

6/97

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de L'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT GENIE CIVIL

PROJET DE FIN D'ETUDE

المركز الوطنية للتكنولوجيا
المكتبة - BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

THEME

ETUDE D'UN TABLIER DE PONT
DALLE HYPERSTATIQUE
EN BETON PRECONTRAINTE

Proposé par:

La S.A.E.T.I

Etudié par:

HAMIMI N'FISSA MEGDOUDA
SMAILI ASSIA

Dirigé par:

M.^{me}CHERID
M.^{me}MOUHABIDINE

Promotion: JUILLET 1997

E.N.P. 10, Avenue Hacén Badi El-Harrache - ALGER

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de L'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT GENIE CIVIL

PROJET DE FIN D'ETUDE

المكتبة — المكتبة
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

THEME

*ETUDE D'UN TABLIER DE PONT
DALLE HYPERSTATIQUE
EN BETON PRECONTRAINTE*

Proposé par:

La S.A.E.T.I

Etudié par:

**HAMIMI N'FISSA MEGDOUDA
SMAILI ASSIA**

Dirigé par:

**M.^{me} CHERID
M.MOUHABIDINE**

Promotion: JUILLET 1997

E.N.P. 10, Avenue Hacén Badi El-Harrache - ALGER

Dédicaces

Je dédie ce travail aux deux êtres les plus chers au monde, mes parents, ainsi qu'à

mes deux frères Tarek et Khaled,

mon adorable soeur Amina et ma tante Saliha

ma copine Feroudja et ma cousine Tassadit

mon oncle et ma cousine Aïda

à tous ceux qui ont participé de loin ou de près à la réalisation de ce projet.

et à tous mes amis (v).

ASSIA

Je dédie ce modeste travail à

mes très chers et valeureux parents pour leur soutien et leurs encouragements.

ma très chère soeur Amina que je ne remerciais jamais assez pour son aide

mon très cher frère aîné Slimane,

et sans oublier, bien sûr, mon adorable petit Mourad pour sa gaieté et son soutien.

N'Fissa



REMERCIEMENTS

Nous profitons de cet espace pour adresser nos remerciements à nos promotrices, Mesdames CHERID et MOHABEDDINE pour avoir bien voulu proposer le thème du présent projet.

Nous tenons également, à exprimer nos vifs remerciements à :

Madame KETAB dont l'aide nous a été utile,

Monsieur MERAEN de l'E.N.G.O.A ,

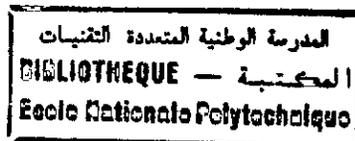
l'ensemble du personnel et des ingénieurs du Département des ouvrages d'arts du C.C.T.P ,

le Service de documentation et le personnel de la S.A.E.T.I, notamment Monsieur ZERGOUG.

Aussi, nous exprimons toute notre gratitude et nos remerciements les plus sincères au corps enseignant du département Génie Civil .

Sans manquer de saluer tous ceux qui ont contribué à l'élaboration de ce travail.

SOMMAIRE



Introduction

I Présentation de l'ouvrage	
I-1 Description de l'ouvrage	1
I-2 Caractéristiques mécaniques des matériaux	2
I-3 Les dimensions de la dalle	7
II Charges et surcharges	
II-1 Charges permanentes	10
II-2 charges d'exploitations	11
III Lignes d'influence	
III-1 Notion de ligne d'influence	16
III-2 Lignes d'influence appliquées à une poutre continue	17
III-3 Application des lignes d'influence au projet	22
III-4 Application des charges et surcharges au lignes d'influence	26
IV La théorie de GYON-MASSONNET	
IV-1 Hypothèses de calcul	29
IV-2 Coefficient de répartition transversale	30
IV-3 Paramètres d'entretoisements θ et de torsion α	30
IV-4 Calcul des moments longitudinaux	35
V Moments longitudinaux	
V-1 Moment fléchissant sur appui	40
V-2 Moment fléchissant en travée	41
VI La précontrainte	
VI-1 Etude de la précontrainte en Classe II	37
VI-2 Détermination de la précontrainte et de son excentricité	38
VI-3 Influence du moment hyperstatique de précontrainte	49
VI-4 Détermination du cable concordant	51
VI-5 Pertes de précontrainte	55
VII Vérification de la précontrainte	
VII-1 Vérification des contraintes à l'ELS	61
VII-2 Vérification de la section à l'ELU	62

VIII Efforts tranchants et réactions d'appui	
VIII-1 Effort tranchant externe	66
VIII-2 Effort tranchant de précontrainte	69
VIII-3 Réaction d'appui	70
VIII-4 Vérification des cisaillements	71
IX Effort tranchant dans la dalle	
IX-1 Calcul des coefficients de répartition transversale de l'effort tranchant	73
X Flexion transversal	
X-1 Calcul des moments transversaux	78
X-2 Détermination de la surcharge P_m	79
X-3 Lignes d'influence	81
X-4 Calcul du coefficient de flexion transversal μ_{cm}	86
X-5 Etude des encorbellements	87
X-6 Prise en compte du coefficient de Poisson	93
X-7 Moments transversaux dus à la précontrainte	94
X-8 Moment transversaux totaux sur la dalle	94
X-9 Combinaisons de calcul	95
XI Ferrailage	
XI-1 Ferrailage transversal	96
XI-2 Ferrailage passif longitudinal	98
XII Appareils d'appuis	
XII-1 Définition	100
XII-2 Composants d'un appareil d'appui	100
XII-3 Etude des appareils d'appuis de l'ouvrage	100
XII-4 Dimensionnement des appareils d'appui	101
XII-5 Réactions d'appui horizontale	102
XII-6 Vérification des appareils d'appui	106
XII-7 Conclusion	108
Conclusion	

INTRODUCTION

Au cours du présent projet, nous essayerons d'évaluer les étapes d'une étude d'un pont, proposé par la Société Algérienne d'Etude d'Infrastructures. Cette étude concerne un pont-dalle hyperstatique en béton précontraint. Nous nous sommes intéressées à l'analyse de la super-structure de l'ouvrage.

Dans le cadre de notre travail, nous avons procédé au choix des matériaux suivant leur caractéristiques mécaniques et à la vérification des dimensions de l'ouvrage, données par les documents d'architecture, tout en se référant aux règlements prescrits pour ce type de construction [1,2,3]. Nous avons, par la suite, évalué les charges et les efforts engendrés par les sollicitations auxquelles le pont est soumis. Ceci, dans le but de ferrailer la dalle dans les deux sens.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

CHAPITRE I

PRESENTATION DE L'OUVRAGE

I-2 CARACTERISTIQUES MECANQUES DES MATERIAUX:

Lorsque la portée déterminante d'un pont dépasse la quinzaine de mètres, et jusqu'à 23m, le béton précontraint s'impose en prenant relève sur le béton armé [1].

Les ouvrages en béton précontraint sont calculés et justifiés sur la base du règlement BPEL 83 [8];

qui distingue :

- *Les états-limites ultimes (ELU)*, qui correspondent à la valeur maximale de la capacité portante de la construction et dont le dépassement entraînerait la ruine de l'ouvrage.
- *Les états-limites de service (ELS)*, qui constituent les limites au delà desquelles les conditions normales d'exploitation de la construction ne sont plus satisfaites.

I-2.1 Le béton :

Le béton employé dans le cas des ponts dalles en béton précontraint ne diffère pas de celui qu'on emploie pour les ponts dalles en béton armé, mais on l'utilise d'habitude sous des contraintes plus élevées. Les qualités essentielles requises du béton sont :

- En phase de construction c'est-à-dire à la mise en tension, les contraintes dans le béton sont très élevées, d'où la nécessité d'utiliser un béton à bonne résistance mécanique à la compression. Pour cela on exigera le choix d'un ciment de qualité, une sélection rigoureuse des granulats ainsi que des conditions de fabrication du béton garantissant le respect de la valeur de résistance voulue.
- Le béton se doit d'avoir une bonne compacité, d'être continu et de présenter un minimum de vide aussi bien en quantité qu'en volume.
- Le rapport eau-ciment doit être étudié pour limiter le retrait.
- Un durcissement rapide du béton est souvent recommandé car la précontrainte s'applique à un âge avancé du béton; pour cela, on utilise du ciment à prise rapide, des adjuvants ou le système de chauffage.

I-2.1.1 Résistances caractéristiques du béton :

Le règlement BPEL admet pour le béton les valeurs suivantes :

- résistance à la compression (f_{cj}),

$$f_{cj} = 0.685 \log(j+1) f_{c28} \quad \text{pour } j > 28 \text{ jrs} \quad (\text{I-1.a})$$

$$f_{cj} = f_{c28} \quad \text{pour } j \geq 28 \text{ jrs} \quad (\text{I-1.b})$$

- résistance à la traction (f_{tj}),

$$f_{tj} = 0.6 + 0.06 f_{cj} \quad (\text{I-2})$$

Dans notre cas, on a opté pour :

$$f_{c28} = 35 \text{ MPa}$$

$$f_{t28} = 2.70 \text{ MPa.}$$

I-2.1.2 Contraintes admissibles du béton :-Etat Limite Ultime :

Le diagramme (contraintes, déformations) utilisé est le diagramme parabole-rectangle.

La contrainte admissible à la compression du béton est:

$$f_{bu} = \frac{0.85f_{c28}}{\gamma_b} \quad (I-3)$$

avec:

$$\gamma_b \text{ coefficient de sécurité}$$

$$\gamma_b = \begin{cases} 1.5 & \text{en situation normal} \\ 1.15 & \text{en situation accidentelle} \end{cases}$$

-Etat Limite de Service :

Le diagramme (contraintes, déformations) est linéaire élastique, ce qui conduit à l'application de la loi de Hook.

La contrainte admissible à la compression est,

$$\bar{\sigma}_{bc} = \begin{cases} 0.5f_{c28} & \text{à 28 jrs} \\ 0.6f_{cj} & 3 < j < 28 \\ 2/3f_{cj} & j < 3 \text{ jrs} \end{cases} \quad (I-4)$$

I-2.1.3 Module de déformation longitudinal :

-Module de déformation instantanée

$$E_{ij} = 11000 \sqrt[3]{f_{cj}} \quad (I-5.a)$$

-Module de déformation différé

$$E_v = E_i / 3 \quad (I-5.b)$$

I-2.2 L'acier :

Le rôle de l'acier dans le béton précontraint diffère de celui de l'acier dans le béton armé. En effet, si l'acier du béton armé a pour fonction de reprendre les efforts de traction dans le béton précontraint, il est considéré comme étant l'organe fournissant la réaction, à l'effort de précontrainte.

On distingue deux types d'acier:

- les aciers actifs ou de précontrainte,
- les aciers passifs.

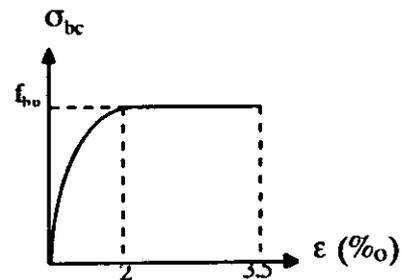


Figure I-3 Comportement du béton en compression à l'ELU.

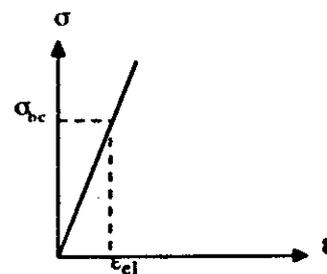


Figure I-4 Comportement du béton en compression à l'ELS.

I-2.21 Les aciers actifs:

Il sont uniquement sollicités en traction et la sollicitation extrême à l'état limite apparaît, en général, lors de la mise en tension à l'extrémité du câble, côté vérin actif.

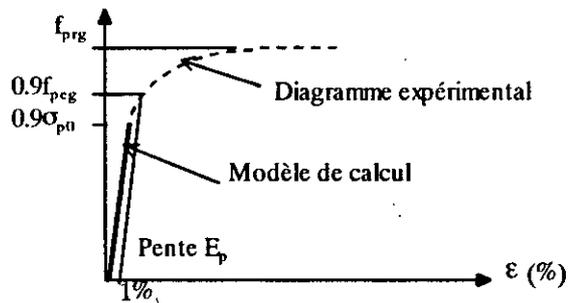


Figure I-6 Modèle de comportement de l'acier de précontrainte à l'ELU.

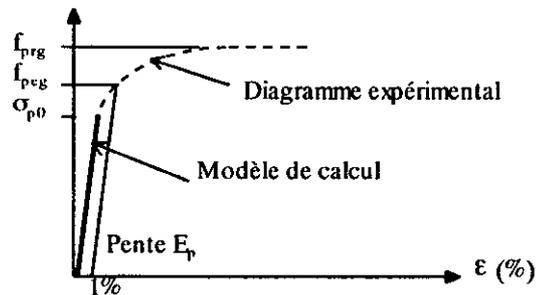


Figure I-5 Modèle de comportement de l'acier de précontrainte à l'ELS.

Le diagramme (contraintes/déformations) et les équations de compatibilité, aussi bien à l'ELU qu'à l'ELS, spécifient les différents stades de la réponse de l'acier aux sollicitations qui lui sont appliquées.

La contrainte σ_p , développée au niveau des aciers actifs de type toron, doit satisfaire aux conditions mentionnées ci-dessous.

$$\text{si } \sigma_p > 0.9f_{prg}$$

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_p} + 100 \left(\frac{\sigma_p}{f_{pcg}} - 0.9 \right)^5$$

(I-6)

$$\text{si } 0.9f_{prg} > \sigma_p > 0$$

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_p}$$

Avec

E_p : module de déformation de l'acier de précontrainte,

f_{prg} : contrainte de rupture garantie,

f_{pcg} : contrainte élastique garantie.

Caractéristiques des torons utilisés:

Type de câble	7T15
Contrainte de rupture garantie	$f_{prg} = 18 \times 10^4 \text{ t/m}^2$
Contrainte de déformation garantie	$f_{pcg} = 15 \times 10^4 \text{ t/m}^2$
Module d'élasticité	$E_p = 19 \times 10^6 \text{ t/m}^2$
Relaxation à 1000 jours	$\rho_{1000} = 4.5\%$
Relaxation à l'infini	$\rho_{\infty} = 10\%$
Coefficient de perte par déviation parasite	$\varphi = 0.003$
Coefficient de perte par frottement en courbe	$f = 0.19$
Recul d'ancrage	6 mm
Diamètre de la gaine	7 cm
Section du câble	1050 mm^2
Décalage du câble dans la gaine	0.006
Rayon de courbure minimum	8 m

I-2.2.2 Les aciers passifs:

Ils sont utilisés dans les zones tendues comme armatures de peau. Ils servent à reprendre les efforts tranchants et à limiter les fissures.

-ELU

Pour une contrainte σ_p développée au niveau des aciers actifs, les équations de compatibilité donnent:

$$\text{si } \sigma_p \geq 0.7f_c$$

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + 0.823 \left(\frac{\sigma_s}{f_c} - 0.7 \right)^5 \quad (I-7)$$

$$\text{si } 0.7f_c > \sigma_p \geq 0$$

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}$$

Avec

E_s : module de déformation des aciers passifs. \rightarrow ($E_s=2 \times 10^5 \text{ MPa}$)

f_c : limite d'élasticité de l'acier passif ($f_c=400 \text{ MPa}$).

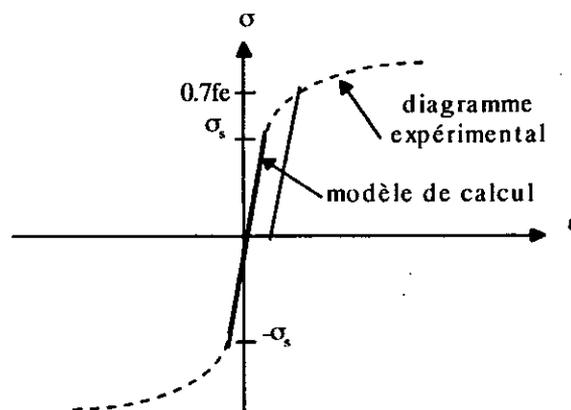


Figure I-7 Modèle de comportement de l'acier passif à l'ELU.

- ELS:

La détermination des contraintes admissibles à l'ELS est fonction de la classe de la précontrainte, qu'on verra en Chapitre VI.

I-3 DIMENSSIONS DE LA DALLE :

I-3.1 Caracteristiques géométriques de la dalle :

- Y_i : ordonnée du centre de gravité de la section N° i dans le repère (OX, OY),
- I_{xi} : moment d'inertie de la section N° i par rapport à son centre de gravité,
- S_i : surface partielle correspondant à la zone i de la dalle,
- I_{Gi} : moment d'inertie de la section N° i par rapport à G,
- Y_G : ordonnée du centre de gravité de la dalle G,

$$Y_G = \frac{\sum S_i Y_i}{\sum S_i} \tag{I-8}$$

-I_{GX} : moment d'inertie de la dalle.

$$I_{GX} = 2 \sum_{i=1}^5 (I_{xi} + S_i X_i^2) \tag{I-9}$$

Dans le but de calculer l'inertie du tablier, celui-ci est divisé en 5 sections (Figure I-8) dont les caractéristiques géométriques sont mentionnées dans le Tableau I-1.

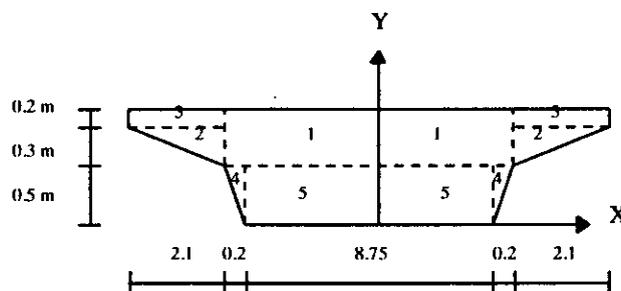


Figure I-8

N° de la section	Y _i / O (m)	S _i (m ²)	I _{xi} (10 ⁻³ m ⁴)	S _i (Y _i -Y _G) ² (m ⁴)	I _{Gi} (10 ⁻³ m ⁴)
1	0.75	2.2875	45.573	0.3326	341.500
2	0.70	0.315	1.575	0.0074	8.975
3	0.90	0.420	1.400	0.0291	51.788
4	0.33	0.050	0.694	0.0024	3.094
5	0.25	2.1875	45.573	0.3859	477.064

Tableau I-1 Détails de calculs du moment d'inertie de la dalle.

D'ou

$$I_{GX} = 0.89234 \text{ m}^4$$

$$Y_G = 0.547 \text{ m}$$

I-3.2 Calcul de la largeur équivalente de la dalle:

Afin de tenir compte de la participation des encorbellements à la flexion longitudinale pour réduire la torsion dans la dalle, nous allons substituer à la dalle avec encorbellement, une dalle équivalente de section rectangulaire. Elle sera de même hauteur que la dalle centrale, et présentant la même inertie de l'ensemble de la structure étudiée.

Soit :

$2b$: la largeur de la dalle équivalente rectangulaire,
 I_{xG} : l'inertie totale de la dalle.

Alors:

$$2b = \frac{12I_{xG}}{h^3} \quad (I-10)$$

Comme, $h=1\text{m}$, $I_{xG}=0.89234\text{ m}^4$

$$2b=10.78\text{ m}$$

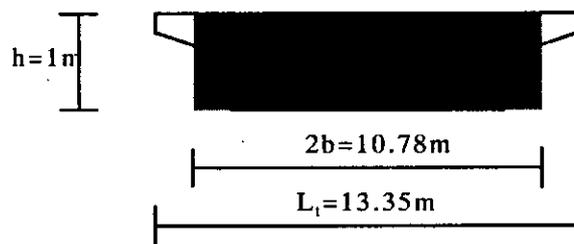


Figure I-9 Largeur de la dalle équivalente.

I-3.3 Vérification des dimensions de la dalle

La dalle est à large encorbellement. Elle satisfait aux conditions suivantes :

- La largeur droite de l'encorbellement le plus important (L_c) ne doit pas excéder 1/5 de la portée (L)

$$L_c > L/5 \quad (\text{condition vérifiée pour } L_c = 2.30\text{m et } L = 78\text{ m}).$$

- La largeur de la nervure (intrados) doit rester supérieure à la moitié de la largeur totale L_1 .

$$L_1 > L_c/2 \quad (\text{condition vérifiée pour } L_1 = 9.40\text{ m et } L_c = 10.35\text{m})$$

- La dalle rectangulaire équivalente élargie de 5% de chaque côté, doit couvrir entièrement la largeur chargeable (L_c) qui est la distance entre bordures des trottoirs.

$$1.1 \times 2b > L_c \quad (\text{condition vérifiée pour } 2b = 10.78\text{ m et } L_c = 9.85\text{m})$$

I-3.4 Vérification du biais:

Lorsque l'ouvrage est biais, selon un angle géométrique (φ) les directions principales du tenseur de flexion de la plaque en milieu de travée ne sont pas portées par l'axe OX de l'ouvrage et par sa perpendiculaire OY, mais sont déviées suivant un angle de biais mécanique (ψ).

La loi empirique reliant le biais mécanique (ψ) au biais géométrique (φ) moyennant un coefficient de forme (η), est donnée par la relation suivante:

$$\psi = \begin{cases} \varphi & \eta < 0.5 \\ \varphi + \frac{\eta - 0.5}{2.2} (10 - \varphi) & 0.5 \leq \eta \leq 2.7 \\ 100 & \eta > 2.7 \end{cases} \quad (I-11)$$

η coefficient de forme

$$\eta = \frac{\text{portée biaisée}}{\text{largeur droite}} = \frac{D_i \sin \varphi}{2b} \quad (1-12)$$

D_i portée biaisée de la travée considérée (la travée la plus courte 14m).

φ biais géométrique ($\varphi = 58,92$ grad).

$2b$ largeur de la dalle équivalente ($2b = 10,78$ m).

On aura:

$$\eta = 1,0376$$

De la formule (I-X) et pour $0,5 \leq \eta = 1,0376 \leq 2,7$ on trouve que:

$$\psi = 68,96 \text{ grad}$$

Pour des valeurs de biais ,aussi bien géométrique que mécanique, supérieures respectivement à 50 grades et à 60 grades, on peut dire que le tablier est de type PSI.DP.

$$\varphi = 58,92 \text{ grades} > 50 \text{ grades}$$

$$\psi = 68,96 \text{ grades} > 60 \text{ grades}$$

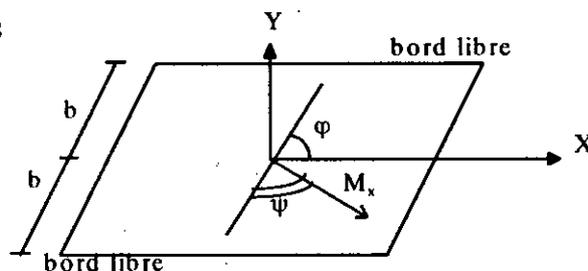


Figure I-10 Représentation du biais mécanique et du biais géométrique.

CHAPITRE II

ETUDE DES CHARGES

ET

SURCHARGES

Le système de charge englobe les charges permanentes et les charges d'exploitation. L'ensemble des charges permanente est déterminé d'après le Document SETRA [2]. Les règlements des charges d'exploitations sur les ponts routes sont regroupés dans le Fascicule 61, Titre II du Cahier de Prescriptions de Charge (CPC). On étudiera dans notre cas essentiellement:

- Les charges routières à caractère normal qui comprennent deux systèmes différents: le système A et le système B.
- Les charges routières à caractère particulier, à savoir les charges militaires et les convois exceptionnels.
- Les charges sur trottoirs.
- Les charges dues aux efforts de freinage.
- Les charges dues aux séismes.

Classe et caractéristiques du pont:

Tous les ponts supportant des chaussées à largeur roulable (L_r) supérieure à 7m sont rangés dans la Classe I.

$$L_r = 9.85 \text{ m} > 7 \text{ m}$$

⇒ Classe I

$$\text{Nombre de voies de circulation: } N = E\left(\frac{L_c}{3}\right)$$

$$\Rightarrow N = 3$$

$$\text{Largeur de la voie: } L_v = \frac{L_c}{N}$$

$$\Rightarrow L_v = 3.283 \text{ m}$$

II-1 CHARGES PERMANENTES:

La charge permanente est calculée en tonnes par mètre linéaire, elle englobe:

- Le poids propre de la dalle.
- Le revêtement bitumeux d'épaisseur 0.08m : il s'étend sur la largeur chargeable.
- La chape d'épaisseur 0.03m : on considère qu'elle s'étend sur toute la largeur de l'ouvrage.
- Le béton maigre de remplissage des trottoirs sur une largeur de : $2 \times (1.75 - 0.35)$.
- Les corniches.
- Les bordures de trottoirs .
- Les gardes corps.

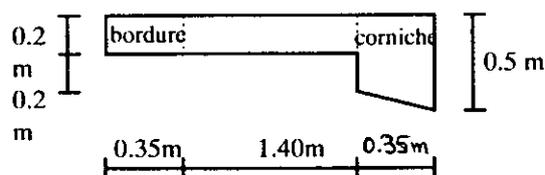


Figure II-1 Détail d'un trottoir.

Les résultats de calcul des différents poids mentionnés ci-dessus, sont représentés dans le Tableau II-1.

	densité (t/m ³)	surface occupée (m ²)	poids (t/ml)
dalle	2.5	10.52	26.3
revêtement	2.2	0.788	1.7336
chape	2.2	0.3234	0.7115
trottoirs	2.4	0.56	1.344
corniches	2.5	0.315	0.786
bordures	2.5	0.15	0.375
gardes corps	-	-	0.1
poids total	-	-	31.35

Tableau II-1 Détail du calcul de la charge permanente CP.

La charge permanente est:

$$C_p = 31.35 \text{ t/ml}$$

II-2 CHARGES D'EXPLOITATION :

II-2.1 Système A:

Pour des ponts comportant des portées unitaires atteignant au plus 200m, la chaussée supporte une charge A uniforme dont l'intensité est égale au produit de la valeur A(l), par des coefficients a_1 et a_2 donnée par le règlement du CPC.

$$A = a_1 a_2 A(l)$$

Avec:

a_1 coefficient fonction de la classe du pont et du nombre de voies chargées,

a_2 coefficient fonction de la classe du pont et de la largeur de la voie,

A(l) masse en fonction de la longueur chargée l.

$$A(l) = 230 + \frac{36000}{l+12}$$

Etant donné que le pont appartient à la Classe I, les coefficients a_1 , a_2 ont pour valeurs:

nombre de voies chargées	1	2	3
a_1	1	1	0.9

Tableau II-2 Coefficient a_1 .

$$a_2 = \frac{L_v}{L_0}$$

Ou: L_v : largeur d'une voie. ($L_v = 3.283 \text{ m}$)

L_0 : une donnée du CPC qui dépend de la classe du pont (pour la Classe I, $L_0 = 3.5 \text{ m}$).

$$a_2 = 1.07$$

Disposition de A:

Dans le sens longitudinal, la surcharge A doit être disposée de manière à avoir l'effet le plus défavorable en couvrant toute la longueur de la travée.

Dans le sens transversal, la largeur de la zone chargée comprend un nombre entier de voies de circulation.

II-2.2 Surcharge B :

Le système de charge B_c est appliqué pour le calcul de la stabilité locale des éléments du tablier. Il comprend trois systèmes distincts dont il y a lieu d'examiner, indépendamment, les effets pour chaque élément de pont :

- le système B_c : se compose de camions types;
- le système B_t : se compose de groupes de deux essieux dénommés essieux-tandems;
- le système B_r : se compose d'une roue isolée.

Remarque:

Les systèmes B_t et B_r ne seront pas pris en considération dans les calculs en raison de leur faible apport en tonnage devant le système B_c .

Le système B_c :

Un camion type du système B_c comporte trois essieux, tous trois à roues simples munies de pneumatiques de 30 tonnes chacun. Les éléments du système B_c sont schématisés dans la (Figure-II-2), les longueurs étant en mètres et les masses en tonnes.

En fonction de la classe de pont et le nombre de files considérées, la valeur de la charge B_c prise en compte est multipliée par coefficient b_c donné par le CPC (pour la Classe I on a $b_c=0,95$)

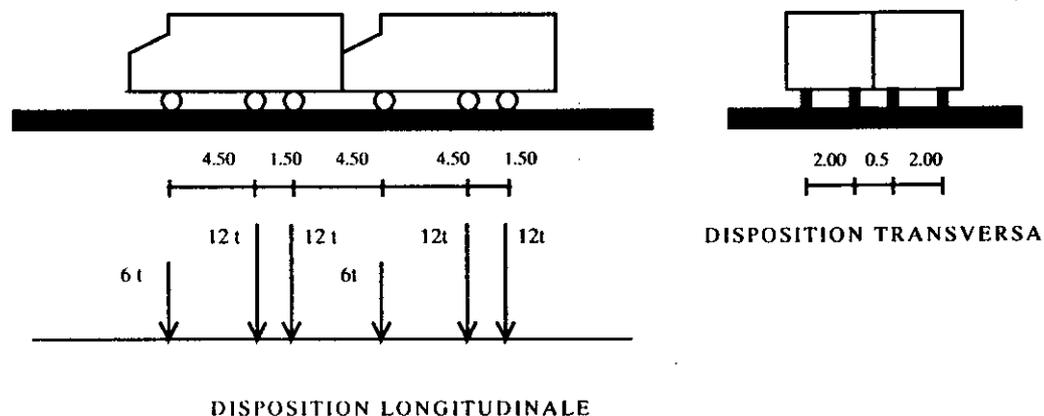


Figure II-2 Disposition du système B_c

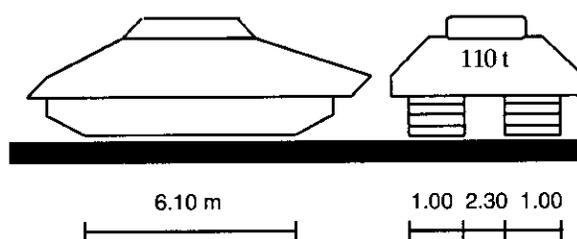
Disposition de Bc :

On dispose sur la chaussée au plus autant de files ou convois de camions que la chaussée comporte de voies de circulation et l'on place toujours ces files dans la situation la plus défavorable. Dans le sens longitudinal, le nombre de camions par files est limité à deux, la distance de deux camions d'une même file est déterminer pour créer l'effet le plus défavorable.

