

3/94

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Département : Génie Civil

PROJET DE FIN D'ETUDE

SUJET

**ANALYSE
DES STRUCTURES
DE GRANDE
HAUTEUR**

Proposé et dirigé par :

Mme S. STIHI

Etudié et réalisé par :

BASSAID Haroun

MANSOURI Mouloud

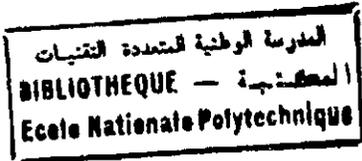
PROMOTION 1994

E. N. P., Avenue Hacen BADI, El-Harrach ALGER

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



Département : Génie Civil

PROJET DE FIN D'ETUDE

SUJET

ANALYSE DES STRUCTURES DE GRANDE HAUTEUR

Proposé et dirigé par :

Mme S.STIHI

Etudié et réalisé par :

BASSAID Haroun

MANSOURI Mouloud

PROMOTION 1994

E . N . P , Avenue Hacen BADI , El-Harrach ALGER

D.D.T.C.A.G.S

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Je dédie ce modeste travail :

- *A mes plus chères au monde , mon père et ma mère*
- *A mes frères et soeurs*
- *A toute la famille au sens large*
- *A tout mes amis*

HAROUN .B

- *A ma mère*
- *A mon père*
- *A mes frères et soeurs*
- *A toute ma famille*
- *Particulièrement à ceux qui m'ont hautement soutenu mon frère*
KAMEL sa femme S .
- *A mon amis OUAFI*
- *A tout ce qui me sont chères*

MOULOUD .M

REMERCIEMENTS

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

*Il nous
est particulièrement agréable
d'exprimer notre gratitude à notre promotrice
M^{me} STIFFI pour son aide, ses conseils et encouragement
durant toute l'année. Nous remercions vivement nos amis, particulièrement O. S. A. H.
et M. BOLLARDI ainsi que G. A. S. A. T. pour leurs aides et disponibilités.
Nos vifs remerciement au personnel du centre de calcul, de la bibliothèque et du
périodique de l'ENP. Que tous les professeurs
qui ont contribué à notre formation trouvent de notre
gratitude. A tous ceux qui nous
ont aidé de près ou de
loin.*

ملخص

تعتمد طريقة التحليل المعروضة في هذه المذكرة على تقنية الوسط المستمر، وقد وضعت لدراسة هياكل البناء ذات العلو الكبير. في هذا المشروع عممت هذه الطريقة لدراسة العيائل عبر المنتظمة، المرتكزة على أسس خاضعة لدوران أو لإرتصاصات تفاضلية، و المرتكزة على أسس مرنة. التحليل الكامل و المعقد للهياكل ذات ثلاثة أبعاد بسط إلى تحليل نموذج ذو ثلاثة أبعاد مكون من أطر مقاومة الأحمال الأفقية متناظرة و بسيطة. و في الأخير درست عدة أمثلة و حصل على نتائج معمة.

RESUME

La méthode d'analyse approximative exposée dans cette thèse est basée sur la technique du milieu continu, elle concerne particulièrement les bâtiments de grande hauteur.

Dans ce projet, cette approche est élargit aux structures reposant sur des fondations comportant des déformations résiduelles où sur des fondations élastiques, ainsi qu'aux structures présentant plusieurs changements brusques de caractéristiques le long de la hauteur. L'analyse complexe des structures détaillées à trois dimensions est réduite à un simple modèle en trois dimensions composé seulement de plans de contreventement symétriques de portiques rigides.

Enfin plusieurs exemples sont traités et d'importantes conclusions sont tirées.

ABSTRACT

The aproximate method presented in this thesis is based on the continous medium technique witch concerns specially tall buildings.

In this project, a generalization of this approach is considired to avariety of multi-storey structures based on rigid foundations subjected to a differentel settlement or based on flexibles foundations, as well as structures with abrupt changes in the cross-sectional propertes. The complex analysis of detailed three dimentional building, is reduced to a simpler three dimensional model composed of only symmetrical single bay rigid frames, enabling the complete distibution of forces to be deteminated.

Several examples were traited and very intersting results were obtained

SOMMAIRE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

CHAPITRE.I :INTRODUCTION	1
CHAPITRE.II: THEORIE DES MÛRS JUMELÉS	3
II.1.Hypothèses de la théorie	3
II.2.Principe de la théorie et cheminement de l'étude	3
II.3.Calcul des déplacements relatifs	4
II.4.Etablissement de l'équation de la flèche	8
CHAPITRE.III: ETUDE DES STRUCTURES SUR FONDATIONS AVEC	
DEFORMATIONS RESIDUELLES	11
III.1.Introduction	11
III.2.Etablissement de l'équation de la flèche pour un chargement uniforme	13
III.3.Etude des structures soumises à d'autres types de chargements	18
III.3.1.Charge triangulaire	18
III.3.2.Charge concentrée au sommet	20
III.3.3.Moment appliqué au sommet	22
III.4.Exemple de calcul	24
III.5.Conclusion	31
CHAPITRE.IV: ETUDE DES STRUCTURES SUR FONDATIONS	
ELASTIQUES	32
IV.1.Introduction	32
IV.2.Modélisation du sol	32
IV.3.Analyse d'une structure soumise à un chargement latéral uniforme	35

IV.4. Analyse d'une structure soumise à d'autres types de chargements latéraux	38
IV.5. Exemples	38
IV.5.1. Exemple N°1	38
IV.5.2. Exemple N°2	42
IV.5.3. Exemple N°3	48
IV.6. Conclusion	54
CHAPITRE.V: ETUDE D'UNE STRUCTURE A SECTION VARIABLE	55
V.1. Généralités	55
V.1.1. Introduction	55
V.1.2. Méthode d'analyse et hypothèses de calcul	56
V.1.3. Calcul des efforts d'interaction	60
V.2. Structure sur fondations rigides	61
V.2.1. Analyse de la région N°1	61
V.2.1.1. Détermination de l'équation de l'effort tranchant dans les poutres	61
V.2.1.2. Etablissement de l'équation de la flèche	64
V.2.2. Analyse de la région N°2	67
V.2.2.1. Détermination des déplacements relatifs dûs à la région N°1	67
V.2.2.2. Etablissement de l'équation de l'effort tranchant dans les poutres	68
V.2.2.3. Etablissement de l'équation de la flèche	71
V.2.3. Analyse de la région N°3	73
V.3. Structure sur fondations soumises à des déformations résiduelles	76
V.4. Structure sur fondations élastiques	77
V.5. Généralisation de l'étude à une structure à "n" régions	79

V.5.1.Détermination des efforts d'interaction	80
V.5.2.Détermination de l'effort tranchant dans les poutres	81
V.5.3.Calcul de la flèche	84
V.6.Exemple de calcul	87
V.7.Influence du nombre de niveaux des régions sur la précision de la méthode	89
CHAPITRE.VI: ETUDE D'UNE STRUCTURE NON UNIFORME EN TROIS DIMENSIONS PAR L'INTERMEDIAIRE D'UN MODELE SIMPLIFIE	91
VI.1.Introduction	91
VI.2.Modélisation des plans de contreventement	92
VI.3.Elaboration du modèle simplifié en trois dimensions	92
VI.3.1.Hypothèses	92
VI.3.2.Structures symétriques	93
VI.4.Exemple d'application	93
VI.4.1.Plan N°1	97
VI.4.2.Plan N°2	100
VI.4.3.Obtention du modèle simplifié équivalent	103
VI.5. Conclusion	109
CONCLUSION	110
ANNEXE.A	111
ANNEXE.B	118
BIBLIOGRAPHIE	

Chapitre I

INTRODUCTION

INTRODUCTION

Une structure de grande hauteur est définie ici comme étant une structure pour laquelle les charges horizontales (vent et seisme) constituent un facteur déterminant dans sa conception.

C'est pour cette raison que l'étude de ce type de structure se base essentiellement sur le calcul de leur système de contreventement, d'où la nécessité de trouver des méthodes par lesquelles ce calcul soit simple et efficace.

L'analyse exacte des structures multi-étagées en utilisant les méthodes de calcul numérique est extrêmement difficile, c'est pourquoi on a recourt souvent aux méthodes approchées surtout dans les étapes préliminaires de conception ; puisqu'elles permettent un gain de temps et un gain économique.

Parmi les méthodes approchées qui existent une méthode se basant sur l'hypothèse de substituer les éléments horizontaux de la structure par un milieu continu assurant les mêmes rôles de ces éléments.

En utilisant cette technique **Rosman et Beck** en Amérique et **Albiges et Goulet** en Europe sont les premiers qui ont analysé un mât avec une file d'ouverture soumise à une charge uniformément répartie sur la hauteur.

Cette théorie a été élargie pour inclure d'autres types de chargement tels que charge concentrée au sommet, charge distribuée triangulairement et moment au sommet.

Par la suite cette théorie a été généralisée par **Stafford Smith**, **Hoenderkamp** et **Kuster** pour analyser d'autres types de structures.

Ces derniers travaux ont permis de conclure que l'analyse du

comportement de chaque type de structure par cette technique, repose sur deux paramètres adimensionnels qui la caractérise.

Les expressions de ces paramètres ont été développées pour plusieurs types de structures telles que : murs à plusieurs files d'ouvertures, portiques autostables, portiques articulés, combinaisons murs-portiques etc...

D'autres travaux ont été fait pour élargir cette méthode à des structures présentant un changement brusque des caractéristiques en hauteur, c'est à dire à deux régions, ainsi de même pour analyser des structures reposant sur des fondations élastiques.

Dans le but d'élargir le domaine d'application de la méthode, on va essayer dans ce mémoire d'analyser des structures uniformes sur fondations ayant des déformations résiduelles (tassement différentiel et rotation) puis sur fondations élastiques sous l'effet de tous les types de chargement.

Nous passerons ensuite à l'étude des structures présentant plusieurs régions de différentes caractéristiques encastrées à la base, puis nous élargirons cette étude pour inclure les cas de fondations avec tassement différentiel et rotation résiduels, et de fondations élastiques bien entendu sous l'effet de tous les types de chargements.

Enfin nous allons élargir la méthode proposée par S.Salhi et S.Ourabah [5] pour prédimensionner une structure à trois dimensions présentant plusieurs régions en hauteur.

Chapitre II

THEORIE DES MURS JUMELES

THEORIE DES MURS JUMELÉS

Cette théorie permet d'estimer les flèches dans les plans de contreventement d'une structure soumise à un chargement uniformément répartie, concentré au sommet, triangulaire ou moment au sommet, et cela par l'intermédiaire d'une seule équation développée pour les structures de type **Murs Jumelés** [1].

II.1. HYPOTHESES DE LA THEORIE :

1 - L'encastrement doit être parfait à la base, c'est à dire que les fondations doivent être rigides. Cela implique que la rotation et le déplacement à la base sont nuls.

2 - Les caractéristiques mécanique de la structure (inertie, section, module d'élasticité) restent constantes le long de la hauteur, sauf que l'inertie de la poutre du sommet est égale à la moitié des autres poutres.

3 - La déformation axiale des poutres est nulles.

4 - Le point de contraflexion des poutres est situé au milieu de ces dernières.

5 - On travail dans le domaine élastique.

II.2. PRINCIPE DE LA THEORIE ET CHEMINEMENT DE L'ETUDE:

Le principe de la théorie consiste en la substitution de l'ensemble des poutres par un milieu continu (**fig 2.1**), et faire une coupure au niveaux des points de contraflexion des poutres pour représenter l'action d'une partie de la structure sur l'autre par un effort tranchant, le moment étant nul (**fig 2.2**), ainsi pour étudier une telle structure on suit le cheminement suivant :

1- Calculer les déplacements relatifs des éléments coupés au niveau de la coupure dûs :

* A la flexion des murs sous l'effet du chargement extérieur et de l'effort tranchant dans les poutres.

* A la flexion et au cisaillement des poutres sous l'effet de leur effort tranchant.

* A la déformation axiale des murs.

2 - Ecrire l'équation de compatibilité des déplacements pour obtenir les équations différentielles gouvernant la variation de l'effort tranchant dans les poutres.

3 - Intégrer cette équation pour obtenir l'équation de la flèche de la structure.

Dans cette partie nous nous intéresserons uniquement à une structure uniformément chargée.

II.3. CALCUL DES DEPLACEMENTS RELATIFS :

A) Déplacement dû à la flexion des murs (fig 2.3a) :

$$\delta_1 = l \cdot d Y_1 / d x \quad (\text{II.1})$$

$$\delta_1 = - l \cdot w / 2EI \int_x^H x^2 d x + \delta_{10} \quad (\text{II.2})$$

δ_{10} : représente de déplacement initial dû à une rotation à la base de la structure dans notre cas $\delta_{01} = 0$ (encastrement parfait).

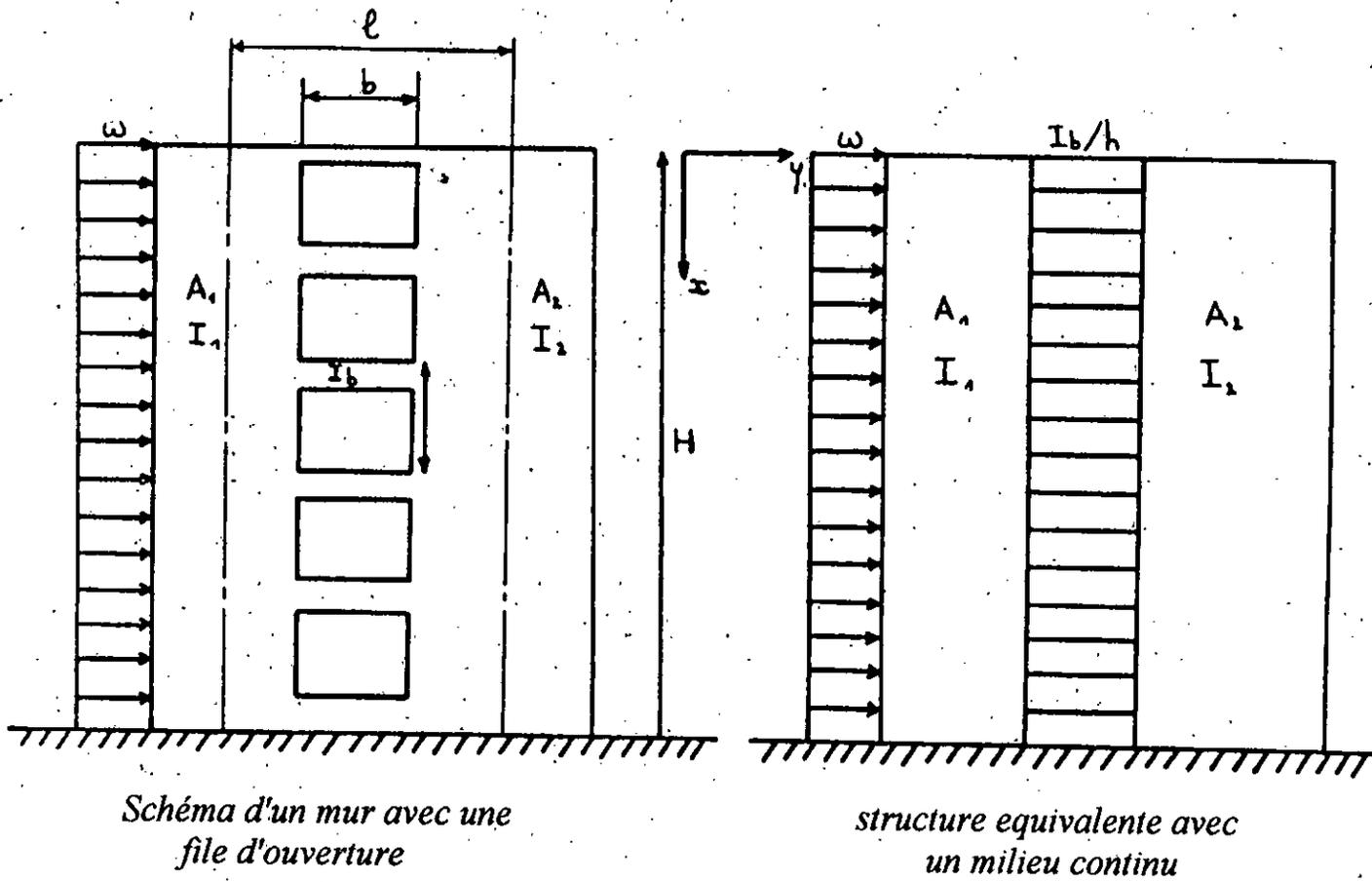


Fig 2.1

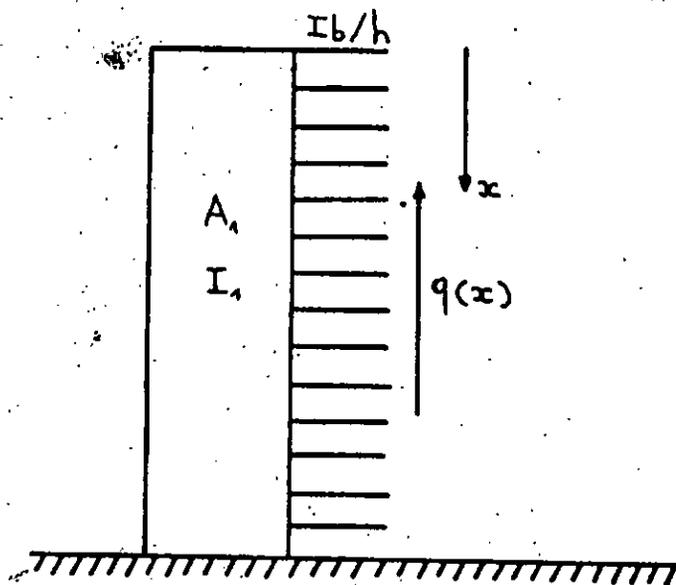


Fig 2.2 : Coupe de la structure equivalente

B) Déplacement dû au cisaillement des murs (fig 2.3b) :

$$\delta_2 = 1 \cdot dY_2 / dx \quad (\text{II.3})$$

$$\delta_2 = 1_2 / EI \int_0^H \int_0^x q(x) dx + d_{20} \quad (\text{II.4})$$

δ_{02} : étant nul de même que δ_{10} .

C) Déplacement dû à la flexion et au cisaillement des poutres (fig 2.3c):

$$\delta_{3(\text{flexion})} = \frac{q(x) h b^3}{12 EI_b} \quad (\text{II.5})$$

$$\delta_{3(\text{cisaillement})} = \frac{q(x) h b}{G A_b / f}$$

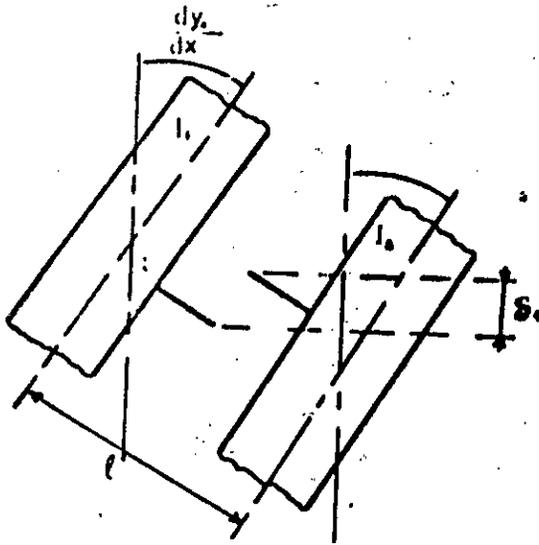
$$\delta_3 = \delta_{3(\text{flexion})} + \delta_{3(\text{cisaillement})} = \frac{q(x) h b^3}{12 EI'_b} \quad (\text{II.6})$$

$$I'_b = I_b / (1 + 2g) \quad \text{avec} \quad g = (7.2 EI_b) / (b^2 A G)$$

D) Déplacement dû à la déformation axiale des murs (fig 2.3d) :

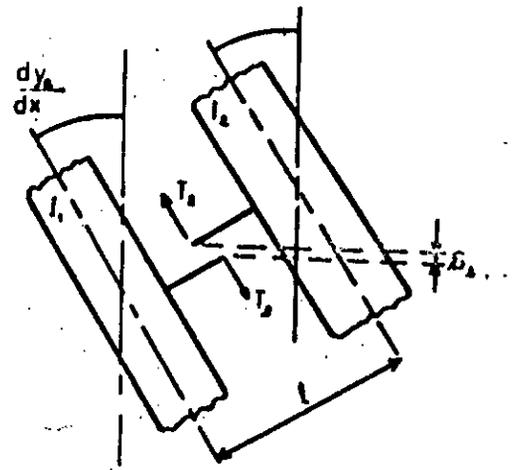
$$\delta_4 = 1/E (1/A_1 + 1/A_2) \int_0^H \int_0^x q(x) dx^2 + \delta_{04} \quad (\text{II.7})$$

$\delta_{04} = 0$: les fondations étant rigides



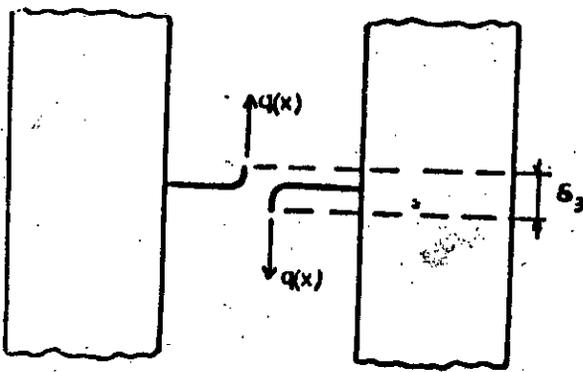
Déplacement dû à la flexion des murs sous l'effet de la charge extérieure

(a)



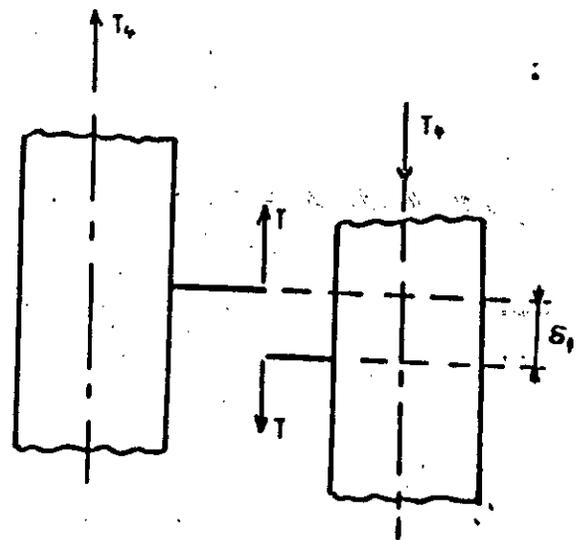
Déplacement dû à la flexion des murs sous l'effet de la force de cisaillement

(b)



Déplacement dû à la flexion et au cisaillement des poutres

(c)



Déplacement dû à la déformation axiale des murs

(d)

Fig 2.3: Déplacement relatifs

II.4 . ETABLISSEMENT DE L'EQUATION DE LA FLECHE :

Puisque la structure reste toujours en équilibre donc on peut écrire l'équation de compatibilité des déplacements comme suit:

$$\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 = 0 \quad (\text{II.8})$$

En remplaçant les différents déplacements par leurs valeurs respectives et après quelques simplifications nous obtenons l'équation différentielle de l'effort tranchant :

$$\frac{d^2T}{dx^2} - (K \alpha)^2 T = - \beta x^2 \quad (\text{II.9})$$

$$\text{avec } T = \int_0^x q(x) dx \quad (\text{II.10})$$

$$I = I_1 + I_2$$

$$\alpha^2 = \frac{12 l^2 I_b}{h b^3 I} \quad (\text{II.11})$$

$$K^2 = 1 + \frac{(A_1 + A_2) I}{A_1 A_2 l^2} \quad (\text{II.12})$$

$$\beta = \frac{W l}{2 I} \frac{12 I_b}{h b^3} \quad (\text{II.13})$$

L'intégration de l'équation (II.9) en considérant les conditions aux limites nous donne la fonction de l'effort dans les murs :

à $x = 0$ $T = 0$: l'effort axial dans les murs étant nul au sommet .

à $x = h$ $d T / d x = 0$: la rotation des murs est nulle à la base .

ainsi l'équation de l'effort normale s'écrit :

$$T(x) = \frac{2\beta}{(K\alpha)^4} \left[1 + \frac{\sinh(K\alpha H) - K\alpha H}{\cosh(K\alpha H)} \sinh(K\alpha x) - \cosh(K\alpha x) + \frac{(K\alpha x)^2}{2} \right] \quad (\text{II.14})$$

Le moment dans les murs a pour expression :

$$M(x) = E I \frac{d^2 Y}{dx^2} = \frac{1}{2} W x^2 - T(x) l \quad (\text{II.15})$$

En intégrant cette équation avec les conditions aux limites :

$$\text{à } x = H \quad Y = 0 \quad \text{et} \quad dY/dx = 0$$

Nous obtenons l'expression de la flèche:

$$Y(x) = \frac{WH^4}{EI} \left\{ \left[\frac{1}{8} - \frac{1}{6} \frac{x}{H} + \frac{1}{24} \left(\frac{x}{H} \right)^4 \right] \frac{K^2 - 1}{K^2} + \frac{1}{K^2} \left[\frac{1 - \left(\frac{x}{H} \right)^2}{2(K\alpha H)^2} + \frac{\cosh(K\alpha(H-x)) - 1}{(K\alpha H)^4 \cosh(K\alpha H)} - \frac{\sinh(K\alpha H) - \sinh(K\alpha x)}{(K\alpha H)^3 \cosh(K\alpha H)} \right] \right\} \quad (\text{II.16})$$

De la même manière pour les autres cas de chargement tels que charge concentrée au sommet, charge triangulaire, moment au sommet, nous obtenons les équations de la flèche.

Les expressions finales sont citées dans l'annexe A

Remarques :

* Dans l'équation de la flèche l'apparition de deux paramètres adimensionnels caractérisant la structure qui sont :

$$K^2 \text{ et } \alpha H.$$

Dans notre cas mur avec une file d'ouverture :

$$K^2 = 1 + \frac{(A_1 + A_2) I}{A_1 A_2 l^2}$$

$$\alpha H = H \sqrt{\frac{12 I^2 I_b}{h b^3 I}}$$

Ces paramètres ont été développés pour d'autres types de structure à savoir, murs avec plusieurs files d'ouvertures, portiques rigides, portiques articulés, murs-poteaux, murs-portiques [2] (voir **Annexe A**).

* Le calcul de ces paramètres a permis de distinguer des marges de variation correspondante aux différents types de structure à savoir , mur avec plusieurs files d'ouvertures , portique rigide , portique articulé etc... (voir **Annexe A**).

Chapitre III

*ETUDE DES
STRUCTURES SUR
FONDATIONS AYANT
DES DEFORMATIONS
RESIDUELLES*

ETUDE DES STRUCTURES SUR DES FONDATIONS AYANT DES DEFORMATIONS RESIDUELLES

III.1. INTRODUCTION :

Le tassement des terrains sous l'action des charges est phénomène absolument général qui peut parfois prendre des proportions spectaculaires comme à Mexico. Même dans les cas courants, il convient d'y prêter une grande attention, car les tassements différentiels peuvent amener des désordres dans l'ouvrage.

Un grand nombre de sols, notamment les sols élastiques, présentent un retrait important au séchage et gonflent en présence de l'eau. Tous les phénomènes qui provoquent des variations de teneur en eau sont susceptibles d'occasionner également des mouvements importants dans ces sols, et causer des dommages aux constructions.

Le sol tasse lorsqu'il est soumis à l'action des charges transmises par les fondations. Dans certains cas le tassement ne dépasse pas quelques millimètres, et il est si faible qu'il n'est pas pris en compte. Dans d'autres cas, il peut atteindre plusieurs centimètres, et provoquer des dommages à l'édifice.

Le tassement du sol ne se produit pas instantanément. Bien qu'un certain tassement se produise dès l'application de la charge, habituellement la fraction la plus importante n'apparaît que lentement et se poursuit souvent durant des années.

Le tassement différentiel entre des éléments voisins qui se traduit par une inclinaison des éléments peut avoir des conséquences graves. Toutefois, le tassement qu'un ouvrage peut supporter sans risque de ruine est généralement important, pourvu qu'il soit à peu près uniforme, tandis que le tassement non uniforme, ou tassement différentiel est beaucoup plus dangereux ; Il provoque

une inclinaison des parties de l'édifice qui sont chargées inégalement, ou encore qui sont fondées sur des terrains hétérogènes . Il cause aussi des fissures dans le béton armé ou le béton précontraint et la rotation d'ensemble des immeubles. Ce phénomène est très sensible dans le cas d'ouvrages élancés et étroit, tels que les Tours et les cheminées.

De nombreuses mesures réalisées par **Skempton** et **Bjempton** on montrées que les tassements différentiels entre deux appuis voisins, ne sont, en général, pas préjudiciables pour un ouvrage considéré lorsqu'il sont inférieurs à une certaine fraction de la portée L séparant ces appuis. Cette fraction est d'ailleurs variable suivant la structure.

Pour des constructions courantes, on doit s'efforcer à limiter les tassements différentiels δ aux valeurs suivantes : [6]

- Maçonnerie $\delta \leq L / 600$

- Béton armé $\delta \leq L / 1000$

La théorie des murs jumelés a été présentée pour analyser des structures parfaitement encastées à la base [5]. Dans ce chapitre, en addition de la charge latérale imposée, on veut rajouter les effets des tassements différentiels à long terme des fondations [7] et [8] .

On utilise les mêmes hypothèses que le chapitre précédent, mise à part la première, c'est à dire à la base de la structure, on considère des fondations qui sont sujettes à un tassement différentiel vertical (δ) et une rotation (θ) .

Du fait qu'on a supposé une déformation axiale des poutres nulle, vu la rigidité des dalles au niveau de chaque étage, on aboutit à la même valeur de la flèche $Y(x)$ pour les deux murs, donc ceux-ci auront la même rotation (θ) à la base ($\theta = dY / dx$) (fig 3.1)

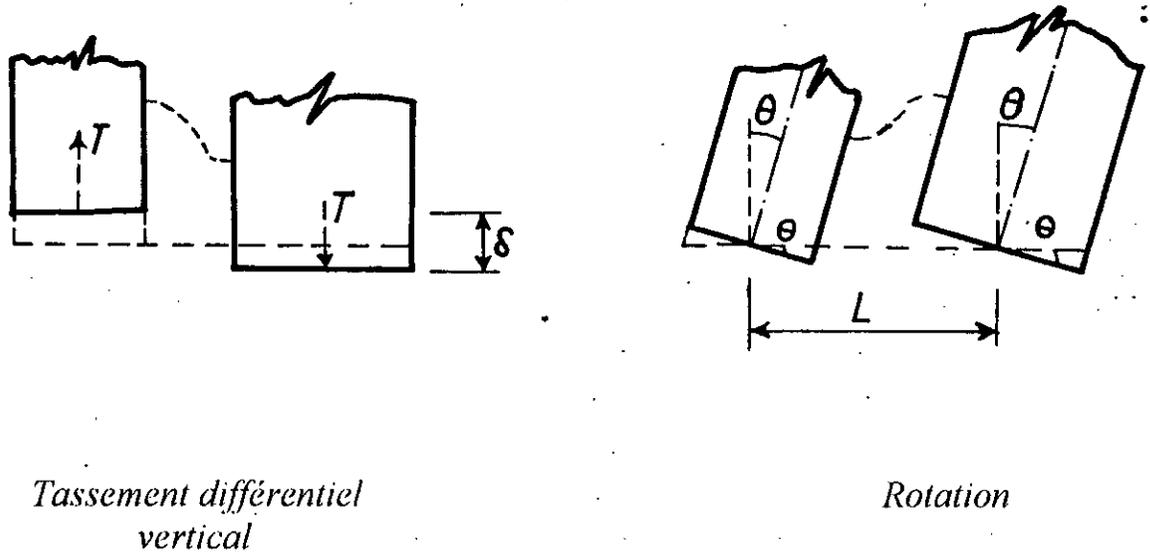


Fig 3.1: déformations dans les fondations

III.2. ETABLISSEMENT DE L'EQUATION DE LA FLECHE POUR UNE STRUCTURE SOUS UN CHARGEMENT UNIFORME :

Une coupure faite au niveau de point de contraflexion donne uniquement une force de cisaillement par unité de longueur $q(x)$, c'est à dire la somme des déplacements établis au chapitre précédent en ce point est nulle, d'où l'équation de la compatibilité suivante :

$$1 \frac{d^2 Y}{dx^2} - \frac{q(x) h b^3}{12 E I'_b} - \frac{1}{E} \left(\frac{I^2}{I} + \frac{(A_1 + A_2)}{A_1 A_2} \right) \int_0^H \int_0^x q(x) dx^2 + \delta = 0 \quad (\text{III.1})$$

sachant que :

- Le premier terme représente le déplacement relatif au niveau de la coupure dû à la flexion des murs.
- Le deuxième terme représente le déplacement relatif dû à la flexion et au cisaillement des poutres (I'_b est l'inertie réduite).
- Le troisième terme représente le déplacement relatif dû à la déformation

axiale des murs (effet des structures élancées).

- Le quatrième terme représente le déplacement relatif dû au déplacement vertical à la base.

$$\text{Avec} \quad I = I_1 + I_2$$

$$\text{et} \quad T = \int_0^x q(x) dx$$

$$\alpha^2 = \frac{12 l^2 I_b}{h b^3 I}$$

$$K^2 = 1 + \frac{(A_1 + A_2) I}{A_1 A_2 l^2}$$

La nouvelle expression de l'équation (III-1) sera :

$$q(x) = (W/2l) \alpha^2 \int_0^x x^2 dx - (K\alpha)^2 \int_0^x T dx - (EI / l^2) \alpha^2 \delta \quad (\text{III.2})$$

En dérivant cette dernière équation deux fois on obtient :

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - (K\alpha)^2 T = - \frac{W\alpha^2}{2l} x^2 \quad (\text{III.3})$$

L'équation (III.3) est une équation différentielle du second ordre vérifiant les conditions aux limites suivantes :

Au sommet de la structure l'effort axial T est nul. A la base la première dérivée par rapport à x de la flèche est égale à θ .

$$x = 0 \Rightarrow T = 0$$

$$x = H \Rightarrow dY / dx = \theta$$

remplaçons dans l'équation (III.1), on obtient :

$$q(H) = - \frac{EI\alpha^2}{l^2} (l\theta + \delta) \quad (\text{III.4})$$

$$\text{or : } q(x) = dT / dx$$

l'équation (III.4) peut s'écrire de la façon suivante :

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x=H} = -\frac{EI\alpha^2}{I^2} (1\theta + \delta) \quad (\text{III.5})$$

La solution de l'équation différentielle (III-3) est de la forme :

$$T(x) = B \sinh(K\alpha x) + C \cosh(K\alpha x) + \frac{W\alpha^2}{I(K\alpha)^4} \left[\frac{(K\alpha)^2 x^2}{2} + 1 \right] \quad (\text{III.6})$$

Après détermination des constantes d'intégration par l'intermédiaire des conditions aux limites, on aboutit à l'expression suivante de l'effort axial:

$$T(x) = \frac{W}{K^2 I (K\alpha)^2} \left[1 + \frac{\sinh(K\alpha H) - K\alpha H}{\cosh(K\alpha H)} \sinh(K\alpha x) - \cosh(K\alpha x) + \frac{(K\alpha x)^2}{2} \right] - \frac{EI \alpha (1\theta + \delta)}{K I^2 \cosh(K\alpha H)} \sinh(K\alpha x) \quad (\text{III.7})$$

A la base de la structure, pour $x=H$, l'effort axial aura pour expression:

$$T(H) = \frac{W\alpha^2}{I(K\alpha)^4} \left[1 + \frac{(K\alpha H)^2}{2} - \frac{1 + (K\alpha H) \sinh(K\alpha H)}{\cosh(K\alpha H)} \right] - \frac{EI \alpha (1\theta + \delta)}{K I^2} \tanh(K\alpha x) \quad (\text{III.8})$$

L'effort tranchant au niveau du linteau intermédiaire i qui se trouve à une distance x_i du sommet est donné par l'expression suivante :

$$\pi(x_i) = \int_{x_i - h/2}^{x_i + h/2} q(x) dx \quad (\text{III.9})$$

avec : h = hauteur d'étage .

et

$$q(x) = \frac{dT}{dx} = \frac{W}{K^3 \alpha l} \left[1 + \frac{\sinh(K\alpha H) - K\alpha H}{\cosh(K\alpha H)} \cosh(K\alpha x) - \sinh(K\alpha x) + K\alpha x \right] - \frac{EI \alpha^2 (1 \theta + \delta)}{l^2 \cosh(K\alpha H)} \cosh(K\alpha x) \quad (III.10)$$

en intégrant on aura :

$$\pi(x_i) = \frac{W\alpha^2}{l(K\alpha)^4} \left[(K\alpha)^2 h x_i + \left(\frac{\sinh(K\alpha H) - K\alpha H}{\cosh(K\alpha H)} \right) 2 \sinh(K\alpha h/2) \cosh(K\alpha x_i) - 2 \sinh(K\alpha h/2) \sinh(K\alpha x_i) \right] - \frac{2 EI \alpha (1 \theta + \delta)}{K l^2 \cosh(K\alpha H)} \sinh(K\alpha h/2) \cosh(K\alpha x_i) \quad (III.11)$$

L'effort tranchant du linteau du sommet à pour expression:

$$\pi(0) = \int_0^{h/2} q(x) dx \quad (III.12)$$

et celui de la base prend comme valeur :

$$\pi(0) = \int_0^{h/2} q(x) dx \quad (III.13)$$

Si on fait maintenant un coupe à une distance x du sommet de la structure, le moment en ce point aura pour valeur :

$$M(x) = -1/2 W \cdot x^2 + T(x) \cdot l = -EI d^2Y/ dx^2 \quad (III.14)$$

En intégrant l'équation (III.11) deux fois par rapport à x et en utilisant les conditions aux limites suivantes :

A la base de la structure la flèche est nulle, La rotation est égale à θ .

$$\text{A } x = H, \quad Y = 0 \quad \text{et} \quad dY / dx = \theta.$$

On obtient l'expression de la flèche comme suit :

$$Y(x) = \frac{WH^4}{EI} \left\{ \left[\frac{1}{8} - \frac{1}{6} \frac{x}{H} + \frac{1}{24} \left(\frac{x}{H} \right)^4 \right] \frac{K^2 - 1}{K^2} + \frac{1}{K^2} \left[\frac{1 - \left(\frac{x}{H} \right)^2}{2(K\alpha H)^2} + \frac{\cosh(K\alpha(H-x)) - 1}{(K\alpha H)^4 \cosh(K\alpha H)} - \frac{\sinh(K\alpha H) - \sinh(K\alpha x)}{(K\alpha H)^3 \cosh(K\alpha H)} \right] \right\} + \frac{(1\theta + \delta)H}{K^2 I} \left[1 - \frac{x}{H} - \frac{\sinh(K\alpha H) - \sinh(K\alpha x)}{(K\alpha H) \cosh(K\alpha H)} \right] - H \left(1 - \frac{x}{H} \right) \theta \quad (\text{III.15})$$

Le moment à une distance x du sommet est donné d'après l'équation (III.14) par :

$$M(x) = \frac{W}{K^4 \alpha^2} \left[(1-K^2) (K\alpha x)^2 / 2 + 1 - \frac{K\alpha H - \sinh(K\alpha H)}{\cosh(K\alpha H)} \sinh(K\alpha x) - \cosh(K\alpha x) \right] - \frac{EI \alpha (1\theta + \delta)}{K I \cosh(K\alpha H)} \sinh(K\alpha x) \quad (\text{III.16})$$

à la base du bâtiment le moment sera :

$$M(H) = \frac{W}{K^4 \alpha^2} \left[(1-K^2) (K\alpha H)^2 / 2 + 1 - \frac{1 + (K\alpha H) \sinh(K\alpha H)}{\cosh(K\alpha H)} \right] - \frac{EI \alpha (1\theta + \delta)}{K I} \tanh(K\alpha H) \quad (\text{III.17})$$

A partir des efforts dans les murs et les linteaux ainsi que la flèche latérale, l'ingénieur de génie-civil, peut faire le prédimensionnement de sa structure et la

vérification des contraintes en les comparant aux valeurs limites

III-3 . EQUATION DE LA FLECHE POUR DES STRUCTURES SOUMISES A D'AUTRES TYPES DE CHARGEMENTS :

Dans le présent paragraphe, nous allons déterminer les expressions de la flèche, de l'effort axial et du moment dans les murs ainsi que l'effort tranchant dans les poutres de connexion, pour trois autres types de chargement.

