

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

43/86

وزارة التعليم والبحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

2ex

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : ELECTRONIQUE

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

**SUJET**

**Etude et Réalisation  
d'un Programme d'Analyse de  
Circuits Bipolaires  
Numériques**

Proposé par :

KARAKHANIAN

Etudié par :

T. AZOUZI  
S. BOUBENNA

Dirigé par :

KARAKHANIAN

PROMOTION : JUIN 1986

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

«\*»

وزارة التعليم والبحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

«\*»

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

«\*»

DEPARTEMENT : ELECTRONIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

## PROJET DE FIN D'ETUDES

### SUJET

# Etude et Réalisation d'un Programme d'Analyse de Circuits Bipolaires Numériques

Proposé par :

KARAKHANIAN

Etudié par :

T. AZOUZI  
S. BOUBENNA

Dirigé par :

KARAKHANIAN

PROMOTION : JUIN 1986

A mes Parents

*Laha.*

A mes Parents

A mes Soeurs

A mes Amis

*Saâda*

## REMERCIEMENTS

Nous désirons exprimer nos remerciements à tous les enseignants ayant contribué à notre formation .

Nous exprimons notre reconnaissance particulière envers Mr. KARAKHANIAN qui nous a éclairé de ses précieux conseils .  
Enfin, notre gratitude va à Mr OUCAR pour l'aide qu'il nous a apportée en technique de programmation .

## SOMMAIRE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

- INTRODUCTION
- CHAPITRE 1 : NOTIONS THEORIQUES
  - 1.1 Introduction
  - 1.2 Le transistor bipolaire en commutation
  - 1.3 : Différents modèles du transistor bipolaire
  - 1.4 : Choix du modèle
  - 1.5 : Les différentes méthodes d'analyse
  - 1.6 : Modèles "compagnons" de la diode et de la capacité
  - 1.7 : Conclusion
- CHAPITRE 2 : MODELE NUMERIQUE DU TRANSISTOR BIPOLAIRE
  - 2.1 : Introduction
  - 2.2 : Equations d'EBERS et MOLL
  - 2.3 : Modèle numérique associé au transistor
  - 2.4 : Conclusion
- CHAPITRE 3 : ALGORITHMES , ORGANIGRAMME ET PROGRAMME D'ANALYSE DE L'INVERSEUR - GENERALISATION -
  - 3.1 : Introduction
  - 3.2 : Considérations physiques et algorithmiques du circuit
  - 3.3 : Modélisation de l'inverseur
  - 3.4 : Organigramme
  - 3.5 : Programme
  - 3.6 : Généralisation
  - 3.7 : Conclusion
- CHAPITRE 4 : VERIFICATIONS EXPERIMENTALES
- CONCLUSION

## INTRODUCTION

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

Depuis que l'effet transistor a été découvert , les recherches se sont poursuivies dans le but de lui donner une explication simple : le résultat en a été l'établissement de modèles électriques qui devaient traduire les principaux effets physiques se produisant dans la structure interne du transistor . Ces modèles se sont alors révélés des outils précieux pour l'ingénieur .

A l'heure actuelle , les méthodes de calcul assisté par ordinateur imposent une identification stricte des lois fondamentales de la physique impliquées dans la définition du problème pose et une élaboration de modèles précis . Mais ces méthodes deviennent maintenant indispensables avec l'avènement des circuits intégrés . EN effet , la réalisation d'un prototype de circuit est une opération longue et coûteuse lorsque celui-ci est complexe ( circuits contenant beaucoup trop d'éléments pour que l'on puisse calculer leurs performances manuellement ) , aussi une analyse précise des circuits est entreprise à l'aide de l'ordinateur , avant même que la moindre opération de fabrication ait été effectuée . L'utilisateur peut donc étudier le comportement de son circuit et apporter des modifications qui lui sembleraient utiles , par mode conversationnel avec le calculateur .

L'objet de l'étude faite dans ce projet est de réaliser un programme d'analyse de l'inverseur à transistor bipolaire , en régime transitoire . Le modèle utilisé est basé sur les équations d'EBERS et MOLL . Celles-ci doivent être exprimées ensuite en termes que l'ordinateur peut accepter directement , aussi :

- une linéarisation des éléments non linéaires est faite grâce à la méthode de NEWTON
- Une discrétisation dans le temps est effectuée par l'application de la formule de backward-EULER .

Toute porte logique étant constituée d'un ensemble d'inverseurs ,  
une méthode est envisagée pour la généralisation du programme  
établi pour l'inverseur à n'importe quel circuit numérique  
bipolaire .

Dans la dernière partie , une vérification expérimentale des  
résultats du programme de l'inverseur est effectuée .

CHAPITRE I : NOTIONS THEORIQUES

I.1° Introduction :

Nous donnons dans ce chapitre quelques rappels relatifs au fonctionnement du transistor bipolaire en commutation. Nous abordons ensuite la notion de modélisation des composants électroniques , ainsi que les méthodes applicables mathématiquement pour trouver la réponse des circuits .

I.2) Le transistor bipolaire en commutation :

L'interêt d'un transistor en commutation, découle de la possibilité de changer en un temps extrêmement court , la résistance entre ses bornes de sortie depuis une valeur très faible jusqu'à une valeur très élevée , le courant de commande mis en jeu étant très minime .

Durant cette variation le transistor passe par trois états que nous allons citer ci-dessous .

2- I : Régimes de fonctionnement :

Un transistor bipolaire comporte deux jonctions , il est donc possible de définir quatre zones de fonctionnement correspondant aux différentes facons de le polariser . On peut résumer dans le tableau ci-dessous les diverses combinaisons :

Jonction émetteur-base	Jonction collecteur-base	Régime de Fonctionnement
Sens inverse	Sens inverse	Blocage
" direct	" inverse	Normal
" direct	" direct	Saturation
" inversé	" direct	Inverse



I-2-2 Effet d'inertie :

En commutation lente, il est possible d'admettre que le passage d'un état à l'autre se fasse immédiatement. Dans ces conditions les variations de tension sont instantanées, et le signal parfaitement rectangulaire.

Si l'on accentue la vitesse de commutation, le temps nécessaire au basculement d'une position à l'autre devient de moins en moins négligeable ce qui entraîne une variation progressive de la tension pendant les périodes transitoires.

Ce phénomène est dû à la présence de capacités en parallèle sur les deux jonctions Base-émetteur et Base-collecteur :

I.2-2-1 : Capacité de transition :

Quand une jonction est polarisée en inverse il y a création d'une zone fortement dépeuplée de porteurs libres que l'on appelle zone de transition, de part et d'autre de la jonction; cette région peut être assimilée à une diélectrique de condensateur et ayant une épaisseur  $W_T$ .

Si  $S$  est la surface de la jonction, la capacité s'exprime par

$$C_T = S \frac{dQ}{dV} = \frac{\epsilon \cdot S}{W_T}$$

Soit la tension appliquée aux bornes de la jonction :

$V = -v_a + \phi$  ( $-v_a$  correspond à une jonction polarisée en inverse)

$\phi$  étant le potentiel de diffusion de la jonction (de l'ordre de  $100\text{mV}$ )

la capacité de Transition s'exprime par :

$$C_T = S \cdot \left\{ \frac{q \epsilon \cdot N_A \cdot N_D}{2 (N_A + N_D) (\phi - v_a)} \right\}^{1/2} ; [1]$$

En posant  $C_0 = S \cdot \left( \frac{q \epsilon N_A N_D}{2 (N_A + N_D) \cdot \phi} \right)^{1/2}$

qui représente la capacité pour une tension de polarisation

$v_a$  nulle, il vient :

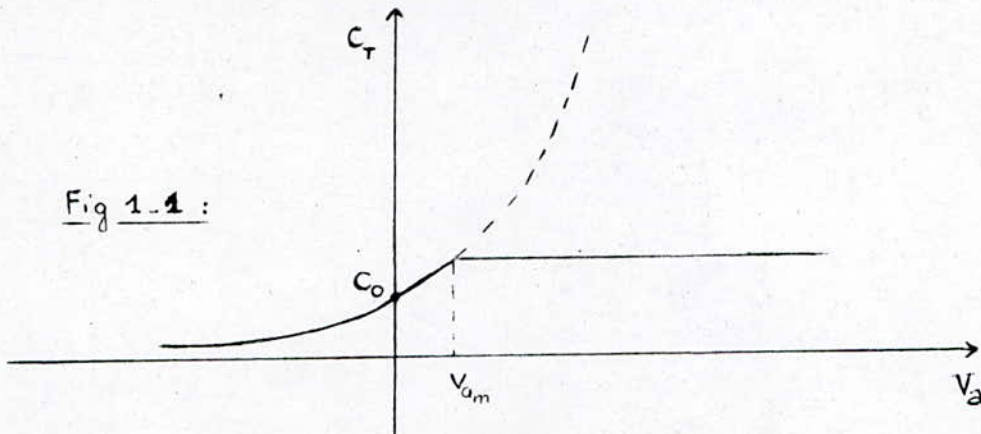
$$C_T = \frac{C_0}{\left( 1 - \frac{v_a}{\phi} \right)^{1/2}}$$

$N_A$  : densité d'atomes accepteurs  
 $N_D$  : densité d'atomes donneurs,  
 respectivement des semi-conducteurs de type p et de type n.

Remarques: - le modèle de cette capacité est valable pour des fréquences inférieures à la fréquence de coupure en base commune.

- Sous polarisation directe, la capacité  $C_T$  augmente rapidement avec la tension appliquée. La formule de  $C_T$  n'est applicable que si  $\phi - V_a$  représente effectivement la tension supportée par la zone de transition, ce qui n'est pas le cas à fort niveau de polarisation directe, on ne doit donc pas conclure à une capacité infinie pour  $V_a = \phi$ .

Pour contourner le problème nous supposons qu'à partir d'une certaine valeur de  $V_a = V_{am}$  inférieure à la tension de diffusion, la capacité reste constante. (voir fig 1-1)



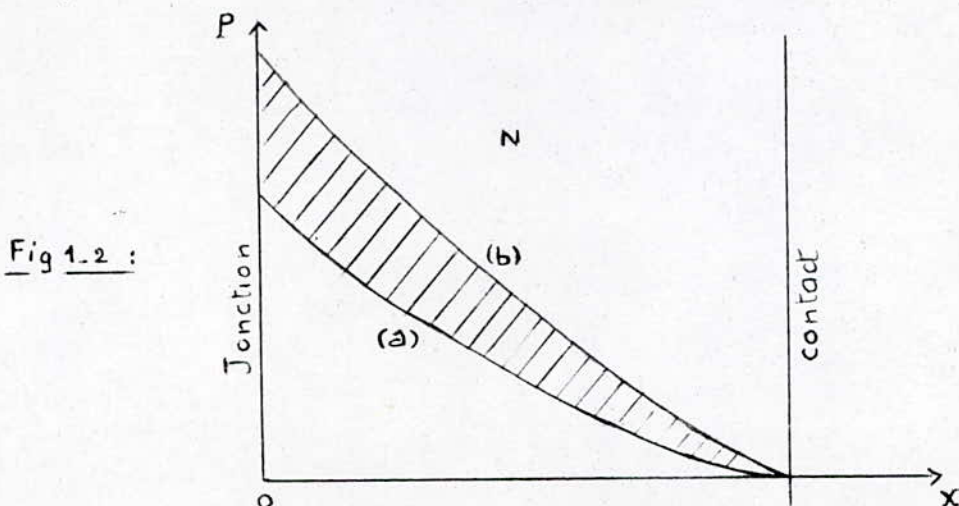
#### I.2-2-2 : Capacité de diffusion :

Une jonction même polarisée dans le sens direct est le siège d'une répartition de charge créant une capacité de jonction  $C_j$ .

La valeur réelle est évaluée en faisant appel à la capacité de diffusion.

Pour comprendre cet effet capacitif de diffusion considérons deux conditions de polarisation différentes d'une jonction, et comparons les répartitions de porteurs pour ces deux cas [1] : (Fig 1-2)

( En prenant comme exemple la région N )



La répartition (a) correspond à une tension appliquée  $V_a$  et à une densité de courant de trous injectés  $J_p$ .

Si la tension de polarisation est rapidement portée à une valeur  $V_a'$  supérieure à la première, la répartition (a) tend vers la répartition (b) et la densité de courant de trous (minoritaires) prend la valeur  $J_p'$  après un bref régime transitoire qui correspond à l'accumulation dans la région N d'une quantité de trous représentée sur la figure par l'aire hachurée.

Les régions quasi neutres se comportent, ainsi, sous polarisation directe, comme des capacités de stockage.

Cette capacité peut être exprimée par la relation :

$$C_s = S \cdot dQ_s / dV_a \quad (1)$$

$Q_s$  représente par unité de surface de jonction, la charge stockée dans la région quasi-neutre par les porteurs minoritaires en excès.

$Q_s$  est proportionnelle à la densité de courant de trous.

$$Q_s = \tau J_p \quad (2)$$

le coefficient de proportionnalité  $\tau$  représente la durée de vie des porteurs.

En définissant  $G_p = \frac{dI_p}{dV_a}$  (3), la conductance dynamique de la jonction relative aux trous il vient, à partir de (1) et (2) :  $C_s = S \cdot \frac{d(\tau \cdot J_p)}{dV_a}$  ;

$$\text{ainsi : } C_s = \tau \cdot S \frac{dJ_p}{dV_a} = \tau \cdot \frac{dI_p}{dV_a} \quad ; \quad (I_p = J_p \cdot S)$$

$$\text{d'après (3) : } C_s = \tau \cdot G_p \quad , \quad \text{dans le cas où } J_p \gg J_n : \\ C_s = \tau \cdot G$$

la capacité de stockage est proportionnelle à la conductance de la jonction.

Remarque : D'après ce qui vient d'être dit, il est clair que c'est l'influence des capacités de diffusion et de transition qui introduit un certain temps de retard à la commutation.

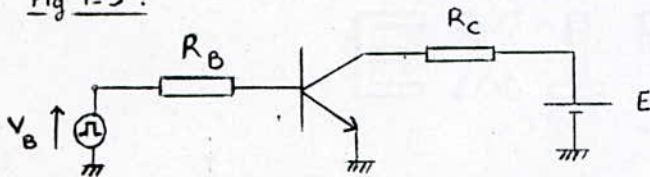
Dans ce qui va suivre nous allons définir les différents temps de commutation qui interviennent lors des passages Bloqué  $\rightarrow$  Saturé et Saturé  $\rightarrow$  Bloqué d'un transistor.

## I.2-3 Fonctionnement bloqué-saturé :

### I.2-3-1 : Temps de fermeture (bloqué-saturé) :

Considérons le montage de la figure (1-3), dans lequel le transistor se trouve initialement dans l'état bloqué par la tension  $-E_{B1}$  ; le courant de base et le courant de collecteur sont alors pratiquement nuls et la pleine tension d'alimentation  $+E$  est alors supportée par la jonction collecteur-Base. On applique un échelon de courant base  $I_B = E_{B2} / R_B$ , à l'instant  $t = 0$ , et nous allons suivre les changements qui vont s'opérer sur la tension  $V_{BE}$  entre base et émetteur et sur le courant collecteur  $I_C$ .

Fig 1-3 :



Le régime transitoire peut être décomposé en trois phases :

#### 1ère phase :

L'échelon de courant appliqué approvisionne d'abord en charges la capacité de jonction E-B ( qui est essentiellement constituée de la capacité de transition) jusqu'à ce que la tension aux bornes de la jonction  $V_{BE}$  passe de  $-E_{B1}$  à une tension sensiblement égale à la tension de diffusion  $\phi$  : c'est à partir de cet instant que la jonction E-B injecte des porteurs dans la région quasi-neutre de base.

Il existe donc un temps de retard :  $t_d$ , à la mise en conduction du transistor.

#### 2ème phase :

Dès que la jonction émetteur-base injecte, le transistor entre en régime normal et le courant collecteur croît : il y a effet transistor.

On mesurera un deuxième temps  $t_r$  = temps de montée du courant collecteur avant qu'il n'atteigne sa valeur maximale .

#### 3ème phase :

Suivant l'amplitude de  $E_{B2}/R_B$  on atteindra ou non les conditions de saturation, le courant collecteur atteint sa valeur maximale . Cet état dure aussi longtemps que le courant de base est maintenu .

.....  
Après un temps suffisamment long un échelon de courant négatif est appliqué sur la base : le processus inverse va s'amorcer , le passage de l'état saturé à l'état bloqué se décompose également en trois phases :

1ère phase : Les charges qui avaient été stockées dans la base

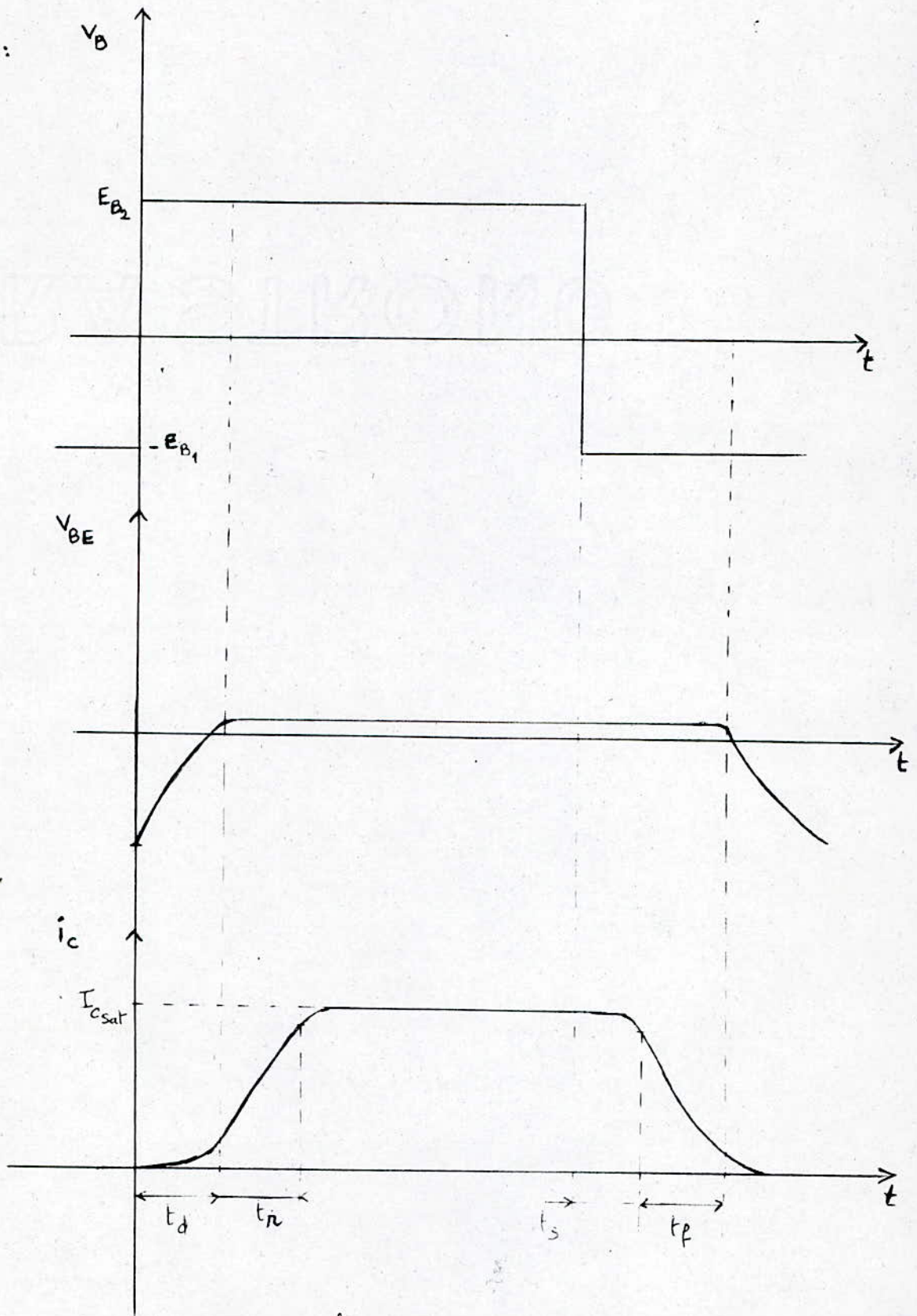


fig 1-4

: pendant le régime de saturation, vont disparaître par diffusion et recombinaison. Cette phase correspond au temps de stockage  $t_s$

2<sup>ème</sup> phase : Le point de fonctionnement traverse la zone active le long de la droite de charge, la tension de collecteur augmente, tandis que la tension de base reste sensiblement constante. Cette phase correspond au temps de descente :  $t_f$

3<sup>ème</sup> phase : La tension base-émetteur va ensuite diminuer puis changer de signe, conditions qui correspondent au blocage de la diode E-B

remarque : Le transistor diffère d'un commutateur idéal par les points suivants :

- Un courant résiduel  $I_C$  quand le transistor est bloqué
- Une tension résiduelle  $V_{CE SAT}$  quand le transistor conduit
- La réponse du courant collecteur qui est modifiée par rapport au changement du signal d'attaque.

Il y a donc intérêt à chercher les conditions optimales de fonctionnement pour s'approcher le plus possible des performances d'un commutateur idéal.

