

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : Génie-Mécanique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

BOITE DE VITESSES
DE 50k POUR
VEHICULE AUTOMOBILE

3 PLANS

Proposé par :

Etudié par :

Dirigé par :

M. BALAZINSKI

HAMIROUNE Djamel

M. BALAZINSKI

Professeur à l'ENPA



PROMOTION : JUIN 1984

Dédicaces:

Je dédie ce modeste travail.

- . À Ma Mère ; mon Père et mes grands parents.
 - . À Mon Pays ; L'ALGERIE.
 - . À toute ma famille
 - . À tous mes amis en particuliers à tous les poly-techniciens
 - . À tous mes amis de Ziama-Monsouriah.
 - . À tous mes amis d'ain-taya.
-

REMERCIEMENTS:

Ma gratitude et ma reconnaissance s'adresse après ALLAH

à :

- Ma Mère et mon père qui m'ont consacré toute leur vie afin que je puisse arriver à ce stade; ainsi que tous mes frères et sœurs.
- Monsieur; Balozinski pour l'aide qui m'avait donné et le temps qui m'avait consacré.
- Monsieur; Pierozak et Monsieur; Grefkowicz; et Monsieur Kurowski pour leurs conseils qui m'ont été d'une grande utilité.
- A Tous les Professeurs qui ont contribué à ma formation.
- A Mon cousin B. Laour; qui m'a été d'une grande utilité pour le tirage de ce polycopié.
- Tous mes amis, en particulier à qui je dois le tirage de ce polycopié.
- Mes amis Boutemour hamid et Koubi Farida pour leurs aide; et surtout Mahmoudi. F-zohra.

Promoteur : M. MALASIMKI

Etudiant : HAMIROUNE Djamel

Département : Génie Mécanique .

ملخص
يتمثل عملنا هذا في دراسة صندوق السرعة من اجل
سيارة ذات استعمال خصوصي
وبالاضافة الى تسبب السرعة الاربعة المألوفة فان هذه
الدراسة تركز بالخصوص على امكانية اضافة نسبة خامسة
للسرعة وذلك ضمن هدف اقتصادي ان الاستطاعة المنقولة
بواسطة صندوق السرعة هذا هي في حدود 50 كيلو - واط
(50 ك و) .

Résumé

L'objet de notre travail : consiste en l'étude et dimensionnement d'une boîte de vitesses pour automobile à usage particulier . En plus des quatre rapports de vitesses courants , cette étude est particulièrement portée sur la possibilité d'adopter un cinquième rapport dans un but économique .

La puissance transmise par cette boîte est de l'ordre de 50 K W .

A SUMMARY

The object of our work consists on studying and dimensioning a speed box for a car of a particular use . Besides, the fourth current speed relations , this study mainly based on an eventual use of a fifth relation in an economic purpose .

The power transmitted by this box is evaluated to 50 K W .

TABLE . DE . MATIERES .

.Présentation du sujet	01
Introduction	03
I. Boite de vitesses automobile	04
I.1. But	04
I.2. Nécessité de changement de vitesses	04
I.2.A. Baladeurs à griffes	05
I.2.B. Baladeurs synchroniseur	05
I.3. Etudes des engrenages	06
I.4. Choix du type d'engrenages	06
I.5. Engrenage cylindriques à dentures hélicoïdale	07
II. Choix des rapports	10
II.1. Adhérence et patinage	10
1. a. Puissance à la jante	10
1. b. Couple moteur et couple à la jante	10
1. c. Résistance au roulements	11
1. d. Résistance au glissement	12
II.2. Traction. Résistance à vaincre	12
2.1. Résistance au roulement	11
2.2. Résistance aux pentes	12
2.3. Résistance due à l'accélération	13
2.4. Résistance de l'air	13
II.3. Courbes d'utilisation d'une voiture	14
II.4. Accouplement du moteur aux roues	18
4.1. Cas de la 1 ^{ère} vitesse	18
4.2. Cas de la 2 ^{ème} vitesse	18
4.3. Cas de la 3 ^{ème} vitesse	18
4.4. Cas de la 4 ^{ème} vitesse	18
4.5. Cas de la 5 ^{ème} vitesse	19
4.6. Cas de la marche arrière	19
II.5. Détermination des différents rapports	19
III. Etude d'engrènement. Continuité d'engrènement	22
III.1. Engrenage parallèle à dentures hélicoïdale	22
III.2. Engrenage parallèle à dentures droites	23
2.1. Début d'engrènement	23
2.2. Fin d'engrènement	23
III.3. Intérférence	25
3.1. Engrenages extérieurs parallèles	25
3.2. Intérférence théorique	25
IV. Etude cinématique et dynamique	29
IV.1. Etude des couples	29
1.1. Estimation des durées du couple moyen moteur	29
1.2. Calculs des couples	30
IV.2. Calcul du couple d'engrenages de la 1 ^{ère} vitesse (a ₁ , b ₁)	32
2.1. Détermination des différents coefficients	32
2.2. Force tangentielle sur les dents	33
2.3. Choix du module normalisé réel	33
2.4. Calcul du nombre de dents du pignon a ₁	33

II.5. Calcul de la contrainte superficielle.	34
2.6. Calcul de la pression de rupture	34
2.7. Vérification de la roue b_2 à la pression superficielle et à la pression de rupture.	35
2.7.1. Caractéristiques de la roue.	35
2.7.2. Calcul de la contrainte superficielle.	35
2.7.3. Calcul de la contrainte de rupture.	35
IV.3. Calcul du couple d'engrenages de la 2 ^{ème} vitesse.	36
III.3.1. Déterminations des diamètres et des nombres de dents de la roue et du pignon.	36
3.2. Force tangentielle sur la denture	36
3.3. Vérification à la rupture.	36
3.4. Vérification à la pression superficielle.	37
3.5. Puissance admissible.	38
III.4. Calcul du couple d'engrenage pour la 3 ^{ème} vitesse (4 ^{er} , 2)	36
IV.5. Vérification du couple d'engrenage de la 4 ^{ème} vitesse	40
IV.6. Vérification du couple d'engrenage de la 5 ^{ème} vitesse	42
V.7. Calcul de la denture de la marche arrière.	43
7.1. Dimensionnement des éléments de la MAR.	43
7.2. Effort tangentiel sur la denture.	44
7.3. Vérification à la pression de rupture.	44
7.3.1. Cas du 1 ^{er} étage.	44
7.3.2. Cas du 2 ^{ème} étage.	46
7.4. Vérification à la pression superficielle.	46
7.4.1. Cas du 1 ^{er} étage.	46
7.4.2. Cas du 2 ^{ème} étage.	47
IV.7.5. Puissance admissible.	47
* Elements de taillages communs pour les roues	47
V. Calcul d'arbres.	49
V.1. Différents efforts sur la denture hélicoïdale.	49
V.2. Etude des moments de flexion sur l'arbre moteur pour les différentes sollicitations.	51
V.3. Dimensionnement de l'arbre moteur.	64
3.1. Diamètre minimal de l'arbre moteur.	64
3.2. Vérification de l'arbre pour ce diamètre ou flambage	64
V.4. Etude des moments de flexion sur l'arbre récepteur.	65
V.5. Dimensionnement de l'arbre récepteur.	68
V.6. Calcul de l'axe de la marche arrière.	68
6.1. Détermination des positions des trois roues.	70
6.2. Détermination des forces agissantes sur l'axe.	70
* Vérification des flèches.	70
V.7. Dimensionnement du synchroniseur.	71
V.8. Dimensionnement des cannelures.	74
VI. Calcul des roulements.	75
VI.1. Détermination des roulements de l'arbre	76
VI.2. Détermination des roulements de l'arbre récepteur	77
* LA LUBRIFICATION.	79
* CONCLUSION.	80

TABLE DES FIGURES ET TABLEAUX.

Tableaux:

	page
- Tableau pour le choix des engrenages	6
- Tableau 1: donnant les taux adoptés et les durées	21
- Tableau 2: d'utilisation des différentes vitesses	31
- Tableau récapitulatif de toutes les dimensions	48
- Tableau donnant les forces radiales sur chaque appuis pour les différentes vitesses	76

Figures:

- Fig 1: Eléments de taillage d'une denture hélicoïdale	9
- Fig 2: Courbes d'utilisation du véhicule	30
- Fig 3: Courbes d'accouplement du moteur au véhicule pour la 1 ^{ère} vit	35
- Fig 4: Courbes d'accouplement du moteur au véhicule pour la 3 ^e vit	47
- Fig 5: " " " " " " " " les 3 ^e vit	47
- Schéma de la boîte de vitesses	21
- Fig 6: continuité d'engrènement (denture hélicoïdale)	27
- Fig 7: Continuité d'engrènement (denture droite)	27
- Fig 8: Interférence	28
- Fig 9: Couples d'engrenages	31
- Fig 10: Disposition des engrenages et des efforts sur la denture de la MAR	45
- Fig 11: Efforts sur une denture hélicoïdale	50
- Fig 12: Disposition des forces sur les 2 arbres moteur et récepteur	50
- Fig 13: Schéma donnant les dimensions fonctionnelles de la BV	52
- Fig 14: Répartition des efforts entre les dentures de la roue et des pignon de la marche arrière	69
- Fig 15: Position du synchroniseur dans la chaîne de transmission	72
- Fig 16: Dimensions caractéristiques du synchroniseur	72

PRESENTATION DU SUJET:

L'objet de notre travail est l'étude d'une boîte de vitesses à cinq (05) rapports. On se basera sur une boîte à quatre rapports, dont on rajoutera un cinquième rapport en tenant compte des facteurs économiques.

La puissance transmise par cette boîte est de l'ordre de 50 kW. À partir de la puissance transmise, on pourrait faire le choix du moteur qui l'entraînera.

Ce sujet en quelque sorte est un sujet d'analyse afin d'aboutir à une cinquième vitesse économique avec un rendement maximum.

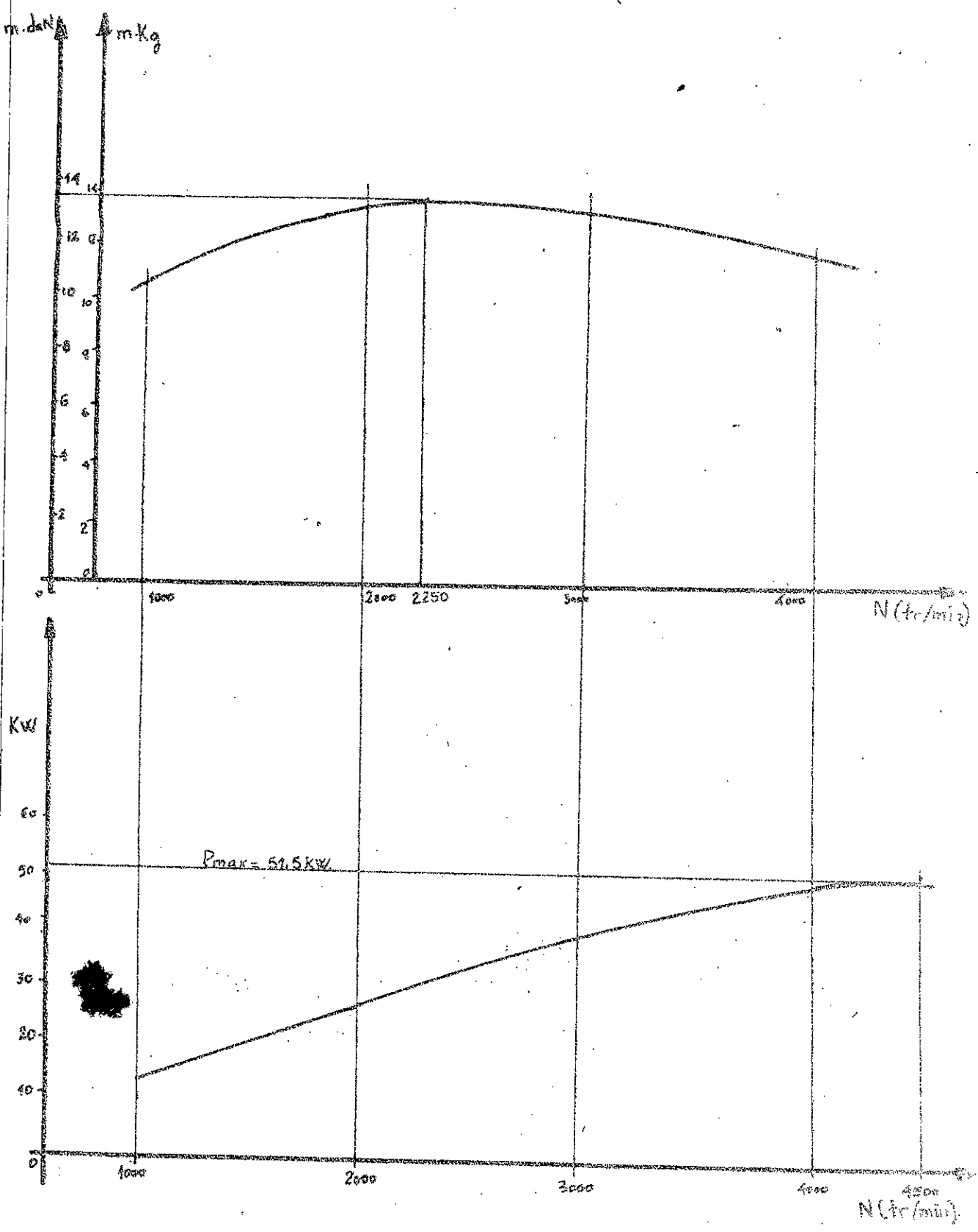
La revue "Technique Automobile" nous fournit les graphes de la puissance et du couple de ce moteur, qui sont donnés en fonction de la vitesse de rotation.

(Voir ci. après)

. Moteur XD2.

. $P_{max} = 51,5 \text{ kW}$ à 4500 tr/min

. Couple maximum : 13,6 m.DaN à 2000 tr/min



INTRODUCTION:

1°. Organe de transmission:

tout appareil; fixe ou mobile capable de transmettre directement ou indirectement l'énergie d'une machine dite "motrice" à une autre dite réceptrice. est un organe de transmission. L'étude des transmissions est indispensable pour toute construction ou installation pour avoir un maximum de rendement et le maximum de sécurité pour un minimum d'entretien.

2°. Différents types de transmissions de mouvement:

On distingue deux types de transmissions:

* a. Transmission Hétérocinétiques: dont les deux mouvements moteur et récepteur sont de nature différentes.

(ex: Bielle manivelle; Excentrique; cames; ...)

* b. Transmission Homocinétique: Comme leur nom l'indique

(Homo) les deux mouvements moteur et récepteur se

conservent. C'est le cas de la transmission d'un

mouvement de rotation; d'un arbre moteur en mouve-

ment de rotation; d'un arbre récepteur. Les différents

types de transmissions homocinétiques les plus utilis-

sées sont: Transmission par friction; par poulie et

Courroies; par cables; par chaînes; et par engrenage.

Dans notre étude nous allons nous intéresser aux

transmissions par engrenages du fait que de telles

types de transmissions constituent les boîtes

de vitesses.

I. BOITE DE VITESSE AUTOMOBILE :

La boîte de vitesse est un organe de transmission situé dans le cas des voitures entre le moteur (Machine motrice) et les roues (organes récepteurs), plus exactement entre l'embrayage et l'arbre de transmission du moteur.

1.1. But : la boîte de vitesse a pour but de :

- Modifier le rapport entre la vitesse de rotation du moteur et celle des roues lorsque l'effort résistant l'exige.
- Rendre possible la marche arrière du véhicule, par inversion du sens de rotation des roues motrices.
- Rendre possible la séparation d'une façon permanente des roues et du moteur complétant ainsi l'action de l'embrayage, qui au gré du conducteur (du chauffeur) - ne provoque qu'une séparation momentané du moteur et des organes de transmission.

1.2. Nécessité de changement de vitesse : la vitesse de déplacement d'une voiture ; dépend de ; l'état de la route ; des efforts Résistant sur la voiture ; des intempéries, et de la puissance du moteur et du couple. L'idéal pour un rendement Economique ; serait d'adopter la vitesse économique au cas envisagé ; c'est pour cette raison qu'on a intercalé entre le moteur et les roues une boîte de vitesse. qui permet de disposer d'une série discontinue de rapports de transmission ; qui peuvent être substitués l'un par l'autre qui est utilisé. L'étude de la puissance développée par un moteur à explosion fait Ressortir que celui-ci n'est pratiquement utilisable qu'entre deux vitesses de rotation extrêmes plus au moins éloignées.

Entre ces deux limites le couple moteur maximum varie peu, on peut donc admettre que le couple moteur maximum dont on dispose avec un moteur donné est sensiblement constant. Au contraire la résistance à vaincre pour assurer le déplacement du véhicule varie continuellement. très élevée lorsque la voiture part de l'arrêt, elle diminue en descente ; augmente en côte et varie en outre suivant la nature du sol. Ces résistances créent aux roues un effort qui provoque un couple résistant qu'on doit vaincre et ceci en modifiant le rapport de transmission entre le moteur et les roues par changement de vitesses, pour les boîtes de vitesses le changement de vitesse se fait par baladeurs. On a deux types de baladeurs :

A). Baladeur à griffes: Les engrenages sont toujours en prise mais les engrenages moteurs sont fixes sur l'arbre ; et les récepteurs sont clavetés ou vis vers G. Un Baladeur à griffe ou clabot ; mobile en translation sur l'arbre ; mais fixe en rotation ; fixe alternativement l'un ou l'autre pignon moteur avec l'arbre. Pour faciliter l'engrènement les dents sont appointues ;

B). Baladeur synchroniseur: le passage d'une vitesse à l'autre produit un bruit désagréable ; car les dents ne se trouvent pas les unes en face des autres ; pour y remédier on a recouru au synchroniseur. L'un des engrenages étant fixé sur l'arbre ; le clabot à friction se met progressivement à la vitesse angulaire de l'engrenage avant l'interpénétration des dents du clabot à griffes.

I.3. étude des engrenages:

Les engrenages ont pour but de transmettre le mouvement d'un arbre dit moteur à un autre dit récepteur

Ces deux arbres peuvent occuper des positions différentes, lesquelles influent considérablement sur le choix du type d'engrenage. Le tableau suivant indique les principaux types d'engrenages et leurs utilisations.

Position des arbres	choix de l'engrenage.
Axes parallèles	- Engrenage cylindriques extérieurs et intérieurs à denture droite ou hélicoïdale.
Axes Concourants	- Engrenages coniques à denture droite ou hélicoïdale - Engrenages coniques à denture spirale. - Engrenages à roue plate à denture droite, spirale ou conique.
Axes non parallèles et Non concourants.	- Engrenages cylindriques hélicoïdaux à axes croisés - Engrenages à Roue avec vis cylindrique à simple enveloppement.

I.4. Choix du type d'engrenage.

Vu que les arbres moteur et récepteur de notre boîte de vitesses sont parallèles ; nous avons le choix entre les engrenages cylindriques à denture droite ou hélicoïdale. Les engrenages à Denture droite sont utilisés pour de faibles vitesses vu qu'ils sont trop bruyant mais question d'usinage ils d'une simplicité relativement aux dentures hélicoïdales. Tandis que les engrenages cylindriques à Denture hélicoïdale sont en général employés pour

transmettre de grandes vitesses à grandes puissances. Ils ont un fonctionnement silencieux ; le phénomène d'interférence est moindre par rapport aux engrenages droits, les entraxes sont bien respectés et précis. Mais leur construction est très délicate en plus de l'apparition d'une force axiale.

Vu que le bruit de fonctionnement doit être minimisé, pour notre boîte de vitesse ; et la vitesse de rotation du moteur est très importante ; Nous choisissons un engrenage cylindrique à denture hélicoïdale ; sauf pour la marche arrière qui est peu utilisée et la vitesse de sortie est faible, qui sera une denture droite.

1.5. Engrenage cylindrique à denture hélicoïdale . Elements de taillage. (Voir fig.1. page.9)

. F: effort de pression.

On distingue :

1°. quatre pas différents dans une roue à denture hélicoïdale :

a). le pas normal (réel) P_n : Mesuré sur un plan normal à l'hélice.

b). le pas apparent ou circulaire : mesuré sur un plan perpendiculaire à l'axe . $P_a = \frac{\pi D_p}{z}$ (z Nbre de dent de la roue)

c). le pas de l'hélice = $P_h = \frac{\pi D_p}{\tan \beta}$

d). Pas oblique ou pas axial: P_o .

2°. α_a = angle de pression apparent.

Nous avons adopté une denture normalisée donc $\alpha_a = 20^\circ$, l'angle réel de pression est alors $\alpha_r = 17^\circ 30'$

3°. L'angle d'inclinaison β : pour les engrenages des boîtes de vitesses; l'angle couramment utilisé: $\beta = 30^\circ$

4°. Le module apparent; c'est le rapport du circonférentiel par le nombre: $M_a = \frac{P_a}{\pi}$.

5°. Le module réel: $M_r = M_a \cos \beta$

6°. La saillie: $s = 1 M_r$ pour une denture normalisée

7°. Le creux: $t = 1,25 M_r$ " " " "

8°. La hauteur de la dent: $h = t + s = 2,25 M_r$.

9°. La largeur de la denture: elle dépend soit du pas réel

$l = k M_r$; soit du diamètre primitif: $l = k' d_p$.

k et k' dépendent des guidages des arbres; du matériau constituant la denture; etc... Pour une construction précise $k = 1,25 \div 16$.

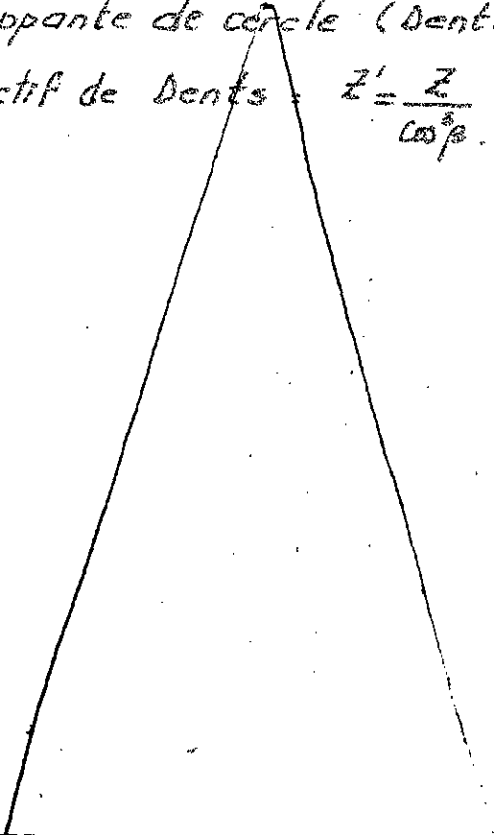
10°. Diamètre primitif: $D_p = M_a Z = \frac{M_r Z}{\cos \beta}$.

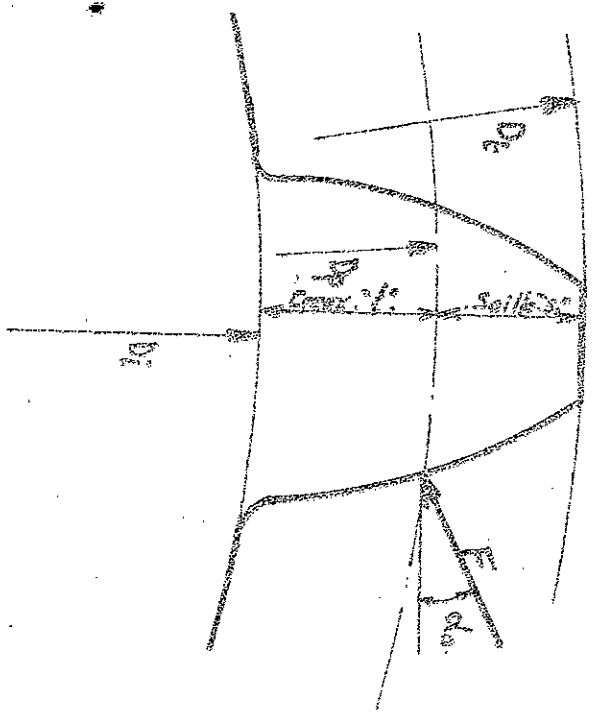
11°. Diamètre de pied (ou intérieur): $D_i = D_p + 2t$ (Eng. extérieur)

12°. Diamètre de tête (ou extérieur): $D_e = D_p + 2s$ (Eng. extérieur)

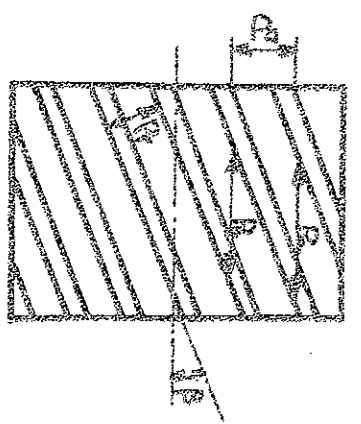
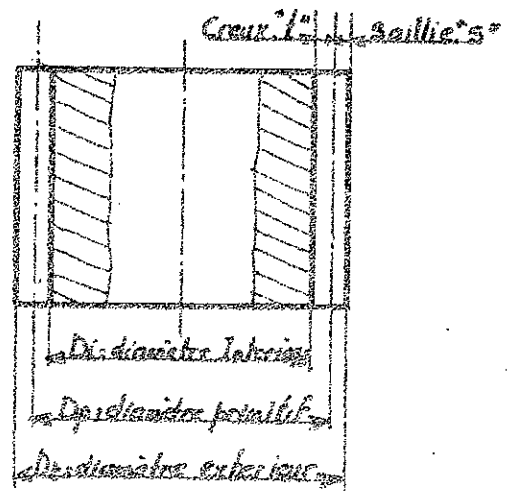
13°. Le profil de la denture: Nous adopterons une denture à développante de cercle (Denture normalisée).

14. Nombre fictif de Dents: $Z' = \frac{Z}{\cos^3 \beta}$.





(Fig. 1)



II. CHOIX DES RAPPORTS.

Pour le dimensionnement de la boîte de vitesses on doit avoir les différents rapports correspondant aux différentes vitesses. Pour cela on les choisira ; mais le choix doit se faire d'une manière rigoureuse.

Pour faire le choix on doit disposer des courbes d'utilisations du véhicule. Ces courbes d'utilisations donnent les puissance perdues par : les résistances de l'air sur le véhicule ; résistances aux pentes ; résistances aux roulements en fonction de la vitesse linéaire du véhicule pour cela on doit détailler un peu, la traction et les résistances à vaincre.

II.1. ADHÉRENCE ET ROULEMENT :

a). Puissance à la jante : C'est la puissance disponible pour actionner les roues motrices, elle est donnée par la formule : $P_j = \theta P_m$ (A)

où θ : Rendement de la transmission (70 : 90%).

b). Couple moteur et couple à la jante :

Couple moteur : $C_m = F \cdot r$ F : effort sur le vilebrequin.

r : rayon du vilebrequin.

Couple à la jante : $C_j = F \cdot R$, F : efforts de traction sur les roues

R : Rayon de la roue.

$$\text{et } P_j = C_j \omega_j = F R \cdot \frac{2\pi n}{60} \quad (B)$$

$$P_m = C_m \omega_m = F r \cdot \frac{2\pi N}{60}$$

$$\theta = \frac{P_j}{P_m} = \frac{C_j \cdot n}{C_m \cdot N} \quad \text{avec}$$

n : Vitesse de Rotation des roues

N : Vitesse de Rotation du moteur

$$\Rightarrow \underline{C_j = \theta C_m \frac{N}{n}}$$

Pour faire avancer un véhicule, il semble qu'il suffit de communiquer aux roues un effort susceptible de vaincre la résistance au roulement du véhicule; ce n'est pas toujours le cas car la roue peut tourner en s'accrochant sur le sol (Adhérence), mais peut également glisser ou patiner (pertes par glissement).

C). RESISTANCE AU ROULEMENT: donnée par la formule

$$R_r = P f_r \quad ; \quad P: \text{ poids du véhicule}$$

f_r : coeff de frottements de roulement.

f_r : dépend de : - la Nature du sol

- la Nature des pneus.

- la pression de gonflage et @ la vitesse de déplacement du véhicule. M^r J. CHAGETTE (Tech Automobile).

Nous donne les valeurs recommandées pour les véhicules courants en tenant compte des rayons moyens des roues utilisées. $f_r = 0,015$ à $0,03$.

les véhicules sont fréquemment désignés par leur masses en tonnes donc : $R_r = M g f_r = M K$ avec K : coeff de traction appelé aussi résistance à la traction.

R_r en (N) et K en (N/tonnes).

* Formules exprimant K en fonction de la vitesse:

- Formule d'ANDREAU: $K = 10 \left(\frac{20}{p^{0,64}} + \frac{V^{3,7}}{1294000 p^{2,08}} \right)$; V (km/h)

p : pression de gonflage en (Bars), et V en (km/h)

- Formule de L'UTAC: $K = 10 (0,012 + 0,0003 V^{1,1})$; V (m/s)

pour des pneus gonflés à $p = 1,75$ Bars.

$V = 60$ km/h $\rightarrow K = 150$ N/tonnes

$V = 80$ km/h $\rightarrow K = 165$ N/tonnes

$V = 110$ km/h $\rightarrow K = 300$ N/tonnes.

$K = 150 \div 200$ N/t $\rightarrow f_r = 0,015$ à $0,02$

voitures pour touristes

$K = 300$ N/t $\rightarrow f_r = 0,03$
pour poids lourds.

d). RESISTANCE AU GLISSEMENT: donnée par la formule: $R_g = Pf_2$. f_2 : coeff de frottement de glissement ce coeff dépend de la nature des surfaces de contact.

$f_2 = 0,70 : 0,80$: pour meilleurs conditions.

$f_2 = 0,80 : 0,85$: pour des pneus à sculptures neuves sur ciment sec.

$f_2 = 0,60 : 0,66$ sur goudron sec; de 0,3 sur goudron humide; 0,15 sur sol gras terrain mou ou sur vergles.

si $R_g > R_r$: le véhicule roule. sinon il y a patinage.

$$Pf_1 < F < pf_2 \text{ ou } pf_1 < \frac{G_i}{R} < pf_2$$

Donc $f_2 > f_1$, condition de non patinage.

II.2. TRACTION. RESISTANCE A VAINCRE.

La condition de propulsion étant indiquée, on peut évaluer la force qui doit être appliquée au véhicule.

Pour qu'un véhicule se déplace il faut que l'effort communiqué aux roues soit supérieur à la somme des efforts résistants au déplacement. Ces efforts sont:

- 1°. la résistance au roulement: $R_r = pf_1$.
- 2°. la résistance due aux pentes.
- 3°. la résistance due à l'accélération éventuelle du véhicule (force d'Inertie).
- 4°. Résistance de l'air qui dépend de la géométrie de la Voiture.

1°. La RESISTANCE AU ROULEMENT: elle est traitée dans (II.1).

2°. la RESISTANCE AUX PENTES: $R_p = R_r = Mg f_1$
ou $R_p = R_r = MK$.

$$R_p = P \tan \alpha = Pi \text{ (i est la pente)}.$$

on pourrait donner I en % ($I = 100\%$)

$$R_p = M \cdot 10^3 \cdot g \cdot \frac{I}{100} = 100MI \text{ (N) et } M \text{ en tonnes et } I \text{ en } \%$$

$$R_p = 100MI.$$

$g = 10 \text{ m.s}^{-2}$

3°. RESISTANCE DUE A L'ACCELERATION (Force d'Inertie).

elle est donnée par la formule:

$$R_3 = M \delta \quad (N) = 1000 M \delta$$

m : en kg., M en tonnes
 δ en m/s^2 .

4°. RESISTANCE DE L'AIR: Donnée par la Formule.

$$R_4 = \frac{C_x S \rho^2}{1,6}$$

S : maître couple (ou surface en m^2 offerte au vent).

C_x : coefficient de pénétration dans l'air résultant de la forme (aérodynamique)

ρ : vitesse du véhicule (m/s).

on désigne par A : coefficient de forme. $A = \frac{C_x S}{1,6}$

$$\Rightarrow R_4 = 10 A \rho^2 \quad (N).$$

$A = 0,03 + 0,07$ voitures modernes (valeurs données par l'act. Aut).

le C_x actuel est de l'ordre de $0,3 + 0,5$
 et $S = 1,5 + 3$ } $\Rightarrow A = 0,045 + 0,08$

le C_x est déterminé expérimentalement; par des essais spéciaux dans le tunnel d'une soufflerie.

* Toutes ces résistances exercent un couple résistant sur la roue: $C_r = (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) R$. (Rayon de la roue).

pour que le véhicule avance il faut que $C_f \gg C_r$.

$$C_f \gg (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) \cdot R.$$

le couple min pour faire avancer la voiture:

$C_{f_{min}} = (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) R$ donc la puissance nécessaire que doit développer le moteur est: $P_m = \frac{1}{\theta} \cdot C_{f_{min}} \cdot \omega = \frac{1}{\theta} \cdot P_m$

$$P_m = \frac{1}{\theta} C_f \omega = \frac{1}{\theta} (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) \cdot \omega \cdot R. \quad \text{avec } \omega = R \omega_{roue}$$

$$P_m = \frac{1}{\theta} (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) \cdot \omega = P_f \cdot \frac{1}{\theta}$$

avec; $R_1 = MK$; $R_2 = 1000 M \delta$; $R_3 = 10^3 M \delta$; $R_4 = 10 A \rho^2$.

II.3°. COURBES D'UTILISATION D'UNE.

VOITURE :

Ces courbes permettent de représenter graphiquement en fonction de la vitesse, les puissances nécessaires pour communiquer différentes allures à un véhicule sur palier, ou sur pente déterminée.

On a vu que la puissance que doit fournir le moteur P_m était en f^e de la vitesse :

$$P_m = \frac{1}{1000 \theta} (KM + 100MI + 10AV^2) \theta. (KW)$$
, en négligeant le 4^{eme} terme ($M \delta \cdot 10^3$).

$$\Rightarrow P_j = \theta P_m = \frac{1}{1000} (KM + 100MI + 10AV^2) \theta.$$

Dans cette expression tous les paramètres sont des *cte* (M, A, K) seulement I et θ qui varient.

Donc pour chaque valeur de la pente on aurait une courbe de puissance $P = f(\theta)$ (U_x); cette courbe on l'appelle courbe d'utilisation U_x pour la pente I .

ex: $I = 0\% \Rightarrow 100MI = 0 \Rightarrow P_j = \frac{1}{1000} (KM\theta + 10AV^2) \rightarrow U_0$

$I = 2\% \Rightarrow 100MI = 200M \Rightarrow P_j = \frac{1}{1000} (KM\theta + 200M\theta + 10AV^2) \rightarrow U_2$

et de m^e les courbes $U_4; U_6 \dots$ pour des pentes de 4%, 6%, ...

U_{-2} pour une pente de -2% (cà d une descente).

• Valeurs des coefficient choisis =

• M masse du véhicule : $m = 1000 \text{ à } 1200 \text{ kg} \Rightarrow M = 1,2 \text{ tonnes}$.

• K coeff de traction en N/tonnes : $K = 160 \text{ N/tonnes}$.

• $A = \frac{C_x S}{16}$ coeff de forme: $A = 0,04$; $D = 0,56 = 0,62 \text{ m}$ (Diamètre des Roues).

• pour les pentes $I = -2\% \div 30\%$ $D = 0,56 \text{ m}$

et les vitesses de 0 km/h à 150 km/h.

$$\theta = (m/s) \div V (km/h) \Rightarrow V = \frac{3600}{1000} \theta = 3,6 \cdot \theta.$$

ainsi de cette manière on a pu tracer les courbes d'utilisation de notre voiture en fonction des données choisies. (Voir Fig. 2 page 16.)

. Donc pour moteur donnée la courbe de puissance P_m est donnée en fonction du (Nbre de tours / minutes), ce qui permet d'avoir aussi la courbe de puissance motrice sur la jante en fct du nbre de (tours / min) : $P_j = \theta P_m$.

suivant les qualités qu'on veut donner au véhicule (Vitesse max; aptitudes des côtes, Consommation, Réserve de puissance). on pourra accoupler le moteur aux Roues de plusieurs manières et ceci en superposant la courbe de puissance motrice sur les courbes d'utilisation, et ceci nous déterminera les différents rapports de la boîte de vitesses et du pont suivant les différents accouplements pour chaque vitesse.

