الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

41/85

وزارة التعليم و البحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : Genie-Mecanique

1ex

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

TREUIL D'UN BANC D'ESSAI DIDACTIQUE

Proposé par : Mr A. Grefkowicz

Etudié par : S. Naouri

Dirigé par : Mr A. Grefkowicz

PROMOTION : Janvier 1985

E.N.P. 10, Avenue Hacen Badi - EL-HARRACH - ALGER

Remerciements

Je tiens à remercier vivement Monsieur A. Greskowicz pour son aide et son suivi durant cette étude ainsi que tous les enseignants qui ont contribué à ma formation.

Dedicaces

A la mémoire de mon père et de ma soeur Zohra,

A ma tres chere maman,

A mes soeurs, mes belles soeurs et mes freres,

A toute ma famille,

A Ratiba,

A tous mes Amis

...je dédie ce modeste travail.

NOM : S.NAOURI
DEPARTEMENT : Genie Mécanique
PROMOTEUR : A. GREFKOWICZ

ملخص :
يتمثل الهدف من هذه الدراسة في تصميم ملفاف لمنضدة تجريبية تستهدف في تحقيق بعض التجارب التعليمية حيث تمكننا من قياس المقادير المميزة لعمل آليات الرفع، وبصفة خاصة قياس الإزدواج على مستوى الاسطوانة الرافعة وذلك بواسطة جهازين توترمتريين لقياس القوى .

Résumé :
L'objet de cette étude consiste en la construction d'un treuil pour un banc d'essai didactique permettant la mesure des grandeurs caracterisant le travail des mécanismes de levage, et, plus particulièrement, celle du couple au niveau du tambour grace à deux dynamomètres tensométriques.

Summary :
The objective of this study consists in the construction of a winch for a didactic testing bench, which will allow us to measure the caracteristic sizes of the work of the hoisting mechanisms, especialy the couple at the leval of the cable drum, which will be measured by two tensométric dynamometers.

SOMMAIRE

chap. V. CALCUL DES DYNAMOMETRES.

chap. VI. CALCUL DE LA FLECHE.

Table des figures

CHAPITRE I : INTRODUCTION

I.1. DEFINITION

Les appareils de levage travaillent cycliquement, c'est-à-dire que les temps de marche des mécanismes sont suivis de temps d'arrêt, après quoi la marche est reprise souvent en sens inverse et, dans le travail des mécanismes, des périodes de demarrage, de mouvement uniforme et de freinage se suivent.

Pendant le demarrage, les couples et les efforts agissant sur les mécanismes sont variables, d'accord avec les caractéristiques des moteurs. Ces variations, plus ou moins brutales donnent naissance à des oscillations amorties.

En mouvement uniforme les couples et les efforts sont constants.

Pendant le freinage d'arrêt, effectué par un frein mécanique, le couple de freinage est approximativement constant, mais, il y a de nouveau, des oscillations produites par l'action du frein, la pose de la charge sur le sol ou par d'autres perturbations.

I.2. BUT

L'objet de ce projet est la construction d'un treuil didactique qui permettra d'observer et de mesurer des paramètres caractérisant le travail des mécanismes de levage dans les différentes phases du cycle de fonctionnement.

Du point de vue didactique, il est intéressant de mesurer les grandeurs relationnées, telles que l'accélération, le couple (ou la force), le parcours, etc.

Le banc d'essai didactique à considérer doit offrir des possibilités de mesure des grandeurs telles que celles qu'on vient de citer, par l'installation de capteurs, d'appareils d'enregistrement et de mesure appropriés.

La mesure la plus importante, celle qui a imposée la construction particulière de notre treuil, est celle du couple agissant sur le tambour ; c'est la mesure la plus délicate. Nous nous pencherons, donc, de façon plus détaillée sur l'étude de cette mesure, tandis que les autres ne seront que mentionnées.

I.3. METHODE DE MESURE DU COUPLE SOLLICITANT L'ARBRE DU TAMBOUR

I.3.1. Différentes Possibilités de Mesure du Couple Sur les Arbres :

a) Méthode du Torsiomètre Tensomètrique :

Principe : L'appareil comprend une barre de torsion AB de diamèdre (d) et de longueur (l), montée entre deux disques D_1 et D_2 tournant sur deux paliers coaxiaux A' et B'. Deux manchons d'accruplement M_1 et M_2 permettent la liaison d'un côté avec le moteur et de l'autre avec un recepteur. Le décalage angulaire (α) entre D_1 et D_2, dû au couple transmis, est mesuré au moyen d'un dispositif tensiométrique. Ce dernier est un capteur comprenant une ou plusieurs jauges de contraintes constituées par un fin filament en forme spirale, collées autour de la barre de torsion et reliées à un pont de wheatstone. Les jauges de contraintes sont ainsi soumises aux mêmes déformations que la barre de torsion, leur variation de résistance est liée aux variations de l'angle de déformation et par conséquent aux couples transmis.

fig. 1-1

Inconvénient : l'utilisation des bagues et des balais (frotteurs) ou des solutions de mercure pour connecter les jauges avec l'enregistreur, limite enormément la précision de la mesure.

b) Méthode de suspension du moteur sur une table libre en rotation, mesure du couple sur le stator.

Inconvénient : difficulté d'accouplement du moteur et du réducteur ; ce qui entraîne un défaut d'alignement.

I.3.2. MESURE DU COUPLE SUR L'ARBRE DU TAMBOUR

On choisit une autre solution que celles évoquées ci-dess[us]. Celle de la mesure du couple sur l'arbre du tambour, valeur qui est bien corrélationnée avec le couple du moteur.

Description de la méthode

Le fait important est que le moteur-frein à bride est fixé au réducteur, réducteur qui est lui-même suspendu à l'arbre du tambour.

Sous l'effet de l'action (T) du cable, un moment apparait au niveau du tambour et agit sur le réducteur. La fixation de ce dernier contre la rotation par deux dynamomètres tensométriques, préalablement tensionnés, entraine la déformation de ceux-ci (allongement de l'un et raccourcissement de l'autre). Deux jauges de contrainte disposées longitudinalement sur chaque dynamomètre détectent ces déformations. La variation des résistances électriques des jauges est liée à la variation du couple M_k au niveau du tambour, dont la mesure se ramène ainsi à celle d'une résistance électrique.

Avantage : La méthode assure une grande exactitude de mesure avec un appareillage simple.

I.4. MESURE DU PARCOURS DU CROCHET, DE LA VITESSE ET DES ACCELERATIONS

Principe de mesure photocellulaire :

Les périodes de démarrage et de freinage durent en général moins d'une seconde pour les appareils de levage, et une demi-seconde seulement pour notre treuil ; C'est pourquoi les méthodes de mesure à enregistrement sont elles nécessaires. Le principe photocellulaire est très recommandé pour les intervalles de temps très courts.

1 : source lumineuse
2 : plaque excitatrice
3 : tube
4 : trou
5 : disque
6 : tambour

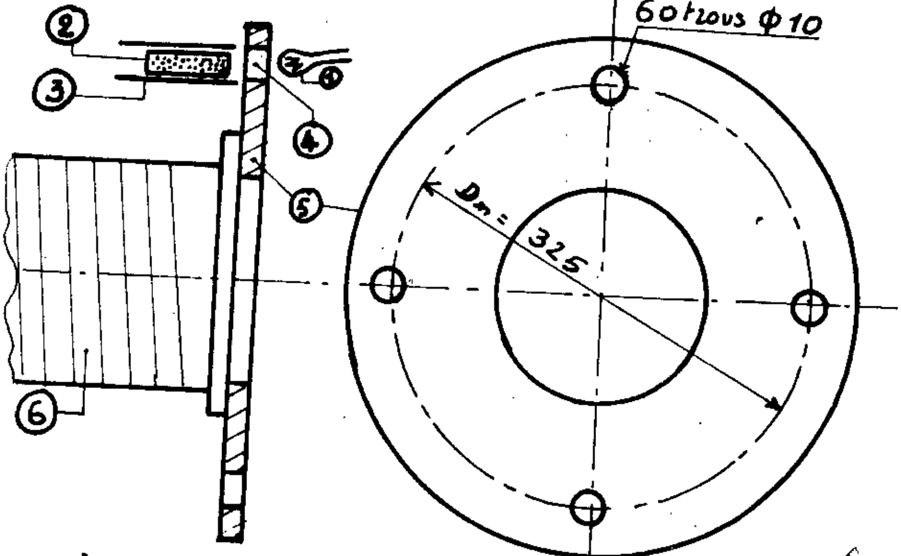
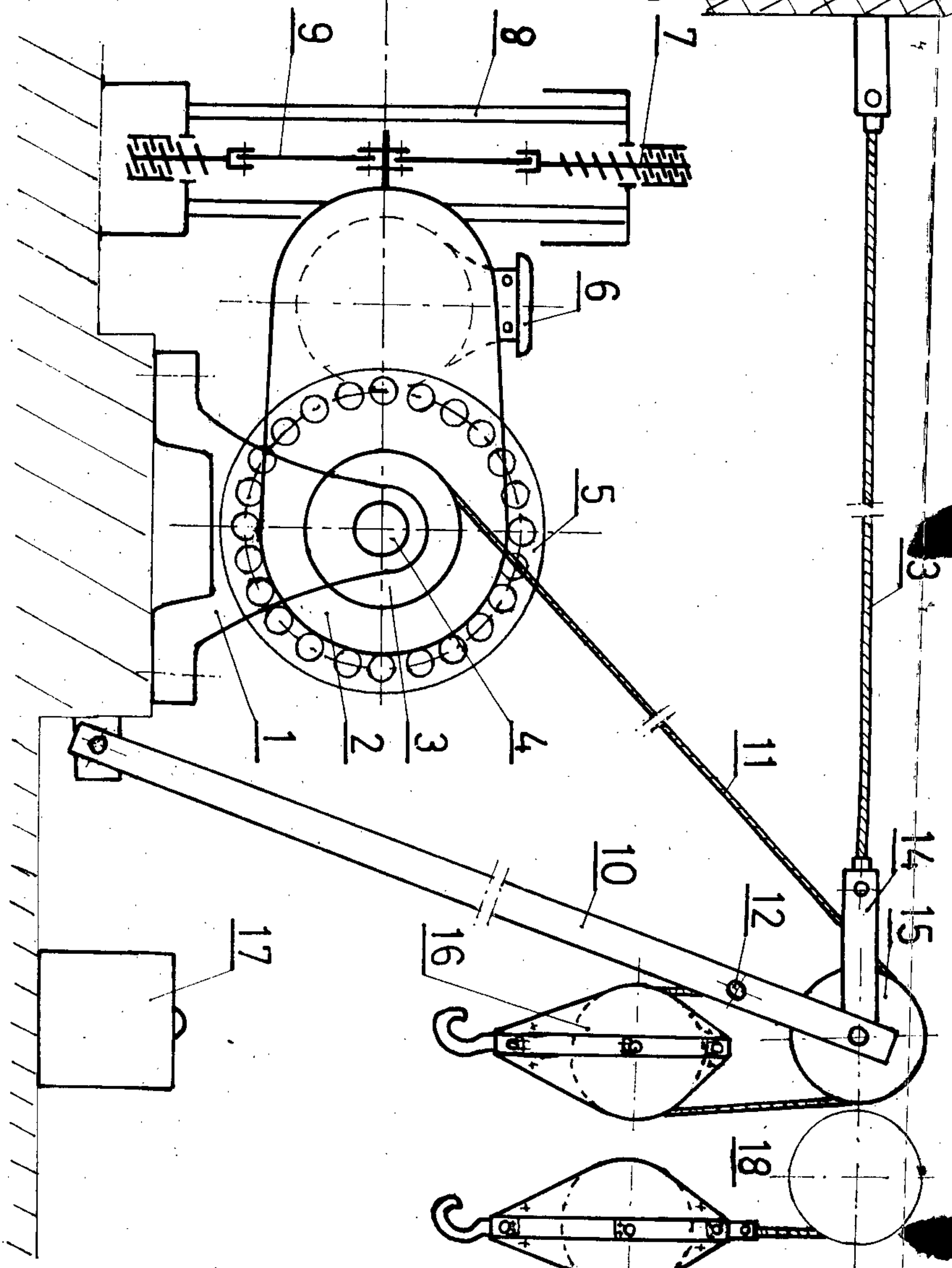


fig. 1-2

Un disque de diamètre moyen $D_m = 325$ mm est rendu solidaire au tambour et tourne à la même vitesse que lui. Il comporte 60 trous de diamètre $d = 10$ mm chacun, situés à intervalles réguliers sur toute sa périphérie.

Au passage de la lumière, provenant de la source lumineuse (1), à travers les trous (4), la plaque (2) est excitée et génère un courant induit. Le signal de ce courant sera enregistré sur une bande d'enregistreur. Ainsi, le courant apparaît à chaque fois qu'un trou laisse passer un rayon lumineux et ne disparaît qu'au moment où ce trou dépasse complètement le rayon lumineux. Après un bref moment de non passage de la lumière à travers le disque, un autre trou arrive et ainsi de suite. L'enregistreur électromagnétique nous donnera alors le parcours du crochet en fonction du temps ; d'où par simple dérivation on tire la vitesse et par suite l'accélération du mouvement. Un accéléromètre, placé directement au niveau du crochet, permettrait éventuellement la comparaison des deux méthodes de mesure.

SCHEMA DU BANC D'ESSAI :fig1-3



1. Palier Support.
2. Réducteur.
3. Tambour.
4. Arbre du Tambour.
5. Disque
6. Moteur. frein.
7. Systême Vis. écrou.
8. Support des dynamomètres.
9. Dynamomètre.
10. Flèche
11. Cable
12. Point d'attâche du brin fixe du cable.
13. Elingue. cable.
14. Tirant.
15. Poulie de Renvoie.
16. Moufle.
17. Charge.
18. Disposition pour rapport de transmission egale ā un (1).

Données de base :

- Capacité de charge : $m_Q = 1000$ Kg
- deux vitesses de levage : Valeurs à déterminer.

Choix de quelques données :

On estime que le banc d'essai puisse être installé dans l'atelier du département. On choisit donc :

- hauteur de levage : $H = 4$ m ,
- Vitesses de levage : $V_1 = 12$ m/min pour $m_Q = 1000$ kg
  $V_2 = 24$ m/min " $m_Q = 500$ kg

CHAPITRE II
CALCUL GENERAL ET CHOIX DES ELEMENTS DE CABLAGE

D'après la fédération Européenne de Normalisation le mécanisme de levage, qui fait l'objet de ce sujet, aura pour état de charge l'état 2 (moyen) ou $\rho = 2/3$, pour classe de fonctionnement V2 ; pour groupe de classement 2m ; soit par comparaison avec la norme polonaise correspond au groupe II.

II.1 CHOIX DU CABLE

II.1.1 Rapport de transmission : i_{wk}

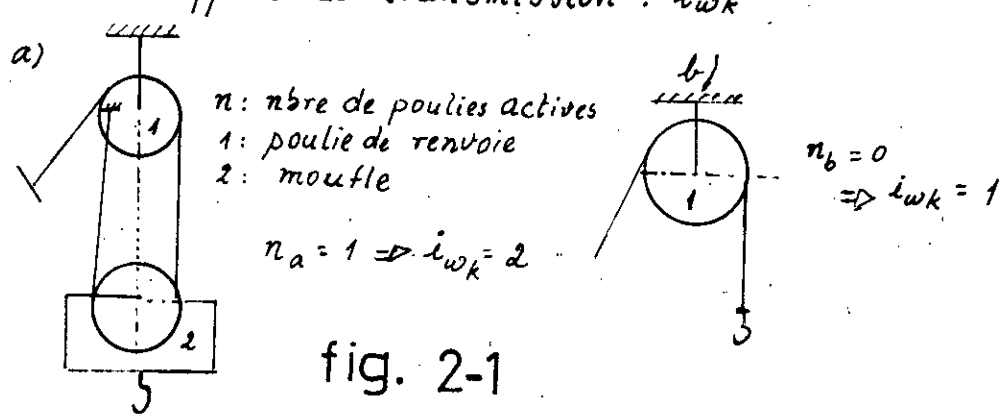


fig. 2-1

II.1.2 Rendement de la moufle : η_{wk}

$$\eta_{wk} = \frac{1}{n+1} \cdot \frac{1 - \eta^{n+1}}{1 - \eta}$$

où η est le rendement de la poulie de la moufle ; $\eta = 0,95$ (palier lisse).
Adoptons le cas (a) ci-dessus, nous aurons donc :
$n = 1$, il s'en suit que :

$$\eta_{\omega k} = \frac{1}{1+1} \cdot \frac{1-(0,95)^{1+1}}{1-0,95} = 0,975$$

$$\eta_{\omega k} = 0,975$$

II.1.3 Calcul de l'effort de traction max (T) du cable

$$T = \frac{Q + G_M}{i_{\omega k} \cdot \eta_{\omega k} \cdot \eta}$$

avec,

Q : charge maximale en service,
G_M : poids de la moufle,
$i_{\omega k}$: rapport de transmission (correspondant à la charge max),
$\eta_{\omega k}$: rendement de la moufle,
η : rendement de la poulie de renvoie ; $\eta = 0,95$ (palier lisse).

$$Q = m_Q \cdot g = 1000 \times 9,81 = 9810 N$$

On choisit la masse de la moufle $m_M = 19,1$ kg , il vient alors :

$$G_M = m_M \cdot g = 19,1 \times 9,81 = 187 N$$

$\eta = 0,95$
$\eta_{\omega k} = 0,975$
$i_{\omega k} = 2$
$Q = 9810 N$
$G_M = 187 N$

$$T = \frac{9810 + 187}{2 \cdot 0,975 \cdot 0,95} = 5397 N$$

$$T = 539,7 \text{ daN}$$

II.1.4 Diamètre du cable d :

Pour le groupe II, d'après la Norme Polonaise, le coefficient de sécurité $C = 5$. Soit T_c la tension du cable tenant compte du coefficient de sécurité, nous aurons alors :

$$T_C = C \cdot T = 5 \cdot 539,7 = 2698,5 \text{ daN}$$

On choisit, d'après la référence [1] page 11, un cable de diamètre $d = 7$ mm, ayant les caractéristiques suivantes :
- force théorique de rupture : $F_{Th} = 3250$ daN,
- résistance à la rupture : $R_m = 180$ daN/mm²,
- perte de cablage : $\eta_c = 0,85$

On calcule la force de rupture pratique par la relation :

$$F_{rp} = F_{rth} \cdot \eta_c$$

$F_{rth} = 3250$ daN
$\eta_c = 0,85$

$$F_{rp} = 3250 \cdot 0,85 = 2762,5 \text{ daN}$$

$$F_{rp} = 2762,5 \text{ daN}$$

Vérification du coefficient de sécurité choisi

$F_{rp} = 2762,5$ daN
$T = 539,7$ daN

$$C' = \frac{F_{rp}}{T} = \frac{2762,5}{539,7} \simeq 5,12$$

Ainsi $C' = 5,12 > C = 5$ mais assez proche de lui ; par conséquent, on adopte définitivement le cable déjà choisi (diamètre $d = 7$mm) à partir de la ref. [1] page 11 suivant la norme polonaise :
LINA 7,0 - T 6x19 + A_0 - Z/s - n - IIg - 180 PN - 69/M - 80207

Composition du cable :
6x19 = 114 fils de ∅ 0,45 mm + A_0 (âme en textile)
nombre de torons : 6 , nombre de fils par toron : 19,
section métallique du cable : $S = 18,70$ mm²,
masse linéaire : $q = 0,172$ kg/m .

II.2. DETERMINATION DES DIMENSIONS DU TAMBOUR

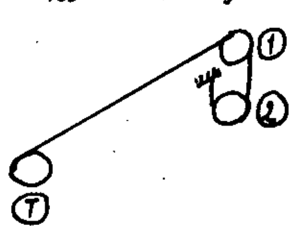
II.2.1 Diamètre du Tambour

D'après la F.E.M on détermine le diamètre minimal d'enroulement du cable par la condition :

$$D_b \geq H_1 \cdot H_2 \cdot d$$

où,
H_1 est un coefficient dépendant du groupe du mécanisme, et, H_2 un coefficient dépendant du nombre et de la disposition des poulies (ce dernier coefficient est donné en fonction de la valeur du nombre de flexion W_T).
d est le diamètre du cable.

groupe II
cable normal } La F.E.M. donne $H_1 = 20$



T } 1
① } 2
② } 2
$\Rightarrow W_T = 1 + 2 + 2 = 5$

D'après la F.E.M.	W_{Tot} ≤ 5	6 ÷ 9	≥ 10
	H_2 1	1,12	1,25

Dans notre cas $W_7 = 5 \Rightarrow H_2 = 1$

$H_1 = 20$

$H_2 = 1$ $\qquad D_b \geq 20 \cdot 1 \cdot 7 = 140$ mm

$d = 7$ mm

Adoptons $\qquad D_b = 180$ mm

On choisit un tube en acier XC 35 [redacted], filé à la presse (ref [2] page 192 NF-A49-112 (73)) qui sera profilé, par la suite, à l'aide d'un outil de forme.

Caractéristiques du tube :

- diamètre extérieur : 180 mm,
- épaisseur : $e = 12{,}5$ mm,
- résistance à la rupture : 640 N/mm^2,
- limite d'élasticité : $R_e = 330\ N/mm^2$.

II.2.2 Profil du tambour

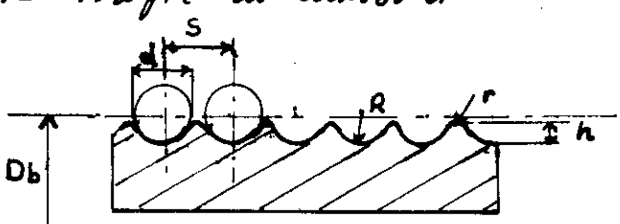


fig. 2-2

On choisit le profil, d'après la norme polonaise PN. 61/M 8462 [ref [1] page 31], correspondant au diamètre $d = 7$ mm du câble.

Caractéristiques du profil :

S (pas)	:	8,5 mm
R	:	3,75 mm
h	:	3 mm
r	:	0,8 mm

II.2.3 Longueur du Tambour

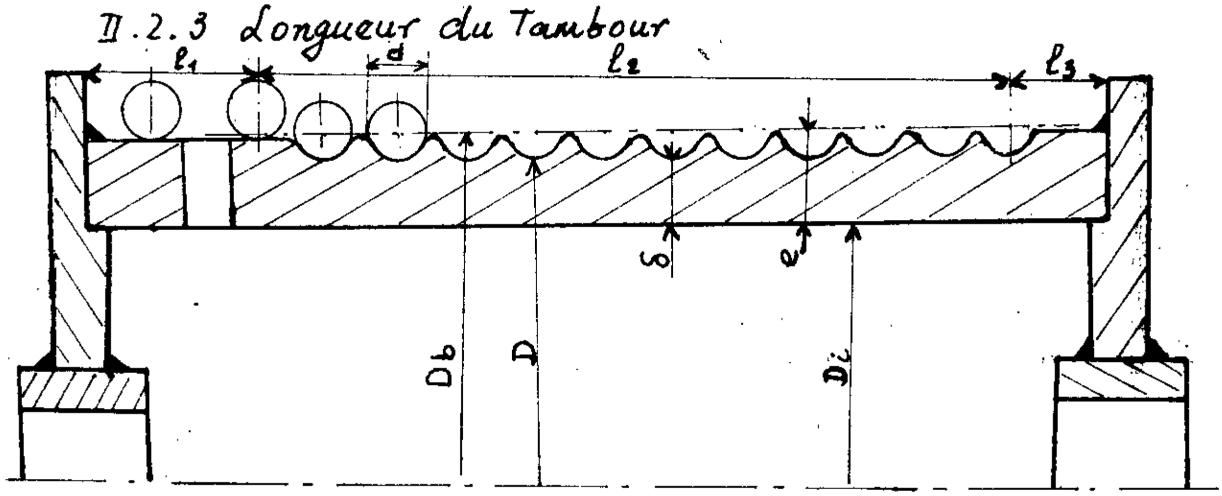


fig. 2-3

Nombre de spires :

$$Z = \frac{H \cdot i_{wk}}{\pi D_b} + 2 \div 3$$

avec

H : hauteur de levage,
i_{wk} : rapport de transmission,
$2 \div 3$: spires suplémentaires pour éviter l'effet de traction directe sur l'attache du cable,
D_b : diamètre d'enroulement.

$H = 4m$
$i_{wk} = 2$
$D_b = 180 mm$

$$Z = \frac{4 \cdot 2}{\pi \cdot 0{,}180} + 3 = 18 \text{ spires}$$

$$Z = 18 \text{ spires}$$

longueur filetée (l_2) :

$Z = 18$
$S = 8{,}5$ mm

$$l_2 = Z \cdot S = 18 . 8{,}5 = 153 \text{ mm}.$$

On prend $l_1 = 44$ mm et $l_3 = 23$ mm.

longueur totale (l) :

$$l = l_1 + l_2 + l_3 = 44 + 153 + 23 = 220 \text{ mm}$$

$$l = 220 \text{ mm}$$

II.3. VERIFICATION DU TAMBOUR

Le tambour est sollicité par les contraintes suivantes :
- contrainte de flexion par la traction du cable,
- contrainte de torsion,
- contrainte de compression par le serrage du cable.

Le rapport de la longueur du tambour (L) à son diamètre (D_b), $L/D_b = 220/180 = 1{,}2$, étant inférieur à 3,5, c'est-à-dire que, le tambour étant relativement court, la vérification de ce dernier à la flexion n'est pas nécessaire. On fera alors uniquement la vérification à la compression.

Vérification du tambour à la compression :

La formule de Lamé pour les tubes à parois épaisses soumis à la compression nous donne :

$$\sigma_{max} = \frac{T \cdot D}{(D-\delta)\,\delta\, S}$$

σ_{max} : Contrainte maximale de compression dans les parois du tambour dûe à l'enroulement,
T : effort de traction dans le cable,
D : diamètre de pied du tambour,
δ : épaisseur de la paroi du tambour,
S : pas d'hélice de la rainure.

$$\left.\begin{array}{l} D = D_b - d = 180 - 7 = 173 \text{ mm} \\ \delta = e - d/2 = 12{,}5 - 3{,}5 = 9 \text{ mm} \end{array}\right\} \text{(voir fig. 2-3)}$$

$T = 5397$ N
$D = 173$ mm
$\delta = 9$ mm
$S = 8{,}5$ mm

$$\sigma_{max} = \frac{5397 \cdot 173}{(173-9) \cdot 9 \cdot 8{,}5} = 74{,}4 \text{ N/mm}^2.$$

$$\sigma_{max} = 74{,}4 \text{ N/mm}^2$$

Le tambour choisi (voir II. 2.1) est en acier XC35 dont la limite élastique est $Re = 330$ N/mm².

