

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

MINISTERE de l'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

2/97

**Ecole Nationale Polytechnique**

**D.E.R Génie électrique et informatique**

**Département d'ELECTRONIQUE**



**PROJET DE FIN D'ETUDES**

**SUJET**

*ANALYSE D'UNE STRUCTURE RAYONNANTE MICRORUBAN  
DE FORME RECTANGULAIRE A L'AIDE DE LA METHODE DE  
L'EQUATION INTEGRALE DANS LE DOMAINE SPECTRAL*

Proposé par  
M<sup>r</sup> R.AKSAS

Etudié par  
Amine MOKRAOUI

Dirigé par  
M<sup>r</sup> R.AKSAS

Promotion  
JUILLET 1997

E.N.P. 10 Avenue Hacène BADI - EL HARRACH- ALGER

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLICQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي  
MINISTÈRE de l'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

**Ecole Nationale Polytechnique**

**D.E.R Génie électrique et informatique**

**Département d'ELECTRONIQUE**



**PROJET DE FIN D'ETUDES**

**SUJET**

*ANALYSE D'UNE STRUCTURE RAYONNANTE MICRORUBAN  
DE FORME RECTANGULAIRE A L'AIDE DE LA METHODE DE  
L'EQUATION INTEGRALE DANS LE DOMAINE SPECTRAL*

Proposé par  
Mr R.AKSAS

Etudié par  
Amine MOKRAOUI

Dirigé par  
Mr R.AKSAS

## ملخص

تهدف دراسة الهوائية الصفيحية الميكروشرطية إلى إيجاد كل خواصها الكهروهوائية. من بين كل المناهج المستعملة في هذا الإطار، إعتمدنا على طريقة الدراسة المعمقة. تكمن هذه الطريقة في حل معادلة تكاملية في المجال الطيفي بإستعمال طريقة العزوم. من الناحية الرياضية دقة المنهج مرتبطة بعدد دوال التجريب المستعملة لحل المعادلة التكاملية. من الناحية الفيزيائية، دقة المنهج مرتبطة بدقة دوال "قرين" ودقة تمثيل كل الأجزاء المكونة للهوائية. بعد إيجاد التيارات السطحية يمكننا الحصول على كل الخواص الكهروهوائية. تحصلنا بهذا المنهج على نتائج مرضية.

## Abstract

The study of an antenna means finding all its characteristics. Among several methods made for this purpose, we have chosen a "full-wave" analysis which is a rigorous method. This method consists on solving a integral equation in the spectral domain using the method of moments. Mathematically, the accuracy of this method is related to the number of basis functions involved in the analysis. Physically, it depends on the accuracy with which the *Green's* functions have been determined and depends also on the exactness in modeling all the parts that constitute the antenna. When the surface currents are known, it's possible to find the characteristics of the antenna. The results that we found with this approach were reasonable.

## Résumé

L'étude d'une antenne plaque microruban consiste en la détermination de ses caractéristiques radioélectriques. Parmi une multitude de modèles permettant une telle étude, notre choix s'est porté sur un modèle rigoureux (dit à analyse complète). Ce modèle consiste en la résolution par une méthode des moments d'une équation intégrale transposée dans le domaine spectral. Le degré de précision est conditionné par un aspect physique et mathématique. L'aspect mathématique réside dans le nombre de fonctions de base/test impliquées dans le traitement. Par contre, l'aspect physique est caractérisé d'une part par la précision avec laquelle on a extrait les fonctions de *Green* et d'autre part par l'exactitude avec laquelle on a tenu compte de toutes les parties constituant l'antenne. La détermination des courants surfaciques permettra de connaître les caractéristiques radioélectriques de la structure rayonnante. Les résultats obtenus sont satisfaisants.

## *Remerciements*



Je remercie le Seigneur de m'avoir donné la force et la volonté d'écrire ce document.

J'exprime toute ma reconnaissance à M<sup>r</sup> R.AKSAS qui m'a patiemment et efficacement encadré.

Je remercie également M<sup>r</sup> A.AZRAR (Enseignant à l'INELEC et élève Magister à l'ENP) pour ces conseils, et surtout pour m'avoir guidé tout au long de mon travail.

Je remercie aussi mes parents pour tout ce qu'ils ont pu faire pour moi.

Enfin, je remercie toute personne ayant contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

## *Dédicaces*

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

*A tous ceux qui me sont chers  
En commençant par mes parents  
A mon frère Lyès qui me manque beaucoup  
A mes soeurs Anissa et Nacima  
ainsi que leurs époux Nacer et Mourad  
Aïe,aïe,aïe j'ai failli oublier....,  
A NAZIM.*



# Table des matières

<i>Table des symboles</i>	3
<i>Introduction</i>	4
<b>1. ETAT DE L'ART</b>	<b>6</b>
1.1 Généralités	7
1.2 Avantages et inconvénients	8
1.3 Domaine d'utilisation	9
1.4 Techniques d'alimentation	9
1.4.1 Alimentation par ligne microruban	10
1.4.2 Alimentation par sonde coaxiale	10
1.4.3 Alimentation par fente	10
1.4.4 Alimentation par proximité	11
1.5 Mécanisme de rayonnement	11
1.6 Méthodes d'analyse	12
1.6.1 Méthodes empiriques	12
1.6.1.1 Modèle de la ligne de transmission	12
1.6.1.2 Modèle de la cavité	13
1.6.2 Méthodes semi-empiriques	13
1.6.2.1 Approche variationnelle	13
1.6.2.2 Technique de la transformée de Hankel	14
1.6.2.3 Technique de la condition aux limites généralisée	14
1.6.3 Analyse complète "full-wave"	14
1.6.3.1 Méthode des moments dans le domaine spatiale	14
1.6.3.2 Méthode des moments dans le domaine spectral	15
1.6.3.3 Analyse dans le domaine des transformées	15
1.6.3.4 Méthode de l'équation intégrale à potentiels mixtes	15
1.6.3.5 La technique de la transformée de Fourier rapide à gradient conjugué	15
1.7 Choix de la méthode	16
<b>2. FORMULATION DU PROBLEME</b>	<b>17</b>
2.1 Méthode des moments	18
2.1.1 fonctions de base et de test	19
2.1.1.1 Fonctions sous-domaine	19
2.1.1.2 fonctions sur domaine entier	20
2.1.2 Quelques variantes	21
2.1.2.1 La méthode du point coïncident	21



2.1.2.2 Méthode des sous intervalles	21
2.1.2.3 Méthode de l'opérateur étendu	21
2.1.2.4 Méthode de l'approximation.	22
2.1.2.5 Méthode de la perturbation	22
2.1.3 Interprétation de la méthode des moments	22
<b>2.2 Formulation de l'équation intégrale</b>	<b>23</b>
2.2.1 Antenne isolée	23
2.2.2 Fonctions de <i>Green</i>	24
2.2.3 Application de la méthode des moments à l'équation intégrale	25
2.2.4 Antenne avec éléments parasites	26
<b>2.3 Choix des fonctions de base/test</b>	<b>28</b>
<b>2.4 l'intégration numérique</b>	<b>29</b>
<b>2.5 Caractéristiques radioélectriques de l'antenne</b>	<b>33</b>
2.5.1 Impédance d'entrée	33
2.5.2 Champ lointain	34
2.5.3 Composantes copolaires et contrapolaires	35
2.5.4 Directivité	35
2.5.5 Bande passante	36
<b>3. RESULTATS</b>	<b>37</b>
<b>3.1 Etude de l'influence du nombre de fonctions de base</b>	<b>38</b>
<b>3.2 Etude d'une antenne isolée</b>	<b>41</b>
3.2.1 Distribution des courants	41
3.2.2 Impédance d'entrée	43
3.2.3 Diagramme de rayonnement	43
<b>3.3 Etude d'une antenne avec éléments parasites</b>	<b>46</b>
3.3.1 Distribution des courants	46
3.3.2 Impédance d'entrée	48
3.3.3 Diagramme de rayonnement	50
<b>Conclusions</b>	<b>52</b>
<b>Références</b>	<b>53</b>
<b>Annexes</b>	<b>58</b>
Annexe A Détermination des fonctions de <i>Green</i>	59
Annexe B Courants de base/test	65
Annexe C Organigrammes	66

## Liste des symboles



APM	Antenne Plaque Microruban
$\lambda_0$	Longueur d'onde dans le vide
$k_0$	Nombre d'onde (constante de propagation) dans le vide
$\epsilon_r$	Permittivité relative
$\epsilon_e$	Permittivité effective
$\text{tg}\delta$	Angle de perte
$d$	Epaisseur du substrat
$L$	Longueur du patch
$L(i)$	Longueur du patch $i$
$W$	Largeur du patch
$W(i)$	Largeur du patch
$L$	Opérateur linéaire
$\langle, \rangle$	Produit intérieur
$k_n$	Nombre d'onde (constante de propagation) dans la direction $n$ .
$\tilde{F}$	Transformée de <i>Fourier</i> de $F$
$F^*$	Conjugué de $F$
$\tilde{G}_{pq}$	Fonction de Green donnant le champ dans la direction $p$ issu d'un courant dans la direction $q$
$\vec{E}^{inc}$	Champ issu de la sonde
$\vec{E}^{diff}$	Champ issu des courants sur le patch
$E_{co}$	Composante copolaire du champ
$E_{cross}$	Composante contrapolaire du champ
$J_n$	Courant dans la direction $n$
$\hat{a}_n$	Vecteur unitaire dans la direction $n$
$Z_{in}$	Impédance d'entrée
$I_{in}$	Courant à l'entrée de l'antenne
$B$	Bande passante
$D_0$	Directivité maximale
TOS	Taux d'ondes stationnaires.
$(X(i), Y(i))$	Coordonnées du coin inférieur gauche du patch $i$

## Introduction

Dans le cadre du développement des télécommunications ces dernières décennies, les chercheurs ont toujours eu le défi permanent et primordial de monter en fréquence. Cette ascension fréquentielle était inévitable si on voulait utiliser des canaux de communication non saturés. Cette interminable course a conduit à l'utilisation de circuits de plus en plus petits (dits semi-localisés ou localisés). Ainsi nous avons vu les éléments de ces circuits suivre cette évolution. Ces éléments devenaient de plus en plus spécifiques à ces fréquences et faisaient l'objet d'une sélection bien précise. En particulier, le choix de la ligne de transmission qui serait la plus adéquate à l'interconnexion des éléments passifs et actifs est devenu une importante préoccupation.

Parmi une multitude de lignes de transmission, la ligne microruban se trouvait bien adaptée à la structure planaire des composants actifs (transistors, diodes .....). Ceci a fait que cette ligne est devenue largement utilisée. Le concepteur de circuits devait dimensionner la ligne en question de manière à l'adapter aux circuits tout en tenant compte des pertes induites par celle-ci. En particulier, à partir d'une certaine fréquence, le concepteur devait se préoccuper des pertes par rayonnement qui devenaient importantes surtout lorsque les distances entre ces lignes étaient faibles (effets de couplage).

D'une manière tout à fait opposée, *Greig* [1] et *Deschamps* [2] se sont intéressés à ces pertes, et ont établi qu'il était possible d'utiliser ces rayonnements parasites en vue d'approcher le comportement d'une antenne. Il était alors question de redimensionner cette ligne afin de favoriser ces rayonnements avec le meilleur rendement. C'est donc à ces auteurs que l'on a attribué la naissance de l'antenne microruban. Cette invention fut l'objet d'un brevet en 1953.

Le développement de ces dispositifs ne s'est produit qu'à partir des années 70, période où la demande d'antenne à petit profil (et répondant à bien d'autres critères qui seront exposés au chapitre 1) est apparue. C'est (malheureusement) pour munir des missiles téléguidés que les antennes microruban ont été initialement conçues parce qu'elles ne perturbent pas l'aérodynamisme de l'engin.

C'est encore dans un but militaire (pour munir des radars sophistiqués) que les antennes microruban ont été utilisées, mais cette fois-ci, elles ont été groupées afin de constituer des réseaux, le tout formant une antenne à faisceau dirigeable ( par modification des phases d'alimentation).

En parallèle au développement de ces structures, les méthodes permettant leur analyse devenaient de plus en plus sophistiquées. Une partie du chapitre 1 est consacrée à une brève description de ce développement. En fait, au départ, les méthodes d'analyse étaient basées sur des expressions empiriques et diverses approximations, ce qui rendait la conception difficile car les caractéristiques réelles de l'antenne s'écartaient des caractéristiques désirées.

Le développement de l'outil informatique et sa généralisation (après 1980) a permis un nouveau modèle de traitement. En particulier, la méthode des moments initiée dans le domaine de l'électromagnétisme par *Harrington* [3] a pu être utilisée afin de résoudre les équations intégrales qui, par souci d'exactitude, doivent traduire entièrement le problème physique. Il est à noter que l'équation intégrale peut aussi bien être traitée dans le domaine spectral que dans le domaine spatial. Dans notre cas, nous avons opté pour le domaine spectral. Les raisons qui nous ont poussés à faire ce choix sont décrites dans le chapitre 1. La méthode consiste à formuler l'équation intégrale dans le domaine spectral, puis la résoudre par une méthode des moments (*Galerkin*), c'est ce que nous développerons dans le chapitre 2. Notre travail consiste à l'élaboration et à l'évaluation d'un outil dans ce sens. Cet outil permet la détermination des caractéristiques radioélectriques dépendant aussi bien du champ proche (impédance d'entrée, bande passante, TOS) que du champ lointain (Diagramme de rayonnement et directivité).

Les performances de ce modèle permettent même l'analyse des antennes plaques microruban (APM) de forme quelconque dans le domaine des ondes millimétriques tout en tenant compte de la présence d'éléments parasites ainsi que de l'effet des ondes de surface.

La description et l'interprétation des résultats obtenus feront l'objet du chapitre 3. Il sera aussi question de comparer ces résultats avec des mesures ou avec des résultats issus d'autres méthodes. Ce même chapitre exposera les lacunes de notre étude (essentiellement, la non-incorporation de la sonde dans l'équation intégrale).

L'obtention des fonctions de *Green* (qui caractérisent la structure étudiée) est décrite en annexe A. Ces fonctions permettent d'écrire l'équation intégrale en fonction des courants uniquement (et non des champs et courants simultanément). Nous donnons aussi (annexe B) les expressions des fonctions de base ainsi que leurs transformées de *Fourier*. Une brève description de la méthode d'intégration fait l'objet de l'annexe C.

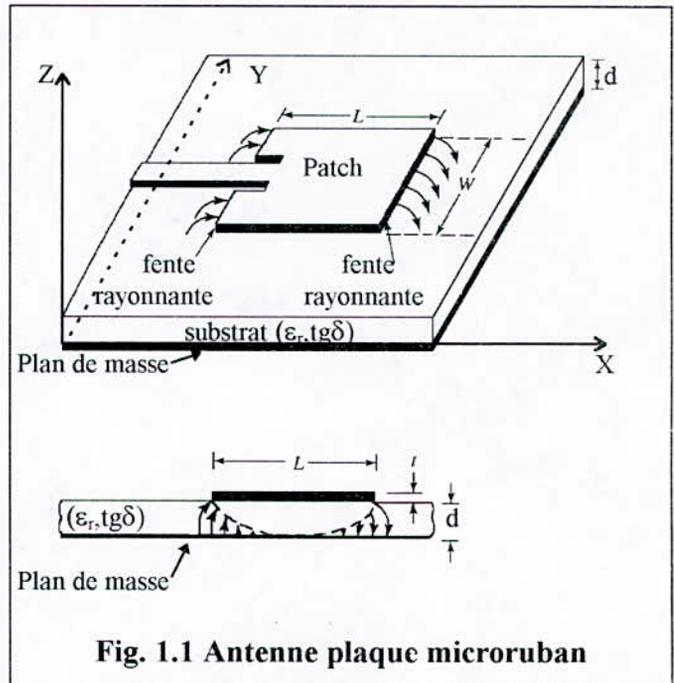
# CHAPITRE 1

## ETAT DE L'ART

Dans ce chapitre, nous nous familiarisons avec les caractéristiques de base des APM et donnons une explication simplifiée du mécanisme de rayonnement. Les avantages, inconvénients et domaines d'utilisation sont aussi exposés. Par la suite nous présentons brièvement les méthodes d'analyse les plus en vogue. A la fin de ce chapitre, nous justifions le modèle d'analyse retenu.

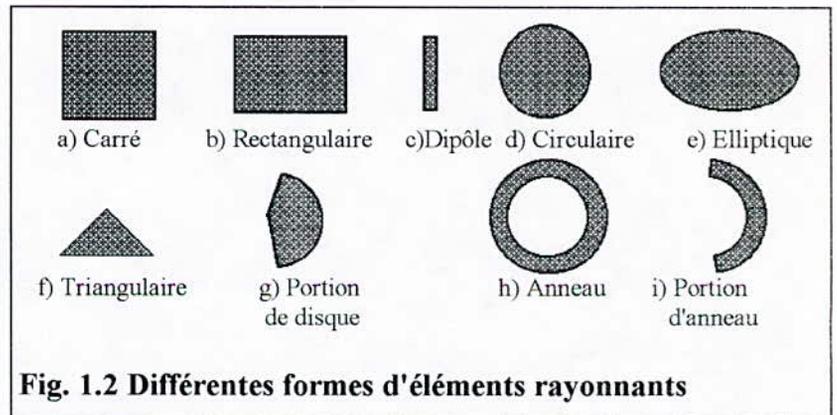
## 1.1 Généralités

L'antenne plaque microruban (Fig. 1.1) est constituée d'un ruban métallique très fin d'épaisseur  $t \ll \lambda_0$ , appelé élément rayonnant (ou encore "patch") placé à une hauteur de l'ordre de quelques fractions de  $\lambda_0$  ( $0.003 \lambda_0 \leq d \leq \lambda_0$ ) au dessus d'un plan de masse. L'antenne plaque microruban peut rayonner en "transverse" (broadside) comme elle peut rayonner en longitudinal (endfire): Ces deux éventualités sont fonction du choix du mode d'excitation (configuration du champ) en dessous du patch.[5]. En général, pour une antenne plaque microruban rectangulaire, la longueur  $L$  (plus grande dimension) est telle que  $\lambda_0/3 < L < \lambda_0/2$  [5].



**Fig. 1.1 Antenne plaque microruban**

Le patch peut avoir plusieurs formes. Les plus couramment utilisées sont les géométries carrées, rectangulaires, circulaires, elliptiques, triangulaires.. D'autres configurations peuvent aussi être envisagées. (Fig. 1.2).



**Fig. 1.2 Différentes formes d'éléments rayonnants**

Le patch et le plan de masse sont séparés par un feuillet diélectrique nommé substrat. Les caractéristiques radioélectriques de l'antenne vont dépendre fortement de la constante diélectrique  $\epsilon_r$  de ce substrat. Les substrats de faible constante diélectrique sont tout indiqués pour la réalisation des dispositifs rayonnants. Les autres sont plutôt destinés aux lignes de transmission.. Le Tableau 1-1 indique les caractéristiques de certains diélectriques souvent utilisés.

Matériaux	Constante diélectrique	Angle de pertes
PTFE, Cufon	2.10	0.0004
PTFE, RT Duroid 5880	2.20	0.0009
Quartz fondu	3.78	0.0001
96% Alumine	9.40	0.0010
99.5% Alumine	9.80	0.0001
Saphir	9.4 , 1.6	0.0001
GaAs	12.9	0.0020

**Tableau 1-1** d'après [7]

Le choix du substrat [7] se fera en tenant compte des éléments suivants:

- Présence d'ondes de surface,
- Effet de dispersion sur la constante diélectrique ainsi que sur l'angle de perte (dépendance en fréquence),
- Valeurs des pertes électriques et diélectriques,
- Anisotropie,
- l'environnement (humidité, température et temps ),
- contraintes mécaniques (dimensions, formes, vibrations poids,...),
- prix.

En général, on préfère travailler avec un substrat très mince (afin d'éviter les ondes de surface) ayant la plus faible constante diélectrique (sinon le champ resterait concentré dans le diélectrique au lieu de rayonner) et ce dans le but d'obtenir un meilleur rendement et une plus grande bande passante. En revanche les dimensions de l'antenne deviendront plus importantes [6]. D'autre part, les antennes plaque microruban sont généralement utilisées en conjugaison avec des circuits micro-ondes où au contraire le champ doit être conservé aux voisinages des lignes ce qui nécessite une constante diélectrique élevée. Un compromis est alors à trouver entre ces deux situations.

## ***1.2 Avantages et inconvénients***

Les formes et caractéristiques des antennes plaque microruban confèrent à celles-ci les avantages suivants

- Petites dimensions,

- faible poids,
- coût relativement faible, du fait que la fabrication en série peut aisément se faire,
- conviennent aux surfaces planaires et non planaires,
- robustes quand elles sont installées sur une surface rigide,
- Compatibles avec les circuits MMIC (MilliMeter Integrated circuits),
- très versatiles du point de vue, fréquence de résonance, polarisation ,diagramme de rayonnement et impédance d'entrée. De plus, ces caractéristiques peuvent être modifiées en utilisant des éléments adaptatifs entre le patch et le plan de masse,

En contre partie, les antennes plaque microruban présentent les inconvénients suivants:

- Faible rendement,
- Les puissances en jeu sont faibles,
- Facteur de qualité trop important (quelque fois  $>100$  [5] ce qui correspond à une étroite bande passante)
- Faible pureté de polarisation,
- faible performances de balayage,
- Important rayonnement parasite dû à l'alimentation et aux ondes de surface,

### ***1.3 Domaine d'utilisation***

Les avantages, inconvénients et caractéristiques des antennes plaque microruban ont fait qu'elles sont utilisées dans des applications bien précises, telles que:

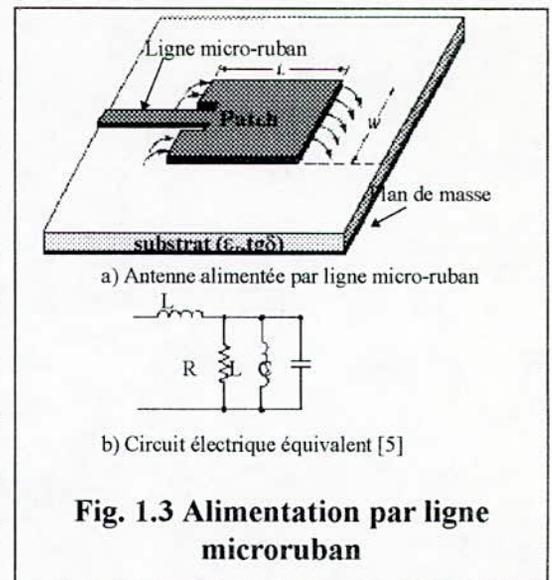
- Sur les stations mobiles: satellite, missiles, avions, navettes spatiales et radios mobiles,
- dans les radars modernes (faisceau à balayage électronique, radar à effet Doppler).
- en tant que dispositifs de mesure (altimètre, capteur à distance (remote sensing) .....).
- en tant que dispositifs de commande et contrôle à distance.
- en biomédical : antennes de RMN (Résonance magnétique nucléaire).
- pour alimenter des antennes qui ont une structure complexe.

### ***1.4 Techniques d'alimentation***

Le choix d'une technique d'alimentation est une étape cruciale lors de la conception d'une antenne plaque microruban. En effet, tout moyen d'alimentation va créer des perturbations au niveau du diagramme de rayonnement du dispositif et va aussi restreindre sa bande passante. Nous proposons ainsi quatre types fondamentaux d'alimentation:

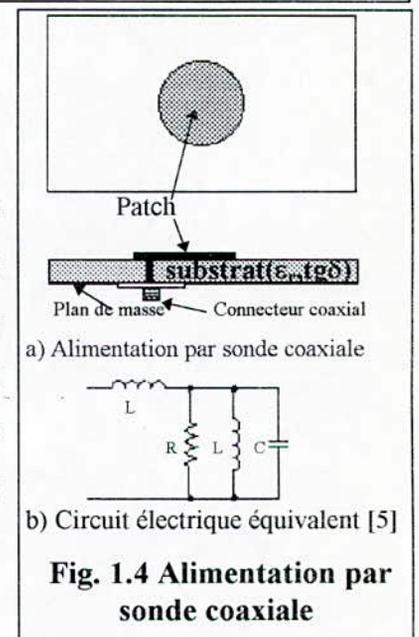
### 1.4.1 Alimentation par ligne microruban

En général la ligne utilisée a une largeur très inférieure aux dimensions de l'antenne (Fig. 1.3). La ligne microruban est simple à modéliser, facile à fabriquer et s'adapte simplement en modifiant le positionnement de la ligne microruban par rapport à l'antenne, ou encore en pratiquant un élargissement progressif de la ligne microruban. Le principal inconvénient de la ligne est qu'elle génère des ondes de surface quand l'épaisseur du substrat devient importante. Ces ondes de surface vont considérablement modifier le diagramme de rayonnement de l'antenne.