. Voir fig. 3. page 16 pour 1^{ère} et 2^{ème}

. Voir fig 4 pag 17 pour 2^{ème} et 4^{ème}

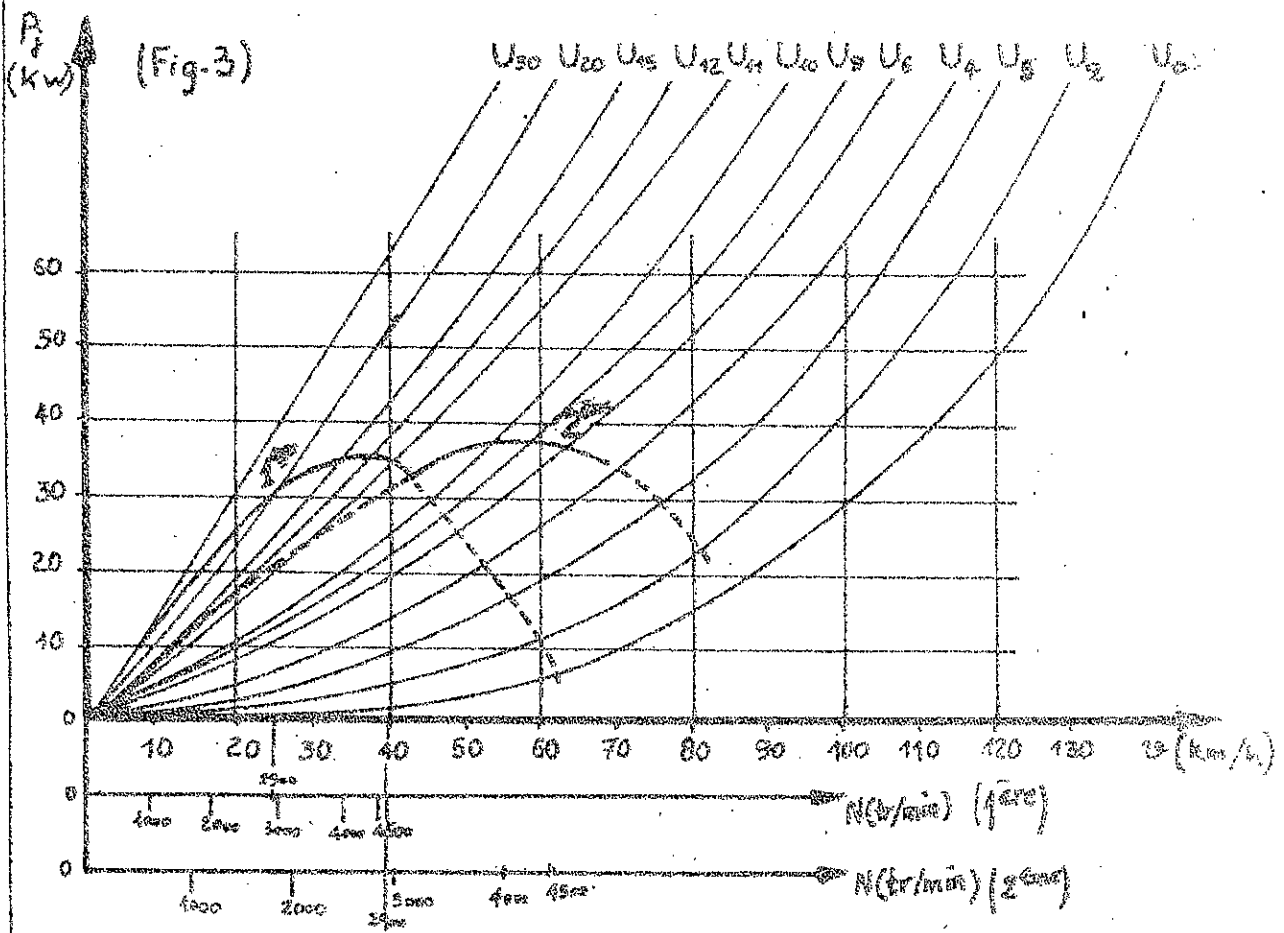
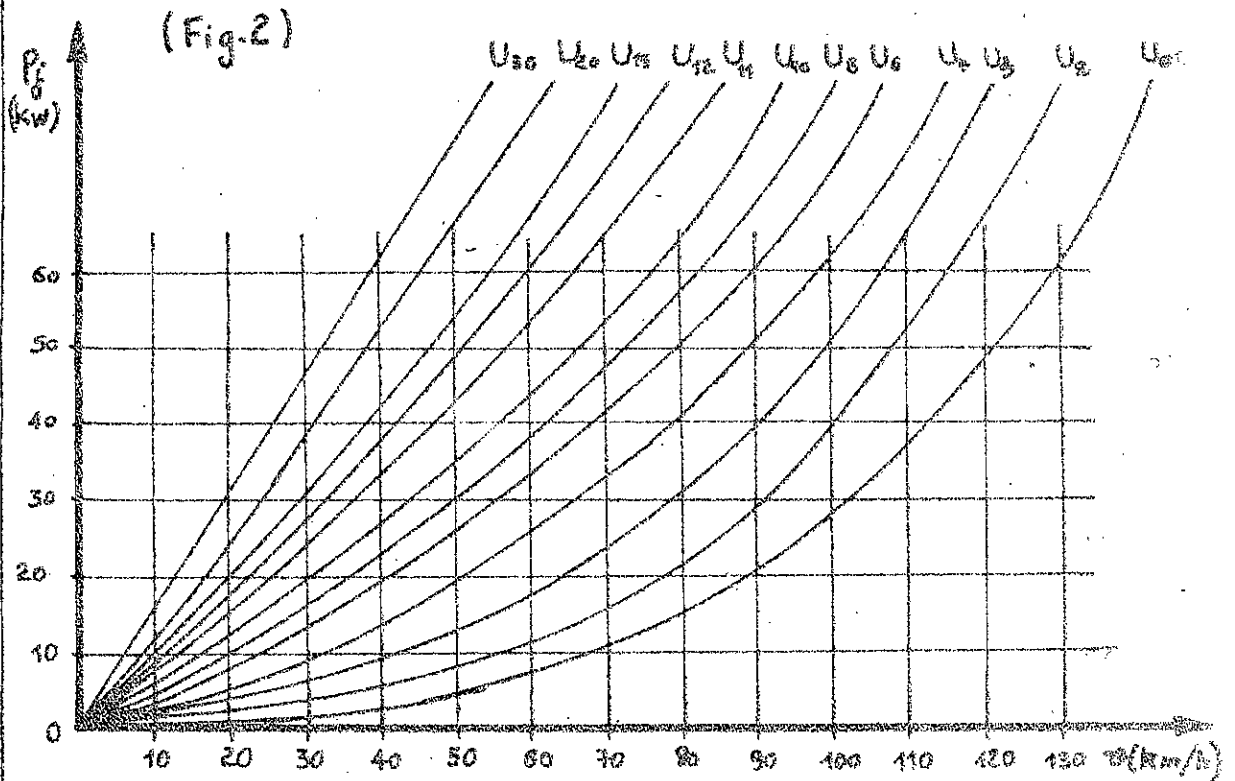
. Voir fig 5 page 17 pour 5^{ème} et MAR.

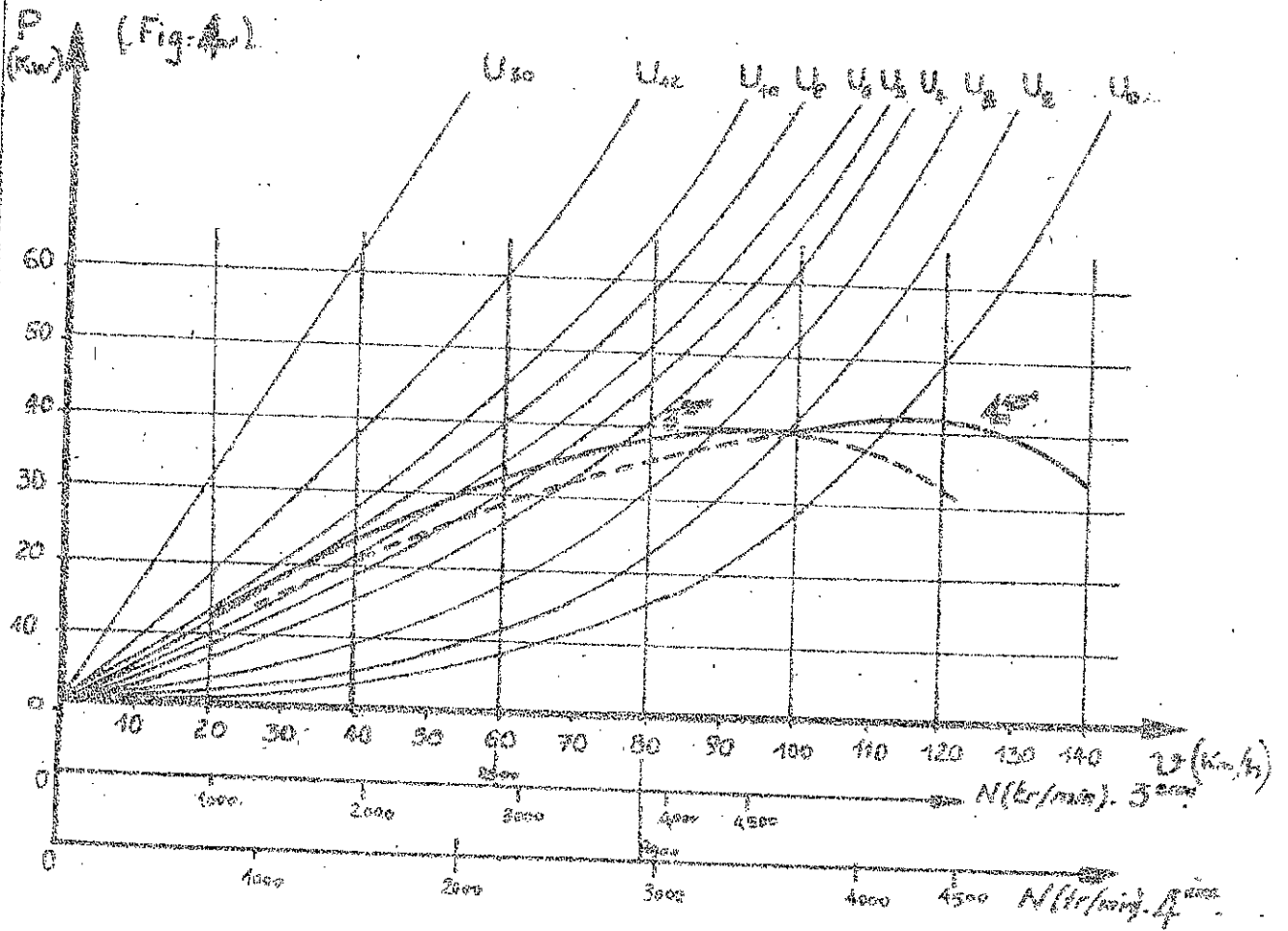
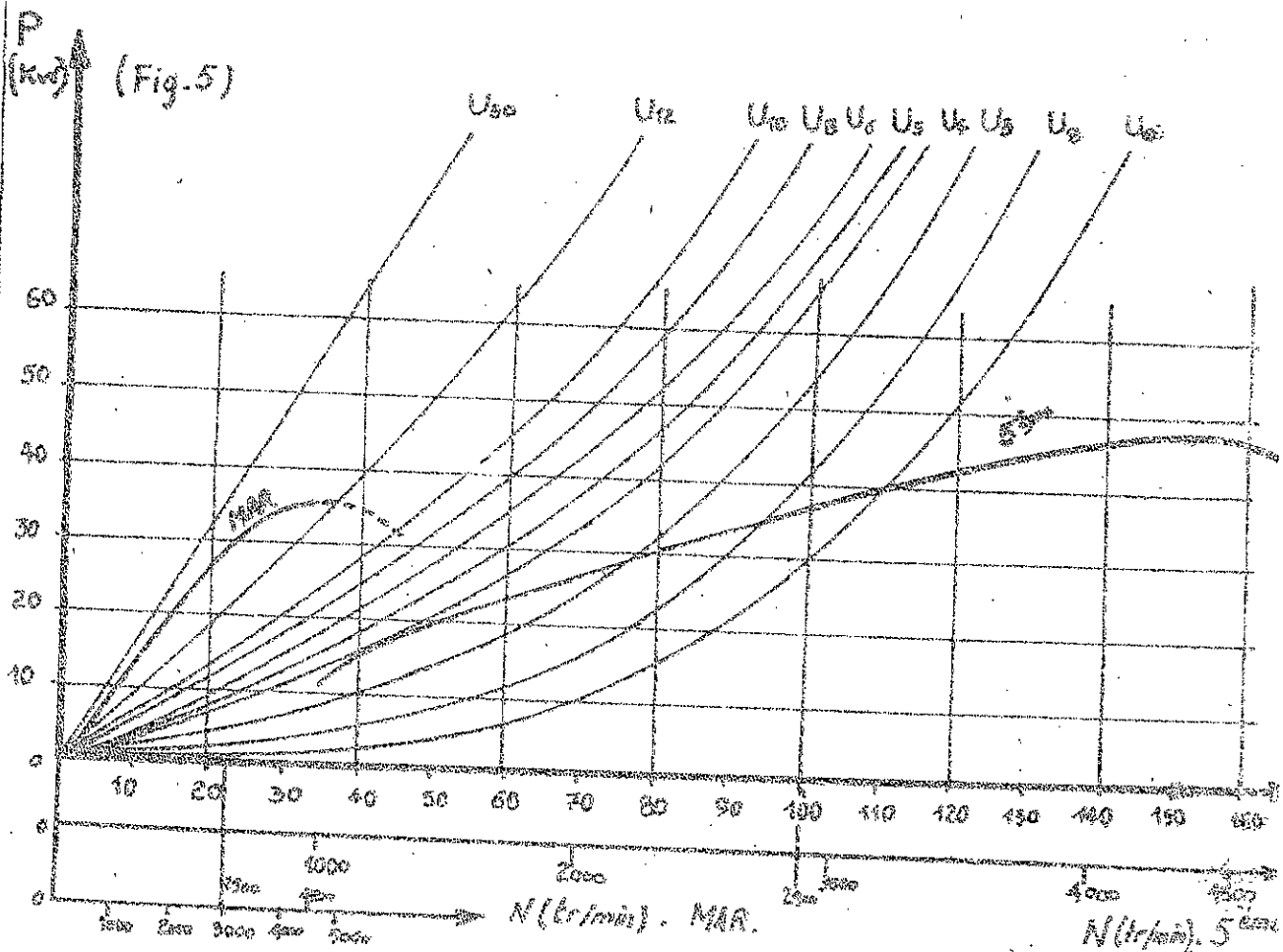
. la puissance motrice est donnée en fonction du nombre de tours par minute N (du moteur).

. les courbes d'utilisation sont en fct de la vitesse linéaire du véhicule U ou V ; et V est en relation directe avec n (nbres de tour/min) Vitesse de Rotation des roues.

$U = \frac{R D n}{60}$. en accouplant le moteur au Roues, on aura une relation entre N et $V = 3,6 \frac{R D n}{60}$ qui est linéaire.

Donc une relation entre N et n qui rien d'autre que le Rapport total de la transmission (BV plus pont) $\eta_t = \frac{N}{n}$.





II.4° ACCOUPLEMENT DU MOTEUR AUX ROUES.

1°) Le cas de la 1^{ère} Vitesse: on accouple le moteur aux roues de telle sorte que la voiture aura assez de réserve de puissance pour gravir des pentes allant jusqu'à 30% (côtes fréquentes en Algérie), et atteindra une vitesse de 40 km/h en poussant le moteur au maximum (P_{max}) et $N = 4500 \text{ tr/min}$, et une vitesse de 25 km/h pour $N = 2900 \text{ tr/min}$ qui correspond à une consommation faible.

2°) Le cas de la 2^{ème} Vitesse. (Voir fig.3. page 16)
 dans ce cas l'accouplement se fait de telle sorte que la voiture pourra gravir des côtes max de 15% et atteindra les 62 km/h en P_{max} . en consommation faible ($\bar{n} = 2900 \text{ tr/min}$) La voiture atteindra la vitesse de $V = 40 \text{ km/h}$ pour une puissance $P_j = 30 \text{ kW}$.

les rendements choisis pour la 1^{ère} et 2^{ème} vitesses (transmissions) sont respectivement: $\theta_1 = 0,7$; $\theta_2 = 0,75$.

3°) Le cas de la 3^{ème} Vitesse: $\theta_3 = 0,8$. (voir fig.4 page 17)

• pentes maximales dont la voiture pourra gravir sont de l'ordre de 10%, la voiture atteindra une vitesse de 94 km/h pour la P_{max} . et pour une faible consommation la vitesse atteinte est de 60 km/h ($\bar{n} = 2900 \text{ tr/min}$).

4°) Le cas de la 4^{ème} Vitesse: $\theta_4 = 0,85$ (voir fig.4 page 17)

• pente maximale: 5%

• la vitesse atteinte pour la puissance maximale: $V = 124 \text{ km/h}$.

• Vitesse pour une faible consommation ($\bar{n} = 2900 \text{ tr/min}$) est de 80 km/h.

5%. Le cas de la 5^{ème} vitesse: $\theta_5 = 0,9$ (Voir fig-5 page 17).
 pour cette combinaison c'est la vitesse économique qui nous intéresse le plus; on voudrait avoir pour une faible consommation ($N=2900\text{tr/min}$) une vitesse de 100km/h .
 - pente maximale est de 5%.

6%. Le cas de la Marche Arrière: $\theta_{MAR} = 0,7$.
 pente que gravira la voiture est de l'ordre de 30%.
 - $v = 24\text{ km/h}$ à 2900tr/min (faible consommation).

II.5. DETERMINATION DES DIFFERENTS RAPPORT:

- D : diamètre de la Roue (pneu) de la voiture.
- V : Vitesse en km/h ; $\theta = \text{m/s} \Rightarrow \theta = \frac{V}{3,6}$
- N : nombre tr/min (moteur); I_j : rapport de jème combinaison.
- m : vitesse de rotation des roues.
- V : Vitesse correspondant à N du moteur (pour chaque vitesse $\frac{V}{N}$ est etc.).

$$\theta = \frac{\pi D n}{60} \Rightarrow V = \frac{\pi D n \times 3,6}{60} \Rightarrow n = \frac{60 V}{3,6 \cdot \pi D}$$

$$I_j = \frac{N}{n} = \frac{3,6 \cdot \pi \cdot D \cdot N}{60 \cdot V}; I_j = i \cdot i_j \text{ (rapport de pont, } i_j \text{ de la Boite)}$$

1^{ère} vitesse:

$$I_1 = \frac{\pi \times 0,56 \times 3,6 \times 2900}{60 \times 25} = 12,26$$

2^{ème} vitesse:

$$I_2 = \frac{\pi \times 0,56 \times 3,6 \times 2900}{60 \times 40} = 7,66$$

3^{ème} vitesse:

$$I_3 = \frac{\pi \times 0,56 \times 3,6 \times 2900}{60 \times 60} = 5,1$$

4^{ème} vitesse:

$$I_4 = \frac{\pi \times 0,56 \times 3,6 \times 2900}{60 \times 80} = 3,82$$

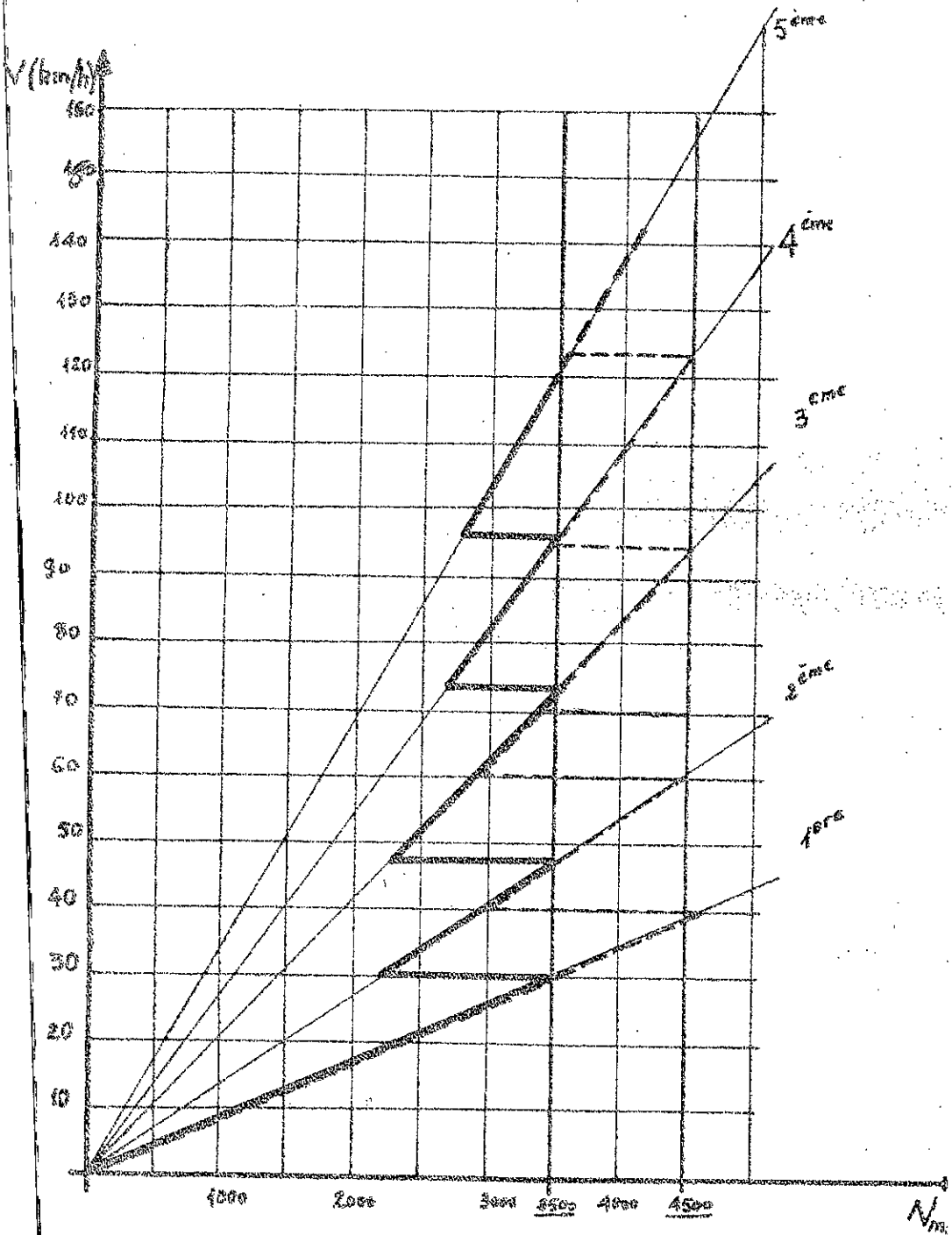
5^{ème} vitesse:

$$I_5 = \frac{\pi \times 0,56 \times 3,6 \times 2900}{60 \times 100} = 3,06$$

Marche Arrière:

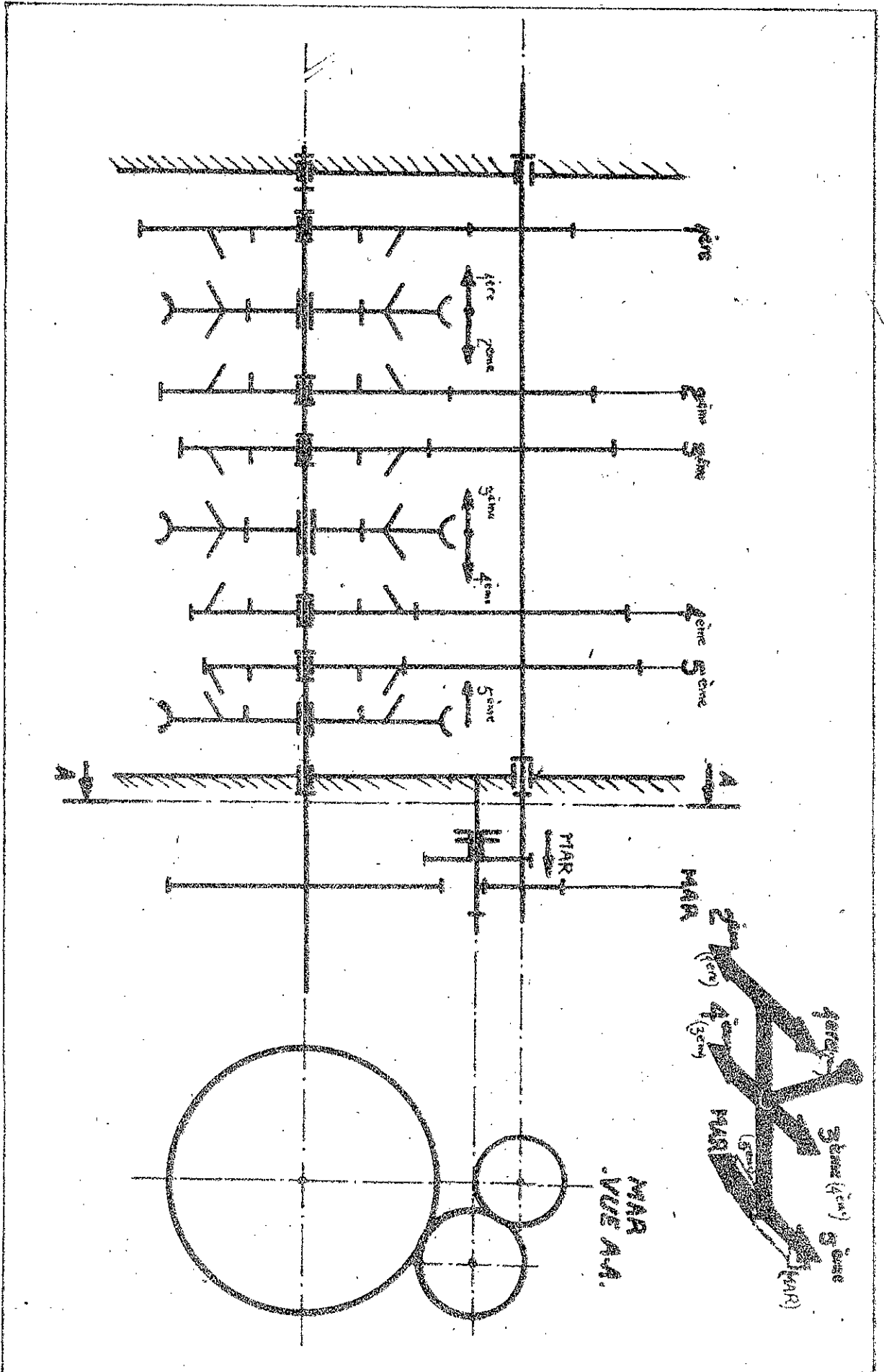
$$I_{MAR} = \frac{\pi \times 0,56 \times 3,6 \times 2900}{60 \times 24} = 13,21$$

- en prenant $i = 3,63$ (Rapport de pont)
- $i_1 = 3,2$
 - $i_2 = 2$
 - $i_3 = 1,33$
 - $i_4 = 0,99$
 - $i_5 = 0,78$
 - $i_{MAR} = 3,45$



Les courbes donnant la relation directe entre la vitesse du véhicule et la vitesse de rotation du moteur déduites de l'adaptation du moteur au véhicule pour les différentes combinaisons. Cette relation est linéaire de la forme : $V = I_j \cdot N$; dont I_j n'est rien d'autre que le rapport total de la transmission (Boîte + pont). Les courbes montrent aussi que l'utilisation du véhicule, en fonction du régime du moteur ne dépend que du conducteur. Les courbes en trait fort (—) : moteur pas très poussé. Trait pointillé (---) : Moteur poussé.

SCHEMA DE LA BOITE



III. ETUDE D'ENGRENEMENT; CONTINUITÉ D'ENGRENEMENT

III.1. Engrenages parallèles à denture hélicoïdale:

Le profil P_2 attaque le profil P_1 en A voir (Fig. 6). L'engrenement se termine en B' lorsque le couple de profils conjugués P_1' et P_2' cesse son action. Les profils P_2 et P_2' sont décalés d'un angle $\varphi_B = \widehat{IO_2I_1}$.

La longueur de recouvrement est: $g_B = \overline{II_1} = l \cdot \tan \beta$.

comme la roue O_2 tourne d'un angle $\varphi_a = \varphi_1 + \varphi_2$; le rapport total de conduite est: $E_\gamma = \frac{\varphi_a + \varphi_B}{\frac{\pi M_a}{z_2}} = E_\alpha + E_\beta$. (voir fig 7)

avec: $\frac{\pi M_a}{z_2}$: est le pas angulaire.

E_α : est le rapport de conduite apparent.

E_β : est le rapport de recouvrement.

$$E_\beta = \frac{l \tan \beta}{\frac{\pi M_a}{z_2}} = \frac{k \sin \beta}{\pi}$$

Le rapport de recouvrement est aussi donné graphiquement par l'abaque II.

Le rapport total de conduite correspond au nombre de couples de dents en prises.

.. si la développante ne peut pas pénétrer à l'intérieur de son cercle de base; ceci revient à dire que la valeur minimum du diamètre de tête soit celle du diamètre de base. Pour un denture normalisée on a:

$$D_t = D_p + 2s = M_r \left(\frac{z}{\cos \beta} + 2 \right)$$

$$\text{et le diamètre de base: } D_b = \frac{M_r z \cos \alpha}{\cos \beta}$$

$$D_t = M_r \left(\frac{z_1 + 2}{\cos \beta} \right) \leq 2a - D_b = M_r \left(\frac{z_2}{\cos \beta} + 2 \right) \leq \frac{M_r (z_1 + z_2)}{\cos \beta} - \frac{M_r z_1 \cos \alpha}{\cos \beta}$$

$$\Rightarrow z_1 + 2 \cos \beta \leq z_1 + z_2 - z_1 \cos \alpha \Rightarrow z_1 \geq \frac{2 \cos \beta}{1 - \cos \alpha}$$

$$\text{si: } \alpha = 20^\circ \text{ et } \beta = 30^\circ \Rightarrow z_1 \geq 29 \text{ dents.}$$

III.2. Engrenages parallèles extérieurs à denture droite:

Soient deux roues O_1 et O_2 (menante) Voir fig(7). Soit I le point de tangence des deux cercles primitifs et par où passe la ligne d'action. P_1 et P_2 sont deux profils dont on va étudier l'engrènement.

III.2.1. Debut d'engrènement:

le profil P_2 attaque le profil P_1 à sa pointe. Le point d'action commençant A est le point d'intersection de la ligne d'action et du cercle de tête de la roue menée.

a). période d'approche:

C'est la période comprise entre le début d'engrènement et le moment où le point de contact est en I .

b). longueur d'approche: g_f .

c'est la longueur du segment AI lieu géométrique des points de contact I . Elle correspond à une rotation d'un angle φ_f de la roue O_2 . $g_f = AI = \widehat{N_2 O_2}$

c). Arc d'approche:

c'est la longueur de l'arc parcouru par un point sur le cercle primitif au cours d'une rotation φ_f .

$$q_f = \widehat{SI} \text{ ou } q_f = r_2 \varphi_f \text{ ou encore } q_f = \frac{g_f}{\cos \alpha}$$

III.2.2: Fin d'engrènement:

le point extrême d'action B est l'intersection de $T_1 T_2$ et le cercle de tête de la roue menante.

a). période de retraite =

c'est la période pendant laquelle le contact passe de I à B .

b). longueur de retraite =
c'est la longueur de l'arc parcouru par un point du cercle de base au cours d'une rotation φ_a de la roue O_2 . $g_a = \widehat{O_2 M_2}$ ou $g_a = IB$

c). Arc de retraite = Q_a :

c'est la longueur de l'arc parcouru par un point du cercle primitif pour une rotation φ_a de la roue O_2 .

$$Q_a = \widehat{IV} \text{ ou } Q_a = \frac{IB}{\cos \alpha}$$

II.2.3. Arc de conduite = Q_α .

c'est la longueur parcourue par un point de l'un des deux cercles primitifs pendant l'engrenement.

$$Q_\alpha = Q_f + Q_g = \frac{AI + IB}{\cos \alpha} = \frac{AB}{\cos \alpha} \text{ ou } Q_\alpha = \frac{g_\alpha}{\cos \alpha} \text{ ou}$$

g_α est la longueur d'action correspondante à un angle de conduite : $\varphi_\alpha = \varphi_f + \varphi_a$. Pour avoir une continuité d'engrenement, il faut que AB soit plus grand que le pas normal ; soit : $Q_\alpha > \pi M_n$. C'est à dire ; qu'un couple de dents s'engrène.

On introduit un rapport de conduite E_α qui doit être plus grand que l'unité (pratiquement de l'ordre de 1,25 à 1,4). $E_\alpha = \frac{Q_\alpha}{P_a}$ (P_a : pas apparent).

Pour une denture normale, on peut déterminer E_α à l'aide de l'abaque (II) ; $E_\alpha = Y_1 U_1 + Y_2 U_2$.

$$\text{avec : } \left. \begin{array}{l} Y_1 = \frac{s_1}{M_1} \\ Y_2 = \frac{s_2}{M_2} \end{array} \right\} \text{saillies réduites.}$$

dans notre cas nous avons $Y_1 = Y_2 = 1$

III.3. Intérférence:

III.3.1. Engrenages extérieurs parallèles:

Pour engrener correctement, deux profils en contact doivent rester constamment tangents. Dans le cas des dentures à développante de cercle, le lieu des points de contact successifs est la droite T_1T_2 . Il y a interférence quand le point de contact n'appartient pas à la droite T_1T_2 .

III.3.1.1. Intérférence théorique:

soient les deux profils conjugués P_1 et P_2 (Fig. 8.) allant jusqu'à leurs cercles de bases respectifs. A un moment donné, les deux profils sont en contact en un point M sur T_1T_2 . Poursuivons l'engrènement, le point d'action se déplace pour arriver au point particulier T_1 , le contact se fait donc suivant les points N_2 de P_2 et Q_1 de P_1 qui sont venus se confondre en T_1 . Le centre de courbure de P_2 est T_2 . soit P_2' le profil conjugué de P_2' . Il a son centre de courbure en T_1 . le profil P_1' a donc un courbure dirigée dans le sens de P_2 , ce n'est autre que la branche fictive de P_1 , les deux profils P_1 et P_1' sont donc symétriques par rapport à O_1O_2 . Le point Q_1 se trouve donc à l'intérieur du profil P_2 qui coupe la branche réelle de développante P_1 au pt S . C'est le phénomène d'interférence théorique.

Conséquences:

- si le jeu entre les dents est très faible, il se produit un coincement.

• s'il y a un jeu entre les dents, la transmission se fait par variation de vitesse angulaire, des vibrations et une usure très rapide. Pour éviter l'interférence théorique, il faut que la saillie maximale admissible de la roue ait une valeur h_2 telle que le cercle de tête passe par le point d'interférence T_1 .

En conclusion : pour une denture normale, le problème d'interférence ne se pose pas quand le nombre de dents du pignon est supérieur à 17 dents pour un engrenage cylindrique parallèle extérieur à denture droite et 14 pour un engrenage cylindrique extérieur à denture hélicoïdale et avec $\beta = 30^\circ$

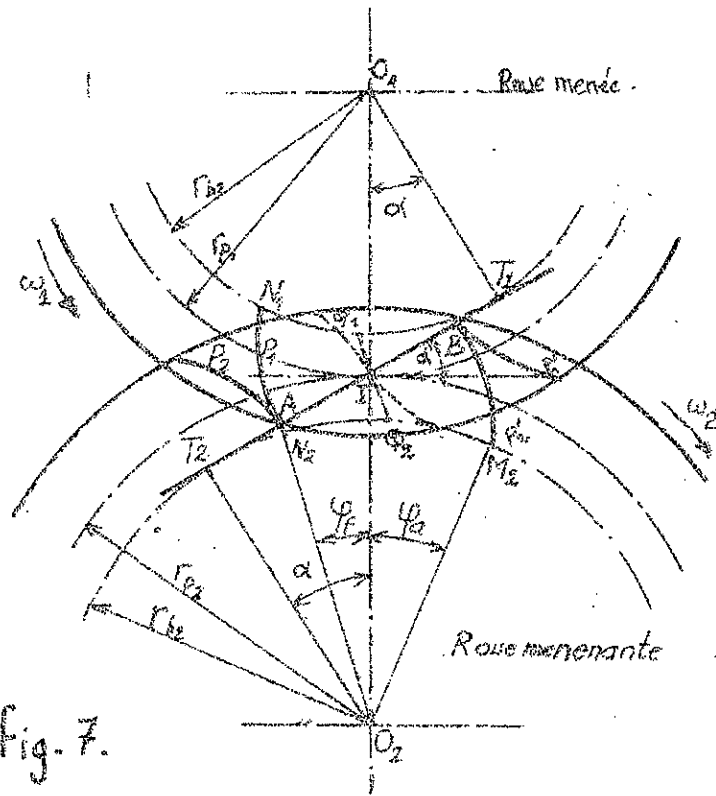


Fig. 7.

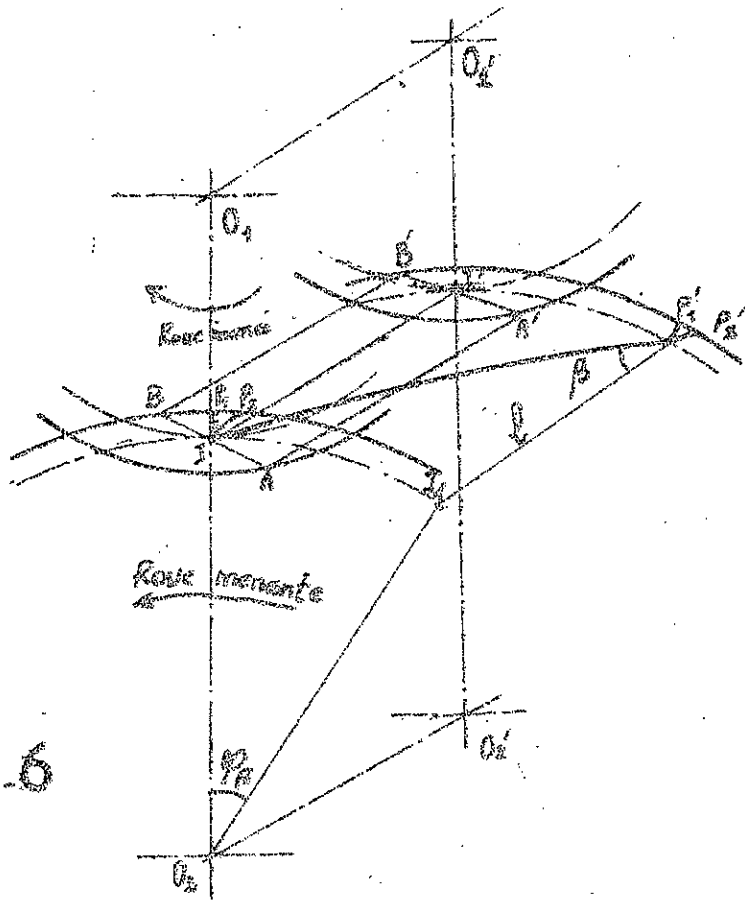


Fig. 6

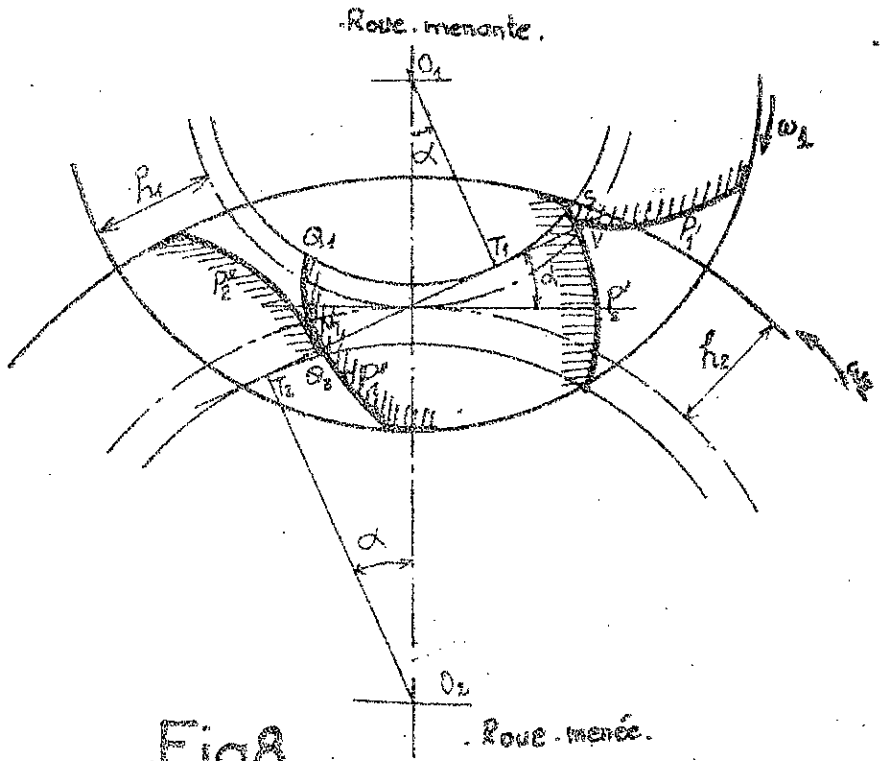


Fig8.