Avec un coefficient de sécurité $c = 3$, nous aurons :

$(\sigma_{adm.})_c = Re/c = 330/3 = 110$ N/mm², c'est une valeur recommandée pour les tambours en acier soudé.

$\sigma_{max} = 74{,}4$ N/mm² étant inférieure à $\sigma_{adm} = 110$ N/mm² ($\sigma_{adm} > \sigma_{max}$), le tambour est donc vérifié à la compression.

II.4. CALCUL ET CHOIX DES ELEMENTS DE LA MOUFLE

On utilise un acier mi-dur pour la construction de la moufle. La poulie sera montée sur un coussinet en bronze. La lubrification sera assurée par des orifices exécutés dans l'axe de la poulie.

II.4.1. Calcul de la Poulie de la Moufle

Le diamètre de la poulie doit vérifier l'inéquation :

$$D_p \geq H_1' \cdot H_2 \cdot d$$

avec,

H_1' : Coefficient dépendant du groupe du mécanisme,
H_2 : " " du nombre et de la disposition des poulies,
d : diamètre du câble.

$W_T = 5$ (voir II.2.1) $\Rightarrow H_2 = 1$.

$\left.\begin{array}{l}\text{groupe II}\\ \text{Câble normal}\end{array}\right\} \Rightarrow H_1' = 22$

$H_1' = 22$
$H_2 = 1$
$d = 7\,mm$

$$D_p \geq 22 \cdot 1 \cdot 7 = 154\ mm$$

* Choix de la Poulie : On choisit un diamètre normalisé de la poulie, soit $D_p = 200\ mm$ (correspondant à un diamètre de câble $d_{cab.} = 7$ à $10\ mm$) avec un profil normalisé, d'après la Norme Polonaise :

KRĄŻEK. LINOWY 200-C-066-CLS [ref[1] page 24]

remarque : La poulie de renvoi est choisie la même que celle de la moufle.

II.4.2. CHOIX DE LA MOUFLE

On choisit la moufle selon la Norme Polonaise :

Nr. 1 - D - 023 DEa (NM-65/33125) [ref [1]] P. 41.

remarque : Cette moufle a un poids de 187 N (19,1 kgf) ce qui correspond exactement à la valeur supposée précédemment pour ce poids.

0

II.4.3 CHOIX DU CROCHET

On choisit un crochet en acier demi-doux forgé :
- 0,5 % de carbone,
- résistance à la rupture $R_r = 50\ daN/mm^2$,
- limite d'élasticité $R_e = 35\ daN/mm^2$,
- allongement pour cent $A = 23\ \%$.

Les dimensions sont choisies en fonction de la charge maxi. et du groupe de fonctionnement :

groupe II
charge maxi : 1000 kg } ⇒ d'après ces données, on choisit un crochet fourni par la Norme Polonaise :

HAK - JEDNGROZNY - 1 - 31/115 (PN 67/S1 - 84551)

CHAPITRE III

CALCUL ET CHOIX DU MOTEUR-FREIN

III.1. CALCUL

III.1.1. Calcul du Rendement total η_c

$$\eta_c = \eta_{wk} \cdot \eta \cdot \eta_m \cdot \eta_b$$

η_{wk} : rendement de la moufle, η : rendement de la poulie de renvoie,
η_m : " du réducteur (2 étages), η_b : " du tambour

$\eta_{wk} = 0{,}975$
$\eta = 0{,}95$
$\eta_m = 0{,}97^2$
$\eta_b = 0{,}97$

$$\eta_c = 0{,}975 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}97^2 \cdot 0{,}97 = 0{,}85$$

$$\eta_c = 0{,}85$$

III.1.2 Calcul de la puissance de régime [Nu]

$$Nu = \frac{Q + G_M}{\eta_c} \cdot V_p$$

Q : Charge maximale
G_M : poids de la moufle
V_p : Vitesse de levage correspondant à la charge maxi.

$$V_p = 12 \text{ m/min} = 0{,}2 \text{ m/s}$$

$Q = 9810$ N
$G_M = 187$ N
$\eta_c = 0{,}85$
$V_p = 0{,}2$ m/s

$$Nu = \frac{9810 + 187}{0{,}85} \cdot 0{,}2 \simeq 2352{,}3 \text{ W}$$

$$Nu = 2{,}35 \text{ kW}$$

III.2. CHOIX DU MOTEUR-FREIN

Après analyse et comparaison de différents moteurs-freins présentant différentes caractéristiques, on a jugé utile d'adopter le moteur-frein à bride série G, type H UNELEC [ref. [3] page 9]. C'est un moteur-frein disponible chez ALSTHOM INDUSTRIE (groupe des moteurs industriels). Il répond aux règles techniques pour la fourniture des machines électriques [publication N.F.C. 51100 de l'UTE].

Il offre notamment l'avantage du réglage du couple de freinage sur une plage très étendue, ce qui est intéressant pour les expériences.

Caractéristiques du moteur-frein type GH 112 LW
- puissance nominale $P_n = 2,2$ kW (3 ch),
- vitesse synchrone $n_s = 1000$ tr/min,
- vitesse nominale $n_n = 935$ tr/min,
- rendement $\eta = 0,78$,
- I sous 220 V triphasé $I = 9,5$ A,
- Couple nominal $M_n = 2,25$ daN.m,
- Moment d'inertie $J = 0,098$ kg.m²,
- coefficient de démarrage $C_d/C_n = 1,8$,
$I_d/I_n = 5,3$,
- Couple de freinage max : $C_f/C_n = 3,1$.

III.3. VERIFICATION THERMIQUE DU MOTEUR

III.3.1. Vitesse de sortie ou vitesse du tambour (n_b) :

$$n_b = \frac{V_p \cdot i_{wk}}{\pi \cdot D_b}$$

V_p : vitesse de levage,
i_{wk} : rapport de transmission,
D_b : diamètre d'enroulement du cable sur le tambour.

$V_p = 12$ m/min
$i_{wk} = 2$
$D_b = 180$ mm

$$n_b = \frac{12 \cdot 2}{\pi \cdot 0,180} = 42,44 \text{ tr/min}$$

$n_b = 42,44$ tr/min

III.3.2. Détermination du rapport de réduction (i_M)

$$i_M = n_{Mot} / n_b$$

n_{Mot} : vitesse nominale du moteur,
n_b : vitesse de rotation du tambour.

$n_M = 935$ tr/min
$n_b = 42,44$ tr/min

$$i_M = 935/42,44 = 22,03$$

$i_M = 22,03$

III.3.3. Calcul du moment mis en jeu dans chaque phase du cycle

Le treuil étant destiné à un banc d'essai didactique, toutes les phases du mouvement peuvent être envisagées ; toutefois, pour la vérification thermique du moteur, on retiendra les phases extrêmes, qui sont :

montée en charge ↑	descente en charge ↓
$H = 4\ m$	$H = 4\ m$
$V_p = 12\ m/min$	$V_p = 12\ m/min$
$Q = 1000\ kg$	$Q = 1000\ kg$
Moteur en marche	moteur en marche

III.3.3.1 - Couples de levage (M_u) et de descente (M_{uh})

$$M_u = \frac{(Q + G_m)\, D_b}{2\, i_{wk} \cdot i_m \cdot \eta_c}$$

$Q = 9810\ N$
$G_m = 187\ N$
$D_b = 180\ mm$
$i_{wk} = 2$
$i_m = 22{,}03$
$\eta_c = 0{,}85$

$$M_u = \frac{(9810 + 187) \cdot 0{,}180}{2 \cdot 2 \cdot 22{,}03 \cdot 0{,}85} = 24\ N \cdot m$$

$$M_u = 24\ N.m$$

$$\underbrace{M_{uh}}_{\text{Couple de freinage lors de la descente (il sert au maintien de la charge).}} = \frac{(Q + G_m)\, D_b}{2 \cdot i_{wk} \cdot i_m}\, \eta_{ch} \quad \text{avec } \eta_{ch} = \eta_c = 0{,}85$$

$$M_{uh} = \frac{(9810 + 187) \cdot 0{,}180}{2 \cdot 2 \cdot 22{,}03} \cdot 0{,}85 = 17{,}4\ N \cdot m$$

$$M_{uh} = 17{,}4\ N.m$$

III.3.3.2 Puissance équivalente N_{eq}

- Vitesse angulaire du moteur :

$$\omega_n = \frac{\pi\, n_n}{30} = \frac{\pi \cdot 935}{30} \simeq 97{,}91\ rd/s.$$

- Moment équivalent :

$$M_{eq} = \sqrt{\frac{M_u^2 + M_{uh}^2}{2}} = \sqrt{\frac{24^2 + 17{,}4^2}{2}} \simeq 20{,}9\ N.m$$

- Puissance équivalente

$$N_{eq} = \omega_n \cdot M_{eq} = 97{,}91 \cdot 20{,}9 \simeq 2050\ W$$

$$N_{eq} = 2{,}05\ kW$$

$N_{eq} = 2{,}05\ KW < P_n = 2{,}2\ KW$

Ainsi, le moteur choisi satisfait la condition thermique.

III.4 VERIFICATION DU FREIN

Rappelons que le moteur-frein choisi présente un couple de freinage réglable. Le couple de freinage max. est donné par $C_f/C_n = 3{,}1$

C_n : Couple nominal $C_n = 22{,}5$ N.m

$\Rightarrow$

$$C_{f_{max}} = 3{,}1 \cdot C_n = 3{,}1 \cdot 22{,}5 = 69{,}75 \text{ N.m}$$

La vérification du frein est basé sur la vérification de l'inégalité $M_H \geq Z \cdot M_{uh}$

$M_H = C_{f_{max}}$: Couple de freinage

M_{uh} : couple dû à la descente de la charge maxi.

Z : Coefficient de sécurité de freinage en fonction du groupe de mécanisme

groupe II $\Rightarrow$ $Z = 2$ [ref [1] page 82]

$M_H = 69{,}75$ est bien sup. à $Z \cdot M_{uh} = 34{,}7$

Donc, le frein du moteur convient largement. Le dispositif de réglage du frein permettra de réduire le couple de freinage à la valeur désirée.

III.5 CALCUL DES TEMPS DE DEMARRAGE (t_d) ET DE FREINAGE (t_h)

III.5.1 TEMPS DE DEMARRAGE (t_d)

a- Moment d'inertie réduit au 1er arbre (I_Z) :

$$I_Z = \delta(I_{rot} + I_{acc}) + \frac{(M_a + M_m)\, D_6^2}{4\, i_{wk}^2 \cdot i_m^2 \cdot \eta_c}$$

δ : coefficient qui tient compte de la valeur négligée des moments d'inertie des masses sur les arbres intermédiaires, $\delta = 1{,}05 \div 1{,}15$; $\delta = 1{,}05$ pour les mécanismes de levage.

I_{rot} : moment d'inertie du rotor du moteur-frein

$I_{rot} = 0{,}098\ kg.m^2$ [Voir III.2]

I_{acc} : moment d'inertie de l'accouplement

$I_{acc} = 0$ (pas d'accouplement dans notre cas).

$\delta = 1{,}05$
$I_{rot} = 0{,}098 \ kg \, m^2$
$I_{acc} = 0 \ kg \cdot m^2$
$M_a = 1000 \ kg$
$M_m = 19{,}1 \ kg$
$D_b = 180 \ mm$
$i_m = 22{,}03$
$i_{wk} = 2$
$\eta_c = 0{,}85$

$$I_z = 1{,}05\,(0{,}098) + \frac{(1000 + 19{,}1) \cdot 0{,}180^2}{4 \cdot 2^2 \cdot 22{,}03^2 \cdot 0{,}85} =$$

$$= 0{,}103 + 0{,}005 =$$

$$= 0{,}108 \ kg \cdot m^2$$

$I_z = 0{,}108 \ kg \cdot m^2$

b) Moment résultant M_W

$$M_W = M_{m\,dem} - M_u$$

$M_{m\,dem}$: Couple moyen de démarrage = couple de démarrage C_d donné comme caractéristique du moteur-frein.

$$\frac{M_{m\,dem}}{C_n} = 1{,}8 \quad [\text{Voir III.2}]$$

$C_n = 22{,}5 \ N.m$: Couple nom. du mot.

$M_{m\,dem} = 1{,}8 \cdot C_n = 1{,}8 \cdot 22{,}5 = 40{,}5 \ N.m$

$$M_W = 40{,}5 - 24 = 16{,}5 \ N.m$$

$M_W = 16{,}5 \ N.m$

Temps de démarrage :

$$t_d = \frac{I_z}{M_W}\,\omega_{nom} = \frac{0{,}108}{16{,}5} \cdot 97{,}91 \simeq 0{,}64 \ s.$$

$t_d = 0{,}64 \ s.$

Accélération linéaire moyenne du crochet :

$$a_{moy} = v_p / t_d = 0{,}2 / 0{,}64 \simeq 0{,}31 \ m/s^2$$

Parcours du crochet au démarrage :

$$s = \frac{a_m \cdot t_d^2}{2} = \frac{0{,}31 \cdot 0{,}64^2}{2} \simeq 0{,}063 \ m = 6{,}3 \ cm$$

III.5.2. TEMPS DE FREINAGE (t_h)

$$t_h = \frac{I_{zh} \cdot \omega_h}{M_{wh}}$$

I_{zh} : moment d'inertie réduit au 1er arbre : descente.

$$I_{zh} = \delta(J_{rot}) + \frac{(M_a + M_m)\, D_b^2}{4 \cdot i_{wk}^2 \cdot i_M^2}\, \eta_{ch} \quad ; \quad \eta_{ch} = \eta_c$$

$$= 0{,}103 + 0{,}005 \cdot \eta_c^2 = 0{,}103 + 0{,}004 = 0{,}107 \ kg \cdot m^2$$

Vitesse de rotation du tambour lors de la descente :

$$\omega_h = \frac{\pi \cdot n_h}{30}$$

$n_{nom} = 935$ tr/min,

$n_{syn.} = 1000$ tr/min, le glissement $g = n_{syn.} - n_{nom} = 1000 - 935 = 65$ tr/min au demarrage.

On suppose le même glissement au freinage, il vient alors que,

$$n_h = n_{syn} + g = 1000 + 65 = 1065 \text{ tr/mn}.$$

$$\omega_h = \frac{\pi \cdot 1065}{30} = 111{,}53 \ rd/s.$$

Moment résultant à la descente (M_{wh})

$$M_{wh} = |-M_f + M_{uh}| =$$

M_f (moment de freinage exigé) $= 2\, M_{uh} = 2 \cdot 17{,}4 = 34{,}8$ N.m

$M_f = 34{,}8$ N.m
$M_{uh} = 17{,}4$ N.m

$$M_{wh} = |-34{,}8 + 17{,}4| = 17{,}4 \text{ N.m}$$

$I_{zh} = 0{,}107 \ kg \cdot m^2$
$\omega_h = 111{,}53$ rd/s
$M_{wh} = 17{,}4$ N.m

$$t_h = \frac{0{,}107 \cdot 111{,}53}{17{,}4} = 0{,}69 \text{ Sec.}$$

$t_h = 0{,}69$ s.

Vitesse pendant la descente :

$$v_h = v_p \cdot \frac{n_h}{n_n} = 0{,}2 \cdot \frac{1065}{935} = 0{,}228 \ m/s$$

Parcours pendant le freinage :

$$S_h = \tfrac{1}{2}\, v_h\, t_h = \tfrac{1}{2}\,[0{,}228 \cdot 0{,}69] = 0{,}079 \ m = 7{,}9 \ cm.$$

CHAPITRE IV : LE REDUCTEUR

IV.1. CHOIX DU TYPE DE REDUCTEUR

* Rapport de réduction

$$i_m = n_{mot} / n_b$$

avec,

n_{mot} : Vitesse nominale du moteur,
n_b : Vitesse de rotation du tambour.

$n_{mot} = 935$ tr/min | $i_m = \dfrac{935}{42,44} = 22,03$
$n_b = 42,44$ tr/min

On adopte un réducteur à train d'engrenages à deux étages ; roues cylindriques à denture hélicoïdale permettant d'avoir un nombre de dents réduit pour les pignons sans apparition de l'interférence. Elles assurent également un engrènement silencieux, avec le rapport de conduite plus élevé par rapport à la denture droite.

La forme des dents et la répartition de la charge assurent une plus grande résistance de l'engrenage.

IV 1.1. REPARTITION DES RAPPORTS DE REDUCTION

Le besoin de la mesure du couple au niveau du tambour (couple M_k) nous a amené à adopter un réducteur volant reposant sur l'arbre du tambour. Il est alors nécessaire qu'il soit le moins encombrant et le moins lourd possible, d'où la nécessité de choisir des entraxes très réduits.

Un réducteur volant exige l'utilisation d'un moteur-frein à brides (non fixé à la table). Le pignon moteur sera monté directement sur l'arbre du moteur-frein ; Ceci a pour avantage de nous éviter l'emploi d'accouplement.

Pour avoir un encombrement réduit, on réduit le nombre de dents sur les pignons 1 et 3.

Les deux étages sont à dentures hélicoïdales ; le nombre minimum (sans apparition d'interférence de taillage) est donné par la relation :

$$Z' = \frac{2 \cos \beta}{\sin^2 \alpha_t}$$

Avec,

β : angle d'hélice (inclinaison primitive),
α_t : angle de pression apparent.

Détermination de α_t

$$tg\,\alpha_t = tg\,\alpha_n / \cos\beta \qquad \alpha_n : \text{angle de pression réel}$$

a) 1er étage

$$\left.\begin{array}{l}\alpha_n = 20°\\ \beta_1 = 30{,}0856°\end{array}\right\} \Rightarrow \alpha_{t_1} = \text{Arctg}\left(\frac{tg\,20°}{\cos 30{,}0856}\right) = 22{,}8136°$$

$$Z_1' = \frac{2\cos\beta_1}{\sin^2\alpha_{t_1}}$$

$$\left.\begin{array}{l}\beta_1 = 30{,}0856°\\ \alpha_{t_1} = 22{,}8136°\end{array}\right\} \Rightarrow Z_1' = \frac{2\cos 30{,}0856}{\sin^2 22{,}8136} \simeq 12 \text{ dents}$$

b) 2ème étage

$$\left.\begin{array}{l}\alpha_n = 20°\\ \beta_2 = 27{,}4392°\end{array}\right\} \Rightarrow \alpha_{t_2} = \text{Arc}\,tg\left(\frac{tg\,20°}{\cos 27{,}4392}\right) = 22{,}2989°$$

$$Z_2' = \frac{2\cos\beta_2}{\sin^2\alpha_{t_2}}$$

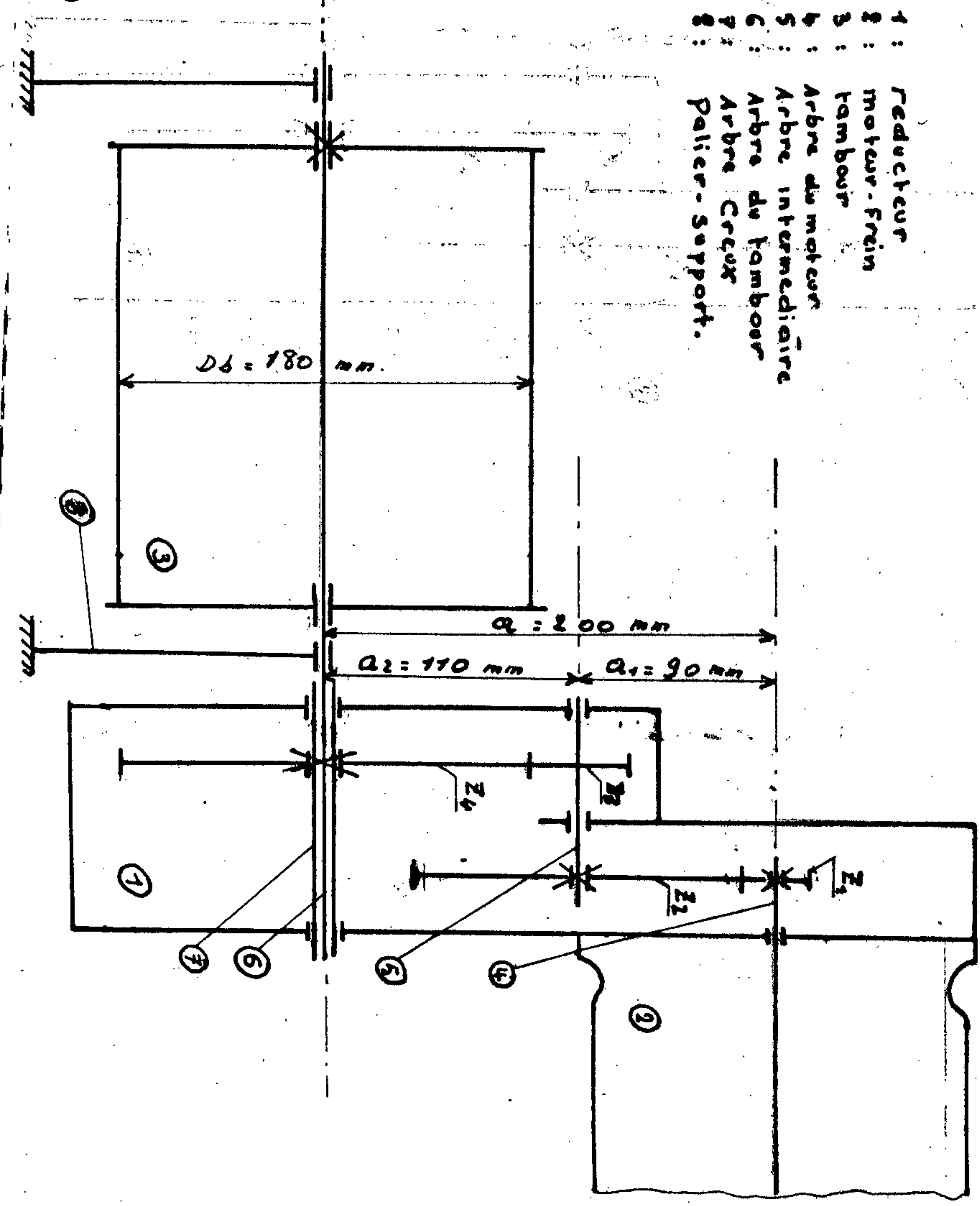
$$\left.\begin{array}{l}\beta_2 = 27{,}4392°\\ \alpha_{t_2} = 22{,}2989°\end{array}\right\} \Rightarrow Z_2' = \frac{2\cos 27{,}4392°}{\sin^2 22{,}2989°} \simeq 13 \text{ dents}$$

On choisit, pour les pignons, les nombres de dents :

$$Z_1 = 15 \qquad \text{et} \qquad Z_3 = 13$$

pour les 1er et 2ème étages respectivement.

fig. 4-1 : SCHEMA DU REDUCTEUR



IV.1.2. CARACTERISTIQUES DES ETAGES

1^er^ étage

- denture hélicoïdale $\beta_1 = 30,0856°$
- Nbre de dents du pignon-mot. $Z_1 = 15$
- " " " de la roue $Z_2 = 74$
- Module réel $m_{n,1} = 1,75$ mm

- diamètre primitif (d_1) du pignon :

$$d_1 = m_{n,1} \frac{Z_1}{\cos\beta_1} = 1,75 \frac{15}{\cos 30,0856°} = 30,337 \text{ mm}$$

- diamètre primitif (d_2) de la roue :

$$d_2 = m_{n,1} \frac{Z_2}{\cos\beta_1} = 1,75 \frac{74}{\cos 30,0856°} = 149,663 \text{ mm}$$

- rapport de réduction (i_1):

$$i_1 = Z_2/Z_1 = 74/15 = 4,93$$

- entraxe (a_1) :

$$a_1 = \frac{m_{n1}}{2} \cdot \frac{Z_1 + Z_2}{\cos\beta_1} = \frac{1,75}{2} \cdot \frac{15+74}{\cos 30,0856°} = 90 \text{ mm}$$

2^ème^ étage

- denture hélicoïdale $\beta_2 = 27,4392°$
- Nbre de dents du pignon 3 $Z_3 = 13$
- " " " de la roue $Z_4 = 58$
- Module réel $m_{n,2} = 2,75$ mm

- diamètre primitif du pignon 3 :

$$d_3 = m_{n,2} \frac{Z_3}{\cos\beta_2} = 2,75 \frac{13}{\cos 27,4392°} = 40,282 \text{ mm}$$

- diamètre primitif de la roue 4 :

$$d_4 = m_{n,2} \frac{Z_4}{\cos\beta_2} = 2,75 \frac{58}{\cos 27,4392} = 179,718 \text{ mm}$$

- entraxe (a_2) :

$$a_2 = \frac{m_{n,2}}{2} \cdot \frac{Z_3 + Z_4}{\cos \beta_2} = \frac{2,75}{2} \cdot \frac{(13+58)}{\cos 27,4392°} = 110 \text{ mm}$$

- rapport de réduction (i_2) :

$$i_2 = Z_4/Z_3 = 58/13 = 4,46$$

Etraxe total (a) :

$$a = a_1 + a_2 = 90 + 110 = 200 \text{ mm}$$

Rapport de réduction total réel (i_m) :

$$i_m = i_1 \cdot i_2 = 4,93 \cdot 4,46 = 21,99$$

Erreur : $$\frac{\Delta i_m}{i_m} = \frac{(i_m)_{th} - (i_m)_{réel}}{(i_m)_{th}} = \frac{22,03 - 21,99}{22,03}$$

$$= 0,002 = 0,2\ \%$$

N.B : Ces différents résultats sont résumés dans le tableau de la page suivante.