### I.3° Différents modèles du Transistor Bipolaire :

#### I.3-1 Modèles physiques à une dimension :

##### I.3-1-1 Modèle petits signaux :

L'un des modèles que l'on rencontre fréquemment en fonctionnement petits signaux est le modèle en  $\pi$ .

Son intérêt est qu'aucun des paramètres ne dépend de la fréquence. Il peut être utilisé jusqu'à des fréquences de l'ordre de la fréquence de coupure en base commune.

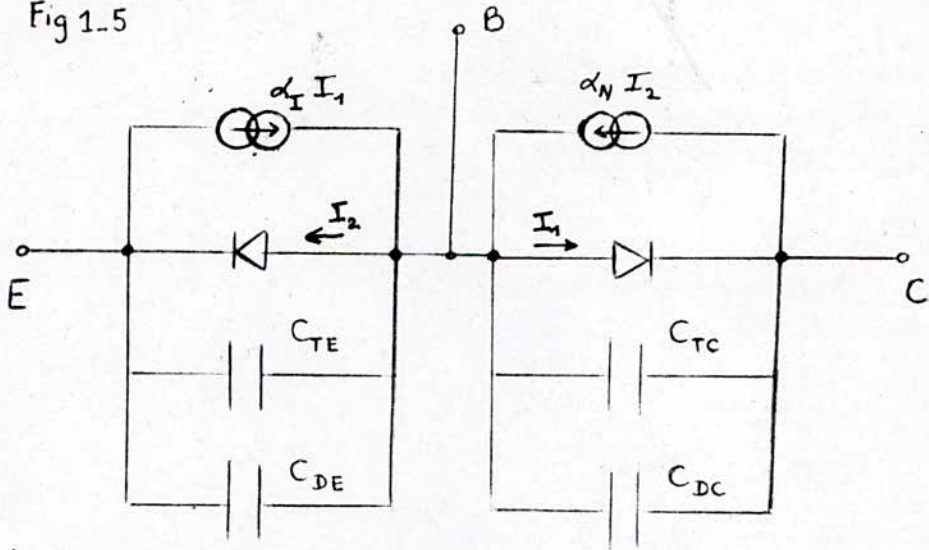
##### I.3-1-2 Modèle forts signaux :

On se limitera au modèle d'EBERS et MOLL qui demeure le plus utilisé. (voir fig 1.5 )

C'est un "équivalent géométrique" du transistor réel unidimensionnel. Le domaine d'application de ce modèle dépend essentiellement de la façon dont sont mesurés les paramètres. [ 3 ]

Ce modèle est valable jusqu'à des fréquences de l'ordre de la fréquence de coupure en émetteur commun.

Fig 1.5



Le modèle d'EBERS et MOLL peut être rendu plus élaboré et plus précis en augmentant le nombre des branches, cependant l'addition de switches augmente le temps de calcul et limite la complexité possible du circuit analysé.

### I.3-1-3 Autres modèles :

- Modèle de Beauffoy-Sparkes [7] qui utilise la notion de "storance" pour rendre compte du stockage des charges dans la base.
- Modèle de Linvill qui est très proche de la physique.

Tous ces modèles sont sensiblement équivalents en ce qui concerne leur précision ou la facilité de mesurer leurs paramètres.

Dans certaines applications spécifiques on utilisera les uns plutôt que les autres.

### I.3-2 Modèles physiques tenant compte d'un effet bidimensionnel :

#### Modèles IBIS et BIRD : [3]

Ils permettent de tenir compte de l'effet de polarisation transverse dans la zone frontale d'émetteur due au courant base, de l'effet de la surface et de l'effet de l'injection latérale à l'émetteur sur les caractéristiques statiques et dynamiques.

Ces modèles sont précis à mieux que 10 %, ont moins de paramètres que les modèles conventionnels.

### I.3-3 Modèles mathématiques :

Ils permettent de résoudre des équations mathématiques de transport des porteurs dans un semi-conducteur [3]

Les lois physiques applicables aux porteurs libres dans un solide se traduisent par :

- les équations de transport des électrons et des trous;
- les équations de conservation des charges ;
- l'équation de Poisson qui peut se réduire à l'équation de Laplace dans certains cas.

Des programmes permettant de résoudre les équations mathématiques de transport des porteurs dans un semi-conducteur ont été élaborés par les chercheurs.

Ils comprennent :

- Les modèles mathématiques pour les phénomènes unidimensionnels continus et transitoires :

Les programmes mis au point, donnent la répartition des porteurs, du champ électrique, du potentiel, de la charge si on leur précise le profil de dopage.

- Modèle mathématique traitant les effets à deux dimensions :

Les dispositifs actuels étant de très faible dimension, les effets bidimensionnels y deviennent très importants.

Le traitement mathématique est plus complexe que dans les problèmes unidimensionnels mais les premiers résultats sont actuellement disponibles au niveau du transistor bipolaire.

Les équations de transport, de conservation et de Poisson sont des équations aux dérivées partielles, couplées et non linéaires, elles ne peuvent être résolues qu'en faisant des approximations souvent difficiles à justifier.

Ainsi pour des signaux de forte amplitude, on recourt à la simulation numérique pour décrire avec précision la réponse d'un dispositif.

#### I.4° Choix du modèle :

Notre souci pour l'élaboration du programme d'analyse, était de choisir le modèle le plus simple mais qui donnerait des résultats acceptables, tout en respectant le domaine d'application de ce modèle et la spécification de l'analyse entreprise ( c'est-à-dire D C, fréquence, transitoire,...)



Pour notre programme d'analyse, nous avons retenu le modèle d'EBERS et MOLL. Celui-ci traite en effet le cas unidimensionnel, et s'applique pour les "signaux forts". Il a l'avantage d'avoir des paramètres qui peuvent être mesurables simplement.

#### I.5° Les différentes méthodes d'analyse :

L'analyse d'un circuit se résume par l'établissement et la résolution d'un système d'équations.

Il existe différentes méthodes pour résoudre ce système :

##### I.5-1 :- Méthode des variables d'état :           Après transformations

Le système est mis sous la forme  $X' = f ( X, E, J )$

$E, J$  représentant les sources,

$X$  : variables dynamiquement indépendantes

c'est-à-dire les variables d'état du circuit

( tensions aux bornes des capacités et courants selfiques indépendants )

Le système  $X' = f ( X, E, J )$  qui est mis par l'analyse topologique sous forme canonique est intégré.

Le choix de la méthode d'intégration est laissé à l'utilisateur, les méthodes les plus précises étant les plus lentes et donc les plus coûteuses :

On peut citer :

- la méthode exponentielle
- la méthode de Runge-Kutta du 4ème ordre

Cette méthode n'est pas directe car elle nécessite des transformations

##### I.5-2 :- Méthode de Newton .

Parmi les différentes méthodes de résolutions numériques c'est la méthode de Newton qui est la plus efficace, d'autant plus que nous connaissons ici l'ordre de grandeur des différentes inconnues. Cette méthode itérative se ramène à résoudre un système linéaire à chaque itération, les inconnues de ce système étant les accroissements relatifs à chaque variable. Nous choisissons donc pour chaque variable une valeur de départ déterminée par un calcul approximatif ; les itérations se poursuivent jusqu'à ce que la précision requise pour les inconnues soit atteinte. Nous avons donc à résoudre à chaque itération un système linéaire pouvant se mettre sous la forme  $A.X = B$ . Les dérivées sont approximées par la formule de BACWARD EULER [2]

### I.5.3 - Méthode utilisant la théorie des graphes :

Elle s'applique pour des réseaux formés d'éléments passifs ( capacités , résistances , selfs ) , c'est une façon de représenter un réseau électrique par un graphe donnant des équations aux noeuds sous forme matricielle .

Cette méthode s'utilise surtout pour les réseaux passifs complexes . Elle ne donne pas de résultats pour les éléments actifs , sauf si l'on dispose de modèles de ces composants , mais elle nécessite à chaque fois de donner le schéma équivalent du circuit .

### I.6° Modèles "compagnons" de la diode et de la capacité :

Nous allons voir comment on peut définir un modèle numérique de la diode et de la capacité , dans le but d'obtenir des circuits linéaires .

#### I.6-1. Modèle numérique de la diode [2]

Considérons le circuit de la figure (1-6) qui comporte une diode, une résistance, et une source de tension.

Pour déterminer le point de polarisation nous devons considérer l'intersection<sup>de</sup> la droite de charge avec la caractéristique  $I_D = f(V_D)$ . Cette méthode graphique ne peut s'appliquer que pour des circuits possédant un seul élément non-linéaire.

La seule approche générale pour les solutions de problèmes comportant plus d'éléments non linéaires, s'effectue à partir d'itérations; les inconvénients en sont :

- le processus peut diverger de la solution
- l'utilisateur doit établir un test pour savoir quand l'itération a convergé avec une précision acceptable.

Prenons comme exemple le circuit de la figure (1-6).

Nous voulons linéariser la caractéristique de la diode autour du point de fonctionnement. Du point de vue analytique, la linéarisation de l'équation de la caractéristique de la diode  $I_D = f(V_D)$  est obtenue en faisant un développement en série de Taylor au voisinage de  $V_D^0$

$$i_D = i_D^0 + \left. \frac{\partial i_D}{\partial V_D} \right|_{V_D = V_D^0} \cdot (V_D - V_D^0)$$

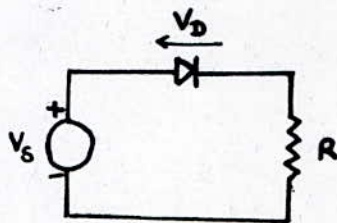
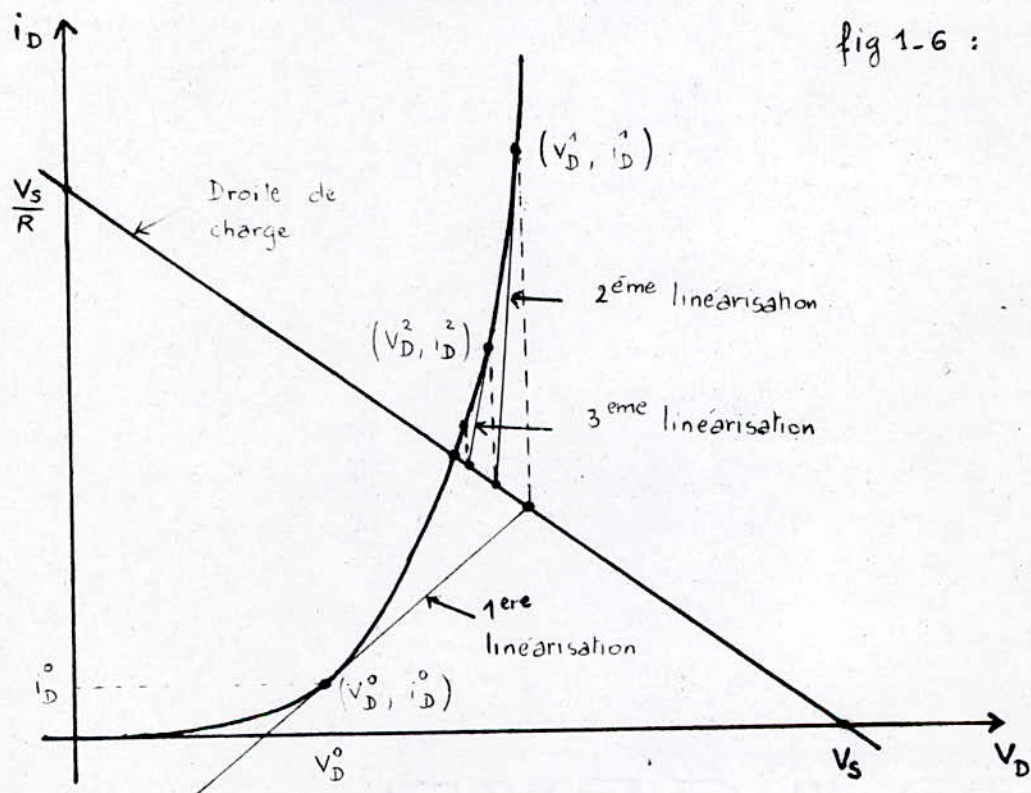


fig 1-6 :



$$i_D = I_s \cdot (e^{\lambda V_D} - 1) + \lambda I_s e^{\lambda V_D^0} \cdot (V_D - V_D^0)$$

$$i_D = \frac{V_s - V_D}{R} = \frac{V_s - V_D^0 - \Delta V_D^0}{R} \quad \text{avec} \quad \Delta V_D^0 = V_D - V_D^0$$

Ainsi :

$$I_s (e^{\lambda V_D^0} - 1) + \lambda I_s e^{\lambda V_D^0} \Delta V_D^0 = \frac{V_s - V_D^0 - \Delta V_D^0}{R}$$

Nous en déduisons  $\Delta V_D^0$

En posant  $V_D^1 = V_D^0 + \Delta V_D^0$

une seconde linéarisation au point  $(i_D^1, V_D^1)$  donne  $\Delta V_D^1$  et ainsi de suite. On obtiendra pour chaque nouvelle linéarisation  $\Delta V_D^2, \Delta V_D^3, \dots, \Delta V_D^m$ .

$$\Delta V_D^m = V_D^{m+1} - V_D^m = \frac{-R I_s (e^{\lambda V_D^m} - 1) - V_D^m + V_s}{(1 + \lambda R I_s e^{\lambda V_D^m})}$$

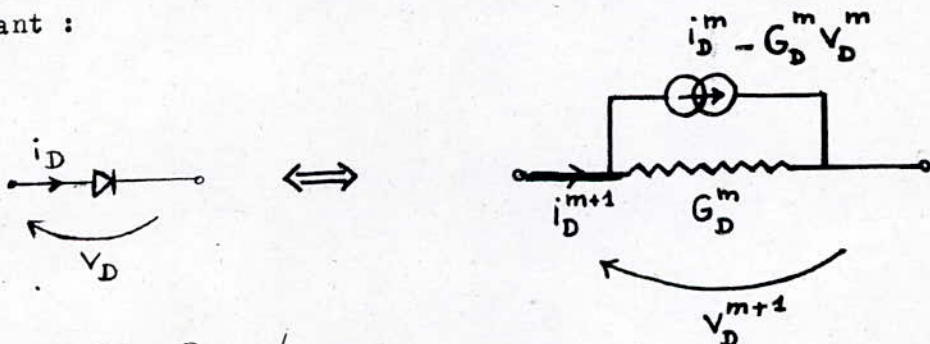
Nous remarquons maintenant qu'il n'est plus nécessaire de trouver une représentation graphique des itérations. Par contre, nous pouvons simplement écrire et résoudre un ensemble d'équations algébriques en utilisant les lois de Kirchoff relatives aux tensions et aux courants (KCL et KVL) avec extension de la méthode de Newton.

L'équation générale décrivant la linéarisation de la caractéristique non linéaire de la diode, se traduit par :

$$i_D^{m+1} = i_D^m + \left[ \frac{\partial i_D}{\partial V_D} \Big|_{V_D = V_D^m} \right] (V_D^{m+1} - V_D^m)$$

m étant le nombre d'itérations.

Cette équation nous permet d'établir le modèle de la diode linéarisé suivant :



$$G_D^m = \frac{\partial i_D}{\partial V_D} \Big|_{V_D = V_D^m}, \quad i_D^{m+1} = (i_D^m - G_D^m V_D^m) + G_D^m V_D^{m+1}$$

Nous observons maintenant que le nouveau circuit est linéaire, et donc pouvant être résolu par l'analyse aux noeuds. Nous le nommons modèle compagnon.

Celui-ci possède 2 propriétés importantes nous permettant de le substituer au circuit originel :

1) Les courants et les tensions des branches satisfont aux memes lois de Kirchoff du circuit originel.

2) Les relations entre les courants et les tensions sont approximées.

### I.6 - 2 Modèle de la capacité .

a) approximation de la dérivée [2]

la formule de BACKWARD-EULER donne :

$$\frac{dv}{dt} \Big|_{t=t^{n+1}} \approx \frac{V^{n+1} - V^n}{t^{n+1} - t^n}$$

n représente un temps particulier,

Backward signifie que l'on utilise les valeurs antérieures de V .

Si le pas est constant  $T = t^{n+1} - t^n$

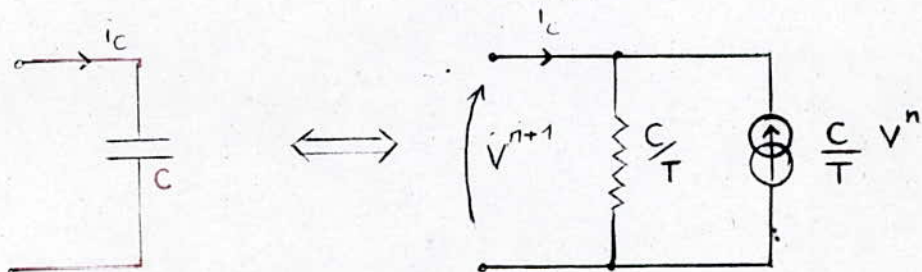
b) application au modèle de la capacité :

le courant d'une capacité est proportionnel à la dérivée de la tension à ses bornes.

$$i_c = C \cdot \frac{dV}{dt} \quad , \quad i_c \Big|_{t=t^{n+1}} = C \frac{dv}{dt} \Big|_{t=t^{n+1}}$$

$$\text{ainsi } i_c^{n+1} = C \cdot \frac{V^{n+1} - V^n}{T}$$

$$i_c^{n+1} = \frac{C}{T} V^{n+1} - \frac{C}{T} V^n ; \text{ ce qui nous permet d'établir le schéma suivant :}$$



## I.7 Conclusion :

Notre choix s'est arrêté sur le modèle d'EBERS Et Moll.

Il devient possible , après , de vérifier pratiquement sur un circuit sa validité; ses paramètres étant facilement mesurables .

La méthode itérative de Newton ainsi que la formule de l'approximation de la dérivée , appliquées pour la résolution des équations numériques nous semblent être les mieux adaptées pour la représentation du modèle par un ensemble de relations arithmétiques acceptables par l'ordinateur .

CHAPITRE 2 :  
 MODELE NUMERIQUE DU TRANSISTOR BIPOLAIRE

2.1° Introduction :

Ce chapitre décrit brièvement le modèle physique élaboré à partir des équations d'EBERS et MOLL, du transistor bipolaire.

Pour que les équations puissent être traitées ensuite par le calculateur, ce modèle va être discrétisé puis linéarisé par la méthode de NEWTON.

2.2° Equations d'EBERS et Moll :

Le comportement général d'un transistor bipolaire (NPN) est décrit par des équations du type :

$$\begin{cases} I_E = I_{S_2} (e^{V_{BE}/U_T} - 1) - \alpha_I I_{S_1} (e^{V_{BC}/U_T} - 1) \\ I_C = \alpha_N I_{S_2} (e^{V_{BE}/U_T} - 1) - I_{S_1} (e^{V_{BC}/U_T} - 1) \end{cases}$$

$I_E$  et  $I_C$  désignant respectivement les courants émetteur et collecteur  
 $I_{S_1}$ ,  $I_{S_2}$  COURANTS de saturation inverses, respectivement de la jonction collecteur-base et de la jonction émetteur-base

$\alpha_N$  : gain en courant dans le sens normal de fonctionnement

$\alpha_I$  : gain en courant dans le sens inverse de fonctionnement

$V_{BE}$  : tension base-émetteur,  $V_{BC}$  : tension base-collecteur

$U_T$  : tension ou unité thermodynamique ( $U_T = K.T / Q$ )

avec  $Q$  : charge de l'électron,  $K$  : constante de BOLTZMANN,

$T$  : température absolue.

Les équations ci-dessus sont valables quel que soit le régime de fonctionnement. Elles sont connues sous le nom d'équations d'EBERS et MOLL.

Partant donc de ces relations nous pouvons donner le schéma électrique suivant : (Fig 2-1)

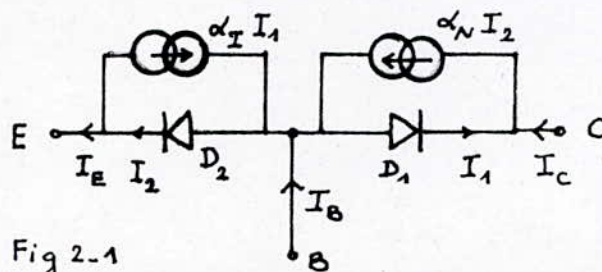


Fig 2-1

Le transistor étant soumis à des signaux d'excitation rapidement variables, l'étude en comportement dynamique " forts signaux " fait intervenir les capacités des jonctions Base-Emetteur et Base Collecteur.

Nous devons donc ajouter au schéma ci-dessus pour le compléter, les capacités de transition et de diffusion dont nous avons montré l'influence au chapitre I.

( Fig 2 - 2 )

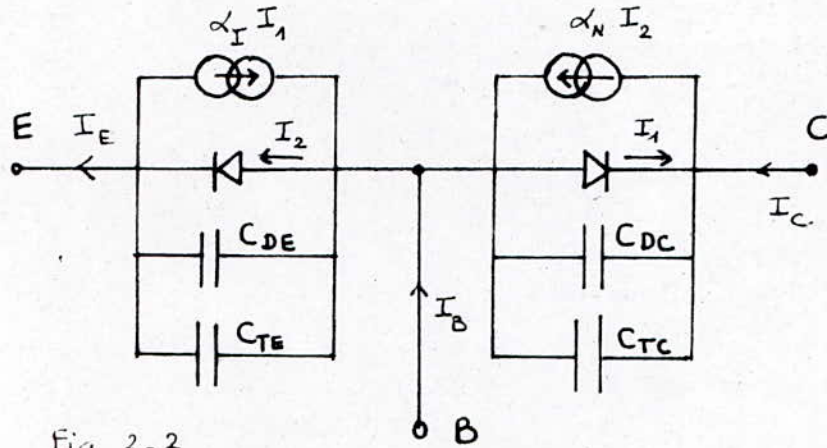


Fig 2 - 2

Les effets capacitifs symbolisent le comportement transitoire des deux jonctions.