Roue menée.

IV. ETUDE CINEMATIQUE ET DYNAMIQUE.

Notre boîte est constituée de cinq (05) couples d'engrenage (a_i, b_i) dont a_i est le pignon (moteur); b_i l'ave (récepteur).

Voir (Fig. 9. page 31).

C_{a_i} = couple sur le pignon a_i de vitesse angulaire $\omega_{a_i} = \omega_{\text{moteur}}$

C_{b_i} = couple sur la roue b_i de vitesse angulaire ω_{b_i} .

et on a encore : $\frac{\omega_{a_i}}{\omega_{b_i}} = i_i$.

IV.1. Etude des couples.

IV.1.1. Estimations des durées et du couple moyen moteur:

La durée de vie totale de notre boîte de vitesses est estimée à 10 000 heures.

Taux d'utilisation de chaque vitesse:

M^r Boisseaux nous donne dans son livre "L'Automobile et calcul des organes" pour des véhicules industriels et touristiques à quatre vitesses des valeurs des taux d'utilisation. A partir de ces valeurs on a choisit des taux qui conviennent pour notre boîte de vitesses. Voir tableau ci-après.

Les valeurs des charges moyennes sont exprimées en fonction du couple moteur maximum. Elles sont données par "technique de l'ingénieur" Mécanique et Chaleur tome 4.

Pour 100 tours de l'arbre récepteur chaque vitesse (i) est utilisée pendant : $t_i = \frac{\text{Taux}(i)}{\omega_r(i)}$; ω_r = récepteur

Pendant 10000 heures d'utilisation de la boîte, chaque vitesse

fonctionne pendant : $D_i = \frac{\text{Taux}(i)}{\omega_r(i)} = \frac{10\,000}{\sum_{j=1}^6 \frac{\text{Taux}(j)}{\omega_r(j)}}$ $j=1, \dots, 6$ (cinq vitesses + MAR).

$\omega_r(i) = \frac{\omega_m}{i(i)}$ ($i(i)$ étant le rapport de réduction de la i ème vitesse).

$$\text{Donc : } D_i = \frac{\text{Taux}(i) \cdot 10000}{\frac{\omega_m}{L(i)} \sum \frac{\text{Taux}(j)}{\frac{\omega_m}{L(j)}}} = L(i) \frac{\text{Taux}(i) \cdot 10000}{Z(i(j) \cdot \text{Taux}(j))}$$

ce qui nous permet de remplir le tableau 2. (voir ci après).

Dans notre cas chaque couple d'engrenage fonctionne seul.

Si l'un des couples fonctionne ; les autres sont au repos.

D_i : est la durée de vie du couple d'engrenage qui correspond à la $i^{\text{ème}}$ vitesse.

Pour que la boîte de vitesses arrive à fonctionner 10000 heures il faut que chaque couple (a_i, b_i) arrive à fonctionner pendant D_i (heures).

IX. 1. 2. Calculs des couples :

$$\text{Couple maximum } C_{\max} = 136 \text{ m DaN}$$

le couple moyen est égal à $\frac{1}{2} C_m = \theta C_{\max}$. ou θ est un coefficient qui dépend de la combinaison choisie.

1^{ère} vitesse : le couple moyen : $C_m = 0,75 C_{\max}$.

$$C_{a_1} = C_m = 0,75 \cdot 136 = 102 \text{ DaN.m} = 102 \text{ mN}$$

2^{ème} vitesse : $C_m = 0,9 C_{\max} = 0,75 \cdot 136 = 122,4 \text{ N.m}$

$$C_{b_2} = 122,4 \times 2 = 244,8 \text{ N.m}$$

3^{ème} vitesse : $C_{a_3} = C_m = 0,75 C_{\max} = 0,75 \cdot 136 = 102 \text{ N.m}$

$$C_{b_3} = 1,33 C_{a_3} = 135,66 \text{ N.m}$$

4^{ème} vitesse : $C_{a_4} = C_m = 0,8 C_{\max} = 108,8 \text{ N.m}$

$$C_{b_4} = 0,98 C_{a_4} = 107,6 \text{ N.m}$$

5^{ème} vitesse : $C_{a_5} = C_m = 0,75 C_{\max} = 102 \text{ N.m}$

$$C_{b_5} = 0,78 C_{a_5} = 79,56 \text{ N.m}$$

MAR : $C_{a_{MAR}} = C_m = 0,4 C_{\max} = 54,4 \text{ N.m}$

$$C_{b_{MAR}} = 3,45 C_{a_{MAR}} = 197 \text{ N.m}$$

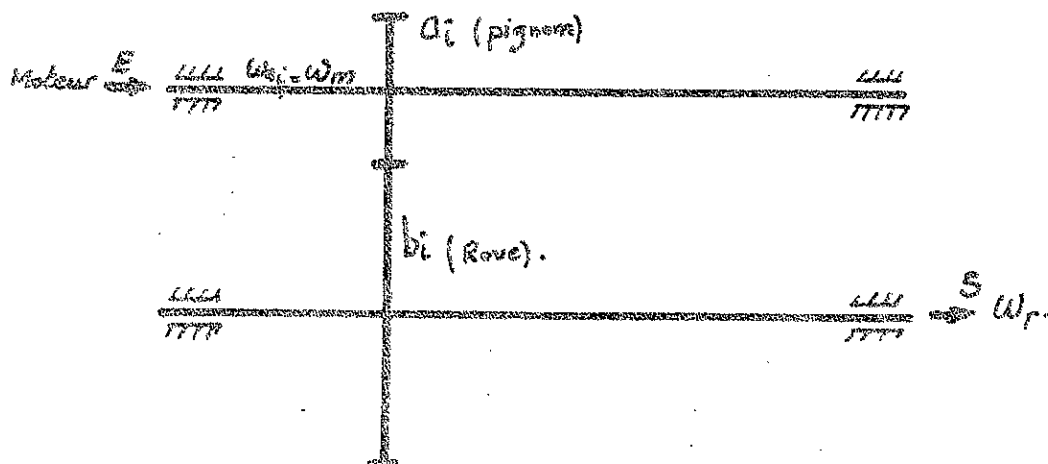
Tableau 1.

Vitesse.	1 ^{ère}	2 ^{ème}	3 ^{ème}	4 ^{ème}	5 ^{ème}	MAR.
Taux initiaux (%)	1	4	20	48	35	—
Taux Adoptés (%)	1,5	5	20	38	35	0,5
Charges moyenne	75%	90%	75%	80%	75%	40%

Tableau 2.

Vitesse	1 ^{ère}	2 ^{ème}	3 ^{ème}	4 ^{ème}	5 ^{ème}	MAR.
Rapport	3,2	2	1,33	0,99	0,78	3,45
Taux (%)	1,5	5	20	38	35	0,5
Durée (en heures)	516	924	2500	3364	2533	163.

Fig. 9.



IV.2. Calcul du couple d'engrenage pour la 1^{ère} vitesse:

(a_1, b_1) .

le rapport d'engrenement est $i = 3,2$.

la méthode de calcul traitée par Henriot nous la formule suivante:

$$b d_{f \min}^3 = 1,96 \cdot 10^6 \frac{P_{adm}}{m_1} \frac{l+1}{l} \cdot \frac{Z_E^2 Z_H^2 Z_C^3 \gamma_1}{K_V \cdot K_{M_1} \cdot K_M \cdot K_A} \cdot \frac{1}{(\sigma_{lim})^2}$$

la puissance maximale transmise par la boîte est de:

$$P_{max} = 51,5 \text{ kW.}$$

n_1 : Nbre de tours par minute de l'arbre d'entrée 4500tr/min.
Correspondant à cette puissance.

IV.2.1. Détermination des différents coefficients:

- Facteur de vitesse K_V :

On estime une vitesse périphérique de 10m/s, et une denture précise, classe II. $\Rightarrow K_V = \frac{12}{12 + \sqrt{10}} = 0,79$. (Abaque VI).

- Facteur de portée: K_M .

$\frac{b}{d_1} = 0,8$, le pignon a un diamètre faible, alors la surface de contact doit être importante. Donc il faut donner au pignon une largeur loub importante.

$\Rightarrow K_M = 1$ (voir abaque VII).

- Facteur de durée: la 1^{ère} vitesse est estimée à 516 heures

le nombre de cycles effectués est de: $N_1 = 60 n_1 \cdot D_1$.

$N_1 = 4500 \cdot 60 \cdot 516 = 1,39 \cdot 10^8$ cycles $\Rightarrow K_{HL_1} = 1$ (Abaque I).
et $K_{bb_1} = 1$

- Facteur de matériau: $Z_E = 27$ pour l'acier.

- Facteur d'inclinaison: (Abaque IX); $\beta = 30 \Rightarrow Z_\beta = 1,36$

$$d_b = 20 \Rightarrow Z_\alpha = \frac{\cos \beta}{\sin \alpha_f \cos \alpha_f} = 2,17 \Rightarrow Z_\alpha = 1,4$$

- $n_1 > 200$ tr/min $\Rightarrow \gamma_1 = 1$ (Abaque VIII).

- la contrainte superficielle limite: $\sigma_{lim} = 120 \text{ daN/mm}^2$ (Matériau: SAE 5140) (Abaque III).

- Facteur de service: $K_A = 1,7$.

La puissance est répartie uniformément sur l'ensemble des dents. Notre boîte de vitesses ne travaille pas dans des conditions spéciales; alors on prendra un facteur de sécurité $K_s = 1$.

$$\text{On aura donc } b d_1^2 = 196 \cdot 10^6 \frac{51,5}{4500} \frac{4,2}{3,2} \frac{(436)^2 \cdot 87^2 \cdot (6,4)^2}{0,7 \cdot (120)^2} = 77292,18$$

$$\text{en plus on: } \frac{b}{d_1} = 0,8 \Rightarrow 0,8 d_1^3 = 77292,18 \text{ mm}^3 \Rightarrow d_{1\text{min}} = 45,87 \text{ mm.}$$

On prendra pour $d_1 = 46 \text{ mm.}$ et $b = l = 36,8 \text{ mm.}$

et encore $d_2 = 3,2 d_1 = 147,2 \text{ mm.}$

IV.2.2. Force tangentielle sur la denture:

$$F_t = \frac{P}{v} = \frac{60P}{\pi d_1 n_1} = \frac{60 \cdot 51,5 \cdot 10^3}{\pi \cdot 46 \cdot 10^{-3} \cdot 4500} = 4751,6 \text{ N}$$

$$F_t = 4,75,2 \text{ daN.}$$

IV.2.3. Choix du module réel: m_n .

par la suite on le notera m_n .

On prendra une valeur de $\frac{F_t}{b m_n}$ de l'ordre de 7.

$$\frac{F_t}{b m_n} = 7 \Rightarrow m_n = \frac{F_t}{7b} = \frac{475,2}{7 \cdot 36,8} = 1,8, \text{ La valeur normalisée}$$

Choisie pour m_n est: $m_n = 2 \text{ mm.}$

IV.2.4. Calcul du nombre de dents du pignon Z_1 :

$$Z_1 = \frac{d_1 \cos \beta}{m_n} = \frac{46 \cos 30}{2} = 19,9 \text{ dents} \Rightarrow Z_1 = 20. \text{ Le nombre de}$$

dents a été rectifié; il faut donc recalculer le nouveau

$$\text{diamètre: } d_1 = \frac{m_n Z_1}{\cos \beta} = \frac{2 \cdot 20}{\cos 30} = 46,18 \text{ mm.}$$

La vitesse linéaire sera donc: $v_1 = \frac{\pi d_1 n_1}{60} = 10,88 \text{ m/s.}$

D'où le nouveau facteur de vitesse: $K_v = \frac{12}{12 + \sqrt{10,88}} = 0,78.$

$$E_p = \frac{b \tan \beta}{P_t} = \frac{b \tan \beta}{\frac{\pi m_n}{\cos \beta}} = \frac{b \sin \beta}{\pi m_n} = \frac{36,8 \sin 30}{\pi \cdot 2} = 2,9 > 1.$$

$$\text{d'où: } Z_p = \frac{1}{\sqrt{E_p}}$$

$$\text{avec: } E_{ca} = \frac{1}{\pi \cos \beta} \left[\sqrt{\frac{Z_1^2 \sin^2 \beta + Y_1^2 + Z_1 Y_1}{4}} + \sqrt{\frac{Z_2^2 \sin^2 \beta + Y_2^2 + Z_2 Y_2}{4}} \right] \rightarrow \frac{Z_1 + Z_2 \sin \beta}{2}$$

$$Y_1 = Y_2 = 1 \text{ et } Z_2 = 3,2 \cdot Z_1$$

$$E_d = \frac{1}{\pi \cos 20} \left[\sqrt{\frac{20^2 \sin^2 20 + 1 + 20}{4}} + \sqrt{\frac{(3,2 \cdot 20)^2 \sin^2 20 + 1 + (3,2 \cdot 20)}{4}} - \frac{20 + (3,20 \times 20) \sin 20}{2} \right]$$

$$E_d = 1,67 \Rightarrow Z_p = \frac{1}{\sqrt{1,67}} = 0,77.$$

Remarque: on a a ; $b = 36,8$ et $m_o = 2 \Rightarrow \frac{b}{m_o} = 18,4$.

L'abaque I. nous donne aussi une relation entre E_p , β et $\frac{b}{m_o}$

$$\left. \begin{array}{l} E_p = 2,9 \\ \beta = 30^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{b}{m_o} = 18,4. \text{ (la même valeur que précédemment. c'est un simple vérification).}$$

IV.2.5. Calcul de la contrainte superficielle:

$$\sigma_{H\ell_1} = \sqrt{\frac{F_t \cdot Y_1}{b d_1 C_r} \cdot \frac{Z_E \cdot Z_c \cdot Z_p}{(K_V K_A K_M \cdot K_{H\ell_1})^{1/2}}} \quad \text{avec } C_r = \frac{l}{l+1}$$

$$\sigma_{H\ell_1} = \sqrt{\frac{475,2 \cdot 1}{36,8 \cdot 46,19 \cdot \left(\frac{20}{12}\right)} \cdot \frac{87 \cdot 1,4 \cdot 0,77}{\sqrt{0,78 \cdot 0,7 \cdot 1 \cdot 1}}} = 71,9 \text{ DaN/mm}^2$$

• pour un acier allié forgé (Abaque XII) $\sigma_{H\ell\text{lim}} = 120 \text{ DaN/mm}^2$

on a bien: $\sigma_{H\ell_1} < \sigma_{H\ell\text{lim}}$.

IV.2.6. Calcul de la pression de repture:

$$\sigma_b = \frac{F_t}{b m_o} \frac{Y_F \cdot Y_E \cdot Y_p \cdot Y_c}{K_V \cdot K_A \cdot K_M \cdot K_{b\ell_1}}$$

• $Y_E = \frac{1}{E_d} = \frac{1}{1,67} = 0,59$. facteur de conduite.

$\beta = 30^\circ \Rightarrow Y_p = 0,75$ (Abaque VI, facteur d'inclinaison).

• $Y_c = 1$.

• Facteur de forme: Y_F . Il dépend du nombre de dents fictif, et de l'angle de pression réel α_r . Pour un $\text{deport nul} (\xi=0)$

on: $Z_1 = 20 \Rightarrow Z'_1 = \frac{Z_1}{\cos^2 \beta} = 30,79 \Rightarrow Y_F = 2,63$ (Abaque VII).

• $K_{b\ell_1} = 1$.

$$\text{D'où } \sigma_b = \frac{475,2}{2 \cdot 36,8} \cdot \frac{2,63 \cdot 0,59 \cdot 0,75 \cdot 1}{0,78 \cdot 0,7 \cdot 1 \cdot 1} = 22 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2}$$

on prendra pour $\sigma_{b\text{lim}} = 35 \text{ daN/mm}^2$.

On a bien $\sigma_b < \sigma_{b\text{lim}}$.

IV.2.7. Verification de la roue à la pression superficielle et la pression de repture.

1°. Caractéristiques de la roue:

$$d_2 = i d_1 = 147,81 \text{ mm.}$$

$$z_2 = i z_1 = 64 \text{ Dents.}$$

$$n_2 = \frac{n_1}{i} = 1406,25 \text{ tr/min.}$$

$$F_{t1} = F_{t2} = 475,2 \text{ daN.}$$

2°. Calcul de la contrainte superficielle:

On a une relation liant la contrainte superficielle sur le pignon et celle sur la roue: $\frac{\sigma_{H1}}{\sigma_{H2}} = \frac{K_{H2}}{K_{H1}} \sqrt{\frac{Y_2}{Y_1}}$.

$$n_2 = 1406 \times 60 \times 516 = 4,35 \cdot 10^7 \Rightarrow K_{H2} = 2. \text{ (Abaque: I).}$$

$$n_2 > 200 \text{ tr/min} \Rightarrow Y_2 = 1 \text{ (Abaque VIII).}$$

$$\text{On aura: } \frac{\sigma_{H1}}{\sigma_{H2}} = 1 \Rightarrow \sigma_{H2} = 71,9 \text{ daN/mm}^2 < \sigma_{H\text{lim}}.$$

3°. Calcul de la contrainte de repture:

$$\text{De même: } \frac{\sigma_{b1}}{\sigma_{b2}} = i^{1/4} \frac{Y_{F2}}{Y_{F1}}$$

$$\text{Facteur de forme: } Y_{F2}: z_2 = 64 \Rightarrow z'_2 = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = 98,5 \text{ (99 dents)}$$

$$\Rightarrow Y_{F2} = 2,4 \text{ (Abaque XII).}$$

$$\sigma_{b2} = \sigma_{b1} \frac{Y_{F1}}{i^{1/4} Y_{F2}} = 22 \frac{2,53}{2,4 \cdot (3,2)^{1/4}} = 21,46 \text{ daN/mm}^2.$$

$$\text{on a bien } \sigma_{b2} < \sigma_{b\text{lim}}.$$

Donc les dimensions caractéristiques du 1^{er} couple

d'engrenages: le module: $m_0 = 2 \text{ mm}$; $i_1 = 3,2$.

$$z_1 = 20; d_1 = 46,19, \text{ la largeur } b = 36,8 \text{ mm (commune aux deux).}$$

$$z_2 = 64; d_2 = 147,81, \text{ l'entraxe } a = \frac{d_1 + d_2}{2} = 97 \text{ mm.}$$

Pour le calcul des autres couples d'engrenages; on a déjà l'entraxe qui est imposé. Ainsi que le rapport de transmission, alors les diamètres et les nombres sont facilement déterminés

La suite du calcul sera en quelque sorte une vérification des dents pour un module $m=2\text{mm}$; à la pression superficielle et à la rupture. Pour la largeur: $b=36,8\text{mm}$ est un peu importante. dans le reste du calcul on prendra $\frac{b}{d}$ de l'ordre de 0,5; ce qui donne une largeur de 23mm environ.

IV.3. Calcul du couple d'engrenage pour la 2^{ème} vitesse: (a_2, b_2) .

IV.3.1. Détermination des diamètres et des nombres de dents:

l'entraxe: $a = 97\text{mm}$; le rapport $i_2 = 2$.

$$\text{d'où } d_1 + d_2 = 2 \times 97 = 194\text{mm} \Rightarrow \frac{m}{\cos\beta} (z_1 + z_2) = 2a.$$

$$\Rightarrow z_1 + z_2 = \frac{2a \cos\beta}{m} = \frac{2 \cdot 97 \cdot \cos 30}{2} = 84 \text{ Dents.}$$

$$\text{et } \frac{z_2}{z_1} = i_2 = 2 \Rightarrow z_2 = 2z_1 \Rightarrow 3z_1 = 84 \Rightarrow z_1 = 28 \text{ Dents et } z_2 = 56 \text{ Dents}$$

$$z_1 = 28 \Rightarrow d_1 = \frac{2 \cdot 28}{\cos 30} = 64,66 \text{ mm.}$$

$$z_2 = 56 \Rightarrow d_2 = \frac{2 \cdot 56}{\cos 30} = 129,32 \text{ mm.}$$

IV.3.2. Force tangentielle sur la denture:

$$F_t = \frac{P}{v} = \frac{60}{\pi d_1 n_1} = \frac{60 \cdot 51500}{\pi \cdot 64,66 \cdot 10^{-3} \cdot 4500} = 3380 \text{ N}$$

$$F_t = 3380 \text{ daN.}$$

IV.3.3. Vérification à la rupture:

L'indice 1: pour le pignon a_1 ; L'indice 2: pour le roue b_2

$$F_t \text{ adm} = b m_0 \frac{K_M K_V K_A K_B}{Y_p \cdot Y_e \cdot Y_F} \cdot \sigma_{blim}$$

$$m_0 = 2.$$

$$b = 23 \text{ mm.}$$

$$\text{- Facteur de vitesse } K_V: v = \frac{\pi d_1 n_1}{60} = 15,23 \text{ m/s} \Rightarrow K_V = \frac{12}{12 + \sqrt{15,23}} = 0,75.$$

$$\text{- Facteur de service: voiture pour tourisme: } K_A = 0,7.$$

$$\text{- Facteur de portée: } K_M = 1 \left(\frac{b}{d_1} = 0,35 < 1 \right).$$

$$\text{- Facteur de durée: la 2^{ème} vitesse est estimée à 946 heures.}$$

$$N_1 = 4500 \times 60 \times 946 = 2,5 \cdot 10^8 \text{ cycles.} \Rightarrow K_{B1} = 0,78; K_{HL1} = 968$$

$$N_2 = \frac{4500}{2} \cdot 60 \times 946 = 1,25 \cdot 10^8 \text{ cycles.} \Rightarrow K_{B2} = 0,8; K_{HL2} = 0,7 \text{ (Abaque Z).}$$

: Contrainte limite de base: donnée par l'abaque (XIII)

$\sigma_{blim} = 35 \frac{daN}{mm^2}$ (Acier allié forgé, trempe totale).

. la charge de rupture à cœur $R_r = 130 \text{ kBar}$

- Facteur d'inclinaison: (Abaque VI); $\beta = 30^\circ \Rightarrow Y_\beta = 0,75$.

- Facteur de conduite: Y_E .

$$E_d = \frac{1}{\pi \cos 2\alpha} \left[\sqrt{\frac{28^2 \sin^2 2\alpha + 28}{4}} + \sqrt{\frac{56^2 \sin^2 2\alpha + 56}{4}} - \frac{56+28}{2} \sin 2\alpha \right] = 1,7 > 1$$

$\Rightarrow Y_E = \frac{1}{E_d} = 0,58$.

- Facteur de forme: (Abaque XII)

$\cdot Z'_1 = \frac{Z_1}{\cos^2 \beta} = \frac{28}{\cos^2 30} = 43,1 \Rightarrow Y_{F1} = 2,6$.

$\cdot Z'_2 = \frac{Z_2}{\cos^2 \beta} = \frac{56}{\cos^2 30} = 86,2 \Rightarrow Y_{F2} = 2,45$.

$\Rightarrow F_{t1 adm} = \frac{23 \cdot 2 \cdot 0,18 \cdot 0,75 \cdot 0,78 \cdot 1 \cdot 35}{0,75 \cdot 0,58 \cdot 2,6} = 582,9 \text{ daN}$.

$\cdot F_{t2 adm} = F_{t1 adm} \cdot \frac{K_{bf2}}{K_{bf1}} \cdot \frac{Y_{F1}}{Y_{F2}} = 582,9 \cdot \frac{0,18}{0,78} \cdot \frac{2,6}{2,45} = 634,4 \text{ daN}$.

$F_{t2 adm} > F_{t1 adm} > F_t$ (le moy le $m=2$ convient à la résistance à la rupture.)

III.3.4. Vérification à la pression superficielle:

$F_{t adm} = 0,96 \cdot b \cdot d \cdot C_p \cdot \Omega_0 \cdot K_y \cdot K_f \cdot K_{HL}$

- $C_p = 1,36$ pour $\beta = 30$ (Abaque X) \cdot Facteur de forme.

$\cdot \Omega_0$ remplace σ_{blim} ; pour "Acier allié forgé" $\sigma_{Hlim} = 120 \frac{daN}{mm^2} \Rightarrow \Omega_0 = 0,8$

- $K_{HL1} = 0,68$; $K_{HL2} = 0,7$; \cdot $0,8 \cdot 0,75 \cdot 1 = 0,667$.

$\cdot F_{t adm} = 0,96 \cdot 23 \cdot 64,65 \cdot 1,36 \cdot 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,667 = 369,86 \text{ daN}$.

$\cdot F_{t2 adm} = \frac{F_{t1 adm} \cdot K_{HL2}}{K_{HL1}} = \frac{582,9 \cdot 0,7}{0,68} = 381 \text{ daN}$.

$\cdot F_{t2 adm} > F_{t1 adm} > F_t$ convient bien à la

De même $m_c = 2$ convient bien à la pression superficielle.

II.3.5. Puissance admissible:

$$P_{adm} = \frac{10^{-6}}{1,96} \cdot \frac{mZ \cdot \eta}{\cos \beta} \cdot F_{tadm}$$

Pour F_{tadm} , on veut avoir le cas le plus défavorable c'est à dire la plus petite valeur de la force tangentielle admissible. $F_{tadm} = 369,86 \text{ daN}$.

$$\Rightarrow P_{adm} = \frac{10^{-6}}{1,96} \cdot \frac{2 \times 28 \cdot 4500 \cdot 369,86}{\cos 30} = 54,9 \text{ KW}$$

$$P_{max} = 51,5 \text{ KW} < P_{adm}$$

Conclusion: le module $m_n = 2 \text{ mm}$ convient à la 2^{ème} vitesse

II.4. Calcul du couple d'engrenage pour la 3^{ème} vitesse: (a_3, b_3).

IV.4.1. Détermination des diamètres et des nombres de dents:

. L'entreaxe reste inchangé: $a = 97 \text{ mm}$.

. Le rapport de la 3^{ème} vitesse étant $i_3 = 1,33$.

$$\text{Alors nous aurons: } z_1 + z_2 = \frac{2a \cos \beta}{m_n} = 84.$$

$$\text{et } z_2 = 1,33z_1 \Rightarrow z_1 = \frac{84}{2,33} = 36,051 \rightarrow z_1 = 36$$

$$z_2 = 47,948 \rightarrow z_2 = 48$$

$$z_1 = 36 \Rightarrow d_1 = \frac{m_n z_1}{\cos \beta} = 83,14; z_2 = 48 \Rightarrow d_2 = \frac{m_n z_2}{\cos \beta} = 110,85.$$

$$m_n = 2; b = 23 \text{ mm}.$$

IV.4.2. Force tangentielle sur la denture:

$$F_t = \frac{P}{v} = \frac{60P}{\pi \cdot n \cdot d_1} = \frac{60 \cdot 51500}{\pi \cdot 4500 \cdot 0,08314} = 2628 \text{ N}$$

$$F_t = 263 \text{ daN}$$

IV.4.3. Vérification à la rupture:

L'effort tangentiel admissible est donné par la formule:

$$F_{tadm} = \frac{b m_n K_v K_A K_B K_M \cdot \sigma_{lim}}{Y_\beta \cdot Y_E \cdot Y_F}$$

$$\text{- Facteur de vitesse: } v = \frac{\pi n_1 d_1}{60} = 19,5 \text{ m/s} \Rightarrow K_v = 0,73.$$

- Facteur de service: $K_A = 0,7$.

- Facteur de portée: $\frac{b}{d_1} < 1 \rightarrow K_H = 1$.

- Facteurs de durées: la 3^{ème} vitesse est estimée à 2500 heures.

- Donc: $N_1 = 4500 \cdot 60 \cdot 2500 = 6,75 \cdot 10^8$ cycles $\rightarrow K_{H1} = 0,65; K_{H2} = 0,5$

$N_2 = 4500 \cdot \frac{1}{1,33} \cdot 60 \cdot 2500 = 5,19 \cdot 10^8$ cycles $\rightarrow K_{H1} = 0,65; K_{H2} = 0,5$.

- Contrainte limite de base: $\sigma_{blim} = 35 \frac{daN}{mm^2}$.

- Facteur d'inclinaison: $\beta = 30^\circ \rightarrow Y_\beta = 0,75$.

- Facteur de conduite: $Y_E = \frac{1}{E_d}$.

$$E_d = \frac{1}{\pi \cos^2 \beta} \left[\sqrt{\frac{36^2 \sin^2 20 + 1 + 36}{4}} + \sqrt{\frac{48^2 \sin^2 20 + 1 + 48}{4}} - \frac{48 + 36 \sin 20}{E} \right] = 1,72$$

$$\Rightarrow Y_E = \frac{1}{1,72} = 0,58$$

- Facteurs de formes: Y_F .

$$Z_1' = \frac{Z_1}{\cos^3 \beta} = 55,4 \rightarrow 55 \Rightarrow Y_{F1} = 2,55$$

$$Z_2' = \frac{Z_2}{\cos^3 \beta} = 73,9 \rightarrow 74 \Rightarrow Y_{F2} = 2,5$$

$$\text{Nous aurons: } F_{t,adm} = \frac{23 \times 2 \times 0,73 \times 0,7 \times 0,65 \times 1}{0,76 \times 0,75 \times 2,55} \times 35 = 368 \text{ daN}$$

$$\text{et } F_{t2,adm} = F_{t,adm} \cdot \frac{K_{H1}}{K_{H2}} \cdot \frac{Y_{F1}}{Y_{F2}} = 375 \text{ daN}$$

On a bien:

$$F_{t2,adm} > F_{t,adm} > F_t$$

IV 4.4. Vérification à la pression superficielle:

L'effort tangentiel admissible est donné par la formule:

$$F_{t,adm} = 0,96 \cdot b d_1 \cdot C_p \cdot \Omega_0 \cdot K_v \cdot K_m \cdot K_A \cdot C_r \cdot K_{H2}$$

$$C_p = 1,36 \text{ pour } \beta = 30^\circ;$$

$\Omega_0 = 0,8$ (même matériau que le couple d'engrenage précédent).

$$C_r = \frac{i}{i+1} = \frac{1,33}{1+1,33} = 0,57$$

$$\text{donc: } F_{t,adm} = 0,96 \cdot 23 \cdot 83,14 \cdot 1,36 \cdot 0,7 \cdot 0,73 \cdot 1 \cdot 0,8 \cdot 0,57 \cdot 0,5 = 290,8 \text{ daN}$$

$$\text{et } F_{t2,adm} = F_{t,adm} \cdot \frac{K_{H1}}{K_{H2}} = 290,8 \text{ daN} \rightarrow F_{t,adm} = F_{t2,adm} = 290,8 \text{ daN}$$

On a bien $F_{t,adm} > F_t$.

IV.4.5. Puissance admissible:

$$P_{adm} = \frac{10^{-6}}{1,96} \frac{m \bar{z} \cdot N}{\cos \beta} F_{tadm}$$

F_{tadm} : Est la plus faible force admissible ($F_{tadm} = 291 \text{ daN}$).

$$P_{adm} = \frac{10^{-6}}{1,96} \cdot \frac{2,36 \cdot 4500}{\cos 30} \cdot 291 = 57,26 \text{ kW.}$$

Conclusion: le module $m = 2 \text{ mm}$ convient bien à la 3^{ème} vitesse.

IV.5. Vérification du module $m = 2 \text{ mm}$ au couple d'engrenages de la 4^{ème} vitesse (a_4, b_4)

IV.5.1. Détermination des diamètres et des nombres de dents.

L'entreaxe: $a = 97 \text{ mm}$; la largeur de dent, $b = 23 \text{ mm}$.

Le rapport de la 4^{ème} vitesse: $i_4 = 0,99$.

$$\text{On a: } z_1 + z_2 = \frac{2a \cos \beta}{m} = 84.$$

$$\text{et } i_4 = \frac{z_2}{z_1} \Rightarrow z_2 = 0,99 z_1 \Rightarrow z_1 = \frac{84}{1,99} = 42,2 \Rightarrow z_1 = 43 \text{ dents.}$$

$$\text{et } z_2 = 41 \text{ dents.}$$

Le nombre des dents, a été rectifié alors le rapport à

$$\text{changé } \Rightarrow i_4 = \frac{41}{43} = 0,953.$$

$$\text{Nous aurons: } d_1 = \frac{m z_1}{\cos \beta} = 99,31 \text{ mm et } d_2 = \frac{m z_2}{\cos \beta} = 94,69 \text{ mm.}$$

IV.5.2. Effort tangentiel sur la denture:

$$F_t = \frac{P}{v} = \frac{60P}{\pi d_1 n_1} = \frac{60 \cdot 51500}{\pi \cdot 99,31 \cdot 4500} = 2201 \text{ N} = 220,1 \text{ daN.}$$

IV.5.3. Vérification à la rupture: La force tangentielle

admissible est donnée par la formule: $F_{tadm} = b m \frac{K_v K_a K_b K_c K_d}{Y_\beta Y_\epsilon Y_f} \sigma_{Hlim}$.

$$\text{Facteur de vitesse: } v = \frac{\pi d_1 n_1}{60} = \frac{\pi \cdot 99,31 \cdot 4500}{60} = 23,39 \text{ m/s} \Rightarrow K_v = 0,71.$$

Facteur de durée: la 4^{ème} est estimée à 3364 h.

$$N_1 = n_1 \cdot 60 \cdot D_4 = 4500 \cdot 60 \cdot 3364 = 9,10^8 \text{ cycles} \Rightarrow K_{b1} = 0,65 \text{ et } K_{H1} = 0,5$$

$$N_2 = 4500 \cdot 60 \cdot 3364 \cdot \frac{1}{0,96} = 9,3 \cdot 10^8 \text{ cycles} \Rightarrow K_{b2} = 0,65 \text{ et } K_{H2} = 0,5.$$

Facteur de portée: $K_M = 1$.

- Contrainte limite de base: $\sigma_{lim} = 35 \frac{daN}{mm^2}$.

- Facteur d'inclinaison: $\beta = 30^\circ \Rightarrow Y_\beta = 0,75$

- Facteur de conduite: $Y_E = \frac{1}{E\alpha}$.

$$avec E\alpha = \frac{1}{\pi \cos \alpha} \sqrt{\frac{z_1^2 \sin^2 \alpha}{4} + Y_1^2 + z_1 Y_1} + \sqrt{\frac{z_2^2 \sin^2 \alpha}{4} + Y_2^2 + z_2 Y_2} - \frac{z_1 + z_2}{2} \sin \alpha = 1,72$$

$$\Rightarrow Y_E = \frac{1}{1,72} = 0,58.$$

- Facteur de forme: $Z_1' = \frac{Z_1}{\cos^3 \beta} = 66,2 \Rightarrow Y_{F1} = 2,51$

$$Z_2' = \frac{Z_2}{\cos^3 \beta} = 63 \Rightarrow Y_{F2} = 2,53.$$

$$\Rightarrow F_{t1 adm} = 23 \times 2 \times \frac{1 \times 0,71 \times 0,7 \times 0,65}{0,58 \times 0,75 \times 2,51} \cdot 35 = 476,35 \text{ daN.}$$

$$F_{t2 adm} = F_{t1 adm} \cdot \frac{K_{bF2}}{K_{bF1}} \cdot \frac{Y_{F1}}{Y_{F2}} = 476,35 \times \frac{0,65}{0,65} \cdot \frac{2,51}{2,53} = 472,6 \text{ daN.}$$

on a bien $F_{t1 adm} > F_{t2 adm} > F_t$.

IV.5.4. Vérification à la pression superficielle:

$$F_{t adm} = 0,96 b d_1 C_p \cdot \Omega_0 \cdot K_v \cdot K_m \cdot K_a \cdot C_r \cdot K_{H1}$$

$$\beta = 30^\circ \Rightarrow C_p = 1,36.$$

$$\Omega_0 = 0,8 \sigma_{lim} = 120.$$

$$K_{H1} = K_{H2} = 0,5.$$

$$C_r = \frac{i}{i+1} = \frac{0,96}{1,96} = 0,489.$$

$$\Rightarrow F_{t1 adm} = 0,96 \times 23 \times 99,31 \times 1,36 \times 0,8 \times 0,71 \times 1 \times 0,7 \times 0,489 \times 0,5 = 290,4 \text{ daN}$$

$$F_{t2 adm} = F_{t1 adm} \cdot \frac{K_{H2}}{K_{H1}} = F_{t1 adm} = 290,4 \text{ daN.}$$

on a bien: $F_{t1 adm} > F_t$.

IV.5.5. Puissance admissible:

$$P_{adm} = \frac{10^{-6}}{1,96} \cdot \frac{m z M_1 F_t}{\cos \beta} = \frac{10^{-6}}{1,96} \cdot \frac{2 \times 43 \times 4500 \times 290,4}{\cos 30} = 66,2 \text{ kW.}$$

$$P_{adm} = 66,2 \text{ kW.}$$

Conclusion: le module $m = 2 \text{ mm}$ convient bien à la 4^{ème} vitesse.

IV.6. Vérification du module $m=2\text{mm}$ à la 5^{ème} vitesse.

