

40/80

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم والبحث العلمي  
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

1ex

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المكتبة الوطنية للتقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE

## PROJET DE FIN D'ETUDES

(En vue de l'obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat)

### SUJET

**Dimensionnement des matrices  
de filage à froid à conteneur  
non cylindrique**

Proposé par :

A. ELEOD

Etudié par :

Z. HAMIDI

Dirigé par :

A. ELEOD

PROMOTION : JUIN 1986



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم والبحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE MECANIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## PROJET DE FIN D'ETUDES

(En vue de l'obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat)

### SUJET

**Dimensionnement des matrices  
de filage à froid à conteneur  
non cylindrique**

Proposé par :

A. ELEOD

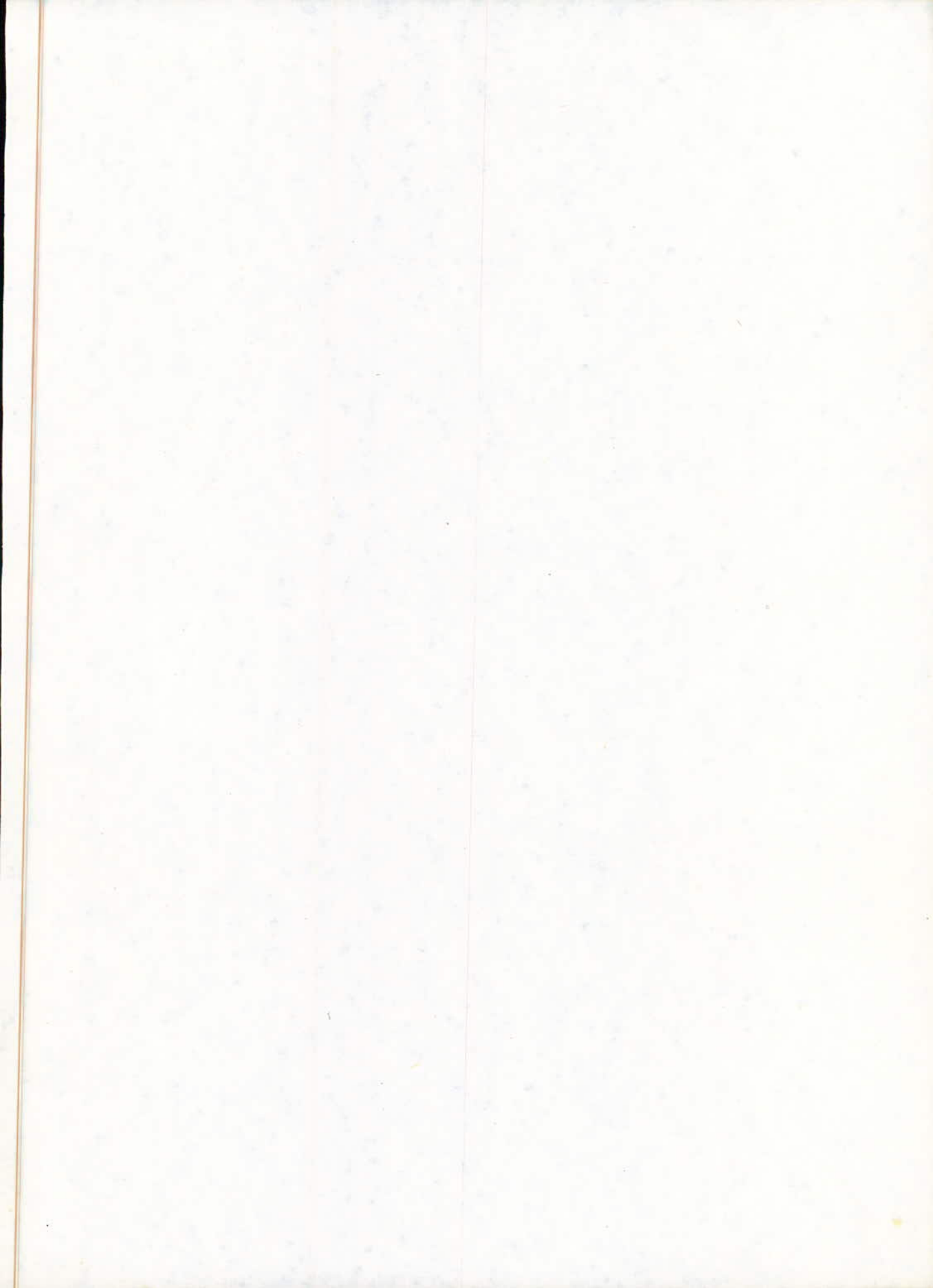
Etudié par :

Z. HAMIDI

Dirigé par :

A. ELEOD

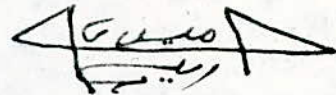
PROMOTION : JUIN 1986



## DEDICACES

*Je dédie ce modeste travail*

- à mes très chers parents*
- à mes frères et soeurs*
- à tous mes amis*
- à tous les collègues de la promotion et plus particulièrement ceux du département mécanique.*





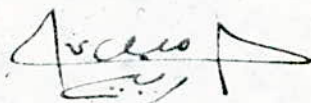
## REMERCIEMENTS

Je remercie tout d'abord mon promoteur  
ELEDD. Andras pour son suivi rigoureux et ses conseils  
bénéfiques, qui n'a cessé de m'apporter durant toute  
la préparation de mon projet de fin d'étude.

Mes remerciements s'adressent ensuite à toutes  
les personnes du corps enseignant et en particulier ceux  
du département mécanique qui ont contribué à ma for-  
-mation d'ingénieur.

Que tout ceux qui ont participé, de pres  
ou de loin, à l'élaboration de cette étude, trouvent ici  
l'expression de mes sincères remerciements.

Foulin Hamidi



Departement : MECANIQUE

Promoteur : ELEOD.ANDRAS

Eleve Ingenieur : HAMIDI ZOUBIR

دائرة : الهندسة الميكانيكية  
الموجه : ايليود اندراس  
الطالب للمهندس : حميدي زوبير

الموضوع :

حساب أبعاد قوالب القتل غير الأسطوانية .

المختص :

لأن الهدف من هذه الدراسة هو حساب أبعاد القوالب غير الأسطوانية (مربعة ، مسدسة ، ثمثنتة ...) ويشمل هذا العمل نوعين من القوالب : النوع الأول : من فولاذ أدوات القطع . النوع الثاني : من المعادن الصلبة . وقد تمت كل الحسابات بواسطة منظومة آلية مبرمجة بلغة البازريك .

SUJET :

Dimensionnement des matrices de filage à froid à conteneur non cylindrique .

RESUME :

Cette étude consiste à dimensionner les matrices à filage à froid à conteneur carré , exagonal, hoctogonal et decagonal . Ce travail envisage deux categories de matrices l'une en acier à outil l'autre en matériaux durs .

Les calculs ont été fait à l'aid d'un programme informatique en langage Basic élaboré à cet effet .

SUBJECT :

Design of cool extrusion dies with non cylindrical container .

ABSTRACT :

This study consist of designing cool extrusion dies with square , hexagonal , octogonal , and decagonal container . This work has been undertaken for two kind of dies one in steel and the other one in hard metal .

The computations have been made by a computer program in Basic langage elaborated for this purpose .



# TABLE DES MATIERES

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

1	Introduction
4	Présentation du sujet
6	Chapitre I Rappel de quelques résultats fondamentaux Calcul de la contrainte tangentielle
7	Chapitre II Méthode de recherche d'une expression donnant la contrainte tangentielle maximale.
12	II.1 Analyse dimensionnelle.
13	II.1.1 Théorème $\pi$ de Buckingham : Énoncé
14	II.1.2 Groupements adimensionnelles.
19	II.2 La fonction de rayon de courbure.
24	II.2.1 Choix du modèle.
25	II.2.2 Approximation des données numériques : Méthode des moindres carrés
28	Chapitre III Dimensionnement des matrices en acier
28	III 1 Matrices non contournées.
33	III 2 Matrices simplement contournées.
46	Chapitre IV Dimensionnement des matrices en matériau dur
60	Conclusion
	Annexes



# INTRODUCTION

La technique de la mise en forme des métaux à l'état plastique a pris une importance considérable au cours du développement des technologies modernes.

Actuellement l'industrie utilise très largement les produits métalliques déformés plastiquement, il existe toute une variété de tel procédé, parmi lesquels nous citons en particulier le filage à froid. C'est un procédé qui permet l'obtention de pièces en grande série à des prix relativement bas avec des caractéristiques mécaniques supérieures aux caractéristiques d'origine dues à l'écroutissage résultant des déformations imposées au matériau. Il consiste en la mise en forme d'une pièce métallique, initialement sous forme d'une barre cylindrique, en l'obligeant sous l'effet de l'effort communiqué au poinçon à s'écouler à travers une filière.

L'effort nécessaire à l'opération engendre une pression constante sur toute la hauteur de la matrice, de ce fait les contraintes elles aussi seront constantes dans chaque section transversale, dès lors on peut considérer qu'on a à faire à un état plan de contrainte

plusieurs méthodes utilisent la théorie de l'élasticité plane pour le calcul des contraintes en chaque point de la matrice :

- . Methode des elements finis
- . Methode des champs de contraintes .
- . Methode de N.I. Muskhilishvili (\*) ... etc .

C'est cette dernière qui a été adoptée pour traiter le calcul de résistance des matrices de filage à froid à conteneur non cylindrique (thèse de projet de fin d'étude : janvier 1986).

En utilisant les valeurs numériques donnant la contrainte maximale en fonction des dimensions de la matrice on a élaboré une méthode d'étude qui permet :

1. de déterminer la valeur minimale à donner au rayon extérieur d'une matrice en fonction des caractéristiques de la pièce à filer
2. de trouver dans le cas où la matrice est entourée par un anneau de précontrainte, la valeur optimale du rayon commun (matrice, anneau).
3. de calculer la pression de serrage.

C'est le critère de Mohr qui a été adopté comme critère de résistance, il consiste à écrire que :  
 La somme des contraintes, tangentielle maximale, et radiale, doit rester toujours inférieure, à la contrainte admissible du matériau constituant la matrice, et ce dans le cas des matrices en acier. par contre s'il s'agit des.



matrices en matériau dur, il faut vérifier que la contrainte tangentielle maximale ne dépasse en aucun cas, la ~~la~~ contrainte admissible à la compression du matériau utilisé.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

\* N.I. Muskhilishvili : physicien . mathématicien russe ; un de ses grands ouvrages : " Some basic problems of the mathematical theory of elasticity " .



## Présentation du sujet

Dans le premier chapitre de ce projet de fin d'étude on commence par rappeler l'expression de la contrainte maximale donnée par la méthode de Muskhilishvelli, on énumèrera ensuite les paramètres dont dépend cette contrainte et on mettra en cause la nécessité de la recherche d'une formule approchée dont la méthode de calcul sera explicitée au cours du chapitre suivant.

Ayant trouvé l'expression approchée donnant la contrainte maximale sur le contour intérieur, on commence par dimensionner les matrices en matériau "ductile" tel que les aciers à outil qui résistent correctement à la traction mais moins bien à la compression; dans cette partie d'étude on distinguera le cas des matrices non soumises à une pression extérieure, et le cas de matrices simplement contourées par un anneau de précontrainte.

L'étude s'achève en traitant le cas des matrices en matériau fragile tel que les métaux durs, ces matériaux résistent bien à des contraintes de

compression mais résiste mal à des contraintes de traction et pour qu'il ne subsiste pas de déformation permanente il faut adopter comme critère de limite élastique, le fait qu'en tout point de la matrice la plus grande des contraintes, est inférieur à une contrainte admissible  $\sigma_c$ , relative au matériau utilisé.

## CHAPITRE 1

RAPPEL DE QUELQUES  
RESULTATS FONDAMENTAUX

En tenant compte :

1<sup>er</sup> equations de l'elasticite plane :

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0$$

$$\nabla^2 (\sigma_x + \sigma_y) = 0$$

où  $\nabla^2$  est le Laplacien

2<sup>eme</sup> Equations de Muskhilishvilli

$$\sigma_r + \sigma_\theta = 4 \operatorname{Re} \frac{\varphi'(z)}{\omega'(z)}$$

$$\sigma_\theta - \sigma_r + 2i \tau_{\theta r} = \frac{2 \cdot z^2}{\rho^2 \overline{\omega'(z)}} (\overline{\omega'(z)} \phi'(z) + \psi'(z))$$

où  $\sigma_r$  : designe la contrainte radiale , on montre  
que sur le contour interieur :  $\sigma_r = -P_1$

$P_1$  : pression interieure



la contrainte  $Z_{\theta} = 0$  car il n'y a pas rotation de la pièce à l'intérieur de la matrice.

$\sigma_{\theta}$  : la contrainte tangentielle

$\varphi$  : fonction potentielle complexe définie par:

$$\varphi(\xi) = \sum a_n \xi^n \quad \text{avec}$$

$a_n = \alpha_n + i \beta_n$  on montre que les  $\beta_n$  sont négligeables et les  $\alpha_n$  sont déterminées par la résolution du système suivant:

$$\sum_{k=-2m}^{2m-1} k C_k \alpha_{k,m} (1 - P_1^{2(k-m)}) + C_k (k+m) (1 - P_1^{2k}) =$$

$$= \sum_{k=-2m}^{k=2m-1} (k C_k (-P_2 + P_1) P_1^{2(m-k)}) C_{k-m}$$

$P_1$  : Pression intérieure     $P_2$  : pression extérieure

3<sup>ème</sup> la fonction de transformation :

c'est une fonction qui transforme un domaine doublement connexe en un domaine annulaire de rayon intérieur  $\rho_1$  et de rayon extérieur  $\rho_2$  égale à l'unité

$$\text{avec : } \rho_1 = \frac{\sum_{j=1}^m x_j' \cos \frac{\pi(2j-1)}{6m} + y_j' \sin \frac{\pi(2j-1)}{6m}}{\sum_{j=1}^m x_j \cos \frac{\pi(2j-1)}{6m} + y_j \sin \frac{\pi(2j-1)}{6m}}$$

$(x_j, y_j)$  : représente les coordonnées d'un point appartenant au contour intérieur de la matrice, dépendent de la côte  $A$  du polygone, du rayon de courbure  $r$

$(x_j, y_j)$  : coordonnées d'un point au contour extérieur de la matrice, dépendent du rayon extérieur  $R$ .

la fonction de transformation est définie par :

$$w(\xi) = \sum_{k=-2m}^{2m} C_k \rho^{k+1} \xi^{k+1}$$

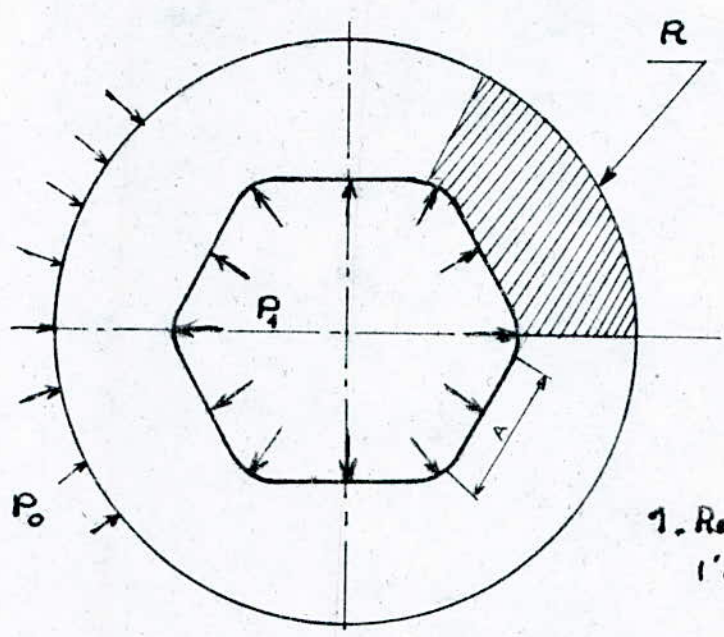
On abouti à l'expression donnant la contrainte en n'importe quel point de la matrice :

$$\sigma_{\theta} = \frac{4 \cdot \left[ \sum_n n \rho^{n-1} \alpha_n \cos(n-1)\theta \right] \left[ \sum_k k C_k \rho^{k-1} \cos(k-1)\theta \right]}{|\omega'(\xi)|^2}$$

$$- \frac{4 \cdot \left[ \sum_n n \rho^{n-1} \alpha_n \sin(n-1)\theta \right] \left[ \sum_k k C_k \rho^{k-1} \sin(k-1)\theta \right]}{|\omega'(\xi)|^2} - \sigma_p \quad (1)$$

