16/93

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التربية الوطنية
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



DEPARTEMENT [illegible]

# PROJET DE FIN D'ETUDES

## SUJET

[illegible]

Proposé par : [illegible]

Etudié par : [illegible]
[illegible]

Dirigé par [illegible]

PROMOTION
[illegible]

E.N.P. 10, Avenue Hacen Badi El-Harrach - ALGER

الجمهوريـة الجزائـرية الديمقـراطيـة الشعبيـة
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التربيـة الوطنيـة
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



DEPARTEMENT Génie Electrique

# PROJET DE FIN D'ETUDES

## SUJET

Etude comparative des differentes methode de calcul d'ecoulement de puissance et applications.

Proposé par : A. HELLAL

Etudié par : M. LAÏB, H. OUABRI

Dirigé par A. HELLAL

PROMOTION
Juillet 1993

E.N.P. 10, Avenue Hacen Badi El-Harrach - ALGER

بسم الله الرحمن الرحيم

# وقل رب زدني علما

# DEDICACES

*Je dédie cette étude*

*A ceux qui sont les plus chèrs, mes parents qui m'ont montré le chemin de l'école, et pour leur sacrifices qui ont aboutis au résultats aprés leurs longue patience.*

*A la mémoire de ma grande mère*

*A mes frères et soeurs*

*A mon neuveu Imed-Eddine et ma nièce Rahma*

*A tous mes amis*

*A toutes les familles LAIB et GABOUSSA*

*M.LAIB*

*Je dédie ce mémoire*

*A la mémoire de mon père*

*A la mémoire de ma mère*

*A mes frères et soeures*

*A toute ma famille*

*A tous mes amis*

*H.OUABRI*

# REMERCIMENTS

Nous tenons à exprimer nos sincères remerciment à Mr: A.HELLAL d'avoir proposer et dirigé ce travail et pour son aide et ses conseils qu'il nous a prodigué.

Nous remercions aussi Mr: A.BENSENOUSI; pour son aide et tous les conseils qu'il nous a donné lors de la réalisation de ce mémoire

Nos remerciment vont également à tous les enseignants de département Génie électrique qui ont contribué à notre formation, en particulièrement Mr: L.NEZLI ET M.E.ZAIM.

Que tous ceux quit ont contribué, de prés ou de loin à l'élaboration de ce sujet trouve ici l'expression de notre profonde gratitue.

# SOMMAIRE

Chapitre III: Modelisation du système d'énergie et analyse d'écoulement de puissance



Chapitre IV: Techniques de solution du problème de E.P

# INTRODUCTION

Dans les réseaux d'énergie électrique, plusieurs problèmes de planification doivent être étudiés et résolus pour un fonctionement satisfaisant, fiable et de qualité. L'un des problèmes importants étudiés, aussi bien dans la planification que pendant le fonctionement des réseaux électriques, est celui du calcul d'écoulement de puissance. Le problème consiste, essentiellement, en la détermination des tensions complèxes de tous les noeuds du réseau donné et à partir de celles-ci, toutes les puissances s'écoulant dans les lignes, transformateurs,... etc seront calculées.

Avant 1929 tout le calcul de l'écoulemement de puisance se faisait manuellement. Le prémier article qui a décrit la première méthode a été publié en 1954. Cependant, le prémier succè réel de la méthode numérique a été développé par Ward et Hale en 1956; la plupart des pemières méthodes itératives sont basées sur la matrice admittance [Y] pour la méthode de GAUSS-SEIDEL, car elle exige un minimun de mémoire de stockage et petit nombre d'itérations pour de petits réseaux.

Comme la taille du réseau a considérablement augmenté, le nombre d'itérations nécessaire a également augmenté. Dans quelques cas, la méthode de GAUSS-SEIDEL ne converge pas, (example: système avec impedance négative), donc la conduite à la convergence est lente et l'échec fréquent pour les situations des mal-conditionnement. Ces difficultés rencontrées dans l'étude de l'écoulement de puissance mènent au développement de la méthode de NEWTON-RAPHSON, elle est développée par Van Nen et Griffin en prémier lieu et aprés par des autres.Cette méthode est basée sur l'algorithme de NEWTON-RAPHSON pour résoudre simultanement les équations quadratiques des réseaux électriques.

L'algorithme de GAUSS-SEIDEL nécessite un nombre d'itérations important,par contre la méthode NR n'a besoin que de quelques itérations pour la convergence, ce dernière ne depent pas de la taille du réseau.

Plusieurs recherches récentes se sont concentrés au développement du découplage de la méthode de NEWTON-RAPHSON, en se basant sur l'effet que dans n'importe quel réseau de transmision, il existe une dépendance entre P et θ (ie la puissance active et la phase de tension), et Q et V (ie, la puissance réactive et l'amplitude de tension). Cette méthode découplée transforme le problème de l'écoulement de puissance en deux sous problèmes P-θ et Q-V séparés; ainsi la solution obtinue fait appel à l'approximation de la méthode NR. Cette méthode possède une bonne précision et vitesse rapide et peut être utilisée en temps réel pour des cas de defaut ou de régimes anormaux.

En plus, les systèmesd'énergies et donc les tailles du prblème à résoudre, augmentent continuement avec le développement des ordinateurs de grande capacité. Ainsi des autres recherches ont amélioré la méthode découplée, en supposant certains hypothèses physiquemet justifiables, ce qui amène à de méthode très rapide de la résolution de problème d'écoulement de puissance.

Dans le cadre de ce projet nous exposerons quelques méthodes largement utilisées dans le calcul de l'écoulement de puissance et présenterons plus particulièrement une méthode très rapide avec trois versions principales.

Le plan de ce travail se résume comme suit:

pour simplifier l'étude, nous avons établu au 1er chpitre une prélimeaire mathématique concernant les solutions numériques de système d'équations.

Au 2ème chapitre, nous développerons des modèles simplifié des composants essentiels d'un réseau d'énergie électrique et faire un analyse d'écoulement de puissance.

Aprés avoir formulé le problème, nous exposerons au 4ème chapitre, deux méthodes largemenent utilisées dans le calcul d'écoulement de puissance à savoir la méthode de GAUSS-SEIDEL et la méthode de NEWTON-RAPHSON.

Par des simplifications, physiquement justifiables, sur l'algorithme de NEWTON-RAPHSON, nous oboutirons à une méthode de calcul rapide de l'écoulement de puissance; ce qui est l'objet du 5ème chapitre.

Pour les trois méthodes, nous développerons trois programmes en FORTRAN que nous testerons sur des réseaux standards IEEE. Les résultats de nos simulations seront rassemblés et présentés au 6ème chapitre.

# CHAPITRE

# II

## II.1 INTRODUCTION:

Les modèles mathématiques des réseaux éléctriques utilisés dans l'étude d'écoulements de puissance et stabilité sont exprimés sous forme d'équations algébriques linèaires ou nonlinèaires et sous forme d'équations différentielles.

Donc, pour résoudre ces équations mathematiques par ordinateur il est nécessaire de transformer ces dernières en algorithmes en utilisant les méthodes numériques.

Dans ce chapitre on présentera seulement les techniques numériques de résolution d'équations algébriques utilisées dans le calcul d'écoulement de puissance (C.E.P),telles que les méthodes directes et itératives.

## II.2 RESOLUTION DES SYSTEMES D'EQUATIONS LINENAIRES-METHODES DIRECTES:

### II.2.1 METHODES PAR FACTORISATION LU DE DOOLITTLE et CROUT:

**II.2.1.1 PRINCIPE:** En géneral on a l'équation matricielle: $Ax=b$

$$Ax=b \tag{2.1}$$

Ces méthodes passent par la décomposition de A en: $A=LU$ (2.2)

Où L est une matrice triangulaire infèrieure et U une matrice triangulaire supèrieure.

Le système (2.1) dévient: $LUx=b$ (2.3)

qui peut se décomposer en: $Ly=b$ (2.4)

$$Ux=y \tag{2.5}$$

Le système (2.4) à matrice triangulaire inférieure se résout immediatement par la formule suivante:

$$Y_i = \frac{1}{L_{ii}} [B_i - \sum_{j=1}^{i-1} L_{ij} Y_j] \qquad i=1,n \tag{2.6}$$

En reportant la solution $y = L^{-1} b$ de l'équation (2.4) dansl'équation (2.5), on voit que c'est un système à matrice triangulaire supèrieure et la formule suivante:

$$X_i = \frac{1}{U_{ii}} [Y_i - \sum_{j=i+1}^{n} U_{ij} x_j] \; i=n,1 \tag{2.7}$$

Dont le vecteur x qui est bien la solution :

$x = U^{-1} y = U^{-1} L^{-1} b = A^{-1} b$

## II.2.1.2 DESCRIPTION DES METHODES DE FACTORISATION:

En développant l'équation (2.2), on obtient:

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^{n} l_{ik} U_{kj} \tag{2.8}$$

Où, par défenition $l_{ik} = 0$ si $k > i$

$U_{kj} = 0$ si $k > j$

D'où:

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^{\min(i,j)} l_{ik} U_{kj} \tag{2.9}$$

La partie triangulaire supérieure de A a pour termes:

$$a_{rj} = \sum_{k=1}^{r} l_{rk} U_{kj} \; j = r, r+1, \ldots, n \tag{2.10}$$

La partie triangulaire infèrieure de A a pour éléments:

$$a_{ir}=\sum_{k=1}^{r} l_{ik}U_{kr} \quad i=r,r+1,\ldots n \tag{2.11}$$

D'où:

$$U_{rj}=\frac{a_{rj}-\sum_{k=1}^{r-1} l_{rk}U_{kj}}{l_{rr}} \quad j=r,\ldots,n \tag{2.12}$$

$$l_{ir}=\frac{a_{ir}-\sum_{k=1}^{r-1} l_{ik}u_{kr}}{u_{rr}} \qquad i=r,\ldots,n \tag{3.13}$$

Les équations (2.12) et (2.13) étant vrai ∀ r=1,2,...n

Supposons que l'on connaisse les $n^2$ éléments ($a_{ij}$) et que l'on chercheles ($n^2+n$) éléments non nuls des matrices L et U.

Les systèmes (2.9), (2.12) et (2.13) sont donc de $n^2$ equations à ($n^2$ +n) inconnues.Il y a donc n pramètres à fixer arbitrairement, dans (2.12) et (2.13),on pourra par exemple fixer les éléments diagonaux $u_{rr}$ ou $l_{rr}$ des matrices U ou L.

On débouche sur les deux algorithmes les plus connus.

_Algorithme de DOOLITTLE : $l_{ii}=1$ ,∀ i

_Algorithme de CROUT : $u_{ii}=1$ ,∀ i

Les alogorithmes s'écrivent donc:

### II.2.1.3 ALGORITHME DE FACTORISATION:(A -->LU) DE DOOLITTLE:

$$
\begin{aligned}
& l_{ii}=1 && i=1,\ldots,n \\
& u_{rj}=a_{rj}-\sum_{k=1}^{r-1} l_{rk}u_{kj} && j=r,\ldots n \\
& l_{ir}=\frac{[a_{ir}-\sum_{k=1}^{r-1} l_{ik}u_{kr}]}{u_{rr}} && i=r+1,\ldots,n \\
& \text{pour} && r=1,\ldots,n
\end{aligned}
\qquad (2.14)
$$

### II.2.1.4 ALGORITHME DE FACTORISATION:(A-->LU) DE CROUT:

$$
\begin{aligned}
& u_{ii}=1 && i=1,\ldots n \\
& l_{ir}=a_{rj}-\sum_{k=1}^{r-1} l_{ik}u_{kr} && i=r,n \\
& u_{rj}=\frac{[a_{rj}-\sum_{k=1}^{r-1} l_{rk}u_{kj}]}{l_{rr}} && j=r+1,\ldots,n \\
& \text{pour} && j=r+1,\ldots,n
\end{aligned}
\qquad (2.15)
$$

### II.2.2 RESOLUTION PAR L'INVERSION DE SHIPLEY-COLEMAN:

Parfois, il est désirable de résoudre l'équation (2.1) par inversion de A tel que $x=A^{-1}b$

Une des méthodes les plus utilisées, Shipley-Colman est présentée ici, par l'algorithme suivant:

1-selectionner l'axe de A comme pivot P.

2-appliquer la reduction de KRON aux entrées $A_{ij}$ de A en dehors du pivot P.

$$
A_{ij}=A_{ij}-\frac{A_{ip}A_{pj}}{A_{pp}} \qquad \begin{aligned} & i\neq p \\ & j\neq p \end{aligned} \qquad (2.16)
$$

3-remplacer l'entrée du pivot par son inverse et de signe opposé

$$A_{pp} = \frac{-1}{A_{pp}} \quad (2.17)$$

4-réduire les N éléments de l'axe P en dehors du pivot P en accordance avec:

$$\begin{gathered} A_{ip} = A_{ip} A_{pp} \\ A_{pi} = A_{pi} A_{pp} \\ i \neq p \end{gathered} \quad (2.18)$$

5-repeter les étapes 2, 3 et 4 pour P=2,3,...n

le résultat est $-A^{-1}$ où $A = -A^{-1}$ (2.19)

6-l'inverse de la matrice A est donc:

$A^{-1} = -A$

## II.3. RESOLUTION DES SYSTEME D'EQUATIONS LINEAIRES METHODE ITERATIVES:

### II.3.1 METHODE DE JACOBI:

**a) principe:**

La matrice A de l'équation (2.1) étant décomposée en:

$A = M\text{-}N = D-(L+U)$

Le système $Ax=b$ dévient alors:

$Dx = (L+U)x + b$

La méthode itérative de jacobi s'écrit donc:

$Dx^{(k+1)} = (L+U)x^k + b$

Soit:

$$x^{(k+1)} = D^{-1}(L+U)x^{k} + D^{-1}b \tag{2.20}$$

Qui peut s'écrire sous forme développée:

$$\begin{aligned}
x_1^{(k+1)} &= \frac{(b_1 - a_{12}x_2^{(k)} - a_{13}x_3^{(k)} - \dots - a_{1n}x_n^{(k)})}{a_{11}} \\
x_2^{(k+1)} &= \frac{(b_2 - a_{21}x_1^{(k)} - a_{23}x_3^{(k)} - \dots - a_{2n}x_n^{(k)})}{a_{22}} \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
x_n^{(k+1)} &= \frac{(b_n - a_{n1}x_1^{(k)} - a_{n2}x_2^{(k)} - \dots - a_{nn-1}x_n^{(k)})}{a_{nn}}
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Cette méthode suppose des pivots $a_{ii}$ non nuls, (si ce ne pas le cas une permutation de lignes ou de colonne est necessaire).

**b) tests d'arrêt des iterations:**

Le test couramment utilisé concerne l'amélioration relative sur x.

On arrête le processus d'itérations lorsque:

$$\frac{\|x^{(k)} - x^{(k+1)}\|}{\|x^{(k)}\|} \leq \varepsilon \tag{2.16}$$

( où $\epsilon$ est une précision choisie petite )

En résumé, l'algorithme de jacobi peut donc être representé de la manière suivante en se donnant comme valeurs intiales les composantes du vecteur $x^{(0)}$.

**c) Algorithme de Jacobi pour résolution de Ax=b**

0) étant donnés b, A, $x^{(0)}$, $k_{max}$, $\epsilon$

le critère d'arrêt et parfois pris:

$$\|x^{k} - x^{k-1}\| < \epsilon \tag{2.25}$$

$$1)\ r_i^k = b_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j^{(k)} \qquad i=1,n$$

$$2)\ x_i^{k+1} = x_i^{(k)} + \frac{r_i^{(k)}}{a_{ii}} \qquad i=1,n \qquad (2.24)$$

$$pour\ k=0,1,2,\ldots\ldots,k_{max}$$

$$3)\ arreter\ si\ \frac{\|r\|}{\|b\|} < \epsilon \quad ou\ sur\ l'un\ des\ tests\ du\ b)$$

## II.3.2 METHODE DE GAUSS-SEIDEL:

a) principe:

La matrice A de l'équation (2.1) étant décomposée en :

A = M - N = (D - L) - U

Dans la méthode itérative de GAUSS-SEIDEL, peut s'écrire de la manière suivante:

$$X^{(k+1)} = (D-L)^{-1} U X^{(k)} + (D-L)^{-1} b \qquad (2.26)$$

Comme l'inverse de (D-L) peut être compliquée à calculer, on préfère écrire le système comme :

$$(D-L)\, X^{(k+1)} = U X^{(k)} + b$$

soit encore :

$$D X^{(k+1)} = L X^{(k+1)} + U X^{(k)} + b$$

ou:

$$X^{(k+1)} = D^{-1} L X^{(k+1)} + D^{-1} U X^{(k)} + D^{-1} b$$

En développant cette récurence vectorielle on obtient:

$$
\begin{aligned}
x_1^{(k+1)} &= \frac{(b_1 - a_{12}x_2^{(k)} - a_{13}x_3^{(k)} - \ldots - a_{1n}^{(k)}x_n^{(k)})}{a_{11}} \\
x_2^{(k+1)} &= \frac{(b_2 - a_{21}x_1^{(k+1)} - a_{23}x_3^{(k)} - \ldots - a_{2n}x_n^{(k)}}{a_{22}} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
x_n^{(k+1)} &= \frac{(b_n - a_{n1}x_1^{(k+1)} - a_{n2}x_2^{(k+1)} - \ldots - a_{nn-1}x_{n-1}^{(k+1)}}{a_{nn}}
\end{aligned}
\qquad (2.27)
$$

Cette méthode ne diffère de celle de Jacobi que par l'emploi immédiat qui est fait des nouveaux estimés $x^{(k+1)}$ à l'itération (k+1).En effet dans l'expression des $x_i^{(k+1)}$ il faut bien remarquer que tous les $x_j^{(k+1)}$ qui apparaissent à droite du signe égal ont été calculeés dans les étapes qui précédant.

Comme pour la méthode de Jacobi, les $a_{ii}$ doivent être non nuls.

**b) Algorithme de GAUSS-SEIDEL pour la résolution d'un système linéaire Ax =b:**

$$
\begin{aligned}
&0)\ \textit{etant donnés } A, b, x^{(0)}, \epsilon_1, \epsilon_2, k_{max} \\
&1)\ x_i^{(k+1)} = \frac{[b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1} x_j^{(k)}\ ]}{a_{ii}} \\
&\qquad i = 1, n \\
&2)\ \textit{Arreter si } |x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}| < \epsilon_1 \\
&\qquad ou \\
&\qquad \frac{|x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}|}{|x_i^{(k+1)}|} < \epsilon_2 \\
&\qquad k = 1, 2, 3, 4, \ldots, k_{max}
\end{aligned}
\qquad (2.28)
$$

**d) Conditions pour la convergence de GAUSS-SEIDEL:**

La formule itérative (2.26) permet de défenir la matrice d'itération de GAUSS-SEIDEL par:

$$T_{GS} = (D-L)^{-1}U$$

Et le vecteur V par:

$$V_{GS} = (D-L)^{-1}b$$

La méthode de GAUSS-SEIDEL converge si $\|T_{GS}\| < 1$, ce qui se traduit aussi par:

$$\sum_{j=1, j\neq i}^{n} |a_{ij}| < a_{ii} \qquad pour \quad i=1,n$$

Il s'ensuit que la méthode de GAUSS-SEIDEL est aussi convergente quand A est à diagonale fortement dominante.

**e) Remarques:**

1.Une simple permutation de lignes peut transformer une convergence en divergence ou inversement.

2.La méthode de GAUSS-SEIDEL est plus rapide en convergence que la méthode de Jacobi.

En effet, dans une même itération on utilise pour calculer une nouvelle composante, celle qu'on vient de calculer.Donc intuitivement le (k+1)_ième itéré est plus proche (en un certain sens ) de limite, pour la méthode de GAUSS-SEIDEL que pour la méthode de JACOBI.

3.Il faut remarquer que dans GAUSS-SEIDEL il n'est plus nécessaire d'avoir en mémoire deux vecteurs pour les itérés successifs, puisque une fois le calcul de $x_i^{(k+1)}$ effectué, il peut remplacer $x_i^{(k)}$ dans le vecteur des itérés car $x_i^{(k)}$ n'est plus utilisé par la suite.

L'économie de mémoire est d'autant plus importante qu'il est souvent inutile de mémoriser explicitement la matrice A.Dans ce cas JACCOBI requiert 3n places en mémoire et GAUSS-SEIDEL 2n seulement.

## II.3.3 METHODES DE RELAXATION:

### a) principe:

Nous présentons dans cette section une méthode d'itération qui a les mêmes avantages que la méthode de GAUSS-SEIDEL mais qui converge plus rapidement .pour cela introduisons le parametre $\alpha \neq 0$ et posons :

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha (x^{(k+1)} - x^{(k)}) \qquad (2.29)$$

où $x^{(k+1)}$ est le vecteur estimé par la méthode de GAUSS-SEIDEL.

Si $\alpha = 1$, on retouve la methode de GAUSS-SEIDEL.

Si $\alpha > 1$, on détermine la méthode de sur_relaxation.

Si $\alpha < 1$, on détermine la méthode desous_relaxation.

L'algorithme (2.28) nous donne le développement de $x^{(k+1)}$:

$$x_i^{(k+1)} = \frac{(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j^{(k)})}{a_{ii}}$$

pour i=1,n

L'équation (2.29) nous permet alors d'écrire:

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + \alpha \left[ \frac{\left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j^{(k)}\right)}{a_{ii}} - x_i^{(k)} \right] \qquad i=1,\ldots,n \tag{2.30}$$

soit:

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + \alpha \left[ \frac{\left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j^{(k)} - aiix_i^{(k)}\right)}{a_{ii}} \right]$$

Finalement en faisant entrer sous le deuxième signe somme la quantité $a_{ii}\ x_i^{(k+1)}$ on obtient.

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + \frac{\alpha}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i}^{n} a_{ij} x_j^{(k)}\right) \tag{2.31}$$

**b) Algorithme de relaxation pour la résolution de Ax=b:**

0) étant donnés: b, $x^{(0)}$, $\epsilon_1$, $\epsilon_2$, $k_{max}$, $\alpha$

1)

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + \alpha \frac{\left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i}^{n} a_{ij} x_j^{(k)}\right)}{a_{ii}} \qquad i=1,n \quad k=0,k_{max} \tag{2.32}$$

2) on arrête si l'une des conditions suivantes est verifieé.

$$|x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}| \langle \epsilon_1$$

$$\frac{|x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}|}{|x_i^{(k+1)}|} \langle \epsilon_2 \qquad \forall\ i=1,n$$

**Remarque:**la consommation en places mémoires est identique à celle de GAUSS-SEIDEL ce qui représente pour la mémorisation de A,b et $x^{(k)}$: $n^2 + 2n$ ou $2n$ places si A n'est pas mémoirés.

**c)critères d'arrêts des iterations de GAUSS-SEIDEL et de Relaxation**

Rappelons que la méthode de GS est un cas particulier de l'algorithme de relaxation avec $\alpha = 1$.

L'algorithme de relaxation ne calcule pas explicitement le vecteur résidu $r^{(k)} = b - Ax^{(k)}$. On ne peut donc pas construire un critère sur ce vecteur .Montrons cependant qu'il est lié au $r^{(k)}$ suivant:

Ecrivons le résidu de la i-éme ligne:

$$r_i^{(k)} = b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i}^{n} a_{ij}x_j^{(k)} \tag{2.33}$$

L'algorithme (2.32) peut alors s'erire :

$$r^{(k+1)} = x_i^{(k)} + \frac{\alpha}{a_{ii}} r_i^{(k)} \tag{2.34}$$

Sous forme vectorielle (2.33) s'écrit :

$$r^{(k)} = b - Lx^{(k+1)} - Ux^{(k)} - Dx^{(k)} \tag{2.35}$$

Le vecteur résiduel s'écrit par définition:

$$r^{(k+1)} = b - Lx^{(k+1)} - Ux^{(k+1)} - Dx^{(k+1)} \tag{2.36}$$

Qui peut s'écrire sous forme :

$$r^{(k+1)} = r^{(k)} + Ux^{(k)} - ux^{(k+1)} + Dx^{(k)} - Dx^{(k+1)} \tag{2.37}$$

ou:

$$r^{(k+1)} = r^{(k)} - (U+D)\ (x^{(k+1)} - x^{(k)}) \tag{2.38}$$

En introduisant (2.34) dans (2.38) on obtient:

$$r^{(k+1)} = r^{(k)} - (U+D)\, \alpha D^{-1} r^{(k)} \tag{2.39}$$

d'ou l'on tire :

$$r^{(k+1)} = [\,(1-\alpha)\, I - \alpha U D^{-1}]\, r^{(k)} \tag{2.40}$$

Des relations (2.34) et (2.40) on voit que si $\alpha$ n'est pas trop proche de zéro alors un test du type:

$$\frac{\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\|}{\|x^{(k)}\|} < \epsilon_1$$

est équivalent au test

$$\frac{\|r\|}{\|b\|} < \epsilon_1$$

**d) Conditions de convergence des méthodes de relaxation:**

Nous cherchons les limites de $\alpha$ entre les quelles nous sommes assurés de la convergence de la méthode.Nous étudierons briévement 3 cas :

1- cas d'une matrice A quelconque.

