

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



Département de génie mécanique

**Mémoire de master
en Génie Mécanique**

THÈME :

**Extension de l'optimisation de l'espace de travail
d'un robot parallèle à 3 câbles au domaine 3D.**

Présenté par :

Oualid ATMANI

Soutenu devant le jury composé de:

Mr.M. TAZI

MA.A. ENP (Promoteur)

Mr.M. BOUAZIZ

Professeur. ENP (Promoteur)

Mr.B. KEBLI

Professeur. ENP (Président)

Mr.L. RIACHE

MA.A. ENP (Examineur)

Juin 2015

Ecole Nationale Polytechnique, 10, AV. Hassen Badi, El-Harrach, Algérie

Dédicaces

Je profite de cette occasion pour dédier ce modeste travail :

- + À celle qui m'est chère et qui m'a appris beaucoup....Ma mère ;*
- + À celui qui m'a appris comment affronter la vie en souriant...Mon père ;*
- + À Mes sœurs et frères ;*
- + À toute ma famille et mes proches ;*
- + À tous mes amis chacun par son nom ;*
- + À tous ceux que j'aime et qui m'aiment ;*
- + À tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin.*

Qualid

Remerciements

Avant tout, je remercie ALLAH tout puissant de nous avoir donné la volonté et le courage de mener à bien ce travail.

Je remercie sincèrement monsieur M. BOUAZIZ et Monsieur M.TAZI, de m'avoir dirigé et aidé à achever ce travail aussi passionnant, qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde reconnaissance, pour leurs compétences, leurs encouragements et leurs précieux conseils durant ce travail.

J'exprime ma gratitude et mes vifs remerciements à monsieur, B.KEBLI, professeur et enseignant à l'école nationale polytechnique, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de soutenance.

Je remercie également monsieur, L.RIACHE, enseignant à l'école nationale polytechnique, d'avoir accepté d'examiner ce travail.

Enfin, je remercie vivement tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'accomplissement de ce travail.

ملخص

في هذه المذكرة نهدف لدراسة تركيبية تسمح لنا بالاستفادة المثلى من مساحة عمل روبوت مزود بثلاثة كابلات بالتوازي في مجال ثلاثي الأبعاد. من جهة يسمح بزيادة كبيرة في مساحة العمل، ومن جهة أخرى يهدف الى تقليص عدد الكابلات من اربعة الى ثلاثة. قمنا بالنمذجة التحليلية وبالمحاكاة. النتائج أثبتت أن التركيبة المقترحة تسمح بالاستفادة المثلى من مساحة عمل الروبوت.

كلمات مفتاحية : روبوت مزود بكابلات معلقة، الحل الأمثل، مساحة العمل، MATLAB

Résumé

A travers ce mémoire, on s'est proposé de faire l'étude d'un mécanisme permettant l'optimisation de l'espace de travail d'un robot parallèle à trois câbles au domaine 3D. D'une part, le mécanisme permet d'augmenter l'espace de travail, et d'autre part, réduire le nombre de câbles utilisé de quatre à trois. On a établi les différents modèles définissant le système, puis on a simulé et illustré les résultats. Les résultats obtenus démontrent que la configuration du robot proposée permet d'optimiser l'espace de travail de l'effecteur.

Mots clés : robots à câbles suspendus, volume de travail, optimisation, Matlab.

Abstract

Through this these, it was proposed to study a mechanism for optimizing the workspace of 3D field cable driven robot. Firstly, the study permit increasing of the workspace, and on the other part, reduce the number of cables used from four to three. The models defining the system was determined, then simulated and the results shown. The results show that the proposed configuration of the robot optimizes the workspace of the effector.

Keywords: cable driven robots suspended, workspace, optimization, Matlab.

Table des matières

Introduction générale.....	1
Chapitre I	
Généralités	
I-1 Introduction	2
I-2 Classification des robots à câbles.....	2
I-2-1 Classification basée sur le degré de redondance	2
I-2-2 Classification basée sur le nombre de degrés de liberté	5
I-3 Espace de travail	6
I-4 Objectifs et contributions du mémoire.....	6
Chapitre II	
Etude analytique	
II-1 Introduction.....	8
II-2 Présentation du mécanisme	8
II-3 Modélisation géométrique	10
II-3-1 Modèle Géométrique Inverse (MGI)	10
II-3-2 Modèle Géométrique Direct (MGD).....	10
II-4 Modélisation Cinématique.....	11
II-4-1 Modèle Cinématique Inverse (MCI).....	11
II-4-2 Modèle Cinématique Direct (MCD)	11
II-5 Modélisation Dynamique.....	12
II-5-1 Energie cinétique (E_C)	13
II-5-2 Energie potentielle (E_P).....	15
II-5-3 Energie de dissipation (D)	16
II-5-4 Forces agissant sur le système	16
II-5-5 Calcul de dérivées	17
II-6 Ecriture matricielle du modèle dynamique.....	20
II-7 Conclusion	22
Chapitre III	
Simulation avec Matlab	
III-1 Introduction	23
III-2 Simulation du modèle géométrique.....	23
III-2-1 Description du programme.....	23
III-2-2 Trajectoire rectiligne.....	24

III-2-3	Trajectoire hélicoidale	29
III-2-4	Commentaires.....	31
III-2	Simulation du modèle dynamique	31
III-3-1	Trajectoire rectiligne.....	32
III-3-2	Trajectoire hélicoidale	33
III-3-3	Commentaires.....	34
III-4	Conclusion.....	34
Conclusion générale		35
Bibliographie.....		36

Liste des figures

Figure I-1 : Manipulateur à 8 câbles pleinement contraint	3
Figure I-2 : Principe d'un modèle où l'effecteur est maintenu par une tige	3
Figure I-3 : Radiotélescope géant LAR avec force verticale exercée par un dirigeable	4
Figure I-4 : Principe d'un modèle où la force exercée sur l'effecteur est due à un vérin.....	4
Figure I-5 : Manipulateur à 8 câbles en mode suspendu	5
Figure II-1 : Schéma descriptif du robot étudié.....	9
Figure III-1 : Positions de l'effecteur et des câbles pour une trajectoire rectiligne variant selon un axe.	24
Figure III-2 : Longueurs des câbles pour une trajectoire rectiligne variant selon un axe.....	25
Figure III-3 : Positions de l'effecteur et des câbles pour une trajectoire rectiligne variant selon deux axes.	26
Figure III-4 :Longueurs des câbles pour une trajectoire rectiligne variant selon deux axes...27	
Figure III-5 : Positions de l'effecteur et des câbles pour une trajectoire rectiligne variant selon trois axes.	27
Figure III-6 : Longueurs des câbles pour une trajectoire rectiligne variant selon trois axes...28	
Figure III-7 : Positions de l'effecteur et des câbles pour une trajectoire hélicoïdale.....	29
Figure III-8 : Longueurs des câbles pour une trajectoire hélicoïdale.	30
Figure III-9 : Tensions dans les câbles pour une trajectoire rectiligne.	32
Figure III-10 : Couples moteurs pour une trajectoire rectiligne.	32
Figure III-11 : Tensions dans les câbles pour une trajectoire hélicoïdale.	33
Figure III-12 : Couples moteurs pour une trajectoire hélicoïdale.	33

Liste des tableaux

Tableau III-1 : Longueurs des câbles pour une trajectoire rectiligne variant selon un axe.....	25
Tableau III-2 : Longueurs des câbles pour une trajectoire rectiligne variant selon deux axes.....	26
Tableau III-3 : Longueurs des câbles pour une trajectoire rectiligne variant selon trois axes.....	28
Tableau III-4 : Longueurs des câbles pour une trajectoire hélicoïdale.	30

Nomenclature

Symbole	Définition
a	La longueur du bâti.
A_i	Les points de fixation.
b	La largeur du bâti.
β_i	L'angle de rotation de chaque poulie.
$\dot{\beta}_i$	La vitesse angulaire de chaque poulie.
$\ddot{\beta}_i$	L'accélération angulaire de chaque poulie.
c	La hauteur du bâti.
$[C]$	La matrice des coefficients de frottement.
C_i	Les coefficients de frottement.
D	L'énergie de dissipation.
E_C	L'énergie cinétique.
E_P	L'énergie potentielle.
(F_R)	Le vecteur des forces associées aux articulations.
g	L'accélération gravitationnelle.
$[J]$	La matrice d'inertie.
J_i	Le moment d'inertie de chaque poulie.
K	La constante de raideur du ressort.
L	Lagrangien du système.
L_i	Les longueurs des câbles.
L_{i0}	Les longueurs initiales des câbles.
ΔL_i	La variation des longueurs de câbles.
m	La masse de l'effecteur.
M	La masse de l'ensemble contenant le point 3.
$[M]$	La matrice jacobienne.
$[M^+]$	La pseudo-inverse de la matrice $[M]$.
$[m]$	La matrice de masse de l'organe terminal.
(\dot{P})	Le vecteur vitesse de l'organe terminal.
(\ddot{P})	Le vecteur d'accélération de l'organe terminal.

P^*	La puissance virtuelle.
(q)	Le vecteur des coordonnées articulaires.
r_i	Le rayon de chaque poulie.
τ_i	Les couples appliqués par les moteurs.
(T)	Le vecteur des tensions dans les câbles.
θ_i	Les angles entre les câbles et l'axe horizontal.
t_i	La tension dans le câble i .
ΔU	L'allongement du ressort.
v_e	La vitesse de l'effecteur.
(x_i, y_i, z_i)	Les coordonnées des points de fixation.
(x, y, z)	Les coordonnées de l'organe terminal.
$(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$	Les coordonnées de la vitesse de l'organe terminal.
$(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$	Les coordonnées de l'accélération de l'organe terminal.
ΔZ	Variation suivant la verticale.

Introduction générale

Introduction générale

Dans ce mémoire, il s'agit d'optimiser l'espace de travail d'un robot parallèle à 3 câbles suspendu au domaine 3D. C'est une suite à l'étude qui a été faite dans notre PFE et qui ne concernait que le modèle planaire. L'objectif principal est d'augmenter considérablement l'espace de travail du robot dont l'organe terminal supporte une charge non négligeable ; ce qui donne un effet important à la gravité terrestre. On envisage aussi de réduire le nombre de câbles qui tirent l'organe terminal de quatre à trois câbles. Pour ce faire, on s'est proposé d'étudier et de modéliser une nouvelle configuration dans laquelle un des 3 points de fixation des câbles est mobile selon l'axe horizontal.

Dans ce but, notre mémoire est organisé comme suit :

Le premier chapitre est consacré essentiellement à l'état de l'art sur les types de robots à câbles. Il traite des différents modèles de mécanismes à câbles, les définitions et les classifications des robots à câbles. Le dernier paragraphe de ce chapitre présente l'objet de cette étude et la description du sujet.

Le second chapitre comporte le développement analytique permettant de formuler les différents modèles : géométrie inverse et directe, cinématique inverse et directe et dynamique. Et enfin traduire le comportement dynamique du robot sous forme matricielle.

Le troisième chapitre porte sur la simulation et la vérification des différents modèles établis dans le chapitre II. On a utilisé le logiciel Matlab pour faire les calculs relatifs à cette modélisation et illustrer par des tableaux et des graphiques les configurations géométriques et les comportements dynamiques du mécanisme.

Chapitre I
Généralités

I-1 Introduction

Ce chapitre est consacré essentiellement à l'état de l'art sur les robots à câbles. Il traite en premier des différents modèles de mécanismes à câbles, selon leurs constitutions, leur géométrie et leurs modes d'action. Ce qui nous amène à énoncer les définitions et les classifications des robots parallèles à câbles. Le chapitre se termine par le choix du modèle qui sera traité tout le long de ce travail comme il définit l'objectif souhaité à travers ce mémoire.

I-2 Classification des robots à câbles

I-2-1 Une classification basée sur le degré de redondance

Cette classification des manipulateurs parallèles à câbles se base sur leur degré de redondance. En effet, un câble ne peut transmettre qu'un effort unidirectionnel (il ne peut que tirer, il ne peut pas pousser). Pour contrôler de façon complète n ddl, il faut au minimum $n + 1$ câbles [TSE.1998] ; ce sont des robots complètement contraints. On peut cependant concevoir des manipulateurs à n ddl avec n câbles ; mais ils seront dans ce cas sous-contraints. Dans ce dernier cas, on ne peut pas générer tous les efforts et il est nécessaire d'utiliser une force extérieure pour commander en position la plate-forme mobile et garder les câbles tendus [KHA. 2002].

