

19/88

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم و البحث العلمي  
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT : ELECTRONIQUE

## PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

L'ANALYSE DE LA VARIATION  
DE LA CONSTANTE DU TEMPS  
DANS LE SYSTEME SUBORDONNÉ A  
PERFORMANCES DYNAMIQUES ET  
ENERGÉTIQUES.

Proposé par :  
M<sup>lle</sup> MOUSSAOUI

Dirigé par :  
M<sup>lle</sup> MOUSSAOUI

Etudié par :  
Ch. KICHOU  
N. FERRAH

PROMOTION 1987 - 88

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

### Dédi caces

A mes parents  
A mes soeurs et frères, surtout à ma  
petite sœur Ratiba.  
A mes amis

### Nacéra

A mes parents  
A mes amis.

### Chenif.

## Remerciements

On remercie infiniment notre promotrice  
Melle Moussaoui pour nous avoir proposé  
ce sujet et nous avoir guidé.

On remercie aussi Monsieur Lyssov pour  
ses précieux conseils, Ainsi que tous  
les enseignants qui ont contribué  
à notre formation et à tous qui nous  
ont aidé de loin ou de près dans notre  
projet.

## Sommaire

- I Introduction
- II La régulation
  - II.1 Définition
  - II.2 Fonction d'un régulateur
  - II.3 Principe de régulation
  - II.4 Système de régulation en cascade, système subordonné
  - II.5 Condition d'optimisation technique du régime transitoire.
- III Moteurs à courant continu.
  - III.1 Définition
  - III.2 Principe de fonctionnement
  - III.3 Qualités exigées par un servomoteur
  - III.4 Types de moteurs.
  - III.5 Caractéristiques
  - III.6 Fonction de transfert.
  - III.7 Schéma fonctionnel
- IV Système subordonné pour la commande automatique d'un moteur à courant continu.
- V Calcul de régulateurs de courant et de vitesse
  - V.1 Régulateur de courant

- V.2 Régulateur de vitesse
  - V.3 Analyse de la force électromotrice du moteur
  - V.4 Propriétés statiques du système subordonné avec le régulateur de vitesse de type P.
  - V.5 Calcul des composantes du régulateur de courant.
  - V.6 Calcul des composantes du régulateur de vitesse.
- VI Analyse des performances du système subordonné pour une variation de la constante du temps électromécanique.
- VII Conclusions

## I N T R O D U C T I O N

Pour le contrôle des articulations d'un robot ,on utilise des moteurs électriques (actionneurs ) dans notre cas des moteurs à courant continu.

D'après leur ordre ,ces moteurs ont une réponse qui présente un certain régime transitoire et certaines performances dynamiques et énergétiques . Le système qu'on a étudié est un système subordonné qui comprend plusieurs boucles , celle du régulateur de vitesse et celle du régulateur de courant et du moteur .

Le régulateur de courant et le moteur étant l'objet de réglage du régulateur de vitesse . Ceci dit , on a tout d'abord défini la régulation et on a donné le calcul des régulateurs de vitesse et de courant .. et même le moteur à valu toute la peine et l'étude sur a été jusqu'à donner sa fonction de transfert et son schéma fonctionnel .

Finalement le but de notre projet est l'analyse de la variation de la constante de temps électromécanique .Cette variation est due à la charge c'est à dire à l'inertie totale , ce qui nous donne un système de fonction de transfert de 2ème ordre et dépendant de la constante de temps .

En passant au temporel , o a une certaine fonction qui nous donne des courbes dépendant de  $T_m$  et d'où notre analyse .

## II. La régulation

### II. 1. Définition .

Le rôle d'un système de régulation est d'obliger la ou les grandeurs asservies " sorties " du système à conserver des valeurs proches de celles que l'on considère idéales théoriques des valeurs théoriques sont à leur tour des fonctions des grandeurs d'entrée du système "référence" et "perturbation " on s'arrange pour utiliser des fonctions des grandeurs de sorties comme entrées supplémentaires ,c'est à dire on a créé une boucle fermée ou commande à rétroaction.

Les avantages de la commande à rétroaction sont les suivants :

- a) réalise les relations désirées entre entrée et sortie.
- b) compense de façon interne les imprécisions et les dérives des caractéristiques des composants du système.
- c) minimise les effets des perturbations qui naissent hors du système, affectent la sortie.

### II. 2. Fonction d'un régulateur .

Le régulateur ne s'arrête pas là à concorder la valeur de la variable primaire avec une grandeur de référence ,mais il remplit aussi les fonctions suivantes:

- a) limitation des grandeurs critiques
- b) commande précise de façon à éviter une rapidité excessive dans leur évolution.
- c) transfert sans à coup d'un mode de commande à un autre .
- d) ajustement et optimisation aisés d'une boucle de commande indépendamment des autres .

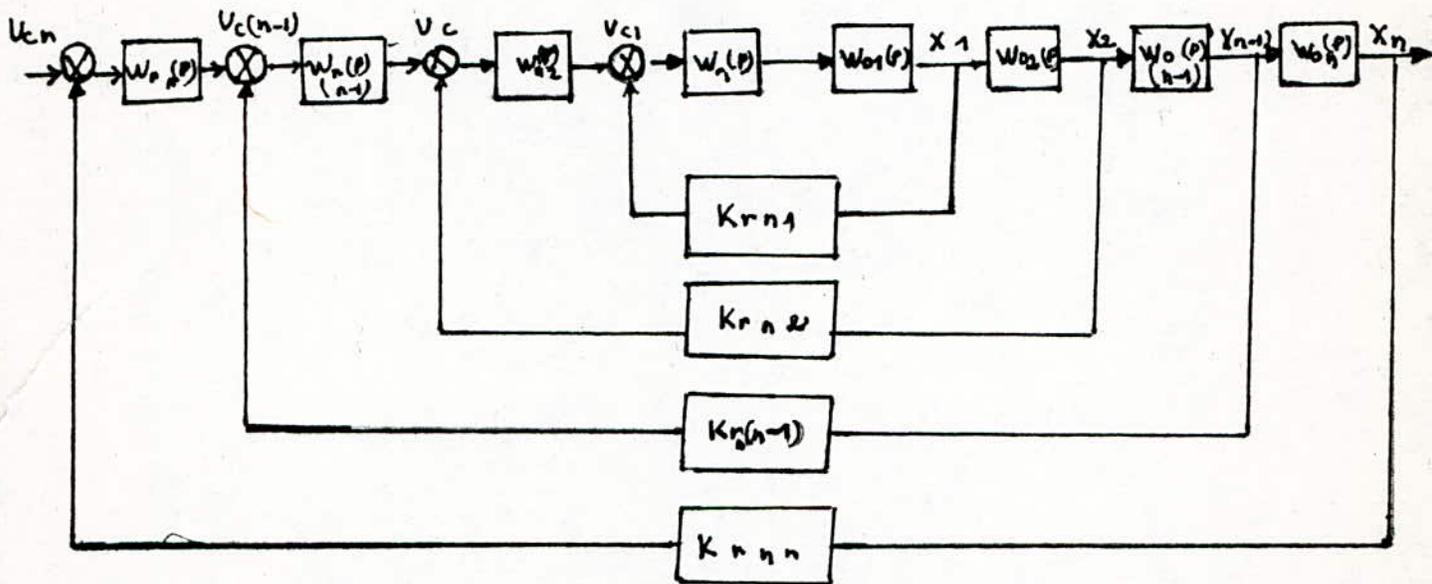


figure II 1 : Système subordonné

## II. 3 . Principe de régulation

Il y a essentiellement trois concepts de système d'asservissement en usage aujourd'hui :

- 1) La régulation en boucles convergentes
- 2) La régulation à boucles multiples ,linéaire ou en cascade.
- 3) La régulation à boucles en parallèle ou à commutation parallèle.

Ils permettent ,tous les trois ,de contrôler la variable principale et de limiter les variables secondaires.

Nous allons brièvement décrire la régulation en cascade (à boucles multiples) pour la raison qu'on l'utilise dans notre système.

Ainsi un système de régulation en cascade comporte un régulateur pour chacune des variables contrôlées (voir schéma) .La variable asservie principale (vitesse) est réglée par la **boucle** extérieure.La sortie du régulateur de vitesse sert d'entrée, c'est à dire ,de signal de référence au régulateur de la boucle intérieure ici une boucle de courant .

En limitant la sortie du régulateur externe de vitesse, on limite donc la **référence** du régulateur de courant et on obtient la caractéristique de limitation désirée. On constate, alors que le système convergent agit par des seuils et le système en cascade agit par des saturations.

La saturation constante de la sortie du régulateur de vitesse permet de limiter la valeur de toute autre grandeur , la limitation sera constante et quand la tension de sortie du régulateur est variable, la limitation est variable .

## II. 4

Systèmes de régulation à boucles multiples , systèmes en cascade ,  
ou systèmes subordonnés :

\* Un système de régulation en cascade comporte un régulateur individuel pour chacune des variables contrôlées .

\* On divise l'objet de réglages en éléments simples :

- élément intégrateur : 
$$\frac{1}{T a p}$$

- élément apériodique : 
$$\frac{1}{T a p + 1}$$

de telle façon à obtenir le nombre minimal de constantes de temps dans chaque fonction de transfert .

\* Chaque objet de réglage muni de son régulateur et de son coefficient de retour correspondants , constituent une boucle fermée ou un système local .... ( voir fig . )

La boucle extérieure est déterminée de façon à être deux fois moins rapide que la boucle qui lui est immédiatement intérieure .

En général , les systèmes de régulation en cascade (systèmes subordonnés ) sont conçus de façon qu'il y ait seulement une ou deux constantes de temps principales dans une boucle qui puissent être compensées directement à l'intérieur des régulateurs correspondants , il en résulte que le calcul et l'optimisation des régulateurs dans de tels systèmes sont relativement simples.

La mise en service d'une régulation en cascade est facile et rationnelle puisque les caractéristiques statiques et dynamiques des différentes boucles sont indépendantes les unes des autres .

Donc en résumé : les aspects caractéristiques des systèmes subordonnés sont :

a - Il y a un régulateur pour chacune des variables contrôlées , chaque boucle peut être donc ajustée à l'optimum .

b - On ajuste successivement les caractéristiques (statiques et dynamiques ) des différentes boucles en partant de la plus interne .

- c - On passe aisément et sans à coup d'un mode de fonctionnement à un autre .
  
- d - L'étude , le calcul et la mise en route sont simples et suivent une méthode directe .
  
- e - On peut avoir une réponse lente de la boucle la plus externe si elle enveloppe trop de boucles internes . Car la séparation dynamique des boucles exige un rapport minimal de 2 entre les rapidités de deux boucles adjacentes .

## II. 5. Conditions d'optimisations du régime transitoire .

Dans le cas idéal , pour avoir une rapidité maximale ,il faudrait exclure les constantes de temps dans chaque système local en état ouvert.

Ceci étant dit ; la fonction de transfert sera égale au gain du système local en boucle ouverte .

$$W_{or} ( p ) = W_r ( p ) . W_o ( p ) = K \quad ( 1 )$$

$W_r ( p )$  F.T. du régulateur

$W_o ( p )$  F.T des éléments du système local .

Comme la réalisation de la fonction de transfert comme sur (1) pose des problèmes.

Alors :

$$W_o ( p ) = \frac{Q ( p )}{F ( p )} \quad ( 2 )$$

$Q ( p )$  et  $F ( p )$  sont des polynomes en " p " de degrés m pour  $Q ( p )$  et n pour  $F ( p )$

Comme on a toujours  $n > m$

$$W_r ( p ) = \frac{K}{W_o ( p )} = \frac{K F ( p )}{Q ( p )} \quad ( 3 )$$

Il n'est pas toujours possible de réaliser un régulateur de ce type et même que le système avec la Fonction de transfert aura une bande passante infinie donc il ne sera pas protégé contre la perturbation .

En cas idéal ,le processus le plus proche à la forme .

$$W_{or} ( p ) = \frac{K}{r} = \frac{1}{T_{op}} \quad ( 4 )$$

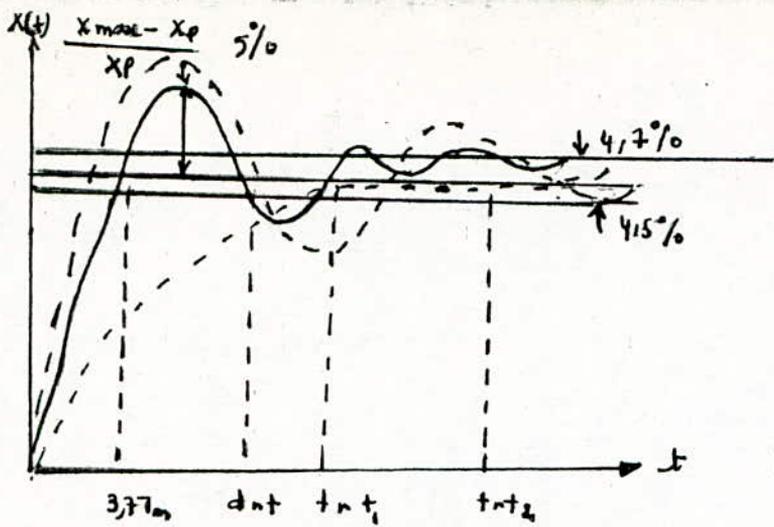


figure II.5.1:  
 Responses indicelles lors  
 d'une variation brusque  
 de la valeur de  
 consigne.

$$x(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T_m}} \left( \sin \frac{t}{T_m} + \cos \frac{t}{T_m} \right)$$

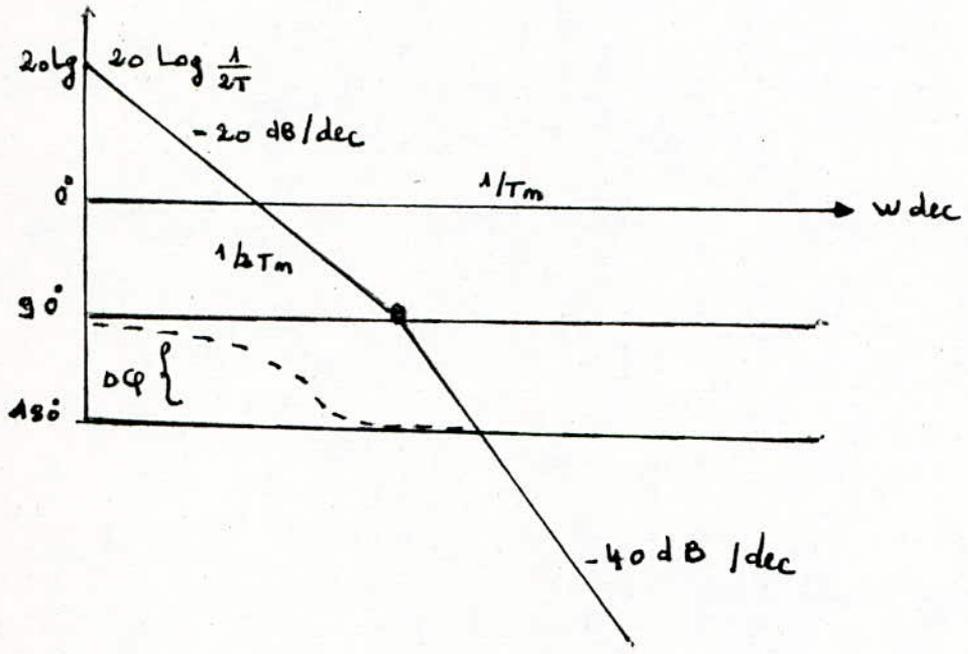


figure II.5.2: Diagramme de Bode de  $W_{ov}(p) = \frac{1}{2T_m(T_m p + 1)}$

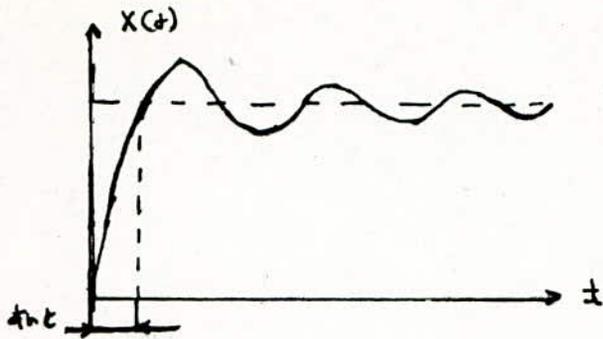


figure II.5.3 : Réponse indicielle du système subordonné  
 contenant  $n$  boucles  
 $t_{ht} = 4,7 \sum_{i=1}^n T_{mi}^*$

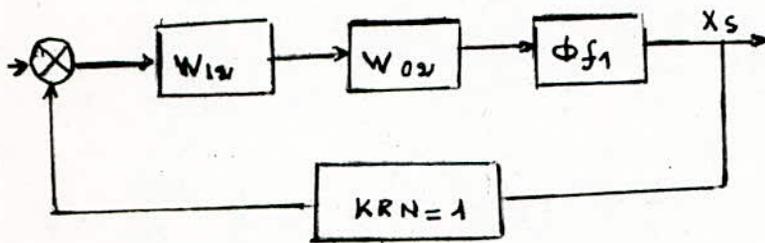


figure II.5.4.

En B. F le système local " à prendre  $K_{rn} = 1$  " a pour équation :

$$\varnothing_f = \frac{1}{T_{op} \pm 1} = \frac{W_{or}(p)}{1 + W_{or}(p)} \quad (5)$$

$W_r(p)$  assure  $\varnothing_f$  doit avoir la valeur :

$$W_r(p) = \frac{K F(p)}{P Q(p)} \quad (6)$$

Plus  $T_o$  est petite, plus on a une bonne rapidité du système . Donc le degré du dénominateur a augmenté et l'insensibilité aux paramètres du système diminue à cause de la limitation de la bande passante du système local et pour le régime statique, l'écart statique est nul .

Dans le cas où ( 6 ) reste difficile toujours à réaliser c'est possible d'augmenter le degré du dénominateur du  $W_{or}(p)$  par exemple :

$$W_{or}(p) = \frac{1}{T_e p (T_m p + 1)} \quad (7)$$

Le système garde les avantages avec la valeur  $T_m$  et l'élément intégrateur, sauf qu'il faut choisir le rapport entre  $T_o$  et  $T_m$  pour assurer la rapidité maximale du système.

de ( 7 ) la fonction de transfert du système fermé est :

$$\varnothing_f(p) = \frac{1}{T_o p (T_m p + 1)} = \frac{1}{T_o T_m p^2 + T_o p + 1} \quad (8)$$

et pour le système bouclé :

$$(13) \quad \varnothing_1(p) = \frac{1}{2 T_m p (T_m p + 1) + 1} = \frac{1}{2 T_m^2 p^2 + 2 T_m p + 1} = \frac{1}{2 a_p^2 + 2 a_p + 1}$$

quand  $\xi$  le dépassement et le nombre d'oscillation diminuent aussi, et le temps du régime transitoire augmente .