IV.6.1. Détermination des diamètres et des nombres de dents:

- L'entreaxe est le même: $a = 97\text{mm}$, la largeur des dents

$b = 23\text{mm}$, le rapport de la 5^{ème} vitesse: $i_5 = 0,78$

$$\text{On a: } z_1 + z_2 = \frac{2a \cos \beta}{m} = 84 \text{ dents.}$$

$$z_2 = i_5 z_1 = 0,78 z_1 \Rightarrow z_1 = \frac{z_1 + z_2}{1,78} = 47,19 \Rightarrow z_1 = 47.$$

$z_2 = 37$. Le nbre de dents est changé donc le nouveau

$$\text{rapport: } i_5 = \frac{37}{47} = 0,787.$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{m z_1}{\cos \beta} = 108,55\text{mm}; \quad d_2 = \frac{m z_2}{\cos \beta} = 85,45$$

IV.6.2. Force tangentielle sur la denture:

$$F_t = \frac{P}{v} = \frac{60P}{\pi d_1 n} = \frac{60 \cdot 51500}{\pi \cdot 0,10855 \cdot 4500} = 202,4 \text{ N} = 202,4 \text{ daN}$$

IV.6.3. Vérification à la rupture, comme précédemment

la force tangentielle admissible est donné par:

$$F_{tadm} = b m_0 \frac{K_m K_v K_A K_B P}{Y_\beta Y_E Y_F} \cdot \sigma_{blim}$$

- Facteur de vitesse: $v = \frac{\pi d_1 n}{60} = 25,4\text{m/s} \Rightarrow K_v = 0,7$.

- Facteur de service: $K_A = 0,7$.

- Facteur de portée: $\frac{b}{d_1} < 1 \Rightarrow K_M = 1$.

- Facteur de durée: la 5^{ème} vitesse est estimée à 2593 heures.

$$\Rightarrow N_1 = 4500 \times 60 \times 2593 = 6,8 \cdot 10^8 \text{ et } N_2 = \frac{4500 \times 60 \times 2593}{0,787} = 3,6 \cdot 10^8 \text{ cycles}$$

donc: $K_{bl_1} = K_{bl_2} = 0,65$ et $K_{M_1} = K_{M_2} = 0,5$.

- Contrainte limite de base: $\sigma_{blim} = 35 \text{ daN/mm}^2$.

- Facteur d'inclinaison: $\beta = 30^\circ \Rightarrow Y_\beta = 0,75$.

- Facteur de conduite: $Y_E = \frac{1}{E_\alpha}$.

$$E_\alpha = \frac{1}{\pi \cos \alpha} \left[\sqrt{\frac{47^2 \sin^2 20 + 1 + 47}{4}} + \sqrt{\frac{37^2 \sin^2 20 + 1 + 37}{4}} + \frac{84 \sin 20}{2} \right] = 1,72$$

$$\Rightarrow Y_E = \frac{1}{1,72} = 0,58 \text{ et } Z_\beta = \sqrt{\frac{1}{E_\alpha}} = 0,76$$

- Facteur de forme:

$$Z_1' = \frac{Z_1}{\cos^3 \beta} = 42,36 \rightarrow 73 \rightarrow Y_{F1} = 2,49$$

$$Z_2' = \frac{Z_2}{\cos^3 \beta} = 56,9 \rightarrow 57 \rightarrow Y_{F2} = 2,53.$$

$$\Rightarrow Ft_1 adm = 2 \times 23 \times \frac{0,7 \times 0,65 \times 0,7 \times 35}{2,49 \times 0,75 \times 0,58} = 473,4 \text{ daN.}$$

$$\text{et } Ft_2 adm = Ft_1 adm \cdot \frac{K_{bL2}}{K_{bL1}} \cdot \frac{Y_{F2}}{Y_{F1}} = 465,94 \text{ daN.}$$

$$Ft_1 adm > Ft_2 adm > Ft.$$

IV.6.4. Verification à la pression superficielle:

$$Ft adm = 0,96 b d_1 C_\beta \Sigma_0 K_v K_m K_A C_r K_{H1}.$$

• $C_\beta = 1,36$ pour $\beta = 30^\circ$.

• $\Sigma_0 = 0,8$, $K_v = 0,7$; $K_A = 0,7$

• $K_{H1} = K_{H2} = 0,5$.

$$C_r = \frac{I_s}{I_{s+1}} = \frac{0,787}{1,787} = 0,44.$$

$$Ft_1 adm = 0,96 \cdot 23 \cdot 108 \cdot 1,36 \cdot 0,8 \times 0,7 \times 0,7 \cdot 0,44 \times 0,5 = 279,65 \text{ daN.}$$

$$Ft_2 adm = Ft_1 adm \cdot \frac{K_{bL2}}{K_{H1}} = Ft_1 adm = 279,65 \text{ daN} > Ft.$$

IV.6.5 Puissance admissible:

$$P_{adm} = \frac{10^{-6} \text{ m}^2 \eta}{1,96 \cos \beta} \cdot Ft adm$$

$$P_{adm} = \frac{10^{-6}}{1,96} \frac{2 \times 47 \cdot 4500}{\cos 30} \cdot 279,65 = 69,6 \text{ kW.}$$

Conclusion: Le module $m = 2 \text{ mm}$ convient bien à la 5^{ème} vitesse.

IV.7. Calcul de marche arrière: (Denture droite).

Entre le pignon et la roue de la marche arrière on doit intercaler un 3^{ème} pignon qui nous permettra de renverser le sens de rotation. Les conditions exigés sont:

le rapport total $i_{MAR} = 3,45$, l'entraxe entre le pignon et la roue: $a = 97 \text{ mm}$.

IV.7.1. Dimensionnement des éléments de la marche arrière:
 En quelque sorte pour la MAA on a deux étages.

(a_5, c) et (c, b_5) . Le 1^{er} problème est de répartir le rapport total entre les deux étages. (Voir fig 10 page 45)

$i_5 = \frac{z_2}{z_3} \cdot \frac{z_3}{z_1} = 3,45$

on a aussi : $\frac{d_1 + d_2}{2} < 2a \Rightarrow m(z_1 + z_2) < 2a$

$\left. \begin{matrix} z_1 + z_2 < 97 \\ \text{et } z_2 = 3,45z_1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow z_1 < \frac{97}{4,45} = 21,79 \Rightarrow z_1 = 20 \text{ dents et } d_1 = 40 \text{ mm}$

donc : $z_2 = 69$ et $d_2 = 138 \text{ mm}$.

$i_5 = i_{2,3} \cdot i_{1,2} = 2,875 \times 1,8$

$\left\{ \begin{matrix} z_1 = 20 \\ d_1 = 40 \text{ mm} \end{matrix} \right\} ; \left\{ \begin{matrix} z_3 = 30 \\ d_3 = 60 \text{ mm} \end{matrix} \right\} \text{ et } \left\{ \begin{matrix} z_2 = 69 \\ d_2 = 138 \text{ mm} \end{matrix} \right\}$

$a_1 = \frac{m(z_3 + z_1)}{2} = 60 \text{ mm} \quad a_2 = \frac{m(z_2 + z_3)}{2} = 99 \text{ mm}$

	1	3	2
Z (Dents)	20	30	69
d (mm)	40	60	138

IV.7.2. Effort tangentiel sur la denture:

$F = \frac{P}{v} = \frac{60P}{\pi d_1 n_1} = \frac{60 \cdot 51500}{\pi \cdot 40 \cdot 4500 \cdot 10^{-3}} = 5464,3 \text{ N} = 546,4 \text{ daN}$

IV.7.3. Vérification à la pression de repture:

IV.7.3.1. Du 1^{er} étage (entre 1 et 3 voir fig 10).

$F_{t adm} = b m_0 \frac{K_M K_A K_B K_H K_{H\beta} \sigma_{blim}}{Y_E Y_{F1,2}}$

$m_0 = 2 \text{ mm}$

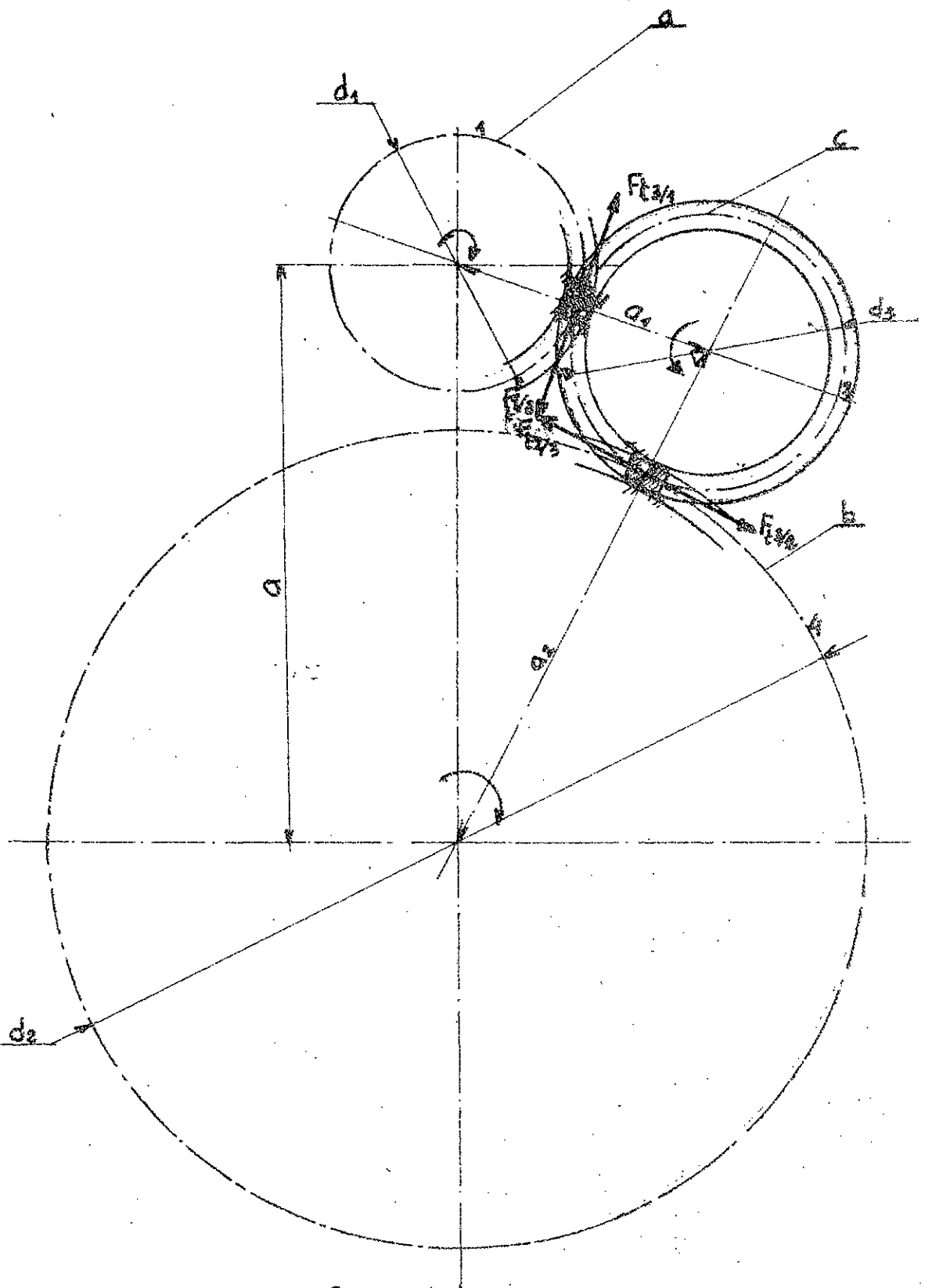
$v = \frac{\pi D n}{60} = \frac{\pi \cdot 4500 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{60} = 9,42 \text{ m/s} \Rightarrow K_v = \frac{12}{12 + \sqrt{9,42}} = 0,79$

$K_A = 0,7$

$K_M = 1$

la marche arrière est estimée à 163 heures donc :

Facteur de durée $\left\{ \begin{matrix} N_1 = 4500 \times 60 \times 163 = 4,4 \cdot 10^7 \text{ cycles} \rightarrow K_{B1} = 0,92, K_{H\beta} = 0,89 \\ N_2 = \frac{N_1}{7,2} \times 2 = 7,33 \cdot 10^7 \text{ cycles} \rightarrow K_{B2} = 0,88 \text{ et } K_{H\beta} = 0,9 \\ N_3 = \frac{N_1}{3,45} = 1,27 \cdot 10^7 \rightarrow K_{B3} = 0,99 \text{ et } K_{H\beta} = 0,98 \end{matrix} \right.$



- Fig. 10 -

Disposition des engrenages de la marche arrière.

- contrainte limite de base: $\sigma_{blim} = 35 \text{ daN/mm}^2$

- Facteur de conduite: $Y_E = \frac{1}{E_d}$

$$E_d = \frac{1}{1,57} \left[\sqrt{\frac{20^2 \sin^2 20 + 1 + 20}{4}} + \sqrt{\frac{24^2 \sin^2 20 + 1 + 24}{4}} - \frac{24 + 20}{2} \sin 20 \right] = 1,57$$

$$Y_E = \frac{1}{1,57} = 0,63$$

- Facteur de forme: $Z_1 = 20 \rightarrow Y_{F1} = 2,78$

$$Z_2 = 30 \rightarrow Y_{F2} = 2,62$$

$$Z_3 = 69 \rightarrow Y_{F3} = 2,5$$

- Pour la largeur de dents on essayera une largeur $b = 23,2 \text{ mm}$

$$\text{don on aura: } F_{t,adm} = \frac{2 \times 23,2 \times 1 \times 0,79 \times 0,7 \times 0,92}{0,63 \times 2,78} = 471,75 \text{ daN} < F_t$$

le pignon ne vérifie pas la pression de rupture. Il faut donc augmenter un des paramètres constructifs (boumo).

on a préféré augmenter b . Après plusieurs plusieurs itérations, on est arrivé une une valeur qui convient le mieux

$$b = 30 \text{ mm} \Rightarrow F_t = 610 \text{ daN} \text{ et } F_{t,adm} = F_{t,adm} \frac{K_{bl2}}{K_{bl1}} \cdot \frac{Y_{F2}}{Y_{F1}} = 619,13 \text{ daN}$$

On a bien $F_{t,adm} > F_t$.

II.7.3.2. Vérification à la rupture du 2ème étage (entre 3 et 2), (C, b_{ad})

$$F_{t,adm} = b m \sigma_{blim} \frac{K_M K_A K_{bl}}{Y_E Y_F}$$

• Pour $F_{t,adm}$ elle reste inchangée: $F_{t,adm} = 619,13 \text{ daN}$.

$$\text{Et } F_{t,adm} = F_{t,adm} \frac{K_{bl2}}{K_{bl1}} \cdot \frac{Y_{F2}}{Y_{F1}} = 619,13 \frac{0,99}{0,88} \frac{2,62}{2,5} = 729,9 \text{ daN}$$

On a bien aussi: $F_{t,adm} > F_t$.

II.7.4. Vérification à la pression superficielle:

II.7.4.1. Du 1er étage (entre 1 et 3), (A, c):

$$F_{t,adm} = 0,96 b d_1 \Omega_0 K_V K_M K_A C_r K_{HL}$$

$$\Omega_0 = 0,8; \sigma_{Hlim} = 120 \text{ daN/mm}^2; K_{HL1} = 0,89; K_{HL2} = 0,9; C_r = \frac{1,5}{2,5} = 0,6$$

$$\text{Donc: } F_{t,adm} = 0,96 \cdot 30 \cdot 40 \cdot 0,8 \cdot 0,89 \cdot 1 \cdot 0,8 \cdot 0,6 \cdot 0,89 = 311 \text{ daN} < F_t$$

• Ce matériau ne résiste pas à la pression superficielle. On prendra le même matériau mais ayant subi un trempage superficielle dont: $\sigma_{Hlim} = 145 \text{ HBar}$ et de même $b = 35 \text{ mm}$.

$$\Rightarrow F_{t,adm} = 0,96 \cdot 36 \cdot 40 \times 0,8 \cdot 0,79 \times 1 \cdot 1,2 \times 0,6 \times 0,89 = 559,8 \text{ daN} > F_t$$

et $F_{t3 adm} = 0,96 \cdot 36 \cdot 40 \cdot 0,8 \cdot 0,79 \cdot 1,12 \cdot 0,6 \cdot 0,9 = 5661 \text{ daN}$.

on a aussi $F_{t3 adm} > F_t^1$

IV. 7.4.1. Vérification à la pression superficielle pour le 2^{ème} étage:
(entre 3 et 2 (c, b_{int})).

$\alpha_0 = 1,2$; $C_r = \frac{2,3}{3,3} = 0,69$; $d_3 = 60 \text{ mm}$.

$K_{HL3} = 0,9$

$K_{HLE} = 0,98 \rightarrow F_{t3 adm} = 0,96 \cdot 36 \cdot 60 \cdot 0,8 \cdot 0,79 \cdot 1,2 \cdot 0,69 \cdot 0,9 = 976,52 \text{ daN}$.

et $F_{t3 adm} = F_{t1 adm} \cdot \frac{K_{HLE}}{K_{HLE3}} = 976,52 \cdot \frac{0,98}{0,9} = 1063,3 \text{ daN}$.

On a bien $F_{t3 adm} > F_{t2 adm} > F_t$

IV. 7.5. Puissance admissible:

$P_{adm} = \frac{10^{-6}}{1,96} \cdot m \cdot z \cdot N \cdot F_{t adm}$;

pour la force $F_{t adm}$; On prendra le cas le plus défavorable donc la plus petite valeur : $F_{t adm} = 559,8 \text{ daN}$.

$\Rightarrow P_{adm} = \frac{10^{-6} \cdot 2 \cdot 20 \cdot 4500 \cdot 559,8}{1,96} = 51,4 \text{ kW}$

$P_{adm} = 51,4 \text{ kW}$

Conclusion : le module $m = 2 \text{ mm}$ convient bien à la

marque arrière. Donc nous aurons pour les éléments communs, de taillages des roues à denture hélicoïdale.

- Angle de pression apparent : $\alpha_a = 20^\circ$.
- Angle de pression réel : $\alpha_r = 17^\circ 30'$.
- Angle d'inclinaison de l'hélice : $\beta = 30^\circ$.
- Module réel : $M_r = 2 \text{ mm}$.
- Module apparent : $M_a = \frac{M_r}{\cos \beta} = 2,31 \text{ mm}$.
- saillie : $s = M_r = 2 \text{ mm}$.
- Creux : $t = 1,25 M_r = 2,5 \text{ mm}$.
- hauteur de la dent : $h = 2,25 m_r = 4,5 \text{ mm}$.
- Pas réel : $P_r = \pi M_r = 6,28 \text{ mm}$.
- Largeur des dents : Pour la 1^{ère} : $b = 36,6 \text{ mm}$; 2^{ème} : 3° ; 4^{ème} : 5° $b = 23,2 \text{ mm}$.
- Profil des dents : En développante de cercle.
- Entraxe constant : $a = 97 \text{ mm}$.

• Pour la MAR on a une denture droite:

$m = 2 \text{ mm}$

$s = 2 \text{ mm}$

$t = 2,5 \text{ mm} \rightarrow h = 4,5 \text{ mm}$.

• largeur de la denture : $b = 36 \text{ mm}$.

• Dans la suite du calcul (calcul d'arbres), on négligera le poids propre des roues. Il est très faible par rapport aux forces motrices.

Tableau recapitulatif de toutes les données

Vitesse	Revol	Nbres De Dents	Diametre primitif (mm) d_p	Diametre de tête (mm) $d_t = d_p + 2m$	Diametre de pied (mm) $d_i = d_p - 2,5m$	Largeur (mm) (b) ou (p)	Volume $V = \frac{\pi d^3}{4} (l)$	masse r.F.V (kg) Poids P = mg (N) $P = 7,88 \text{ kg/cm}^3$	Force tangentielle sur les dents (daN)	entraxe (mm)
1 ^{ère} $i_1 = 3,2$	a_1	20	46,16	50,16	44,16	36,8	0,06158	0,485 kg / 4,75 N	475,16	97 mm
	b_1	64	147,81	151,81	142,81	36,8	0,631	4,97 kg / 48,7 N		
2 ^{ème} $i_2 = 2$	a_2	28	64,67	68,67	59,67	23	0,075	0,59 / 5,78 N	338	97 (mm)
	b_2	56	129,34	133,34	124,34	23	0,300	2,38 kg / 23,32 N		
3 ^{ème} $i_3 = 1,33$	a_3	36	83,14	87,14	78,14	23	0,124	0,98 kg / 9,6 N	263	97 (mm)
	b_3	48	110,85	114,85	105,85	23	0,218	1,72 kg / 16,83 N		
4 ^{ème} $i_4 = 0,96$	a_4	43	99,31	103,33	94,31	23	0,177	1,395 kg / 13,68 N	220,1	97 mm
	b_4	41	94,69	98,69	89,69	23	0,160	1,276 kg / 12,52 N		
5 ^{ème} $i_5 = 0,789$	a_5	47	108,55	112,55	103,55	23	0,240	1,86 kg / 18,27 N	202,4	97 mm.
	b_5	37	85,45	89,45	80,45	23	0,130	1,028 / 10,09 N		
MAR $i_{MAR} = 15 \times 23 = 345$	a_{MAR}	20	40	44	35	36	0,045	0,356 kg / 3,497 N	546,4	$a_1 = 50 \text{ mm}$ entre a_1 et c $a_2 = 99 \text{ mm}$ entre b_1 et c $a = 97 \text{ mm}$ entre a_1 et b_1
	c_{MAR}	30	60	64	55	36	0,101	0,802 / 7,86 N		
	b_{MAR}	69	138	142	133	36	0,538	4,24 kg / 41,62		

V CALCUL D'ARBRES

Dans les boîtes de vitesses, lorsque un couple d'engrenages est engagé, les autres sont libres. Donc il y a une seule force qui intervient (celle entre le roue et le pignon qui sont en prise). Dans le calcul des arbres, nous étudierons 6 cas (5 vitesses + MAR).

C'est à dire les modes de transmissions. Avant d'attaquer le calcul, il nous faut donner, quelques dimensions fonctionnelles des différents éléments de la boîte et la méthode de calcul.

2.1. Différents efforts sur les dentures hélicoïdales (voir fig. 11).

• P puissance transmise

• M_t . Moment ou couple sur l'arbre du pignon (M_t ou C_g).

• n_1 (tr/min). vitesse de rotation de l'arbre.

• r_1 et r_2 : Rayons primitifs de fonctionnement.

• β : Inclinaison primitive: 30° .

• α_n : angle de pression réel: $17^\circ 30' = 17.5^\circ$.

- Effort radial: $F_r = F_t \tan \alpha_n = \frac{F_t}{\cos \beta} \tan \alpha_n$

- Effort axial: $F_a = F_x = F_t \tan \beta$

- Effort normal: $F_{hn} = \frac{F_n}{\cos \alpha_n} = \frac{F_t}{\cos \beta \cdot \cos \alpha_n}$

- Effort tangentiel: $F_t = \frac{P_1}{v} = \frac{60 P_1}{2 \pi r_1 n_1} = \frac{30 P_1}{r_1 n_1}$

- Pour chaque combinaison, on a des forces agissant différentes donc des moments fléchissant différents ce qui nous donne un moment idéal pour chaque combinaison. Le moment idéal dépend directement des forces radiales, tangentielles et axiales. Le diamètre minimum est donné en fonction du moment idéal par la formule:

$$d_{\min} = \sqrt[3]{\frac{M_i}{\frac{R_{pe}}{3.2}}} = \sqrt[3]{\frac{10.2 M_i}{R_{pe}}}$$

avec: M_i : Moment idéal.

R_{pe} : Résistance pratique à l'extension, On prendra de l'Acier ou Nickel Chrome 20NCG trempé à 850°C et revenu à 200°C et de résistance à l'extension supérieure à $93.7 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2}$ (R_e).

Nous adoptons un coefficient de sécurité $\alpha = 5$.

on aura: $R_{pe} = \frac{R_e}{\alpha} = \frac{93.7}{5} \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2} = 18.74 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2}$

- le moment idéal est donné par: $M_i = \sqrt{M_{tr}^2 + M_{ax}^2} = \sqrt{M_{tr}^2 + \alpha^2 \frac{P^2}{v^2}}$

$$\text{et } M_{tr} = \sqrt{M_{trV}^2 + M_{trH}^2}$$

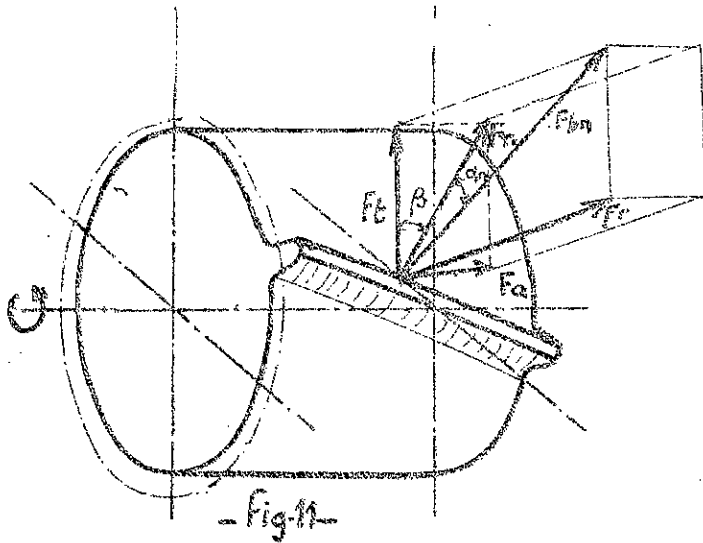


Fig. 12. Disposition des forces sur les deux arbres.

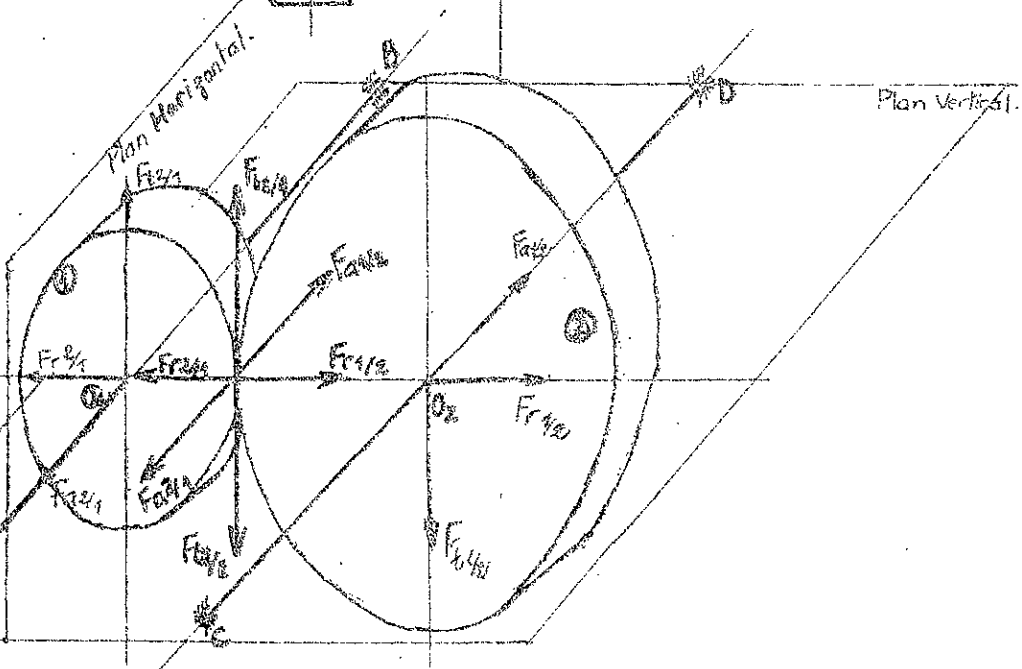
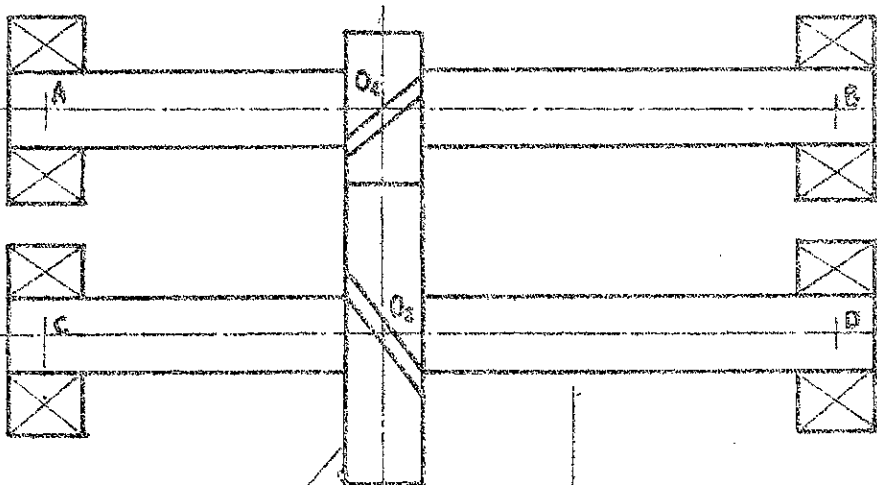
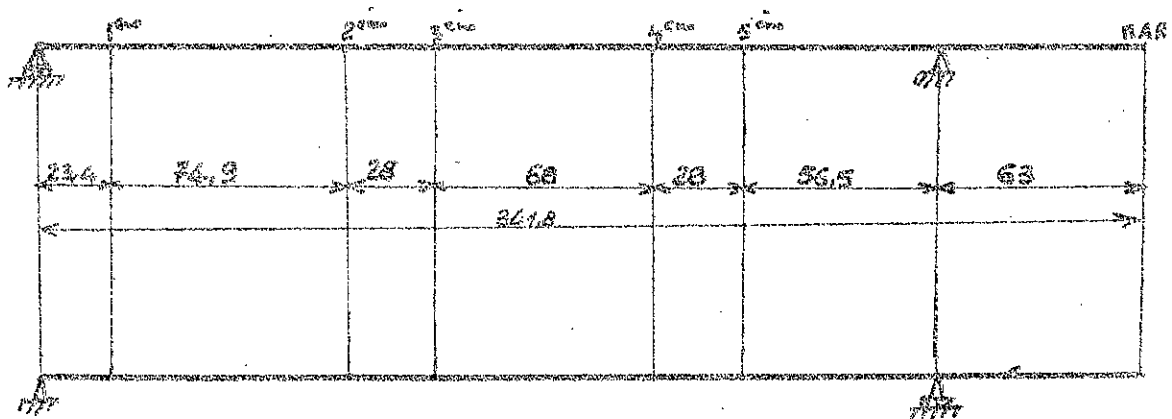
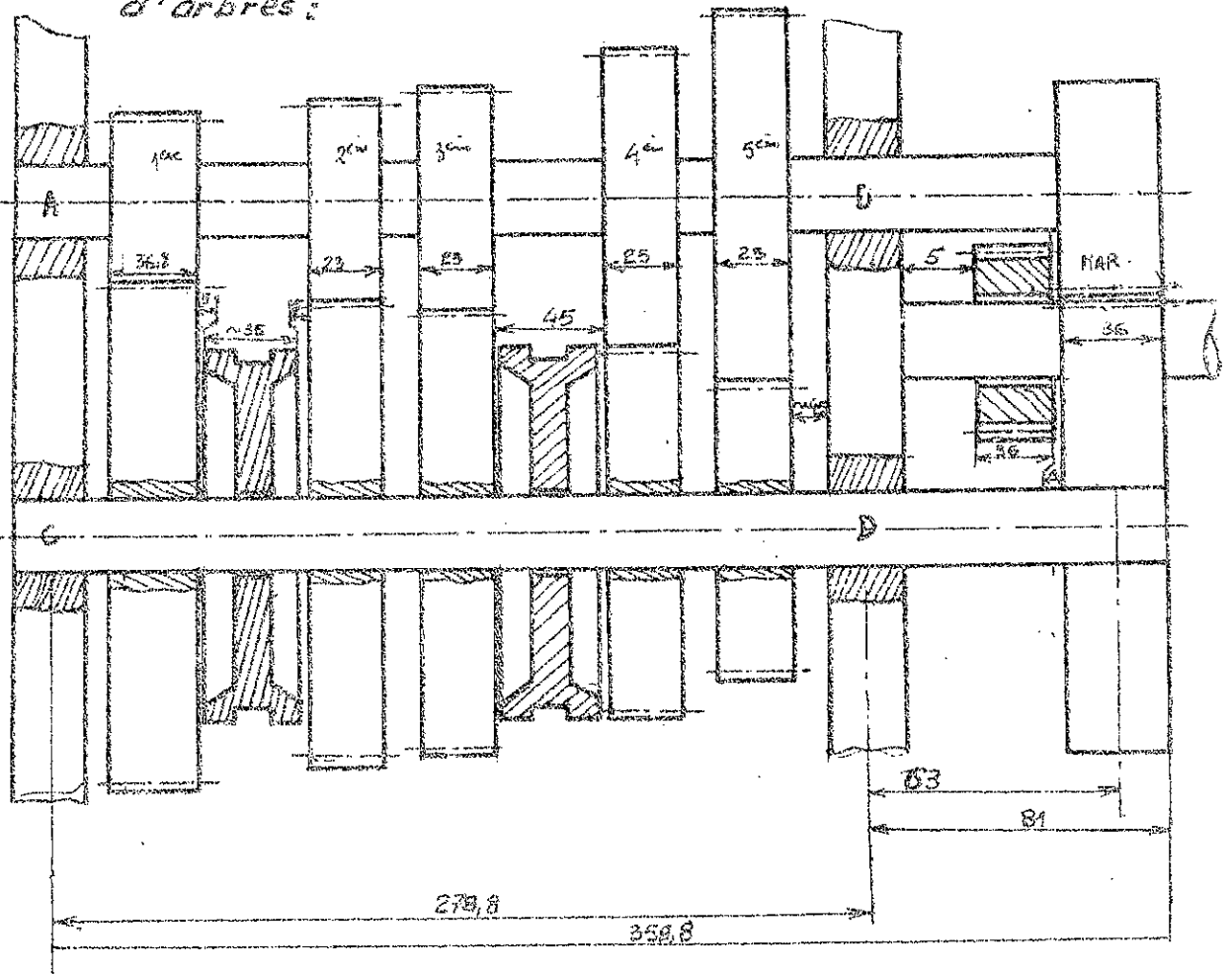


Fig. 2. Schéma donnant les dimensions fonctionnelles pour le calcul d'arbres :



V.2. Etude des moments de flexion sur l'arbre moteur pour les différentes vitesses:

V.2.1. Le cas de la 1^{ère} vitesse: (a_1, b_1) engrenés.

- Force tangentielle: 475,16 daN.

- Force radiale: $F_r = \frac{F_t}{\cos \beta} \operatorname{tg} \alpha_n = 172,9 \text{ daN}$.

- Force axiale: $F_a = F_t \operatorname{tg} \beta = 274,33 \text{ daN}$.

- Couple sur l'arbre moteur: $C_{1m} = 109,6 \text{ N.m}$.

