_2 \cos \alpha_2 = U_2 \text{ [m/s]}$

La valeur de la vitesse radiale,  $C_{2r}$  est toujours voisine à la vitesse radiale à l'entrée de la roue,

$$C_{2r} \approx C_{1r} = C_1 = W_2 = 96 \text{ m/s.}$$

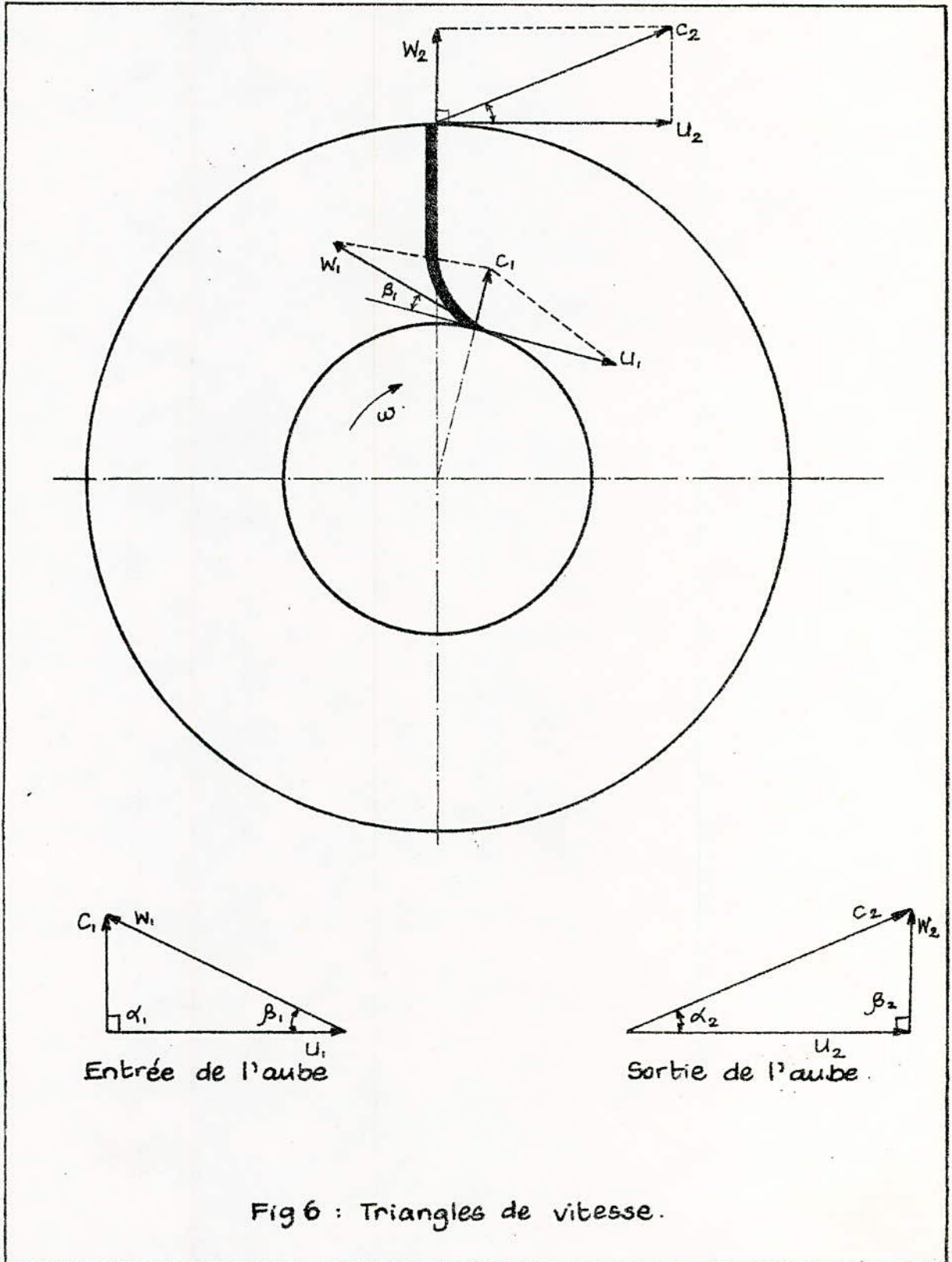
Vitesse de sortie absolue,  $C_2 = \sqrt{W_2^2 + U_2^2} = \sqrt{96^2 + 263,1^2} = 280,1 \text{ m/s}$

$$\sin \alpha_2 = \frac{W_2}{C_2} = \frac{96}{280,1}, \quad \alpha_2 = 20^\circ.$$

### III.2.5 Calcul des aubes.

#### III.2.5.1. Nombre d'aubes, Z:

Le nombre d'aubes ne doit pas être très grand. Une augmentation de Z pose des difficultés d'exécution, notamment au raccordement



avec la partie hélicoïdale de la roue (le pas se trouvant réduit à l'approche du centre).

Soit  $Z = 8$

Choisissons également une épaisseur de l'aube,  $e = 2 \text{ mm}$ .

### III.2.5.2. Pas des aubes.

- A l'entrée de la roue,

$$t_1 = \pi D_1 / Z = \pi \cdot 6 / 8 = 2,36 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 2,36 \text{ cm}.$$

- A la sortie de la roue,

$$t_2 = \pi D_2 / Z = \pi \cdot 8,4 / 8 = 3,3 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 3,3 \text{ cm}.$$

### III.2.5.3. Largeurs des aubes.

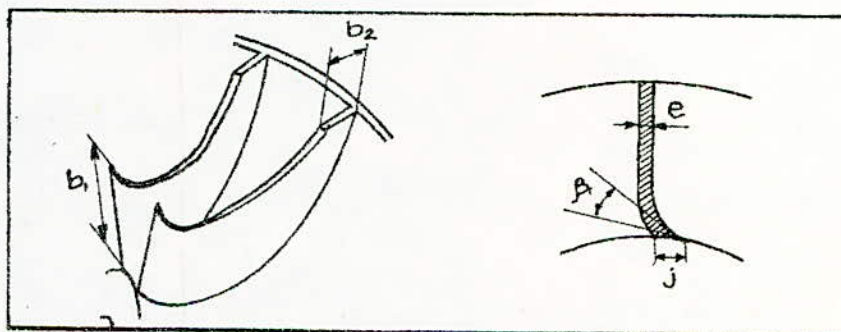


Fig 7: Dimensions de l'aube.

$$\sin \beta_1 = e / j$$

$$j = e / \sin \beta_1 = 2 / \sin 27^\circ = 4,41 \text{ mm}.$$

- A l'entrée de la roue,  $b_1$  :

Appliquons l'équation de continuité à l'entrée,

$$\dot{m}' = \rho'_0 \cdot S_1 \cdot C_{1r} \quad [\text{kg/s}]$$

où  $S_1 = (\pi D_1 - Z \cdot j) b_1 \quad [\text{m}^2]$ ,  $S_1$  étant la section

de passage du fluide à l'entrée de la roue.

$$\rho'_0 = \frac{P'_0}{r T'_0} = \frac{0,872 \cdot 10^5}{287 \cdot 313} = 0,971 \text{ kg/m}^3.$$

$$b_1 = \frac{\dot{m}'}{[\rho'_0 (\pi D_1 - Z \cdot j) C_{1r}] \quad [\text{m}]}$$

$$b_1 = \frac{0,176}{0,971 (\pi \cdot 0,06 - 8 \cdot 0,00441) 96} = 1,23 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1,23 \text{ cm}.$$

- A la sortie de la roue,  $b_2$ :

Considérons cette sortie de la roue comme étant à mi-chemin entre l'entrée et la sortie du compresseur. L'équation de continuité s'écrit

$$\dot{m}' = \bar{\rho} \cdot C_{2r} \cdot S_2 \quad [\text{kg/s}]$$

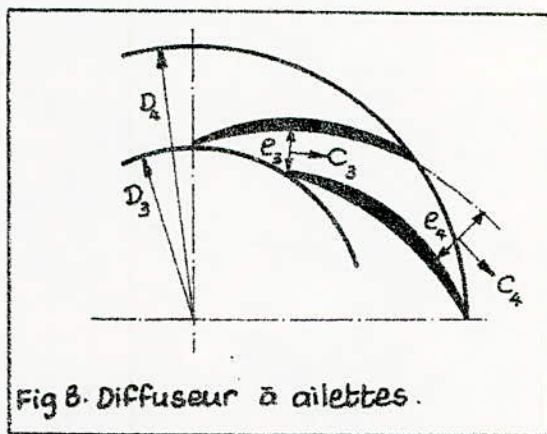
$$\text{avec } \bar{\rho} \cong \frac{\rho'_0 + \rho_s}{2} = \frac{0,971 + 1,358}{2} = 1,165 \quad \text{kg/m}^3.$$

La section de passage,  $S_2$  étant  $(\pi D_2 - ze)b_2$  et  $W_2 = C_{2r}$ ,

$$\dot{m}' = \bar{\rho} W_2 (\pi D_2 - ze) b_2 \quad [\text{kg/s}]$$

$$\text{d'où } b_2 = \frac{\dot{m}'}{\bar{\rho} W_2 (\pi D_2 - ze)} = \frac{0,176}{1,165 \cdot 96 (\pi \cdot 0,084 - 8 \cdot 0,002)} = 0,634 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

### III. 3. Calcul du diffuseur.



Le diffuseur a pour but d'effectuer la transformation de l'énergie cinétique contenue dans le fluide sortant de la roue en énergie de pression. L'écoulement du fluide à travers le diffuseur se fait suivant la loi

$$r C_u = \text{constante} \quad [\text{m}^2/\text{s}].$$

On se propose d'utiliser un diffuseur à ailettes.

$$\text{La constante, } r C_u = r_2 C_{2u} = \frac{0,084 \cdot 263,12}{2} = 11,05 \quad \text{m}^2/\text{s}.$$

### III.3.1. Largeur du diffuseur, $b$ .

On augmente normalement la largeur du canal du diffuseur de 5 à 10 % ; cette augmentation étant d'ailleurs nécessaire pour éviter que les parois latérales du diffuseur se trouvent dans la voie du fluide de la roue dans le cas d'un petit déplacement axial du mobile.

$$\text{Soit } b_3 = b_4 = b = 1,1 b_2 = 1,1 \cdot 0,634 = 0,7 \cdot 10^{-2} \text{ m.}$$

### III.3.2. Direction de la vitesse du fluide à l'entrée du diffuseur.

La tête des ailes du diffuseur doit être adaptée à la direction du courant à l'entrée, donc à  $\alpha_3 \approx \alpha_2$  pour ne pas risquer un décollement.

$$\text{Donc, } \alpha_3 = 20^\circ$$

### III.3.3. Diamètre d'entrée au diffuseur, $D_3$ .

On admet généralement,

$$D_3 = (1,05 \div 1,1) D_2 \quad [\text{m}].$$

$$\text{soit } D_3 = 1,07 D_2 = 1,07 \cdot 8,4 \cdot 10^{-2} = 8,99 \cdot 10^{-2} \text{ m.}$$

### III.3.4. Diamètre de sortie du diffuseur, $D_4$ .

De même, généralement,

$$D_4 = 1,5 \cdot D_2 \quad [\text{m}]$$

$$D_4 = 1,5 \cdot 8,4 \cdot 10^{-2} = 12,6 \cdot 10^{-2} \text{ m.}$$

### III.3.5. Vitesse absolue à l'entrée du diffuseur, $C_3$ :

En appliquant la loi de l'écoulement dans le diffuseur,

$$\text{i.e. } r_2 C_{2u} = r_3 C_{3u} \quad [\text{m}^2/\text{s}]$$

$$C_{3u} = \frac{r_2 C_{2u}}{r_3} = \frac{D_2 \cdot C_{2u}}{D_3} \quad [\text{m/s}].$$

$$C_{3u} = \frac{8,4 \cdot 263,12}{8,99} = 245,85 \text{ m/s.}$$



et ,  $C_3 = C_{3u} / \cos \alpha_3 = 245,85 / \cos 20^\circ = 261,6 \text{ m/s}$ .

La composante radiale de la vitesse d'entrée ,  $C_{3r}$  est

$$C_{3r} = C_3 \cdot \sin \alpha_3 = 261,6 \cdot \sin 20^\circ = 89,5 \text{ m/s}$$

III.3.6. Pas des aubes du diffuseur.

Fixons préalablement un nombre d'ailes du diffuseur,  $Z_d$  à 11.

[  $Z_d = [11 \text{ à } 15)$  ]. D'ailleurs  $Z_d$  est choisi de telle sorte à ce qu'il n'y ait pas de facteur commun avec le nombre d'ailes de la roue, qu'est  $Z = 8$ .

- A l'entrée du diffuseur, le pas  $t_3$  est

$$t_3 = \pi D_3 / Z_d = \pi \cdot 89,9 / 11 = 25,7 \text{ mm}$$

- A la sortie du diffuseur, le pas  $t_4$  est

$$t_4 = \pi D_4 / Z_d = \pi \cdot 126 / 11 = 36 \text{ mm}$$

III.3.7. Vitesse moyenne au col du diffuseur ,  $C_{3m}$  :

Généralement on admet  $C_{3m} = 0,75 \text{ à } 0,85 C_3$  [m/s]

soit ,  $C_{3m} = 0,8 \cdot C_3 = 0,8 \cdot 261,6 = 209,3 \text{ m/s}$ .

III.3.8. Hauteur ,  $e_3$  à l'entrée du diffuseur.

Application de la loi de continuité ,

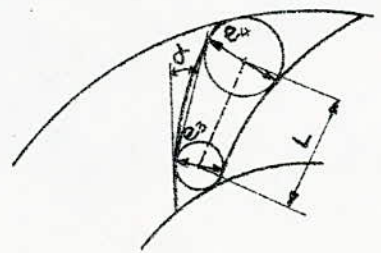
$$\dot{m}_s = C_{3m} \cdot Z_d \cdot e_3 \cdot b_3 \cdot \bar{\rho} \quad [\text{kg/s}]$$

d'où 
$$e_3 = \frac{\dot{m}_s}{C_{3m} \cdot Z_d \cdot b_3 \cdot \bar{\rho}} = \frac{0,167}{209,3 \cdot 11 \cdot 0,007 \cdot 1,165} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 9 \text{ mm}$$

III.3.9. Hauteur ,  $e_4$  à la sortie du diffuseur.

La divergence,  $\alpha$  du canal suivant  $e_3$  ne doit pas dépasser

$7^\circ \text{ à } 8^\circ$ . Soit  $\alpha = 4^\circ$ .



soit  $L = 30 \text{ mm}$  , et  $\text{tg } \alpha = a/L$

$$e_4 = e_3 + 2a = e_3 + 2L \text{tg } \alpha \quad [\text{mm}]$$

$$e_4 = 9 + 2 \cdot 30 \cdot \text{tg } 4^\circ = 13,2 \text{ mm.}$$

L'angle de sortie du fluide,  $\alpha_4$  peut être estimé à être inférieur de 2 à 4°.

$$\text{soit } \alpha_4 = \alpha_3 - 2^\circ = 20^\circ - 2^\circ = 18^\circ .$$

III.3.10. Vitesse absolue à la sortie du diffuseur,  $C_4$ .

Sachant que

$$r C_4 = r_4 C_{4u} = 11,05 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$C_{4u} = 11,05 \cdot 2 / D_4 = 11,05 \cdot 2 / 0,126 = 175,4 \text{ m/s.}$$

D'autre part,

$$C_4 = C_{4u} / \cos \alpha_4 = 175,4 / \cos 18^\circ = 184,4 \text{ m/s.}$$

La composante radiale,  $C_{4r}$  :

$$C_{4r} = C_4 \cdot \sin \alpha_4 \quad [\text{m/s}]$$

$$C_{4r} = 184,4 \cdot \sin 18^\circ = 57 \text{ m/s.}$$

### III.4. Calcul de la volute.

La volute est un collecteur spéciale dont la forme est une spirale logarithmique découlant de la relation

$$r C_u = \text{constante} \quad [\text{m}^2/\text{s}].$$

La courbe représentative de cette variation est une hyperbole équilatère.

- Tracé de la volute à section circulaire.

La section circulaire permet un bon raccordement de la volute avec la tuyauterie de refoulement.

La méthode de traçage de la volute consiste à diviser celle-ci en 8 sections ( $8 \div 12$ ); et à l'aide de l'équation de continuité,

calculer les sections et diamètres correspondants. L'exactitude de cette méthode de traçage s'avère suffisante (Fig. 9).