De ce fait, on peut distinguer deux modes d'opération des manipulateurs parallèles entraînés par câbles ceux en configuration pleinement contrainte _entièrement contrôlés par les tensions dans les câbles_ et ceux dont le contrôle de l'ensemble de degrés de liberté nécessite une force supplémentaires aux tensions exercées par les câbles ; et qui sont dits sous-contraints.

I-2-1-1 Mode pleinement contraint

Un robot en mode pleinement contraint est dans une configuration où il peut générer des efforts dans toutes les directions grâce uniquement à l'effet des tensions dans les différents câbles. Pour qu'un robot à n degrés de liberté se retrouve dans ce mode, une condition nécessaire mais non suffisante est qu'il possède au moins $n + 1$ câbles [ROB. 1999]. Les câbles peuvent travailler les uns contre les autres et les tensions doivent donc être gérées en plus des longueurs de câbles dans le contrôle. Les câbles se trouvent ainsi de part et d'autre de la plate-forme, comme le montre la figure suivante :

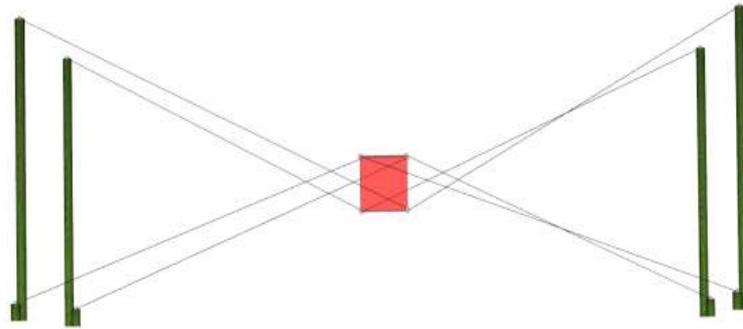


Figure I-1 : Manipulateur à 8 câbles en mode pleinement contraint [ROB. 1999]

I-2-1-2 Mode sous-contraint

L'ensemble des mouvements réalisés est dû non seulement aux efforts exercés par les câbles, mais aussi à une ou plusieurs forces extérieures. La force extérieure peut être une force qui tire vers le haut ou vers le bas ou qui peut agir dans les deux sens, comme elle peut être due à un appui pour la plateforme.

a) Force extérieure due à une action mécanique :

On cite dans ce paragraphe des exemples de robots à câbles dans l'espace 3D, avec différents cas d'application de la force extérieure.

- Effecteur maintenu par une tige :

Dans ce type de robots à câbles l'effecteur est relié à la base fixe par des câbles et est maintenu par une tige à articulation sphérique permettant la rotation. Ainsi, l'effecteur a trois degrés de liberté.

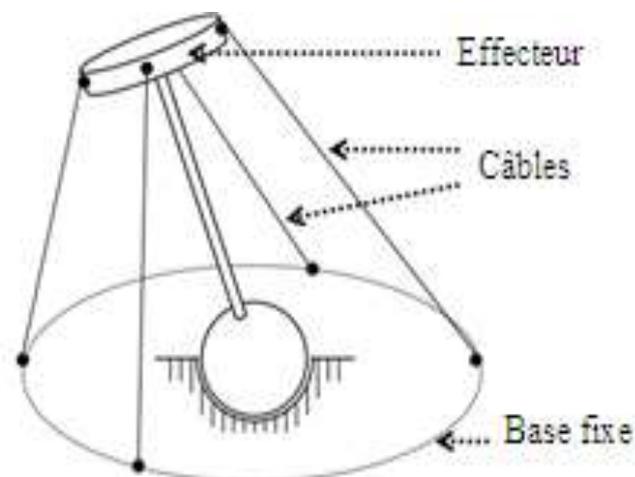


Figure I-2 : Principe d'un modèle où l'effecteur est maintenu par une tige.

- Effecteur tiré vers le haut :

L'effecteur en grossissement au coin bas gauche de l'image montre, que l'effecteur est maintenu sur les côtés par les câbles reliés aux pylônes et est tiré vers le haut par le biais d'un câble sous-tendu par l'effet d'un ballon à hélium.

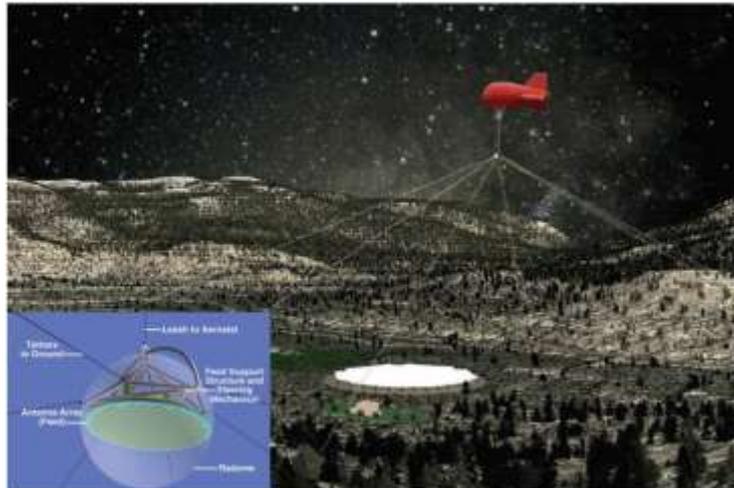


Figure I-3 : Radiotélescope géant LAR avec force verticale exercée par un dirigeable [ZHA. 2004].

- Effecteur sous-actionné par un vérin :

Dans ce cas, un vérin pneumatique est utilisé pour permettre le mouvement vertical de l'effecteur en plus du mouvement dans le plan horizontal. Des segments synchronisés sont utilisés dans le but diminuer les longueurs des câbles.

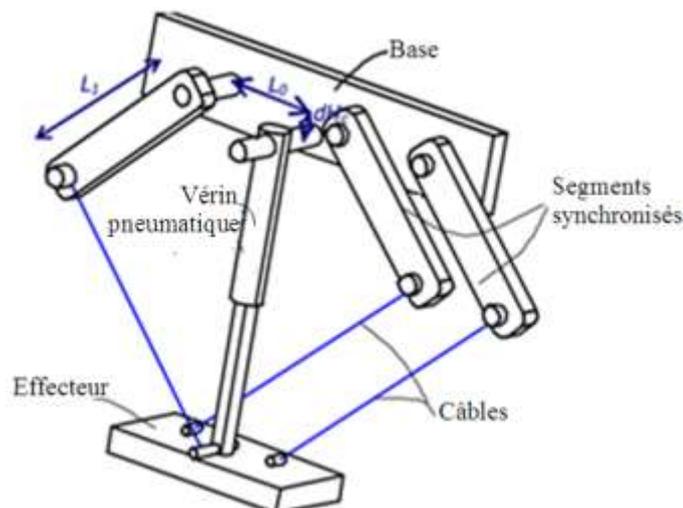


Figure I-4 : Principe d'un modèle où la force exercée sur l'effecteur est due à un vérin.

b) Force extérieure due à la gravité :

Ce sont les robots suspendus où la gravité joue un rôle prédominant dans le fonctionnement ; car c'est elle qui garde les câbles en tension. Dans ce mode, les câbles ne peuvent pas créer de tension interne en travaillant les uns contre les autres. La plate-forme est suspendue par les câbles et aucun câble ne peut exercer une force verticale vers le bas.

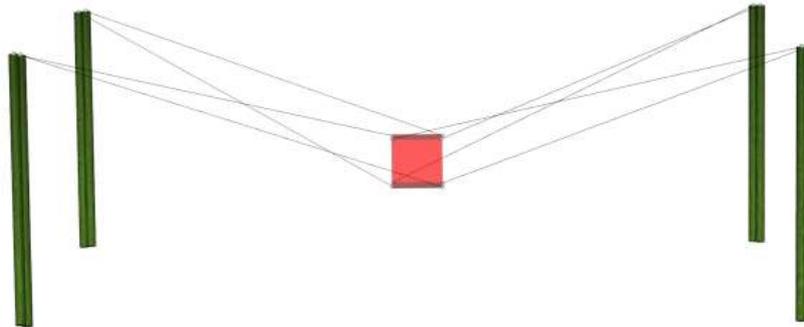


Figure I-5 : Manipulateur à 8 câbles en mode suspendue [KAW.1993]

Exemples d'applications :

Les robots : Fast [LAF. 2002], Nims [KHA. 2002], Skycam [MOH. 19995], et Nist [TSE. 1998] sont des exemples remarquables de robots parallèles à câbles en configuration suspendue.

Dans la suite de ce travail, on ne s'intéressera qu'à ce dernier mode de locomotion de la plateforme, étant donné que c'est le mode le plus répandu et le plus « naturel ».

I-2-2 Une classification basée sur le nombre de degrés de liberté

MM Ming et Higuchi ont proposé une autre classification basée sur le nombre de degrés de liberté [ROB. 1999]. Ainsi selon la commande des manipulateurs parallèles on a :

- les IRPM : Incompletely Restrained Positioning Mechanism, pour n ddl, le nombre de câbles est égal à n ;
- les CRPM : Completely Restrained Positioning Mechanism, pour n ddl, le nombre de câbles est égal à $n + 1$.
- les RRPM : Redundantly Restrained Positioning Mechanism, pour n ddl, le nombre de câbles est strictement supérieur à $n + 1$. [UPH.2004].

I-3 L'espace de travail

L'espace de travail est l'ensemble des poses (couples, positions et orientations) prises par la plate-forme mobile où n'importe quel effort des câbles sur la plate-forme peut être obtenu avec une tension positive dans tous les câbles.

I-4 Objectifs et contributions du mémoire

Avec un nombre de câbles important, des collisions peuvent se produire entre les câbles ou entre un câble et la plate-forme ; par conséquent il est recommandé de réduire le nombre des câbles du robot mais, l'espace de travail sera aussi réduit. De ce fait, on se propose d'optimiser l'espace de travail d'un robot à câbles suspendue en réduisant le nombre des câbles. Au lieu d'utiliser 4 câbles pour un espace de travail dans un parallélépipède, on propose ici une nouvelle configuration permettant d'atteindre le même espace de travail avec seulement 3 câbles.

Chapitre II
Etude analytique

II-1 Introduction

La modélisation du robot consiste en la formulation analytique des positions, vitesses et accélération et de façon générale le comportement statique et dynamique du mécanisme. Dans ce chapitre on procède d'abord à la définition des caractéristiques et des propriétés du robot à étudier et ensuite à la description géométrique inverse puis directe pour le manipulateur suspendu à 3 câbles avec un point de fixation mobile sur le support. Ce qui nous permet d'aborder le calcul cinématique et dynamique système. Finalement on aboutit à la détermination des tensions et des couples moteurs et par suite à l'écriture sous forme matricielle du comportement dynamique du mécanisme.

II-2 présentation du mécanisme

Avant d'entamer la modélisation, nous allons d'abord présenter et expliquer le robot étudié. Il est représenté schématiquement à la figure II.1. La structure mécanique de ce robot est constituée de:

- Une base fixe de forme parallélépipède de dimensions $(a \times b \times c)$.
- Une plate-forme mobile, qui est un organe terminal (l'effecteur(E)).
- L'effecteur est maintenu en position suspendu par trois câbles passant par les poulies et entraînés par trois moteurs aux points de fixation $A_i = (x_i, y_i, z_i)$ ($i=1,2,3$), les points 1 et 2 sont fixes, tandis que le point 3 a une position horizontale variable entre 0 et a par rapport au repère choisi.
- Le point 3 est entraîné par un autre moteur, appelé moteur 4 qui engendre le mouvement de translation du point 3.

Pour une position donnée du point A_3 le robot a un espace de travail correspondant à un volume à base triangulaire. Pour augmenter cet espace, on se propose d'adopter une nouvelle conception dans laquelle le point A_3 est mobile et l'espace de travail sera ainsi, augmenté pour obtenir un volume à base rectangulaire.