- Couple sur l'arbre receveur: 351 N.m

. Calcul des réactions: (Voir dispositions des efforts - page 53)

- Plan Horizontal: $F_{t2y} = 475,16 \text{ daN}$.

$$- \sum M_{B/A} \vec{F} = 0 \Rightarrow 278,8 R_{Bx} - 23,4 F_{t2y} = 0 \Rightarrow R_{Bx} = \frac{23,4}{278,8} F_{t2y} = 39,88 \text{ daN}$$

$$- \sum M_{A/B} \vec{F} = 0 \Rightarrow 278,8 R_{Ay} - 255,4 F_{t2y} = 0 \Rightarrow R_{Ay} = \frac{255,4}{278,8} F_{t2y} = 435,28 \text{ daN}$$

Moment de flexion Horizontal est maximum au pt 1:

$$M_{H_{\max}} = M_{H1} = R_{Ay} \cdot 23,4 = 10185,5 \text{ daN.mm} = 101,85 \text{ N.m}$$

Plan vertical: $F_{r2y} = 172,9 \text{ daN}$.

$$F_{a2y} = 274,33$$

$$- R_{Bv} = \frac{23,2 F_{a2y} + 23,4 F_{r2y}}{278,8} = 37,3 \text{ daN}$$

$$- R_{Av} = F_{r2y} - R_{Bv} = 172,9 - 37,3 = 135,7 \text{ daN}$$

. Moment de flexion vertical est maximum aussi au point 1.

$$M_{V_{\max}} = M_{V1} = R_{Bv} \cdot 255,4 = 9526 \text{ daN.mm} = 95,26 \text{ N.m (à droite de 1)}$$

. Donc les réactions aux appuis sont:

$$R_A = \sqrt{R_{Av}^2 + R_{Ah}^2} = \sqrt{(135,7)^2 + (435,28)^2} = 455,9 \text{ daN}$$

$$R_B = \sqrt{R_{Bv}^2 + R_{Bh}^2} = \sqrt{(37,3)^2 + (39,88)^2} = 54,6 \text{ daN}$$

et le moment de flexion maximum est:

$$M_{f_{\max}} = \sqrt{M_{V_{\max}}^2 + M_{H_{\max}}^2} = \sqrt{(95,26)^2 + (101,85)^2} = 139,45 \text{ N.m}$$

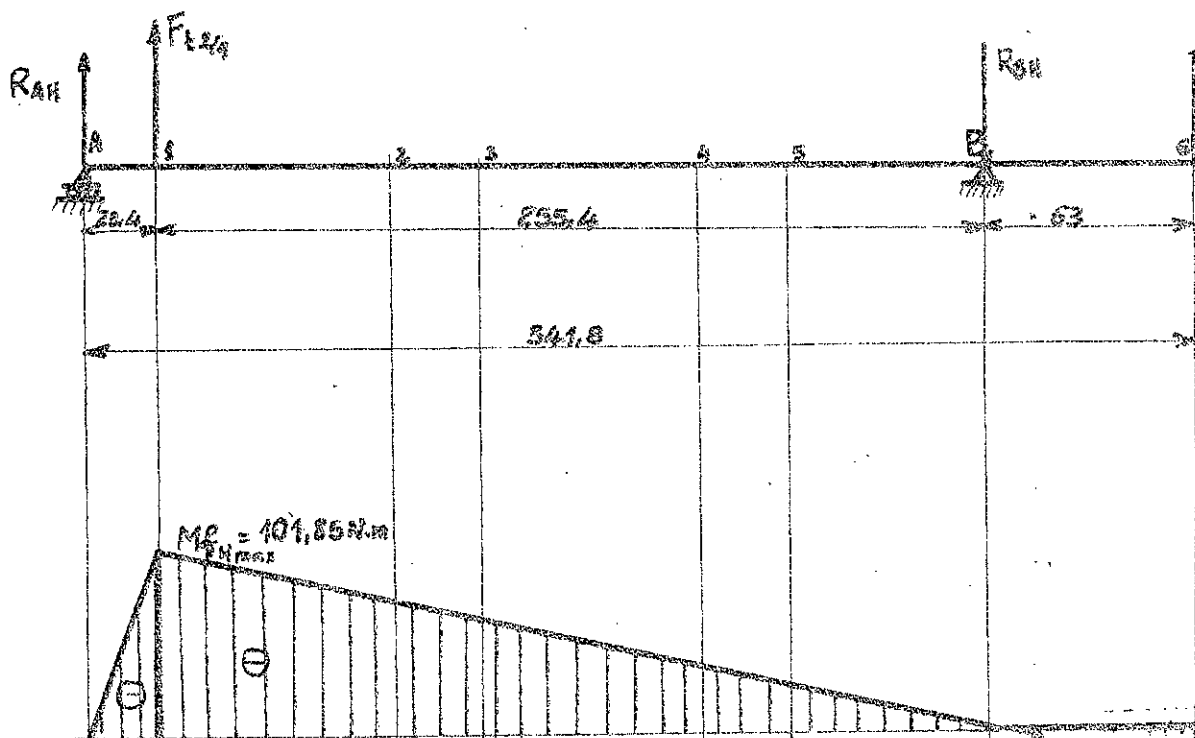
d'où le moment idéal:

$$M_i = \sqrt{M_{f_{\max}}^2 + \alpha^2 C_{1m}^2} \quad \text{avec } \alpha = 0,75$$

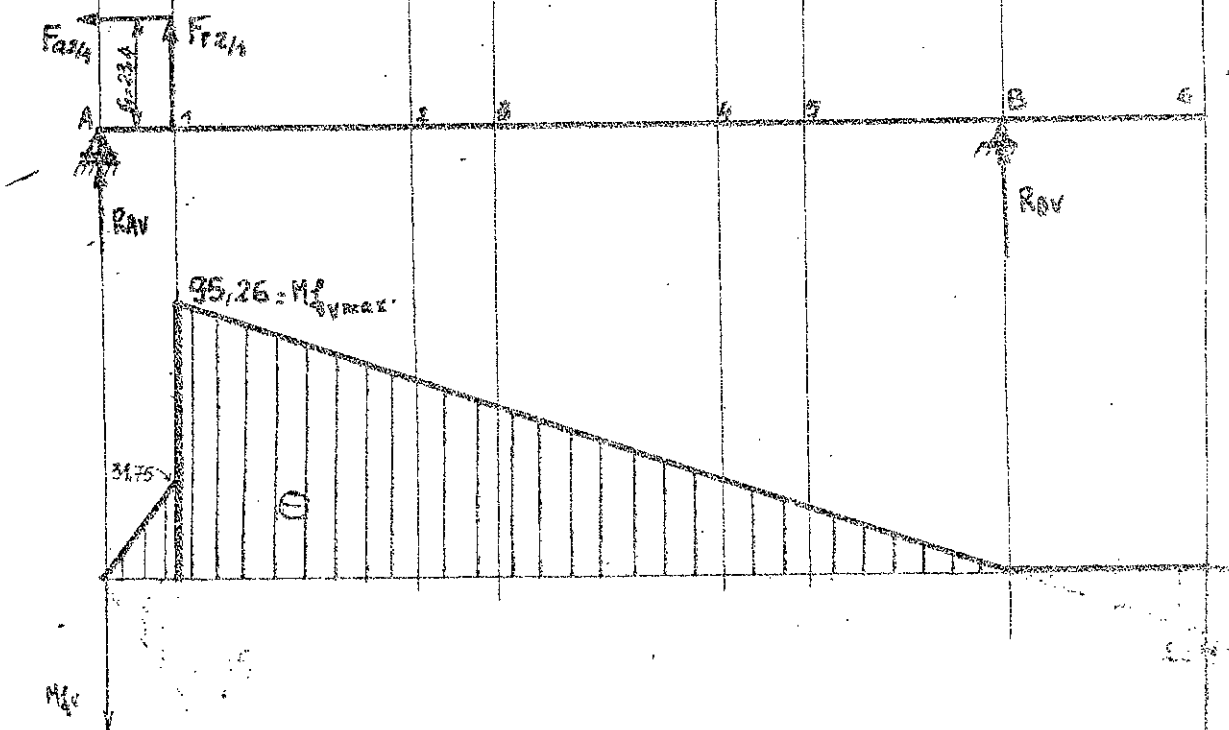
$$\Rightarrow M_i = \sqrt{(139,45)^2 + (0,75)^2 (109,6)^2} = 161,87 \text{ N.m}$$

$$\underline{M_i = 161,87 \text{ N.m}}$$

Plan horizontal



Plan vertical



V.2.2. Le cas de la 2^{ème} vitesse: (a_2, b_2 engrénés).

. Force tangentielle: $F_t = 338 \text{ daN}$.

. Force radiale: $F_r = \frac{F_t}{\cos\beta} \cdot \tan\alpha_n = 123 \text{ daN}$.

. Force axiale: $F_a = F_t \cdot \tan\beta = 195 \text{ daN}$.

. Couple sur l'arbre moteur: $C_{1m} = \frac{F_t d_1}{2} = 109 \text{ N.m}$.

. Couple sur l'arbre receveur: $C_{2m} = L_2 C_{1m} = 218 \text{ N.m}$.

. Calcul des réactions: (Voir la disposition des forces page 53).

. Plan Horizontal: $F_{tH} = 338 \text{ daN}$.

. $\sum M_{P/A} = 0 \Rightarrow R_{0H} \cdot l_1 - F_{tH} \cdot l_2 = 0 \Rightarrow R_{0H} = \frac{F_{tH} \cdot l_2}{l_1} = \frac{338 \cdot 98,3}{278,8} = 119,19 \text{ daN}$.

et $R_{1H} = F_{tH} - R_{0H} = 338 - 119,19 = 218,83 \text{ daN}$.

. Le moment de flexion est maximum au point 2:

$M_{fH}^{\text{max}} = M_{fH,2} = R_{1H} \cdot l_1 = R_{0H} \cdot l_2 = 21510,9 \text{ daN.mm} = 215,1 \text{ N.m}$.

. Plan vertical: $F_{rH} = 123 \text{ daN}$; $F_{aH} = 195 \text{ daN}$.

$\sum M_{P/A} = 0 \Rightarrow R_{0V} \cdot l_1 - F_{aH} \cdot r_1 - F_{rH} \cdot l_2 = 0 \Rightarrow R_{0V} = \frac{F_{aH} \cdot r_1 + F_{rH} \cdot l_2}{l_1}$
 $\Rightarrow R_{0V} = \frac{195 \cdot 22,33 + 123 \cdot 98,3}{278,8} = 62,6 \text{ daN}$.

et $R_{1V} = F_{rH} - R_{0V} = 54,98 \text{ daN}$.

. Moment due à la force axiale:

$M_a = F_{aH} \cdot r_1 = 63 \text{ N.m}$.

. Moment à gauche du point 2: $M_{fV}^{\text{gauche}} = R_{0V} \cdot l_1 = 56,98 \text{ N.m}$.

. Moment à droite du point 2: $M_{fV}^{\text{droite}} = R_{1V} \cdot l_2 = 115,99 \text{ N.m}$.

Donc les réactions sur les appuis sont:

$R_A = \sqrt{R_{1V}^2 + R_{1H}^2} = \sqrt{(54,98)^2 + (218,8)^2} = 225,6 \text{ daN}$.

et $R_B = \sqrt{R_{0V}^2 + R_{0H}^2} = \sqrt{(62,6)^2 + (119,2)^2} = 134,6 \text{ N.m}$.

. Le moment de flexion maximum est:

$M_{fV}^{\text{max}} = \sqrt{M_{fV,2}^{\text{gauche}}^2 + M_{fV,2}^{\text{droite}}^2} = \sqrt{(215)^2 + (115,99)^2} = 244,29 \text{ N.m}$.

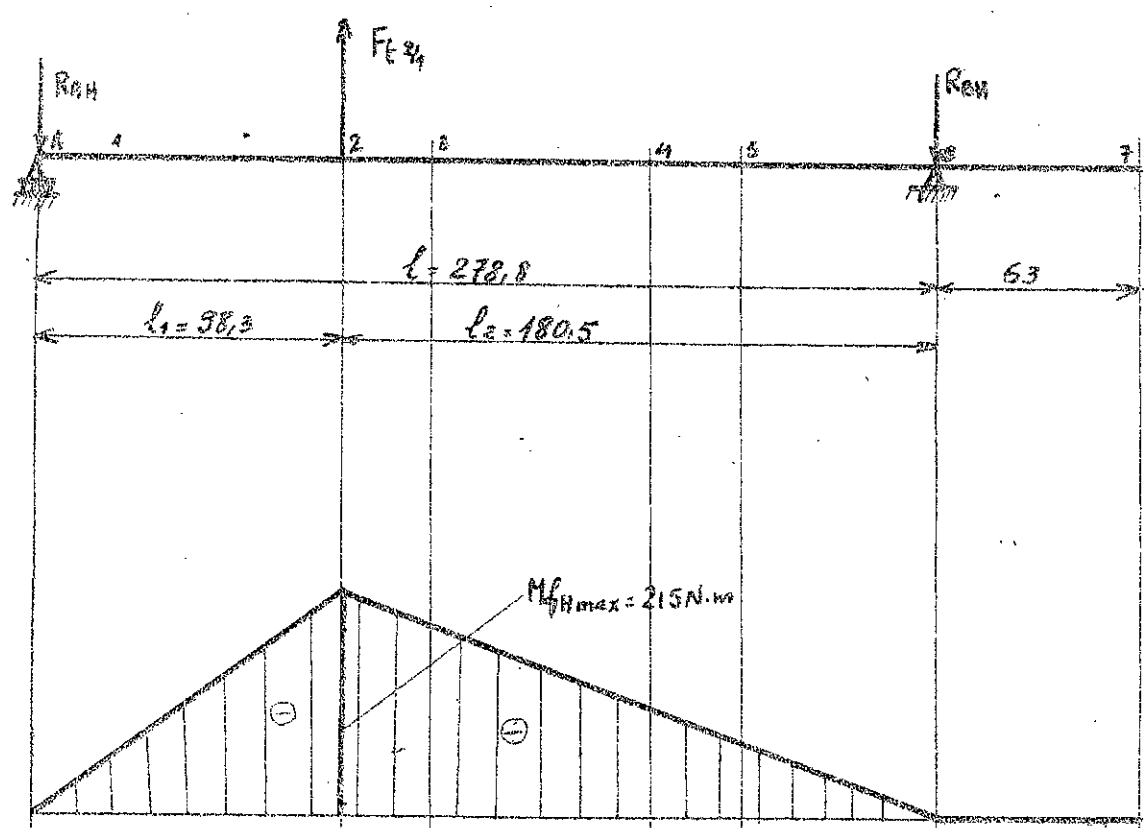
et

Le moment idéal:

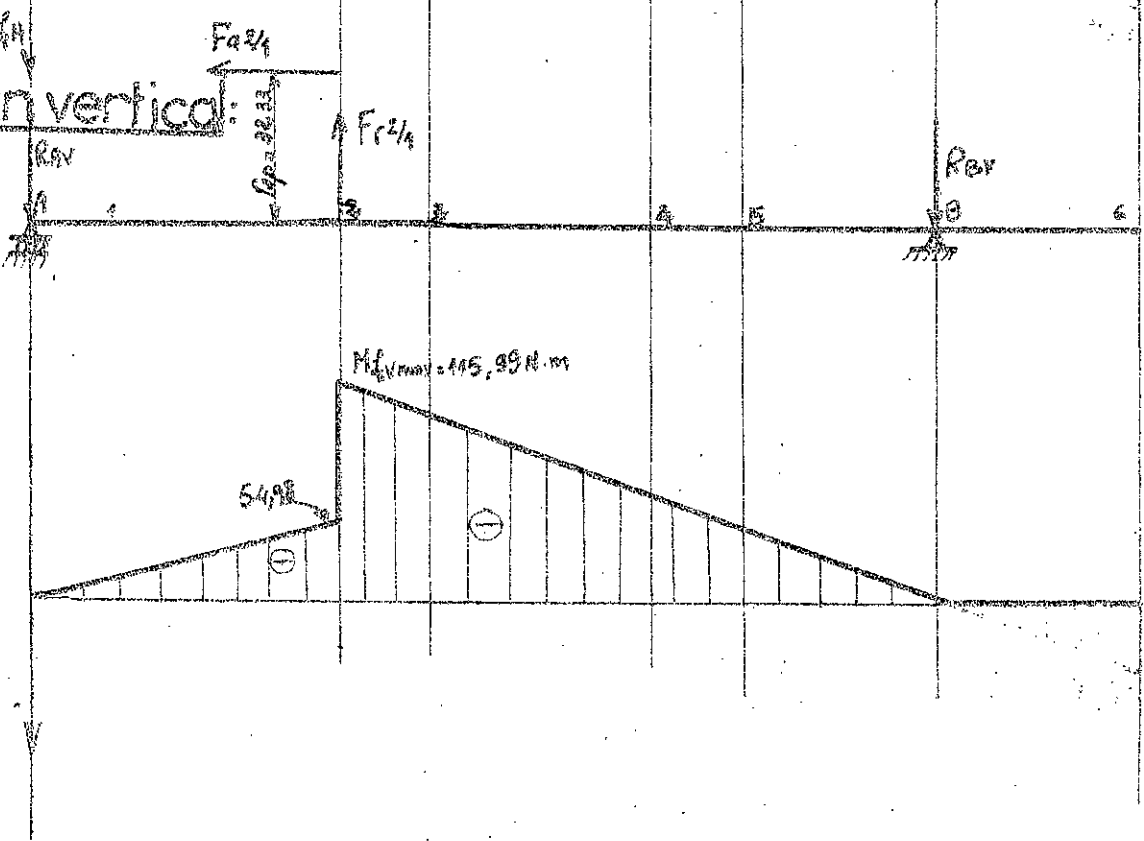
$M_i = \sqrt{M_{fV}^{\text{max}^2} + \alpha^2 C_{1m}^2} = \sqrt{(244,29)^2 + (0,75 \cdot 109)^2} = 257,6 \text{ N.m}$.

$M_i = 257,6 \text{ N.m}$

Plan horizontal:



Plan vertical:



II.2.3. Le cas de la 3^{ème} vitesse: (a_3, b_3) .

. Force tangentielle: $F_t = 263 \text{ daN}$.

. Force radiale: $F_r = \frac{F_t \tan \alpha}{\cos \beta} = 95,75 \text{ daN}$.

. $F_a = F_t \tan \beta = 263 \tan 30 = 151,8 \text{ daN}$.

. Diamètre primitif: $d_p = 82,14 \text{ mm}$ et $r_p = 41,57 \text{ mm}$.

. Couple sur l'arbre moteur: $C_m = \frac{F_t d_p}{2} = 109,33 \text{ Nm}$.

. Couple sur l'arbre récepteur: $C_m = i C_m = 9,33 C_m = 145,4 \text{ Nm}$.

. Calcul des réactions:

. Plan horizontal:

$$\sum \vec{M}_{B/H} = 0 \Rightarrow R_{BH} = F_t \frac{L_1}{L} = 263 \frac{126,3}{278,8} = 119,14 \text{ daN}$$

$$\text{et } R_{AH} = F_t - R_{BH} = 263 - 119,14 = 143,86 \text{ daN}$$

. Le moment de flexion horizontal est maximum au point 3.

$$M_{FH \max} = M_{FH \text{ au pt } 3} = R_{AH} \cdot L_1 = R_{BH} \cdot L_2 = 126,3 \cdot 10^{-3} \times 1438,6 = 181,68 \text{ N.m}$$

$$M_{FH \max} = 181,68 \text{ N.m}$$

. Plan vertical: $F_r = 95,75 \text{ daN}$; $F_a = 151,8 \text{ daN}$.

$$\sum \vec{M}_{B/H} = 0 \Rightarrow R_{BV} = F_r \frac{L_1}{L} + F_a \frac{L_2}{L} = \frac{95,75 \cdot 126,3 + 151,8 \cdot 143,86}{278,8} = 66 \text{ daN}$$

$$\text{et } R_{AV} = F_r - R_{BV} = 95,75 - 66 = 29,75 \text{ daN}$$

Le moment de flexion vertical au point 3:

. Moment de flexion à gauche du pt 3: $M_{3g} = R_{AV} \cdot 126,3 \cdot 10^{-3} = 37,57 \text{ N.m}$.

. Moment de flexion à droite du pt 3: $M_{3d} = R_{BV} \cdot (278,8 - 126,3) \cdot 10^{-3} = 100,68 \text{ N.m}$.

. Moment de flexion due à la force axiale: $M_{Fa} = F_a \cdot r = 68 \text{ N.m}$.

On constate que $M_{3d} - M_{3g} = M_{Fa}$.

Donc les réactions sur les appuis:

$$R_A = \sqrt{R_{AV}^2 + R_{AH}^2} = \sqrt{(29,75)^2 + (119,14)^2} = 146,9 \text{ daN}$$

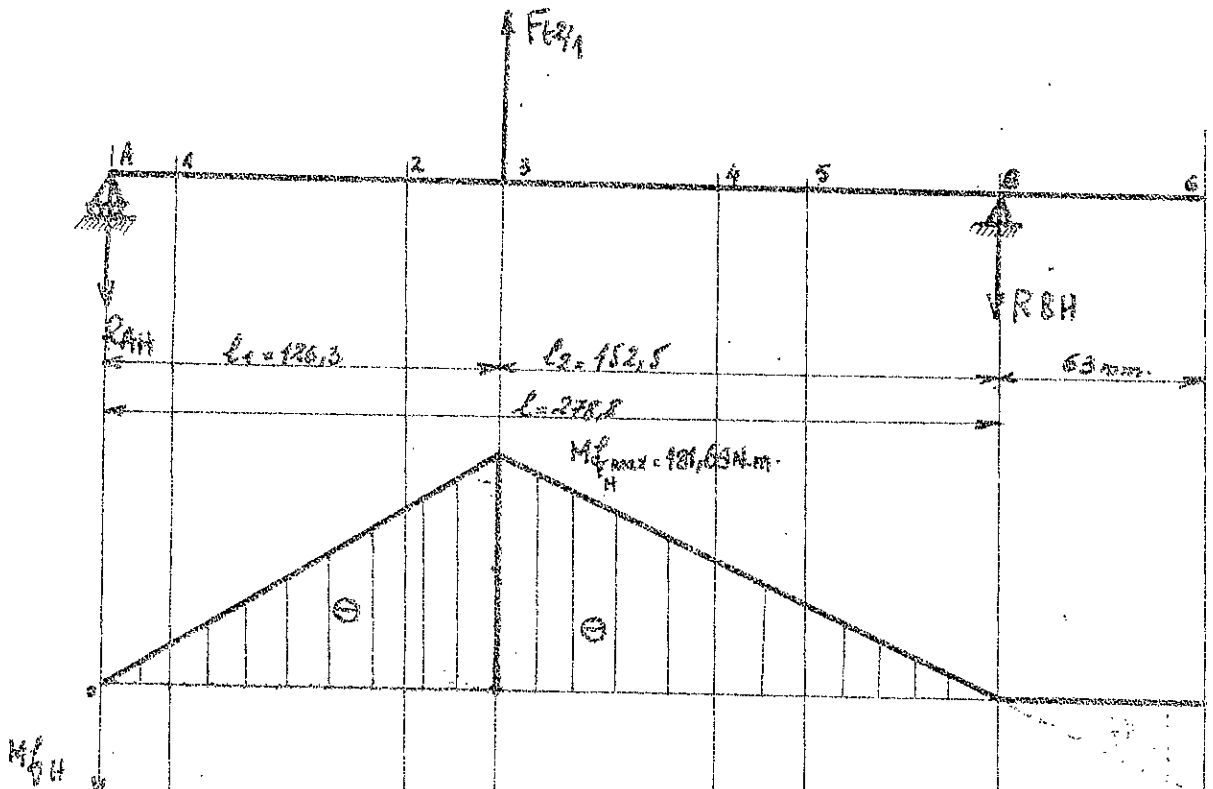
$$R_B = \sqrt{R_{BV}^2 + R_{BH}^2} = \sqrt{66^2 + (119,14)^2} = 136,19 \text{ daN}$$

$$M_{F \max} = \sqrt{M_{FH \max}^2 + M_{FV \max}^2} = \sqrt{(181,68)^2 + (100,68)^2} = 207,7 \text{ N.m}$$

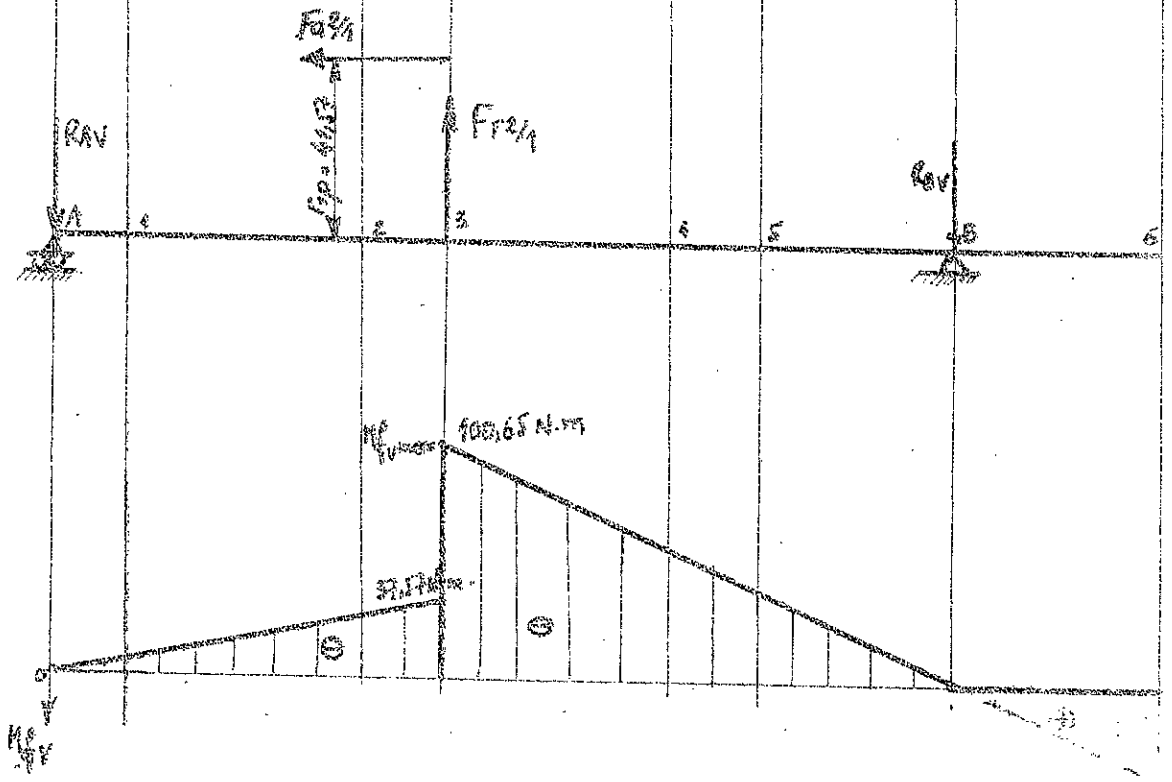
$$\text{et } M_i = \sqrt{M_{F \max}^2 + C_m^2} = \sqrt{(207,7)^2 + 0,75 \cdot (109,33)^2} = 223,29 \text{ N.m}$$

$$\Rightarrow M_i = 223,3 \text{ N.m}$$

Plan horizontal:



Plan vertical:



V.2.4 le cas de la 4^{ème} vitesse: (a_4, b_4) .

- Force tangentielle: $F_t = 220,1 \text{ daN}$.

- Force radiale: $F_r = \frac{F_t \tan \alpha_n}{\cos \beta} = 80,1 \text{ daN}$.

- Force axiale: $F_a = F_t \cdot \tan \beta = 127,1 \text{ daN}$.

- Diamètre primitif du pignon: $d_p = 99,31 \text{ mm} \Rightarrow r_p = 49,65 \text{ mm}$.

- Couple sur l'arbre moteur: $C_m = F_t \cdot r_p = 109,27 \text{ N.m}$.

- Couple sur l'arbre récepteur: $C_{2m} = i_g \cdot C_m = 0,95 C_m = 104,9 \text{ N.m}$.

Calcul des réactions: (Voir disposition page 59).

Plan horizontal:

$$\sum \vec{M}_A = 0 \Rightarrow R_{AH} \cdot l - F_t \cdot l_1 = 0 \Rightarrow R_{AH} = F_t \cdot \frac{l_1}{l} = 220,1 \cdot \frac{194,3}{278,8} = 153,35 \text{ daN}$$

$$\text{et } R_{AV} = F_t - R_{AH} = 66,71 \text{ daN}$$

Donc ce cas le moment de flexion maximum est au point (4). $\Rightarrow M_{f_{\max H}} = M_{f_4} = R_{AH} \cdot l_1 = R_{AV} \cdot l_2 = 129,6 \text{ N.m}$.

Plan vertical: $F_r = 80,1 \text{ daN}$; $F_a = 127,1 \text{ daN}$.

$$\sum \vec{M}_A = 0 \Rightarrow R_{AV} \cdot l - F_a \cdot r_p - F_r \cdot l_1 = 0 \Rightarrow R_{AV} = \frac{F_r \cdot l_1 + F_a \cdot r_p}{l} = 78,45 \text{ daN}$$

$$\text{et } R_{AH} = F_r - R_{AV} = 80,1 - 78,45 = 1,65 \text{ daN}$$

Le moment de flexion maximum est au point (4). Mais en ce point il ya deux moment différents à gauche et à droite.

$$M_{f_{\text{gauche}}} = R_{AV} \cdot l_2 = 66,29 \text{ N.m}; M_{f_{\text{droite}}} = R_{AV} \cdot l_1 = 3,8 \text{ daN}$$

Moment de flexion dû à la force radiale au pt 4:

$$M_{f_0} = F_a \cdot r_p = 63 \text{ N.m}; \text{ On constate que:}$$

$$M_{f_0} - M_{f_{\text{gauche}}} = M_{f_0}$$

Donc les réactions aux appuis:

$$R_A = \sqrt{R_{AV}^2 + R_{AH}^2} = \sqrt{(1,65)^2 + (66,71)^2} = 66,73 \text{ daN}$$

$$R_B = \sqrt{R_{BV}^2 + R_{BH}^2} = \sqrt{(78,45)^2 + (78,45)^2} = 112,29 \text{ daN}$$

Moment de flexion maximum:

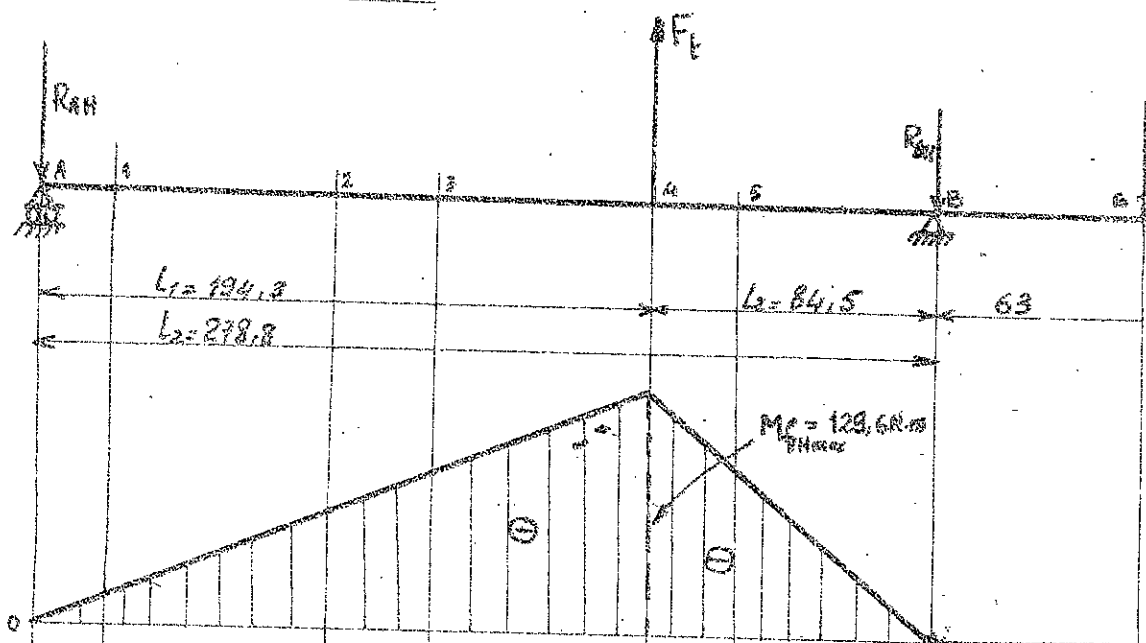
$$M_{f_{\max}} = \sqrt{M_{f_{\text{gauche}}}^2 + M_{f_{\text{droite}}}^2} = \sqrt{(66,29)^2 + (129,6)^2} = 145,57 \text{ N.m}$$

Moment idéal:

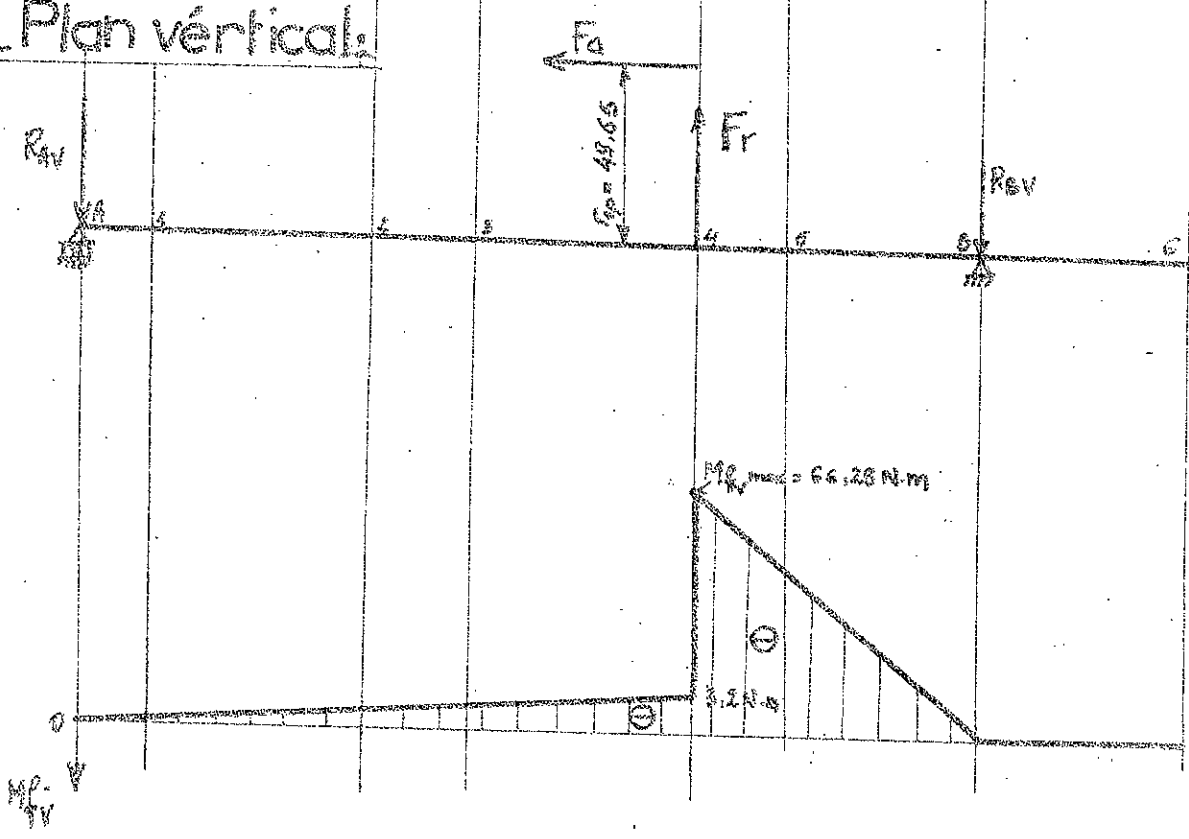
$$M_i = \sqrt{M_{f_{\max}}^2 + \alpha C_{2m}^2} = \sqrt{(145,57)^2 + (0,75)^2 \cdot 109,27^2} = 167 \text{ N.m}$$

$$\underline{M_i = 167 \text{ N.m}}$$

Plan horizontal:



Plan vertical:



V.2.5. Le cas de la 5^{ème} vitesse: (a_2, b_2) .

- Force tangentielle: $F_t = 202,4 \text{ daN}$.
- Force radiale: $F_r = \frac{F_t}{\cos \alpha} \cdot \tan \alpha = 73,69 \text{ daN}$.
- Force axiale: $F_a = F_t \cdot \tan \beta = 116,86 \text{ daN}$.
- Diamètre primitif du pignon: $d_p = 108,55 \text{ mm} \Rightarrow r_p = 54,27 \text{ mm}$.
- Couple sur l'arbre moteur: $C_{im} = F_t \cdot r_p = 109,85 \text{ N.m}$.
- Couple sur l'arbre récepteur: $C_{em} = F_t \cdot r_p \cdot i_{5/2} = 0,787 \cdot C_{im} = 86,45 \text{ N.m}$.

Calcul des réactions: (Voir disposition page 61):

Plan horizontal:

$$\sum \vec{M}_{i/A} = 0 \Rightarrow R_{eH} = F_t \cdot \frac{l_1}{l} = 202,4 \times \frac{222,8}{278,8} = 161,75 \text{ daN}$$

$$\Rightarrow R_{aH} = F_t - R_{eH} = 202,4 - 161,75 = 40,65 \text{ daN}$$

Le moment de flexion est maximum au point (5):

$$M_{fz} = M_{fzH} = R_{aH} \cdot l_1 = R_{eH} \cdot l_2 = 30,58 \text{ N.m}$$

Plan vertical:

$$\sum \vec{M}_{i/A} = 0 \Rightarrow R_{eV} = F_r \cdot \frac{l_1}{l} + F_a \cdot \frac{r_p}{l} = \frac{73,69 \times 222,8 + 116,86 \times 54,27}{278,8} = 81,64 \text{ daN}$$

et $R_{aV} = F_r - R_{eV} = -7,94$ (Le signe (-) veut qu'il faut changer le sens de la réaction).

De même le moment fléchissant au point est maximum.

