

### **REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE** Ministere de l'Enseignement Superieur et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE Departement de Genie Electrique Laboratoire de Recherche en Electrotechnique

THESE Présentée pour l'Obtention du Titre de Docteur d'Etat en Génie Electrique Option : Electrotechnique

> Par Mohamed MENAA Magister en Electrotechnique de l'USTHB

### Thème :

## APPLICATION DE LA THEORIE DU VECTEUR SPIRAL AUX MACHINES ELECTRIQUES : Modélisation, Identification et Contrôle

Soutenue publiquement, le 31 Octobre 2007, devant le jury composé de :

Président	S. Haddad	Professeur, UMM Tizi-Ouzou.
Directeur de thèse	O. Touhami	Professeur, ENP Alger.
Codirecteur de thèse	R. Ibtiouen	Professeur, ENP Alger.
Examinateur	M. Fadel	Professeur, Directeur du laboratoire LEEI, ENSEEIHT, Toulouse France.
Examinateur	A. Rezzoug	Professeur, Directeur du laboratoire GREEN, UHP, Nancy France.
Examinateur	S. Mekhtoub	Maître de Conférences, ENP Alger.
Invité	A. Kheloui	Maître de Conférences, EMP Alger.



### **REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE** Ministere de l'Enseignement Superieur et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE Departement de Genie Electrique Laboratoire de Recherche en Electrotechnique

THESE Présentée pour l'Obtention du Titre de Docteur d'Etat en Génie Electrique Option : Electrotechnique

> Par Mohamed MENAA Magister en Electrotechnique de l'USTHB

### Thème :

## APPLICATION DE LA THEORIE DU VECTEUR SPIRAL AUX MACHINES ELECTRIQUES : Modélisation, Identification et Contrôle

Soutenue publiquement, le 31 Octobre 2007, devant le jury composé de :

Président	S. Haddad	Professeur, UMM Tizi-Ouzou.
Directeur de thèse	O. Touhami	Professeur, ENP Alger.
Codirecteur de thèse	R. Ibtiouen	Professeur, ENP Alger.
Examinateur	M. Fadel	Professeur, Directeur du laboratoire LEEI, ENSEEIHT, Toulouse France.
Examinateur	A. Rezzoug	Professeur, Directeur du laboratoire GREEN, UHP, Nancy France.
Examinateur	S. Mekhtoub	Maître de Conférences, ENP Alger.
Invité	A. Kheloui	Maître de Conférences, EMP Alger.

Je dédie ce travail

I la mémoire de mon père. I ma mère, Ma femme, Mes deux fils « Mohamed Islam et Saïd Lokmane », Mes sœurs et frères.

## Srâce et louange à notre seigneur « الله » le tout puissant.

Tâche ô combien délicate que celle qui consiste à rédiger ces premières pages ! Sci plus que nulle part ailleurs dans une thèse, le choix des mots et l'ordonnancement des idées revêtent une importance démesurée, et les règles et phrases toutes faites de nos prédécesseurs, loin de simplifier les choses, ne font qu'imposer à l'auteur un périlleux exercice de style où il doit faire preuve d'originalité sans toutefois avoir le droit à l'erreur. Ces travaux de recherche se sont déroulés au sein de l'équipe Machines Electriques du Laboratoire d'Electrotechnique de l'école nationale polytechnique. Sous la codirection de Messieurs Omar Touhami et Rachid Sbtiouen.

Je tiens à remercier très vivement Monsieur Balah FCaddad, 'Rrofesseur à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury et pour ses remarques judicieuses.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur Maurice Fadel, Professeur à l'ENGEESCC et Directeur du laboratoire REES Coulouse France, pour avoir accepté de prendre part à ce jury et avoir apporté un éclairage lié à son domaine de compétences et ses remarques pertinentes.

Je tiens également à remercier Monsieur Abderrezak Rezzoug, Rrofesseur à l'Université Nenri Roincaré et Directeur du laboratoire GREEN Nancy France, pour l'honneur qu'il m'a fait, en acceptant d'examiner ce travail et pour ses remarques pertinentes.

Se remercie vivement Monsieur Saïd Mekhtoub, Maître de conférences à l' $\mathbb{E}$   $\mathbb{R}$ d'Alger, pour m'avoir fait l'honneur de faire partie du jury et pour ses conseils judicieux.

Je remercie vivement Monsieur AbdelAziz Kheloui, Maître de conférences à l'&MR d'Alger, pour m'avoir fait l'honneur d'accepter de faire partie du jurp de cette Thèse.

Je suis très reconnaissant à Messieurs Omar Touhami et Rachid Sbtiouen, Professeurs à l'E.N.P. d'Alger, pour avoir accepter de diriger mes travaux, et pour leurs encouragements et leur soutien qui m'ont été d'une aide précieuse. Reur encadrement et surtout les conseils avisés qu'ils m'ont prodiqués, témoignent de leurs qualités scientifiques et humaines.

Je voudrais aussi remercier vivement mes collègues chercheurs du laboratoire  $\& O \otimes O$  de l'U  $O O O \otimes O \otimes O$  de l'U  $O O O \otimes O \otimes O \otimes O$  d'Alger, avec lesquels j'ai passé beaucoup de temps dans une ambiance sympathique.

« Celui qui empreinte un chemin cherchant le savoir, Dieu lui facilitera un chemin vers le paradis ». Le Prophète Mahomet que le salut de Dieu soit sur lui.

> قال رسول الله صلى الله عليه وسلم : « من سلك طريق يلتمس فيه علما, سهل الله له طريق إلى الجنة.»

ملخص في أطروحتنا هذه بينا بأنه بإستيطعتينا تقيم حالات و وسائط الماكينة آلامتزامنة باستخدام متحسسان فقط منهج جديد لنمذجة و تقيم وسائط هذا النوع من الماكينات قد تما تطويره النموذج المتحصل عليه مخفض في الفضاء المركب و قائم على نظرية الشعاع الحلزوني يحتوي فقط على متغيرات و وسائط طور واحد بنسبة لساكن و الدوار «طريقة عزل الأطوار». إستعملنا أيضا مرشح جديد لتقيم حالات و سائط و سرعة دوران المكينة هذا المرشح يعتبر صيغة جديدة من الماكينات قد تما تطويره النموذج المتحصل عليه مخفض في الفضاء المركب و قائم على نظرية الشعاع الحلزوني يحتوي فقط على متغيرات و وسائط طور واحد بنسبة لساكن و الدوار «طريقة عزل الأطوار». إستعملنا أيضا مرشح جديد لتقيم حالات وسائط و سرعة دوران المكينة هذا المرشح يعتبر صيغة جديدة من مرشح كلمان «مرشح كلمان المركب الممدد» . إستخدمنا النموذج والمرشح المقدمان في هذه الأطروحة من أجل تطوير طريقة التحكم الشعاعي مع تكيف الوسائط و توجيه تدفق مابين الحديد. التحكم المقدمان في هذه الأطروحة من أجل تطوير طريقة التحكم الشعاعي مع تكيف الوسائط و توجيه تدفق مابين الحديد التحكم المعدون و وسائط و سرعة دوران المكينة منا مرشح يعتبر صيغة جديدة من مرشح كلمان «مرشح كلمان «مدالم متحسان النموذج والمرشح مرشح كلمان المركب الممدد» . إستخدمنا النموذج والمرشح المقدمان في هذه الأطروحة من أجل تطوير طريقة التحكم الشعاعي مع تكيف الوسائط و توجيه تدفق مابين الحديد. التحكم المعدور هنا لايستعمل إلا متحسسان واحد من أجل إلتقاط توتر الساكن و ثاني من أجل إلتقاط تيار الساكن و لي من أجل إلتقاط تيار الساكن بدون اللوجؤ إلى المطور هنا لايستعمل إلا متحسسان واحد من أجل إلتقاط توتر الساكن و ثاني من أجل إلتقاط تيار الساكن بدون اللوجو إلى المطور ها برك «Park» . المتائح المتحصل عليها تجريبيا و شتيليا تبين القدرات العليا لهذه الطريقة المقدمة في هذه الطروحة.

الكلمات الرئيسية : نظرية الشعاع الحلزوني, مرشح كلمان المركب الممدد, التشخيص التقدير, التحكم بدون متحسس.

Résumé— Dans ce travail, nous avons montré qu'il est possible d'estimer les états et les paramètres de la Machine asynchrone « MAS » avec seulement deux capteurs. Une nouvelle approche de modélisation dynamique et d'estimation des paramètres de la MAS est développée. Le modèle est basé sur la théorie du vecteur spiral, ce modèle mathématique est compact dans l'espace des complexes et ne dépend que des variables et paramètres d'une seule phase au stator et au rotor « méthode de séparation de phase ». Un nouveau filtre est utilisé pour estimer les états, les paramètres et la vitesse rotorique de la MAS. Ce filtre est une nouvelle variante du filtre de Kalman non linéaire sous forme complexe « filtre de Kalman complexe étendu ». Le modèle de la MAS développé et le filtre de Kalman complexe étendu sont utilisés pour développer une nouvelle commande vectorielle avec adaptation des paramètres et orientation du flux d'entrefer qui n'a besoin que de deux capteurs : un pour la tension statorique et l'autre pour le courant sans la transformation de Park. Les résultats expérimentaux et de simulation montrent l'efficacité de la méthode proposée dans ce travail.

Mots clefs : Théorie du vecteur spiral, Filtre de Kalman complexe étendu, Identification, Estimation, Commande sans capteur.

Summary— In this work, we show that it is possible to estimate the parameters and the state model of an induction motor by using only two sensors. A new approach to dynamical modelling and parameters estimation of an induction motor is developed. The proposed model is based on spiral vector theory. This leads to a compact mathematical model in complex space which depends on the variables and the parameters of only one single phase of stator and rotor. This is called phase segregation method. A new filter is also used in order to estimate the complex states, parameters and rotor speed of an induction motor. This filter is a variant of non linear Kalman filter in its complex form "Extended complex Kalman filter, ECKF". The model of an induction machine obtained by the spiral vector theory and the ECKF are used to develop a new adaptive direct airgap flux orientation control with two sensors: one for the stator voltage and one for the stator current without Park transformation. The experimental and simulation tests show the effectiveness of the proposed approach.

Key words: Spiral vector theory, Extended complex Kalman filter, Identification, Estimation, Sensorless control.

# Sommaire

# Sommaire

	INTRODUCTION GENERALE	1
	Partie A. Application de la Théorie du Vecteur Spiral à l'Analyse des Circuits Electriques	
	Listes des Symboles	
	Index des Figures et Tableaux	
	INTRODUCTION	5
	Chapitre I. Introduction à la Théorie du Vecteur Spiral	
I.	Introduction	7
II.	Définition du Vecteur Spiral	7
III.	Application de la Théorie du Vecteur Spiral à l'Analyse des Circuits Electrique.	8
IV.	Définition des Puissances en Courant Alternatif par la Théorie du Vecteur Spiral	11
	IV.1. Puissances dans les Circuits Monophasés	11
	IV.2. Puissances dans les Circuits Triphasés Equilibrés	12
V.	Conclusion	14
	Chapitre II. Analyse d'un Circuit RLC Série par la Théorie du Vecteur Spiral	
I.	Introduction	15
II.	Analyse d'un Circuit RLC Série par la Théorie du Vecteur Spiral	15
III.	Simulation	19
IV.	Conclusion	22
	CONCLUSION	23
	BIBLIOGRAPHIE	
	Partie B. Modélisation, Identification et Commande de la Machine Asynchrone	
	Liste des Symboles	
	Index des Figures et Tableaux	
	INTRODUCTION	24

### Chapitre I. Modélisation de la Machine Asynchrone par la Théorie du Vecteur Spiral

I.	Introduc	tion	26
II.	Modélis	ation de la Machines Asynchrone Triphasée	27
	II.1.	Mise en équation	28
		II.1.1. Equation électromagnétique	28
		II.1.2. Equation mécanique	30
III.	Choix d	u Référentiel	31
	III.1.	Référentiel Lié au Stator	31
	III.2.	Référentiel Lié au Champ Tournant	36
	III.3.	Référence Lié au Rotor	38
IV.	Simulati	ion du Comportement de la Machine Asynchrone	39
V.	Résultat	s de Simulation et Comparaison	41
VI.	Conclus	ion	43
	Chapi	itre II. Identification Sans Capteur de Vitesse des Paramètres	
_		de la Machine Asynchrone	
I.	Introduc	ction	44
II.	Générali	ité sur l'Identification des Paramètres	45
III.	Différen	ts Techniques Globales d'Observateurs des Paramètres	46
IV.	Présenta	tion des Observateurs	46
	IV.1.	Généralité	46
	IV.2.	Observateur Déterministe	49
	IV.3.	Observateur Stochastique	49
V.	Filtre de	Kalman Complexe	50
	V.1.	Filtre de Kalman Complexe Linéaire	51
	V.2.	Filtre de Kalman Complexe Non Linéaire	53
VI.	Réglage	du Filtre de Kalman	55
VII.	Applicat sans Cap	tion du FKCE à l'Identification des Paramètres Electriques de la MAS pteur de Vitesse	57
	VII.1.	Estimation de la Partie Imaginaire de la Tension et du Courant Statorique	59
	VII.2.	Estimation des Paramètres de la Machine Asynchrone par FKCE	60
VIII.	Résultat	s Expérimentaux et Validation du Modèle	62
	VIII.1.	Résultats Expérimentaux	62
	VIII.2.	Validation du Modèle	65
IX.	Conclus	ion	68

T	u T · T	ine machine Asynchrone avec Auaptation des raralletres	
1. 	Introdu		
II.	Comma	ande Vectorielle par Orientation du Flux d'Entrefer	
	II.1.	Procédé d'Orientation du Flux d'Entrefer	
	II.2.	Méthode de Contrôle du Flux Orienté de la Machine Asynchrone	
		II.2.1. Commande Indirecte	
		II.2.2. Commande Directe	
III.	Méthoo	des de Commandes sans Capteur	
	III.1.	Méthodes à Base d'Estimateur	
	III.2.	Méthode du Système Adaptatif Utilisant un Modèle de Référence	
	III.3.	Méthodes à Base des Réseaux de Neurones Artificiels	
	III.4.	Méthodes à Base d'Observateurs	
	III.5.	Méthode Basée sur l'Estimation de la Position des Saillances	
IV.	Applic	ation du FKCE à la Commande Vectorielle sans Capteur Mécanique	
V.	Simula Vitesse	tion du Comportement de la Commande Vectorielle sans Capteur de	
	V.1.	Simulation d'un Fonctionnement à Vitesse Normale avec Différents Couples de Charge	
	V.2.	Simulation d'un Fonctionnement dans la Zone de Défluxage	
	V.3.	Simulation d'un Fonctionnement à Faible Vitesse	
	V.4.	Simulation d'une Inversion de Vitesse	
	V.5.	Simulation d'un fonctionnement à Vitesse multiple « Réponse Dynamique »	
VI.	Conclusion		
	CONC	CONCLUSION	
	BIBLI	OGRAPHIE	
	ANNE	XES	
		Partie C. Modélisation de la Machine Synchrone	
I.	Introdu	iction	
п	Modèle	e de la Machine Synchrone à Pôles Saillant avec Amortisseurs	

	II.1.	Hypothèses Simplificatrices	104
	II.2.	Convention de Signes	104
	II.3.	Mise en Equation de la Machine Synchrone	104
III.	Analyse	e du Régime Permanent	107

IV.	Analys	e du Régime Transitoire	110
V.	Analys	e d'un Court Circuit Triphasé Brusque à Vide	116
	V.1.	Détermination des Conditions Initiales	116
	V.2.	Détermination des Courants d'Induit et de l'Inducteur	117
	V.3	Détermination des Constantes Arbitraires	121
VI.	Validation du Modèle		
	VI.1	Résultats Expérimentales et Comparaison	122
	VI.2	Discussion	124
VII.	Conclusion		124
	BIBLI	OGRAPHIE	
	ANNE	XE	
	CON	CLUSION GENERALE	126

# **INTRODUCTION GENERALE**

# **INTRODUCTION GENERALE**

Actuellement, le développement de nombreux thèmes scientifiques liés à l'identification ou à la commande des machines électriques impose un effort important de modélisation en raison des exigences croissantes sur le degré de sûreté de fonctionnement désiré ou sur les performances de la commande.