L'analyse se trouve sur la figure (1)

L'égalité de valeur  $\xi = 0,707 = \frac{\sqrt{2}}{2}$  à une condition optimale technique .

Le temps du régime transitoire dépend directement de la valeur de  $T_m$  .

Le diagramme de  $B_o$  de est sur la figure (2)

$$W_{or}(p) = \frac{1}{2 T_m p (T_m p + 1)} \quad (14)$$

$$\varnothing = -180^\circ - \left( \frac{\pi}{2} + \text{artg } \omega_c T_m \right) \quad \omega_c = \frac{1}{2 T_m}$$

$$\varnothing = -180^\circ - \left( \frac{\pi}{2} + \text{artg } 0,5 \right) \approx -63,5^\circ$$

Si  $X(+)$  = 1. Cette valeur correspond au temps du régime transitoire .

Selon la valeur d'amortissement  $\zeta$  on détermine la courbe du régime transitoire qu'on peut trouver dans la relation (8)

$$\frac{1}{T_o T_m p^2 + T_o p + 1} = \frac{1}{T^2 p^2 + 2 \zeta T p + 1} \quad (9)$$

avec 
$$\begin{aligned} T^2 &= T_o T_m \\ 2 \zeta T &= T_o \end{aligned} \quad \begin{aligned} \implies T &= \sqrt{T_o T_m} \\ \implies 2 \zeta \sqrt{T_o T_m} &= T_o \end{aligned}$$

d'où 
$$\zeta = \frac{T_o}{2 \sqrt{T_o T_m}} \implies \zeta = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{T_o}}{T_m} \quad (10)$$

D'après l'analyse mathématique et physique, on a une courbe optimale pour

$$\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707 \quad \text{d'où le rapport optimal entre } T_o \text{ et } T_m$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{T_o}}{T_m} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

d'où : 
$$\frac{\sqrt{T_o}}{T_m} = \sqrt{2}$$

alors : 
$$T_o = 2 T_m \quad (11)$$

Généralement :

$$W_{or}(p) = \frac{1}{2 T_m p (T_m p + 1)} = \frac{1}{2 a p (a p + 1)} \quad (12)$$

$$W_{or2} = W_{r2}(p) \cdot W_{o2} \cdot \emptyset f_1(p) = \frac{1}{2ap(a+1)} \quad (I6)$$

$$W_{r2}(p) = \frac{W_{or2}(p)}{W_{o2} \emptyset f_1(p)} \quad \text{si } W_{rn}(p) = Krn = 1$$

$$W_{r2}(p) = \frac{1}{2ap \cdot W_{o2}(p)} \quad \text{voir figure (4)}$$

$$\text{Ainsi : } W_{o2} = \frac{1}{2a(a+1)}$$

$$\text{ici } a = 2T_m$$

$$W_{o2}(p) = \frac{1}{4T_m p (2T_m p + 1)} \quad (I7)$$

$$W_{r2}(p) = \frac{1}{4T_m p (2T_m p + 1) \cdot W_{o2}} \quad (I8)$$

$$\text{et } \emptyset f_2 = \frac{2}{8T_m^2 p^2 + 4T_m p + 1} \quad (I9)$$

$$\emptyset f_2 = \frac{1}{4T_m p + 1} \quad (I9)$$

Et pour (le système) le troisième système local :

$$\emptyset_3 = \frac{1}{8T_m p (4T_m p + 1)} ; \quad (20)$$

$$\text{et } \emptyset f_3 = \frac{1}{8T_m p + 1}$$

Par analogie :

$$\emptyset_4 = \frac{1}{16T_m p (8T_m p + 1)} ;$$

$$\emptyset f_4 = \frac{1}{16T_m p + 1} \quad (21)$$

## Conclusions

Pour avoir le système local optimal il faut que la F.T à l'état ouvert soit de la forme suivante :

$$W_{or1}(p) = \frac{K}{2 T_m p (T_m p + 1)}$$

ou bien

$$W_{or2}(p) = \frac{K}{4 T_m p (2 T_m p + 1)} \quad \text{2ème boucle}$$

ou bien

$$W_{or3}(p) = \frac{K}{8 T_m p (4 T_m p + 1)} \quad \text{3ème boucle}$$

c'. à . d. que le rapport entre la constante de temps des éléments intégrateurs et constantes de temps des éléments aperiodiques doit être égal à " 2 " .

$$\text{A supposer que : } \varnothing f_1(p) = \frac{1}{2 T_m p (T_m p + 1) + 1} \quad (I5)$$

$T_m$  est égale à la somme des petites constantes de temps .

On néglige  $2 T_m^2 p^2$  alors :

$$\varnothing f_1(p) = \frac{1}{2 T_m p + 1}$$

et dans ce cas , l'objet de réglage du deuxième système en boucle fermée est égal au produit de F.T .

$$G_{o2} = W_{o2} \times \varnothing f_1 = W_{o2} \frac{1}{2 T_m} = 1$$

### III. Moteurs à courant continu

#### III. 1 Définition .

Un moteur à courant continu est une machine qui transforme l'énergie électrique qui est sous forme de tension continue ou courant continu , en une énergie mécanique pour donner un travail extérieur.

Ainsi ce moteur permet le contrôle précis de la vitesse de la manipulation de voltage soit du couple ou de la manipulation du courant appliqué au moteur.

Ces moteurs conviennent pour la conduite des robots de petite à moyenne puissance .

#### III. 2 Principe de fonctionnement .

Ce moteur en réalité étant une machine travaillant comme un moteur ou génératrice est constitué de :

- un inducteur qui crée un champ constant
- un induit formé par des spires disposées régulièrement sur un cylindre selon les plans diamétraux et réunies les unes aux autres par l'intermédiaire d'un collecteur sur la ligne équidistante des deux pôles , sont câlés deux balais.

Le principe de fonctionnement est basé sur la rotation d'une armature à bobine à l'intérieur d'un champ magnétique .

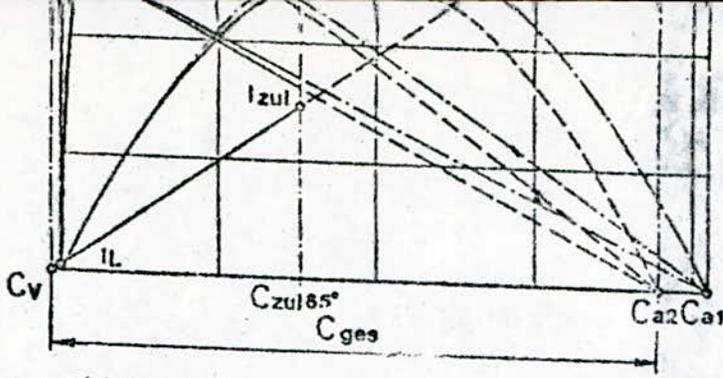
L'armature est le membre tournant ou rotor et la bobine est le membre stationnaire qui est un cylindre de segments et connecté à un commutateur qui est un cylindre de segments de cuivre isolé montés sur l'axe du rotor.

Des broches stationnaires de carbone connectés aux terminaux de la machine ,sont accrochées à la surface du commutateur et permettent le transfert du courant à la bobine tournante .

Dans le cas où la machine sert comme un moteur , de l'énergie électrique est fournie à l'armature à partir d'une source à courant continu extérieure et le moteur la convertit en énergie mécanique .

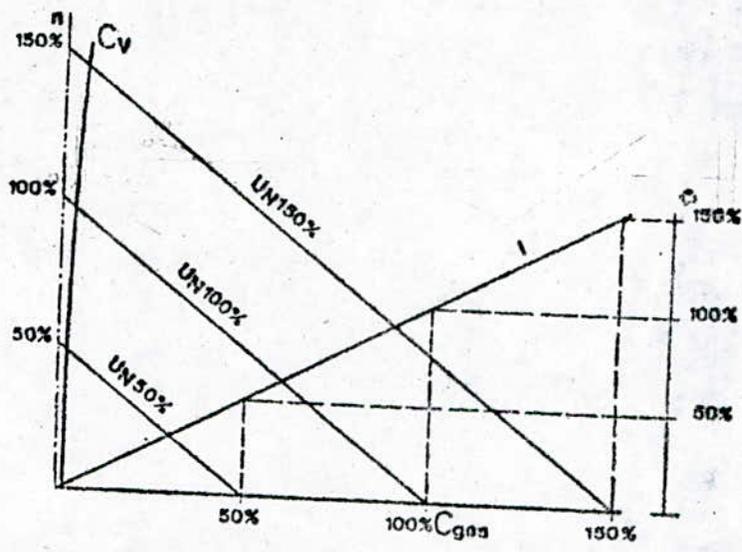
On a le schéma sur la figure (1)

Les moteurs à courant continu utilisés dans les robots sont du type servomoteurs .Le champ de flux dans tous les servomoteurs est constant. Ceci est obtenu soit en connectant le champ de façon permanente à une source constante à courant continu, soit en utilisant un aimant permanent pour le champ moteur .

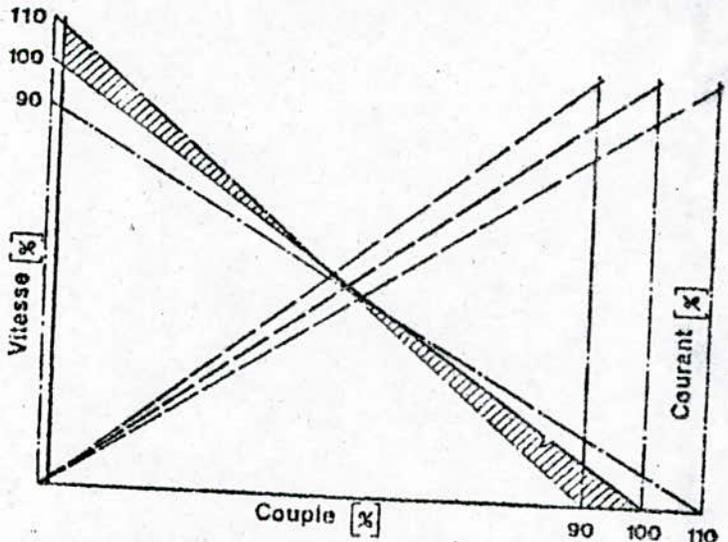


Les courbes montrent les caractéristiques à la température ambiante (1) et à la température de service (2). La droite en pointillés - après  $C_{zul} 65^\circ C$  - indique la limite normale de surcharge permanente pour une température ambiante de  $65^\circ C$ .

- |           |                                 |          |                              |           |                             |              |                |
|-----------|---------------------------------|----------|------------------------------|-----------|-----------------------------|--------------|----------------|
| $n$       | Vitesse nominale (à $C_v = 0$ ) | $I_{a1}$ | Courant de démarrage (froid) | $C_{zul}$ | Couple admissible           | $C_{ges}$    | Couple total   |
| $n_0$     | Vitesse à vide                  | $I_{a2}$ | Courant de démarrage (chaud) | $C_{a1}$  | Couple de démarrage (froid) | $\eta_{max}$ | Rendement max. |
| $I_L$     | Courant à vide                  | $C_v$    | Couple de pertion            | $C_{a2}$  | Couple de démarrage (chaud) | $P_{max}$    | Puissance max. |
| $C_{zul}$ | Couple admissible               |          |                              |           |                             |              |                |



Ce diagramme montre le comportement du moteur en fonction des variations de la tension d'alimentation.



Ce diagramme montre l'influence des tolérances sur les caractéristiques nominales des moteurs.

FIGURE 4 : Caractéristiques des moteurs à courant continu

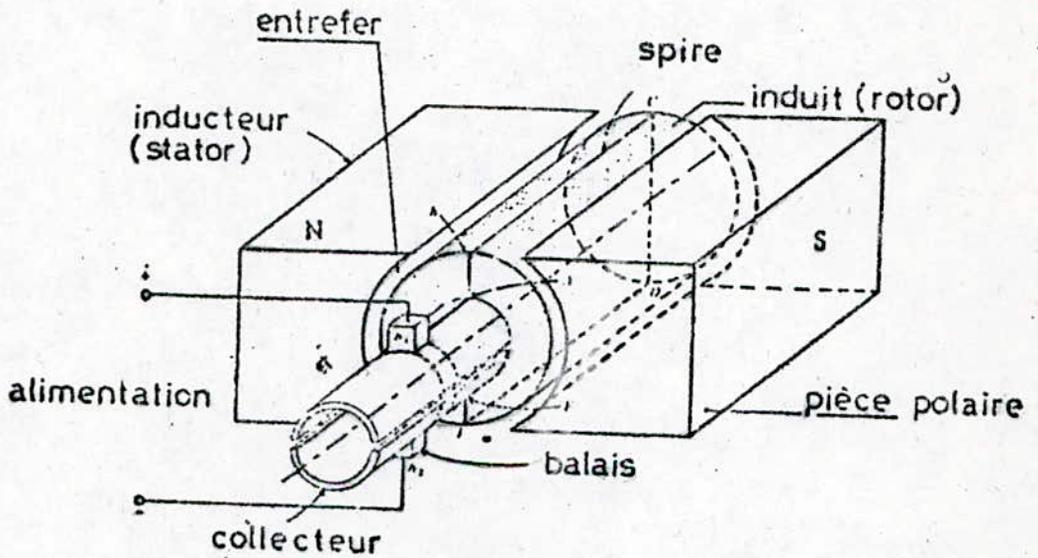
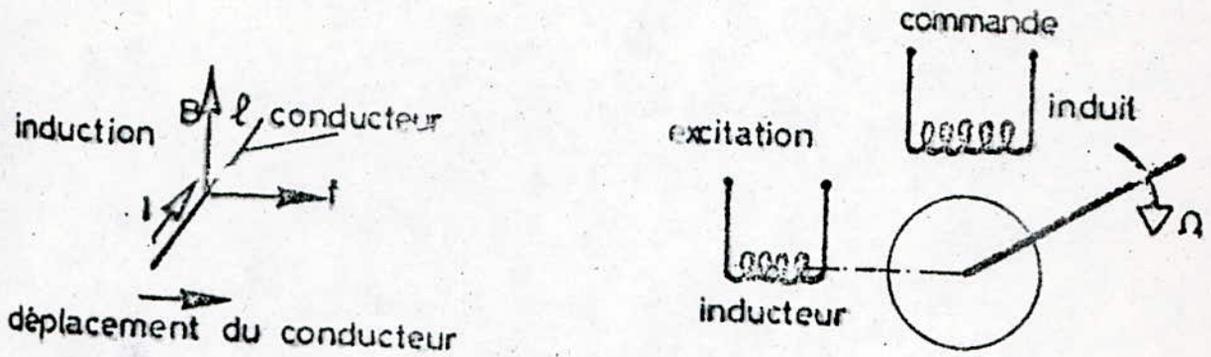


FIGURE 3 : Moteur à courant continu.

On a deux équations pour définir le comportement d'un servomoteur :

l'équation du couple :

$$C = K_t \cdot I \quad 2.1$$

et l'équation du voltage reliant le voltage induit dans la bobine de l'armature à la vitesse de rotation :

$$E = K_v \cdot \omega \quad 2.2$$

ou

C : couple magnétique en N. m (unités S.I)

I : courant dans le circuit de l'armature en Ampère

E : voltage induit en volt

$\omega$  : vitesse angulaire en radians /secondes .

Les paramètres  $K_t$  et  $K_v$  sont les constantes du couple et du voltage respectivement .

En unité S. I :  $K_t$  est en N. m / A et  $K_v$  en volt Second /

$K_v$  en volt seconde /radian.

Si les unités U. S sont appliquées ,  $K_t$  et  $K_v$  deviennent différentes.

Plusieurs désignations pratiques utilisent les unités techniques M.K.S

dans lesquels la vitesse est donnée en révolution par minute et le

couple en kg. mètre ~~comme~~ conséquence ,  $K_t$  est donnée en kg.mètre/A.

et  $K_v$  en volt /révolution / minute .

Le rapport entre les constantes est donné :

$$\frac{K_v}{K_t} = \frac{2\pi}{60} = 1025$$

$K_t$  et  $K_v$  sont considérés égaux en pratique

Pour un moteur, un voltage d'entrée appliquée à l'armature et l'équation correspondante du voltage devient :

$$V - R I = K_v \Omega \quad 2.3$$

$R$  : résistance du circuit de l'armature et  $I.R.$  ! la chute du voltage à travers cette résistance. L'inductance de l'armature est négligeable dans l'équation 2.3

en multipliant les équations 2.1 et 2.3 on a l'équation qui donne la puissance mécanique de sortie  $P$  :

$$P = \Omega T = V I - I^2 R$$

$$P = \Omega T = V I - I^2 R$$

ou  $V I$  = puissance électrique d'entrée

$I^2 R$  = puissance perdue par effet (perte)

### III. 3 Qualités exigées par un servomoteur .

Un servomoteur doit posséder les qualités suivantes :

- une faible inertie
- Des frottements négligeables
- Une constante de temps mécanique faible
- Une bonne linéarité des caractéristiques couple, vitesse et intensité.
- Une constante de temps électrique négligeable
- Possibilité de tourner dans les deux sens avec les mêmes caractéristiques.

- Pas de modulation de vitesse de rotation .
- Une linéarité parfaite de la force électro-motrice d'induction en fonction de la vitesse d'une part du couple électromagnétique , d'autre part .
- Un encombrement réduit .

### III. 4 Types de moteurs à courant continu

#### III. 4 . 1 Généralités .

Les deux enroulements inducteur et induit sont alimentés en courant continu . La tension appliquée à l'inducteur est en général, constante alors que celle imposée à l'induit est variable . Il y a trois types de moteurs à courant continu différents par leur mode de fonctionnement :

- moteur à commande par inducteur
- moteur à commande par induit .
- moteur à commande par inducteur et induit.

Le schéma de principe est donné sur la figure (2)

Le principe est :

Un conducteur de longueur  $l$  parcouru par un courant placé dans une induction  $B$  est soumis à une force dite de Laplace .

$$\vec{F} = I \vec{l} \wedge \vec{B}$$

en associant plusieurs conducteurs et en favorisant par un montage mécanique leur déplacement sous l'action des forces élémentaires  $F$ , on peut avoir un couple élevé sur l'arbre moteur .

Pour les asservissements de position, le moteur à excitation séparée est très utilisé à petites et grandes puissances et cela pour sa vitesse et sa facilité de réglage.

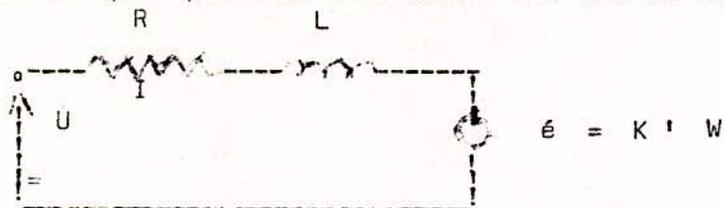
### III. 5 Caractéristiques des moteurs à courant continu.