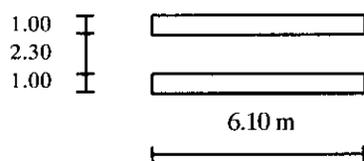
Dans le sens transversal, chaque file est supposée circuler dans l'axe d'une bande longitudinale de 2,50m de largeur. Les diverses bandes peuvent être contiguës ou séparées.

II-2.3 Surcharges militaires Mc120 :

Le système Mc120 se compose de véhicules type à chenilles. Il répond aux caractéristiques définies dans le schéma de la (Figure II-3-).



-a- disposition longitudinale et transversale



-b- rectangles d'impacts des chenilles

Figure II-3 Surcharge militaire: Mc120

Disposition de Mc120:

Les véhicules du système Mc120 peuvent circuler en convoi, dans le sens longitudinal le nombre de convois n'est pas limité, mais une distance de 30.5m au minimum est à respecter entre deux véhicules successifs;

Dans le sens transversal, un seul convoi est supposé circuler, quelque soit la largeur de la chaussée

La charge de 110t est uniformément répartie sur un rectangle d'impact de dimension $6.1 \times 2.0 \text{m}^2$.

II-2.4 COEFFICIENT DE MAJORATION DYNAMIQUE (δ):

Les charges du système B ainsi que la charge militaire M_{c120} sont frappés par un coefficient de majoration dynamique δ .

$$\delta = 1 + \alpha + \beta = 1 + \frac{0.4}{1 + 0.2L} + \frac{0.6}{1 + 4 \frac{G}{S}}$$

Avec:

- L: portée du pont (78 m),
- G: poids total de l'ouvrage,
- S: poids de la surcharge considérée.

	B_c	M_{c120}
G (t)	2445.3	
L (m)	78	
S (t)	6x30bc	2x110
δ	1.034	1.037

Tableau II-3: Coefficient de majoration dynamique δ .

III-2.5 Surcharge exceptionnelle D (240t):

Le convoi type D comporte une remorque de trois éléments de quatre lignes à deux essieux de 240t de poids total. Cette charge est uniformément répartie sur un rectangle d'impact de : 18.6x3.2 m².

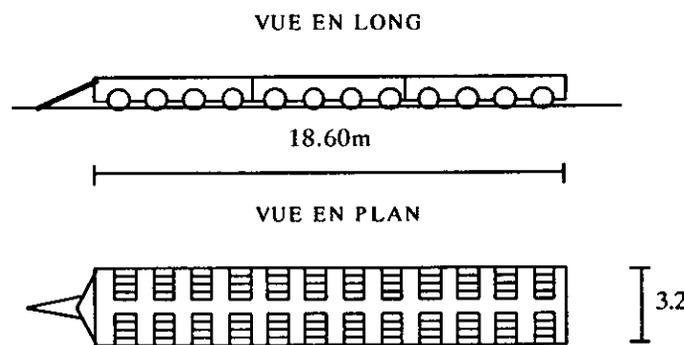


Figure I■-4 Surcharge exceptionnelle D(240t)

Les véhicules exceptionnels type D sont susceptibles dans certains cas d'être plus défavorables que les charges du système A et B.

III-2.6 Charges sur les trottoirs:

Il existe deux types de charges de trottoir :

- les charges locales qui sont utilisées dans la justification du tablier;
- les charges générales qui servent à la justification des poutres maîtresses.

Seules les charges locales nous intéressent; il y a lieu donc d'appliquer une charge uniforme de 450 kg/m^2 disposée tant en largeur qu'en longueur, pour produire l'effet maximal envisagé.

III-2.7 Effort de freinage:

Les charges de chaussée des systèmes A et B_c sont susceptibles de développer des efforts de freinage, efforts s'exerçant à la surface de la chaussée, dans l'un ou l'autre sens de la circulation.

L'effort de freinage correspondant à la charge A, est donnée par la formule:

$$F_A = \frac{A}{20 + 0.0035S}$$

Avec:

S: la surface chargée,

F_A : effort de freinage en kilogrammes développé par A.

La charge A est disposée pour créer l'effet le plus défavorable.

Pour le système d'un camion B_c , chaque essieu peut développer un effort de freinage égal à son poids. Parmi les camions B_c que l'on peut placer sur le pont, un seul peut freiner.

III-2.8 Charges sismiques:

Pour l'étude du tablier, la combinaison des actions à considérer, pour le calcul, tient compte des deux composantes verticale et horizontale du séisme. Ces efforts peuvent agir sur la structure dans les deux sens possibles pour chaque direction.. Le calcul des sollicitations se fait en considérant le sens qui engendre la combinaison d'actions la plus défavorable.

CHAPITRE III

ETUDE DES LIGNES D'INFLUENCE

L'utilisation des lignes d'influence permet de localiser les sections les plus sollicitées pour chaque travée d'une poutre continue, ainsi de déterminer les charges produisant l'effet le plus défavorable.

Pour la détermination des lignes d'influences, on assimilera le pont à une poutre continue de quatre travées de longueur 14m, 25m, 25m et 14m.

III-1 NOTIONS DE LIGNE D'INFLUENCE:

On est amené à chercher la variation du moment de flexion dans une section Σ d'abscisse x d'une travée A_0A_1 , lorsqu'une charge unité se déplace sur cette travée (Figure III-1).

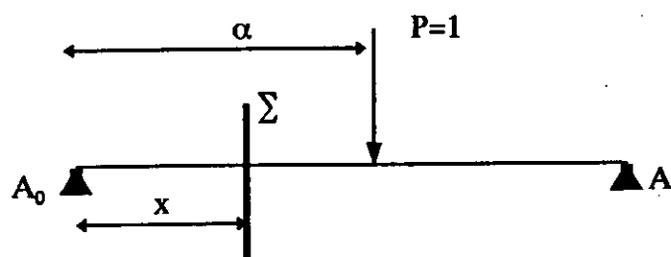


Figure III-1 Position de la charge unitaire.

Les lignes d'influence du moment fléchissant et de l'effort tranchant dans la section Σ d'abscisse x sont données par les formules (III-1) et (III-2), respectivement.

$$\mu(x, \alpha) = \begin{cases} \alpha \left(1 - \frac{x}{l}\right) & \text{si } \alpha \leq x \\ x \left(1 - \frac{\alpha}{l}\right) & \text{si } \alpha \geq x \end{cases} \quad (\text{III-1})$$

$$\frac{d\mu(x, \alpha)}{dx} = \begin{cases} -\frac{\alpha}{l} & \text{si } \alpha \leq x \\ 1 - \frac{\alpha}{l} & \text{si } \alpha \geq x \end{cases} \quad (\text{III-2})$$

III-1.2 DETERMINATION DE L'EFFET D'UNE CHARGE DONNEE:

III-1.2.1 CHARGES CONCENTREES:

Pour un ensemble de charges concentrées P_i , le moment de flexion et l'effort tranchant dans la section Σ d'abscisse x s'écrivent de la manière suivante:

$$M(x) = \sum P_i Y_i \quad \text{avec: } Y_i = M(x, \alpha_i)$$

$$T(x) = \sum P_i Y_i' \quad \text{avec: } Y_i' = T(x, \alpha_i)$$

III-1.2.2 CHARGES REPARTIES:

Une charge uniformément répartie $P(\alpha)$ sur un intervalle $[a,b]$ produit un moment fléchissant $M(x)$ et un effort tranchant $T(x)$ au droit de la section Σ d'abscisse x .

$$M(x) = \int_b^a M(x,\alpha) y \, d\alpha$$

$$T(x) = \int_b^a T(x,\alpha) \, d\alpha$$

III-2 LIGNES D'INFLUENCE APPLIQUEES A UNE POUTRE CONTINUE:

Dans le cas où la poutre continue comporte plus de deux travées on utilise la méthode des foyers pour déterminer l'expression de la ligne d'influence du moment sur appui, du moment en travée, de l'effort tranchant et de la réaction d'appui.

III-2.1 Méthode des foyers:

Les rapports focaux sont donnés par les formules (III-3) et (III-4) en fonction des caractéristiques mécaniques (a , b et c) des diverses travées qui constituent la poutre.

Les rapports focaux pour les foyers gauches:

$$\varphi_n = \frac{b_n}{a_n + c_{n-1} - b_{n-1}\varphi_{n-1}} \quad (\text{III-3})$$

Les rapports focaux pour les foyers gauches:

$$\varphi'_n = \frac{b_{n-1}}{a_n + c_{n+1} - b_{n+1}\varphi'_{n+1}} \quad (\text{III-4})$$

Avec:

$$a_i = c_i = L_i/3EI$$

$$b_i = L_i/6EI$$

III-2.2 LIGNE D'INFLUENCE DU MOMENT SUR APPUI:

Le moment fléchissant $M_i(\alpha)$ produit sur appui A_i , par une charge unité d'abscisse α agissant dans la travée i , prend différentes formes selon la position de la charge unitaire.

1^{er} cas: la charge $P=1$ se trouve sur la travée i

$$M_i(\alpha) = \frac{-1}{b_i \left(\frac{1}{\varphi_i \varphi'_i} - 1 \right)} \left[\omega'_i(\alpha) + \frac{1}{\varphi_i} \omega''_i(\alpha) \right] \quad (\text{III-5})$$

Où $\omega'(\alpha)$ et $\omega''(\alpha)$ sont les rotations des sections aux appuis de la poutre droite $A_{i-1} A_i$ simplement appuyée et soumise à la charge unité d'abscisse α .

$$\omega'(\alpha) = -\frac{1}{EI_i} \int_0^{l_i} \mu(\alpha, x) \left(1 - \frac{x}{l_i} \right) dx$$

$$\omega''(\alpha) = \frac{1}{EI_i} \int_0^{l_i} \mu(\alpha, x) \frac{x}{l_i} dx$$

$\mu(\alpha, x)$ représente la ligne d'influence du moment fléchissant dans la section Σ d'abscisse x de la poutre $A_{i-1}A_i$, simplement appuyée Formule(III-1).

2^{ème} cas : la charge $P=1$ se trouve dans la travée $i+1$.

$$M_i(\alpha) = \frac{1}{b_{i+1} \left(\frac{1}{\varphi_{i+1} \varphi'_{i+1}} - 1 \right)} \left[\frac{1}{\varphi'_{i+1}} \omega'(\alpha)_{i+1} + \omega''_{i+1}(\alpha) \right] \quad (III-6)$$

3^{ème} cas : la charge $P=1$ se trouve à droite de l'appui $i+1$

$$M(\alpha) = (-1)^{s-i+1} \varphi_{i+1} \varphi_{i+2} \dots \varphi_i M_{s-1}(\alpha) \quad (III-7)$$

4^{ème} cas : la charge $P=1$ se trouve à gauche de l'appui i

$$M(\alpha) = (-1)^{r-1} \varphi'_{r+1} \dots \varphi'_r M_r(\alpha) \quad (III-8)$$



Figure III-2 Allure de la ligne d'influence du moment sur appui "i"

III-2.3 LIGNE D'INFLUENCE DU MOMENT FLECHISSANT EN TAVEE:

Travée i

Le moment fléchissant $M(x, \alpha)$ produit par la charge unité d'abscisse α appliqué à la travée i , dans la section Σ d'abscisse x de cette même travée est égal à :

$$M(x, \alpha) = \mu(x, \alpha) + M_{i-1}(\alpha) \left(1 - \frac{x}{l_i} \right) + M_i(\alpha) \frac{x}{l_i} \quad (III-9)$$

$\mu(\alpha, x)$ représente la ligne d'influence du moment fléchissant dans la section Σ d'abscisse x de la poutre $A_{i-1}A_i$, simplement appuyée [Formule(II-1)].

$M_{i-1}(\alpha)$ et $M_i(\alpha)$ sont représentées par la ligne d'influence des moments sur appui A_{i-1} et A_i .

l_i est la longueur de la travée $A_{i-1}A_i$.

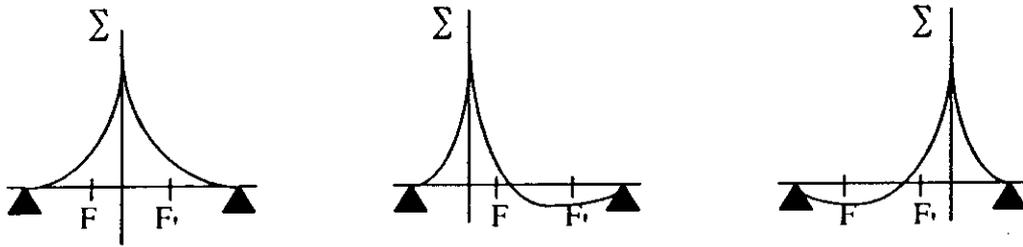


Figure III-3

La ligne d'influence $M(x, \alpha)$ présente suivant la position de la section Σ par rapport aux foyers F_i et F_{i+1} de la travée l'une des formes indiquées sur la Figure III-3.

Autres travées:

La travée i n'étant pas chargée ($\mu=0$), le moment $M(x, \alpha)$ est donné par la relation :

$$M(x, \alpha) = M_{i-1}(\alpha) \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) + M_i(\alpha) \frac{x}{l_i} \quad (\text{III-10})$$

Si la charge $P=1$ est appliquée à gauche de l'appui A_{i-1} on aura :

$$M(x, \alpha) = \left[\frac{x}{l_i} \left(1 + \frac{1}{\varphi'_i}\right) - \frac{1}{\varphi'_i} \right] M_i(\alpha). \quad (\text{III-11})$$

Si la charge $P=1$ est appliquée à droite de l'appui A_i on aura :

$$M(x, \alpha) = \left[\frac{x}{l_i} (1 + \varphi_i) - \varphi_i \right] M_i(\alpha). \quad (\text{III-12})$$

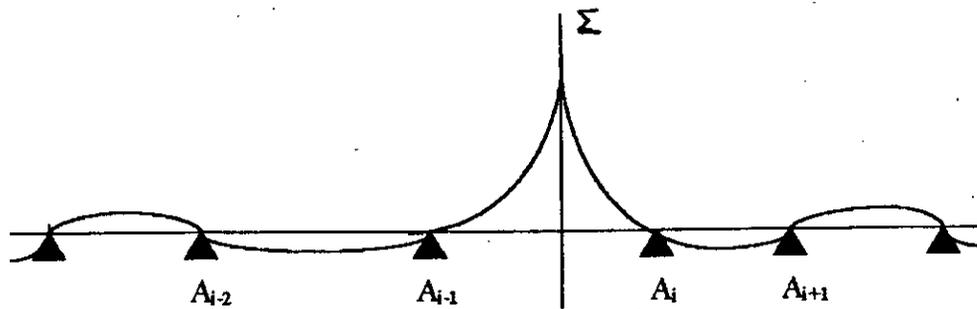


Figure III-4- Allure de la ligne d'influence du moment sur travée i.

Remarque:

L'allure de la ligne d'influence dans la travée contenant la section Σ prend l'une des formes de la (Figure III-3) suivant la position de la section Σ par rapport aux foyers.

III-2.4 LIGNE D'INFLUENCES DE L'EFFORT TRANCHANT:

Travée i:

La ligne d'influence de l'effort tranchant est obtenue en dérivant la formule de la ligne d'influence du moment en travée par rapport à la position x de la section dangereuse.

$$T(x, \alpha) = \frac{d\mu(x, \alpha)}{dx} + \frac{M_i(\alpha) - M_{i-1}(\alpha)}{l_i} \quad (\text{III-13})$$

Avec:

$$\frac{d\mu(x, \alpha)}{dx} = \begin{cases} -\frac{\alpha}{l_i} & \text{si } \alpha \leq x \\ \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) & \text{si } \alpha \geq x \end{cases}$$

Autres travées:

Quand la charge unitaire se trouve en dehors de la travée $A_i A_{i-1}$, $\mu(x, \alpha)$ est nul, d'où:

$$T(x, \alpha) = \frac{M_i(\alpha) - M_{i-1}(\alpha)}{l_i} \quad (\text{III-14})$$

Si la charge $P=1$ est appliquée à gauche de A_{i-1} :

$$T(x, \alpha) = \frac{1}{l_i} \left(1 + \frac{1}{\varphi'_i}\right) M_i(\alpha) \quad (\text{III-15})$$

Si la charge $P=1$ est appliquée à droite de A_i :

$$T(x, \alpha) = \frac{1}{l_i} (1 + \varphi_i) M_i(\alpha) \quad (\text{III-16})$$

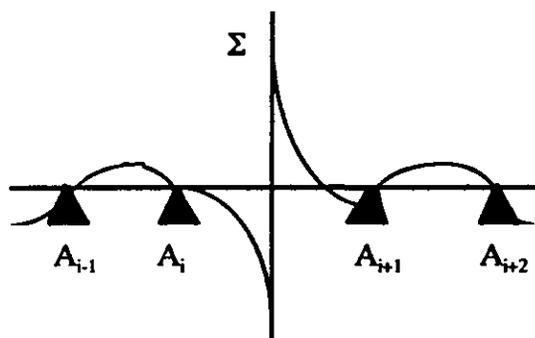


Figure III-5 Allure de la ligne d'influence de l'effort tranchant

III-2.5 LIGNES D'INFLUENCE DE LA REACTION D'APPUI:

La ligne d'influence de la réaction de l'appui "i" est la superposition des deux efforts tranchants avoisinants (Figure III-6).

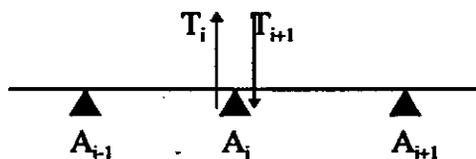


Figure III-6

$$R_i(\alpha) = T_{i+1}(\alpha) - T_i(\alpha) \quad (\text{III-17})$$

Avec:

$T_{i+1}(\alpha)$ ligne d'influence de l'effort tranchant T sur l'appui $i + 1$ pour $x_{i+1} = 0$;

$T_i(\alpha)$ ligne d'influence de l'effort tranchant T sur l'appui i pour $x_i = l_i$.

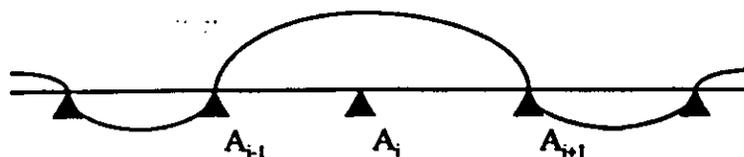


Figure III-7 Allure de la ligne d'influence de la réaction d'appui i.

III-3 APPLICATION DES LIGNES D'INFLUENCES AU PROJET:

Comme il a été cité auparavant, on assimile le pont à une poutre continue à quatre travées, dont les caractéristiques mécaniques sont:

$$a_1 = a_4 = c_1 = c_4 = 14 / 3EI$$

$$a_2 = a_3 = c_2 = c_3 = 25/EI$$

$$b_1 = b_4 = 14/6EI$$

$$b_2 = b_3 = 25/6EI$$

D'après les formules (III-3) et (III-4), les foyers gauche et droits ont pour valeurs :

$$\varphi_1 = \varphi_4 = 0$$

$$\varphi_2 = \varphi_3 = 0.32$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 = 0.27$$

$$\varphi_4 = \varphi_1 = 0.20$$

III-3.1 LIGNES D'INFLUENCE DU MOMENT SUR APPUI:

En utilisant les formules appropriées, c'est-à-dire celles relatives aux lignes d'influence du moment sur appui : (III-5), (III-6), (III-7) et (III-8), on obtient les résultats donnés ci-après.

Remarque:

Il est à noter qu'un changement de variable s'impose pour une meilleure manipulation des calculs.

Soit:

$$\alpha_i = \eta_i l_i$$

Avec α_i position de la charge unitaire dans la travée i

Appui 1:

$$M(\eta_1) = -2.8\eta_1(1-\eta_1)(1+\eta_1)$$

$$M(\eta_2) = 11.12\eta_2(1-\eta_2)(\eta_2-1.36)$$

$$M(\eta_3) = 36.15\eta_3(1-\eta_3)(1.27-\eta_3)$$

$$M(\eta_4) = -32.41\eta_4(1-\eta_4)(2-\eta_4)$$

Appui « 2 »:

$$\begin{aligned}M(\eta_1) &= 0.76\eta_1(1-\eta_1)(1+\eta_1) \\M(\eta_2) &= -9.76\eta_2(1-\eta_2)(\eta_2+0.27) \\M(\eta_3) &= -9.76\eta_3(1-\eta_3)(1.27-\eta_3) \\M(\eta_4) &= 8.75\eta_4(1-\eta_4)(2-\eta_4)\end{aligned}$$

Appui « 3 »:

$$\begin{aligned}M(\eta_1) &= -0.24\eta_1(1-\eta_1)(1+\eta_1) \\M(\eta_2) &= 3.12\eta_2(1-\eta_2)(\eta_2+0.27) \\M(\eta_3) &= -11.12\eta_3(1-\eta_3)(0.36+\eta_3) \\M(\eta_4) &= -2.8\eta_4(1-\eta_4)(2-\eta_4)\end{aligned}$$

III-3.2 LIGNES D'INFLUENCE DU MOMENT FLECHISSANT EN TRAVEE:

Les formules des lignes d'influence du moment fléchissant sur travée sont (III-9), (III-10), (III-11) et (III-12).

Travée « 1 »:

$$\begin{aligned}M(x_1, \eta_1) &= \eta_1(14-x_1) - 0.2\eta_1(1-\eta_1^2)x_1 && \text{pour } \eta_1 \leq x_1/14 \\ &= x_1(1-\eta_1) - 0.2\eta_1(1-\eta_1^2)x_1 && \text{pour } \eta_1 \geq x_1/14 \\ M(x_1, \eta_2) &= 0.8\eta_2(1-\eta_2)(\eta_2-1.36)x_1 \\ M(x_1, \eta_3) &= 2.6\eta_3(1-\eta_3)(1.27-\eta_3) \\ M(x_1, \eta_4) &= -2.31\eta_4(1-\eta_4)(2-\eta_4)\end{aligned}$$

Travée « 2 »:

$$\begin{aligned}M(x_2, \eta_1) &= 0.14\eta_1(1-\eta_1^2)(x_2-2.8) \\ M(x_2, \eta_2) &= \eta_2(25-x_2) + 0.4\eta_2(1-\eta_2)[(\eta_2-1.36)(1-0.04x_2) - (0.27+\eta_2)x_2] && \text{pour } \eta_2 \leq x_2/25 \\ &= x_2(1-\eta_2) + 0.4\eta_2(1-\eta_2)[(\eta_2-1.36)(1-0.04x_2) - (0.27+\eta_2)x_2] && \text{pour } \eta_2 \geq x_2/25 \\ M(x_2, \eta_3) &= 0.515\eta_3(1-\eta_3)(1.27-\eta_3)(6.06-x_2) \\ M(x_2, \eta_4) &= 0.46\eta_4(1-\eta_4)(2-\eta_4)(x_2-6.09)\end{aligned}$$

III-3.2 LIGNES D'INFLUENCE DE L'EFFORT TRANCHANT SUR APPUI:

Les formules des lignes d'influence de l'effort tranchant sur appui sont (III-13), (III-14), (III-15) et (III-16)

Appui « 1 »:

$$\begin{aligned}T(x_1, \eta_1) &= 0.2(\eta_1^3 - 6\eta_1) && \text{pour } x=14\text{m} \\ &= 0.2(\eta_1^3 - 6\eta_1 + 5) && \text{pour } x=0 \\ T(x_1, \eta_2) &= 0.79(-\eta_2^3 + 2.36\eta_2^2 - 1.36\eta_2) \\ T(x_1, \eta_3) &= 2.60(\eta_3^3 + 2.27\eta_3^2 + 1.27\eta_3) \\ T(x_1, \eta_4) &= -2.31(\eta_4^2 - 3\eta_4 + 2\eta_4)\end{aligned}$$

Appui « 2 »

$$T(x_2, \eta_1) = 0.14(-\eta_1^3 + \eta_1)$$

$$T(x_2, \eta_2) = 0.84(\eta_2^3 - 1.60\eta_2^2 - 0.6\eta_2) \\ = 0.84(\eta_2^3 - 1.60\eta_2^2 - 0.6\eta_2 + 1.197)$$

$$T(x_2, \eta_3) = -0.52(\eta_3^3 - 2.27\eta_3^2 + 1.27\eta_3)$$

$$T(x_2, \eta_4) = 0.46(\eta_4^2 - 3\eta_4 + 2)$$

pour $x=25m$
pour $x=0$

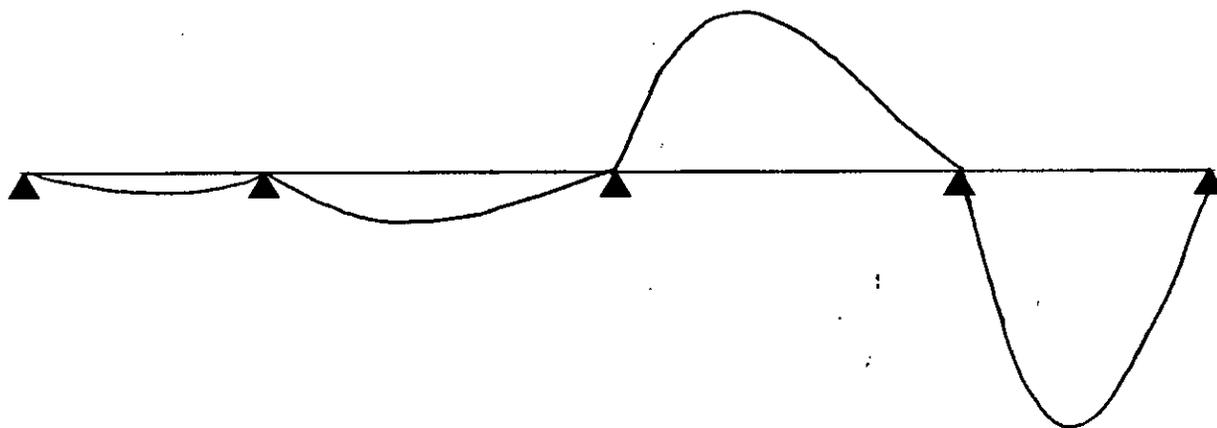


Figure III-8- Ligne d'influence du moment sur appui 1

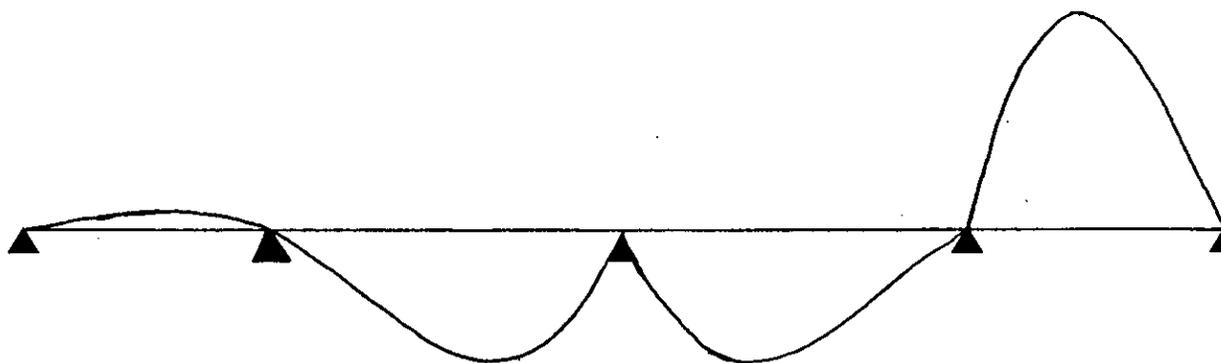


Figure III-9- Ligne d'influence du moment sur appui 2

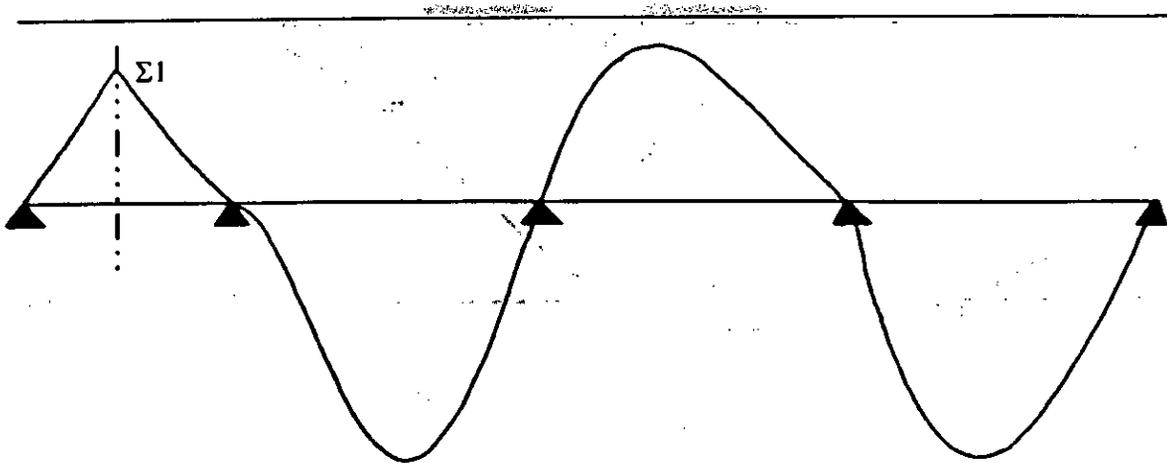


Figure III-10- Ligne d'influence du moment sur travée 1

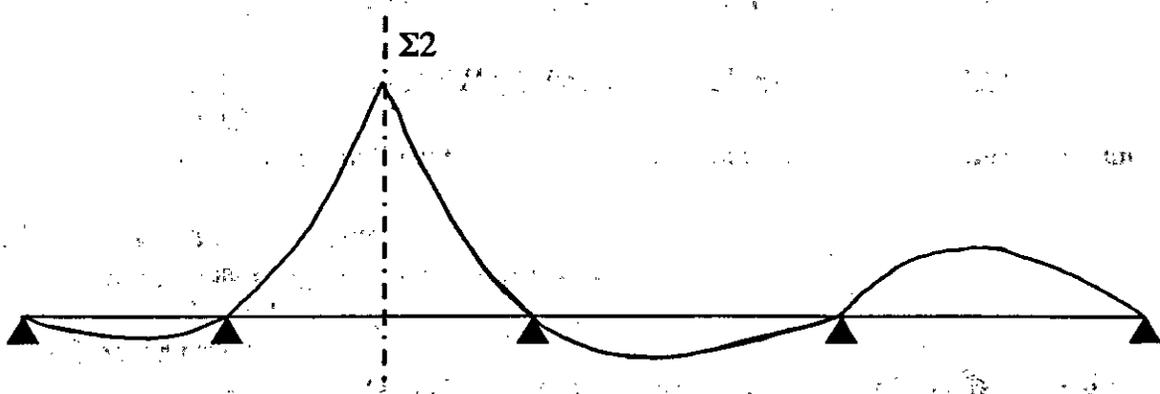


Figure III-11 Ligne d'influence du moment sur travée 2.

