

## ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE



# PROJET DE FIN D'ETUDES

### S U J E T

ETUDE DES LIGNES COUPLEES  
ET REALISATION D'UN FILTRE  
MICRO - ONDE

Proposé par :

Mr. M. TRABELSI

Etudié par :

LOUNI Rachid

FAID Barkahoum

Dirigé par :

Mr. M. TRABELSI

PROMOTION : Janvier 1986

## ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT **D'ELECTRONIQUE**

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# PROJET DE FIN D'ETUDES

### S U J E T

**Etude des lignes couplées**

**et réalisation d'un filtre**

**micro-onde**

Proposé par :

**Mr M. TRABELSI**

Etudié par :

**LOUNI Rachid**

**FAID Barkahoum**

Dirigé par :

**Mr M. TRABELSI**

PROMOTION : **Janvier 1986**

REMERCIEMENTS

NOUS TENONS A REMECIER VIVEMENT M<sup>R</sup> M TRABELSI  
POUR L'AIDE ET LES CONSELS QU'IL NOUS A  
PRODIGUE TOUT AU LONG DE CE PROJET

NOUS TENONS EGALEMENT A REMECIER CEUX QUI  
DE PRES OU DE LOIN ONT CONTRIBUE A NOTRE FORMATION

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

DEDICACES

A la memoire de ma soeur FATOUMA

A mon mari H.BELKACEM

A toute ma famille

Ainsi qu'à mes amis

FAID.BARKAHOUM

A la memoire de mon frere ACHOIR

A mes parents

A mon frere , mes soeurs

A mes amis

LOUMI.RACHID



TABLE DES MATIERES:

CHAP. I. ETUDE ET ANALYSE DES LIGNES COUPLEES:

I.1.	Analyse des lignes couplées. . . . .	1
I.11	Les lignes naturelles	
I.12	Les lignes artificielles	
I.13	Comparaison de ces deux types de lignes.	
I.2.	Etude des lignes couplées. . . . .	3
I.21	Domaine de l'étude	
I.2.2	Paramètres électriques	
I.22.1	Coefficients d'influences	
I.222	Capacités partielles et admittances	
I.23	Paramètres magnetiques	
I.24	Relations entre paramètres électriques et magnetiques.	
I.25	Etablissement des équations des lignes parfaites couplées.	
I.251	A partir de l'onde plane des lignes naturelles.	
I.252	A partir du schéma équivalent	
I.253	Interpretation des résultats.	
I.254	Impédances caractéristiques des modes pair et impair.	
I.255	Particularités des lignes naturelles.	
I.26	Paramètres $S_{ij}$ de la matrice de répartition de deux lignes couplées.	
I.261	Introduction	
I.262	Cas d'une ligne simple	
I.263	Cas de deux lignes couplées	

CHAP. II LES LIGNES A MICRORUBANS

II 1	Les lignes à microrubans simples . . . . .	20
II11	Introduction	
II12	Description de la ligne à microruban	



- II.13 Paramètres du mode quasi TEM Statique
- II.131 Impédance caractéristique de la ligne
- II.132 Permittivité effective d'une microbande.
- II.133 Longueur d'onde  $\lambda_g$  et longueur physique  $l$

- II.14 Formules de synthèse
- II.15 Dispersion dans la microbande
- II.16 Effet de l'épaisseur  $t$  du ruban
- II.17 Pertes dans la microbande

- II.171 Pertes dues au diélectrique
- II.172 Pertes dues au conducteur
- II.173 Pertes par rayonnement

- II.18 Discontinuité dans la microbande
- II.181 Les principales discontinuités
- II.182 Le circuit ouvert
- II.183 Variation de la largeur

II.2 Les lignes à microrubans couplées en parallèles. - - - - - 31

Introduction

- II.21 Impédances caractéristiques en mode pair et impair
- II.211 Impédances caractéristiques en fonction du coefficient de couplage.
- II.212 Capacités air-ligne et substrat-ligne
- II.213 Impédances caractéristiques en fonction des capacités

II.22 Dimensions physiques de la structure à partir des impédances caractéristiques.

- II.221 Méthode d'analyse de BRYANT et WEISS.
- II.222 Méthode d'AKHTARZAD, ROWBOTHAN et JONES

II.23 Longueur de la région de couplage.

CHAP. III. APPLICATIONS DES LIGNES A MICRORUBANS COUPLEES.

- III.1 Coupleur directif - - - - - 41
- III.11 Matrice  $[S]$  d'un coupleur directif
- III.12 Calcul d'un coupleur directif à microbande

- III 121 Calcul des impédances mode pair et impair
- III.122 Rapports de formes  $w/h$  et  $s/h$  du mode couplés.

(Conclusion)

III.2 Filtres micro ondes. ----- 44

- III.21 Introduction
- III.2.2 Gabarit d'un filtre
- III.23 Pertes d'insertion
- III.24 Fréquence de coupure
- III.25 Temps de propagation de groupe
- III.26 Filtre prototype
- III.261 Normalisation
- III.262 Transposition de fréquence

III.27 Fonctions d'approximations

- III.271 Fonction de BUTTERWORTH
- III.272 Fonction de TCHEYSCHIEFF

III.28 Synthèse d'un filtre

- III.281 Valeurs des éléments constitutifs du filtre passe bas.
- III.282 Prototype passe bas
- III.283 Transposition au filtre passe bande.

III.29 Filtre passe bande a couplage parallèles de microbandes

- III.291 Réalisation de circuit résonnant ou anti résonnants à l'aide de tronçons de lignes.
- III.292 Réalisation d'un filtre passe bande à l'aide de lignes à microrubans

III.210. Conception du filtre passe bande.

IV. REALISATION: ----- 55

- IV.1 Cahier de charge
- IV.2 Détermination des éléments normalisés du prototype.
- IV.3 Calcul des paramètres du filtre passe bande
  - IV.31 Calcul des admittances de l'inverseur et les impédances des lignes couplées.
  - IV.32 Détermination des dimensions de microbandes
  - IV.33 Calcul de la longueur de couplage
  - IV.34 Dimensions physiques du filtre passe bande
  - IV.35 Détails de réalisation

IV.4 MESURES ----- 61

- IV.4 1 Manipulation et résultats
- IV.4 2 Commentaires sur la courbe et conclusion
  - Annexe 1 : Impédance caractéristique en fonction des impédances mode pair et mode impair.



## INTRODUCTION :

Dans la technique moderne, on utilise des signaux de fréquence de plus en plus élevée : LES HYPERFREQUENCES.

De ce fait, les circuits micro-onde qui naguère étaient réservés au Radar et à un degré moindre, aux télécommunications connaissent actuellement un grand développement.

Et pour un grand nombre de raisons technologiques l'intégration de circuit pour micro ondes à évolué principalement au niveau des lignes de transmission à microbandes qui répondent aux nombreuses exigences des circuits plans. Mais le besoin incessant de la construction d'une multitude de lignes groupées sur le même support fait apparaître un phénomène appelé diaphonie. En effet le couplage électromagnétique entre lignes voisines exerce toujours une action néfaste en provoquant des perturbations sur les circuits analogiques tels que des lignes téléphoniques ou des impulsions parasites sur les circuits numériques. Et aussi dans les circuits électroniques modernes, chaque circuit logique a sa sortie reliée à l'entrée d'un ou de plusieurs autres circuits logiques par l'intermédiaire d'une connexion imprimée, qui peut-être couplée à d'autres reliant d'autres circuits logiques. Ces interconnexions peuvent se comporter comme des lignes de transmission couplées, et si un plan de masse est présent sur la face opposée de la plaquette de montage, nous sommes en présence de lignes à microrubans couplées. De tels couplages doivent être maintenus dans les limites tolérables et, il importe donc de savoir déterminer leur importance en fonction des caractéristiques électriques et mécaniques des circuits.

Notre projet est structuré en quatre chapitres :

Le premier sera consacré à l'étude et analyse des lignes couplées et servira de références, quant aux concepts et expressions nécessaires aux chapitres suivants.

Le deuxième chapitre sera lui, consacré à la description et la synthèse des lignes à microrubans.

Dans le chapitre trois, on exposera deux applications les plus courantes des lignes à microbandes couplées en parallèles : les coupleurs directifs et les filtres.

Le chapitre quatre constituera la partie pratique et consistera en la réalisation d'un filtre micro-onde passe bande et mesures.

On terminera enfin par une conclusion sur les résultats obtenus.



# CHAPITRE I

Etude et analyse des lignes  
couplées

## I. ETUDE ET ANALYSE DES LIGNES COUPLEES :

### I.1. ANALYSE DES LIGNES COUPLEES :

#### I.1.1. LES LIGNES NATURELLES:

La ligne de Lecher ou le coaxial constitue un exemple fondamental du coupleur contradirectionnel. L'analyse peut être étendue au cas des lignes artificielles qui apportent un nouveau type de couplage dit codirectionnel. Les lignes naturelles et artificielles constituent deux systèmes physiques fort différents.

La physique impose des contraintes remarquables qui caractérisent les paramètres des lignes naturelles :

Il se confirme qu'il peut circuler sur ces lignes couplées des ondes planes uniformes progressives avec pour vitesse de phase  $V_p = c$ , la vitesse de la lumière.

- Le couplage distribué est à la fois électrique et magnétique et les coefficients de couplage correspondants  $K_c$  et  $K_l$  sont égaux. (1).
- L'égalité de  $K_c$  et  $K_l$  donne au couplage son caractère intrinsèquement contradirectionnel.
- La puissance circulante se partage également entre les deux lignes pour le régime d'ondes progressives.

On soulignera que le type d'excitation le plus simple pour deux lignes couplées, celui à une seule source, ne peut pas mener ici à la production d'une onde progressive unique, comme pour une seule ligne. Au contraire, le couplage intervient ici de manière primordiale et, en alimentant une seule des deux lignes, on produit le phénomène nouveau que les auteurs russes ont appelé les battements spatiaux. Cependant sur les lignes naturelles, ce phénomène n'est ni aussi simple, ni aussi net.

- Il ne se produit que si les terminaisons des deux tronçons de ligne sont bien choisies et bien réalisées.
- Le transfert de puissance est proportionnel au carré du coefficient de couplage  $K$ , il n'est donc jamais complet et en pratique ne dépasse pas 25%.
- La longueur optimale de l'espace d'interaction est  $\lambda/4$ ,  $\lambda$  étant la longueur d'onde ( éventuellement moyenne) sur les lignes couplées.
- La position de l'accès découplé est indépendante de la fréquence qui ne change que le coefficient de transfert et cela faiblement au voisinage de l'optimum.

#### I. 1.2. Les lignes artificielles :

La théorie des lignes naturelles peut être étendue facilement aux lignes artificielles, on entendra par là, deux lignes où les restrictions propres aux lignes naturelles sont supposées levées :  $K_c \neq K_l$  ou  $V_p \neq c$ , par exemple. Mais ceci ne fait heureusement pas disparaître les phénomènes



intéressants liés au couplage distribué, elle en change seulement les lois quantitatives mais de manière fort importante pour les applications. La condition  $K_c = -K_l$  que l'on pourrait qualifier d'antinationnelle donne son caractère fondamental au couplage intrinséquement codirectionnel.

Les propriétés de ces coupleurs codirectionnels sont fort différentes de celles des coupleurs contradirectionnels :

Le phénomène des battements spatiaux y présente une forme pure ( fig. I.1 ) lorsque les vitesses des ondes sont identiques sur les deux lignes, exemple cas de deux hélices [4] qui apporte un grand intérêt pratique, le transfert de puissance est complet, indépendamment de  $K$ ;  $K$  ne détermine que la longueur de l'espace d'interaction, qui est grande devant  $\lambda_g$  et proportionnelle à  $1/K$ .

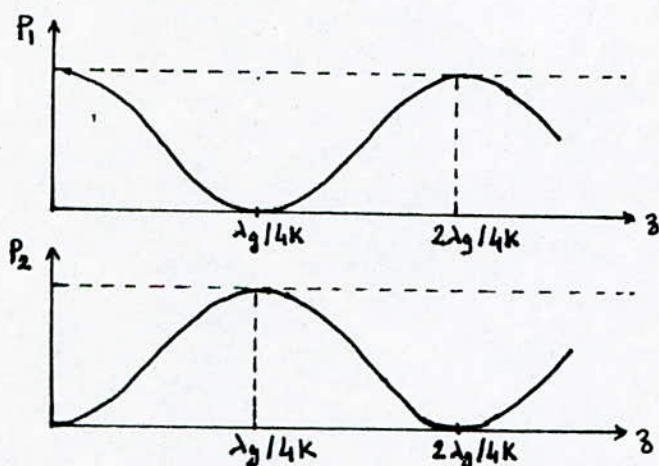


fig I.1 : Transfert de puissance observé aux bornes d'un coupleur lorsqu'on fait varier la longueur d'interaction  $l$ .

Une source unique adaptée alimente l'entrée d'une ligne (1), la puissance lancée en (1) dans la ligne (1) est transférée progressivement à la ligne (2) jusqu'à ce qu'elle ait disparue de (1) et soit transférée complètement à (2), ce qui se produit au bout d'un trajet de longueur  $l$  donnée par  $Kl = \lambda_g/4$ , d'autant plus court que le coefficient de couplage  $K$  est plus grand, puis si la zone d'interaction est assez longue, la puissance repasse progressivement sur (1) ou elle prédomine après un nouveau parcours de longueur  $2l$  et ainsi de suite sur deux lignes indéfinies. C'est ce phénomène de base qui est à la source des applications les plus importantes, transfert de puissance d'une ligne (1) à une ligne (2) de structure différente, effet directif lorsque la zone d'interaction présente la longueur optimale  $l = (\lambda_g/4) (1/K)$ .



### I.13. COMPARAISON DE CES DEUX TYPES DE LIGNES:

En résumé nous pouvons dresser le tableau comparatif suivant : (d'après cours Zergueras)

LIGNES NATURELLES	LIGNES ARTIFICIELLES
a) Le couplage distribué est électromagnétique $V_p = c$	a) Le couplage est électromagnétique ou électrique ou magnétique $V_p \neq c$
b) Les coefficients de couplage électrique $K_c$ et magnétique $K_l$ sont égaux.	b) $K_c \neq K_l$ .
c) $K_c = K_l = K$ : couplage contradirectionnel.	c) $K_c = -K_l = K$ : couplage codirectionnel ou antinaturel.
d) La puissance circulante se propage également entre les deux lignes pour le régime d'ondes progressives.	d) La puissance passe totalement et alternativement d'une ligne à l'autre sur tout le trajet $l = 1/K (\lambda_g/4)$ .
e) phénomène de battements couplés	e) phénomènes de battements spaciaux. $y$ présente une forme pure.
f) Transfert de puissance est proportionnel à $K$	f) Transfert de puissance est complet et indépendant de $K$ .
g) Longueur optimale de l'espace d'interaction est $\lambda/4$ .	g) Longueur de l'espace d'interaction est proportionnel à $1/K$ .

### I.2. ETUDE DES LIGNES COUPLEES:

#### I.2.1. DOMAINE DE L'ETUDE:

Il consiste à étudier le couplage électromagnétique entre deux circuits formés de conducteurs métalliques parallèles, fils ou bandes, entourés d'un diélectrique extérieur et répondant aux conditions suivantes :

- Les dimensions transversales sont petites devant les longueurs des ondes se propageant sur les circuits.

- Le dielectrique extérieur est homogène, isotrope et à faibles pertes.
  - Les deux circuits et les réseaux terminaux sont symétriques par rapport à un plan P ( fig. I.2.) ou par rapport à un axe oz (fig. I.3;).
- Les sources qui les alimentent sont équilibrées par rapport à ce plan ou à cet axe dont le potentiel est pris pour origine.

fig. I.2.: circuits bifilaires symétrique par rapport à un plan P.

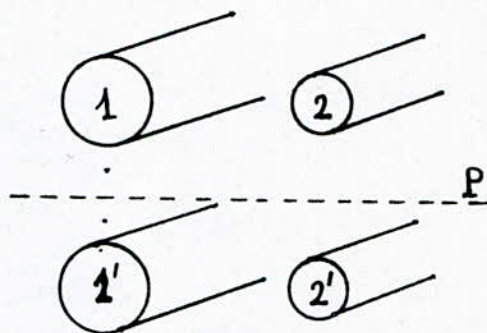
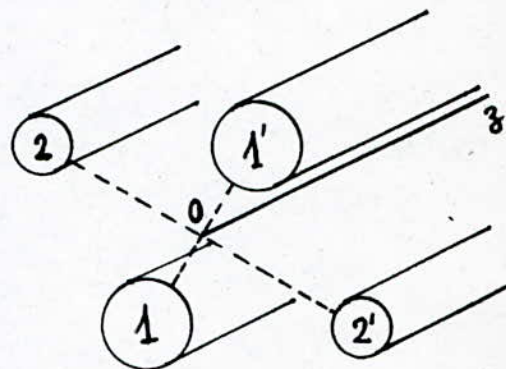


fig. I.3. : circuits bifilaires symétriques par rapport à un axe oz.



Aujourd'hui dans la plus part des applications, les lignes naturelles couplées sont en fait à 3 conducteurs ( fig. I.4), les conducteurs de retour (1) et (2) étant réunis en un seul qui forme un écran continu autour des barres (1) et (2). Ces dernières sont les seules à apparaître dans la théorie avec leurs potentiels  $V_1$  et  $V_2$  et leurs courants  $I_1$  et  $I_2$ .

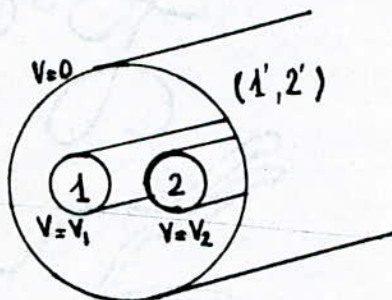


fig. I.4. : Paires de lignes couplées à trois conducteurs.



En effet, l'enveloppe ( 1', 2' ) reçoit l'indice 0 car elle est prise au potentiel zero soit  $V_0 = 0$ , elle est parcourue par les courants  $I_1'$  et  $I_2'$  et porte des charges  $Q_1'$  et  $Q_2'$ , mais on a que très exceptionnellement à se préoccuper de ces grandeurs puisqu'on a toujours par définition de la ligne :

$$\begin{aligned} I_1' &= - I_1 & I_2' &= - I_2 \\ Q_1' &= - Q_1 & Q_2' &= - Q_2 \end{aligned}$$

### I.2.2. PARAMETRES ELECTRIQUES:

#### I.2.2.1. COEFFICIENTS D'INFLUENCE:

La linéarité des lois électrostatiques mène à décrire un système de conducteurs par une matrice  $(C_{ik})$  de coefficients d'influence  $c_{ik}$  avec réciprocity électrostatique telle que :

$$c_{ik} = c_{ki} \quad i \neq k$$

Pour cela, considérons le schéma de la fig. ( I.4 ) où les conducteurs ( 1 ) et ( 2 ) portent les charges  $Q_1$  et  $Q_2$  . Les lignes de forces électriciennes partent du conducteur ( 1 ) pour aboutir à ( 2 ) ( fig. I.5 ), délimitent sur ce conducteur une surface portant la charge partielle  $Q_{12}$  par conséquent nous pouvons illustrer la ( fig. I.5 ) par ( la fig. I.6 ).

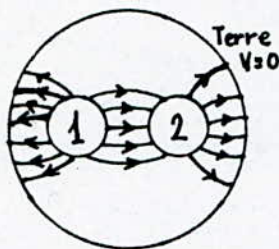


fig. I.5. lignes de forces électriques.

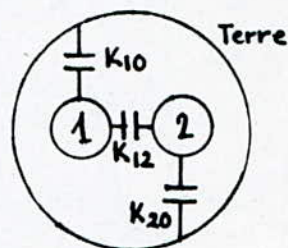


Fig. I.6. coefficients d'induction de Maxwell.

La linéarité entre les charges et potentiels nous conduit à :

$$\begin{aligned} Q_1 &= K_{12} (V_1 - V_2) + K_{10} (V_1 - V) \\ Q_2 &= K_{21} (V_2 - V_1) + K_{20} (V_2 - V) \end{aligned} \quad (I)$$

Les  $K_{ij}$ ,  $i = 1, 2$  et  $j = 0, 1, 2$  sont positifs et ont les dimensions des capacités, c'est ce qu'on appelle les coefficients de Maxwell.

La relation entre charges lineiques s'écrira alors pour  $V = 0$ .

$$\begin{aligned} Q_1 &= (K_{12} + K_{10}) V_1 - K_{12} V_2 \\ Q_2 &= -K_{21} V_1 + (K_{21} + K_{20}) V_2 \end{aligned} \quad (I')$$

soit :

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_{11} V_1 - C_m V_2 \\ Q_2 &= -C_m V_1 + C_{22} V_2 \end{aligned} \quad (II)$$



$$\begin{aligned}
 \text{avec} \quad C_{11} &= K_{12} + K_{10} \\
 C_{22} &= K_{21} + K_{20} \quad (\text{III}) \\
 C_{12} &= C_{21} = C_m
 \end{aligned}$$

### I.222. CAPACITES PARTIELLES ET ADMITTANCES :

Les coefficients d'influence  $C_{ik}$  sont distincts des capacités partielles des circuits ordinaires :  
des equations III on tire

$$\begin{aligned}
 K_{10} &= C_{11} - C_m & (\text{III}') \\
 K_{20} &= C_{22} - C_m & \text{avec } C_{12} = C_{21} = C_m
 \end{aligned}$$

Les equations (I) peuvent s'écrire alors :

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= (C_{11} - C_m) V_1 + C_m (V_1 - V_2) \quad (\text{IV}) \\
 Q_2 &= C_m (V_2 - V_1) + (C_{22} - C_m) V_2
 \end{aligned}$$

aux capacités partielles (fig. I.7.)

$$\begin{aligned}
 C_1 &= C_{11} - C_m ; C_2 = C_{22} - C_m \text{ et } C_m . \\
 \text{soit } Q_1 &= C_1 V_1 + C_m (V_1 - V_2) \quad (\text{V}) \\
 Q_2 &= C_m (V_2 - V_1) + C_2 V_2
 \end{aligned}$$

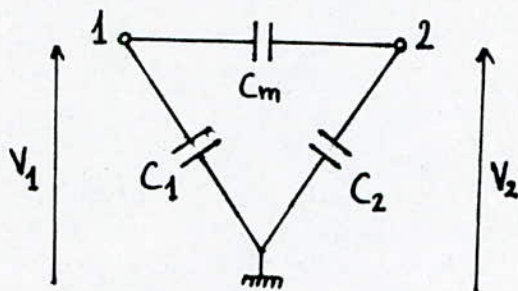


Fig. I.7 : Schéma équivalent aux capacités partielles.

La dérivation par rapport au temps des equations (V) nous donne les equations écrites aux admittances :

$$\begin{aligned}
 I_1 &= j\omega (C_1 V_1 + C_m (V_1 - V_2)) \quad \text{soit} \quad I_1 = Y_1 V_1 + Y_m (V_1 - V_2) \quad (\text{VI}) \\
 I_2 &= j\omega (C_m (V_2 - V_1) + C_2 V_2) \quad I_2 = Y_m (V_2 - V_1) + Y_2 V_2
 \end{aligned}$$

### I.2.3. PARAMETRES MAGNETIQUES:

Le flux magnétique linéique est défini comme suit (1) :

$$\oint_k = \mu \int_{\bullet}^k H dS_k$$

Dans un système de lignes couplées à 3 conducteurs :

Le flux est conservatif dans la section et le choix du trajet d'intégration est arbitraire.

Donc pour notre système, les flux magnétiques sont définis ainsi :

$$\phi_1 = \mu \int_0^1 H ds \quad , \quad \phi_2 = \mu \int_0^2 H ds$$

et sont liés aux courants magnetisants par des relations analogues aux relations (II) soient :

$$\begin{aligned} \phi_1 &= L_{11} I_1 + L_{12} I_2 & \text{ou} & & \phi_1 &= L_{11} I_1 + L_m I_2 \quad (\text{VII}) \\ \phi_2 &= L_{21} I_1 + L_{22} I_2 & & & \phi_2 &= L_m I_1 + L_{22} I_2 \end{aligned}$$

#### I.2.4 RELATIONS ENTRE PARAMETRES ELECTRIQUES ET MAGNETIQUES:

Les deux lignes peuvent être caractérisées par la donnée des coefficients d'influence  $C_{11}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_m$  et la vitesse de la lumière  $c$ . Par conséquent les coefficients d'induction magnétique  $L_{11}$ ,  $L_{22}$  et  $L_m$  devraient apparaître comme des fonctions des  $C_{ik}$  et ..

Pour cela compte tenu des relations générales suivantes :

$$I_k = c Q_k \quad \text{et} \quad V_k = c \phi_k$$

et à partir des équations (VII) on a :

$$\begin{aligned} V_1 &= c (L_{11} Q_1 + L_m Q_2) \\ V_2 &= c (L_m Q_1 + L_{22} Q_2) \end{aligned} \quad (\text{VII}')$$

le calcul de  $Q_1$  et  $Q_2$  donne :

$$\begin{aligned} Q_1 &= (V_1 L_{22} - L_m V_2) / c (L_{11} L_{22} - L_m^2) \\ Q_2 &= (L_{11} V_2 - L_m V_1) / c (L_{11} L_{22} - L_m^2) \end{aligned}$$

L'identification aux équations (II) nous mène à :

$$L_{11} / C_{22} = L_{22} / C_{11} = L_m / C_m = c^2 (L_{11} L_{22} - L_m^2) \quad (\text{VIII})$$

Les facteurs de couplage magnétique et électrique sont définis, respectivement comme suit :

$$\begin{aligned} \text{et} \quad K_f &= L_m / (L_{11} L_{22})^{1/2} \\ K_c &= C_m / (C_{11} C_{22})^{1/2} \end{aligned}$$

Les égalités (VIII) nous mène alors à :

$$K_c = K_f = K \quad \text{et} \quad L_{11} C_{11} = L_2 C_2 = LC$$

d'où alors  $c^2$  s'écrit :

$$c^2 = L_{22} / C_{11} (L_{11} L_{22} - L_m^2)$$

et d'où l'on déduit l'expression générale en  $L_{ii}$

$$L_{ii} = 1 / c^2 (1 - K^2) C_{ii}$$



## I.2.5. ETABLISSEMENT DES EQUATIONS DES LIGNES PARFAITES COUPLEES

### I.2.5.1 A PARTIR DE L'ONDE PLANE DES LIGNES NATURELLES.

Considérons la relation générale  $I_k = cQ_k$ , le système (II) peut s'écrire alors :

$$c^{-1} I_1 = C_{11} V_1 - C_m V_2$$

$$c^{-1} I_2 = -C_m V_1 + C_{22} V_2$$

et le système (VII) :

$$\begin{aligned} V_1 &= c (L_{11} I_1 + L_m I_2) \\ V_2 &= c (L_m I_1 + L_{22} I_2) \end{aligned}$$

En régime harmonique  $\beta = \omega / c = 2\pi/\lambda$ , donc :

$$\begin{aligned} \beta V_1 - L_{11}\omega I_1 - L_m \omega I_2 &= 0 \\ \beta I_1 - C_{11}\omega V_1 + C_m \omega V_2 &= 0 \end{aligned} \quad \text{(IX) ligne (1)}$$

et

$$\begin{aligned} \beta V_2 - L_{22}\omega I_2 - L_m \omega I_1 &= 0 \\ \beta I_2 - C_{22}\omega V_2 + C_m \omega V_1 &= 0 \end{aligned} \quad \text{(X) ligne (2)}$$

En admettant que  $d/dz = -j\beta$ , alors pour la ligne (1) on a :

$$\begin{aligned} -d V_1 / dz &= j L_{11} \omega I_1 + j L_m \omega I_2 \\ -d I_1 / dz &= j \omega C_{11} V_1 - j C_m \omega V_2 \end{aligned} \quad \text{(XI)}$$

En introduisant les impédances et les admittances, ces équations s'écrivent de cette façon :

$$\begin{aligned} -d V_1 / dz &= Z_{11} I_1 + Z_m I_2 \\ -d I_1 / dz &= Y_{11} V_1 - Y_m V_2 \end{aligned} \quad \text{(XII)}$$

Ces équations qui tiennent compte d'une dispersion  $\beta$  et  $\omega$  arbitraire donne les solutions de la ligne modèle, valables aussi bien pour les lignes classique à section rectangulaire.