Ainsi, durant les variations de signaux d'entrée, les courants  $I_E$  et  $I_C$  ont pour expressions générales :

$$\begin{cases} I_E = I_{S2} (e^{V_{BE}/U_T} - 1) - \alpha_I I_{S1} (e^{V_{BC}/U_T} - 1) + (C_{TE} + C_{DE}) \frac{dV_{BE}}{dt} \\ I_C = \alpha_N I_{S2} (e^{V_{BE}/U_T} - 1) - I_{S1} (e^{V_{BC}/U_T} - 1) + (C_{TC} + C_{DC}) \frac{dV_{CB}}{dt} \end{cases}$$

Pour chaque régime de fonctionnement, dès que les tensions émetteur-base et collecteur-base sont supérieures, en module, à quelques unités thermodynamiques, les approximations suggérées par les poids relatifs des termes exponentiels et de l'unité permettent d'alléger l'écriture des équations :

a) Régime bloqué.

Les expressions des courants se simplifient considérablement compte tenu de ce que d'une part, les termes  $e^{V/U_T}$  sont très inférieurs à l'unité.



Ainsi

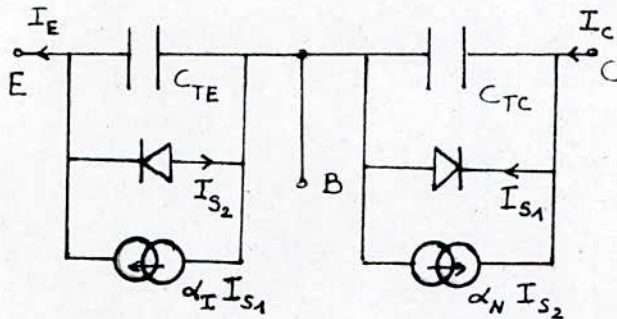
$$I_E = -I_{S1} + \alpha_I I_{S2} + (C_{TE} + C_{DE}) \frac{dV_{BE}}{dt}$$

$$I_C = -\alpha_N I_{S2} + I_{S1} + (C_{DC} + C_{TC}) \frac{dV_{CB}}{dt}$$

et d'autre part, de ce que les courants de saturation inverse sont très faibles devant les courants de charge des capacités, et que ce sont les capacités de transition qui ont un rôle prédominant ici :

$$I_E = C_{TE} \frac{dV_{BE}}{dt}, \quad I_C = C_{TC} \frac{dV_{CB}}{dt}$$

durant le régime transitoire

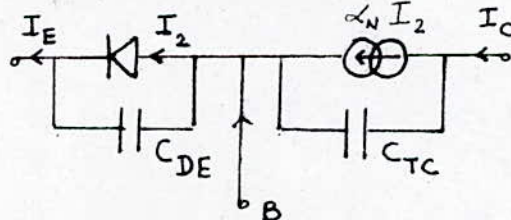


b) Régime normal :

Il est défini par les fortes inégalités  $V_{BE} \gg U_T$  (polarisation directe) et  $|V_{BC}| \gg U_T$  (polarisation inverse) qui permettent les simplifications suivantes :

$$\begin{cases} I_E \approx I_{S2} e^{V_{BE}/U_T} + C_{DE} \frac{dV_{BE}}{dt} \\ I_C \approx \alpha_N I_{S2} e^{V_{BE}/U_T} + C_{TC} \frac{dV_{CB}}{dt} \end{cases}$$

schéma équivalent, fig 2-4 :



c) Régime saturé :

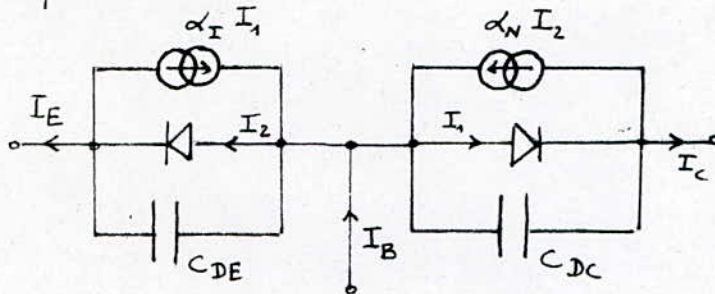
Il est défini par les fortes inégalités  $V_{BE} \gg U_T$  et  $V_{BC} \gg U_T$  ;

Ainsi :

$$\begin{cases} I_E = I_{S_2} e^{V_{BE}/U_T} - \alpha_I I_{S_1} e^{V_{BC}/U_T} + C_{DE} \frac{dV_{BE}}{dt} \\ I_C = \alpha_N I_{S_2} e^{V_{BE}/U_T} - I_{S_1} e^{V_{BC}/U_T} + C_{DC} \frac{dV_{BC}}{dt} \end{cases}$$

schema équivalent :

Fig 2.5



Ces différentes considérations nous permettront de simplifier considérablement notre algorithme lorsqu'il s'agira de simuler le fonctionnement du transistor durant les trois états.

### 2-3) Modèle numérique associé du transistor :

Les équations (1) et (2) décrivent le comportement du transistor ;

$$I_1 = I_{S_1} (e^{V_{BC}/U_T} - 1) \quad \text{et} \quad I_2 = I_{S_2} (e^{V_{BE}/U_T} - 1)$$

sont les courants des diodes  $D_1$  et  $D_2$

Nous avons vu au chapitre I que l'on pouvait définir un modèle "compagnon" de la diode; cette approche est applicable également au transistor puisqu'il est constitué de deux (2) jonctions.

Les capacités de diffusion et de transition seront de même représentées par leur modèle associé.

Nous voulons étudier le comportement transitoire du transistor qui est un élément non linéaire.

Nous allons tenter de trouver un modèle compagnon du circuit qui puisse réduire le problème à l'analyse d'un circuit linéaire.

Or, le circuit équivalent du transistor, comporte des éléments non linéaires : (diodes), et capacités.

( Les capacités de diffusion et de transition sont des fonctions non linéaires de la tension ).

Nous allons donc élaborer un algorithme nous permettant de résoudre numériquement nos équations, en s'appuyant sur les techniques d'analyse itérative combinées à l'analyse transitoire, pas par pas.

Le développement de notre algorithme se fera comme suit :

En ignorant tout d'abord, la présence des éléments non linéaires, nous remplaçons les capacités par leur modèle approximatif. Bien que le circuit résultant soit non linéaire et ne puisse être, par conséquent, résoluble directement, il offre quand même une approximation au circuit originel. Nous considérons en même temps que ces capacités sont des fonctions de la tension appliquée  $V^n$  c'est-à-dire que pour chaque pas on calcule une valeur de la capacité; cette valeur demeurera constante sur le pas  $T$ .

Ainsi, pour  $T$  assez faible, l'approximation de la dérivée pour les capacités :

$$C_T^n \frac{dv}{dt} \Big|_{t=t^{n+1}} \approx C_T^n \frac{V^{n+1} - V^n}{T} ; C_T^n = \text{capacité de transition}$$

$$\text{avec } C_T^n = \frac{C_0}{(1 - \frac{V^n}{\phi})^{1/2}}$$

$$C_D^n \frac{dv}{dt} \Big|_{t=t^{n+1}} \approx C_D^n \frac{V^{n+1} - V^n}{T} ; C_D^n : \text{capacité de diffusion}$$

$$\text{avec } C_D^n = \tau \cdot \frac{1}{U_T} \cdot I_s \cdot e^{\frac{V^n}{U_T}} = \frac{\tau \cdot I_s}{U_T} \cdot e^{\frac{V^n}{U_T}}$$

devient meilleure.

Nous pouvons, dans une première étape, représenter le circuit correspondant à la discrétisation dans le temps : (voir Fig 2.6)

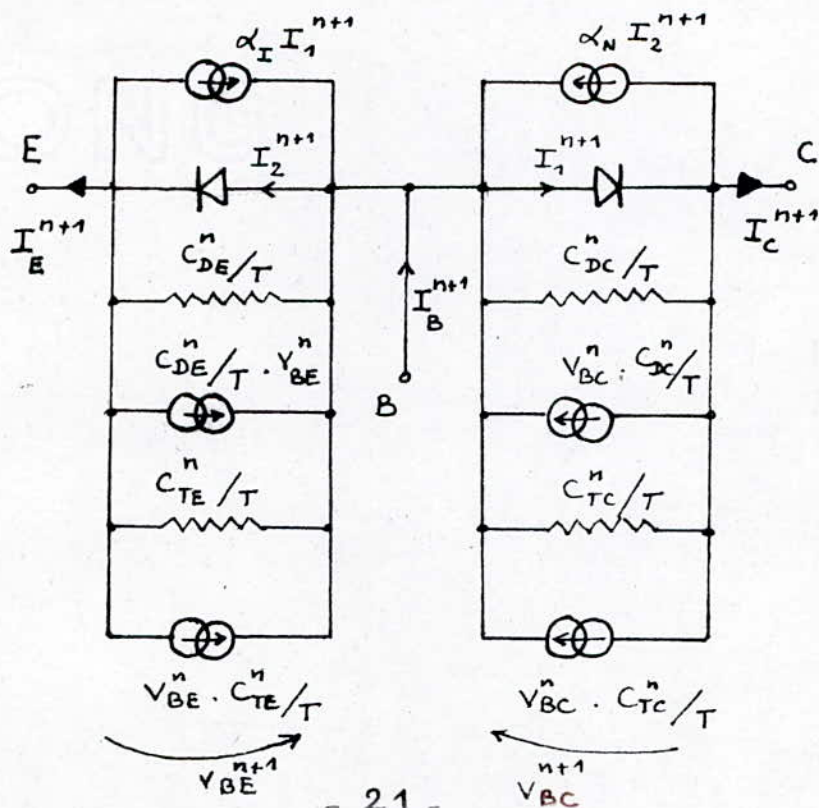


Fig 2-6

$$\text{avec : } C_{DE}^n = \frac{\Sigma \cdot I_s}{U_T} e^{V_{BE}^n} ; \quad C_{DC}^n = \frac{\Sigma \cdot I_s}{U_T} e^{V_{BC}^n}$$

$$C_{TE}^n = \frac{C_0}{\left(1 - \frac{V_{BE}^n}{\phi}\right)^{1/2}} ; \quad C_{TC}^n = \frac{C_0}{\left(1 - \frac{V_{BC}^n}{\phi}\right)^{1/2}}$$

Pour trouver la solution des circuits non linéaires, nous utilisons la méthode des itérations de NEWTON.

Le nombre des itérations est indiqué par  $m$ .

Les variables dépendent maintenant de  $n$  et de  $m$ .

Ainsi, le modèle compagnon représentant aussi bien la discrétisation que la linéarisation du circuit original est montré sur la figure 2-7.

Les équations du modèle numérique sont :

$$I_E^{n+1,m+1} = I_2^{n+1,m+1} - \alpha_I I_1^{n+1,m+1} + (C_{TE}^n + C_{DE}^n) \cdot \frac{V_{BE}^{n+1,m+1} - V_{BE}^n}{T}$$

$$I_C^{n+1,m+1} = -I_1^{n+1,m+1} + \alpha_N I_2^{n+1,m+1} + (C_{TC}^n + C_{DC}^n) \cdot \frac{V_{BC}^{n+1,m+1} - V_{BC}^n}{T}$$

$$\text{avec : } I_2^{n+1,m+1} = I_2^{n+1,m} + \left[ \frac{\partial I_2}{\partial V_{BE}} \Big|_{V_{BE} = V_{BE}^{n+1,m}} \right] \cdot [V_{BE}^{n+1,m+1} - V_{BE}^{n+1,m}]$$

$$\text{et } I_1^{n+1,m+1} = I_1^{n+1,m} + \left[ \frac{\partial I_1}{\partial V_{BC}} \Big|_{V_{BC} = V_{BC}^{n+1,m}} \right] \cdot [V_{BC}^{n+1,m+1} - V_{BC}^{n+1,m}]$$

$$\text{Si on pose : } G_1^{n+1,m} = \left[ \frac{\partial I_1}{\partial V_{BC}} \Big|_{V_{BC} = V_{BC}^{n+1,m}} \right] ; \quad G_2^{n+1,m} = \left[ \frac{\partial I_2}{\partial V_{BE}} \Big|_{V_{BE} = V_{BE}^{n+1,m}} \right]$$

$$\text{on aura : } I_2^{n+1,m+1} = I_2^{n+1,m} - G_2^{n+1,m} \cdot V_{BE}^{n+1,m} + G_2^{n+1,m} \cdot V_{BE}^{n+1,m+1}$$

$$I_1^{n+1,m+1} = I_1^{n+1,m} - G_1^{n+1,m} \cdot V_{BC}^{n+1,m} + G_1^{n+1,m} \cdot V_{BC}^{n+1,m+1}$$

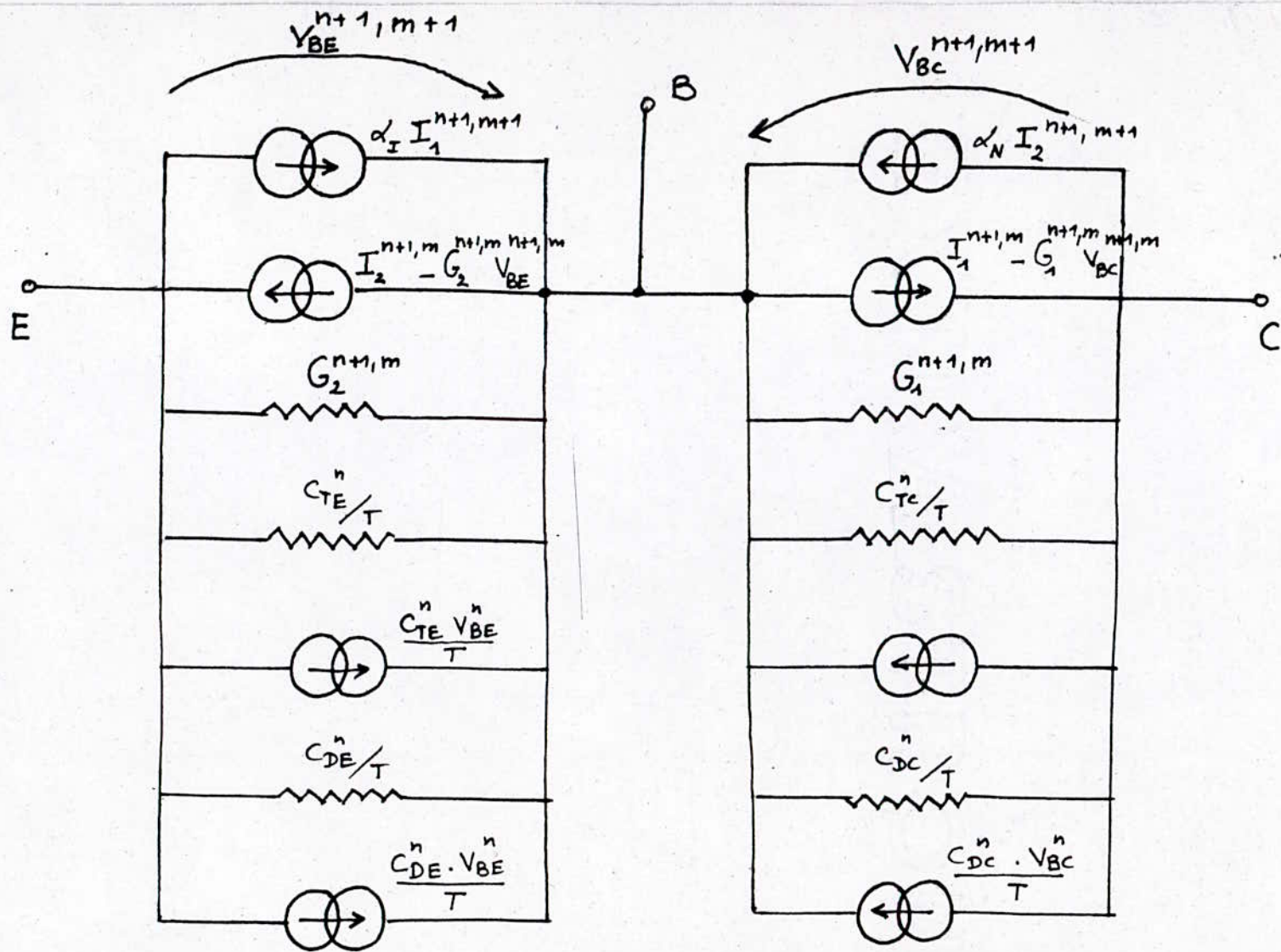


Fig 2-7 : MODELE NUMERIQUE DU TRANSISTOR BIPOLAIRE

#### 2-4 : Conclusion :

Le modèle physique d'EBERS et MOLL , comportant deux diodes et les capacités traduisant le comportement du transistor en régime transitoire , étant choisi , il est possible , par l'application des modèles numériques de la diode et de la capacité d'établir un modèle numérique du transistor dont les équations peuvent être traitées par ordinateur .

Dans le chapitre suivant nous allons procéder à l'application de ce modèle dans le cas de l'inverseur .

CHAPITRE 3: ALGORITHMES , ORGANIGRAMME  
ET PROGRAMME D'ANALYSE DE L'INVERSEUR  
- GENERALISATION -

3.1° Introduction :

A travers ce chapitre le modèle numérique du transistor est appliqué à l'inverseur , les algorithmes traduisant le comportement de celui-ci en régime transitoire sont formulés .

L'organigramme et le programme étant ensuite établis et après avoir définis tous les paramètres , nous appliquons une impulsion ( fictive) sur la base du transistor: les réponses du programme sont ensuite observées .

Avant d'entreprendre ce travail , il est bon de rappeler les spécifications relatives à l'analyse du circuit :

3.2° Considérations physiques et algorithmiques :

a) Considérations relatives au circuit :

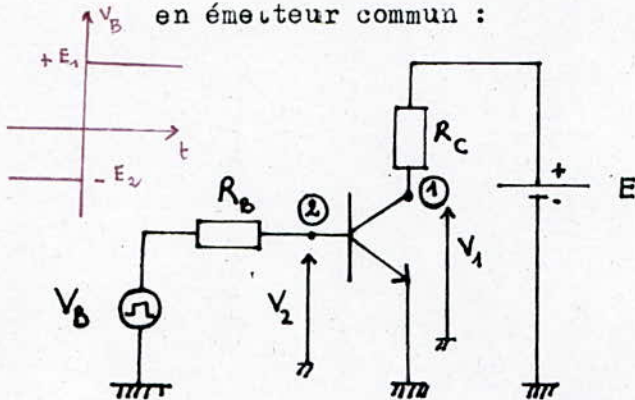
- spécification du domaine de l'analyse : transitoire
- modèle :- non linéaire
- utilisé en signaux forts
- étude statique
- variation en fonction du temps

b) Considérations algorithmiques :

- formulation des équations : analyse aux noeuds
- solutions numériques : par méthode itérative

### 3.3 Modélisation de l'inverseur :

Le type de montage dont nous allons simuler le fonctionnement sur ordinateur est celui d'un transistor en commutation monté en émetteur commun :



$V_B$  est un générateur de signaux carrés.

Nous supposons que le transistor est initialement bloqué par une tension  $V_B = -E_2$ .

En appliquant sur la base un échelon de tension  $V_B = +E_1$ , on va suivre les changements qui vont s'opérer sur la tension  $V_{BE}$  et la tension  $V_{CE}$ .

On décomposera le régime transitoire en 3 phases, décrite chacune par un système d'équations.

1ère phase :

Pendant cette phase ( de durée  $t=t_d$  ) ; la capacité de transition  $C_{TE}$  va se charger jusqu'à ce que la tension  $V_{BE}$  passe de  $-E_2$  à une tension légèrement positive, le transistor se trouvant toujours à l'état bloqué durant  $t_d$ .

Les tensions  $V_{BE}$  et  $V_{BC}$  étant négatives et suffisamment grandes, les courants  $I_E$  et  $I_C$  se réduisent à :

$$I_E = \alpha_I I_{S2} - I_{S1} + (C_{TE} + C_{DE}) \frac{dV_{BE}}{dt}$$

$$I_C = \alpha_N I_{S1} - I_{S2} + (C_{TC} + C_{DC}) \frac{dV_{BC}}{dt}$$

Les courants  $I_{S1}$  et  $I_{S2}$  sont des courants de saturation inverses ( de l'ordre de  $10^{-12}$  A pour les structures au silicium ) et sont, de ce fait, très faibles devant les courants de charge des capacités.

Durant le passage de l'état bloqué à l'état normal, nous ne considérerons, pour simplifier le problème, que les courants de charge.