Depuis les travaux de Steinmetz, l'étude du régime permanent de la machine asynchrone est basée sur deux principes fondamentaux :

- a. L'utilisation de la méthode des phaseurs (quantité complexe) comme outil essentiel pour l'analyse et la représentation graphique de la machine asynchrone.
- b. La division du flux en un flux principal et un flux de fuite.

A partir du début du siècle dernier la théorie des deux axes et par la suite la théorie généralisée des machines électriques est massivement utilisée pour l'analyse des régimes transitoires. Dans cette théorie la machine est représentée par son enroulement biphasé fictif, où les variables d'états sont exprimées sous forme de nombres réels. Elle permet de fournir des solutions analytiques différentes de celles établies par la méthode des phaseurs.

Vu la différence entre ces deux théories d'analyse du comportement des machines électriques à courant alternatif, S. Yamamura a proposé, au début des années 90, la théorie du vecteur spiral pour l'analyse des circuits électriques et éventuellement de machines électriques. Cette théorie permet l'unification de l'analyse des régimes permanent et transitoire, en exprimant les variables d'état par un vecteur spiral tournant dans le sens trigonométrique dans le plan complexe. Elle permet aussi, pour la première fois, de définir la puissance réactive instantanée, dans un circuit électrique monophasé.

L'objectif recherché dans cette thèse qui a été effectué au sein du groupe de recherche machines électriques du laboratoire de recherche en électrotechnique de l'ENP d'Alger, est l'application de la théorie du vecteur spiral à la modélisation, l'identification et la commande

1

de la machine asynchrone triphasée et la modélisation de la machine synchrone à pôles saillants avec amortisseurs.

Notre premier objectif consiste : en premier lieu à établir un modèle d'état de la machine asynchrone dans les différents référentiels pour les deux régimes permanent et transitoire, sans la remplacer par son enroulement biphasée fictif.

En second lieu à développer un modèle simple de la machine synchrone qui représente n'importe quelle variation brusque symétrique des grandeurs de la machine, et il fournit des expressions analytiques simples qui décrivent le mieux le régime transitoire et permanent de la machine.

La structuration du modèle étant réalisée, l'étape d'identification des paramètres de la machine asynchrone en fonction du point de fonctionnement, est nécessaire pour que le modèle d'état représente le mieux possible la dynamique de la machine. Traditionnellement, les paramètres de la machine asynchrone sont obtenus par des tests classiques en régime permanent tel que l'essai à vide ou au synchronisme et à rotor bloqué. Ces essais en fournissent des paramètres non adéquats pour les différents points de fonctionnement. Cependant, lorsque un haut niveau de connaissance des paramètres est requis, il est impératif de recourir à des méthodes d'identification sophistiquées. Il existe plusieurs méthodes d'estimation des paramètres avec/ou sans capteur mécanique. La plus utilisée est le filtre de Kalman basé sur le modèle de Park où toutes les variables d'état et les paramètres de la machine. Cependant, les variables d'état dans notre modèle appartiennent à l'ensemble des complexes. Le deuxième objectif de notre travail est donc le développement d'un observateur des variables d'état et des paramètres du modèle à base du filtre de Kalman dans l'ensemble des complexes.

Les variateurs à courant alternatif qui existent sur le marché sont essentiellement asynchrone et synchrone. Ce dernier n'est utilisé que dans des applications de très grandes puissances et de très grandes précisions (robotique, servomoteur). En revanche, le variateur de vitesse asynchrone de petite et moyenne puissance est utilisé dans des applications comme l'hydraulique (pompes), la manutention, la ventilation, l'emballage/embouteillage et des applications de conditionnement qui composent environ 75% du marche de la variation de vitesse à courant alternatif. De plus, le marché des variateurs asynchrones est en pleine

2

croissance (2 à 3 fois plus rapide que l'économie), ce qui présente un grand intérêt pour les industriels.

Pour remplacer le variateur de vitesse à courant continu et profiter des avantages de la machine asynchrone, la commande doit être de plus en plus performante, par conséquent, plus complexe. La stratégie de commande vectorielle inventée au début des années 70 par Blaschke a permis d'égaler les performances intéressantes du variateur à courant continu.

A cause des différents problèmes liés à la présence d'un capteur de vitesse dans les variateurs asynchrone, tel que la présence d'un accouplement spécial entre la machine et la charge, sa sensibilité aux vibrations mécaniques et son entretient, aujourd'hui le capteur de vitesse est remplacé dans plusieurs applications par des observateurs, permettant de reconstituer la vitesse de la machine à partir des grandeurs électriques. Ces observateurs requirent la connaissance exacte de la résistance rotorique et de la mutuelle, qui varient en fonction de la température, la fréquence et la saturation. Ces paramètres doivent être estimés conjointement avec le flux et la vitesse et leurs valeurs estimées doivent être injectées dans le bloc d'orientation du flux. Notre troisième objectif est de développer une commande vectorielle du flux d'entrefer avec adaptation des paramètres de la machine sans capteur de vitesse basée sur la théorie du vecteur spiral.

Pour atteindre ces objectifs, nous organisons notre travail en deux parties :

- Dans la première partie, nous présentons la théorie du vecteur spiral et son application à la résolution d'un circuit électrique et le calcul des différentes puissances instantanées (active, réactive et apparente) en monophasée et en triphasée.
- ✤ La deuxième partie est composée de trois chapitres :
  - Le premier chapitre est consacré à la modélisation de la machine asynchrone par la théorie du vecteur spiral dans les différents référentiels.
  - Le deuxième chapitre, traite l'identification des paramètres de la machine asynchrone sans capteur par le filtre de Kalman complexe étendu.
  - La commande vectorielle du flux d'entrefer sans capteur de vitesse avec adaptation des paramètres de la machine asynchrone est abordée au troisième chapitre.

La troisième partie traite la modélisation de la machine synchrone à pôles saillants avec amortisseurs, ainsi que la détermination des expressions analytiques des courants dans le cas d'un court circuit triphasé brusque.

Nous terminons par une conclusion générale de l'étude et par l'exposé des perspectives de recherche.

## **PARTIE-A**

# Application de la Theorie du Vecteur Spiral a l'Analyse des Circuits Electriques

# SOMMAIRE

	Listes des	s Symboles	
	Index des	s Figures et Tableaux	
	INTROD	UCTION	5
		Chapitre I. Introduction à la Théorie du Vecteur Spiral	
I.	Introducti	on	7
II.	Définitior	n du Vecteur Spiral	7
III.	Applicatio	on de la Théorie du Vecteur Spiral à l'Analyse des Circuits Electrique	8
IV.	Définitior	n des Puissances en Courant Alternatif par la Théorie du Vecteur Spiral	11
	IV.1.	Puissances dans les Circuits Monophasés	11
	IV.2.	Puissances dans les Circuits Triphasés Equilibrés	12
V.	Conclusio	n	14
		Chapitre II. Analyse d'un Circuit RLC Série par	
		la Théorie du Vecteur Spiral	
I.	Introducti	on	15
II.	Analyse d	l'un Circuit RLC Série par la Théorie du Vecteur Spiral	15
III.	Simulatio	n	19
IV.	Conclusio	m	22
	CONCLU	USION	23
	BIBLIO	GRAPHIE	

## LISTE DES SYMBOLES

Re()	Partie réelle.
Im()	Partie imaginaire.
-	Nombre complexe.
*	Conjugué.
р	Opérateur de Laplace.
ins	Valeur instantanée.
$V_{e\!f\!f}$	Valeur efficace de la tension d'entrée, V.
$\varphi$	Phase initiale de la tension d'entrée, rad.
Р	Puissance active monophasée, W.
Q	Puissance réactive monophasée, VAR.
$\overline{S}$	Puissance apparente monophasée, VA.
$P_T$	Puissance active triphasée, W.
$Q_T$	Puissance réactive triphasée, VAR.
$\overline{S}_{T}$	Puissance apparente triphasée, VA.

# **Index DES Figures ET Tableaux**

### Chapitre I

Fig.A.I.1.	Vecteur spiral dans le plan complexe.	Page.8
Fig.A.I.2.	Procédure de résolution d'un circuit électrique par la théorie du vecteur spiral.	Page.9

### Chapitre II

Fig.A.II.1. Fig.A.II.2.	Circuit RLC série. Schéma bloc utilisé pour la simulation.	Page.15 Page.19
Fig.A.II.3.	Courant dans le plan complexe.	Page.20
Fig.A.II.4.	Courant instantané calculé par la théorie du vecteur spiral et le courant instantané simulé.	Page.20
Fig.A.II.5.	Puissance active instantanée par la théorie du vecteur spiral et la puissance instantanée par la méthode classique.	Page.21
Fig.A.II.6.	Puissance réactive instantanée.	Page.21
Fig.A.II.7.	La tension d'alimentation et la nouvelle tension d'alimentation.	Page.22
Tableau.A.II.1.	Les paramètres du circuit RLC et les racines caractéristiques.	Page.19

# PARTIE A

# Application de la Theorie du Vecteur Spiral a l'Analyse des Circuits Electriques

## INTRODUCTION

L'analyse des régimes permanent et transitoire des circuits électriques fait appel à deux théories distinctes ; Les phaseurs ou les vecteurs pour le régime permanent et les variables d'état temporelles, fonction sinus ou cosinus, pour le régime transitoire (Serano-Iribarenegaray, 1996).

Cependant, l'étude simultanée des deux régimes transitoire et permanent des circuits électriques ne peut pas être effectuée par l'utilisation de l'une de ces deux méthodes seule. La solution à ce problème est l'emploi de la théorie du vecteur spiral, qui est basée sur l'expression temporelle des variables d'Etat dans l'espace des complexes.

Cette théorie permet d'unifier l'analyse des deux régimes transitoire et permanent en exprimant le vecteur spiral par une fonction exponentielle du temps à variables complexes qui tourne dans le sens trigonométrique (Yamamura, 1992).

De plus, cette théorie conduit à une formulation mathématique de la puissance réactive instantanée (Qi, 1999; Qi, 2000; Seki, 2002), qui est impossible à réaliser par la théorie classique du régime transitoire.

Dans ce qui va suivre, nous nous proposons d'appliquer la théorie du vecteur spiral à l'analyse des circuits électriques. Pour ce faire, nous scindons cette partie en deux chapitres :

Dans le premier, nous présentons la théorie du vecteur spiral et les différentes étapes nécessaires pour l'analyse des circuits électriques ainsi que l'expression des différentes puissances en monophasée et en triphasée.

Le deuxième chapitre est consacré à l'application de la théorie du vecteur spiral pour l'analyse et la simulation d'un circuit RLC série. Les résultats de cette théorie sont comparés à ceux obtenus par simulation en utilisant la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre.

## **CHAPITRE I**

# INTRODUCTION A LA THEORIE DU VECTEUR SPIRAL

#### I. INTRODUCTION

Les théories conventionnelles des circuits électriques qui ont vu le jour entre la fin du 19<sup>e</sup> siècle et le début du 20<sup>e</sup> siècle, sont classées en deux catégories. La première, exprimant les variables d'état sous forme de phaseur, est appliquée à l'analyse du régime permanent des circuits alternatifs et la seconde, exprimant les variables d'état sous forme de valeurs réelles instantanées, est utilisée pour l'étude du régime transitoire. Ceci rend difficile la combinaison des résultats de ces deux théories.

En outre, ces théories ne permettent pas de définir la puissance réactive instantanée en courant alternatif monophasée qui est extrêmement importante dans l'analyse des réseaux électriques à courant alternatif monophasée. Pour résoudre ce problème S. Yamamura a proposé, au début des années 90, la théorie du vecteur spiral (Yamamura, 1992 ; Yamamura, 1993) pour l'analyse des circuits électriques. Cette théorie consiste à exprimer les variables d'état par un vecteur spiral tournant dans le sens trigonométrique dans le plan complexe. De plus, cette théorie permet d'unifier l'analyse des régimes permanent et transitoire des circuits et éventuellement des machines électriques. Elle permet aussi, pour la première fois, de définir la puissance réactive instantanée, en monophasée, qui est extrêmement importante dans l'analyse des réseaux électriques à courant alternatif monophasée. (Qi, 2007 ; Seki, 2002 ; Seki, 2002).

Dans ce chapitre, nous présentons la théorie du vecteur spiral, les différentes étapes, à suivre, pour l'analyse des circuits électriques et la définition des puissances instantanées en monophasée et triphasée, qui en découlent.

#### **II. DEFINITION DU VECTEUR SPIRAL**

Les équations différentielles décrivant les performances des circuits et machines électriques ont comme solutions générales des fonctions exponentielles du temps qui peuvent être écrites sous la forme suivante :

$$\bar{i} = \overline{A}e^{\bar{\delta}t} \tag{A.I.1}$$

Avec  $\overline{\delta} = -\lambda + j\omega$  et  $\lambda \ge 0$ ,  $\omega \ge 0$ ,  $\overline{A} = |A| e^{j\varphi}$ .

Dans le plan complexe, la grandeur i décrit une portion de spirale logarithmique (figure. A.I.1) qui tourne dans le sens trigonométrique. Par définition un vecteur spiral, est une fonction exponentielle du temps à variable complexe qui décrit dans le plan complexe une spirale dans le sens trigonométrique (Yamamura, 1992).



Fig.A.I.1. Vecteur spiral dans le plan complexe.

En examinant chacun des cas suivants :

- 1. Lorsque l'amortissement  $\lambda = 0$ , la variable  $\overline{i}$  représente le régime permanent d'une grandeur alternative et décrit un cercle dans le plan complexe, elle est appelée vecteur circulaire. Il est à noter que le vecteur circulaire est différent du phaseur qui est utilisé dans la théorie classique des circuits électriques.
- 2. Lorsque la pulsation  $\omega = 0$ , la variable  $\overline{i}$  devient égale à  $\overline{A}e^{-\lambda t}$ . Elle représente, dans ce cas, le régime transitoire d'une grandeur continue.
- 3. Lorsque  $\overline{\delta} = 0$  ( $\lambda = 0$  et  $\omega = 0$ ), la variable  $\overline{i}$  devient une constante et représente le régime permanent d'une grandeur continue.

Nous constatons que, le vecteur spiral peut représenter tous les régimes étudiés en génie électrique (Yamamura, 1992 ; Menaa, 1997 ; Qi, 1999 ; Seki, 2002).