Mais en ce point, le moment à gauche et à droite sont différents.

$$M_{fz}^g = R_{aV} \cdot 222,8 = -17,69 \cdot 10^2 \text{ daN.mm} = -17,69 \text{ N.m} \text{ (Moment positif)}$$

$$M_{fz}^d = R_{eV} \cdot 96 = 4572 \text{ daN.mm} = 45,72 \text{ N.m}$$

Moment de flexion dû à la force axiale:

$$M_{fa} = F_a \cdot r_p = 63,42 \text{ N.m}$$

Donc les réactions aux appuis:

$$R_a = \sqrt{R_{aV}^2 + R_{aH}^2} = \sqrt{(40,65)^2 + (7,94)^2} = 41,42 \text{ daN}$$

$$R_e = \sqrt{R_{eV}^2 + R_{eH}^2} = \sqrt{(81,64)^2 + (161,75)^2} = 181,18 \text{ daN}$$

Et le moment de flexion maximal:

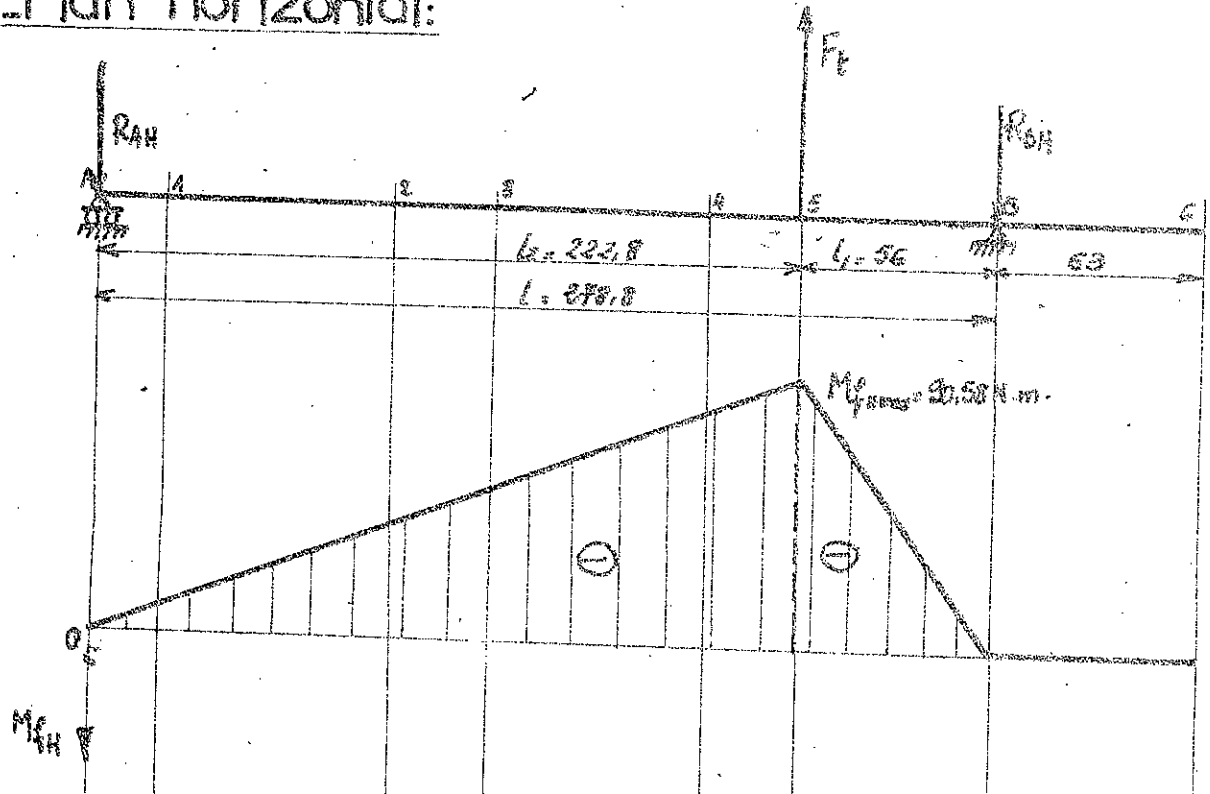
$$M_{fz}^{\text{max}} = \sqrt{M_{fz}^{\text{max}g^2} + M_{fz}^{\text{max}d^2}} = \sqrt{(45,72)^2 + (30,58)^2} = 101,46 \text{ N.m}$$

Moment idéal:

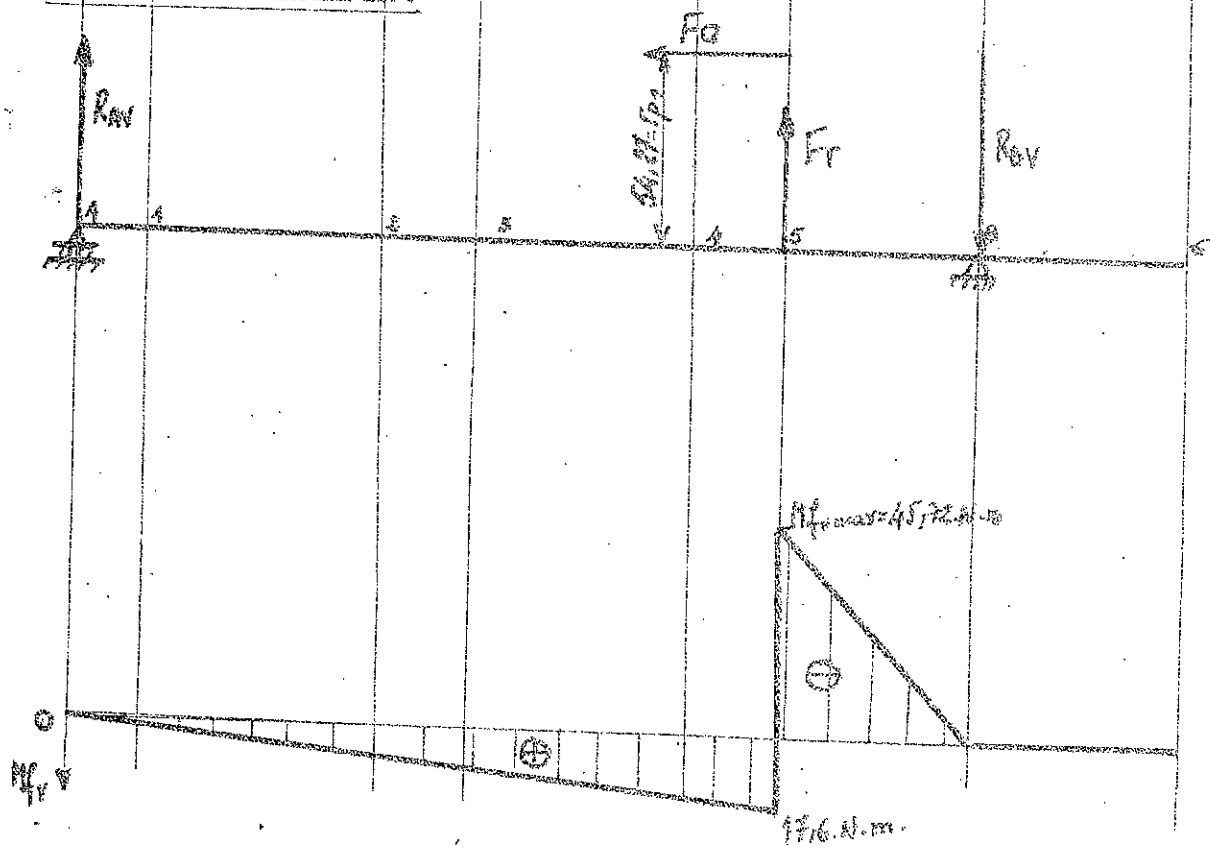
$$M_i = \sqrt{M_{fz}^{\text{max}^2} + \alpha^2 C_{em}^2} = \sqrt{(101,46)^2 + (0,75)^2 (109,85)^2} = 130,18 \text{ N.m}$$

$$\underline{M_i = 130,7 \text{ N.m}}$$

Plan horizontal:



Plan vertical:



V.2.6. Le cas de la marche arrière:

. Pour cette vitesse, on utilise une denture droite.

Dan: - Force tangentielle: $F_t = 546,4 \text{ daN}$.

- Diamètre primitif du pignon: $d_1 = 40 \text{ mm} \Rightarrow r_{p1} = 20 \text{ mm}$

- Force radiale: $F_r = F_t \tan \alpha = F_t \tan 20 = 198,87 \text{ daN}$.

- Couple sur l'arbre moteur: $C_m = F_t \cdot r_{p1} = 109,28 \text{ N.m}$.

Calcul des réactions:

Plan horizontal:

$$\sum \vec{M}_{F/A} = 0 \Rightarrow R_{BH} = \frac{F_t \cdot 341,8}{278,8} = 669,87 \text{ daN}$$

$$\text{et } R_{AH} = R_{BH} - F_t = 123,47 \text{ daN}$$

. Le moment de flexion maximum est sur le palier B.

$$M_{fH}^{\text{max}} = M_{fBH}^{\text{max}} = R_{BH} \cdot l_1 = F_t \cdot l_2 = 344,23 \text{ N.m}$$

Plan vertical:

$$\sum \vec{M}_{F/A} = 0 \Rightarrow F_r \cdot l_1 = R_{BV} \cdot l_1 \Rightarrow R_{BV} = F_r \cdot \frac{l_1}{l_1} = 198,87 \times \frac{341,8}{278,8} = 243,8 \text{ daN}$$

$$\text{et } R_{AV} = R_{BV} - F_r = 44,94 \text{ daN}$$

. De même le moment de flexion maximum est au palier

$$(B) \Rightarrow M_{fV}^{\text{max}} = M_{fBV}^{\text{max}} = F_r \cdot l_2 = R_{BV} \cdot l_1 = 125,29 \text{ N.m}$$

. Donc les réactions sur les paliers (appuis):

$$R_A = \sqrt{R_{AV}^2 + R_{AH}^2} = \sqrt{(44,94)^2 + (123,47)^2} = 131,33 \text{ daN}$$

$$R_B = \sqrt{R_{BV}^2 + R_{BH}^2} = \sqrt{(243,8)^2 + (669,87)^2} = 712,86 \text{ daN}$$

Et le moment de flexion maximum:

$$M_{f\text{max}}^{\text{total}} = \sqrt{M_{fV}^{\text{max}2} + M_{fH}^{\text{max}2}} = \sqrt{(125,29)^2 + (344,23)^2} = 366,32 \text{ N.m}$$

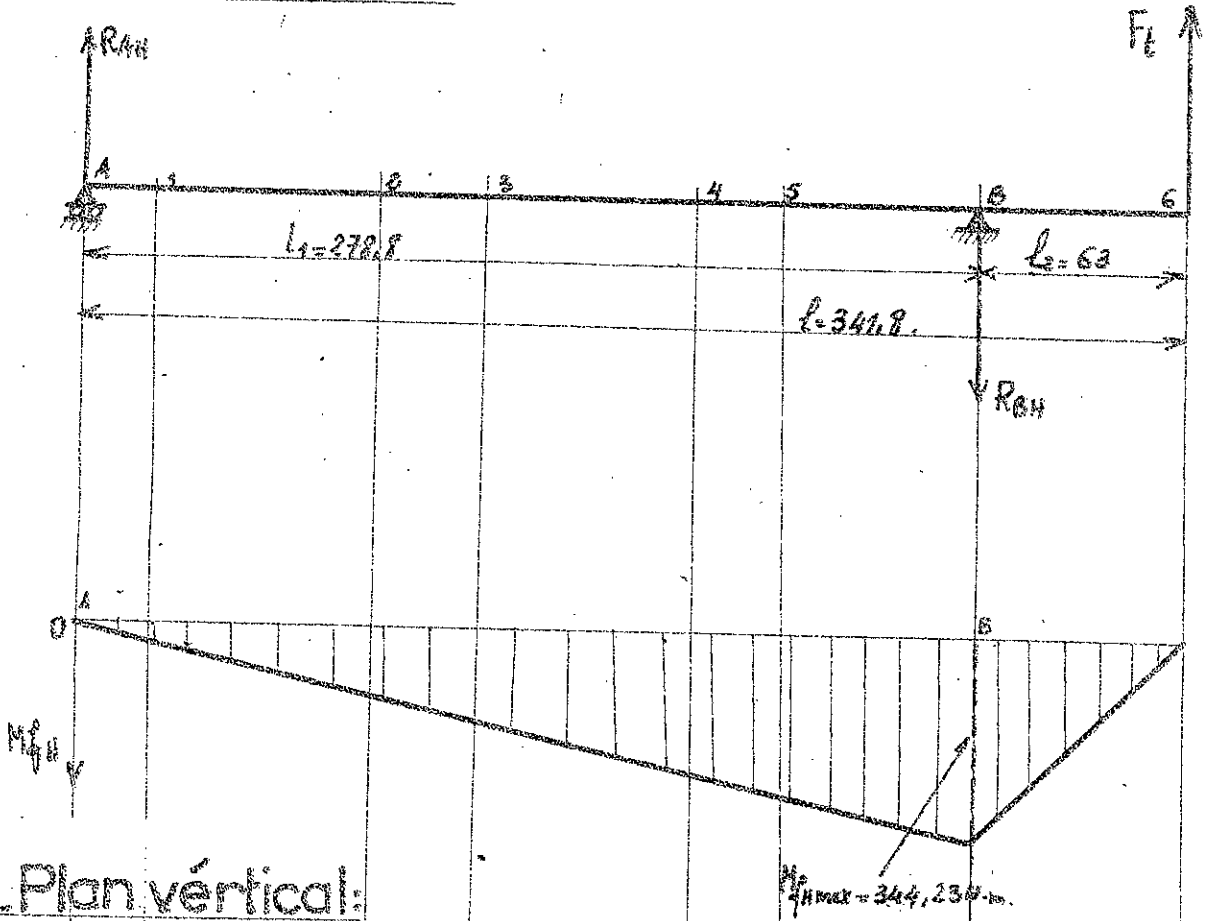
. Moment idéal:

$$M_i = \sqrt{M_{f\text{max}}^2 + \alpha^2 C_m^2} = \sqrt{(366,32)^2 + (0,75)^2 (109,28)^2} = 375,38 \text{ N.m}$$

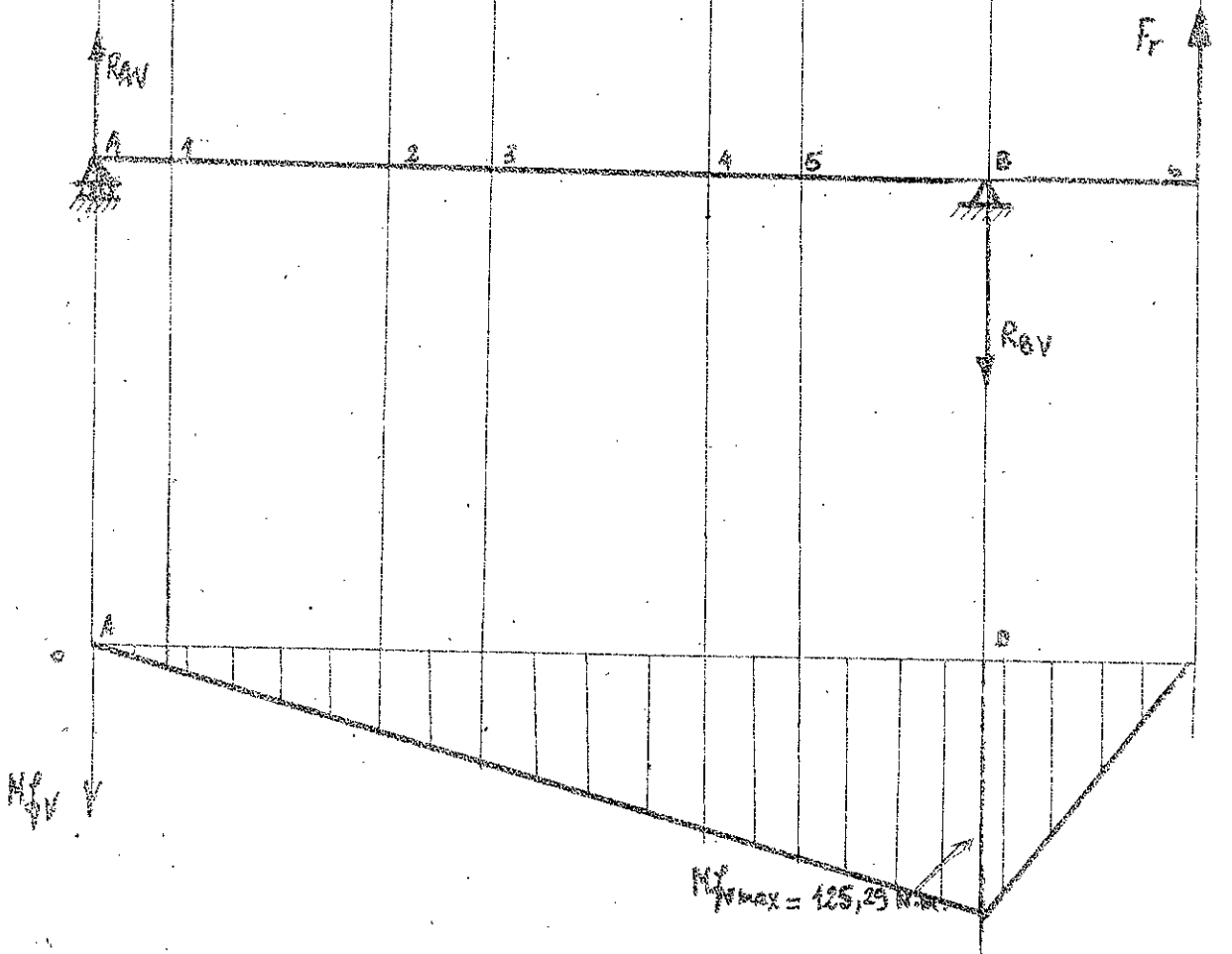
$$\underline{M_i = 375,38 \text{ N.m}}$$

. L'arbre moteur est dimensionné par rapport au moment idéal maximum des 6 cas. Dans notre étude ce moment maximum est le moment idéal correspondant à la marche arrière: $M_i = 375,38 \text{ N.m}$.

Plan horizontal:



Plan vertical:



V.3. Dimensionnement de l'arbre moteur:

V.3.1. Diamètre minimal de l'arbre moteur:

Le moment idéal étant calculé: $M_i = 375,38 \text{ N.m}$.

Le diamètre minimal est donné par la formule:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{10,8 M_i}{R_{pe}}} \quad \text{avec } R_{pe} = 186 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{Voir V.1}).$$

$$d_{\min} = \sqrt[3]{\frac{10,8 M_i}{R_{pe}}} = \sqrt[3]{\frac{10,8 \cdot 375,38}{186}} = 27,4 \text{ mm. (ce diamètre étant}$$

calculé pour la flexion, et même on a fait intervenir le couple sur l'arbre. Ce couple donne une torsion sur l'arbre).

- On peut même vérifier l'arbre à la torsion pure, en prenant pour le moment de torsion $M_t = 136 \text{ N.m}$ (la valeur maximale du couple sur l'arbre qui correspond au cas le plus défavorable)

dans ce cas on aura: $d_{\min} = \sqrt[3]{\frac{16 M_t}{R_{pg}}}$; $R_{pg} = 186 \text{ N/mm}^2$.

$$\Rightarrow d_{\min} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 136}{186}} = 13,5 \text{ mm, ce diamètre est inférieur au}$$

diamètre conditionné par la flexion.

V.3.2. Vérification de l'arbre au flambement:

- Rappel: Une pièce prismatique, soumise à une charge dérivée suivant sa longueur, travaille à la compression simple, si sa longueur est telle que l'élanement $\lambda = \frac{l}{\rho}$ soit inférieur à 8. Si au contraire λ est supérieur à 8 elle travaille au flambage.

l : longueur réelle de la pièce, entre deux articulations.

ρ est le rayon de gyration défini par: $\rho = \left(\frac{I_{\alpha\beta}}{A} \right)^{\frac{1}{2}}$.

$I_{\alpha\beta}$: Moment d'inertie de la section par rapport à l'axe $\alpha\beta$,

qui est dans le cas d'une section circulaire "le diamètre".

Et $I_{\alpha\beta} = \frac{\pi d^4}{64}$ et A section de la pièce (dans notre cas $A = \frac{\pi d^2}{4}$).

Une pièce qui résiste au flambement, doit charge admissible inférieure à sa charge critique de compression

Si l'élanement λ est supérieur à celui d'Euler: $\lambda_e = \pi \sqrt{\frac{E}{R_{ec}}}$.

on utilise la formule d'Euler: $P = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$.

Avec: E : module de Young: ($E = 210000 \text{ N/mm}^2$ pour les Aciers).

I : le moment d'inertie min de la section.

R_{ec} : la limite d'élasticité à la compression: $R_{ec} \approx 930 \text{ N/mm}^2$.

$$\text{On aura: } \lambda_e = \pi \sqrt{\frac{21 \cdot 10^4}{930}} = 47.$$

P : charge critique de compression. Pour obtenir la charge admissible, on doit supposer un coefficient de sécurité entre 4 et 6 pour les Aciers.

si $d_e > \lambda$ on utilisera la formule semi-empirique de Rankine, donnant la contrainte limite : $\sigma_{CR} = \frac{R_{ec}}{1 + \frac{R_{ec} \lambda^2}{\pi^2 E}}$.

la contrainte admissible est dans cette condition : $\sigma_{ad} = \frac{\sigma_{CR}}{s}$.
($s = 1.66$ coeff de sécurité).

AN : $I_{xp} = \frac{\pi d^4}{64}$ et $S = \frac{\pi d^3}{4}$

$$\Rightarrow \rho = \left(\frac{I_{xp}}{S}\right)^{1/2} = \left(\frac{\pi d^4/64}{\pi d^3/4}\right)^{1/2} = \frac{d}{4} = \frac{27.4}{4} = 6.85 \text{ mm}, \text{ d'où } \lambda = \frac{l}{\rho} = \frac{271.8}{6.85} = 39.82$$

(λ étant la longueur de l'arbre entre les deux paliers ActB.).

On doit vérifier l'arbre à la résistance au flambage.

On remarquera que $\lambda = 39.82 < d_e = 47$.

Donc la contrainte limite : $\sigma_{CR} = \frac{930}{1 + \frac{930}{\pi^2 \cdot 21 \cdot 10^9} (39.8)^2} = 550.45 \text{ N/mm}^2$.

$$\Rightarrow \sigma_{ad} = \frac{\sigma_{CR}}{1.66} = 331.6 \text{ N/mm}^2$$

La contrainte de compression est $\sigma = \frac{N}{S}$.

N : Charge normale à la section (Force axiale). On prendra le cas le plus défavorable c'est à dire la plus grande force axiale : $F_a = 274.33 \text{ daN}$.

la section $S = \frac{\pi d^2}{4}$ on prendra : $d = 28 \text{ mm}$ $\Rightarrow S = \frac{\pi (28)^2}{4} = 615.75 \text{ mm}^2$.

$\Rightarrow \sigma = \frac{274.33}{615.75} = 0.445 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2} = 4.45 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$. Cette valeur est nettement inférieure à la contrainte admissible, donc moteur résiste bien au flambage.

V.4. Etude des moments de flexion sur l'arbre récepteur :

Pour cet arbre on se contentera d'étudier l'arbre, uniquement pour deux sollicitations qui correspondent aux cas les plus défavorables (1ère vitesse et marche-arrière).

V.4.1. Cas de la 1ère vitesse :

- Force tangentielle : $F_t = 475.16 \text{ daN}$

- Force axiale : $F_a = 274.33 \text{ daN}$

- Force radiale : $F_r = 193 \text{ daN}$

- Couple sur l'arbre récepteur : $C_{m3} = 35.1 \text{ daN.m} = 351 \text{ N.m}$

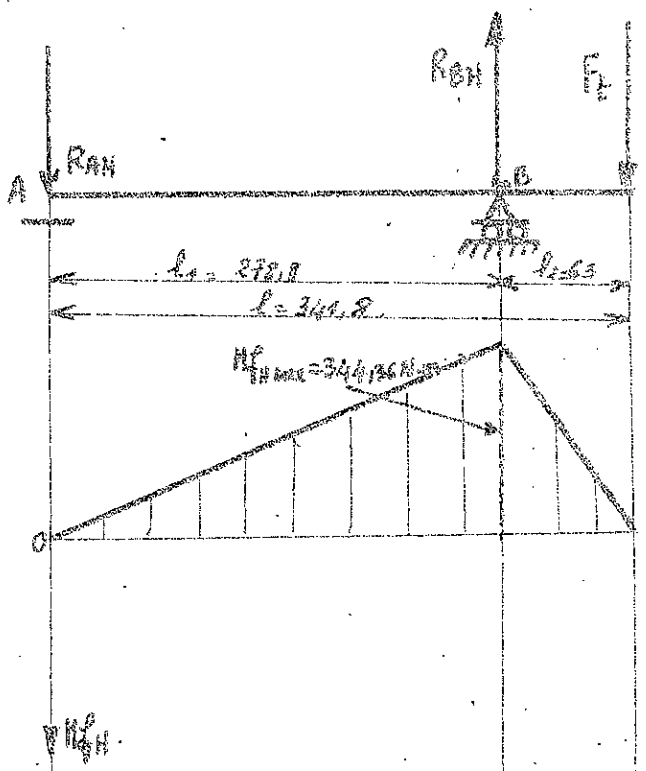
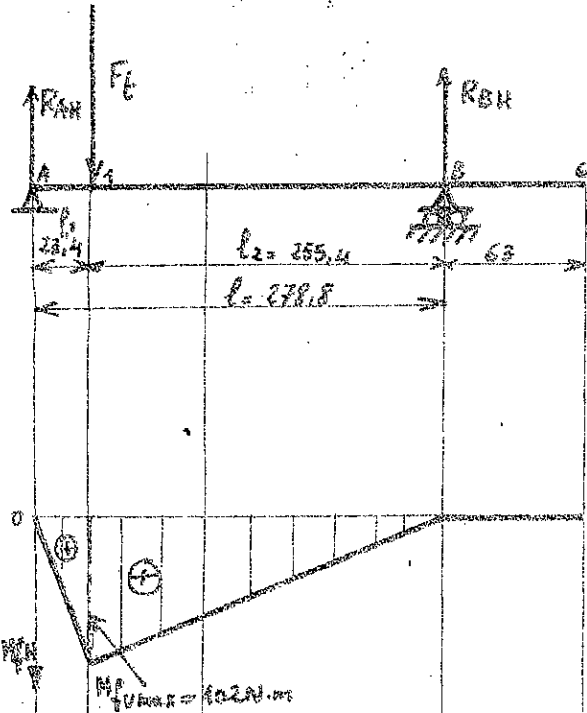
- Diamètre primitif : $d_{ep} = 147.7 \text{ mm} \Rightarrow r_{p3} = 73.85 \text{ mm}$

- Calcul des réactions : (Voir disposition page 66.)

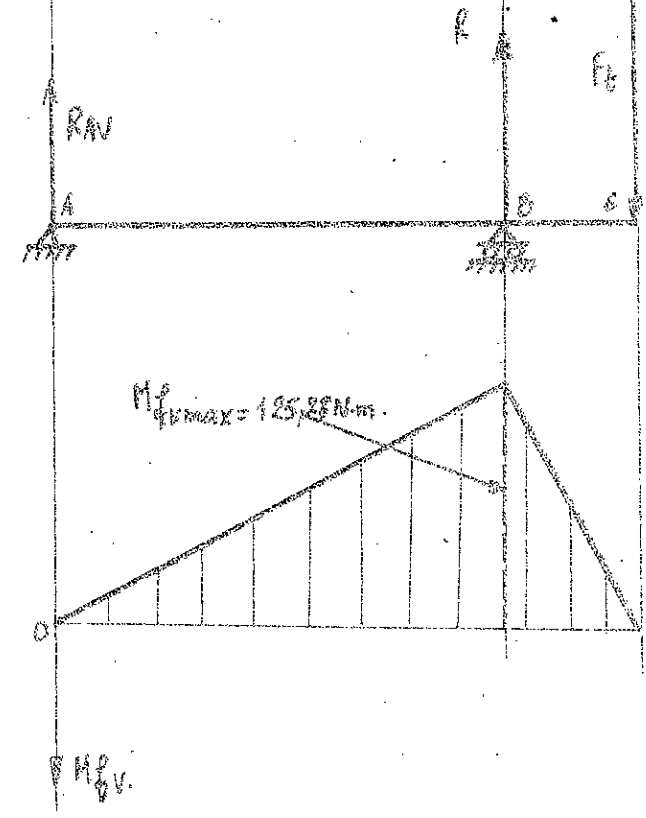
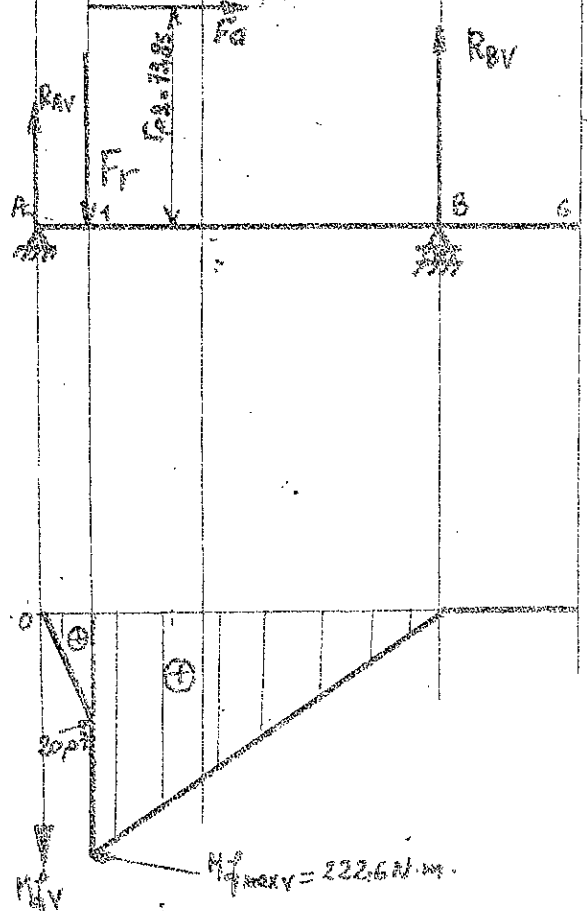
Plan horizontal : $\sum M_{R4} = 0 \Rightarrow R_{R4} = F_t \cdot \frac{r_{p3}}{r} = F_t \cdot \frac{27.4}{271.7} = 39.89 \text{ daN}$

et $R_{A4} = F_t - R_{R4} = 435.27 \text{ daN}$.

Plan horizontal:



Plan vertical:



1ère vitesse.

MAR.

Le moment de flexion est maximum au point 1 :

$$M_{\theta H \max}^p = M_{\theta H 1}^p = R_{AH} \cdot l_1 = R_{BH} \cdot l_2 = 435,28 \text{ daN} \times 23,4 \text{ mm} = 10185,55 \text{ daN} \cdot \text{mm} = 101,8 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\theta H \max} = 101,8 \text{ N} \cdot \text{m} \approx 102 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Plan vertical: $\sum \vec{M}_{F/R} = 0 \Rightarrow R_{BV} = \frac{F_r \cdot l_1 + F_a r_2}{278,8} = \frac{173 \cdot 23,4 + 274,53 \times 73,25}{278,8} = 87,2 \text{ daN}$
 et $R_{AV} = F_r - R_{BV} = 173 - 87,2 = 85,8 \text{ daN}$

• Au point 1, le moment de flexion vertical à gauche est différent de celui à droite :

$$M_{\theta Vg}^p = R_{AV} \cdot l_1 = 85,8 \times 23,4 \cdot 10^{-3} = 20 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\theta Vd}^p = R_{BV} \cdot l_2 = 87,2 \times 255,6 \cdot 10^{-3} = 222,6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

• Le moment de flexion dû à la force axiale :

$$M_a = F_a \cdot r_2 = 274,53 = 73,85 \cdot 10^3 = 202,6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

On remarque bien que: $M_a = M_{\theta Vd}^p - M_{\theta Vg}^p$

$$M_{\theta V \max}^p = 222,6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

• Nous aurons alors, les réactions aux appuis :

$$R_A = \sqrt{R_{AV}^2 + R_{AH}^2} = \sqrt{(435,28)^2 + (85,8)^2} = 443,65 \text{ daN}$$

$$R_B = \sqrt{R_{BV}^2 + R_{BH}^2} = \sqrt{(87,2)^2 + (87,19)^2} = 95,88 \text{ daN}$$

- Moment de flexion maximum :

$$M_{f \max} = \sqrt{M_{\theta V \max}^2 + M_{\theta H \max}^2} = \sqrt{(222,6)^2 + (102)^2} = 244,85 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- Moment idéal :

$$M_i = \sqrt{M_{f \max}^2 + \alpha^2 C_m^2} = \sqrt{(244,85)^2 + (0,75)^2 \cdot (351)^2} = 359,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_i = 359,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

V. 4. 2 Cas de la marche arrière :

• Force tangentielle: $F_t = 546,6 \text{ daN}$

• Force radiale: $F_r = 198,87 \text{ daN}$

• Couple sur l'arbre récepteur: $C_m = 377 \text{ N} \cdot \text{m}$

• Diamètre primitif: $d_{p2} = 138 \text{ mm} \Rightarrow r_{p2} = 69 \text{ mm}$

Calcul des réactions: (Voir dispositions page 66)

Plan horizontal: $\sum \vec{M}_{F/R} = 0 \Rightarrow R_{BH} = F_t \cdot \frac{l_1}{l_2} = 546,6 \cdot \frac{234,8}{278,8} = 670,1 \text{ daN}$
 et $R_{AH} = R_{BH} - F_t = 670,1 - 546,6 = 123,5 \text{ daN}$

$$M_{f \max H} = M_{\theta H B}^p = F_t \cdot l_2 = R_{AH} \cdot l_1 = 546,6 \times 63 \cdot 10^3 = 344,36 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{f H}^p = 344,36 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Plan vertical: $\sum \vec{R}/A = 0 \Rightarrow R_{AV} = Fr \cdot \frac{2}{L} = 243,8 \text{ daN}$.

et $R_{BV} = R_{BV} - P_r = 44,94 \text{ daN}$.

$M_{FV, \text{max}} = R_A \cdot l_1 = Fr \cdot l_0 = 1982,7 + 63 \cdot 10^3 = 125,28 \text{ N.m}$.

Nous aurons donc:

$$R_A = \sqrt{R_{AV}^2 + R_{AH}^2} = \sqrt{(123,51)^2 + (44,94)^2} = 131,43 \text{ daN}$$

$$R_B = \sqrt{R_{BV}^2 + R_{BH}^2} = \sqrt{(670,1)^2 + (243,8)^2} = 713,1 \text{ daN}$$

$$M_{f, \text{max}} = \sqrt{M_{FV, \text{max}}^2 + M_{FH, \text{max}}^2} = \sqrt{(125,28)^2 + (344,36)^2} = 366,44 \text{ N.m}$$

d'où le moment idéal: $M_i = \sqrt{M_{f, \text{max}}^2 + d^2 C_m}$

$$M_i = \sqrt{(366,44)^2 + (0,7)^2 \cdot (377)^2} = 462,84 \text{ N.m}$$

$$\underline{M_i = 462,84 \text{ N.m}}$$

II.5 - Dimensionnement de l'arbre récepteur:

II.5.1. Diamètre minimal:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{10,2 M_i}{R_{pe}}} \rightarrow d_{\text{min}} = \sqrt[3]{\frac{10,2 M_i}{R_{pe}}}$$

$$\text{AN. } d_{\text{min}} = \sqrt[3]{\frac{10,2 \times 463}{106}} = 29,39 \text{ mm} \rightarrow d = 30 \text{ mm}$$

Ce diamètre résiste bien à la torsion et la flexion.

II.5.2. Vérification de cet arbre au flambage:

Comme au (II.3.2). $I_{ap} = \frac{\pi d^4}{64}$ et $\beta = \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow \rho = \left(\frac{I_{ap}}{\beta}\right)^{1/3} = \frac{d}{4} = \frac{30}{4} = 7,5$.

D'où $\lambda = \frac{l}{\rho} = \frac{278,8}{7,5} = 37,17 > 8$. mais $\lambda < \lambda_c = 47$.

$$\Rightarrow \sigma_{CR} = \frac{930}{1 + \frac{330(37,17)^2}{\pi^2 \cdot 210000}} = 574,1 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{et } \sigma_{CR} = \frac{\sigma_{CR}}{1,66} = 345,8 \text{ N/mm}^2$$

La contrainte de compression est $n = \frac{N}{S}$.

N étant la charge normale au charge axiale: $F_a = 274,33 \text{ daN}$.

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (30)^2}{4} = 706,85 \text{ mm}^2$$

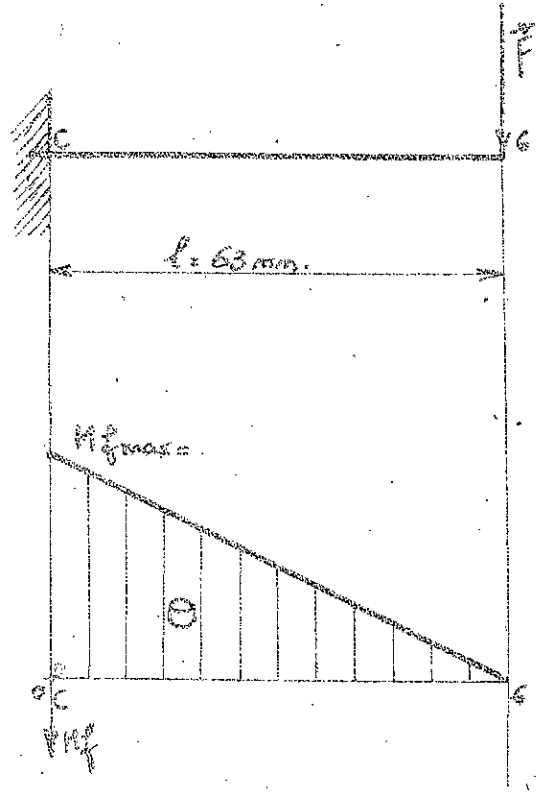
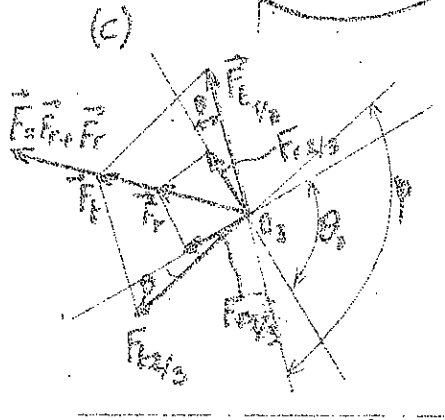
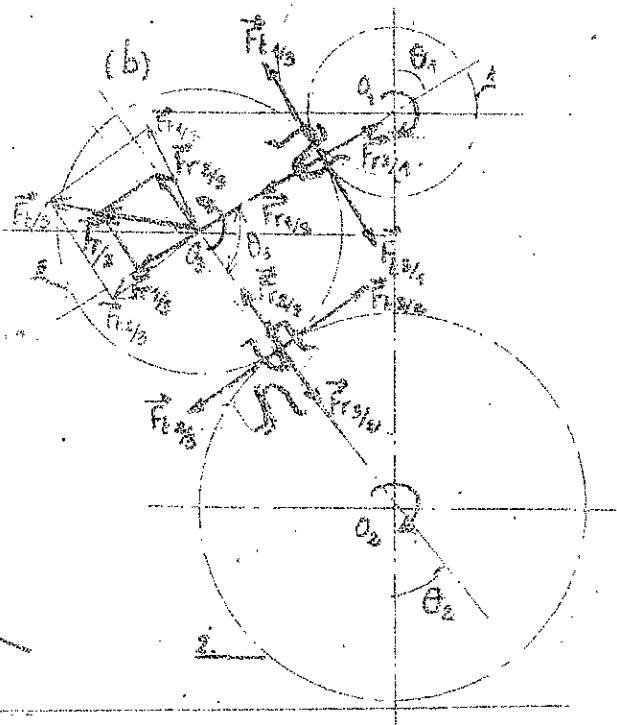
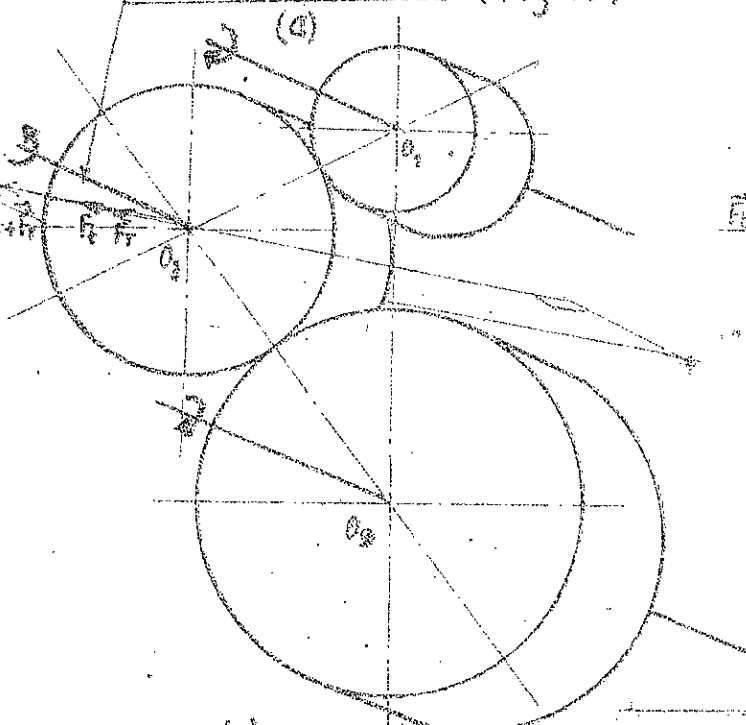
$$\text{Donc: } n = \frac{274,33}{706,85} = 0,338 \text{ daN/mm}^2 = 3,38 \text{ N/mm}^2$$

La contrainte de compression est nettement inférieure à la contrainte admissible de compression, donc l'arbre secondaire (récepteur) résiste bien au flambage.

