

Département De Génie Civil

Projet de fin d'étude

Thème :

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Fiabilité Des ouvrages

de soutènements

Proposé et dirigé par :

Mr :B.Zeghlache

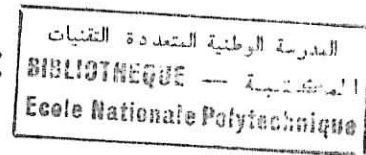
Mme : H.Chérid

Réalisé par:

Foura Mohamed

Année2003

Remerciements :



Je tiens à remercier tout d'abord mes promoteurs Mr Brahim Zeghlache, Mme Hafida Mohabeddine, pour toute l'aide qui m'ont apporté pour mener à bien ce travail.

Mes profonds remerciement vont a tout les professeur de l'école nationale polytechnique plus spécialement ceux du département Génie Civil qui ont contribuer a ma formation d'ingénieur.

Ma profonde gratitude va vers monsieur Demidem qui m'a honoré en présidant mon jury ainsi que monsieur Lekhal et madame Cherid qui ont bien voulu s'intéresser à mon travail.

A mon oncle Moumene Khaled, pour toute son aide.

A mes amis Mahfoud, Azzedine, Slimane, Kamel et Djalil sans qui ce travail n'aurait pas pu se faire.

A tous le personnel de la bibliothèque centrale.

A tous ceux qui ont contribuer de prés ou de loin a ce travail, un très grand merci

Dédicaces :

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Je dédie ce travail à :

**A mes parents, pour toute leur aide, et
auxquels je dois tout**

A toute ma famille

A mes sœurs Nawel, Kaouther, Mahdia

A tous mes amis

قد تم تنفيذ طريقة مصداقية من المستوى اثنان لدراسة مصداقية بناء هيكل جدار صد من الخرسانة المسلحة، وذلك حيال انزلاق وانقلاب الهيكل وذلك بأخذ كلتا الحالتين لقوة الدفع، رانكين وكولومب. يتم إجراء دراسة حالة حقيقية وتأثير مختلف أوجه عدم التيقن من المعطيات المادية، والأحمال الميكانيكية على احتمال استقرار الهيكل.

RESUME :

Une application d'une méthode fiabiliste de niveaux deux a été mise en oeuvre pour l'étude de la fiabilité d'un ouvrage de soutènement en béton armé, vis a vis du glissement, renversement ou poinçonnement de l'ouvrage. En prenant deux cas de force de poussée, celle de Rankiné et de Coulomb. Une étude de cas réel est effectuée et l'effet de diverses incertitudes de certains paramètres physiques, mécaniques et de chargements sur la probabilité de la stabilité de l'ouvrages.

Abstarct

An application of a method reliability engineer of levels two was implemented for the study of the reliability of a retaining work out of reinforced concrete, screw has screw of the slip, inversion or punching of the work. By taking two cases of force of push, that of Rankine and Coulomb. A real case study is carried out and the effect of various uncertainties of certain physical, mechanical parameters and of loadings on the probability of the stability of the works.

Mots Clés:

Ouvrages de soutènements, fiabilité, stochastique, mécanique des sols

Chapitre 1 : introduction général

| | |
|-----------------------------------|---|
| 1.1 Introduction | 1 |
| 1.2 Organisation du travail | 3 |

Chapitre 2 : Méthode de calcul déterministe des murs de soutènements

| | |
|---|----|
| 2.1 Introduction..... | 4 |
| 2.2 Pression latérale des terres | 4 |
| 2.3 Différente théorie de calcul des pressions des terres..... | 5 |
| 2.3.1 Méthode de Coulomb..... | 5 |
| 2.3.2 Théorie de Rankine | 7 |
| 2.3.3 Théorie de Boussinesq..... | 9 |
| 2.3.4 Formule de Poncelet..... | 12 |
| 2.3.4 Détermination graphique de la poussée. Construction de Culmann..... | 14 |
| 2.4 Poussée supplémentaire due aux surcharges..... | 15 |
| 2.5 Murs de soutènement en béton armé | 18 |
| 2.5.1 Principe du calcul des murs en béton armé..... | 18 |
| 2.5.2 Calcul de la poussée dans le cas général..... | 21 |

chapitre 3 : Stabilité des ouvrages de soutènements

| | |
|--|----|
| 3.0 Stabilité du mur de soutènement..... | 24 |
| 3.1 Stabilité renversement du mur..... | 24 |
| 3.2 Stabilité au Glissement du mur. | 25 |
| 3.3 Stabilité au poinçonnement | 26 |

chapitre 4 : Méthode de calcul probabiliste du comportement des ouvrages

| | |
|---|----|
| 4.0 Méthodes de calcul probabiliste du comportement des ouvrages de soutènements. | 29 |
| 4.1 Approximation par les séries de Taylor..... | 30 |
| 4.2 Approximation par une loi normale ou lognormale (Lumb, 1974) | 31 |

| | |
|---|----|
| 4.3 Approximation par intégration numérique | 33 |
| 4.3 Simulation : méthode de Monte-Carlo..... | 33 |

Chapitre 5 : Analyse probabiliste de la stabilité des ouvrages de soutènements

| | |
|---|----|
| 5.1 Principes généraux des méthodes d'analyse probabiliste de la fiabilité des ouvrages de soutènement | 34 |
| 5.2 La fonction d'état limite..... | 35 |
| 5.3 Indice de fiabilité de Cornell | 37 |
| 5.3.1 Définition de l'indice de fiabilité dans le cas de variables normales indépendantes | 38 |
| 5.4 Indice de fiabilité de Hasofer-Lind | 42 |
| 5.5 Les méthodes de résolutions numériques | 43 |
| 5.5.1 Définition du problème de résolution numérique | 44 |
| 5.5.2 Méthode de simulation de monte-Carlo | 45 |
| 5.5.3 Les méthodes d'approximation FORM ET SORM | 46 |

Chapitre 6 :application

| | |
|---|----|
| 6.0 Introduction..... | 48 |
| 6.1 Présentation de l'ouvrage de soutènement..... | 48 |
| 6.2 Approche probabiliste de la stabilité de l'ouvrage par la méthode FORM (hasofer-lind method)..... | 49 |
| 6.3 détermination de la fonction d'état limite..... | 50 |
| 6.3 Calcul du coefficient des pressions des terres K_a | 50 |
| 6.3.1 Stabilité au renversement..... | 51 |
| 6.3.2 Stabilité au glissement | 52 |
| 6.3.3 Stabilité au poinçonnement | 52 |
| 6.4 Principe de la méthode et calcul de l'indice de la fiabilité β_{HL} | 54 |
| 6.5 Etudes paramétriques..... | 56 |
| 6.5.1 Stabilité au renversement..... | 56 |
| 6.5.2 Stabilité au glissement..... | 66 |
| 6.5.3 Stabilité au poinçonnement..... | 77 |

Chapitre 7 : Conclusion.....

89

Annexe

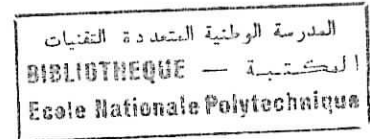
Bibliographie

Chapitre 1:

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Introduction générale

1.1 Introduction



Depuis le début du 20^{ème} siècle, les analyses mécaniques de structures sont fondées sur une démarche réglementaire et codifiée essentiellement déterministe. Dans cette démarche une valeur enveloppe maximale est attribuée aux différents chargements postulés et est comparée à la plus faible valeur potentielle de la résistance mécanique des matériaux considérés, on applique ensuite à ces valeurs un coefficient de sécurité afin de se protéger contre la méconnaissance des propriétés réelles des matériaux, les simplifications adoptées dans le modèle de dégradation mécanique. Cette démarche, jusqu'à présent, a généralement été couronnée de succès, mais elle ne permet pas d'appréhender la valeur réelle de la fiabilité d'une structure, et donne tout au plus une marge volontairement pessimiste vis-à-vis de ses différents modes de ruine. Elle conduit souvent dans ces conditions, à des surdimensionnements difficilement compatibles avec l'optimum économique.

Dans la démarche probabiliste, le risque est évalué sous forme d'une probabilité, et non plus sous forme d'un jugement de type binaire : le dimensionnement est acceptable, la démarche probabiliste s'appuie sur un modèle de dégradation déterministe dans lequel les différentes sources d'incertitude sont modélisées sous forme de variables aléatoires. Elle constitue donc un prolongement rationnel de l'approche déterministe.

L'utilisation de ces nouveaux concepts permet, d'une part, un traitement clair des incertitudes et présente. D'autre part, l'intérêt d'évaluer une probabilité quantifiée de la ruine de la structure, tout en démontrant la liaison implicite qui peut exister entre marges, coefficient de sécurité et niveaux de fiabilité.

En résumé, l'évaluation de la fiabilité des structures consiste à déterminer la probabilité d'atteindre un état limite sur ces structures.

Cet état limite peut être le dépassement d'une valeur de consigne, conduisant à un arrêt de l'installation, l'apparition d'un défaut d'une dimension excessive entraînant une fuite inacceptable (limite fonctionnelle), ou finalement la ruine de la structure concernée (limite ultime).

Quelle que soit la démarche utilisée et le nombre de paramètre d'intérêt à prendre en compte, la probabilité d'atteindre un état limite est déterminé finalement en comparant un paramètre (ou un vecteur de paramètres) représentant la résistance mécanique de la structure, avec un paramètre (ou un vecteur de paramètre) représentant les chargements subis.

La méthode déterministe conventionnelle effectue cette comparaison à partir de valeurs caractéristiques enveloppes affectées d'un facteur de sécurité dépendant essentiellement de l'expérience des experts et d'observations physiques.

Cette démarche, comme on l'a déjà dit, est généralement pénalisante sur le plan économique.

La méthode probabiliste ignore les facteurs de sécurité, mais considère les paramètres mécaniques en jeu comme des variables aléatoires caractérisées par des distributions statistiques, intégrant l'ensemble des incertitudes qui les affectent

On peut donc considérer plusieurs degrés de sophistication dans l'évaluation de la fiabilité des structures industrielles.

- Les études de niveau un, chaque paramètre incertain est caractérisé par une valeur unique enveloppe, choisie généralement dans les queues de distribution de paramètre, une marge conservative est ensuite introduite par l'intermédiaire de coefficients de sécurité partiels, ces études correspondent à la démarche déterministe traditionnelle.
 - Les études de niveau deux sont basées sur des méthodes fiabilistes où chaque paramètre d'intérêt est caractérisé par les deux premiers moments de sa distribution, l'espérance et la variance : Cette méthode est fréquemment utilisée car elle permet de déterminer des indices de fiabilité que l'on va pouvoir comparer à des objectifs de sûreté ou de disponibilité. Les variables de base comprennent les chargements de la structure, sa résistance, la géométrie, le matériau, les défauts et toute autre variable d'intérêt incertaine. Leur distribution est en général supposé de type normal.
- Mais, dans le cas d'installations industrielles où la sûreté et la sécurité des personnes sont en jeu (chimie, nucléaire, pétrochimie,...), Le niveau de probabilité de ruine visé est très faible, la distribution normale dans ces paramètres incertains sur les résultats de calcul et le caractère souvent multidimensionnel des différents modes de ruine possibles.

- Les études de niveau trois supposent que les variables sont quelconques ; Elles font appel à la connaissance de leurs lois réelles de distribution de probabilité ; afin d'évaluer la probabilité de survie ou de défaillance ; On utilise les méthodes de linéarisation et de transformation de variables multidimensionnelles dans l'espace normal standard, puis les méthodes de simulation (monte Carlo et dérivées : stratifiée, directionnelle....) Ou SORM (Second Order reability Method) pour calculer un indice de fiabilité.

Les études de niveau quatre permettent 'd'optimiser le dimensionnement, l'inspection, la maintenance et le déclassement des structures en fonction de crieras économiques ou subjectif. Les variables de décision, fonction de perte ou fonction d'utilité, sont liées aux paramètres aléatoires de conception et d'exploitation, ainsi qu'a l'information apportée par l'inspection compte tenu de leur fréquence et de leur efficacité, et aux conséquences des actions de maintenances.

1.2 Organisation du travail :

L'approche déterministe de l'étude de la stabilité des ouvrages de soutènement a été contestée pour ses insuffisances, au niveau de la définition de l'état limite de rupture et la considération des incertitudes sur les paramètre de base du problème. C'est pourquoi nous nous intéressons dans ce qui suit aussi à l'approche probabiliste, en particulier de niveaux deux, permet d'une part de prendre en compte les incertitudes sur les différents paramètres de base du problème et d'autre part de terminer la fiabilité ou la probabilité de rupture de l'ouvrage de soutènement. pour cela nous verrons successivement :

- La description des différents charge appliquer sur les murs de soutènement
- Les méthodes d'analyse probabiliste de la stabilité des ouvrages dans le chapitre 3.
- Les différentes méthodes de l'approche probabiliste de la stabilité des ouvrages de soutènement dans le chapitre 4
- De plus, pour une meilleure illustration une étude paramétrique fera l'objet dans lequel les résulta obtenus seront discutés.
- Une conclusion de notre travail fera l'objet du chapitre 8

Chapitre 2 :

Méthodes de calcul déterministes des murs de soutènement.

2.0 Introduction :

Les murs de soutènement sont conçus pour reprendre les efforts dus à la pression latérale des terres. L'analyse et la détermination de la pression latérale des terres sont utilisées pour la conception des structures qui servent à retenir des terres, ces structures peuvent être regroupées dans différents domaines du génie civil (structure hydraulique, autoroute, chemin de fer, tunnels.....)

On distingue :

1. les murs poids
2. les murs en béton armé :
 - a) murs consoles
 - b) murs à contre-forts
 - c) murs chaises

Les forces latérales sur la structure de soutènement sont engendrées par la pression latérale des terres, l'intensité, et la distribution des pressions latérales, ils sont évalués par la théorie des pressions latérales des terres.

2.2 Pression latérale des terres :

L'intensité de pression des terres varie considérablement avec :

- dépend des murs
- nature du sol

Si le mur est rigide (pas de déformation latérale), la pression latérale des terres est appelée pression des terres au repos K_0 , ne peut être qu'approximativement.

Si on écarte le mur massif du sol, on constate que l'action du terrain sur l'écran décroît, le terrain se décomprime et l'on donne alors à cette action le nom de poussée, ou pression active des terres, pour rappeler que le massif s'appuie sur l'écran. Mais lorsqu'on atteint un certain déplacement, on note l'apparition de contrainte critique dans le massif, le terrain alors n'est plus susceptible de se décompresser davantage sans rupture. Si le déplacement se poursuivait, on constaterait l'ouverture de fissure dans le massif et une partie de terrain suivrait l'écran dans son mouvement. L'intensité de la poussée ne varie pas pendant la rupture,

elle garde la valeur minimale qu'elle avait atteinte dans l'état précédant immédiatement la rupture. Cet état appartient donc comme le plus favorable pour les calculs, puisque l'intensité de la poussée est minimale. Mais il est indispensable que l'écran ait la possibilité d'effectuer le déplacement correspondant.

Le mécanisme est analogue lorsqu'on refoule l'écran contre le massif. On donne alors à la réaction du terrain le nom de butée ou pression passive des terres et l'on constate que l'intensité de la butée augmente avec le déplacement de l'écran jusqu'à ce qu'un état d'équilibre limite soit atteint dans le massif. On néglige en générale les efforts de la butée dans le calcul des murs de soutènement.

2.3 Différente théorie de calcul des pressions des terres

2.3.1 Méthode de Coulomb.

Hypothèse :

- 1) Le sol derrière le mur est supposé : homogène, isotrope, élastique-ment non déformable possédant un frottement, cohésion nulle.
- 2) Si le mur se déplace, il y aura rupture de la masse sol derrière mur, cette masse sol, sous l'action de la pesanteur, glisse comme un bloc rigide le long de la surface de rupture.
- 3) La surface est supposée plane.
- 4) Le long de la surface de rupture, ou de l'interface mur-sol, la loi de frottement newtonien.
- 5) Le frottement est distribué uniformément, le long de la surface de rupture.
- 6) La direction de la force des pressions des terres est supposée connue

La méthode de coulomb est bien antérieure, il s'agit d'une théorie trop célèbre dans le domaine de mécanique des sols, elle met enfin en œuvre un procédé de raisonnement que l'on retrouve dans bien d'autres problèmes de mécanique des sols.

La méthode de Coulomb est bien antérieure. On va l'exposer sans craindre un double emploi avec la méthode précédente pour plusieurs raisons. Tout d'abord, il s'agit d'une théorie trop célèbre dans le domaine de la mécanique des sols pour qu'on puisse se dispenser d'en exposer les traits principaux. Son emploi d'autre part est encore très général à l'heure actuelle

et il est donc indispensable de la connaître pour pouvoir comprendre de nombreuses notes de calculs ou publications techniques.

Lors de la rupture, une fissure s'ouvre dans le remblai et sépare une masse de terre qui suit le mur dans son déplacement, c'est le coin de glissement dont Coulomb étudie l'équilibre, d'où le nom de théorie du coin de Coulomb donné à la méthode. Coulomb admet tout d'abord que la ligne de glissement qui limite le coin est une ligne droite, on a vu plus haut que cette hypothèse est grossièrement vérifiée la plupart du temps ; pour Coulomb, il s'agit là d'une hypothèse simplificatrice : « *La simplicité des résultats que donne cette supposition, la facilité de leur application à la pratique, le désir d'être utile et entendu des artistes, sont les raisons qui nous ont décidé* » dit-il dans son mémoire.

On considère donc un mur de soutènement rectiligne AB et l'on trace une ligne droite BC, ligne de glissement hypothétique (figure.2.1). On suppose également que le massif est pulvérulent et homogène et que la surface libre n'est pas chargée. Le coin ABC est soumis à l'action de trois forces : le poids W des terres, la résultante F des efforts de frottement le long de la ligne de glissement BC et la réaction E de l'écran AB sur le massif. La somme géométrique de ces trois forces doit être nulle puisque le coin est en équilibre ; or W est connu ainsi que les directions de E et F (E doit faire un angle ϕ avec la normale au parement rectiligne AB, F doit faire un angle (ρ) avec la normale à la ligne de glissement rectiligne BC). Il s'ensuit que l'on peut déterminer aisément l'intensité de E. A chaque position de la ligne BC, on peut donc faire correspondre une valeur de l'intensité E de la réaction de l'écran qui assure l'équilibre du coin. Parmi toutes ces valeurs de l'intensité de E, il en est une P qui est plus grande que les autres (l'existence de cet extremum est assurée puisque l'intensité de E est nulle lorsque BC est confondu avec BA et lorsque BC fait un angle ϕ avec l'horizontale). Cette valeur P du maximum est celle de la poussée des terres et la position correspondante de la ligne BC est celle de la ligne de glissement réelle. En effet, si rupture il doit y avoir, elle se manifestera par l'apparition du coin de glissement qui nécessite pour son équilibre le plus grand soutien, c'est-à-dire la plus grande réaction de l'écran. Le problème est donc résolu en utilisant deux des trois équations qui expriment que le système de forces agissant sur le coin est équivalent à zéro (on ne s'est servi que de la résultante du système sans s'occuper des moments) et en y associant une condition de maximum. On retrouve fréquemment ce procédé de raisonnement en mécanique des sols.

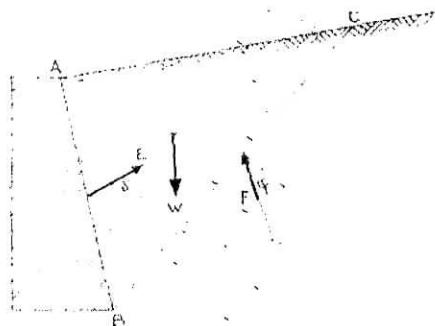


FIG.2.1 Coin de Coulomb.

La détermination de la poussée nécessite donc la recherche d'un maximum, alors que la notion de poussée est liée à l'idée d'équilibre inférieur. Il y a là un pseudo-paradoxe facile à lever si l'on comprend bien que dans la méthode de Coulomb on compare entre eux des équilibres hypothétiques tous limites, alors que la poussée se présente comme un équilibre inférieur par rapport à des équilibres réels élastiques. Dans un cas, la poussée correspond au plus défavorable des équilibres hypothétiques, dans l'autre elle correspond au plus favorable des équilibres réels.

2.3.2 Théorie de Rankine

La théorie de Rankine formulée, un peu moins d'un siècle après, en 1856, est déjà plus nuancée. Au lieu de considérer un bloc prismatique indéformable glissant sur une face, Rankine cherche à représenter les contraintes qui règnent dans le massif pulvérulent au moment de l'équilibre limite et il pose en principe que, à tout moment, la force qui agit sur un élément plan parallèle à la surface est égale au poids du cylindre à génératrices verticales passant par le contour de cet élément.

En d'autres termes, la contrainte σ agissant sur un plan parallèle à la surface libre et à la profondeur h est

$$\sigma = \frac{\gamma_d \cdot h \cdot ds \cdot \cos(\beta)}{ds} = \gamma_d \cdot h \cdot \cos(\beta)$$

β étant l'inclinaison de la surface libre sur l'horizontale figure. 2.2

En chaque point, le plan vertical perpendiculaire au plan de la figure et le plan parallèle à la surface libre sont conjugués entre eux, c'est-à-dire que sur tout plan parallèle à la surface libre, la contrainte σ est verticale et sur tout plan vertical, la contrainte σ' est parallèle à la surface libre.

L'angle β est l'angle commun d'obliquité de ces pressions conjuguées.

L'état de contrainte sur la facette verticale, est déterminée par ma méthode du pôle, le sol est ramené à l'état de rupture par défaut latéral tel que $\sigma_v = C^{st}$

L'état limite est atteint lorsque le cercle de Mohr est tangent à l'enveloppe :

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma \cdot h^2 \cdot k_a$$

avec

$$K_a = \cos \omega \left[\frac{\cos \omega - \sqrt{(\cos^2 \omega - \cos^2 \varphi')}}{\cos \omega + \sqrt{(\cos^2 \omega - \cos^2 \varphi')}} \right]$$

Théorie de Boussinesq.

Dans l'équilibre de Rankine, les contraintes élémentaires agissant sur un plan radiant sont toutes homothétiques par rapport à l'arête A et leurs enveloppes sont des ellipses homothétiques aux ellipses des contraintes qui ont toutes des axes de direction constante et, pour une profondeur donnée, une grandeur constante.

Si nous considérons les plans de glissement passant par l'arête A et par le pied B de l'écran, ces plans déterminent deux zones plastiques, ABE et AEC (figure 2.4).

Boussinesq (1882) considère que si dans la zone extérieure AEC il est correct de prendre en considération l'équilibre de Rankine, par contre, dans la zone intérieure ABE on doit l'abandonner au profit d'un autre équilibre où les contraintes élémentaires sont encore proportionnelles au rayon vecteur, mais dans lequel, partant de l'équilibre précédent on se raccorde correctement aux conditions aux limites sur le mur.

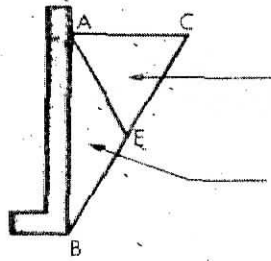


Fig.2.4 Théorie de boussinesq et Rankine

L'équilibre de Rankine est une ligne de points critiques de ces équations différentielles. À gauche d'AE, il existe une infinité d'états d'équilibre se raccordant avec les conditions au départ sur AE; un seul d'entre eux correspond à une obliquité donnée de la contrainte sur le mur. Bien entendu, on vérifie facilement que la solution de Rankine est une solution particulière, celle correspondant à $\delta=\beta$.

BOUSSINESQ (1882) a amélioré la théorie de RANKINE en prenant l'interaction réelle entre le sol et l'écran, c'est-à-dire en choisissant la valeur de l'angle de frottement δ sol-écran. dans cet équilibre, BOUSSINESQ considère une première zone où on a l'équilibre de RANKINE se raccordant à une seconde zone où il tient compte des conditions aux limites sur l'écran BOUSSINESQ garde les résultats de RANKINE concernant la répartition des contraintes sur l'écran :

- l'obliquité des contraintes est constante le long de l'écran AE, elle est choisie et fixée à δ
- la répartition des contraintes sur l'écran est triangulaire

Si BOUSSINESQ avait bien posé le problème, il n'a été résolu qu'en 1948 par CAQUOT et KERISEL qui en ont donné la démonstration suivante :

On travaillera en coordonnées polaires, pour lesquelles les équations d'équilibre $\text{div} \mathbf{t} + \mathbf{F} = 0$ s'écrivent :

σ_r : contrainte normale radiale

σ_θ : contrainte normale ortho radiale

τ : contrainte de cisaillement

En combinant les équations d'équilibre précédentes et les relations données par le cercle de Mohr des contraintes tangentes aux droites de Coulomb on établit le système des 2 équations différentielles suivantes :

Le système des deux équations différentielles a été intégré par Caquot et Kérisel, les calculs étant améliorés

par ABSI pour donner des tables complètes de poussée et butée fournissant les coefficients K_a et K_p .

Le problème est déterminé par les conditions aux frontières :

- surface libre : contraintes nulles
- sur l'écran : obliquité imposée δ de la contrainte.

Entre la surface libre et la première ligne de glissement on a un équilibre de Rankine et entre la première ligne de glissement et l'écran un équilibre de Boussinesq.

Le tracé des lignes de glissement montre que les lignes de glissement diffèrent peu de lignes droites dans le cas d'équilibre de poussée, par contre elles s'en éloignent fortement dans le cas d'équilibre de butée.

2.3.4 Formule de Poncelet.

On a supposé, jusqu'à présent, le massif pulvérulent et homogène et l'écran AB rectiligne ; si de plus le terre-plein est également rectiligne et non surchargé, on peut conduire le calcul jusqu'au bout, on se trouve d'ailleurs dans les conditions d'utilisation du schéma de Boussinesq, ce qui permettra une confrontation des résultats. La figure 2.6 montre les éléments de la démonstration :

- l'écran AB,
- le terre-plein A T,
- la ligne de glissement possible BC, qui fait un angle α avec l'horizontale,
- une ligne auxiliaire BD qui fait un angle ω avec l'horizontale,
- la direction BS qui fait avec la ligne BD l'angle ψ connu que E fait avec la verticale.

On mène par A et C des parallèles à la direction BS qui coupent BD respectivement en K et g on voit sans peine que le triangle BCg est semblable au triangle des forces FEW, ce qui permet d'écrire :

$$\frac{E}{W} = \frac{Cg}{Bg}$$

or

$$W = \frac{\gamma}{2} \cdot h \cdot AC$$

donc

$$Cg = kg \cdot \frac{AD}{DK}$$

$$E = \frac{1}{2} \gamma h \cdot \frac{AD \cdot AK}{DK^2} \cdot \frac{Kg \cdot Dg}{Bg}$$

En posant $BD=a$, $BK=b$, $Bg=x$, on a finalement

$$E = \frac{1}{2} \gamma h \cdot \frac{AD \cdot AK}{DK^2} \cdot \frac{(x-b)(a-x)}{x}$$

où seul x est variable quand w varie, c'est-à-dire quand BC prend les différentes positions possibles.

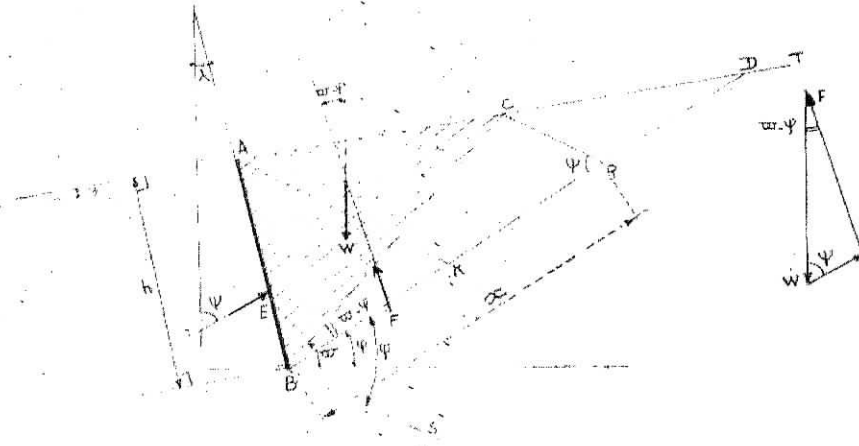


FIG.2.6 Formule de Poncelet.

L'expression $\frac{(x-b)(a-x)}{x}$ passe par un maximum pour $x=\sqrt{ab}$, elle a

alors pour valeur $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$. Le calcul des différentes longueurs $h, AD, AK...$ en fonction de $AB = l$ et des angles β, λ, φ et δ ne présente aucune difficulté. mais il est fastidieux. On obtient en fin de compte

$$E_{\max} = P = k_{\gamma} \gamma \frac{l^2}{2}$$

avec

$$k_{\gamma} = \frac{\cos^2(\varphi - \lambda)}{\cos(\lambda + \delta)} \cdot \frac{1}{\left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \cdot \sin(\varphi - \beta)}{\cos(\lambda + \delta) \cdot \cos(\beta - \lambda)}} \right]}$$

On voit que cette formule, appelée formule de Poncelet, ressemble énormément à celle de Boussinesq. Dans les deux formules d'ailleurs, le coefficient de poussée k ne dépend que des quatre angles β , λ , φ et δ

En conclusion, lorsque fS , λ et δ sont positifs, les résultats obtenus par la méthode de Coulomb sont pratiquement identiques à ceux que l'on trouve à partir des tables de Caquot et Kérisel. En dehors de ce domaine, l'emploi de la méthode de Coulomb peut conduire à des valeurs assez éloignées de la réalité.

2.3.4 Détermination graphique de la poussée. Construction de Culmann.

La méthode de Coulomb se prête à une détermination graphique de la poussée ; plusieurs procédés ont été mis au point, on exposera ci-dessous la construction de Culmann.

On se place tout d'abord dans les conditions limitatives de la formule de Poncelet. La construction se fait avec les lignes auxiliaires BD et BS qui ont servi pour la démonstration de cette formule. Par le point C , on mène une parallèle à AB qui coupe BD en d , par d on mène une parallèle à BS qui coupe BC en e (figure.2.7). Le triangle Bed est semblable au triangle des forces FEW ,

donc

$$\frac{E}{W} = \frac{ed}{Bd}$$

comme

$$W = \frac{\gamma}{2} h AC$$

$$E = \frac{\gamma}{2} h \cdot \frac{AC}{Bd} \cdot ed$$

Or, quand C varie, le rapport $\frac{AC}{Bd}$ reste constant, donc ed reste proportionnel à E , le maximum de E sera aussi celui de ed . Quand C décrit le segment AD , le point e décrit la courbe BeD appelée courbe de Culmann, la valeur maximale $e_1 d_1$ de ed correspond au

point e_1 pour lequel la tangente à la courbe de Culmann est parallèle à BD. La détermination graphique du point e_1 permet donc de calculer la poussée P.