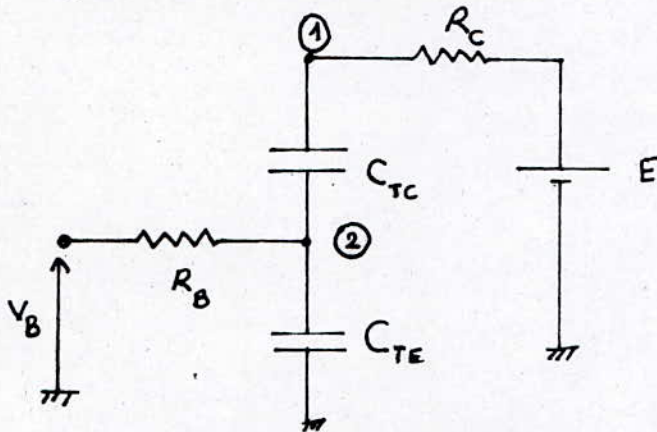


Ainsi :

$$I_E \approx (C_{TE} + C_{DE}) \frac{dV_{BE}}{dt}$$

$$I_C \approx (C_{TC} + C_{DC}) \frac{dV_{CB}}{dt}$$

ce qui réduit le schéma initial à la forme suivante :



on définit 2 noeuds (1) et (2) :

$V_1$  sera la tension  $V_{CE}$  et  $V_2$  la tension  $V_{BE}$  :

ainsi :  $V_{BC} = V_2 - V_1$  .

$$\begin{cases} \text{noeud 1 : } \frac{E - V_1}{R_C} = C_{TC} \frac{d(V_1 - V_2)}{dt} \\ \text{noeud 2 : } \frac{V_B - V_2}{R_B} = C_{TE} \frac{dV_2}{dt} - \frac{E - V_1}{R_C} \end{cases}$$

en discrétisant notre système :

$$\begin{cases} \frac{E - V_1^{n+1}}{R_C} = C_{TC} \cdot \frac{(V_1^{n+1} - V_2^{n+1}) - (V_1^n - V_2^n)}{T} \\ \frac{V_B - V_2^{n+1}}{R_B} + \frac{E - V_1^{n+1}}{R_C} = C_{TE} \cdot \frac{V_2^{n+1} - V_2^n}{T} \end{cases}$$

que l'on peut mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_C} + \frac{C_{TC}^n}{T} & ; & -\frac{C_{TC}^n}{T} \\ \frac{1}{R_C} & ; & \frac{1}{R_B} + \frac{C_{TE}^n}{T} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1^{n+1, m+1} \\ V_2^{n+1, m+1} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{E}{R_C} + \frac{C_{TC}^n}{T} \cdot V_1^n - \frac{C_{TC}^n}{T} V_2^n \\ \frac{V_B}{R_B} + \frac{E}{R_C} + \frac{C_{TE}^n}{T} V_2^n \end{bmatrix}$$

Nous avons donc à résoudre un système d'équations linéaires:

$A \cdot X = B$  . Choix de la méthode de résolution :

méthode de CRAMER . Elle consiste à calculer  $A$  et à lui post-multiplier le vecteur  $B$  :

$$A \cdot X = B \Rightarrow A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B$$

L'ordre de la matrice  $A$  n'étant pas élevé, on peut appliquer cette méthode sans craindre d'avoir un temps de calcul trop grand .

Remarque :  $C_{DE}$  et  $C_{DC}$  sont négligeables devant  $C_{TE}$  et  $C_{TC}$   
Les capacités  $C_{TE}$  et  $C_{TC}$  sont des fonctions non linéaires de la tension .

$$C_{TE}^n = \frac{C_0}{\left(1 - \frac{V_2^n}{\phi}\right)^{1/2}} \quad C_{TC}^n = \frac{C_0}{\left(1 - \frac{V_2^n - V_1^n}{\phi}\right)^{1/2}}$$

ALGORITHME :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_C} + \frac{C_{TC}^n}{T} & ; & -\frac{C_{TC}^n}{T} \\ \frac{1}{R_C} & ; & \frac{1}{R_B} + \frac{C_{TE}^n}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^{n+1} \\ V_2^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E}{R_C} + \frac{C_{TC}^n}{T} V_1^n - \frac{C_{TC}^n}{T} V_2^n \\ \frac{V_B}{R_B} + \frac{E}{R_C} + C_{TE}^n \frac{V_2^n}{T} \end{bmatrix}$$

$$C_{TC}^n = \frac{C_0}{\left(1 - \frac{V_2^n - V_1^n}{\phi}\right)^{1/2}} ; \quad C_{TE}^n = \frac{C_0}{\left(1 - \frac{V_2^n}{\phi}\right)^{1/2}}$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, n_{max}$$

La valeur  $n_{max}$  est obtenue quand  $V_2^{n_{max} + 1} \geq 0$

Processus :

pour  $t=T$  c'est-à-dire  $n=0$  (premier pas) ; nous donnons les <sup>valeurs.</sup> tensions initiales des tensions du collecteur et de la base ; les valeurs de  $C_{TC}^0$  et de  $C_{TE}^0$  sont ensuite calculées.

Par résolution du système  $A X = B$  on obtient les tensions  $V_1^1$  et  $V_2^1$

$t = 2T$  c'est-à-dire  $n = 1$  ; on prend comme valeurs initiales les valeurs précédemment calculées  $V_1^1$  et  $V_2^1$

$C_{TE}^1$  et  $C_{TC}^1$  sont calculés.

les solutions seront :  $V_1^2$  et  $V_2^2$

⋮

à  $t = (n_{max} + 1) \cdot T$  ,  $V_2^{n_{max} + 1} \geq 0$  le calcul s'arrête

la durée de cette phase sera donnée par  $t_d$  , tel que :

$$n_{max} \cdot T \leq t_d \leq (n_{max} + 1) \cdot T$$

2ème phase : passage à l'état saturé

A partir de l'instant où  $V_2 \geq 0$ , la jonction base-émetteur va être polarisée en direct et injecter du courant dans la base. Il va y avoir effet transistor : le courant  $I_C$  va croître et donc la tension  $V_1$  va diminuer. La durée de cette phase est <sup>donnée</sup> par  $t_r$  que l'on appelle aussi temps de montée du courant collecteur. Pour observer le phénomène avec une bonne précision ; notamment lors du passage du régime normal au régime saturé, toutes les capacités seront ajoutées au schéma d'EBERS et MOLL. On pourra ainsi connaître le comportement du transistor lorsque la tension base-collecteur atteindra des valeurs voisines de zéro.

Les courants  $I_E$  et  $I_C$  sont donnés par :

$$I_E = I_{S_2} (e^{\lambda V_2} - 1) - \alpha_I \cdot I_{S_1} (e^{\lambda(V_2 - V_1)} - 1) + (C_{TE} + C_{DE}) \frac{dV_2}{dt}$$

$$I_C = \alpha_N I_{S_2} (e^{\lambda V_2} - 1) - I_{S_1} (e^{\lambda(V_2 - V_1)} - 1) + \frac{C_{TC} + C_{DC}}{dt} \frac{d(V_2 - V_1)}{dt}$$

Le schéma équivalent est donné par la fig (3-1) :

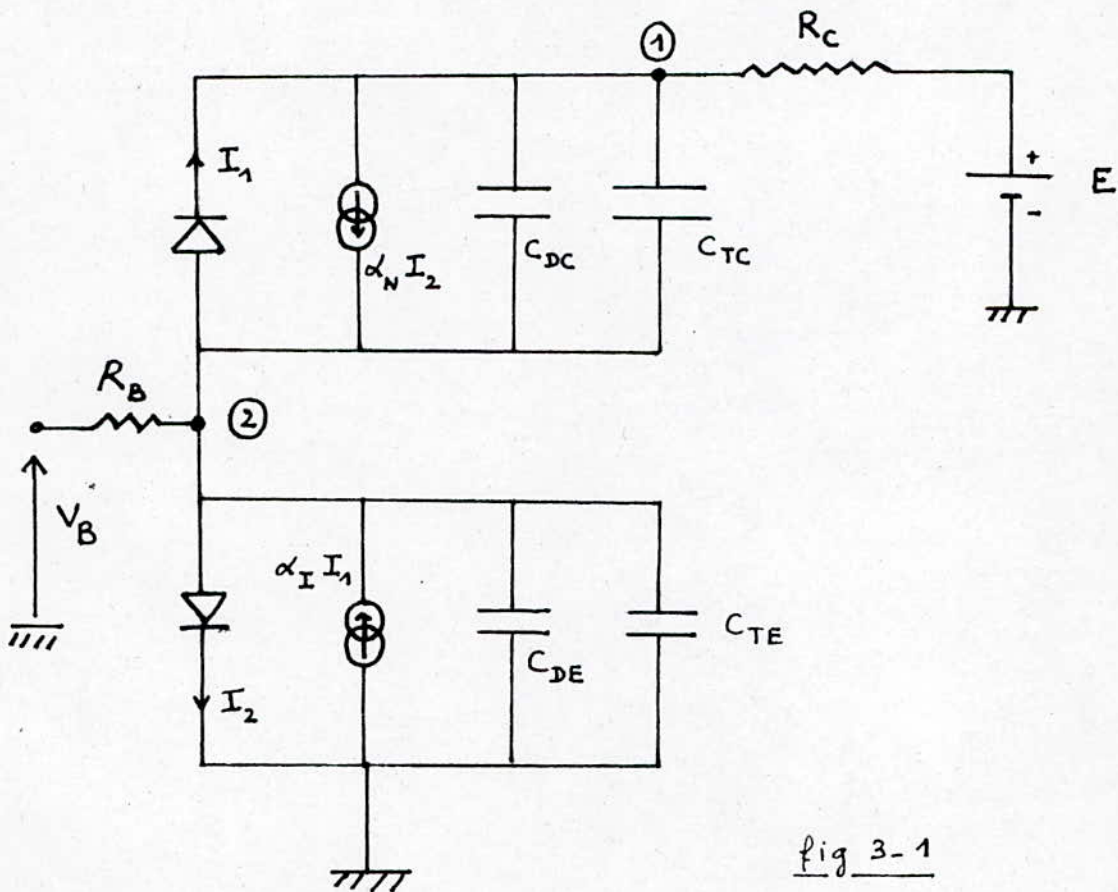


fig 3-1

Equations aux noeuds :

$$\left. \begin{aligned} \textcircled{1} \quad \frac{E - V_1}{R_C} + (C_{TC} + C_{DC}) \frac{d(V_2 - V_1)}{dt} + I_1 &= \alpha_N I_2 \\ \textcircled{2} \quad \frac{V_B - V_2}{R_B} + \alpha_I I_1 + \frac{E - V_1}{R_C} &= I_2 + (C_{DE} + C_{TE}) \frac{dV_2}{dt} \end{aligned} \right\} \text{I}$$

Après discrétisation et linéarisation du modèle de la fig (3-1)  
le système I s'écrit :

$$\frac{E - V_1^{n+1,m+1}}{R_C} + (C_{TC} + C_{DC}) \frac{(V_2^{n+1,m+1} - V_1^{n+1,m+1}) - (V_2^n - V_1^n)}{T} + I_1^{n+1,m+1} = \alpha_N I_2^{n+1,m+1}$$

$$\frac{V_B - V_2^{n+1,m+1}}{R_B} + \alpha_I I_1^{n+1,m+1} + \frac{E - V_1^{n+1,m+1}}{R_C} = I_2^{n+1,m+1} + (C_{DE} + C_{TE}) \cdot \frac{V_2^{n+1,m+1} - V_2^n}{T}$$

En passant à l'écriture matricielle, les équations aux noeuds sont maintenant écrites en deux étapes avec toutes les sources représentées dans le membre de droite :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_C} + \frac{C_{DC} + C_{TC}}{T} & -\frac{C_{DC} + C_{TC}}{T} \\ -\frac{1}{R_C} & -\frac{1}{R_B} - \frac{C_{TE} + C_{DE}}{T} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1^{n+1,m+1} \\ V_2^{n+1,m+1} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{E}{R_C} - \alpha_N I_2^{n+1,m+1} + I_1^{n+1,m+1} - (C_{TC} + C_{DC}) \frac{V_2^n - V_1^n}{T} \\ -\frac{V_B}{R_B} - \alpha_I I_1^{n+1,m+1} - \frac{E}{R_C} + I_2^{n+1,m+1} - \frac{C_{DE} + C_{TE}}{T} \cdot V_2^n \end{bmatrix}$$

En substituant :

$$I_2^{n+1,m+1} = I_2^{n+1,m} - G_2^{n+1,m} \cdot V_2^{n+1,m} + G_2^{n+1,m} \cdot V_2^{n+1,m+1}$$

$$I_1^{n+1,m+1} = I_1^{n+1,m} - G_1^{n+1,m} \cdot (V_2^{n+1,m} - V_1^{n+1,m}) + G_1^{n+1,m} \cdot (V_2^{n+1,m+1} - V_1^{n+1,m+1})$$

nous avons finalement :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_C} + \frac{C_{DC} + C_{TC}}{T} + G_1^{n+1,m} & - \frac{C_{TC} + C_{DC}}{T} + \alpha_N G_2^{n+1,m} - G_1^{n+1,m} \\ -\frac{1}{R_C} - \alpha_I G_1^{n+1,m} & -\frac{1}{R_B} - \frac{C_{TE} + C_{DE}}{T} + \alpha_I G_1^{n+1,m} - G_2^{n+1,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^{n+1,m+1} \\ V_2^{n+1,m+1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{E}{R_C} - \alpha_N \left( I_2^{n+1,m} - G_2^{n+1,m} \cdot V_2^{n+1,m} \right) + \left( I_1^{n+1,m} - G_1^{n+1,m} \cdot (V_2^{n+1,m} - V_1^{n+1,m}) \right) \\ - \frac{C_{TC} + C_{DC}}{T} (V_2^n - V_1^n) \\ - \frac{V_B}{R_B} - \alpha_I \left( I_1^{n+1,m} - G_1^{n+1,m} (V_2^{n+1,m} - V_1^{n+1,m}) \right) - \frac{E}{R_C} + I_2^{n+1,m} - G_2^{n+1,m} \cdot V_2^{n+1,m} \end{bmatrix}$$

on posera :  $I_2^{n+1,m} = I_{S_2} (e^{\lambda V_2^{n+1,m}} - 1)$  et  $G_2^{n+1,m} = \lambda I_{S_2} e^{\lambda V_2^{n+1,m}}$

$$I_1^{n+1,m} = I_{S_1} (e^{\lambda (V_2^{n+1,m} - V_1^{n+1,m})} - 1)$$

$$G_1^{n+1,m} = \lambda \cdot I_{S_1} e^{\lambda (V_2^{n+1,m} - V_1^{n+1,m})}$$

Pour chaque pas  $n$  de durée  $T$  nous devons faire des itérations en  $m$

Processus de résolution :

Nous supposons que les tensions aux bornes des différentes capacités  $V_1^n$  et  $V_2^n$  sont données à  $t=0$  ( c'est-à-dire  $n=0$  ) de même que les valeurs de ces capacités puisqu'elles sont fonction de  $V_1$  et  $V_2$  .

Nous posons pour  $m = 0$  ( pas d'itération ) :

$V_2^0 = V_2^{1,0}$  et  $V_1^0 = V_1^{1,0}$  ; en effet, nous supposons que lorsqu'encore aucune itération n'a été faite, les conditions initiales existent toujours.

a partir de  $V_2^{1,0}$  nous pouvons calculer :  $G_2^{1,0} = \lambda \cdot I_{S_2} \cdot e^{\lambda \cdot V_2^{1,0}}$

avec  $V_1^{1,0}$  , il vient :  $G_1^{1,0} = \lambda \cdot I_{S_1} \cdot e^{\lambda \cdot V_1^{1,0}}$

de même que :  $I_2^{1,0} = I_{S_2} ( e^{\lambda \cdot V_2^{1,0}} - 1 )$

et  $I_1^{1,0} = I_{S_1} ( e^{\lambda \cdot (V_2^{1,0} - V_1^{1,0})} - 1 )$

Ceci nous donne toutes les informations nécessaires pour pouvoir calculer les tensions aux noeuds  $V_2^{1,1}$  et  $V_1^{1,1}$  .

Parallèlement, les valeurs des capacités de diffusion et de transition sont calculées :

$$C_{DE}^{1,0} = \tau_p \cdot G_2^{1,0} ; \quad C_{TE}^{1,0} = \frac{C_0}{\left(1 - \frac{V_2^{1,0}}{\phi}\right)^{1/2}}$$
$$C_{TC}^{1,0} = \frac{C_0}{\left(1 - \frac{V_2^{1,0} - V_1^{1,0}}{\phi}\right)^{1/2}} ; \quad C_{DC}^{1,0} = \tau_p \cdot G_1^{1,0}$$

En résolvant le premier système nous obtenons les solutions  $V_1^{1,1}$  et  $V_2^{1,1}$

\* pour  $m=1$  :  $I_2^{1,1}$  et  $I_1^{1,1}$  sont calculées à partir de  $V_1^{1,1}$  et  $V_2^{1,1}$ , ainsi que  $G_2^{1,1}$  et  $G_1^{1,1}$ .  
Et ainsi de suite, l'itération est effectuée de cette manière, jusqu'à ce que l'écart entre deux tensions  $V_1^{1,m_p}$  et  $V_1^{1,m_p-1}$  soit assez faible pour que l'on puisse conclure que la solution a convergé.

On établit donc, à chaque fois qu'une nouvelle tension  $V_1$  est calculée, le test :

$$\left( V_1^{1,m_p} - V_1^{1,m_p-1} \right)^2 \leq \epsilon$$

le nombre  $\epsilon$  fixe la précision que l'on désire obtenir.

$m_f$  désigne le nombre d'itérations final.

deuxieme pas :  $n = 2$  ;  $m = 0, 1, 2, \dots, m_f$

on pose  $V_2^{1, m_f} = V_2^{2, 0}$  et  $V_1^{1, m_f} = V_1^{2, 0}$

ensuite :

$$\begin{aligned} V_1^{2, 1} &= f(V_2^{2, 0}, V_1^{2, 0}, I_1^{2, 0}, I_2^{2, 0}, G_1^{2, 0}, G_2^{2, 0}, C_{TC}^{2, 0}, C_{TE}^{2, 0}, C_{DE}^{2, 0}, C_{DC}^{2, 0}) \\ V_1^{2, 2} &= f(V_2^{2, 1}, V_1^{2, 1}, I_1^{2, 1}, I_2^{2, 1}, G_1^{2, 1}, G_2^{2, 1}, C_{TC}^{2, 1}, C_{TE}^{2, 1}, C_{DE}^{2, 1}, C_{DC}^{2, 1}) \\ &\vdots \\ V_1^{2, m_f} &= f(V_2^{2, m_f-1}, V_1^{2, m_f-1}, I_1^{2, m_f-1}, I_2^{2, m_f-1}, G_1^{2, m_f-1}, G_2^{2, m_f-1}, \dots) \end{aligned}$$

quand  $m_f$  est atteint :  $(V_1^{2, m_f} - V_1^{2, m_f-1})^2 \leq \epsilon$

le même processus est répété pour  $n = 3, 4, 5, \dots$  de même pour  $v_2$

Le régime normal n'étant qu'un état intermédiaire entre le régime bloqué et le régime saturé, il possède une durée bien déterminée. Celle-ci est définie quand la tension de base devient polarisée en direct. ( A partir de ce moment, le transistor entre en saturation ).

On devra donc introduire une condition pour déterminer la fin du régime normal et connaître le temps de montée (du courant collecteur) :

$$(V_2^{n_{max}+1, m_f} - V_1^{n_{max}+1, m_f}) \geq 0 \quad \text{à} \quad t = (n_{max} + 1) \cdot T$$

le temps de montée  $\tau_r$  qui sera établi dans le résultat du programme est donné par :

$$n_{max} \cdot T \leq t_r \leq (n_{max} + 1) \cdot T$$

### 3ème phase :

Les conditions de saturation seront atteintes si l'amplitude de l'impulsion de commande est suffisante. Dans ce cas, le courant de collecteur atteindra sa valeur maximale  $I_{C_{sat}}$ .

Aussi longtemps que l'échelon appliqué sur la base sera maintenu, le transistor restera dans l'état saturé.

Les 2 jonctions sont maintenant polarisées en direct; pour chacune d'elles l'effet capacitif principal est celui de la diffusion ( les capacités de transition pourront être ajoutées si l'on veut avoir plus de précisions pour des tensions voisines de zéro ).



Si l'on veut observer le passage de l'état saturé à l'état bloqué on appliquera le même système d'équations, le seul changement se fait au niveau de la tension de commande  $V$  qui devient négative.

Remarque :

Pour chaque itération  $m$  le système d'équations linéaires sera résolu. Ainsi, si  $m = 100$  et pour un pas  $n$  le calculateur devra résoudre cent systèmes d'équations linéaires. Comme le nombre de pas aussi est assez élevé il devra résoudre  $n \times m$  systèmes d'équations, ce qui représente un nombre important, Ex : si  $n = 50$ , le nombre de systèmes à résoudre est égal à 5000. L'ordinateur se révèle donc un outil précieux dans ce type d'analyse.

3-4 Organigramme :

Définition des termes introduits dans l'organigramme :

$T$  : pas de discrétisation.