#### 1. ) Caractéristiques statiques

Le fonctionnement de moteur à courant continu est régi par un certain nombre d'équations qui lient entre eux les paramètres et variables du moteur tels que :

- Moment d'inertie  $J$  m .
- Vitesse angulaire  $\omega$  m.
- frottement visqueux (négligeable)  $F$ . M.
- tension d'alimentation  $V$
- résistance de l'induit  $R$
- force contre électromotrice  $e = K \omega$  m
- couple électromagnétique  $C = K I$
- position angulaire  $\theta$  M
- Intensité dans l'induit  $I$
- Inductance de l'induit négligeable .

Le schéma électrique équivalent de l'induit est sur la figue (9)



en considérant le cas d'une commande en tension en régime permanent, on peut écrire les relations suivantes :

$$V = R I + L \frac{d I}{d t} + e \quad (\text{lois d'OHM})$$

d'après le schéma fonctionnel l'on a à considérer aussi la fonction de transfert du thyristor et donc la fonction de transfert à boucle ouverte est :

$$W(p) = W_1(p) \cdot W_{th}(p)$$

$$W(p) = \frac{1}{(T_{th} p + 1) (T_m T_e p^2 + T_m p + 1)}$$

$T_{th}$  : la constante de temps du thyristor  
qui est connue de l'ordre de  $T_m$

$T_m$  : la constante de temps mécanique

$T_e$  : la constante de temps électromagnétique .

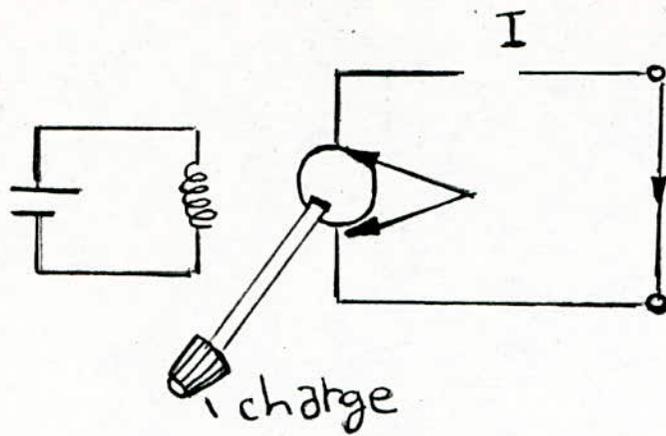
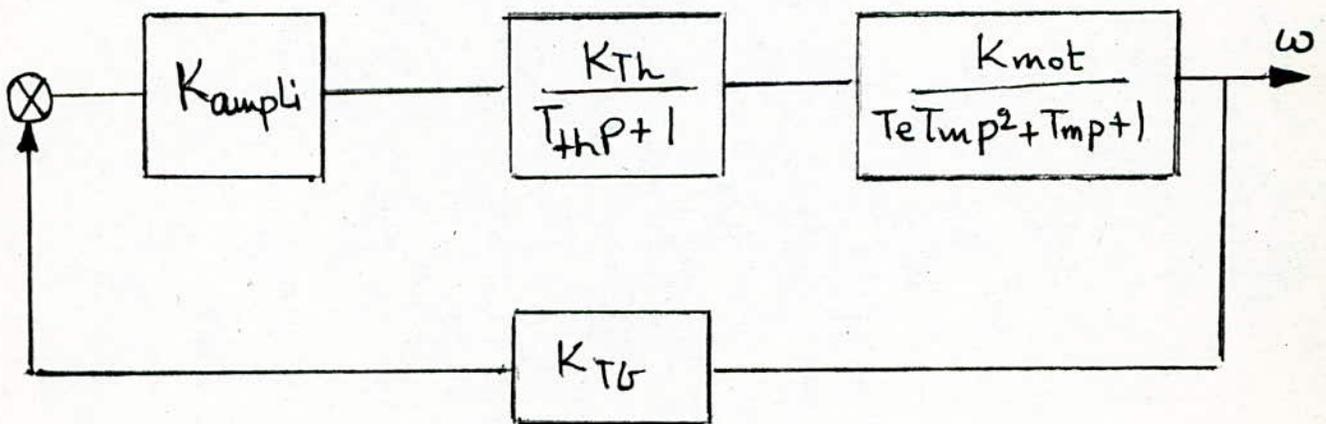


fig III.1 : Diagramme schematique d'un moteur à courant continu separement excité.



schema fonctionnel du moteur.

La précision de la machine exige la très haute qualité des transmissions mécaniques situées entre le moteur et l'élément entraîné.

## 2. 2 ) Caractéristiques dynamiques .

Les servomoteurs qui entraînent les axes du manipulateur sont chargés par les couples des composants dynamiques et statiques. Les couples dynamiques et les couples inertiels sont proportionnels à l'accélération et sont causés par l'accélération de l'articulation entraînée et les accélérations des autres articulations des robots.

Les couples de coriolis sont proportionnels au produit de deux vitesses d'articulation .Les couples centripètes sont proportionnels au carré des autres vitesses d'articulation ,sont causés par une rotation d'un segment autour d'un point.

Les couples statiques en robotique sont causés par la force de gravité et sont proportionnels à la composante verticale de la gravité.

### a) Fonction de transfert d'un moteur

On a la schéma fonctionnel sur la figure (5)

$$V = R I + L \frac{d I}{d t} + E$$

$$J \frac{d w}{d t} = c m f I \text{ d'où } I = \frac{J}{c m f} \frac{d w}{d t}$$

$$V (R) = \frac{J R}{c m f} p w (p) + \frac{L J}{c m f} . p^2 w (p) + E$$

$$\text{comme } E = (e F . w (p))$$

$$V (p) c m f = J R p w (p) c m f + L J . p^2 w (p) + c e F . c m f W_1 (p) =$$

$$\text{d'où } W_1 (p) = \frac{V (p)}{c e f} \cdot \frac{1}{\frac{J R}{c e f . c m f} p + \frac{L J}{c e f c m f} p^2 + 1}$$

$$\text{Si } \frac{J R}{c m f c e f} = T_m \text{ et } T_e = \frac{L}{R}$$

$$W_1 (p) = \frac{v (p)}{c e f} \cdot \frac{1}{T_m T_e p^2 + T_m p + 1}$$

Comme  $L$  est négligeable on a :

$$V = R I + \dot{e}$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{e} &= K' \omega_m \\ \dot{e}_m &= K I \end{aligned} \right\}$$

d'où

$$V = R I + K' \omega_m \quad \Rightarrow \quad I = \frac{V - K' \omega_m}{R}$$

$$\Rightarrow \quad e_m = K \frac{V - K' \omega_m}{R}$$

De ces relations on déduit les caractéristiques statiques ainsi que les courbes d'évolution du rendement de la puissance développée par le moteur qui sont schématisées sur la figure (4)

## 2. ) Caractéristiques dynamiques :

### 2.1 ) Chaine cinématique.

La puissance mécanique fournie par un moteur électrique donne naissance à une vitesse élevée et à un couple induit alors que les applications industrielles exigent une vitesse faible et un couple élevé. De ce fait la charge est entraînée à l'aide d'un système d'engrenage qui constitue un réducteur (de rapport de réduction  $N$ ) comportant des éléments en rotation et des éléments en translation.

IV. Système subordonné à commande automatique pour la vitesse d'un moteur à courant continue .

Le convertisseur à thyristors ou transistors et le moteur jouent le rôle d'objet de réglage .On suppose que la fonction de transfert du convertisseur à thyristors est présentée sous la forme :

$$W_{th} (p) = \frac{E_{th} (p)}{V_{e th} (p)} = \frac{K_{th}}{T_{th} p + 1} \quad \text{où } T_{th} = \frac{1}{2 m f} \quad (1)$$

$m$  : est le nombre de phases

$f$  : la fréquence du réseau .

Le diagramme du système est sur la figure ( VI. 1 )

Sur ce diagramme :

$W_{r v}$  : F. T du régulateur de vitesse

$W_{r I}$  : F. T du régulateur de courant

$W_{r E}$  : F. T du régulateur de la force contre électromotrice du convertisseur à thyristors .

$T_{th} = \frac{1}{300}$  avec  $m = 6$  et  $f = 50$  Hz et ( $W_{r E}$  reg. et  $W_{r E}$  est réglable .

$T_{th} \approx T_e , T_m$

$T_{th}$  est la petite constante de temps .

avec ces considérations de diagramme se réduit à un schéma fonctionnel plus simple qui est sur la figure (VI. 2 )

On a 2 systèmes locaux .

Dans ce schéma la réaction négative est négligeable selon la force contre électromotrice parce que le passage de E à I est plus rapide dans la chaîne directe .Dans le calcul d'erreur statique et la précision on tient compte de l'action de E.

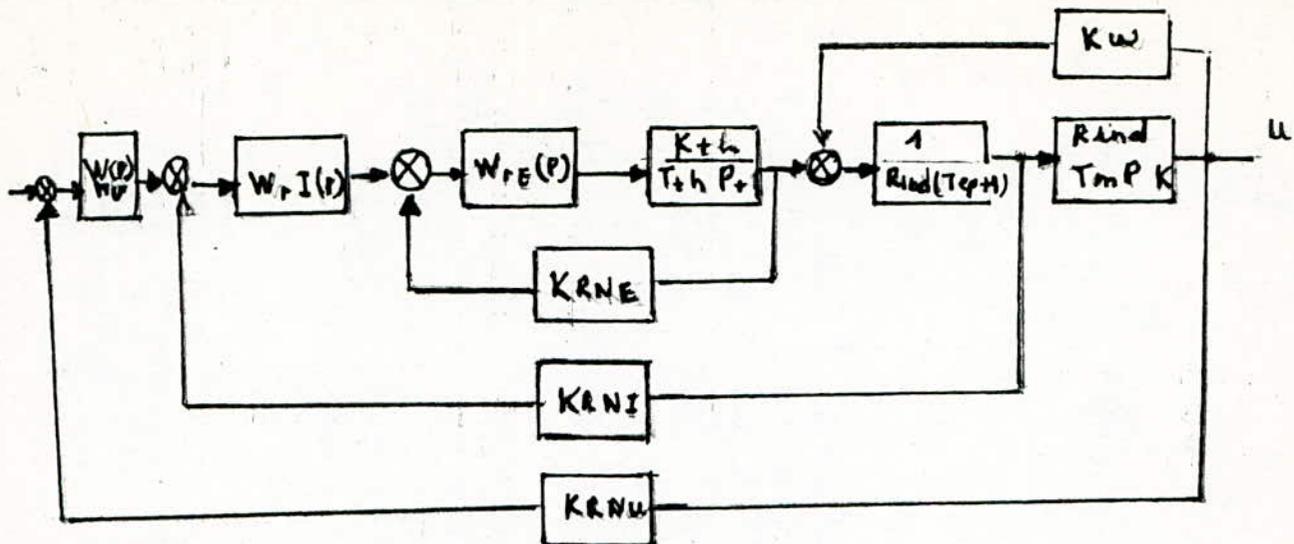


figure ~~IV.1~~ 1: Diagramme fonctionnel du système.

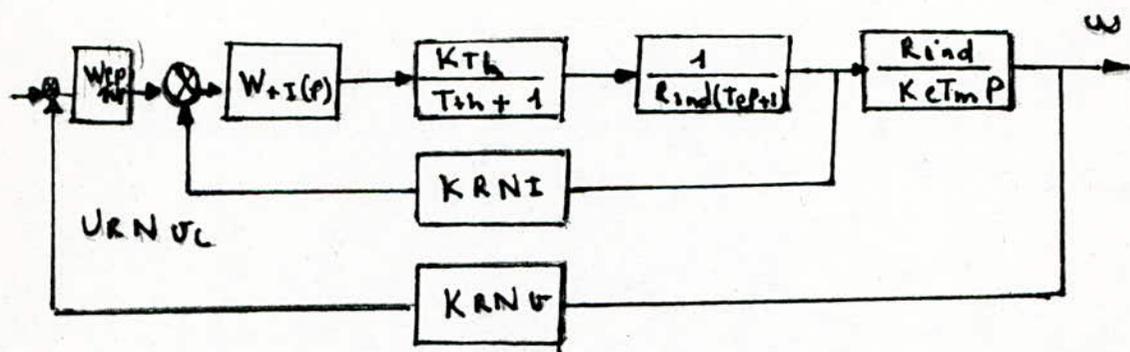


figure ~~IV.2~~ 2: système après simplification

V. Calcul des régulateurs de vitesse et de courant -

V. 1 - Calcul du régulateur de courant .

Soit le système local à boucle fermée avec la grandeur de sortie  $i$  induit ; dans ce système , l'objet de réglage se compose de deux éléments :

- convertisseur à thyristors .
- étage du moteur ( partie Induit )

La fonction de transfert de l'objet de réglage doit être la suivante :

$$W_{oI}(p) = \frac{K_{th}}{T_{th} p + 1} \cdot \frac{1}{R_{ind} (T_e p + 1)} ; \text{ Avec :}$$

$T_{th}$  - petite constante de temps ;  $T_{th} = T_o$  .

La fonction de transfert pour le système boucle ouverte optimale est :

$$W_{orI}(p) = \frac{1}{2 T_o p (T_o p + 1)} = W_{rI}(p) \cdot W_{oI}(p) \cdot K R N I$$

$$W_{rI} = \frac{W_{oI}(p)}{W_{oI}(p) : K R N I}$$

$$W_{rI}(p) = \frac{R_{ind} (T_e p + 1)}{2 T_o p K_{th} \cdot K \cdot R \cdot N \cdot I}$$

On constate que le régulateur est du type P I , c'est-à-dire à action proportionnelle et intégrale .

\* Schéma de principe du régulateur ( voir fig. (A) )

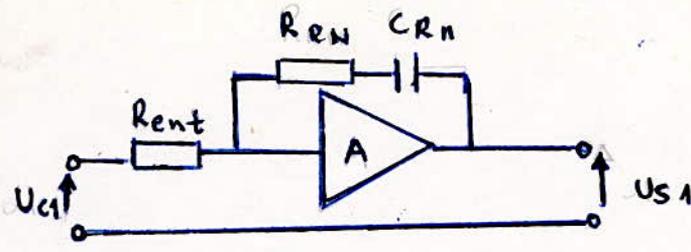


figure V.1.1: schéma du régulateur de courant.

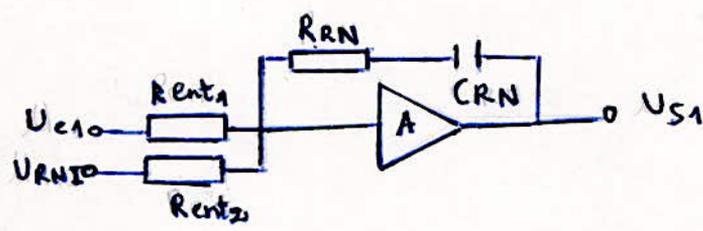


figure V.1.2: schéma réel du régulateur de courant

$$U C I = U C I \text{ max } \frac{U R N I C = K C I \frac{r \text{ ent } 2}{r \text{ ent } 2}}{I \text{ ind max.}}$$

avec : U C I connue ainsi que I ind .

$$r \text{ ent } 1 = \frac{U C I \text{ max } \cdot r \text{ ent } \cdot 2}{K C I \cdot I \text{ ind max.}}$$

rel. 4

Si  $T_{th} \gg T_e$ , alors il faudra compenser la valeur  $T_{th}$ ; la valeur  $T_e$  joue le rôle de petite constante de temps .

Les formules obtenues sont justes en remplaçant  $T_{th}$  par  $T_e$ , si on a besoin de compenser les valeurs  $T_{th}$  et  $T_e$  dans ce cas, il faut choisir un régulateur P I D avec  $W_2 I(p) = \frac{(T_e p + 1)(T_{th} p + 1)}{T_i p}$

$T_i$  - valeur qui est nécessaire pour protéger l'entrée contre les perturbations parasites .

$$W_{r I} (p) = \frac{r_{RN} \cdot C_{RN} p + 1}{r_{ent} \cdot C_{RN} p}$$

En pratique , on utilise le schéma suivant ( fig. (B) )

A partir de la formule (  $U_{s 1}$  ) on voit que  $U_{s 1}$  aura lieu sur la sortie de l'amplificateur la même valeur si, la tension  $U_{R N I}$  est appliquée à la 1ère entrée par l'intermédiaire d'élément avec le facteur  $K$  ;

$$K = \frac{r_{ent 1}}{r_{ent 2}} ;$$

A présent , nous pouvons remplacer la valeur réelle  $U_{R N I}$  par la valeur calculée :

$$U_{R N I C} = U_{R N I} \cdot \frac{r_{ent 1}}{r_{ent 2}} ;$$

$$U_{s 1} (p) = U_{R N I C} \cdot \frac{Z_{RN} (p)}{r_{ent 1}}$$

Supposons que le capteur de courant a le gain  $K_{C I}$  ; dans ce cas :

$$U_{R N I} = I_{ind} \cdot K_{G I}$$

$$U_{R N I C} = I_{ind} \cdot K_{C I} \cdot \frac{r_{ent 1}}{r_{ent 2}}$$

Or, d'après le schéma de bloc simplifié , nous avons :

$$U_{R N I C} = I_{ind} \cdot K_{R N I} , \text{ d'où :}$$

$$I_{ind} K_{R N I} = I_{ind} \cdot K_{R I N} = I_{ind} K_{R I} = \frac{r_{ent 1}}{r_{ent 2}}$$

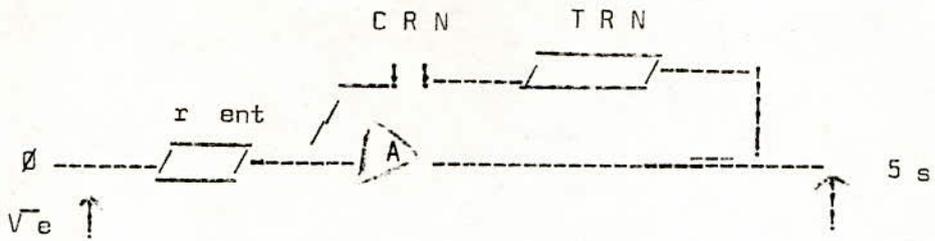
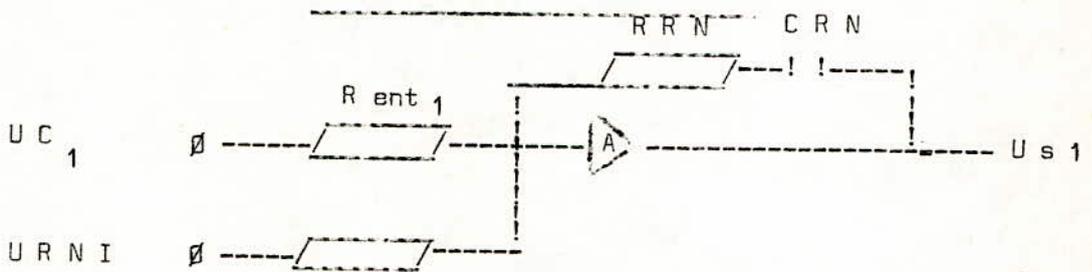


fig . (A)



R ent 2 ( K R N I )

$$\text{Avec : } U_{s1} = U_{RNI} \cdot \frac{Z_{RN}}{r_{ent2}}$$

$$U_{s1} = U_{RNI} \cdot \frac{Z_{RN}}{r_{ent1}} \cdot \frac{r_{ent1}}{r_{ent2}}$$

$$\boxed{K R N I = K C I \cdot \frac{r_{ent 1}}{r_{ent 2}}} \quad \text{rel. 1}$$

En tenant compte des égalités , on obtient :

$$\left. \begin{aligned} T_{ep} + 1 &= R_{rn} C_p + 1 \\ 2 T_{th p} \cdot \frac{K R N I \cdot K_{th}}{R_{ind}} &= r_{ent} C_p \end{aligned} \right\} \text{ avec :}$$

$T_e$  ,  $T_{th}$  ,  $R_{ind}$  ,  $K_{th}$  sont connues

$K R N I$  - ( voir rel. 1 )

En réalité , nous avons la valeur  $K C I$  = gain du capteur de courant .