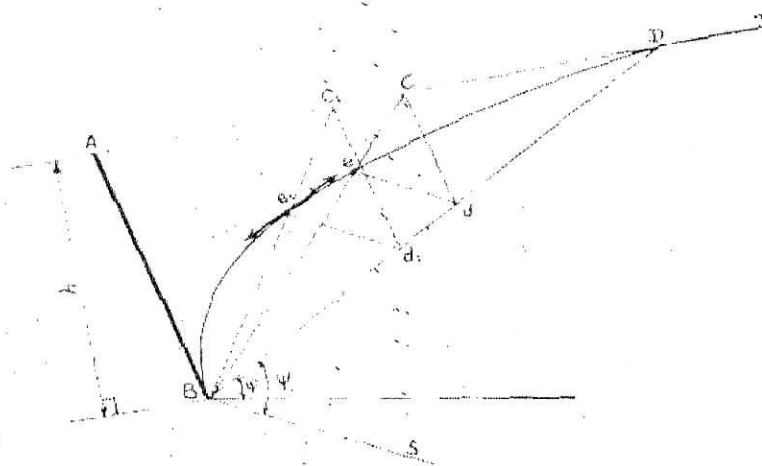


Fig.2.7 Construction de Culmann.

La construction du point a a uniquement pour but de placer commodément sur BD un segment Bd de longueur proportionnelle au poids W du coin de glissement. On pourrait donc aussi bien graduer la ligne BD en forces à partir de B avec une échelle arbitraire, calculer le poids W du coin et placer enfin le point c_1 correspondant. Cette manière de faire, qui n'a aucun intérêt dans le cas particulier, permet d'appliquer la méthode de Culmann lorsque le terre-plein n'est plus rectiligne ou lorsque le massif n'est plus homogène à condition que l'angle ϕ soit constant. On verra plus loin que cette possibilité confère une très grande généralité à la méthode de Culmann. Dans ces derniers cas, il y a souvent intérêt pour rendre les constructions plus lisibles à dessiner la courbe de Culman à part.

2.4 Poussée supplémentaire due aux surcharges.

Il est nécessaire dans la pratique de savoir calculer la poussée des terres dans des cas plus complexes que celui qui a été évoqué dans les paragraphes précédents. Dans toute la fin de cet article, on exposera des procédés de calcul (numériques ou graphiques) qui permettent de s'affranchir d'une ou de plusieurs des cinq conditions limitatives rencontrées précédemment.

On étudiera d'abord le cas d'un massif pulvérulent et homogène limité par un écran et une surface libre rectilignes, mais cette surface libre supportera maintenant une surcharge

uniforme d'intensité q . La méthode de Coulomb permet de résoudre très simplement le problème lorsque la surcharge est verticale (figure.2.8).

Le coin ABC est toujours soumis à trois forces, mais au lieu du poids W des terres, il faut maintenant prendre en considération le poids W^{\wedge} des terres et de la surcharge.

On a :

$$W_1 = W + q.AC$$

Soit :

$$W_1 = \left(\frac{1}{2} \gamma h + q \right) AC$$

que l'on peut écrire

$$W_1 = \frac{1}{2} \gamma_1 h AC$$

avec

$$\gamma_1 = \gamma + \frac{2.q}{h}$$

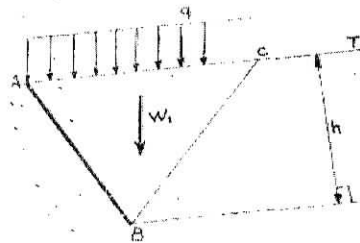


Fig.2.8 Remblai surchargé

Autrement dit, tout se passe comme si le coin n'était pas chargé mais avait un poids volumique fictif γ_1 . On trouvera par conséquent la même position de la ligne de glissement réelle et la même expression pour la poussée. On aura une poussée totale

$$P_1 = k_\gamma \gamma_1 \frac{l^2}{2} = k_\gamma \gamma \frac{l^2}{2} + k_\gamma \frac{1}{h} . q . l$$

Si l'on remarque que $k_\gamma \gamma \frac{l^2}{2}$ est la poussée du terrain non surchargé et que $\frac{h}{l}$ est

constant quand l varie et égal à $\cos(\beta - \lambda)$, on a finalement pour la poussée supplémentaire due aux surcharges l'expression

$$\frac{k_\gamma}{\cos(\beta - \lambda)} . q . l$$

On voit s'introduire un nouveau coefficient de poussée

$$k_q = \frac{k_\gamma}{\cos(\beta - \lambda)}$$

pour la transmission des surcharges.

Il est remarquable que l'effet des surcharges puisse être ainsi séparé de l'effet du poids du terrain et que la poussée totale résulte de l'addition pure et simple de la poussée du terrain non surchargé et d'une poussée supplémentaire qui ne dépende pas du poids du terrain mais seulement de son frottement interne ainsi que, bien entendu, de l'intensité de la surcharge. On trouverait un résultat analogue dans l'étude de l'équilibre de Rankine. La simplicité de ce résultat provient de ce que le réseau des lignes de glissement du milieu pesant non surchargé se confond avec celui du milieu non pesant surchargé, puisque l'on a supposé à la fois la surcharge verticale et les lignes de glissement rectilignes.

Les formules auxquelles cette méthode conduit montrent bien qu'il n'est pas possible théoriquement de séparer l'influence du poids propre de celle de la surcharge, on ne peut donc pas généraliser le résultat obtenu plus haut par la méthode de Coulomb pour une surcharge verticale. En examinant cette question de plus près, on constate que l'équilibre limite d'un massif pesant et surchargé ne peut résulter de l'addition de deux équilibres limites plus simples (celui d'un massif pesant non surchargé et celui d'un massif non pesant surchargé) que si les lignes de glissement des deux équilibres limites composants sont identiques. Ce n'est évidemment pas le cas des lignes de glissement des équilibres de Boussinesq et de Prandtl. Toutefois, dans la mesure où ces lignes de glissement sont assez voisines, la superposition des deux états d'équilibre simple donnera une valeur approchée de l'état d'équilibre réel. On écrit donc quelle que soit l'obliquité de la surcharge

$$P_1 = k_\gamma \frac{l^2}{2} + k_q \cdot q \cdot l$$

formule dans laquelle les coefficients k_γ et k_q sont ceux des équilibres de Boussinesq et Prandtl. Cette expression donne une approximation de l'intensité de la poussée d'autant meilleure que les directions de glissement dans ces deux équilibres sont plus voisines. Ce sera le cas en particulier pour une surcharge verticale lorsque β , λ et δ sont positifs. Dans ce dernier cas, on peut d'ailleurs admettre que les coefficients k_γ et k_q sont alors liés par la

formule

$$k_q \cdot \cos(\beta - \lambda)$$

que l'on a démontrée dans l'hypothèse de Coulomb.

Pour déterminer le point d'application de la poussée, dont on vient de calculer l'intensité, il suffit de se rappeler que la distribution des contraintes sur l'écran résulte de l'addition d'une distribution triangulaire ($k_\gamma \cdot \gamma r$) et d'une distribution uniforme ($k_q \cdot q$). La figure.2.9 précise cette question.

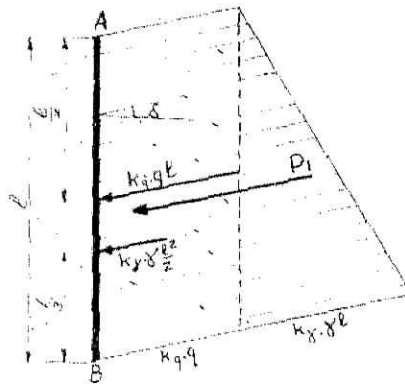


figure.2.9 Répartition des contraintes le long des murs (milieu pulvérulent).

2.5 Murs de soutènement en béton armé

2.5.1 Principe du calcul des murs en béton armé.

La conception des murs de soutènement en béton armé diffère sensiblement de celle des murs gravitaires. Les terres sont retenues par un voile vertical dont l'équilibre est assuré par une semelle qui se prolonge sous le remblai (figure.2.10). Cette semelle supporte le poids des terres dont le rôle stabilisateur est évident. La partie la plus délicate de l'ouvrage se situe à l'encastrement du voile dans la semelle, il se développe là des moments fléchissant notables.

La forme du parement intérieur de ces murs diffère par trop de la ligne droite pour que l'on puisse utiliser telles quelles les méthodes développées pour le calcul de la poussée des terres. Il faut d'ailleurs bien voir que la partie du massif comprise entre le voile et la semelle ne peut pas passer à l'état plastique et reste à l'état élastique. De plus, ce type de

Lors de la rupture, une fissure s'ouvre dans le remblai et sépare une masse de terre qui suit le mur dans son déplacement, c'est le coin de glissement dont Coulomb étudie l'équilibre, d'où le nom de théorie du coin de Coulomb donné à la méthode. Coulomb admet tout d'abord que la ligne de glissement qui limite le coin est une ligne droite, on a vu plus haut que cette hypothèse est grossièrement vérifiée la plupart du temps ; pour Coulomb, il s'agit là d'une hypothèse simplificatrice : « *La simplicité des résultats que donne cette supposition, la facilité de leur application à la pratique, le désir d'être utile et entendu des artistes, sont les raisons qui nous ont décidé* » dit-il dans son mémoire.

On considère donc un mur de soutènement rectiligne AB et l'on trace une ligne droite BC, ligne de glissement hypothétique (figure.2.1). On suppose également que le massif est pulvérulent et homogène et que la surface libre n'est pas chargée. Le coin ABC est soumis à l'action de trois forces : le poids W des terres, la résultante F des efforts de frottement le long de la ligne de glissement BC et la réaction E de l'écran AB sur le massif. La somme géométrique de ces trois forces doit être nulle puisque le coin est en équilibre ; or W est connu ainsi que les directions de E et F (E doit faire un angle β avec la normale au parement rectiligne AB, F doit faire un angle ρ avec la normale à la ligne de glissement rectiligne BC). Il s'ensuit que l'on peut déterminer aisément l'intensité de E. A chaque position de la ligne BC, on peut donc faire correspondre une valeur de l'intensité E de la réaction de l'écran qui assure l'équilibre du coin. Parmi toutes ces valeurs de l'intensité de E, il en est une P qui est plus grande que les autres (l'existence de cet extremum est assurée puisque l'intensité de E est nulle lorsque BC est confondu avec BA et lorsque BC fait un angle φ avec l'horizontale). Cette valeur P du maximum est celle de la poussée des terres et la position correspondante de la ligne BC est celle de la ligne de glissement réelle. En effet, si rupture il doit y avoir, elle se manifestera par l'apparition du coin de glissement qui nécessite pour son équilibre le plus grand soutien, c'est-à-dire la plus grande réaction de l'écran. Le problème est donc résolu en utilisant deux des trois équations qui expriment que le système de forces agissant sur le coin est équivalent à zéro (on ne s'est servi que de la résultante du système sans s'occuper des moments) et en y associant une condition de maximum. On retrouve fréquemment ce procédé de raisonnement en mécanique des sols.

La détermination de la poussée nécessite donc la recherche d'un maximum, alors que la notion de poussée est liée à l'idée d'équilibre inférieur. Il y a là un pseudo-paradoxe facile à

lever si l'on comprend bien que dans la méthode de Coulomb on compare entre eux des équilibres hypothétiques tous limites, alors que la poussée se présente comme un équilibre inférieur par rapport à des équilibres réels élastiques. Dans un cas, la poussée correspond au plus défavorable des équilibres hypothétiques, dans l'autre elle correspond au plus favorable des équilibres réels.

La théorie de Rankine formulée, un peu moins d'un siècle après, en 1856, est déjà plus nuancée. Au lieu de considérer un bloc prismatique indéformable glissant sur une face, Rankine cherche à représenter les contraintes qui règnent dans le massif pulvérulent au moment de l'équilibre limite et il pose en principe que, à tout moment, la force qui agit sur un élément plan parallèle à la surface est égale au poids du cylindre à génératrices verticales passant par le contour de cet élément.

En d'autres termes, la contrainte σ agissant sur un plan parallèle à la surface libre et à la profondeur h est

$$\sigma = \frac{\gamma_d \cdot h \cdot ds \cdot \cos(\beta)}{ds} = \gamma_d \cdot h \cdot \cos(\beta)$$

β étant l'inclinaison de la surface libre sur l'horizontale figure. 2.2

En chaque point, le plan vertical perpendiculaire au plan de la figure et le plan parallèle à la surface libre sont conjugués entre eux, c'est-à-dire que sur tout plan parallèle à la surface libre, la contrainte σ est verticale et sur tout plan vertical, la contrainte σ' est parallèle à la surface libre.

L'angle β est l'angle commun d'obliquité de ces pressions conjuguées.

avec elle une couche de terre et que par conséquent la rupture se produit au sein du massif et non dans le plan même de la base de la fondation.

Terzaghi et Peck sont plus circonspects ; ils conseillent d'abord de négliger l'adhérence. Dans ces conditions, le coefficient de sécurité est égal au rapport des tangentes de l'obliquité admissible et de l'obliquité de la résultante R .

C'est donc l'obliquité de R qui permet de juger de la sécurité au glissement. Terzaghi et Peck suggèrent ensuite d'adopter les valeurs empiriques suivantes :

$\varphi = 30^\circ$ pour un terrain de fondation à gros éléments sans limon ni argile,

$\varphi = 25^\circ$ pour un terrain à gros éléments qui comprendrait du limon ou de l'argile,

$\varphi = 20^\circ$ dans les autres cas.

Il arrive quelquefois que pour satisfaire à cette règle de sécurité, on soit amené à alourdir notablement l'ouvrage initialement prévu ; on peut essayer alors de conserver les dimensions primitives tout en orientant différemment la base de la fondation pour diminuer l'obliquité de R. On est toutefois limité dans cette voie, car il faut également vérifier la stabilité du terrain de fondation à l'égard d'une rupture superficielle (Fig. VI-20), rupture tout à fait analogue à la rupture par glissement proprement dite.

D'ailleurs, pour un mur de soutènement de proportions normales reposant sur un bon terrain de fondation, c'est la rupture par glissement qui est déterminante. Il peut ne plus en être ainsi pour un mur de forme inhabituelle (avec, par exemple, une fondation non horizontale) ou bien si le terrain de fondation gagne peu de résistance au cisaillement avec la profondeur.

On admet que la rupture se produit le long d'une ligne de glissement circulaire de centre O et de rayon OB (Fig.3.2) passant par l'arête inférieure B du mur. On étudie l'équilibre de la masse de terre comprise entre la fondation du mur, la surface libre à gauche du mur et la ligne de glissement présumée BC.

2.5.2 Calcul de la poussée dans le cas général

L'indice de fiabilité de Comelli est utilisé dans les codes de génie civil. Il permet en particulier de comparer la fiabilité entre différents choix de conception, le principal inconvénient de cet indice est qu'il n'est pas invariant, car sa valeur dépend de l'expression choisie pour définir la fonction d'état limite.

Ainsi, la marge aurait pu aussi bien être définie par la fonction $M = R - S$

La détermination de la poussée nécessite donc la recherche d'un maximum, alors que la notion de poussée est liée à l'idée d'équilibre inférieur. Il y a là un pseudo-paradoxe facile à lever si l'on comprend bien que dans la méthode de Coulomb on compare entre eux des équilibres hypothétiques tous limites, alors que la poussée se présente comme un équilibre inférieur par rapport à des équilibres réels élastiques. Dans un cas, la poussée correspond au plus défavorable des équilibres hypothétiques, dans l'autre elle correspond au plus favorable des équilibres réels.

Deux critères peuvent être utilisés pour caractériser la stabilité (ou l'instabilité) des ouvrages de soutènements:

- La marge de sécurité M_s , égale à la différence entre le moment résistant et le moment moteur, peut être comparée à 0 (ou à une valeur aléatoire représentant l'incertitude sur le modèle de calcul)
- Le coefficient de sécurité F , égal au rapport du moment résistant au moment moteur, peut être comparé à i (ou à une valeur aléatoire représentant l'incertitude sur le modèle de calcul)

Les deux méthodes peuvent être utilisées et sont en pratique équivalentes, il semble toutefois que le coefficient de sécurité F soit d'un emploi plus fréquent.

Pour déterminer la distribution statistique du résultat du calcul déterministe, qu'il s'agisse de la marge de sécurité ou du coefficient de sécurité, on peut utiliser l'une des quatre méthodes :

(FORM, SORM, méthode de Monte- Carlo ou méthode d'Alonso)

La méthode de Monte-Carlo est fréquemment utilisée parce qu'elle est simple, mais elle nécessite un volume de calculs très important et nécessite une procédure adaptée pour la génération des ensembles de valeurs aléatoires des paramètres. Son grand mérite est d'être utilisable même quand le problème analysé n'admet pas de solution explicite

On a toutefois toujours intérêt à examiner s'il n'est pas possible d'utiliser en priorité les autres méthodes.

La probabilité de défaillance dans ces conditions est :

$$P_f = P_{rob} (E/S \leq 1)$$

L'indice de fiabilité correspondant (calculé par approximation autour des valeurs moyennes) n'est plus le même, on trouve en effet.

$$\beta_c = \frac{\mu_r - \mu_s}{\sqrt{\sigma_r^2 + (\mu_r / \mu_s)^2 \sigma_s^2}}$$

L'indice de fiabilité dépend donc du choix fait pour définir la fonction de défaillance

Lorsque la fonction d'état limite $G(x)$ est une fonction linéaire des variables de bases x , on calcule facilement l'indice de fiabilité à partir des deux premiers moments de x .

Dans le cas où $G(x)$ est une fonction non linéaire, Cornell a suggéré d'approximer l'équation de la surface d'état limite par un développement en série de Taylor du 1^{er} ordre autour de la valeur moyenne de x , \bar{x}

$$G(\bar{x}) = M = g(\mu) + \sum_i g_i(\mu) [x_i - E[x_i]]$$

Dans ces conditions, on obtient une approximation raisonnable de l'indice de fiabilité.

$$B_\mu = g(\mu) / \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n g_i(\mu) g_j(\mu) \text{cov}[x_i, x_j] \right]^{1/2}$$

Chapitre 3 :

Stabilité des ouvrages de soutènement.

3.0 STABILITÉ DES MURS de soutènement

Comme on l'a indiqué plus haut, cinq forces agissent sur le mur :

- le poids du mur G ,
- la sous-pression S dont le calcul ne présente pas de particularité (tout au moins si l'eau est en équilibre),
- la butée B que l'on néglige en général,
- la poussée des terres P dont on vient d'exposer les principes du calcul,
- enfin la réaction R du sol de fondation.

Si le mur est en équilibre, l'ensemble de ces forces forme un système équivalent à zéro, cette condition permet de calculer la réaction R . Bien entendu, cette réaction doit être dirigée de bas en haut et son point de passage dans le plan de fondation doit tomber à l'intérieur de la maçonnerie, dans le cas contraire on ne saurait en effet trouver une distribution des contraintes dans le massif sous la fondation qui soit compatible avec cette réaction calculée R . Il faut alors vérifier la stabilité du mur à l'égard du renversement, à l'égard du glissement et s'assurer de la résistance du terrain de fondation. Il faut vérifier enfin que les efforts dans le fût du mur ne dépassent pas les valeurs permises.

3.1 Stabilité renversement du mur.

Pour vérifier la stabilité du mur au renversement, on localise arbitrairement l'axe de rotation du mur au droit de l'arête extérieure de la fondation et l'on compare les moments par rapport à cet axe

- d'une part de la « force stabilisante » qu'est le poids du mur.
- d'autre part des « forces renversantes » que sont la poussée des terres.

Le rapport de ces moments est le coefficient de stabilité au renversement, qui est égal à $\frac{\text{moment des forces stabilisantes}}{\text{moment des forces renversantes}}$

qui ne doit pas descendre en dessous de 1,5. Cette méthode simple, parfaitement logique en apparence, soulève toutefois des critiques justifiées concernant la localisation de l'axe de rotation et la discrimination entre les forces stabilisantes et les forces renversantes, critiques qui laissent planer un doute sur la signification du résultat obtenu.

La pratique montre d'ailleurs qu'il est inutile de vérifier cette stabilité au renversement si la résultante R du poids du mur et de la poussée des terres se trouve dans le tiers central de la base de la fondation. On précisera plus loin cette nouvelle condition.

3.2 Stabilité Glissement du mur.

Le déplacement du mur par glissement sur le plan de sa fondation est la deuxième éventualité à envisager (Fig.3.1). Il faut comparer :

- la composante T de la résultante R dans le plan de la fondation (en général la composante horizontale),
- la résistance que le terrain de fondation est capable d'opposer au glissement, à savoir $N \operatorname{tg} \varphi$.

N la composante de R normale au plan de cette fondation,

Le coefficient de sécurité au glissement est alors égal à : $\frac{N \cdot \operatorname{tg} \varphi}{T}$

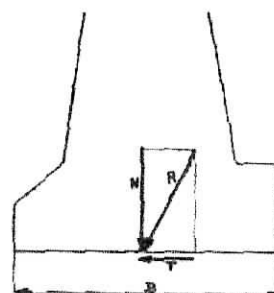


Fig.3.1 Sécurité au glissement.

Ce coefficient doit être au moins égal à 1,5 si l'on néglige, comme on l'a indiqué plus haut, l'action des terres à la gauche du mur. Si l'on tient compte de la butée, il faut être plus sévère et exiger un coefficient au moins égal à 2.

Certains auteurs admettent que les caractéristiques d'adhérence et de frottement à prendre en compte sont simplement la cohésion et l'angle de frottement interne du terrain de fondation. Ils justifient cette attitude en faisant remarquer que lors de la rupture d'un mur par glissement, on constate fréquemment que la partie inférieure de la fondation entraîne

avec elle une couche de terre et que par conséquent la rupture se produit au sein du massif et non dans le plan même de la base de la fondation.

Terzaghi et Peck sont plus circonspects ; ils conseillent d'abord de négliger l'adhérence. Dans ces conditions, le coefficient de sécurité est égal au rapport des tangentes de l'obliquité admissible et de l'obliquité de la résultante R.

C'est donc l'obliquité de R qui permet de juger de la sécurité au glissement. Terzaghi et Peck suggèrent ensuite d'adopter les valeurs empiriques suivantes :

- $\varphi = 30^\circ$ pour un terrain de fondation à gros éléments sans limon ni argile,
- $\varphi = 25^\circ$ pour un terrain à gros éléments qui comprendrait du limon ou de l'argile,
- $\varphi = 20^\circ$ dans les autres cas.

Il arrive quelquefois que pour satisfaire à cette règle de sécurité, on soit amené à alourdir notablement l'ouvrage initialement prévu ; on peut essayer alors de conserver les dimensions primitives tout en orientant différemment la base de la fondation pour diminuer l'obliquité de R. On est toutefois limité dans cette voie, car il faut également vérifier la stabilité du terrain de fondation à l'égard d'une rupture superficielle (Fig. VI-20), rupture tout à fait analogue à la rupture par glissement proprement dite.

D'ailleurs, pour un mur de soutènement de proportions normales reposant sur un bon terrain de fondation, c'est la rupture par glissement qui est déterminante. Il peut ne plus en être ainsi pour un mur de forme inhabituelle (avec, par exemple, une fondation non horizontale) ou bien si le terrain de fondation gagne peu de résistance au cisaillement avec la profondeur.

On admet que la rupture se produit le long d'une ligne de glissement circulaire de centre O et de rayon OB (Fig.3.2) passant par l'arête inférieure B du mur. On étudie l'équilibre de la masse de terre comprise entre la fondation du mur, la surface libre à gauche du mur et la ligne de glissement présumée BC.

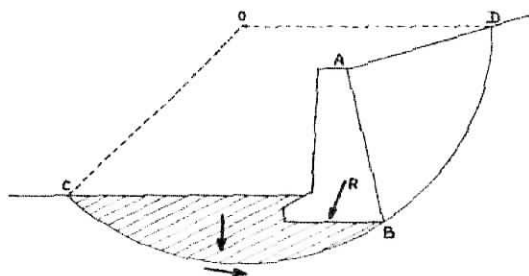


FIG.3.2 — Rupture superficielle.

Un arc BC donne donc une valeur du coefficient de sécurité. Il faut en principe chercher l'arc qui conduit à la plus petite valeur de ce coefficient. En pratique, il n'est pas nécessaire de faire cette recherche et un seul essai suffit, car on a pu constater que si le centre O se déplace dans une assez large zone autour de la position critique, le coefficient de sécurité correspondant ne varie pas de façon appréciable. On exige en général un coefficient de sécurité minimal de 2 à l'égard des ruptures superficielles.

On a prétendu que ce procédé manquait de logique, car la rupture se développe sur tout l'arc CED (Fig.3.2). Si le coefficient de sécurité est bien voisin de 2 le long de l'arc BC, il n'en va pas de même le long de l'arc BD où il doit être voisin de 1 puisque l'on admet que l'action du massif sur le parement AB est égale à la poussée des terres sans qu'il soit question de coefficient de sécurité. On a proposé par suite d'apprécier la sécurité en utilisant tout l'arc CBD. La question peut être discutée.

3.3 Stabilité au poinçonnement

Après le renversement et le glissement, on étudiera maintenant la résistance du sol de fondation sous les efforts verticaux.

On admet que la distribution des contraintes normales sous la fondation d'un mur de soutènement est linéaire, et l'on détermine cette distribution pour que sa résultante soit égale à la composante normale N de la réaction R. La figure VI-22 indique les deux cas de figure possibles, suivant que N tombe dans le tiers central ou non, et donne les formules qui permettent de calculer l'intensité de la contrainte maximale σ_{\max} . On vérifie alors que cette intensité maximale est bien inférieure à la capacité portante de la fondation q_u .

Et le coefficient de sécurité au poinçonnement est alors égale à $\frac{q_u}{\sigma_{\max}}$

On peut craindre des mouvements du mur si le tassement de l'arête intérieure est très différent du tassement de l'arête extérieure. Pour éviter ces tassements différentiels, il est de bonne pratique de fixer une limite à l'excentrement de N.

Si le mur repose sur un terrain de fondation normal, on demande que N soit situé dans le tiers central.

Si le mur est fondé sur du rocher, on est un peu moins sévère : $e \leq \frac{B}{4}$

Par contre, si le terrain de fondation est très compressible, il faut que la composante N tombe au voisinage immédiat du milieu de la base, c'est-à-dire que son excentrement soit négligeable. En effet, la pression augmente rapidement avec l'excentrement, or si la charge est excentrée, par suite de la forte compressibilité du terrain, l'arête extérieure la plus chargée tasse plus que l'arête intérieure et le mur bascule, ce qui augmente l'excentrement ; le phénomène se poursuit de lui-même, éventuellement jusqu'à la rupture complète.

Chapitre 4 :

■ Méthodes de calcul probabiliste du comportement des ouvrages.

4.0 Méthodes de calcul probabiliste du comportement des ouvrages de soutènement

Les calculs de mécanique des sols nécessaires au dimensionnement des ouvrages de soutènement, ont tous pour objectif de déterminer la valeur des paramètres (coefficient de sécurité, temps de consolidation, amplitude des tassements, etc.) qui dépendent des propriétés physiques et mécaniques des sols, de la géométrie des problèmes et des conditions initiales et aux limites imposées.

Si l'on traite les variations dans l'espace des propriétés des sols, les variations dans le temps des conditions aux limites et les fluctuations de la géométrie des sols et des ouvrages de soutènement comme des phénomènes aléatoires dont chacun peut être représenté par une variable aléatoire x_i . Les résultats des calculs nécessaires au dimensionnement des ouvrages de soutènement sont eux-mêmes des variables aléatoires Y , fonctions des variables aléatoires X_i . Chacune des variables aléatoires Y a sa propre fonction de répartition $G(y)$ et sa densité de probabilité $g(y)$, qu'il s'agit d'évaluer.

Le calcul probabiliste des ouvrages de mécanique des sols est donc simplement un problème de calcul de fonctions de variables aléatoires: $Y=f(X_i)$

Par ailleurs, il n'existe pas toujours de relation explicite entre les paramètres physiques, mécaniques et géométrique des ouvrages de soutènement et les résultats qu'il s'agit d'évaluer. La plupart des méthodes de calcul utilisées pour le dimensionnement des ouvrages de soutènement ne sont qu'approximées, ce qui introduit à la fois un biais et une incertitude supplémentaire qu'il faut incorporer dans l'analyse de la fonction $Y=f(X_i)$.

Différentes méthodes peuvent être utilisées pour déterminer de façon approchée la densité de probabilité $g(y)$ à partir des lois de distribution des paramètres X_i du modèle de calcul. Nous décrivons ci-après quatre d'entre elles :

- Approximation par les séries de Taylor
- Approximation par intégration numérique
- Approximation par une loi normale ou lognormale
- Simulation par la méthode de Monte-Carlo

4.1 Approximation par les séries de Taylor

Si la fonction $y = f(x_i)$ est différentiable par rapport aux x_i , analytiquement ou numériquement, elle peut être développée en série de Taylor autour de la valeur moyenne $f(m_1, m_2, \dots, m_n)$, m_i désignant l'espérance mathématique de la variable aléatoire X_i . En limitant le développement au premier ou second ordre, ou plus, on obtient une expression approchée de y , qui permet de déterminer plus simplement les valeurs des paramètres de la densité de probabilité de Y .

Ainsi (Benjamin et Cornell, 1970), l'espérance mathématique a pour expression approchée au second ordre :

$$E[Y] = f(m_1, m_2, \dots, m_n) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 f(X_1, \dots, X_n)}{\partial X_i \partial X_j} \Big|_{(m_1, m_2, \dots, m_n)} * \text{Cov}[X_i, X_j]$$

La variance a pour expression approchée au premier ordre :

$$V[Y] \approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial f(X_1, \dots, X_n)}{\partial X_i} \Big|_{(m_1, \dots, m_n)} * \frac{\partial f(X_1, \dots, X_n)}{\partial X_j} \Big|_{(m_1, \dots, m_n)} * \text{Cov}[X_i, X_j]$$

dans le cas où les variables aléatoires X_i sont indépendantes, on a $\text{Cov}[X_i, X_j] = 0$ pour $i \neq j$ et $\text{Cov}[X_i, X_i] = \sigma^2_{X_i} = V[X_i]$

d'où

$$V(Y) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f(X_1, \dots, X_n)}{\partial X_i} \Big|_{(m_1, \dots, m_n)} \right]^2 * V[X_i]$$

les moments d'ordre 3 et 4 sont donnée par les expression suivantes :

$$\mu_3[Y] = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_i} \right]_{(m_1, \dots, m_n)}^3 * \mu_3[X_i]$$

$$\mu_4[Y] = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_i} \right]_{(m_1, \dots, m_n)}^4 * \mu_4[X_i] + 6 \sum_{i=1}^n \sum_{j < i} \left[\frac{\partial f(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_i} \right]_{(m_1, \dots, m_n)}^2 * \left[\frac{\partial f(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_j} \right]_{(m_1, \dots, m_n)}^2 * (\sigma^2 X_i \cdot \sigma^2 X_j + 2 \sigma^2 X_i X_j)$$

la connaissance des moments d'ordre 1,2,3 et 4 ($E[Y]$, $V[Y]$, $\mu_3 [Y]$ et $\mu_4 [Y]$) permet d'estimé la densité de probabilité de Y dans le système de Pearson .