Etablissement de l'équation des télégraphistes :

A partir des équations (XI) on derive la première par rapport à  $z$ , on obtient :

$$-d^2 V / dz^2 = Z_{11} dI_1 / dz + Z_m dI_2 / dz$$

En composant la première équation et la deuxième, on obtient :

$$- d^2 V_1 / dz^2 = Z_{11} (Y_m V_2 - Y_{11} V_1) + Z_m (Y_m V_1 - Y_{22} V_2)$$

soit  $- d^2 V_1 / dz^2 = (Z_m Y_m - Z_{11} Y_{11}) V_1 + (Z_{11} Y_{11} - Z_m Y_{22}) V_2$

En tenant compte de (VIII) on a :

$$\frac{Z_{11}}{Y_{11}} = \frac{Z_m}{Y_m} \quad \text{d'où} \quad Z_{11} Y_m = Y_{22} Z_m$$

notre équation se simplifie à :

$$- d^2 V_1 / dz^2 = - (Z_{11} Y_1 - Z_m Y_m) V_1$$

avec  $\beta^2 = (Z_{11} Y_1 - Z_m Y_m)$

l'équation des télégraphistes s'écrit ainsi :

$$(d^2 / dz^2 - \beta^2) V_1 = 0$$

Si l'on tient compte des pertes la relation devient :

$$(d^2 / dz^2 - \delta^2) V_1 = 0 \quad \text{avec} \quad \delta = \alpha + j\beta$$

$\alpha$  = coefficient d'amortissement ou pertes.

#### 1.2.5.2 A PARTIR DU SCHEMA EQUIVALENT [ 2 ] :

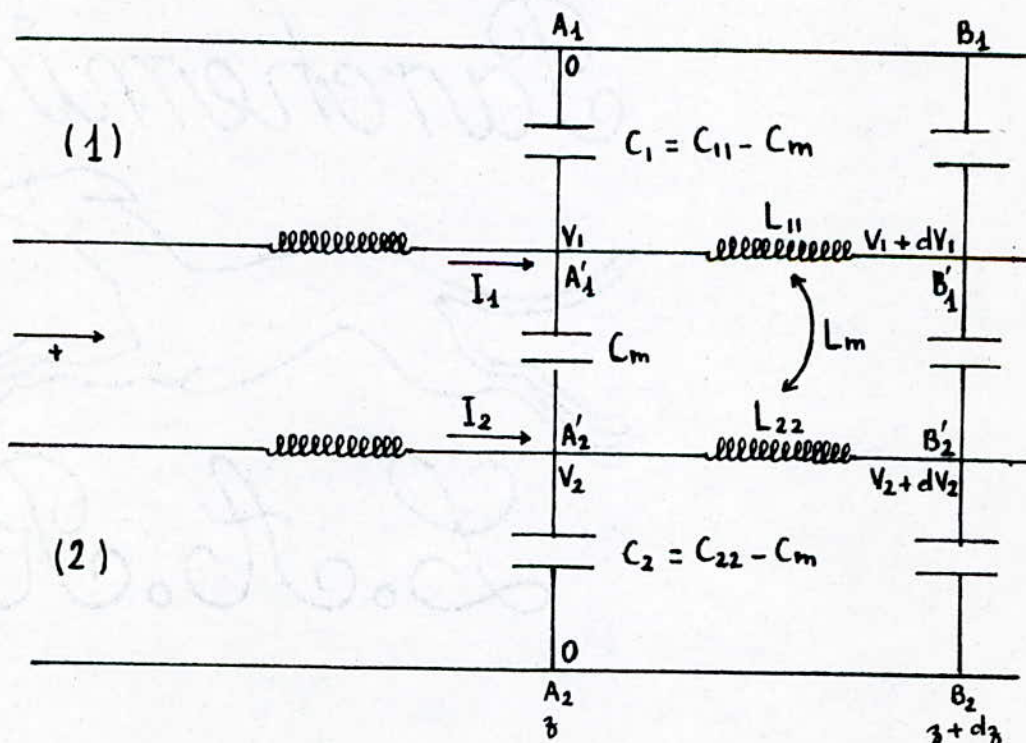


fig. I 8 Schéma équivalent de deux lignes couplées.



Considérons la maille  $A_1, A_1', B_1, B_1'$

La chute de potentiel de  $A_1'$  à  $B_1'$  est  $-dV_1$ , elle est due à la self  $L_{11}$  et la mutuelle induction  $L_m$

$$-dV_1 = j\omega L_{11} I_1 dz + j\omega L_m I_2 dz$$

donc  $-dV_1 / dz = j\omega L_{11} I_1 + j\omega L_m I_2$

Considérons maintenant le noeud  $A_1'$  :

Le courant  $I_1$  alimente  $(C_{11} - C_m), C_m$  et  $L_{11}$

donc  $I_1 = j\omega (C_{11} - C_m) V_1 dz + j C_m \omega (V_1 - V_2) dz + I_1 + dI_1$

$I_1$  se simplifie dans les deux membres et en divisant par  $dz$  :

$$0 = dI_1 / dz + j C_{11} \omega V_1 - j C_m \omega V_2$$

finalement pour la ligne (1) on obtient le système suivant :

$$\begin{aligned} -dV_1 / dz &= j\omega L_{11} I_1 + j\omega L_m I_2 \\ -dI_1 / dz &= j\omega C_{11} V_1 - j\omega C_m V_2 \end{aligned} \quad \text{(XII)}$$

Ce système d'équations n'est autre que le système (XI) établi en (I.2.5.1)

Même procédé pour l'établissement du système de la ligne (2) :

$$\begin{aligned} -dV_2 / dz &= j\omega L_{22} I_2 + j\omega L_m I_1 \\ -dI_2 / dz &= j\omega C_{22} V_2 - j\omega C_m V_1 \end{aligned} \quad \text{(XIII)}$$

Solution du système en régime harmonique :

Nous cherchons des solutions de la forme :

$$V_1 = V_{10} e^{j\omega t}, \quad V_2 = V_{20} e^{j\omega t}, \quad I_1 = I_{10} e^{j\omega t}, \quad I_2 = I_{20} e^{j\omega t}$$

Dérivons la première équation de (XII) par rapport à  $z$  :

$$-\frac{d^2 V_1}{dz^2} = j\omega L_{11} \left( \frac{dI_1}{dz} \right) + j\omega L_m \left( \frac{dI_2}{dz} \right)$$

Tenant compte des deuxièmes équations de (XII) et (XIII) on a :

$$\begin{aligned} -d^2 V_1 / dz^2 &= j\omega L_{11} (-j\omega C_{11} V_1 + j\omega C_m V_2) \\ &\quad + j\omega L_m (-j\omega C_{22} V_2 + j\omega C_m V_1) \end{aligned}$$

$$-d^2 V_1 / dz^2 = \omega^2 (L_{11} C_{11} - L_m C_m) V_1 + \omega^2 (-L_{11} C_m + C_{22} L_m) V_2$$

on pose  $A = L_{11} C_{11} - L_m C_m = L_{11} C_{11} (1 - L_m C_m / L_{11} C_{11})$

$$B = C_{22} L_m - L_{11} C_m = C_{22} L_{11} (L_m / L_{11} - C_m / C_{11})$$

Dans le cas des lignes symétriques on a :

$$L_{11} = L_{22} = L \quad \text{et} \quad C_{11} = C_{22} = C$$

d'où les coefficients de couplage  $K_c$  et  $K_l$  s'écrivent :

$$K_c = C_m / (C_{11} C_{22})^{\frac{1}{2}} = C_m / C_{22} = C_m / C_{11}$$

et 
$$K_l = L_m / (L_{11} L_{22})^{\frac{1}{2}} = L_m / L_{11} = L_m / L_{22}$$

En introduisant les coefficients de couplage dans l'expression de A et B on a :

$$A = L_{11} C_{11} (1 - K_c K_l)$$

$$B = L_{11} C_{11} (K_l - K_c)$$

On obtien alors :

$$d^2 V_1 / dz^2 = - A \omega^2 V_1 - B \omega^2 V_2$$

En effectuant la même opération sur les trois autres équations on trouve :

$$d^2 V_1 / dz^2 = - A \omega^2 V_1 - B \omega^2 V_2 \quad (1)$$

$$d^2 I_1 / dz^2 = - A \omega^2 I_1 - B \omega^2 I_2 \quad (2)$$

$$d^2 V_2 / dz^2 = - B \omega^2 V_1 - A \omega^2 V_2 \quad (3)$$

$$d^2 I_2 / dz^2 = - B \omega^2 I_1 - A \omega^2 I_2 \quad (4)$$

En éliminant  $V_2$  entre (1) et (3) en dérivant (1) deux fois et en remplaçant  $V_2$  tiré de (1) on obtient :

$$d^4 V_1 / dz^4 + 2 A \omega^2 d^2 V_1 / dz^2 + (A^2 - B^2) \omega^4 V_1 = 0$$

cherrchons les solutions de la forme  $e^{\beta z}$ , l'équation caractéristique est alors :

$$\beta^4 + 2 A \omega^2 \beta^2 + (A^2 - B^2) \omega^4 = 0$$

d'où  $\beta_e^2 = - (A - B) \omega^2$  et  $\beta_o^2 = - (A + B) \omega^2$

soit  $\beta_e^2 = - L_{11} C_{11} \omega^2 (1 + K_c) (1 - K_l)$

$$\beta_o^2 = - L_{11} C_{11} \omega^2 (1 - K_c) (1 + K_l)$$

on obtien l'expression de  $V_1$  :



$$V_1 = a e^{j\beta_1 z} + b e^{-j\beta_1 z} + c e^{j\beta_0 z} + d e^{-j\beta_0 z}$$

et à partir de (1)

$$V_2 = - (a e^{j\beta_1 z} + b e^{-j\beta_1 z}) + c e^{j\beta_0 z} + d e^{-j\beta_0 z}$$

### I.2.5.3. INTERPRETATION DES RESULTATS:

L'état électromagnétique, sur chaque ligne, provient de la superposition des deux modes TEM, caractérisés par leurs constantes de propagation  $\beta_1$  et

$\beta_2$ , donc par des vitesses et des impédances caractéristiques différentes. Le mode correspondant à  $\beta$  : les deux lignes sont portées au même potentiel :  $(c e^{j\beta_0 z} + d e^{-j\beta_0 z})$  a reçu le nom de mode pair ou s, le mode correspondant à  $\beta_1$  : les lignes sont portées à des potentiels opposés :  $\pm (a e^{j\beta_1 z} + b e^{-j\beta_1 z})$  a reçu le nom de mode impair ou d.

### I.2.5.4 IMPEDANCES CARACTERISTIQUES DES MODES PAIR ET IMPAIR:

Calculons les courants correspondants aux ondes directes,

$$V_1^+ = d e^{-j\beta_0 z} \quad \text{et} \quad V_2^+ = d e^{-j\beta_0 z}$$

$I_1^+$  et  $I_2^+$  se déduisent des relations (XII) et (XIII), on obtient :

$$d I_1^+ / dz = -j \omega C (1 - K_c) d e^{-j\beta_0 z}$$

$$I_1^+ = C_{22} \omega (1 - K_c) V_1 / \sqrt{LC} \omega \sqrt{(1 - K_c)(1 + K_\ell)}$$

$$\text{d'où} \quad Z_{00} = \frac{V_1^+}{I_1^+} = \sqrt{\frac{L}{C}} \sqrt{\frac{1 + K_\ell}{1 - K_c}} \quad \text{pour le mode pair}$$

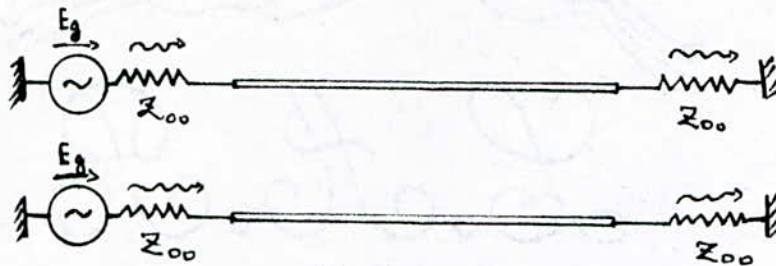
le même calcul donnera pour le mode impair :

$$Z_{0e} = (L/C)^{1/2} (1 - K_\ell)^{1/2} (1 + K_c)^{-1/2}$$

Résumons ce qui précède par le tableau (I) suivant :

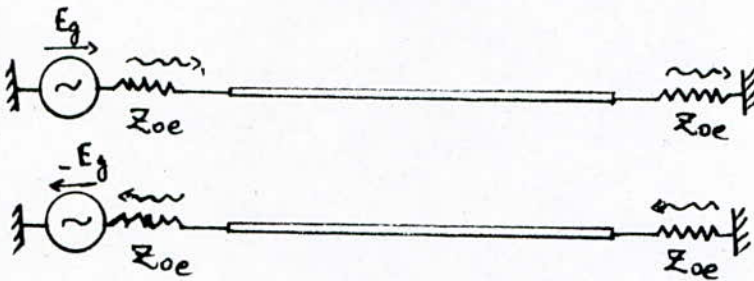
Mode pair	Mode impair.
$a/\beta_0 = \pm \omega (LC)^{1/2} [(1 + K_\ell)(1 - K_c)]^{1/2}$	$a/\beta_e = \pm \omega (LC)^{1/2} [(1 - K_\ell)(1 + K_c)]^{1/2}$
$b/Z_{00} = (L/C)^{1/2} [(1 + K_\ell)/(1 - K_c)]^{1/2}$	$b/Z_{0e} = (L/C)^{1/2} [(1 - K_\ell)/(1 + K_c)]^{1/2}$
$c/V_1 = V_2 = \frac{E_g}{2} ; I_1 = I_2 = I/2$	$c/V_1 = -V_2 = \frac{E_g}{2} ; I_1 = -I_2 = I/2$
$d/\beta_0 = \frac{\omega}{\beta_e} = \frac{1}{\sqrt{LC} \sqrt{(1 - K_c)(1 + K_\ell)}}$	$d/\beta_e = \frac{\omega}{\beta_e} = \frac{1}{\sqrt{LC} \sqrt{(1 - K_\ell)(1 + K_c)}}$

Remarque : Les relations (C) montrent que le plan de symétrie géométrique reste un plan de symétrie électromagnétique pour le mode pair ou s mais non pour le mode impair pour lequel c'est un plan d'antisymétrie, par conséquent l'arrangement des sources et de terminaisons adaptées pour exciter l'un ou l'autre des modes est représenté par la fig.( I9 )



Mode pair

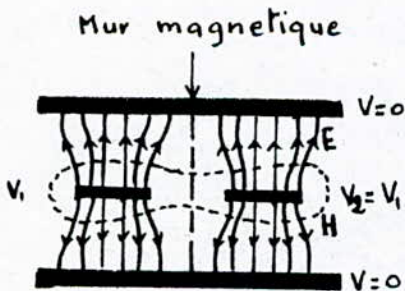
fig(I.9)



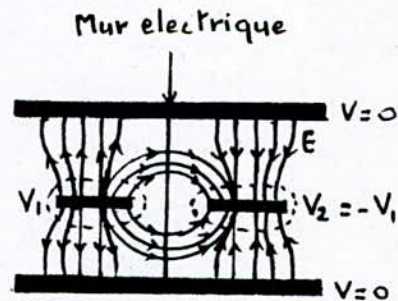
Mode impair

La symétrie s'exprime aussi en terme de champ par une configuration particulière des lignes de champ E et H pour les deux modes pair et impair.

- Pour le mode pair, le plan de symétrie peut être conçu comme un mur magnétique auquel H est aussi normal.
- Pour le mode impair, le plan de symétrie peut être matérialisé par un plan métallique auquel E est normal



Mode pair



Mode impair



L'intérêt de ces représentations réside dans le fait qu'elles permettent une simplification pour le calcul de  $C_{11}$  et  $C_{12}$  en considérant par symétrie l'une des moitiés du système.

#### I.2.5.5 PARTICULARITE DES LIGNES NATURELLES:

La caractéristique des lignes naturelles est que  $K_c = K_l = K$ , ceci va nous permettre de réécrire le tableau (I), en imposant  $\omega/c = \beta_e = \beta_o = \beta$ , en un tableau (II) suivant :

Mode pair (s)	Mode impair (d)
$a/ \beta = \pm \omega (LC)^{1/2} (1-K)^{1/2}$	$a/ \beta = \pm \omega (LC)^{1/2} (1-K^2)^{1/2}$
$b/ Z_{oo} = (L/C)^{1/2} [(1+K)/(1-K)]^{1/2}$	$b/ Z_{oe} = (L/C)^{1/2} [(1-K)/(1+K)]^{1/2}$
$c/ V_1 = V_2 = \frac{E_g}{2}, I_1 = I_2$	$c/ V_1 = -V_2 = \frac{E_g}{2}, I_1 = -I_2$
$d/ \sqrt{P} = \frac{1}{\sqrt{LC} \sqrt{1-K^2}}$	$d/ \sqrt{P} = \frac{1}{\sqrt{LC} \sqrt{1-K^2}}$

#### CAS DES LIGNES DISSYMETRIQUES:

Les lignes dissymétriques présentent moins d'importance pratique et moins d'intérêt que les lignes symétriques pour les raisons suivantes :

- Les battements spatiaux et l'effet de couplage directif se produisent d'une façon plus efficace lorsque les lignes couplées sont identiques.
  - La description et le calcul des ondes progressives et les modes normaux sont plus compliqués quoiqu'elle reste physiquement très semblable à celle du cas symétrique.
- La paire symétrique se distingue de la paire générale par les valeurs particulières de a et b

$$a = (C_{22}/C_{11})^{1/2} = 1$$

$$b = (L_{22}/L_{11})^{1/2} = 1$$

## I.2.6 PARAMETRES $S_{ij}$ DE LA MATRICE DE REPARTITION DE DEUX LIGNES COUPLEES.

### I.2.6.1 Définition :

En raisonnant en ondes  $a$  et  $b$ , la matrice de répartition ou de dispersion est une matrice qui permet d'exprimer les ondes sortantes ou émergentes  $b_i$  en fonction des ondes entrantes ou incidentes  $a_i$  d'un multipole donné, dont le comportement est complètement déterminé dès que l'on connaît sa matrice  $[S]$ . En d'autre terme un multipole est identifié par sa matrice  $[S]$ . Pour cela on considère une onde émergente  $b_i$  comme la somme des contributions de toutes les ondes entrantes  $a_j$  affectées des constantes  $S_{ij}$  :

$$b_i = S_{i1} a_1 + S_{i2} a_2 + \dots + S_{ij} a_j + \dots + S_{in} a_n$$

Cette relation étant linéaire, les coefficients  $S_{ij}$  sont indépendants des variables  $a_j$  et  $b_i$ , ce sont des nombres complexes sans dimensions, comme d'ailleurs  $a_j$  et  $b_i$ .

En faisant varier l'indice  $i$  de 1 à  $n$ , on obtient un système linéaire à  $n$  équations, que l'on peut écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \dots & S_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$$

ou bien  $[b_i] = [S] \cdot [a_i]$

$[a_i]$  : matrice colonne ondes entrantes ou incidentes

$[b_i]$  : matrice colonne ondes émergentes ou sortantes

$[S]$  : matrice carré de répartition ou de dispersion

### I.2.6.2 CAS D'UNE LIGNE SIMPLE.

Considérons maintenant le cas le plus simple d'un quadripole constitué par un tronçon de ligne (fig. I.40) sans pertes d'impédance caractéristique  $Z_0$  et déterminons les paramètres de sa matrice de dispersion, qui s'écrit ainsi :

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

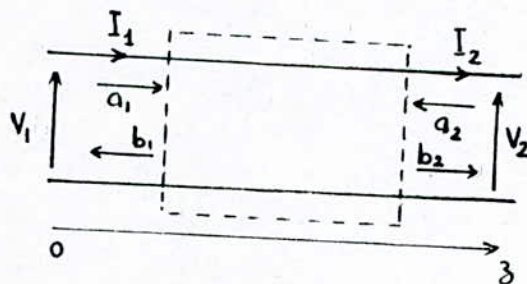


fig. I.40 Ligne simple constituant un quadripole



I\*) Matrice chaîne ou matrice de transfert.

Il existe une autre matrice appelée matrice chaîne ou de transfert ou encore ABCD qui n'est pas une matrice d'ondes. Celle-ci prend en compte les tensions et les courants.

On peut représenter la tension  $V(z)$  le long de la ligne par

$$V(z) = A_0 e^{-\beta z} + B_0 e^{\beta z}$$

et le courant :

$$I(z) = \frac{A_0 e^{-\beta z} - B_0 e^{\beta z}}{Z_0}$$

en  $z = 0$ , à l'entrée de la ligne on a

$$V(0) = V_1 = A_0 + B_0$$

$$I(0) = I_1 = \frac{A_0 - B_0}{Z_0}$$

d'où

$$A_0 = \frac{V_1 + Z_0 I_1}{2} \quad \text{et} \quad B_0 = \frac{V_1 - Z_0 I_1}{2}$$

cela donne au point  $z$ , sortie de la ligne :

$$V(z) = V_2 = (\cos \beta z) V_1 - Z_0 (\sin \beta z) I_1$$

$$I(z) = I_2 = \left( \frac{-\sin \beta z}{Z_0} \right) V_1 + (\cos \beta z) I_1$$

(XIV)

soit

$$\begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta z & -Z_0 \sin \beta z \\ -\frac{\sin \beta z}{Z_0} & \cos \beta z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix}$$

pour exprimer les grandeurs  $V_1$  et  $I_1$  en fonction des grandeurs de sortie  $V_2$  et  $I_2$ , il suffit de résoudre (XIV) par rapport à  $V_1$  et  $I_1$  ou bien en inversant simplement la matrice et on obtient :

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta z & Z_0 \sin \beta z \\ \frac{\sin \beta z}{Z_0} & \cos \beta z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

ou encore

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

Reprenons maintenant la matrice chaîne du quadripôle et introduisons les ondes de puissance.

$$a_1 + b_1 = A(a_2 + b_2) + B(b_2 - a_2)$$

$$a_1 - b_1 = C(a_2 + b_2) + D(b_2 - a_2)$$

or

$$b_1 = S_{11} a_1 + S_{12} a_2$$

$$b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} a_2$$

par identification on obtient :

$$S_{11} = \frac{A+B-C-D}{A+B+C+D}$$

$$S_{22} = \frac{-A+B-C+D}{A+B+C+D}$$

$$S_{12} = \frac{2(AD-BC)}{A+B+C+D}$$

$$S_{21} = \frac{2}{A+B+C+D}$$

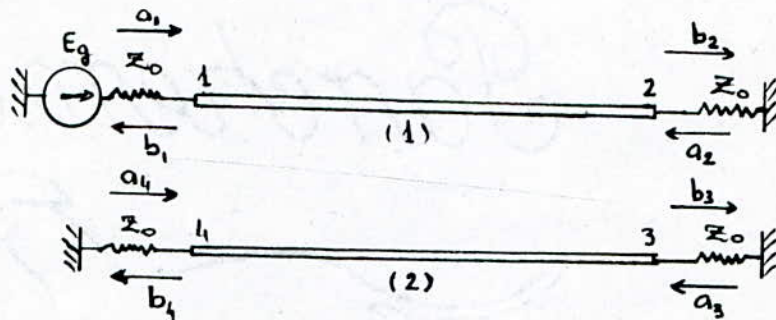
ainsi on obtient :

$$S_{11} = \frac{j \sin \theta \left( Z_0 - \frac{1}{Z_0} \right)}{2 \cos \theta + j \sin \theta \left( Z_0 + \frac{1}{Z_0} \right)} = S_{22}$$

$$S_{12} = \frac{2}{2 \cos \theta + j \sin \theta \left( Z_0 + \frac{1}{Z_0} \right)} = S_{21}$$

### I.2.6.3 CAS DE DEUX LIGNES COUPLEES :

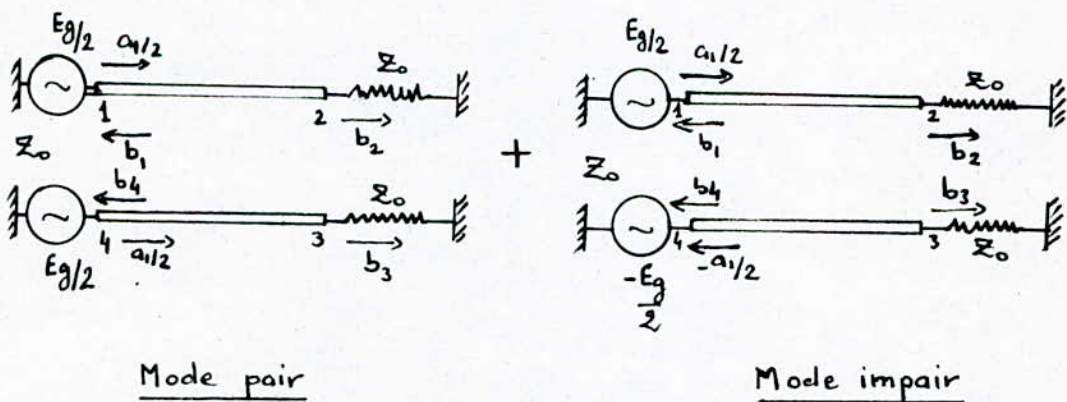
Soient 2 lignes couplées (1) et (2) de longueur  $l$ , et adaptées à leur quatre accès par une impédance  $Z_0$ , constituant l'octopôle ( ou quadriporte) suivant.



fig(I11) Octopôle constitué par deux lignes couplées.

L'analyse de fonctionnement se fera en superposant l'effet de chacun des deux modes de propagation.