Remplaçons la valeur  $K R N I$  par  $K C I$  dans la rel. 1 ; on a :

$$2 T_{th p} \cdot \frac{K_{th} \cdot K C I \cdot r_{ent 1}}{R_{ind} \cdot r_{ent 2}} = r_{ent 1} C_p$$

$$\implies \left. \begin{aligned} r_{ent 2} &= \frac{2 T_{th} \cdot K_{th} \cdot K C I}{R_{ind} \cdot C} \quad \text{rel. 2} \\ R_{rn} &= \frac{T_e}{C} \quad \text{rel. 3} \end{aligned} \right\}$$

Le réglage de la valeur du gain du régulateur est plus commode à réaliser à l'aide des résistances  $r_{ent 1}$  ,  $r_{ent 2}$  ,  $R_{rn}$  .

C'est pourquoi on choisit la valeur  $C$  telle que :

$C = 1 \sim 2 \text{ U F}$  ,  $C$  reste constante , pour  $r_{ent}$  , on peut la trouver d'après :

Alors on a les équations suivantes :

$$U_{s2} = U_{RNV} \cdot \frac{R_{eN} \cdot r_{ent3}}{r_{ent3} \cdot r_{ent4}} = \frac{R_{RN}}{r_{ent3}} \cdot U_{RNV} \frac{r_{ent3}}{r_{ent4}} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} U_{RNV C} &= U_{RNV} \cdot \frac{r_{ent3}}{r_{ent4}} \\ U_{s2} &= U_{RNV C} \cdot \frac{R_{RN}}{r_{ent3}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Comme le capteur de vitesse a le gain  $K_{CV}$  alors

$$U_{RNV} = W \cdot K_{CV}$$

Remplaçons  $U_{RNV}$  dans la relation (7)

$$U_{RNV C} = W \cdot K_{CV} \frac{r_{ent3}}{r_{ent4}} \quad (8)$$

D'après la figure VI. 2. 1 ou schéma on a le résultat :

$$U_{RNV C} = W \cdot K_{RNV} \quad (9)$$

En comparant (8) et (9)

$$W \cdot K_{CV} \cdot \frac{r_{ent3}}{r_{ent4}} = W \cdot K_{RNV} \quad (10)$$

$$d'où \quad K_{RNV} = K_{CV} \cdot \frac{r_{ent3}}{r_{ent4}} \quad (11)$$

$$W_{rv}(\rho) = \frac{R_{rn}}{r_{ent3}} = \frac{T_m}{4 T_{th}} \cdot \frac{K_a \cdot K_{RN}}{K_{RNV} \cdot R_{ind}} \quad (12)$$

Remplaçons  $K_{RNI}$  et  $K_{RNV}$  par leurs valeurs :

$$R_{rN} = \frac{T_m}{4 T_{th}} \cdot \frac{K_o \cdot K_{cI} \cdot R_{ent1} \cdot r_{ent4}}{K_{cv} \cdot R_{ind} \cdot r_{ent2}} \quad (13)$$

$R_{ent1}$  et  $r_{ent2}$  sont connues.

Il ya une relation entre la tension de commande " max " et la vitesse :

$$U_{c \max} \cong U_{RNV C \max} = K_{CV} \cdot \frac{r_{ent3}}{r_{ent4}} \cdot W_{\max} \quad (14)$$

$r_{ent3} = 50 \text{ à } 100 \text{ K}$  valeur qu'on donne habituellement .

$r_{ent4}$  c'est possible de la calculer .

$U_{c \max}$  est standard ( type ) par exemple 10 volt.

V. 2 Calcul du régulateur de vitesse .

On considère le schéma sur la figure V. 2 . 1

L'objet de réglage est  $W_{o2}(p) = \varnothing f_1(p) \cdot \frac{R_{ind}}{K_e T_{mp}}$

$$W_{ovI}(p) = \frac{1}{2 T_{th} (T_{th} p + 1)} ; \varnothing f_1 = \frac{T_{ep} + 1}{2 T_{th} \cdot K_{th} \cdot K_{RNI}} \cdot \frac{1}{R_{ind} (T_{ep} + 1)} \cdot \frac{K_{th}}{(T_{th} p + 1)}$$

$$\varnothing f_1(p) = \frac{1 / K_{RNI}}{2 T_{th} (T_{th} p + 1) + 1} \equiv \frac{1 / K_{RNI}}{(2 T_{th} \hat{p} + 1)} \quad (1)$$

Alors que :

$$W_{oII}(p) = \frac{1 / K_{RNI} \cdot R_{ind}}{(2 T_{th} p + 1) T_{mp} \cdot K_e} = \frac{R_{ind}}{K_e K_{eNI}} \cdot \frac{1}{I_{mp} (2 T_{th} p + 1)} \quad (2)$$

$2 T_{th}$  : est supposée la petite constante de temps et  $T_m$  la grande constante de temps dont il faut compenser l'action .

A l'état ouvert du système la F.T valable est :

$$W_{ovII}(p) = \frac{1}{4 T_{th} p (2 T_{th} p + 1)} \quad (3)$$

$$W_{ovII}(p) = W_{rv}(p) \cdot \varnothing f_1(p) \cdot \frac{R_{ind}}{K_e T_{mp}} \cdot K_{RNV}$$

$$W_{ovII} = \frac{1}{4 T_{th} p (2 T_{th} p + 1)} \quad (4)$$

De la formule ( 4 ) on a :

$$W_{rv}(p) = \frac{K_{RNI} (2 T_{mp} + 1) \cdot T_{mp} \cdot K_e}{4 T_{th} p (2 T_{th} p + 1) K_{RNV} \cdot R_{ind}}$$

$$W_{rv}(p) = \frac{T_{mp} \cdot K_e \cdot K_{RNI}}{4 T_{th} p \cdot K_{RNV} \cdot R_{ind}} \quad (5)$$

$$W_{rv}(p) = \frac{T_m}{4 T_{th}} \cdot \frac{K_e}{K_{RNV}} \cdot \frac{K_{RNI}}{R_{ind}} \quad (5)$$

Ainsi d'après ( 5 ) le régulateur est de type P .

Le régulateur a le schéma comme sur la figure V .2.2

On doit transformer ce schéma comme la figure V.2.1 avec une seule entrée.

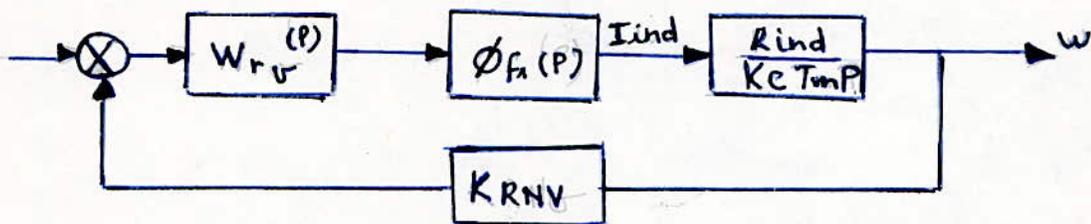


figure V.2.1 : Régulateur de vitesse à une entrée

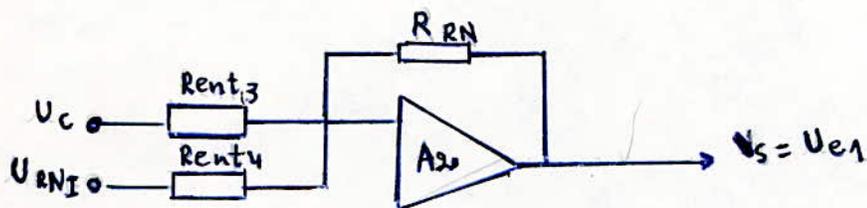


figure V.2.2 : Régulateur de vitesse à deux entrées.

V. 3 Analyse de l'action de la force contre électromotrice ( E ) du moteur en régime transitoire et permanent.

Le régulateur de courant a été choisi sous l'action de E<sub>m</sub> (p), en tenant compte de E<sub>m</sub>, le schéma du moteur est comme sur la figure V. 3 . 1

Le système local de réglage du courant à la forme comme sur la figure V. 3. 2

D'après ce schéma l'objet de réglage a la F.T comme suit :

$$W_o I^*(p) = \frac{K_{th}}{T_{th p+1}} \cdot \frac{R_{ind}(T_{ep+1})}{1 \pm \frac{1}{\frac{R_{ind}(T_{ep+1})}{T_{mp}}}} \cdot \frac{R_{ind}}{T_{mp}}$$

$$= \frac{K_{th} \cdot T_{mp}}{(T_{mp+1})(T_m T_{ep}^2 + T_{mp+1}) R_{ind}}$$

En boucle ouverte le système de réglage a la F.T suivante :

$$W_o v^* = W_r I(p) \cdot W_o I^*(p) \cdot K R N I =$$

$$= \frac{T_{ep+1}}{2 T_{th p}} \cdot \frac{K_{th} \cdot T_{mp} \cdot K R N I}{R_{ind} (T_{mp+1}) (T_m T_{ep}^2 + T_{mp+1})}$$

$$W_o v^* = \frac{T_m (T_{ep+1})}{(T_{th p+1}) (T_m T_{ep}^2 + T_{mp+1})} \quad (1)$$

La F.T désirable est égale à :

$$W_o v(p) = \frac{1}{2 T_{th p} (T_{th p+1})} \quad (2)$$

à comparer (2) et la relation (12) du chapitre II. 6 on a que le système avec la réaction négative d'après la F. C.E.M donne les valeurs statiques du système ou la sortie .

$$\text{La valeur du courant } I_{cd} = \frac{V_{e1}}{K R N I}$$

En analysant la fonction de transfert en boucle fermée du système :

$$\phi f_1 = \frac{I_{ind}(p)}{V_{e_1}(p)}$$

$$\phi f_1 = \frac{T_m (T_{ep} + 1)}{2 T_{th} (T_{th} p + 1) (T_m T_{ep}^2 + T_{mp} + 1 + T_m (T_{ep}) + 1) K R N I}$$

(3)

Si  $p \rightarrow 0$  en régime permanent on a :

$$\frac{I}{V_e} = \frac{T_m}{(2 T_{th} + T_m) K R N I}$$

(4)

et si l'on remplace  $V_e$  par  $I_{cd} \cdot K R N I$  on a :

$$\frac{I_{permanent}}{I_{cd}} = \frac{T_m}{(2 T_{th} + T_m)} \frac{\frac{T_m}{2 T_{th}}}{1 + \frac{T_m}{2 T_{th}}}$$

(5)

de la relation (5) on a :

$$I_p = \frac{T_m}{2 T_{th}} \quad \text{et} \quad I_{cd} = 1 + \frac{T_m}{2 T_{th}}$$

d'où l'écart statique  $\xi$  :

$$\xi = \frac{I_{cd} - I_p}{I_{cd}} = \frac{1 + \frac{T_m}{2 T_{th}} - \frac{T_m}{2 T_{th}}}{1 + \frac{T_m}{2 T_{th}}}$$

$$\xi = \frac{1}{1 + \frac{T_m}{2 T_{th}}}$$

(6)

d'après (6) l'écart dépend de  $T_m$  et  $T_{th}$

quand  $\frac{T_m}{T_{th}} \rightarrow 0$  alors  $\xi \rightarrow 0$

et quand  $\frac{T_m}{T_{th}} \rightarrow \infty$  alors  $\xi \rightarrow 1$

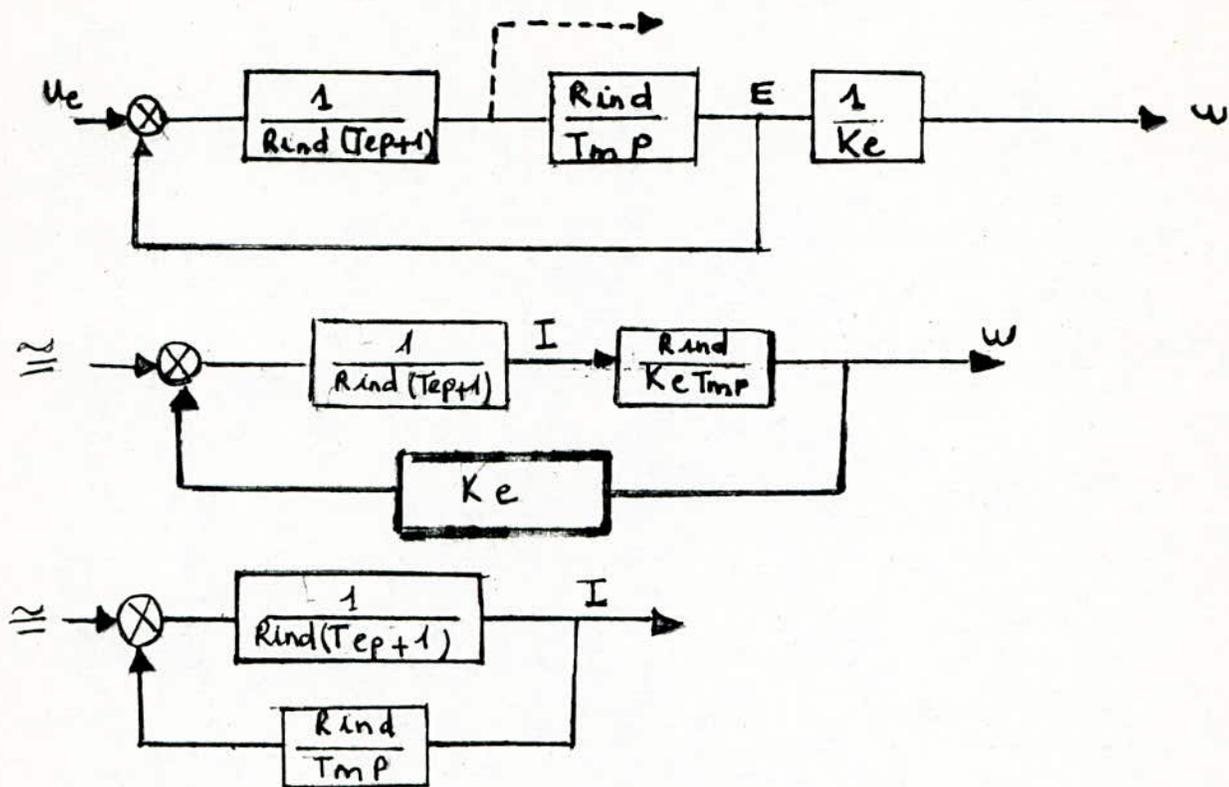


figure 2.3.1 : Schéma structural du moteur

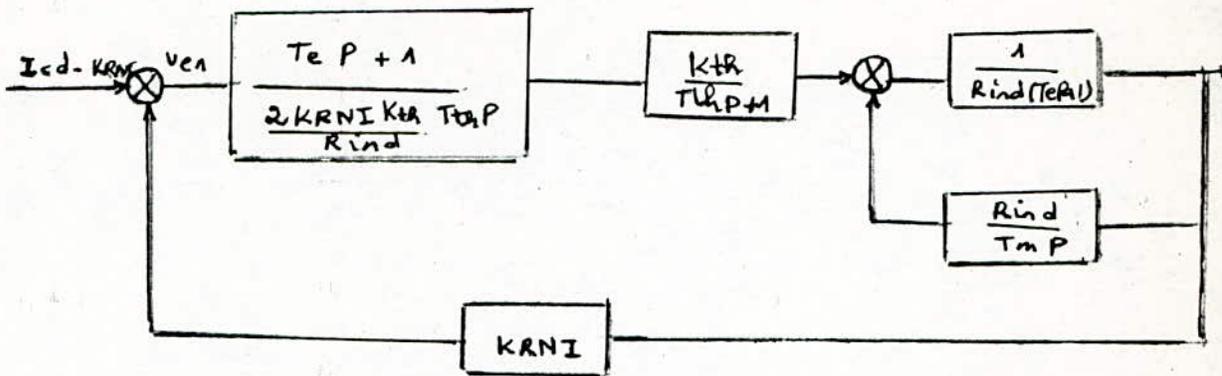


figure V.3.2 : système local de réglage du courant.

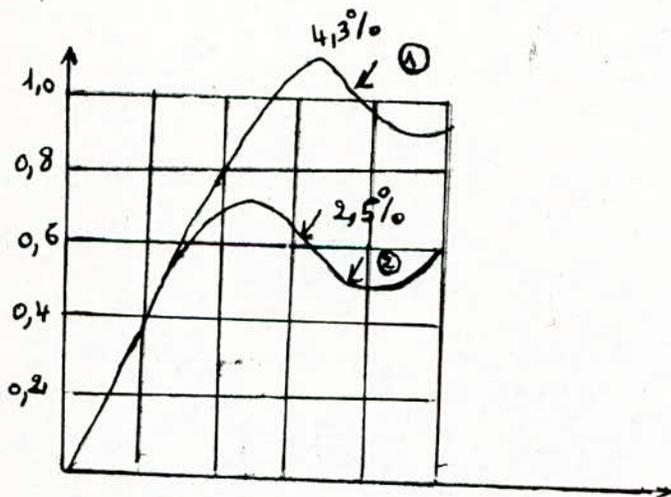


figure V.3.3 : ① système optimisé sans réaction de  $E_m$   
 ② avec réaction.