4.2 Approximation par une loi normale ou lognormale (Lumb, 1974)

Si Y est la somme de n variables aléatoires indépendantes, $Y = \sum_{i=1}^n X_{i,i=1,n}$ et d'après le théorème de la limite centrale, quand le nombre n devient grand, la densité de probabilité de Y tend asymptotiquement vers une loi normale, c'est-à-dire que :

$$\lim g(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma^2} \right]$$

à la condition que tous les moments des X_i aient des valeurs finies.

De même, si Y est le produit de n variables aléatoires indépendantes, $Y = \prod_{i=1}^n X_i$, la densité de probabilité de Y tend asymptotiquement vers une distribution lognormale..

par conséquent, pour les sommes et les produits de variables aléatoires indépendantes, on n'a besoin de connaître que l'espérance mathématique et variance de

$$Y = \sum_{i=1}^n X_i, \text{ et } Z = \sum_{i=1}^n \lg X_i$$

Pour les combinaisons linéaires de variables indépendantes X_i , on a :

$$Y = \sum_{i=1}^n \beta_i X_i$$

$$E[Y] = \sum_{i=1}^n \beta_i E[X_i]$$

$$V[Y] = \sum_{i=1}^n \beta_i^2 V[X_i]$$

Pour les produits de la forme $Y = \prod_{i=1}^n (X_i)^{\alpha_i}$, on peut écrire :

$$Z = \lg Y = \sum_{i=1}^n \alpha_i \lg X_i = \sum_{i=1}^n \alpha_i W_i$$

Il vient

$$E[Z] = \sum_{i=1}^n \alpha_i E[W_i]$$

$$V[Z] = \sum_{i=1}^n (\alpha_i)^2 V[W_i]$$

Pour obtenir les expressions des $E[W_i]$ en fonction des $E[X_i]$, on peut utiliser par exemple la méthode du développement en série de Taylor.

Il vient, après mise de la variable X_i sous forme réduite [$X_i = x_i(1 + C_i U_i)$] :

$$W_i = \lg x_i + 0.434 \ln(1 + C_i \cdot U_i) = \lg x_i + 0.434 [C_i \cdot U_i - (C_i^2 \cdot U_i^2)/2 + (C_i^3 \cdot U_i^3)/2 + \dots]$$

D'où :

$$E[W_i] = \lg x_i - (0.434/2) \cdot C_i^2$$

$$V[W_i] = (0.434 C_i)^2$$

4.3 Approximation par intégration numérique

Lorsque l'expression de $Y=f(X_i)$ n'est pas connue sous forme analytique, mais peut être déterminée sous forme numérique ou expérimentale, le calcul des dérivés partielles précédentes pratiquement impossible mais le moment de Y peuvent cependant être déterminés de façon précise par intégration numérique.

4.4 Simulation : méthode de Monte-Carlo

Il est toujours possible de déterminer empiriquement la densité de probabilité d'une variable $y = f(X_i)$ en calculant les valeurs de y correspondant à des ensembles de valeurs des x_i générées de façon aléatoire conformément aux densités de probabilité de chacune des variables aléatoires x , et en déterminant la densité de probabilité de Y d'après la distribution des fréquences des y obtenus. La précision de cette simulation augmente avec la racine carrée de la taille de l'échantillon et de ce fait il faut disposer d'un échantillon très important pour obtenir des résultats utiles. Ceci nécessite en pratique l'utilisation d'un ordinateur.

Un des aspects importants de la méthode de Monte-Carlo est qu'elle nécessite la génération de séries de valeurs aléatoires de chacun des paramètres des modèles de calcul. Il existe dans les bibliothèques de sous-programmes statistiques des programmes capables de générer des suites de nombres aléatoires en suivant des lois de distribution simples (densité uniforme sur un intervalle donné, loi normale, loi log-normale, etc.).

Pour les lois de distribution uniformes, les programmes de calcul utilisent des algorithmes tels que :

$$X_{n+1} = (AX_n) \bmod M$$

$$X_{n+1} = (AX_n + B) \bmod M$$

Les relations ci-dessus permettent de calculer une série de nombres X_n à partir d'une valeur initiale X_0 quelconque. La notation $(x=(y) \bmod M)$ indique que x est le reste de la division du nombre entier y par le nombre entier M . le nombre M est la période de la séquence aléatoire générée. On le choisit très grand. Le nombre A est compris entre 0 et $m-1$, ainsi que le nombre B , les nombres générés sont uniformément répartis entre 0 et $m-1$.

On ajuste la série $\{x_n\}$ à l'intervalle $[a,b]$ désiré en utilisant la formule :

$$X'_n = \frac{b-a}{M}$$

Chapitre 5 :

Analyse probabiliste de la stabilité des ouvrages de soutènement.

5.1 Principes généraux des méthodes d'analyse probabiliste de la fiabilité des ouvrages de soutènement

L'analyse probabiliste de la fiabilité des ouvrages de soutènement fait intervenir trois éléments d'importance égale :

- La description des variations naturelles des propriétés physiques et mécaniques des sols et des conditions géométriques du problème traité,
- Une méthode de calcul déterministe de la stabilité au renversement, glissement et poinçonnement des ouvrages de soutènement
- Et une méthode de traitement analytique ou numérique des fonctions de variables aléatoires.

Le choix des paramètres de calcul est lié à celui de la méthode de calcul déterministe utilisée. Sur ce plan, les méthodes de calcul en admettant un sol non cohérent, qui facilitera les calculs en plus du fait qu'on calculera sur le cas le plus défavorable, donc on utilisera seulement l'angle de frottement interne, et les différentes surcharges sur le sol.

Lorsque l'on développe une méthode d'analyse probabiliste, il faut choisir parmi tous les paramètres du problème ceux que l'on considérera comme déterministes et ceux que l'on traitera comme des variables aléatoires, ce choix n'est pas simple car le traitement analytique ou numérique des équations de la méthode de calcul adaptée devient très complexe quand le nombre des variables aléatoires augmente.

Une fois que l'on a choisi les variables aléatoires du calcul, il faut en déterminer les caractéristiques statistiques. Ce que l'on peut faire d'après des résultats de mesures ou d'essais ou en utilisant des valeurs publiées dans la littérature.

Outre la moyenne et l'écart type, il est indispensable de déterminer la dérive éventuelle des variables aléatoires dans l'espace et leur fonction d'auto corrélation, ainsi que les corrélations multiples entre ces variables. Faute de tenir compte de ces caractéristiques de la variabilité naturelle des sols, on risque d'obtenir des résultats d'intérêt pratique à peu près nul.

La méthode de calcul déterministe qui constitue l'intermédiaire obligatoire entre les hypothèses du calcul et la probabilité de rupture que l'on cherche à déterminer doit être choisie avec soin. Les méthodes de calcul « explicites », dans lesquelles le résultat est une fonction explicitée des hypothèses du calcul, sont en général plus simples à traiter que les méthodes de calcul dans lesquelles le résultat provient d'un calcul itératif.

Deux critères peuvent être utilisés pour caractériser la stabilité (ou l'instabilité) des ouvrages de soutènements:

- La marge de sécurité M_s , égale à la différence entre le moment résistant et le moment moteur, peut être comparée à 0 (ou à une valeur aléatoire représentant l'incertitude sur le modèle de calcul)
- Le coefficient de sécurité F , égal au rapport du moment résistant au moment moteur, peut être comparé à i (ou à une valeur aléatoire représentant l'incertitude sur le modèle de calcul)

Les deux méthodes peuvent être utilisées et sont en pratique équivalentes, il semble toutefois que le coefficient de sécurité F soit d'un emploi plus fréquent.

Pour déterminer la distribution statistique du résultat du calcul déterministe, qu'il s'agisse de la marge de sécurité ou du coefficient de sécurité, on peut utiliser l'une des quatre méthodes :

(FORM, SORM, méthode de Monte- Carlo ou méthode d'Alonso)

La méthode de Monte-Carlo est fréquemment utilisée parce qu'elle est simple, mais elle nécessite un volume de calculs très important et nécessite une procédure adaptée pour la génération des ensembles des ensembles de valeurs aléatoires des paramètres. Son grand mérite est d'être utilisable même quand le problème analysé n'admet pas de solution explicite

On a toutefois toujours intérêt à examiner s'il n'est pas possible d'utiliser en priorité les autres méthodes.

5.2 La fonction d'état limite :

Durant sa vie, les ouvrages de soutènement sont soumis à des chargements qui vont progressivement ou brutalement modifier son état physique d'une façon générale, on suppose qu'il existe un nombre fini de modes de dégradation qui vont altérer l'ouvrage, pour chaque mode dominant de dégradation, i , on considère par simplification, qu'il existe deux étapes possibles : l'état de défaillance pour le mode (\hat{i}), et l'état de sécurité, ou sûr, défini par un domaine de sécurité. Ces deux états sont séparés par une surface de transition appelée l'état limite (figure 5.1)

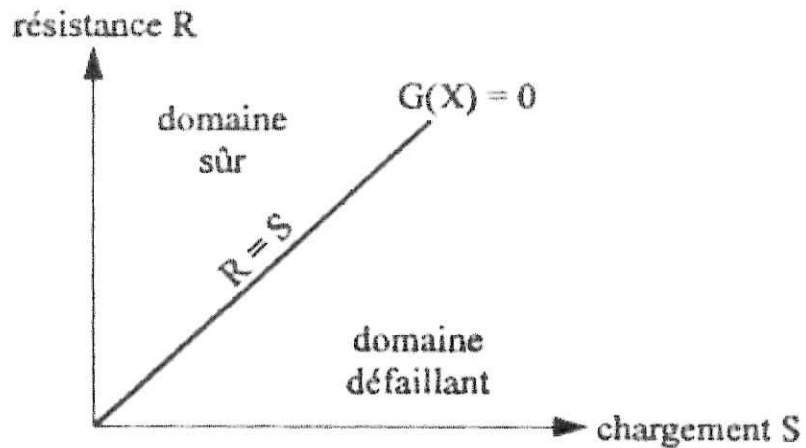


Fig. 5.1 Fonction d'état limite ($R=S$) et domaine sûr ou défaillant

Pour chaque mode de défaillance possible (i), l'état de l'ouvrage à un moment donné, va être caractérisé par ses paramètres de conceptions, d , et par un jeu de chargements aléatoires qui peuvent varier dans le temps et l'espace (t, x, y, z). La surface d'état limite de la pente qui se situe entre le domaine sécurité et le domaine défaillant est donc aussi une variable aléatoire, conditionnée par les variables précédentes.

La fonction d'état limite pour le mode (i), $g_i = G_i(d, x, t)$; Dépend donc des paramètres de conception d , de variables aléatoires, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ caractérisant les chargements subis, S_i et la résistance mécanique du matériau constituant la pente pour le mode défaillance (i), R_i , de paramètres, géométrique L_i , et enfin du temps.

La première étape vers l'évaluation de la fiabilité d'une pente va constituer à établir la relation fonctionnelle liant les variables caractéristiques X_1 , du problème afin d'obtenir une fonction d'état

$$Z = G(x) = G(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

A un moment donné, cette fonction d'état pour un mode de défaillance (i), $G_i(x)$ est supposée continue entre l'état sûr, S_i , et l'état défaillance F_1

La fonction $G_1(x) = 0$ définit la frontière de l'état limite. Elle peut être une fonction implicite ou explicite des variables de bases. La fiabilité de la pente P_r est la probabilité pour que la réalisation du point x , représentatif de l'état de l'ouvrage à un moment donné, se situe dans la zone sûre. Complémentairement, la probabilité de défaillance P_f est.

$$P_f = 1 - P_r$$

De façon conventionnelle, la fonction $G_i(x) < 0$ représente la fonction de défaillance de la pente pour le mode (i).

5.3 Indice de fiabilité de Cornell :

Si le vecteur $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ représente l'ensemble des variables intervenant dans la fraction résistances / efforts moteurs d'une pente, on a vu que la fonction $G(x)$, (appelée fonction de défaillance), permet de diviser l'espace en deux domaines : le domaine de sécurité ou domaine fiable, S , où, par définition, $G(x) > 0$, et le domaine défaillance F , où $G(x) < 0$, la fonction $G(x) = 0$ définissant la surface d'état limite L .

x : correspond à un vecteur aléatoire dont une des réalisations possible est caractérisée par un point dans un espace vectoriel à une dimension (figure 5.2)

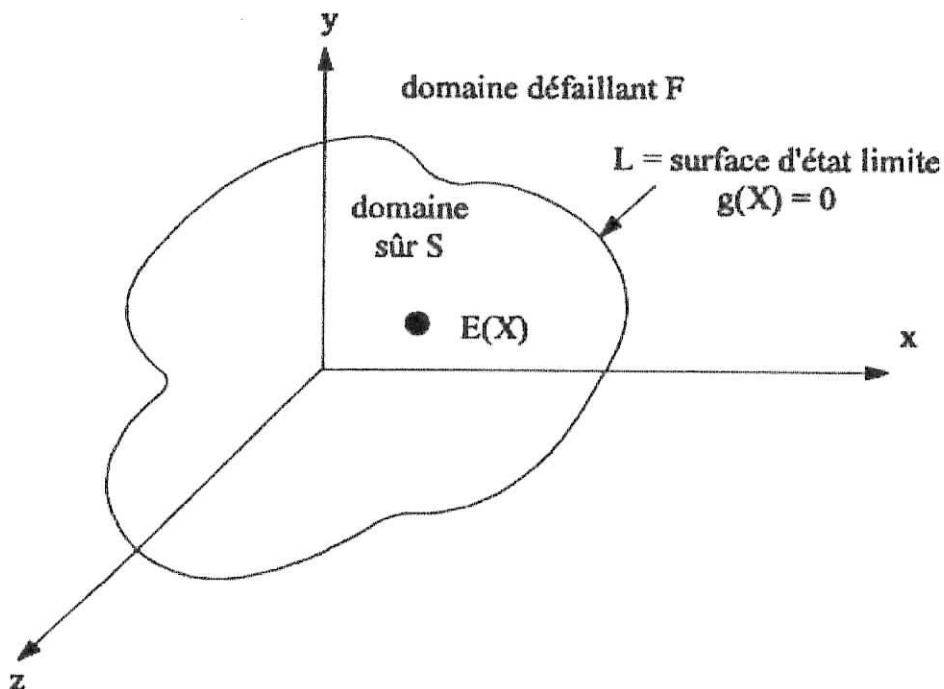


Fig 5.2 Définition de l'espace vectoriel et de la surface d'état limite

On a donc les différentes situations possibles pour le point de fonctionnement x

$$G(x) > 0, x \in S$$

$$G(x) = 0, x \in L$$

$$G(x) < 0, x \in F$$

Considérons à nouveau les deux variables de base :

La résistance mécanique R et le chargement S .

La fonction d'état est $G(S,R) = R-S$, et on définit, la marge de sécurité correspondante M

$$M=R-S$$

En terme de sûreté, la fiabilité de la pente P est représentée par la probabilité

$$P_f = \mathbf{P} (M > 0)$$

5.3.1 Définition de l'indice de fiabilité dans le cas de variables normales indépendantes

Si R et S sont des variables normales indépendantes $N(\mu_r, \sigma_r)$ et $N(\mu_s, \sigma_s)$, l'espérance de la marge M est simplement égale à :

$$\mu_r = E[M] = \mu_r - \mu_s$$

Et sa variance :

$$\sigma_s^2 = \text{var} [M] = \sigma_r^2 + \sigma_s^2$$

La probabilité de défaillance définie par la différence de deux variables normales jointes P ($M = R-S < 0$), est aussi une variable normale : $N[E(M), D(M)]$

Cornell en 1969 a défini un indice de fiabilité β_c caractérisé par le rapport entre l'espérance mathématique de la distribution de la marge de sécurité $E[M]$ d'une pente, et la dispersion $D[M]$ de cette distribution

$$\beta_c = E[M] / D[M]$$

Puisque par hypothèse, les variables R et S sont indépendantes, on peut écrire :

$$\beta_c = \frac{E[R] - E[S]}{\sqrt{\text{var}[R] + \text{var}[S]}}$$

Cette définition est illustrée géométriquement sur la figure 5.3, dans ce cas bidimensionnel, la surface d'état limite est représentée simplement par le point $M=0$. Dans ces conditions, la valeur de l'indice de fiabilité correspond à la distance entre l'espérance de la marge, et l'origine, exprimée en multiples d'écart types, soit :

$$E(M) = \beta_c * D(M) = \beta_c \sqrt{\text{var}[R] + \text{var}[S]}$$

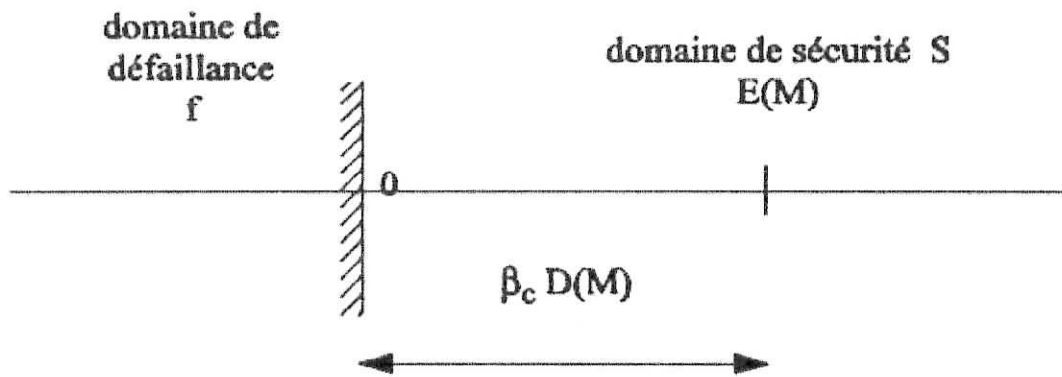


fig 5.3 Définition géométrique de l'indice de fiabilité de Cornell

Compte tenu des hypothèses précédentes, β_c s'écrit.

$$\beta_c = \frac{\mu_r - \mu_s}{\sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_s^2}}$$

Et la probabilité de défaillance est

$$P_r = P_{\text{rob}}[M < 0] = \Phi \left[\frac{\mu_s - \mu_r}{\sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_s^2}} \right] = \Phi[-\beta_c]$$

D'où l'on déduit la valeur de l'espérance de la marge en fonction de l'indice de fiabilité

$$E[M] = \beta_c \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_s^2}$$

L'indice de fiabilité de Cornell est utilisé dans les codes de génie civil. Il permet en particulier de comparer la fiabilité entre différents choix de conception, le principal inconvénient de cet indice est qu'il n'est pas invariant, car sa valeur dépend de l'expression choisie pour définir la fonction d'état limite.

Ainsi, la marge aurait pu aussi bien être définie par la fonction $M = R - S$

La probabilité de défaillance dans ces conditions est :

$$P_f = P_{\text{rob}}(E/S \leq 1)$$

L'indice de fiabilité correspondant (calculé par approximation autour des valeurs moyennes) n'est plus le même, on trouve en effet.

$$\beta_c = (\mu_r - \mu_s) / \sqrt{\sigma_r^2 + (\mu_r / \mu_s)^2 \sigma_s^2}$$

L'indice de fiabilité dépend donc du choix fait pour définir la fonction de défaillance

Lorsque la fonction d'état limite $G(x)$ est une fonction linéaire des variables de bases x , on calcule facilement l'indice de fiabilité à partir des deux premiers moments de x .

Dans le cas où $G(x)$ est une fonction non linéaire, Cornell a suggéré d'approximer l'équation de la surface d'état limite par un développement en série de Taylor du 1^{er} ordre autour de la valeur moyenne de x , μ

$$G(x) \mu = M = g(\mu) + \sum_i g_i(\mu) [x_i - E[x_i]]$$

Dans ces conditions, on obtient une approximation raisonnable de l'indice de fiabilité.

$$\beta_\mu = g(\mu) / \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n g_i(\mu) g_j(\mu) \text{cov}[x_i, x_j] \right]^{1/2}$$

La surface d'état limite est représentée par un hyperplan.

5.4 Indice de fiabilité de Hasofer-Lind :

L'indice de fiabilité de Hasofer-Lind permet de calculer directement la probabilité de défaillance lorsque toutes les variables ont des distributions normales et que la surface d'état limite est linéaire. Si ce n'est pas le cas, on estime la probabilité de défaillance

$$P_f = \Phi(-\beta_{hl})$$

(Φ est la fonction de répartition de la variable normale réduite. Les valeurs $\Phi(x)$ peuvent être obtenues sous forme tabulaire)

En effectuant une approximation linéaire de la surface d'état limite (méthode FORM : First order reliability method.) Mais comme en général les variables physiques ne sont pas normales, l'expression de β_{hl} dans le cas où elle représente une mesure de la marge par rapport à la position de la surface d'état limite ($M=0$) est à

$$\beta_{hl} = E[M] / D[M] = a_1 E[y] + b_1 / a_1 \sqrt{\text{cov}[y,y]}$$

N'est pas correcte. Rackwitz et Fiessler ont donc proposé de résoudre ce problème grâce à une transformation des variables de base dans l'espace standard.

Compte tenu de ce qui précède, dans l'espace normal, on définit l'indice de fiabilité de Hasofer-Lind, β_{hl} comme la plus petite distance entre l'origine et la surface d'état limite. Le point u^* le plus proche de l'origine situé sur cette surface est, comme on l'a vu, le point de défaillance le plus probable, appelé aussi le point de conception ou « design point ». Pour déterminer la position de u^* , il faut donc résoudre un problème de minimisation de distance, avec pour condition supplémentaire une contrainte d'égalité traduisant l'appartenance de ce point à la surface d'état limite.

On remarque que l'indice de Hasofer-Lind ayant une définition géométrique ne dépend que la formulation choisie pour déterminer la surface d'état limite.

En fin, le paramètre d'échelle utilisé pour son dimensionnement est généralement l'écart type de la marge sécurité.

L'indice de fiabilité est donc représenté dans l'espace normal par la distance minimal entre l'origine et la surface de défaillance, et il est mesuré en multiples d'écart types (figure 5.4)

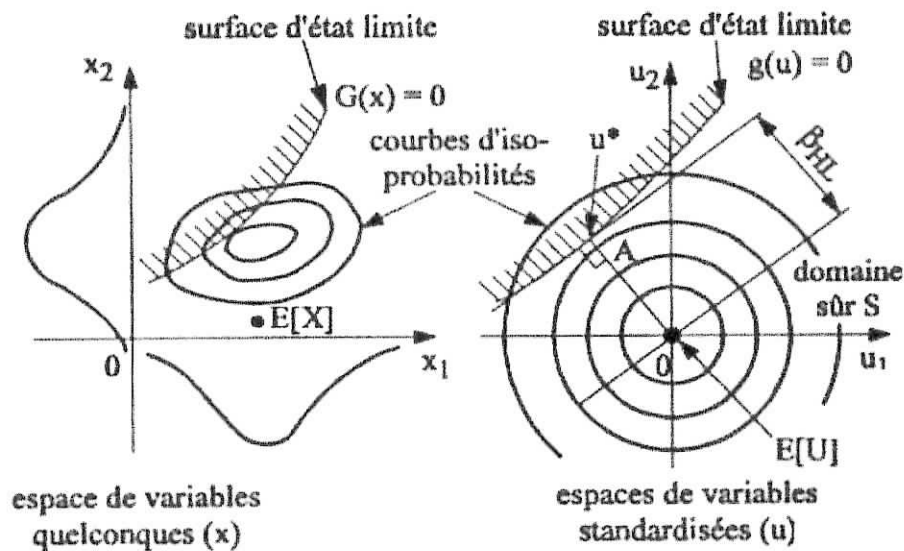


Fig 5.4 Transformation dans l'espace normal réduit

Indice de fiabilité d'Hsofer-Lind(β_{HL})

5.5 Les méthodes de résolutions numériques :

Dans toute étude de fiabilité, et en particulier pour la fiabilité des ouvrages de soutènement, l'étape d'analyse numérique intervient juste après le travail de modélisation mécanique et probabilité du problème et de sa résolution mathématique. Ces études ont permis de formuler l'expression de la probabilité de défaillance P_f qu'il s'agit alors d'évaluer numériquement. C'est un des points qui se révèle souvent le plus délicat dans la réalisation d'un code, et cette évaluation doit faire face à de nombreuses difficultés opératoires qui ne sont pas sans imposer certaines contraintes. Les méthodes numériques de résolution doivent permettre en effet de prendre en compte un nombre important de facteurs d'influence, avec des temps de calcul modérés pour estimer des probabilités souvent très faibles (10^{-6} est une valeur courante) avec une bonne précision. Il est essentiel de pouvoir réaliser également sans trop de difficultés des études de sensibilité sur les paramètres clés du modèle.

5.5.1 Définition du problème de résolution numérique :

On a vu que la plupart des problèmes mécaniques peuvent être formulés par un ensemble de variables aléatoires $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ caractérisant les incertitudes et les variabilités des paramètres pris en compte ainsi que par une fonction d'état limite $G(x)$ qui correspond au « modèle déterministe » décrivant le critère de défaillance de la pente.

La fonction d'état limite permet de définir dans l'espace à n dimensions des variables de base :

- un domaine de sécurité pour $G(x) > 0$
- un domaine de défaillance pour $G(x) < 0$

- une hyper surface d'état limite pour $G(x) = 0$, frontière entre les deux domaines précédents

La probabilité de défaillance de l'ouvrage est alors la probabilité pour qu'une réalisation des variables X_i « tombe » à l'intérieur du domaine de défaillance. Elle a pour expression :

$$P_f = P[G(x) \leq 0] = \int_{G(x) \leq 0} f_x(x) dx$$

où $f_x(x) dx$ représente la densité de probabilité conjointe des variables aléatoires de base $x = (x_1, \dots, x_n)$

P_f peut s'interpréter comme le poids probabiliste de la partie de l'espace appartenant au domaine de défaillance

Le calcul de cette intégrale multiple à n dimensions peut se faire :

- De manière exacte (ce qui est rarement possible)
- Par des techniques d'intégration numérique (qui sont généralement mal adaptées à ce type de problème, et coûteuse en temps de calcul)
- Par des techniques de simulation (monte Carlo)
- Par des méthodes analytiques d'approximation (FORM, SORM, first order and second order reliability methods)

5.5.2 Méthode de simulation de monte-Carlo :

La simulation de type Monte Carlo, qui est une méthode relativement ancienne (les premières applications datent de 1944), peut se révéler intéressante lorsque la probabilité de défaillance P_f n'est pas trop faible. Elle reste souvent le seul moyen de prendre en compte certains comportements non linéaires (aucune contrainte n'est imposée à la fonction G). Elle est en effet facile à mettre en oeuvre même pour des systèmes complexes. C'est enfin, un outil de vérification de la pertinence des méthodes d'approximation car les estimations sont non basées. Son principal inconvénient est de nécessiter des temps de calculs très longs, souvent prohibitifs, et de ne pouvoir être utilisée lorsque le nombre de paramètres aléatoires est trop important, ou lorsque l'on cherche à évaluer la probabilité d'événements très rares. Cette technique ne fournit pas ailleurs que des estimations de probabilité, et pour réaliser des études de sensibilités, il est nécessaires d'effectuer de nouveaux calculs de simulation.

Le principe général de la méthode est le suivant :

On simule le comportement de la structure considérée en sélectionnant une valeur pour chaque variable aléatoire d'entrée $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, tirée au hasard en fonction de sa distribution de probabilités, de façon à obtenir une valeur d'échantillon x^* . Ces valeurs sont ensuite utilisées dans le modèle de dégradation « déterministe » afin de calculer la variable de sortie $G(x)$ et vérifier si le résultat tombe à l'intérieur (ou à l'extérieur) du domaine de défaillance.

$$G(x) \leq 0$$

Après avoir répété l'opération d'échantillonnage de variables un grand nombre de fois, on obtient une estimation de la probabilité de défaillance P_f en dénombrant l'ensemble des réalisations conduisant à la défaillance de la structure.

$$P_f = \text{nombre de réalisations de défaillance} / \text{nombre total de simulation} = n(G \leq 0) / N$$

C'est la méthode classique de simulation appelée « hit or miss » (réussite ou on échec).

Le tirage au hasard selon les lois de probabilité est basé sur la génération de nombreuses aléatoires distribués uniformément entre 0 et 1. A chacune de ces réalisations, on associe une valeur de la variable aléatoire par inversion de la fonction de répartition de la loi de probabilité considérée.

5.5.3 Les méthodes d'approximation FORM ET SORM

Ces méthodes consistent à calculer l'indice de fiabilité dans l'espace normal réduit. Pour cela, la surface d'état limite est approximée par un hyper plan (FORM) ou par une surface quadratique (SORM)

L'application des méthodes d'approximation FORM et SORM s'effectue en trois étapes :

- les variables de base x , sont transformées en variables aléatoires normales centrées réduites, et statiquement indépendantes u , à partir de la relation de transformation

$$T : x = R[U]$$

La fonction d'état limite dans l'espace standard s'exprime dans ces conditions, sous la forme :

$$G[\mu] = G[T(U)]$$

D'où l'on déduit la probabilité de défaillance

$$P_f = P[g(\mu)] < 0.$$

L'indice de fiabilité B_{HL} , qui définit la plus petite distance de l'origine à la surface d'état limite dans cet espace μ , est calculé ainsi que la position du point de conception μ^* , grâce à un algorithme qui résout

$$\begin{cases} \text{Min } d^2 = U^T U \\ \text{Sachant que } g(U) = 0 \end{cases}$$

L'algorithme d'optimisation est :

1. Définir l'équation d'état limite adéquate.
2. Supposer des valeurs initiales pour le « design point » x_i^*
3. Transformer ces valeurs initialises vers le domaine standard $x_i^{*'} = (x_i^* - \mu_{x_i}) / \sigma_{x_i}$
4. Evaluer $(\partial G / \partial x_i)^{*'} / x_i^{*'}$, puis déduire $\alpha_i = (\partial G / \partial x_i)^{*'} / \sqrt{\sum (\partial G / \partial x_i')^2}$
5. Obtenir un nouveau « design point » en terme de B_{HL}
 $x_i^{*'} = B_{HL} \dots \dots \dots (1)$
6. Injecter la valeur $x_i^{*'}$ dans l'équation d'état. $G(x_i^{*'}) = 0$ et tirer B_{HL}
7. Injecter ainsi la valeur obtenue de B_{HL} dans (1) pour réévaluer $(x_i^{*'})$.
8. répéter le étapes de 3 à 6 jusqu'à convergence J

la surface d'état limite $g(u) = 0$, exprimée dans ce nouvel espace, est approximée soit par un hyper plan tangent (FORM) au point de conception u^* , soit par une surface quadratique pour SORM. La raison du choix de ce point de linéarisation est que la surface d'intégration donnant la plus grande contribution à la probabilité de défaillance se trouve située proche du point u^* , le plus proche de l'origine. En effet, les densités de probabilités des

variables de base décroissant très rapidement, comme $\exp(-r^2/2)$, r étant la distance à l'origine.

On obtient ensuite une approximation de la probabilité de défaillance par la relation

$$P_f = (-B) \Leftrightarrow -\Phi^{-1}(P_f)$$

Pour obtenir une meilleure approximation, la surface d'état limite $G_u(u) = 0$ peut être approximée par une surface quadratique (SORAM) au point u^* .