# III. APPLICATION DE LA THEORIE DU VECTEUR SPIRAL A L'ANALYSE DES CIRCUITS ELECTRIQUES

La procédure à suivre pour analyser un circuit électrique par la théorie du vecteur spiral est décrite par l'organigramme donné sur la figure A.I.2 (Menaa, 1997 ; Qi, 1999 ; Yamamura, 1992 ):




*Etape 1* Ecriture de l'équation différentielle du circuit électrique

Par application des lois de Kirchhoff, l'équation différentielle d'un circuit électrique à plusieurs mailles avec entrée-sortie peut être mise sous la forme suivante :

$$A(p)\overline{i} = B(p)\overline{v} \tag{A.I.2}$$

Où les grandeurs  $\overline{i}$  et  $\overline{v}$  représentent respectivement le courant et la tension d'entrée,  $p = \frac{d}{dt}$ l'opérateur différentiel, A(p) et B(p) des polynômes de n et m degré en p définis par :

$$A(p) = a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n$$
 (A.I.3)

$$B(p) = b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_m p^m$$
(A.I.4)

Avec  $m \le n$ , où  $a_0, a_1, \dots, a_n$  et  $b_0, b_1, \dots, b_m$  sont dans la plupart des cas des valeurs réelles.

Etape 2 Détermination de la solution du régime permanent

La tension d'entrée  $\bar{v}$  de l'équation (A.I.2) est de la forme  $\bar{v} = \sqrt{2}V_{eff}e^{j(\omega t+\varphi)} = \sqrt{2}\overline{V}$ , décrit un vecteur circulaire dans le plan complexe. La solution en régime permanent du courant  $\bar{i}_p$ est aussi un vecteur circulaire. En conséquence, nous pouvons écrire  $p\bar{i}_p = j\omega\bar{i}_p$  et  $p\bar{v} = j\omega\bar{v}$ . L'équation (A.I.2) devient :

$$A(j\omega)\bar{i}_{p} = B(j\omega)\bar{\nu} \tag{A.I.5}$$

Ce qui donne :

$$\bar{i}_{p} = \frac{B(j\omega)}{A(j\omega)}\bar{v} = \frac{B(j\omega)}{A(j\omega)}\sqrt{2}V_{eff}e^{j(\omega t + \varphi)} = \sqrt{2}\bar{I}_{p}$$
(A.I.6)

La grandeur  $\bar{i}_p$  est alors un vecteur circulaire égale à  $\sqrt{2}\bar{I}_p$  alors que  $\frac{B(j\omega)}{A(j\omega)}$  représente l'admittance en régime permanent.

Etape 3 Résolution de l'équation caractéristique

Le régime transitoire est obtenu par la résolution de l'équation caractéristique de l'équation générale (A.I.2).

$$A(p) = 0 \tag{A.I.7}$$

Dont les racines sont notées  $\overline{\delta}_1, \overline{\delta}_2, \dots, \overline{\delta}_n$ . La solution générale en régime transitoire de l'équation (A.I.2) est donc:

$$\bar{i}_t = A_1 e^{\bar{\delta}_1 t} + A_2 e^{\bar{\delta}_2 t} + \dots + A_n e^{\bar{\delta}_n t}$$
 (A.I.8)

 $A_1, A_2, \dots A_n$  Sont des constantes arbitraires, déterminées à partir des conditions initiales.

Si  $\overline{\delta}_k$  est la k<sup>ième</sup> racine multiple, les termes suivants doivent être additionnés à  $\overline{i}_t$  de l'équation (A.I.8).

$$\vec{i}_{t}' = A_{0}' e^{\vec{\delta}_{k}t} + A_{1}' t e^{\vec{\delta}_{k}t} + A_{2}' t^{2} e^{\vec{\delta}_{k}t} + \dots + A_{k-1}' t^{k-1} e^{\vec{\delta}_{k}t}$$
(A.I.9)

Lorsque les coefficients de l'équations (A.I.3) sont des réels, les solutions de A(p) = 0sont des racines complexes conjuguées. L'une tourne dans le sens trigonométrique et représente un vecteur spiral, tandis que l'autre tourne dans le sens des aiguilles d'une montre. Cette dernière est éliminée en prenant la constante arbitraire égale à zéro.

#### Etape 4 Ecriture de la solution générale

La solution générale est la somme des deux régimes permanent et transitoire.

$$\bar{i} = \sqrt{2}\bar{I}_p + \bar{i}_t \tag{A.I.10}$$

La valeur réelle instantanée du courant  $\overline{i}$  est la partie réelle de l'équation (A.I.10), d'où :

$$i_{r\acute{e}el} = \operatorname{Re}(\overline{i}) = \operatorname{Re}(\sqrt{2}\overline{I}_p) + \operatorname{Re}(\overline{i}_t)$$
 (A.I.11)

*Etape 5* Evaluation des constantes arbitraires

Les constantes arbitraires sont déterminées à partir des conditions initiales.

## IV. DEFINITION DES PUISSANCES EN COURANT ALTERNATIF PAR LA THEORIE DU VECTEUR SPIRAL

Dans cette section, nous déterminons les expressions des puissances instantanées et leur valeur moyenne dans les circuits monophasés et triphasés par la théorie du vecteur spiral.

#### IV.1. Puissances dans les Circuits Monophasés

Le courant et la tension instantanés dans un circuit monophasé sont de la forme d'un vecteur circulaire :

$$\overline{v}(t) = \sqrt{2} V_{eff} e^{j(\omega t + \varphi)}$$
(A.I.12)

$$\bar{i}(t) = \sqrt{2}I_{eff}e^{j(\omega t + \theta)}$$
(A.I.13)

La puissance active et réactive instantanée dans un circuit monophasé sont données par (Qi ,1999 ; Seki,2002) :

$$P_{ins} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left(\overline{v}\overline{i} + \overline{v}\overline{i}^{*}\right)$$
(A.I.14)

$$Q_{ins} = \frac{1}{2} \operatorname{Im} \left( \overline{v} \overline{i} + \overline{v} \overline{i}^* \right)$$
(A.I.15)

En remplaçant les équations (A.I.12) et (A.I.13) dans les équations (A.I.14) et (A.I.15), nous obtenons :

$$P_{ins} = V_{eff} I_{eff} \cos(\varphi - \theta) + V_{eff} I_{eff} \cos(2\omega t + \varphi + \theta)$$
(A.I.16)

$$Q_{ins} = V_{eff} I_{eff} \sin(\varphi - \theta) + V_{eff} I_{eff} \sin(2\omega t + \varphi + \theta)$$
(A.I.17)

L'équation (A.I.16) donne la puissance active instantanée composée de deux termes : un constant représentant la valeur moyenne de la puissance active instantanée, plus couramment dit puissance active et un deuxième terme, dont la fréquence est double de celle de la source, de valeur moyenne nulle.

L'équation (A.I.17) donne la puissance réactive instantanée dans un circuit monophasé, expression que la théorie conventionnelle des circuits monophasés ne permet pas d'obtenir; cette puissance est composée, elle aussi, d'un terme constant qui représente la valeur moyenne de la puissance réactive instantanée, plus connus sous le nom de la puissance réactive, et d'un terme en double fréquence, de valeur moyenne nulle.

La puissance apparente instantanée est donnée par la relation :

$$\overline{S}_{ins} = \frac{1}{2} \left( \overline{v}\overline{i} + \overline{v}\overline{i}^* \right) \tag{A.I.18}$$

Le remplacement des équations (A.I.12) et (A.I.13) dans (A.I.18) donne l'expression de la puissance apparente instantanée.

$$\overline{S}_{ins} = V_{eff} I_{eff} \cos(\varphi - \theta) + V_{eff} I_{eff} \cos(2\omega t + \varphi + \theta) + jV_{eff} I_{eff} \sin(\varphi - \theta) + V_{eff} I_{eff} \sin(2\omega t + \varphi + \theta)^{(A.I.19)}$$

où :

$$\overline{S}_{ins} = P_{ins} + jQ_{ins} \tag{A.I.20}$$

La valeur moyenne de la puissance apparente instantanée, permet de trouver la relation donnée par la théorie conventionnelle qui lie la puissance apparente aux puissances active et réactive.

$$\overline{S} = V_{eff} I_{eff} \cos(\varphi - \theta) + j V_{eff} I_{eff} \sin(\varphi - \theta) = P + jQ$$
(A.I.21)

#### IV.2. Puissances dans les Circuits Triphasés Equilibrés

Les tensions et les courants instantanés dans un circuit triphasé équilibré sont :

$$\begin{cases} \overline{v}_{a} = \sqrt{2}V_{eff}e^{j(\omega + \varphi)} \\ \overline{v}_{b} = \sqrt{2}V_{eff}e^{j\left(\omega + \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)} \\ \overline{v}_{c} = \sqrt{2}V_{eff}e^{j\left(\omega + \varphi + \frac{2\pi}{3}\right)} \end{cases}$$
(A.I.22)

$$\begin{cases} \bar{i}_{a} = \sqrt{2}I_{eff}e^{j(\omega t + \theta)} \\ \bar{i}_{b} = \sqrt{2}I_{eff}e^{j\left(\omega t + \theta - \frac{2\pi}{3}\right)} \\ \bar{i}_{c} = \sqrt{2}I_{eff}e^{j\left(\omega t + \theta + \frac{2\pi}{3}\right)} \end{cases}$$
(A.I.23)

La puissance active instantanée en triphasée est la somme des puissances actives instantanées par phase et est donnée par la relation suivante (Qi, 2000 ; Seki, 2002 ; Seki, 2002):

$$P_{Tins} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left( \overline{v}_a \overline{i}_a + \overline{v}_a \overline{i}_a^* + \overline{v}_b \overline{i}_b + \overline{v}_b \overline{i}_b^* + \overline{v}_c \overline{i}_c + \overline{v}_c \overline{i}_c^* \right)$$
(A.I.24)

En remplaçant les équations (A.I.22) et (A.I.23) dans (A.I.24), nous obtenons :

$$P_{Tins} = 3V_{eff} I_{eff} \cos(\varphi - \theta)$$
(A.I.25)

L'équation (A.I.25) donne la puissance active en triphasé ; bien que la puissance instantanée de chaque phase soit pulsante la puissance totale active est constante.

Comme pour la puissance active instantanée, la puissance réactive instantanée en triphasée est la somme des puissances réactives par phase et est donnée par la relation suivante (Qi, 2000 ; Seki, 2002 ; Seki, 2002):

$$Q_{Tins} = \frac{1}{2} \operatorname{Im} \left( \overline{v}_a \overline{i}_a + \overline{v}_a \overline{i}_a^* + \overline{v}_b \overline{i}_b + \overline{v}_b \overline{i}_b^* + \overline{v}_c \overline{i}_c + \overline{v}_c \overline{i}_c^* \right)$$
(A.I.26)

L'introduction des équations (A.I.22) et (A.I.23) dans (A.I.26), donne :

$$Q_{\text{Tins}} = 3V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin(\varphi - \theta)$$
(A.I.27)

Cette relation est identique à celle obtenue par la théorie conventionnelle.

Les différences remarquées entre le calcul des puissances en courant alternatif par la théorie du vecteur spiral et par la théorie conventionnelle des circuits électriques en alternatif sont :

- 1. Les variables d'état sont différentes : pour la théorie du vecteur spiral, les variables d'état sont exprimées en terme de vecteur spiral. Dans le cas de la théorie conventionnelle les variables d'état sont exprimés en terme de valeur réelle instantanée.
- 2. Dans la théorie des deux axes, les variables d'état sont transformées du triphasé au biphasé. Pour la théorie du vecteur spiral les variables d'état ne subissent aucune transformation.

## V.CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons introduit une nouvelle théorie pour l'analyse des circuits électriques. Une application de la théorie du vecteur spirale pour l'étude des régimes transitoire et permanent d'un circuit RLC fera l'objet du chapitre suivant.

# CHAPITRE II

# ANALYSE D'UN CIRCUIT RLC SERIE PAR LA THEORIE DU VECTEUR SPIRAL

## I. INTRODUCTION

Dans ce chapitre nous appliquons la théorie du vecteur spiral à l'analyse d'un circuit électrique de type RLC série, dans lequel nous déterminons la solution générale et comparons à celle trouvée par simulation numérique. Nous terminons le chapitre par le calcul de la puissance réactive instantanée consommée par ce circuit.

## II. ANALYSE D'UN CIRCUIT RLC SERIE PAR LA THEORIE DU VECTEUR SPIRAL

Dans cette section nous appliquons les cinq étapes, indiquées dans le chapitre précédent, pour analyser le circuit RLC série, donné sur la figure.A.II.1 et alimenté par une source de tension alternative, par la théorie du vecteur spiral. A l'instant t = 0, nous fermons l'interrupteur K et déterminons l'expression du courant ainsi que les puissances active et réactive instantanées consommées. Nous supposons qu'à cet instant initial (t = 0), le flux dans l'inductance et la charge de la capacité sont nuls.



Fig.A.II.1. Circuit RLC série.

*Etape 1* Ecriture de l'équation différentielle du circuit

La tension d'alimentation est de la forme suivante :

$$\overline{v}(t) = \sqrt{2}V_{eff} e^{j(\omega t + \varphi)} = \sqrt{2}\overline{V}$$
(A.II.1)

La valeur instantanée de la tension est représentée par la partie réelle de la tension complexe d'entrée  $\overline{v}(t)$ . L'équation qui régit l'évolution de la charge et le courant en fonction du temps dans un tel circuit après la fermeture de l'interrupteur K est donnée par :

$$L\frac{d^2}{dt^2}\overline{q} + R\frac{d}{dt}\overline{q} + \frac{1}{C}\overline{q} = \overline{v}(t)$$
(A.II.2)

Le courant dans le circuit est donné par  $\overline{i} = \frac{d}{dt}q$ , en remplaçant cette relation dans l'équation (A.II.2), nous obtenons :

$$L\frac{d^{2}\bar{i}}{dt^{2}} + R\frac{d\bar{i}}{dt} + \frac{1}{C}\bar{i} = \frac{d\bar{\nu}(t)}{dt}$$
(A.II.3)

En remplaçant  $\frac{d}{dt}$  par l'opérateur de Laplace *p*, nous aurons:

$$Lp^{2}\bar{i} + Rp\bar{i} + \frac{1}{C}\bar{i} = p\bar{v}(t)$$
(A.II.4)

$$Lp^{2}\overline{q} + Rp\overline{q} + \frac{1}{C}\overline{q} = \overline{v}$$
(A.II.5)

Cette dernière est semblable à l'équation (A.I.2), avec:

$$\begin{cases} A(p) = Lp^2 + Rp + \frac{1}{C} \\ B(p) = 1 \end{cases}$$
(A.II.6)

### Etape 2 Détermination du régime permanent

La solution, en régime permanent du courant, est obtenue en posant  $P = j\omega$  dans (A.II.4) :

$$\bar{i}_{p} = \frac{\sqrt{2}V_{eff}C\omega}{Z}e^{j(\omega t+\theta)} = \sqrt{2}I_{eff}e^{j(\omega t+\theta)}$$
(A.II.7)

Avec: 
$$\theta = \varphi - arctg\left(\frac{LC\omega^2 - 1}{RC\omega}\right), \ Z = \sqrt{(RC\omega)^2 + (LC\omega - 1)^2}$$