Il y a aussi que l'effet de la réaction négative selon  $E_m$  est d'augmenter la valeur du dépassement à cause du numérateur de  $\phi f_1$  ;

Exemple :

Si  $T_m = 0,04$  s ,  $T_e = 0,03$  s et  $T_{th} = 0,01$  s alors le dépassement a pour valeur :  $\left\{ \begin{array}{l} = 25\% \text{ et } I_p = \frac{2}{3} I_{cd} \end{array} \right.$

la figure V.3.3 donne cette relation .

Sur cette figure il y a deux courbes .

La courbe (2) a lieu quand sur l'entrée du système local de réglage de courant le signal maximal est constant et si ce signal varie en fonction du temps , on a la courbe (1)

#### V. 4 Propriétés statiques du système subordonné avec le régulateur de vitesse de type P.

Prenons toujours ce système subordonné de réglage de la vitesse avec la réaction négative en fonction de la F C E M du moteur  $E_m$  .Ce schéma se présente sur la figure V. 4. 1 . Sur ce schéma on a :

$$S = a - b \frac{K_{th}}{T_r I_p} - K_W \text{ pour le régime statique}$$

et

$$T_r I = 2 T_{th} \cdot K_{th} \frac{K R N I}{R_{ind}}$$

Ce schéma correspond au régime statique ,c'-à-d. p --- o seulement on n'a pas à toucher aux intégrateurs .

La transformation structurale nous permet du schéma de la figure V.4.1 au schéma de la figure V.4.2.

$$\frac{\frac{K_{th}}{T_r I_p R_{ind}}}{1 + \frac{K_{th} K R N I}{T_r I \cdot p R_{ind}}} = \frac{\frac{K_{th}}{T_r I_p R_{ind}}}{T_r I_p R_{ind} + K_{th} \cdot K R I} \cdot \frac{K R N I}{R_{ind}} ;$$

On peut aller jusqu'à simplifier finalement le schéma précédent comme sur la figure V.4.3 .

D'après ce schéma l'équation de l'écart de vitesse sous l'action de la charge I s t

$$s W f = I s t \cdot \frac{\frac{R \text{ ind}}{K w \cdot T m \cdot p}}{1 + \frac{R \text{ ind}}{K w \cdot T m \cdot p} \cdot \frac{K R V}{K R N I} \left( K R N V + \frac{K w \cdot I R I \cdot P}{K r v \cdot K t h} \right)}$$

et si l'on tient compte que :  $K r v = \frac{T m}{4 T t h} \cdot \frac{K w \cdot K R N I}{K R N V \cdot R \text{ ind}}$

on obtient :

$$s w f = I s t \cdot \frac{R \text{ ind}}{K w \cdot T m \cdot p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R \text{ ind}}{K w \cdot T m \cdot p \cdot K R N I} \cdot \frac{T m \cdot K w \cdot K R N I}{4 T t h \cdot K e n r \cdot R \text{ ind}} \left( K R N V + \frac{T r I p \cdot 4 T t h \cdot K R N V \cdot R \text{ ind}}{T m \cdot K R N I \cdot K t h} \right)}$$

$$s w f = I s t \cdot \frac{\frac{R \text{ ind}}{k w \cdot T m \cdot p}}{\frac{4 T t h \cdot p + 1}{4 T t h \cdot p}} = I s t \cdot \frac{R \text{ ind} \cdot 4 T t h \cdot p}{k w \cdot T m \cdot p (4 T t h \cdot p + 1)} = I s t \cdot \frac{R \text{ ind} \cdot 4 T t h}{k w \cdot T m \cdot p}$$

comme :  $\frac{I s t \cdot R \text{ ind}}{K W} = \frac{s v}{K e} = s w o v$  pour un moteur

sur la caractéristique et encore :

$$s w f = s w o v \cdot \frac{4 T t h}{T m} \quad \text{d'où} \quad S = \frac{s w f}{s w o v} = \frac{4 T t h}{T m} \quad (1)$$

Si l'écart statique de vitesse

ainsi le rapport entre l'écart statique pour le système en état fermé et ouvert est déterminé .

Sur la figure V.4.4 on a W en fonction de I s t.

$$s w_1 v = \frac{I s t \cdot R \text{ ind}}{K w} \quad \text{pour un moteur ordinaire}$$

s w o v est égal à 15% 20% de la vitesse W o

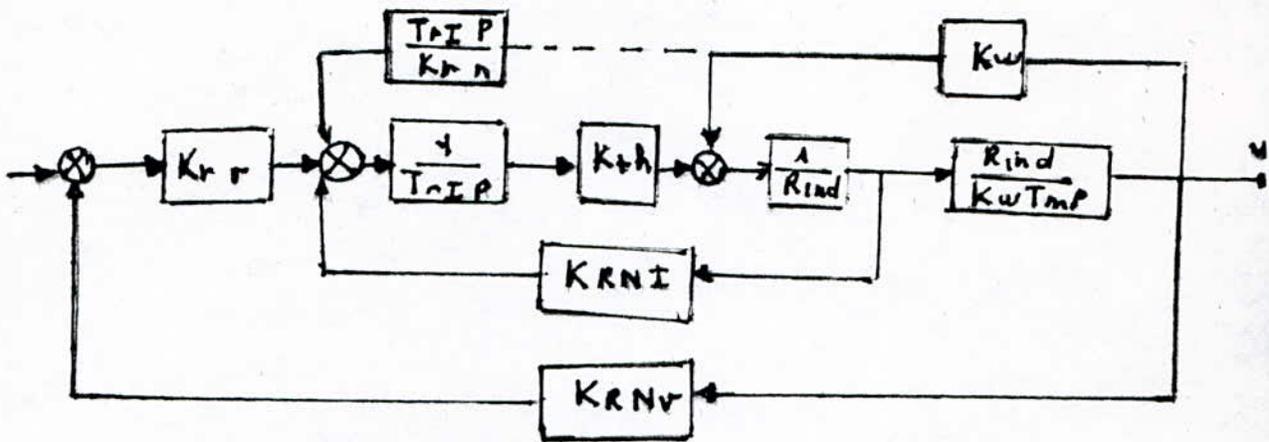


figure II.4.1 : système subordonné de réglage de vitesse avec la réaction négative en fonction de la F.C.E.M du moteur

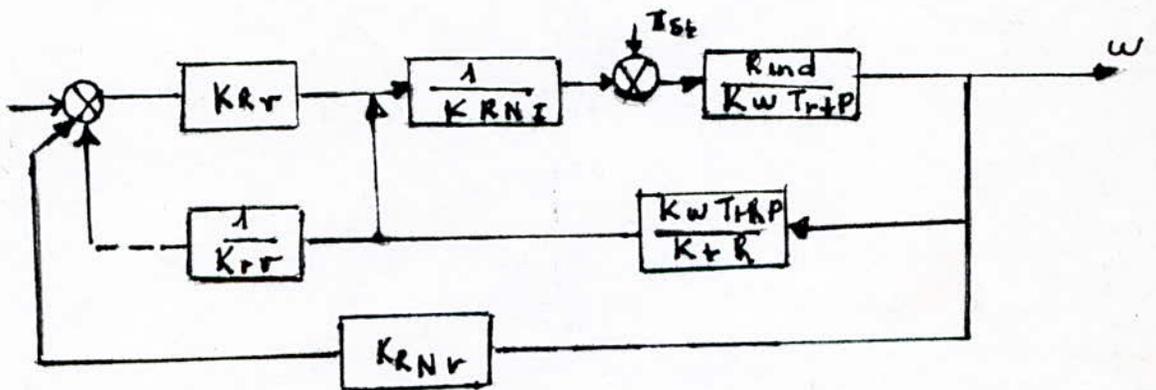


figure II, 4, 2

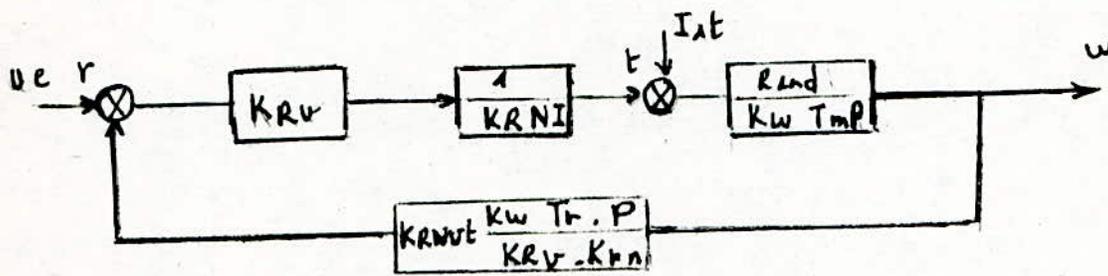


figure V.4-3

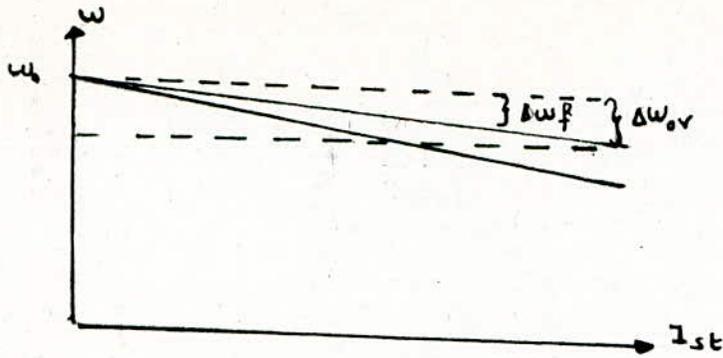


figure I.4.4

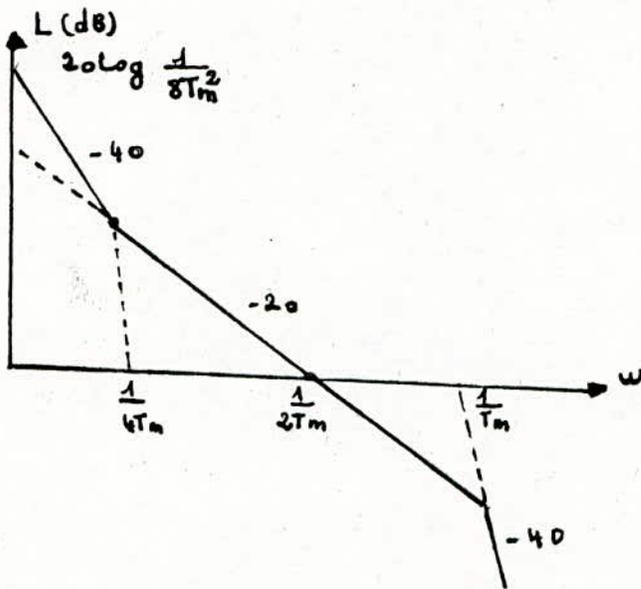


figure I.4.5

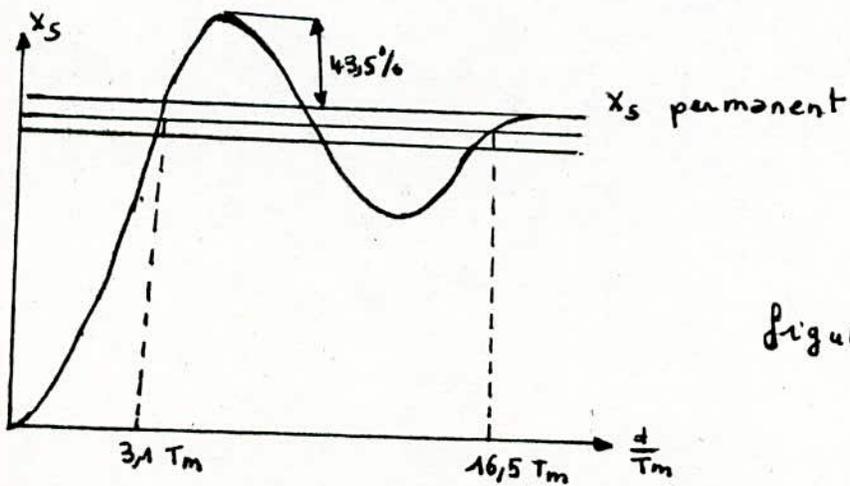


figure I.4.6

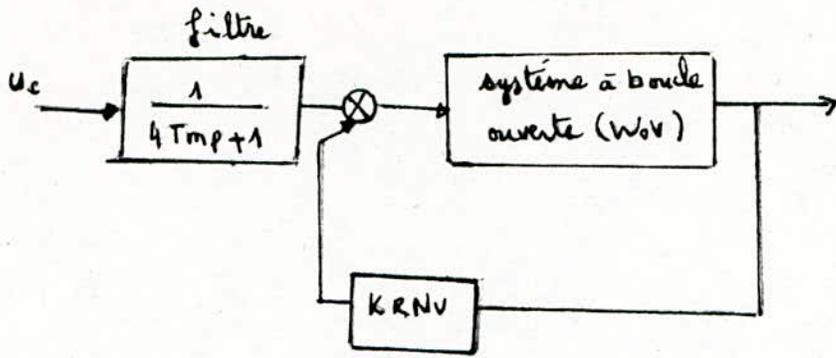


Figure V.4.7.

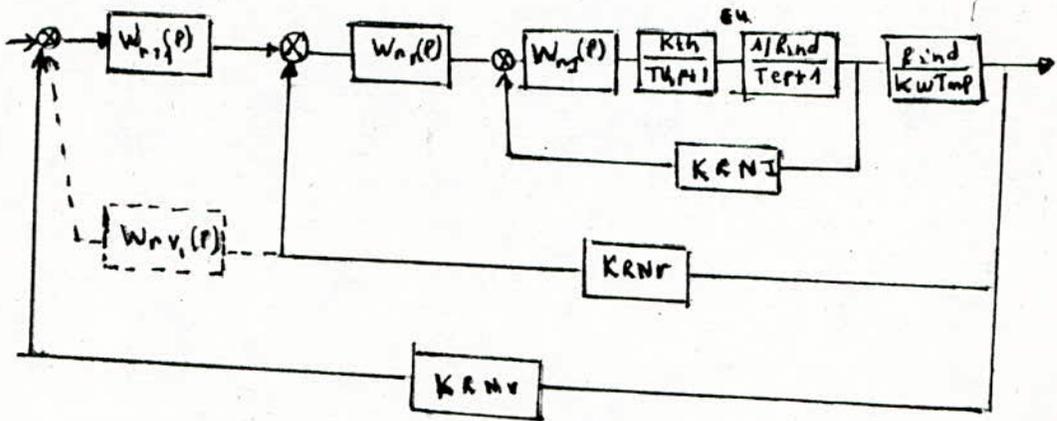


Figure V.4.8.