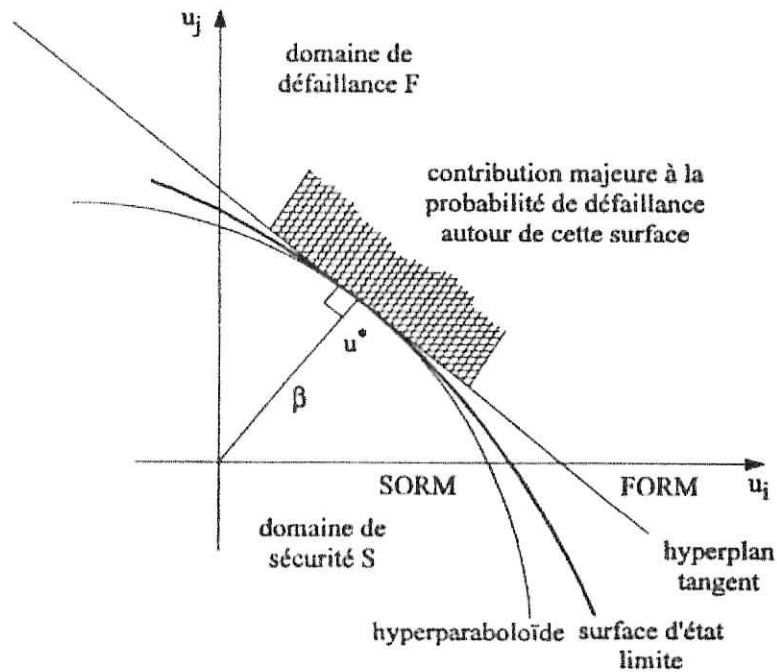


Fig 5.5 Illustration du calcul d'approximation de la probabilité de défaillance

Outre l'indice β , une information particulièrement intéressante est fournie par les cosinus directeurs α_i des coordonnées du point de conception, u^*

$$Ou \ u^* = \beta \ \alpha$$

$$\beta = |U^*|$$

et α est le vecteur normal unitaire à la surface d'état limite au point de conception, orienté vers le domaine de défaillance

$$\alpha = -\nabla g(u^*) / |\nabla g(u^*)|$$

∇g étant le gradient de g par rapport à u .

L'approximation du premier ordre de la marge M est $M_1 = \beta - \alpha^T U$

Et la variance de M_1 est :

$$\text{Var} [M_1] = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = 1$$

La quantité α_i^2 s'interprète donc comme la fraction de l'incertitude totale, qui est due à la variable x_i . De plus, le signe renseigne sur le sens de cette influence sur l'indice β (type solliciter ou résistance).

α est aussi appelé vecteur des facteurs de sensibilité, et $100 \alpha_i^2$ (exprimé en pourcentage) les facteurs d'importance.

Chapitre 6 :

Application

6.0 Introduction

Au cours des précédents chapitres, nous avons pu voir le processus d'une étude des ouvrages de soutènement, les différentes méthodes d'approche déterministes et probabilistes de sa stabilité (au glissement, renversement, et au poinçonnement).

A travers ce chapitre (étude paramétrique et étude des cas), on se propose d'étudier la stabilité de l'ouvrage de soutènement vis a vis du glissement, renversement et le poinçonnement.

6.0 Présentation de l'ouvrage de soutènement

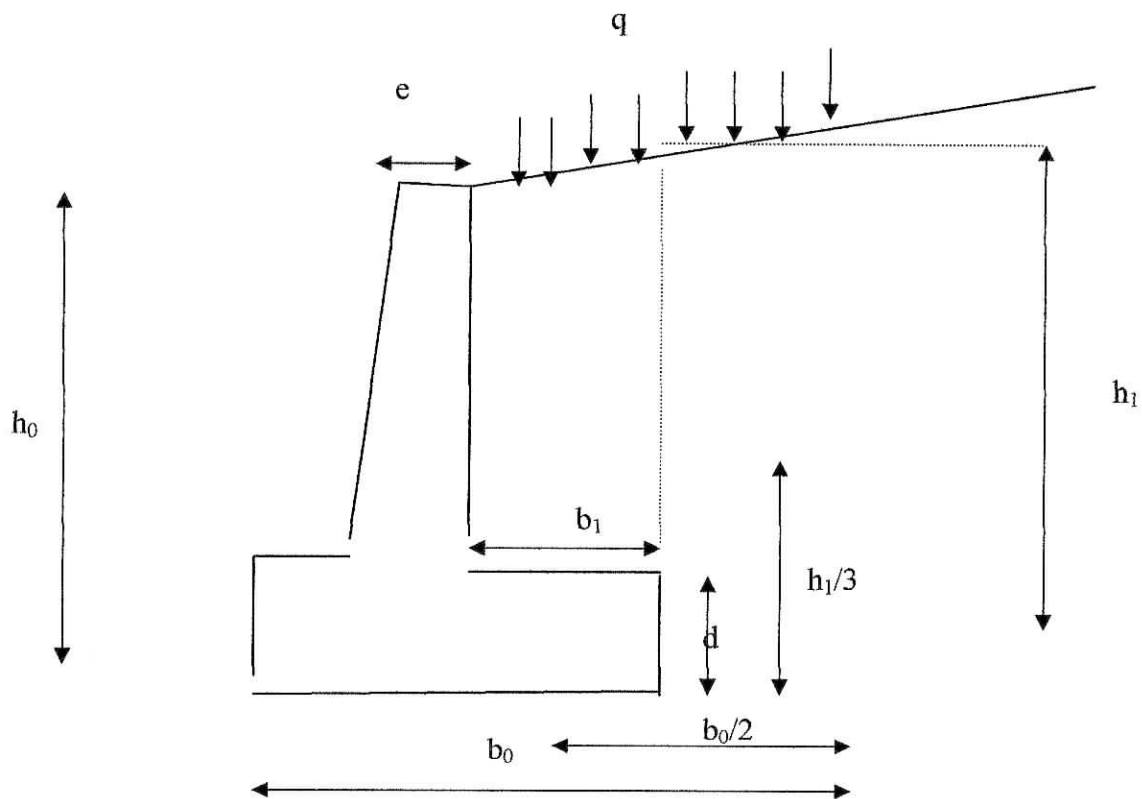


Fig 6.1 : mur de soutènement considéré

On étudiera un mur de soutènement en béton armé, (figure 6.1) qui soutient un massif sol homogène

(remblai ou argile) caractérisé par un poids volumique γ_s , ainsi par un angle de frottement interne, la surface du sol est inclinée d'un angle β par rapport à l'horizontale et supportant une charge uniformément répartie q .

Les caractéristiques du mur :

- b_0 : la largeur de la semelle du mur
- d : la hauteur de la semelle du mur
- h_0 : la hauteur du mur
- e : l'épaisseur du mur

Caractéristiques du sol :

- γ_s : poids volumique
- φ : angle de frottement interne
- β : angle d'inclinaison de la surface du sol
- q : la charge répartie sur la surface du sol

6.2 Approche probabiliste de la stabilité de l'ouvrage par la méthode du 1^{er} ordre (FORM) (hasofer-lindmethod)

Etude de stabilité du mur vis a vis du renversement, glissement et poinçonnement.

La méthode d'approche utilisée dans cette partie du chapitre est la méthode FORM (first orderReliabilityMethod), ou plutôt approche fiabiliste du 1^{er} ordre.

Tout au long du problème on va considérer que les paramètres de base et donc γ_s , φ , q comme étant des variables aléatoires indépendantes de distribution normale.

$f_{\gamma_s}(\gamma_s) = \frac{1}{\sigma_{\gamma_s} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\gamma_s - \mu_{\gamma_s}}{\sigma_{\gamma_s}}\right)^2\right)$ σ_{γ_s} , μ_{γ_s} respectivement l'écart type et la moyenne de γ_s

$f_{\varphi}(\varphi) = \frac{1}{\sigma_{\varphi} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\gamma - \mu_{\varphi}}{\sigma_{\varphi}}\right)^2\right)$ σ_{φ} , μ_{φ} respectivement l'écart type et la moyenne de φ

$f_q(q) = \frac{1}{\sigma_q \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\gamma - \mu_q}{\sigma_q}\right)^2\right)$ σ_q , μ_q respectivement l'écart type et la moyenne de q

6.3 détermination de la fonction d'état limite

on choisit la fonction d'état limite pour notre cas, comme étant la différence entre les efforts résistants et les efforts sollicitant

donc notre fonction sera de la forme :

$$M = R - S$$

R : la résultante des efforts résistants.

S : la résultante des efforts sollicitant.

6.3 Calcul du coefficient des pressions des terres K_a

Selon l'hypothèse de RANKINE vus dans le chapitre précédent

$$K_a = \cos\delta \frac{\cos\delta - \sqrt{\cos^2\delta - \cos^2\varphi}}{\cos\delta + \sqrt{\cos^2\delta - \cos^2\varphi}}$$

Selon l'hypothèse de Coulomb vu les chapitre précédant

$$K_a = \frac{\cos^2(\varphi)}{\left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi)\sin(\varphi+\beta)}{\cos(\beta)}}\right]^2}$$

Résultante des forces verticale :

$$R_v = P_b + V_s \cdot \gamma_s + q \cdot \frac{b_1}{\cos(\beta)} + K_a \cdot h_1 \left(\frac{1}{2} \cdot \gamma_s \cdot h_1 + q \right) \sin(\varphi)$$

$$\text{Avec } V_s = (h_1 - d) b_1 + \frac{1}{2} \cdot b_1 \cdot \text{tg}(\beta)$$

$$\text{Et } P_b = \left(b_0 \cdot d + \frac{3 \cdot e \cdot (h_0 - d)}{2} \right)$$

Résultante des forces horizontale :

$$R_h = K_a \cdot h_1 \left(\frac{1}{2} \cdot \gamma_s \cdot h_1 + q \right) \cos(\beta)$$

6.3.1 Stabilité au renversement

$$M(\gamma_s, \varphi, q) = R \cdot S = M_{st} - M_R$$

M_{st} est le moment stabilisant par rapport à A

$$M_{st} = M_{pb} + M_s + M_{Qv} + M_{Fav} + M_q$$

$$M_{pb} = P_b \cdot e_b$$

$$M_s = V_s \cdot \gamma_s \cdot e_s$$

$$M_{Fv} = \frac{1}{2} \cdot K_a \cdot \gamma_s \cdot h_1^2 \cdot \sin(\beta) \cdot (b_0 - b_1)$$

$$M_{Qv} = K_a \cdot q \cdot h_1 \cdot \sin(\beta) \cdot (b_0 - b_1)$$

$$M_q = q \cdot \frac{b_1}{\cos(\beta)} \cdot \left(b_0 - \frac{b_1}{2} \right)$$

$$e_b = \frac{\frac{b_0}{2} \cdot d \cdot b_0 + (H_0 - d) \cdot e \cdot \left(b_0 - b_1 - \frac{e}{2} \right) + \left(b_0 - b_1 - \frac{4 \cdot e}{3} \right) \cdot (H_0 - d) \cdot e}{b_0 \cdot d + \frac{3}{2} \cdot e \cdot (h_0 - d)}$$

$$e_s = \frac{b_1 \cdot (h_0 - d) \cdot \left(b_0 - \frac{b_1}{2} \right) + \frac{1}{2} \cdot \text{tg}(\beta) \cdot b_1^2 \cdot \left(b_0 - \frac{1}{3} \cdot b_1 \right)}{b_1 \cdot (h_0 - d) + \frac{1}{2} \cdot \text{tg}(\beta) \cdot b_1^2}$$

Avec respectivement M_{pb} , M_s , M_{Qv} , M_{Fav} , M_q les moments par rapport au point A du poids du mur, du poids du sol, de la poussée des terres, de la poussée due à la surcharge et de la surcharge.

M_R est le moment renversement par rapport à A

$$M_R = M_{FH} + M_{Qh}$$

$$M_{FH} = \frac{1}{2} \cdot K_a \cdot \gamma_s \cdot h_1^2 \cdot \cos(\beta) \cdot \left(\frac{h_1}{3}\right)$$

$$M_{Qh} = K_a \cdot q \cdot h_1 \cdot \cos(\beta) \cdot \left(\frac{h_1}{2}\right)$$

Donc notre fonction sera :

$$M(\gamma_s, \varphi, q) = P_b \cdot e_b + V_s \cdot \gamma_s \cdot e_s + \frac{1}{2} \cdot K_a \cdot \gamma_s \cdot h_1^2 \cdot \sin(\beta) \cdot (b_0 - b_1) + K_a \cdot q \cdot h_1 \cdot \sin(\beta) \cdot (b_0 - b_1) + q \cdot \frac{b_1}{\cos(\beta)} \cdot (b_0 - \frac{b_1}{2}) - \frac{1}{2} \cdot K_a \cdot \gamma_s \cdot h_1^2 \cdot \cos(\beta) \cdot \left(\frac{h_1}{3}\right) - K_a \cdot q \cdot h_1 \cdot \cos(\beta) \cdot \left(\frac{h_1}{2}\right)$$

6.3.2 Stabilité au glissement :

$$M(\gamma_s, \varphi, q) = R - S = R_R \cdot \tan(\varphi) - R_s$$

$$M(\gamma_s, \varphi, q) = \left(P_b + V_s \cdot \gamma_s + q \cdot \frac{b_1}{\cos(\beta)} + K_a \cdot h_1 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \gamma_s \cdot h_1 + q\right) \sin(\varphi) \right) \cdot \tan(\varphi) - K_a \cdot h_1 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \gamma_s \cdot h_1 + q\right) \cos(\beta)$$

Où R_R est la force qui tend à faire glisser le mur sur sa base et R_s la résistance au glissement mobilisable par le terrain d'assise.

6.3.3 Stabilité au poinçonnement :

$$M(\gamma_s, \varphi, q) = R - S = \sigma_{mas} - q_{\mu}$$

où

$$\sigma_{max} = \frac{R_v}{b_1} \left(1 + \frac{6|e_0|}{b_1} \right) \text{ et représente la contrainte maximale à la base de la semelle.}$$

$q_u = \frac{1}{2} \cdot \gamma_s \cdot B' \cdot \xi_{\alpha} \cdot N_{\gamma}$ est la capacité portante d'une fondation continue sous mur soumise à un chargement excentré et incliné. b' étant la largeur réduite de la fondation, $b' = b - 2 \cdot e_0$ est la largeur réduite de la fondation, N_{γ} le terme de portance et ξ_{α} un coefficient correcteur relatif à l'inclinaison de la charge (filliat).

$N_\gamma = 0,3246 \cdot e^{8,6783 \cdot \varphi}$; une formule de N_γ en fonction de φ déduite (en utilisant la méthode des moindres carrées) des résultats donnés par Caquot et Kérisel

| φ (°) | 5° | 10° | 15° | 20° | 25° | 30° | 35° | 40° |
|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| φ (rd) | 0,0873 | 0,1745 | 0,2618 | 0,3491 | 0,4363 | 0,5236 | 0,6109 | 0,6981 |
| N_γ (formule) | 0,50 | 1,07 | 2,27 | 4,85 | 10,35 | 22,06 | 47,07 | 100,33 |
| N_γ (Caquot-Kérisel) | 0,20 | 1,00 | 2,30 | 4,97 | 10,40 | 21,90 | 47,90 | 113 |

On aura :

$$M(\gamma_s, \varphi, q) = \frac{1}{2} \cdot \gamma_s \cdot b' \cdot \xi_a \cdot 0,3246 \cdot e^{8,6783 \cdot \varphi} \cdot \frac{R_v}{b_l} \left(1 + \frac{d|e_0|}{b_l} \right)$$

$$e_0 = \frac{\sum M/O}{R_v}$$

$$\sum M/O = P_b \cdot e_{0b} + P_s \cdot e_{0s} + q \cdot e_{0q} + F_{av} \cdot \frac{h_l}{3} - F_{av} \cdot \frac{b_0}{2}$$

avec :

$$e_{0b} = \frac{b_0}{2} - e_b$$

$$e_{0s} = \frac{b_0}{2} - e_s$$

$$e_{0q} = \frac{b_0}{2} - e_q$$

$$R_v = P_b + V_s \cdot \gamma_s + q \cdot \frac{b_l}{\cos(\beta)} + K_a \cdot h_l \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \gamma_s \cdot h_l + q \right) \cdot \sin(\varphi)$$

6.4 Principe de la méthode et calcul de l'indice de la fiabilité β_{HL} :

La méthode Hasofer-Lind (H-L) est applicable pour les variables aléatoires normales, elle définit en premier les variables centrées réduites.

$$X'_i = \frac{X_i - \mu_{xi}}{\zeta_{xi}} \quad (i=1, \dots, n)$$

Cette l'équation est utilisée pour le passage du référentiel d'origine à celui du centré réduit.

Dans le cas général, et pour un nombre fini de variables aléatoires, représentées par un vecteur $X=(X_1, \dots, X_n)$ dans le repère d'origine et $X'=(X'_1, \dots, X'_n)$ dans le nouveau repère. La surface d'état limite $g(X')$ n'est pas linéaire dans ce cas, et les X'_i sont supposés indépendants.

A fin de déterminer ce β_{HL} , un algorithme de résolution a été formulé par Rackwitz en 1976 et qui se résume ainsi :

Etape 1 : définir l'équation de la surface d'état limite adéquate.

Etape 2 : choisir des valeurs initiales pour les x_i^* , $i=1, n$ et déduire

$$X'_i = \frac{X_i - \mu_{xi}}{\zeta_{xi}} \quad (i=1, \dots, n).$$

Etape 3 : calculer $\left[\frac{\partial g}{\partial X'_i} \right]_{x_i^*}$

$$\alpha_i = \frac{\frac{\partial g}{\partial X'_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X'_i} \right)^2}}$$

Etape 4 : recalculer le nouveau point ($x_i^{*'}$) en fonction de β_{HL} .

$$X_i^{*'} = -\alpha_i * \beta_{HL}$$

Etape 5: remplacer le nouveau point $x_i^{*'}$ dans l'équation de la surface limite

$$G(x^{*'}) = 0 \text{ et tirer } \beta_{HL}.$$

Etape 6 : avec la valeur de β_{HL} obtenu dans l'étape 5 on recalcule le

$$X_i^{*''} = -\alpha_i * \beta_{HL}$$

Etape 7: répéter l'étape 3 ,...,6 jusqu'à que β_{HL} converge.

L'algorithme est certes clair, mais le calcul à la main risque d'être lent et laborieux, sans compter les risques 'd'erreurs involontaires, et donc pour y remédier, nous avons établi trois petits programmes en langage FORTRAN pour chaque fonction d'état limite, (glissement, renversement et poinçonnement), dont l'algorithme va suivre :

L'exécution de ces trois programmes nous donnera β_{HL} pour chaque fonction d'état limite suivant la théorie de Rankine et de Coulomb, avec une précision de 0.00001, ce dernier convergera après un certain nombre d'itération.

Pour l'exécution du programme nous prenons les caractéristiques du mur et sol comme suit :

- la largeur de la semelle du mur $b_0 = 2\text{m}$
- la hauteur de la semelle du mur $d = 0.45\text{m}$
- la hauteur du mur $h_0 = 4\text{m}$
- l'épaisseur du mur varie de $2.e = d = 0.45$ à sa base à 'e' à son sommet
- b_1 est pris égale à $\left(\frac{2}{3}.b_0 - d\right)$

Caractéristiques du sol :

- poids volumique $\gamma_s = 18\text{KN/m}^3$
- angle de frottement interne $\varphi = 30$
- angle d'inclinaison de la surface du sol $\beta = 20^\circ$
- la charge répartie sur la surface du sol $q = 200\text{ KN/m}^2$

nous allons comparer les différents résultats obtenus selon Rankine et Coulomb puis nous calculerons la probabilité de rupture des trois cas (rupture par glissement, rupture par renversement et rupture par poinçonnement) .

$$P_f = 1 - \Phi(\beta_{HL})$$

Φ est la distribution normale standard, [les $\Phi(x)$ sont donnés par les tables, voir annexe]

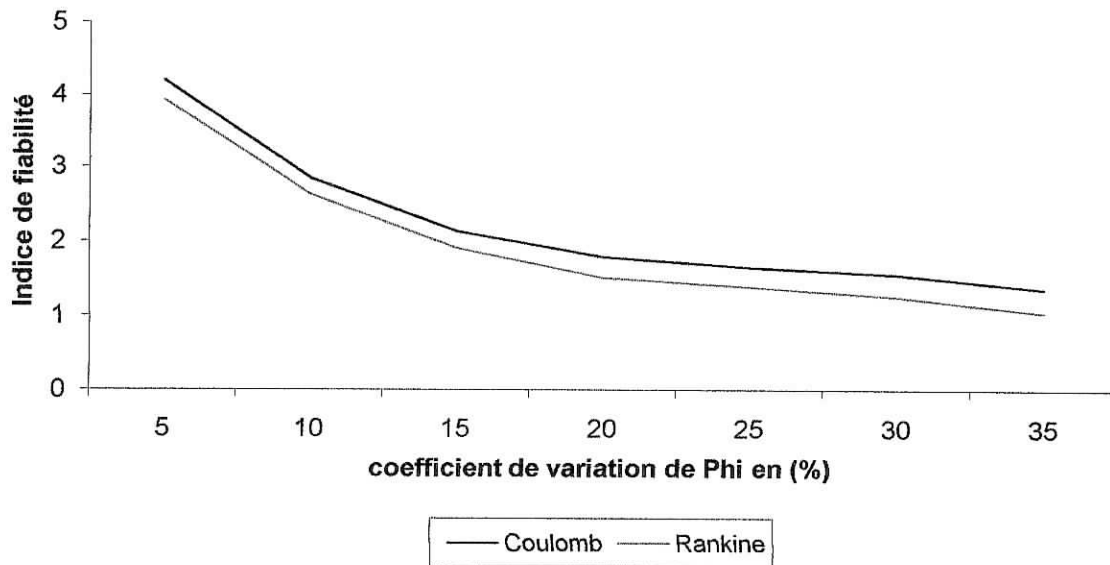
6.5.3 Stabilité au renversement

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de φ

1 Pour $\varphi = 25$

| Coefficient de variation de φ [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|---|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 4,211 | 2,852 | 2,144 | 1,812 | 1,661 | 1,567 | 1,38 |
| β_{HL} Rankine | 3,937 | 2,632 | 1,914 | 1,521 | 1,419 | 1,273 | 1,066 |
| P_f Coulomb | 1,33E-05 | 0,00219 | 0,01618 | 0,03515 | 0,04846 | 0,05821 | 0,08379 |
| P_f Rankine | 0,00004 | 0,00427 | 0,02807 | 0,06426 | 0,07927 | 0,10204 | 0,14231 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de Phi



Les deux courbes sont décroissantes, fortement non linéaires, et presque parallèles.

β_{HL} suivant Coulomb est plus grand que β_{HL} suivant Rankine

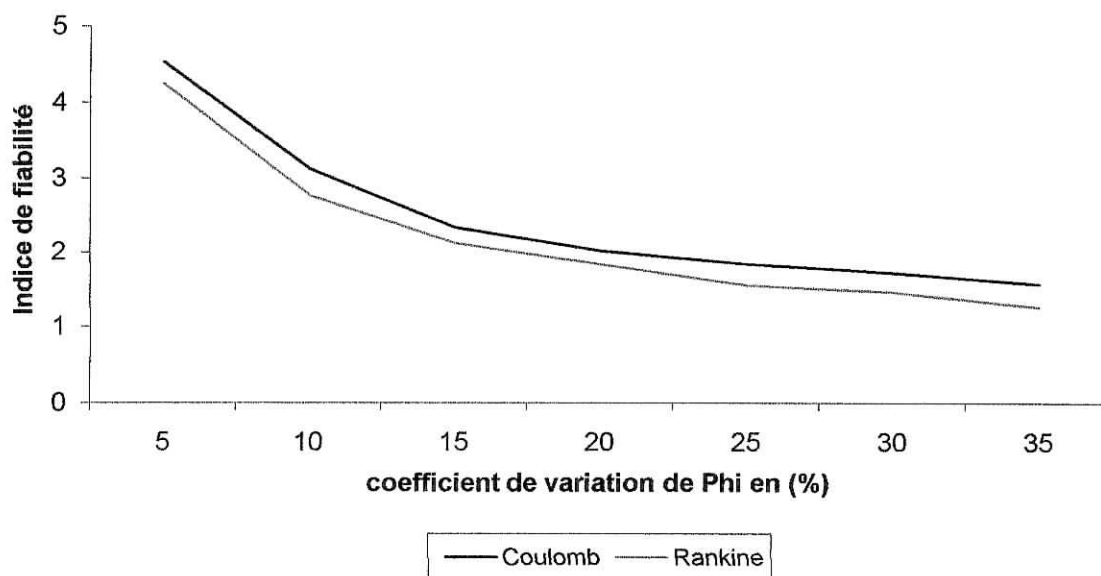
La variation de β_{HL} est importante pour la première partie des deux courbes mais va s'atténuer pour devenir faible dans la deuxième partie.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de φ

1 Pour $\varphi = 30$

| Coefficient de variation de φ [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|---|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 4,532 | 3,134 | 2,348 | 2,023 | 1,843 | 1,721 | 1,571 |
| β_{HL} Rankine | 4,245 | 2,781 | 2,126 | 1,838 | 1,559 | 1,461 | 1,263 |
| P_f Coulomb | 3,4E-06 | 0,00087 | 0,00964 | 0,02169 | 0,03288 | 0,04272 | 0,05821 |
| P_f Rankine | 1,33E-05 | 0,00272 | 0,02659 | 0,03362 | 0,05938 | 0,07215 | 0,10383 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de Phi



Les deux courbes sont décroissantes, fortement non linéaires, et presque parallèles.

β_{HL} suivant Coulomb est plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

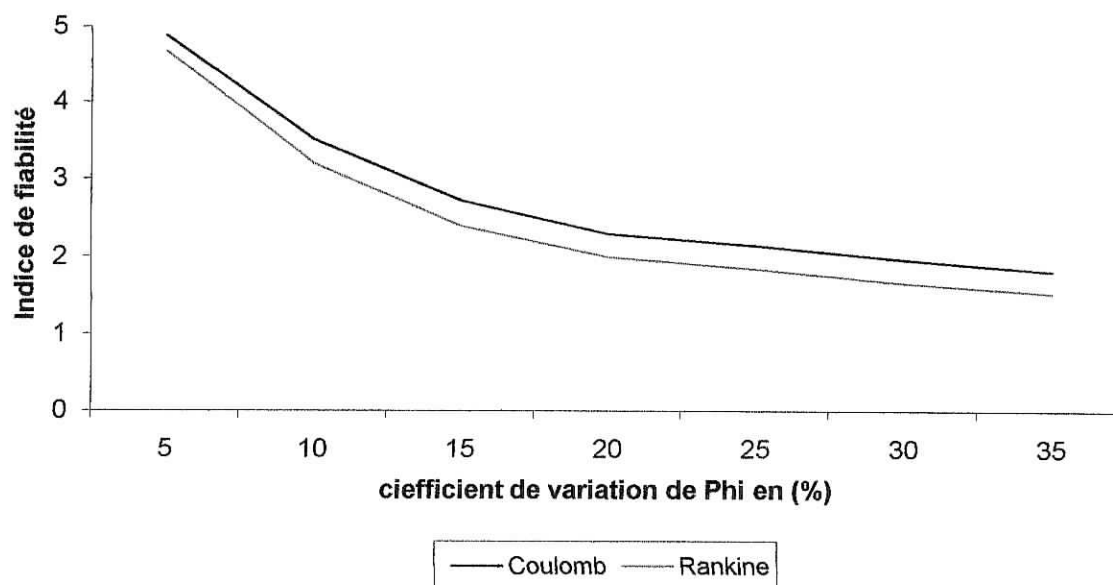
La variation de β_{HL} est importante pour la première partie des deux courbes, mais va s'atténuer pour devenir faible dans la deuxième partie.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de ϕ

1 Pour $\phi = 35$

| Coefficient de variation de ϕ [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|--|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 4,891 | 3,518 | 2,723 | 2,309 | 2,157 | 1,972 | 1,823 |
| β_{HL} Rankine | 4,677 | 3,221 | 2,411 | 2,003 | 1,853 | 1,671 | 1,542 |
| P_f Coulomb | 4,79E-07 | 0,00022 | 0,00326 | 0,01072 | 0,01539 | 0,02442 | 0,03438 |
| P_f Rankine | 1,3E-07 | 0,00064 | 0,00798 | 0,02275 | 0,03216 | 0,04746 | 0,06057 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de Phi



Les deux courbes sont décroissantes, fortement non linéaires, et presque parallèles.

β_{HL} suivant Coulomb est plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

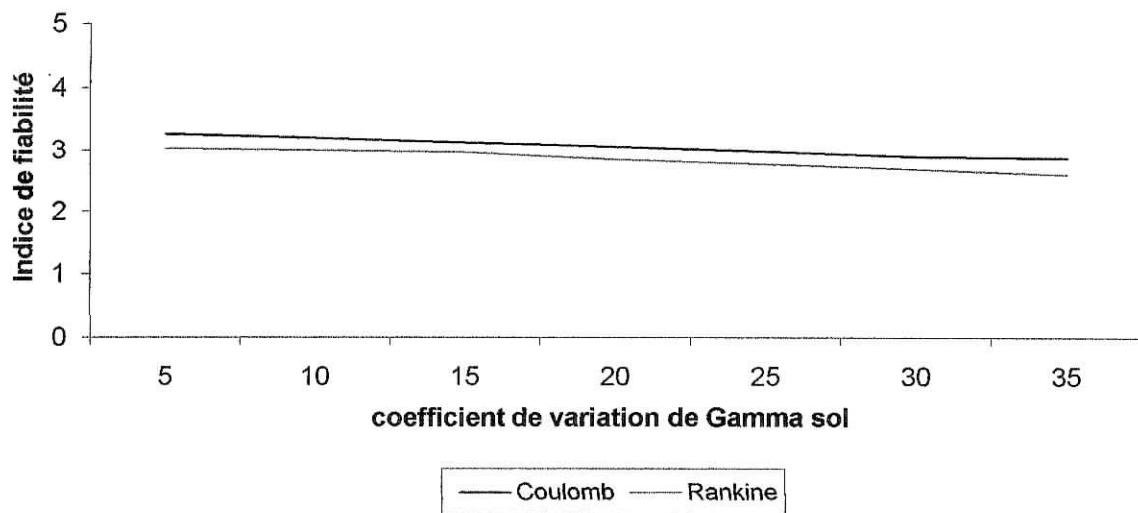
La variation de β_{HL} est importante pour la première partie des deux courbes, mais va s'atténuer pour devenir faible dans la deuxième partie.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de γ_s

1 Pour $\gamma_s = 16$

| Coefficient de variation de γ_s [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|--|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 3,271 | 3,205 | 3,126 | 3,061 | 2,992 | 2,904 | 2,883 |
| β_{HL} Rankine | 3,041 | 3,002 | 2,971 | 2,863 | 2,780 | 2,721 | 2,611 |
| P_f Coulomb | 0,00054 | 0,00089 | 0,00108 | 0,00123 | 0,00149 | 0,00174 | 0,00199 |
| P_f Rankine | 0,00118 | 0,00156 | 0,00197 | 0,00243 | 0,00297 | 0,00361 | 0,00402 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de Gamma sol



Les deux courbes sont de faible décroissance, faiblement non linéaire, et presque parallèle.