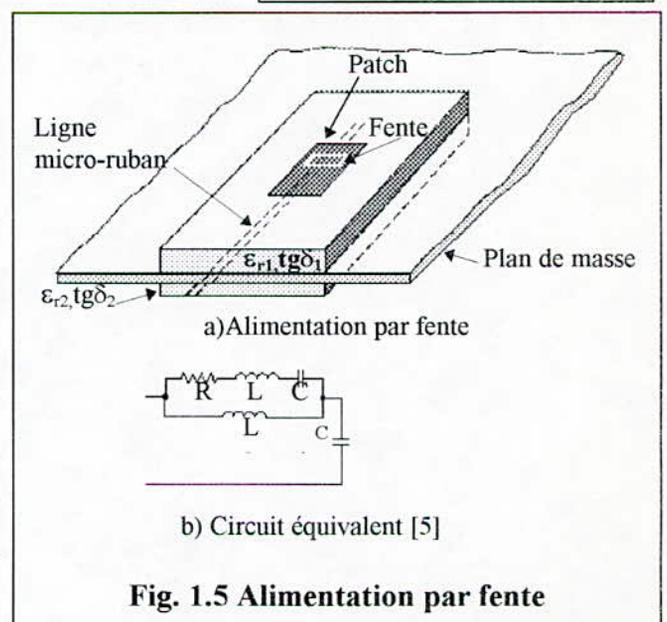
### 1.4.2 Alimentation par sonde coaxiale

Le conducteur central du câble coaxial est connecté au patch tandis que la partie extérieure est reliée au plan de masse (Fig. 1.4). La sonde coaxiale est simple à adapter et à fabriquer, et a l'avantage d'être moins nocive au diagramme de rayonnement que la ligne microruban (moins de rayonnements parasites). Par contre il s'avère qu'elle a une bande passante plus restreinte et est plus difficile à modéliser surtout quand le substrat est épais ( $d > 0.02\lambda_0$ ).



### 1.4.3 Alimentation par fente

Les deux types d'alimentations précédents rendent la structure finale asymétrique, ce qui conduit à la génération de modes d'ordres supérieurs: ceci a pour conséquence d'élever le niveau de la composante contrapolaire du champ. Pour contrer ces problèmes, il faut imaginer une alimentation sans contact. C'est justement le cas de l'alimentation par ouverture (et par proximité, traitée plus bas). Ce type est le plus difficile à réaliser et conduit à une bande passante étroite mais il est facile à modéliser et les rayonnements



parasites sont moindres. Ce type d'alimentation consiste en deux substrats séparés par le plan de masse (Fig. 1.5). Sur la face inférieure du plus bas substrat se trouve une ligne microruban qui communique son énergie à l'élément rayonnant à travers une fente pratiquée dans les deux substrats ainsi que dans le plan de masse. La caractéristique principale de cette structure est de permettre d'optimiser l'alimentation et le rayonnement séparément: ainsi le substrat supérieur aura une constante diélectrique faible (pour favoriser le rayonnement) tandis que celle du substrat inférieur sera élevée (pour favoriser la canalisation de l'énergie vers la fente).

#### 1.4.4 Alimentation par proximité

De toutes les techniques d'alimentation, c'est celle qui confère la plus large bande passante. Elle est simple à modéliser et les rayonnements parasites qui en découlent sont faibles.

Le principe consistait au départ à utiliser une ligne microruban à proximité du patch. Le transfert d'énergie se fait par couplage électromagnétique. Pour pallier au problème du niveau de la composante contrapolaire et pour augmenter le rendement, une variante a été adoptée (Fig. 1.6). Elle consiste à utiliser un premier substrat sur lequel on dépose la ligne microruban qui doit véhiculer l'énergie. On dépose sur ce premier substrat un second substrat ( la ligne est alors cernée par les deux substrats) sur lequel sera finalement déposé l'élément rayonnant. Cette variante a l'inconvénient d'être difficile à concevoir. L'adaptation et la modification de la bande passante se fait en variant les dimensions du patch et celles de la ligne microruban[8]

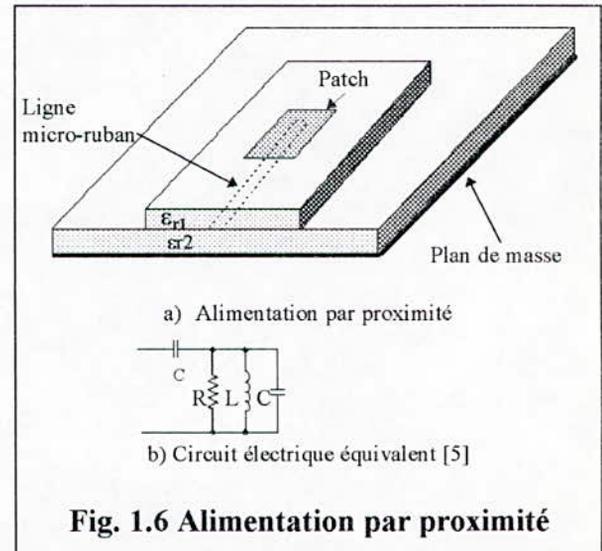


Fig. 1.6 Alimentation par proximité

se fait en variant les dimensions du patch et celles de la ligne microruban[8]

#### 1.5 Mécanisme de rayonnement

Considérons la coupe de l'antenne plaque microruban (Fig. 1.7). Un courant surfacique positionné sur l'élément rayonnant ( $S_1$ ) va créer un champ qui se propagera dans la région ( $R_2$ ) ainsi que dans la région ( $R_1$ ) (Cette région est une caractéristique de la ligne de transmission). Le champ de la région ( $R_1$ ) va en partie quitter le substrat pour rejoindre la région ( $R_2$ ) tandis que l'autre partie restera piégée dans le substrat

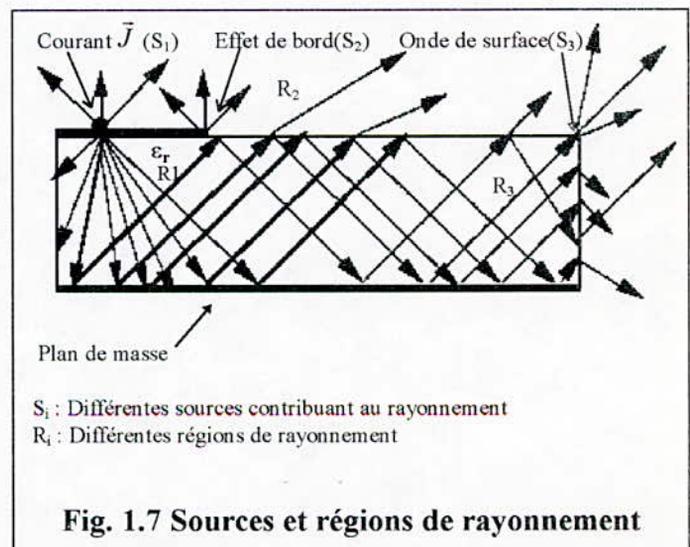


Fig. 1.7 Sources et régions de rayonnement

(ondes de surface) et ne rejoindra la région ( $R_2$ ) qu'à l'extrémité de celui-ci (par diffraction [10]). Ces ondes de surface ( $S_3$ ) vont produire une contribution parasite dans le diagramme de rayonnement.

Aux basses fréquences, le champ reste en grande partie concentré dans ( $R_1$ ), ce qui rend notre structure adéquate en tant que ligne de transmission. A des fréquences plus élevées, le rayonnement dans les régions  $R_2$  et  $R_3$  est plus significatif et permet à notre structure d'être utilisée comme antenne. A des fréquences encore plus élevées, l'influence des ondes de surface ne peut pas être négligée puisque les pertes qui en découlent sont importantes, et notre structure n'est plus utilisable [11].

## **1.6 Méthodes d'analyse**

Les méthodes d'analyse les plus utilisées sont, la méthode de la ligne de transmission, la méthode de la cavité et les méthodes à analyse complète qui tiennent compte de tous les paramètres physiques de la structure.

Toutefois d'autres modèles ont été utilisés pour décrire les caractéristiques des antennes plaque microruban. Nous exposons dans ce chapitre ces méthodes en les groupant en trois catégories:

1. Les méthodes empiriques
2. Les méthodes semi-empiriques
3. Les méthodes full-wave. (à analyse complète).

### **1.6.1 Méthodes empiriques**

Elles sont nommées ainsi car elles sont issues d'observations pratiques et font l'objet d'analogie avec des modèles déjà existants. En ondes millimétriques ces modèles deviennent en général inutilisables à cause des ondes de surface qui ne sont pas prises en compte. Ces modèles gardent toutefois leur importance, car ils représentent un bon moyen pour comprendre le mécanisme de rayonnement et pour obtenir une première approximation de la grandeur recherchée (tout au moins elles donnent un aperçu qualitatif des caractéristiques). Parmi une panoplie de méthodes empiriques, il n'a vraiment subsisté au temps que le modèle de la ligne de transmission et celui de cavité. Nous les décrivons brièvement ci-dessous.

#### **1.6.1.1 Modèle de la ligne de transmission**

Ce modèle [12] donne une interprétation raisonnable du mécanisme de rayonnement. L'élément rayonnant peut être considéré comme une ligne: le champ ne varie pas selon  $z$  (Fig. 1.1), il varie plutôt longitudinalement (généralement sur une longueur  $\approx \lambda/2$ ). Le rayonnement, se fait en plus grande partie grâce aux effets de bord. Le débordement du champ aux extrémités de la ligne fait que les dimensions physiques de celle-ci semble être plus grandes; c'est pourquoi on utilise des corrections dans

l'évaluation des paramètres. Par exemple, on utilisera une largeur  $W_e$  dite largeur effective. La connaissance de la configuration des champs au niveau des ouvertures va permettre de connaître les champs rayonnés à un point quelconque de l'espace.

### 1.6.1.2 Modèle de la cavité

Il a été introduit par *Lo* [14]. L'antenne plaque microruban est alors considérée comme une cavité, c'est à dire, une région entourée de murs électriques ( $E=0$ ) et murs magnétiques ( $H=0$ ). Cette modélisation a été établie sur la base des observations suivantes:

- Au niveau des conducteurs, il ne subsiste que la composante normale du champ électrique ainsi que la composante tangentielle du champ magnétique.
- Les champs sont indépendants de  $z$  (Fig. 1.1).
- Au niveau des bords, par effet d'attraction et de répulsion [13], le courant n'a pas de composante tangentielle, ce qui implique que la composante du champ magnétique selon  $z$  (Fig. 1.1) va être négligeable.

Les expressions des champs concernant la cavité peuvent être utilisés, les courants pourront être déterminés, ce qui permettra de calculer les caractéristiques désirées. Toutefois, il est à noter que les expressions du champ dans la cavité doivent être modifiées (établir des corrections pour tenir compte des pertes par rayonnement), sinon, le calcul de l'impédance d'entrée nous donnera une valeur purement imaginaire (puisque la cavité est équivalente à un circuit LC).

Une variante dite expansion modale permet de tenir compte des quatre ouvertures.

## 1.6.2 Méthodes semi-empiriques

Sont appelées ainsi car elles font d'une part appel à des expressions empiriques et d'autre part à une analyse complète (full-wave). L'effort de calcul est plus ample que les méthodes empiriques mais reste moindre par rapport à une analyse complète. En général, cette classe de techniques tient en compte des ondes de surface, ce qui élargit sa validité dans le domaine millimétrique. Nous présentons ci-dessous quelques méthodes:

### 1.6.2.1 Approche variationnelle

Elle a été proposée en 1979 par *Uzunoglu* [17]. Dans son étude, l'auteur a considéré un dipôle horizontal, mais la méthode est facilement généralisable pour d'autres formes. La méthode consiste en:

1. La dérivation des fonctions de *Green* exactes (ce qui représente la partie "full-wave").
2. l'utilisation d'une distribution de courant présumée (ce qui représente la partie empirique de l'étude) afin de déterminer une expression variationnelle de l'impédance d'entrée.

Il a été montré que la partie réelle de l'impédance d'entrée était la résultante d'une composante due aux ondes de surface et d'une autre composante due aux ondes d'espace (rayonnement).

L'approche variationnelle donne de bons résultats en micro-ondes. Par contre, en ondes millimétriques, les résultats ne sont corrects qu'aux alentours de la résonance[7].

Une approche dite généralisée proposée par *Suzuhi* [18] a été présentée en 1984. Cette variante permet d'étudier une forme quelconque

### 1.6.2.2 Technique de la transformée de Hankel

Cette méthode a été proposée par *Araki* [19]. La formulation se fait dans le domaine de *Hankel*, et a été appliquée au cas d'un patch circulaire à proximité d'un autre patch concentrique (parasite). Le cas où un seul patch est considéré peut facilement se déduire du cas précédent. L'épaisseur du substrat ainsi que les ondes de surface sont pris en compte. En bande S (2 à 4 GHz), de bons résultats ont été observés concernant le diagramme de rayonnement et le taux d'onde stationnaire. L'inconvénient de cette méthode reste l'effort de programmation nécessaire pour aboutir aux résultats.

### 1.6.2.3 Technique de la condition aux limites généralisée

Elle a été suggérée en 1988 par *Martinson* [20]. Elle consiste à décomposer un élément rayonnant de forme quelconque ( y compris l'alimentation ) en une série discrète de segments. Sur chaque segment sont définis une tension et un courant équivalent en supposant que l'onde qui se propage a une configuration TEM. Une condition généralisée dans une forme intégrale va relier courants et tensions équivalents le long des bords (du patch). Ceci explique pourquoi cette méthode tient compte de manière intrinsèque des effets de bord. La discrétisation précédente va conduire à un système d'équations qui permettra de déterminer les courants.

Cette méthode n'est valide qu'en micro-onde ainsi qu'aux basses fréquences du spectre des ondes millimétriques car elle est basée sur l'hypothèse du substrat mince.

## 1.6.3 Analyse complète "full-wave"

Concernant cette catégorie, la formulation du problème se fait de manière exacte (ni expressions empiriques ni semi-empiriques). Les techniques associées à cette classe sont caractérisées par la difficulté de mise en œuvre du programme de simulation.. Nous citons ci-dessous quelques méthodes.

### 1.6.3.1 Méthode des moments dans le domaine spatiale

La méthode des moments a été introduite par *Harrington* [3] en 1968 (voir chapitre 2). Son adaptation aux antennes plaque microruban revient à *Newman* [21]. Les auteurs n'ont pas trouvé une

amélioration par rapport au modèle de la cavité. Ceci est dû au fait qu'ils ont travaillé en bande S. D'après *Bahl* [7], S'ils avaient fait leurs calculs à des fréquences plus élevées, ils auraient pu constaté l'avantage qu'apportait leur méthode. La méthode d'analyse consiste à extraire du problème physique, une équation intégrale. Celle-ci sera résolue par la méthode des moments (l'équation intégrale devient un système matriciel), dans le but de déterminer les courants sur l'élément rayonnant.

Malheureusement, cette méthode nécessite une détermination exacte des éléments matriciels, ce qui demande un temps de calcul prohibitif. Dans ce sens, la méthode des moments dans le domaine spectral (point suivant) va améliorer la présente technique.

### 1.6.3.2 Méthode des moments dans le domaine spectral

Cette méthode requiert la détermination exacte de l'équation intégrale ainsi que les fonctions de *Green*, ce qui permet de manière intrinsèque de considérer aussi bien l'influence des ondes de surface que le couplage entre plusieurs éléments (d'où la possibilité d'analyser les réseaux)

Les étapes conduisant au système matriciel sont détaillées dans le prochain chapitre. On reproche à cette méthode de perdre le sens physique du fait qu'on travaille dans le domaine spectral. La seule limitation de cette méthode reste la difficulté de mise en œuvre du programme de simulation.

### 1.6.3.3 Analyse dans le domaine des transformées

Cette méthode a été utilisée par *Itoh* [22]. Elle consiste en:

- La formulation d'équations intégrales couplées
- Transformations des équations intégrales en équations algébriques en basculant dans le domaine des transformées de *Fourier*
- Utilisation de la méthode de *Galerkin* pour l'évaluation des courants de surface
- Détermination des caractéristiques de l'antenne à partir des courants

### 1.6.3.4 Méthode de l'équation intégrale à potentiels mixtes

Cette méthode a été proposée par *Mosig* [23] pour étudier une antenne plaque microruban de forme quelconque. L'équation intégrale sera constituée de potentiels vecteur et scalaire; c'est donc une généralisation de ce que *Harrington* [3] et *Newman* [21] ont présenté. L'équation intégrale sera résolue dans le domaine spatial en utilisant la méthode des moments.

### 1.6.3.5 La technique de la transformée de Fourier rapide à gradient conjugué

Cette technique a été mise en œuvre pour tenir compte des différences existant entre le courant sur et sous l'élément rayonnant [24]. En dépit de l'élégance de la technique, les résultats présentés par *Willis* [24] n'ont pas un grand intérêt pour le concepteur en ondes millimétriques[7].

## 1.7 *Choix de la méthode*

Notre choix a été guidé par les critères suivants:

- Précision : Nous ne pouvons alors nous permettre d'utiliser les méthodes empiriques et semi-empiriques. Le choix se restreint aux méthodes "full-wave".
- Simplicité de mise en œuvre : Parmi les méthodes "Full wave", on doit sélectionner celle qui est la plus simple à programmer et la plus efficace du point de vue temps calcul.

Nous avons opté pour la méthode de la résolution de l'équation intégrale transposée dans le domaine spectral, par une méthode des moments parce qu'elle nous offre la possibilité d'étudier des formes quelconques. Avec cette méthode, il est possible d'étudier des structures sans limitation en fréquence. L'originalité de cette méthode réside de plus dans la possibilité de tenir compte de structures voisines, que ce soit la ligne qui a permis l'alimentation ou tout autre objet qui se trouve à proximité. Dans ce dernier cas, il peut s'agir soit d'un réseau soit d'une antenne avec éléments parasites (objet de la section 2.2.4).

# CHAPITRE 2

## FORMULATION DU PROBLEME

Après avoir exposé les caractéristiques de base des antennes microrubans, et après avoir fait un tour d'horizon des méthodes d'analyse, nous allons exposer la méthode que nous avons choisie. Au départ on expose la méthode des moments de manière purement mathématique. Après formulation de l'équation intégrale pour une antenne isolée et pour une antenne avec éléments parasites, nous appliquons la méthode des moments afin de résoudre cette équation.

## 2.1 Méthode des moments

La méthode des moments est plus généralement appelée "méthode matricielle de résolution d'équations fonctionnelles" car elle transpose une équation fonctionnelle en un système d'équations.

En général, il s'agira de résoudre une équation de la forme

$$L(f) = g \quad (2-1)$$

où

- $L$  est un opérateur linéaire,
- $g$  est l'excitation ou encore la source,
- $f$  est le champ ou encore la réponse.

On dit que le problème est déterministe si  $f$  existe et est unique.

Le problème de synthèse ( ou conception) consiste à déterminer  $L$  quand  $f$  et  $g$  sont connues, tandis que celui de l'analyse correspond à déterminer  $f$  quand  $L$  et  $g$  sont connus. Dans notre cas, nous sommes concernés par le second problème.

L'opérateur  $L$  est caractérisé par

- Son domaine (Classe de fonctions sur lesquelles il agit),
- Sa portée (Classe de fonctions résultantes de l'opérateur).

On définit le produit intérieur  $\langle f, g \rangle$  comme étant toute opération satisfaisant aux conditions suivantes:

$$\begin{aligned} i) \quad & \langle f, g \rangle = \langle g, f \rangle \\ ii) \quad & \langle \alpha f + \beta g, h \rangle = \alpha \langle f, h \rangle + \beta \langle g, h \rangle \\ iii) \quad & \langle f^*, f \rangle = \begin{cases} 0 & \text{si } f = 0 \\ > 0 & \text{si } f \neq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2-2)$$

La méthode des moments consiste à décomposer  $f$  en une série de fonctions connues dites fonctions de base  $f_n$ , soit:

$$f = \sum_{n=1}^N \alpha_n f_n \quad (2-3)$$

Les  $\alpha_n$  représentent les inconnues à déterminer. Si la sommation de l'expression (2-3) est infinie alors  $f$  est exactement déterminée. Sinon, l'évaluation de  $f$  ne sera qu'une approximation.

En substituant l'équation (2-3) dans (2-1) et en utilisant la linéarité de l'opérateur  $L$ , on obtient

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n L(f_n) = g \tag{2-4}$$

On définit un ensemble de fonctions dites fonctions poids, ou encore fonctions de test. Soit  $(w_1, \dots, w_N)$  un tel ensemble. En calculant le produit intérieur de chaque membre de l'équation (2-4) avec les N fonctions de test, on obtient :

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n \langle L(f_n), w_m \rangle = \langle g, w_m \rangle \quad m = 1, \dots, N \tag{2-5}$$

ou d'une manière équivalente, en utilisant la notation matricielle:

$$\begin{bmatrix} \langle w_1, L(f_1) \rangle & \langle w_1, L(f_2) \rangle & \dots & \langle w_1, L(f_N) \rangle \\ \langle w_2, L(f_1) \rangle & & & \\ \vdots & & & \\ \langle w_N, L(f_1) \rangle & \langle w_N, L(f_2) \rangle & \dots & \langle w_N, L(f_N) \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle w_1, g \rangle \\ \langle w_2, g \rangle \\ \vdots \\ \langle w_N, g \rangle \end{bmatrix} \tag{2-6}$$

que l'on note en abrégé

$$[L_{mn}] [\alpha_n] = [g_m] \tag{2-7}$$

Ce qui représente N équations algébriques où les  $\alpha_i$  ( $i=1, N$ ) sont les inconnues à déterminer. Une fois ces éléments déterminés,  $f$  le sera par le biais de (2-3).

### 2.1.1 fonctions de base et de test

Le choix des fonctions de base et de test est une étape cruciale lors de l'utilisation de la méthode des moments. En général, on choisit un ensemble de fonctions permettant de représenter avec la meilleure précision la fonction à déterminer tout en minimisant le temps de calcul.

Théoriquement, il existe une panoplie de fonctions utilisées en tant que fonctions de base (ou de test). En pratique, un nombre restreint est utilisé. Ces fonctions sont subdivisées en 2 classes. La première classe est nommée "fonctions sous-domaine" (Subdomain functions). La seconde classe est dite "fonctions à domaine entier" (Entire domain basis functions). Nous décrivons ces deux classes ci-dessous

#### 2.1.1.1 Fonctions sous-domaine

Ces fonctions peuvent être utilisées sans connaissance *à priori* de la forme de la fonction à déterminer. Afin d'utiliser ces fonctions, la structure est divisée en N segments qui ne se recouvrent pas (Fig. 2.1). Le plus simple choix consiste à utiliser une fonction impulsion sur chaque intervalle (Fig. 2.1a). Une amélioration de notre précédent choix consiste à prendre des fonctions triangulaires

(Fig. 2.1b). Ce choix est plus adéquat pour représenter une fonction inconnue, par contre l'effort de programmation à fournir est plus important.

Nous pouvons penser que si on augmentait le degré des fonctions de base (ce qui reviendrait à utiliser une parabole), la précision qu'on atteindrait serait meilleure, mais le problème alors est de savoir si on aura amélioré le rapport précision/temps de calcul, chose qui n'est pas évidente. Par contre, il a été observé que des fonctions de base en sinus et cosinus apportaient un plus à la méthode (plus efficace); ceci a donné naissance à deux types de fonctions de base

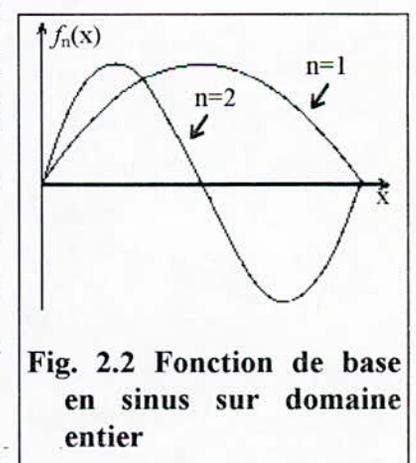
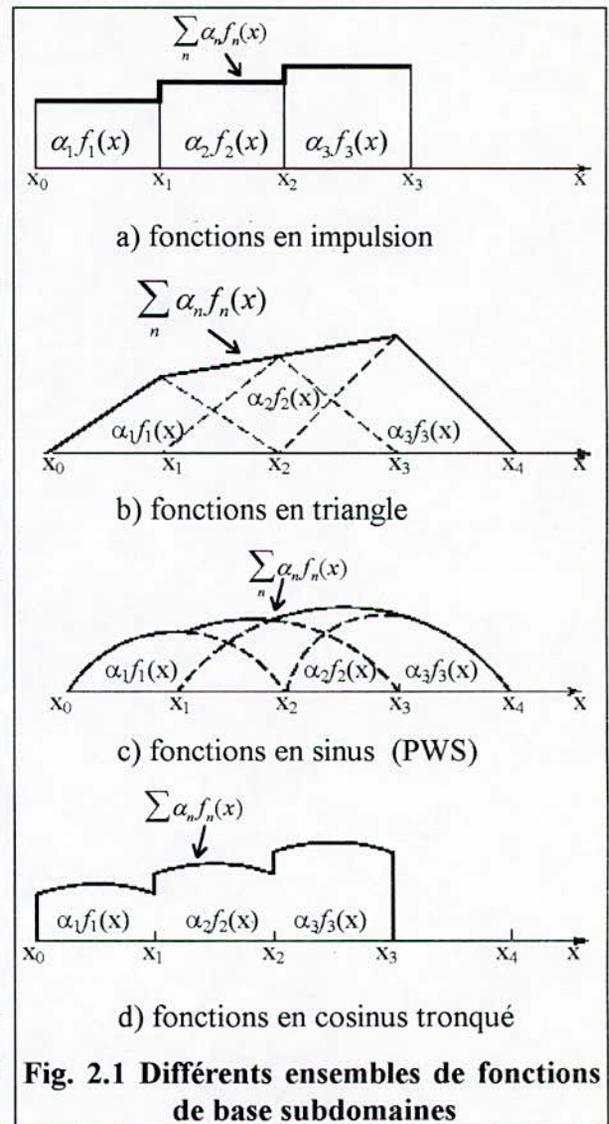
- fonctions brins de sinusoides  
(piecewise sinusoids PWS) (Fig. 2.1c),
- fonctions cosinus tronquées  
(Truncated cosines) (Fig. 2.1d).