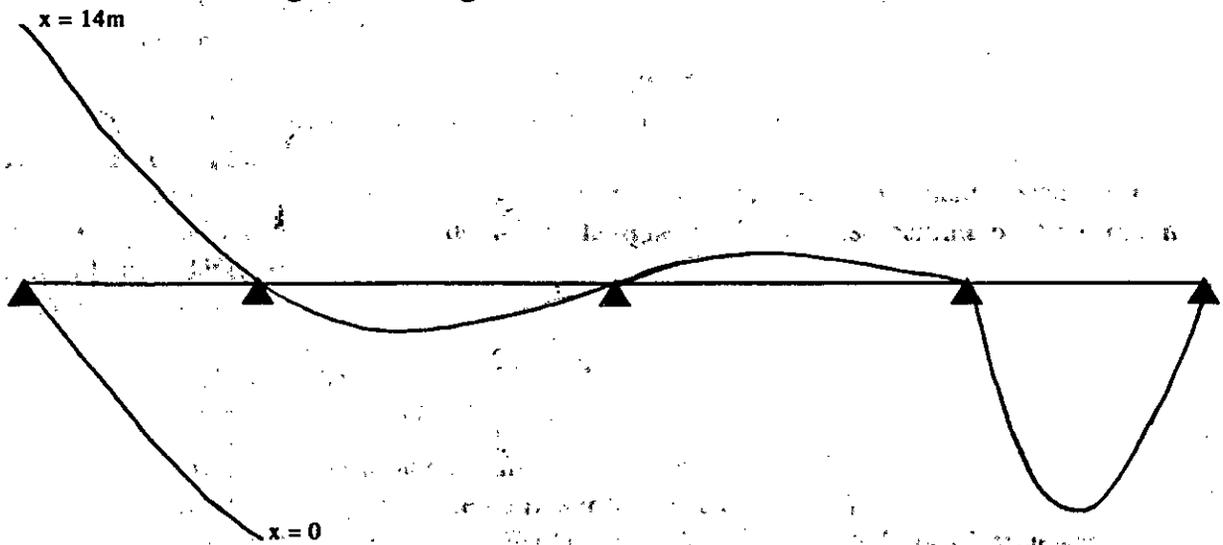


Figure III-12 Ligne d'influence de l'effort tranchant sur appui « 1 ».

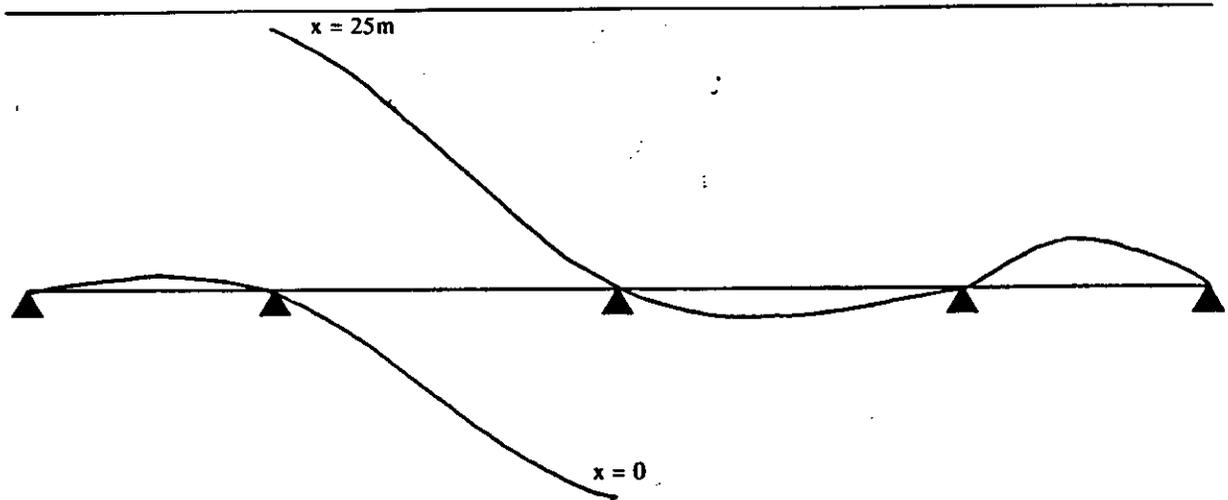


Figure III-13 Ligne d'influence de l'effort tranchant sur appui « 2 ».

III-4 APPLICATION DES CHARGES ET SURCHARGES AUX LIGNES D'INFLUENCE

Dans se qui va suivre E peut être défini comme étant un moment fléchissant ou un effort tranchant.

III-4-1 Charges permanentes:

Les charges permanentes occupent toutes les travées.

$$E_G = 31.35 \times S_G$$

III-4-2 Surcharge A:

Pour obtenir le cas le plus défavorable, on chargera les travées qui ont le même signe d'aire d'influence.

$$E_A = n q_A S_A$$

n : nombre de voies chargées,

q_A : surcharge A par mètre linéaire de longueur,

S_A : aire de la ligne d'influence occupée par la surcharge A.

III-4-3 Surcharge B_c :

Le théorème de Barre nous permet de localiser, parmi les charges constituant le système B_c , celle à mettre à l'endroit ou la coordonnée de la ligne d'influence est maximum, afin d'obtenir l'effet le plus défavorable.

Théorème de Barre:

$$\frac{\sum_{i=1}^{\alpha} P_i}{a} > \frac{\sum_{i=\alpha+1}^n P_i}{b} \quad \text{et} \quad \frac{\sum_{i=1}^{\alpha-1} P_i}{a} < \frac{\sum_{i=1}^n P_i}{b}$$

α : numéro de la position de charge considérée,

n : nombre de charge du système B_c sur la travée (n=3 ou 6),

a : distance entre l'appui gauche et la section à coordonné de ligne d'influence maximal,

$$b = L - a$$

- Deux cas sont à prévoir pour la disposition des deux camions du système B_c :
- deux camions sur deux travées différentes à même signe d'aire d'influence.
 - deux camions dans une travée, quand la longueur de la travée le permet.

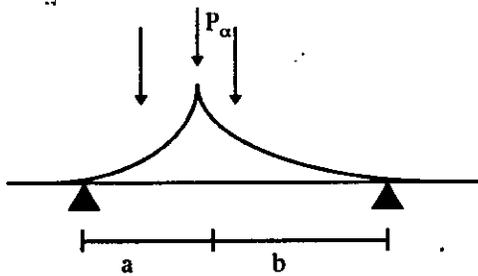


Figure III-14 Disposition du système B_c .

$$E_{Bc} = \delta_{bc} b_c \sum P_i Y_i$$

δ_{bc} coefficient de majoration dynamique du système B_c ,

Y_i coordonnée de la ligne d'influence correspondant à P_i .

Remarque:

La distance longitudinale entre deux camions est choisie pour créer l'effet le plus défavorable.

III-4-4 Surcharge M_{c120} :

Pour le système M_{c120} , il est possible de disposer un nombre infini de véhicules distants l'un de l'autre de 30.5 m.

Le système de surcharge qui uniformément réparti sur une longueur de 6.1 m, sera disposé sur la travée de telle manière à couvrir le maximum de ligne d'influence. Cela revient à déterminer la position du système M_{c120} (a), pour une surface maximale.

$$S(a) = \int_{a/L}^{a/L+6.1/L} M(x, \alpha) d\eta$$

La valeur de (a) est la solution de l'équation: $\frac{dS(a)}{da} = 0$

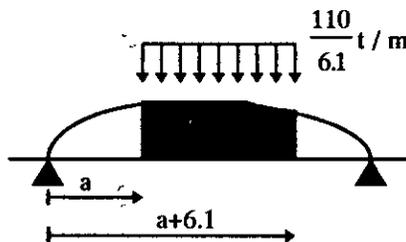


Figure III-15 Disposition du système M_{c120} .

$$E_{M_{c120}} = \delta_{M_{c120}} \cdot \frac{110}{6.1} S_{M_{c120}}$$

$\delta_{M_{c120}}$ coefficient de majoration dynamique du système M_{c120} ,
 $S_{M_{c120}}$ surface de la ligne d'influence occupée par le système M_{c120} .

III-4-5 Surcharge D:240 t

Un seul véhicule est autorisé aussi bien longitudinalement que transversalement.

La position du chargement peut être déterminer comme pour le système M_{c120} .

$$E_{D240t} = \frac{240}{18.6} S_{D240}$$

S_{D240} surface de la ligne d'influence occupée par le système D:240t.

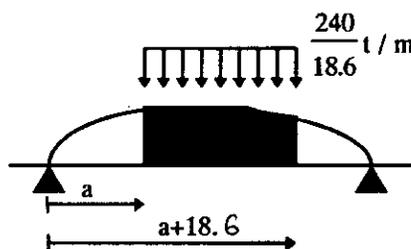


Figure III-16 Disposition du systeme D:240t

III-4-6 Surcharge de trottoir:

Les surcharges de trottoir nécessaires à la justification des éléments du tablier sont les charges locales d'intensité 450 kg/m^2 . Elles seront disposer sur une bande de largeur 1.75 m , qui est la largeur du trottoir, et sur une longueur 'l' déterminée par l'ensemble des travées à même signe d'aire d'influence.

$$E_{\text{Tro}} = 2 \times 1.75 \times S_{\text{Tro}} \times 0.45$$

S_{Tro} surface de la ligne d'influence occupée par la surcharge de trottoir..

CHAPITRE IV

*LA THEORIE DE GUYON-
MASSONNET*

La méthode GUYON-MASSONET est adoptée au calcul des ponts dalles et à celui des théories qui traitent le cas des plaques anisotropes, des grillages de poutre et des dalles orthotropes.

Cette méthode consiste à tracer les lignes d'influence du coefficient de répartition transversal, et ce pour chaque effort.

Les différents coefficients relatifs aux efforts sont définis par la méthode GUYON-MASSONET comme suit :

- K : coefficient de répartition transversale du moment fléchissant,
- ε : coefficient de répartition transversale de l'effort tranchant,
- μ : coefficient de répartition transversale de la réaction d'appui,
- τ : coefficient de répartition transversale du moment de torsion.

Les différentes valeurs des coefficients K , ε , μ et τ , sont données dans des abaques [6] en fonction de:

- L'excentricité de la charge « e » ($\pm b$, $\pm 3b/4$, $\pm b/2$, $\pm b/4$ et 0).
- La position transversale considérée « y » (b , $3b/4$, $b/2$, $b/4$ et 0).
- Le paramètre d'entretoisement « θ » qui caractérise la souplesse de l'entretoisement,
- Le paramètre de torsion « α ».

L'ouvrage étant chargé conformément au règlement, le problème est de déterminer les sections les plus sollicitées (dangereuses), longitudinalement et transversalement.

- Longitudinalement, la section pourra être obtenue en suivant la procédure citée dans le Chapitre III.
- Transversalement, la méthode de Guyon-Massonet demeure l'un des procédés les plus simples. Elle est la mieux adaptée et la plus utilisée.

Remarque : Dans ce qui suit, on suppose, par référence aux hypothèses de BARES [6], que le coefficient de Poisson ν , pour le béton, est égal à zéro (béton fissuré) alors que sa valeur exacte est de 0.15. En fait, ce coefficient entre en jeu dans la relation du déplacement vertical d'un point quelconque de la dalle. Cependant, ce déplacement, ainsi que le moment fléchissant longitudinal, ne dépendent pas du coefficient de Poisson car la dalle est moins rigide dans ce sens que dans le sens transversal.

IV-1 HYPOTHÈSES DE CALCUL

Les hypothèses de calcul se résument comme suit :

- La construction réelle est remplacée par une dalle orthotrope, d'épaisseur constante, qui jouera le rôle de l'entretoisement, et ayant la même rigidité moyenne à la flexion et à la torsion. Cette substitution conduit à calculer une dalle de largeur équivalente '2b' comme cela est indiqué dans le Chapitre I.
- La rigidité torsionnelle de l'ouvrage est prise en compte.
- La répartition transversale du chargement est remplacée par celle qui naît sous une charge

- La répartition transversale du chargement est remplacée par celle qui naît sous une charge répartie le long de l'axe X, axe longitudinal de la construction.

La répartition longitudinale de la charge est sinusoïdale, de la forme:

$$P(x) = P_1 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (\text{IV-1})$$

$P(x)$: charge répartie suivant X,

P_1 : valeur du chargement,

L : longueur de la travée considérée.

IV-2 COEFFICIENT DE RÉPARTITION TRANSVERSALE DU MOMENT FLECHISSANT

$K\alpha$:

Le coefficient de répartition transversale K est défini comme étant le rapport du déplacement vertical $W(x,y)$ d'un point de la construction, sous l'effet d'une charge $P(x)$ linéairement répartie sur la longueur L , à celui du même point, noté $W_0(x)$, naissant sous l'effet d'une charge $P_0(x)$ supposée répartie sur toute la surface de la dalle.

Pour différentes valeurs du coefficient d'entretoisement θ on a :

$$K(\alpha) = \begin{cases} K_0 + (K_1 - K_0)\alpha^{0.05} & 0 < \theta < 0.1 \\ K_0 + (K_1 - K_0)\alpha^{\left(1 - \exp\left(\frac{0.065 - \theta}{0.663}\right)\right)} & 0.1 < \theta \leq 1 \\ K_0 + (K_1 - K_0)\alpha^{0.5} & \theta > 1 \end{cases} \quad (\text{IV-2})$$

Avec : K_0 et K_1 , coefficient de répartition transversale [6] pour, respectivement, $\alpha=0$ et $\alpha=1$.

IV-3 PARAMÈTRE D'ENTRETOISEMENT θ ET DE TORTION α :

Le paramètre d'entretoisement « θ » caractérise la souplesse de l'entretoisement. Il est donnée par la relation suivante:

$$\theta = \frac{b_i}{L} \sqrt{\frac{\mathfrak{S}_p}{\mathfrak{S}_E}} \quad (\text{IV-3})$$

b : demie largeur de la dalle équivalente, ($2b=10.78\text{m}$)

L : longueur de la travée considérée,

\mathfrak{S}_p : rigidité flexionnelle longitudinale.

\mathfrak{S}_E : rigidité flexionnelle transversale.

Le paramètre de torsion α est donné par :

$$\alpha = \frac{\gamma_p + \gamma_E}{2\sqrt{\gamma_p \gamma_E}} \quad (IV-4)$$

γ_p : rigidité torsionnelle longitudinale,
 γ_E : rigidité torsionnelle transversale.

Remarque :

Dans le cas de constructions continues et élastiquement ou rigidement encastrées, on remplace les paramètres θ et α par θ^* et α^* . Ces derniers sont calculés pour une poutre continue réelle de moment d'inertie I , qui sera remplacée par une poutre fictive à une travée isostatique, de moment d'inertie I^* augmenté de façon à obtenir, dans les deux cas, la même flèche f_i , au milieu de travée, pour une charge $P=1$ (Figure IV-1).

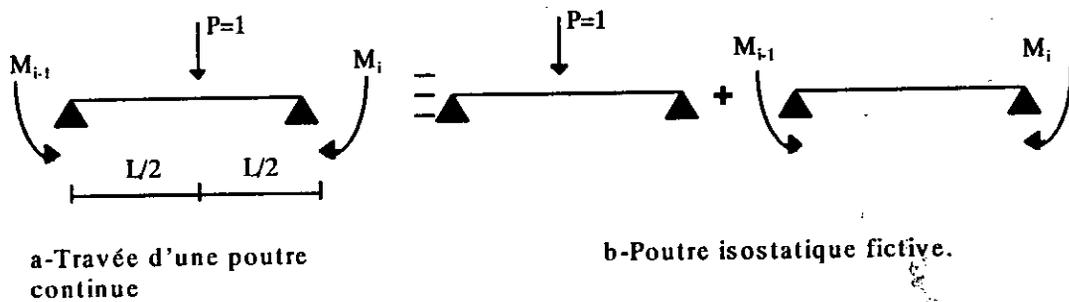


Figure IV-1-

Les flèches de la poutre fictive « f_i » et de la travée de la poutre isostatique « f_i » sont:

$$f_i = \frac{L_i^3}{48EI_i^*} - \frac{M_{i-1}M_i}{16EI_i} L_i^2 \quad (IV-5.a)$$

$$f_i' = \frac{L_i^3}{48EI_i}$$

Sachant que $f_i = f_i'$ on obtient:

$$I_i^* = I_i \frac{L_i}{L_i - 3(M_{i-1} + M_i)} \quad (IV-5.b)$$

Soit: $\eta = \frac{L_i}{L_i - 3(M_{i-1} + M_i)}$

Pour deux cas de chargement, c'est-à-dire la travée de 14m et celle de 25m, et en utilisant les valeurs des moments pour une charge $P=1$ on obtient :

$$\eta = 1.2903 \quad \text{pour } L=14\text{m}$$

$$\eta = 2.0506 \quad \text{pour } L=25\text{m}$$

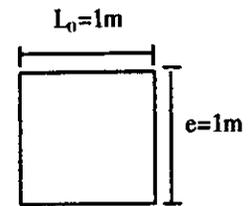
IV-3.1 Détermination des rigidités flexionnelles :

A/ Transversalement (\mathfrak{S}_E):

$$\mathfrak{S}_E = \frac{EI_E}{L_0} \quad \text{comme } I_E = \frac{L_0 e^3}{12}$$

$$\text{Alors: } \mathfrak{S}_E = \frac{Ee^3}{12}$$

(IV-6.a)



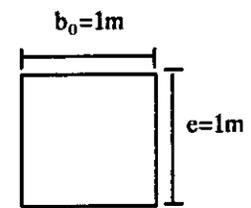
A/ Sens transversal.

B/ Longitudinalement (\mathfrak{S}_p):

$$\mathfrak{S}_p = \frac{EI_p^*}{b_0} \quad \text{comme } I_p^* = \eta I_p = \eta \frac{b_0 e^3}{12}$$

$$\text{Alors: } \mathfrak{S}_p^* = \frac{Ee^3}{12} \eta$$

(IV-6.b)



B/ Sens longitudinal.

Des équations (IV-2), (IV-6.a) et (IV-6.b), on obtient:

$$\theta_i^* = \frac{b}{L_i} \sqrt[4]{\eta}$$

Pour $2b=10.78\text{m}$, on aura:

$$\theta_1^* = 0.41 \approx 0.4 \quad (L=14\text{m})$$

$$\theta_2^* = 0.25 \quad (L=25\text{m})$$

IV-3.2 Détermination des rigidités torsionnelles:

A/ Transversalement (γ_E):

$$\gamma_p = \frac{GI_{tp}}{L_0}, \quad (L_0 = 1\text{m})$$

$$\gamma_E = \frac{GI_{tE}}{b_0}, \quad (b_0 = 1\text{m})$$

(IV-7)

Comme $I_{tp} = I_{tE}$, on aura $\gamma_E = \gamma_p$

Des équations (IV-4) et (IV-7) et en fonction du module de déformation élastique E et du module de déformation transversale G, on obtient la formule du coefficient de torsion α^* .

$$\alpha^* = \frac{1}{\sqrt{\eta}} \frac{G}{E} \quad (\text{IV-8})$$

Sachant que: $E=E_i=392874.02$ MPa et que $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$, avec ν coefficient de Poisson ($\nu=0.2$)

on aura:

$$\alpha^*_1=0.367 \quad (L=14\text{m}).$$

$$\alpha^*_2=0.291 \quad (L=25\text{m}).$$

A partir de la formule (IV-2) et des valeurs trouvées (θ_1^*, α^*_1) et (θ_2^*, α^*_2) , on détermine les coefficients de répartition transversale K_α .

$$K_\alpha = K_1 - 0.977K_0 \quad \text{pour } L=14\text{m}$$

$$K_\alpha = K_1 + 0.259K_0 \quad \text{pour } L=25\text{m}.$$

Y	-b	-3/4b	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
e									
0	0.8903	0.9483	1.0063	1.0560	1.0787	1.0560	1.0063	0.9483	0.8903
b/4	0.5680	0.6875	0.8109	0.9366	1.0560	1.0509	1.2038	1.2335	1.2572
b/2	0.2805	0.4494	0.6250	0.8109	1.0063	1.2038	1.3868	1.5377	1.6737
3b/4	0.1565	0.2281	0.4494	0.6875	0.9483	1.2335	1.5377	1.8452	2.1377
b	0.2383	0.01565	0.2805	0.5680	0.8903	1.2572	1.6739	2.1377	2.6332

Tableau IV-1 Coefficient de répartition transversale du moment fléchissant K_α ($L=14\text{m}$).

Y	-b	-3/4b	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
e									
0	0.9787	0.9902	1.0014	1.0107	1.0148	1.0107	1.0014	0.9902	0.9787
b/4	0.7322	0.8016	0.8717	0.9420	1.0107	1.0748	1.1313	1.1834	1.2340
b/2	0.4929	0.6176	0.7436	0.8717	1.0014	1.1313	1.2584	1.3798	1.4984
3b/4	0.2590	0.4373	0.6176	0.8016	0.9902	1.1834	1.3798	1.5760	1.7708
b	0.0278	0.2590	0.4929	0.7322	0.9787	1.2340	1.4884	1.7708	2.0483

Tableau IV-2 Coefficient de répartition transversale du moment fléchissant K_α ($L=25\text{m}$).

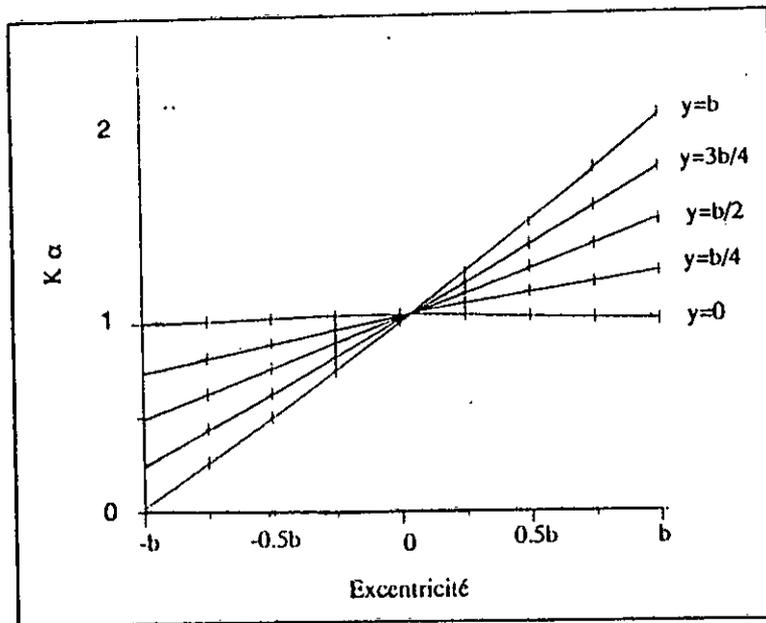


Figure IV-1 Coefficient de répartition transversale du moment fléchissant ($L=14$ m)

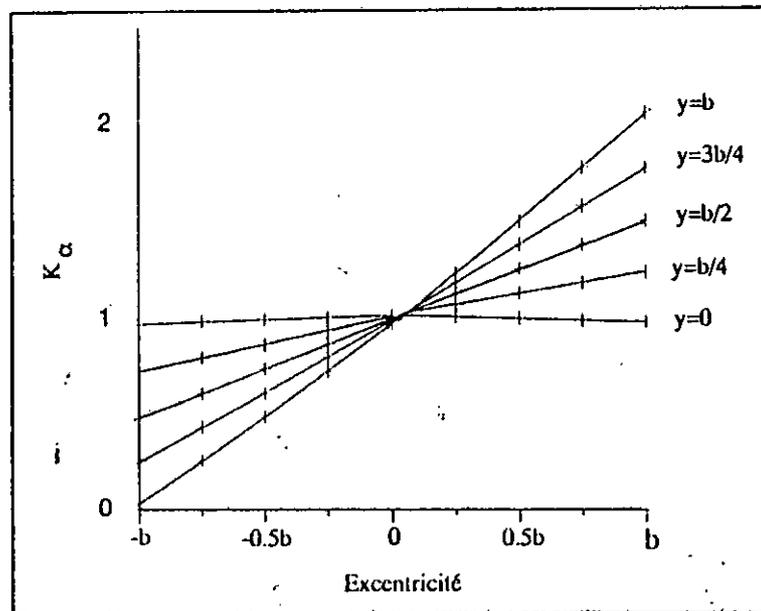


Figure IV-2 Coefficient de répartition transversale du moment fléchissant ($L=25$ m)

IV-4 CALCUL DES MOMENTS LONGITUDINAUX

Selon la théorie de répartition transversale, le moment longitudinal est donné par:

$$M = K_{\text{moy}} M_0 \quad (\text{IV-9})$$

M : moment longitudinal réparti par mètre de longueur

M_0 : moment moyen par mètre linéaire de largeur. Son calcul est donné dans le Chapitre II.

K_{moy} : coefficient de répartition transversale du moment fléchissant

IV-4.1 Pour un ensemble de charges concentrées:

$$K_{\text{moy}} = \frac{\sum P_i K_i}{\sum P_i} \quad (\text{IV-10})$$

P_i : charge concentrée.

K_i : coefficient de répartition transversale du moment fléchissant, au droit de la charge P_i

n : nombre de files de roues (pour le système B_c).

IV-4.2 Pour un ensemble de charges réparties:

$$K_{\text{moy}} = \frac{\text{Surface de l'aire d'influence chargée de } K_{\alpha}}{\text{largeur chargée}} \quad (\text{IV-11})$$

La construction est divisée dans le sens transversal en 8 bandes de même largeur ($b/4$), ce qui nous permet l'utilisation de la formule de Simpson ou la formule des trapèzes.

IV-4.3 Coefficient moyen de répartition transversale du moment fléchissant K_{moy}

Pour déterminer la valeur de K_{moy} , on disposera les charges dans le sens transversal, de façon à avoir l'effet le plus défavorable, c'est-à-dire en couvrant un maximum d'aire de ligne d'influence du coefficient K_{α} .

Disposition de la charge permanente G :

La charge permanente couvrira la largeur total (L) de la dalle. Comme le calcul de K_{moy} se fait sur la dalle équivalente, on prendra $L_1=2b=10.78\text{m}$. On utilisera la formule de Simpson pour déterminer K_{moy} .

- Le système de charge B_c :

Les camions seront disposés dans des bandes de largeur 2.5m, de manière à faire coïncider les charges P_i sous chaque roue, avec l'abscisse où K_{α} est maximal. K_{moy} sera calculé avec la formule (IV-10).

- Le système M_{c120} :

Dans le sens transversal, on ne peut disposer qu'un seul véhicule type M_{c120} sur une bande de largeur 1m. Le calcul de K_{moy} se fera selon la formule (IV-11).

-Le système D :

Dans le sens transversal, il est disposé de la même manière que le système M_{c120} , sur une bande de largeur 3.2m.

- Les surcharges de trottoir:

Les trottoirs, de part et d'autre de la dalle, occupent une largeur de 1.75m. Le coefficient K_{umoy} relatif à ce cas de chargement se calcule suivant la formule (IV-11).

Chargement		Y	0	b/4	b/2	3b/4	b
CP			0.9845	0.9955	1.00782	1.0447	1.04305
A	1 voie		1.0648	0.2151	1.4498	1.67439	1.8893
	2 voies		1.0217	1.1323	1.2291	1.3159	1.3976
	3 voies		1.0074	1.0238	1.0257	1.0245	1.0221
Bc	1 bande		1.0619	1.2242	1.4940	1.7599	2.0217
	2 bandes		1.0364	1.1932	1.3722	1.5365	1.6946
	3 bandes		1.0280	1.1364	1.2313	1.3229	1.4061
M_{c120}	1 bande		1.0595	1.2089	1.4425	1.6660	1.8797
D	1 bande		1.0925	1.1960	1.4211	1.6341	1.8376
Ttrot.	1 trottoir		0.9377	1.2648	1.6550	2.0764	2.5007
	2 trottoirs		0.9377	0.9589	1.02506	1.1165	1.21416

Tableau IV-3 Coefficient moyen de répartition transversale du moment fléchissant K_{umoy} (L=14m).

Chargement		Y	0	b/4	b/2	3b/4	b
CP			1.00	1	1.00	1.00	1.00
A	1 voie		1.0048	1.1551	1.3127	1.4676	1.3024
	2 voies		1.0035	1.0829	1.1578	1.2303	1.3024
	3 voies		1.0031	1.0120	1.0186	1.0243	1.9820
Bc	1 bande		1.0118	1.1692	1.3469	1.5235	1.7442
	2 bandes		1.0070	1.1291	1.2554	1.3789	1.5235
	3 bandes		1.0054	1.0840	1.1610	1.2355	1.3241
Mc ₁₂₀	1 bande		1.0048	1.1551	1.3127	1.4676	1.622
D	1 bande		0.9066	1.1070	1.255	1.4002	1.5441
Trot.	1 trottoir		0.9963	1.2319	1.4790	1.7308	1.9841
	2 trottoirs		0.9963	1.0088	1.0297	1.0552	1.0826

Tableau IV-4 Coefficient moyen de répartition transversale du moment fléchissant K_{omoy} ($L=25m$).

Les moments longitudinaux répartis dans le sens transversal, calculés à partir de la formule (IV-9) et les résultats des tableaux (IV-3) et (IV-4), sont mentionnées dans les tableaux (IV-5).

Chargement	Travée de longueur L=14m		Travée de longueur L=25m	
	M_{max}^+ (t.m/ml)	M_{max}^- (t.m/ml)	M_{max}^+ (t.m/ml)	M_{max}^- (t.m/ml)
CP	24.68	0	85.034	0
A	26.61	-13.92	45.53	-5.86
B _c	32.836	-36.399	49.645	-11.765
M _{c120}	31.397	-21.87	73.81	-18.125
D ₂₄₀	39.5	-40.89	76.24	-19.06
Ttrot.	7.885	-4.784	12.427	-3.94

Tableau IV-5 Moments longitudinaux en travées

Les moments longitudinaux sur les appuis sont répartis dans le sens transversal de la dalle de la même manière que pour ceux des travées, d'où le tableau IV-6

Chargement	Appui 1		Appui 2	
	M ⁺ (t.m/ml)	M ⁻ (t.m/ml)	M ⁺ (t.m/ml)	M ⁻ (t.m/ml)
CP	0.000	-11.717	0.000	-168.612
A	0.000	-43.310	3.806	-46.18
B _c	13.598	-37.600	17.447	-32.680
M _{cl20}	84.930	-78.810	71.450	-41.030
D	67.18	-72.300	65.581	-64.147
Ttrot.	5.644	-18.420	1.866	-23.086

Tableau IV-6 Moments longitudinaux répartis sur appuis.