β_{HL} suivant Coulomb et plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

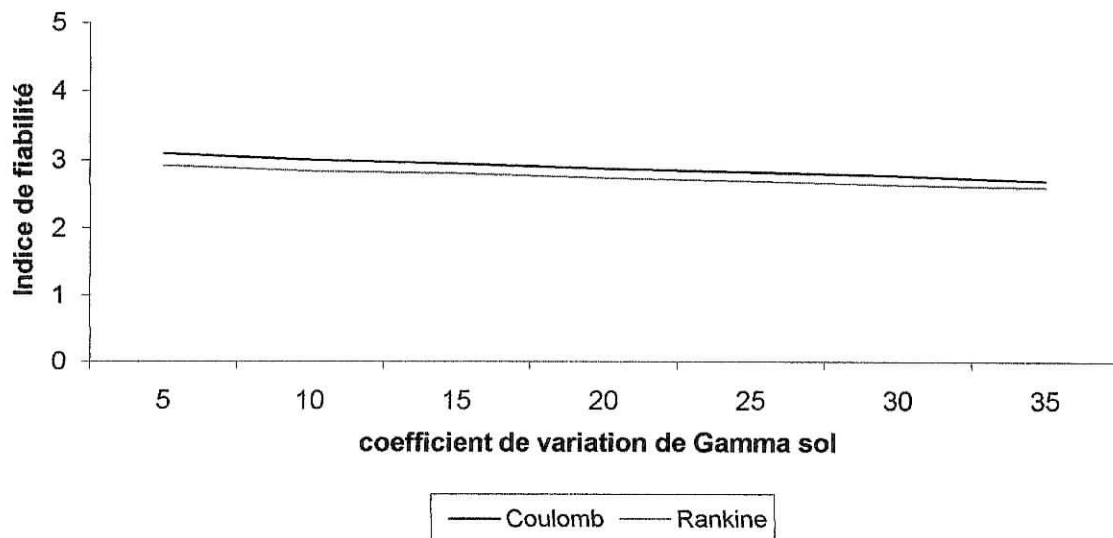
La variation de β_{HL} n'est pas importante.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de γ_s

1 Pour $\gamma_s = 18$

| Coefficient de variation de γ_s [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|--|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 3,103 | 3,007 | 2,956 | 2,884 | 2,841 | 2,789 | 2,712 |
| β_{HL} Rankine | 2,923 | 2,845 | 2,813 | 2,752 | 2,712 | 2,657 | 2,714 |
| P_f Coulomb | 0,00097 | 0,00118 | 0,00219 | 0,00256 | 0,00294 | 0,00312 | 0,00336 |
| P_f Rankine | 0,00175 | 0,00193 | 0,00230 | 0,00299 | 0,00305 | 0,0031 | 0,0033 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de Gamma sol



Les deux courbes sont de faible décroissance, faiblement non linéaire, et presque parallèle.

β_{HL} suivant Coulomb et plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

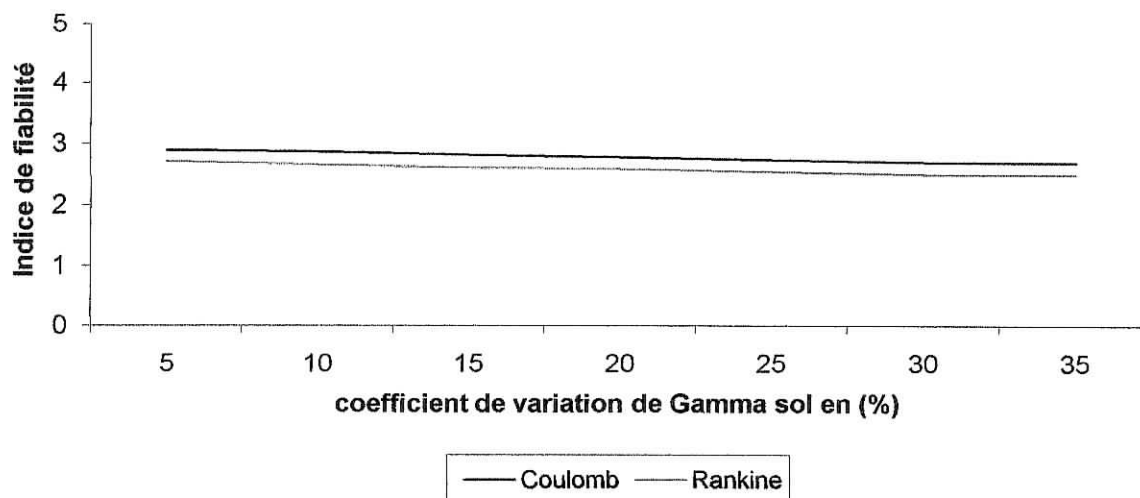
La variation de β_{HL} n'est pas importante.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de γ_s

1 Pour $\gamma_s = 20$

| Coefficient de variation de γ_s [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|--|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 2,903 | 2,873 | 2,824 | 2,791 | 2,747 | 2,711 | 2,699 |
| β_{HL} Rankine | 2,718 | 2,668 | 2,617 | 2,594 | 2,557 | 2,509 | 2,502 |
| P_f Coulomb | 0,00187 | 0,00192 | 0,00204 | 0,00214 | 0,00221 | 0,00229 | 0,00347 |
| P_f Rankine | 0,00192 | 0,00198 | 0,00211 | 0,00219 | 0,00291 | 0,00318 | 0,00352 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de Gamma sol



Les deux courbes sont de faible décroissance, faiblement non linéaire, et presque parallèle.

β_{HL} suivant Coulomb et plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

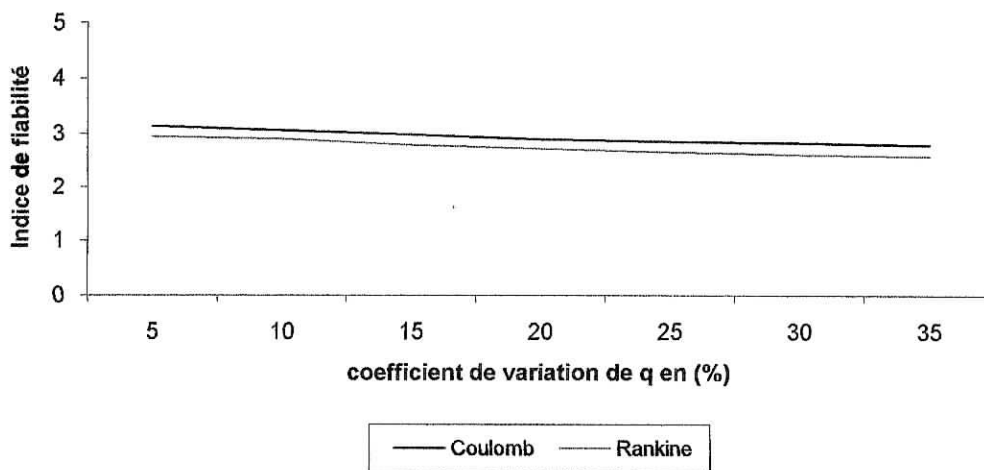
La variation de β_{HL} n'est pas importante.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de q

1 Pour $q = 100$

| Coefficient de variation de q [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|-------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 3,145 | 3,065 | 2,993 | 2,908 | 2,873 | 2,849 | 2,813 |
| β_{HL} Rankine | 2,951 | 2,907 | 2,804 | 2,733 | 2,683 | 2,630 | 2,608 |
| P_f Coulomb | 0,00084 | 0,00099 | 0,00123 | 0,00156 | 0,00187 | 0,00211 | 0,00248 |
| P_f Rankine | 0,00098 | 0,00106 | 0,00138 | 0,00163 | 0,00201 | 0,00224 | 0,00259 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de q



Les deux courbes sont de faible décroissance, faiblement non linéaire, et presque parallèle.

β_{HL} suivant Coulomb et plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

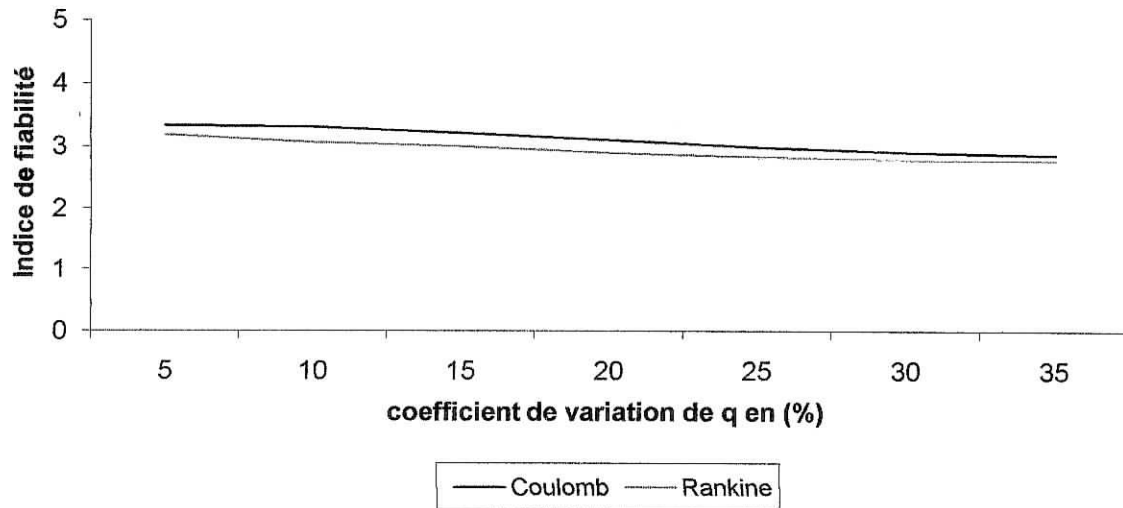
La variation de β_{HL} n'est pas importante.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de q

1 Pour $q = 200$

| Coefficient de variation de q [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|-------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 3,521 | 3,445 | 3,381 | 3,283 | 3,277 | 3,189 | 3,034 |
| β_{HL} Rankine | 3,289 | 3,231 | 3,163 | 3,049 | 3,008 | 2,968 | 2,901 |
| P_f Coulomb | 0,00022 | 0,00037 | 0,00049 | 0,00061 | 0,00079 | 0,00091 | 0,00122 |
| P_f Rankine | 0,00031 | 0,00049 | 0,00069 | 0,00081 | 0,00098 | 0,00113 | 0,00142 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de q



Les deux courbes sont de faible décroissance, faiblement non linéaire, et presque parallèle.

β_{HL} suivant Coulomb et plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

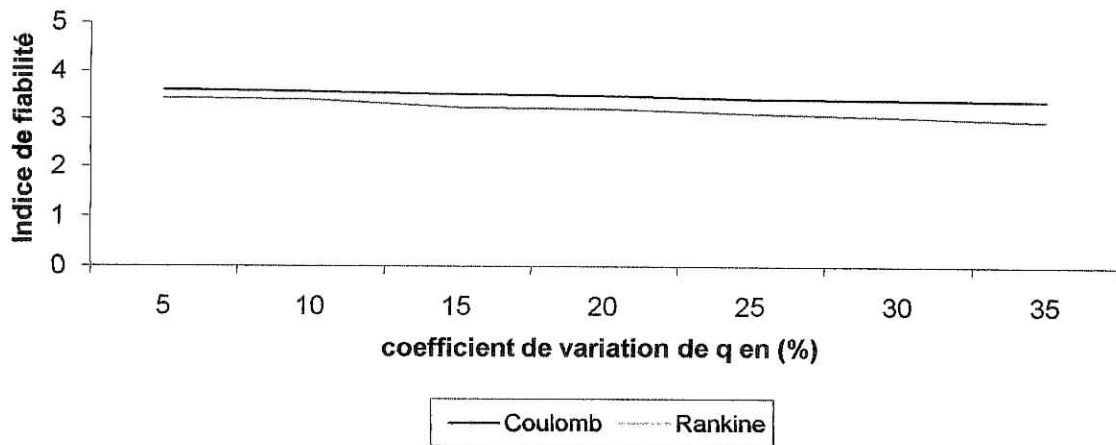
La variation de β_{HL} n'est pas importante.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de q

1 Pour $q = 400$

| Coefficient de variation de q [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|-----------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 3,623 | 3,578 | 3,519 | 3,489 | 3,431 | 3,407 | 3,388 |
| β_{HL} Rankine | 3,442 | 3,405 | 3,243 | 3,221 | 3,122 | 3,044 | 2,957 |
| P_f Coulomb | 0,00015 | 0,00019 | 0,00021 | 0,00024 | 0,0003 | 0,00031 | 0,00036 |
| P_f Rankine | 0,0003 | 0,00034 | 0,00039 | 0,00044 | 0,00051 | 0,00056 | 0,0006 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de q



Les deux courbes sont de faible décroissance, faiblement non linéaire, et presque parallèle.

β_{HL} suivant Coulomb est plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

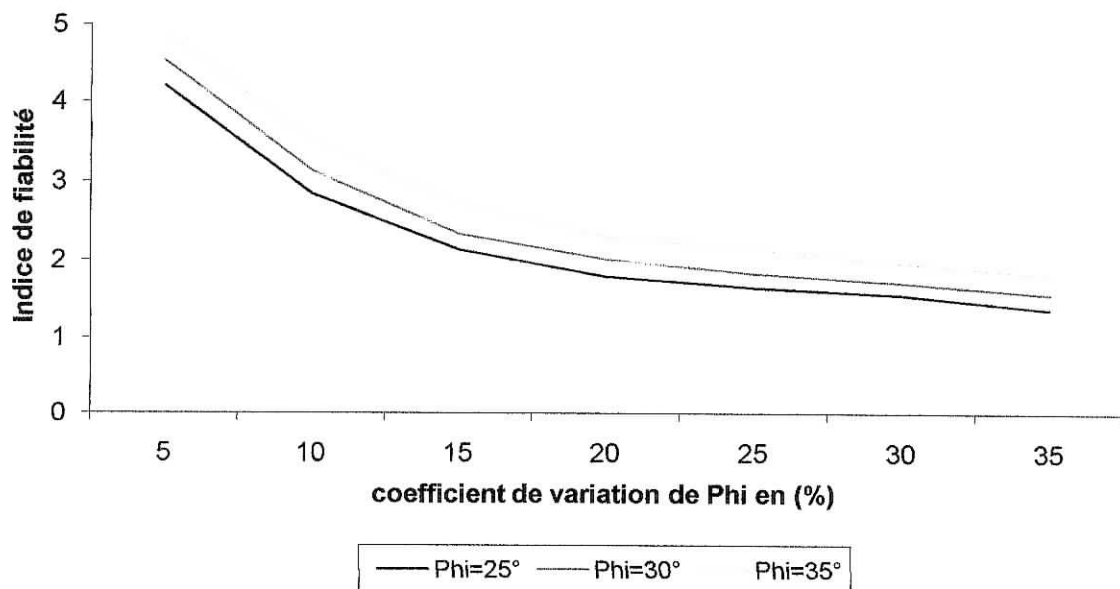
La variation de β_{HL} n'est pas importante.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} suivant Coulomb en fonction du coefficient de variation de ϕ

| Coefficient | | | | | | | |
|-------------|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |

| de variation de φ [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\varphi = 25^\circ$ | 4,211 | 2,852 | 2,144 | 1,812 | 1,661 | 1,567 | 1,38 |
| $\varphi = 30^\circ$ | 4,532 | 3,134 | 2,348 | 2,023 | 1,843 | 1,721 | 1,571 |
| $\varphi = 35^\circ$ | 4,891 | 3,518 | 2,723 | 2,309 | 2,157 | 1,972 | 1,823 |

variation de BHL selon Coulomb en fonction la variation du coefficient de variation de Phi



Les trois courbes sont décroissantes, fortement non linéaire, et presque parallèle.

β_{HL} croissant avec l'angle de frottement interne.

La variation de β_{HL} est importante pour la première partie des trois courbes, mais va s'atténuer pour devenir faible dans la deuxième partie.

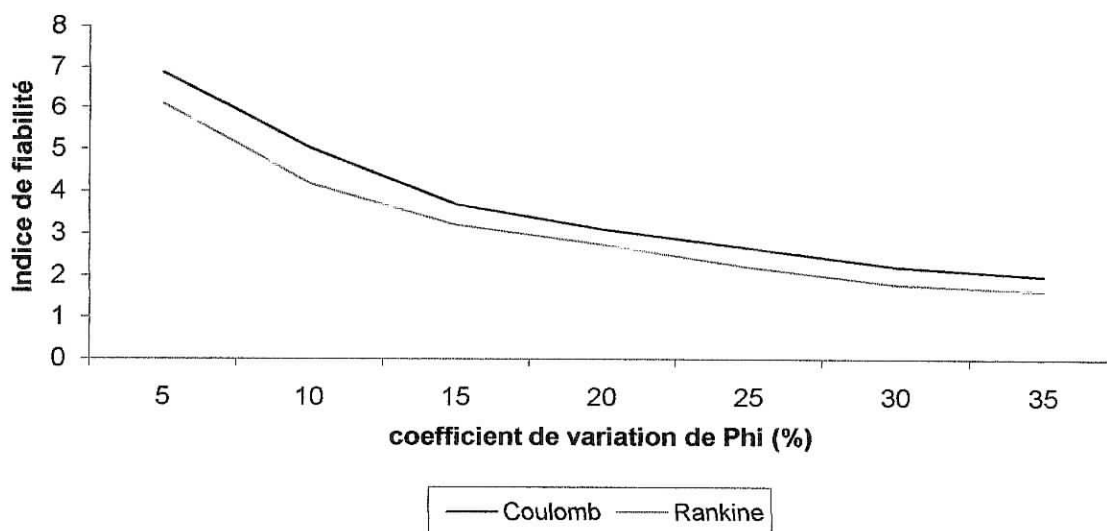
6.5.2 Stabilité au glissement

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de φ

1 Pour $\varphi = 25$

| Coefficient de variation de ϕ [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|--|----------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 6,873 | 5,022 | 3,691 | 3,132 | 2,671 | 2,223 | 2,007 |
| β_{HL} Rankine | 6,091 | 4,181 | 3,203 | 2,743 | 2,211 | 1,823 | 1,651 |
| P_f Coulomb | 6,61E-12 | 2,87E-7 | 0,00011 | 0,00087 | 0,00379 | 0,0132 | 0,02275 |
| P_f Rankine | 5,32E-10 | 1,33E-05 | 0,00069 | 0,00307 | 0,01321 | 0,03438 | 0,04947 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de Phi



Les deux courbes sont décroissantes, fortement non linéaire, et presque parallèles.

β_{HL} suivant Coulomb est plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

La variation de β_{HL} est importante pour la première partie des deux courbes, mais va s'atténuer pour devenir faible dans la deuxième partie.

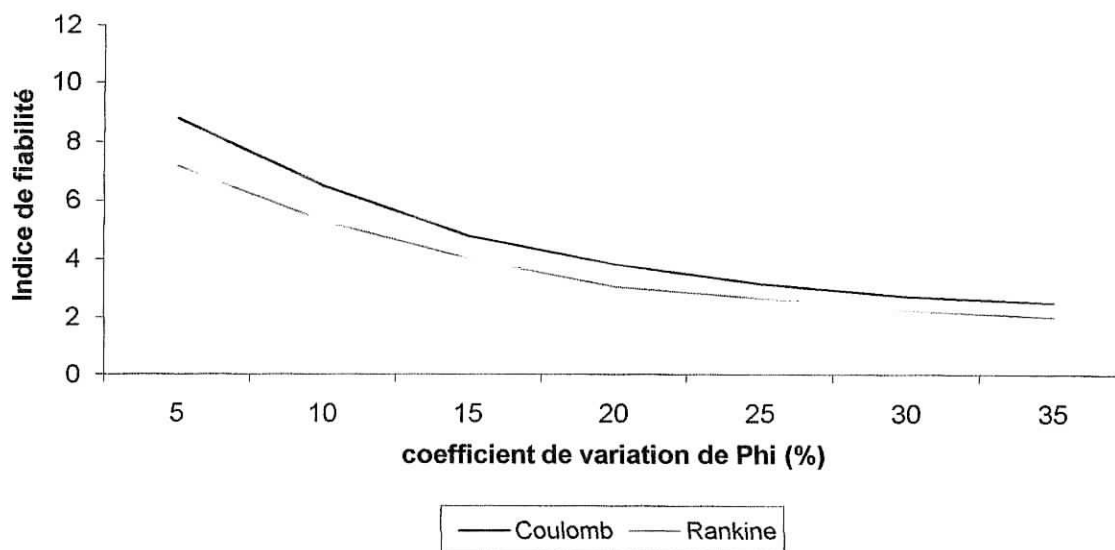
Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de ϕ

1 Pour $\phi = 30$

| Coefficient de variation | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|--------------------------|---|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | | |

| de ϕ [%] | | | | | | | |
|-------------------------|----------|----------|----------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 8,802 | 6,511 | 4,801 | 3,842 | 3,182 | 2,753 | 2,553 |
| β_{HL} Rankine | 7,182 | 5,293 | 4,031 | 3,071 | 2,683 | 2,277 | 2,042 |
| P_f Coulomb | 0,00000 | 4,03E-11 | 7,94E-07 | 0,00006 | 0,00074 | 0,00298 | 0,00539 |
| P_f Rankine | 3,03E-13 | 5,80E-08 | 2,56E-05 | 0,00131 | 0,00368 | 0,0773 | 0,02068 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de Phi



Les deux courbes sont décroissantes, fortement non linéaires, et presque parallèles.

β_{HL} suivant Coulomb est plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

La variation de β_{HL} est importante pour la première partie des deux courbes, mais va s'atténuer pour devenir faible dans la deuxième partie.

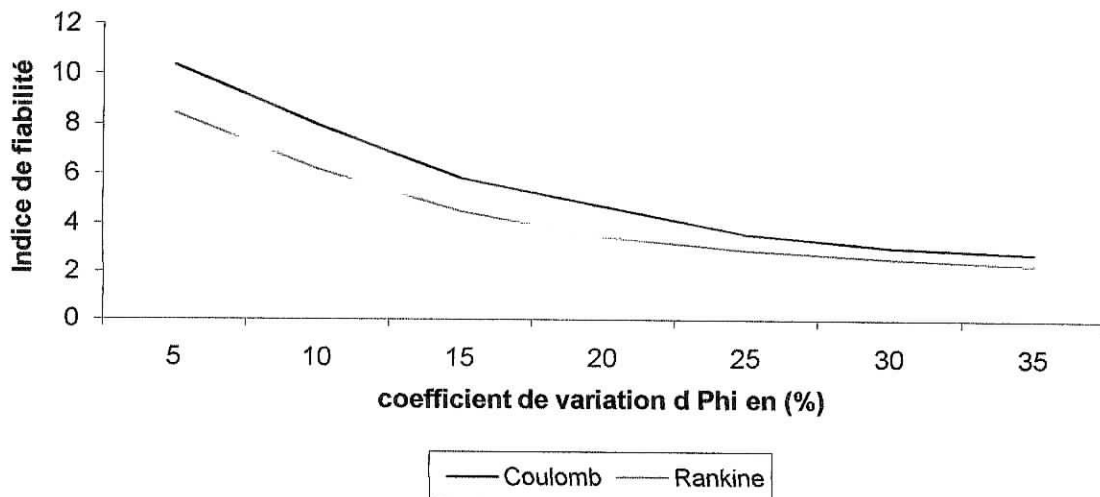
Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de ϕ

1 Pour $\phi = 35$

| Coefficient de variation | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|--------------------------|---|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | | |

| de ϕ [%] | | | | | | | |
|-------------------------|--------|----------|----------|----------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 10,367 | 7,962 | 5,841 | 4,724 | 3,612 | 3,066 | 2,808 |
| β_{HL} Rankine | 8,461 | 6,182 | 4,512 | 3,475 | 2,942 | 2,593 | 2,351 |
| P_f Coulomb | 0,0000 | 1,44E-15 | 5,26E-09 | 1,30E-06 | 0,00015 | 0,00131 | 0,00248 |
| P_f Rankine | 0,0000 | 2,83E-10 | 3,4E-06 | 0,00025 | 0,00164 | 0,0048 | 0,00939 |

variation de BHL en fonction du coefficient de variation de Phi



Les deux courbes sont décroissantes, fortement non linéaires, et presque parallèles.

β_{HL} suivant Coulomb est plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

La variation de β_{HL} est importante pour la première partie des deux courbes, mais va s'atténuer pour devenir faible dans la deuxième partie.

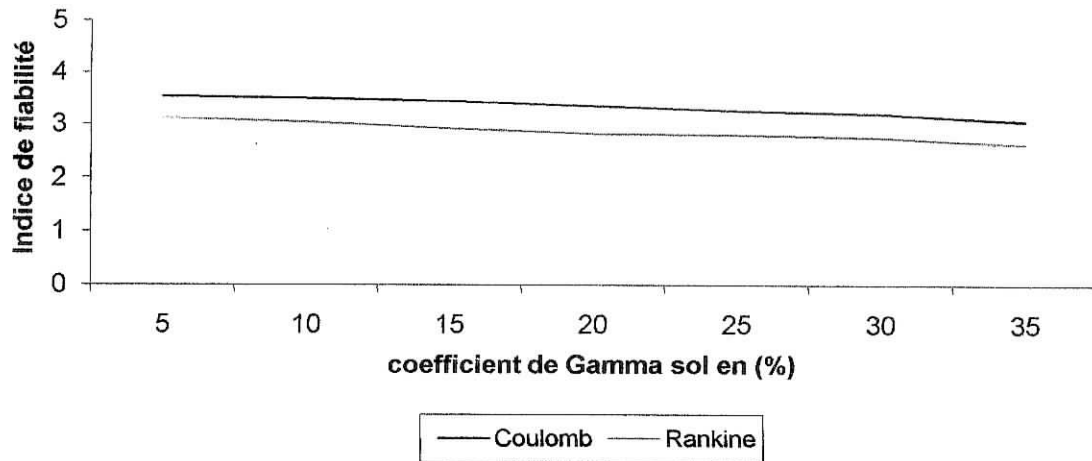
Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de γ_s

1 Pour $\gamma_s = 16$

| Coefficient de | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|----------------|---|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | | |

| | | | | | | | |
|-----------------------------|---------|---------|---------|--------|---------|---------|---------|
| variation de γ_s [%] | | | | | | | |
| β_{HL} Coulomb | 3,565 | 3,467 | 3,435 | 3,345 | 3,256 | 3,202 | 3,06 |
| β_{HL} Rankine | 3,122 | 3,403 | 3,025 | 2,822 | 2,807 | 2,751 | 2,637 |
| P_f Coulomb | 0,00021 | 0,00024 | 0,00029 | 0,0004 | 0,00054 | 0,00069 | 0,00111 |
| P_f Rankine | 0,00090 | 0,00097 | 0,00122 | 0,0024 | 0,00007 | 0,00298 | 0,00415 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de Gamma sol



Les deux courbes sont de faible décroissance, faiblement non linéaire, et presque parallèle. β_{HL} suivant Coulomb et plus grand que β_{HL} suivant Rankine. La variation de β_{HL} n'est pas importante.

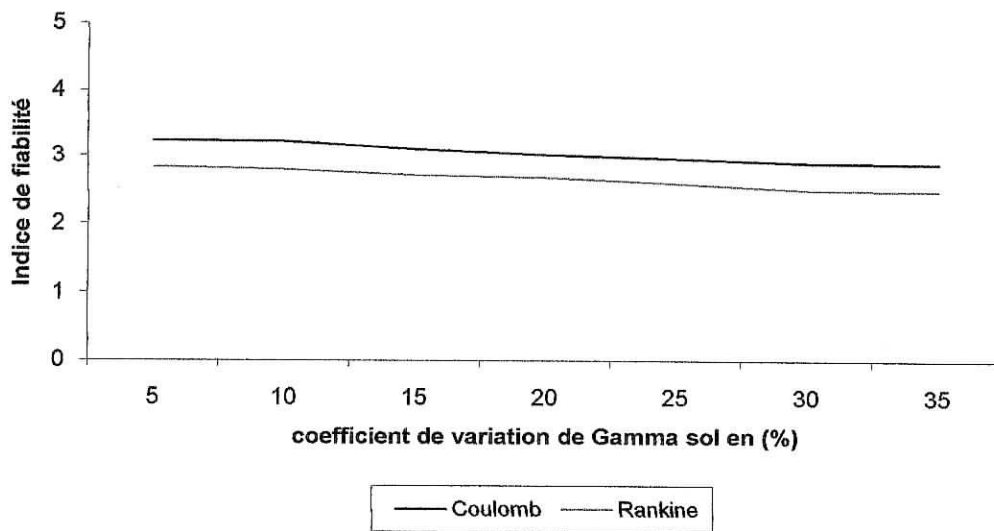
Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de γ_s

1 Pour $\gamma_s = 18$

| | | | | | | | |
|-------------|--|--|--|--|--|--|--|
| Coefficient | | | | | | | |
|-------------|--|--|--|--|--|--|--|

| de variation de γ_s [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|--------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 3,238 | 3,219 | 3,103 | 3,023 | 2,963 | 2,901 | 2,887 |
| β_{HL} Rankine | 2,834 | 2,798 | 2,713 | 2,683 | 2,594 | 2,501 | 2,487 |
| P_f Coulomb | 0,0006 | 0,00064 | 0,00097 | 0,00126 | 0,00154 | 0,00159 | 0,00193 |
| P_f Rankine | 0,00233 | 0,00256 | 0,00336 | 0,00368 | 0,0048 | 0,00621 | 0,00714 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de Gamma sol



Les deux courbes sont de faible décroissance, faiblement non linéaire, et presque parallèle.

β_{HL} suivant Coulomb et plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

La variation de β_{HL} n'est pas importante.