L'équation de continuité s'écrit,

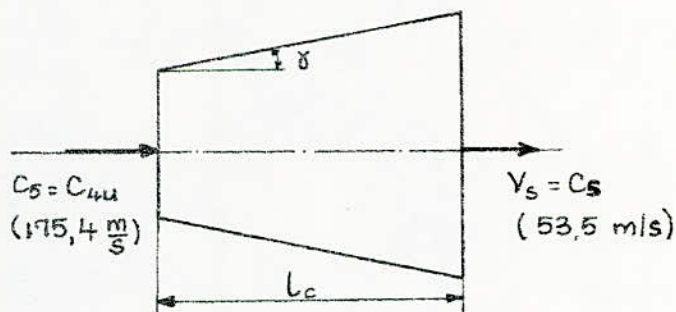
$$\dot{m}_s = \bar{\rho} \cdot S_x \cdot C_{4u} \cdot 8/x \quad [\text{kg/s}] ; \quad x = (1 \div 8).$$

$$\text{d'où} \quad S_x = \dot{m}_s \cdot x / \bar{\rho} \cdot C_{4u} \cdot 8 \quad [\text{m}^2]$$

$$\text{ou encore} \quad S_x = 0,94 \cdot 10^{-4} \cdot x \quad [\text{m}^2].$$

x	$S_x \cdot 10^4 \quad [\text{m}^2]$	$D_x = (4S_x/\pi)^{1/2} \quad [\text{mm}]$
1	0,94	11
2	1,89	15,5
3	2,83	19
4	3,77	21,9
5	4,72	24,5
6	5,66	26,8
7	6,6	29
8	7,54	31

### III.5. Calcul du cône divergent:



#### III.5.1. Diamètre de sortie du divergent, $D_s$ :

L'équation de continuité,

$$\dot{m}_s = \rho_s \cdot C_s \cdot S_s = \rho_s \cdot C_s \cdot \pi \cdot \frac{D_s^2}{4} \quad [\text{kg/s}]$$

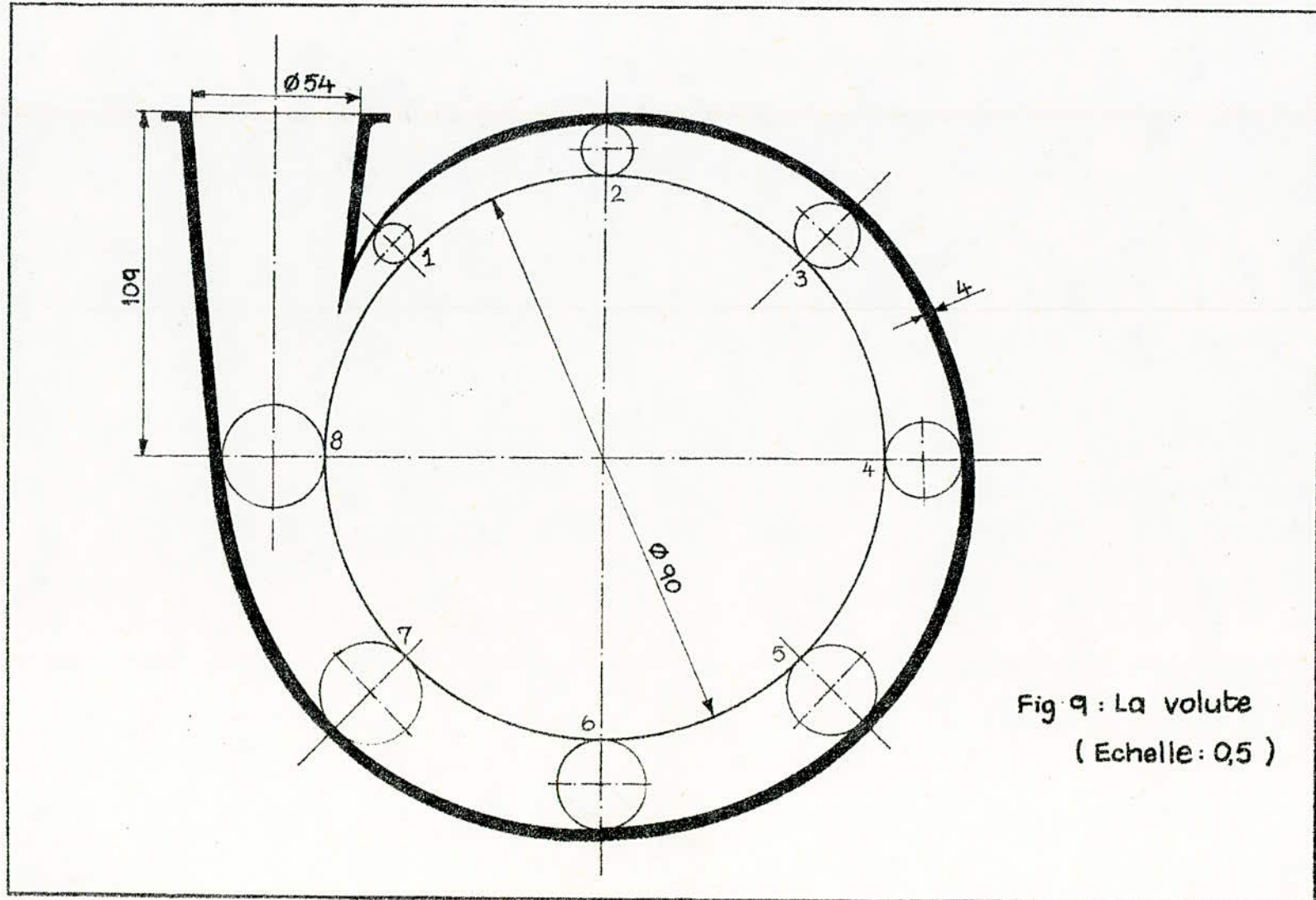


Fig 9 : La volute  
 ( Echelle : 0,5 )

d'où 
$$D_s = \sqrt{\frac{4 \cdot \dot{m}_s}{\rho_s \cdot C_s \cdot \pi}} \quad [\text{m}]$$

$$D_s = \left( \frac{4 \cdot 0,167}{1,358 \cdot 53,5 \cdot \pi} \right)^{1/2} = 54 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 54 \text{ mm.}$$

Le diamètre  $D_s$  a été estimé précédemment à 60 mm.

### III.5.2. Longueur du cône, $l_c$ .

Prenons un angle,  $\gamma$  faible pour éviter un éventuel décollement,

soit  $\gamma = 6^\circ$

On a,  $\text{tg } \gamma = (D_s - D_8) / 2 \cdot l_c$

d'où  $l_c = (D_s - D_8) / 2 \text{ tg } \gamma = (54 - 31) / 2 \text{ tg } 6^\circ = 109 \text{ mm.}$

On peut aussi calculer exactement la valeur du diamètre de la conduite à l'entrée du compresseur.

$$\dot{m}' = \rho'_0 \cdot S'_0 \cdot V'_0 \quad [\text{kg/s}]$$

$$\dot{m}' = \rho'_0 \cdot \frac{\pi D_0'^2}{4} \cdot V'_0 \quad [\text{kg/s}]$$

$$D_0' = \left( \frac{4 \cdot \dot{m}'}{\rho'_0 \cdot \pi \cdot V'_0} \right)^{1/2} \quad [\text{m}]$$

soit, 
$$D_0' = \left( \frac{4 \cdot 0,176}{0,9707 \cdot \pi \cdot 30,1} \right)^{1/2} = 87,7 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 87,7 \text{ mm.}$$

### III.6. Calcul rapide des pressions statiques sans tenir compte des pertes de charge.

- Pression à l'entrée des aubes,  $P_1$  :

Application de l'équation de Bernoulli entre l'ouïe et l'entrée de la roue :

$$\frac{P_0'}{\rho_0'} + \frac{C_0'^2}{2} = \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{C_1^2}{2} \quad [\text{J/kg}]$$

soit  $\rho_1 \approx \rho_0'$

$$P_1 = P_0' + \frac{(C_0'^2 - C_1'^2)}{2} \cdot \rho_0' \quad [\text{N/m}^2]$$

$$P_1 = 0,872 \cdot 10^5 + \frac{(30,1^2 - 96^2)}{2} \cdot 0,9707 = 0,832 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

- Pression à la sortie de la roue,  $P_2$ .

Soit considéré le fluide incompressible, ce qui permet d'écrire

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} \approx \frac{\rho_0' + \rho_s}{2} \quad [\text{kg/m}^3]$$

En appliquant l'équation d'Euler pour la roue,

$$\frac{P_2 - P_1}{\bar{\rho}} = \frac{1}{2} (W_1^2 - W_2^2) + \frac{1}{2} (U_2^2 - U_1^2) \quad [\text{J/kg}]$$

$$P_2 = \frac{\bar{\rho}}{2} [(W_1^2 - W_2^2) + (U_2^2 - U_1^2)] + P_1 \quad [\text{N/m}^2]$$

$$P_2 = \frac{1,165}{2} [(211,5^2 - 96^2) + (263,1^2 - 188,5^2)] + 0,832 \cdot 10^5 \quad [\text{N/m}^2]$$

$$P_2 = 1,235 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

- Pression à la sortie du diffuseur,  $P_4$  :

Equation de Bernoulli, (2-4)

$$(P_4 - P_2) / \bar{\rho} = (C_2^2 - C_4^2) / 2 \quad [\text{J/kg}]$$

$$P_4 = P_2 + \bar{\rho} (C_2^2 - C_4^2) / 2 \quad [\text{N/m}^2]$$

$$P_4 = 123479 + \frac{1,165}{2} (280,1^2 - 184,4^2) \quad [\text{N/m}^2]$$

$$P_4 = 1,494 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

- Pression à la sortie de la volute,  $P_5$  :

$$P_5 = P_4 + \bar{\rho} / 2 (C_4^2 - C_5^2) \quad [\text{N/m}^2]$$

où  $\bar{\rho} = (1,165 + 1,358) / 2 = 1,262 \text{ kg/m}^3$ .

$$P_5 = 149373 + \frac{1,262}{2} (184,4^2 - 175,4^2) \quad [\text{N/m}^2]$$

$$P_5 = 1,514 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

- Pression à la sortie du cône divergent,  $P_s$  :

$$P_s = P_5 + \frac{\bar{\rho}}{2} (C_5^2 - C_3^2) \quad [\text{N/m}^2]$$

où 
$$\bar{\rho} = \frac{1,262 + 1,358}{2} = 1,31 \text{ Kg/m}^3.$$

$$P_s = 1,697 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

### III.7. Degré de réaction du compresseur, $\epsilon_c$ :

Le degré de réaction est le rapport de la charge statique à la charge totale.

Charge totale = charge statique + charge dynamique.

$$H_t = H_{\text{stat}} + H_{\text{dyn.}} \quad [\text{m d'air}]$$

• Charge statique :

$$H_{\text{stat}} = \frac{W_1^2 - W_2^2}{2g} = \frac{211,5^2 - 96^2}{2 \cdot 9,81} = 1810 \text{ m d'air.}$$

• Charge dynamique :

$$H_{\text{dyn}} = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} = \frac{280,1^2 - 96^2}{2 \cdot 9,81} = 3529,0 \text{ m d'air}$$

$$\text{Degré de réaction, } \epsilon_c = \frac{H_{\text{stat}}}{H_t} = \frac{1810}{1810 + 3529} = 0,339.$$

### III.8. Calcul des pertes d'énergie dans le compresseur.

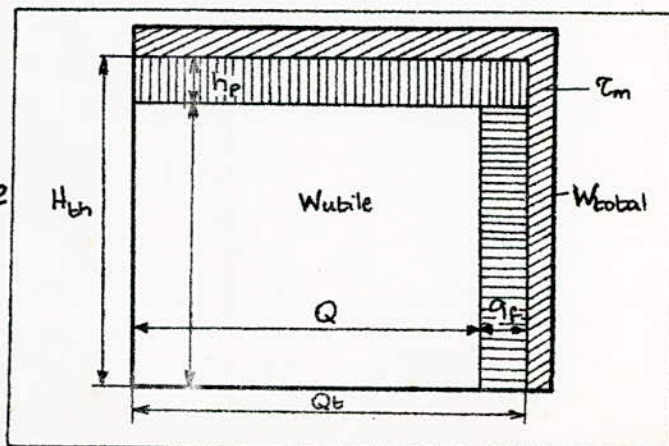


Fig.10 :

Pertes d'énergie

Les pertes d'énergie comprennent :

(1) Les pertes hydrauliques,  $h_p$  par frottement du fluide pendant son passage dans le compresseur. Ces pertes sont exprimées au moyen du rendement hydraulique,  $\eta_h$ .

(2) Les pertes par fuites,  $q_f$  qui diminuent le débit  $Q$ ; sont exprimées par le rendement volumétrique,  $\eta_v$ .

(3) Les pertes mécaniques,  $\tau_m$  qui représentent le travail absorbé par la machine sans qu'il y ait transformation d'énergie. Elles correspondent au travail absorbé par le frottement; sont exprimées par le rendement mécanique,  $\eta_m$ .

(4) Les pertes  $\tau_f$ , causées par le frottement des disques (flasques de roue); on exprime ces pertes par le rendement interne,  $\eta_i$ .

(5) Pertes dues aux fuites externes.

### III. 8.1. Pertes hydrauliques, $h_p$ .

Elles comprennent les pertes dans la roue ( $h_{pr}$ ), dans le diffuseur ( $h_{pd}$ ), dans la volute ( $h_{pv}$ ), dans le cône divergent ( $h_{pc}$ ), entre la sortie de la roue et l'entrée du diffuseur ( $h_{ps}$ ).

#### III. 8.1.1. Perte de charge dans la roue, $h_{pr}$ . (Voir $h_{px}$ - Fig 11).

L'expression de ces pertes est

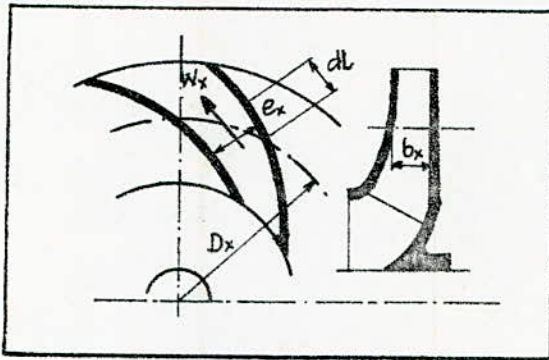
$$h_{pr} = \frac{1}{4} \cdot \lambda_r \cdot 2 \cdot \frac{(e+b)}{e \cdot b} \cdot l_r \cdot \frac{W^2}{2g} \quad [\text{m d'air}]$$

avec  $e = \frac{e_1 + e_2}{2} [\text{m}]$ ;  $b = \frac{b_1 + b_2}{2} [\text{m}]$ ;  $W = \frac{W_1 + W_2}{2} [\text{m/s}]$ .

$l_r$  : longueur de l'aube = 25 mm.

$$e = \frac{t_1 \sin \beta_1 + t_2}{2} = \frac{23,6 \cdot \sin 27^\circ + 3,3}{2} = 21,8 \text{ mm.}$$





( Fig 11. Calcul des pertes de charge dans les canaux d'une roue centrifuge

$$h_{pr} = \frac{1}{4} \lambda \frac{2e_x + 2b_x}{e_x b_x} \cdot dl \cdot \frac{W_x^2}{2g} \quad (\text{m d'air})$$

$$b = \frac{12,3 + 6,34}{2} = 9,3 \text{ mm.}$$

$$W = \frac{(211,5 + 96)}{2} = 153,8 \text{ m/s}$$

• Calcul de  $\lambda_r$  à partir du formule de Blasius.

$$\lambda_r = \frac{0,3164}{(Re)^{1/4}} \quad \text{avec} \quad Re = \frac{W \cdot b \cdot \bar{\rho}}{\eta \cdot g}$$

D'après la formule de Sutherland, et pour  $\bar{T} = \frac{T_0' + T_s}{2} = 347^\circ \text{K}$ ,

$$\eta = 2,12 \cdot 10^{-6} \text{ Kgf sec/m}^2$$

$$Re = \frac{153,8 \cdot 9,3 \cdot 10^{-3} \cdot 1,165}{2,12 \cdot 10^{-6} \cdot 9,81} = 80124$$

$$\text{et } \lambda_r = 0,3164 / (80124)^{1/4} = 0,0188$$

Les pertes,  $h_{pr}$  sont donc,

$$h_{pr} = \frac{1}{4} \cdot 0,0188 \cdot \frac{2(21,8 + 9,3)}{21,8 \cdot 9,3} \cdot 25 \cdot \frac{(153,8)^2}{19,62} = 43,5 \text{ m d'air}$$

La chute de pression relative dans la roue,

$$\Delta P_r = h_{pr} \cdot \bar{\rho} \cdot g = 43,5 \cdot 1,165 \cdot 9,81 = 497 \text{ N/m}^2.$$

8.1.2. Perte de charge dans le diffuseur,  $h_{pd}$ .

$$h_{pd} = \frac{1}{4} \cdot \lambda_d \cdot \frac{2(e_d + b_d)}{e_d \cdot b_d} \cdot l_d \cdot \frac{(C_3 + C_4)^2}{4} \cdot \frac{1}{2g} \quad [\text{m d'air}]$$

où,

$$e_d = \frac{e_3 + e_4}{2} = \frac{9 + 13,2}{2} = 11,1 \text{ mm} \quad ; \quad b_d = 7 \text{ mm} \quad ; \quad l_d = 40 \text{ mm}$$

$$C = \frac{C_3 + C_4}{2} = \frac{261,6 + 184,2}{2} = 223 \text{ m/s}$$

$$\lambda_d = 0,3164 / Re^{1/4}$$

avec

$$Re = \frac{c \cdot b_d \cdot \bar{\rho}}{\eta \cdot g} = \frac{223 \cdot 7 \cdot 10^{-3} \cdot 1,165}{2,12 \cdot 10^{-6} \cdot 9,81} = 87443$$

$$\lambda_d = 0,3164 \cdot (87443)^{-1/4} = 0,0184$$

Enfin,  $h_{pd} = \frac{1}{4} \cdot 0,0184 \cdot \frac{2(11,1 + 7)}{11,1 \cdot 7} \cdot 40 \cdot \frac{(223)^2}{19,62} = 217,3$  m d'air

La chute de pression,

$$\Delta P_d = h_{pd} \cdot \bar{\rho} \cdot g = 217,3 \cdot 1,165 \cdot 9,81 = 2483 \text{ N/m}^2$$

III. 8.1.3. Perte de charge dans la volute,  $h_{pv}$ .

$$h_{pv} = \lambda_v \cdot \frac{l_v}{d} \cdot \frac{c^2}{2g} \quad [\text{m d'air}]$$

où,

$$- d = \frac{D_1 + D_8}{2} = \frac{11 + 31}{2} = 21 \text{ mm}$$

$$- c = \frac{c_4 + c_5}{2} = \frac{175,4 + 184,4}{2} = 180 \text{ m/s}$$

$$- l_v = \pi (d + D_{4d}) = \pi (21 + 126) = 462 \text{ mm}$$

$$- \lambda_v = 0,3164 \cdot Re^{-1/4}, \text{ et } Re = (c \cdot d \cdot \bar{\rho}) / \eta \cdot g$$

$$\bar{\rho} = 1,262 \text{ kg/m}^3; \quad T = \bar{T} + T_s = 364^\circ \text{K}; \quad \eta = 2,19 \cdot 10^{-6} \text{ kgfsec/m}^2$$

$$Re = \frac{180 \cdot 21,6 \cdot 10^{-3} \cdot 1,262}{2,19 \cdot 10^{-6} \cdot 9,81} = 228387$$