### 2.1.1.2 fonctions sur domaine entier

Dans ce cas la structure n'est pas segmentée et les fonctions couvrent toute la structure. Les fonctions les plus usuelles sont en sinus ou cosinus. De telles fonctions représentent bien la distribution d'un courant sur une antenne filaire. Il a été observé que si la forme de la fonction à déterminer est connue, alors le nombre de fonctions de base sur domaine entier à utiliser pour atteindre une certaine précision sera beaucoup plus inférieur au nombre de fonctions de base sous-domaine utilisés pour obtenir la même précision. Par contre, ces fonctions conviennent mal si on veut représenter une fonction de forme *a priori* inconnue ou si la forme de la fonction est complexe.

A part les fonctions cosinus et sinus (Fig. 2.2) (ce qui correspond à un développement en série de *Fourier*), il est possible d'utiliser d'autres développements tels *Tchebycheff*, *Mac-Laurin*, *Legendre* et *Hermite*. [5]

Il vient de la description sus-citée des fonctions de base/test que le choix d'un tel ou tel ensemble



est fortement dépendant du problème physique. C'est pour cette raison que ce choix ne se fera que bien plus loin (section 2.3). Par contre nous pouvons connaître dès lors quelles sont les conséquences qui découlent d'un tel choix. En particulier, ce choix aura des répercussions sur

- La précision avec laquelle  $f$  va être déterminée,
- La facilité d'évaluation des éléments de la matrice  $[L_{mn}]$ ,
- l'obtention d'une matrice bien conditionnée ( ses éléments ont le même ordre de grandeur).

Le choix des fonctions de base et de test fait l'objet de quelques règles:

- Les fonctions de test et de base doivent impérativement être linéairement indépendantes,
- la superposition des fonctions de base doivent être de même nature que la solution  $f$ . En d'autres termes, il faut anticiper la forme de la solution  $f$  dans les fonctions de base.

Notons au passage que le choix particulier où les fonctions de base et de test sont égales, constitue la méthode de *Galerkin* qui est donc un cas particulier de la méthode des moments.

### 2.1.2 Quelques variantes

Pour contourner certaines difficultés pratiques associées à l'évaluation de la matrice  $[L_{mn}]$ , on peut utiliser des variantes de la méthode des moments.

#### 2.1.2.1 La méthode du point coïncident

On suppose que l'équation (2-1) n'est vérifiée qu'en certains points discrets de la structure. Ceci conduit à l'utilisation de *Diracs* en tant que fonctions de test [3].

#### 2.1.2.2 Méthode des sous intervalles

Dans cette méthode, le domaine de  $f$  est subdivisé en sous intervalles [3]. Sur chacun de ces intervalles, une fonction  $f_n$  viendra représenter  $f$ . En d'autres termes, chaque  $\alpha_n$ , indiquera la quantité de  $f_n$  nécessaire pour décrire  $f$  dans le sous intervalle "n".

Notons qu'il est possible d'envisager une variante hybride, constituée des deux variantes citées précédemment. Ce qui revient à utiliser des fonctions de base définies sur des sous intervalles, et des fonctions test en forme de *Diracs*.

#### 2.1.2.3 Méthode de l'opérateur étendu

Dans cette méthode, on étend le domaine d'application de l'opérateur  $L$  en vu d'utiliser une plus grande variété de fonctions de base [3]. Il est évident que pour utiliser ce nouvel opérateur, il est nécessaire de vérifier qu'il agit toujours de la même manière sur le domaine original (initial).

Cette variante est utilisée quand il n'est pas évident de trouver des fonctions de base dans le domaine de l'opérateur.

#### 2.1.2.4 Méthode de l'approximation.

Cette méthode [3] consiste à faire une approximation de l'opérateur  $L$ . Par exemple, si  $L$  est une dérivation, il sera toujours possible d'utiliser les différences finies en guise d'approximation. Il en est de même pour l'intégration (formules de *Simpson* par exemple).

Cette méthode est utilisée lorsque l'évaluation analytique des éléments de  $[L_{mn}]$  n'est pas aisée. Cette méthode est bien adaptée au calcul numérique. C'est d'ailleurs celle-ci qui sera ultérieurement utilisée (en conjugaison avec la méthode des sous intervalles).

#### 2.1.2.5 Méthode de la perturbation

Elle consiste [3] à utiliser en première approximation la solution d'un problème légèrement différent (non perturbé) du problème central (dit perturbé). Ceci est possible en introduisant des termes correctifs dans les éléments de  $[L_{mn}]$ .

### 2.1.3 Interprétation de la méthode des moments

La méthode des moments peut être expliquée en termes d'espaces linéaires. On désigne par

- $S(L(f))$ : Portée de  $L$ ,
- $S(L(f_n))$ : Espace constitué par  $L(f_n)$
- $S(w_n)$ : Espace constitué par  $w_n$

La méthode des moments consiste à égaliser la projection de  $g=L(f)$  sur  $S(w_n)$  avec la projection de l'approximations  $\sum \alpha_n L(f_n)$  sur  $S(w_n)$ . (La projection étant réalisée par un produit intérieur). La différence entre  $L(f)$  et son approximation constituera l'erreur, qui sera orthogonale à  $S(w_n)$ . En général cette erreur n'est pas minimale sauf dans le cas de la méthode de *Galerkin*. Donc la méthode de *Galerkin* est semblable à celle des moindres carrés (ou d'une manière équivalente, au principe d'orthogonalité).

## 2.2 Formulation de l'équation intégrale

### 2.2.1 Antenne isolée

Considérons une APM de longueur  $L$ , de largeur  $W$  déposée sur un substrat de constante diélectrique  $\epsilon_r$  (Fig. 2.3).

Le champ électrique est divisé en deux catégories:

- Le champs incident représente l'excitation qui peut être issue soit de la sonde coaxiale soit d'une source d'émission quelconque.
- Le champ diffracté est une conséquence des courants de surface induits par le champ incident.

En un point quelconque de l'espace, le bilan des champs peut s'écrire:

$$\vec{E}^{total}(x,y,z) = \vec{E}^{inc}(x,y,z) + \vec{E}^{dif}(x,y,z) \quad (2-8)$$

Dans le cas d'un conducteur parfait, le champ tangentiel est nul, ce qui nous permet de réécrire au niveau de l'élément rayonnant l'équation (2-8) comme suit.

$$\begin{cases} E_x^{total}(x,y,d) \cdot \hat{a}_x = (E_x^{inc}(x,y,d) + E_x^{dif}(x,y,d)) \cdot \hat{a}_x = 0 \\ E_y^{total}(x,y,d) \cdot \hat{a}_y = (E_y^{inc}(x,y,d) + E_y^{dif}(x,y,d)) \cdot \hat{a}_y = 0 \end{cases} \quad (2-9)$$

Nous transposons l'expression (2-9) dans le domaine spectral en utilisant la transformée de **Fourier** définie comme suit:

$$\tilde{F}(k_x, k_y, d) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x,y,d) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (2-10)$$

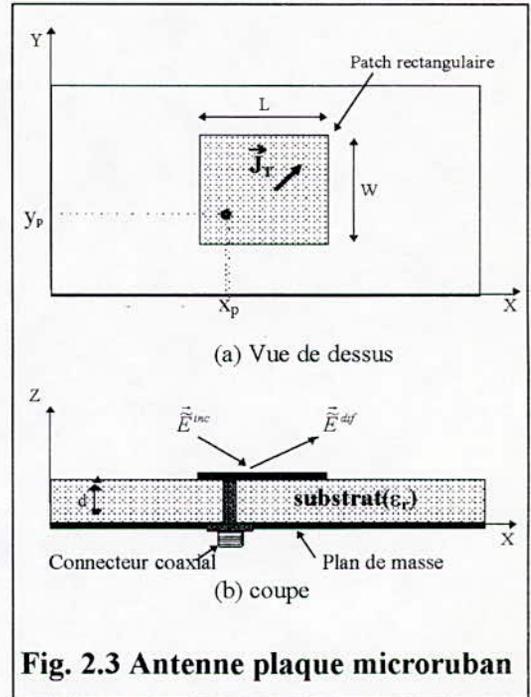
La transformée inverse s'écrit

$$F(x,y,d) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{F}(k_x, k_y, d) e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (2-11)$$

Compte tenu de (2-10), (2-9) s'écrit:

$$\begin{cases} \tilde{E}_x^{total}(k_x, k_y, d) \cdot \hat{a}_x = (\tilde{E}_x^{inc}(x,y,d) + \tilde{E}_x^{dif}(k_x, k_y, d)) \cdot \hat{a}_x = 0 \\ \tilde{E}_y^{total}(k_x, k_y, d) \cdot \hat{a}_y = (\tilde{E}_y^{inc}(k_x, k_y, d) + \tilde{E}_y^{dif}(k_x, k_y, d)) \cdot \hat{a}_y = 0 \end{cases} \quad (2-12)$$

Soit  $\vec{J}_i(x,y,d)$  un courant de test situé sur l'élément rayonnant. Les produits intérieurs



**Fig. 2.3** Antenne plaque microruban

$\langle \tilde{J}_x(k_x, k_y, d), \tilde{E}_x^{total}(k_x, k_y, d) \hat{a}_x \rangle$  et  $\langle \tilde{J}_y(k_x, k_y, d), \tilde{E}_y^{total}(k_x, k_y, d) \hat{a}_y \rangle$  donnent:

$$\begin{cases} \langle \tilde{E}_x^{inc}(k_x, k_y, d), \tilde{J}_{tx}(k_x, k_y, d) \rangle = - \langle \tilde{E}_x^{dif}(k_x, k_y, d), \tilde{J}_{tx}(k_x, k_y, d) \rangle \\ \langle \tilde{E}_y^{inc}(k_x, k_y, d), \tilde{J}_{ty}(k_x, k_y, d) \rangle = - \langle \tilde{E}_y^{dif}(k_x, k_y, d), \tilde{J}_{ty}(k_x, k_y, d) \rangle \end{cases} \quad (2-13)$$

A ce stade, on fait intervenir le produit intérieur:

$$\langle \tilde{f}(k_x, k_y, z), \tilde{g}(k_x, k_y, z) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f}(k_x, k_y, z) \times \tilde{g}^*(k_x, k_y, z) dk_x dk_y \quad (2-14)$$

Compte tenu de (2-14), l'équation (2-13) devient

$$\begin{cases} \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_x^{dif}(k_x, k_y, d) \tilde{J}_{tx}^*(k_x, k_y, d) dk_x dk_y = - \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_x^{inc}(k_x, k_y, d) \tilde{J}_{tx}^*(k_x, k_y, d) dk_x dk_y \\ \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_y^{dif}(k_x, k_y, d) \tilde{J}_{ty}^*(k_x, k_y, d) dk_x dk_y = - \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_y^{inc}(k_x, k_y, d) \tilde{J}_{ty}^*(k_x, k_y, d) dk_x dk_y \end{cases} \quad (2-15)$$

Le système (2-15) représente l'équation intégrale à résoudre. Toutefois la forme actuelle n'est pas la plus adéquate. Il serait plus intéressant de travailler avec des courants qu'avec les champs. Pour cela nous utilisons les fonctions de Green dans le domaine spectral.

## 2.2.2 Fonctions de Green

La fonction de **Green** caractérise un système donné. Dans le domaine spatial, la fonction de **Green** représente la réponse (le champ) d'un système à un courant localisé en un point  $(x_0, y_0, z_0)$  [4]. En d'autres termes, la fonction de **Green** représente la réponse impulsionnelle du système. Pour un courant quelconque, on pourra obtenir le champ correspondant en faisant la convolution [25] entre ce courant et la réponse impulsionnelle (fonction de **Green**).

Dans le domaine spectral, la double intégrale que constituait l'opération de convolution va se simplifier en un simple produit (on comprend alors la raison pour laquelle il est préférable de travailler dans le domaine spectral). A titre d'exemple, (Cf annexe A), on illustre la manière avec laquelle on extrait les fonctions de **Green** spécifiques au problème. On constatera que tout le problème physique est concentré dans les fonctions de **Green** (y compris les considérations concernant le plan de masse ainsi que les ondes de surface).

La relation reliant le champ au courant s'écrit:

$$\tilde{E} = \begin{pmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \\ \tilde{E}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{G}_{xx} & \tilde{G}_{xy} & \tilde{G}_{xz} \\ \tilde{G}_{yx} & \tilde{G}_{yy} & \tilde{G}_{yz} \\ \tilde{G}_{zx} & \tilde{G}_{zy} & \tilde{G}_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \\ \tilde{J}_z \end{pmatrix} \quad (2-16)$$

Sachant que  $\tilde{E}^{inc}$  est le champ issu du courant provenant de la sonde (noté  $J_z$ ) et que  $\tilde{E}^{dif}$  n'est

issu que des courants surfaciques sur l'élément rayonnant, on peut écrire (2-16) comme suit:

$$\tilde{E}^{inc} = \begin{pmatrix} \tilde{E}_x^{inc} \\ \tilde{E}_y^{inc} \\ \tilde{E}_z^{inc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{G}_{xx} & \tilde{G}_{xy} & \tilde{G}_{xz} \\ \tilde{G}_{yx} & \tilde{G}_{yy} & \tilde{G}_{yz} \\ \tilde{G}_{zx} & \tilde{G}_{zy} & \tilde{G}_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \tilde{J}_z \end{pmatrix} \quad (2-17)$$

et

$$\tilde{E}^{dif} = \begin{pmatrix} \tilde{E}_x^{dif} \\ \tilde{E}_y^{dif} \\ \tilde{E}_z^{dif} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{G}_{xx} & \tilde{G}_{xy} & \tilde{G}_{xz} \\ \tilde{G}_{yx} & \tilde{G}_{yy} & \tilde{G}_{yz} \\ \tilde{G}_{zx} & \tilde{G}_{zy} & \tilde{G}_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2-18)$$

En substituant (2-17) et (2-18) dans (2-15), on obtient l'expression de l'équation intégrale à résoudre:

$$\begin{cases} \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{xx} \tilde{J}_x \tilde{J}_x^* dk_x dk_y + \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{xy} \tilde{J}_y \tilde{J}_x^* dk_x dk_y = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{xz} \tilde{J}_z \tilde{J}_x^* dk_x dk_y \\ \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{yx} \tilde{J}_x \tilde{J}_y^* dk_x dk_y + \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{yy} \tilde{J}_y \tilde{J}_y^* dk_x dk_y = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{yz} \tilde{J}_z \tilde{J}_y^* dk_x dk_y \end{cases} \quad (2-19)$$

où  $\tilde{J}_x$  et  $\tilde{J}_y$  sont les inconnues. Les variables  $(k_x, k_y, d)$  sont sous-entendues.

### 2.2.3 Application de la méthode des moments à l'équation intégrale

Comme il a été mentionné dans le chapitre introduisant la méthode des moments, nous faisons la décomposition du courant  $\tilde{J}_x$  (respectivement  $\tilde{J}_y$ ) en  $N_x$  (respectivement  $N_y$ ) courants de base:

$$\tilde{J}_x = \sum_{n=1}^{N_x} \alpha_{xn} \tilde{J}_{xn} \quad \text{et} \quad \tilde{J}_y = \sum_{n=1}^{N_y} \alpha_{yn} \tilde{J}_{yn} \quad (2-20)$$

L'expression (2-19) devient

$$\begin{cases} \frac{1}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{N_x} \alpha_{xn} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{xx} \tilde{J}_{xn} \tilde{J}_{xn}^* dk_x dk_y + \frac{1}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{N_y} \alpha_{yn} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{xy} \tilde{J}_{yn} \tilde{J}_{xn}^* dk_x dk_y = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{xz} \tilde{J}_z \tilde{J}_{xn}^* dk_x dk_y \\ \frac{1}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{N_x} \alpha_{xn} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{yx} \tilde{J}_{xn} \tilde{J}_{yn}^* dk_x dk_y + \frac{1}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{N_y} \alpha_{yn} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{yy} \tilde{J}_{yn} \tilde{J}_{yn}^* dk_x dk_y = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{yz} \tilde{J}_z \tilde{J}_{yn}^* dk_x dk_y \end{cases} \quad (2-21)$$

On décompte  $N_x + N_y$  inconnues qui doivent être déterminées par autant d'équations. Celles-ci sont générées en choisissant  $N_x + N_y$  fonctions de test. Nous utilisons pour cela la méthode de Galerkin.

On obtient le système suivant.

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{N_x} \alpha_{xn} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{xx} \tilde{J}_{xn} \tilde{J}_{xm}^* dk_x dk_y + \frac{1}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{N_y} \alpha_{yn} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{xy} \tilde{J}_{yn} \tilde{J}_{xm}^* dk_x dk_y &= -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{xz} \tilde{J}_z \tilde{J}_{xm}^* dk_x dk_y \\ \frac{1}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{N_x} \alpha_{xn} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{yx} \tilde{J}_{xn} \tilde{J}_{yl}^* dk_x dk_y + \frac{1}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{N_y} \alpha_{yn} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{yy} \tilde{J}_{yn} \tilde{J}_{yl}^* dk_x dk_y &= -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{yz} \tilde{J}_z \tilde{J}_{yl}^* dk_x dk_y \end{aligned} \right. \quad (2-22)$$

avec  $m=1, \dots, N_x$  et  $l=1, \dots, N_y$

En posant

$$Z_{mn}^{pq} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{pq} \tilde{J}_{qn} \tilde{J}_{pm}^* dk_x dk_y \quad (2-23)$$

$$V_{pm} = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{pz} \tilde{J}_z \tilde{J}_{pm}^* dk_x dk_y$$

L'équation (2-22) s'écrit sous la forme matricielle suivante:

$$\left[ \begin{array}{c} \left( \begin{array}{c} Z_{mn}^{xx} \\ m=1, N_x \\ n=1, N_x \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} Z_{mn}^{xy} \\ m=1, N_x \\ n=1, N_y \end{array} \right) \\ \left( \begin{array}{c} Z_{mn}^{yx} \\ m=1, N_y \\ n=1, N_x \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} Z_{mn}^{yy} \\ m=1, N_y \\ n=1, N_y \end{array} \right) \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \left( \begin{array}{c} \alpha_{xn} \\ n=1, N_x \end{array} \right) \\ \left( \begin{array}{c} \alpha_{yn} \\ n=1, N_y \end{array} \right) \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \left( \begin{array}{c} V_{xm} \\ m=1, N_x \end{array} \right) \\ \left( \begin{array}{c} V_{ym} \\ m=1, N_y \end{array} \right) \end{array} \right] \quad (2-24)$$

Le système (2-24) doit être résolu afin de déterminer les  $N_x+N_y$  inconnues à partir desquelles les caractéristiques de l'antenne seront déterminées.

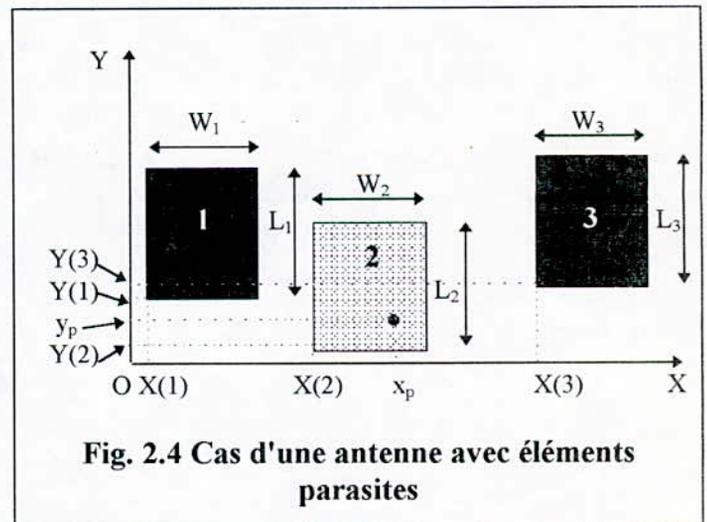
## 2.2.4 Antenne avec éléments parasites

Le problème est illustré sur la figure ci-contre (Fig. 2.4).

A titre d'exemple, trois antennes sont considérées. Chacune d'elles ayant un déplacement par rapport à l'origine. Ce déplacement sera pris en compte lors du calcul des transformées de *Fourier* des courants de base/test. Dans ce cas le bilan du champ électrique s'écrit

$$\vec{E}^{total}(x, y, z) = \vec{E}^{inc}(x, y, z) + \vec{E}_1^{dif}(x, y, z) + \vec{E}_2^{dif}(x, y, z) + \vec{E}_3^{dif}(x, y, z) \quad (2-25)$$

Où  $\vec{E}_i^{dif}$  est le champ diffracté par l'élément  $i$ . En  $z=d$  (au niveau de l'antenne) on aura



$$\begin{cases} E_x^{total}(x,y,d) = E_x^{inc}(x,y,d) + E_{1x}^{dif}(x,y,d) + E_{2x}^{dif}(x,y,d) + E_{3x}^{dif}(x,y,d) = 0 \\ E_y^{total}(x,y,d) = E_y^{inc}(x,y,d) + E_{1y}^{dif}(x,y,d) + E_{2y}^{dif}(x,y,d) + E_{3y}^{dif}(x,y,d) = 0 \end{cases} \quad (2-26)$$

En suivant les même étapes que précédemment et en posant

- $J_p^i$  : courant sur l'antenne i dans la direction p,
- $J_{pn}^i$  : n<sup>ième</sup> courant de base sur l'antenne i dans la direction p.

avec

$$\tilde{J}_x^i = \sum_{n=1}^{N_x^i} \alpha_{xn}^i \tilde{J}_{xn}^i \quad \text{et} \quad \tilde{J}_y^i = \sum_{n=1}^{N_y^i} \alpha_{yn}^i \tilde{J}_{yn}^i \quad i = 1,2,3. \quad (2-27)$$

on aboutit au système suivant:

$$\begin{cases} \frac{1}{4\pi^2} \sum_{i=1}^3 \left( \sum_{n=1}^{N_x} \alpha_{xn}^i \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{xx} \tilde{J}_{xn}^i \tilde{J}_{xm}^{*} dk_x dk_y + \frac{1}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{N_y} \alpha_{yn}^i \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{xy} \tilde{J}_{yn}^i \tilde{J}_{xm}^{*} dk_x dk_y \right) = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{xz} \tilde{J}_z \tilde{J}_{xm}^{*} dk_x dk_y \\ \frac{1}{4\pi^2} \sum_{i=1}^3 \left( \sum_{n=1}^{N_x} \alpha_{xn}^i \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{yx} \tilde{J}_{xn}^i \tilde{J}_{yl}^{*} dk_x dk_y + \frac{1}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{N_y} \alpha_{yn}^i \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{yy} \tilde{J}_{yn}^i \tilde{J}_{yl}^{*} dk_x dk_y \right) = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{yz} \tilde{J}_z \tilde{J}_{yl}^{*} dk_x dk_y \end{cases} \quad (2-28)$$

avec  $m = 1, \dots, N_x^1 + N_x^2 + N_x^3$  et  $l = 1, \dots, N_y^1 + N_y^2 + N_y^3$

Le courant de test va balayer les trois antennes puisqu'on s'arrange de telle manière que:

$$\tilde{J}_{pm} = \begin{cases} \tilde{J}_{pm}^1 & \text{pour} & 1 \leq m \leq N_p^1 & \text{(courant test sur l'antenne 1)} \\ \tilde{J}_{pm-N_p^1}^2 & \text{pour} & N_p^1 + 1 \leq m \leq N_p^1 + N_p^2 & \text{(courant test sur l'antenne 2)} \\ \tilde{J}_{pm-N_p^1-N_p^2}^3 & \text{pour} & N_p^1 + N_p^2 + 1 \leq m \leq N_p^1 + N_p^2 + N_p^3 & \text{(courant test sur l'antenne 3)} \end{cases} \quad (2-29)$$

En posant

$$\begin{aligned} Z_{mn}^{pq} &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{pq} \tilde{J}_{qn} \tilde{J}_{pm}^{*} dk_x dk_y \\ V_{pm}^i &= -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{pz} \tilde{J}_z \tilde{J}_{pm}^{*} dk_x dk_y \end{aligned} \quad (2-30)$$

on peut réécrire matriciellement les équations (2-28). Dans la représentation qui va suivre, l'indice "m" ne varie pas comme il a été précédemment mentionné de 1 à  $N_p^1 + N_p^2 + N_p^3$ . Dans ce cas, il variera suivant le nombre de fonctions de base/test utilisées sur chaque patch.