Ce qui donne la repartition de contrainte suivante :

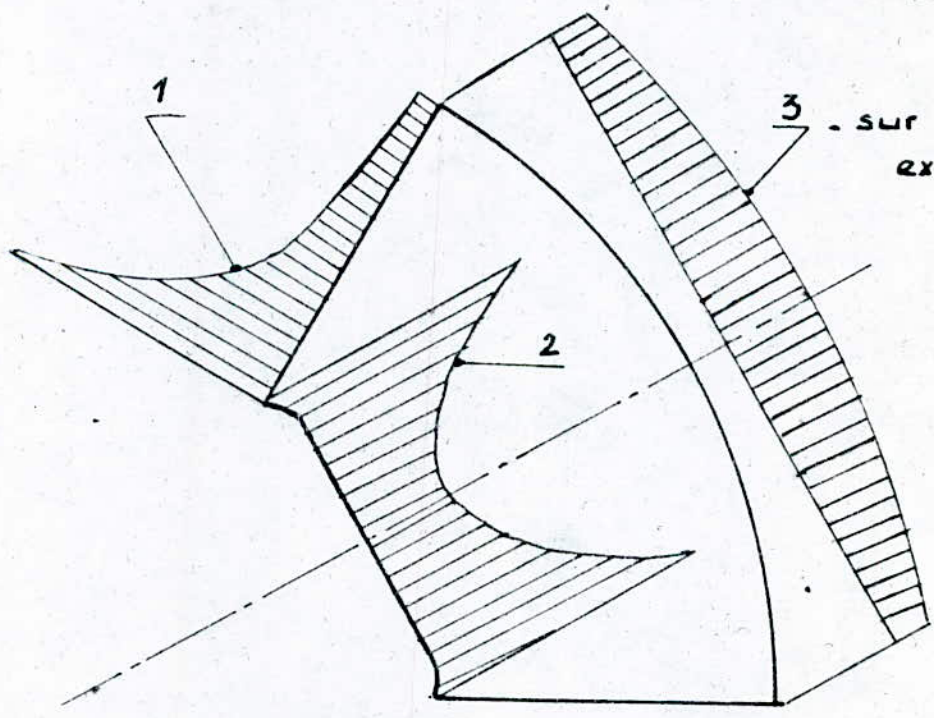




1. Répartition suivant l'épaisseur.

2. Sur le contour intérieur.

3. sur le contour extérieur.



fig(1)

Répartition de la contrainte tangentielle.

Cette répartition montre que la contrainte tangentielle est maximale sur le contour intérieur et plus précisément au coin de la matrice c'est à dire pour  $\theta=0$ ; en portant la valeur de  $\theta=0$ , et de  $\sigma_p = -P_1$  dans (1) on obtient la contrainte maximale :

$$\sigma_{\max} = 4 \cdot \frac{\sum_n n P_1^{n-1} \alpha_n \sum_k k C_k P_1^{k-1}}{|\omega'(\xi)|^2} + P_1 \quad (2)$$

En conclusion la contrainte maximale dépend des paramètres suivants :

- la côte du polygone (A)
- le rayon de courbure (r)
- le rayon extérieur (R)
- la géométrie de la matrice caractérisée par le nombre d'axe de symétrie : q
- les pressions, intérieure  $P_1$ , et extérieure  $P_2$

La connaissance des dimensions de la pièce que l'on désire obtenir après filage déterminent la côte A du polygone, le rayon de courbure r, la géométrie de la matrice (q) et enfin la pression intérieure  $P_1$ ; les paramètres inconnues qu'il faut déterminer : le rayon extérieur R de la



matrice, et la pression de serrage  $P_0$

La relation (2), ne permet pas de voir l'influence des dimensions sur la variation de la contrainte maximale, c'est pourquoi il est nécessaire d'élaborer une méthode de calcul pour trouver une relation qui donnera la contrainte maximale sur le contour intérieur de la matrice.

## CHAPITRE 2

# METHODE DE RECHERCHE D'UNE EXPRESSION DONNANT LA CONTRAINTE TANGENTIELLE MAXIMALE

### 2.1 Analyse dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle permet de grouper les variables suivant des nombres addimensionnelles en établissant une corrélation entre les données expérimentales.

Les dimensions fondamentales sont :

L : pour longueur ; T : pour temps et M : pour une masse. La formule dimensionnelle pour une contrainte ou une pression découle directement des lois physiques (une pression est un rapport d'une force à une surface une force : est un produit d'une masse par une accélération, et l'accélération est un rapport d'une longueur au carré du temps.).



## 2.1.1 Théorème $\pi$ de Buckingham

Ce théorème est connu sous le nom "théorème des groupements  $\pi$ ", son énoncé est le suivant :

le nombre des groupes adimensionnels et indépendant qui peut être formé par la combinaison des variables physiques du problème donné est égale au nombre total des équations physiques que l'on désigne par  $n$ , diminué des nombres des dimensions fondamentales que l'on désigne par  $m$ .

Soient  $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots$ , les groupes adimensionnels dont il est question, l'équation exprimant la relation entre les variables est :

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots) = 0$$

exemple : si dans un problème il y a 5 quantités physique, et trois dimensions fondamentales, le nombre de groupe indépendant adimensionnels est de :

$n - m = 3$  et la solution du problème est donnée par :

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = 0 \quad \text{ou} \quad f'(\pi_1, \pi_2) = \pi_3.$$

## Détermination des groupes adimensionnels :

Au cours du chapitre précédent nous avons mis en évidence les facteurs dont dépend la contrainte maximale ( $\sigma_{max}$ ) ; les quantités physiques sont résumées dans le tableau suivant :

Variabes	Symbole	equation dimensionnel
Pression interieure	$P_1$	$ML^{-2}T^{-2}$
Pression exterieure	$P_2$	$ML^{-2}T^{-2}$
Côte du polygone	$A$	$L$
Rayon exterieur	$R$	$L$
Rayon de courbure	$r$	$L$

Il y a donc cinq quantités physiques et trois dimensions fondamentales pour déterminer les groupes adimensionnels, on écrit  $\pi$  sous la forme d'un produit de variables :

$$\pi = \sigma_{max}^a \cdot P_1^b \cdot P_2^c \cdot A^d \cdot R^e \cdot r^f$$

En introduisant les formules adimensionnelles on obtient :

$$\pi = (ML^{-2}T^{-2})^a (ML^{-2}T^{-2})^b (ML^{-2}T^{-2})^c L^d L^e L^f$$



Pour que  $\pi$  reste adimensionnel il faut que la somme des exposants de chaque dimension fondamentale reste nulle. En égalant à zéro la somme des exposants semblables on obtient :

$$a + b + c = 0 \quad \text{pour } M$$

$$-2a - 2b - 2c + d + e + f = 0 \quad \text{pour } L$$

$$-2a - 2b - 2c = 0 \quad \text{pour } T$$

Tout ensemble de valeurs  $a, b, c, d, e, f$  qui satisfait simultanément à cet ensemble d'équations rend le facteur  $\pi$  adimensionnel, il y a six inconnues mais seulement deux équations indépendantes, on peut choisir dans chacun des groupes adimensionnel, les valeurs de quatre exposants, chaque exposant choisi doit être indépendant des autres ; comme on est intéressé de voir l'influence du rayon de courbure, du rayon extérieur et de la pression de serrage sur la variation de la contrainte maximale, on déterminera les exposants  $b$  et  $d$  en fonction de  $a, c, e, f$  ; on a la solution suivante :

$$b = c - a$$

$$d = e - f$$

$$\text{d'où } \pi = \sigma_{\theta \max}^a \cdot P_1^{c \cdot a} \cdot P_2^c \cdot A^{-a \cdot f} \cdot R^e \cdot r^f$$

$$= \left( \frac{\sigma_{\max}}{P_1} \right)^a \cdot \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^c \cdot \left( \frac{R}{A} \right)^e \cdot \left( \frac{r}{A} \right)^f \cdot c_e$$

qui equivaut à écrire

$$\frac{\sigma_{\max}}{P_1} = f \left( \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^c, \left( \frac{R}{A} \right)^e, \left( \frac{r}{A} \right)^f \right)$$

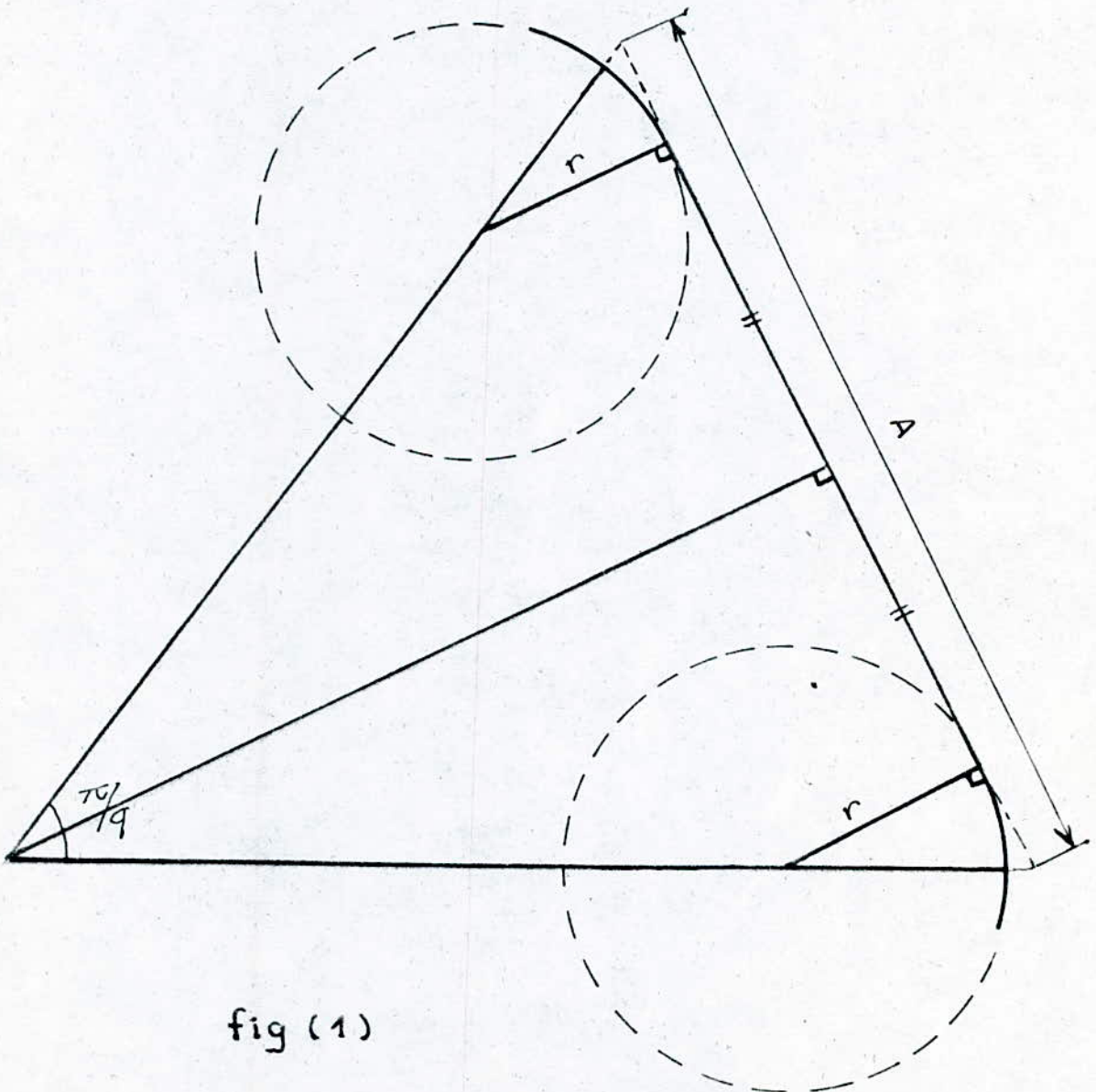


fig (1)



d'après la fig (1), il est évident que si le rayon de courbure  $r$  tend vers  $A/2 \operatorname{tg}(\pi/2/q)$ , la matrice devient cylindrique de rayon intérieur  $R_1$ .  
 $R_1 = A/2 \operatorname{tg}(\pi/2/q)$  et de rayon extérieur  $R_2 = R$   
 et l'expression donnant la valeur maximale de la contrainte tangentielle dans ce cas est connue (formule de Lamé).

$$\frac{\sigma_{\theta \max}}{P_1} = \frac{1 + (R_2/R_1) - 2 \cdot (P_2/P_1) \cdot (R_2/R_1)^2}{(R_2/R_1)^2 - 1}$$

$$\frac{\sigma_{\theta \max}}{P_1} = \frac{1 + \left( \frac{R}{A/2 \operatorname{tg}(\pi/2/q)} \right)^2 - 2 \cdot \frac{P_2}{P_1} \left( \frac{R}{A/2 \operatorname{tg}(\pi/2/q)} \right)^2}{\left( \frac{R}{A/2 \operatorname{tg}(\pi/2/q)} \right)^2 - 1}$$

dans la relation (2'), on voit apparaître tous les groupes adimensionnels ( $\sigma_{\max}/P_1$ ,  $R/A$ ,  $P_2/P_1$ ) avec les exposants correspondants

$$\sigma_{\theta \max} = \frac{4 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2q} \cdot \left( \frac{R}{A} \right)^2 \left[ 1 - 2 \cdot \frac{P_2}{P_1} \right] + 1}{4 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2q} \cdot \left( \frac{R}{A} \right)^2 - 1} \quad (2')$$

mais celle-ci est obtenue pour une valeur bien

bien particulière du rayon de courbure ; dans le cas général il faut trouver une fonction qui va tenir compte de la variation du rayon de courbure ; dans ce cas la contrainte maximale prend la forme suivante :

$$(3) \quad \frac{\sigma_{\theta \max}}{P_1} = \frac{4 \cdot \text{tg}^2 \frac{\pi}{2q} \cdot \left(\frac{R}{A}\right)^2 \left[1 - 2 \frac{P_2}{P_1}\right] + 1}{4 \cdot \text{tg}^2 \frac{\pi}{2q} \left(\frac{R}{A}\right)^2 - 1} f_q(r/A)$$

Remarque : la fonction de rayon de courbure varie d'une géométrie à une autre, c'est pourquoi il est nécessaire de lui affecter l'indice  $q$ , qui caractérise la géométrie de la matrice.



## 2.2 Determination de la fonction de rayon de courbure

En déroulant le programme qui calcule la contrainte maximale par la méthode de Muskhilishvili pour différentes valeurs du rapport  $r/A$ , on obtient les résultats suivants ; comment ?

L'analyse dimensionnelle nous a conduit à écrire  $C_{\theta \max}$  sous la forme suivante :

$$C_{\theta \max} = V \cdot f_q(r/A) \text{ avec}$$

$$V = P_1 \frac{4 \operatorname{tg}^2(\pi/2q) (R/A)^2 (1 - 2(P_2/P_1)) + 1}{4 \operatorname{tg}^2(\pi/2q) (R/A)^2 - 1}$$

En introduisant une série quelconque de données ( $R, A, P_1, P_2$ ), un programme calcule  $C_{\theta \max}/V$  ( $f_q(r/A)$ ) pour différentes valeurs de  $r$  par la méthode de Muskhilishvili. Les résultats ainsi obtenus, ne sont valables que pour une certaine géométrie car la variable  $q$  (nombre d'axe de symétrie) n'apparaît pas dans les groupes adimensionnels ; on a choisi quelques géométries couramment utilisées en pratique : carré, hexagone, octogone et décagone.