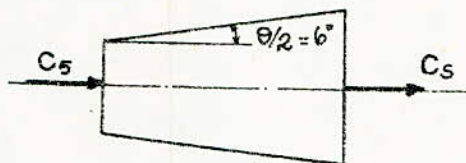
$$\lambda_v = 0,0145$$

$$h_{pv} = 0,0145 \cdot \frac{462}{21} \cdot \frac{180^2}{2 \cdot 9,81} = 526,8 \text{ m d'air}$$

La chute de pression correspondante,

$$\Delta P_v = h_{pv} \cdot \bar{\rho} \cdot g = 526,8 \cdot 1,262 \cdot 9,81 = 6522 \text{ N/m}^2$$

### III.8.1.4. Perte de charge dans le cône divergent, $h_{pc}$



$$h_{pc} = \xi \cdot C_s^2 / 2g \quad [\text{m. d'air}]$$

$$\text{ou } \xi = \xi_f + \xi_{\text{élarg}}$$

$\xi_f$  : coefficient de perte de charge due au frottement

$\xi_{\text{élarg}}$  : coefficient de perte de charge due à l'élargissement

$$\xi_f = \frac{\lambda_f}{8 \sin \theta/2} \left[ 1 - \left( \frac{S_B}{S_s} \right)^2 \right]$$

$$\xi_{\text{élarg}} = 3,2 \left( \text{tg } \frac{\theta}{2} \right)^{5/4} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{S_B}{S_s} \right) \right]^2$$

. Calcul de  $\xi_f$ .

$$Re = C_s \cdot D_H / \eta \cdot g$$

Le diamètre hydraulique  $D_H = 4S_B / \pi D_B = \frac{4 \cdot 7,54 \cdot 10^{-4}}{\pi \cdot 0,031} = 0,031 \text{ m}$ .

$$Re = \frac{175,4 \cdot 0,031}{2,19 \cdot 10^{-6} \cdot 9,81} = 253092$$

$$\lambda_f = 0,3164 (253092)^{-1/4} = 0,014$$

$$\text{d'où } \xi_f = \frac{0,014}{8 \sin 6^\circ} \left[ 1 - \left( \frac{7,54}{22,9} \right)^2 \right] = 0,015$$

. Calcul de  $\xi_{\text{élarg}}$ .

$$\xi_{\text{élarg}} = 3,2 (\text{tg } 6^\circ)^{5/4} \left( 1 - \frac{7,54}{22,9} \right)^2 = 0,081$$

$$\text{Donc } \xi = 0,015 + 0,081 = 0,096$$

. Calcul de  $h_{pc}$  :

$$h_{pc} = 0,096 \cdot \frac{(175,4)^2}{2 \cdot 9,81} = 150,5 \text{ m d'air}$$

La chute de pression,  $\Delta P_c = h_{pc} \cdot \bar{\rho} \cdot g$  [N/m<sup>2</sup>], avec  $\bar{\rho} = 1,31$  kg/m<sup>3</sup>

$$\Delta P_c = 150,5 \cdot 1,31 \cdot 9,81 = 1934 \text{ N/m}^2.$$

III.8.1.5. Perte de charge singulière entre la sortie de la roue et l'entrée du diffuseur,  $h_{ps}$ .

$$h_{ps} = \xi \cdot c_2^2 / 2g \quad [\text{m d'air}].$$

$$\text{où } \xi = \left[ 1 - \left( \frac{S_{\text{eff}_2}}{S_{\text{eff}_3}} \right) \right]^2$$

$$\text{avec } S_{\text{eff}_2} = (\pi D_2 b_2 - Z_r \cdot e_2 b_2) [\text{m}^2]; \quad S_{\text{eff}_3} = (\pi D_3 b_3 - Z_d e_3 b_3) [\text{m}^2]$$

$$S_{\text{eff}_2} = 0,00157 \text{ m}^2; \quad S_{\text{eff}_3} = 0,00184 \text{ m}^2$$

$$\xi = \left[ 1 - \frac{0,00157}{0,00184} \right]^2 = 0,0215.$$

$$h_{ps} = 0,0215 \cdot \frac{280^2}{19,62} = 85,9 \text{ m d'air}.$$

La chute de pression,

$$\Delta P_s = h_{ps} \cdot \bar{\rho} \cdot g = 85,9 \cdot 1,165 \cdot 9,81 = 981 \text{ m d'air}.$$

III.8.1.6. Calcul de la pression réelle de sortie du compresseur.

$$P_{s\text{réelle}} = P_s - \sum_i \Delta P_i \quad [\text{N/m}^2]$$

$$P_{s\text{réelle}} = P_s - (\Delta P_r + \Delta P_d + \Delta P_v + \Delta P_c + \Delta P_s) [\text{N/m}^2]$$

$$P_{s\text{réelle}} = 169692 - (497 + 2483 + 6522 + 1934 + 981) [\text{N/m}^2]$$

$$P_{s\text{réelle}} = 1,573 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

• Calcul du rendement hydraulique,  $\eta_h$

$$\eta_h = \frac{H_c}{H_t} = \frac{H_c}{H_c + H_{\text{pertes}}}$$

-  $H_c$ : hauteur effective ;  $H_c = 7057$  m d'air

-  $H_t$ : hauteur totale

-  $H_{\text{pertes}} = \sum_i \Delta h_{p_i} = 1024$  m d'air

$$\eta_h = \frac{7057}{7057 + 1024} = 0,87$$

### III.8.2. Pertes mécaniques, $\tau_m$ .

Les pertes mécaniques constituent les pertes par frottement des paliers ainsi que les pertes d'énergie par frottement du disque. Du fait que ces dernières ne constituent pas une perte de transformation d'énergie mais des pertes indépendantes du travail interne de la roue, on les considère comme des pertes mécaniques.

#### III.8.2.1. Puissance absorbée par frottement du disque, $\tau_f$ .

Cette puissance s'exprime par

$$\tau_f = \frac{c}{2} \cdot U_2^3 \cdot D_2^2 (1 + 5 b_2/D_2) \cdot 736 \quad [\text{W}]$$

où  $U_2$  : vitesse périphérique de la roue

$D_2$  : diamètre extérieur

$b_2$  : largeur des surfaces cylindriques

$c$  : facteur dépendant du coefficient de frottement du disque sur le fluide.

Pour l'air,  $c = 0,000\,002$

$$\tau_f = \frac{0,000\,002}{2} \cdot 263^3 \cdot 0,084^2 (1 + 5 \cdot \frac{0,634}{8,4}) \cdot 736 = 130 [\text{W}]$$

#### III.8.2.2. Puissance perdue dans les paliers, $\tau_p$ .

Cette puissance est approximativement égale à 1% de la puissance totale.

$$\tau_p = 0,01 \mathcal{P} \quad [\text{W}]$$

$$\mathcal{P} = W_c \cdot \dot{m}_s = 69,23 \cdot 10^3 \cdot 0,167 = 11561 \text{ W}$$

$$\tau_p = 0,01 \cdot 11561 = 115,6 \text{ W}$$

• Le rendement mécanique,  $\eta_m$

$$\eta_m = 1 - (\tau_m / \mathcal{P}) = 1 - (\tau_f + \tau_p) / \mathcal{P}$$

$$\eta_m = 1 - (130 + 115,6) / 11561 = 0,98$$

### III.8.3. Rendement interne, $\eta_i$

L'ensemble des pertes hydrauliques et les pertes par frottement constitue les pertes internes.

$$\eta_i = \dot{m}_s \cdot H_c / [\dot{m}_s (H_s + H_{\text{pertes}}) + \tau_p]$$

$$\eta_i = \frac{0,167 \cdot 7057}{0,167 \cdot (7057 + 1024) + 115,6} = 0,8$$

### III.8.4. Pertes par fuites.

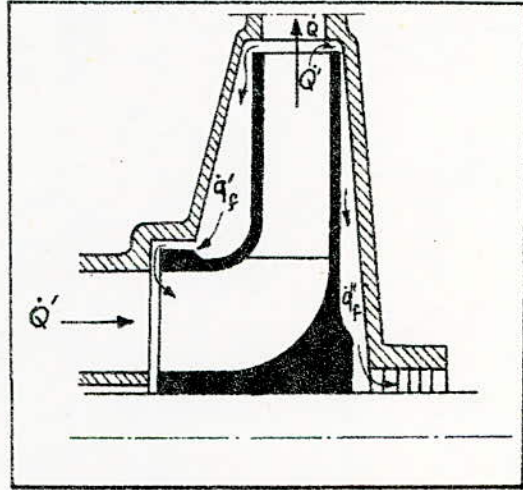


Fig 12. Fuites internes et externes

Les pertes par fuites sont les pertes de débit à travers les jeux de fonctionnement entre le rotor et les parties fixes de la machine. Elles se composent en

- (1) fuites internes
- (2) fuites externes.

#### III.8.4.1. Fuites internes, $\dot{m}'_f$ (kg/s).

La quantité  $\dot{q}'_f$  (débit en [m<sup>3</sup>/s]) se calcule par

$$\dot{q}'_f = \mu S \cdot \sqrt{2g \cdot \frac{\Delta P_i}{\bar{\omega}}} \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

où

$\mu$  : coefficient de débit qui tient compte de la contraction à l'entrée du jeu, et du frottement.

S : section du jeu

$$S = Z \cdot l \cdot b \quad [\text{m}^2].$$

Z : nombre d'aubes

l : largeur de l'aube ( $b_2$ )

b : jeu

$\Delta P_i$  : différence de pression entre les deux faces de l'aube.

$\Delta P_i$  est donnée par la relation de Kutta-Joukovsky.

$$\Delta P_i = W_\infty \cdot \frac{\bar{\omega}}{g} \cdot \frac{D_2 \cdot C_{2u}}{Z \cdot l} \quad [\text{N/m}^2].$$

$$\vec{W}_\infty = (\vec{W}_1 + \vec{W}_2) / 2 \quad [\text{m/s}].$$

Graphiquement déterminée,  $W_\infty = 132 \text{ m/s}$ .

$$\frac{\Delta P_i}{\bar{\omega}} = \frac{132 \cdot 0,084 \cdot 263}{9,81 \cdot 8 \cdot 0,00634} = 18412 \quad \text{J} \cdot \text{s}^2 / \text{Kg}.$$

- Calcul de  $\mu$ .

Soit le jeu  $b = 0,8 \text{ mm}$ .

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\lambda l}{2b} + 1,5 + 1,1 \cdot Z\right)^2}} \quad \text{avec } \lambda = 0,02$$

$$\mu = \frac{1}{\left(\frac{0,02 \cdot 0,00634}{2 \cdot 0,0008} + 1,5 + 1,1 \cdot 8\right)^{1/2}} = 0,31.$$

- La section,  $S = 8 \cdot 0,00634 \cdot 0,008 = 4,1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$ .

Enfin,

$$\dot{q}'_f = 0,31 \cdot 4,1 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 18412} = 0,00764 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Le débit massique correspondant,  $\dot{m}'_f$ ,

$$\dot{m}'_f = \dot{q}'_f \left( \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} \right) = 0,00764 \left( \frac{0,9711 + 1,2422}{2} \right) \text{ (kg/s)}$$

$$\dot{m}'_f = 0,0084 \text{ kg/s}.$$

Note: La valeur de la masse volumique moyenne dans la roue a été calculée exactement et vaut  $\bar{\rho}' = 1,1067 \text{ kg/m}^3$ . La valeur initialement utilisée est  $\bar{\rho} = 1,165 \text{ kg/m}^3$ . La variation est de  $\Delta\bar{\rho} = 4,99\%$  qui est admissible dans le cas de notre calcul.

### III.8.4.2. Fuite externe, $\dot{m}_f''$ (kg/s).

Ces fuites se passent au niveau des labyrinthes. Les labyrinthes doivent être choisis par voie constructive. Par rapport au système constructif utilisé, il faut que le choix assure une perte de 2,5% du débit total entrant dans la roue. (Elle est généralement de 2 à 5%).

$$\dot{m}_f'' = 0,025 \cdot \dot{m}' = 0,025 \cdot 0,176 = 0,0044 \text{ (kg/s)}$$

- Calcul du rendement volumétrique,  $\eta_{vc}$ .

$$\eta_{vc} = \dot{m}_s / (\dot{m}_s + \dot{m}_f)$$

$$\text{où } \dot{m}_f = \dot{m}_f' + \dot{m}_f'' = 0,0044 + 0,0084 = 0,0128 \text{ kg/s}$$

$$\eta_{vc} = \frac{0,167}{0,167 + 0,01280} = 0,93.$$

( Le rendement initialement choisi est 0,95 )

### III.8.5. Calcul de la puissance effective absorbée par le compresseur, $P_{eff}$ .

$$P_{eff} = \frac{P_u}{\eta_g} \quad [W]$$

$$\text{où la puissance utile, } P_u = \dot{m}_s \cdot g \cdot H_c \quad [W]$$

$$\text{et le rendement globale, } \eta_g = \eta_m \cdot \eta_v \cdot \eta_h = 0,98 \cdot 0,93 \cdot 0,87 = 0,8.$$

$$P_{eff} = \frac{0,167 \cdot 9,81 \cdot 7057}{0,8} = 14451 \text{ W}$$

On a retrouvé ainsi le résultat auparavant approximé.



### III. 8.6. Coefficients de ralentissement.

- du diffuseur.

$$\chi_d = C_3 / C_4 = 261,6 / 184,4 = 1,42$$

- de la volute.

$$\chi_v = C_4 / C_5 = 184,4 / 175,4 = 1,05$$

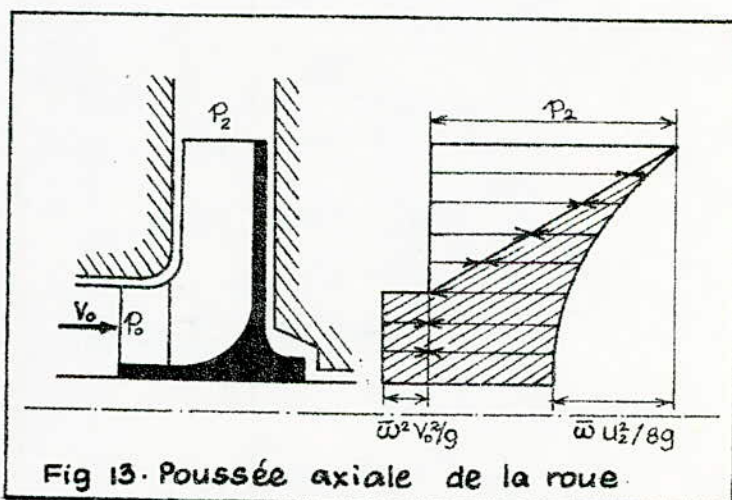
- du divergent de sortie.

$$\chi_{div} = C_5 / C_s = 175,4 / 53,5 = 3,28$$

- total.

$$\chi_t = C_3 / C_s = \chi_d \cdot \chi_v \cdot \chi_{div} = 1,42 \cdot 1,05 \cdot 3,28 = 4,89$$

### III. 9. Poussée axiale du compresseur.



Dûe à la différence de pression statique des deux côtés de la roue, il y a naissance d'une poussée résultante axiale. Dans notre cas, elle est dirigée vers l'ouïe de la roue. Elle s'exprime par la relation approximative suivante:

$$P_a = \frac{\pi}{4} \left[ \frac{p_2}{3} (D_2^2 + D_1^2 + D_2 D_1) - D_2^2 \cdot \frac{\bar{\omega} U_2^2}{16 \cdot g} - (D_1^2 - D_0^2) \frac{\bar{\omega} \cdot U_0^2}{9} \right] \quad [N]$$

$$P_a = \frac{\pi}{4} \left[ \frac{1,23 \cdot 10^5}{3} (0,084^2 + 0,06^2 + 0,084 \cdot 0,06) - \frac{0,084^2 \cdot 1,1067 \cdot 263^2}{16 \cdot 9,81} - (0,06^2 - 0,055^2) 1,1067 \cdot 172,8^2 \right] \quad (N)$$

$$P_a = 488 \text{ N.}$$

Dans le but d'équilibrer cette poussée axiale du compresseur et celle de la turbine (voir plus loin), on prévoit l'utilisation des paliers munis d'une butée à segments (paliers Mitchell) à graissage hydrodynamique.

### III. 10. Matériau constitutif du compresseur.

Le calcul du disque du compresseur se fait par une méthode analogue à celle de la turbine (voir plus loin). Cette dernière a été préférée car la turbine possède des exigences supérieures au compresseur. Par contre nous donnons ci-dessous le matériau habituellement utilisé pour la construction des tels compresseurs.

La roue, du type centrifuge à simple flasque, comporte deux pièces :

(a) une roue d'entrée en acier (résistance à l'érosion) recouverte d'une laque (résistance contre l'oxydation). A l'heure actuelle, l'utilisation d'aciers soudables à haute résistance du genre 15CDV6 permet d'atteindre des vitesses périphériques dépassant 300 m/s.

(b) un rouet en aluminium (diminution de l'inertie).

On utilise très souvent, pour le diffuseur monobloc, la volute et le cône divergent, un alliage Aluminium-silicium qu'est le silumin (A-57G).