$$\begin{bmatrix}
 \begin{pmatrix} Z_{mn}^{xx} \\ m=1, N_x^1 \\ n=1, N_x^1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{xx} \\ m=1, N_x^1 \\ n=1, N_x^2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{xx} \\ m=1, N_x^1 \\ n=1, N_x^3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{xy} \\ m=1, N_x^1 \\ n=1, N_y^1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{xy} \\ m=1, N_x^1 \\ n=1, N_y^2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{xy} \\ m=1, N_x^1 \\ n=1, N_y^3 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} Z_{mn}^{xx} \\ m=1, N_x^2 \\ n=1, N_x^1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{xx} \\ m=1, N_x^2 \\ n=1, N_x^2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{xx} \\ m=1, N_x^2 \\ n=1, N_x^3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{xy} \\ m=1, N_x^2 \\ n=1, N_y^1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{xy} \\ m=1, N_x^2 \\ n=1, N_y^2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{xy} \\ m=1, N_x^2 \\ n=1, N_y^3 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} Z_{mn}^{xx} \\ m=1, N_x^3 \\ n=1, N_x^1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{xx} \\ m=1, N_x^3 \\ n=1, N_x^2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{xx} \\ m=1, N_x^3 \\ n=1, N_x^3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{xy} \\ m=1, N_x^3 \\ n=1, N_y^1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{xy} \\ m=1, N_x^3 \\ n=1, N_y^2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{xy} \\ m=1, N_x^3 \\ n=1, N_y^3 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} Z_{mn}^{yx} \\ m=1, N_y^1 \\ n=1, N_x^1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{yx} \\ m=1, N_y^1 \\ n=1, N_x^2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{yx} \\ m=1, N_y^1 \\ n=1, N_x^3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{yy} \\ m=1, N_y^1 \\ n=1, N_y^1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{yy} \\ m=1, N_y^1 \\ n=1, N_y^2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{yy} \\ m=1, N_y^1 \\ n=1, N_y^3 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} Z_{mn}^{yx} \\ m=1, N_y^2 \\ n=1, N_x^1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{yx} \\ m=1, N_y^2 \\ n=1, N_x^2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{yx} \\ m=1, N_y^2 \\ n=1, N_x^3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{yy} \\ m=1, N_y^2 \\ n=1, N_y^1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{yy} \\ m=1, N_y^2 \\ n=1, N_y^2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{yy} \\ m=1, N_y^2 \\ n=1, N_y^3 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} Z_{mn}^{yx} \\ m=1, N_y^3 \\ n=1, N_x^1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{yx} \\ m=1, N_y^3 \\ n=1, N_x^2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{yx} \\ m=1, N_y^3 \\ n=1, N_x^3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{yy} \\ m=1, N_y^3 \\ n=1, N_y^1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{yy} \\ m=1, N_y^3 \\ n=1, N_y^2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{mn}^{yy} \\ m=1, N_y^3 \\ n=1, N_y^3 \end{pmatrix}
 \end{bmatrix}
 \cdot
 \begin{bmatrix}
 \begin{pmatrix} \alpha_{xn}^1 \\ n=1, N_x^1 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} \alpha_{xn}^2 \\ n=1, N_x^2 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} \alpha_{xn}^3 \\ n=1, N_x^3 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} \alpha_{yn}^1 \\ n=1, N_y^1 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} \alpha_{yn}^2 \\ n=1, N_y^2 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} \alpha_{yn}^3 \\ n=1, N_y^3 \end{pmatrix}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \begin{pmatrix} V_{xm}^1 \\ m=1, N_x^1 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} V_{xm}^2 \\ m=1, N_x^2 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} V_{xm}^3 \\ m=1, N_x^3 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} V_{ym}^1 \\ m=1, N_y^1 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} V_{ym}^2 \\ m=1, N_y^2 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} V_{ym}^3 \\ m=1, N_y^3 \end{pmatrix}
 \end{bmatrix}$$

courant de base sur élément 1	courant de base sur élément 2	courant de base sur élément 3	courant de base sur élément 1	courant de base sur élément 2	courant de base sur élément 3
composante x	composante x	composante x	composante y	composante y	composante y

courant test sur élément 1 composante x

---

courant test sur élément 2 composante x

---

courant test sur élément 3 composante x

---

courant test sur élément 1 composante y

---

courant test sur élément 2 composante y

---

courant test sur élément 3 composante y

( 2-31 )

La résolution de ce système d'équation permettra de déterminer les coefficients  $\alpha$ , à partir desquels nous déterminerons les caractéristiques radioélectriques de notre antenne.

### 2.3 Choix des fonctions de base/test

Parmi toutes les fonctions de base/test exposées (section 2.1.1), on ne peut choisir qu'entre les fonctions triangulaires (Fig. 2.1b), brins de sinusoides (Fig. 2.1c) ou fonctions sinus sur domaine entier (Fig. 2.2). Nous avons rejeté les fonctions impulsion ou cosinus tronqués car elles représentent mal le courant qui, au bord de l'élément rayonnant, doit être nul (Ce qui est en contradiction avec les figures (2.1a) et (2.1d)). L'usage de ces fonctions impliquera une mauvaise représentation du courant sur les intervalles  $[x_2, x_3]$  et  $[x_0, x_1]$  (Fig. 2.1a et d).

Les fonctions triangulaires peuvent être utilisées, mais en pratique il faut investir dans le nombre de fonctions à impliquer (donc dans le temps de calcul). De plus, il a été montré que ces fonctions n'étaient pas performantes [5].

Pour une antenne isolée, la forme du courant étant connue, les fonctions sur domaine entier sont plus performantes. Par contre, pour une antenne avec éléments parasites nous ne connaissons pas *a priori* la forme du courant. Dans ce cas les fonctions PWS sont plus performantes et permettent certaines simplifications (symétries) dans la matrice impédance.

## 2.4 L'intégration numérique

Les éléments du système (2-24) et (2-31) sont évalués par les expressions (2-23) et (2-30). Ces expressions sont des doubles intégrales de fonctions très oscillantes à très importantes variations (Fig. 2.6 et Fig. 2.7). L'intégration est rendue encore plus difficile du fait que ces fonctions présentent des singularités (pôles). Ces singularités sont introduites par l'annulation de  $T_e$  et  $T_m$ , dénominateur des fonctions de *Green* (Cf annexe). Les zéros de  $T_e$  et  $T_m$  indiquent la présence d'ondes de surface [30]. Les dénominateurs  $T_e$  et  $T_m$  étant fonction de  $\beta^2 = k_x^2 + k_y^2$ , il est préférable d'utiliser le changement de variable suivant afin de mieux cerner ce problème:

$$\begin{cases} k_x = \beta \cos \alpha \\ k_y = \beta \sin \alpha \end{cases} \quad (2-32)$$

A titre d'exemple, L'expression (2-24) s'écrira

$$\begin{aligned} Z_{mn}^{pq} &= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \tilde{G}_{pq} \tilde{J}_{qn} \tilde{J}_{pm}^* \beta d\alpha d\beta \\ V_{pm} &= -\frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \tilde{G}_{pz} \tilde{J}_z \tilde{J}_{pm}^* \beta d\alpha d\beta \end{aligned} \quad (2-33)$$

où les intégrands sont fonction de  $\alpha, \beta$  et  $d$ .

L'étude de  $T_e$  et  $T_m$  montre que l'annulation de ces quantités n'est possible que pour un pôle  $\gamma$  (nombre complexe) tel que  $\beta = \text{Re}(\gamma) \in [k_0, \sqrt{\epsilon_r} k_0]$ .

*Gardiol* [31] a montré que pour un substrat sans perte, les pôles des fonctions de *Green* se trouvent sur l'axe des réels ( $\text{Im}(\gamma) = 0$ ). Ces pôles vont glisser sous cet axe pour un substrat avec pertes. Ce même auteur donne une expression approximative de la position du pôle.

Pour pouvoir intégrer sur  $[k_0, \sqrt{\epsilon_r} k_0]$ , deux possibilités sont utilisées dans la littérature.

1. Trouver la position des pôles et utiliser une décomposition en série de *Taylor* au voisinage du pôle [26][31].
2. Contourner cet intervalle en changeant le chemin d'intégration (intégrer à travers le plan complexe) [32][31].

Vu que nous ne traitons que des substrats avec pertes, notre chemin d'intégration (axe réel) est dépourvu d'indéterminations. Il est alors naturel de penser qu'une intégration directe est envisageable.

Théoriquement, notre idée est justifiée. En pratique, dès qu'on se rapproche de la partie réelle du pôle, le module du dénominateur des fonctions de *Green* devient petit entraînant de fortes oscillations de grandes amplitudes, ce qui rend l'intégration difficile. Ainsi, l'intégrale sur cet intervalle est décomposée comme suit.

$$\int_{k_0}^{k_0\sqrt{\epsilon_r}} (\text{intégrant}) = \int_{k_0}^{\beta_0-\delta} (\text{intégrant}) + \int_{\beta_0-\delta_0}^{\beta_0+\delta} (\text{intégrant}) + \int_{\beta_0+\delta_0}^{k_0\sqrt{\epsilon_r}} (\text{intégrant}) \quad (2-34)$$

avec

$$\beta_0 = \text{Re}(\gamma) \in [k_0, \sqrt{\epsilon_r} k_0],$$

$$\text{et } \delta \approx 10^{-3} \times k_0.$$

$\beta_0$  peut être déterminée par une méthode numérique. D'autre part, on peut faire usage de l'approximation de  $\beta_0$  par la relation établie par *Gardiol* [31] et qui s'écrit comme suit:

$$\beta_0 = k_0 \left( 1 + (k_0 d)^2 \frac{(\epsilon_r - 1)^2}{2\epsilon_r^2} \right) \quad (2-35)$$

Nous exposons plus bas les courbes illustrant  $T_e$  et  $T_m$  ainsi que la position de  $\beta_0$  calculée par (2-35) afin de juger de la validité de cette approximation (Fig. 2.5 ).

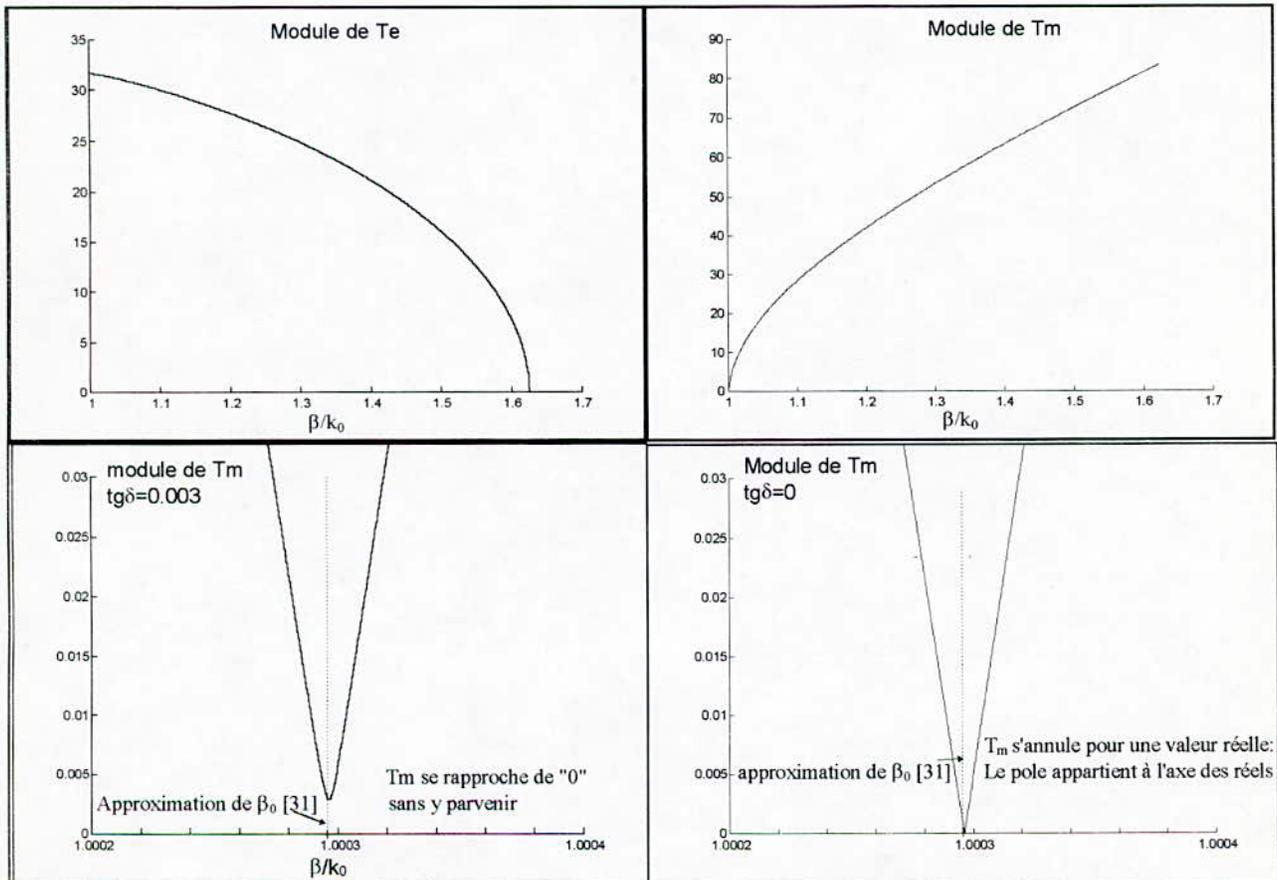


Fig. 2.5 Dénominateur des fonctions de *Green*.

En ce qui concerne l'intervalle  $[\sqrt{\varepsilon_r} k_0, +\infty]$ , il est possible de tronquer l'intégrale à  $150 k_0$  [26] car l'intégrand devient négligeable au delà de cette limite.

En résumé, l'intégration se fera sur trois intervalles

1.  $\beta \in [0, k_0]$  : dans cet intervalle, l'intégration ne pose pas de problème.
2.  $\beta \in [k_0, \sqrt{\varepsilon_r} k_0]$  : L'intégrale doit se faire conformément à l'expression 2-34.
3.  $\beta \in [\sqrt{\varepsilon_r} k_0, 150 k_0]$  : L'intégrand présente d'importantes oscillations, mais il n'existe pas de problème de singularité. La majorité du temps de calcul est consacré à cet intervalle.

Pour calculer ces intégrales, nous avons fait usage de la méthode de **Romberg** [37] [38]. Celle-ci englobe en ces premières étapes la méthode des trapèzes, la méthode de **Simpson** ainsi que la méthode de **Boole**. Les étapes d'ordre plus élevé calculées à partir des premières étapes, permettent une évaluation plus précise des intégrales.

Les graphes de la figure (2.6) ont été obtenues en considérant un élément rayonnant rectangulaire (Fig. 2-3) dont les paramètres physiques sont:

$$L=20.45\text{cm}, W=13.97, f_0=1.18\text{GHz},$$

$$\varepsilon_r=2.64, d=1.59 \text{ mm}$$

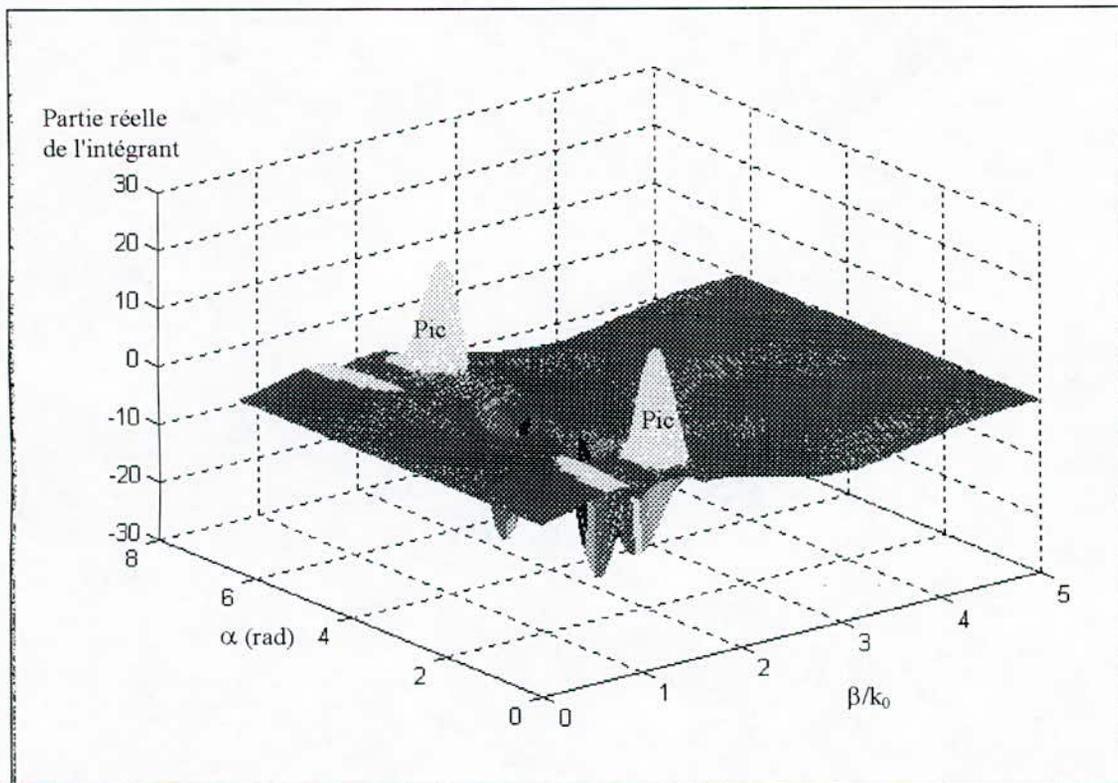


Fig. 2.6 Variation de la partie réelle de l'intégrand en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$ .

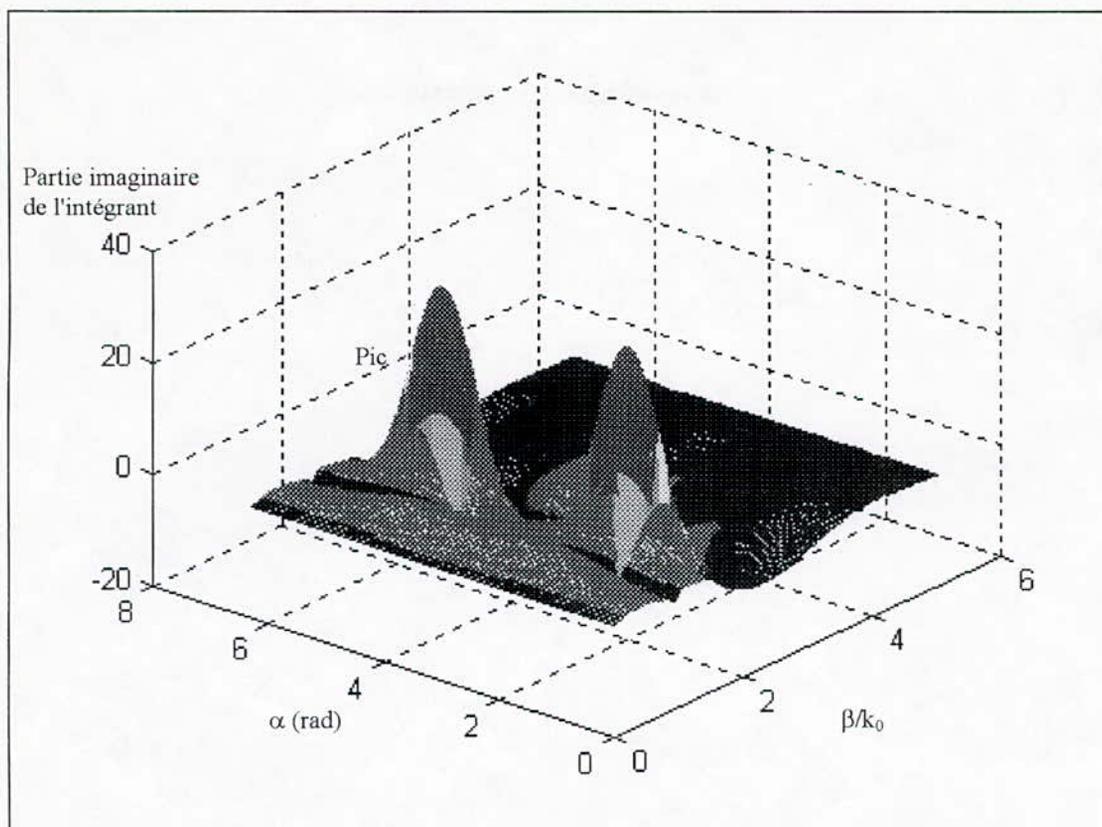


Fig. 2.7 Variation de la partie imaginaire de l'intégrant en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$ .

Sur ces figures, les oscillations semblent s'arrêter quand  $\beta$  augmente. Ce n'est qu'un problème d'échelle (Fig. 2.8 et Fig. 2.9)

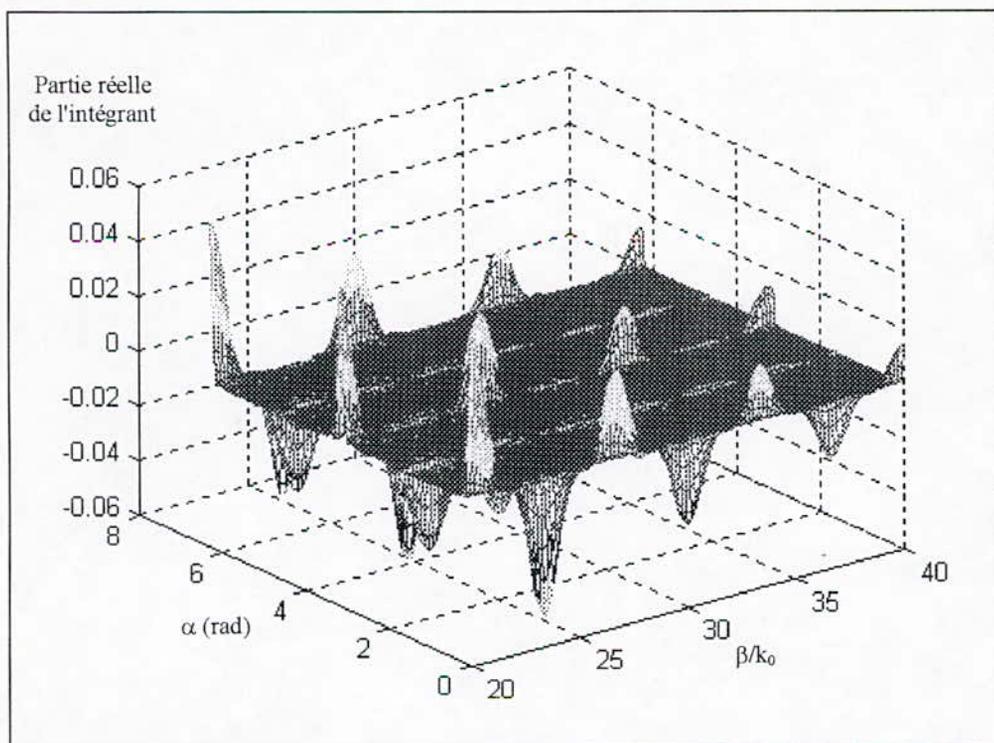


Fig. 2.8 Evolution de la partie réelle de l'intégrant au delà de  $\sqrt{\epsilon_r} k_0$

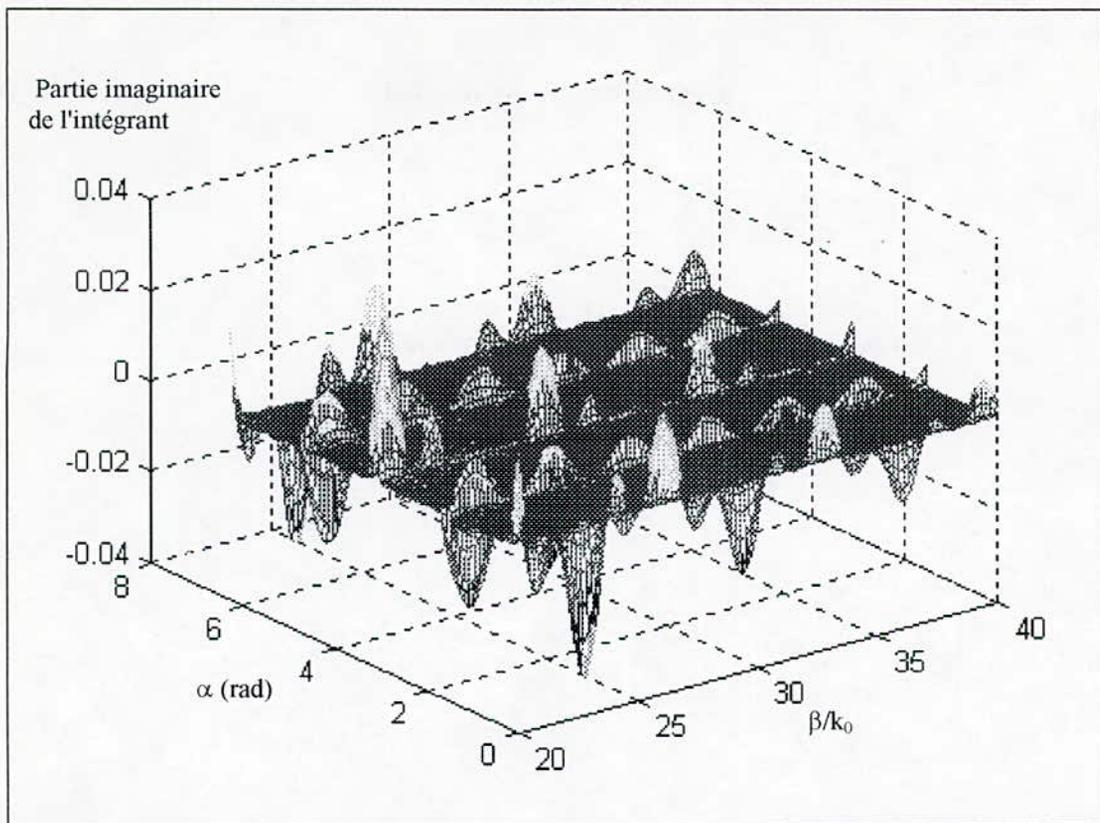


Fig. 2.9 Evolution de la partie imaginaire réelle de l'intégrant au delà de  $\sqrt{\epsilon_r} k_0$

## 2.5 Caractéristiques radioélectriques de l'antenne

Une fois les coefficients  $\alpha$  connus, les courants sont tout de suite déterminés par (2-20) et (2-27) respectivement pour un patch isolé et pour un patch avec éléments parasites. Il reste, à partir de ces courants, à déterminer les caractéristiques de l'antenne.