## MATRICE A TROU CARRE

r/A	F(r/A)
.025	2.653985
.05	2.653985
.075	2.653985
.1	2.639966
.125	2.538893
.15	2.398225
.175	2.245518
.2	2.091776
.225	1.941899
.25	1.801318
.275	1.676528
.3	1.562887
.325	1.457380
.35	1.358199
.375	1.271994
.4	1.200497
.425	1.139667
.45	1.086840
.475	1.040583
.5	1.000000

## MATRICE A TROU DECAGONAL

r/A	F(r/A)
.1	1.538154
.2	1.516011
.3	1.484591
.4	1.442586
.5	1.394555
.6	1.342875
.7	1.290657
.8	1.240049
.9	1.192714
1	1.150095
1.1	1.112320
1.2	1.079605
1.3	1.051638
1.4	1.027713
1.5	1.007207



## MATRICE A TROU HEXAGONAL

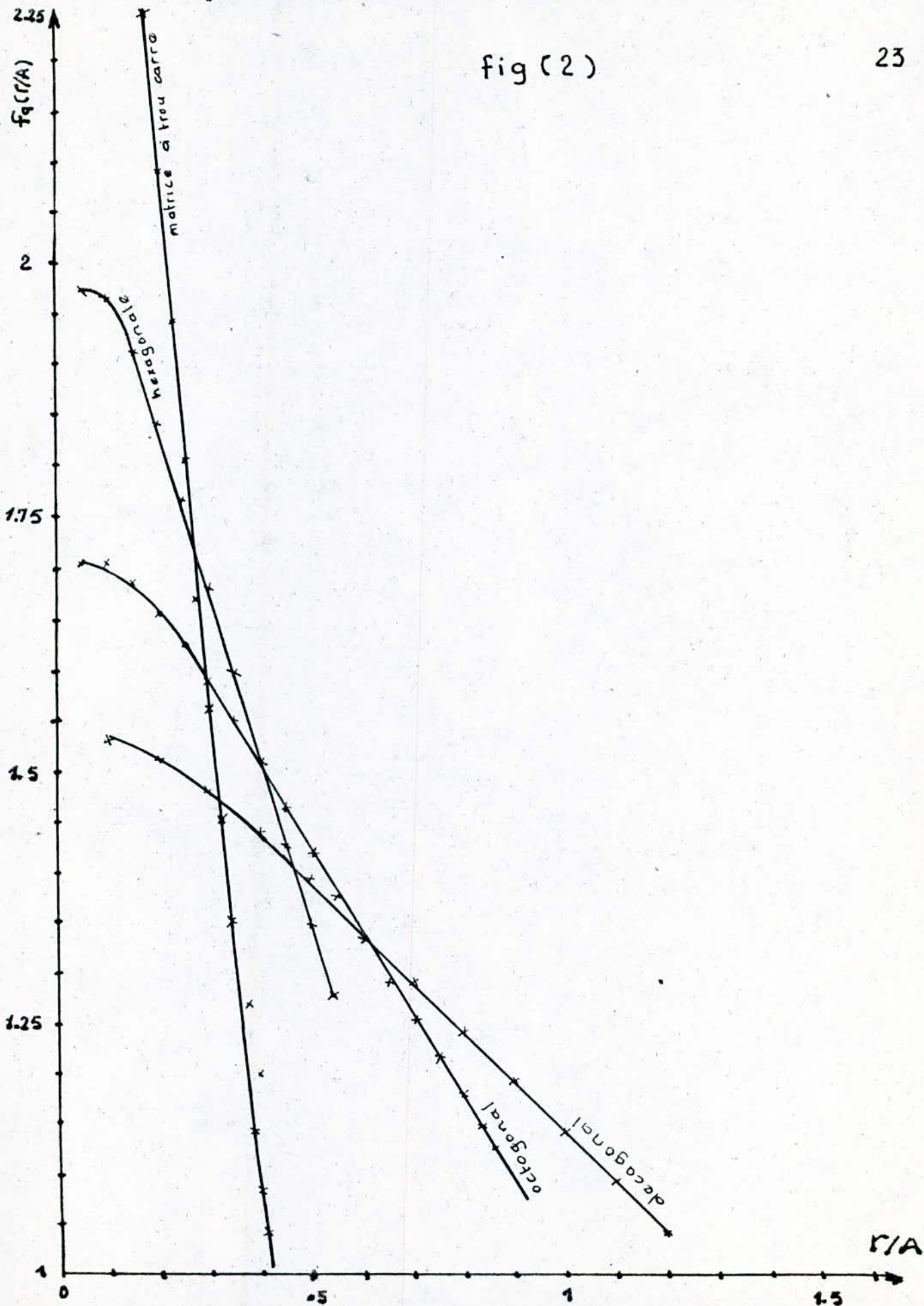
$r/A$	$F(r/A)$
.05	1.969909
.1	1.965049
.15	1.91263
.2	1.841126
.25	1.764846
.3	1.682069
.35	1.59465
.4	1.506559
.45	1.423892
.5	1.347591
.55	1.276429
.6	1.214517
.65	1.160644
.7	1.113314
.75	1.07317
.8	1.038725
.85	1.008787

## MATRICE A TROU OCTOGONAL

r/A	F(r/A)
.05	1.707343
.1	1.705111
.15	1.685208
.2	1.657864
.25	1.627986
.3	1.592798
.35	1.552818
.4	1.510494
.45	1.466926
.5	1.422718
.55	1.378393
.6	1.335223
.65	1.294138
.7	1.254743
.75	1.217822
.8	1.183979
.85	1.152593
.9	1.12398
.95	1.098241
1	1.074868
1.05	1.0538



fig (2)



## Méthode utilisée.

Pour chacune des géométries précédentes on va approximer les données numériques, par la fonction analytique  $f_q(r/A)$ ; pour cela on va utiliser la méthode des moindres carrés.

## Choix du modèle.

Pour choisir le modèle on va se référer à l'allure des courbes  $y = f_q(r/A)$

On constate que ces courbes possèdent l'allure d'une droite ce qui nous conduit à choisir le modèle linéaire suivant :

$$y = f_q(r/A) = C_1(r/A) + C_2$$

Designons par :

$y_i$  : la valeur de  $f(r_i/A)$  donnée par le calcul de résistance

$y_i^*$  : la valeur de  $f(r_i/A)$  qui sera calculée par la fonction d'interpolation

$e_i$  : l'erreur commise en prédisant  $y_i$  par  $y_i^*$



La méthode des moindres carrés consiste à déterminer les coefficients  $c_1$  et  $c_2$  de manière à minimiser la quantité scalaire :

$$Z = \sum_{i=1}^n e_i^2$$

une condition nécessaire pour que  $Z$  soit minimale est que :

$$\frac{\partial Z}{\partial c_1} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial Z}{\partial c_2} = 0$$

ce qui revient à écrire :

$$\frac{\partial}{\partial c_1} \sum e_i^2 = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial}{\partial c_2} \sum e_i^2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial c_1} \sum e_i^2 = 0 \Rightarrow \sum e_i \frac{\partial e_i}{\partial c_1} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial c_2} \sum e_i^2 = 0 \Rightarrow \sum e_i \frac{\partial e_i}{\partial c_2} = 0 \quad (5)$$

avec  $e_i = y_i - c_1 (r_i/A) - c_2$  d'où

$$\frac{\partial e_i}{\partial c_1} = -r_i/A \quad \text{et} \quad \frac{\partial e_i}{\partial c_2} = -1$$

$$(4) \Rightarrow \sum_{i=1}^n (y_i - c_1 (r_i/A) - c_2) (-r_i/A) = 0$$

$$\Rightarrow - \sum y_i (r_i/A) + c_1 \sum (r_i/A)^2 + c_2 \sum r_i/A = 0 \Rightarrow$$

$$C_1 \sum_{i=1}^n (r_i/A)^u + C_2 \sum_{i=1}^n (r_i/A) = \sum_{i=1}^n y_i (r_i/A) \quad (6)$$

$$(5) \Rightarrow \sum_{i=1}^n (y_i - C_1 (r_i/A) - C_2) (-1) = 0$$

$$C_1 \sum_{i=1}^n (r_i/A) + n C_2 = \sum_{i=1}^n y_i \quad (7)$$

La résolution du système des équations (6) et (7) aux deux inconnues  $C_1$  et  $C_2$  donne :

$$C_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n (r_i/A) \cdot y_i - \sum_{i=1}^n (r_i/A) \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n (r_i/A)^u - (\sum_{i=1}^n (r_i/A))^u}$$

$$C_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (r_i/A)^u \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n (r_i/A) \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n (r_i/A)^u - (\sum_{i=1}^n (r_i/A))^u}$$

pour apprécier la validité d'un modèle on calcule communément le coefficient de corrélation multiple  $R$  donné par :

$$R^2 = \frac{n \sum (r_i/A) \cdot y_i - \sum (r_i/A) \cdot \sum y_i}{n(n-1) S_x S_y}$$

Cette quantité indique la proportion de la réponse

est expliquée par le modèle .

Résultats :

- Matrice carrée :

$$f_1(r/A) = 2.999434 - 4.655495 r/A$$

$$R = 0.9874.$$

Matrice hexagonale :

$$f_2(r/A) = 2.074922 - 1.596273 r/A$$

$$R = 99.7 \%$$

Matrice octogonale :

$$f_3(r/A) = 1.767088 - .712804 r/A$$

$$R = 99 \%$$

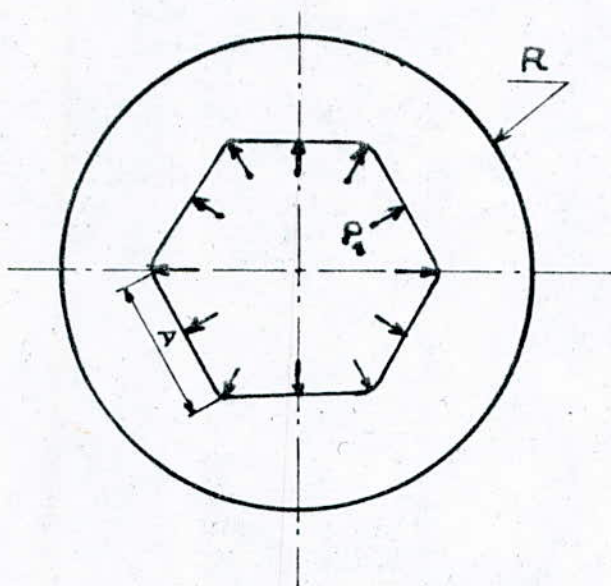
Matrice décagonale :

$$f_4(r/A) = 1.63935 - .494279 r/A$$

$$R = 99 \%$$



## CHAPITRE 3

DIMENSIONNEMENT DES  
MATRICES EN ACIER1<sup>er</sup> Cas de matrices non contournés

Dans cette partie d'étude on se propose de déterminer l'épaisseur minimale à donner à une matrice de façon à ce que pour une cote  $A$  du polygone, un matériau donné, une pression intérieure donnée la limite élastique ne soit atteinte en aucun point de la matrice, pour ce on suivra le cheminement suivant :

a<sub>1</sub>. On admettra que le critère de limite élastique

est satisfait en tout point de la matrice

b, On deduit la condition que doit remplir le rayon extérieur de la matrice.

c, On determinera la valeur qui ne peut dépasser la pression intérieure quel qu'est le rayon extérieur de la matrice.

a, Écrivons la condition de résistance de la matrice soumise à une pression intérieure  $P_1$  et à une pression extérieure  $P_2$  nulle :

$$\sigma_{\theta \max} \cdot \nu \sigma_r \leq [\sigma_t] \quad (8)$$

c'est la condition de résistance selon Mohr où  $\sigma_{\theta \max}$  : contrainte tangentielle maximale.

$\sigma_r$  : contrainte radiale sur le contour où la contrainte tangentielle est maximale.

$[\sigma_t]$  : contrainte admissible à la traction du matériau constituant la matrice.

$\nu$  : rapport entre la contrainte admissible à la traction et celle de la compression

Dans notre cas :

$$\sigma_{\theta \max} = P_1 \cdot \frac{4 (R/A)^2 t_f^2 (\pi/2/19) + 1}{4 (R/A)^2 t_f^2 (\pi/2/19) - 1} \cdot f_y (r/A)$$

$\sigma_\theta = -P_1$  et  $\nu = 1$  pour les aciers.

La condition de Mohr s'écrit comme suit :

$$P_1 \cdot \frac{4 \operatorname{tg}^2(\pi/2/\varphi) \cdot (R/A)^2 + 1}{4 \operatorname{tg}^2(\pi/2/\varphi) \cdot (R/A)^2 - 1} f_\theta(r/A) + P_1 \leq [\sigma_c]$$

$$4 P_1 (R/A)^2 \operatorname{tg}^2(\pi/2/\varphi) + P_1 - \left[ \frac{[\sigma_c] - P_1}{f_\theta(r/A)} \right] \left[ 4 \left(\frac{R}{A}\right)^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2\varphi} - 1 \right] \leq 0$$

$$4 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2\varphi} \left(\frac{R}{A}\right)^2 \left[ \frac{[\sigma_c] - P_1}{f_\theta(r/A)} - P_1 \right] \geq P_1 + \frac{[\sigma_c] - P_1}{f_\theta(r/A)} \quad (9)$$

En pratique  $[\sigma_c] > P_1$  d'où  $\frac{[\sigma_c] - P_1}{f_\theta(r/A)} \geq 0$  (9)

quel que soit la valeur du rayon extérieur  $R$  la relation (9) indique que la pression intérieure  $P_1$  doit satisfaire dans tous les cas à :

$$\left( \frac{[\sigma_c] - P_1}{f_\theta(r/A)} - P_1 \right) \geq 0 \text{ c'est à dire}$$

$$P_1 \leq \frac{[\sigma_c]}{1 + f_\theta(r/A)}$$

Donc pour les matrices non contournées il est indispensable de vérifier que la pression intérieure n'excede pas la quantité :

$$[\sigma_c] / (1 + f_\theta(r/A)) .$$



MATRICE SANS ANNEAU DE PRECONTRAINTE  
MATRICE CARRE

INTRODUCTION DES DONNEES

La contrainte admissible relative a la matrice = 1600  
Cote du polygone A= 40 Rayon de courbure r= 3 Q= 2  
Pression limite PL= 438.328  
La pression P1 EN [Mpa]= 400

\*\*\*\*\* RESULTATS \*\*\*\*\*

Le rayon exterieur minimal:R= 80.38495

\*\*\*\*\*CALCUL DE VERIFICATION \*\*\*\*\*

La contrainte residuelle en [Mpa] = 1600

INTRODUCTION DES DONNEES

La contrainte admissible relative a la matrice = 1600  
Cote du polygone A= 40 Rayon de courbure r= 5 Q= 2  
Pression limite PL= 468.1875  
La pression P1 EN [Mpa]= 400

\*\*\*\*\* RESULTATS \*\*\*\*\*

Le rayon exterieur minimal:R= 60.98942

\*\*\*\*\*CALCUL DE VERIFICATION \*\*\*\*\*

La contrainte residuelle en [Mpa] = 1600

INTRODUCTION DES DONNEES

La contrainte admissible relative a la matrice = 1600  
Cote du polygone A= 40 Rayon de courbure r= 7 Q= 2  
Pression limite PL= 502.4124  
La pression P1 EN [Mpa]= 400

\*\*\*\*\* RESULTATS \*\*\*\*\*

Le rayon exterieur minimal:R= 50.4328

\*\*\*\*\*CALCUL DE VERIFICATION \*\*\*\*\*

La contrainte residuelle en [Mpa] = 1600

$$(9) \Rightarrow 4 \cdot \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{2q}\right) \left(\frac{R}{A}\right)^2 \geq \frac{1 + \left(\frac{[\rho_t]}{\rho_1} - 1\right) f_q^{-1}(r/A)}{-1 + \left(\frac{[\rho_t]}{\rho_1} - 1\right) f_q^{-1}(r/A)}$$

d'où

$$R \geq \left[ \frac{\left(\frac{[\rho_t]}{\rho_1} - 1\right) f_q^{-1}(r/A) + 1}{\left(\frac{[\rho_t]}{\rho_1} - 1\right) f_q^{-1}(r/A) - 1} \right]^{1/2} \frac{A}{2 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2q}\right)}$$



MATRICE HEXAGONALE  
INTRODUCTION DES DONNEES

La contrainte admissible relative a la matrice = 1600  
Cote du polygone A= 20 Rayon de courbure r= 6 Q= 3  
Pression limite PL= 616.3233  
La pression P1 EN [Mpa]= 450

\*\*\*\*\* RESULTATS \*\*\*\*\*

Le rayon exterieur minimal:R= 36.02817

\*\*\*\*\*CALCUL DE VERIFICATION \*\*\*\*\*

La contrainte residuelle en [Mpa] = 1600

MATRICE OCTOGONALE

INTRODUCTION DES DONNEES

La contrainte admissible relative a la matrice = 1600  
Cote du polygone A= 15 Rayon de courbure r= 6 Q= 4  
Pression limite PL= 638.6071  
La pression P1 EN [Mpa]= 450