2- cas d'une matrice A symétrique définie positive.

3- cas d'une matrice A tridiagonale.

-Cas général: A matrice quelconque.

Théorème:on montre que pour toute matrice A une condition nécessaire de convergence est que : $0 < \alpha < 2$

-Cas des matrices à diagonale dominante.

Théorème:une condition suffisante de convergence est que A soit à diagonale strictement dominante avec : $0 < \alpha <= 1$.

-Cas des matrices symétriques définies positives.

théorème:pour une martice symétrique, définie positive la méthode de relaxation est convergente si et seulement si :

$$0 < \alpha < 2$$

## II.4 RESOLUTION DES EQUATIONS NONLINEAIRES UTILISANT LA METHODE DE NEWTON-RAPHSON (NR)

**a) principe:**

Si f(x) est continue et dérivable dans le voisinage de $x_0$ alors le développement en serie de taylor autour d'un estimé $x^{(n)}$ s'ecrit:

Si $x^{(n)}$ est un estimé proche de la solution $x_0$ de $f(x) = 0$, alors le carré de l'erreur $\epsilon^{(n)}$

$$f(x^{*}) = f(x^{(n)}) + f'(x^{(n)})\,(x^{*}-x^{(n)}) + \frac{(x^{*}-x^{(n)})^{2}}{2!} f''(x^{(n)}) + \ldots\ldots \qquad (2.41)$$

(où $\epsilon^{(n)} = x^{*} - x^{(n)}$) et les termes de degré superieur sont négligeables.

Sachant que $f(x^{*}) = 0$, on obtient la relation approximative

$$f(x^{(n)}) + f'(x^{(n)})\,(x^{*}-x^{(n)}) = 0 \qquad (2.42)$$

Et une approximation de l'erreur est donc:

$$\epsilon^{(n)} = \frac{-f(x^{n})}{f'(x^{n})} \qquad (2.43)$$

on peut donc considérer qu'un meilleur estimé de $x^{*}$ sera

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} + \epsilon^{(n)} \qquad (2.44)$$

des équations (2.43) et (2.44),on obtient l'algorithme de NR

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} - \frac{f(x^{(n)})}{f'(x^{(n)})} \qquad n=0,1,\ldots,n_{max} \qquad (2.45)$$

$$ansi \qquad \Delta x = \frac{-f(x^{(n)})}{f'(x^{(n)})} \qquad (2.46)$$

où:

$$\Delta x = x^{(n+1)} - x^{(n)} \qquad (2.47)$$

Donc $\Delta x$ peut être déterminée par la substitution de $x^{(n)}$ dans $f(x)$ et $f'(x)$, on arrête les itérations quand $|\Delta x| < \epsilon$, où $\epsilon$ est la tolérance.

On peut géneraliser pour un système d'équations multivariables nonlinéaires. Notons :

$$X^* = [x_1^*, x_2^*, x_3^*, \ldots, x_n^*] \tag{2.48}$$

le vecteur solution du système nonlinéaire:$f_i(x) = 0 \quad i=1,2,..n$

Si chaque fonction $f_i$ est continue et continument différentaible, alors, par développement en série de TYLOR dans le voisinage d'un estimé $X^{(k)}$ proche de $X^{(0)}$ (obtenu à la k-ième itération), on obtient:

$$f_i(X^*) = f_i(X^{(k)} + (X^* - X^{(k)})) = f_i(X^{(k)}) + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f_i(X)}{\partial X_j}\Big|_{X=X^{(k)}} (X_j^* - X_j^{(k)})$$
$$+ \frac{1}{2!} \sum_{j=1}^{n} \sum_{r=1}^{n} (X_j^* - X_j^{(k)})(X_r^* - X_r^{(k)}) \frac{\partial^2 f_i(X)}{\partial X_j \partial X_r}\Big|_{X=X^{(k)}} + \ldots = 0$$
$$pour \quad i = 1,2,3,\ldots,n$$

Si $X^{(k)}$ est un estimé proche de $X^{(0)}$, les éléments $(X_i^{(0)} - X_i^{(k)})$ sont négligeable, ainsi que les termes de degré supérieur.

le système (2.49) s'écrit donc:

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f_i(X)}{\partial X_j}\Big|_{X=X^{(k)}} (X_j^* - X_j^{(k)}) = -f_i(x^{(k)}) \qquad i=1,n \tag{2.50}$$

Définissons la matrice $J^{(k)}$ des derivées premières telles que:

$$J_{ij}^{(k)} = \frac{\partial f_i(X)}{\partial X_j}\Big|_{X=X^{(k)}} \qquad i=1,n \qquad j=1,n \tag{2.51}$$

Le vecteur d'erreur $\Delta X^{(k)}$ peut s'écrit :

$$\Delta X_j^{(k)} = X_j^* - X_j^{(k)} \tag{2.52}$$

Puis le vecteur $F^{(k)}$ par :

$$F_i^{(k)} = -f_i(x^{(k)}) \tag{2.53}$$

Alors la relation matricielle (2.50) s'écrit:

$$J^{(k)}.\Delta X^{(k)} = F^{(k)} \tag{2.54}$$

Dans l'équation (2.54), toutes les qunatites sont connues hormis les $\Delta X^{(k)}$.

L'équation (2.54) est un système linéaire, les méthodes de résolution des système linéaires étudiées précédement sont applicables pour déterminer les $\Delta X$.

$\Delta X^{(k)}$ est un estimé de l'erreur commise en approximant $X^*$ par $X^{(k)}$. On peut donc obtenir un meilleur estimés $X^{(k+1)}$ de $X^*$ par :

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \Delta X^{(k)} \tag{2.55}$$

On continue jusqu'a ce que :

$$|X^* - X^{(k)}| \to 0 \tag{2.56}$$

**b) critères d'arrêts des iterations:**

En pratique, $X^*$ étant l'inconnue ,on arrête les opérations par l'un des tests suivants:

$$\begin{gathered}
1.\ |X_i^{(k+1)} - X_i^{(k)}| < \epsilon_1 \\
2.\ \frac{|X_i^{(k+1)} - X_i^{(k)}|}{|X_i^{(k+1)}|} < \epsilon_2 \\
3.\ |f_i(X^{(k+1)})| < \epsilon_3 \\
4.\ k > k_{max}
\end{gathered}$$

où $\epsilon_1$, $\epsilon_2$, $\epsilon_3$ sont des bornes supérieures de l'erreur fixées a priori et $k_{max}$ est le nombre maximum admissible d'itérations .

Les premier test suppose que la méthode converge puisqu'il teste l'écart entre deux estimés successifs (un écart faible ne signifie pas obligatoirement la proximite de la racine $X^*$).

Le second test a l'avantage sur le précédent de normaliser toutes les composantes de X.Toutefois, $X_i^{(k+1)}$ doit être différent de zéro.le troisième test suppose que l'on a un ordre de grandeur de la valeur des fonctions $f_i$ (pour affirmer que si $f_i$ est inférieur à $\epsilon_3$ c'est qu'il est pratiquement nul).

**c) Algorithme de NR pour la résolution de systèmes nonlinéaires f(x)=0:**

(2.55)

Etant donnés $X^{(0)}$, $\epsilon_1$, $\epsilon_2$, $k_{max}$

1.
$$calculer\ J_{ij}^{(k)} = \frac{\partial f_i(X)}{\partial X_j}\Big|_{X=X^{(k)}} \quad j=1,n$$
$$F_i^{(k)} = -f_i(X^{(k)})$$
$$pour i=1,n$$

2.Résoudre le système liniéaire:

$$\sum_{j=1}^{n} J_{ij}^{(k)} \Delta X_j^{(k)} = F_i^{(k)} \qquad i=1,n$$

3.
$$calculer\ X_i^{(k+1)} = X_i^{(k)} + \Delta X^{(k)} \qquad i=1,n$$
$$telque \|f(X^{(k+1)})\| < \|f(X^{(k)})\|$$

4.Si l'un des tests:

$$|X_i^{(k+1)} - X_i^{(k)}| < \epsilon_1$$
$$\frac{|X_i^{(k+1)} - X_i^{(k)}|}{|X_i^{(k+1)}|} < \epsilon_2$$
$$k > k_{max}$$

est verrifie,arrêter

**d) Convergence de la méthode de NR:**

Dans le cas monodimensionnel nous avons vu que la méthode de NR convergeait généralement bien, si l'on possédait un bon estimé initial de la racine cherchée.

Dans le cas multidimensinnnel, trés souvent, si l'estimé initial n'est pas trés proche de la racine , la méthode ne converge pas.

En fait le domaine de convergence de la méthode NEWTON est trés réduit. Notons que si la méthode converge , on montre que le taux de convergence (pour une racine simple) est égal à 2 "quadratique".

Donc s'il y a convergence, elle est rapide ($k_{max}$ doit être choisi petit).

## II.5 CONCLUSIONS:

Le temps de calcul croit en général avec le nombre d'opération.La meilleure méthode au sens du temps de calcul est celle qui demande le moins d'opérations, donc la moins complexe.

Les méthodes itératives sont généralement préférées pour les grands systèmes linéaires Ax = b, surtout pour la matrice A creuse.

La méthode de GS est préférée à celle de JACOBI, parce qu'elle consomme moins de mémoire et converge souvent plus vite.La méthode de relaxation est généralement beaucoup plus rapide que celle de GS,même si le facteur optimal $\alpha$ est déterminé expérimentalement.

La méthode de NR converge bien ( et quadratiquement pour une racine simple)si l'on possède un bon estimé initial de la solution.

# CHAPITRE

# III

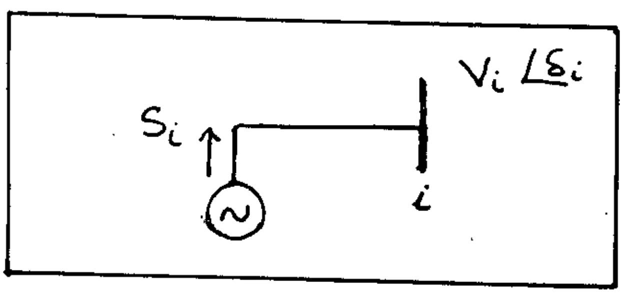
## III.1 INTRODUCTION:

Un réseau d'énergie électrique comprend des génératrices,des lignes de transport, de distribution et d'un ensemble de consommateurs qui constituent les charges du réseau. En outre, le réseau comporte également de transformateur et des appareils de protection.

Vu la complexite d'un réseau d'énergie eléctrique, il faut simplifier leur répresentation, ce qui faut à établir des modèles ou schéma équivalents des principaux composants à savoir. Les générateurs, les différents types de transformateurs, les lignes et les charges. Qu'on les utilisera dans notre modè le. pour le calcul d'écoulement de puissance.

## III.2 MODELISATION DES GENERATEURS:

Dans le calcul d'écoulement de puissance, un générateur est répresente par une source de tension constante comme la fig(3.1) le montre :




fig(3.1)

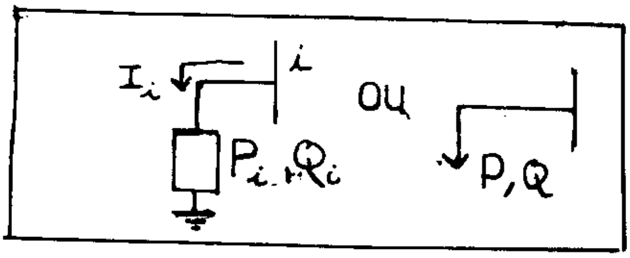
$S_i = P_i + jQ_i$ , est la puissance apparente débitée par le générateur.

$V_i = |V_i| e^{j\delta_i}$ , tension simple entre phase et neutre du générateur.

Ces générateurs sont , bien sûr, supposés être équipés de régulateurs assez rapides pour assurer la constance de la tension à ces bornes.

## III.3 MODELISATION D'UN CHARGE:

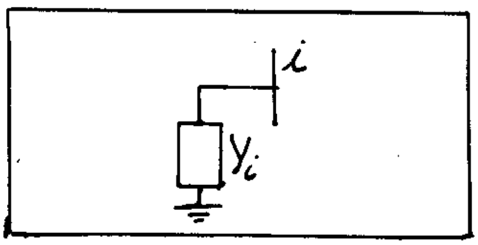
Une charge peut être modilisé par une impédance qui consomme une quantite constante de puissance active et réactive




fig(3.2)

## III.4 MODELISATION D'UNE COMPENSATION SHUNT:

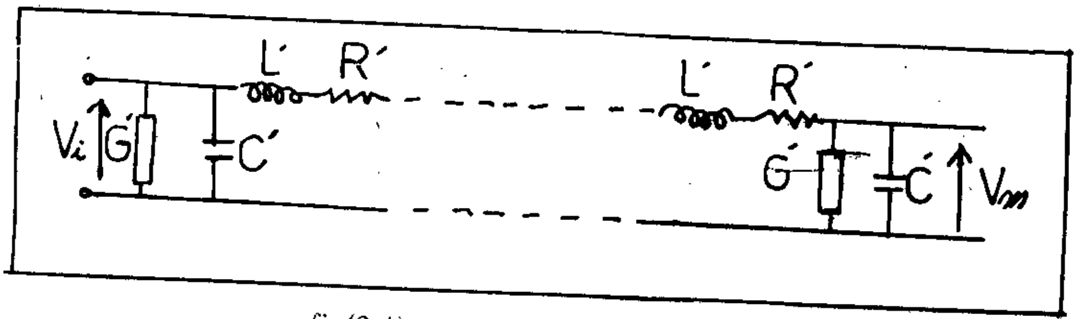
Une compensation (admittance) shunt qui est une capacité ou un banc de capacité, qui peut être fixe ou variable .




fig(3.3)

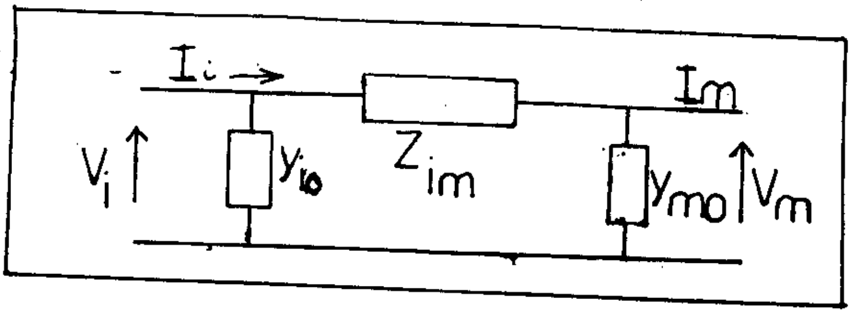
## III.5 MODELISATION D'UNE LIGNE:

Une ligne peut être considérée comme une série de circuits à constantes reparties uniformément sur toute sa longueur.Ces circuits sont composés d'une infinite d'éléments identiques constitués d'une inductance linéique et d'une resistance linéique dans le sens longitudinal qui donnent naissance à des chutes de tension, d'une conductance linéique et d'une capacite linéique dans le sens transversal ce qui nous donne le schéma suivant representé sur la fig(3.4)




fig(3.4)

Un schéma équivalent en $\pi$ d'une ligne est possible.




fig(3.5)

$$V_m = V_i - Z_{im}(I_i - Y_{io}V_i) = V_i(1+Z_{im}Y_{io}) - Z_{im}I_i \tag{3.1}$$

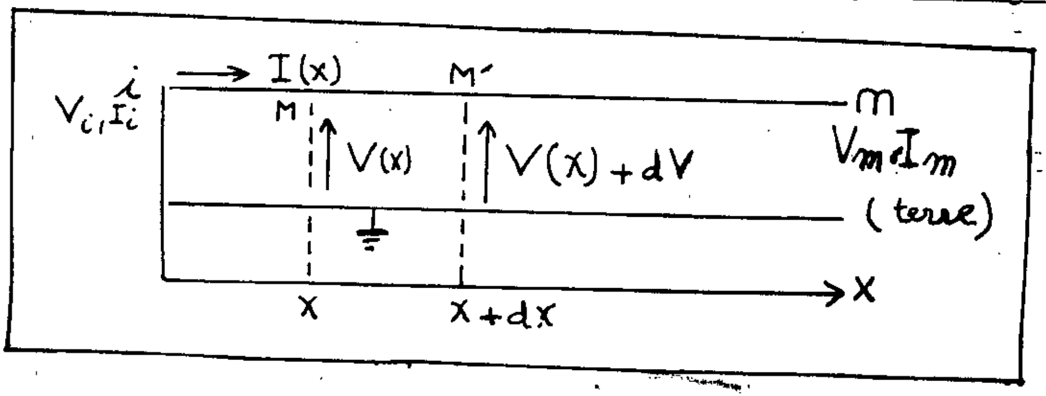
$$I_m = I_i - Y_{io}V_i - Y_{mo}V_m = V_i - Y_{io}V_i - Y_{mo}[V_i(1+Z_{im}Y_{io}) - Z_{im}I_i] \tag{3.2}$$

$$I_m = -V_i(Y_{io}+Y_{mo}+Z_{im}Y_{io}Y_{mo}) + I_i(1+Z_{im}Y_{mo})$$

Les équations (3.1) et (3.2) nous donnent le système suivant:

$$\begin{aligned} V_m &= V_i(1+Z_{im}Y_{io}) - Z_{im}I_i \\ I_m &= -V_i(Y_{io}+Y_{mo}+Z_{im}Y_{io}Y_{mo}) + I_i(1+Z_{im}Y_{mo}) \end{aligned} \tag{3.3}$$

Considerons une ligne de longueur L et de parametres linéiques R',L', C' et G' représentés par le diagramme suivant:




fig(3.6)

Soit $Z' = R' + jL'\omega$
$Y' = G' + jC'\omega$

On a: $V_{M'} - V_M = -Z' I(x)\,dx \quad \Leftrightarrow \quad dV(x) = -Z' I(x)\,dx$
$I_{M'} - I_M = -Y' V(x)\,dx \quad\quad dI(x) = -Y' V(x)\,dx$

ou encore:

$$\frac{dV(x)}{dx} = -Z' I(x)$$
$$\frac{dI(x)}{dx} = -Y' V(x) \tag{3.5}$$

En dérivant les équations (3.5) on obtient:

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = -Z' \frac{dI(x)}{dx}$$
$$\frac{d^2I(x)}{dx} = -Y' \frac{dV(x)}{dx} \tag{3.6}$$

En combinant (3.5) et (3.6) on obtient:

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = -Z' Y' V(x) = 0$$
$$\frac{d^2I(x)}{dx^2} = -Z' Y' I(x) = 0 \tag{3.7}$$

Le système (3.7) sont des équations differentielles du second ordre dont la solution final est:

$$\begin{aligned} V(x) &= V_i \cosh(\gamma x) - I_i Z_c \sinh(\gamma x) \\ I(x) &= \frac{-V_i}{Z_c} \sinh(\gamma x) + I_i \cosh(\gamma x) \end{aligned} \qquad (3.8)$$

Avec les conditions initiales:

$$\begin{cases} V(x=0) = V_i \\ I(x=0) = I_i \end{cases}$$

Où:

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} \quad (\textit{impedance caracteristique de la ligne})$$
$$\gamma = \sqrt{Z' Y'} \quad (\textit{exposant lineique de propagation})$$

(3.8) nous donnent le courant et la tension de la ligne en fonction de la longueur x.

Pour X=L on a:

$$\begin{aligned} V(x=L) &= V_m = V_i \cosh\gamma L - I_i Z_c \sinh\gamma L \\ I(x=L) &= I_m = -\left(\frac{V_i}{Z_c}\right) \sinh\gamma L + I_i \cosh\gamma L \end{aligned} \qquad (3.9)$$

Les équations (3.8) et (3.3) nous donnent:

$$\begin{aligned} &\cosh\gamma L = 1 + Z_{im} Y_{io} = 1 + Z_{im} Y_{mo} \\ &\frac{(\sinh\gamma L)}{Z_c} = Y_{io} + Y_{mo} + Z_{im} Y_{io} Y_{mo} \\ &Z_{im} = Z_c \sinh\gamma L \end{aligned} \qquad (3.10)$$

D'où on tire:

$$\begin{aligned} Z_{im} &= Z_c \sinh\gamma L \\ Y_{io} &= Y_{mo} = \frac{1}{Z_c} \tanh\frac{\gamma L}{2} \end{aligned} \qquad (3.11)$$

Et finalement, on a les expressions de l'impédance série $Z_{im}$ ,et de l'admittance transversale ($Y_{io}$ = $Y_{mo}$) de la ligne du schéma équivalent en $\pi$ représenté sur la fig(3.5).

Selon la longueur et la tension de la ligne, des approximations peuvent être faites et les expressions de $Z_{im}$ et de ($Y_{io}$ = $Y_{mo}$)deviennent simples.Par exemple pour les lignes de faibles longueur on a:

$$\begin{cases} \sinh(\gamma L) = \gamma L \\ \tanh(\gamma L/2) = (\gamma L)/2 \end{cases}$$

Et les équations (3.11) deviennent:

$$Z_{im} = (R' + jL'W)\,L = R + jLomega = R + jX$$
$$Y_{io} = Y_{mo} = \left(\frac{G' + jC'\omega}{2}\right) L = B + jG$$

Ces types de lignes sont dites courtes.Pour les lignes moyennes et longues, $Z_{im}$ et $Y_{io}$ $Y_{mo}$ sont données par (3.11).

## III.6 MODELISATION DES TRANSFORMATEURS:

Dans un réseau d'énergie électrique les transformateurs rencontrés sont:

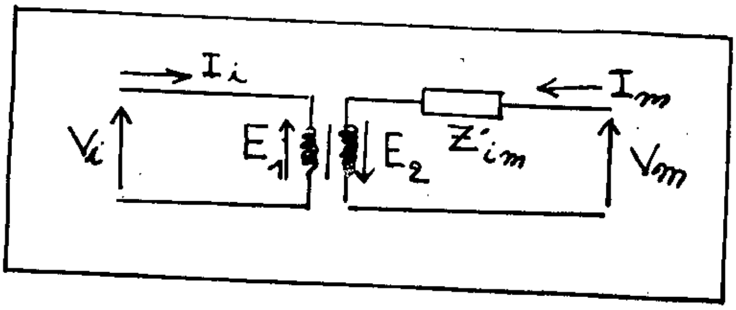
-les transformateurs fonctionnant en régime nominal,c-a-d avec un rapport de transformation nominal.

- les transformateurs à pas variable, le rapport de transformation est réglable.

- les transformateurs déphaseurs dont le rapport de transformation peut être representé par un nombre complexe.

### III.6.1 TRANSFORMATEURS A PAS FIXES:

La figure (3.7) represente le schéma équivalent d'un transformateur par phase ramené au sécondaire :




fig(3.7)

$V_i$, $I_i$: tension et courant au noeud i qui represente le primaire du transformateur.

$V_m$, $I_m$: tension et courant au noeud m qui represente le secondaire du transfomateur.

$E_1$, $E_2$: f.e.m induites au primaire et au secondaire du transformateur.

$Z_{im'}$ l'impedance du transformateur ramenée au secondaire.

$Z_{im'} = Z_2 + 1/a^2 Z_1$

avec $Z_1 = R_1 + jX_1$:impedance de fuite de l'enroulement primaire.

$Z_2 = R_2 + jX_2$:impedance de fuite de l'enroulement secondaire.

Généralement les pertes fer (à vide) sont négligeables devant la puissance qui s'écoule dans le transformateur.