Il existe différents systèmes mécaniques permettant la transmission du mouvement du moteur 4 au point 3 pour l'entraîner. On convient de représenter le moteur 4 au coin supérieur gauche de l'ensemble, tel qu'il est indiqué sur la figure II-1.

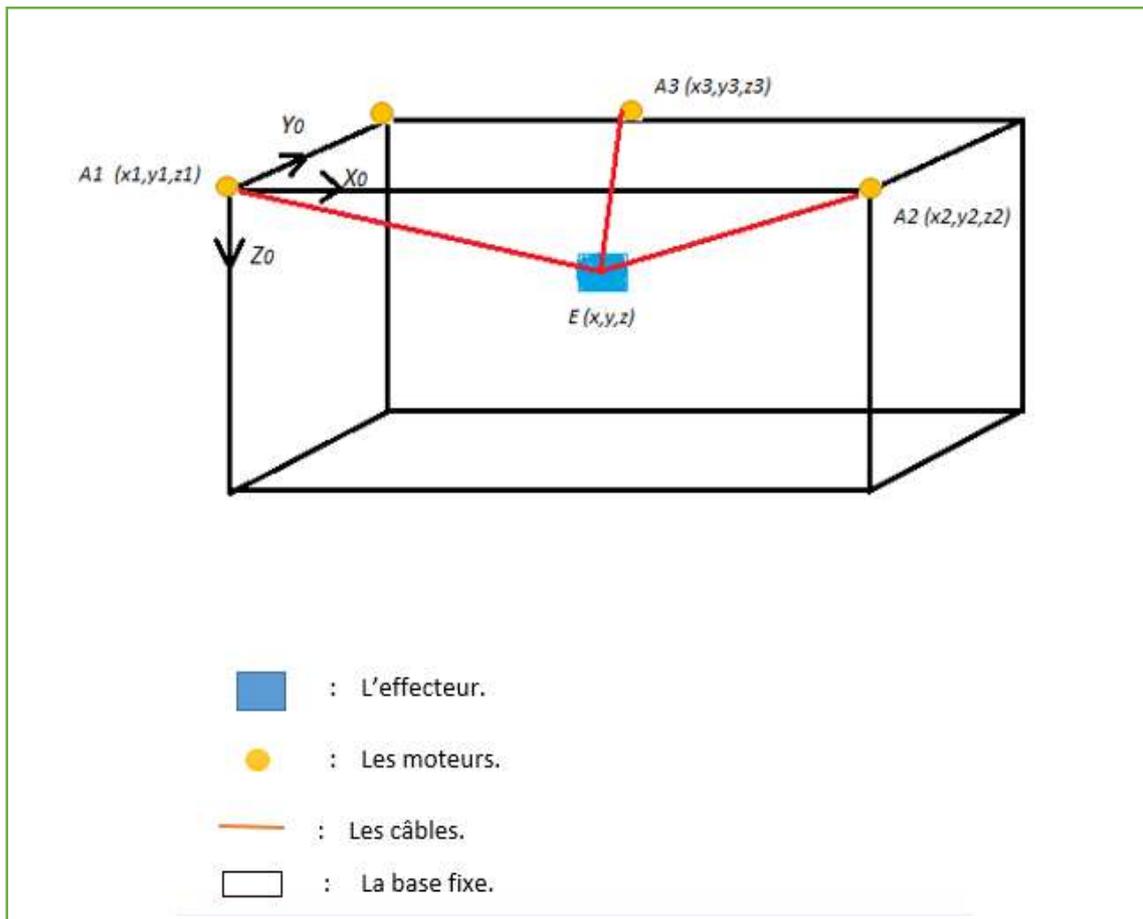


Figure II-1 : Représentation schématique du mécanisme étudié et notation associée.

Tout au long de ce mémoire la notation particulière au mécanisme sera conforme à celle présentée à la figure précédente (**Figure II-1**).

Ainsi, dans le but de simplifier les expressions nous allons prendre le point A_1 comme étant l'origine de repère $R(A_1, X_0, Y_0, Z_0)$.

- Les longueurs des câbles définies par L_i ($i=1,2$ et 3) sont les variables articulaires du manipulateur.

- L'espace de travail de ce robot se situe à l'intérieur de parallélépipède de dimensions (a , b, c), ainsi les différentes positions de l'organe terminal (l'effecteur) sont caractérisées par les paramètres opérationnels (x , y, z) ,

$$\text{avec : } 0 \leq x \leq a \ ; \ 0 \leq y \leq b \ \text{et} \ 0 \leq z \leq c$$

II-3 Modélisation géométrique

II-3-1 Modèle Géométrique Inverse (MGI)

Le modèle géométrique inverse consiste à exprimer les expressions des variables articulaires (L_i) en fonction des coordonnées opérationnelles de l'effecteur (x, y, z).

A partir de la **figure II-1**, les expressions des longueurs des câbles sont données par les relations suivantes :

$$L_1 = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} \quad (\text{II-1})$$

$$L_2 = \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} \quad (\text{II-2})$$

$$L_3 = \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2} \quad (\text{II-3})$$

Ainsi, le modèle géométrique inverse s'écrit comme suit :

$$L_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \quad ; \quad i = 1; 2; 3 \quad (\text{II-4})$$

$$\text{Avec : } \quad x_1 = 0 \quad ; \quad x_2 = a$$

$$\text{Et } \quad x_3 : \text{ varie entre } 0 \text{ et } a : \quad x_3 = x \pm \sqrt{(L_3)^2 - (y - y_3)^2 - (z - z_3)^2}$$

II-3-2 Modèle Géométrique Direct (MGD)

La modélisation géométrique directe (MGD) permet de déterminer les positions de l'effecteur à partir des longueurs des câbles. On a les coordonnées des points de fixation des câbles :

$$x_1 = 0 \quad ; \quad x_2 = a \quad ; \quad 0 \leq x_3 \leq a.$$

$$y_1 = 0 \quad ; \quad y_2 = 0 \quad ; \quad y_3 = b.$$

$$z_1 = 0 \quad ; \quad z_2 = 0 \quad ; \quad z_3 = 0.$$

En substituant dans les équations (II-1), (II-2) et (II-3), on obtient les relations suivantes :

$$L_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (c - z)^2} \quad (\text{II-5})$$

$$L_2 = \sqrt{(a - x)^2 + y^2 + (c - z)^2} \quad (\text{II-6})$$

$$L_3 = \sqrt{(x_3 - x)^2 + (b - y)^2 + (c - z)^2} \quad (\text{II-7})$$

Les équations : (II-5), (II-6) et (II-7), permettent d'écrire les expressions du modèle géométrique directe :

$$x = \frac{a^2 + L_1^2 - L_2^2}{2a} \quad (\text{II-8})$$

$$y = \frac{x_3^2 + b^2 + L_1^2 - L_3^2 - 2xx_3}{2b} \quad (\text{II-9})$$

$$z = c - \sqrt{(L_1)^2 - x^2 - y^2} \quad (\text{II-10})$$

II-4 Modélisation Cinématique

II-4-1 Modèle Cinématique Inverse (MCI)

Le modèle cinématique inverse consiste à écrire les relations des vitesses des longueurs des câbles en fonction de la vitesse de l'organe terminal.

On a l'expression des longueurs des câbles suivante :

$$L_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \quad ; \quad i = 1; 2; 3$$

En dérivant cette expression par rapport au temps, on obtient le modèle cinématique inverse :

$$\begin{aligned} \dot{L}_1 &= \frac{1}{L_1} [\dot{x}x + \dot{y}y + \dot{z}(c - z)] \\ \dot{L}_2 &= \frac{1}{L_2} [\dot{x}(a - x) + \dot{y}y + \dot{z}(c - z)] \\ \dot{L}_3 &= \frac{1}{L_3} [(\dot{x}_3 - \dot{x})(x_3 - x) + \dot{y}(b - y) + \dot{z}(c - z)] \end{aligned} \quad (\text{II-11})$$

II-4-2 Modèle Cinématique Direct (MCD)

Le modèle cinématique direct permet de déterminer la vitesse de l'organe terminal à partir des expressions des vitesses de longueurs des câbles.

On a , les expressions de x, y et z suivantes :

$$x = x_i + L_i \cos(\theta_i)$$

$$y = y_i + L_i \sin(\theta_i)$$

$$z = c - \sqrt{(L_1)^2 - x^2 - y^2} \quad ; i = 1 ; 2 ; 3$$

En dérivant Les expressions x ;y et z par rapport au temps :

Dans notre cas on a :

$$\dot{x}_1 = 0 \quad ; \quad \dot{x}_2 = 0 \quad \text{et} \quad \dot{x}_3 \neq 0.$$

Pour i=1 et i=2, on obtient :

$$\dot{x} = \dot{L}_i \cos(\theta_i) - \dot{\theta}_i L_i \sin(\theta_i) \quad \text{pour: } i = 1; 2$$

Pour i=3, on obtient :

$$\dot{x} = \dot{L}_3 \cos(\theta_3) - \dot{\theta}_3 L_3 \sin(\theta_3) + \dot{x}_3$$

On fait le changement de variables suivant :

$$\dot{X} = \begin{cases} \dot{x} & ; \text{ pour } i = 1; 2 \\ \dot{x} - \dot{x}_3 & ; \text{ pour } i = 3 \end{cases}$$

Ainsi, les expressions exprimant le modèle cinématique inverse sont :

$$\dot{X} = \dot{L}_i \cos(\theta_i) - \dot{\theta}_i L_i \sin(\theta_i)$$

$$\dot{y} = \dot{L}_i \sin(\theta_i) + \dot{\theta}_i L_i \cos(\theta_i) \quad \text{(II-12)}$$

$$\dot{z} = \frac{L_1 \dot{L}_1 - \dot{x}x - \dot{y}y}{z - c}$$

II-5 Modélisation Dynamique

La modélisation dynamique permet d'établir les équations de mouvement de l'effecteur, et aussi de déterminer les couples moteurs et les tensions dans les câbles pour une trajectoire donnée.

En utilisant le formule de Lagrange définit par : $L = E_C - E_P$

Avec :

E_C : est l'énergie cinétique.

E_P : l'énergie potentielle.

Les équations de Lagrange sont données par la relation suivante :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} = F_R \quad (\text{II-13})$$

Avec :

q : est le vecteur des coordonnées articulaires, pour notre cas $q = x ; y ; z$.

F_R : est le vecteur des forces associées aux articulations.

D : l'énergie de dissipation du système.

II-5-1 L'énergie cinétique (E_C)

L'énergie cinétique du mécanisme est égale à la somme de l'énergie cinétique de chacun des corps :

$$E_C = \sum E_{Ci}$$

L'effecteur et le dispositif du point A3 ont des mouvements de translation rectiligne ; l'expression de leur énergie cinétique sera de la forme ;

$$E_{Ci} = \frac{1}{2} m_i v_i^T v_i \quad ; \text{ où } m_i \text{ est la masse et } v_i \text{ la vitesse du corps considéré.}$$

Quant aux poulies des points A1 à A4, l'expression de leur énergie cinétique de leur mouvement de rotation sera :

$$E_{Ci} = \frac{1}{2} \dot{\beta}_i^T [J]_i \dot{\beta}_i \quad ; \quad \text{ où } [J]_i \text{ est la matrice d'inertie par rapport à son centre de masse}$$

Ainsi l'énergie cinétique du mécanisme contient : le terme de mouvement de translation de l'effecteur et du point 3 ainsi que les termes des mouvements de rotation de quatre poulies.