\*\*\*\*\* RESULTATS \*\*\*\*\*

Le rayon exterieur minimal:R= 35.60721

\*\*\*\*\*CALCUL DE VERIFICATION \*\*\*\*\*

La contrainte residuelle en [Mpa] = 1600

MATRICE DECAGONALE

INTRODUCTION DES DONNEES

La contrainte admissible relative a la matrice = 1600  
Cote du polygone A= 20 Rayon de courbure r= 6 Q= 5  
Pression limite PL= 642.2953  
La pression P1 EN [Mpa]= 450

\*\*\*\*\* RESULTATS \*\*\*\*\*

Le rayon exterieur minimal:R= 60.00668

\*\*\*\*\*CALCUL DE VERIFICATION \*\*\*\*\*

La contrainte residuelle en [Mpa] = 1600



## 2 Cas de matrices simplement contournées.

Si la pression intérieure dépasse la pression limite, il faut enmancher extérieurement à chaud ou à la presse sur la matrice un anneau qu'on appelle frette de façon à ce que cette frette exerce à l'état initial avant l'application d'une pression intérieure, une précontrainte sur l'extérieur de la matrice, cette technique est connue sous le nom de frattage. (fig 1)

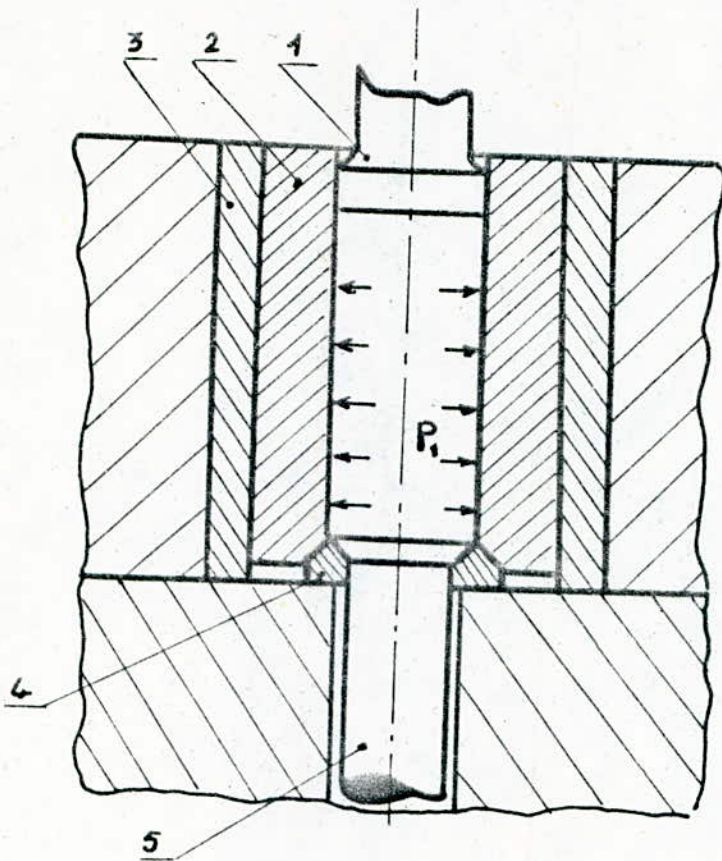
a) Ecrivons la condition de résistance relative à la matrice soumise à une pression intérieure  $P_1$  et à une pression extérieure  $P_0$ . (fig 2)

$$\sigma_{\theta \max} - \sigma_p \leq [\sigma_t]_1$$

dans ce cas la contrainte tangentielle est donnée par la relation (3)

$$\sigma_p = -P_1 \quad ; \quad [\sigma_t]_1, \text{ contrainte admissible à la traction (matrice)}$$

$$\frac{4 t_1^2 (\pi/29) (P/A)^2 (P_1 - 2P_0) + P_1}{4 t_1^2 (\pi/29) (P/A)^2 - 1} f_9(r/A) + P_1 \leq [\sigma_t]_1$$



- 1 Poignon
- 2 matrice
- 3 frette
- 4 filiere
- 5 Piece

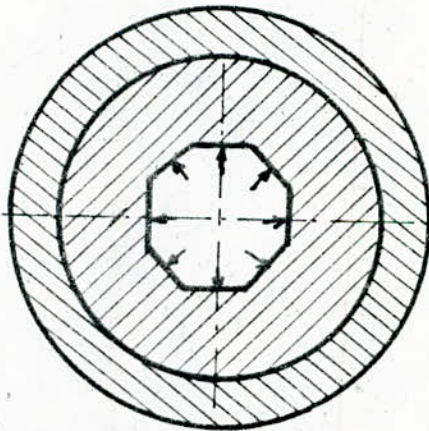


fig ( 1 )

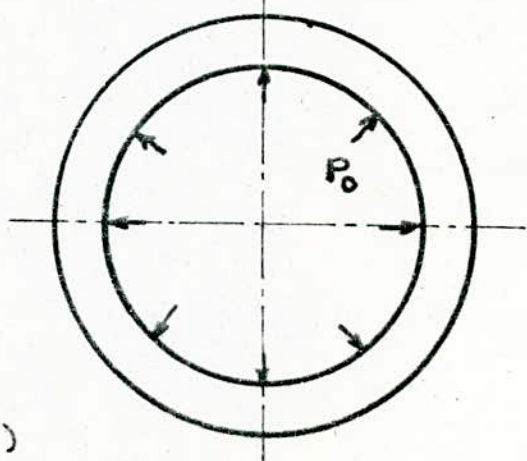
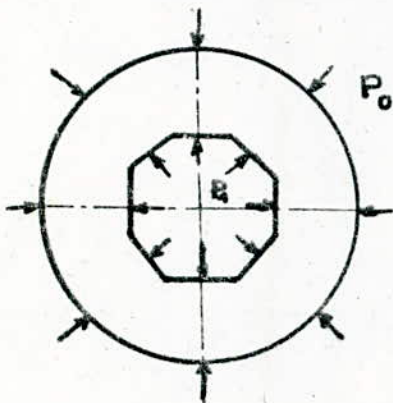


fig ( 2 )

$$P_1 + 4 \cdot t_g^2 \left( \frac{\pi}{2q} \right) \left( \frac{P}{A} \right)^2 (P_1 - 2P_0) \leq \frac{[\sigma_t]_1 - P_1}{f_q(r/A)} \left( 4 t_g^2 \frac{\pi}{2q} \frac{P^2}{A^2} - 1 \right)$$

$$P_0 \geq \frac{P_1}{2} - \frac{1}{8} \frac{A^2}{P^2} \left[ \frac{[\sigma_t]_1 - P_1}{f_q(r/A)} \cdot \left( 4 \cdot \frac{P^2}{A^2} - t_g^2 \left( \frac{\pi}{2q} \right) \right) - P_1 \right]$$

et enfin, on obtient :

$$P_0 \geq \frac{1}{P^2} \left( \frac{[\sigma_t]_1 - P_1}{f_q(r/A)} + P_1 \right) \frac{A^2}{8 t_g^2 (\pi/2q)} + \frac{P_1}{2} \left( 1 + \frac{1}{f_q(r/A)} \right) - \frac{[\sigma_t]_1}{2 f_q(r/A)} \quad (10)$$

b) condition de résistance relative à l'anneau, soumis à une pression intérieure nulle :

la pression de serrage  $P_0$  engendre sur le contour intérieur de l'anneau une contrainte tangentielle maximale :

$$\sigma_{\theta \max} = P_0 \frac{(R/P)^2 + 1}{(R/P)^2 - 1}$$

La condition de résistance selon l'hypothèse de Mohr à satisfaire est :

$$P_0 \frac{(R/P)^2 + 1}{(R/P)^2 - 1} + P_0 \leq [\sigma_t]_2 \quad (11)$$



$$(11) \Rightarrow P_0 \left( \frac{R^2 + \rho^2}{R^2 - \rho^2} + 1 \right) \leq [\sigma_t]_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_0 \cdot 2 \cdot R^2 / (R^2 - \rho^2) \leq [\sigma_t]_2$$

ce qui conduit à une pression de serrage :

$$P_0 \leq \frac{[\sigma_t]_2}{2} - \frac{[\sigma_t]_2}{2} \cdot \frac{\rho^2}{R^2} \quad (12)$$

Les relations (10) et (12) exprimant les conditions de résistance de la matrice et de l'anneau précontrainte ; traduisons les sur un diagramme  $(P_0, \rho^2)$

considérons l'équation :

$$P_0 = \frac{A^2}{t_g^2 \frac{\pi}{2g}} \left( \frac{[\sigma_t]_1 \cdot P_1}{f_q \left( \frac{r}{A} \right)} + P_1 \right) + \frac{P_1}{2} \left( 1 + \frac{1}{f_q \left( \frac{r}{A} \right)} \right) \cdot \frac{[\sigma_t]_1}{2 f_q \left( \frac{r}{A} \right)} \quad (13)$$

$$\text{En général } [\sigma_t]_1 > P_1 \Rightarrow \frac{[\sigma_t]_1 - P_1}{f_q \left( \frac{r}{A} \right)} + P_1 > 0$$

On en conclut que la courbe  $P_0 = f(\rho^2)$  est une hyperbole équilatérale décroissante (fig 3)

La représentation graphique de la fonction

$$P_0 = f(p^2) = -\frac{[C_1]_2}{2} \frac{p^2}{R^2} + \frac{[C_1]_2}{2}, \quad (14)$$

est une droite

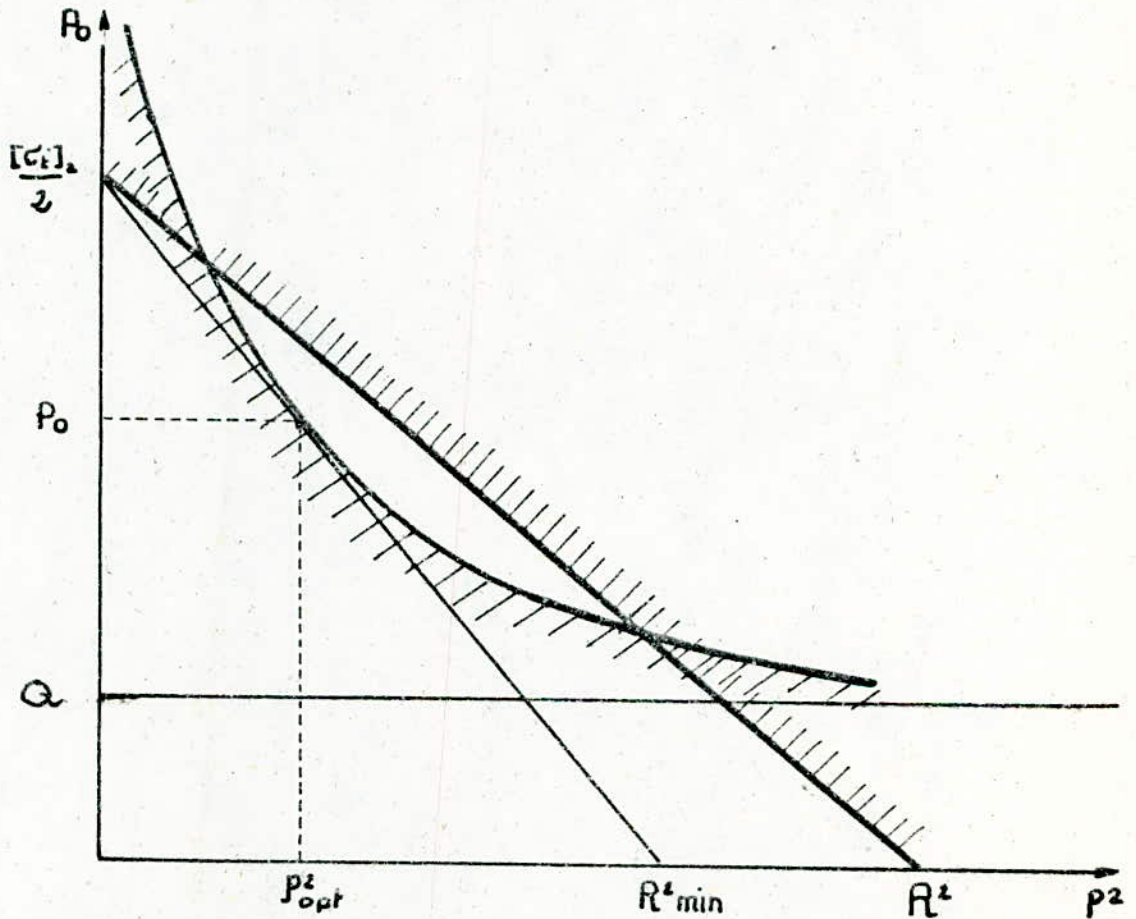


fig (3)

Q ; est une droite asymptotique d'équation :

$$P_0 = \frac{R}{2} \left( 1 + \frac{1}{f_q(r/A)} \right) \frac{[C_1]_1}{2 f_q(r/A)}$$

L'hyperbole équilatérale (13) et la droite (14) délimitant compte tenu de (10) et (12) des régions interdites, hachurées fig ( ) ; si l'on veut que le rayon  $R$  soit minimal pour  $P_1$  et  $C_{t2}$  données, il convient de faire en sorte que les deux courbes soient tangentes.

Ce qui revient à écrire que l'équation bicarrée :

$$\frac{1}{P^2} \left( \frac{[C_t]_1 - P_1}{f_q(r/A)} + P_1 \right) \frac{A^2}{8 \lg^2(\pi/2q)} + \frac{P_1}{2} \left( 1 + \frac{1}{f_q(r/A)} \right) - \frac{[C_t]_1}{2 f_q(r/A)} + \frac{[C_t]_2}{2} \frac{P^2}{R^2} - \frac{[C_t]_2}{2} =$$

$$\frac{[C_t]_2}{2} \frac{P^4}{R^2} + \left( \frac{[C_t]_1 - P_1}{f_q(r/A)} + P_1 \right) \frac{A^2}{8 \lg^2(\pi/2q)} - \frac{[C_t]_2}{2} P^2 + \frac{A^2}{8 \lg^2(\pi/2q)} \left( \frac{[C_t]_1 - P_1}{f_q(r/A)} + P_1 \right) = 0 \quad (15)$$

a une racine double, soit :

$$-\frac{P_1}{1} \left( \frac{1}{f_q(r/A)} + 1 \right) + \frac{[C_t]_1}{2 f_q(r/A)} + \frac{[C_t]_2}{2} =$$

$$2 \frac{1}{8 \lg^2(\pi/2q)} \frac{A^2}{R^2} \frac{[C_t]_2}{2} \left( \frac{[C_t]_1 - P_1}{f_q(r/A)} + P_1 \right) \quad (15)$$



La résolution de l'équation (16) en  $R$  donne la valeur minimal du rayon extérieur de la matrice.

$$R = A \cdot \frac{\left[ \frac{[C_E]_2}{4 \operatorname{tg}^2(\pi/2q)} \left( \frac{[C_E]_1 - P_1}{f_q(r/A)} + P_1 \right) \right]^{1/2}}{\frac{[C_E]_1}{2 f_q(r/A)} + \frac{[C_E]_2}{2} - \frac{P_1}{2} \left( 1 + \frac{1}{f_q(r/A)} \right)} \quad (17)$$

Le rayon commun (matrice, anneau), optimal est déterminé par la solution de l'équation (15); soit

$$p^2 = \frac{R^2}{[C_E]_2} \left[ \frac{[C_E]_1}{2 f_q(r/A)} + \frac{[C_E]_2}{2} - \frac{P_1}{2} \left( 1 + \frac{1}{f_q(r/A)} \right) \right]$$

$$= \frac{R^2}{[C_E]_2} \cdot \frac{1}{4 \operatorname{tg}^2(\pi/2q)} \cdot \frac{[C_E]_2}{2} \cdot \left( \frac{[C_E]_1 - P_1}{f_q(r/A)} + P_1 \right) \frac{A^2}{R^2}$$

$$p = \sqrt{AR} \cdot \left[ \frac{1}{4 \operatorname{tg}^2(\pi/2q)} \cdot \frac{1}{[C_E]_2} \cdot \left( \frac{[C_E]_1 - P_1}{f_q(r/A)} + P_1 \right) \right]^{1/4}$$

(18)

La pression de serrage  $P_0$  est donnée par l'équation (12).

$$P_0 = \frac{[\sigma_t]_2}{\nu} \left( 1 - \frac{\nu}{R^2} \right) \quad (19)$$

### Calcul du serrage

Pour les matrices de filage à froid à conteneur non cylindrique la pression de serrage par la formule suivante : (\*)

$$P_0 = -2 \frac{\delta_1}{1 + \chi} \quad (20)$$

$$\delta_1 = 2 \cdot G \cdot \delta'_1 \cdot p^{-1} \quad ; \quad \delta'_1 = R \cdot R_a$$

$R$  : rayon extérieur de la matrice.