IV.1.3. PUISSANCE SUR LES ARBRES

La puissance nominale du moteur-frein est de 2,2 kw ; toutefois, pour q calcul de résistance, on prends la puissance maximale $P_1 = 2,35$ kw sur l'arbre (1) ; on considère également qu'elle est la même pour les arbres du réducteur, c'est-à-dire que, le rendement du réducteur est égal à 1.

$$P_1 = P_2 = P_3 = 2,35 \text{ kw}.$$

IV.1.4. ~~VITESSES~~ VITESSES ANGULAIRES DES ARBRES

Arbre (1) : $\omega_1 = \pi n_1/30 = \pi \cdot 935/30 = 97,91$ rd/s

Arbre (2) : $\omega_2 = \omega_1/i_1 = 97,91/4,93 = 19,86$ rd/s

Arbre (3) : $\omega_3 = \omega_2/i_2 = 19,86/4,46 = 4,45$ rd/s

Tableau récapitulatif.

Caractéristiques des étages	1er étage		2ème étage	
	Pignon (1)	Roue (2)	Pignon (3)	Roue (4)
module réel m_n en (mm)	1,750		2,750	
Nombre de dents Z	15	74	13	58
Angle d'hélice β (en °)	30,0856		27,4392	
Angle de pression réel α_n (°)	20			
Angle de pression apparent $\alpha_t = \text{Arctg}\,(tg\alpha_n / \cos\beta)$	22,8136		22,2989	
module apparent m_t (mm) $m_t = m_n / \cos\beta$	2,022		3,099	
Pas réel $p_n = \pi \cdot m_n$ (mm)	5,498		8,639	
Pas apparent $p_t = \pi m_t$ (mm)	6,352		9,736	
Saillie $h_a = m_n$ (mm)	1,750		2,750	
Creux $h_f = 1,25\, m_n$ (mm)	2,190		3,440	
diamètre primitif d (mm)	30,337	149,663	40,282	179,718
diamètre de tête : $d_a = d + 2m_n$	33,837	153,163	45,782	185,218
diamètre de pied : $d_f = d - 2,5m_n$	25,962	145,288	33,407	172,843
Entraxe $a = m_n \frac{Z_p + Z_R}{\cos\beta}$ (mm)	90		110	
Entraxe total $a = a_1 + a_2$ (mm)	200			
rapport de reduction $i = Z_R / Z_p$	4,93		4,46	
rapport de réduction total : $i_m = i_1 \cdot i_2$	21,99			
Largeur de la denture (mm)	20		30	

Remarque : la vitesse de sortie (n_3) est la même que celle du tambour (n_b)

$$n_3 \equiv n_b = \frac{n_1}{i_1 \cdot i_2} = \frac{935}{4,46 \cdot 4,93} = 42,52 \text{ tr/min}$$

ainsi, $$\frac{\Delta n_b}{n_b} = \frac{42,52 - 42,44}{42,52} = 0,002 = 0,2\ \%$$

L'erreur est très faible ; les valeurs et les résultats trouvés au départ avec $n_b = 42,44$ tr/min sont presque les mêmes avec les valeurs exactes, notamment,

$$V_p = \frac{n_b \cdot \pi \cdot D_b}{i_{wk}} = \frac{42,52 \cdot \pi \cdot 180 \times 10^{-3}}{2} = 12,02 \text{ m/min}$$

soit $$V_p = 0,200 \text{ m/s}$$

IV.1.5. COUPLES SUR LES ARBRES

Arbre (1) : $C_1 = P/\omega_1 = (2,35 \cdot 10^3)/97,91 = 24,00$ N.m

Arbre (2) : $C_2 = P/\omega_2 = (2,35 \cdot 10^3)/19,86 = 118,33$ N.m

Arbre (3) : $C_3 = P/\omega_3 = (2,35 \cdot 10^3)/4,45 = 528,09$ N.m

IV.1.6. EFFORTS SUR LES PIGNONS ET LES ROUES

a. Efforts sur les organes du 1er étage

L'arbre portant le pignon (1) du premier étage est sollicité par le couple maximum $M_u = C_1 = 24$ N.m. Le couple d'engrenages du premier étage est à denture hélicoïdale, nous aurons donc,

- Effort tangentiel :

$C_1 = 24$ N.m
$d_1 = 30,337$ mm

$$F_{t_1} = F_{t_2} = C_1/(d_1/2) = 2C_1/d_1 = 2 \cdot 24/30,337 \cdot 10^{-3} = 1582 \text{ N}$$

- Effort radial :

$\beta_1 = 30,0856°$

$$F_{r_1} = F_{r_2} = F_{t_1} \cdot tg\,\alpha_n / \cos\beta_1 = 1582\, tg\,20° / \cos 30,0856° = 665 \text{ N.}$$

- Effort axial

$$F_{a_1} = F_{a_2} = F_{t_1} \cdot tg\beta_1 = 1582\ tg\ 30{,}0856° = 917\ N.$$

b. Efforts sur les organes du 2ème étage.

- Effort tangentiel

$C_2 = 118{,}33\ N.m$ $\quad F_{t_3} = F_{t_4} = C_2 / (d_3/2) = 2C_2 / d_3 = 2 \cdot 118{,}33 / 40{,}282 \cdot 10^{-3}$

$$= 5875\ N.$$

- Effort radial

$$F_{r_3} = F_{r_4} = F_{t_3} \cdot tg\alpha_n / \cos\beta_2 = 5875 \cdot tg20° / \cos 27{,}4392$$
$$= 2409\ N.$$

- Effort axial

$$F_{a_3} = F_{a_4} = F_{t_3}\ tg\beta_2 = 5875 \cdot tg\ 27{,}4392$$
$$= 3050\ N.$$

Tableau récapitulatif

↓ Efforts / Etages →	1er étage	2ème étage
Effort tangentiel F_t [N]	1582	5875
Effort axial F_a [N]	917	3050
Effort radial F_r [N]	665	2409

IV.2. VERIFICATION DES DENTURES A LA RUPTURE

La force tangentielle admissible est donnée par la formule suivante :

$$(F_t)_{adm} = \sigma_{b\,lim}\, b\, m_0\, \frac{k_V \cdot k_{bl} \cdot k_M \cdot k_A}{y_\varepsilon \cdot y_F \cdot y_\beta}$$

• Définition des différents termes de la formule :

$\sigma_{b\,lim}$: (contrainte limite de base), c'est la valeur limite de base de la contrainte de rupture σ_b, elle est fonction du matériau et de la charge de rupture au cœur [ref. (4) fig. VII. 17] ;

b : largeur de la denture ;
m_0 : module réel de la denture ;

k_V : facteur de vitesse ; c'est un facteur dynamique, il fait intervenir les surcharges dues à l'effet combiné des erreurs de denture et de vitesse, compte tenu des inerties de la transmission [ref (4) fig. VII. 19]

k_M : facteur de portée [(4) VII 23], il est donné en fonction du rapport b/d_1 (d_1 : diam. du pignon) ;

k_A : facteur de service [(4) page 340], il est introduit pour tenir compte de la nature de l'organe moteur et de celle de l'organe recepteur ;

k_{bl} : Facteur de durée [(4) VII 21], il est fonction de la longévité et de la vitesse en tr/min de l'élément ;

y_ε : facteur de conduite ;

y_F : facteur de forme [(4) VII. 7], il dépend du nombre de dents et de la correction ;

y_β : facteur d'inclinaison [(4). VII. 11], il dépend de l'angle d'inclinaison β.

IV.2.1. CAPACITE A LA RUPTURE DU 1er ETAGE

Pignon (1) : $Z_1 = 15$ Roue (2) : $Z_2 = 74$

a) Facteur σ_{blim}.

Pignon (1) : On choisit pour le pignon en acier allié de Cémentation : $\sigma_b = 100$ hbar,

$$\xrightarrow{[4]\ VII.17} \sigma_{blim}^{(1)} = 35 \text{ hbar}$$

Soit, $\sigma_{blim}^{(1)} = 35.10^7\ N/m^2$

Roue (2) : on choisit cette roue en acier de nitruration : $\sigma_b = 70$ hbar

$$\xrightarrow{[4]\ VII.7} \sigma_{blim_2} = 27{,}5 \text{ hbar} = 27{,}5.10^7\ N/m^2$$

b) Largeur de la denture : $b = 20$ mm

c) Module réel : $m_n = 1{,}75$ mm

d) Facteur de durée k_{bl} :

$$\left.\begin{array}{l} H = 25.000\ h \\ n_1 = 935\ tr/min \\ n_2 = 189{,}7\ tr/min \end{array}\right\} \xrightarrow{[4]\ VII\ 21} \left\{\begin{array}{l} k_{bl_1} = 0{,}65 \\ k_{bl_2} = 0{,}73 \end{array}\right.$$

e) Facteur de portée k_m :

$$\begin{array}{l} b = 20\text{mm} \\ d_1 = 30{,}336\text{ mm} \end{array} \longrightarrow b/d_1 = 0{,}67 \xrightarrow{[4]\ VII\ 23} k_m = 1$$

f) facteur de service k_A :

$$\left.\begin{array}{l} \text{- degré de choc II (modéré)} \\ \text{- moteur électrique} \\ \text{- 12 h/J} \end{array}\right\} \xrightarrow{[4]\ P\ 340} k_A = 0{,}80$$

g) Facteur de vitesse : k_v

$$v_{t_1} = \omega_1 \cdot d_1/2 = 97,91 \cdot (30,337/2) \cdot 10^{-3} = 1,49 \text{ m/s}.$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{- Classe VII (ISO 7-8-9)} \\ \text{- } i_1 = 4,93 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{VII . 19}} k_v = \frac{6}{6+\sqrt{v_t}} = \frac{6}{6+\sqrt{1,49}} =$$
$$= 0,83$$

h) Facteur de Conduite : Y_ε

$$(F_t)/b = 1582/20 = 79,0 \text{ N/mm}$$
$$= 7,90 \text{ daN/mm} \xrightarrow{\text{[4] VII 8}} q_L = (0,86 \div 1,1) > \frac{1}{\varepsilon_\alpha} = 0,7$$

$$\left.\begin{array}{l} \beta_1 = 27,08° \\ \alpha_n = 20° \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{VII 34}} \varepsilon_\alpha = 1,43 \qquad \Rightarrow \quad Y_\varepsilon = 1$$

i) Facteur de forme : Y_F

$$\left.\begin{array}{l} Z_1 = 15 \\ \text{départ } x = 0 \\ \alpha_n = 20° \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{(4) VII 7}} Y_{F_1} = 3,1$$

$$\left.\begin{array}{l} Z_2 = 74 \\ x = 0 \\ \alpha_n = 20° \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{(4) VII 7}} Y_{F_2} = 2,25$$

j) Facteur d'inclinaison : Y_β

$$\beta_1 = 27,08 \xrightarrow{\text{[4] VII 11}} Y_{\beta_1} = 0,75$$

IV.2.1.1. Efforts tangentiels $F^{(1)}_{t_{adm}}$ et $F^{(2)}_{t_{adm}}$

$$F^{(1)}_{t_{adm}} = \sigma^{(1)}_{blim} \cdot b_1 \cdot m_{n_1} \frac{k_v \cdot k_{bL_1} \cdot k_M \cdot k_A}{Y_\varepsilon \cdot Y_{F_1} \cdot Y_{\beta_1}}$$

$$= 35 \cdot 20 \cdot 1,75 \;\; \frac{0,83 \cdot 0,65 \cdot 1 \cdot 0,8}{1 \cdot 3,1 \cdot 0,75} = 227,4 \text{ daN}$$

$$F^{(2)}_{t_{adm}} = \sigma^{(2)}_{blim} \cdot b_1 \cdot m_{n_1} \frac{k_v \cdot k_{bL_2} \cdot k_M \cdot k_A}{Y_\varepsilon \cdot Y_{F_2} \cdot Y_{\beta_1}}$$

$$F^{(2)}_{t\,adm.} = 27{,}5 \,.\, 20 \,.\, 1{,}75 \,\frac{0{,}83 \,.\, 0{,}73 \,.\, 1 \,.\, 0{,}8}{1 \,.\, 2{,}25 \,.\, 0{,}75} = 276{,}5 \text{ daN}$$
$$= 2765 \text{ N}$$

$F^{(1)}_{t\,adm.} = 2274$ N $> F_{t_1} = 1582$ N (la condition à la rupture est ainsi vérifiée)

$F^{(2)}_{t\,adm.} = 2765$ N $> F_{t_1} = 1582$ N

IV.2.2. CAPACITE A LA RUPTURE DU 2ème ETAGE

Pignon : $Z_3 = 13$ Roue : $Z_4 = 58$

a) Facteur $\sigma_{blim.}$

Pignon (3) : acier de nitruration $\sigma_b = 110$ hbar

$\xrightarrow{[4]\ \text{VII}\ 17} \sigma^{(3)}_{blim} = 35$ hbar $= 35 \,.\, 10^7$ N/m²

Roue (4) : acier allié forgé, trempe totale $\sigma_b = 70$ hbar

$\xrightarrow{[4]\ \text{VII}\ 17} \sigma^{(4)}_{blim.} = 22$ hbar $= 22 \,.\, 10^7$ N/m²

b) Largeur (b) : $b_3 = 30$ mm ;

c) Module réel : $m_n = 2{,}75$ mm ;

d) Facteur de durée : K_{bl}

$$\left.\begin{matrix} H = 25\,000 \text{ h} \\ n_2 = 180{,}7 \text{ tr/min} \\ n_3 = 42{,}5 \text{ tr/min} \end{matrix}\right\} \xrightarrow{[4]\ \text{VII}\ 21} \left\{\begin{matrix} K_{bl_3} = 0{,}73 \\ K_{bl_4} = 0{,}85 \end{matrix}\right.$$

e) Facteur de portée : K_m

$$b/d_3 = 30/40{,}282 = 0{,}74 \xrightarrow{[4]\ \text{VII}\ 23} K_m = 1$$

f) Facteur de service : K_A

$$\left.\begin{matrix} \text{- degré de choc II (modéré)} \\ \text{- moteur électrique} \\ \text{- } 12 \text{ h/J} \end{matrix}\right\} \xrightarrow{[4]\ p.\ 340} K_A = 0{,}80$$

g) Facteur de vitesse : k_v

$\omega_2 = 19{,}9$ rd/s
$d_3 = 40{,}282$ mm

$v_{t_3} = \omega_2 \cdot d_3/2 = 19{,}9 \cdot (40{,}282/2) \cdot 10^{-3} = 0{,}40$ m/s

$$\left.\begin{array}{l}\text{Classe III (ISO-7-8-9)} \\ i_2 = 4{,}46\end{array}\right\} \xrightarrow{[4]\ \text{VII}\ 19} k_v = \frac{6}{6+\sqrt{0{,}4}} = 0{,}90$$

h) Facteur de conduite : Y_ε

$F_{t_3}/b = 5$[illegible]$/30 = 196$ N/mm
$= 19{,}6$ daN/mm

$$\left.\begin{array}{l}\beta_2 = 30{,}0856 \\ \alpha_n = 20°\end{array}\right\} \xrightarrow{[4]\ \text{VII}\ 34} \varepsilon_\alpha = 1{,}42 \quad (1/\varepsilon_\alpha = 0{,}70)$$

$$\xrightarrow{\text{VII}\ 8} q_L = 0{,}73 \div 1{,}1$$

$$q_L > 1/\varepsilon_\alpha = 0{,}70$$

$$\Rightarrow \quad Y_\varepsilon = 1$$

i) Facteur de forme : Y_F

$$\left.\begin{array}{l}Z_3 = 13 \\ x = 0 \\ \alpha_n = 20°\end{array}\right\} \xrightarrow{\text{VII}.7} Y_{F_3} = 3{,}1 \qquad \left.\begin{array}{l}Z_4 = 58 \\ x = 0 \\ \alpha_n = 20°\end{array}\right\} \xrightarrow{\text{VII}.7} Y_{F_4} = 2{,}3$$

j) Facteur d'inclinaison : Y_β

$$\beta_2 = 30{,}08 \longrightarrow Y_{\beta_2} = 0{,}75$$

IV.2.2.1. Efforts tangentiels admissibles $F^{(3)}_{t\,adm.}$ et $F^{(4)}_{t\,adm.}$

$$F^{(3)}_{t\,adm.} = \sigma^{(3)}_{b\,lim}\, b_2\, m_{n_2} \frac{k_v \cdot k_{bL_3} \cdot k_M \cdot k_A}{Y_\varepsilon \cdot Y_{F_3} \cdot Y_{\beta_2}}$$

$$= 35 \cdot 30 \cdot 2{,}75 \cdot \frac{0{,}90 \cdot 0{,}73 \cdot 1 \cdot 0{,}80}{1 \cdot 3{,}1 \cdot 0{,}75} = 652{,}8 \text{ daN}$$

$$= 6528 \text{ N.}$$

$$F^{(4)}_{t\,adm.} = \sigma^{(4)}_{b\,lim.}\, b_2\, m_{n_2} \frac{k_v \cdot k_{bL_4} \cdot k_M \cdot k_A}{Y_\varepsilon \cdot Y_{F_4} \cdot Y_{\beta_2}}$$

$$= 22 \cdot 30 \cdot 2{,}75 \frac{0{,}90 \cdot 0{,}85 \cdot 1 \cdot 0{,}80}{1 \cdot 2{,}3 \cdot 0{,}75} = 643{,}9 \text{ daN} = 6439 \text{ N}$$

$F_{t\,adm.}^{(3)} = 6528\ N > F_{t_3} = 5875\ N$

$F_{t\,adm.}^{(4)} = 6439\ N > F_{t_3} = 5875\ N$

La condition à la rupture est ainsi vérifiée.

IV.3. VERIFICATION DES DENTURES A LA PRESSION SUPERFICIELLE

L'effort tangentiel admissible est donné par la relation suivante :

$$F_{t\,adm.} = \sigma_{H\,lim}^2 . b . d . C_r . \frac{K_V \cdot K_{HL} \cdot K_M \cdot K_A}{Z_E^2 \cdot Z_\beta^2 \cdot Z_C^2}$$

a) Définition des différents paramètres de la relation

$\sigma_{H\,lim}$: charge limite de base de σ_H (pression superficielle de Hertz), elle est fonction du matériau utilisé et de la dureté Brinell superficielle de celui-ci;

b : largeur de la denture ;

d : diamètre primitif du pignon du couple d'engrenage considéré ;

C_r : facteur de rapport $i = Z_{roue} / Z_{pignon}$

$$C_r = \begin{cases} i/i-1 & : \text{Engr. intérieur} \\ i/i+1 & : \text{Engr. extérieur} \end{cases}$$

K_V : facteur de vitesse;

K_{HL} : facteur de durée;

K_A : facteur de service;

K_M : facteur de portée ;

Z_E : facteur du matériau ;

Z_β : facteur de longueur de contact ;

Z_C : facteur géométrique.

Sachant que l'angle de pression $\alpha_n = 20°$, on pourra utiliser la formule simplifiée de l'effort tangentiel admissible,

$$F_{t\,adm} = \Omega_0 \cdot b \cdot d \cdot C_r \cdot C_\beta \cdot k_V \cdot k_{HL} \cdot k_\eta \cdot k_A$$

Avec,

Ω_0 : facteur de correction remplaçant $\sigma_{H\,lim}$ dans la formule simplifiée;

$$\Omega_0 = \frac{\sigma_{H\,lim}^2}{7700 \cdot 2,35}$$

On peut, pour cela, donner des relations, liant les facteurs de correction, qui permettent une égalisation des capacités de charge du pignon et de la roue :

$$\frac{\sigma_{H_1\,lim}^2}{\sigma_{H_2\,lim}^2} = \frac{\Omega_{01}}{\Omega_{02}} = \frac{k_{HL_2}}{k_{HL_1}}$$

IV 3.1. CAPACITE A LA PRESSION SUPERFICIELLE DU 1er ETAGE

a) $\sigma_{H\,lim}$ et Ω_0

Pignon (1) : acier allié de cémentation : $\sigma_H^{(1)} = 700$ Brinells

$$\xrightarrow{[4]\ \text{VII}\ 37} \begin{cases} \sigma_{H\,lim}^{(1)} = 158\ hbar\ (= 158 \cdot 10^7\ N/m^2) \\ \Omega_0^{(1)} = 1,4 \end{cases}$$

Roue (2) : acier de nitruration : $\sigma_H^{(2)} = 560$ Brinells

$$\xrightarrow{[4]\ \text{VII}\ 37} \begin{cases} \sigma_{H\,lim}^{(2)} = 140\ hbar\ (= 140 \cdot 10^7\ N/m^2) \\ \Omega_0^{(2)} = 1,1 \end{cases}$$

b) largeur de denture : $b = 20$ mm ;

c) diamètre primitif du pignon : $d_1 = 30,336$ mm ;

d) Facteur de durée : k_{HL}

$$\left.\begin{array}{l} H = 25.000\ h \\ n_1 = 935\ tr/mn \\ n_2 = 189,7\ tr/mn \end{array}\right\} \xrightarrow{[4]\ \text{VII}\ 21} \begin{cases} k_{HL_1} = 0,50 \\ k_{HL_2} = 0,63 \end{cases}$$

e) facteur de portée $k_M = 1$ [Voir IV.2.1.e]

f) facteur de service $k_A = 0,8$ [" " " " f]

g) facteur de vitesse $k_V = 0,83$ [" " " " g]

h) facteur de rapport : C_r

engrènement ext. $\left.\begin{matrix} \\ i_1 = 4,93 \end{matrix}\right\}$ $C_r = i/_{i+1} = 4,93/_{5,93} = 0,83$

i) facteur d'inclinaison : C_β

$$\beta_1 = 27,4392 \xrightarrow{[4]\ \text{VII}\ 36} C_{\beta_1} = 1,33$$

IV.3.1.1. Efforts tangentiels admissibles $F_{t_{adm}}^{(1)}$ et $F_{t_{adm.}}^{(2)}$

En utilisant la formule simplifiée nous aurons :

$$F_{t_{adm.}}^{(1)} = \Omega_0^{(1)} \cdot b_1 \cdot d_1 \cdot C_r \cdot C_{\beta_1} \cdot k_V \cdot k_{HL_1} \cdot k_M \cdot k_A$$

$$= 1,4 \cdot 20 \cdot 30,336 \cdot 0,83 \cdot 1,33 \cdot 0,83 \cdot 0,5 \cdot 1 \cdot 0,80$$

$$= 331,3 \text{ daN} = 3313 \text{ N}$$

$$F_{t_{adm.}}^{(2)} = \Omega_0^{(2)} \cdot b_1 \cdot d_1 \cdot C_r \cdot C_{\beta_1} \cdot k_V \cdot k_{HL_2} \cdot k_M \cdot k_A \cdot$$

$$= 1,1 \cdot 20 \cdot 30,336 \cdot 0,83 \cdot 1,33 \cdot 0,83 \cdot 0,61 \cdot 1 \cdot 0,80$$

$$= 308,2 \text{ daN} = 3082 \text{ N.}$$

$F_{t_{adm}}^{(1)} = 3313 \text{ N} > F_{t_1} = 1582 \text{ N}$

$F_{t_{adm}}^{(2)} = 3082 \text{ N} > F_{t_1} = 1582 \text{ N}$

Le premier étage est ainsi vérifié à la pression superficielle.

IV.3.1.2. Puissance admissible du 1er étage.

La capacité globale du couple d'engrenages du 1er étage est de 2274 N (effort tangentiel) : ce qui correspond à une puissance admissible :

$$P_{adm.}^{(1)} = \frac{F_{t_{adm.}}^{(1)} \cdot d_1 \cdot n_1}{\chi}$$

avec,

$F^{(1)}_{t\,adm.}$: le plus petit effort tangentiel admissible [daN]

d_1 : diamètre primitif du pignon (1) en [mm]

n_1 : vitesse de rotation du pignon-moteur [tr/mn]

$\mathcal{X} = 1,96 \times 10^6$: facteur de conversion

$P^{(1)}_{adm.}$: Puissance admissible en [kw].

$F^{(1)}_{t\,adm.} = 227,4$ daN

$d_1 = 30,336$ mm

$n_1 = 935$ tr/mn

$\mathcal{X} = 1,96 \times 10^6$

$$P^{(1)}_{adm.} = \frac{227,4 \cdot 30,336 \cdot 935}{1,96 \cdot 10^6} = 3,29 \text{ kw}$$

Ainsi $P^{(1)}_{adm.} = 3,29 \text{ kw} > P_{nom.} = 2,2 \text{ kw}$.

