

P0004/05A

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



DÉPARTEMENT D'ÉLECTRONIQUE

**Mémoire de Projet de Fin d'Études**  
pour l'obtention du diplôme  
**d'Ingénieur d'État en Électronique**

Sujet:

**ÉXPLOITATION DE TECHNIQUES AVEUGLES  
DANS LES SYSTÈMES DE COMMUNICATIONS  
MIMO-OFDM**

Présenté par:

**M<sup>lle</sup> AOUADA Djamila**

Devant le jury composé de :

Z. Terra	Chargé de Cours (ENP)	<b>Président</b>
K. Abed-Meraim	Maître de Conférences (Télécom Paris, France)	<b>Examineur</b>
A. Belouchrani	Maître de Conférences (ENP)	<b>Promoteur</b>

Juin 2005



## REMÉRCIEMENTS

A mes merveilleux parents.

A mes frères que j'aime.

Tout d'abord je remercie Dieu pour sa faveur.

Je tiens à remercier

Dr. A. Belouchrani, mon promoteur et professeur pour ses enseignements et ses précieux conseils depuis près de trois ans.

Mr. Z. Terra pour avoir accepté de présider le jury de ma soutenance.

Dr. K. Abed-Meraim pour avoir accepté de faire partie du jury.

Mes parents qui me soutiennent et m'aident toujours.

Mes frères Said et Rostom qui m'ont fait profiter de leurs expériences.

Mes amis et camarades pour leurs nombreux encouragements tout au long de cette année.

Tous ceux qui, de près ou de loin, ont fait que l'aboutissement de ce travail soit possible.

إن أنظمة الإتصال من نوع MIMO-OFDM تعتبر حلاً مميّزاً للإتصالات ذات التدفق العالي. نقوم بدراسة مرحلة استرجاع الإشارات المفيدة على مستوى الإستقبال. خلال الطرق المعتاد استعمالها، كطريقة الفضاء الجزئي، يتم تقدير قناة النقل قبل مساواتها. من أجل تفادي هذه المرحلة ذات الحساب الإضافي و بالتالي التكلفة الإضافية، نقوم بالاستغلال بطريقة عمياء لحل جداء *convolution* و التي مبدؤها هو الحصول المقترن على المائل الأساسي بالجملة لمجموعة من مصفوفات الترابط. يتم حل مشكلة اللبس المتعلقة بهذه الطريقة و المتمثلة في التقريب إلى مرشح و دوران باستعمال إشارات ممهدة. لما تكون القناة غير مفرقة يمكن تطبيق طريقة مبدؤها الحصول المقترن على المائل الأساسي لمجموعة من مصفوفات الترابط.

**الكلمات المفتاحية:** MIMO-OFDM، مجال محافظ، التقسيم إلى فضاء جزئي، الحصول المقترن على المائل الأساسي، SS, SOMOD, SOBI، التسوية، التواتر الحامل، الإشارات الممهدة، قناة مفرقة.

## Abstract :

MIMO-OFDM systems are a key solution for communications with high data rates. We study the phase of useful signal recovery at receiver level. In the usually used methods such as subspace decomposition, the transmission channel is first estimated before being equalized. In order to bypass this additional computation step and therefore additional cost, we investigate a blind deconvolution approach, whose principle is the joint bloc diagonalization of a set of correlation matrices. The ambiguity issue of up to a filter and up to a permutation related to this algorithm is to be solved using preambles. When the channel is non-dispersive, a joint diagonalization algorithm can be applied.

**Key words:** MIMO-OFDM, guard interval, subspace decomposition, joint diagonalization, SS, SOMOD, SOBI, equalization, subcarrier, preambles, dispersive channel.

## Résumé :

Les systèmes MIMO-OFDM sont une solution clef pour les communications à très hauts débits de transmission. On étudie la phase de reconstitution des signaux utiles au niveau de la réception. Lors des méthodes habituellement utilisées telle que la décomposition en sous espaces, le canal de transmission est estimé avant d'être égalisé. Afin de passer outre cette étape de calcul donc de coût supplémentaire, on exploite une approche de déconvolution aveugle dont le principe est la diagonalisation conjointe en blocs d'un ensemble de matrices de corrélation. Le problème d'ambiguïté de permutation et de filtre près lié à cet algorithme est à résoudre grâce à des préambules.

Lorsque le canal est non dispersif, un algorithme de diagonalisation conjointe peut être appliqué.

**Mots clefs:** MIMO-OFDM, intervalle de garde, décomposition en sous espaces, diagonalisation conjointe, SS, SOMOD, SOBI, égalisation, sous-porteuse, préambules, canal dispersif.

## NOTATIONS

$A, a$ : scalaires.

$\mathbf{A}, \mathbf{a}$ : matrices.

$(a)^*$ : conjugué de  $a$ .

$(\mathbf{A})^T$ : matrice transposée de  $\mathbf{A}$ .

$(\mathbf{A})^H$ : matrice transposée hermitienne de  $\mathbf{A}$ .

$E(\cdot)$ : espérance mathématique.

$\mathbf{I}_A$ : matrice identité de dimension  $A \times A$ .

$\mathbf{O}_{AB}$ : matrice nulle de dimension  $A \times B$ .

$\text{span}(\mathbf{A})$ : base engendrant l'espace non nul de la matrice  $\mathbf{A}$ .

$\text{rang}(\mathbf{A})$ : rang de la matrice  $\mathbf{A}$ .

$\text{dim}(\mathbf{A})$ : dimension de la matrice  $\mathbf{A}$ .

$(\mathbf{A})^{-1}$ : matrice inverse de  $\mathbf{A}$ .

$\hat{\mathbf{A}}$ : estimée de la matrice  $\mathbf{A}$ .

$\hat{a}$ : estimée de l'élément  $a$ .

$\text{diag}(\underbrace{\mathbf{A}, \mathbf{A}, \dots, \mathbf{A}}_{B \text{ fois}})$ : matrice diagonale en blocs formée par  $B$  blocs identiques de la matrice  $\mathbf{A}$ .

$\mathbf{A} * \mathbf{B}$ : produit de convolution linéaire entre  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$ .

$n \bmod(N)$ :  $n$  modulo  $N$  qui est le reste de la division de  $n$  par  $N$ .

## ABRÉVIATIONS

- Filtre AR:** filtre autorégressif.
- BPSK:** Binary Phase Shift Keying.
- CP:** Cyclic Prefix.
- DFT:** Discrete Fourier Transform.
- DSP:** Digital Signal Processor
- DTVB:** Digital Terrestrial Video Broadcasting.
- FDM:** Frequency Division Multiplexing.
- FEQ:** Frequency Equalization.
- FFT:** Fast Fourier Transform.
- GCS:** Golay Complementary Sequence.
- IBI:** Inter Block Interference.
- IDFT:** Inverse Discrete Fourier Transform.
- i.i.d:** indépendants et identiquement distribués.
- IFFT:** Inverse Fast Fourier Transform.
- ISI:** Inter Symbol Interference.
- MC:** nombre de réalisations de Monte-Carlo.
- MIMO:** Multiple Input-Multiple Output.
- OFDM:** Orthogonal Frequency Division Multiplexing.
- PFPFE:** Plate Forme du Projet de Fin d'Etudes.
- QAM:** Quadratic Amplitude Modulation.
- QPSK:** Quadratic Phase Shift Keying.
- RMSE:** Root Mean Square Error.

SISO: Single Input-Single Output.

SNR: Signal to Noise Ratio.

SOMOD: Second Order Multi-Output Deconvolution.

SOS: Second Order Statistics.

SS: Subspace decomposition.

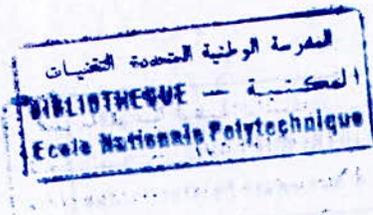
TEQ: Time Equalization.

UWB: Ultra Wide Band.

ZP: Zero Padding.

## TABLE DES MATIÈRES

<b>REMÉRCIEMENTS</b>	ii
<b>RÉSUMÉ</b>	iii
<b>NOTATIONS</b>	iv
<b>ABRÉVIATIONS</b>	v
<b>TABLE DES MATIÈRES</b>	vii
<b>LISTE DES FIGURES</b>	viii
Chapitre	
<b>1. INTRODUCTION</b>	<b>1</b>
<b>2. SYSTÈME MIMO-OFDM</b>	<b>5</b>
2.1 Introduction . . . . .	5
2.2 Modulation OFDM . . . . .	5
2.2.1 Historique . . . . .	6
2.2.2 Principe de l'OFDM . . . . .	7
2.2.3 Canal à trajets multiples . . . . .	8
2.2.4 Génération de l'OFDM . . . . .	10
2.2.5 Intervalle de garde . . . . .	12
2.2.6 Modèle d'un système OFDM . . . . .	12
2.3 Système MIMO-OFDM . . . . .	13



2.3.1	Description du système MIMO-OFDM . . . . .	14
2.3.2	Modèle mathématique du système MIMO-OFDM . . . . .	15
<b>3.</b>	<b>ÉGALISATION PAR LA MÉTHODE DE</b>	
	<b>DÉCOMPOSITION EN SOUS ESPACES</b>	<b>19</b>
3.1	Introduction . . . . .	19
3.2	Estimation du canal . . . . .	19
3.2.1	Hypothèses . . . . .	19
3.2.2	Développement théorique . . . . .	21
3.3	Égalisation du canal . . . . .	24
3.3.1	Présentation du problème d'ambiguïté . . . . .	24
3.3.2	Résolution de la matrice d'ambiguïté . . . . .	24
<b>4.</b>	<b>DÉCONVOLUTION PAR LA MÉTHODE DE</b>	
	<b>DIAGONALISATION CONJOINTE EN BLOCS</b>	<b>27</b>
4.1	Introduction . . . . .	27
4.2	Mise en forme du système MIMO-OFDM . . . . .	27
4.3	Hypothèses . . . . .	31
4.4	Traitement des signaux numériques . . . . .	32
4.5	Algorithme SOMOD . . . . .	35
4.5.1	Principe de la diagonalisation conjointe en blocs . . . . .	37
4.5.2	Critère de diagonalisation conjointe en blocs . . . . .	37
4.6	Résolution de la matrice d'ambiguïté . . . . .	38
4.6.1	Ambiguïté de permutation . . . . .	39
4.6.2	Ambiguïté du filtre près . . . . .	39
4.6.3	Cas de la structure classique de l'algorithme SOMOD . . . . .	41
4.7	Cas d'un canal de communications non dispersif . . . . .	42

4.7.1	SOBI . . . . .	42
4.7.2	Autre application de SOBI . . . . .	45
<b>5.</b>	<b>SIMULATIONS</b>	<b>47</b>
5.1	Introduction . . . . .	47
5.2	Performances de la méthode SS . . . . .	47
5.2.1	Estimation du canal . . . . .	47
5.2.2	Effet du SNR . . . . .	48
5.2.3	Effet de $L_s$ . . . . .	50
5.2.4	Visualisation des canaux de transmission . . . . .	51
5.2.5	Egalisation du canal . . . . .	52
5.2.6	Effet du SNR . . . . .	52
5.2.7	Effet de $L_s$ . . . . .	53
5.3	Performances de la méthode SOBI . . . . .	54
5.3.1	Effet du SNR . . . . .	55
5.3.2	Effet de $L_s$ . . . . .	55
<b>6.</b>	<b>INTERFACE GRAPHIQUE</b>	<b>57</b>
6.1	Introduction . . . . .	57
6.2	Objectifs de l'interface graphique . . . . .	57
6.3	Description de l'interface graphique . . . . .	57
6.3.1	Paramètres . . . . .	58
6.3.2	Boutons d'activation . . . . .	59
6.3.3	Fonctions . . . . .	59
6.3.4	Zone d'affichage de la figure . . . . .	59
6.3.5	Menu . . . . .	59
6.4	Exécution de l'interface graphique . . . . .	61



7. CONCLUSION	63
Annexe	
A. ÉLIMINATION DES ISI ET DES IBI	65
B. MÉLANGES CONVOLUTIFS ET INSTANTANÉS	69
C. DESCRIPTION DE LA MATRICE DE PASSAGE $T_{C_1C_2}$	71
RÉFÉRENCES	73

## LISTE DES FIGURES

Figure		Page
2.1	Spectre des sousporteuses . . . . .	8
2.2	Système de communications sans fil à travers un canal multitrajets . . . . .	9
2.3	Modulation OFDM à base de IFFT . . . . .	11
2.4	Démodulation OFDM à base de FFT . . . . .	11
2.5	Synoptique de la transmission OFDM . . . . .	13
2.6	Système MIMO-OFDM . . . . .	14
4.1	Fonctions d'autocorrélation des signaux émis avant et après filtrage . . . . .	33
4.2	Densité spectrale de puissance des signaux émis avant et après filtrage . . . . .	35
4.3	Egalisation dans le domaine temporel TEQ . . . . .	40
4.4	Egalisation dans le domaine temporel TEQ . . . . .	40
4.5	Schéma de l'émission pour un utilisateur . . . . .	42
4.6	nouvelle structure de SOMOD . . . . .	43
4.7	structure classique de SOMOD . . . . .	43
4.8	Egalisation dans le domaine fréquentiel FEQ . . . . .	44
5.1	RMSE des canaux estimés en fonction du SNR . . . . .	49
5.2	RMSE des canaux estimés en fonction de $L_s$ . . . . .	50
5.3	Amplitudes des réponses impulsionnelles du canal . . . . .	51
5.4	RMSE des signaux estimés en fonction du SNR . . . . .	52
5.5	RMSE des signaux estimés en fonction de $L_s$ . . . . .	53
5.6	Estimation des signaux filtrés . . . . .	54
5.7	RMSE des signaux estimés en fonction du SNR . . . . .	55

5.8	RMSE des signaux estimés en fonction de $L_s$ . . . . .	56
6.1	Zone des paramètres . . . . .	58
6.2	Arborescence de la zone des fonctions . . . . .	60
6.3	Exemple d'une simulaion effectuée sur la plate forme PFPFE . . . . .	62

## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION

De nos jours, les multimédias doivent répondre à des exigences grandissantes en terme de débit de transmission et de nombre d'utilisateurs. *Orthogonal Frequency Division Multiplexing* (OFDM) est l'une des solutions les plus répandues surtout dans le cas des communications sans fil. Son principe, qui consiste à utiliser un grand nombre de sous-porteuses orthogonales permet une exploitation efficace du spectre. De plus, l'implémentation de cette modulation multiporteuses est aujourd'hui facile et s'exécute rapidement grâce à l'introduction de la structure de l'*Inverse Fast Fourier Transform* (IFFT) pour la génération des sous-porteuses. Cet artifice est d'autant plus intéressant qu'il permet de faire la démodulation et/ou l'égalisation dans le domaine fréquentiel. En outre, la capacité de transmission se trouve sensiblement améliorée lorsqu'on exploite la diversité spatiale propre aux configurations *Multiple Input-Multiple Output* (MIMO), d'où le grand intérêt de considérer des systèmes MIMO-OFDM.

Dans le cadre de ce Projet de Fin d'Etudes, nous étudions cette combinaison particulière et nous nous penchons sur la phase de restitution des signaux émis. Plus précisément, l'objectif est de pouvoir reconstituer l'information utile après passage par un canal de transmission dispersif donnant naissance à un mélange convolutif. Les techniques utilisées à cet effet constituent, actuellement, un axe de recherche très important dans le domaine du traitement du signal appliqué aux télécommunications [19].

Une solution efficace a d'ailleurs récemment été proposée. C'est une méthode de *décomposition en sous espaces* basée sur des statistiques du second ordre [6], [25]. Sa résolution passe par deux étapes principales:

- Une étape d'*identification du canal*, où il s'agit de trouver les estimées des réponses impulsionnelles des canaux de transmission. Il est nécessaire, pour ce faire, de s'aider d'une information supplémentaire sur le système via une séquence pilote d'apprentissage. On parle alors d'identification semi-aveugle du canal de transmission.
- Une étape d'*égalisation* au cours de laquelle, on utilise les estimées du canal trouvées précédemment pour filtrer les signaux de mélange et enlever l'effet du canal.

Cette méthode, malgré ses performances très appréciables, présente, lors de l'estimation du canal, l'inconvénient de nécessiter une étape de calcul intermédiaire synonyme de coût supplémentaire et d'une mise en place plus complexe du système.

Nous proposons, dans notre travail, une méthode alternative de reconstitution des signaux qui solutionne cet inconvénient et passe outre l'estimation du canal.

Notre approche adapte les méthodes de déconvolution MIMO basées sur la *diagonalisation conjointe en blocs* d'un ensemble de matrices de corrélations grâce à la diversité du contenu spectral des signaux sources. Cette méthode utilise également des statistiques du second ordre [12], [13].

La résolution se fait dans ce cas, à partir des signaux de mélange, en une seule étape dite *déconvolution*.

Pour résoudre le problème d'ambiguïté lié à toute résolution aveugle et totalement identifier les signaux à la réception, nous discutons de l'éventualité de faire appel à une phase d'apprentissage.

Afin d'adapter correctement l'algorithme de diagonalisation conjointe en blocs et d'utiliser

le modèle linéaire, déjà établi, du système MIMO-OFDM; donc continuer à exploiter la diversité de l'OFDM ainsi que celle introduite par les capteurs multiples, nous devons, vérifier la concordance de l'ensemble des hypothèses considérées.

Le présent Mémoire est réparti en sept Chapitres, comme suit:

- Chapitre 1:** Introduction générale au sujet traité et une explication de son contexte.
- Chapitre 2:** Modèle mathématique du système MIMO-OFDM ainsi qu'une explication du principe de la modulation OFDM et de toutes les techniques qui lui sont rattachées.
- Chapitre 3:** Présentation théorique de l'algorithme de décomposition en sous espaces.
- Chapitre 4:** Présentation de la théorie liée à l'algorithme de diagonalisation conjointe en blocs. Nous introduisons une partie de traitement des signaux numériques, importante pour l'adaptation de l'algorithme au système MIMO-OFDM. Puis, en marge du problème principal de déconvolution, nous évoquons une solution pour résoudre le problème d'ambiguïté. Enfin, lorsque le système MIMO-OFDM est approximé par un système instantané, nous considérons une variante adaptée de la méthode de diagonalisation conjointe pour le système MIMO-OFDM.
- Chapitre 5:** Illustrations et performances des méthodes exposées à travers des simulations et des exemples. Nous commençons par valider l'algorithme de décomposition en sous espaces par rapport à deux autres méthodes, prises comme référence. Puis, nous présentons un certain nombre d'exemples d'application de l'algorithme de diagonalisation conjointe afin de valider son principe.
- Chapitre 6:** Mise au point d'une interface graphique pour simplifier l'accès aux programmes et faciliter la visualisation des performances.
- Chapitre 7:** Conclusion générale sur l'essentiel de ce travail et ses perspectives.

A noter que ce rapport comporte quatre Annexes utiles pour la compréhension de certains points et des développements intermédiaires.

## CHAPITRE 2

### SYSTÈME MIMO-OFDM

#### 2.1 Introduction

Dans les systèmes de communications sans fil, les débits de transmission exigés sont de plus en plus élevés, pouvant atteindre plus de 100 Mbits/s.

La modulation OFDM est l'une des techniques les plus appropriées pour ce genre de systèmes, plus particulièrement lorsqu'elle est combinée à une configuration MIMO, permettant ainsi, d'augmenter la capacité de transmission à travers des canaux sélectifs en fréquence et comportant des trajets multiples.