II.6. Calcul de l'axe du pignon de marche arrière:

la résultante des deux forces radiales (R_2 et R_3) et celle des deux forces tangentielles (V_2 et V_3) se confondent. Donc pour l'étude de cet axe; elle se fera sur un seul plan. (Voir fig 14 page 69).

Axe de la marche Antéro. (Fig. 14)



V. 6.1. Détermination des angles:

- L'angle θ_3 : $\vec{O}_1\vec{O}_3, \vec{O}_1\vec{O}_2, \vec{O}_2\vec{O}_3$.

$$\vec{O}_1\vec{O}_3^2 = \vec{O}_1\vec{O}_2^2 + \vec{O}_2\vec{O}_3^2 - 2\vec{O}_1\vec{O}_2 \cdot \vec{O}_2\vec{O}_3 \cos\theta_3 \Rightarrow \cos\theta_3 = \frac{\vec{O}_2\vec{O}_3^2 + \vec{O}_1\vec{O}_2^2 - \vec{O}_1\vec{O}_3^2}{2\vec{O}_1\vec{O}_2 \cdot \vec{O}_2\vec{O}_3}$$

AN: $\vec{O}_1\vec{O}_2 = O_1 = 97\text{mm}$, $\vec{O}_2\vec{O}_3 = O_2 = 99\text{mm}$, $\vec{O}_1\vec{O}_3 = O_3 = 50\text{mm}$

$$\Rightarrow \cos\theta_3 = \frac{99^2 + 97^2 - 50^2}{2 \times 97 \times 99} = 0,292 \Rightarrow \theta_3 = 73^\circ$$

- L'angle: θ_2 : $\cos\theta_2 = \frac{\vec{O}_1\vec{O}_3^2 + \vec{O}_1\vec{O}_2^2 - \vec{O}_2\vec{O}_3^2}{2\vec{O}_1\vec{O}_2 \cdot \vec{O}_1\vec{O}_3} = \frac{99^2 + 97^2 - 50^2}{2 \times 97 \times 97} = 0,87$

$$\Rightarrow \theta_2 = 29,54^\circ$$

L'angle $\theta_1 =$

$$\theta_1 = \pi - \theta_2 - \theta_3 = 180 - 73 - 29,54 = 77,46^\circ$$

V. 6.2. Détermination des forces agissant sur l'axe:

- $\vec{F} = \vec{F}_r + \vec{F}_t$ et \vec{F}_r et \vec{F}_t sont confondues $\Rightarrow F = F_r + F_t$ (voir fig 14).

$$\cdot F_r = F_{r1/2} \cos\frac{\theta_1}{2} + F_{r2/2} \cos\frac{\theta_1}{2} = 2F_{r1/2} \cos\frac{\theta_1}{2} = 2 \times 198,87 \cos\frac{77,46}{2} = 319,72 \text{ daN}$$

$$\cdot F_t = 2 F_{t1/2} \cos\frac{\varphi}{2} \text{ avec } \varphi = \alpha_2 + 2\theta = 107^\circ$$

$$\Rightarrow F_t = 2 \times 546,4 \cdot \cos\frac{107}{2} = 650 \text{ daN}$$

$$\Rightarrow F = F_r + F_t = 969,7 \text{ daN. (Pour le calcul du moment de flexion on suppose que cet axe est encastree)}$$

V. 6.2. Calcul du moment flechissant maximum sur l'axe:

(Voir disposition de la force sur l'axe page 69)

$$M_f \text{ max} = F \cdot l = 969,7 \cdot 63 \cdot 10^{-3} = 61,1 \text{ daN.m} = 611 \text{ N.m}$$

Donc le diamètre minimum exigé par cette force est

$$d_{\min} = \sqrt[3]{\frac{10,8 M_{\text{flex}}}{R_{pe}}} = \sqrt[3]{\frac{10,8 \cdot 611}{186}} = 32,24 \text{ mm}$$

$$d > 32,24 \text{ mm}$$

Verifications des flèches:

a. Pour l'axe de la marche arrière: (encastrement).

$$f = \frac{F \cdot l^3}{3EI} \text{ avec } l = 63 \text{ mm et } F = 967 \text{ daN.}$$

$$I = \frac{\pi d^4}{64}; d = (32)^4$$

$$\Rightarrow f = \frac{967 \cdot (63)^3}{3 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi (32)^4}{64}} = 0,007 \text{ mm}; f_{\max} = \frac{m}{100} = 0,020 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow f < f_{\max}$$

b: Pour le 1er arbre (Arbre sur deux appuis).

$$f = \frac{F(l_1^2 l_2^2 + l_2^2 l_1^2) \cdot l^3}{48EI \cdot l^4} = \frac{F l (l_1^2 + l_2^2)}{48EI}$$

$$\text{et } F = 475 \text{ daN}$$

$$\Rightarrow f = \frac{475 \cdot 278 (24^2 + 254^2)}{48 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi (30)^4}{64}} = 0,019 < f_{\max} = 0,02 \text{ mm}$$

pour l'arbre récepteur on trouve une flèche de même ordre de grandeur $f = 0,018 \text{ mm}$.

II.7 : Dimensionnement du synchroniseur :

Un synchroniseur assure la liaison après avoir synchronisé les deux vitesses de rotation d'une roue et d'un arbre.

- La synchronisation est assurée par un cône d'adhérence.

- Après la liaison est assurée par des cannelures. Donc pour dimensionner un synchroniseur il faut d'abord dimensionner le cône d'adhérence puis les cannelures.

a.) le cône d'adhérence :

Rappel: soit à lier deux arbres; l'un moteur l'autre récepteur. C_m : le couple sur l'arbre moteur et C_r : sur l'arbre récepteur. I_m : moment d'inertie de toute la partie tournante motrice, et I_r : moment d'inertie de la partie tournante réceptrice

C_{ad} : couple d'adhérence. En appliquons la loi fondamentale de la dynamique pour les deux arbres nous aurons.

$$\text{sur l'arbre moteur: } C_m - C_{ad} = I_m \frac{d\omega_m}{dt} \quad (1)$$

$$\text{sur l'arbre récepteur: } C_{ad} - C_r = I_r \frac{d\omega_r}{dt} \quad (2)$$

- au début on a un glissement, mais un certain moment nous aurons synchronisation et $\omega_r = \omega_m$

$$d'ou : \frac{d\omega_m}{dt} = \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{C_m - C_{ad}}{I_m} = \frac{C_{ad} - C_r}{I_r}$$

$$\Rightarrow C_{ad} = \left(\frac{I_r}{I_m + I_r} \right) C_m + \left(1 - \frac{I_r}{I_m + I_r} \right) C_r$$

Si on veut appliquer ceci au synchroniseur de la boîte de vitesse, Il faut tenir compte que lorsque on passe d'une vitesse à une autre on doit débrayer (le moteur est isolé de la boîte de vitesse) et dans ce cas la partie réceptrice tourne, différentiel imposera sa vitesse de rotation et devient motrice. L'arbre moteur est conditionné par les roues (voir fig 15 page 72).

et la formule (1) devient (3) $C_{ad} - C_r = I_r \frac{d\omega_r}{dt}$ (avec $C_r \neq 0$)

et (2) devient $C_m - C_{ad} = I_m \frac{d\omega_m}{dt}$ (C_m inconnue) (4).

(3). $C_{ad} = I_r \frac{d\omega_r}{dt}$ (I_r : moment d'inertie de la partie tournante

située entre le plateau d'embrayage et entrée boîte de vite-

esses. $\frac{d\omega}{dt}$ on peut l'approximer pour des temps très courts à

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta t} \Rightarrow C_{ad} = I_r \frac{\Delta\omega_r}{\Delta t} = I_r \frac{\omega_m - \omega_r}{\Delta t}$$

Δt : le temps que mettra le conducteur pour faire passer une vitesse. (manœuvre du levier). 1 à 3s $\Rightarrow \Delta t = 2s$.

et $\omega_m - \omega_r$: la différence de vitesse entre l'arbre moteur et récepteur : $\omega_m - \omega_r = \frac{\pi}{30} (4800 - 2900) = \frac{\pi \cdot 1900}{30} = 115,19 \text{ rad/s}$.

I_r (disque d'embrayage - arbre primaire et le pignon).

Des valeurs recommandées sont données sur "L'automobile et calcul des organes" : $I \approx 0,05 \text{ kg.m}^2$.

$$\Rightarrow C_{ad} = I_r \frac{d\omega}{dt} = 0,05 \times \frac{115,19}{2} = 2,879 \text{ N.m}$$

- Puissance de glissement : $P_g = C_{ad} \omega = 2,879 \times \frac{\pi \cdot 4500}{30} = 1,356 \text{ kW}$.

- Puissance maximum de glissement : $P_{g \max} = \frac{5}{3} (C_{ad} + E) \omega = 1,4 \text{ kW}$.

- Surface de frottement : sa valeur en dm^2 est telle que

$f_r = \frac{P_{\max} (\text{kw})}{S (\text{dm}^2)}$ soit égal à $51,5 \text{ kW/dm}^2$ pour les voitures touristiques

$3,68 \text{ kW/dm}^2$ pour les camions.

$2,2 \text{ kW/dm}^2$ pour les tracteurs.

$\Rightarrow f_r = 51,5 \text{ kW/dm}^2$ ce qui donne pour S :

$$S = \frac{P_{\max}}{f_r} = \frac{1,4}{51,5} = 0,2718 \text{ dm}^2 = 2718 \text{ mm}^2$$

les dimensions caractéristiques du synchroniseur (voir dessin fig 6 page 72) sont tel que $\pi \frac{(2R_1 + 2R_2)}{2} \times B \geq S$ avec $2R_1 = 76$ et $2R_2 = 72$.

$$\Rightarrow B \geq \frac{2S}{\pi (2R_1 + 2R_2)} ; B_{\min} = \frac{2 \times 2718}{\pi (76 + 72)} = 11,69 (\text{mm})$$

$$B \geq 11,69 \text{ mm} \Rightarrow B = 12 \text{ mm}$$

b). Les Cannelures :

- Longueur pratique = 12 mm et longueur total : $l = 16 \text{ mm}$.

Le synchroniseur est sur l'arbre secondaire donc le couple maximum que transmettra ce synchroniseur est de l'ordre de 136 m.N. - Mais la force exercée sur le flanc des cannelures est de :

$$T = \frac{C_{\max}}{R_{\text{moy}}} ; 2R_1 = 60, 2r_1 = 52 \Rightarrow 2R_m = 56 \text{ et } h = 4 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow T = \frac{136}{\left(\frac{60+52}{2}\right) \cdot 10^{-3}} = \frac{2 \times 136}{56 \cdot 10^{-3}} = 485,7 \text{ daN}$$

$$\Rightarrow \sigma_{adm} \geq \sigma_c = \frac{T}{h l_p} \Rightarrow l_p \geq \frac{T}{\sigma_{adm}} \quad (\sigma_{adm} = 100 \text{ daN/cm}^2)$$

$$\Rightarrow l_p \geq 121,4 \text{ mm} \quad l_{\text{total}} = n l_p = 12 \text{ m} \quad (\text{nbres de cannelures})$$

$$\Rightarrow n \geq \frac{121,4}{12} \Rightarrow n \geq 11$$

II.8. Dimensionnement des cannelures: (voir fig en bas)

Soit d, D, B respectivement le diamètre intérieur, extérieur et la largeur des cannelures.

Soit S' la surface réelle d'appui (un plan par cannelure) par millimètre de longueur et n le nombre de cannelures.

l : largeur des cannelures est donnée par la formule:

$$l \geq \frac{T}{5 \sigma_{adm}} \quad \text{avec } \sigma_{adm} = 10 \cdot 14 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2} \text{ (pour les acier trempés)}$$

$$\sigma_{adm} = 12 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2}$$

et T la force équivalente de compression: $T = \frac{C}{\frac{d+D}{4}} \cdot \frac{1}{4} C$

II.8.1. Applications.

1. longueur des cannelures sur l'arbre moteur (entrée boîte).

On: $C = C_{max} = 136 \text{ N.m}$.

nous adoptons: $d = 22 \text{ mm}; D = 26 \text{ mm}; B = 4 \text{ mm}; n = 8$.

$S' = 72 \text{ mm}^2/\text{mm}$ (serie légère). (voir: Automobile "calcul des organes").

$$\text{Donc: } T = \frac{136 \cdot 10^3}{\frac{(22+26)}{4}} = 11333,3 \text{ N} = 1133,3 \text{ daN}$$

D'où:

$$l \geq \frac{1133,3}{7,2 \cdot 12} = 12,4 \text{ mm} \rightarrow \text{Prenons pour les cannelures}$$

une longueur $l = 20 \text{ mm}$.

2. longueur des cannelures sur l'arbre récepteur (sortie).

on a: $C = C_{max} = 6 C_{max}$ (le max est pour la marche arrière).

$$C = 3,4 \cdot 136 = 462,4 \text{ N.m}$$

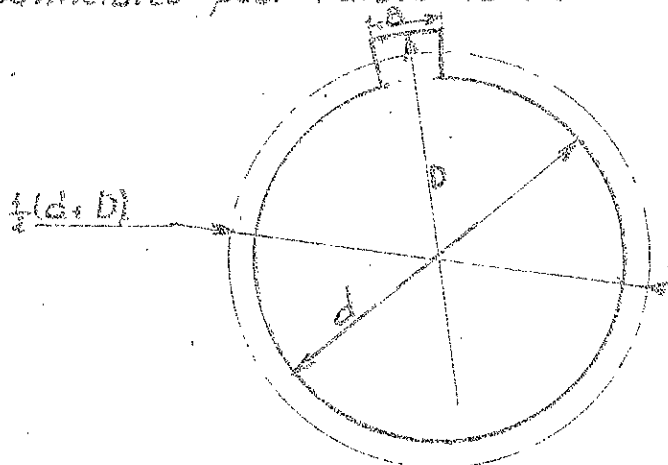
de même $d = 32; D = 36; B = 6; S' = 14,4 \text{ mm}^2/\text{mm}$ et $n = 10$.

$$\Rightarrow T = \frac{462,4 \cdot 10^3}{\frac{32+36}{4}} = 27200 \text{ N} = 2720 \text{ daN}$$

$$\text{d'où } l \geq \frac{2720}{14,4 \cdot 12} = 15,7 \text{ mm}$$

\Rightarrow longueur des cannelures pour l'arbre de transmission

à la sortie: $l = 25 \text{ mm}$.



VI. CALCUL DES ROULEMENTS:

L'effort qui va servir de base pour le calcul des roulements est l'effort effectif: $F_{eff} = f_k \cdot f_d \cdot F$.

ou: f_k : coeff tenant compte des efforts supplémentaires provoqués par les engrenages.

$f_k = 1,05 \div 1,1$ engrenage de précision,

$f_k = 1,1 \div 1,2(1,3)$ engrenage ordinaires.

f_d : coefficient tenant compte des efforts supplémentaires des machines accouplées au train d'engrenages.

pour les machines à piston: $f_d = 1,2 \div 1,5$.

On prendra:

$f_k = 1,15$ et $f_d = 1,3$

F : est la force théorique $\Rightarrow F_{eff} = F \cdot (1,15 \cdot 1,3)$.

$F_{eff} = 1,5 F$.

Les charges sont variables dans le temps. On va tenir compte de la variation de leurs intensités.

Si la charge varie par palier, la valeur de la charge moyenne qui a la même influence sur la durée des roulements que la charge variable est donnée par la formule suivante

$$F_m = \frac{\left(\sum_{i=1}^n F_{i,eff} U_i \right)^{1/p}}{U} \quad ; \quad n = 6 \text{ (5 vitesses + marche arriere).}$$

$p = \frac{10}{3}$ pour les roulements rouleaux et à aiguilles.

U_i : nombre de cycles exécutés par le roulement pendant la $i^{\text{ème}}$ vitesse.

$U = \sum_{i=1}^n U_i$: nombre de cycle total; pendant tout le fonctionnement de la boîte (10 000 heures).

$U_i = 60 N_i D_i$; N_i : vitesse de rotation pour la $i^{\text{ème}}$ vitesse et; D_i la durée d'utilisation de cette vitesse.

Charge dynamique équivalente: elle est donnée par la formule:

$$P = (XV) F_{r,eff} + Y F_{a,eff}$$

$F_{r,eff}$: charge radiale effective, $F_{a,eff}$: force axiale effective.

X : coefficient radial de roulement, Y : coefficient axial de roulement.

Ces deux coefficients dépendent des forces axiales et radiales et du type de roulement.

V : Coefficient de vitesse de rotation.

Charge dynamique de base: elle est définie par:

$$C_p = P \sqrt{\frac{L_h \cdot N}{16668}}$$

. L_h : durée nominale du roulement; pour notre cas:

$$L_h = 10000 \text{ heures.}$$

. Pour notre boîte de vitesses on a quatre roulements, qu'on a noté A, B, C et D et six sollicitations différentes.

VII. 1. Détermination des roulements du 1er arbre (A et B).

. Soit le tableau suivant qui nous les différentes forces pour chaque sollicitations.

		1ère	2ème	3ème	4ème	5ème	MAR.
Fr dan.	A	453,9	225,6	146,9	66,73	41,42	134,38.
	B	541,6	134,6	136,19	172,29	181,18	712,86
Fa dan.		274,33	195	151,8	127,07	116,86	0
Di (heures)	A	516	924	2500	3364	2533	163
	B	"	"	"	"	"	"
$N_i / (r/min)$		4500	4500	4500	4500	4500	4500.

$$F_{m_A} = \left(\frac{\sum_{i=1}^6 F_{r_i}^{10/3} \cdot N_i \cdot D_i}{\sum_{i=1}^6 N_i \cdot D_i} \right)^{0,13} = 202,75 \text{ dan} \Rightarrow F_{r_{eff}_A} = 304,12 \text{ dan}$$

$$F_{m_B} = \left(\frac{\sum_{i=1}^6 F_{a_i}^{10/3} \cdot N_i \cdot D_i}{\sum_{i=1}^6 N_i \cdot D_i} \right)^{0,13} = 152,4 \text{ dan} \Rightarrow F_{a_{eff}} = 228,67 \text{ dan.}$$

$$\text{et } F_{r_{Bm}} = \left(\frac{\sum_{i=1}^6 F_{r_i}^{10/3} \cdot N_i \cdot D_i}{\sum_{i=1}^6 N_i \cdot D_i} \right)^{0,13} = 230,7 \text{ dan} \Rightarrow F_{r_{eff}_B} = 346,05 \text{ dan}$$

. La charge axiale est importante, on prendra des roulements à rouleaux coniques.

Charge dynamique équivalente: $P = (XV) F_{r_{eff}} + Y F_{a_{eff}}$.

$V=1$: bague intérieure tournante par rapport à la charge.

Serie de dimensions 03 donc:

$$\frac{F_a}{F_r} = 0,75 \text{ et } \frac{F_a}{F_r} = 0,66 > e = 0,34 \text{ (Voir guide du dessinateur page 184).}$$

$$\Rightarrow X = 0,4 \text{ et } Y = 1,75.$$

Insertion: Détermination des roulements sur le palier D:

$$F_{D, \text{eff}} (\text{sur un rot}) = \frac{F_{\text{reff}D}}{2} = 534,75 \text{ daN}; \quad F_{a, \text{eff}} = 411 \text{ daN}$$

$$\frac{F_{a, \text{eff}}}{F_{r, \text{eff}}} = 0,768 > e = 0,134 \rightarrow Y = 1,75, X = 0,4. \text{ (suite page 78).}$$

$$P = 0,4 F_{r, \text{eff}} + 1,75 F_{a, \text{eff}}$$

$$\text{Roulement A: } P = 0,4 \times 304 + 1,75 \times 229 = 522,35 \text{ daN}$$

$$\text{Roulement B: } P = 0,4 \times 346 + 1,75 \times 229 = 539,15 \text{ daN.}$$

$$\text{Charge dynamique de base: } C = P \left(\frac{L_h \cdot n}{16666} \right)^{\frac{1}{k}}$$

$$k = \frac{10}{3}; \quad L_h = 10000 \text{ heures}; \quad n = 4500 \text{ tr/min.}$$

$$\Rightarrow C_A = 522,35 \left(\frac{10000 \times 4500}{16666} \right)^{0,3} = 5589,53 \text{ daN.}$$

Le roulement choisi pour le palier A, le roulement qui possède une dynamique de base $C > C_A$.

$$C = 6200 \text{ daN pour le roulement de diamètre } 35.$$

$$\text{Roulement A: } 35 \text{ KB03.}$$

$$C_B = 539,15 \left(\frac{10000 \cdot 4500}{16666} \right)^{0,3} = 5715,79 \text{ daN} < 6200 \text{ daN. On prendra pour le roulement B le même roulement que A.}$$

Le montage est un montage en X (arbre tournant)

II.2. Détermination des roulements de l'arbre récepteur: (Cet D).

De la même manière que pour le 1er arbre, on aura:

$$F_{E_m} = 131 \text{ daN} \Rightarrow F_{E, \text{eff}} = 196,5 \text{ daN.}$$

$$F_{D_m} = 713 \text{ daN} \Rightarrow F_{D, \text{eff}} = 1069,5 \text{ daN.}$$

$$F_{F_g} = 274 \text{ daN} \Rightarrow F_a = 411 \text{ daN.}$$

La force radiale sur le palier D est importante.

Alors on placera deux roulements à rouleaux coniques, qui se partageront; cette force axiale et supporteront aussi la force axiale. Mais de l'autre côté; sur le palier C n'existera plus donc on mettra là un roulement à rouleaux cylindriques qui supportera uniquement la force radiale $F_{E, \text{eff}}$. \rightarrow Insertion.

• Charge dynamique équivalente = $P = (XV) \cdot F_{\text{reff}} + Y F_{\text{a,eff}}$.

$$V=1 \Rightarrow P = 0,4 \times 534,75 + 1,75 \times 411 = 933,15 \text{ daN.}$$

• Charge dynamique de base:

$$C = P \left(\frac{L_h \cdot n}{16666} \right)^{0,3}$$

dans ce cas n est variable, pour chaque sollicitation.

• Elle dépend du rapport ℓ .

$$\Rightarrow n = \frac{2 \cdot \pi \cdot D \cdot \ell}{L_h} = 2172,8 \text{ tr/min}$$

$$\Rightarrow C = 933,15 \cdot \left(\frac{10000 \times 2172,8}{16666} \right)^{0,3} = 1329 \text{ daN.}$$

Les 2 roulements choisis sont du type KB de diamètre 40 mm dont la charge dynamique limite de base est de

$$C = 1350 \text{ daN} > 1329 \text{ daN. pour la série 03.}$$

• les 2 roulements au palier D: 40 KB 03.

• Roulement du palier c: roulement à rouleaux cylindriques:

$$F_{\text{reff}} = 196,5 \text{ daN}; F_{\text{a,eff}} = 0.$$

• Charge dynamique équivalente:

$$P = (XV) F_{\text{reff}} + Y F_a = F_{\text{reff}} = 196,5 \text{ daN} (V=1, X=1, Y=0).$$

• Charge dynamique de base:

$$C = P \sqrt[0,3]{\frac{10000 \cdot n}{16666}} = 196,5 \left(\frac{10000 \times 2172,8}{16666} \right)^{0,3} = 1690 \text{ daN.}$$

Pour ce roulement on pourrait prendre un roulement de diamètre 30 mm et de charge limite de base 2040 daN. ou un roulement de $d=35$ mm et de charge limite de base $C=2900$ daN de la série 02. On choisira le second car le 1er est déconseillé par le catalogue.

Roulement c: 35RU02

LA LUBRIFICATION:

1°. Choix de l'huile pour la lubrification des organes:

L'huile qui être employée doit avoir au moins une viscosité minimale (exprimée en Redwood), satisfaisant cette relation:

$$V_{\min} = 40 + \frac{9,7 R_r}{V + 0,075}$$

avec:

- R_r (daN/mm²) est la charge de rupture du matériau le moins dur des organes de transmission (engrenage).

- V (m/s) - Vitesse périphérique de cet organe.

. Si la viscosité de l'huile adoptée est inférieure à celle de l'huile recommandée, on multipliera la charge admissible par le coefficient suivant:

$$A = \sqrt{\frac{\text{viscosité de l'huile adoptée}}{\text{viscosité minimale recommandée}}}$$

Pour notre cas; nous avons.

• $\sigma_{\text{blin}} = 35 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2} \Rightarrow R_r = 145 \frac{\text{daN}}{\text{mm}^2}$ (Abaque II)

• $V = 9,4 \text{ m/s}$ (celle de la roue de la 1^{er} vitesse).

Alors la viscosité minimale est alors:

$$V_{\min} = 40 + \frac{9,7 R_r}{9,4 + 0,075} = 40 + \frac{9,7 \times 145}{9,4 + 0,075} = 188,4 \text{ Redwoods.}$$

Elle correspond à 46,4 centistokes et à 6,1 degrés Engler. On choisit donc, pour la lubrification des engrenages, l'huile Tossilia EP 90 fabriquée par la SONATRACH. c'est une huile minérale, elle convient pour les boîtes de vitesses et différentiels des véhicules. elle correspond à la GP SAE 90 fabriquée par ESSO de viscosité 14° Engler. Sa viscosité est de 16° Engler est nettement supérieure à 6,1° Engler; d'où la charge admissible se sera pas multiplier par A.

Pour la lubrification des roulements on prendra la même huile. Car seule une huile minérale convient aux grandes vitesses.

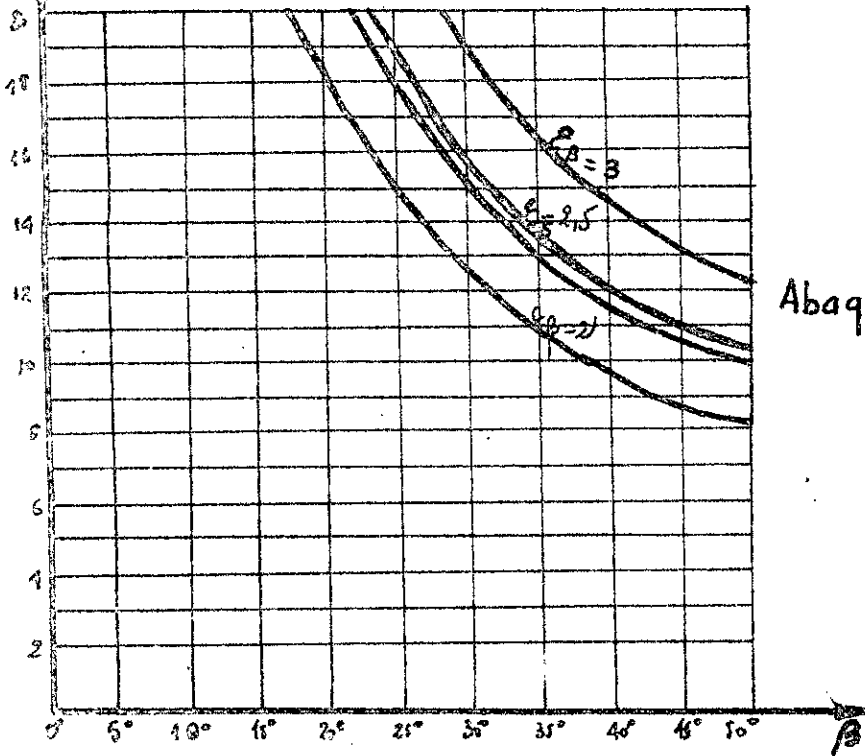
CONCLUSION:

Notre but, a été de dimensionner une boîte de vitesse, pour véhicule au automobile, En se penchant sur la possibilité d'adopter un cinquième rapport économique. On a souhaité, avoir un banc d'essai à notre disposition, (Banc d'essai existant à la SONACOME) qui nous permettra l'obtention des courbes de puissance, et du couple en fonction du régime du moteur, qui équipera notre véhicule, et surtout la courbe de consommation vu qu'on s'est résolu sur des problèmes économiques.

On souhaitera aussi, que d'autres étudiants, reprendront ce travail afin d'étudier les différentes possibilités, de réalisation pratique de cette boîte de vitesses, et ceci en dressant les gammes d'usinages des différentes pièces et même essayer de calculer le prix de revient en apportant des améliorations.

l = largeur de la denture.
 m_r = module réel de la denture.
 $\xi\beta$ = rapport de recouvrement.

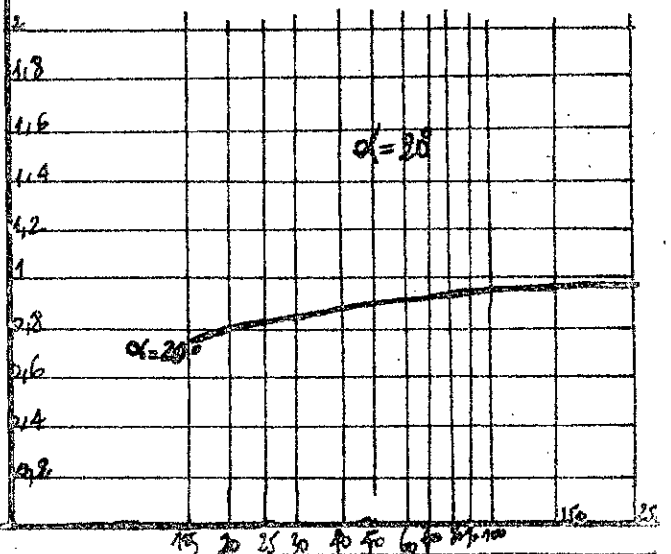
$$\frac{l}{m_r} \approx \left(\frac{\xi\beta}{\sin \alpha} \right)$$

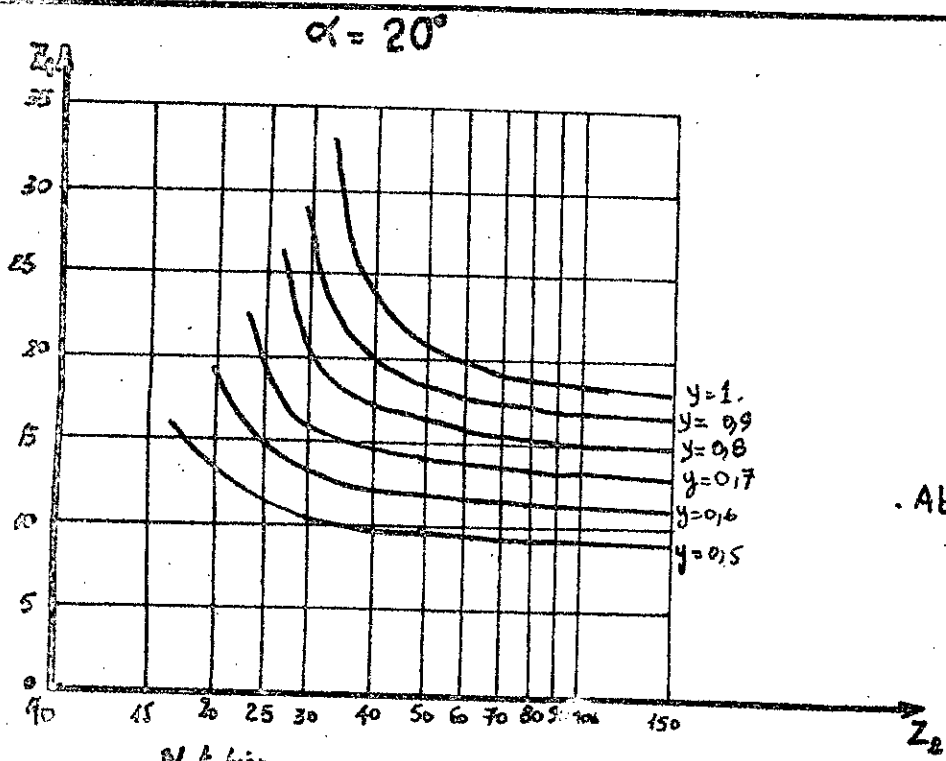


Abaque .I.

ΔC

Abaque .II.





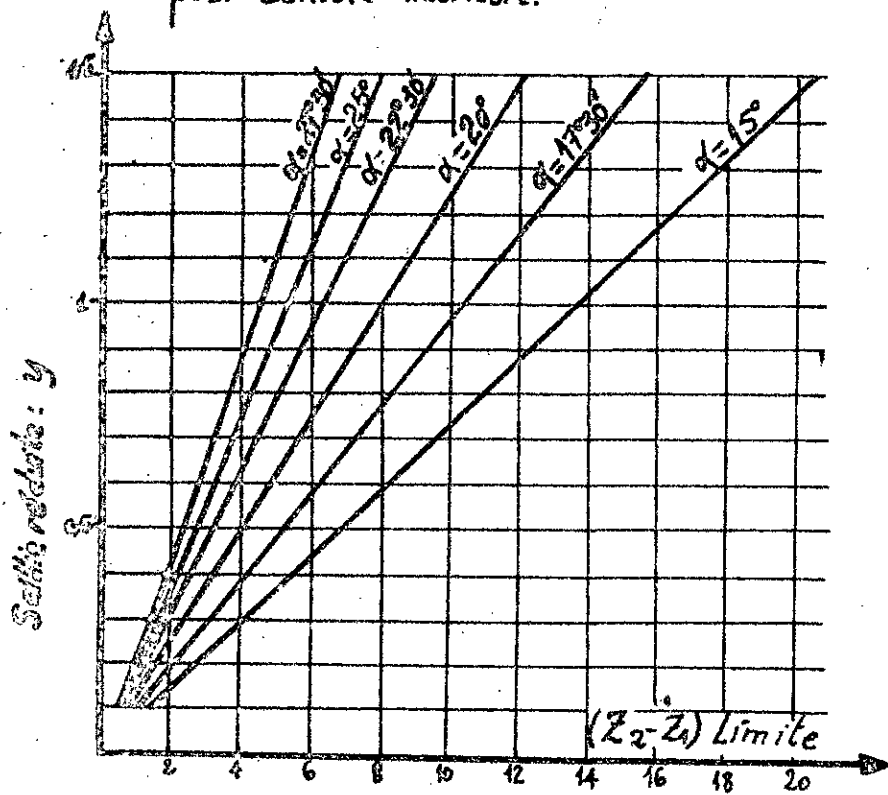
Notation :

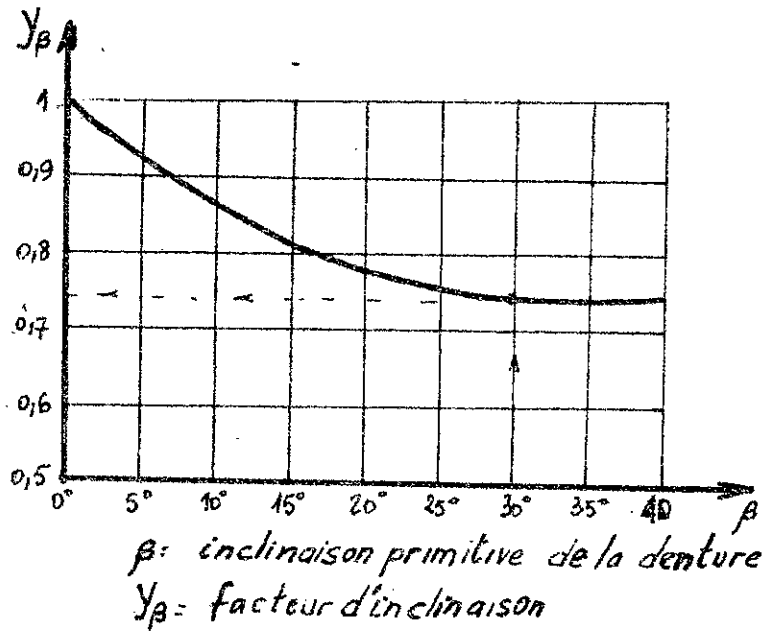
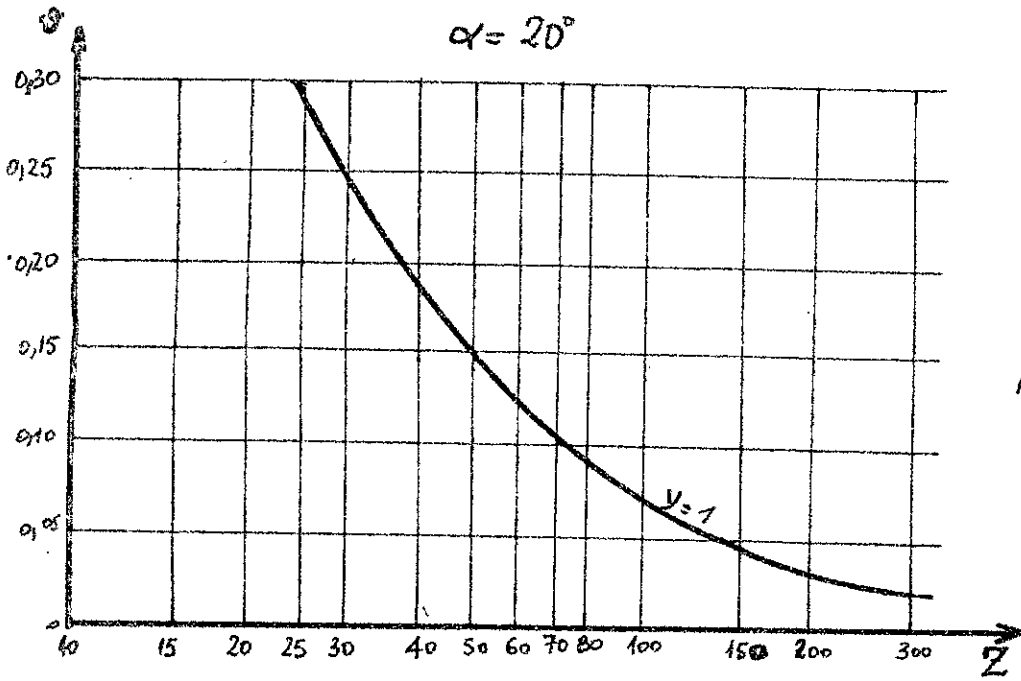
Z_1 : nombre de dents du pignon

Z_2 : nombre de dents de la roue

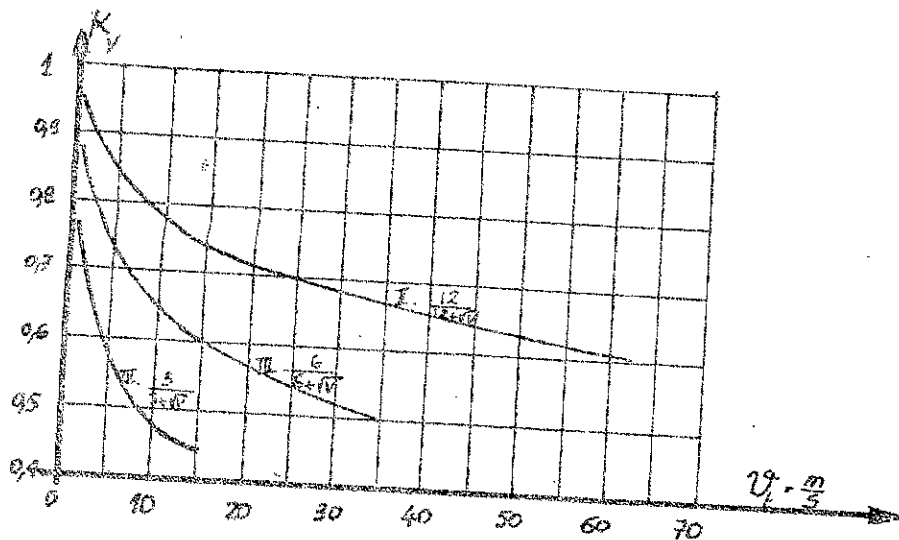
y : saillie réduite = $\frac{s}{m_r}$

pour denture intérieure.



