

4/97

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT: GENIE MINIER

PROJET DE FIN D'ETUDE

Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état

Sujet

COMPARAISON DE DEUX METHODES D'INVERSION TOMOGRAPHIQUE SIRT ET LSQR

Proposé par:

Dr: N. BOUMBAR

Etudié par:

AKKAL REZKI

Dirigé par:

Dr: N. BOUMBAR

Promotion: 1997.

E.N.P, 10 Avenue Hacén Badi, EL HARRACH, ALGER .

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT: GENIE MINIER

PROJET DE FIN D'ETUDE

Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état

Sujet

**COMPARAISON DE DEUX METHODES
D'INVERSION TOMOGRAPHIQUE
SIRT ET LSQR**

Proposé par:

Dr: N. BOUMBAR

Etudié par:

AKKAL REZKI

Dirigé par:

Dr: N. BOUMBAR

Promotion: 1997.

E.N.P, 10 Avenue Hacén Badi, EL HARRACH, ALGER.

DEDICACE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

A ma très chère mère , à mon père auxquels je doit ma réussite.

A mes grands parents.

A mes soeurs.

A mes frères.

A toutes la famille.

je dédie ce modeste travail.

Remerciement.

Ce travail a été réalisé au département Génie Minier à l'école Nationale Polytechnique d'Alger, sous la direction de mademoiselle N. BOUMBAR.

Qu'il me soit permis de la remercier très sincèrement, de lui exprimer toute ma reconnaissance pour l'aide précieuse, les conseils éclairés et les encouragements qu'elles n'a cessé de me prodiguer afin de mener à bien cette étude.

Mes remerciements s'adressent également à Madame la présidente du jury, aux membres du jury qui ont accepté d'évaluer ce travail, et à tous les enseignants du département.

Et en fin un grand salut à tout mes amis (ies) et toute la promotion 1997 du Génie Minier.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE.....	1
CHAPITRE I : LA TOMOGRAPHIE SISMIQUE	
I-1 Introduction	2
I-2 Formulation mathématique	3
I-3 Imagerie des vitesses et des atténuations.....	7
I-3-1 imagerie des vitesses.....	7
I-3-2 imagerie des atténuations	8
I-4 Domaines d'applications.....	12
CHAPITRE II PROBLEME D'INVERSION	
II-1 Introduction.....	15
II-2 Méthodes des équations normales.....	15
II-2-1 décomposition en valeurs singulières.....	20
II-2-2 inverse généralisée.....	21
II-2-3 matrice de résolution.....	22
II-2-4 problème de stabilité de la solution.....	23
II-3 Méthode de résolution géométrique.....	27
II-3-1 Méthode ART.....	27
II-3 -2 Méthode SIRT.....	30
II-3 -3 Méthode LSQR.....	34
CHAPITRE III COMPARAISON ENTRE DEUX METHODES SIRT ET LSQR	
III-1 Introduction.....	39
III-2 Programme d'inversion.....	39
III-3 comparaison entre SIRT et LSQR.....	42
III-4 conclusion.....	72
CONCLUSION.....	73

المدسة الوطنفة العفددة الففنفاف
BIBLIOTHEQUE — المفكفبفة
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Que l'on s'intéresse aux phénomènes géodynamiques, à la recherche de gisements ou à l'édification de grands ouvrages, on a besoin de connaître la structure interne de la Terre.

Avec le développement de l'imagerie médicale, cette intérêt a connu un essor important.

En effet la développement des appareils d'enregistrement des ondes sismiques en qualité et en nombre, a permis d'adapter les techniques de l'imagerie médicale pour obtenir une image de plus en plus précise de la Terre. Ces techniques sont connues sous le nom de tomographie.

En sismologie, cela consiste à enregistrer un grand nombre de données, des ondes sismiques et à inverser ces ondes pour retrouver la structure du sol le long de leurs trajets.

L'inversion se fait à l'aide de méthodes de résolution.

Nous nous proposons de comparer deux méthodes d'inversion en utilisant des données synthétiques. Cela est présenté dans le chapitre 3.

Le chapitre 1 sera consacré à la présentation de la tomographie sismique, le suivant à celui du problème inverse et des principales méthodes de résolution utilisées en tomographie sismique.

CHAPITRE I

LA TOMOGRAPHIE SISMIQUE

I-1 Introduction:

Initialement le terme 'tomographie' est connu dans le monde médical comme l'ensemble des techniques d'imageries du corps humain.

Le principe de base consiste à envoyer un signal à travers la zone d'étude. Le signal qui est ensuite enregistré à un récepteur contient de l'information sur les paramètres physiques du milieu traversé. L'idée est de retrouver ces informations pour obtenir une image du milieu.

Plus les sources et les récepteurs sont nombreux, meilleure sera l'image reconstituée.

Très rapidement, avec le développement en nombre et en quantité des réseaux sismiques, la tomographie sera introduite en géophysique, notamment par (Aki et Lee, 1976) pour retrouver la structure interne tridimensionnelle (3D) de la Terre en vitesse.

Si l'atténuation des rayons X permet de visualiser la structure du corps humain, on utilise en géophysique les ondes sismiques engendrées par les tremblements de terre ou celles dues à des sources artificielles. Les temps d'arrivées de ces ondes sont alors inversés pour retrouver l'image en vitesse de la Terre.

Pour la connaissance du sous-sol à petite échelle, en prospection pétrolière et minière, on utilise des sources sismiques artificielles et des récepteurs (géophones) placés dans des puits et/ ou en surface.

I-2 Formulation Mathématique

Toute observation qui s'exprime comme l'intégrale curviligne le long d'un chemin à travers un milieu (R) peut être utilisée comme donnée dans l'imagerie tomographique [H.A.Brzostowski (1992) et Ivansson (1987)].

En tomographie sismique, les chemins d'intégrations représentent les trajectoires sismiques et les données, les temps de parcours des ondes sismiques pour une imagerie en vitesse ou l'amplitude de ces ondes pour une tomographie du coefficient d'atténuation.

Dans les deux cas l'observation peut s'exprimer comme suit :

$$O_i = \int_{L_i(p)} p(r) \cdot dr \quad (1)$$

ou:

$p(r) = p(x,y,z)$, représente la distribution du paramètre physique.

O_i : est une fonction non linéaire de $P(r)$.

L_i : représente le trajet entre l'émetteur et le récepteur qui correspond au temps de propagation minimum selon le principe de Fermat.

La non linéarité est due à la dépendance complexe entre $L_i(p)$ et P , puisque toute variation de P conduit à une déviation du chemin L_i .

Le problème est linéarisé en spécifiant un modèle initial $P^0(r)$ et toute observation faible δo_i est reliée dans un cadre approximatif à une perturbation $\delta p(r)$ par rapport au modèle initial.

$$O_i^o = \int_{L_i(p_0)} p_o(r) dr \quad (2)$$

L'hypothèse de la linéarité ainsi que le principe de Fermat qui stipule que la perturbation de l'observation n'est due qu'à une variation des propriétés physiques du milieu, le trajet restant inchangé, nous permettent d'assimiler $L_i(p^0)$ à $L_i(p)$ ce qui nous donne [Titem, 1994]:

$$O_i(p + \delta p) - O_i(p) = \int_{L_i(p)} \delta p(r) dr \quad (3)$$

Si (δp) est petit dans une norme appropriée alors le système peut être linéarisé par:

$$O_i = \int_{L_i(p_0)} p(r) dr \quad (4)$$

Pour un modèle homogène $P_0(r)$, le chemin $l_i(p) = l_i(p_0)$ est rectiligne. En fait cette approche est plus utilisable dans les applications.

Dans le but de résoudre l'équation (1), nous rendons l'espace (R) discret. Ceci est possible en définissant un nombre fini de fonctions de base $h_j(r)$ de l'espace de HILBERT [NOLET.G, 1984], telle que:

$$P(r) = \sum_{j=1}^m p_j \cdot h_j(r) \quad (5)$$

telle que les fonctions de base sont orthonormales :

$$\delta_{ij} = \int_r h_i(r) \cdot h_j(r) \quad (6)$$

tel que δ_{ij} représente le symbole de Kronecker :

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (7)$$

En général l'espace (R) est subdivisé en un nombre de cellules de telle façon qu'elles satisfassent l'équation (6).

Dans ce qui suit nous adopterons que :

$$h_j(r) = \begin{cases} V_j^{-1/2} & \text{à l'intérieur de la cellule } j \\ 0 & \text{à l'extérieur} \end{cases} \quad (8)$$

avec :

$$V_j = \int_{\text{cellule } j} d^D r$$

tel que v_j représente le volume de la cellule j .

De l'équation (5) on remplace la valeur de $P(r)$ dans l'équation (4) et on aura:

$$O_i = \int_{L_i(PO)} P(r) \cdot dr$$

$$\Rightarrow O_i = \int_{L_i(P_0)} \sum_{j=1}^M P_j \cdot h_j(r) \cdot dr \quad (10)$$

Puisque P_j est indépendant de (r) alors :

$$O_i = \sum_{j=1}^M P_j \int_{L_i(P_0)} h_j(r) \cdot dr \quad (11)$$

On pose :

$$L_{ij} = \int_{L_i(P_0)} h_j(r) \cdot dr \quad (12)$$

Finalement on obtient :

$$O_i = \sum_{j=1}^M P_j L_{ij} \quad (13)$$

avec $i = 1, \dots, N$

tel que :

N : correspond aux nombres de rais sismiques

Et notre problème non linéaire se réduit à la résolution d'un système d'équations linéaires du type:

$$O=L.P \quad (14)$$

ou :

O : est un vecteur de dimension (N) qui contient les observations .

L : est une matrice de dimension (N × M) qui contient les longueurs des rais dans chaque cellule .

P : est un vecteur de dimension (N) qui contient les inconnues .

I-3 Imagerie des vitesses et des atténuations :

I-3-1 Imagerie des vitesses :

Partant de l'équation (1) :

$$O_i = \int_{\text{rai } i} P(r) \cdot dr$$

Si O_i représente le temps de parcours T_i , et $P(r)$ les lenteurs $s(r)$

telles que :

$$s(r) = \frac{1}{v(r)} \quad 15$$

$V(r)$: représente la vitesse du milieu.

on a

$$t_i = \int_{\text{rai } i} 1/V(r) \cdot dr \quad 16$$

ou encore:

$$t_i = \int_{\text{raii}} s(r) \cdot dr \quad (17)$$

par comparaison avec l'équation (13), l'équation (17) peut s'écrire sous la forme suivante:

$$t_i = \sum_{j=1}^M S_j \cdot L_{ij} \quad (18)$$

et le système à résoudre sera :

$$T = S \cdot L \quad (19)$$

I-3-2 Imagerie des atténuations:

Le coefficient atténuation traduit la diminution de l'énergie des ondes planes avec la distance.

Ce coefficient peut être défini à partir de la décroissance exponentielle de l'amplitude d'une onde sinusoïdale pour un trajet (dr) entre un émetteur et un récepteur [M.BADDARI, M.DJEDDI, 1994]:

$$A(dr) = A(E) \cdot \exp(-\alpha \cdot dr) \quad (20)$$

ou :

$A(E)$: l'amplitude au niveau de la source

$A(dr)$: l'amplitude à la distance (dr) par rapport à la source.

Pour une distance (L_i) d'un rai i par rapport à la source (E), l'amplitude sera:

$$A(L_i) = A(E) \exp \left(-\alpha \int_{L_i} dr \right) \quad (21)$$

Si (α) est en fonction de (r), alors l'amplitude sera:

$$A(L_i) = A(E) \exp \left(-\int_{L_i} \alpha(r) \cdot dr \right) \quad (22)$$

à partir de cette dernière équation, l'atténuation globale sera :

$$\gamma_i = -\ln \frac{A(L_i)}{A(E)} \quad (23)$$

$$= -\ln \left(\exp \left(-\int_{L_i} \alpha(r) \cdot dr \right) \right)$$

$$\Rightarrow \gamma_i = \int_{L_i} \alpha(r) \cdot dr \quad (24)$$

comparons cette équation avec l'équation (4)

$$O_i = \int_{L_i(P_0)} P(r) \cdot dr$$

on a:

$\gamma_i = O_i$ représente les observations

$\alpha(r) = P(r)$ représente les paramètres à déterminer.

Alors cela nous conduit à un système qui à la forme suivante:

$$\gamma_i = \sum_{j=1}^M L_{ij} \cdot \alpha_j \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (24)$$

Supposons que les effets de l'absorption et de la dispersion géométrique sont négligés et que l'atténuation est petite, alors l'amplitude observée associée à un rai (i) peut s'exprimer de la façon suivante [M.A.Brzotowski and G.A.McMechan]:

$$A(L_i) = A(E) \exp \left(-\frac{w}{2} \int_{L_i} \frac{dr}{Q(r) \cdot V(r)} \right) \quad (25)$$

ou:

w : représente la fréquence angulaire

Q : facteur de qualité

V : vitesse.

de cette dernière équation, en introduisant le logarithme népérien des deux égalités on trouve une nouvelle équation qui a la forme suivante:

$$-\left(\frac{w}{2}\right)^{-1} \ln \left(\frac{A(L_i)}{A(E)} \right) = \int_{L_i} \frac{1}{Q(r) \cdot V(r)} dr$$

Par comparaison avec l'équation (4) nous aurons :

$$-\left(\frac{w}{2}\right)^{-1} \ln \left(\frac{A(L_i)}{A(E)} \right) = O_i \quad \text{représente les observations.}$$

$$\frac{1}{Q(r) \cdot V(r)} = P_j \quad \text{représente le paramètre à déterminer.}$$

Finalemment, notons que le facteur de qualité (Q) des roches peut être déterminé par la tomographie si la vitesse est connue.

La tomographie d'amplitude est beaucoup plus difficile en pratique que la tomographie des temps de propagation. Ces difficultés sont certainement dues à la dépendance de l'amplitude avec la fréquence.

I-4 Les domaines d'application

Il existe plusieurs domaines d'application de la tomographie sismique:

La tomographie par mesures entre les puits permet d'améliorer la connaissance des réservoirs pétroliers en détectant les hétérogénéités importantes entre ces puits. Elle permet également, par des mesures dans des galeries d'obtenir des indications précieuses sur les propriétés mécaniques des terrains en exploitation minière et en génie civil.

En prospection minière la tomographie sismique permet de localiser les corps de minerais métalliques et l'évaluation des structures géologiques. Elle permet également de donner des informations sur d'anciennes mines abandonnées, de localiser des zones faillées, de détecter de vieilles cavités d'eaux dans des anciennes mines et de donner des informations relatives à la concentration des contraintes dans les roches dont l'explosion peut être dangereuse.

En engineering, la tomographie sismique est généralement plus appropriée pour l'investigation des sites dangereux lorsqu'il s'agit de profondeurs d'investigation relativement grandes. Parmi ces applications on peut citer:

- la construction des barrages.
- la construction des installations souterraines permanentes.
- la construction des dépôts souterrains pour les déchets nucléaires.

L'application de cette méthode a été utilisée lors de l'étude de l'implantation d'une centrale hydroélectrique souterraine. Il s'agissait d'étudier

reconnaissance en République du Zaïre. Les mesures sismiques par transmission à travers le site prévu pour l'implantation de la centrale hydroélectrique, ont permis de déterminer des zones à vitesse relativement élevées et des zones à vitesses relativement faibles, qui sont caractéristiques des terrains de bonne tenue. [Laporte M et al, 1973].

Elle a été appliquée à l'étude de la vitesse des ondes P_n et de la profondeur le long de la discontinuité de Mohorovicic.

La méthode tomographique a vu un autre domaine d'application notamment en ce qui concerne la détermination de la vitesse des ondes (P_n) dans le manteau sous le plateau de Colorado [BEGHOUL.N.et BARAZANGI.M;1989]

L'application de cette méthode a révélé que:

- Le manteau à une vitesse de 8.12 km/s , est une valeur supérieure à la valeur considérée précédemment dans la littérature.
- Le plateau du Colorado est approximativement un bloc circulaire d'une élévation moyenne de 2.0 km .
- Le plateau semble être activé comme un corps unique et cohérent durant le cénozoïque :le laramide orogénique résulte en réponse d'une déformation de compression du plateau (exemple:Monoclinique).
- L'intérieur du plateau a uniquement un petit centre magmatique du cénozoïque entouré par une séquence sédimentaire du phanérozoïque relativement aplatie et épaisse, cette dernière surmonte des roches cristallines du précambrien.
- Le plateau de colorado se caractérise par des Kimberlites et des localithes qui sont mis en place durant le mi- tertiaire. Cette activité ignée et les xénolithes

associées ont été utilisés pour déduire la géologie de la croûte inférieur et du manteau supérieur sous le plateau.

CHAPITRE II

LE PROBLEME INVERSE

II-1 Introduction

Le calcul des temps de propagation pour un modèle donné constitue le problème direct, le problème inverse lui, consiste à déterminer le modèle qui ajuste au mieux les observations, ici les écarts des temps d'arrivée, et cela au sens d'une norme.

Nous avons vu dans le chapitre précédent, que les écarts de temps d'arrivée d'ondes sismiques peuvent être reliés à des perturbations de vitesse par rapport à un modèle de référence et que la résolution de ce problème se ramène à celui d'un système d'équations linéaires du type $A.X= B$. Celle ci se fait généralement au sens des moindres carrés.

Plusieurs types de méthodes de résolution ont été développées. On distingue:

- Les méthodes d'inversion matricielle.
- Les méthodes de projection géométrique.

Ces dernières ont été proposées lorsque le nombre de données à traiter et le nombre de paramètres à déterminer sont tels qu'une inversion matricielle devient trop coûteuse et difficilement réalisable.

Nous nous proposons ici de présenter quelques unes de ces méthodes:

II-2 Méthodes des équations normales:

Cette méthode fait partie du premier groupe cité plus haut puisqu'elle revient à inverser directement les matrices.

Soit à résoudre le système d'équation suivant:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B} \quad (1)$$

et qui correspond en tomographie à la résolution du système d'équation du

$$\mathbf{T} \cdot \mathbf{L} = \mathbf{S}$$

ou:

A: est une matrice de dimension (N,M) dont les éléments a_{ij} représentent la longueur du $i^{\text{ème}}$ rai dans la $j^{\text{ème}}$ cellule.

X: est un vecteur de dimension (M) dont les éléments x_j sont les paramètres à déterminer. Ici les perturbations de vitesse par rapport à un modèle initial V_0 .

B: est un vecteur de dimension (N) dont les éléments (b_i) représentent les données.

Ce système d'équation présente certaines caractéristiques à signaler ici [Van der Sluis & Van der Vorst, 1987]:

Ce système est appelé système perturbé car:

- il est clairsemé c.a.d que quelques éléments de la matrice sont non nuls;
- fortement surdéterminé c.a.d que $n \gg m$;
- en même temps sous déterminé c'est à dire que ($\text{rang}(a) < m$), en effet certaines équations peuvent être superflues, elles n'apportent aucune information nouvelle;

- inconsistant c'est à dire qu'il n'existe pas un vecteur x qui satisfait exactement le système d'équation (1);
- mathématiquement incompatible du fait des erreurs dans les observations;

A cause des problèmes cités plus haut, le système n'a généralement pas une solution exacte. On a de ce fait recours à la solution au sens des moindres carrés (qui existe toujours).