Les tension $V_i$ et $V_m$ sont données par :

$$\begin{aligned} V_i &= E_1 \\ V_m &= -E_2 + Z'_{im} I_m \end{aligned} \qquad (3.12)$$

On définit le rapport de transformation du transformateur par:

$$a = \frac{-E_1}{E_2} = \frac{-I_m}{I_i} \tag{3.13}$$

Eliminant $E_1$ des équations (3.12) on obtient:

$$\begin{aligned} V_i &= -aE_2 \\ V_m &= -E_2 + Z'_{im} I_m \end{aligned} \tag{3.14}$$

Eliminant $E_2$ des équations (3.14) on obtient:

$$V_m = \frac{V_i}{a} + Z_{im} I_m$$

D'où:

$$I_m = \frac{1}{Z'_m}\left(\frac{-V_i}{a} + V_m\right) = \frac{-Y'_{im}}{a} V_i + Y_{im} V_m \tag{3.15}$$

De l'équation (3.13) on tire le courant $I_i$:

$$I_i = \frac{-I_m}{a} = \frac{Y'_{im}}{a^2} V_i - \frac{Y'_{im}}{a} V_m \tag{3.16}$$

Les équations (3.15) et (3.16) peuvent s'écrire sous la forme suivant:

$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y'_{im}/a^2 & -Y'_{im}/a \\ -Y'_{im}/a & Y'_{im} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_m \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

La matrice admittance du système (3.17) est symetrique donc un schéma équivalent en $\pi$ pour le transformateur est possible,qui est representé par la figure (3.8).

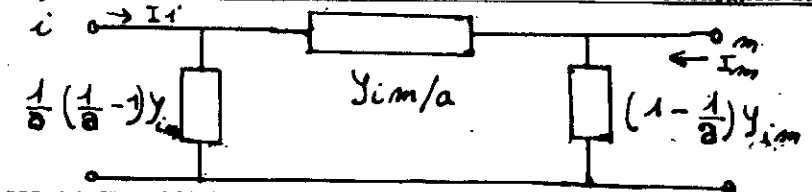
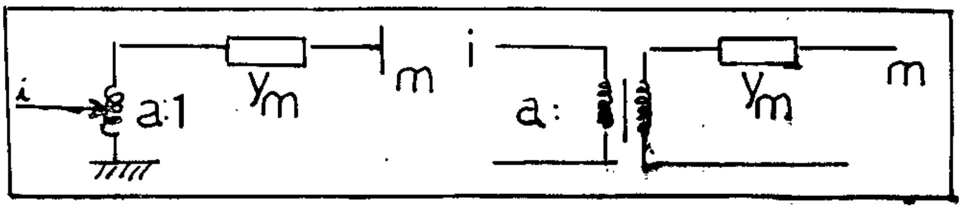



fig (3.8)

## III.6.2 TRANSFORMATEUR A PRISE VARIABLE:

Un transformateur à prise variable est un transformateur dont le rapport de transformation est réglable.On le represente par les schémas suivants:




fig(3.9)

Ce type de transformateurs sont trés répandus actuellement, surtout dans les réseaux de transport car , ils permettent le réglage de la tension en charge permettant la compensation des chutes de tension sans aucune interruption de service.

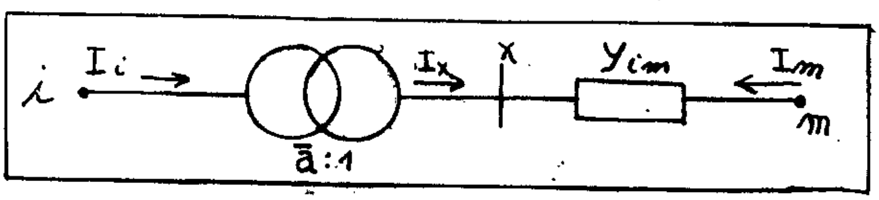
Le réglage se fait automatiquement ou manuellement.

les équations du système (3.17) sont valables;son schéma équivalent en $\pi$ est le me que celui representé par la fig(3.8).

## III.6.3 TRANSFORMATEUR DEPHASEUR:

Le transformateur déphaseur fait varier l'angle de phase entre deux tensions de neouds differents.Il est representé par une admittance en série avec un autotransformateur idéal dont le rapport de transformation peut être un nombre complexe,ā.

fig(3.10)



On a: $S_i = S_x$ cas d'un transformateur idéal (pas de pertes)

$$S_i = V_i I_i^* = S_x = V_x I_x^* \Rightarrow I_i = \frac{V_x^*}{V_i^*} I_x \tag{3.18}$$

$$I_x = -I_m \Rightarrow I_i = \frac{-V_x^*}{V_i^*} I_m \tag{3.19}$$

Le rapport de transformation est définit par :

$$\bar{a} = \frac{V_i}{V_x} \tag{3.20}$$

Le courant $I_i$ est:

$$I_i = \frac{-1}{\bar{a}^*} \left( \frac{-V_i}{\bar{a}} - V_m \right) Y_{im} = \frac{Y_{im}}{|a|^2} V_i - \frac{Y_{im}}{\bar{a}^*} V_m \tag{3.21}$$

et:

$$I_m = (V_m - V_x) Y_{im} = \left( V_m - \frac{V_i}{\bar{a}} \right) Y_{im} = -\frac{Y_{im}}{\bar{a}} V_i + Y_{im} V_m \tag{3.22}$$

Les équations (3.21) et (3.22) peuvent s'écrire sous forme matricuelle par:

$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{im}/|a|^2 & -Y_{im}/\bar{a}^* \\ -Y_{im}/\bar{a} & Y_{im} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_m \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

La matrice admittance [Y] de ce type de transformateur n'est pas symétrique, donc, un circuit équivalent en $\pi$ n'est pas possible.

## III.7 DEVELOPPEMENT DES EQUATIONS D'ECOULEMENT DE PUISSANCE:

## III.7.1 FORMULATION DU PROBLEME DE C.E.P:

Le problème de C.E.P consiste à calculer le module et l'argument de la tension dans chaque noeud de réseau et la puissance active et réactive.

Chaque noeud de réseau électrique possède quatre variables associes sont:

-la puissance active et réactive.

-le module et l'argument de tension.

En général, dans le C.E.P, les noeuds sont classés en 3 categories.

1. un noeud de reférence (slack bus) c'est un noeud générateur ou $|V|$ et $\delta$ sont spécifiés.

2. des noeuds générateurs PV où $|V|$ et P sont spécifiés.

3. des noeuds de charges PQ où P et Q sont spécifiés.

La figure(3.11) répresente la table de classification des noeuds.

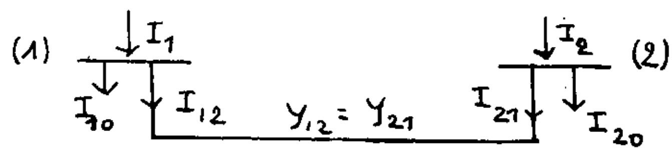
| type des noeuds | réference $V\delta$ | générateur PV | charge PQ |
|---|---|---|---|
| quantité connus | $\lvert V\rvert=1.0, \delta=0$ | $P, \lvert V\rvert$ | P,Q |
| quantité inconnus | P,Q | $Q,\delta$ | $\lvert V\rvert,\delta$ |

## III.7.2 LES EQUATIONS D'ECOULEMENT DE PUISSANCE D'UN RESEAU A DEUX NOEUDS:

$I_1 = I_{10} + I_{12}$

$\quad = V_1\, y_{10} + (V_1 - V_2) y_{12}$

$I_1 = (y_{10} + y_{12}) V_1 - y_{12}\, V_2$




(3.24)

idem:

$I_2 = -y_{21}\, V_1 + (y_{20} + y_{21}) V_2$

On déduit:

$Y_{11} = y_{10} + y_{12}$

$Y_{12} = Y_{21} = -y_{12}$

$Y_{22} = y_{20} + y_{21}$

$$Y_{ii} = \sum_{j=0}^{n} y_{ij} \tag{3.25}$$

En général pour un réseau à n noeuds :

$$Y_{ij} = -y_{ij} \tag{3.26}$$

L'expression matricielle (3.24) s'écrit sous forme compacte pour un réseau à n noeuds:

$$I_i = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}V_j = Y_{ii}V_i + \sum_{j=1, j\neq i}^{n} Y_{ij}V_j \quad i=1,n \tag{3.27}$$

De l'expression (3.27) on tire:

$$V_i = \frac{I_i}{Y_{ii}} - \frac{1}{Y_{ii}} \sum_{j=1, j\neq i}^{n} Y_{ij}V_j \tag{3.28}$$

On sait par ailleurs que la puissance apparente S est:

$$S_i = V_i I_i^* = P_i + jQ_i \tag{3.29}$$

D'où:

$$I_i = \frac{P_i + jQ_i}{V_i^*} \tag{3.30}$$

En remlpace (3.30) dans (3.28) on tire:

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left( \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - \sum_{j=1, j \neq i}^{n} Y_{ij} V_j \right) \qquad i=1, \ldots, n \tag{3.31}$$

Pour la puissance active et réactive:

$$P_i = \Re \left( V_i^* \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \right) \tag{3.32}$$

$$Q_i = -\Im \left( V_i^* \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \right) \tag{3.33}$$

## III.7.3 CALCUL DES PUISSANCE TRANSITEES DANS LES LIGNES:

Une fois les tensions de noeuds sont calculées, les puissance transitées dans les differentes lignes du réseau peuvent être calculées. Voir fig (3.12)

$$I_{serie} = (V_i - V_j)\, y_{ij} \tag{3.34}$$

$$I_{shunt} = V_i \frac{y'_{ij}}{2} \tag{3.35}$$

donc:

$$I_{ij} = (V_i - V_j)\, y_{ij} + V_i \frac{y'_{ij}}{2} \tag{3.36}$$

où $y_{ij}$ = admittance de ligne ij.

$y'_{ij}$ =admittance shunt total de la ligne.

La puissance apparente transite de i vers j s'éxprime par:

$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I_{ij}^* \tag{3.37}$$

# CHAPITRE

# IV

## IV.1 INTRODUCTION:

Les équations (3.31),(3.32),(3.33) représentent un ensemble d'équations algébriques nonlinéaire pour lesquelles il n'existe aucune solution générale.

On doit, donc, les résoudre par des méthodes numériques adoptées à ce genre de problèmes.Deux méthodes sont, actuellement, trés utilisées en pratique pour la résolution du problème du C.E.P.

1-Méthode de GS utilisant la matrice admittance nodale.

2-Méthode de NR utilisant la matrice admittance nodale.

## IV.2 LA METHODE DE GAUSS-SEIDEL ON UTILISANT Ynodale:

Soit un réseau de n noeuds on a:

$$I_{noeud} = YV \tag{4.1}$$

ou:

$$\begin{aligned} I_1 &= Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + \ldots\ldots + Y_{1n}V_n \\ I_2 &= Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + \ldots\ldots + Y_{2n}V_n \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ I_n &= Y_{n1}V_1 + Y_{n2}V_2 + \ldots\ldots\ldots + Y_{nn}V_n \end{aligned} \tag{4.2}$$

ou sous forme matriciel:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & Y_1n \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & Y_2n \\ \cdot & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & \cdot \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_n \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

Donc, les tensions à la (k+1)-ième itérations s'éxprime à partir du système ci-dessus quand $V_i^{(k)}$ et $I_i^{(k)}$ sont trouvés à la k-ième itérations par:

$$\begin{aligned} V_1^{(k+1)} &= \frac{1}{Y_{11}} ( I_1^{(k)} - Y_{12} V_2 - Y_{13} V_3^{(k)} - \ldots - Y_{1n} V_n^{(k)} ) \\ V_2^{(k+1)} &= \frac{1}{Y_{22}} ( I_2^{(k)} - Y_{21} V_1^{(k+1)} - Y_{23} V_3^{(k)} - \ldots - Y_{2n} V_n^{(k)} ) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ V_n^{(k+1)} &= \frac{1}{Y_{nn}} ( I_n^{(k)} - Y_{n1} V_1^{(k+1)} - Y_{n2} V_2^{(k+1)} - \ldots - Y_{nn-1} V_{n-1}^{(k+1)} ) \end{aligned} \tag{4.4}$$

touts les courant dans le système (4.4) sont inconnu, ils sont donnés par:

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*}$$

D'où la formule générale pour déterminer la tension dans le i-ième noeud peut s'écrit par:

$$V_i^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left( \frac{P_i - jQ_i}{V_i^{*(k)}} - \sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij} V_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} Y_{ij} V_j^{(k)} \right) \qquad pour 1=1,2,\ldots,n$$

telque i=1 noeud de réference

## IV.2.1 ALGORITHME DE CALCUL:

1.Pour chaque noeud de charge où P et Q sont données on prend le module et le dephasage de tension égals à ceux de noeud de réference comme première estimation et pour le noeud de génération on prend le module de tension spécifié et le déphasage célui du noeud de réference .

2.Pour les noeuds de charge P et Q sont spécifiés on utilise directement la formule (4.5) pour déterminer les nouvelles tensions et pour les noeuds controlés Q est inconnue, donc, On doit le déterminer:

D'ou:

$$I_{con} = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^{*(k)}} = Y_{i1}V_1^{(k+1)} + Y_{i2}V_2^{(k+1)} + \ldots Y_{ii}V_i^{(k)} + \ldots + Y_{in}V_n^{(k)} \quad (4.6)$$

telque:

$$V_i^{(k)} = |V_{i,spec}|(\cos\delta_i^{(k)} + j\sin\delta_i^{(k)}) \quad (4.7)$$

Donc:

$$P_i - jQ_i = V_i^{*(k)} \left[\sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij}V_j^{(k+1)} + \sum_{j=i}^{n} Y_{ij}V_j^{(k)}\right] \quad (4.8)$$

d'où:

$$Q_i = -\Im\left[V_i^{*(k)} \left(\sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij}V_j^{(k+1)} + \sum_{j=i}^{n} Y_{ij}V_j^{(k)}\right)\right] \quad (4.9)$$

les meilleurs valeurs de tensions sont utilisées dans le calcul de puissance réactive $Q_i$, une fois $Q_i$ est trouvée, elle sera utilisée dans l'équation (4.5) pour trouver la nouvelle valeur de tension Vi dans le noeud controlé.

En générale les limites maximum et minimum peuvent être spécifiés si la puissance réactive dépasse Qmax ou Qmin, donc on doit faire le suivant:

$$\begin{array}{l} si \quad Q_i \geq Q_{max} \\ on \; pose \; Q_i = Q_{max} \\ et \; si \; Q_i \leq Q_{min} \\ on \; pose \; Q_i = Q_{min} \end{array} \tag{4.10}$$

Si le module de la nouvelle valeur de tension dépasse la valeur spécifiée, la nouvelle valeur est corrigée par la multiplication par un raison spécifié .On corrige seulement le module de la tension.

3.une fois les tensions sont trouvées on doit satisfaire le critère d'arrêt suivant:

$$\max |V_i^{(k+1)} - V_i^{(k)}| < \epsilon \tag{4.11}$$

telque $\epsilon$ est la tolerance choisie ,si (4.11) est verifiée aller àl'etape 4,sinon aller à l'etape 2.

4.stop

-pour le noeud de réference on a:

$$\frac{P_1 - jQ_1}{V_1^*} = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + \ldots + Y_{1n}V_n \tag{4.12}$$

Une fois toutes les tensions sont connues la puissance appparante est connu:

$$P_1 - jQ_1 = Y_{11}V_1V_1^* + Y_{12}V_2V_1^* + \ldots + Y_{1n}V_nV_1^* \tag{4.13}$$

## IV.2.2 UTILISATION DE FACTEUR D'ACCELERATION:

Parfois on utilise de facteurs d'accélération pour avoir une meilleure convergence; La correction du tension de $V_i^{(k)}$ à $V_i^{(k)}$ est multiplié par un facteur pour améner la nouvelle tension à la valeur finale.

Donc la tension accéleré est donnée par l'expression suivante:

$$V_{i\ acc}^{(k+1)} = V_i^{(k)} + \alpha\,(V_i^{(k+1)} - V_i^{(k)}) = V_i^{(k)} + \alpha \Delta V_i^{(k)} \qquad (4.14)$$

Le choix de $\alpha$ ne garantie pas la rapidite du convergence ,par contre, il existe plusieurs études numériques pour determiner les valeurs des facteurs d'accélération optimale.

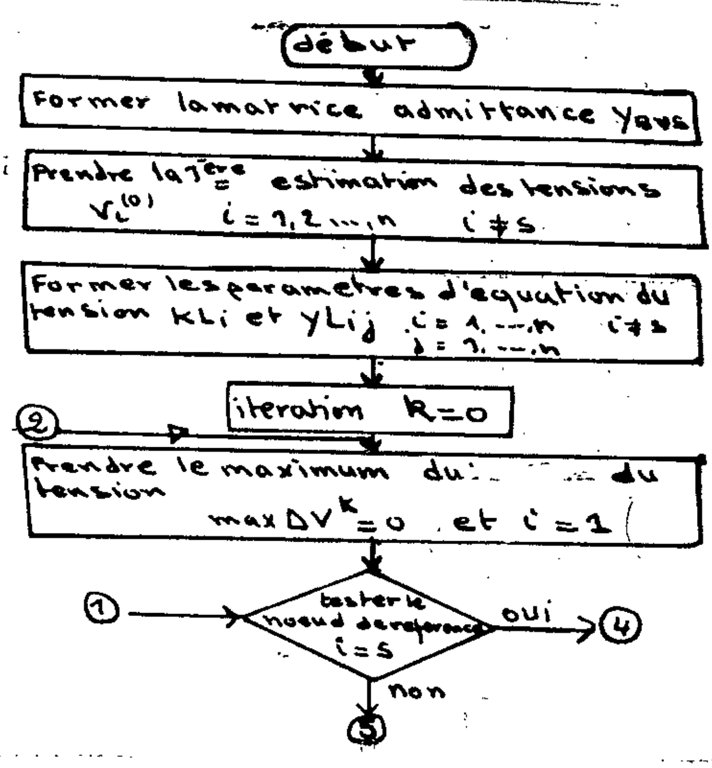
Exemple: la méthode GS Ynodale $\alpha$ est entre 1.4 et 1.8

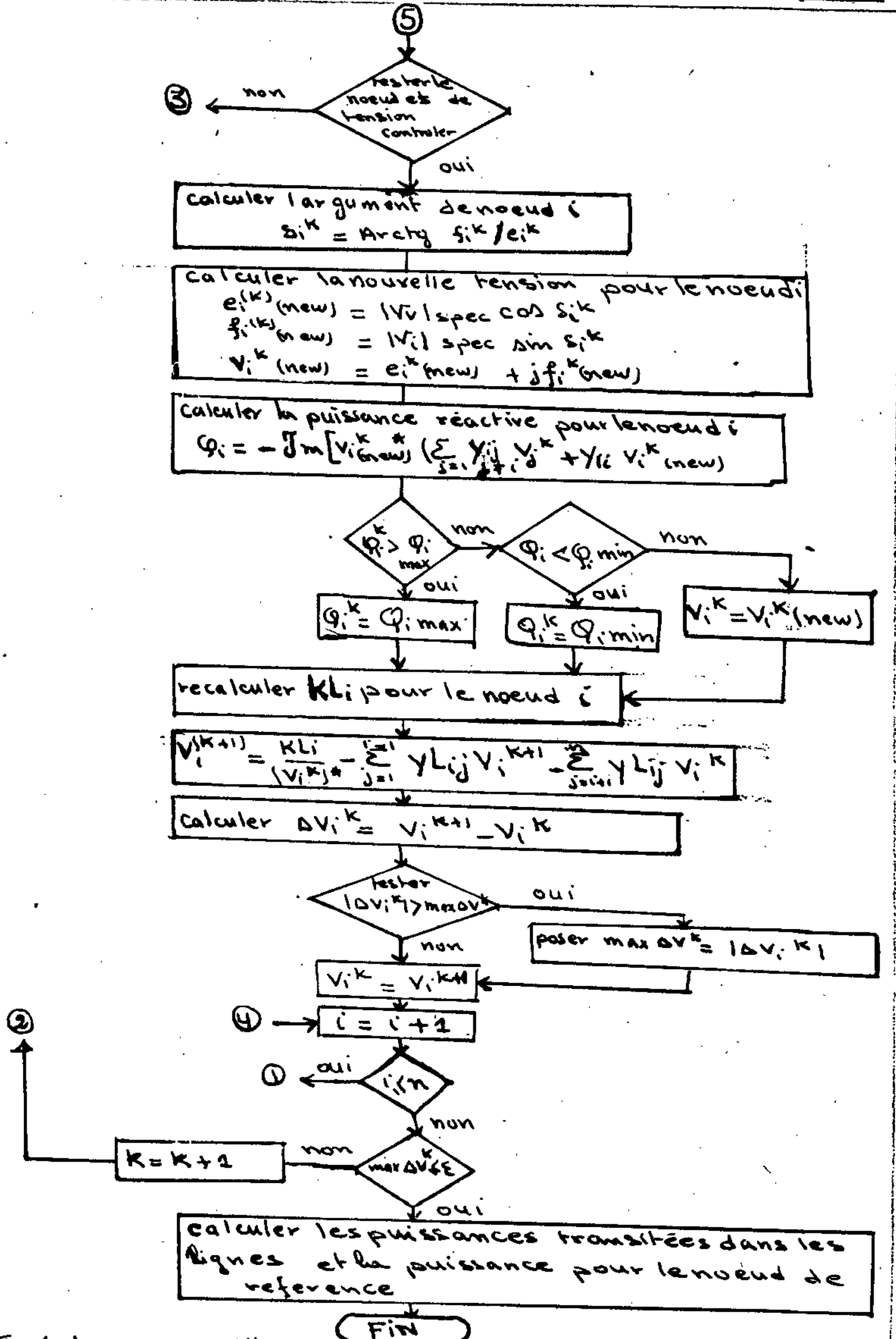
## IV.2.3 ORGANIGRAMME DE LA METHODE GAUSS-SEIDEL (GS):

$L_i = \frac{1}{Y_{ii}}$

$KL_i = (P_i - jQ_i)L_i$

$Y_{ij}L_i = YL_{ij}$






$$\varphi_i = -\mathrm{Im}\left[V_{i(new)}^{K*}\left(\sum_{j=1, j\neq i} Y_{ij} V_j^K + Y_{ii} V_{i(new)}^K\right)\right]$$

$$V_i^{(K+1)} = \frac{KL_i}{(V_i^K)^*} - \sum_{j=1}^{i-1} YL_{ij} V_i^{K+1} - \sum_{j=i+1}^{n} YL_{ij} V_i^K$$

FigII.1 la solution d'ecoulement de puissance par le methode iterative de GAUSS – SEIDEL on utilisant Y nodale

## IV.3 LA METHODE DE NEWTON RAPHSON (NR) UTILISANT LA MATRICE ADMITTANCE [Ynodale]:

### IV.3.1 LA METHODE DE NR POUR LES NOEUDS DES CHARGES:

#### IV.3.1.1 APPLICATION DE LA METHODE NR AVEC LES COORDONNEES RECTANGULAIRES:

Le problème d'écoulement de puissance peut être résolu par la méthode de NR utilisant un système d'équation nonlinéaire exprimant les puissances active et réactive en termes de tension (Van Ness et Griffin, 1961).

La puissance au noeud i est:

$$P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \tag{4.15}$$

*puisque* $V_i = e_i + jf_i$ *et* $Y_{ij} = G_{ij} - jB_{ij}$

L'équation (4.15) dévient :

$$P_i - jQ_i = (e_i - jf_i) \sum_{j=1}^{n} (G_{ij} - jB_{ij})(e_j + jf_j) \tag{4.16}$$

On séparant la partie réelle et imaginaire d'équation (4.16):

$$P_i = \sum_{j=1}^{n} [e_i(e_jG_{ij}+f_jB_{ij})+f_i(f_jG_{ij}-e_jB_{ij})] \tag{4.17}$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^{n} [f_i(e_jG_{ij}+f_jB_{ij})-e_i(f_jG_{ij}-e_jB_{ij})] \tag{4.18}$$

Pour les noeuds des charges $P_i$ et $Q_i$ sont connues et les composantes reélles et imaginaires du tension $e_i$ et $f_i$ sont inconnues pour tout les noeuds sauf le noued du référence où la tension est spécifie et reste fixe , ainsi il y a 2(n-1) équations à résoudre pour la solution d'écoulement de puissance .