## DEUXIEME PARTIE : LA TURBINE A GAZ

### CHAPITRE IV. CALCUL PRELIMINAIRE DE LA TURBINE.

#### IV. 1. Taux de détente de la turbine à gaz, $\tau_t$ .

La chute de pression dans la conduite d'échappement,  $\Delta P_s$  est approximée à 600 mmCE.

$$\Delta P_s = 600 \cdot 9,81 = 5886 \text{ N/m}^2$$

et la pression à la sortie de la turbine,  $P_s$

$$P_s = P_0 + \Delta P_s \quad [\text{N/m}^2]$$

$$P_s = (1,013 + 0,05886) \cdot 10^5 = 1,07186 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

La détente dans la turbine se fait polytropiquement avec un coefficient polytropique  $K_2$ , soit égale à 1,28. [ $K_2 = 1,22 \div 1,29$ ]

- La pression à l'entrée de la turbine,  $P_e$

$$P_e = 0,75 P_d \quad (\text{N/m}^2)$$

$P_d$  : pression correspondant au début d'échappement (donnée)

$$P_e = 0,75 \cdot 2,4 \cdot 10^5 = 1,8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

- La température à l'entrée de la turbine,  $T_e$

$$T_e = 0,75 T_d \quad [^\circ\text{K}]$$

$T_d$  : température correspondant au début d'échappement

$$T_e = 0,75 \cdot 1211^\circ\text{K} = 908^\circ\text{K}$$

Aussi, 
$$\frac{P_s}{P_e} = \left( \frac{T_s}{T_e} \right)^{K_2 / (K_2 - 1)}$$

d'où la température à la sortie de la turbine,  $T_s$

$$T_s = T_e \left( \frac{P_s}{P_e} \right)^{\frac{K_2 - 1}{K_2}} = 908 \cdot \left( \frac{1,072}{1,8} \right)^{\frac{0,28}{1,28}} = 811^\circ\text{K}$$

Il s'ensuit que le taux de détente,  $\tau_t$

$$\tau_t = \frac{P_e}{P_s} = \frac{1,8}{1,0718} = 1,68.$$

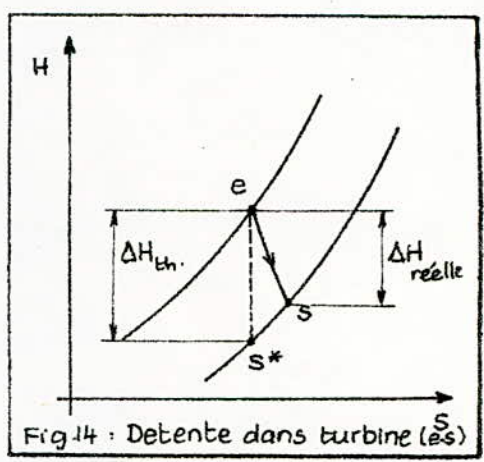
### IV.2 chute d'enthalpie théorique, $\Delta H_{th}$ .

$$\Delta H_{th} = \frac{\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}-1} \cdot r T_e \left( 1 - \frac{T_s^*}{T_e} \right) \quad [J/kg].$$

$T_s^*$ : température théorique à la fin de la détente.

$$T_s^* = T_e \left( \frac{P_s}{P_e} \right)^{\frac{\bar{\gamma}-1}{\bar{\gamma}}} \quad [K]$$

avec  $\bar{\gamma} = 1 + \frac{1,985}{\bar{m}C_v}$



T(°K)	$mC_v _0^T$	T(°K)	$mC_v _0^T$
600	5,398	1000	5,792
700	5,491	1100	5,881
800	5,594	1200	5,980
900	5,694	1300	6,071

$$\bar{m}C_v = \frac{mC_v|_0^{T_e} + mC_v|_0^{T_s^*}}{2}$$

$$\bar{m}C_v = \frac{5,694 + 5,594}{2} = 5,644$$

et  $T_s^* = 793,4^{\circ}K$

La chute enthalpique théorique,

$$\Delta H_{th} = \frac{1,352 \cdot 287 \cdot 908}{0,352} \left( 1 - \frac{793}{908} \right) = 126769 \text{ J/kg}$$

### IV.3. Débit des gaz d'échappement, $\dot{m}_g$

De la première partie de ce projet, le débit de combustible

$$\dot{m}_c = \frac{\dot{m}_s}{1,3 \cdot 14,1} = \frac{\dot{m}_s}{18,33} \quad [kg/s]$$

Le débit des gaz brûlés est la somme du débit d'air et le débit de combustible,

$$\dot{m}_g = \dot{m}_s + \dot{m}_s = 1,0545 \dot{m}_s \quad [\text{kg/s}]$$

$$\dot{m}_g = 1,0545 \cdot 0,167 = 0,176 \text{ kg/s.}$$

#### IV.4. Adaptation compresseur - turbine.

La puissance consommée par le compresseur est celle fournie par la turbine. De ce fait, on ne fera passer à travers la turbine que le débit des gaz,  $\dot{m}_t$  nécessaire pour fournir cette puissance.

La puissance effective de la turbine,

$$P_{\text{eff}_t} = \dot{m}_t \cdot \eta_{g_t} \cdot \Delta H'_{th} = P_{\text{eff}_c} \quad [\text{W}]$$

$\eta_{g_t}$  : rendement global de la turbine à gaz

soit  $\eta_{g_t} = 0,8$ , généralement  $\eta_{g_t} = [0,76 \div 0,82]$

d'où,

$$\dot{m}_t = \frac{P_{\text{eff}_t}}{\eta_{g_t} \cdot \Delta H'_{th}} = \frac{14451}{0,8 \cdot 126769} = 0,142 \text{ kg/s.}$$

cette valeur de  $\dot{m}_t$  entraîne donc une nouvelle valeur de  $\Delta H_{th}$

$$\Delta H_{th} = \frac{P_{\text{eff}_t}}{\dot{m}_t \cdot \eta_{g_t}} = \frac{14451}{0,142 \cdot 0,8} = 127201 \text{ J/kg}$$

Pour évacuer 'l'excès' des gaz brûlés, on utilise un by-pass où passera un débit des gaz,  $\Delta \dot{m}$ . (Fig 15)

$$\Delta \dot{m} = \dot{m}_g - \dot{m}_t = 0,176 - 0,142 = 0,033 \text{ kg/s}$$

Cette quantité constitue 18,75 % du débit total des gaz.

La soupape contrôlant la fermeture et l'ouverture du by-pass est 'commandée' par la pression en aval du compresseur. Par suite d'un excès de gaz passant par la turbine, la pression en aval du -  
compresseur

qui augmente, agit sur une membrane pour obtenir l'ouverture du tubulure by-pass.

#### IV.5. Nombre de tours spécifique de la turbine.

$$n_{st} = \frac{n \cdot (\dot{Q}_t)^{1/2}}{\Delta H_{th}^{3/4}} \quad [\text{tr/mn}]$$

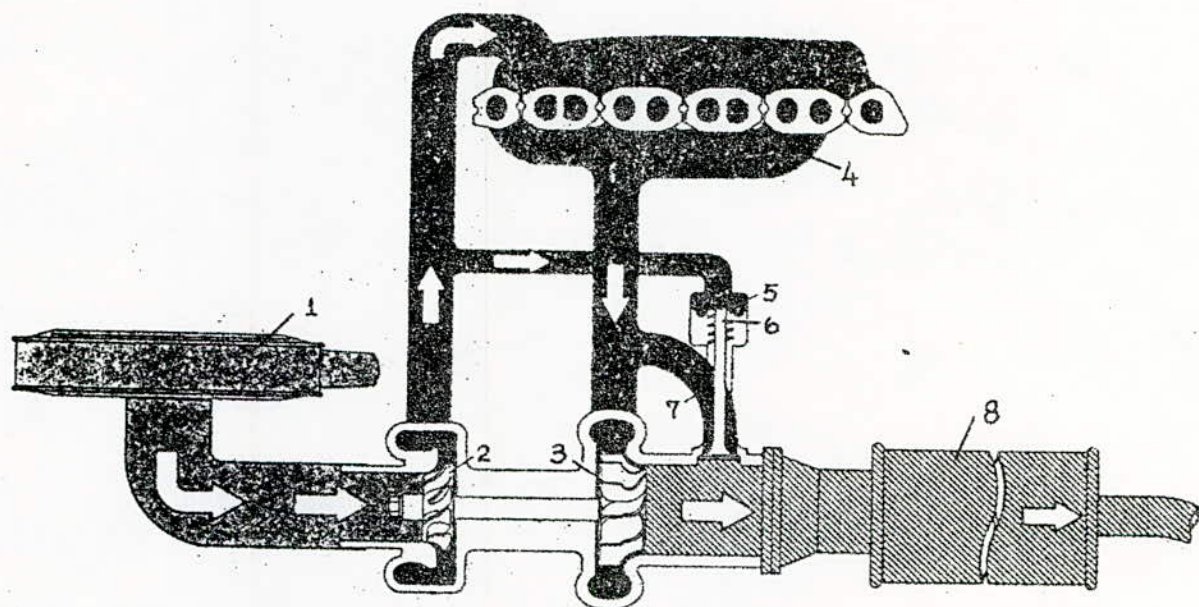
$\dot{Q}_t$  : débit volumétrique de la turbine en  $\text{m}^3/\text{s}$

En négligeant les pertes volumétriques dans la turbine,

$$\dot{Q}_t = \frac{\dot{m}_t}{\rho_s} = \dot{m}_t \cdot \frac{P_s}{r T_s} = \frac{0,142 \cdot 1,07186 \cdot 10^5}{287 \cdot 811} = 0,065 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$n_{st} = \frac{60000 (0,065)^{1/2}}{127201^{3/4}} = 2,27 \text{ tr/mn.}$$

Pour un  $n_{st} > 0,125$ , on utilise une turbine axiale à action et à injection totale (1 étage). La chute thermique mise à la disposition de l'étage de pression est entièrement transformée en énergie cinétique dans le distributeur aux pertes par frottement près.



Entrée du compresseur (air frais)    
  Gaz d'échappement (entrée turbine)

sortie du comp. (air comprimé)    
  Evacuation des gaz

- 1- Filtre d'air
- 2- Compresseur (soufflante)
- 3- Turbine à gaz
- 4- Moteur Diesel
- 5- Membrane
- 6- Soupape de réglage de la pression
- 7- By - pass
- 8- Pot d'échappement.

Fig 15 : Principe de réglage du débit massique des gaz brûlés à travers la turbine.

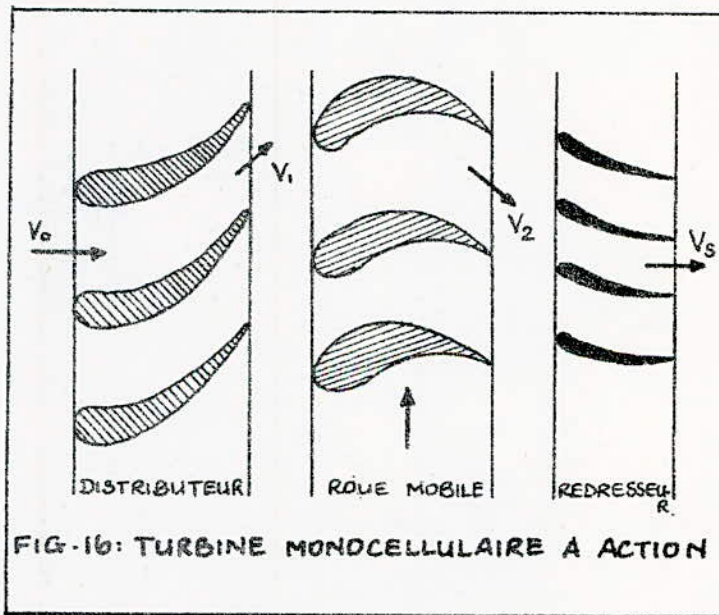
## CHAPITRE V. CALCUL DE LA TURBINE A GAZ

La turbine axiale à action se compose principalement

- d'un distributeur fixe composé de tuyères (qui transforme l'énergie thermique des gaz en énergie cinétique).

- d'une roue mobile fixée sur l'arbre et dont les ailettes sont situées sur la périphérie (d'où il y a transformation de l'énergie cinétique des gaz en énergie mécanique de rotation de l'arbre).

- d'un redresseur fixe qui sert à redresser l'écoulement des gaz axialement.



### V.1. Calcul thermodynamique de la turbine.

#### V.1.1. Vitesse d'écoulement des gaz à la sortie des tuyères, $V_1$ .

En négligeant la vitesse à l'entrée ( $V_0 \approx 0$ ), la vitesse théorique des gaz à la sortie des tuyères,  $V_{1th}$

$$V_{1th} \text{ (m/s)} = 91,5 \sqrt{\Delta H_{th} \text{ (Kcal/Kg)}}$$

$$V_{1th} = 91,5 \sqrt{\frac{127,201}{4,18}} = 505 \text{ m/s}$$



La vitesse réelle,  $V_1$ , s'exprime par

$$V_1 = \varphi \cdot V_{1th} \quad [\text{m/s}]$$

$\varphi$ : coefficient de ralentissement dans le distributeur. ( $\varphi = 0,94 \div 0,97$ )

soit  $\varphi = 0,97$

d'où  $V_1 = 0,97 \cdot 505 = 490 \text{ m/s}$ .

N.B.: Le régime de travail de la turbine est subsonique avec un nombre de Mach calculé,  $M_{th} = 0,87$ .

V.1.2. Détermination de l'angle  $\alpha_1$ , à l'entrée des aubages mobiles.

$\alpha_1$  est déterminé à partir du graphique  $\eta_u = f\left(\frac{U}{V_1}\right)$

$\eta_u$  étant le rendement utile, pris comme 0,8.

Le rapport correspondant de  $\frac{U}{V_1} = 0,485$  (Fig 17)

Aussi,  $\frac{U}{V_1} = \frac{\cos \alpha_1}{2}$

d'où  $\alpha_1 = \cos^{-1}\left(2 \frac{U}{V_1}\right) = \cos^{-1}(2 \cdot 0,485) = 14^\circ$ .

V.1.3. Vitesse périphérique,  $U$ .

Avec  $\frac{U}{V_1} = 0,485$

$$U = 0,485 \cdot 490 = 238 \text{ m/s}.$$

V.1.4. Diamètre moyen de la roue,  $D$ .

$$U = \frac{D}{2} \cdot \omega \quad [\text{m/s}]$$

$$D = \frac{2 \cdot U}{\omega} = \frac{2 \cdot 238}{6283,2} = 0,0758 \text{ m}.$$

V.1.5. Travail utile reçu par la roue,  $W_u$ .

$$W_u = \frac{P_{\text{eff}}}{\dot{m}_t} = \frac{14,45 \cdot 10^3}{0,142} = 101760 \quad \text{J/Kg}.$$

Pour des ailettes de hauteur radiale relativement faible,

$$W_u = U \cdot (V_{1u} - V_{2u}) \quad [\text{J/Kg}]$$

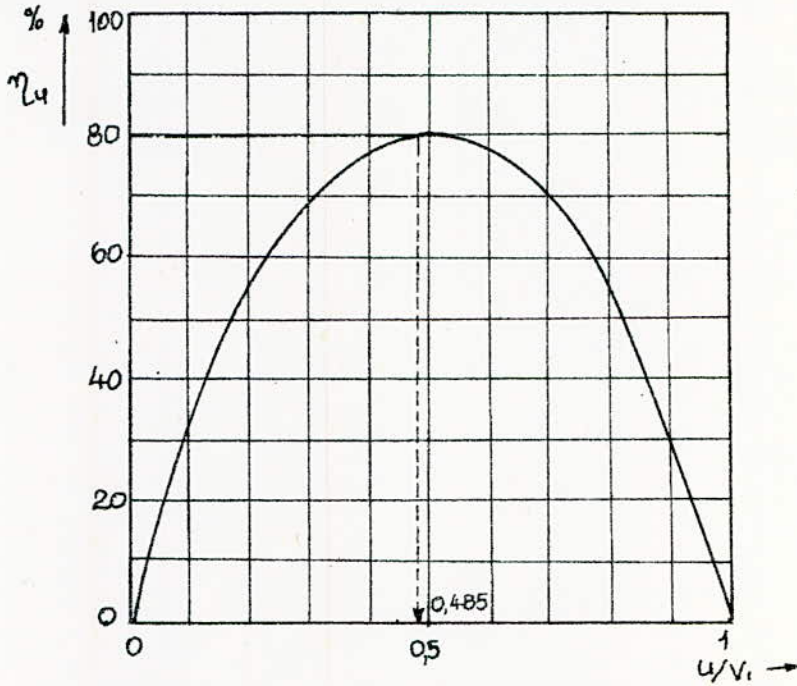


FIG. 17:  $\eta_u = f(u/v_1)$ .

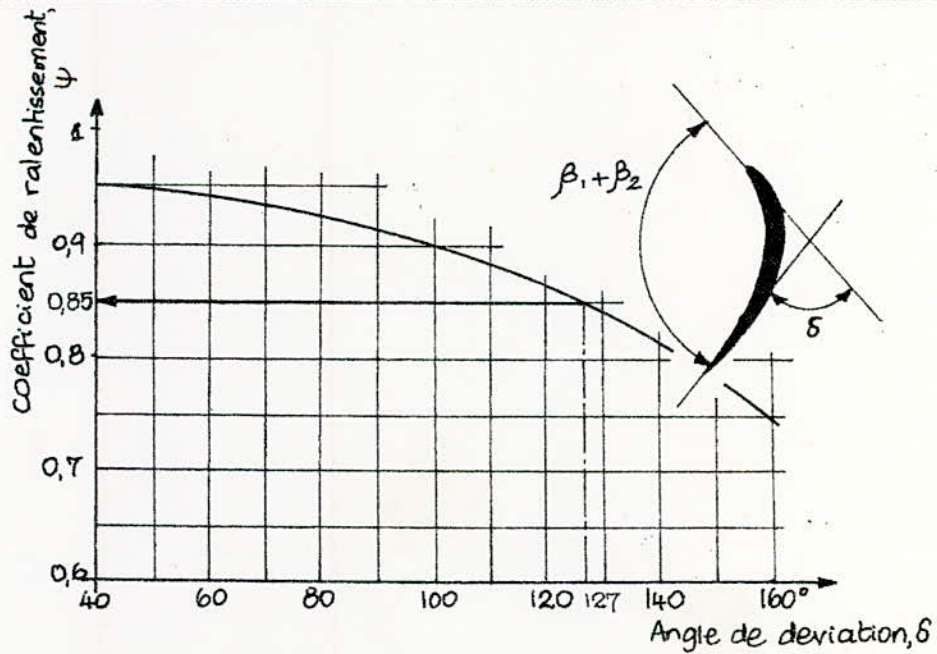


Fig. 18:  $\psi = f(\delta)$ .

d'où aussi,  $V_{2u} = V_{1u} - \frac{W_u}{U} = V_1 \cos \alpha_1 - \frac{W_u}{U}$  [m/s]

$$V_{2u} = 490 \cos 14^\circ - \frac{101760}{238} = 48 \text{ m/s}$$

V.1.6. Triangles de vitesse de l'aube à action.