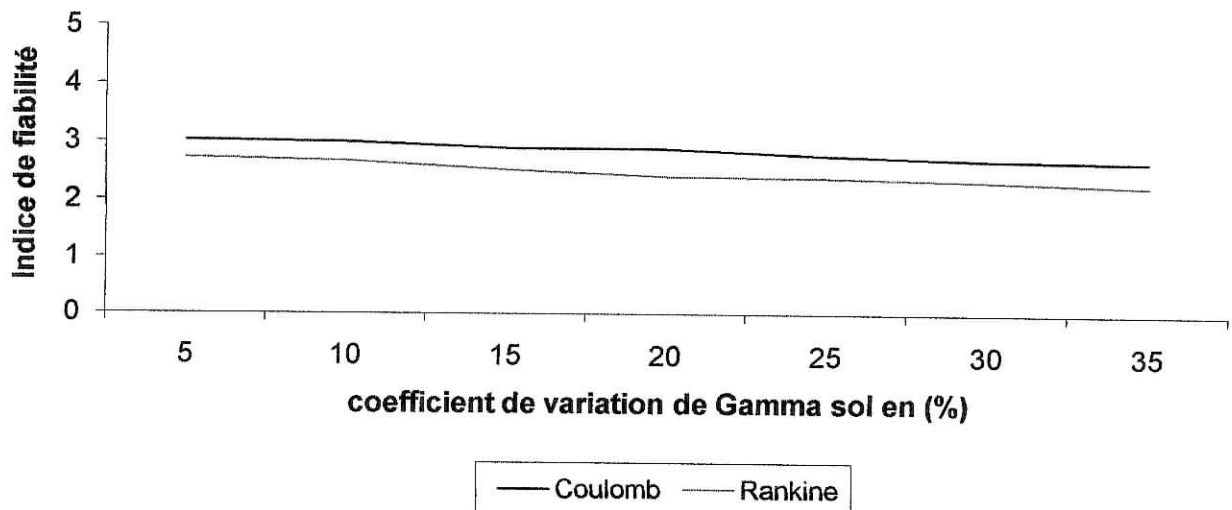
Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de γ_s

1 Pour $\gamma_s = 20$

| Coefficient de variation | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|--------------------------|---|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | | |

| de γ_s [%] | | | | | | | |
|----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 3,027 | 3,002 | 2,904 | 2,894 | 2,787 | 2,712 | 2,687 |
| β_{HL} Rankine | 2,751 | 2,675 | 2,532 | 2,423 | 2,403 | 2,351 | 2,277 |
| P_f Coulomb | 0,00122 | 0,00135 | 0,00187 | 0,00193 | 0,00264 | 0,00336 | 0,00357 |
| P_f Rankine | 0,00298 | 0,00379 | 0,0057 | 0,00776 | 0,0082 | 0,00939 | 0,0113 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de Gamma sol



Les deux courbes sont de faible décroissance, faiblement non linéaire, et presque parallèle.

β_{HL} suivant Coulomb et plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

La variation de β_{HL} n'est pas importante.

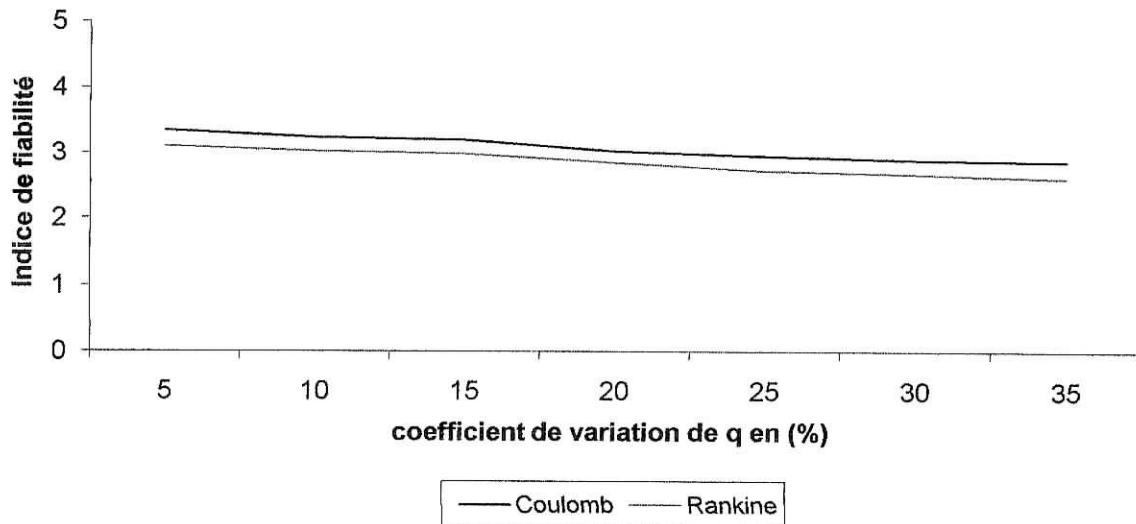
Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de q

1 Pour q = 100

| Coefficient de variation de q [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|-----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| β_{HL} | 3,352 | 3,239 | 3,201 | 3,023 | 2,956 | 2,901 | 2,877 |

| | | | | | | | |
|----------------------|---------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Coulomb | | | | | | | |
| β_{HL} Rankine | 3,102 | 3,017 | 2,988 | 2,855 | 2,723 | 2,679 | 2,612 |
| P_f | 0,00097 | 0,0006 | 0,00069 | 0,00126 | 0,00167 | 0,00192 | 0,00205 |
| Coulomb | | | | | | | |
| P_f Rankine | 0,00097 | 0,0075 | 0,00145 | 0,00219 | 0,00289 | 0,0035 | 0,00453 |

variation de BHL en fonction de variation du coefficient de variation de q



Les deux courbes sont de faible décroissance, faiblement non linéaire, et presque parallèle.

β_{HL} suivant Coulomb et plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

La variation de β_{HL} n'est pas importante.

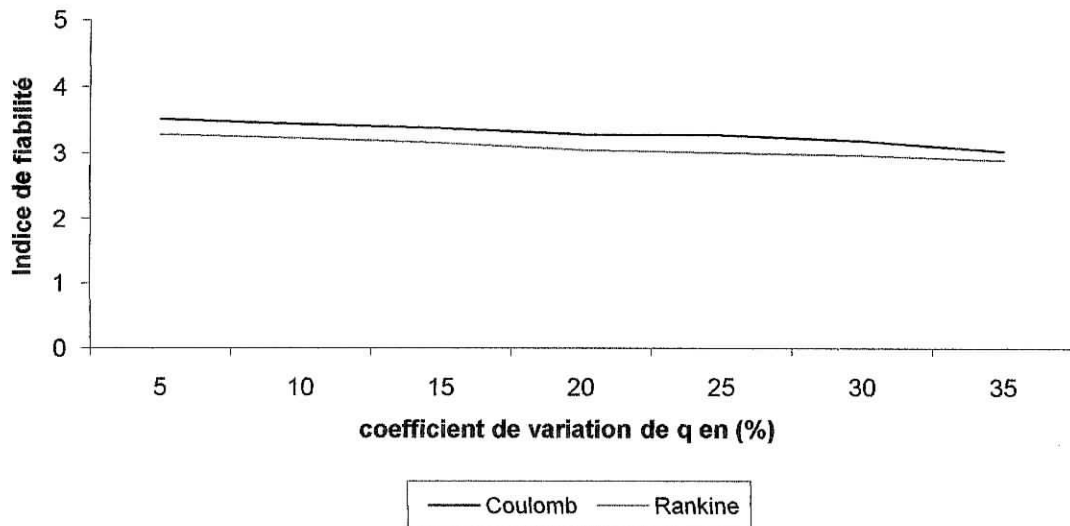
Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de q

1 Pour q = 200

| Coefficient de variation de q [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|-----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| β_{HL} Coulomb | 3,521 | 3,445 | 3,381 | 3,283 | 3,277 | 3,189 | 3,034 |
| β_{HL} Rankine | 3,289 | 3,231 | 3,163 | 3,049 | 3,008 | 2,968 | 2,901 |

| | | | | | | | |
|------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| P_f Coulomb | 0,00022 | 0,00034 | 0,00046 | 0,00052 | 0,00062 | 0,00082 | 0,00122 |
| P_f Rankine | 0,0005 | 0,00043 | 0,00094 | 0,00114 | 0,00132 | 0,0074 | 0,00187 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de q



Les deux courbes sont de faible décroissance, faiblement non linéaire, et presque parallèle. β_{HL} suivant Coulomb et plus grand que β_{HL} suivant Rankine. La variation de β_{HL} n'est pas importante.

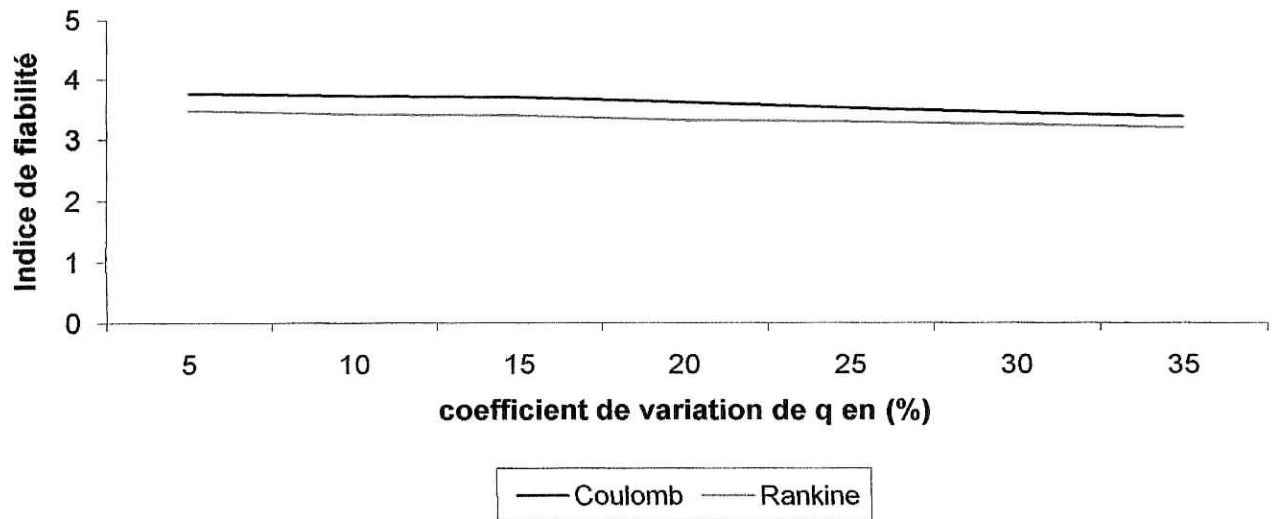
Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de q

1 Pour $q = 400$

| Coefficient de variation de q [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|-----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| β_{HL} Coulomb | 3,759 | 3,712 | 3,691 | 3,601 | 3,511 | 3,427 | 3,371 |

| | | | | | | | |
|----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Rankine | 3,472 | 3,412 | 3,385 | 3,305 | 3,281 | 3,239 | 3,187 |
| P_f Coulomb | 0,00008 | 0,00009 | 0,00011 | 0,00016 | 0,00022 | 0,00029 | 0,00038 |
| P_f Rankine | 0,00026 | 0,00031 | 0,00045 | 0,00051 | 0,0006 | 0,00066 | 0,00071 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de q



Les deux courbes sont de faible décroissance, faiblement non linéaire, et presque parallèle.

β_{HL} suivant Coulomb et plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

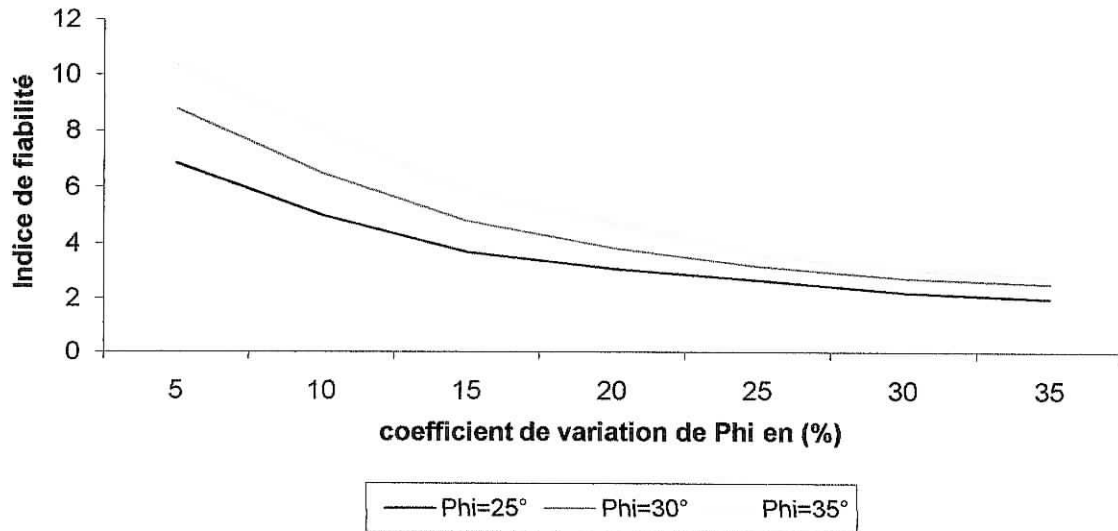
La variation de β_{HL} n'est pas importante.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} suivant Coulomb en fonction du coefficient de variation de ϕ

| Coefficient de variation de ϕ [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\phi = 25^\circ$ | 6,873 | 5,022 | 3,691 | 3,132 | 2,671 | 2,223 | 2,007 |
| $\phi = 30^\circ$ | 8,802 | 6,511 | 4,801 | 3,842 | 3,182 | 2,753 | 2,553 |

| | | | | | | | |
|----------------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\varphi = 35^\circ$ | 10,367 | 7,962 | 5,841 | 4,724 | 3,612 | 3,066 | 2,808 |
|----------------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|

variation de BHL suivant coulomb en fonction de la variation du coefficient de variation de Phi



Les trois courbes sont décroissantes, fortement non linéaire, et presque parallèle.

β_{HL} croissant avec l'angle de frottement interne.

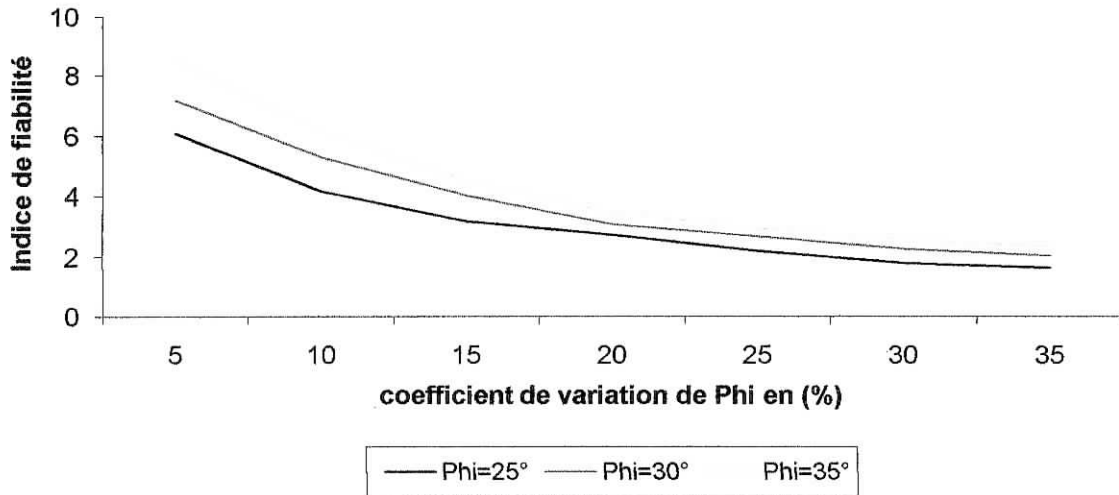
La variation de β_{HL} est importante pour la première partie des trois courbes, mais va s'atténuer pour devenir faible dans la deuxième partie.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} suivant Rankine en fonction du coefficient de variation de φ

| Coefficient de variation de φ [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\varphi = 25^\circ$ | 6,091 | 4,181 | 3,203 | 2,743 | 2,211 | 1,823 | 1,651 |

| | | | | | | | |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\varphi = 30^\circ$ | 7,182 | 5,293 | 4,031 | 3,071 | 2,683 | 2,277 | 2,042 |
| $\varphi = 35^\circ$ | 8,461 | 6,182 | 4,512 | 3,475 | 2,942 | 2,593 | 2,351 |

variation de BHL selon Rankine en fonction de la variation du coefficient de variation de Phi



Les trois courbes sont décroissantes, fortement non linéaire, et presque parallèle.

β_{HL} croissant avec l'angle de frottement interne.

La variation de β_{HL} est importante pour la première partie des trois courbes, mais va s'atténuer pour devenir faible dans la deuxième partie.

6.5.3 Stabilité au poinçonnement

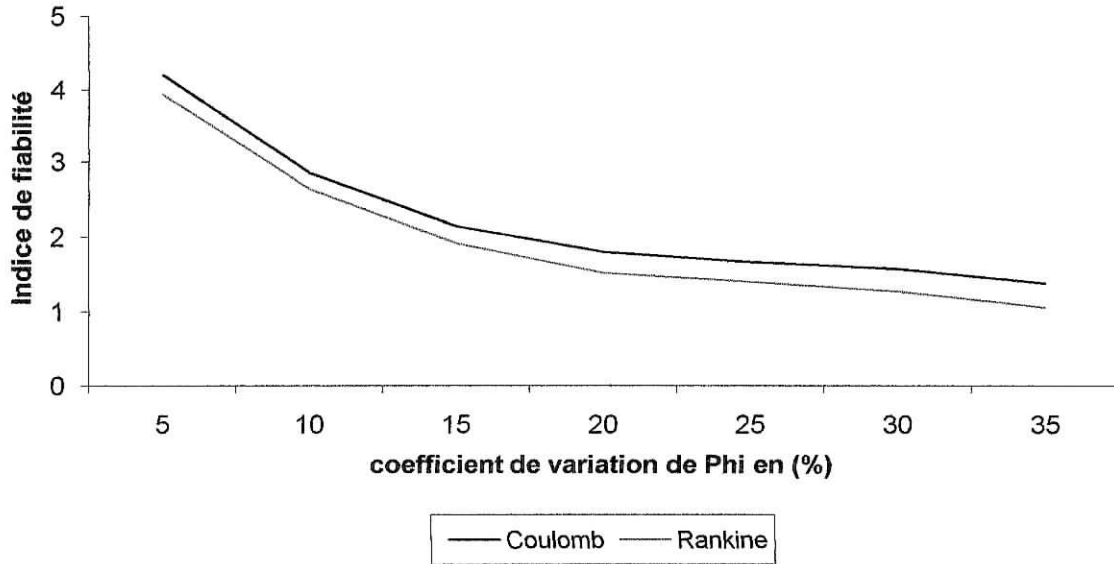
Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de φ

1 Pour $\varphi = 25$

| Coefficient de variation de φ [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| β_{HL} Coulomb | 4,211 | 2,852 | 2,144 | 1,812 | 1,661 | 1,567 | 1,38 |
| β_{HL} Rankine | 3,937 | 2,632 | 1,914 | 1,521 | 1,419 | 1,273 | 1,066 |

| | | | | | | | |
|---------------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| P_f Coulomb | 1,33E-05 | 0,00219 | 0,01618 | 0,03515 | 0,04846 | 0,05821 | 0,08379 |
| P_f Rankine | 0,00004 | 0,00427 | 0,02807 | 0,06426 | 0,07927 | 0,10204 | 0,14231 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de Phi



Les deux courbes sont décroissantes, fortement non linéaire, et presque parallèle.

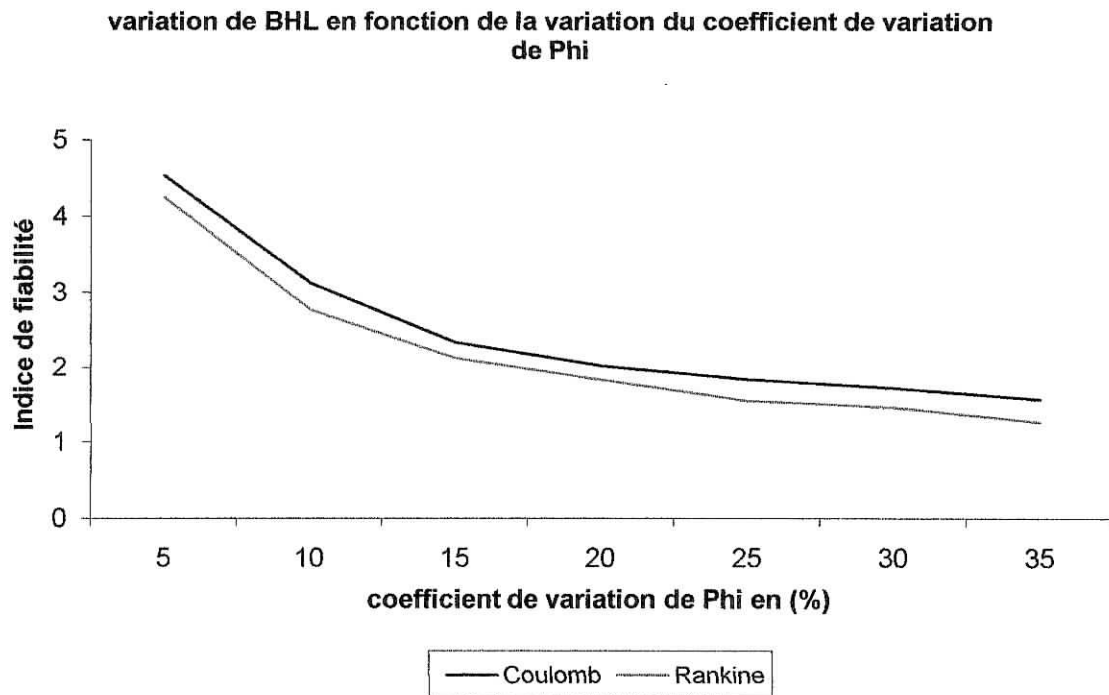
β_{HL} suivant Coulomb et plus grand que β_{HL} suivant Rankine

La variation de β_{HL} est importante pour la première partie des deux courbes mais va s'atténuer pour devenir faible dans la deuxième partie.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de ϕ

1 Pour $\phi = 30$

| Coefficient de variation de ϕ [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|--|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 4,532 | 3,134 | 2,348 | 2,023 | 1,843 | 1,721 | 1,571 |
| β_{HL} Rankine | 4,245 | 2,781 | 2,126 | 1,838 | 1,559 | 1,461 | 1,263 |
| P_f Coulomb | 3,4E-06 | 0,00087 | 0,00964 | 0,02169 | 0,03288 | 0,04272 | 0,05821 |
| P_f Rankine | 1,33E-05 | 0,00272 | 0,02659 | 0,03362 | 0,05938 | 0,07215 | 0,10383 |



Les deux courbes sont décroissantes , fortement non linéaire, et presque parallèle.

β_{HL} suivant Coulomb et plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

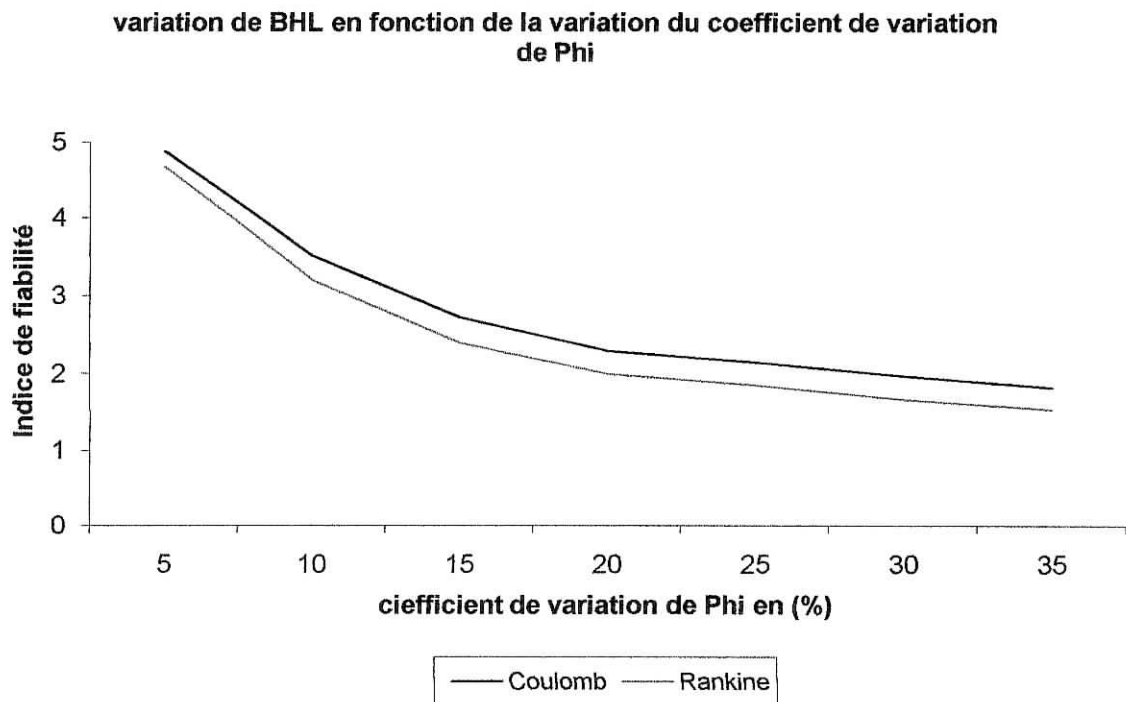
La variation de β_{HL} est importante pour la première partie des deux courbes, mais va s'atténuer pour devenir faible dans la deuxième partie.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de φ

1 Pour $\varphi = 35$

| Coefficient de variation de φ [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|---|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 4,891 | 3,518 | 2,723 | 2,309 | 2,157 | 1,972 | 1,823 |
| β_{HL} Rankine | 4,677 | 3,221 | 2,411 | 2,003 | 1,853 | 1,671 | 1,542 |
| P_f Coulomb | 4,79E-07 | 0,00022 | 0,00326 | 0,01072 | 0,01539 | 0,02442 | 0,03438 |

| | | | | | | | |
|---------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| P_f Rankine | 1,3E-07 | 0,00064 | 0,00798 | 0,02275 | 0,03216 | 0,04746 | 0,06057 |
|---------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|



Les deux courbes sont décroissantes, fortement non linéaires, et presque parallèles.

β_{HL} suivant Coulomb est plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

La variation de β_{HL} est importante pour la première partie des deux courbes, mais va s'atténuer pour devenir faible dans la deuxième partie.

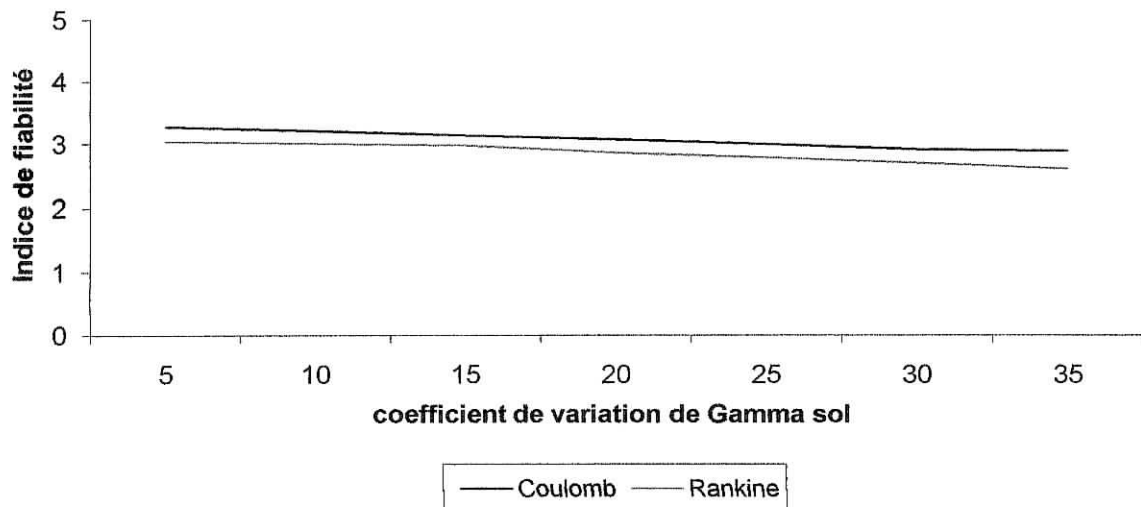
Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de γ_s

1 Pour $\gamma_s = 16$

| Coefficient de variation de γ_s [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| β_{HL} Coulomb | 3,271 | 3,205 | 3,126 | 3,061 | 2,992 | 2,904 | 2,883 |
| β_{HL} Rankine | 3,041 | 3,002 | 2,971 | 2,863 | 2,780 | 2,721 | 2,611 |

| | | | | | | | |
|------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| P_f Coulomb | 0,00054 | 0,00089 | 0,00108 | 0,00123 | 0,00149 | 0,00174 | 0,00199 |
| P_f Rankine | 0,00118 | 0,00156 | 0,00197 | 0,00243 | 0,00297 | 0,00361 | 0,00402 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de Gamma sol



Les deux courbes sont de faible décroissance, faiblement non linéaire, et presque parallèle.