La méthode de NR exige un groupe des équations linéaires formant une connexion entre la variation des puissances actives et réactives et les composants de la tension sont les suivants:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta P_n \\ \cdots \\ \Delta Q_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \frac{\partial P_2}{\partial e_2} & \cdots & \frac{\partial P_2}{\partial e_n} & \frac{\partial P_2}{\partial f_2} & \cdots & \frac{\partial P_2}{\partial f_n} \\ \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \frac{\partial P_n}{\partial e_2} & \cdots & \frac{\partial P_n}{\partial e_n} & \frac{\partial P_n}{\partial f_2} & \cdots & \frac{\partial P_n}{\partial f_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial Q_2}{\partial e_2} & \cdots & \frac{\partial Q_2}{\partial e_n} & \frac{\partial Q_2}{\partial f_2} & \cdots & \frac{\partial Q_2}{\partial f_n} \\ \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdots & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \frac{\partial Q_n}{\partial e_2} & \cdots & \frac{\partial Q_n}{\partial e_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial f_2} & \cdots & \frac{\partial Q_n}{\partial f_n} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \Delta e_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta e_n \\ \cdots \\ \Delta f_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta f_n \end{bmatrix} \tag{4.19}$$

où les coefficients dela matrice sont les éléments de Jacobien et 1-ère noeud ce le réferance ;Le système (4.19) peut répresente par:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \dots \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & | & J_2 \\ \dots & & \dots \\ J_3 & | & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e \\ \dots \\ \Delta f \end{bmatrix} \tag{4.20}$$

Les éléments de la matrice jacobiennne sont dérivés des équations des puissance nodale.La puissance active de l'équation (4.17) peut s'écrit:

$$\begin{aligned} P_i &= e_i(e_iG_{ii}+f_iB_{ii})+f_i(f_iG_{ii}-e_{iB_{ii}}) \\ &+\sum_{j-1,j\neq i}^{n}[e_i(e_jG_{ij}+f_jB_{ij})+f_i(f_jG_{ij}-e_jB_{ij})] \\ &\quad pour\quad i-2,\dots,n \end{aligned} \tag{4.21}$$

Calcul de sous matrices jacobien:

$$pour \quad J_1: \quad \frac{\partial P_i}{\partial e_j} = e_iG_{ij}-f_jB_{ij} \qquad i\neq j \tag{4.22}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial e_i} = 2e_iG_{ii}+f_iB_{ii}-f_iB_{ii}+\sum_{j-1,j\neq i}^{n}(e_jG_{ij}+f_jB_{ij}) \tag{4.23}$$

cépendant, l'équation du courant au noeud i est:

$$I_i = \sum_{j-1}^{n} Y_{ij}V_j - c_i+jd_i \tag{3.24}$$

$$I_i = \sum_{j-1}^{n}(G_{ij}-jB_{ij})(e_j+jf_j) \tag{4.25}$$

$$I_i = \sum_{j=1}^{n} (e_j G_{ij} + f_j B_{ij}) + j\sum_{j=1}^{n} (f_j G_{ij} - e_j B_{ij}) \qquad (4.26)$$

Donc:

$$\begin{aligned} c_i &= e_i G_{ii} + f_i B_{ii} + \sum_{j=1, j\neq i}^{n} (e_j G_{ij} + f_j B_{ij}) \\ d_i &= f_i G_{ii} - e_i Bii + \sum_{j=1, j\neq i}^{n} (f_j G_{ij} - e_j B_{ij}) \end{aligned} \qquad (4.27)$$

Donc, $J_1$ peut simplifié par la substition de composante réelle du courant $c_i$ dans l'équation (4.23) on obtient :

$$\frac{\partial p_i}{\partial e_i} = e_i G_{ii} - f_i B_{ii} + c_i \quad pour \quad i=j \qquad (4.28)$$

$$pour \quad J_2 : \quad \frac{\partial P_i}{\partial e_j} = e_i B_{ij} + f_i g_{ij} \qquad i \neq j \qquad (4.29)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial e_i} = e_i B_{ii} + f_i G_{ii} + d_i \quad i=j \qquad (4.30)$$

la puissance réactive de l'équation (4.18) dévient:

$$\begin{aligned} Q_i = {} & f_i (e_i G_{ii} + f_i B_{ii}) - e_i (f_i G_{ii} - e_i B_{ii}) \\ & + \sum_{j=1, j\neq i}^{n} [f_i (e_j G_{ij} + f_j B_{ij}) - e_i (f_j G_{ij} - e_j B_{ij})] \end{aligned} \qquad (4.31)$$

pour $i = 1,2,3,\ldots n$

Donc les élément de sous matrice $J_3$ sont :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial e_j} = e_i B_{ij} + f_i G_{ij} \qquad i \neq j \qquad (4.32)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial e_i} = e_i B_{ij} + f_i G_{ij} - d_i \quad i = j \tag{4.33}$$

Pour les élément de sous matrice $J_4$ sont:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial f_j} = -(e_i G_{ij} - f_i B_{ij}) \quad i \neq j \tag{4.34}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial f_i} = -e_i G_{ij} + f_i B_{ij} + c_i \quad i = j \tag{4.35}$$

## IV.3.1.2 APPLICATION DE LA METHODE NR EN COORDONNES POLAIRES:

$$V_i = |V_i| \angle \delta_i \quad et \quad Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle -\theta_{ij}$$

On les substitués dans l'équation (4.15), la puissance dans le noeud i dévient:

$$P_i - jQ_i = \sum_{j=1}^{n} |V_i V_j Y_{ij}| \, e^{-j(\theta_{ij}+\delta_i-\delta_j)}$$

*puisque:* $e^{-j(\theta_{ij}+\delta_i-\delta_j)} = \cos(\theta_{ij}+\delta_i-\delta_j) - j\sin(\theta_{ij}+\delta_i-\delta_j)$

Donc:

$$P_i = \sum_{j=1}^{n} |V_i V_j Y_{ij}| \cos(\theta_{ij}+\delta_i-\delta_j) \tag{4.36}$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^{n} |V_i V_j Y_{ij}| \sin(\theta_{ij}+\delta_i-\delta_j) \tag{4.37}$$

$i = 1,2,\ldots,n$

Les éléments de jacobien sont calculés à partir des équations (4.36) et (4.37).

pour $J_1$: $$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = |V_i|\,|Y_{ij}|\,|V_j| \sin(\theta_{ij}+\delta_i-\delta_j) \qquad i \neq j \tag{4.38}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} &= -\sum_{j=1, j\neq i}^{n} |V_i|\,|Y_{ij}|\,|V_j| \sin(\theta_{ij}+\delta_i-\delta_j) \\ &= |V_i|^2|Y_{ii}| \sin(\theta_{ii}) - Q_i \qquad i = j\end{aligned} \tag{4.39}$$

pour $J_2$: $$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i|\,|Y_{ij}| \cos(\theta_{ij}+\delta_i-\delta_j) \qquad i \neq j \tag{4.40}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} &= \sum_{j=1, j\neq i}^{n} |V_j|\,|Y_{ij}| \cos(\theta_{ij}+\delta_i-\delta_j) + 2|V_i|\,|Y_{ii}| \cos(\theta_{ii}) \\ &= \frac{P_i}{|V_i|} + |V_i|\,|Y_{ii}| \cos(\theta_{ii}) \qquad i = j\end{aligned} \tag{4.41}$$

pour $J_3$: $$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -|V_i|\,|Y_{ij}|\,|V_j| \cos(\theta_{ij}+\delta_i-\delta_j) \qquad i \neq j \tag{4.42}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} &= \sum_{j=1, j\neq i}^{n} |V_i|\,|Y_{ij}|\,|V_j| \cos(\theta_{ij}+\delta_i-\delta_j) \\ &= P_i - |V_i|^2|Y_{ii}| \cos(\theta_{ii}) \qquad i = j\end{aligned} \tag{4.43}$$

pour $J_4$: $$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = |V_i|\,|Y_{ij}| \sin(\theta_{ij}+\delta_i-\delta_j) \qquad i \neq j \tag{4.44}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} &= \sum_{j=1, j\neq i}^{n} |Y_{ij}|\,|V_j| \sin(\theta_{ij}+\delta_i-\delta_j) + 2|V_i|\,|Y_{ii}| \sin(\theta_{ii}) \\ &= \frac{Q_i}{|V_i|} + |V_i|\,|Y_{ii}| \sin(\theta_{ii}) \qquad i = j\end{aligned} \tag{4.45}$$

D'où les équations qui lient les variations des puissances aux variation de module du tension et l'argument pour la méthode de NR est:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \cdots \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & | & J_2 \\ \cdots & & \cdots \\ J_3 & | & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \cdots \\ \Delta|V| \end{bmatrix} \qquad (4.46)$$

## IV.3.1.3 SECONDE FORMULATION DE LA MATRICE JACOBIENNE:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \cdots \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & | & J_2 \\ \cdots & & \cdots \\ J_3 & | & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \cdots \\ \frac{\Delta|V|}{|V|} \end{bmatrix} \qquad (4.47)$$

Où $J_1$ et $J_3$ restent inchangeable et sont données par l'équation (4.46) par contre $J_2$ et $j_4$ sont modifiées.

Pour ij-ème terme de sous matrices $J_2$ est:

$$[\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|}]\,\Delta|V_j| = |V_i|\,|Y_{ij}|\cos(\theta_{ij}+\delta_i-\delta_j)\,\Delta|V_j| \qquad (4.48)$$

On multiplie la partie droite de l'équation (4.48) par $|V_j|/|V_j|$

$$[\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|}]\,\Delta|V_j| = |V_i|\,|Y_{ij}|\,|V_j|\cos(\theta_{ij}+\delta_i-\delta_j)\,\frac{\Delta|V_j|}{|V_j|} \qquad i\neq j \qquad (3.49)$$

Idem pour $J_4$ :

$$[\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|}]\,\Delta|V_j| = |V_i|\,|Y_{ij}|\,|V_j|\sin(\theta_{ij}+\delta_i-\delta_j)\,\frac{\Delta|V_j|}{|V_j|} \qquad i\neq j \qquad (4.50)$$

## IV.3.2 LA METHODE NR POUR LES NOEUDS A TENSIONS CONTROLEES:

Ici P et $|V|$ sont donnés,mainténant la puissance active P pour chaque noeud i est donné par:

$$P_i = \Re[V_i^* \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j] \tag{4.51}$$

Et aussi pour le noeud i on a:

$$|V_i|^2 = e_i^2 + f_i^2 \tag{4.52}$$

Où $|V_i|$ est l'amplitude du tension, $e_i$ et $f_i$ sont la partie réelle et imaginaire respectivement du tension $V_i$.

La matrice qui lie les variations des puissances et le carré de l'amplitude du tension est donné par:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \\ \Delta Q \\ \\ \Delta|V|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & | & J_2 \\ \dots & & \dots \\ J_3 & | & J_4 \\ \dots & & \dots \\ J_5 & | & J_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e \\ \\ \\ \\ \Delta f \end{bmatrix} \tag{4.53}$$

Où :

$$\Delta|V_i^{(k)}|^2 = [|V_{(i,spec)}|^2 - |V_i^{(k)}|^2] \tag{4.54}$$

$V_i^{(k)}$ est la valeur calculée à la i-ème noeud au k-ème itération, $V_{i(spec)}$ c'est la valeur spécifiée donner à chaque noeud de génération.

Les éléments des Jacobiens sont calculés comme les suivants:

$$J_5 = \frac{\partial |V_i|^2}{\partial e_j} = 0 \quad pour \quad i \neq j \tag{4.55}$$

$$J_5 = \frac{\partial |V_i|^2}{\partial e_i} = 2e_i \quad i = j \tag{4.56}$$

$$idem \quad J_6 = \frac{\partial |V_i|^2}{\partial f_j} = 0 \quad pour \quad i \neq j \tag{4.57}$$

$$J_6 = \frac{\partial |V_i|^2}{\partial f_i} = 2f_i \quad pour \quad i = j \tag{4.58}$$

Les calculs des $J_1$, $J_2$, $J_3$ et $J_4$ sont discuttés par avant.

En coordonnés polaires :

$$J_5 = \frac{\partial |V_i|^2}{\partial \delta_j} = 0 \quad pour \quad tout \ i\ ,\ j \tag{4.59}$$

$$J_6 = \frac{\partial |V_i|^2}{\partial |V_j|} = 0 \quad pour \quad i \neq j \tag{4.60}$$

$$J_6 = \frac{\partial |V_i|^2}{\partial |V_i|} = 2|V_i| \quad pour \quad i = j \tag{4.61}$$

Aprés l'obtention des tensions nodales, les puissance transitées sont calculées à partir des équations precédentes.

### IV.3.3 ALGORITHME DE CALCUL:

1.Lire les données des lignes et des noeuds.

2.défenir le critère de convergence.

3.Prendre les valeurs intiales pour les tensions des noeuds :

$V_i = (1,0) \quad i=1,n \quad i \neq s$ (noeud deréferance)

$V_i = (|Vspéc|,0) \quad i=s$

4.Former la matrice admitance nodale du réseau.

5.Mettre le compteur d'itérations à zéro :"k=0".

6.Mettre le compteur des noeuds à un : "I=1".

7.Si I est le noeud de réference; Aller à l'etape 13.

8.Calculer $P_i^{(k)}$ et $Q_i^{(k)}$ d'aprés les équations (4.36) et (4.37).

9.Calculer $\Delta P_i^{(k)} = P_{i,spec} - P_i^{(k)}$

10.Si I est un noeud (P,Q);aller à l'étape 12.

11.comparer $Q_i^{(k)}$ avec ces limites:

si $Q_i^{(k)}$ viole ces limites, fixer $Q_i^{(k)}$ à la limite violée;Aller à l'étape 12.

calculer le résidu $\Delta|V_i^{(k)}| = |V_{i,spec}|^2 - |V_i^k|^2$; Aller à l'étape 13.

12.Xalculer $\Delta Q_i^k = Q_{i.spec} - Q_i^{(k)}$

13.mettre $I=I+1$.

14.Si I < = N; Aller à l'étape 7.

15.Determiner le maximum des $|\Delta P_i^{(k)}|$ et $|\Delta Q_i^{(k)}|$.

16.Si max $|\Delta P_i^{(k)}| <= \epsilon$ et max $|\Delta Q_i^{(k)}| <= \epsilon$; Aller à l'étape 21.

17.Calculer les éléments du matice jacobienne d'aprés les équations (4.38) à (4.45) et (4.55) à (4.58).

18.Résoudre le système d'équations:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \\ \Delta Q \\ \\ \Delta |V|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & | & J_2 \\ \cdots & & \cdots \\ J_3 & | & J_4 \\ \cdots & & \cdots \\ J_4 & | & J_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \\ \\ \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \tag{4.62}$$

19.Calculer les nouvelles valeurs:

$$|V_i^{(k+1)}| = |V_i^{(k)}| + \Delta |V_i^{(k)}| \qquad i = 1,...,n$$

$$i \neq s$$

$$\delta_i^{(k+1)} = \delta_i^{(k)} + \Delta \delta_i^{(k)}$$

20.Mettre k=k+1; Aller à l'étape 6.

21.Calculer les puissances transitées et les pertes de puissance dans les lignes et les pertes totales.

22.Imprimer les résultats.

## IV.3.4 ORGANIGRAMME DE LA METHODE DE NR:

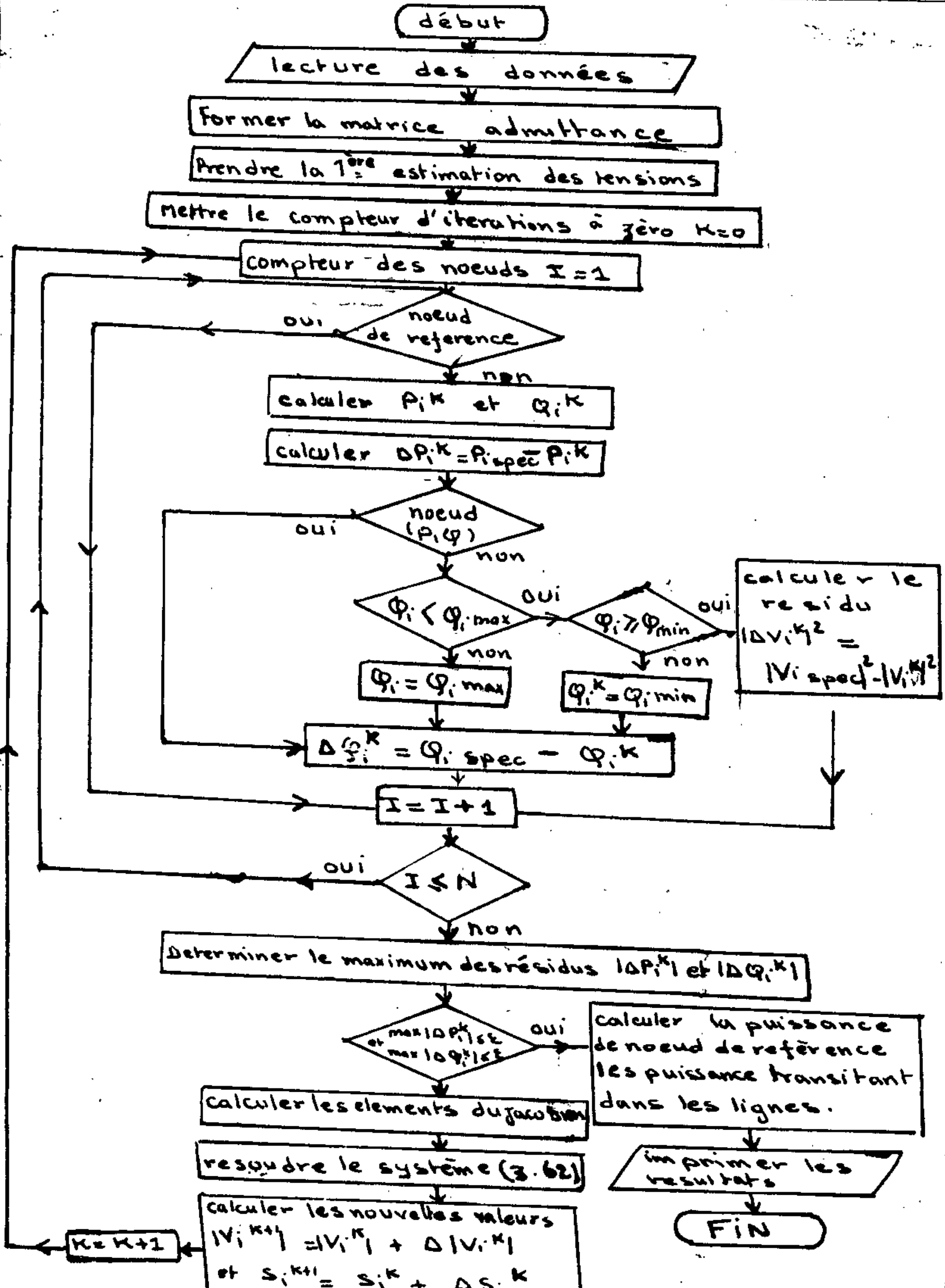



Fig II.2 la solution d'ecoulement de puissance par la methode iterative de Newton-Raphson onutilisant Y nodale

## IV.4 CONLUSION:

Les organigrammes précedents présentent une simplicite dans le traitement des données et une succession logique des opérations.

En comparant les deux algorithmes ,on remarque que la méthode de NR nécessite un nombre plus élevé d'opérations arithmetiques par itération, donc, un temps par itération plus grand que la méthode de GS. En effet, le calcul des éléments du jacobien dans la méthode de NR nécessite un temps supplementaire à chaque itération comparée à la méthode de GS.

Dans notre étude, on développera deux programmes en FORTRAN pour la méthode de GS et la méthode de NR qu'on testera pour la résolution de cas pratique, en plus , la méthode NR, sera l'objet de simplification dans le prochain chapitre pour formuler la méthode découplé rapide de calcul d'écoulement de puissance(FDL).

# CHAPITRE

# V

## V.1 INTRODUCTION:

La méthode générale de NEWTON-RAPHSON développée dans le chapitre précédent donne une solution satisfaisante pour le problème de C.E.P . Cependant, la reévaluation des éléments du Jacobien aprés chaque itération nécessite un nombre assez élevé d'opérations arithmetiques et par conséquant un temps par itération relativement élevé.

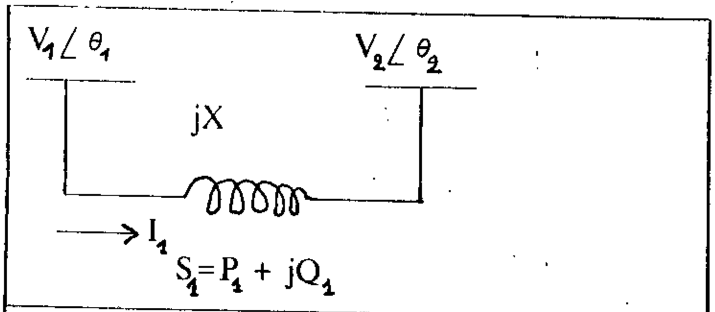
Les performances de cette méthode peuvent être améliorées en faisant des approximations physiquement et mathematiquement justifiables dans le jacobien qui permettre la minimisation de temps d'exécution et la cpacité mémoire pour abotir, ainsi, à une méthode rapide de C.E.P.

## V.2 DECOUPLAGE DE LA METHODE DE NR (DLF):

L'exemple suivant montre la relation entre la puissance active P et l'angle θ, d'une part, et celle entre la puissance réactive Q et le module du tension V , d'autre part.Ceci étant valable pour des réseaux électrique ayant un rapoort R/X inferieur à 10% .

Nous montrons cette relation sur un exemple simple:

Soit une ligne entre les noeuds 1 et 2 réprésentée par la figure suivante:




fg(5.1) ligne d'un réseau

$S_1$ :la puissance apparente transitée du noeud 1 au noeud 2,et mesurée au noeud 1.

jX:impedance de la ligne

$$S_1 = V_1 I_1^* = P_1 + jQ_1 \tag{5.1}$$

$$\text{avec} \quad I_1 = \frac{(V_1 - V_2)}{jX} \tag{5.2}$$

On pose $|V_2| = 1$ p.u

et

$\theta_1 - \theta_2 = \theta$

On remplace (5.2) dans (5.1) on obtient:

$$P_1 + jQ_1 = \frac{V_1 (V_1^* - V_2^*)}{-jX} \tag{5.3}$$

D'où:

$$\begin{aligned} XP_1 &= |V_1| \sin(\theta) \\ XQ_1 &= |V_1|^2 - |V_1| \cos(\theta) \end{aligned} \tag{5.4}$$

A partir du système (5.4) on tire:

$$|V_1|^2 = (XP_1)^2 + (|V_1|^2 - XQ_1)^2 \qquad (5.5)$$

Posons $|V_1'| = |V_1|^2$

d'où : (5.5) devient:

$$|V_1'| = (XP_1)^2 + (|V_1'| - XQ_1)^2 \qquad (5.6)$$

$$|V_1'|^2 - (2XQ_1 + 1)|V_1'| + (Xp_1)^2 + (XQ_1)^2 = 0 \qquad (5.7)$$

C'est une équation du second dégré a pour solution:

$$|V_1'| = XQ_1 + 0.5 + \sqrt{0.25 + (XP_1)^2 + XQ_1} \qquad (5.8)$$

$$|V_1|^2 = XQ_1 + 0.5 + \sqrt{0.25 - (XP_1)^2 + XQ_1} \qquad (5.9)$$

du système (5.4) :

$$\tan(\theta) = \frac{XP_1}{|V_1|^2 - XQ_1} \qquad (5.10)$$

*Donc*

$$\theta = \arctan \frac{XP_1}{0.5 + \sqrt{.25 - (XP_1)^2 + XQ_1}} \qquad (5.11)$$

**a) Relation P,Θ:**

Posons $XQ_1 = 0$.

On dérive l'équation (5.9) par rapport à $XP_1$

$$\frac{d\,|V_1|^2}{d(XP_1)} = \frac{-XP_1}{\sqrt{0.25-(XP_1)^2}} \tag{5.12}$$

$$\lim_{XP_1 \to 0} \frac{d\,|V_1|^2}{d(XP_1)} = \lim_{XP_1 \to 0} \frac{-Xp_1}{XP_1\sqrt{\frac{0.25}{(XP_1)^2}-1}} = 0 \tag{5.13}$$

On dérive aussi (5.11) par rapport à $XP_1$

$$\frac{d\theta}{XP_1} = \frac{1}{1+\left(\frac{XP_1}{0.5+\sqrt{0.25-(XP_1)^2}}\right)^2} \cdot \frac{0.25+0.5\sqrt{0.25-(PX_1)^2}}{\sqrt{0.25-(PX_1)^2}\,(0.5+\sqrt{.25-(PX_1)^2})^2}$$

Donc:

$$\lim_{XP_1 \to 0} \frac{d\theta}{d(XP_1)} = \frac{0.25+0.25}{0.5(0.5+0.5)^2} = 1 \tag{5.15}$$

les variations de $|V_1|$ et θ en fonction de $XP_1$

Prenons par exemple la ligne 2_3 du réseau IEEE 14 bus.