C'est-à-dire que l'on cherche un vecteur x qui minimise la fonction suivante:

$$\|r\| = \|A.X-B\| \quad (2)$$

La minimisation de ce vecteur équivaut à la résolution du système d'équation suivantes:

$$A^t A X = A^t B \quad (3)$$

Cette méthode est appelée souvent la méthode des moindres carrés, et la solution estimée par cette méthode sera donc:

$$\hat{x} = (A^t A)^{-1} A^t B \quad (4)$$

En fait elle permet de:

- résoudre l'incompatibilité des équations;
- réduire la dimension du système;

Mais cette estimation ne peut cependant être appliquée car en faisant le produit $(A^t A)$ et $(A^t B)$ on perd certaines informations contenues dans le système originel à savoir par exemple la signification de la solution obtenue.

Alors la matrice A correspond à un opérateur associé à deux espaces l'un de dimension (N) et l'autre de dimension (M) . Lanczos(1961) a associé au système d'équation (1), le système adjoint suivant:

$$A^t Y = C \quad (4)$$

ou:

A^t : est la matrice transposée de A , de dimension (M,N) ;

Y : est un vecteur de dimension (N) ;

C : est un vecteur de dimension (M) ;

La combinaison entre les deux systèmes (4) et (1) nous donne un nouveau système qui est le suivant:

$$S Z = a \quad (5)$$

Tel que:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & A \\ A^t & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad Z = \begin{pmatrix} Y \\ X \end{pmatrix} \quad ; \quad a = \begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix} ;$$

ou:

S : est une matrice carrée de dimension $(N+M,N+M)$ et est égale à sa transposée, et on a $(N+M)$ vecteurs propres (w_i) associés aux λ_i valeurs propres tel que:

$$S w_i = \lambda_i w_i \quad (i = 1, \dots, n+m);$$

Chaque vecteur propre w_i peut être décomposé en deux vecteurs U_i et V_i .

tel que :

U_i : est un vecteur de dimension (N) associé à l'espace des données;

V_i : est un vecteur de dimension (M) associé à l'espace des inconnues ;

$$\begin{cases} A V_i = \lambda_i U_i \\ A^t U_i = \lambda_i V_i \end{cases} \quad (i = 1, \dots, n+m); \quad (6);$$

Le vecteur $(-U_i, V_i)$ est aussi solution avec $-\lambda_i$ pour valeur propre.

Si l'on suppose que (2p) valeurs propres sont non nulles, correspondants aux vecteurs propres $(\mp U_i, V_i)$, on a pour les $(n+m-2p)$ valeurs propres l'équation suivante:

$$\begin{cases} A V_i = 0 & i = 1, \dots, m-p; \\ A^t U_i = 0 & i = 1, \dots, n-p; \end{cases} \quad (7);$$

Les deux types d'équations précédentes nous montrent que les espaces données et modèles ne sont couplés qu'à travers les valeurs propres non nulles.

II-2-1 décomposition en valeurs singulières

D'après Lanczos (1961) la matrice A peut être construite uniquement à partir des matrices U et V liées aux sous espaces définis par les $(2p)$ valeurs propres non nulles:

et on écrira:

$$A = U_p \Lambda V_p^T \quad (8);$$

ou:

Λ_p : est une matrice diagonale de dimension (p,p) dont les éléments diagonaux sont les valeurs propres .

Et où U_p et V_p vérifiant la propriété suivante:

$$U_p^T U_p = V_p^T V_p = I_p \quad (9);$$

I_p : étant la matrice identité;

D'après l'équation (8), l'opérateur (A) bien qu'associé à deux espaces de dimension N et M , n'agit pas sur l'espace entier mais seulement dans les sous espaces définis par les valeurs propres non nulles.

- si $N=M=p$ alors (A) agit sur l'espace tout entier .
- si $n < M$ (système sous déterminé), l'espace des solutions est partiellement représenté.
- si $n > M$ (système sur déterminé), l'espace des données est partiellement représenté.

-Les sous espaces U_0 et V_0 liés aux valeurs propres nulles traduisent l'incompatibilité des équations.

- si U_0 existe et si les données ont des composantes dans cette espace, on ne pourra jamais décrire les données quelque soit le vecteur x .
- si U_0 n'existe pas on peut trouver un vecteur x qui satisfait l'équation ($AX = B$).
- l'équation ($Av_i = 0$) exprime la non unicité de la solution.

D'après ce qui à été noté précédemment, la décomposition de Lanczos permet de comprendre ce qui suit:

- l'unicité de la solution ;
- si les données sont suffisantes ou non pour résoudre notre problème;
- la signification de la solution obtenue;
- le problème de stabilité de la solution;

II-2-3 Inverse généralisé

Soit la matrice (A) décomposée antérieurement par:

$$A = U_p \Lambda_p V_p^T$$

Lanczos (1961) définit l'inverse généralisé par:

$$A_g^{-1} = V_p \Lambda_p^{-1} U_p^T \quad (10);$$

D'autre part on a les propriétés suivantes:

$$\begin{cases} A A_g^{-1} = U_p U_p^T \\ A_g^{-1} A = V_p V_p^T \end{cases} \quad (11);$$

Si les sous espaces U_0 et V_0 n'existent pas, on a alors:

$$\begin{cases} U_P U_P^T = V_P V_P^T = I_P \\ A A_g^{-1} = A_g^{-1} A = I \end{cases} \quad (12);$$

II-2-4 Matrice de résolution

Nous avons à résoudre l'équation $(A X = B)$, une relation comportant des erreurs et dont on ne connaît pas la solution exacte. On cherchera alors une estimation en introduisant la notion de l'inverse généralisée:

$$\hat{X} = A_g^{-1} B \quad (13)$$

$$\Rightarrow \hat{X} = (A_g^{-1} A) X$$

Si V_0 n'existe pas (c.à.d que $P = M$), on a alors:

$$A_g^{-1} A = V_P V_P^T = I \quad (14)$$

et alors :

$$\hat{X} = X;$$

Dans ce cas la matrice de résolution sera:

$$R = A_g^{-1} A \quad (15);$$

II-2-4 PROBLEME DE STABILITE DE LA SOLUTION

Une difficulté numérique peut apparaître parfois lors du calcul de la solution par les moindres carrés. Cette difficulté est due au calcul de la matrice $(A^t A)^{-1}$ qui parfois peut être proche de la singularité, certaines valeurs propres pouvant être très faibles.

Selon la décomposition de Lanczos, si V_0 existe, la solution générale du problème est donnée par:

$$X = X_g + \sum_{i=p+1}^M a_i v_i \quad (16)$$

ou :

v_i : vecteurs propres du sous espace V_0 ;

$\sum_{i=p+1}^M a_i v_i$: solution de l'équation homogène (7);

On remarque que l'équation suivante :

$$\begin{cases} |X| = |X_g|^2 + \sum_{i=p+1}^M a_i^2 \\ v_i v_j = \delta_{ji} \end{cases} \quad (17)$$

montre bien que l'inverse généralisé donne une solution qui est le minimum de toutes les solutions possible ($|X| > |X_g|$)

[Lee, Stewart, 1981] ont proposé un autre opérateur inverse H qui permet une estimation de la solution au problème $AX=B$. Par exemple, pour la méthode des moindres carrés atténués, la matrice H est définie par:

$$H = VFA_p^{-1}U_p^t \quad (18);$$

ou:

F : matrice diagonale dont les éléments diagonaux sont:

$$F_{ii} = \frac{\lambda_i^2}{(\lambda_i^2 + \theta^2)} \quad (19);$$

θ : facteur d'atténuation;

Ce facteur d'atténuation est choisi de telle façon que les composantes des vecteurs solutions le long des vecteurs propres correspondent aux faibles valeurs propres sont atténuées par rapport à la solution obtenue par l'opérateur défini par l'équation 10.

La solution obtenue est celle qui minimise :

$$|AX - b|^2 + |X|^2 \theta^2 \quad (20);$$

c'est à dire qu'elle minimise à la fois la norme du vecteur résidu et celle du vecteur solution.

Les équations normales s'écrivent alors:

$$\hat{X}=(A^tA+\theta^2I)^{-1}A^tb \quad (21);$$

ou bien:

$$\hat{X}=Hb$$

Pour caractériser ce problème d'instabilité de la solution Bulland (1976) introduit un nombre de condition. Ce nombre qui lie les erreurs dans la solution aux erreurs dans les données est défini par:

$$\gamma = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \quad (22);$$

ou :

λ_{\max} : représente la plus grande valeur propre;

λ_{\min} : représente la plus faible valeur propre;

En fait , c'est ce nombre qui est responsable de l'amplification des erreurs. Pour cela , il propose d'utiliser l'algorithme de décomposition LSQR.

Cet algorithme équivalent de la décomposition en valeur singulière, permet de réduire ce nombre de conditions.

Il est clair que pour un grand nombre de données , le système d'équations décrit dans le chapitre précédent peut être très grand et difficile à résoudre directement. C'est pour cela qu'on a utilisé des méthodes plus performantes par exemple les méthodes de résolution géométrique parmi lesquelles on cite:

- Methode ART
- Methode SIRT
- Methode LSQR

II-3 METHODES DE RESOLUTION GEOMETRIQUE:

II-3-1 METHODE A.R.T:

La technique de la reconstruction algébrique (ART) à été introduite en sismologie par [Gordon,1970;Herman,1980].

Il s'agit d'une méthode d'action par ligne c'est à dire qu'elle traite les lignes de la matrice séquentiellement. Elle n'inverse pas directement la matrice entière mais la résolution du système s'effectue rai par rai et ne necessite ainsi ni stockage ni manipulation de grandes matrices.

Cette méthode à été utilisée pour de nombreux travaux, parmi lesquels on peut citer:

L'étude des propriétés des roches par mesures entre puits [Boisl'ordre ,1972;Wong;1984],en sismologie par réflexion [Fawcett et Clayton;1984] et l'étude de la structure terrestre en profondeur [Clayton;1984]

Soit le système linéaire obtenu en tomographie:

$$O_i = \sum_{j=1}^M L_{ij} P_j \quad i = 1, \dots, N$$

La résolution de ce système consiste à traiter les équations ligne par ligne ou ce qui est équivalent rai par rai. On réalise une itération chaque fois que l'on traite un rai.

A l'itération zéro, correspond a un modèle initial P^0 , l'itération suivante consiste à calculer la perturbation ΔP , ou encore la correction du modèle initial de manière à ajuster les observations.

L'opération est répétée, jusqu'à traiter l'ensemble des rais.

L'algorithme de la méthode ART est présenté ci- dessus:

Le traitement séquentiel des rais ,propre à ART pose un problème. En effet les ajustements sont dépendants de l'ordre dans lequel on traite les équations ce qui rend la technique instable. C'est la raison pour laquelle la méthode SIRT (Simultaneous iterative reconstruction technique) à été proposée.

ALGORITHME DE ART:

Etape1. Choix du modèle initial P_j^0

Etape2. Calcul théorique des données :

$$\bar{O}_i^q = \sum_{j=1}^M L_{ij} P_j^q \quad i=1, \dots, N$$

Etape3. Calcul des résidus :

$$r_i = O_i - \bar{O}_i^q$$

Etape 4. Calcul des corrections:

$$\Delta P_j^q = \frac{r_i^q}{\sum_{j=1}^M L_{ij}^2} L_{ij}$$

Etape5. Estimation du modèle à l'itération $q+1$

$$P_j^{q+1} = P_j^q + \Delta P_j^q$$

Si $i \leq N$ aller à **Etape2**

II-3-2 LA METHODE DE SIRT

Elle a été proposée par Gilbert en 1972 . C'est une méthode qui traite simultanément tous les rais avant de calculer la correction ΔP_j^q et ceci à chaque itération

L'algorithme proposé par Dines et Lytle (1979) donne la correction $\Delta P^{(q)}$ par la relation suivante:

$$\Delta P_j^q = \frac{1}{M_j} \sum_{i=1}^n \frac{L_{ij} r_i^{(q)}}{\sum_{j=1}^M L_{ij}^2}$$

tel que :

M_j : Physiquement (M_j) représente le nombre des rais passant à travers la $j^{\text{ème}}$ cellule.

La correction du modèle sera donc:

$$P_j^{(q+1)} = P_j^{(q)} + \Delta P_j^{(q)}$$

L'algorithme proposé ci-dessus peut être reformulé sous forme matricielle comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_j^{(q+1)} = P_j^{(q)} + \frac{\omega}{\gamma_j} \sum_{i=1}^N \frac{L_{ij} r_i^{(q)}}{\rho_i} \quad 0 < \omega < 2 \\ \gamma_j = \sum_{i=1}^N |L_{ij}|^\alpha \\ \rho_i = \sum_{j=1}^M |L_{ij}|^{2-\alpha} \quad ; \quad 0 \leq \alpha \leq 2 \\ 0^0 = 0 \end{array} \right.$$

Si on pose :

$C = \text{diag}(\gamma_j)$: matrice diagonale de dimension $(m \times m)$.

$R = \text{diag}(\rho_j)$: matrice diagonale de dimension $(wazzu n \times n)$.

Dans ce cas l'algorithme précédent peut être réécrit sous la forme suivante:

$$P^{(q+1)} = P^{(q)} + \omega C^{-1} A^T R^{-1} r^{(q)}$$

Pour tout α tel que : $0 \leq \alpha \leq 2$, et pour tout ω tel que $0 < \omega < 2$, l'algorithme de SIRT converge vers la solution des moindres carrés, mais pas en général vers celle qui présente une norme minimale. Cependant d'après [Ivansson, 1987], l'algorithme converge vers la solution des moindres carrés après échelonnement des lignes et des colonnes du système ($O = L.P$).

D'après l'étude qui à été déjà fait sur ce sujet en (1994), la bonne convergence correspond aux valeurs suivantes:

En prenant $\omega = 1$, $\alpha = 2$ l'algorithme sera présenté en dessous :

En fin la méthode SIRT nécessite un test d'arrêt :

En pratique , soit le traitement est arrêté lorsque la somme des résidus au carré ne change pas entre une itération et la suivante, soit on fixe au préalable le nombre d'itérations.

L'algorithme du SIRT

Etape1- Choix du modèle initial $P^{(0)}$.

- Choix du nombre d'itérations nt .

Etape2- calcul théorique des données :

$$\bar{O}_i^q = \sum_{j=1}^M L_{ij} P_j^q$$

Etape3- Calcul des résidus:

$$r_i^q = O_i - \bar{O}_i^q$$

Etape4- calcul des corrections:

$$\Delta P_j^{(q)} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N L_{ij}^2} \sum_{i=1}^N \frac{L_{ij} r_i^q}{M_i}$$

Etape5- Correction du modèle:

$$P_j^{q+1} = p_j^q + \Delta P_j^q$$

si $q < nt$ alors aller à l'étape 2.

II-3-3 METHODE LSQR

II-3-3-1 INTRODUCTION

La méthode LSQR à été proposée par Paige et Sanders[1982] pour résoudre des systèmes d'équations du type $A.X=B$ ou minimiser au sens des moindres carrés amortis, la norme:

$$\|A.X=B\| \quad (1)$$

spécialement dans le cas de matrices grandes et creuses.

Elle s'apparente à la résolution par décomposition en valeurs singulières(SVD), puisque une solution par SVD y est construite dans un sous espace, dans l'espace des modèles.

Ce sous espace de dimension (p) est généré par les vecteurs propres de la matrice $A^t A$ correspondant à ses plus grands valeurs propres. Le fait de commencer la construction de la solution en coupant les petites valeurs propres, constitue l'amortissement introduit par LSQR.

LSQR est en fait une application de la décomposition de Lanczos à un système particulier symétrique.

Plusieurs études ont été réalisées pour étudier la convergence de la méthode LSQR, [Nolet,1984],[Vander Sluis et Van der Vorst,1987].Elles montrent toutes la rapidité de la convergence de celle ci par rapport à l'algorithme de SIRT.

III-3-3-2 ALGORITHME DE LSQR

L'algorithme de la méthode LSQR est présenté ci dessous, [H.Le Meur,1994]

On construit une matrice V dont les vecteurs sont orthogonaux (vecteurs de Lanczos)

La première étape consiste à normaliser $A^t b$ par :

$$\beta_1 = \|A^t b\| \quad (2)$$

qui permet de définir $v^{(1)}$, la première colonne de V .

Les vecteurs suivants sont obtenus par des étapes successives de projection, d'orthogonalisation et de normalisation

Afin de construire le vecteur $v^{(2)}$, on considère $\omega^{(1)}$ et α_1

$$\omega^{(1)} = A^t A v^{(1)} - \alpha_1 v^{(1)} \quad (3)$$

$$\alpha_1 = v^{(1)t} A^t A v^{(1)}$$

tel que:

$$\omega^{(1)t} v^{(1)} = 0 \quad (4)$$

Le deuxième vecteur $v^{(2)}$ est alors donné par :

$$v^{(2)} = \frac{\omega^{(1)}}{\|\omega^{(1)}\|} \quad (5)$$

Afin de trouver $v^{(3)}$, orthogonal aux deux premiers, $\omega^{(2)}$ est donné par:

$$\omega^{(2)} = A^t A v^{(2)} - \alpha_2 v^{(2)} - \beta_2 v^{(1)} \quad (6)$$

avec

$$\alpha_2 = v^{(2)t} A^t A v^{(2)} \quad (7)$$

$$\beta_2 = \|\omega^{(1)}\|$$

On peut dès lors établir une relation récurrente pour l'ensemble des vecteurs v_i

avec $i = 1, \dots, p$:

$$\gamma_{j+1} \cdot v^{(j+1)} = A^t A v^{(j)} - \alpha_j v^{(j)} - \beta_j v^{(j-1)} \quad (8)$$

En multipliant cette équation par $v^{(j+1)T}$ on remarque que le facteur de normalisation γ_{j+1} égal à β_{j+1}

En écriture matricielle, cela équivaut à:

$$A^t A V_p = V_{p+1} T_p \quad (9)$$

ou:

T_p : est une matrice tridiagonale $(p+1) \times p$, dont la subdiagonale supérieure est égale aux $(\beta_2, \dots, \beta_{p+1})$ la diagonale aux $(\alpha_1, \dots, \alpha_p)$ et enfin la subdiagonale inférieure correspond à $(\beta_2, \dots, \beta_p)$.

Comme pour une SVD, la solution du système est donnée par:

$$x^{(p)} = V_p y_p \quad (10)$$

Le problème $A^t A x = A^t b = \beta_1 v^{(1)}$ se réduit ainsi à:

$$A^t A V_p y_p = V_{p+1} T_p Y_p = \beta_1 v^{(1)} \quad (11)$$

et on a:

$$T_p y_p = \beta_1 \hat{e}_1 \quad (12)$$

Nous avons obtenu de cette façon un système tridiagonale de $(p+1)$ équations à p inconnues. Une solution peut dès lors être obtenue par des méthodes de moindres carrés ou moindres carrés amortis avec un coût numérique faible.

Enfin , on signale que la solution LSQR étant construite à partir de vecteurs orthogonaux , si M est la dimension du modèle, l'algorithme doit converger en K itérations au plus. Cette propriété d'orthogonalité permet d'atteindre la convergence plus rapidement que SIRT et ART (Nolet,1985).

CHAPITRE III

COMPARAISON ENTRE DEUX METHODES TOMOGRAPHIQUES SIRT ET LSQR

III-1 INTRODUCTION

L'intérêt des méthodes tomographiques réside dans l'utilisation d'un grand nombre de données. Une image est d'autant mieux reconstruite que le nombre de données à inverser est grand.