Son expression est donc :

$$E_C = \frac{1}{2} \mathbf{m} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} \mathbf{M} \dot{x}^2 + \frac{1}{2} \mathbf{J}_1 \dot{\beta}_1^2 + \frac{1}{2} \mathbf{J}_2 \dot{\beta}_2^2 + \frac{1}{2} \mathbf{J}_3 \dot{\beta}_3^2 + \frac{1}{2} \mathbf{J}_4 \dot{\beta}_4^2 \quad (\text{II-14})$$

Détermination des angles β_i :

Les expressions des vitesses angulaires de rotation des poulies seront :

$$\beta_i.r = -\Delta L_i$$

avec : ΔL_i la variation des longueurs de câbles,

$$\Delta L_i = L_i - L_{i0}$$

où

$$L_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \quad ; \quad i = 1; 2; 3$$

L_{i0} sont les longueurs initiales des câbles :

$$L_{i0} = \sqrt{(x_i)^2 + (y_i)^2 + (z_i)^2}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} L_{10} - L_1 \\ L_{20} - L_2 \\ L_{30} - L_3 \end{bmatrix}$$

En dérivant, on obtient $\dot{\beta}_i$:

$$\dot{\beta} = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \\ \dot{L}_3 \end{bmatrix} = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1}x & \frac{1}{L_1}y & \frac{1}{L_1}(c-z) \\ \frac{1}{L_2}(a-x) & \frac{1}{L_2}y & \frac{1}{L_2}(c-z) \\ \frac{1}{L_3}(x_3-x) & \frac{1}{L_3}(b-y) & \frac{1}{L_3}(c-z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}$$

Pour notre configuration on a : $x_3 = x$.

Calcul de $\dot{\beta}_4$:

Le moteur 4 est placé sur la base fixe au point de coordonnées (0, b, 0). On a alors :

$$\beta_i.r = -\Delta L_i$$

$$\text{Avec : } \Delta L_4 = x_3 = x$$

$$\text{Et donc : } \dot{\beta}_4 = -\frac{1}{r} \cdot \dot{x}.$$

$$\text{Alors : } [\dot{\beta}] = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1}x & \frac{1}{L_1}y & \frac{1}{L_1}(c-z) \\ \frac{1}{L_2}(a-x) & \frac{1}{L_2}y & \frac{1}{L_2}(c-z) \\ 0 & \frac{1}{L_3}(b-y) & \frac{1}{L_3}(c-z) \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \quad (\text{II-15})$$

En substituant l'équation (II-15) dans l'équation (II-14), on obtient l'expression de l'énergie cinétique du mécanisme :

$$\begin{aligned} E_C = & \frac{1}{2} \mathbf{m} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} \mathbf{M} \dot{x}^2 + \frac{1}{2r^2} \mathbf{J}_1 \left[\frac{1}{L_1} x \dot{x} + \frac{1}{L_1} y \dot{y} + \frac{1}{L_1} (c-z) \dot{z} \right]^2 + \\ & \frac{1}{2r^2} \mathbf{J}_2 \left[\frac{1}{L_2} (a-x) \dot{x} + \frac{1}{L_2} y \dot{y} + \frac{1}{L_2} (c-z) \dot{z} \right]^2 + \frac{1}{2r^2} \mathbf{J}_3 \left[\frac{1}{L_3} (b-y) \dot{y} + \frac{1}{L_3} (c-z) \dot{z} \right]^2 \\ & + \frac{1}{2r^2} \mathbf{J}_4 \dot{x}^2 \end{aligned} \quad (\text{II-16})$$

II-5-2 L'énergie potentielle (EP)

- Le mouvement de l'effecteur est dans l'espace avec une masse m non négligeable ; donc il possède une énergie potentielle due à la pesanteur :

$$E_P = mg\Delta Z$$

Avec : m : la masse de l'effecteur.

g : L'accélération de la pesanteur.

ΔZ : Variation suivant Z.

- Le dispositif mobile du point A3 est supporté par la barre horizontale du bâti. Son énergie potentielle est donc nulle
- De même les poulies sont solidaires avec la base fixe et les fils sont considérés inextensibles et de masse négligeable

Ainsi, l'expression de l'énergie potentielle du mécanisme, est définie comme suit :

$$E_P = mg\Delta Z \quad (\text{II-17})$$

II-5-3 L'énergie de dissipation (D) :

L'énergie de dissipation du mécanisme est due aux forces de frottement dans les moteurs et les poulies, son expression est donnée par la relation :

$$D = \frac{1}{2} C_1 \dot{\beta}_1^2 + \frac{1}{2} C_2 \dot{\beta}_2^2 + \frac{1}{2} C_3 \dot{\beta}_3^2 + \frac{1}{2} C_4 \dot{\beta}_4^2 \quad (II-18)$$

- C_i sont les coefficients de frottement.
- $\dot{\beta}_i$ les angles de rotation de chaque poulie.

En remplaçant les expressions des $\dot{\beta}_i$ dans l'équation (II-18), on obtient l'expression générale de l'énergie de dissipation du mécanisme :

$$D = \frac{1}{2r^2} C_1 \left[\frac{1}{L_1} x\dot{x} + \frac{1}{L_1} y\dot{y} + \frac{1}{L_1} (c-z)\dot{z} \right]^2 + \frac{1}{2r^2} C_2 \left[\frac{1}{L_2} (a-x)\dot{x} + \frac{1}{L_2} y\dot{y} + \frac{1}{L_2} (c-z)\dot{z} \right]^2 + \frac{1}{2r^2} C_3 \left[\frac{1}{L_3} (b-y)\dot{y} + \frac{1}{L_3} (c-z)\dot{z} \right]^2 + \frac{1}{2r^2} C_4 \dot{x}^2 \quad (II-19)$$

II-5-4 Les forces agissant sur le système

Les forces agissant sur le système sont déterminées à partir de l'expression de la puissance virtuelle (P^*) des quatre moteurs qui est définie comme :

$$P^* = \tau_1 \dot{\beta}_1 + \tau_2 \dot{\beta}_2 + \tau_3 \dot{\beta}_3 + \tau_4 \dot{\beta}_4 \quad (II-20)$$

$$D'autre part : \quad P^* = F_R \cdot V \quad (II-21)$$

$$\text{Avec : } \dot{\beta}_i = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} x & \frac{1}{L_1} y & \frac{1}{L_1} (c-z) \\ \frac{1}{L_2} (a-x) & \frac{1}{L_2} y & \frac{1}{L_2} (c-z) \\ 0 & \frac{1}{L_3} (b-y) & \frac{1}{L_3} (c-z) \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}$$

Ainsi, à partir des relations (II-20) et la relation (II-21), les expressions des forces agissant sur le système :

$$\begin{aligned} F_x &= -\frac{1}{r} \left(\tau_1 \frac{1}{L_1} x + \tau_2 \frac{1}{L_2} (a-x) + \tau_4 \right) \\ F_y &= -\frac{1}{r} \left(\tau_1 \frac{1}{L_1} y + \tau_2 \frac{1}{L_2} y + \tau_3 \frac{1}{L_3} (b-y) \right) \\ F_z &= -\frac{1}{r} \left(\tau_1 \frac{1}{L_1} (c-z) + \tau_2 \frac{1}{L_2} (c-z) + \tau_3 \frac{1}{L_3} (c-z) \right) \end{aligned} \quad (II-22)$$

L'expression du Lagrangien du système aura donc pour expression :

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2r^2} J_1 \left[\frac{1}{L_1} x\dot{x} + \frac{1}{L_1} y\dot{y} + \frac{1}{L_1} (c-z)\dot{z} \right]^2 + \\ & \frac{1}{2r^2} J_2 \left[\frac{1}{L_2} (a-x)\dot{x} + \frac{1}{L_2} y\dot{y} + \frac{1}{L_2} (c-z)\dot{z} \right]^2 + \frac{1}{2r^2} J_3 \left[\frac{1}{L_3} (b-y)\dot{y} + \frac{1}{L_3} (c-z)\dot{z} \right]^2 \\ & + \frac{1}{2r^2} J_4 \dot{x}^2 - mg\Delta Z \end{aligned}$$

II-5-5 Calcul des dérivées du Lagrangien :

Dérivées par rapport à x, y et z respectivement :

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{1}{(L1r)^2} J_1 \dot{x} [x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L2r)^2} J_2 \cdot (-\dot{x}) [(a-x)\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial y} = & \frac{1}{(L1r)^2} J_1 \dot{y} [x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L2r)^2} J_2 \cdot \dot{y} [(a-x)\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \\ & \frac{1}{(L3r)^2} J_3 \cdot (-\dot{y}) [(b-y)\dot{y} + (c-z)\dot{z}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial z} = & \frac{1}{(L1r)^2} J_1 (-\dot{z}) [x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L2r)^2} J_2 \cdot (-\dot{z}) [(a-x)\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \\ & \frac{1}{(L3r)^2} J_3 \cdot (-\dot{z}) [(b-y)\dot{y} + (c-z)\dot{z}] - mg \end{aligned}$$

Dérivées par rapport à \dot{x} :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = & m \dot{x} + M \dot{x} + \frac{1}{(L1r)^2} J_1 x [x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L2r)^2} J_2 \cdot (a-x) [(a-x)\dot{x} + y\dot{y} + \\ & (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{r^2} J_4 \dot{x} \end{aligned}$$

On dérive $\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}$ par rapport au temps, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) = & m \ddot{x} + M \ddot{x} + \frac{1}{(L1r)^2} J_1 [\dot{x} (x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}) + \\ & x (\dot{x}^2 + x\ddot{x} + \dot{y}^2 + y\ddot{y} - \dot{z}^2 + (c-z)\ddot{z})] + \frac{1}{(L2r)^2} J_2 [-\dot{x} ((a-x)\dot{x} + y\dot{y} + \\ & (c-z)\dot{z}) + (a-x) (-\dot{x}^2 + (a-x)\ddot{x} + \dot{y}^2 + y\ddot{y} - \dot{z}^2 + (c-z)\ddot{z})] + \frac{1}{r^2} J_4 \ddot{x} \end{aligned}$$

La dérivée de l'expression de l'énergie de dissipation par rapport à \dot{x} est :

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = & \frac{1}{(L1r)^2} C_1 x [x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L2r)^2} C_2 \cdot (a-x) [(a-x)\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] \\ & + \frac{1}{r^2} C_4 \dot{x} \end{aligned}$$

Dérivées par rapport à \dot{y} :

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m \dot{y} + \frac{1}{(L1r)^2} J_1 y [x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L2r)^2} J_2 .y[(a-x)\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L3r)^2} J_3 .(b-y)[(b-y)\dot{y} + (c-z)\dot{z}]$$

On dérive $\frac{\partial L}{\partial \dot{y}}$ par rapport au temps, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right) &= m \ddot{y} + \frac{1}{(L1r)^2} J_1 [\dot{y} (x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}) + y (\dot{x}^2 + x\ddot{x} + \dot{y}^2 + y\ddot{y} - \dot{z}^2 + \\ &\quad (c-z)\ddot{z})] + \frac{1}{(L2r)^2} J_2 [\dot{y} ((a-x)\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}) + y (-\dot{x}^2 + \\ &\quad (a-x)\ddot{x} + \dot{y}^2 + y\ddot{y} - \dot{z}^2 + (c-z)\ddot{z})] + \frac{1}{(L3r)^2} J_3 [-\dot{y} ((b-y)\dot{y} + (c-z)\dot{z}) \\ &\quad (b-y) (-\dot{y}^2 + (b-y)\ddot{y} - \dot{z}^2 + (c-z)\ddot{z})] \end{aligned}$$

La dérivée de l'expression de l'énergie de dissipation par rapport à \dot{y} est :

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial \dot{y}} &= \frac{1}{(L1r)^2} C_1 y [x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L2r)^2} C_2 .y[(a-x)\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] \\ &\quad + \frac{1}{(L3r)^2} C_3 .(b-y)[(b-y)\dot{y} + (c-z)\dot{z}] \end{aligned}$$

Dérivées par rapport à \dot{z} :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} &= m \dot{z} + \frac{1}{(L1r)^2} J_1 (c-z) [x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L2r)^2} J_2 .(c-z)[(a-x)\dot{x} + y\dot{y} + \\ &\quad (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L3r)^2} J_3 .(c-z)[(b-y)\dot{y} + (c-z)\dot{z}] \end{aligned}$$