Où R/X =0.237; X = 0.19797 p.u

$$|V_1| = \sqrt{0.5+\sqrt{0.25-0.0392P_1^2}}$$

| $P_2$(p.u) | 0.1 | 0.3 | 0.5 | 0.7 | 0.9 | 1.0 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\|V_2\|$ p.u | 0.9998 | 0.9982 | 0.9951 | 0.9904 | 0.9840 | 0.9802 |
| θ(degrés) | 1.14 | 3.41 | 5.70 | 7.98 | 10.43 | 11.64 |

On voit d'après la table ci-dessus que la puissance active est beaucoup moins sensible à la variation du l'amplitude de tension qu'a la variation de phase et d'aprés les équations (5.13) et (5.15). Les éléments de la sous matrice Jacobienne $J_2$ peuvent être considérer approximativement nuls

-Les fonctions θ et $|V_1|^2$ sont monotones. θ est donc, préponderant par rapport à $|V_1|$ avec la variation de la puissance active .

**b) Relation Q,|V|:**

Posons $XP_1=0$.

Dérivons l'équation (5.9) par rapport à $XP_1$.

$$\frac{d|V_1|^2}{d(XQ_1)} = \frac{1}{2\sqrt{0.25+XQ_1}}+1 \qquad (5.16)$$

$$\lim_{XQ_1 \to 0} \frac{d|V_1|^2}{d(XQ_1)} = 2 \qquad (3.17)$$

Dérivons ainsi (5.11) par rapport à $XQ_1$.

$$\frac{d\theta}{d(XQ_1)} = 0 \quad ; \quad \lim_{XQ_1 \to 0} \frac{d\theta}{d(XQ_1)} = 0 \qquad (5.18)$$

En prenant le même exemple que pour le cas précédent on a donc:

| $Q_1$(p.u) | 0 | 0.1 | 0.3 | 0.5 | 0.8 | 1.0 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\lvert V_1 \rvert$ (p.u) | 1 | 1.019 | 1.037 | 1.091 | 1.139 | 1.17 |

Nous remarquons que la puissance réactive est beuacoup moins sensible à la variation de phase qu'a l'amplitude du tension. Les elements de la matrice Jacobienne $J_3$ peuvent être considéres approximativement nuls.

Donc l'équation:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \cdots \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & | & J_2 \\ \cdots & & \cdots \\ J_3 & | & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \dfrac{\Delta|V|}{|V|} \end{bmatrix}$$

ou

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \cdots \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & | & N \\ \cdots & & \cdots \\ J & | & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \dfrac{\Delta|V|}{|V|} \end{bmatrix}$$

Dévient:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \cdots \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & | & 0 \\ \cdots & & \cdots \\ 0 & | & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \dfrac{\Delta|V|}{|V|} \end{bmatrix} \tag{5.19}$$

Le système (5.19) est ainsi découplé:

$$[\Delta P] = [H]\,[\Delta\theta] \tag{5.20}$$

et

$$[\Delta Q] = [L] \left[ \frac{\Delta|V|}{|V|} \right] \tag{5.21}$$

On peut résoudre séparement ces 2 équations:

$$[\Delta\theta] = [H]^{-1}\,[\Delta P] \tag{5.21}$$

et

$$\left[\frac{\Delta V}{|V|}\right] = [L]^{-1}\,[\Delta Q] \qquad (5.23)$$

Remarques:Les solutions $[\Delta\theta]$ et $[\Delta V/|V|]$ nécessitent l'inverssion des matrices [H] et [L] dont les dimenssions sont approximativement 1/4 du dimension de matrice Jacobienne.Il est apparant que cette approche significative réduit non seulement le temps de calcul par itération mais aussi la capacite mémoire de l'ordinateur.

Mais le problème de reévaluation des éléments de H et L aprés chaque itération demeure posé.

## V.3 METHODE DECOUPLEE RAPIDE DE CALCUL D'ECOULEMENT DE PUISSANCE(FDL):

Bien que la méthode découplée réduit la mémoire , elle exige encore un effort de calcul (reéavaluation des éléments de Jacobien à chaque itération).

Ces problème a eté surmonté en introduisant certaines hypothèses simplificatrices.

Considérons les équations (5.20) et (5.21) de la méthode découplée:

Où les éléments de sous matrices H et L peuvent s'exprimer:

Nontons que: $V_i = |V| \angle \theta_i$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} &= H_{ij} = |V_i|\,|V_j|\,|Y_{ij}|\sin(\theta_{ij}+\theta_i-\theta_j) \qquad (5.24)\\ &= |V_i|\,|V_j|\,[|Y_{ij}|\sin\theta_{ij}\cos(\theta_i-\theta_j) + |Y_{ij}|\cos\theta_{ij}\sin(\theta_i-\theta_j)]\\ &= |V_i|\,|V_j|\,[-B_{ij}\cos(\theta_i-\theta_j) - jG_{ij}\sin(\theta_i-\theta_j)]\end{aligned}$$

telque:

$$Y_{ij} = |Y_{ij}|\cos\theta_{ij} - j|Y_{ij}|\sin\theta_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$$

$$H_{ij} = -[\sum_{j=1}^{n} |V_i|\,|Y_{ij}|\,|V_j|\sin(\theta_{ij}+\theta_i-\theta_j) - |V_i|^2|Y_{ii}|\sin\theta_{ij}]$$

$$H_{ii} = -|V_i|^2 B_{ii} - Q_i \qquad (5.25)$$

De même les éléments de sous matrice L s'ecrivent:

$$L_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = |V_i|\,|V_j|[G_{ij}\sin(\theta_i-\theta_j) - B_{ij}\cos(\theta_i-\theta_j)] \qquad (5.26)$$

L'équation (5.24) est identique à $L_{ij}$ donc:

$$L_{ij} = H_{ij} = |V_i|\,|V_j|[G_{ij}\sin(\theta_i-\theta j) - B_{ij}\cos(\theta_i-\theta j)] \qquad (5.27)$$

De même pour les élément diagonaux:

$$L_{ii} = \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = Q_i - |V_i|^2 B_{ii} \qquad (5.28)$$

Des hypothèses simplificatrices physiquement justifiables ont été ainsi proposés:

1) Comme le réseau posséde en général un rapport R/X relativement faible (inferieure à 10 %) on peut écrire:

$$G_{ij}\sin(\theta_i-\theta_j) \ll B_{ij} \qquad (5.20)$$

2) La différence entre les phases de tensions des 2 noeud adjacents est trés petite, d'où:

$$\sin(\theta_i-\theta_j) \approx \sin\theta \approx \theta_i-\theta_j \approx \theta \qquad (5.30)$$

$$\cos(\theta_i-\theta_j) \approx 1.0 \qquad (5.31)$$

3)Et aussi

$$Q_i \ll B_{ii}V_i^2 \qquad (5.32)$$

Donc (5.20) et (5.21) sont approximées par:

$$[\Delta P] = [VB'V]\,[\Delta\theta] \qquad (5.33)$$

$$[\Delta Q] = [VB''V]\,[\Delta|V|] \qquad (5.34)$$

Où les éléments de matrice [B'] et [B''] sont les éléments de la matrice [-B] de dimenssions respectivement (N-1)*(N-1) et (N-Npv)*(N-Npv).

Le processus de découplage et la forme finale d'algorithme sont complètés en:

a)Négligeant les éléments affectant l'écoulement de la puissance réactive pendant la formation de [B'], ce qui revient a négliger les réactances shunts et considerer que tous les transformateurs fonctionnent à leur régime nominale.

b)Négligeant les éléments affectant l'écoulement de puissance àvtive pendant la formation de [B''] en négligeant l'éffet des transformateurs déphaseurs.

c)Négligeant aussi les résistances séries pendant la formation de [B'], cet approche a été trouvée experimentalement.

d)Négligeant également les réactances series dans le calcul de [B'], qui devient ainsi une approximation de matrice d'un écoulement de puissance continue (DC Load Flow).Ceci est d'importance mineure, mais l'éxperience a montré que cela ameliore légèrement les resultats.

Avec les modifications ci-dessus, les équations de (FDL) deviennent:

$$\left[\frac{\Delta P}{|V|}\right] = [B'] \, [\Delta\theta] \tag{5.35}$$

$$\left[\frac{\Delta Q}{|V|}\right] = [B''] \, [\Delta|V|] \tag{5.36}$$

Où les éléments des matrices [B'] et [B''] sont:

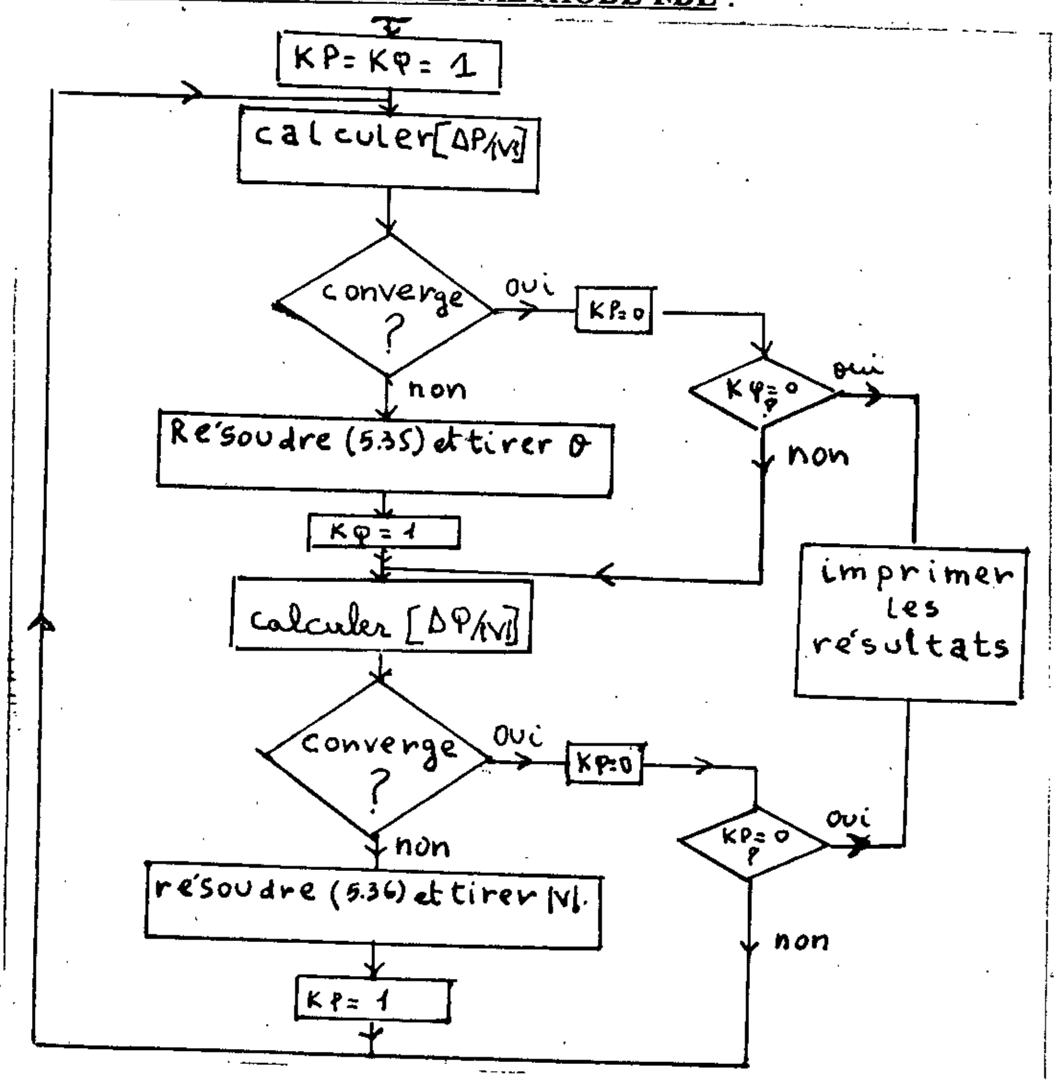
$$B'_{ij} = \frac{-1}{X_{ij}} \qquad i \neq j \tag{5.37}$$

$$B'_{ij} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{X_{ij}} \qquad i = j \tag{5.38}$$

$$B''_{ij} = B_{ij} \tag{5.39}$$

Les deux matrices [B'] et [B''] sont réelles et creuses et ont la structure de [H] et [L] réspectivement, puisqu'elles contiennent seulement les admittances de réseau.Elles sont donc constantes et n'ont besion d'être inversées qu'une seule fois au début du programme.Le problème relatif à la reévaluation des éléments du matrices jacobienne est ainsi, résolu.

## V.4 ORGANIGRAMME DE LA METHODE FDL :




## V.5 ALGORITHME DE LA METHODE FDL:

Les détails de l'organigramme sont donnés dans ce qui suit:

1) Lire les données.

2) Défenir le critère de convergence $\epsilon$.

3) Prendre des valeurs initiales des tensions des noeuds:

$|V_i| = 1$, $\theta_i = 0$ $i = 1,...,n$ ; $i \neq s$, noeud de réferance

$|V_i| = |V_{i,spec}|$; $\theta_i = 0$ $i = s$

4) Former les matrices [B'] et [B"] et les inverser.

5) Mettre le compteur d'itération à zéro k=0.

6) Calculer les puissances actives et réactive des noeuds (P,Q) et (P,|V|), on compare la puissance réactive avec les limites.

7) Calculer les résidus:

$\Delta P_i^k = P_{i,spec} - P_i^k$ pour les noeuds (P,Q) et (P,|V|)

$\Delta Q_i^k = Q_{i,spec} - Q_i^k$ pour les noueds (P,Q)

8) Tester si max $\Delta P_i^k <= \epsilon$, si oui aller à l'etape 11

9) Dérteminer de nouvelles valeurs des corrections des angles en résolvont le système d'équations:

$$[\Delta\theta]^{(K)} = [B']^{-1} \left[\frac{\Delta P}{|V|}\right]^{(K)}$$

10) Déterminer le nouvelles valeurs des angles de phase:

$$[\theta]^{(K+1)} = [\theta]^{(K)} + [\Delta\theta]^{(K)}$$

11) Tester si max $\Delta Q_i^k <= \epsilon$ , si oui aller à l'étape 18.

12) Recalculer les puissances actives et réactives ainsi que les résidus.

13) Tester si max $\Delta Q_i^k <= \epsilon$ , si oui, aller à l'etape 17.

14) Déterminer le nouvelles corrections sur les amplitudes de tensions en résolvant le système d'équations:

$$[\Delta|V|]^{(K)} = [B'']^{-1}\left[\frac{\Delta Q}{|V|}\right]^{(K)}$$

15) Déterminer de nouvelles valeurs des amplitudes de tensions, aller à l'etape 17.

16) Tester si max $\Delta P_i^k <= \epsilon$, si oui aller à l'etape 18.

17) $k = k + 1$ aller à l'etape 6.

18) Imprimer les résultats.

## V.6 ETUDE THEORIQUE DE LA CONVERGENCE DE FDL:

La première étape dans cette étude est de mettre les équations de FDL sous la forme générale des équations nonlinéaires, puis en appliquant des théorèmes mathematiques bien connues concernant la condition de convergence de methodes itérative sur le FDL.

Les résultats principales donnent les informations suivantes:

1) La condition de convergence.

2) Existance et unicité de solution dans region specifier.

3) L'erreur estimée dans chaque itération.

Le problème d'écoulement de puissance est la solution des équations (en coordonnés polaires)suivantes:

$$\sum_{j=1}^{n}|V_i|\,|V_j|(G_{ij}\cos(\theta_i-\theta_j)+B_{ij}\sin(\theta_i-\theta_j))=P_i^{sp} \quad i=1,\ldots,n \quad (5.41)$$

$$\sum_{j=1}^{n} |V_i|\,|V_j|(G-ij\sin(\theta_i-\theta_j)-B_{ij}\cos(\theta_i-\theta_j))-Q_i^{sp} \quad i=1,\ldots,n \quad (\quad)$$

Au point de vue mathématique (et non calcul) les équations (5.35) et (5.36) sont équivalents à:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \ldots \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{V}B' & | & 0 \\ \ldots & & \ldots \\ 0 & | & \tilde{V}''B'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \ldots \\ \Delta|V| \end{bmatrix} \tag{5.43}$$

Où $\tilde{V}$ est une matrice diagonale de dimension n*n dont le k[ieme] élément diagonle est $V_k$ et $\tilde{V}''$ est les premiers q*q sous matrice de V.(où q est le nombre noeuds PQ).

Si on définit:

$$x = (\theta, V) = (\theta_1, \ldots, \theta_n, V_1, \ldots, V_q)$$
$$et$$
$$y = (P_{sp}, Q_{sp}) = (P_1^{sp}, \ldots, P_n^{sp}, Q_1^{sp}, \ldots, Q_q^{sp})$$

Et on pose: $F(x) = y$

D'où: $\begin{cases} F_\theta(\theta,V)=P^{sp} \\ F_v(\theta,V)=Q^{sp} \end{cases}$

Donc l'équation (5.42) devient:

$$[y-F(x^{(K)})] = [A(x^{(K)})]\,[x^{(K+1)}-x^{(K)}] \tag{5.44}$$

$$x^{(k+1)} = x^{(k)}-[A(x^{(K)})]^{-1}\,[F(x^{(K)})-y] \tag{5.45}$$

où

$$A(x^{(K)}) = \begin{bmatrix} \tilde{V}B' & 0 \\ 0 & \tilde{V}B'' \end{bmatrix} \qquad (5.46)$$

On a montré ainsi que FDL peut être mis sous la forme d'un système d'équations nonlinéaires.

On supposé maintenant qu'on s'interesse à trouver la solution dans la region **R** définie par:

$$|\theta_i| < \alpha \qquad i=1,\ldots,n \qquad (5.47)$$

$$||V_i|-1| < \epsilon \qquad i=1,\ldots,n \qquad (5.48)$$

Soit c un nombre défini par:

$$c = \max\|[A(\xi)]^{-1}\Delta(\xi)\| \qquad \xi \in R$$

On suppose que:

$$i) \qquad c < 1 \qquad (5.49)$$

*ii) Les variations initiales* $\Delta\theta_i^0$ *et* $\Delta V_i^0$ *satisfaient au:*

$$\max \frac{\epsilon\,|\Delta\theta_i^0|}{\alpha},\ |\Delta V_i^0| < (1-c)\epsilon \qquad (5.50)$$

En appliquant la theorème (A) (voir l'annexe) pour les équations de E.P par la méthode FDL itérative décrit par les équations (5.35) et (5.36) avec les conditions intiales:

$$\theta_i^0=0,\ |V_i|=1$$

On tire les résultats suivants:

1)Il existe une solution unique pour le problème E.P dans la région R.

2) Les équations (5.35) et (5.36) convergent vers la solution.

3) Dans la $k^{ieme}$ itération, la differance entre $(\theta_i, |V_i|)$ et la solution exacte $(\theta_i^*, |V_i^*|$ est infèrieure ou égale à:

$$\frac{C}{1-C}\max\left[\frac{\epsilon|\Delta_i^{(k-1)}|}{\alpha}, |\Delta V^{(k-1)}|\right]$$

c.à.d

$$\max\left[\frac{\epsilon}{\alpha}|\theta_i^{(k)}-\theta_i^*|,\ |V_i^{(k)}-V_i^*|\right] < \frac{C}{1-C}\max\left[\frac{\epsilon}{\alpha}|\Delta\theta_i^{(k-1)}|,\ |\Delta V_i^{(k-1)}|\right] \quad (5.51)$$

**Remarques sur les resultats**:

1)Le nombre c est en fonction des paramètres de réseau (le rapport R/X maximum, impédance...etc) et de région de solution ($\alpha$ et $\epsilon$)

2) Une étude montre que la valeur de c augmente avec le rapport maximum R/X.La condition de convergence est difficile à stisfaire pour des systèmes avec des rapports R/X élevés.

3)puisque $\| x^{i+1} - x^i\| <= c \| x^i - x^{i-1}\|$, le nombre c sert à indiquer le taux de convergence.La plus petite valeur de c donne la plus rapide convergence.Ceci pour les réseaux avec R/X petits.

4) Les conditions (5.49) et (5.50) sont suffisantes.

5) La question de l'existance et l'unicité de la solution E.P est une problème thèoriquement irrésoluable, mais les conditions (5.49) et (5.50) grantie l'unicité de la solution.

## V.7 MODIFICATIONS DE FDL POUR DES RESEAUX AVEC DES RAPPORT R/X ELEVES:

Pour résoudre le problème d'écoulement de puissance, la méthode FDL est le plus populaire à cause de son efficacité. Sa régularitée pour le plupart des réseaux électriques est trés élevée, mais elle presente, cependant, certaines difficultes de convergence pour des systèmes avec des rapport R/X élevés.Des études ont essayées de contourner ce problème en propsont des modifications à la méthode FDL.

### V.7.1 PREMIERS MODIFICATIONS: (cas RX)

Dans la pratique, il est trouvé que le FDL converge bien si $G_{ij}$ ne depasse pas significativement $B_{ij}$.Dans le cas où le depassement est considérable l'introduction des conductances $G_{ij}$ dans les itérations ameliore la convergence.

D'où:

$$\frac{P_i}{|V_i|} = |V_i|G_{ii}+\sum_{j=1}^{n}|V_j|[G_{ij}\cos(\theta_i-\theta_j)+B_{ij}\sin(\theta_i-\theta_j)] \qquad (5.49)$$

$$\frac{Q_i}{|V_i|} = -|V_i|B_{ii}+\sum_{j=1}^{n}|V_j|[G_{ij}\sin(\theta_i-\theta_j)-B_{ij}\cos(\theta_i-\theta_j)] \qquad (5.50)$$

Une manière d'introduire $G_{ij}$ dans les itérations est d'additionner les équations (5.49) et (5.50).

$$\frac{P_i+Q_i}{|V_i|} = (G_{ii}-B_{ii})|V_i|+\sum_{j=1}^{n}|V_j|[(G_{ij}-B_{ij})\cos(\theta_i-\theta_j) + (G_{ij}+B_{ij})\sin(\theta_i-\theta_j)] \qquad (5.51)$$

L'équation (5.36) de FDL est remplacée par:

$$\Delta P + \Delta Q = B'''\Delta V \qquad (5.52)$$

Où B''' est approximé par:

$$B'''_{ij} = G_{ij}-B_{ij} \; ; \quad B'''_{ii} = G_{ii}-B_{ii} \qquad (5.53)$$

L'équation (5.35) de FDL reste inchangeable, mais l'effet de $G_{ij}$ est repercute sur l'approximation de B'. Une expression qui modère cet effet est proposé pour B':

$$B'_{ij} = -B_{ij}-0.4G_{ij}-0.3\frac{G_{ij}^2}{B_{ij}}$$

$$B'_{ii} = -\sum B'_{ij}$$

les coefficients 0.4 et 0.3 sont trouvés exprimentalement.

## V 7.2 SECONDES MODIFICATIONS:

Dans l'algorithme standard de FDL les résistances sont ignorées durant la formation de la matrice B'; il a été montré qu'il est préferable de les ignorées seulement durant la formation de la matrice B'' (cas BX).

## V.8 RESUME DES DIFFERENTS CAS DE L'ALGORITHME DU FDL:

Les différents cas pour différents modifications proposées dans l'algorithme du calcul de E.P sont les suivantes:

$1_{er}$cas(BB):Le résistances ne sont pas ignorées dans B' et B". Aussi les admittances shunts sont utilisées dans les deux matrices, cette forme du (FDL) généralement donne une mauvaise convergence.

$2^{eme}$cas(XB):Les résistances sont ignorées dans B' uniquement.

Cette matrice ne comporte que les reactances de branches. Cette version est le FDL standard qui possède une exellente convergence pour des cas normaux.

$3^{eme}$cas(BX):Les résistances sont ignorées dans la matrice B" uniquement. pour des réseaux normaux le nombre d'itérations est le même que le cas XB, mais pour des systèmes avec des rapport R/X élevés le nombre d'itérations nécessaire est inferieur à celui des cas XB.

$4^{eme}$cas(XX):Les résistances sont ignorées dans le deux matrices B' et B". Cette version est mois bonne que les cas XB et BX, mais elle est presentée dans le souci de completer tous les cas de figure.

$5^{eme}$cas(RX):Elle correspond à l'algoritme de (V.7.1) proposée pour les cas de systèmes avec un rapport R/X élevés.

## V.9 CONCLUSION:

Avec des approximations physiquement justifiables, nous avons presentés une méthode de calcul rapide d'écoulement de puissance généralement trés utilisée.

L'algoritme développé, dans ce chapitre pour toutes les versions de la méthode rapide de C.E.P notament la version standard, BX et RX. Cet algoritme assure la résolution alernative des deux systèmes d'équations $[\Delta|V|]$ et $[\Delta\theta]$.

Nous avons developpé, pour toutes les versions de la méthode de FDL un programme en FORTRAN que nous testerons pour la résolutions de cas pratiques.

Pour l'inversion des matrices B' et B", nous adapterons la méthode d'inversion de Shipley-Colman.