### 2.5.1 Impédance d'entrée

L'impédance d'entrée d'une antenne est donnée par [26]:

$$Z_{in} = -\frac{\iiint \vec{E}^{dif}(x, y, z) \cdot \vec{J}_a(x, y, z) dv}{|I_{in}|^2} \quad (2-36)$$

où

$\vec{J}_a$  est le courant au niveau de la sonde coaxiale ( $A/m^2$ ).

$\vec{E}^{dif}$  est le champ dû aux courants sur le patch

Dans notre cas, le courant  $\vec{J}$  passe par la sonde. L'expression (2-36) devient alors:

$$Z_{in} = -\frac{\iint_{Sonde} \vec{E}^{dif}(x, y, z) \cdot \vec{J}_a(x, y, z) dv}{|I_{in}|^2} \quad (2-37)$$

Le théorème de réciprocité [35] permet de réécrire(2-37) de la manière suivante

$$Z_{in} = - \frac{\iint_{Patch} \vec{E}^{inc}(x,y,z) \cdot \vec{J}(x,y,z) ds}{|I_{in}|^2} \quad (2-38)$$

$\vec{J}$  est le courant au niveau du patch (A/m).

$\vec{E}^{inc}$  est le champ dû au courant d'alimentation.

En vertu de (2-20), l'expression (2-38) peut s'écrire de la forme:

$$Z_{in} = - \frac{\sum_{n=1}^{N_x} \alpha_{xn} \iint_{Patch} E_x^{inc}(x,y,z) \cdot J_{xn}(x,y,z) ds + \sum_{n=1}^{N_y} \alpha_{yn} \iint_{Patch} E_y^{inc}(x,y,z) \cdot J_{yn}(x,y,z) ds}{|I_{in}|^2} \quad (2-39)$$

En utilisant l'égalité de *Parseval*, au niveau de  $z=d$  (l'intégration se fait au niveau du patch), nous pouvons reformuler (2-39) comme suit:

$$Z_{in} = - \frac{1}{4\pi^2} \frac{\sum_{n=1}^{N_x} \alpha_{xn} \iint_{Patch} \tilde{E}_x^{inc}(k_x, k_y, d) \cdot \tilde{J}_{xn}^*(k_x, k_y, d) dk_x dk_y + \sum_{n=1}^{N_y} \alpha_{yn} \iint_{Patch} \tilde{E}_y^{inc}(k_x, k_y, d) \cdot \tilde{J}_{yn}^*(k_x, k_y, d) dk_x dk_y}{|I_{in}|^2} \quad (2-40)$$

Compte tenu de (2-23) et(2-40), L'expression finale de l'impédance d'entrée est:

$$Z_{in} = - \sum_{n=1}^{N_x} \alpha_{xn} V_{xn} - \sum_{n=1}^{N_y} \alpha_{yn} V_{yn} \quad (2-41)$$

Il est à noter, qu'il est quelque fois nécessaire d'ajouter à l'expression (2-41) une partie inductive qui caractérise l'influence de la sonde. L'expression la plus simple est celle de *Carver* [34]. La partie imaginaire est donnée par :

$$X_l = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \tan(\sqrt{\epsilon_r} k_0 d) \quad (2-42)$$

### 2.5.2 Champ lointain

Une fois les courants surfaciques déterminés, il est aisé de déterminer le champ rayonné à l'aide de la théorie des ouvertures rayonnantes et du principe d'équivalence de *Schelkunoff*. Le champ lointain s'exprime alors en fonction du champ sur le patch par la relation [27]:

$$\vec{E}(r, \theta, \varphi) = j \frac{k_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[ \hat{a}_\theta \left( \tilde{E}_x(k_x, k_y, d) \cos \varphi + E_y(k_x, k_y, d) \sin \varphi \right) + \hat{a}_\varphi \left( \cos \theta \left( -E_x(k_x, k_y, d) \sin \varphi + E_y(k_x, k_y, d) \cos \varphi \right) \right) \right] \quad (2-43)$$

avec

$$k_x = k_0 \sin \theta \cos \varphi,$$

$$k_y = k_0 \sin \theta \sin \varphi,$$

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0},$$

$(r, \theta, \varphi)$  coordonnées sphériques du point d'observation,

$\hat{a}_\theta, \hat{a}_\varphi$  : vecteurs unitaires en coordonnées sphériques.

( 2-44 )

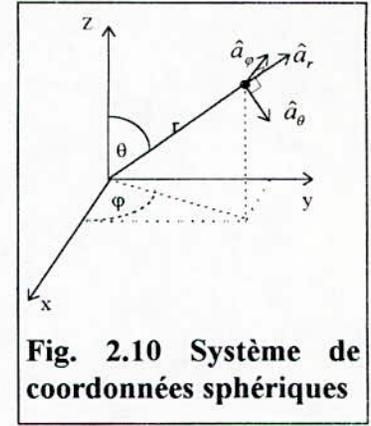


Fig. 2.10 Système de coordonnées sphériques

### 2.5.3 Composantes copolaires et contrapolaires

Pour étudier la pureté de la polarisation de la structure rayonnante, il est commode d'exprimer le champ rayonné en composante copolaires et contrapolaires. La définition selon *Ludwig* [29] de ces deux composantes pour le cas de la structure étudiée, polarisée selon (ox) est donnée par:

$$\begin{cases} E_{co} = E_\theta \cos \varphi - E_\varphi \sin \varphi \\ E_{cross} = E_\theta \sin \varphi + E_\varphi \cos \varphi \end{cases} \quad (2-45)$$

En particulier, dans le plan  $\varphi=0$  et  $\varphi=\pi/2$  (2-45) s'écrit

$$\begin{cases} E_{co} = \begin{cases} E_\theta & \varphi = 0 \\ -E_\varphi & \varphi = \pi/2 \end{cases} \\ E_{cross} = \begin{cases} E_\varphi & \varphi = 0 \\ E_\theta & \varphi = \pi/2 \end{cases} \end{cases} \quad (2-46)$$

### 2.5.4 Directivité

La directivité maximale  $D_0$  d'une antenne est donnée par [5]

$$D_0 = \frac{4\pi}{\Omega_A} \quad (2-47)$$

avec

$$\Omega_A = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} F_n(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi \quad (2-48)$$

où

$$F_n(\theta, \varphi) = \frac{|E_\theta(\theta, \varphi)|^2 + |E_\varphi(\theta, \varphi)|^2}{\left[ |E_\theta(\theta, \varphi)|^2 + |E_\varphi(\theta, \varphi)|^2 \right]_{\max}} \quad (2-49)$$

Lorsque l'intégrale de l'expression (2-48) n'a pas de solution analytique, on fait une évaluation numérique. La discrétisation de (2-48) permet d'écrire l'intégrale comme suit [5]:

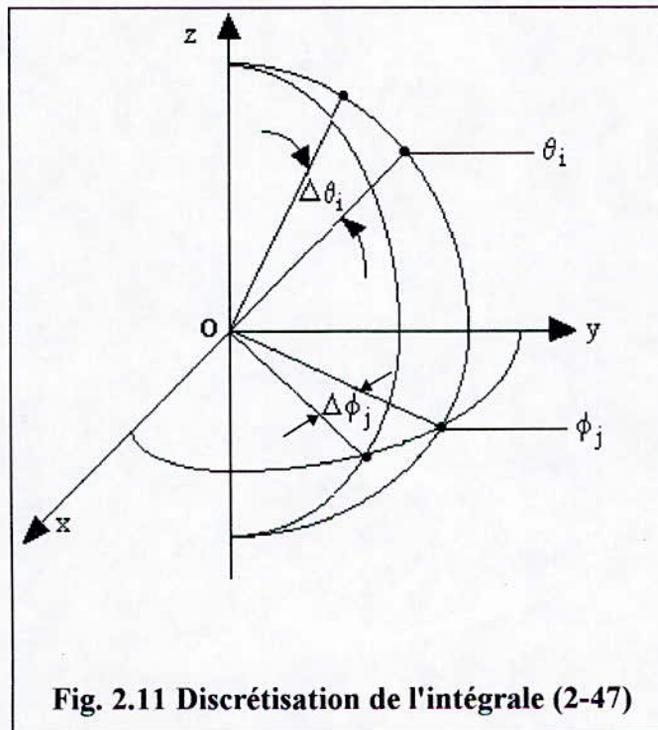
$$\Omega_A = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N F_n(\theta_i, \varphi_j) \sin \theta_i \Delta \theta \Delta \varphi \quad (2-50)$$

où M (respectivement N) représente le nombre de découpes sur l'intervalle  $[0, \pi]$  (respectivement sur  $[0, 2\pi]$ ). Quant aux variables discrètes  $\theta_i$  et  $\phi_j$ , elles peuvent être choisies comme suit

$$\begin{cases} \theta_i = i \left( \frac{\pi}{M} \right) & (i = 1, 2, 3, \dots, M) \\ \phi_j = j \left( \frac{2\pi}{N} \right) & (j = 1, 2, 3, \dots, N) \end{cases} \quad (2-51)$$

et

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{M} \quad \text{et} \quad \Delta\phi = \frac{2\pi}{N} \quad (2-52)$$



### 2.5.5 Bande passante

La bande passante B en % est donnée par

$$B = 200 \times \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \quad (2-53)$$

où  $f_1$  et  $f_2$  sont les deux fréquences pour lesquelles le lieu de l'impédance d'entrée coupe le cercle de rayon  $|\Gamma|$  correspondant à un T.O.S (taux d'ondes stationnaires) égal à deux.

# CHAPITRE 3

## RESULTATS

Après avoir établi au chapitre 2 toute la formulation mathématique des caractéristiques radioélectriques d'une structure rayonnante microruban de forme rectangulaire, nous consacrons ce chapitre aux résultats théoriques obtenus. Ces résultats sont confrontés à des mesures ou à des résultats présentés par d'autres auteurs. Nous allons d'abord apprendre à utiliser le programme de simulation, puis nous étudierons l'antenne isolée et l'antenne avec éléments parasites.

### 3.1 Etude de l'influence du nombre de fonctions de base

Nous examinerons dans cette section l'effet du nombre de fonctions de base et leurs direction sur la détermination des caractéristiques de l'antenne. Pour cela nous considérons la structure rayonnante de la figure (2.3) dont les caractéristiques physiques sont données ci-dessous.

$$L=7.62 \text{ cm}, W=11.43 \text{ cm},$$

$$x_p=5.33 \text{ cm}, y_p=6.1 \text{ cm},$$

$$\epsilon_r=2.64, \text{tg}\delta=3 \times 10^{-3}, d=1.59 \text{ mm}$$

Le tableau (3-1) illustre l'influence du nombre et de la direction des fonctions de base sur l'impédance d'entrée de la structure rayonnante. Le calcul a été fait à la fréquence de 1.188GHz

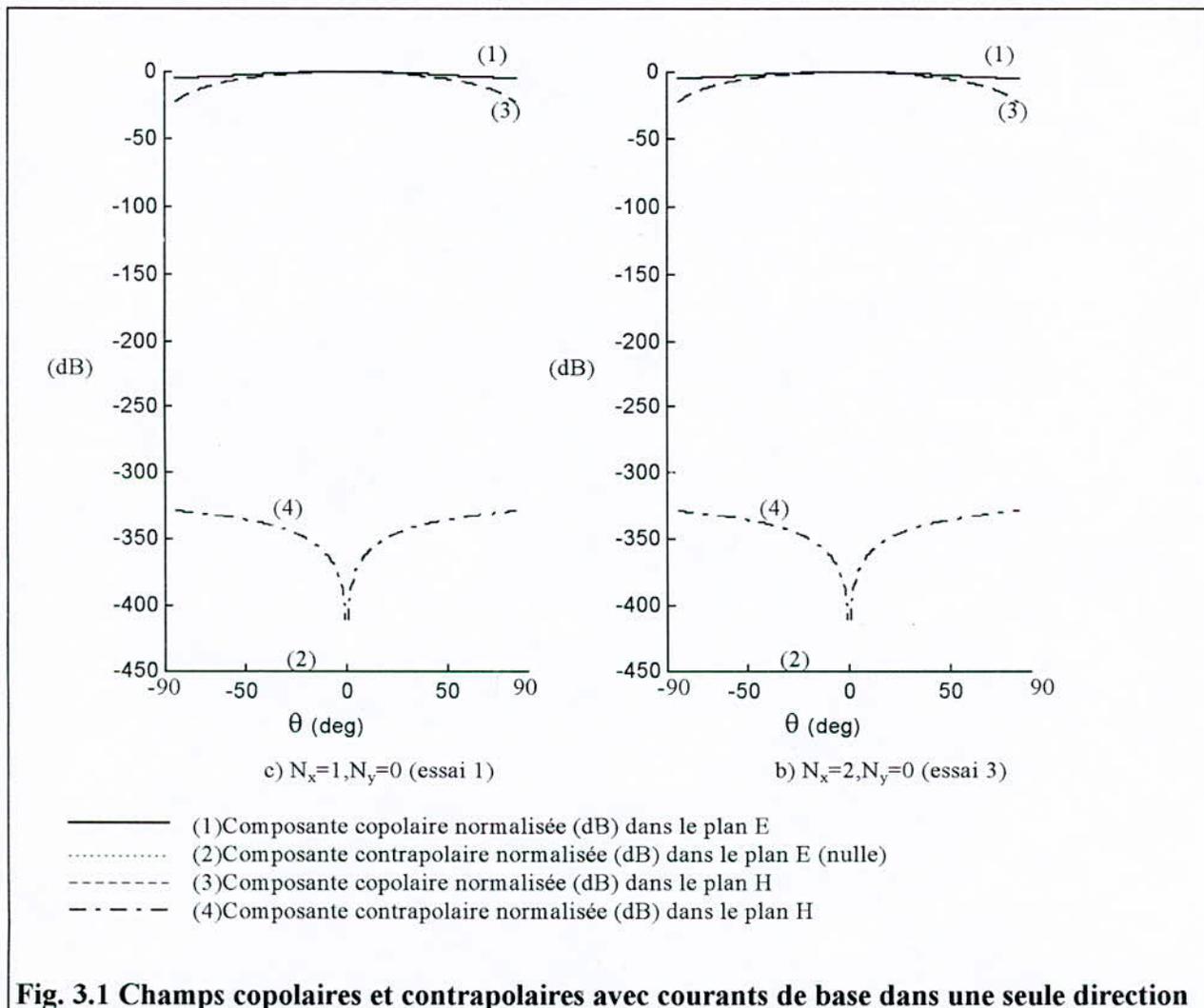
Essai N°	$N_x$	$N_y$	$Z_{in}(\Omega)$
1	1	0	53.6+j17
2	0	1	0.11-j3.9 (Non significative)
3	2	0	56.2+j13
4	0	2	0.02+j4.7 (Non significative)
5	1	1	53.2+j16
6	2	2	56.2+j17
7	5	0	49.9+j8.95
8	0	10	$8.33 \times 10^{-3} + j11$ (Non significative)
Mesure [28]			50+j8

**Tableau 3-1 Influence du nombre de fonctions de base sur l'impédance d'entrée.**

On constate que le choix de la direction des fonctions de base est important puisque pour cet exemple, à chaque fois que nous prenons des fonctions de base dans la direction (Oy) uniquement, le résultat n'est pas significatif. Cela peut s'expliquer par le fait que les fonctions de base représentent mal le courant réel dans cette direction. Nous pouvons constater sur le dernier essai (essai 8) que cela n'a rien à voir avec le nombre de fonctions de base puisque le résultat obtenu n'a nullement été amélioré par rapport aux essais 2 et 4. D'autres part, nous constatons que les fonctions de base suivant (Ox) donnent de bons résultats puisque avec une seule fonction de base (essai 1) on obtient déjà une approximation satisfaisante. On constate qu'il ne suffit pas d'ajouter une seule fonction de base pour croire que le résultat théorique sera plus proche de la réalité (essai 3). Par contre, si on ajoute 4 fonctions de base (essai 7), alors le résultat est vraiment amélioré.

On peut dès lors supposer que la convergence de l'impédance d'entrée se fait par un amortissement. Nous avons essayé d'utiliser les fonctions de base dans les deux directions (essai 5 et 6), mais nous n'avons pas constaté un changement significatif par rapport aux essais 1 et 3. En conclusion, avant d'analyser une APM avec ce programme, par des essais rudimentaires (tels l'essai 1 et 2), il faut déterminer quelle direction représente au mieux la distribution du courant réel. Si les deux directions donnent des valeurs significatives pour l'impédance, alors il faut les considérer toutes les deux (en utilisant simultanément des fonctions de base suivant ( $O_x$ ) et suivant ( $O_y$ )). En d'autres termes, il est très utile d'avoir une appréciation préalable de la cartographie des champs et courants de la structure.

A ce stade, il serait intéressant de voir l'évolution des composantes copolaires et contrapolaires en effectuant quelques essais.

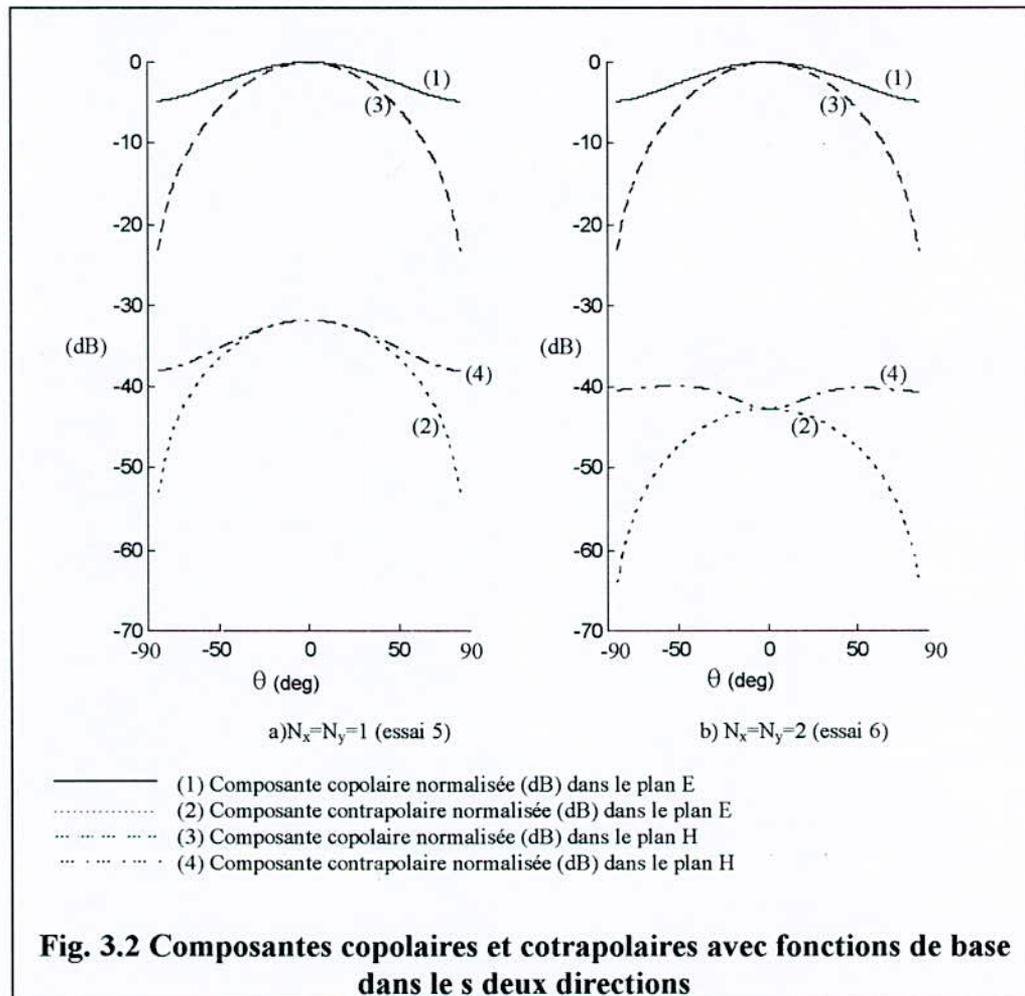


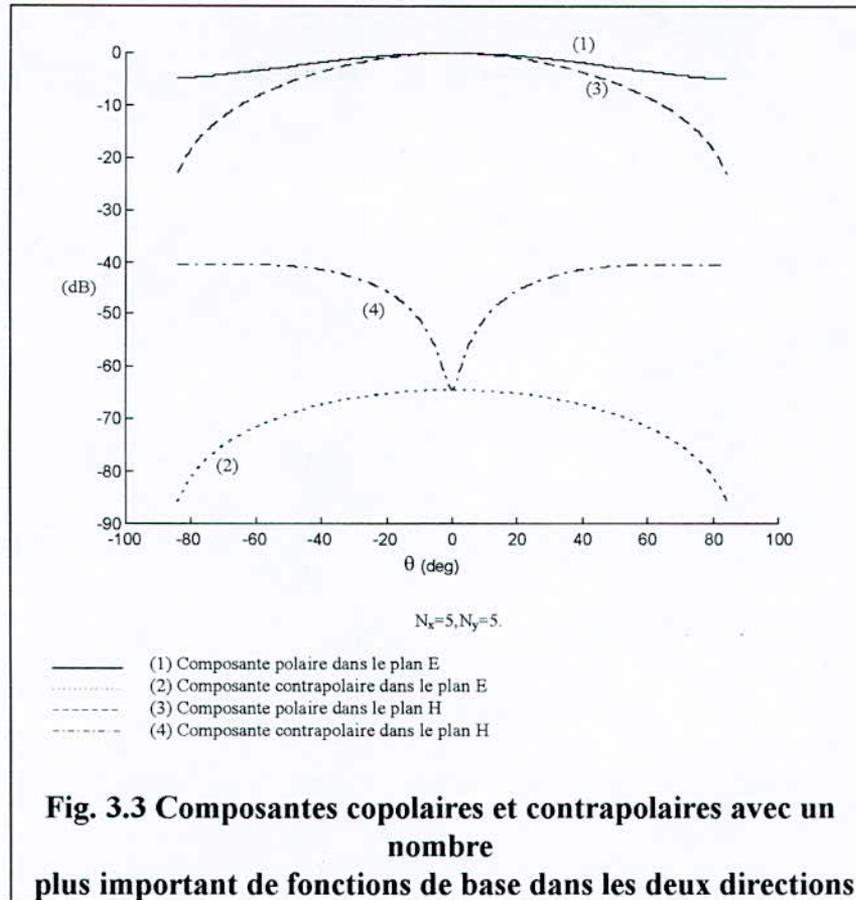
**Fig. 3.1 Champs copolaires et contrapolaires avec courants de base dans une seule direction**

Les résultats obtenus avec les essais 1 et 3 (Fig. 3.1) montrent qu'il n'y a pas de composante contrapolaire dans le plan E. Cela signifie que le champ a une polarisation rectiligne pure. En fait ceci ne reflète pas la réalité. Ce désaccord est expliqué par le fait que nous n'avons pas utilisé de fonctions de base suivant la direction ( $O_y$ ). En effet, l'usage d'au moins une fonction de base dans cette direction va modifier cette situation (Fig. 3.2). La composante contrapolaire prend alors un niveau appréciable. En

augmentant le nombre de fonctions de base, (de 1 à 2 dans chaque direction) la composante contrapolaire prend une autre forme qui commence à se rapprocher de la réalité. En passant à cinq fonctions de base sur chaque direction (Fig. 3.3), la forme de la composante contrapolaire dans le plan E (ainsi que celle des autres composantes) est améliorée.

En conclusion, si pour le calcul de l'impédance d'entrée, il est possible de négliger une direction (en ne lui fournissant pas de fonctions de base), on ne peut pas se permettre cela pour l'étude des champs.