Dans le présent chapitre, nous exposons les caractéristiques principales qui font que la combinaison MIMO-OFDM est une solution privilégiée pour les futurs systèmes de communications. Nous donnons également le modèle du système MIMO-OFDM tel qu'étudié tout au long de ce travail.

#### 2.2 Modulation OFDM

L'OFDM est une technique de transmission multiporteuses qui subdivise la bande de fréquence totale en un ensemble de porteuses, chacune modulée à un bas débit. L'intérêt de cette modulation est l'exploitation optimale du spectre, grâce à la propriété d'orthogonalité des porteuses qui sont réparties de manière condensée sans jamais interférer entre elles. Cette idée révolutionnaire ne date pas d'hier. Cependant, son exploitation est relativement récente et présente aujourd'hui un succès commercial certain.

### 2.2.1 Historique

L'OFDM est née dans les années 1950-1960, sans vraiment avoir beaucoup d'adeptes, faute de développement des circuits électroniques et du traitement numérique du signal qui n'était qu'à ses débuts. Initialement, les systèmes *Frequency Division Multiplexing* (FDM) classiques génèrent des signaux à bande étroite de manière indépendante en leur dédiant des fréquences différentes puis en les transmettant en parallèle, pour enfin les séparer à la réception en utilisant des filtres adaptés. En 1966, la nouveauté consiste à faire chevaucher les spectres des signaux [1]. En 1970, la première proposition de réalisation d'un système FDM à l'aide d'une *Discrete Fourier Transform* (DFT) est publiée [2]. Finalement, en 1971 un système FDM est défini [3]. Dans ce système la génération des signaux se fait avec une *Fast Fourier Transform* (FFT), en ajoutant un intervalle de garde en cas de trajets multiples. C'est cette technique qui définit l'actuelle OFDM, largement utilisée dans de nombreuses applications de télédiffusion (broadcasting) soit de sons, de données ou de vidéos (*Digital Audio Broadcasting* (DAB) et *Digital Terrestrial Video Broadcasting* (DTVB)). De plus en plus, l'OFDM se destine aux systèmes de communications sans fil. Ainsi, les réseaux 802.11a et 802.11g offrent des débits théoriques pouvant atteindre 54 Mbits/s, là où le protocole 802.11b (différent de l'OFDM) se limite à 11 Mbits/s. Des tests sont en cours pour mettre en place cette norme de communications sur les équipements *Wimax* et *Ultra Wide Band* (UWB). Des démonstrations sont également effectuées pour des réseaux OFDM de téléphonie mobile de quatrième génération (4G) compatibles [4].

Ainsi, bien que les principes de base de l'OFDM sont proposés, ce n'est que vers les années 1980, associées à l'avènement du *Digital Signal Processor* (DSP), que les communautés scientifique et industrielle prennent conscience de l'intérêt de l'OFDM et de son application.

### 2.2.2 Principe de l'OFDM

La modulation OFDM est une technique de transmission multiporteuses basée sur le multiplexage fréquentiel dont le principe est de grouper des données numériques par paquets de  $N$ , appelés symboles OFDM, et de moduler en parallèle chaque donnée par une porteuse différente.

Considérons une séquence de  $N$  données,  $c_0, c_1, \dots, c_{N-1}$ . Chaque donnée  $c_k$  module un signal sous-porteuse à la fréquence  $f_k$  pendant un temps  $T_u$ . Le signal individuel s'écrit alors sous forme complexe comme suit:

$$s_k(t) = W_{T_u} \cdot c_k e^{j2\pi f_k t} \quad k = 0, \dots, N - 1, \quad (2.1)$$

$W_{T_u}$  étant une fenêtre carrée de durée  $T_u$ .

Le signal  $s(t)$  correspondant à toutes les données d'un symbole OFDM est la somme des signaux individuels

$$s(t) = W_{T_u} \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{j2\pi f_k t}. \quad (2.2)$$

La particularité de la modulation OFDM est que le multiplexage doit être orthogonal, i.e., la séparation entre les fréquences est de  $1/T_u$ . Ce qui implique les relations (2.3) et (2.4) suivantes:

$$f_k = f_0 + \frac{k}{T_u} \quad k = 0, \dots, N - 1, \quad (2.3)$$

et

$$s(t) = W_{T_u} e^{j2\pi f_0 t} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{j2\pi \frac{k}{T_u} t}. \quad (2.4)$$

Cette propriété d'orthogonalité s'illustre clairement sur le spectre des sous-porteuses (Fi-

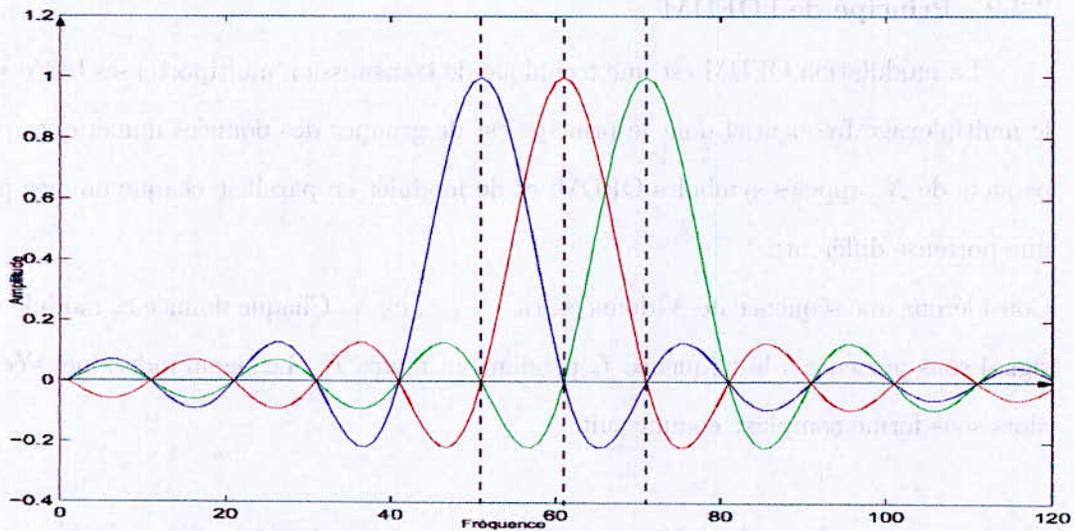


Figure 2.1. Spectre des sous-porteuses.

gure 2.1). On constate que la séparation  $1/T_u$  entre chaque sous-porteuse permet, à la valeur maximale du spectre d'une sous-porteuse, d'annuler le spectre de toutes les autres. De cette manière, on arrive à avoir un recouvrement entre les spectres des différentes sous-porteuses, et en même temps, avec une fréquence d'échantillonnage égale à  $1/T_u$ , on évite les interférences entre les différentes sous-porteuses. Ceci constitue une caractéristique importante utilisée dans de nombreuses configurations où la propagation des signaux se fait suivant des chemins multiples.

### 2.2.3 Canal à trajets multiples

Dans le cas des communications sans fil, le canal est à trajets multiples car le signal émis subit de nombreuses réflexions. Ces réflexions donnent naissance à une série de répliques retardées et atténuées de manière variable (Figure 2.2). Il en résulte, à la réception, des interférences entre ces signaux, appelées *Inter Symbol Interference (ISI)*, qui rendent difficile la récupération du signal informationnel d'origine.

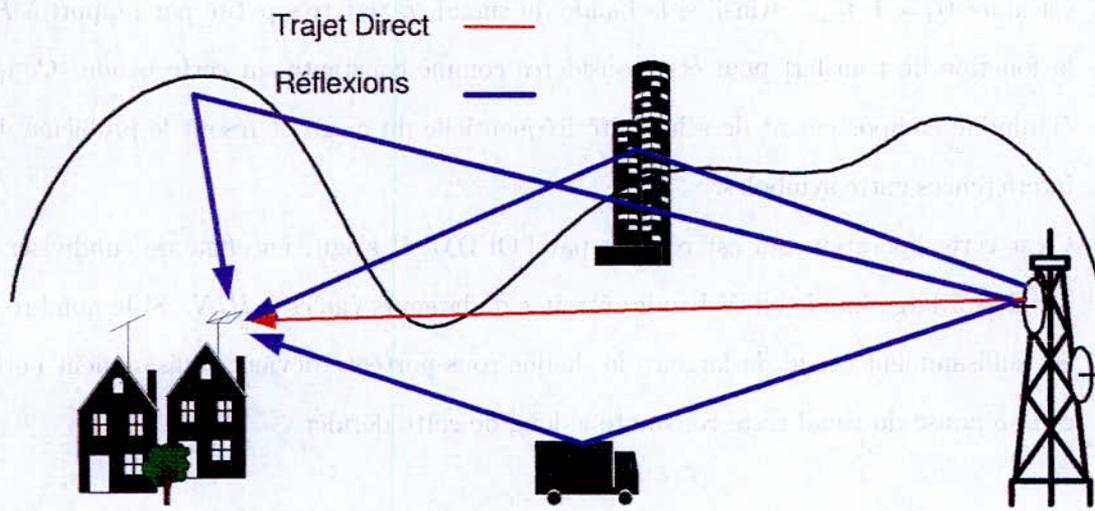


Figure 2.2. Système de communications sans fil à travers un canal multitrajets.

Le signal émis est défini comme suit:

$$s(t) = x(t)e^{j2\pi f_c t}, \quad (2.5)$$

où  $x(t)$  est l'information à transmettre, et  $f_c$  est la fréquence de la porteuse.

Le signal reçu résultant de la somme du signal émis et de ses échos s'écrit comme suit:

$$r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n(t)s(t - \tau_n(t)), \quad (2.6)$$

où  $\alpha_n$  et  $\tau_n$  sont l'atténuation et le retard associés au  $n^{\text{ème}}$  chemin, respectivement.

La fonction de transfert du canal de transmission en bande de base est définie alors de la manière suivante:

$$h(t, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n(t)e^{j2\pi f_c(t - \tau_n(t))\tau} \delta(\tau - \tau_n(t)). \quad (2.7)$$

Soit  $\tau_{max}$  le plus grand retard engendré par le canal multitrajets. La bande de cohérence

est alors  $B_c = 1/\tau_{max}$ . Ainsi, si la bande du signal,  $B$ , est très petite par rapport à  $B_c$ , la fonction de transfert peut être considérée comme constante sur cette bande. Ce qui élimine le comportement de sélectivité fréquentielle du canal et résout le problème des interférences entre symboles.

C'est cette opération qui est réalisée par l'OFDM. Il s'agit, en effet, de subdiviser le canal  $B$  à large bande en  $N$  bandes étroites de largeurs égales à  $B/N$ . Si le nombre  $N$  est suffisamment grand, la largeur de chaque sous-porteuse devient suffisamment petite et la réponse du canal reste constante le long de cette dernière.

## 2.2.4 Génération de l'OFDM

### 2.2.4.1 Modulation

La génération d'un signal OFDM exige un contrôle absolu des sous-porteuses afin d'assurer leur permanente orthogonalité. Pour ce faire, il faut tout d'abord choisir le spectre nécessaire pour la transmission de données numériques en fonction de la modulation utilisée (BPSK, QAM, QPSK...). En observant l'équation (2.4), on retrouve l'expression d'une Transformée de Fourier Inverse. Ce fait simplifie énormément l'implémentation de l'OFDM discrétisée, telle qu'explicitée par l'équation (2.8), car il suffit d'utiliser une *Inverse Fast Fourier Transform* (IFFT) ou une *Inverse Discrete Fourier Transform* (IDFT) de taille égale au nombre de sous-porteuses. On passe alors au domaine temporel du signal tout en réalisant de manière rapide et efficace des sous-porteuses orthogonales entre elles (Figure 2.3).

$$s(n) = W_{T_u} e^{j2\pi f_0 \frac{n}{N}} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{j2\pi \frac{kn}{N}}. \quad (2.8)$$

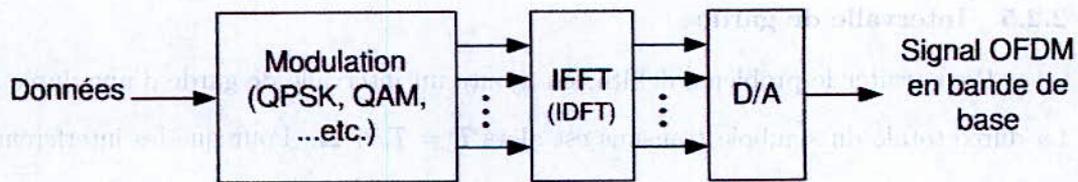


Figure 2.3. Modulation OFDM à base de IFFT.

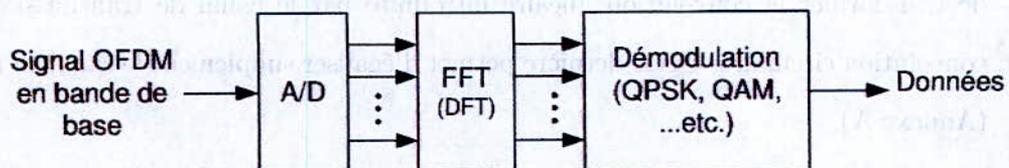


Figure 2.4. Démodulation OFDM à base de FFT.

#### 2.2.4.2 Démodulation

Le signal parvenant au récepteur s'écrit, sur une durée symbole  $T_u$  et pour  $W_{T_u} = 1$ , comme suit:

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k h_k(t) e^{j2\pi(f_0 + \frac{k}{T_u})t}, \quad (2.9)$$

$h_k(t)$  étant la fonction de transfert du canal autour de la fréquence  $f_k$  et au temps  $t$ . D'après le Paragraphe 2.2.3, cette fonction varie lentement et peut être supposée constante sur la période  $T_u \gg \tau_{max}$ . On constate qu'après échantillonnage, le signal reçu n'est rien d'autre que la IDFT d'ordre  $N$  du produit  $c_k \cdot h_k(t)$ . La démodulation consiste donc à appliquer une DFT directement à  $s(t)$  (Figure 2.4).

### 2.2.5 Intervalle de garde

Pour traiter le problème de l'ISI, on ajoute un intervalle de garde d'une durée  $\Delta$ . La durée totale du symbole transmis est alors  $T = T_u + \Delta$ . Pour que les interférences inter-symboles puissent être éliminées, il faut que l'intervalle de garde soit plus grand que  $\tau_{max}$ , le plus grand des retards qui apparaissent dans le canal. Cet artifice permet de transformer la convolution linéaire introduite par le canal de transmission en une convolution circulaire. Cette dernière permet d'égaliser simplement le canal en fréquence (Annexe A).

A noter néanmoins que cette modification diminue le débit. Ainsi, pour des symboles  $c_k$  transportant  $q$  bits, le débit est de  $qN/T_u$  bits/s. Après ajout de l'intervalle de garde, il devient  $qN/(T_u + \Delta)$  bits/s.

L'intérêt de la technique OFDM est que la durée d'un symbole OFDM contenant  $N$  symboles numériques peut être grande. Si le nombre de porteuses est assez grand permettant une durée symbole assez longue devant l'intervalle de garde  $\Delta$ , le débit n'est que peu réduit.

Il existe deux types principaux d'intervalles de garde; le plus fréquemment utilisé est le préfixe cyclique (*Cyclic Prefix* (CP)) qui fait précéder chaque symbole OFDM par une extension périodique du signal lui-même. L'autre type est le *ZeroPadding* (ZP) qui fait compléter chaque symbole OFDM par des zéros.

### 2.2.6 Modèle d'un système OFDM

Le modèle général d'un système OFDM en bande de base est résumé par la Figure 2.5.

L'information à transmettre subit une des techniques de modulation usuelles (BPSK, QAM, QPSK...), puis passe par un convertisseur Série/Parallèle de sorte à avoir  $N$  signaux binaires parallèles qui constituent l'entrée du modulateur à base de IFFT. Il s'ensuit

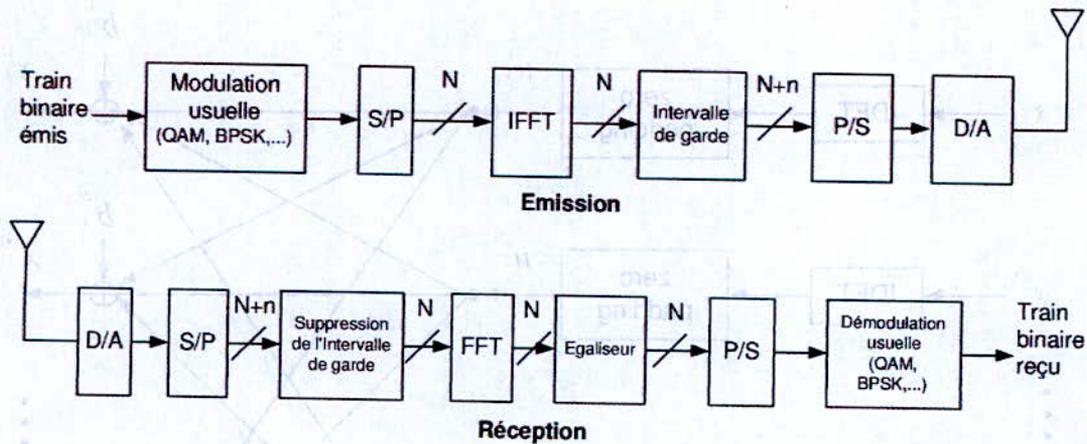


Figure 2.5. Synoptique de la transmission OFDM.

l'étape d'ajout d'intervalle de garde et enfin, l'information modulée est émise en série. Pour la réception, ce sont les opérations inverses qui ont lieu.

### 2.3 Système MIMO-OFDM

Utiliser plusieurs antennes en émission et en réception, (MIMO), peut augmenter de façon significative la capacité de transmission. Dans le présent paragraphe, nous présentons un système MIMO-OFDM appliqué à une station de base qui comporte  $J$  antennes omnidirectionnelles, communiquant avec  $K$  utilisateurs, le signal émis par chaque utilisateur étant modulé par une OFDM. L'OFDM en sa qualité de technique particulière de modulation multiporteuses, arrive à réduire les effets des propagations à trajets multiples et à éliminer les interférences entre symboles. Cependant, les systèmes MIMO à plusieurs antennes introduisent un autre type d'interférences causées par le mélange spatial des signaux sources. Il en résulte des interférences entre les blocs OFDM (*Inter Block Interference* (IBI)). Le choix du type d'intervalle de garde à ajouter se précise car le ZP, contrairement au CP, permet l'élimination des IBI (Annexe A)[5].