# CHAPITRE

# VI

## VI.1 INTRODUCTION

Les trois programmes en FORTRAN des trois principales méthodes présentés dans les chapitres précédents sont excutés et testés sur le trois réseaux standars IEEE: IEEE 14 Bus, IEEE 30 Bus, IEEE 57 BUS.SYSTEM. (voir les données dans l'annexe).

Le taux de convergence, la tolérance, le temps de résolution et le probleme de mal-conditionnement sont l'objet de nos comparaisons.

## VI.2 Convergence

Le taux de convrgence de la méthode de GAUSS-SEIDEL est lent, elle nécessite un nombre relativement élevé d'itération pour obtenir la même solution qu'avec la méthode de NEWTON-RAPHSON. Le nombre d'itération de GAUSS-SEIDEL augmente directement avec le nombre de noueds de réseau, mais il est relativement constant pour les autres methodes, independament de la dimension du réseau. Pour augmenter le taux de convergence de la méthode de GS en fait appel à l'utilisation de facteur d'accéleration.

Le calcul des valeurs de facteur optimums d'accéleration de la solution de l'écoulement de puissance est assez difficile, cependant ces valeurs peuvent être déterminer empiriquement, le facteur d'accéleration depend de la caractèristque du réseau et de la méthode utilisée. Les effets de différent facteurs d'accéleration sur le taux de convegence des principales méthodes presentées sont montrés sur la figure (6.1).

Le système IEEE 14-bus (14 noeuds et 20 lignes ) à été utilisé pour cet analyse.

La tolerance nécessaire pour obtenir la solution varie d'une

méthode à une autre.

La lente convergence de la méthode de GAUSS-SEIDEL utilisant la matrice admittance en coordonnées polaires nécessite un tolèrance de 0.00001 p.u pour l'amplitude de tension, la tolèrance de la méthode NR est de 0.0001 p.u pour la puissance active et réactive afin d'obtenir le même resultat que la méthode GS.

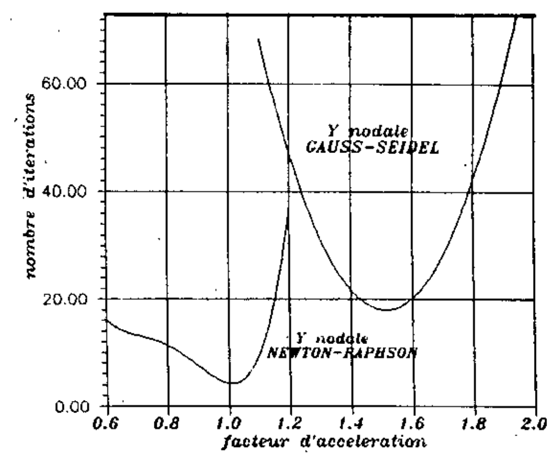



*FIG 6.1 effet du facteur d'acceleration sur la convergence de la methode de GS et NR utilisant Ynodale*

La méthode de NEWTON-RAPHSON est avantageuse, puisque les tolérances sont spécifiées pour les puissances actives et réactives. Les valeurs de tolérance sont données directement par l'ingénieur ou l'exploitant qui spécifie la précision desirée du réseau.

Le nombre d'itérations des différantes méthodes pour différants réseaux et les tolérances spécifiées pour chaque méthode ainsi que les facteurs d'accélérations sont resumés dans le tableau (6.1); Pour tous les tests les valeurs initiales des tensions est égale à 1.0+j0.0 p.u

| nombre de noeuds | GS * | NR $ | FDL $ |
|---|---|---|---|
| 14 | 29 | 3 | 4 |
| 30 | 42 | 3 | 4 |
| 57 | 60 | 3 | 5 |

table (6.1) nombre d'itération pour la résolution de E.P

* Facteur d'accéleration 1.7 et la tolérance du 0.00001 p.u pour l'amplitude de tension.

$ Tolérance 0.0001 p.u pour la puissance active et réactive,le facteur d'accération est non nécessaire.

## V.13 TEMPS DE RESOLUSION

Les temps nécessaires par itération obtenus pour les principales méthodes presentées, sont montrés sur la la figure(6.2).

La méthode de GAUSS-SEIDEL nécessite le plus petit nombre d'opérations arithmétiques pour completer une itération, à cause de la simplicité de sa technique. Dans la méthode NR le calcul des éléments de la matrice Jacobienne à chaque itération demande un temps supplementaire.

La méthode rapide de calcul d'écoulement de piussance (FDL) nécessite un temps de calcul inferieur a célui de NR à cause de l'inversion de B'et B" qui se fait qu'une seule fois au début de la solusion et à cause du découplage qui reduit la dimension des matrices a invérses.

Pour le trois méthodes, le temps par itération augmente directement avec le nombre de noeuds du réseau étudie, car le temps d'execution est proportionnel à $N^3$.

La figure (6.3) montre le temps total de toutes les itérations pour chacune des trois méthodes. On remarque que la méthode FDL est le plus rapide, suivre par la méthode NR puis en fin la méhode de GS.

Le temps de calcul nécessaire depend aussi de la vitesse des ordinateurs et de l'efficacite du programme etablit.

N.B: Le temps execution de programme est prié du VAX

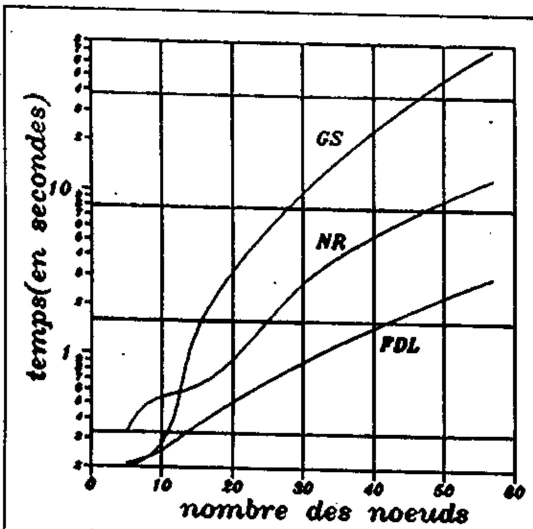



FIG:(6.3) temps de resolution E.P pour les differantes methodes

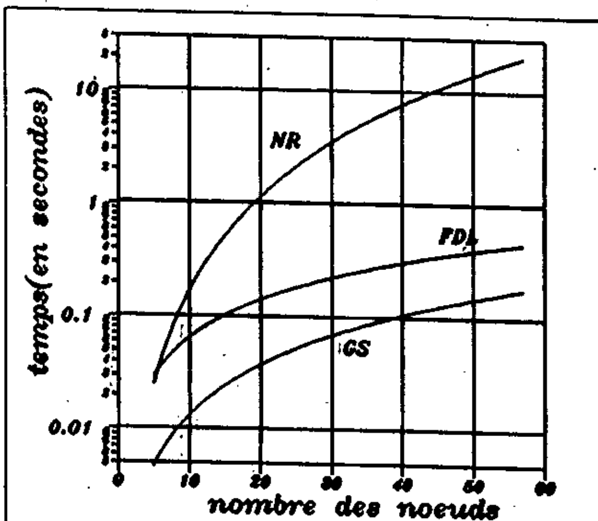



FIG:(6.2) temps de C.E.P par iteration pour les differantes methodes

## VI4 EFFET DE CAPACITE SERIE:

Des tests pour étudier l'éffet des capacités séries ont été faits sur le réseau IEEE 14 bus (14 noeuds et 20 lignes).

Le nombre de cas tests est égal au nombre de lignes où nous avons change la réactance inductive en réactance capacitive de même valeur. Pour chaque test nous ne modifions qu'une seule ligne du réseau.

Les resultats sont donnés dans le tableau (6.2).

Il apparait de ces tests que la méthode de GAUSS-SEIDEL presente un échec dans le résolution du problème d'écoulement de puissance dans de 80% de cas. Par contre la methode NR peut resoudre facillement ce genre de problème. La methode FDL, présente elle aussi certains dificultes dans la résolution de ce type du probleme ( 55% de succès).

| Nombre de cas du succés | | | Nombre de lignes qui résulte l'échec | | |
|---|---|---|---|---|---|
| GS | NR | FDL | GS | NR | FDL |
| 4 | 18 | 11 | 1,2,3,6,7,8,10,11 13,14,15,17,18,19 20 | 2,3 | 2,3,4,6,12,14,17,19,20 |

table(6.2) Effet de branches capacitives(IEEE 14 BUS-SYSTEM)

## VI.5 COMPARAISON ENTRE LES DIFFERENTS VERSIONS DE LA METHODE FDL:

Dans cette partie plusieurs résultats sont donnés avec l'intention de demontrer l'avantage de faire le changement de XB à BX ou RX pour des cas normaux et pour des cas où R/X est élevé.

Le premier test était designé pour voir l'influence du résistance sur la convergence du problème d'écoulement de puissance. Ceci a été realisé en multipliant toutes les résistances de branche par un même facteur d'échelle allant de 0.5 jusqu'a la valeur la plus élevée possible.

Les résultats sont donnés dans la table (6.3). La comparaison a été faite pour le cas BB,XB,BX,XX,RX et NR. Il est clair que la version BB n'est pas recommandée, même pour des facteurs normaux. La même remarque peut être faite pour la version XX. Bien qu'elle n'est pas aussi mauvaise que la cas BB. La seule comparaison qu'on peut faire est entre le BX, XB et RX. On peut la resumer comme suit:

-Par rapport aux systèmes de tests considérés et par rapport aux petits facteurs d'échelles de R (inf à 1.0), il n'est pas nécessaire de passer de XB à BX ou RX, bien que les desavantages de BX et RX sont relativement petits.

-Pour de facteurs d'échelle de R élevé le nombre d'itérations pour le trois versions diffère vesiblement, les cas BX et RX reduisent mieux le nombre d'itération.

-Pour tous le cas, quand la solution peut être trouvée par la méthode NR, elle le peut être aussi par la version BX du FDL a l'exception de IEEE 30 bus system.

-Pour les petits et moyens facteurs d'échelle de R la version BX est plus performante que RX, par contre pour des facteur d'échelle de R élevés, la version RX devient meilleur.

Dans la table (6.4) le nombre d'itérations est donné pour plusieurs tolérances compris entre 1(MW/Mvar) et 0.001(MW/Mvar). L'avantage relatif des versions BX et RX est que le taux de convergence est globalement constant pour tous les tolérances.

Ces deux tests ont été basés sur des réseaux où le rapport R/X a été augmenté en multipiant toutes les résistances par un facteur d'échelle. Les réactances demeurent inchangées. Le même rapport peut être augmenter par la diminution des réactances X.

dans la table (6.5) toutes les réactances sont multipliées par un facteur inferieur ou égal a l'unite. Il est clair que la version RX n'est pas recommandée. Par contre le passage de XB standard à BX est meilleur. Le rapport R/X peut être élevé jusqu'a 10 fois.

Pour comparer le type de convergence de BX et XB la fig(6.4) et la fig(6.5) montrent les differents modèles de convergance avec trois differents facteurs d'échelles pour le réseau de 14 noeuds (IEEE 14 BUS system).

La fig (6.4) a montrée le type de convergence de XB standard. Les mismatchs de puissance réactive est forcement réduit durant l'itération de l'amplitude de tension mais ils sont largement detruit pendant l'itération suivante de puissance active. Les mismatchs de puissances actives sont

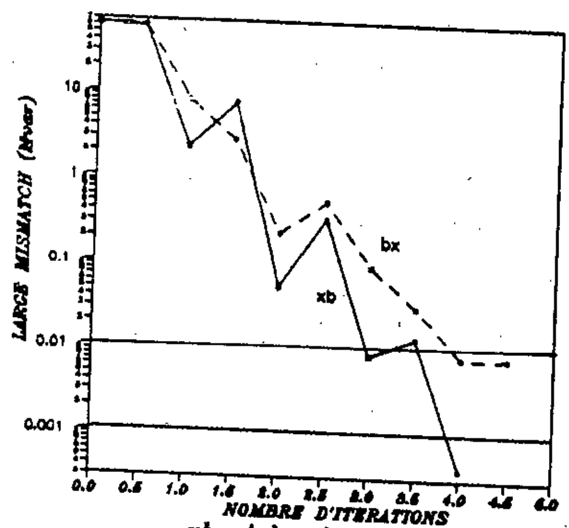
réduit ordinairement, l'influence de la solution de la puissance réactive est trés petit .

L'utilisation de la version BX modifie la convergence. La reduction de mismatchs de puissances réactive devient également ordinaire, l'influence de la partie de puissance active dans la solution est diminie. La conduite de la convergence de mismatchs de puissaces actives est à peu près la même qu'avec la version XB. La conclusion la plus evidente qu'on peut tirer de la fig(6.4.b) c'est: l'erreur cumulative causée par toutes les approximations, apparait dans la distrubution égale et uniforme entre le deux procédures de solution, autrement dit la convergence de deux parties.

Ce conclusion devient particulierement evident autour de point final de la solusion.

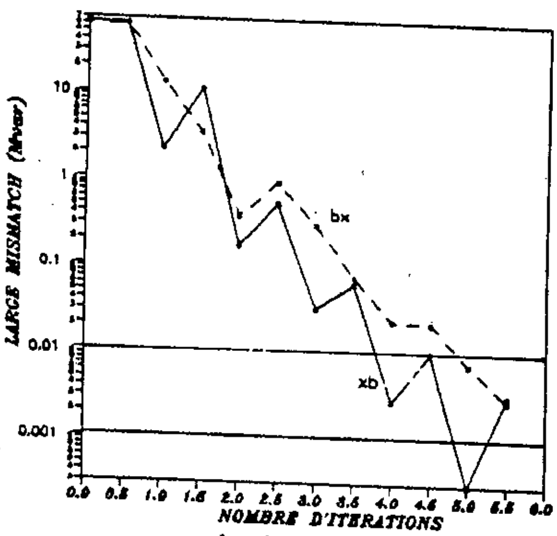
Quand les résistances sont augmentées la convergence de version XB deminue de deux facons: l'ifluence destuctrice des variations des phases sur les mismatches de puissances réactives va augmenter d'une part, et la force de la convergence de la partie active est diminuée d'autre part fig (6.4.c) et (6.4.e). La version BX est aussi affectée par ce changement de résistances. Les mismatches de puissance active vont se deteruit legerement, les mismatches de puissance réactive sont réduit durant le deux types d'iterations. Cet effet est montré dans la

fig (6.4 d) et particulierement dans la fig (6.4 f).



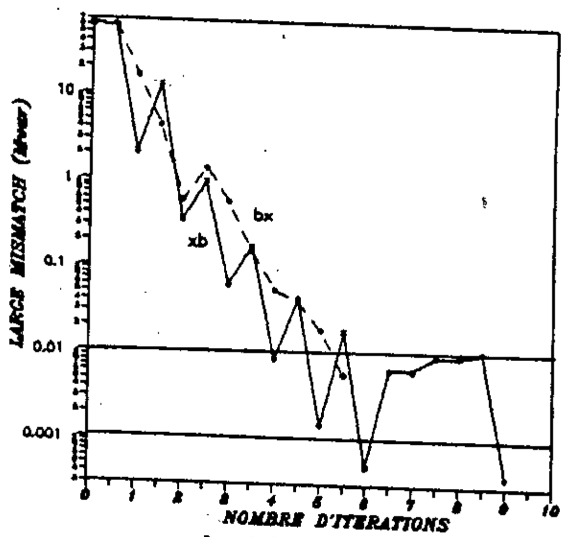

xb et bx f–e 1.0

fig (6.5.a)




xb et bx f–e 1.5

fig (6.5. b)




xb et bx f–e 2.0

fig (6.5. c)

fig (6.5) type de convergence de FDL, XB et BX pour IEEE_14 BUS SYSTEM tolérance 0.01 Mvar

——— version xb

– – – – version bx

table(6.3) nombre d'itérations pour plusieurs réseaux

avec différents facteur d'échelle de R

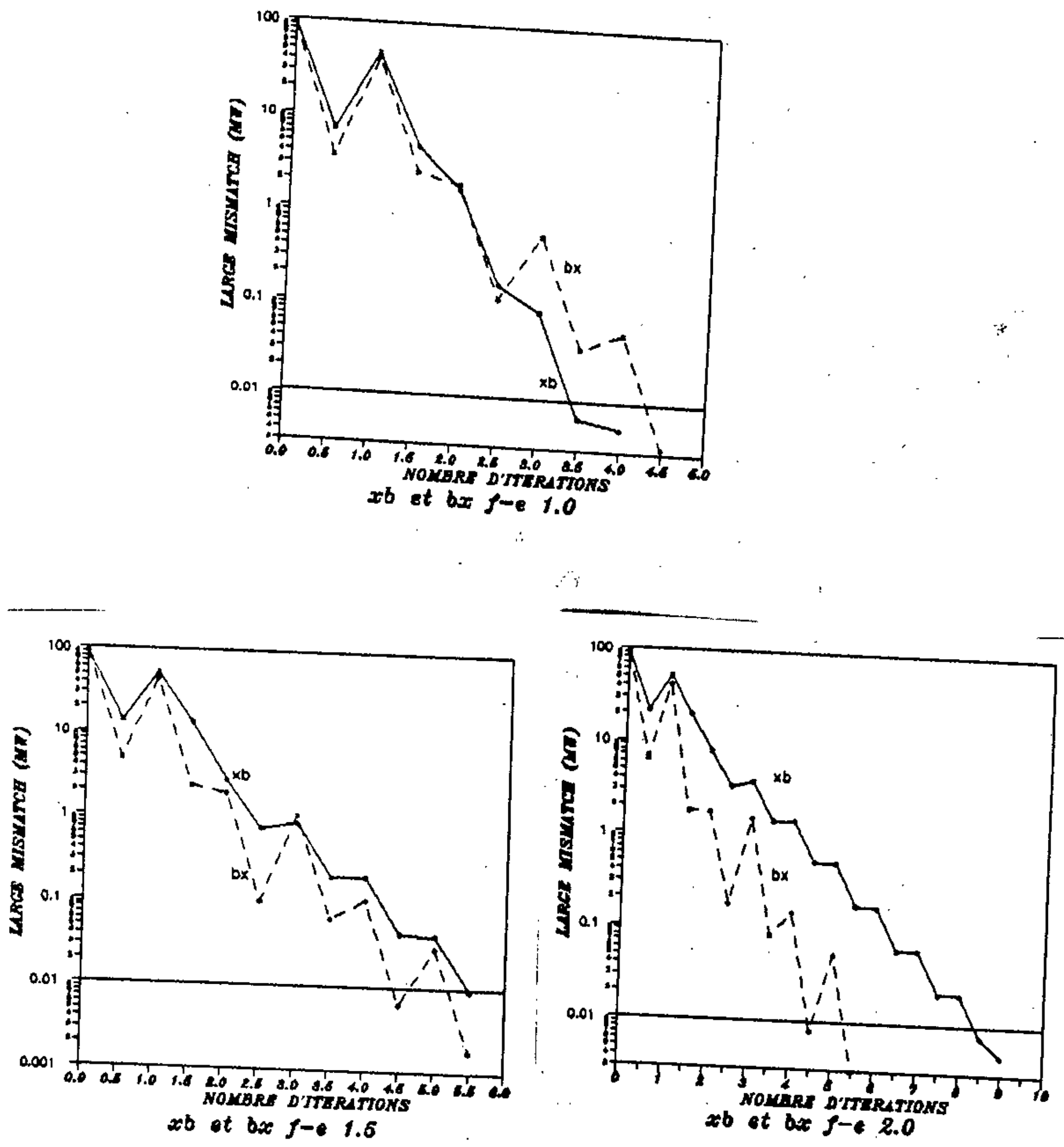
| nombre des noeuds | F.E. facteur d'échelle | NR | FDL | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | BB | XB | BX | XX | RX |
| 14 | 0.5 | 3 | 5-5 | 4-3 | 5-3 | 4-3 | 4-3 |
| | 1 | 3 | 20-20 | 4-4 | 5-4 | 7-6 | 5-4 |
| | 1.5 | 3 | div | 6-5 | 6-5 | 11-11 | 5-4 |
| | 2.0 | 3 | | 9-6 | 6-5 | 16-15 | 6-5 |
| | 2.5 | 3 | | 13-9 | 6-5 | 21-22 | 7-6 |
| | 3 | 3 | | 18-11 | 7-6 | 28-28 | 7-6 |
| | 4 | 4 | | 43-30 | 13-12 | 47-47 | 1210 |
| | 5 | div | | div | div | div | div |
| 30 | 0.5 | 3 | 5-4 | 4-3 | 4-3 | 4-3 | 5-4 |
| | 1 | 3 | 17-17 | 4-4 | 5-4 | 7-6 | 5-4 |
| | 1.5 | 3 | div | 7-5 | 5-4 | 11-10 | 5-4 |
| | 2 | 3 | | 10-8 | 5-4 | 16-16 | 5-6 |
| | 2.5 | 3 | | 14-11 | 6-5 | 23-23 | 6-5 |
| | 3 | 3 | | 20-15 | 7-7 | 31-30 | 6-7 |
| | 4 | 4 | | >60 | 45-40 | >60 | 4032 |
| 57 | 0.5 | 3 | 5-5 | 4-3 | 4-3 | 4-4 | 5-4 |
| | 1 | 3 | div | 5-5 | 5-4 | 10-9 | 5-5 |
| | 1.5 | 3 | | 6-5 | 5-5 | 20-19 | 6-5 |
| | 2 | 3 | | 8-7 | 7-8 | div | 6-5 |
| | 2.5 | 3 | | 11-9 | 8-9 | | 6-6 |
| | 3 | 3 | | 14-12 | 10-9 | | 8-7 |
| | 4 | 4 | | div | 19-18 | | 13.13 |
| | 5 | div | | | div | | div |

| tol | 14 | | | 30 | | | 57 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | XB | BX | RX | XB | BX | RX | XB | BX | RX |
| 1.00 | 5-3 | 4-3 | 3-3 | 5-3 | 3-2 | 3-2 | 4-3 | 4-3 | 3-3 |
| 0.100 | 7-4 | 5-4 | 5-4 | 8-5 | 4-3 | 4-3 | 6-5 | 5-4 | 5-4 |
| 0.01 | 9-7 | 6-5 | 6-5 | 10-8 | 5-4 | 5-6 | 8-7 | 7-8 | 6-5 |
| 0.001 | 11-9 | 8-8 | 7-6 | 12 | 6-6 | 7-6 | 10-9 | 8-8 | 8-8 |

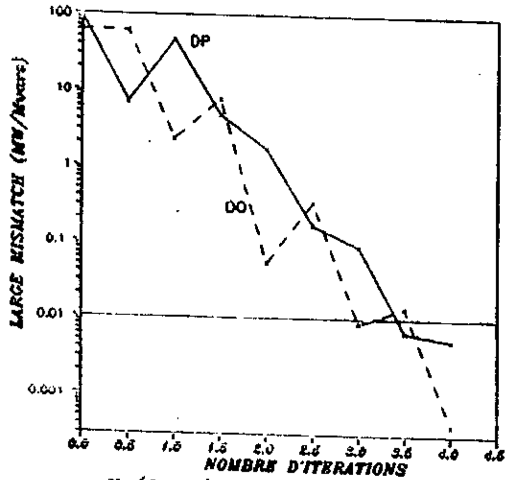
table(6.4) nombre d'itération pour plusieurs réseaux avec (F.E.R) égal à 2.0 tolérance en MW/Mvar

table (6.5) nombre d'itération pour plusieurs réseaux avec différents facteur d'echelle de X

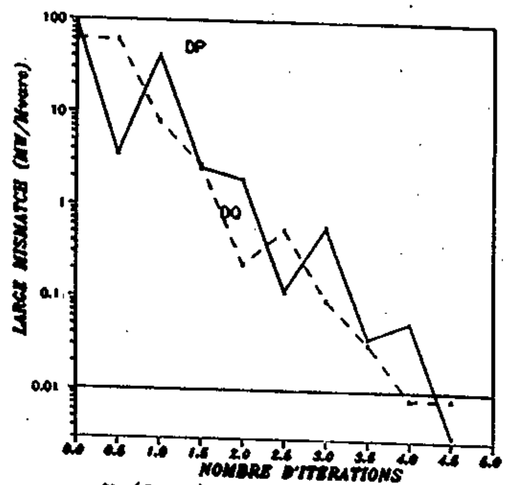
| | F.E | XB | BX | RX |
|---|---|---|---|---|
| 14 | 1.0 | 4-4 | 5-4 | div |
| | 0.50 | 8-6 | 7-6 | |
| | 0.25 | 19-15 | 10-9 | |
| | 0.20 | 29-20 | 10-10 | |
| | 0.166 | 39-26 | 16-19 | |
| | 0.125 | | 16-18 | |
| | 0.111 | | 14-14 | |
| | 0.083 | | div | |
| 30 | 1.00 | 4-3 | 5-4 | div |
| | 0.50 | 8-6 | 6-5 | |
| | 0.20 | 30-19 | 8-8 | |
| | 0.16 | >60 | 9-9 | |
| | 0.10 | | 14-18 | |
| 57 | 0.5 | 8-5 | 7-6 | div |
| | 0.25 | 18-13 | 11-12 | |
| | 0.20 | 27-59 | 13-15 | |
| | 0.166 | | 22-33 | |
| | 0.125 | | 27-40 | |