Etape 3 Résolution de l'équation caractéristique

A partir de l'équation (A.II.6), nous déterminons l'équation caractéristique du circuit :

$$L\overline{\delta}^{2} + R\overline{\delta} + \frac{1}{C} = 0 \tag{A.II.8}$$

Les racines de cette équation sont de la forme :

$$\overline{\delta}_{1,2} = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - 4\frac{L}{C}}}{2L}$$
(A.II.9)

Etape 4 Ecriture de la solution générale

La solution générale peut être écrite sous la forme:

$$\overline{q}(t) = \frac{\sqrt{2I_{eff}}}{j\omega} e^{j(\omega t + \theta)} + \overline{A}_1 e^{\overline{\delta}_1 t} + \overline{A}_2 e^{\overline{\delta}_2 t}$$
(A.II.10)

$$\bar{i}(t) = \sqrt{2}I_{eff}e^{j(\omega t+\theta)} + \bar{A}_1\bar{\delta}_1e^{\bar{\delta}_1 t} + \bar{A}_2\bar{\delta}_2e^{\bar{\delta}_2 t}$$
(A.II.11)

#### *Etape 5* Détermination des constantes arbitraires

La forme du régime transitoire dépendra des valeurs des éléments du circuit (R, L etC). Trois cas sont à prévoir:

1. Si  $R^2 - 4\frac{L}{C} > 0$ , les deux racines caractéristiques seront des réels distincts et les termes transitoires seront des courants continus décroissants. Les constantes arbitraires déterminées à partir des conditions initiales ( $\overline{q} = 0$ ,  $\overline{i} = 0$ ) sont :

$$\overline{A}_{1} = \frac{\frac{\delta_{2}}{j\omega} + 1}{\frac{\delta_{1} - \delta_{2}}{\delta_{1} - \delta_{2}}} \sqrt{2} I_{eff} e^{j\theta}$$
(A.II.12)

$$\overline{A}_{2} = \frac{\frac{\delta_{1}}{j\omega} - 1}{\delta_{2} - \delta_{1}} \sqrt{2} I_{eff} e^{j\theta}$$
(A.II.13)

2. Si  $R^2 - 4\frac{L}{C} = 0$ , les deux racines caractéristiques seront des réels égaux ; les constantes arbitraires sont :

$$\overline{A}_{1} = -\frac{\sqrt{2}I_{eff}}{j\omega}e^{j\theta}$$
(A.II.14)

$$\overline{A}_{2} = \left(\frac{\delta_{1}}{j\omega} - 1\right) \sqrt{2} I_{eff} e^{j\theta}$$
(A.II.15)

La solution générale de la charge et du courant dans ce cas est la suivante :

$$\overline{q}(t) = \frac{\sqrt{2}}{j\omega} I_{eff} e^{j(\omega t + \theta)} + \overline{A}_1 e^{\delta_1 t} + \overline{A}_2 t e^{\delta_1 t}$$
(A.II.16)

$$\bar{i}(t) = \frac{\sqrt{2}}{j\omega} I_{eff} e^{j(\omega t + \theta)} + \bar{A}_1 \delta_1 e^{\delta_1 t} + \bar{A}_2 e^{\delta t} + \bar{A}_2 t e^{\delta_1 t}$$
(A.II.17)

3. Si  $R^2 - 4\frac{L}{C} < 0$ , les deux racines caractéristiques seront des complexes conjugués, qui peuvent être mis sous la forme:

 $\overline{\delta}_{1,2} = -\lambda \pm j\omega' \tag{A.II.18}$ 

La première racine, à partie imaginaire positive, est un vecteur spiral tournant dans le sens trigonométrique.

La deuxième racine ne peut être considérée comme un vecteur spiral, du fait de sa rotation dans le sens des aiguilles d'une montre.

Donc seule la racine à partie imaginaire positive est considérée, l'autre racine est éliminée en choisissant  $\overline{A}_2 = 0$ . La solution générale est de la forme :

$$\overline{q} = \frac{\sqrt{2}I_{eff}}{j\omega} e^{j(\omega t + \theta)} + A e^{(-\lambda + j\omega')t + j\varphi_A}$$
(A.II.19)

$$\bar{i} = \sqrt{2}I_{eff}e^{j(\omega t+\theta)} + A(-\lambda + j\omega')e^{(-\lambda + j\omega')t + j\varphi_A}$$
(A.II.20)

Avec :

$$A = -\frac{\cos(\theta)}{\cos(\varphi_A)} \frac{C}{Z} \sqrt{2} V_{eff}$$
(A.II.21)

$$\varphi_{A} = arctg\left(-\frac{\omega\sin(\theta) + \lambda\cos(\theta)}{\omega'\cos(\theta)}\right)$$
(A.II.22)

Pour vérifier la véracité de cette solution générale, nous introduisons (A.II.20) dans (A.II.4).

Après calcul, nous obtenons la nouvelle tension d'alimentation du circuit que nous comparons à la tension d'alimentation du circuit (équation A.II.1). La nouvelle tension d'alimentation est :

$$\overline{v}_{N}(t) = \left(R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\right)\sqrt{2}I_{eff}e^{j(\omega t + \theta)} + \left(R(-\lambda + j\omega') + L(-\lambda + j\omega')^{2} + \frac{1}{C}\right)Ae^{(-\lambda + j\omega')t + j\varphi_{A}}$$
(A.II.23)

## **III. SIMULATION**

Pour montrer la validité des résultats trouver par la théorie du vecteur spiral, nous présentons dans cette section, la simulation d'un circuit RLC série dont les paramètres et les racines de l'équation caractéristiques sont donnés dans le tableau.1. Les résultats trouver par la théorie du vecteur spiral seront comparés a ceux obtenus par simulation numérique (Méthode de Runge Kutta) en utilisant le langage simulink Figure. A.II.2.

Tableau.	A.II.1.	Les	paramètres	du	circuit	RLO	C et les	racines	caractéristiques.	
			L						1	

f(Hz)	Veff(V)	$\omega(rad/s)$	$R\left( arOmega ight)$	L(mH)	C(mF)	Les racines
		、 · · /				caractéristiques
50	100	314.159	1	1	0.1	-500±j3122.5



Fig.A.II.2. Schéma bloc utilisé pour la simulation.

Vu que les racines de l'équation caractéristiques sont des complexes conjugues, donc par définition, seule la racine à partie imaginaire positive est utilisée dans le calcul du courant dans le circuit (Eq.A.II.20). Les figures (Fig.A.II.3 à Fig.A.II.7) montrent les résultats de simulation.

La figure.A.II.3 montre la représentation du courant calculé par l'équation (Eq.A.II.20) dans le plan complexe, le courant décrit en régime transitoire une spirale en se transformant en cercle lorsque on atteint le régime permanent.



Fig.A.II.3. Courant dans le plan complexe.

La figure.A.II.4 représente les variations de la partie réelle du courant obtenu par la théorie du vecteur spiral et les variations du courant obtenue par simulation (Fig. A.II.2). Nous constatons que les deux courants sont superposés et que l'erreur entre ces deux courant est nulle. Malgré que dans la théorie du vecteur spiral, nous n'avons pas tenu en compte dans nos calcul de la racine a partie imaginaire négative.





La figure.A.II.5 montre les variations de la puissance active instantanée obtenues par la théorie du vecteur spiral et la puissance instantanée obtenus par la méthode classique (Pins = v(t) \* i(t), Fig.A.II.2), comme pour le courant nous remarquons une bonne concordance entre ces deux puissances.



Fig.A.II.5. Puissance active instantanée par la théorie du vecteur spiral et la puissance instantanée par la méthode classique.

La figure.A.II.6 illustre les variations de la puissance réactive obtenue par la théorie du vecteur spiral, elle comporte un régime transitoire oscillatoire dû au transitoire du courant et un régime permanent pulsant à la fréquence double de la fréquence d'alimentation.



Fig.A.II.6. Puissance réactive instantanée.

La figure.A.II.7 montre les variations de la nouvelle tension d'alimentation (Eq.A.II.23) et la tension d'alimentation réelle du circuit, nous remarquons que les deux tensions sont identiques, ce qui montre la véracité de la solution générale obtenue par la théorie du vecteur spiral.



Fig.A.II.7. La tension d'alimentation et la nouvelle tension d'alimentation.

## IV. CONCLUSION

Dans cette partie nous avons appliqué la théorie du vecteur spiral à l'analyse d'un circuit RLC série, où nous avons montré la validité des résultats obtenus ont les comparons à ceux par simulation numérique. Aussi nous avons déterminé les variations de la puissance réactive instantanée dans le circuit.

## CONCLUSION

Dans cette partie, nous avons développé les principes de la théorie du vecteur spiral, qui permit d'unifier l'analyse du régime transitoire et permanent et de définir l'expression de la puissance réactive instantanée. La comparaison des résultats trouvés analytiquement par la théorie du vecteur spiral et ceux trouvés par simulation numérique montre la validité des résultats trouvés par cette théorie. Dans la suite du travail nous appliquons cette théorie à la modélisation des machines électriques à courant alternatifs.

## **BIBLIOGRAPHIE DE LA**

# **PARTIE - A**

# **BIBLIOGRAPHIE DE LA**

## **PARTIE - A**

- Menaa, M. (1997). Modélisation et analyse des machines électriques par la théorie du vecteur spiral, Thèse de magister, USTHB Alger.
- Qi, J. (1999). A new Approach to AC Circuits numerical simulation. In *Proceedings of IEEE, international conference on system, Man and cybernetics, Tokyo international forum*, vol. 5, (pp. 21-26).
- Qi, J. (2000). AC power in single and multiphase networks. In *Proceedings of 2000 International conference on electrical engineering*, <u>http://www.eonet.ne.jp/~svt/sv\_paper/power.pdf</u>.
- Qi, J. (2007). Development of active filters with spiral vector theory. In Proceedings of IEEE, *Power conversion conference*, Nagoya, Japan, (pp. 526-533).
- Seki, K. (2002). Analysis of no converge networks using the load flow program with complex number state variables, In *Proceedings of 2002 Transmission and distribution conference and exhibition*, <u>http://www.eonet.ne.jp/~svt/sv\_paper/190.pdf</u>.
- Seki, K. (2002). Development of integral method for measuring RMS active and reactive power and multiphase networks. In *Proceedings of conference of the Electricity power supply industry "CEPSI"*, Fukuoka, Japan, (pp. 250-255).
- Seki, K. (2002). Analysis of an AC LC ladder circuit with spiral vector theory. In *Proceedings of the third Power conversion conference*, vol. 2, Osaka, Japan, (pp. 749-754).
- Serano-Iribarenegaray, L. (1996). The space phasor theory, In *Proceedings of ICEM*, (PP.1-13).
- Yamamura, S. (1992). Spiral vector theory of AC circuits and machines, clarendon press, Oxford.
- Yamamura, S. (1993). Spiral vector theory of electric circuit, *Journal of the Japan Academy*, vol 69, serie B, (pp. 238-243).

## **PARTIE-B**

# **MODELISATION, IDENTIFICATION**

## ET COMMANDE DE LA

## **MACHINE ASYNCHRONE**

# Sommaire

	Liste de	es Symboles				
	Index d	es Figures et Tableaux				
	INTRO	DUCTION	24			
		Chapitre I. Modélisation de la Machine Asynchrone				
I.	Introduc	ction	26			
II.	Modélisation de la Machines Asynchrone Triphasée					
	II.1.	Mise en équation	28			
		II.1.1. Equation électromagnétique	28			
		II.1.2. Equation mécanique	30			
III.	Choix d	u Référentiel	31			
	III.1.	Référentiel Lié au Stator	31			
	III.2.	Référentiel Lié au Champ Tournant	36			
	III.3.	Référence Lié au Rotor	38			
IV.	Simulat	ion du Comportement de la Machine Asynchrone	39			
V.	Résultat	s de Simulation et Comparaison	41			
VI.	Conclus	ion	43			
	Ch	apitre II. Identification Sans Capteur de Vitesse des Paramètres				
		de la Machine Asynchrone				
I.	Introduc	ction	44			
II.	Général	ité sur l'Identification des Paramètres	45			
III.	Différer	ts Techniques Globales d'Observateurs des Paramètres	46			
IV.	Présenta	ation des Observateurs	46			
	IV.1.	Généralité	46			
	IV.2.	Observateur Déterministe	49			
	IV.3.	Observateur Stochastique	49			
V.	Filtre de	e Kalman Complexe	50			
	V.1.	Filtre de Kalman Complexe Linéaire	51			
	V.2.	Filtre de Kalman Complexe Non Linéaire	53			
VI.	Réglage	du Filtre de Kalman	55			
VII.	Applica de Vites	tion du FKCE à l'Identification des Paramètres Electriques de la MAS sans Capteur	57			
	VII.1.	Estimation de la Partie Imaginaire de la Tension et du Courant Statorique	59			

VII.2.	Estimation des Paramètres de la Machine Asynchrone par FKCE	60				
Résultats	s Expérimentaux et Validation du Modèle	62				
VIII.1.	Résultats Expérimentaux	62				
VIII.2.	Validation du Modèle	65				
Conclusi	ion	68				
Cha	pitre III. Commande Vectorielle Directe sans Capteur de Vitesse d'une Machine Asynchrone avec Adaptation des Paramètres					
Introduct	tion	69				
Comman	nde Vectorielle par Orientation du Flux d'Entrefer	71				
II.1.	Procédé d'Orientation du Flux d'Entrefer	71				
II.2.	Méthode de Contrôle du Flux Orienté de la Machine Asynchrone	73				
	II.2.1. Commande Indirecte	73				
	II.2.2. Commande Directe	73				
Méthode	es de Commandes sans Capteur	76				
III.1.	Méthodes à Base d'Estimateur	76				
III.2.	Méthode du Système Adaptatif Utilisant un Modèle de Référence	76				
III.3.	Méthodes à Base des Réseaux de Neurones Artificiels	77				
III.4.	Méthodes à Base d'Observateurs	78				
III.5.	Méthode Basée sur l'Estimation de la Position des Saillances					
Applicat	ion du FKCE à la Commande Vectorielle sans Capteur Mécanique	79				
Simulati	on du Comportement de la Commande Vectorielle sans Capteur de Vitesse	80				
V.1.	Simulation d'un Fonctionnement à Vitesse Normale avec Différents Couples de Charge	80				
V.2.	Simulation d'un Fonctionnement dans la Zone de Défluxage	84				
V.3.	Simulation d'un Fonctionnement à Faible Vitesse	89				
V.4.	Simulation d'une Inversion de Vitesse	93				
V.5.	Simulation d'un fonctionnement à Vitesse multiple « Réponse Dynamique »	97				
Conclusion 10						
CONCL	USION	102				
BIBLIO	GRAPHIE					
	VII.2. Résultats VIII.1. VIII.2. Concluss <b>Cha</b> Introduc Commar II.1. II.2. Méthode III.1. II.2. III.3. III.4. III.5. Applicat Simulati V.1. V.2. V.3. V.4. V.5. Concluss <b>CONCL</b> <b>BIBLIO</b>	<ul> <li>VII.2. Estimation des Paramètres de la Machine Asynchrone par FKCE</li> <li>Résultats Expérimentaux et Validation du Modèle</li> <li>VIII.1. Résultats Expérimentaux</li> <li>VIII.2. Validation du Modèle</li> <li>Conclusion</li> <li>Chapitre III. Commande Vectorielle Directe sans Capteur de Vitesse d'une Machine Asynchrone avec Adaptation des Paramètres</li> <li>Introduction</li> <li>Commande Vectorielle par Orientation du Flux d'Entrefer</li> <li>II.1. Procédé d'Orientation du Flux d'Entrefer</li> <li>II.2. Méthode de Contrôle du Flux Orienté de la Machine Asynchrone</li> <li>II.2.1. Commande Indirecte</li> <li>II.2.2. Commande Directe</li> <li>Méthodes de Commandes sans Capteur</li> <li>III.1. Méthodes à Base d'Estimateur</li> <li>III.2. Méthode du Système Adaptatif Utilisant un Modèle de Référence</li> <li>III.3. Méthodes à Base des Réseaux de Neurones Artificiels</li> <li>III.4. Méthodes à Base d'Deservateurs</li> <li>III.5. Méthode Basée sur l'Estimation de la Position des Saillances</li> <li>Application du FKCE à la Commande Vectorielle sans Capteur Mécanique</li> <li>Simulation d'un Fonctionnement à Vitesse Normale avec Différents Couples de Charge</li> <li>V.2. Simulation d'un Fonctionnement à Vitesse Normale avec Différents Couples de Charge</li> <li>V.3. Simulation d'un Fonctionnement à Vitesse multiple « Réponse Dynamique »</li> <li>Conclusion</li> <li>CONCLUSION</li> <li>BIBLIOGRAPHIE</li> </ul>				