On dérive $\frac{\partial L}{\partial \dot{z}}$ par rapport au temps, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{z}} \right) &= m \ddot{z} + \frac{1}{(L1r)^2} J_1 [-\dot{z} (x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}) + (c-z) (\dot{x}^2 + x\ddot{x} + \dot{y}^2 + \\ &\quad y\ddot{y} - \dot{z}^2 + (c-z)\ddot{z})] + \frac{1}{(L2r)^2} J_2 [-\dot{z} ((a-x)\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}) + (c-z) \\ &\quad (-\dot{x}^2 + (a-x)\ddot{x} + \dot{y}^2 + y\ddot{y} - \dot{z}^2 + (c-z)\ddot{z})] + \frac{1}{(L3r)^2} J_3 [-\dot{z} ((b-y)\dot{y} + \\ &\quad (c-z)\dot{z}) + (c-z) (-\dot{y}^2 + (b-y)\ddot{y} - \dot{z}^2 + (c-z)\ddot{z})] \end{aligned}$$

La dérivée de l'expression de l'énergie de dissipation par rapport à \dot{z} est :

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial \dot{z}} &= \frac{1}{(L1r)^2} C_1 y [x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L2r)^2} C_2 .y[(a-x)\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \\ &\quad \frac{1}{(L3r)^2} C_3 .(b-y)[(b-y)\dot{y} + (c-z)\dot{z}] . \end{aligned}$$

En remplaçant les expressions calculées ci-dessus dans la formule de Lagrange (II-13), on obtient ainsi, les relations exprimant le modèle dynamique du mécanisme :

$$\begin{aligned}
 & m \ddot{x} + M \ddot{x} + \frac{1}{(L1r)^2} J_1 [\dot{x} (x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}) + x (\dot{x}^2 + x\ddot{x} + \dot{y}^2 + y\ddot{y} - \dot{z}^2 + (c-z)\ddot{z})] \\
 & + \frac{1}{(L2r)^2} J_2 [-\dot{x}((a-x)\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}) + (a-x)(-\dot{x}^2 + (a-x)\ddot{x} + \dot{y}^2 + y\ddot{y} - \dot{z}^2 + (c-z)\ddot{z})] \\
 & + \frac{1}{r^2} J_4 \ddot{x} - \left[\frac{1}{(L1r)^2} J_1 \dot{x} [x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L2r)^2} J_2 (-\dot{x})[(a-x)\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] \right] \\
 & + \frac{1}{(L1r)^2} C_1 x [x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L2r)^2} C_2 (a-x)[(a-x)\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{r^2} C_4 \ddot{x} = \\
 F_x = & -\frac{1}{r} \left(\tau_1 \frac{1}{L_1} x + \tau_2 \frac{1}{L_2} (a-x) + \tau_4 \right) \quad (II-23)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & m \ddot{y} + \frac{1}{(L1r)^2} J_1 [\dot{y} (x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}) + y (\dot{x}^2 + x\ddot{x} + \dot{y}^2 + y\ddot{y} - \dot{z}^2 + (c-z)\ddot{z})] + \frac{1}{(L2r)^2} \\
 & J_2 [\dot{y}((a-x)\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}) + y(-\dot{x}^2 + (a-x)\ddot{x} + \dot{y}^2 + y\ddot{y} - \dot{z}^2 + (c-z)\ddot{z})] + \frac{1}{(L3r)^2} J_3 \\
 & [-\dot{y}((b-y)\dot{y} + (c-z)\dot{z}) + (b-y)(-\dot{y}^2 + (b-y)\ddot{y} - \dot{z}^2 + (c-z)\ddot{z})] - \left[\frac{1}{(L1r)^2} J_1 \dot{y} [x\dot{x} + \right. \\
 & \left. y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L2r)^2} J_2 \dot{y} [(a-x)\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L3r)^2} J_3 (-\dot{y})[(b-y)\dot{y} + (c-z)\dot{z}] \right] + \\
 & \frac{1}{(L1r)^2} C_1 y [x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L2r)^2} C_2 y [(a-x)\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L3r)^2} C_3 (b-y) \\
 & [(b-y)\dot{y} + (c-z)\dot{z}] = F_y = -\frac{1}{r} \left(\tau_1 \frac{1}{L_1} y + \tau_2 \frac{1}{L_2} y + \tau_3 \frac{1}{L_3} (b-y) \right) \quad (II-24)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & m \ddot{z} + \frac{1}{(L1r)^2} J_1 [-\dot{z} (x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}) + (c-z) (\dot{x}^2 + x\ddot{x} + \dot{y}^2 + y\ddot{y} - \dot{z}^2 + (c-z)\ddot{z})] + \\
 & \frac{1}{(L2r)^2} J_2 [-\dot{z}((a-x)\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}) + (c-z)(-\dot{x}^2 + (a-x)\ddot{x} + \dot{y}^2 + y\ddot{y} - \dot{z}^2 + (c-z)\ddot{z})] \\
 & + \frac{1}{(L3r)^2} J_3 [-\dot{z}((b-y)\dot{y} + (c-z)\dot{z}) + (c-z)(-\dot{y}^2 + (b-y)\ddot{y} - \dot{z}^2 + (c-z)\ddot{z})] - \left[\right. \\
 & \left. \frac{1}{(L1r)^2} J_1 (-\dot{z}) [x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L2r)^2} J_2 (-\dot{z}) [(a-x)\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L3r)^2} \right. \\
 & \left. J_3 (-\dot{z}) [(b-y)\dot{y} + (c-z)\dot{z}] - mg \right] + \frac{1}{(L1r)^2} C_1 y [x\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] + \frac{1}{(L2r)^2} C_2 y [(a-x)\dot{x} + y\dot{y} + (c-z)\dot{z}] \\
 & + \frac{1}{(L3r)^2} C_3 (b-y) [(b-y)\dot{y} + (c-z)\dot{z}] = F_z \\
 & = -\frac{1}{r} \left(\tau_1 \frac{1}{L_1} (c-z) + \tau_2 \frac{1}{L_2} (c-z) + \tau_3 \frac{1}{L_3} (c-z) \right) \quad (II-25)
 \end{aligned}$$

II-6 L'écriture matricielle du modèle dynamique

La forme matricielle du modèle dynamique pour notre système est définie comme suit :

$$M(P)\ddot{P} + N(P, \dot{P}) - [g].[m] = S(P)\tau \quad (II-26)$$

Avec :

- ✓ (P) : est le vecteur de position de l'organe terminal.
- ✓ (τ) : est le vecteur des couples appliqués par les moteurs.
- ✓ r: est le rayon des poulies.
- ✓ m : est la masse de l'organe terminal.

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad N = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} & N_{13} \\ N_{21} & N_{22} & N_{23} \\ N_{31} & N_{32} & N_{33} \end{bmatrix}$$

$$M(P) = rm + S(P)J \frac{\partial \beta}{\partial P} \quad \text{et} \quad N(P, \dot{P}) = S(P) \left(J \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \beta}{\partial P} \right) + C \frac{\partial \beta}{\partial P} \right) \dot{P}$$

Et :

$$\frac{\partial \beta}{\partial P} = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} x & \frac{1}{L_1} y & \frac{1}{L_1} (c - z) \\ \frac{1}{L_2} (a - x) & \frac{1}{L_2} y & \frac{1}{L_2} (c - z) \\ 0 & \frac{1}{L_3} (b - y) & \frac{1}{L_3} (c - z) \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S(p) = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} x & \frac{1}{L_2} (a - x) & 0 & 1 \\ \frac{1}{L_1} y & \frac{1}{L_2} y & \frac{1}{L_3} (b - y) & 0 \\ \frac{1}{L_1} (c - z) & \frac{1}{L_2} (c - z) & \frac{1}{L_3} (c - z) & 0 \end{bmatrix}$$

[J] est la matrice d'inertie :

$$[J] = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_4 \end{bmatrix}$$

[C] est la matrice des coefficients d'amortissements de chaque moteur :

$$[C] = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_4 \end{bmatrix}$$

Ainsi, en effectuant les calculs, on obtient :

Les éléments de la matrice M :

$$M_{11} = r^*m - \frac{1}{r} \left[\left(\frac{1}{L_1} \right)^2 xyJ_1 + \left(\frac{1}{L_2} \right)^2 (a-x)^2 J_2 + J_4 \right]$$

$$M_{21} = -\frac{1}{r} \left[\left(\frac{1}{L_1} \right)^2 x^2 J_1 + \left(\frac{1}{L_2} \right)^2 y(a-x)J_2 \right]$$

$$M_{31} = -\frac{1}{r} \left[\left(\frac{1}{L_1} \right)^2 x(c-z)J_1 + \left(\frac{1}{L_2} \right)^2 (c-z)(a-x)J_2 \right]$$

$$M_{12} = -\frac{1}{r} \left[\left(\frac{1}{L_1} \right)^2 xyJ_1 + \left(\frac{1}{L_2} \right)^2 (a-x)yJ_2 \right]$$

$$M_{22} = r^*m - \frac{1}{r} \left[\left(\frac{1}{L_1} \right)^2 y^2 J_1 + \left(\frac{1}{L_2} \right)^2 y^2 J_2 + \left(\frac{1}{L_3} \right)^2 (b-y)^2 J_3 \right]$$

$$M_{32} = -\frac{1}{r} \left[\left(\frac{1}{L_1} \right)^2 y(c-z)J_1 + \left(\frac{1}{L_2} \right)^2 (c-z)yJ_2 + \left(\frac{1}{L_3} \right)^2 (c-z)(b-y)J_3 \right]$$

$$M_{13} = -\frac{1}{r} \left[\left(\frac{1}{L_1} \right)^2 x(c-z)J_1 + \left(\frac{1}{L_2} \right)^2 (c-z)(a-x)J_2 \right]$$

$$M_{23} = -\frac{1}{r} \left[\left(\frac{1}{L_1} \right)^2 y(c-z)J_1 + \left(\frac{1}{L_2} \right)^2 (c-z)yJ_2 + \left(\frac{1}{L_3} \right)^2 (c-z)(b-y)J_3 \right]$$

$$M_{33} = r^*m - \frac{1}{r} \left[\left(\frac{1}{L_1} \right)^2 (c-z)^2 J_1 + \left(\frac{1}{L_2} \right)^2 (c-z)^2 J_2 + \left(\frac{1}{L_3} \right)^2 (c-z)^2 J_3 \right]$$

Les éléments de la matrice N :

$$N_{11} = -\frac{1}{r} \left[\left(\frac{1}{L_1} \right)^2 x(\dot{x}J_1 + xc_1) + \left(\frac{1}{L_2} \right)^2 (a-x)(-\dot{x}J_2 + (a-x)c_2) + C_4 \right]$$

$$N_{21} = -\frac{1}{r} \left[\left(\frac{1}{L_1} \right)^2 y(\dot{x}J_1 + xc_1) + \left(\frac{1}{L_2} \right)^2 y(-\dot{x}J_2 + (a-x)c_2) \right]$$

$$N_{31} = -\frac{1}{r} \left[\left(\frac{1}{L_1} \right)^2 (c-z)(\dot{x}J_1 + xc_1) + \left(\frac{1}{L_2} \right)^2 (c-z)(-\dot{x}J_2 + (a-x)c_2) \right]$$

$$N_{12} = -\frac{1}{r} \left[\left(\frac{1}{L_1} \right)^2 x(\dot{y}J_1 + yc_1) + \left(\frac{1}{L_2} \right)^2 (a-x)(-\dot{y}J_2 + y c_2) \right]$$

$$N_{22} = -\frac{1}{r} \left[\left(\frac{1}{L_1} \right)^2 y(\dot{y}J_1 + yc_1) + \left(\frac{1}{L_2} \right)^2 y(-\dot{y}J_2 + y c_2) + \left(\frac{1}{L_3} \right)^2 (b-y)(-\dot{y}J_3 + (b-y)c_3) \right]$$

$$N_{32} = -\frac{1}{r} \left[\left(\frac{1}{L_1}\right)^2 (c-z) (\dot{y}J_1 + y c_1) + \left(\frac{1}{L_2}\right)^2 (c-z) (-\dot{y}J_2 + y c_2) + \left(\frac{1}{L_3}\right)^2 (c-z) (-\dot{y}J_3 + (b-y)c_3) \right]$$

$$N_{13} = -\frac{1}{r} \left[\left(\frac{1}{L_1}\right)^2 x (-\dot{z}J_1 + (c-z)c_1) + \left(\frac{1}{L_2}\right)^2 (a-x) (-\dot{z}J_2 + (c-z)c_2) \right]$$

$$N_{23} = -\frac{1}{r} \left[\left(\frac{1}{L_1}\right)^2 y (-\dot{z}J_1 + (c-z)c_1) + \left(\frac{1}{L_2}\right)^2 y (-\dot{z}J_2 + (c-z)c_2) + \left(\frac{1}{L_3}\right)^2 (b-y)(-\dot{z}J_3 + (c-z)c_3) \right]$$

$$N_{33} = -\frac{1}{r} \left[\left(\frac{1}{L_1}\right)^2 (c-z) (-\dot{z}J_1 + (c-z)c_1) + \left(\frac{1}{L_2}\right)^2 (c-z) (-\dot{z}J_2 + (c-z)c_2) + \left(\frac{1}{L_3}\right)^2 (c-z)(-\dot{z}J_3 + (c-z)c_3) \right]$$

II-7 Conclusion

Ce chapitre a été consacré aux calculs analytiques et à la modélisation, géométrique inverse et directe, la modélisation cinématique inverse et directe et la modélisation dynamique. Les équations différentielles obtenues pour le modèle dynamique ont été traduites sous forme matricielle, cette forme est à la base de la programmation et la simulation qui seront présentées dans le chapitre suivant.