$T_B, T_S$  : durées de vie des porteurs minoritaires dans la base

$I_S$  : courant de saturation inverse des jonctions

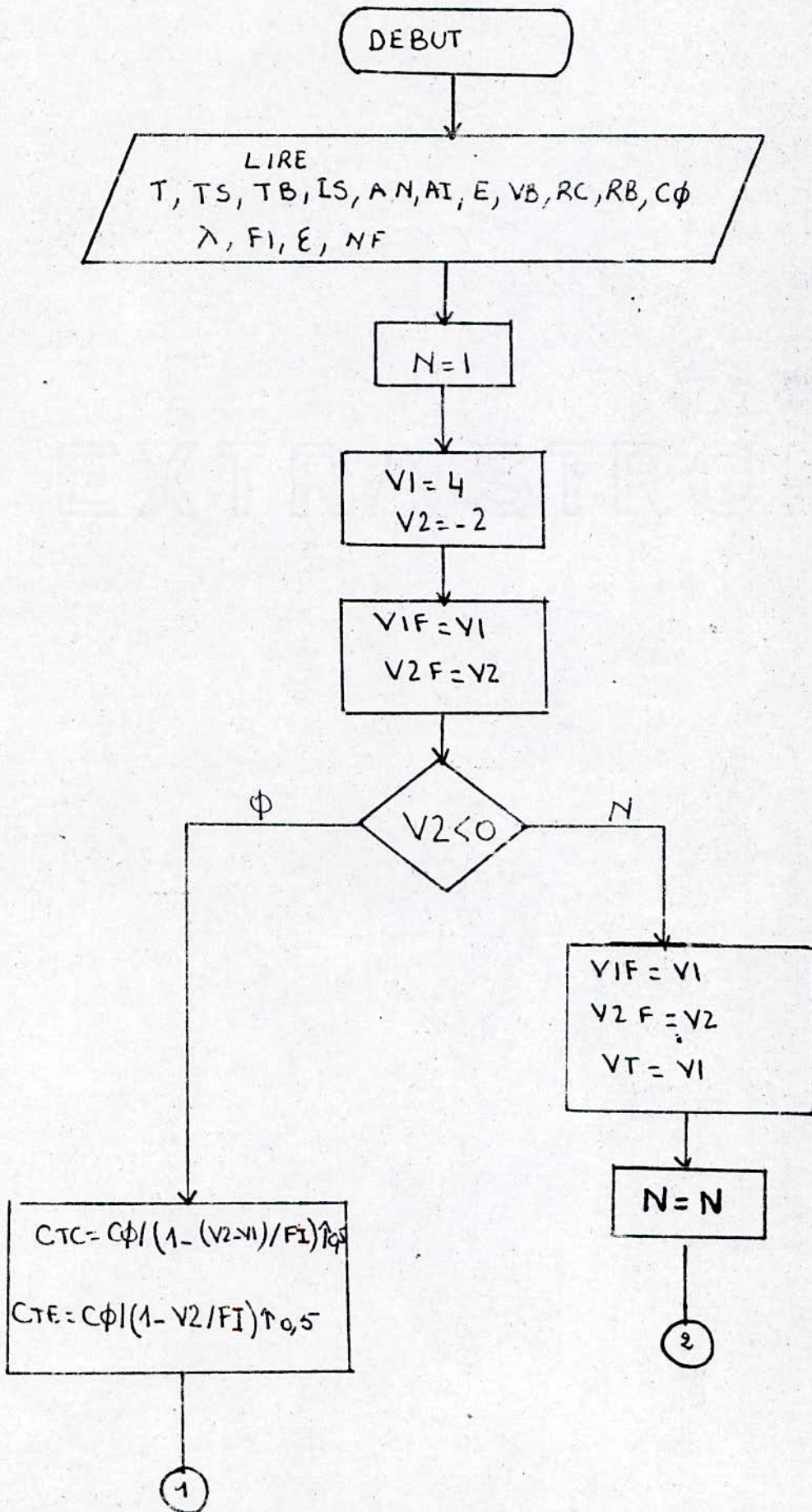
$A_N$  : gain en courant dans le sens normal de fonctionnement

$A_I$  : " " " " inverse " "

$F_I$  : Potentiel de diffusion.

$V_{1F}$  et  $V_{2F}$  représentent respectivement  $V_1^n$  et  $V_2^n$

ORGANIGRAMME



$$\begin{pmatrix} A(1,1) & A(2,1) \\ A(1,2) & A(2,2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B(1) \\ B(2) \end{pmatrix}$$

$$CTC = C\phi (1 - (V_2 - V_1) / F_1)^{1/2}$$

$$I_1 = IS_1 (e^{\lambda(V_2 - V_1)} - 1)$$

$$G_1 = \lambda IS_1 e^{\lambda(V_2 - V_1)}$$

$$CDC = C\phi / (1 - V_2 / F_1)^{1/2}$$

$$I_2 = IS_2 (e^{\lambda V_2} - 1)$$

$$G_2 = \lambda IS_2 e^{\lambda V_2}$$

$$CDE = TB \times G_2$$

$$V_1, V_2$$

$$V_{1F} = V_1$$

$$V_{2F} = V_2$$

$$V_T = V_1$$

$$\begin{pmatrix} A(1,1) & A(1,2) \\ A(2,1) & A(2,2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V(1) \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B(1) \\ B(2) \end{pmatrix}$$

$$V_1, V_2$$

$$|V_1 - V_T|^2 < \epsilon$$

$$V_{1F} = V_1$$

$$V_{2F} = V_2$$

$$V_T = V_1$$

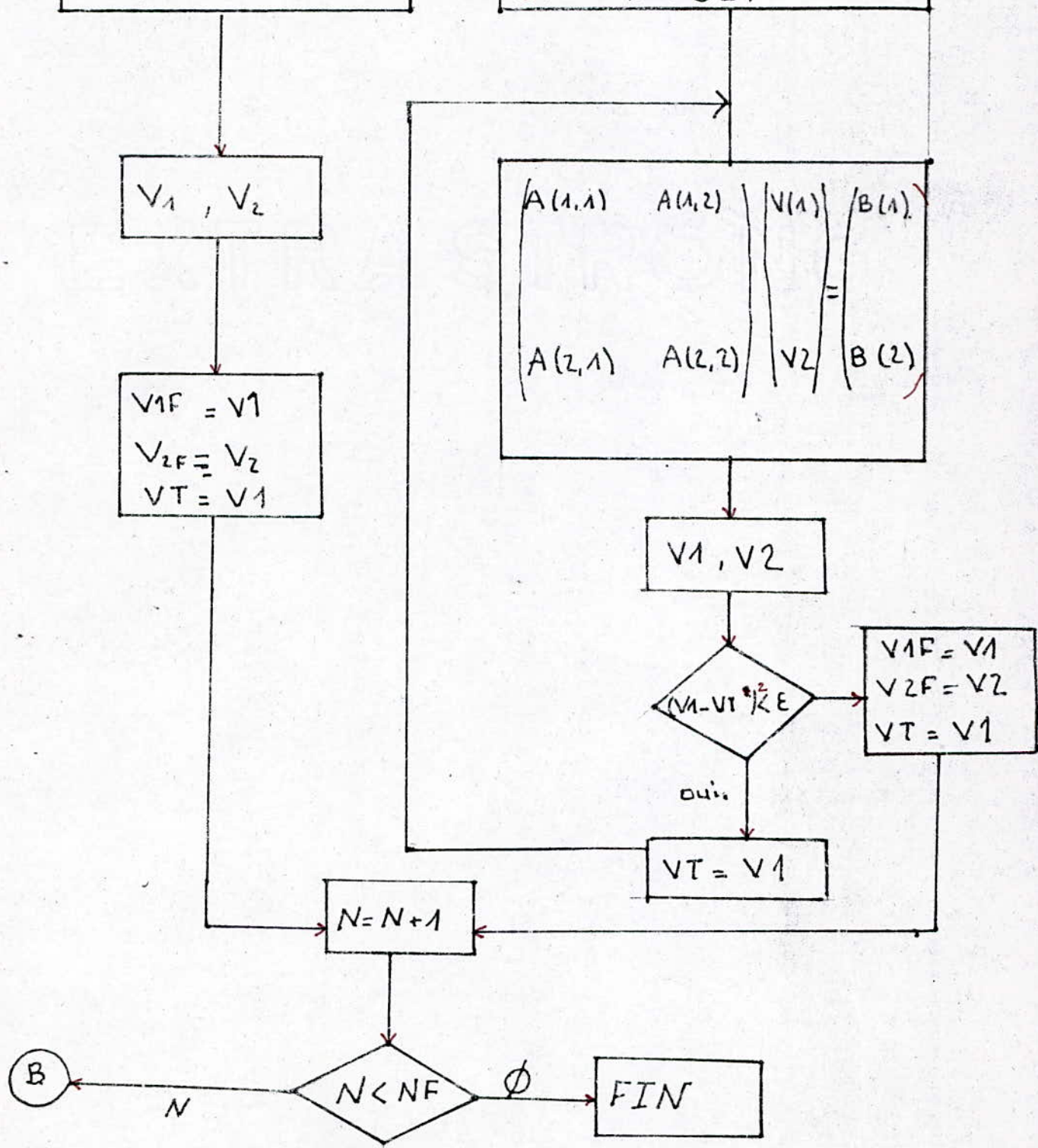
$$V_T = V_1$$

$$N = N + 1$$

B

$$N < NF$$

FIN



### 3.6 Généralisation :

Nous avons vu que pour le modèle d'Ebers-Moll, le courant est donné par :

$$\begin{cases} I_E = IS_2 (e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} - 1) - \alpha_I IS_1 (e^{\frac{V_{BC}}{U_T}} - 1) \\ I_C = \alpha_N IS_2 (e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} - 1) - IS_1 (e^{\frac{V_{BC}}{U_T}} - 1) \end{cases}$$

le système décrit ci-dessus le modèle idéal.

Pour le transistor réel on doit tenir compte des éléments d'inertie la nouvelle expression du courant est :

$$\begin{cases} I_E = IS_2 (e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} - 1) - \alpha_I IS_1 (e^{\frac{V_{BC}}{U_T}} - 1) + (C_{TE} + C_{DE}) \frac{dV_{BE}}{dt} \\ I_C = \alpha_N IS_2 (e^{\frac{V_{BE}}{U_T}} - 1) - IS_1 (e^{\frac{V_{BC}}{U_T}} - 1) + (C_{TC} + C_{DC}) \frac{dV_{BC}}{dt} \end{cases}$$

d'après ces expressions on peut conclure :

$$I_E = f(V_B, V_C, V_E)$$

$$I_C = f(V_B, V_C, V_E)$$

$$I_B = I_E - I_C = f(V_B, V_C, V_E)$$

En appliquant le développement de Taylor il vient :

$$\Delta I_C = \left[ \frac{\partial f}{\partial V_B} \Big|_{V_B=V_B^{n+1,m}} \right] \Delta V_B + \left[ \frac{\partial f}{\partial V_C} \Big|_{V_C=V_C^{n+1,m}} \right] \Delta V_C + \left[ \frac{\partial f}{\partial V_E} \Big|_{V_E=V_E^{n+1,m}} \right] \Delta V_E$$

$$\text{AVEC } \Delta V = V^{n+1,m+1} - V^{n+1,m}$$

les termes  $\frac{\partial f}{\partial V}$  représentent des conductances

$$\frac{\partial f}{\partial V_B} \Big|_{V_B=V_B^{n+1,m}} = G_B^{n+1,m} ; \quad \frac{\partial f}{\partial V_E} \Big|_{V_E=V_E^{n+1,m}} = G_E^{n+1,m} ; \quad \frac{\partial f}{\partial V_C} \Big|_{V_C=V_C^{n+1,m}} = G_C^{n+1,m}$$

d'où :

$$\Delta I_C = G_B^{n+1,m} \Delta V_B + G_E^{n+1,m} \Delta V_E + G_C^{n+1,m} \Delta V_C$$

$$I_C^{n+1,m+1} - I_C^{n+1,m} = G_B^{n+1,m} (V_B^{n+1,m+1} - V_B^{n+1,m}) + G_E^{n+1,m} (V_E^{n+1,m+1} - V_E^{n+1,m}) + G_C^{n+1,m} (V_C^{n+1,m+1} - V_C^{n+1,m})$$

d'où

$$I_C^{n+1,m+1} = I_C^{n+1,m} + G_B^{n+1,m} (V_B^{n+1,m+1} - V_B^{n+1,m}) + G_E^{n+1,m} (V_E^{n+1,m+1} - V_E^{n+1,m}) + G_C^{n+1,m} (V_C^{n+1,m+1} - V_C^{n+1,m})$$

nous procédons de la même façon pour IE et IB

$$I_E^{n+1,m+1} = I_E^{n+1,m} + G_B^{n+1,m} (V_B^{n+1,m+1} - V_B^{n+1,m}) + G_E^{n+1,m} (V_E^{n+1,m+1} - V_E^{n+1,m}) + G_C^{n+1,m} (V_C^{n+1,m+1} - V_C^{n+1,m})$$

$$I_B^{n+1,m+1} = I_B^{n+1,m} + G_B^{n+1,m} (V_B^{n+1,m+1} - V_B^{n+1,m}) + G_E^{n+1,m} (V_E^{n+1,m+1} - V_E^{n+1,m}) + G_C^{n+1,m} (V_C^{n+1,m+1} - V_C^{n+1,m})$$

le modèle numérique du transistor bipolaire est décrit par le système ci-dessous.

$$I_C^{n+1,m+1} = I_C^{n+1,m} + G_B^{n+1,m} (V_B^{n+1,m+1} - V_B^{n+1,m}) + G_E^{n+1,m} (V_E^{n+1,m+1} - V_E^{n+1,m}) + G_C^{n+1,m} (V_C^{n+1,m+1} - V_C^{n+1,m})$$

$$I_E^{n+1,m+1} = I_E^{n+1,m} + G_B^{n+1,m} (V_B^{n+1,m+1} - V_B^{n+1,m}) + G_E^{n+1,m} (V_E^{n+1,m+1} - V_E^{n+1,m}) + G_C^{n+1,m} (V_C^{n+1,m+1} - V_C^{n+1,m})$$

$$I_B^{n+1,m+1} = I_B^{n+1,m} + G_B^{n+1,m} (V_B^{n+1,m+1} - V_B^{n+1,m}) + G_E^{n+1,m} (V_E^{n+1,m+1} - V_E^{n+1,m}) + G_C^{n+1,m} (V_C^{n+1,m+1} - V_C^{n+1,m})$$

### Analyse des circuits intégrés bipolaires

Du modèle du transistor bipolaire et celui de la capacité nous pouvons établir l'algorithme qui comprend plusieurs étapes .

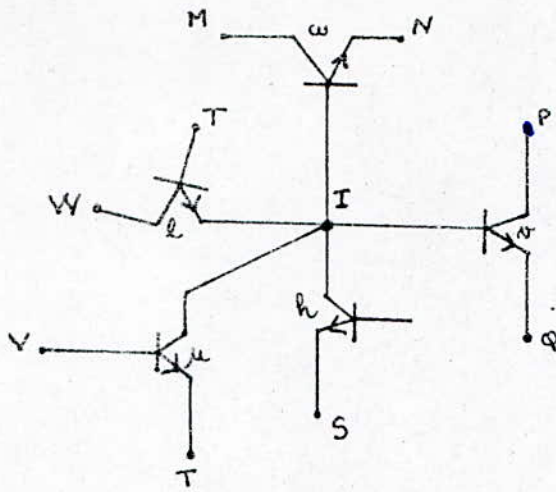
#### Algorithme .

L'algorithme se décompose comme suit :

- Loi de Kirchoff pour chaque Noeud du circuit
- Identification et groupement des tensions égales
- Ramener le système d'équations au Noeud à un système de la forme  $AX = B$
- Calcul des éléments de la matrice conductance
- Formulation des composantes du vecteur B
- Résolution du système  $AX = B$  par une méthode . Exple : GAUSS

Pour illustrer ce qui vient d'être énoncé précédemment, étudions un circuit composé de N NOEUDS et T TRANSISTORS , nous imaginons toutes les liaisons possibles entre les électrodes des transistors bipolaires.

soit la configuration donnée ci-dessous :



Application de la loi de Kirchoff :

Au Noeud I la somme des courants doit être nulle

$$\sum_{k=1}^n I_k^{n+1, m+1} = 0 \quad (1)$$

avec :

$$I_k^{n+1, m+1} = I_k^{n+1, m} + G_{Bk}^{n+1, m} (V_{Bk}^{n+1, m+1} - V_{Bk}^{n+1, m}) + G_{E_k}^{n+1, m} (V_{E_k}^{n+1, m+1} - V_{E_k}^{n+1, m}) + G_{C_k}^{n+1, m} (V_{C_k}^{n+1, m+1} - V_{C_k}^{n+1, m})$$

nous appliquons le même processus pour tous les noeuds du circuit, ce qui nous conduit à 1 système de N equations à N inconnues.

Pour établir l'équation (1) nous devons tenir compte des sens du courant, nous introduisons en conséquence un facteur qui définit le sens du courant au noeud considéré.

exemple pour le noeud P et le transistor K

$$Nd(P, K) = \begin{cases} 0 & \text{Pas de courant du transistor K au noeud P} \\ 1 & \text{Le courant du transistor K est rentrant} \\ -1 & \text{Le courant du transistor K est sortant} \end{cases}$$

Pour la configuration ci-dessus (3) on peut écrire :

$$Nd(I, \omega) I_{\omega}^{n+1, m+1} + Nd(I, \omega) I_{\omega}^{n+1, m+1} + Nd(I, h) I_h^{n+1, m+1} + Nd(I, \mu) I_{\mu}^{n+1, m+1} + Nd(I, e) I_e^{n+1, m+1} = 0$$

de façon plus générale on peut écrire :

$$\sum_{j=1}^T Nd(I, j) * I_j = 0$$

### Identification et groupement des tensions égales :

lorsque en 1 Noeud nous avons n électrodes de transistors alors ces n tensions sont égales. Nous devons donc introduire des termes qui justifient la présence des électrodes d'un transistor.

Au Noeud I et pour le transistor K nous définissons les paramètres suivants :

$$B(I,K) = \begin{cases} 1 & \text{si l'émetteur du transistor K est relié au Noeud I} \\ 0 & \text{si l'émetteur du transistor K est non relié au Noeud I} \end{cases}$$

$$B(I,K) = \begin{cases} 1 & \text{Si la base du transistor K est reliée au Noeud I} \\ 0 & \text{Si la base du transistor K est non reliée au Noeud I} \end{cases}$$

$$C(I,K) = \begin{cases} 1 & \text{Si le collecteur du transistor K est relié au Noeud I} \\ 0 & \text{Si le collecteur du transistor K est non relié au Noeud I} \end{cases}$$

Les termes ci-dessus permettent de regrouper toutes les tensions égales liées au noeud I.

Dans l'écriture des équations au Noeud nous pouvons rencontrer les tensions des autres noeuds, il faut pour cela introduire des termes qui indiquent toutes les liaisons possibles entre les différents Noeuds.

Pour  $M \neq N$  nous introduisons les termes suivants :

$$L1(M,N) = \begin{cases} 0 & \text{il n'existe pas de liaisons entre le noeud M et le noeud N par l'intermédiaire de l'émetteur} \\ 1 & \text{il existe une liaison entre le noeud M et le noeud N par l'intermédiaire de l'émetteur} \end{cases}$$

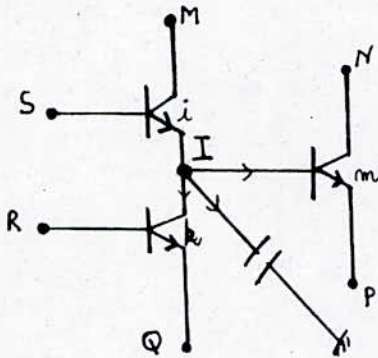
$$L2(M,N) = \begin{cases} 0 & \text{il n'existe pas de liaison entre le noeud M et le noeud N par l'intermédiaire du collecteur} \\ 1 & \text{il existe une liaison entre le noeud M et le noeud N par l'intermédiaire du collecteur.} \end{cases}$$

$$L3(M,N) = \begin{cases} 0 & \text{il n'existe pas de liaison entre le noeud M et le noeud N par l'intermédiaire de la base} \\ -1 & \text{il existe une liaison par l'intermédiaire collecteur base} \\ 1 & \text{il existe une liaison entre le noeud N et le noeud M par l'intermédiaire base-collecteur.} \end{cases}$$

*émetteur*

Pour illustrer tout ce qui vient d'être énoncé, supposons la configuration ci-dessous :

**Remarque** : Toutes les tensions sont prises par rapport à la masse :  
La sortie sera prise aux bornes d'une capacité :



Transistor  $i$      $E(I, i) = 1$  ;     $B(I, i) = 0$     ;     $C(I, i) = 0$

Transistor  $m$      $E(I, m) = 0$  ;     $B(I, m) = 1$     ;     $C(I, m) = 0$

Transistor  $k$      $E(I, k) = 0$  ;     $B(I, k) = 0$     ;     $C(I, k) = 1$

$$Nd(I, i) = 1$$

$$Nd(I, m) = -1$$

$$Nd(I, k) = -1$$

Pour la capacité c'est (-1)

Nous procédons de la même façon pour tous les nœuds du circuit .