Ne disposant pas de données réelles de prospection, nous nous proposons de tester les deux méthodes d'inversion SIRT et LSQR sur des données synthétiques.

Ces données synthétiques seront calculées pour trois modèles de vitesse choisis au préalable.

III-2 PROGRAMME D'INVERSION

La première partie du programme consiste à calculer les données synthétiques qui seront utilisées dans l'inversion. Cela est réalisé par la procédure rai.

Pour un émetteur E et un récepteur R donné, le calcul des temps de propagation entre E et R est un problème complexe connu sous le nom de tracé de rai, le rai pouvant être transmis directement à la station ou subir plusieurs réflexions et réfractions avant d'être enregistré.

Pour contourner cette difficulté, seule la position de l'émetteur est fixée, et nous ne considérons que les rais transmis directement de E à R. Le trajet des rais est déterminé conformément à la loi de Descartes.

La disposition des émetteurs et des récepteurs simule le cas de données enregistrées dans des puits (FIG,I).

Le plan délimité par les deux puits est subdivisé en cellule, chaque cellule est caractérisée par une vitesse constante $v(i,j)$ et ses dimensions.

Le programme écrit en Turbo-Pascal (version 7.0), donne les temps de propagation t pour chaque rai, les longueurs de rai dans chaque cellule $l(i,j)$, ainsi que la position des stations d'enregistrement. Cette dernière information n'est pas nécessaire dans la suite de l'inversion.

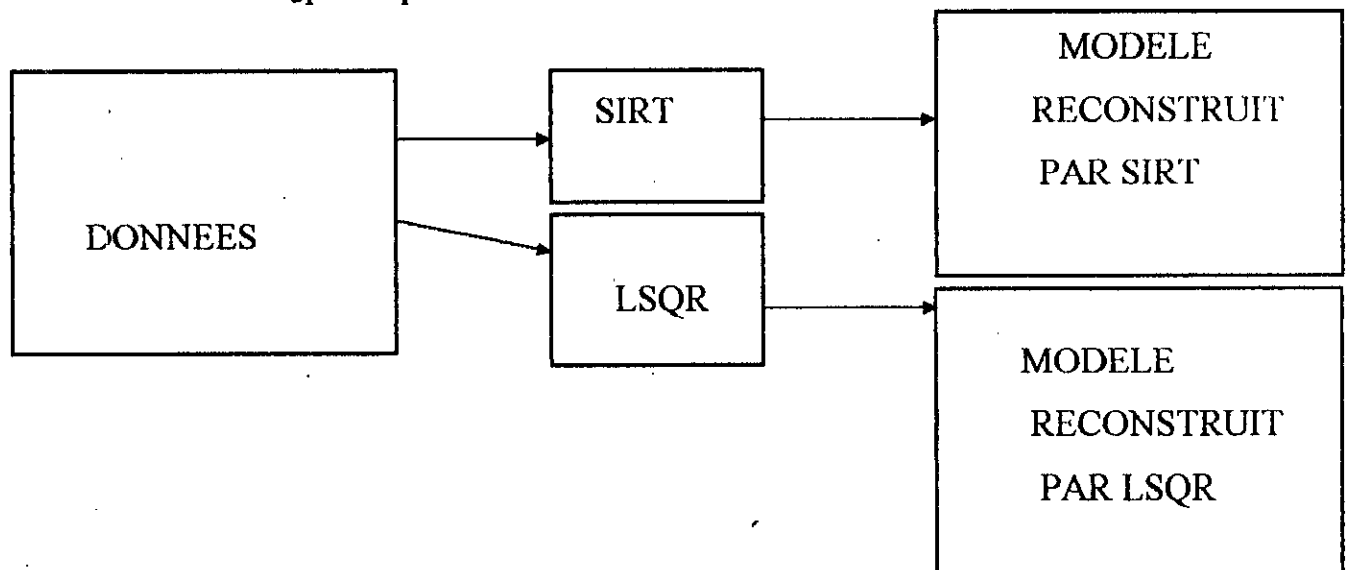
Toutes ces données sont stockées dans un fichier « donnée » utilisé par les deux procédures d'inversion SIRT et LSQR.

Outre la procédure rai, le programme comporte:

- la procédure SIRT;
- la procédure LSQR;
- la procédure IMAGE;
- la procédure GRI;

Procédure (SIRT et LSQR)

Elles retrouvent le modèle de vitesse introduit au début et ceux en exploitant les données créées par la procédure rai.



REMARQUE:

LSQR est un programme écrit en fortran par (Nolet, 1987).

Procédure IMAGE

C'est celle qui génère l'image de la densité des rais dans chaque cellule, des modèles reconstruits par les procédures SIRT, LSQR et l'image du modèle de vitesse introduit.

Procédure GRI

Représente la répartition théorique des rais pour chaque modèle choisi.

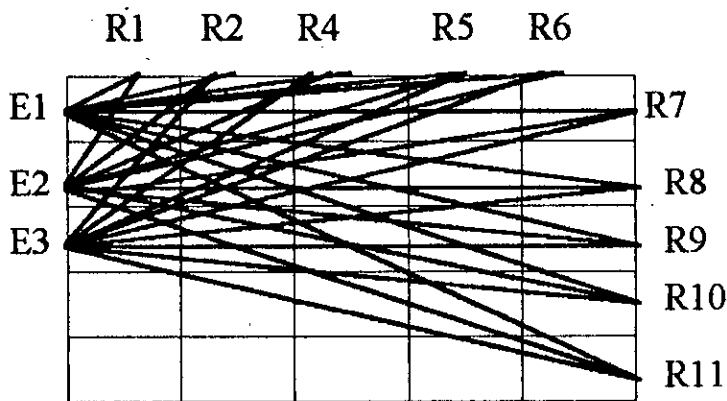


FIG I

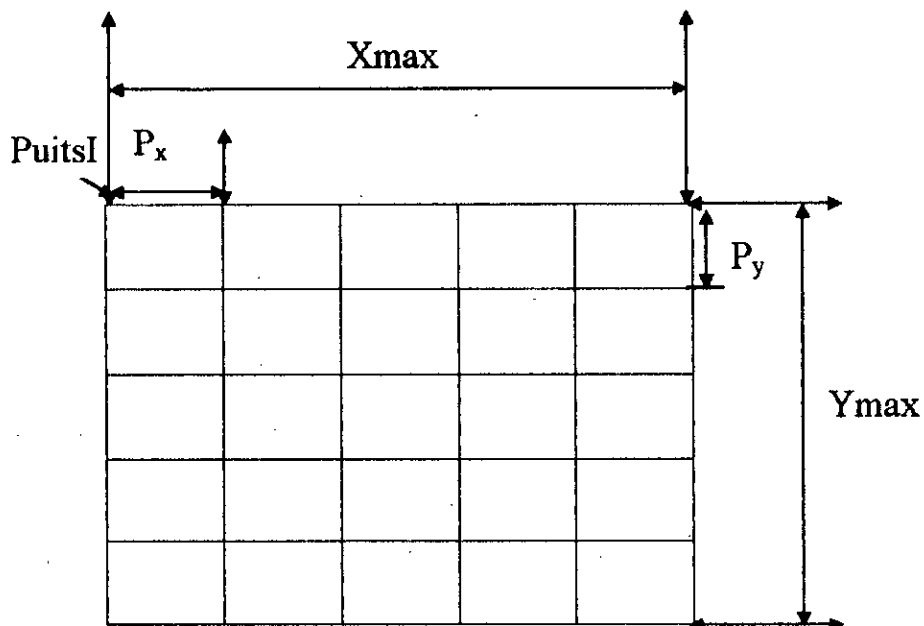


FIG II

$$X_{\max} = 50 ;$$

$$P_x = 10;$$

$$Y_{\max} = 50 ;$$

$$P_y = 10;$$

Les émetteurs sont régulièrement espacés de 2^m 50, le premier est situé à la surface.

III-3 COMPARAISON ENTRE SIRT ET LSQR

La comparaison entre SIRT et LSQR se fera en utilisant trois modèles de vitesse. Celui de l'anomalie centrée, de deux anomalies localisées et celui du damier.

Des émetteurs régulièrement espacés de 2^m 50 sont situés dans le puits I

Les deux procédures d'inversion utilisent pour la résolution une vitesse initiale V_0 constante pour l'ensemble des blocs. Le choix de cette vitesse V_0 est pris en considérant la moyenne des vitesses considérées pour la procédure rai.

Pour la méthode SIRT, le nombre d'itération a été fixé à 20, on constate que pour un nombre d'itérations supérieur à 20, la solution ne change pas.

Pour la méthode LSQR, le calcul a été fait pour différentes valeurs du nombre d'itérations afin de pouvoir comparer les résultats obtenus à ceux donnés par SIRT. Les résultats de l'inversion sont présentés ci dessous.

CAS 1: Une anomalie centrée (2.00;1.80):

1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80
1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80
1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80
1.80	1.80	1.80	2.00	2.00	2.00	2.00	1.80	1.80	1.80
1.80	1.80	1.80	2.00	2.00	2.00	2.00	1.80	1.80	1.80
1.80	1.80	1.80	2.00	2.00	2.00	2.00	1.80	1.80	1.80
1.80	1.80	1.80	2.00	2.00	2.00	2.00	1.80	1.80	1.80
1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80
1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80
1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80

Modèle initial (2.00;1.80)

1.80	1.79	1.80	1.76	1.78	1.85	1.76	1.77	1.78	1.89
1.80	1.80	1.81	1.76	1.76	1.85	1.76	1.79	1.76	1.89
1.80	1.80	1.80	1.76	1.75	1.87	1.78	1.76	1.72	1.91
1.81	1.81	1.83	1.91	1.92	1.97	1.93	1.86	1.78	1.88
1.80	1.81	1.86	1.91	1.95	1.93	1.89	1.86	1.85	1.86
1.81	1.83	1.88	1.91	1.93	1.88	1.90	1.88	1.86	1.85
1.81	1.85	1.91	1.90	1.88	1.87	1.91	1.90	1.86	1.82
1.80	1.86	1.90	1.73	1.71	1.68	1.75	1.80	1.85	1.82
1.81	1.87	1.86	1.71	1.70	1.84	1.72	1.76	1.82	1.84
1.85	1.90	1.94	1.62	1.62	1.97	1.67	1.67	1.74	1.88

Solution obtenue par SIRT après 20 itérations

1.80	1.79	1.79	1.78	1.81	1.82	1.82	1.81	1.83	1.81
1.80	1.81	1.79	1.76	1.79	1.80	1.80	1.82	1.83	1.81
1.81	1.81	1.79	1.75	1.77	1.79	1.80	1.82	1.82	1.82
1.79	1.83	1.83	1.93	1.96	1.94	1.95	1.89	1.84	1.83
1.81	1.82	1.86	1.93	1.95	1.95	1.89	1.87	1.87	1.86
1.80	1.82	1.88	1.93	1.94	1.92	1.89	1.88	1.87	1.85
1.79	1.83	1.89	1.95	1.92	1.91	1.93	1.91	1.86	1.85
1.78	1.84	1.85	1.77	1.76	1.76	1.78	1.81	1.84	1.84
1.79	1.84	1.79	1.78	1.78	1.79	1.79	1.80	1.83	1.80
1.81	1.79	1.79	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.79	1.82

Solution obtenue par LSQR après 5 itérations

1.80	1.80	1.80	1.79	1.80	1.80	1.81	1.80	1.81	1.79
1.80	1.80	1.80	1.78	1.80	1.79	1.81	1.81	1.82	1.80
1.80	1.80	1.81	1.78	1.80	1.79	1.79	1.83	1.81	1.80
1.80	1.80	1.83	1.96	1.99	1.99	1.95	1.85	1.82	1.80
1.80	1.79	1.85	1.95	1.98	1.99	1.92	1.86	1.82	1.81
1.80	1.78	1.86	1.96	1.97	1.97	1.91	1.86	1.82	1.82
1.80	1.79	1.87	1.98	1.97	1.93	1.93	1.85	1.83	1.82
1.81	1.80	1.85	1.78	1.77	1.74	1.75	1.84	1.85	1.82
1.80	1.83	1.83	1.78	1.76	1.77	1.78	1.80	1.84	1.83
1.79	1.86	1.81	1.77	1.77	1.78	1.80	1.80	1.80	1.86

Solution obtenue après 20 itérations par LSQR

1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.81	1.79
1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.81	1.80	1.80	1.83	1.78
1.80	1.79	1.80	1.80	1.79	1.82	1.78	1.81	1.81	1.79
1.80	1.80	1.80	2.00	1.98	2.03	1.96	1.82	1.81	1.79
1.80	1.79	1.80	2.00	1.98	2.03	1.95	1.83	1.82	1.78
1.80	1.79	1.81	2.01	1.97	2.02	1.95	1.84	1.79	1.81
1.80	1.79	1.82	2.00	1.98	1.99	1.97	1.83	1.80	1.81
1.80	1.78	1.83	1.81	1.76	1.79	1.79	1.83	1.80	1.81
1.81	1.76	1.85	1.77	1.80	1.80	1.79	1.81	1.81	1.80
1.81	1.78	1.82	1.79	1.79	1.80	1.81	1.81	1.81	1.79

Solution obtenue après 100 itérations par LSQR

47	44	37	29	27	25	20	14	16	12
46	43	41	31	27	26	19	17	15	9
47	41	39	30	24	22	16	13	12	9
46	40	39	31	25	23	16	13	14	10
44	36	35	28	23	21	16	14	14	11
40	31	29	22	17	19	16	14	14	11
39	29	25	16	12	15	13	13	14	10
34	22	17	10	8	10	8	10	12	9
27	14	11	8	7	10	7	9	11	9
17	7	5	3	3	4	3	3	5	7

densité des raies dans chaque cellule.

CAS 1

Ce modèle présente une anomalie centrée 1.80;2.00.

Pour ce modèle, on a pris une valeur moyenne V_0 égale à 1.80.

L'analyse des résultats obtenus montre que l'inversion par la méthode SIRT retrouve l'anomalie centrée.

La solution pour chaque bloc dépend du nombre de rais qui traversent ce bloc. La résolution est meilleure lorsque le nombre de rais est grand.

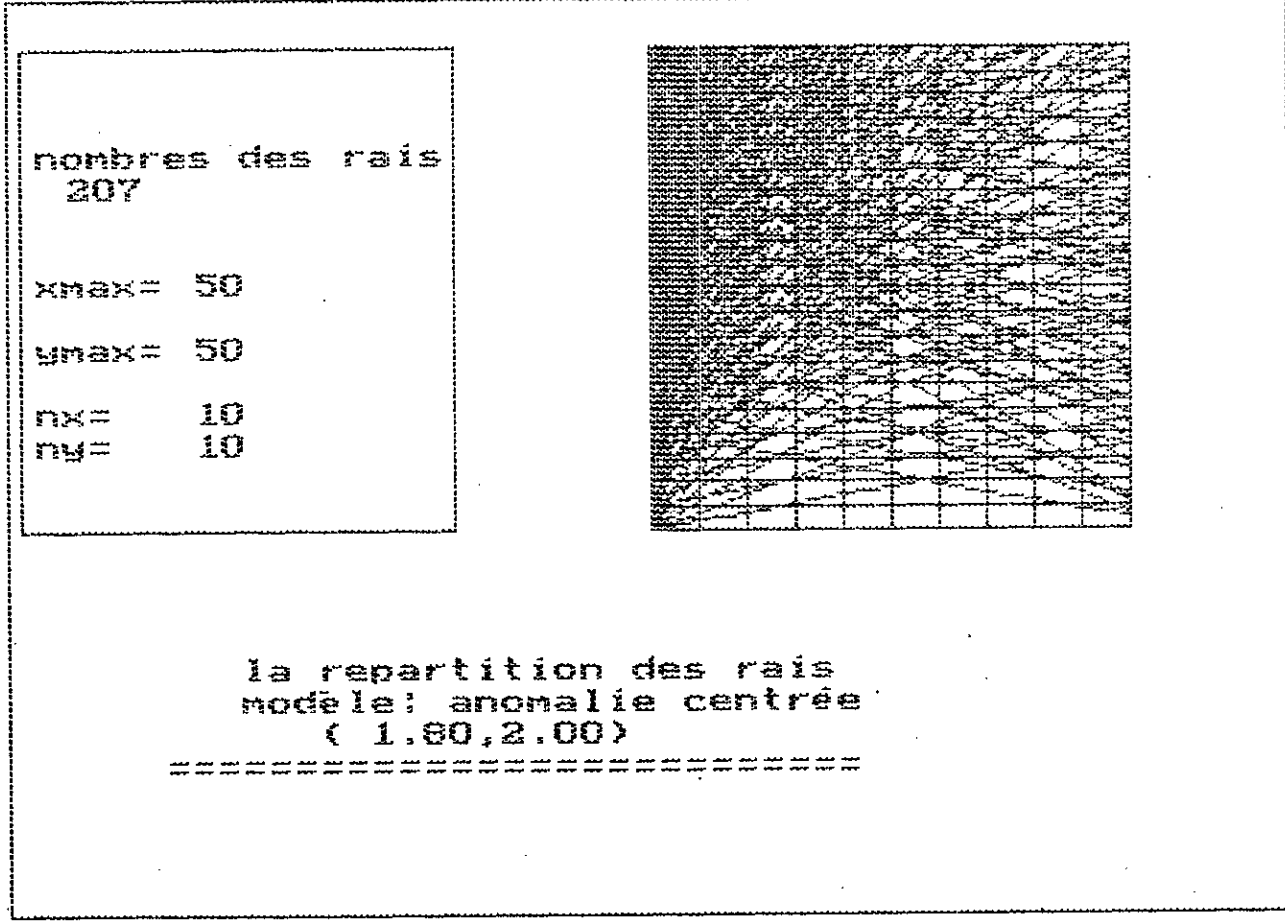
On note cependant que le résultat de l'inversion pour les blocs qui avoisinent la zone anomalique est influencée par cette dernière.