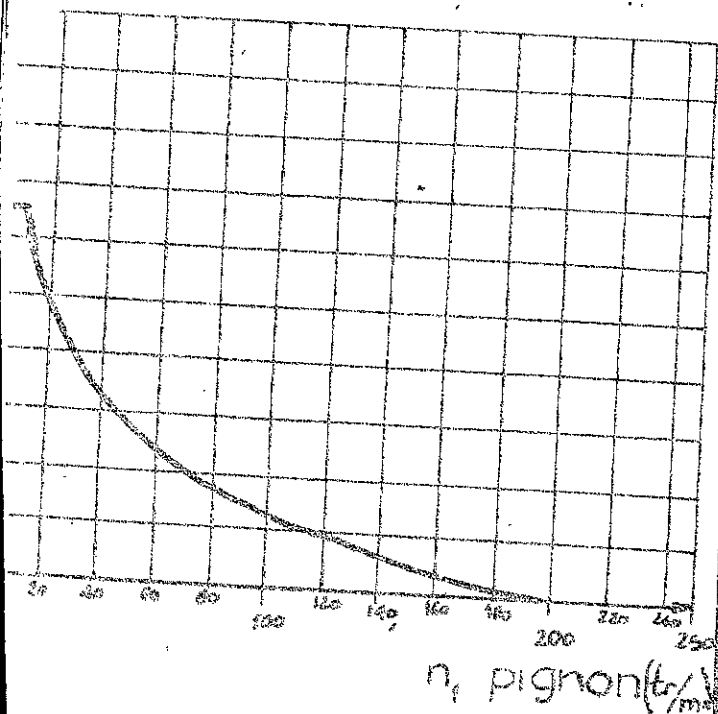


Kv: facteur de vitesse.

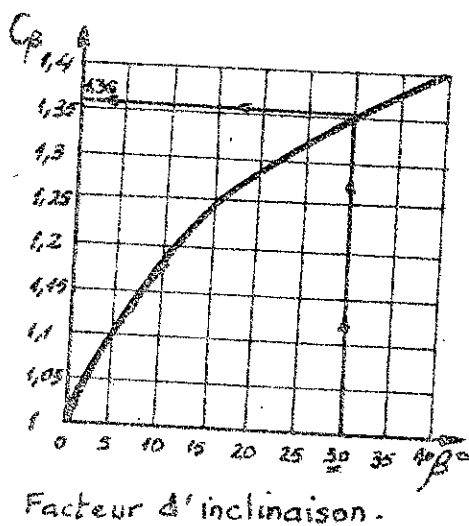


Abaque VII

Abaque VIII

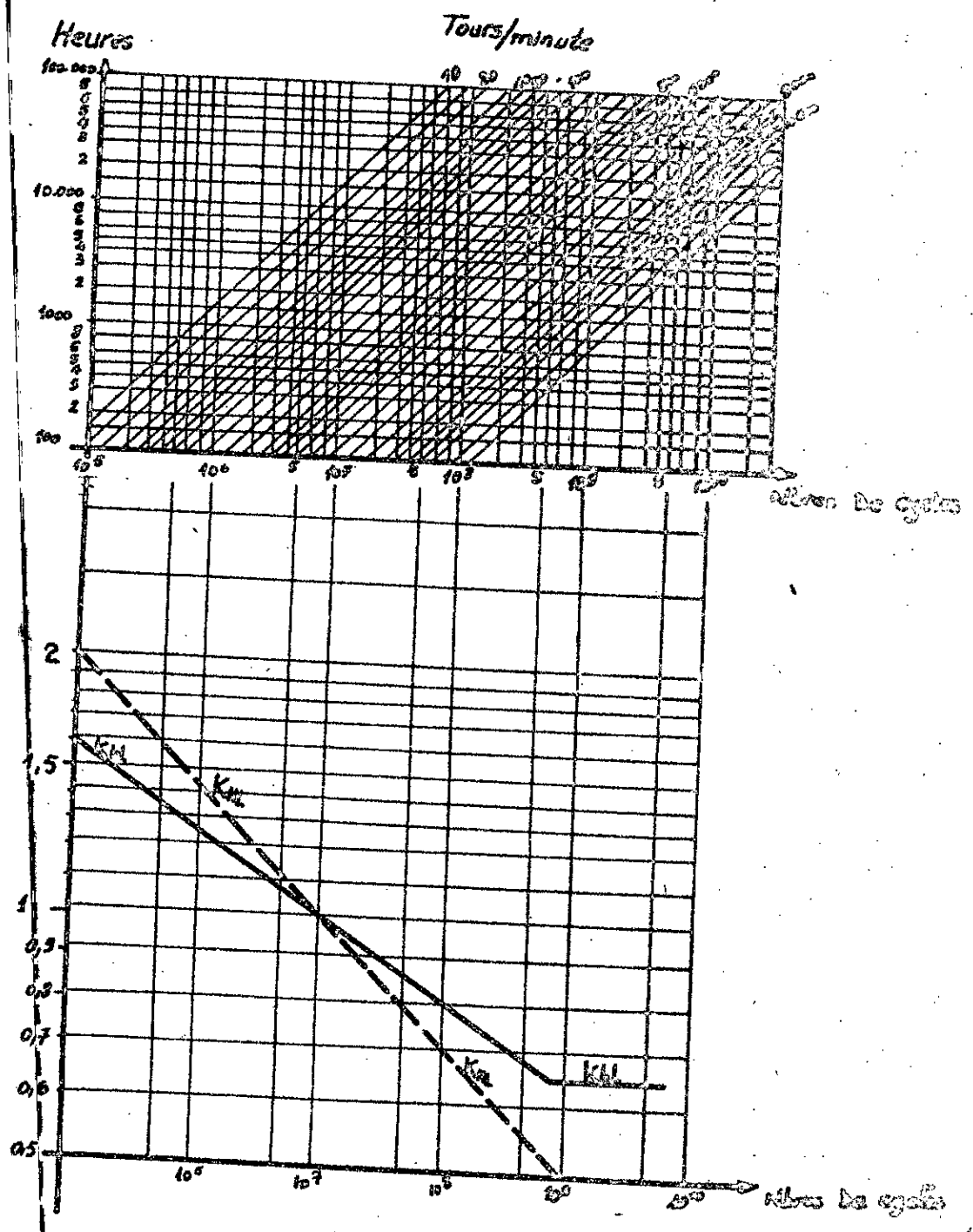


Abaque IX

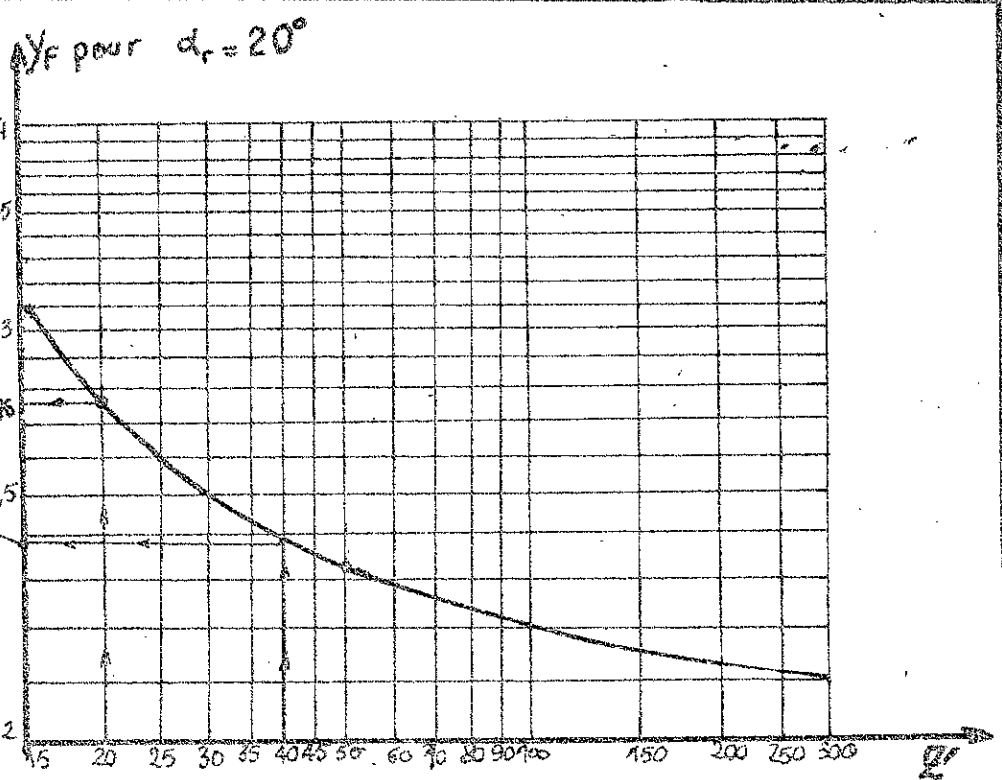
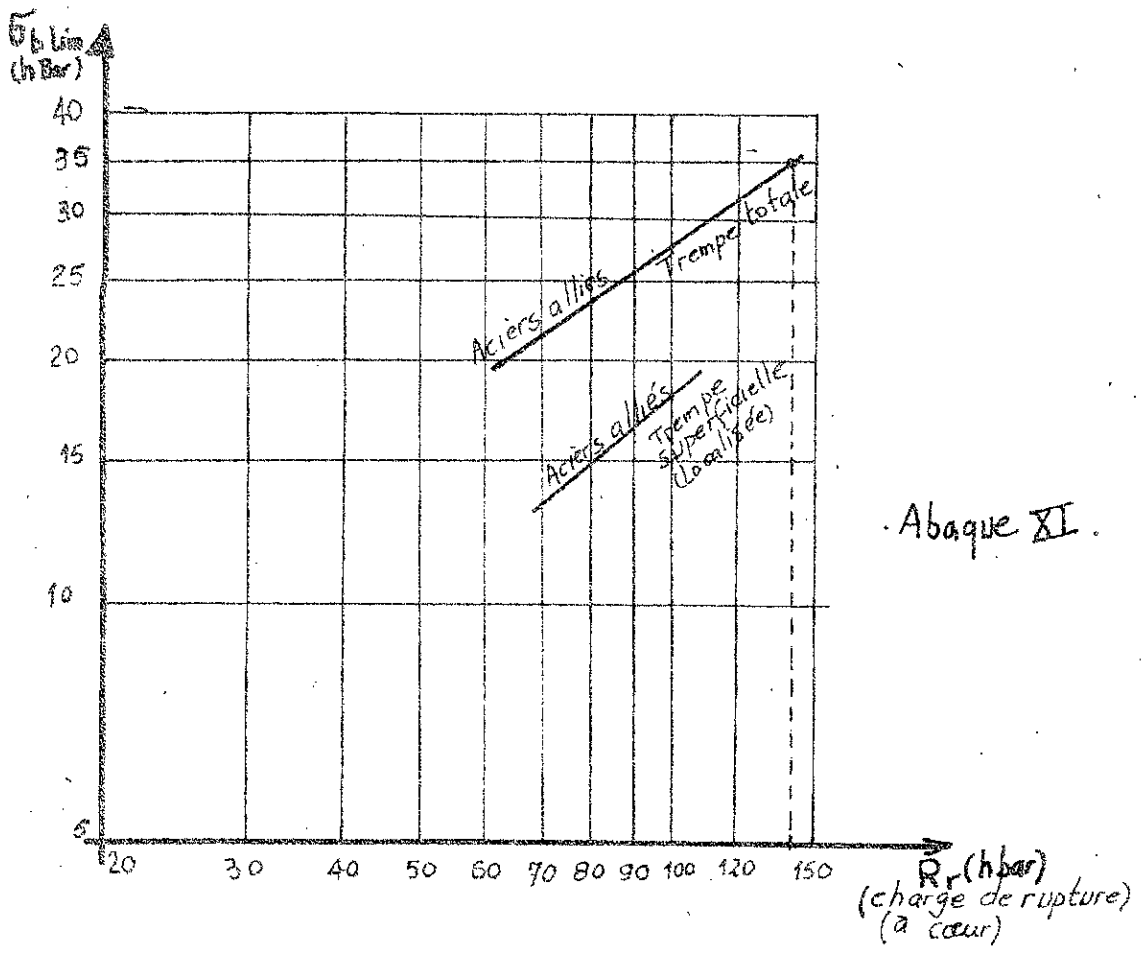


Facteur d'inclinaison.

- Facteurs de durée.

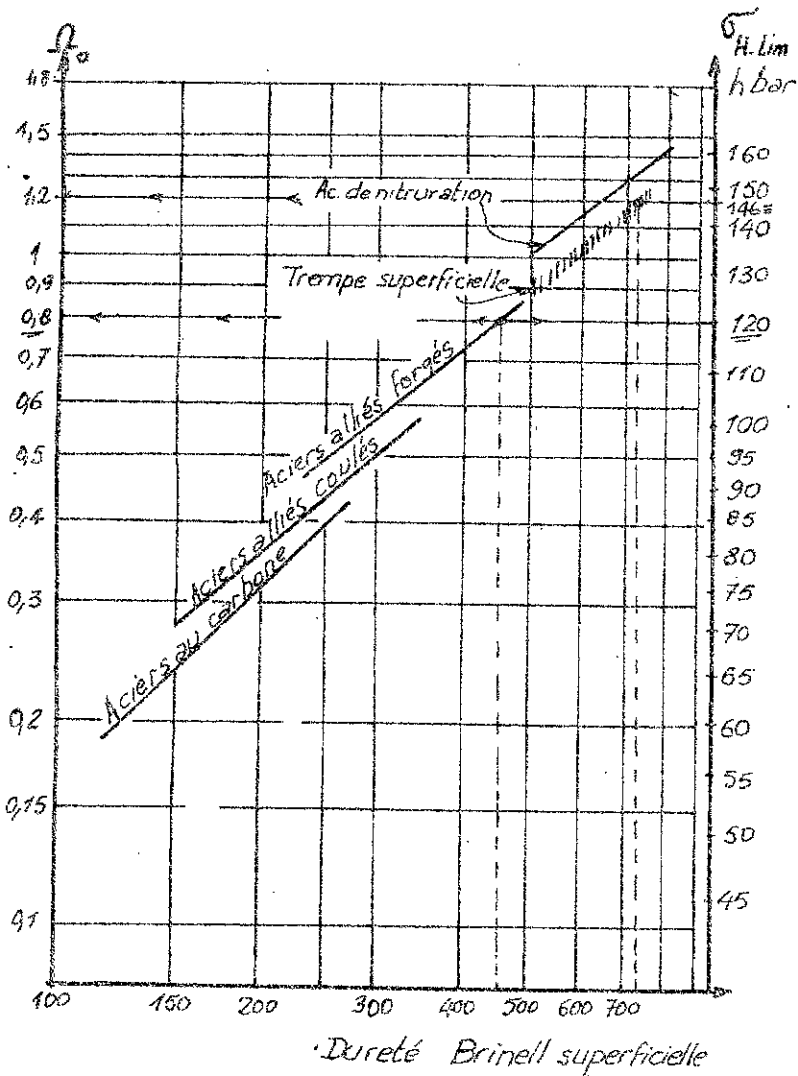


- Abaque X.

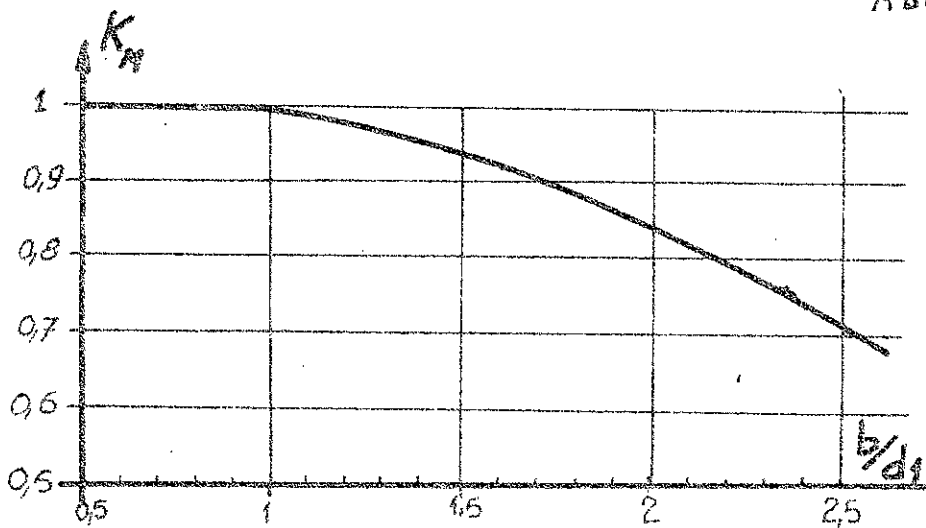


Abaque XII

Y_F = facteur de forme
Z' = Nombre de dents fictif.



Abaque XIII



Abaque XIV

Facteur de portée.

BIBLIOGRAPHIE

J. Chogette.

Technique automobile.

. Tome:1

J. Chogette.

Technique automobile. Tome:2

Le véhicule automobile : Le moteur ; Transmission.

F. Bernad.

éléments de construction

Tome:4

G. Henriot :

Traité théorique et pratique des engrenages.

Tome:1

L. Geminard:

Construction mécanique.

A. CAMPA - R. CHAPPERT. (Ed Foucher).

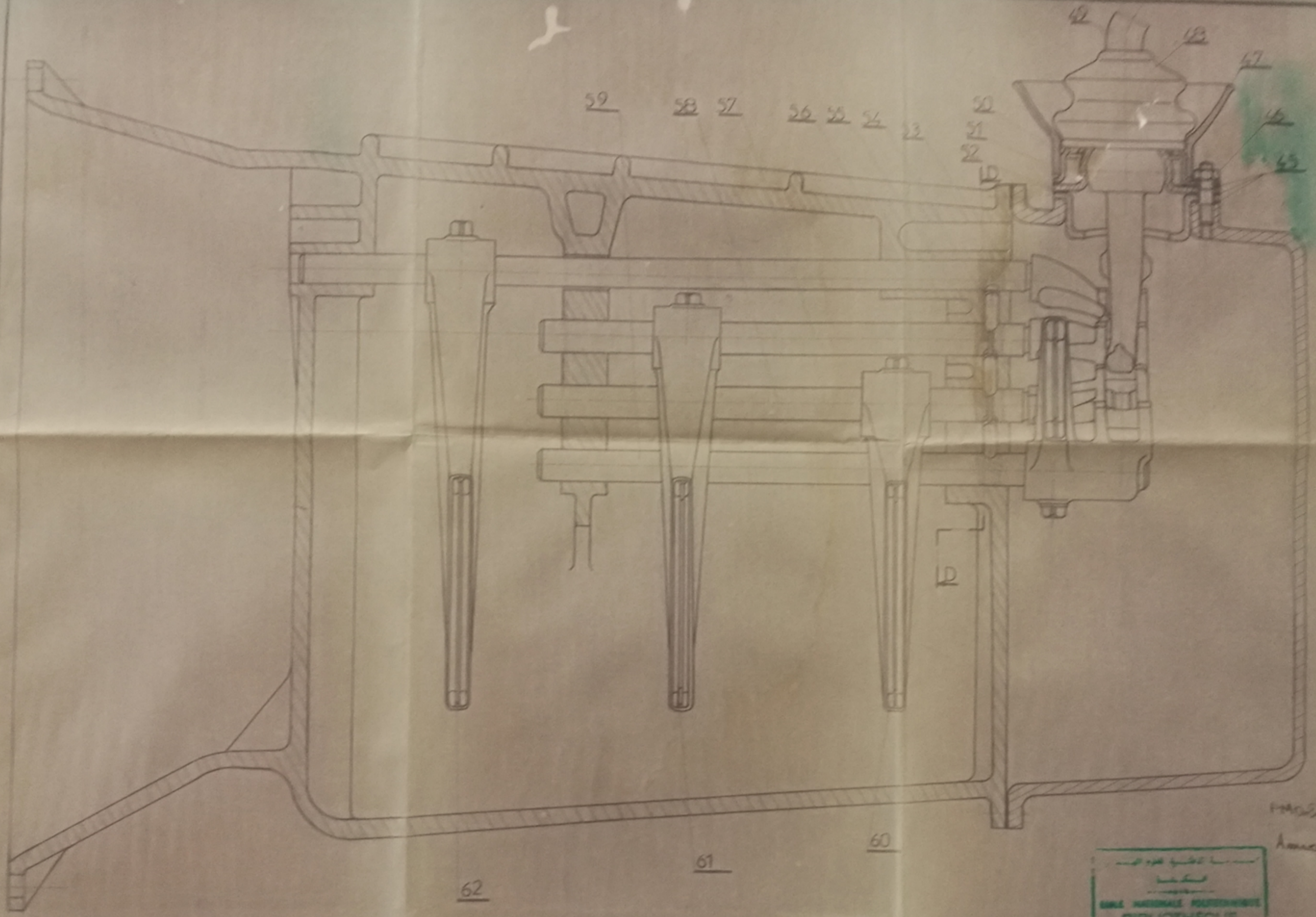
La mécanique par les problèmes (RDM).

. Boisseaux.

L'Automobile: Calcul des organes.

. *Revue: Technique automobile : (Ed 1979. 1980)*

. *Auto-journal. (Ed 1981. 1983)*

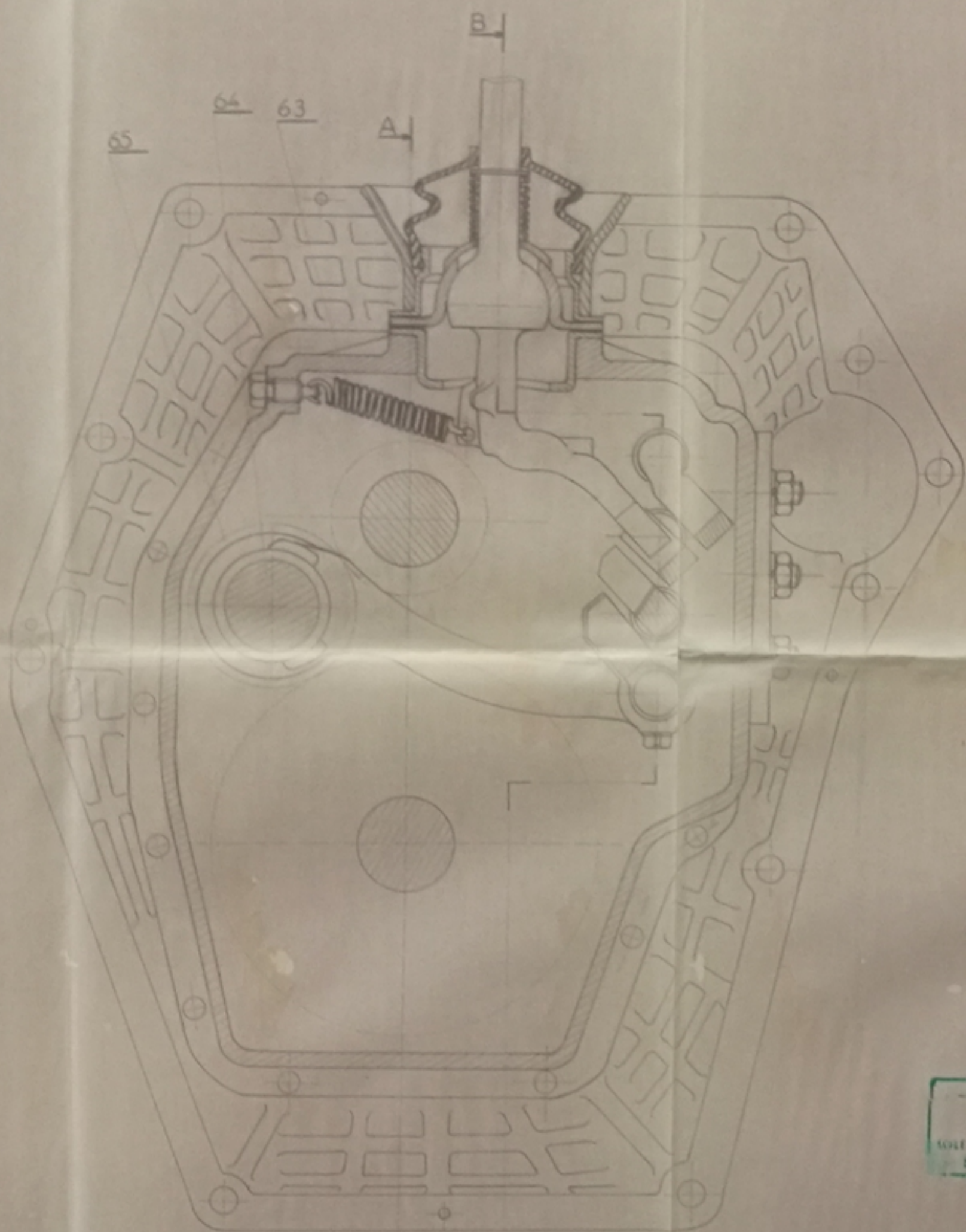


Handwritten notes in Arabic script, possibly indicating a date or author's name.

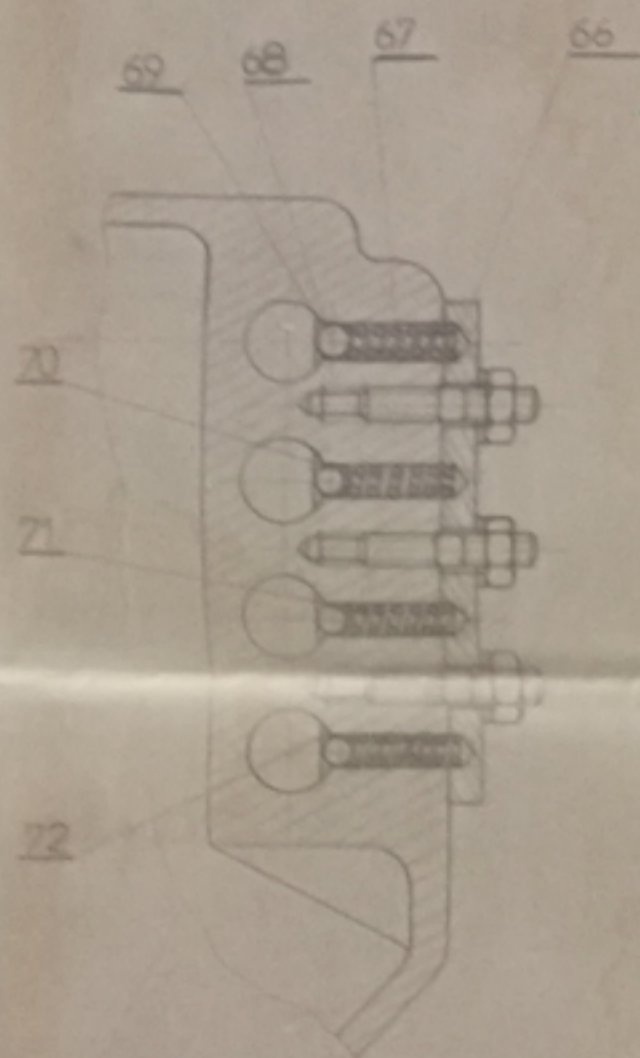
Handwritten text in Arabic script, likely identifying the institution or project.

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER.			
Echelle:	Matière:	<input type="checkbox"/>	Boîte de vitesses.
Étudiant:	Numéro:	<input type="checkbox"/>	(Automobile).
Prénom:	Nom:	<input type="checkbox"/>	ENPA

Coupe CC



Séction DD



PM 021 84
Annexe 2

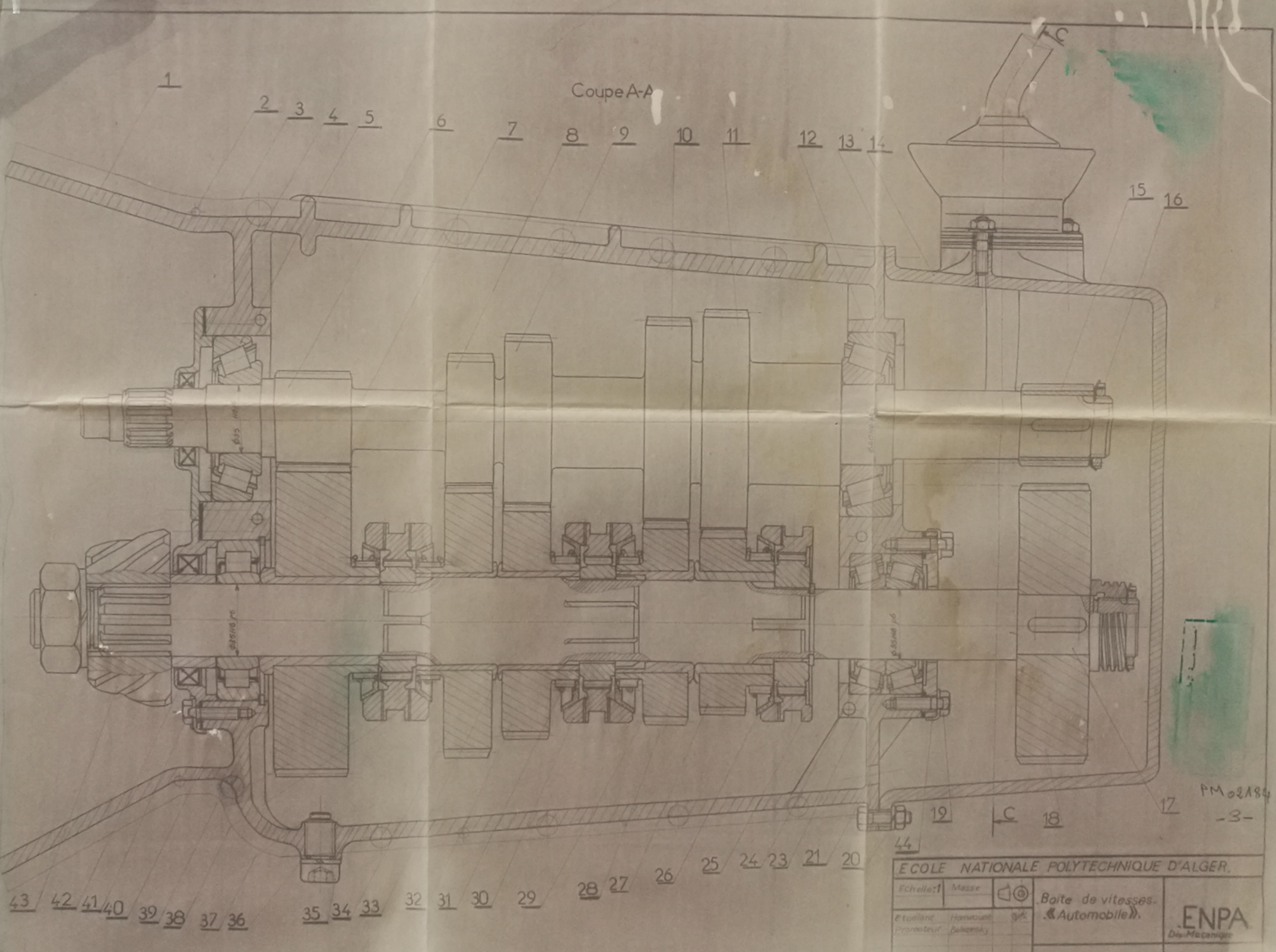
R _n	N° Dessin	Designation	Nb	Matière	Cl.
72		Méplat pour engagement bil	2		Alu
71		Méplat (Pond. Mat. MMS)	2		Alu
70		Méplat (1 ^{er} / 2 ^{es} / 3 ^{es})	3		Alu
69		Méplat (1 ^{er} / 2 ^{es} / 3 ^{es})	3		Alu
68		Bâle de stockage	4	XC55	Alu
67		Ressort bilancette	4	XC65	Alu

66	Pipon arbre	1	F120	Alu
65	Pipon baladeur (MMS)	1	ZSNCM	Alu
64	Reg. porte pipon	1	ZDNC6	Alu
63	Revet. bilancette	1	XC65	Alu
62	Fourchette de la 1 ^{re} vitesse	1	XC55	Alu
61	Fourchette de la 2 ^{de} vitesse	1	XC55	Alu
60	Fourchette de la 3 ^{de} vitesse	1	XC55	Alu
59	Axe porte fourchette (MMS)	1	ZDNC6	Alu
58	Axe porte fourchette (2 ^{de})	1	ZDNC6	Alu
57	Axe porte fourchette (3 ^{de})	1	ZDNC6	Alu
56	Axe porte fourchette (1 ^{er})	1	ZDNC6	Alu
55	Tige chapeau clavette de bloc	2	XC55	Alu
54	Clavette de bloc	3	XC55	Alu
53	Fourchette de la MMS	1	XC55	Alu
52	Baïer d'alignement	1	A85	Alu
51	Support joint	1	A85	Alu
50	Support rebais	1	A85	Alu
49	Levier de commande	1	A60	Alu
48	Joint en caoutchouc	1	Caoutchouc	Alu
47	Coquille	1	Alu	Alu
46	Coquille et écrou vert	3	Alu	Alu
45	Joint d'étanchéité	3	Caoutchouc	Alu
44	Frein arrière	4	XC55	Alu
43	Pipon baladeur d'arbre	1	ZSNCM	Alu
42	Joint d'étanchéité	2	Caoutchouc	Alu
41	Vis MMS	4	Alu	Alu
40	Rondelle à auto-alignement	1	100C6	Alu
39	Ecrou de la 1 ^{re} vitesse	1	ZSNCM	Alu
38	Manchon de synchroniseur	1	XC65	Alu
37	Butée conique	1	Alu	Alu
36	Rondelle Grouper	1	XC55	Alu
35	Vis Enc. de vitesse	1	A60	Alu
34	Roue de la 2 ^{de} vitesse	1	ZSNCM	Alu
33	Enclenchement d'arrêt	4	ZDNC6	Alu
32	Roue de la 3 ^{de} vitesse	1	ZSNCM	Alu
31	Support bilancette	5	XC65	Alu
30	Rondelle de synchroniseur	1	Alu	Alu

28	Substance d'arrêt	2	ZDNC6	Alu
27	Roue de la 5 ^{de} vitesse	1	ZSNCM	Alu
26	Bague de synchroniseur	5	100C6	Alu
25	Manchon de synchroniseur	1	XC65	Alu
24	Trou de centrage	2	Alu	Alu
23	Enclenchement d'arrêt	2	100C6	Alu
22	Trou pour la lubrification	2	Alu	Alu
21	Boulonnage - Rondelle Grouper	10	Alu	Alu
20	Vis MMS	4	Alu	Alu
19	Roue de la MMS	1	ZSNCM	Alu
18	Arbre régulateur	1	ZDNC6	Alu
17	Ecrou à conicité MMS	2	Alu	Alu
16	Pipon de la MMS	1	ZSNCM	Alu
15	Chapeau de Carter	1	F120	Alu
14	Joint d'étanchéité	1	Caoutchouc	Alu
13	Rondelle d'alignement	2	Alu	Alu
12	Pipon de la 5 ^{de} vitesse	1	Alu	Alu
11	Pipon de la 4 ^{de} vitesse	1	Alu	Alu
10	Pipon de la 3 ^{de} vitesse	1	Alu	Alu
9	Pipon de la 2 ^{de} vitesse	1	Alu	Alu
8	Arbre maître	1	ZDNC6	Alu
7	Pipon de la 1 ^{re} vitesse	1	Alu	Alu
6	Rondelle à auto-alignement	2	100C6	Alu
5	Trou de fixation Ø 12	12	Alu	Alu
4	Évacuateur de forme	1	Alu	Alu
3	Trou de centrage Ø 6	6	Alu	Alu
2	Carter de la boîte	1	F120	Alu

R _n	N° Dessin	Designation	Nb	Matière	Cl.	Observ.
ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE						
Boîte de vitesses Automobile						
ENPA						

Coupe A-A



PM 02184
-3-

Ecole Nationale Polytechnique d'Alger.			
Echelle: 1	Masse		Boîte de vitesses «Automobile»
Étudiant	Homicourt		
Promoteur	Polensky		ENPA Dir. Mécanique