ANNEXES

## LISTE DES SYMBOLES

MAS MRAS	Machine asynchrone. Model of Reference Adaptive System.
FKCE	Filtre de Kalman Complexe Etendu. Tension statorique. V.
v <sub>a</sub> V	Tension rotorique. V.
i	Courant dans l'enroulement statorique <b>a</b> , A.
i	Courant qui traverse l'enroulement rotorique <b>r</b> , A.
$\bar{i}_{2,n}$	Courant secondaire ramenée au primaire, A.
$\overline{e}_r$	f.é.m. dynamique due à la rotation du rotor exprimée dans le référentiel statorique, V.
$\overline{e}_1$	f.é.m. dynamique statorique, V.
$\overline{e}_2$	f.é.m. dynamique rotorique, V.
$\overline{i}_0$	Courant de magnétisation, A.
$\overline{\lambda}_{_{ga}}$	Flux principal créé par l'enroulement statorique a, Wb.
$\overline{\lambda}_{gr}$	Flux principal créé par l'enroulement rotorique r, Wb.
$\overline{\mathbf{\Phi}}_{a}$	Représente le flux total statorique, Wb.
$\overline{\mathbf{\Phi}}_{0}$	Flux d'entrefer ou de magnétisation, Wb.
$R_1$	Résistance de l'enroulement statorique $\mathbf{a}$ , $\Omega$ .
$L_a$	Inductance principale de l'enroulement statorique a, H.
$M_{s}$	Mutuelle inductance entre les enroulements statoriques, H.
$\ell_1$	Inductance de fuite de l'enroulement statorique a, H.
$R_2$	Résistance de l'enroulement rotorique $\mathbf{r}, \Omega$ .
$\ell_2$	Inductance de fuite de l'enroulement rotorique r, H.
$L_r$	Inductance principale de l'enroulement rotorique r, H.
$M_{r}$	Mutuelle inductance entre les enroulements rotoriques, H.
$M_{\it rs}$	Valeur maximale de l'inductance mutuelle entre les enroulements statoriques et rotoriques, H.
m D'	rapport de transformation.
$\kappa_2$	Inductance de fuite ramenée au primaire H
$\theta$	Angle électrique rad
$\omega_{s}$	Pulsation statorique, rad/s.
$\omega_{_m}$	Pulsation rotorique, rad/s.
$\omega_{_g}$	Glissement de vitesse, rad/s.
$\Omega_s$	Vitesse synchrone, rad/s.
$\Omega_r$	Vitesse rotorique, rad/s.
$\Gamma_{em}$	Couple électromagnétique, N.m.
$\Gamma_r$	Couple résistant, N.m.

$J_m$	Moment d'inertie, kg.m <sup>2</sup> .
$f_r$	Coefficient de frottement visqueux, MKSA.
P	Nombre de paires de pôles.
$\overline{x}(k)$	Vecteur d'état∈ ℂ.
$\overline{A}_D$	Matrice d'état∈ ℂ.
$\overline{B}_{D}$	Matrice de commande $\in \mathbb{C}$ .
$\overline{U}(k)$	Vecteur de commande $\in \mathbb{C}$ .
$\overline{C}$	Matrice de sortie $\in \mathbb{C}$ .
$\overline{y}(k)$	Vecteur de sortie $\in \mathbb{C}$ .
δ	Symbole de Kronecker.
Ε	Espérance mathématique.
$\hat{\overline{\xi}}_{P}$	Valeur prédite du vecteur d'état $\overline{\xi}$ à l'instant $k+1$ .
<del>آ</del> یج	Valeur estimée (corrigée) du vecteur d'état $\overline{\xi}$ à l'instant k.
$\overline{\mathbf{Y}}(k)$	Représente la sortie du processus physique.
$\overline{P}_{P}(k+1)$	Valeur prédite de la matrice de covariance d'erreur à l'instant $k+1$ .
$\overline{P}(k)$	Valeur estimée (corrigée) de la matrice de covariance d'erreur à l'instant $k$ .
$\overline{F}\left(\hat{\overline{\xi}},\overline{U},k\right)$	Jacobien déterminée à partir des états prédits et des entrées à l'instant k.
Q	Matrice des covariances des bruits d'état.
$R_{()}$	Matrice des covariances des bruits de mesure.
$\overline{H}(\hat{\overline{\xi}}_{P},k)$	Jacobien déterminée à partir des états prédits à l'instant k.
Vm	Valeur maximale de la tension.
$I_m$	Valeur maximale du courant.
$\overline{\xi}(k+1)$	Vecteur d'état étendu.
$\overline{\eta}(k)$	Vecteur de sortie étendu.
Ι	Matrice identité.
Т	Transposé.
*	Conjugué.
р	Opérateur de Laplace.
C	Ensemble Complexe.
R	Ensemble Réel.
-	Nombre complexe.

## **INDEX DES FIGURES ET TABLEAUX**

## Chapitre I

Fig.B.I.1.	Représentation schématique de la machine asynchrone triphasée.	Page.28
Fig. B.I.2.	Schéma équivalent du moteur asynchrone en régime transitoire.	Page.31
Fig.B.I.3.	Schéma équivalent de type T du moteur asynchrone en régime transitoire.	Page.34
Fig.B.I.4.	Schéma équivalent de type T du moteur asynchrone en régime permanent.	Page.35
Fig.B.I.5.	Schéma équivalent de type T du moteur asynchrone en régime transitoire.	Page.38
Fig.B.I.6.	Structure du système expérimental.	Page.40
Fig.B.I.7.	Comparaison entre le courant statorique simulé et mesuré.	Page.42
Fig.B.I.8.	Comparaison entre la vitesse rotorique simulée et mesurée.	Page.42

## **Chapitre II**

Fig.B.II.1.	Observateur en boucle ouverte.	Page.48
Fig.B.II.2.	Observateur en boucle fermée.	Page.48
Fig.B.II.3.	Système stochastique.	Page.50
Fig.B.II.4.	Organigramme de l'identification.	Page.58
Fig.B.II.5.	Tension estimée et mesurée.	Page.62
Fig.B.II.6.	erreur entre la tension estimée et mesurée.	Page.63
Fig.B.II.7.	Paramètres identifiés.	Page.64
Fig.B.II.8.	Validation du Modèle.	Page.65
Fig.B.II.9.	Courants statorique mesuré et simulé.	Page.66
Fig.B.II.10.	Vitesses rotorique mesurée et simulée.	Page.66
Fig.B.II.11.	Erreur entre le courant mesuré et simulé.	Page.67
Fig.B.II.12.	Erreur entre la vitesse mesurée et simulée.	Page.67
Tableau.B.II.1.	Valeurs initiales et les valeurs des paramètres identifiés.	Page.65

## Chapitre III

Fig.B.III.1.	Modèle en tension de la machine asynchrone par orientation du flux d'entrefer.	Page.72
Fig.B.III.2.	Modèle en courant de la machine asynchrone par orientation du flux d'entrefer.	Page.73
Fig.B.III.3.	Schéma bloc de la commande vectorielle directe de la machine asynchrone.	Page.75
Fig.B.III.4. Fig.B.III.5.	Estimation de la vitesse rotorique par la technique MRAS. Méthode à base de réseau de neurones.	Page.77 Page.77

- Fig.B.III.6. Commande vectorielle sans capteur de la machine asynchrone Page.79 avec adaptations de la résistance rotorique et de la mutuelle.
- Fig.B.III.7. Commande vectorielle sans capteur à 1200tr/min avec Page.84 application de différents couples de charge de 10N.m.
- Fig.B.III.8. Commande vectorielle sans capteur à grande vitesse avec Page.88 application d'un couple de charge de 5N.m.
- Fig.B.III.9. Commande vectorielle sans capteur à basse vitesse 90tr/min. Page.92
- Fig.B.III.10. Commande vectorielle sans capteur avec inversion de vitesse de Page.96 1200tr/min à -1200tr/min avec application d'un couple de charge de 10N.m.
- Fig.B.III.11. Commande vectorielle sans capteur avec des vitesses de Page.100 référence multiples.

## PARTIE B

# MODELISATION, IDENTIFICATION ET COMMANDE DE LA MACHINE ASYNCHRONE

## **INTRODUCTION**

La modélisation de la machine électrique joue un rôle très important dans sa conception, l'étude de ses performances ainsi que sa commande.

Vu de l'extérieur, la modélisation de la machine est basée sur deux méthodes :

- Les phaseurs (représentation complexe) comme outil essentiel pour l'analyse du régime permanent ;

- la théorie des deux axes, qui exprime les variables d'état sous forme de nombres réels, pour le régime transitoire.

Le souci majeur des différents chercheurs a toujours été d'établir une méthode unique pour l'étude de ces deux régimes simultanément. Résultat qu'ils n'arrivaient pas à obtenir avec ces deux méthodes. En effet, l'application de la méthode des phaseurs pour le régime transitoire ou la théorie des deux axes pour le régime permanent est incommode.

Au début des années 1990, S. Yamamura proposa une méthode utilisant la théorie du vecteur spiral qui donna des résultats satisfaisants.

Dans cette partie, nous appliquons la théorie du vecteur spiral pour la modélisation, identification et commande de la machine asynchrone.

Pour ce faire, nous la subdivisons en trois chapitres :

Après la modélisation de la machine asynchrone dans le premier, nous aborderons, dans le deuxième chapitre, son identification.

Le troisième est consacré à la commande de la machine asynchrone.

# CHAPITRE I

# MODELISATION DE LA MACHINE ASYNCHRONE

## I. INTRODUCTION

L'aspect modélisation de la machine asynchrone triphasée, très utilisés dans les milieux d'entraînement électrique et d'autres applications industrielles, pour des considérations technico-économique, peut être vu sous différents angles, en fonction de l'objectif fixé.

D'une façon générale, le modèle dynamique par phase, de la machine asynchrone triphasée, vu sous l'aspect de la théorie du transformateur statique, peut être représenté physiquement, par un circuit quadripôle actif non linéaire, dont les circuits dipolaire primaire alimentés et secondaire en court-circuit, séparés par un entrefer, ne sont liés que par un couplage électromagnétique.

Le concept de circuits ramenés, consiste à mettre les grandeurs et par conséquent les paramètres, d'un circuit original de départ, à la même échelle que ceux du circuit de destination. Dans ces conditions le couplage électromagnétique se transforme, du point de vu physique en une branche de magnétisation.

Depuis les travaux de Steinmetz (Kapp, 1887; Steinmetz, 1893; Steinmetz, 1898; Tucker, 1973; Kline, 1983), l'étude du régime permanent de la machine asynchrone est basée sur deux principes fondamentaux :

- a. L'utilisation de la méthode des phaseurs (quantité complexe) comme un outil essentiel pour l'analyse et la représentation graphique de la machine asynchrone.
- b. La division du flux en un flux principal et un flux de fuite.

Cependant, à partir des années cinquante la théorie généralisée des machines électriques est massivement utilisée pour l'analyse du régime transitoire de la machine asynchrone (Kron, 1942; Stepina, 1968; Kovacs, 1984; Vas, 1992). Dans cette théorie, basée sur une méthodologie clairement différente de la première, la machine est représentée par son enroulement biphasé fictif. Elle exprime les variables d'états sous forme de nombres réels et fournit des solutions analytiques différentes de celles établies par la méthode des phaseurs (Serano-Iriburnegaray, 1995; Serano-Iriburnegaray, 1996).

Vu la différence entre ces deux théories d'analyse du comportement de la machine asynchrone triphasée, il n'est pas commode de superposer ou de combiner le résultat de ces deux théories.

La théorie du vecteur spiral proposé par S. Yamamura (Yamamura, 1988; Yamamura, 1991; Yamamura, 1992) permet l'unification de l'analyse des régimes permanent et transitoire de la machine asynchrone en exprimant les variables d'état sous forme de vecteur spiral (Menaa, 1997; Yamamura, 1992).

Le modèle obtenu par la théorie du vecteur spiral ne dépend que des variables et paramètres d'une seule phase au stator et au rotor sans aucune transformation géométrique des enroulements de la machine contrairement au modèle de Park dans lequel, la machine est représentée par un enroulement biphasé fictif.

Dans ce chapitre nous appliquons la théorie du vecteur spiral à la modélisation de la machine asynchrone. Nous développons un modèle d'état original fonction des variables et paramètres d'une seule phase au stator et au rotor. Les autres modèles exploitent la fonction de transfert ou la solution analytique (Chrisanov, 2002 ; De-Aguiar and Cad, 2000 ; Sekhar, and Muni, 2004 ; Yamamura, 1988 ; Yamamura, 1991).

## **II.** MODELISATION DE LA MACHINE ASYNCHRONE TRIPHASEE

Le schéma de principe de la machine asynchrone triphasée est représenté par la figure.B.I.1. Le stator est composé de trois bobines identiques (a, b, c) régulièrement déphasées de  $2\pi/3$  radians électriques dont la phase « a » est prise comme référence angulaire. Le rotor est équivalent à 3 bobines identiques (r, s, t) court-circuitées sur ellesmêmes et également déphasées de  $2\pi/3$  radians électriques. L'angle «  $\theta$  » repère l'axe de la phase rotorique « r » par rapport à l'axe de la phase statorique de référence « a ».

Les techniques d'observation envisagées, pour la suite de notre travail, reposent sur une représentation d'état de la machine. Afin de ne pas complexifier la synthèse de l'observateur et d'avoir un algorithme qui satisfasse aux contraintes de calcul en temps réel, nous posons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Les enroulements statoriques et rotoriques sont électriquement et géométriquement symétriques,
- L'entrefer est considéré lisse,
- Les forces magnétomotrices sont à distribution sinusoïdale,
- Le circuit magnétique est linéaire, non saturé, ce qui permet d'exprimer les flux comme fonctions linéaires des courants,
- L'hystérésis du circuit magnétique ainsi que les courants de Foucault sont négligés,
- L'effet de peau et les effets thermiques sont négligés.



Fig.B.I.1. Représentation schématique de la machine asynchrone triphasée.