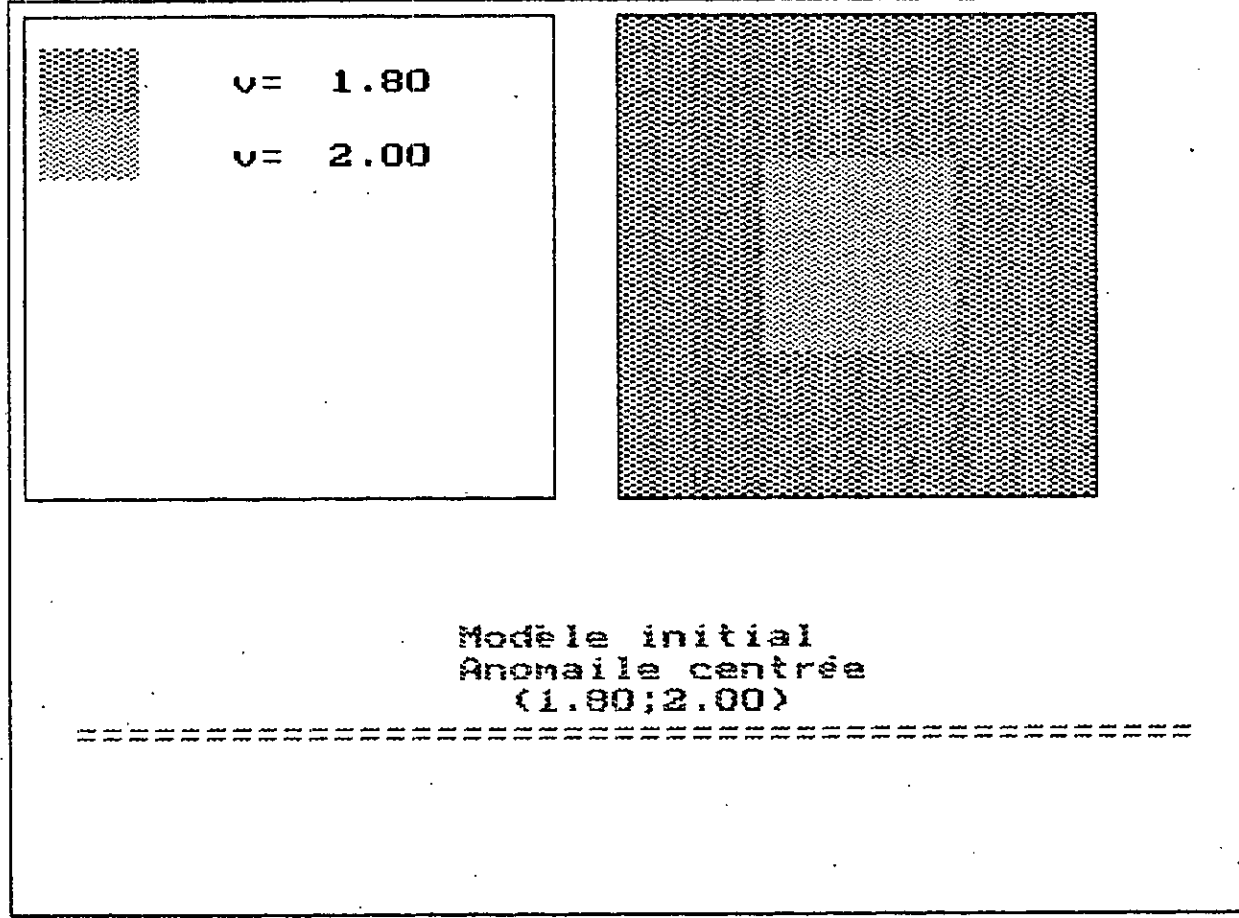
Par ailleurs, les cellules, situées à la limite inférieure de la zone de prospection sont mal résolues. Ceci s'explique par la faible densité de rais de ces cellules. C'est ce que l'on connaît en tomographie sous le terme d'effet de bord.

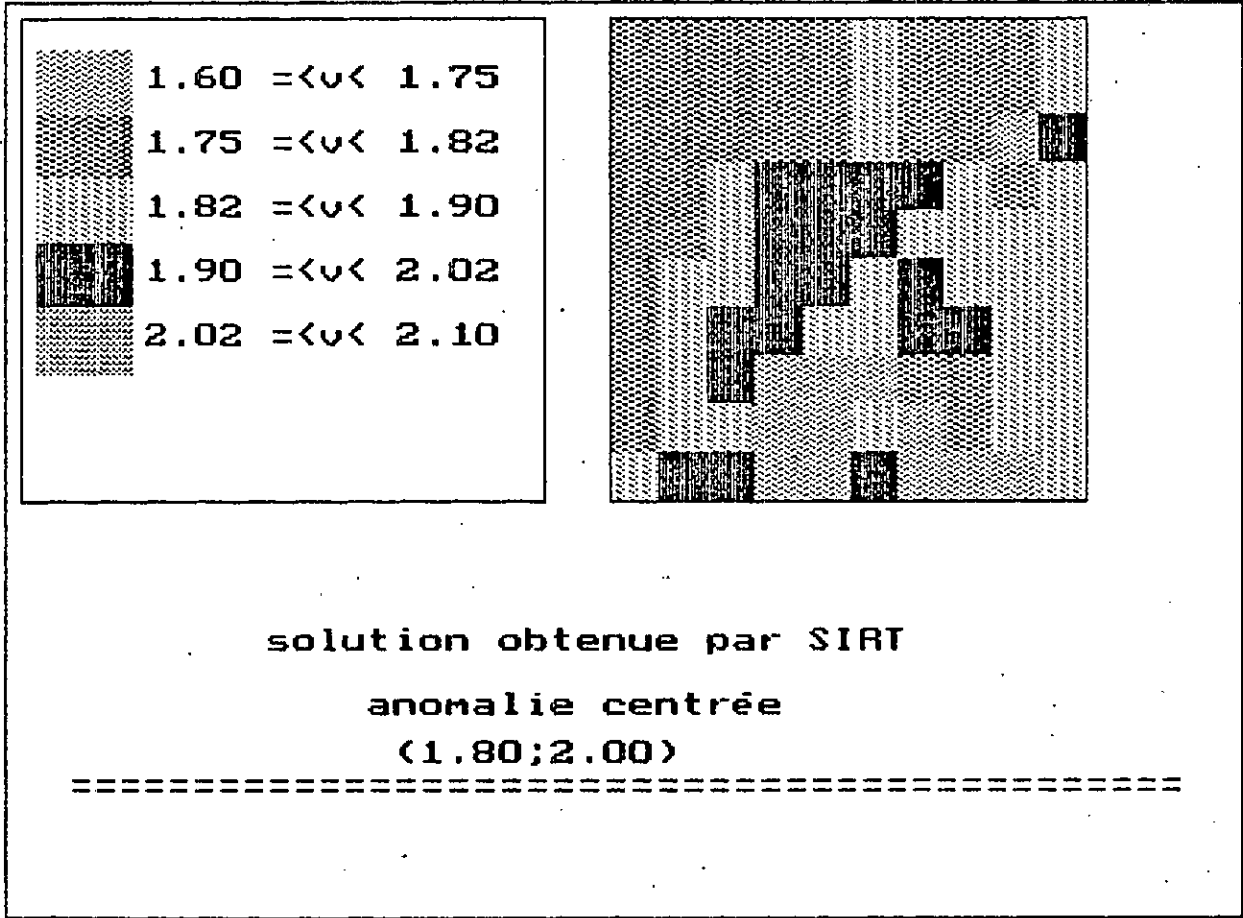
La comparaison des résultats des deux méthodes d'inversion montre que la convergence est plus rapide par la méthode LSQR.

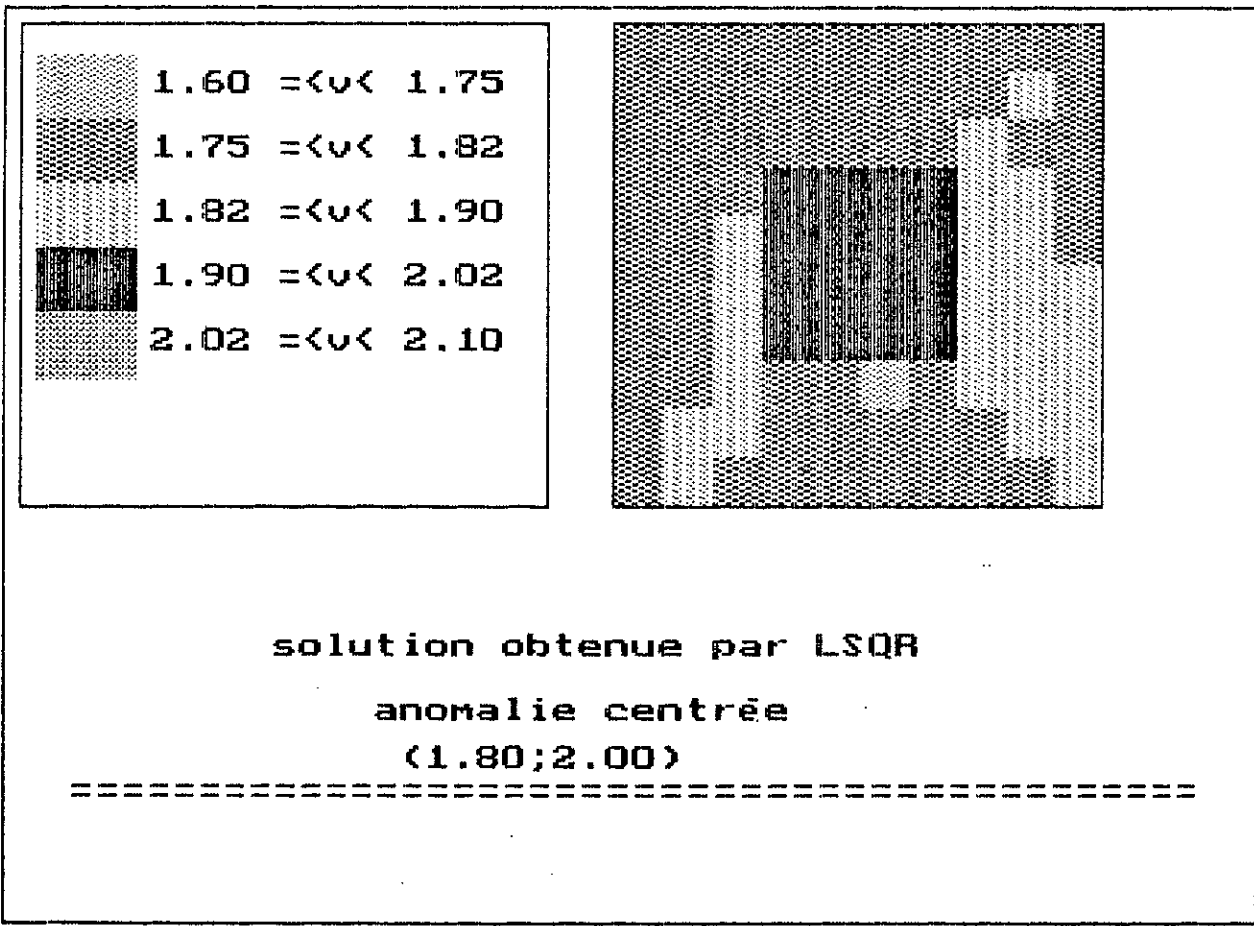
Après 5 itérations pour LSQR, on a une meilleure résolution que pour SIRT avec 20 itérations

L'effet de bord n'est pratiquement pas observé pour LSQR..









CAS 2 : modèle de deux anomalies localisées (1.80,2.00):

1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8
1.8	2	2	2	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8
1.8	2	2	2	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8
1.8	2	2	2	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8
1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8
1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8
1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	2	2	2	2	1.8
1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	2	2	2	2	1.8
1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	2	2	2	2	1.8
1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8

Modèle initial de deux anomalies(1.80;2.00)

1.79	1.80	1.84	1.81	1.78	1.87	1.73	1.74	1.73	1.86
1.79	1.94	1.97	1.96	1.86	1.90	1.78	1.75	1.72	1.83
1.81	1.97	1.95	1.94	1.86	1.85	1.80	1.79	1.76	1.81
1.84	1.96	1.91	1.92	1.87	1.81	1.81	1.79	1.77	1.79
1.83	1.86	1.75	1.76	1.81	1.79	1.80	1.79	1.78	1.82
1.83	1.81	1.80	1.79	1.80	1.83	1.95	1.95	1.93	1.84
1.83	1.80	1.82	1.77	1.81	1.87	1.87	1.93	1.94	1.84
1.83	1.82	1.84	1.78	1.78	1.89	1.83	1.87	1.96	1.86
1.83	1.82	1.84	1.78	1.78	1.89	1.83	1.87	1.96	1.86
1.84	1.93	1.99	1.66	1.66	1.96	1.63	1.63	1.72	1.87

Solution obtenue par SIRT après 20 itérations

1.79	1.78	1.81	1.83	1.84	1.81	1.80	1.78	.79	1.79
1.82	1.99	1.97	1.94	1.88	1.83	1.80	1.79	1.79	1.79
1.80	2.00	1.99	1.93	1.86	1.82	1.81	1.81	1.79	1.78
1.83	1.99	1.98	1.93	1.85	1.82	1.81	1.80	1.79	1.79
1.80	1.83	1.78	1.77	1.83	1.81	1.81	1.80	1.79	1.80
1.80	1.81	1.78	1.80	1.81	1.85	1.77	1.77	1.81	1.82
1.80	1.80	1.79	1.81	1.82	1.86	1.95	1.95	1.93	1.91
1.82	1.79	1.79	1.80	1.84	1.87	1.91	1.94	1.93	1.90
1.79	1.77	1.80	1.84	1.84	1.85	1.89	1.91	1.95	1.95
1.79	1.81	1.82	1.81	1.81	1.81	1.77	1.77	1.78	1.83

Solution après cinq (5) itérations par LSQR

1.80	1.80	1.80	1.80	1.82	1.79	1.79	1.80	1.79	1.80
1.80	2.00	1.99	1.98	1.85	1.80	1.78	1.80	1.80	1.80
1.80	2.00	2.00	1.96	1.85	1.80	1.80	1.79	1.80	1.80
1.80	2.00	2.00	1.96	1.84	1.80	1.79	1.79	1.80	1.81
1.80	1.80	1.79	1.79	1.83	1.81	1.78	1.78	1.79	1.82
1.81	1.81	1.78	1.79	1.83	1.84	1.77	1.77	1.78	1.85
1.80	1.82	1.78	1.78	1.81	1.87	1.95	1.95	1.96	1.87
1.80	1.80	1.80	1.77	1.82	1.86	1.94	1.95	1.94	1.89
1.80	1.80	1.80	1.81	1.80	1.84	1.92	1.97	1.94	1.89
1.80	1.79	1.81	1.83	1.83	1.80	1.75	1.75	1.78	1.87

Solution après 20 itérations par LSQR

1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.80	1.79	1.81	1.79	1.80
1.80	2.00	1.99	2.00	1.81	1.81	1.78	1.82	1.80	1.80
1.80	2.00	1.98	2.00	1.81	1.80	1.78	1.83	1.79	1.81
1.80	2.00	1.98	2.00	1.81	1.79	1.78	1.82	1.79	1.82
1.80	1.81	1.78	1.80	1.81	1.80	1.79	1.81	1.77	1.84
1.80	1.81	1.78	1.79	1.80	1.82	1.79	1.79	1.77	1.85
1.80	1.81	1.80	1.78	1.80	1.84	1.98	1.98	1.96	1.85
1.80	1.80	1.81	1.76	1.82	1.82	1.98	1.98	1.95	1.87
1.80	1.81	1.80	1.76	1.80	1.86	1.97	1.97	1.97	1.85
1.80	1.81	1.79	1.80	1.80	1.79	1.78	1.78	1.80	1.83

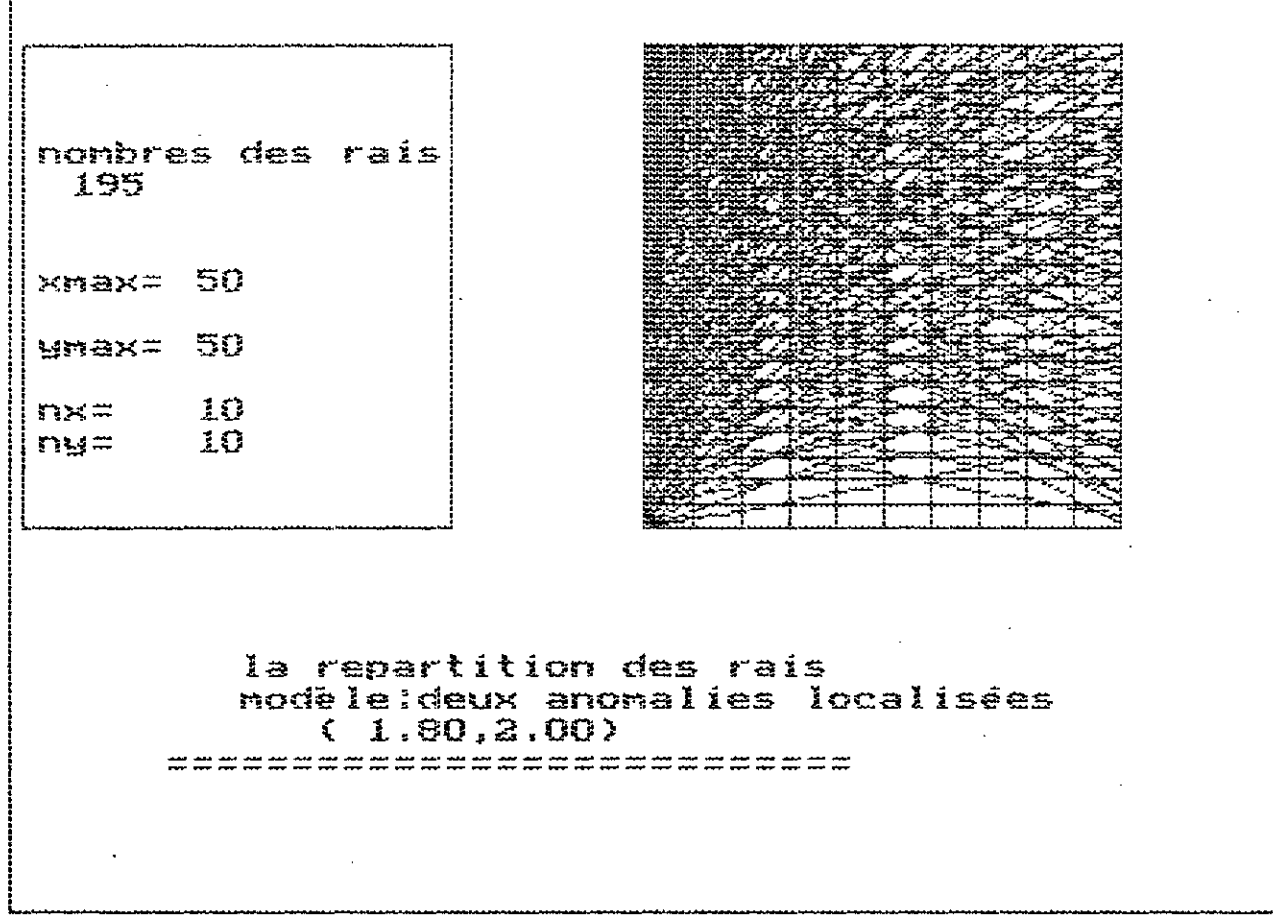
Solution après 100 itérations par LSQR

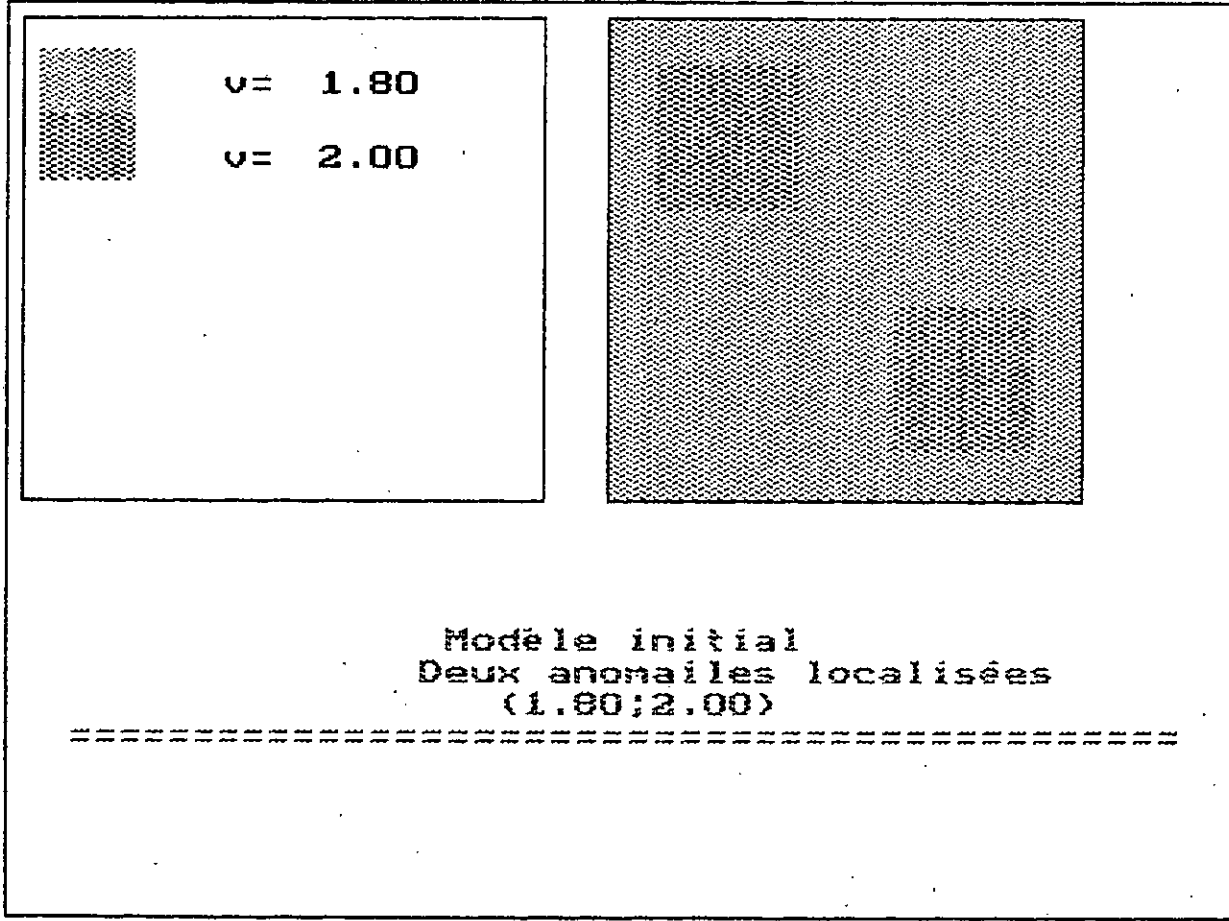
45	35	25	22	18	19	17	18	16	13
44	35	32	26	20	23	18	17	14	14
38	34	38	29	21	25	20	19	18	16
33	32	34	27	25	27	20	15	15	15
30	32	31	23	23	23	19	17	17	13
33	33	30	19	21	20	16	13	13	11
31	29	26	17	18	19	18	13	12	11
30	24	19	12	12	14	13	13	12	10
26	17	13	9	8	9	7	9	11	11
17	8	5	3	3	4	3	3	4	7