V.1.6.1. Vitesse relative à l'entrée de la roue,  $W_1$ .

$$W_1^2 = V_1^2 + U^2 - 2UV_1 \cos \alpha_1 \quad [\text{m/s}]$$

$$W_1 = (490^2 + 238^2 - 2 \cdot 238 \cdot 490 \cdot \cos 14^\circ)^{1/2} \quad [\text{m/s}]$$

$$W_1 = 265 \text{ m/s}$$

- L'angle  $\beta_1$  qui est généralement compris entre  $14^\circ$  et  $30^\circ$  est calculé par,

$$\cos \beta_1 = \frac{V_1 \cos \alpha_1 - U}{W_1} = \frac{490 \cdot \cos 14^\circ - 238}{265} = 0,8957$$

$$\beta_1 = 26,4^\circ$$

V.1.6.2. Vitesse relative à la sortie de la roue,  $W_2$ .

On se propose d'utiliser ici, des aubages symétriques, qui entraîne  $\beta_2 = \beta_1 = 26,4^\circ$

$$W_2 = \psi W_1 \quad [\text{m/s}]$$

$\psi$ : coefficient de ralentissement dû aux frottements dans le canal de l'aubage.

A partir du graphique  $\psi = f(\delta)$ , avec

$$\delta = 180 - (\beta_1 + \beta_2) = 180 - 2 \cdot 26,4^\circ = 127,2^\circ, \quad \psi = 0,85 \text{ (Fig 18)}$$

donc,  $W_2 = 0,85 \cdot 265 = 225 \text{ m/s}$ .

V.1.6.3. Vitesse absolue à la sortie de la roue,  $V_2$ .

$$V_2^2 = W_2^2 + U^2 - 2U \cdot W_2 \cdot \cos \beta_2 \quad [\text{m/s}]$$

$$V_2 = (225^2 + 238^2 - 2 \cdot 238 \cdot 225 \cdot \cos 26,4^\circ)^{1/2} \quad [\text{m/s}]$$

$$V_2 = 106 \text{ m/s}$$

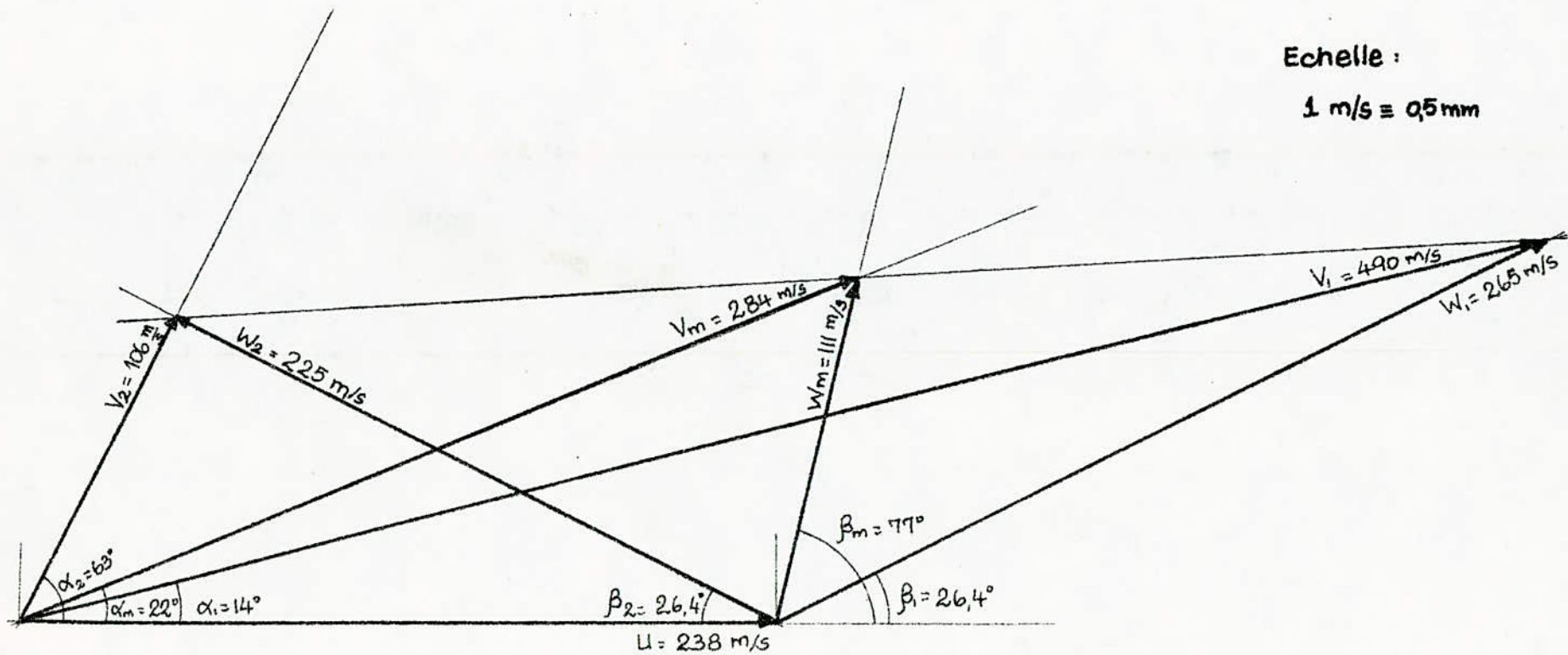


Fig. 19: Triangles de vitesse des aubes symétriques de la turbine.  
(avec frottement)

L'angle  $\alpha_2$  correspondant est,

$$\alpha_2 = \cos^{-1} \left( \frac{V_{2u}}{V_2} \right) = \cos^{-1} \left( \frac{48}{106} \right) = 63^\circ.$$

V.1.7. Rendement adiabatique de la turbine,  $\eta_t$ .

$$\eta_t = \frac{\Delta H_r}{\Delta H_{th}}$$

$$\eta_t = 0,97^2 = 0,94.$$

Le calcul exact de la température de sortie de la turbine peut ainsi être fait,

$$\eta_t = \frac{T_e - T_s}{T_e - T_s^*}$$

$$\text{d'où } T_s = T_e - \eta_t (T_e - T_s^*) = 908 - 0,94 (908 - 793) = 800^\circ \text{K}.$$

La valeur de  $T_s$  prise en approximation est de  $811^\circ \text{K}$ .

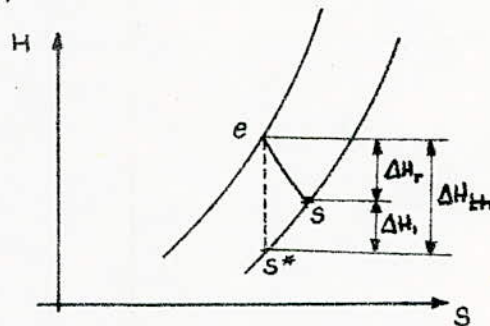
V.2. Evaluation des pertes dans la turbine.

On classe habituellement les pertes dans les turbines en pertes internes et en pertes externes.

V.2.1. Pertes internes.

Elles comprennent :

V.2.1.1. pertes par frottement des gaz dans les aubages fixes (distributeur),  $\Delta H_i$ .



$s s^*$  : Pertes.

$$\Delta H_i = \Delta H_{th} - \Delta H_r \quad [\text{J/kg}].$$

$$\text{avec } \Delta H_{th} = \left( \frac{V_{1th}}{91,5} \right)^2 [\text{kcal/kg}]; \Delta H_r = \left( \frac{V_1}{91,5} \right)^2 = \left( \frac{V_{1th} \cdot \varphi}{91,5} \right)^2 [\text{kcal/kg}]$$

Donc, 
$$\Delta H_1 = \frac{V_{1h}^2}{91,5^2} (1 - \psi^2) = \frac{505^2}{91,5^2} (1 - 0,97^2) = 1,8 \text{ Kcal/Kg}$$

$$\Delta H_1 = 7525 \text{ J/Kg.}$$

V.2.1.2. Pertes dans les aubages mobiles,  $\Delta H_2$ .

$$\Delta H_2 = (1 - \psi^2) \cdot \frac{W_1^2}{2} \text{ [J/Kg]}$$

$$\Delta H_2 = (1 - 0,85^2) \cdot \frac{265^2}{2} = 9744 \text{ J/Kg.}$$

V.2.1.3. Pertes par frottement des disques dans les gaz,  $\Delta H_3$ .

Il y a frottement par suite de la rotation des disques dans les gaz. Il en résulte un couple de freinage.

Expérimentalement, STODOLA a montré que

$$\Delta H_3 = \frac{3 \cdot 10^{-7} \cdot D^{1,4} \cdot U^{2,8} \cdot \bar{\rho}}{\dot{m}_t} \text{ [Kcal/Kg]}$$

avec 
$$\bar{\rho} = \frac{\rho_e + \rho_s}{2} = \frac{0,6900 + 0,467}{2} = 0,579 \text{ Kg/m}^3$$

$$\Delta H_3 = \frac{3 \cdot 10^{-7} \cdot 0,0758^{1,4} \cdot 238^{2,8} \cdot 0,579}{0,142} = 0,149 \text{ Kcal/Kg}$$

$$\Delta H_3 = 623 \text{ J/Kg.}$$

V.2.2. Pertes externes.

Elles comprennent :

V.2.2.1 perte par vitesse restante,  $\Delta H_4$ .

L'existence de la vitesse de sortie et de l'énergie cinétique qui lui correspond et qui se dissipe sous forme de remous dans le fond d'échappement entraîne une perte égale à

$$\Delta H_4 = \frac{V_2^2}{2} = \frac{106^2}{2} = 5618 \text{ J/Kg.}$$

V.2.2.2. pertes mécaniques,  $\Delta H_5$

Comme dans toutes les machines, les frottements dans les

paliers et dans les butées créent un couple résistant qui absorbe une partie de la puissance de la machine. Elles sont de l'ordre d'1% pour les turbines de faibles puissances (de la chute théorique).

$$\Delta H_5 = 0,01 \cdot H_{th} \quad [\text{J/kg}] .$$

$$\Delta H_5 = 0,01 \cdot 127201 = 1272 \quad \text{J/kg} .$$

V. 2.3. Calcul du rendement global ou effectif,  $\eta_{gt}$ .

L'expression de  $\eta_{gt}$  est :

$$\eta_{gt} = \frac{\Delta H_{th} - \Delta H_p}{\Delta H_{th}}$$

$$\Delta H_p = \sum_i \Delta H_i = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 + \Delta H_4 + \Delta H_5 \quad [\text{J/kg}]$$

$$\Delta H_p = 7525 + 9744 + 623 + 5618 + 1272 = 24782 \quad \text{J/kg} .$$

$$\text{d'où} \quad , \quad \eta_{gt} = \frac{127201 - 24782}{127201} = 0,805$$

La valeur de  $\eta_{gt}$  prise initialement est de 0,8. La nouvelle valeur calculée du rendement de la turbine entraîne une nouvelle valeur de sa puissance effective qu'est

$$P_{eff_t} = \dot{m}_t \cdot \eta_{gt} \cdot \Delta H_{th} = 0,142 \cdot 0,8052 \cdot 127201 \quad [\text{W}]$$

$$P_{eff_t} = 14544 \quad \text{W}$$

La turbine est donc thermodynamiquement capable de fournir la puissance nécessaire pour la compression qui, elle est de 14451 watts. On admet de plus, comme sécurité une différence de puissance i.e

$$\Delta P = P_{eff_t} - P_{eff_c} \cong 100 \quad \text{W} .$$

Notre turbosoufflante assure, quant à elle une  $\Delta P = 93 \text{ W}$ , différence qui est acceptable.

### V.3. Dimensionnement de la turbine.

#### V.3.1. Les tuyères ou aubes distributrices.

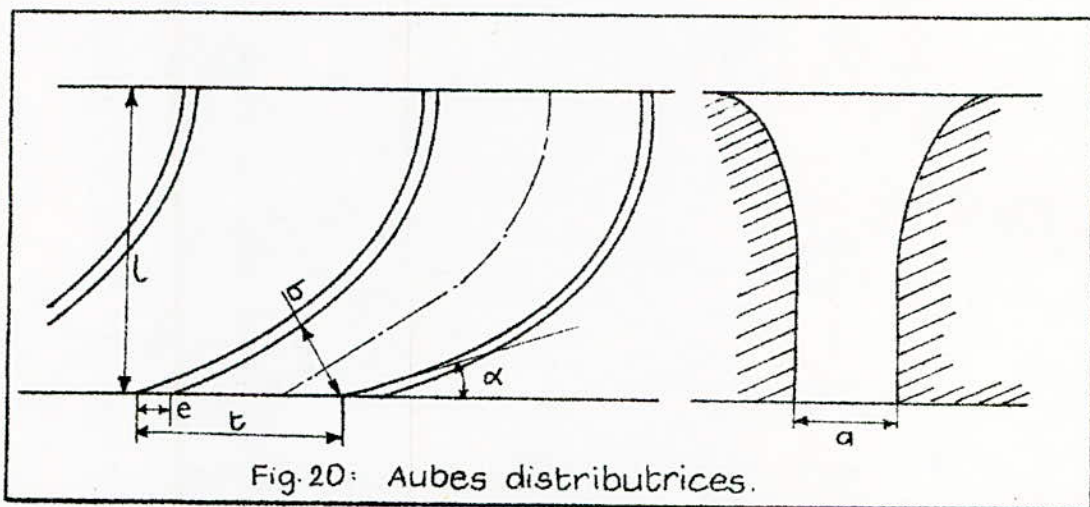
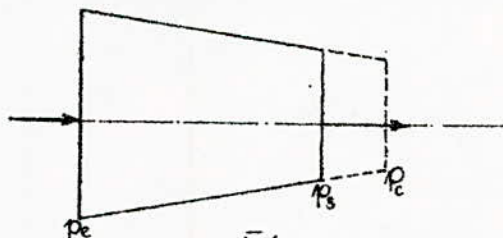


Fig. 20: Aubes distributrices.

#### V.3.1.1. Forme de la tuyère.

Est-ce que la tuyère est convergente, divergente ou convergente-divergente ?

Pour en savoir, calculons tout d'abord la pression au col,  $P_c$ .



$$P_c = P_e \left( \frac{2}{\delta + 1} \right)^{\frac{\delta}{\delta - 1}} \quad [\text{N/m}^2]$$

$$P_c = 1,8 \cdot 10^5 \left( \frac{2}{1,352 + 1} \right)^{\frac{1,352}{0,352}} = 0,9657 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$P_c < P_s = 1,072 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ , entraîne que la tuyère est de type convergente sans col (Théorème d'Hugoniot).



### V.3.1.2. Angle d'injection, $\alpha$ .

Sur recommandation,  $\alpha = \alpha_1 - (2^\circ \text{ à } 3^\circ)$ .

$$\text{soit } \alpha = \alpha_1 - 2^\circ = 14^\circ - 2^\circ = 12^\circ$$

### V.3.1.3. Epaisseur des branches, $\delta$ .

La documentation dit que  $\delta < 1,5 \text{ mm}$ .

$$\text{soit } \delta = 1,4 \text{ mm.}$$

### V.3.1.4. Hauteur radiale, $a$ .

La section de passage d'une tuyère vaut  $(a \cdot b)$

Pour toute la circonférence, la section totale

$$S = a \cdot b \cdot L / t \quad [\text{m}^2] \quad ; \quad L = \pi D \quad [\text{m}] \quad (\text{injection tot.})$$

L'équation de continuité à la sortie des tuyères permet d'écrire  $\dot{m}_t = \rho_1 \cdot S \cdot V_1 \quad [\text{kg/s}]$

$$\text{avec } \rho_1 = P_1 / rT_1 = 1,01186 \cdot 10^5 / 287 \cdot 800 = 0,4668 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{soit encore } \varepsilon = b/t = 0,18.$$

$$a = \frac{\dot{m}_t}{\varepsilon \cdot \pi \cdot D \cdot \rho_1 \cdot V_1} = \frac{0,142}{0,18 \cdot \pi \cdot 0,0758 \cdot 0,4668 \cdot 490} \quad [\text{m}]$$

$$a = 14,6 \cdot 10^{-3} \text{ m} \approx 15 \text{ mm.} \quad [a \geq 15 \text{ mm}]$$

### V.3.1.5. Nombre de tuyères, $Z$ .

Le nombre maximal de tuyères avec  $b_{\min} = 8 \text{ mm}$ ,  $Z_{\max}$  est

$$Z_{\max} = \frac{\pi \cdot D}{t_{\min}} \quad ; \quad t_{\min} \text{ étant le pas minimal.}$$

$$t_{\min} = (b_{\min} + \delta) / \sin \alpha = (8 + 1,4) / \sin 12^\circ = 45,2 \text{ mm.}$$

$$Z_{\max} = \pi \cdot 75,8 / 45,2 = 5,3.$$

soit le nombre de tuyères,  $Z = 5$

le pas correspondant,  $t = \pi D / Z = \pi \cdot 75,8 / 5 = 47,6 \text{ mm}$ .

$$\text{Aussi, } b = \varepsilon \cdot t = 47,6 \cdot 0,18 = 8,6 \text{ mm.}$$

V.3.1.6. Coefficient d'obstruction,  $K$ .

$$K = (b - e) / b$$

avec  $e = \delta / \sin \alpha = 1,4 / \sin 12^\circ = 6,7 \text{ mm.}$

$$K = (47,6 - 6,7) / 47,6 = 0,86 \quad [K = 0,85 \div 0,93]$$

V.3.1.7. Profondeur des tuyères suivant l'axe ;  $l$ .

$$b/l = 0,6 \div 0,8$$

soit  $b/l = 0,8$

$$l = b / 0,8 = 47,6 / 0,8 = 59,5 \text{ mm.}$$

V.3.1.8. Matériau constitutif des tuyères.