$R_a$  : rayon intérieur de la matrice.

$p$  : rayon commun (matrice, anneau)

$G$  : module de young

$$\chi = \frac{\lambda + 3G}{\lambda + G} \quad ; \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad ; \quad \lambda = \frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

d'où

$$P_0 = -4 \frac{\frac{E}{2(1 + \nu)} \delta'_1 \cdot p^{-1}}{1 + \frac{\lambda + 3G}{\lambda + G}}$$

\* [4]

$$P_0 = -4 \frac{2(1+\nu) \cdot S'_1 \cdot \rho^{-1}}{\lambda + 3 \cdot \frac{E}{2(1+\nu)}} = \frac{2ES'_1 \rho^{-1}}{1+\nu} \cdot \frac{4\lambda(1+\nu) + 4E}{2\lambda(1+\nu) + E}$$

$$4[\lambda(1+\nu) + E] = 4 \left[ \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} (1+\nu) + E \right]$$

$$= \frac{4E(1-\nu)}{1-2\nu}$$

$$2\lambda(1+\nu) + E = \frac{2E\nu}{1-2\nu} + E = \frac{E}{1-2\nu}$$

$$\text{d'où } P_0 = \frac{2ES'_1 \rho^{-1}}{1+\nu} \cdot \frac{E}{1-2\nu} \cdot \frac{1-2\nu}{4E(1-\nu)}$$

$$= \frac{ES'_1}{2(1-\nu^2)\rho}$$

$$S'_1 = \frac{2P_0(1-\nu^2)}{E} \rho \quad (21)$$

$S'_1$  désigne le serrage : différence entre le rayon intérieur de l'anneau et le rayon extérieur de la matrice.



## MATRICE EN ACIER AOUTIL

## MATRICE DECAGONALE

## INTRODUCTION DES DONNEES

La pression interieure P1 en [Mpa] = 800  
 La contrainte admissible relative a la matrice = 1600  
 La contrainte admissible relative a l'anneau = 1000  
 Note du polygone A=40 Rayon de courbure r= 4 Q= 5

## \*\*\*\*\* RESULTATS \*\*\*\*\*

Le rayon commun (matrice,anneau):RHO= 58.94593

Le rayon exterieur minimal:R= 98.29006

La pression de serrage necessaire P0= 320.1716

Le serrage necessaire en [mm]:S= .213247

## \*\*\*\*\*CALCUL DE VERIFICATION \*\*\*\*\*

Verification de la matrice avec P1= 800 et P2= 320.1716  
 La contrainte residuelle en [Mpa] = 1600

Verification de l'anneau avec P1= 320.1716 et P2=0  
 La contrainte residuelle en [Mpa] = 1000

## INTRODUCTION DES DONNEES

La pression interieure P1 en [Mpa] = 800

La contrainte admissible relative a la matrice = 1600

La contrainte admissible relative a l'anneau = 1000

Cote du polygone A=40 Rayon de courbure r= 6 Q= 4

\*\*\*\*\* RESULTATS \*\*\*\*\*

Le rayon commun (matrice,anneau):RH0= 46.46913

Le rayon exterieur minimal:R= 78.3321

La pression de serrage necessaire P0= 324.0377

Le serrage necessaire en [mm]:S= .1722215

\*\*\*\*\*CALCUL DE VERIFICATION \*\*\*\*\*

Verification de la matrice avec P1= 800 et P2= 324.0377

La contrainte residuelle en [Mpa] = 1600

Verification de l'anneau avec P1= 324.0377 et P2=0

La contrainte residuelle en [Mpa] = 1000

## INTRODUCTION DES DONNEES

La pression interieure P1 en [Mpa] = 800

La contrainte admissible relative a la matrice = 1600

La contrainte admissible relative a l'anneau = 1000

Cote du polygone A=20 Rayon de courbure r= 5 Q= 3

\*\*\*\*\* RESULTATS \*\*\*\*\*

Le rayon commun (matrice,anneau):RHO= 33.63731

Le rayon exterieur minimal:R= 57.79945

La pression de serrage necessaire P0= 330.6578

Le serrage necessaire en [mm]:S= .1256743

\*\*\*\*\*CALCUL DE VERIFICATION \*\*\*\*\*

Verification de la matrice avec P1= 800 et P2= 330.6578

La contrainte residuelle en [Mpa] = 1600

Verification de l'anneau avec P1= 330.6578 et P2=0

La contrainte residuelle en [Mpa] = 999.9999



## INTRODUCTION DES DONNEES

La pression interieure P1 en [Mpa] = 900

La contrainte admissible relative a la matrice = 1600

La contrainte admissible relative a l'anneau = 1300

Cote du polygone A=20 Rayon de courbure r= 6 Q= 2

\*\*\*\*\* RESULTATS \*\*\*\*\*

Le rayon commun (matrice,anneau):RHO= 36.98664

Le rayon exterieur minimal:R= 71.069

La pression de serrage necessaire P0= 473.9473

Le serrage necessaire en [mm]:S= .2004944

\*\*\*\*\*CALCUL DE VERIFICATION \*\*\*\*\*

Verification de la matrice avec P1= 900 et P2= 473.9473

La contrainte residuelle en [Mpa] = 1600

Verification de l'anneau avec P1= 473.9473 et P2=0

La contrainte residuelle en [Mpa] = 1300

DIMENSIONNEMENT DES MATRICES  
EN MATERIAU DUR

On sait que les métaux durs résistent correctement à la compression mais moins bien à la traction c'est pour cette raison qu'il est indispensable que la matrice travaille à la compression, ce qui nous incite à prévoir un anneau de précontrainte

En effet, si la matrice n'est pas contournée par un anneau (ce qui revient à supposer que la pression extérieure (de serrage) est nulle); la répartition des contraintes tangentielles suivant l'épaisseur de la matrice donnée par le calcul de résistance, montre que celle-ci est une contrainte de traction en n'importe quel point de la matrice (voir fig (1)).

L'introduction d'un anneau de précontrainte diminue la contrainte maximale sur le contour intérieur; notre but c'est d'avoir une pression de serrage qui non seulement diminue la contrainte

maximale mais transforme en tous les points de la matrice les contraintes de traction en des contraintes de compression

le calcul de resistance par la methode de Muskhelishvili montre que si  $P_0 \gg P_1$ , les contraintes tangentielles sont des contraintes de compression (voir fig (3)).

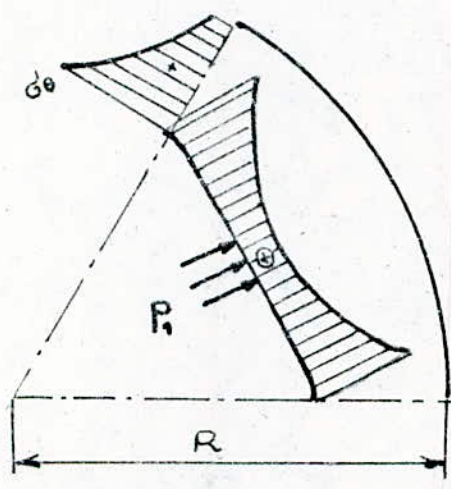


fig (1)

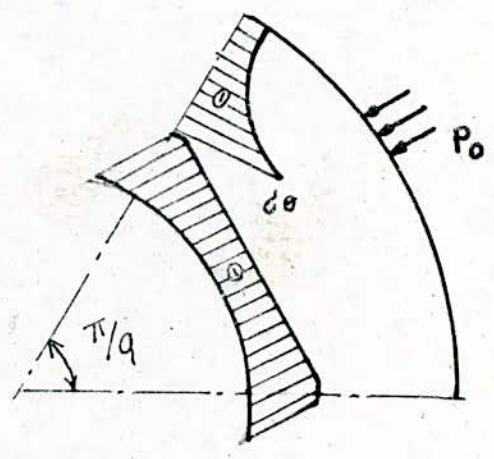
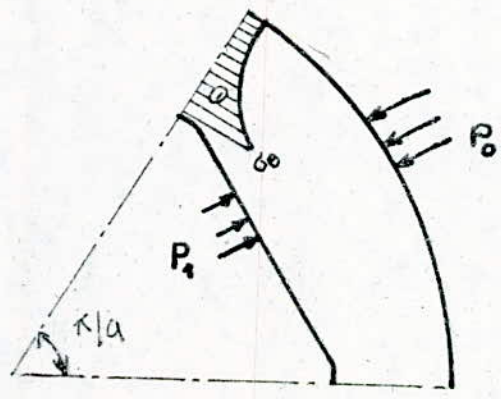


fig (2)



$P_0 \gg P_1$

fig (3)



a. Ecrivons la condition de resistance de la matrice soumise à une pression interieure  $P_1$  et à une pression exterieure (de serrage)  $P_0$  :

$$- \sigma_{\max} \leq [\sigma_c] \quad (22)$$

Remarque : on a déjà mentionné que si  $P_0 > P_1$ , la contrainte maximale est une contrainte de compression ce qui justifie le signe (-).

En remplaçant l'expr.  $\sigma_{\max}$  par son expression dans (22) on obtient

$$= \frac{4 \operatorname{tg}^2(\pi/2q) (P/A)^2 (P_1 - 2P_0) + P_1 \operatorname{tg}(\pi/A)}{4 \operatorname{tg}^2(\pi/2q) (P/A)^2 - 1} \leq [\sigma_c]$$

$$8 (P/A)^2 P_0 - 4 (P/A)^2 P_1 - P_1 / \operatorname{tg}^2(\pi/2q) \leq$$

$$\leq \frac{[\sigma_c]}{\operatorname{tg}(\pi/A)} \frac{4 \operatorname{tg}^2(\pi/2q) - 1}{\operatorname{tg}^2(\pi/2q)}$$

$$8 \operatorname{tg}^2(\pi/2q) (P/A)^2 P_0 \leq [\sigma_c] \frac{4 \operatorname{tg}^2(\pi/2q) - 1}{\operatorname{tg}(\pi/A)} +$$

$$+ P_1 \left( 4 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2q} \frac{P^2}{A^2} + 1 \right) .$$

$$P_0 \leq \frac{[\sigma_c]}{8(P/A)^2} \frac{4 \cdot \operatorname{tg}^2(\pi/2q) \cdot (P/A)^2 - 1}{\operatorname{tg}^2(\pi/2q) f_q(r/A)} + P_1 \frac{4 \operatorname{tg}^2(\pi/2q) (P/A)^2 + 1}{8 \operatorname{tg}^2(\pi/2q) (P/A)^2}$$

$$P_0 \leq \frac{A^2}{8 \operatorname{tg}^2(\pi/2q)} \left( P_1 - \frac{[\sigma_c]}{f_q(r/A)} \right) \frac{1}{P^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{[\sigma_c]}{f_q(r/A)} + P_1 \right)$$

b) À l'état initial la matrice n'est soumise qu'à la pression de serrage  $P_0$  (la pièce n'est pas encore introduite dans la matrice). Écrivons la condition de résistance relative à ce cas :

$$\sigma_{\theta \max} \leq [\sigma_c] \quad (22')$$

$$\text{avec } \sigma_{\theta \max} = \frac{8(P/A)^2 \cdot P_0}{4 \operatorname{tg}^2(\pi/2q) (P/A)^2 - 1} f_q(r/A).$$

En remplaçant  $\sigma_{\theta \max}$  par son expression dans (22') on obtient :

$$\frac{8(P/A)^2 \cdot P_0}{4 \operatorname{tg}^2(\pi/2q) (P/A)^2 - 1} f_q(r/A) \leq [\sigma_c]$$

ce qui conduit à une pression de serrage  $P_0$  :

$$P_0 \leq - \frac{A^2 [d_c]}{8 t_0^2 (\pi/29) f_0 (r/A)} \cdot \frac{1}{p^2} + \frac{[d_c]}{2 f_0 (r/A)}$$

e, Il reste à examiner la résistance de l'anneau de précontrainte, celui-ci en acier soumis uniquement à une pression intérieure  $P_0$ ; écrivons la condition de résistance correspondante :

$$\sigma_{\theta \max} + P_0 \leq [d_t] \quad (23)$$

$[d_t]$  : contrainte admissible à la traction de l'anneau de précontrainte.

L'anneau de précontrainte peut être considéré comme un tube épais, l'expression de la contrainte maximale dans ce cas est connue (formule de Lamme) :

$$\sigma_{\theta \max} = P_0 \frac{(R/P)^2 + 1}{(R/P)^2 - 1}$$

$$(23) \Rightarrow P_0 \frac{(R/P)^2 + 1}{(R/P)^2 - 1} + P_0 \leq [d_t]$$

d'où

$$P_0 \leq - \frac{[d_t]_2}{2} \frac{p^2}{A^2} + \frac{[d_t]}{2}$$



En conclusion on dispose de trois variables principales, reliées par les contraintes du problème suivantes :

$$1^{\circ} P_0 \geq P_1 \quad (24)$$

$$2^{\circ} P_0 \leq \frac{A^2}{8 f_9^2 (\pi/29)} \left( P_1 - \frac{[\sigma_c]}{f_9(r/A)} \right) \frac{1}{P^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{[\sigma_c]}{f_9(r/A)} + P_1 \right) \quad (25)$$

$$3^{\circ} P_0 \leq \frac{-A^2 \cdot [\sigma_c]}{8 f_9^2 (\pi/29) f_9(r/A)} \cdot \frac{1}{P^2} + \frac{[\sigma_c]}{2 f_9(r/A)} \quad (26)$$

$$4^{\circ} P_0 \leq - \frac{[\sigma_t]}{2} \frac{P^2}{R^2} + \frac{[\sigma_t]}{2} \quad (27)$$

Pour déterminer le rayon extérieur minimal  $R$ , le rayon commun optimum  $P$ , et la pression de serrage nécessaire  $P_0$ , on traduit chacune des inéquations précédentes sur un diagramme  $(P_0, P^2)$ .

considérons l'équation :

$$P_0 = \frac{A^2}{8 f_9^2 (\pi/29)} \left( P_1 - \frac{[\sigma_c]}{f_9(r/A)} \right) \frac{1}{P^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{[\sigma_c]}{f_9(r/A)} + P_1 \right)$$

Selon que la quantité  $(P_1 - \frac{[C_c]}{f_q(r/A)})$  est positive

ou négative, la représentation graphique de la fonction  $P_0 = f(P^2)$  est une hyperbole équilatérale croissante ou décroissante, étudions chacun des cas séparément :

$$1^o) \quad P_1 - C_c / f_q(r/A) < 0$$

$$1.a) \quad P_1 > C_c / 2 f_q(r/A)$$

Ce cas correspond à la fig (4) ; on voit que tous les points appartenant au domaine non hachuré satisfont simultanément aux conditions (24), (25) et (27) mais la condition (26) ne sera jamais satisfaite ; pratiquement, cela veut dire que la matrice soumise à une pression extérieure  $P_0$  tel

$$P_0 > \frac{[C_c]}{2 f_q(r/A)},$$

et à une pression intérieure nulle (état initial), ne peut résister.

Si la pression intérieure excède la quantité,  $C_c / 2 f_q(r/A)$ , il faut choisir un matériau tel que

La contrainte admissible à la traction  $\sigma_c$  soit plus grande que la quantité :

$$2 \cdot P_1 \cdot f_q(r/A).$$

une fois ce choix fait, pour dimensionner la matrice, il faut se ramener au cas 1-b.

$$1-b \quad P_1 < \sigma_c / (2 f_q(r/A)). \quad \text{fig (5)}$$

Tous les points appartenant au domaine non hachuré satisfont les contraintes du problème; parmi tout ces points, il en existe un et un seul pour lequel  $R^2$  est minimum, c'est le point d'intersection des courbes d'équation (24) et (26). l'abscisse de ce point représente la valeur du rayon commun optimal et son ordonnée la pression de serrage nécessaire.