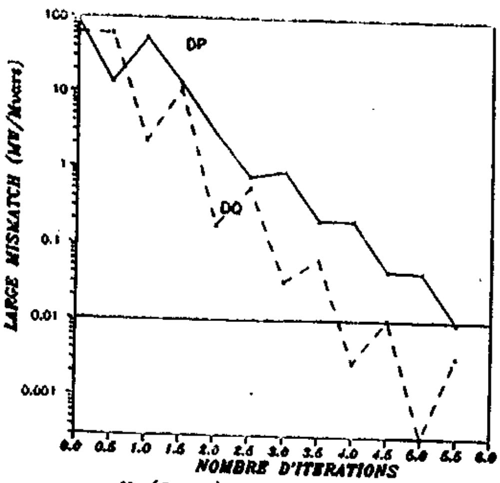

fig(6.6) type de convergence de FDL, XB et BX pour IEEE-14BUS SYSTEM
tolérance 0.01 MW
----- version BX
—— version XB



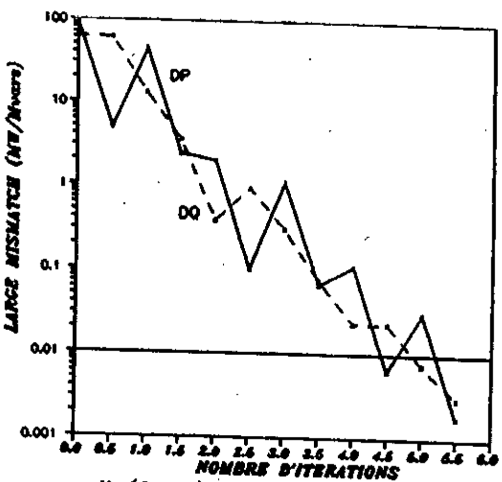
fig(6.4.a)XB r-scale1.0



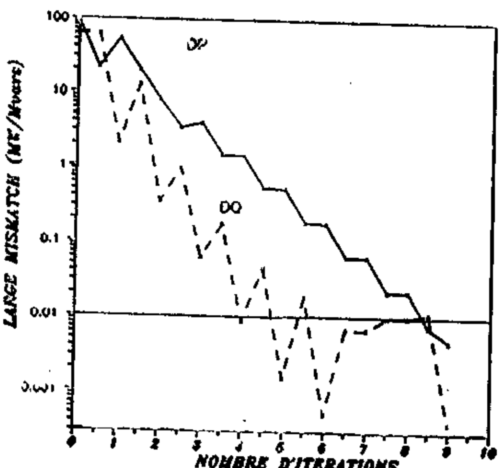
fig(6.4.b)BX r-scale1.0



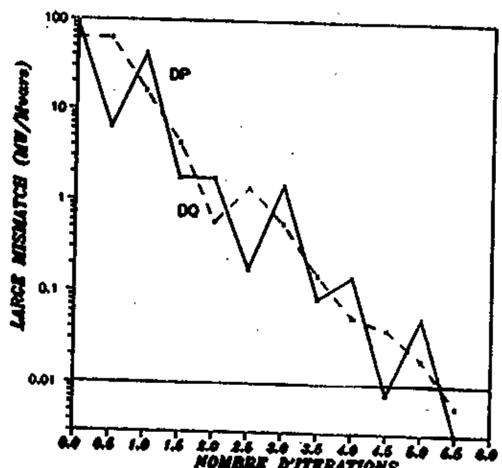
fig(6.4.c) XB r-scale1.5



fig(6.4.d)BX r-scale1.5



fig(6.4.e)XB r-scale2.0



fig(6.4.f)BX r-scale2.0

# CONCLUSION

Dans ce projet, nous avons fait une synthèse des différentes méthodes de C.E.P, qui constitue un problème de base dans toute analyse des réseaux électiques.

Pour ce fait, nous avons elaborés trois programmes en FORTRAN de trois principales méthodes de l'écoulement de puissance. Les différents tests que nous avons fait sur IEEE standard SYSTEM et les résultats obtenus, nous permettent de tirer quelques conclusions.

La méthode de GAUSS-SEIDEL a le taux de convergence le plus lent et présente un échec dans la résolution de systemes ayant des branches capacitives (capacité série).

La méthode de NR apparait plus rapide et plus précise et plus fiable que la méthode de GAUSS-SEIDEL.

La méthode FDL standard (XB) est encore plus rapide que les méthodes precédéntes. Sa fiabilite est grande pour le plupart des réseaux. cette méthode est basée sur trois hypothèses: des amplitudes de tensions arrondis à leur valeur nominale, des differences de phases petits, de rappot R/X petit pour toute les branches.

la première et la seconde condition sont valables dans le plupart de cas, mais la troisième condition est assez critique, elle constitue une limitation de l'utilisation de FDL dans des systemes ayant un rapport R/X éleve.

Dans notre projet, nous avons enlevés cette limitation de la FDL en introduisant certaine modifications dans la construction de B' et B'' sans changer trop le programme de la FDL standard (XB), nous avons aboutit à deux nouvelles versions. Le deux nouvelles versions (BX et RX) sont plus éfficaces et plus fiables que le FDL standard pour des larges rapports R/X élevés.

On conclut donc, que la méthode de GS est destinée pour C.E.P pendant la planification, la méthode NR plus rapide pour les opérations de contrôle des réseaux électriques et le FDL est le plus éfficace, trés rapide et fiable fonctionnant en temps réel..

# BIBLIOGRAPHIES

BIBLIOGRAPHIE


[1] TURAN GONEN, Modern power system analysis
édition JOHN WILEY & SONS 1987

[2] W.STAGG et A. EL-ABIAD, Computer methods in power system analysis.
edition MacGRAW-HILL 1968

[3] L.P.Singh. Advanced pwer system analysis and dynamics
edition JOHN & SONS

[4] B.Brwon. Solution of large networks by martix methods
second edition JOHN & SONS 1985

[5] OLLE D. ELGERD. Electric energy systems theory

[6] B.STOTT and O.ALSAC. Fast decoupled load flow
IEEE 1974

[7] Wu,F.F Theoritical study of the convergence of the fast decoupled
load flow IEEE 1977

[8] Robert A.M,Van Amerongen. A general purbose version of the fast
decoupled load flow. IEEE 1988

[9] D.Rajicic and A.Bose. A modification to the fast decoupled power
flow for networks with high R/X ratios
IEEE 1987

[10] A.BENSENOUCI et M.E AGGOUNE. Modélisation des réseaux
electriques (1990/1991)

[11] Van Ness, Griffin. Elimination methods for load flow
studies IEEE 1961

[12] Van Ness Iterative methods for digital load flow
IEEE 1959

[13] M.Mersel et K.Meklat. Méthode de calcul rapide des
repartitions de puissance dans les réseaux électriques
P.F.E 1989 INES de BEJAIA

[14] Tinney,W.f,.C.E.Hart. power flow solution by Newton's method.
IEEE 1970

[15] A.GOURDIN et M.BOUMAHRAT. Méthodes numériques appliquée édition O.P.U 1988

[16] L.L.Freis. Investigation of the load flow problem IEEE 1967

[17] B.STOTT Decoupled Newton load flow IEEE 1971

# ANNEXE

# ANNEXE I

THEOREME (A):

Soit F une fonction continuellement différentiable sur une domaine R définie par:

$$R = [x \in \mathbb{R}^n / \|x - x^0\| < \epsilon]$$

et [A(x)] une matrice non singulière des élément appartient au domaine R.

On définie aussi:

$$c = \max \|D\phi(\xi)\| \qquad \xi \in R$$

Si on suppose que:

1) $$c < 1$$
2) $$\|\phi(x^0) - x^0\| < (1-c)\epsilon$$

Donc:

1) Il existe une solution unique de F(x)=y dans R

2) La sequence $\{x^0, x^1, ...\}$ génerée par $\phi$ converge au point fixe $x^*$ de $\phi$ dans R

3) $$\|x^i - x^*\| < \frac{c}{1-c}\|x^i - x^{i-1}\|$$

# ANNEXE III

**Table 3**

IMPEDANCE AND LINE-CHARGING DATA

| Line designation | Resistance p.u.* | Reactance p.u.* | Line charging p.u.* |
|---|---|---|---|
| 1–2 | 0·01938 | 0·05917 | 0·0264 |
| 1–5 | 0·05403 | 0·22304 | 0·0246 |
| 2–3 | 0·04699 | 0·19797 | 0·0219 |
| 2–4 | 0·05811 | 0·17632 | 0·0187 |
| 2–5 | 0·05695 | 0·17388 | 0·0170 |
| 3–4 | 0·06701 | 0·17103 | 0·0173 |
| 4–5 | 0·01335 | 0·04211 | 0·0064 |
| 4–7 | 0 | 0·20912 | 0 |
| 4–9 | 0 | 0·55618 | 0 |
| 5–6 | 0 | 0·25202 | 0 |
| 6–11 | 0·09498 | 0·19890 | 0 |
| 6–12 | 0·12291 | 0·25581 | 0 |
| 6–13 | 0·06615 | 0·13027 | 0 |
| 7–8 | 0 | 0·17615 | 0 |
| 7–9 | 0 | 0·11001 | 0 |
| 9–10 | 0·03181 | 0·08450 | 0 |
| 9–14 | 0·12711 | 0·27038 | 0 |
| 10–11 | 0·08205 | 0·19207 | 0 |
| 12–13 | 0·22092 | 0·19988 | 0 |
| 13–14 | 0·17093 | 0·34802 | 0 |

* Impedance and line-charging susceptance in p.u. on a 100000 kVA base
Line charging one-half of total charging of line

TRANSFORMER DATA

| Transformer designation | Tap setting* |
|---|---|
| 4–7 | 0·978 |
| 4–9 | 0·969 |
| 5–6 | 0·932 |

* Off-nominal turns ratio, as determined by the actual transformer tap positions and the voltage bases. In the case of nominal turns ratio, this would equal 1

STATIC CAPACITOR DATA

| Bus number | Susceptance** p.u. |
|---|---|
| 9 | 0·19 |

** Susceptance in p.u. on a 100000 kVA base

**Table 4**

OPERATING CONDITIONS

| Bus number | Starting bus voltage | | Generation | | Load | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Magnitude p.u. | Phase angle deg | MW | MVAr | MW | MVAr |
| 1* | 1·06 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1·0 | 0 | 40 | 0 | 21·7 | 12·7 |
| 3 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 94·2 | 19·0 |
| 4 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 47·8 | −3·9 |
| 5 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 7·6 | 1·6 |
| 6 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 11·2 | 7·5 |
| 7 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 29·5 | 16·6 |
| 10 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 9·0 | 5·8 |
| 11 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 3·5 | 1·8 |
| 12 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 6·1 | 1·6 |
| 13 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 13·5 | 5·8 |
| 14 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 14·9 | 5·0 |

* Swing machine

**Table 5**

REGULATED BUS DATA

| Bus number | Voltage magnitude, p.u. | Minimum MVAr capability | Maximum MVAr capability |
|---|---|---|---|
| 2 | 1·045 | −40 | 50 |
| 3 | 1·010 | 0 | 40 |
| 6 | 1·070 | −6 | 24 |
| 8 | 1·090 | −6 | 24 |

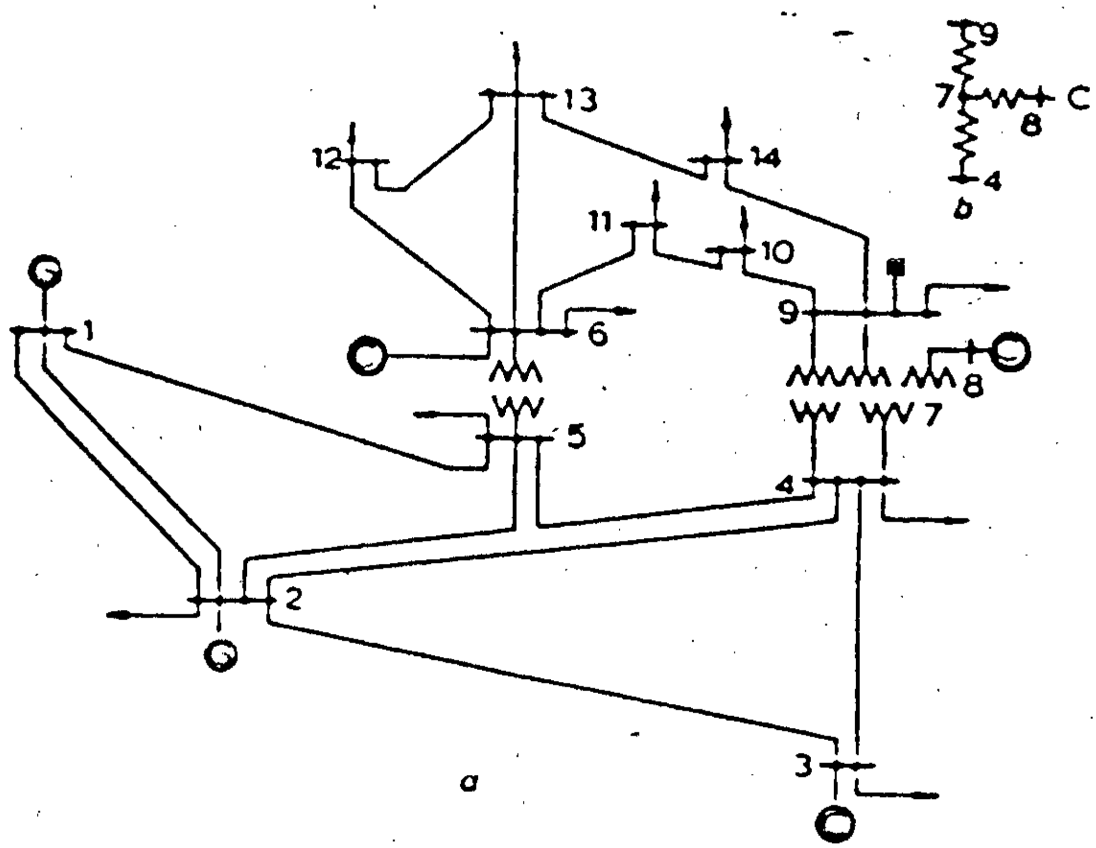



**Fig. 5**

*AEP 14 bus test system*

(C) Synchronous compensators (G) Generators

*a* Bus-code diagram *b* 3-winding transformer equivalent

### 8.6.3 C: AEP 30-bus test-system impedance and line-charging data

**Table 6**

IMPEDANCE AND LINE-CHARGING DATA 41 branches

| Line designation | Resistance p.u.* | Reactance p.u.* | Line charging p.u.* |
|---|---|---|---|
| 1–2 | 0·0192 | 0·0575 | 0·0264 |
| 1–3 | 0·0452 | 0·1852 | 0·0204 |
| 2–4 | 0·0570 | 0·1737 | 0·0184 |
| 3–4 | 0·0132 | 0·0379 | 0·0042 |
| 2–5 | 0·0472 | 0·1983 | 0·0209 |
| 2–6 | 0·0581 | 0·1763 | 0·0187 |
| 4–6 | 0·0119 | 0·0414 | 0·0045 |
| 5–7 | 0·0460 | 0·1160 | 0·0102 |
| 6–7 | 0·0267 | 0·0820 | 0·0085 |
| 6–8 | 0·0120 | 0·0420 | 0·0045 |
| 6–9 | 0 | 0·2080 | 0 |
| 6–10 | 0 | 0·5560 | 0 |
| 9–11 | 0 | 0·2080 | 0 |
| 9–10 | 0 | 0·1100 | 0 |
| 4–12 | 0 | 0·2560 | 0 |
| 12–13 | 0 | 0·1400 | 0 |
| 12–14 | 0·1231 | 0·2559 | 0 |
| 12–15 | 0·0662 | 0·1304 | 0 |
| 12–16 | 0·0945 | 0·1987 | 0 |
| 14–15 | 0·2210 | 0·1997 | 0 |
| 16–17 | 0·0824 | 0·1923 | 0 |
| 15–18 | 0·1070 | 0·2185 | 0 |
| 18–19 | 0·0639 | 0·1292 | 0 |
| 19–20 | 0·0340 | 0·0680 | 0 |
| 10–20 | 0·0936 | 0·2090 | 0 |
| 10–17 | 0·0324 | 0·0845 | 0 |
| 10–21 | 0·0348 | 0·0749 | 0 |
| 10–22 | 0·0727 | 0·1499 | 0 |
| 21–22 | 0·0116 | 0·0236 | 0 |
| 15–23 | 0·1000 | 0·2020 | 0 |
| 22–24 | 0·1150 | 0·1790 | 0 |
| 23–24 | 0·1320 | 0·2700 | 0 |
| 24–25 | 0·1885 | 0·3292 | 0 |
| 25–26 | 0·2544 | 0·3800 | 0 |
| 25–27 | 0·1093 | 0·2087 | 0 |
| 27–28 | 0 | 0·3960 | 0 |
| 27–29 | 0·2198 | 0·4153 | 0 |
| 27–30 | 0·3202 | 0·6027 | 0 |
| 29–30 | 0·2399 | 0·4533 | 0 |
| 8–28 | 0·0636 | 0·2000 | 0·0214 |
| 6–28 | 0·0169 | 0·0599 | 0·0065 |

* Impedance and line-charging susceptance in p.u. on a 100000kVA base. Line charging one-half of total charging of line

**Table 7**

OPERATING CONDITIONS

| Bus number | Starting bus voltage | | Generation | | Load | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Magnitude p.u. | Phase angle degrees | MW | MVAr | MW | MVAr |
| 1* | 1·06 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1·0 | 0 | 40 | 0 | 21·7 | 12·7 |
| 3 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 2·4 | 1·2 |
| 4 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 7·6 | 1·6 |
| 5 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 94·2 | 19·0 |
| 6 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 22·8 | 10·9 |
| 8 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 30·0 | 30·0 |
| 9 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 5·8 | 2·0 |
| 11 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 11·2 | 7·5 |
| 13 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 14 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 6·2 | 1·6 |
| 15 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 8·2 | 2·5 |
| 16 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 3·5 | 1·8 |
| 17 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 9·0 | 5·8 |
| 18 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 3·2 | 0·9 |
| 19 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 9·5 | 3·4 |
| 20 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 2·2 | 0·7 |
| 21 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 17·5 | 11·2 |
| 22 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 23 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 3·2 | 1·6 |
| 24 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 8·7 | 6·7 |
| 25 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 26 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 3·5 | 2·3 |
| 27 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 28 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 29 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 2·4 | 0·9 |
| 30 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 10·6 | 1·9 |

* Swing machine

REGULATED BUS DATA

| Bus number | Voltage magnitude p.u. | Minimum MVAr capability | Maximum MVAr capability |
|---|---|---|---|
| 2 | 1·045 | −40 | 50 |
| 5 | 1·01 | −40 | 40 |
| 8 | 1·01 | −10 | 40 |
| 11 | 1·082 | −6 | 24 |
| 13 | 1·071 | −6 | 24 |

STATIC CAPACITOR DATA

| Bus number | Susceptance* p.u. |
|---|---|
| 10 | 0·19 |
| 24 | 0·043 |

* Susceptance in p.u. on a 100000kVA base

**Table 9**

TRANSFORMER DATA

| Transformer designation | Tap setting* |
|---|---|
| 4–12 | 0·932 |
| 6–9 | 0·978 |
| 6–10 | 0·969 |
| 28–27 | 0·968 |

* Off-nominal turns ratio, as determined by the actual transformer-tap positions and the voltage bases. In the case of nominal turns ratio, this would equal 1