III-3-1. Charge triangulaire :

Soit la structure schématisée sur la fig (3.2) pour le cas de chargement (b).

On procède de la même manière que pour la charge uniforme, c'est à dire écrire l'équation de la compatibilité après avoir déterminé les différents déplacements.

A partir de l'équation de compatibilité, on obtient l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2T}{dx^2} - (K\alpha)^2 T = -\frac{F\alpha^2}{2I} \left(x^2 - \frac{x^3}{3H} \right) \quad (\text{III.18})$$

La solution générale de cette équation est de la forme :

$$T(x) = B \sinh(K\alpha x) + C \cosh(K\alpha x) + \frac{F\alpha^2}{I(K\alpha)^4} \left[1 - \frac{x}{H} + \frac{(K\alpha x)^2}{2} - \frac{(K\alpha)^2 x^3}{6H} \right] \quad (\text{III.19})$$

Après détermination des constantes d'intégration on trouve :

$$T(x) = \frac{F}{K^2 I (K\alpha)^2} \left[\left(\sinh(K\alpha H) + \frac{1}{K\alpha H} - \frac{K\alpha H}{2} \right) \frac{\sinh(K\alpha x)}{\cosh(K\alpha H)} - \cosh(K\alpha x) + 1 - \frac{x}{H} + \frac{(K\alpha x)^2}{2} - \frac{(K\alpha)^2 x^3}{6H} \right] - \frac{EI \alpha (1\theta + \delta)}{K I^2 \cosh(K\alpha H)} \sinh(K\alpha x) \quad (III.20)$$

L'effort tranchant dans la poutre de connexion intermédiaire calculé par l'équation (III.9) a pour expression :

$$\pi_i = \frac{F}{K^2 I (K\alpha)^2} \left[\left(\sinh(K\alpha H) + \frac{1}{K\alpha H} - \frac{K\alpha H}{2} \right) \frac{2 \sinh(K\alpha h/2)}{\cosh(K\alpha H)} \cosh(K\alpha x_i) - 2 \sinh(K\alpha h/2) \sinh(K\alpha x_i) + (K\alpha)^2 h x_i \left(1 - \frac{x_i}{2H} \right) - \frac{(K\alpha)^2 h^3}{24H} - \frac{h}{H} \right] - \frac{2 EI \alpha (1\theta + \delta)}{K I^2 \cosh(K\alpha H)} \sinh(K\alpha h/2) \cosh(K\alpha x_i) \quad (III.21)$$

La flèche pour ce chargement s'écrira comme suit :

$$\begin{aligned}
 Y(x) = \frac{FH^4}{EI} \left\{ \left[\frac{11}{120} - \frac{1}{8} \frac{x}{H} + \frac{1}{24} \left(\frac{x}{H} \right)^4 - \frac{1}{120} \left(\frac{x}{H} \right)^5 \right] \frac{K^2 - 1}{K^2} + \right. \\
 \left. \frac{1}{K^2(K\alpha H)^2} \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{H} \right)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{x}{H} \right)^3 - \frac{1 - \frac{x}{H}}{(K\alpha H)^2} + \right. \right. \\
 \left. \left. \frac{\left(\frac{1}{K\alpha H} - \frac{K\alpha H}{2} \right) (\sinh(K\alpha H) - \sinh(K\alpha x))}{(K\alpha H)^2 \cosh(K\alpha H)} + \frac{\cosh(K\alpha(H-x)) - 1}{(K\alpha H)^2 \cosh(K\alpha H)} \right] \right\} + \\
 \frac{(1\theta + \delta)H}{K^2 I} \left[1 - \frac{x}{H} - \frac{\sinh(K\alpha H) - \sinh(K\alpha x)}{(K\alpha H) \cosh(K\alpha H)} \right] - H \left(1 - \frac{x}{H} \right) \theta \quad (III.22)
 \end{aligned}$$

Le moment à une distance x du sommet sera :

$$\begin{aligned}
 M(x) = \frac{F}{K^2(K\alpha)^2} \left[(K^2 - 1) \left(\frac{(K\alpha)^2 x^3}{6H} - \frac{(K\alpha x)^2}{2} \right) + 1 - \frac{x}{H} + \right. \\
 \left. \left(\frac{1}{K\alpha H} - \frac{K\alpha H}{2} + \sinh(K\alpha H) \right) \frac{\sinh(K\alpha x)}{\cosh(K\alpha H)} - \cosh(K\alpha x) \right] \\
 - \frac{EI \alpha (1\theta + \delta)}{K I \cosh(K\alpha H)} \sinh(K\alpha x) \quad (III.20)
 \end{aligned}$$

III-3-2 . charge concentrée au sommet :

Soit la structure schématisée sur le fig (3.2) pour le cas de chargement c, de même que pour la charge triangulaire, l'équation de compatibilité ainsi obtenu nous conduit à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2T}{dx^2} - (K\alpha)^2 T = - \frac{P\alpha^2}{I} x \quad (III.24)$$

La résolution de l'équation différentielle nous donne :

$$T(x) = \frac{P}{K^2(K\alpha)l} \left[\left(K\alpha H - \frac{\sinh(K\alpha x)}{\cosh(K\alpha H)} \right) \right] - \frac{EI \alpha (1\theta + \delta)}{K l^2 \cosh(K\alpha H)} \sinh(K\alpha x) \quad (\text{III.25})$$

En procédant de façon analogue aux deux cas précédents on obtiendra respectivement l'équation de l'effort tranchant dans les linteaux et celle de la flèche latérale comme ci-dessous :

$$\pi_i = \frac{P}{K^2(K\alpha)l} \left[\left(K\alpha h - \frac{2 \sinh(K\alpha h/2)}{\cosh(K\alpha H)} \cosh(K\alpha x_i) \right) \right] - \frac{2 EI \alpha (1\theta + \delta)}{K l^2 \cosh(K\alpha H)} \sinh(K\alpha h/2) \cosh(K\alpha x_i) \quad (\text{III.26})$$

$$Y(x) = \frac{PH^3}{EI} \left\{ \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \frac{x}{H} + \frac{1}{6} \left(\frac{x}{H} \right)^3 \right] \frac{K^2 - 1}{K^2} + \frac{1}{K^2} \left[\frac{1 - \frac{x}{H}}{(K\alpha H)^2} - \frac{\sinh(K\alpha H) - \sinh(K\alpha x)}{(K\alpha H)^3 \cosh(K\alpha H)} \right] \right\} + \frac{(1\theta + \delta)H}{K^2 l} \left[1 - \frac{x}{H} - \frac{\sinh(K\alpha H) - \sinh(K\alpha x)}{(K\alpha H) \cosh(K\alpha H)} \right] - H \left(1 - \frac{x}{H} \right) \theta \quad (\text{III.27})$$

Le moment dans ce cas de chargement est :

$$M(x) = \frac{P}{K^2(K\alpha)} \left[(1 - K^2)K\alpha x - \frac{\sinh(K\alpha x)}{\cosh(K\alpha H)} \right] - \frac{EI \alpha (1\theta + \delta)}{K l \cosh(K\alpha H)} \sinh(K\alpha x) \quad (\text{III.28})$$

III-3-3 . Moment au sommet :

Considérons le cas où l'on a un moment M au point $x = 0$ (sommet de la structure), comme indiqué sur la fig (3.2) pour le cas de chargement (d) l'effort axial aura comme valeur:

$$T(x) = \frac{M}{K^2 I} \left[1 - \frac{\cosh(K\alpha(H-x))}{\cosh(K\alpha H)} \right] - \frac{EI \alpha (1\theta + \delta)}{K I^2 \cosh(K\alpha H)} \sinh(K\alpha x) \quad (\text{III.29})$$

Après avoir fait les mêmes calculs on obtient les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \pi_i = \frac{M}{K^2 I} & \left[\left(\frac{2 \sinh(K\alpha h/2)}{\cosh(K\alpha H)} \cosh(K\alpha(H-x_i)) \right) \right] \\ & - \frac{2 EI \alpha (1\theta + \delta)}{K I^2 \cosh(K\alpha H)} \sinh(K\alpha h/2) \cosh(K\alpha x_i) \end{aligned} \quad (\text{III.30})$$

$$\begin{aligned} Y(x) = \frac{MH^2}{EI} & \left\{ \left[\frac{1}{2} - \frac{x}{H} + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{H} \right)^2 \right] \frac{K^2 - 1}{K^2} + \right. \\ & \left. \frac{1}{K^2} \left[\frac{\cosh(K\alpha(H-x)) - 1}{(K\alpha H)^2 \cosh(K\alpha H)} \right] \right\} + \\ & \frac{(1\theta + \delta)H}{K^2 I} \left[1 - \frac{x}{H} - \frac{\sinh(K\alpha H) - \sinh(K\alpha x)}{(K\alpha H) \cosh(K\alpha H)} \right] - H \left(1 - \frac{x}{H} \right) \theta \end{aligned} \quad (\text{III.31})$$

$$\begin{aligned} M(x) = \frac{M}{K^2} & \left[(1 - K^2) - \frac{\cosh(K\alpha(H-x))}{\cosh(K\alpha H)} \right] \\ & - \frac{EI \alpha (1\theta + \delta)}{K I \cosh(K\alpha H)} \sinh(K\alpha x) \end{aligned} \quad (\text{III.32})$$

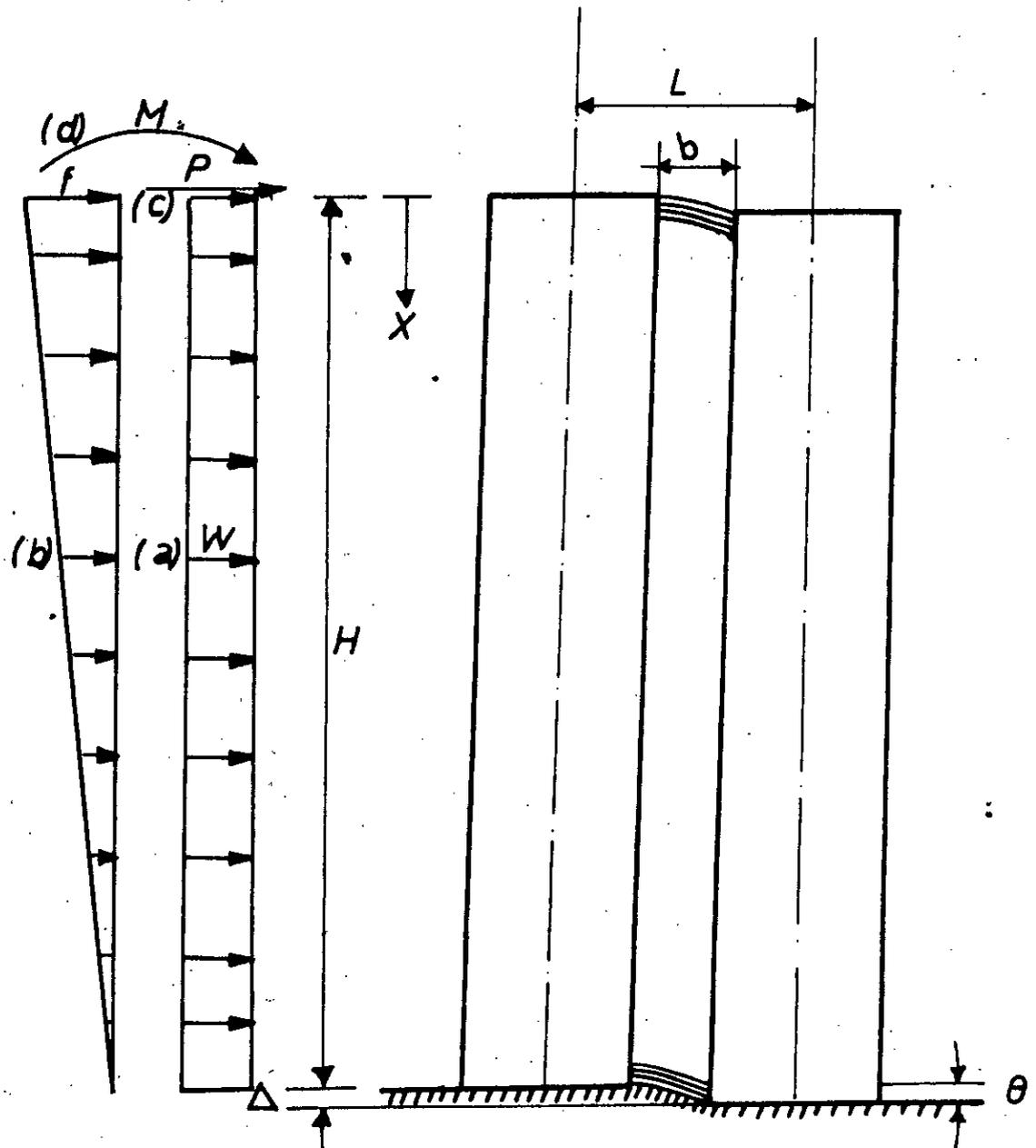


Fig 3.2: Mûr jumelés sur des fondations avec déformations résiduelles soumis aux différents cas de chargements latéraux

Remarques :

- On remarque que le dernier terme de l'équation de la flèche qui traduit l'influence du tassement différentiel et de la rotation ne dépend pas du type de chargement.

- On constate aussi que le terme traduisant l'effet des tassements différentiels dans l'expression des efforts ($T(x)$, $M(x)$, $\pi(x)$) ne dépend pas du chargement latéral

III-4 . EXEMPLE DE CALCUL :

Afin d'apprécier l'effet du tassement différentiel et de la rotation à la base des structures, nous allons étudier une structure multi-étagée soumise à un chargement latéral triangulaire puis nous allons comparer les flèches et les efforts obtenus dans le cas de fondations à tassement différentiel ou à rotation, à ceux données, en considérant un encastrement parfait à la base c'est à dire δ et θ sont nulles.

Soit la structure schématisée sur la (**fig 3.3**) ayant les caractéristiques suivantes :

Nombre d'étage	$n = 20$
Hauteur d'étage	$h = 3 \text{ m}$
Epaisseur des murs	$e = 0.4 \text{ m}$
Module d'élasticité	$E = 2.5 \cdot 10^7 \text{ kN / m}^2$
Tassement différentiel	$\delta = 0.009 \text{ m}$
Rotation	$\theta = 0.1^\circ = 1.74 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$
L'intensité maximale de la charge triangulaire $F = 15 \text{ kN / m}$	

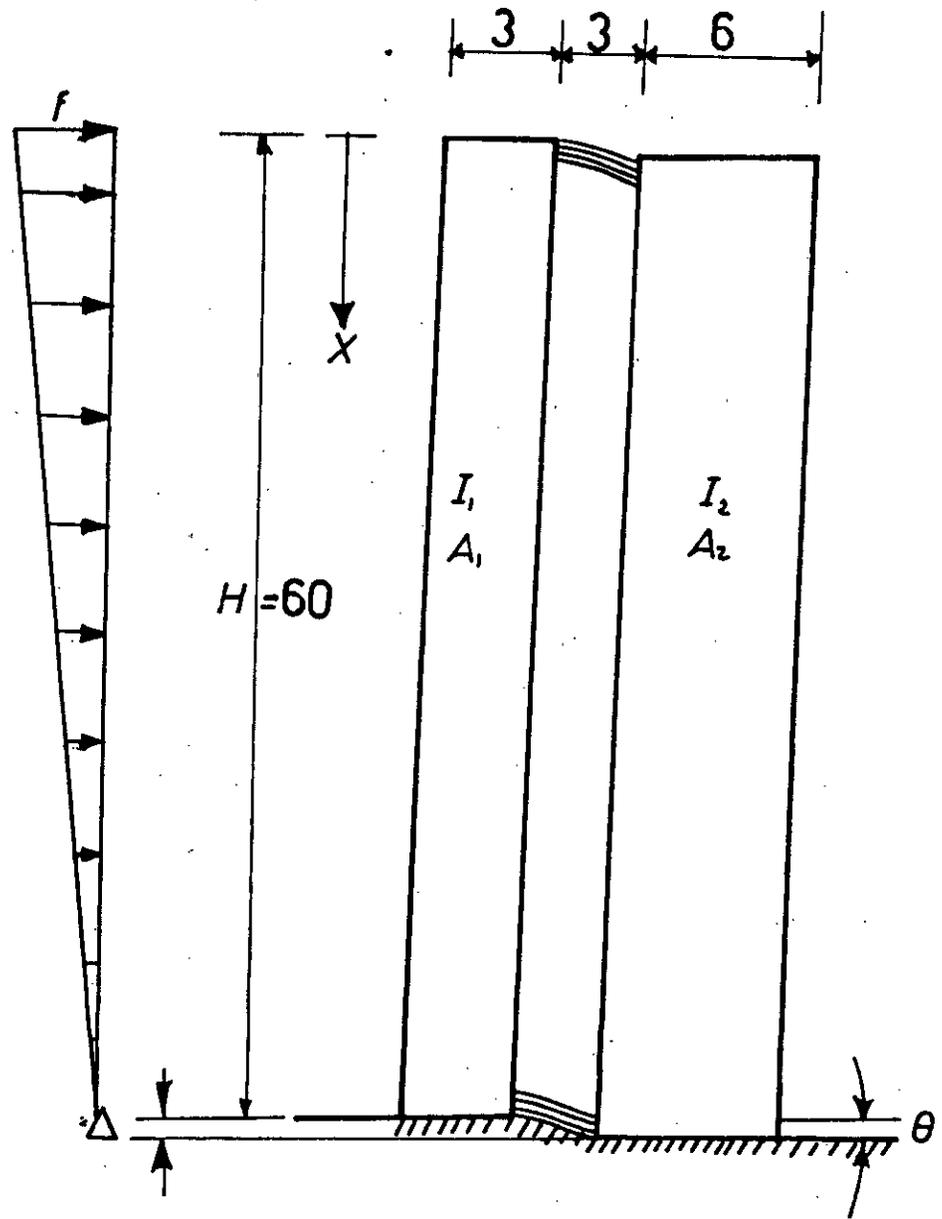


Fig 3.3 : Exemple

Calcul de K^2 et αH

$$\alpha^2 = \frac{12 l^2 I_b}{h b^3 I}$$

$$K^2 = 1 + \frac{(A_1 + A_2) I}{A_1 A_2 l^2}$$

avec:

$$A_1 = 3 \times 0.4 = 1.2 \text{ m}^2$$

$$A_2 = 6 \times 0.4 = 2.4 \text{ m}^2$$

$$I = I_1 + I_2 = (0.4 \times 3^3) / 12 + (0.4 \times 6^3) / 12 = 8.1 \text{ m}^4$$

$$l = 7.5 \text{ m}$$

$$b = 3 \text{ m}$$

$$I_b = 0.4^4 / 12 = 2.13 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

d'où : $K^2 = 1.086$

$$\alpha H = 2.811$$

Après avoir effectué les calculs les expressions élaborées précédemment on obtient les résultats sous forme de graphes.

La (**fig 3.4**) montre que la flèche supplémentaire engendrée par le tassement différentiel ou la rotation de la fondation est importante, notamment au sommet de la structure. En effet, un tassement différentiel de 9 mm provoque une augmentation de la flèche au sommet de 140% et une rotation de 0.1° augmente le déplacement au sommet de 150%.

On remarque aussi que la déformée de la structure est flexionnelle sous un tassement différentiel et distortionnelle sous une rotation.

En observant les **fig (3.5), (3.6), (3.7)**, on constate qu'une petite déformation des appuis du bâtiment augmente d'une façon très remarquable les efforts au niveau de la base, ce qui engendre des contraintes considérables.

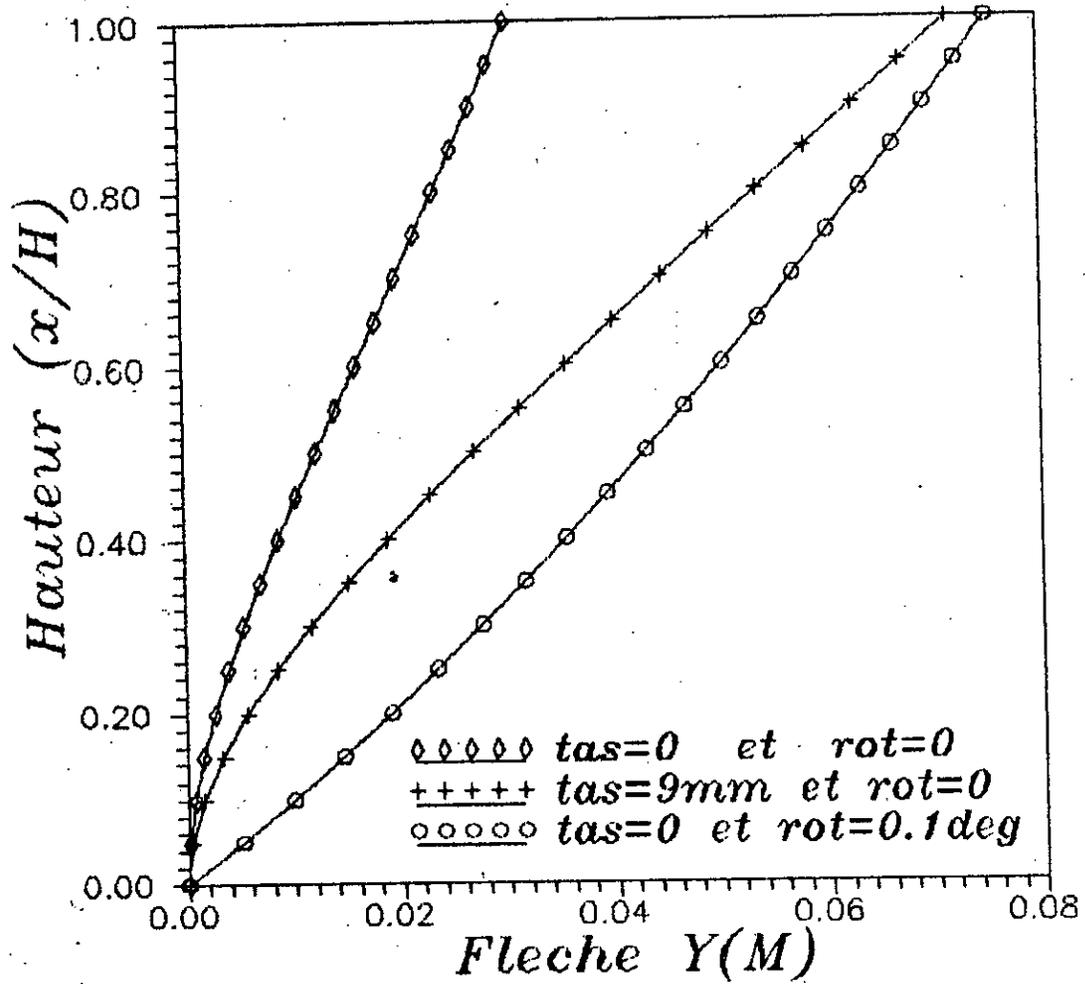


Fig 3.4: Effet du tassement différentiel et de la rotation des fondations sur la flèche latérale

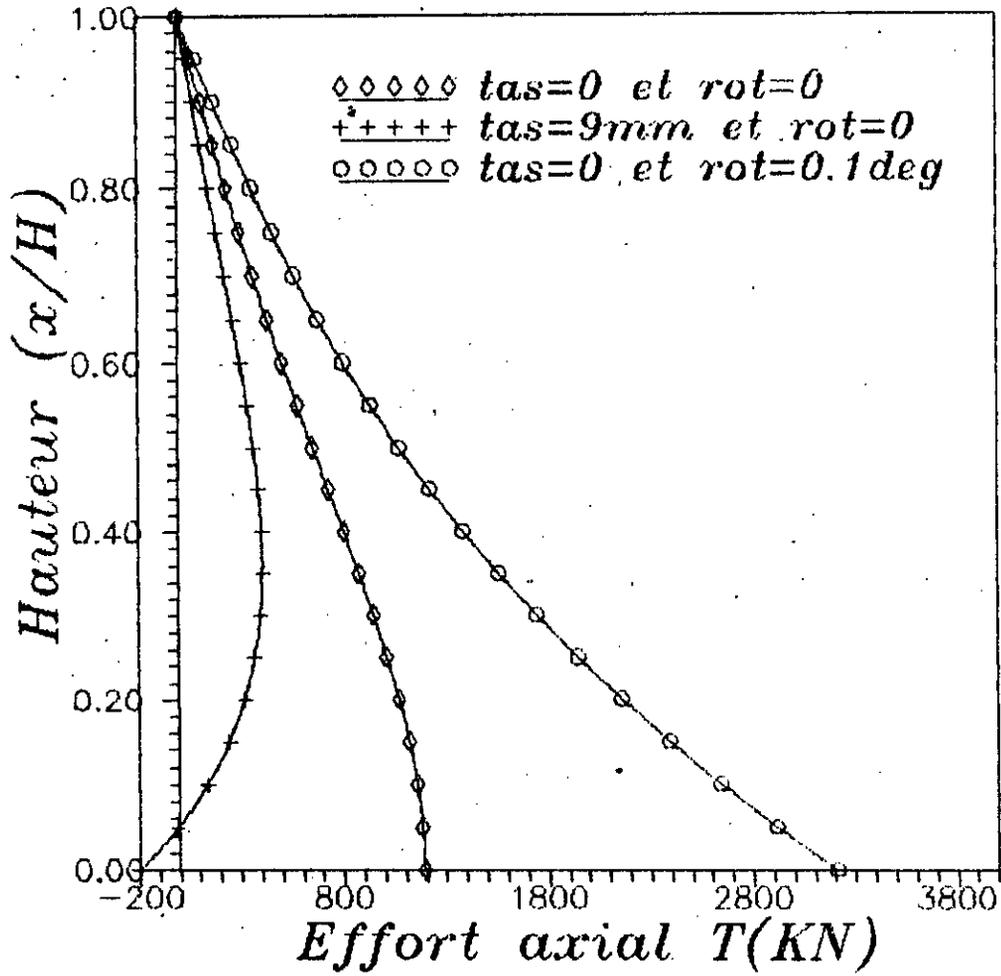


Fig 3.5: Effet du tassement différentiel et de la rotation des fondations sur l'effort axial dans les murs

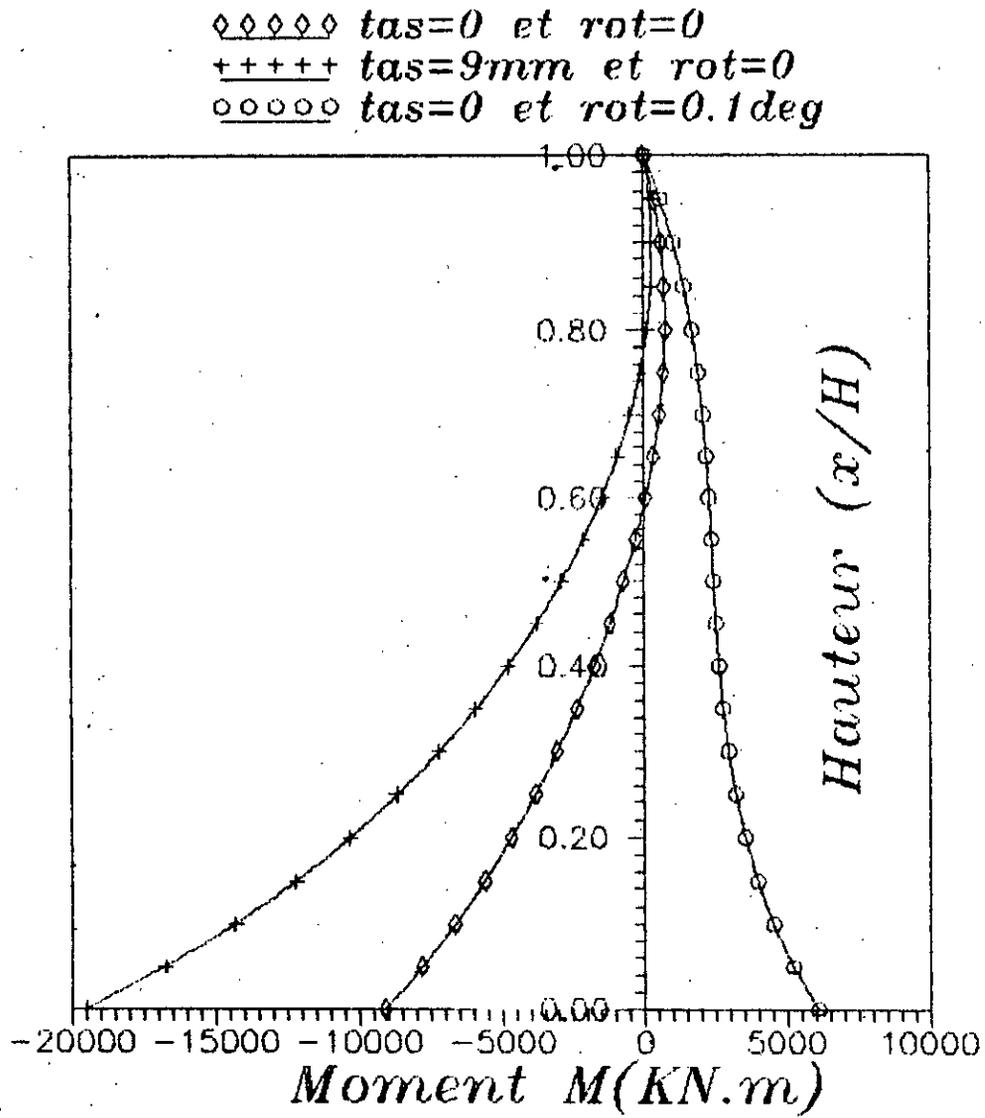


Fig 3.6: Effet du tassement différentiel et de la rotation des fondations sur le moment dans les murs

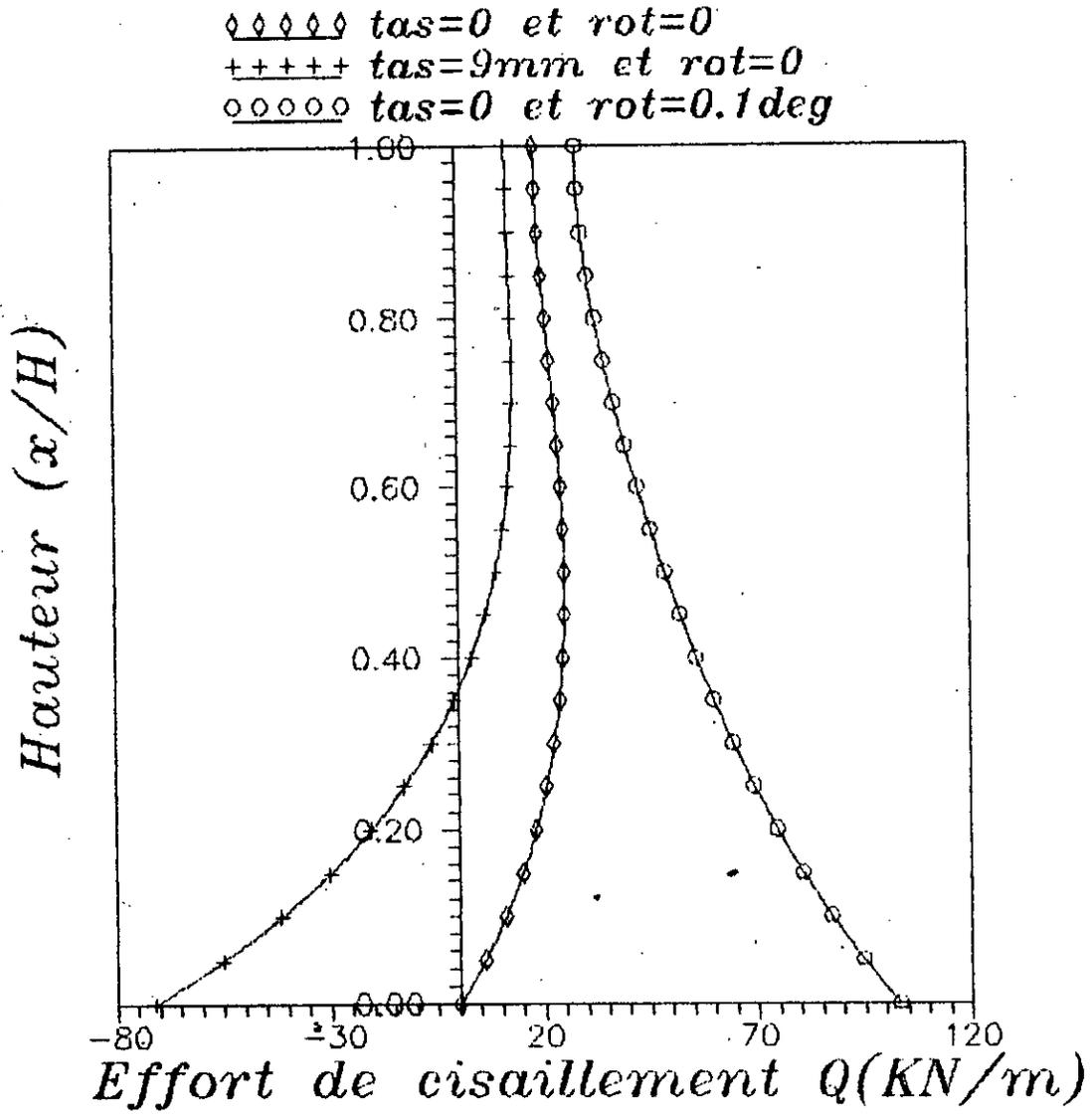


Fig 3.7: Effet du tassement différentiel et de la rotation des fondations sur l'effort de cisaillement $q(x)$

III.5 . CONCLUSION :

Au cours de ce chapitre une étude est menée pour analyser les contraintes et les déformations induite dans les murs jumelés dues au tassement des fondations et à la rotation. On a obtenu des solutions de forme close fondées sur la méthode des milieux continus, qui donnent les forces internes et les moment induits dans les parois de cisaillement. On a présenté un exemple qui montre qu'un tassement et un rotation relativement faible de fondations sous les murs de cisaillement peuvent induire des forces et des moments d'une valeur plusieurs fois celle due au chargement horizontal. L'analyse indique la nécessité d'une étude complète des fondations de structure à refends de cisaillement accouplées.