IV.3.2. CAPACITE A LA PRESSION SUPERFICIELLE DU 2ème ETAGE

a) σ_{HLim} et Ω_o :

Pignon (3) : acier de nitruration ; $\sigma_H = 500$ Brinells

$$\xrightarrow{[4]\ \text{VII}\ 37} \begin{cases} \sigma^{(3)}_{HLim} = 135 \text{ hbar. } (= 135 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2) \\ \Omega^{(3)}_o = 1,05 \end{cases}$$

Roue (4) : acier allié forgé avec trempe totale ;
$\sigma_H = 500$ Brinells

$$\xrightarrow{[4]\ \text{VII}\ 37} \begin{cases} \sigma^{(4)}_{HLim} = 126 \text{ hbar } (= 126 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2) \\ \Omega^{(4)}_o = 0,90 \end{cases}$$

b) largeur de denture : $b_2 = 30$ mm

c) diamètre du pignon : $d_3 = 40,382$ mm

d) Facteur de durée : K_{HL}

$$\left.\begin{matrix} H = 25\,000 \text{ h} \\ n_2 = 180,7 \text{ tr/mn} \\ n_3 = 42,5 \text{ tr/mn} \end{matrix}\right\} \xrightarrow{[4]\ \text{VII}\ 21} \begin{cases} K_{HL_3} = K_{HL_2} = 0,63 \\ K_{HL_4} = 0,74 \end{cases}$$

e) facteur de portée : $K_M = 1$ (voir IV.2.2.e)
f) facteur de service : $K_A = 0,80$ (voir IV.2.2.f)
g) facteur de vitesse : $k_V = 0,90$ (voir IV.2.2.g)

h) facteur de rapport C_r :

Engrènement ext. $i_2 = 4,46$ } $C_{r_2} = \dfrac{i_2}{i_2+1} = \dfrac{4,46}{4,46+1} = 0,82$

i) facteur d'inclinaison : C_{β_2}

$$\beta_2 = 30,0856^\circ \xrightarrow{[4]\ VII\ 36} C_{\beta_2} = 1,36$$

IV.3.2.1. Efforts tangentiels admissibles $F^{(3)}_{t\,adm.}$ et $F^{(4)}_{t\,adm.}$

$$F^{(3)}_{t\,adm.} = \Omega_0^{(3)} \cdot b_2 \cdot d_3 \cdot C_{r_2} \cdot C_{\beta_2} \cdot k_V \cdot K_{HL_3} \cdot K_M \cdot K_A$$

$$= 1,05 \cdot 30 \cdot 40,282 \cdot 0,82 \cdot 1,36 \cdot 0,90 \cdot 0,63 \cdot 1 \cdot 0,80$$

$$= 641,9 \text{ daN} = 6419 \text{ N}.$$

$$F^{(4)}_{t\,adm.} = \Omega_0^{(4)} \cdot b_2 \cdot d_3 \cdot C_{r_2} \cdot C_{\beta_2} \cdot k_V \cdot K_{HL_4} \cdot K_M \cdot K_A$$

$$= 0,90 \cdot 30 \cdot 40,282 \cdot 0,82 \cdot 1,36 \cdot 0,90 \cdot 0,74 \cdot 1 \cdot 0,80$$

$$= 646,2 \text{ daN} = 6462 \text{ N}$$

$F^{(3)}_{t\,adm.} = 6419\ N > F_{t_3} = 5875\ N$
$F^{(4)}_{t\,adm} = 6462\ N > F_{t_3} = 5875\ N$

le deuxième étage est ainsi vérifié à la pression superficielle

IV.3.2.2. Puissance admissible du 2ème étage

La capacité globale du couple d'engrenage du 2ème étage est de 6419 N ; ce qui correspond à une puissance admissible :

$$P^{(2)}_{adm.} = \frac{F_{t\,adm.}^{(3)} \cdot d_3 \cdot n_2}{\chi} = \frac{641,9 \cdot 40,282 \cdot 189,7}{1,96 \cdot 10^6} = 2,5 \text{ kW}$$

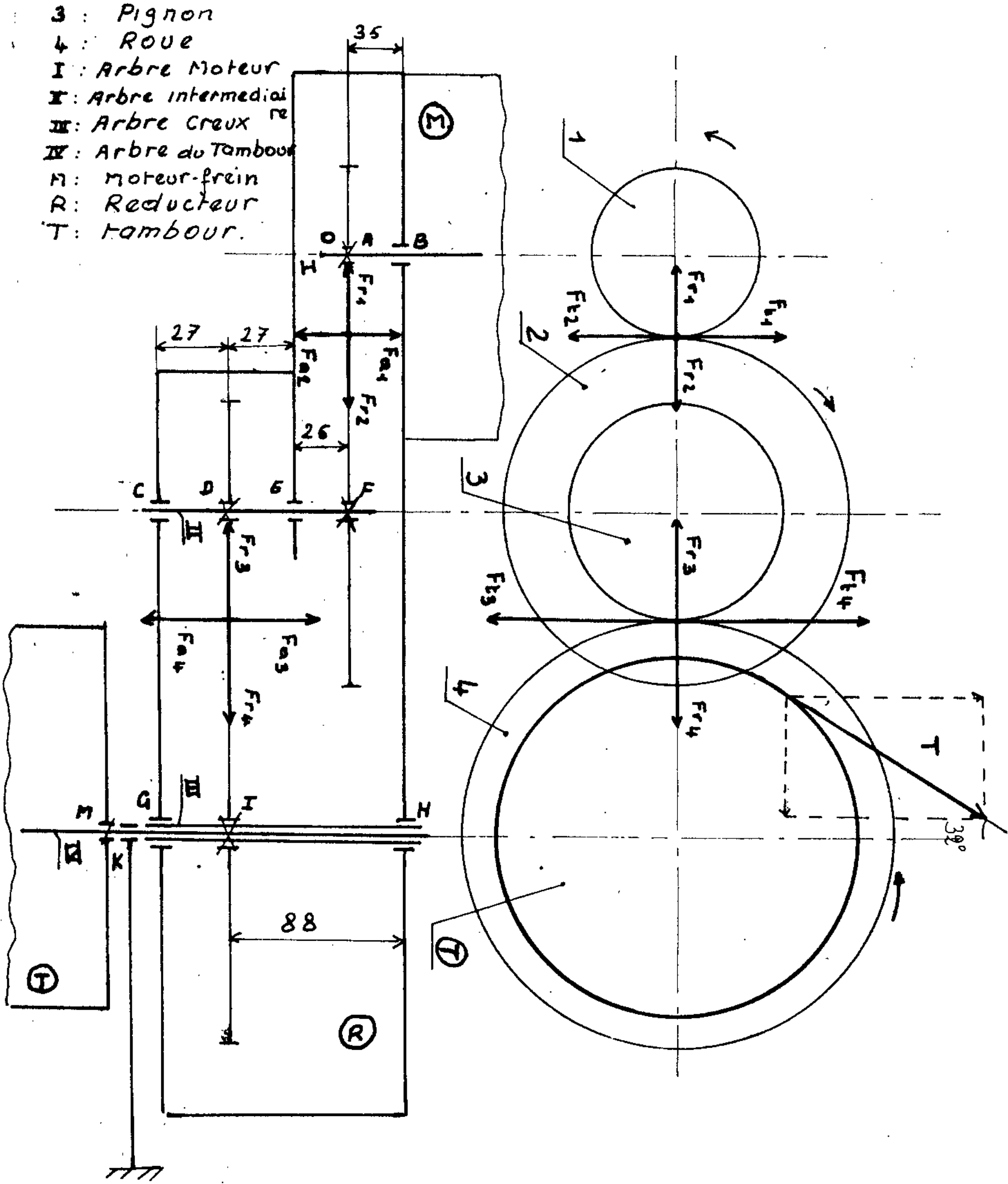
$$P^{(2)}_{adm.} = 2,5 \text{ kW} > P_{nom.} = 2,2 \text{ kW}.$$

* Tableau récapitulatif :

étage →	1er étage		2ème étage	
	Pignon (1) $Z_1 = 15$	Roue (2) $Z_2 = 74$	Pignon (3) $Z_3 = 13$	Roue (4) $Z_4 = 58$
Matériau	Acier de Cémentation	Acier de Nitrura.	Acier de Nitrura.	Acier allié forgé (TT)
σ_b [hbar] ou ($\times 10^7\ N/m^2$)	100	70	110	70
σ_{blim} [hbar] ou ($\times 10^7\ N/m^2$)	35	27,5	35	22
σ_H [Brinells]	700	560	500	500
$\sigma_{H\,lim}$ [hbar] ou ($10^7\ N/m^2$)	158	140	135	126
s_0	1,40	1,10	1,05	0,90
$F_{t\,adm.}$ [N] Press. sup.	3313	3082	6419	6462
$F_{t\,adm}$ [N] Rupture	2274	2765	6528	6439
F_t [N] effort tang. supporté	1582		5875	
Puissance admissible [kW]	3,29		2,50	

fig. 4-2 : REPARTITION DES EFFORTS SUR LES ARBRES.

1 : pignon
2 : Roue
3 : Pignon
4 : Roue
I : Arbre Moteur
II : Arbre intermediaire
III : Arbre creux
IV : Arbre du Tambour
M : moteur-frein
R : Reducteur
T : tambour.



IV.4. VERIFICATION DES ARBRES DU REDUCTEUR

IV.4.1 Vérification de l'arbre - moteur (Arbre 1)

On s'intéressera uniquement à la partie de l'arbre en porte à faux (du moteur-frein). On sait que la partie en porte à faux de l'arbre était au départ de $L = 60$ mm pour un diamètre $d = 28$ mm. L'arbre est supporté par les roulements du moteur-frein. [ref 2]

Des raisons technologiques, particulièrement la réduction de l'entraxe du réducteur et la limitation du porte à faux de cet arbre, nous ont amené à usiner sur cette partie en longueur (pour réduire le porte à faux) et sur le diamètre (pour la réduction de l'entraxe et pour pouvoir monter directement le pignon-moteur). (fig 4-3).

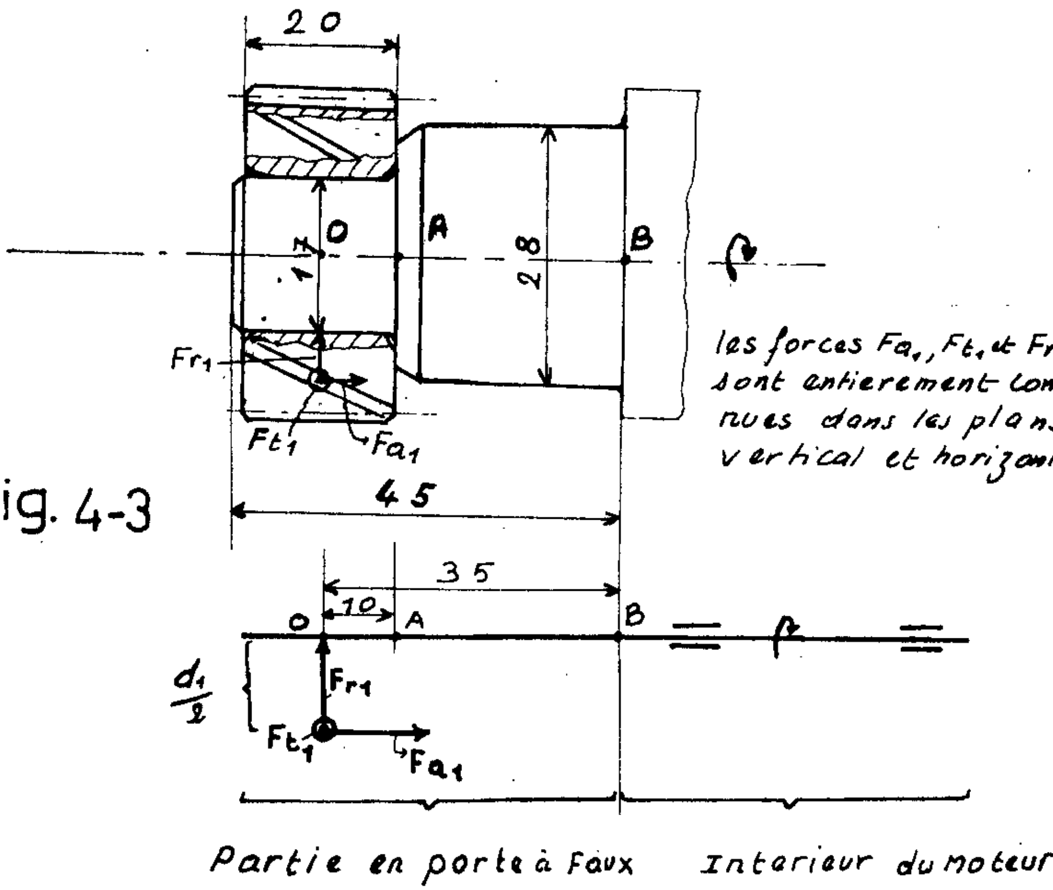
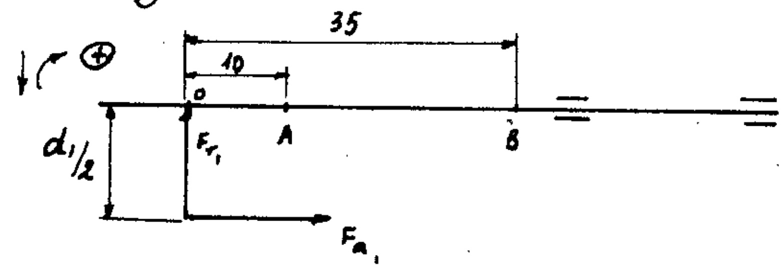


fig. 4-3

les forces Fa_1, Ft_1 et Fr_1 sont entierement contenues dans les plans vertical et horizontal.

a) Plan horizontal



* Moment concentrique en (O_1) dû à la force axiale :

$$M_o = -F_{a_1} \cdot d_1/_2 = -917 \cdot (30,337)/_2 = -13910 \text{ N.mm}$$

Soit $M_o = -13,91 \text{ N.m}$

* Calcul du moment fléchissant : partie O-B.
$x \in [0, 35]$

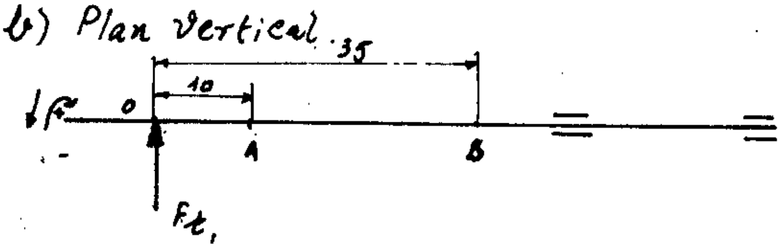
$$M_x = + M_o + F_{r_1} \cdot x$$

$x = 0 \Rightarrow M_{f_0} = + M_o = -13910 \text{ N.mm}$

$x = 10 \Rightarrow M_{f_{10}} = + M_o + F_{r_1} \cdot 10 = -13910 + 665 \cdot 10 = -7260 \text{ N.mm}$

$x = 35 \Rightarrow M_{f_{35}} = M_o + F_{r_1} \cdot 35 = -13910 + 665 \cdot 35 = 9365 \text{ N.mm}$

b) Plan vertical



* Moment fléchissant : $x \in [0, 35]$.

$M_x = F_{t_1} \cdot x$

$x = 0 \Rightarrow M_{f_{V0}} = 0$

$x = 10 \Rightarrow M_{f_A} = 1582 \cdot 10 = 15820 \text{ N.mm}$

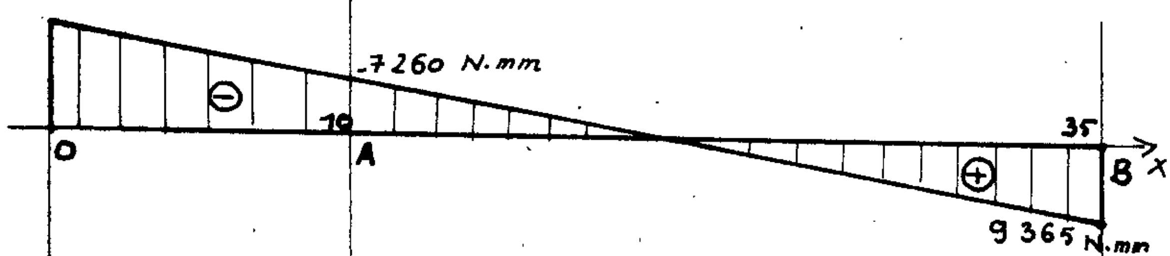
$x = 35 \Rightarrow M_{f_B} = 1582 \cdot 35 = 55370 \text{ N.mm}.$

c) Couple de torsion

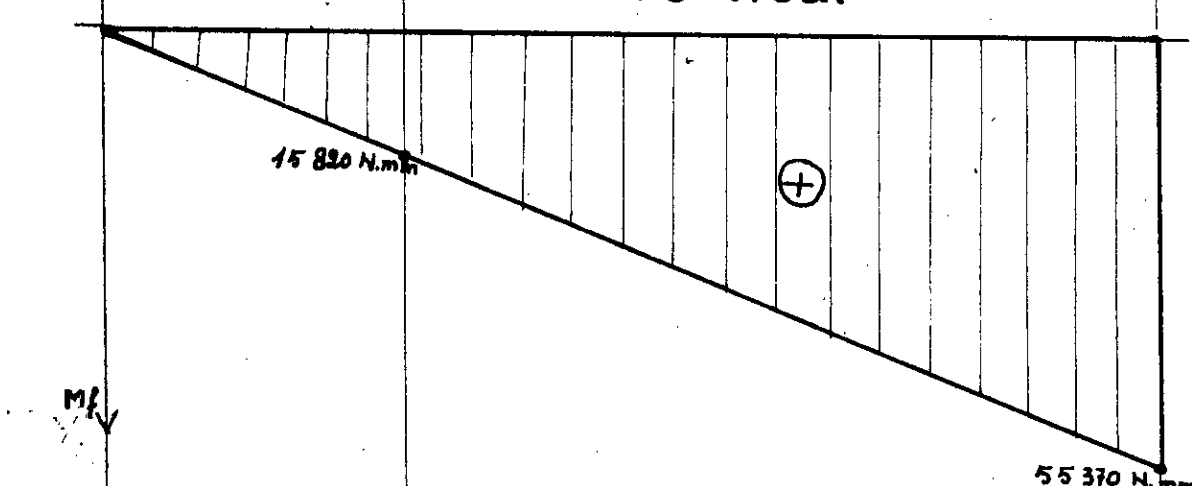
$$M_{t_1} = C_1 = M_u = 24 \text{ N.m} = 24000 \text{ N.mm}.$$

DIAGRAMMES DES MOMENTS

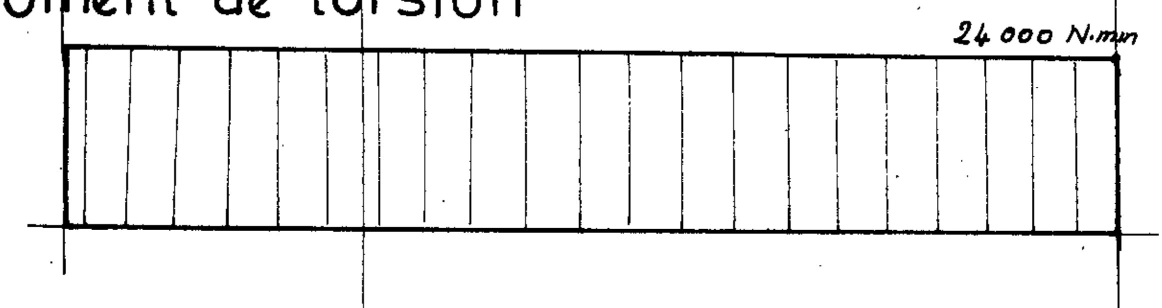
moment flechissant horizontal



moment flechissant vertical



moment de torsion



ECH. Abcisse : ech. 4
Ordonnée :
1 mm → 1000 N.mm

fig. 4-4

Le moment fléchissant est maximal à la section BB ($x = 35$ mm).

$M_{f_{max}} = M_{f_{BB}} = [M_{h_B}^2 + M_{v_B}^2]^{1/2} = [9365^2 + 55370^2]^{1/2} = 56156$ N.mm

Moment idéal : M_i

$$M_i = M_{i_{BB}} = [M_{f_{BB}}^2 + M_{t_{BB}}^2]^{1/2} = [56156^2 + 24000^2]^{1/2} = 61070 \text{ N.mm}$$

Contrainte idéale : σ_i

$\sigma_i = M_i / W_i$; M_i : moment idéal,
W_i : module de résistance $W_i = 0{,}1\, d^3$

$\sigma_i = M_i / 0{,}1\, d^3$;

$\sigma_{i_{BB}} = M_{i_{BB}} / 0{,}1\, d_{BB}^3$ [d_{BB} est donné par le catalogue M.F.] ref [2]

$d_{BB} = 28$ mm

$\Rightarrow \sigma_{i_{BB}} = 61070 / 0{,}1 . 28^3 = 28$ N/mm^2.

Pour arbres en acier de 50 kg (St-50-11) nous avons d'après ref [3] p 78, la valeur recommandée de σadmissible est ; $\sigma_{adm.} = 80$ N/mm^2, on vient bien alors que

$$\sigma_{i_{BB}} < \sigma_{adm}.$$

La section dangereuse sera la section A-A (partie usinée)

$d_{AA} = 17$ mm,

$M_{f_{AA}} = [M_{h_{AA}}^2 + M_{v_{AA}}^2]^{1/2} = (7260^2 + 15820^2]^{1/2} = 17406$ N.mm.

$M_{i_{AA}} = [M_{f_{AA}}^2 + M_{t_{AA}}^2]^{1/2} = [17406^2 + 24000^2]^{1/2} = 29647$ N.mm.

Contrainte Idéale : $\sigma_{i_{AA}}$

$\sigma_{i_{AA}} = M_{i_{AA}} / 0{,}1\, d_{AA}^3 = 29647 / 0{,}1 . 17^3 = 60$ N/mm^2

Ainsi,

$$\sigma_{i_{AA}} = 60 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{adm.} = 80 \text{ N/mm}^2.$$

IV.4.2. Vérification de l'arbre intermédiaire

a/ Plan vertical

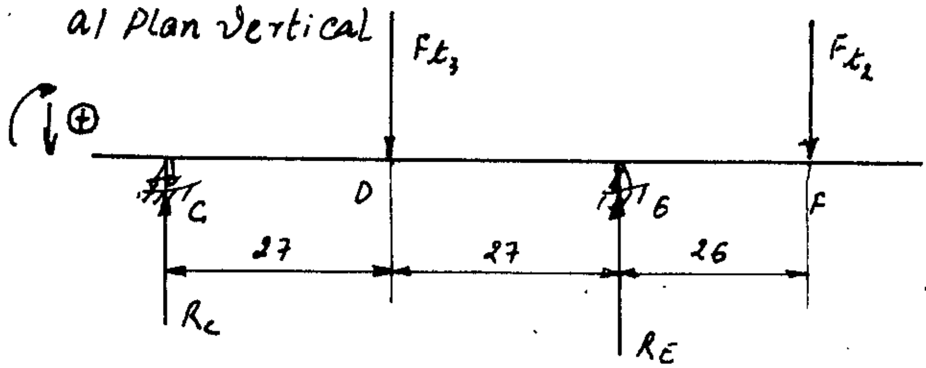


fig. 4-5

* Calcul des réactions :

$$\sum M/_C = 0 \Rightarrow -R_E(54) + F_{t_2}(80) + F_{t_3}(27) = 0$$

$$\Rightarrow R_E = \frac{F_{t_2}(80) + F_{t_3}(27)}{54} = \frac{1582(80) + 5875(27)}{54} = 5281 \text{ N}.$$

$$\sum M/_E = 0 \Rightarrow R_C(54) - F_{t_3}(27) + F_{t_2}(26) = 0$$

$$\Rightarrow R_C = \frac{F_{t_3}(27) - F_{t_2}(26)}{56} = \frac{5875(27) - 1582(26)}{54} = 2176 \text{ N}.$$

* Moment fléchissant vertical

Partie C-D : $x \in [0, 27]$

$$M_x = R_C \cdot x = 2176 \cdot x \begin{cases} x = 0 \Rightarrow M_{f_0} = 0 \\ x = 27 \Rightarrow M_{f_D} = 2176 \cdot 27 = 58752 \text{ N.mm} \end{cases}$$

Partie D-E : $x \in [27, 54]$

$$M_x = R_C \cdot x - F_{t_3}(x - 27)$$

$$x = 27 \Rightarrow M_{f_D} = 5281 \cdot 27 = 58752 \text{ N.mm}.$$

$$x = 54 \Rightarrow M_{f_E} = 5281 \cdot 27 - 5875(54 - 27) = -41121 \text{ N.mm}.$$

Partie E-F : $x \in [54, 80[$

$$M_x = R_C \cdot x - F_{t_3}(x - 27) + R_E(x - 54)$$

$$x = 54 \Rightarrow M_x = R_C(54) - F_{t_3}(54 - 27) = -41121 \text{ N.mm}.$$

$x = 80^- \Rightarrow \quad M_x = R_c(80) - F_{t_3}(80-27) + R_E(80-54)$

$\qquad = 2176\,(80) - 5875\,(80-27) + 5281\,(80-54) = 0$

b) Plan horizontal

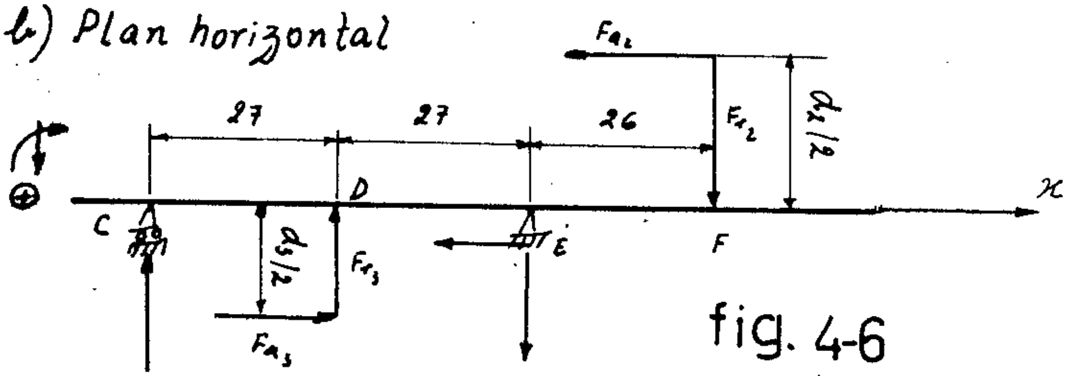


fig. 4-6

* Calcul des réactions :

$\sum M/C = 0 \Rightarrow R_{E_V}(54) - F_{r_3}(27) + F_{r_2}(80) - F_{a_3}\cdot d_3/2 - F_{a_2}\, d_2/2$

$$R_{E_V} = \frac{F_{r_3}(27) - F_{r_2}(80) + F_{a_3}(40{,}242)/2 + F_{a_2}\cdot 149{,}663/2}{54}$$

$$= \frac{2409(27) - 665(80) + 3050(40{,}242)/2 + 917\cdot 149{,}663/2}{54}$$

$= 2627$ N

$\sum M/E = 0 \Rightarrow R_c(54) + F_{r_3}(27) - F_{a_3}\, d_3/2 - F_{a_2}\, d_2/2 + F_{r_2}(26) = 0$

$$R_c = \frac{-F_{r_3}(27) + F_{a_3}\, d_3/2 + F_{a_2}\, d_2/2 - F_{r_2}(26)}{54}$$

$$= \frac{-2409\,(27) + 3050\cdot(40{,}242)/2 + 917\,(149{,}663)/2 - 665(26)}{54}$$

$= 883$ N.

$\sum F/ox = 0 \Rightarrow R_{Eh} = F_{a_3} - F_{a_2} = 3050 - 917 = 2133$ N.

* Moment fléchissant horizontal :

Partie C-D : $x \in [0, 27[$

$M_x = R_c \cdot x \left\langle \begin{array}{ll} x = 0 & M_{f_C} = 0 \\ x = 27 & M_{f_D} = R_c(27) = 883\,(27) = 23841 \text{ N.mm.} \end{array} \right.$

Partie D.E : $x \in [27, 54[$

$$M_x = R_c \cdot x - Fa_3 . d_3/2 + Fr_3 \ (x - 27)$$

$x = 27$ $\quad M_{f_D} = R_c(27) - Fa_3 \, d_3/2 = 883(27) - 3050 . \frac{40{,}242}{2}$

$= -37528$ N.mm

$x = 54$ $\quad M_{f_E} = R_c(54) - Fa_3 \, d_3/2 + Fr_3 \, (54 - 27)$

$= 883(54) - 3050 \, \frac{40{,}242}{2} + 2409 \, (54 - 27) =$

$= 51356$ N. mm.