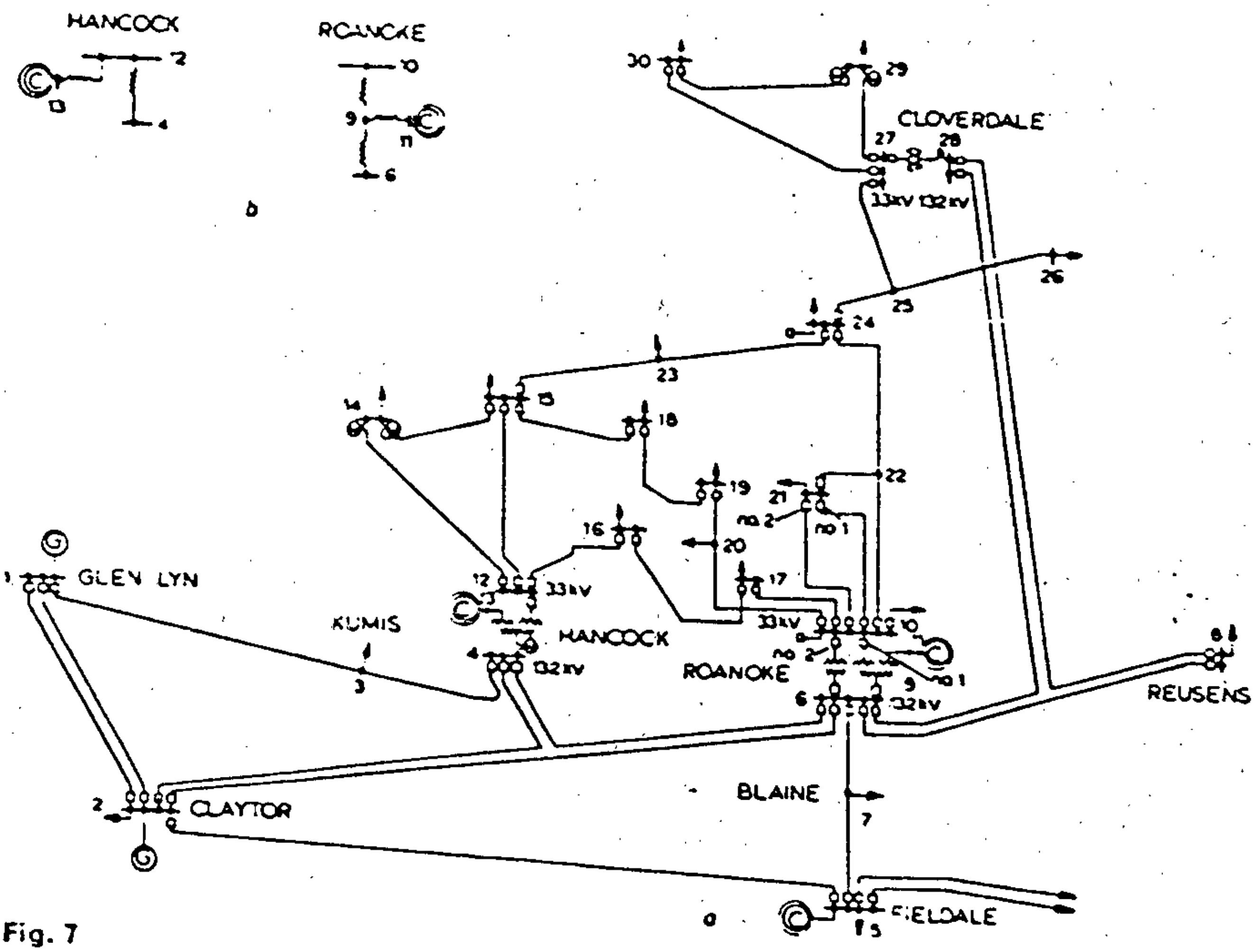



**Fig. 7**

*AEP 30 bus test system*

(C) synchronous compensators

(G) generators

*a* Bus-code diagram
*b* 3-winding transformer equivalents

### 9.8.4 D: AEP 57 bus test system

**Table 10**

IMPEDANCE AND LINE-CHARGING DATA

| Line designation | Resistance p.u.* | Reactance p.u.* | Line charging p.u.* |
|---|---|---|---|
| 1–2 | 0·0083 | 0·0280 | 0·0645 |
| 2–3 | 0·0298 | 0·0850 | 0·0409 |
| 3–4 | 0·0112 | 0·0366 | 0·0190 |
| 4–5 | 0·0625 | 0·1320 | 0·0129 |
| 4–6 | 0·0430 | 0·1480 | 0·0174 |
| 6–7 | 0·0200 | 0·1020 | 0·0138 |
| 6–8 | 0·0339 | 0·1730 | 0·0235 |
| 8–9 | 0·0099 | 0·0505 | 0·0274 |
| 9–10 | 0·0369 | 0·1679 | 0·0220 |
| 9–11 | 0·0258 | 0·0848 | 0·0109 |
| 9–12 | 0·0648 | 0·2950 | 0·0386 |
| 9–13 | 0·0481 | 0·1580 | 0·0203 |
| 13–14 | 0·0132 | 0·0434 | 0·0055 |
| 13–15 | 0·0269 | 0·0869 | 0·0115 |
| 1–15 | 0·0178 | 0·0910 | 0·0494 |
| 1–16 | 0·0454 | 0·2060 | 0·0273 |
| 1–17 | 0·0238 | 0·1080 | 0·0143 |
| 3–15 | 0·0162 | 0·0530 | 0·0272 |
| 4–18 | 0 | 0·555 | 0 |
| 4–18 | 0 | 0·43 | 0 |
| 5–6 | 0·0302 | 0·0641 | 0·0062 |
| 7–8 | 0·0139 | 0·0712 | 0·0097 |
| 10–12 | 0·0277 | 0·1262 | 0·0164 |
| 11–13 | 0·0223 | 0·0732 | 0·0094 |
| 12–13 | 0·0178 | 0·0580 | 0·0302 |
| 12–16 | 0·0180 | 0·0813 | 0·0108 |
| 12–17 | 0·0397 | 0·1790 | 0·0238 |
| 14–15 | 0·0171 | 0·0547 | 0·0074 |
| 18–19 | 0·4610 | 0·6850 | 0 |
| 19–20 | 0·2830 | 0·4340 | 0 |
| 20–21 | 0 | 0·7767 | 0 |
| 21–22 | 0·0736 | 0·1170 | 0 |
| 22–23 | 0·0099 | 0·0152 | 0 |
| 23–24 | 0·1660 | 0·2560 | 0·0042 |
| 24–25 | 0 | 1·182 | 0 |
| 24–25 | 0 | 1·23 | 0 |
| 24–26 | 0 | 0·0473 | 0 |
| 26–27 | 0·1650 | 0·2540 | 0 |
| 27–28 | 0·0618 | 0·0954 | 0 |
| 28–29 | 0·0418 | 0·0587 | 0 |
| 7–29 | 0 | 0·0648 | 0 |
| 25–30 | 0·1350 | 0·2020 | 0 |
| 30–31 | 0·3260 | 0·4970 | 0 |
| 31–32 | 0·5070 | 0·7550 | 0 |
| 32–33 | 0·0392 | 0·0360 | 0 |
| 32–34 | 0 | 0·9530 | 0 |
| 34–35 | 0·0520 | 0·0780 | 0·0016 |
| 35–36 | 0·0430 | 0·0537 | 0·0008 |
| 36–37 | 0·0290 | 0·0366 | 0 |
| 37–38 | 0·0651 | 0·1009 | 0·0010 |
| 37–39 | 0·0239 | 0·0379 | 0 |
| 36–40 | 0·0300 | 0·0466 | 0 |
| 22–38 | 0·0192 | 0·0295 | 0 |
| 11–41 | 0 | 0·7490 | 0 |
| 41–42 | 0·2070 | 0·3520 | 0 |
| 41–43 | 0 | 0·4120 | 0 |
| 38–44 | 0·0289 | 0·0585 | 0·0010 |
| 15–45 | 0 | 0·1042 | 0 |
| 14–46 | 0 | 0·0735 | 0 |
| 46–47 | 0·0230 | 0·0680 | 0·0016 |
| 47–48 | 0·0182 | 0·0233 | 0 |
| 48–49 | 0·0834 | 0·1290 | 0·0024 |
| 49–50 | 0·0801 | 0·1280 | 0 |
| 50–51 | 0·1386 | 0·2200 | 0 |
| 10–51 | 0 | 0·0712 | 0 |
| 13–49 | 0 | 0·1910 | 0 |
| 29–52 | 0·1442 | 0·1870 | 0 |
| 52–53 | 0·0762 | 0·0984 | 0 |
| 53–54 | 0·1878 | 0·2320 | 0 |
| 54–55 | 0·1732 | 0·2265 | 0 |
| 11–43 | 0 | 0·1530 | 0 |
| 44–45 | 0·0624 | 0·1242 | 0·0020 |
| 40–56 | 0 | 1·1950 | 0 |
| 56–41 | 0·5530 | 0·5490 | 0 |
| 56–42 | 0·2125 | 0·3540 | 0 |
| 39–57 | 0 | 1·3550 | 0 |
| 57–56 | 0·1740 | 0·2600 | 0 |
| 38–49 | 0·1150 | 0·1770 | 0·0030 |
| 38–48 | 0·0312 | 0·0482 | 0 |
| 9–55 | 0 | 0·1205 | 0 |

* Impedance and line charging susceptance in p.u. on a 100 000 kVA base
Line charging: one-half of total charging of line

**Table 11**

OPERATING CONDITIONS

| Bus number | Starting bus voltage | | Generation | | Load | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Magnitude p.u. | Phase angle, deg | MW | MVAr | MW | MVAr |
| 1* | 1·04 | 0 | 0 | 0 | 55·0 | 17·0 |
| 2 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 3·0 | 88·0 |
| 3 | 1·0 | 0 | 40 | 0 | 41·0 | 21·0 |
| 4 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 13·0 | 4·0 |
| 6 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 75·0 | 2·0 |
| 7 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 1·0 | 0 | 450 | 0 | 150·0 | 22·0 |
| 9 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 121·0 | 26·0 |
| 10 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 5·0 | 2·0 |
| 11 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12 | 1·0 | 0 | 310 | 0 | 377·0 | 24·0 |
| 13 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 18·0 | 2·3 |
| 14 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 10·5 | 5·3 |
| 15 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 22·0 | 5·0 |
| 16 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 43·0 | 3·0 |
| 17 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 42·0 | 8·0 |
| 18 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 27·2 | 9·8 |
| 19 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 3·3 | 0·6 |
| 20 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 2·3 | 1·0 |
| 21 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 22 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 23 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 6·3 | 2·1 |
| 24 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 25 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 6·3 | 3·2 |
| 26 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 27 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 9·3 | 0·5 |
| 28 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 4·6 | 2·3 |
| 29 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 17·0 | 2·6 |
| 30 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 3·6 | 1·8 |
| 31 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 5·8 | 2·9 |
| 32 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 1·6 | 0·8 |
| 33 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 3·8 | 1·9 |
| 34 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 35 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 6·0 | 3·0 |
| 36 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 37 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 38 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 14·0 | 7·0 |
| 39 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 40 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 41 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 6·3 | 3·0 |
| 42 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 7·1 | 4·4 |
| 43 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 2·0 | 1·0 |
| 44 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 12·0 | 1·8 |
| 45 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 46 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 47 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 29·7 | 11·6 |
| 48 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 49 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 18·0 | 8·5 |
| 50 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 21·0 | 10·5 |
| 51 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 18·0 | 5·3 |
| 52 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 4·9 | 2·2 |
| 53 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 20·0 | 10·0 |
| 54 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 4·1 | 1·4 |
| 55 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 6·8 | 3·4 |
| 56 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 7·6 | 2·2 |
| 57 | 1·0 | 0 | 0 | 0 | 6·7 | 2·0 |

* Swing machine

**Table 12**

REGULATED BUS DATA

| Bus number | Voltage magnitude p.u. | Minimum MVAr capability | Maximum MVAr capability |
|---|---|---|---|
| 2 | 1·01 | −17 | 50 |
| 3 | 0·985 | −10 | 60 |
| 6 | 0·98 | −8 | 25 |
| 8 | 1·005 | −140 | 200 |
| 9 | 0·98 | −3 | 9 |
| 12 | 1·015 | −50 | 155 |

**Table 13**

STATIC CAPACITOR DATA

| Bus number | Susceptance* p.u. |
|---|---|
| 18 | 0·1 |
| 25 | 0·059 |
| 53 | 0·063 |

* Susceptance is p.u. on a 100 000 kVA base

**Table 14**

TRANSFORMER DATA

| Transformer designation | Tap setting* |
|---|---|
| 4–18 | 0·97 |
| 4–18 | 0·978 |
| 7–29 | 0·967 |
| 9–55 | 0·94 |
| 10–51 | 0·93 |
| 11–41 | 0·955 |
| 11–43 | 0·958 |
| 13–49 | 0·895 |
| 14–46 | 0·9 |
| 15–45 | 0·955 |
| 21–20 | 1·043 |
| 24–25 | 1·000 |
| 24–25 | 1·000 |
| 24–26 | 1·043 |
| 34–32 | 0·975 |
| 39–57 | 0·98 |
| 40–56 | 0·958 |

* Off-nominal turns ratio, as determined by the actual transformer-tap positions and the voltage basis. In the case of nominal turns ratio, this would equal 1

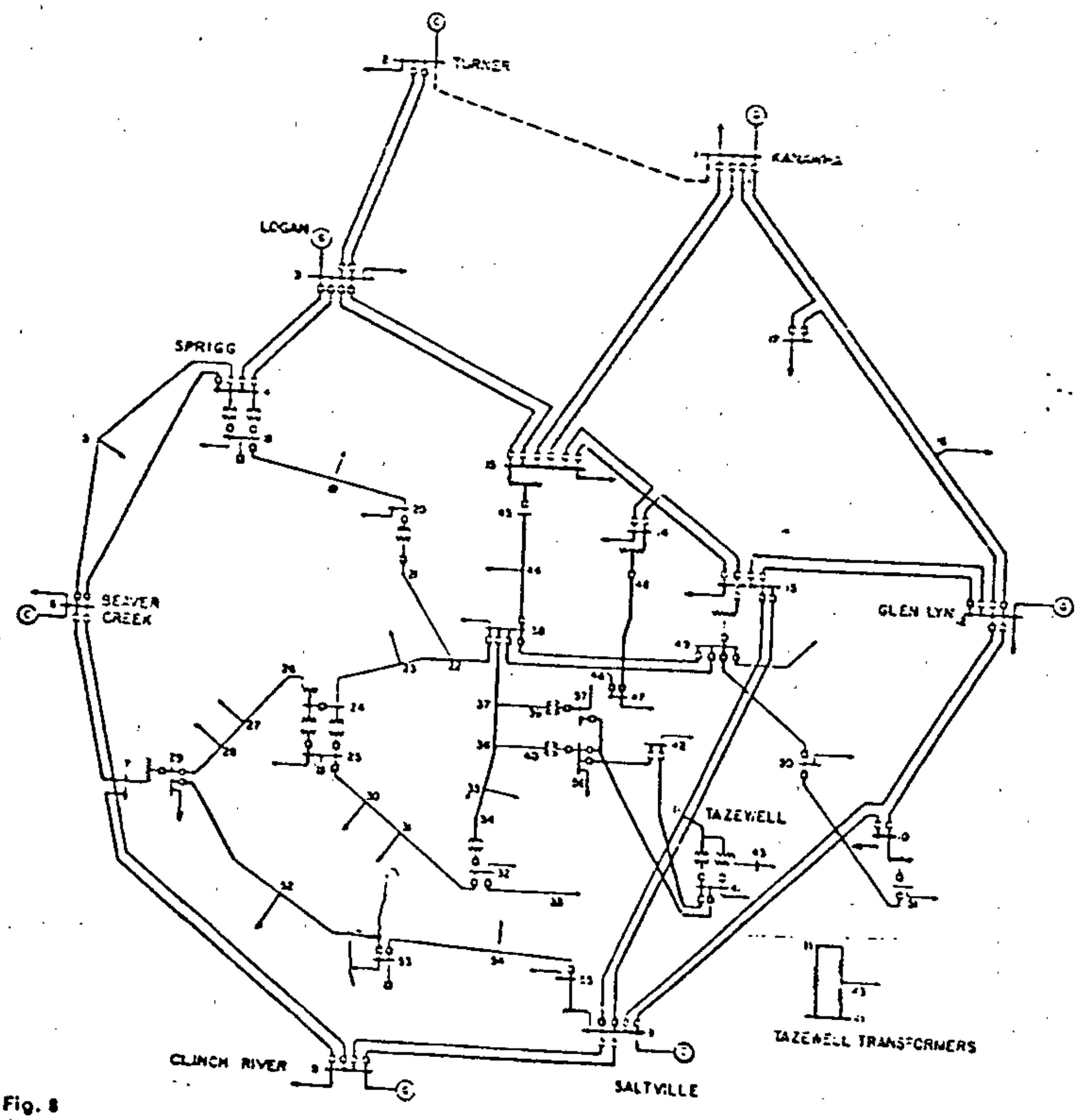



**Fig. 8**

*AEP 57 bus test system*

Bus-code diagram

Ⓒ synchronous compensators

Ⓖ generators

# ANNEXE III

************* GAUSS SEIDEL OUTPUT ***************

| ERROR | NEMBER OF ITERATION | ACCLERATION FACTOR |
|---|---|---|
| 0.000010 | 29 | 1.7000 |

| I | \|V\| | $\theta$ | P | Q |
|---|---|---|---|---|
| | (pu) | degré | MW | Mvar |
| 1 | 1.0600 | 0.0000 | 232.362 | -16.891 |
| 2 | 1.0450 | -4.9805 | 18.300 | 29.690 |
| 3 | 1.0100 | -12.7171 | -94.200 | 4.391 |
| 4 | 1.0186 | -10.3230 | -47.800 | 3.900 |
| 5 | 1.0203 | -8.7814 | -7.600 | -1.600 |
| 6 | 1.0700 | -14.2212 | -11.200 | 4.740 |
| 7 | 1.0619 | -13.3665 | 0.000 | 0.000 |
| 8 | 1.0900 | -13.3664 | 0.000 | 17.357 |
| 9 | 1.0563 | -14.9448 | -29.500 | -16.600 |
| 10 | 1.0513 | -15.1026 | -9.000 | -5.800 |
| 11 | 1.0571 | -14.7938 | -3.500 | -1.800 |
| 12 | 1.0552 | -15.0762 | -6.100 | -1.600 |
| 13 | 1.0504 | -15.1575 | -13.500 | -5.800 |
| 14 | 1.0358 | -16.0374 | -14.900 | -5.000 |

*********** line flow ***********

| LN | BUS1 | BUS2 | Pij | Qij |
|---|---|---|---|---|
| | | | MW | Mvar |
| 1 | 1 | 2 | 156.833 | -20.393 |
| 1 | 2 | 1 | -152.538 | 27.656 |
| 2 | 1 | 5 | 75.553 | 3.504 |
| 2 | 5 | 1 | -72.789 | 2.580 |
| 3 | 2 | 3 | 73.188 | 3.565 |
| 3 | 3 | 2 | -70.868 | 1.584 |
| 4 | 2 | 4 | 56.138 | -2.288 |
| 4 | 4 | 2 | -54.461 | 3.394 |
| 5 | 2 | 5 | 41.512 | 0.763 |
| 5 | 5 | 2 | -40.610 | -1.634 |
| 6 | 3 | 4 | -23.332 | 2.809 |
| 6 | 4 | 3 | 23.703 | -5.421 |
| 7 | 4 | 5 | -61.219 | 15.670 |
| 7 | 5 | 4 | 61.736 | -15.371 |
| 8 | 4 | 7 | 28.087 | -9.421 |
| 8 | 7 | 4 | -28.087 | 11.113 |
| 9 | 4 | 9 | 16.090 | -0.321 |
| 9 | 9 | 4 | -16.090 | 1.625 |
| 10 | 5 | 6 | 44.063 | 12.824 |
| 10 | 6 | 5 | -44.063 | -8.395 |
| 11 | 6 | 11 | 7.341 | 3.472 |
| 11 | 11 | 6 | -7.287 | -3.358 |
| 12 | 6 | 12 | 7.782 | 2.492 |
| 12 | 12 | 6 | -7.710 | -2.343 |
| 13 | 6 | 13 | 17.740 | 7.171 |
| 13 | 13 | 6 | -17.529 | -6.754 |
| 14 | 7 | 8 | 0.000 | -16.910 |
| 14 | 8 | 7 | 0.000 | 17.357 |
| 15 | 7 | 9 | 28.087 | 5.797 |
| 15 | 9 | 7 | -28.087 | -4.995 |
| 16 | 9 | 10 | 5.239 | 4.306 |
| 16 | 10 | 9 | -5.226 | -4.271 |
| 17 | 9 | 14 | 9.438 | 3.666 |
| 17 | 14 | 9 | -9.321 | -3.417 |
| 18 | 10 | 11 | -3.774 | -1.529 |
| 18 | 11 | 10 | 3.786 | 1.558 |
| 19 | 12 | 13 | 1.610 | 0.743 |
| 19 | 13 | 12 | -1.604 | -0.737 |
| 20 | 13 | 14 | 5.632 | 1.692 |
| 20 | 14 | 13 | -5.579 | -1.583 |

************** output of NR method **************

3 Iterations erreur = 0.01(MW/Mvar) 14bus

| I | \|V\| | θ | P | Q |
|---|---|---|---|---|
| | PU | Degré | MW | Mvar |
| 1 | 1.0600 | 0.0000 | 232.386 | -16.889 |
| 2 | 1.0450 | -4.9810 | 18.300 | 29.697 |
| 3 | 1.0100 | -12.7180 | -94.200 | 4.394 |
| 4 | 1.0186 | -10.3242 | -47.800 | 3.901 |
| 5 | 1.0203 | -8.7826 | -7.600 | -1.600 |
| 6 | 1.0700 | -14.2227 | -11.200 | 4.741 |
| 7 | 1.0620 | -13.3682 | 0.000 | 0.000 |
| 8 | 1.0900 | -13.3682 | 0.000 | 17.357 |
| 9 | 1.0563 | -14.9466 | -29.500 | -16.600 |
| 10 | 1.0513 | -15.1043 | -9.000 | -5.800 |
| 11 | 1.0571 | -14.7953 | -3.500 | -1.800 |
| 12 | 1.0552 | -15.0774 | -6.100 | -1.600 |
| 13 | 1.0504 | -15.1589 | -13.500 | -5.800 |
| 14 | 1.0358 | -16.0389 | -14.900 | -5.000 |

************ LINE FLOW **********

| LN | BUS1 | BUS2 | Pij. (MW) | Qij (Mvar) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 156.819 | -20.394 |
| 1 | 2 | 1 | -152.525 | 27.655 |
| 2 | 1 | 5 | 75.543 | 3.503 |
| 2 | 5 | 1 | -72.780 | 2.578 |
| 3 | 2 | 3 | 73.185 | 3.564 |
| 3 | 3 | 2 | -70.865 | 1.584 |
| 4 | 2 | 4 | 56.130 | -2.287 |
| 4 | 4 | 2 | -54.454 | 3.392 |
| 5 | 2 | 5 | 41.505 | 0.764 |
| 5 | 5 | 2 | -40.603 | -1.637 |
| 6 | 3 | 4 | -23.336 | 2.810 |
| 6 | 4 | 3 | 23.707 | -5.422 |
| 7 | 4 | 5 | -61.215 | 15.675 |
| 7 | 5 | 4 | 61.731 | -15.376 |
| 8 | 4 | 7 | 28.082 | -9.418 |
| 8 | 7 | 4 | -28.082 | 11.109 |
| 9 | 4 | 9 | 16.088 | -0.319 |
| 9 | 9 | 4 | -16.088 | 1.623 |
| 10 | 5 | 6 | 44.061 | 12.826 |
| 10 | 6 | 5 | -44.061 | -8.397 |
| 11 | 6 | 11 | 7.341 | 3.473 |
| 11 | 11 | 6 | -7.287 | -3.359 |
| 12 | 6 | 12 | 7.784 | 2.493 |
| 12 | 12 | 6 | -7.712 | -2.343 |
| 13 | 6 | 13 | 17.741 | 7.172 |
| 13 | 13 | 6 | -17.529 | -6.755 |
| 14 | 7 | 8 | 0.000 | -16.911 |
| 14 | 8 | 7 | 0.000 | 17.358 |
| 15 | 7 | 9 | 28.086 | 5.800 |
| 15 | 9 | 7 | -28.086 | -4.998 |
| 16 | 9 | 10 | 5.242 | 4.307 |
| 16 | 10 | 9 | -5.229 | -4.272 |
| 17 | 9 | 14 | 9.440 | 3.665 |
| 17 | 14 | 9 | -9.323 | -3.416 |
| 18 | 10 | 11 | -3.773 | -1.531 |
| 18 | 11 | 10 | 3.785 | 1.560 |
| 19 | 12 | 13 | 1.609 | 0.744 |
| 19 | 13 | 12 | -1.603 | -0.738 |
| 20 | 13 | 14 | 5.632 | 1.692 |
| 20 | 14 | 13 | -5.579 | -1.583 |

*************** output of FDL method **************

4 Iterations erreur = 0.01(MW/Mvar) 14 bus

| I | \|V\| | $\theta$ | P | Q |
|---|---|---|---|---|
| | (pu) | degré | (MW) | (Mvar) |
| 1 | 1.0600 | 0.0000 | 232.380 | -16.887 |
| 2 | 1.0450 | -4.9808 | 18.305 | 29.695 |
| 3 | 1.0100 | -12.7176 | -94.195 | 4.392 |
| 4 | 1.0186 | -10.3241 | -47.804 | 3.900 |
| 5 | 1.0203 | -8.7825 | -7.604 | -1.600 |
| 6 | 1.0700 | -14.2223 | -11.195 | 4.741 |
| 7 | 1.0620 | -13.3680 | -0.001 | 0.000 |
| 8 | 1.0900 | -13.3680 | 0.000 | 17.357 |
| 9 | 1.0563 | -14.9463 | -29.498 | -16.600 |
| 10 | 1.0513 | -15.1040 | -8.999 | -5.800 |
| 11 | 1.0571 | -14.7950 | -3.502 | -1.800 |
| 12 | 1.0552 | -15.0771 | -6.100 | -1.600 |
| 13 | 1.0504 | -15.1586 | -13.501 | -5.800 |
| 14 | 1.0358 | -16.0386 | -14.900 | -5.000 |

************* line flow ***********

| LN | BUSI | BUS2 | Pij MW | Qij Mvar |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 156.828 | -20.391 |
| 1 | 2 | 1 | -152.533 | 27.654 |
| 2 | 1 | 5 | 75.552 | 3.504 |
| 2 | 5 | 1 | -72.788 | 2.580 |
| 3 | 2 | 3 | 73.186 | 3.565 |
| 3 | 3 | 2 | -70.866 | 1.584 |
| 4 | 2 | 4 | 56.139 | -2.287 |
| 4 | 4 | 2 | -54.462 | 3.394 |
| 5 | 2 | 5 | 41.513 | 0.763 |
| 5 | 5 | 2 | -40.611 | -1.634 |
| 6 | 3 | 4 | -23.329 | 2.808 |
| 6 | 4 | 3 | 23.701 | -5.421 |
| 7 | 4 | 5 | -61.218 | 15.669 |
| 7 | 5 | 4 | 61.734 | -15.370 |
| 8 | 4 | 7 | 28.086 | -9.421 |
| 8 | 7 | 4 | -28.086 | 11.113 |
| 9 | 4 | 9 | 16.089 | -0.321 |
| 9 | 9 | 4 | -16.089 | 1.625 |
| 10 | 5 | 6 | 44.061 | 12.823 |
| 10 | 6 | 5 | -44.061 | -8.395 |
| 11 | 6 | 11 | 7.343 | 3.472 |
| 11 | 11 | 6 | -7.288 | -3.358 |
| 12 | 6 | 12 | 7.782 | 2.492 |
| 12 | 12 | 6 | -7.711 | -2.343 |
| 13 | 6 | 13 | 17.741 | 7.171 |
| 13 | 13 | 6 | -17.529 | -6.754 |
| 14 | 7 | 8 | 0.000 | -16.910 |
| 14 | 8 | 7 | 0.000 | 17.357 |
| 15 | 7 | 9 | 28.085 | 5.797 |
| 15 | 9 | 7 | -28.085 | -4.995 |
| 16 | 9 | 10 | 5.239 | 4.306 |
| 16 | 10 | 9 | -5.226 | -4.271 |
| 17 | 9 | 14 | 9.438 | 3.666 |
| 17 | 14 | 9 | -9.321 | -3.417 |
| 18 | 10 | 11 | -3.774 | -1.529 |
| 18 | 11 | 10 | 3.786 | 1.558 |
| 19 | 12 | 13 | 1.610 | 0.743 |
| 19 | 13 | 12 | -1.604 | -0.737 |
| 20 | 13 | 14 | 5.632 | 1.692 |
| 20 | 14 | 13 | -5.579 | -1.583 |