## II.1. Mise en Equation

La dynamique du modèle est décrite par deux équations d'équilibre électrique des enroulements statoriques et rotoriques et deux équations électromécaniques.

#### II.1.1. Equations électromagnétiques

En considérant les équations électromagnétiques d'une seule phase au stator et au rotor exprimées en fonction du flux principal :

$$\begin{cases} \overline{v}_{a} = R_{1}\overline{i}_{a} + \ell_{1}\frac{d\overline{i}_{a}}{dt} + \frac{d\overline{\lambda}_{ga}}{dt} \\ 0 = R_{2}\overline{i}_{r} + \ell_{2}\frac{d\overline{i}_{r}}{dt} + \frac{d\overline{\lambda}_{gr}}{dt} \end{cases}$$
(B.I.1)

Et les hypothèses émises, nous pouvons écrire les relations, entre les flux et les courants, suivantes :

$$\overline{\lambda}_{ga} = L_a \overline{i}_a + M_s \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \overline{i}_b + M_s \cos\left(\frac{-2\pi}{3}\right) \overline{i}_c + M_{rs} \cos(\theta) \overline{i}_r + M_{rs} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \overline{i}_s + M_{rs} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \overline{i}_t (B.I.2)$$

$$\overline{\lambda}_{gr} = L_r \overline{i}_r + M_r \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \overline{i}_s + M_r \cos\left(\frac{-2\pi}{3}\right) \overline{i}_t + M_{rs} \cos(\theta) \overline{i}_a + M_{rs} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \overline{i}_b + M_{rs} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \overline{i}_c (B.I.3)$$

d'où :

$$\overline{\lambda}_{ga} = L_a \overline{i}_a - \frac{1}{2} M_s (\overline{i}_b + \overline{i}_c) + M_{rs} \left[ \left( \overline{i}_r - \frac{\overline{i}_s + \overline{i}_t}{2} \right) \cos(\theta) - \frac{\sqrt{3}}{2} (\overline{i}_s - \overline{i}_t) \sin(\theta) \right]$$
(B.I.4)

$$\overline{\lambda}_{gr} = L_r \overline{i}_r - \frac{1}{2} M_r (\overline{i}_s + \overline{i}_t) + M_{rs} \left[ \left( \overline{i}_a - \frac{\overline{i}_b + \overline{i}_c}{2} \right) \cos(\theta) + \frac{\sqrt{3}}{2} (\overline{i}_b - \overline{i}_c) \sin(\theta) \right]$$
(B.I.5)

Dans le cas général, les courants statoriques et rotoriques prennent la forme du vecteur spiral symétrique:

$$\bar{i}_a = \overline{A}_1 e^{\bar{\delta}t}, \\ \bar{i}_b = \overline{A}_1 e^{\bar{\delta}t - j2\pi/3}, \\ \bar{i}_c = \overline{A}_1 e^{\bar{\delta}t + j2\pi/3}$$
(B.I.6)

$$\bar{i}_r = \bar{A}_2 e^{\bar{\delta}t}, \\ \bar{i}_s = \bar{A}_2 e^{\bar{\delta}t - j2\pi/3}, \\ \bar{i}_t = \bar{A}_2 e^{\bar{\delta}t + j2\pi/3}$$
(B.I.7)

Introduisant respectivement ces courants dans les équations (B.I.4) et (B.I.5) pour obtenir leur nouvelle écriture:

$$\begin{split} \overline{\lambda}_{ga} &= L_{a}\overline{i}_{a} - \frac{1}{2}M_{s}\overline{i}_{a}\left(e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{2\pi}{3}}\right) + \\ M_{rs}\left[\left(1 - \frac{e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{2\pi}{3}}}{2}\right)\cos(\theta) - \frac{\sqrt{3}}{2}\left(e^{-j\frac{2\pi}{3}} - e^{j\frac{2\pi}{3}}\right)\sin(\theta)\right]\overline{i}_{r} \end{split} \tag{B.I.8} \\ \overline{\lambda}_{gr} &= L_{r}\overline{i}_{r} - \frac{1}{2}M_{r}\overline{i}_{r}\left(e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{2\pi}{3}}\right) + \\ M_{rs}\left[\left(1 - \frac{e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{2\pi}{3}}}{2}\right)\cos(\theta) - \frac{\sqrt{3}}{2}\left(e^{-j\frac{2\pi}{3}} - e^{j\frac{2\pi}{3}}\right)\sin(\theta)\right]\overline{i}_{a} \end{aligned} \tag{B.I.9}$$

Que l'on peut écrire ainsi:

$$\overline{\lambda}_{ga} = \left(L_a + \frac{1}{2}M_s\right)\overline{i}_a + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_r e^{j\theta}$$
(B.I.10)

$$\overline{\lambda}_{gr} = \left(L_r + \frac{1}{2}M_r\right)\overline{i}_r + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_a e^{-j\theta}$$
(B.I.11)

En utilisant

$$L_1 = L_a + \frac{1}{2}M_s$$
 (B.I.12)

$$L_2 = L_r + \frac{1}{2}M_r$$
 (B.I.13)

Dans le système d'équations (B.I.1) et à l'aide des équations (B.I.10) à (B.I.11), on obtient le nouveau système d'équations suivant:

$$\begin{cases} \overline{v}_{a} = R_{1}\overline{i}_{a} + \ell_{1}\frac{d}{dt}\overline{i}_{a} + \frac{d}{dt}\left(L_{1}\overline{i}_{a} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{r}e^{j\theta}\right) \\ 0 = R_{2}\overline{i}_{r} + \ell_{2}\frac{d}{dt}\overline{i}_{r} + \frac{d}{dt}\left(L_{2}\overline{i}_{r} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{a}e^{-j\theta}\right) \end{cases}$$
(B.I.14)

Ce système d'équations contient seulement les variables et les paramètres des phases « a » et « r » qui sont ainsi séparées des autres phases. Cette approche est dite méthode de séparation de phases (Menaa, 1997; Menaa et al, 1996; Menaa & Touhami, 1996; Yamamura, 1992). C'est l'un des résultats les plus importants de la méthode du vecteur spiral.

Dans la suite de notre travail, nous exploitons ce modèle, de séparation de phases, pour diminuer le nombre de capteurs de tension et de courant nécessaires pour la commande et l'identification de la machine asynchrone. Ce modèle (équation B.I.14) peut représenter la machine asynchrone dans n'importe quel repère.

### II.1.2. Equations mécaniques

#### a. Expression du couple électromagnétique

L'expression du couple électromagnétique (Buhler, 1989 ; Chatelain, 1983 ; Yamamura, 1992), pour une machine à P paires de pôles est donnée par :

$$\Gamma_{em} = \frac{3}{2} P. \operatorname{Im}\left(\overline{\Phi}_{a}^{*} \overline{i}_{a}\right)$$
(B.I.15)

 $\operatorname{Ou}: \ \overline{\Phi}_a = \ell_1 \overline{i}_a + \overline{\lambda}_{ga}.$ 

En introduisant l'expression de  $\overline{\Phi}_a$ , il devient:

$$\Gamma_{em} = \frac{3}{2} P. \operatorname{Im}\left(\overline{\lambda}_{ga}^* \overline{i}_a\right) \tag{B.I.16}$$

En utilisant les équations (B.I.10) et (B.I.16), le couple électromagnétique peut s'écrire ainsi:

$$\Gamma_{em} = \frac{3}{2} P M_{rs} \cdot \operatorname{Im} \left[ \bar{i}_a \left( \bar{i}_r e^{j\theta} \right)^* \right]$$
(B.I.17)

## b. Équation du mouvement

L'étude des régimes transitoires fait intervenir en plus des grandeurs électriques (tensions, courants), les grandeurs mécaniques (vitesse, couple, inertie, frottements). Lorsque la vitesse angulaire est constante, le couple résistant et le couple de frottement sur l'arbre de la machine asynchrone sont équilibrés par le couple électromagnétique. L'équation d'équilibre des couples peut s'écrire:

$$\Gamma_{em} = \Gamma_r + f_r \Omega_r \tag{B.I.18}$$

Si pour une raison quelconque cette égalité des couples est perturbée, cette équation devient:

$$J_m \frac{d\Omega_r}{dt} = \Gamma_{em} - \Gamma_r - f_r \Omega_r$$
(B.I.19)

#### **III.** CHOIX DU REFERENTIEL

#### III.1. Référentiel Lié au Stator

Pour une écriture homogène, à cause du changement de variable  $\bar{i}_2 = \bar{i}_r e^{j\theta}$ , nous intervertissons l'indice « a » par « 1 » dans le système d'équations (B.I.14). Nous obtenons le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} \overline{v}_{1} = R_{1}\overline{i}_{1} + \ell_{1}\frac{d}{dt}\overline{i}_{1} + \frac{d}{dt}\left(L_{1}\overline{i}_{1} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{2}\right) \\ 0 = R_{2}\overline{i}_{2}e^{-j\theta} + \ell_{2}\frac{d}{dt}\left(\overline{i}_{2}e^{-j\theta}\right) + \frac{d}{dt}\left(L_{2}\overline{i}_{2}e^{-j\theta} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{1}e^{-j\theta}\right) \end{cases}$$
(B.I.20)

Où en d'autres termes:

$$\begin{cases} \overline{v}_{1} = R_{1}\overline{i}_{1} + \ell_{1}\frac{d}{dt}\overline{i}_{1} + \frac{d}{dt}\left(L_{1}\overline{i}_{1} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{2}\right) \\ 0 = R_{2}\overline{i}_{2}e^{-j\theta} + \ell_{2}\left(e^{-j\theta}\frac{d}{dt}\overline{i}_{2} - j\omega_{m}e^{-j\theta}\overline{i}_{2}\right) + \\ e^{-j\theta}\frac{d}{dt}\left(L_{2}\overline{i}_{2} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{1}\right) - j\omega_{m}e^{-j\theta}\left(L_{2}\overline{i}_{2} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{1}\right) \end{cases}$$
(B.I.21)

En multipliant la deuxième équation par  $e^{j\theta}$ , nous obtenons finalement le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} \overline{v}_{1} = R_{1}\overline{i}_{1} + (\ell_{1} + L_{1})\frac{d}{dt}\overline{i}_{1} + \frac{3}{2}M_{rs}\frac{d}{dt}\overline{i}_{2} \\ 0 = R_{2}\overline{i}_{2} + (\ell_{2} + L_{2})\frac{d}{dt}\overline{i}_{2} + \frac{3}{2}M_{rs}\frac{d}{dt}\overline{i}_{1} - j\omega_{m} \left[ (\ell_{2} + L_{2})\overline{i}_{2} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{1} \right] \end{cases}$$
(B.I.22)

Ce dernier système d'équations donne le schéma équivalent de la machine asynchrone en régime transitoire figure.B.I.2. Les circuits primaire et secondaire sont couplés grâce au flux d'entrefer.



Fig. B.I.2. Schéma équivalent du moteur asynchrone en régime transitoire.
Où 
$$\overline{e}_r = -j\omega_m \left[ \left( \ell_2 + L_2 \right) \overline{i}_2 + \frac{3}{2} M_{rs} \overline{i}_1 \right]$$

Pour ramener les variables et paramètres, de la figure.B.I.2, au primaire, nous adoptons les étapes suivantes:

- Le flux statorique issu du rotor:

$$\overline{\lambda}_{12} = L_1 \overline{i}_1 = \frac{3}{2} M_{rs} \overline{i}_2 \tag{B.I.23}$$

- Le flux rotorique issu du stator:

$$\overline{\lambda}_{21} = L_2 \overline{i}_2 = \frac{3}{2} M_{rs} \overline{i}_1$$
 (B.I.24)

En multipliant l'équation (B.I.23) par l'équation (B.I.24), nous obtenons:

$$L_1 L_2 = \left(\frac{3}{2}M_{rs}\right)^2 \tag{B.I.25}$$

L'équation (B.I.25) utilisée dans le système (B.I.22) donne:

$$\begin{cases} \overline{v}_{1} = R_{1}\overline{i}_{1} + \ell_{1}\frac{d}{dt}\overline{i}_{1} + \frac{d}{dt}\left(L_{1}\overline{i}_{1} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{2}\right) \\ 0 = R_{2}\overline{i}_{2} + \ell_{2}\frac{d}{dt}\overline{i}_{2} + \frac{\frac{3}{2}M_{rs}}{L_{1}}\frac{d}{dt}\left(L_{1}\overline{i}_{1} + \frac{L_{1}L_{2}}{\frac{3}{2}M_{rs}}\overline{i}_{2}\right) - j\omega_{m}\left[\left(\ell_{2} + L_{2}\right)\overline{i}_{2} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{1}\right] \end{cases}$$
(B.I.26)

Au synchronisme, le glissement et le courant secondaire sont nuls. Le courant du primaire devient égal au courant de magnétisation  $\bar{i}_0$  d'où:  $\bar{\varepsilon}_1 = L_1 \bar{i}_1 = L_1 \bar{i}_0$ .

En posant:

$$\bar{\varepsilon}_{1} = L_{1}\bar{i}_{1} + \frac{3}{2}M_{rs}\bar{i}_{2}$$
(B.I.27)

Dans le cas où le fonctionnement est proche du synchronisme, on a:

$$L_1 \bar{i}_1 + \frac{3}{2} M_{rs} \bar{i}_2 = L_1 \bar{i}_0$$
(B.I.28)

Divisant par  $L_1$ :

$$\bar{i}_1 + \frac{\frac{3}{2}M_{rs}}{L_1}\bar{i}_2 = \bar{i}_0$$
(B.I.29)

Le terme  $\frac{\frac{3}{2}M}{L_1}\bar{i}_2 = \bar{i}_{2p}$  représente la valeur du courant secondaire  $\bar{i}_2$  ramenée au primaire. Le terme  $\frac{\frac{3}{2}M_{rs}}{L_1}$  représente le rapport de transformation défini par  $m = \frac{n_2}{n_1}$ .