Chapitre IV

*ETUDE DES
STRUCTURES SUR
FONDTIONS
ELASTIQUES*

ETUDE DES STRUCTURES SUR FONDATIONS ELASTIQUES

IV.1. INTRODUCTION :

L'hypothèse couramment utilisée dans le calcul des structures, selon laquelle les supports de celle-ci sont considérés comme parfaitement encastés dans le sol conduit à des résultats peu précis.

L'étude de l'interaction sol-structure est bien entendu plus ou moins importante suivant la nature du sol, les caractéristiques de l'ouvrage et son mode de fondation. Pour certains ouvrages courants fondés superficiellement, elle peut être négligeable, par contre l'étude du comportement des ouvrages importants, on ne considère jamais la structure isolément mais comme une partie intégrante d'un ensemble comprenant le sol et la structure.

On est ainsi amené à concevoir des modèles dans lesquels le sol est représenté soit par des ressorts soit par des éléments finis ou frontières, dans notre étude on utilise la première méthode.

IV.2. MODELISATION DU SOL :

L'interaction entre le sol et la structure peut être mise en évidence à l'aide d'un modèle simple : le bâtiment est représenté par une console et le sol par des ressorts agissant à la translation ou la rotation **Fig (4.1)**.

La raideur de ces ressorts est déterminée par une étude du terrain de fondation [9] .

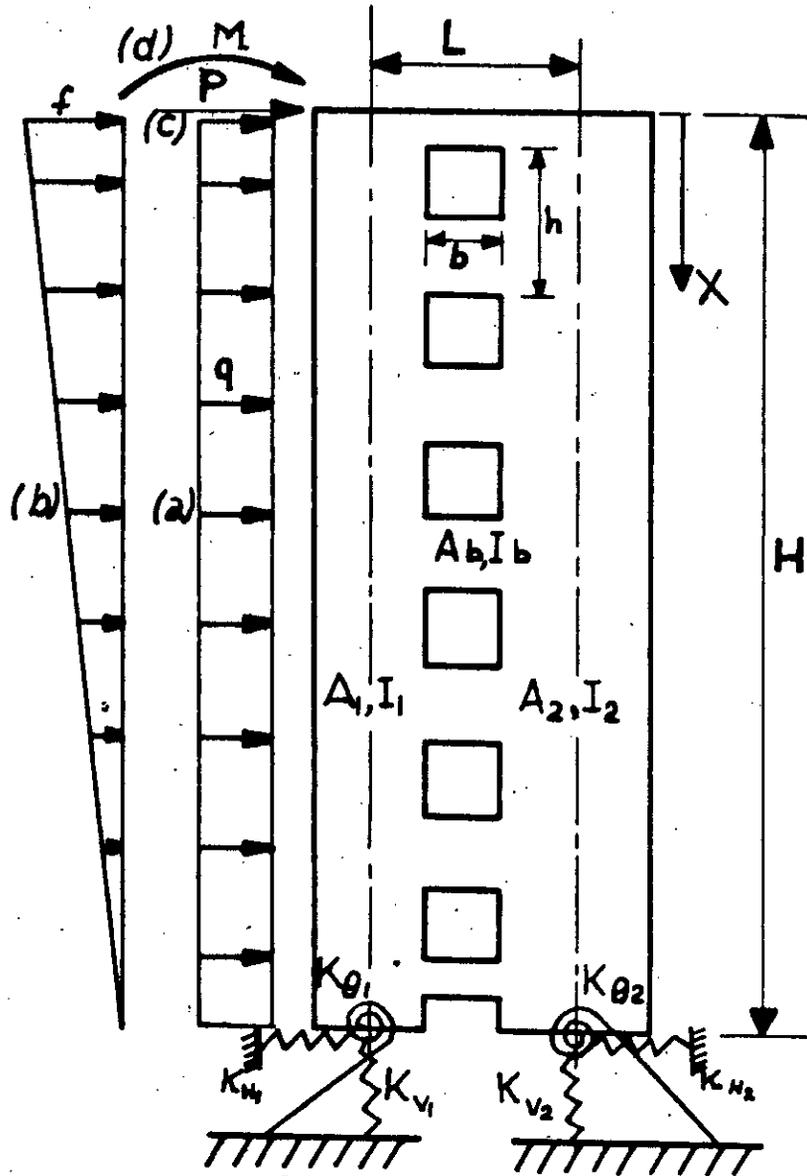


Figure (4.1): Structure à murs jumelés sur des fondations élastiques

Le déplacement de la fondation dépend des efforts qui lui revient et de la raideur des ressorts qui représentent le sol [10] et [11] tel que :

$$1^{\circ} / \theta = (dy/dx)_{x=H} = M_1(H)/K_{r1} = M_2(H)/K_{r2} \\ = M(H)/K_r \quad (IV.1)$$

θ est la rotation de la fondation .

$M(H)$ est le moment total à la base des refends .

$M_1(H)$ et $M_2(H)$ sont des moments à la base de chaque refend .

$$\text{avec} \quad M(H) = M_1(H) + M_2(H) \quad (IV.2)$$

K_r est la rigidité de la fondation en rotation .

$$\text{avec} \quad K_r = K_{r1} + K_{r2} \quad (IV.3)$$

$$2^{\circ} / \delta_v = \frac{T(H)}{K_{v1}} + \frac{T(H)}{K_{v2}} = \frac{T(H)}{K_v} \quad (IV.4)$$

δ_v est le déplacement relatif des fondations .

$T(H)$ est l'effort axial à la base de chaque refend .

K_v est la rigidité de tassement de la fondation .

$$\text{avec} : \quad 1/K_v = 1/K_{v1} + 1/K_{v2} \quad (IV.5)$$

$$3^{\circ} / \delta_H = \frac{S(H)}{K_{H1} + K_{H2}} = \frac{S(H)}{K_H} \quad (IV.6)$$

δ_H est le déplacement horizontal de la fondation .

$S(H)$ est l'effort tranchant total à la base .

K_H est la rigidité de glissement de la fondation .

$$\text{avec} : \quad K_H = K_{H1} + K_{H2} \quad (IV.7)$$

Le but de ce chapitre est l'étude de l'influence des fondations élastique sur le comportement de la structure.

En utilisant la théorie des murs jumelés nous allons déterminer les

expressions de la flèche et des efforts.

IV.3. ANALYSE D'UNE STRUCTURE A MURS JUMELÉS SOUMISE A UN CHARGEMENT LATERAL UNIFORME :

Les hypothèses simplificatrices dans cette partie seront les mêmes que celle du chapitre III .

Nous allons suivre le même cheminement que le chapitre précédent pour déterminer les différentes expressions. Au niveau du point de contraflexion, la somme des déplacements est nulle d'où l'équation de compatibilité suivante :

$$-l \left(\frac{dy}{dx} \right) - \frac{b^3 h}{12 EI'_b} \cdot q(x) - \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{l^2}{I} + \frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) \int_0^x T(x) \cdot dx - \frac{T(h)}{K_v} = 0 \quad (IV.8)$$

A partir de l'équation de compatibilité (IV.8), on obtient l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = (K\alpha)^2 T = \frac{W\alpha^2}{2l} x \quad (IV.9)$$

avec K^2 et α^2 ayant les mêmes valeurs décrites au chapitre II et III .

Les conditions aux limites de cette équation différentielle sont :

$$\text{à } x = 0 \quad T = 0$$

$$\text{à } x = H \quad (dy/dx)_{x=H} = M(H)/K_r$$

portons cette dernière condition dans l'équation (IV.8) on obtient :

$$\left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=H} = -\frac{EI\alpha^2}{l^2} \left(\frac{M(H)}{K_r} \cdot l + \frac{T(H)}{K_v} \right) \quad (IV.10)$$

La résolution de l'équation différentielle nous donne :

$$T(x) = \frac{W}{K^4 \alpha^2 l} \left[1 + \frac{\text{Sinh}(K\alpha H) - K\alpha H}{\text{Cosh}(K\alpha H)} \cdot \frac{\text{Sinh}(K\alpha H) - \text{Cosh}(K\alpha H) + \frac{(K\alpha H)^2}{2}}{2} \right] - \frac{EI\alpha \cdot \left(\frac{M(H)}{K_r} l + \frac{T(H)}{K_v} \right)}{Kl^2 \text{Cosh}(K\alpha H)} \cdot \text{Sinh}(K\alpha H) \quad (IV.11)$$

Les valeurs de $T(h)$ et $M(H)$ seront déterminées plus loin.

L'équilibre des forces nous donne :

$$M(x) = -\frac{1}{2}Wx^2 + T(x)l = -EI \frac{d^2y}{dx^2} \quad (\text{IV.12})$$

En intégrant l'équation (IV.12) deux fois par rapport à x et en utilisant les conditions aux limites suivante :

1°/ A la base de la structure la flèche est égale à δ_H tel que :

$$\text{à } x = H \quad y = \delta_H = \frac{S(H)}{K_H}$$

avec S(H) est l'effort tranchant total à la base du bâtiment. qui est donnée par :

$$S(H) = W \cdot H \quad (\text{IV.13})$$

2°/ Pour $x = H$ $dy/dx = M(H)/K_r$

On obtient l'expression suivante de la flèche :

$$y(x) = \frac{WH^4}{EI} \left[\left\{ \frac{1}{8} - \frac{1}{6} \frac{x}{H} + \frac{1}{24} \left(\frac{x}{H} \right)^4 \right\} \frac{K^2 - 1}{K^2} + \frac{1}{K^2} \left\{ \frac{1 - \left(\frac{x}{H} \right)^2}{2(K\alpha H)^2} + \frac{\text{Cosh}K\alpha(H-x) - 1}{(K\alpha H)^4 \text{Cosh}(K\alpha H)} \right. \right. \\ \left. \left. - H \left(1 - \frac{x}{H} \right) \frac{M(H)}{K_r} + \frac{W \cdot H}{K_H} \right] \quad (\text{IV.14})$$

Le moment à une distance x du sommet est donné par l'expression ci dessous :

$$M(x) = \frac{W}{K^4 \alpha^2} \left[(1 - K^2) \frac{(K\alpha x)^2}{2} + 1 - \frac{K\alpha H - \text{Sinh}(K\alpha H)}{\text{Cosh}(K\alpha H)} \text{Sinh}(K\alpha x) - \text{Cosh}(K\alpha x) \right] \\ - \frac{EI\alpha \left(\frac{M(H)}{K_r} + \frac{T(H)}{K_v} \right) \text{Sinh}(K\alpha x)}{K \text{Cosh}(K\alpha H)} \quad (\text{IV.15})$$

Détermination des valeurs de T(H) et M(H) :

Les expressions de effort axial et du moment à la base du bâtiment sont déterminées par la résolution du système de deux équations (IV.11) et (IV.15) pour $x = H$.

Le système d'équation servant à calculer $T(H)$ et $M(H)$ s'écrit donc :

$$\left(1 + \frac{B_w}{K_v}\right)T(H) + \frac{B_w l}{K_r}M(H) = A_w \quad (\text{IV.16})$$

$$\frac{B_w l}{K_v}T(H) + \left(1 + \frac{B_w l^2}{K_r}\right)M(H) = C_w \quad (\text{IV.17})$$

avec :

$$A_w = \frac{W}{K^4 \alpha^2 l} \left[1 + \frac{(K \alpha H)^2}{2} - \frac{1 + (K \alpha H) \text{Sinh}(K \alpha H)}{\text{Cosh}(K \alpha H)} \right] \quad (\text{IV.18})$$

$$B_w = \frac{EI \alpha}{K l^2} \text{Tangh}(K \alpha H) \quad (\text{IV.19})$$

$$C_w = \frac{W}{K^4 \alpha^2} \left[(1 - K^2) \frac{(K \alpha H)^2}{2} + 1 - \frac{1 + (K \alpha H) \text{Sinh}(K \alpha H)}{\text{Cosh}(K \alpha H)} \right] \quad (\text{IV.20})$$

$$T(H) = \frac{A_w + \frac{B_w l}{K_r}(A_w l - C_w)}{1 + B_w \left(\frac{1}{K_v} + \frac{l^2}{K_r}\right)} \quad (\text{IV.21})$$

$$M(H) = \frac{C_w + \frac{B_w l}{K_r}(A_w l - C_w)}{1 + B_w \left(\frac{1}{K_v} + \frac{l^2}{K_r}\right)} \quad (\text{IV.22})$$

La poutre de connexion intermédiaire i qui se trouve à une distance x_i du sommet doit résister à un effort tranchant suivant :

$$\pi(x_i) = \int_{x_i - h/2}^{x_i + h/2} q(x) dx = T(x_i + h/2) - T(x_i - h/2) \quad (\text{IV.23})$$

avec h = hauteur d'étage .

soit :

$$\pi(x) = \frac{W}{K^4 \alpha^2 l} \left[(K \alpha)^2 h x + 2 \left\{ \frac{\text{Sinh}(K \alpha H) - K \alpha H}{\text{Cosh}(K \alpha H)} \right\} \text{Sinh}(K \alpha h/2) \cdot \text{Cosh}(K \alpha x) - 2 \text{Sinh}((K \alpha h/2) \cdot \text{Sinh}(K \alpha x)) \right] \\ - \frac{2EI \alpha \cdot \left(\frac{M(H)}{K_r} l + \frac{T(H)}{K_v}\right)}{K l^2 \text{Cosh}(K \alpha H)} \cdot \text{Sinh}(K \alpha h/2) \cdot \text{Cos}(K \alpha x) \quad (\text{IV.24})$$

Le linteau du sommet par contre est soumis à :

$$\pi(0) = \int_0^{h/2} q(x).dx = T(h/2) - T(0) = T(h/2) \quad (\text{IV.25})$$

et celui de la base à :

$$\pi(H) = \int_{H-h/2}^H q(x).dx = T(H) - T(H-h/2) \quad (\text{IV.26})$$

Il sera pratique, maintenant, à partir des expressions précédentes de prédimensionner les différents éléments de la structure.

IV.4. ANALYSE D'UNE STRUCTURE A MURS JUMELÉS SOUMISE A D'AUTRE TYPE DE CHARGEMENT LATÉRAUX :

Dans le paragraphe précédent, nous avons élaboré les expressions de la flèche et des efforts dans les différents éléments du bâtiment pour un chargement uniforme. Dans cette section on s'intéresse à d'autres types de chargement tel que: la charge triangulaire, la charge concentrée au sommet de la structure et le moment au sommet.

Le cheminement de calcul pour déterminer les expressions des efforts et de la flèche pour les trois types de chargements cités ci-dessus est analogue à celui de la charge uniforme. les résultats sont donnés à l'**ANNEXE.B**.

IV.5. EXEMPLES :

IV.5.1. Exemple N°1 :

Afin de prouver que la théorie des murs jumelés donne des résultats proche de la réalité, Nous allons étudier une structure multi-étagée soumise à un chargement latéral uniforme, puis, nous allons comparer les flèches obtenues par l'équation (IV-14) à celle données par une méthode exacte.

Soit la structure schématisée sur la **Fig(4.2)** ayant les caractéristiques suivantes :

Nombre d'étages $n=20$

Hauteur d'étage $h=2.75$ m

Module d'élasticité $E=2.8 \cdot 10^7$ kN/m²

Epaisseur des murs $e=0.4$ m

Section des poutres $A_b=0.4 \times 0.6=0.24$ m²

Chargement latéral uniforme $W=15$ kN/m

$$K^2 = 1 + \frac{(A_1 + A_2) \cdot I}{A_1 \cdot A_2 \cdot I^2} = 1.39$$

$$\alpha H = H \sqrt{\frac{12 I_b I^2}{h b^3 I}} = 6.167$$

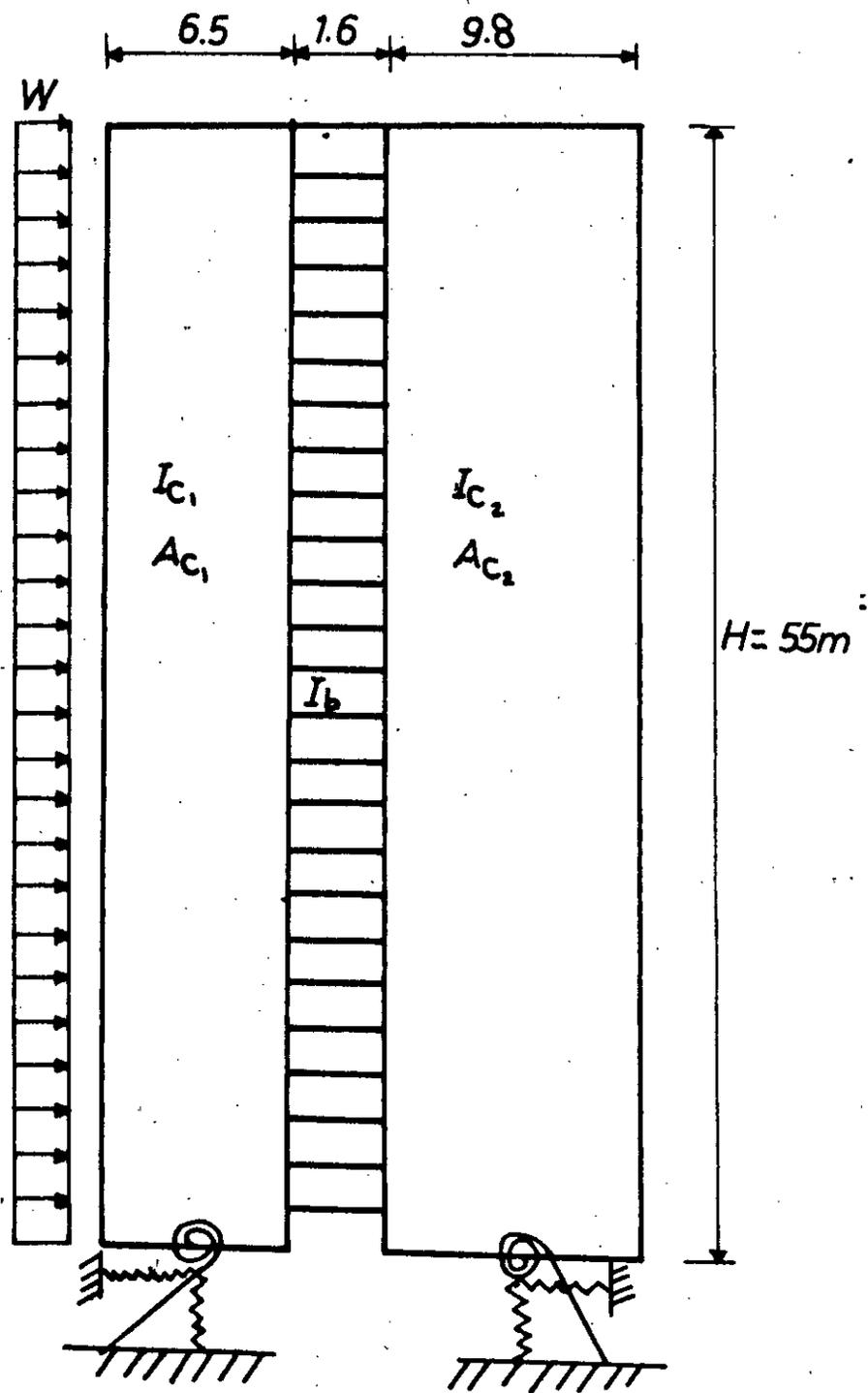
On prend $K_H = \infty$

$$K_r = 5.1715 \cdot 10^7 \text{ kN.m/rad}$$

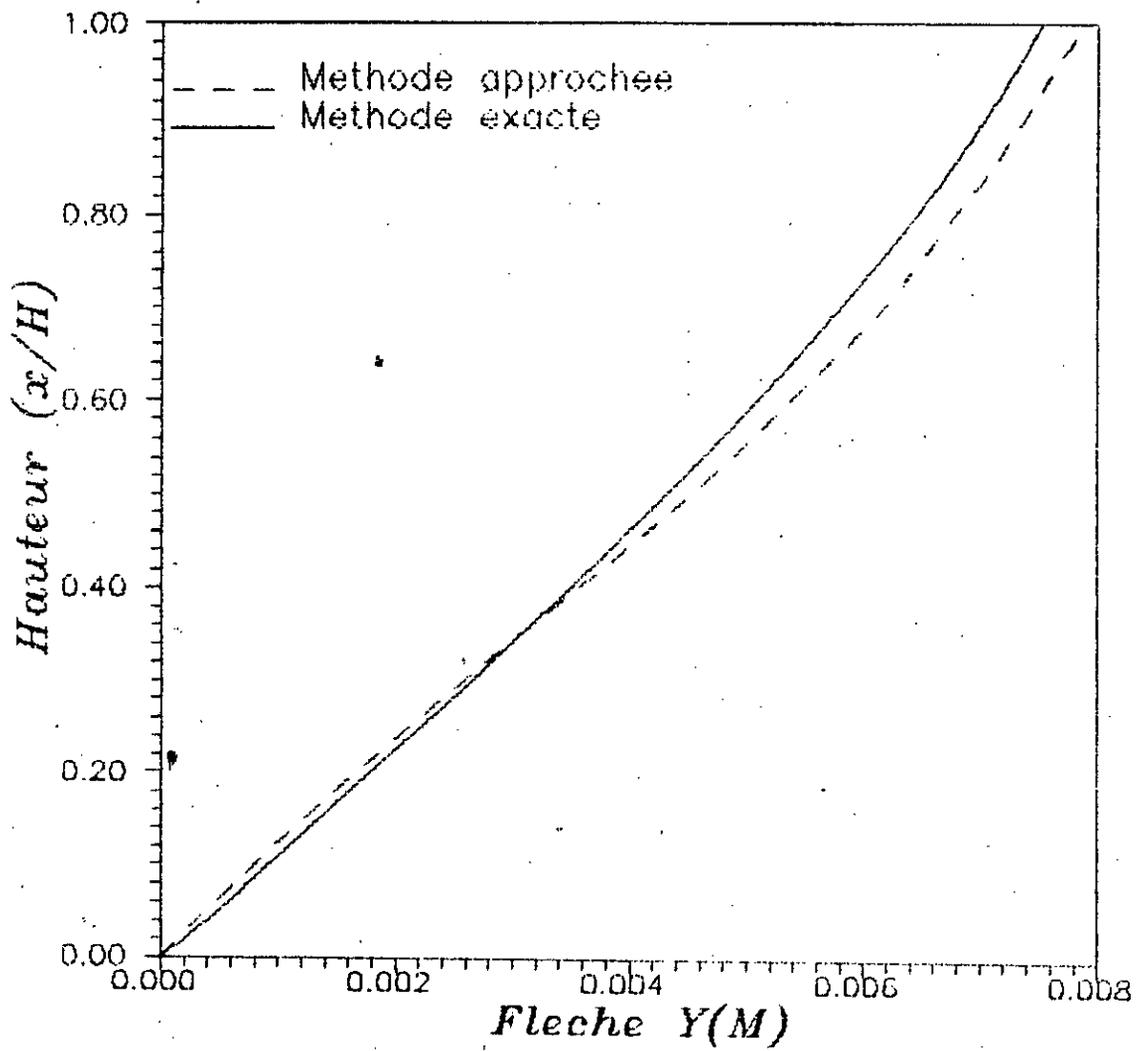
$$K_v = 3.64756 \cdot 10^7 \text{ kN/m}$$

La courbe de comparaison des flèches, obtenues par la méthode approximative et la méthode exacte est illustrée sur la Fig(4.3), l'erreur commise est de l'ordre de 5%.





Figure(4.2) : Structure de l'exemple N°1.



Figure(4.3) : Courbe de comparaison.

IV.5.2. Exemple N°2 :

Soit la structure à murs jumelés schématisée sur la Fig(4.4) ayant les caractéristiques suivantes :

Nombre d'étages $n=22$

Hauteur d'étage $h=2.75$ m

Module d'élasticité $E=2.44 \cdot 10^7$ kN/m²

Epaisseur des murs $e=0.3$ m

Inertie des poutres $I_b=4.396 \cdot 10^{-3}$ m⁴

Chargement latéral uniforme $W=14.885$ kN/ml

Rigidité de glissement de la fondation $K_H = \infty$

On trouve: $K^2 = 1.27$

$\alpha H = 6.106$

Pour montrer l'influence des fondations élastiques sur les efforts et les flèches, nous allons, présenter les courbes de la flèche et des efforts pour différentes valeurs de K_r et K_v .

On remarque sur les Fig(4.7) et (4.8) que l'augmentation de la rigidité à la rotation K_r diminue la valeur de l'effort axial et augmente celle du moment, cela s'explique par la diminution de la flexibilité des murs et dans ce cas le moment provoqué par les charges extérieures est pris en grande partie par les moments dans les murs. Par contre l'augmentation de la rigidité de tassement K_v de la fondation engendre un effet inverse et dans ce cas le moment extérieur est repris en grande partie par l'effort axial dans les murs.

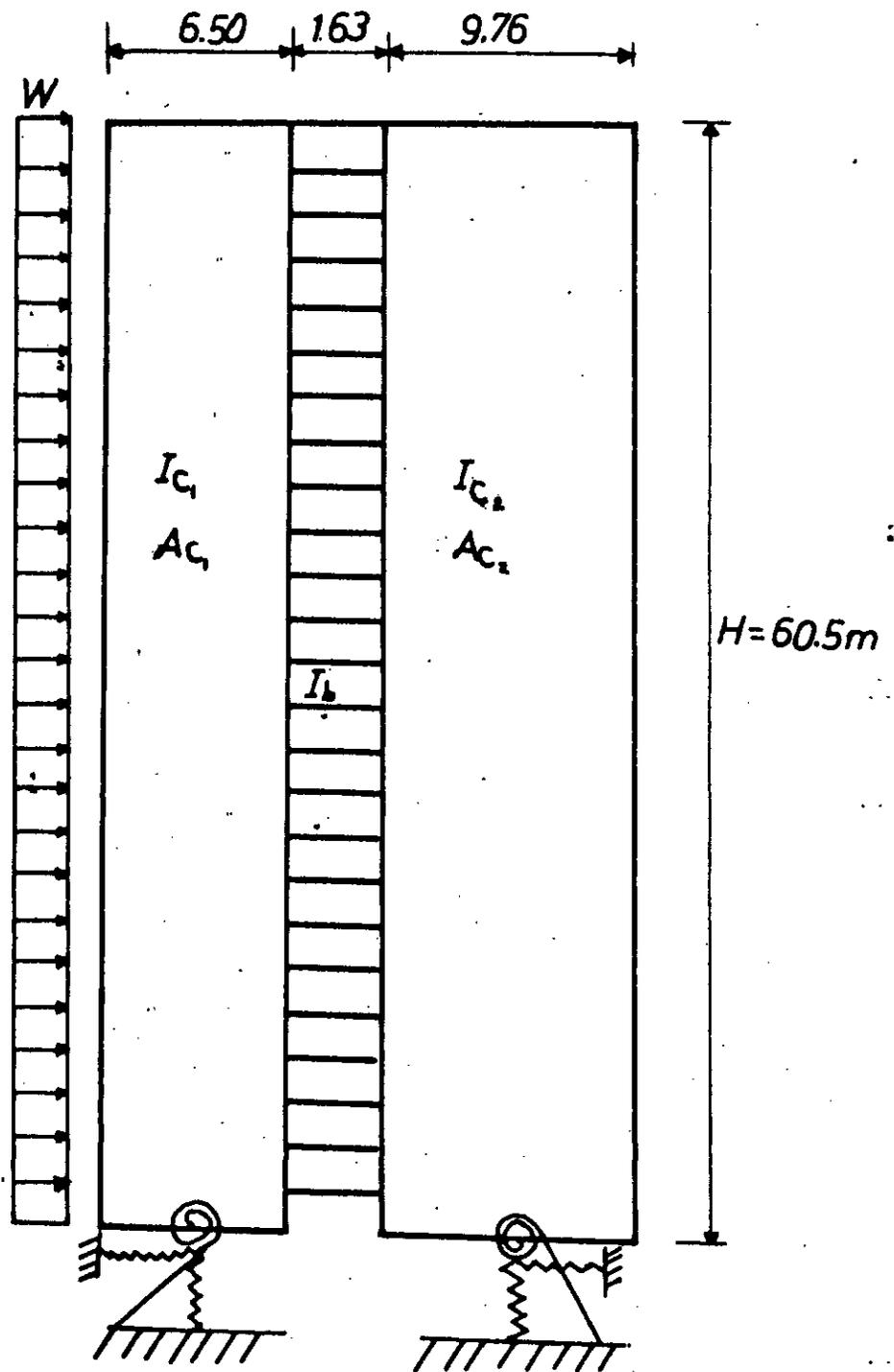


Figure (4.4) : Structure de l'exemple N°2 .

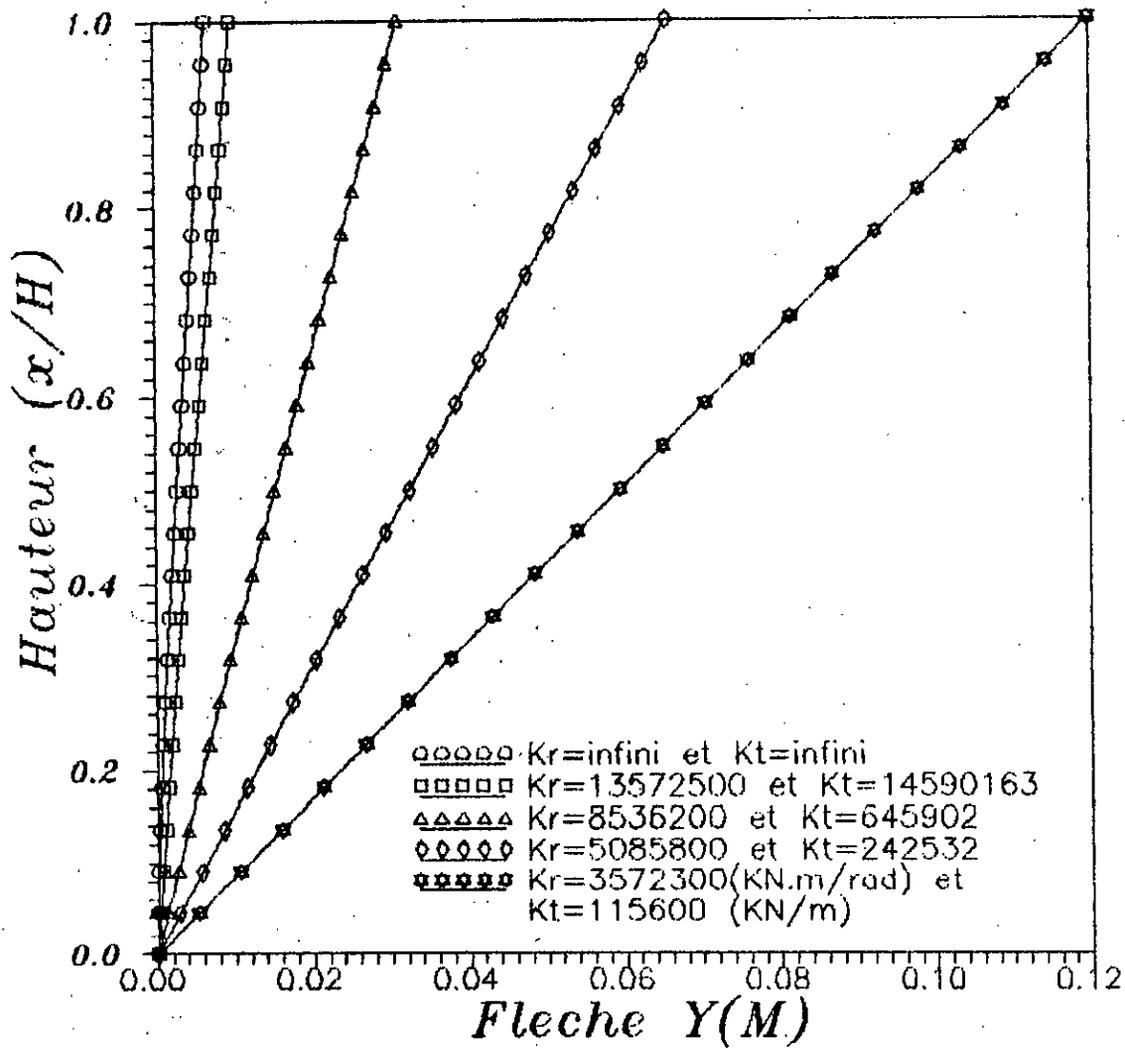


Figure (4.5) : Effet des fondations élastiques sur la flèche .

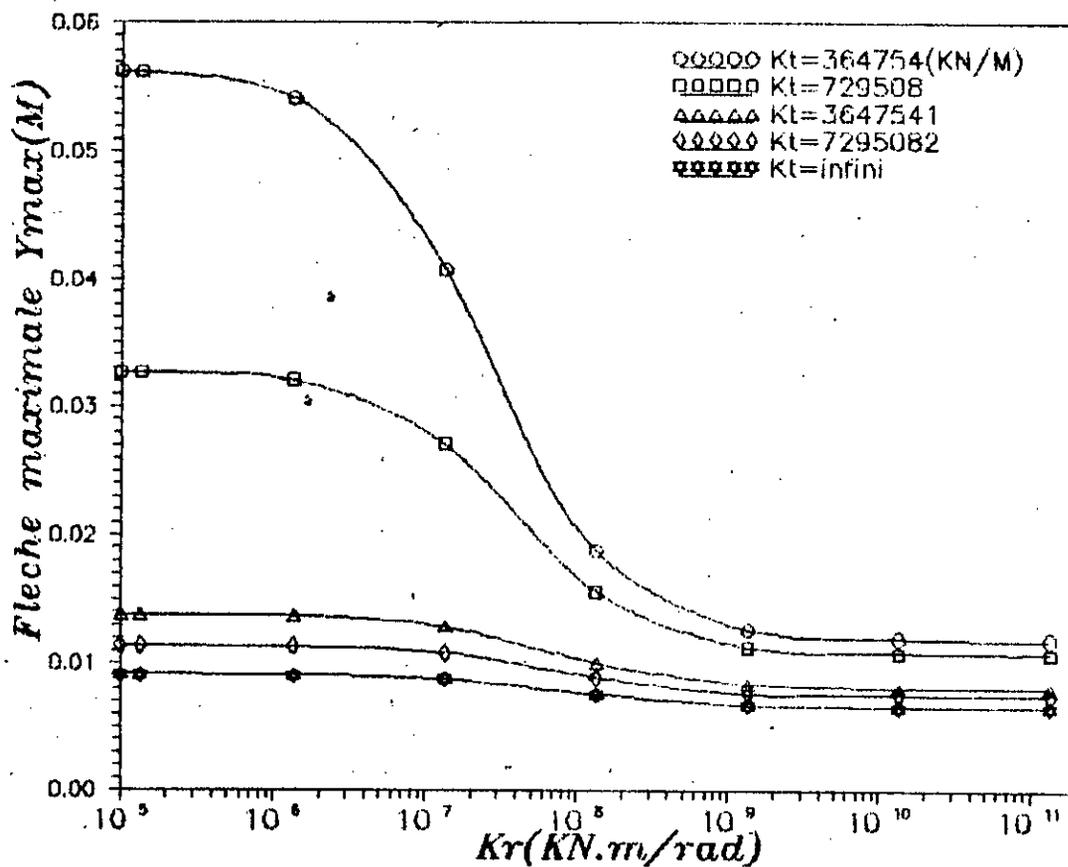


Figure (4.6) : Effet des fondations élastiques sur la flèche maximale .