### 3.2 Etude d'une antenne isolée

L'antenne étudiée (Fig. 2.3) a les caractéristiques suivantes:

$L=7.62$  cm,  $W=11.43$  cm,

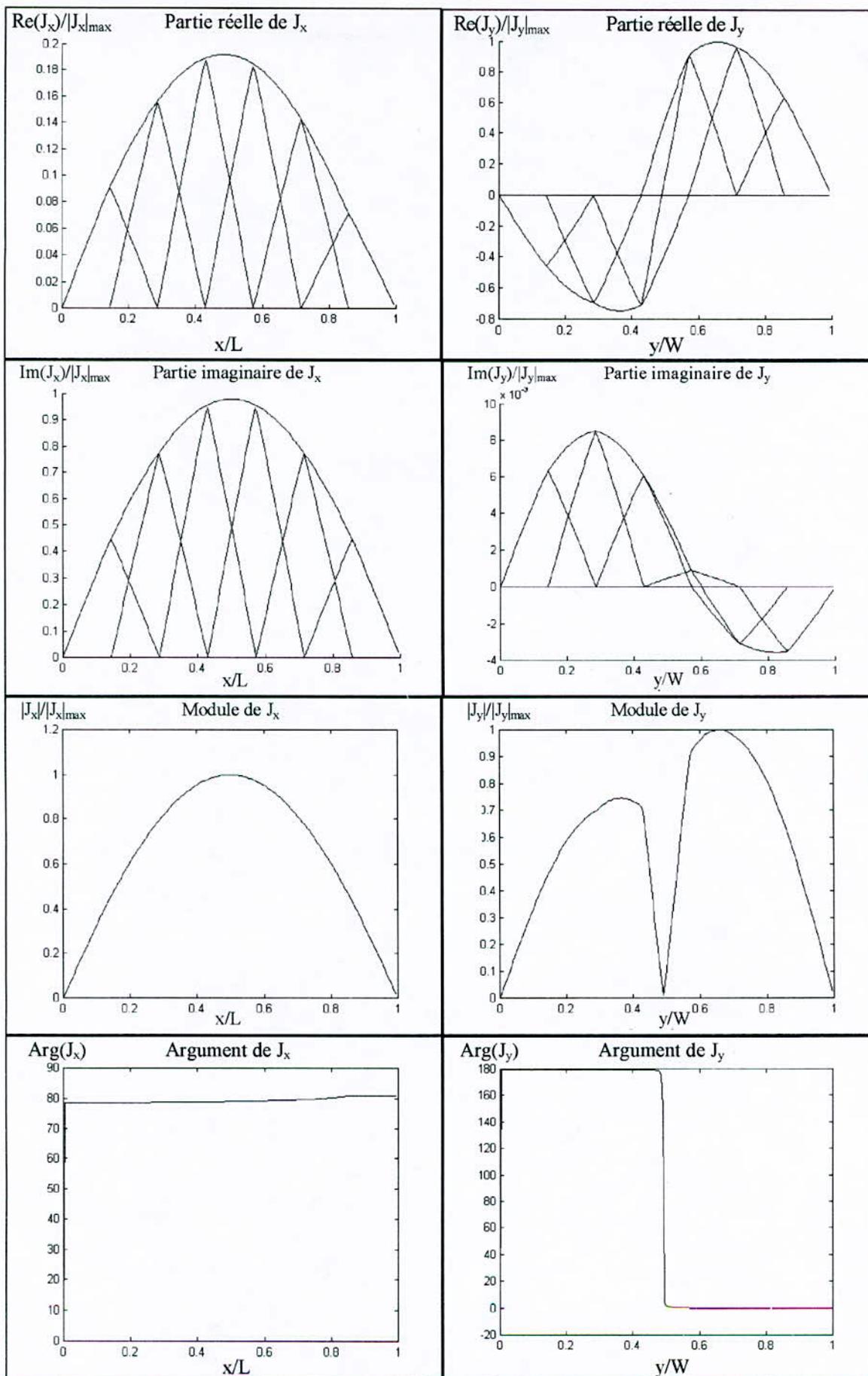
$x_p=6.86$  cm,  $y_p=6.1$  cm,

$\epsilon_r=2.64$ ,  $\text{tg}\delta=3 \times 10^{-3}$ ,  $d=1.59$  mm

#### 3.2.1 Distribution des courants

Connaissant les coefficients  $\alpha$ , on peut reconstituer les courants au niveau du patch (Fig. 3.4). Les fonctions PWS ressemblent à des triangles car les intervalles où elles sont définies sont étroits. Nous remarquons qu'une seule fonction de base en sinus sur domaine entier aurait pu représenter le courant suivant (Ox). Ceci n'est plus valable suivant (Oy).

La figure 3-5 montre le module et l'argument du courant sur le patch. La distribution du courant selon l'axe (Ox) présente une similitude avec la distribution du courant le long d'une antenne filaire demi-onde. En effet nous avons deux minimums aux extrémités et un maximum au centre. Selon (Oy), on remarque une dissymétrie dans la distribution des courants car d'une part, les modules sont différents, d'autre part, les phases sont décalées de  $180^\circ$ . La dissymétrie en module est due essentiellement à la position du point d'alimentation. La différence de phase indique que de part et d'autre de l'axe médian (parallèle à Ox), les courants ont un sens opposé.



**Fig. 3.4** Distribution des courants sur le patch

$L=7.62$  cm,  $W=11.43$  cm,  $x_p=6.86$  cm,  $y_p=6.1$  cm,  $\epsilon_r=2.64$ ,  $\text{tg}\delta=3 \times 10^{-3}$ ,  $d=1.59$  mm,  $N_x=N_y=6$ .

### 3.2.2 Impédance d'entrée

La figure 3-6 montre les variations de l'impédance d'entrée de l'antenne sur une bande de fréquence s'étalant de 1.16 GHz à 1.22 GHz. La courbe obtenue a la forme d'une cloche (Circuit résonnant). A la résonance, la partie imaginaire de l'impédance d'entrée s'annule et la partie réelle atteint une valeur maximale.

En ce qui concerne la partie réelle de l'impédance d'entrée, les résultats théoriques concordent bien avec les mesures de *Richards* [25], et ce d'autant plus qu'on se rapproche de la résonance.

On constate que les résultats théoriques concernant la partie imaginaire de l'impédance d'entrée coïncident bien avec les mesures pour des fréquences inférieures ou égales à la fréquence de résonance. Au delà de cette fréquence, la mesure et la théorie s'écartent. Cet écart est dû à l'effet selfique de la sonde qui n'est pas pris en compte par notre modèle et qui se fait sentir quand la fréquence augmente. Des corrections, telle celle introduite par *Carver* [34] peuvent être utilisées pour réduire cet écart ; mais dans notre cas, à moins de les utiliser dans une bande limitée de fréquence (là où il y'a problème) ces corrections vont fausser les valeurs des parties imaginaires qui sont correctes.

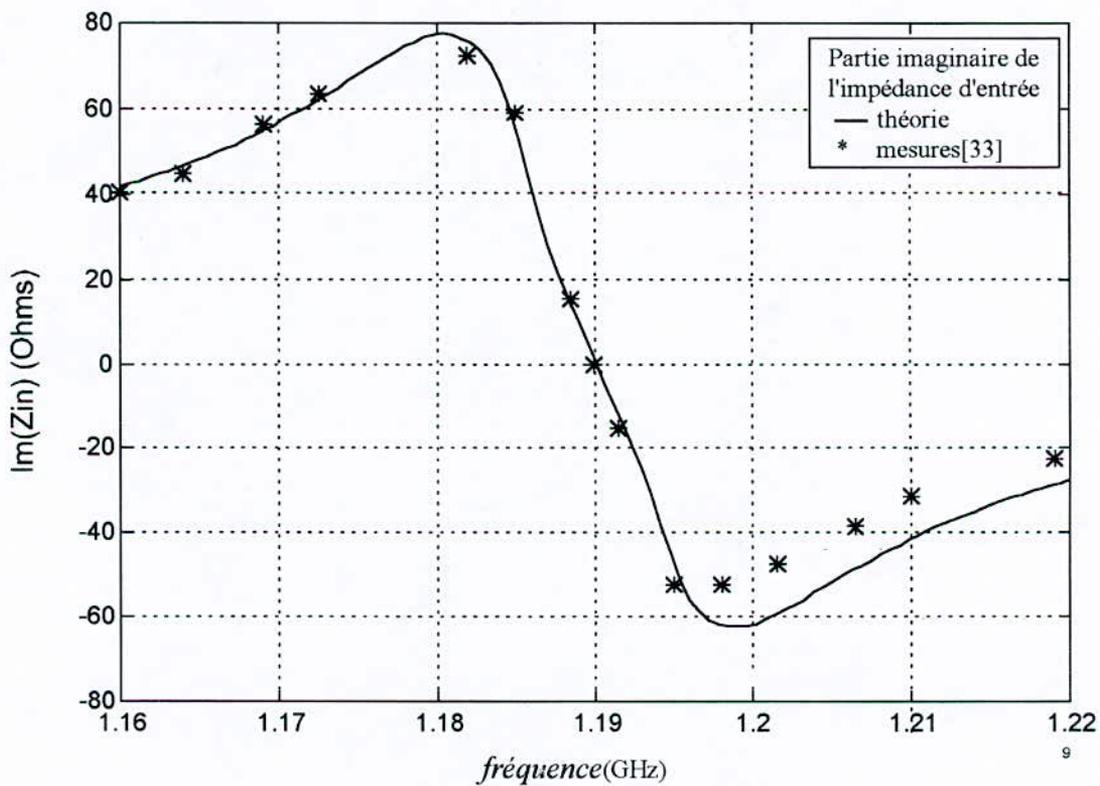
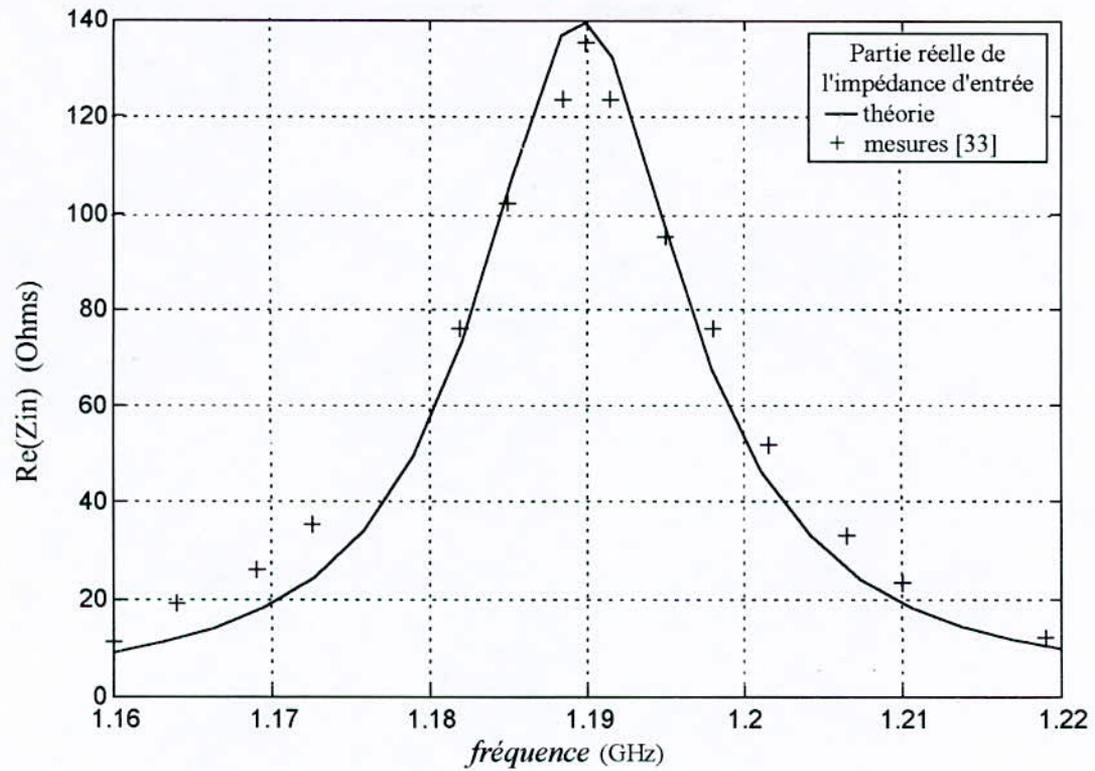
Les écarts que nous avons constatés précédemment peuvent être aussi attribués (mais dans de faibles proportions) à la précision de calcul ainsi qu'aux tolérances lors de la mesure des dimensions et des caractéristiques physiques (non pas radioélectriques) de l'antenne.

### 3.2.3 Diagramme de rayonnement

La figure (3-7) représente les champs copolaires et contrapolaires dans les plan E et H au voisinage de la fréquence de résonance.

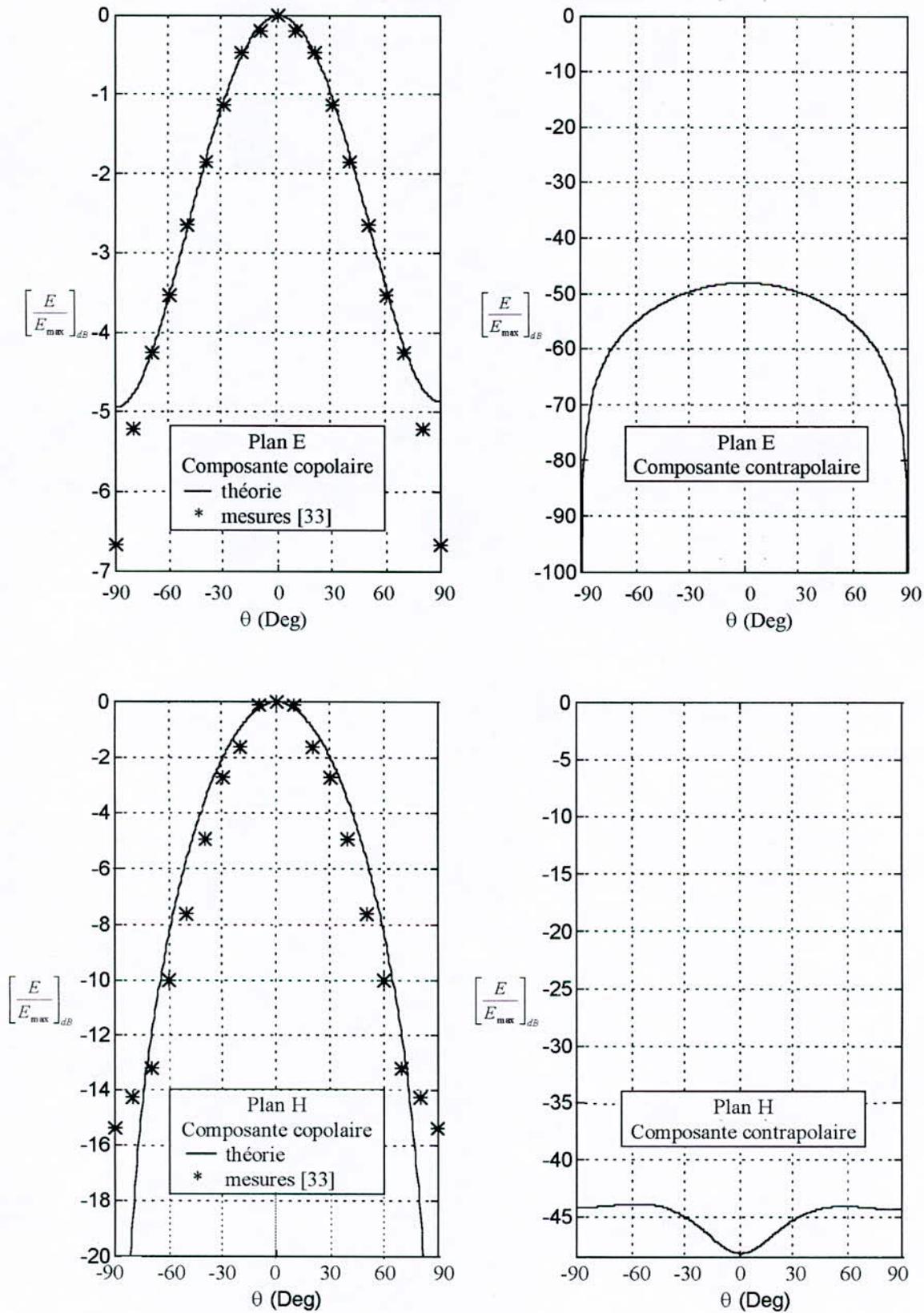
En ce qui concerne la composante copolaire dans les plan E et H, on constate que les résultats sont en bon accord avec les mesures tant qu'on ne s'écarte pas trop de la direction de rayonnement maximal ( $\theta=0^\circ$ ). Au delà de  $60^\circ$ , les résultats théoriques s'éloignent des mesures. En vue de minimiser cet écart, nous avons essayé d'utiliser plus de fonctions de base, mais en vain. Cet écart est alors attribué aux ondes de surface qui sont diffractées aux extrémités du substrat. En effet notre modèle d'analyse est basé sur l'hypothèse du plan de masse infini alors qu'en réalité il est de dimensions finies.

En pratique, si on veut obtenir une structure rayonnante ayant une bonne pureté de polarisation, il faut que le niveau de la composante contrapolaire soit inférieure à -25dB. Par contre, dans certaines applications, telle que la recherche de polarisation circulaire, il est nécessaire de choisir une structure rayonnante dont la composante contrapolaire est de l'ordre de la composante copolaire. Dans notre cas, le niveau des composantes contrapolaires ne dépasse pas -40dB : cette antenne a une bonne pureté de polarisation. Sa directivité théorique vaut 5.10 dB, contre 5.50 dB pour la mesure.



**Fig. 3.5 Evolution de l'impédance d'entrée en fonction de la fréquence.**

$L=7.62$  cm,  $W=11.43$  cm,  
 $x_p=6.86$  cm,  $y_p=6.1$  cm,  
 $\epsilon_r=2.64$ ,  $\text{tg}\delta=3 \times 10^{-3}$ ,  $d=1.59$  mm,  $N_x=N_y=2$



**Fig. 3.6 Composantes copolaires et contrapolaires**

$L=7.62$  cm,  $W=11.43$  cm,

$x_p=6.86$  cm,  $y_p=6.1$  cm,

$\epsilon_r=2.64$ ,  $\text{tg}\delta=3 \times 10^{-3}$ ,  $d=1.59$  mm.  $N_x=N_y=6$ .

\* Mesures [33]

—

Théorie

### 3.3 Etude d'une antenne avec éléments parasites

L'antenne à étudier (Fig. 2.4) a les caractéristiques suivantes:

$$W_1=W_2=W_3=3.9 \text{ cm},$$

$$L_1=2.605 \text{ cm}, L_2=2.7 \text{ cm}, L_3=2.605 \text{ cm},$$

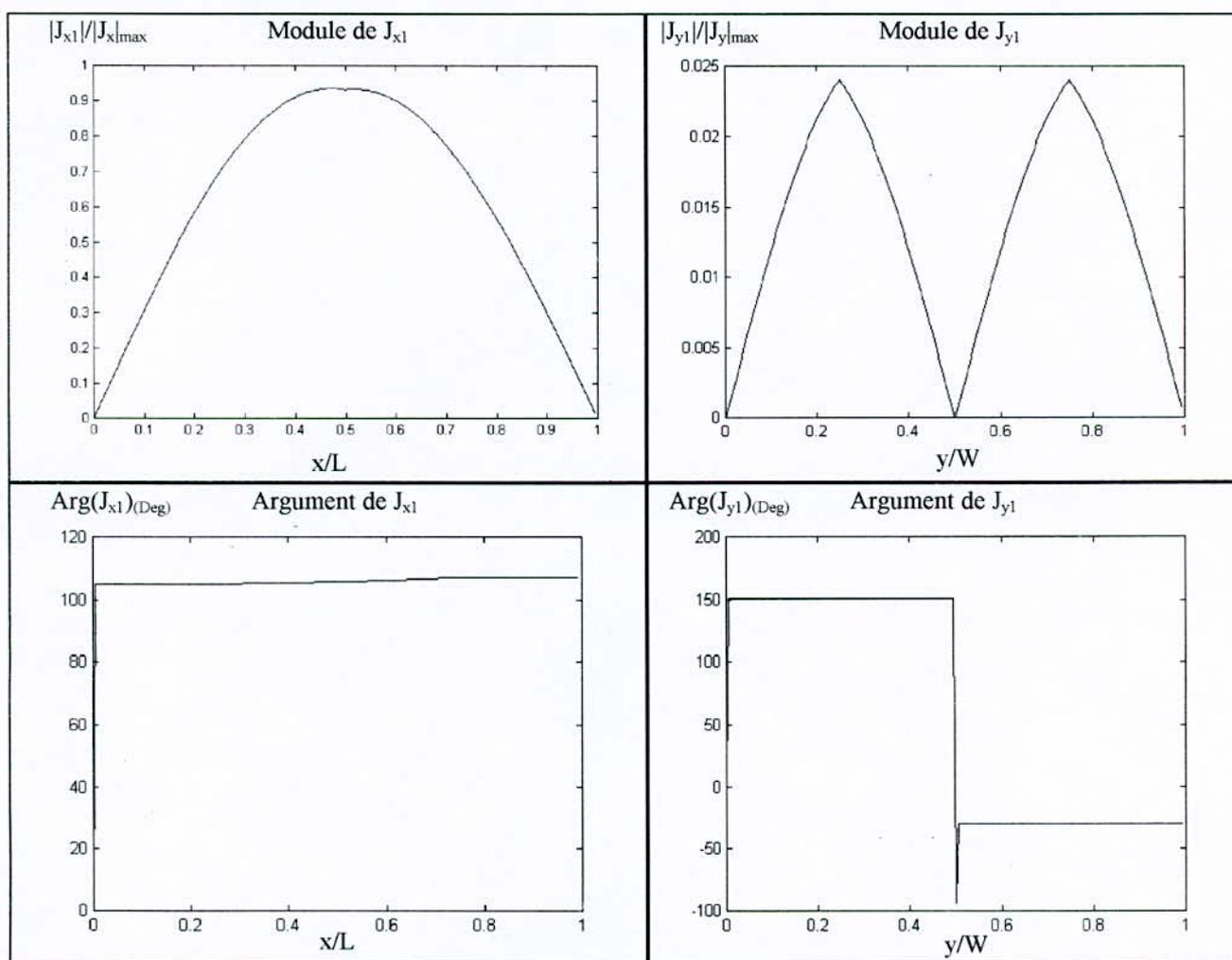
$$X(1)=0, X(2)=2.77 \text{ cm}, X(3)=5.635 \text{ cm},$$

$$Y(1)=Y(2)=Y(3)=0.$$

$$x_p=3.22 \text{ cm}, y_p=1.95 \text{ cm},$$

$$\epsilon_r=2.55, \text{tg}\delta=2 \times 10^{-3}, d=1.59 \text{ cm}.$$

#### 3.3.1 Distribution des courants



**Fig. 3.7 Distribution des courants sur le premier patch**

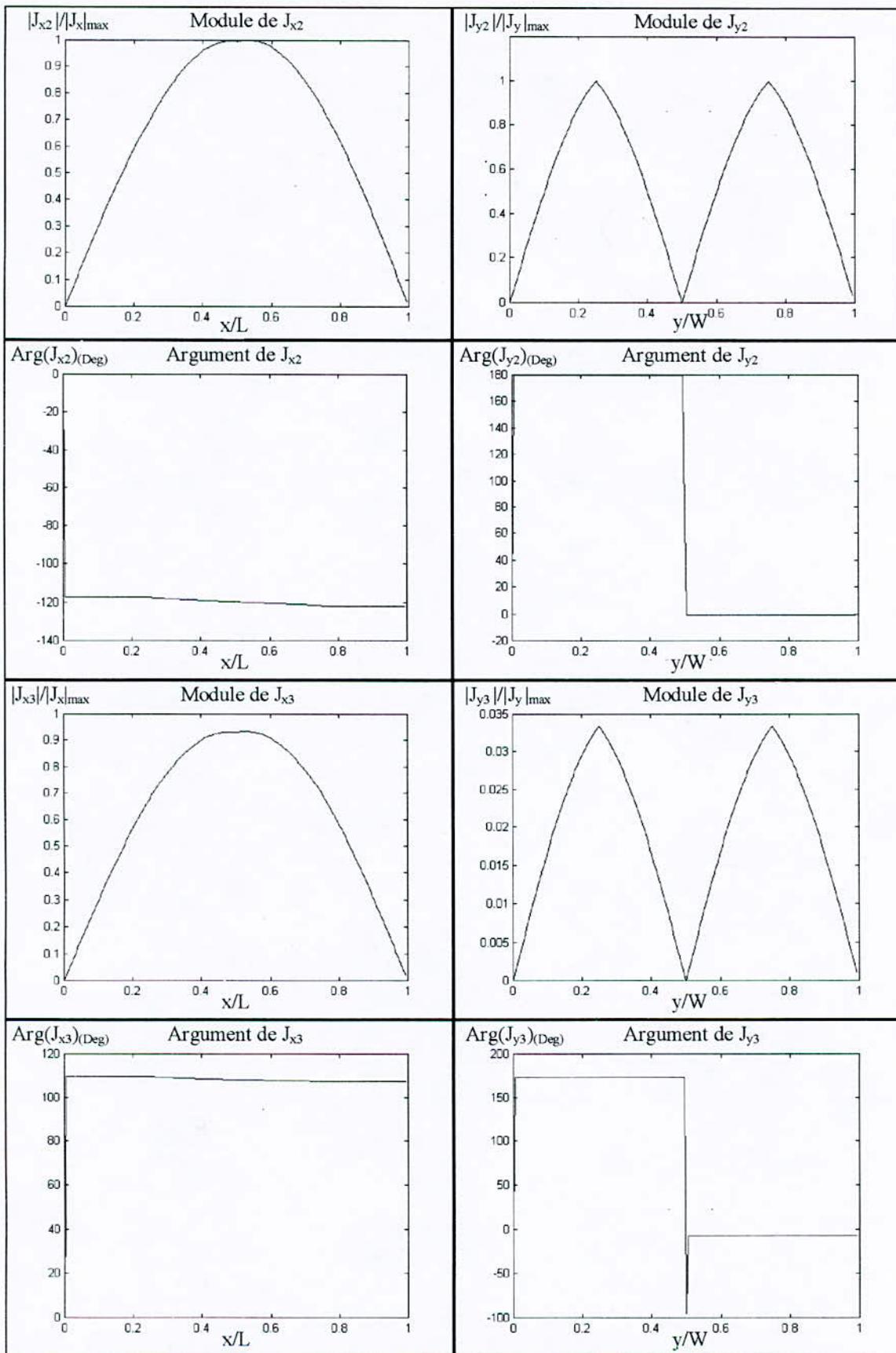
$$W_1=W_2=W_3=3.9 \text{ cm}, L_1=2.605 \text{ cm}, L_2=2.7 \text{ cm}, L_3=2.605 \text{ cm},$$

$$X(1)=0, X(2)=2.77 \text{ cm}, X(3)=5.635 \text{ cm}, Y(1)=Y(2)=Y(3)=0.$$

$$x_p=3.22 \text{ cm}, y_p=1.95 \text{ cm},$$

$$\epsilon_r=2.55, \text{tg}\delta=2 \times 10^{-3}, d=1.59 \text{ cm}.$$

(les courants sont normalisés par rapport à leur plus grand module (qui se trouve sur le second patch)).