IV-4.4 Combinaison des moments répartis:

Les combinaisons d'actions ci-dessous représentent le cas le plus défavorable de chargement, aussi bien sur appuis qu'en travées.

$$M_{\max} = \max \left\{ \begin{array}{l} M_{CP} + 1.2 [\max(M_A, M_{Bc}) + M_{Trot.}] \quad \text{surcharges civiles} \\ M_{CP} + [\max(M_{Mc120}, M_D) + 1.2M_{Trot.}] \quad \text{surcharges militaires} \end{array} \right.$$

Les résultats de calcul sont résumés dans le tableau (IV-7)

	Travée 1	Travée 2	Appui 1	Appui 2
M ⁺ _{max} (t.m/ml)	73.54	176.186	79.980	0
M ⁻ _{max} (t.m/ml)	-24.74	0	-112.631	-260.46

Tableau IV-7 Moments longitudinaux répartis maximaux

CHAPITRE V

LES MOMENTS LONGITUDINAUX

Pour déterminer le moment fléchissant maximal pouvant être développé par les charges et surcharges, sur appui ainsi que sur travée, on utilisera respectivement les lignes d'influences du moment fléchissant sur appui et du moment fléchissant en travée. Les moments fléchissants des différentes charges vont être étudiés séparément, comme le préconise le CPC.

Les différentes charges à prendre en considération pour le calcul du moment fléchissant sont:

- Charge permanente CP,
- Surcharge A,
- Surcharge B_c,
- Surcharge militaire M_{c120},
- Surcharge exceptionnelle D 240t,
- Surcharge générale des trottoirs T_r.

Le CPC ainsi que le BPEL proposent diverses combinaisons de charges. On retiendra celle qui engendre le moment fléchissant le plus défavorable, c'est-à-dire: maximal.

Combinaison d'action à l'ELU:

$$M_{\max}^U = 1.35M_G + 1.5M_{Tr} + \max.(1.5M_A, 1.5M_{bc}, 1.35M_{c120}, 1.35M_D)$$

Combinaison d'action à l'ELS:

$$M_{\max}^S = M_G + 1.2M_{Tr} + \max.(1.2M_A, 1.2M_{bc}, M_{c120}, M_D)$$

Remarque:

En raison de l'existence d'une symétrie dans le sens longitudinal, on se contentera d'étudier uniquement les deux premières travées (Figure V-1).

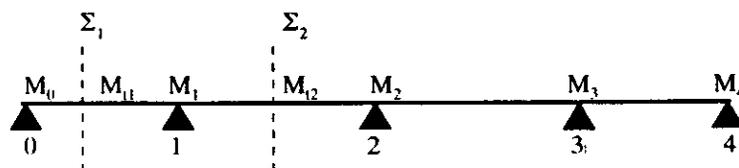


Figure V-1-

V-1 MOMENT FLECHISSANT SUR APPUI:

Les moments sur appuis sont définis dans la (Figure V-1) tels que:

- M_0 : moment sur le premier et dernier appui « 0 » et « 4 », considéré comme étant nul,
- M_1 : moment sur appui « 1 » et « 3 »,
- M_2 : moment sur appui intermédiaire « 2 ».

Appui N°1

Type de charge	N°de la travée chargée	Valeur de la surcharge (t/m)	Moment maximal (t.m)
G	1+2+3+4	31.35	-1082.22
A	2	11.40	-455.19
	3		181.26
Bc	2+4	30x6	-288.30
	3		104.25
M_{c120}	2+4	18.30	-451.97
	3		487.08
D	4	12.90	-424.88
	3		394.10
Trot	1+2+4	0.7875	-79.42
	3		24.33

Tableau V-1 Moments maximaux des différentes charges sur l'appui N°1

$$M_{\max}^U = 1.35M_G + 1.5(M_A + M_{Tr})$$

$$M_{\max}^S = M_G + 1.2(M_A + M_{Tr})$$

$$M_{\max}^U = -2262.91 \text{ t.m}$$

$$M_{\max}^S = -1723.75 \text{ t.m}$$

Appui N°2

Type de charge	N° de la travée chargée	Valeur de la surcharge (t/m)	Moment maximal (t.m)
G	1+2+3+4	31.35	-1817.64
A	2+3	7.68	-485.39
	4	15.30	55.80
Bc	2	6x30	-250.53
	3+4	6x30	133.53
M _{c120}	2	18.30	-235.32
	3+4	18.30	409.77
D	2	12.90	-376.31
	4	12.90	384.72
Trot	2	0.7875	-99.52
	1+3+4	0.7875	8.21

Tableau-2- Moments maximaux des différentes charges sur l'appui N°2

$$M_{\max 2}^U = 1.35M_G + 1.5(M_A + M_{Tr})$$

$$M_{\max 2}^S = M_G + 1.2(M_A + M_{Tr})$$

$$M_{\max 2}^U = -3331.18 \text{ t.m}$$

$$M_{\max 2}^S = -2519.54 \text{ t.m}$$

V-2 MOMENTS DE FLEXION EN TRAVÉE:

Pour chaque travée on distingue une section dangereuse Σ qui est le lieu où se développe le moment fléchissant maximal. Comme il est indiqué dans la (Figure-1-), on a:

- M_{11} moment fléchissant sur la travée délimitée par les appuis « 1 » et « 2 », situé à 0.45l, de l'appui « 1 »,
- M_{12} moment fléchissant sur la travée délimitée par les appuis « 2 » et « 3 », situé à 0.51l, de l'appui « 2 ».

Travée N°1

Type de charge	N° de la travée chargée	Valeur de la surcharge (t/m)	Moment maximal (t.m)
G	1+2+3+4	31.35	266.10
A	4	15.30	-146.31
	1+3	8.87	279.66
Bc	2+4	6x30	-279.06
	3	6 x 30	251.74
M _{c120}	4	18.30	-125.43
	1+3	18.30	180.06
D	4	12.90	-239.87
	3	12.90	231.72
Trot	2+4	0.7875	-20.62
	1+3	0.7875	33.99

Tableau V-3 Moments maximaux des différentes charges sur la travée N°1

$$M_{\max(t)}^U = 1.35M_G + 1.5(M_{Bc} + M_{Tr})$$

$$M_{\max(t)}^S = M_G + 1.2(M_A + M_{Tr})$$

$$M_{\max(t)}^U = 829.71 \text{ t.m}$$

$$M_{\max(t)}^S = 642.48 \text{ t.m}$$

Travée N° 2

Type de charge	N° de la travée chargée	Valeur de la surcharge (t/m)	Moment maximal (t.m)
G	1+2+3+4	31.35	916.67
A	1+3	8.87	-120.32
	2	11.40	479.17
Bc	3	6x30	-95.74
	2+4	6x30	404.18
M _{c120}	1+3	18.30	-120.46
	2+4	18.30	490.58
D	3	12.90	-133.06
	2	12.90	532.26
Trot	1+3	0.7875	-21.74
	2+4	0.7875	67.52

Tableau-4- Moments maximaux des différentes charges sur la travée N°2

$$M^U_{\max(2)} = 1.35M_G + 1.5(M_A + M_{Tr})$$

$$M^S_{\max(2)} = M_G + 1.20(M_A + M_{Tr})$$

$$M^U_{\max(2)} = 2057.54 \text{ t.m}$$

$$M^S_{\max(2)} = 1572.70 \text{ t.m}$$

La précontrainte d'un béton a pour but d'éliminer des efforts de tractions par la création artificielle de contraintes internes de compression telles qu'elles soient toujours supérieures aux tractions auxquelles le béton serait soumis sous l'application des charges et surcharges pour lesquelles il est calculé. Il existe deux procédés pour la mise en oeuvre de la précontrainte à savoir:

- La précontrainte par pré-tension, ou le béton est coulé au contact des aciers tendus, et l'effort de compression sont obtenus par adhérence et raccourcissement des armatures.

La précontrainte par poste-tension : les aciers sont isolés pendant le coulage, puis tendus en prenant appuis sur le béton à l'intérieur duquel ils peuvent coulisser.

Le mérite du développement de la technique de précontrainte revient à l'ingénieur français E. Freyssinet qui, le premier, sut dégager, vers 1928 l'ensemble, des règles pratiques de conception, de calcul et de construction

La procédure de la mise en oeuvre du projet étudié est celle de la post-tension 'Procédé Freyssinet'. L'élément précontraint dans le sens longitudinal, c'est-à-dire la dalle, sera calculé en Classe II.

Caractéristiques mécaniques des matériaux:

LE BETON:

Contrainte caractéristique à la compression

$$f_{c28} = 35 \text{ MPa}$$

$$f_{cj} = 24 \log(j+1)$$

Contrainte caractéristique à la traction

$$f_{t28} = 2.7 \text{ MPa}$$

$$f_{tj} = 0.6 + 1.44 f_{cj}$$

Contrainte admissible à la compression

$$\bar{\sigma}_{bc} = \begin{cases} 17.50 & \text{à } 28 \text{ jrs} \\ 23.33 & 3 < j < 28 \\ 19.25 & j < 3 \text{ jrs} \end{cases}$$

Contrainte admissible à la traction

$$\bar{\sigma}_{ts} = \begin{cases} \sigma_{ts} = -1.5f_{tj} \\ \sigma_{ti} = -f_{tj} \end{cases} \left. \vphantom{\bar{\sigma}_{ts}} \right\} \text{ en phase de construction}$$

$$\begin{cases} \sigma_{ts} = -1.5f_{c28} = -4.05\text{MPa} \\ \sigma_{ti} = 0 \end{cases} \left. \vphantom{\bar{\sigma}_{ts}} \right\} \text{ en phase ultérieure}$$

Module de déformation

$$E_{ij} = 11000 \sqrt{f_{tj}}$$

$$E_p = \frac{1}{3} E_{ij}$$

ACIER:

Type de câble	7T15
Contrainte de rupture garantie	$f_{prg} = 18 \times 10^4 \text{ t./m}^2$
Contrainte de déformation garantie	$f_{peg} = 15 \times 10^4 \text{ t./m}^2$
Module d'élasticité	$E_p = 1.9 \times 10^7 \text{ t./m}^2$
Relaxation à 1000 jours	$\rho_{1000} = 4.5\%$
Relaxation à l'infini	$\rho_{\infty} = 10\%$
Coefficient de perte par déviation parasite	$\varphi = 0.003$
Coefficient de perte par frottement en courbe	$f = 0.19$
Recul d'ancrage	6 m
Diamètre de la gaine	7 cm
Section du câble	$A_p = 1050 \text{ mm}^2$
Décalage du câble dans la gaine	6 mm
Rayon de courbure minimum	8 m

Caractéristiques géométriques de la dalle:

Moment d'inertie de la section	$I = 0.89234 \text{ m}^4$
Aire de la section	$A = 10.52 \text{ m}^2$
Hauteur de la section	$h = 1 \text{ m}$
Largeur de la dalle équivalente	$2b = 10.78 \text{ m}$
Ordonnée de la fibre supérieur de la section par rapport à l'axe neutre	$v = 0.453 \text{ m} = \sqrt{v}$
Ordonnée de la fibre supérieur de la section par rapport à l'axe neutre	$v' = 0.547 \text{ m} = \sqrt{v'}$
Rendement géométrique de la section	$\rho = 0.3423$

VI-1 ETUDE DE LA PRECONTRAITE EN CLASSE II:

Le calcul d'une section en Classe II se fait en supposant celle-ci non fissurée et apte à supporter une contrainte de traction admissible. L'ensemble des sollicitations auquel se trouve soumise une section donnée est représenté dans la (FigureVI-1).

Soit:

- P: La précontrainte,
- e_0 : Excentricité, comptée positive vert le haut,
- M_{max} : Moment maximum agissant sur la section,
- M_{min} : Moment minimum.

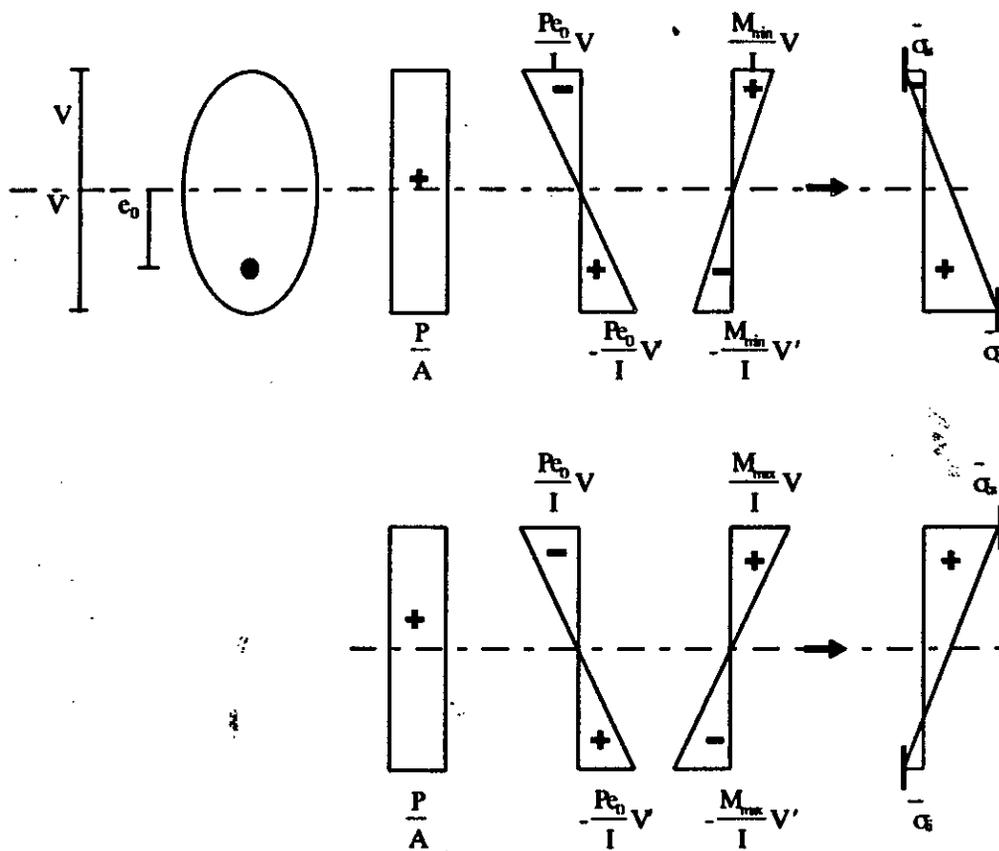


Figure-1- Diagramme des contraintes sous M_{max} et M_{min} .

Pour une section donnée (figure VI-1), la vérification des contraintes se traduit par les quatre inéquations suivantes:

$$\frac{P}{S} + \frac{Pe_0 v}{I} + \frac{M_{\min} v}{I} \geq \bar{\sigma}_{ts} \quad (\text{VI-1.a})$$

$$\frac{P}{S} - \frac{Pe_0 v'}{I} - \frac{M_{\min} v'}{I} \leq \bar{\sigma}_{ci} \quad (\text{VI-1.b})$$

$$\frac{P}{S} + \frac{Pe_0 v}{I} + \frac{M_{\max} v}{I} \leq \bar{\sigma}_{cs} \quad (\text{VI-1.c})$$

$$\frac{P}{S} - \frac{Pe_0 v'}{I} - \frac{M_{\max} v'}{I} \geq \bar{\sigma}_{ti} \quad (\text{VI-1.d})$$

VI-2 DÉTERMINATION DE LA PRÉCONTRAİNTE ET DE SON EXCENTRICITÉ :
-CENTRE DE PRESSION :

On appelle centre de pression le point de passage de la résultante de compression du béton.

$$C_s = \rho v_s \quad \rightarrow C_s = 0.155 \text{ m}$$

$$C_i = \rho v_i \quad \rightarrow C_i = -0.187 \text{ m}$$

Avec:

ρ : rendement géométrique de la section. $\rho = \frac{I}{v_i v_s B}$

Détermination de la précontrainte

- Section sous-critique

A partir des formules (VI-1) et (VI-4), on déduit l'expression de la précontrainte et de son excentricité.

$$P = \frac{M_{\max} - M_{\min}}{\rho h} + \frac{B}{h} (v_s \bar{\sigma}_{ti} + v_i \bar{\sigma}_{ts}) \quad (\text{VI-2.a})$$

$$e_0 = \rho v_s - \frac{M_{\max} + \rho v_s B \bar{\sigma}_{ti}}{P} \quad (\text{VI-2.b})$$

La valeur de l'excentricité doit satisfaire les conditions d'enrobage c'est-à-dire:

$$e_0 \geq -(v_i - d_i)$$

Si cette condition est vérifiée, alors, la section est sous-critique ;

Dans le cas contraire, elle est dite sur-critique

- Section sur-critique

la précontrainte ainsi que l'excentricité sont donnés par:

$$P_{II} = \frac{M_{\max} + \rho B v_s \bar{\sigma}_{ii}}{\rho v_s + v_i - d_i} \quad (\text{VI-3.a})$$

$$e_0 = -(v' - d') \quad (\text{VI-3.b})$$

Enfin, la précontrainte de calcul sera:

$$P = \max(P_I, P_{II})$$

Calcul de la précontrainte:

La section à moment de flexion défavorable se situe sur l'appui 2.

$$M_{\min} = -1817.64 \text{ t.m}$$

$$M_{\max} = -2409.762 \text{ t.m}$$

$$\sigma_{ii} = \sigma_{is} = 405 \text{ MPa}$$

$$\rho = 0.3423$$

$$h = 1 \text{ m}$$

$$v = 0.453 = v_s$$

$$v' = 0.547 = v_i$$

$$I = 0.89234$$

La précontrainte maximale est obtenue dans le cas de la section sur-critique, soit:

$$P = P_{II} = 3047.50 \text{ t}$$

$$\text{Nombre de câbles } N = \frac{P}{0.75 \times A_p \times 0.8 f_{prg}} \quad (\text{VI-4})$$

D'ou

$$N = 25 \text{ câbles}$$

$$P = 3045 \text{ t.}$$

VI-3 INFLUENCE DU MOMENT HYPERSTATIQUE DE PRECONTRAINTE/

Pour les structures hyperstatiques, la mise en précontrainte provoque une déformation de la structure. En effet, sous l'action de la seule précontrainte, la structure se déforme en respectant les conditions d'appui qui lui sont imposées et qui ne conduisent pas à des déformations nulles sur ces mêmes appuis, pour une structure rendue isostatique. Il en résulte des réactions d'appui dues à la seule précontrainte appelées "réactions hyperstatiques de précontrainte", notées \mathfrak{R} . Ces réactions créent, à leur tour, des moments d'allure linéaire, en travée, appelées "Moments hyperstatique de précontrainte".

La ligne de précontrainte d'excentricité e_{00} est déduite du câble par déplacement du centre de pression d'une valeur M/P due à l'hyperstaticité.

$$e_{00} = e_0 + M/P \quad (\text{VI-3})$$

Le câble doit se trouver, alors, dans le noyau de passage défini par e_1 et e_2 .

D'où les conditions suivantes à vérifier:

$$e_1 \geq e_{00} \geq e_2 \quad (\text{VI-4})$$

$$e_1 = C - \frac{M_{\max}}{P} \quad (\text{VI-4.a})$$

$$e_2 = -C' - \frac{M_{\min}}{P} \quad (\text{VI-4.b})$$

Calcul des moments hyperstatiques sur appui.

L'équation des trois moments pour une poutre à inertie constante est donnée par:

$$I_i M_{i-1} + (I_i + I_{i+1}) M_i + I_{i+1} M_{i+1} = -6EI(\omega_{gi} - \omega_{di}) \quad (\text{VI-5})$$

avec ω_{gi} et ω_{di} rotations gauche et droite de l'appui 'i'.

$$\omega_{gi} = - \int_0^{l_{i-1}} \mu_{i-1}(x) \frac{x}{l_{i-1}} \frac{dx}{EI} \quad (\text{VI-6.a})$$

$$\omega_{di} = - \int_0^{l_i} \mu_i(x) \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) \frac{dx}{EI} \quad (\text{VI-6.b})$$

$\mu(x)$ étant le moment isostatique dû à la précontrainte.

$$\mu(x) = Pe(x)$$

Pour un tracé parabolique, la formule du câble est:

travée 1:

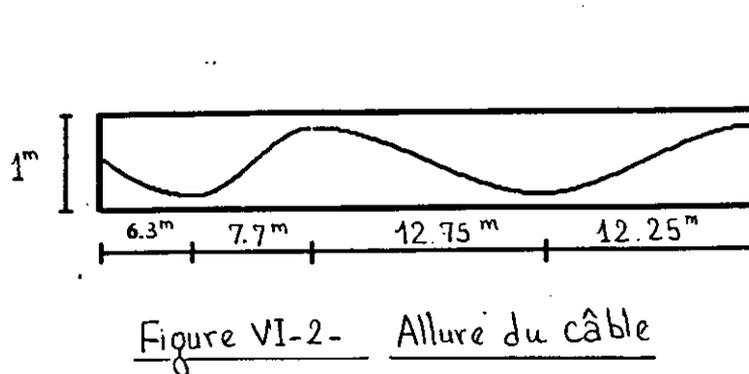
$$-6.3 \leq x \leq 0 \quad \rightarrow e(x) = 0.397 \left(1 - \left(\frac{x}{6.3}\right)^2\right)$$

$$0 \leq x \leq 6.3 \quad \rightarrow e(x) = 1.4 \left(\frac{x}{7.7}\right)^3 - 2.1 \left(\frac{x}{7.7}\right)^2 + 0.397$$

travée 2:

$$-12.75 \leq x \leq 0 \quad \rightarrow e(x) = -1.4 \left(\frac{x}{12.75}\right)^3 - 2.1 \left(\frac{x}{12.75}\right)^2 + 0.397$$

$$0 \leq x \leq 12.75 \quad \rightarrow e(x) = 1.4 \left(\frac{x}{12.25}\right)^3 - 2.1 \left(\frac{x}{12.25}\right)^2 + 0.397$$



VI-4 DÉTERMINATION DU CÂBLE CONCORDANT:

Le câble concordant est celui dont le tracé entraîne pas de réactions hyperstatiques qui sont quelques fois jugées nuisibles. En réalité, du fait du caractère linéaire du moment hyperstatique dans une travée, on ne peut diminuer le moment global, en valeur absolue, simultanément en travée et sur appuis.

On aura donc: $\mathfrak{R}_i = 0 = \mathbf{M}_i = \mathbf{M}(x)$. Par conséquent le deuxième terme de l'équation des 5 moments sera nul.

Nous recherchons un tracé de câble qui partage, dans chaque travée, le fuseau de passage dans un rapport linéaire fonction de l'abscisse x et dans un rapport β_i tel que:

$$e_0(x) = e_1(x) + \lambda(x)[e_2(x) - e_1(x)] \quad (\text{VI-7})$$

$$\lambda(x) = \beta_i + (\beta_{i+1} - \beta_i) \frac{x}{l_i} \quad (\text{VI-8})$$

Le choix de β_i sur les appuis extrêmes est libre.

$$\text{On définit } J[f(x)] = \int f(x) dx \quad (\text{VI-9})$$

$$\text{Posons: } J(e_0(x)) = \int_0^{l_i} (\omega_{a_i} + \omega_{b_i}) dx = 0 \quad (\text{VI-10})$$

On aura, pour la travée i

$$J_i[e_0(x)] = J_i[e_1(x)] + J_i[\lambda(x)][J_i(e_2(x)) - J_i(e_1(x))] = 0 \quad (\text{VI-11})$$

$J_i(e_1(x))$, $J_i(e_2(x))$ sont, respectivement, les aires délimitées par la courbe du fuseau de passage e_1 et e_2 .

Soit $\beta_1=0$

Pour déterminer les valeurs de β_i ($i=2,3$), on aura à résoudre le système suivant:

$$J_1(e_1) - \lambda_1(x)[J_1(e_2) - J_1(e_1)] = 0 \quad \text{pour } 0 \leq x \leq 14$$

$$J_2(e_2) - \lambda_2(x)[J_2(e_2) - J_2(e_1)] = 0 \quad \text{pour } 0 \leq x \leq 25$$

Avec:

$$\lambda_1(x) = \beta_2 x / 14$$

$$\lambda_2(x) = \beta_2 + (\beta_3 - \beta_2) x / 25$$

$J_i(e_1(x))$, $J_i(e_2(x))$ étant l'intégral des fonctions respectivement (VI 4.a-) et (VI-4.b) sur la travée "i" sont calculés par la méthode de Simpson.

Pour la travée de longueur 14 m: $e_0(x) = e_1(x) + 0.0648(e_2(x) - e_1(x))$

Pour la travée de longueur 25 m: $e_0(x) = e_1(x) + (0.907 - 0.036x)(e_2(x) - e_1(x))$

x (m)	0	2	4	6.3	8	10	12	14
M_{max}/P	0	0.099	0.182	0.211	0.144	-0.183	-0.339	-0.566
e_1 (m)	0.155	0.056	-0.027	-0.056	0.011	0.338	0.495	0.720
M_{min}/P	0	0.052	0.085	0.087	0.029	-0.061	-0.193	-0.355
e_2 (m)	-0.187	-0.239	-0.272	-0.274	-0.216	-0.126	0.05	0.168
e_0 (m)	0.155	0.017	-0.091	-0.145	-0.107	0.036	0.147	0.218

-a-

x (m)	2	4	6	8	10	12.75	15	17	19	21	23	25
M_{max}/P	-0.342	-0.105	0.168	0.336	0.441	0.516	0.451	0.351	0.187	-0.124	-0.385	-0.826
e_1 (m)	0.497	0.259	-0.013	-0.181	-0.286	-0.361	-0.296	-0.196	-0.033	0.279	0.539	0.981
M_{min}/P	-0.244	-0.053	0.157	0.245	0.274	0.300	0.263	0.187	0.069	-0.089	-0.289	-0.596
e_2 (m)	0.057	-0.134	-0.284	-0.284	-0.393	-0.488	-0.45	-0.374	-0.256	-0.098	0.102	0.409
e_0 (m)	0.1296	-0.041	-0.2	-0.2	-0.312	-0.419	-0.352	-0.246	-0.083	0.222	0.504	0.977

-b-

Tableaux VI-1 Excentricité du câble moyen e_0 .

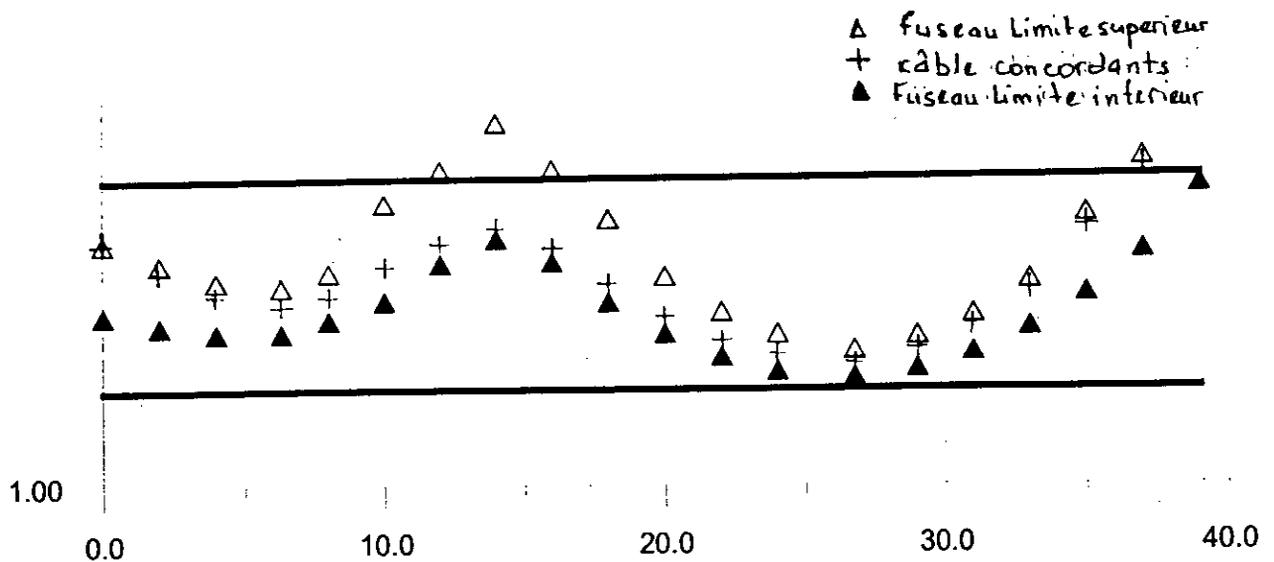


Figure VI-3 Câble moyen et fuseau de passage.

Le câble, ainsi, calculé doit satisfaire aux conditions suivantes:

- être à l'intérieur du béton avec un enrobage suffisant,
- avoir un tracé constructible, c'est à dire sans points anguleux, et avoir un rayon minimum de courbure R_{\min} ,

On opère graphiquement une correction Δe du tracé, tel que:

$$R_{\min} = 8\text{m}$$

le câble e' corrigé doit appartenir au fuseau limite et vérifier les conditions d'enrobage, $d=15\text{cm}$.

L'équation des trois moments donnait un moment hyperstatique nul. Le changement de tracé, ainsi réalisé, entraîne la naissance d'un moment hyperstatique \mathbf{M} , dû à la correction $\Delta e(x) = e_0'(x) - e_0(x)$.

Les corrections seront calculés par la méthode de Simpson.