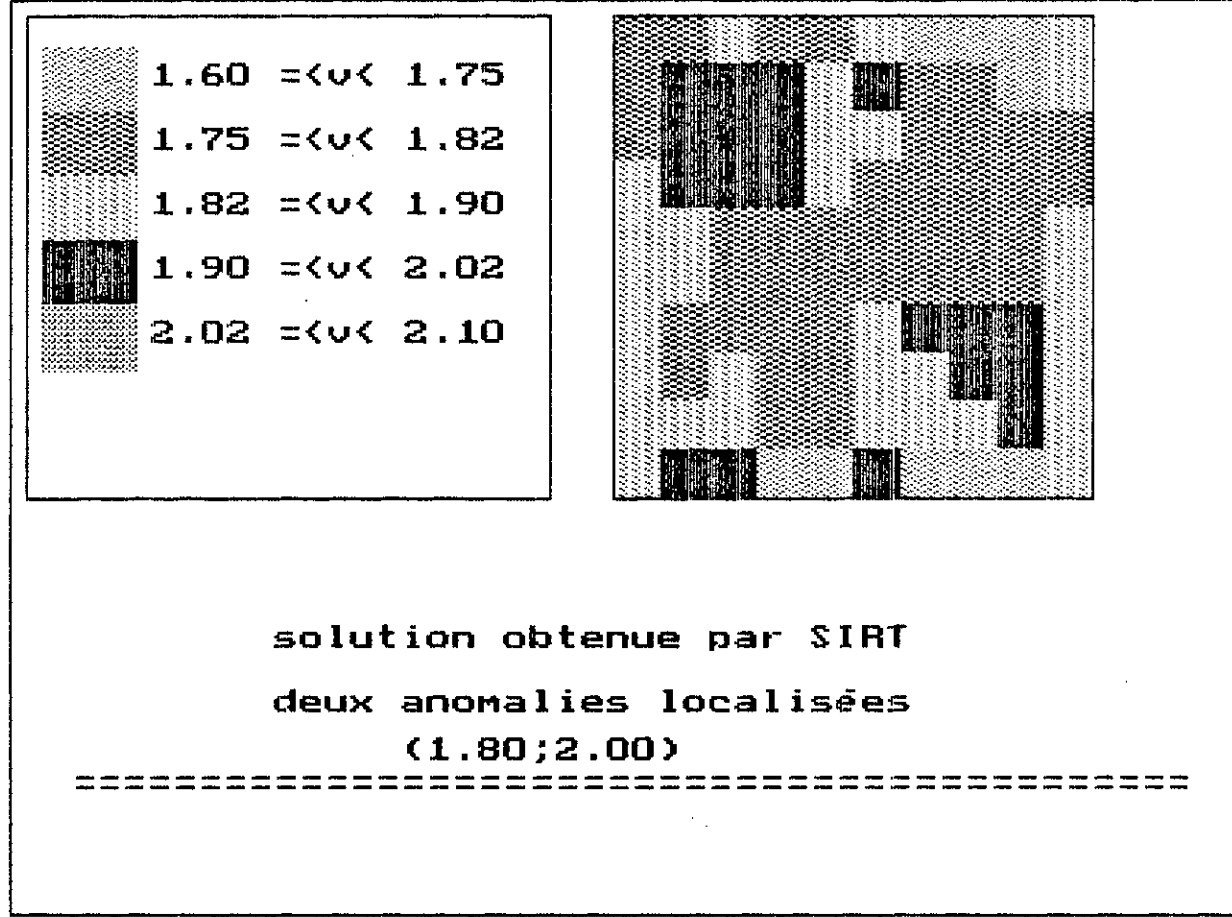
La densité des rats dans chaque cellule.

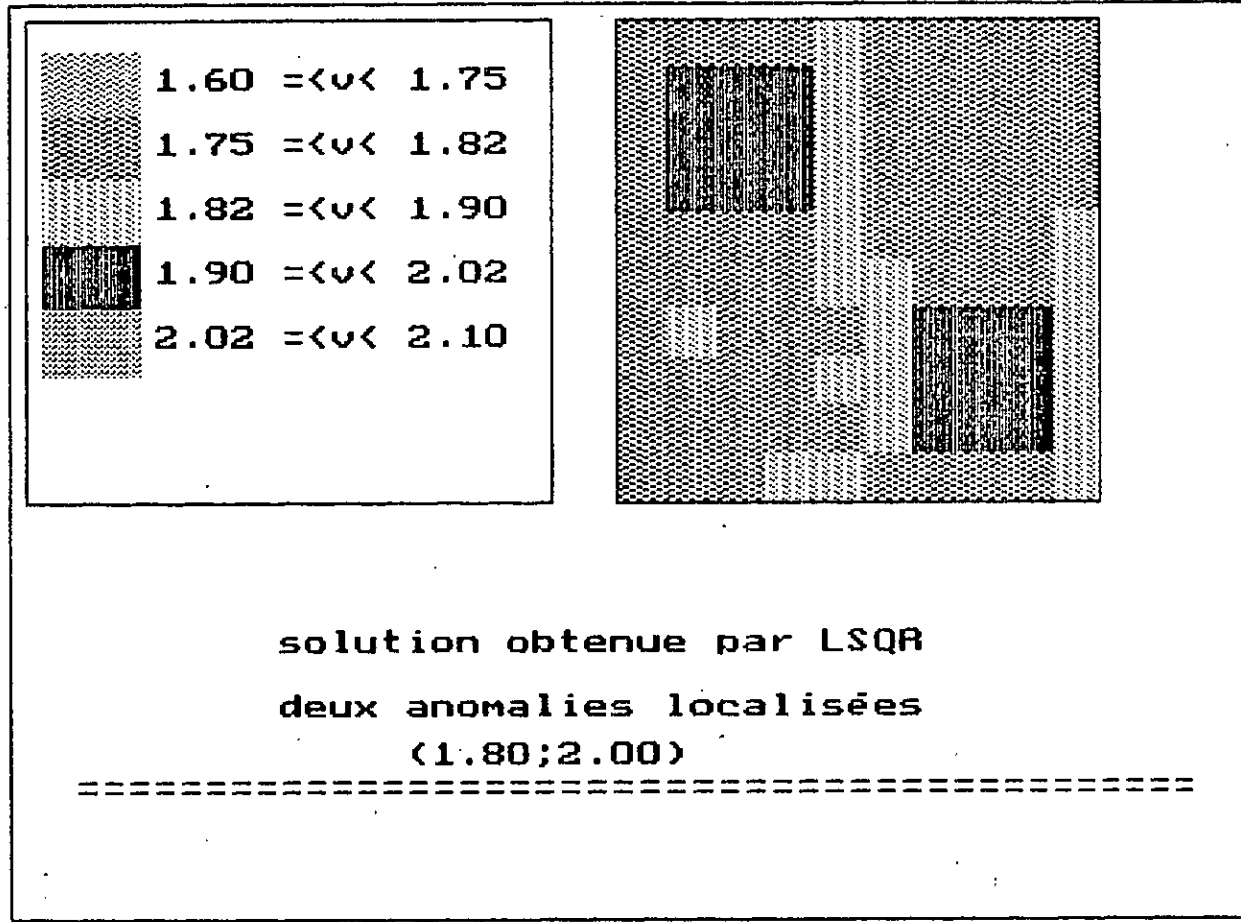
CAS 2

On retrouve dans le modèle de deux anomalies les mêmes observations que pour le cas 1.









CAS 3: Modèle du damier (1.80;2.00) :

1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8	2
2	1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8
1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8	2
2	1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8
1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8	2
2	1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8
1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8	2
2	1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8
1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8	2
2	1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8	2	1.8

Modèle initial

1.84	2.00	1.82	1.98	1.79	2.01	1.78	1.82	1.80	2.06
1.93	1.82	1.96	1.80	1.88	1.81	1.96	1.81	1.76	2.00
1.85	1.98	1.82	1.96	1.83	2.01	1.78	1.84	1.86	1.97
1.93	1.82	2.03	1.77	1.85	1.82	1.92	1.84	1.82	1.94
1.87	2.01	1.84	1.95	1.83	1.98	1.75	1.85	1.86	1.97
1.94	1.82	2.13	1.76	1.77	1.83	1.91	1.84	1.83	1.91
1.87	1.99	1.82	1.92	1.91	1.98	1.75	1.84	1.85	1.96
1.95	1.86	2.23	1.66	1.70	1.89	1.92	1.81	1.81	1.88
1.88	2.00	1.83	1.89	1.87	2.00	1.77	1.84	1.81	1.92
2.01	2.02	2.31	1.62	1.67	1.82	1.82	1.82	1.81	1.95

Solution obtenue par SIRT après 20 itérations

1.79	2.00	1.80	2.03	1.80	1.97	1.83	1.97	1.85	1.98
2.01	1.78	1.97	1.84	1.95	1.81	1.99	1.83	1.92	1.93
1.78	2.04	1.79	2.01	1.81	1.97	1.81	1.92	1.93	1.93
2.00	1.81	1.93	1.77	1.95	1.81	1.95	1.92	1.92	1.92
1.79	2.02	1.85	1.98	1.77	1.94	1.90	1.92	1.92	1.92
2.00	1.79	1.96	1.80	1.92	1.85	1.93	1.91	1.91	1.91
1.81	2.01	1.81	1.93	1.92	1.92	1.83	1.92	1.92	1.92
1.98	1.81	1.92	1.90	1.90	1.91	1.92	1.84	1.89	1.90
1.82	1.90	1.90	1.91	1.91	1.90	1.90	1.92	1.85	1.93
1.92	1.89	1.90	1.90	1.90	1.91	1.91	1.91	1.90	1.84

Solution obtenue après 5 itérations par LSQR

1.80	2.00	1.80	2.02	1.79	1.99	1.81	2.01	1.81	1.97
2.00	1.80	1.99	1.82	2.01	1.76	2.03	1.80	1.90	1.89
1.80	2.01	1.79	2.00	1.81	2.01	1.80	1.91	1.93	1.93
2.00	1.80	1.99	1.78	2.02	1.80	2.00	1.88	1.86	1.86
1.80	1.99	1.82	2.03	1.78	1.96	1.83	1.91	1.92	1.92
2.00	1.81	1.95	1.82	2.00	1.83	1.96	1.87	1.86	1.86
1.80	2.01	1.79	1.95	1.88	2.01	1.77	1.92	1.93	1.93
1.99	1.80	1.98	1.88	1.88	1.88	1.94	1.83	1.89	1.90
1.83	1.94	1.85	1.92	1.90	1.87	1.89	1.92	1.84	1.98
1.95	1.87	1.93	1.88	1.89	1.91	1.91	1.91	1.90	1.82

Solution obtenue après 20 itérations par LSQR

1.80	2.00	1.80	2.00	1.80	2.00	1.80	1.97	1.80	2.03
2.00	1.80	2.00	1.80	2.00	1.81	2.01	1.78	1.93	1.87
1.80	2.00	1.80	2.00	1.79	2.00	1.82	1.91	1.93	1.93
2.00	1.80	2.00	1.81	1.97	1.80	2.00	1.89	1.86	1.86
1.80	2.00	1.81	2.01	1.80	1.97	1.81	1.92	1.93	1.93
2.00	1.80	1.98	1.84	1.98	1.80	1.99	1.87	1.86	1.86
1.79	2.01	1.78	2.00	1.81	2.04	1.80	1.92	1.92	1.92
2.00	1.80	2.01	1.85	1.87	1.88	1.95	1.82	1.87	1.91
1.81	1.99	1.83	1.93	1.89	1.85	1.88	1.96	1.82	2.01
1.99	1.81	1.98	1.90	1.90	1.91	1.91	1.91	1.89	1.78

Solution obtenue après 100 itérations par LSQR

42	33	26	20	19	16	13	10	11	8
42	39	23	16	14	13	14	12	6	3
33	31	24	20	16	15	11	8	6	6
34	25	14	15	17	13	9	6	4	4
28	19	17	16	19	12	4	6	6	6
25	17	11	9	11	10	8	6	4	4
20	15	15	12	8	8	8	6	6	6
18	14	7	2	4	6	10	10	6	4
14	8	7	7	7	5	4	7	9	8
7	4	3	2	3	3	3	3	4	7

La densité des rais dans chaque cellule.

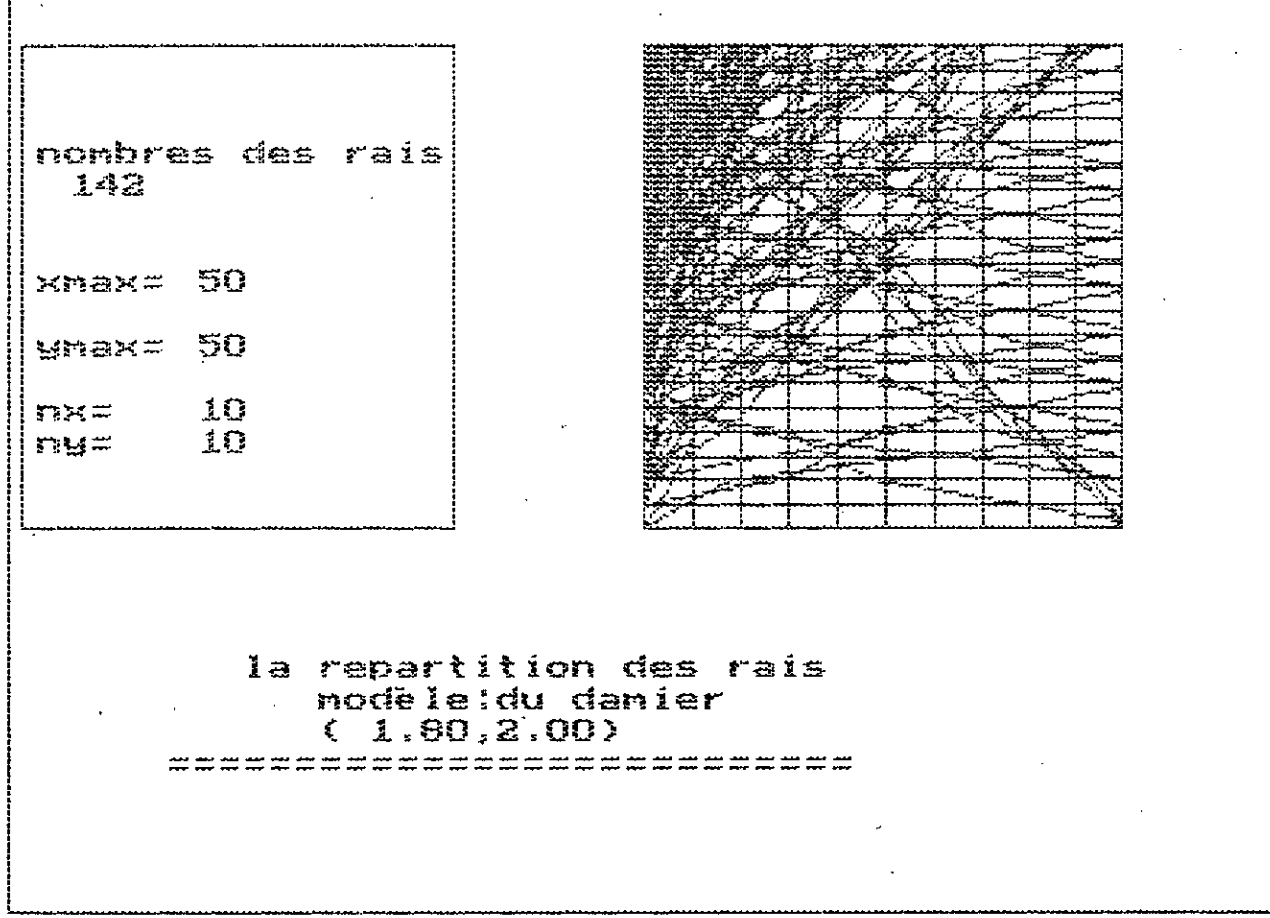
CAS 3

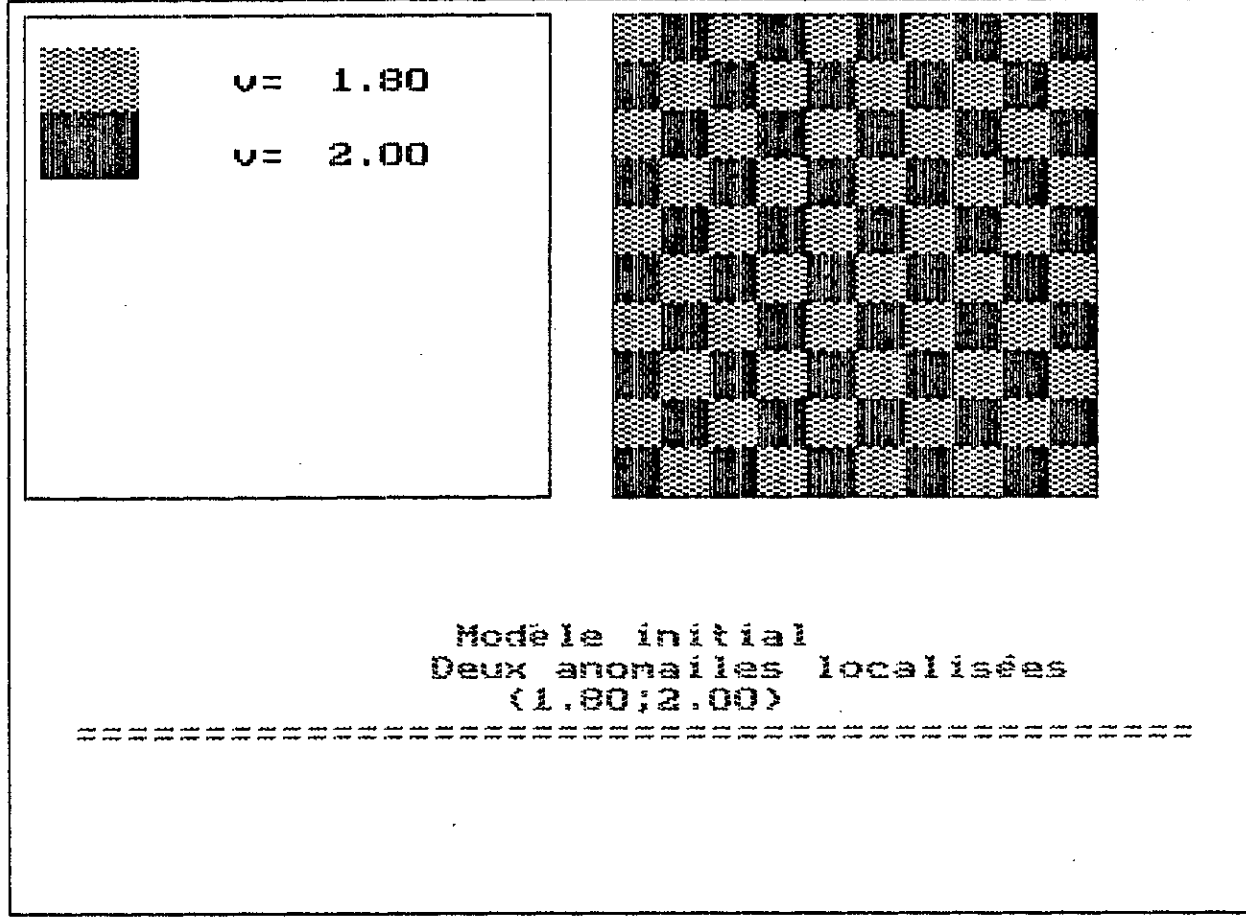
On retrouve dans le modèle du damier les mêmes observations que pour le cas 1.