Partie E-F : $x \in [54, 80[$

$$M_x = R_c \, x - Fa_3 \, d_3/2 + Fr_3 \, (x - 27) - R_{EV} \, (x - 54)$$

$x = 54 \Rightarrow M_{x=54} = M_E = 51356$ N.mm.

$x = 80^- \Rightarrow M_F = R_c(80) - Fa_3 \, d_3/2 + Fr_3 \, (80 - 27) - R_{Ev}(80 - 54)$

$= 883.80 - 61369 + 2409(80 - 27) - 2627(80 - 54)$

$= 68646$ N.mm

$x = 80^+$ (en F)

$M_{F=80^+} = 68646 - Fa_2 . d_2/2 = 68646 - 917 \, \frac{149{,}663}{2}$

$\simeq 0$

C) Couple de torsion : Mt_2

$Mt_2 = C_2 = 118{,}33$ N.m $= 118330$ N.mm.

DIAGRAMMES DES MOMENTS

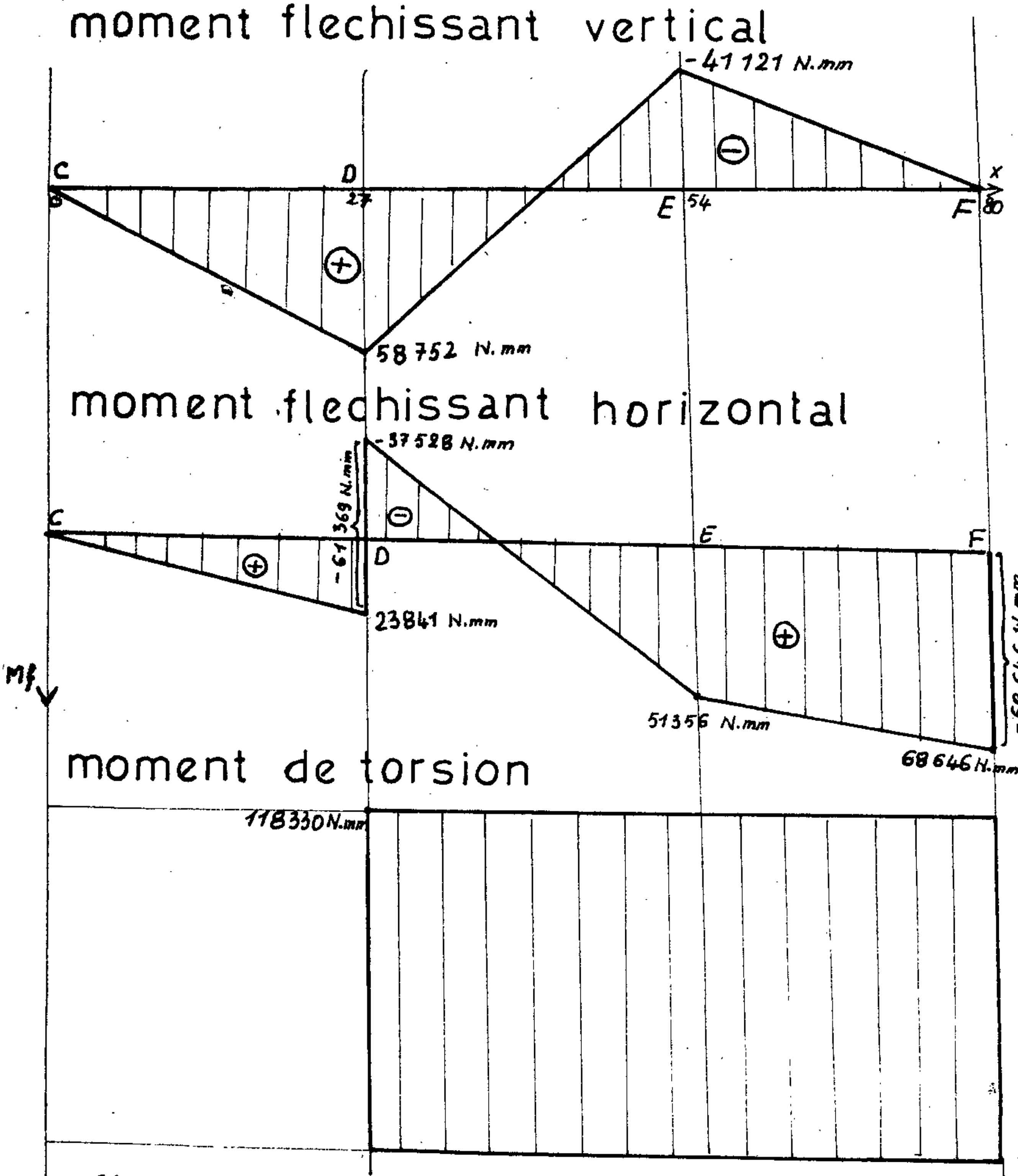


fig. 4-7

ECH. Abcisse : ech. 2
Ordonnée : 1mm → 2000 N.mm.

Le moment fléchissant représente un danger au niveau des sections D-D, E-E et F-F. présentant des diamètres différents.

$$M_{f_{DD}} = \left[M_{f_{v_{DD}}}^2 + M_{f_{h_{DD}}}^2\right]^{1/2} = \left[58752^2 + 37528^2\right]^{1/2} = 69715 \text{ N.mm}$$

$$M_{f_{EE}} = \left[M_{f_{v_{EE}}}^2 + M_{f_{h_{EE}}}^2\right]^{1/2} = \left[41121^2 + 51356^2\right]^{1/2} = 65790 \text{ N.mm}$$

$$M_{f_{FF}} = \left[0 + 68646^2\right]^{1/2} = 68646 \text{ N.mm}$$

M_i : moment idéal $\quad M_i = \left[M_f^2 + M_t^2\right]^{1/2}$

$$M_{i_{DD}} = \left[69715^2 + 118330^2\right]^{1/2} = 137\,340 \text{ N.mm}$$

$$M_{i\,EE} = \left[65790^2 + 118330^2\right]^{1/2} = 135\,389 \text{ N.mm}$$

$$M_{i\,FF} = \left[68646^2 + 118330^2\right]^{1/2} = 136\,800 \text{ N.mm}$$

$$\sigma_i = M_i / 0{,}1\, d_i^3$$

σ_i : contrainte idéale
M_i : moment idéal
d_i : diamètre de l'arbre au niveau de la section dangereuse.

$d_3 = 40{,}242$ mm

diamètre de pied du pignon : 33,367 mm
$d_{EE} = 30$ mm ; $d_{FF} = 28$ mm

$$\sigma_{i_{DD}} = M_{i_{DD}} / 0{,}1\, d_{DD}^3 = 137340 / 0{,}1 \cdot 33{,}367^3 = 37 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{adm}$$

$$\sigma_{i\,EE} = M_{i\,EE} / 0{,}1\, d_{EE}^3 = 135389 / 0{,}1 \cdot 30^3 = 50 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{adm}.$$

$$\sigma_{i\,FF} = M_{i\,FF} / 0{,}1\, d_{FF}^3 = 136800 / 0{,}1 \cdot 28^3 = 62 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{adm}.$$

rappelons que $\sigma_{adm} = 80$ N/mm^2.

IV.4.3. Vérification de l'arbre creux (arbre III)

Plan horizontal :

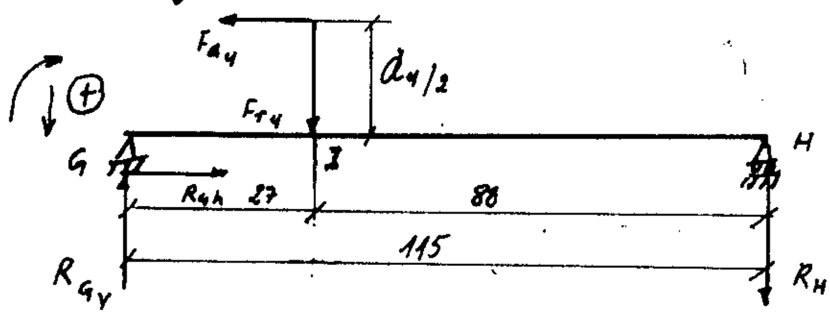


fig. 4-8

$F_{a_4} = 3050$ N

$d_4 = 179,718$ mm

M_I : moment concentrique en I.

$$M_I = -F_a \cdot \frac{d_4}{2} = -3050 \cdot \frac{179,718}{2} = -274070 \text{ N.mm}$$

Calcul des réactions :

$$\sum M/H = 0 \Rightarrow R_{G_V}(115) + M_I - F_{r_4}(88) = 0$$

$$\Rightarrow R_{G_V} = \frac{-M_I + F_{r_4}(88)}{115} = \frac{274070 + 2409(88)}{115} = 4227 \text{ N}$$

$$\sum M/G = 0 \Rightarrow R_H(115) + F_{r_4}(27) - F_{a_4}\, d_4/2 = 0$$

$$\Rightarrow R_H = \frac{F_{a_4}\frac{d_4}{2} - F_{r_4}(27)}{115} = \frac{274070 - 2409(27)}{115} = 1818 \text{ N}$$

$$\sum F/G_x = 0 \Rightarrow R_{GH} = F_{a_4} = 3050 \text{ N.}$$

Calcul du moment fléchissant horizontal :

Partie GI : $x \in [0, 27[$

$$M_x = R_{G_V} \cdot x \begin{cases} x = 0 \Rightarrow M_G = 0 \\ x = 27 \Rightarrow M_I = 4227 \cdot 27 = 114129 \text{ N.mm} \end{cases}$$

Partie IN : $x \in [27, 115[$

$$M_x = R_{G_V} x + M_I - F_{r_4}(x - 27)$$

$x = 27^+ \quad M_f = R_{Gv}(27) + M_I = 4227\,(27) - 274070$

$= -159941$ N·mm.

$x = 115 \quad M_{f_H} = R_{Gv}\cdot(115) + M_I - F_{r_4}\,(115-27)$

$= 4227\,(115) - 274070 - 2409\,(115-27) = 0$

Plan Vertical

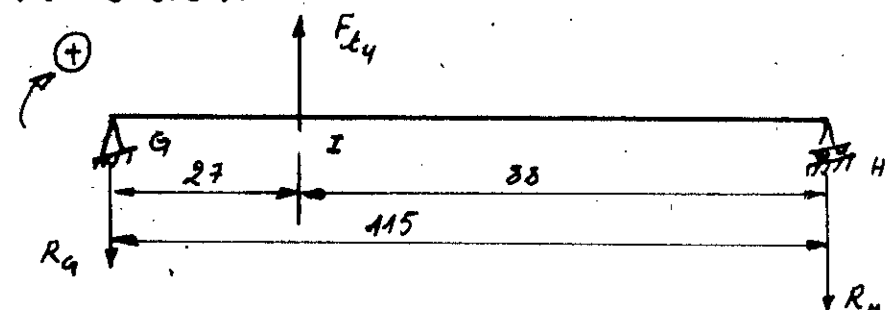


fig. 4-9

$F_{t_4} = 5688$ N

$\sum M/_H = 0 \quad -R_G\,(115) + F_{t_4}\,(88) = 0$

$\Rightarrow$

$$R_G = \frac{F_{t4}\,(88)}{115} = \frac{5875\cdot 88}{115} = 4496 \text{ N.}$$

$\sum M/_G = 0$

$R_H\,(115) - F_{t_4}\,(27) = 0$

$\Rightarrow$

$$R_H = \frac{F_{t4}\cdot 27}{115} = \frac{5875.27}{115} = 1379 \text{ N.}$$

Calcul des moments fléchissants :

Partie GI : $x \in [0, 27[$

$M_x = -R_G\cdot x \;<\; \begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow M_G = 0 \\ x = 27 \Rightarrow M_I = -4496\cdot 27 = -121392 \text{ N·mm} \end{array}$

Partie IH : $x \in [27, 115]$

$M_x = -R_G\cdot x + F_{t_4}\,(x-27) \;<\; \begin{array}{l} x = 27 \Rightarrow M_f = M_I = -121392 \text{ N·mm} \\ x = 115 \Rightarrow M_H = 0 \end{array}$

Couple de torsion : M_{t_3}

$M_{t_3} = C_3 = 528{,}09$ N.m $= 528090$ N. mm.

DIAGRAMMES DES MOMENTS

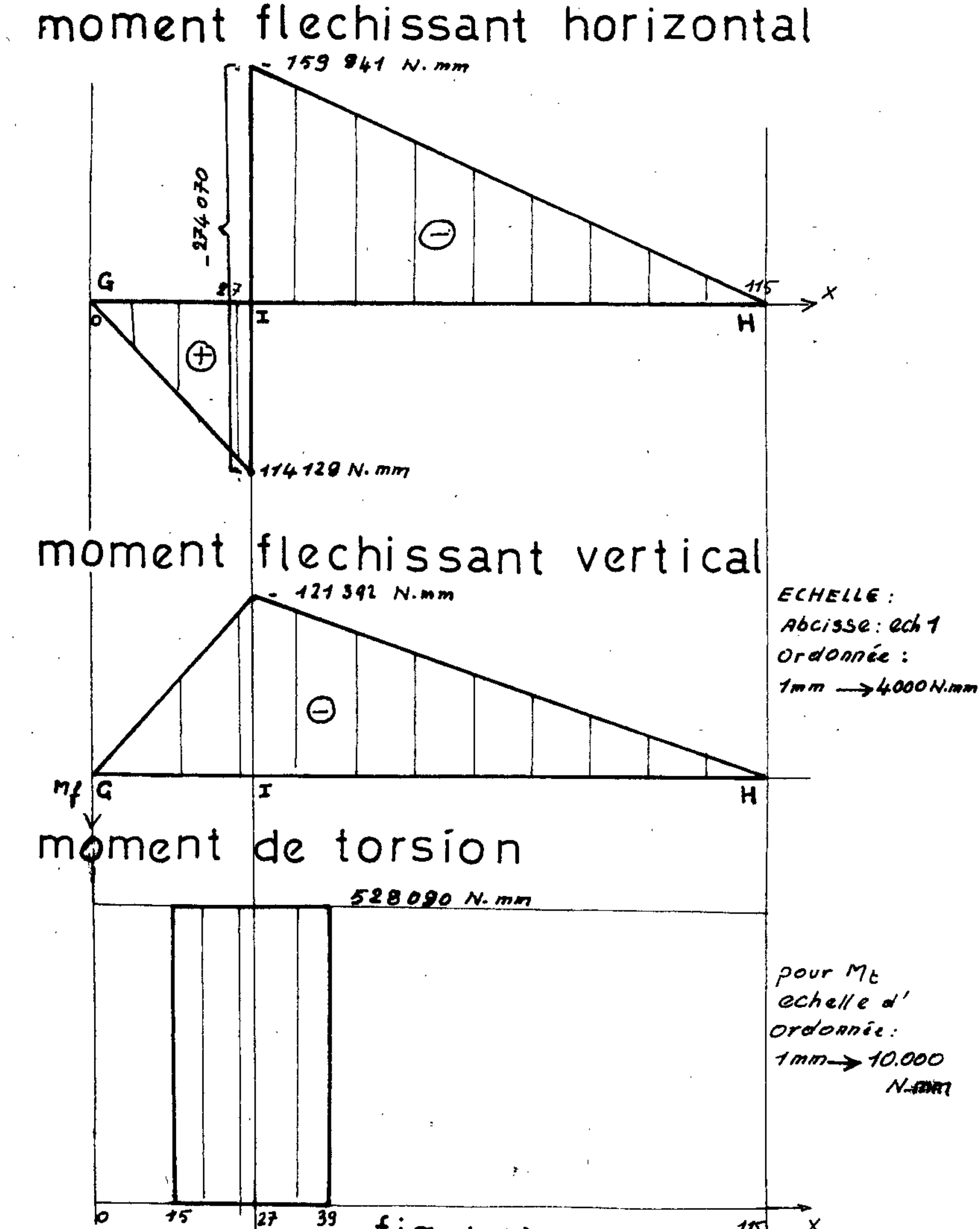


fig. 4-10

Le moment fléchissant est maximum au niveau de la section I-I, cette section est donc la section dangereuse.

$$M_{f_{max}} = M_{f_{II}} = \left[M_{f_{II_h}}^2 + M_{f_{II_v}}^2\right]^{1/2} = \left[159941^2 + 121392^2\right]^{1/2} =$$
$$= 200791 \text{ N.mm.}$$

$$M_{i_{II}} = \left[M_{f_{max}}^2 + M_t^2\right]^{1/2} = \left[200791^2 + 528090^2\right]^{1/2} = 564974 \text{ N.mm}$$

Contrainte idéale :

$\sigma_i = M_i / W_i$ $\qquad$ W_i : module de flexion

Pour l'arbre creux de diamètre extérieur D et de diamètre intérieur (d), nous aurons :

$$W_i = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D} = 0{,}1 \cdot \frac{D^4 - d^4}{D}$$

$$\left.\begin{array}{l} D = 60\text{mm} \\ d = 44\text{ mm} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad W_i = 0{,}1 \cdot \frac{60^4 - 44^4}{60} = 15353 \text{ mm}^3$$

Ainsi,
$$\sigma_i = \frac{564974}{15353} = 37 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_i = 37 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{adm.} = 80 \text{ N/mm}^2.$$

V. CALCUL DES DYNAMOMETRES

V.1. DETERMINATION DE LA TENSION MAXI. DES DYNAMOMETRES

V.1.1. Calcul de la traction maxi du cable.

Ces calculs sont executés sans considération des vibrations du mécanisme.

a. Accélération angulaire maximale du moteur :
On calcule cette accélération au demarrage dans le sens de levage avec la charge maxi. Q

$$I_3\, \ddot{\varphi}_{max} = M_{mot\,max} - M_u$$

$$\Rightarrow \quad \ddot{\varphi}_{max} = \frac{M_{mot\,max} - M_u}{I_3}$$

avec :

$\ddot{\varphi}_{max}$: accélération angulaire maxi. du moteur,

$M_{mot\,max}$: Couple moteur maxi.

M_u : Couple résistant (de levage)

I_3 : Moment d'inertie équivalent

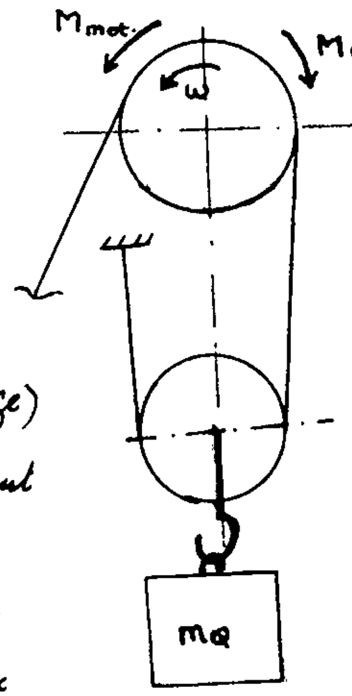


fig. 5-1

$$M_{mot.dem.} = (0{,}64 \text{ à } 0{,}70)\, M_{mot\,max}$$

soit $\quad M_{mot\,max} = M_{moy.dem} \cdot 1/0{,}65$

avec $M_{moy\,dem.}$: Couple moyen de demarrage donné [Catalogue UNELEC] [ref. 2]

$$\frac{M_{moy.dem}}{C_{normal}} \simeq 1{,}8 \Rightarrow M_{m\,dem} = 1{,}8\, C_n = 1{,}8 \cdot 22{,}5 = 40{,}5 \text{ N.m}$$

$$M_{max\,mot} = 40{,}5/0{,}65 = 62{,}3 \text{ N.m}$$

$M_{mot\,max} = 62,3\ N.m$
$M_u = 24\ N.m$
$I_{\Delta} = 0,108\ kg.m^2$

$$\ddot{\varphi}_{max} = \frac{62,3 - 24}{0,108} = 354,63\ rd/s^2$$

$$\ddot{\varphi}_{max} = 354,63\ rd/s^2$$

b. Accélération angulaire maxi. du tambour : $\ddot{\varphi}_{b\,max}$

$i_m = 21,99$

$$\ddot{\varphi}_{b\,max} = \frac{\ddot{\varphi}_{max}}{i_m} = \frac{354,63}{21,99} = 16,13\ rd/s^2.$$

$$\ddot{\varphi}_{b\,max} = 16,13\ rd/s^2$$

c. Accélération linéaire (tangentielle) du tambour :

$D_b = 180\ mm$

$$a_{b\,max} = \frac{\ddot{\varphi}_{b\,max} \cdot D_b}{2} = \frac{16,13 \cdot 0,180}{2} \simeq 1,45\ m/s^2$$

$$a_{b\,max} = 1,45\ m/s^2$$

d. Accélération linéaire max. du crochet :

$i_{vk} = 2$

$$a_{c\,max} = \frac{a_{b\,max}}{i_{vk}} = \frac{1,45}{2} = 0,73\ m/s^2$$

$$a_{c\,max} = 0,73\ m/s^2.$$

e. Calcul de la tension maxi du crochet :

Considérons le cycle de levage au démarrage ; isolons la charge [fig 5-2]

L'application de la relation fondamentale de la dynamique à la charge isolée, donne :

$$\vec{T}_4 + (m_Q + m_m)\vec{g} = (m_Q + m_m)\vec{a}_{c\,max}$$

avec, $\vec{T}_4$: tension maximale du crochet,
m_Q : masse de la charge maxi,
m_m : " " " moufle,
$\vec{a}_{c\,max}$: accélération linéaire maximale de la charge (crochet).

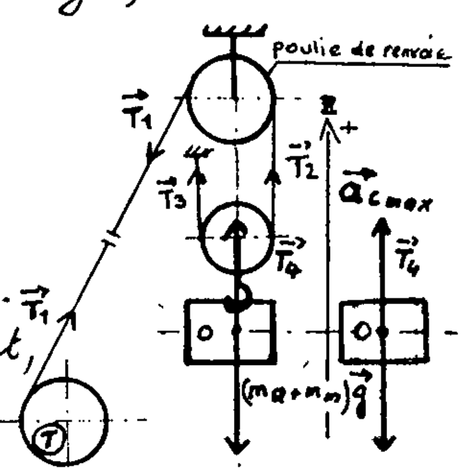


fig. 5-2

Projection de la relation ci-dessus sur l'axe Oz :

$$T_4 - (m_Q + m_m)g = (m_Q + m_m)\, a_{cmax}$$

$$\Rightarrow \quad T_4 = (m_Q + m_m)(g + a_{cmax})$$

$m_Q = 1000$ kg $m_m = 19{,}10$ kg $g = 9{,}81$ m/s² $a_{cmax} = 0{,}73$ m/s²	$T_4 = (1000 + 19{,}10)(9{,}81 + 0{,}73) = 10740$ N $T_4 = 10740$ N

f. Traction maximale du cable :

$$T_1 = \frac{T_4}{i_{wk} \cdot \eta_{wk} \cdot \eta}$$

avec,

i_{wk} : rapport de transmission,
η : rendement de la moufle,
η_{wk} : rendement de la poulie de renvoi (1)

$T_4 = 10740$ N $i_{wk} = 2$ $\eta_{wk} = 0{,}975$ $\eta = 0{,}95$	$T_1 = \dfrac{10740}{2 \cdot 0{,}975 \cdot 0{,}95} \simeq 5800$ N $T_1 = 5800$ N

V.1.2. Etats de charge des dynamomètres (fig. 5-3)

a) Etat sans charge (T = 0) et sans tension préalable.

$F_2' = G \cdot l/b$ avec, G : poids du réducteur, moteur-frein,
l : bras de levier de $\vec{G}$ par rapport à (0) (fig.
b : distance entre l'axe des dyn. et celui du tambour.

$F_1' = 0$

F_1' et F_2' : tensions dans les dynamomètres (1) et (2) respectivement.

$G = 900$ N $l = 150$ mm $b = 335$ mm	$F_1' = 0$ et $F_2' = 900 \cdot \dfrac{150}{335} \simeq 400$ N .

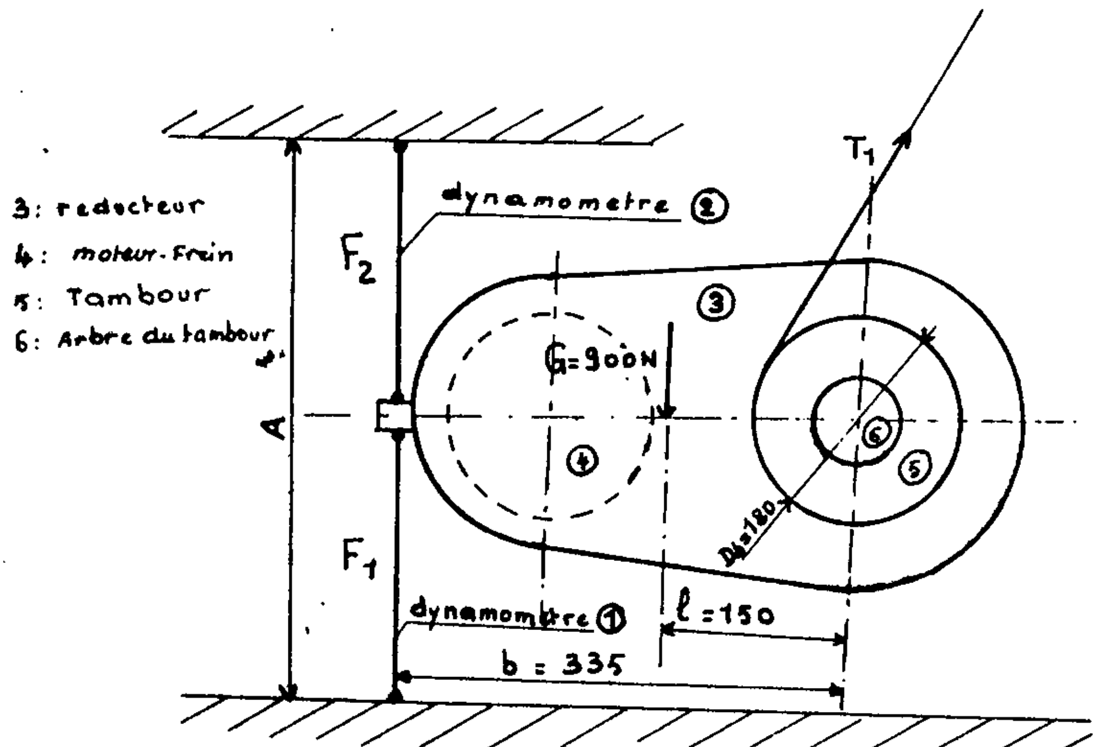


fig. 5-3

6. Etat avec tension préalable

Les dynamomètres utilisés sont aptes à travailler uniquement à la traction. On les soumet à une tension préalable,

$F_1^* = 1600$ N, telle que les deux dynamomètres soient toujours en état de traction.