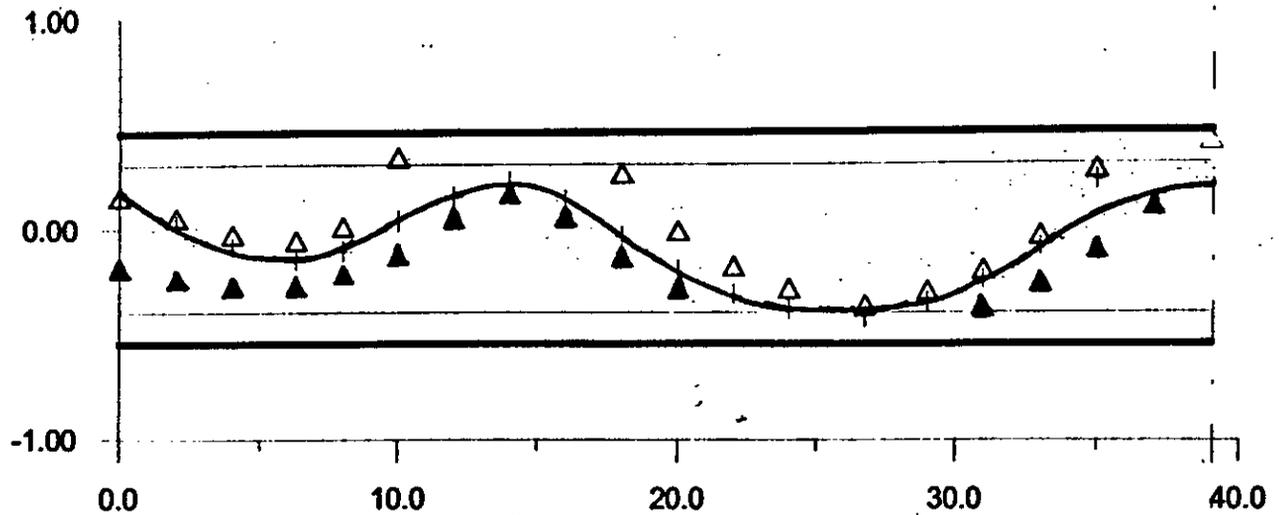


Figure VI-4 Câble de précontrainte après correction.

$$\int_0^{14} \Delta e(x) \frac{x}{14} = -0.1005$$

$$\int_0^{14} \Delta e(x) \left(1 - \frac{x}{14}\right) = -0.1795$$

$$\int_0^{25} \Delta e(x) \left(1 - \frac{x}{25}\right) = 0.0992$$

$$\int_0^{25} \Delta e(x) \frac{x}{25} = 1.1516$$

(VI-12)

Les formules (VI-12) représentent, à un coefficient près ($-6P/EI$), les rotations aux appuis dues au nouveau tracé. On détermine les moments hyperstatiques finaux M' en utilisant l'équation des trois moments.

$$78M_1 + 25M_2 = 1.077P$$

$$25M_1 + 100M_2 + 25M_3 = 7.8 \times 10^{-3}P$$

$$25M_2 + 78M_3 = 1.1904P$$

Nous obtenons du système précédent :

$$M_1 = 0.016P$$

$$M_2 = M_3 = -0.033P$$

VI-5 PERTES DE PRÉCONTRAITE

La contrainte relative aux aciers ne peut être déterminée de façon réglementaire comme c'est le cas pour le béton armé, et ce en raison de la manifestations de plusieurs phénomènes dans le béton précontraint dont on distingue :

- Les pertes instantanées, qui sont les frottements à la mise en tension des câbles, le recul à l'ancrage et la non simultanée de la mise en tension des différents câbles.
- Les pertes différées, à savoir : le retrait du béton, la relaxation des aciers et le fluage du béton.

VI-5-1 Pertes par frottement:

Elles se produisent par frottement du câble sur la gaine lors de sa mise en tension, dans les zones où il y a contact entre ces deux éléments. En effet le déplacement du câble à l'intérieur de la gaine est gêné par sa courbure, s'il n'est pas rectiligne. Il en est de même en ligne droite car ni la gaine, ni le câble ne sont parfaitement rectilignes.

L'expression de la perte de tension par frottement ΔP_f le long du câble, est donnée par :

$$\Delta P_f(x) = (f\alpha(x) + \varphi(x))P_0 \quad (\text{VI-13})$$

$\alpha(x)$: somme vectorielle des déviations verticales par rapport à l'horizontal,

f : coefficient du frottement en courbe (en radians⁻¹),

x : longueur du câble entre l'origine et la section étudiée,

φ : coefficient de pertes par frottement,

P_0 : tension des aciers à l'ancrage.

$$f=0.19 \quad P_0=3048t. \quad \varphi=0.003m^{-1}$$

Section	0	$L_1/4$	$L_1/2$	$3/4L_1$	L_1	20.25	26.5	32.75	39
α	0	0.058	0.083	0.133	0.176	0.231	0.236	0.336	0.376
$f\alpha + \varphi x$	0	0.02152	0.0368	0.0568	0.0754	0.105	0.124	0.162	0.188
$\Delta P_f(t.)$	0	65.59	112.075	173.03	229.82	318.94	379.27	494.06	573.02
%	0	2.152	3.368	5.677	7.54	10.46	12.44	16.21	18.80

Tableau XI-2 Pertes de précontrainte par frottement (ΔP_f).

VI-5-2 Pertes par glissement à l'ancrage:

Lorsqu'on ancre le câble, la tension des fils est transférée du vérin à l'ancrage. Il résulte de cette mise en charge de l'ancrage, des déformations de celui-ci qui engendrent un raccourcissement du câble. Ce phénomène se traduit par une diminution de la tension au voisinage de l'ancrage. Le glissement des torons prend des valeurs de 1 à 12 mm, suivant la puissance de l'ancrage et le procédé de précontrainte utilisé.

La perte de tension, due à ce glissement, n'agit pas tout au long du câble. Pour cela, on définit une longueur λ , dite longueur d'ancrage, qui est la distance sur laquelle la perte de tension agit.

$$\lambda = \sqrt{\frac{gE_p}{\sigma_{p0}\psi}} \quad (\text{VI-14})$$

g : glissement du câble,

E_p : module d'élasticité du câble,

gE_p : représente l'aire délimitée par les deux courbes de la tension de frottement et sa symétrie par rapport à l'horizontal sur une longueur λ .

σ_{p0} : contrainte initiale aux vérins.

$\psi = f\alpha + \varphi x$

Dans notre cas, la formule (VI-14) ne peut être utilisée car le tracé du câble est constitué de plusieurs tronçons. Pour cette raison, λ sera déterminée graphiquement telle que l'aire délimitée par les fonctions $P_f(x)$ et $P_g(x)$ soit égale à gE_p .

$P_f(x)$ est la tension des câbles due aux frottements,

$P_g(x)$ est une fonction symétrique par rapport à l'axe horizontal.

$$P_f(x) = (1 - f\alpha(x) - \varphi(x))P_0 \quad (\text{VI-15})$$

$gE_p = 11400 \text{ t/m}$, pour $\lambda = 18.2$

Les pertes par recul d'ancrage se traduisent par la formule suivante:

$$\Delta P_g(x) = 2P_0(f\alpha(x) + \varphi(x))(\lambda - x) \quad (\text{VI-6})$$

Section	0	3.5	7	10.5	14	20.25	26.5	32.75	39
ΔP_g (t.)	600	400	366.67	266.66	133.33	-	-	-	-
%	19.68	13.12	12	8.75	4.37	-	-	-	-

Tableau IV-3 Pertes par recul d'ancrage ΔP_g

VI-5-3 Non simultanée de la mise en tension

Dans le cas où la section compte plusieurs câbles, la mise en tension ne peut s'effectuer que câble par câble. La mise en tension d'un câble va entraîner le raccourcissement de ceux déjà placés. Le béton subira, lui aussi, le même effet.

Pour n câbles, la perte de tension $\Delta\sigma_n$ se traduit par:

$$\Delta\sigma_n(x) = \frac{n-1}{2n} \frac{E_p \sigma_{b0}(x)}{E_{bi}} \quad (\text{VI-17})$$

E_p : Module d'élasticité de l'acier.

E_{bi} : Module instantané du béton.

σ_{b0} : Contrainte moyenne du béton au niveau du câble, à la mise en tension.

$$\sigma_{b0}(x) = \frac{P_i}{B} + \frac{e_0(x)}{I} [P_i e_0(x) + M_{\min} + \mathbf{M}] \quad (\text{VI-18})$$

$$P_i = P_0 - (\Delta P_r + \Delta P_g)$$

B: Section du béton. $B=10.52\text{m}^2$

$e_0(x)$: Excentricité moyenne du câble.

M_{\min} : Moment longitudinal fléchissant dû au poids propre.

\mathbf{M} : Moment hyperstatique.

Les câbles seront mis en tension en deux étapes. La première, à 7 jours ou l'on tend 13 câbles. La seconde, à 28 jours ou tous les câbles sont tendus y compris ceux qui l'ont préalablement été.

A titre simplificatif, le BPEL retient, pour n câbles les formules suivantes:

$$\Delta\sigma_i(x) = 3.18\sigma_{b0}(x) \quad \text{à 7 jours}$$

$$\Delta\sigma_i(x) = 2.107\sigma_{b0}(x) \quad \text{à 28 jours}$$

Section	0	3.5	7	10.5	14	20.25	26.5	32.75	39
P_i (MN.)	9.849	11.12	11.06	11.45	12.21	12.05	10.90	10.12	10.72
e_0 (m)	-0.01	-0.04	-0.05	0.02	0.2	-0.2	-0.38	-0.16	0.29
\mathbf{M} (MN)	0	0.179	0.277	0.313	0.195	0.102	-0.102	-0.53	-0.334
M_{\min} (MN)	0	5.00	17.68	-1.899	-10.82	2.957	9.144	2.103	-18.17
σ_{b0} (MPa)	0.937	0.84	9.736	1.217	-0.672	1.097	-0.752	1.014	-4.095
$\Delta\sigma_r$ (MPa)	2.98	2.68	3.096	3.87	2.198	3.490	2.39	3.223	13.02
%	0.257	0.232	0.267	0.599	0.184	0.302	0.206	0.278	1.12

Tableau VI-4.a Pertes par recul d'encrage au 7^{ème} jour.

Section	0	3.5	7	10.5	14	20.25	26.5	32.75	39
P_i (MN.)	24.31	25.82	25.69	26.01	26.84	21.29	26.68	25.53	24.57
e_0 (m)	-0.01	-0.04	-0.05	0.02	0.2	-0.2	-0.38	-0.16	0.29
M (MN)	0	0.103	0.255	0.313	0.429	0.102	-0.227	-0.53	-0.81
M_{min} (MN)	0	5.00	17.68	-1.899	-10.82	2.957	9.144	2.103	-18.17
σ_{b0} (MPa)	2.068	2.226	0.974	3.293	1.427	3.132	3.058	2.87	-1.516
$\Delta\sigma_r$ (MPa)	2.98	4.69	5.065	6.933	3.006	6.599	6.443	6.064	3.19
%	0.376	0.408	0.437	0.599	0.259	0.569	0.556	0.523	0.276

Tableau VI-4.b Pertes par recul d'ancrage au 28^{ème} jour.

Les pertes instantanées que nous venant de voir se produisent les unes après les autres, donc elle se cumulent. Les pertes instantanées totales sont désignées par ΔP_i .

$$\Delta P_i = \Delta P_r + \Delta P_g + \Delta P_n.$$

Section	0	3.5	7	10.5	14	20.25	26.5	32.75	39
ΔP_i (t.)	651.38	481.96	485.96	463.28	373.83	340.95	399.38	514.39	599.19
P_i (t)	2432.6	2564.4	2504.6	2562.0	2674.2	2707.1	2648.6	2533.6	2448.8

Tableau VI-5 Pertes instantanées totales

5.4

VI- Pertes dues au retrait:

Le retrait est un phénomène de raccourcissement du béton dans le temps, du a une évaporation de l'eau excédante. La valeur des pertes dues aux retrait dépend du climat de la région ou est implanté l'ouvrage.

$$\Delta\sigma_m = \varepsilon_r [\alpha(t) - \alpha(t_0)] E_p$$

$$\alpha(t) = \frac{t}{t + 9r_m} \quad (VI-19)$$

$$r_m = \frac{B}{U}$$

t_0 : date, en jours, de la mise en tension des câbles.

t : temps en jours.

ε_r : déformation due au retrait.

$B=10.52m^2$ $U=25.04 m$

Pour un calcul du retrait à l'infini, on aura

$$\Delta \sigma_{rel} = 52.51 \text{ t/m}^2$$

5.5

VI- Pertes dues aux relaxation des armatures:

La relaxation de l'acier est un relâchement de tensions à longueurs constantes. Elle dépend de la nature de l'acier et de son traitement. Les pertes de tensions dues aux relaxation des armatures est:

$$\Delta \sigma_{rel}(x) = \frac{6}{100} \left(\frac{\sigma_{pi}}{f_{prg}} - \mu_0 \right) \sigma_{pi}(x) \rho_{1000} \quad (\text{VI-20})$$

ρ_{1000} : relaxation à 1000 heures.

$\sigma_{pi}(x)$: tension après pertes instantanées.

f_{prg} : contrainte garantie à la rupture.

μ_0 : coefficient dépendant de la nature de l'armature de précontrainte.

Pour des torons T15 nous rappelons que:

$$\rho_{1000} = 0.045, \quad \mu_0 = 0.43, \quad f_{prg} = 18 \times 10^4 \text{ t/m}^2.$$

Section	0	3.5	7	10.5	14	20.25	26.5	32.75	39
σ_{pi} (MPa.)	92.49	975.82	95.31	0.974	1.02	1.029	1.007	9.634	0.931
$\Delta \sigma_{rel}$ (MPa)	15.94	24.27	20.46	23.98	30.22	32.04	35.21	27.36	21.94
ΔP_{rel} (t)	0.419	0.638	0.538	0.631	0.79	0.84	0.925	0.712	0.577
%	0.0137	0.0209	0.0176	0.0207	0.0259	0.286	0.03	0.0236	0.0189

Tableau VI-6 Pertes par relaxation des armatures.

5.6

VI- Pertes par fluage:

Le fluage du béton est la déformation qui se produit dans le temps à la suite d'un effort constant. Les câbles ancrés dans le béton subissent la même déformation, donc une chute de tension est observée dans la précontrainte. cette chute de tension est donnée par:

$$\Delta \sigma_{fl} = (\sigma_M \sigma_b) \frac{E_p}{E_b} \approx 2.5 \frac{E_p}{E_b} \sigma_b \quad (\text{VI-21})$$

σ_M : contrainte dans le béton au niveau du câble moyen sous l'effet des charges permanentes après pertes instantanées.

σ_b : contrainte dans le béton au niveau du câble moyen sous l'effet des charges à longues durées et de la précontrainte.

$$\sigma_b(x) = \frac{P}{B} + \frac{e_0(x)}{I} [Pe_0(x) + M_{\max} + M]$$

Section	0	3.5	7	10.5	14	20.25	26.5	32.75	39
P_i (t)	2379.7	2594.8	2509	2532.6	2633.6	2654.7	2549.6	2481.7	2396.7
e_0 (m)	-0.01	-0.04	-0.05	0.02	0.2	-0.2	-0.38	-0.16	0.290
$P\#$ (t/m)	0	145.31	281.00	40.52	587.46	42.47	9.56	-51.49	-79.09
M_{\max} (t/m)	126.490	541.02	-789.43	-1725.2	512.07	512.064	572.77	569.98	3147.2
σ_b (t/m ²)	226.47	239.13	291.9	233.7	11.86	247.06	6.868	214.12	10
$\Delta\sigma_{fu}$ (t/m ²)	1698.5	1793.5	2186.9	1752.9	838.95	1852.9	51.51	1605.9	10637
%	1.466	1.54	1.887	1.513	0.724	1.599	0,044	1.386	9.18

Tableau VI-7 Pertes dues au fluage.

Les pertes différées finales sont calculées en considérant les phénomènes indépendants. Or, ils se produisent simultanément et agissent donc les uns sur les autres. Le BPEL tient compte de la concomitance des phénomènes par un abattement forfaitaire de la relaxation.

$$\Delta P_d = \Delta P_{rel} + \Delta P_{fu} + 5\Delta P_r/6$$

Section	0	3.5	7	10.5	14	20.25	26.5	32.75	39
ΔP_d (t.)	97.59	99.66	109.47	109.12	47.20	100.93	103.79	95.33	331.73
P_d (t)	2950.4	2948.3	2938.5	2938.9	2973.8	2947.1	2944.2	2952.7	2716.3

Tableau VI-8 Pertes différées totales

L'expression de la précontrainte finale de calcul est:

$$P_m^S = \max(1.02P_0 - 0.8\Delta P_p, 0.98P_0 - 1.2P_p)$$

(à l'ELS).

$$P_m^U = P_0 - \Delta P_p$$

(à l'ELU).

Section	0	3.5	7	10.5	14	20.25	26.5	32.75	39
ELU	2335.0	2466.8	2452.6	2475.6	2626.9	2606.1	2544.8	2438.3	2117.1
ELS	2538.6	2643.9	2632.6	2651.0	2772.2	2755.5	2706.4	2621.3	2364.2

Tableau VI-9 Tensions finales de la précontrainte (t)

CHAPITRE VII

***VERIFICATION DE LA
PRECONTRAINTE***

VII-1 VERIFICATION DES CONTRAINTES A L'ELS

Le calcul des contraintes normales se fait en classe II, sur la section fissurée. On distingue pour cela deux phases de constructions;

- La première est la phase de construction à 7 jours, ou la section, prise en compte, est la section nette B_n , définie comme étant la section brute moins les évidements.

- La seconde est la phase de construction à 28 jours. On utilise la section homogène B_h , qui est la section nette majorée de n fois la section des armatures.

La contrainte normale dans le béton est donnée par la relation suivante:

$$\sigma_b(y) = \frac{P}{B_i} + \frac{Pe_0 + M_i + \mathbf{M}}{I} y \quad (\text{VII-1})$$

En phase de construction, à 7 jours:

$$B=B_n=10.45 \text{ m}^2.$$

$$M=M_{\min}.$$

x	0	0.41L ₁	L ₁	0.51L ₂	L ₂
P (MPa)	24.33	25.62	26.74	26.49	24.49
e ₀ (m)	0.155	-0.05	0.2	-0.38	0.29
v (m)	0.464	0.466	0.466	0.464	0.466
v' (m)	0.536	0.534	0.534	0.534	0.534
I (m ₄)	0.8918	0.8921	0.8915	0.8911	0.8916
M (t.m)	0	286.93	599.02	-20.98	-75.91
M _{min} (t.m)	0	266.09	-1082.1	916.67	-1816.6
σ ^s (t/m ²)	428.08	600	264.22	198.97	-308.3
σ ⁱ (t/m ²)	5.276	-165	244.27	320.73	944.24

Tableau VII-1 Contraintes normales du béton à 7 jours.

En phase de construction, à 28 jours:

$$B=B_h=10.62 \text{ m}^2$$

x	0	0.41L ₁	L ₁	0.51L ₂	L ₂
P (MPa)	21.35	26.33	27.72	27.06	23.64
e ₀ (m)	0.155	-0.05	0.2	-0.38	0.29
v (m)	0.46	0.470	0.468	0.447	0.468
v' (m)	0.524	0.530	0.522	0.526	0.532
I (m ₄)	0.8834	0.884	0.888	0.886	0.889
M (t.m)	0	294.85	620.35	-23.00	-78
M _{max} (kNm)	0	6.425	-17.24	15.73	-24.10
σ ^s (t/m ²)	414.88	816.17	-108.42	533.75	-1415
σ ⁱ (t/m ²)	5.19	-392.9	1249.2	-54.66	1301.1

Tableau VII-2 Contraintes normales du béton à 28 jours.

Vérification des résultats:

On dit d'une section qu'elle est vérifiée à l'ELS si elle vérifie la condition suivante :

$$\sigma_b \leq \bar{\sigma}_{bc} = \begin{cases} 1750 \text{ t / m}^2 & \text{à 28 jours} \\ 233333 \text{ t / m}^2 & \text{à 7 jours} \end{cases}$$

Nous remarquons que les résultats obtenus ci-dessus obéissent à cette condition, donc la section est vérifiée à l'ELS.

VII-2 VERIFICATION DE LA SECTION A L'ELU:

Toute section en béton précontraint doit être vérifiée à l'ELU. Les éléments de résistance de cette section sont:

- le béton,
- les aciers de précontrainte,
- les aciers passifs.

VII-2.1 Hypothèses de calculs:

- Négligence du béton tendu,
- Loi de comportement du béton: diagramme rectangle,
- Adhérence des aciers au béton,
- Les sections planes restent planes,
- Le diagramme de déformation d'une section correspondant à l'atteinte de l'ELU respecte la règle des trois pivots.

VII-2.2 Principe de la méthode de justification:

La vérification à l'ELU consiste à calculer les efforts résistants \bar{N}_u et \bar{M} qui doivent être supérieurs aux efforts calculés N_u et M_u . Pour que cette condition soit remplie, il faut que les efforts N_u et M_u doivent rester à l'intérieur du domaine délimité par la courbe des efforts résistants \bar{N}_u et \bar{M} (Figure VII-1).

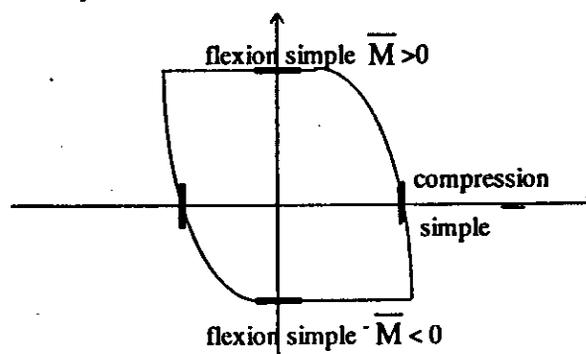


Figure VII-1 Sollicitation à l'ELU,

(Diagramme d'interaction)

VII-2.3 Contraintes dans l'acier:

La déformation à l'ELU de l'acier de précontrainte (ϵ_p) se traduit par la somme de différents allongements:

$$\epsilon_p = \epsilon_{pm} + \Delta\epsilon'_p + \Delta\epsilon'' \tag{VII-2}$$

ϵ_p : allongement total de l'acier de précontrainte,

ϵ_{pm} : allongement préalable sous la contrainte σ_{pm} correspondant à la contrainte dans l'armature actif sous l'action des charges permanentes,

$$\epsilon_{pm} = \frac{\sigma_{pm}}{E_p} \tag{VII-3}$$

$\Delta\epsilon'_p$: accroissement de l'allongement de l'acier dû au retour à la déformation nulle du béton, sous l'effet de la précontrainte et des charges permanentes,

$$\Delta\epsilon'_p = 5 \frac{\sigma_{bc}}{E_p} \tag{VII-4}$$

$$\sigma_{bc} = \frac{P}{B} + \frac{Pe_0 + M + \mathbf{M}}{I} e_0 \tag{VII-5}$$

$\Delta\epsilon''$: variation complémentaire de la déformation, déduite du diagramme de déformation, au niveaux du câble (Figure VII-2).

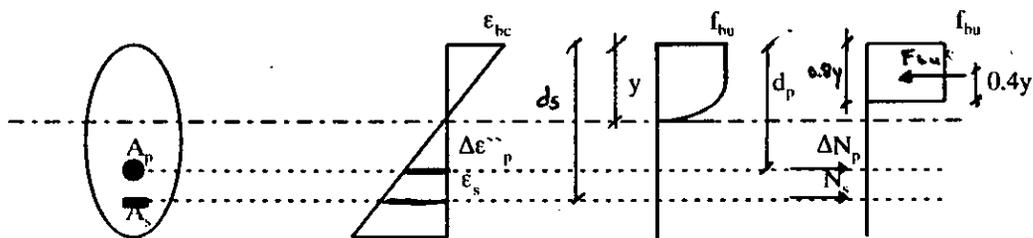


Figure VII-2 Contraintes et déformations à l'ELU.

De la relation des triangles, nous avons :

$$\frac{\epsilon_{bc}}{y} = \frac{\epsilon_s}{d_s} \rightarrow y = \frac{d_s \epsilon_{bc}}{\epsilon_s + \epsilon_{bc}} \text{ avec } d_p = |e_0| + |v| \text{ ou } |v|$$

On pose $d_s = 0.9m$, $\epsilon_s = 10\text{‰}$, $\epsilon_{bc} = 3.5\text{‰}$, (pivot A).
d'ou $y = 0.233m$

x	0	0.41L ₁	L ₁	0.51L ₂	L ₂
e _n (m)	0.155	-0.05	0.2	-0.38	0.29
P (kN)	23.35	26.33	27.72	27.06	23.64
M (t)	0	294.87	620.95	-23	-78
M _{min} (t)	0	359	-1461	1237.5	-636.17
I (m ⁴)	0.8834	0.884	0.888	0.886	0.889
σ _b (MPa)	2.8546	2.26	1.992	1.77	2.15
σ _{pm} (MPa)	1141.84	905.47	796.65	709.42	861.53
ε _p ' (‰)	6.01	4.77	4.19	3.37	4.53
Δε _p ' (10 ⁻² ‰)	7.51	5.95	5.24	4.67	5.67
Δε _p '' (‰)	7.04	2.55	6.03	10.42	9.07
ε _p (‰)	13.125	2.61	10.27	13.84	13.66

Tableau VII-3 Déformation totale de l'acier de précontrainte.

VII-2-3 Détermination des efforts résistants:

D'après la figure VII-2, nous avons:

$$\bar{N}_u = N_{bc} - \Delta N_p - N_s$$

$$\bar{M}_u = N_{bc}(d_p - 0.4y) + A_s \sigma_s (-d_p + d_s)$$

c'est à dire :

$$\bar{N}_u = 0.8f_{bu} b_0 y - A_p \Delta \sigma_p - A_s \sigma_s$$

$$\bar{M}_u = 0.8f_{bu} b_0 y (d_p - 0.4y) + A_s \sigma_s (-d_p + d_s)$$

f_{bu}=19.83 MPa, y=0.233m, b₀=2b=10.78m, A_p=0.263m², σ_s=348MPa

A_s=max(0.1%B, 3 cm²/ml)=105.2cm². et

x	0	0.41L ₁	L ₁	0.51L ₂	L ₂
d _p (m)	0.702	0.503	0.747	0.815	0.837
d _s -d _p	0.198	0.397	0.153	0.085	0.063
σ _p (MPa)	88.78	1001.0	1053.99	1029.05	898.86
Δσ _p (MPa)	272.09	15.79	104.94	129.89	260.08
\bar{N}_u (kN)	29.06	35.78	33.43	32.78	29.35
\bar{M} (kN.m)	24.99	17.06	28.79	32.43	29.87

Tableau VII-4 Moment fléchissant et effort normal ultime.

Les efforts sollicitants la dalle à l'ELU sont donnés par les relations:

$$M_u = M'_u + P e_0 + M$$

$$N_u = M_u / (d_s - 0.4y)$$

Avec:

M'_u : moment fléchissant sous chargement externe à l'ELU,

P : effort de précontrainte $P = P_0 - \Delta P$

M : moment hyperstatique de précontrainte.

x	0	0.41L ₁	L ₁	0.51L ₂	L ₂
Mu (kN.m)	36.19	7.82	16.64	10.66	24.92
N _u (kN)	0	6.31	13.43	12.47	30.01

Tableau VII-5 Efforts appliquée à la section à l'ELU.

Des deux derniers tableau nous concluons que la section est vérifiée à l'ELU.

CHAPITRE VIII

***EFFORTS TRANCHANTS ET
REACTIONS D'APPUI***

Pour la détermination de l'effort tranchant dans le sens longitudinal, le pont sera assimilé à une poutre continue de 4 travées. L'effort tranchant sollicitant une section quelconque d'une poutre à plan moyen fléchi, est la somme des composantes normales des forces appliquées à gauche et à droite de cette section, soit:

- Efforts extérieurs T ,
- Effort de précontrainte T_p ,

L'effort tranchant maximal sera:

$$T_{\max}^U = 1.35T_G + 1.5T_{Tr} + \max.(1.5T_A, 1.5T_{bc}, 1.35T_{c120}, 1.35T_D)$$

$$T_{\max}^S = T_G + 1.2T_{Tr} + \max.(1.2T_A, 1.2T_{bc}, T_{c120}, T_D)$$

VIII-1 EFFORTS TRANCHANTS EXTERNES T

L'effort tranchant extérieur est calculé à partir des lignes d'influence (Chapitre III). Comme pour le cas de la flexion longitudinale, on disposera l'ensemble des charges et surcharges de façon à obtenir l'effet le plus défavorable, c'est à dire un effort tranchant maximum.

Les différentes charges à prendre en considération sont:

- La charge permanente CP,
- Le système A,
- Le système B_c,
- Le système M_{c120},
- Le système D240.

Surcharge dur les trottoirs

Remarque: L'effort tranchant étant maximum au voisinage des appuis, on traitera uniquement ce cas.

Type de charge	N° de la travée chargée	Surcharge	Effort tranchant maximum (t.)
G	1+2+3+4	30.35	116.55
A	1+3	8.57	129.86
	4	15.3	-123.70
Bc	2+4	6x30	-81.50
	1+3		123.03
M _{c120}	1+3	18.03	147.34
	2+4		-106.41
D	3	12.90	70.15
	4		-100.26
Trottoir	1+3	0.7875	23.058
	2+4		-17.19

Tableau VIII-1 Efforts tranchants maximum
Travée 1, x=0

Type de charge	N° de la travée chargée	Valeur de la surcharge (t/m)	Effort tranchant maximum (t.)
G	1+2+3+4	31.35	-321.37
A	3	11.4	95.04
	1+4	10.71	169.03
Bc	1+4	6x30	-153
	3		69.2
M _{c120}	1+4	18.03	-195.21
	3		-1.51
D	4	12.90	70.15
			-100.26
Trot	1+2+4	0.7875	-16.18
	3		13.14

Tableau VIII-2 Efforts tranchants maximum
Travée 1, x=14 m

Type de charge	N° de la travée chargée	Valeur de la surcharge (t/m)	Effort tranchant maximum (t.)
G	1+2+3+4	31.35	416.37
A	2	11.4	146.56
	3	11.4	-18.83
Bc	2	6x30	132.41
	3	6x30	-8.61
M _{c120}	2+4	18.3	125.11
	3	18.3	-6.24
D	2	12.9	149.97
	3	12.9	-13.4
Trot	1+2+4	0.7875	23.54
	3	0.7875	-2.6

Tableau VIII-3 Efforts tranchants maximum en travée 2, x=0

Type de charge	N° de la travée chargée	Valeur de la surcharge (t/m)	T _{max} (t.)
G	1+2+3+4	31.35	-365.9
A	4	15.3	+ 24.74
	3	11.4	-138.58
Bc	2	6x30	-127.52
	1+4	6 x30	19.69
M _{c120}	2+3	18.30	-155.12
	4	18.30	21.80
D	2	12.9	-149.41
	4	12.9	39.05
Trot	2+3	0.7875	-21.74
	1+4	0.7875	3.319

Tableau VIII-4 Efforts tranchants externes (Travée 2, x=25m).