Le système d'équations (B.I.26) en utilisant ces deux termes devient donc:

$$\begin{cases} \overline{v}_{1} = R_{1}\overline{i}_{1} + \ell_{1}\frac{d}{dt}\overline{i}_{1} + \frac{d}{dt}\overline{\varepsilon}_{1} \\ 0 = R_{2}\overline{i}_{2} + \ell_{2}\frac{d}{dt}\overline{i}_{2} + m\frac{d}{dt}\overline{\varepsilon}_{1} - j\omega_{m}\left[\left(\ell_{2} + L_{2}\right)\overline{i}_{2} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{1}\right] \end{cases}$$
(B.I.30)

Divisant la deuxième équation par m:

$$\begin{cases} \overline{v}_{1} = R_{1}\overline{i}_{1} + \ell_{1}\frac{d}{dt}\overline{i}_{1} + \frac{d}{dt}\overline{\varepsilon}_{1} \\ 0 = \frac{R_{2}}{m}\overline{i}_{2} + \frac{\ell_{2}}{m}\frac{d}{dt}\overline{i}_{2} + \frac{d}{dt}\overline{\varepsilon}_{1} - j\frac{\omega_{m}}{m} \left[ (\ell_{2} + L_{2})\overline{i}_{2} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{1} \right] \end{cases}$$
(B.I.31)

Remplaçant  $\bar{i}_2$  par  $\frac{\bar{i}_{2p}}{m}$  dans (B.I.31), on aura:

$$\begin{cases} \overline{v}_{1} = R_{1}\overline{i}_{1} + \ell_{1}\frac{d}{dt}\overline{i}_{1} + \frac{d}{dt}\left(L_{1}\overline{i}_{1} + \frac{\frac{3}{2}M_{rs}}{m}\overline{i}_{2p}\right) \\ 0 = \frac{R_{2}}{m^{2}}\overline{i}_{2p} + \frac{\ell_{2}}{m^{2}}\frac{d}{dt}\overline{i}_{2p} + \frac{d}{dt}\left(L_{1}\overline{i}_{1} + \frac{\frac{3}{2}M_{rs}}{m}\overline{i}_{2p}\right) - j\frac{\omega_{m}}{m}\left[\left(\ell_{2} + L_{2}\right)\frac{\overline{i}_{2p}}{m} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{1}\right] \end{cases}$$
(B.I.32)

En utilisant l'expression de  $m(\frac{\frac{3}{2}M_{rs}}{L_1})$  et l'équation (B.I.25), nous obtenons  $L_1 = \frac{\frac{3}{2}M_{rs}}{m}$  et

$$L_2 = m \frac{3}{2} M_{rs} \,.$$

Remplaçant ces deux expressions de  $L_1$  et de  $L_2$  dans le système d'équations (B.I.32) :

$$\begin{cases} \overline{v}_{1} = R_{1}\overline{i}_{1} + \left(\ell_{1} + \frac{3}{2}M\right)\frac{d}{dt}\overline{i}_{1} + \frac{3}{2}M\frac{d}{dt}\overline{i}_{2p} \\ 0 = R_{2}'\overline{i}_{2p} + \left(\ell_{2}' + \frac{3}{2}M\right)\frac{d}{dt}\overline{i}_{2p} + \frac{3}{2}M\frac{d}{dt}\overline{i}_{1} - j\omega_{m}\left[\left(\ell_{2}' + \frac{3}{2}M\right)\overline{i}_{2p} + \frac{3}{2}M\overline{i}_{1}\right] \end{cases}$$
(B.I.33)

Avec  $R'_2 = \frac{R_2}{m^2}$ ,  $\ell'_2 = \frac{\ell_2}{m^2}$ ,  $\frac{3}{2}M = \frac{3}{2}\frac{M_{rs}}{m}$ .

Sous forme matricielle et en remplaçant  $\frac{d}{dt}$  par l'opérateur *p*, le système d'équations (B.I.33) s'écrira:

$$\begin{bmatrix} \overline{v}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + \left(\ell_1 + \frac{3}{2}M\right)p & \frac{3}{2}Mp \\ \frac{3}{2}M\left(p - j\omega_m\right) & R_2' + \left(\ell_2' + \frac{3}{2}M\right)\left(p - j\omega_m\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{i}_1 \\ \overline{i}_{2p} \end{bmatrix}$$
(B.I.34)

Nous déduisons alors le schéma équivalent de type T du moteur asynchrone ramené au primaire en régime transitoire, figure.B.I.3.



Fig.B.I.3. Schéma équivalent de type T du moteur asynchrone en régime transitoire.

Avec: 
$$\overline{e}_2 = -j\omega_m \left[ \left( \ell'_2 + \frac{3}{2}M \right) \overline{l}_{2p} + \frac{3}{2}M \overline{l}_1 \right].$$

Pour obtenir les équations décrivant le régime permanent, il suffit de remplacer les variables par leurs expressions en termes de vecteur circulaire  $(\bar{i} = \sqrt{2}|I|e^{j(\omega_s t + \varphi)} = \bar{I})$  et p par  $j\omega_s$  dans le système d'équations (B.I.34).

$$\begin{bmatrix} \overline{V}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + j \left( \ell_1 + \frac{3}{2}M \right) \omega_s & j \frac{3}{2}M \omega_s \\ j \frac{3}{2}Mg \omega_s & \frac{R'_2}{g} + j \left( \ell'_2 + \frac{3}{2}M \right) g \omega_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{I}_1 \\ \overline{I}_{2p} \end{bmatrix}$$
(B.I.35)

Après arrangement des équations, nous obtenons le système d'équations :

$$\begin{bmatrix} \overline{V}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + j(x_1 + x_m) & jx_m \\ jx_m & R'_2 + j(x'_2 + x_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{I}_1 \\ \overline{I}_{2p} \end{bmatrix}$$
(B.I.36)

Avec:  $x_1 = \ell_1 \omega_s$ ,  $x'_2 = \ell'_2 \omega_s$  et  $x_m = \frac{3}{2} M \omega_s$ .

Nous déduisons alors le schéma équivalent de type T du moteur asynchrone en régime permanent, figure.B.I.4.



Fig. B.I.4. Schéma équivalent de type T du moteur asynchrone en régime permanent.

En utilisant le changement de variables  $i_2 = i_r e^{j\theta}$ , les expressions (B.I.10) et (B.I.11) des flux statorique et rotorique, ainsi que l'expression (B.I.17) du couple électromagnétique en régime transitoire, deviennent :

$$\overline{\lambda}_{g1} = L_1 \overline{i}_1 + \frac{3}{2} M_{rs} \overline{i}_2 \tag{B.I.37}$$

$$\overline{\lambda}_{g2} = L_2 \overline{i}_2 + \frac{3}{2} M_{rs} \overline{i}_1 = \overline{\lambda}_{gr} e^{j\theta}$$
(B.I.38)

$$\Gamma_{em} = \frac{9}{4} P.M_{rs} \operatorname{Im}\left(\bar{i}_{1}\bar{i}_{2}^{*}\right)$$
(B.I.39)

Avec  $M_{rs} = mM$  et  $\bar{i}_{2p} = m\bar{i}_2$  l'équation (B.I.39) devient:

$$\Gamma_{em} = \frac{9}{4} P.M \operatorname{Im}\left(\bar{i}_{1}\bar{i}_{2p}^{*}\right)$$
(B.I.40)

Pour obtenir l'expression du couple électromagnétique en régime permanent, nous remplaçons les variables utilisées par leurs expressions en terme de vecteur circulaire dans l'équation (B.I.38).

$$\Gamma_{em} = \frac{9}{4} P.M \operatorname{Im}(\bar{I}_1 \bar{I}_{2p}^*)$$
(B.I.41)

Du système d'équations (B.I.36) nous tirons l'expression de  $\bar{I}_{2p}$  en fonction de  $\bar{I}_1$ :

$$\bar{I}_{2p} = \frac{-jx_m}{\frac{R'_2}{g} + j(x'_2 + x_m)} \bar{I}_1$$
(B.I.42)

Le conjugué de  $\bar{I}_{2p}$  est donné par:

$$\bar{I}_{2p}^{*} = \frac{x_{m}(x_{2}' + x_{m}) + jx_{m} \frac{R_{2}'}{g}}{\left(\frac{R_{2}'}{g}\right)^{2} + (x_{2}' + x_{m})^{2}} \bar{I}_{1}^{*}$$
(B.I.43)

Insérons l'expression du conjugué de  $\bar{I}_{2p}$  dans l'équation (B.I.41), nous obtenons l'expression du couple électromagnétique en régime permanent en fonction du module du courant primaire  $\bar{I}_1$ :

$$\Gamma_{em} = \frac{9}{4} P.M \frac{x_m \frac{R'_2}{g}}{\left(\frac{R'_2}{g}\right)^2 + \left(x'_2 + x_m\right)^2} |I_1|^2$$
(B.I.44)

Le référentiel statorique est choisi en vue d'étudier des variations importantes de la vitesse de rotation associées ou non à des variations de la fréquence d'alimentation. Ce référentiel est utilisé pour l'analyse de la commande F.A.M. (Field Accelaration Method) (Yamamura, 1992) et dans notre travail nous utilisons ce référentiel pour l'estimation des paramètres de la machine asynchrone.

### III.2. Référentiel Lié au Champ Tournant

Pour avoir un référentiel lié au champ tournant, nous posons:

$$\bar{i}_a = \bar{i}_1 e^{j\theta_s} \tag{B.I.45}$$

$$\bar{i}_r = \bar{i}_2 e^{j\theta_g} \tag{B.I.46}$$

Avec  $\theta_s = \omega_s t$ ,  $\theta_g = \omega_g t$  et  $\theta = \theta_s - \theta_g = \omega_m t$ .

A partir du système d'équations (B.I.14) et des changements de variables (B.I.45) et (B.I.46) nous obtenons le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} \overline{v}_{a} = R_{1}\overline{i}_{1}e^{j\theta_{s}} + \ell_{1}\frac{d}{dt}(\overline{i}_{1}e^{j\theta_{s}}) + \frac{d}{dt}\left(L_{1}\overline{i}_{1}e^{j\theta_{s}} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{2}e^{j\theta_{g}}e^{j\theta}\right) \\ 0 = R_{2}\overline{i}_{2}e^{j\theta_{g}} + \ell_{2}\frac{d}{dt}(\overline{i}_{2}e^{j\theta_{g}}) + \frac{d}{dt}\left(L_{2}\overline{i}_{2}e^{j\theta_{g}} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{1}e^{j\theta_{s}}e^{-j\theta}\right) \end{cases}$$
(B.I.47)

En multipliant la première équation du système (B.I.47) par  $e^{-j\theta_s}$  et la seconde par  $e^{-j\theta_g}$  et en posant  $\overline{v}_1 = \overline{v}_a e^{-j\theta_s}$ , nous obtenons:

$$\begin{cases} \overline{v}_{1} = R_{1}\overline{i}_{1} + \ell_{1}e^{-j\theta_{s}} \frac{d}{dt}(\overline{i}_{1}e^{j\theta_{s}}) + e^{-j\theta_{s}} \frac{d}{dt}\left[e^{j\theta_{s}}\left(L_{1}\overline{i}_{1} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{2}\right)\right] \\ 0 = R_{2}\overline{i}_{2} + \ell_{2}e^{-j\theta_{g}} \frac{d}{dt}(\overline{i}_{2}e^{j\theta_{g}}) + e^{-j\theta_{g}} \frac{d}{dt}\left[e^{j\theta_{g}}\left(L_{2}\overline{i}_{2} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{1}\right)\right] \end{cases}$$
(B.I.48)

Ou en d'autre termes:

$$\begin{cases} \overline{v}_{1} = R_{1}\overline{i}_{1} + j\ell_{1}\omega_{s}\overline{i}_{1} + \ell_{1}\frac{d}{dt}\overline{i}_{1} + j\omega_{s}\left(L_{1}\overline{i}_{1} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{2}\right) + \frac{d}{dt}\left(L_{1}\overline{i}_{1} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{2}\right) \\ 0 = R_{2}\overline{i}_{2} + j\ell_{2}\omega_{g}\overline{i}_{2} + \ell_{2}\frac{d}{dt}\overline{i}_{2} + j\omega_{g}\left(L_{2}\overline{i}_{2} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{1}\right) + \frac{d}{dt}\left(L_{2}\overline{i}_{2} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{1}\right) \end{cases}$$
(B.I.49)

Pour ramener les variables et les paramètres de ce système au primaire, nous procédons de la même façon que précédemment. En remplaçant  $\frac{d}{dt}$  par l'opérateur de Laplace p, nous obtenons le système d'équations suivant:

$$\begin{bmatrix} \overline{v}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + \left(\ell_1 + \frac{3}{2}M\right)(p + j\omega_s) & \frac{3}{2}M(p + j\omega_s) \\ \frac{3}{2}M(p + j\omega_g) & R_2' + \left(\ell_2' + \frac{3}{2}M\right)(p + j\omega_g) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{i}_1 \\ \overline{i}_{2p} \end{bmatrix}$$
(B.I.50)

De ce dernier système d'équations, nous déduisons le schéma équivalent de type T du moteur asynchrone ramené au primaire en régime transitoire, figure. B.I.5.



Fig. B.I.5. Schéma équivalent de type T du moteur asynchrone en régime transitoire.

Avec 
$$\bar{e}_1 = -j\omega_s \left[ \left( \ell_1 + \frac{3}{2}M \right) \bar{i}_1 + \frac{3}{2}M \bar{i}_{2p} \right], \ \bar{e}_2 = -j\omega_s \left[ \left( \ell_2' + \frac{3}{2}M \right) \bar{i}_{2p} + \frac{3}{2}M \bar{i}_1 \right]$$

En utilisant les changements de variables (B.I.45) et (B.I.46), les expressions (B.I.10) et (B.I.11) des flux statorique et rotorique, ainsi que l'expression (B.I.17) du couple électromagnétique, en régime transitoire, deviennent:

$$\overline{\lambda}_{g1} = L_1 \overline{i}_1 + \frac{3}{2} M_{rs} \overline{i}_2 = \overline{\lambda}_{ga} e^{-j\theta_s}$$
(B.I.51)

$$\overline{\lambda}_{g2} = L_2 \overline{i}_2 + \frac{3}{2} M_{rs} \overline{i}_1 = \overline{\lambda}_{gr} e^{-j\theta_g}$$
(B.I.52)

$$\Gamma_{em} = \frac{9}{4} P.M_{rs} \operatorname{Im}\left(\bar{i}_{1}\bar{i}_{2}^{*}\right)$$
(B.I.53)

Avec  $M_{rs} = mM$  et  $\bar{i}_{2p} = m\bar{i}_2$  l'équation (B.I.53) devient:

$$\Gamma_{em} = \frac{9}{4} P.M \operatorname{Im}\left(\bar{i}_{1}\bar{i}_{2p}^{*}\right)$$
(B.I.54)

Pour le régime permanent, nous obtenons les mêmes équations que dans le cas d'un référentiel lié au stator.

Le référentiel lié au champ tournant est le seul qui n'introduise pas de simplification des équations (B.I.14). Cependant il est souvent utilisé dans l'étude de l'alimentation des moteurs asynchrones à fréquence variable lorsqu'on s'intéresse à la transmittance du moteur relative à de petites perturbations autour d'un point de fonctionnement donné. C'est dans ce référentiel qui sera développée la commande vectorielle de la machine asynchrone (Blaschke, 1972).