En égalant donc (24) et (26) on obtient  $P$  optimum :

$$-\frac{[\sigma_c]}{8 \ln^2(\pi/2q) f_q(r/A)} \frac{A^2}{P^2} + \frac{[\sigma_c]}{2 f_q(r/A)} = P_1$$

(28)



$$(28) \Rightarrow \frac{p^2}{A^2} = \frac{[C_c] / (8 \cdot \text{tg}^2(\pi/2/q) \cdot f_q(r/A))}{P_1 - [C_c] / (2 f_q(r/A))}$$

d'où :

$$p_{opt} = \frac{A}{2 \text{tg}(\pi/2/q)} \left[ \frac{[C_c]}{[C_c] - 2 P_1 f_q(r/A)} \right]^{1/2}$$

En portant l'expression de  $p_{opt}$  dans (27) on obtient la valeur minimale du rayon extérieur.

$$R_{min} = p_{opt} \sqrt{\frac{[C_t]}{[C_t] - 2 P_0}}$$

$$R_{min} = \frac{A}{2 \text{tg}(\pi/2/q)} \left[ \frac{[C_c]}{[C_c] - 2 P_1 f_q(r/A)} \right]^{1/2} \left[ \frac{[C_t]}{[C_t] - 2 P_0} \right]^{1/2}$$

Pour la détermination du serrage on adoptera la même expression qui a été établie au cours du dimensionnement des matrices en acier, soit :

$$\delta = 2 \cdot P_0 \cdot (1 - \nu^2) \cdot p \cdot 1/E.$$

ou  $E$  désigne ici le modul d'élasticité longitudinal équivalent

$$1/E = 0,5 \cdot [(1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2]$$

$E_1, \nu_1$  représentent respectivement, le modul d'élasticité longitudinal et le coefficient de Poisson relatifs aux métaux durs.

$E_2, \nu_2$  relatifs aux aciers.

$$2. P_1 \cdot \sigma_c / f_q(r/A) \geq 0$$

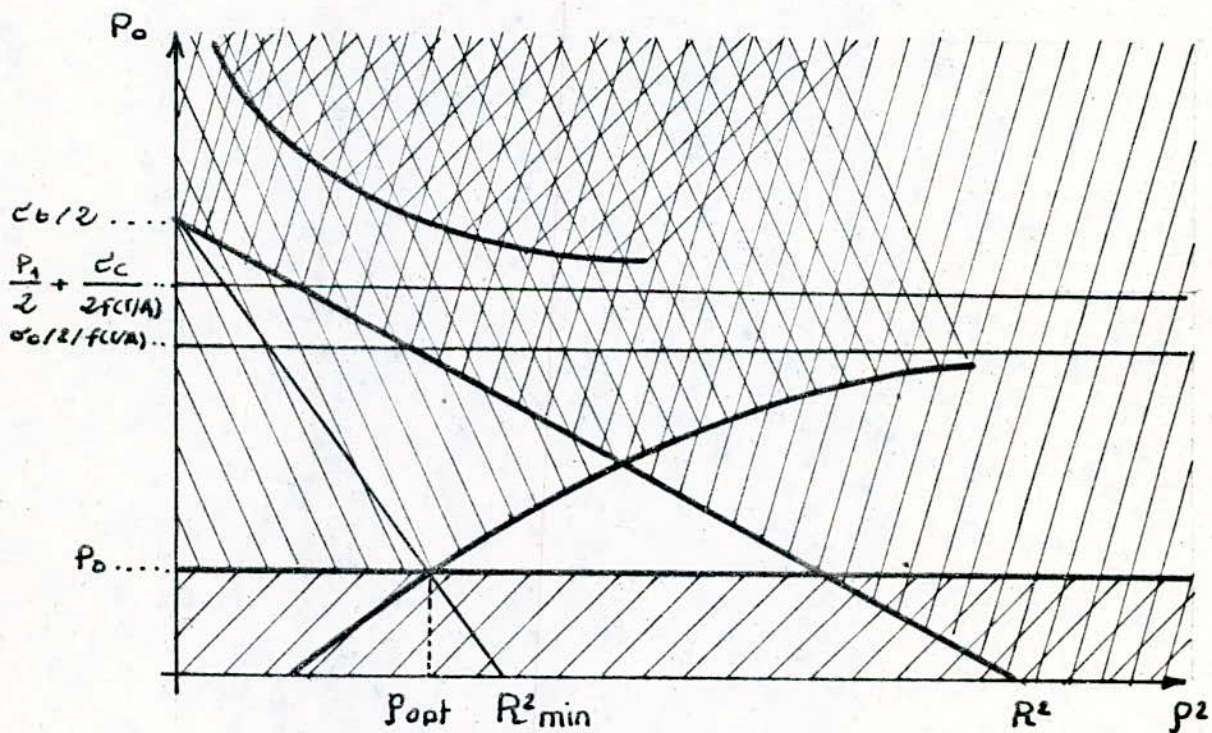
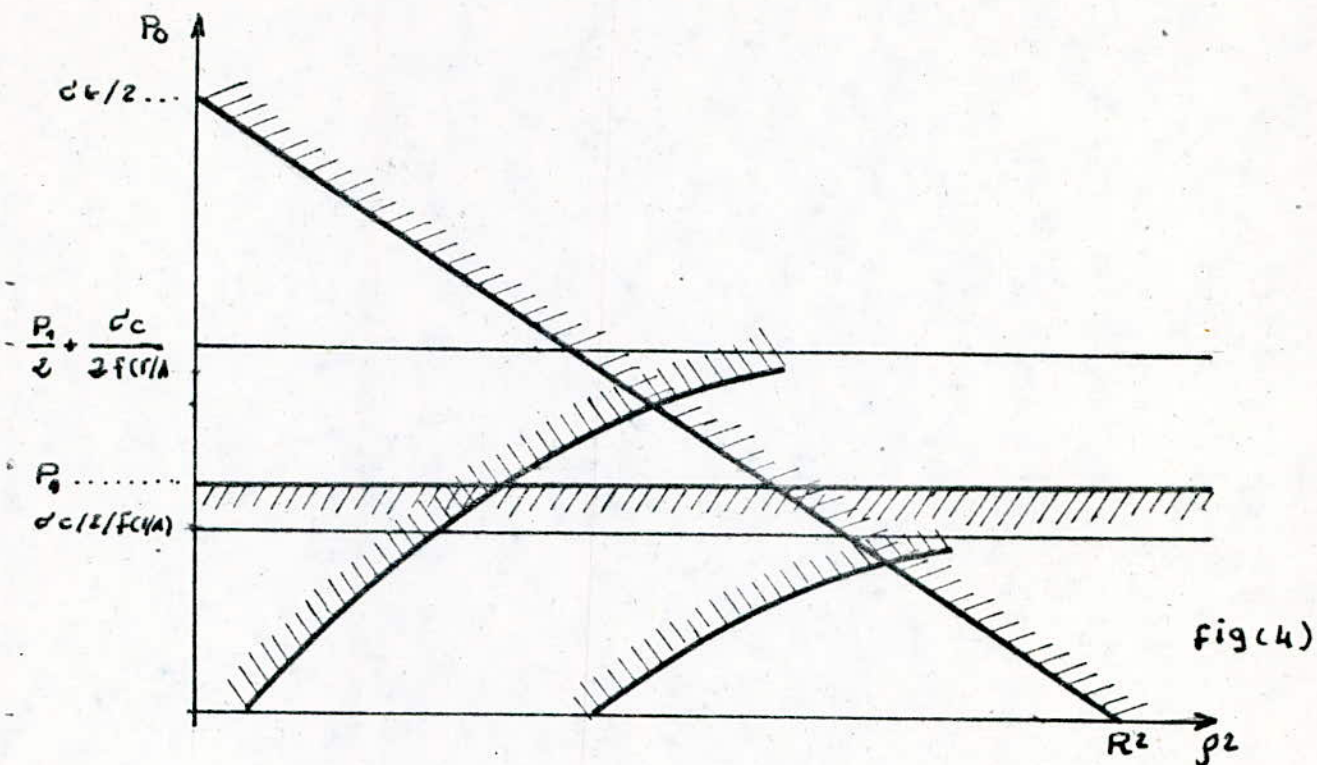
Dans ce cas, l'inéquation (25) est délimitée par une hyperbole équilatérale décroissante; la traduction des quatre contraintes du problème sur un diagramme ( $P_0, P^*$ ) est représentée sur la fig (6).

On voit qu'il n'existe aucun point du plan qui satisfait simultanément les quatre conditions; autrement dit si la pression intérieure dépasse la quantité  $\sigma_c / f_q(r/A)$  il y'aura rupture de la matrice. Dans ce cas on propose de choisir un matériau plus résistant ayant une contrainte admissible à la compression  $\sigma_c$ ,

$$\sigma_c \geq 2 P_1 f_q(r/A).$$

Pour dimensionner la matrice, on adoptera les relations trouvées en (1-b).





fig(5)



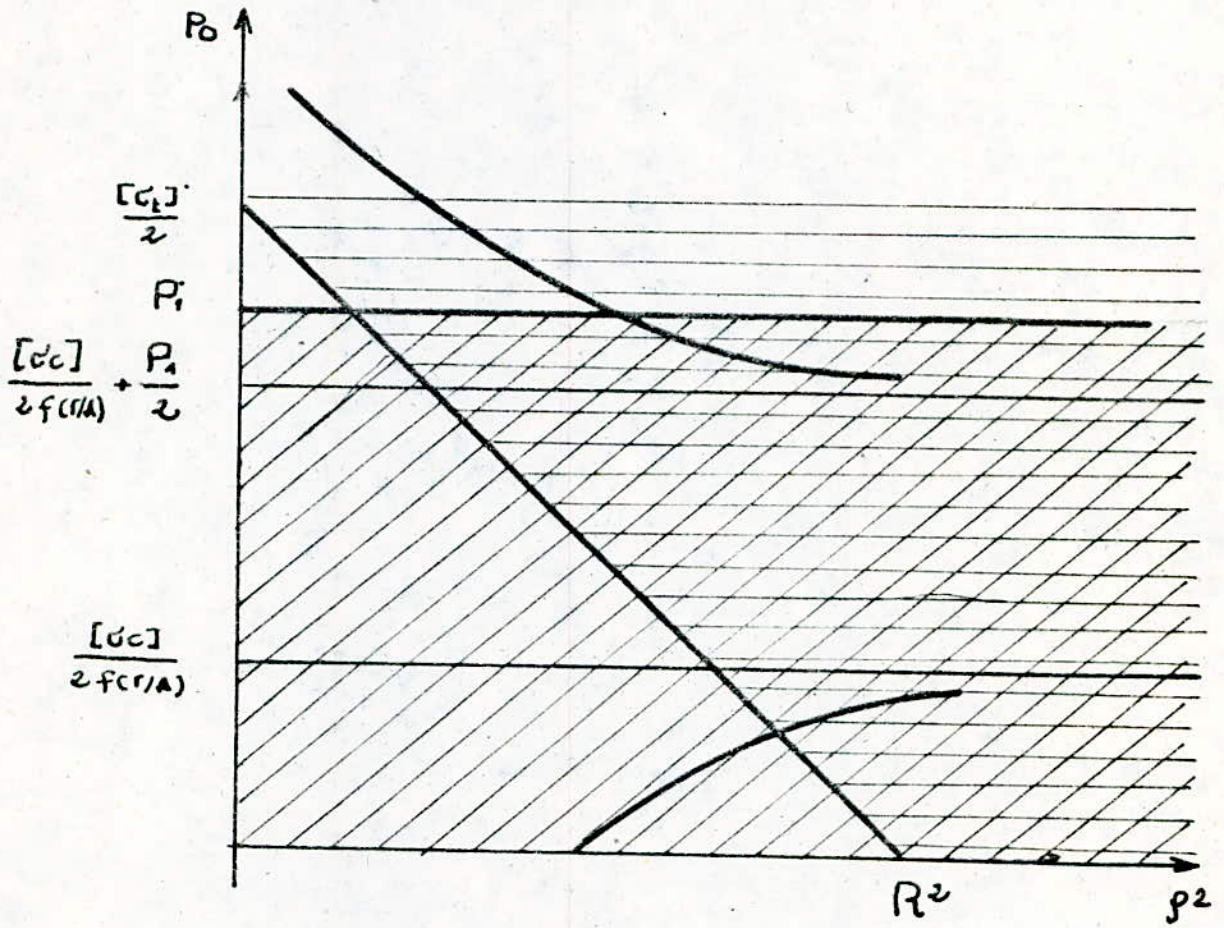


fig (b)

## MATRICE CARREE

## INTRODUCTION DES DONNEES

Cote du polygone A= 20 Rayon de courbure r= 6 Q= 2  
 La pression P1 EN [Mpa]= 550  
 La contrainte admissible relative a la matrice= 2000  
 La contrainte admissible relative a l'anneau 1800

\*\*\*\*\* RESULTATS \*\*\*\*\*

Le rayon commun (matrice,anneau)RHO= 29.04346

Le rayon exterieur minimal:R= 46.57315

La pression de serrage Po= 550

Le serrage necessair S= .3557292

\*\*\*\*\*CALCUL DE VERIFICATION \*\*\*\*\*

Verification de la matrice avec P1= 0 et P2= 550

La contrainte residuelle en [Mpa] =-2000

Verification de l'anneau avec P1= 550 et P2=0

La contrainte residuelle en [Mpa] = 1800

## MATRICE HEXAGONALE

## INTRODUCTION DES DONNEES

Cote du polygone A= 20 Rayon de courbure r= 6 Q= 3  
 La pression P1 EN [Mpa]= 450  
 La contrainte admissible relative a la matrice= 2000  
 La contrainte admissible relative a l'anneau 1800

\*\*\*\*\* RESULTATS \*\*\*\*\*

Le rayon commun (matrice,anneau)RHO= 32.62903

Le rayon exterieur minimal:R= 46.14441

La pression de serrage Po= 450

Le serrage necessair S= .2857792

\*\*\*\*\*CALCUL DE VERIFICATION \*\*\*\*\*

Verification de la matrice avec P1= 0 et P2= 450

La contrainte residuelle en [Mpa] =-2000

Verification de l'anneau avec P1= 450 et P2=0

La contrainte residuelle en [Mpa] = 1800



## MATRICE OCTOGONALE

NEES

Cote du polygone A= 20 Rayon de courbure r= 6 Q= 4  
 La pression P1 EN [Mpa]= 400  
 La contrainte admissible relative a la matrice= 2000  
 La contrainte admissible relative a l'anneau 1800

\*\*\*\*\* RESULTATS \*\*\*\*\*

Le rayon commun (matrice,anneau)RH0= 39.96641

Le rayon exterieur minimal:R= 53.62056

La pression de serrage Po= 400

Le serrage necessair S= .2615954

\*\*\*\*\*CALCUL DE VERIFICATION \*\*\*\*\*

Verification de la matrice avec P1= 0 et P2= 400  
 La contrainte residuelle en [Mpa] =-2000

Verification de l'anneau avec P1= 400 et P2=0  
 La contrainte residuelle en [Mpa] = 1800

## MATRICE DECAGONALE

INTRODUCTION DES DONNEES

Cote du polygone A= 40 Rayon de courbure r= 8 Q= 5  
 La pression P1 EN [Mpa]= 400  
 La contrainte admissible relative a la matrice= 2000  
 La contrainte admissible relative a l'anneau 1800

\*\*\*\*\* RESULTATS \*\*\*\*\*

Le rayon commun (matrice,anneau)RH0= 99.35738

Le rayon exterieur minimal:R= 133.3019

La pression de serrage Po= 400

Le serrage necessair S= .5438551

\*\*\*\*\*CALCUL DE VERIFICATION \*\*\*\*\*

Verification de la matrice avec P1= 0 et P2= 400  
 La contrainte residuelle en [Mpa] =-2000

Verification de l'anneau avec P1= 400 et P2=0  
 La contrainte residuelle en [Mpa] = 1800



## CONCLUSION

La possibilité du calcul des contraintes, engendrées par une pression intérieure dans une matrice polygonale par la méthode de Muskhilishvili a permis d'élaborer une méthode mathématique pour le dimensionnement de ces matrices.

En effet au moyen de l'analyse dimensionnelle on est arrivé à grouper toutes les variables en des groupements adimensionnels; et en sachant que les matrices cylindriques ne sont qu'un cas particulier des matrices polygonales nous a conduit à la recherche d'une fonction analytiques tenant compte de la variation du rayon de courbure. Cette dernière a été déterminée sur la base de valeurs numériques avec lesquelles on a établi une interpolation linéaire par la méthode des moindres carrés.