VIII-2 EFFORT TRANCHANT DE PRÉCONTRAINTÉ (T_p):

L'effort tranchant de précontrainte englobe deux efforts:

- L'effort dû à la présence de la précontrainte P dans l'armature inclinée de α,
- L'effort dû à l'hyperstaticité du système.

VIII-2.1 Effort tranchant dû à la précontrainte:

L'effort tranchant T_{p1} dû à la présence de la précontrainte P, inclinée d'un angle α, se traduit par:

$$T_{p1}(x) = P(x) - \sin\alpha(x) \tag{VIII-1}$$

avec:

$$P(x) = P_0 - \Delta P(x)$$

P₀: effort de précontrainte appliqué à l'origine.

ΔP(x): pertes de précontrainte en x.

sinα(x): inclinaison de la précontrainte en x.

Remarque:

Comme la détermination de l'effort tranchant se limite au appuis, ou l'angle de relevage est nul o aura un effort tranchant du à l'inclinaison du câble qui sera nul.

VIII-2.2 Effort tranchant de précontrainte dû à l'hyperstaticité:

Il est dû au moment hyperstatique de précontrainte M.

$$v_i(x) = \frac{dM}{dx} = \frac{M_{i+1} - M_i}{l_i} \tag{VIII-2}$$

M_i = 0.016 P

M_{i+1} = -0.033 P = M_j

On aura, alors:

sur la travée 1: v(x) = 1.143 × 10⁻³ P = 3.48 t.

sur la travée 2: v(x) = -1.96 × 10⁻³ P = -5.97 t

	P (t)	v. (t)	
		ELU	ELS
x ₁ =0	2538.58	2.90	2.69
x ₁ =14 m	2772.14	3.17	3.00
x ₂ =0		-5.43	-5.15
x ₂ =25 m	2364.22	-4.36	-4.15

Tableau VIII-4 Effort tranchant due à la précontrainte.

		ELU	ELS
Travée 1	T ₀	352.74	302.95
	T ₁₄	-778.77	-543.62
Travée 2	T ₀	812.10	615.06
	T ₂₅	-739.6	-562.91

Tableau VIII-5 Effort tranchant total dans le sens longitudinal (t).

VIII-3 RÉACTIONS D'APPUIS:

La réaction de l'appui 'i' est déterminée à partir des efforts tranchants étudiés ci-dessus. Elle est la somme des deux efforts tranchants gauche T_{gi} et droit T_{di}, au voisinage de l'appui considéré.

$$R_i = T_{gi} + T_{di} \quad (\text{VIII-3})$$

N° d'appui « i »	T _{di} (t)		T _{gi} (t)		R _i (t)	
	ELU	ELS	ELU	ELS	ELU	ELS
0	352.74	302.95	0	0	352.74	302.95
1	812.1	615.06	-778.77	-543.62	-1590.87	-1158.68
2	-739.6	-562.91	739.6	562.91	1479.2	1125.82

Tableau VIII-6 Réactions d'appuis.

VIII-4 VERIFICATION DES CONTRAINTES DE CISAILLEMENTS:

La vérification de la résistance au cisaillement est nécessaire dans la section, précontrainte, au voisinage des appuis où l'effort tranchant est plus défavorable. Pour les armatures de précontrainte, elle se fait à l'ELS.

VIII-4.1 Contraintes admissibles:

Les essais effectués sur des poutres précontraintes soumises à des efforts de cisaillement, ont mis en évidence l'existence de deux modes de ruptures du béton:

La première par fissuration pour laquelle la contrainte de cisaillement admissible est donnée par:

$$\bar{\tau}_1^2 = \sigma_x \sigma_y + 0.4f_{ij}(f_{ij} + \sigma_x + \sigma_y) \quad (\text{VIII-4})$$

La deuxième par compression-cisaillement (donc en relation avec le cercle de Mohr [4]), pour laquelle le cisaillement admissible est donné par:

$$\bar{\tau}_2^2 = \sigma_x \sigma_y + 2f_{ij}(0.6f_{cj} - \sigma_x - \sigma_y)(f_{ij} + \sigma_x + \sigma_y) \quad (\text{VIII-5})$$

σ_x : contrainte normale de la section au niveau de calcul, évaluée à partir de la section nette de calcul,

σ_y : contrainte normale transversale,

On retiendra pour la vérification de la section la contrainte τ définie ci-dessous:

$$\bar{\tau} = \min(\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2) \quad (\text{VIII-6})$$

Dans notre cas (Classe II), ou la dalle est sans étriers actifs, on prendra $\sigma_y = 0$, d'où:

$$\tau_1^2 = 0.4(f_{ij} + \sigma_x) \quad (\text{VIII-7})$$

$$\tau_2^2 = 2f_{ij}(0.6f_{cj} - \sigma_x)(f_{ij} + \sigma_x). \quad (\text{VIII-8})$$

VIII-4.2 Contrainte de cisaillement :

Pour une section homogène la contrainte de cisaillement en un point de cote y est donnée par la formule suivante:

$$\tau(y) = 1.5 \frac{VS(y)}{Ib_n} \quad (\text{VIII-9})$$

Avec:

$$\tau(y) < \min(\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2)$$

V : effort tranchant dû à la charge permanente et la précontrainte à l'ELS,

b_n : largeur de la section nette ($2b$ -demi-diamètres des gaines=10.32m)

$S(y)$: moment statique donnée par la relation:

$$S(y) = \frac{bv^2}{2} \text{ dans le cas où l'effort tranchant est positif, sinon on remplace } v \text{ par } v'.$$

x	0	L ₁	L ₂
V (t)	119.24	416.22	-370.37
v (m)	0.476	0.478	0.468
v' (m)	0.524	0.522	0.532
I	0.8834	0.888	0.889
σ_x (t/m ²)	285	499.2	215.38
ζ (t/m ⁴)	39.85	139.53	118.29
$\bar{\tau}_1$ (t/m ²)	147.37	131.29	134.47
$\bar{\tau}_2$ (t/m ²)	255.55	209.25	212.74
τ (t/m ²)	147.37	131.29	134.47

Tableau VIII-7 Contraintes de cisaillement de l'acier.

CHAPITRE IX

***EFFORTS TRANCHANTS DANS LA
DALLE***

Comme il a été déjà vu dans le Chapitre IV, l'effort tranchant longitudinal se répartie dans le sens transversal moyennant un coefficient de répartition transversal $\epsilon_{\alpha\text{moy}}$. Le principe est le même aussi bien pour le moment de flexion que pour l'effort tranchant. L'effort tranchant, dans le sens transversal, excentré de « e » du centre de la dalle équivalente est:

$$T(x) = 2b\epsilon_{\alpha\text{moy}}T_0(x) \quad (\text{IX-1})$$

Avec:

$2b$ largeur de la dalle équivalente,

$\epsilon_{\alpha\text{moy}}$ coefficient moyen de répartition transversale de l'effort tranchant,

$T_0(x)$ effort tranchant moyen.

Le coefficient moyen de répartition transversale de l'effort tranchant ($\epsilon_{\alpha\text{moy}}$) est définie par les expression ci-dessous:

Pour une charge répartie:

$$\epsilon_{\alpha\text{moy}} = \frac{\text{aire d'influence chargée } e \text{ du coefficient } \epsilon_{\alpha}}{\text{largeur chargée}} \quad (\text{IX-2})$$

Pour un ensemble de charges concentrées:

$$\epsilon_{\alpha\text{moy}} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i \epsilon_{\alpha i}}{\sum_{i=1}^n P_i} \quad (\text{IX-3})$$

Avec:

ϵ_{α} coefficient de répartition transversale de l'effort tranchant,

P_i charge concentrée,

n nombre de files de roues (cas du système B₂)

IX-1 CALCUL DU COEFFICIENT DE REPARTITION TRANSVERSALE DE L'EFFORT TRANCHANT ϵ_{α} :

L'expression de ϵ_{α} découle d'une interpolation entre ϵ_0 et ϵ_1 , respectivement, les coefficients de répartition transversale de l'effort tranchant pour $\alpha=0$ et $\alpha=1$.

Pour un effort tranchant en travée

$$\begin{aligned} \epsilon_{\alpha} &= \epsilon_0 + (\epsilon_1 - \epsilon_0)\alpha^* & |Y| + |e| &\leq \frac{3}{4}b \\ \epsilon_{\alpha} &= \epsilon_0 + (\epsilon_1 - \epsilon_0)\sqrt{\alpha^*} & |Y| + |e| &\geq \frac{3}{4}b \end{aligned} \quad (\text{IX-4})$$

Pour un effort tranchant sur appui

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon}_\alpha &= \varepsilon_0 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)\alpha^* & |Y| + |e| \leq \frac{3}{4}b \\ \bar{\varepsilon}_\alpha &= \varepsilon_0 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)\sqrt{\alpha^*} & |Y| + |e| \geq \frac{3}{4}b\end{aligned}\quad (IX-5)$$

On retiendra les deux dernières expressions, car l'effort tranchant le plus défavorable se manifeste au niveau des appuis.

Y e	-b	-3/4b	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	0.09647	0.18396	0.24847	0.32997	0.438321	0.329975	0.248470	0.18396	0.09647
b/4	0.04463	0.09149	0.16803	0.24209	0.335025	0.455498	0.358800	0.0.22985	0.16678
b/2	0.00758	0.05265	0.11874	0.18344	0.269691	0.377104	0.441634	0.342029	0.26109
3b/4	0.001646	0.02512	0.07582	0.13352	0.235623	0.279900	0.377104	0.496703	0.38697
b	0.01646	0.02512	0.07582	0.13352	0.198661	0.273248	0.358312	0.453218	0.55473

Tableau VII-1 Coefficient de répartition transversale de l'effort tranchant (ε_α)
(L=14m, $\theta^*=0.41$, $\alpha^*=0.367$)

Y e	-b	-3/4b	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	0.16026	0.23207	0.26852	0.31018	0.319044	0.310184	0.268526	0.232070	0.16026
b/4	0.10100	0.13910	0.20395	0.25596	0.313856	0.379702	0.346425	0.320021	0.29716
b/2	0.05059	0.09520	0.14120	0.21508	0.283548	0.358005	0.370597	0.338143	0.30974
3b/4	0.00862	0.06085	0.12190	0.18642	0.267161	0.291150	0.359071	0.432800	0.40540
b	-0.02466	-0.036195	0.09766	0.16072	0.225955	0.293850	0.364584	0.437876	0.51282

Tableau VII-1 Coefficient de répartition transversale de l'effort tranchant (ε_α)
(L=25m, $\theta^*=0.258$, $\alpha^*=0.291$)

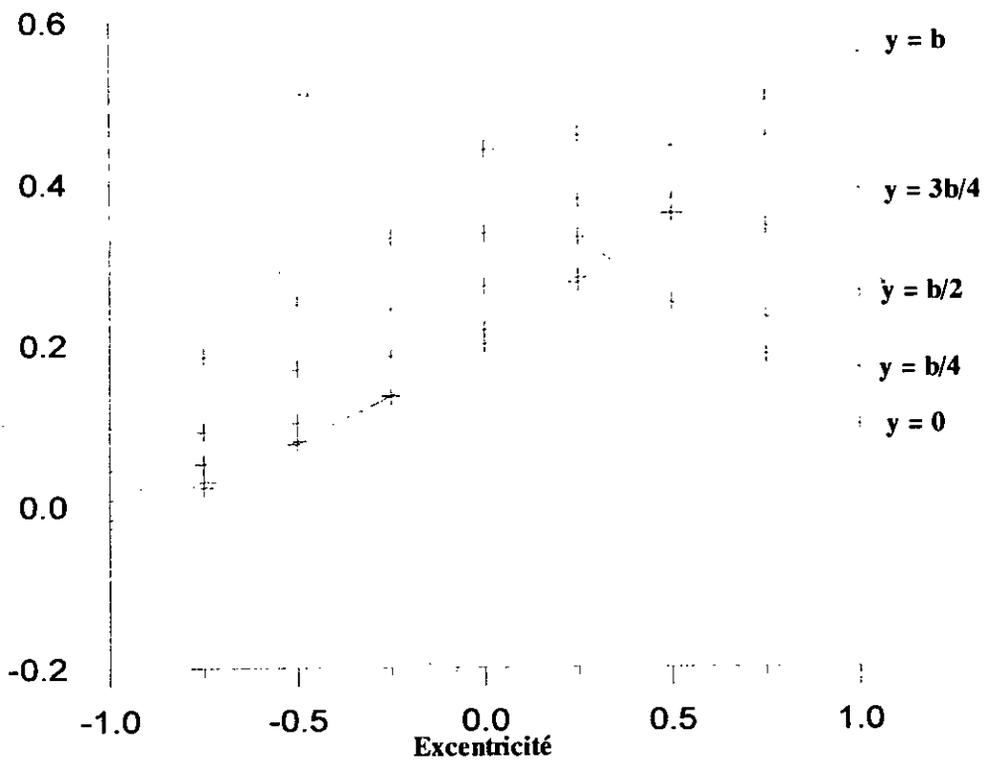


Figure VII-1 Représentation de la variation de ϵ_α en fonction de l'excentricité « e » pour L=14

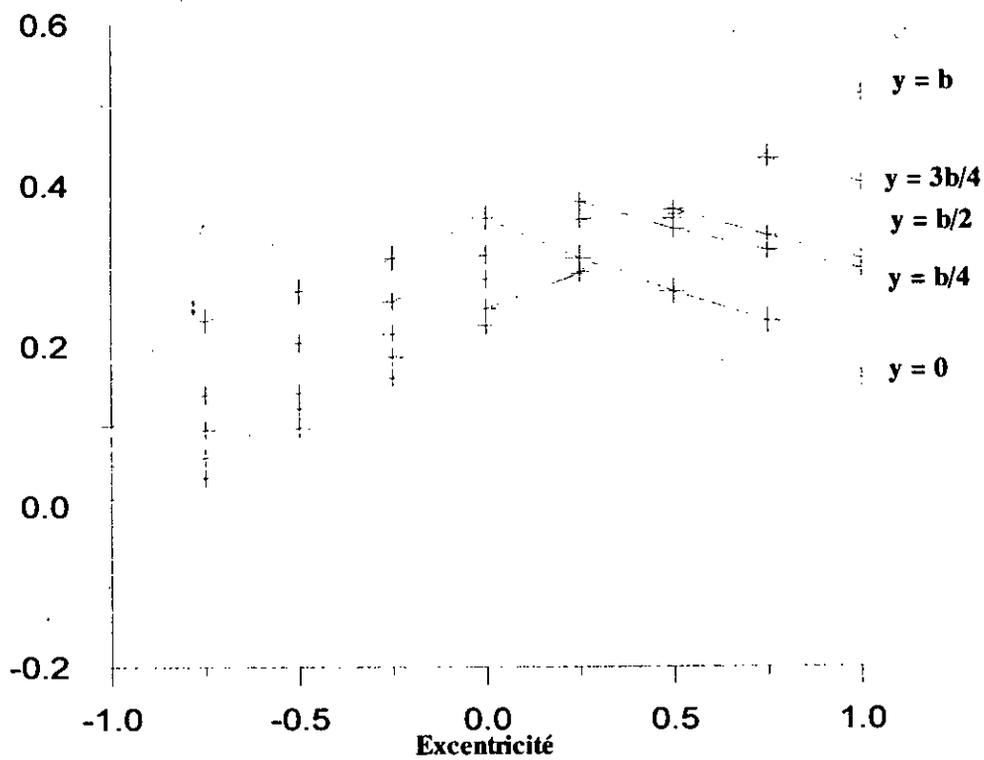


Figure VII-2 Représentation de la variation de ϵ_α en fonction de l'excentricité « e » pour

L=25m

Chargement Y		0	b/4	b/2	3b/4	b
G		0.267678	0.269765	0.247751	0.240672	0.223572
A	1 voie	0.330067	0.331235	0.351551	0.383563	0.397851
	2 voies	0.290499	0.327799	0.318331	0.317181	0.312492
	3 voies	0.277108	0.274005	0.253811	0.243585	0.226027
Bc	1 bande	0.322933	0.356674	0.344029	0.400258	0.457612
	2 bandes	0.299485	0.332476	0.333281	0.363299	0.390282
	3 bandes	0.291670	0.318082	0.306457	0.316841	0.325833
Mc ₁₂₀	1 bande	0.328400	0.329562	0.349776	0.381626	0.395842
D	1 bande	0.330532	0.340071	0.352598	0.380893	0.392714
Tr	1 trottoir	0.205919	0.312454	0.328671	0.419359	0.456797
	2 trottoirs	0.205919	0.219639	0.204194	0.231141	0.214837

TableauVII-3 (ϵ_{amoy}) (travée de 14m).

Chargement Y		0	b/4	b/2	3b/4	b
G		0.257451	0.248314	0.237581	0.226970	0.234864
A	1 voie	0.373281	0.341935	0.379374	0.41262	0.402450
	2 voies	0.289739	0.323140	0.327568	0.318360	0.306140
	3 voies	0.261891	0.261956	0.247275	0.232338	0.225480
Bc	1 bande	0.357281	0.375943	0.383502	0.412895	0.481010
	2 bandes	0.311609	0.336932	0.354583	0.371240	0.395472
	3 bandes	0.296169	0.300473	0.314339	0.309565	0.320707
Mc ₁₂₀	1 bande	0.371395	0.340208	0.377457	0.410540	0.400420
D	1 bande	0.374220	0.328130	0.379010	0.409754	0.396010
Tr	1 trottoir	0.152693	0.210268	0.314661	0.464623	0.485083
	2 trottoirs	0.152697	0.286466	0.1744104	0.257708	0.24535

TableauVII-4 (ϵ_{amoy}) (travée de 25m).

L'effort tranchant maximal dans le sens transversal, pour un appui « i », est donné par la formule suivante:

$$T_i^{\max}(x) = 2b \left(\varepsilon_{\text{cmoy}} \right)_{\max} T_0(x) \quad (\text{VII-6})$$

Rappelant que $T_0(x)$ est l'effort tranchant moyen par mètre linéaire déduit de l'effort tranchant calculé à partir des lignes d'influences (Chapitre VI).

$$T_0(x) = T(x)/2b \quad (\text{VII-7})$$

N° d'appui	Effort tranchant	Chargement (t.m)					
		G	A	Bc	Mc ₁₂₀	D	Tr
0	Td	31.478	36.005	40.101	58.320	-40.964	5.390
1	Tg	-86.671	-46.785	-49.911	-77.293	-39.347	-6.791
	Td	107.15 3	38.377	42.47	51.313 6	61.446	6.037
2	Td	-94.217	-36.329	-83.976	-47.216	-62.308	5.606

Tableau VII-3 Effort tranchant repartie dans le sens transversal.

CHAPITRE X

FLEXION TRANSVERSALE

Au cours du calcul d'évaluation du chargement transversal sollicitant le tablier, la distinction des encorbellements de la nervure centrale de la dalle est principale. Ceci est vrai pour deux raisons, à savoir:

Les encorbellements travaillent comme des consoles encastrées dans la dalle centrale, - la dalle centrale, supposée indépendante des encorbellements fonctionne, comme une plaque isotrope, pour laquelle la méthode de GUYON-MASSONNET est applicable.

Si l'effet de la participation de ces encorbellements, à la flexion longitudinale est de réduire la torsion dans la dalle, l'effet de leur participation à la flexion transversale est plutôt défavorable aussi petit soit-il. L'effet de la participation des encorbellements à la flexion transversale peut être négligeable, mais nous jugeons qu'il faut l'estimer pour la réalisation d'un ferrailage transversal qui assure une bonne réponse du pont dans le sens transversal.

Selon l'étude de ROWE [6], les moments fléchissants dans le sens transvaersal sont influencés par la valeur non nulle du coefficient de Poisson ν qui augmente.

X-1 CALCUL DES MOMENTS TRANSVERSAUX:

Pour une largeur de bande unitaire le moment transversal qui produit l'effet le plus défavorable est donné par la fonction sinusoïdale suivante:

$$M_{ym}(x, y) = P_m \mu_{\alpha m} b \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \quad \text{pour un harmonique "m"} \quad (X-1)$$

Avec

- P_m : surcharge transformée en une forme sinusoïdale,
- $\mu_{\alpha m}$: coefficient moyen de la flexion transversale, fonction du coefficient de Poisson ($\nu=0.15$, fissuration limitée du béton),
- b : demie largeur de la dalle équivalente,
- L : portée de la travée considérée,
- m : harmoniques de calcul ($m=1,2$ et 3)

En nous situant au milieu de la travée ($L/2$) et pour trois harmoniques de calcul $\mu_{\alpha}(0)$, $\mu_{\alpha}(2\theta)$ et $\mu_{\alpha}(3\theta)$, le moment transversal devient, en retenant les trois premiers termes de la serie de Fourié:

$$M_y(L/2, y) = \frac{b}{\sin \psi} (\mu_{\alpha 1} P_1 - \mu_{\alpha 3} P_3 + \mu_{\alpha 5} P_5) \quad (X-2)$$

Avec

ψ : biais mécanique, égal à 84.75 grad..

X-2 DETERMINATION DE LA SURCHARGE P_m :

La formule générale de la charge P_m transformée sous forme sinusoïdale, dans le sens transversal, est

$$P_m = \frac{2}{L} \int_0^L P(x) \sin \frac{m\pi x}{L} \quad (X-3)$$

Suivant la nature de la répartition du chargement, on aura :

X-2.1 Charge uniformément répartie:

C'est le cas de la charge permanente CP (31.35/m) et des surcharges de trottoir ($P_{Trot.} = 0.45t/m$).

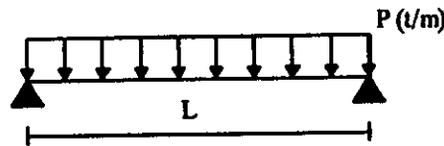


Figure X-1

$$P_m = \frac{4P}{m\pi} \quad (X-4)$$

X-2.2 Charge partiellement répartie:

Cas du système de charge M_{c120} ($P=18.03 t/m$) et D ($P=12.90 t/m$).

$$P_m = \frac{2}{L} \int_{d-c}^{d+c} P \sin \left(\frac{m\pi x}{L} \right) \quad (X-5)$$

c : demie largeur de répartition de la charge ($2c_{M_{c120}}=6.1m, 2c_D=18.6m$).

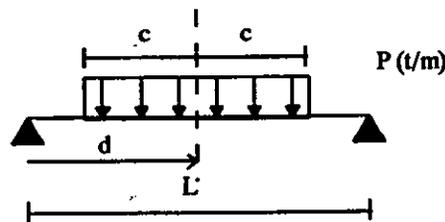


Figure X-2

$$P_m = \frac{4P}{m\pi} \sin \left(\frac{m\pi d}{L} \right) \sin \left(\frac{m\pi c}{L} \right) \quad (X-6)$$

X-2.3 Charges concentrées:

Soit P_i une charge concentrée appliquée à une distance d_i de l'appui gauche, sur un segment infiniment petit $[-c, c]$, tel que $P_i = 2cP_i$. La charge P_m relative à la charge concentrée aura, alors, comme expression la formule (X-6).

Comme la charge P_i est une charge concentrée, c tend vers 0. Cela implique que $(m\pi c/L)$ tend vers 1, pour la suite d'harmoniques ($m=1,3,5$) dans la série de Fourier.:

$$P_m = \frac{2P_i}{L} \sin\left(\frac{m\pi d_i}{L}\right) \quad (X-7)$$

Cas de plusieurs charges concentrées:

$$P_m = \frac{2}{L} \sum P_i \sin\left(\frac{m\pi d_i}{L}\right) \quad (X-8)$$

■ Systeme B_c :

La disposition du système B_c , dans le sens longitudinal, est telle que la résultante des charges de ce système (R) passe par $x=L/2$.

1^{er} cas: deux camions sur la travée de 25m (Figure X-3-).

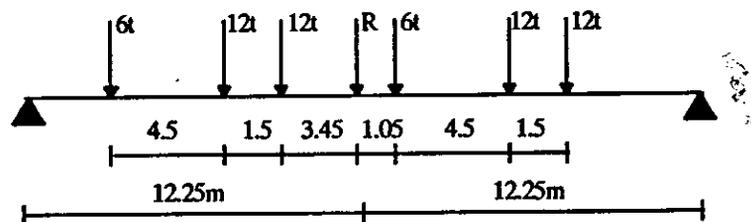


Figure X-3

2^{em} cas: un camion sur la travée de 14m (Figure X-4-).

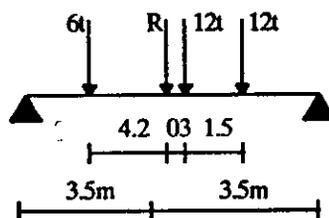


Figure X-4

L (m)	G		A		B _c		M _{c120}		D		T _{rot}
	-	-	25	14	25	14	25	14	25	14	-
P (t/ml)	31.35	16.709	-		18.03		12.90		0.7875		
m=1	39.916	21.274	3.649	3.800	8.60	14.52	15.11	12.30	0.573		
m=2	13.305	7.091	1.346	1.466	-6.98	-6.78	1.95	0.123	0.191		
m=3	7.983	4.255	-1.839	0.874	4.32	-1.27	-1.40	-2.78	0.115		

Tableau X-1 Valeurs de la charge P_m.

X-3 LIGNES D'INFLUENCE DE μ_α:

En appliquant la théorie de Guyon-Massonnet à la dalle centrale, nous obtenons, pour le coefficient de la flexion transversale (μ_α), une formule semblable à celle du coefficient K_α (Chap.IV).

$$\mu_{\alpha} = \mu_0(n = 0) + (\mu_1(n = 15) - \mu_0(n = 0))\alpha^* \left(1 - \exp\left(\frac{0.066 - \theta^*}{0.663}\right)\right) \quad 0.1 < \theta \leq 1 \quad (X-9)$$

Rappelant que les couples (θ*, α*) ont pour valeurs:

(θ₁*, α₁*) = (0.40, 0.367) (L=14m).

(θ₂*, α₂*) = (0.25, 0.291) (L=25m).

A l'aide des tables de Guyon-Massonnet [6], nous calculerons les coefficients de répartition transversale du moment fléchissant μ_α, pour différents harmoniques, soient: μ_α(θ), μ_α(2θ) et μ_α(3θ).

m	e	-b	-3/4b	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
1		-0.1298	-0.0618	0.0144	0.0978	0.2073	0.0978	0.0144	-0.0618	-0.1298
3		-0.0094	-0.0135	-0.0130	0.0082	0.0860	0.0082	-0.0130	-0.0135	-0.0094
5		-0.0013	-0.0010	-0.0064	0.0057	0.0522	0.0057	-0.0064	-0.0010	-0.0013

Tableau X-2 Valeurs de μ_α pour y=0 (L=14m)

e	-b	-3/4b	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
1	0.0990	-0.578	-0.135	0.0387	0.1053	0.1950	0.0645	0.0457	0.1473
3	-0.001	-0.062	-0.120	0.0122	0.0092	0.0870	0.0076	0.0192	0.0311
5	-0.062	-0.057	-0.014	-0.003	0.0002	0.0521	-0.060	0.0065	0.0002

Tableau X-3 Valeurs de μ_α pour y=b/4 (L=14m)

e	-b	-3/4b	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
1	-0.029	-0.021	-0.197	0.0070	0.0418	0.0898	0.1581	0.0018	-0.409
3	0.0016	-0.019	-0.063	0.0105	-0.093	0.0125	0.0865	-0.065	-0.628
3	-0.000	0.0001	0.0001	0.0014	-0.062	0.0055	0.0526	0.0087	-0.141

Tableau X-4 Valeurs de μ_α pour $y=b/2$ ($L=14m$)

e	-b	-3/4b	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
1	-0.282	0.0212	-0.036	-0.043	0.0083	0.0268	0.0542	0.0955	-0.975
3	0.0001	0.0010	-0.027	-0.041	-0.060	-0.037	0.0127	0.0650	-0.782
5	-0.000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0014	-0.051	-0.022	0.0506	-0.461

Tableau X-5 Valeurs de μ_α pour $y=3b/4$ ($L=14m$).

m	e	-b	-3/4b	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
1	-0.1556	-0.0663	0.0268	0.1285	0.2443	0.1285	0.0268	-0.0663	-0.1556	
3	-0.0679	-0.0415	-0.0087	0.0442	0.1388	0.0442	-0.0087	-0.0415	-0.0679	
5	-0.0137	-0.0119	-0.0061	0.0051	0.0819	0.0051	-0.0061	-0.0119	-0.0137	

Tableau X-6 Valeurs de μ_α pour $y=0$ ($L=25m$).

m	e	-b	-3/4b	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
1	-0.277	-0.0685	-0.0068	0.0607	0.1376	0.2289	0.0875	-0.0413	-0.1654	
3	-0.386	-0.0300	-0.0185	0.0035	0.0484	0.1351	0.0290	-0.0418	0.0100	
5	-0.013	-0.0111	-0.0048	-0.0012	0.0059	0.0828	-0.0140	-0.0180	-0.0265	

Tableau X-7 Valeurs de μ_α pour $y=b/4$ ($L=25m$).

m	e	-b	-3/4b	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
1		-0.0887	-0.0584	-0.0194	0.0193	0.0640	0.1174	0.1831	0.0130	-0.1492
3		-0.0176	-0.0166	-0.0146	-0.0083	0.0084	0.0452	0.1173	-0.0136	-0.1219
5		-0.008	-0.0072	-0.0052	-0.0009	-0.005	0.0093	0.0596	0.0161	-0.0605

Tableau X-8 Valeurs de μ_α pour $y=b/2$ ($L=25m$).

m	e	-b	-3/4b	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
1		-0.0505	-0.0305	-0.0159	-0.0002	-0.0019	0.0019	0.0707	0.1073	-0.0976
3		-0.0054	-0.0060	-0.0065	-0.0060	-0.0027	0.0068	0.0283	-0.0722	-0.1044
5		-0.0058	-0.0044	-0.0035	-0.0014	-0.0007	0.0001	0.0315	0.0430	-0.0815

Tableau X-9 Valeurs de μ_α pour $y=3b/4$ ($L=25m$).

Remarque: Le coefficient de flexion transversal μ_α est négligeable pour la section $y=b$, car plus on s'éloigne du centre de la dalle, plus μ_α se rapproche de zéro.