En effet, le quadriporte de la fig(I11) est équivalent à la superposition des deux quadriportes suivant :





1°) Mode pair :

On excite simultanément les accès (1) et (4) par des générateurs de même force électromotrice et en phase  $E_g/2$

L'expression des quantités sortantes en fonction des quantités rentrantes s'écrira :

$$[b_i] = [S]_o [a_i]$$

où  $[S]_o$  est la matrice de dispersion associée au mode pair

$$b_1 = (S_{11})_o \frac{a_1}{2}$$

$$b_2 = (S_{21})_o \frac{a_1}{2}$$

$$b_3 = (S_{21})_o \frac{a_4}{2} = (S_{21})_o \frac{a_1}{2}$$

$$b_4 = (S_{11})_o a_4/2 = (S_{11})_o a_1/2$$

avec en normalisant  $Z_{o0}$  et  $Z_{oe}$  par rapport à  $Z_o$  :

$$(S_{11})_o = \frac{j \sin \theta_o (Z_{o0} - 1/Z_{o0})}{2 \cos \theta_o + j \sin \theta_o (Z_{o0} + 1/Z_{o0})}$$

$$(S_{21})_o = \frac{2}{2 \cos \theta_o + j \sin \theta_o (Z_{o0} + 1/Z_{o0})}$$

2°) Mode impair :

Même raisonnement pour le mode impair en excitant les entrées (1) et (4) respectivement par des générateurs  $E_g/2$  et  $-E_g/2$

on trouve :

$$b_1 = (S_{11})_e \frac{a_1}{2}$$

$$b_2 = (S_{21})_e \frac{a_1}{2}$$

$$b_3 = (S_{21})_e \frac{a_4}{2} = -(S_{21})_e \frac{a_1}{2}$$

$$b_4 = (S_{11})_e \frac{a_4}{2} = -(S_{11})_e \frac{a_1}{2}$$

avec :

$$(S_{11})_e = \frac{j \sin \theta_e (Z_{oe} - 1/Z_{oe})}{2 \cos \theta_e + j \sin \theta_e (Z_{oe} + 1/Z_{oe})}$$

$$(S_{21})_e = \frac{2}{2 \cos \theta_e + j \sin \theta_e (Z_{oe} + 1/Z_{oe})}$$

En supposant les deux modes :

$$b_1 = \frac{a_1}{2} [(S_{11})_e + (S_{11})_o] = \frac{1}{2} S_{11} a_1$$

$$b_2 = \frac{a_1}{2} [(S_{21})_e + (S_{21})_o] = \frac{1}{2} S_{21} a_1$$

$$b_3 = \frac{a_1}{2} [(S_{21})_e - (S_{21})_o] = \frac{1}{2} S_{31} a_1$$

$$b_4 = \frac{a_1}{2} [(S_{11})_e - (S_{11})_o] = \frac{1}{2} S_{41} a_1$$

En tenant compte des expressions précédentes on trouve :

- Reflexion, accès (1) :

$$S_{11} = \frac{\sin \theta_e \sin \theta_o \left( \frac{1}{Z_{oe} Z_{oo}} - Z_{oe} Z_{oo} \right) + j \left[ (Z_{oo} - 1/Z_{oo}) \sin \theta_o \cos \theta_e + (Z_{oe} - 1/Z_{oe}) \cos \theta_o \cos \theta_e \right]}{D}$$

- Transmission, accès (2) :

$$S_{21} = \frac{2(\cos \theta_o + \cos \theta_e) + j \left[ \sin \theta_o (Z_{oo} + 1/Z_{oo}) + \sin \theta_e (Z_{oe} + 1/Z_{oe}) \right]}{D}$$

Découplage, accès (3) :

$$S_{31} = \frac{2(\cos \theta_e - \cos \theta_o) + j \left[ \sin \theta_e (Z_{oe} + 1/Z_{oe}) - \sin \theta_o (Z_{oo} + 1/Z_{oo}) \right]}{D}$$

Couplage, accès (4) :

$$S_{41} = \frac{\sin \theta_e \sin \theta_o \left( \frac{Z_{oe}}{Z_{oo}} - \frac{Z_{oo}}{Z_{oe}} \right) + j \left[ (Z_{oo} - 1/Z_{oo}) \sin \theta_o \cos \theta_e - (Z_{oe} - 1/Z_{oe}) \cos \theta_o \cos \theta_e \right]}{D}$$

avec :

$$D = \left[ 2 \cos \theta_o + j \sin \theta_o \left( Z_{oo} + \frac{1}{Z_{oo}} \right) \right] \cdot \left[ 2 \cos \theta_e + j \sin \theta_e \left( Z_{oe} + \frac{1}{Z_{oe}} \right) \right]$$



## CHAP II

Les lignes à microrubans

1°/ Simples

2°/ Couplées

## II. LES LIGNES A MICRORUBANS

### II.1 LES LIGNES A MICRORUBAN SIMPLES

#### II.1.1 INTRODUCTION :

La technique des circuits imprimés, universellement utilisée pour la réalisation des interconnexions, conduit à un type de ligne de transmission particulier, connu sous le nom de ligne à ruban ou microstrip ou encore microbande. Cette seconde partie de notre étude sera consacrée à ce type de ligne, on abordera quelques aspects fondamentaux de la structure microbande, et la réalisation des paramètres dimensionnels de conception.

#### II.1.2 DESCRIPTION DE LA LIGNE A MICRORUBAN :

La structure microruban réalisée sous forme de circuit imprimé se compose d'un plan de masse, constitué par une face cuivrée de la plaquette diélectrique, et un mince ruban conducteur, situé sur la face opposée. Les caractéristiques géométriques du système sont:(fig. II.1)

- La largeur  $W$  du ruban
- Son épaisseur  $t$
- l'épaisseur  $h$  du diélectrique solide
- le plan de masse dont la largeur est supposée beaucoup plus grande que celle du ruban.

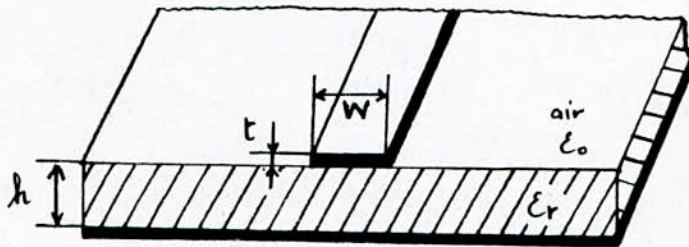


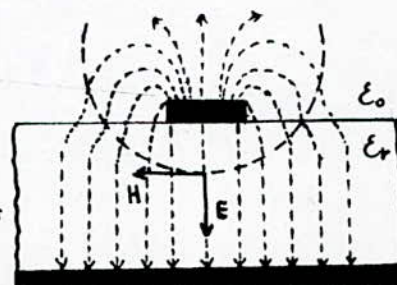
fig. II 1 : Structure d'une ligne à microruban.

Electriquement, la ligne à microruban se caractérise par :

- La nature du ruban conducteur (généralement en cuivre) et du plan de masse
- La nature de l'isolant (verre, époxy, teflon ...), caractérisé par sa permittivité relative  $\epsilon_r$ .

Remarque : On notera que le diélectrique entre les deux conducteurs est hétérogène les lignes de forces du champ électrique résultant de l'application d'une différence de potentiel entre les deux conducteurs, passent partiellement dans l'air et partiellement dans le diélectrique solide(voir fig. II 2.)

fig II 2 : section transversale d'une ligne à microbande représentant les champs magnétique (H) et électrique (E)





### II.4.3. PARAMETRES DU MODE QUASI TEM STATIQUE [3]

La théorie classique des lignes nous apprend qu'entre deux conducteurs parfaits séparés par un diélectrique homogène et isotrope, l'énergie se propage sous l'aspect de deux champs  $E$ ,  $H$  qui sont orthogonaux entre eux, on dit que la structure des ondes est transversale (Propagation transverse électromagnétique : TEM).

Pour les lignes de transmission qui n'ont pas un tel remplissage diélectrique uniforme ne peuvent admettre un seul mode de propagation, la microbande fait partie de cette catégorie. La plus grosse part de l'énergie est transmise le long de la microbande avec une distribution des champs qui ressemblent d'assez près au mode TEM c'est pour cela qu'on fait référence au mode quasi TEM.

#### II.4.3.1 IMPEDANCE CARACTERISTIQUE DE LA LIGNE

Pour chaque ligne de transmission du type TEM, l'impédance caractéristique en haute fréquence peut être exprimée par :

$$Z_0 = (R + jL\omega)^{1/2} / (G + jC\omega)^{1/2}$$

Pour les lignes à faibles pertes, on peut ne pas tenir compte de la résistance série et de la conductance parallèle, l'impédance s'écrit alors :

$$Z_0 = \sqrt{L/C} \quad (\text{II } 1)$$

$$Z_0 = \sqrt{\rho} L \quad (\text{II } 2)$$

$$Z_0 = 1 / \sqrt{\rho} C \quad (\text{II } 3)$$

où  $L$  et  $C$  sont respectivement le coefficient de self induction et la capacité par unité de longueur, de même la vitesse de propagation d'une onde dans la ligne ou vitesse de phase est :

$$v_p = 1 / \sqrt{LC}$$

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

$c$  étant la vitesse de propagation dans le vide ou l'air et  $\epsilon_r$  la permittivité relative du substrat.

Lorsque le substrat de la ligne à microbande est effectivement enlevé, on obtient une ligne avec diélectrique d'air le long de laquelle se déplace l'onde à la vitesse de la lumière  $c$  ( $c = 2,9979 \times 10^8 \text{ m/s}$ )

L'impédance caractéristique  $Z_{01}$  de cette microbande remplie d'air est :

$$Z_{01} = \sqrt{L/C_1} \quad (\text{I.5})$$

$$Z_{01} = \rho L \quad (\text{II.6})$$

$$Z_{01} = 1/\rho C_1 \quad (\text{II.7})$$

où  $L$  n'est pas modifié, et  $C_1$  est la capacité par unité de longueur de cette structure.

(II.1), (II.6), (II.7) ensemble nous donne :

$$Z_0 = 1/\rho \sqrt{C C_1}$$

Toutes ces équations nous apprennent que pour déterminer l'impédance caractéristique désirée d'une ligne homogène, il suffit d'évaluer les capacités par unité de longueur de la structure, avec ou sans substrat diélectrique, ou bien il suffit de connaître la nature du diélectrique ( $\epsilon_r$ ) et de mesurer la capacité par unité de longueur sur un tronçon de ligne ouverte à son extrémité.

### II.1.3.2 LA PERMITIVITE EFFECTIVE D'UNE MICROBANDE

Lorsque la configuration de la ligne microbande à diélectrique est hétérogène, les équations de propagation sur les lignes homogènes constituent une approximation valable si l'on introduit la notion de permittivité effective ou équivalente qui est toujours inférieure à  $\epsilon_r$  du substrat et qui est fonction de  $W/h$ .

Pour une ligne à microbande à diélectrique l'air, la vitesse de propagation est :

$$\rho = 1/\sqrt{L C_1}$$

les équations (II.7) et (II.3) donnent

$$\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^2 = \frac{C}{C_1} = \epsilon_{\text{eff}} \quad (\text{II.9})$$

Le rapport  $C/C_1$  est appelé permittivité effective.

Les équations (II.3), (II.7), (II.8) et (II.9) donnent :

$$Z_0 = Z_{01} / (\epsilon_{\text{eff}})^{1/2}$$

$$\text{d'où } Z_{01} = Z_0 (\epsilon_{\text{eff}})^{1/2}$$

Les relations suivantes [3] donnent une approximation suffisante pour des valeurs de  $\epsilon_r$  inférieures à 15.

formule de Kamp :

$$\epsilon_{\text{eff}} = 0,475 \epsilon_r + 0,67$$

formule de Schneider :

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{1}{2} (\epsilon_r + 1) + \frac{1/2 (\epsilon_r - 1)}{\sqrt{1 + 10R/W}}$$



Cette dernière formule fait intervenir l'influence du rapport  $h/w$  (fig. II 1).

### II.1.3 LONGUEUR D'ONDE $\lambda_g$ ET LONGUEUR PHYSIQUE $l$ :

Pour une onde qui se propage, la vitesse est donnée par le produit de la fréquence et la longueur d'onde appropriée. Dans le vide, on a  $c = f \lambda_0$ . En remplaçant ce produit dans l'équation (II.9)  $\epsilon_{eff} = (c / v_p)^2$  on obtient avec  $v_p = f \lambda_g$  vitesse dans la microbande :

$$\epsilon_{eff} = \left( \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \right)^2 \quad \text{ou} \quad \lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{eff}}}$$

Lorsque la fréquence est donnée en G H Z et notée F la longueur d'onde peut être exprimée directement en mm comme suit :

$$\lambda_g = 300 / F \sqrt{\epsilon_{eff}} \quad \text{mm} \quad (\text{II } 10)$$

La longueur physique  $l$  d'une ligne à microbande relative à une longueur électrique spécifique  $\theta$  (en degrés) est facilement déterminée. :

$$\text{on a : } \beta l = \theta \quad \text{d'où} \quad 2\pi l / \lambda_g = \theta$$

cela donne :

$$l = \theta \lambda_g / 360$$

### II.1.4. FORMULES DE SYNTHÈSE, (RAPPORT $w/h$ , $Z_0$ ET $\epsilon_r$ DONNÉS):

Le rapport largeur sur hauteur  $w/h$  est une fonction importante de  $Z_0$  et de la permittivité du substrat  $\epsilon_r$ .

Pour effectuer la synthèse d'une ligne permettant de déterminer le rapport  $w/h$ , on peut faire appel à plusieurs formules établies par différents auteurs.

Wheeler [ 4 ] a soigneusement étudié ce domaine et a établi des formules avec une précision de 1 %, suivantes :

- Pour  $Z_0 > (44 - 2\epsilon_r)$  ohms ou bandes étroites.

$$\frac{w}{h} = \left( \frac{\exp H'}{8} - \frac{1}{4 \exp H'} \right)^{-1} \quad (\text{II } 11)$$

$$\text{où} \quad H' = \frac{Z_0 \sqrt{2(\epsilon_r + 1)}}{119,9} + \frac{1}{2} \left( \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \right) \left( \ln \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\epsilon_r} \ln \frac{4}{\pi} \right) \quad (\text{II } 12)$$

Avec une petite modification de la condition  $W/h < 1,3$  (c'est à dire  $Z_0 > (63 - 2 \epsilon_r)$ ) on peut utiliser :

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} \left[ 1 - \frac{1}{2H'} \left( \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \right) \left( \text{Ln} \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\epsilon_r} \text{Ln} \frac{4}{\pi} \right) \right]^{-2} \quad (\text{II } 13)$$

où  $H'$  est donné par (II.12) ou encore à partir de (II 11) en fonction de  $W/h$ :

$$H' = \text{Ln} \left( 4 \frac{h}{W} + \sqrt{16 \left( \frac{h}{W} \right)^2 + 2} \right) \quad (\text{II.14})$$

Une autre expression, un peu plus simple, pour  $\epsilon_{\text{eff}}(Z_0)$  est fournie par l'équation (II 15) d'Owens (3) qui est :

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} \left[ 1 + \frac{29,98}{Z_0} \left( \frac{2}{\epsilon_r + 1} \right)^{1/2} \left( \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \right) \left( \text{Ln} \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\epsilon_r} \text{Ln} \frac{4}{\pi} \right) \right]^2$$

- Pour  $Z_0 < (44 - 2 \epsilon_r)$  ohms ou bandes larges :

$$\frac{W}{h} = \frac{2}{\pi} \left[ (d_\epsilon - 1) - \text{Ln}(2d_\epsilon - 1) \right] + \frac{\epsilon_r - 1}{\pi \epsilon_r} \left[ \text{Ln}(d_\epsilon - 1) + 0,293 - \frac{0,517}{\epsilon_r} \right] \quad (\text{II.16})$$

avec 
$$d_\epsilon = \frac{59,95 \pi^2}{Z_0 \sqrt{\epsilon_r}}$$

A la même modification que précédemment, c'est à dire lorsque  $W/h > 1,3$  et  $Z_0 < (63 - 2 \epsilon_r)$   $\Omega$ , Owens a trouvé qu'une formule différente de celle de Schneider (donnée en II 1.4), donnait des résultats très précis:

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left( 1 + 10 \frac{h}{W} \right)^{-0,555} \quad (\text{II } 17)$$

D'autre part, on pourra déterminer  $Z_0$  à l'aide de formules d'analyse suivante pour  $W/h$  et  $\epsilon_r$  donnés :

- Pour  $W/h < 3,3$  ou bandes étroites :

$$Z_0 = \frac{119,9}{\sqrt{2(\epsilon_r + 1)}} \left[ \text{Ln} \left( 4 \frac{h}{W} + \sqrt{16 \left( \frac{h}{W} \right)^2 + 2} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \right) \left( \text{Ln} \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\epsilon_r} \text{Ln} \frac{4}{\pi} \right) \right] \quad (\text{II } 18)$$



- Pour  $W/h > 3,3$  ou bandes larges :

$$Z_0 = \frac{119,9}{2\sqrt{\epsilon_r}} \left\{ \frac{W}{2h} + \frac{\ln 4}{\pi} + \frac{\ln(e\pi^2/16)}{2\pi} \left( \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r^2} \right) + \frac{\epsilon_r + 1}{2\pi\epsilon_r} \left[ \ln \frac{\pi e}{2} + \ln \left( \frac{W}{h} + 0,94 \right) \right] \right\}^{-1} \quad (\text{II } 19)$$

avec  $e$  la base exponentielle.

#### II.4.5. DISPERSION DANS LA MICROBANDE :

Lorsque  $\beta$  n'est pas une fonction linéaire de la fréquence, on parle de dispersion (fig. II.3)

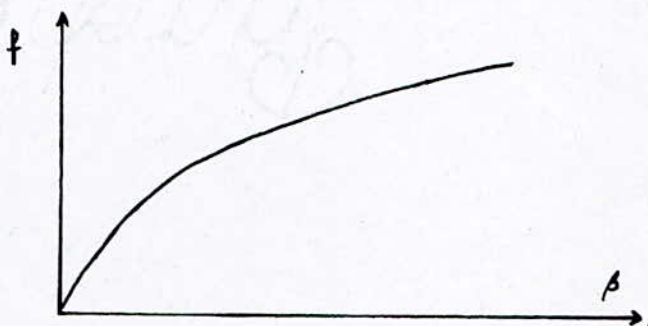


fig. II 3 : Effet dispersif dans une structure, non linéarité de  $f(\beta)$

L'augmentation de fréquence introduit une augmentation dans la concentration des champs dans le substrat. On définit alors une permittivité effective de la microbande dépendant de la fréquence.

La relation (II.9) s'écrit alors :

$$\epsilon_{\text{eff}}(f) = \left( \frac{c}{v_p(f)} \right)^2$$

Si l'on tient compte de la dispersion des vitesses de propagation en fonction de la fréquence, il faut nécessairement faire appel aux équations de Maxwell, qui conduisent à des calculs très difficiles et dont l'interprétation physique est délicate. Edwards et Owens [3] donnent les formules approchées suivantes pour l'effet de dispersion:

$$\epsilon_{\text{eff}}(f) = \epsilon_r - \frac{\epsilon_r - \epsilon_{\text{eff}}}{1 + G(f/f_p)^2}$$

avec

$$G = \sqrt{(Z_0 - 5)/60} + 0,004 Z_0$$

$$f_p = 15,66 Z_0 / h \text{ (mm)}$$

$\epsilon_{\text{eff}}$  : valeur quasi statique: donnée par les relations de Kaup et Schneider citées en (II.1.4.)

Remarque : Lorsque la fréquence augmente  $\epsilon_{\text{eff}}(f)$  augmente aussi et tend vers  $\epsilon_r$  et lorsque  $f$  tend vers zéro  $\epsilon_{\text{eff}}(f)$  tend vers  $\epsilon_{\text{eff}}$  (fig. II 4)

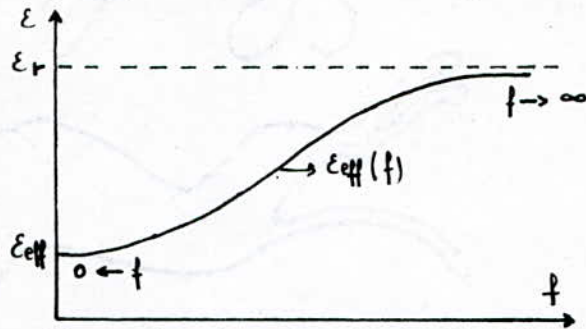


fig. II 4 : Dispersion dans la microbande interprétée comme une permittivité effective en fonction de la fréquence.

Le phénomène de dispersion dont il vient d'être question a également un effet sur l'impédance caractéristique de la ligne microruban

$$Z_0(f) = \frac{Z_{01}}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}(f)}}$$

#### II.1.6. EFFETS DE L'ÉPAISSEUR $t$ DU RUBAN :

L'épaisseur  $t$  du ruban se traduit par l'introduction dans les expressions de  $Z_0$  et  $\epsilon_{\text{eff}}$  d'une largeur équivalente  $W_e$  à la place de  $W$  [ 5 ]

$$\frac{W_e}{h} = \frac{W}{h} + \frac{1,25}{\pi} \frac{t}{h} \left( 1 - \log \left( \frac{4\pi W}{t} \right) \right) \quad \text{pour } \frac{W}{h} \leq \frac{1}{2\pi}$$

$$\frac{W_e}{h} = \frac{W}{h} + \frac{1,25}{\pi} \frac{t}{h} \left( 1 + \log \left( \frac{2\pi}{t} \right) \right) \quad \text{pour } \frac{W}{h} > \frac{1}{2\pi}$$

#### II.1.7 PERTES EN PUISSANCE DANS LA MICROBANDE :

On distingue trois phénomènes qui contribuent à l'affaiblissement du signal dans la microbande [ 2 ]

##### II.1.7.1 PERTES DUES AU DIELECTRIQUE :

L'affaiblissement  $\alpha_d$  au dielectrique est :

$$\alpha_d = 4,34 Z_0 \omega \epsilon_0 \epsilon_r \text{tg} \delta \frac{\epsilon_{\text{eff}} - 1}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}(\epsilon_r - 1)}} \text{ dB/m} \quad \text{si } \frac{W}{h} < \frac{1}{2\pi}$$

$$\alpha_d = 27,3 \frac{\epsilon_r}{\epsilon_r - 1} \frac{\epsilon_{\text{eff}} - 1}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}} \frac{\text{tg} \delta}{\lambda_0} \text{ dB/m} \quad \text{si } \frac{W}{h} > \frac{1}{2\pi}$$

avec  $\text{tg} \delta$  = tangente de l'angle de pertes pour le substrat (pour le teflan,  $\text{tg} \delta = 10^{-4}$ )

##### II.1.7.2: PERTES DANS LE CONDUCTEUR :

L'affaiblissement par effet joule est donné par :

$$\alpha_c = 1,38 (R_s/h Z_0) [32 - (W_e/R_s)^2] / [32 + (W_e/h)^2] \text{ dB/m} \quad \text{pour } \frac{W}{h} < 1$$

$$\alpha_c = 6,1 \cdot 10^{-5} A \frac{R_s Z_0 \epsilon_{\text{eff}}}{h} \left( \frac{W_e}{h} + \frac{0,667 W_e/h}{(W_e/h) + 1,444} \right) \text{ dB/m} \quad \text{pour } \frac{W}{h} > 1$$



avec  $A = 1 + \frac{h}{W_e} \left( 1 + \frac{1,25}{\pi} \log\left(\frac{2B}{t}\right) \right)$  et  $R_s = \sqrt{\pi \mu_0 f}$

$$B = \begin{cases} h & \text{pour } W/h > 1/2\pi \\ 2\pi W & \text{pour } W/h < 1/2\pi \end{cases}$$

### II.1.7.3 PERTES PAR RAYONNEMENT :

Une ligne à diélectrique uniforme ne rayonne pas. Mais l'existence des discontinuités dans les lignes microruban (extrémités de la ligne ouverte) est la source d'énergie rayonnée. Pour les lignes d'impédance  $Z_0$  (de l'ordre de 50  $\Omega$ ), l'énergie rayonnée est proportionnelle à  $h^2 f^2 / \sqrt{\epsilon_r} [2]$ . la fréquence correspondant à 1 % d'énergie rayonnée est sensiblement :

$$f \text{ (GHz)} = 2,14 \epsilon_r^{1/4} / h \text{ (mm)}$$

On est donc conduit à déterminer  $h$  et à utiliser des matériaux de permittivité  $\epsilon_r$  élevée, mais cela peut conduire à des largeurs  $W$  trop faibles, la solution la plus efficace est alors de blinder le circuit.

### II.1.8 DISCONTINUITES DANS LES MICROBANDES :

#### II.1.8.1 LES PRINCIPALES DISCONTINUITES : [3]

Une longueur de ligne à microbande rectiligne et ininterrompue (à section transversale parfaitement invariable) devrait être véritablement continue, c'est à dire ne devrait contenir aucune discontinuité.

Mais de telles lignes rectilignes prises séparément, ont une utilisation techniquement limitée et dans tous les cas des jonctions sont nécessaires. Ainsi plusieurs formes de discontinuités sont dues aux exigences du circuit : Dans les jonctions en T et croisées, les rainures transversales, les angles droits et coudés, les court-circuits à travers le plan de masse, les trous de couplage serie, les variations de la largeur, les circuits ouverts arrêtés brutalement et les transitions.

Pour chaque discontinuité, on peut trouver un circuit équivalent valable entre deux ou plusieurs plans de référence, bien définis. Des formules pour de tels circuits équivalents sont données dans [3].

Dans notre étude les principales discontinuités qui puissent nous intéresser ultérieurement sont : circuit ouvert et variation de la largeur.

#### II.1.8.2 LE CIRCUIT OUVERT :

L'aspect physique d'un circuit ouvert et de son circuit équivalent sont représentés par la fig. (II 5) suivante :

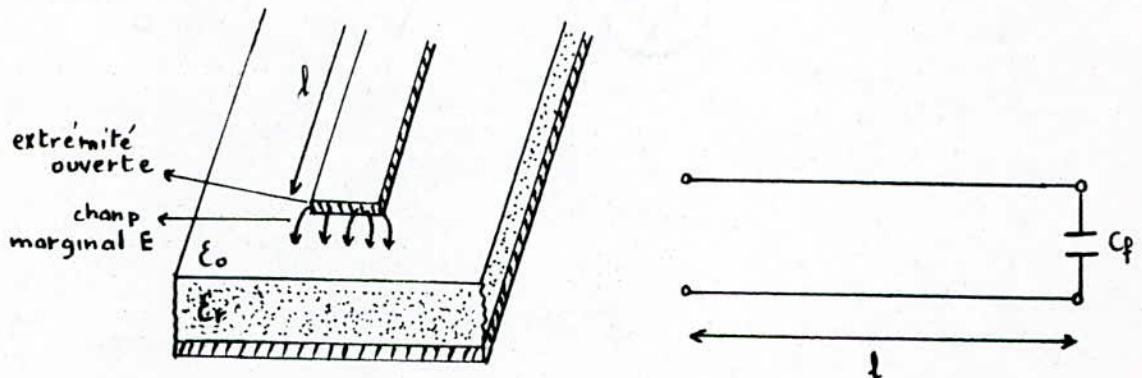


fig. II 5 circuit ouvert physique

réseau équivalent.

Il y aura essentiellement trois phénomènes associés au circuit ouvert :  
 Il y aura des champs marginaux au delà de l'extrémité physique de la bande métallique, des ondes de surface seront envoyées et de l'énergie sera rayonnée à partir de l'extrémité de la bande.