En plus du dimensionnement l'étude met en évidence les résultats suivants.

1<sup>er</sup> Dans le cas des matrices en acier à outil il n'est pas toujours nécessaire de prévoir un anneau de précontrainte, tout dépend de la limite élastique du matériau utilisé et du rayon de courbure (cf. 2). On a constaté que la pression intérieure limite à ne pas dépasser dans ce cas augmente si l'on augmente

## CONCLUSION

La possibilité du calcul des contraintes, engendrées par une pression intérieure dans une matrice polygonale par la méthode de Muskhilishvili a permis d'élaborer une méthode mathématique pour le dimensionnement de ces matrices.

En effet au moyen de l'analyse dimensionnelle on est arrivé à grouper toutes les variables en des groupements adimensionnels; et en sachant que les matrices cylindriques ne sont qu'un cas particulier des matrices polygonales nous a conduit à la recherche d'une fonction analytiques tenant compte de la variation du rayon de courbure. Cette dernière a été déterminée sur la base de valeurs numériques avec lesquelles on a établi une interpolation linéaire par la méthode des moindres carrés.

En plus du dimensionnement l'étude met en évidence les résultats suivants.

1<sup>er</sup> Dans le cas des matrices en acier à outil il n'est pas toujours nécessaire de prévoir un anneau de précontrainte, tout dépend de la limite élastique du matériau utilisé et du rayon de courbure (cf. 2). On a constaté que la pression intérieure limite à ne pas dépasser dans ce cas augmente si l'on augmente



la rayon de courbure, ce-ci s'explique par le fait qu'en augmentant le rayon de courbure on diminue la concentration de contrainte au niveau des coins de la matrice, autrement dit on diminue la valeur de la contrainte maximale sur le contour interieur de la matrice.

2<sup>em</sup>: Toujours pour la même catégorie de matrice, une fois la pression limite autorisée est dépassée, il est indispensable de contourner la matrice par un anneau de précontrainte, celui-ci sous l'effet de la pression de serrage engendre une contrainte de compression sur le contour interieur de la matrice et qui par superposition avec la contrainte de traction produite par la pression interieure conduit à une contrainte résiduelle inférieure à la contrainte admissible à la traction du matériau utilisé.

3<sup>em</sup>: Pour les matrices en matériau dur on a montré que pour une contrainte admissible de compression donnée, correspond indépendamment des dimensions de la matrice, une pression limite à ne pas dépasser. Dans ce cas le rôle de l'anneau de précontrainte est non seulement de diminuer la contrainte maximale mais aussi d'engendrer sous l'effet de la pression de serrage une contrainte de compression en tous les points de la matrice et qui par superposition avec la contrainte de traction générée par la pression interieure donne une contrainte



## ANNEXE

DIMENSIONNEMENT DES  
MATRICES CYLINDRIQUES

Pour les matrices cylindriques soumises à des pressions uniformes radiales, intérieurs  $P_1$  et extérieur  $P_0$ , les contraintes radiales  $\sigma_r$  et tangentielles  $\sigma_\theta$  en un point arbitraire de la section situé à une distance  $\rho$  du centre sont déterminées par les formules de Lamme :

$$\sigma_\theta = \frac{P_1 r_1^2 \left(1 + \frac{r_2^2}{\rho^2}\right) - P_2 r_2^2 \left(1 + \frac{r_1^2}{\rho^2}\right)}{r_2^2 - r_1^2} ; \sigma_r = \frac{P_1 r_1^2 \left(1 - \frac{r_2^2}{\rho^2}\right) - P_2 r_2^2 \left(1 - \frac{r_1^2}{\rho^2}\right)}{r_2^2 - r_1^2} \quad (1) \quad (2)$$

Sur le contour intérieur :

$$\sigma_\theta \Big|_{\rho=r_1} = \frac{P_1 r_1^2 + r_2^2 (P_1 - 2P_2)}{r_2^2 - r_1^2} ; \sigma_r \Big|_{\rho=r_1} = -P_1$$

Sur le contour extérieur :

$$\sigma_\theta \Big|_{\rho=r_2} = \frac{2P_1 r_1^2 - P_2 (r_2^2 + r_1^2)}{r_2^2 - r_1^2} ; \sigma_r \Big|_{\rho=r_2} = -P_2$$

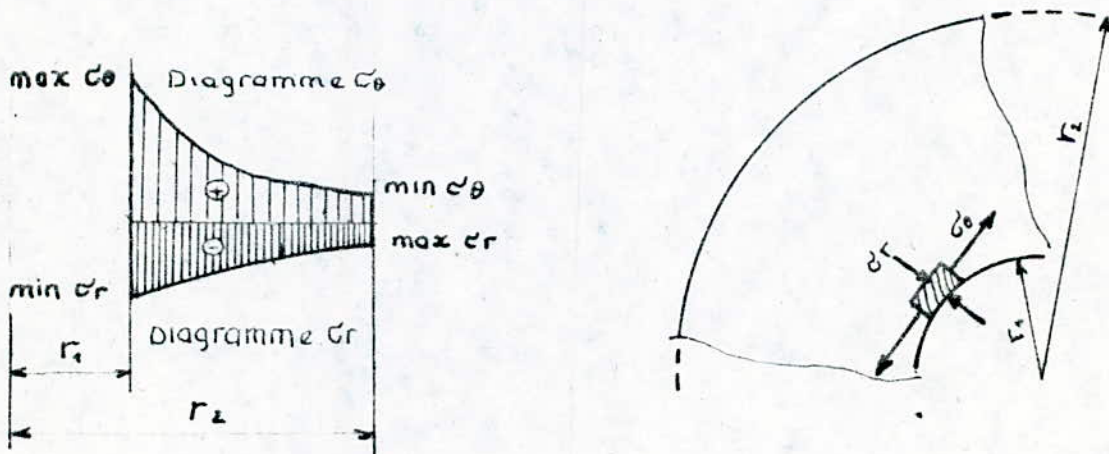
Étudions la nature de chacune des contraintes  $\sigma_\theta$  et  $\sigma_r$

$$\frac{d\sigma_\theta}{d\rho} = 2 \frac{r_1^2 r_2^2}{\rho^3 (r_2^2 - r_1^2)} (P_0 - P_1) ; \frac{d\sigma_r}{d\rho} = 2 \frac{r_1^2 r_2^2}{\rho^3 (r_2^2 - r_1^2)} (P_1 - P_0) \quad (3) \quad (4)$$

La relation montre que la contrainte radiale  $\sigma_r$  est une de compression pour toute valeur de  $P_1$  et  $P_0$ , et d'après (4),  $\sigma_r$  est croissante pour  $P_1 > P_0$  et est décroissante dans le cas contraire

$\sigma_\theta$  peut être de traction ou de compression selon le rapport des quantités  $P_1$  et  $P_0$ .

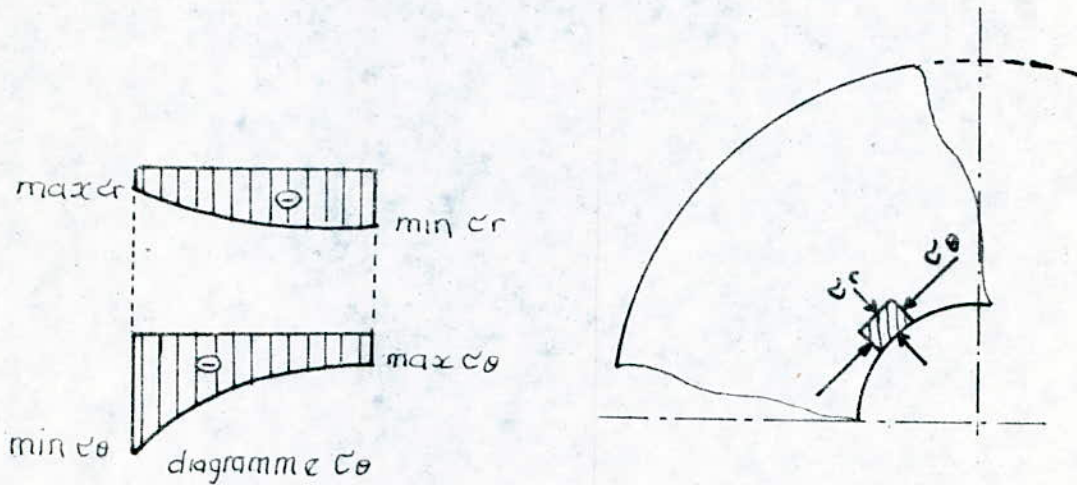
Si  $P_1 \geq 0.5 \cdot P_0 \left( \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 + 1 \right)$ , alors  $\sigma_\theta \geq 0$  et d'après (3),  $\sigma_\theta = f(r)$  est une fonction décroissante donc la contrainte tangentielle  $\sigma_\theta$  en n'importe quelle point de la matrice est une contrainte de traction et on a la répartition suivante.



fig(1) Répartition des contraintes  $\sigma_r$  et  $\sigma_\theta$  suivant l'épaisseur de la matrice

Si  $P_1 \leq 0,5 \cdot P_0 / ((r_1/r_2)^2 + 1)$

dans ce cas  $\sigma_\theta$  est une contrainte de compression et  
 (3)  $\Rightarrow \sigma_\theta = f(P)$  est une fonction croissante ; dans  
 ce cas on a la repartition suivante :



Repartition des contraintes  $\sigma_r$  et  $\sigma_\theta$   
 suivant l'épaisseur de la matrice.

Considérons le cas de matrices non courbées.  
 Dans ce cas l'étude précédente montre que la matrice  
 travaille à la traction, le rayon extérieur minimum  
 est donné par la formule de Lamme :

$$r_2 \geq r_1 \left[ \frac{[\sigma] + (1-\nu) P_1}{[\sigma] - (1+\nu) P_1} \right]^{1/2} \quad (5)$$

le coefficient  $\nu=1$  pour les aciers, la relation (5)  
 devient :

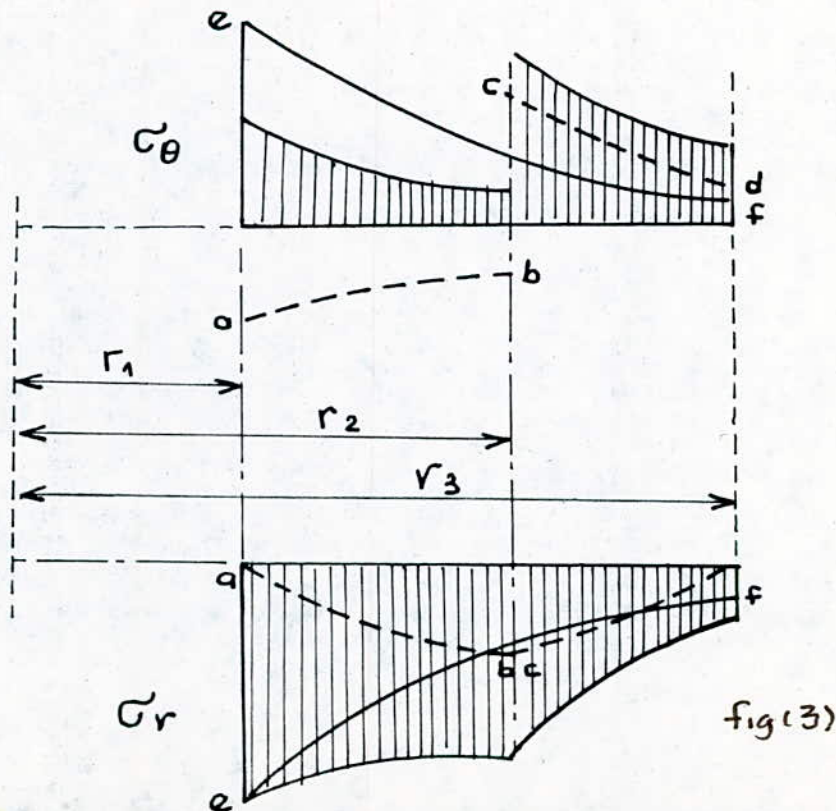


$$r_2 \geq r_1 \left[ \frac{[\sigma]}{[\sigma] - 2P_1} \right]^{1/2} \quad (5')$$

Quelquesoit l'épaisseur de la matrice la relation (5'), montre que la pression intérieure  $P_1$  ne doit jamais dépasser la valeur de  $[\sigma]/2$

## 2°) Introduction d'un anneau de precontrainte

Dans le cas où la pression intérieure excède la quantité  $[\sigma]/2$ , on utilise un anneau de precontrainte monté par frettage. La pression de serrage est due au fait que le diamètre intérieur de l'anneau est plus petit que le diamètre extérieur de la frette.



Dans la paroi commune matrice, anneau les contraintes initiales dues à la pression  $P_0$  sont déterminées par les formules (1,2), compte tenu du fait que pour le cylindre intérieur de rayon  $r_1$  et  $r_2$ , la pression de serrage est une pression extérieure ( $P_1 = 0$ ) et pour le cylindre extérieur de rayon  $r_2$  et  $r_3$ , la pression de serrage est une pression intérieure; les diagrammes approximatifs de  $\sigma_\theta$  et  $\sigma_r$  dues à la pression de serrage  $P_0$ , sont représentés par les lignes pointillées ab et cd.

les contraintes  $\sigma_\theta$  et  $\sigma_r$  pour une matrice simplement contournée soumise à une pression  $P_1$  et ( $P_0 = 0$ ) sont déterminées d'après les formules (1,2) comme pour une matrice non contournée de rayon  $r_1$  et  $r_3$ ; les diagrammes approximatifs sont représentés par les lignes e, f.

En fin les contraintes résultantes dans une matrice contournée sont déterminées par le principe de superposition des contraintes, leurs diagrammes représentatifs sont hachurés (fig (3)).

Si la matrice et la frette sont fabriquées en matériau de même résistance en traction et compression, le rapport optimal entre les rayons et la quantité  $S$  (serrage), est établi par les formules :

$$r_2 = \sqrt{r_1 r_3}$$

$$S = 2 r_2 \frac{P_i}{E}$$

la relation qui lie la pression de serrage au serrage est donnée par :

$$P_o = \frac{\frac{S}{2}}{\frac{1}{E_1} \left( \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - \nu_1 \right) + \frac{1}{E_2} \left( \frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} - \nu_2 \right)}$$

où  $(E_1, E_2)$  et  $(\nu_1, \nu_2)$  sont les modules d'élasticité longitudinal et coefficients de Poisson des matériaux utilisés.