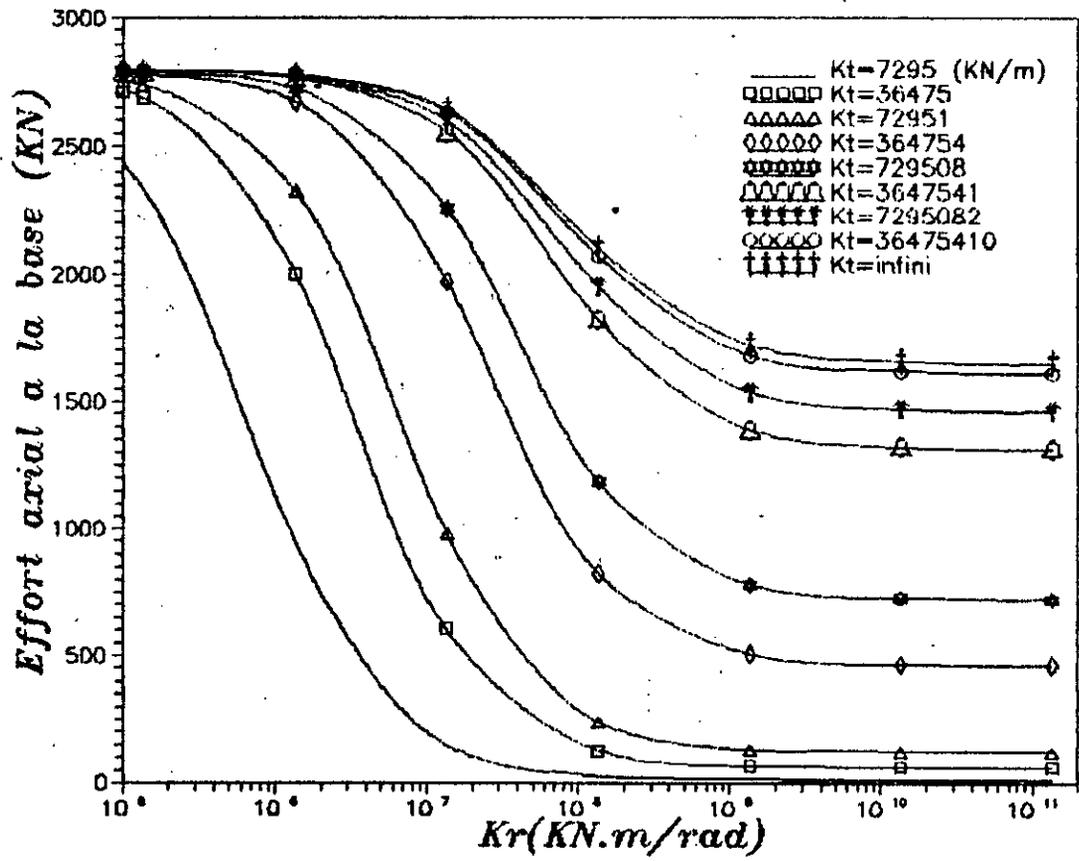


Figure (4.7) : Effet de fondations élastiques sur l'effort axial à la base .

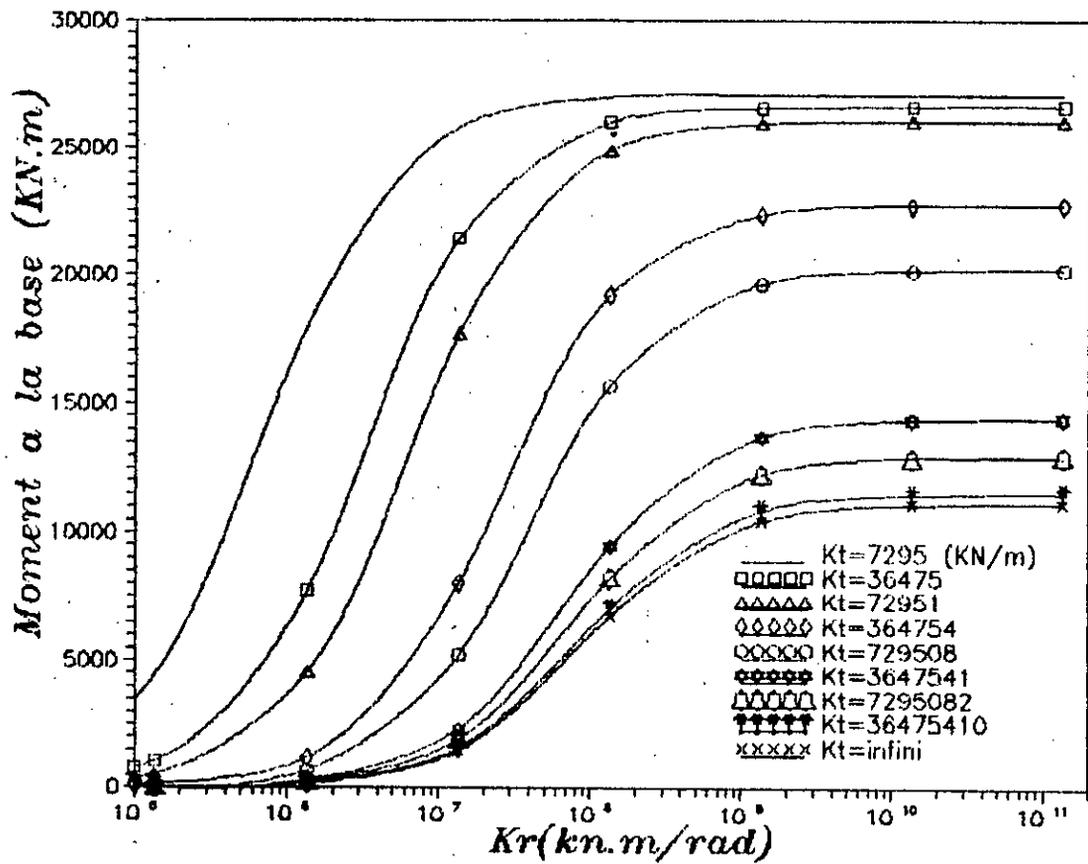


Figure (4.8) : Effet des fondations élastiques sur le moment à la base .

IV.5.3. Exemple N°3 :

Soit la structure à contreventement par portique schématisée sur la Fig(4.9), ayant les caractéristiques suivantes :

Nombre d'étages $n=16$

Hauteur d'étage $h=3$ m

Module d'élasticité $E=2.78 \cdot 10^7$ kN/m²

Charge uniforme $W = 10$ kN/ml

Poteaux C_1 et C_2 $A_{c1} = A_{c4} = 0.6 \times 0.5$ m²

Poteaux C_2 et C_3 $A_{c2} = A_{c3} = 0.6 \times 0.6$ m²

Poutres B_1, B_2 et B_3 $A_b = 0.5 \times 0.55$ m²

Rigidité de glissement de la fondation $K_H = \infty$

On trouve : $l = 12.70$ m

$$I_c = 1.705 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$K^2 = 1.00094$$

$$\alpha H = 40.48$$

Les courbes des flèches et des efforts pour les différentes valeurs de K_r et K_v sont présentées sur les Fig(4.10), (4.11), (4.12 et (4.13) .

On remarque que l'influence de K_θ n'est pas importante dans le cas du portique, cela s'explique par la flexibilité des éléments verticaux de ce dernier.

On remarque aussi que pour des valeurs de $K_v > 10^8$ kN/m

et $K_\theta > 10^8$ kN.m/rad , la fondation peut être considérée comme rigide.

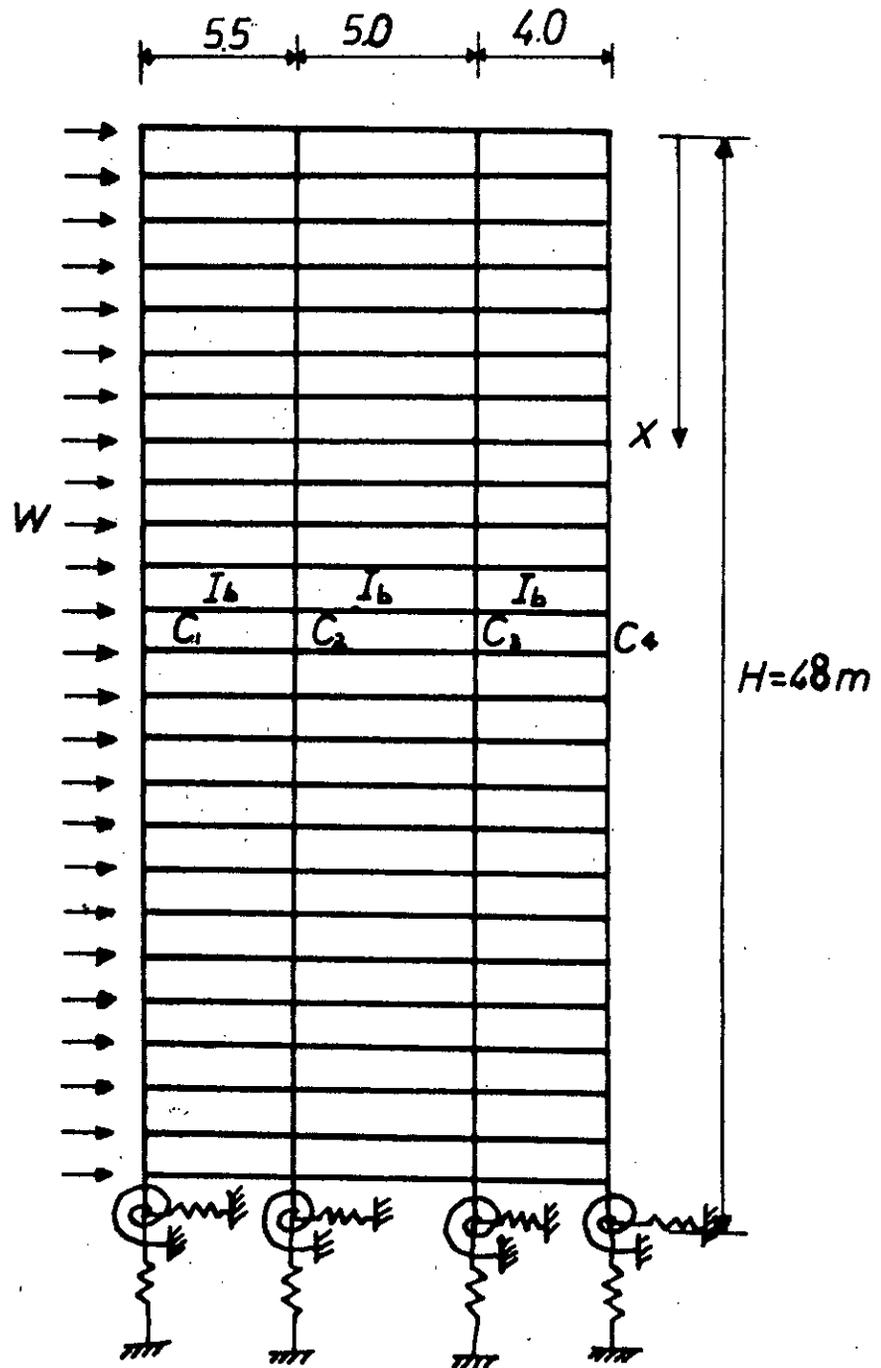


Figure (4.9) : Structure de l'exemple N°3 .

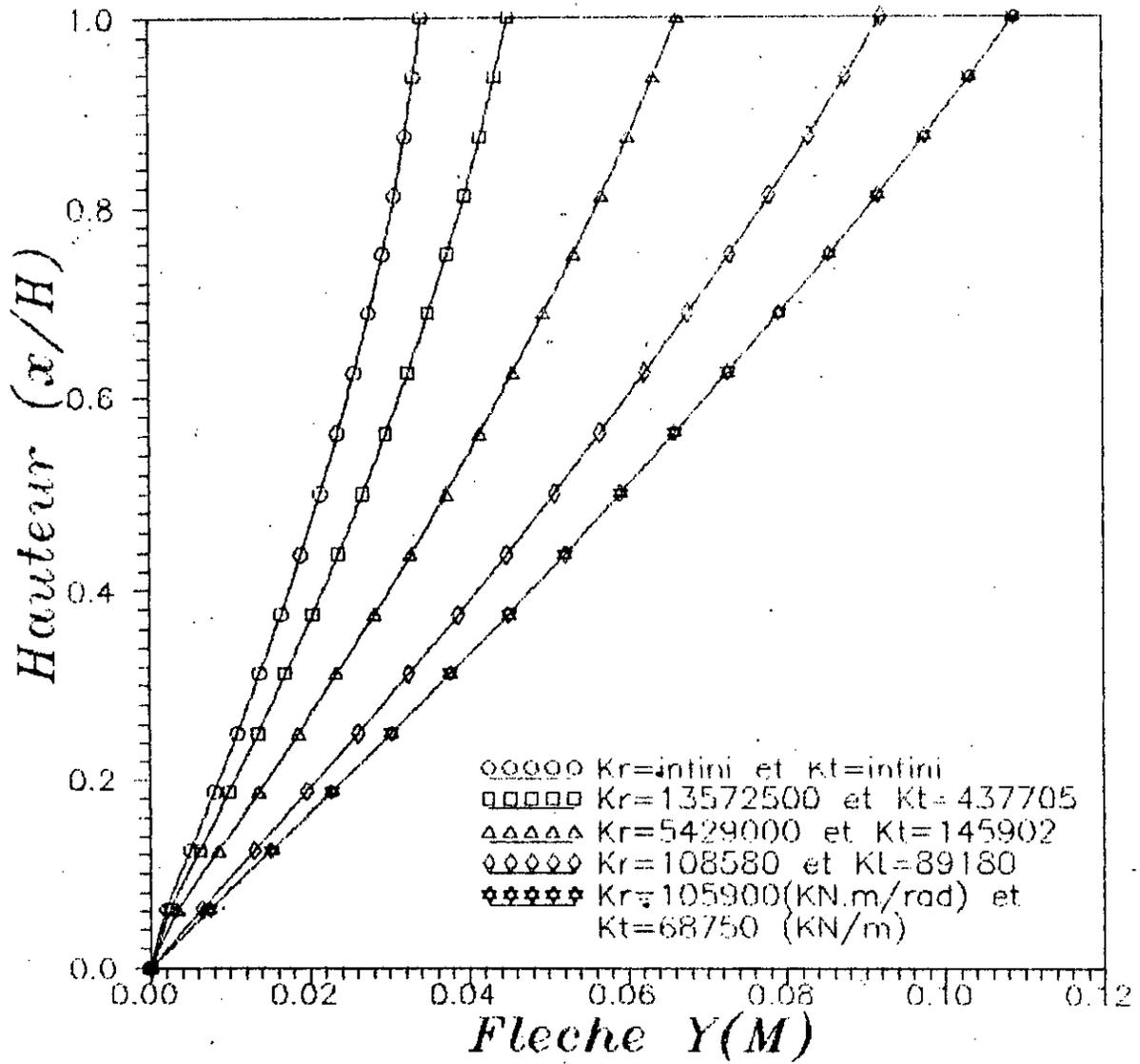


Figure (4.10) : Effet des fondations élastiques sur la flèche .

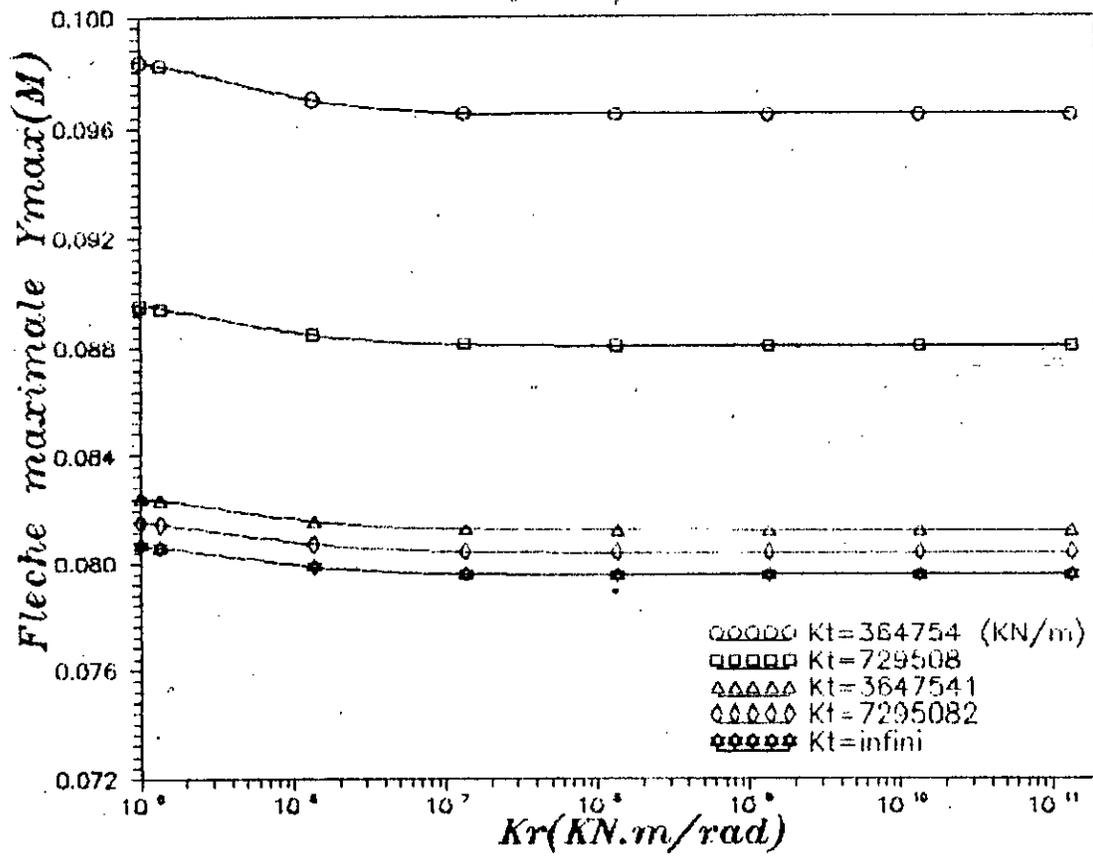


Figure (4.11) : Effet des fondations élastiques sur la flèche maximale .

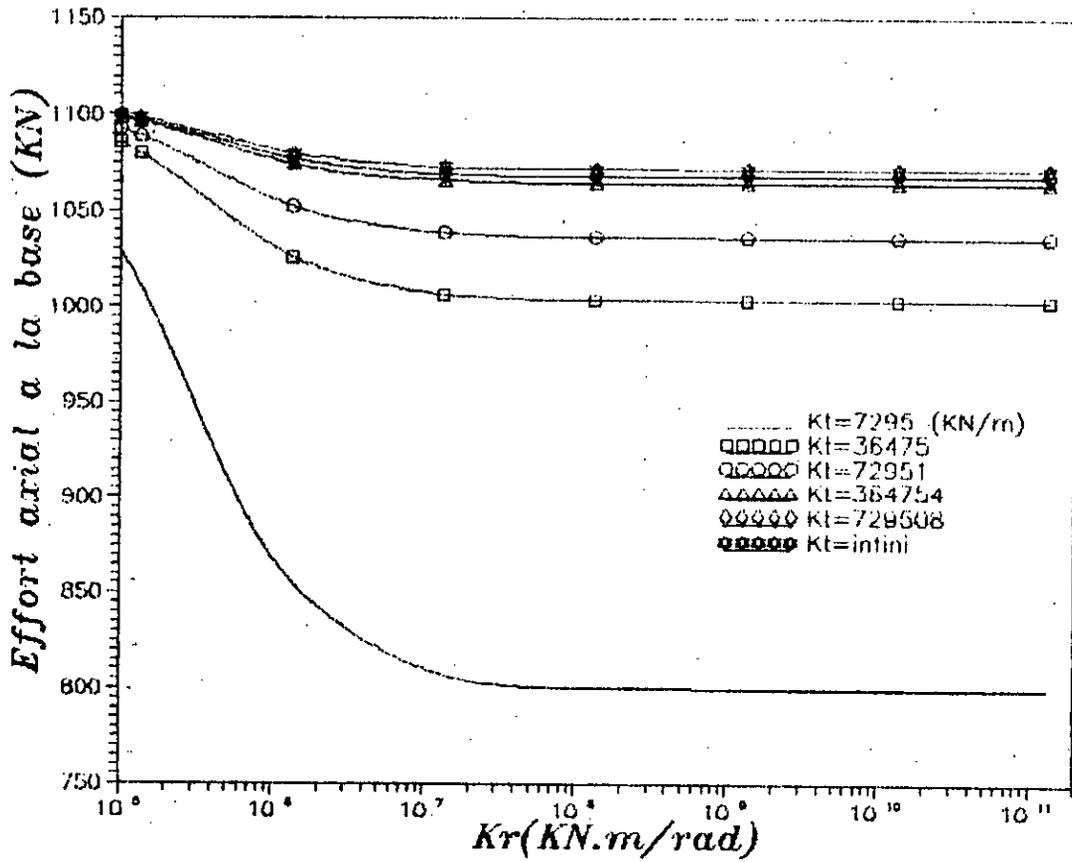


Figure (4.12) : Effet des fondations élastiques sur l'effort axial à la base .

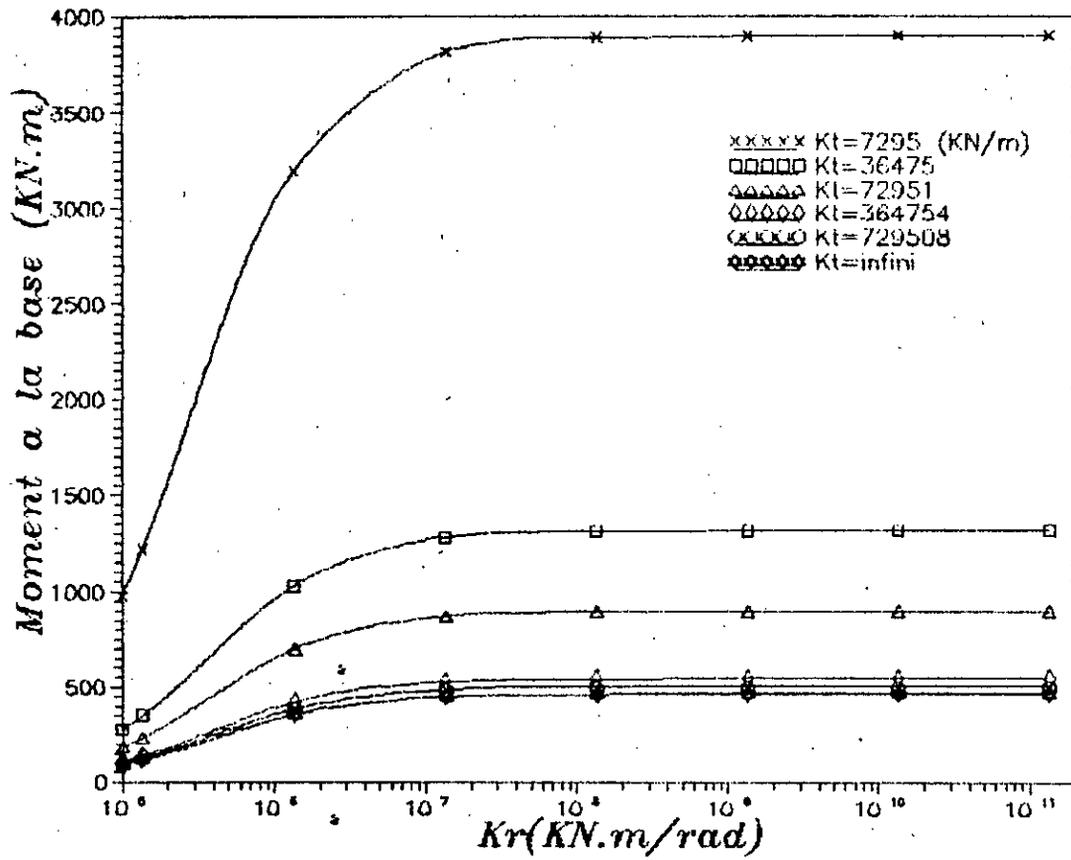


Figure (4.13) : Effet des fondations élastiques sur le moment à la base .

IV.6.CONCLUSION :

En se basant sur la technique des milieux continus une analyse est présentée pour l'étude d'une structure à murs jumelés fondée sur des fondations flexibles, des solutions analytiques sont obtenues pour différents chargements.

Les résultats obtenus montrent que les fondations élastiques ont plus d'influences sur les efforts à la base de la structure qu'à la partie supérieure de celle-ci. L'influence des différentes constantes de raideur des fondations sur le comportement de la structure varie différemment suivant la flexibilité des éléments verticaux et horizontaux de celle-ci.



Chapitre V

ETUDE DES STRUCTURES NON UNIFORMES

ETUDE D'UNE STRUCTURE DE TYPE MURS JUMELÉS A SECTION VARIABLE

V.1. GENERALITES

V.1.1. Introduction et but:

Pour les bâtiments de grande hauteur, il est avantageux du point de vue économique de réduire la section de la structure portante et cela proportionnellement à la hauteur de cette dernière.

Le but de ce chapitre est de présenter une méthode d'analyse du comportement d'une structure présentant des changements brusques de section au niveau des murs ou des poutres de connexion, soumise à plusieurs types de chargements. Cette méthode sera bien entendu basée sur la théorie des murs jumelés.

Il est à noter que la méthode a été déjà faite pour traiter des problèmes où l'on avait un seul changement de section sur toute la hauteur [12], [13].

Un autre travail a été fait par M^{RS} S.SALHI et S.OURABAH pour l'élargissement de celle-ci aux structures présentant plusieurs changements de caractéristiques sur la hauteur, soumise à une charge uniformément répartie [5]; mais ce dernier a été entaché de quelques erreurs dans le développement de l'équation de la flèche.

Pour cet effet, nous allons refaire le même travail mais sur des structures soumises aux quatre types de chargement cités précédemment agissant simultanément; Ainsi pour revenir à un tel chargement il suffit d'éliminer les autres dans les qui seront établies.

Il est à signaler que pour traiter le cas d'une charge triangulaire il faut la diviser en une charge uniformément répartie et une autre triangulaire.

L'étude sera faite bien entendu sur une structure à deux changements brusques de section c'est-à-dire trois régions (fig 5.1), puis il sera facile de la généraliser à une structure à "n" régions. Ensuite nous allons élargir cette étude à des structures sujettes à des tassements différentiels dans les fondations, puis des structures fondées élastiquement.

V.1.2 . Méthode d'analyse et hypothèses de calcul :

Considérons un mur jumelé comportant une seule file d'ouverture et présentant deux changements brusques de section ,c'est à dire comportant trois (3) régions de différentes caractéristiques . Les sections des murs et des poutres d'une même région sont constantes le long de cette dernière , et pour avoir un cas plus général nous supposerons que les trois régions sont soumises à des chargements différents ayants pour la région "i" les

intensités suivantes :

* F_i : charge triangulaire .

* W_i : charge uniforme .

* P_{s_i} : charge concentrée au sommet .

* M_{s_i} : moment appliqué au sommet .

Le but de ce travail est de déterminer l'équation de la flèche latérale du mur . Pour cela toutes les hypothèses émises dans la théorie des murs jumelés sont conservées dans une même région mis à part l'hypothèse faite sur les fondations qui concerne uniquement la première région qui est variable suivant le cas traité :

-Fondation rigide .

-Fondation avec déformations résiduelles .

-Fondation élastique .

Pour se faire nous allons utiliser toutes les notations rencontrées précédemment suivies d'un indice "i" indiquant le numéro de la région et nous définissons d'autres notations au fur et à mesure de l'avancement .

La méthode d'analyse consiste en l'étude de chaque région isolément en considérant ses conditions aux limites (déplacement et rotation) , ainsi que les efforts d'interaction avec les régions voisines

(**fig 5.2**) qui sont les suivants :

* S_i, S'_i : Efforts tranchants .

- M_i, M'_i : Moments fléchissants .

- P_i : Effort normal .

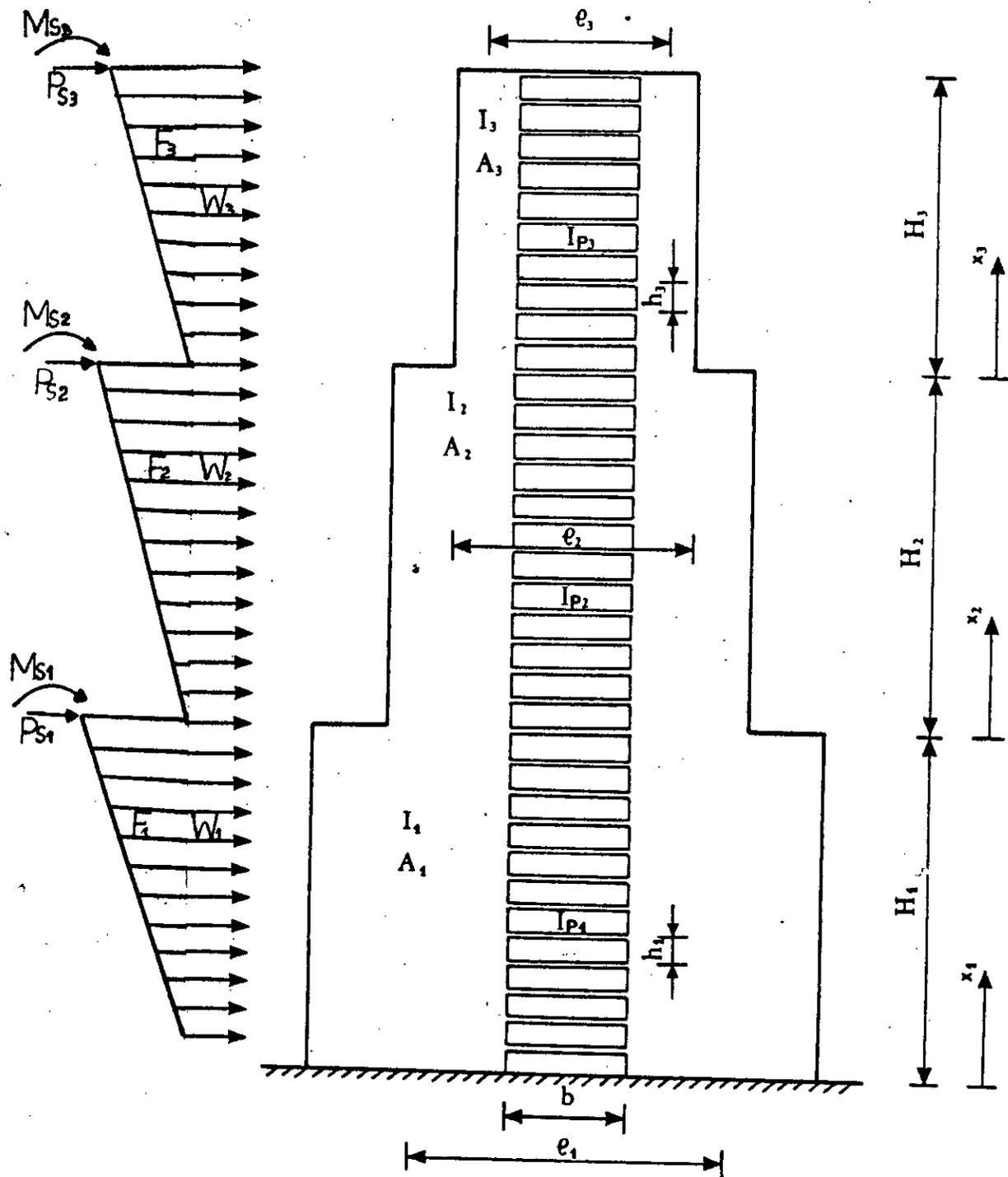


Fig 5.1: Mur jumelé à section variable

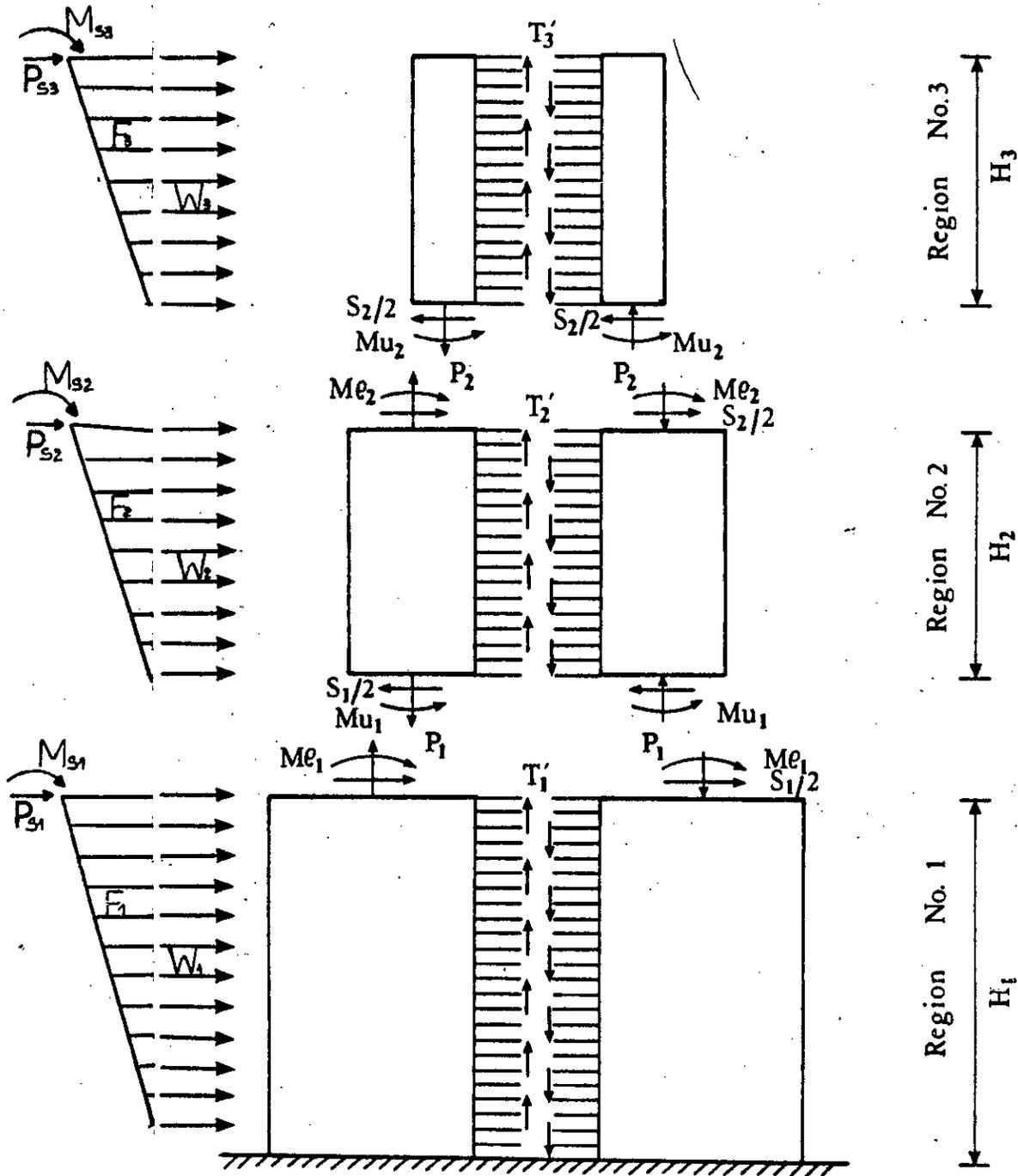


Fig 5.2: Système équivalent

V.1.3 . Calcul des efforts d'interaction :

L'équilibre de chaque région se traduit par :

* Pour les efforts tranchants :

$$S_2 + S_2' = 1/2 F_3 H_3 + W_3 H_3 + P_{S3}$$

$$S_1 + S_1' = 1/2 F_3 H_3 + 1/2 F_2 H_2 + W_3 H_3 + W_2 H_2 + P_{S3} + P_{S2}$$

* Pour les efforts axiaux :

$$P_2 = \int_0^{H_3} q_3(x_3) dx_3$$

$$P_1 = P_2 + \int_0^{H_2} q_2(x_2) dx_2$$

* Pour les moments flechissants :

$$M_{l2} + M_{i2}' = 1/3 F_3 H_3^2 + 1/2 W_3 H_3^2 + P_{S3} H_3 + M_{S3} - P_2 l_2$$

$$M_{l1} + M_{i1}' = 1/3 F_3 H_3^2 + 1/3 F_2 H_2^2 + 1/2 W_3 H_3^2 + 1/2 W_2 H_2^2 + P_{S3} H_3 + P_{S2} H_2 + (S_2 + S_2') H_2 + M_{S3} + M_{S2} - P_1 l_1$$

Chaque région du mur se déforme indépendamment des autres sous l'effet de tous les efforts qui lui sont appliqués .

Nous sommes donc amené à formuler toutes les équations de compatibilité correspondantes aux trois régions , et par l'intermédiaire de l'équation différentielle de l'effort tranchant $q_i(x_i)$, et des conditions aux limites nous établirons l'équation régissant la flèche de chaque région .