Chapitre III
Simulation avec
Matlab

III-1 Introduction

Ce chapitre porte sur la simulation et la vérification des différents modèles établis dans le chapitre II. On a utilisé le logiciel Matlab pour faire les calculs relatifs à cette modélisation et illustrer la configuration géométrique ainsi que le comportement dynamique du mécanisme, pour ce faire différents cas de trajectoires sont générés.

III-2 Simulation du modèle géométrique

Il s'agit d'abord d'illustrer les positions des câbles et de l'effecteur lors de la réalisation de la trajectoire effectuée, puis déterminer les longueurs des câbles pour les différentes positions de l'effecteur. Deux types de trajectoire ont été pris : trajectoire rectiligne et trajectoire hélicoïdale.

III-2-1 Description du programme

Les différentes étapes de notre programme peuvent être résumées comme suit :

- Introduire les dimensions de la base fixe : La longueur (a), la largeur (b) et la hauteur (c).
- Introduire les coordonnées des points de fixations des câbles sur les poulies :

$$\begin{array}{lll} x_{A1}=0 & ; & y_{A1}=0 & ; & z_{A1}=0 \\ x_{A2}=a & ; & y_{A2}=0 & ; & z_{A2}=0 \\ & & y_{A3}=b & ; & z_{A3}=0 \end{array} .$$

- Introduire les coordonnées du point de départ (x_i, y_i) et du point d'arrivée (x_f, y_f) de la trajectoire.
- Introduire le rayon, le pas et le nombre des spires pour le cas d'une trajectoire hélicoïdale.
- Calcul des longueurs des câbles : $l_i = \sqrt{(x-x_{Ai})^2 + (y-y_{Ai})^2 + (z-z_{Ai})^2}$;
- Affichage des valeurs des longueurs des différents câbles.
- Représentations graphiques de la trajectoire et les positions des câbles, ainsi que les variations des longueurs des câbles.

III-2-2 Trajectoire rectiligne

Pour pouvoir illustrer les différents cas possibles d'une trajectoire rectiligne, on a pris trois cas significatifs :

Cas 1 : La trajectoire varie seulement selon un axe (vertical ou horizontal).

Cas 2 : La trajectoire varie selon deux axes.

Cas 3 : La trajectoire varie selon trois axes (diagonale).

Cas 1 : La trajectoire varie seulement selon un axe :

A titre d'exemple, initialement l'effecteur est à la position (20, 15, 5), si on veut que l'effecteur se déplace suivant une trajectoire rectiligne pour atteindre la position (20, 15, 25), on exécute le programme, on obtient les résultats suivants : La longueur de la trajectoire est : $L = 20$ cm.

Positions de l'effecteur et des câbles :

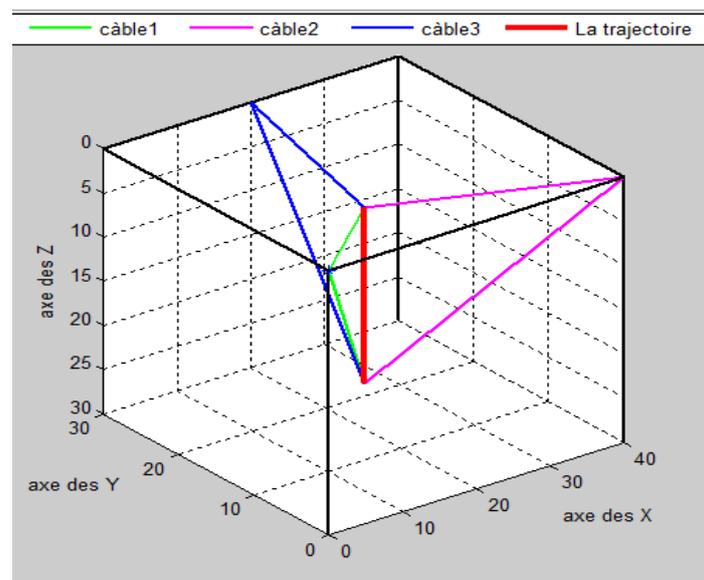


Figure III-1 : Positions de l'effecteur et des câbles pour une trajectoire rectiligne variant selon un axe.

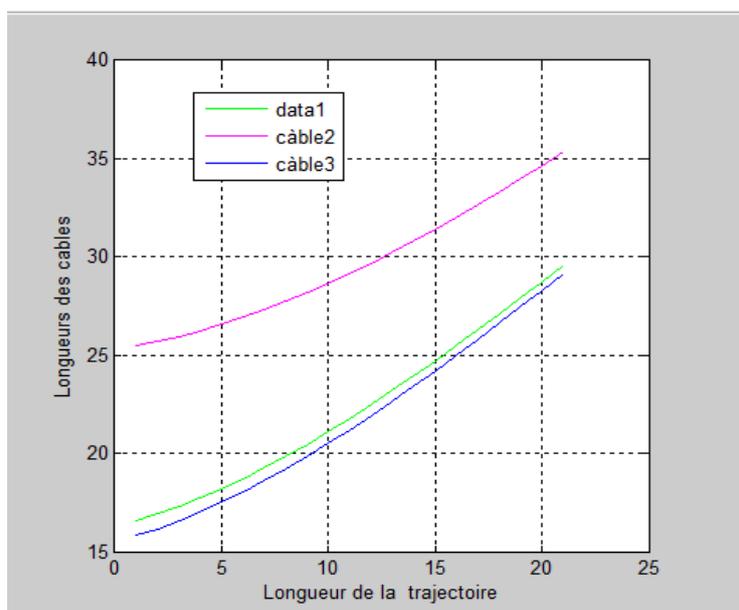
Longueurs des câbles :

Les longueurs des différents câbles lors de la réalisation de la trajectoire en passant du point initial vers le point final, sont calculées par un programme en MATLAB avec un pas de 2 cm le long du chemin de déplacement. Les résultats sont représentés dans le tableau III-1 et le graphe de la figure III-2.

Tableau III-1 : Longueurs des câbles pour une trajectoire rectiligne variant selon un axe.

La longueur de La trajectoire (cm)	Les longueurs du câble 1 (cm)	Les longueurs du câble 2 (cm)	Les longueurs du câble 3 (cm)
0	16.58	25.49	15.81
2	17.29	25.96	16.55
4	18.19	26.57	17.49
6	19.26	27.31	18.60
8	20.46	28.17	19.84
10	21.79	29.15	21.21
12	23.21	30.23	22.67
14	24.71	31.40	24.20
16	26.28	32.64	25.80
18	27.91	33.97	27.45
20	29.58	35.35	29.15

Variations des longueurs des câbles :

**Figure III-2** : Longueurs des câbles pour une trajectoire rectiligne variant selon un axe.

Cas 2 : La trajectoire varie selon deux axe :

Initialement l'effecteur est à la position (5, 15, 5), si on veut que l'effecteur se déplace suivant une trajectoire rectiligne pour atteindre la position (35, 15, 25), on exécute le programme, on obtient les résultats suivants : La longueur de la trajectoire est : $L = 36.05$ cm.

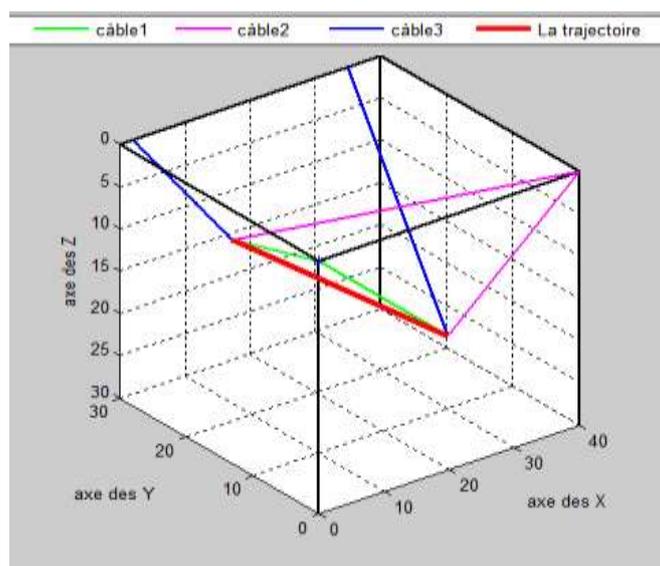
Positions de l'effecteur et des câbles :

Figure III-3 : Positions de l'effecteur et des câbles pour une trajectoire rectiligne variant selon deux axes.

Longueurs des différents câbles :

Les longueurs des différents câbles lors de la réalisation de la trajectoire en passant du point initial vers le point final, sont calculées par un programme en MATLAB avec un pas de 4 cm le long du chemin de déplacement. Les résultats sont représentés dans le tableau III-2 et le graphe de la figure III-4.

Tableau III-2 : Longueurs des câbles pour une trajectoire rectiligne variant selon deux axes.

La longueur de la trajectoire (cm)	Les longueurs du câble 1 (cm)	Les longueurs du câble 2 (cm)	Les longueurs du câble 3 (cm)
0	16.58	38.40	15.81
4	18.61	35.78	16.64
8	21.21	33.42	17.72
12	24.19	31.41	18.99
16	27.43	29.79	20.43
20	30.86	28.65	22.00
24	34.40	28.04	23.67
28	38.04	27.99	25.42
32	41.74	28.50	27.25
36	45.49	29.56	29.12

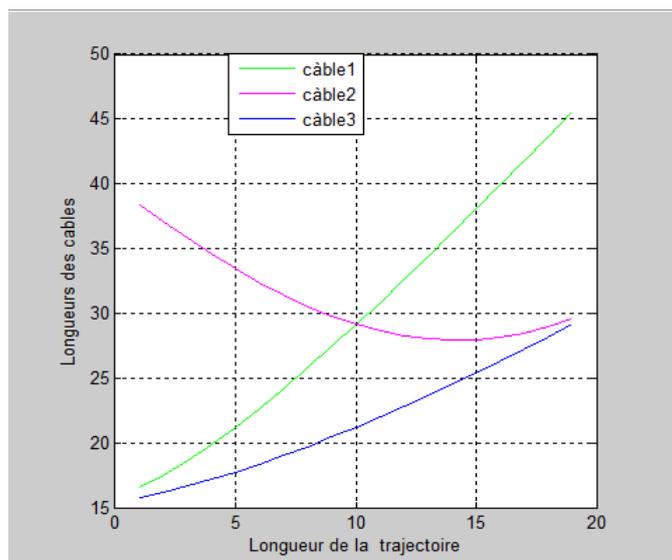
Variations des longueurs des câbles :

Figure III-4 : Longueurs des câbles pour une trajectoire rectiligne variant selon deux axes.

Cas 3 : La trajectoire varie selon trois axes (diagonale) :

Initialement l'effecteur est à la position (35, 0, 5), si on veut que l'effecteur se déplace suivant une trajectoire rectiligne pour atteindre la position (5, 30, 25), on exécute le programme, on obtient les résultats suivants :

La longueur de la trajectoire est : $L = 46.90$ cm.