β_{HL} suivant Coulomb et plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

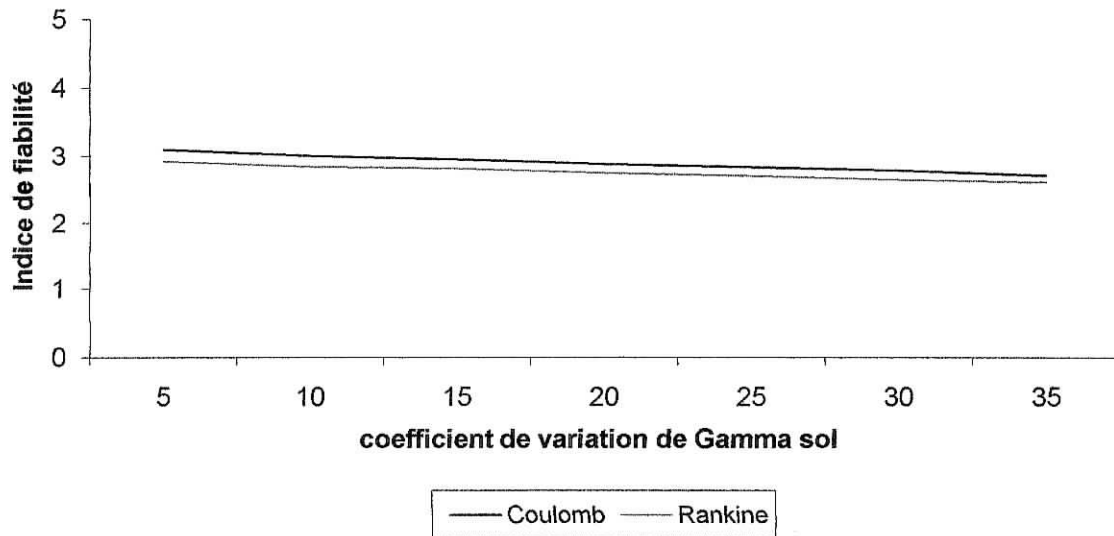
La variation de β_{HL} n'est pas importante.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de γ_s

1 Pour $\gamma_s = 18$

| Coefficient de variation de γ_s [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|--|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 3,103 | 3,007 | 2,956 | 2,884 | 2,841 | 2,789 | 2,712 |
| β_{HL} Rankine | 2,923 | 2,845 | 2,813 | 2,752 | 2,712 | 2,657 | 2,714 |
| P_f Coulomb | 0,00097 | 0,00118 | 0,00219 | 0,00256 | 0,00294 | 0,00312 | 0,00336 |
| P_f Rankine | 0,00175 | 0,00193 | 0,00230 | 0,00299 | 0,00305 | 0,0031 | 0,0033 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de Gamma sol



Les deux courbes sont de faible décroissance, faiblement non linéaire, et presque parallèle. β_{HL} suivant Coulomb et plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

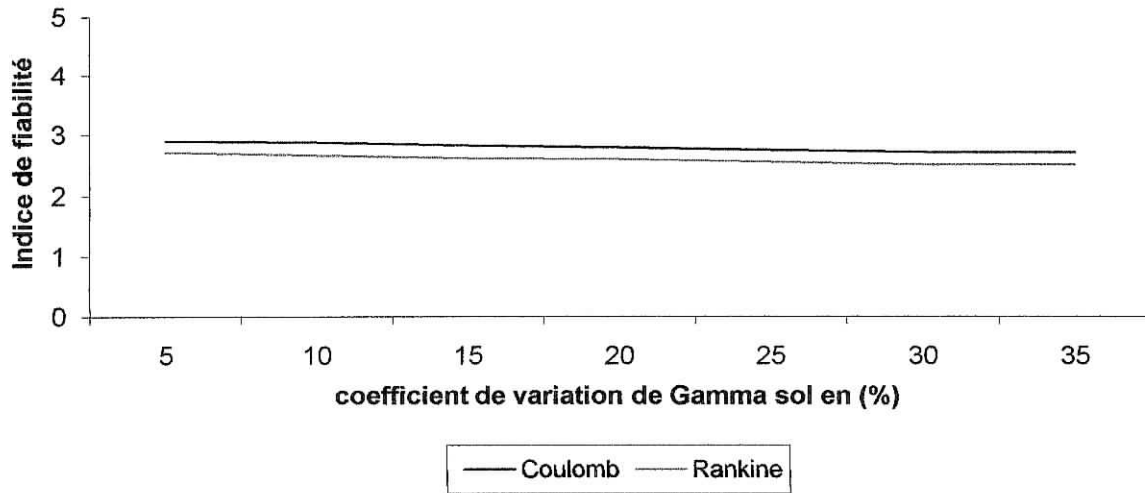
La variation de β_{HL} n'est pas importante.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de γ_s

1 Pour $\gamma_s = 20$

| Coefficient de variation de γ_s [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|--|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 2,903 | 2,873 | 2,824 | 2,791 | 2,747 | 2,711 | 2,699 |
| β_{HL} Rankine | 2,718 | 2,668 | 2,617 | 2,594 | 2,557 | 2,509 | 2,502 |
| P_f Coulomb | 0,00187 | 0,00192 | 0,00204 | 0,00214 | 0,00221 | 0,00229 | 0,00347 |
| P_f Rankine | 0,00192 | 0,00198 | 0,00211 | 0,00219 | 0,00291 | 0,00318 | 0,00352 |

variation de BHL en fonction de la variation du coefficient de variation de Gamma sol



Les deux courbes sont de faible décroissance, faiblement non linéaire, et presque parallèle.

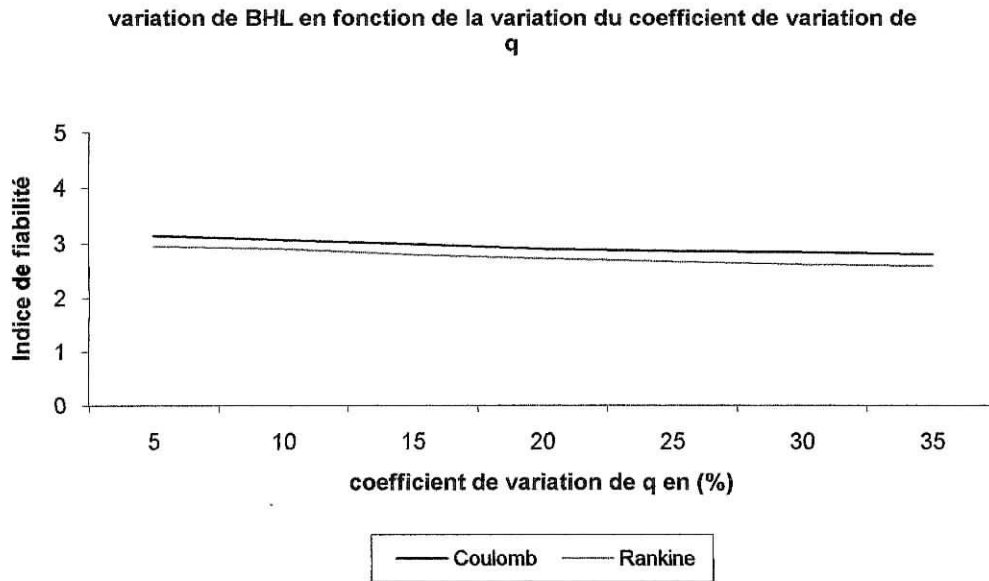
β_{HL} suivant Coulomb et plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

La variation de β_{HL} n'est pas importante.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de q

1 Pour q = 100

| Coefficient de variation de q [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|-----------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 3,145 | 3,065 | 2,993 | 2,908 | 2,873 | 2,849 | 2,813 |
| β_{HL} Rankine | 2,951 | 2,907 | 2,804 | 2,733 | 2,683 | 2,630 | 2,608 |
| P_f Coulomb | 0,00084 | 0,00099 | 0,00123 | 0,00156 | 0,00187 | 0,00211 | 0,00248 |
| P_f Rankine | 0,00098 | 0,00106 | 0,00138 | 0,00163 | 0,00201 | 0,00224 | 0,00259 |

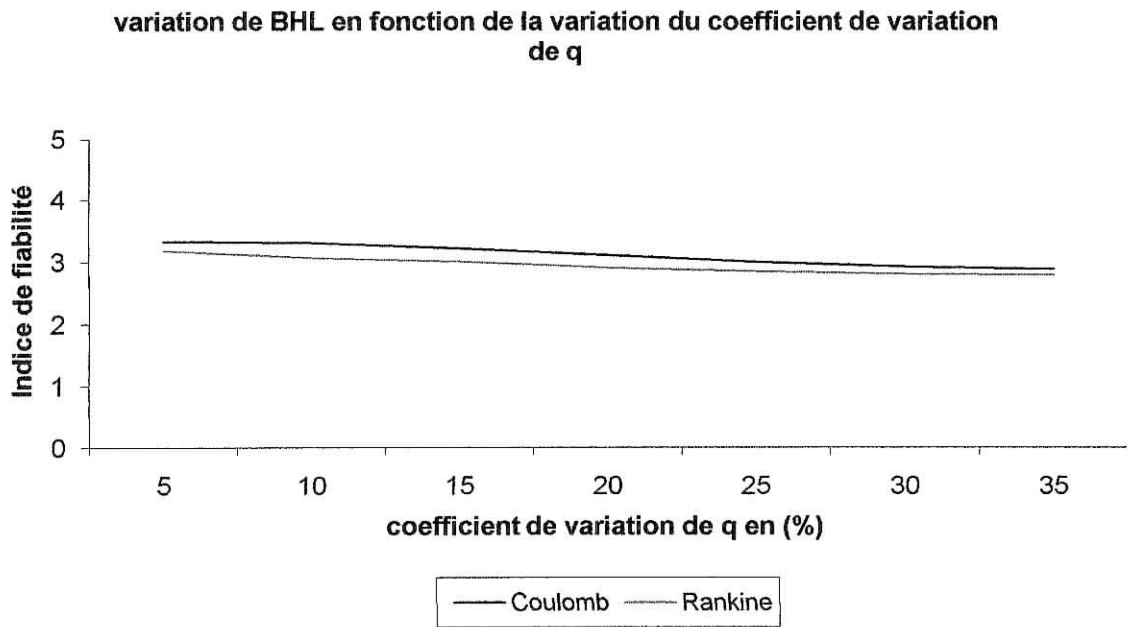


Les deux courbes sont de faible décroissance, faiblement non linéaire, et presque parallèle. β_{HL} suivant Coulomb est plus grand que β_{HL} suivant Rankine. La variation de β_{HL} n'est pas importante.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de q

1 Pour q = 200

| Coefficient de variation de q [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|-----------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 3,521 | 3,445 | 3,381 | 3,283 | 3,277 | 3,189 | 3,034 |
| β_{HL} Rankine | 3,289 | 3,231 | 3,163 | 3,049 | 3,008 | 2,968 | 2,901 |
| P_f Coulomb | 0,00022 | 0,00037 | 0,00049 | 0,00061 | 0,00079 | 0,00091 | 0,00122 |
| P_f Rankine | 0,00031 | 0,00049 | 0,00069 | 0,00081 | 0,00098 | 0,00113 | 0,00142 |



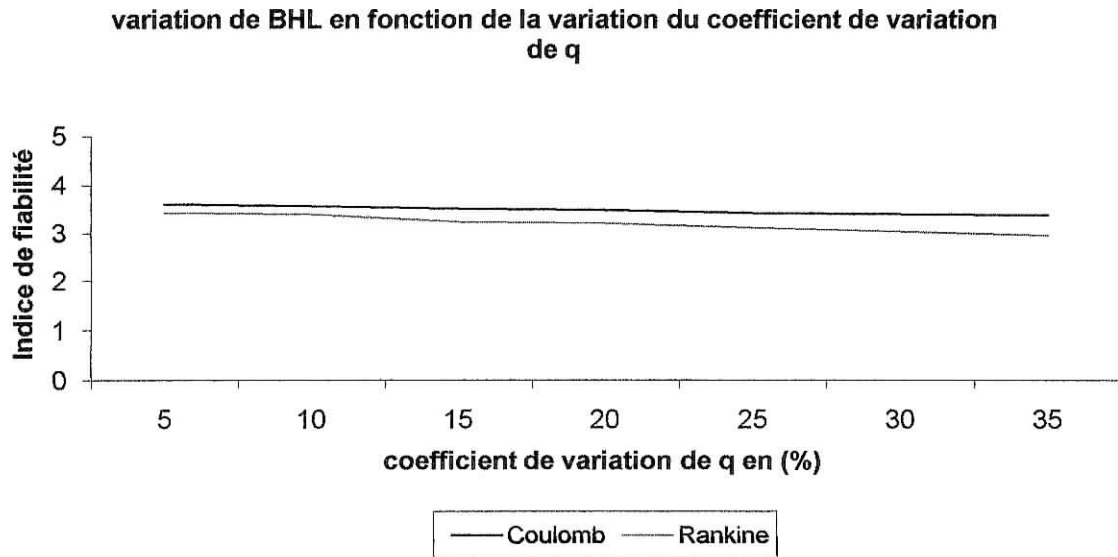
Les deux courbes sont de faible décroissance, faiblement non linéaire, et presque parallèle. β_{HL} suivant Coulomb et plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

La variation de β_{HL} n'est pas importante.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} en fonction du coefficient de variation de q

1 Pour q = 400

| Coefficient de variation de q [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|-----------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| β_{HL} Coulomb | 3,623 | 3,578 | 3,519 | 3,489 | 3,431 | 3,407 | 3,388 |
| β_{HL} Rankine | 3,442 | 3,405 | 3,243 | 3,221 | 3,122 | 3,044 | 2,957 |
| P_f Coulomb | 0,00015 | 0,00019 | 0,00021 | 0,00024 | 0,0003 | 0,00031 | 0,00036 |
| P_f Rankine | 0,0003 | 0,00034 | 0,00039 | 0,00044 | 0,00051 | 0,00056 | 0,0006 |



Les deux courbes sont de faible décroissance, faiblement non linéaire, et presque parallèle.

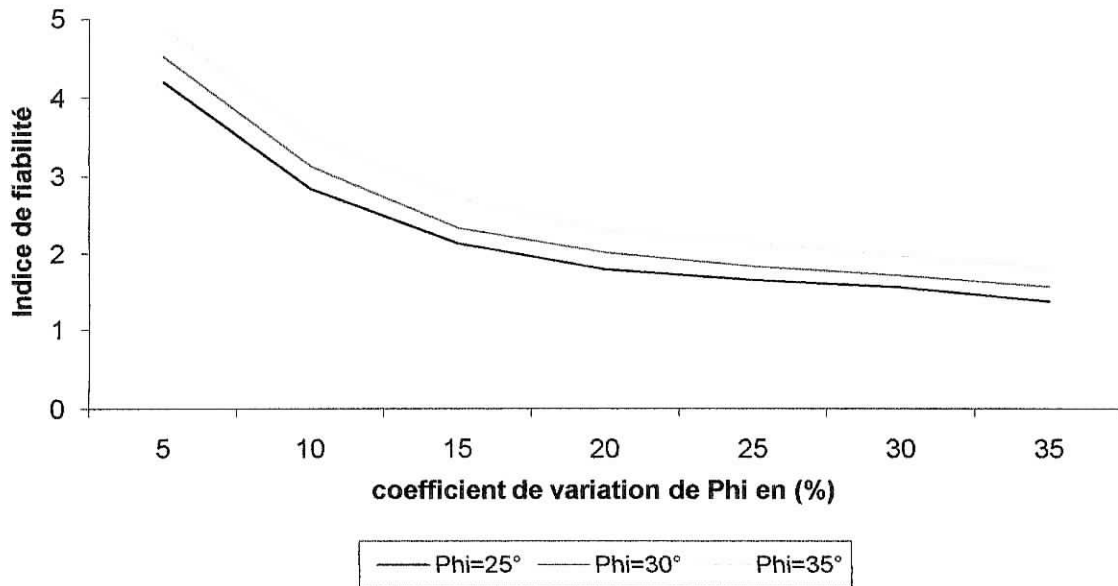
β_{HL} suivant Coulomb et plus grand que β_{HL} suivant Rankine.

La variation de β_{HL} n'est pas importante.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} suivant Coulomb en fonction du coefficient de variation de φ

| Coefficient de variation de φ [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\varphi = 25^\circ$ | 4,211 | 2,852 | 2,144 | 1,812 | 1,661 | 1,567 | 1,38 |
| $\varphi = 30^\circ$ | 4,532 | 3,134 | 2,348 | 2,023 | 1,843 | 1,721 | 1,571 |
| $\varphi = 35^\circ$ | 4,891 | 3,518 | 2,723 | 2,309 | 2,157 | 1,972 | 1,823 |

variation de BHL selon Coulomb en fonction la variation du coefficient de variation de Phi



Les trois courbes sont décroissantes, fortement non linéaire, et presque parallèle.

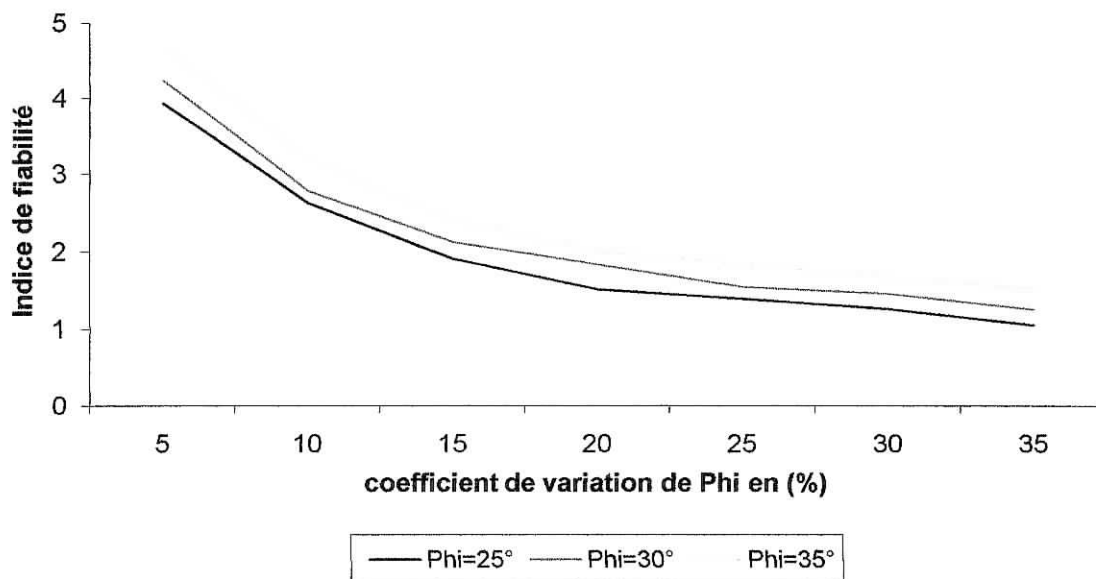
β_{HL} croissant avec l'angle de frottement interne.

La variation de β_{HL} est importante pour la première partie des trois courbes, mais va s'atténuer pour devenir faible dans la deuxième partie.

Effet de la variation de l'indice de fiabilité β_{HL} suivant Coulomb en fonction du coefficient de variation de φ

| Coefficient de variation de φ [%] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\varphi = 25^\circ$ | 4,211 | 2,852 | 2,144 | 1,812 | 1,661 | 1,567 | 1,38 |
| $\varphi = 30^\circ$ | 4,532 | 3,134 | 2,348 | 2,023 | 1,843 | 1,721 | 1,571 |
| $\varphi = 35^\circ$ | 4,891 | 3,518 | 2,723 | 2,309 | 2,157 | 1,972 | 1,823 |

variation de BHL selon Rankine en fonction de la variation du coefficient de variation de Phi



Les trois courbes sont décroissantes, fortement non linéaire, et presque parallèle.

β_{HL} croissant avec l'angle de frottement interne.

La variation de β_{HL} est importante pour la première partie des trois courbes, mais va s'atténuer pour devenir faible dans la deuxième partie.

Chapitre 7 :

Conclusion

7. Conclusion :

Notre travail, à travers ce projet de fin d'étude, a consisté à faire une recherche, pour déterminer les paramètres jouant un rôle dans la fiabilité des ouvrages de soutènements et l'évaluation de la fiabilité des structures en déterminant la probabilité d'atteindre un état limite sur ces structures.

Les résultats trouvés nous ont donné une bonne approche pour la détermination des paramètres ainsi un mode de travail a évalué les risque de stabilité ainsi de rupture des murs de soutènement.

Après interprétation des résultats obtenus nous avons constaté que la charge sur le remblai que supporte la structure ne joue pas un grand rôle dans la stabilité de la structure.

L'angle de frottement des remblais est l'élément le plus important dans la stabilité de la structure, c'est l'élément qui doit être pris en compte dans le calcul des charge ainsi dans le dimensionnement des structure de soutènement pour avoir une bonne fiabilité.

Lois de distribution théoriques :

La loi de distribution des valeurs d'un paramètre physique ou mécanique dans un massif de sol ne peut naturellement pas être parfaitement connue, puisqu'il est impossible de mesurer ce paramètre en tous points.

La variable aléatoire peut être caractérisée par une densité de probabilité $g(x)$ définie de la façon suivante :

$$G(x) = \text{pro}\{x < X < x + dx\}$$

On appelle fonction de répartition la fonction définie en tout point x comme la probabilité que la variable aléatoire X soit inférieure ou égale à x :

$$G(x) = \text{Prob}\{X \leq x\} = \int_{-\infty}^x g(x) \cdot dx$$

La variable aléatoire X peut être indifféremment définie par sa densité de probabilité $g(x)$ ou sa fonction de répartition $G(x)$

Distribution normal :

Cette distribution est définie, sous forme réduite, par :

$$g(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right)$$

La table de la loi normale réduite

| x | $\Phi(x)$ | x | $\Phi(x)$ | x | $\Phi(x)$ | x | $\Phi(x)$ |
|------|-----------|------|----------------|-------------|----------------|-------------|----------------|
| 0.00 | 0.50000 | 0.25 | 0.59871 | 0.50 | 0.69146 | 0.75 | 0.77337 |
| 0.01 | 0.50399 | 0.26 | 0.60257 | 0.51 | 0.69497 | 0.76 | 0.77637 |
| 0.02 | 0.50798 | 0.27 | 0.60642 | 0.52 | 0.69847 | 0.77 | 0.77935 |
| 0.03 | 0.51197 | 0.28 | 0.61026 | 0.53 | 0.70194 | 0.78 | 0.78230 |
| 0.04 | 0.51595 | 0.29 | 0.61409 | 0.54 | 0.70540 | 0.79 | 0.78524 |
| 0.05 | 0.51994 | 0.30 | 0.61791 | 0.55 | 0.70884 | 0.80 | 0.78814 |
| 0.06 | 0.52392 | 0.31 | 0.62172 | 0.56 | 0.71226 | 0.81 | 0.79103 |
| 0.07 | 0.52790 | 0.32 | 0.62552 | 0.57 | 0.71566 | 0.82 | 0.79389 |
| 0.08 | 0.53188 | 0.33 | 0.62930 | 0.58 | 0.71904 | 0.83 | 0.79673 |
| 0.09 | 0.53586 | 0.34 | 0.63307 | 0.59 | 0.72240 | 0.84 | 0.79955 |
| 0.10 | 0.53983 | 0.35 | 0.63683 | 0.60 | 0.72575 | 0.85 | 0.80234 |
| 0.11 | 0.54380 | 0.36 | 0.64058 | 0.61 | 0.72907 | 0.86 | 0.80511 |
| 0.12 | 0.54776 | 0.37 | 0.64431 | 0.62 | 0.73237 | 0.87 | 0.80785 |
| 0.13 | 0.55172 | 0.38 | 0.64803 | 0.63 | 0.73565 | 0.88 | 0.81057 |
| 0.14 | 0.55567 | 0.39 | 0.65173 | 0.64 | 0.73891 | 0.89 | 0.81327 |
| 0.15 | 0.55962 | 0.40 | 0.65542 | 0.65 | 0.74215 | 0.90 | 0.81594 |
| 0.16 | 0.56356 | 0.41 | 0.65910 | 0.66 | 0.74537 | 0.91 | 0.81859 |
| 0.17 | 0.56749 | 0.42 | 0.66276 | 0.67 | 0.74857 | 0.92 | 0.82121 |
| 0.18 | 0.57142 | 0.43 | 0.66640 | 0.68 | 0.75175 | 0.93 | 0.82381 |
| 0.19 | 0.57535 | 0.44 | 0.67003 | 0.69 | 0.75490 | 0.94 | 0.82639 |
| 0.20 | 0.57926 | 0.45 | 0.67364 | 0.70 | 0.75804 | 0.95 | 0.82894 |
| 0.21 | 0.58317 | 0.46 | 0.67724 | 0.71 | 0.76115 | 0.96 | 0.83147 |
| 0.22 | 0.58706 | 0.47 | 0.68082 | 0.72 | 0.76424 | 0.97 | 0.83398 |
| 0.23 | 0.59095 | 0.48 | 0.68439 | 0.73 | 0.76730 | 0.98 | 0.83646 |
| 0.24 | 0.59483 | 0.49 | 0.68793 | 0.74 | 0.77035 | 0.99 | 0.83891 |

| x | $\Phi(x)$ | x | $\Phi(x)$ | x | $\Phi(x)$ | x | $\Phi(x)$ |
|------|-----------|------|-----------|------|-----------|------|-----------|
| 1.00 | 0.84134 | 1.50 | 0.93319 | 2.00 | 0.97725 | 2.50 | 0.99379 |
| 1.01 | 0.84375 | 1.51 | 0.93440 | 2.01 | 0.97778 | 2.51 | 0.99396 |
| 1.02 | 0.84614 | 1.52 | 0.93574 | 2.02 | 0.97831 | 2.52 | 0.99413 |
| 1.03 | 0.84849 | 1.53 | 0.93699 | 2.03 | 0.97882 | 2.53 | 0.99430 |
| 1.04 | 0.85083 | 1.54 | 0.93822 | 2.04 | 0.97932 | 2.54 | 0.99446 |
| 1.05 | 0.85314 | 0.55 | 0.93943 | 2.05 | 0.97982 | 2.55 | 0.99461 |
| 1.06 | 0.85543 | 1.56 | 0.94062 | 2.06 | 0.98030 | 2.56 | 0.99477 |
| 1.07 | 0.85769 | 1.57 | 0.94179 | 2.07 | 0.98077 | 2.57 | 0.99492 |
| 1.08 | 0.85993 | 1.58 | 0.94295 | 2.08 | 0.98124 | 2.58 | 0.99506 |
| 1.09 | 0.86214 | 1.59 | 0.94408 | 2.09 | 0.98169 | 2.59 | 0.99520 |
| 1.10 | 0.86433 | 1.60 | 0.94520 | 2.10 | 0.98214 | 2.60 | 0.99534 |
| 1.11 | 0.86650 | 1.61 | 0.94630 | 2.11 | 0.98257 | 2.61 | 0.99547 |
| 1.12 | 0.86864 | 1.62 | 0.94738 | 2.12 | 0.98300 | 2.62 | 0.99560 |
| 1.13 | 0.87076 | 1.63 | 0.94845 | 2.13 | 0.98341 | 2.63 | 0.99573 |
| 1.14 | 0.87286 | 1.64 | 0.94950 | 2.14 | 0.98382 | 2.64 | 0.99585 |
| 1.15 | 0.87493 | 1.65 | 0.95053 | 2.15 | 0.98422 | 2.65 | 0.99598 |
| 1.16 | 0.87698 | 1.66 | 0.95154 | 2.16 | 0.98461 | 2.66 | 0.99609 |
| 1.17 | 0.87900 | 1.67 | 0.95254 | 2.17 | 0.98500 | 2.67 | 0.99621 |
| 1.18 | 0.88100 | 1.68 | 0.95352 | 2.18 | 0.98537 | 2.68 | 0.99632 |
| 1.19 | 0.88298 | 1.69 | 0.95449 | 2.19 | 0.98574 | 2.69 | 0.99643 |
| 1.20 | 0.88493 | 1.70 | 0.95543 | 2.20 | 0.98610 | 2.70 | 0.99653 |
| 1.21 | 0.88686 | 1.71 | 0.95637 | 2.21 | 0.98645 | 2.71 | 0.99664 |
| 1.22 | 0.88877 | 1.72 | 0.95728 | 2.22 | 0.98679 | 2.72 | 0.99674 |
| 1.23 | 0.89065 | 1.73 | 0.95818 | 2.23 | 0.98713 | 2.73 | 0.99683 |
| 1.24 | 0.89251 | 1.74 | 0.95907 | 2.24 | 0.98745 | 2.74 | 0.99693 |
| 1.25 | 0.89435 | 1.75 | 0.95994 | 2.25 | 0.98778 | 2.75 | 0.99702 |
| 1.26 | 0.89617 | 1.76 | 0.96080 | 2.26 | 0.98809 | 2.76 | 0.99711 |
| 1.27 | 0.89796 | 1.77 | 0.96164 | 2.27 | 0.98840 | 2.77 | 0.99720 |
| 1.28 | 0.89973 | 1.78 | 0.96246 | 2.28 | 0.98870 | 2.78 | 0.99728 |
| 1.29 | 0.90147 | 1.79 | 0.96327 | 2.29 | 0.98899 | 2.79 | 0.99736 |
| 1.30 | 0.90320 | 1.80 | 0.96407 | 2.30 | 0.98928 | 2.80 | 0.99744 |
| 1.31 | 0.90490 | 1.81 | 0.96485 | 2.31 | 0.98956 | 2.81 | 0.99752 |
| 1.32 | 0.90658 | 1.82 | 0.96562 | 2.32 | 0.98983 | 2.82 | 0.99760 |
| 1.33 | 0.90824 | 1.83 | 0.96638 | 2.33 | 0.99010 | 2.83 | 0.99767 |
| 1.34 | 0.90988 | 1.84 | 0.96712 | 2.34 | 0.99036 | 2.84 | 0.99774 |
| 1.35 | 0.91149 | 1.85 | 0.96784 | 2.35 | 0.99061 | 2.85 | 0.99781 |
| 1.36 | 0.91308 | 1.86 | 0.96856 | 2.36 | 0.99086 | 2.86 | 0.99788 |
| 1.37 | 0.91466 | 1.87 | 0.96926 | 2.37 | 0.99111 | 2.87 | 0.99795 |
| 1.38 | 0.91621 | 1.88 | 0.96995 | 2.38 | 0.99134 | 2.88 | 0.99801 |
| 1.39 | 0.91774 | 1.89 | 0.97062 | 2.39 | 0.99158 | 0.28 | 0.99807 |
| 1.40 | 0.91924 | 1.90 | 0.97128 | 2.40 | 0.99180 | 2.90 | 0.99813 |
| 1.41 | 0.92073 | 1.91 | 0.97193 | 2.41 | 0.99202 | 2.91 | 0.99819 |
| 1.42 | 0.92220 | 1.92 | 0.97257 | 2.42 | 0.99224 | 2.92 | 0.99825 |
| 1.43 | 0.92364 | 1.93 | 0.97320 | 2.43 | 0.99245 | 2.93 | 0.99831 |
| 1.44 | 0.92507 | 1.94 | 0.97381 | 2.44 | 0.99266 | 2.94 | 0.99836 |
| 1.45 | 0.92647 | 1.95 | 0.97441 | 2.45 | 0.99286 | 2.95 | 0.99841 |
| 1.46 | 0.92785 | 1.96 | 0.97500 | 2.46 | 0.99305 | 2.96 | 0.99846 |
| 1.47 | 0.92922 | 1.97 | 0.97558 | 2.47 | 0.99324 | 2.97 | 0.99851 |
| 1.48 | 0.93056 | 1.98 | 0.97615 | 2.48 | 0.99343 | 2.98 | 0.99856 |
| 1.49 | 0.93189 | 1.99 | 0.97670 | 2.49 | 0.99361 | 2.99 | 0.99861 |