V.2. STRUCTURE SUR FONDATIONS RIGIDES :

V.2.1. ANALYSE DE LA REGION N° 1 :

2.1.1) Dérivation de l'équation de la force de cisaillement $q_1(x_1)$:

En faisant une coupure aux niveaux des points de contraflexion (moment nul) des poutres les déplacements relatifs seront :

* Déplacement dû à la fléxion des murs provoquée par la charge extérieure et l'effort tranchant dans les poutres :

$$\delta_1(x_1) = l_1 \cdot dY_1/dx_1$$

* Déplacements dûs à la fléxion et au cisaillement des poutres :

$$\delta_2(x_1) = -\frac{h_1 b_1^3}{12EI'_{b1}} q_1(x_1)$$

* Déplacement dû à la déformation axiale des murs :

$$\delta_3(x_1) = -1/E \cdot (1/A_{11} + 1/A_{12}) \int_0^{x_1} \int_{x_1}^{H_1} q_1(x_1) dx_1^2 - P_1/E \cdot (1/A_{11} + 1/A_{12}) x_1$$

L'équation de compatibilité s'écrit :

$$\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 0$$

On pose $A_1 = A_{11} + A_{12}$

$$l_1 \frac{dY_1}{dx_1} - \frac{h_1 b_1^3}{12EI'_{b1}} q_1(x_1) - \frac{1}{E} \frac{A_1}{A_{11} A_{12}} \int_0^{x_1} \int_{x_1}^{H_1} q_1(x_1) dx_1^2 - \frac{P_1}{E} \frac{A_1}{A_{11} A_{12}} x_1 = 0 \quad (5.1)$$

En dérivant l'équation on trouve :

$$I_1 \frac{d^2 Y_1}{dx_1^2} - \frac{h_1 b_1^3}{12 E I'_{b1}} \frac{dq_1}{dx_1} - \frac{1}{E} \frac{A_1}{A_{11} A_{12}} \int_{x_1}^{H_1} q_1(x_1) dx_1 - \frac{P_1}{E} \frac{A_1}{A_{11} A_{12}} x_1 = 0 \quad (V.2)$$

Le moment fléchissant dans les murs dû aux charges extérieures est donné par l'expression :

$$M(x_1) = \frac{1}{2} W_1 (H_1 - x_1)^2 + \frac{1}{6} F_1 H_1^2 \left(2 - 3 \left(\frac{x_1}{H_1} \right) + \left(\frac{x_1}{H_1} \right)^3 \right) + (S_1 + S_1' + P_{S1})(H_1 - x_1) + M_{l1} + M_{l1}' + M_{s1} - I_1 \int_{x_1}^{H_1} q_1(x_1) dx_1$$

On a $E I_1 dY_1/dx_1 = M_1(x_1)$ d'où $d^2 Y_1/dx_1^2 = M(x_1)/E I_1$

Remplaçons cette expression dans l'équation (V.2).

Nous obtenons :

$$M(x_1) = \frac{1}{2} W_1 I_1 (H_1 - x_1)^2 + \frac{1}{6} F_1 I_1 H_1^2 \left(2 - 3 \left(\frac{x_1}{H_1} \right) + \left(\frac{x_1}{H_1} \right)^3 \right) + (S_1 + S_1' + P_{S1}) I_1 (H_1 - x_1) + (M_{l1} + M_{l1}' + M_{s1}) I_1 - I_1^2 \int_{x_1}^{H_1} q_1(x_1) dx_1 = I_1 \frac{d^2 Y_1}{dx_1^2} - \frac{h_1 b_1^3}{12 E I'_{b1}} \frac{dq_1}{dx_1} - \frac{1}{E} \frac{A_1}{A_{11} A_{12}} \int_{x_1}^{H_1} q_1(x_1) dx_1 - \frac{P_1}{E} \frac{A_1}{A_{11} A_{12}} x_1 = 0$$

Après avoir dérivé une nouvelle fois nous obtenons l'équation différentielle de la force de cisaillement $q_1(x_1)$

$$d^2 q_1 / dx_1^2 - q_1 (K_1 \alpha_1) = - \alpha_1 / l_1 \cdot \left[F_1 / 2 \cdot H_1 (1 - (x_1 / H_1)^2) + W_1 H_1 (1 - x_1 / H_1) + S_1 + S_1' + P_{S1} \right]$$

$$\text{avec } \alpha_1^2 = \frac{12EI_b l_1^2}{h_1 b_1^3 I_1} \quad \text{et } K_1^2 = 1 + \frac{I_1 A_1}{l_1^2 A_{11} A_{12}}$$

La solution de cette équation est de la forme :

$$q_1(x_1) = A_1 \sinh(K_1 \alpha_1 x_1) + B_1 \cosh(K_1 \alpha_1 x_1) + \frac{1}{K_1^2} \left\{ \frac{F_1 H_1}{l_1} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{(K_1 \alpha_1 H_1)^2} - \left(\frac{x_1}{H_1} \right)^2 \right] + \frac{W_1 (H_1 - x_1)}{l_1} + \frac{S_1 + S_1' + P_{S1}}{l_1} \right\} \quad (V.3)$$

On a les conditions aux limites :

$$dY_1 / dx_1 = 0 \quad \text{pour } x_1 = 0 \text{ fondation parfaitement rigide (rotation nulle).}$$

$$d^2 Y_1 / dx_1^2 = (Ml_1 + Ml_1' + Ms_1) / EI_1 \quad \text{pour } x_1 = H_1$$

De la première condition on trouve :

$$B_1 = - \frac{1}{K_1^2} \left[\frac{F_1 H_1}{l_1} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{(K_1 \alpha_1 H_1)^2} \right) + \frac{W_1 H_1}{l_1} + \frac{S_1 + S_1' + P_{S1}}{l_1} \right] \quad (V.4)$$

De la deuxième condition en utilisant l'équation (V.1)

$$M_1(x_1) = E I_1 \cdot d^2 Y_1 / dx_1^2$$

$$M_1(H_1) = Ml_1 + Ml_1' + Ms_1$$

$$\text{d'où } EI_1 \cdot [d^2 Y_1 / dx_1^2]_{x_1=H_1} = Ml_1 + Ml_1' + Ms_1$$

et on trouve enfin :

$$A_1 = \left[Ml_1 + Ml_1' + Ms_1 - P_1(K_1^2 - 1)l_1 \right] \frac{\alpha_1^2}{l_1 K_1 \alpha_1 \cosh(K_1 \alpha_1 H_1)} +$$

$$\frac{\alpha_1^2}{l_1 (K_1 \alpha_1)^3 \cosh(K_1 \alpha_1 H_1)} + \left\{ W_1 + F_1 + \left[W_1 H_1 + F_1 H_1 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{(K_1 \alpha_1 H_1)^2} \right) + \right. \right.$$

$$\left. \left. S_1 + S_1' + Ps_1 \right] K_1 \alpha_1 \sinh(K_1 \alpha_1 H_1) \right\} \quad (V.5)$$

2.1.2) Etablissement de l'équation de la flèche :

De l'équation (V.1) on tire dY_1/dx_1 et en intégrant on trouve :

$$Y_1(x_1) = \frac{l_1}{EI_1 \alpha_1^2} \left\{ \frac{A_1}{K_1 \alpha_1} \cosh(K_1 \alpha_1 x_1) + \frac{B_1}{K_1 \alpha_1} \sinh(K_1 \alpha_1 x_1) + \right.$$

$$\frac{1}{K^2} \frac{F_1 H_1}{l_1} \left(\frac{x_1}{2} - \frac{x_1}{(K_1 \alpha_1 H_1)^2} - \frac{x_1^3}{6H_1^2} \right) + \frac{W_1}{l_1} \left(H_1 x_1 - \frac{x_1^2}{2} \right) +$$

$$\left. \frac{S_1 + S_1' + Ps_1}{l_1} x_1 \right\} + \frac{l_1 (K_1^2 - 1)}{EI_1} \left\{ C_1 \frac{x_1^2}{2} - \frac{A_1}{(K_1 \alpha_1)^3} \cosh(K_1 \alpha_1 x_1) - \right.$$

$$\frac{B_1}{(K_1 \alpha_1)^3} \sinh(K_1 \alpha_1 x_1) - \frac{1}{K_1^2} \left[\frac{F_1 H_1}{l_1} \left(\frac{x_1^3}{12} - \frac{x_1^3}{6(K_1 \alpha_1 H_1)^2} - \frac{x_1^5}{120H_1^2} \right) + \right.$$

$$\left. \frac{W_1}{l_1} \left(\frac{H_1 x_1^3}{6} - \frac{x_1^4}{24} \right) + \frac{S_1 + S_1' + Ps_1}{l_1} \frac{x_1^3}{6} \right] + \frac{B_1 x_1}{(K_1 \alpha_1)^2} \left\} + \frac{Pl_1}{EI_1} (K_1^2 - 1) \frac{x_1^2}{2} + \rho$$

pour $x_1 = 0 \quad Y_1 = 0$ (fondation parfaitement rigide) $\Rightarrow \rho = - \frac{A_1 l_1}{EI_1 (K_1 \alpha_1)^3}$

avec

$$C_1 = \left[Ml_1 + Ml_1' + Ms_1 - P_1(K_1^2 - 1)l_1 \right] \frac{1}{l_1 K_1^2} + \frac{W_1}{l_1 K_1^2 (K_1 \alpha_1)^2} +$$

$$\frac{1}{K_1^2} \left[\frac{F_1 H_1^2}{l_1} \frac{1}{3} + \frac{W_1 H_1^2}{l_1} \frac{1}{2} + \frac{(S_1 + S_1' + Ps_1) H_1}{l_1} \right] \quad (V.6)$$

Remplaçons A_1 , B_1 et C_1 par leurs valeurs respectives et en effectuant quelques arrangement nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 Y_1(x_1) = & F_1 H_1^4 / EI_1 \cdot \Psi_F(x_1/H_1, K_1, \alpha H_1) + \\
 & W_1 H_1^4 / EI_1 \Psi_w(x_1/H_1, K_1, \alpha H_1) + \\
 & (S_1 + S_1' + Ps_1) H_1^3 / EI_1 \cdot \Psi_S(x_1/H_1, K_1, \alpha H_1) + \\
 & (Ml_1 + Ml_1' + Ms_1) H_1^2 / EI_1 \cdot \Psi_M(x_1/H_1, K_1, \alpha H_1) + \\
 & P_1 l_1 H_1 / EI_1 \cdot \Psi_p(x_1/H_1, K_1, \alpha H_1) \quad (V.7)
 \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}
 \Psi_F\left(\frac{x}{H}, K, \alpha H\right) = & \left[\frac{1}{6} \left(\frac{x}{H}\right)^4 - \frac{1}{12} \left(\frac{x}{H}\right)^3 + \frac{1}{120} \left(\frac{x}{H}\right)^5 \right] \frac{K^2 - 1}{K^2} + \frac{1}{K^2 (K\alpha H)^2} \left[\frac{1}{2} \frac{x}{H} - \right. \\
 & \left. \frac{1}{6} \left(\frac{x}{H}\right)^3 - \frac{x}{K\alpha H} + \frac{\left(\frac{1}{K\alpha H} - \frac{K\alpha H}{2}\right) (\sinh(K\alpha H) - \sinh(K\alpha(H-x)))}{(K\alpha H)^2 \cosh(K\alpha H)} \right. \\
 & \left. + \frac{\cosh(K\alpha x) - 1}{(K\alpha H)^2 \cosh(K\alpha H)} \right] \quad (V.8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Psi_w\left(\frac{x}{H}, K, \alpha H\right) = & \left[\frac{1}{4} \left(\frac{x}{H}\right)^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{x}{H}\right)^3 + \frac{1}{24} \left(\frac{x}{H}\right)^4 \right] \frac{K^2 - 1}{K^2} + \frac{1}{K^2} \left[\frac{\frac{x}{H} - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{H}\right)^2}{(K\alpha H)^2} \right. \\
 & \left. + \frac{\cosh(K\alpha x) - 1}{(K\alpha H)^4} + \frac{\cosh(K\alpha x) - 1}{(K\alpha H)^3} \tanh(K\alpha H) - \frac{\sinh(K\alpha x)}{(K\alpha H)^3} \right] \quad (V.9)
 \end{aligned}$$

$$\Psi_S\left(\frac{x}{H}, K, \alpha H\right) = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x}{H}\right)^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{x}{H}\right)^3 \right] \frac{K^2 - 1}{K^2} + \frac{1}{K^2} \left[\frac{\frac{x}{H} - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{H}\right)^2}{(K\alpha H)^2} + \right.$$

$$\left[\frac{\cosh(K\alpha x) - 1}{(K\alpha H)^3} \tanh(K\alpha H) - \frac{\sinh(K\alpha x)}{(K\alpha H)^3} \right] \quad (\text{V.10})$$

$$\Psi_M\left(\frac{x}{H}, K, \alpha H\right) = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{H}\right)^2 \frac{K^2 - 1}{K^2} + \frac{1}{K^2} \left[\frac{\cosh(K\alpha x) - 1}{(K\alpha H)^2 \cosh(K\alpha H)} \right] \quad (\text{V.11})$$

$$\Psi_P\left(\frac{x}{H}, K, \alpha H\right) = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x}{H}\right)^2 - \frac{\cosh(K\alpha x) - 1}{(K\alpha H)^2 \cosh(K\alpha H)} \right] \frac{K^2 - 1}{K^2} \quad (\text{V.12})$$

V.2.2. ANALYSE DE LA REGION N° 2 :

2.2.1. Détermination des déplacements dûs à la région N°1 :

Pour pouvoir faire l'étude de cette region il nous faut tout d'abord déterminer le déplacement relatif vertical δH_1 et la rotation θH_1 provenant de la region se trouvant au dessous (N° 1).

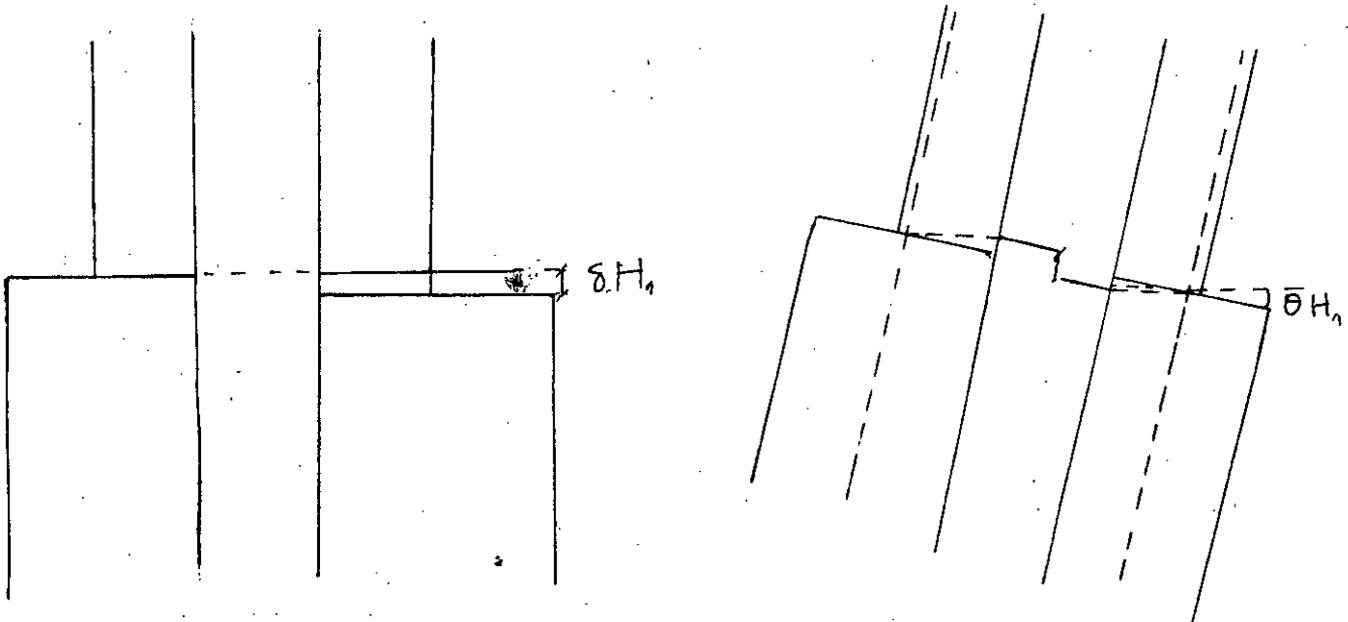


Fig 5.3 : Déplacement et rotation dûs à la Région N°1

Le déplacement vertical δH_1 est provoqué par efforts axiaux dans les murs de la première région, donc il a pour expression :

$$\delta H_1 = \frac{1}{E} \frac{A_1}{A_{11}A_{12}} \int_0^{H_1} \int_{x_1}^{H_1} q_1(x_1) dx_1^2 + \frac{P_1 H_1}{I_1 E} \frac{A_1}{A_{11}A_{12}}$$

La rotation θH_1 est donnée par l'expression de dY_1/dx_1 au point $x_1 = H_1$

$$\theta H_1 = \frac{h_1 b_1^3}{12 I_1 E I'_{b1}} q_1(H_1) + \frac{1}{I_1 E} \frac{A_1}{A_{11}A_{12}} \int_0^{H_1} \int_{x_1}^{H_1} q_1(x_1) dx_1^2 + \frac{P_1 H_1}{I_1 E} \frac{A_1}{A_{11}A_{12}} \quad (V.13)$$

D'où

$$\theta H_1 = \left(\frac{I_1}{E I_1 \alpha_1^2} \right) q_1(H_1) + \frac{\delta H_1}{I_1} \quad (V.14)$$

2.2.2) Etablissement de l'équation différentielle de la force de cisaillement $q(x)$

Soient les expressions des déplacements relatives suivantes :

$$\delta_1(x_2) = I_2 \cdot dY_2/dx_2$$

$$\delta_2(x_2) = - \frac{h_2 b_2^3}{12 E I'_{b2}} q_2(x_2)$$

$$\delta_3(x_2) = - \frac{1}{E} \frac{A_2}{A_{12}A_{22}} \int_0^{x_2} \int_{x_2}^{H_2} q_2(x_2) dx_2^2 - \frac{1}{E} \frac{A_2}{A_{12}A_{22}} x_2 - \delta H_1$$

avec $A_2 = A_{21} + A_{22}$

L'équation de compatibilité des déplacements s'écrit :

$$\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 0$$

D'où

$$l_2 \frac{dY_2}{dx_2} - \frac{h_2 b_2^3}{12EI'_{b2}} q_2(x_2) - \frac{1}{E} \frac{A_2}{A_{12}A_{22}} \int_0^{x_2} \int_0^{H_2} q_2(x_2) dx_2^2 - \frac{P_2}{E} \frac{A_2}{A_{12}A_{22}} x_2 - \delta H_1 = 0 \quad (V.15)$$

En dérivant par rapport à x_2 nous obtenons :

$$l_2 \frac{d^2Y_2}{dx_2^2} - \frac{h_2 b_2^3}{12EI'_{b2}} \frac{dq_2}{dx_2} - \frac{1}{E} \frac{A_2}{A_{12}A_{22}} \int_0^{x_2} q_2(x_2) dx_2 - \frac{P_2}{E} \frac{A_2}{A_{12}A_{22}} = 0 \quad (V.16)$$

Le moment fléchissant dans les mûrs à pour expression :

$$M(x_1) = 1/2 W_2 (H_2 - x_2)^2 + 1/6 F_2 H_2^2 \left(2 - 3 \frac{x_2}{H_2} + \left(\frac{x_2}{H_2} \right)^3 \right) + (S_2 + S_2' + P_{S_2})(H_2 - x_2) + Ml_2 + Ml_2' + Ms_2 - l_2 \int_0^{H_2} q_2(x_2) dx_2$$

D'autre part a $EI_2 \frac{dY_2}{dx_2} = M_2(x_2)$ d'où $d^2Y_2/dx_2^2 = M(x_2)/EI_2$

Remplaçons d^2Y_2/dx_2^2 par son expression dans l'équation (V.16) et dérivons une nouvelle fois. Nous aboutirons à l'équation différentielle de la force de dans le milieu continu qui est la suivante :

$$d^2q_2/dx_2^2 - q_2(K_2\alpha_2)^2 = -\alpha_2/l_2 \cdot \left[F_2/2 \cdot H_2(1 - (x_2/H_2)^2) + W_2H_2(1 - x_2/H_2) + S_2 + S_2' + Ps_2 \right]$$

avec $\alpha_2^2 = \frac{12EI'_b l_2^2}{h_2 b_2^3 I_2}$ et $K_2^2 = 1 + \frac{I_2 A_2}{l_2^2 A_{21} A_{22}}$

La solution de cette équation est de la forme :

$$q_2(x_2) = A_2 \sinh(K_2\alpha_2 x_2) + B_2 \cosh(K_2\alpha_2 x_2) + \frac{1}{K_2^2} \left\{ \frac{F_2 H_2}{l_2} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{(K_2\alpha_2 H_2)^2} - \left(\frac{x_2}{H_2} \right)^2 \right] + \frac{W_2(H_2 - x_2)}{l_2} + \frac{S_2 + S_2' + Ps_2}{l_2} \right\} \quad (V.17)$$

En utilisant les conditions aux limites :

$$dY_2/dx_2 = \theta H_1 \quad \text{pour } x_2 = 0$$

$$d^2Y_2/dx_2^2 = (Ml_2 + Ml_2' + Ms_2) / El_2 \quad \text{pour } x_2 = H_2$$

Nous obtenons :

$$B_2 = \frac{El_2}{l_2^2} \alpha_2^2 \left[l_2 \theta H_1 - \delta H_1 \right] - \frac{1}{K_2^2} \left[\frac{F_2 H_2}{l_2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{(K_2\alpha_2 H_2)^2} \right) + \frac{W_2 H_2}{l_2} + \frac{S_2 + S_2' + Ps_2}{l_2} \right] \quad (V.18)$$

$$\begin{aligned}
A_2 = & \left[Ml_2 + Ml_2' + Ms_2 - P_2(K_2^2 - 1)l_2 \right] \frac{\alpha_2^2}{l_2 K_2 \alpha_2 \cosh(K_2 \alpha_2 H_2)} + \\
& \frac{\alpha_2^2}{l_2 (K_2 \alpha_2)^3 \cosh(K_2 \alpha_2 H_2)} + \left\{ W_2 + F_2 + \left[W_2 H_2 + F_2 H_2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{(K_2 \alpha_2 H_2)^2} \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. S_2 + S_2' + Ps_2 \right] K_2 \alpha_2 \sinh(K_2 \alpha_2 H_2) \right\} - \\
& \frac{EI_2}{l_2^2} \alpha_2^2 \left[l_2 \theta H_1 - \delta H_1 \right] \tanh(K_2 \alpha_2 H_2) \quad (V.19)
\end{aligned}$$

2.2.3) Etablissement de l'equation de la flèche :

A partir de l'equation (V.15) en integrant on obtient :

$$\begin{aligned}
Y_2(x_2) = & \frac{l_2}{EI_2 \alpha_2^2} \left\{ \frac{A_2}{K_2 \alpha_2} \cosh(K_2 \alpha_2 x_2) + \frac{B_2}{K_2 \alpha_2} \sinh(K_2 \alpha_2 x_2) + \right. \\
& \frac{1}{K^2} \frac{F_2 H_2}{l_2} \left(\frac{x_2}{2} - \frac{x_2}{(K_2 \alpha_2 H_2)^2} - \frac{x_2^3}{6H_2^2} \right) + \frac{W_2}{l_2} \left(H_2 x_2 - \frac{x_2^2}{2} \right) + \\
& \left. \frac{S_2 + S_2' + Ps_2}{l_2} x_2 \right\} + \frac{l_2 (K_2^2 - 1)}{EI_2} \left\{ C_2 \frac{x_2^2}{2} - \frac{A_2}{(K_2 \alpha_2)^3} \cosh(K_2 \alpha_2 x_2) - \right. \\
& \frac{B_2}{(K_2 \alpha_2)^3} \sinh(K_2 \alpha_2 x_2) - \frac{1}{K_2^2} \left[\frac{F_2 H_2}{l_2} \left(\frac{x_2^3}{12} - \frac{x_2^3}{6(K_2 \alpha_2 H_2)^2} - \frac{x_2^5}{120H_2^2} \right) + \right. \\
& \left. \frac{W_2}{l_2} \left(\frac{H_2 x_2^3}{6} - \frac{x_2^4}{24} \right) + \frac{S_2 + S_2' + Ps_2}{l_2} \frac{x_2^3}{6} \right] + \frac{B_2 x_2}{(K_2 \alpha_2)^2} \left. \right\} + \frac{P_2 l_2}{EI_2} (K_2^2 - 1) \frac{x_2^2}{2} + \rho
\end{aligned}$$

Vu la continuité de la structure :

$$\text{pour } x_2 = 0 \quad Y_2 = Y_1(H_1) \Rightarrow \rho = -Y_1(H_1) - \frac{A_2 l_2}{EI_2 (K_2 \alpha_2)^3}$$

avec

$$C_2 = \left[Ml_2 + Ml_2' + Ms_2 - P_2(K_2^2 - 1)l_2 \right] \frac{1}{l_2 K_2^2} + \frac{W_2}{l_2 K_2^2 (K_2 \alpha_2)^2} + \frac{1}{K_2^2} \left[\frac{F_2}{l_2} \frac{H_2^2}{3} + \frac{W_2}{l_2} \frac{H_2^2}{2} + \frac{(S_2 + S_2' + Ps_2)H_2}{l_2} \right] \quad (V.20)$$

En remplaçant A_1 , B_1 , C_1 par leur expressions dans l'équation de la flèche et après quelques arrangements nous obtenons :

$$\begin{aligned} Y_2(x_2) = & F_2 H_2^4 / EI_2 \cdot \Psi_F(x_2/H_2, K_2, \alpha H_2) + \\ & W_2 H_2^4 / EI_2 \Psi_W(x_2/H_2, K_2, \alpha H_2) + \\ & (S_2 + S_2' + Ps_2) H_2^3 / EI_2 \cdot \Psi_S(x_2/H_2, K_2, \alpha H_2) + \\ & (Ml_2 + Ml_2' + Ms_2) H_2^2 / EI_2 \cdot \Psi_M(x_2/H_2, K_2, \alpha H_2) + \quad (V.21) \\ & P_2 l_2 H_2 / EI_2 \cdot \Psi_P(x_2/H_2, K_2, \alpha H_2) + \\ & (\delta H_1 - l_2 \theta H_1) H_1 / l_2 \cdot \Psi_\delta(x_2/H_2, K_2, \alpha H_2) + Y_1(H_1) + \theta H_1 \cdot x_2 \end{aligned}$$

Ψ_F , Ψ_W , Ψ_S , Ψ_M et Ψ_P , ont les mêmes expressions citées précédemment ; respectivement (V.8), (V.9), (V.10), (V.11), (V.12).

$$\Psi_\delta\left(\frac{x}{H}, K, \alpha H\right) = \frac{1}{K^2} \left[\frac{x}{H} + \frac{\cosh(K\alpha x) - 1}{K\alpha H} \tanh(K\alpha H) - \frac{\sinh(K\alpha x)}{K\alpha H} \right] \quad (V.22)$$

2.2.4 . Calcul de δH_1 et θH_1 :

De l'équation (V.13) on a

$$\delta H_1 = \frac{H_1 H_1}{E A_{11} A_{12}} \int_0^{x_1} \int q_{11}(x_1) dx_1^2 + \frac{P_1 H_1}{I_1 E} \frac{A_1}{A_{11} A_{12}}$$

D'où

$$\delta H_1 = \frac{K_1^2 - 1}{K_1^2} \frac{l_1^2}{EI_1} \left\{ \frac{W_1 H_1^3}{l_1} \left[\frac{1}{6} - \frac{\tanh(K_1 \alpha_1 H_1)}{(K_1 \alpha_1 H_1)^3} + \frac{1}{(K_1 \alpha_1 H_1)^2 \cosh(K_1 \alpha_1 H_1)} \right] + (S_1 + S_1' + P S_1) \frac{H_1^2}{l_1} \left[\frac{1}{2} + \frac{\cosh(K_1 \alpha_1 H_1) - 1}{(K_1 \alpha_1 H_1)^2} - \frac{\sinh(K_1 \alpha_1 H_1) \tanh(K_1 \alpha_1 H_1)}{(K_1 \alpha_1 H_1)^2} \right] + (M l_1 + M l_1' + M S_1) \frac{H_1}{l_1} \left[1 - \frac{\tanh(K_1 \alpha_1 H_1)}{K_1 \alpha_1 H_1} \right] + P_1 H_1 l_1 \left[1 + \frac{K_1^2 - 1}{K_1^2} \tanh(K_1 \alpha_1 H_1) \right] \right\}$$

La rotation θH_1 est donnée par l'expression (V.14) :

$$\theta H_1 = \left(\frac{l_1}{EI_1 \alpha_1^2} \right) \cdot q_1(H_1) + \frac{\delta H_1}{l_1}$$

V.2.3 . ANALYSE DE LA REGION N° 3 :

Pour l'analyse de cette région on procédera de manière analogue à la région N°2 . L'équation régissant la flèche de cette région sera donc similaire à la précédente . Il faudra cependant calculer le déplacement relatif δH_2 et la

rotation θH_2 résultant de la région N°2 et prendre (Ml_3+Ml_3') , (S_3+S_3') et P_3 comme étant nuls.

Nous obtenons alors l'équation suivante :

$$Y_3(x_3) = F_3 H_3^4 / EI_3 \cdot \Psi_F(x_3/H_3, K_3, \alpha H_3) + \\ W_3 H_3^4 / EI_3 \Psi_W(x_3/H_3, K_3, \alpha H_3) + P_{S_3} H_3^3 / EI_3 \cdot \Psi_S(x_3/H_3, K_3, \alpha H_3) + \\ M_{S_3} H_3^2 / EI_3 \cdot \Psi_M(x_3/H_3, K_3, \alpha H_3) + P_3 l_3 H_3 / EI_3 \cdot \Psi_P(x_3/H_3, K_3, \alpha H_3) + \\ (\delta H_2 - l_3 \theta H_2) H_3 / l_3 \cdot \Psi_\delta(x_3/H_3, K_3, \alpha H_3) + Y_2(H_2) + \theta H_2 \cdot x_2$$

$$\delta H_2 = \frac{1}{E} \frac{A_2}{A_{21} A_{22}} \int_0^{H_2} \int_{x_2}^{H_2} q_2(x_2) dx_2^2 + \frac{P_2 H_2}{l_2 E} \frac{A_2}{A_{21} A_{22}}$$

D'où

$$\delta H_2 = \frac{K_2^2 - 1}{K_2^2} \frac{l_2^2}{EI_2} \left\{ \frac{W_2 H_2^3}{l_2} \left[\frac{1}{6} - \frac{\tanh(K_2 \alpha_2 H_2)}{(K_2 \alpha_2 H_2)^3} + \right. \right. \\ \left. \frac{1}{(K_2 \alpha_2 H_2)^2 \cosh(K_2 \alpha_2 H_2)} \right] + (S_2 + S_2' + P_{S_2}) \frac{H_2^2}{l_2} \left[\frac{1}{2} + \frac{\cosh(K_2 \alpha_2 H_2) - 1}{(K_2 \alpha_2 H_2)^2} - \right. \\ \left. \frac{\sinh(K_2 \alpha_2 H_2) \tanh(K_2 \alpha_2 H_2)}{(K_2 \alpha_2 H_2)^2} \right] + (Ml_2 + Ml_2' + Ms_2) \frac{H_2}{l_2} \left[1 - \frac{\tanh(K_2 \alpha_2 H_2)}{K_2 \alpha_2 H_2} \right] + \\ \left. P_2 H_2 l_2 \left[1 + \frac{K_2^2 - 1}{K_2^2} \tanh(K_2 \alpha_2 H_2) \right] \right\} + \frac{K_2^2 - 1}{K_2^2} (\delta H_1 - l_2 \theta H_1) \left[\cosh(K_2 \alpha_2 H_2) - \right. \\ \left. 1 - \tanh(K_2 \alpha_2 H_2) \sinh(K_2 \alpha_2 H_2) \right] + \delta H_1 \quad (V.23)$$

Comme pour θH_1 on trouve :

$$\theta H_2 = \left(\frac{l_2}{EI_2 \alpha_2^2} \right) \cdot q_2(H_2) + \frac{\delta H_2}{l_2}$$

Remarques :

*) Si on observe une des équations de la flèche établies dans ce chapitre (celle de la deuxième région pour exemple) , on peut distinguer sept (7) parties :

- Les quatre (4) premières parties sont les expressions de la flèche laterale que subit une structure à section uniforme soumise respectivement , à une charge triangulaire , à une uniformément répartie , à une charge concentrée au sommet et à un moment au sommet .

- La cinquième partie est l'expression de la flèche laterale provoquée par le tassement différentiel à la base ajouté à la rotation des murs par rapport à leurs axes .

- La sixième partie est l'expression de la flèche due à la rotation totale du mur à la base .

- La septième partie la translation horizontale de la structure à la base .

*) pour pouvoir comparer ces équations avec les équations établies au chapitres précédents , il suffit d'effectuer un changement de repère en posant $x' = H - x$ et $\theta H' = -\theta H$ et on retombe exactement sur les mêmes équations .

V.3. STRUCTURES SUR FONDATIONS SOUMISES A DES DEFORMATIONS RESIDUELLES :

Il a été montré précédemment que l'influence des déformations des fondations est très importante sur les efforts et les déformations induites dans les différents éléments de la structure. Ce qui indique l'importance de ces déformations dans le dimensionnement.

Pour cet effet, il paraît intéressant d'élargir cette étude aux structures présentant plusieurs régions qui est le cas le plus général des structures de grande hauteur.

Pour se faire nous allons procéder de même à enlever l'hypothèse faite sur les fondations qui impose la rigidité parfaite de ces dernières, et la remplacer par une autre permettant un tassement différentiel δ_0 et une θ_0 (fig 5.4).

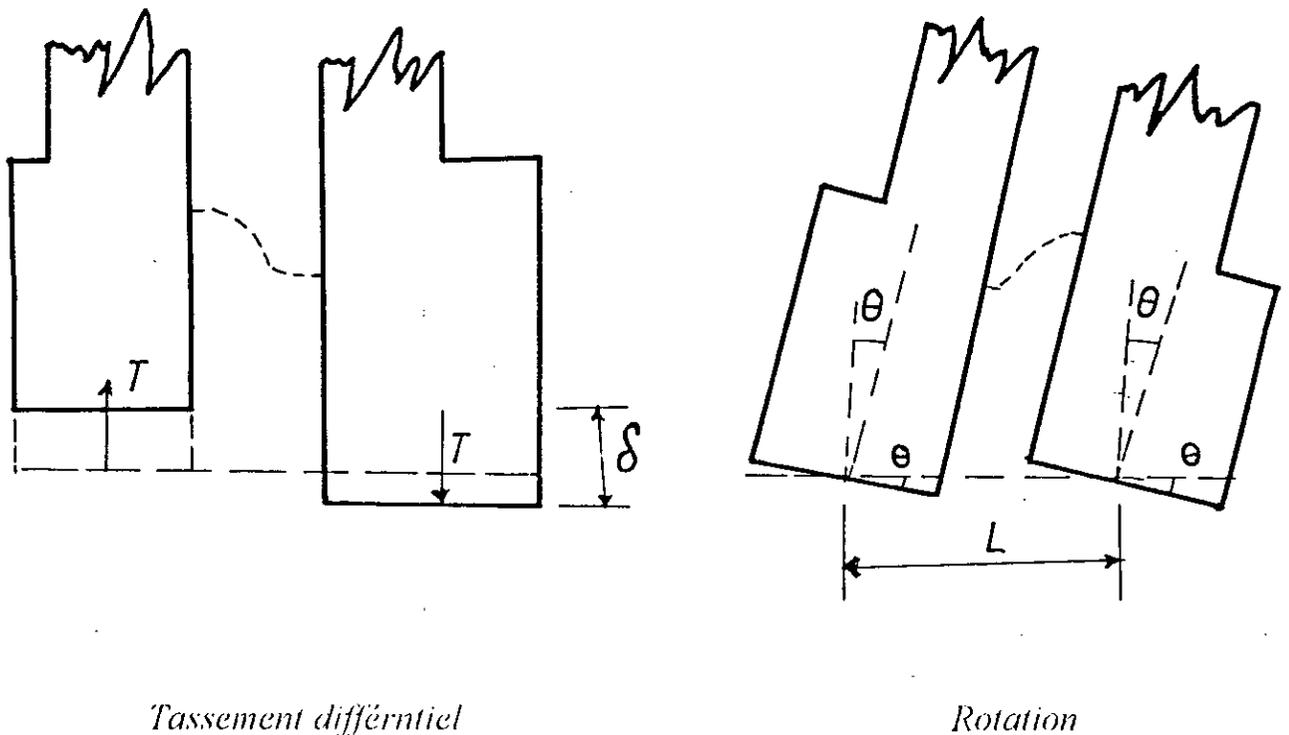


Fig 5.4 : Déformations des fondations d'une structure à plusieurs régions

$\delta_V = \frac{P_0}{K_V}$: tassement différentiel des fondations .

$\theta_r = \frac{M_0}{K_r}$: rotation des fondations .

$\delta_H = \frac{S_0}{K_H}$: déplacement horizontal des fondations .

avec :

$$\frac{1}{K_V} = \frac{1}{K_{V1}} + \frac{1}{K_{V2}}$$

$$K_H = K_{H1} + K_{H2} \quad \text{et} \quad S_0 = S_{01} + S_{02}$$

$$K_r = K_{r1} + K_{r2} \quad \text{et} \quad M_0 = M_{01} + M_{02}$$

Ce qui est remarquable dans cette partie c'est que les déformations sont données implicitement c'est à dire en fonction des efforts, à leur tour sont en fonction des déformation et d'autres paramètres, ce qui nécessite la résolution d'un système d'équations, (voir section V.5) .

L'étude des autres régions se fait de la même manière que précédemment et nous obtenons les mêmes expressions .

Il est à signaler que le déplacement horizontal à la base n'intervient qu'en dernière étape qui est l'établissement de l'équation de la flèche .