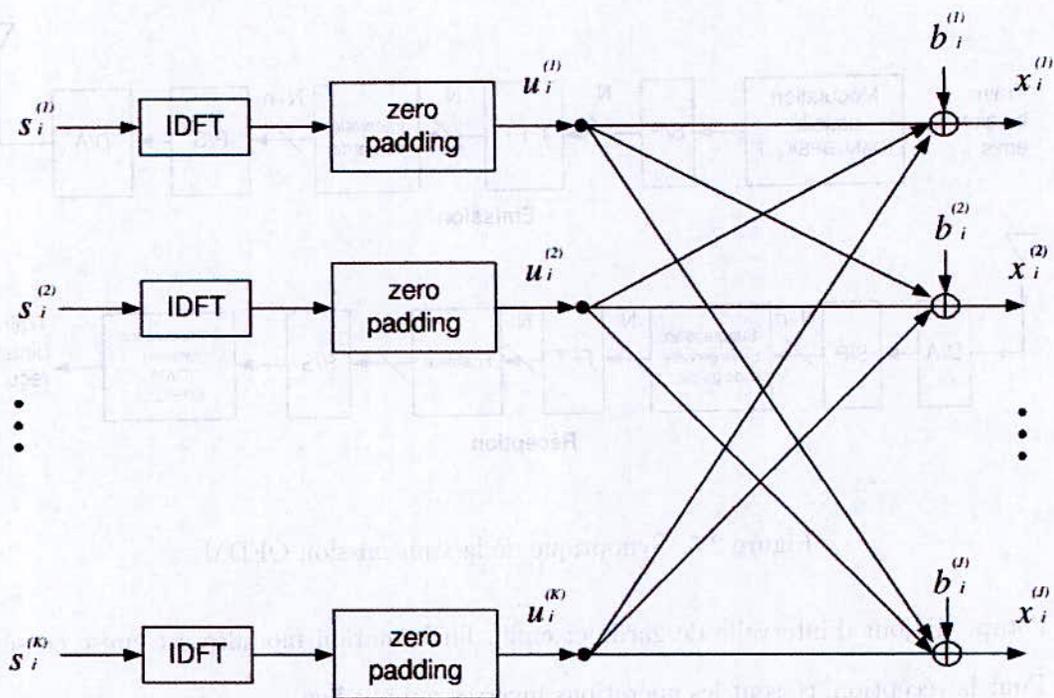


Figure 2.6. Système MIMO-OFDM.

### 2.3.1 Description du système MIMO-OFDM

Le système MIMO-OFDM tel qu'il sera considéré dans les prochains Chapitres est représenté dans la Figure 2.6. Ce modèle est une combinaison des deux configurations suivantes:

#### 2.3.1.1 Configuration MIMO

Cette configuration est matérialisée par les éléments suivants:

$K$ : nombre d'utilisateurs (i.e., nombre d'antennes d'émission).

$J$ : nombre de capteurs (i.e., nombre d'antennes de réception).

Avec  $J > K$  pour assurer l'existence de solutions lors de la résolution du système d'équations lié au modèle du système.

### 2.3.1.2 Configuration ZP-OFDM

Les paramètres de la modulation ZP-OFDM sont:

$N$ : longueur d'un symbole OFDM (i.e., un bloc OFDM contient  $N$  symboles numériques).

$L$ : Longueur de l'intervalle de garde (i.e., nombre de zéros à ajouter au bloc OFDM après passage par l'IFFT ou l>IDFT).

On suppose  $L \leq N$  et  $L \geq L_{j,k}$ , où  $L_{j,k}$  est l'ordre du canal existant entre l'utilisateur  $k$  et l'antenne  $j$ . Notre choix est de prendre  $L$  égal au plus grand ordre  $L_{j,k}$ .

On suppose que chaque utilisateur transmet son propre signal modulé en OFDM et que la synchronisation des blocs est assurée entre les différents utilisateurs.

### 2.3.2 Modèle mathématique du système MIMO-OFDM

Soit  $\mathbf{s}_i^{(k)}$  le bloc de symboles à transmettre par l'utilisateur  $k$  à l'instant  $i$ .

$$\mathbf{s}_i^{(k)} = [s_i^{(k)}(0), s_i^{(k)}(1), \dots, s_i^{(k)}(N-1)]^T \quad k = 1, \dots, K, \quad i = 0, 1, \dots \quad (2.10)$$

Après passage par le bloc IFFT, on obtient le signal  $\mathbf{u}_i^{(k)}$ , qui est complété par  $L$  zéros puis transmis à travers le canal.

Au niveau de l'antenne  $j$ , et à l'instant  $i$ , le signal reçu  $x_i^{(j)}(n)$  ( $n = 0, 1, \dots, M-1$ ) est de la forme:

$$x_i^{(j)}(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=0}^L h^{(j,k)}(l) u_i^{(k)}(n-l) + b_i^{(j)}(n) \quad n = 0, 1, \dots, M-1, \quad (2.11)$$

où

$$u_i^{(k)}(n) \equiv u_i^{(k)}((n) \bmod(N)), \quad (2.12)$$

et

$$x_i^{(j)}(n) \equiv x_i^{(j)}((n) \bmod(M)), \quad (2.13)$$

et  $M = N + L$ ,  $h^{(j,k)}(l)$  étant la réponse impulsionnelle du canal entre l'utilisateur  $k$  et l'antenne  $j$ , et  $b_i^{(j)}(n)$  étant le bruit additif du canal.

Effectuons les mises en forme suivantes:

$$\mathbf{x}_i(n) = [x_i^{(1)}(n), x_i^{(2)}(n), \dots, x_i^{(J)}(n)]^T, \quad (2.14)$$

$$\mathbf{h}^{(k)}(l) = [h^{(1,k)}(l), h^{(2,k)}(l), \dots, h^{(J,k)}(l)]^T, \quad (2.15)$$

$$\mathbf{b}_i(n) = [b_i^{(1)}(n), b_i^{(2)}(n), \dots, b_i^{(J)}(n)]^T. \quad (2.16)$$

Ainsi, l'équation (2.11) peut s'écrire sous forme vectorielle comme suit:

$$\mathbf{x}_i(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=0}^L \mathbf{h}^{(k)}(l) u_i^{(k)}(n-l) + \mathbf{b}_i(n) \quad n = 0, 1, \dots, M-1. \quad (2.17)$$

On définit

$$\mathbf{h}(l) = [\mathbf{h}^{(1)}(l), \mathbf{h}^{(2)}(l), \dots, \mathbf{h}^{(K)}(l)] \quad (2.18)$$

et

$$\mathbf{u}_i(n-l) = [u_i^{(1)}(n-l), u_i^{(2)}(n-l), \dots, u_i^{(K)}(n-l)]^T. \quad (2.19)$$

On exprime alors (2.17) sous la forme suivante:

$$\mathbf{x}_i(n) = \sum_{l=0}^L \mathbf{h}(l) \mathbf{u}_i(n-l) + \mathbf{b}_i(n) \quad n = 0, 1, \dots, M-1. \quad (2.20)$$

On considère aussi les vecteurs suivants:

$$\mathbf{u}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_i(0) \\ \mathbf{u}_i(1) \\ \vdots \\ \mathbf{u}_i(N-1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i(0) \\ \mathbf{x}_i(1) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_i(M-1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_i(0) \\ \mathbf{b}_i(1) \\ \vdots \\ \mathbf{b}_i(M-1) \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

On définit la matrice  $\mathbf{H}$  comme la réponse impulsionnelle du canal modélisée sous forme d'une matrice de Toeplitz triangulaire inférieure comme suit:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}(0) & & & & & \\ \vdots & \mathbf{h}(0) & & & & \\ \mathbf{h}(L) & \vdots & \ddots & & & \\ & \mathbf{h}(L) & & \ddots & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & \mathbf{h}(0) \\ & & & & & \vdots \\ & & & & & \mathbf{h}(L) \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

La dimension de  $\mathbf{H}$  est de  $JM \times KN$ . Sa première colonne de blocs est:

$$\tilde{\mathbf{H}} = \left[ \mathbf{h}^T(0), \mathbf{h}^T(1), \dots, \mathbf{h}^T(L), \mathbf{0}_{KJ}, \dots, \mathbf{0}_{KJ} \right]^T. \quad (2.23)$$

L'équation (2.20) devient alors,

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{H}\mathbf{u}_i + \mathbf{b}_i, \quad i = 0, 1, \dots \quad (2.24)$$

Cette dernière formulation matricielle, très pratique pour les calculs et les simulations qui suivent, résume le modèle du système MIMO-OFDM [6].

## CHAPITRE 3

### ÉGALISATION PAR LA MÉTHODE DE DÉCOMPOSITION EN SOUS ESPACES

#### 3.1 Introduction

En télécommunications, le problème de la séparation de sources est d'une très grande importance, plus particulièrement dans le cas de mélanges convolutifs (Annexe B). Dans les récentes recherches, les solutions à ce problème se basent sur les statistiques du second ordre (*Second Order Statistics (SOS)*) [7], [8], [9]. La décomposition en sous espaces (*Subspace Decomposition (SS)*) est l'une des techniques les plus performantes de ce type d'algorithmes.

La méthode SS est utilisée pour la reconstitution des signaux utiles dans la configuration MIMO-OFDM [6]. Cette résolution passe par deux phases principales; la première consiste à estimer le canal de transmission et la seconde constitue l'opération d'égalisation proprement dite. Nous exposons dans ce qui suit le détail de cette méthode appliquée au modèle du système développé au Paragraphe 2.3.

#### 3.2 Estimation du canal

##### 3.2.1 Hypothèses

Les hypothèses suivantes sont considérées pour le système MIMO-OFDM étudié.

(H11): La matrice de mélange  $\mathbf{H}$  est de rang de colonne plein, donc pseudo-inversible.

Comme illustré par l'équation (2.22), la matrice  $\mathbf{H}$  a une structure particulière. Ses éléments non nuls sont des blocs  $\mathbf{h}(l)$ , avec  $l$  variant de 0 à  $L$ .

Sachant que la dimension de  $\mathbf{H}$  est égale à  $JM \times KN$ , l'hypothèse (H11) implique que:

$$\text{rang}(\mathbf{H}) = KN. \quad (3.1)$$

Ainsi, la matrice  $\mathbf{H}$  a  $KN$  vecteurs propres linéairement indépendants. Elle ne peut, par conséquent, être écrite que dans un espace de dimension minimale égale à  $KN$ . On en conclut que l'ordre du système est maintenu. Le lien existant entre le rang de la matrice  $\mathbf{H}$  et celui de  $\mathbf{h}(0)$  est établi dans [6] et est tel que, si  $\mathbf{h}(0)$  est de rang de colonne plein, alors  $\mathbf{H}$  l'est aussi. L'expression explicite de  $\mathbf{h}(0)$  étant

$$\mathbf{h}(0) = \begin{bmatrix} h^{(1,1)}(0) & h^{(1,2)}(0) & \dots & \dots & h^{(1,K)}(0) \\ h^{(2,1)}(0) & h^{(2,2)}(0) & \dots & \dots & h^{(2,K)}(0) \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ h^{(J,1)}(0) & h^{(J,2)}(0) & \dots & \dots & h^{(J,K)}(0) \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

il apparait clairement que la matrice  $\mathbf{h}(0)$  est de dimension  $J \times K$ , et qu'elle est de rang de colonne plein pour  $J \geq K$ . L'hypothèse (H11) est vérifiée, en pratique, si on impose au système un nombre de capteurs supérieur au nombre de sources.

(H12): Les bruits additifs  $b_i^{(j)}(n)$  sont blancs et décorrélés. Ce qui revient à écrire que:

$$\mathbb{E} \left( b_i^{(j)}(n) (b_l^{(k)}(m))^* \right) = \begin{cases} \sigma_b^2, & (i, j, n) = (l, k, m), \\ 0, & (i, j, n) \neq (l, k, m), \end{cases} \quad (3.3)$$

$\sigma_b^2$  étant la puissance du bruit.

(H13): Les bruits et les signaux transmis sont décorrélés entre eux:

$$E\left(b_i^{(j)}(n)\left(s_i^{(k)}(m)\right)^*\right) = 0. \quad (3.4)$$

### 3.2.2 Développement théorique

L'objectif de cette partie est de trouver une estimée  $\hat{\mathbf{H}}$  de la matrice  $\mathbf{H}$  à partir des signaux  $\mathbf{x}_i$  reçus au niveau des capteurs. Pour ce faire, la méthode SS exploite les informations apportées par les matrices d'autocorrélation  $\mathbf{R}_x$  de  $\mathbf{x}_i$  [20].

$$\mathbf{R}_x = E\left(\mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^H\right) = \mathbf{H} \mathbf{R}_u \mathbf{H}^H + \mathbf{R}_b, \quad (3.5)$$

avec

$$\mathbf{R}_u = E\left(\mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H\right) \quad (3.6)$$

et

$$\mathbf{R}_b = E\left(\mathbf{b}_i \mathbf{b}_i^H\right) = \sigma_b^2 \mathbf{I}_{MJ}. \quad (3.7)$$

L'équation (3.5) devient:

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{H} \mathbf{R}_u \mathbf{H}^H + \sigma_b^2 \mathbf{I}_{MJ}. \quad (3.8)$$

La méthode SS réalise la décomposition en valeurs propres suivante [10]:

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_u & \mathbf{U}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_u & \\ & \boldsymbol{\Sigma}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_u & \mathbf{U}_b \end{bmatrix}^H, \quad (3.9)$$

où

- $\mathbf{U}_b$  est la matrice des  $MJ - KN$  vecteurs propres les moins dominants de  $\mathbf{R}_x$ , i.e., correspondant aux  $MJ - KN$  plus petites valeurs propres de  $\mathbf{R}_x$ ,

- $\mathbf{U}_u$  est la matrice des  $KN$  vecteurs propres les plus dominants de  $\mathbf{R}_x$ , i.e., correspondant aux  $KN$  plus grandes valeurs propres de  $\mathbf{R}_x$ ,
- $\Sigma_b$  est une matrice diagonale comportant les  $MJ - KN$  plus petites valeurs propres de  $\mathbf{R}_x$ ,
- $\Sigma_u$  est une matrice diagonale comportant les  $KN$  plus grandes valeurs propres de  $\mathbf{R}_x$ .

Puisque l'inégalité  $MJ > KN$  est toujours vérifiée et que le rang de  $\mathbf{H}$  est égal à  $KN$ , les  $q = MJ - KN$  plus petites valeurs propres de  $\mathbf{R}_x$  sont égales à  $\sigma_b^2$ . L'espace propre correspondant à ces dernières est dit sous espace bruit.

On suppose que la matrice  $\mathbf{R}_u$  est définie positive. D'où le sous espace bruit est l'espace engendré par la base, de dimension  $q$ , orthogonale et complémentaire à celle, de dimension  $KN$ , engendrant  $\mathbf{H}$ , i.e., engendrant le sous-espace signal.

On note par  $\beta_i$  ( $i = 0, 1, \dots, q - 1$ ) les  $q$  vecteurs propres engendrant l'espace bruit. En se basant sur une dérivation mathématique, devenue standard dans les méthodes de décomposition en sous espaces [11], on trouve la relation suivante:

$$\mathbf{H}^H \beta_i = 0, \quad i = 0, 1, \dots, q - 1. \quad (3.10)$$

Il devient alors possible de déterminer l'ensemble des vecteurs propres engendrant  $\mathbf{H}$ , qu'on note par  $\text{span}(\mathbf{H})$ , ce qui n'est généralement pas suffisant pour trouver la matrice  $\mathbf{H}$  sauf pour des structures particulières de cette dernière et toujours à une ambiguïté près.

Dans notre cas, la matrice  $\mathbf{H}$  est de rang de colonne plein et a la forme d'une matrice de



En s'appuyant sur l'équation (3.10), on peut écrire

$$\mathbf{H}_0 = \hat{\mathbf{H}}_0 \mathbf{G}, \quad (3.12)$$

où  $\mathbf{G}$  est la matrice d'ambiguïté inversible de dimension  $K \times K$ .

### 3.3 Égalisation du canal

Dans les problèmes d'identification aveugle, la détermination complète et unique de la matrice de mélange  $\mathbf{H}$  est impossible. Elle se fait toujours à une matrice scalaire près. Dans notre cas, il est possible de résoudre cette ambiguïté en utilisant un bloc OFDM pilote. L'ajout de cette information fait passer la résolution du cas aveugle au cas semi aveugle.

#### 3.3.1 Présentation du problème d'ambiguïté

L'équation (2.11) qui régit la transmission peut être réécrite de la manière suivante:

$$x_i^{(j)}(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=0}^L \frac{h_i^{(j,k)}(l)}{\alpha_{(l,k)}} \cdot \alpha_{(l,k)} u_i^{(k)}(n-l) + b_i^{(j)}(n) \quad n = 0, 1, \dots, M-1, \quad (3.13)$$

où  $\alpha_{(l,k)}$  ( $l = 0, 1, \dots, L$ , et  $k = 1, 2, \dots, K$ ) sont des facteurs complexes arbitraires non nuls, qui n'affectent en rien les observations  $\mathbf{x}_i$  mais rendent l'identification du canal  $\mathbf{H}$  non unique, d'où la notion d'ambiguïté associée à la séparation de sources.

#### 3.3.2 Résolution de la matrice d'ambiguïté

A partir de l'équation (3.10), on montre que la réponse matricielle du canal est de la forme suivante [6]:

$$\mathbf{H} = \hat{\mathbf{H}} \text{diag}(\underbrace{\mathbf{G}, \mathbf{G}, \dots, \mathbf{G}}_{N \text{ fois}}), \quad (3.14)$$

$\mathbf{G}$  étant la matrice d'ambiguïté à déterminer.

Puisque  $\hat{\mathbf{H}}$  est de rang de colonne plein, il est possible de trouver une matrice  $\mathbf{V}$  de dimension  $KN \times MJ$  telle que

$$\mathbf{V} = \left( \hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}} \right)^{-1} \hat{\mathbf{H}}^H, \quad (3.15)$$

On définit

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{V}\mathbf{x}_i, \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\gamma}_i = \mathbf{V}\mathbf{b}_i, \quad (3.16)$$

En combinant (3.14), (3.15) et (3.16), on obtient

$$\mathbf{y}_i = \text{diag}(\mathbf{G}, \mathbf{G}, \dots, \mathbf{G})\mathbf{u}_i + \boldsymbol{\gamma}_i. \quad (3.17)$$

On subdivise les vecteurs  $\mathbf{y}_i$  et  $\boldsymbol{\gamma}_i$  en blocs de la manière suivante:

$$\mathbf{y}_i = [\mathbf{y}_i^T(0), \mathbf{y}_i^T(1), \dots, \mathbf{y}_i^T(N-1)]^T, \quad (3.18)$$

$$\boldsymbol{\gamma}_i = [\boldsymbol{\gamma}_i^T(0), \boldsymbol{\gamma}_i^T(1), \dots, \boldsymbol{\gamma}_i^T(N-1)]^T, \quad (3.19)$$

où les  $\mathbf{y}_i(n)$  et les  $\boldsymbol{\gamma}_i(n)$ , ( $n = 0, 1, \dots, N-1$ ), sont des vecteurs de longueur  $K$ .

En considérant la définition de  $\mathbf{u}_i$  de l'équation (2.1), on obtient

$$\mathbf{y}_i(n) = \mathbf{G}\mathbf{u}_i(n) + \boldsymbol{\gamma}_i(n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1. \quad (3.20)$$

On construit les matrices suivantes:

$$\mathbf{Y}_i = [\mathbf{y}_i(0), \mathbf{y}_i(1), \dots, \mathbf{y}_i(N-1)], \quad (3.21)$$

$$\mathbf{U}_i = [\mathbf{u}_i(0), \mathbf{u}_i(1), \dots, \mathbf{u}_i(N-1)], \quad (3.22)$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_i = [\boldsymbol{\gamma}_i(0), \boldsymbol{\gamma}_i(1), \dots, \boldsymbol{\gamma}_i(N-1)]. \quad (3.23)$$

Par conséquent, l'équation (3.20) s'écrit comme suit:

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{G}\mathbf{U}_i + \mathbf{\Gamma}_i. \quad (3.24)$$

Si  $N \geq K$ , la matrice  $\mathbf{U}_i$  peut être supposée de rang de ligne plein. Dans ce cas, il suffit de transmettre un seul bloc OFDM pilote pour résoudre l'ambiguïté.  $\mathbf{G}$  se calcule par la relation suivante:

$$\mathbf{G} \approx \mathbf{Y}_i \mathbf{U}_i^H (\mathbf{U}_i \mathbf{U}_i^H)^{-1}. \quad (3.25)$$

Pour  $N < K$ , les mêmes démarches de résolution sont suivies avec, en plus, l'émission d'un plus grand nombre de blocs pilotes.