Très utilisé de nos jours pour la fabrication des tuyères d'une telle turbosoufflante, est l'acier austénitique et inoxydable, AISI 314. (General Electric).

V.3.2. Aubages mobiles. (Fig. 21).

V.3.2.1. Hauteur radiale à l'entrée de l'ailette,  $a_1$ .

Les sections de passage dans l'aubage mobile doivent satisfaire à l'équation de continuité. Afin d'assurer une parfaite entrée de la veine des gaz dans l'ailette, la hauteur à l'entrée de celle-ci doit être légèrement supérieure à la hauteur de sortie du distributeur.

$$a_1 = a + 2r \quad [\text{mm}]$$

$r$  = recouvrement, de valeur minimale 1,5 mm

soit  $a_1 = a + 3 \text{ mm} = 15 + 3 = 18 \text{ mm.}$

V.3.2.2. Hauteur radiale à la sortie de l'ailette,  $a_2$ .

L'équation de continuité entre l'entrée et la sortie de l'aube,

$$\dot{m}_t = \rho_1 \cdot A_1 \cdot W_1 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot W_2 \quad [\text{kg/s}]$$

$A_i$  étant la section de passage de l'ailette.

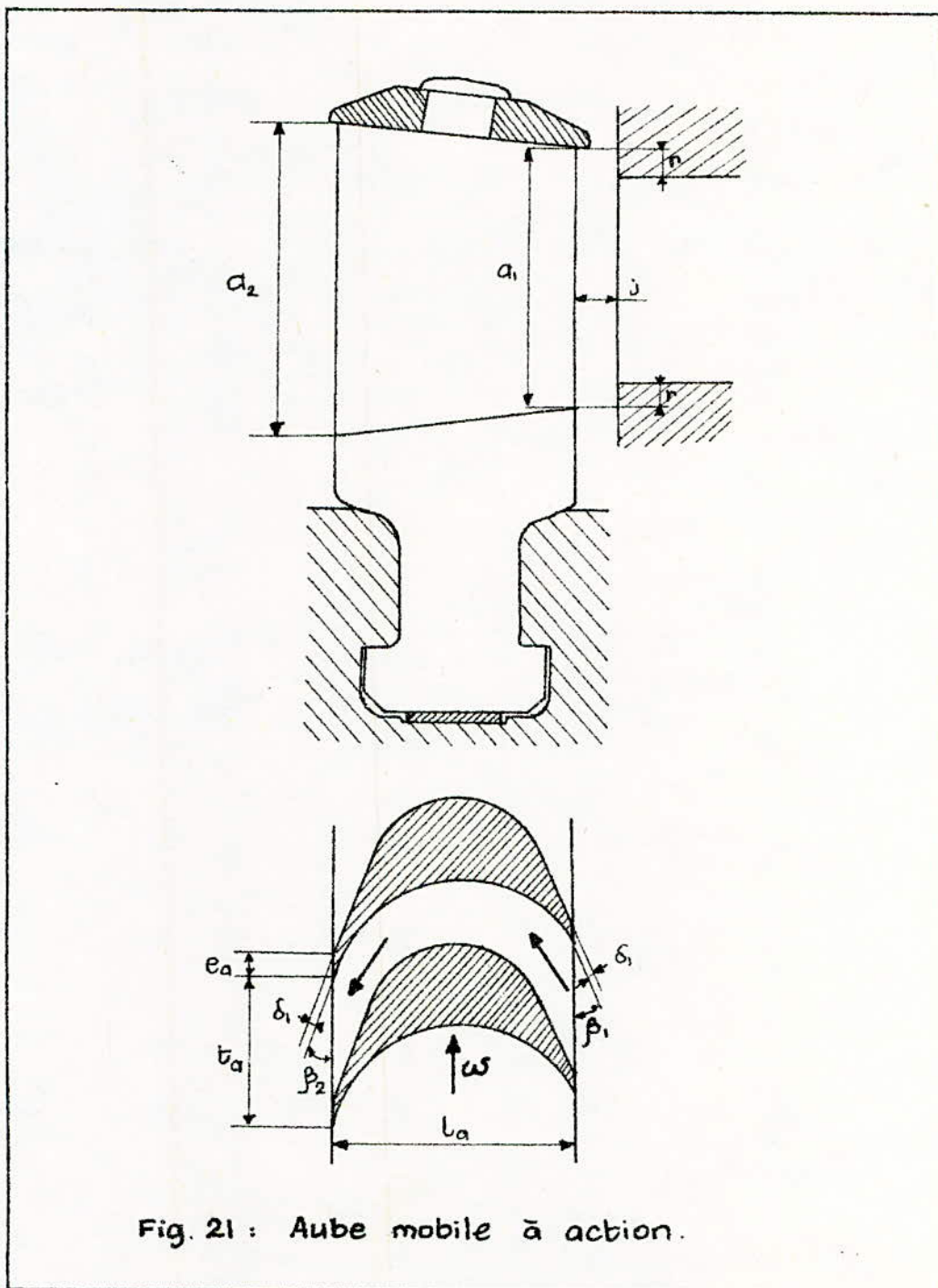


Fig. 21 : Aube mobile à action.

$$A_1 = \pi \cdot D \cdot a_1 \cdot \varepsilon \quad [\text{m}^2]; \quad A_2 = \pi \cdot D \cdot a_2 \cdot \varepsilon_1 \quad [\text{m}^2]$$

Il s'ensuit que ,  $a_2 = a_1 \cdot \frac{W_1}{W_2} = 18 \cdot \frac{265}{225} = 21,2 \text{ mm}$ .

[généralement  $a_1, a_2 = 15 \div 100 \text{ mm}$ ].

V.3.2.3. Pas des ailettes,  $t_a$ .

Pour assurer le débit dans les trois sections, il faut que

$$a \cdot L \cdot \varepsilon \cdot V_1 \cdot \rho_1 \leq a \cdot L \cdot \varepsilon_1 \cdot W_1 \cdot \rho$$

$$\varepsilon_1 W_1 \geq \varepsilon V_1$$

$$\varepsilon = \sin \alpha_1 - \delta / t$$

$$\varepsilon_1 = \sin \beta - \delta / t_a$$

$$t_a \geq \frac{\delta_1}{\sin \beta_1 - \varepsilon \cdot \frac{V_1}{W_1}} \quad [\text{mm}]$$

soit  $\delta = 0,5 \text{ mm}$  ;  $\delta = (0,5 \div 1) \text{ mm}$

$$t_a \geq \frac{0,5}{\sin 26,4^\circ - 0,18 \cdot \frac{490}{265}} = 4,47 \text{ mm}$$

V.3.2.4. Nombre d'ailettes,  $Z_a$ .

Le nombre maximal d'ailettes,  $Z_{a \max}$  est

$$Z_{a \max} = \pi D / t_{a \min} = \pi \cdot 75,8 / 4,47 = 53$$

soit  $Z_a = 21$  aubes

d'où le pas,  $t_a = \pi D / Z_a = \pi \cdot 75,8 / 21 = 11,3 \text{ mm}$

d'autre part,  $t_a / l_a = (0,6 \div 0,9)$

$$l_a = 11,3 / 0,6 = 18,83 \text{ mm} \quad ; \quad l_a = (15 \div 150) \text{ mm}$$

V.3.2.5. Epaisseur des aubages à l'entrée et sortie,  $e_a$ .

$$e_a = \delta_1 / \sin \beta_1 = 0,5 / \sin 26,4^\circ = 1,12 \text{ mm}$$

d'où le coefficient d'obstruction,

$$K_a = (t_a - e_a) / t_a = (11,3 - 1,12) / 11,3 = 0,9$$

$$K_a = (0,8 \div 0,95).$$

De plus on prendra comme valeur du jeu axial,  $j$ , celle du recouvrement,  $r$ .

$$j \approx r = 1,5 \text{ mm.}$$

### V.3.2.b. Dessin des aubages mobiles à action.

Pour des questions d'usinage, le profil des aubages mobiles à action est généralement composé d'arcs de cercles et de droites (Fig 22)

La face concave AB ou A<sub>1</sub>B<sub>1</sub> est circulaire; le rayon correspondant  $R_1$  est

$$R_1 (\cos \beta_1 + \cos \beta_2) = l_a \quad [\text{mm}]$$

$$R_1 = l_a / (\cos \beta_1 + \cos \beta_2) \quad [\text{mm}]$$

$$R_1 = 18,83 / 2 \cos 26,4^\circ = 10,5 \text{ mm.}$$

N.B : Les aubes ont été tracées d'après la méthode de STODOLA.

### V.3.2.7. Sollicitations des ailettes.

Les ailettes, fabriquées par moulage en cire perdue, utilisent des matériaux qui sont inoxydables, présentent une résistance à la chaleur et possèdent de bonnes caractéristiques mécaniques. On utilise, en général, des aciers ayant une teneur en chrome d'au moins 13%.

Le matériau choisi est le Z 30 C 13, dont

$$\text{la résistance élastique, } R_e = 685 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{et la résistance à la rupture, } R_r = 830 - 1030 \text{ N/mm}^2.$$

Fig 22 : Traçage des aubes (STODOLA)

Echelle:5

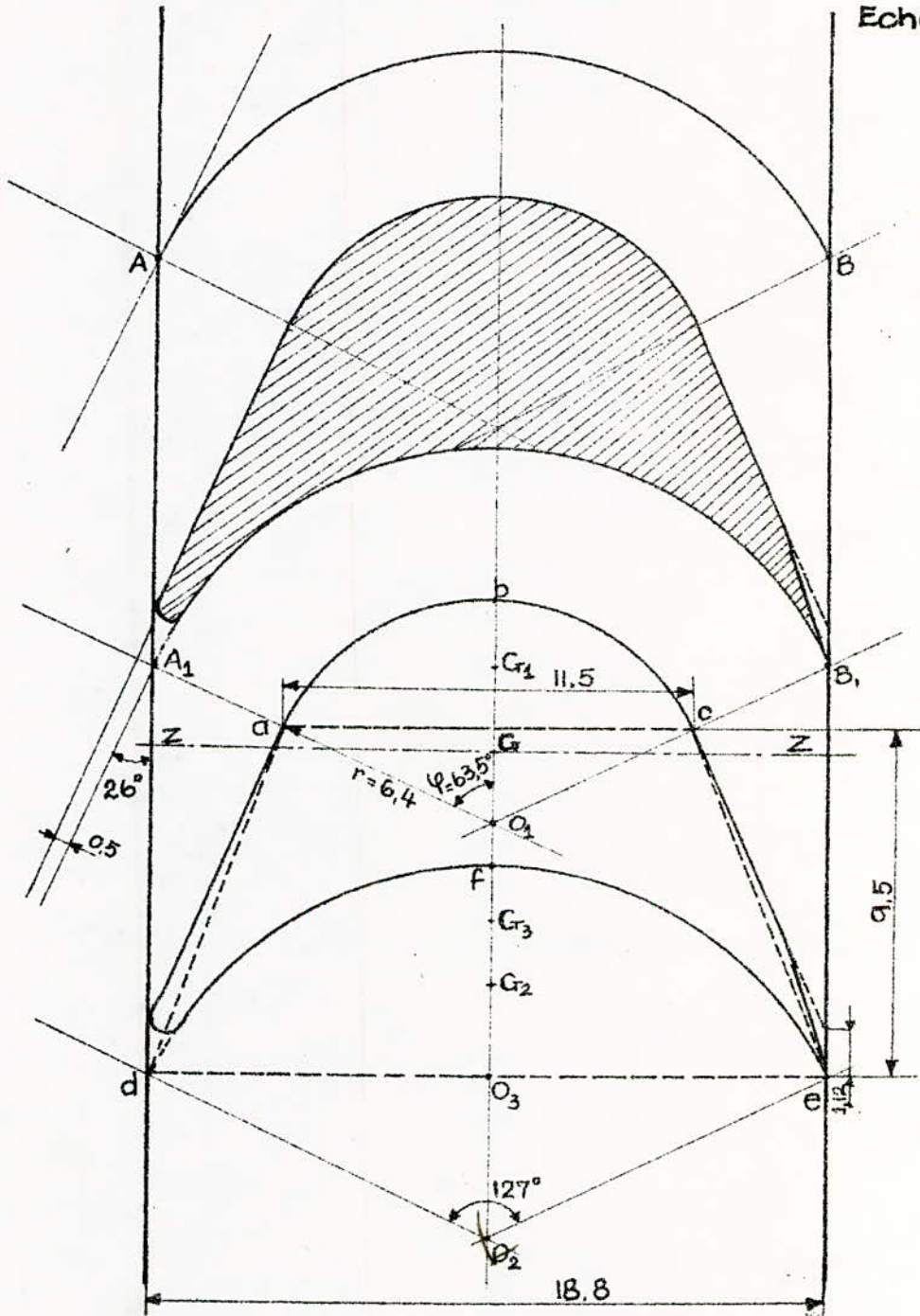


Figure 1 : abc

Figure 2 : dfe

Figure 3 : aced

Pour la vérification des ailettes, on prendra comme hypothèse que chacune d'elles est un solide encastré à sa base, libre à son extrémité et soumis à l'action du jet des gaz et de la force centrifuge. La vérification consiste à les vérifier à la traction et à la flexion.

- Vérification à la traction.

La force centrifuge agissant sur une aube,

$$F_a = m_a \cdot \omega^2 \cdot D/2 \quad [N]$$

où  $m_a$  = masse d'une aube (kg) ;  $m_a = \rho_a \cdot V_a$  [kg].

$$\rho_a = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad ; \quad V_a = 8951 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3.$$

$$m_a = 7,8 \cdot 10^3 \cdot 8951 \cdot 10^{-9} = 0,0698 \text{ kg}.$$

$$F_a = 0,0698 (6283,2)^2 \cdot 0,0758 / 2 = 10444 \text{ daN}$$

La contrainte à la traction,  $\sigma_t$  :

$$\sigma_t = F_a / S_a = 10444 / 457 = 23 \text{ daN/mm}^2.$$

La contrainte admissible à la traction,  $\sigma_{tadm}$

$$\sigma_{tadm} = \frac{R_e}{k} \quad [\text{daN/mm}^2]$$

(considérant que la charge sur l'aube est constante).

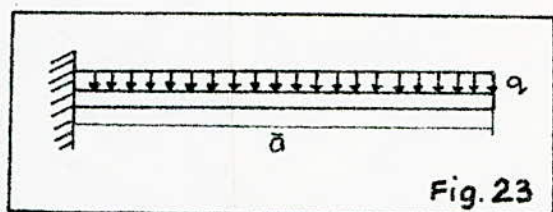
$k$  = coefficient de sécurité ;  $k = 2$

$$\sigma_{tadm} = 68,5 / 2 = 34,25 \text{ daN/mm}^2.$$

Or  $\sigma_t < \sigma_{tadm}$ , la condition de traction est donc vérifiée.

- Vérification à la flexion.

Considérons l'aube comme une poutre de section constante encastrée à une extrémité et soumise à un effort,  $F$  uniformément répartie sur toute sa longueur.



$q$ : densité de charge  
[N/m]

- Puissance d'un aubage,  $P_a$ :

$$P_a = P_{\text{eff}} / Z \cdot \eta_m = 14,45 \cdot 10^3 / 21 \cdot 0,99 = 695 \text{ W.}$$

- Force tangentielle,  $F$ .

$$F = 2 P_a / D \cdot \omega = 2 \cdot 695 / 0,0758 \cdot 6283,2 = 3 \text{ N}$$

- Densité de charge,  $q$ .

$$q = F / \bar{a} = 3 / 0,0196 = 153,1 \text{ N/m.}$$

- Moment fléchissant maximal,  $M_{bf\text{max}}$ .

$$M_{bf\text{max}} = \frac{1}{2} \bar{a}^2 \cdot q = \frac{153,1}{2} \cdot 0,0196^2 = 2,94 \cdot 10^{-2} \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_{bf\text{max}} = 2,94 \text{ dan}\cdot\text{mm}^2$$

- Moment d'inertie de l'aube par rapport à l'axe  $zz$ .

Il faut au préalable déterminer le centre de gravité de la section de l'aube. La méthode consiste à décomposer la section en des figures relativement simples et dont les centres de gravité peuvent être trouvés facilement. (voir figure 22).