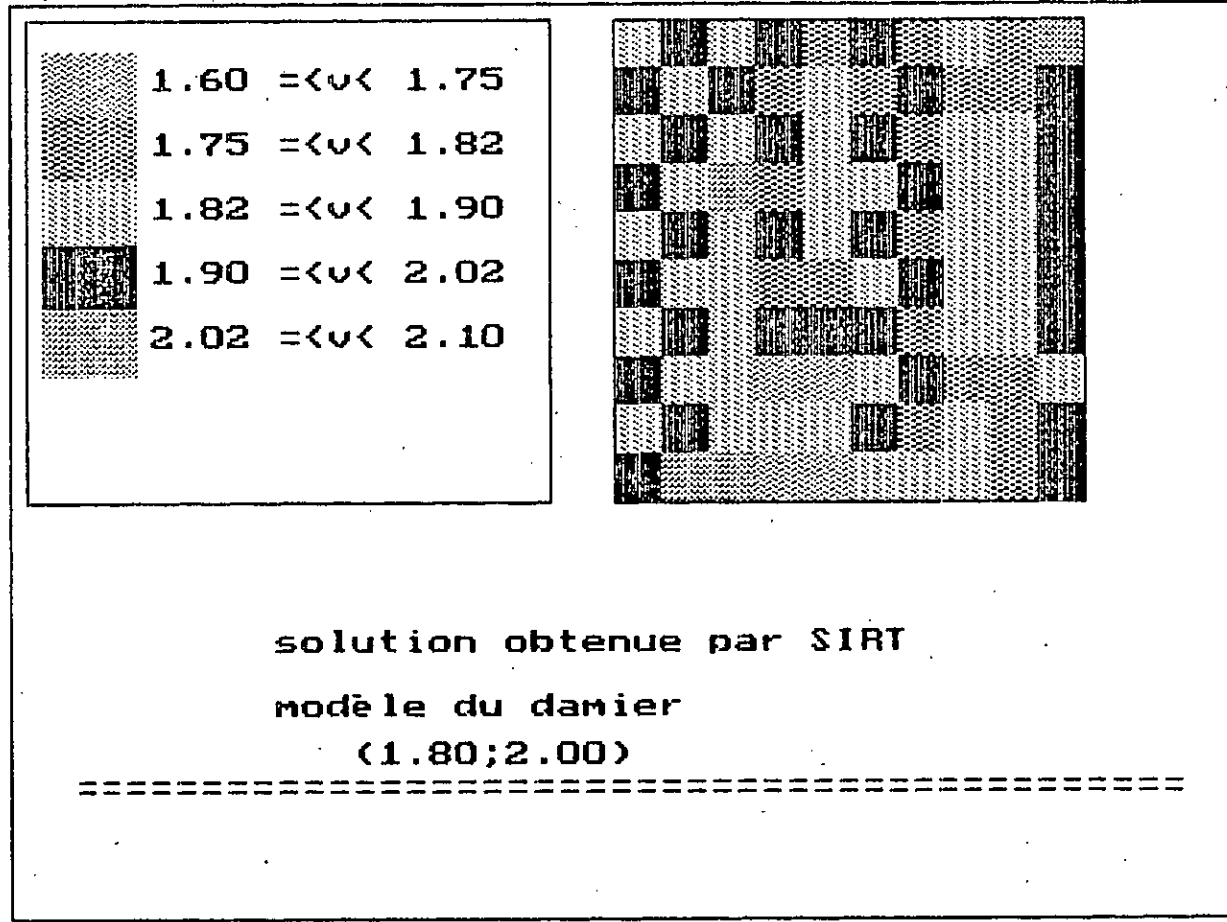
Le choix de ce modèle est fait pour tester la capacité de ces méthodes d'inversion sur des modèles difficiles à reconstruire comme celui du damier. Cette difficulté est évidente par rapport aux modèles précédents. Cependant il est indéniable que la meilleure solution est donnée par LSQR, même si les effets de bord sont ici plus prononcés.

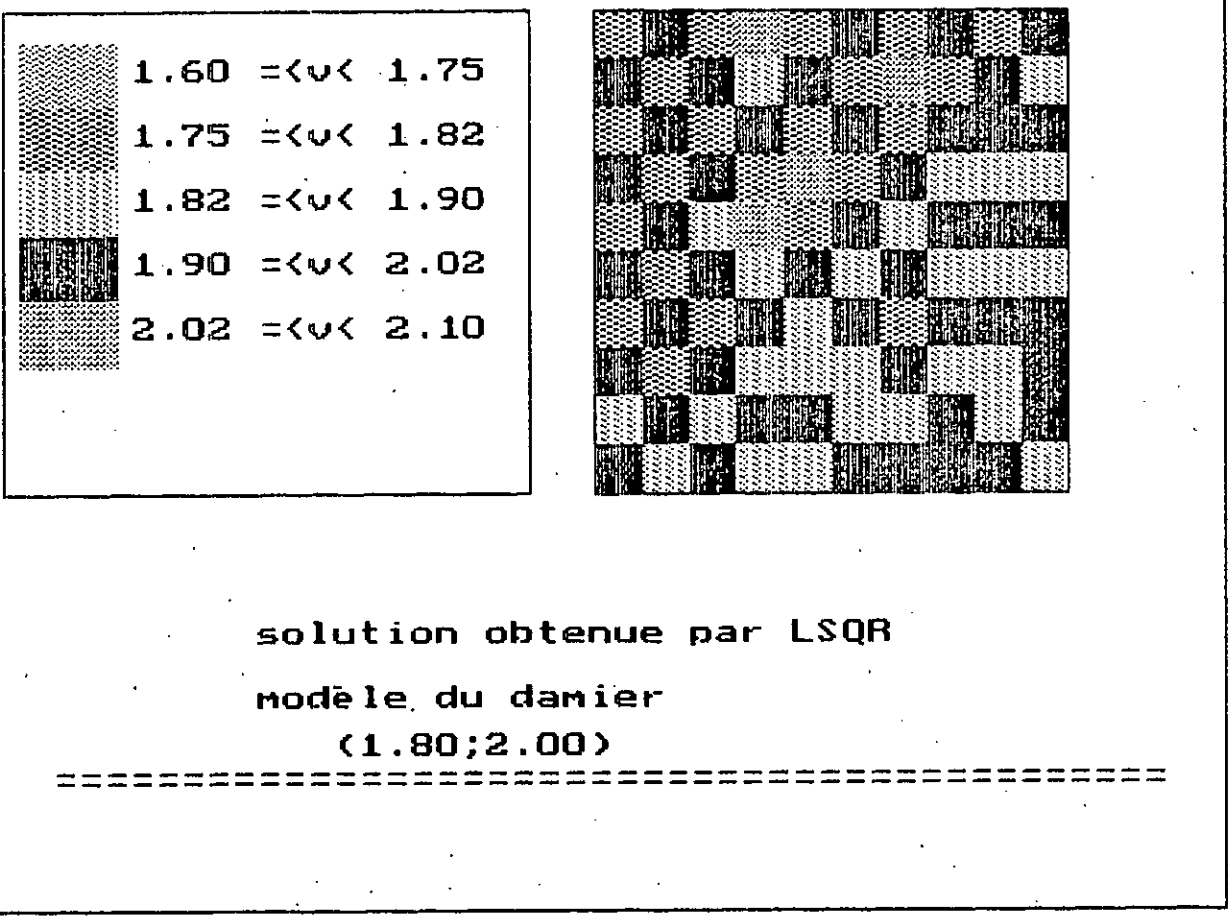
L'inversion par SIRT et LSQR est refaite pour le même type de modèles présentés dans le cas 1,2,3, en choisissant cette fois un contraste de vitesse plus grand que pour les cas précédents.

D'une manière générale les observations précédentes restent valables. L'écart de vitesse accentue cependant la difficulté de résolution.









CAS 4: UNE ANOMALIE CENTREE(5.2;5.8):

5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2
5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2
5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2
5.2	5.2	5.2	5.8	5.8	5.8	5.8	5.2	5.2	5.2
5.2	5.2	5.2	5.8	5.8	5.8	5.8	5.2	5.2	5.2
5.2	5.2	5.2	5.8	5.8	5.8	5.8	5.2	5.2	5.2
5.2	5.2	5.2	5.8	5.8	5.8	5.8	5.2	5.2	5.2
5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2
5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2
5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2	5.2

Modèle introduit centré (5.2;5.8)

5.20	5.19	5.20	5.08	5.14	5.34	5.10	5.12	5.15	5.47
5.20	5.19	5.22	5.09	5.09	5.34	5.09	5.18	5.08	5.42
5.21	5.20	5.20	5.08	5.07	5.41	5.15	5.09	4.99	5.48
5.22	5.23	5.26	5.53	5.58	5.70	5.61	5.41	5.17	5.41
5.21	5.25	5.38	5.56	5.65	5.56	5.49	5.40	5.36	5.34
5.22	5.28	5.42	5.55	5.60	5.39	5.52	5.47	5.39	5.33
5.22	5.33	5.51	5.51	5.45	5.37	5.56	5.54	5.40	5.22
5.19	5.38	5.48	5.01	494	4.88	5.06	5.22	5.38	5.23
5.23	5.40	5.36	4.95	4.93	5.30	4.97	5.11	5.29	5.27
5.32	5.48	5.59	4.71	4.71	5.65	4.86	4.86	5.07	5.35

Solution obtenue après 20 itérations par SIRT

5.19	5.18	5.17	5.14	5.23	5.25	5.25	5.23	5.28	5.23
5.21	5.22	5.17	5.09	5.16	5.20	5.20	5.27	5.29	5.23
5.24	5.25	5.18	5.04	5.12	5.16	5.21	5.26	5.25	5.27
5.19	5.28	5.29	5.57	5.68	5.62	5.64	5.46	5.33	5.31
5.21	5.25	5.39	5.58	5.64	5.64	5.46	5.41	5.40	5.37
5.20	5.26	5.46	5.59	5.62	5.55	5.48	5.43	5.42	5.35
5.17	5.29	5.48	5.64	5.55	5.53	5.57	5.52	5.37	5.35
5.14	5.33	5.36	5.11	5.07	5.09	5.15	5.22	5.31	5.33
5.17	5.32	5.18	5.16	5.16	5.16	5.16	5.20	5.29	5.29
5.23	5.18	5.18	5.20	5.20	5.20	5.20	5.20	5.18	5.26

Solution obtenue après 5 itérations par LSQR

5.19	5.20	5.20	5.17	5.21	5.20	5.23	5.21	5.21	5.18
5.21	5.19	5.20	5.15	5.21	5.18	5.22	5.23	5.25	5.18
5.20	5.20	5.23	5.12	5.21	5.16	5.17	5.28	5.24	5.20
5.21	5.20	5.28	5.65	5.78	5.78	5.64	5.33	5.26	5.22
5.20	5.18	5.36	5.65	5.73	5.78	5.56	5.38	5.26	5.25
5.21	5.15	5.40	5.68	5.70	5.70	5.57	5.39	5.28	5.26
5.21	5.16	5.39	5.74	5.68	5.60	5.58	5.38	5.29	5.29
5.20	5.19	5.35	5.12	5.15	5.02	5.05	5.33	5.35	5.26
5.21	5.26	5.27	5.14	5.07	5.11	5.15	5.20	5.34	5.28
5.19	5.36	5.20	5.10	5.10	5.13	5.19	5.19	5.20	5.38

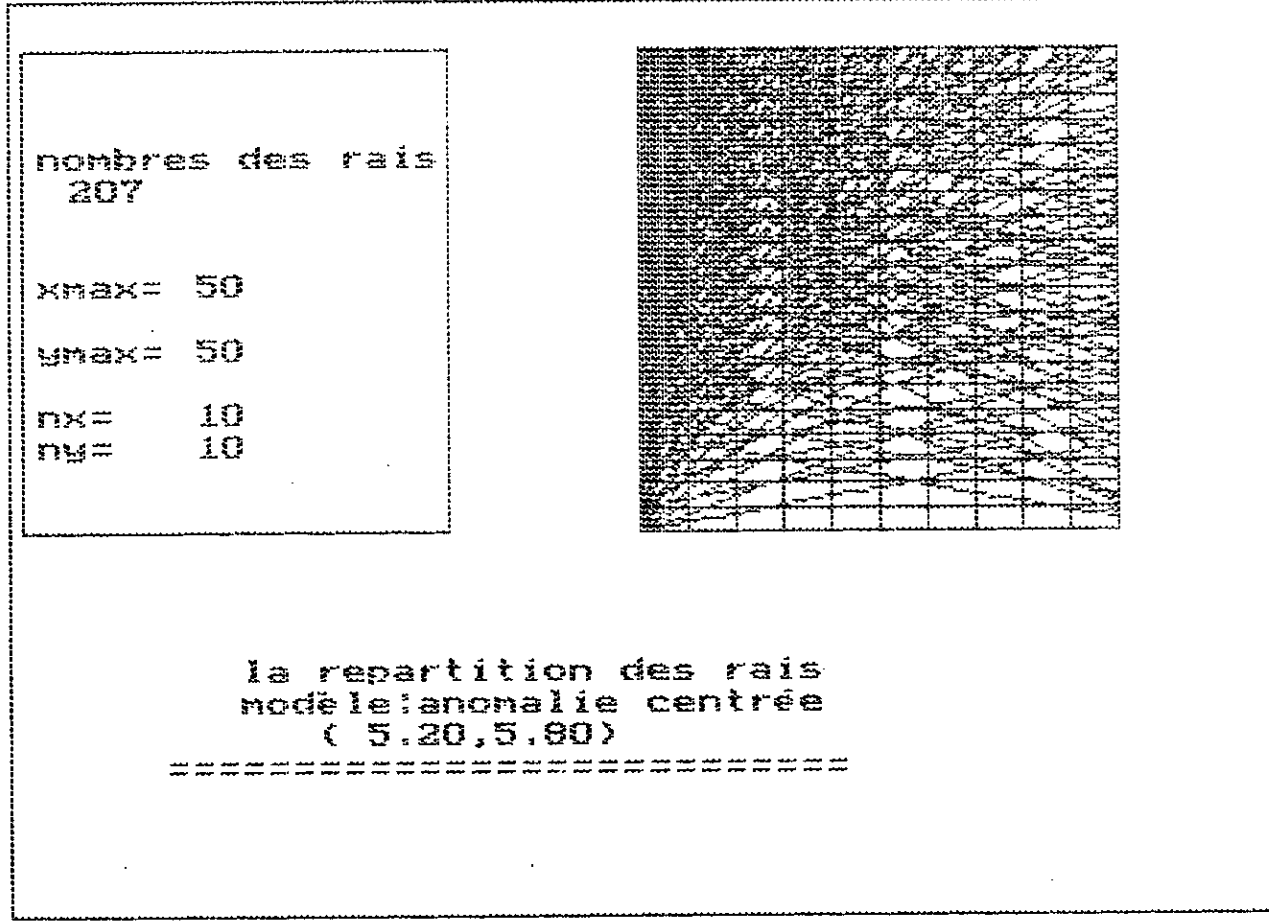
Solution obtenue après 20 itérations par LSQR