Néanmoins il n'est pas nécessaire de quantifier ces deux derniers phénomènes, leur minimisation peut-être réalisée sur une base pratique dans des circuits comportant des microbandes

Quant au premier phénomène, il peut être expliqué en supposant une capacité  $C_f$  équivalente connectée sur l'extrémité ouverte.

Cette capacité  $C_f$  se traduit par une longueur  $\Delta l_0$  imaginaire laissant supposer que la ligne à microbande est un peu plus longue que dans la réalité. Ce qui peut-être illustré par les figures suivantes (II 6 a,b,c)

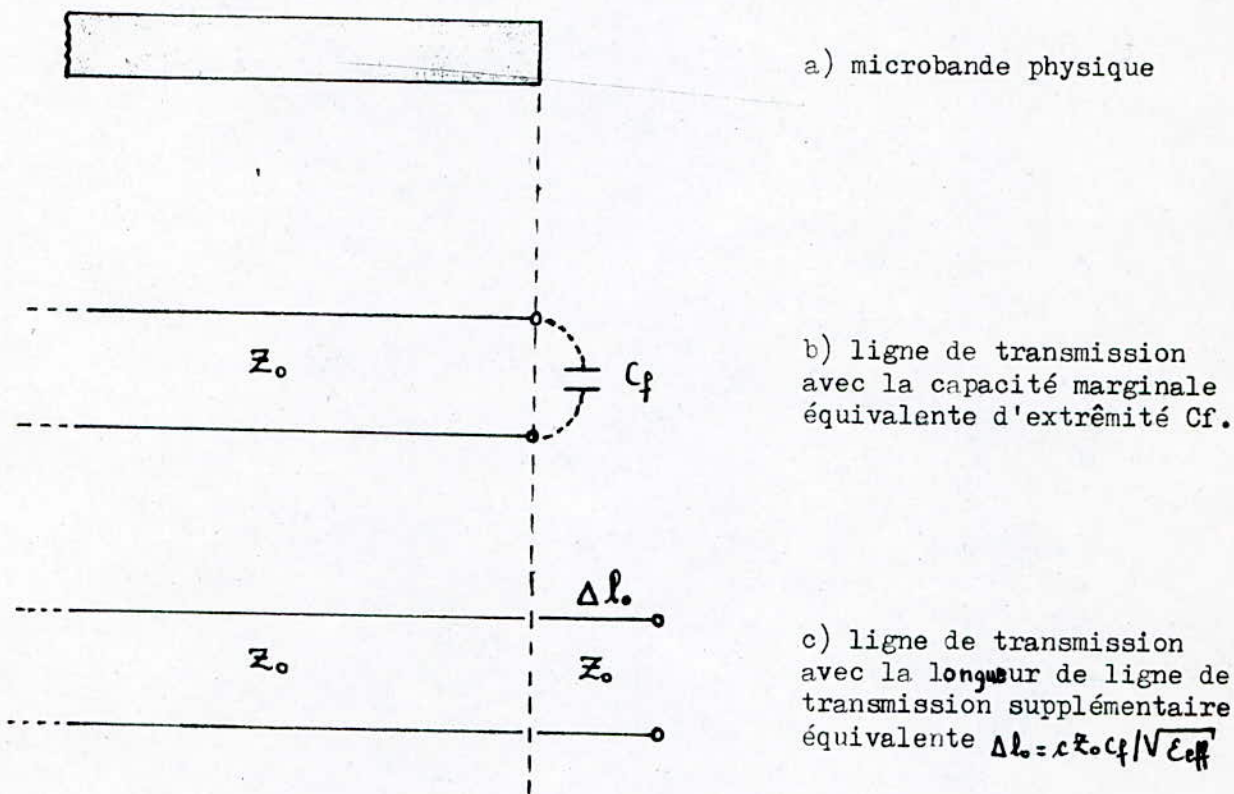


Fig (II 6, a, b, c) Développement du concept de la longueur équivalente due à l'effet de bord.

L'une des solutions envisageable à ce phénomène est de tenir compte de ce prolongement  $\Delta l_0$  dans la longueur totale de la microbande (c'est-à-dire de la diminuer de  $\Delta l_0$ ) lors de la conception.

### II.1. 8.3 VARIATION DE LARGEUR W :

Dans de nombreux circuits, les lignes microbandes necessitent des variations de largeur. Il en est ainsi pour le cas simple d'un transformateur quart d'onde et plusieurs variations de la sorte sont exigées dans les coupleurs et les filtres par exemple.

Ces formes de discontinuités ont été largement étudiées et caractérisées par Easter



1°) Variation symétrique de la largeur; Ceci est illustré dans la fig.(II 7) avec son circuit équivalent.

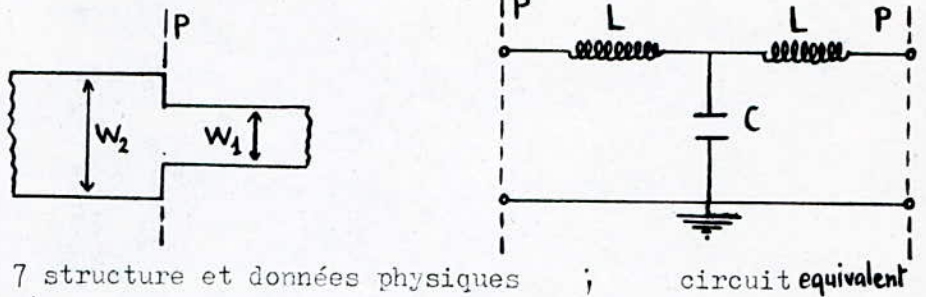


fig. II 7 structure et données physiques ; circuit équivalent

On a traduit plus haut une capacité de discontinuité en terme de longueur supplémentaire équivalente de la microbande (circuit ouvert). On peut encore ici se servir de cette approche, l'influence principale de la capacité est en effet d'augmenter la longueur effective de la ligne plus large (largeur  $W_2$ ). Comme les variations et les valeurs sont très petites, le résultat complet du circuit ouvert peut-être utilisé sous la forme modifiée donnée par l'expression suivante :

$$\Delta l_f = \Delta l_0 (1 - (W_1/W_2))$$

$\Delta l_0$  est celle obtenue pour le circuit ouvert.

G arg et Bahl (2) ont obtenu des formules de conception pour C et L  
 Pour  $\epsilon_r \leq 10$  et  $1,5 \leq W/W_0 \leq 3,5$

$$\frac{C}{\sqrt{W_1 W_2}} = (10,1 \text{ Log } \epsilon_r + 2,33) \frac{W_2}{W_1} - 12,6 \text{ Log } \epsilon_r - 3,17 \quad \text{pF/m}$$

et

$$\frac{L}{h} = 40,5 \left( \frac{W_1}{W_2} - 1,0 \right) - 75 \frac{W_1}{W_2} + 0,2 \left( \frac{W_1}{W_2} - 1,0 \right) \quad \text{nH/m}$$

2°) Variation assymétrique de la largeur:

Ce cas est illustré par la fig. II 8 suivante avec un circuit équivalent

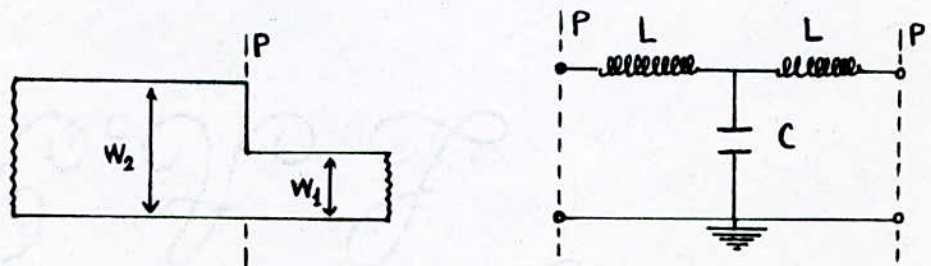


fig.(II 8) Structure physique ; circuit équivalent

En première approximation, les variations des paramètres du circuit équivalent peuvent-êtres considérées comme étant celles d'une variation symétrique. Les valeurs réelles des paramètres sont environ la moitié de celles obtenues pour une variation de largeur symétrique.

CONCLUSION : Comme pour la dispersion, on peut très souvent négliger ces discontinuités lorsque les fréquences considérées ne dépassent pas quelques gigahertz parce qu'elle n'engendre que des capacités et des inductances très petites d'ordre souvent inférieur à  $0,1 \text{ pF}$  et à  $0,1 \text{ nH}$ . Par contre leurs réactances deviennent particulièrement importantes aux fréquences plus élevées, au dessus de  $10 \text{ GHz}$ .



### INTRODUCTION ET DEFINITION

Considérons deux lignes à microruban ou microbande telles que décrites auparavant, couplées en parallèle et séparées d'une distance  $s$  (fig.II 9 )

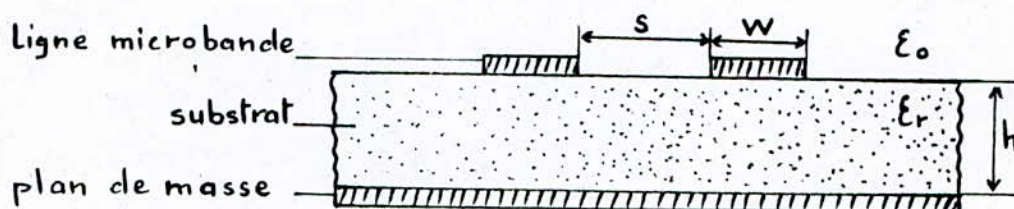


fig.( II.9) Structure d'une paire de lignes à microrubans couplées en parallèle.

Il existe deux principaux champs d'application pour ces structures de lignes à microbandes :

- Coupleurs directifs
- filtres, lignes à retard, réseaux d'adaptation.

Les coupleurs directifs sont utilisés dans un certain nombre de circuits : les mélangeurs équilibrés, les ampli équilibrés, déphaseurs, atténuateurs, modulateurs.

Les filtres à microbandes qui utilisent le couplage parallèle sont souvent du type passe bande ou coupe bande. On trouvera un exemple de conception qui utilise des résonateurs couplés de cette manière dans le chap.III

Les propriétés non TEM des lignes microbandes couplées comme la microbande simple résulte du fait de l'existence de deux diélectriques  $\epsilon_r$  et  $\epsilon_o$  différents (substrat-air). Par conséquent, la répartition des champs entre substrat et l'air est différente d'où des vitesses de phases différentes et la distinction de deux impédances caractéristiques pour le mode pair et impair.

#### II.2.1 IMPEDANCES CARACTERISTIQUES EN MODE PAIR ET IMPAIR

Les impédances caractéristiques en mode pair et impair  $Z_{oo}$  et  $Z_{oe}$  sont des paramètres primordiaux pour toute configuration de lignes couplées en parallèles. Elles sont fonction du coefficient de couplage, de l'impédance caractéristique d'extrémité de la ligne ainsi que des capacités évaluées au préalable.

Les relations entre  $Z_{00}$ ,  $Z_{0e}$  et les dimensions physiques de la structure de couplage (y compris la permittivité du substrat) sont d'une importance fondamentale pour le concepteur. En effet celle-ci peuvent être déterminés comme pour la ligne simple à partir de dimensions physiques connues. Réciproquement on peut établir la structure de couplage à partir de valeurs d'impédances données au départ. Ces deux procédés sont très utiles en pratique.

## II 2.1.1 IMPEDANCES CARACTERISTIQUES EN FONCTION DU COEFFICIENT DE COUPLAGE.

La relation entre les impédances caractéristiques du mode pair et impair et de l'impédance caractéristique de la ligne est la suivante (annexe 1)

$$Z_0^2 = Z_{0e} Z_{00} \quad (\text{II } 20)$$

Ou bien en tenant compte de la différence des longueurs électriques  $\theta_0$  et  $\theta_e$  de nos deux modes, ainsi :

$$Z_0^2 = Z_{0e} Z_{00} \frac{Z_{0e} \sin \theta_e + Z_{00} \sin \theta_0}{Z_{00} \sin \theta_e + Z_{0e} \sin \theta_0} \quad (\text{II } 21)$$

Dans la majorité des cas la relation (II 20) est vérifiée, donc suffisante. Le coefficient de couplage est définie ainsi (II.2.7)

$$K = C = \frac{Z_{0e} - Z_{00}}{Z_{0e} + Z_{00}} \quad (\text{II } 22)$$

soit 
$$C' = 20 \log C = 20 \log \left| \frac{Z_{0e} - Z_{00}}{Z_{00} + Z_{0e}} \right| \text{ dB} \quad (\text{II } 23)$$

Des relations (II 20) et (II 23) on obtient les expressions des impédances caractéristiques en mode pair et impair en fonction du coefficient de couplage comme suit :

$$Z_{0e} = Z_0 \left( \frac{1 + 10^{C'/20}}{1 - 10^{C'/20}} \right)^{1/2} \quad (\text{II } 24 \text{ a et b})$$

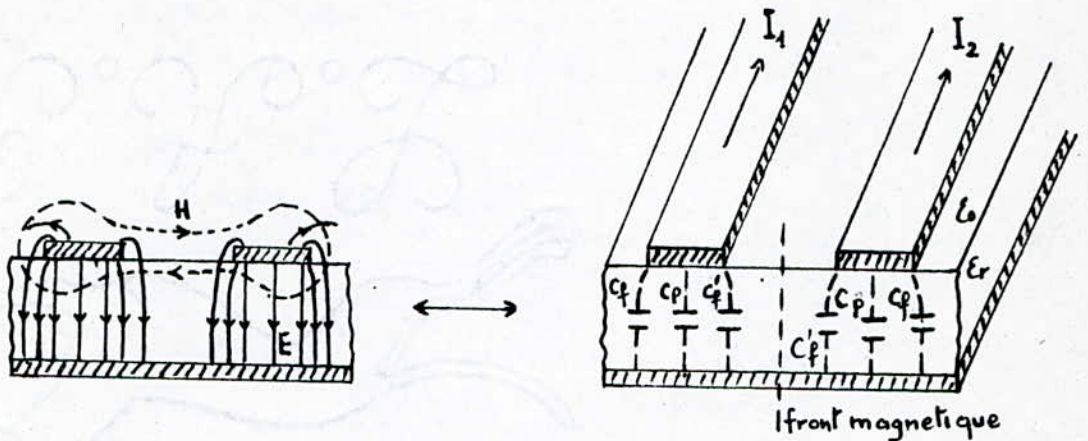
$$Z_{00} = Z_0 \left( \frac{1 - 10^{C'/20}}{1 + 10^{C'/20}} \right)^{1/2}$$



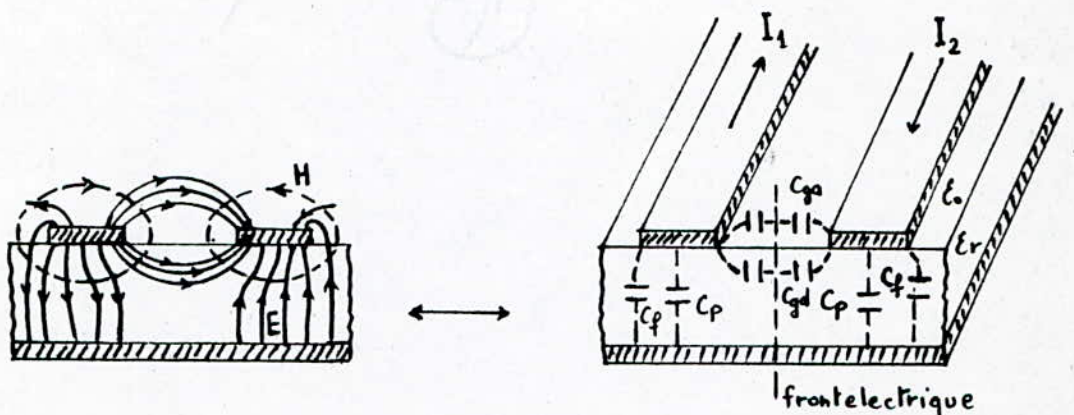
## II.2.1.2 LES CAPACITES AIR-LIGNE ET SUBSTRAT - LIGNE :

Les microbandes couplées constituent deux lignes couplées, or on a vu dans le chapitre I qu'il suffit de connaître les capacités partielles entre conducteurs pour en déduire toutes les caractéristiques des circuits et, en particulier les impédances et le facteur de couplage.

Suivant le mode pair ou impair les capacités sont décomposées comme suit [7] (fig. II 10 a et b)



a/ Capacités en mode pair



b/ Capacités en mode impair

Les capacités totales pour chaque mode peuvent s'écrire :

$$C_o = C_p + C_f + C'f$$

$$C_e = C_p + C_f + C_{ga} + C_{gd}$$

avec  $C_p$  qu'on appelle capacité de bande idéale correspondant à la valeur pour la ligne à plaques parallèles.

$$C_p = \epsilon_0 \epsilon_r \quad W/h$$

$\epsilon_0 \epsilon_r$  permittivité de l'air et du substrat et  $W/h$ , les dimensions de la ligne (fig. II 9)

$C_f$  : appelée aussi capacité de bord, est la capacité marginale due à chaque microbande prise séparément

$$C_f = \frac{1}{2} \left( \frac{(\epsilon_{eff})^{1/2}}{Z_0} - C_p \right)$$

$\epsilon_{eff}$  et  $Z_0$  sont respectivement la permittivité effective et l'impédance caractéristique de la ligne obtenue pour une microbande simple.

$$C'_f = \frac{C_f}{1 + A \frac{p}{s} \tanh\left(\frac{8s}{h}\right)} \left( \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{eff}} \right)^{1/2}$$

avec  $A = \exp(-0,1 \exp(2,33 - 2,53 W/h))$

et  $S/h$  : dimensions de la ligne (fig. II 9)

$C_{ga}$  et  $C_{gd}$  représentant les capacités marginales du mode impair pour l'air et le substrat situées au niveau du trou de couplage.

$$C_{ga} = \epsilon_0 \frac{K(k')}{K(k)} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} k = \frac{s/h}{s/h + 2W/h} \\ k' = (1 - k^2)^{1/2} \end{cases}$$



$$\operatorname{arcc} \frac{K(k')}{K(k)} = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \operatorname{Ln} \left( 2 \frac{1 + \sqrt{k'}}{1 - \sqrt{k'}} \right) & 0 \leq k^2 \leq 0,5 \\ \frac{\pi}{\operatorname{Ln} [2(1 + \sqrt{k'}) / (1 - \sqrt{k'})]} & 0,5 \leq k^2 \leq 1 \end{cases}$$

$$C_{gd} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\pi} \operatorname{Ln} \left[ \operatorname{coth} \left( \frac{\pi s}{4t} \right) \right] + 0,65 C_f \left( \frac{0,02}{s/h} \sqrt{\epsilon_r + 1 - \epsilon_r^2} \right)$$

### II.2.13 IMPEDANCES CARACTERISTIQUES EN FONCTION DES CAPACITES :

L'expression de l'impédance caractéristique en mode pair est :

$$Z_{00} = \frac{1}{c (C_0 C_01)^{1/2}}$$

avec  $c$  : vitesse dans le vide

$C_0$  : capacité totale dans le diélectrique

$C_01$  : capacité totale dans l'air.

Et en mode impair :

$$Z_{0e} = \frac{1}{c (C_e C_e1)}$$

Comme les permittivités effectives pour la microbande sont :

$$\epsilon_{effe} = C_e / C_e1 \quad \text{et} \quad \epsilon_{effo} = C_0 / C_01$$

Les impédances caractéristiques peuvent s'écrire ainsi :

$$Z_{00} = \frac{1}{c C_{00} \sqrt{\epsilon_{effo}}} \quad \text{et} \quad Z_{0e} = \frac{1}{c C_{0e} \sqrt{\epsilon_{effe}}}$$

En première approximation grossière (seulement applicable pour les coupleurs lâches) (moins de - 10 dB), il est possible de considérer une ligne microbande simple de largeur  $W$  et d'évaluer la longueur d'onde à mi-bande (II 15). Néanmoins, on peut à ce moment là avoir une erreur jusqu'à 10 % ou plus, et on pourra, pour une meilleure précision, prendre en compte la moyenne des longueurs d'onde des deux modes.

Il est préférable pour la conception, de travailler avec les impédances caractéristiques.

On peut écrire l'impédance caractéristique sous les trois formes suivantes (II.1.3)

$$Z_0 = \sqrt{L/C}$$

$$Z_0 = 1/\sqrt{\epsilon} C$$

$$Z_0 = \sqrt{\epsilon} L$$

La dernière des formes est ici la plus utile, on peut en effet dire que l'inductance  $L$  demeure constante indépendamment de la présence ou de l'absence de substrat. C'est une autre façon de dire que seul le flux électrique est affecté si l'on change le diélectrique du substrat, pour un mode donné.

On considère le mode impair sur la ligne microbande. On a, avec un substrat :

$$Z_{0ie} = \sqrt{\epsilon} L_e \quad (1)$$

Si l'on enlève le substrat, la vitesse est alors la valeur dans le vide  $c$ . L'impédance caractéristique est alors :

$$Z_{0ie} = c L_0 \quad (2)$$

d'où l'on peut tirer :

$$\sqrt{\epsilon} = c \frac{Z_{0e}}{Z_{0ie}} \quad (3)$$

De même pour le mode pair on aura :

$$\sqrt{\epsilon} = c \frac{Z_{0o}}{Z_{0io}} \quad (4)$$

On obtient alors les longueurs d'onde pour les modes impair et pair, à n'importe quelle fréquence.

$$\lambda_{go} = \frac{\sqrt{\epsilon_o}}{f} \quad \text{et} \quad \lambda_{ge} = \frac{\sqrt{\epsilon_e}}{f} \quad (5,6)$$



## II.2.2 DIMENSIONS PHYSIQUES DE LA STRUCTURE A PARTIR DES IMPEDANCES CARACTERISTIQUES

W et S (fig. II 9) sont les dimensions physiques de section qu'un concepteur doit fournir, les modes pair et impair existent simultanément pour des conditions normales d'excitation sur un coupleur microbande. Mais le calcul et la conception du coupleur tiennent compte séparément des effets de chaque mode :

### II 2.2.1 METHODE D'ANALYSE DE BRYANT ET WEISS [ 8 ] :

Cette méthode consiste en la détermination des capacités en se fondant sur un mode TEM statique.

Les composantes longitudinales des champs sont négligées ainsi que l'épaisseur t des microbandes.

Des méthodes itératives sont appliquées dans la solution informatique et l'on obtient finalement pour chacun des modes les impédances comme suit :

$$Z_{oo} = \frac{1}{c C_{10} \sqrt{\epsilon_{effo}}} \quad \text{et} \quad Z_{oe} = \frac{1}{c C_{1e} \sqrt{\epsilon_{effe}}}$$

Les calculs qui conduisent aux expressions de  $C_{10}$ ,  $c$  et  $\epsilon_{effo,e}$  sont menés par BRYANT et WEISS.

Ainsi des données numériques obtenues à partir de cette technique sont représentées dans les fig. II 11 a,b

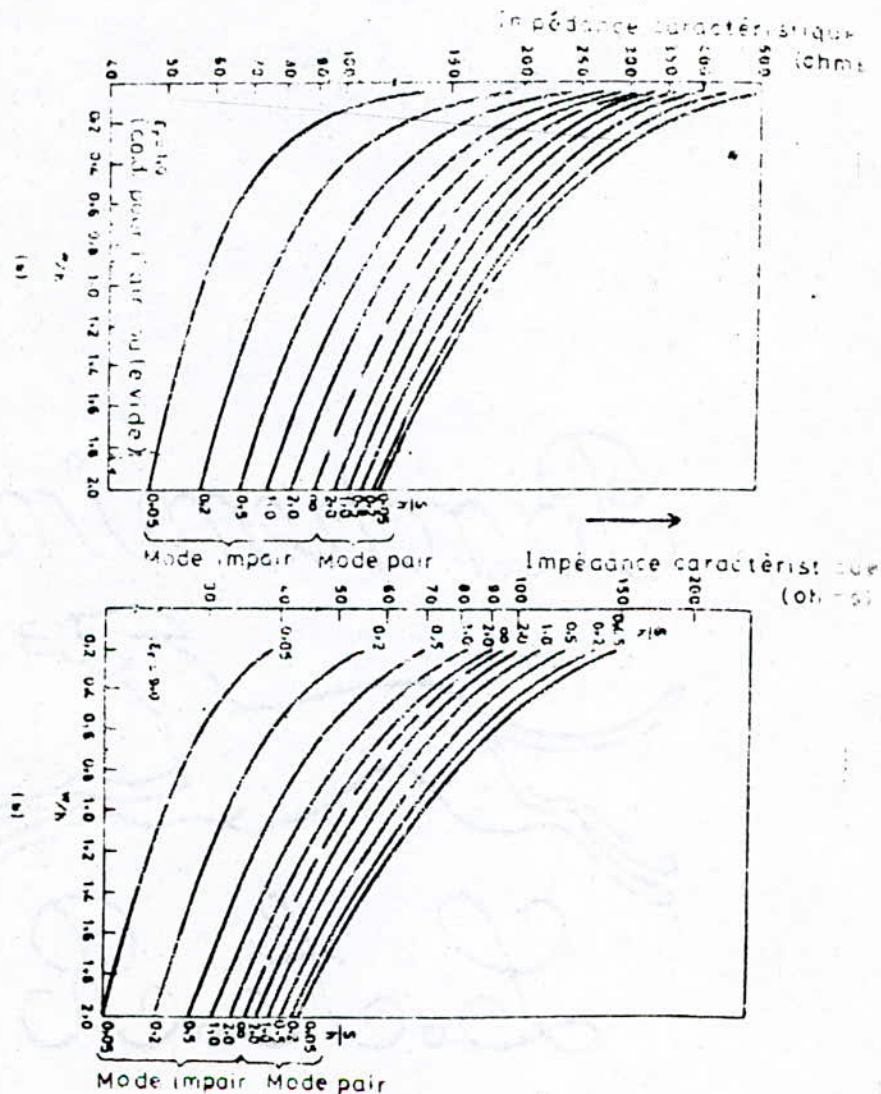


fig.II 11. Résultats numériques pour les impédances caractéristiques en mode pair et impair obtenus par BRYANT et WEISS a) avec l'air b) avec substrat de permittivité  $\epsilon_r = 9$



Zoe et Zoo se trouvent sur l'axe vertical d'un graphique correspondant à un certain substrat ( $\epsilon_r$ ). On doit alors à partir de ces valeurs se déplacer horizontalement jusqu'à ce qu'on trouve deux points l'un au dessus de l'autre, pour les mêmes valeurs de S/h.

En traçant un trait vertical, on obtient la valeur de W/h désirée.

Cette technique de conception est rendue approximative et assez gauche du fait qu'on se sert d'interprétations et qu'on rencontre d'autres difficultés.

### II.2.2.2 METHODE D'AKHTARZAD, ROWBOTHAN ET JONES [7]

Dans cette méthode, les rapports de forme W/h et S/h [3] sont déterminés à partir de Zoo et Zoe soit en se servant de deux graphes, soit à l'aide d'un programme d'ordinateur assez simple.

Dans les deux cas, il y a deux étapes distinctes. L'une comprend une détermination des rapports de forme pour une microbande équivalente (W/h). La seconde étape fait correspondre à ces rapports, les rapports W/h et s/h pour la structure avec couplage.