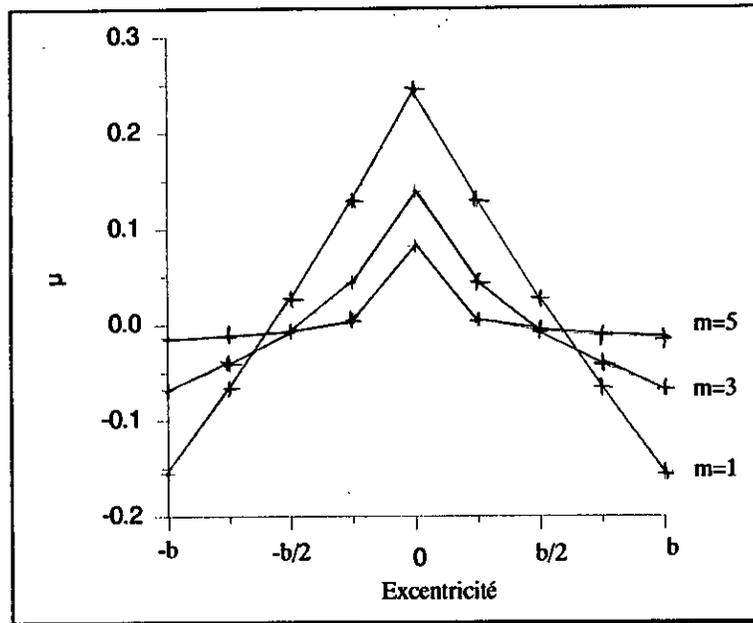


Figure X-5 Lignes d'influence de μ_α (Section 1, L=25m)

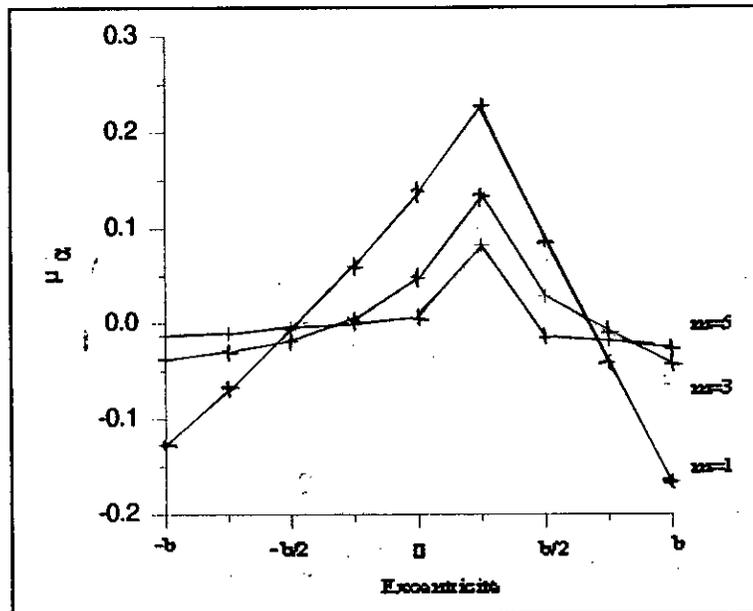


Figure X-6 Lignes d'influence de μ_α (Section 2, L=25m)

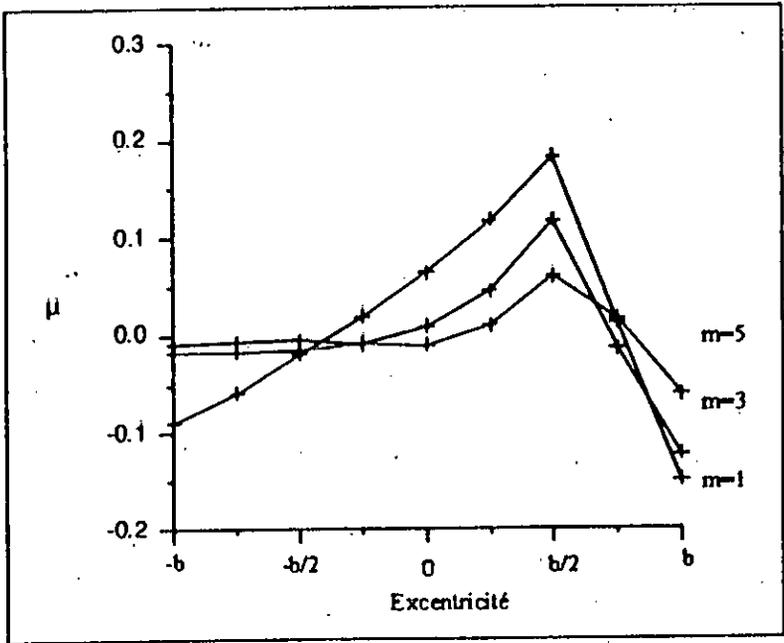


Figure X-7 Lignes d'influence de μ_α (Section 3, $L=25m$)

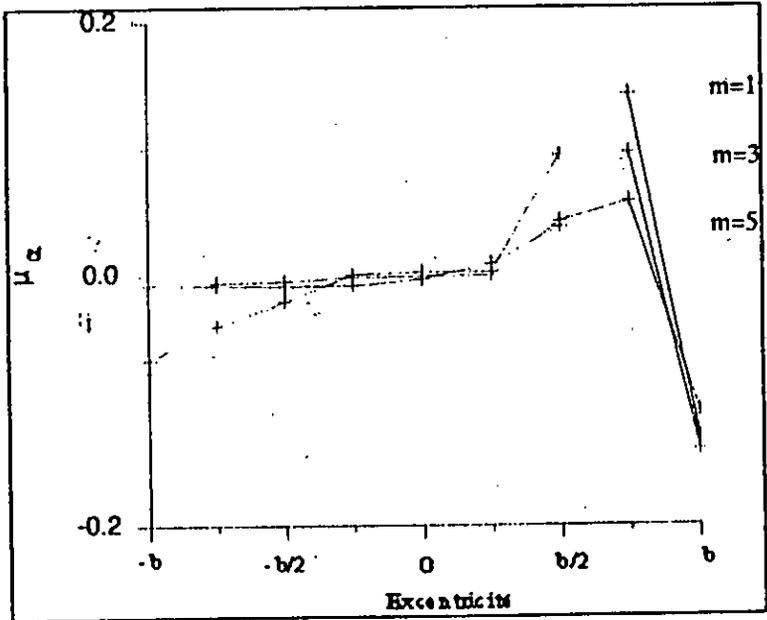


Figure X-8 Lignes d'influence de μ_α (Section 4, $L=25m$)

X-4 CALCUL DU COEFFICIENT DE FLEXION TRANSVERSALE μ_{am} :

L'évaluation de μ_{am} revient à calculer l'aire sous les lignes d'influence de μ_a par la largeur chargée, sous les différents cas de chargement suivants :

- Charge permanente,
- Surcharge B_c ,
- Surcharge militaire M_{c120} ,
- Surcharge exceptionnelle D,
- Surcharge des trottoirs Trot.,

Section		y=0			y=b/4		
Chargement	μ_{am}	1	3	5	1	3	5
CP	+	0.0337	0.0084	0.0084	0.0324	0.01	0.0045
	-	-	-	-	-	-	-
A	+	0.0733	0.03	0.012	0.0690	0.031	0.0106
	-	-0.0163	-0.0107	-0.005	-0.0147	-0.0127	-0.005
B_c	+	0.0268	0.017	0.0076	0.0211	0.008	0.0315
	-	-	-	-0.0013	-0.0021	-0.041	-0.0125
M_{c120}	+	0.1697	0.0748	0.0134	0.16	0.0706	0.0217
	-	-0.063	-0.0540	-0.0070	-0.0615	-0.043	-0.0062
D	+	0.1997	0.0557	0.0273	0.1834	0.0803	0.008
	-	-0.0512	-0.0381	-0.0071	-0.0502	-0.0317	-0.0068

-a-

Section		y=b/2			y=3b/4		
Chargement	μ_{am}	1	3	5	1	3	5
CP	+	0.0282	0.0167	0.074	0.0182	0.006	0.0030
	-	-	-	-	-	-	-
A	+	0.0556	0.0332	0.0108	0.0332	0.0131	0.0071
	-	0.0114	-0.0087	-0.0014	-0.0010	-0.0054	-0.0015
B_c	+	0.015	0.015	0.08	0.016	0.0101	0.0065
	-	-0.0125	0.0016	-0.0041	-0.0041	-0.0055	-0.0065
M_{c120}	+	0.10255	0.0773	0.0228	0.0728	0.0275	0.0137
	-	-0.0587	-0.0462	-0.006	-0.0552	-0.0378	-0.005
D	+	0.1419	0.0806	0.0181	0.0680	0.011	0.0170
	-	-0.0475	-0.0278	-0.0060	-0.0321	-0.017	-0.0041

-b-

Tableaux X-10 a-b Coefficients de flexion transversale μ_{am}

En utilisant l'équation (X-2), on obtient les résultats ci-dessous:

Section		y=0	y=b/4	y=b/2	y=3b/4
Chargement	M (t.m/ml)				
CP	+	7.21	6.636	5.34	3.72
	-	-	-	-	-
A	+	7.75	7.17	5.51	3.57
	-	-1.38	-1.35	-1.036	-
B _c	+	0.34	0.046	0.11	0.18
	-	-	-	-0.223	-
M _{C120}	+	11.31	10.88	9.29	4.84
	-	-5.26	-4.75	-4.73	-4.21
D	+	15.92	14.44	10.88	5.45
	-	-3.82	-3.81	-3.63	-1.62

Tableau X-11 Moments fléchissants transversaux dans la dalle centrale.

X-5 ETUDE DES ENCORBELLEMENTS:

Pour l'étude de la participation des encorbellements et de leur effet sur la dalle centrale, on substitue à celle-ci, une dalle équivalente de section rectangulaire de même hauteur et de même inertie de flexion longitudinale que la structure réelle (Figure X-9).

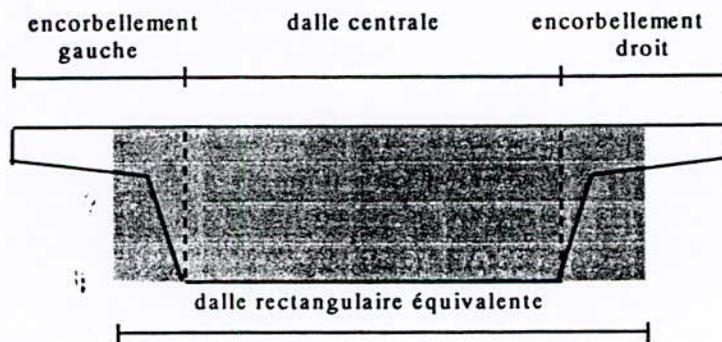


Figure X-9 Coupe transversale dans la dalle.

On considère la première discontinuité, en partant du centre de la dalle, S_{IG} (gauche) ou S_{ID} (droite) comme origine des encorbellements (Figure X-5-).

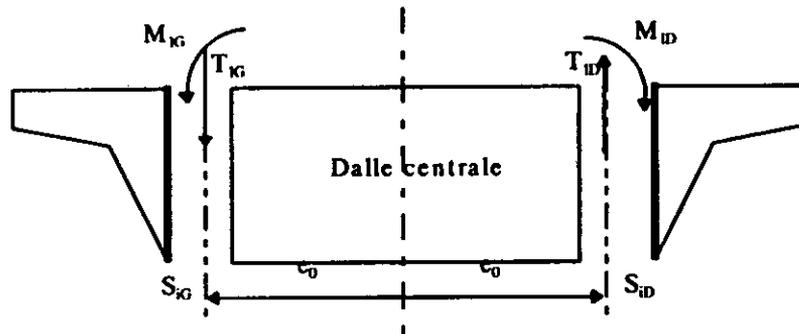


Figure X-10 Efforts internes dans les sections d'encastrement

L'effet des surcharges, placées sur les encorbellements, se traduit par la naissance, aux sections d'encastrement (S_{IG} et S_{ID}), d'un moment fléchissant (M_{IG} et M_{ID}) et d'un effort tranchant (T_{IG} et T_{ID}), dont les effets se répercutent sur la dalle centrale.

- Sollicitations pour des charges sur l'encorbellement gauche,

$$M_G = (e - e_0)P(x) \quad (X-10.a)$$

$$T_G = -P(x)$$

- Sollicitations pour des charges sur l'encorbellement droit,

$$M_D = (e - e_0)P(x) \quad (X-10.b)$$

$$T_D = -P(x)$$

X-5.1 Prise en compte de l'étalement des surcharges:

Soient U et V les côtés du rectangle d'impact d'une surcharge rectangulaire tel que V est parallèle au bord libre de la dalle.

- **Etalement vertical:**

$$U' = U + h_0 + 1.5e_r$$

$$V' = V + h_0 + 1.5e_r$$

Tel que h_0 est l'épaisseur de la structure au milieu de l'impact vertical de la charge et e_r l'épaisseur du revêtement.

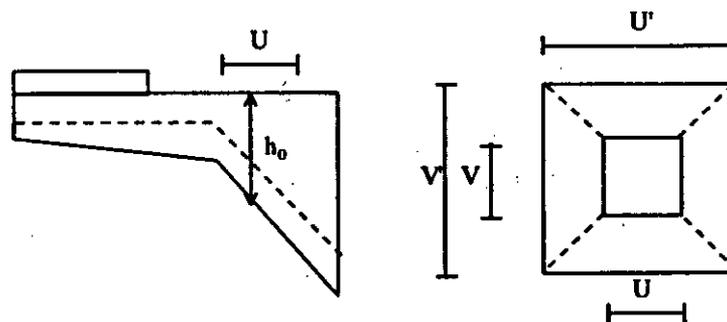


Figure X-11 Etalement vertical.

- **Surcharge de trottoirs:** $q=450\text{kg/m}^2$

En utilisant les formules (X-10.a), on obtient

$$T_{\text{Trot.}}=-0.78 \text{ t/ml}$$

$$M_{\text{Trot.}}=-1.12 \text{ t.m/ml}$$

- **Surcharges A:** Pour les trois voies chargées, $q=1.55 \text{ t/m}^2$

Les formules (X.10 a-b) donnent:

$$T_A=-0.8525 \text{ t/ml}$$

$$M_A=-0.23 \text{ t.m/ml}$$

Charges permanentes: En se référant aux documents SETRA[2], les résultats de calcul de ces charges sont données dans le tableau ci-dessous.

Désignation	Section (m ²)	e-e ₀ (m)	Poids (t/ml)	M (t.m/ml)	T (t/ml)
Encorbellement	0.885	0.9285	2.2125	-2.054	-2.2125
Trottoir	0.280	1.6	0.672	-1.0752	-0.672
Bordure d'un trottoir	0.07	0.725	0.170	-0.126	-0.175
Corniche	0.1575	2.4815	0.39375	-0.9771	-0.39375
Revêtement	0.044	0.275	0.0968	-0.02662	-0.0968
Chape	0.03045	0.5075	0.06699	-0.034	-0.067
Garde-corps	-	1.75	0.1	-0.175	-0.1
Effort total	-	-	3.72	-4.47	-3.72

Tableau X-13: Charge permanente (CP)

X-5.3 Moments transmis à la dalle centrale par les surcharges placées sur les encorbellements

Pour une section (y) quelconque de la dalle centrale, le moment de flexion transversale est exprimé, par mètre linéaire, du tablier comme suit:

$$M(x,y) = 2 \frac{2b}{\pi \sin \Psi} \left[M \sum \frac{1}{m} \left(\frac{d\mu_m}{dy} \right) \sin\left(\frac{m\pi c}{2a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{2a}\right) \sin\left(\frac{m\pi d}{2a}\right) \right. \\ \left. + T \sum \frac{1}{m} (\mu_m) \sin\left(\frac{m\pi c}{2a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{2a}\right) \sin\left(\frac{m\pi d}{2a}\right) \right] \quad m = 1,3,5 \quad (X.12)$$

Avec:

- c et d : Etalements longitudinaux des surcharges considérées.
- μ_m : Ordonnée de la ligne d'influence du coefficient de flexion transversale μ_a .
- $\frac{d\mu_m}{dy}$: Pente de la tangente à μ_m aux points b et -b.
- Ψ : Biais mécanique, égal à $\Psi_{\min}=68.96$, pour une travée de L=14 m et à $\Psi_{\text{mix}}=84.75$, pour une travée de L=25m

$$2a = \frac{L}{\sqrt[3]{\eta}} = 20.89$$

$x=L/2$

		Section 1		Section 2		Section 3		Section 4	
Enblt	m	μ_m	$d\mu_m/dy$	μ_m	$d\mu_m/dy$	μ_m	$d\mu_m/dy$	μ_m	$d\mu_m/dy$
Gauche	1	0.007	0.0663	-0.075	0.0440	-0.0600	0.0251	-0.0375	0.0148
	3	0.044	0.0196	-0.030	0.0006	-0.0175	0.0001	-0.0005	0.000
	5	-0.01	-0.0004	0.000	-0.0004	0.000	-0.0002	0.000	0.000
Droit	1	0.070	-0.0663	0.0675	-0.0918	-0.0350	-0.1203	0.060	-0.152
	3	-0.0445	-0.0196	-0.0525	-0.0435	-0.0425	-0.0804	0.030	-0.131
	5	-0.010	0.0004	-0.0005	-0.0199	-0.0005	-0.0568	0.010	-0.0924

Tableau X-14 Ordonnées et pentes des bordures d'encorbellements gauche et droit (L=25m).

Enblt	m	Section 1		Section 2		Section 3		Section 4	
		μ_m	$d\mu_m/dy$	μ_m	$d\mu_m/dy$	μ_m	$d\mu_m/dy$	μ_m	$d\mu_m/dy$
Gauche	1	0.075	0.0504	0.0671	0.0305	-0.0500	0.0154	-0.0225	0.0005
	3	0.012	-0.0304	0.0002	-0.0004	0.000	0.000	0.000	0.000
	5	0.000	-0.0002	0.0000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Droit	1	0.075	-0.0504	0.0750	-0.0754	-0.0450	-0.10	0.04	-0.1432
	3	-0.0120	-0.0304	-0.0225	-0.0009	-0.0150	-0.042	0.0325	-0.1063
	5	0.000	0.0002	-0.0005	-0.0004	-0.000175	-0.0004	0.025	-0.0717

Tableau X-15 Ordonnées et pentes des bordures d'encorbellements gauche et droit (L=14m).

Au vu des résultats illustrés dans les tableaux ci-dessus (Tableau X-14 et X-15), notre choix des coefficients, pour la détermination des moments transmis à la dalle centrale, portera sur le cas de la travée de 25m de longueur. Les coefficients de flexion transversale, de cette dernière, étant les plus importants

Les moments gauche et droit des encorbellements calculés en utilisant la formule (X-12), sont représentés dans le (Tableau X-16).

Chargement	Section 1		Section 2		Section 3		Section 4	
	M_G	M_D	M_G	M_D	M_G	M_D	M_G	M_D
CP	-0.0865	0.0960	-0.0489	0.0392	0.0066	-0.0614	0.04	-0.1385
A	-0.0006	-0.0001	0.0001	-0.008	0.0008	-0.0024	0.0008	-0.0007
B_c	-0.0041	0.0001	0.0168	-0.0127	0.0224	-0.0272	0.0272	-0.013
M_{c120}	0.1413	0.2393	0.1706	0.2526	0.2341	0.1862	0.0895	-0.049
D	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Trottoir	-0.0210	0.02	-0.0123	0.0147	-0.0017	-0.0195	0.0065	-0.0402

Tableau X-16 Moments gauches et droits des encorbellements (t.m/ml)

Les résultats de la participation des deux encorbellements dans la sollicitation de la dalle sont récapitulés dans le Tableau X-17.

Section	M_{CP}	M_A	M_{Bc}	$M_{M_{c120}}$	M_{p240}	$M_{int.}$
1	0.0095	0.0007	-0.004	0.2393	0.00	-0.001
2	0.0088	0.0007	0.0041	0.2526	0.00	0.0024
3	0.0548	0.0016	0.0048	0.2341	0.00	0.00212
4	0.0985	0.0001	0.0142	0.0405	0.00	-0.0337

Tableau X-17 Moments transmis dans la dalle centrale (t.m/ml).

On somme les moments dus aux encorbellements (Tableau X-16) et ceux générés par le chargement sur la dalle centrale (Tableau X-11). On aura comme résultats ceux indiqués dans le Tableau X-18.

Section		1	2	3	4
Chargement	$M_{max}(t.m/ml)$	(y=0)	(y=b/4)	y=(b/2)	(y=3b/4)
CP	+	7.22	6.62	5.28	3.62
	-	-	-	-5.508	-
A	+	7.74	7.16	-1.037	3.57
	-	-1.38	-1.35	0.105	-0.196
B _C	+	0.336	0.0501	-0.2278	-
	-	-0.0040	-	9.52	4.88
M _{C120}	+	11.55	11.13	-4.50	-4.17
	-	-5.020	-4.50	10.88	5.45
D	+	15.92	14.44	3.63	-1.62
	-	-3.82	-3.81	-	-0.033
Trot.	+	-	0.0024	-0.002	-
	-	-0.001	-	-	-0.0033

Tableau X-18 Moments transversaux résultants dans la dalle centrale.

X-6 PRISE EN COMPTE DU COEFFICIENT DE POISSON (ν):

Comme il a été mentionné dans l'introduction de ce chapitre, le coefficient de Poisson ν influe sur les moments transversaux. Dans les calculs qui suivent, il sera pris égal à 0.2 car on n'admet pas de fissuration du béton précontraint à l'ELS.

D'après les documents SETRA [2], le moment transversal $M_y(x,y)$ devient égal à :

$$M_y(x,y) = K\nu M_x \quad (X.13)$$

avec: M_x : moment longitudinal par mètre de largeur, à l'abscisse $x=L/2$.

$$K = \begin{cases} 1 & \text{si } \frac{L}{a} \geq 1 \\ \frac{b}{a} & \text{sinon} \end{cases}$$

avec: b : demie largeur équivalente, égale à 5.39m

$2a=20.89\text{m}$ (§X-4.3)

$\nu=0.2$

D'où: $b/a=0.516 < 1 \Rightarrow K=0.516$

En appliquant l'équation (X.13), on a:

Chargement		CP	A	B _c	M _{C120}	D	Trot.
M _{y(x,y)}	M*	8.775	4.70	5.12	7.62	7.86	1.28
(tm/ml)	M	-	-0.60	-1.21	-1.87	-1.96	-0.40

Tableau X-19 Moment transversaux (v=0.2)

X-7 Moments transversaux dus à la précontrainte

Les documents SETRA[2] donnent le moment transversal dû à la précontrainte M_{yp} , par mètre de longueur, par la relation suivante:

$$M_{yp} = Kv (1/2b) [M(L/2) + P(L/2) e_0(L/2)] \quad (X-14)$$

avec: $K=0.516$

$v=0.2$

M : Moment hyperstatique de précontrainte; $M(L/2)=-21.63$ t.m

P : Effort de précontrainte en considérant les pertes de précontrainte; $P(L/2)=2544.83$

t.

e_0 :: Position du câble par rapport à l'axe neutre; $e_0(L/2)=-38$ cm

D'ou: $M_{yp}=-9.46$ t.m/ml

X-8 Moments transversaux totaux sur la dalle:

Les moments transversaux totaux (Tableau X-20).sont la somme des:

- moments transversaux, par mètre linéaire de largeur , sous chargement transversal (encorbellement et dalle centrale),
- moments longitudinaux répartis par mètre linéaire de largeur et pondérés par le coefficient de Poisson,
- moment hyperstatique de précontrainte.

Section		y=0	y=b/4	y=b/2	y=3b/4
Chargement	M (t.m/ml)				
CP	+	16	15.40	14.05	12.4
	-	-	-	-	-
A	+	12.44	11.86	10.21	8.27
	-	-2	-1.95	-1.637	-
B _C	+	5.45	5.17	5.22	5.31
	-	-1.214	-	-1.438	-
M _{C120}	+	19.12	18.75	17.14	12.5
	-	-6.9	-6.37	-6.37	6.04
D	+	23.8	22.3	18.74	13.31
	-	-5.78	-5.77	-5.60	-3.58
Trot.	+	-	1.282	-	-
	-	-0.401	-	-0.402	-0.43
Précontrainte	-	-9.46	-9.46	-9.46	-9.46

Tableau X-20 Moments transversaux totaux

X-9 COMBINAISONS DE CALCUL:

Les moments transversaux définitifs sont donnés par les combinaisons suivantes:

$$\text{ELU} \quad \text{Max} \begin{cases} 1.35G + 1.5[\max(A, B_c) + \text{Trot.}] + P \\ 1.35 + 1.35 \max(M_{c120}, D) + \text{Trot.} + P \end{cases} \quad (\text{X-15})$$

$$\text{ELS} \quad \text{Max} \begin{cases} G + \max(A, B_c) + \text{Trot.} + P \\ G + \max(M_{c120}, D) + \text{Trot.} + P \end{cases} \quad (\text{X-16})$$

D'ou le tableau ci-dessous:

Etats limites	Section y=0		Section y=b/4		Section y= b/2		Section y=3b/4	
	M ⁺ _{max}	M ⁻ _{max}						
ELU	43.87	-	49.71	-	34.40	-	24.02	-
ELS	29.94	-0.761	28.24	-0.43	22.93	-2.2	15.82	-1.07

Tableau X-21 Moments transversaux définitifs (t.m/ml de largeur)

CHAPITRE XI

FERRAILLAGE DE LA DALLE

XI-1 FERRAILAGE TRANSVERSAL

XI-1.1 Ferrailage des encorbellements à la flexion simple

La section transversale étant en béton armé, elle est ferrillée en se référant aux règlements BAEL83[8]. Notre structure est soumise à des sollicitations qui engendrent des déformations et des fissures, dans les zones tendues du béton en de-ça du domaine de fissuration préjudiciabe (le milieu environnant au port est agressif).

Vues leurs participations dans la flexion transversale de la dalle, les encorbellements sont ferrillés à la flexion simple pour une fissuration préjudiciabe du béton. En utilisant les formules figurant dans le chapitre I (§1.1) ainsi que l'organigramme de ferrailage [annexe], on obtient les résultats suivants:

Soit une section rectangulaire unitaire dans un encorbellement. tel que:

$$b_0=100\text{cm}$$

$$\text{l'enrobage } d'=5\text{cm}$$

A_s : section des aciers tendus.

A_s' : section des aciers comprimés.

Cette section est soumise aux sollicitations :

$$M_U=0.00162\text{MN/ml}$$

$$M_{\text{Service}}=-0.0012\text{MN/ml}$$

$$\text{D'ou : } A_{s\text{Service}}=0.064\text{cm}^2/\text{ml}$$

$$A_{s\text{Ultime}}=0.050\text{cm}^2/\text{ml}$$

$$\text{Avec } A'_{sU} = A'_{s\text{Service}} = 0$$

$$\text{On a : } A_{s\text{Service}} < A_{s\text{Ultime}} \Rightarrow A_s = A_{s\text{Ultime}}$$

On choisit: $\Phi=3.5\text{mm}$, donc $A_s=1\text{HA}3.5$

XI-1.2 Ferrailage des encorbellements au cisaillement

$$\text{On a } V_U=16\text{t/ml}$$

La contrainte tangeantielle τ_U due à l'effort tranchant V_U est donnée par :

$$\tau_U = V_U/b_0d \quad [10] \quad (\text{XI-1})$$

$$\text{D'ou : } \tau_U=0.17\text{MPa} < \bar{\tau}_U=3\text{MPa}$$

Dans ce cas, les armatures droites sont suffisantes. Pour plus de sécurité, on les encadre avec deux épingles dans chaque m^2 de surface. D'où : A_{st} (section d'acier résistant au cisaillement s'il est atteint) = $2.26 cm^2/ml$.

Avec l'espacement S_t qui vérifie la condition suivante :

$$S_t \leq 0.8 A_{st} f_c / \tau_u = 0.425 m/ml$$

Cela implique que : $S_t = 20 cm$

XI-1.3 Ferrailage transversal de la dalle centrale

Pour cela, on distingue deux sections dites critiques, à savoir :

A/ Section à mi-travée de 25m: Son ferrailage est fait en flexion simple et en fissuration préjudiciable du béton armé. Cette section est prise unitaire, sollicitée par les moments suivants :

$$\text{à l'ELU: } M^+_U = 0.31 MN \text{ m/ml}$$

$$M^-_U = -0.0066 MN \text{ m/ml}$$

$$\text{à l'ELS: } M^+_{Service} = 0.23 MN \text{ m/ml}$$

$$M^-_{Service} = -0.005 MN \text{ m/ml}$$

$$A_s = \text{Max}(A_{sService}, A_{sUltime})$$

	$(M^+_U, M^+_{Service})$ MN m/ml	$(M^-_U, M^-_{Service})$ MN m/ml
$A_{sService}$ (cm^2/ml)	12.44	0.27
$A_{sUltime}$ (cm^2/ml)	9.456	0.2
d' (cm)	5	5
A_s (cm^2/ml)	12.44	0.24

Tableau XI-1 Sections d'acier dans le sens transversal

On remarque que les deux moments sont négatifs. Ce qui signifie que les aciers sont tendus dans les deux fibre supérieure et inférieure

$$A_{s1} \text{ (acier inférieur)} = 12.44 cm^2/ml$$

$$A_{s2} \text{ (acier supérieur)} = 0.27 cm^2/ml$$

On choisi : $\Phi_1 = 20 mm$, d'où $A_{s1} = 4\Phi 20$

$$\Phi_2 = 4.5 mm, \text{ d'où } A_{s2} = 2\Phi 4.5$$

B/ Section en zones d'appui

- Moment dû à la répartition de Guyon-Massonet

Le moment transversal sur l'appui intermédiaire est donné par:

$$M_y = M_x K_1 / n \quad [2] \quad (\text{XI-2})$$

M_x : moment longitudinal par mètre linéaire de largeur (Chap.IV)

K_1 : coefficient de forme. $K_1 = 1.007$

n : nombre d'appareils d'appui sur la pile centrale.