Les expressions finales des efforts des déplacements et des constantes nécessaires pour l'étude de chaque région seront présentés dans la section (V.5).

V.5) GENERALISATION DE L'ETUDE A UNE STRUCTURE A "n" REGIONS :

Dans cette section nous allons élargir l'étude faite précédemment sur une structure à trois (3) régions à une structure à "n" régions bien entendu pour les trois cas de fondations .

Les études présentées dans les trois sections précédentes ont montré que la différence essentielle pour les trois cas de fondations réside en la première région uniquement puisque c'est la seule région pour laquelle le changement des conditions d'appuie ,pour adapter la generalisation aux trois cas de fondations nous allons supposer une déformation différentielle verticale dans la fondation δH_0 et une rotation θH_0 ; qui ont pour les trois cas de fondations les valeurs suivantes :

$$1) \quad \delta H_0 = 0$$

pour les fondations rigides .

$$\theta H_0 = 0$$

$$2) \quad \delta H_0 = \delta_0$$

pour les fondations avec des déformations résiduelles .

$$\theta H_0 = \theta_0$$

$$3) \quad \delta H_0 = \frac{P_0}{K_v}$$

$$\theta H_0 = \frac{M_0}{K_r}$$

pour les fondations élastiques de rigidités :

K_v : rigidité au déplacement relatif vertical .

K_r : rigidité à la rotation .

V.5.1. Détermination des efforts d'interaction :

A) Détermination des forces P_i :

Tout d'abord nous allons considérer les équations d'équilibre régissant la structure étudiée ci-avant c'est à dire à trois régions , puis à partir de là nous allons généraliser pour "n" régions .

L'équilibre vertical de la région (3) s'exprime par :

$$P_2 = \int_0^{H_3} q_3(x_3) dx_3$$

De même celui de la région (2) s'exprime :

$$P_1 = P_2 + \int_0^{H_2} q_2(x_2) dx_2$$

L'équilibre à la base de la structure s'écrit ainsi :

$$P_0 = P_1 + \int_0^{H_1} q_1(x_1) dx_1$$

Ainsi pour une structure à "n" régions par identification l'équation d'équilibre de la région "i" s'écrit :

$$P_i = P_{i+1} + \int_0^{H_{i+1}} q_{i+1}(x_{i+1}) dx_{i+1}$$

avec $i \in [0, n-1]$

B) Détermination des moments (M_i, M'_i) :

Pour simplifier la tâche nous posons :

$$M_i + M'_i = M_i$$

$$S_i + S'_i = S_i$$

De la même manière nous trouvons pour la région "i"

$$M_i = \frac{1}{3} \sum_{k=i+1}^n F_k H_k^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=i+1}^n W_k H_k^2 + \sum_{k=i+1}^n M_{S_k} + \sum_{k=i+1}^n (S_k + P_{S_k}) H_k - P_i l_i \quad (V.26)$$

C) Détermination des efforts tranchants :

L'équilibre de la région "i" s'écrit :

$$S_i = \frac{1}{2} \sum_{k=i+1}^n F_k H_k + \sum_{k=i+1}^n W_k H_k + \sum_{k=i+1}^n P_{S_k} \quad (V.27)$$

V.5.2) Détermination de l'effort tranchant dans le milieu continu $q_i(x_i)$:

Pour pouvoir calculer les forces d'interaction au niveau d'une région "i" quelconque nous avons besoin de l'expression $q_i(x_i)$ en cette même région et

plus particulièrement de la valeur de : $\int_0^{H_i} q_i(x_i) dx_i$

$q_i(x_i)$ peut s'écrire de la manière suivante à partir de l'équation (V.17) .

$$q_i(x_i) = A_i \sinh(K_i \alpha_i x_i) + B_i \cosh(K_i \alpha_i x_i) + \frac{1}{K_i^2} \left\{ \frac{F_i H_i}{l_i} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{(K_i \alpha_i H_i)^2} - \left(\frac{x_i}{H_i} \right)^2 \right] + \frac{W_i (H_i - x_i)}{l_i} + \frac{S_i + S'_i + P_{S_i}}{l_i} \right\} \quad (V.28)$$

Avec :

Nous avons constaté que l'étude faite sur la région (N°2) de la partie précédente (structure sur fondations rigides) ,peut être adaptée directement à toute région de cette partie notamment pour la région (N°1) où il faut remplacer dans les expressions établies précédemment pour la région (N°2), le déplacement vertical δH_1 par le tassement différentiel δ_0 , et la rotation θH_1 par θ_0 .

Pour cet effet et afin de ne pas entrainer beaucoup de formules ,nous allons donner uniquement les expressions finales obtenues (voir section V.5).

V.4) STRUCTURE SUR FONDATIONS ELASTIQUES :

Pour rendre l'étude plus générale et plus souple, nous allons enfin élargir cette étude à des structures reposant sur des fondations élastiques. De que pour les fondations ayant des déformations résiduelles, l'étude ne change pas en vue globale. La différence essentielle se présente au niveau de la région (N°1), où les déformations des fondations sont en fonction des efforts que subissent ces dernières (fig 5.5).

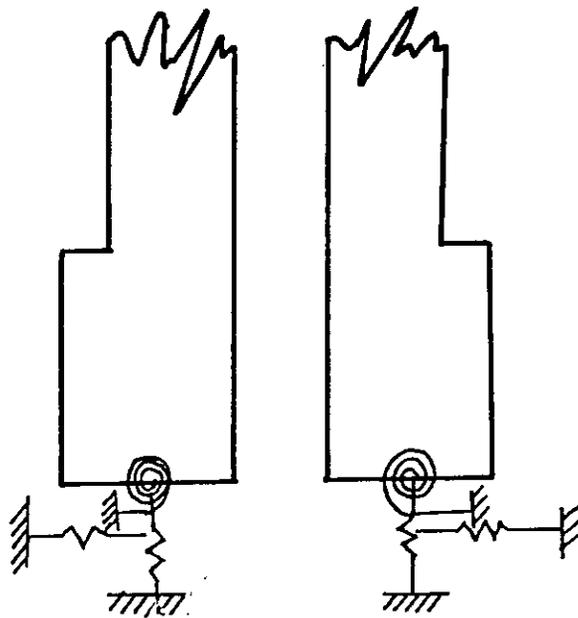


Fig 5.5 : structure à section variable sur fondations élastiques

$$\begin{aligned}
 A_i = & \left[Ml_i + Ml_i' + Ms_i - P_i(K_i^2 - 1) l_i \right] \frac{\alpha_i^2}{l_i K_i \alpha_i \cosh(K_i \alpha_i H_i)} + \\
 & \frac{\alpha_i^2}{l_i (K_i \alpha_i)^3 \cosh(K_i \alpha_i H_i)} + \left\{ W_i + F_i + \left[W_i H_i + F_i H_i \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{(K_i \alpha_i H_i)^2} \right) + \right. \right. \\
 & \left. \left. S_i + S_i' + Ps_i \right] K_i \alpha_i \sinh(K_i \alpha_i H_i) \right\} - \\
 & \frac{EI_i}{l_i^2} \alpha_i^2 \left[l_i \theta_{H_{i-1}} - \delta H_{i-1} \right] \tanh(K_i \alpha_i H_i) \quad (V.29)
 \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
 B_i = & \frac{EI_i}{l_i^2} \alpha_i^2 \left[l_i \theta_{H_{i-1}} - \delta H_{i-1} \right] - \frac{1}{K_i^2} \left[\frac{F_i H_i}{l_i} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{(K_i \alpha_i H_i)^2} \right) + \right. \\
 & \left. \frac{W_i H_i}{l_i} + \frac{S_i + S_i' + Ps_i}{l_i} \right] \quad (V.30)
 \end{aligned}$$

Par ailleurs nous avons :

$$\int_0^{H_i} q_i(x_i) dx_i = C_i - \frac{A_i}{K_i \alpha_i}$$

Où

$$\begin{aligned}
 C_i = & \left[Ml_i + Ml_i' + Ms_i - P_i(K_i^2 - 1) l_i \right] \frac{1}{l_i K_i^2} + \frac{W_i}{l_i K_i^2 (K_i \alpha_i)^2} + \\
 & \frac{1}{K_i^2} \left[\frac{F_i H_i^2}{l_i 3} + \frac{W_i H_i^2}{l_i 2} + \frac{(S_i + S_i' + Ps_i) H_i}{l_i} \right] \quad (V.31)
 \end{aligned}$$

Avec $i \in [1, n]$

Il ne nous reste plus à présent comme inconnus que δH_i et θH_i

De l'équation (V.23) on peut écrire :

$$\begin{aligned} \delta H_i = & \frac{K_i^2 - 1}{K_i^2} \frac{l_i^2}{EI_i} \left\{ \frac{W_i H_i^3}{l_i} \left[\frac{1}{6} - \frac{\tanh(K_i \alpha_i H_i)}{(K_i \alpha_i H_i)^3} + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{1}{(K_i \alpha_i H_i)^2 \cosh(K_i \alpha_i H_i)} \right] + (S_i + S_i + P_s_i) \frac{H_i^2}{l_i} \left[\frac{1}{2} + \frac{\cosh(K_i \alpha_i H_i) - 1}{(K_i \alpha_i H_i)^2} \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{\sinh(K_i \alpha_i H_i) \tanh(K_i \alpha_i H_i)}{(K_i \alpha_i H_i)^2} \right] + (M_i + M_i' + M_s_i) \frac{H_i}{l_i} \left[1 - \frac{\tanh(K_i \alpha_i H_i)}{K_i \alpha_i H_i} \right] + \right. \\ & \left. P_i H_i l_i \left[1 + \frac{K_i^2 - 1}{K_i^2} \tanh(K_i \alpha_i H_i) \right] \right\} + \frac{K_i^2 - 1}{K_i^2} (\delta H_{i-1} - l_i \theta_{H_{i-1}}) \left[\cosh(K_i \alpha_i H_i) - \right. \\ & \left. 1 - \tanh(K_i \alpha_i H_i) \sinh(K_i \alpha_i H_i) \right] + \delta H_{i-1} \end{aligned} \quad (V.32)$$

et

$$\theta H_i = \frac{l_i}{EI_i \alpha_i^2} q_i(x_i) + \frac{\delta H_i}{l_i} \quad (V.33)$$

Avec $i \in [1, n]$

Les valeurs initiales δH_0 et θH_0 sont fonction du type de fondations, ils sont illustrés précédemment pour les trois types de fondations.

V.5.3. Calcul de la flèche :

D'après l'équation (V.23) l'équation de la flèche de la région "i" peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} Y_3(x_3) = & F_i H_i^4 / EI_i \cdot \Psi_F(x_i / H_i, K_i, \alpha H_i) + \\ & W_i H_i^4 / EI_i \Psi_W(x_i / H_i, K_i, \alpha H_i) + (S_i + P_s_i) H_i^3 / EI_i \cdot \Psi_S(x_i / H_i, K_i, \alpha H_i) + \\ & (M_i + M_s_i) H_i^2 / EI_i \cdot \Psi_M(x_i / H_i, K_i, \alpha H_i) + P_i l_i H_i / EI_i \cdot \Psi_p(x_i / H_i, K_i, \alpha H_i) + \\ & (\delta H_{i-1} - l_i \theta_{H_{i-1}}) H_i / l_i \cdot \Psi_\delta(x_i / H_i, K_i, \alpha H_i) + Y_{i-1}(H_{i-1}) + \theta_{H_{i-1}} \cdot x_{i-1} \end{aligned}$$

Les expressions des fonctions Ψ_F , Ψ_W , Ψ_S , Ψ_M , Ψ_P et Ψ_δ , sont celle explicitées dans la section (V.2)

Nous remarquons que pour calculer la flèche en un point de la région (N°1) : il faut avoir δH_0 et θH_0 et Y_0 ; Les deux premières sont définies ci-avant pour les différents types de fondations , Y_0 représente la translation horizontale à la base de la structure , elle est prise :

$$Y_0 = 0 \quad \text{pour les fondations rigides ou avec déformations résiduelles .}$$

$$Y_0 = \frac{S_0}{K_H} \quad \text{pour les fondations élastiques .}$$

D'après les expressions citées dans ce chapitre nous constatons qu'aucune variable ne peut être calculer sans connaitre les autres ; donc pour calculer toutes les variables il faut résoudre un système d'équations non linéaires ,pour cela nous utiliserons la méthode des approximations successives ; qui est une méthode itérative. Donc il faut établir un programme de calcul dont l'algorithme est le suivant :

1- Prendre des valeurs de $P_i^0 = 0$ où "i" varie de 0 à n-1 , et l'exposant "0" indique le numéro de l'itération .

2- Calculer

$$\int_0^{H_i} q_i(x_i) dx_i = C_i - \frac{A_i}{K_i \alpha_i}$$

Pour se faire il faut calculer : M_i , A_i , B_i , C_i , q_i , δH_{i-1} et θH_{i-1} .

Il est à noter que δH_0 et θH_0 sont calculer pour les fondations élastiques, et pris directement pour les autres types de fondations .

3 . Recalculer les nouvelles valeurs de P_i

$$P_i^1 = P_{i+1}^1 + \int_0^{H_i} q_{i+1}(x_{i+1}) dx_{i+1}$$

4 . Tester la convergence en comparant P_i^0 et P_i^1 .

5 . Si la convergence est vérifiée , les efforts internes sont déterminés, on peut passer au calcul de la flèche .

6 . Si la convergence n'est pas vérifiée, reprendre la procédure itérative avec les nouvelles valeurs de P_i , jusqu'à ce que $| P_i^n - P_i^{n-1} | \leq \varepsilon$;

Où ε est la précision demandé .

L'organigramme de ce programme est donné ci dessous (fig 5.6).

Remarque : Dans le programme nous ne traitons pas le cas de la fondation rigide tout seul, puisqu'il peut être inclu dans le cas des fondations avec déformations résiduelles en posant $\delta_0 = 0$ et $\theta_0 = 0$, ou dans le cas des fondations élastiques en posant $K_V = \infty$, $K_r = \infty$, $K_H = \infty$.

DEBUT

LIRE LE NOMBRE
DE REGION n

DE i=1 a n
LIRE LES CARACTERISTIQUES
GEOMETRIQUES ET
MECANIQUE DE LA REGION i

DE i=1 a n
LIRE LES CHARGES
APPLIQUEES SUR
LA REGION i

AVEC DEFORMATION
RESIDUELLE

LIRE
 δ_0 ET θ_0

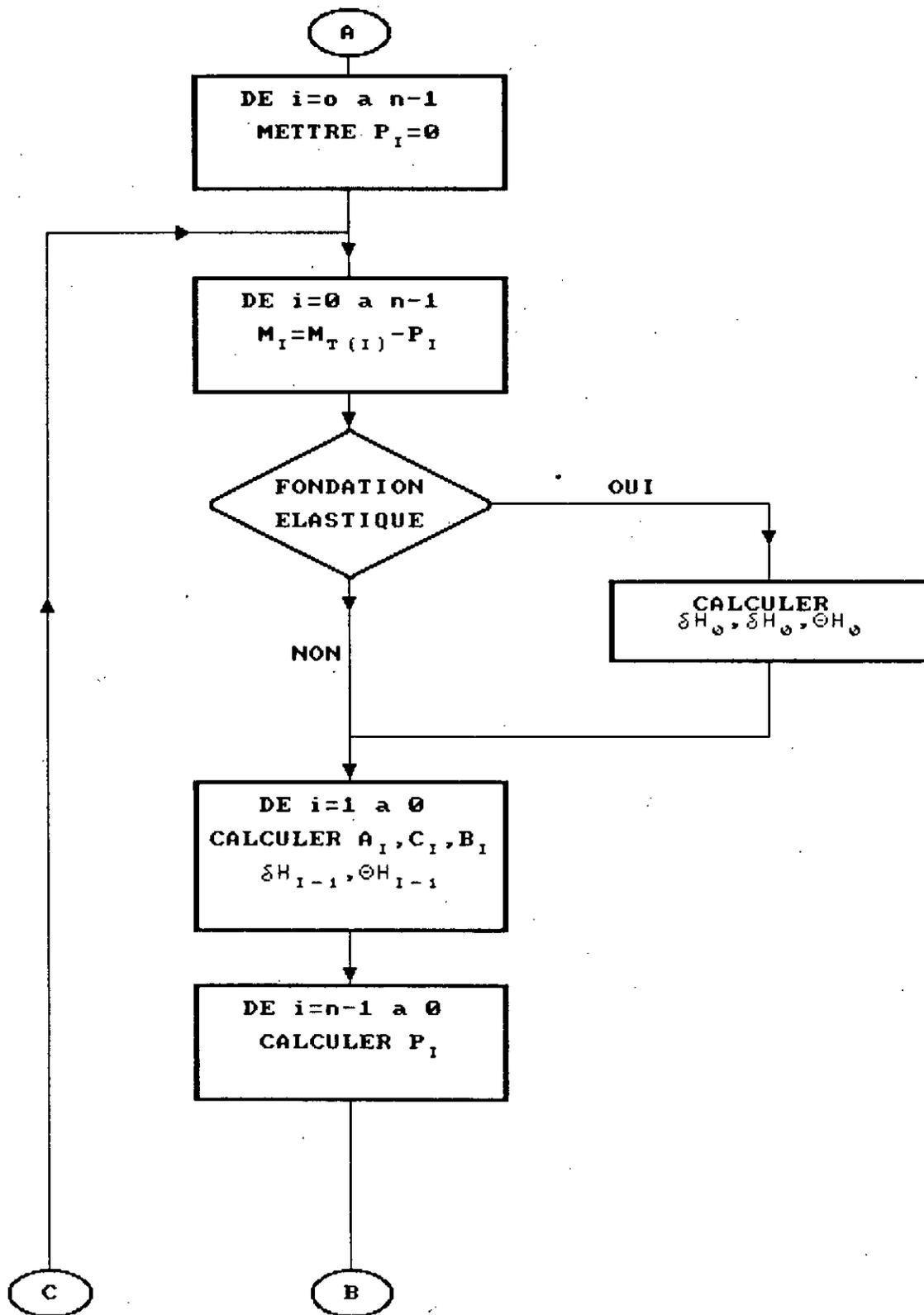
TYPE
DE
FONDATION

ELASTIQUE

LIRE
 K_V, K_H, K_R

DE i=0 a n-1
CALCULER LES EFFORTS
EXTERIEURS
 $S(i)$ ET Mt_i

A



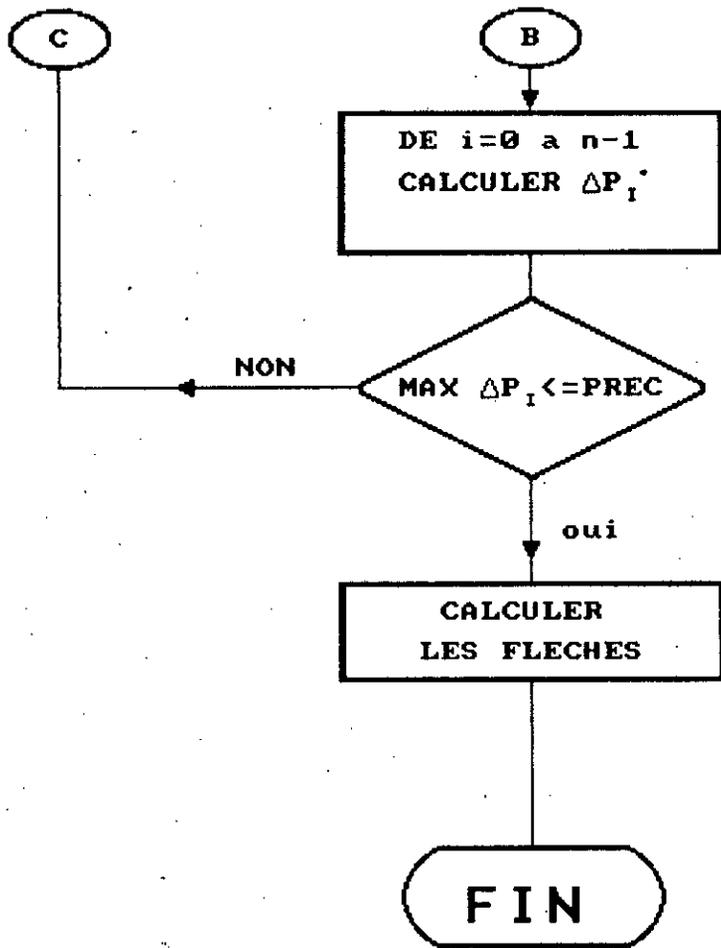


Fig 5.6 : Organigramme

V.6. EXEMPLE DE CALCUL:

Dans cet exemple nous allons étudier la même structure étudiée par S.Salhi et S.Ourabah [5] pour pouvoir visualiser les erreurs commises dans leurs développement de formules.

Soit un mûr avec une file d'ouvertures de vingt étages. (voir fig 5.7) comportant deux changements brusques de section respectivement au sixième et au douzième étage, soumise à un chargement latéral uniforme de 15 KN/m constant le long des trois régions. Les caractéristiques de cette structure sont données dans le tableau 5.1 :

Tableau 5.1

Caractéristiques	Région 1	Région 2	Région 3
Hauteur totale (H)	22.5 m	22.5 m	30 m
Longueur des ouvertures (b)	4.5 m	6.5 m	8.5 m
Longueurs des murs (d)	6.75 m	4.75 m	2.75 m
Longueur de l'entre-axe des mûrs (l)	11.25 m	11.25 m	11.25 m
Epaisseur des mûrs (e)	0.45 m	0.45 m	0.45 m
Inertie des mûrs (I)	23.066 m ⁴	8.038 m ⁴	1.56 m ⁴
Inertie des poutres de jonction _s (I _b)	0.11165 m ⁴	0.11165 m ⁴	0.11165 m ⁴
Séction des mûrs (A)	6.075 m ²	4.275 m ²	2.475 m ²
Module d'élasticité du matériau(E)	2.8 10 ⁷ KN/m	2.8 10 ⁷ KN/m	2.8 10 ⁷ KN/m

En utilisant les équations établies dans ce chapitre, nous commençons tout d'abord, grace au programme de calcul élaboré par calculer les efforts internes résultant de l'influence mutuelle entre les différentes régions.

Tableau 5.2

Efforts	Région 1	Région 2	Région 3
P (KN)	35.5	18.87	00.0
S (KN)	787.5	450.0	00.0
M(KN.m)	20.27 10 ⁴	6.54 10 ³	00.0

Après avoir obtenu ces efforts nous passons au calcul de la flèche latérale en chaque niveau et cela par l'intermédiaire des équations établies pour chaque région. Afin de vérifier les résultats obtenus, nous les comparons avec les valeurs données par un programme d'éléments finis.

Tableau 5.3

Abscisse x(m)	Valeurs de la flèche Y(m)	Valeurs exactes Y(m)
0.00	0.000	0.000
3.75	0.044 10^{-2}	0.044 10^{-2}
7.50	0.169 10^{-2}	0.169 10^{-2}
11.25	0.368 10^{-2}	0.368 10^{-2}
15.00	0.632 10^{-2}	0.632 10^{-2}
18.75	0.954 10^{-2}	0.954 10^{-2}
22.5	1.33 10^{-2}	1.326 10^{-2}
26.25	1.77 10^{-2}	1.780 10^{-2}
30.00	2.33 10^{-2}	2.344 10^{-2}
33.75	2.99 10^{-2}	3.000 10^{-2}
37.50	3.72 10^{-2}	3.733 10^{-2}
41.25	4.52 10^{-2}	4.531 10^{-2}
45.00	5.37 10^{-2}	5.383 10^{-2}
48.75	6.31 10^{-2}	6.343 10^{-2}
52.50	7.43 10^{-2}	7.467 10^{-2}
56.25	8.67 10^{-2}	8.705 10^{-2}
60.00	1.00 10^{-2}	10.025 10^{-2}
63.75	11.377 10^{-2}	11.396 10^{-2}
67.50	12.785 10^{-2}	12.795 10^{-2}
71.25	14.206 10^{-2}	14.210 10^{-2}
75.00	15.630 10^{-2}	15.622 10^{-2}

L'erreur maximale dans le calcul de la flèche présenté ci-dessous est de (0.6%), ce qui nous permet de conclure que la méthode donne des résultats très efficace pour l'étude des structures de grande hauteur. En comparant ces résultats avec ceux obtenus par S.Salhi et S.Ourabah on constate qu'ils se sont hautement améliorés de 5% à 0.6%.

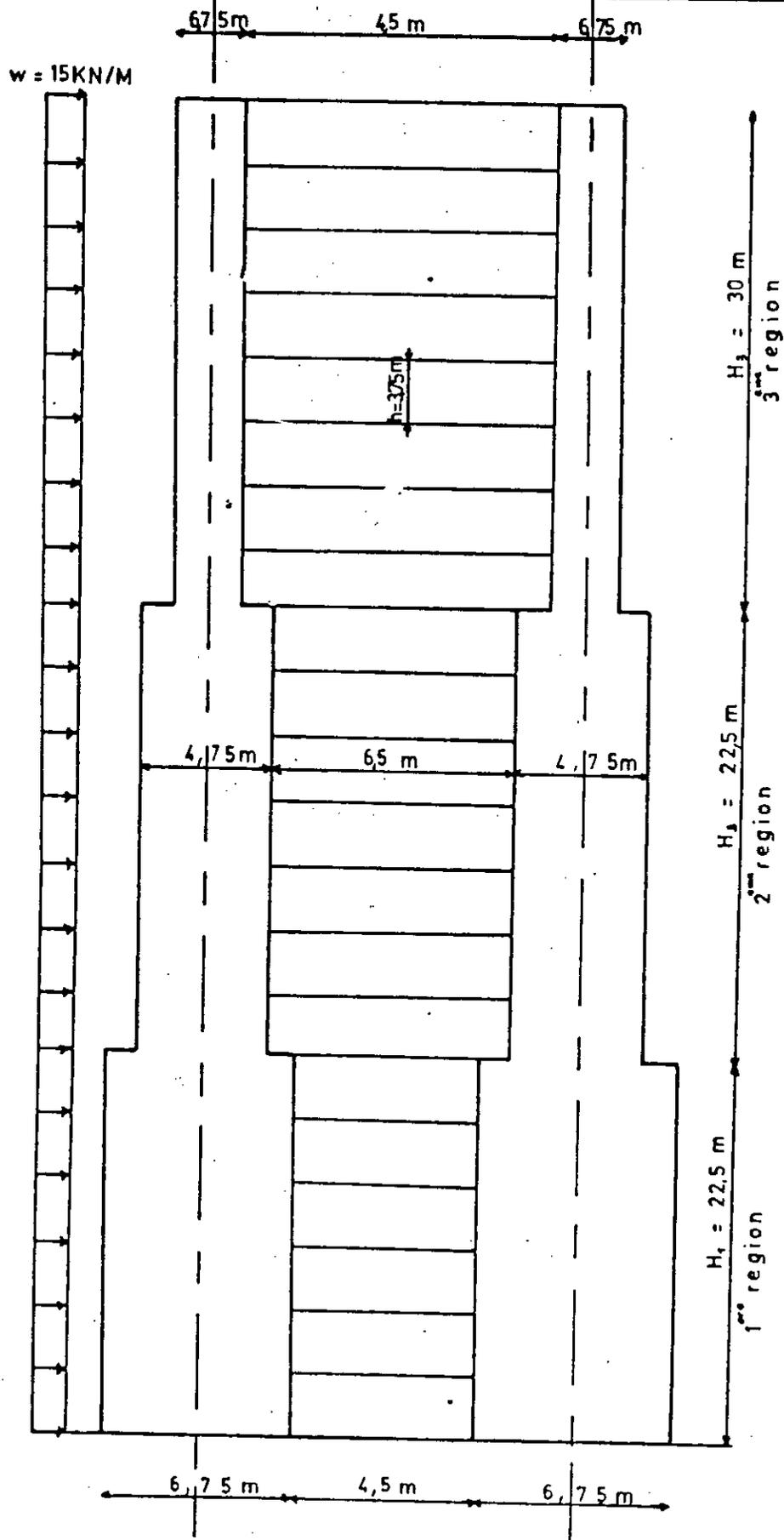


Figure VII.5

V.7.INFLUENCE DE NOMBRE DE D'ETAGES DES REGIONS SUR LA PRECISION DE LA METHODE:

Pour une structure à une région, l'application de cette méthode a montré que la précision de celle ci augmente avec le nombre de niveaux de la structure.

Les courbes d'erreurs tracées en fonction du nombre de niveaux indiquent qu'à partir de cinq niveaux environs la méthode devient intéressante.

pour des structures à plusieurs régions l'étude se fait indépendamment des autres; c'est à dire la considerer comme une structure uniforme indépendante.

Ce paragraphe a pour but d'étudier l'influence de la réduction du nombre de niveaux d'une région sur la précision de la méthode.

Pour se faire nous avons étudié des structures à plusieurs régions dont le nombre d'étages de la première région est variable. On augmente le nombre de niveaux à partir de un et on trace la courbe de l'erreur maximale sur la flèche.

Les résultats obtenus sont illustrés dans la (fig 5.8).

V.7.1. Interpretation des resultats :

Sur la courbe ci-dessous, on constate que l'erreur est pratiquement constante pour n'importe quel nombre de niveaux, l'erreur maximale est de 0.64% ; Donc pour vu que le nombre total d'étages de la structure soit supérieur à 7 environ, la précision de la méthode est très bonne. ces resultats valident la continuité de l'analyse présentée.

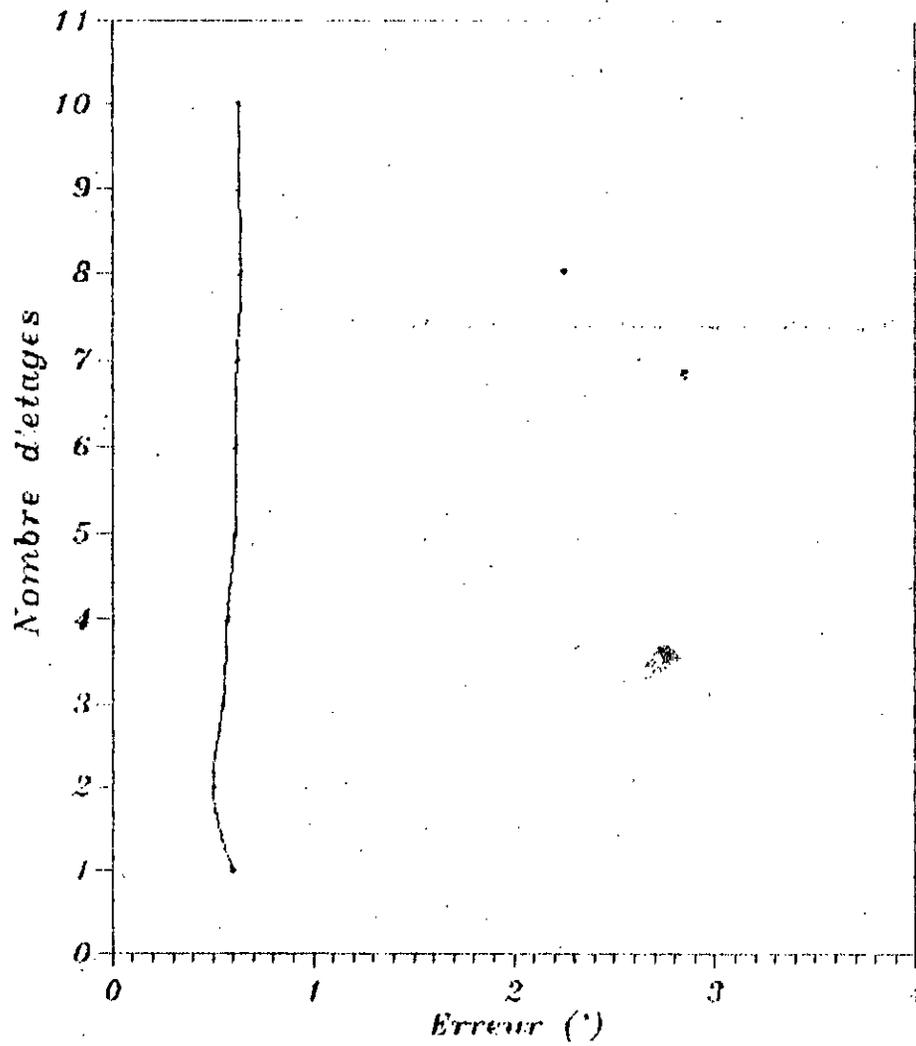


Fig 5.8 : Courbe d'erreur

Chapitre VI

*ETUDE DES
STRUCTURES NON
UNIFORMES EN
TROIS DIMENSIONS*

ETUDE D'UNE STRUCTURE NON UNIFORME EN 3 DIMENSIONS PAR L'INTERMEDIAIRE D'UN MODELE SIMPLIFIE

VI.1. INTRODUCTION :

Dans la majorité des cas le contreventement des structures est assuré par des portiques ou des refends plans, ayant une raideur négligeable dans la direction perpendiculaire à ce plan.

Les plans de contreventement sont reliés à chaque niveau par des planchers infiniment rigides, qui repartissent entre eux les forces horizontales.

On devra tout d'abord modéliser correctement ces contreventements et les assembler ensuite en un modèle dans l'espace, ou, lorsque cela est possible en un modèle plan.

L'élaboration et l'analyse d'un modèle complet et détaillé d'une structure non uniforme en trois dimensions nécessite la représentation de tous les éléments de base constituant celle-ci, à savoir les murs, les poteaux et les poutres, ainsi qu'une bonne évaluation des efforts extérieurs appliqués. Généralement, une telle analyse appliquée sur des constructions à grande hauteur est longue et fastidieuse, il serait donc souhaitable et parfois même nécessaire de remplacer le modèle détaillé par un modèle simple ayant le même comportement.

VI.2. MODELISATION DES PLANS DE CONTREVENTEMENT :

On détermine pour chaque plan de contreventement de la structure en trois dimensions, un modèle simplifié. celui-ci est un portique symétrique à une seule travée, composé de deux poteaux reliés à chaque niveau par une poutre infiniment rigide axialement et donnera la même flèche latérale que la structure d'origine soumise au même chargement latéral. A partir des paramètres K^2 et αH on détermine les propriétés du modèle équivalent.

VI.3. ELABORATION DU MODELE SIMPLIFIES EN 3D :

On considère une structure non uniforme à grande hauteur, en trois dimensions qui peut être symétrique ou asymétrique, composée de plusieurs plans de contreventement. Ceux-ci peuvent être des murs à files d'ouverture, des portiques rigides ou autres.

On applique a cette structure un chargement latéral. La procédure à suivre pour déterminer et analyser le modèle simplifié comporte trois étapes :

1°/ Détermination des modèles simplifiés pour chaque plan de contreventement .

2°/ Assemblage de tous les modèles simplifiés afin d'obtenir une structure simplifiée en trois dimensions. Calcul de la flèche latéral subit par cette structure ainsi que les charges revenants à chaque plan .

3°/ Etude de chaque plan d'origine soumis au chargement qui lui correspond.

Pour simplifier l'étude, nous allons émettre certaines hypothèses simplificatrices :

VI.3.1. Hypothèses :

Les différentes hypothèses pour l'analyse en trois dimensions de la structure sont :

- * Les dalles sont supposées infiniment rigides .
- * La rigidité à la torsion des poutres et des poteaux est négligeable. Dans le programme d'éléments finis utilisé dans les calculs, cette rigidité est prise très petite .
- * La contribution des éléments non structuraux est négligée. On néglige également la déformation due au cisaillement dans les éléments horizontaux et verticaux .

VI.3.2. Structures symétriques :

La structure symétrique peut être simplifiée en étudiant seulement la moitié de celle-ci. De plus ,si le chargement est symétrique la structure ne subira pas de torsion et pourra donc être étudiée en deux dimensions. Ce modèle rassemble les éléments de contreventement dans un même plan, reliés par l'intermédiaire de poutres infiniment rigides articulées aux deux extrémités, qui représentent l'effet de la dalle rigide.

Pour les structures asymétriques une étude complète en trois dimensions est nécessaire du fait de la présence de la torsion causé par le chargement latéral.

VI.4. EXEMPLE D'APPLICATION :

Soit la structure non uniforme symétrique, schématisée sur la Fig(6.1), soumise à un chargement $W=45$ kN/m, composée de quatre plans de contreventement de 25 étages chacun et ayant pour hauteur $H=75$ m .

Le premier plan est un mur avec une seule file d'ouverture, le second est un portique rigides. Comme la structure est symétrique, nous pourrions donc l'étudier en deux dimensions comme indiqué sur la Fig(6.3) .

Déterminons d'abord le modèle simplifié de chaque plan.