Connaissant la matrice  $\mathbf{G}$ , il est maintenant facile de retrouver les signaux  $\mathbf{u}_i$  par l'équation suivante:

$$\mathbf{u}_i(n) \approx \mathbf{G}^{-1} \mathbf{y}_i(n), \quad n = 0, 1, \dots, N - 1. \quad (3.26)$$

Finalement, les symboles transmis sont récupérés par l'application d'une DFT:

$$\mathbf{s}_i^{(k)} = \text{DFT}(\mathbf{u}_i^k), \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (3.27)$$

## CHAPITRE 4

### DÉCONVOLUTION PAR LA MÉTHODE DE DIAGONALISATION CONJOINTE EN BLOCS

#### 4.1 Introduction

Dans le cas de mélanges instantanés, une méthode de séparation de sources également basée sur les SOS existe [9]. Cette méthode est concluante et largement utilisée en pratique. L'élément principal de cette méthode exploite le contenu spectral des sources et se base sur la diagonalisation conjointe d'un ensemble de matrices de corrélation évaluées pour des retards temporels distincts. Ce même principe est exploité pour le cas de mélanges convolutifs sous la dénomination de *Second Order Multi-Output Deconvolution* (SOMOD) [12], [13].

Le système MIMO-OFDM étant un cas typique de cette dernière catégorie de mélanges, nous nous intéressons dans ce chapitre à l'adaptation de l'algorithme SOMOD à la démodulation du système étudié.

La méthode de diagonalisation conjointe, contrairement à la méthode SS, réalise l'égalisation directement à partir des signaux observés, sans passer par l'identification du canal de transmission. De plus, c'est une méthode aveugle qui ne nécessite aucune information préalable sur le système.

#### 4.2 Mise en forme du système MIMO-OFDM

En général, l'algorithme SOMOD classique considère le mélange convolutif des signaux série suivant:

$$x_{\text{série}}^{(j)}(m) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=0}^L h^{(j,k)}(l) u_{\text{série}}^{(k)}(m-l) + b_{\text{série}}^{(j)}(m) \quad j = 1, \dots, J \quad (4.1)$$

L'écriture matricielle correspondante est:

$$\mathbf{x}_{\text{somod}} = \mathbf{H}_{\text{somod}} \mathbf{u}_{\text{somod}} + \mathbf{b}_{\text{somod}}, \quad (4.2)$$

où

$$\mathbf{u}_{\text{somod}} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{\text{somod}}^{(1)} \\ \mathbf{u}_{\text{somod}}^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{\text{somod}}^{(K)} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{x}}_{\text{somod}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\text{somod}}^{(1)} \\ \mathbf{x}_{\text{somod}}^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{\text{somod}}^{(J)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_{\text{somod}} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{\text{somod}}^{(1)} \\ \mathbf{b}_{\text{somod}}^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{b}_{\text{somod}}^{(J)} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

avec

$$\mathbf{x}_{\text{somod}}^{(j)} = [x_{\text{série}}^{(j)}(0), x_{\text{série}}^{(j)}(1), \dots, x_{\text{série}}^{(j)}(L' - 1)]^T \quad j = 1, \dots, J, \quad (4.4)$$

$$\mathbf{u}_{\text{somod}}^{(k)} = [u_{\text{série}}^{(k)}(0), u_{\text{série}}^{(k)}(1), \dots, u_{\text{série}}^{(k)}(L'' - 1)]^T \quad k = 1, \dots, K, \quad (4.5)$$

$$\mathbf{b}_{\text{somod}}^{(j)} = [b_{\text{série}}^{(j)}(0), b_{\text{série}}^{(j)}(1), \dots, b_{\text{série}}^{(j)}(L' - 1)]^T \quad j = 1, \dots, J. \quad (4.6)$$

et

$$\mathbf{H}_{\text{somod}} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \cdots & \mathbf{H}_{1K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_{J1} & \cdots & \mathbf{H}_{JK} \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

avec

$$\mathbf{H}_{jk} = \begin{bmatrix} h^{(j,k)}(0) & \dots & h^{(j,k)}(L) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & h^{(j,k)}(0) & \dots & h^{(j,k)}(L) \end{bmatrix} \quad j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K. \quad (4.8)$$

La matrice  $\mathbf{H}_{\text{somod}}$  est de dimension  $JL' \times KL''$  et les matrices  $\mathbf{H}_{jk}$  sont de dimension  $L' \times L''$ . Le facteur  $L'$  est arbitrairement choisi de l'ordre de  $L$  et égal à  $L'' - L$ , de sorte à vérifier la condition  $JL' \geq K(L + L')$ .

Une nouvelle approche pour l'application de l'algorithme SOMOD au système MIMO-OFDM est possible. Les éléments qui composent le nouveau vecteur source  $\tilde{\mathbf{u}}_i$  sont les  $KN$  sous-porteuses des  $K$  utilisateurs et les éléments qui composent le vecteur mélange  $\tilde{\mathbf{x}}_i$  sont les  $JM$  sous-porteuses réceptionnées par les  $J$  capteurs. Ainsi, on retrouve exactement la même structure linéaire du système MIMO-OFDM, à des matrices de passage près, que celle développée dans le Pargraphe 2.3.2, et utilisée dans la méthode SS.

La mise en forme du système MIMO-OFDM suivant la nouvelle approche est la suivante:

$$\tilde{\mathbf{x}}_i = \tilde{\mathbf{H}}_i \tilde{\mathbf{u}}_i + \tilde{\mathbf{b}}_i, \quad i = 0, 1, \dots \quad (4.9)$$

où

$$\tilde{\mathbf{u}}_i = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_i^{(1)} \\ \tilde{\mathbf{u}}_i^{(2)} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{u}}_i^{(K)} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{x}}_i = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_i^{(1)} \\ \tilde{\mathbf{x}}_i^{(2)} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{x}}_i^{(J)} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{b}}_i = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{b}}_i^{(1)} \\ \tilde{\mathbf{b}}_i^{(2)} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{b}}_i^{(J)} \end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

avec

$$\tilde{\mathbf{x}}_i^{(j)} = [x_i^{(j)}(0), x_i^{(j)}(1), \dots, x_i^{(j)}(M-1)]^T \quad j = 1, \dots, J, \quad (4.11)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}_i^{(k)} = [u_i^{(k)}(0), u_i^{(k)}(l), \dots, u_i^{(k)}(N-1)]^T \quad k = 1, \dots, K, \quad (4.12)$$

$$\tilde{\mathbf{b}}_i^{(j)} = [b_i^{(j)}(0), b_i^{(j)}(1), \dots, b_i^{(j)}(M-1)]^T \quad j = 1, \dots, J. \quad (4.13)$$

et

$$\tilde{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_{11} & \dots & \tilde{\mathbf{H}}_{1K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{H}}_{J1} & \dots & \tilde{\mathbf{H}}_{JK} \end{bmatrix}, \quad (4.14)$$

avec

$$\tilde{\mathbf{H}}_{jk} = \begin{bmatrix} h^{(j,k)}(0) & \dots & h^{(j,k)}(L) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & h^{(j,k)}(0) & \dots & h^{(j,k)}(L) \end{bmatrix} \quad j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K. \quad (4.15)$$

Les matrices  $\tilde{\mathbf{H}}_{jk}$  sont de dimension  $M \times N$ .

Par cette nouvelle approche de l'algorithme SOMOD, le problème qui concernait les signaux séric lors de la structure classique, concerne maintenant les signaux sous-porteuses. Il est alors nécessaire de retrouver les estimées de toutes les sous-porteuses puis de les réarranger pour reconstruire les  $K$  signaux séric.

L'adaptation de l'algorithme SOMOD au système MIMO-OFDM revient à trouver la relation entre l'équation (2.24) et (4.9). Il est important de faire remarquer que cette mise en forme considère un dimensionnement exagérément grand des matrices, donc son implémentation pratique devient inintéressante. C'est, cependant, exactement le même dimensionnement que celui de la méthode SS.

On note  $\tilde{\mathbf{x}}_i$  par  $\tilde{\mathbf{x}}_i(n)$  lorsque son premier élément est égal à  $x_i^{(1)}(0)$ . De la même manière,  $\tilde{\mathbf{u}}_i$  est noté  $\tilde{\mathbf{u}}_i(n)$  lorsque son premier élément est  $u_i^{(1)}(0)$ . On rappelle que les abus de notation cités dans les relations (2.12) et (2.13) doivent toujours être considérés.

On note que:

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{T}_{JM}\tilde{\mathbf{x}}_i, \quad \mathbf{u}_i = \mathbf{T}_{KN}\tilde{\mathbf{u}}_i \quad \text{et} \quad \mathbf{b}_i = \mathbf{T}_{JM}\tilde{\mathbf{b}}_i, \quad (4.16)$$

où  $\mathbf{T}_{C_1C_2}$ , avec  $(C_1, C_2) \in \{(K, N), (J, M)\}$ , est une matrice de passage carrée et inversible dont la structure est décrite dans l'Annexe C.

En combinant les équations (2.24), (4.9) et (4.16), on trouve:

$$\mathbf{H} = \mathbf{T}_{JM}\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{T}_{KN}^{-1}. \quad (4.17)$$

Les deux matrices de mélange  $\mathbf{H}$  et  $\tilde{\mathbf{H}}$  sont de dimension égale à  $JM \times KN$ .

### 4.3 Hypothèses

En plus des hypothèses déjà émises au Pargraphe 3.2.1, des conditions supplémentaires sont également *sine qua non* à l'application de l'algorithme SOMOD. Ces conditions sont

formulées par les hypothèses suivantes sur le système:

(H21): La matrice  $\tilde{\mathbf{H}}$  est de rang de colonne plein, donc pseudo-inversible.

Cette hypothèse est vérifiée si et seulement si

$$JM \geq KN, \text{ avec } M = N + L \text{ et } J \geq K. \quad (4.18)$$

Après simplification, on trouve la condition suivante:

$$N \geq \frac{(2K - J)}{(J - K)} \cdot L, \text{ avec } J > K. \quad (4.19)$$

où  $K$  est le nombre d'utilisateurs,  $J$  le nombre de capteurs,  $N$  la longueur d'un symbole OFDM et  $L$  la longueur de l'intervalle de garde.

(H22): Les  $K$  signaux sources  $\tilde{\mathbf{u}}_i^{(k)}$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) sont stationnaires et mutuellement décorrélés. Donc:

$$E\left(\tilde{u}_i^{(k_1)}(n) \left(\tilde{u}_j^{(k_2)}(m)\right)^*\right) = 0, \text{ avec } k_1 \neq k_2, \forall n, m. \quad (4.20)$$

(H23): Les  $K$  signaux sources  $\tilde{\mathbf{u}}_i^{(k)}$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) ont un contenu spectral variable et mutuellement différent, i.e., leur densité spectrale de puissance n'est pas constante et a une forme différente d'une source à une autre.

#### 4.4 Traitement des signaux numériques

Généralement, les signaux numériques sont modélisés par des processus aléatoires de type *indépendants et identiquement distribués* (i.i.d). Leurs fonctions d'autocorrélation

sont alors des fonctions de *Dirac* centrées en 0.

Il s'ensuit que les signaux numériques  $\tilde{u}_i^{(k)}$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ), émis à travers le canal sont caractérisés par:

$$E\left(\tilde{u}_i^{(k)}(n)\left(\tilde{u}_i^{(k)}(m)\right)^*\right) = \begin{cases} \sigma_u^2, & n = m, \\ 0, & n \neq m, \end{cases} \quad (4.21)$$

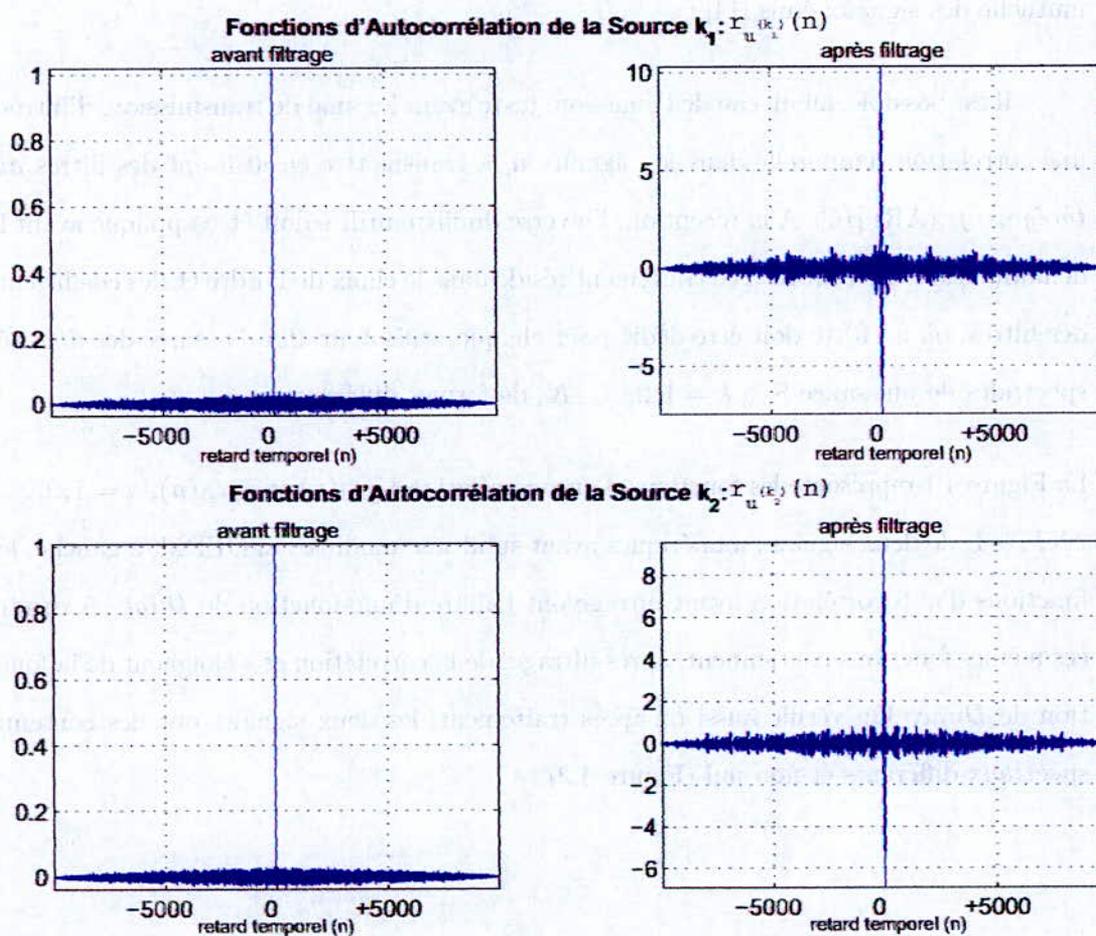


Figure 4.1. Fonctions d'autocorrélation des signaux émis avant et après filtrage.

$\sigma_u^2$  étant la puissance du signal  $\tilde{u}_i^{(k)}$ .

Avec cette propriété, les signaux  $\tilde{u}_i$  ne vérifient pas l'hypothèse (H23), d'où la nécessité de traiter les signaux numériques de sorte à induire une corrélation entre les réalisations de chaque signal, tout en respectant l'hypothèse (H22) sur la décorrélation mutuelle des signaux émis [14].

Il est possible, au niveau de l'émission, juste avant le canal de transmission, d'introduire une corrélation temporelle dans les signaux  $\tilde{u}_i$  à transmettre en utilisant des filtres *autorégressifs* (AR) [16]. A la réception, l'inverse du filtre utilisé doit être appliqué avant la démodulation. Le coût lié à ce traitement réside dans le choix de l'ordre et des coefficients des filtres, où un filtre doit être dédié pour chaque utilisateur afin d'assurer des densités spectrales de puissance  $S_{u^k}$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$ , de formes différentes.

La Figure 4.1 représente les fonctions d'autocorrélation  $r_{u^{(k_1)}}(n)$  et  $r_{u^{(k_2)}}(n)$ ,  $n = 1, 2, \dots, 2NL_s - 1$ , de deux signaux numériques ayant subi une modulation OFDM; à gauche, les fonctions d'autocorrélation avant filtrage ont l'allure d'une fonction de *Dirac*. A droite, ces mêmes fonctions contiennent, après filtrage, de la corrélation et s'éloignent de la fonction de *Dirac*. On vérifie aussi qu'après traitement, les deux signaux ont des contenus spectraux différents et non nul (Figure 4.2).

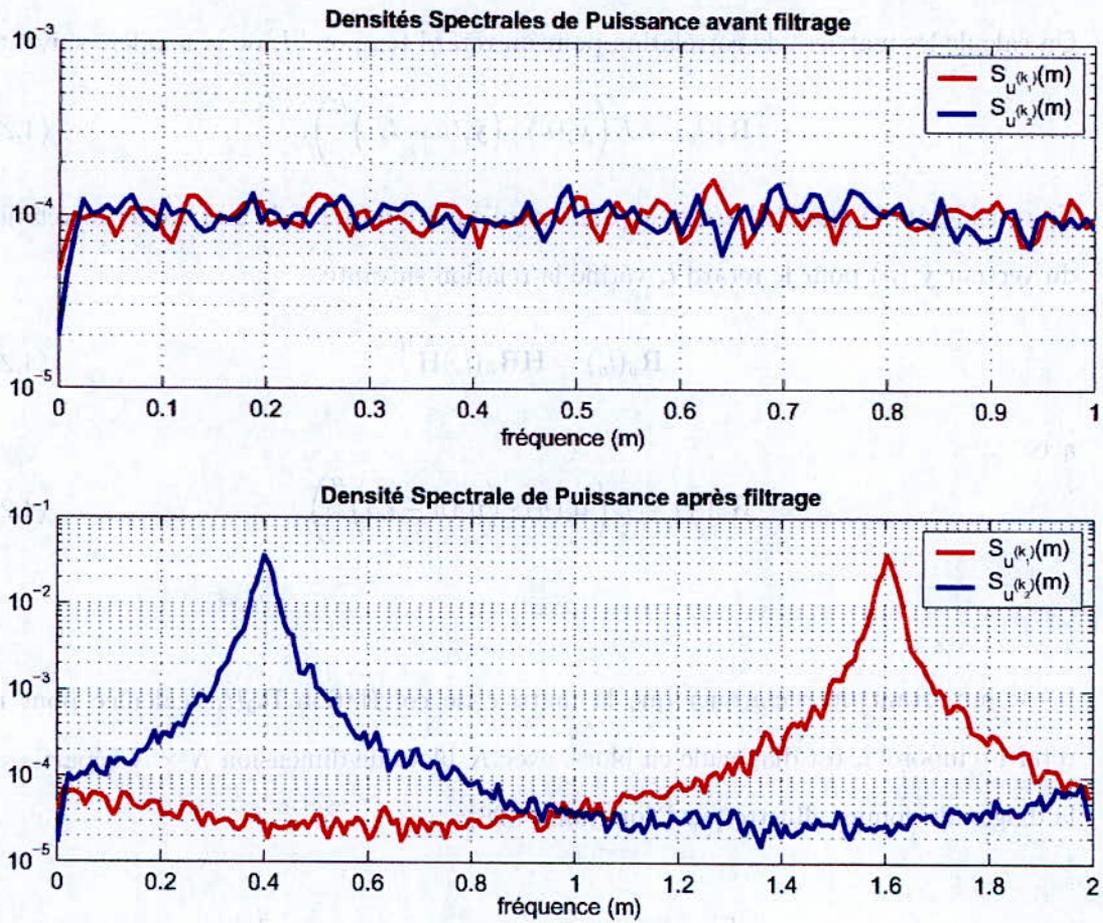


Figure 4.2. Densité spectrale de puissance des signaux émis avant et après filtrage.