Dans cet état de charge les deux dynamomètres sont soumis aux tensions,

$$F_1^* = 1600 \text{ N}$$

et

$$F_2^* = F_1^* + F_2' = 1600 + 400 = 2000 \text{ N}.$$

* Vérification de l'équilibre du système

$$\sum \vec{M}_O(\vec{F}_{ext}) \overset{?}{=} \vec{0}$$

$$\Rightarrow (F_2^* - F_1^*) \cdot b - G \cdot l \overset{?}{=} 0$$

$$(2000 - 1600) \cdot 335 - 900 \cdot 150 = 134\,000 - 135\,000 = -1000 \text{ N.mm}$$
$$= -1 \text{ N.m}$$

Cette faible valeur, qui n'est pas rigoureusement nulle, est due au fait que la valeur de F_2' a été arrondie.

C. Treuil chargé par la traction maximale du cable ($T_1 = 5800\ N$)

Sous l'action de la force T_1, la tension du dynamomètre (1) augmente et celle du dynamomètre (2) diminue. La distance (A) restant constante, l'allongement du dynamomètre (1) est égal au raccourcissement du dynamomètre (2); par conséquent, la tension F_1^* augmente de la même valeur (δF) de laquelle F_2^* diminue. Soit donc,

$$F_1 = F_1^* + \delta F$$

$$F_2 = F_2^* - \delta F$$

$$(F_1 - F_2) = (F_1^* - F_2^*) + 2\,\delta F$$

d'où,

$$\delta F = \tfrac{1}{2}\left[(F_1 - F_2) - (F_1^* - F_2^*) \right]$$

D'autre part, la condition d'équilibre du réducteur s'écrit,

$$(F_1 - F_2) \cdot b + G \cdot l = T_1 \cdot \frac{D_b}{2}$$

$T_1 \cdot D_b/2$ représentant le couple max. au niveau du tambour.

$$(F_1 - F_2) = \frac{T_1 \cdot D_b/2 - G \cdot l}{b}$$

$G = 900\ N$
$l = 150\ mm$
$b = 335\ mm$
$T_1 = 5800\ N$
$D_b = 180\ mm$

$$(F_1 - F_2) = \frac{5800 \cdot 180/2 - 900 \cdot 150}{335} = 1155\ N$$

$F_1^* = 1600\ N$
$F_2^* = 2000\ N$
$F_1 - F_2 = 1155\ N$

$$\delta F = \frac{1155 + 400}{2} \simeq 800\ N.$$

$$\delta F \simeq 800\ N.$$

finalement,

$$F_1 = F_1^* + \delta F = 1600 + 800 = 2400\ N$$

$$F_2 = F_2^* - \delta F = 2000 - 800 = 1200\ N$$

Tableau récapitulatif

Etat de contrainte	F_1 (N)	F_2 (N)
Sans charge sans tension préalable	0	400
Sans charge avec tension préalable	1600	2000
Avec charge avec tension préalable	2400	1200

V.2. CALCUL DE RESISTANCE DES DYNAMOMETRES

Le dynamomètre (1) est soumis à une traction maximale de 2400 N. Comme les deux dynamomètres sont identiques, le calcul se fera pour le dynamomètre (1).

Les deux dynamomètres sont choisis en acier allié au Nickel - Chrome 16 NC 6 dont la résistance limite d'élasticité $R_e = 830\ N/mm^2$.

Avec un coefficient de sécurité $c = 2$, nous aurons :

$$\sigma_{adm.} = R_e/c = 830/2 = 415\ N/mm^2.$$

La contrainte normale est donnée par,

$$\sigma = F_1/S_{BB} \quad (\text{fig.54})$$

avec

$$S_{BB} = h.e = 6.1 = 6\ mm^2$$

$F_1 = 2400\ N$ $\Rightarrow$ $\sigma = 2400/6 = 400\ N/mm^2$

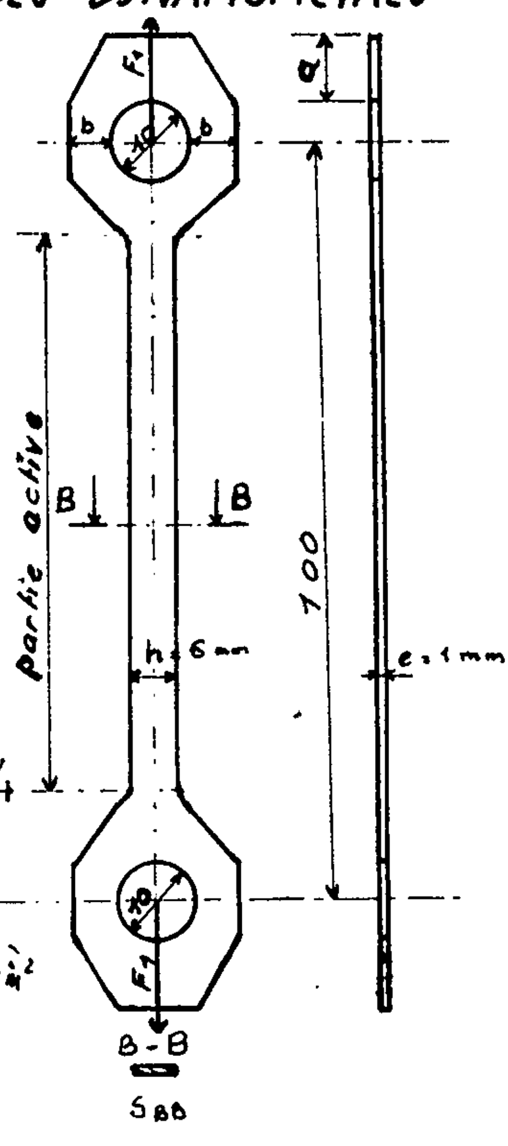


fig.5-4

Prenons $b = h = 6$ mm

$a = 1,5 . b = 1,5 . 6 = 9$ mm.

Choisissons aussi la portée active, $L = 100$ mm.

Détermination des allongements relatifs maxi. atteints par les dynamomètres et les Jauges.

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta l}{l} = \sigma / E = \Delta F / E . S_{BB}$$

E étant le module d'élasticité longitudinal.

$\Delta F = 800$ N

$E = 200.000$ N/mm²

$S_{BB} = 6$ mm²

$$\varepsilon_x = \frac{800}{200.000 . 6} = 6,67 . 10^{-4}$$

Soit, $\varepsilon_x = 667$ µm/m

V.3. MESURE DU COUPLE

V.3.1. Principe de la Méthode de mesure d'Extensométrie Ohmique.

a - Définition : les extensomètres à fil résistant, que l'on désigne aussi sous le nom de jauges de contraintes sont utilisés pour mesurer les déformations des structures en vue d'en évaluer l'état de contrainte. Il s'agit de petits circuits électriques très fins qui, collés sur les pièces à étudier, en subissent les déformations, ce qui entraîne une variation de leur résistance électrique. Les mesures électriques peuvent être très précises et très sensibles, puisque l'on atteint facilement des déformations de l'ordre du micro-mètre par mètre (1 µm/m).

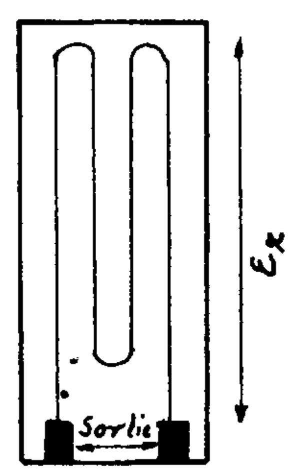


fig.5-5: Jauge électrique de déformation.
ε_x : déformation normale suivant la direction x.

La résistance électrique du fil de longueur (l) de la jauge varie donc en fonction de la déformation ; cette variation se fait suivant la loi :

$$\frac{\Delta R}{R} = k \, \frac{\Delta l}{l} = k \, . \, \varepsilon$$

Avec,

ε : déformation relative du fil ;
k : facteur de sensibilité ou facteur de jauge, nombre sans dimension dépendant des propriétés physiques du matériau.

N.B. : Pour les matériaux employés dans les capteurs à résistance, k varie de 2 à 2,5. Ainsi, pour le Constantan $k = 2{,}0$ à $2{,}1$; pour le Nickel Chrome $k = 2{,}1$ à $2{,}3$

R : résistance électrique du fil :
ΔR : variation de la résistance avec la déformation ;
l : longueur du fil,
Δl : variation de la longueur sous l'effet de la charge.

La variation de la résistance (ΔR) du fil sera mesurée à l'aide d'un pont de Wheatstone

V.3.2. Constitution et Fonctionnement des Dynamomètres

La mesure du couple M_k se fait à l'aide de deux dynamomètres à jauges de contrainte.

Sous l'action du couple M_k du tambour (voir V.1.2.C), la tension du dynamomètre (1) augmente de (ΔF). La partie active du dynamomètre, qui est une barre rectangulaire, est donc soumise à une traction. La tension du dynamomètre (2) diminue de la même valeur (ΔF) ; sa partie active est donc soumise à une diminution de traction.

Remarque : On s'intéressera uniquement à l'action de l'effort ΔF.

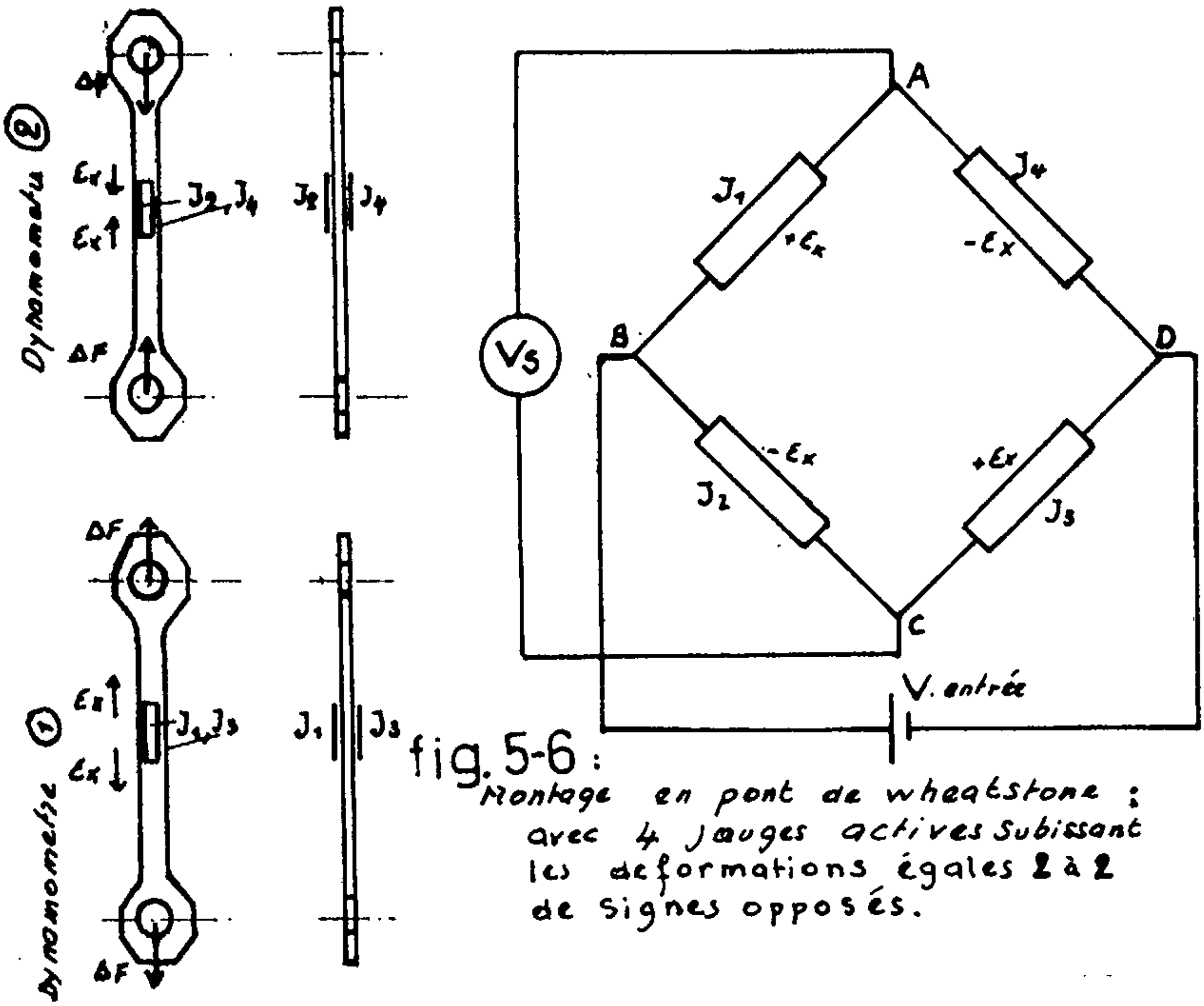


fig. 5-6 : Montage en pont de wheatstone : avec 4 jauges actives subissant les déformations égales 2 à 2 de signes opposés.

Disposition des Jauges (fig 5-6)

Sur la barre du dynamomètre (1), qui subit une augmentation de traction (ΔF), on colle deux jauges J_1 et J_3 longitudinalement. Ces dernières seront soumises, chacune, à une augmentation ε_x de l'allongement.

Sur la barre du dynamomètre (2), qui subit une diminution de traction (ΔF), on colle deux jauges J_2 et J_4 disposées longitudinalement aussi. Elles seront soumises, chacune, à une diminution ε_x de l'allongement.

Ce montage symétrique a pour effet d'éliminer les effets parasites et d'augmenter la sensibilité du dispositif.

La disposition des jauges décrite ci-dessus produit un déséquilibre du pont, plus prononcé que celui produit par une seule ou deux jauges actives, la sensibilité du pont devient, dans ce cas, quatre fois plus grande.

V.3.3. DETERMINATION DE LA CONSTANTE DES DYNAMOMETRES

L'augmentation ou la diminution de traction transmise par les dynamomètres (1) et (2) respectivement, est :

$\Delta F = \sigma . S = \varepsilon_x . E . S$ avec,

ε_x : allongement relatif (ou rétrécissement relatif) de la barre du dynamomètre,
E : module d'élasticité longitudinal (module de Young),
S : section transversale de la barre.

A cause de la sensibilité multipliée du dispositif utilisé, l'appareil de mesure (enregistreur électromagnétique) indiquera un allongement $\varepsilon_{enreg.}$ quatre (4) fois plus grand.

$$\varepsilon_{enreg.} = 4\,\varepsilon_x$$

donc,

$$\Delta F = \varepsilon_x\, E S = \frac{\varepsilon_{enreg}}{4} . E . S = \frac{E S}{4}\, \varepsilon_{enreg.}$$

E et S étant constants on peut poser :

$$k' = \frac{E . S}{4} \qquad [N]$$

et par suite,

$$\Delta F = k' . \varepsilon_{enreg.}$$

k' : Constante du dynamomètre

Application numérique :

$$\left.\begin{array}{l} E = 200.000\ N/mm^2 \\ S = 6\ mm^2 \end{array}\right\} \Rightarrow k' = \frac{20.000 \times 6}{4} = 300.000\ N$$

$$\text{d'où} \quad \Delta F = 300000\ \underset{(m/m)}{\varepsilon_{enreg.}} \qquad [N]$$

Si $\varepsilon'_{enreg.}$ est de 10^{-5} m/m, soit, 10 µm/m

$$\underset{[N]}{\Delta F} = \underset{[N]}{k_1}\, \varepsilon'_{enreg.} = 3\, \underset{[\mu m/m]}{\varepsilon'_{enrg.}} \qquad \varepsilon'_{enreg} \in [0, 300]$$

Pour $(\Delta F)_{max}$ (Voir V.1.2.c) = 800 N ; $\varepsilon'_{enreg.}$ sera

$$\varepsilon'_{enreg} = \frac{(\Delta F)_{max}}{k_1} = \frac{800}{3} = 267 \; [10\, \mu/m]$$

Soit,

$$\varepsilon'_{enreg} = 2670 \; [\mu m/m]$$

La connaissance de (ΔF) détermine parfaitement le couple au niveau du tambour. un enregistreur électromagnétique à bande nous donnera (M_k) en fonction du temps.

V.4. VERIFICATION DE L'ARBRE DU TAMBOUR

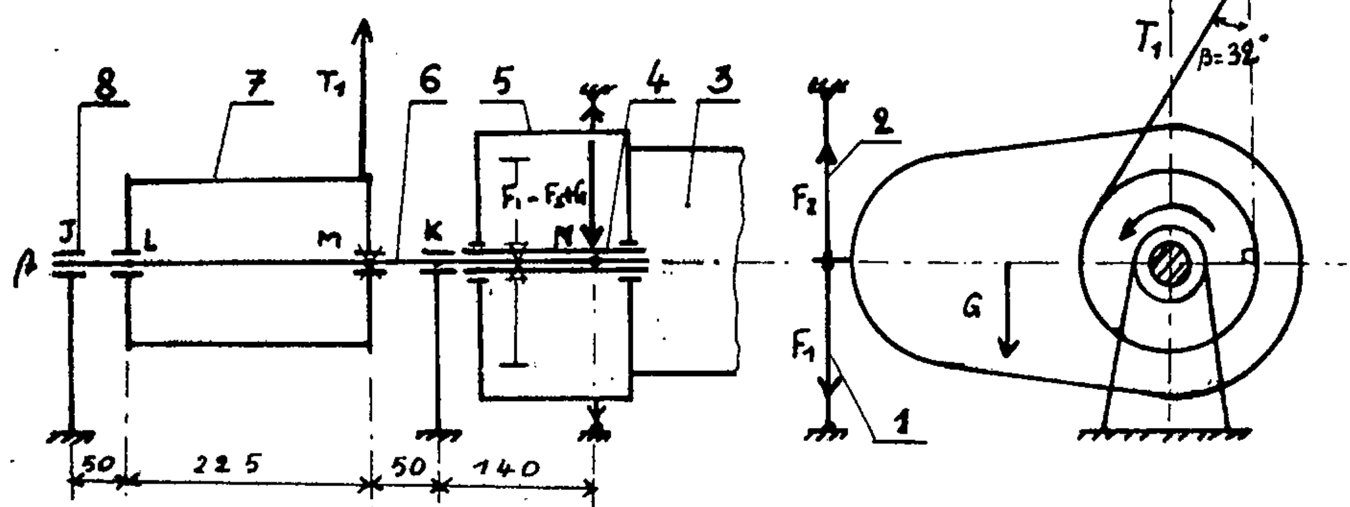


fig. 5-7

1 : dynamomètre ①
2 : dynamomètre ②
3 : moteur-frein
4 : Arbre creux
5 : Reducteur
6 : Arbre du tambour
7 : tambour
8 : Palier support.

L'arbre du tambour est soumis à la traction maximale du cable (T_1) et à la force $F = F_1 - F_2 + G$; avec.

F_1 : tension dans le dynamomètre (1)
F_2 : " " " " (2)
G : poids de l'ensemble réducteur, moteur-frein

La position la plus défavorable est celle correspondant à la traction maximale du cable T_1 agissant à l'extrémité droite du tambour en M. (fig. 5-7)

On considère que $F = F_1 - F_2 + G$ agit dans le plan du dynamomètre à 140 mm du palier K.

Plan vertical.

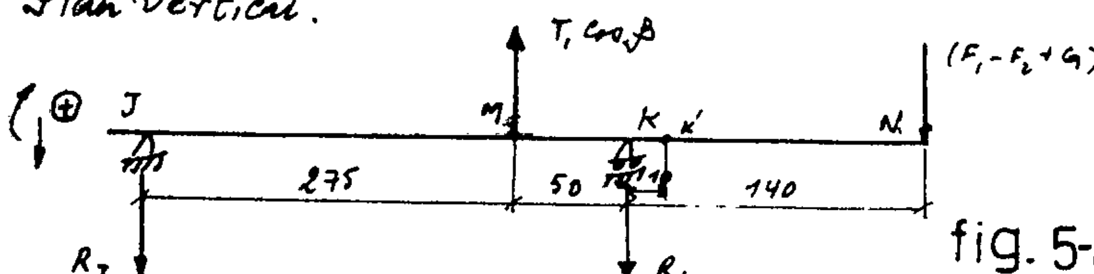


fig. 5-8

β : angle que fait le cable avec la verticale

$\beta = 32°$

$T_1 = 5800\ N \Rightarrow T_1 \cos\beta = 4919\ N.$

$$\left.\begin{array}{l} F_1 = 2400\ N \\ F_2 = 1200\ N \\ G = 900\ N \end{array}\right\} \Rightarrow F = F_1 - F_2 + G = 2400 - 1200 + 900 = 2100\ N.$$

Calcul des réactions :

$$\sum M/J = 0 \Rightarrow R_K \cdot 325 - T_1 \cos\beta\,(275) + F\,(465) = 0$$

$$\Rightarrow R_K = \frac{T_1 \cos\beta\,(275) - F(465)}{325} =$$

$$= \frac{4919\,(275) - 2100\,(465)}{325} = 1158\ N$$

$$\sum M/K = 0 \Rightarrow -R_J\,(325) + T_1 \cos\beta\,(50) + F\,(140) = 0$$

$$\Rightarrow R_J = \frac{T_1 \cos\beta\,(50) + F\,(140)}{325} = \frac{4919\,(50) + 2100\,(140)}{325} =$$

$$= 1661\ N.$$

Moment fléchissant vertical :

Partie (JM) : $x \in [0, 275[$

$$M_x = -R_J \cdot x \left\langle \begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow M_f = 0 \\ x = 275 \Rightarrow M_{f_M} = -R_J \cdot 275 = -456775\ N.mm \end{array}\right.$$

Partie (MK) : $x \in [275, 325[$

$$M_x = -R_J\,x + T_1 \cos\beta\,(x - 275)$$

$$x = 275 \Rightarrow M_f = M_{f_M} = -456775\ N.mm$$

$$x = 325 \Rightarrow M_{f_K} = -R_J\,(325) + T_1 \cos\beta\,(325 - 275) =$$

$$= -293875\ N.mm.$$

Partie (KN) : $x \in [325, 465[$

$$M_x = -R_J\,x + T_1 \cos\beta\,(x - 275) - R_K\,(x - 325)$$

$x = 325 \Rightarrow M_k = -293875$ N.mm

$x = 335$ (en k' avec $kk' = 10$ mm, l'arbre diminue de section)

$M_{k'} = -1661\,(335) + 4819\,(335-275) - 1156\,(335-325)$

$= -272855$ N.mm

$x = 465 \Rightarrow M_N = -1661(465) + 4919\,(465-275) - 1158\,(465-325)$

$= 0$

Plan horizontal :

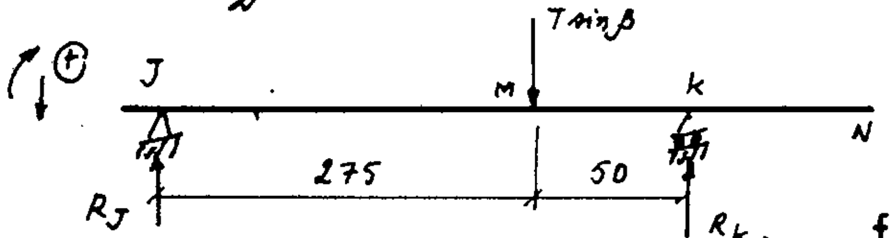


fig. 5-9

$\left.\begin{array}{l} T_1 = 5800\ N \\ \beta = 32° \end{array}\right\} \quad T_1 \sin\beta = 3074\,N$

$$R_J = \frac{T \sin\beta\,(50)}{325} = \frac{3074\,(50)}{325} = 472\ N.$$

$$\Rightarrow R_k = \frac{T \sin\beta\,(275)}{325} = \frac{3074 \cdot 275}{325} = 2602\ N.$$

Moment fléchissant

Partie JM : $x \in [0, 275[$

$$M_x = R_J \cdot x \left\langle \begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow M_f = 0 \\ x = 275 \Rightarrow M_{f_M} = 472 \cdot 275 = 129800\ N.mm \end{array}\right.$$

Partie Mk : $x \in [275, 325[$

$M_x = R_J\,x - T_1 \sin\beta\,(x - 275)$

$x = 275 \Rightarrow M_{f_M} = 129800$ N.mm

$x = 325 \Rightarrow M_{f_k} = 472 \cdot 325 - 3074\,(325-275) = 0$

Moment de torsion :

$$M_{t_{max}} = T_{max}\, D_b/2 \qquad T_{max} = T_1 = 5800\ N. \quad D_b = 180\,mm : \text{diam. du tambour}$$

$$M_{t_{max}} = 5800 \cdot 180/2 = 522\,000\ N.mm$$

On a pris le couple de torsion, au tambour, dû à la tension maximale du câble T_1 correspondant à l'accélération max. du moteur pendant le démarrage au levage de la charge maxi. $Q = 1000\,kg$.