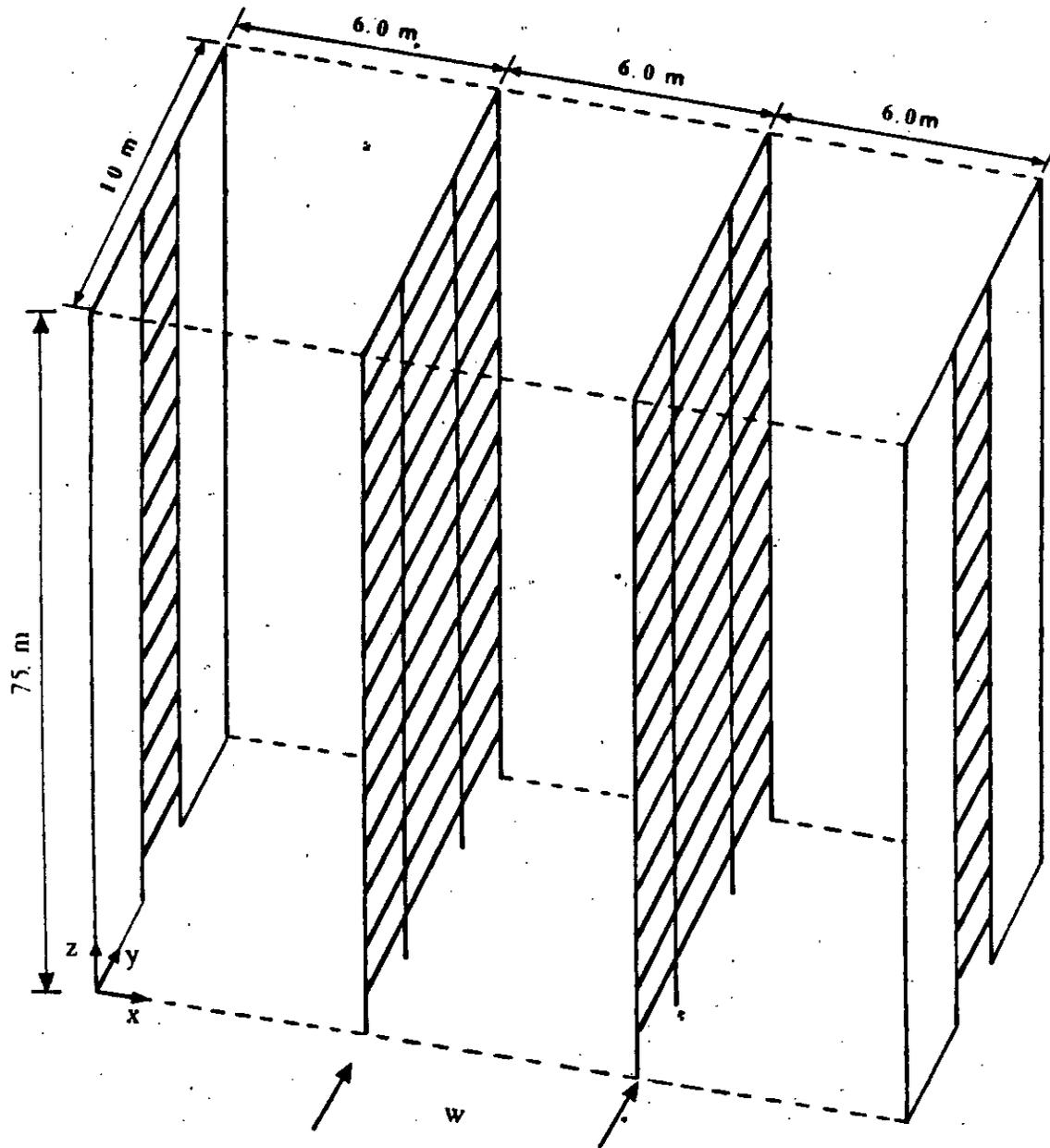


Figure (6.1) : Structure détaillée en 3D .

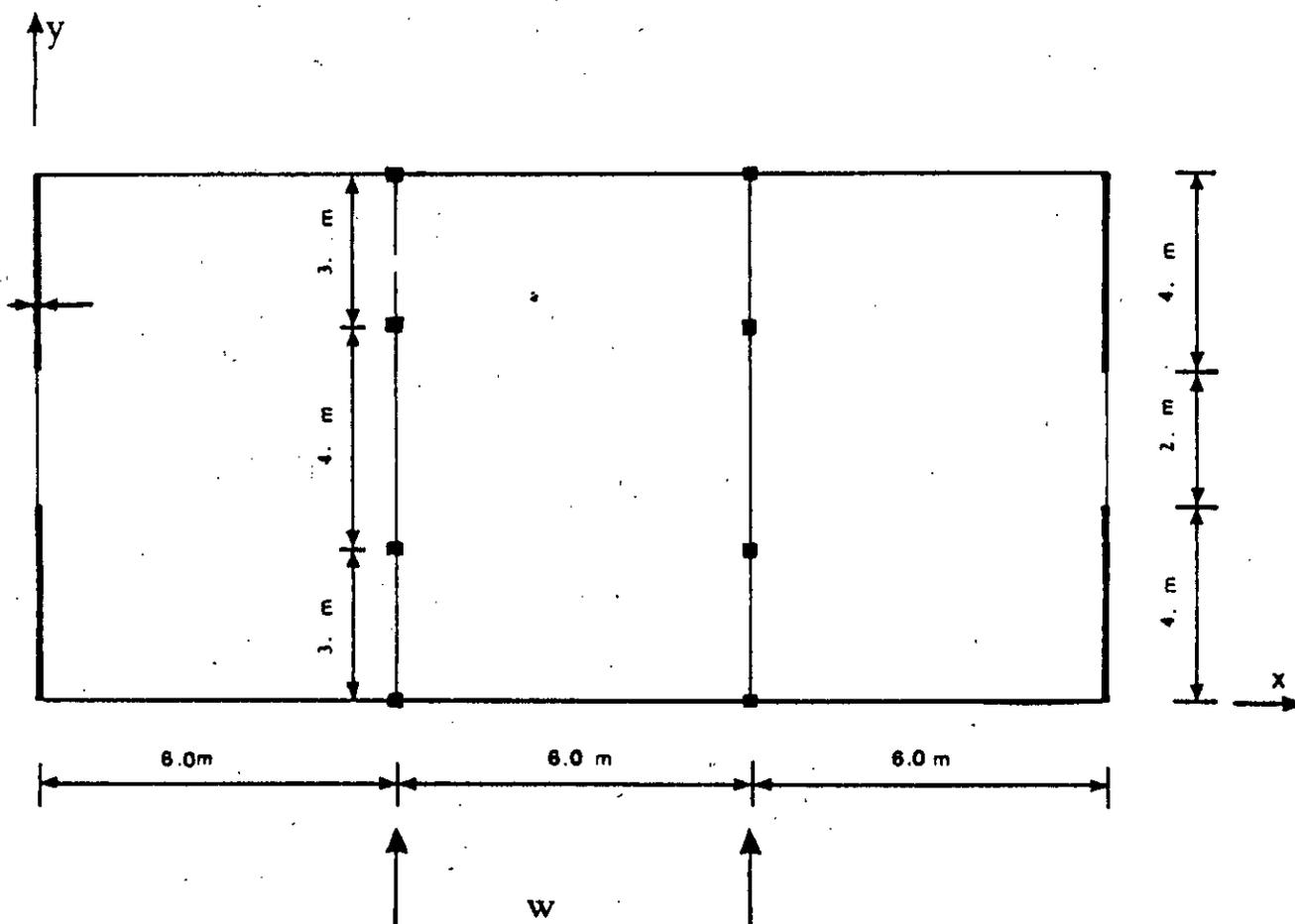


Figure (6.2) : Vue en plan de la structure détaillée .

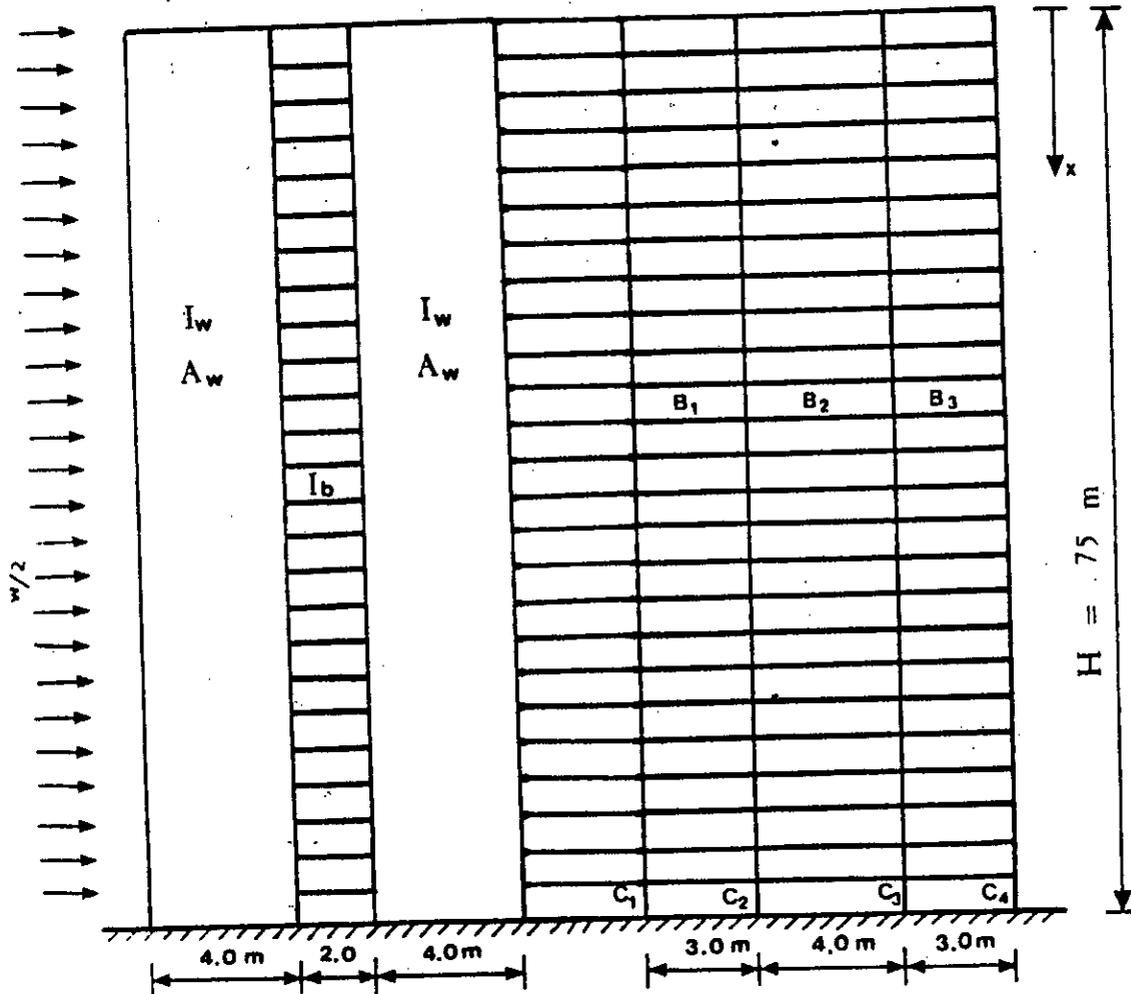


Figure (6.3) : Structure détaillée en 2D .

VI.4.1. Plan N°1 : (mur avec une file d'ouverture)

Ce plan Fig(6.4) est divisé en deux régions, 15 étages pour la première et 10 pour la seconde.

♦ Les caractéristiques de la première région sont :

* Deux murs de 4 m de longueur et 0.6 m d'épaisseur, ayant pour section $A_w = 2.4 \text{ m}^2$ et pour inertie $I_w = 3.2 \text{ m}^4$.

* Une file de poutre de jonction de 0.6 m d'épaisseur et 0.5 m de hauteur, ayant pour inertie $I_b = 6.25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$, sa section est infinie, car les poutres sont prises rigide axialement.

♦ Les caractéristiques de la seconde région sont :

* Deux murs de 4 m de longueur et 0.4 m d'épaisseur, donc $A_w = 1.6 \text{ m}^2$ et $I_w = 2.13 \text{ m}^4$.

* Une file de poutre de jonction de 0.4 m d'épaisseur et 0.5 m de hauteur, donc $I_b = 4.17 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$.

♦ Le matériau utilisé à pour module d'élasticité $E = 2.0 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$.

On calcul les paramètres adimensionnels K^2 et αH , on obtient comme résultats :

Région N°1 : $K^2 = 1.14815$

$\alpha H = 5.966$

Région N°2 : $K^2 = 1.14815$

$\alpha H = 3.980$

Le modèle simplifié ayant le même comportement aura donc les mêmes paramètres adimensionnels. A partir de ces derniers, nous déterminerons les caractéristiques I_c , A_c et A_b du portique rigide équivalent, de longueur $l = 10 \text{ m}$.

L'inertie I_c est donnée par :

$$I_c = \frac{1}{2} \sum I_i \quad (\text{VI-1})$$

A_c et I_b sont données par résolution du système de deux équations à deux inconnues suivant :

$$\alpha H = H \sqrt{\frac{GA}{EI}} \quad (\text{VI-2})$$

$$K^2 = 1 + \frac{EI}{EA_c^2} \quad (\text{VI-3})$$

Sachant que la structure simplifiée est un portique rigide, la rigidité au cisaillement aura pour valeur :

$$G_A = \frac{12E}{\frac{h}{\sum \frac{I_{ci}}{h}} + \frac{h}{\sum \frac{I_{bi}}{h}}} \quad (\text{VI-4})$$

Après calcul on obtient les résultats suivants :

Région N°1 : $A_c = 0.864 \text{ m}^2$

$$I_c = 3.2 \text{ m}^4$$

$$I_b = 0.285 \text{ m}^4$$

Région N°2 : $A_c = 0.576 \text{ m}^2$

$$I_c = 2.133 \text{ m}^4$$

$$I_b = 0.1902 \text{ m}^4$$



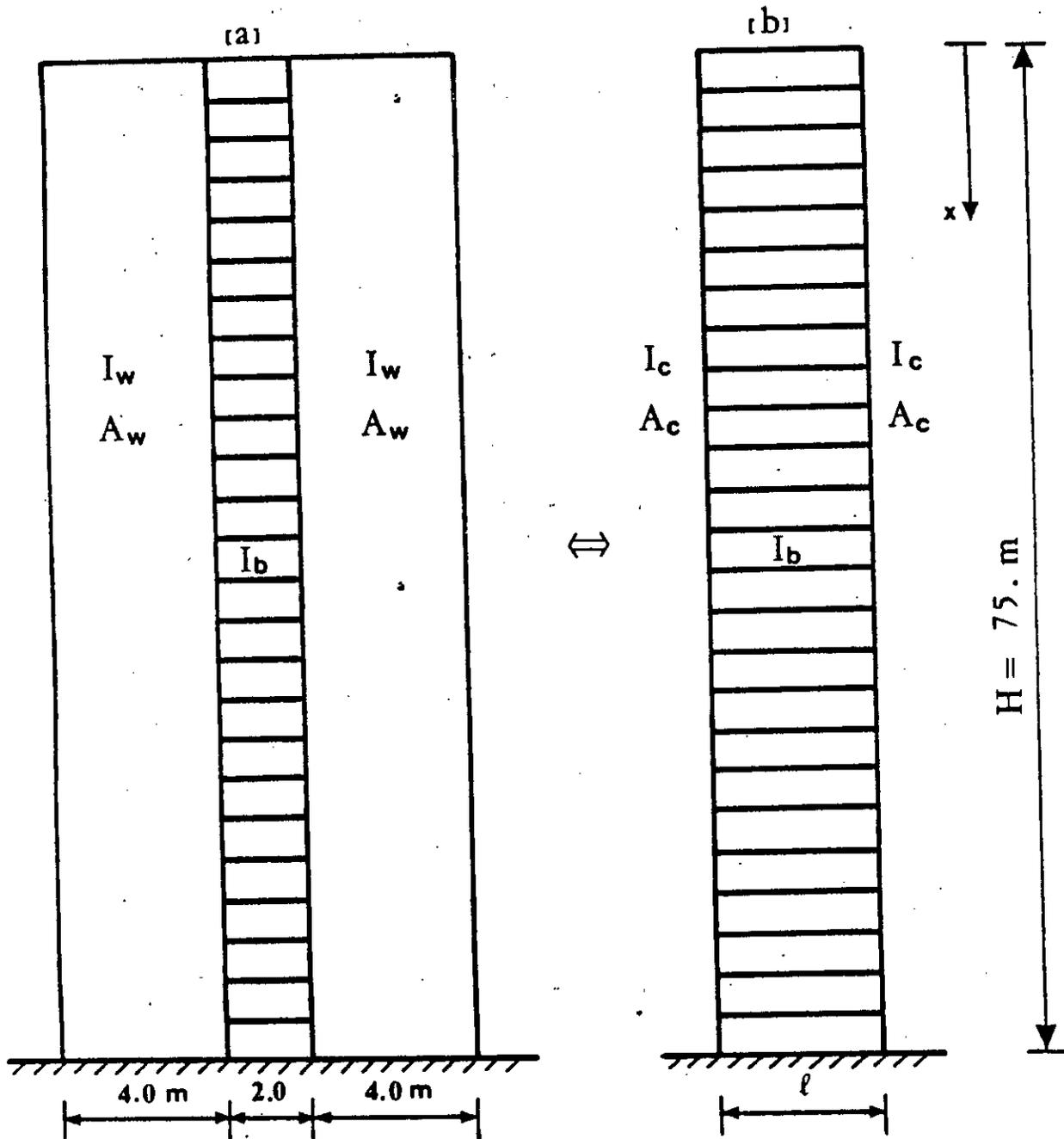


Figure (6.4) : Mur avec une file d'ouverture avec son modèle équivalent .

VI.4.2. Plan N°2 :

Ce plan Fig(6.5) est divisé aussi en deux régions la première de 15 étages et la seconde de 10 étages.

- ♦ La première région est constituée de :
 - * Deux poteaux de rive de $0.6 \text{ m} \times 0.5 \text{ m}$, ayant donc pour section $A_{c1} = A_{c4} = 0.30 \text{ m}^2$ et pour inertie $I_{c1} = I_{c4} = 6.25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$
 - * Deux poteaux centraux de $0.6 \text{ m} \times 0.6 \text{ m}$, ayant donc pour section $A_{c2} = A_{c3} = 0.36 \text{ m}^2$ et pour inertie $I_{c2} = I_{c3} = 10.80 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$
 - * Trois files de poutres de jonction de 0.6 m d'épaisseur et 0.5 m de hauteur ayant pour inertie $I_b = 6.25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$. leur section est infinie car les poutres sont prises rigides axialement .
- ♦ La seconde région est constituée de :
 - * Deux poteaux de rive de $0.4 \text{ m} \times 0.5 \text{ m}$, ayant donc pour section $A_{c1} = A_{c4} = 0.20 \text{ m}^2$ et pour inertie $I_{c1} = I_{c4} = 4.17 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$
 - * Deux poteaux centraux de $0.5 \text{ m} \times 0.5 \text{ m}$, ayant donc pour section $A_{c2} = A_{c3} = 0.25 \text{ m}^2$ et pour inertie $I_{c2} = I_{c3} = 5.208 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$
 - * Trois files de poutres de jonction de 0.5 m d'épaisseur et 0.5 m de hauteur ayant pour inertie $I_b = 5.208 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$
- ♦ Le matériau utilisé à pour module d'élasticité $E = 2.0 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$.

On calcul les paramètres adimensionnels K^2 et αH , on obtient comme résultats :

$$\text{Région N°1 : } K^2 = 1.00191$$

$$\alpha H = 30.08$$

$$\text{Région N°2 : } K^2 = 1.00156$$

$$\alpha H = 22.80$$

Le modèle simplifié ayant le même comportement aura donc les mêmes paramètres adimensionnels. A partir de ces derniers, nous déterminerons les caractéristiques I_c , A_c et A_b du portique rigide équivalent, de longueur $l = 10 \text{ m}$.

En procédant de la même manière que pour le plan N°1 on obtient les résultats suivants :

$$\text{Région N°1 : } A_c = 0.3576 \text{ m}^2$$

$$I_c = 1.705 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_b = 5.7292 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$\text{Région N°2 : } A_c = 0.24 \text{ m}^2$$

$$I_c = 0.9375 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$I_b = 4.774 \cdot 10^{-2} \text{ m}^4$$



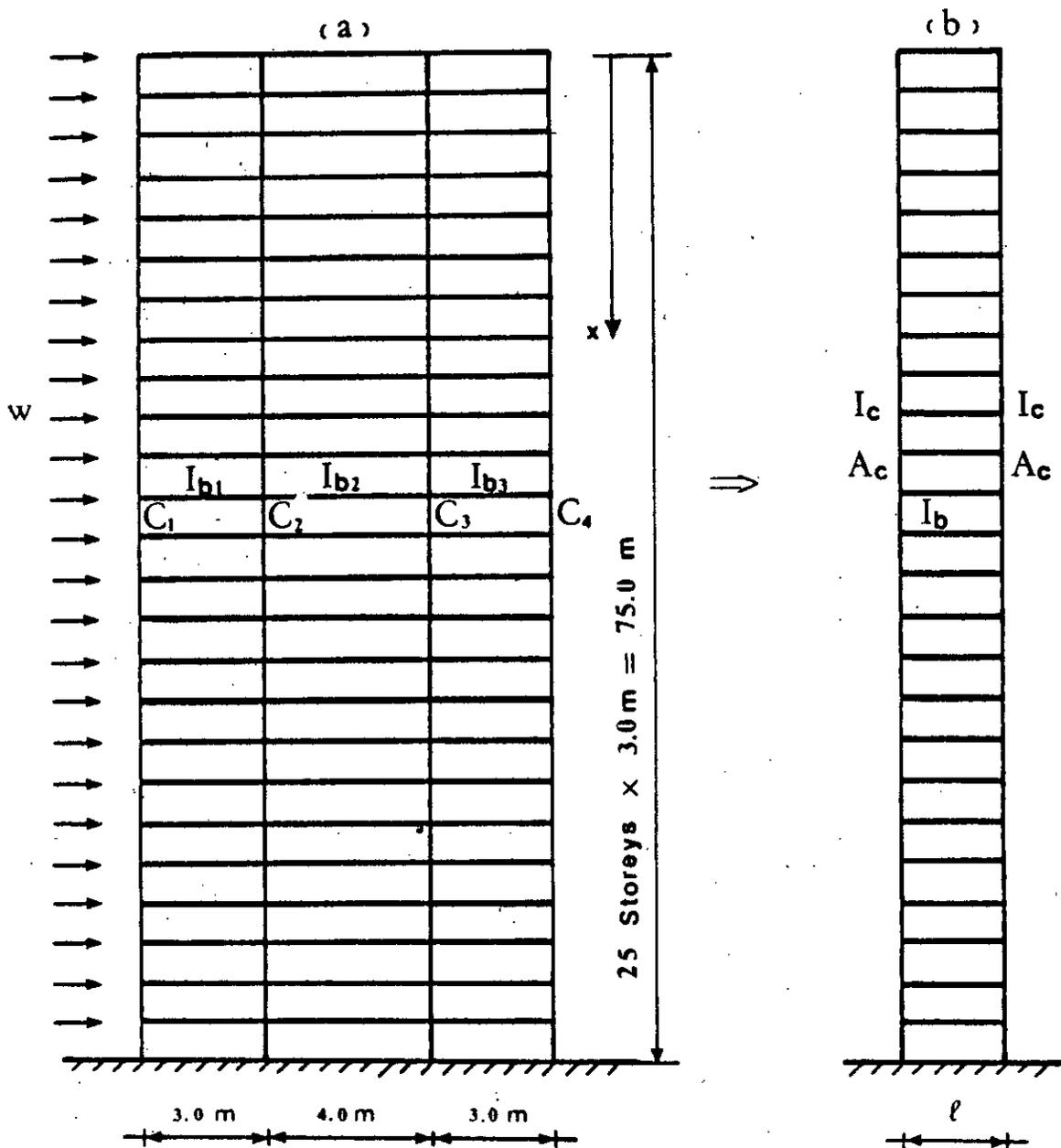


Fig (6.5) : Portique rigide avec son modèle équivalent .

VI.4.3. Obtention du modèle simplifié équivalent :

Après avoir déterminé les modèles simplifiés de chaque plan, nous les assemblerons en une structure en trois dimensions **Fig(6.6)**. Comme la structure est symétrique, elle sera remplacée comme il a été noté dans le paragraphe(VI.3.2) par un modèle simplifié en deux dimensions **Fig(6.8)** que l'on utilisera pour l'étude de la structure détaillée.

Une étude comparative entre les flèches obtenues à partir du modèle simplifié et du modèle détaillé est explicitée dans le **Tableau (6.1)**, on visualise cette comparaison sur un graphe **Fig(6.9)** Contenant les deux courbes de la flèche du modèle simplifié et du modèle détaillé en fonction de la hauteur.

A partir des résultats obtenus, un calcul d'erreur nous permettra d'estimer celle-ci à 2%.



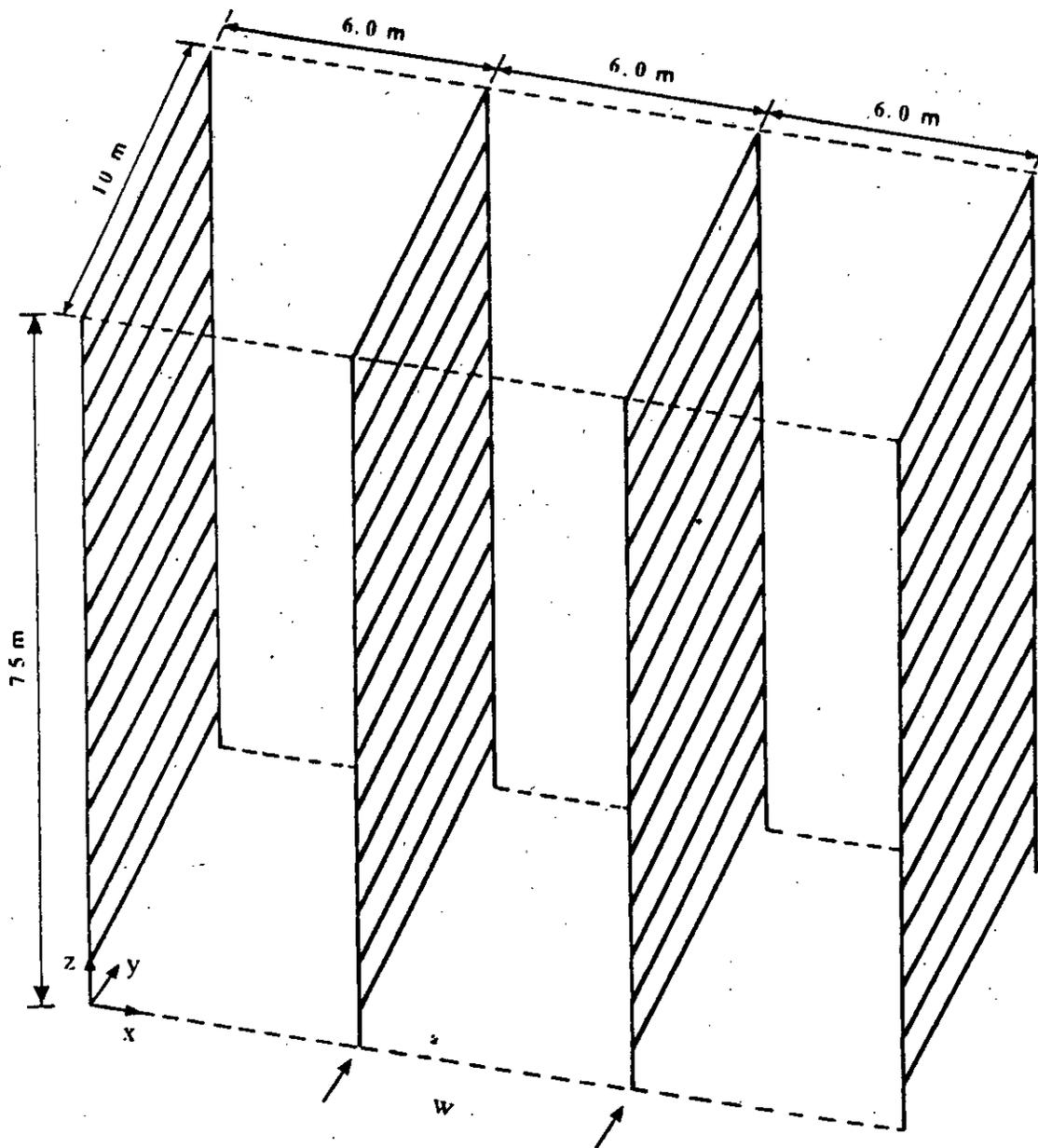


Figure (6.6) : Modèle simplifié en 3D .

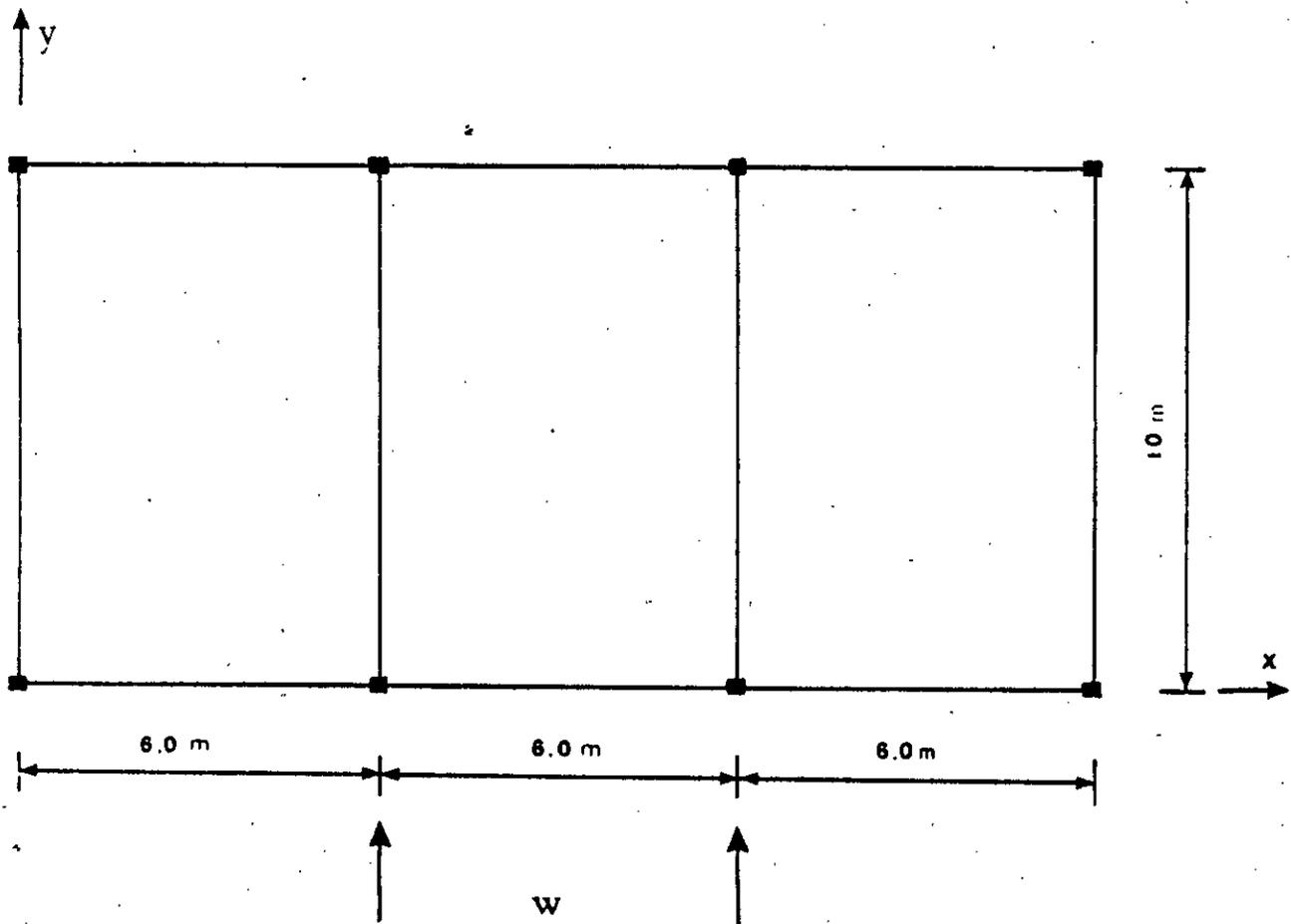


Figure (6.7) : Vue en plan du modèle simplifié en 3D .

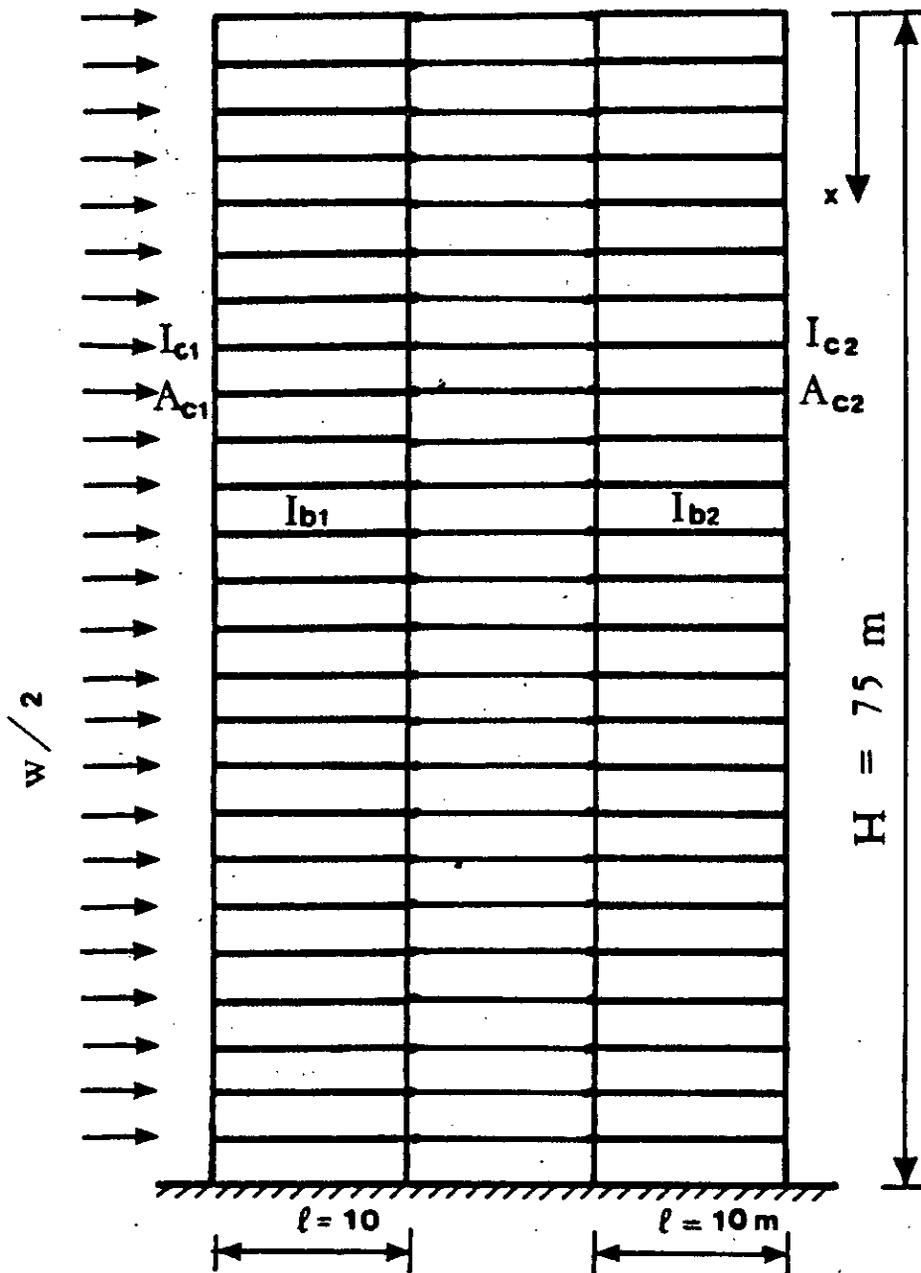


Figure (6.8) : Modèle simplifié en 2D .