#### 4.5 Algorithme SOMOD

Soit  $L_s$  le nombre d'échantillons de blocs OFDM utilisés pour la reconstitution des signaux sources. Le nombre d'échantillons de symboles par signal source est de  $N \cdot L_s$ .

On définit le vecteur  $\tilde{\mathbf{y}}_i(n)$  des séquences reçues comme suit:

$$\tilde{\mathbf{y}}_i(n) = \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{u}}_i(n), \quad i = 0, 1, \dots \quad (4.22)$$

On calcule les matrices de corrélation pour un retard temporel  $l_s$  de la manière suivante:

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{y}}}(l_s) = E\left(\tilde{\mathbf{y}}_i(n) \cdot \left(\tilde{\mathbf{y}}_i(n - l_s)\right)^H\right). \quad (4.23)$$

En considérant le modèle linéaire exprimé par l'équation (4.22), la matrice de corrélation du vecteur  $\tilde{\mathbf{y}}_i(n)$  pour le retard  $l_s$  vérifie la relation suivante:

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{y}}}(l_s) = \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{u}}}(l_s)\tilde{\mathbf{H}}^H, \quad (4.24)$$

avec

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{u}}}(l_s) = E\left(\tilde{\mathbf{u}}_i(n) \cdot \left(\tilde{\mathbf{u}}_i(n - l_s)\right)^H\right). \quad (4.25)$$

Il est important de remarquer que la matrice de corrélation  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{u}}}(l_s)$  calculée pour un retard temporel  $l_s$  est diagonale en blocs, avec  $K$  blocs de dimension  $N \times N$  répartis sur la diagonale comme illustré par l'équation (4.26):

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{u}}}(l_s) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{u}}^{(1)}}(l_s) & \mathbf{0}_{NN} & \cdots & \mathbf{0}_{NN} \\ \mathbf{0}_{NN} & \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{u}}^{(2)}}(l_s) & \cdots & \mathbf{0}_{NN} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_{NN} & \mathbf{0}_{NN} & \cdots & \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{u}}^{(K)}}(l_s) \end{bmatrix}, \quad (4.26)$$

avec

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{u}}^{(k)}}(l_s) = E\left(\tilde{\mathbf{u}}_i^{(k)}(n) \cdot \left(\tilde{\mathbf{u}}_i^{(k)}(n - l_s)\right)^H\right) \quad k = 1, \dots, K, \quad (4.27)$$

et  $\tilde{\mathbf{u}}_i^{(k)}(n)$  est la notation de  $\tilde{\mathbf{u}}_i^{(k)}$  lorsque son premier élément est  $u_i^{(k)}(0)$ .

#### 4.5.1 Principe de la diagonalisation conjointe en blocs

A partir des deux équations (4.24) et (4.26), on conclut que toute matrice de corrélation  $\mathbf{R}_{\tilde{y}}(l_s)$  est diagonale en blocs (*block diagonal*) sur la base formée par les vecteurs colonnes de  $\tilde{\mathbf{H}}$ .

Réaliser une diagonalisation en blocs de  $\mathbf{R}_{\tilde{y}}(l_s)$  pour un retard temporel  $l_s$  quelconque n'est cependant pas toujours évident, car il arrive que certaines matrices  $\mathbf{R}_{\tilde{y}}(l_s)$  soient singulières. De plus, aucune information ne peut être donnée à priori sur le choix du retard  $l_s$ . Cette difficulté se trouve diminuée lorsqu'on effectue, en même temps, la diagonalisation en blocs d'un ensemble de matrices de corrélation  $\mathbf{R}_{\tilde{y}}(l_s)$ . On parle dans ce cas de diagonalisation conjointe en blocs.

#### 4.5.2 Critère de diagonalisation conjointe en blocs

Il existe de nombreux critères de diagonalisation conjointe en blocs. Celui présenté dans [15] repose sur la minimisation de la valeur suivante:

$$\sum_{s=1}^S \left[ \log \det \left( \text{bdiag}(\mathbf{M}_s) \right) - \log \det \left( \mathbf{M}_s \right) \right], \quad (4.28)$$

avec

$$\mathbf{M}_s = \mathbf{B} \mathbf{R}_{\tilde{y}}(l_s) \mathbf{B}^H \quad (4.29)$$

sur l'ensemble des matrices  $\mathbf{B}$ , où  $\text{bdiag}(\mathbf{M}_s)$  représente une matrice diagonale en blocs ayant les mêmes blocs, de dimension  $N \times N$  sur la diagonale, que ceux de  $\mathbf{M}_s$ .

Pour des matrices hermitiennes définies positives, l'inégalité généralisée de Hadamard implique [18]

$$\det(\mathbf{M}_s) \leq \det \left( \text{bdiag}(\mathbf{M}_s) \right). \quad (4.30)$$

Par conséquent, la valeur (4.28) est une mesure de la déviation globale des matrices par rapport à une structure diagonale en blocs. Ainsi, la minimisation de (4.28) permet de trouver

$$\mathbf{B} \approx \mathbf{D}\tilde{\mathbf{H}}^{-1}, \quad (4.31)$$

où  $\mathbf{D}$  est une matrice d'ambiguïté diagonale en blocs arbitraire dûc à l'indétermination liée au problème de diagonalisation conjointe en blocs.  $\mathbf{D}$  s'écrit de la manière suivante:

$$\mathbf{D} = \mathbf{P}\mathbf{G}, \quad (4.32)$$

$\mathbf{P}$  étant une matrice de permutation diagonale en blocs et  $\mathbf{G}$  une matrice carrée de dimension  $KN \times KN$ .

On arrive finalement à retrouver les estimées  $\tilde{\mathbf{z}}_i$  des signaux  $\tilde{\mathbf{u}}_i$  à un filtre et à une permutation près, à travers

$$\tilde{\mathbf{z}}_i \approx \mathbf{B}\tilde{\mathbf{y}}_i. \quad (4.33)$$

#### 4.6 Résolution de la matrice d'ambiguïté

Dans le cas des systèmes MIMO-OFDM, on ne peut se contenter d'une solution à une permutation et à un filtre près, car la démodulation OFDM exige la connaissance exacte de toutes les sous-porteuses ainsi que de leurs positions.

#### 4.6.1 Ambiguïté de permutation

On commence par résoudre l'ambiguïté de permutation et retrouver l'emplacement de chaque sous-porteuse. A cet effet, de nombreuses techniques d'apprentissage sont proposées dans la littérature où les séquences d'apprentissage sont appelées *préambules* [21], [22], [23], [24].

Dans le cas de l'algorithme SOMOD, il est nécessaire que les préambules utilisés soient orthogonaux afin de toujours pouvoir les localiser malgré l'existence de l'ambiguïté du filtre près [24].

Ainsi, de simples filtres adaptés aux préambules sont suffisants pour réarranger les sous-porteuses de chaque utilisateur car il s'agit, lors de l'apprentissage, de faire correspondre chaque sous-porteuse à l'estimée ayant le plus de corrélation avec elle. La conception de ces préambules est décisive quant aux nombres de symboles OFDM consommés pour l'apprentissage. Il est démontré en [24] que leur nombre peut être réduit à un symbole OFDM grâce à l'utilisation de séquences particulières appelées *séquences complémentaires de Golay* (*Golay Complementary Sequences* (GCS)).

Deux séquences  $a = (a_0, a_1, \dots, a_{N-1})$  et  $b = (b_0, b_1, \dots, b_{N-1})$ , avec  $a_i, b_i \in \{+1, -1\}$ , sont dites paire complémentaire de Golay si

$$\forall k \in [1, N-1]; \sum_{i=0}^{N-k-1} a_i a_{i+k} + \sum_{i=0}^{N-k-1} b_i b_{i+k} = 0. \quad (4.34)$$

#### 4.6.2 Ambiguïté du filtre près

Une fois l'ambiguïté de permutation résolue, toutes les sous-porteuses, i.e., les vecteurs lignes qui composent la matrice  $\mathbf{u}_i$ , sont retrouvées à un filtre près dans  $\mathbf{z}_i$ . Le problème d'identification des  $KN$  sous-porteuses se réduit à un problème de  $KN$  égalisations dans le domaine temporel de type *Single Input-Single Output* (SISO) et

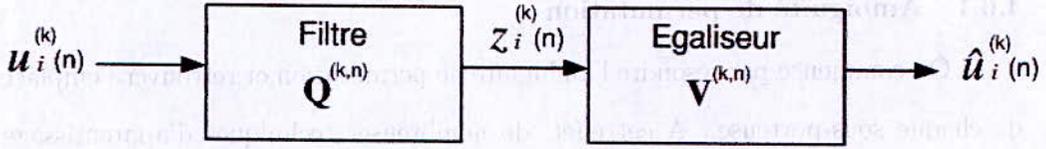


Figure 4.3. Egalisation dans le domaine temporel TEQ.

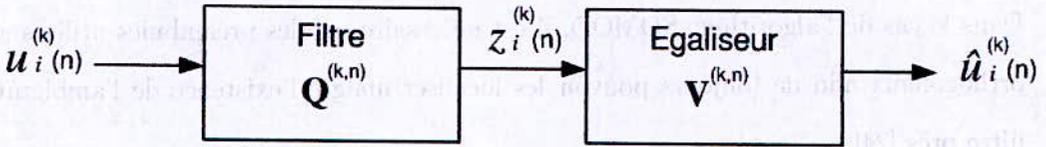


Figure 4.4. Egalisation dans le domaine temporel TEQ.

notées TEQ pour *Time Equalization*. L'équation qui rassemble les  $KN$  systèmes SISO est la suivante:

$$\mathbf{z}_i = \mathbf{Q}\mathbf{u}_i. \quad (4.35)$$

où  $\mathbf{Q}$  est une matrice diagonale en blocs, avec  $K$  blocs de dimension  $N \times N$  répartis sur la diagonale comme illustré par l'équation (5.2):

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^{(1)} & 0_{NN} & \cdots & 0_{NN} \\ 0_{NN} & \mathbf{Q}^{(2)} & \cdots & 0_{NN} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{NN} & 0_{NN} & \cdots & \mathbf{Q}^{(K)} \end{bmatrix}. \quad (4.36)$$

Les éléments  $\mathbf{Q}^{(k)}(n, 1), \mathbf{Q}^{(k)}(n, 2), \dots, \mathbf{Q}^{(k)}(n, N)$  sont les coefficients du filtre  $\mathbf{Q}^{(k,n)}$  d'ordre  $N$  appliqué à la sous-porteuse  $u_i^{(k)}(n)$ .

Chaque sous-porteuse  $u_i^{(k)}(n)$  suit le schéma de la Figure 4.4.

On trouve alors les relations suivantes:

$$z_i^{(k)}(n) = \sum_{l=1}^N \mathbf{Q}^{(k)}(n, l) u_i^{(k)}(n-l) \quad n = 0, 1, \dots, N-1, \text{ et } k = 0, 1, \dots, K-1, \quad (4.37)$$

ou encore

$$z_i^{(k)}(n) = \mathbf{Q}^{(k,n)}(n) * u_i^{(k)}(n), \quad (4.38)$$

et

$$\hat{u}_i^{(k)}(n) = \mathbf{V}^{(k,n)}(n) * z_i^{(k)}(n). \quad (4.39)$$

Des deux équations (4.38) et (4.39), on déduit que pour réaliser l'égalisation SISO, le filtre égaliseur  $\mathbf{V}$  doit vérifier la relation suivante:

$$\mathbf{V}^{(k,n)}(n) * \mathbf{Q}^{(k,n)}(n) = \delta_n. \quad (4.40)$$

Différentes approches d'égalisation avec le TEQ ont déjà été élaborées et sont résumées dans de nombreux ouvrages [19].

Il est toutefois intéressant de noter que les préambules orthogonaux vus dans le Paragraphe 4.6.1 peuvent aussi être exploités pour déterminer les filtres de la matrice  $\mathbf{Q}$ .

### 4.6.3 Cas de la structure classique de l'algorithme SOMOD

L'algorithme SOMOD peut être appliqué au système MIMO-OFDM sans tenir compte du modèle mathématique de l'équation (2.24). Le modèle convolutif ne concerne plus les sous-porteuses mais directement les  $K$  signaux sources  $s_i^{(k)}$  en série, i.e., le signal représenté en rouge sur la Figure 4.5.

Dans ce cas, les signaux retrouvés à la sortie de l'algorithme SOMOD sont les estimées des signaux sources série et de leurs versions retardées.

L'égalisation SISO se fait maintenant dans le domaine fréquentiel après avoir effectué la démodulation OFDM et appliqué la DFT. On parle alors d'égalisation FEQ (*Frequency Equalization*). Le système complet est représenté sur la Figure 4.8.

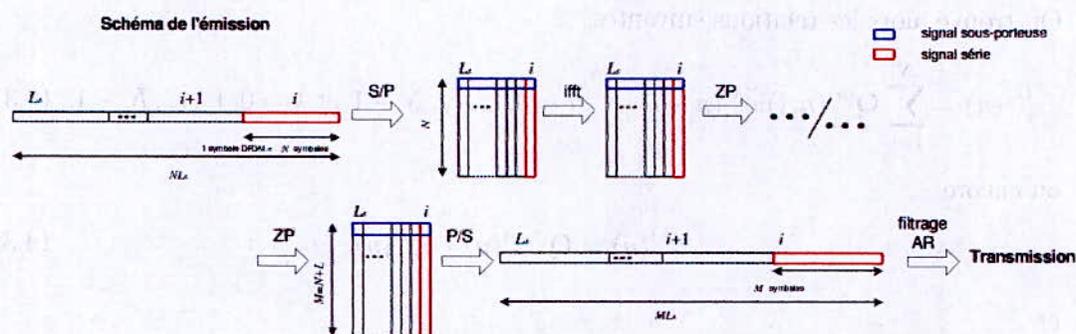


Figure 4.5. Schéma de l'émission pour un utilisateur.

Soit  $\mathbf{g}^{(k)}$  la matrice qui définit, dans le domaine temporel, le filtre d'ambiguïté associé au signal série  $\mathbf{u}_i^{(k)}$ . Si l'ordre de chaque  $\mathbf{g}^{(k)}$ ,  $k=1, 2, \dots, K$ , est au maximum égal à la longueur de l'intervalle de garde, la convolution linéaire  $\mathbf{w}_i^{(k)}(n) = \mathbf{g}^{(k)}(n) * \mathbf{u}_i^{(k)}(n)$  devient circulaire. En passant dans le domaine fréquentiel, par la démodulation OFDM, on trouve

$$\mathbf{z}_i^{(k)}(m) = \mathbf{G}^{(k)}(m) \cdot \hat{\mathbf{s}}_i^{(k)}(m), \quad (4.41)$$

où

$$\mathbf{G}^{(k)}(m) = \text{DFT}(\mathbf{g}^{(k)}(n)). \quad (4.42)$$

Ainsi, l'égalisation FEQ revient à faire des divisions par les  $\mathbf{G}^{(k)}(m)$ .

## 4.7 Cas d'un canal de communications non dispersif

### 4.7.1 SOBI

Si l'ordre du canal de transmission est approximé à un, le modèle convolutif de l'équation (2.1) devient instantané de la forme

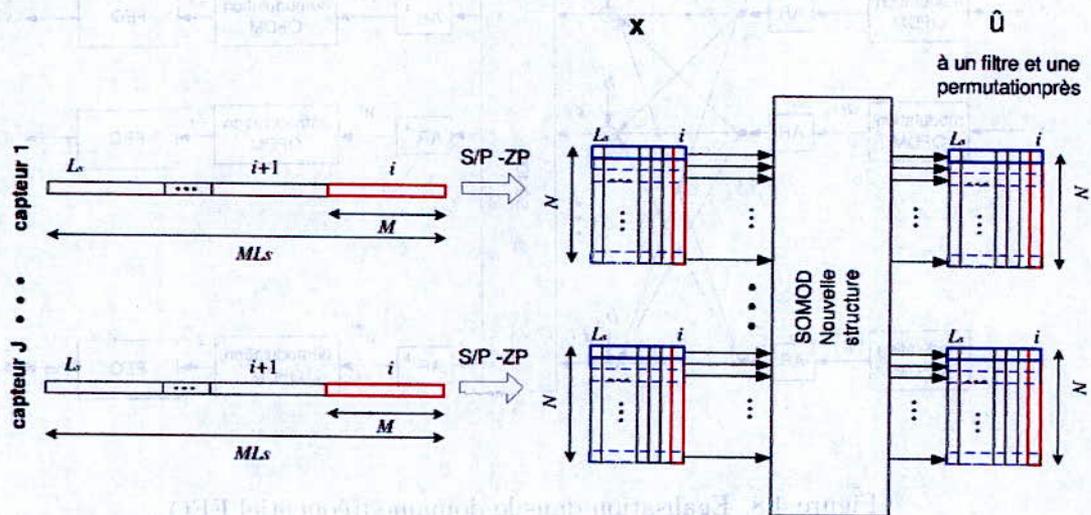


Figure 4.6. nouvelle structure de SOMOD.

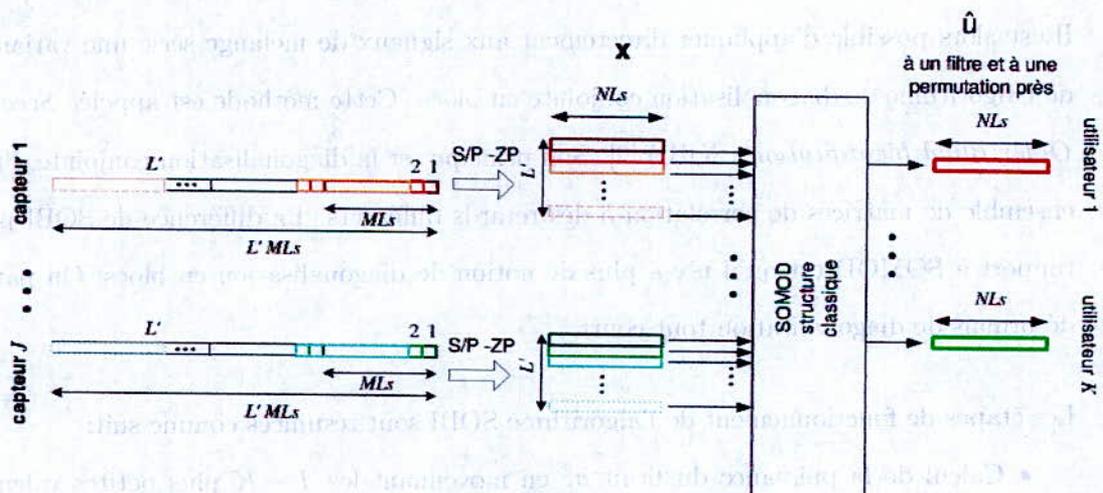


Figure 4.7. structure classique de SOMOD.