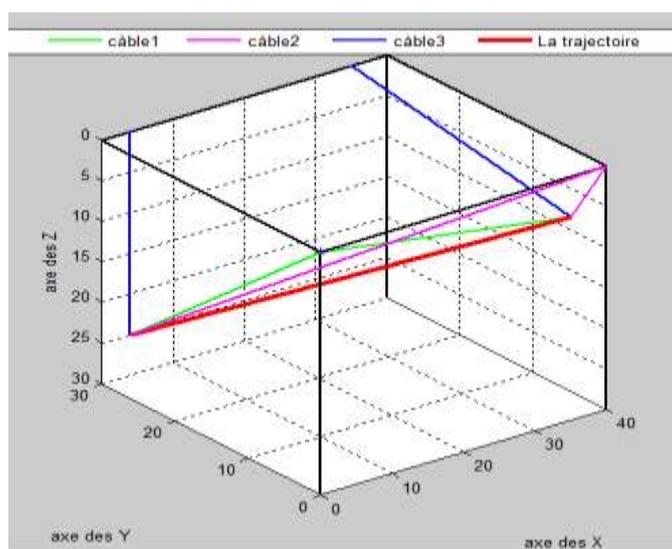
Positions de l'effecteur et des câbles :

Figure III-5 : Positions de l'effecteur et des câbles pour une trajectoire rectiligne variant selon trois axes.

Longueurs des différents câbles :

Les longueurs des différents câbles lors de la réalisation de la trajectoire en passant du point initial vers le point final, sont calculées par un programme en MATLAB avec un pas de 4 cm le long du chemin de déplacement. Les résultats sont représentés dans le tableau III-3 et le graphe de la figure III-6

Tableau III-3 : Longueurs des câbles pour une trajectoire rectiligne variant selon trois axes.

La longueur de la trajectoire (cm)	Les longueurs du câble 1 (cm)	Les longueurs du câble 2 (cm)	Les longueurs du câble 3 (cm)
0	35.35	7.07	30.41
4	33.09	11.01	28.11
8	31.33	15.31	26.10
12	30.18	19.74	24.46
16	29.69	24.22	23.27
20	29.90	28.73	22.59
24	30.79	33.25	22.47
28	32.32	37.79	22.92
32	34.38	42.34	23.91
36	36.91	46.89	25.37
40	39.80	51.44	27.24
44	42.98	56.00	29.42

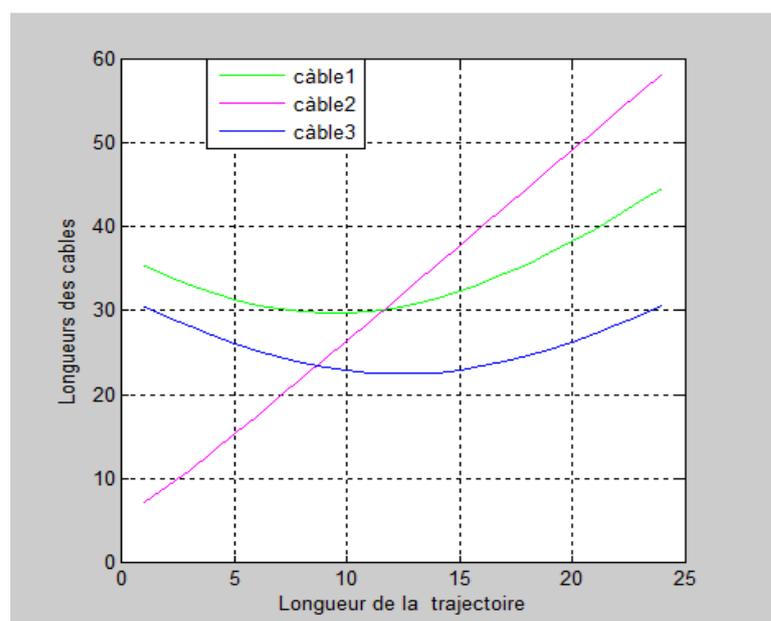
Variations des longueurs des câbles :

Figure III-6 : Longueurs des câbles pour une trajectoire rectiligne variant selon trois axes.

III-2-3 Trajectoire hélicoïdale

En exécutant le programme présenté ci-dessus pour une trajectoire hélicoïdale avec les paramètres suivants :

Le rayon de l'hélice : 13 cm ;

Le pas : 3 cm ;

Le nombre des spires : 5 spires.

On obtient les résultats suivants :

Positions de l'effecteur et des câbles :

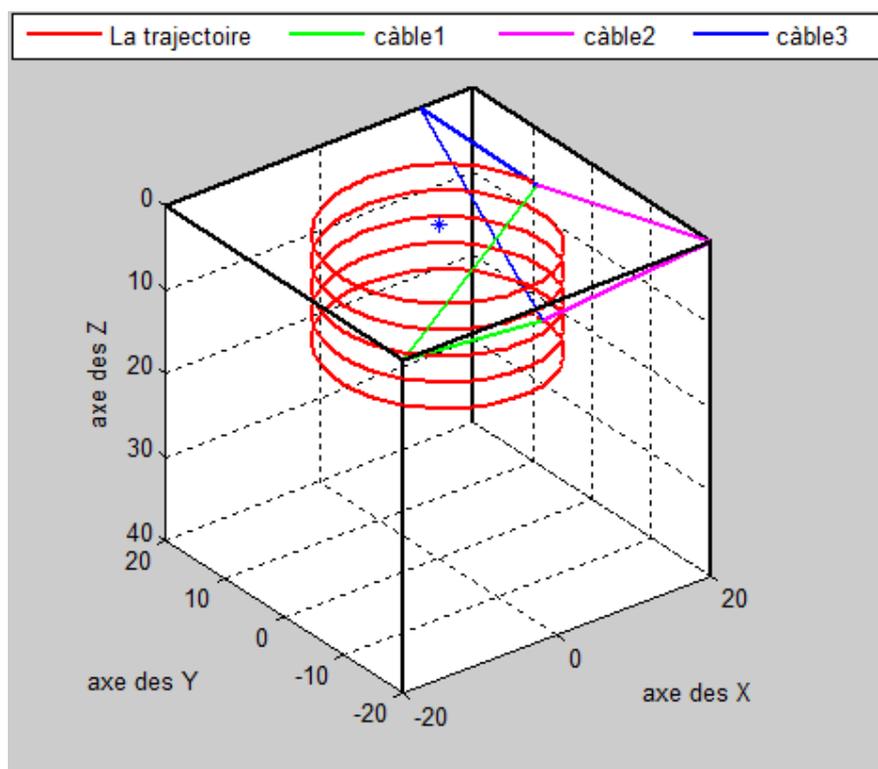


Figure III-7 : Positions de l'effecteur et des câbles pour une trajectoire hélicoïdale.

Longueurs des différents câbles :

La figure III-7 représente la trajectoire suivie par l'effecteur (tracé rouge gras), ainsi que les positions des différents câbles aux points de départ et d'arrivée de l'effecteur qui suit une trajectoire hélicoïdale. Les longueurs des différents câbles lors de la réalisation de la trajectoire en passant du point initial vers le point final, sont calculées par un programme en MATLAB avec un pas d'angle de 10° pour le calcul de x et y et un pas de 3 cm selon la cote z. Les résultats sont représentés dans le tableau III-4 et le graphe de la figure III-8.

Tableau III-4 : Longueurs des câbles pour une trajectoire hélicoïdale.

La variation d'angle (°)	Les longueurs du câble 1 (cm)	Les longueurs du câble 2 (cm)	Les longueurs du câble 3 (cm)
0	41.83	42.07	36.41
50	34.31	33.01	37.11
100	37.42	37.31	35.10
150	32.17	31.74	37.46
200	33.69	34.22	31.27
250	29.90	28.73	34.59
300	33.79	33.25	28.47
350	28.32	27.79	32.92
400	34.38	35.34	26.91
450	26.91	26.89	32.37
500	32.80	31.44	24.24
550	22.98	21.00	31.42
600	31.83	32.13	23.47

Variations des longueurs des câbles :

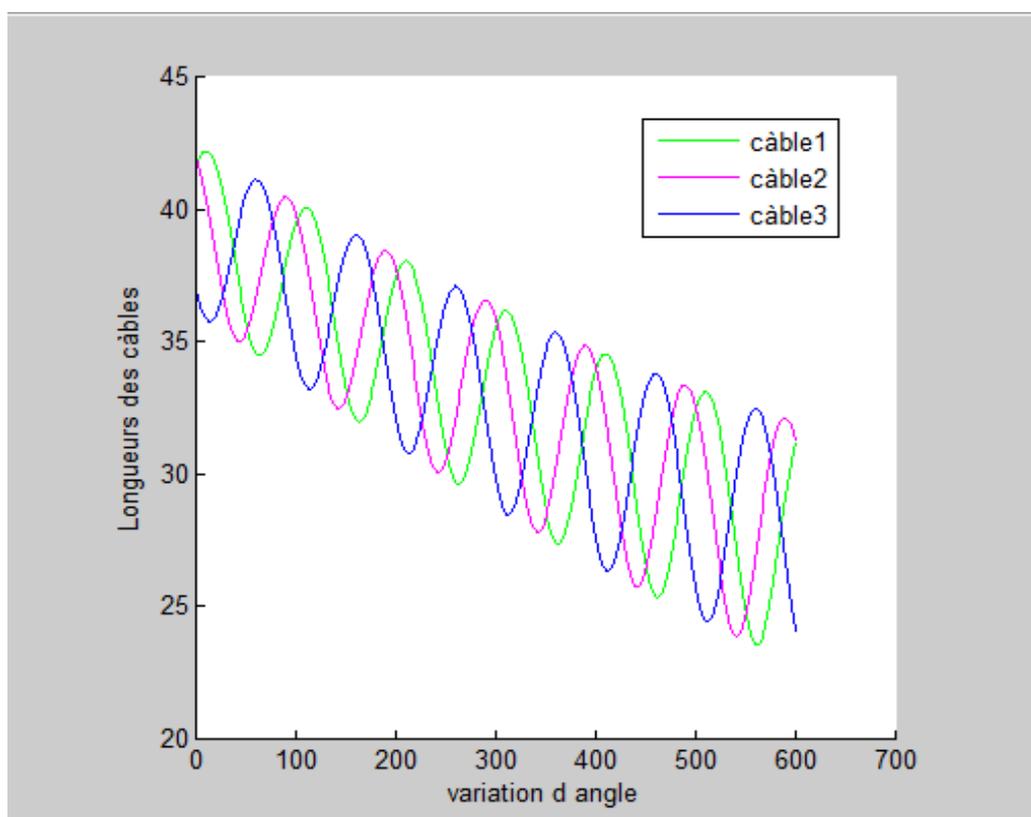


Figure III-8 : Longueurs des 3 câbles pour la trajectoire hélicoïdale considérée.

III-2-4 Commentaires

A partir des résultats obtenus ci-dessus, on peut constater que :

- Pour une trajectoire donnée de l'effecteur, les points de fixation des câbles 1, 2 et 3 correspondent toujours aux points A_1 , A_2 , et A_3 respectivement ; les points de fixation A_1 et A_2 sont fixes et le point A_3 est mobile suivant l'axe (OX).
- Dans cette configuration de robot, l'effecteur réalise des mouvements dans un espace parallélépipédique avec seulement trois câbles, quel que soit le type de trajectoire.
- Pour une trajectoire quelconque, les variations des longueurs des différents câbles correspondent exactement au comportement de l'effecteur. lorsque l'effecteur s'éloigne du point de fixation, la longueur du câble augmente et lorsque l'effecteur s'approche du point de fixation, la longueur du câble diminue.
- Dans le cas de la trajectoire hélicoïdale, on constate une régularité de la variation des longueurs de câbles avec une répétition périodique qui correspond à la répétition des cercles successifs du mouvement de l'effecteur.