**Fig. 3.8** Distribution des courants sur le deuxième et troisième patch

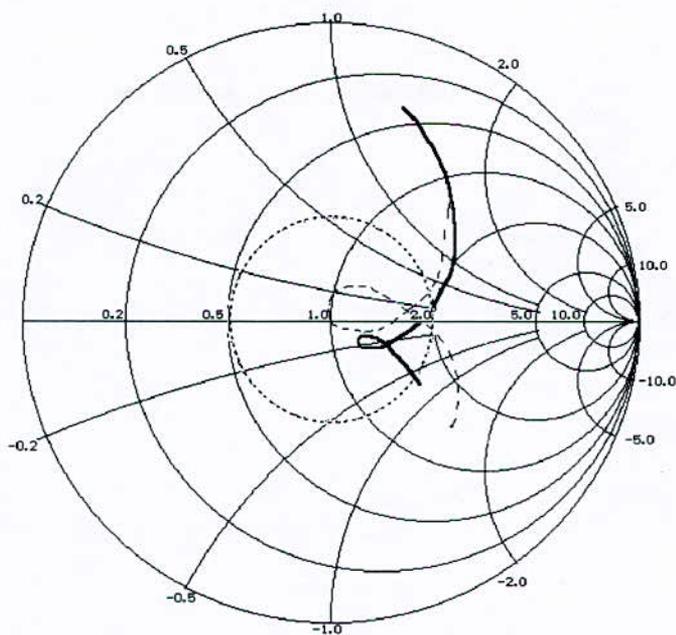
$W_1=W_2=W_3=3.9$  cm,  $L_1=2.605$  cm,  $L_2=2.7$  cm,  $L_3=2.605$  cm,  $X(1)=0$ ,  $X(2)=2.77$  cm,  $X(3)=5.635$  cm,  $Y(1)=Y(2)=Y(3)=0$ ,  $x_p=3.22$  cm,  $y_p=1.95$  cm,  $\epsilon_r=2.55$ ,  $\text{tg}\delta=2 \times 10^{-3}$ ,  $d=1.59$  cm.  
(les courants sont normalisés par rapport à leur plus grand module (qui se trouve sur le second patch)).

Qualitativement, les modules des courants sur les différents patchs sont semblables. Quantitativement, le courant sur le patch alimenté est plus fort que sur les autres patchs. Suivant la direction ( $Ox$ ), le courant a la même forme que pour l'antenne précédemment étudiée (antenne isolée). Par contre, suivant ( $Oy$ ), les modules présentent une symétrie par rapport à un axe médian parallèle à ( $Ox$ ) ; ceci est dû au fait que la position du point d'alimentation ( $x_p, y_p$ ) appartient à cet axe. En conséquence, un point d'observation situé sur le plan E, verra le champ issu des composantes  $J_y$  (qui sont en opposition de phase de part et d'autre de ce plan) se compenser, autrement dit, il faut s'attendre à ce que la composante contrapolaire sur ce plan soit très faible.

### 3.3.2 Impédance d'entrée

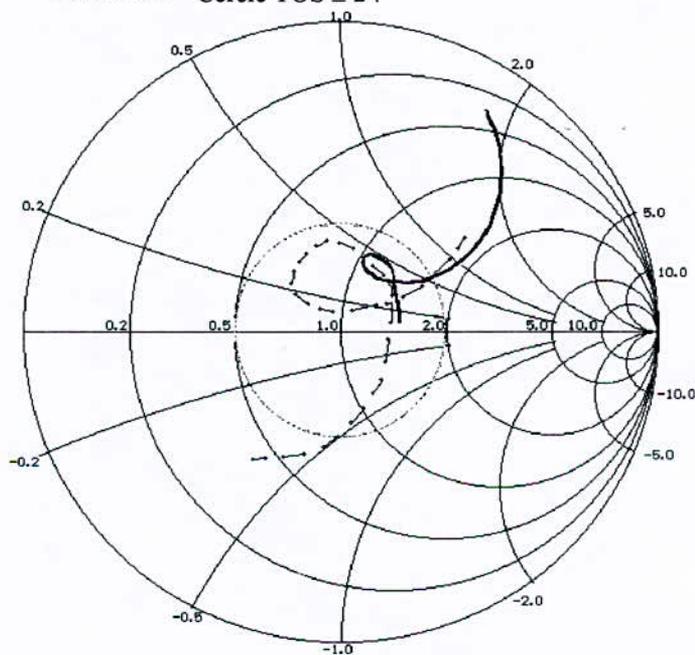
La figure (3.9) illustre le lieu de l'impédance d'entrée issu de nos résultats ainsi que des calculs de *Hayirliolu* [25]. Le décalage existant entre ces résultats est dû au nombre de fonctions de base utilisées: En effet, *Hayirliolu* [25] a utilisé cinq fonctions de base dans chaque direction et sur chaque patch, contre trois dans notre cas. D'autre part, *Hayirliolu* [25] a trouvé un décalage fréquentiel entre ses calculs et les mesures de *Kumar* [35]. Ces différences ont été attribuées au modèle de la sonde utilisé ainsi qu'au décalage entre le point de mesure et le plan où les calculs ont été effectués.

Ayant effectué des essais rudimentaires, nous avons constaté que l'impédance d'entrée est bien déterminée quand nous prenons des fonctions de base uniquement suivant ( $Ox$ ). Nous avons alors utilisé cinq fonctions de base suivant ( $Ox$ ). Nous avons par la suite corrigé le résultat en utilisant l'expression de *Carver* [34] pour tenir compte de la sonde. Ceci a permis de mieux se rapprocher des valeurs mesurées (Fig. 3.10), toutefois le décalage en fréquence subsiste. La bande passante obtenue par calcul est de l'ordre de 4.7%. La mesure indique que la bande passante est de l'ordre de 7%, ce qui représente sept fois la bande passante d'une APM classique !



**Fig. 3.9** Lieu de l'impédance d'entrée

— Théorie  $N_x=N_y=3$  sur chaque patch (de 3.15 à 3.46 GHz),  
 - - - Théorie [25] de 3.23 à 3.46 GHz,  
 ..... Cercle TOS  $\leq 2$ .



**Fig. 3.10** Lieu de l'impédance d'entrée

— Théorie avec correction  $N_x=5, N_y=0$  sur chaque patch de 3.15 GHz à 3.46 GHz,  
 - - - Mesures [35] de 3.15GHz à 3.4 GHz,  
 ..... Cercle TOS  $\leq 2$ .

**Fig. 3.9 et 3.10 :**

$W_1=W_2=W_3=3.9$  cm,  $L_1=2.605$  cm,  $L_2=2.7$  cm,  $L_3=2.605$  cm,  
 $X(1)=0$ ,  $X(2)=2.77$  cm,  $X(3)=5.635$  cm,  $Y(1)=Y(2)=Y(3)=0$ ,  
 $x_p=3.22$  cm,  $y_p=1.95$  cm,  
 $\epsilon_r=2.55$ ,  $\text{tg}\delta=2 \times 10^{-3}$ ,  $d=1.59$  cm.

### 3.3.3 Diagramme de rayonnement

La figure( 3.11) illustre la composante copolaire et contrapolaire du champ dans les plans E et H.

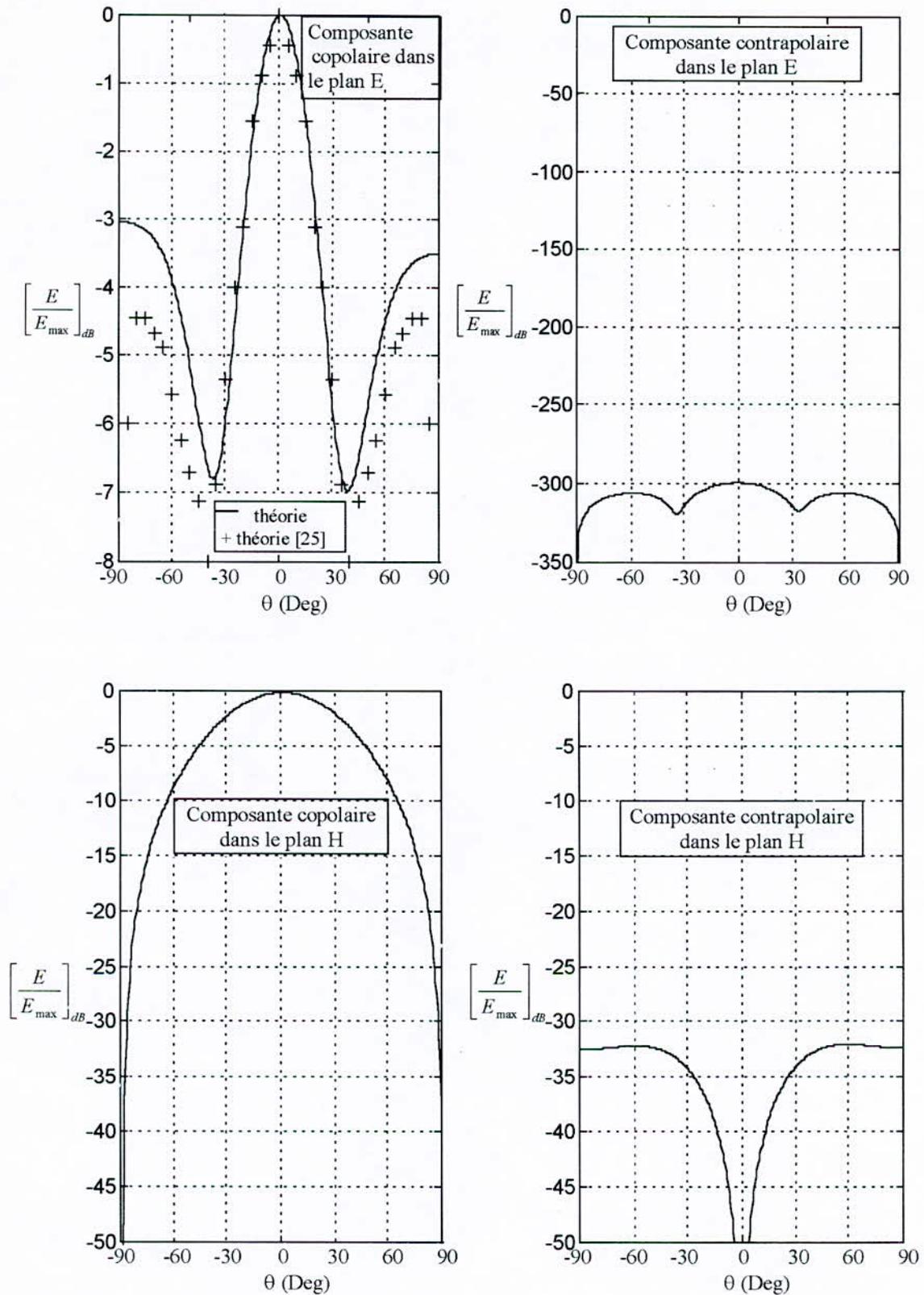
On remarque que les éléments parasites ont conféré à la structure les caractéristiques d'un réseau. En effet, le champ copolaire dans le plan E a l'aspect d'un sinus cardinal (similitude avec la fonction caractéristique d'un réseau). De plus, on constate que l'angle d'ouverture de cette structure est inférieur à l'angle d'ouverture d'une APM isolée, ainsi sa directivité sera supérieur à la directivité d'une antenne isolée (10.4 dB contre 5.50 dB). En contre partie, on constate l'apparition de lobes secondaires.

Comparée à une APM ordinaire (antenne isolée), l'antenne étudiée a une meilleure pureté de polarisation dans le plan E: Ceci est justifié par une faible composante contrapolaire (comme cela a été prévu lors de la description de la distribution des courants). Dans le plan H, les composantes copolaire et contrapolaire obtenues sont similaires à une antenne ordinaire.

Le champ théorique et celui issu de [25] sont en bon accord tant qu'on ne s'éloigne pas de la direction de rayonnement maximale. Au delà de cette direction, quelques différences apparaissent: Elles sont attribuées au nombre de fonctions de base impliquées dans l'analyse. En effet, dans la référence [25] on fit usage de cinq fonctions de base dans chaque direction et sur chaque patch, contre trois dans notre cas.

Le tableau suivant résume les différences entre une antenne isolée et une antenne avec élément parasites

	Antenne isolée	Antenne avec éléments parasites
Bande passante (%)	1%	mesure 7 % , théorie 4.7 %
Directivité (dB)	5.5 dB	10.4 dB
Composante copolaire (plan E) (max dB)	0 dB	0 dB avec lobes secondaires importants
Composante contrapolaire (plan E) (max dB)	-47 dB	-300 dB
Composante copolaire (plan H) (max dB)	0 dB	0 dB
Composante contrapolaire (plan H) (max dB)	-44 dB	-32 dB



**Fig. 3.11 Composantes copolaires et contrapolaires de l'antenne avec éléments parasites.**

$W_1=W_2=W_3=3.9$  cm,  $L_1=2.605$  cm,  $L_2=2.7$  cm,  $L_3=2.605$  cm,

$X(1)=0$ ,  $X(2)=2.77$  cm,  $X(3)=5.635$  cm,  $Y(1)=Y(2)=Y(3)=0$ .

$x_p=3.22$  cm,  $y_p=1.95$  cm,

$\epsilon_r=2.55$ ,  $\text{tg}\delta=2 \times 10^{-3}$ ,  $d=1.59$  cm,  $f_0=3.45$  GHz

## Conclusion

La résolution de l'équation intégrale a permis la détermination des courants surfaciques. Ces courants ont été utilisés afin d'obtenir les caractéristiques radioélectriques de l'antenne.

Dans le cas d'une antenne isolée, l'augmentation du nombre de fonctions de base a permis de mieux se rapprocher des caractéristiques radioélectriques mesurées. A un moment donné, si on persiste à ajouter le nombre de fonctions de base, une limite théorique est atteinte (convergence), et les différences entre la mesure et la théorie doivent être attribuées à une lacune dans notre analyse. En ce qui concerne la détermination de l'impédance d'entrée, la lacune consiste en la non-incorporation de la sonde dans l'équation intégrale. L'utilisation de formules empiriques modélisant la sonde ne résout pas toujours le problème. De plus de tels expressions enlèvent le caractère rigoureux à la méthode. Tandis que pour la détermination des champs, la lacune provient de l'hypothèse du plan de masse infini (annexe A) qui a conduit à une différence entre le champ calculé et le champ mesuré quand on s'éloigne de la direction du rayonnement maximal.

Dans le cas d'une antenne avec éléments parasites, le nombre de fonctions de base à impliquer est plus important que pour une antenne isolée, le temps nécessaire au calcul devient alors plus important. La limite théorique n'a alors pas pu être atteinte. Toutefois, le résultat (plus qualitatif que quantitatif) obtenu permet d'affirmer qu'on peut s'attendre à de meilleurs résultats si on augmentait le nombre de fonctions de base.

La bande passante d'une APM initialement faible a pu être augmentée en utilisant des éléments parasites qui lui confèrent une plus grande directivité et une composante contrapolaire de niveau inférieur à celle d'une APM classique. Malheureusement, ceci se fait au détriment de l'apparition de lobes secondaires.

Une amélioration de notre travail consisterait à développer un algorithme de calcul de doubles intégrales "**très spécifique**" à notre problème. En effet, les intégrales que nous traitons sont dites "intégrales de *Sommerfeld*" et ont des caractéristiques bien particulières [31]. Il faudrait alors tirer profit de ces caractéristiques afin de réduire le temps d'intégration.

De plus, un calcul rigoureux nécessitera l'incorporation de la sonde dans l'équation intégrale.

Finalement, afin de tenir compte des dimensions finies du plan de masse, il est nécessaire de corriger les champs par la théorie uniforme de la diffraction (UTD).

# Références

[1] **Greig.D.D and Englemann.H.F**

"Microstrip-a new transmission technique for the kilomegacylce range"  
proc.IRE. 1952.40.pp.1644-1650

[2] **Deschamps.G.A.**

"Microstrip microwave antennas"  
3<sup>rd</sup> USAF Symposium on antennas. 1953.

[3] **R.F.Harrington**

"Matrix methods for field problems"  
IEEE, Vol.55, No.2, pp.136-149, February 1967.

[4] **Chen-To Tai**

"Dyadic Green Functions in Electromagnetic Theory".  
IEEE PRESS.

[5] **Constantine A..Balanis**

"Antenna Theory Analysis and Design". (second edition)  
JOHN WILEY & SONS, INC.

[6] **D.M Pozar**

"Microstrip Antennas,  
"Proc.IEEE, Vol.80, No.1,pp.79-81, January 1992

[7] **P.Bhartia, K.V.S.Rao, R.S.Tomar**

"Millimeter-Wave microstrip and printed circuit antennas"  
Artech house.

[8] **D.M.Pozar and B.Kaufman**

"Increasing the Bandwidth of a Microstrip Antenna by Proximity Coupling"

[9] **I.J.Bahl , P.Barthia**

"Microstrip Antennas"  
Artech House.

[10] **R.Aksas**

"Analyse d'antennes microrubans de forme quelconque par une approche basée sur la technique des lignes de transmission. Application aux géométries circulaires"  
Thèse de doctorat présentée à l'Ecole Nationale Polytechnique.

[11] *Iqbal Messaif*

"Contribution à l'analyse d'antennes microrubans à l'aide d'une approche spectrale. Application aux géométries rectangulaires et circulaires."

Thèse de Magister présentée à l'Ecole Nationale Supérieure de Kouba.

[12] *Munson, R.E*

"Conformal Microstrip Antennas and Microstrip Phased Array

IEEE trans, on Antennas and Propagation, Vol.AP-22,1374, pp.74-78.

[13] *W.F.Richards*

"Microstrip Antennas,"

Chapter 7 in Antenna Engineering Handbook :Theory, Application and design  
(Y-T.Lo and S.Wlee,Eds), Van Nostrand Reinhold Co, New York, 1988.

[14] *Lo, Y.T., D.Solomon and W.F. Richards,*

" Theory and experiments on microstrip antennas"

IEEE Trans. On antennas and Propagation, Vol. AP-27,1979,99.137-145.

[15] *James,J.R and C.J.Wilson*

"Microstrip Antennas and arrays. Pt I- Fundamental Action and Limitations"

IEE Journal MOA, Vol.1,1977,pp.175-181.

[16] *Hammer,P, et al*

"A Model for Calculating the Radiation Field of Microstrip Antennas,"

IEEE Trans. On Antennas and propagation, Vol.AP27,1979,pp.267-270.

[17] *Uzunoglu,N.K.,N.G.Alexopoulos, and J.G.Fikioris,*

"Radiation Properties of Microstrip Dipole,"

IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol, 27, No.6, November 1979, pp.853-858 (also corrections, Vol.30, No.3, May 1982, p.526)

[18] *Suzuhi,Y., and Tchiba,*

"Computer Analysis Method for Arbitrarily Shaped Microstrip Antenna with multiterminals,"

IEEE trans.Antennas and Propagation, Vol.32, No.6, June 1984 pp.68-76.

[19] *Araki,K.,H.Ueda, and T.Masayuki,*

"Numerical Analysis of Circular Disk Microstrip Antenna with Parasitic Elements,"

IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol.34, No.12 December 1986,pp.1390-1394.[

[20] *Martinson, T.M., and E.F.Kuester,*"

"Accurate Analysis of Arbitrarily Shaped Resonators on Thin Substrates,"

IEEE Trans.Microwave Theory and Techniques, Vol.36, No.2, February 1988,pp.324-331.

[21] *Newman, E.H., and P.Tulyathan*

"Analysis of Microstrip Antennas Using Moment Methods"

IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol.29,No.1, January 1981,pp.47-53.

[22] *Itoh,T., and W.Menzel*

"A Full-Wave Analysis Method for Open Microstrip Structures"

IEEE Trans.Antennas and Propagation,Vol.29,No.1,January 1981 pp 63-89

[23] *Mosig,J.R.*

"Arbitrarily Shaped Microstrip Structures and their analysis with a Mixed Potential Integral Equation"

"IEEE Trans.Microwave Theory and Techniques,Vol.36, No. 2, February 1988,pp.314-323.

[24] *Willis,T.M.,and D.L.Sengupta*

"Spectral Analysis of Microstrip Antennas with CG-FFT:Two Dimensional Results"

IEEE Trans.Antennas and Propagation,Vol.37,No.7, July 1989 pp.810-816

[25] *Lala Hayirliolu and M.Tuncay Birand*

"Computer-Aided Analysis of Microstrip Antennas Employing Parasitic Elements."

International Journal of Microwave Computer Aided Engineering, Vol3,No4,405-411 (1993).

[26] *D.M.Pozar,*

"Input Impedance and Mutual Coupling of Rectangular Microstrip Antennas"

IEEE Trans.Antennas and Propagation,Vol .AP30,NO.6, November 1982.

[27] *R.E.Collin*

"Antennas and radiwave propagation"

McGraw-Hill international Editions, Electrical Engineering Series.

[28] *Fan, Z., Lee.K.F.*

"input impedance of rectangular microstrip antennas with an air gap"

Microwave and optical Technology letters, VOL 5. N:13, Mar 1992, 9 123-125.

[29] *A.C.Ludwig,*

"The definitions of cross-polarization"

IEEE Trans.Antennas Propagat.,Vol.AP-21,n0.1,pp,116-119, Jan.1973.

[30] *D.M.Pozar*

"Analysis and design considerations for printed phased-array antennas"

Handbook of Microstrip Antennas Vol.1, IEE Electromagnetic Waves Series 28, pp 694, 1989.

[31] *J.R.Mosig, R.C.Hall and F.E.Gardiol*

"Numerical Analysis of Microstrip Patch Antennas"

Handbook of Microstrip Antennas Vol.1, IEE Electromagnetic Waves Series 28, pp 394, 1989.

[32] *Newman E., Forrai D.*

"Scattering from a microstrip patch"

IEEE Trans AP., U.S.A., 1987, Vol 35, n°3, pp.245-251

[33] *W.F.Richards, Y.T.Lo and D.D.Harrison*

An improved theory for microstrip antennas and applications

IEEE Trans. A.P., vol.27, pp.137-145, USA., 1979

[34] *K.R Carver and J.W.Mink*

"Microstrip antenna technology,"

IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-29, pp.2-24, Jan.1981

[35] *G.Kumar and K.C.Gupta*

"Broad-Band Microstrip Antennas Using Additional Resonators Gap-Coupled to the Radiating Edges"

IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-32, pp.1375-1379., No.12, December 1984.

[36] *V.H.Rumsey,*

"The Reaction Concept in Electromagnetic Theory,"

Physical Review, Series 2, Vol. 94, No.6, pp 1483-1491, June 15, 1954.

[37].*J.H.Mathews*

"Numerical methods for mathematics, science, and engineering"

Prentice-Hall international editions

[38].*P.J.Davis and P.Rabinowitz*

"Methods of numerical integration"

Werner pheinbolt editions

# Annexes

En annexe A, nous déterminons les fonctions de Green spécifiques à la structure étudiée

En annexe B, nous donnons les expressions des fonctions de base ainsi que leurs transformées de *Fourier*

En annexe C, nous exposons un aperçu sur la méthode d'intégration utilisée.

## A. Détermination des fonctions de Green

Considérons la structure de la figure (A.1). On suppose que le plan de masse ainsi que les dimensions du substrat sont infinies. Le problème est d'extraire les fonctions de *Green* spécifiques à cette structure. Pour cela nous considérons un courant surfacique  $\vec{J}_s = J_x \hat{x} + J_y \hat{y}$  au niveau du patch.