Le moment fléchissant $M_{f_{max}}$ se manifeste à la section (M-M) (voir fig. 5-10)

$$M_{f_{MM}} = \left[M_{f_{MM_h}}^2 + M_{f_{MM_v}}^2\right]^{1/2} = \left[129800^2 + 456775^2\right]^{1/2} = 474859\ N.mm$$

$$M_{f_{KK}} = \left[0 + 293875^2\right]^{1/2} = 293875\ N.mm$$

$$M_{f_{K'K'}} = \left[0 + 272855^2\right]^{1/2} = 272855\ N.mm$$

Contrainte idéale :

$$\sigma_i = M_i/0{,}1\,d^3$$

$$M_{i_{MM}} = \left[M_{f_{MM}}^2 + M_t^2\right]^{1/2} = \left[474859^2 + 522000^2\right]^{1/2} \simeq 705673\ N.mm$$

$$d_M = 60\,mm \Rightarrow \sigma_i = \frac{705673}{0{,}1 \cdot 60^3} = 33\ N/mm^2 < \sigma_{adm} = 80\ N/mm^2.$$

$$M_{i_{KK}} = \left[293875^2 + 522000^2\right]^{1/2} = 599038\ N.mm$$

$$d_{KK} = 50\,mm \Rightarrow \sigma_{i_{KK}} = 599038/0{,}1 \cdot 50^3 = 48\ N/mm^2 < \sigma_{adm} = 80\ N/mm^2.$$

La section allant de K'K' à NN, partie sur laquelle repose l'arbre creux, présente plus de danger :

$$M_{i_{K'K'}} = \left[M_{f_{K'K'}}^2 + M_t^2\right]^{1/2} = \left[272875^2 + 522000^2\right]^{1/2} = 589020\ N.mm$$

$d_{K'K'} = 44\,mm$

$$\Rightarrow \sigma_{i_{K'K'}} = 589020/0{,}1 \cdot 44^3 = 69\ N/mm^2 < \sigma_{adm} = 80\ N/mm^2.$$

DIAGRAMMES DES MOMENTS

moment flechissant horizontal

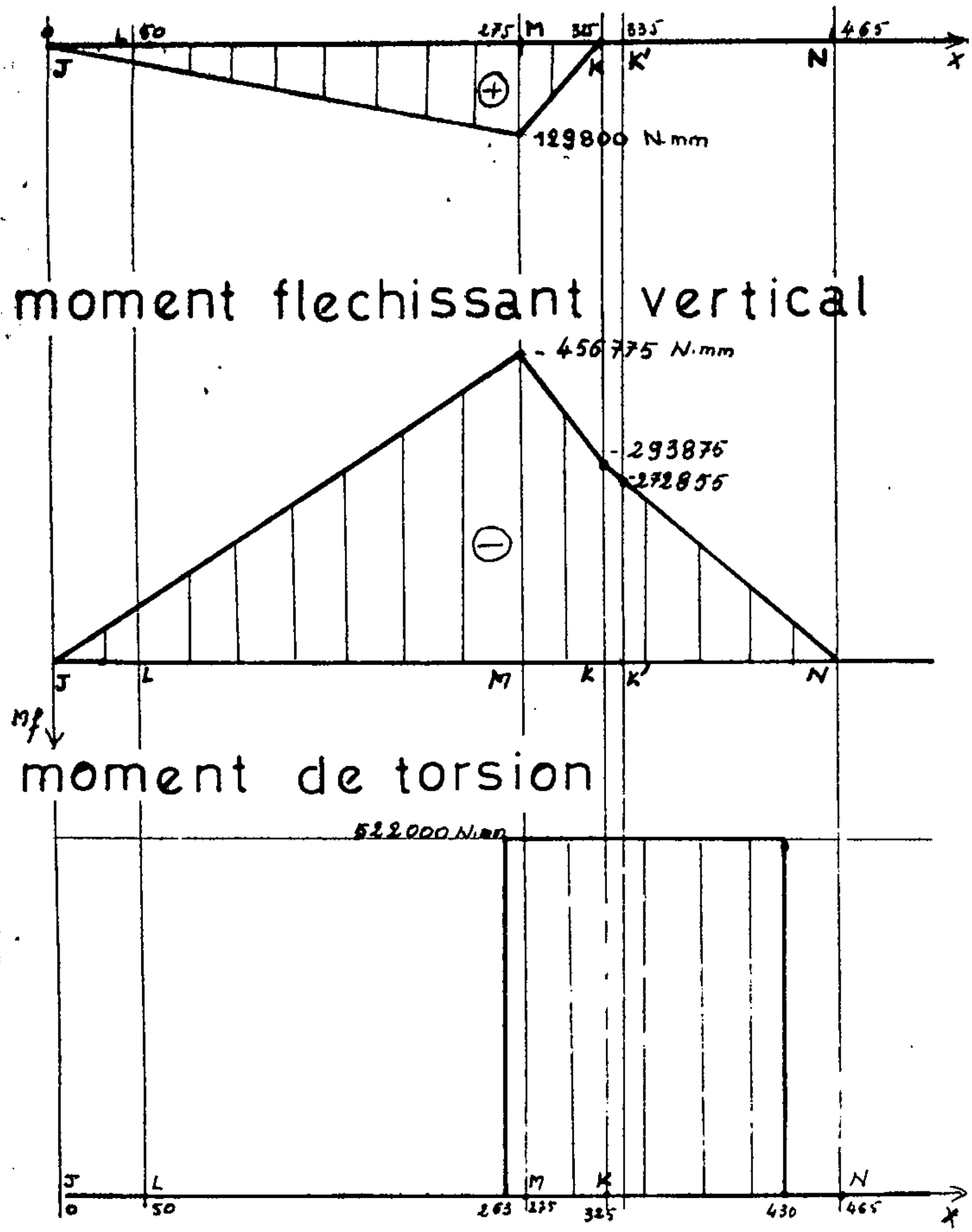


fig 5-10 ECH. : Abcisse ech. 1/4
ordonnée : 1 mm → 10000 N.mm.

CHAPITRE VI
CALCUL DE LA FLECHE

VI.1. DETERMINATION DE LA PORTEE

La portée se détermine en fonction de la hauteur de levage et des dimentions de la charge maximale.

Dimensions de la charge maxi. :
on se propose de faire cette charge en béton ordinaire ; nous aurons donc :

$$V = m/\rho$$

avec,

m : masse de la charge maxi (1000 kg)
ρ : masse volumique du béton ordinaire, soit $\rho = 2,2 \cdot 10^3$ kg/m³

V : volume correspondant à la masse de 1000 kg.

$m = 1000$ kg
$\rho = 2,2 \cdot 10^3$ kg/m³ $\quad V = 1000 / 2,2 \times 10^3 = 0,455$ m³

Adoptons pour la charge une forme cubique d'arête (b), il vient alors :

$$V = b^3 \Rightarrow b = \sqrt[3]{V}$$

soit $b = 0,77$ m $= 77$ cm

Prenons $b = 80$ cm.

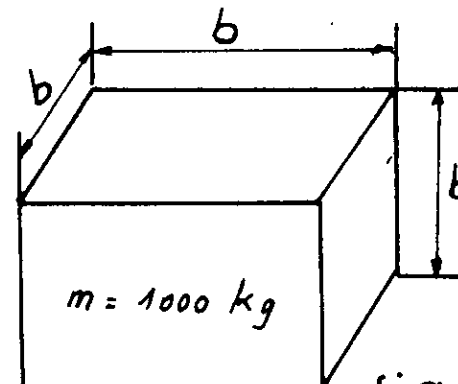


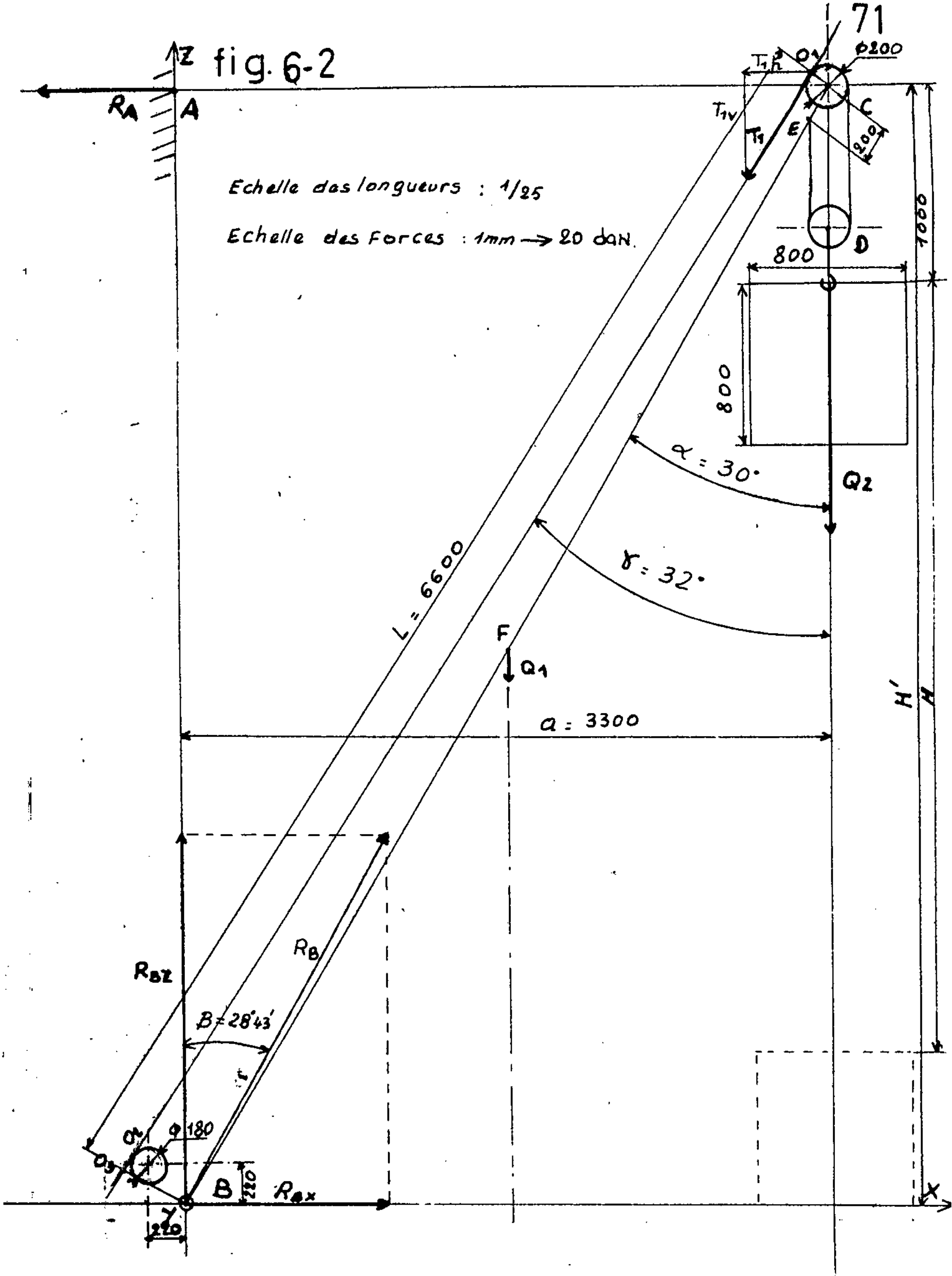
fig. 6-1

$H = 4$ m étant la hauteur de levage, on peut déterminer graphiquement la portée (a) et la longueur de la flèche (L), en tenant compte de volume de la charge maxi. (fig. 6-2)

VI.2. REACTIONS DES APPUIS R_A et R_B (fig. 6-2)

Considérons l'équilibre de la flèche. Cette dernière est en équilibre sous l'action :

- de son propre poids Q_1 (estimé à 95 daN)
- du poids de la charge plus celui de la moufle Q_2


71
fig. 6-2
Echelle des longueurs : 1/25
Echelle des Forces : 1mm → 20 daN.
R_A
A
Z
O_1
ϕ200
T_{1h}
T_{1v}
T_1
E
C
200
D
800
800
1000
α = 30°
Q_2
γ = 32°
L = 6600
F
Q_1
a : 3300
H'
H
R_B
R_{BZ}
β = 28°43'
r
O_3
ϕ180
B
220
R_{Bx}
220
X

$Q_2 = 9810 + 187 \simeq 10.000\ N = 1000\ daN$

- de la tension du cable T_1 : $T_1 = Q_2/2 = 500\ daN$
- des réactions R_A et R_B des appuis qu'on suppose appliquées aux points A et B.

N.B. * On néglige, pour ce calcul de résistance, le poids des cables ainsi que celui des différents accéssoires utilisés; leurs valeurs étant évidemment très faibles devant celles des poids de la flèche, de la charge et de la moufle ainsi que celle de la tension du cable.
** On suppose que les rendements des poulies et du tambour sont égaux à l'unité.
*** On admettra que les forces T_1, Q_1, Q_2, R_A et R_B sont dans un même plan (Plan des axes Bx et Bz); on supposera aussi que la réaction R_A est horizontale. Pour toutes ces remarques (voir fig.6-2).

. Condition d'équilibre I :

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad \text{soit} \quad \vec{R}_A + \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \vec{T}_1 + \vec{R}_B = \vec{0} \qquad (1)$$

a) Projection de la relation (1) sur Bx (horizontale) :

$$-R_A - (T_1)_h + (R_B)_h = 0 \qquad (1)'$$

La projection horizontale $(T_1)_h$ de la tension (T_1) est déterminée graphiquement; On trouve : (fig. 6-2)

$(T_1)_h = 13$ mm, et comme l'échelle adoptée pour les forces est 1mm pour 20 daN, nous aurons :

$$(T_1)_h = 13\ mm \times 20\ daN/mm = 260\ daN$$

la relation (1)' s'écrit sous la forme :

$$(R_B)_h = 260 + R_A \qquad (1)''$$

b) Projection de la relation (1) sur Bz (verticale) :

$$(R_B)_z - Q_1 - Q_2 - (T_1)_z = 0 \qquad (2)$$

d'après le graphique (fig 6-2), on tire $(T_1)_z = 21{,}5$ mm soit,

$$(T_1)_z = 21{,}5 \times 20 = 430\ daN$$

L'équation (2) peut s'écrire sous la forme :

$$(R_B)_z = Q_1 + Q_2 + (T_1)_z$$

$Q_2 = 1000$ daN
$Q_1 = 95$ daN
$(T_1)_z = 430$ daN

$$(R_B)_z = 95 + 1000 + 430 = 1523 \text{ daN}$$

Condition d'équilibre II

$$\sum \vec{M}/_B = \vec{0}$$

La projection de cette relation sur un axe ⊥ au plan des forces (Bx) nous donne :

$$R_A \cdot H' + T_1 \cdot \overline{O_3B} - Q_1 \cdot a/_2 - Q_2 \cdot a = 0 \quad (3)$$

d'après le graphe nous avons : (fig 6-2)

$O_3B = 14$ mm ⇒ l'échelle des distances étant 1/25
$a = 3300$ mm et $O_3B = 350$ mm

$\left.\begin{array}{l} H' = a / tg\,\alpha \\ \alpha = 30° \end{array}\right\} \Rightarrow H' = 3300 / tg\,30° = 5715$ mm

$T_1 = 500$ daN
$Q_1 = 95$ daN
$Q_2 = 1000$ daN
$H' = 5715$ mm
$a = 3300$ mm
$O_3B = 350$ mm

de (3), on peut écrire que :

$$R_A = \frac{-T_1 \cdot O_3B + Q_1 \cdot a/_2 + Q_2 \cdot a}{H'} =$$

$$= \frac{-500 \cdot 350 + 95 \cdot 3300/2 + 1000 \cdot 3300}{5715} =$$

$$\simeq 574 \text{ daN}$$

$$R_A = 574 \text{ daN}$$

Substituant cette valeur dans la relation (1)" on tire

$$(R_B)_h = 574 + 260 = 834 \text{ daN}$$

Il s'ensuit que, $R_B = \left[(R_B)_z^2 + (R_B)_h^2\right]^{1/2}$

$(R_B)_h = 834$ daN
$(R_B)_z = 1523$ daN

$$R_B = \left[1523^2 + 834^2\right]^{1/2} = 1736 \text{ daN}$$

$$R_B = 1736 \text{ daN}$$

Calcul de $\beta = (\vec{R_B}, \vec{Bz})$:

$$tg\,\beta = R_{Bx}/R_{Bz} \Rightarrow \quad \beta = 28°\,43'$$

VI.3. CALCUL DES EFFORTS

VI.3.1. Efforts s'exerçant sur l'axe de la poulie de renvoie

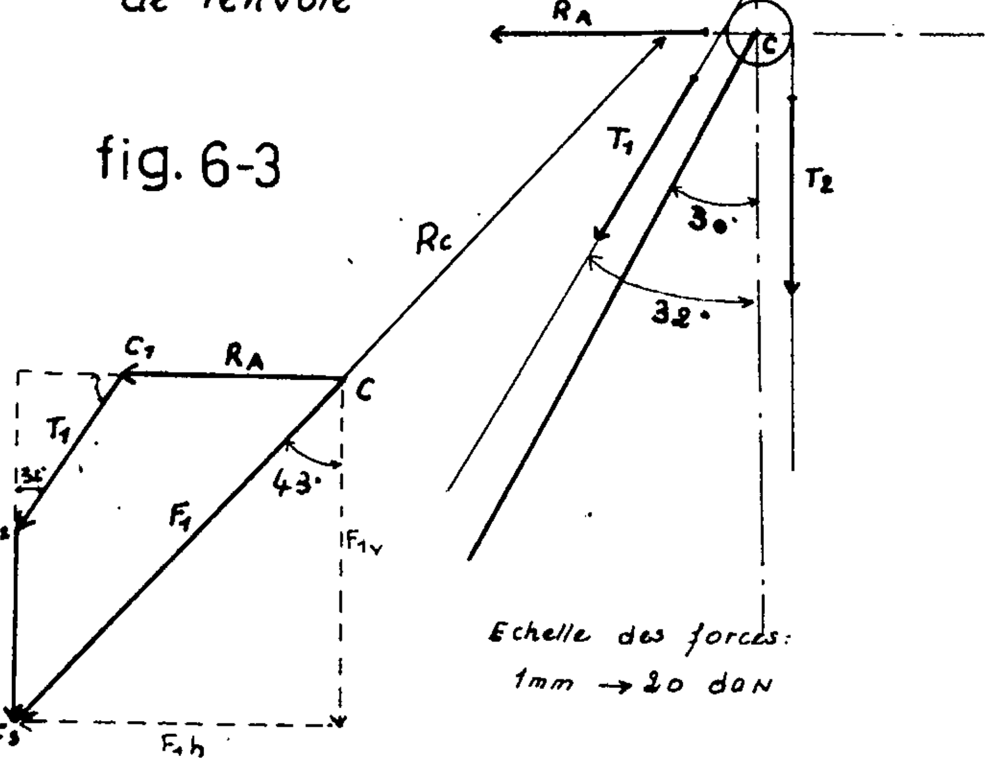


fig. 6-3

T_1 et T_2 : tensions du cable $T_1 = T_2 = Q_2/2 = 1000/2 = 500$ daN

R_A : réaction en A $R_A = 574$ daN

F_1 : résultante de T_1, T_2 et R_A, elle est déterminée graphiquement : (fig: 6-3)

$$F_1 = CC_3 = 62\text{ mm} = 62 \cdot 20 = 1240 \text{ daN}$$

$(F_1)_v$: projection verticale de F_1 : $(F_1)_v = 45{,}5$ mm $= 45{,}5 \times 20 = 910$ daN

$(F_1)_h$: projection horizontale de F_1 : $(F_1)_h = 42$ mm $= 42 \times 20 = 840$ daN

L'axe de cette poulie est en équilibre sous l'action de la force résultante $(F_1) = 1240$ daN et de la réaction (R_c) de l'axe sur son moyeu (coussinet).

$$\vec{F_1} + \vec{R_c} = 0 \Rightarrow F_1 - R_c = 0 \Rightarrow F_1 = R_c = 1240 \text{ daN}$$

ainsi,

$$(R_c)_v = (F_1)_v = 910 \text{ daN}$$

$$(R_c)_h = (F_1)_h = 840 \text{ daN}$$

VI.3.2 Efforts s'exerçant sur la flèche

Les efforts qui s'exercent sur la flèche sont:

- F_1 : résultante des forces T_1 et T_2 et R_A ; $F_1 = 1240$ daN,
- T_3 : tension du brin fixe sur son point d'attache E;
  $T_3 = T_2 = 500$ daN,
- Q_1 : poids propre de la flèche ; $Q_1 = 95$ daN,
- R_B : réaction en B ; $R_B = 1736$ daN.

On décompose ces forces sur deux axes:

- un axe passant par l'axe de la flèche Ba;
- un axe perpendiculaire à l'axe de la flèche BP.

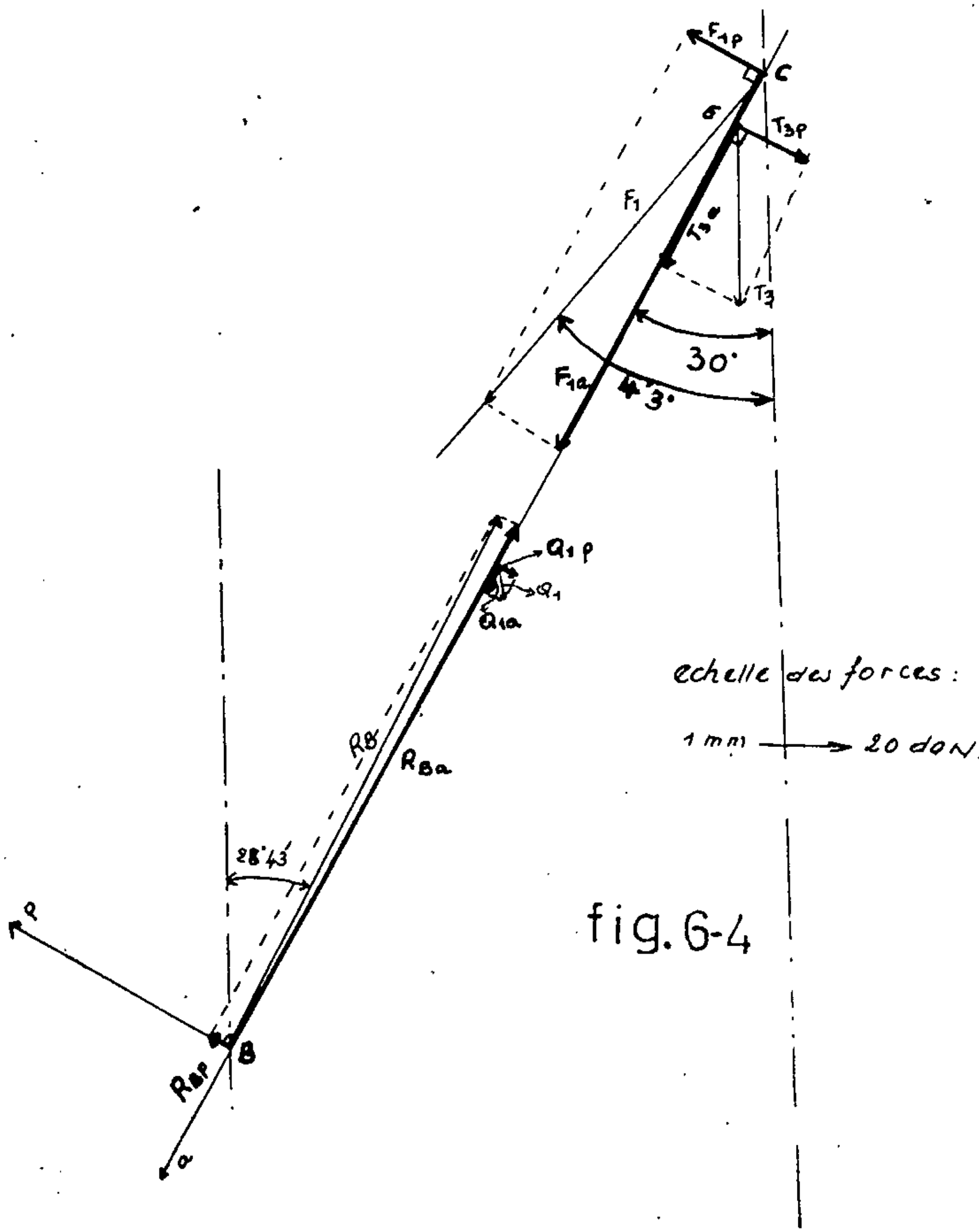


fig.6-4

L'effort axial de compression (F_c) est donné par :

$$F_c = F_{1a} + T_{1a} + Q_{1a}$$

$F_{1a} = 61$ mm
$T_{1a} = 21$ mm $F_c = 61 + 21 + 4 = 86 mm = 86 \times 20 = 1720$ daN
$Q_{1a} = 4$ mm

Cet effort est parfaitement équilibré par R_{Ba}, nous avons donc, $R_{Ba} = F_c = 1720$ N.

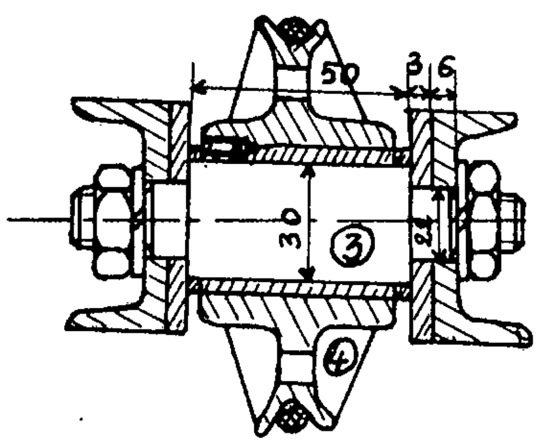
Les composantes des efforts suivant l'axe normal à la flèche qui sont : F_{1p}, T_{3p}, Q_{1p} et R_{Bp} s'équilibrent parfaitement

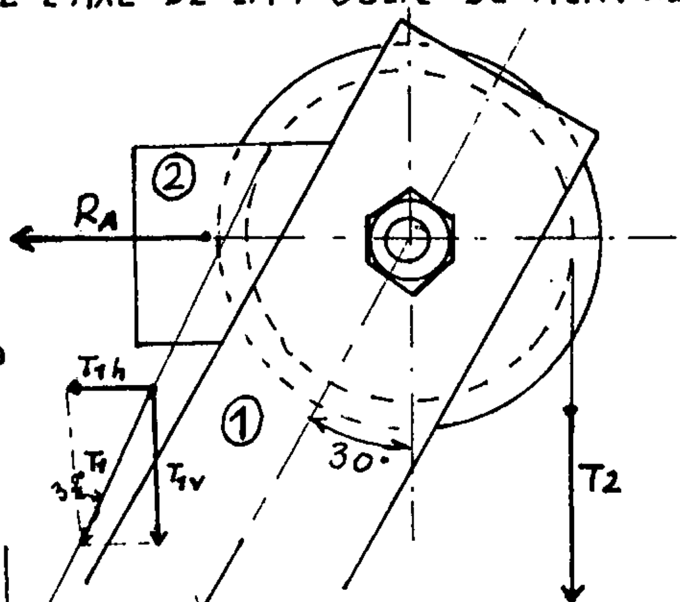
$F_{1p} = 13$ mm $T_{3p} = 12{,}5$ mm $Q_{1p} = 2{,}5$ mm $R_{Bp} = 2$ mm	20daN/mm →	$F_{1p} = 260$ daN $T_{3p} = 250$ daN $Q_{1p} = 50$ daN $R_{Bp} = 40$ daN	$\sum F_p = F_{1p} - T_{3p} - Q_{1p} + R_{Bp}$ $= 260 - 250 - 50 + 40$ $= 0$

La composante $Q_{1p} = 50$ daN du poids propre de la flèche qui agit en F (milieu de la flèche) et soumet la flèche à la flexion, est relativement faible. On ne fera donc pas la vérification de la flèche à la flexion ; On se contentera de la vérifier au flambage.