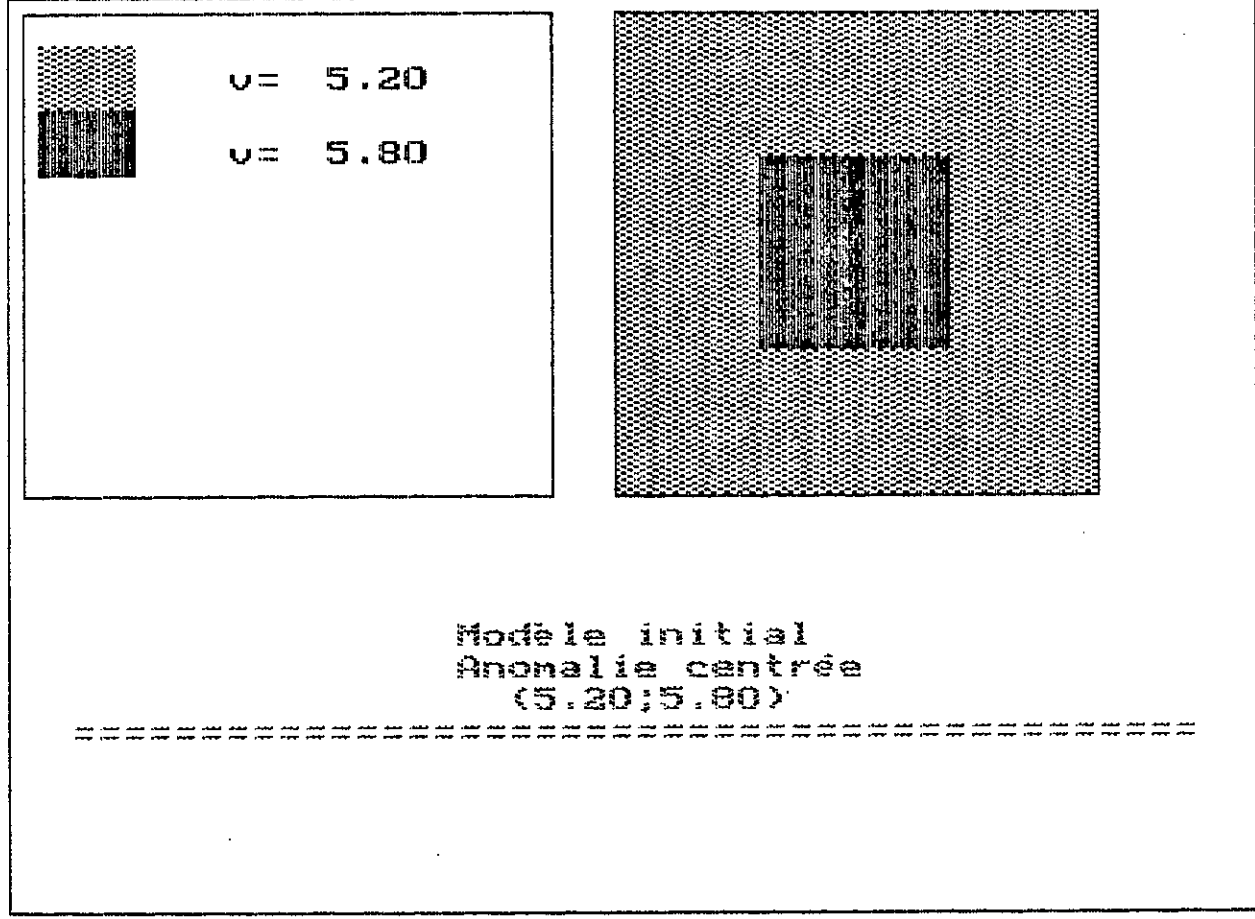
5.20	5.20	5.21	5.18	5.21	5.21	5.19	5.21	5.18	5.21
5.20	5.19	5.21	5.19	5.19	5.25	5.16	5.22	5.21	5.20
5.20	5.19	5.21	5.18	5.16	5.30	5.15	5.20	5.20	5.21
5.21	5.19	5.23	5.77	5.66	5.98	5.69	5.27	5.15	5.25
5.20	5.18	5.26	5.83	5.59	5.98	5.66	5.29	5.22	5.20
5.21	5.17	5.27	5.86	5.60	5.86	5.70	5.32	5.19	5.23
5.21	5.16	5.27	5.88	5.60	5.79	5.72	5.35	5.18	5.23
5.19	5.12	5.33	5.18	5.13	5.18	5.16	5.29	5.23	5.19
5.24	5.10	5.32	5.09	5.16	5.29	5.20	5.19	5.28	5.17
5.23	5.16	5.26	5.15	5.15	5.18	5.23	5.23	5.17	5.23

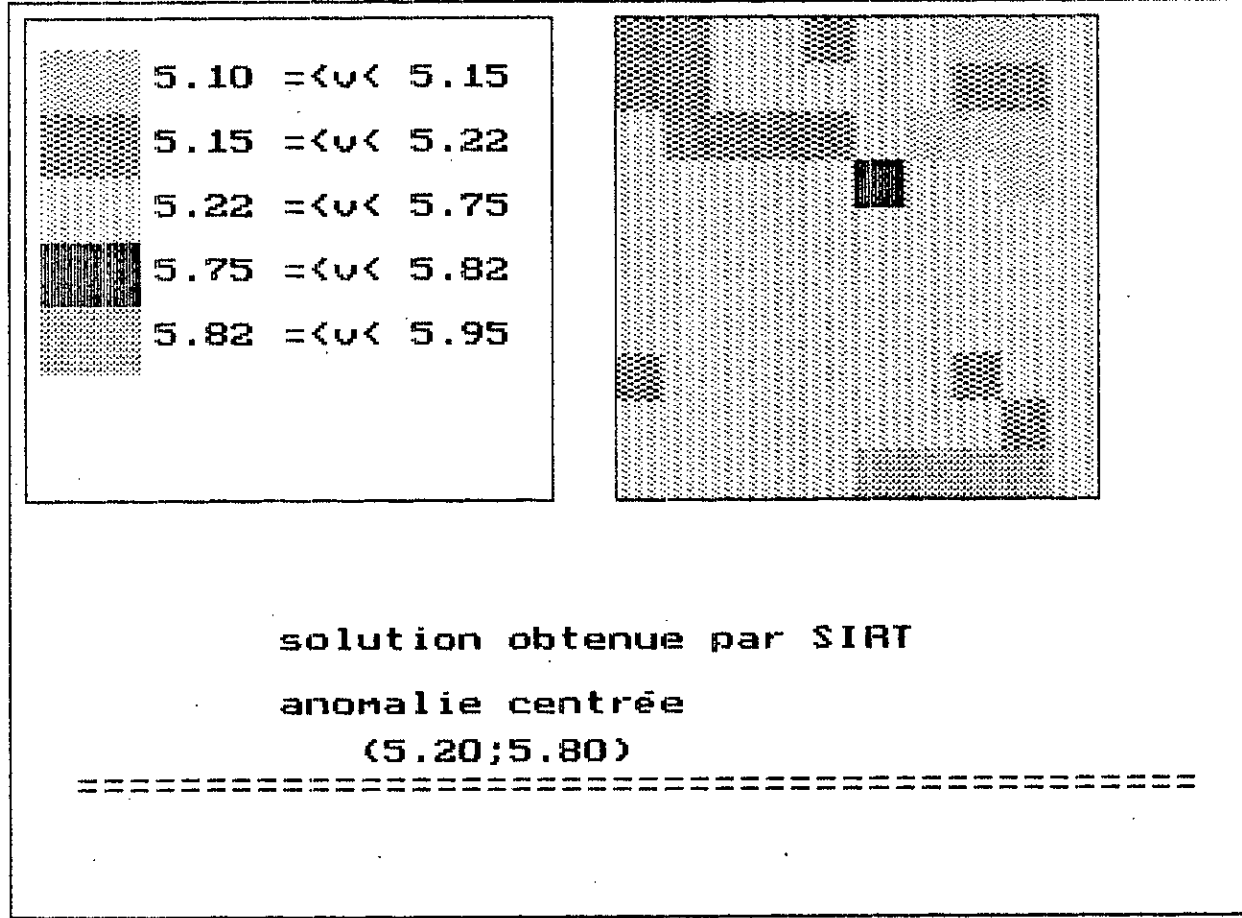
solution obtenue après 100 itération par LSQR

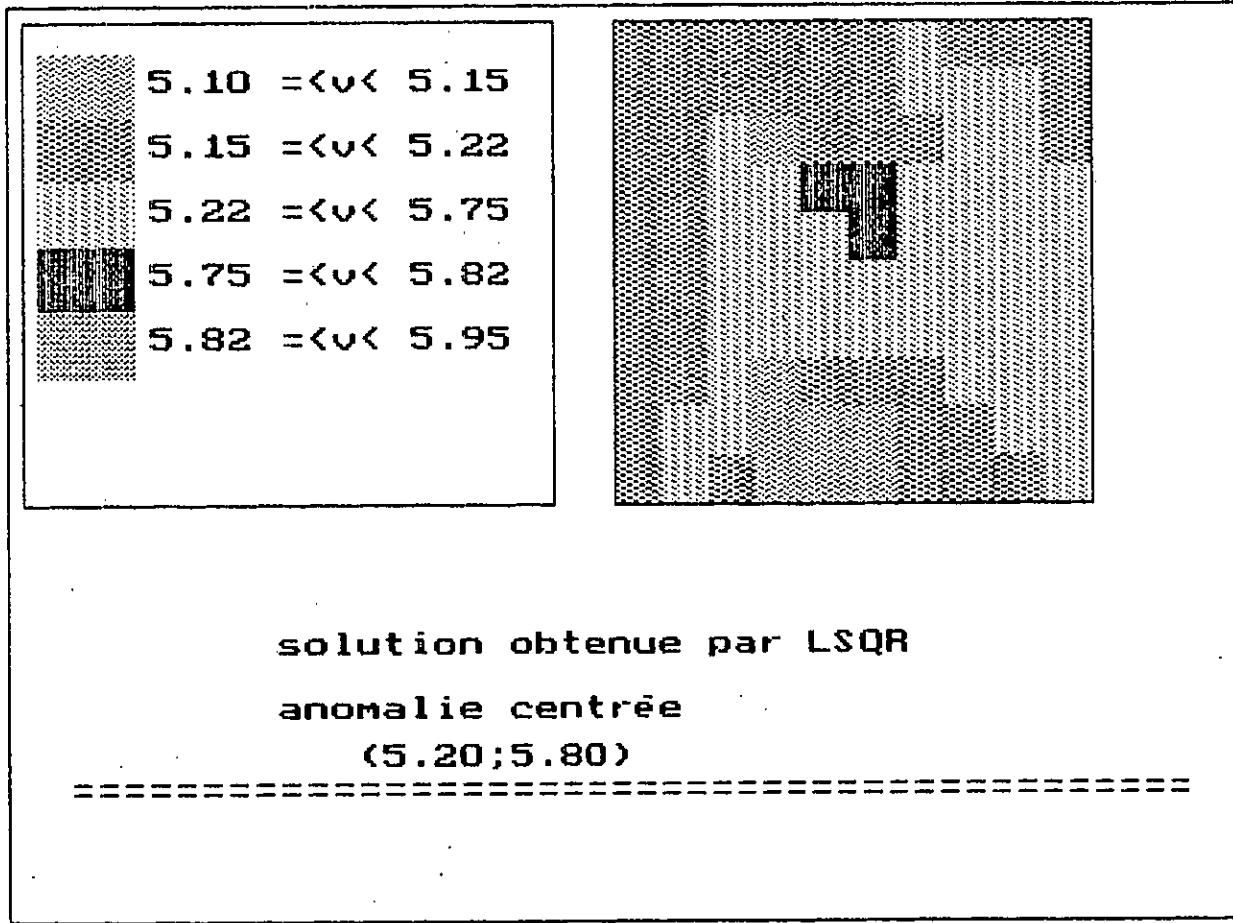
47	44	37	30	27	25	20	15	16	11
46	43	41	31	26	26	19	17	14	9
47	41	39	30	24	22	16	13	12	9
46	40	39	31	25	23	16	14	15	11
44	36	35	28	23	21	15	13	13	11
40	31	29	22	17	19	15	13	13	11
39	29	25	16	12	15	13	14	15	11
34	22	17	10	8	10	8	10	12	9
27	14	11	8	7	10	7	9	11	9
17	7	5	3	3	4	3	3	5	7

La densité des rais dans chaque cellule.









CAS 5: MODELE DU DAMIER (5.20;5.80) :

5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80
5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20
5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80
5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80
5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20
5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80
5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80
5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20
5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80
5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20	5.80	5.20

Modèle initial (5.20;5.80)

5.19	5.84	5.20	5.92	5.18	5.73	5.26	5.82	5.23	5.71
5.79	5.12	5.72	5.29	5.71	5.18	5.78	5.27	5.57	5.61
5.17	5.90	5.18	5.89	5.19	5.74	5.19	5.60	5.59	5.59
5.79	5.22	5.59	5.23	5.72	5.18	5.70	5.50	5.49	5.50
5.23	5.85	5.33	5.85	5.05	5.63	5.49	5.55	5.55	5.56
5.76	5.14	5.69	5.28	5.69	5.34	5.59	5.49	5.49	5.49
5.20	5.80	5.32	5.57	5.55	5.57	5.30	5.53	5.54	5.55
5.73	5.21	5.62	5.46	5.45	5.49	5.57	5.33	5.55	5.55
5.27	5.64	5.49	5.51	5.51	5.50	5.50	5.50	5.33	5.58
5.64	5.46	5.47	5.48	5.49	5.51	5.52	5.52	5.52	5.32

Solution obtenue après 5 itérations par LSQR

5.20	5.82	5.19	5.80	5.21	5.80	5.18	5.76	5.19	5.85
5.80	5.20	5.81	5.19	5.80	5.22	5.84	5.23	5.65	5.24
5.20	5.80	5.21	5.80	5.18	5.80	5.24	5.55	5.58	5.58
5.79	5.19	5.80	5.19	5.82	5.16	5.91	5.37	5.36	5.37
5.21	5.79	5.21	5.81	5.17	5.74	5.28	5.55	5.57	5.57
5.79	5.21	5.81	5.17	5.83	5.14	5.92	5.41	5.36	5.35
5.22	5.79	5.24	5.63	5.29	5.81	5.23	5.50	5.60	5.61
5.78	5.22	5.90	5.17	5.57	5.40	5.75	5.22	5.42	5.51
5.22	5.79	5.26	5.52	5.43	5.55	5.39	5.66	5.34	5.72
5.74	5.26	5.80	5.42	5.37	5.28	5.41	5.72	5.72	5.18

Solution obtenue après 100 itérations par LSQR

5.32	5.79	5.25	5.74	5.14	5.81	5.14	5.43	5.08	6.00
5.59	5.27	5.63	5.22	5.51	5.15	5.67	5.23	5.23	5.79
5.37	5.73	5.29	5.69	5.26	5.77	5.13	5.36	5.37	5.77
5.59	5.28	5.72	5.23	5.46	5.18	5.62	5.34	5.32	5.64
5.42	5.75	5.34	5.70	5.24	5.76	5.04	5.34	5.37	5.77
5.58	5.29	5.89	5.23	5.37	5.21	5.54	5.33	5.32	5.63
5.43	5.71	5.32	5.56	5.52	5.67	5.07	5.30	5.34	5.74
5.64	5.41	6.02	5.02	5.17	5.34	5.53	5.22	5.35	5.51
5.46	5.85	5.27	5.46	5.40	5.71	5.22	5.25	5.20	5.62
5.78	5.91	6.61	4.57	4.74	5.18	5.27	5.41	5.41	5.72

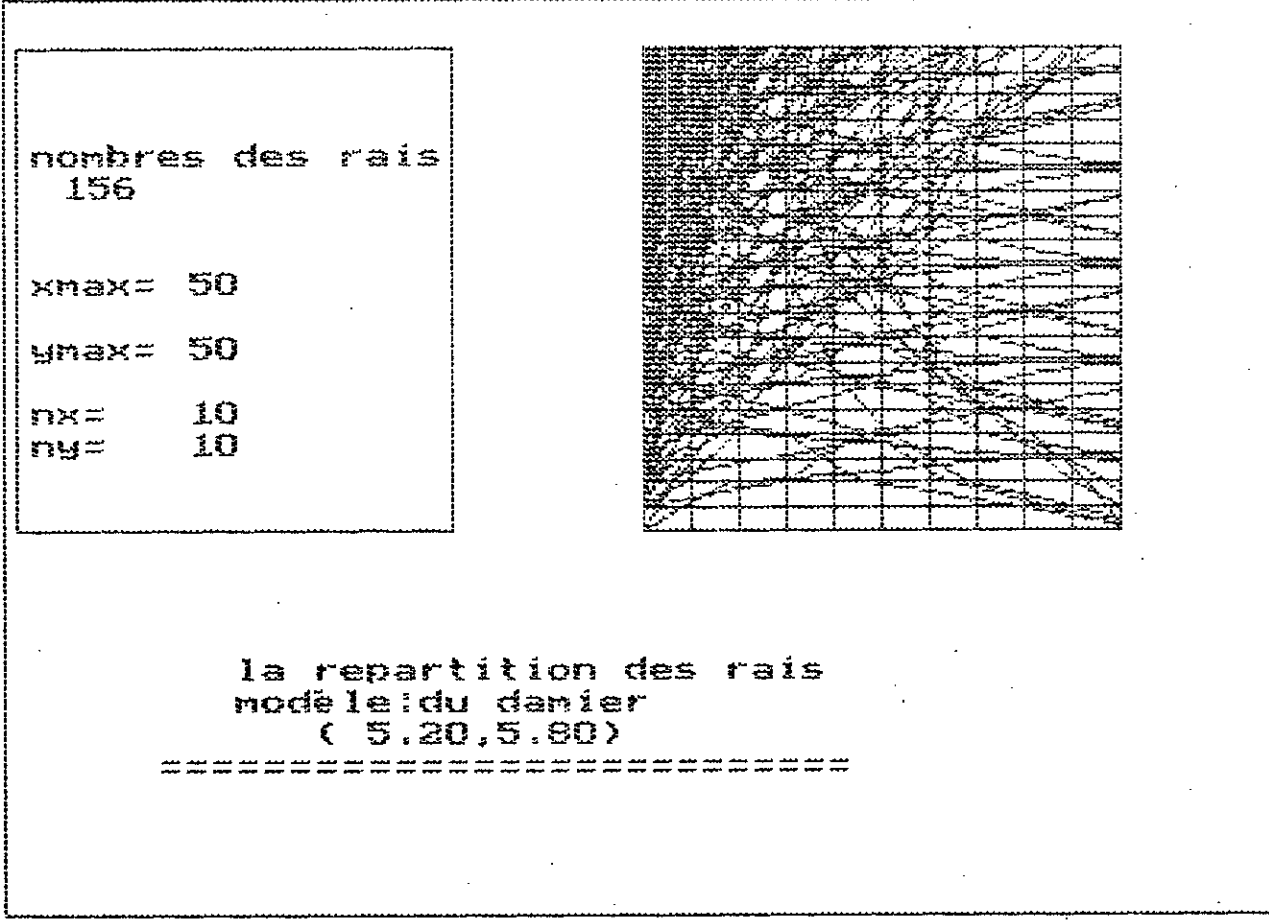
Solution obtenue après 20 itération par SIRT