## PROGRAMME

Notations :

programme	texte	commentaires
AO	A	
RO	r	
RHO	$\rho$	rayon commun (matrice, anneau).
R	R	
SER	S	serrage nécessaire
PIN	$P_1$	pression intérieure.
PO=PE	$P_0$	pression de serrage
SA1	$[\sigma_t]_1$	contrainte adm à la traction (mat)
SA2	$[\sigma_t]_2$	contrainte admissible tra (anneau)
SAC	$\sigma_c$	contrainte adm à la comp (mat)
$E_1, E_2$	$E_1, E_2$	
$\mu_1, \mu_2$	$\mu_1, \mu_2$	
SI	$\delta_0$	
$W_1$	$f_1(r/A)$	fonction du rayon de cour Mat → Carre
$W_2$	$f_2(r/A)$	" " " " " → hexa
$W_3$	$f_3(r/A)$	" " " " " → octo
$W_4$	$f_4(r/A)$	" " " " " → deca

Remarque : le sous programme (35 - 3470) est pris de l'ouvrage [3]

```

4000 PRINT TAB (10);CHR$(27)+"#3";" RAINBOW 100 DIGITAL "
4010 PRINT TAB (10);CHR$(27)+"#4";" RAINBOW 100 DIGITAL "
4015 PRINT:PRINT
4020 REM "*****"
4025 REM "*"
4030 REM "*"          PROJET DE FIN D'ETUDES-GENIE MECANIQUE
4040 REM "*"
4050 REM "*"          JANVIER-1986 . JUIN
4060 REM "*****"
4070 /
4080 REM "***** SUJET *****"
4090 REM "*"
4100 REM "*"  DIMENSIONNEMENT DES MATRICES DE FILAGE A FROID A CONTE-
4110 REM "*"  -NEUR NON CYLINDRIQUE
4120 REM "*"
4130 REM "*****"
4140 /
4150 REM "*****"
4160 REM "*" CE PROGRAMME PERMET DE DETERMINER LES DIMENSIONS DES
4170 REM "*" MATRICES DE FILAGE A FROID A CONTENEUR POLYGONAL [CARRE,
4180 REM "*" HEXAGONE, OCTOGONE, DECAGONE]; EN TENANT COMPTE DU MATERIAU
4190 REM "*" CONSTITUANT LA MATRICE.
4200 REM "*****"
4300 ,
4400 ,
4500 REM "*****"
4600 REM *          DIMENSIONS DE LA PIECE A FILER.
4700 REM "*****"
4800 ,
5000 INPUT"Cote du polygone =" ;A0
5010 INPUT"Rayon de courbure r=" ;R0
5015 PI=3.14159265359#
5020 W1=2.999434-4.655995*R0/A0
5030 W2=2.074922-1.596273*R0/A0
5040 W3=1.767088-.712804*R0/A0
5050 W4=1.63935-.494279*R0/A0
5060 INPUT"Nombre d'axe de symetrie q =" ;Q
5070 IF Q=2 THEN PRINT"Matrice a trou carre":W=W1
5080 IF Q=3 THEN PRINT"MATRICE A TROU HEXAGONAL":W=W2
5090 IF Q=4 THEN PRINT"Matrice a trou octogonal":W=W3
5100 IF Q=5 THEN PRINT"Matrice a trou decagonal":W=W4
5110 PRINT:PRINT
5120 PRINT"Avec quel materiau est faite votre matrice ?"
5130 PRINT"cas 1-----metal dur."
5140 PRINT"cas 2-----acier a outil" :PRINT
5150 INPUT"CAS CHOISI";CAS:PRINT
5152 IF CAS=1 THEN 5163 ELSE 5280
5155 ,
5156 REM "*****"
5157 REM "          MATRICE EN MATERIAU DUR
5159 REM "*****"
5160 PRINT

```



```

5163 PL=2000/W
5165 PRINT"PRESSION LIMITE=";PL
5170 INPUT"PRESSION INTERIEURE EN Mpa :p1=";PIN
5175 PRINT
5180 PRINT"DEF :SAC=CONTRAINTTE ADMISSIBLE A LA COMPRESSION"
5185 SAC=PIN*W
5190 PRINT"Choisir un metal telque SAC>=";SAC
5200 INPUT"SAC=";SAC
5210 RHO=A/2/TAN(PI/2/Q)*SQR(SAC/(SAC-2*P1*W))
5220 P0=P1
5225 SA2=2*P0
5230 PRINT"DEF :SA2=CONTRAINTTE ADMISSIBLE(Anneau precontrainte)":PRINT
5232 PRINT TAB(20);"LE CALCUL DE VERIFICATION EST EN COURS"
5235 PRINT"Choisir un metal telque SA2>=";SA2
5237 PRINT
5240 INPUT"Contrainte admissible de l'anneau en[Mpa]:SA2=";SA2
5250 R=RHO*SQR(SA2/(SA2-2*P0))
5260 GOTO 5420
5261 ,
5265 REM "*****"
5270 REM "          MATRICE EN ACIER A OUTIL          "
5275 REM "*****"
5276 ,
5280 PRINT"DEF: SA1=CONTRAINTTE ADMISSIBLE A LA TRACTION (matrice)"
5290 INPUT"SA1=";SA1
5295 INPUT"PRESSION INTERIEURE EN Mpa:P1=";PIN
5300 IF PIN<=SA1/(W+1) THEN 5310 ELSE 5350
5310 V=SA1/PIN-1
5320 R=.5*A0*SQR(((1+V/W)/(V/W-1))/TAN(PI/2/Q))
5325 PRINT CHR$(27)+"[2J
5330 PRINT"UTILISER LA MATRICE SANS ANNEAU AVEC"
5331 PRINT"UN RAYON EXTERIEUR MINIMAL:R=";R:PRINT
5332 PRINT TAB(10);"LE CALCUL DE VERIFICATION EST EN COURS"
5335 GOSUB 250
5340 END
5350 PRINT"VOUS DEVEZ UTILISER UN ANNEAU DE PRECONTRAINTTE"
5355 PRINT:PRINT
5360 PRINT"DEF:SA2=CONTRAINTTE ADMISSIBLE (Anneau precontrainte)"
5370 INPUT"SA2=";SA2
5380 X=(SA1-PIN)/W+PIN
5390 Y=SA1/W/2+(.5*SA2)-(.5*PIN*(1+1/W))
5400 R=A0/2/TAN(PI/2/Q)*SQR(X*SA2)/Y
5410 RHO=SQR(R*A0/TAN(PI/2/Q))*(X/SA2)^.25
5412 P0=SA2*.5*(1-(RHO/R)^2)
5415 ,
5416 REM "*****"
5417 REM "          CALCUL DU SERRAGE          "
5418 REM "*****"
5419 ,
5420 PRINT"QUELS SONT LES VALEURS DES COEFFICIENTS DE POISSON ?"
5430 INPUT"MU1=";MU1
5440 INPUT"MU2=";MU2
5450 PRINT"QUELS SONT LES VALEURS DES MODULS D'ELASTICITE"
5460 INPUT"E1=";E1:INPUT"E2=";E2
5465 E=2*((1-MU1^2)/E1+(1-MU2^2)/E2)^(-1)
5470 C1=(RHO^2+A^2)/(RHO^2-A^2)-1
5480 C2=(R^2+RHO^2)/(R^2-RHO^2)-1
5485 SER1=3.64*P0*RHO/E
5490 SER=((C1/E1)+(C2/E2))*RHO*2*P0 :PRINT:PRINT

```



```
5520 PRINT"PRESSION DE SERAGE NECESSAIRE EN Mpa :P0=";P0
5525 PRINT"SERRAGE NECESSAIRE (methode1) =" ;SER1
5527 PRINT"SERRAGE NECESSAIRE (methode2) =" ;SER:PRINT
5530 ,
5531 REM "*****"
5532 REM "          CALCUL DE VERIFICATION          "
5533 REM "*****"
5534 ,
5535 PRINT TAB(20);"LE CALCUL DE VERIFICATION EST EN COURS"
5537 PRINT"Verification de l'ensemble(matrice,anneau)"
5540 GOSUB 250
5542 PRINT:PRINT
5545 PRINT"VERIFICATION DE LA MATRICE AVEC P1=";PIN;"ET P2=";P0
5550 R=RHO:PE=P0:GOSUB 395
5555 PIN=P0:CAS=2
5557 PRINT:PRINT"Verification de l'anneau avec P1=";PIN;"ET P2=0"
5560 A0=2*RHO*TAN(PI/2/Q):R0=A0/2/ATN(PI/2/Q):PE=0:GOSUB 395
5570 END
```

```

5495 PRINT CHR$(27)+"[2J
5500 PRINT"***LE RAYON EXTERIEUR DE LA MATRICE R=";R;"***"
5510 PRINT"***LE RAYON INTERIEUR DE LA FRETTE RHO=";RHO;"***":PRINT
5520 PRINT"PRESSION DE SERAGE NECESSAIRE EN Mpa :P0=";P0
5 GOTO 5000
32 /
40 REM "***** SOUS PROGRAMME *****"
45 REM "   GENERALISATION DE CALCUL DE RESISTANCE DES "
50 REM "   MATRICES NON CYLINDRIQUES DE FILAGE "
55 REM "   A FROID "
60 REM "*****"
65 REM "*"
70 REM " Ce programme permet de determiner ,par la methode de "
75 REM " MUSKHELISHVILLI ,les contraintes de traction proudui- "
80 REM " tes par une pression P1 (variable),sur le contour int- "
85 REM " erieur d'une matrice de filage a froid a trou polygonal "
90 REM " [carre ,hexagone,octogone ,decagone ,dodecagone ,et "
95 REM " meme plus (jusqu'a 80 cotes)];en fonction de ces dim- "
96 REM "*" -ENSIONS a,r,R (variables). "
97 REM "*" "
98 REM "*****"
99 ,
250 SA=PI/2/Q
303 IF Q=2 THEN M=8
306 IF Q=3 THEN M=12
309 IF Q=4 THEN M=16
315 IF Q=5 THEN M=20
390 DIM XI(M),YI(M),XJ(M),YJ(M),CK(60),CMK(60)
395 L=A0/(2*SIN(SA))-R0/COS(SA)
400 RA=L/R0
410 BE=ATN(R0*SIN(SA)/(L+R0*COS(SA)))
420 NUM=0
430 DEN=0
440 FOR I=1 TO M
450 AL=PI*(2*I-1)/2/Q/M
460 IF AL>BE THEN 470 ELSE 510
470 IF AL<(PI/Q-BE) THEN 480 ELSE 550
480 XI(I)=(A0/(2*SIN(SA))*TAN(PI/2-SA))/(TAN(PI/2-SA)+TAN(AL))
490 YI(I)=XI(I)*TAN(AL)
500 GOTO 620
510 GA=ATN(RA*SIN(AL)/SQR(1-(RA*SIN(AL))^2))
520 XI(I)=R0*COS(AL)*(COS(GA)+RA*COS(AL))
530 YI(I)=XI(I)*TAN(AL)
540 GOTO 620
550 IF AL=PI/Q THEN 600 ELSE 560
560 GA=ATN(RA*SIN(PI/Q-AL)/SQR(1-(RA*SIN(PI/Q-AL))^2))
570 XI(I)=R0*SIN(PI/Q-AL+GA)*COS(AL)/SIN(PI/Q-AL)
580 YI(I)=XI(I)*TAN(AL)
590 GOTO 620
600 XI(I)=(L+R0)*COS(AL)
610 YI(I)=(L+R0)*SIN(AL)
620 XJ(I)=R*COS(AL)

```



```

630 YJ(I)=R*SIN(AL)
690 NUM=NUM+XI(I)*COS(PI*(2*I-1)/2/Q/M)+YI(I)*SIN(PI*(2*I-1)/2/Q/M)
700 DEN=DEN+XJ(I)*COS(PI*(2*I-1)/2/Q/M)+YJ(I)*SIN(PI*(2*I-1)/2/Q/M)
710 NEXT I
760 RH1=NUM/DEN
840 FOR J=1 TO (2*M-1)*Q+1 STEP Q
850 IF J>30 THEN 1425 ELSE 860
860 S1=0:S2=0 : S3=0 :S4=0
870 FOR I=1 TO M
880 P1=COS(PI*J*(2*I-1)/2/Q/M)
890 P2=SIN(PI*J*(2*I-1)/2/Q/M)
900 S1=S1+XJ(I)*P1+YJ(I)*P2
910 S2=S2+XI(I)*P1+YI(I)*P2
920 P3=COS(PI*(J+Q-2)*(2*I-1)/2/Q/M)
930 P4=SIN(PI*(J+Q-2)*(2*I-1)/2/Q/M)
940 S3=S3+XI(I)*P3-YI(I)*P4
950 S4=S4+XJ(I)*P3-YJ(I)*P4
960 NEXT I
980 CK(J)=S1-S2*RH1^(2*Q*M-J)
982 CK(J)=CK(J)/M
985 N=J+Q-2
986 C=2*Q*M
990 CMK(N)=(S3*RH1^N-S4*RH1^C)
992 CMK(N)=CMK(N)/M
1030 NEXT J
1100 REM "*****"
1110 REM "          CALCUL DES CONTRAINTES
1120 REM "*****"
1400 REM "CALCUL DES CONTRAINTES "
1425 S1=0 :S2=0
1430 FOR H=1 TO 3*Q+1 STEP Q
1440 V=Q+H-2
1445 C=H-1:E=V+1
1450 S1=S1+CK(H)*H*RH1^C-CMK(V)*V/RH1^E
1510 NEXT H
1515 RWI=S1 :RWE=S2
1560 REM "*****"
1570 REM "          Introduction de la pression interieure "
1580 REM "*****"
1820 GOTO 3210
1830 REM "*****"
1840 REM "          Sous programme de resolution du systeme : A*E=F "
1850 REM "          ALGORITHME DE GAUSS "
1860 REM "*****"
1870 /
2210 INPUT "N=" ;N
2220 DIM A(N,N),F(N),E(N)
2230 FOR I=1 TO N
2240 FOR J=1 TO N
2250 INPUT "A(I,J)=" ;A(I,J)

```



```

2300 FOR H=N TO 2 STEP -1
2310 FOR I=H-1 TO 1 STEP -1
2320 IF A(H,H)<>0 THEN 2440
2330 FOR L=H-1 TO 1 STEP -1
2340 IF A(L,H)<>0 THEN 2355
2350 NEXT L
2355 PRINT "SYSTEME IRREGULIER "
2360 FOR W=1 TO N
2370 G(W)=A(L,W)
2380 A(L,W)=A(H,W)
2390 A(H,W)=G(W)
2400 NEXT W
2410 Q=F(L)
2420 F(L)=F(H)
2430 F(H)=Q
2440 F(I)=F(I)-A(I,H)/A(H,H)*F(H)
2450 FOR J=1 TO H
2460 A(I,J)=A(I,J)-A(I,H)/A(H,H)*A(H,J)
2470 NEXT J
2480 NEXT I
2490 NEXT H
2500 D=1
2510 FOR I=1 TO N
2520 D=D*A(I,I)
2530 NEXT I
2550 IF A(N,N)=0 THEN 2710
2555 E(N)=F(N)/A(N,N)
2570 E(I)=F(I)/A(I,I)
2580 FOR I=2 TO N
2590 S=0
2600 FOR K=1 TO I-1
2610 S=S+A(I,K)*E(K)
2620 NEXT K
2630 E(I)=(F(I)-S)/A(I,I)
2640 NEXT I
2649 RETURN
2730 STOP
2740 REM "*****"
2750 REM " Calcul des coefficients de la fonction (phi) "
2760 REM "*****"
3210 Y=1
3220 N=7
3240 FOR I=1 TO N
3250 FOR J=1 TO N
3260 A(I,J)=0:F(I)=0
3270 NEXT J
3280 NEXT I
3290 FOR V=-3*Q TO 3*Q STEP Q
3295 S1=0
3300 FOR K=(1-3*Q ) TO (1+3*Q) STEP Q
3310 I=4+V/Q :J=4+(K-1)/Q

```

```

3320 S=V+K:D=K-V
3330 IF S<0 THEN C=CMK(ABS(S))
3340 IF S>0 THEN C=CK(S)
3350 IF D<0 THEN F=CMK(ABS(D))
3360 IF D>0 THEN F=CK(D)
3370 IF S>(3*Q+1) THEN C=0
3380 IF S<(1-3*Q) THEN C=0
3390 IF D>(1+3*Q) THEN F=0
3400 IF D<(1-3*Q) THEN F=0
3410 A(I,J)=(1-RH1^(2*K))*S*C+(1-RH1^(2*D))*K*F
3420 IF K<0 THEN C=CMK(ABS(K))
3430 IF K>0 THEN C=CK(K)
3431 G=V-K
3432 IF G>0 THEN H=CMK(G)
3433 IF G<0 THEN H=CK(ABS(G))
3434 IF G>(1+3*Q) THEN H=0
3435 IF G<(1-3*Q) THEN H=0
3436 BK=-PE*H
3437 AK=-PIN*H
3440 S1=S1+(BK-AK*RH1^2)*C*K
3450 NEXT K
3455 F(I)=S1
3460 NEXT V
3470 GOSUB 2300
3486 REM "*****"
3487 REM " Calcul des contraintes ( SIGMA TETA ) en MPA "
3488 REM "*****"
3510 RFI=0:IFI=0
3520 FOR K=(1-3*Q) TO (1+3*Q) STEP Q
3525 J=4+(K-1)/Q
3530 RFI=RFI+E(J)*K*RH1^(K-1)
3535 IFI=IFI+E(J)*K*RH1^(K-1)*SIN((K-1)*AL)
3545 NEXT K
3550 SI=4*RFI/RWI+PIN
3551 IF CAS=1 THEN SR=SI ELSE SR=SI+PIN
3554 PRINT"LA CONTRAINTE RESIDUELLE SUR LE CONTOUR INTERIEUR =" ;SR
3555 F=(2*TAN(PI/2/Q)*R/A0)^2
3557 SIE=(F*(PIN-2*PE)+PIN)*W/(F-1)
3575 E=ABS(SI-SIE)/ABS(SI)
3585 PRINT"***$CONTRAINTE MAXIMALE(exacte)=" ;SI;"***"
3590 PRINT"***CONTRAINTE MAXIMALE(emperique)=" ;SIE;"***"
3595 PRINT:PRINT"L'erreur relative commise est de";100*E;"%"
3597 RETURN

```