D'où : $M_y = 0.5035 M_x$

$$M_{xU} = -3.384 \text{ MN m/ml}$$

$$M_{xService} = -2.604 \text{ MN m/ml}$$

Moment dû à la précontrainte sur l'appui central.

$$M_{yp} = (M + Pe) / 2b \quad (\text{XI-3})$$

Selon les résultats obtenus dans le Chapitre VI, on aura:

$$M_{ypU} = 0.50 \text{ MN m/ml}$$

$$M_{ypService} = 0.53 \text{ MN m/ml}$$

Donc, les moments totaux sur appui sont donnés par :

$$M_U = -2.884 \text{ Mnm/ml}$$

$$M_{Service} = -2.068 \text{ MNm/ml}$$

$$A_{sService} = 111.84 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

$$A_{sU} = 95.68 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

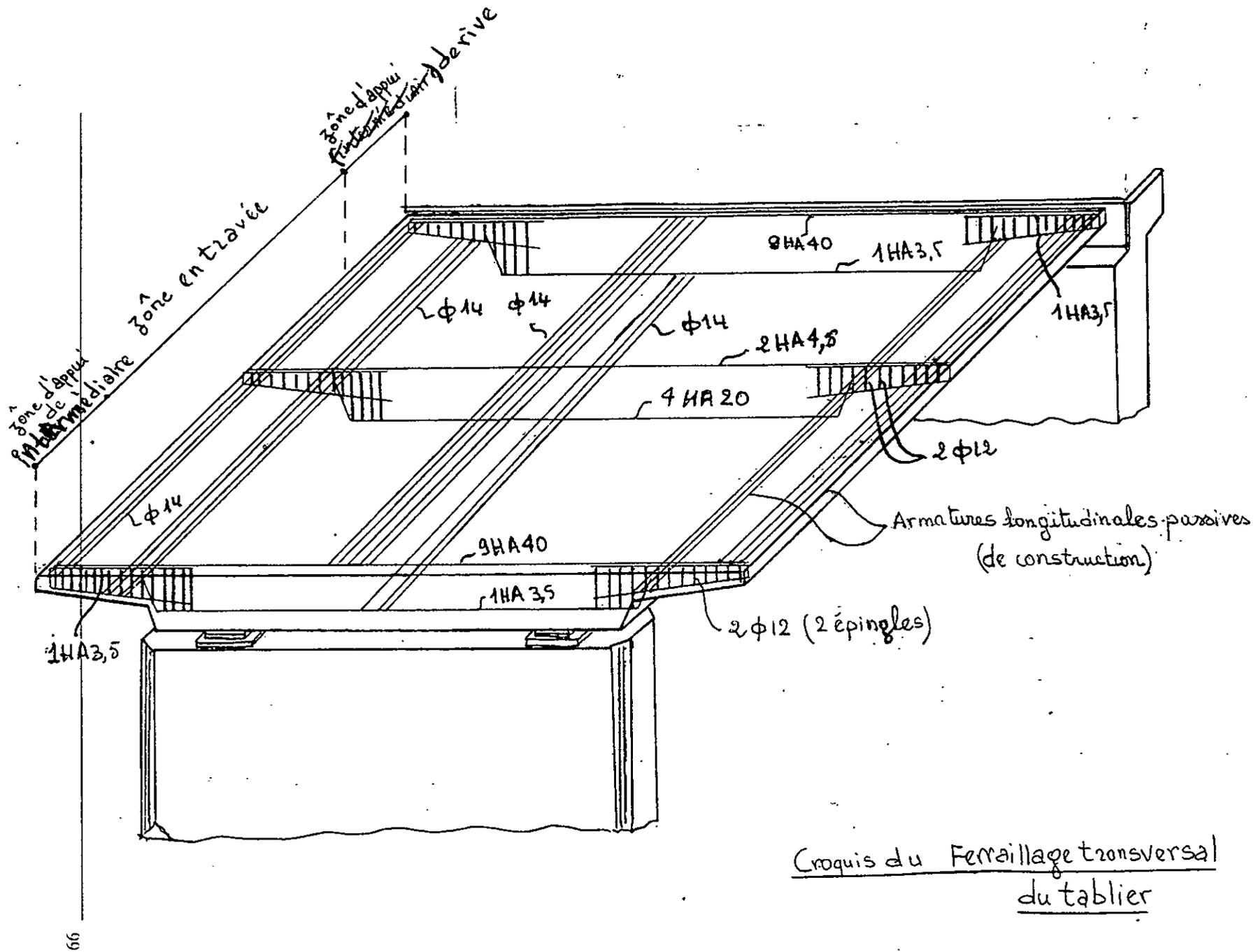
Des deux derniers résultats, on : $A_s = A_{sService}$

On choisit $\Phi = 40 \text{ mm} \Rightarrow A_s = 9 \text{ HA}40$

XI-2 FERRAILLAGE PASSIF LONGITUDINAL

C'est un ferrailage passif, prévu pour reprendre la traction dans le sens longitudinal. IL reprend, aussi, les tassements des appuis, et renforce les sections peu résistantes. En général, on choisit $\Phi 14$.

Le ferrailage est schématisé sur le croquis



CHAPITRE XII

ETUDE DES APPAREILS D'APPUI

XII-1 DEFINITION:

Un appareil d'appui est un organe de liaison disposé entre une structure et son support, et chargé de transmettre les réactions de ce dernier. Cet appareil doit:

- réaliser les conditions de liaison,
- pouvoir absorber les réactions de la structure,
- permettre le mouvement du tablier en tenant compte de la dilatation.

XII-2 COMPOSANTES D'UN APPAREIL D'APPUI

Un appareil d'appui est composé par une pile comportant, alternativement, des feuillets en caoutchouc et des tôles d'acier dites frettes.

XII-3 ETUDE DES APPAREILS D'APPUI DE L'OUVRAGE

Toute étude des appareils d'appui a pour but de limiter les contraintes de cisaillement qui se développent dans l'élastomère, au niveau des plans de frottement, sous l'effet des efforts appliqués et des déformations imposées.

Remarques de calcul:

- Compte tenu de la symétrie de la structure dans le sens longitudinal, le calcul des appareils d'appui, qui suit, concernera:
 - l'appui de rive (0)
 - l'appui intermédiaire (1)
 - l'appui central de symétrie (2).
- Suivant les recommandations qui figurent dans les documents SETRA [2] sur les ponts et les effets sismiques, l'action verticale du séisme S_v est donnée par la formule suivante:

$$S_v = \pm \varepsilon_v (CP + 0.5Q) \quad (\text{XII-1})$$
 avec:
 - ε_v : coefficient de sismicité verticale, $\varepsilon_v = 0.01g$ ou g représente l'accélération de la pesanteur.
 - CP : charge permanente.
 - Q : surcharge civile. Dans notre cas, elle est prise égale à la charge la plus défavorable.
 - $Q = q_A (q_A = 15.3 \text{ t./ml}) + q_{\text{Tot}}$.
- En utilisant les lignes d'influence des réactions d'appuis (chap. VIII), on calcule celles dues à l'action sismique. On suppose cette action uniformément répartie sur la longueur du pont.

Tout calcul fait, on obtient le tableau ci-dessous, sachant que la culée supporte trois appareils d'appuis et que la pile en supporte deux.

Chargement	Réaction sur culée (t.)	Réaction sur pile (t.)		Réaction par appui sur culée (t.)	Réaction par appui sur pile (t.)	
		1	2		1	2
CP	116.58	736.12	811.23	38.86	368.06	422.115
A	138.97	249.29	210.54	46.32	124.645	105.27
B _c	159.03	162.16	175.68	53.01	81.08	87.84
M _{cl20}	147.35	231.88	114.79	49.116	115.94	57.395
D	104.32	254.70	221.85	34.77	127.35	110.925
Précontrainte	2.69	-8.15	8.3	0.8967	-4.075	4.15
S _v	14.4	91.03	104.28	4.80	45.51	52.14

Tableau XII-1 Réactions d'appuis sous chargement

Combinaisons		sur pile (t.)		sur culée (t.)
		1	2	
ELU	CP+P	363.98	426.26	39.75
	CP+P+1.2max(A,B _c)	513.55	552.60	103.36
	CP+P+1.2max(D,B _c)	491.33	537.20	88.866
ELS	1.35CP+1.6max(A,B _c)+P	692.24	742.43	138.17
	1.35CP+1.6max(D,M _{cl20})+P	664.73	723.75	119.664
	CP+0.642max(A,B _c)+P+S _v	485.43	545.98	78.60
	CP+0.642max(D,M _{cl20})+P+S _v	536.84	589.33	93.67

Tableau XII-2 Combinaisons des réactions

XII-4 DIMENSIONNEMENT DES APPAREILS D'APPUI

Soient b et a les dimensions en plan d'un appareil d'appui, et h sa hauteur (Figure XII-1). Le choix des paramètres (b, a, h) se fait en satisfaisant les deux conditions:

- La contrainte de compression maximale σ_{max} ne doit pas dépasser 15MPa.

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{ab} \leq 15 \quad (XII-2)$$

N_{max} : effort normal maximal sur chaque appareil d'appui..

- La contrainte de compression minimale σ_{min} doit dépasser la valeur de 2MPa:

$$\sigma_{min} = \frac{N_{min}}{ab} \geq 2 \quad (XII-3)$$

N_{min} : effort normal minimal sur chaque appareil d'appui.

La hauteur h de l'appareil d'appui est confondue avec celle de l'élastomère. Elle est déterminée par la condition de non flambement de l'appareil, à partir de laquelle, on a

$$a/10 \leq T \leq a/5 \quad (\text{XII-4})$$

tel que T est la hauteur des frettes sans espacement entre elles.

XII-4.1 Au niveau de la culée:

$$N_{\max} = 138.17 \text{ t.}$$

$$N_{\min} = 39.75 \text{ t.}$$

Les équations (XII-2) et (XII-3), aboutissent à: $921.13 \leq ab \leq 1987.5 \text{ cm}^2$

D'où, le choix d'un appareil de dimensions $500 \times 300 \text{ mm}^2$.

L'équation (XII-4) donne $T \approx 100 \text{ mm}$. En choisissant 10 feuillets d'épaisseur $t = 10 \text{ mm}$, espacés de $t_s = 2 \text{ mm}$, on trouve $h = 120 \text{ mm}$.

XII-4.2 Pour la pile intermédiaire (1):

$$N_{\max} = 692.24 \text{ t.}$$

$$N_{\min} = 363.98 \text{ t.}$$

Les équations (XII-2) et (XII-3), aboutissent à: $4614.933 \leq ab \leq 18199 \text{ cm}^2$

D'où, le choix d'un appareil de dimensions $900 \times 600 \text{ mm}^2$.

L'équation (XII-4) donne $T \approx 100 \text{ mm}$. En choisissant 10 feuillets d'épaisseur $t = 10 \text{ mm}$, espacés de $t_s = 3 \text{ mm}$, on trouve $h = 130 \text{ mm}$.

XII-4.3 Pour la pile centrale (2):

$$N_{\max} = 742.43 \text{ t.}$$

$$N_{\min} = 426.26 \text{ t.}$$

Les équations (XII-2) et (XII-3), aboutissent à: $1949.53 \leq ab \leq 37121.56 \text{ cm}^2$

D'où, le choix d'un appareil de dimensions $900 \times 600 \text{ mm}^2$.

L'équation (XII-4) donne $T \approx 100 \text{ mm}$. En choisissant 10 feuillets d'épaisseur $t = 10 \text{ mm}$, espacés de $t_s = 3 \text{ mm}$, on trouve $h = 130 \text{ mm}$.

XII-5 REACTION D'APPUI HORIZONTALE

Cette réaction est introduite au niveau des appareils d'appuis comme étant celle due aux efforts dynamiques engendré par l'effort de freinage et par l'effet horizontal du séisme. Chaque appareil d'appui reprend l'effort qui lui revient de la répartition des forces dynamiques.

Pour le calcul de ces efforts, on assimile le comportement de notre structure à celui d'un portique infiniment rigide et soumis à une force unitaire de 1MN. (Figure XII-1)

$$H_0\Delta_0 = H_1\Delta_1 = H_2\Delta_2 = H_3\Delta_3 = H_4\Delta_4 = H\Delta, \text{ avec } H = \sum H_i \Delta_i = 1MN$$

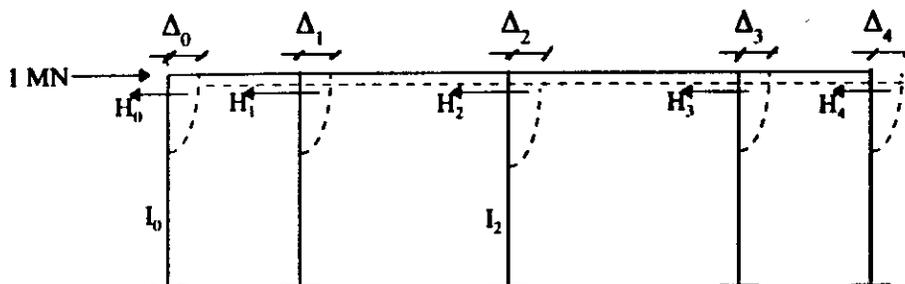


Figure XIII-1 Déplacements des appuis sous chargement unitaire horizontal

Soient:

Δ_i : déplacement du nœud i .

H_i : réaction de l'appui i .

$$H_0\Delta_0 = H_1\Delta_1 = H_2\Delta_2 = H_3\Delta_3 = H_4\Delta_4, \text{ avec } H = \sum H_i \text{ et } \Delta = \sum \Delta_i$$

ou bien

$$\frac{H_0}{1/\Delta_0} = \frac{H_1}{1/\Delta_1} = \frac{H_2}{1/\Delta_2} = \frac{H_3}{1/\Delta_3} = \frac{H_4}{1/\Delta_4} = \frac{H}{\sum (1/\Delta_i)}$$

$$\Rightarrow H_i = \frac{1/\Delta_i}{\sum (1/\Delta_i)} \quad (\text{XII-5})$$

Pour une force non unitaire: $H_i = \frac{1/\Delta_i}{\sum (1/\Delta_i)}$ (XII-6)

Comme la rigidité K est l'inverse du déplacement (chargement unitaire), alors on aura:

$$H_i = H \frac{K_i}{\sum K_i} \quad (\text{XII-7})$$

XII-5.1 Calcul des rigidités K_i

Du fait que les rigidités de la pile et de la culée soit infiniment grandes suivant l'axe Y , la distribution des forces horizontales suivant cet axe est fonction, uniquement, de la rigidité des appareils d'appuis. Cela signifie que la pile, la culée, les semelles et les pieux ne se déplacent pas transversalement relativement au sol.

XII-5.2 Déplacement d'un appareil d'appui

Sous une force unitaire de 1MN, le déplacement de l'appareil d'appui (U_{a1}) est donné par:

$$U_{a1} = T/nabG' \quad \text{(XII-8)}$$

T : hauteur des frettes sans espacement entre elles.

n : nombre d'appareils d'appuis sur chaque élément.

a,b: dimensions en plan horizontal de l'appareil

Le Tableau XII-3 résume les valeurs des rigidités dynamique K' et statique K , des déplacements dynamique U_{a1}' et statique U_{a1} , et des efforts horizontaux dynamique H' et statique H .

Caractéristique	T (mm)	a (mm)	b (mm)	U_{a1} (mm)	U_{a1}' (mm)	K	K'	H (t.)	H' (t.)
Appareil surculé	100	500	300	0.277	0.138	3.610	7.246	0.33H	0.664H
Appareil surpilé	100	900	600	0.1157	0.058	8.641	17.24	0.33H	0.664H

Tableau XII-3 Caractéristiques des appareils d'appuis.

XII-5.3 Les déformations de la travée

La travée subit des déformations dues au retrait, au fluage et un allongement dû à la température.

◆ **Déformation due au retrait**

$$\Delta L_{ret} = \epsilon_r [1 - r(t_0)] L \quad \text{(Chap. VI)} \quad \text{(XII-9)}$$

On suppose $r(t_0)$ proche de zéro (Chap VI).

$$\epsilon_r = 3 \times 10^{-4}$$

L=25m (la plus longue travée)

D'ou $\Delta L_{ret} = 7.5\text{mm}$

◆ **Déformation due au fluage**

$$\Delta L_{flu} = \epsilon_{flu} L \quad \text{(Chap. VI)} \quad \text{(XII-10)}$$

x (m)	∅	3.5	7	10.5	14	20.25	26.5	32.75	39
σ_{flu} (t./m ²)	226.47	239.13	291.59	233.69	111.86	247.06	6.868	214.12	10
ΔL_{flu} (mm)	1.2	1.26	1.53	1.23	0.6	1.3	0.03	1.12	0.05

Tableau XII-4 Déformation due au fluage

$\Delta L_{flu\text{moy}} = 1.164\text{mm}$ pour L=14m

$\Delta L_{flu\text{moy}} = 0.61\text{mm}$ pour L=25m

◆ **Allongement dû à la température**

Il est calculé pour la travée la plus défavorable (L=25m)

a- Température de longue durée $\Delta L^\circ(l) = \epsilon(l)L$

(XII-11.a)

avec $\epsilon(l) = 1.5 \times 10^{-4}$, on trouve $\Delta L^\circ(l) = 11.2\text{mm}$

b-Température de courte durée $\Delta L^{\circ}(c)=\epsilon(c)L$ (XII-11.b)
 avec $\epsilon(c)=7 \times 10^{-4}$, on trouve $\Delta L^{\circ}(c)=17.5\text{mm}$

XII-5.4 Les efforts répartis sur appuis

Ils sont dus aux déformations sus-citées. Ils sont calculés par:

$$F = \Delta L K X_{CR} \quad (\text{XII-12})$$

F : effort produit par une variation linéaire.

ΔL : variation linéaire uniforme. $\Delta L=0.4\text{mm}$

K : rigidité longitudinale.

X_{CR} : centre de rigidité.

$$X_{CR} = \frac{\sum X_i K_i}{\sum K_i} = 39\text{m} \quad (\text{XII-12.a})$$

	$F_i^{\circ}(l)$ (t.)	$F_i^{\circ}(c)$ (t.)	$F_{ret.}$ (t.)	F_{flu} (t.)
Culée	2.667	4.15	1.778	0.493
Pile (1)	-4.9	-7.77	-3.33	0.56
Pile (2)	0	0	0	0

Tableau XII-5 Efforts horizontaux répartis sur appuis.

XII-5.5 Les efforts horizontaux

Il s'agit des efforts sismique et de freinage

◆ Effort sismique horizontal (H_{SH})

Les réglemets RPA.69 donnent la relation suivante

$$H_{SH}=0.1G$$

avec $G=CP \times 78\text{m}$, on a: $H_{SH}=244.53\text{ t.}$

(XII-13)

◆ Efforts de freinage

a- Effort de freinage dû à la surcharge A

$$\text{Il est calculé par } F_A = \frac{A}{20 + 0.0035S}$$

(XII-14)

avec: S: surface chargée. $S=3L_c L=768.3\text{ m}^2$

D'ou: $F_A=2.67\text{ t.}$

b- Effort de freinage dû à la surcharge B_c

Selon le fascicule 61 [3], il est égal à 30 t.

$$(H_{FBC})_{culée} = (H_{FBC})_{pile} = 0.66F_{Bc}$$

Effort	Culée		Pile 1	Pile 2	
	H (t.)	N _{max} (t.)	N _{max}	H (t.)	N _{max} (t.)
CP+P	0	39.75	363.98	0	426.26
A	0.0176	46.32	124.645	0.176	105.27
B _c	19.8	53.01	81.08	19.8	87.84
M _{c120}	0	49.116	81.08	0	87.84
D	0	34.77	115.94	0	57.395
Seisme	161.39	4.80	45.51	161.39	52.14

Tableau XII-6 Réactions de chaque appareil d'appui.

XII-6 VERIFICATION DES APPAREIS D'APPUI**XII-6.1 Contrainte de cisaillement τ_n**

Elle est due à l'effort normal appliqué à l'appareil d'appui. Elle apparaît comme une contrainte tangente au plan de frottement. Sa valeur maximale est donnée par:

$$\tau_n = 2 \frac{1.5N(a+b)}{(ab)^2} t \quad (\text{XII-16})$$

XII-6.2 Contrainte de cisaillement due à la distortion τ_H

En réalité, suivant le cas de déformation de l'appareil, on distingue deux types de contraintes:

- déformation statique due aux dilatation, retrait et fluage.
- déformation dynamique due au freinage et au séisme.

Les règlements[2] donnent une formule qui exprime la contrainte de distortion conventionnelle englobant les deux types de déformation.

$$\tau_H = U_{ai} G' / T \quad (\text{XII-17})$$

avec $U_{ai} = U_{ait} H_i$

XII-6.3 Contrainte due à la rotation de l'appareil τ_α

Elle est donnée par:

$$\tau_\alpha = \frac{G' a^2 \alpha_i}{2 t^2 n} \quad (\text{XII-18})$$

On rappelle que t est l'épaisseur de frette. $t=10\text{mm}$.

$\alpha = \alpha_0 + \alpha_c$ tel que: $\alpha_0 = 0.003 \text{ rad.}$, pour le béton coulé sur place.

α_c est la rotation due au chargement.

Chargement	τ_n (MPa)		τ_H (MPa)		α (rad.)		τ_a (MPa)	
	Culée	Pile (d)	Culée	Pile (d)	Culée	Pile (d)	Culée	Pile (d)
CP+P	0.424	0.658	-	-	-0.0055	0.0011	-1.667	8.856
A	0.494	0.192	0	0	-0.0057	0.00057	-1.8	7.71
B _c	0.565	0.135	0	0	-0.007	0.0034	-2.66	13.35
Seisme	0.051	0.0804	0.0004	0.0002	-	-	-	-
T°(l)	-	-	0.0001	-0.00007	-	-	-	-
T°(c)	-	-	0	0	-	-	-	-
Fluage+Retrait	-	-	0.00005	0	-	-	-	-

Tableau XII-7 Contraintes et rotations sur chaque appareils d'appui.

Tel qu'il a été mentionné dans le Tableau XIII-2, les combinaisons les plus défavorables sont, à l'ELU,

	τ_n (MPa)	τ_H (MPa)	τ_a (MPa)
Culée	1.476	0.0005	-6.506
Pile (d)	1.1955	0.0001	31.35

Tableau XII-8 Combinaisons des contraintes, les plus défavorables, à l'ELU.

Finalement, les vérifications à effectuer telles qu'elles sont prescrite par les documents SETRA [2] sont:

1/ La contrainte de cisaillement:

Il faut que $|\tau_n + \tau_H + \tau_a| < 5G$ ($G=0.8$) (XII-20)

Au niveau de la culée: $|1.476 + 0.0005 - 6.506| \approx 5.03 \text{MPa} > 4 \text{MPa}$

Au niveau de la pile: $|1.1955 + 0.00001 + 31.35| \approx 32.54 \text{MPa} > 4 \text{MPa}$

2/ Conditions de non glissement

-Il faut que : $\sigma_{\min} = \frac{N_{\min}}{ab} \geq 2$ (XII-21)

Cette condition a été vérifiée dans le dimensionnement des appareils d'appui (Chap.XII-4)

- Il faut avoir $H < fN_{\min}$ (XII-22)

avec: $f=0.1+0.6/\sigma_{\min}$

H : effort horizontal au niveau de chaque appui.

3/ Conditions de non soulèvement

$$\text{Il faut que: } \alpha_{\text{tot}} \leq \frac{3 t^2 \bar{\sigma}_b}{\beta a^2 G'} \quad (\text{XII-23})$$

tel que: $G' = 0.8 \text{MPa}$

$$\beta = \frac{ab}{2t(a+b)} \quad (\text{XII-23.a})$$

Le résultat des vérifications est mentionné dans le tableau suivant.

	Culée	Pile
Conditions de non cisaillement	NON VERIFIEES	NON VERIFIEES
H (MN)	0.164	0.1614
σ_{min} (MPa)	2.65	6.74
f	0.32	0.19
Conditions de non glissement	VERIFIEES	NON VERIFIEES
α_{tot} (rad.)	0.0182	0.28×10^{-3}
Condition de non soulèvement	VERIFIEES	NON VERIFIEES

Tableau XII-8 Résultats des vérifications des conditions de non glissement et de non soulèvement.

XII-7 CONCLUSION

Au vu des résultats précédents, les appareils d'appui, au niveau des culées, résistent aux différentes sollicitations et aux contraintes qu'elles engendrent, sauf à celle due au cisaillement.

Les dimensions des appareils d'appui auxquelles notre étude a aboutit sont:

$$h = 120 \text{mm}$$

$$a = 500 \text{mm}$$

$$b = 200 \text{mm}$$

Les appareils d'appui au niveau des piles ne résistent à aucune combinaison de sollicitations. On propose de diminuer leurs dimensions tout en se limitant à la section minimum donnée par la limitation de la contrainte moyenne, à savoir:

$$(ab)_{\text{min}} \geq 4614.933 \text{cm}^2$$

Finalement, on opte pour une section de : $a = 850 \text{mm}$

$$b = 550 \text{mm}$$

CONCLUSION

L'étude que nous avons élaborée, n'a touché qu'une partie d'un large domaine de construction d'ouvrages d'arts. Elle nous a permis de compléter nos connaissances théoriques élaborées au cours du cursus universitaire.

L'approfondissement et l'analyse des détails de chaque méthode utilisée, en plus de la consultation des documents et des ingénieurs dans les diverses sociétés et entreprises nationales (SAETI, ENGOA et CTTTP), nous ont permis de voir l'accommodation des règlements aux données propres de la structure.

L'étude laborieuse de la précontrainte confirme sa vaste utilisation malgré les inconvénients qu'elle présente notamment au cours de la mise en oeuvre qui nécessite une main d'oeuvre qualifiée.

ANNEXE

ORGANIGRAMME DU FERRAILLAGE D'UNE SECTION EN BETON ARME A LA FLEXION SIMPLE. POUR LA FISSURATION PREJUDICIABLE.

$$\bar{\sigma}_s = \min(2/3 f_e, 150\eta) \text{ avec: } \eta = 1,6 \text{ H.A.}$$

$$\eta = 1 \text{ R.L.}$$

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0.6 \cdot f_c z$$

$$\alpha_r = \frac{15 \bar{\sigma}_{bc}}{15 \bar{\sigma}_{bc} + \bar{\sigma}_s}$$

$$\mu_{rb} = \frac{\alpha_r}{2} (1 - \alpha_r/3)$$

$$M_{rb} = \mu_{rb} \cdot b_0 \cdot d^2 \cdot \bar{\sigma}_{bc}$$

Decision: $M_{ser} \leq M_{rb}$

oui: $A_{ser} = 0$

NON: $A_{ser} > 0$

$$\delta = \frac{M_u}{M_{ser}} \quad \delta_b = 1,5 \text{ C.N.}$$

$$f_{bu} = \frac{0,85 f_c z}{\delta b} \quad \delta_b = 1,15 \text{ C.S.}$$

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b_0 \cdot d^2 \cdot f_{bu}}$$

$$\mu_{lu} = f(f_e)$$

Decision: $\mu_{bu} \leq \mu_{lu}$

oui: $A_{u1} = 0$

NON: $A_{u1} > 0$

ELS: $z_r = d(1 - \alpha_r/3)$

ELU: $\delta, \mu_{lu}, f_{bu}, \mu_{bu}$

$$\bar{\sigma}_{s,ser} = 15 \bar{\sigma}_{bc} \left(\frac{\alpha_r - \delta'}{\alpha_r} \right)$$

$$M_{lu} = \mu_{lu} \cdot b_0 \cdot d^2 \cdot f_{bu}$$

$$M_2 = M_u - M_{lu}$$

$$M_2 < 0,4 \cdot M_u$$

$$\alpha'_{lu} = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{lu}})$$

Pivot A: $\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{lu}})$

Pivot B: $z = d(1 - 0,4\alpha)$

Pivot A: $\epsilon_s = 10\% \left(\frac{1 - \alpha}{\alpha} \right)$

Pivot A: $\sigma_s = \sigma_{s10}$

Pivot A: $\sigma_{s10} = \frac{1,1 f_e}{\delta_s} \text{ A.E.}$

Pivot A: $\sigma_{s10} = \frac{f_e}{\delta_s} \text{ A.H.}$

Pivot B: $\epsilon_s = 3,5\% \left(\frac{1 - \delta'}{\alpha} \right)$

Pivot B: $\sigma_s = f(\epsilon_s)$

Pivot A: $\epsilon_{s1} = 10\% \left(\frac{1 - \alpha'}{\alpha'} \right)$

Pivot A: $\sigma_s = f(\epsilon)$

Pivot A: $\epsilon_{s2} = 10\% \left(\frac{1 - \delta'}{1 - \alpha} \right)$

Pivot A: $\epsilon_{sc} = f(\epsilon)$

Pivot B: $\epsilon_{s1} = 3,5\% \left(\frac{1 - \alpha}{\alpha} \right)$

Pivot B: $\sigma_s = f(\epsilon)$

Pivot B: $\epsilon_{s2} = 3,5\% \left(1 - \frac{\alpha'}{\alpha} \right)$

Pivot B: $\epsilon_{sc} = f(\epsilon)$

$$\sigma_s = f_e / \delta_s$$

$$\delta_s = 1,15 \text{ C.N.}$$

$$\delta_s = 1 \text{ C.S.}$$

$$A_{u1} = \frac{M_u - M_{lu}}{\sigma_{sc}(d - d')}$$

$$A_u = \frac{M_u}{z \cdot \sigma_{s10}}$$

$$A_{ser} = \frac{M_{ser} - M_{rb}}{\sigma_{sc}(d - d')}$$

$$A_u = \frac{M_{lu}}{z \delta_s} + \frac{M_u - M_{lu}}{\sigma_{sc}(d - d')} \cdot \frac{\delta_s}{\sigma_{sc}}$$

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{z \cdot \bar{\sigma}_s}$$

$$A_{ser} = \frac{M_{rb}}{z \delta_s} + \frac{M_{ser} - M_{rb}}{\sigma_{sc}(d - d')} \cdot \frac{\delta_s}{\sigma_{sc}}$$

$$A_s = \max(A_u, A_{ser})$$

$$A_s = \max(A_u, A_{ser})$$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J.A.CALGARO M.VIRLOGEUX
Le projet de construction des ponts
Presse Ponts et Chassées 1988
- [2] Documents SETRA
PSIDP 69
Appareils d'appui
- [3] Fascicule 61 Titre II du CPC
- [4] ALBIGES
Résistance des matériaux
Dunod édition
- [5] Cours de Ponts à l'ENP
- [6] R.BARES C.MAASSONNET
Le calcul de grillages de poutres et dalles orthotropes
Dunod et SNTL édition 1966
- [7] H.THONIER
Le béton précontraint aux états limites
Presse Ponts et Chassées 1985
- [8] Règlements BPEL 83
Edition 1983
- [9] GUYON
Le béton précontraint T2
Dunod édition
- [10] Cours de béton armé et précontraint (de l'ENP).