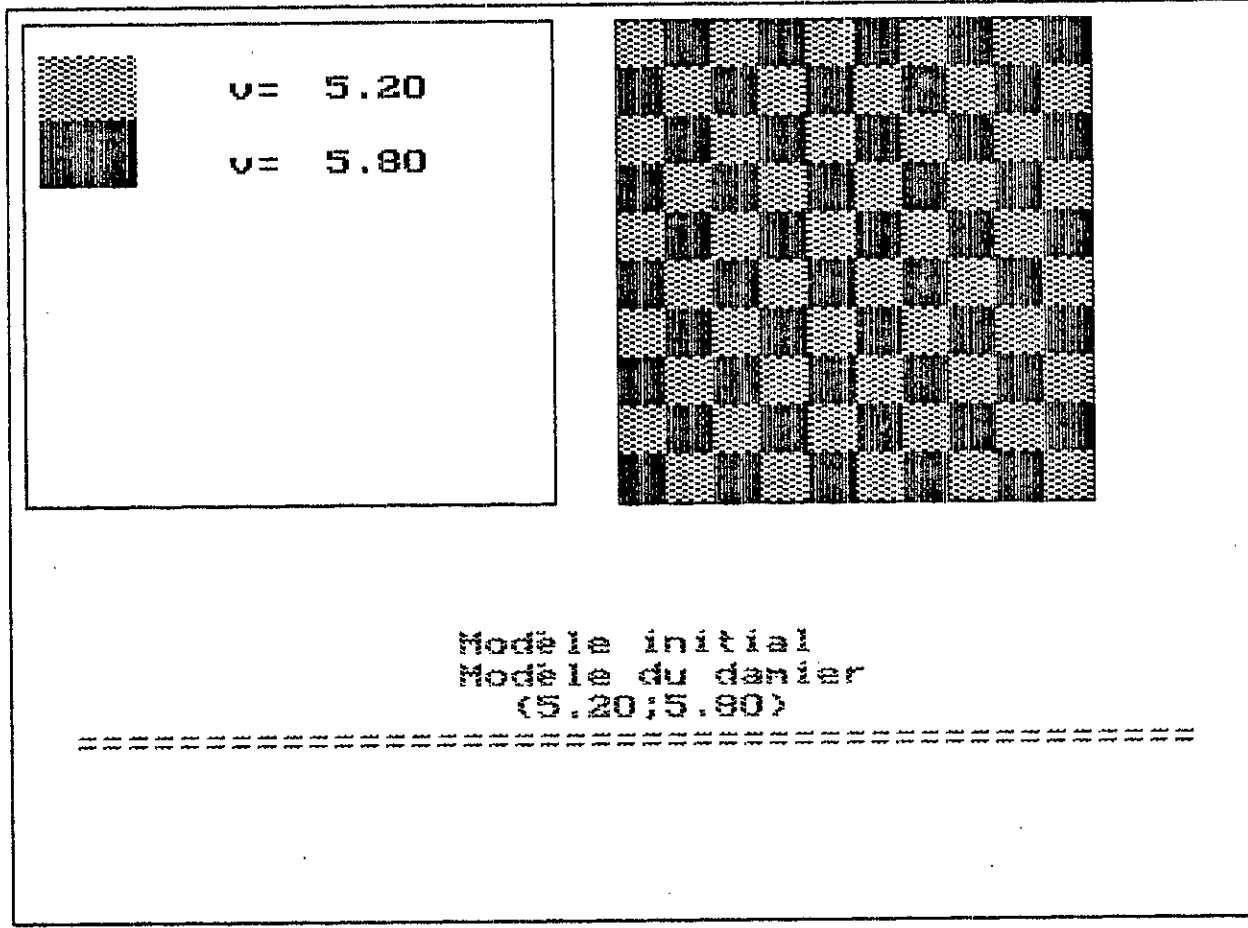
5.20	5.82	5.19	5.87	5.16	5.76	5.21	5.82	5.18	5.81
5.80	5.18	5.77	5.32	5.81	5.09	5.87	5.25	5.48	5.48
5.21	5.82	5.22	5.83	5.21	5.79	5.12	5.60	5.58	5.58
5.79	5.21	5.71	5.20	5.86	5.14	5.87	5.40	5.38	5.38
5.21	5.78	5.26	5.89	5.11	5.75	5.30	5.53	5.55	5.55
5.77	5.22	5.69	5.22	5.83	5.21	5.80	5.42	5.38	5.38
5.23	5.74	5.34	5.60	5.45	5.74	5.09	5.54	5.59	5.59
5.73	5.25	5.71	5.41	5.43	5.38	5.69	5.25	5.53	5.50
5.31	5.64	5.31	5.53	5.48	5.56	5.47	5.49	5.33	5.74
5.68	5.39	5.59	5.40	5.40	5.40	5.51	5.58	5.57	5.32

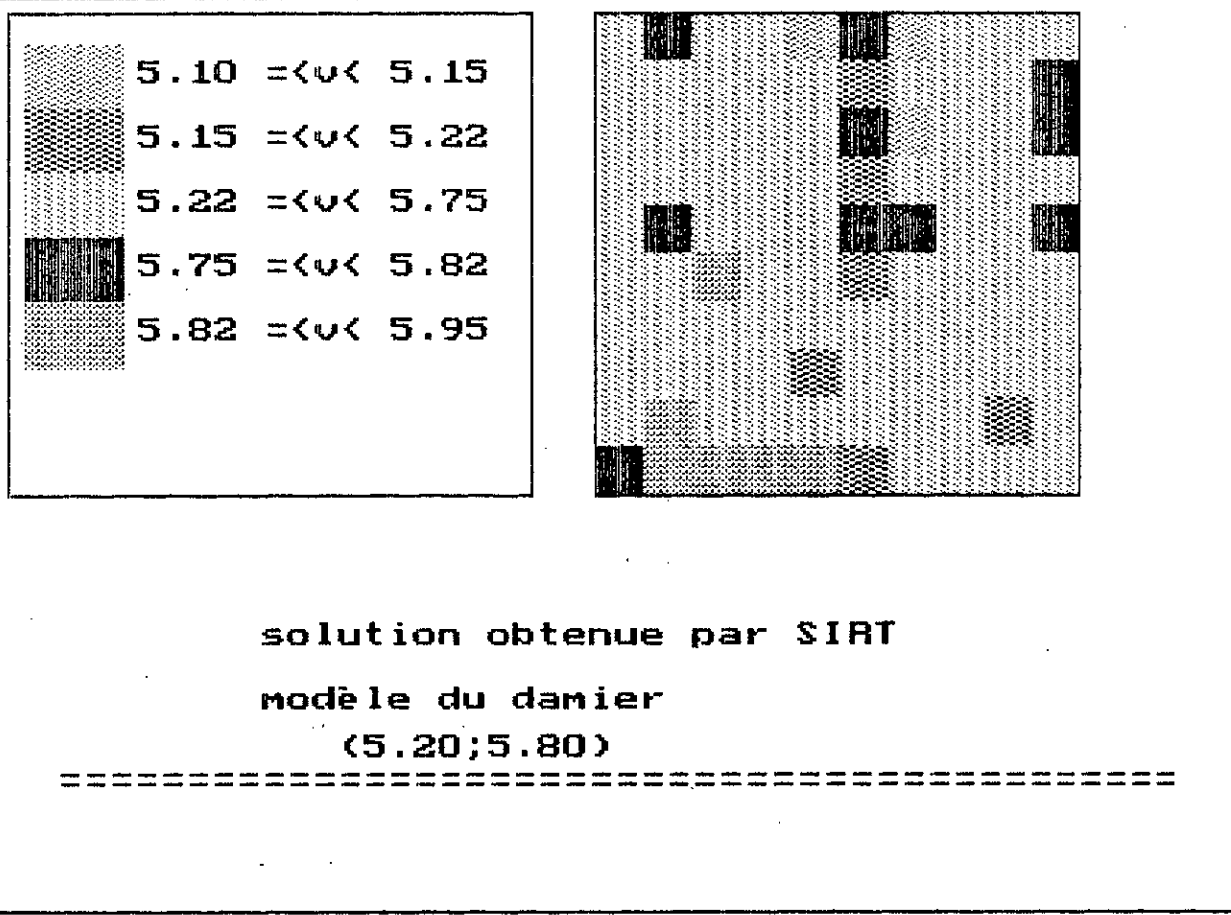
Solution obtenue après 20 itérations par LSQR

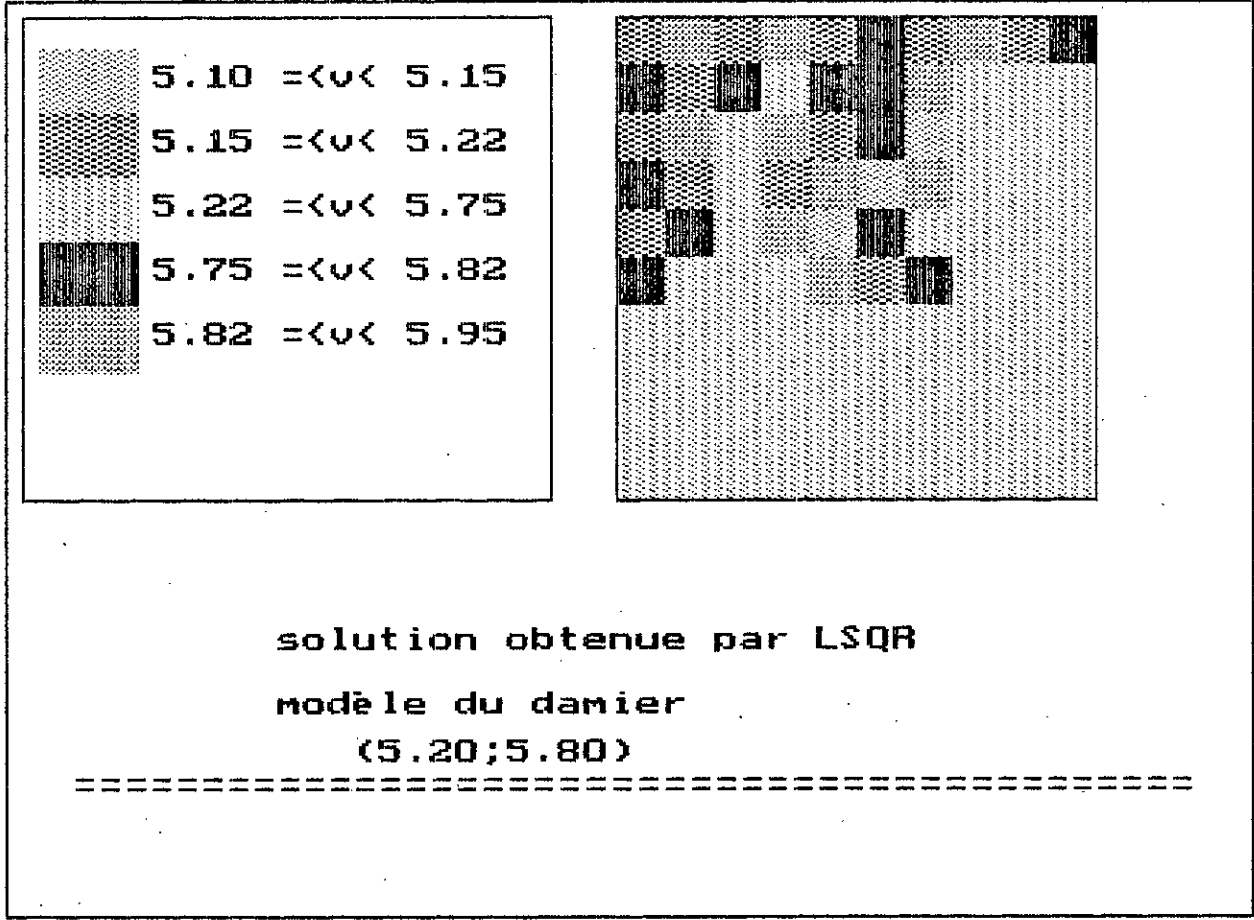
43	36	28	23	21	17	14	11	9	7
41	41	27	20	16	14	15	13	7	5
35	34	27	24	19	17	13	8	6	6
36	31	18	19	17	13	11	8	6	6
32	22	20	20	21	14	6	6	6	6
29	21	15	13	13	10	8	8	6	6
25	17	17	14	11	12	10	7	6	6
22	18	11	4	7	7	10	11	7	6
18	10	7	7	8	7	6	7	8	7
9	4	3	2	3	3	5	5	6	8

La densité des rais dans chaque cellule.









Conclusion

La résolution augmente avec le nombre d'itérations .

Pour les modèles du Damier , la résolution est difficile à atteindre .

L'effet de bord remarqué pour SIRT est moins important que pour LSQR.

La convergence est plus rapide avec la méthode LSQR . Ceci a été démontré par l'étude de [Van der Sluis, Van der Vorst, 1987].

CONCLUSION GENERALE

Le procédé de détermination automatique des vitesses sismiques entre puits par transmission (**tomographie**) peut être appliqué au Génie civil, à l'hydrogéologie et à l'exploitation minière. Il peut, par des mesures entre galeries ou des mesures galeries-surface, donner des indications précieuses sur les hétérogénéités latérales et verticales, et sur les qualités mécaniques des terrains et des recouvrements. Cependant, elle est très coûteuse, son utilisation est très exigeante en terme de précision de données aussi bien qu'en terme de capacité de mémoire d'ordinateur.

En fait, elle nécessite un grand nombre de mesures pour augmenter sa fiabilité. Plus les données sont nombreuses, plus l'effet des erreurs de ces données sont réduites, meilleure est la solution obtenue.

Nordquist (1962), Endgall and Gust (1966), James et al (1969), ont constaté que la méthode des équations normales habituellement utilisée pour la résolution de tels systèmes donnait un résultat qui dépend du nombre de stations et la distribution de celles-ci en distance et en azimuth. Cette manifestation d'instabilité dans les paramètres se traduit par:

une variation significative lorsque différentes stations sont utilisées.

une faible dépendance de la solution envers le modèle de vitesse utilisé.

Le mieux pour avoir une solution correcte, serait de disposer d'un réseau à bonne couverture azimuthale et présentant un contrôle en distance

Cela nous amène à inverser des matrices très grandes, et la méthode des équations normales qui consiste à inverser des matrices est difficilement applicable.

Pour cela d'autres méthodes de résolutions ont été mises au point, telles que SIRT et LSQR.

Pour comparer ces méthodes entre elles, nous avons généré des données synthétiques relatives à trois modèles de vitesses: le modèle de l'anomalie centrée, le modèle de deux anomalies localisées et celui du damier.

La comparaison entre les solutions obtenues par les deux méthodes, SIRT et LSQR, montre que la résolution par LSQR est meilleure que celle de SIRT.

La reconstruction des modèles du damier ainsi que les modèles présentant un contraste de vitesse très important est difficile à atteindre.

L'effet de bord remarqué pour SIRT est moins important pour LSQR.

ANNEXE

```

c      program lsqr
      Dimension U(380),v(100),r(380),x(100),A(380,100),w(100),t(380),
1 tL1(380),so(100),v1(100)
c      NIT, nombre d' iterations, N nombre de donnees, M de modeles
c      U vecteur construit dans l espace des donnees, contient initialement
c      les donnees, V dans l espace des modeles
c      beta et alpha normalise respectivement U et V
c      on commence par calculer les premiers U et V
c      A(N,M) matrice des longueurs de rais
c      X(I) solution de AX=d
      write(*,*) 'entrer nombre de rais, nombre de blocs'
      read(*,*) N,M
      write(*,*) 'Entrer la vitesse du modèle initial'
      read(*,*) VM
c-----Définition du modèle initial-----
      do 55 i=1,m
      so(i)=1/VM
55 continue
c-----Initialisation de la matrice A-----
      DO 91 I=1,N
      DO 92 J=1,M
      A(I,J)=0.
92 continue
91 continue
      open(1,file='li.dat', status='unknown')
      open(2,file='result5.dat', status='unknown')
      do 50 k=1,N
      read(1,*) i,t(i),tL1(i),nc
      r(i)=t(i)
      do 65 k1=1,nc
      read(1,*) (j,a(i,j))
      r(i)=r(i)-a(i,j)*so(j)
65 continue
50 continue
      close(1)
      do 75 i=1,N
      u(i)=r(i)
75 continue
      do 1 I=1,M
      V(I)=0.
      x(I)=0.
1 continue
c-----la boucle itérative-----
      write(*,*) 'entrer le nombre d iteration'
      read(*,*) NIT
c-----
      call normlz(n,U,beta)
c-----b1=beta-----
      call ATupv(N,M,U,V,A)
      call normlz(M,V,alpha)
      rho=alpha
      phi=beta
      do 11 I=1,M
      w(I)=v(I)
11 continue
c-----
      DO 8 Ik=1,NIT
      alf=-alpha

```

```

DO 9 I=1,N
U(I)=alf*U(I)
9 continue
call avpu(N,M,U,V,A)
call normlz(N,U,beta)
b=-beta
DO 10 I=1,M
V(I)=b*V(I)
10 continue
call atupv(N,M,U,V,A)
call normlz(M,V,alpha)
rho=sqrt(rhobar*rhobar+beta*beta)
c=rhobar/rho
s=beta/rho
teta=s*alpha
rhobar=-c*alpha
phi=c*phibar
phibar=s*phibar
t1=phi/rho
t2=-teta/rho
DO 12 I=1,M
X(I)=X(I)+t1*w(I)
w(I)=t2*w(I)+V(I)
c   so(i)=so(i)+x(i)
c   v1(i)=1/so(i)
12 continue
8   continue
do 14 I=1,M
so(I)=so(I)+x(I)
V1(I)=1/so(I)
14 continue
write(2,23) (v1(i),i=1,m)
write(*,23) (V1(I),I=1,M)
23 format (10(f6.2,1x))
write(*,*) IK
write(2,*) ik
24 format (I3)

pause
close(2)
stop
end

```

```

c-----
subroutine atupv(N,M,U,V,A)
Dimension A(380,100),U(380),V(100)
do 4 I=1,M
do 5 J=1,N
V(I)=V(I)+A(J,I)*U(J)
5 continue
4 continue
return
end

```

```

c-----
subroutine avpu(N,M,U,V,A)
Dimension A(380,100),U(380),V(100)
DO 6 I=1,N
do 7 J=1,M
U(I)=U(I)+A(I,J)*V(J)
7 continue
6 continue

```

```
return  
end
```

c-----

```
subroutine normlz(L,Y,xnr)  
dimension y(380)  
xnr=0.  
do 2 I=1,L  
xnr=xnr+Y(I)**2  
2 continue  
xnr=sqrt(xnr)  
do 3 I=1,L  
Y(I)=y(i)/xnr  
3 continue  
return  
end
```

bibliographie

Baddari. K et Djeddi. M 1994, Elements de sismologie, office des publications universitaires, 465 pages . 1994.

Beghoul.N et Barazangi.M 1989, Mapping high velocity beneath the colorado plateau constraints uplift modeles .Journal of geophysical research, vol 94, No B6. P 7083-7104. 1989.

Bois.P et al 1970, Essai de determination automatique des vitesses sismiques par mesures entre puits ,geophysical prospecting 1, P 42-83, Mai 1970.

Brzostowski.M.A and George .A, Mc Mechan.G.A 1992 3-D tomographic imaging of near surface seismic velocity and attenuation . Geophysics , Vol 57, No 3 . P 396-403. March 1992.

Delannoy C 1994 , Programmer en Turbo-Pascal 7.0. 1994, editions Berti, 350 pages, 1994.

Dines.K.A and Jeffrey Lytle 1979 , computerized geophysical tomography . Proceeding of the IEEE, Vol 67, No 7, July 1979.

Hearn.T.M and Clayton.R.W 1986 , Lateral velocity variations in southern California , results for the lower crust from Pn waves,bulletin of the seismological society of America, Vol 76, No 2.P 511-520 Avril 1986.

Laporte.M et al 1973, Mesures sismiques par transmission application au génie civil .Geophysical prospecting 21 . P 146-157. 1973.

bibliographie

Le Meur.H 1994 , tomography tridimensionnelle à partir des temps de premières arrivées des ondes P et S , application à la region de Patras (Grèce) . Thèse de doctorat, Paris VII . 1994.

Nolet.G 1985 , solving or resolving inadequate and noisy tomographic systems , journal of computational. Physics 61. P 463-482. 1985.

Nolet.G 1987, seismic wave propagation and seismic tomography , in , seismic tomography , ed nolet, G.Reidel, dordrecht. 1987.

Van der Sluis ed Van der Vorst 1987, Numerical solution of large sparse linear algebraic systems arising from tomographic problems. seismic tomography. P 49-83. 1987.

Titem.Y 1994, Tomographie sismique par l'agorithme itératif d'inversion simultanée, projet de fin d'étude, E.N.P, 1994