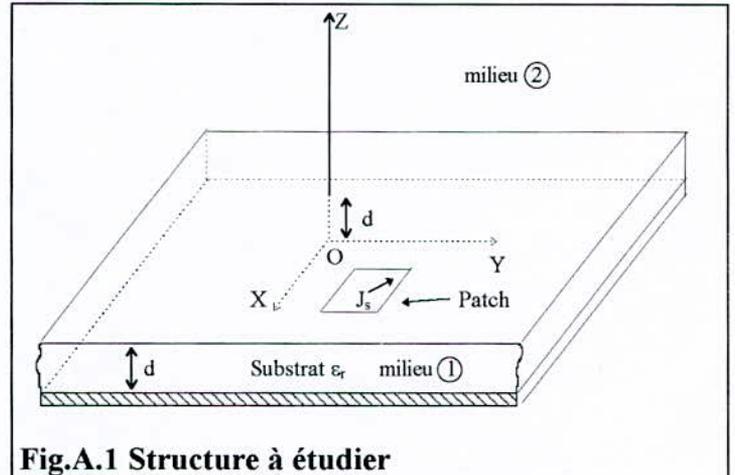


Fig.A.1 Structure à étudier

Ecrivons la troisième et quatrième équation de *Maxwell* dans les milieux 1 et 2 dépourvus de charges (l'élément rayonnant étant exclu).

$$\nabla \wedge \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H} \quad (\text{A. 1})$$

$$\nabla \wedge \vec{H} = j\omega\varepsilon \vec{E} \quad (\text{A. 2})$$

avec

$$\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_0 \varepsilon_r & 0 < z < d \\ \varepsilon_0 & z > d \end{cases} \quad (\text{A. 3})$$

Ces équations permettent d'écrire les équations d'*Helmutz*

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = \vec{0} \quad (\text{A. 4})$$

$$\nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = \vec{0} \quad (\text{A. 5})$$

avec

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon}$$

En anticipant une solution de la forme d'une onde plane (TEM), le champ électrique sera proportionnel à  $e^{\pm jk_x x}$ ,  $e^{\pm jk_y y}$  et  $e^{\pm jk_z z}$  [30]. En remplaçant ce champ dans l'équation (A.4), on obtient la constante de propagation dans la direction (Oz) en fonction des constantes de propagation dans les autres directions., soit:

$$-k_x^2 - k_y^2 - k_z^2 + k^2 = 0$$

en posant  $k_x^2 + k_y^2 = \beta^2$ ,  $k_z$  s'écrit comme suit:

$$k_z^2 = \begin{cases} \varepsilon_r k_0^2 - \beta^2 = k_1^2 & 0 < z < d \\ k_0^2 - \beta^2 = k_2^2 & z > d \end{cases} \quad (\text{A. 6})$$

avec

$$k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$$

Cherchons les composantes transverses des champs ( $E_x, E_y, H_x$  et  $H_y$ ) en fonction des composantes longitudinales ( $E_z$  et  $H_z$ )

En développant les relations (A.1) et (A.2) en y remplaçant  $\frac{\partial}{\partial t}$  par  $jk_n$ <sup>(1)</sup> avec  $n=x$  ou  $y$ , on obtient le système suivant:

$$\begin{cases} jk_y E_z - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -j\omega\mu_0 H_x \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - jk_x E_z = -j\omega\mu_0 H_y \\ jk_x E_y - jk_y E_x = -j\omega\mu_0 H_z \end{cases} \quad (\text{A. 7})$$

$$\begin{cases} jk_y H_z - \frac{\partial H_y}{\partial z} = j\omega\varepsilon E_x \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - jk_x H_z = j\omega\varepsilon E_y \\ jk_x H_y - jk_y H_x = j\omega\varepsilon E_z \end{cases}$$

La manipulation de la relation (A.7) permet d'obtenir les expressions suivantes

$$\begin{aligned} E_x \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) &= \omega\mu_0 k_y H_z + jk_x \frac{\partial E_z}{\partial z} \\ H_y \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) &= \omega\varepsilon k_x E_z + jk_y \frac{\partial H_z}{\partial z} \\ E_y \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) &= jk_y \frac{\partial E_z}{\partial z} - \omega\mu_0 k_x H_z \\ H_x \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) &= jk_x \frac{\partial H_z}{\partial z} - \omega\varepsilon k_y E_z \end{aligned} \quad (\text{A. 8})$$

En transposant (A.8) dans le domaine spectral, on obtient

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) &= \omega\mu_0 k_y \tilde{H}_z + jk_x \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z} \\ \tilde{H}_y \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) &= \omega\varepsilon k_x \tilde{E}_z + jk_y \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z} \\ \tilde{E}_y \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) &= jk_y \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z} - \omega\mu_0 k_x \tilde{H}_z \\ \tilde{H}_x \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) &= jk_x \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z} - \omega\varepsilon k_y \tilde{E}_z \end{aligned} \quad (\text{A. 9})$$

Notons que les équations (A.9) sont valables pour les deux régions (en remplaçant par le bon  $k$ ).

<sup>1</sup> L'hypothèse du plan de masse infini impose que l'on choisisse soit  $+jk_n$  soit  $-jk_n$  (non pas les deux simultanément). Ces deux éventualités vont conduire aux mêmes fonctions de Green

Dans les deux régions, nous avons toujours  $\frac{\partial^2}{\partial z^2} = -k_z^2$ , donc  $\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 = -k_z^2 + k^2 = \beta^2$ . Ceci nous permet de reformuler (A.9) de la manière suivante:

$$\begin{aligned}\tilde{E}_x &= \frac{1}{\beta^2} \left( \omega \mu_0 k_y \tilde{H}_z + j k_x \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z} \right) \\ \tilde{H}_y &= \frac{1}{\beta^2} \left( \omega \varepsilon k_x \tilde{E}_z + j k_y \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z} \right) \\ \tilde{E}_y &= \frac{1}{\beta^2} \left( j k_y \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z} - \omega \mu_0 k_x \tilde{H}_z \right) \\ \tilde{H}_x &= \frac{1}{\beta^2} \left( j k_x \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z} - \omega \varepsilon k_y \tilde{E}_z \right)\end{aligned}\tag{A. 10}$$

Une fois les composantes longitudinales connues, les composantes transversales seront déterminées par le biais des équations (A.10). Les composantes longitudinales sont solutions de (A.4) et (A.5) projetés suivant  $z$

$$\begin{aligned}\nabla^2 E_z(x, y, z) + k^2 E_z(x, y, z) &= 0 \\ \nabla^2 H_z(x, y, z) + k^2 H_z(x, y, z) &= 0\end{aligned}\tag{A. 11}$$

Ceci permet de réécrire (A.11) comme suit

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2}{\partial z^2} E_z(x, y, z) + k_z^2 E_z(x, y, z) &= 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_z(x, y, z) + k_z^2 H_z(x, y, z) &= 0\end{aligned}\tag{A. 12}$$

Dans le domaine spectral, (A.12) deviennent

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{E}_z(k_x, k_y, z) + k_z^2 \tilde{E}_z(k_x, k_y, z) &= 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tilde{H}_z(k_x, k_y, z) + k_z^2 \tilde{H}_z(k_x, k_y, z) &= 0\end{aligned}\tag{A. 13}$$

Pour  $z > d$ , la solution de (A.13) est une onde plane progressive dans la direction  $z > 0$ , on écrit donc:

$$\begin{aligned}\tilde{E}_z &= A e^{-jk_z z} \\ \tilde{H}_z &= B e^{-jk_z z}\end{aligned}\tag{A. 14}$$

Pour  $0 < z < d$  la solution de (A.13) est une onde subissant plusieurs réflexions. Dans ce cas, la solution s'écrit:

$$\begin{aligned} E_z &= C \cos(k_1 z) + D \sin(k_1 z) \\ H_z &= E \sin(k_1 z) + F \cos(k_1 z) \end{aligned} \quad (\text{A. 15})$$

Les équations (A.10) et (A.15) donnent les expressions de  $\tilde{E}_x$  et  $\tilde{E}_y$  pour  $0 < z < d$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x &= \frac{jk_x}{\beta^2} (-Ck_1 \sin(k_1 z) + Dk_1 \cos(k_1 z)) + \frac{\omega\mu_0 k_y}{\beta^2} (E \sin(k_1 z) + F \cos(k_1 z)) \\ \tilde{E}_y &= \frac{jk_y}{\beta^2} (-Ck_1 \sin(k_1 z) + Dk_1 \cos(k_1 z)) - \frac{\omega\mu_0 k_x}{\beta^2} (E \sin(k_1 z) + F \cos(k_1 z)) \end{aligned} \quad (\text{A. 16})$$

En  $z=0$ ,  $\tilde{E}_x = \tilde{E}_y = 0$ , ce qui conduit à  $D=F=0$ , donc

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x &= \left( \frac{-jk_x k_1}{\beta^2} C + \frac{\omega\mu_0 k_y}{\beta^2} E \right) \sin(k_1 z) \\ \tilde{E}_y &= \left( \frac{-jk_y k_1}{\beta^2} C - \frac{\omega\mu_0 k_x}{\beta^2} E \right) \sin(k_1 z) \end{aligned} \quad \text{pour } 0 < z < d \quad (\text{A. 17})$$

Les expressions (A.10), (A.14) et (A.15) permettent aussi de déterminer:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x &= \left( \frac{k_2 k_x}{\beta^2} A + \frac{\omega\mu_0 k_y}{\beta^2} B \right) e^{-jk_2 z} \\ \tilde{E}_y &= \left( \frac{k_2 k_y}{\beta^2} A + \frac{\omega\mu_0 k_x}{\beta^2} B \right) e^{-jk_2 z} \end{aligned} \quad \text{pour } z > d \quad (\text{A. 18})$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_x &= \left( \frac{jk_x k_1}{\beta^2} E - \frac{\omega\varepsilon_0 \varepsilon_r k_y}{\beta^2} C \right) \cos(k_1 z) \\ \tilde{H}_y &= \left( \frac{-jk_y k_1}{\beta^2} C - \frac{\omega\varepsilon_0 \varepsilon_r k_x}{\beta^2} E \right) \cos(k_1 z) \end{aligned} \quad \text{pour } 0 < z < d \quad (\text{A. 19})$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_x &= \left( \frac{k_2 k_x}{\beta^2} B - \frac{\omega\varepsilon_0 k_y}{\beta^2} A \right) e^{-jk_2 z} \\ \tilde{H}_y &= \left( \frac{k_2 k_y}{\beta^2} B + \frac{\omega\varepsilon_0 k_x}{\beta^2} A \right) e^{-jk_2 z} \end{aligned} \quad \text{pour } z > d \quad (\text{A. 20})$$

Les conditions de continuité transposées dans le domaine spectral s'écrivent en  $z=d^2$ :

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{1x} &= \tilde{E}_{2x} \\ \tilde{E}_{1y} &= \tilde{E}_{2y} \end{aligned} \quad (\text{A. 21})$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{x2} - \tilde{H}_{x1} &= \tilde{J}_y \\ \tilde{H}_{y2} - \tilde{H}_{y1} &= \tilde{J}_x \end{aligned} \quad (\text{A. 22})$$

L'utilisation des expressions (A.17), (A.18), (A.19) et (A.20) avec (A.21) et (A.22) permet après

<sup>2</sup>  $E_i$  est le champ dans le milieu  $i$  (idem pour  $H_i$ ).

certaines manipulations algébriques d'aboutir au système suivant:

$$\begin{pmatrix} -jk_1k_xM & MNk_y & -k_2k_x & -Nk_y \\ -jk_1k_yM & -MNk_x & -k_2k_y & Nk_x \\ \varepsilon_r Qk_yP & -jk_1k_xP & -Qk_y & k_2k_x \\ \varepsilon_r Qk_xP & jk_1k_yP & -Qk_x & k_2k_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ E \\ A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ RJ_y \\ RJ_x \end{pmatrix} \quad (\text{A. 23})$$

où

$$M = e^{jk_2d} \sin(k_1d), \quad N = \omega\mu_0$$

$$P = e^{jk_2d} \cos(k_1d), \quad Q = \omega\varepsilon_0$$

$$R = \beta^2 e^{jk_2d}$$

La résolution de (A.23) en C et E donne:

$$C = \frac{Z_0}{k_0} \left( \frac{k_2k_x}{T_m} \tilde{J}_x + \frac{k_2k_y}{T_m} \tilde{J}_y \right) \quad (\text{A. 24})$$

$$E = \frac{jk_x}{T_e} \tilde{J}_y - \frac{jk_y}{T_e} \tilde{J}_x \quad (\text{A. 25})$$

avec

$$Z_0 = 120 \pi$$

$$T_m = \varepsilon_r k_2 \cos(k_1d) + jk_1 \sin(k_1d)$$

$$T_e = k_1 \cos(k_1d) + jk_2 \sin(k_1d)$$

En injectant les valeurs de C et E dans (A.15), on obtient

$$\tilde{E}_z = \tilde{G}_{zx} \tilde{J}_x + \tilde{G}_{zy} \tilde{J}_y \quad (\text{A. 26})$$

où

$$\tilde{G}_{zx} = \frac{Z_0}{k_0} \frac{k_2k_x}{T_m} \cos(k_1d) \quad (\text{A. 27})$$

$$\tilde{G}_{zy} = \frac{Z_0}{k_0} \frac{k_2k_y}{T_m} \cos(k_1d) \quad (\text{A. 28})$$

En injectant les expressions de C et E dans (A.17), on obtient

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x &= \tilde{G}_{xx} \tilde{J}_x + \tilde{G}_{xy} \tilde{J}_y \\ \tilde{E}_y &= \tilde{G}_{yx} \tilde{J}_x + \tilde{G}_{yy} \tilde{J}_y \end{aligned} \quad (\text{A. 29})$$

où

$$\tilde{G}_{xx} = \frac{-jZ_0 \sin(k_1d)}{k_0 T_e T_m} (k_2 \cos(k_1d) (\varepsilon_r k_0^2 - k_x^2) + jk_1 \sin(k_1d) (k_0^2 - k_x^2)) \quad (\text{A. 30})$$

$$\tilde{G}_{xy} = \tilde{G}_{yx} = \frac{jk_x k_y Z_0 \sin(k_1 d)}{T_e T_m} (k_2 \cos(k_1 d) + jk_1 \sin(k_1 d)) \quad (\text{A. 31})$$

$$\tilde{G}_{yy} = \frac{-jZ_0 \sin(k_1 d)}{k_0 T_e T_m} (k_2 \cos(k_1 d)(\epsilon_r k_0^2 - k_y^2) + jk_1 \sin(k_1 d)(k_0^2 - k_y^2)) \quad (\text{A. 32})$$

Par réciprocité [30], il est possible de montrer que les champs élémentaires  $d\tilde{E}_x$  et  $d\tilde{E}_y$  issus d'un courant  $\tilde{J}_z$  situé sur la sonde en  $z+dz$ , vaut

$$d\tilde{E}_x = \tilde{g}_{xz} \tilde{J}_z dz$$

$$d\tilde{E}_y = \tilde{g}_{yz} \tilde{J}_z dz$$

avec

$$\tilde{g}_{xz} = -\frac{Z_0 k_2 k_x}{k_0 T_m} \cos(k_1 d)$$

$$\tilde{g}_{yz} = -\frac{Z_0 k_2 k_y}{k_0 T_m} \cos(k_1 d)$$

En considérant que le courant  $J_z$  est constant le long de la sonde, nous obtenons les expressions du champ issu du courant le long de la sonde.

$$\tilde{E}_x = \tilde{G}_{xz} \tilde{J}_z$$

$$\tilde{E}_y = \tilde{G}_{yz} \tilde{J}_z$$

avec

$$\tilde{G}_{xz} = \int_0^d \tilde{g}_{xz} dz \quad \text{et} \quad \tilde{G}_{yz} = \int_0^d \tilde{g}_{yz} dz$$

Ce qui donne une expression finale de  $\tilde{G}_{xz}$  et  $\tilde{G}_{yz}$ , soit

$$\tilde{G}_{xz} = -\frac{Z_0 k_x k_2 \sin(k_1 d)}{k_0 k_1 T_m} \quad (\text{A. 33})$$

$$\tilde{G}_{yz} = -\frac{Z_0 k_y k_2 \sin(k_1 d)}{k_0 k_1 T_m} \quad (\text{A. 34})$$

## B. Courants de base/test

Pour un patch rectangulaire dont le coin inférieur gauche est positionné en  $(X(1), Y(1))$  (Fig. 2.4), l'expression des  $N_x$  (respectivement  $N_y$ ) fonctions de base en brins de sinusoides suivant  $(Ox)$  (respectivement suivant  $(Oy)$ ), est donnée par

$$J_{xn}(x, y) = \frac{1}{W} \frac{\sin[k_e(a - |x - X(1) - na|)]}{\sin(k_e a)} \quad n = 1, N_x \quad (\text{B. 1})$$

avec  $\begin{cases} a(n-1) \leq x - X(1) \leq a(n+1) \\ 0 \leq y - Y(1) \leq W \end{cases}$

$$J_{yn}(x, y) = \frac{1}{L} \frac{\sin[k_e(b - |y - Y(1) - nb|)]}{\sin(k_e b)} \quad n = 1, N_y \quad (\text{B. 2})$$

avec  $\begin{cases} b(n-1) \leq y - Y(1) \leq b(n+1) \\ 0 \leq x - X(1) \leq L \end{cases}$

avec

$$a = \frac{L}{1 + N_x}, \quad b = \frac{W}{1 + N_y}$$

$$k_e = k_0 \sqrt{\varepsilon_e}$$

où d'après [25]

$$\varepsilon_e = \frac{e_r + 1}{2} + \frac{e_r - 1}{2} \left(1 + \frac{12d}{W}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{B. 3})$$

Les transformées de *Fourier* de ces courants s'écrit :

$$\tilde{J}_{xn}(kx, ky) = 2e^{-jk_y \frac{W}{2}} \left[ \frac{\sin\left(k_y \frac{W}{2}\right)}{k_y \frac{W}{2}} \right] \left[ \frac{k_e e^{-jk_x na}}{k_e^2 - k_x^2} \right] \left[ \frac{\cos(k_x a) - \cos(k_e a)}{\sin(k_e a)} \right] e^{-jk_x X(1)} e^{-jk_y Y(1)}, \quad n = 1, N_x \quad (\text{B. 4})$$

$$\tilde{J}_{yn}(kx, ky) = 2e^{-jk_x \frac{L}{2}} \left[ \frac{\sin\left(k_x \frac{L}{2}\right)}{k_x \frac{L}{2}} \right] \left[ \frac{k_e e^{-jk_y nb}}{k_e^2 - k_y^2} \right] \left[ \frac{\cos(k_y b) - \cos(k_e b)}{\sin(k_e b)} \right] e^{-jk_x X(1)} e^{-jk_y Y(1)}, \quad n = 1, N_y \quad (\text{B. 5})$$

$J_z$  est un courant localisé en  $(x_p, y_p, 0 \leq z \leq d)$ . Il s'écrit de la manière suivante :

$$J_z = \delta(x - x_p) \delta(y - y_p) \quad (\text{B. 6})$$

Sa transformée s'écrit

$$\tilde{J}_z = e^{-jk_x x_p} e^{-jk_y y_p} \quad (\text{B. 7})$$

## C. Organigrammes

Le programme principal à été réalisé en C++. L'organigramme très général est donné ci-dessous (Fig.C.1).

Après détermination de l'impédance d'entrée et des coefficients  $\alpha$ , les résultats sont écrits dans un fichier. Ce fichier est ultérieurement récupéré par MATLAB® afin de déterminer les autres caractéristiques radioélectriques de l'antenne.

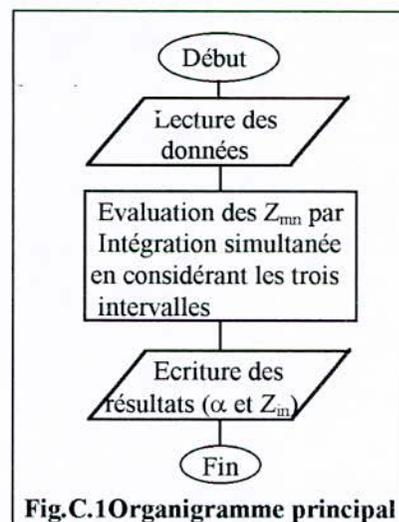
Le bloc "évaluation des  $Z_{mn}$ " contient le calcul des doubles intégrales. La double intégrale est évaluée à l'aide de l'algorithme de simple intégration puisque si  $I(x,y)$  est notre intégrant, alors la double intégrale se réduit à deux intégrales simples:

$$\int_{x=a}^b \int_{y=c}^d I(x,y) dx dy = \int_{x=a}^b f(x) dx \quad (C.1)$$

avec

$$f(x) = \int_{y=c}^d I(x,y) dy \quad (C.2)$$

Pour cette raison nous donnons uniquement l'organigramme d'intégration simple d'une fonction "g(x)" sur un intervalle [a,b]. Dans l'organigramme qui va suivre (Fig. C.2), les éléments  $R_{mn}(j,k)$  ( $k=0,j$ ) représentent les étapes de **Romberg** correspondant à l'évaluation de l'élément  $[Z_{mn}]_{N \times N}$ . La valeur de l'intégrale sera contenue dans la dernière étape, à savoir  $R_{mn}(j,j)$ . A une étape  $j$ , les éléments  $R_{mn}(j,k)$  sont déterminés par récurrence, en fonction de  $R_{mn}(j,k-1)$  et  $R_{mn}(j-1,k-1)$ , ce qui nécessite à l'étape  $k=1$  la connaissance de  $R_{mn}(j,0)$ . Cet élément est aussi déterminé par récurrence en fonction de  $R_{mn}(j-1,0)$ , ce qui nécessite la connaissance de  $R_{mn}(0,0)$ . Cet élément correspond à la première étape lors de l'intégration par la méthode des trapèzes. De plus, le calcul de ces étapes nécessitera la connaissance de la fonction à intégrer "g" en des points distants de  $h_j=(b-a)/2^j$ . Cette fonction peut avoir une forme analytique simple comme elle peut aussi être définie de manière similaire à  $f$  (relation (C.2)). Cette dernière éventualité constituera notre double intégration. Les expressions des différents éléments sont donnés ci-dessous:



$$\begin{aligned}
 R_{mn}(0,0) &= \frac{h_0}{2}(g(a) + g(b)) \\
 R_{mn}(j,0) &= \frac{R_{mn}(j-1,0)}{2} + h_j \sum_{k=1}^{2^{j-1}} g(a + (2k-1) \times h_j) \quad j \geq 1 \\
 R_{mn}(j,k) &= \frac{4^k R_{mn}(j,k-1) - R_{mn}(j-1,k-1)}{4^k - 1} \quad 1 \leq k \leq j
 \end{aligned} \tag{C.3}$$

L'évaluation simultanée (ou en parallèle) de tous les éléments de la matrice  $Z_{mn}$  permet un gain global de temps, puisque beaucoup de paramètres ne seront calculés qu'une seule fois : le calcul des fonctions de *Green* et des courants en sont un exemple typique.

L'organigramme de la figure (C.2) ne représente que les grandes lignes de l'effort de programmation qui a été effectué. En pratique, le programme devra éviter tout calcul répétitif. Ceci va entraîner une augmentation de la taille mémoire nécessaire : Des allocations dynamiques de mémoire sont alors inévitables.

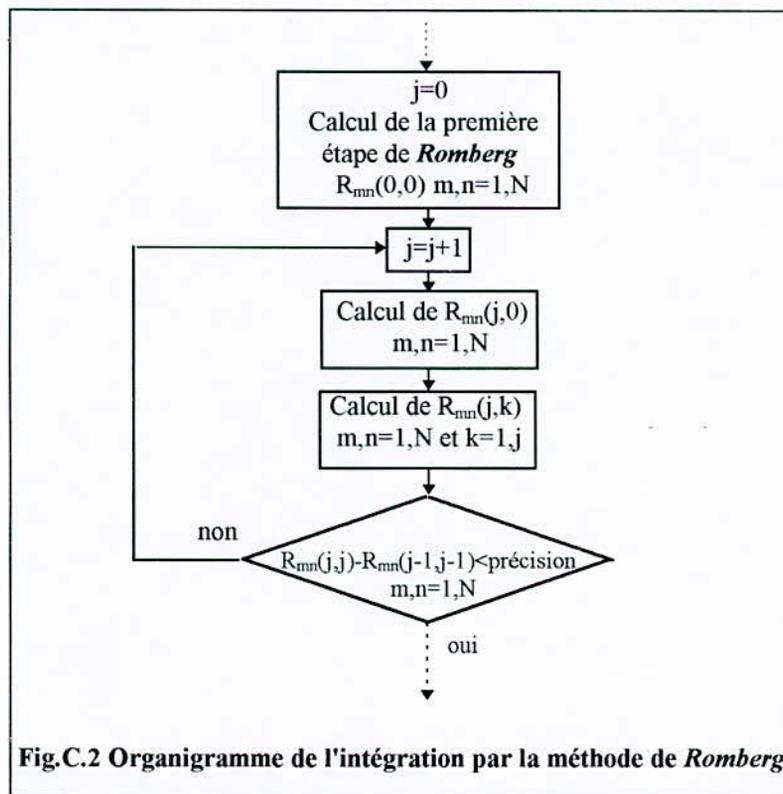


Fig.C.2 Organigramme de l'intégration par la méthode de *Romberg*