Les résultats définitifs sont établis de façon indépendante de la permittivité du substrat et ont donnés par AKHTARZAD, ROWBOTHAN et JONES, non seulement sous forme graphique mais aussi sous forme d'expressions.

Résumé des étapes.

(1) Déterminer les rapports de formes pour des lignes microbandes équivalentes simples.

(2) Obtenir W/h et s/h pour la structure avec couplage à partir des rapports trouvés en 1.

Pour l'étape (1) on se sert des relations suivantes :

$$* \text{ rapport (W/h) se pour une microbande simple avec } Z_{se} = \frac{Z_{se}}{2}$$

$$* \text{ rapport (W/h)so pour une microbande simple avec } Z_{so} = \frac{Z_{so}}{2}$$

On détermine alors les rapports de forme à partir d'un graphique (fig.II 12) ou d'expression définitive donnant les formules approchées en mode TEM statique (II 16).

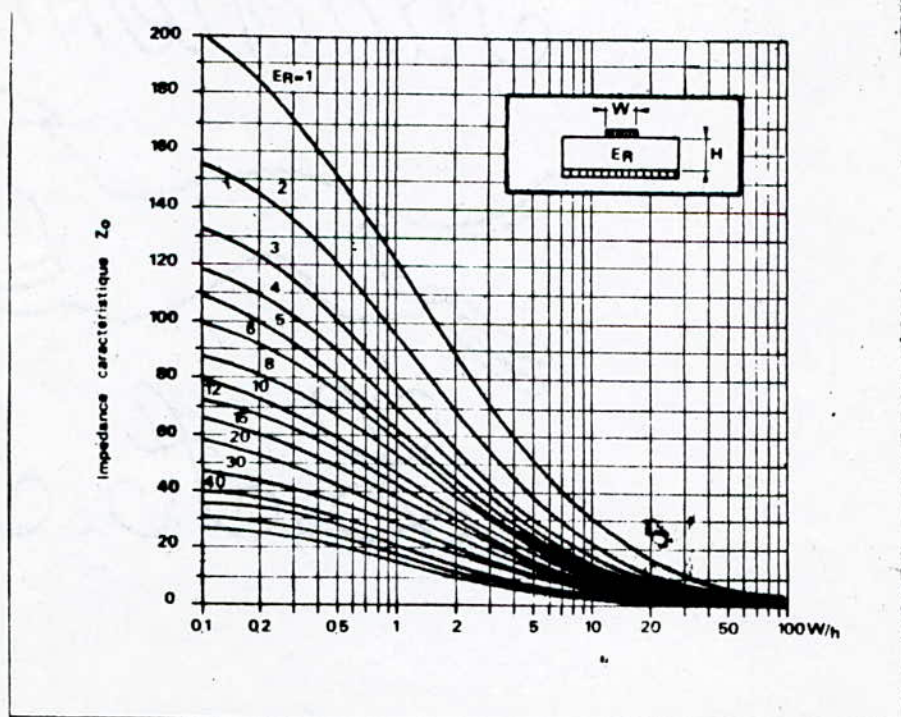


Fig. II 12. L'impédance caractéristique  $Z_0$  en fonction du rapport existant entre la largeur du ruban (w) et l'épaisseur (h) du substrat, avec  $\epsilon_r$  comme paramètre.



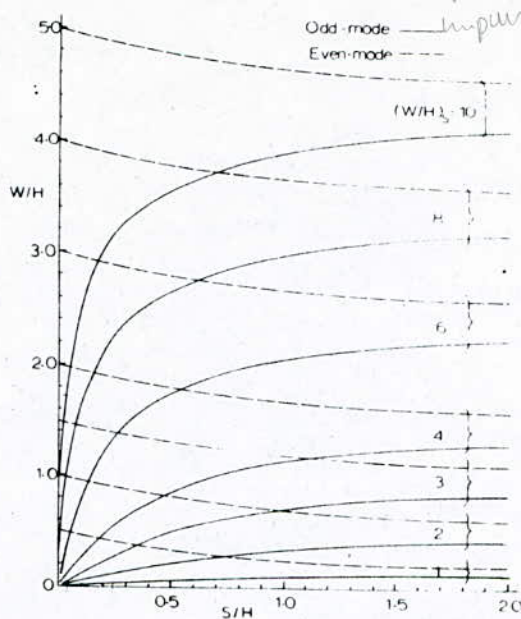


fig. II 13 Courbes générales de synthèse d'AKHTARZAD.

Après avoir déterminé  $(W/h)_{se}$  et  $(W/h)_{so}$ , on choisit alors les deux courbes de la fig. II 13 qui présentent le paramètre  $W/h$  approprié pour chaque mode (trait continu pour le mode impair et en pointillé pour le mode pair). L'intersection de ces deux courbes est le point de conception. La donnée lue sur la ligne horizontale correspondante donne  $W/h$  des lignes couplées et celle sur la ligne verticale donne le rapport  $s/h$  normalisé.

Il est possible que l'on rencontre des difficultés dans les régions délicates du graphique. Il peut s'agir d'un  $W/h$  petit associé à un petit  $s/h$ , si la valeur  $W/h$  obtenue à partir de la ligne simple est supérieure à 10. Il faut alors avoir recours à une interpolation assez délicate.

Afin de résoudre ces problèmes, AKHTARZAD, ROWBOTHAN et JONES ont fourni un certain nombre d'expressions dont les plus complètes sont :

$$\left(\frac{W}{h}\right)_{se} = \frac{2}{\pi} \cosh^{-1} \left( \frac{2d+g+1}{g+1} \right)$$

$$\text{et } \left(\frac{W}{h}\right)_{so} = \frac{\epsilon}{\pi} \cosh^{-1} \left( \frac{2d-g-1}{g-1} \right) + \frac{4}{\pi(1+\epsilon_r/2)} \cosh^{-1} \left( 1 + \epsilon \frac{W/h}{s/h} \right)$$

$$\text{Pour } \epsilon_r \leq 6$$

(II.25.)

$$\text{ou } \left(\frac{W}{h}\right)_{so} = \frac{\epsilon}{\pi} \cosh^{-1} \left( \frac{2d-g-1}{g-1} \right) + \frac{1}{\pi} \cosh^{-1} \left( 1 + \epsilon \frac{W/h}{s/h} \right)$$

pour  $\epsilon_r > 6$

avec  $g = \cosh\left(\frac{\pi S}{2h}\right)$  et  $d = \cosh\left(\pi \frac{W}{h} + \frac{\pi S}{2h}\right)$

qui constituent un système de deux équations non linéaires à résoudre par exemple à l'aide de la méthode de NEWTON - RAPHSON. (voir ANNEXE 2)

### II.2.3 : LONGUEUR DE LA REGION DE COUPLAGE.

On verra dans (III.4) que le degré maximum de couplage se produit lorsque cette longueur est de  $\lambda_g/4$  avec  $\lambda_g$  longueur d'onde à mi-bande ou longueur d'onde moyenne.

Connaissant les impédances caractéristiques, au début de la conception. On obtient les dimensions transversales  $W/h$  et  $S/h$ . Ces données connues, les impédances caractéristiques avec l'air  $Z_{01e}$  et  $Z_{01o}$  peuvent être obtenues à partir des courbes de BRYANT et WEISS par exemple. On peut enfin à l'aide des équations (1, 2, 3, 4) et exprimer la fréquence  $F$  en GHZ pour avoir :

$$\lambda_{ge} = \frac{300}{F} \frac{Z_{0e}}{Z_{01e}} \text{ mm}$$

et

$$\lambda_{go} = \frac{300}{F} \frac{Z_{0o}}{Z_{01o}} \text{ mm}$$

De ces deux longueurs d'onde on tire  $\lambda_{gm}$ , la longueur d'onde moyenne :

$$\lambda_{gm} = \frac{\lambda_{go} + \lambda_{ge}}{2}$$

et  $\lambda = \frac{\lambda_{gm}}{4}$  la longueur de couplage maximum.



Parchemin



L. F. R.

### CHAP III

Applications

1° Coupleur directif

2° Filtre microondes

### III APPLICATIONS DES LIGNES A MICRORUBANS COUPLEES :

#### III.1 COUPLEUR DIRECTIF :

Les coupleurs directifs sont des circuits à quatre voies, ils appartiennent à la famille des quadripotes ou octopoles. Leur rôle consiste à prélever une fraction de l'énergie circulante dans la voie principale lorsqu'elle se propage dans une direction donnée (fig.III.)

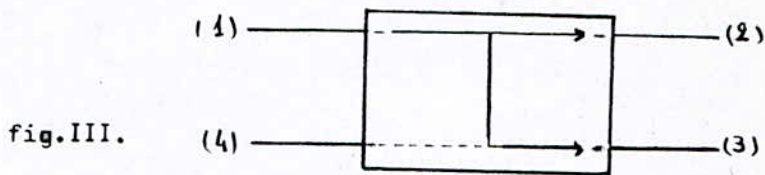


fig.III.

#### III.1.1 MATRICE(S) D'UN COUPLEUR DIRECTIF :

Nous avons déjà étudié au chapitre I, l'octopole de 2 lignes couplées. Ce dernier étant symétrique. La seule condition pour obtenir un coupleur directif est d'annuler le paramètre  $S_{11}$

$$S_{11} = \frac{\sin \theta_e \sin \theta_o (1/Z_{oe} Z_{oo} - Z_{oe} Z_{oo}) + j [(Z_{oo} - 1/Z_{oo}) \sin \theta_o \cos \theta_e + (Z_{oe} - \frac{1}{Z_{oe}}) \cos \theta_o \sin \theta_e]}{[2 \cos \theta_o + j \sin \theta_o (Z_{oo} + 1/Z_{oo})] \cdot [2 \cos \theta_e + j \sin \theta_e (Z_{oe} + 1/Z_{oe})]}$$

Rappelons que  $Z_{oo}$  et  $Z_{oe}$  sont normalisées par rapport à  $Z_0$ . La condition  $S_{11} = 0$  est obtenue si et seulement si

$$\theta_o = k\pi \quad (k = 1, 2, \dots) \text{ et } Z_{oe} = 1$$

$$\text{ou } \theta_e = k\pi \quad (k = 1, 2, \dots) \text{ et } Z_{oo} = 1$$

une seconde famille de solutions est donnée par

$$\theta_e - \theta_o = k\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \text{ et } Z_{oo} Z_{oe} = 1$$

choisissons :  $k = 0$  on a  $\theta_e = \theta_o = \theta$

$$\text{et pour cela : } S_{11} = 0 \text{ et } S_{31} = 0$$

$$S_{21} = \frac{2}{2 \cos \theta + j (Z_{oo} + \frac{1}{Z_{oo}}) \sin \theta}$$

$$S_{41} = \frac{j (Z_{oo} - 1/Z_{oo}) \sin \theta}{2 \cos \theta + j (Z_{oe} + \frac{1}{Z_{oe}}) \sin \theta}$$

En exprimant les impédances caractéristiques normalisées des modes pair et impair en fonction du coefficient de couplage  $K$  on a :

$$S_{21} = \frac{(1 - K^2)^{1/2}}{(1 - K^2) \cos \theta + j \sin \theta} = t$$

$$S_{41} = \frac{j K \sin \theta}{(1 - K^2)^{1/2} \cos \theta + j \sin \theta} = c$$



S s'écrit alors :

$$S = \begin{pmatrix} o & t & o & c \\ t & o & c & o \\ o & c & o & t \\ c & o & t & o \end{pmatrix}$$

Remarque: le couplage  $S_{41}$  ou  $C$  est maximum pour  $\theta = \frac{\pi}{2}$  (coupleur quart d'onde)

et

$$S_{41} = \frac{Z_{oo} - Z_{oe}}{Z_{oo} + Z_{oe}} = k$$

### III.1.2. CALCUL D'UN COUPLEUR DIRECTIF A MICROBANDE:

Calculons à titre d'exemple d'application de couplage de ligne microruban d'impédance caractéristique  $Z_o = 50 \Omega$  un coupleur - 10 dB centré sur 9 GHz réalisé sur du teflon de permittivité  $\epsilon_r = 2,5$  et d'épaisseur 2 mm.

#### III.1.2.1 : CALCUL DES IMPEDANCES MODE PAIR ET IMPAIR

D'après (II 24) on a :  $Z_{oo} = Z_o \left( \frac{1 - 10^{k/20}}{1 + 10^{k/20}} \right)^{1/2} = 36 \Omega$

$$Z_{oe} = Z_o \left( \frac{1 + 10^{k/20}}{1 - 10^{k/20}} \right)^{1/2} = 69,4 \Omega$$

#### III 1.2.2 Rapports de formes $(\frac{W}{h})$ et $\frac{S}{h}$ du mode couplés:

En utilisant la technique d'AKHTARZAD, ROWBOTHAN et JONES décritent au chapitre (II) on obtient

$$\left( \frac{W}{h} \right)_{se} = 4,759$$

$$\left( \frac{W}{h} \right)_{so} = 10,814$$

Nous utilisons ensuite les formules ( II 25) donnée par AKHTARZAD, ROWBOTHAN et JONES afin d'obtenir  $(\frac{W}{h})$  couplé et  $(\frac{S}{h})$  couplé.

Notons que la résolution de ces deux équations s'est faite à l'aide d'un programme d'ordinateur basé sur la méthode de Newton Raphson (voir annexe) et on obtient les résultats suivants :

après 6 évaluations :

$$\left( \frac{W}{h} \right)_{couplé} = 2,3370296754 \quad \text{avec} \quad 1,751544687 \text{ E-9}$$

$$\left( \frac{S}{h} \right)_{couplé} = 0,00879814482283 \quad \text{avec} \quad -5,306693538 \text{ E-7}$$

quant à la longueur de couplage maximum est obtenu pour :

$$l = \frac{\lambda_g}{4} = \frac{300}{4 \cdot 9 \sqrt{\epsilon_{eff}}}$$

avec

$$\epsilon_{eff} = 2,048 \quad (\text{II.17})$$

d'où

$$l = 5,823 \text{ mm} .$$

Barchemin



L. H. P.



## III 2. LES FILTRES MICRO ONDES

### III.2.1. INTRODUCTION :

Les filtres sont des quadripôles linéaires sans pertes, ayant pour but de séparer, de sélectionner ou d'éliminer des signaux selon leur fréquence. La caractéristique essentielle d'un filtre est sa courbe d'atténuation en fonction de la fréquence qui est définie, par sa bande passante, sa pente de rejection ou raideur, ses pertes d'insertion et enfin son taux d'ondulation.

### III.2.2 GABARIT D'UN FILTRE:

La théorie des réseaux et l'expérience, montrent que plus un filtre se rapproche d'un filtre idéal, et plus il nécessite de composants, et donc plus, il est coûteux.

La première étape de la réalisation d'un filtre consiste à rechercher un compromis : performances - nombre de composants. Pour parvenir à ce but, on définit un gabarit (fig. III 1) à l'intérieur duquel la courbe d'atténuation du filtre doit se situer, ce gabarit nous donne les maxima et minima d'amplitude en fonction de la fréquence

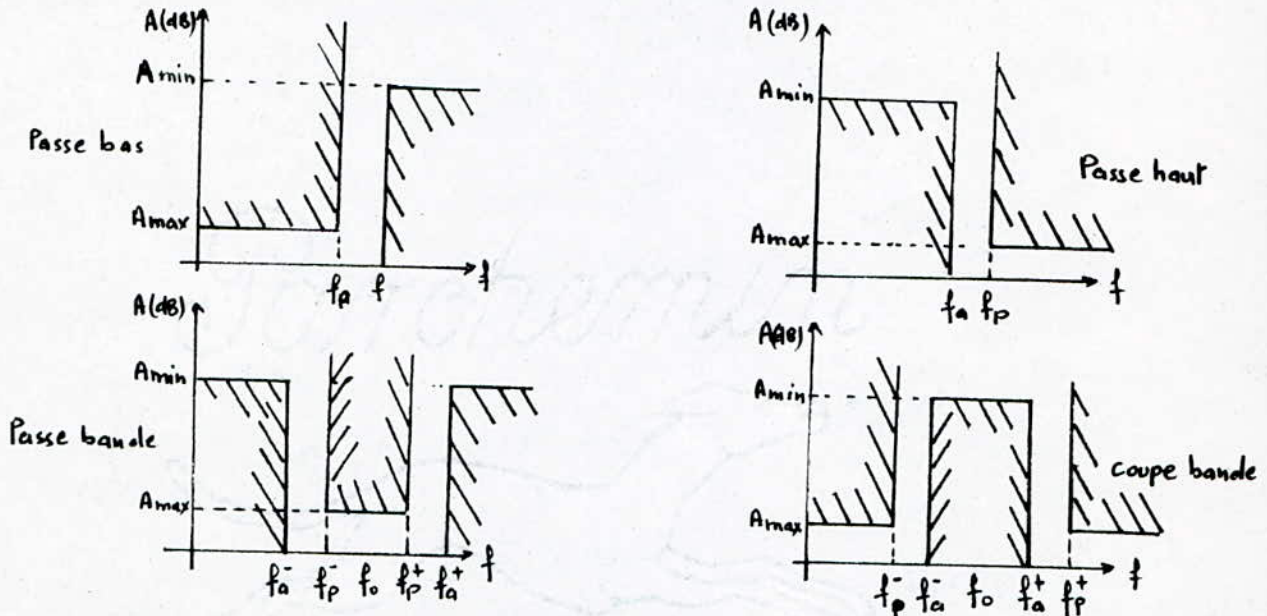


fig. III 1 : Gabarits de filtres réels :

#### LES CARACTERISTIQUES D'UN GABARIT.

Un gabarit est entièrement défini par la connaissance des grandeurs:

- $A_{max}$  : valeur du maximum d'atténuation.
- $A_{min}$  : valeur du minimum d'atténuation.
- $K$  = Sélectivité d'un filtre qui exprime la raideur de la bande de transition.

Dans le cas d'un filtre, passe bande ou coupe bande, le gabarit est défini par la connaissance en plus des paramètres précédents .

- $f_0$  : fréquence centrale
- $B = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_0}$  : la largeur de bande relative.

### III.2.3. PERTES D'INSERTION (OU D'AFFAIBLISSEMENT):

C'est le rapport entre la puissance transmise  $P_s$  et la puissance incidente  $P_e$

$$L = \frac{P_s}{P_e} \quad L_{dB} = 10 \log \frac{P_s}{P_e}$$

Dans le cas où le filtre est sans pertes on a :

$$P_e - P_s = P_r \text{ (puissance réfléchie)}$$

alors

$$L = \frac{P_e - P_r}{P_e} = 1 - |\Gamma|^2$$

### III.2.4. FREQUENCE DE COUPURE :

C'est la fréquence à laquelle l'atténuation prend une valeur déterminée (par exemple 3 dB).

### III.2.5 LE TEMPS DE PROPAGATION DE GROUPE.

Un filtre réel fait subir à chaque composante spectrale un déphasage variable avec la fréquence ; ce déphasage peut entraîner une déformation du signal utile. Pour qu'un filtre transmette un signal sans le déformer, il suffit que dans toute la bande passante, on ait la relation :

$$Z_g = \frac{d\varphi}{d\omega}$$

où  $Z_g$  est le temps de propagation de groupe et  $\varphi$  le déphasage.

### III 26: FILTRE PROTOTYPE :

La réalisation de n'importe quel filtre se ramène à la réalisation d'un filtre passe bas, de fréquence de coupure unité, appelé filtre prototype. Pour cela on intervient par deux simplifications :

- La normalisation des unités de fréquence et d'impédances.
- La transposition de fréquence.

### III 261 NORMALISATION :

#### 1°) Normalisation de l'unité de fréquence.

Elle consiste à prendre comme unité de fréquence non plus le Hertz, mais une fréquence particulière  $f_u$ .

Pour les passes bas (ou passes haut)  $f_u = f_p$ ,

Par contre dans le cas où il s'agit d'une passe bande (ou coupe bande)

$$f_u = f_0 = \sqrt{f_p^+ f_p^-}$$

où  $f_0$  est la fréquence centrale.

La valeur de la fréquence normalisée sera alors :

$$F = f / f_u$$

#### 2°) Normalisation de l'unité d'impédance.

La normalisation se fait en général par rapport à  $Z_0$ , impédance de charge (ou impédance interne du générateur).



### III 262 TRANSPOSITION DE FREQUENCE:

#### 1°) Transposition passe bas - passe haut :

Elle consiste à faire subir à la variable complexe normalisée  $p = j\Omega = j\frac{\omega}{\omega_p}$  la transformation suivante :

$$p \longrightarrow \frac{1}{p}$$

#### 2°) Transposition passe bas - passe bande (ou coupe bande)

De même pour transformer un passe bas en un passe bande (ou coupe bande) il suffit de faire subir à  $p$ , la transformation :

$$p \longrightarrow \frac{1}{B} \left( p + \frac{1}{p} \right) ; \left( \text{ou } p \longrightarrow \frac{1}{\frac{1}{B} \left( p + \frac{1}{p} \right)} \right)$$

B étant la bande passante relative.

Notons que toutes ces transformations s'appliquent à la fois aux gabarits, aux fonctions de transfert et aux éléments constitutifs des différents réseaux de filtrage.

Pour cela, nous dressons le tableau (I) suivant pour résumer ces transformations :

filtre passe bas	filtre passe-haut	filtre passe - bande	filtre coupe - bande
$p \longrightarrow$	$1/p$	$\frac{1}{B} \left( p + \frac{1}{p} \right)$	$\left[ \frac{1}{B} \left( p + \frac{1}{p} \right) \right]^{-1}$
$F(p)$	$F(1/p)$	$F\left[ \frac{1}{B} \left( p + \frac{1}{p} \right) \right]$	$F\left\{ \left[ \frac{1}{B} \left( p + \frac{1}{p} \right) \right]^{-1} \right\}$

### III 27 LES FONCTIONS D'APPROXIMATION

La réalisation d'un filtre prototype passe bas à partir de son gabarit nécessite le passage par une approximation dont le but consiste à trouver une fonction mathématique  $A(\omega)$  exprimant l'atténuation en fonction de la fréquence et dont le graphe s'inscrive à l'intérieur du gabarit ; c'est à dire une fonction qui constitue une approximation convenable de la courbe de réponse idéale.

Les principales fonctions d'approximations sont celles de TCHEBYSCHIEFF et de BUTTERWORTH.

#### III 2 7 1 : FONCTION DE BUTTERWORTH :

La fonction de filtrage de BUTTERWORTH est donnée par :

$$A^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}} \quad \text{soit} \quad |A|_{dB} = 10 \log \left[ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n} \right]$$

Toutes les courbes répondant à cette loi passent par le point défini par  $\frac{\omega}{\omega_c} = 1$  et  $A = 3 \text{ dB}$ . (fig. III 2) quelque soit  $n$ , où  $n$  est l'ordre du filtre.

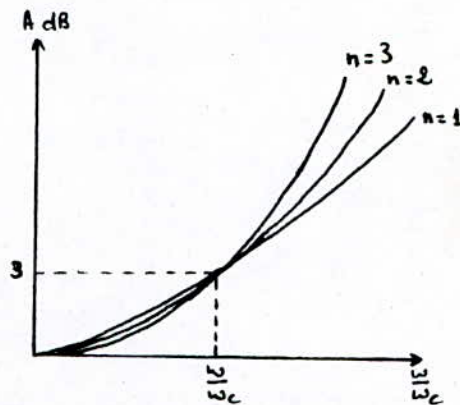


fig. III2 Courbes de réponse en amplitude des filtres de Butterworth d'ordre (1, 2, 3 ...)

Les filtres de Butterworth ont la propriété d'avoir une courbe de réponse très régulière et la plus plate possible et un temps de propagation de groupe assez constant dans la bande passante. Par contre pour un gabarit donné, ils demandent un ordre  $n$  plus élevé que les autres.

#### III.2.7.2 FONCTION DE TCHEBYSCHIEFF :

La fonction de filtrage de Tchebyscheff correspondant à une courbe (fig. III 3) qui présente des ondulations d'amplitude  $A_{max}$  jusqu'à  $\frac{\omega}{\omega_c} = 1$  est donnée par

$$A^2 = \frac{1}{1 + b^2 T_n^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)} \quad \text{soit} \quad |A|_{dB} = 10 \log \left[ 1 + b^2 T_n^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) \right]$$

où  $T_n\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$  est le polynôme de Tchebyscheff d'ordre  $n$  et  $b$  le taux d'ondulation :

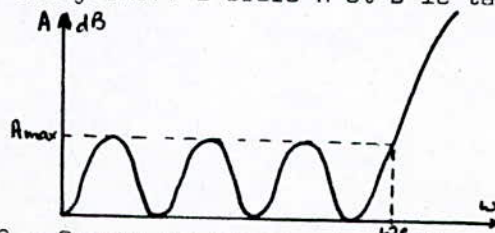


fig. III 3 : Courbe de réponse des filtres de Tchebyscheff d'ordre  $n$ .



Les filtres de Tchebycheff sont assez simples. Ils possèdent une pente élevée dans la zone de transition pour un  $n$  donné et une ondulation d'amplitude constante dans la bande passante :

Notons que le choix de  $n$  est conditionné par la pente de rejection que l'on veut obtenir en dehors de la bande passante pour déterminer  $n$ , l'ordre du filtre, nous devons constater que dans la bande atténuée, c'est-à-dire pour  $\Omega > 1$  ( $\frac{\omega}{\omega_c} > 1$ ) l'expression de  $T_n(\Omega)$  est [ 9 ]

$$T_n(\Omega) = 2^{n-1} \Omega^n$$

$$\text{soit } 1 + b^2 T_n^2(\Omega) \approx 1 + b^2 (2^{n-1} \Omega^n)^2$$

$$\text{et } 10 \log [1 + b^2 (2^{n-1} \Omega^n)^2] \geq A_{\min} \text{ dB}$$

on en déduit  $n$  sachant que  $b = (10 \frac{A_{\max}}{10} - 1)^{1/2}$

$$n \geq \frac{\log (10 \frac{A_{\min}}{10} - 1) - \log (10 \frac{A_{\max}}{10} - 1) + 0,6}{0,6 + 2 \log \Omega} \quad (\text{III } 1)$$

La loi de Tchebycheff est souvent employée car elle permet de limiter le nombre de cellules nécessaires, et d'avoir les meilleures pentes de rejection.

### III 28 SYNTHÈSE D'UN FILTRE PASSE BAS :

La synthèse d'un filtre passe bas est une opération essentielle non seulement pour ce type de filtre mais aussi parce que l'on peut déduire le calcul de n'importe quel autre filtre.