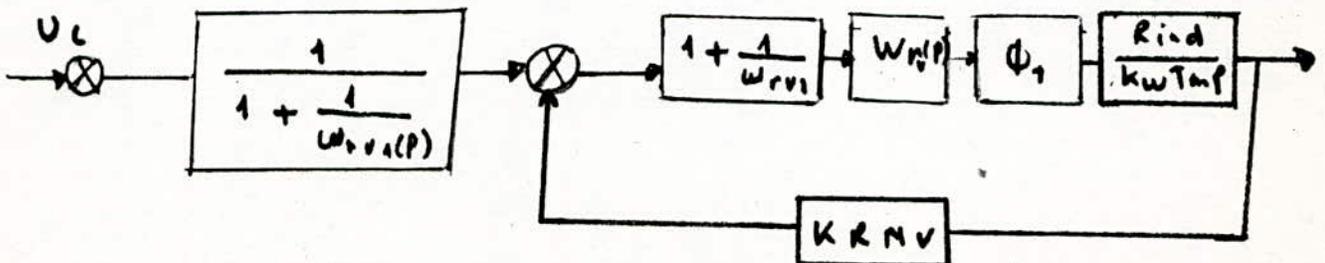


Figure V.4.9

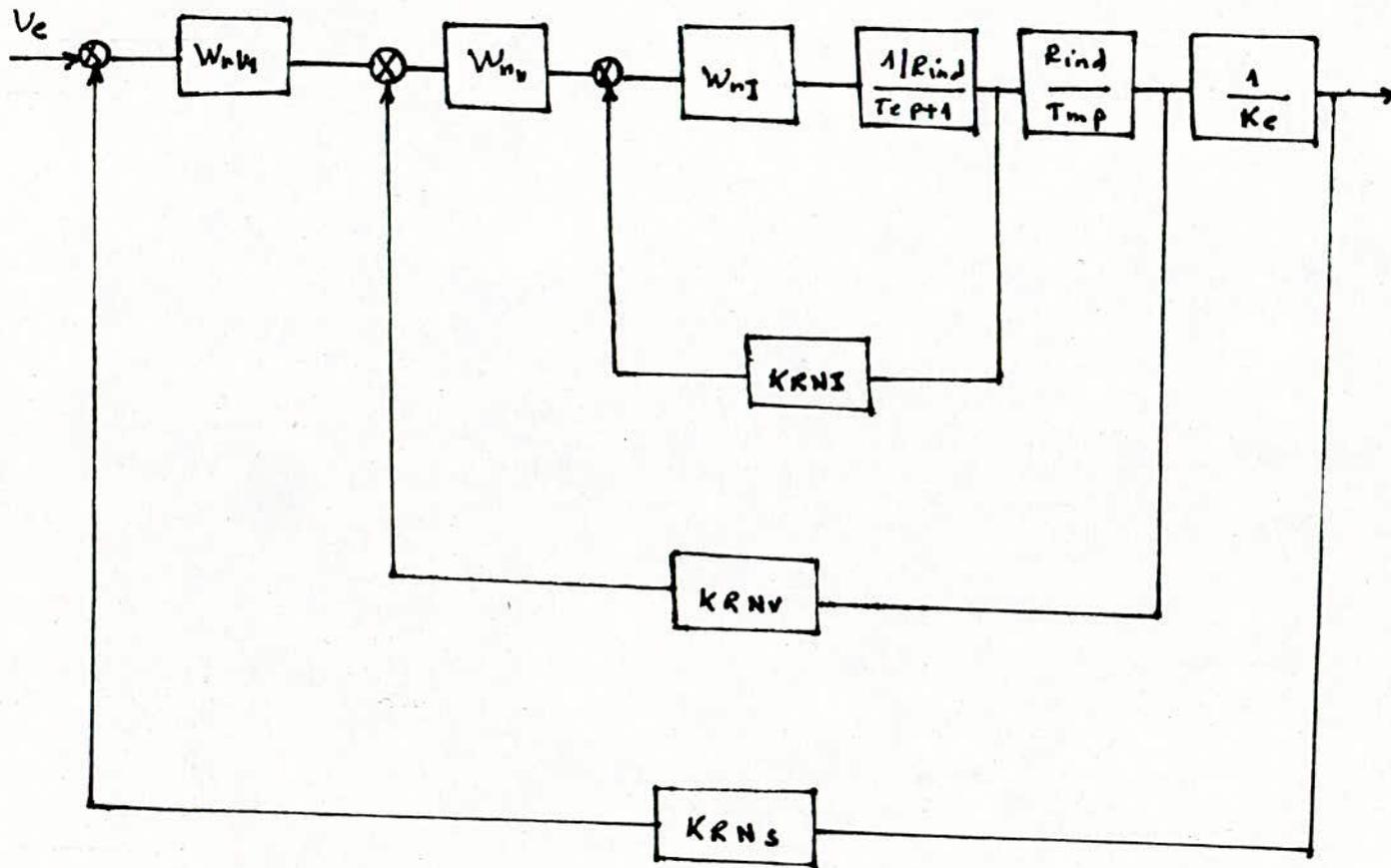


figure V.4.10

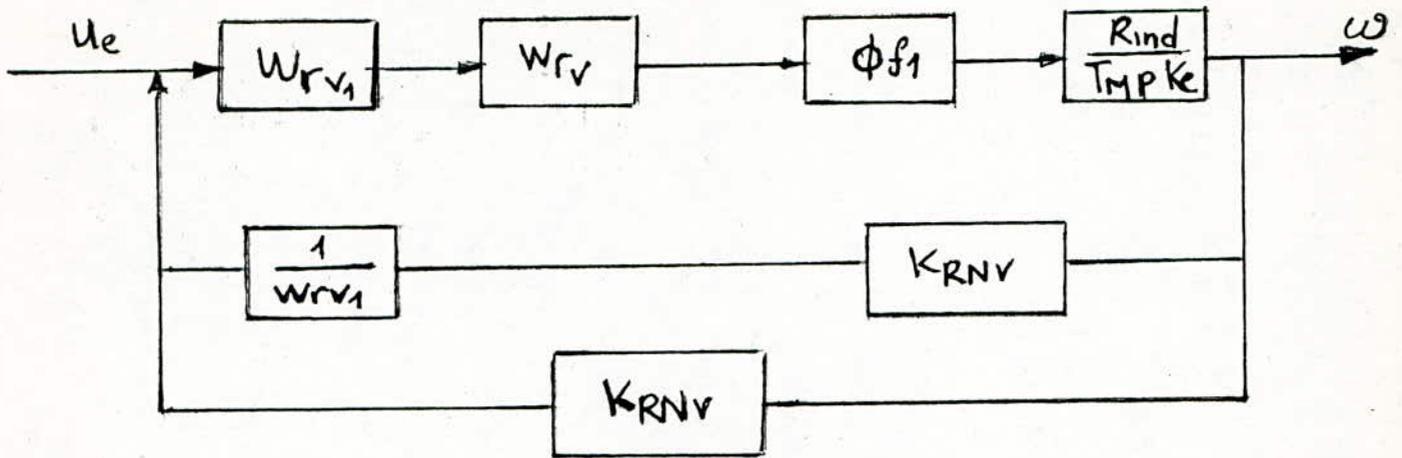


fig V.4.11

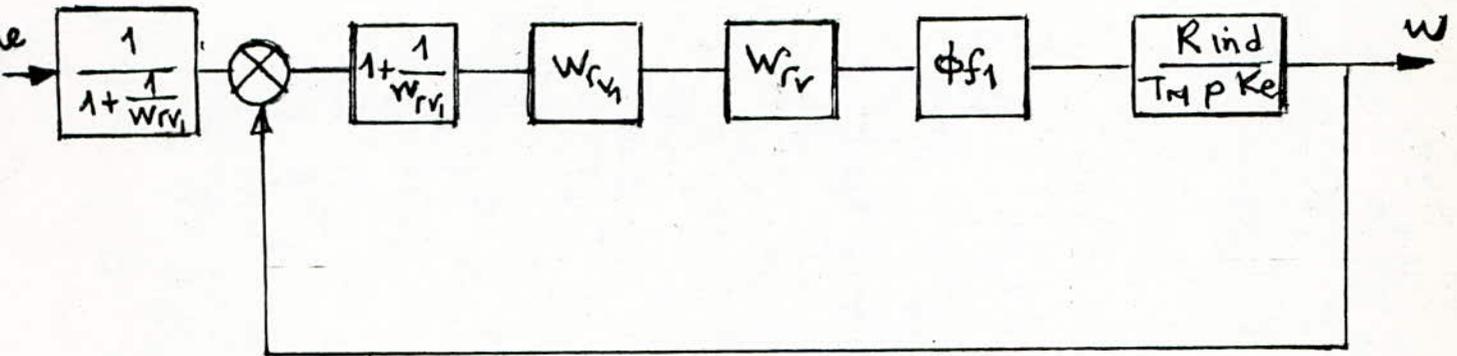


fig V.4.12

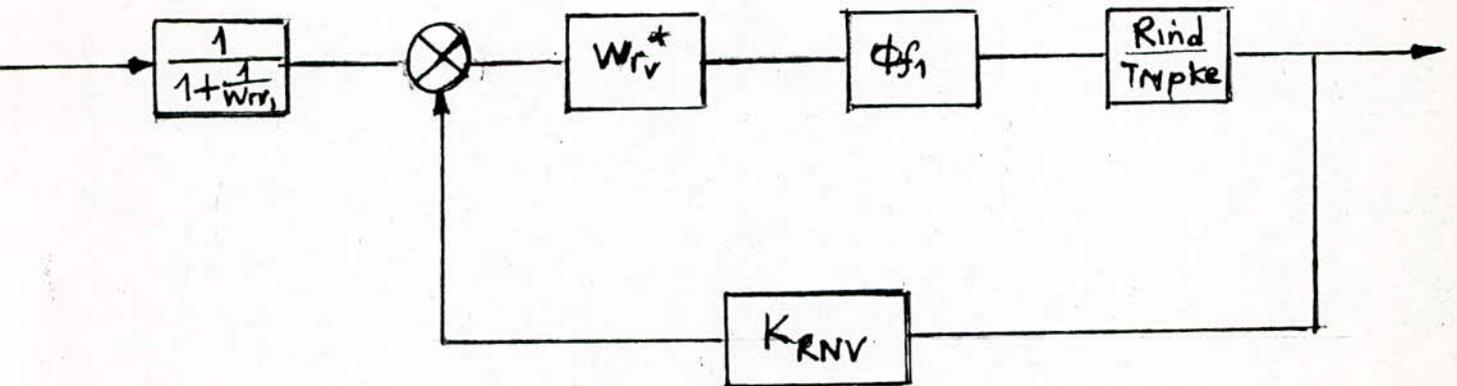


fig V.4.13

On voit bien que  $S W f$  peut atteindre 6 à 8%. Cette valeur est assez grande pour plusieurs installations modernes.

Pour diminuer l'écart statique et même jusqu'à l'annuler, on utilise cette méthode. Il est nécessaire de relier à la branche un élément intégrateur avant le point d'application de la perturbation à cause de la charge  $I s t$ .

Comme d'habitude, cet élément est branché dans la structure du régulateur de vitesse. Dans ce cas, la caractéristique logarithmique désirable est présente sur la figure.

Le changement de pente dans la bande des basses fréquences augmente au sein du système et par conséquent diminue l'écart statique.

D'après la caractéristique on peut trouver la fonction de transfert pour le système à boucle ouverte désirable (sans écart statique).

$$W_{ov}(p) = \frac{1 + 4 T_m p}{4 T_m p}$$

Pour le système à boucle fermée, on obtient le résultat suivant :

$$\varnothing f(p) = \frac{1 + 4 T_m p}{1 + \frac{4 T_m p \cdot 2 T_m p (T_m p + 1)}{4 T_m p \cdot 2 T_m p (T_m p + 1)}}$$

$$\varnothing f(p) = \frac{1 + 4 T_m p}{(1 + 4 T_m p) + \frac{4 T_m p \cdot 2 T_m p (T_m p + 1)}{4 T_m p \cdot 2 T_m p (T_m p + 1)}}$$

$$\varnothing f(p) = \frac{1 + 4 T_m p}{4 T_m p \cdot 2 T_m p (T_m p + 1) (4 T_m p + 1)}$$

$$\varnothing f(p) = \frac{1 + 4 T_m p}{8 T_m p^3 + 8 T_m p^2 + 4 T_m p + 1}$$

Dans ce cas la valeur de la sortie sans l'action de l'échelon unitaire peut être présentée comme suit :

$$U_s(t) = 1 + \epsilon \frac{t}{4 T_m} - 2 \epsilon \frac{t}{4 T_m} \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{t}{T_m}$$

La courbe du régime transitoire est présentée sur la figure .Et la valeur du dépassement est  $\delta = 43,5 \%$ .

L'augmentation de  $\delta$  est déterminé par l'élément différentiel si cette valeur est indésirable . On peut la diminuer à l'aide d'un filtre qu'il faut brancher à l'entrée du système comme sur la figure .

Pour obtenir la formule de régulateurs, on peut répéter la méthodologie que nous avons étudié déjà :

$$W_{ov}(p) = \frac{1 + 4 T_m p}{4 T_m p} \cdot \frac{1}{2 T_m p (T_m p + 1)}$$

$$= \phi f 1 \cdot \frac{R_{ind}}{K_e T_m p} \cdot K R N V \cdot W_{rv}(p)$$

$$W_{rv}(p) = \frac{(1 + 4 T_m p) K_e T_m p}{4 T_m p \cdot 2 T_m p (T_m p + 1) \phi f 1 (p) R_{ind} \cdot K R N V}$$

$$W_{rv}(p) = \frac{(1 + 4 T_m p) \cdot K_e \cdot T_m \cdot K R N I (2 T_{th} p + 1)}{4 T_m p \cdot 2 T_m p (T_m p + 1) R_{ind} \cdot K R N V}$$

ici  $T_{th} = T_m$ .

$$W_{rv}(p) = \frac{(1 + 4 T_m p) T_m p \cdot T_m \cdot K_e K R N I}{4 T_m p^2 \cdot 2 T_m p \cdot R_{ind} \cdot K R N V}$$

$$W_{rv}(p) = \frac{1 + 4 T_{th} p}{8 T_{th}} \cdot T_m \frac{K_e \cdot K R N I}{K R N V \cdot R_{ind}}$$

L'analyse de ce régulateur montre qu'il est difficile du point de vue de la réalisation pratique et on a choisi d'autre méthode de calcul du système qui assure une très grande précision .

Examinons le schéma sur la figure .

$$W_{rv} = K R N V + \frac{K R N V}{W_{rv}(p)} = K R N V \left( 1 + \frac{1}{W_{rv}(p)} \right)$$

$$\phi_{f2} = \frac{1 / K R N V}{4 T th p + 1} ; W_{or2}(p) = \frac{1}{4 T th p (2 T th p + 1)}$$

L'objet de réglage du 3ème circuit est le 2ème système local à boucle fermée optimisée.

$$W_{ov3}(p) = \frac{1}{8 T th p (4 T th p + 1)} ; \phi_3 = \frac{1}{8 T th p + 1}$$

dans ce cas le 3ème système local désirable est :

$$W_{ov3}(p) = \frac{1}{8 T th p (4 T th p + 1)} = \frac{1 / K R N V}{4 T th p + 1} \cdot \frac{W_{rv}(p)}{\phi_{f2}}$$

$$W_{rv}(p) = \frac{1}{8 T th p}$$

c'est à dire nous avons obtenu l'élément intégrateur et le système devient astatique avec l'écart statique nul et avec un dépassement de 4,3%. Cela devient possible à cause de l'introduction du troisième système local d'après la vitesse, cette voie est la plus simple .

D'après le schéma de la figure et d'après la réalisation on ne présente que le schéma à trois systèmes locaux avec un seul régulateur  $W_{rv}^*(p) = \left( 1 + \frac{1}{W_{rv}(p)} \right)$

$$W_{rv}(p) \cdot W_{rv}(p)$$

$$W_F(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{W_{rv1}(p)}}$$

$$W_{rv}^*(p) = \left( 1 + \frac{1}{\frac{1}{8 T_{th p}}} \right) \cdot \frac{1}{8 T_{th p}} \cdot \frac{T_m}{4 T_{th}} \cdot K$$

$$W_{rv}^*(p) = \frac{T_m}{4 T_{th}} \cdot K \cdot \frac{1}{8 T_{th p}} \cdot (8 T_{th p} + 1) = \frac{-(8 T_{th p} + 1) K}{32 T_{th p}}$$

$$W_F(p) = \frac{1}{1 + 8 T_{th p}}$$

La figure nous donne la sortie en fonction du temps des systèmes locaux (deux ou trois systèmes locaux).

Réglage de la vitesse du moteur avec trois boucles fermées :

le schéma est sur la figure

On utilise deux réactions négatives

- pour diminuer l'écart statique jusqu'à l'annuler .
- pour simplifier la structure , le schéma du régulateur .

$$W_{ov III} = W_{rv1} \cdot \phi f_1 \cdot K R N V .$$

$$W_{ov III} \text{ optimal} = \frac{1}{8 T_{th} (4 T_{th p} + 1)} = W_{rv1} \cdot \frac{\frac{1}{K R N V}}{4 T_{th p} + 1} K R N V$$

$$W_{rv1} = \frac{1}{8 T_{th}}$$

toutes perturbations après l'intégrateur sont nulles.

On simplifie le schéma de la figure précédente comme sur la figure .

$$\text{et l'on a : } W = K R N V \left( 1 + \frac{1}{W_{r v 1}} \right)$$

$$W^*_{r v} = \left( 1 + \frac{1}{W_{r v 1}} \right) W_{r v 1} \cdot W_{r v}$$

$$W^*_{r v} = \left( 1 + \frac{1}{8 T_{th p}} \right) \cdot \frac{1}{8 T_{th p}} \cdot \frac{T_m}{4 T_{th}} \cdot K = \frac{K (8 T_{th p} + 1)}{32 T_{th}^2 p}$$

Remarque :

-----  
 On peut dire déjà que les systèmes subordonnés nous permettent d'avoir un système du second ordre pour pouvoir l'optimiser en prenant un amortissement égal à 0,707 .

Le nombre maximal de boucles superposées pour les systèmes subordonnées est quatre .

V. 5 . Calcul des valeurs des composantes de régulateurs de vitesse.

Le moteur utilisé

Moteur à courant continu type C I I 661

Caractéristiques ;

- Tension nominale :  $U_n = 110 \text{ V}$
- Puissance sur l'arbre du moteur :  $P_n = 230 \text{ W}$
- Couple nominal :  $C_n = 9250 \text{ g/cm}$
- Vitesse de rotation :  $N = 24\,000 \text{ tr/mn}$
- Vitesse angulaire :  $\omega_n = 2 \frac{\pi}{60} N = \frac{2400 \times 6,28}{60} = 251,2 \text{ rad/s}$
- Couple d'inertie :  $J = 9,35 \cdot 10^4 \text{ kg. m}^2$
- Courant nominal :  $I_n = 2,64 \text{ A}$
- Courant d'excitation :  $I_{en} = 0,244 \text{ A.}$
- Résistance d'induit :  $R_{ind} = 1,73 \text{ } \Omega$
- Résistance d'excitation:  $R_{en} = 520 \text{ } \Omega$
- Poids du moteur :  $P = 9,6 \text{ Kg}$
- 1 paire de pôle  $p = 2$
- nombre de plases :  $m = 6$  f: fréquence du réseau :  $f = 50 \text{ HZ}$

On a les valeurs suivantes pour le régulateur de courant

- Capteur de courant :  $K_{CI} = 0,056 \text{ V/A}$
- On choisit  $C = 2 \text{ } \mu\text{F}$  ( la capacité )
- La constante de temps des thyristors :  $T_{th} = 0,0016 \text{ s}$
- $K_{th} = 11$  .

$$T_{th} = \frac{1}{2 \times m \cdot f} = \frac{1}{2 \times 6 \times 60} = 0,0016 \text{ s}$$

$$K_{th} = \frac{V_s}{V_e} = \frac{110}{10} = 11.$$

Calcul de  $R_T$  . :

$$R_T = R(\text{induit moteur}) + R(\text{transfo}) + R_C(\text{self}) + R(\text{thyristor})$$

$$R_T = 1,73 + 0,1 + 0,6 + 0,3 = 2,73 \text{ } \Omega$$

$$R_T = 2,73 \text{ } \Omega$$

## V. 6 . Calcul de régulateur de vitesse

Le schéma du régulateur de vitesse est sur la figure V. 6. 1

$R_{ent 3}$  est fixée à 50 H r .  $U_{max} = V_e = 10 V$

$$K_{RNV} = K_{cv} \cdot \frac{R_{ent 3}}{R_{ent 4}}$$

$$R_{RN} = R_{ent 3} : \frac{T_m \cdot K_e \cdot K_{RN}}{4 T_{th} \cdot K_{RNV} \cdot R_T}$$

$$R_{RN} = R_{ent 3} \cdot \frac{T_m}{4 T_{th}} \cdot \frac{K_e \cdot K_{ci} \cdot R_{ent 1} \cdot R_{ent 4}}{K_{cv} \cdot R_T \cdot R_{ent 2}}$$

$$U_{cmax} = U_{RNV Man} = K_{cv} \cdot \frac{R_{ent 3}}{R_{ent 4}} \quad W_{man}$$

$$K_e = \frac{U_n - R_T I_n}{W_n}$$

$$K_e = \frac{110 - 2,15 \times 2,66}{251,2} = 0,42$$

$$K_e = 0,42 \text{ Vs / rad}$$

$$T_m = \frac{J \cdot R}{K_i \times K_e} = J = J_{moteur} + J_{mécanisme}$$

$$J_{moteur} = J_n = 9,35 \cdot 10^{-4}$$

$$J_{Mécanisme} = M \frac{V_2}{W_n^2} \quad \text{comme la valeur de la vitesse est}$$

inconnue . On évalue  $J_{mécanisme}$  comme étant égal ) 20% de  $J_{moteur}$  d'où

$$J_{mécanisme} = \frac{9,35 \cdot 10^{-4} \times 20}{100} = 1,87 \cdot 10^{-4} \text{ kg. m s}^2$$

$$J_T = 9,35 \times 10^{-4} + 1,87 \cdot 10^{-4} = 11,22 \cdot 10^{-4} \text{ kg. ms}^2$$