III-3 Simulation du modèle dynamique

Il s'agit de déterminer les tensions dans les câbles et les couples moteurs pour une trajectoire rectiligne et une trajectoire hélicoïdale. Les étapes du programme permettant d'obtenir ces résultats sont résumés comme suit :

- Introduire les moments d'inertie des poulies (J_i , $i=1 \dots 4$).
- Introduire les rayons des poulies (r_i , $i=1 \dots 4$).
- Introduire les coefficients des frottements (C_i , $i=1 \dots 4$).
- Introduire la masse de l'effecteur.
- La durée du mouvement de l'effecteur ainsi que les équations temporelles $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$.
- Calcul des tensions dans les câbles et calcul des couples moteurs.
- Représentations graphiques des variations des valeurs des tensions dans les câbles, ainsi que des variations des couples moteurs.

III-3-1 Trajectoire rectiligne

En exécutant le programme pour la trajectoire rectiligne présentée dans le modèle géométrique du cas 3, la position initiale de l'effecteur est (35, 0, 5) et sa position finale (5, 30, 25). Les résultats obtenus sont :

Les tensions dans les câbles :

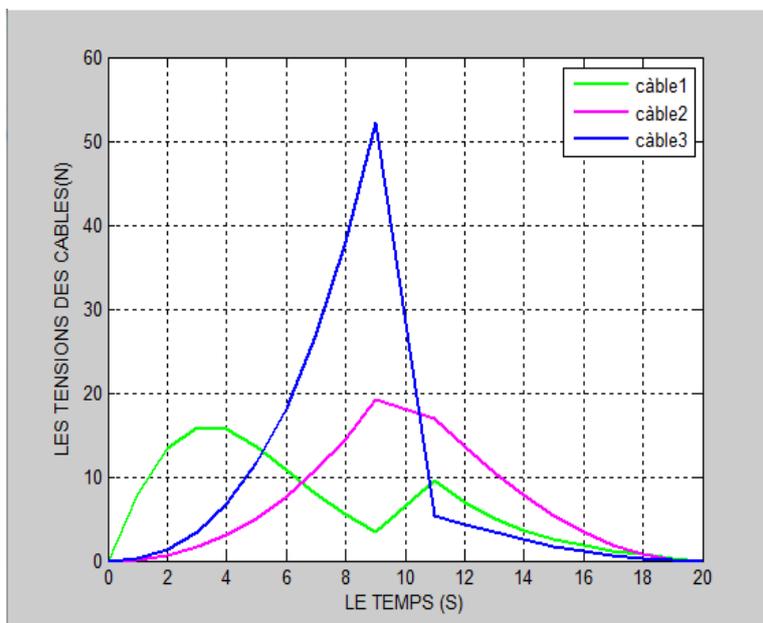


Figure III-9 : Tensions dans les câbles pour une trajectoire rectiligne.

Les couples moteurs :

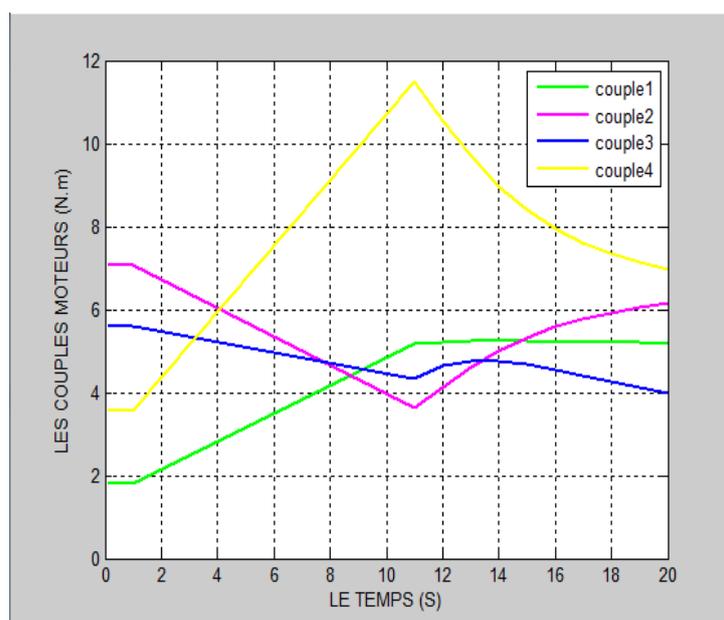


Figure III-10 : Couples moteurs pour une trajectoire rectiligne.

III-3-2 Trajectoire hélicoïdale

En exécutant le programme pour le cas d'une trajectoire hélicoïdale, en l'occurrence celle présentée dans la simulation du modèle géométrique, on obtient les résultats suivants :

Les tensions dans les câbles :

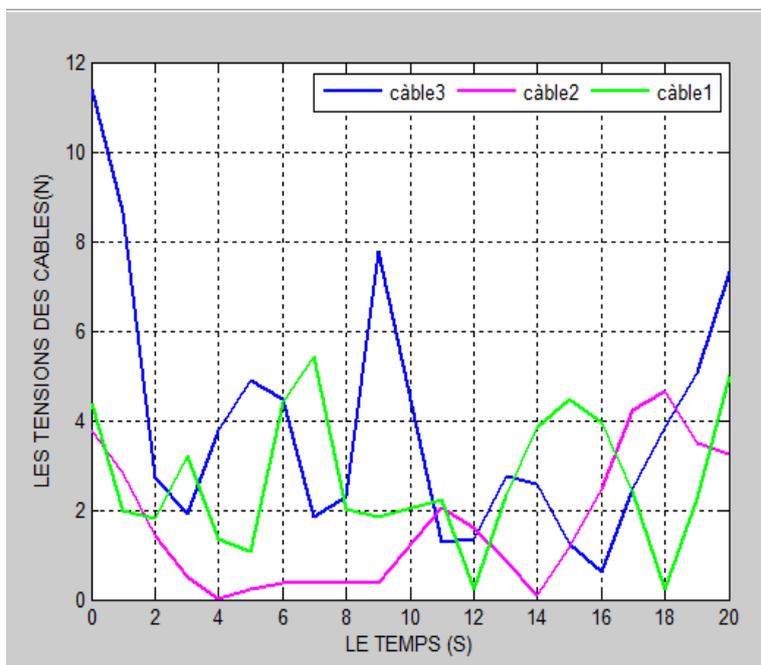


Figure III-11 : Tensions dans les câbles pour une trajectoire hélicoïdale.

Les couples moteurs :

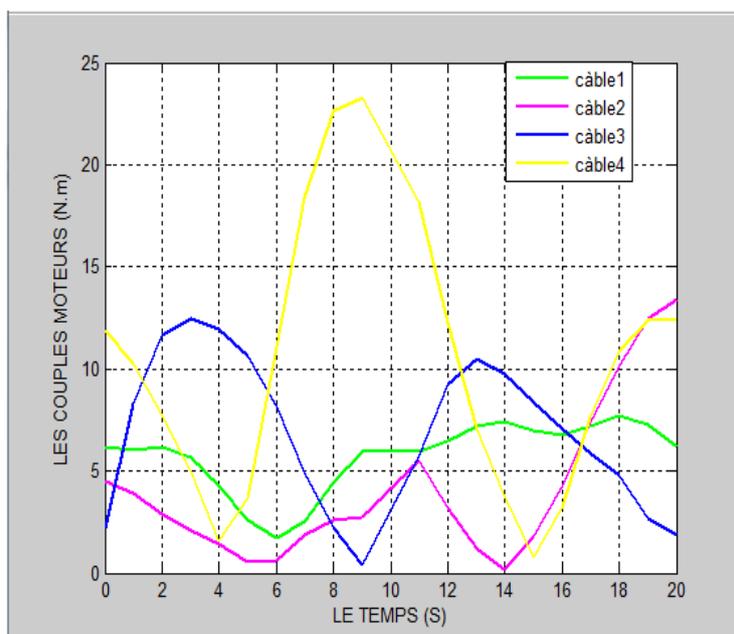


Figure III-12 : Couples moteurs pour une trajectoire hélicoïdale.

III-3-3 Commentaires

- Les câbles ne peuvent que tirer l'effecteur et ne peuvent pas le pousser pour cette raison, toutes les tensions dans les câbles sont positives pour les deux cas de trajectoires.
- Les tensions dans le câble 3 sont supérieures aux celles dans les câbles 1 et 2 puisque, le câble 3 tire l'effecteur selon le sens positif de l'axe (OY) et les deux autres câbles le tirent dans le sens inverse.
- Les valeurs des couples moteurs 4 sont grandes par rapport aux autres couples moteurs puisque, le moteur 4 entraîne le moteur 3 ainsi que le câble 3.
- Les valeurs des tensions dans les câbles et les couples moteurs pour les robots parallèles suspendus sont grandes par rapport aux mécanismes pleinement contraints, ceci est dû à l'effet de la gravité qui tire l'effecteur vers le bas.

III-4 Conclusion

Après avoir simulé les différents développements analytiques obtenus dans le chapitre précédent on a constaté qu'il y a une parfaite adéquation entre les différents paramètres du mécanisme à savoir ; la configuration géométrique et le comportement dynamique du mécanisme. La mobilité du troisième point de fixation, permet d'augmenter considérablement l'espace de travail du robot. Ainsi on aura réussi à optimiser l'espace de travail du mécanisme en obtenant un espace de travail parallélépipède avec seulement trois câbles au lieu de quatre.

Conclusion générale

A travers ce mémoire, on a envisagé d'optimiser l'espace de travail d'un robot parallèle à 3 câbles dans le domaine 3D. De ce fait, on a étudié une configuration qui permet d'obtenir un espace de travail considérablement augmenté tout en réduisant le nombre des câbles qui tirent l'effecteur.

la solution proposé « mobilité d'un point de fixation », a permis en premier lieu d'obtenir un espaces de travail à base rectangulaire au lieu d'un espace à base triangulaire, en second lieu a permis de réduire le nombre des câbles de quatre à trois.

L'étude du sujet a été faite en deux parties principales : la première a été consacrée pour le développement analytique permettant de modéliser le système, la deuxième partie a permis de simuler et d'illustrer les différents comportements du robot pour une trajectoire donnée.

Après avoir fait cette étude, on a constaté qu'il y a une parfaite adéquation entre les différents paramètres définissant le système, ceci nous amène à confirmer que la solution proposée : « mobilité d'un point de fixation » permet d'atteindre l'objectif souhaité ; l'optimisation de l'espace de travail d'un robot parallèle 3 câbles dans le domaine 3D.

En perspective, pour donner plus de valeur à cette étude, d'autre études peuvent être envisagées tel que, la conception technologique et la réalisation d'un prototype.

Bibliographie

- [ATM. 2015] O. Atmani, « Optimisation de l'espace de travail d'un robot parallèle à 3 câbles ». PFE, Département de génie mécanique, ENP. Juin 2015.
- [FAN. 2001] F.Fantoni et L.Lozano, «Non-linear control for under actuated mechanical system. Springer Verlag».2001.
- [KHA. 2002] W. Khalil et D.Etienne. « Modeling, Identification & Control of Robots». New York (USA): Taylor & Francis Books Inc., 480 p. 2002.
- [LAF. 2002] P. Lafourcade, M. Llibre, et C. Reboul. « Design of a parallel wire-driven manipulator for wind tunnels». In Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators, Quebec City.2002.
- [MOH. 1995] A. Mohri, D. Xiang et Y. Motoji. « Collision free trajectory planning for manipulator using potential function ». In 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Nagoya (Japan), 21-27 mai 1995) Vol. 3, p. 3069-3074 IEEE. 1995.
- [ROB. 1999] L.Robert et L.Williams. « Planar cable-suspended haptic interface: Design for wrench exertion ». In Proc. of the 1999 ASME Design Technical Conferences, Las Vegas, Nevada.1999.
- [TSE. 1998] K. Tse et Chi-Hsu Wang. « Evolutionary optimization of cubic polynomial joint trajectories for industrial robots ». In 1998 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, (San Diego (USA), 11-14 October 1998) Vol. 4, p. 3272-3276. IEEE. 1998.
- [ZLA. 1998] D. Zlatanov, G. Fenton et B. Benhabib. « Identification and classification of the singular configurations of mechanisms ». Mechanism and machine theory, vol. 33, n°6, p. 743-760. 1998.
- [ZHA. 2004] X. Zhao. « Statics and dynamics simulation of a multi-tethered aerostat system ». Ph.D. University of Victoria, Dept. of Mechanical Engineering. 2004.