#### III 2 8 1 : VALEURS DES ÉLÉMENTS CONSTITUTIFS DU FILTRE PASSE BAS.

Nous allons indiquer comment on calcule les éléments constitutifs d'un filtre passe bas dont la structure est rappelée ci-dessous (fig. III 4)

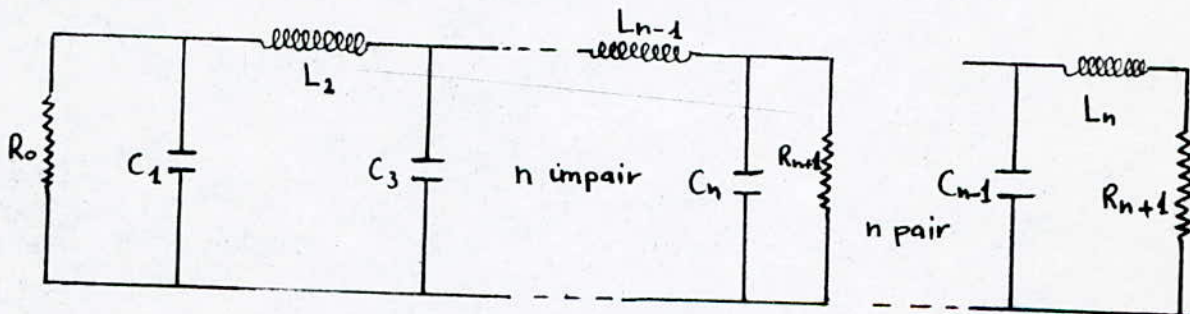


fig. III 4 : Structure d'un filtre passe bas

En général  $R_0$  est une donnée du problème puisque c'est l'impédance caractéristique de la ligne sur laquelle est inséré le filtre, et on aura intérêt à se placer dans le cas où  $R_0 = R$  ; cela simplifie les calculs et permet d'avoir les mêmes impédances en entrée et en sortie du filtre, ce qui est un avantage lorsque les impédances des lignes à l'entrée et à la sortie du filtre sont les mêmes.

Les selfs  $L_k$  et capacités  $C_k$  du filtre s'expriment en fonction de  $R_0$ ,  $\omega_c$  et d'un paramètre  $g_k$  comme suit :

$$L_k = \frac{R_0}{\omega_c} g_k \quad (\text{III } 2) \quad \text{et} \quad C_k = \frac{1}{R_0 \omega_c} g_k \quad (\text{III } 3)$$

avec  $g_k = 2 \sin \left[ \frac{(2k-1)\pi}{2n} \right] \quad k = 1, 2, \dots, n$

dans le cas de Butterworth

et  $g_k = \begin{cases} \frac{2a_k}{\delta} & \text{pour } k=1 \\ \frac{4a_{k-1} a_k}{b_{k-1} g_{k-1}} & \text{pour } k=2, 3, \dots, n \end{cases}$

avec :

$$a_k = \sin \left[ \frac{(2k-1)\pi}{2n} \right] \quad \text{pour } k=1, \dots, n \quad ; \quad \delta = \text{sh} \left( \frac{1}{2n} \right) \quad \text{pour } k=1, \dots, n$$

$$b_k = \delta^2 + \sin^2 \left( \frac{k\pi}{n} \right) \quad \text{pour } k=1, \dots, n \quad \text{et } \beta = L_n \left( \text{coth} \frac{A_{\text{max}}}{17,37} \right)$$

dans le cas de Tchebyscheff.

Les valeurs du paramètre  $g_k$  existe dans des tables [6,15,16] en fonction du nombre de cellules et du niveau  $A_{\text{max}}$  de l'ondulation dans le cas de Tchebyscheff.

### III.2.8.2 PROTOTYPE PASSE BAS

Le filtre prototype passe bas est obtenu après normalisation par rapport à l'impédance  $R_0$  et la fréquence  $\omega_c$ .

Ainsi, les selfs  $L_k$  des voies séries données par (III 1) et les capacités des voies parallèles données par (III 2) se réduisent à  $g_k$  dans le filtre prototype dont le schéma est le suivant :

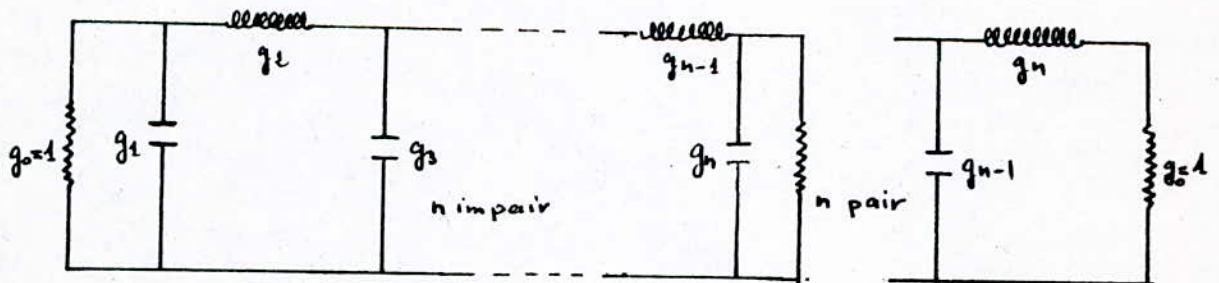


fig. III 5 : Structure du prototype passe bas.



### III.2.8.3. TRANSPOSITION AU FILTRE PASSE BANDE

Pour passer de la structure passe bas à une structure passe bande centré sur  $\omega_0$ , il suffit de remplacer la self par un circuit résonnant série accordé sur  $\omega_0$  et la capacité par un circuit résonnant parallèle accordé sur  $\omega_0$ , conformément au tableau (I) précédent et illustré par la fig. (III 6) suivante :

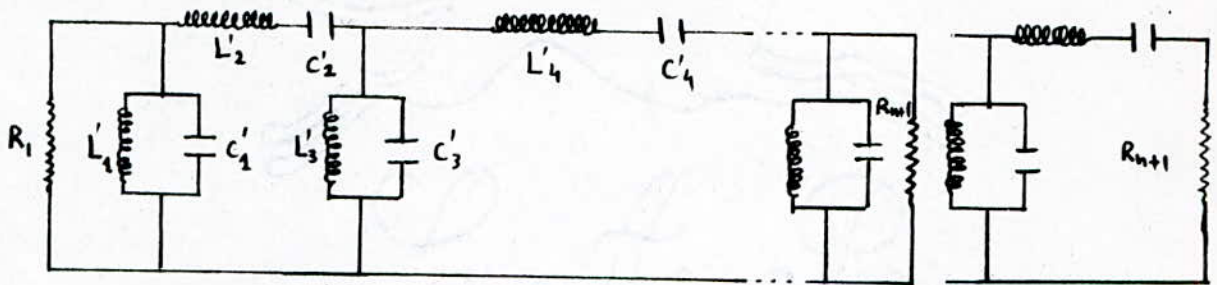
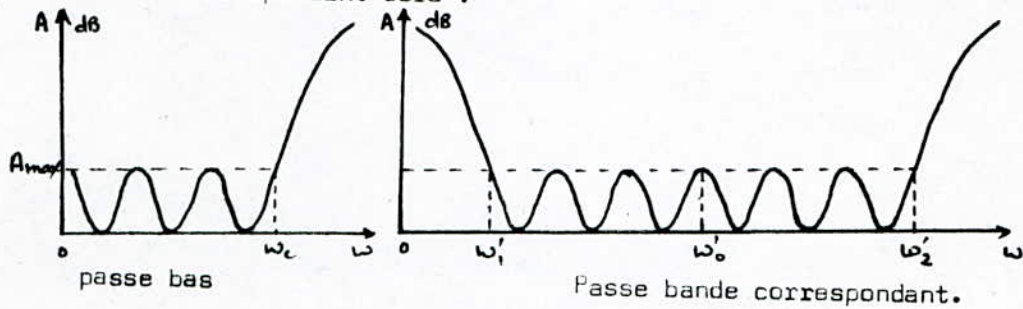


fig. III 6 : Structure du passe bande déduit de la structure passe bas fig. III 4

Dans le cas où la réponse du filtre passe bas est du type de Tchebyscheff, celle du passe bande correspondant sera :



La pulsation centrale de ce dernier sera :

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

d'où une bande passante relative

$$B = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} = \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} - \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}}$$

Exprimons maintenant les  $L'_k$  et  $C'_k$  en fonction des  $g_k$  sachant que la réponse du passe bande aux pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$  est identique à celle du passe bas à  $\omega_c$ .

En considérant les voies séries nous avons :

$$L'_k \omega_2 - \frac{1}{C'_k \omega_2} = L'_k \omega_1 - \frac{1}{C'_k \omega_1} = L_k \omega_c$$

d'où l'on tire :

$$L'_k \omega_0 = \frac{1}{C'_k \omega_0} = \frac{L_k \omega_c}{B} = \frac{R_0 g_k}{B}$$

De la même manière en considérant les voies parallèles on tire :

$$C'_k \omega_0 = \frac{1}{L'_k \omega_0} = \frac{C_k \omega_c}{B} = \frac{g_k}{R_0 B}$$

**Conclusion :** Toutes ces relations ne font intervenir que des quantités connues telles que  $R_0, \omega_c$  ou  $\omega_c'$  ou  $\omega_0$  et  $B$  à l'exception du paramètre  $g_k$ . La détermination de ce paramètre  $g_k$  est donc la clé de la synthèse du filtre passe bande.

### III.2.9 FILTRE PASSE BANDE ACOUPLAGE PARALLELE DE MICROBANDES

Dans cette partie, on présente une approche de conception pour un filtre passe bande en utilisant la mise en cascade de résonateurs moitié d'onde, chacun d'entre eux étant couplé en parallèle sur un quart d'onde vis à vis de ses voisins.

#### III.2.9.1 : REALISATION DE CIRCUITS RESONNANTS OU ANTIRESONNANTS A L'AIDE DE TRONCONS DE LIGNES:

Commençons par étudier le réseau de filtre passe bande transformé ( à éléments localisés) de la (fig. III 6) auquel on aboutit après avoir effectué toutes les opérations citées auparavant.

Mathématiquement, ce type de réseau, présente sous cette forme une sérieuse difficulté. La réalisation directe de ce filtre nécessite la conception et l'interconnexion de deux sortes de circuits résonnants L C (résouteurs) serie et parallèle.

Or la capacité serie est très délicate à réaliser car elle nécessite de couper la ligne sur une très petite longueur (quelques microns ou dizaines de microns).

Quantitativement, la valeur de la capacité ainsi obtenu ne peut se calculer qu'avec une approximation grossière et qualitativement, le schéma équivalent d'une telle discontinuité comporte non seulement une capacité serie, mais aussi des capacités parasites en prallèles.

Par contre le circuit résonnant parallèle est réalisable en micro onde à l'aide de lignes quart d'onde ou demi onde respectivement en court circuit ou en circuit ouvert (fig. III 7).

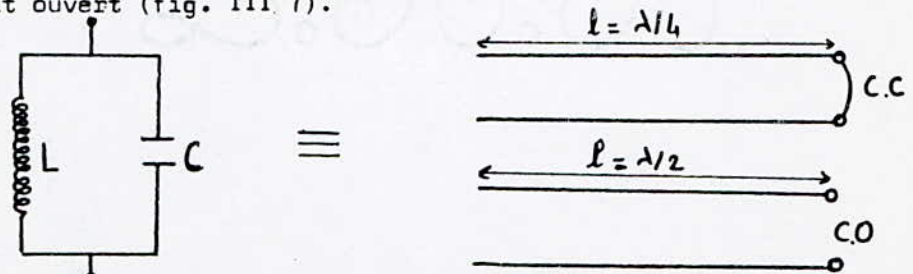


fig.III 7 : circuit résonnant parallèle et les tronçons de ligne équivalents.

Pour ce qui est des circuits résonnants placés en série sur la ligne principale, ils peuvent être obtenus à partir des circuits résonnants parallèle en utilisant la propriété des lignes quart - d'onde d'inverser les impédances (fig. III 8).

En effet, l'impédance d'entrée d'une ligne quart d'onde d'impédance caractéristique  $Z_c$  et chargée d'une impédance  $Z_s$  est  $Z_e = Z_c^2 / Z_s$

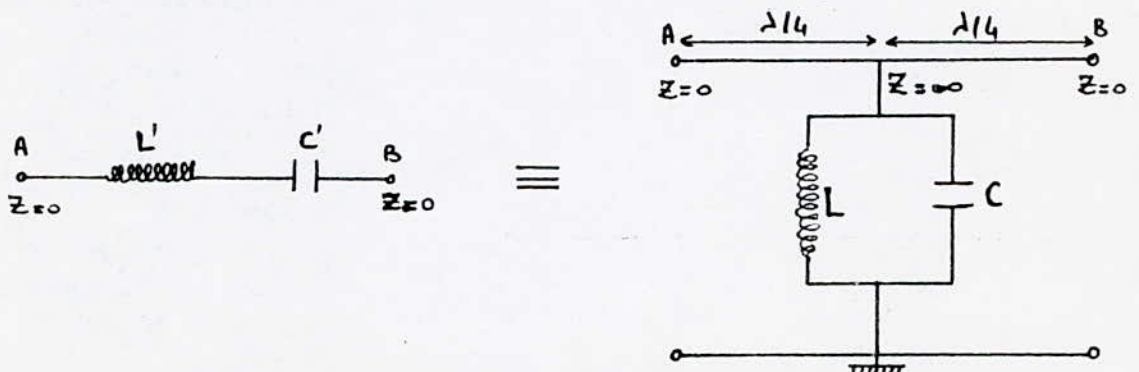


Fig. III 8 : Circuit résonnant serie et son équivalent parallèle placé entre deux lignes quart d'onde.



Ainsi, un circuit résonnant parallèle mis en dérivation entre deux lignes quart d'onde est équivalent à un circuit résonnant série mis sur la ligne principale.

Ces inverseurs d'impédances ou admittance (lignes quart d'onde) nous permettent donc de n'utiliser qu'un seul type de résonnateur, série ou parallèle.

Le montage de la fig. III 6 devient alors :

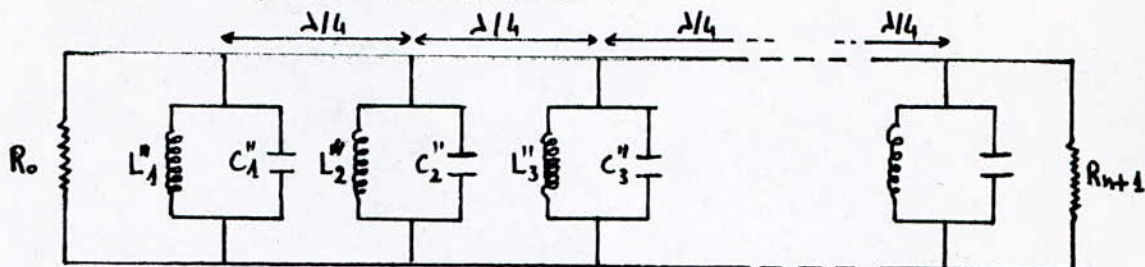


fig. III 9 : filtre passe bande à 1 seul type de résonnateurs.

### III 2 9 2 : REALISATION D'UN FILTRE PASSE BANDE A L'AIDE DE LIGNES A

#### MICRO RUBANS:

Le schéma de principe du filtre passe bande est donné par la figure suivante:

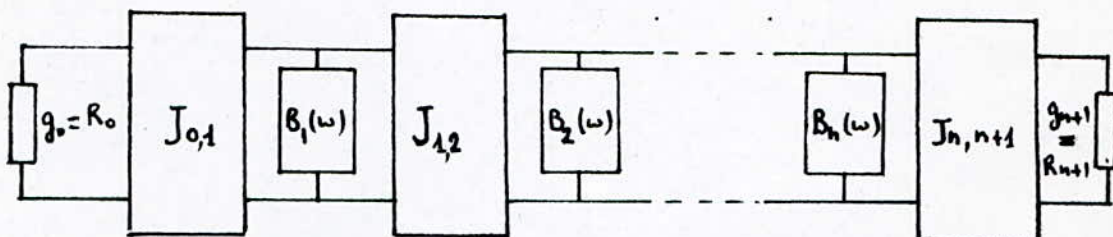


Fig. (III 10) schéma de principe du filtre passe bande avec résonnateurs et inverseurs d'admittances.

Le schéma comprend des résonnateurs parallèles ( $B_i(\omega)$ ) (lignes  $\lambda/2$  en micro rubans ouvertes) et des inverseurs d'admittances ( $J_{j,j+1}$ ) (lignes  $\lambda/4$  en micro rubans).

Le filtre en lignes micro rubans ainsi constitué, par la mise en cascade de résonnateurs moitié d'onde, chacun d'entre eux étant couplé en parallèle sur un  $\lambda/4$  vis à vis de ses voisins aura l'allure suivante :

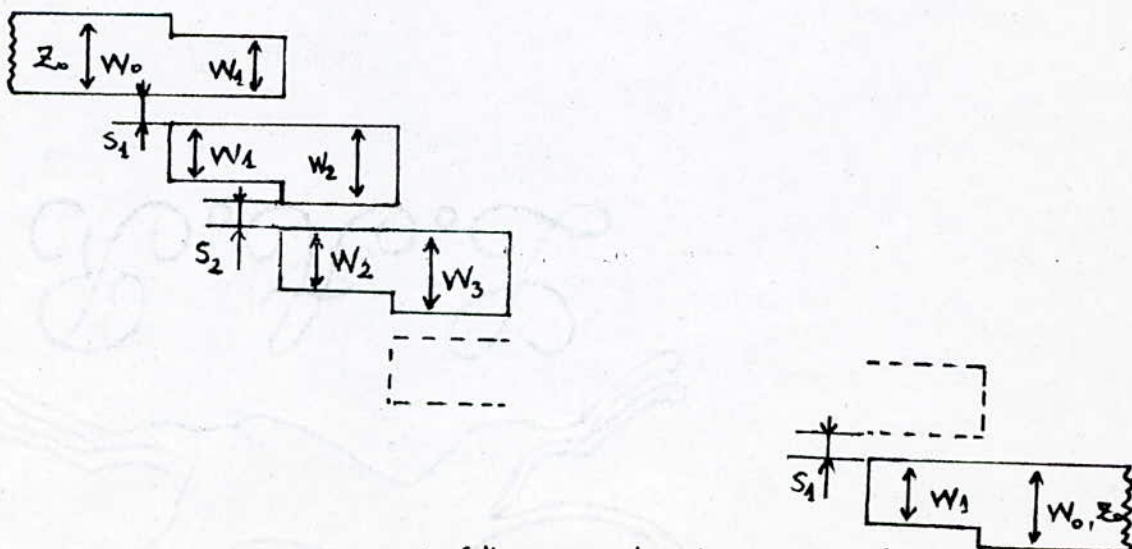


Fig. (III 11) Allure du filtre passe bande à microtubans

Ce filtre est constitué par des résonateurs  $\lambda_g/2$  dont le couplage s'effectue par tronçons de lignes  $\lambda_g/4$  (par exemple  $W_1, S_1, W_1$ ) d'impédances caractéristiques de mode pair et impair  $Z_{0o}$  et  $Z_{0e}$  qui constituent nous le savons les inverseurs d'admittances.

### III.2.10 Conception du filtre passe bande:

Afin de concevoir le filtre on distingue quatre étapes :

1°) A partir des impédances normalisées  $g_n$  du passe bas prototype, on détermine les paramètres  $J$  des inverseurs d'admittances.

Les expressions concernant les inverseurs d'admittances ont été données par Mattaci, Young et Jones [3]

- pour la première structure de couplage définie par  $W_1, S_1, W_1$

$$\frac{J_{0,1}}{Y_0} = \sqrt{\frac{\pi B}{2g_0g_1}}$$

- pour les structures intermédiaires :

$$\frac{J_{j,j+1}}{Y_0} \Big|_{j=1, n-1} = \frac{\pi B}{2\omega'_c \sqrt{g_j g_{j+1}}}$$

- pour la structure finale

$$\frac{J_{n,n+1}}{Y_0} = \sqrt{\frac{\pi B}{2g_n g_{n+1}}}$$

avec :  $B$  : la largeur de bande relative.

$\omega'_c$  : la fréquence de coupure normalisée du prototype ( $\omega'_c = 1$ ).

Rappelons que le rapport de transformation de fréquence entre le prototype et le filtre passe bande est donné par :

$$\frac{\omega'_i}{\omega'_c} = \frac{2}{B} \left( \frac{f_i - f_0}{f_0} \right)$$

où  $\omega_0$  est la fréquence centrale du passe-bande,  $\omega'_c$  la fréquence de coupure du prototype,  $\omega'_i$  est la réponse en fréquence qu'aurait le passe bande lorsque le prototype aurait  $\omega_i$ .

2°) Evaluer les impédances caractéristiques  $Z_{0e}$  et  $Z_{0o}$  des modes pair et impair applicables à la microbande couplée en parallèle à partir des paramètres du réseau.

Nous avons [3]

$$(Z_{0e})_{j,j+1} = Z_0 (1 + a Z_0 + a^2 Z_0^2)$$

$$(Z_{0o})_{j,j+1} = Z_0 (1 - a Z_0 + a^2 Z_0^2)$$

avec :

$$a = J_{j,j+1}$$

et  $Z_0$  l'impédance caractéristique de la ligne.



3°) On détermine les largeurs ( $W_i$ ) et les espacements ( $s_i$ ) des microbandes à partir des  $Z_{oe}$  et  $Z_{oo}$  obtenues en 2°) et pour cela on recommande la technique de synthèse de Akhtarzad et Coll.

4°) On calcule enfin les longueurs des résonateurs  $2l$  (légèrement  $< \lambda/2$ ) et les longueurs des régions de couplage  $l$  (légèrement  $< \lambda/4$ ). En utilisant les formules établies au chapitre (II)

CHAP IV

Réalisation et mesures



## IV REALISATION

### IV.1. CAHIER DE CHARGE [ 10 ]

On désire réaliser un filtre micro onde à l'aide de lignes à microruban couplées en parallèle d'impédance caractéristique  $Z_0 = 50 \Omega$  avec un substrat de permittivité  $\epsilon_r = 2,5$  (Teflon) et d'épaisseur 2 mm.  
Les caractéristiques du filtre sont les suivantes :

- Fréquence centrale = 9 GHz
- Fréquence de coupures  $f'_1 = 8 \text{ GHz}$  ;  $f'_2 = 10 \text{ GHz}$
- La première et dernière fréquence passante (gabarit)  
 $f_1 = 7 \text{ GHz}$  ;  $f_2 = 11 \text{ GHz}$
- Pertes d'inversion à l'intérieur de la bande passante :  $A_{\max} = 0,5 \text{ dB}$
- Pertes d'insertion en dehors de la bande passante :  $A_{\min} = 40 \text{ dB}$

### IV.2 : DETERMINATION DU FILTRE PASSE BAS PROTOTYPE:

#### IV.2 1 DETERMINATION DE LA RAIDEUR K DU PROTOTYPE:

$$K = \frac{\Delta f'}{\Delta f} = \frac{10 - 8}{11 - 7} = 0,5$$

#### IV.2 2 CHOIX DE LA FONCTION D'APPROXIMATION:

Vu que la courbe d'atténuation dans la bande de transition est raide

$$\alpha = \frac{\Delta A}{f_2 - f_1} = 39,5$$

On choisit alors le filtre de Tchebycheff qui répond le mieux à cette raideur.

#### IV. 2 3 Calcul de l'ordre du filtre d'après (eq III 1) on a :

$$n \geq \frac{\log(10^4 - 1) - \log(10^{0,05} - 1) + 0,6}{0,6 - 2 \log 0,5} = 4,587$$

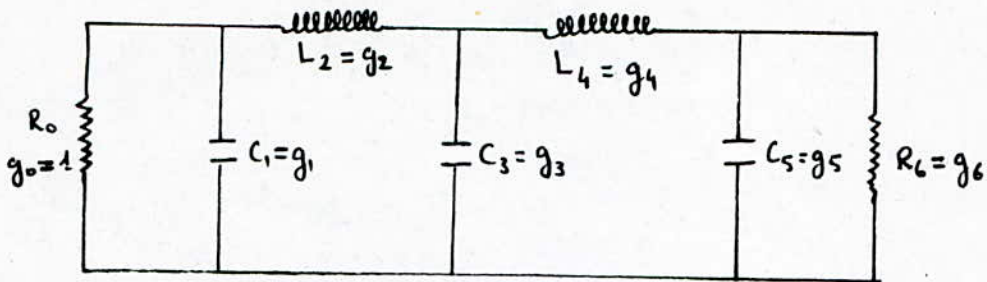
donc  $n = 5$

#### IV.2.4 : DETERMINATION DES ELEMENTS NORMALISES DU PROTOTYPE :

D'après le tableau (15) , à  $n = 5$  et  $E, R = 0,5 \text{ dB}$  on a :

- $g_0 = 1$
- $g_1 = 1,7058$
- $g_2 = 1,2296$
- $g_3 = 2,5408$
- $g_4 = 1,2296$
- $g_5 = 1,7058$
- $g_6 = 1$

Le filtre prototype est donc le suivant :



#### IV.3 CALCUL DES PARAMETRES DU FILTRE PASSE BANDE :

On rappelle le schéma de principe du filtre passe bande avec inverseurs d'admittance et résonateurs parallèles. fig (III.10)

##### IV.3.1 : CALCUL DES ADMITTANCES DE L'INVERSEUR ET LES IMPEDANCES DES

##### LIGNES COUPLEES:

Le résultat du calcul des admittances de l'inverseur (normalisés pour un système  $Z_0 = 50 \Omega$ ) puis les impédances des lignes couplées à l'aide des équations (chap III.10) est donné par le tableau suivant:

$j, j+1$	$J_{j,j+1} / Y_0$	$Z_{oe,j,j+1} (\Omega)$	$Z_{oo,j,j+1} (\Omega)$
0,1	0,4593	82,8457	37,6157
1,2	0,2410	64,9541	40,8541
2,3	0,1975	61,8247	42,0747
5,6	0,4523	82,8457	37,6157

##### IV.3.2 : DETERMINATION DES DIMENSIONS DES MICROBANDES :

En utilisant la méthode de synthèse d'Akhtarzad et Coll [7] on obtient les résultats suivants :

La largeur  $W_0/R$  de la ligne principale ( $Z_0 = 50 \Omega$ ) est (eq II.16)

$$W_0/R = 2,8572787$$



$j$	$Z_{0o j j+1/2} (\Omega)$	$Z_{oe j j+1/2} (\Omega)$	$(W/h)_{se}$	$(W/h)_{so}$
0	37,6157	41,4229	3,7228	10,2788
1	40,8541	32,4770	5,1956	9,3122
2	42,0747	30,9123	5,5444	8,9871
3	42,0747	30,9123	5,5444	8,9871
4	40,8541	32,4770	5,1956	9,3122
5	37,6157	41,4229	3,7228	10,2788

$j$	$(W/h)_{couplé}$		$(S/h)_{couplé}$	
0	1,831164644795	2,788738129 E-10	0,0619877699134	-1,678216108 E-7
1	2,48022353529	-5,990187901 E-9	0,261919985052	2,049500551 E-7
2	2,6064197687	5,979052276 E-8	0,390565309311	-8,675463192 E-7
3	2,6064197687	5,979052276 E-8	0,390565309311	-8,675463192 E-7
4	2,48022353529	-5,990187901 E-9	0,261919985052	2,049500551 E-7
5	1,831164644795	2,788738129 E-10	0,0619877699134	-1,678216108 E-7

Notons que  $(W/h)$  couple et  $(s/h)$  couplé ont été obtenus comme pour le coupleur directif à l'aide d'un programme d'ordinateur utilisant la méthode de Newton Raphson pour la résolution d'équation non linéaires [eq II.2.5]