Le tachymètre :  $P = 15 w$   $V_s = 100 V$  ,  $N = 1500 \text{ Tr/Mn}$

$$K_{cv} = 0,1$$

$$K_i = \frac{C_N}{I_N} = \frac{9250 \times 10^{-3} \times 10^{-2} \times 10}{2,66} = 03,48$$

$$K_i = 0,348 = 0,348 \text{ N .M/A}$$

Calcul de R ent 2

$$R_{ent_2} = \frac{2 T_{th} \cdot K_{th} \cdot K_c 3}{R_T \cdot C}$$

$$R_{ent_2} = \frac{2 \times 0,0016 \times 11 \times 0,056}{2,13 \times 2 \times 10^{-6}} = 462,7 \text{ } \hat{H}$$

$$R_{ent_2} = 462,7$$

Calcul de R R N

$$R_{R N} = \frac{T_e}{C}$$

$$T_c = \frac{L_T}{R_T}$$

Calcul de L T

$$L_T = L_C (\text{transf}) + L (\text{thyristors}) + L (\text{self}) + L (\text{induit})$$

comme

$$0,003 < L_{th} < 0,006 \text{ H}$$

$$L (\text{self}) + L (\text{transf } \emptyset) + L (\text{thyristors}) = 0,02 \text{ H}$$

$$L_T = 20 + 25 = 45 \text{ m H.} = 0,045 \text{ H}$$

$$T_e = \frac{0,045}{2,73} = 0,0164 \text{ s}$$

$$R_{R N} = \frac{0,0164}{2,10^{-6}} = 8,24 \text{ K } \hat{H}$$

$$R_{e N} = 8,24 \text{ K } \hat{H}$$

Calcul de Rent 1 :

$$R_{ent_1} = \frac{10 \times 462,7}{0,0056 \times 2,64} = 31297,3 \text{ } \hat{H}$$

$$R_{ent_1} = 31,3 \text{ } \hat{H}$$

$$U_{c\ man} = K_{c\ v} \cdot \frac{R_{ent\ 3}}{R_{ent\ 4}} \cdot W_{man} \quad U_{c\ man} = 10\ V$$

$$R_{ent\ 4} = \frac{K_{c\ v} \cdot R_{ent\ 3} \cdot W_{man}}{U_{c\ man}} = \frac{0,1 \times 251,2 \times 50}{10} = 1256\ K \quad ?$$

$$R_{ent\ 4} = \underline{125,6\ K} \quad \checkmark$$

$$T_m = 11,22 \times 16^{-4}$$

$$T_m = \frac{11,22 \times 10^{-4} \times 2,13}{0,348 \times 0,42} = 203 \cdot 10^{-3} \quad x = 16,3\ m\ s$$

$$RRN = 50 \cdot \frac{20,3 \cdot 10^{-3}}{4 \times 1,6 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{0,42 \times 0,056 \times 31,3 \cdot 125,6 \times 10^{-6}}{0,1 \times 2,13 \times 462,7}$$

$$RRN = 12,5\ M \quad \checkmark$$

Calcul des erreurs statiques

écart statique du courant :

$$\xi = \frac{1}{1 + \frac{T_m}{2\ T_{th}}} = \frac{1}{1 + \frac{20,3 \cdot 10^{-3}}{2 \times 1,6}} = \frac{1}{6,4} = 0,15 = 13\% \cdot 15\%$$

écart statique de vitesse :

$$\xi = \frac{S_{w\ f}}{S_{w\ r\ v}} = \frac{4\ T_{th}}{T_m} = \frac{4 \times 1,6}{240,3} = \frac{4 \times 1,6}{20,3} = 0,32$$

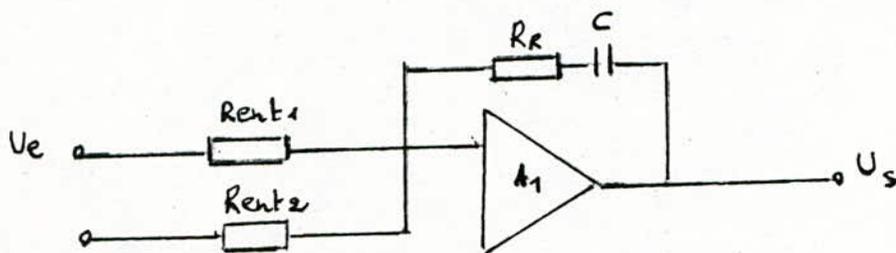


figure V.5 : schéma du régulateur de courant.

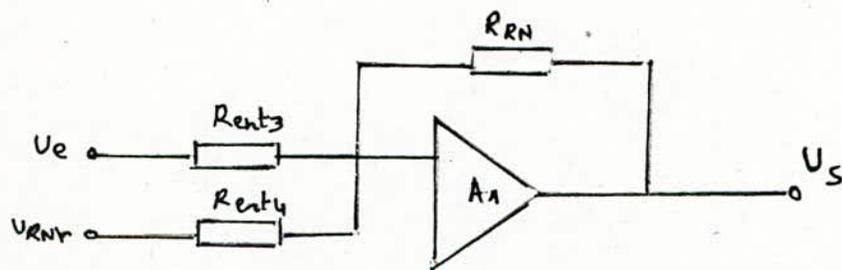


figure V.6 : schéma du régulateur de vitesse.

VI . Analyse des performances du système subordonné pour une variation de la constante de temps électromécanique .

On a

$$J = J_m + J_{\text{charge}}$$

$J_m = J_n$  et  $J_{\text{charge}}$  . on prend un pourcentage de  $J_n$  car ça revient à dire que la charge a une certaine inertie .

$J_{\text{charge}}$  on l'évalue à 20% de  $J_n$  et l'on varie de 5% de  $J_n$

Ainsi on aura :

$$\begin{aligned} J_0 &= 9,35 \cdot 10^{-4} \\ \text{à } 5\% \cdot J_1 &= 9,8175 \times 10^{-4} \\ \text{à } 10\% \cdot J_2 &= 10,285 \times 10^{-4} \\ \text{à } 15\% \cdot J_3 &= 10,7525 \times 10^{-4} \\ \text{à } 20\% \cdot J_4 &= 11,22 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

et l'on a les valeurs des constantes de temps équivalentes :

$$\begin{aligned} T_{m0} &= 17,4 \text{ ms} \\ T_{m1} &= 18,2 \text{ ms} \\ T_{m2} &= 19,1 \text{ ms} \\ T_{m3} &= 19,9 \text{ ms} \\ T_{m4} &= 20,8 \text{ ms} \end{aligned}$$

$$\text{et } K_{RNV} = K_{cv} \frac{R_{\text{ent } 3}}{R_{\text{ent } 4}} = 0,1 \times \frac{50}{125,6} = 0,0398$$

$$\frac{1}{K_{RNV}} = 25,1 \cdot$$

ANALYSE DE LA VARIATION DE LA CONSTANTE  
DE TEMPS DANS LES SYSTEMES SUBORDONNES  
A PERFORMANCES DYNAMIQUE ET ENERGETIQUE

-----

Calcul de la fonction de transfert du système subordonné :  
(voir fig. A)

$$f(p) = \frac{\frac{C_e F}{R_{ind}} \frac{K_{RNI}}{K_{RNV}} \frac{T_{M_o}}{4 T_{th}} \cdot \frac{1}{K_{RNI}(2 T_{th}^p + 1)} \frac{R_{ind}}{C_e F T_{Mi}^p}}{1 + \frac{C_e F}{R_{ind}} \frac{K_{RNI}}{K_{RNV}} \frac{T_{M_o}}{4 T_{th}} \cdot \frac{1}{K_{RNI}(2 T_{th}^p + 1)} \frac{R_{ind} K_{RNV}}{C_e F T_{Mi}^p}}$$

$$= \frac{T_{M_o}}{\frac{K_{RNV}}{T_{Mi}^p} \frac{4 T_{th}^{4p}}{(2 T_{th}^p + 1) T_{Mi}^p} + T_{Mi}}$$

$$= \frac{4 T_{th}^{4p} (2 T_{th}^p + 1) T_{Mi}^p}{4 T_{th}^{4p} (2 T_{th}^p + 1) T_{Mi}^p + T_{Mi}}$$

$$f(p) = \frac{1 / K_{RNV}}{\frac{T_{Mi}}{T_{Mo}} \frac{4 T_{th}^{4p}}{(2 T_{th}^p + 1) + 1} + 1}$$

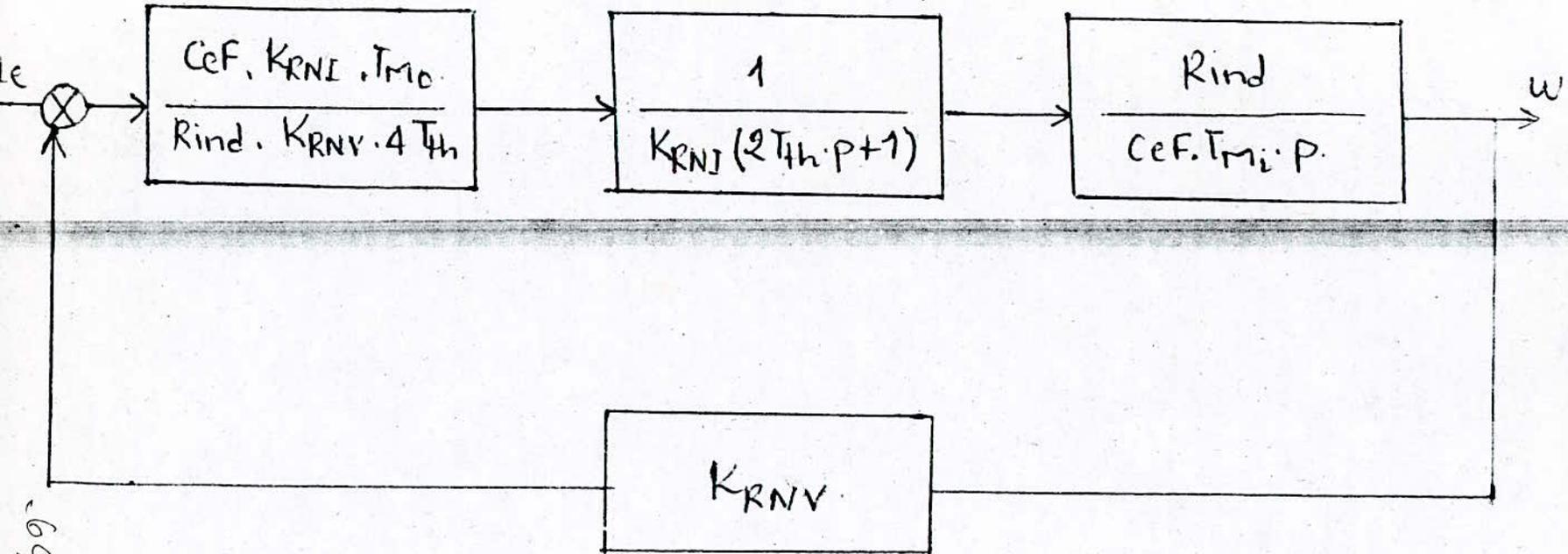


figure b -

La fonction de transfert du système en boucle fermée est :

$$F(p) = \frac{1}{K_{RVV}} \frac{1}{8 T_{th}^2 \cdot \frac{TMi}{TMO} p^2 + 4 T_{th} \cdot \frac{TMi}{TMO} p + 1}$$

donc le polynôme caractéristique du système est :

$$D(p) = 8 T_{th}^2 \cdot \frac{TMi}{TMO} p^2 + 4 T_{th} \cdot \frac{TMi}{TMO} p + 1$$

qu'on peut écrire sous la forme suivante :

$$D(p) = T^2 p^2 + 2 C T p + 1$$

$$\text{avec } T = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot T_{th} \cdot \left\{ \frac{TMi}{TMO} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{et } C = \sqrt{\frac{2}{2}} \cdot \left\{ \frac{TMi}{TMO} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

où C représente le coefficient d'amortissement du système.

En écrivant le polynôme caractéristique de cette manière ; la réponse indicielle du système à boucle fermée correspondante à l'application de l'échelon unité sera de la forme :

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{t}{2T}} \left\{ \sin \frac{t}{2T} + \cos \frac{t}{2T} \right\}$$

Comme T est fonction de  $\frac{T_{Mi}}{T_{Mo}}$  donc F(t) sera fonction

de  $\frac{T_{Mi}}{T_{Mo}}$  donc finalement, à chaque valeur de T, par conséquent

de  $\frac{T_{Mi}}{T_{Mo}}$ , correspond une réponse indicielle du système.

CALCUL DES VALEURS DE T ET DE C :

- TABLEAU 1 -

$T_{t_n}$ (ms)	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6
$T_{Mi}$ (ms)	17,4	18,2	19,1	19,9	20,8
$\frac{T_{Mi}}{T_{Mo}}$	1,000	2,046	1,098	1,144	1,195
T (ms)	4,5255	4,6284	4,7421	4,8404	4,9471
C	0,707	0,723	0,741	0,756	0,773

Pour le tracé des réponses indicielles du système correspondant aux différentes valeurs de T. nous avons travaillé sur le microordinateur Olivetti M24 avec le logiciel SMART. Avec ce logiciel il suffit d'introduire la fonction  $f(t)$  et les données t et T pour avoir la courbe correspondante avec son échelle appropriée.

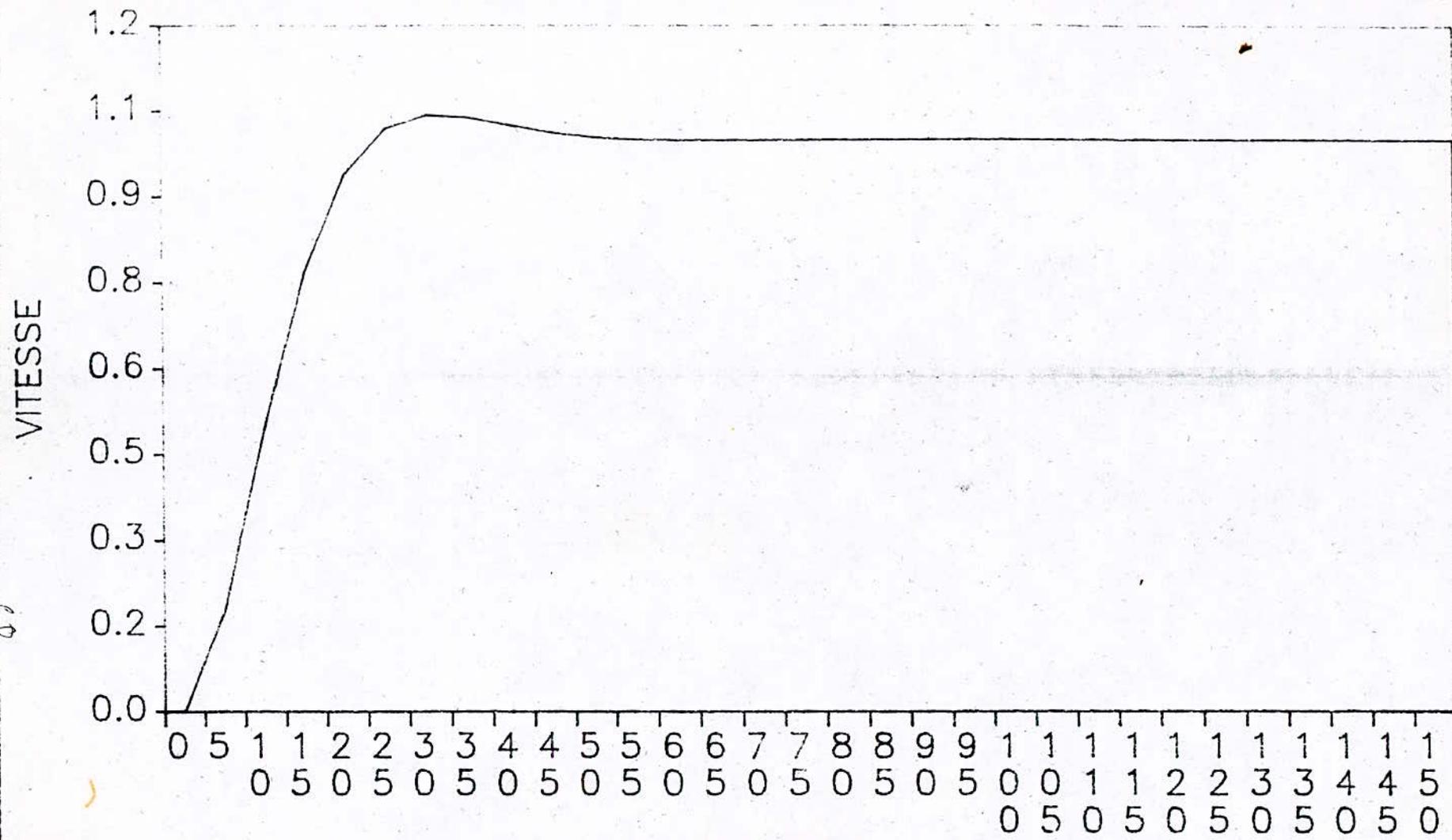
Le tableau N°2 donne les valeurs du coefficient d'amortissement et temps du régime transitoire qui correspond à 95% de la valeur permanente de la fonction ou encore pour plus de précision :

$$t_{rt} = 3,1 T$$

- TABLEAU 2 -

$T_{Mi}$ (ms)	17,4	18,2	19,1	19,9	20,8
$\frac{T_{Mi}}{T_{Mo}}$	1,000	1,046	1,098	1,144	1,195
C	0,707	0,723	0,741	0,756	0,773
T (ms)	4,5255	4,6284	4,7421	4,8404	4,9471
$t_{r_t}$ (ms)	14,03	14,35	14,70	15,01	15,34