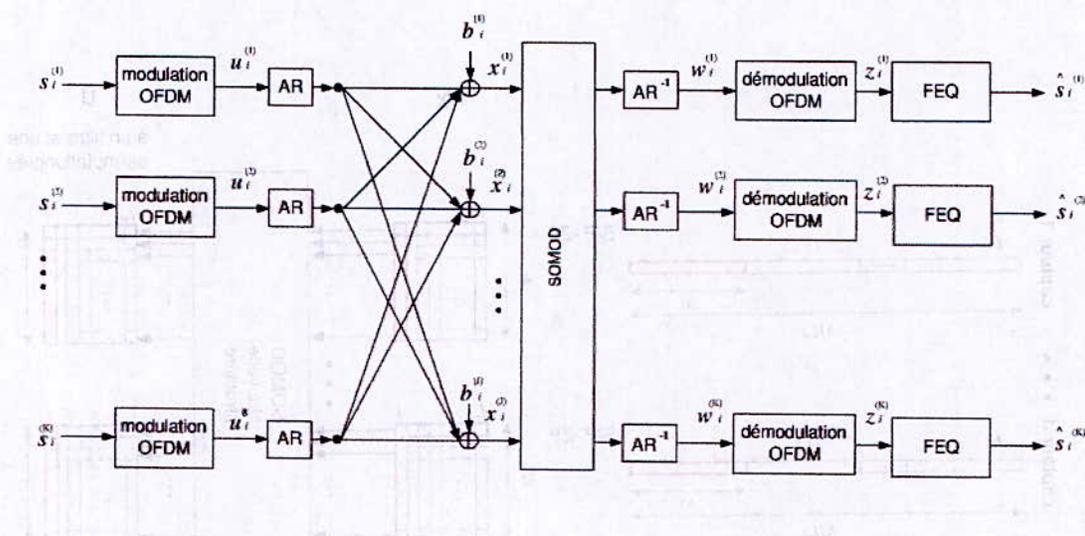


Figure 4.8. Egalisation dans le domaine fréquentiel FEQ .

$$x_i^{(j)}(n) = \sum_{k=1}^K h^{(j,k)} u_i^{(k)}(n) + b_i^{(j)}(n) \quad n = 0, 1, \dots, N, \quad (4.43)$$

Il est alors possible d'appliquer directement aux signaux de mélange série une variante de l'algorithme de diagonalisation conjointe en blocs. Cette méthode est appelée *Second Order Blind Identification (SOBI)* [9]. Son principe est la diagonalisation conjointe d'un ensemble de matrices de corrélation à des retards différents. La différence de SOBI par rapport à SOMOD est qu'il n'y a plus de notion de diagonalisation en blocs; On parle désormais de diagonalisation tout court.

Les étapes de fonctionnement de l'algorithme SOBI sont résumées comme suit:

- Calcul de la puissance du bruit  $\sigma_b^2$  en moyennant les  $J - K$  plus petites valeurs propres de la matrice de corrélation  $\mathbf{R}_x(0)$ .

- Calcul de la matrice de blanchiment  $\mathbf{W}$ , i.e., une matrice qui vérifie la relation suivante:

$$E\left(\mathbf{W}\mathbf{x}_i(n) \cdot \left(\mathbf{x}_i(n)\right)^H \left(\mathbf{W}\right)^H\right) = \mathbf{W}\mathbf{R}_x(0)\mathbf{W}^H = \mathbf{I}_K. \quad (4.44)$$

En se basant sur la décomposition en valeurs propres de  $\mathbf{R}_x(0)$ , on trouve

$$\hat{\mathbf{W}} = \left[ \frac{1}{\sqrt{\lambda_1 - \sigma_b^2}} \mathbf{v}_1, \dots, \frac{1}{\sqrt{\lambda_K - \sigma_b^2}} \mathbf{v}_K \right]^H, \quad (4.45)$$

où  $[\lambda_1, \dots, \lambda_K]$  et  $[\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_K]$  sont respectivement les valeurs propres et les vecteurs propres de  $\mathbf{R}_x(0)$  dans l'ordre décroissant.

- Calcul des matrices de corrélation blanchies pour un ensemble de retards arbitraires  $l_s, s \in [1, S]$ :

$$\underline{\mathbf{R}}_x(l_s) = \hat{\mathbf{W}}\mathbf{R}_x(l_s)\hat{\mathbf{W}}^H. \quad (4.46)$$

- Calcul de la transformation unitaire  $\mathbf{U} = \mathbf{W}\mathbf{H}$  par diagonalisation simultanée de l'ensemble  $\underline{\mathbf{R}}_x(l_s), s \in [1, S]$ .
- Estimation des signaux sources tels que

$$\mathbf{u}_i(n) = \mathbf{U}^H \mathbf{W} \mathbf{x}_i(n). \quad (4.47)$$

#### 4.7.2 Autre application de SOBI

De la même manière que pour l'algorithme SOMOD, deux approches sont possibles pour SOBI. La première, celle citée ci-dessus (Paragraphe 4.7.1), reprend la vision du problème de SOMOD classique, i.e, on ne considère pas le modèle MIMO-OFDM mais le modèle MIMO des signaux série.

Dans ce qui suit, on présente une nouvelle approche pour l'application de l'algorithme SOBI au système MIMO-OFDM. Le principe est de considérer, de la même manière que

lors de la nouvelle structure de SOMOD, l'estimation des sous-porteuses et non des signaux sources série.

Lorsque le nombre  $N$  de sous-porteuses est suffisamment grand, la largeur de bande de chaque sous-porteuse devient suffisamment étroite pour que la réponse du canal reste constante sur cette bande [26]. Ainsi, si la condition

$$\Delta f = B/N < B_c = 1/\tau_{max}, \quad (4.48)$$

avec  $B$  la largeur de bande de transmission,  $\tau_{max}$  le plus grand retard engendré par le canal multitrajets et  $B_c$  la bande de cohérence du canal, est vérifiée, la réponse fréquentielle du canal à la fréquence  $n$  d'une sous-porteuse entre un utilisateur  $k$  et un capteur  $j$  n'est plus un polynôme en  $z$  mais une constante complexe notée  $h^{(j,k)}(n)$ . On obtient, par conséquent,  $N$  mélanges instantanés indépendants, sous la forme suivante:

$$x_i^{(j)}(n) = \sum_{k=1}^K h^{(j,k)}(n) u_i^{(k)}(n) + b_i^{(j)}(n) \quad n = 0, 1, \dots, N. \quad (4.49)$$

L'écriture matricielle donne

$$\mathbf{x}_i(n) = \mathbf{H}(n) \mathbf{u}_i(n) + \mathbf{b}_i(n) \quad n = 0, 1, \dots, N, \quad (4.50)$$

où

$$\mathbf{H}(n) = \begin{bmatrix} h^{(1,1)}(n) & \dots & h^{(1,K)}(n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h^{(J,1)}(n) & \dots & h^{(J,K)}(n) \end{bmatrix}. \quad (4.51)$$

Ainsi, on a  $N$  mélanges instantanés qu'on traite séparément avec l'algorithme SOBI.

## CHAPITRE 5

### SIMULATIONS

#### 5.1 Introduction

Afin d'étudier les performances des deux méthodes SS et SOBI présentées respectivement au Chapitre 3 et 4, un certain nombre de simulations a été effectué.

Le présent chapitre résume les résultats de ces dernières. Il comporte deux parties principales. La première concerne la méthode SS, qui est comparée à deux autres méthodes de référence. Dans la seconde partie, sont données les performances de la méthode SOBI pour un système MIMO-OFDM.

La configuration du système considéré est donnée à chaque fois sur la figure correspondante.

#### 5.2 Performances de la méthode SS

On utilise dans cette partie deux méthodes de référence pour l'égalisation du canal:

- **Méthode d'égalisation exacte** : où les valeurs réelles des réponses impulsionnelles du canal sont connues par le récepteur et utilisées pour récupérer les signaux utiles.
- **Méthode d'égalisation par apprentissage**: où les réponses impulsionnelles du canal sont estimées à l'aide de  $L_T$  échantillons de blocs OFDM pilotes.

##### 5.2.1 Estimation du canal

Rappelons que la méthode SS est destinée en premier lieu à l'égalisation du canal de transmission. Il est donc évident que la qualité de réception des signaux dépend de

la qualité d'estimation des réponses impulsionnelles des canaux entre les utilisateurs et les antennes réceptrices. Ainsi, on étudie les performances de la phase d'estimation du canal.

Pour ce faire, on calcule la racine carrée de l'erreur quadratique moyenne normalisée (*Root Mean Square Error* (RMSE)) entre les réponses estimées du canal et leurs valeurs réelles.

RMSE est définie comme suit:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \|\hat{\mathbf{h}}^{(j,k)} - \mathbf{h}^{(j,k)}\|^2}{\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \|\mathbf{h}^{(j,k)}\|^2}}, \quad (5.1)$$

où  $\hat{\mathbf{h}}^{(j,k)}$  et  $\mathbf{h}^{(j,k)}$  sont les réponses impulsionnelles du canal estimées et réelles, respectivement.

RMSE est calculée en fonction des deux paramètres suivants: le rapport signal sur bruit (*Signal to Noise Ratio* (SNR)) et le nombre d'échantillons de blocs OFDM ( $L_s$ ).

RMSE est moyennée, à chaque fois, sur 100 réalisations indépendantes de Monte-Carlo (MC). Elle est calculée pour la méthode SS et pour la méthode d'apprentissage, prenant deux valeurs différentes de  $L_T$ , i.e.,  $L_T=50$  et  $L_T=800$ .

### 5.2.2 Effet du SNR

On note, à partir de la Figure 5.1, que l'estimation du canal est sensible à la puissance du bruit. Toutes les courbes ont la même allure. On en déduit que l'effet du bruit est le même.

Lorsque la puissance du bruit est très faible, l'erreur est de l'ordre de  $10^{-4}$ . Par contre quand le SNR est très faible, i.e., le bruit est prédominant, l'identification n'est plus

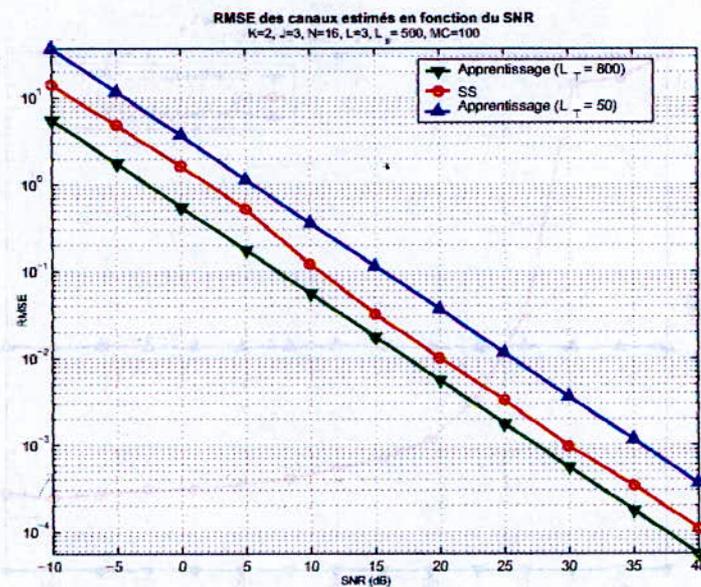


Figure 5.1. RMSE des canaux estimés en fonction du SNR .

valable car l'erreur est trop grande.

Cette constatation est prévisible dans le cas de la méthode SS car son principe est de déterminer les deux sous espaces signal et bruit en se basant sur l'hypothèse, très vraisemblable, que la puissance du bruit est inférieure à celles des signaux, i.e.,  $\sigma_u^2$  est la plus petite valeur propre de  $\mathbf{H}$  (équation (3.9)). Une fois cette hypothèse non vérifiée, la décomposition en sous espaces devient incorrecte.

Pour la méthode d'estimation par apprentissage, la qualité de la résolution dépend de la valeur de  $L_T$ . On note, en effet, que cette méthode ne présente un intérêt par rapport à la méthode SS que si  $L_T$  est suffisamment grand pour maintenir le rang de la matrice des signaux pilotes émis et éviter le cas de la singularité.

Quant à l'effet du bruit, il est le même que pour la méthode SS car l'estimation par apprentissage suppose également que le bruit est négligeable.

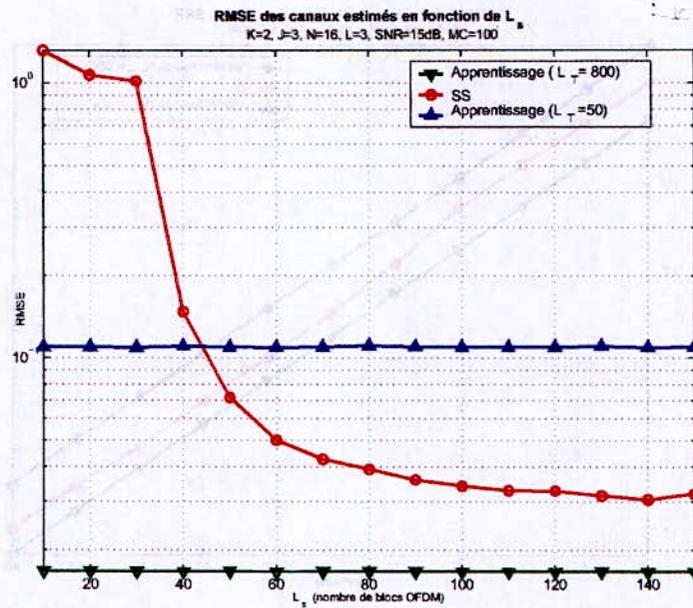


Figure 5.2. RMSE des canaux estimés en fonction de  $L_s$ .

### 5.2.3 Effet de $L_s$

A partir de la Figure 5.2, on constate que, dans le cas SS, la courbe RMSE converge en décroissant vers une valeur constante. Par conséquent, il existe un seuil à partir duquel la valeur de  $L_s$  n'influe plus dans l'estimation du canal par la méthode SS. On rejoint alors le cas de la méthode d'apprentissage où l'estimation est indépendante de  $L_s$ .

Dans l'algorithme SS, la valeur de  $L_s$  intervient dans le calcul pratique de la matrice de corrélation  $\mathbf{R}_x$ , comme suit:

$$\mathbf{R}_x \approx \frac{1}{L_s} \sum_{i=1}^{L_s} \mathbf{x}_i \cdot \mathbf{x}_i^H. \quad (5.2)$$

Plus la valeur de  $L_s$  est grande, plus l'erreur d'approximation est réduite et plus on se rapproche de la valeur théorique de  $\mathbf{R}_x$  qui est égale à  $E(\mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^H)$ . A partir d'une certaine valeur de  $L_s$ , relativement grande par rapport aux dimensions du système, l'erreur

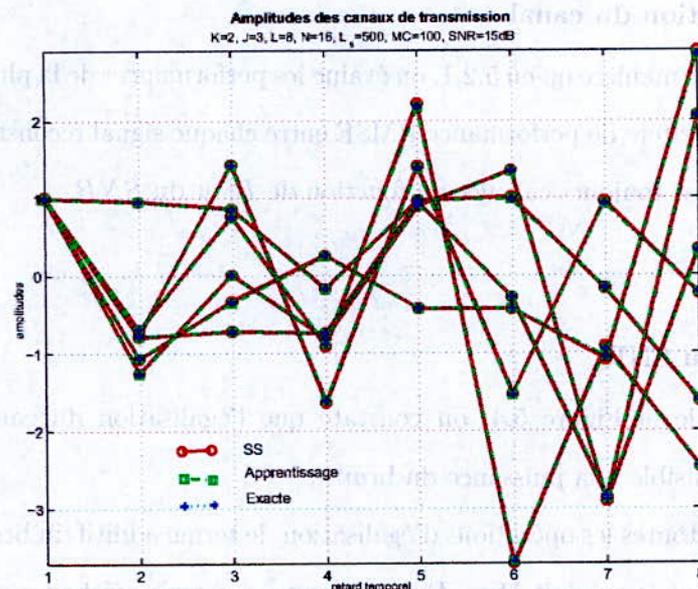


Figure 5.3. Amplitudes des réponses impulsionnelles du canal.

d'approximation de l'équation (5.2) devient très faible et ne peut plus être sensiblement réduite malgré l'augmentation de la valeur de  $L_s$ , d'où la convergence vers une valeur constante.

En ce qui concerne la méthode d'estimation par apprentissage, elle est complètement indépendante de  $L_s$  car, en aucun moment, ce facteur n'entre en considération dans l'estimation du canal, d'où les deux droites horizontales sur la Figure 5.2.

#### 5.2.4 Visualisation des canaux de transmission

Sur la Figure 5.3 sont représentées les amplitudes des réponses impulsionnelles d'un canal d'ordre 8. Tous les canaux estimés sont presque parfaitement superposés à leurs valeurs exactes. On en conclut que pour un choix adéquat des paramètres du système de transmission, l'estimation du canal est quasi parfaite.

### 5.2.5 Egalisation du canal

De la même manière qu'en 5.2.1, on évalue les performances de la phase d'égalisation par le calcul du critère de performance RMSE entre chaque signal reconstitué et sa valeur exacte. RMSE est toujours calculée en fonction de  $L_s$  et du SNR.

### 5.2.6 Effet du SNR

A partir de la Figure 5.4, on constate que l'égalisation du canal par les trois méthodes est sensible à la puissance du bruit.

En effet, lors de toutes les opérations d'égalisation, le terme additif du bruit a été supposé négligeable devant le produit  $\mathbf{H}\mathbf{u}_i$ . Puisqu'aucune des trois méthodes n'a pris ce terme en considération, lorsque le terme  $\mathbf{H}\mathbf{u}_i$  n'est plus prédominant, l'égalisation n'est plus valable.

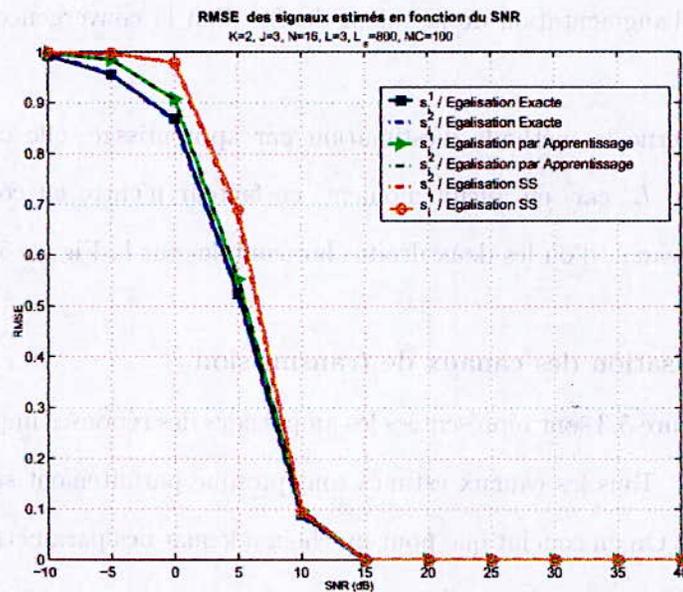


Figure 5.4. RMSE des signaux estimés en fonction du SNR.