#### IV.3.3 CALCUL DE LA LONGUEUR DE COUPLAGE:

En utilisant les formules [eq II.10 et II.17] on obtient les résultats suivants :

$$l_1 = \frac{\lambda_1}{4} = \frac{300}{4 \times 9 \sqrt{\epsilon_{eff}}} = 5,8687$$

$$l_2 = \frac{\lambda_2}{4} = 5,8119$$

$$l_3 = \frac{\lambda_3}{4} = 5,8023$$

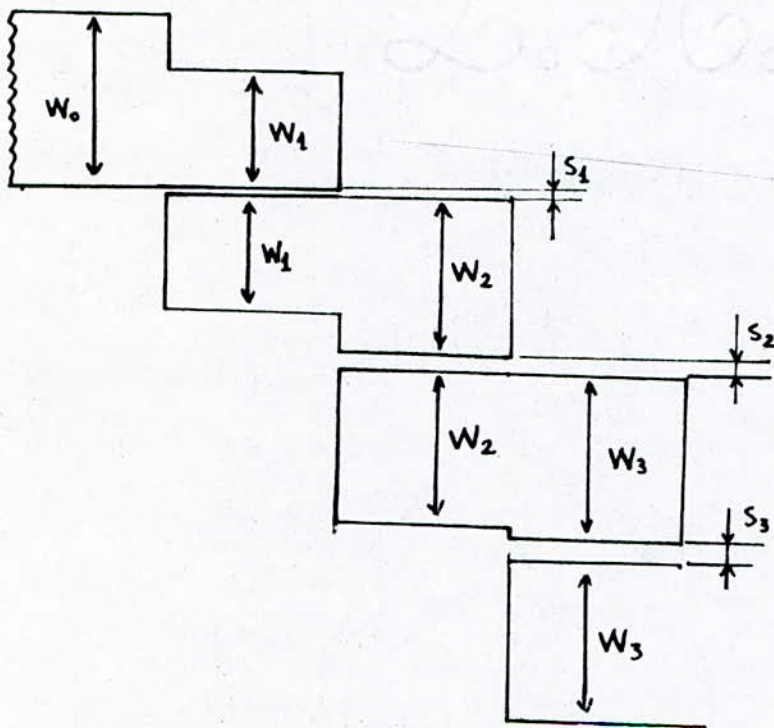
$$l_4 = \frac{\lambda_4}{4} = 5,8023$$

$$l_5 = \frac{\lambda_5}{4} = 5,8119$$

$$l_6 = \frac{\lambda_6}{4} = 5,8687$$

#### IV.3.4. DIMENSIONS PHYSIQUES DU FILTRE PASSE BANDE

Le filtre réalisé est représenté par la figure (IV 2) suivante :



fig(IV 2.) Par symétrie on a le schéma complet en page - 59 -

#### IV. 3.5 : DETAILS DE LA REALISATION:

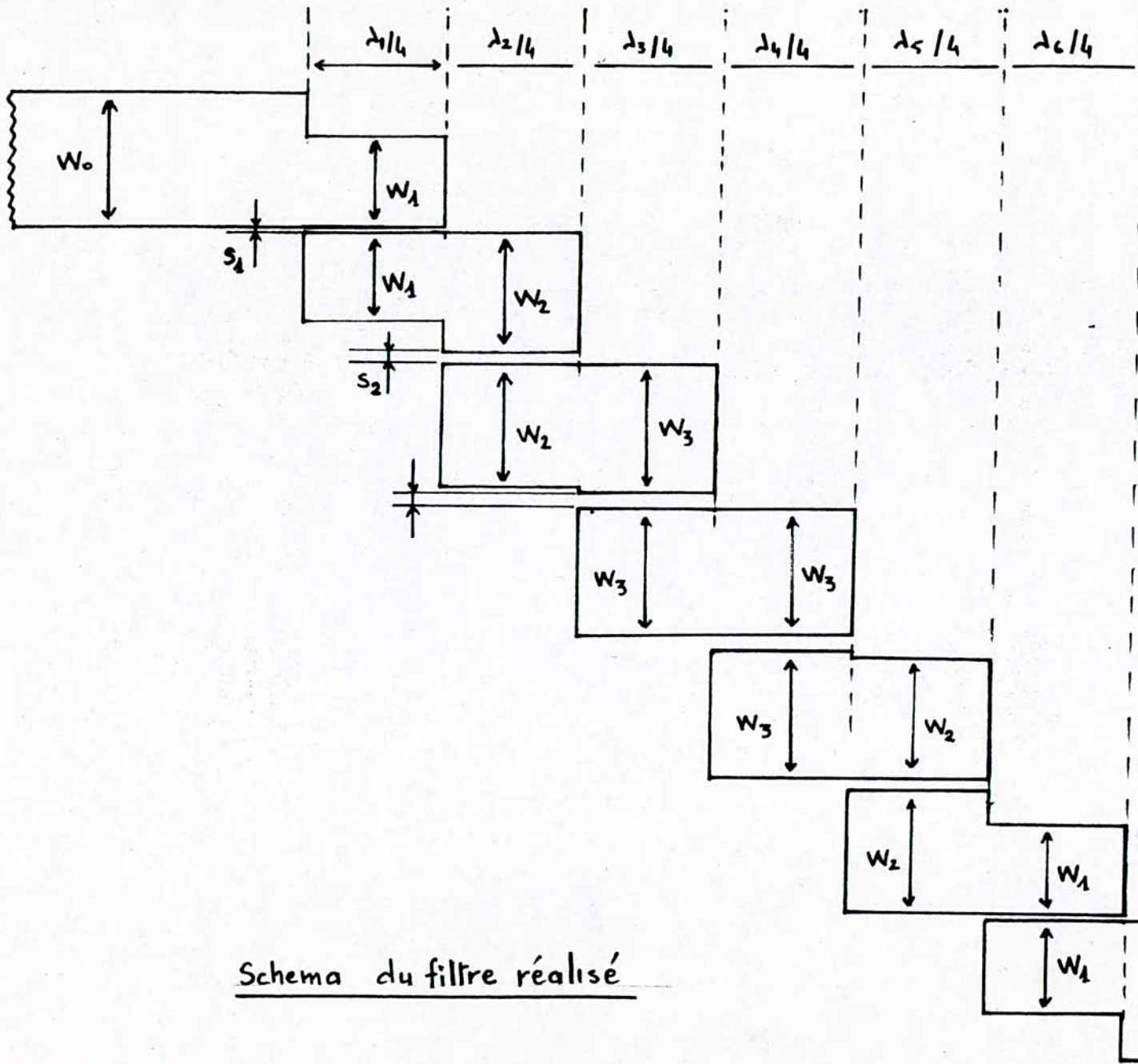
Le filtre de la figure (IV 2) est réalisé à l'aide de microbandes découpées d'une lame de cuivre d'épaisseur 0,08 mm déposées du Teflon ( $\epsilon_r = 2,5$ ) d'épaisseur 2 mm. La face opposée est constituée du plan de masse qui est une plaque de cuivre d'épaisseur 0,16 mm.

Et afin d'utiliser le matériel du laboratoire pour les mesures, on utilise deux transitions de tronçon de guide d'onde dans lesquelles on prolonge les lignes d'amener à une longueur  $\lambda/4$  du court circuit.

Les deux transitions bande - guide ont été fixées au filtre grâce à des fixations sur le plan de masse et le boîtier.

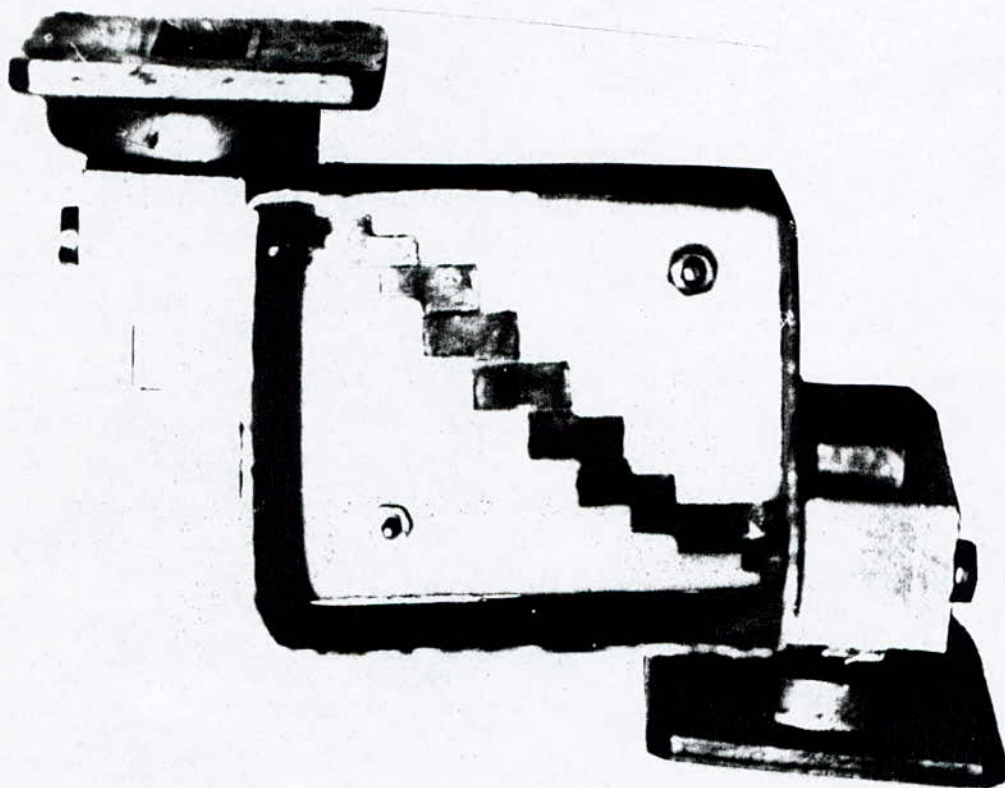
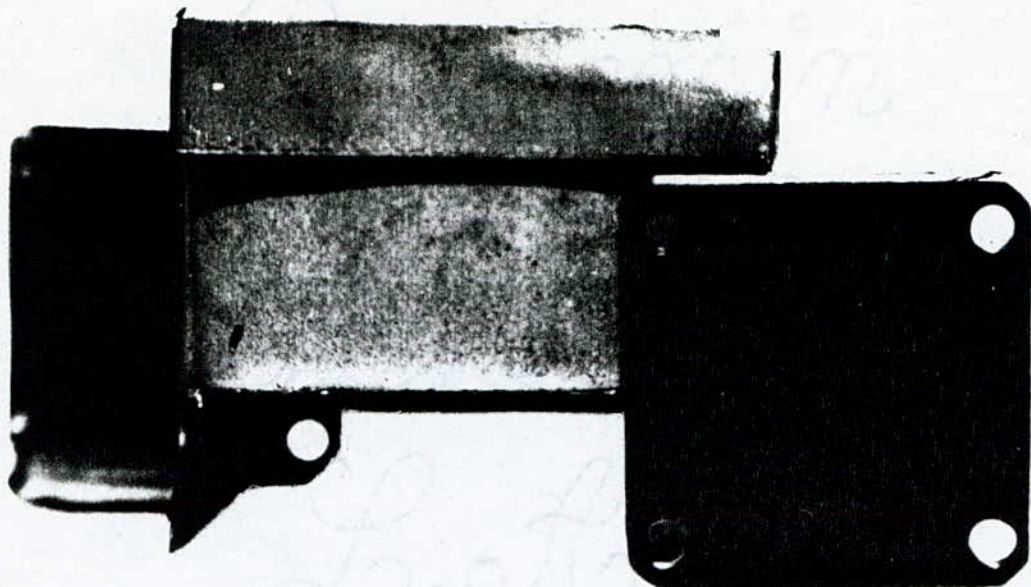
Le filtre ainsi réalisé est représenté en photocopie en page - 60 -





Echelle réelle x 4

Schema du filtre réalisé



Photographie du filtre



#### IV.4 MESURES :

##### IV.4.1 Manipulation:

Le montage utilisé est représenté dans la figure page. 63.

- Pour relever l'atténuation, et le coefficient de réflexion en fonction de la fréquence, nous procéderons de la manière suivante :

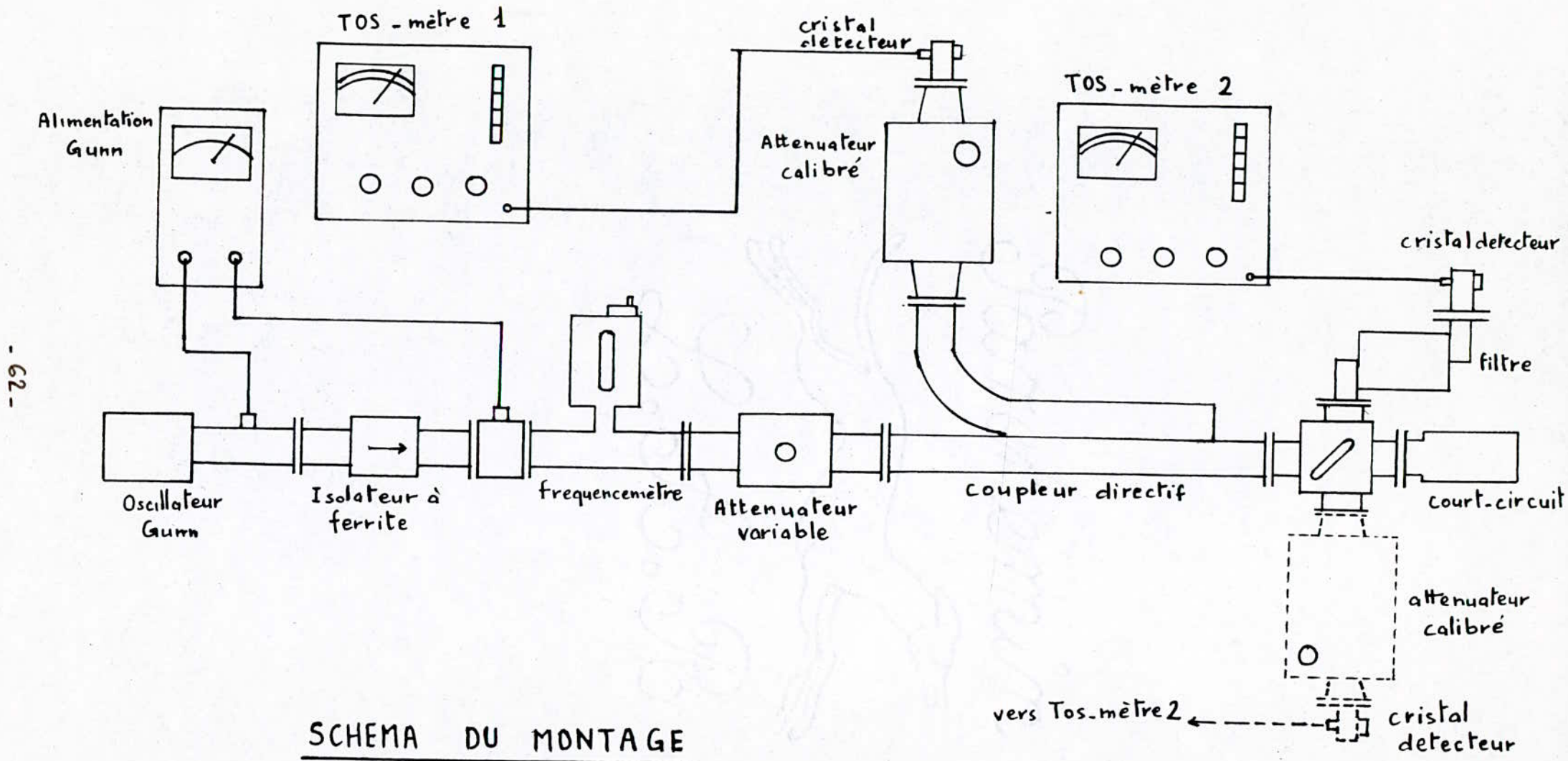
- 1°) Régler l'oscillateur Gunn à une fréquence :
- 2°) Placer le commutateur sur la position filtre et choisir une référence sur les TOS - mètres 1 et 2.
- 3°) Placer le commutateur sur position court-circuit et agir sur l'atténuateur calibré 1 jusqu'à l'obtention des déviations de référence du 2°)  
Noter l'atténuation.
- 4°) Enlever le filtre et mettre l'atténuateur calibré 2 avec cristal détecteur. Agir sur ce dernier afin d'obtenir la même déviation qu'au 2°)  
Noter l'atténuation.
- 5°) Répéter les mêmes mesures pour chaque fréquence.

##### Résultats obtenus:

Lors de la manipulation, on a obtenu les résultats suivants :

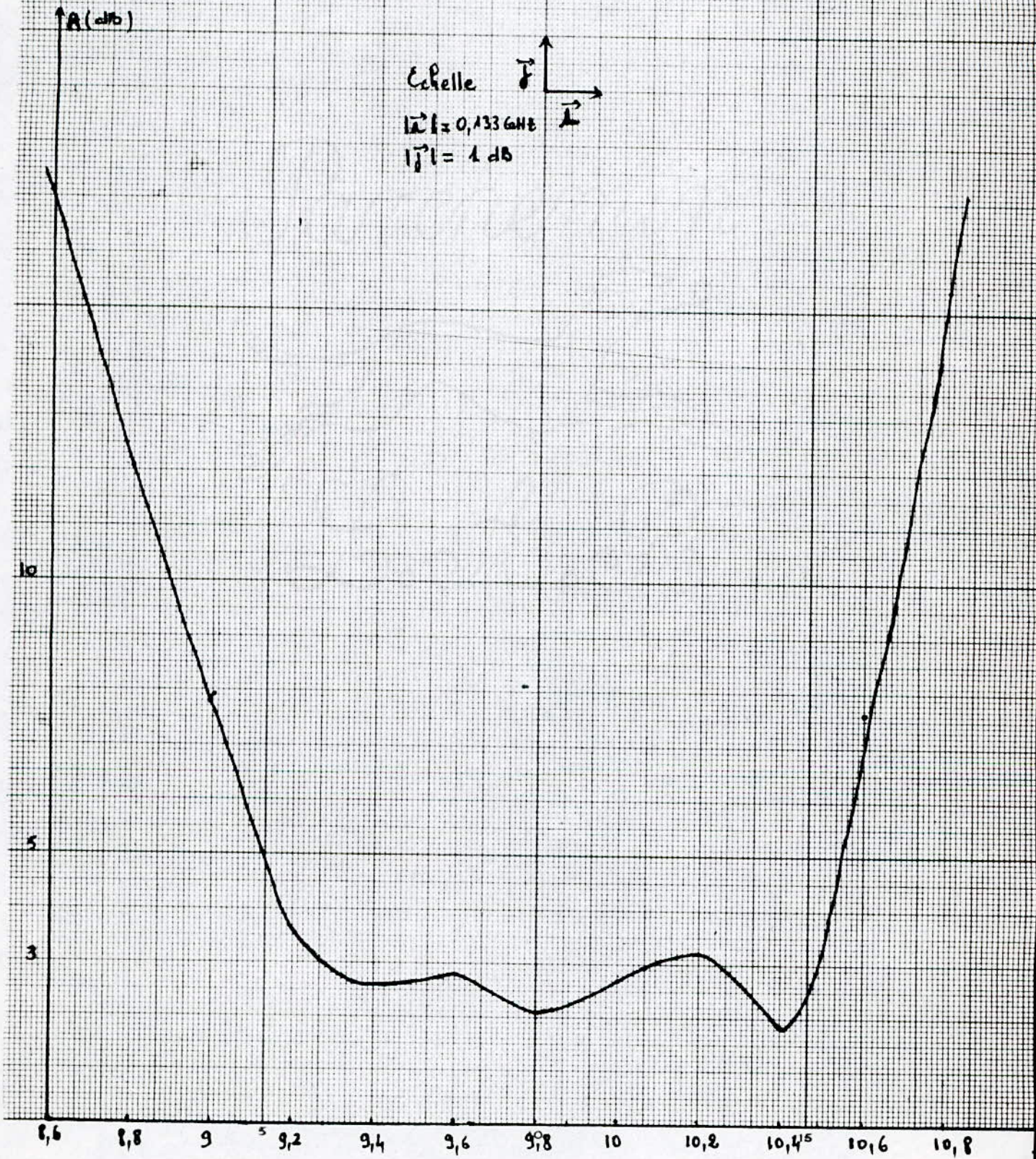
f(GHz)	8,6	8,8	9,0	9,2	9,4	9,6	9,8	10,0	10,2	10,4	10,6	10,8
A(dB)	17	12,1	7,9	3,6	2,6	2,7	2,1	2,7	3,1	1,8	7,6	15,4

La courbe  $A(\text{dB}) = \phi(f(\text{GHz}))$  est donnée en page. 63.





Courbe de réponse du filtre,





#### IV.4.2 COMMENTAIRES SUR LA COURBE

Sur la fig. (P.63), on trouve le résultat de la réponse, en amplitude de notre filtre passe bande.

A la vue de cette courbe, on peut noter plusieurs points :

- On ne peut pas tracer la totalité de la courbe, car ses extrémités se trouvent à des fréquences où le détecteur à adapter devient difficile à régler.
- La courbe ne s'inscrit pas entièrement dans le gabarit et la fréquence centrale est déplacée vers 10 GHz, ceci est dû à plusieurs causes, notons parmi celle-ci
- Pertes par rayonnement et les pertes dues aux transitions.
- Le découpage des lignes a été fait à l'aide d'une lame, il n'est donc pas précis.
- La dimension des espacements étant très petites, nous n'avons pas pu les respecter lors de la juxtaposition des lignes.
- L'effet de dispersion et des discontinuités des lignes à micro rubans ne peut être négligé.
- La colle employée présente une couche d'épaisseur non nulle, inconnue, et par endroits en poches microscopique.
- L'épaisseur de la ligne micro ruban doit également être prise en considération (effet de l'épaisseur sur la largeur  $W$  n'est pas négligeable).

#### CONCLUSION :

Ce projet nous a permis de nous rendre compte des difficultés rencontrées lors de la conception et de la réalisation du filtre passe bande en lignes. Microrubans couplés en parallèles, notamment pour le respect des dimensions théoriques. Les méthodes d'analyse et de synthèse des lignes à microrubans couplés sont assez complexes par rapport à celles des lignes simples. Néanmoins et malgré les faibles moyens dont nous disposons à l'école, nous avons pu réaliser le filtre passe bande dont la réponse en amplitude est représentée en page - -

Ce dernier ne répond pas parfaitement à notre cahier de charge. En effet, la bande passante souhaitée est de l'ordre de 2 GHz quant à celle obtenue après mesures, elle est de l'ordre de 1,2 GHz. De plus la fréquence centrale  $f_0$  n'est plus à 9 GHz, mais elle est décalée vers 9,9 GHz.

Parmi les principales causes d'imperfections nous pouvons citer celle du découpage des rubans, qui a été fait à l'aide d'une lame, alors qu'il devrait se faire par photo gravure.

Les dimensions des espacements étant très petites, ne peuvent être respectées lors de la juxtaposition des lignes. Nous pouvons citer aussi les transitions qui sont loin d'être parfaites; les pertes par rayonnement des lignes à micro rubans utilisées ainsi que l'effet de leur épaisseur qui intervient lors du calcul des dimensions de section. Quant aux mesures effectuées, elles peuvent être entachées d'erreurs car elles ont été effectuées avec des instruments, qui en raison de leur ancienneté et intense utilisation, sont peu fiables et peu précis.



### CONCLUSION GENERALE :

Cette étude nous a permis de comprendre le phénomène du couplage électromagnétique et son effet néfaste dans les circuits électroniques modernes; notamment dans les circuits numériques à impulsions et les circuits analogiques, et son effet positif qui peut être exploité dans les circuits intégrés micro ondes qui sont de plus en plus utilisés dans les dispositifs hyperfréquences du fait de leur faible coût de revient, de leur encombrement réduit.

Quant au filtre réalisé, il est possible de procéder à des corrections judicieuses afin d'améliorer les résultats obtenus, nous conseillons vivement d'augmenter de quelque pour cent la longueur des résonateurs afin d'obtenir une fréquence centrale plus proche de celle souhaitée de même que la largeur de bande passante sera plus large si on diminue les espacements entre lignes.

Enfin nous espérons que ce projet puisse servir comme document à tous les étudiants intéressés par ce domaine de l'électronique .

BIBLIOGRAPHIE :

- [1] P.GRIVET : Physique des lignes HF et UHF  
T.II : Circuits et amplificateurs micro-ondes.
- [2] R.BADOUAL : Les micro-ondes  
T.I : Circuits Microrubans - Fibres.
- [3] TC.EDWARDS : Conception des circuits micro-ondes - Micro électrique.
- [4] WHEELER H.A. : Transmission - line properties of parallel Strip  
separated by a dielectric shett IEEE TRANS MTT 13  
N° 3 March 1964 280-289.
- [5] IEEE TRANSACTIONS on microware theory and techniques vol. MTT 27.  
n° 7 July 1979.
- [6] PAUL F. COMBES  
Composants, dispositifs et circuits actifs en micro-ondes.
- [7] IEEE TRANSACTIONS on microware theory and techniques June 1975.
- [8] IEEE TRANSACTIONS on microware Theory and technique MTT 16 DEC.1968.
- [9] A.ANGOT, Complément de mathematique Ed. de la revue optique 1965.
- [10] Etude et Réalisation d'un filtre micro-onde (bande x) en ligne ruban  
proposé par F. DJAHLI ENPA, Alger Janvier 1984.
- [11] G.BOUDDOURIS et CHENEVIER : Circuits pour ondes guidées.
- [12] R.BADOUAL : Les Micro-Ondes  
T.II Composants - Antennes - Fonctions - Mesures.
- [13] BOUMEHRAT . Analyse numerique . ENPA . ALGER.
- [14] PAUL BILDSTEN Filtres actifs editions RADIO 1976
- [15] MATTAHEI , YOUNG ,EMP, JONES, Microwave filtre, impedance  
matching and coupling structures  
Mc GRAW Hill New York
- [16] P.M PRACHE ,A.PAYANT , Les lignes couplees, Technique de l'ingenieur  
E 2842



ANNEXE

Parquetmin



L. A. R.

ANNEXE 1.