• Centre de gravité de la figure I,  $G_1$ .

$$O, G_1 = \frac{4}{3} \cdot \frac{r \cdot \sin^3 \varphi}{\frac{2\pi\varphi}{180} - \sin 2\varphi} \quad [\text{mm}]$$

avec  $\varphi = 63,5^\circ$ .

$$O, G_1 = \frac{4}{3} \cdot \frac{6,4 \cdot \sin^3 63,5}{\frac{2\pi \cdot 63,5}{180} - \sin 127} = 4,3 \text{ mm}$$

L'aire de la section I,  $A_1$ ,

$$A_1 = \frac{r^2}{2} \left( \frac{2\pi\varphi}{180} - \sin^2 \varphi \right) \quad [\text{mm}^2]$$

$$A_1 = \frac{6,4^2}{2} \left( \frac{2 \cdot \pi \cdot 63,5}{180} - \sin^2 63,5 \right) = 29 \text{ mm}^2.$$



• Centre de gravité de la section 2,  $G_2$  :

$$O_2 G_2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{10,5 \cdot \sin^3 63,5}{\frac{127 \cdot \pi}{180} - \sin 127} = 7,1 \text{ mm.}$$

L'aire de la section 2,  $A_2$  :

$$A_2 = \frac{10,5^2}{2} \left( \frac{127 \cdot \pi}{180} - \sin^2 63,5 \right) = 78 \text{ mm}^2.$$

• Centre de gravité de la figure 3,  $G_3$  :

$$O_3 G_3 = \frac{h(a+2b)}{3(a+b)} \quad [\text{mm}]$$

$$a = 18,83 \text{ mm} ; \quad h = 9,5 \text{ mm.}$$

$$b = 11,46 \text{ mm}$$

$$O_3 G_3 = \frac{9,5 (18,83 + 22,92)}{3 (18,83 + 11,46)} = 4,36 \text{ mm}$$

L'aire de la section 3,  $A_3$  :

$$A_3 = \frac{1}{2} (a+b) h = \frac{1}{2} (18,83 + 11,46) \cdot 9,5 = 144 \text{ mm}^2.$$

• Centre de gravité de la section de l'aube,  $G$  par rapport au centre  $O_2$ .

$$O_2 G = \frac{\sum_i A_i (O_i G_i + O_2 O_i)}{\sum_i A_i} \quad [\text{mm}]$$

$$\begin{aligned} \sum_i A_i (O_i G_i + O_2 O_i) &= A_1 (O_1 G_1 + O_2 O_1) - A_2 O_2 G_2 + A_3 (O_3 G_3 + O_2 O_3) \quad [\text{mm}^3] \\ &= 29 (4,3 + 14,2) - 78 \cdot 7,1 + 144 (4,4 + 4,7) \quad [\text{mm}^3] \\ &= 1293 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

$$\sum_i A_i = 29 + 144 - 78 = 95 \text{ mm}^2$$

$$O_2 G = \frac{1293}{95} = 13,6 \text{ mm.}$$

- Moment d'inertie de la figure 1 par rapport à l'axe horizontale passant par le centre de gravité,  $G$  ;  $I_{1/z}$  :

$$I_{1/z} = I_1 + A_1 \overline{GG_1}^2 \quad [\text{mm}^4]$$

$$\text{ou } I_1 = \frac{r^4}{16} \left[ \frac{4\varphi\pi}{180} - \sin 4\varphi \right] - \frac{r^4}{9} \frac{(1 - \cos 2\varphi)^3}{\left(\frac{2\pi\varphi}{180} - \sin 2\varphi\right)} \quad [\text{mm}^4]$$

$$I_1 = \frac{6,4^4}{16} \left( \frac{4 \cdot 63,5 \cdot \pi}{180} - \sin 254 \right) - \frac{6,4^4}{16} \frac{(1 - \cos 127^\circ)^3}{\left(\frac{127 \cdot \pi}{180} - \sin 127^\circ\right)} = 262 \text{ mm}^4$$

$$\text{avec } \overline{GG_1} = 2,4 \text{ mm}$$

$$I_{1/z} = 262 + 29 \cdot 2,4^2 = 429 \text{ mm}^4.$$

- De même, on calcul  $I_{2/z}$  :

$$I_{2/z} = I_2 + A_2 \overline{GG_2}^2 \quad [\text{mm}^4]$$

$$I_2 = 183 \text{ mm}^4$$

$$\overline{GG_2} = 6,5 \text{ mm}$$

$$I_{2/z} = 183 + 78 \cdot 6,5^2 = 3478,5 \text{ mm}^4.$$

- Calcul de  $I_{3/z}$ .

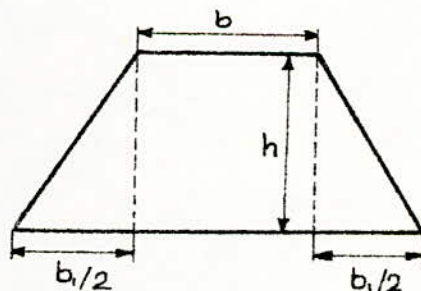
$$I_{3/z} = I_3 + \overline{GG_3}^2 \cdot A_3 \quad [\text{mm}^4]$$

$$I_3 = \frac{bb^2 + bbb_1 + b_1^2 \cdot h^3}{3b \cdot (2b + b_1)} \quad [\text{mm}^4]$$

$$I_3 = 1068 \text{ mm}^4$$

$$\overline{GG_3} = 2,5 \text{ mm}$$

$$I_{3/z} = 4249 \text{ mm}^4.$$



$$b = 11,46 \text{ mm}$$

$$b_1 = 7,6 \text{ mm}$$

$$h = 9,5 \text{ mm}$$

- Moment d'inertie de la section de l'aube,  $I_z$ .

$$I_z = I_{1/z} + I_{3/z} - I_{2/z} = 429 + 4249 - 3479 = 1199 \text{ mm}^4.$$

- Vérification de la condition de résistance à la flexion.

$$\frac{M_{bfmax} \cdot y}{I_z} < \sigma_{adm} \quad ; \quad y = 4,2 \text{ mm.}$$

$$\text{Or } \frac{M_{bfmax} \cdot y}{I_z} = \frac{2,94 \cdot 4,2}{1199} = 0,0103 \text{ daN/mm}^2 < \sigma_{adm} = 34 \text{ daN/mm}^2$$

La condition est largement vérifiée; fait qui est d'ailleurs évident pour des aubages d'une turbine à action.

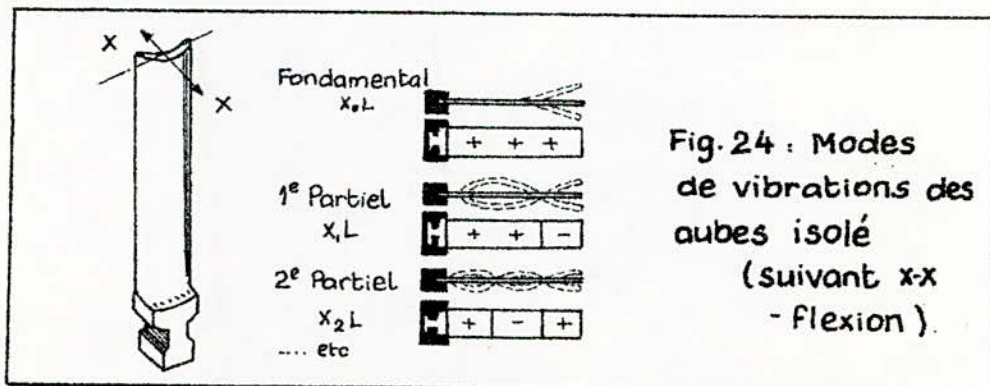
- Etude de vibration des aubes.

Les forces développées dans les turbines, loin d'être constantes, oscillent généralement autour d'une valeur moyenne avec une certaine périodicité. Ce fait peut donner lieu à des phénomènes de résonance pouvant présenter des conséquences néfastes pour la sécurité du matériel.

L'étude des vibrations d'un aubage consiste en

- la détermination des fréquences propres.
- l'examen des impulsions excitatrices.

La comparaison des fréquences propres de l'aube aux fréquences d'excitation permet de déterminer les zones de résonances possibles.



- Détermination des fréquences propres de l'aube.

$$f_{pi} = \left[ \alpha_i \cdot r / l^2 \cdot (E/\rho)^{1/2} \right] / 2\pi \quad (\text{Hz})$$

$\alpha_i$  : racines de l'équation des fréquences pour différents modes de vibrations de l'aube isolée.

$$\alpha_i = (1,87)^2, (4,69)^2, (5\pi/2)^2, \dots$$

$r = (I/s)^{1/2}$  ;  $I$  : moment d'inertie de la section fléchissante de l'aube

$S$  : section de l'aube.

$E$  : module d'Elasticité ( $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ )

$\rho$  : masse volumique de l'acier.

$i$	1	2	3	4
$f_{pi} \text{ (KHz)}$	11	71	201	393

- Les forces excitatrices.

(a) sillage des aubages distributeurs.

L'épaisseur des parois de guidage des aubes distributrices provoquent - des couches limites avec variation rapide de la vitesse dans l'épaisseur de ces couches

- des sillages qui n'ont pas encore disparu lorsque la veine des gaz rencontre les aubages mobiles, sont découpés et prennent des positions successives dans le canal de la roue.

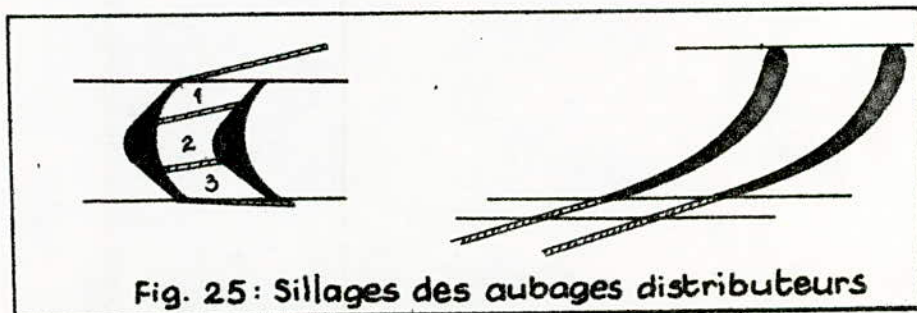


Fig. 25: Sillages des aubages distributeurs

La fréquence de passage de deux distributeurs successifs devant la même aube mobile ,

$$f_s = N \cdot n \quad (\text{Hz}) \quad ; \quad n: \text{nombre de distributeurs}$$

$N$ : vitesse de rotation en (tr/s)

si  $K f_s = f_p$  , on a résonance pour les valeurs de

$$K = 1, 2, 3, 4, \dots \text{ etc}$$

$$\text{Or } f_s = \frac{60000}{60} \cdot 5 = 5000 \text{ Hz} = 5 \text{ kHz.}$$

entraînant ainsi  $\frac{f_p}{f_s} \neq K$

Donc , on ne risque pas , au moins de rencontrer les principales résonances .

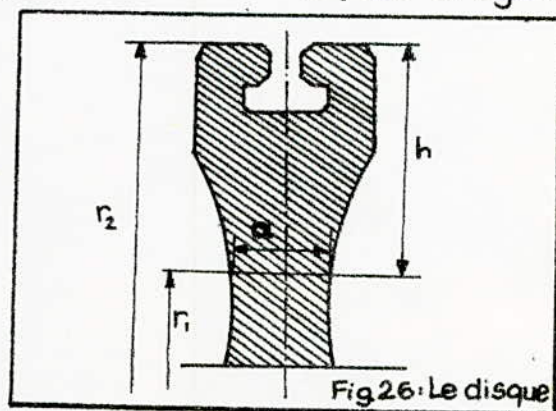
On se contentera , à défaut de la possibilité de les étudier , de citer les deux autres forces excitatrices principales , à savoir

(b) dissymétries dans la répartition des pressions à la sortie de la roue

et (c) oscillations de flexion de l'arbre .

### V. 3.3 Le disque.

Les ailettes mobiles des turbines à action sont généralement fixées sur des disques rapportés sur l'arbre ou venus de forge avec celui-ci. Pour le calcul on admettra que le disque , principalement constitué d'une jante et d'un voile , est d'égale contrainte à  $T^{\circ}\text{C}$  const.



### V.3.3.1. Calcul de la jante.

La jante est assimilée à un disque plat de hauteur,  $h$ . Elle est soumise à la force centrifuge  $F$ , due aux aubes, l'action radiale  $N$  du disque et tensions tangentiels,  $T$ .

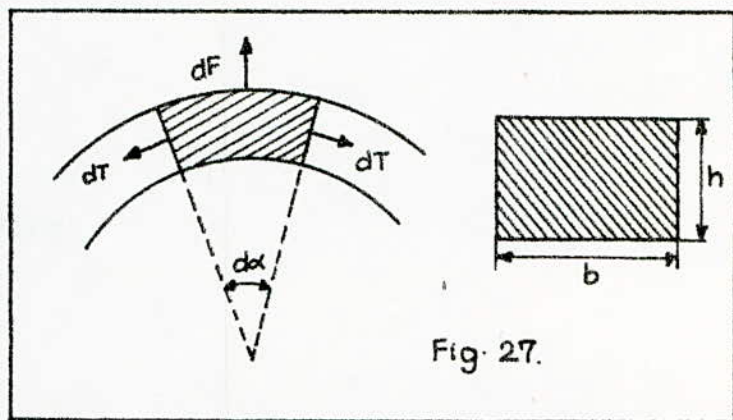


Fig. 27.

Prenant en considération l'allongement causé par les tensions, soumis à la loi de Hooke, et celui du disque au rayon extérieur,

$$a = \frac{m\omega^2 r_g^2 - (1-\mu)}{\rho/b + r_i/s_j} \quad [m]$$

$m$ : masse par unité de longueur comptée sur la circonférence décrite par le centre de gravité de l'ensemble jante et ailettes.

$\mu$ : coefficient de dilatation transversale ( $\mu = 0,3$ ).

$s_j$ : section de la jante.

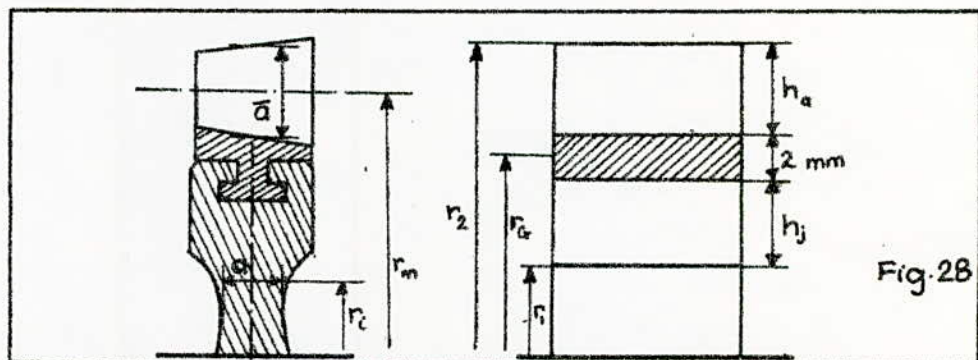


Fig. 28

On est obligé à faire d'abord une estimation de la section de la

jante, avec la supposition que les aubes et la jante forment une couronne d'épaisseur égale à  $l_a$  (Fig 28)

- $r_m = 75,8/2 = 37,9 \text{ mm}$
- $r_2 = r_m - (\bar{a}/2) - 2 = 26,1 \text{ mm}$
- $r_1 = 15 \text{ mm}$
- $S_j = (h_a + h_j) l_a = 18,83 \cdot 5 = 169,5 \text{ mm}^2$
- Masse des aubes,  $M_a = z \cdot m_a = 21 \cdot 0,0698 = 1,47 \text{ kg}$ .
- Masse de la jante,  $M_j = 2\pi l_a [(r_1 + h_j/2) + (r_2 - h_a/2)] \rho_s [\text{kg}]$   
 $M_j = 2\pi [17,5 \cdot 18,83 + 24,1 \cdot 18,83] \cdot 10^{-9} \cdot 10^3 \cdot 7,8 = 0,0384 \text{ kg}$ .
- Masse totale (jante + aubes),  $M = 1,47 + 0,0384 = 1,51 \text{ kg}$ .
- Masse par unité de longueur,  $m = \frac{M}{2\pi r_a} = \frac{1,51}{2\pi \cdot 0,021} = 11,44 \text{ kg/m}$

Le matériau utilisé pour le disque est le Z30013 avec une contrainte admissible  $\sigma = 7 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$ .

$$a = \frac{\frac{11,44 \cdot 39,478 \cdot 21^2}{169,5 \cdot 10^{-6} \cdot 7 \cdot 10^8} - 0,7}{0,3/18,83 \cdot 10^{-3} + \frac{15 \cdot 10^{-3}}{94 \cdot 10^{-6}}} = 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 5,6 \text{ mm}$$

V.3.3.2 Calcul du voile du disque.

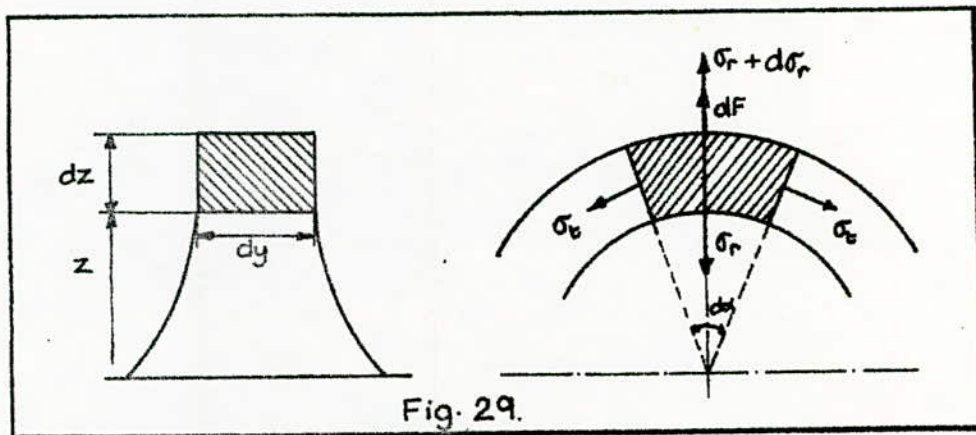


Fig. 29.

Le voile est soumis à la force centrifuge,  $F$ , aux forces dues

aux contraintes radiales  $\sigma_r$ , et contraintes tangentielles,  $\sigma_t$ .

La variation de  $y = f(z)$  est

$$y = a \exp \left[ \frac{-\rho \omega^2 (z_1^2 - r_1^2)}{2\sigma} \right] \quad [\text{mm}]$$

L'épaisseur du voile au niveau de l'arbre,  $y_0$  est

$$y_0 = 5,6 \cdot \exp \left[ \frac{-7,8 \cdot 10^3 \cdot 39,478418 (15^2 - 10^2)}{2 \cdot 7 \cdot 10^8} \right] = 5,8 \text{ mm}$$

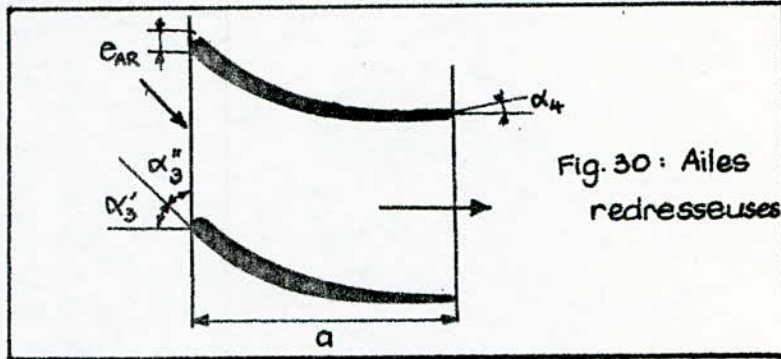
(un diamètre estimé de l'arbre [ $d = 15 \text{ mm}$  i.e  $z_1 = 7,5 \text{ mm}$ ] est utilisé pour trouver  $y_0$ ).