Pour les liaisons entre Nœuds :

$$L1(I, M) = \quad L2(I, M) = \quad L3(I, M) =$$

$$L1(I, S) = \quad L2(I, S) = \quad L3(I, S) =$$

$$L1(I, R) = \quad L2(I, R) = \quad L3(I, R) =$$

$$L1(I, Q) = \quad L2(I, Q) = \quad L3(I, Q) =$$

$$L1(I, P) = \quad L2(I, P) = \quad L3(I, P) =$$

$$L1(I, N) = \quad L2(I, N) = \quad L3(I, N) =$$



### Formation du système $AX = B$ :

Pour déterminer les tensions inconnues, il faudra ramener le système d'équations aux noeuds à un système de la forme  $AX = B$ , les composantes du vecteur  $X$  seront alors calculées à partir de la méthode de résolution numérique.

Pour cela il conviendra de trouver une méthode pour calculer les éléments de la matrice conductance  $A$  et les composantes du vecteur  $B$ .

Le modèle numérique du transistor bipolaire est donné par :  
pour le transistor  $K$  et le noeud  $N$  :

$$I_k^{n+1, m+1} = I_k^{n+1, m} + G_{Ck}^{n+1, m} (V_{Ck}^{n+1, m+1} - V_{Ck}^{n+1, m}) + G_{Ek}^{n+1, m} (V_{Ek}^{n+1, m+1} - V_{Ek}^{n+1, m}) + G_{Bk}^{n+1, m} (V_{Bk}^{n+1, m+1} - V_{Bk}^{n+1, m})$$

Les tensions et courants inconnus sont celles de la  $(M+1)^{\text{ème}}$  itération

### ~~illustration~~

Celles de la  $M^{\text{ème}}$  itération sont connues.

de même que le courant et les conductances de la  $M^{\text{ème}}$  itération sont connues.

Les termes connus forment les composants du vecteur  $B$ . Les éléments de la matrice conductance sont calculés uniquement à partir des conductances.

Dans le cas où les tensions des électrodes sont des tensions de commande ou d'alimentation alors :

$$V^{m+1, m+1} - V^{n+1, m} = 0$$

Pour cela il faut prévoir pour chaque composante du vecteur  $B$  des termes qui précisent la présence ou non des tensions d'alimentation ou de commande.

Nous définissons les paramètres suivants :

Pour le transistor  $K$  :

$H1(K) \begin{cases} 0 & \text{l'émetteur est relié à une tension extérieure} \\ 1 & \text{l'émetteur du transistor } K \text{ est non relié à une} \\ & \text{tension extérieure} \end{cases}$

$H2(K) \begin{cases} 0 & \text{Collecteur du transistor } K \text{ est relié à une tension} \\ & \text{extérieure} \\ 1 & \text{Collecteur du transistor } K \text{ non relié à une tension} \\ & \text{extérieure} \end{cases}$

$H3(K) \begin{cases} 0 & \text{base du transistor } K \text{ est reliée à une tension} \\ & \text{extérieure} \\ 1 & \text{Base du transistor } K \text{ est non reliée à une tension} \\ & \text{extérieure.} \end{cases}$

Pour la capacité on a :

Le courant dans la capacité est donné par :

$$i_c = C \frac{dV}{dt}$$

En discrétisant il vient :  $i_c = C \frac{V^{n+1} - V^n}{T}$

que l'on peut écrire

$$i_c = C \frac{V^{n+1, m+1} - V^n}{T}$$

donc si au noeud I il existe une capacité alors  $\frac{CI}{T}$  apparaît dans l'élément de la diagonale A(I,I) de la matrice conductance et dans la composante B(I) du vecteur courant B.

Ainsi après tout ce qui vient d'être défini ci-dessus :  
 Pour un système de Neoud et transistors on obtient de N équations à N inconnues.

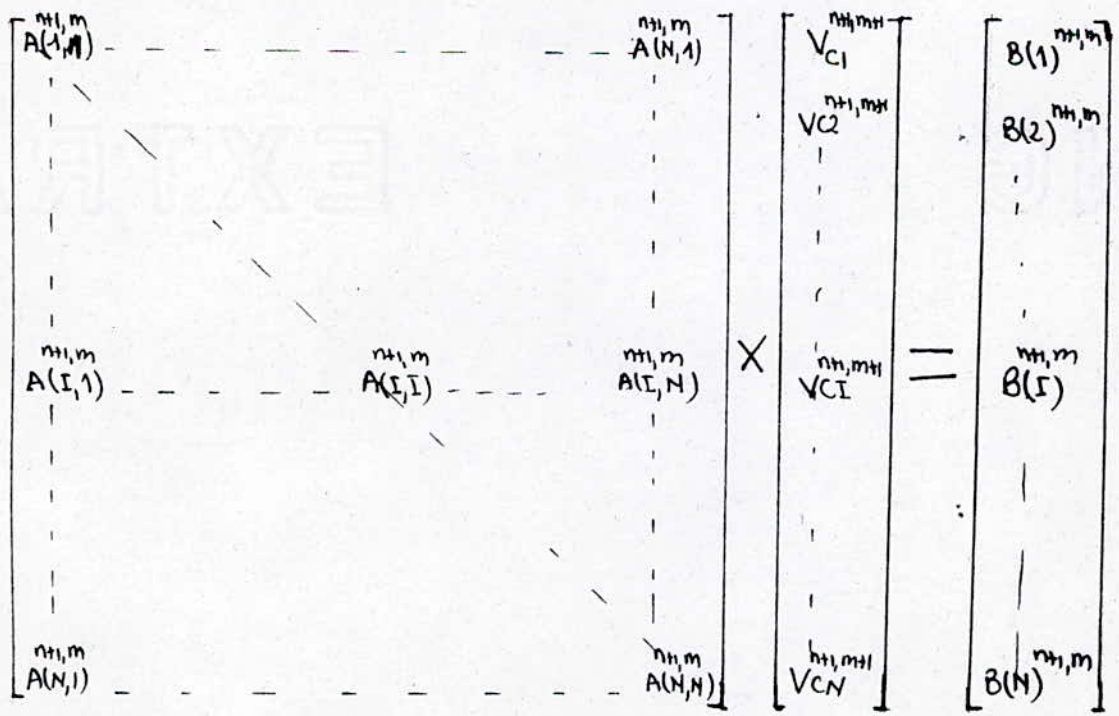
$$A^{n+1, m}(1,1) V_{C1} + A^{n+1, m}(1,2) V_{C2} + \dots + A^{n+1, m}(1,I) V_{CI} + \dots + A^{n+1, m}(1,N) V_{CN} = B(1)^{n+1, m}$$

$$A^{n+1, m}(2,1) V_{C1} + A^{n+1, m}(2,2) V_{C2} + \dots + A^{n+1, m}(2,I) V_{CI} + \dots + A^{n+1, m}(2,N) V_{CN} = B(2)^{n+1, m}$$

$$A^{n+1, m}(I,1) V_{C1} + A^{n+1, m}(I,2) V_{C2} + \dots + A^{n+1, m}(I,I) V_{CI} + \dots + A^{n+1, m}(I,N) V_{CN} = B(I)^{n+1, m}$$

$$A^{n+1, m}(N,1) V_{C1} + A^{n+1, m}(N,2) V_{C2} + \dots + A^{n+1, m}(N,I) V_{CI} + \dots + A^{n+1, m}(N,N) V_{CN} = B(N)^{n+1, m}$$

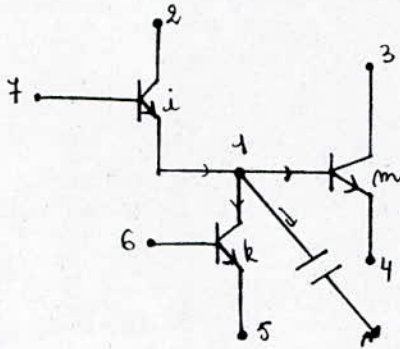
On peut écrire le système sous forme matricielle :



CALCUL DES ELEMENTS DE LA MATRICE CONDUCTANCE

Etudions l'exemple ci-dessous :

On suppose qu'à chaque noeud existe une capacité.



au Noeud 1

$$I_E^{n+1,m+1} - I_B^{n+1,m+1} - I_{Ck}^{n+1,m+1} - C1 \frac{V_{C1}^{n+1,m+1} - V_{C1}^n}{T}$$

On remplace les courants par les expressions :

$$\begin{aligned} & I_E^{n+1,m} + G E_i^{n+1,m} (V_{Ei}^{n+1,m+1} - V_{Ei}^{n+1,m}) + G B_i^{n+1,m} (V_{Bi}^{n+1,m+1} - V_{Bi}^{n+1,m}) + G C_i^{n+1,m} (V_{Ci}^{n+1,m+1} - V_{Ci}^{n+1,m}) - I_{Bm}^{n+1,m} - G E_m^{n+1,m} (V_{Em}^{n+1,m+1} - V_{Em}^{n+1,m}) \\ & - G B_m^{n+1,m} (V_{Bm}^{n+1,m+1} - V_{Bm}^{n+1,m}) - G C_m^{n+1,m} (V_{Cm}^{n+1,m+1} - V_{Cm}^{n+1,m}) - I_{Ck}^{n+1,m} - G E_k^{n+1,m} (V_{Ek}^{n+1,m+1} - V_{Ek}^{n+1,m}) \\ & - G B_k^{n+1,m} (V_{Bk}^{n+1,m+1} - V_{Bk}^{n+1,m}) - G C_k^{n+1,m} (V_{Ck}^{n+1,m+1} - V_{Ck}^{n+1,m}) - C_1 \frac{V_{C1}^{n+1,m+1} - V_{C1}^n}{T} = 0 \end{aligned}$$

On a :

$$\begin{aligned} V_{Ei}^{n+1,m+1} &= V_{C1}^{n+1,m+1} & ; & & V_{Bi}^{n+1,m+1} &= V_{C7}^{n+1,m+1} & ; & & V_{Ci}^{n+1,m+1} &= V_{C2}^{n+1,m+1} \\ V_{Em}^{n+1,m+1} &= V_{C4}^{n+1,m+1} & ; & & V_{Bm}^{n+1,m+1} &= V_{C1}^{n+1,m+1} & ; & & V_{Cm}^{n+1,m+1} &= V_{C4}^{n+1,m+1} \\ V_{Ek}^{n+1,m+1} &= V_{C5}^{n+1,m+1} & ; & & V_{Bk}^{n+1,m+1} &= V_{C6}^{n+1,m+1} & ; & & V_{Ck}^{n+1,m+1} &= V_{C1}^{n+1,m+1} \end{aligned}$$

En remplaçant il vient :

$$\begin{aligned} & I_{Ei}^{n+1,m} + G E_i^{n+1,m} (V_{C1}^{n+1,m+1} - V_{Ei}^{n+1,m}) + G B_i^{n+1,m} (V_{C7}^{n+1,m+1} - V_{Bi}^{n+1,m}) + G C_i^{n+1,m} (V_{C2}^{n+1,m+1} - V_{Ci}^{n+1,m}) - I_{Bm}^{n+1,m} - \\ & G E_m^{n+1,m} (V_{C4}^{n+1,m+1} - V_{Em}^{n+1,m}) - G B_m^{n+1,m} (V_{C1}^{n+1,m+1} - V_{Bm}^{n+1,m}) - G C_m^{n+1,m} (V_{C3}^{n+1,m+1} - V_{C3}^{n+1,m}) - I_{Ck}^{n+1,m} - \\ & G E_k^{n+1,m} (V_{C5}^{n+1,m+1} - V_{Ek}^{n+1,m}) - G B_k^{n+1,m} (V_{C6}^{n+1,m+1} - V_{Bk}^{n+1,m}) - G C_k^{n+1,m} (V_{C1}^{n+1,m+1} - V_{Ck}^{n+1,m}) - \\ & C_1 \frac{V_{C1}^{n+1,m+1} - V_{C1}^n}{T} \end{aligned}$$

$$V_{c1}^{n+1, m+1} \left( G E_i^{n+1, m} - G B_m^{n+1, m} - G C_k^{n+1, m} - \frac{C_1}{T} \right) + G C_i^{n+1, m} V_{c2}^{n+1, m+1} - G C_m^{n+1, m} V_{c3}^{n+1, m+1} - G E_m^{n+1, m} V_{c4}^{n+1, m+1}$$

$$- G E_k^{n+1, m} V_{c5}^{n+1, m+1} - G B_k^{n+1, m} V_{c6}^{n+1, m+1} + G B_i^{n+1, m} V_{c7}^{n+1, m+1} = - \lambda_{Ei}^{n+1, m} + G E_i^{n+1, m} V_{Ei}^{n+1, m} + G B_i^{n+1, m} V_{Bi}^{n+1, m} + G C_i^{n+1, m} V_{Ci}^{n+1, m}$$

$$+ \lambda_b^{n+1, m} - G E_m^{n+1, m} V_{Em}^{n+1, m} - G B_m^{n+1, m} V_B^{n+1, m} - G C_m^{n+1, m} V_{Cm}^{n+1, m} + \lambda_{ck}^{n+1, m} - G E_k^{n+1, m} V_{Ek}^{n+1, m} - G B_k^{n+1, m} V_{Bk}^{n+1, m} - G C_k^{n+1, m} V_{Ck}^{n+1, m} - \frac{C_1}{T} V_i^{n+1, m}$$

$$\left( G E_i^{n+1, m} - G B_m^{n+1, m} - G C_k^{n+1, m} - \frac{C_1}{T} \right) V_{c1}^{n+1, m+1} + G C_i^{n+1, m} V_{c2}^{n+1, m+1} - G C_m^{n+1, m} V_{c3}^{n+1, m+1} - G E_m^{n+1, m} V_{c4}^{n+1, m+1} - G E_k^{n+1, m} V_{c5}^{n+1, m+1}$$

$$- G B_k^{n+1, m} V_{c6}^{n+1, m+1} + G B_i^{n+1, m} V_{c7}^{n+1, m+1} = \lambda_{Bm}^{n+1, m} + \lambda_{ck}^{n+1, m} - \lambda_{Ei}^{n+1, m} + G E_i^{n+1, m} V_{Ei}^{n+1, m} + G B_i^{n+1, m} V_{Bi}^{n+1, m} + G C_i^{n+1, m} V_{Ci}^{n+1, m}$$

$$- G E_m^{n+1, m} V_{Em}^{n+1, m} - G B_m^{n+1, m} V_B^{n+1, m} - G C_m^{n+1, m} V_{Cm}^{n+1, m} - G E_k^{n+1, m} V_{Ek}^{n+1, m} - G B_k^{n+1, m} V_{Bk}^{n+1, m} - G C_k^{n+1, m} V_{Ck}^{n+1, m} - \frac{C_1}{T} V_i^{n+1, m}$$

donc

$$A(1,1) = G E_i^{n+1, m} - G B_m^{n+1, m} - G C_k^{n+1, m} - \frac{C_1}{T}$$

$$\text{donc on peut écrire : } A(I,I) = \sum_{j=1}^T N_d(I,K) \left( E(I,J) G E(K) + G(I,J) G C(K) + B(I,J) G B(K) \right) - \frac{C(I)}{T}$$

T : nombre de transistors

$$A(I,I) = \sum_{k=1}^T N_d(I,K) \left( E(I,K) G E(K) + B(I,K) G B(K) + G(I,K) G C(K) \right) - \frac{C(I)}{T}$$

Pour les éléments non diagonaux :

EXTRA

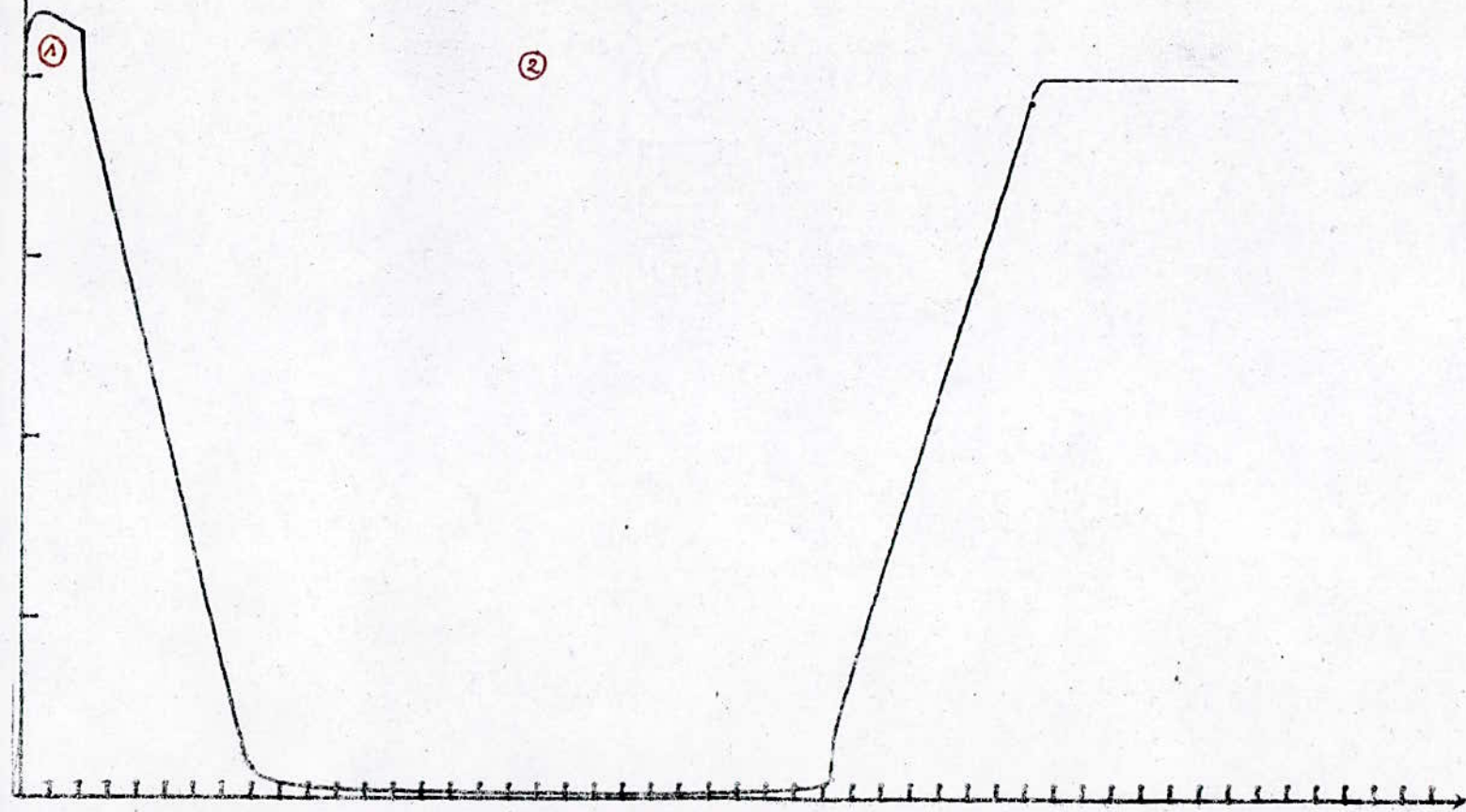
$$R_c = 1000 \Omega$$

$$R_b = 5000 \Omega$$

$$V_b = 4 j - 2 v$$

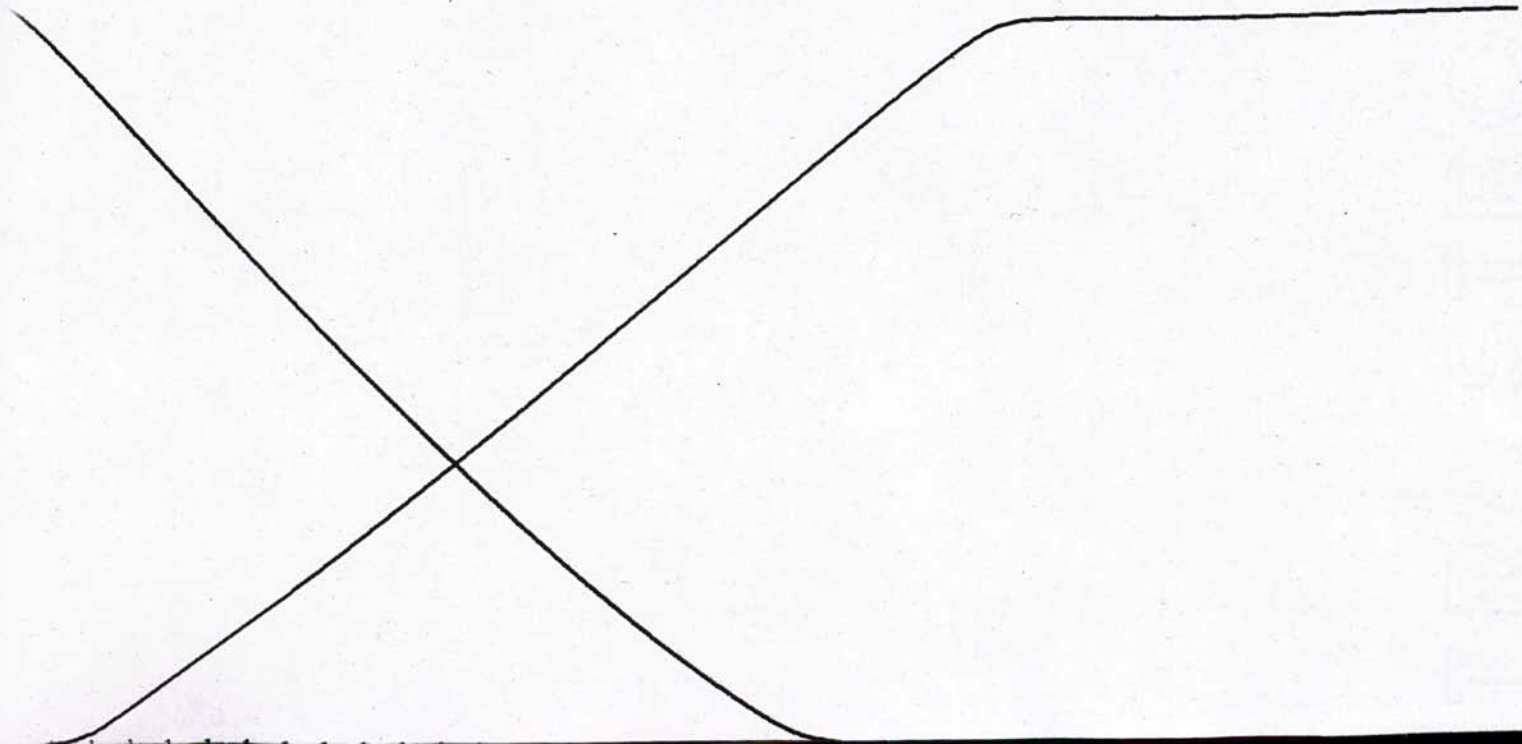
phase ① :  $T = 10^{-8} s$   
phase ② :  $T = 10^{-6} s$