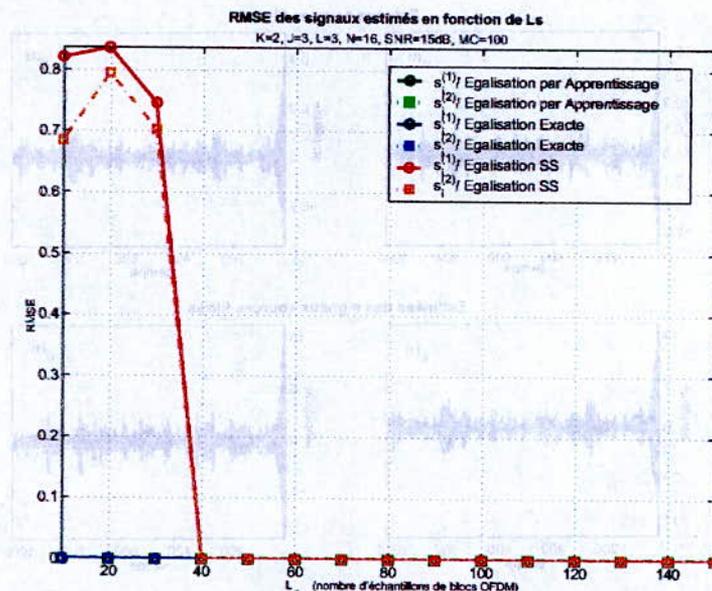


Figure 5.5. RMSE des signaux estimés en fonction de  $L_s$ .

Par contre, une fois un certain niveau du rapport SNR atteint, 15dB pour le système considéré sur la Figure 5.4, les trois égalisations deviennent quasi parfaites et RMSE se rapproche de zéro.

### 5.2.7 Effet de $L_s$

L'égalisation du canal par les deux méthodes de référence exacte et par apprentissage est indépendante du nombre d'échantillons de blocs OFDM observés (Figure 5.5), car comme pour la phase d'estimation du canal, le paramètre  $L_s$  n'entre pas en compte lors de ces deux méthodes.

En ce qui concerne la méthode d'égalisation SS, le paramètre  $L_s$  influe sur l'estimation des signaux de la même manière qu'il influe sur l'estimation du canal car la qualité de l'égalisation du canal dépend de la qualité de son estimation.

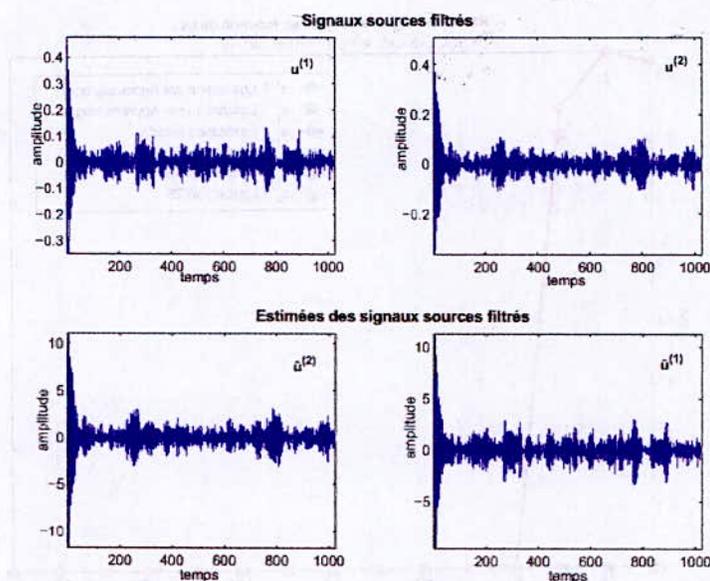


Figure 5.6. Estimation des signaux filtrés.

### 5.3 Performances de la méthode SOBI

Dans ce qui suit nous effectuons des simulations sur l'approche SOBI telle que décrite dans le Paragraphe 4.7.1, i.e, l'approche qui considère les signaux série et non les sous-porteuses. Le canal de transmission est désormais supposé non dispersif.

Le système étudié est décrit par les paramètres suivants:  $K=2$ ,  $J=3$  et  $N=8$ . L'intervalle de garde est de type ZP et est de longueur égale à 2 symboles.

Pour traiter les signaux numériques, on utilise deux filtres AR d'ordre un. Le coefficient du premier filtre est  $a_1 = 0.95 \exp(j2\pi(0.3))$ . Celui du second est  $a_2 = 0.95 \exp(j2\pi(0.7))$ .

Sur la Figure 5.6, on observe les deux signaux émis après modulation et filtrage ainsi que leurs estimées par l'algorithme SOBI. Cette résolution étant complètement aveugle, l'estimation se fait à un scalaire et à une permutation près.

On étudie les performances asymptotiques du présent système en fonction des deux paramètres SNR et  $L_s$ .

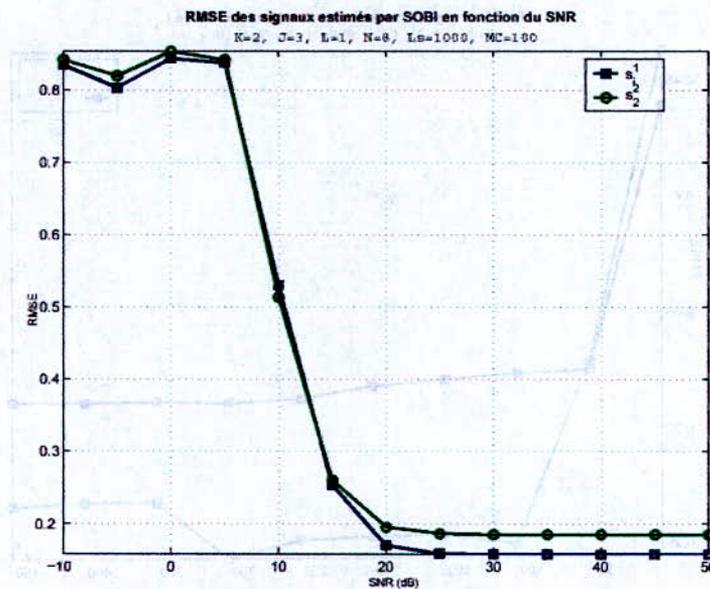


Figure 5.7. RMSE des signaux estimés en fonction du SNR.

### 5.3.1 Effet du SNR

On note sur la Figure 5.7 que l'estimation des signaux par la méthode SOBI est sensible à la puissance du bruit. En effet, on observe que la valeur de l'erreur RMSE n'est pas négligeable pour des niveaux de bruits élevés. Toutefois, elle s'atténue très rapidement dès que le rapport SNR augmente.

L'effet important du SNR sur l'estimation des signaux est dû au fait que l'hypothèse sur laquelle se base l'algorithme SOBI, et qui stipule que la puissance du bruit est faible par rapport à celle des signaux sources, n'est plus vérifiée.

### 5.3.2 Effet de $L_s$

On remarque sur la Figure 5.8 que pour un petit nombre d'échantillons de blocs OFDM observés, i.e.,  $L_s$  petit, l'erreur RMSE sur l'estimation des signaux est grande. En effet, en pratique, plus la longueur des signaux générés est courte, plus leurs séquences de-

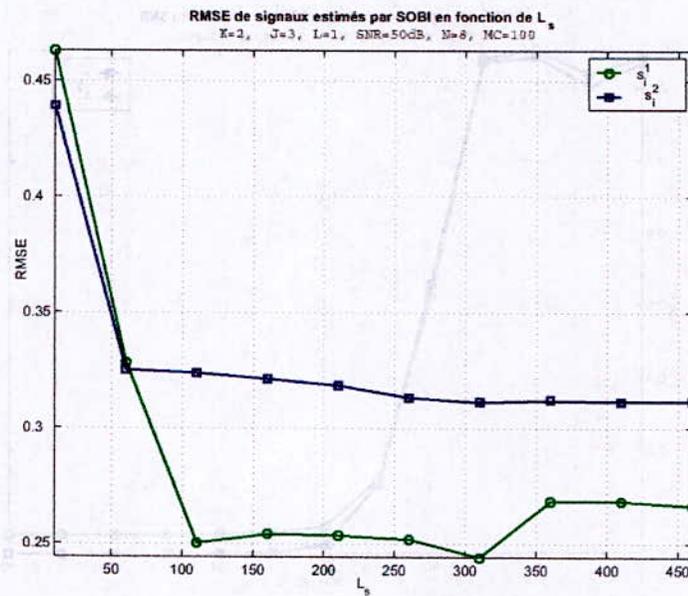


Figure 5.8. RMSE des signaux estimés en fonction de  $L_s$ .

viennent dépendantes et la propriété de décorrélation mutuelle est perdue. Par conséquent, il est important de maintenir une longueur d'observation minimale qui n'altère pas les performances de l'estimation.

## CHAPITRE 6

### INTERFACE GRAPHIQUE

#### 6.1 Introduction

Dans un souci de simplicité et d'accessibilité, nous avons mis en place une interface graphique, nommée PFPFE et réalisée sous *Matlab* 6.5, affichant toutes les performances asymptotiques des méthodes d'égalisation SS, exacte, et par apprentissage ainsi que les performances de la méthode aveugle SOBI.

#### 6.2 Objectifs de l'interface graphique

Les objectifs pour lesquels la plate forme PFPFE a été réalisée sont:

- Permettre à tout utilisateur d'effectuer simplement et directement des simulations sur le système MIMO-OFDM étudié. Les opérations à suivre se résument à remplir des champs de saisie et/ou à appuyer sur des boutons poussoirs de validation ou d'activation.
- Redimensionner le système MIMO-OFDM selon la nécessité de l'analyse à effectuer.
- Faciliter la comparaison entre différentes méthodes.
- Visualiser l'effet de plusieurs paramètres sur un même système sans avoir à le reconfigurer.
- Profiter d'un fenêtrage intégré compacte et agréable.

#### 6.3 Description de l'interface graphique

L'interface PFPFE se compose de quatre zones distinctes et d'un menu:

### 6.3.1 Paramètres

Cette partie est destinée à la configuration du système MIMO-OFDM par la saisie des valeurs des paramètres qui le décrivent à savoir:

- $N$ : ordre de la modulation OFDM. Sachant que cette valeur est une puissance de 2, une concaténation systématique a lieu par la plus proche valeur admise. En alternative au champ de saisie; un *slider* a été conçu pour délimiter les valeurs possibles de  $N$  à 9 valeurs appartenant à l'intervalle limité par 4 et 1024.
- $K$ : nombre d'utilisateurs, i.e., nombre d'antennes d'émission.
- $J$ : nombre de capteurs, i.e., nombre d'antennes de réception.
- SNR: rapport signal sur bruit en dB.
- $L$ : ordre du canal de transmission.
- $L_s$ : nombre de blocs de symboles OFDM observés.

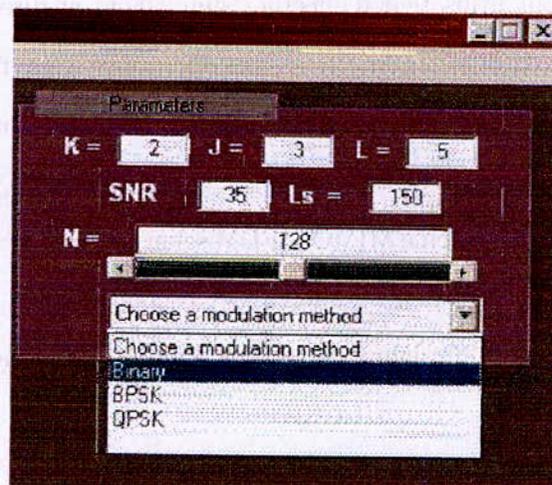


Figure 6.1. Zone des paramètres.

- Choix du type de modulation: trois possibilités s'offrent à l'utilisateur; modulation binaire, modulation BPSK ou encore QPSK.

L'interface PFPFE est conçue de sorte à toujours respecter les conditions  $J \geq K$  et  $N \geq L$ . Si l'utilisateur n'en tient pas compte, un message d'erreur s'affiche.

### 6.3.2 Boutons d'activation

Cette partie comporte quatre boutons poussoirs:

- $\gg$  : Ce bouton permet de passer à la fenêtre intégrée suivante. C'est par conséquent une action liée à la fonction active.
- $\ll$  : Ce bouton permet de retourner à la fenêtre intégrée précédente. Cette action est également liée à la fonction active.
- **Reset** : C'est un bouton de réinitialisation.
- **Help** : Son action est d'afficher une fenêtre d'aide qui contient une description de la plate forme.

### 6.3.3 Fonctions

Cette zone de l'interface intègre une fenêtre évolutive dont l'arborescence est représentée sur la Figure 6.2.

### 6.3.4 Zone d'affichage de la figure

Sur cette partie de l'interface s'affiche, à la fin de chaque simulation, la figure résultante. Au moment de l'exécution, apparaît une barre d'attente qui fait patienter l'utilisateur.

### 6.3.5 Menu

Le menu est composé de deux éléments principaux:

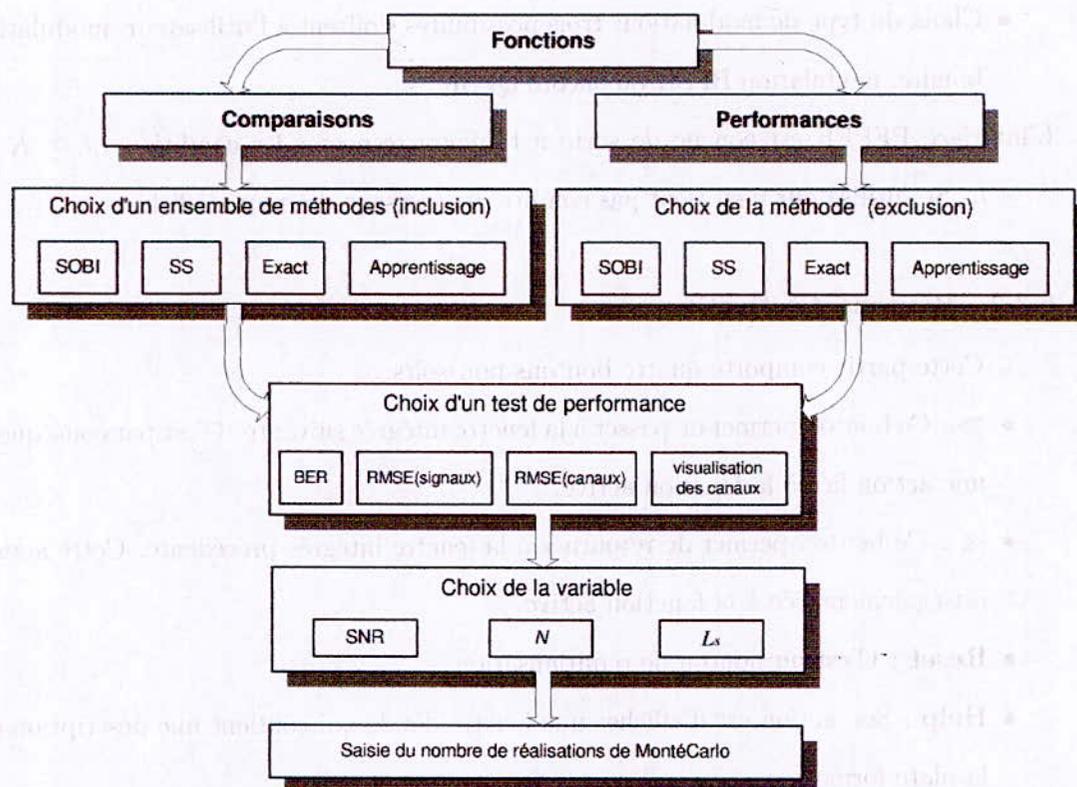


Figure 6.2. Arborescence de la zone des fonctions.

- Menu : qui comporte, à son tour, deux fonctions principales; la fonction Print qui permet d'imprimer et de sauvegarder la figure courante, et la fonction Close qui ferme toute la plate forme.
- ? : qui comporte également deux éléments; le premier reprend la fonction Help des boutons d'activation, et le second est une fonction nommée *about...* qui affiche une fiche d'identification de la plate forme PFPFE.

#### 6.4 Exécution de l'interface graphique

Pour exécuter une simulation à partir de l'interface PFPFE, il suffit de suivre les étapes suivantes:

1. Entrer, dans la zone des paramètres, les valeurs des paramètres décrivant le système MIMO-OFDM à étudier.
2. Choisir la fonction que l'on veut exécuter en cochant et/ou cliquant sur les cases correspondantes dans la zone des fonctions.
3. Valider, à chaque étape, les choix effectués sur la zone des fonctions en appuyant sur le bouton  $\gg$ .
4. Une fois arrivé en fin de parcours, choisir le nombre MC de réalisations de Monte-Carlo à effectuer et appuyer sur le bouton  $\gg$  pour lancer l'exécution.
5. Attendre l'écoulement du sablier de la barre d'attente.
6. Visualiser la figure finale résultante.
7. Pour effectuer une nouvelle simulation sur le même système, il suffit de rebrousser chemin en appuyant sur le bouton  $\ll$  jusqu'au niveau où l'on veut faire un changement.
8. Réinitialiser la plate forme en appuyant sur le bouton Reset afin d'effectuer de nouvelles simulations sur un nouveau système.

La Figure 6.3 montre un exemple de simulation de la performance RMSE sur les signaux estimés par la méthode SS en fonction du SNR et moyennée sur 100 réalisations indépendantes de Monte-Carlo.

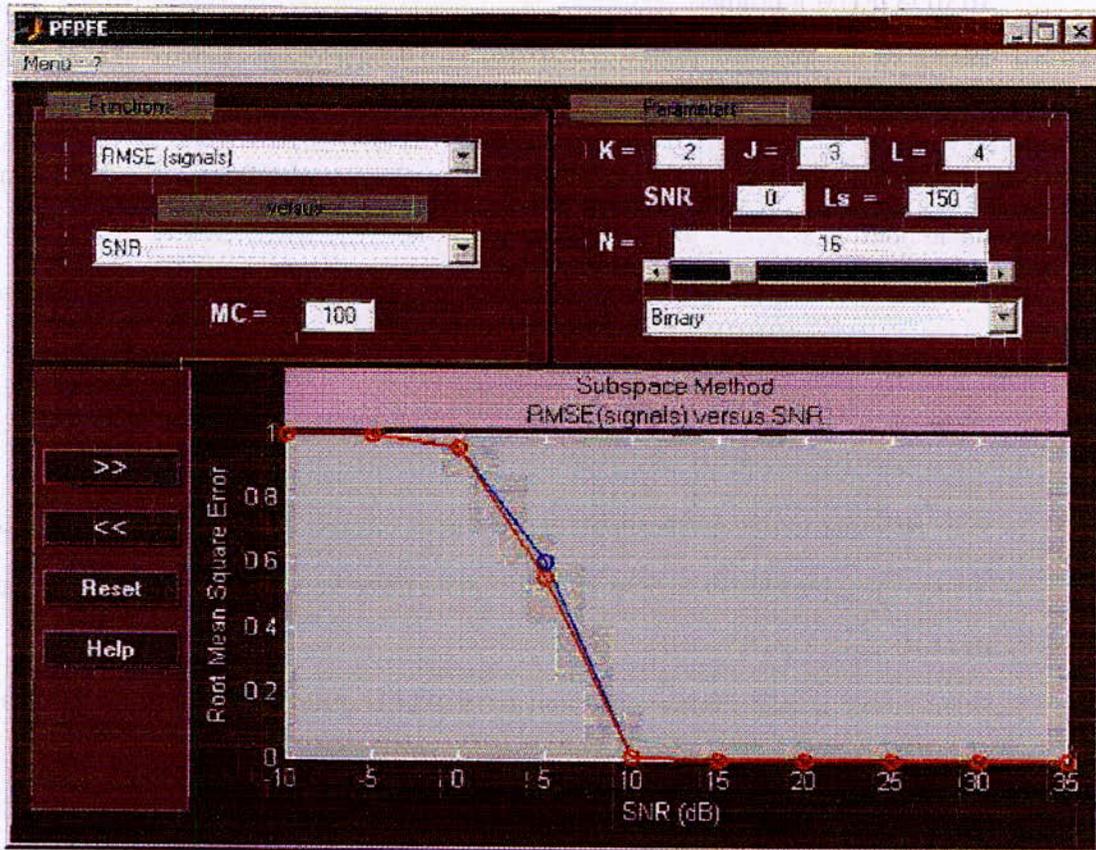


Figure 6.3. Exemple d'une simulation effectuée sur la plate forme PFPFE.