LA MATRICE ABCD POUR 1 LIGNE DE TRANSMISSION QUEL ONQUE EST DEFINIE COMME SUIT (II.2.7)

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & j Z_0 \sin \theta \\ j \frac{\sin \theta}{Z_0} & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (I)$$

On rappelle que  $\theta$  est la longueur électrique, qui pour une ligne sans pertes  $= \beta l$

Cette matrice reste valable pour exprimer les relations tension - courant pour les modes pair et impair, pris séparément et cela donne :

$$\begin{pmatrix} V_{1e} \\ I_{1e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & j Z_{0e} \sin \theta \\ j \frac{\sin \theta}{Z_{0e}} & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{2e} \\ I_{2e} \end{pmatrix} \quad (II)$$

et

$$\begin{pmatrix} V_{1o} \\ I_{1o} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & j Z_{0o} \sin \theta \\ j \frac{\sin \theta}{Z_{0o}} & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{2o} \\ I_{2o} \end{pmatrix} \quad (III)$$

$$\begin{array}{l} \text{sachant que } V_{1e} + V_{1o} = V_1 \quad \text{et} \quad I_{1e} + I_{1o} = I_1 \\ \quad \quad \quad V_{2e} + V_{2o} = V_2 \quad \quad \quad I_{2e} + I_{2o} = I_2 \end{array}$$

En tenant compte des équations des conditions terminales  $V_{2e} = Z_{ch} I_{2e}$  et  $V_{2o} = Z_{ch} I_{2o}$ ,  $Z_{ch}$  : impédance de charge  $V_{1e} + I_{1e} Z_g = E_g$  et  $V_{1o} + I_{1o} Z_g = E_g$ ,  $E_g$  : fem d'excitation et à fin de simplifier les calculs on choisira :

$$Z_{ch} = Z_g = Z_0 \quad E_g = 1 \text{ Volt}$$

On obtient les expressions des tensions et des courants :

$$V_{1e} = (Z_{0e} Z_0 \cos \theta + j Z_{0e}^2 \sin \theta) / D_e$$

$$I_{1e} = (Z_{0e} \cos \theta + j Z_0 \sin \theta) / D_e$$

$$V_{2e} = Z_0 Z_{0e} / D_e$$

$$I_{2e} = Z_{0e} / D_e$$

$$V_{1o} = (Z_{0o} Z_0 \cos \theta + j Z_{0o}^2 \sin \theta) / D_o$$

$$I_{1o} = (Z_{0o} \cos \theta + j Z_0 \sin \theta) / D_o$$

$$V_{2o} = Z_0 Z_{0o} / D_o$$

$$I_{2o} = Z_{0o} / D_o$$



avec  $D_e = 2Z_{oe}Z_o \cos\theta + j(Z_{oe}^2 + Z_o^2) \sin\theta$

$$D_o = 2Z_{oo}Z_o \cos\theta + j(Z_{oo}^2 + Z_o^2) \sin\theta$$

L'impédance totale  $Z_{in}$  de notre circuit est définie ainsi

$$\text{soit } Z_{in} = \frac{Z_o (Z_{oo}D_e + Z_{oe}D_o) \cos\theta + j(Z_{oo}^2 D_e + Z_{oe}^2 D_o) \sin\theta}{(Z_{oo}D_e + Z_{oe}D_o) \cos\theta + jZ_o (D_e + D_o) \sin\theta} = \frac{V_1}{I_1}$$

Pour avoir l'adaptation il faudrait que

$$Z_{in} = Z_o$$

L'égalité de cette équation sera satisfaite, si et seulement si :

$$Z_o^2 (D_e + D_o) = Z_{oo}^2 D_e + Z_{oe}^2 D_o$$

En remplaçant dans cette équation  $D_e$  et  $D_o$  par leurs expressions on aboutit à la condition suivante :

$$Z_o^2 = Z_{oe} Z_{oo}$$

En réalité nos deux modes de propagation sont définis avec des longueurs électriques différentes  $\theta_o$  et  $\theta_e$ .

En remplaçant  $\theta_o$  et  $\theta_e$  dans les matrices (II) et III et en faisant leur somme on obtient :

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_e + \cos\theta_o & j(Z_{oe} \sin\theta_e + Z_{oo} \sin\theta_o) \\ j\left(\frac{\sin\theta_e}{Z_{oe}} + \frac{\sin\theta_o}{Z_{oo}}\right) & \cos\theta_e + \cos\theta_o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

on a donc :

$$\frac{V_1}{I_2} = (\cos\theta_e + \cos\theta_o) \frac{V_2}{I_2} + j(Z_{oe} \sin\theta_e + Z_{oo} \sin\theta_o)$$

$$\frac{I_1}{I_2} = j\left(\frac{\sin\theta_e}{Z_{oe}} + \frac{\sin\theta_o}{Z_{oo}}\right) \frac{V_2}{I_2} + (\cos\theta_e + \cos\theta_o)$$

sachant que :  $\frac{V_2}{I_2} = Z_{ch} = Z_o$  et l'adaptation n'est

Satisfait que si  $\frac{V_1}{I_1} = Z_0$  ou alors

$$\frac{(\cos \theta_e + \cos \theta_o) Z_0 + j(Z_{oe} \sin \theta_e + Z_{oo} \sin \theta_o)}{j\left(\frac{\sin \theta_e}{Z_{oe}} + \frac{\sin \theta_o}{Z_{oo}}\right) Z_0 + (\cos \theta_e + \cos \theta_o)} = Z_0$$

Ce qui conduit à :

$$(\cos \theta_e + \cos \theta_o) Z_0 + j(Z_{oe} \sin \theta_e + Z_{oo} \sin \theta_o) = Z_0 (\cos \theta_e + \cos \theta_o) + j\left(\frac{\sin \theta_e}{Z_{oe}} + \frac{\sin \theta_o}{Z_{oo}}\right) Z_0^2$$

Ce qui nous donne

$$Z_{oe} \sin \theta_e + Z_{oo} \sin \theta_o = \left(\frac{\sin \theta_e}{Z_{oe}} + \frac{\sin \theta_o}{Z_{oo}}\right) Z_0^2$$

Soit

$$Z_0^2 = Z_{oe} Z_{oo} \frac{Z_{oe} \sin \theta_e + Z_{oo} \sin \theta_o}{Z_{oo} \sin \theta_e + Z_{oe} \sin \theta_o}$$

Ce resultat dépend de la fréquence car  $\theta_e$  et  $\theta_o$  dépendent aussi.



## ANNEXE 2 : METHODE DE NEWTON RAPHSON (43)

La methode la plus utilisée pour la resolution des equations non lineaires est celle de Newton Raphson

### 1°) PRINCIPE D' CETTE METHODE

Si  $f(x)$  est continue et continument derivable au voisinage d'un point  $x_0$

Alors le developpement en serie de Taylor autour d'un estimé  $x^{(n)}$  est :

$$f(x_0) = f(x^{(n)}) + f'(x^{(n)})(x_0 - x^{(n)}) +$$

Si  $x^{(n)}$  est un estimé proche de  $x_0$  solution de  $f(x) = 0$  alors le carré de l'erreur  $\varepsilon^{(n)} = (x_0 - x^{(n)})$  et les termes de degrés superieurs sont negligiables.

Sachant que  $f(x_0) = 0$ , on obtient la relation approximative :

$$f(x^{(n)}) + f'(x^{(n)})(x_0 - x^{(n)}) = 0$$

$$\text{et } \varepsilon^{(n)} = - \frac{f(x^{(n)})}{f'(x^{(n)})} \text{ approximation de l'erreur}$$

On pourra donc considerer qu'un meilleur estimé de  $x_0$  sera  $x^{(n+1)}$  calculé à partir :

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} - \varepsilon^{(n)}$$

$$\text{soit } x^{(n+1)} = x^{(n)} - \frac{f(x^{(n)})}{f'(x^{(n)})}$$

### 2°) CONVERGENCE DE LA METHODE :

Comme pour toute methode iterative on ne peut l'utiliser aveuglement :

Suivant la valeur de l'estimé initial et la morphologie de  $f(x)$  dans  $[x^{(0)}, x_0]$  elle peut converger ou non vers la solution  $x_0$

La methode risque de diverger si :

-  $f'(x) = 0$  dans  $[x^{(0)}, x_0]$

- La tangente en un point  $x^{(n)}$  a une valeur proche de 0, si non elle pourra converger ou non

- Evolution de l'erreur :

Si la methode est convergente alors :  $\varepsilon^{(n+1)} = \varepsilon^{(n)} - \frac{f(x^{(n)})}{f'(x^{(n)})}$

$$f(x^{(n)}) = f(x_0) + \varepsilon^{(n)} f'(x^{(n)}) + \frac{(\varepsilon^{(n)})^2}{2} f''(x^{(n)})$$

$$\frac{f(x^{(n)})}{f'(x^{(n)})} = \varepsilon^{(n)} + \frac{(\varepsilon^{(n)})^2}{2} \frac{f''(x^{(n)})}{f'(x^{(n)})}$$

$$\varepsilon^{(n+1)} = - \frac{f''(x_0)}{2 f'(x_0)} (\varepsilon^{(n)})^2$$

PROGRAMME ASSOCIE A LA METHODE DE NEWTON-RAPHSON

```

1 PRINT "NONLINEAR SYSTEMS OF EQUATIONS"
100 REM *-----*LS
120 PRINT "ENTER N, THE NUMBER OF EQUATIONS = ";
130 INPUT N
140 IF N<>INT(N) OR N<1 THEN 120
150 DELETE X
160 DIM X(N)
170 PRINT "ENTER THE VECTOR X, THE INITIAL VALUE FOR ITERATIONS: J"
180 FOR J=1 TO N
190 PRINT "
200 INPUT X(J) X";J;" = ";
210 NEXT J
240 E=1.0E-10
250 IF E<0 THEN 220
260 PRINT "J"
280 D0=1.0E-3
300 PRINT "ENTER THE MAX. # OF ITERATIONS TO BE ALLOWED = ";
310 INPUT N0
320 IF N0<>INT(N0) OR N0<1 THEN 300
350 D1=100
370 DIM X$(1)
380 PRINT
390 PRINT "DO YOU WANT X & F PRINTED AT EACH ITERATION STEP: ";
400 INPUT X$
401 PRINT "Z0"
402 INPUT Z0
403 PRINT "H"
404 INPUT H
410 N1=1
420 IF X$="Y" THEN 450
430 IF X$<>"N" THEN 390
440 N1=0
450 GOSUB 2000
460 IF E<0 THEN 530

470 IF N1 THEN 530
480 PRINT "FINAL SOLUTION, AFTER ";E3;" EVALUATIONS OF F IS:"
490 PRINT "J J1 X(J)I F(J)"
500 FOR J=1 TO N
510 PRINT "
520 NEXT J ";J,X(J),F(J)
530 END
540 REM *-----*END OF SAMPLE USER WRITTEN DRIVER*-----*
550 REM *-----*
1100 GOSUB 7000
1990 RETURN
2000 REM *-----*
2010 REM DAN TAYLOR, 4051 GCS SOFTWARE ENGINEERING
2020 REM *-----*NONLINEAR SYSTEMS OF EQUATIONS*-----*
2030 DELETE F,E2,P,Q,P0,Q0
2040 DIM F(N),E2(N,N),P(N*(2*N+5)),Q(N),P0(4),Q0(N,2)
2050 REM *---*INITIALIZE*---*
2060 W0=0
2070 W1=1
2080 W2=2
2090 E3=W0
2100 N2=N+4
2110 N3=N2
2120 E4=N+N-0.5
2130 N4=N*N
2140 N5=N4+N
2150 N6=N5+N
2160 N7=N6+N
2170 N8=N7+N
2180 N9=N8+N
2190 P0(W1)=W0
2200 E5=W0
2210 E6=D0*D0
2220 E7=D1*D1
2230 E8=4*E7

```



```

2240 Q9=5
2250 P0(W2)=W1
2260 IF NOT(N1) THEN 2280
2270 PAGE
2280 E3=E3+W1
2290 GOSUB 1100
2300 REM *---*TEST FOR CONVERGENCE*---*
2310 Q7=W0
2320 FOR P1=W1 TO N
2330   Q7=Q7+F(P1)*W2
2340 NEXT P1
2350 IF Q7>E THEN 2420
2360 IF NOT(N1) THEN 2400
2370 PRINT "JJFINAL SOLUTION, AFTER ";E3;" EVALUATIONS OF F IS:"
2380 GOSUB 2750
2390 REM *---*RETURN TO USER ROUTINE*---*
2400 RETURN
2410 REM *---*TEST FOR ERROR RETURN*---*
2420 GO TO Q9 OF 2430,2620,2620,2430,2620
2430 IF Q7<F0(W1) THEN 2610
2440 IF E5>E6 THEN 2620
2450 N3=N3-W1
2460 IF N3>W0 THEN 2620
2470 IF N3<W0 THEN 2570
2480 PRINT "JJERROR RETURN FROM "NONLINEAR SYSTEMS OF EQUATIONS""
2490 PRINT N2;" EVALUATIONS OF F FAILED TO IMPROVE THE RESIDUALS.J"
2500 E=-E
2510 FOR P1=W1 TO N
2520   X(P1)=P(N4+P1)
2530   F(P1)=P(N5+P1)
2540 NEXT P1
2550 Q7=P0(W1)
2560 GO TO 2360
2570 PRINT "JJERROR RETURN FROM "NONLINEAR SYSTEMS OF EQUATIONS""
2580 PRINT "--BECAUSE F FAILED TO DECREASE USING A NEW JACOBIAN.J"

2590 E=-E
2600 GO TO 2510
2610 N3=N2
2620 IF E3<=N0 THEN 2690
2630 PRINT "JJERROR RETURN FROM "NONLINEAR SYSTEMS OF EQUATIONS""
2640 PRINT "--BECAUSE THE MAX. NUMBER OF ITERATIONS (";N0;
2650 PRINT ") HAS BEEN PERFORMED.J"
2660 E=-E
2670 IF Q7<P0(W1) THEN 2360
2680 GO TO 2510
2690 IF NOT(N1) THEN 2720
2700 PRINT "JJ AFTER ";E3;" EVALUATIONS OF F:"
2710 GOSUB 2750
2720 GO TO Q9 OF 5280,5600,2910,5470,2810
2730 STOP
2740 REM *---*PRINT PRESENT SOLUTION*---*
2750 PRINT "          JI X(J)I F(J)"
2760 FOR P1=W1 TO N
2770   PRINT "          ";P1,X(P1),F(P1)
2780 NEXT P1
2790 RETURN
2800 REM *---*STORE INITIAL EVALUATION OF F*---*
2810 P0(W1)=Q7
2820 FOR P1=W1 TO N
2830   P(N4+P1)=X(P1)
2840   P(N5+P1)=F(P1)
2850 NEXT P1
2860 Q8=W0
2870 Q9=3
2880 Q8=W1+Q8
2890 X(Q8)=X(Q8)+D0
2900 GO TO 2280
2910 P3=Q8
2920 FOR P1=W1 TO N
2930   P(P3)=(F(P1)-P(N5+P1))/D0

```



```

2940 P3=P3+N
2950 NEXT P1
2960 X(Q8)=P(N4+Q8)
2970 IF Q8<N THEN 2880
2980 REM *---*INVERT JACOBIAN & SET DIRECTION*---*
2990 P3=W0
3000 FOR P1=W1 TO N
3010 FOR P2=W1 TO N
3020 P3=P3+W1
3030 E2(P1,P2)=P(P3)
3040 P(N9+P3)=W0
3050 NEXT P2
3060 P(N8+P3+P1)=W1
3070 P(N8+P1)=W1+N-P1
3080 NEXT P1
3090 REM *---*INVERT E2 BY GAUSSIAN ELIMINATION*---*
3100 Q=W0
3110 FOR P3=W1 TO N
3120 P6=-W1
3130 FOR P1=W1 TO N
3140 IF Q(P1) THEN 3210
3150 FOR P2=W1 TO N
3160 IF Q(P2) OR P6=>ABS(E2(P1,P2)) THEN 3200
3170 P6=ABS(E2(P1,P2))
3180 P4=P1
3190 P5=P2
3200 NEXT P2
3210 NEXT P1
3220 Q(P5)=W1
3230 IF P4=P5 THEN 3290
3240 FOR P1=W1 TO N
3250 P2=E2(P4,P1)
3260 E2(P4,P1)=E2(P5,P1)
3270 E2(P5,P1)=P2
3280 NEXT P1

3290 Q0(P3,W1)=P4
3300 Q0(P3,W2)=P5
3310 P6=E2(P5,P5)
3320 IF P6<>W0 THEN 3380
3330 PRINT "JJERROR RETURN FROM ""NONLINEAR SYSTEMS OF EQUATIONS""
3340 PRINT "--THE JACOBIAN IS SINGULAR. TRY AGAIN WITH DIFFERENT ";
3350 PRINT "STARTING VALUES.JJ"
3360 E=-E
3370 RETURN
3380 P6=W1/P6
3390 E2(P5,P5)=W1
3400 FOR P1=W1 TO N
3410 E2(P5,P1)=E2(P5,P1)*P6
3420 NEXT P1
3430 FOR P1=W1 TO N
3440 IF P1=P5 THEN 3500
3450 P6=E2(P1,P5)
3460 E2(P1,P5)=W0
3470 FOR P2=W1 TO N
3480 E2(P1,P2)=E2(P1,P2)-E2(P5,P2)*P6
3490 NEXT P2
3500 NEXT P1
3510 NEXT P3
3520 FOR P1=N TO W1 STEP -W1
3530 IF Q0(P1,W1)=Q0(P1,W2) THEN 3610
3540 P5=Q0(P1,W1)
3550 P4=Q0(P1,W2)
3560 FOR P2=W1 TO N
3570 P6=E2(P2,P5)
3580 E2(P2,P5)=E2(P2,P4)
3590 E2(P2,P4)=P6
3600 NEXT P2
3610 NEXT P1
3620 REM *---*END OF THE INVERSION OF E2*---*
3630 REM *-----*

```



```

3640 REM *-----*START THE ITERATIONS*-----*
3650 P4=W0
3660 P5=W0
3670 P6=W0
3680 FOR P1=W1 TO N
3690   X(P1)=W0
3700   F(P1)=W0
3710   P3=P1
3720   FOR P2=W1 TO N
3730     X(P1)=X(P1)-P(P3)*P(N5+P2)
3740     F(P1)=F(P1)-E2(P1,P2)*P(N5+P2)
3750     P3=P3+N
3760   NEXT P2
3770   P4=P4+X(P1)*W2
3780   P5=P5+F(P1)*W2
3790   P6=P6+X(P1)*F(P1)
3800 NEXT P1
3810 IF P0(W1)*W2<=E8*P4 THEN 3930
3820 GO TO Q9 OF 3870,3870
3830 PRINT "JJERROR RETURN FROM "NONLINEAR SYSTEMS OF EQUATIONS""
3840 PRINT "--BECAUSE A NEARBY STATIONARY POINT OF F IS PREDICTED.JJ"
3850 E=-E
3860 GO TO 2510
3870 N3=W0
3880 FOR P1=W1 TO N
3890   X(P1)=P(N4+P1)
3900 NEXT P1
3910 GO TO 2860
3920 REM *---*TEST FOR APPLICATION OF NEWTON CORRECTION*---*
3930 Q9=W2
3940 IF E5<P5 THEN 4020
3950 E5=P5 MAX E6
3960 P4=0.25*P5
3970 P0(W2)=W1
3980 IF P5=>E6 THEN 4560

3990 Q9=4
4000 GO TO 5140
4010 REM *---*CALCULATE LENGTH OF STEEPEST DESCENT*---*
4020 P3=W0
4030 P8=W0
4040 FOR P1=W1 TO N
4050   P7=W0
4060   FOR P2=W1 TO N
4070     P3=P3+W1
4080     P7=P7+P(P3)*X(P2)
4090   NEXT P2
4100   P8=P8+P7*P7
4110 NEXT P1
4120 P8=P4/P8
4130 P4=P4*P8*P8
4140 IF P4<E5 THEN 4230
4150 IF E5>W0 THEN 4190
4160 E5=E7 MIN P4 MAX E6
4170 P4=P4/(P8*P8)
4180 GO TO 3930
4190 P9=W0
4200 P0=P8*SQR(E5/P4)
4210 GO TO 4260
4220 REM *---*INTERPOLATE BETWEEN NEWTON AND STEEPEST DESCENT*---*
4230 P6=P6*P8
4240 P9=(E5-P4)/(P6-P4+SQR((P6-E5)*W2+(P5-E5)*(E5-P4)))
4250 P8=P8*(W1-P9)
4260 P5=W0
4270 P6=W0
4280 FOR P1=W1 TO N
4290   F(P1)=P8*X(P1)+P9*F(P1)
4300   P5=P5+F(P1)*W2
4310   P6=P6+F(P1)*P(N9+P1)
4320 NEXT P1
4330 P4=0.25*P5

```

```

4340 IF P(N8+W1) <= E4 THEN 4560
4350 IF P6 * P6 < P4 THEN 4390
4360 GO TO 4560
4370 REM *---*TAKE AN EXTRA STEP*---*
4380 Q9=W2
4390 FOR P1=W1 TO N
4400     X(P1)=P(N4+P1)+D0 * P(N9+P1)
4410     P(N8+P1)=W1+P(N8+P1+W1)
4420 NEXT P1
4430 P(N9)=W1
4440 IF N=W1 THEN 4540
4450 FOR P1=W1 TO N
4460     P3=N9+P1
4470     P6=P(P3)
4480     FOR P2=W2 TO N
4490         P(P3)=P(P3+N)
4500         P3=P3+N
4510     NEXT P2
4520     P(P3)=P6
4530 NEXT P1
4540 GO TO 2280
4550 REM *---*EXPRESS NEW DIRECTION IN TERMS OF DIRECTION MATRIX*---*
4560 P6=W0
4570 P3=N9
4580 FOR P1=W1 TO N
4590     X(P1)=P7
4600     P7=W0
4610     FOR P2=W1 TO N
4620         P3=P3+W1
4630         P7=P7+P(P2) * P(P3)
4640     NEXT P2
4650     IF Q9=W1 THEN 4730
4660     P(N8+P1)=P(N8+P1)+W1
4670     P6=P6+P7 * P7
4680     IF P6 <= P4 THEN 4750

4690     Q9=W1
4700     Q1=P1
4710     X(W1)=P7
4720     GO TO 4740
4730     X(P1)=P7
4740     P(N8+P1)=W1+P(N8+P1+W1)
4750 NEXT P1
4760 P(N9)=W1
4770 REM *---*REORDER DIRECTIONS*---*
4780 IF Q1 <= W1 THEN 4890
4790 Q2=N9+Q1 * N
4800 FOR P1=W1 TO N
4810     P3=Q2+P1
4820     P6=P(P3)
4830     FOR P2=W2 TO Q1
4840         P(P3)=P(P3-N)
4850         P3=P3-N
4860     NEXT P2
4870     P(P3)=P6
4880 NEXT P1
4890 FOR P1=N6+W1 TO N6+N
4900     P(P1)=W0
4910 NEXT P1
4920 P6=X(W1) * W2
4930 P3=N9
4940 E9=W1
4950 IF N=W1 THEN 5080
4960 FOR P1=W2 TO N
4970     P4=SQR(P6 * (P6+X(P1) * W2))
4980     P7=P6 / P4
4990     P4=X(P1) / P4
5000     P6=P6+X(P1) * W2
5010     FOR P2=W1 TO N
5020         P3=W1+P3
5030         P(N6+P2)=P(N6+P2)+X(E9) * P(P3)

```



```

5040 P(P3)=P7*P(P3+N)-P4*P(N6+P2)
5050 NEXT P2
5060 E9=P1
5070 NEXT P1
5080 P6=W1/SQR(P5)
5090 FOR P1=W1 TO N
5100 P3=W1+P3
5110 P(P3)=P6*F(P1)
5120 NEXT P1
5130 REM *---*CALCULATE NEXT VECTOR, X*---*
5140 Q3=W0
5150 P3=W0
5160 FOR P1=W1 TO N
5170 X(P1)=P(N4+P1)+F(P1)
5180 E9=N6+P1
5190 P(E9)=P(N5+P1)
5200 FOR P2=W1 TO N
5210 P3=W1+P3
5220 P(E9)=P(E9)+P(P3)*F(P2)
5230 NEXT P2
5240 Q3=Q3+P(E9)+W2
5250 NEXT P1
5260 GO TO 2290
5270 REM *---*UPDATE THE STEP SIZE*---*
5280 P8=0.9*P0(W1)+0.1*Q3-Q7
5290 IF P8=>W0 THEN 5340
5300 E5=E6 MAX 0.25*E5
5310 P0(W2)=W1
5320 IF Q7<P0(W1) THEN 5480
5330 GO TO 5600
5340 P6=W0
5350 Q4=W0
5360 FOR P1=W1 TO N
5370 E9=F(P1)-P(N6+P1)
5380 P6=P6+ABS(F(P1)*E9)
5390 Q4=Q4+E9*E9
5400 NEXT P1
5410 Q5=W1+P8/(P6+SQR(P6*P6+P8*Q4))
5420 P6=4 MIN P0(W2) MIN Q5
5430 P0(W2)=Q5/P6
5440 E5=E7 MIN P6*E5
5450 GO TO 5480
5460 REM *---*IF F IMPROVES THEN STORE NEW X*---*
5470 IF Q7=>P0(W1) THEN 4380
5480 P0(W1)=Q7
5490 FOR P1=W1 TO N
5500 P6=X(P1)
5510 X(P1)=P(N4+P1)
5520 P(N4+P1)=P6
5530 P6=F(P1)
5540 F(P1)=P(N5+P1)
5550 P(N5+P1)=P6
5560 P(N6+P1)=-P(N6+P1)
5570 NEXT P1
5580 IF Q9>W1 THEN 4380
5590 REM *---*CALCULATE CHANGE IN F AND X*---*
5600 FOR P1=W1 TO N
5610 X(P1)=X(P1)-P(N4+P1)
5620 F(P1)=F(P1)-P(N5+P1)
5630 NEXT P1
5640 REM *---*UPDATE APPROXIMATIONS TO JACOBIAN AND E2*---*
5650 P3=W0
5660 FOR P1=W1 TO N
5670 P4=X(P1)
5680 Q4=F(P1)
5690 FOR P2=W1 TO N
5700 P4=P4-E2(P1,P2)*F(P2)
5710 P3=W1+P3
5720 Q4=Q4-P(P3)*X(P2)
5730 NEXT P2

```

```

5740 P(N7+P1)=P4
5750 P(N6+P1)=Q4
5760 NEXT P1
5770 P6=W0
5780 Q4=W0
5790 FOR P1=W1 TO N
5800 P4=W0
5810 FOR P2=W1 TO N
5820 P4=P4+E2(P2,P1)*X(P2)
5830 NEXT P2
5840 P6=P6+P4*F(P1)
5850 Q4=Q4+X(P1)*W2
5860 F(P1)=P4
5870 NEXT P1
5880 P8=W1
5890 IF ABS(P6)=>0.1*Q4 THEN 5910
5900 P8=0.8
5910 Q5=P8/Q4
5920 Q6=P8/(P8*P6+(W1-P8)*Q4)
5930 P3=W0
5940 FOR P1=W1 TO N
5950 P6=Q5*P(N6+P1)
5960 Q4=Q6*P(N7+P1)
5970 FOR P2=W1 TO N
5980 P3=P3+W1
5990 P(P3)=P(P3)+P6*X(P2)
6000 E2(P1,P2)=E2(P1,P2)+Q4*F(P2)
6010 NEXT P2
6020 NEXT P1
6030 GO TO 3650
6040 REM *---*END OF NONLINEAR SYSTEMS OF EQUATIONS*---*
6050 REM *-----*
7000 X2=PI*X(2)/2
7010 X1=PI*X(1)
7020 G=(EXP(X2)+EXP(-X2))/2

7030 D=(EXP(X1+X2)+EXP(-X1-X2))/2
7040 K1=(2*D-G+1)/(G+1)
7050 K2=(2*D-G-1)/(G-1)
7060 K3=1+2*(X(1)/X(2))
7070 F(1)=20-2/PI*LOG(K1+SQR(K1^2-1))
7080 F(2)=H-2/PI*LOG(K2+SQR(K2^2-1))-0.566*LOG(K3+SQR(K3^2-1))
7090 RETURN

```