**Tableau (6.1) : Comparaison des résultats
du modèle simplifié et du modèle détaillé .**

x	Modèle détaillé	Modèle simplifié
0	0	0
3	$0.0050 \cdot 10^{-1}$	$0.0050 \cdot 10^{-1}$
6	$0.0182 \cdot 10^{-1}$	$0.0180 \cdot 10^{-1}$
9	$0.0377 \cdot 10^{-1}$	$0.0372 \cdot 10^{-1}$
12	$0.0619 \cdot 10^{-1}$	$0.0611 \cdot 10^{-1}$
15	$0.0899 \cdot 10^{-1}$	$0.0887 \cdot 10^{-1}$
18	$0.1209 \cdot 10^{-1}$	$0.1192 \cdot 10^{-1}$
21	$0.1544 \cdot 10^{-1}$	$0.1521 \cdot 10^{-1}$
24	$0.1900 \cdot 10^{-1}$	$0.1870 \cdot 10^{-1}$
27	$0.2271 \cdot 10^{-1}$	$0.2235 \cdot 10^{-1}$
30	$0.2656 \cdot 10^{-1}$	$0.2613 \cdot 10^{-1}$
33	$0.3052 \cdot 10^{-1}$	$0.3000 \cdot 10^{-1}$
36	$0.3456 \cdot 10^{-1}$	$0.3395 \cdot 10^{-1}$
39	$0.3867 \cdot 10^{-1}$	$0.3796 \cdot 10^{-1}$
42	$0.4284 \cdot 10^{-1}$	$0.4201 \cdot 10^{-1}$
45	$0.4706 \cdot 10^{-1}$	$0.4609 \cdot 10^{-1}$
48	$0.5134 \cdot 10^{-1}$	$0.5026 \cdot 10^{-1}$
51	$0.5567 \cdot 10^{-1}$	$0.5449 \cdot 10^{-1}$
54	$0.6001 \cdot 10^{-1}$	$0.5873 \cdot 10^{-1}$
57	$0.6433 \cdot 10^{-1}$	$0.6296 \cdot 10^{-1}$
60	$0.6862 \cdot 10^{-1}$	$0.6714 \cdot 10^{-1}$
63	$0.7284 \cdot 10^{-1}$	$0.7128 \cdot 10^{-1}$
66	$0.7701 \cdot 10^{-1}$	$0.7537 \cdot 10^{-1}$
69	$0.8111 \cdot 10^{-1}$	$0.7939 \cdot 10^{-1}$
72	$0.8516 \cdot 10^{-1}$	$0.8335 \cdot 10^{-1}$
75	$0.8917 \cdot 10^{-1}$	$0.8727 \cdot 10^{-1}$

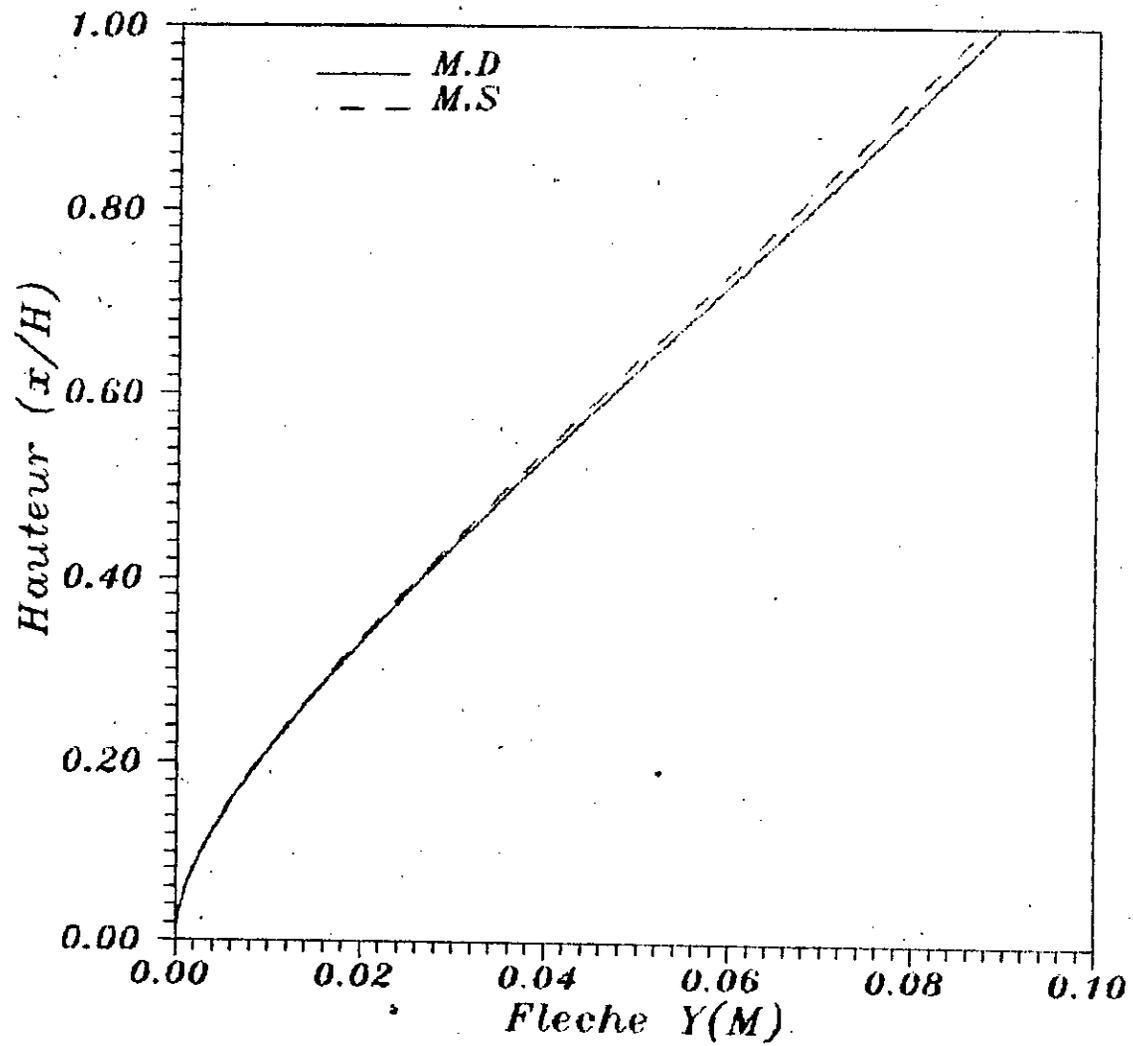


Figure (6.9) : Courbe de comparaison .

VI.5. CONCLUSION :

Le modèle simplifié élaboré dans ce chapitre facilite l'étude du comportement des structures complexes en trois dimensions.

Ce modèle permet une détermination rapide de la distribution des forces ainsi que de la flèche latérale.

Un exemple a été traité de manière détaillée par l'utilisation des modèles simplifiés et la comparaison avec l'analyse exacte a montré que les résultats obtenus ont une bonne précision.



Chapitre VII

CONCLUSION

CONCLUSION

La méthode de calcul exposée permet d'assez bien saisir le comportement des structures de grande hauteur sous l'action des charges horizontales. Cette méthode est basée sur la technique du milieu continu ; Elle a été élaborée originalement pour des structures uniformes reposant sur des fondations parfaitement rigides.

Notre travail a consisté - en utilisant cette méthode - en l'étude des structures reposant sur des fondations comportant des déformations résiduelles, sur des fondations élastiques, ainsi que l'étude des structures présentant plusieurs changements brusques de caractéristiques le long de la hauteur, reposant sur les types de fondations cités ci-dessus, bien entendu sous l'effet des différents chargements horizontaux .

L'étude des structures reprises par des fondations ayant des déformations résiduelles nous a permis de conclure qu'un tassement différentiel est une rotation relativement faibles peuvent induire de très importantes contraintes dans la structure, particulièrement critiques dans la basse partie de celle-ci.

La deuxième étude faite en considérant les fondations comme étant élastiques, a montré l'importance de l'influence de ces dernières sur la flèche et les efforts internes, notamment à la base; En particulier pour les sols mous qui ont de faibles valeurs des rigidités des fondations. Pour les autres types de sols, à partir des valeurs des rigidités $K_r > 10^8$ KN.m/rad et $K_v > 10^8$ KN/m, on peut considérer les fondations comme étant rigides. D'autres part l'influence de la rigidité au déplacement différentiel K_v est beaucoup plus importante sur les structures flexibles (telles que les portiques) que pour les structures rigides (telles que les voiles), le contraire se présente pour la rigidité à la rotation K_r .

Pour l'étude des structures de grande hauteur, il est souvent très intéressant de changer les caractéristiques de celle-ci le long de la hauteur, dans ce projet nous avons essayer en utilisant la technique du milieu continu d'étudier ce type de structures, les résultats obtenus par cette méthode ont de très bonnes précisions. En application de cette étude nous nous somme intéressés à l'analyse d'une structures en trois dimensions, pour celle-ci les résultats obtenus sont très précises aussi .

Notons enfin, qu'en raison de l'obtention de résultats satisfaisants pour le cas statique, la méthode pourra faire l'objet d'une extension au cas dynamique.

ANNEXE A

A.1 Calcul de αH et K^2 pour les différents types de structures :

Dans cette annexe on trouve les expressions de αH et K^2 pour les différents types de structures, à savoir; mûr avec une file d'ouverture, mûr avec plusieurs d'ouvertures, portique rigide, portique articulé, combinaisons mûr-poteaux.

Pour tous ces types de structures nous avons :

$$\alpha H = H \sqrt{\frac{12 I^2 I_b}{h b^3 I}}$$

$$\alpha^2 = \frac{12 I^2 I_b}{h b^3 I} \quad (\text{II.11})$$

$$K^2 = 1 + \frac{(A_1 + A_2) I}{A_1 A_2 I^2}$$

Avec

1) $EI = E \sum I_i$: la somme des rigidités flexionnelles des éléments verticaux par à leurs axes.

Pour les portique articulés le calcul donne :

$$I = 0 \Rightarrow \alpha H = \infty \quad \text{et} \quad K^2 = 1$$

Dans ce cas il est recommandé de prendre

$$I = 0.001 A_p \frac{I^2}{12}$$

Où A_p : section des poteaux.

l : distance entre les poteaux.

2) $EI = E \sum A_i C_i^2$: c'est l'inertie à la flexion des membres verticaux par rapport à leur centre de flexion .

3) GA : c'est la rigidité au cisaillement de la structure développée par les membres horizontaux et diagonaux , il est défini pour les différents types de structures comme suit :

A.1.1. Mûr avec une file d'ouvertures :

$$GA = \frac{12 E I^2}{\frac{I_b}{b} h b^2} \quad (A.1)$$

A.1.2. Portique rigide : (fig A.1)

$$GA = \frac{12 E}{\frac{h}{\sum \frac{I_{ci}}{h}} + \frac{h}{\sum \frac{I_{bi}}{h}}} \quad (A.2)$$

A.1.3. Mûrs-poteaux : (fig A.2)

$$GA = \frac{6 E I_b}{l h} [(1+r)(1+2r+s)] \quad (A.3)$$

Avec:

$$r = \frac{b}{l}, \quad s = \frac{\beta - 3r - 1}{\beta + r} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{6 E I_p l}{E I_b h}$$

A.1.4. Portique articulé :

a/ Portique articulé avec une seule diagonale : (fig A.3)

$$GA = \frac{h l^2 E}{\left[\frac{2h^3}{A_c} + \frac{\sqrt{(l^2+h^2)^3}}{A_d} \right]} \quad (A.4)$$

Avec : $d^2 = l^2 + h^2$

b/ Portique articulé à une double diagonale : (fig A.4)

$$GA = \frac{2hl^2E}{\left[\frac{h^3}{A_c} + \frac{d^3}{A_d}\right]} \quad (A.4)$$

Avec : $d^2 = l^2 + h^2$

c/ Portique articulé en K : (fig A.5)

$$GA = \frac{hl^2E}{2\left[\frac{h^3}{A_c} + \frac{d^3}{A_d}\right]} \quad (A.5)$$

Avec : $d^2 = \frac{l^2}{4} + h^2$

d/ Portique articulé complexe : (fig A.6)

$$GA = \frac{2hE}{\left[\frac{h^2l}{6I_b} + \frac{h^3}{\mu^2 A_c} + \frac{d^3}{\mu^2 A_d}\right]} \quad (A.7)$$

Avec : $d^2 = h^2 + \mu^2$

A.1.5. Mûr à plusieurs files d'ouvertures : (fig A.7)

$$GA = \frac{12E}{\frac{h}{\sum \frac{l_i}{S\rho^2}} + \frac{h}{\sum \frac{l_{bi}\lambda_i}{b_i}}} \quad (A.8)$$

Avec $\rho^2 = \frac{h}{S}$ $\lambda_i = \frac{l_i}{b_i}$

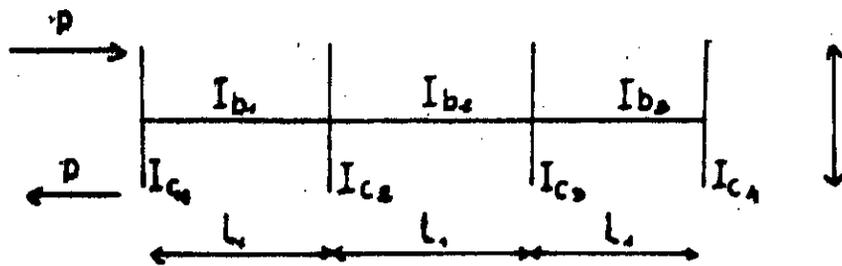


Fig A.1 : Portique rigide

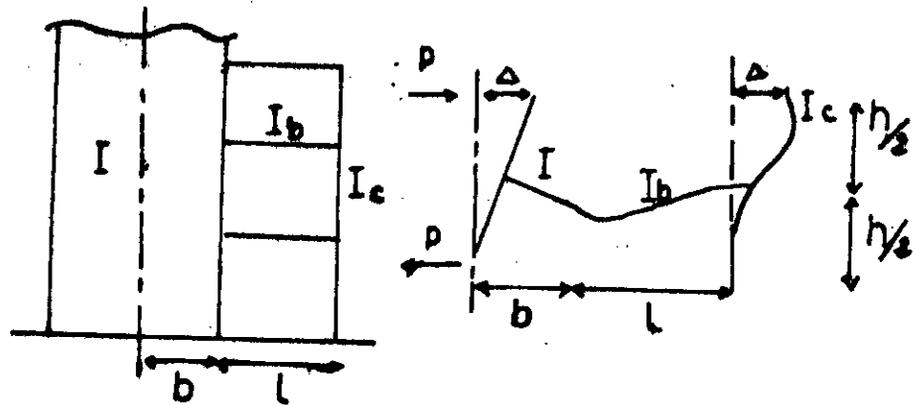


Fig A.2 : Mûr-poteaux

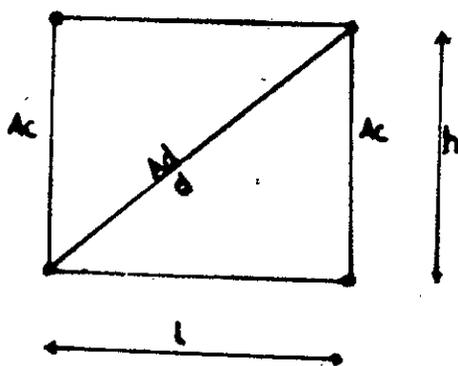


Fig A.3 : Portique articulé à une seule diagonale

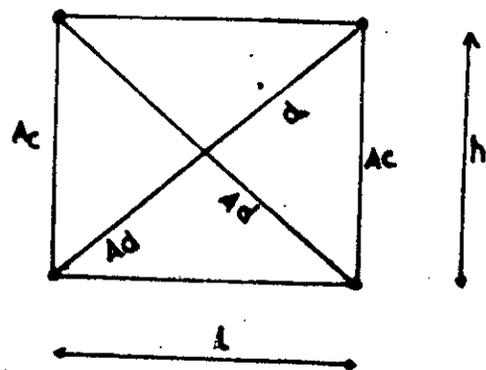


Fig A.4 : Portique articulé à double diagonale

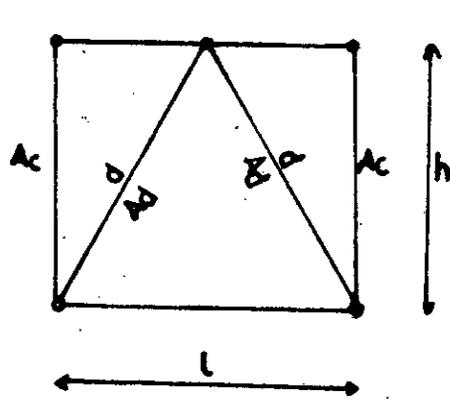


Fig A.5 : Portique articulé en K

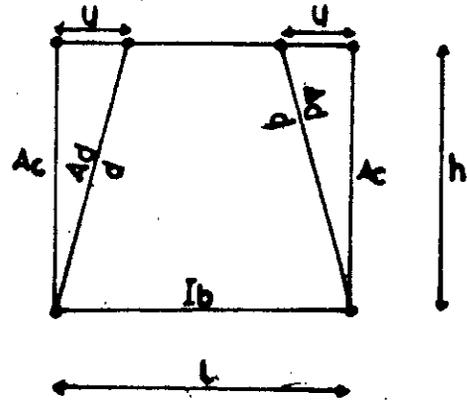
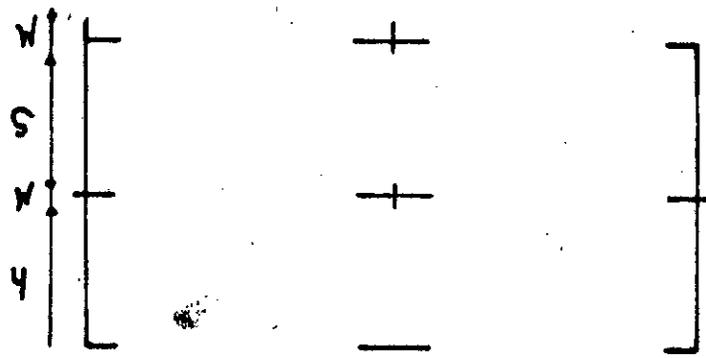


Fig A.6 : Portique articulé complexe



Vu en plan

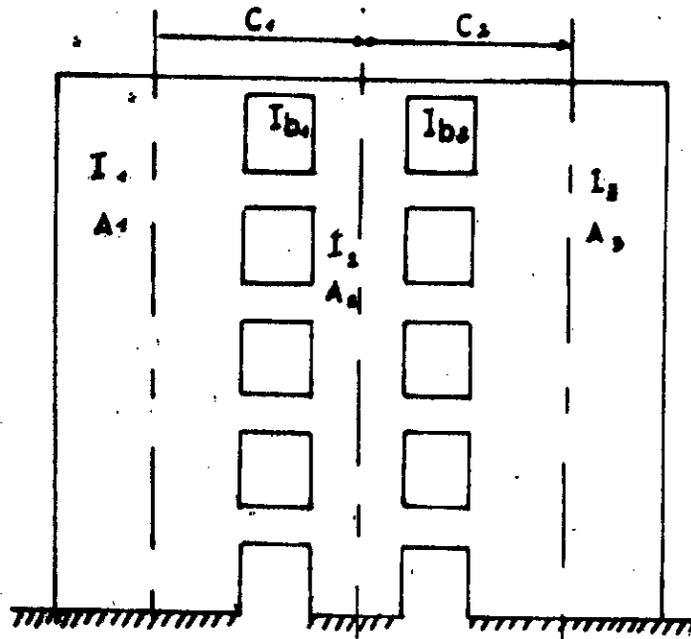


Fig A.7 : Mûr à plusieurs files d'ouvertures

A.2. Marges de variation de K^2 et αH des différents types de structures :

	$K^2 < 1.005$ petit	$1.005 < K^2 < 1.1$ moyen	$K^2 > 1.1$ grand
$\alpha H < 5$ petit	-Portiques rigides non élancés - Portiques rigides avec des poutres flexible	-Mûrs couplés non élancés -Mûrs couplés avec des poutres flexibles .	-Mûrs couplés élancés avec de très rigides putres
$5 < \alpha H < 80$ moyen	- Portique rigide non élancés - Portiques de rigidité moyenne	-Portiques rigides avec des poutres rigides -Mûrs couplés d'élancement moyen	-Mûrs couplés avec des refends (élément de mûr) rigides
$\alpha H > 80$ grand	-Portiques articulés d'élancement moyen -Portiques rigides élancés -Portiques rigides avec des poutres rigides	-Mûrs couplés avec des poutres rigides -Mûrs couplés élancés	-Mûrs couplés des poutres très rigides

A.3. Equation de la flèche pour des structures soumises à d'autres types de chargement latéraux :

A.3.1. Charge uniformément répartie

$$Y(x) = \frac{WH^4}{EI} \left\{ \left[\frac{1}{8} - \frac{1}{6} \frac{x}{H} + \frac{1}{24} \left(\frac{x}{H} \right)^4 \right] \frac{K^2 - 1}{K^2} + \frac{1}{K^2} \left[\frac{1 - \left(\frac{x}{H} \right)^2}{2(K\alpha H)^2} + \frac{\cosh(K\alpha(H-x)) - 1}{(K\alpha H)^4 \cosh(K\alpha H)} - \frac{\sinh(K\alpha H) - \sinh(K\alpha x)}{(K\alpha H)^3 \cosh(K\alpha H)} \right] \right\}$$

A.3.2. Charge triangulaire :

$$Y(x) = \frac{FH^4}{EI} \left\{ \left[\frac{11}{120} - \frac{1}{8} \frac{x}{H} + \frac{1}{24} \left(\frac{x}{H} \right)^4 - \frac{1}{120} \left(\frac{x}{H} \right)^5 \right] \frac{K^2 - 1}{K^2} + \frac{1}{K^2 (K\alpha H)^2} \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{H} \right)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{x}{H} \right)^3 - \frac{1 - \frac{x}{H}}{(K\alpha H)^2} + \frac{\left(\frac{1}{K\alpha H} - \frac{K\alpha H}{2} \right) (\sinh(K\alpha H) - \sinh(K\alpha x))}{(K\alpha H)^2 \cosh(K\alpha H)} + \frac{\cosh(K\alpha(H-x)) - 1}{(K\alpha H)^2 \cosh(K\alpha H)} \right] \right\}$$

A.3.3. Charge appliquée au sommet :

$$Y(x) = \frac{PH^3}{EI} \left\{ \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \frac{x}{H} + \frac{1}{6} \left(\frac{x}{H} \right)^3 \right] \frac{K^2 - 1}{K^2} + \frac{1}{K^2} \left[\frac{1 - \frac{x}{H}}{(K\alpha H)^2} - \frac{\sinh(K\alpha H) - \sinh(K\alpha x)}{(K\alpha H)^3 \cosh(K\alpha H)} \right] \right\}$$

A.3.4. Moment appliqué au sommet :

$$Y(x) = \frac{MH^2}{EI} \left\{ \left[\frac{1}{2} - \frac{x}{H} + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{H} \right)^2 \right] \frac{K^2 - 1}{K^2} + \frac{1}{K^2} \left[\frac{\cosh(K\alpha(H-x)) - 1}{(K\alpha H)^2 \cosh(K\alpha H)} \right] \right\}$$

ANNEXE B

DETERMINATION DES EXPRESSIONS DE LA FLECHE ET DES EFFORTS POUR TROIS CAS DE CHARGEMENT

B.1. CHARGE TRIANGULAIRE :

L'équation différentielle qui découle de l'équation de compatibilité à pour

$$\text{expression : } \frac{d^2 T}{dx^2} - (k\alpha)^2 T = -\frac{f\alpha^2}{2l} \left(x^2 - \frac{x^3}{3H}\right) \quad (\text{B-1})$$

La résolution de l'équation (B-1) et après détermination des constantes d'intégration nous donne la solution :

$$T(x) = \frac{f}{K^4 \alpha^2 l} \left[\left\{ \text{Sinh}(K\alpha H) + \frac{1}{K\alpha H} - \frac{K\alpha H}{2} \right\} \frac{\text{Sinh}(K\alpha x)}{\text{Cosh}(K\alpha H)} - \text{Cosh}(K\alpha H) + \frac{(K\alpha H)^2}{2} - \frac{(K\alpha)^2 x^3}{6H} - \frac{x}{H} + 1 \right] - \frac{EI\alpha \left(\frac{M(H)}{K_r} l + \frac{T(H)}{K_r} \right)}{Kl^2 \text{Cosh}(K\alpha H)} \text{Sinh}(K\alpha x) \quad (\text{B-2})$$

L'effort tranchant au niveau du linteau intermédiaire i à x_i du sommet est:

$$\pi(x_i) = \frac{f}{K^4 \alpha^2 l} \left[2 \left\{ \text{Sinh}(K\alpha H) + \frac{1}{K\alpha H} - \frac{K\alpha H}{2} \right\} \frac{\text{Sinh}(K\alpha h/2)}{\text{Cosh}(K\alpha H)} \text{Cosh}(K\alpha x_i) - 2 \text{Sinh}(K\alpha h/2) \cdot \text{Sinh}(K\alpha x_i) + (k\alpha)^2 h x_i \left(1 - \frac{x_i}{2H} - \frac{(K\alpha)^2 h^3}{24H} - \frac{h}{H} \right) \right] \quad (\text{B-3})$$

La flèche latérale pour un tel chargement s'écrira alors de la manière suivante:

$$y(x) = \frac{fH^4}{EI} \left[\left\{ \frac{11}{120} - \frac{1}{8} \frac{x}{H} + \frac{1}{24} \left(\frac{x}{H}\right)^4 - \frac{1}{120} \left(\frac{x}{H}\right)^5 \right\} \frac{K^2 - 1}{K^2} + \frac{1}{K^2 (K\alpha H)^2} \left\{ \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{H}\right)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{x}{H}\right)^3 - \frac{1 - \frac{x}{H}}{(K\alpha H)^2} + \frac{\left(\frac{1}{K\alpha H} - \frac{K\alpha H}{2}\right) (\text{Sinh}(K\alpha H) - \text{Sinh}(K\alpha x))}{(K\alpha H)^2 \text{Cosh}(K\alpha H)} + \frac{\text{Cosh}(K\alpha(H-x)) - 1}{(K\alpha H)^2 \text{Cosh}(K\alpha H)} \right\} \right] + \frac{\left(\frac{M(H)}{K_r} l + \frac{T(H)}{K_r}\right) H}{Kl^2} \left[1 - \frac{x}{H} - \frac{\text{Sinh}(K\alpha H) - \text{Sinh}(K\alpha x)}{(K\alpha H) \text{Cosh}(K\alpha H)} \right] - H \left(1 - \frac{x}{H} \right) \frac{M(H)}{K_r} + \frac{fH}{2K_H} \quad (\text{B-4})$$

Le moment à une distance x du sommet est donné par :

$$M(x) = \frac{f}{K^4 \alpha^2} \left[(K^2 - 1) \left\{ \frac{(K\alpha)^2 x^3}{6H} - \frac{(K\alpha x)^2}{2} \right\} - \frac{x}{H} + 1 + \frac{\text{Sinh}(K\alpha x)}{\text{Cosh}(K\alpha H)} \left\{ \frac{1}{K\alpha H} - \frac{K\alpha H}{2} \right. \right. \\ \left. \left. + \text{Sinh}(K\alpha H) \right\} - \text{Cosh}(K\alpha H) \right] - \frac{EI\alpha \left(\frac{M(H)}{K_v} l + \frac{T(H)}{K_v} \right)}{KI \text{Cosh}(K\alpha H)} \text{Sinh}(K\alpha x) \quad (\text{B-5})$$

L'effort axial à la base dans chaque élément de refend et le moment total à la base sont donnés par les expressions (B-6) et (B-7) respectivement:

$$T(H) = \frac{A_f + \frac{B_f l}{K_v} (A_f l - C_f)}{1 + B_f \left(\frac{1}{K_v} + \frac{l}{K_v} \right)} \quad (\text{B-6})$$

$$M(H) = \frac{C_f + \frac{B_f}{K_v} (A_f l - C_f)}{1 + B_f \left(\frac{1}{K_v} + \frac{l}{K_v} \right)} \quad (\text{B-7})$$

avec :

$$A_f = \frac{f}{K^4 \alpha^2 l} \left[\left\{ \frac{1}{K\alpha H} - \frac{K\alpha H}{2} \right\} \frac{\text{Sinh}(K\alpha x)}{\text{Cosh}(K\alpha H)} - \frac{1}{\text{Cosh}(K\alpha H)} + \frac{(K\alpha H)^2}{3} \right] \quad (\text{B-8})$$

$$B_f = \frac{EI\alpha \cdot \text{Sinh}(K\alpha H)}{KI^2 \text{Cosh}(K\alpha H)} \quad (\text{B-9})$$

$$C_f = \frac{f}{K^4 \alpha^2} \left[\left\{ \frac{1}{K\alpha H} - \frac{K\alpha H}{2} \right\} \frac{\text{Sinh}(K\alpha H)}{\text{Cosh}(K\alpha H)} - (K^2 - 1) \cdot \frac{(K\alpha H)^2}{3} - \frac{1}{\text{Cosh}(K\alpha H)} \right] \quad (\text{B-10})$$

B.2. CHARGE CONCENTREE AU SOMMET :

De même que pour la charge triangulaire l'équation de compatibilité peut être écrite sous la forme suivante :

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - (k\alpha)^2 T = -\frac{p\alpha^2}{l} x \quad (\text{B-11})$$

après résolution on obtient :

$$T(x) = \frac{P}{K^3 \alpha l} \left[K\alpha x - \frac{\text{Sinh}(K\alpha x)}{\text{Cosh}(K\alpha H)} \right] - \frac{EI\alpha \left(\frac{M(H)}{K_v} l + \frac{T(H)}{K_v} \right)}{KI^2 \text{Cosh}(K\alpha H)} \text{Sinh}(K\alpha x) \quad (\text{B-12})$$

En suivant le même ordre de calcul on obtiendra respectivement l'effort tranchant dans les linteaux intermédiaire et la flèche latérale comme indiqué :

$$\pi(x_i) = \frac{p}{K^3 \alpha l} \left[K \alpha H - \frac{2 \operatorname{Sinh}(K \alpha h/2)}{\operatorname{Cosh}(K \alpha H)} \operatorname{Cosh}(K \alpha x_i) \right] - \frac{2 E I \alpha \left(\frac{M(H)}{K_r} l + \frac{T(H)}{K_v} \right)}{K l^2 \operatorname{Cosh}(K \alpha H)} \operatorname{Sinh}(K \alpha h/2) \operatorname{Cosh}(K \alpha x_i) \quad (\text{B-13})$$

$$y(x) = \frac{p H^3}{E I} \left[\left\{ \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \frac{x}{H} + \frac{1}{6} \left(\frac{x}{H} \right)^3 \right\} \frac{K^2 - 1}{K^2} + \frac{1}{K^2} \left\{ \frac{1 - \frac{x}{H}}{(K \alpha H)^2} + \frac{\operatorname{Sinh}(K \alpha x) - \operatorname{Sinh}(K \alpha H)}{(K \alpha H)^3 \operatorname{Cosh}(K \alpha H)} \right\} \right] + \frac{\left(\frac{M(H)}{K_r} l + \frac{T(H)}{K_v} \right) H}{K^2 l} \left[1 - \frac{x}{H} - \frac{\operatorname{Sinh}(K \alpha H) - \operatorname{Sinh}(K \alpha x)}{(K \alpha H) \operatorname{Cosh}(K \alpha H)} \right] - H \left(1 - \frac{x}{H} \right) \frac{M(H)}{K_r} + \frac{p}{K_H} \quad (\text{B-14})$$

L'expression du moment dans ce cas est :

$$M(x) = \frac{p}{K^3 \alpha} \left[(1 - K^2) K \alpha x - \frac{\operatorname{Sinh}(K \alpha x)}{\operatorname{Cosh}(K \alpha H)} \right] - \frac{E I \alpha \left(\frac{M(H)}{K_r} l + \frac{T(H)}{K_v} \right)}{K l \operatorname{Cosh}(K \alpha H)} \operatorname{Sinh}(K \alpha x) \quad (\text{B-15})$$

Les efforts T(H) et M(H) à la base du refend sont donnés par :

$$T(H) = \frac{A_p + \frac{B_p l}{K_v} (A_p l - C_p)}{1 + B_p \left(\frac{1}{K_v} + \frac{l}{K_r} \right)} \quad (\text{B-16})$$

$$M(H) = \frac{C_p + \frac{B_p}{K_v} (A_p l - C_p)}{1 + B_p \left(\frac{1}{K_v} + \frac{l}{K_r} \right)} \quad (\text{B-17})$$

avec :

$$A_p = \frac{p}{K^3 \alpha l} \left[K \alpha H - \frac{\operatorname{Sinh}(K \alpha H)}{\operatorname{Cosh}(K \alpha H)} \right] \quad (\text{B-18})$$

$$B_p = \frac{E I \alpha \operatorname{Sinh}(K \alpha H)}{K l^2 \operatorname{Cosh}(K \alpha H)} \quad (\text{B-19})$$

$$C_p = \frac{p}{K^3 \alpha} \left[(K^2 - 1) K \alpha H + \frac{\operatorname{Sinh}(K \alpha H)}{\operatorname{Cosh}(K \alpha H)} \right] \quad (\text{B-20})$$

B.3. MOMENT AU SOMMET :

En procédant de manière analogue aux chargements précédent on obtiendra les expressions suivante :

$$T(x) = \frac{M}{K^2 l} \left[1 - \frac{\text{Cosh}(K \alpha (H - x))}{\text{Cosh}(K \alpha H)} \right] - \frac{EI \alpha \left(\frac{M(H)}{K_r} l + \frac{T(H)}{K_v} \right)}{K l^2 \text{Cosh}(K \alpha H)} \text{Sinh}(K \alpha x) \quad (\text{B-21})$$

$$\begin{aligned} \pi(x_i) = & \frac{M}{K^2 l} \left[\frac{2 \text{Sinh}(K \alpha H / 2)}{\text{Cosh}(K \alpha H)} \text{Sinh}(K \alpha (H - x_i)) \right] \\ & - \frac{2 EI \alpha \left(\frac{M(H)}{K_r} l + \frac{T(H)}{K_v} \right)}{K l^2 \text{Cosh}(K \alpha H)} \text{Sinh}(K \alpha H / 2) \cdot \text{Cosh}(K \alpha x_i) \end{aligned} \quad (\text{B-22})$$

$$y(x) = \frac{MH^2}{EI} \left[\left\{ \frac{1}{2} - \frac{x}{H} + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{H} \right)^2 \right\} \frac{K^2 - 1}{K^2} + \frac{1}{K^2} \left\{ \frac{\text{Cosh}(K \alpha (H - x)) - 1}{(K \alpha H)^2 \text{Cosh}(K \alpha H)} \right\} \right] \quad (\text{B-23})$$

$$T(H) = \frac{A_M + \frac{B_M l}{K_r} (A_M l - C_M)}{1 + B_M \left(\frac{1}{K_v} + \frac{l^2}{K_r} \right)} \quad (\text{B-24})$$

$$M(H) = \frac{C_M + \frac{B_M}{K_v} (A_M l - C_M)}{1 + B_M \left(\frac{1}{K_v} + \frac{l^2}{K_r} \right)} \quad (\text{B-25})$$

avec :

$$A_M = \frac{M}{K^2 l} \left[1 - \frac{1}{\text{Cosh}(K \alpha H)} \right] \quad (\text{B-26})$$

$$B_M = \frac{EI \alpha \text{Sinh}(K \alpha H)}{K l^2 \text{Cosh}(K \alpha H)} \quad (\text{B-27})$$

$$C_M = \frac{M}{K^2} \left[(K^2 - 1) + \frac{1}{\text{Cosh}(K \alpha H)} \right] \quad (\text{B-28})$$



**BIBLIOGRAPHIE**

- [1] H.Beck "Contribution to the analysis of coupled shear walls". Article du American Concrete Institute (A.C.I), Août 1962, pp 1055-1070 .

- [2] B.Stafford Smith, M.Kuster et J.C.D.Hoenderkamp "A generalized approach to the deflexion analysis of braced frame, rigid frame and coupled wall structures". Article du Canadian Journal of Civil Engineering, n°8 1981, pp 230-240 .

- [3] S.Salhi "Structural modeling of tall buildings using generalized parameters". Master, Département de Génie Civil, McGill University, Montreal, Canada .

- [4] J.C.D.Hoenderkamp "A Parameter study of tall building structures". Thèse présentée pour des études doctorales et de recherches pour une demande de niveau de magister, McGill University .

- [5] S.Salhi, S.Ourabah "Modelisation des structures à grande hauteur". Thèse de Projet de Fin d'Etude à l'E.N.P. 1993 .

- [6] G.Sanglerat, J.Costet "Cours pratique de mécanique des sols",T2. Edition Dunod 1983 .

- [7] W.K.Tso "Stresses in coupled shear walls Induced by foundation deformation". Build S.C.I. Vol.7. pp 197-203 Pergamon Press 1972.



- [8] A.Coull.Bsc(Eng), M.I.C.E, M.I.Struce.E. "Coupled shear walls subjected to differential settlement". Build S.C.I. Vol.6. pp 209-212 Pergamon Press 1971 .
- [9] M.S.Goual "Analyse matricielle des structures et de leur stabilité élastique compte tenu de l'interaction sol-structure". Thèse de magister E.N.P. 1992 pp 31-36 .
- [10] W.K.Tso, P.C.K.Chan "Flexible foundation effect on coupled shear walls" Article du A.C.I. Journal November 1972, pp 678-683 .
- [11] A.Coull "Interaction of coupled shear walls with elastic foundations". Article du A.C.I. Journal June 1971, pp 456-461 .
- [12] R.Dpuri "Analysis of coupled shear walls of variable thickness". Msc, département de Génie Civil, McGill University .
- [13] E.E.Traume "Simplified analysis of coupled shear walls of variable cross section". Professeur de construction université de Harvard, Build S.C.I. Vol.5. pp 11-20 .
- [14] Baouche, Notes du cour de 5eme année Ouvrages et structures Ecole Nationale Polytechnique .
- [15] C.Melançon "A new finite element shear wall structures". Project report, Département de Génie Civil, McGill University .