### 3.3.3 Fixation du disque sur l'arbre.

Vu les faibles dimensions du disque et donc les difficultés de fabrication, on se propose de le faire venir de forge avec l'arbre. L'assemblage permanent proposé, est d'ailleurs, celui de tendance actuelle.



### V.3.4. Le redresseur .



Les redresseurs ou ailes redresseuses fixés en aval de la roue, donnent aux filets de fluide, une direction axiale. L'angle  $\alpha_3''$  est élevé et il suffit d'ailes de faible longueur pour ramener l'écoulement dans une direction axiale.

L'extrémité de sortie des ailes du redresseur doit présenter une légère courbure en arrière pour tenir compte de la déviation de courant qui se produit dans cette zone. La diminution de l'angle de sortie,  $\alpha_4$  peut être estimée de 2 à 4°.

#### - Dimensionnement des ailes redresseuses.

- Soit  $\alpha_4 = 2^\circ$

Aussi  $(\alpha_3' - \alpha_4) / a \leq 5 \div 7^\circ \text{ [}^\circ / \text{mm]}$ .

soit  $(\alpha_3' - \alpha_4) / a = 2,5$  ;  $\alpha_3' = (90 - \alpha_3'')$  ,  $\alpha_3'' \approx 63^\circ$

i.e  $\alpha_3' = 90 - 63 = 27$

d'où  $25^\circ / a = 2,5$  ,  $a = 10 \text{ mm}$ .

- soit l'épaisseur de l'aile à l'entrée du redresseur,  $e_{AR}$

$$e_{AR} = e_R \cdot \frac{Z_R}{Z_{AR}} \text{ [mm]}$$

avec  $Z_R$  : nombre d'aubes de la roue

$Z_{AR}$  : nombre d'ailes du redresseur

$e_R$  : épaisseur de l'aube à la sortie de la roue

$$e_R = 1,12 \text{ mm.}$$

$$Z_{AR} = Z_R - (1 \div 5)$$

et d'autre part il faut que  $Z_R/Z_{AR} \neq (1, 2, 3, 4, 5 \dots)$ . Ceci est essentiel afin de ne pas permettre l'apparition du phénomène de résonance gazodynamique.

$$Z_{AR} = 21 - 1 = 20 \quad ; \quad e_{AR} = 1,18 \text{ mm}$$

$$Z_{AR} = 21 - 2 = 19 \quad ; \quad e_{AR} = 1,24 \text{ mm}$$

$$Z_{AR} = 21 - 3 = 18 \quad ; \quad e_{AR} = 1,31 \text{ mm}$$

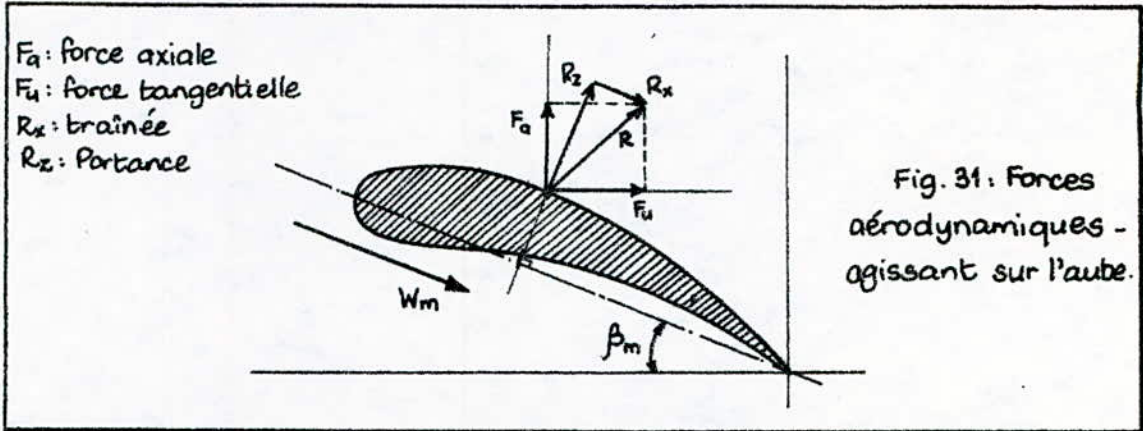
$$Z_{AR} = 21 - 4 = 17 \quad ; \quad e_{AR} = 1,38 \text{ mm.}$$

$$Z_{AR} = 21 - 5 = 16 \quad ; \quad e_{AR} = 1,47 \text{ mm.}$$

Puisque les ailes en elles-mêmes sont très minces, on portera notre choix sur  $Z_{AR} = 16$  et  $e_{AR} = 1,47 \text{ mm}$ , pour faciliter ses fabrications.

## V.4 Calcul aérodynamique des aubes mobiles.

Le calcul aérodynamique permet la vérification du comportement aérodynamique du système. Il est précédé de l'étude des forces agissantes sur les aubes, telles la force axiale et la force tangentielle.



### V.4.1. Détermination du coefficient de portance, $C_z$ .

Du fait qu'on ne dispose pas de catalogue de profils, on se propose d'entamer un calcul approximatif.  $C_z$  est approximé par défaut, mais sa valeur approche celle de la réalité.

Pour un profil symétrique, Prandtl a proposé l'équation suivante,

$$C_{z0} = 2\pi \sin i \quad ; \quad i: \text{angle d'incidence.}$$

Pour un profil réel d'envergure finie,

$$C_z = k_z \cdot C_{z0} \quad \text{où} \quad k_z = (0,5 \div 0,8).$$

$$\text{avec } i = 90^\circ - \beta_1 = 90^\circ - 26,4^\circ = 63,6^\circ, \text{ et } k_z = 0,6$$

$$C_z = 0,6 \cdot 2\pi \cdot \sin 63,6^\circ = 3,38.$$

### V.4.2. Détermination du coefficient de traînée effectif, $C_x$ .

$$C_x = C'_x + 0,02 \cdot t_0/\bar{a} + 0,018 C_z^2$$

$$\text{où } C'_x = k_x \cdot C_{x0} \quad ; \quad k_x = (0,3 \div 0,4)$$

$$C_{x0} = C_z^2 / \pi \lambda \quad \text{et} \quad \lambda = \bar{a}/l_a$$

$$C'_x = \frac{0,3 \cdot C_z^2 \cdot l_a}{\pi \cdot \bar{a}} = \frac{0,3 \cdot 3,38^2 \cdot 18,8}{\pi \cdot 19,6} = 1,05$$

Donc,

$$C_x = 1,05 + 0,02 \cdot \frac{11,3}{19,6} + 0,018 \cdot 3,38^2 = 1,27.$$

V.4.3. Force tangentielle sur la grille,  $F_{ug}$ .

$$F_{ug} = \frac{Z}{2} \cdot \rho \cdot l_a \cdot \bar{a} \cdot W_m^2 (C_z \sin \beta_m + C_x \cos \beta_m) \quad [N].$$

$$W_m = 111 \text{ m/s} \quad ; \quad \rho = 0,467 \text{ kg/m}^3$$

$$\beta_m = 77^\circ \quad ; \quad Z = 21$$

$$F_{ug} = \frac{21}{2} \cdot 0,467 \cdot 18,83 \cdot 10^{-3} \cdot 19,6 \cdot 10^{-3} \cdot 111^2 (3,38 \sin 77^\circ + 1,27 \cos 77^\circ) \quad [N]$$

$$F_{ug} = 80 \text{ N.}$$

V.4.4. Force axiale sur la grille,  $F_{ag}$ .

$$F_{ag} = \frac{Z}{2} \cdot \rho \cdot l_a \cdot \bar{a} \cdot W_m^2 (C_z \cos \beta_m - C_x \sin \beta_m) \quad [N]$$

$$F_{ag} = 22,297621 (3,38 \cos 77^\circ - 1,27 \sin 77^\circ) \quad [N]$$

$$F_{ag} \approx -11 \text{ N} \quad (\text{direction opposée}).$$

Note: Cette faible valeur de la poussée axiale se justifie par la symétrie des aubes de la roue.

V.4.5. Puissance et rendement aérodynamiques.

La puissance aérodynamique théorique,  $P_{at}$  est

$$P_{at} = U \cdot F_{ug} \quad [W]$$

$$P_{at} = 238 \cdot 80 = 19040 \text{ W.}$$

La puissance aérodynamique réelle,  $P_{ar}$  est

$$P_{ar} = \eta_{aa} \cdot P_{at} \quad [W]$$

$\eta_{aa}$  = rendement aérodynamique de la grille.

$$\eta_{aa} = [0,7 \div 0,98]$$

$$\text{soit } P_{ar} = 0,8 \cdot 19040 = 15232 \text{ W}$$

La puissance aérodynamique disponible pour l'entraînement du compresseur,  $P_d = \eta_m \cdot P_{ar} \quad [W]$  avec  $\eta_m = 0,99$ .

$$\mathcal{P}_d = 0,99 \cdot 15232 = 15080 \text{ W}$$

Note: La puissance disponible calculée par voie aérodynamique est suffisante pour entraîner le compresseur de puissance effective 14451 W.

On a l'inégalité suivante,

$$\mathcal{P}_d \text{ (turbine)} > \mathcal{P}_{\text{eff thermodyn.}} \text{ (turbine)} > \mathcal{P}_{\text{eff. compresseur}} \text{ [W]}$$

On a, ainsi retrouvé une adaptation turbine - compresseur appréciable. La définition du turbocompresseur est donc justifiée.

## CHAPITRE VI : CALCUL DE L'ARBRE.

L'arbre est soumis au couple dû à la puissance (torsion), à son poids propre (négligeable), celui du compresseur et de la turbine (flexion).

### VI.1. Disposition de l'arbre.

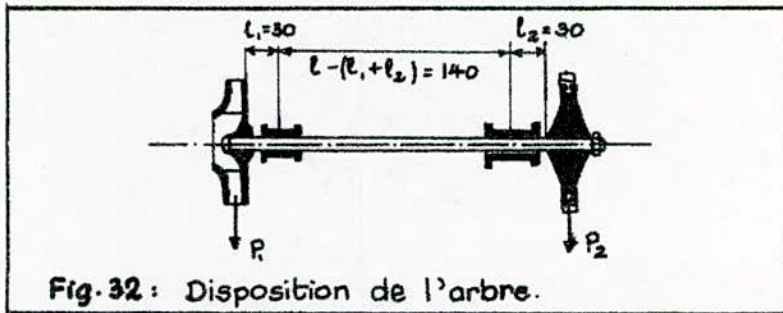


Fig. 32 : Disposition de l'arbre.

L'arbre comporte deux paliers Mitchell. La disposition ci-dessus choisie donne la possibilité de mieux utiliser l'entrée au compresseur (du point de vue résistance gazodynamique), aussi bien qu'à la sortie de la turbine.

$$P_1 = \pi \cdot \frac{8,4^2}{4} \cdot 15 \cdot 7,8 \cdot 10^3 \cdot 10^{-9} \cdot 9,81 = 6,4 \text{ N}$$

$$P_2 = 5 \text{ N}$$

$$\text{soit } l = 20 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 20 \text{ mm.}$$

(Le poids de l'arbre calculé approximativement est de 0,3 N).

### VI.2. Moment de flexion maximal, $M_{bfmax}$

$$M_{bfmax} = P_1 \cdot l_1 = 6,4 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 0,192 \text{ N}\cdot\text{m}$$

### VI.3. Moment de torsion, $M_t$ .

$$M_t = \frac{P_u}{\omega} = \frac{14,45 \cdot 10^3}{0,99 \cdot 6283} = 2,3 \text{ N}\cdot\text{m.}$$

### VI.4. Moment idéal, $M_i$

$$M_i = (M_{bf}^2 + \alpha M_t^2)^{1/2} \text{ [N}\cdot\text{m]}$$

$$\text{soit } \alpha = 3.$$

$$M_i = (0,192^2 + 3 \cdot 2,32^2)^{1/2} = 4 \text{ N.m}$$

VI.5. Vérification du diamètre de l'arbre choisi, ie  $d = 15 \text{ mm}$ .

Le calcul du diamètre se fait par l'expression

$$\frac{M_i}{0,1 \cdot d^3} \leq \sigma_{adm} \quad [\text{daN/mm}^2]$$

$$\text{soit } \sigma_{adm} = \frac{R_e}{K} = \frac{68,5}{4} = \frac{68,5}{4} \approx 17 \text{ daN/mm}^2$$

Or avec,

$$d = 15 \text{ mm},$$

$$\frac{M_i}{0,1 \cdot d^3} = \frac{4 \cdot 10^2}{0,1 \cdot 15^3} = 1,185 \text{ daN/mm}^2 < 17 \text{ daN/mm}^2$$

La condition de résistance est largement vérifiée.

VI.6. Calcul de la vitesse critique de l'arbre,  $N_{cr}$ .

La vitesse critique de l'arbre est la vitesse pour laquelle la flèche deviendrait théoriquement infinie. Elle est donnée par la formule,

$$N_{cr} = 9,55 \left( \frac{g}{f} \right)^{1/2} \quad [\text{tr/mn}]$$

$f$ : la flèche de l'arbre en [m].

$$f = (P_i \cdot l^2 \cdot L_i) / B \cdot E \cdot I_{\alpha\beta} \quad [\text{m}].$$

$$\text{ou } I_{\alpha\beta} \approx 0,05 d^4 \quad [\text{m}^4]$$

$$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2.$$

$$f = \frac{6,4 \cdot 0,2^2 \cdot 0,03}{B \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 0,05 \cdot 0,015^4} = 1,9 \cdot 10^{-6} \text{ m}.$$

$$\text{Donc, } N_{cr} = 9,55 \cdot \left( \frac{9,81}{1,9 \cdot 10^{-6}} \right)^{1/2} = 21700 \text{ tr/mn}.$$

Il faut vérifier que,

$$\frac{N}{N_{cr}} \neq 2^2, 3^2, 4^2 \quad (\text{vitesses harmoniques supérieures}).$$

$$\text{Or } \frac{N}{N_{cr}} = \frac{60000}{21700} = 2,76 \neq 4,9, 16 \dots$$

On peut ainsi conclure que le système fonctionne bien.



TABLEAU RECAPITULATIF

Caractéristiques	Compresseur	Turbine à gaz
Travail réel (KJ/kg)	69,23	135,32
Nombre d'étages	1	1
Taux	1,71	1,68
Vit. de rotation (tr/mn)	60 000	60 000
Débit massique (Kgs)	0,167	0,142
Rendement polytropique.	0,75	0,94
Puissance thermodynamique (KW)	14,45	14,54
Puissance aérodynamique (KW)	—	15,1
Diamètre de l'arbre (mm)	d = 15 mm.	

## - CONCLUSION -

Nous avons ainsi réussi à déterminer des solutions constructives compactes conduisant à des paramètres de travail situés dans les plages de valeurs optimales. Un parfait accord entre le compresseur et la turbine a aussi été obtenu.

Le groupe turbocompresseur doit travailler dans des conditions variables (suite à la modification du régime de travail du moteur asservi par le système). Par contre, les calculs n'ont été faits que pour le régime nominal de travail du moteur. La modification du régime conduit forcément à des modifications et dans le compresseur et dans la turbine. Malgré le fait que le compresseur et la turbine soient des machines rotatives, ils ont des lois de variation différentes. La modification des paramètres de travail du compresseur est relié, du point de vue énergétique, à la puissance fournie par la turbine. Il y a fort risque d'emballage du compresseur si la turbine lui fournit une puissance trop grande à celle nécessaire.

On a donc prévu un système de by-pass au niveau de l'entrée à la turbine afin de faire varier sa puissance en fonction de celle demandée par le compresseur. Ce dernier est, à son tour, assujéti au débit et pression sollicités par le moteur Diesel.

---

## — REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES —

- (1). R. BRUN :- Science et Technique du moteur Diesel industriel et de transport. - Tome 1, 4<sup>e</sup> édition, Editions Technip Paris, 1981.
- (2). G. LEMASSON :- Les machines transformatrices d'énergie - Tome II, - Librairie Delagrave, Paris, 1967.
- (3). A. de KOVATS & G. DESMUR :- Pompes, ventilateurs, compresseurs centrifuges et axiaux - Edition Dunod, Paris, 1962.
- (4). M. SEDILLE :- Ventilateurs et compresseurs centrifuges et axiaux, - Tomes I & II, Eyrolles éditeur, Paris, 1973.
- (5). L. VIVIER :- Turbine à vapeur et à gaz, - Edition Albin Michel, Paris, 1965.
- (6). GRAVIL CRETA :- Turbine cu abur și cu gaze, - Editura didactică și pedagogică (BUCAREST), 1981.
- (7). P. REBUFFET :- Aérodynamique expérimentale - Tome I, - Edition Béranger, Paris, 1962.
- (8). M. KHOVAKH :- Motor vehicle engines, - MIR Publishers, Moscow, 1979.
- (9). TECHNIQUES DE L'INGENIEUR :- Moteurs thermiques, B 3.
- (10). A. TODICESCU, D. IONESCU, P. MATEI, V. ANCUSA, M. BUCULEI :- Mecanica Fluidelor și masini hidraulice - E. D. S. P, BUCAREST, 1983.
- (11). GENERAL ELECTRIC :- Gas turbine materials, Paper presented at the General Electric Third European State of the Art Congress, Costa do Sol, Portugal, May 1972.
- (12). A. TODICESCU :- Moteurs à combustion interne - Notes de cours MTH1 - Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, 1984.
- (13). A. GAHMUSSE :- Machines thermiques - Notes de cours MTH 3, - E. N. P. A, 1985.

(14) A. BOISRAYON :- Cours de Turbines,

- E.N.P.A , 1970-71 .

(15) Aide - mémoire de construction mécanique,

-Dunod , Paris , 1981 .