$$N = 3 T$$

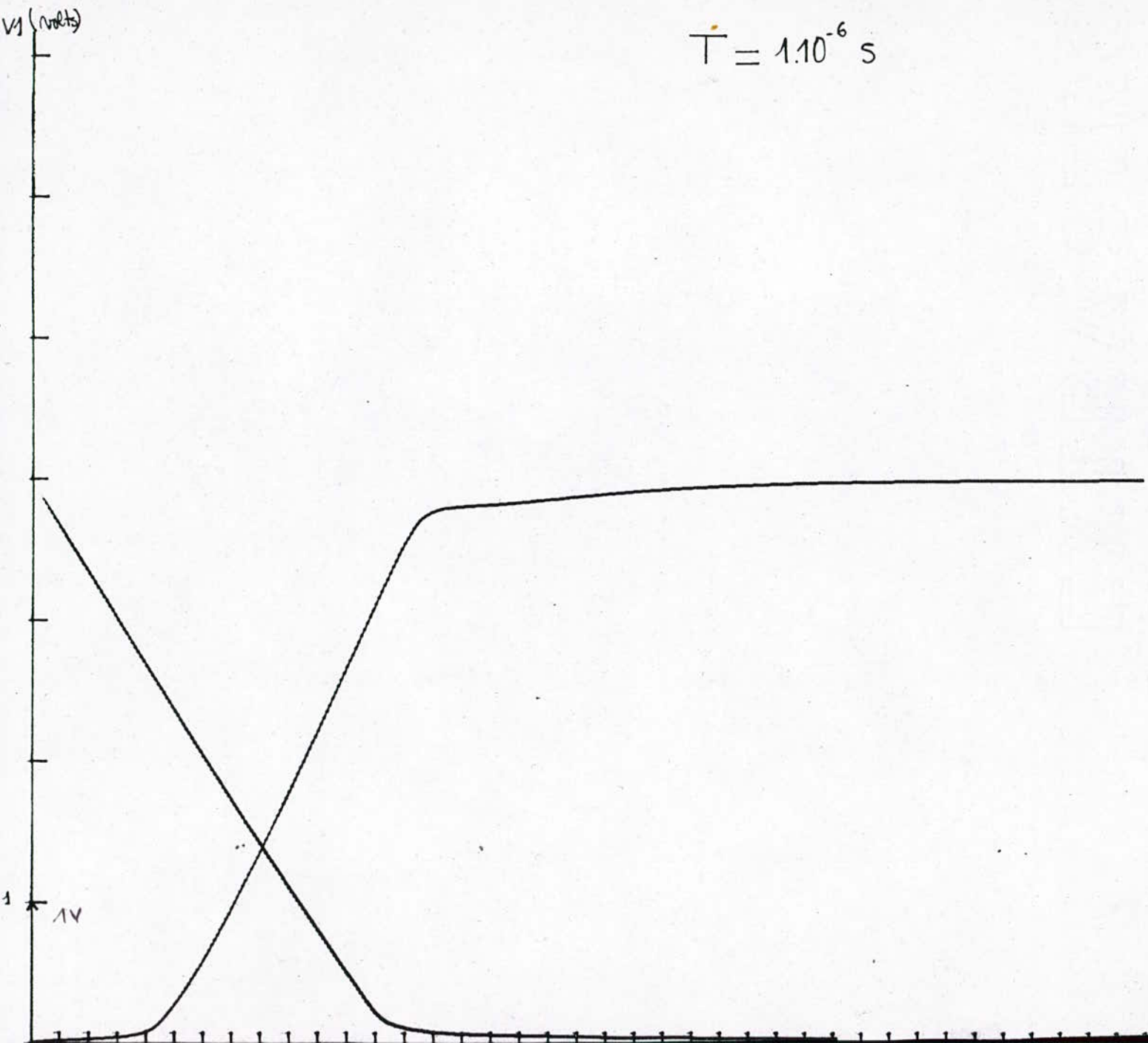


(vols)

$$T = 1 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$



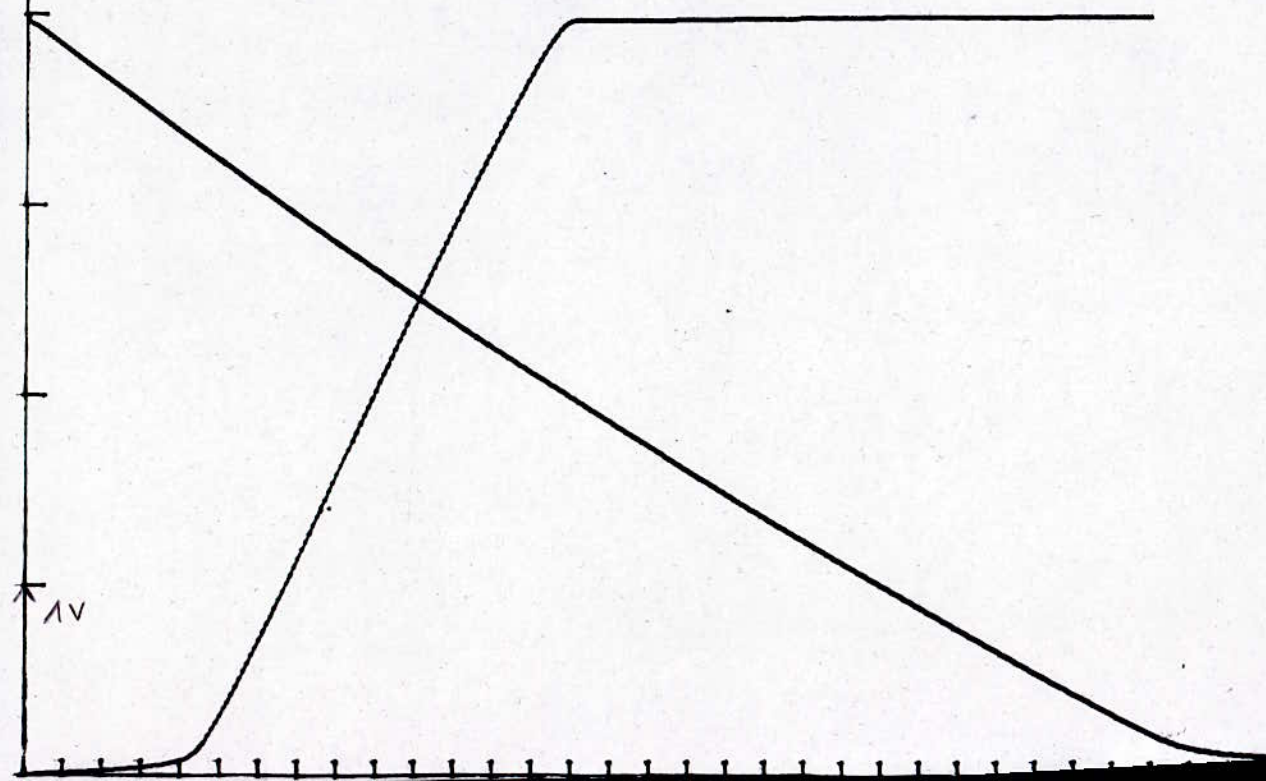
$$T = 1.10^{-6} \text{ s}$$



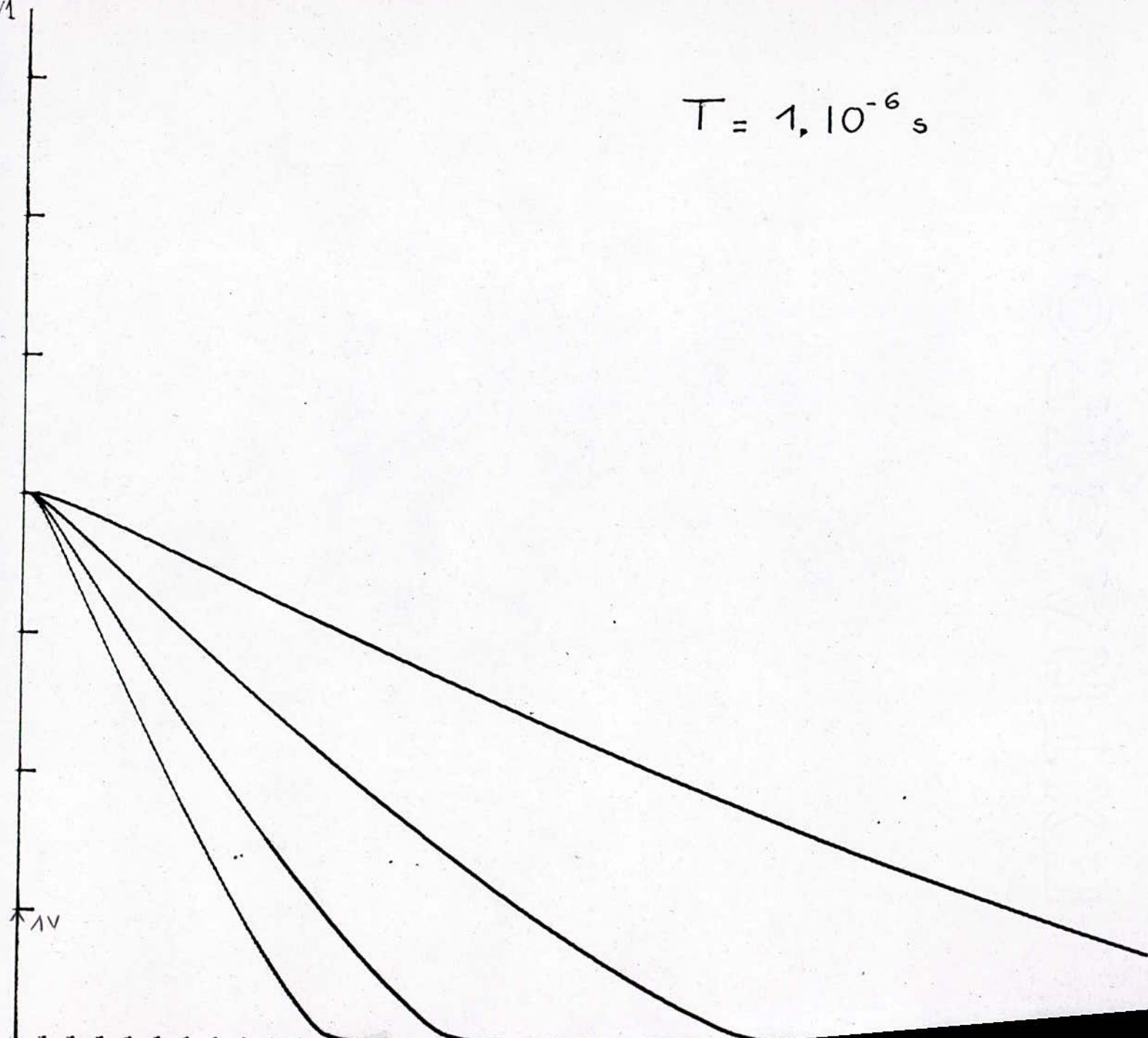


V<sub>1</sub> (Volts)

$$T = 1.10^{-6} \text{ s}$$

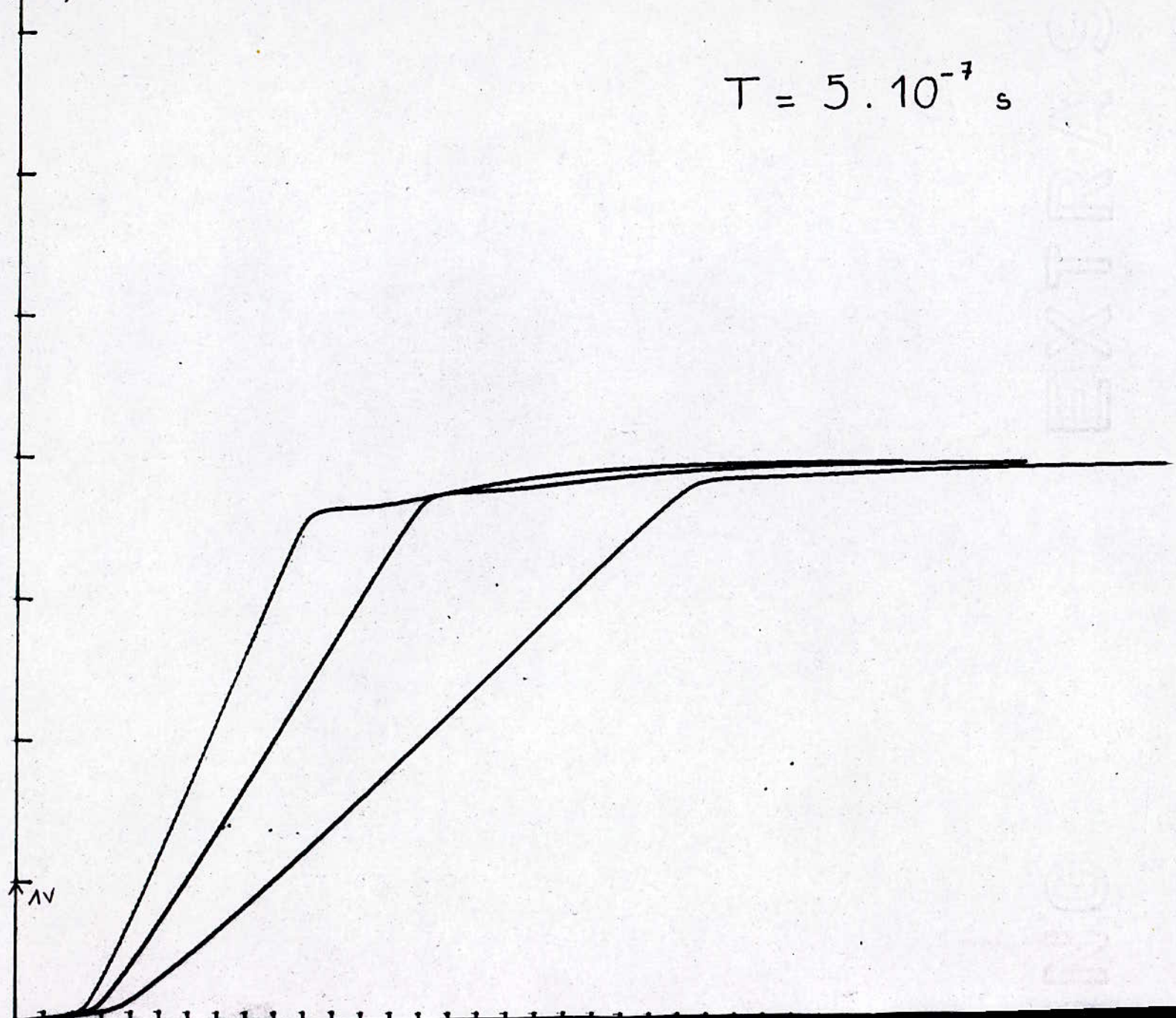


$$T = 1, 10^{-6} \text{ s}$$



V1 (Volts)

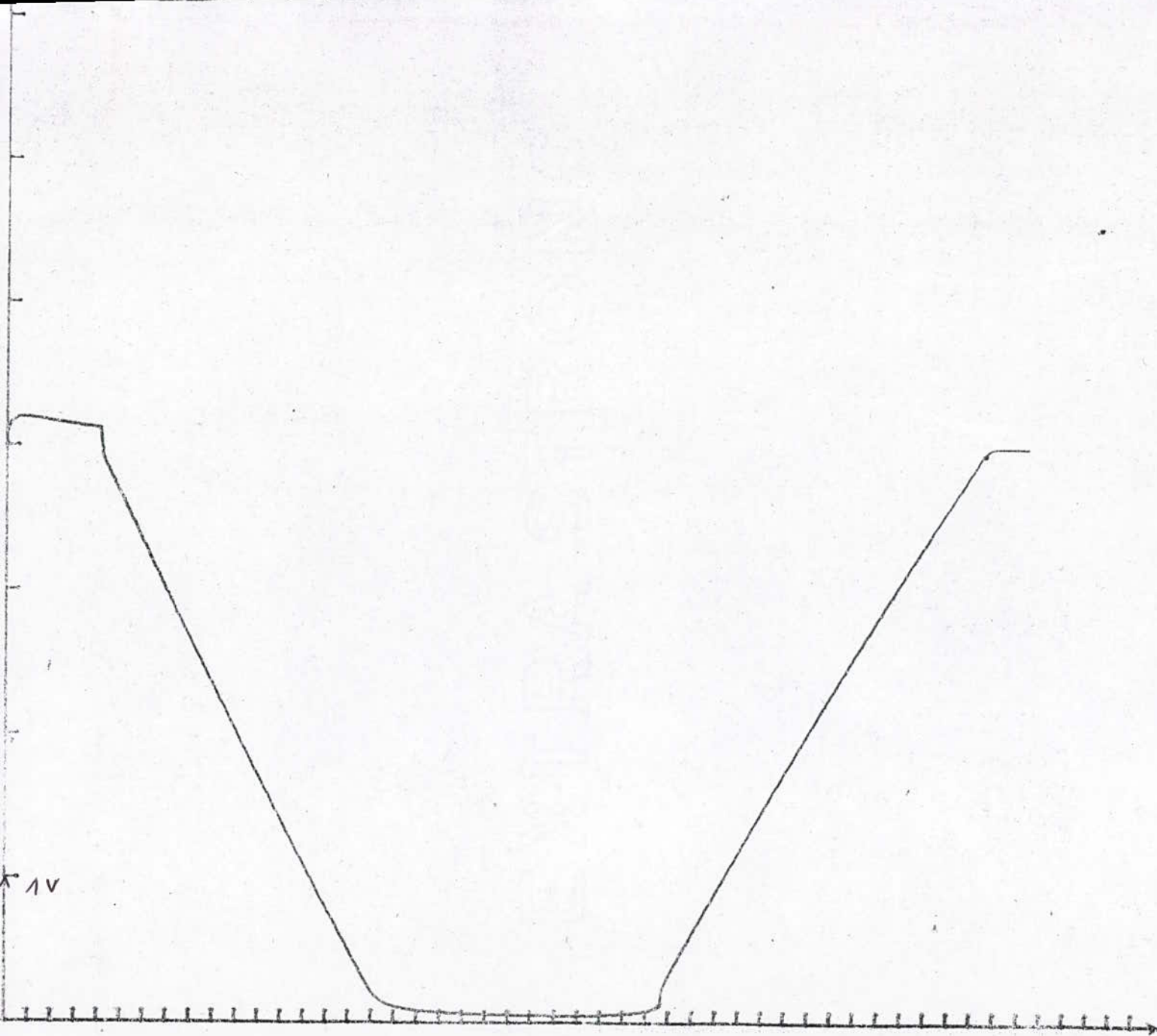
$$T = 5 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$



$$R_c = 1000 \Omega$$

$$R_b = 10000 \Omega$$

$$V_b = 4, -2 \text{ V}$$



### 3.7 Conclusion :

Les courbes de la tension collecteur en fonction du temps obtenues par programme donnent assez correctement le sens de variation que l'on devrait obtenir lors de l'application d'un signal carré sur la base, pour l'inverseur. Il reste, maintenant, à savoir si les temps obtenus au cours de ces différentes phases correspondent assez bien à l'expérience.

## CHAPITRE 4 : VÉRIFICATIONS EXPERIMENTALES

1° Objet :

Nous procédons dans ce chapitre, à la comparaison des mesures faites sur une maquette du laboratoire de "Technique des impulsions" avec les résultats du Programme obtenus dans le chapitre précédent.

2° Mesure des paramètres du transistor :

Le schéma du circuit sur lequel nous effectuons les mesures est donné par la figure 4-1.