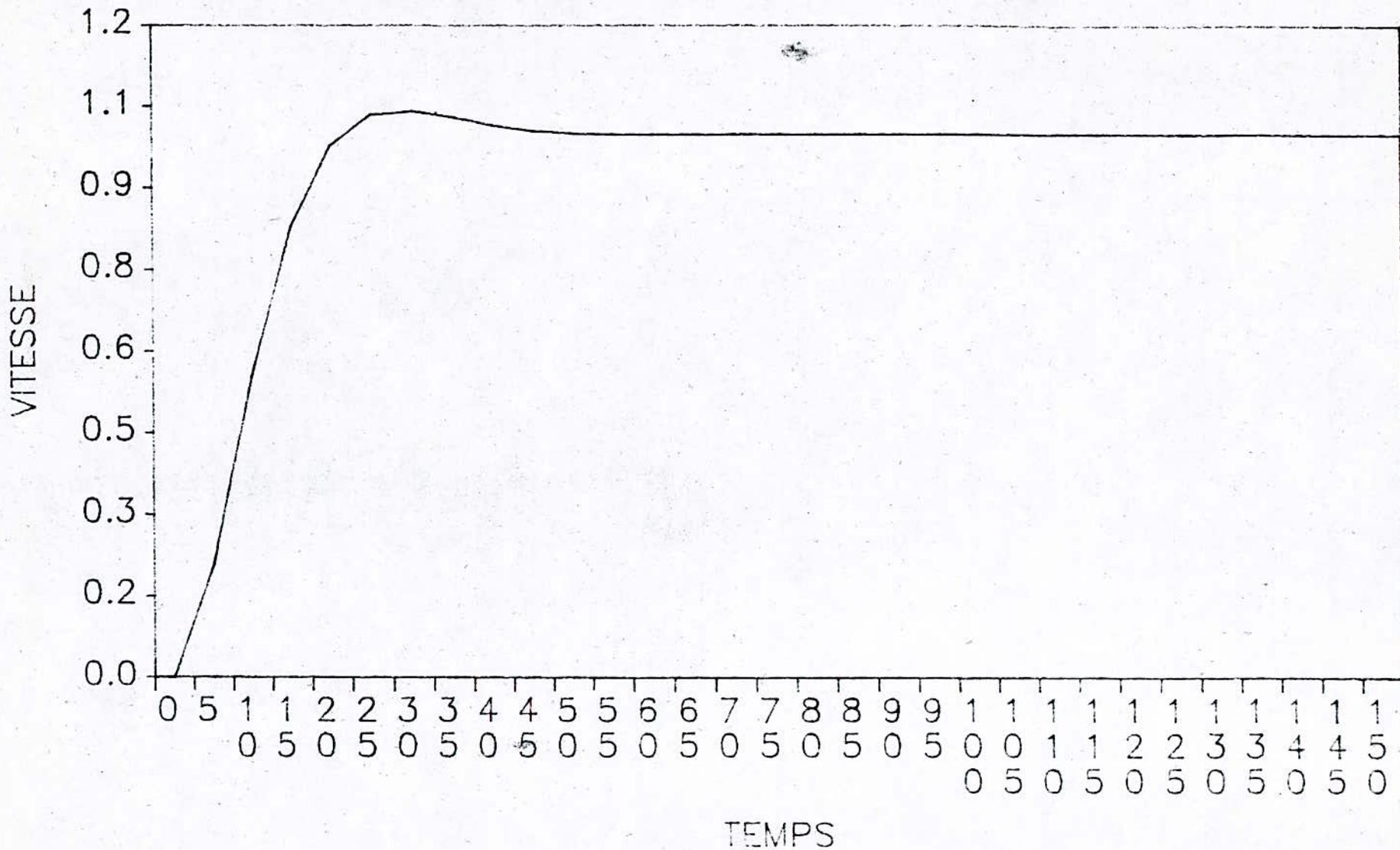
# REPONSE INDICIELLE DU SYSTEME



TEMPS

□ T=4.9471 ms

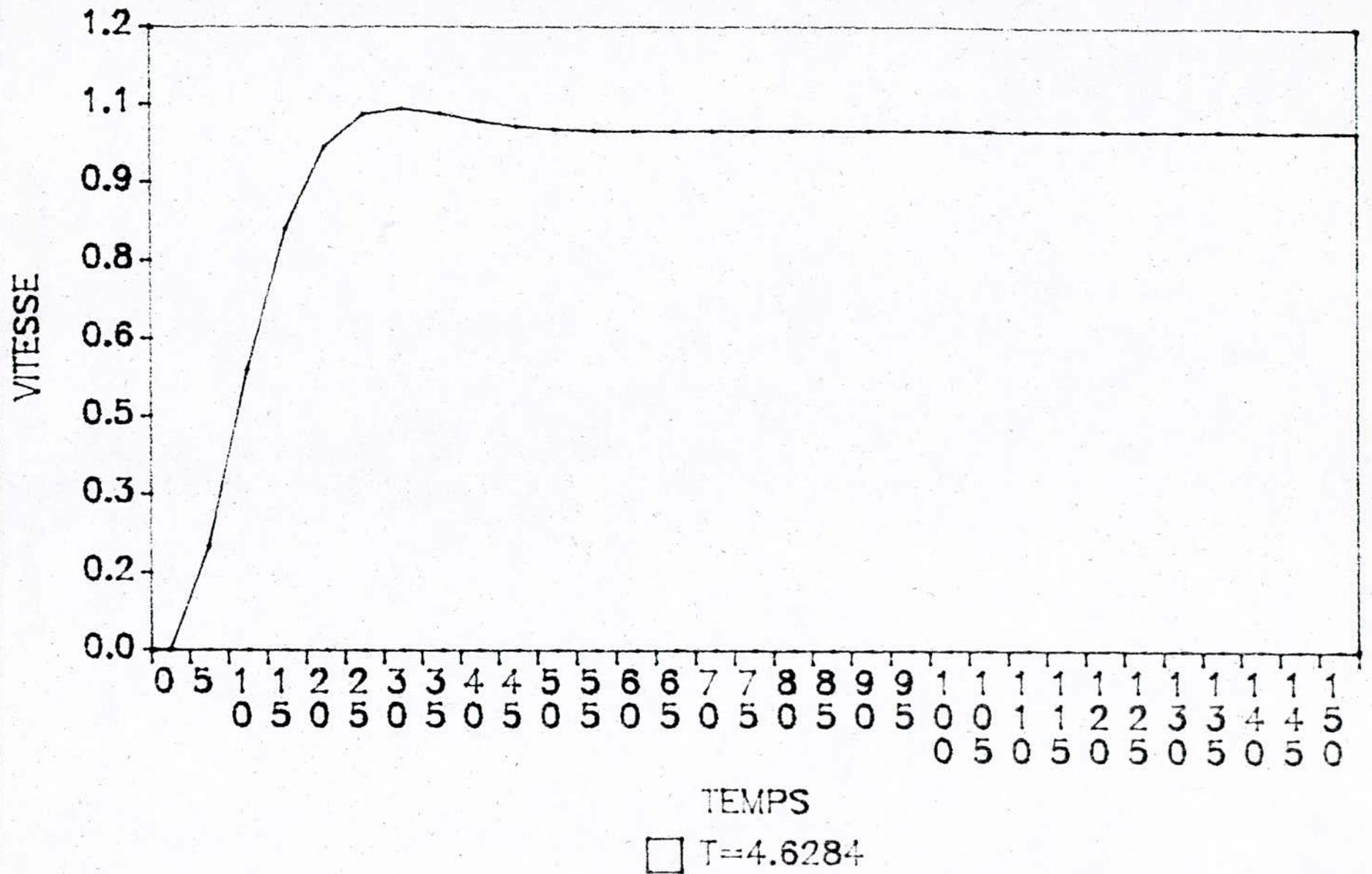
# REPONSE INDICIELLE DU SYSTEME



□ T=4.5255 ms

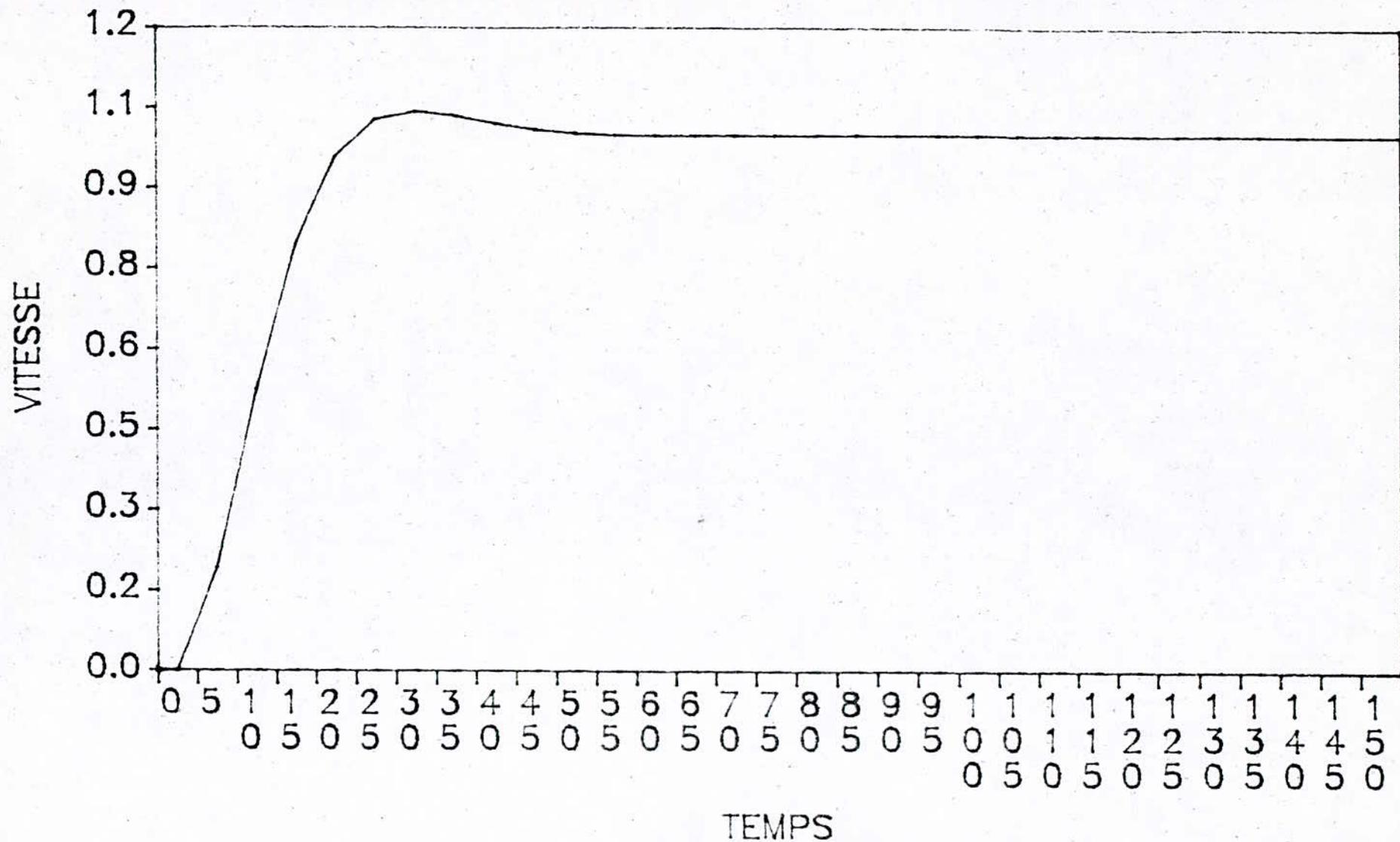
-69-

# REPONSE INDICIELLE DU SYSTEME



- 70 -

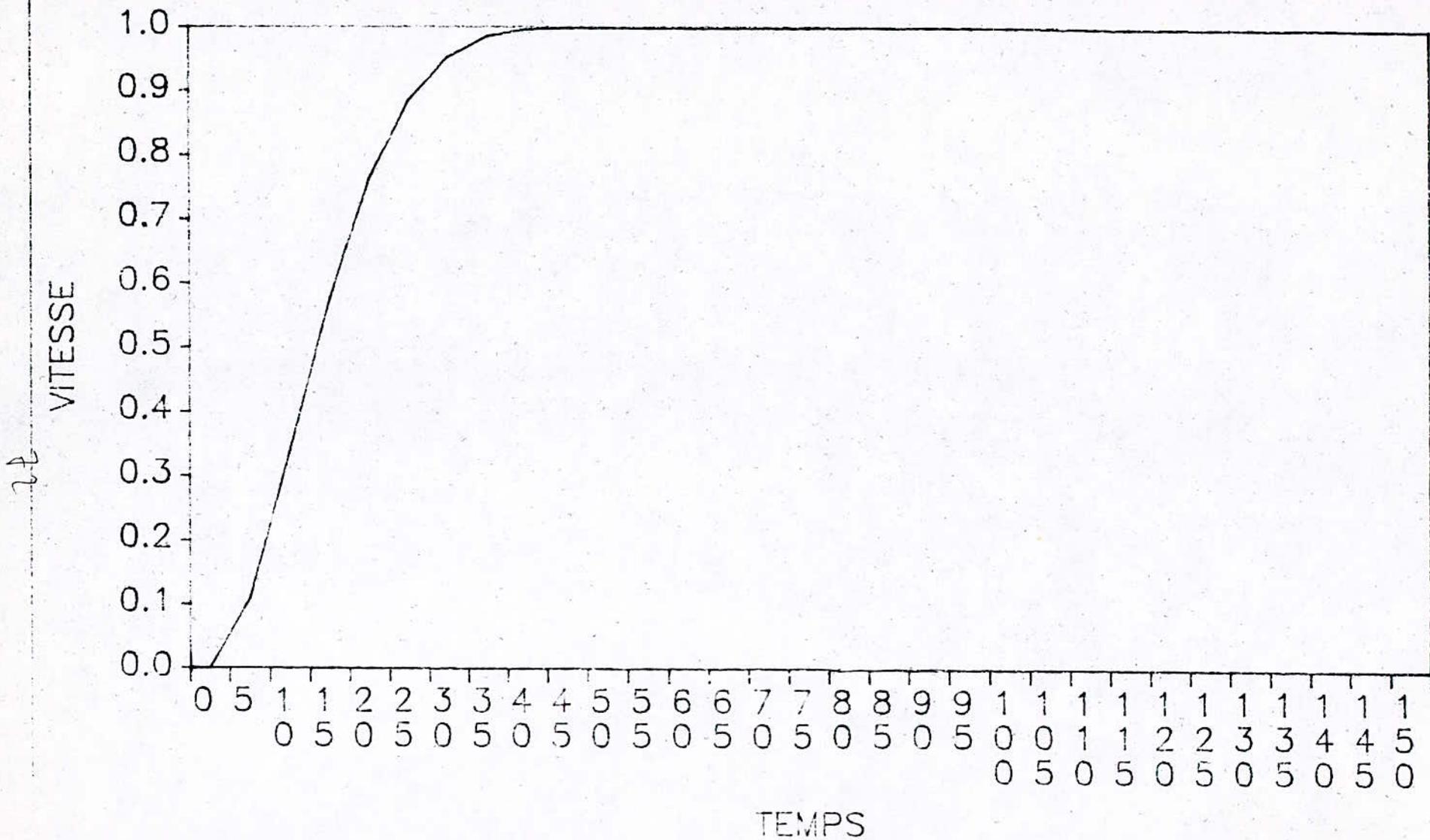
# REPONSE INDICIELLE DU SYSTEME



TEMPS

□ T=4.7421

# REPONSE INDICIELLE DU SYSTEME



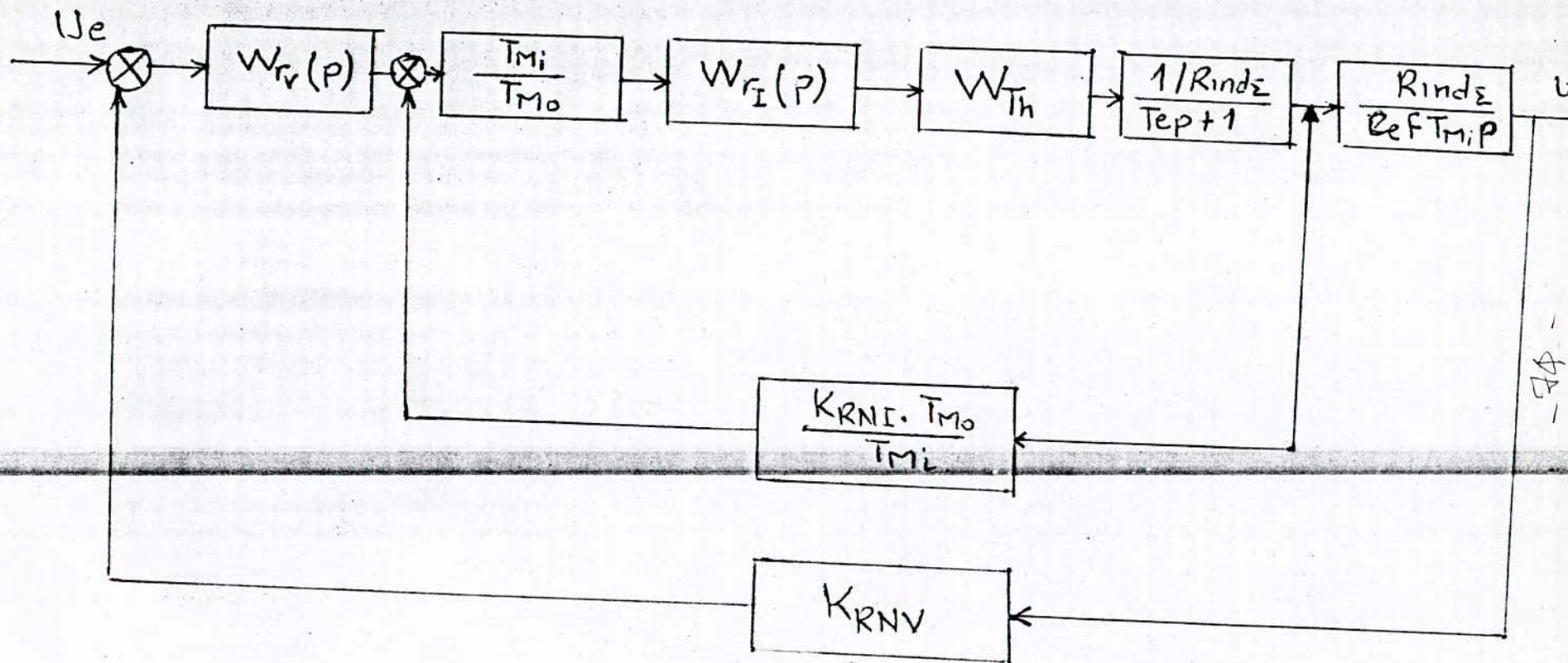
□ T=4.8404

51

EN CONCLUSION :

On voit bien que, d'après le tableau n°2, plus la valeur de la constante de temps mécanique  $T_M$  augmente, par conséquent plus la charge augmente, le temps du régime transitoire et le coefficient d'amortissement du système augmentent, donc la dépense ou la perte d'énergie augmente aussi dans le système.

Pour compenser cette perte d'énergie ce qui revient à compenser l'action des variations de  $T_M$  par conséquent de la charge ; Il est nécessaire de brancher dans le circuit d'induit du moteur avant le régulateur de courant un élément avec le gain  $\frac{T_{Mi}}{T_{Mo}}$  et on branche l'élément avec le gain inverse  $(\frac{T_{Mo}}{T_{Mi}})$  dans la branche du retour (voir fig (B)).



- figure b -

- B I B L I O G R A P H I E -

-o-

- 1 - Thèse I : Promotion Juin 1984 étudié par : Melle O. MOUSSOUS
- 2 - Commande des moteurs à courant continu : CHAUPRADE
- 3 - Thèse II Promotion Juin 1987 étudié par: B. ZOHEIN
- 4 - Electrotechnique industrielle : SEGUIER
- 5 - Robotics
- 6 - Technologie et calcul des systèmes asservis : NASLIN
- 7 - Automatique . Prud'homme
- 8 - Cours théoriques de Mr. LYSSOV
- 9 - Technique de l'ingénieur : Analyse temporelle des systèmes  
asservis Registre 7150 .