VI.4 VERIFICATION ET CHOIX DE CERTAINS ELEMENTS SOUTENANT LA FLECHE

VI.4.1. VERIFICATION DE L'AXE DE LA POULIE DE RENVOIE





$T_1 = 500$ daN $\begin{cases} T_{1h} = 260 \text{ daN} \\ T_{1V} = 430 \text{ daN} \end{cases}$

$T_2 = 500$ daN

$R_A = 574$ daN.

fig. 6-5

1 : profilés constituant la Flèche(2)
2 : tirants (2)
3 : Axe de la poulie de renvoie
4 : Poulie de renvoie.

* Moment fléchissant

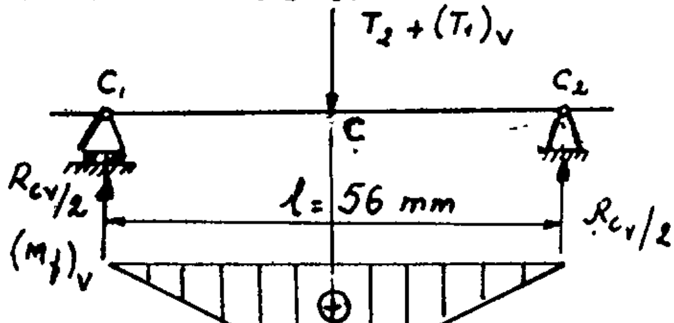


fig. 6-6

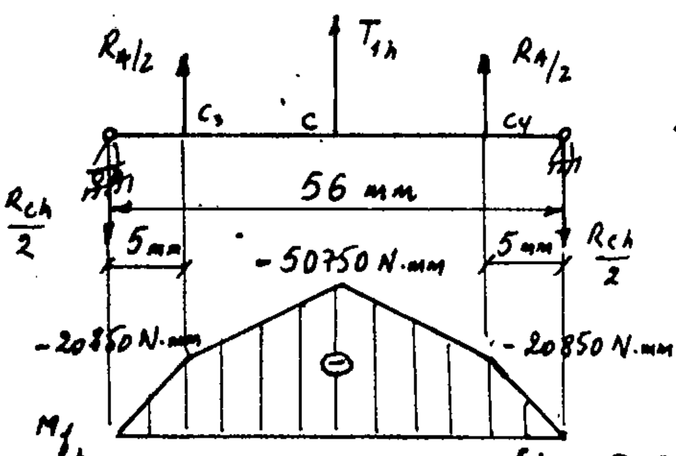
a) Plan vertical

$$\frac{R_{cv}}{2} = \frac{T_2 + T_{1v}}{2} = \frac{500 + 428}{2} =$$
$$= 464 \text{ daN.}$$

$$M_{f_c} = \frac{R_{cv}}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{464 \times 56}{2} =$$
$$= 12992 \text{ daN.mm}$$

Pour $x = 5$ mm nous aurons.

$$(M_{f_v})_{c_3} = \frac{R_{cv}}{2} \cdot 5 = 464 \times 5 =$$
$$= 2320 \text{ daN.mm.}$$



b) Plan horizontal fig. 6-7

$$R_{ch}/2 = \frac{R_A + T_{1h}}{2} =$$
$$= \frac{574 + 260}{2} = 417 \text{ daN}$$

Moment fléchissant :

$$M_x = (-R_{ch}/2)\, x$$

$x = 0$ $\quad M_f = 0$

$x = 5$ mm $\quad M_f = -4170 \times 5 =$
$= -20850$ N.mm

$x = 28$ mm

$$\Rightarrow M_{f_h} = [-R_{ch}/2] \cdot 28 = -4170 \cdot 28 = -50750 \text{ N.mm}$$

$$M_{f_{max}} = \left[M_{f_v}^2 + M_{f_h}^2 \right]^{1/2} = \left[(29920)^2 + (-50750)^2 \right]^{1/2} =$$
$$= 139480 \text{ N.mm} \quad \text{au point (C).}$$

$$M_{f_{c_3}} = M_{f_{c_4}} = \left[M_{f_{v c_3}}^2 + M_{f_{h c_3}}^2 \right]^{1/2} = \left[23200^2 + 20850^2 \right]^{1/2} =$$
$$= 31192 \text{ N.mm}$$

Effort tranchant :

$$R_{c/2} = \left[(R_{cv}/2)^2 + (R_{ch}/2)^2 \right]^{1/2} = \left[4640^2 + 4170^2 \right]^{1/2} =$$
$$= 6238 \text{ N}$$

a) Vérification à la flexion :

Le module de flexion de la section c-c doit vérifier la relation :

$$0{,}1\,d^3 \geq (M_{f\max})_{cc} / \sigma_{adm}.$$

L'axe étant soumis au frottement et à l'usure, on le réalisera en acier mi-dur XC 18 dont la limite d'élasticité est $R_e = 370\ N/mm^2$.

Soit un coefficient de sécurité (C) = 3, la contrainte admissible est alors :

$$\sigma_a = R_e/c = 370/3 = 120\ N/mm^2.$$

Le diamètre d_{cc} est le diamètre intérieur de la poulie, choisi en [1] page 24.

$$d_{cc} = 30\ mm$$

Ainsi,

$M_{f_{cc}} = 139480\ N.mm$ $d_{cc} = 30\ mm$	$\sigma_{cc} = M_{f_{cc}} / 0{,}1\,d_{cc}^3 = 139480/0{,}1.30^3 =$ $= 52\ N/mm^2 < \sigma_{adm} = 120\ N/mm^2$
$M_{f_{c_3}} = 31260\ N.mm$ $d_{c_3} = 22\ mm$	$\sigma_{c_3} = M_{f_{c_3}} / 0{,}1\,d_{c_3}^3 = 31260/0{,}1.22^3 =$ $= 29\ N/mm^2 < \sigma_{adm} = 120\ N/mm^2.$

b) Vérification de la contrainte de cisaillement de l'axe :

L'effort tranchant est max. à chacun des appuis, il est égal à :

$$R_c/2 = 6238\ N$$

Pour les aciers $\tau_{adm.} = \sigma_{adm.}/2 = 120/2 = 60\ N/mm^2$

La contrainte tangentielle est donnée par :

$$\tau = (R_c/2)/S'$$

où S' est la section de l'axe au niveau des appuis.

$$S' = \pi d_{c_1}^2/4 = \pi\, 22^2/4 \simeq 380\ mm^2$$

d'où, $\tau = 6238/380 \simeq 16{,}4\ N/mm^2 < \tau_{adm} = 60\ N/mm^2$

VI.4.2. DIMENSIONS DE LA SECTION DES TIRANTS

Chaque tirant supporte une charge de traction égale à la moitié de R_A (voir figure 6-5):

$$F_{tirant} = R_A/2 = 574/2 = 287 \text{ daN}$$

Un tirant est constitué d'une barre en acier doux E24 (A37) de section rectangulaire.

$Re = 240 \text{ N/mm}^2$. Adoptons un coefficient de sécurité $c = 4$; la contrainte admissible serait alors,

$$\sigma_{adm.} = Re/c = 240/4 = 60 \text{ N/mm}^2$$

La section (S) de la barre doit satisfaire à la relation

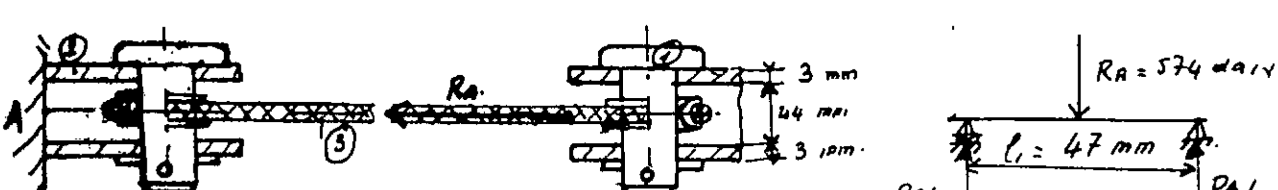
$$S \geq \frac{F_{tirant}}{\sigma_{adm.}} = \frac{2870}{60} \simeq 48 \text{ mm}^2$$

Choisissons un plat de 3 mm d'épaisseur, la largeur nette devra être supérieure à $48/3 = 16$ mm. Pour tenir compte des trou de l'axe, ajoutons le diamètre de cet axe ($d = 22$ mm). La largeur réelle sera donc,

$$l_2 = 16 + 22 = 38 \text{ mm}$$

On adopte finalement une plaque de $80 \times 3 = 240 \text{ mm}^2$ de section.

VI.4.3. VERIFICATION DE L'AXE SOUTENANT L'ELINGUE CABLE ET LES DEUX TIRANTS



1 : axe
2 : tirant
3 : elingue cable

fig. 6-8

Sous l'action de l'effort de traction R_A exercé par l'élingue - cable, l'axe tend à fléchir.

$$M_{f,max} = \frac{R_A l_1}{4} = \frac{5740 \cdot 47}{4} \simeq 67445 \text{ N.mm}$$

On réalisera cet axe, comme celui de la poulie de renvoie, en acier mi-dur XC 18 de limite d'élasticité
$R_e = 370$ N/mm².

Avec un coefficient de sécurité $c = 3$, nous aurons :

$$\sigma_{adm.} = R_e/c = 370/3 \simeq 120 \text{ N/mm}^2.$$

Le module de flexion de la section droite de l'axe doit satisfaire la condition :

$$(0,1\, d^3) \geqslant M_{fmax}/\sigma_{adm} \quad \text{d'où,}$$

$$d \geqslant \left[M_{fmax}/0,1\,\sigma_{adm.}\right]^{1/3} \simeq \left[67445/0,1 \cdot 120\right]^{1/3} \simeq 18 \text{ mm}$$

On choisit un diamètre $d = 22$ mm.

* Vérification de la contrainte de cisaillement

L'effort tranchant est maximum au droit de chacun des appuis. Il est égal à $R_A/2 = 2870$ N

La contrainte de cisaillement est donnée par :

$$\tau = (R_A/2)/S$$

$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 22^2}{4} \simeq 380 \text{ mm}^2$ est la section droite de l'axe.

$$\tau = (2870)/380 = 8 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{adm} = \sigma_{adm}/2 = 120/2 = 60 \text{ N/mm}^2$$

Ainsi, on voit bien que $\tau < \tau_{adm}$.

VI.4.4 CHOIX DE L'ELINGUE-CABLE

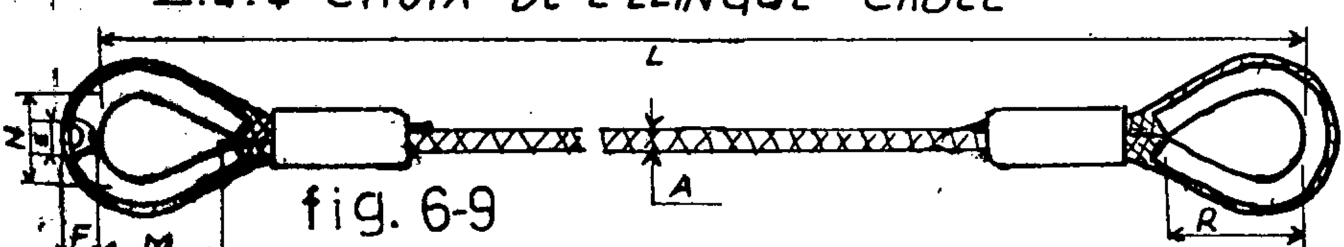


fig. 6-9

L'effort de traction dans la barre AC $R_A = 574$ daN
On se propose de remplacer cette barre par un élingue -cable. On choisit, à cet effet, un élingue -cable avec cosses. -Cral selon NF-51-001 disponible chez Stas. Code 8224 A [ref. [7] page 12]. des caractéristiques de cet élingue cable sont:

- Charge à la rupture $F_r = 3100$ daN.
- Résistance à la rupture $R_r = 180$ daN/mm²,
- diamètre de cable $A = 7,5$ mm
- $R = 43$ mm,
- $N = 26$ mm,
- $M = 35$ mm,
- L : (sur demande).
- torons : 6x19 = 114 fils de ϕ 0,5mm (âme en textile)

* Vérification du coefficient de sécurité :

$C' = F_r / R_A = 3100 / 574 = 5,4 > C = 5$ (recommandé par F.E.M)

VI.5. DIMENSIONS DES PROFILES CONSTITUANT LA FLECHE

La flèche est formée par l'assemblage de deux profilés [en acier doux, disposés comme l'indique la figure ci-après, et dont l'écartement est assuré par des entretoises.

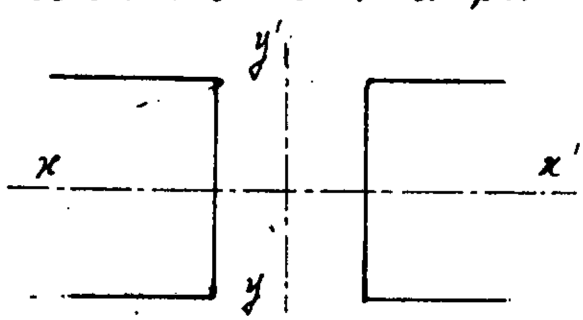


fig. 6-10

Cet écartement est déterminé de telle sorte que le moment d'inertie (I) de la section droite totale soit minimal pour xx'.
Entre le noeud (C) et le tambour sur lequel s'enroule le cable, la flèche est sollicitée par un effort axial de compression,

$F_c = 1720$ daN.

On fera les hypothèses suivantes:

- la flèche est articulée à ses deux extrémités ; la longueur libre de flambage sera donc égale à la longueur réelle de la flèche. Cette dernière est représentée par $BC = 6{,}60\ m$,
- l'effort axial de compression conserve la même valeur sur toute la longueur de la flèche.

La charge critique de flambage est donnée par la formule d'EULER :

$$P_c = \frac{\pi^2 E I_{xx'}}{L^2}$$

avec,

E : module d'élasticité longitudinale
acier doux $\Rightarrow E = 2 \cdot 10^4\ daN/mm^2 = 200.000\ N/mm^2$

$I_{xx'}$: le plus petit moment d'inertie de la section par rapport à un axe passant par le C.O.G. de la section de la flèche.

L : longueur libre de flambage.

Les coefficients de sécurité recommandés sont :
4 à 5 pour les flèches en acier,
8 à 10 " " " en fonte,
10 " " " en bois. [ref(6) page 300]

Notre flèche étant en acier, nous adoptons pour coefficient de sécurité

$$C = 5$$

La charge réelle P devra vérifier la relation :

$$P \leq \frac{\pi^2 . E . I_{xx'}}{5\ L^2} \quad \text{d'où} \quad I_{xx'} \geq \frac{5 P L^2}{\pi^2 E}$$

$P = F_c = 17200\ N$
$L = 6600\ mm$
$E = 200.000\ N/mm^2$

$$I_{xx'} \geq \frac{5 . 17200 . 6600^2}{\pi^2 . 200\,000} \simeq 1873080\ mm^4$$

soit $I_{xx'} \geq 187{,}3\ cm^4$

Le moment quadratique par rapport à xx' de chaque profilé doit être au moins égal à la moitié de la valeur ci-dessus, soit à $187{,}3/2 \simeq 93{,}6\ cm^4$.

On choisit donc un profilé $\sqcup_{PN}$ en acier laminé à chaud selon NF-(U 80X45)-A45-202. (ref[5] page 504).

Son moment d'inertie par rapport à xx' est $(I_1)_{xx'} = 106\ cm^4$ pour chacun des deux profilés. donc,

$$(I_{xx'})_{tot} = 2(I_{xx'})_1 = 2 \cdot 106 = 212\ cm^4 > 187{,}13\ cm^4$$

L'aire de la section droite de chacun des profilés est,
$S = 11\ cm^2$,
le rayon de giration correspondant serait donc,

$$\ell_{xx'} = \sqrt{I_{1xx'}/S} = \sqrt{\frac{106}{11}} = 3{,}10\ cm.$$

Pour que la formule d'Euler puisse être appliquée, il faut que l'élancement γ satisfasse à la condition :

$$\gamma = L/\ell_{xx'} > 110 \qquad [\text{ref (6) page 300}]$$

où

L, est la longueur de la flèche,
$\ell_{xx'}$, le rayon de giration.

$$\left.\begin{array}{l} L = 660\ cm \\ \ell_{xx'} = 3{,}10\ cm \end{array}\right\} \gamma = \frac{660}{3{,}10} = 212 > 110$$

L'application de la relation d'Euler est donc justifiée.

VI.5.1. DETERMINATION DE L'ECARTEMENT

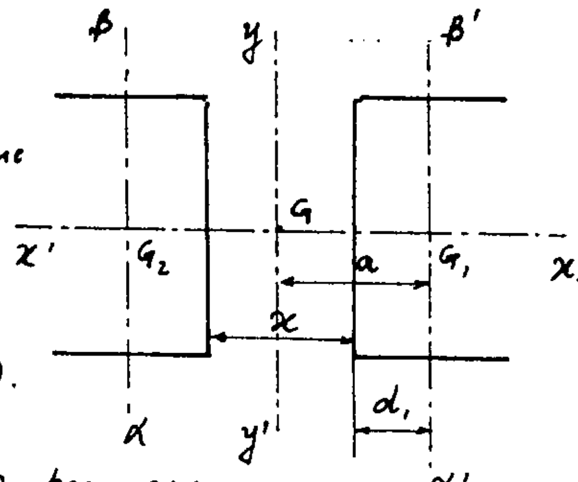
Les valeurs données par la ref. [5] page 504 sont :

$I_{1xx'} = 106\ cm^4$ (pour chaque profilé),

$I_{\alpha\beta'} = 19{,}4\ cm^4$

$d_1 = 1{,}45\ cm$

$S = 11\ cm^2$ (Section du profilé).



*Calcul de l'écartement (x) pour que $I_{xx'}$ soit minimum. (inférieur à $I_{yy'}$) :

L'écartement correspondant à $(I_{x'x})_1 = (I_{yy'})_1$ se détermine de la façon suivante :

$$(I_{yy'})_1 = I_{\alpha'\beta'} + a^2 S = (I_{x'x})_1$$

Soit

$$a^2 \cdot S + I_{\alpha'\beta'} = 106 \quad \text{d'où},$$

$$a = \left[\frac{106 - I_{\alpha'\beta'}}{11}\right]^{1/2} = \left[\frac{106 - 19{,}4}{11}\right]^{1/2} = 2{,}81 \text{ cm}$$

or,

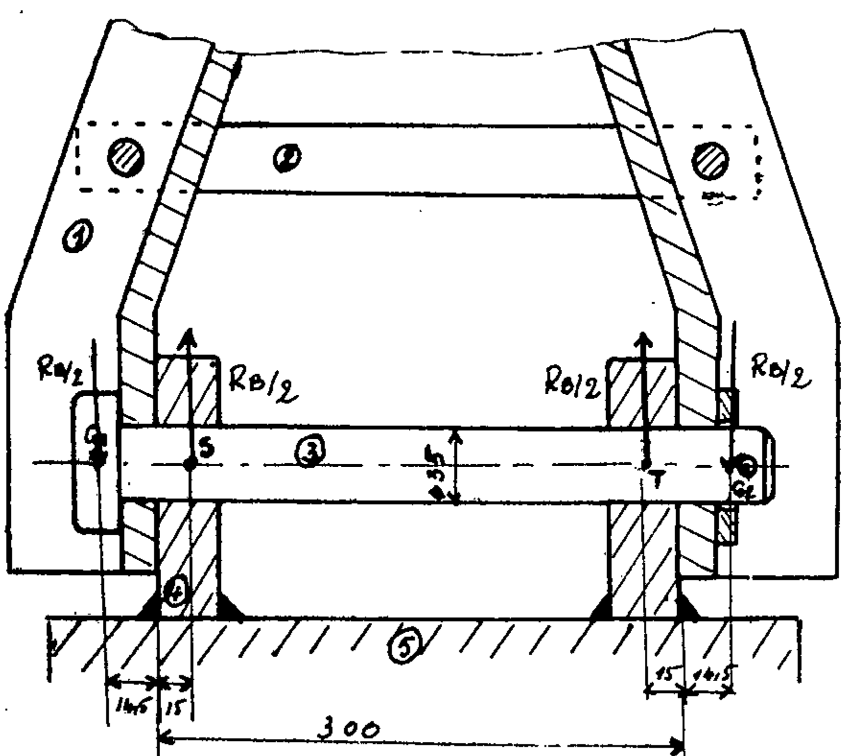
$$a = x/2 + d_1 \Rightarrow x = 2(a - d_1)$$

soit, $x = 2\,(2{,}81 - 1{,}45) = 2{,}72$ cm $= 27{,}2$ mm

Donc, pour que $(I_{x'x'})$ soit inférieur à $(I_{y'y'})$, il suffit que l'écartement x soit supérieur à 27,2 mm ; Adoptons finalement un écartement minimal, $x_{min} = 50$ mm

$x_{min} = 50$ mm.

VI.6. VERIFICATION DE L'AXE AU PIED DE LA FLECHE



1 : profilé en U
2 : entretoise
3 : axe
4 : plat
5 : table.

$R_B = 1736$ daN.

fig. 6-11

L'axe au pied de la flèche est soumis à la flexion due à la réaction R_B

Le moment fléchissant est maximum de (S-S) à (T-T).

$$M_{f_S} = M_{f_T} = M_{f_{max}} = -\frac{R_B}{2} \cdot 29{,}5$$

$$= (-17360/2) \cdot 29{,}5 = -256060 \text{ N.mm}$$

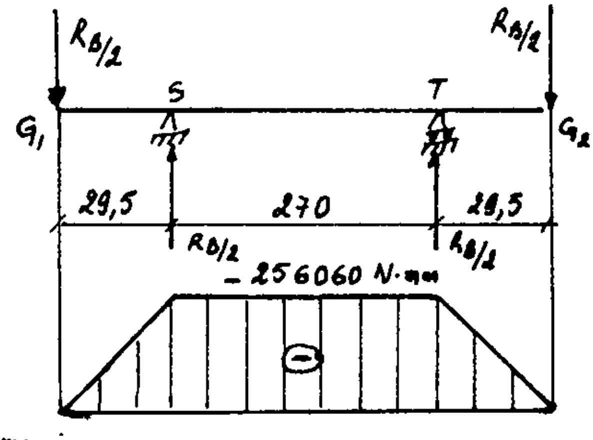


fig. 6-12

Contrainte de flexion :

$\sigma_{f_{max}} = M_f / 0{,}1\, d^3$ $\qquad M_f = 256060$ N.mm

$\qquad\qquad\qquad\qquad d = d_T = 35$ mm

$\Rightarrow \quad \sigma_{f_{max}} = 256060 / 0{,}1 . 35^3 = 60 \text{ N/mm}^2$

On réalise cet axe en acier mi-dur XC 18 de résistance élastique $R_e = 370$ N/mm²

Avec un coefficient de sécurité $c = 3$,

$\sigma_{adm.} = R_e / c = 370/3 \simeq 120 \text{ N/mm}^2$

$\sigma_{f_{max}} = 60 \text{ N/mm}^2$ est bien inférieure à $\sigma_{adm.} = 120 \text{ N/mm}^2$.

Contrainte de cisaillement :

L'effort tranchant est équivalent à $R_B/2 = 8670$ N

$\tau = (R_B/2)/S_S \qquad S_S = \pi d_S^2/4 = \pi\, 35^2/4 = 962 \text{ mm}^2$

$\tau = 8670/962 = 9 \text{ N/mm}^2$.

Pour les aciers $\tau_{adm.} = \sigma_{adm.}/2 = 120/2 = 60 \text{ N/mm}^2$

donc τ est bien inférieure à $\tau_{adm.}$

CONCLUSION

Les mesures sur les elements en mouvement variés, présentent reelement beaucoup de difficultées. La mesure du couple à elle seule a imposée le mode de construction du treuil. Elle a laissé toutefois la possibilité de mesure des autres grandeurs telles l'acceleration, le parcours..., qui n'influent pas tellement sur la construction proprement dite mais qui font appels aux appareillagés exterieurs au treuil.

On peut penser alors que les mesures des accelerations des vitesses et des parcours du crochet peuvent se faire directement sur les treuils courants existants deja sur les chantiers ou dans les ateliers par la méthode photocellulaire pour ces trois grandeurs citées et par le montage direct d'un accelerometre sur la moufle pour l'acceleration.

Il faudra tenir compte du temps de reaction du manipulateur vue que les temps de demarrage et de frainage durent moins d'une seconde; c'est pourquoi la marche et l'arrêt du travail du treuil et de l'appareillage de mesure doivent être reliés à un même point de commande. Cela assurera une synchronisation des differentes caracteristiques mesurées.

Chaque signal de sortie correspondant aux grandeurs de travail du treuil differents est enregistré en fonction du temps par un des canals de l'enregistreur electromagnetique qui en comporte generalement quatre. On peut voir alors le comportement de ces grandeurs pour chaque periode de chaque phase du cycle.

bibliographie

1. Normy techniczne t.3 — Elementy Dzwianic, Varsovie 1971.

2. Moteurs-Freins asynchrones — UNELEC, Alsthome Industrie 1961

3. Les appareils de levage t.1 — Hellmut-Ernest, Gauthiers-Villars-Eyrolle Paris 1962

4. Traité theorique et Pratique des engrenages t.1 — G. Henriot, Dunod Paris 1968

5. Mecanique par les problèmes t.4 — A. Campa, R. Chappert, R. Piccard. Foucher 1983.

6. Mecanique t.2 — René Bosquin, Delagrave 1983

7. Accessoires de levage — Document STAS, Paris 1984

8. Atlas de construction — ouvrages soviétiques

9. Normy techniczne t.2 — Varsovie 1970

10. Memento de dessin industriel : — Lenormand et Tine 1. Foucher

11. guide du dessinateur industriel — A. Chevalier, Hachette 1979.