| x | $\Phi(x)$ | x | $\Phi(x)$ | x | $1-\Phi(x)$ |
|------|-----------|------|-----------|------|-------------|
| 3.00 | 0.99865 | 3.50 | 0.99977 | 4.00 | 3.1686e-05 |
| 3.01 | 0.99869 | 3.51 | 0.99978 | 4.05 | 2.5622e-05 |
| 3.02 | 0.99874 | 3.52 | 0.99978 | 4.10 | 2.0669e-05 |
| 3.03 | 0.99878 | 3.53 | 0.99979 | 4.15 | 1.6633e-05 |
| 3.04 | 0.99882 | 3.54 | 0.99980 | 4.20 | 1.3354e-05 |
| 3.05 | 0.99886 | 3.55 | 0.99981 | 4.25 | 1.0696e-05 |
| 3.06 | 0.99889 | 3.56 | 0.99981 | 4.30 | 8.5460e-06 |
| 3.07 | 0.99893 | 3.57 | 0.99982 | 4.35 | 6.8121e-06 |
| 3.08 | 0.99896 | 3.58 | 0.99983 | 4.40 | 5.4170e-06 |
| 3.09 | 0.99900 | 3.59 | 0.99983 | 4.45 | 4.2972e-06 |
| 3.10 | 0.99903 | 3.60 | 0.99984 | 4.50 | 3.4008e-06 |
| 3.11 | 0.99906 | 3.61 | 0.99985 | 4.55 | 2.6849e-06 |
| 3.12 | 0.99910 | 3.62 | 0.99985 | 4.60 | 2.1146e-06 |
| 3.13 | 0.99913 | 3.63 | 0.99986 | 4.65 | 1.6615e-06 |
| 3.14 | 0.99916 | 3.64 | 0.99986 | 4.70 | 1.3023e-06 |
| 3.15 | 0.99918 | 3.65 | 0.99987 | 4.75 | 1.0183e-06 |
| 3.16 | 0.99921 | 3.66 | 0.99987 | 4.80 | 7.9435e-07 |
| 3.17 | 0.99924 | 3.67 | 0.99988 | 4.85 | 6.1815e-07 |
| 3.18 | 0.99926 | 3.68 | 0.99988 | 4.90 | 4.7987e-07 |
| 3.19 | 0.99929 | 3.69 | 0.99989 | 4.95 | 3.7163e-07 |
| 3.20 | 0.99931 | 3.70 | 0.99989 | 5.00 | 2.8710e-07 |
| 3.21 | 0.99934 | 3.71 | 0.99990 | 5.10 | 1.7012e-07 |
| 3.22 | 0.99936 | 3.72 | 0.99990 | 5.20 | 9.9834e-08 |
| 3.23 | 0.99938 | 3.73 | 0.99990 | 5.30 | 5.8022e-08 |
| 3.24 | 0.99940 | 3.74 | 0.99991 | 5.40 | 3.3396e-08 |
| 3.25 | 0.99942 | 3.75 | 0.99991 | 5.50 | 1.9036e-08 |
| 3.26 | 0.99944 | 3.76 | 0.99992 | 5.60 | 1.0746e-08 |
| 3.27 | 0.99946 | 3.77 | 0.99992 | 5.70 | 6.0077e-09 |
| 3.28 | 0.99948 | 3.78 | 0.99992 | 5.80 | 3.3261e-09 |
| 3.29 | 0.99950 | 3.79 | 0.99992 | 5.90 | 1.8236e-09 |
| 3.30 | 0.99952 | 3.80 | 0.99993 | 6.00 | 9.9012e-10 |
| 3.31 | 0.99953 | 3.81 | 0.99993 | 6.10 | 5.3238e-10 |
| 3.32 | 0.99955 | 3.82 | 0.99993 | 6.20 | 2.8347e-10 |
| 3.33 | 0.99957 | 3.83 | 0.99994 | 6.30 | 1.4947e-10 |
| 3.34 | 0.99958 | 3.84 | 0.99994 | 6.40 | 7.8049e-11 |
| 3.35 | 0.99960 | 3.85 | 0.99994 | 6.50 | 4.0358e-11 |
| 3.36 | 0.99961 | 3.86 | 0.99994 | 6.60 | 2.0665e-11 |
| 3.37 | 0.99962 | 3.87 | 0.99995 | 6.70 | 1.0479e-11 |
| 3.38 | 0.99964 | 3.88 | 0.99995 | 6.80 | 5.2616e-12 |
| 3.39 | 0.99965 | 3.89 | 0.99995 | 6.90 | 2.6161e-12 |
| 3.40 | 0.99966 | 3.90 | 0.99995 | 7.00 | 1.2881e-12 |
| 3.41 | 0.99968 | 3.91 | 0.99995 | 7.10 | 6.2805e-13 |
| 3.42 | 0.99969 | 3.92 | 0.99996 | 7.20 | 3.0320e-13 |
| 3.43 | 0.99970 | 3.93 | 0.99996 | 7.30 | 1.4500e-13 |
| 3.44 | 0.99971 | 3.94 | 0.99996 | 7.40 | 6.8612e-14 |
| 3.45 | 0.99972 | 3.95 | 0.99996 | 7.50 | 3.2196e-14 |
| 3.46 | 0.99973 | 3.96 | 0.99996 | 7.60 | 1.4988e-14 |
| 3.47 | 0.99974 | 3.97 | 0.99996 | 7.70 | 6.8834e-15 |
| 3.48 | 0.99975 | 3.98 | 0.99997 | 7.80 | 3.1086e-15 |
| 3.49 | 0.99976 | 3.99 | 0.99997 | 7.90 | 1.4433e-15 |

```

Programme de calcul de l'indice de fiabilité pour la stabilité au poinçonnement
program indifiab
  dimension w(50)
  real m1,m2,m3,a,b,b0,h1,d,r,t,p
  write (*,*) 'donner la caleur de (Gamma),(phi),(b0),(h1),
&(d),(e),(beta),(q)'
  read(*,*) a,b,b0,h1,d,r,t,p
  h0=h1+sin(t)
  b1=((2/3)*b0)-d
  write(*,*) 'donner la moyennede (Gamma),(phi),(q)'
  read(*,*) m1,m2,m3
  write(*,*) 'donner lécart type de (Gamma),(phi),(q)'
  read(*,*) s1,s2,s3
  a1=(a-m1)/s1
  b3=(b-m2)/s2
  p1=(p-m3)/s3
  write(*,*) a1,b1,p1
  call fct1(b3,t,zar)
  write(*,*)'zar=',zar
  call fct2(b3,t,zac)
  write(*,*)'zac=',zac
  Pb=(b0*d+(h0-d)*r)*(3/2)*25
  Vs=(h0-d)*b1+(1/2)*(b1**2)*tan(t)
  eb=((b0**2)*d/2+(b0-b1-(r/2))*r*
&(h0-d)+(b0-b1-(4*r/3))*(1/2)*(h0- d)*r)/(b0*d+(3/2)*r*(h0- d))
  eq=(b0-(b1/2))
  es=((h0-d)*b1*(b0-(b1/2))+Tan(t)*(b1**2)*(1/2)*(b0-(b1/3)))/
&((h0-d)*b1+(1/2)*(b1**2)*Tan(t))
  e0b=(b0/2)-eb
  e0q=(b0/2)-eq
  e0s=(b0/2)-es
  call fct3 (b3,t,dkar)
  write(*,*) 'dkar=',dkar
  call fct4 (b3,t,dkac)
  write(*,*) 'dkac=',dkac
  write(*,*) 'pour Rankine tapez (1),Coulomb tapez (2)'
  read(*,*) o
  if (o.eq.1) then
    za=zar
    dka=dkar
  else
    za=zac
    dka=dkac
  endif
  call fct5(e0s,Vs,b0,za,t,h1,Pb,b1,e0q,p1,a1,e0b,deg)
  write(*,*) 'deg=',deg
  call fct6 (Pb,dka,e0b,b1,p1,t,e0s,Vs,a1,b0,h1,e0q,aa,deph)
  write(*,*) 'deph=',deph
  call fct7(Pb,za,Vs,t,a1,e0q,h1,p1,b0,e0b,e0s,b1,deq)
  write(*,*) 'deq=',deq

```

```

w(0)=0
w(1)=1
i=0
77 if(abs(w(i+1)-w(i)).le.0.00001) goto 66
if (b1.eq.0) goto 66
call fct8 (za,e0,b1,Pb,h1,t,Vs,p1,deg,a1,y1)
write (*,*) 'y1=',y1
if (abs(y1).lt.0.00000000000000000001) then
write(*,*) 'capacite atteinte pour y1'
goto 96
endif
call fct9(za,dka,deph,e0,Vs,Pb,a1,h1,p1,t,b1,y2)
write(*,*) 'y2=',y2
if (abs(y2).lt.0.00000000000000000001) then
write(*,*) 'capacite atteinte pour y2'
goto 96
endif
call fct10 (deq,e0,Pb,za,a1,p1,Vs,b1,h1,t,y3)
write (*,*) 'y3=',y3
if (abs(y3).lt.0.00000000000000000001) then
write(*,*) 'capacite atteinte pour y3'
goto 96
endif
som=sqrt(y1**2+y2**2+y3**2)
alph1=y1/som
alph2=y2/som
alph3=y3/som
alph=sqrt(alph1**2+alph2**2+alph3**2)
write(*,*) 'alph=',alph
i=i+1
write(*,*) 'i=',i
akar=cos(t)*(cos(t)+sqrt(cos(t)**2-cos(alph2)**2))/(cos(t)
&-sqrt(cos(t)**2-cos(alph2)**2))
akac=Cos(alph2)**2/((1 + Sqrt(Sin(alph2)*Sin(alph2-t)/Cos(t)))**2)
write(*,*) 'pour Rankine tapez (1),Coulomb tapez (2)'
read(*,*) g
if (g.eq.1) then
aka=akar
else
aka=akac
endif
x1=(za*alph1*((h1**2)/2)*Sin(t) +
&alph3*za*h1*Sin(t)+
&Vs*alph1+ Pb +alph3*b1/Cos(t))/b1*
&(1 + 6*(za*alph1*(h1**2)/2*Sin(t)*(h1/3) +
&Vs*alph1*e0s + Pb*e0b +alph1*b1/Cos(t)*e0q -
&za*alph1*((h1**2)/2)*Cos(t)*b0/2)/
&(za*alph1*((h1**2)/2)*Sin(t)+
&alph3*za*h1*Sin(t)+ Vs*alph1+ Pb +
&alph3*b1/Cos(t))/b1)

```



```

w(i+1)=x1
write(*,*) 'betahl=',w(i+1)
96 if ((w(i+1).lt.(0)).or.(w(i+1).gt.10))then
do 17 n=i,2,-1
if((w(n).lt.(0)).or.(w(n).gt.10)) then
goto 97
endif
17 continue
97 w(i+1)=w(n)
goto 66
else
endif
a1=-alph1*x1
b3=-alph2*x1
p1=-alph3*x1
goto 77
66 write(*,*) 'b,ta=',w(i+1)
write(*,*) 'i=',i
write(*,*) 'fin'
end
subroutine fct1(bb,tt,zr)
zr=cos(tt)*(cos(tt)+sqrt(cos(tt)**2-cos(bb)**2))/(cos(tt)
&-sqrt(cos(tt)**2-cos(bb)**2))
return
end
subroutine fct2(bb,tt,zc)
zc=Cos(bb)**2/((1 + Sqrt(Sin(bb)*Sin(bb-tt)/Cos(tt)))**2)
return
end
subroutine fct3(bb,tt,y33)
y33=(cos(tt)*sin(bb)*cos(bb))/(sqrt(-cos(bb)**2+ cos(tt)**
&2)*(cos(tt)-sqrt(-cos(bb)**2+cos(tt)**2))) +(cos(tt)*cos(bb)*
&(cos(tt)+ sqrt(-cos(bb)**2+
&cos(tt)**2))*sin(bb))/(sqrt(-cos(bb)**2+
&cos(tt)**2)*(cos(tt)-sqrt(-cos(bb)**2+cos(tt)**2))**2)
return
end
subroutine fct4(bb,tt,y44)
y44=-((Cos(bb)**2)*(-Cos(bb)*(1/cos(tt))*Sin(tt-bb)+
&Cos(tt-bb)*(1/cos(tt))*Sin(bb))/
&(Sqrt(-(1/cos(tt))*Sin(tt-bb)*Sin(bb))*
&(1+Sqrt(-(1/cos(tt))*Sin(tt-bb)*Sin(bb))**3)-(2*Cos(bb)*Sin(bb))
&/((1 + Sqrt(-(1/cos(tt))*Sin(tt-bb)*Sin(bb)**2))
return
end
subroutine fct5(e0ss,Vss,bb0,zaa,tt,hh1,Pbb,bb1,e0qq,pp,aa,e0bb
&,y55)
y55=(e0ss*Vss - (1/4)*bb0*zaa*Cos(tt)*(hh1**2)+(1/6)*hh1*zaa*
&Sin(tt)*(hh1**2))/(Pbb +bb1*pp*(1/cos(tt))+ hh1*zaa*pp*Sin(tt)+
&Vss*(aa)+(1/2)*zaa*Sin(tt)*(hh1**2)*aa) -

```

```

&((Vss + (1/2)*zaa*Sin(tt)*(hh1**2))*(e0bb*Pbb + bb1*
&e0qq*pp*(1/cos(tt)) +
&e0ss*Vss*aa- (1/4)*bb0*zaa*Cos(tt)*(hh1**2)*aa+
&(1/6)*hh1*zaa*Sin(tt)*(hh1**2)*aa)/
&((Pbb + bb1*pp*(1/cos(tt))+ hh1*zaa*pp*Sin(tt)+ Vss*aa +
&(1/2)*zaa*Sin(tt)*(hh1**2)*aa)**2)
return
end
subroutine fct6(Pbb,dkaa,e0bb,bb1,pp,tt,e0ss,Vss,aa,bb0,hh1,e0qq,
&zaa,y66)
y66=-(((e0bb*Pbb + bb1*e0qq*pp*(1/cos(tt))+ e0ss*Vss*aa-
&(1/4)*bb0*Cos(tt)*zaa*(hh1**2)*aa+ (1/6)*hh1*zaa*Sin(tt)*(hh1**2)*
&aa)*(hh1*pp*Sin(tt)*dkaa+ (1/2)*Sin(tt)*(hh1**2)*
&aa*dkaa))/(Pbb + bb1*pp*(1/cos(tt))+hh1*pp*zaa*Sin(tt) +
&Vss*aa+( 1/2)*zaa*Sin(tt)*(hh1**2)*aa)**2) +
&(-1/4)*bb0*Cos(tt)*(hh1**2)*aa*dkaa +
&(1/6)*hh1*Sin(tt)*(hh1**2)*aa*dkaa)/
&(Pbb +bb1*pp*(1/cos(tt))+ hh1*pp*zaa*Sin(tt)+ Vss*aa+
&(1/2)*zaa*Sin(tt)*(hh1**2)*aa)
return
end
subroutine fct7(Pbb,zaa,Vss,tt,aa,e0qq,hh1,pp,bb0,e0bb,e0ss,bb1
&,y77)
y77=(bb1*e0qq*(1/cos(tt)))/(Pbb + bb1*pp*(1/cos(tt))+ hh1*zaa*pp*
&Sin(tt)+ Vss*aa+(1/2)*zaa*Sin(tt)*(hh1**2)*aa) -
&((bb1*(1/cos(tt))+ hh1*zaa*Sin(tt))*(e0bb*Pbb + bb1*e0qq*pp*
&(1/cos(tt))+ e0ss*Vss*aa-(1/4)*bb0*zaa*Cos(tt)*(hh1**2)*aa+
&(1/6)*hh1*zaa*Sin(tt)*(hh1**2)*aa))/((Pbb + bb1*pp*(1/cos(tt))+
&hh1*zaa*pp*Sin(tt)+Vss*aa+(1/2)*zaa*Sin(tt)*(hh1**2)*aa)**2)
return
end
subroutine fct8(zaa,e00,bb1,Pbb,hh1,tt,Vss,pp,degg,aa,y88)
y88=((1+(6*e00)/bb1)*(Vss+ (1/2)*zaa*Sin(tt)*(hh1**2)))/(bb1) +
&(6*(Pbb +bb1*pp*(1/cos(tt))+hh1*zaa*pp*Sin(tt)+ Vss*aa+
&(1/2)*zaa*Sin(tt)*(hh1**2)*aa)*degg)/(bb1**2)
return
end
subroutine fct9(zaa,dkaa,dephh,e00,Vss,Pbb,aa,hh1,pp,tt,bb1,y99)
y99=(6*(Pbb +bb1*pp*(1/cos(tt))+hh1*pp*zaa*Sin(tt)+ Vss*aa+
&(1/2)*zaa*Sin(tt)*(hh1**2)*aa)*
&dephh)/(bb1**2) +
&((1 + (6*e00)/bb1)*(hh1*pp*Sin(tt)*dkaa+
&(1/2)*Sin(tt)*(hh1**2)*aa*
&dkaa))/(bb1)
return
end
subroutine fct10 (deqq,e00,Pbb,zaa,aa,pp,Vss,bb1,hh1,tt,y10)
y10=((1 + (6*e00)/bb1)*(bb1*(1/cos(tt))+ hh1*zaa*Sin(tt))/(bb1) +
&(6*(Pbb + bb1*pp*(1/cos(tt))+ hh1*zaa*pp*Sin(tt)+ Vss*aa+
&(1/2)*zaa*Sin(tt)*(hh1**2)*aa)*deqq)/(bb1**2)

```

return
end

Programme de calcul de l'indice de fiabilité pour la stabilité au renversement

```

program indifiab
dimension w(50)
real m1,m2,m3
write (*,*) 'donner la valeur de (Gamma), (phi),(H0),(B0),
&(d),(e),(beta),(q)'
read(*,*) a,b,h0,b0,d,r,t,p
h1=h0+sin(t)
b1=((2*b0)/3)-d
write(*,*) 'h1=',h1
write(*,*) 'b1=',b1
write(*,*) 'donner la moyennede (Gamma),(phi),(q)'
read(*,*) m1,m2,m3
write(*,*) 'donner lécart type de (Gamma),(phi),(q)'
read(*,*) s1,s2,s3
a1=(a-m1)/s1
b3=(b-m2)/s2
p1=(p-m3)/s3
write(*,*) a1,b1,p1
call fct1(b3,t,zar)
write(*,*)'zar=',zar
call fct2(b3,t,zac)
write(*,*)'zac=',zac
Mb=((B0*d+(h0-d)*r)*(3/2)*25)*((b0**2)*d/2+(b0-b1(r/2))*r*
&(h0-d)+(b0-b1-(4*r/3))*(1/2)*(h0- d)*r)/(b0*d+(3/2)*r*(h0- d))
Vs=(h0-d)*b1+(1/2)*(b1**2)*Tan(t)
es=((h0-d)*b1*(b0-(b1/2))+Tan(t)*(b1**2)*(1/2)*(b0-(b1/3)))/
&((h0-d)*b1+(1/2)*(b1**2)*Tan(t))
call fct3 (b3,t,dkar)
write(*,*) 'dkar=',dkar
call fct4 (b3,t,dkac)
write(*,*) 'dkac=',dkac
write(*,*) 'pour Rankine tapez (1),Coulomb tapez (2)'
read(*,*) o
if (o.eq.1) then
za=zar
dka=dkar
else
za=zac
dka=dkac
endif
w(0)=0
w(1)=1
i=0
77 if(abs(w(i+1)-w(i)).le.0.00001) goto 66
if (b1.eq.0) goto 66
call fct5 (za,b0,b1,h1,t,es,Vs,y1)
write (*,*) 'y1=',y1
if (abs(y1).lt.0.00000000000000000001) then
write(*,*) 'capacite atteinte pour y1'
goto 96
endif

```

```

call fct6(dka,a1,b0,b1,p1,h1,t,y2)
write(*,*) 'y2=',y2
if (abs(y2).lt.0.00000000000000000001) then
write(*,*) 'capacite atteinte pour y2'
goto 96
endif
call fct7 (za,b0,b1,h1,t,y3)
write (*,*) 'y3=',y3
if (abs(y3).lt.0.00000000000000000001) then
write(*,*) 'capacite atteinte pour y3'
goto 96
endif
som=sqrt(y1**2+y2**2+y3**2)
alph1=y1/som
alph2=y2/som
alph3=y3/som
alph=sqrt(alph1**2+alph2**2+alph3**2)
write(*,*) 'alph=',alph
i=i+1
write(*,*) 'i=',i
akar=cos(t)*(cos(t)+sqrt(cos(t)**2-cos(alph2)**2))/(cos(t)
&-sqrt(cos(t)**2-cos(alph2)**2))
akac=Cos(alph2)**2/((1+Sqrt(Sin(alph2)*Sin(alph2t)/Cos(t)))**2)
write(*,*) 'pour Rankine tapez (1),Coulomb tapez (2)'
read(*,*) g
if (g.eq.1) then
aka=akar
else
aka=akac
endif
x1=Mb+vs*alph1*es +(1/2)*aka*(h1**2)*alph1*Sin(t)*
&(b0-b1) + alph3*aka*h1*Sin(t)*(b1-b0)+ alph3/Cos(t)*b1*
&(b0- (b1/2))*(b0-(b1/2))-aka*alph1*(h1**2)/2*Cos(t)*(h1/3)
&-alph3*aka*h1*Cos(t)*(h1/2)
w(i+1)=x1
write(*,*) 'betahl=',w(i+1)
96 if ((w(i+1).lt.(0)).or.(w(i+1).gt.10))then
do 17 n=i,2,-1
if((w(n).lt.(0)).or.(w(n).gt.10)) then
goto 97
endif
17 continue
97 w(i+1)=w(n)
goto 66
else
endif
a1=-alph1*x1
b1=-alph2*x1
h01=-alph3*x1
goto 77
66 write(*,*) 'b,ta=',w(i+1)
write(*,*) 'i=',i

```

```

write(*,*) 'fin'
end
subroutine fct1(bb,tt,zr)
zr=cos(tt)*(cos(tt)+sqrt(cos(tt)**2-cos(bb)**2))/(cos(tt)
&-sqrt(cos(tt)**2-cos(bb)**2))
return
end
subroutine fct2(bb,tt,zc)
zc=Cos(bb)**2/((1 + Sqrt(Sin(bb)*Sin(bb-tt)/Cos(tt)))**2)
return
end
subroutine fct3(bb,tt,y33)
y33=(cos(tt)*sin(bb)*cos(bb))/(sqrt(-cos(bb)**2+ cos(tt)**
&2)*(cos(tt)-sqrt(-cos(bb)**2+cos(tt)**2))) +(cos(tt)*cos(bb)*
&(cos(tt)+ sqrt(-cos(bb)**2+
&cos(tt)**2))*sin(bb))/(sqrt(-cos(bb)**2+
&cos(tt)**2)*(cos(tt)-sqrt(-cos(bb)**2+cos(tt)**2))**2)
return
end
subroutine fct4(bb,tt,y44)
y44=-(Cos(bb)**2)*(-Cos(bb)*(1/cos(tt))*Sin(tt-bb)+
&Cos(tt-bb)*(1/cos(tt))*Sin(bb))/
&(Sqrt(-(1/cos(tt))*Sin(tt-bb)*Sin(bb))*
&(1+Sqrt((1/cos(tt))*Sin(tt-bb)*Sin(bb)))**3)(2*Cos(bb)*Sin(bb))
&/(1 + Sqrt(-(1/cos(tt))*Sin(tt-bb)*Sin(bb)**2))
return
end
subroutine fct5(zaa,bb0,bb1,hh1,tt,ess,Vss,y11)
y11=ess*vss+(1/2)*(bb0-bb1)*(hh1**2)*zaa*Sin(tt)-
&(1/6)*hh1*zaa*Cos(tt)*(hh1**2)
return
end
subroutine fct6(dkaa,aa,bb0,bb1,pp,hh1,tt,y22)
y22=-(1/2)*(hh1**2)*pp*Cos(tt)*dkaa + (-bb0 + bb1)*hh1*pp*
&Sin(tt)*dkaa+(1/2)*(bb0-bb1)*(hh1**2)*Sin(tt)*aa*dkaa-
&(1/6)*hh1*Cos(tt)*(hh1**2)*aa*dkaa
return
end
subroutine fct7(zaa,bb0,bb1,hh1,tt,y33)
y33=-(1/2)*(hh1**2)*zaa*Cos(tt)+bb1*((bb0-(bb1/2))**2)*(1/cos(tt))
&+(-bb0+bb1)*hh1*zaa*Sin(tt)
return
end

```

Programme de calcul de l'indice de fiabilité pour la stabilité au glissement
program indifiab

```
dimension w(50)
real m1,m2,m3,a,b,b0,h1,d,r,t,p
write (*,*) 'donner la valeur de (Gamma),(phi),(b0),(h1),
&(d),(e),(beta),(q)'
read(*,*) a,b,b0,h1,d,r,t,p
h0=h1+sin(t)
b1=((2*b0)/3)-d
write(*,*) 'donner la moyennede (Gamma),(phi),(q)'
read(*,*) m1,m2,m3
write(*,*) 'donner lécart type de (Gamma),(phi),(q)'
read(*,*) s1,s2,s3
a1=(a-m1)/s1
b3=(b-m2)/s2
p1=(p-m3)/s3
write(*,*) a1,b3,p1
call fct1(b3,t,zar)
write(*,*) 'kar=' ,zar
call fct2(b3,t,zac)
write(*,*) 'kac=' ,zac
Pb=(b0*d+(h0-d)*r)*(3/2)*25
Vs=(h0-d)*b1+(1/2)*(b1**2)*tan(t)
call fct3 (b3,t,dkar)
write(*,*) 'dkar=' ,dkar
call fct4 (b3,t,dkac)
write(*,*) 'dkac=' ,dkac
write(*,*) 'pour Rankine tapez (1),Coulomb tapez (2)'
read(*,*) o
if (o.eq.1) then
za=zar
dka=dkar
else
za=zac
dka=dkac
endif
w(0)=0
w(1)=1
i=0
77 if(abs(w(i+1)-w(i)).le.0.00001) goto 66
if (b1.eq.0) goto 66
call fct5 (za,b1,h1,t,Vs,y1)
write (*,*) 'y1=',y1
if (abs(y1).lt.0.00000000000000000001) then
write(*,*) 'capacite atteinte pour y1'
goto 96
endif
call fct6(za,dka,Vs,Pb,a1,b3,h1,t,p1,y2)
write(*,*) 'y2=',y2
if (abs(y2).lt.0.00000000000000000001) then
write(*,*) 'capacite atteinte pour y2'
goto 96
endif
```

```

call fct7 (za,b3,b1,h1,t,y3)
write (*,*) 'y3=',y3
if (abs(y3).lt.0.00000000000000000001) then
write(*,*) 'capacite atteinte pour y3'
goto 96
endif
som=sqrt(y1**2+y2**2+y3**2)
alph1=y1/som
alph2=y2/som
alph3=y3/som
alph=alph1**2+alph2**2+alph3**2
write(*,*) 'alph=',alph
i=i+1
write(*,*) 'i=',i
akar=cos(t)*(cos(t)+sqrt(cos(t)**2-cos(alph2)**2))/(cos(t)
&-sqrt(cos(t)**2-cos(alph2)**2))
akac=Cos(alph2)**2/((1 + Sqrt(Sin(alph2)*Sin(alph2-t)/Cos(t)))**2)
write(*,*) 'pour Rankine tapez (1),Coulomb tapez (2)'
read(*,*) f
if (f.eq.1) then
aka=akar
else
aka=akac
endif
x1=(aka*alph1*((h1**2)/2)*Sin(t)+
&alph3*aka*h1/Cos(t) +
&Vs*alph1+ Pb +alph3*b1/Cos(t))*Tan(alph2)-
&aka*alph1*((h1**2)/2)*Cos(t)-
&alph3*aka*h1*Sin(t)
write(*,*) 'x1=',x1
w(i+1)=x1
write(*,*) 'betahl=',w(i+1)
96 if ((w(i+1).lt.(0)).or.(w(i+1).gt.10))then
do 17 n=i,2,-1
if((w(n).lt.(0)).or.(w(n).gt.10)) then
goto 97
endif
17 continue
97 w(i+1)=w(n)
goto 66
else
endif
a1=-alph1*x1
b3=-alph2*x1
p1=-alph3*x1
goto 77
66 write(*,*) 'b,ta=',w(i+1)
write(*,*) 'i=',i
write(*,*) 'fin'
end
subroutine fct1(bb,tt,zr1)
zr1(bb,tt)=cos(tt)*(cos(tt)+sqrt(abs(cos(tt)**2-cos(bb)**2)))/
&(cos(tt)-sqrt(abs(cos(tt)**2-cos(bb)**2)))

```



```

zr11=zr1(bb,tt)
return
end
subroutine fct2(bb,tt,zc11)
zc1(bb,tt)=Cos(bb)**2/((1 + Sqrt(abs(Sin(bb)*Sin(bb+tt)
&/Cos(tt))))**2)
zc11=zc1(bb,tt)
return
end
subroutine fct3(bb,tt,y333)
y33(bb,tt)=(cos(tt)*sin(bb)*cos(bb))/(sqrt(-cos(bb)**2+ cos(tt)**
&2)*(cos(tt)-sqrt(-cos(bb)**2+cos(tt)**2))) +(cos(tt)*cos(bb)*
&(cos(tt)+ sqrt(-cos(bb)**2+
&cos(tt)**2))*sin(bb))/(sqrt(-cos(bb)**2+
&cos(tt)**2)*(cos(tt)-sqrt(-cos(bb)**2+cos(tt)**2))**2)
y333=y33(bb,tt)
return
end
subroutine fct4(bb,tt,y444)
y44(bb,tt)=-((Cos(bb)**2*(Cos(bb+tt)*(1/cos(tt))*Sin(bb)+ Cos(bb)*
&(1/cos(tt))*Sin(bb+tt)))/(Sqrt((1/cos(tt))*Sin(bb)*Sin(tt+bb)))*
&(1+ Sqrt((1/cos(tt))*Sin(tt)*Sin(tt+bb))**3) - (2*Cos(bb)*
&Sin(bb))/(1 + Sqrt((1/cos(tt))*Sin(bb)*Sin(tt+bb))**2)
y444=y44(bb,tt)
return
end
subroutine fct5(zaa,bb,hh1,tt,Vss,y555)
y55(zaa,bb,hh1,tt,Vss)=-((1/2)*zaa*Cos(tt)*(hh1**2)+(Vss+(1/2)
&*zaa*Sin(tt)*(hh1**2))*Tan(bb)
y555=y55(zaa,bb,hh1,tt,Vss)
return
end
subroutine fct6(zaa,dkaa,Vss,Pbb,aa,bb,hh1,tt,p11,y666)
y66(zaa,dkaa,Vss,Pbb,aa,bb,hh1,tt,p11)=(1/cos(tt))**2*(Pbb+Vss*aa+
&(zaa*Sin(tt)*(hh1**2)*aa)/2+p11*zaa*hh1*(1/cos(tt))-p11*hh1*
&Sin(tt)*dkaa+Tan(bb)*((Sin(tt)*(hh1**2)*aa*dkaa)/2+
&p11*hh1*(1/cos(tt))*dkaa)-(p11*Cos(tt)*aa*dkaa*(hh1**2))/2
y666=y66(zaa,dkaa,Vss,Pbb,aa,bb,hh1,tt,p11)
return
end
subroutine fct7(zaa,bb,bb1,hh1,tt,y777)
y77(zaa,bb,bb1,hh1,tt)=-hh1*zaa*Sin(tt)+(bb1*(1/cos(tt))+hh1*
&zaa*(1/cos(tt))*Tan(bb)
y777=y77(zaa,bb,bb1,hh1,tt)
return
end

```

BIBLIOGRAPHIE

- [1] G.Philiponat et B.Hubert << Fondation et ouvrages en terre>>
Edition Eyrolles paris 1979
- [2] J.Costet et G.Sanglerat << Cours pratique de mécanique des sols>>
Edition Dunod paris 1975
- [3] P.Charon <<Calcul des ouvrages en béton armé suivant les règles B.A.E.L 83>>
Edition Eyrolles paris 1986
- [4] H.Procaccia et P.Morilhat << Fiabilité des structure des installations industrielles>>
Edition Eyrolles paris 1996
- [5] A.Haldar <<reliability Assessment Using Stochastic Finite Element Analysis>>
John Wiley & Son,inc 2000 USA
- [6] J.P Magnan << les méthodes statistiques et probabiliste en mécanique des sols>>
Presse Ponts et chaussées Paris 1982
- [7] A.Caquot et J.Kerisel << Traite de mécanique des sols>>
Edition Gautier-Villars paris 1966
- [8] J.Putatti << Technologie de la construction des bâtiments>>
Edition Eyrolles paris 1979