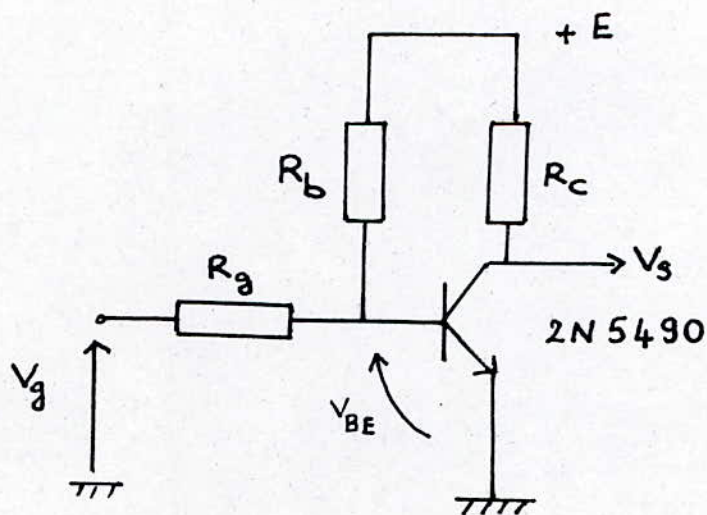


fig 4-1

E : Tension de polarisation

$V_g$  : Tension de commande fournie par un générateur de signaux carrés dont la fréquence est réglable

Transistor : 2N5490 (Transistor de puissance utilisé ici en commutation)

caractéristiques :  $V_{CE_{max}} = 50 \text{ V}$  ,

$V_{EB_{max}} = 5 \text{ V}$  ,  $I_{C_{max}} = 7 \text{ A}$  ,  $P_{tot} = 50 \text{ W}$  ;

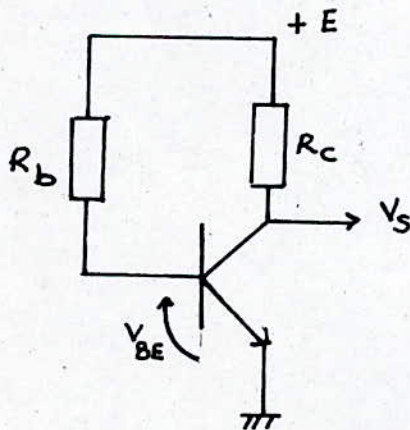
$\beta = 20 \div 100$

a) Mesure de  $\beta$  :

En supprimant  $R_g$  et en fixant  $R_b$  à  $100 \text{ k}\Omega$  ,

$R_c = 1 \text{ k}\Omega$  et  $E = 6 \text{ V}$  , nous relevons

les tensions  $V_s$  et  $V_{BE}$  . (fig 4-2) :



par mesure :  $V_s = 2V$  et  $V_{BE} = 0,5V$ ,

$$I_c = \beta \cdot I_B \Rightarrow \beta = \frac{I_c}{I_B}$$

or  $I_c = \frac{E - V_s}{R_c}$  et  $I_B = \frac{E - V_{BE}}{R_B}$

d'où  $\beta = \frac{E - V_s}{R_c} \cdot \frac{R_B}{E - V_{BE}}$

$$\beta = \frac{6 - 2}{6 - 0,5} \cdot \frac{100}{1} = 72,72 \approx 73$$

b) Mesure des paramètres  $\tau_\beta$  et  $C_c$  :

$\tau_\beta$  : durée de vie des porteurs minoritaires dans la base.

$C_c$  : capacité de collecteur

Ces paramètres sont donnés par la relation :

$$t_d = 2,2 \cdot (\tau_\beta + \beta \cdot C_c \cdot R_c)$$

$t_d$  représente le temps de descente de la tension collecteur.

On effectue la mesure de  $t_d$  pour deux valeurs de  $R_c$  différentes.

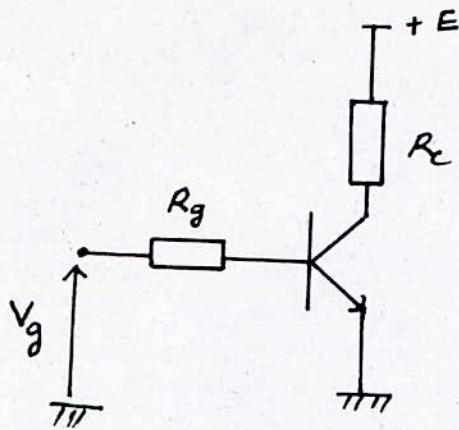
Le générateur d'impulsions carrées est branché à l'entrée (sur  $R_g$ ).  $R_b$  est supprimé,

$R_g$  est fixé à  $100 \text{ k}\Omega$ ,  $R_c = 1 \text{ k}\Omega$ ;  $E = 6V$

fréquence du signal d'entrée :  $f_g = 200 \text{ Hz}$ ,

$V_g = -4V$  amplitude du signal d'entrée





pour  $R_{c1} = 1 \text{ k}\Omega$  on obtient  $t_{d1} = 75 \mu\text{s}$

$R_{c2} = 3,3 \text{ k}\Omega$  " "  $t_{d2} = 150 \mu\text{s}$

ainsi d'après la relation écrite plus haut :

$$t_{d1} = 2,2 (\tau_{\beta} + \beta \cdot C_c \cdot R_{c1})$$

$$t_{d2} = 2,2 (\tau_{\beta} + \beta \cdot C_c \cdot R_{c2})$$

$$\left. \begin{array}{l} t_{d1/2,2} = \tau_{\beta} + \beta C_c \cdot R_{c1} \\ t_{d2/2,2} = \tau_{\beta} + \beta C_c \cdot R_{c2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{t_{d1} - t_{d2}}{2,2} = \beta \cdot C_c (R_{c1} - R_{c2})$$

$$C_c = \frac{t_{d1} - t_{d2}}{2,2 \cdot \beta (R_{c1} - R_{c2})}$$

$$C_c = \frac{75 - 150}{2,2 \cdot 73 \cdot (1 - 3,3)} = 0,203 \text{ nF}$$

$$C_c \approx 203 \text{ pF}$$

Calcul de  $\tau_{\beta}$  :

$$\tau_{\beta} = \frac{t_{d1}}{2,2} - \beta \cdot C_c \cdot R_{c1} ; \tau_{\beta} = \frac{7,5}{2,2} - 73 \cdot 0,203 \cdot 1$$

$$\tau_{\beta} = 19,3 \mu\text{s}$$

3° Mesure des temps : de descente, de montée et de désaturation de la tension collecteur.

valeurs des résistances :  $R_g = 5\text{ k}\Omega$  ;  $R_c = 1\text{ k}\Omega$ .

Tension de Polarisation :  $E = 4\text{ V}$

$t_m$  : temps de montée de la tension collecteur

$t_d$  : " " descente " " " "

$t_s$  : " " désaturation " " " "

Pour différentes valeurs d'amplitude de  $V_g$ , on obtient le tableau de valeurs suivant.

$V_g$ (en V) \ temps (en $\mu\text{s}$ )	$t_d$	$t_m$	$t_s$
1	21,5	19,0	4,0
2	7,0	20,0	5,0
3	3,9	20,5	9,0
3,5	3,3	21,0	10,0

Comparaison des résultats expérimentaux avec ceux du programme :

a) résultats du programme :

nous avons affecté à la tension de commande (qui est désignée par  $V_B$  dans l'algorithme) les valeurs suivantes :  $V_B = 2; 3; 3,5$  Volts pour les valeurs de résistances :  $R_g = 5k\Omega$  ;  $R_c = 1k\Omega$  et une tension d'alimentation  $E = 4V$  .

On obtient les temps de ~~montée~~ descente suivants :

$V_B$ (en V)	$t_d$
2	38
3	22
3,5	15

Les courbes du programme sont montrées en fig page 49 .

maintenant , pour une tension initiale  $V_B = 2V$  , on applique les échelons de Tensions successifs négatifs :  $V_B = -1, -2, -3 V$  on relève les valeurs suivantes des temps de montée et de désaturation :

$V_B$ (en V)	$t_m$ (en $\mu s$ )	$t_s$ (en $\mu s$ )
-1	80	20
-2	45	17
-3	32	11

les courbes du programme sont montrées en  
Fig page 50.

On remarque tout de suite que le temps de descente diminue quand la tension  $V_B$  augmente (influence du courant de base), et que les temps de désaturation et de montée augmentent quand la tension inverse appliquée sur la base passe à des valeurs inférieures.

Le phénomène de l'influence du courant de base sur les temps de commutation est bien simulé.

Par contre les différents temps obtenus ne correspondent pas assez bien avec l'expérience.

On peut donc conclure, que le modèle donne une bonne explication aux variations des tensions de sortie en fonction du temps.

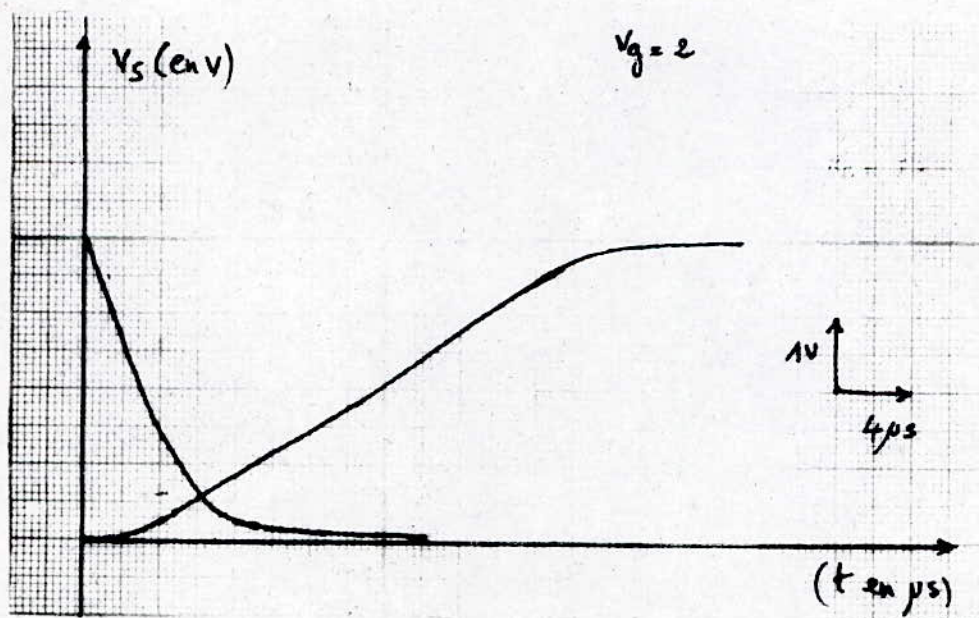
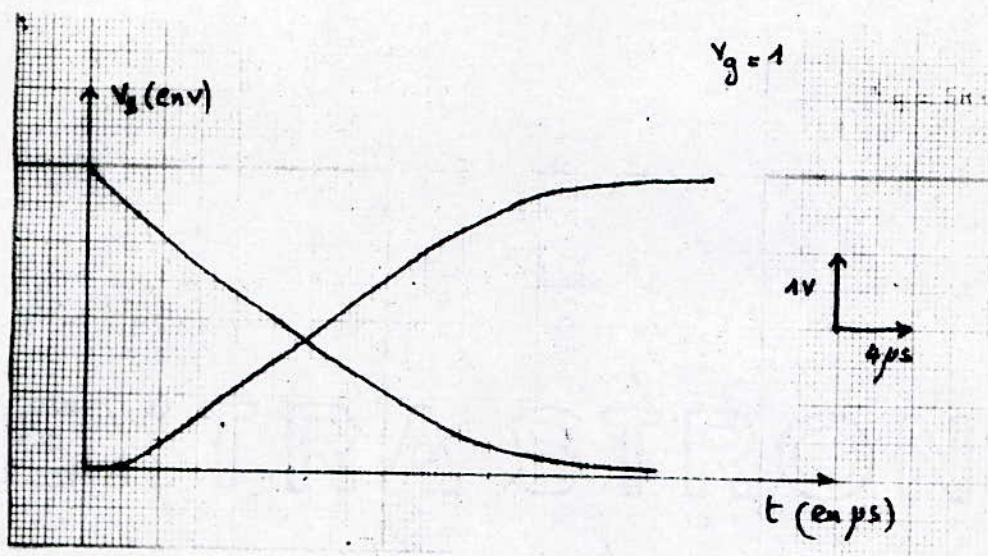
L'écart entre les valeurs expérimentales et celles du programme est dû à des effets physiques que l'on n'a pas considérés dans le modèle (qui a été simplifié).

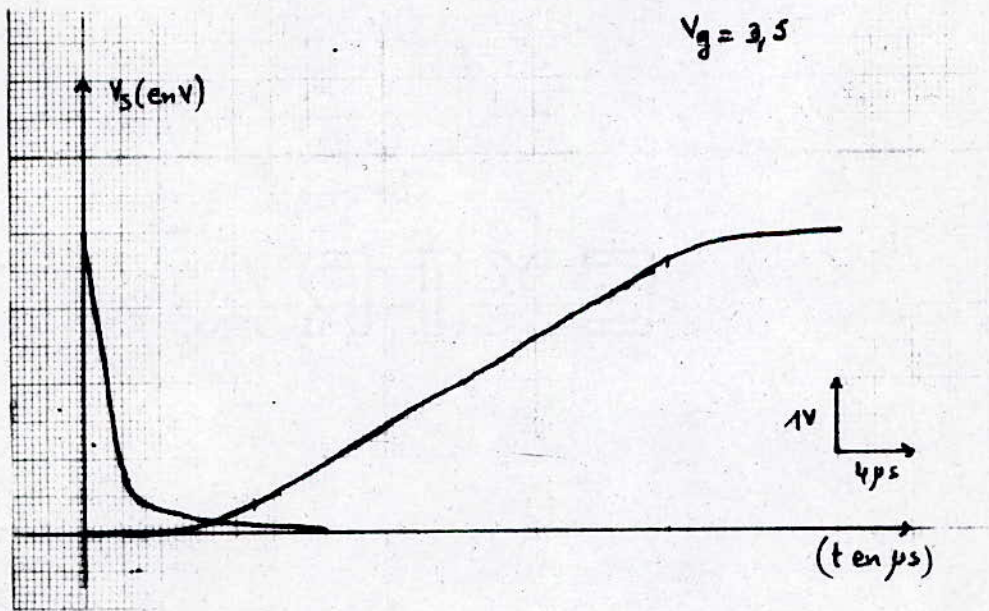
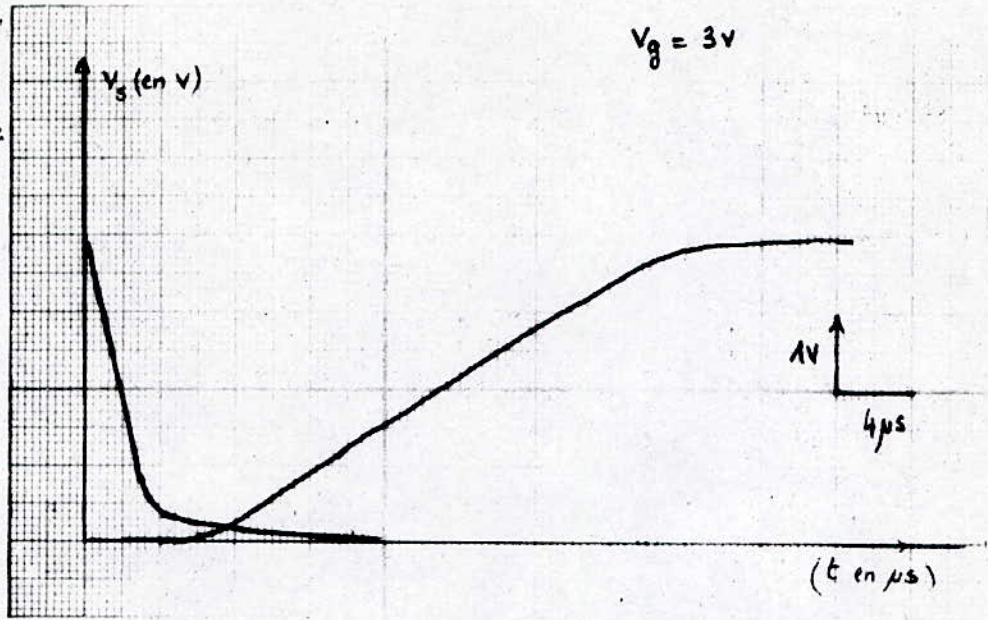
fig page 46 ; 48 .

$$R_g = 10\,000 ; (R_b = \infty) :$$

l'augmentation de  $V_b$  implique une diminution du temps de descente et une augmentation du temps de montée .

courbes expérimentales





## CONCLUSION

Un modèle numérique du transistor bipolaire se basant sur les équations d'EBERS et MOLL a été élaboré, les courbes obtenues par programme ont donné une assez bonne interprétation des variations des tensions de sortie lors du passage entre les différents états ( bloqué, normal, saturé ). L'écart entre les valeurs expérimentales et celles du programme pour les temps de commutation s'explique d'une part; par l'influence d'autres effets physiques intervenant dans le comportement du transistor nous en citons les principaux :

- effet de la résistance de base
- les gains en courants qui sont variables
- la largeur de la base varie lorsque la tension collecteur change ( effet EARLY )

d'autre part :- une divergence possible des programmes est due aux capacités de transition qui lorsqu'elles deviennent assez grandes, ont une influence sur les temps de réponse .

- quand les jonctions sont polarisées en inverse on peut obtenir des niveaux de courant très forts
- certains coefficients ont été choisis arbitrairement Ex : courants de saturation inverses

Nous avons ensuite proposé une méthode de généralisation pour montrer que le programme d'analyse de l'inverseur peut servir de base à l'élaboration d'un programme plus vaste encore pouvant simuler le comportement de circuits numériques comportant plus de transistors .

Il est certain que cette étude ne peut s'arrêter à ce stade car beaucoup d'aspects restent à étudier en vue de l'amélioration de ce modèle, mais nous espérons qu'elle pourra servir de base à ceux qui voudront aborder l'étude de la simulation du transistor en commutation .



```

900 PAGE
101 VIEWPORT 0,80,0,80
102 WINDOW 1,500,0,8
103 AXIS 10,1
105 DIM A(2,2),B(2),X(2),D(2,2)
110 C0=1.0E-9
130 T=1.0E-8
140 Rc=1000
150 Rb=5000
160 TE=1.0E-5
170 Ts=1.0E-5
180 Is=7.0E 42
190 L=40
200 Ar=0.987
205 F1=0.7
210 Ai=0.8
220 Vb=4
230 L=4
240 V1=4
250 V2=1
260 V1f=V1
270 V2f=V2
280 N=1
290 IF V2>0 THEN
300 PRINT "FIN DU REGIME BLOCQUE"
310 GO TO 530
330 ELSE
340 Ctc=C0/(1-(V2-V1)/F1)^0.5
350 Cte=C0/(1-V2/F1)^0.5
360 A(1,1)=Ctc/T+1/Rc
370 A(1,2)=-Ctc/T
380 A(2,1)=-Cte/T
390 A(2,2)=1/Rb+(Ctc+Cte)/T
400 B(1)=Ctc/T*(V1f-V2f)+E/Rc
410 B(2)=- (Ctc/T)*V1f+V2f/T*(Ctc+Cte)+Vb/Rb
420 D=2N*(A)
430 X=D MPY B
440 V1=X(1)
450 V2=X(2)
460 V1f=V1
470 V2f=V2
480 DRAW N,V1
490 N=N+1
500 GO TO 290
510 END IF
520 N1=N
525 MOVE N1,V1
530 V1f=V1

```

```

535 V2=0.4
540 V2f=V2
550 Vt=V1
560 FOR N1=N TO N+200
590     T=1.0E-6
600     G2=L*Is*EXP(L*V2)
610     I2=Is*(EXP(L*V2)-1)
620     Cde=Tb*G2
622     I1=Is*(EXP(L*(V2-V1))-1)
624     G1=L*Is*EXP(L*(V2-V1))
625     Cdc=Tb*G1
630     Ctc=C0/(1-(V2-V1)/F1)^0.5
635     Cte=C0/(1-V2/F1)^0.5
640     A(1,1)=1/Rc+(Cdc+Ctc)/T+G1
650     A(1,2)=- (Ctc+Cdc)/T+An*G2-G1
660     A(2,1)=-1/Rc-Ai*G1
670     A(2,2)=-1/Rb-(Cte+Cde)/T+Ai*G1-G2
680     B(1)=E/Rc-An*(I2-G2*V2)+I1-G1*(V2-V1)-(Cdc+Ctc)/T*(V2f-V1f)
690     B(2)=-Vb/Rb-Ai*(I1-G1*(V2-V1))-E/Rc+I2-G2*V2-(Cte+Cde)/T*V2f
710     D=INV(A)
720     X=D MPY B
730     V1=X(1)
740     V2=X(2)
750     IF (V1-Vt)^2<1.0E-8 THEN
760         V1f=V1
770         V2f=V2
780         Vt=V1
790         DRAW N1,V1
800     NEXT N1
810     HOME
820 ELSE
830     Vt=V1
840     GO TO 600
850 END IF
860 Vb=-2
865 V2=0.5
870 Vt=V1
875 N=N1
880 GO TO 560
890 END

```

BIBLIOGRAPHIE :

- [1] : THEORIE APPROFONDIE DU TRANSISTOR BIPOLAIRE ,  
par P. LETURCQ et G. REY .
- [2] : COMPUTER AIDED NETWORK DESIGN  
par D. CALAHAN
- [3] : COLLOQUE INTERNATIONAL SUR LA MICRO -ELECTRONIQUE  
AVANCEE . PARIS 1970 . Tome 2 .
- [4] : METHODES NUMERIQUES APPLIQUEES ,  
par M. BOUMAHRAÏ et A. GOURDIN
- [5] : PROGRAMMATION BASIC  
par GOTTFRIED