## CHAPITRE 7

### CONCLUSION

Nous avons vu tout au long de ce projet, l'importance des systèmes MIMO-OFDM dans les communications à hauts débits de transmission et comportant des trajets multiples.

L'intérêt de notre étude s'est porté sur la partie de reconstitution des signaux utiles au niveau des récepteurs. Les méthodes classiques pour cette opération opèrent en deux phases; l'estimation du canal de transmission puis son égalisation.

L'algorithme SS de décomposition en sous espaces est l'une des méthodes les plus récentes de cette catégorie, dont les simulations prouvent l'efficacité.

Cependant, cette méthode requiert, lors de l'estimation du canal, une phase de calculs intermédiaires qu'on s'efforce, dans ce projet, d'éviter par l'exploitation d'algorithmes aveugles de déconvolution.

Le modèle du système MIMO-OFDM étudié étant convolutif, l'algorithme SOMOD est le plus adéquat pour réaliser la déconvolution.

Notre travail consiste à adapter cet algorithme au modèle linéaire, déjà développé, du système MIMO-OFDM. Pour garder la même structure matricielle, on utilise de simples matrices de passage et on estime toutes les sous-porteuses de tous les utilisateurs. Le dimensionnement matriciel du problème se trouve alors fortement augmenté et devient, en pratique, difficile à implémenter. Il est toutefois identique au dimensionnement considéré par la méthode SS.

Le principe sur lequel se base SOMOD est la diagonalisation conjointe d'un ensemble de matrices de corrélations calculées à des retards temporels différents. Les signaux

numériques doivent être traités afin de contenir de la corrélation temporelle et avoir des densités spectrales de puissance de formes différentes. Nous utilisons, à cet effet, des filtres AR ayant des coefficients différents pour chaque utilisateur.

L'estimation des sous-porteuses par SOMOD se fait à un filtre et à une permutation près. L'utilisation combinée de préambules orthogonaux et d'égaliseurs TEQ pourrait résoudre ce problème.

La méthode SOMOD peut être exploitée de manière différente en ne considérant plus le modèle linéaire du système MIMO-OFDM; mais juste un système MIMO convolutif indépendant de l'OFDM. L'estimation a alors lieu pour les signaux séric et non pour les sous-porteuses. Aussi, des égalisations FEQ peuvent être utilisées si la condition de la convolution cyclique est vérifiée.

Dans le cas d'un canal de transmission non dispersif, i.e., un mélange instantané, nous utilisons l'algorithme SOBI qui est une variante de SOMOD. Deux approches de SOBI sont également à considérer.

En perspectives à ce travail, nous projetons d'approfondir l'étude des préambules GCS afin de les utiliser pour la résolution de l'ambiguïté et mener la démodulation OFDM jusqu'au bout.



Grâce à l'un des deux types d'intervalles de garde CP ou ZP, on arrive à éliminer les interférences ISI. Par contre, ce n'est qu'avec le ZP qu'il est possible d'éliminer les interférences IBI.

### A.1 Elimination des ISI

Sur la Figure A.1 est représenté le principe de la convolution cyclique pour une modulation OFDM d'ordre  $N=8$  et pour un intervalle de garde de type CP de longueur égale à 3 intervalles de transmission d'un symbole. L'ordre du canal est de 3.

La condition à respecter est que la longueur de l'intervalle de garde soit au minimum égale à l'ordre du canal. Dans ce cas les interférences entre symboles sont systématiquement éliminées car les intervalles de garde sont enlevés à la réception. La convolution entre un bloc de symboles OFDM et la réponse impulsionnelle du canal devient circulaire et le passage au domaine fréquentiel donne un produit entre les DFT de ces dernières. Ce qui est représenté pour le CP est parfaitement applicable au ZP. Donc les deux types d'intervalles de garde éliminent les ISI.

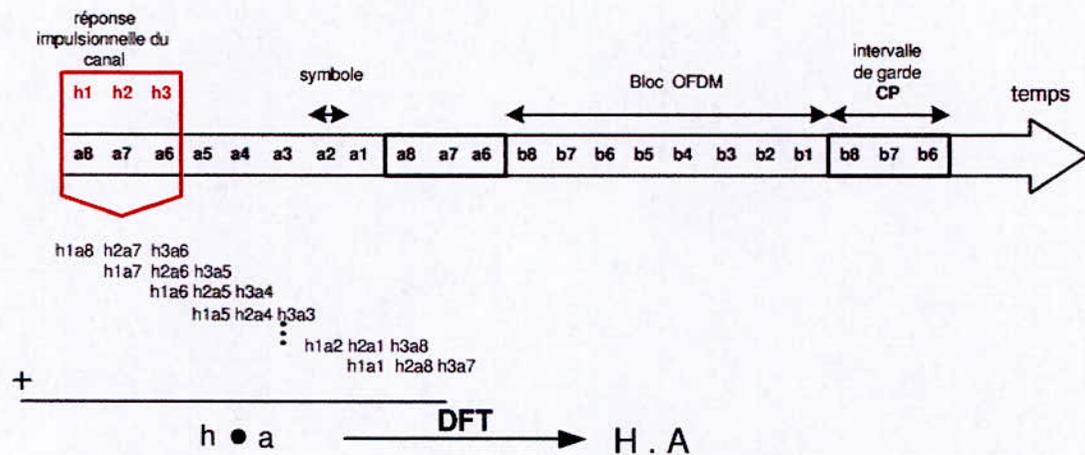


Figure A.1. Elimination des ISI par le CP.



La Figure A.2 illustre le phénomène des interférences entre blocs OFDM. Pour les mêmes paramètres de modulation que ceux de l'exemple précédent, on montre qu'avec un intervalle de garde de type ZP (Partie (B)) les interférences sont annulées. Ce qui n'est pas le cas lors de l'utilisation du CP (Partie (A)).

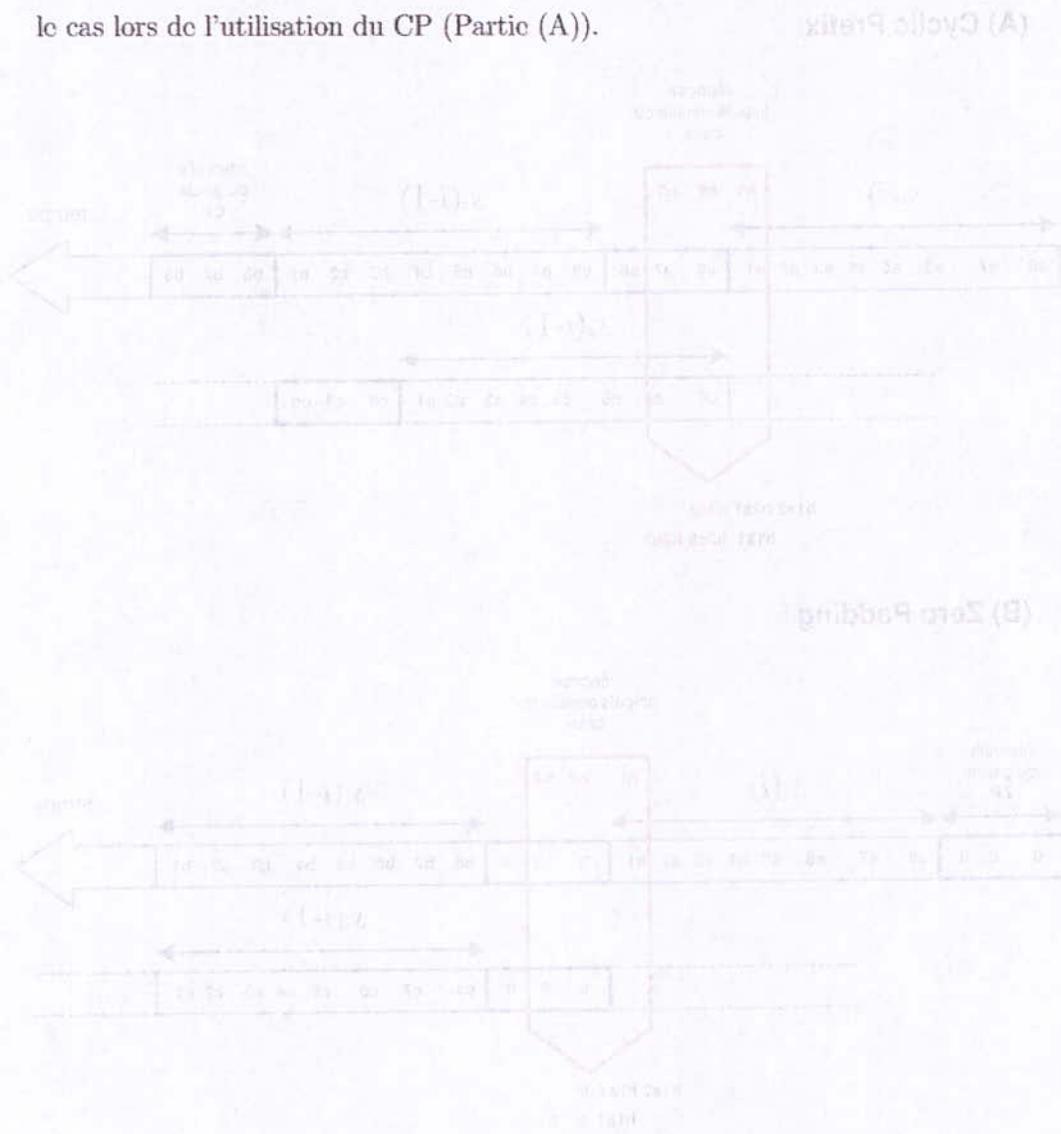


Figure A.2. Interférences entre blocs OFDM.

(1.11) 
$$\sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \dots$$

(1.12) 
$$\sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \dots$$

(1.13) 
$$\sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \dots$$

## ANNEXE B

### MÉLANGES CONVOLUTIFS ET INSTANTANÉS

(1.14) 
$$\sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \dots$$

(1.15) 
$$\sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \dots$$

Soient  $K$  signaux sources notés  $s_k(t)$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$  et  $J$  signaux de mélange observés à travers  $J$  capteurs de réception et notés  $x_j(t)$ ,  $j = 1, 2, \dots, J$ .

Si on suppose que les canaux et les capteurs sont des filtres linéaires, on écrit alors

$$x_j(t) = \sum_{k=1}^K h_{kj}(t) * s_k(t), \quad j = 1, \dots, J, \quad (\text{B.1})$$

où  $h_{kj}(t)$  est un filtre linéaire qui modélise la relation entre la  $k^{\text{ème}}$  source et le  $j^{\text{ème}}$  capteur.

En passant aux signaux échantillonnés, l'équation B.1 devient

$$x_j(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L h_{kj}(l) s_k(n-l), \quad (\text{B.2})$$

où  $n$  représente le temps discret et  $L$  est l'ordre maximal de tous les canaux de transmission.

L'équation (B.2) définit un **mélange convolutif**.

Dans le cas le plus simple où les  $h_{kj}$  sont des constantes, i.e.,  $L$  est réduit à un, l'équation (B.2) devient

$$x_j(n) = \sum_{k=1}^K h_{kj} s_k(n), \quad (\text{B.3})$$

La nouvelle relation (B.3) définit un **mélange instantané**.

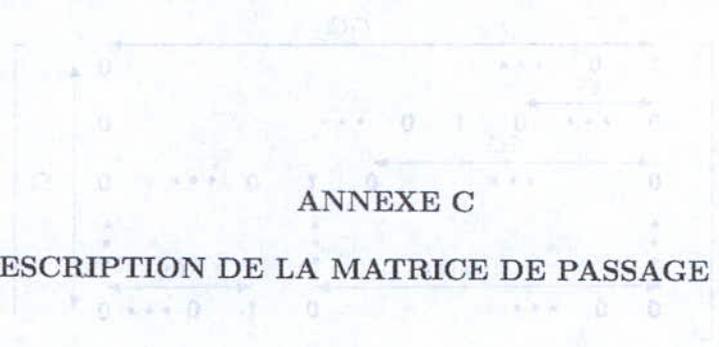
(3.2)

Les matrices  $A$  et  $A^{-1}$  sont inverses l'une de l'autre, c'est-à-dire  $AA^{-1} = A^{-1}A = I$ .

On a donc  $A^{-1} = A^{-1}$  et  $A = A$ .

$$(3.3) \quad \underbrace{\begin{pmatrix} A & \dots & A^{-1} & A \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ A & \dots & A^{-1} & A \end{pmatrix}}_{\text{matrice } P} = \dots$$

On a donc  $A^{-1} = A^{-1}$  et  $A = A$ .



Les matrices de passage  $\mathbf{T}_{C_1 C_2}$ , avec  $(C_1, C_2) \in \{(K, N), (J, M)\}$ , sont définies comme suit:

$$\mathbf{T}_{C_1 C_2} = \left[ \underbrace{\mathbf{A}^T \ \mathbf{A}^T \ \dots \ \mathbf{A}^T}_{C_2 \text{ fois}} \right]^T, \quad (\text{C.1})$$

où la matrice  $\mathbf{A}$  est de dimension  $C_1 \times C_1 C_2$  et est construite comme suit:

$$\left[ \begin{array}{cccccc} \leftarrow C_1 C_2 & & & & & \\ 1 & 0 & \dots & & & 0 \\ \leftarrow C_2 & & & & & & \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & \leftarrow 2C_2 & & & & \\ 0 & & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots & & & \vdots \\ & & \leftarrow (C_1-1)C_2 & & & \leftarrow C_2 & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \uparrow C_1 & & & & & & & \end{array} \right]$$

## RÉFÉRENCES

- [1] R. W. Chang, "Synthesis of band-limited orthogonal signals for multichannel data transmission", *Bell syst. Tech.J.*, vol. 45, Dec. 1966.
- [2] S. Darlington, "On digital single-sideband modulators", *IEEE Transactions on Circuit theory*, vol. 17, pp. 409-414, Aug. 1970.
- [3] S. B. Weinstein and P. M. Ebert, "Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete fourier transform", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 19, pp. 628-634, Oct. 1971.
- [4] <http://solutions.journaldunet.com>.
- [5] B. Muquet, M.D. Courville and P. Duhamel, "Cyclic prefixing or zero padding for wireless multicarrier transmissions" *IEEE Transactions on Communications*. vol. 50, NO. 12, pp. 2136-2148, Dec. 2002.
- [6] Y. Zeng and T.S Ng, "A semi-blind channel estimation method for multiuser multi-antenna OFDM systems" *IEEE Transactions on Signal Processing*", vol. 52, NO. 5, May. 2004.
- [7] K. Abed-Meraim, P. Loubaton, and E. Moulines, "A subspace algorithm for certain blind identification problem", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 32, pp. 499-511, Apr. 1997.
- [8] L. Tong, G. Xu, and T. Kailath, "Blind identification and equalization based on second-order statistics: a time domain approach", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 40, pp. 340-349, Mar. 1994.

- [9] A. Belouchrani, K. Abed-Meraim, J.F Cardoso and E. Moulines "A blind Source Separation Technique Using Second-Order Statistics", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, NO. 2, Feb. 1997.
- [10] Y. Hua, K. Abed-Meraim and M. Wax , "Blind System Identification Using Minimum Noise Subspace", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, NO. 3, Mar. 1997.
- [11] K. Abed-Meraim, P. Loubaton, and E. Moulines, "A Subspace algorithm for certain blind identification problems", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 43, NO. 2, Mar. 1997.
- [12] H. Bousbia-Salah and A. Belouchrani, "A Second Order Multi Output Deconvolution (SOMOD)Technique", *In the tenth IEEE Workshop on Statistical Signal and Array Processing* , pp.306-310, Poconos, Pennsylvania, USA, Aug. 2000.
- [13] H. Bousbia-Salah, A. Belouchrani and Abed-Meraim, "Jacobi-like algorithm for blind signal separation of convolutive mixtures", *Electronics Letters*, vol. 37, NO. 16, Aug. 2001.
- [14] G.B. Giannakis and E. Serpedin, "Blind Channel Identification with Modulation Induced Cyclostationarity", *IEEE Transactions on Digital Signal Processing*, 1997.
- [15] H. Bousbia-Salah, A. Belouchrani and K. Abed-Meraim, "Blind Separation of Non Stationary Sources Using Joint Block Diagonalization" , , 2001.
- [16] C. Gao, M. Zhao, S. Zhou and Y. Yao, "Blind channel estimation algorithm for MIMO-OFDM systems", *Electronics Letters*, vol. 39, NO. 19, Sep. 2003.
- [17] R. Miquel, "Le filtrage numérique par microprocesseurs", *ed. Editests*, 1985.
- [18] B. Flury and B.E. Neuenschwander, "Principal component models for patterned covariance matrices, with applications to canonical correlation analysis of several sets of variables", *Descriptive multivariate analysis* , Oxford University Press, 1994.

- [19] A. Mansour, "Contributions à la séparation de sources", *PhD thesis*, INPG Grenoble, Jan. 1997.
- [20] S. Haykin, "Adaptive Filter Theory", *ed. Prentice-Hall*, 1991.
- [21] Erik G. Larsson and Jian Li, "Preamble Design for Multiple-Antenna OFDM-Based WLANs With Null Subcarriers", *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 8, NO. 11, Nov. 2001.
- [22] Sumci Sun Ingo Wiemer, C. K. Ho, and T. T. Tjhung, "Training Sequence Assisted Channel Estimation for MIMO OFDM", *IEEE*, 2003.
- [23] Yasutaka Ogawa, Kcisuke Nishio, Toshihiko Nishimura, and Takeo Ohgane, "Channel and Frequency Offset Estimation for a MIMO-OFDM System", *IEEE*, 2004.
- [24] Changho Suh, Chan-Soo Hwang, Hoky Choi, "Preamble Design for Channel Estimation in MIMO-OFDM Systems", *GLOBECOM*, pp 317-321, 2003.
- [25] Yonghong Zeng and Tung Sang Ng, "A Proof of the Identifiability of a Subspace-Based Blind Channel Estimation for OFDM Systems", *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 11, NO. 9, Sep. 2004.
- [26] Chiu Shun Wong, Dragan Obradovic and Niclesh Madhu "Independent Component Analysis (ICA) for Blind Equalization of Frequency Selective Channels", *IEEE XIII Workshop on Neural Networks for Signal Processing*, 2003.