#### III.3. Référentiel Lié au Rotor

Pour avoir un référentiel lié au rotor, nous posons  $\bar{i}_1 = \bar{i}_a e^{-j\theta}$  et nous remplaçons  $\bar{i}_r$  par  $\bar{i}_2$  dans le système d'équations (B.I.14). Nous obtenons:

$$\begin{cases} \overline{v}_{a} = R_{1}\overline{i}_{1}e^{j\theta} + \ell_{1}\frac{d}{dt}(\overline{i}_{1}e^{j\theta}) + \frac{d}{dt}\left(L_{1}\overline{i}_{1}e^{j\theta} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{2}e^{j\theta}\right) \\ 0 = R_{2}\overline{i}_{2} + \ell_{2}\frac{d}{dt}\overline{i}_{2}\frac{d}{dt}\left(L_{2}\overline{i}_{2} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{1}\right) \end{cases}$$
(B.I.55)

Ou bien:

$$\begin{cases} \bar{v}_{a} = R_{1}\bar{i}_{1}e^{j\theta} + \ell_{1}\left(e^{j\theta}\frac{d}{dt}\bar{i}_{1} + j\omega_{m}\bar{i}_{1}e^{j\theta}\right) + e^{j\theta}\frac{d}{dt}\left(L_{1}\bar{i}_{1} + \frac{3}{2}M_{rs}\bar{i}_{2}\right) + j\omega_{m}e^{j\theta}\left(L_{1}\bar{i}_{1} + \frac{3}{2}M_{rs}\bar{i}_{2}\right) \\ 0 = R_{2}\bar{i}_{2} + \ell_{2}\frac{d}{dt}\bar{i}_{2} + \frac{d}{dt}\left(L_{2}\bar{i}_{2} + \frac{3}{2}M_{rs}\bar{i}_{1}\right) \end{cases}$$
(B.I.56)

En Multipliant la première équation du système d'équations (B.I.56) par  $e^{-j\theta}$  et en posant  $\overline{v}_1 = \overline{v}_a e^{-j\theta}$ , nous obtenons finalement:

$$\begin{cases} \overline{v}_{1} = R_{1}\overline{i}_{1} + (\ell_{1} + L_{1})\frac{d}{dt}\overline{i}_{1} + \frac{3}{2}M_{rs}\frac{d}{dt}\overline{i}_{2} + j\omega_{m}\left[(\ell_{1} + L_{1})\overline{i}_{1} + \frac{3}{2}M_{rs}\overline{i}_{2}\right] \\ 0 = R_{2}\overline{i}_{2} + (\ell_{2} + L_{2})\frac{d}{dt}\overline{i}_{2} + \frac{3}{2}M_{rs}\frac{d}{dt}\overline{i}_{1} \end{cases}$$
(B.I.57)

En utilisant le changement de variables précèdent, les expressions (B.I.10) et (B.I.11) des flux statorique et rotorique, ainsi que l'expression du couple électromagnétique (B.I.17), en régime transitoire, deviennent:

$$\overline{\lambda}_{g1} = L_1 \overline{i}_1 + \frac{3}{2} M_{rs} \overline{i}_2 = \overline{\lambda}_{ga} e^{-j\theta}$$
(B.I.58)

$$\bar{\lambda}_{g2} = L_2 \bar{i}_2 + \frac{3}{2} M_{rs} \bar{i}_1$$
(B.I.59)

$$\Gamma_{em} = \frac{9}{4} P.M_{rs} \operatorname{Im}(\bar{i}_1 \bar{i}_2^*)$$
(B.I.60)

Le référentiel lié au rotor peut être intéressant dans les problèmes de régimes transitoires où la vitesse de rotation est considérée comme constante.

#### IV. SIMULATION DU COMPORTEMENT DE LA MACHINE ASYNCHRONE

La simulation numérique du fonctionnement des systèmes physiques est devenue une étape classique dans l'étude de ces systèmes. Elle consiste à résoudre le système d'équations donné par le modèle, afin d'obtenir les différentes grandeurs du système physique. Comme la simulation sera exécutée sur PC l'utilisation d'un modèle discret du système physique est plus intéressante ; où le choix de la période d'échantillonnage est très important, d'une part pour bien suivre le comportement dynamique des variables rapides du système et d'autre part pour conserver un temps de simulation raisonnable par rapport au temps réel nécessaire pour le calcul. Dans le but de valider notre modèle, une confrontation avec des résultats expérimentaux est nécessaire. Pour cela nous avons effectué un démarrage direct sur réseau où nous avons mesuré les grandeurs suivantes : la tension statorique qui servira d'excitation pour le modèle à valider, le courant statorique et la vitesse de rotation de la machine. Les mesures recueillies sont ensuite transférées vers un PC via un oscilloscope numérique figure.B.I.6. Pour la simulation d'un démarrage direct de la machine dans les mêmes conditions expérimentales nous excitons notre modèle par la tension statorique mesuré lors du démarrage direct de la machine. Le courant statorique simulé ainsi que la vitesse rotorique simulée seront confrontés aux mesures expérimentales pour une comparaison.



Fig.B.I.6. Structure du système expérimental.

Le modèle d'état continu de la machine asynchrone qui découle des équations (B.I.19), (B.I.33) et (B.I.40) est donné par les équations B.I.61 et B.I.62. Les variables d'état dans ce modèle sont : le courant statorique  $\bar{i}_1$  et le flux d'entrefer  $\overline{\Phi}_0 = \frac{3}{2}M(\bar{i}_1 + \bar{i}_{2p})$  pour la partie électromagnétique ; la vitesse rotorique  $\Omega_r$  et le couple résistant  $\Gamma_r$  pour la partie mécanique.

#### \* La partie électromagnétique

$$\begin{cases} \dot{\overline{X}}_{e}(t) = \overline{A}_{e}\overline{\overline{X}}_{e}(t) + B_{e}\overline{U}(t) \\ \overline{Y}_{e}(t) = C_{e}\overline{\overline{X}}_{e}(t) \end{cases}$$
(B.I.61)

Avec 
$$\overline{X}_{e}(t) = \left[\frac{\overline{i}_{1}}{\Phi_{0}}\right], \overline{Y}_{e}(t) = \overline{i}_{1} et \overline{U}(t) = \overline{v}_{1}$$

$$\overline{A}_{e} = \begin{bmatrix} \overline{A}_{e11} & \overline{A}_{e12} \\ \overline{A}_{e21} & \overline{A}_{e22} \end{bmatrix}, \quad B_{e} = \begin{bmatrix} 1 \\ \ell_{T} \\ \underline{\ell'_{2}} \\ \overline{\ell_{T}}\sigma \end{bmatrix} et \quad C_{e} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Les éléments de la matrice  $\overline{A}_e$  sont données en annexe A.

### ✤ La partie mécanique

$$\begin{cases} \dot{X}_m(t) = A_m X_m(t) + B_m U_m(t) \\ y_m(t) = C_m X_m(t) \end{cases}$$
(B.I.62)

Avec :

$$X_{m}(t) = \begin{bmatrix} \Omega_{r} \\ \Gamma_{r} \end{bmatrix}, U_{m}(t) = \Gamma_{em}.$$
$$A_{m} = \begin{bmatrix} -\frac{f_{r}}{J_{m}} & -\frac{1}{J_{m}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_{m} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_{m}} \\ 0 \end{bmatrix} \text{ et } C_{m} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Le modèle discret est mieux adapté à une simulation sur PC. Il est obtenu par l'application du développement d'Euler de premier ordre au modèle continu de la machine:

$$\overline{X}_{e}(k+1) = \overline{A}_{eD}\overline{X}_{e}(k) + B_{eD}U_{e}(k)$$
(B.I.63)

$$X_{m}(k+1) = A_{mD}X_{m}(k) + B_{mD}U_{m}(k)$$
(B.I.64)

Avec :

$$A_{eD/mD} = e^{A_{e/m^{1}}}$$
$$B_{eD/mD} = \overline{A}_{e/m}^{-1} (\overline{A}_{eD/mD} - I) B_{e/m}$$

 $\overline{4}$  T

## V.RESULTATS DE SIMULATION ET COMPARAISON

Nous utilisons le modèle discret de la machine asynchrone représenté par les équations (B.I.63) et (B.I.64) pour la simulation d'un démarrage direct à vide d'une machine asynchrone de 2kW et 1425 tr/mn les paramètres de la machine sont données en annexe B. le vecteur d'entrée du modèle sera composé de la tension d'alimentation mesurée.

La figure B.I.7 montre les variations du courant statorique simulé et le courant mesuré. La figure B.I.8 montre les variations de la vitesse rotorique simulé et la vitesse rotorique mesurée. Ces deux figures montrent que les variables simulées ont la même allure que les variables mesurées mais avec une certaine erreur durant le régime transitoire, cette erreur est due essentiellement à la méthode d'identification des paramètres de la machine qui est en régime permanent est qui est basée sur les essais classiques de la machine asynchrone à savoir l'essai à vide, l'essai à rotor bloqué etc. ; donc pour pouvoir représenté fidèlement le comportement dynamique de la machine une bonne identification des paramètres de la machine en régime transitoire est nécessaire.



Fig.B.I.7. Comparaison entre le courant statorique simulé et mesuré.



Fig.B.I.8. Comparaison entre la vitesse rotorique simulée et mesurée.

# VI. CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons développé un nouveau modèle de la machine asynchrone en se basant sur la théorie du vecteur spiral. Ce modèle ne dépend que des variables et paramètres d'une seule phase au stator et au rotor ce qui permit de réduire l'ordre du modèle de six variables d'états ou quatre à deux variables d'état exprimés dans l'ensemble des nombres complexes. Les résultats obtenus par simulation concordent bien avec les résultats expérimentaux en régime permanent. En régime transitoire, un décalage relatif des résultats est observé. Cette différence est due essentiellement aux mauvais résultats d'identification des paramètres de la machine qui sont obtenus par des essais classiques en régime permanents (essai à vide, essai à rotor bloqué, etc. ...) et aux hypothèses simplificatrices avec un degré moins. Ce qui nous conduit à identifier les paramètres de la machine asynchrone en régime transitoire dans le prochain chapitre.

# CHAPITRE II

# IDENTIFICATION SANS CAPTEUR DE VITESSE DES PARAMETRES DE LA MACHINE ASYNCHRONE

# I. INTRODUCTION

La fin du siècle dernier a été très fructueuse pour le contrôle de la machine asynchrone : où nous avons assisté à un développement rapide des stratégies de contrôle, des simples méthodes du contrôle scalaire vers les stratégies de contrôle adaptative avec ou sans capteur. Aujourd'hui, ces commandes sont très performantes pour de nombreuses applications industrielles et les études de recherches développements sont orientées et focalisées sur les méthodes de supervision et du diagnostic des défauts. Cependant, les paramètres électriques qui caractérisent le modèle de la machine asynchrone varient significativement durant les différents points de fonctionnements de cette dernière. Ces variations sont causées par différents phénomènes tel que l'échauffement au niveau du stator et du rotor, la saturation magnétique, l'effet de peau, etc. .... Une mauvaise connaissance des variations des ces paramètres peut entraîner la détérioration des performances attendues d'un contrôle ou d'une supervision.

Traditionnellement, les paramètres de la machine asynchrone sont obtenus par des tests classiques en régime permanent tel que l'essai à vide ou au synchronisme et à rotor bloqué. Ces essais en fournissent des paramètres non adéquats pour les différents points de fonctionnement (Bounekhela, 2004 ; Touhami, 1994).

Cependant, lorsque un haut niveau de connaissance des paramètres est requis, il est impératif de recourir à des méthodes d'identification sophistiquée. Krishnan et Bharadwaj (Krishnan and Bharadwaj, 1990) ont présenté en revue plusieurs méthodes pour identifier la constante du temps rotorique. Souvent, ces méthodes perturbent le contrôle en injectant un signal test. Les travaux qui combinent l'estimation des variables d'état et les paramètres de la machine sont proposés par plusieurs chercheurs. La méthode la plus usitée est celle qui exploite le filtre de Kalman étendu basé sur le modèle de Park, où il est nécessaire d'utiliser quatre ou six capteurs pour mesurer les tensions et les courants nécessaires au calcul de la transformation de Park (Chavez et al, 2004 ; Lorron and Laliberte, 1993 ; Salvatore et al, 2001 ; Vicente et al, 2003).

Dans ce chapitre, nous développons un nouvel observateur basé sur le modèle de la théorie du vecteur spiral et le filtre de Kalman complexe étendu pour identifier simultanément les variables d'état, la vitesse rotorique et les cinq paramètres électriques qui caractérisent le schéma équivalent en T de la machine asynchrone. Cet observateur a seulement besoin de la connaissance de la tension et du courant d'une seule phase statorique. Pour cela deux capteurs suffissent pour identifier la machine (Menaa et al, 2001 ; Menaa et al, 2003 ; Menaa et al, 2006).

# II. GENERALITES SUR L'IDENTIFICATION DES PARAMETRES

L'identification classique des paramètres du schéma équivalent en régime permanent est basée sur les trois essais suivants : au synchronisme, à rotor bloqué et à courant continu.

L'essai au synchronisme ne présente pas de difficultés particulières, car il suffit de disposer d'une autre machine accouplée à la machine asynchrone à identifier. Par contre, l'essai à rotor bloqué pose un certain nombre de difficultés :

- La première difficulté concerne la stabilité thermique de l'essai. En effet, la machine s'échauffe rapidement, et par conséquent, les paramètres obtenus peuvent être issus d'essais effectués dans des conditions de température complètement différentes du fonctionnement normal de la machine.
- La deuxième concerne le blocage du rotor. En effet, pour les moteurs de grande puissance, l'immobilisation du rotor est difficile.

En plus des difficultés d'expérimentation citées précédemment, il faut ajouter que les paramètres obtenus par cette méthode ne sont valides que dans une plage restreinte de fonctionnement de la machine et en plus cette méthode exige la disponibilité de la machine à identifier.

L'identification à l'aide des méthodes numériques de calcul de champs basées sur la méthode des éléments finis peut conduire à des paramètres précis. Cependant, elles nécessitent la connaissance de la géométrie de la machine ainsi que les caractéristiques magnétiques des matériaux la constituant. Ces données ne sont pas toujours disponibles au niveau de l'utilisateur, ce qui restreint le recours à ces méthodes.

L'identification statique de la machine consiste à déterminer les paramètres électriques en utilisant la croissance ou la décroissance du courant continu dans ses enroulements. La réalisation pratique s'effectue par application ou suppression d'une tension continue dans les enroulements tout en maintenant le rotor bloqué (Bounekhela, 2004; Khenfer, 1995; Touhami, 1994). Cette méthode présente l'inconvénient de ne pas fournir tous les paramètres de la machine asynchrone, et que les paramètres obtenus ne sont valables que pour un type d'alimentation qui diffère énormément de la tension d'alimentation normale de la machine asynchrone.

La méthode d'identification utilisant le régime transitoire des variables d'état mesurables (courant, tension, vitesse) assure une meilleure connaissance des paramètres de la machine. Dans le cas de la machine asynchrone triphasée, les mesures sont effectuées au démarrage sous pleine tension et à vide. Dans cette méthode, la mesure de la vitesse constitue un véritable handicap lorsque la machine n'est pas dotée d'un codeur de vitesse (ou génératrice tachymétrique), surtout lorsque cette dernière est difficilement accessible (cas de machines immergés à des profondeurs de plusieurs centaines de mètres ou de machines de production difficilement déplaçables). Il existe de nombreuses méthodes de détermination de la vitesse, rencontrées dans la littérature (Andraes-Purwoadi, 1996 ; Arcker, 1999 ; Boader et al, 1992 ; Kubota et al, 1993 ; Ourth, 1995 ; Restrepo, 1997 ; Yang and Chin, 1993), généralement réparties en deux groupes :

- les méthodes partielles où la détermination de la vitesse de rotation mécanique est faite en dehors de l'observateur des grandeurs électriques,
- et les méthodes globales où cette fois, elle est déterminée avec les autres variables d'état.

# III. DIFFERENTES TECHNIQUES GLOBALES D'OBSERVATION DES PARAMETRES

Dans ce paragraphe, nous abordons les différentes techniques de détermination des paramètres de la machine sans capteur de vitesse car une mauvaise identification des paramètres de la machine et les faiblesses de capteurs de vitesse peuvent entraîner de graves dysfonctionnements de la stratégie de contrôle, et mettre en danger le système. Un intérêt croissant est porté à ces techniques de calcul des paramètres et de la vitesse et les parutions traitant de ce sujet sont légions.

Il existe plusieurs méthodes d'estimation des paramètres sans capteur. Selon l'information sur la précision des paramètres à déterminer, on distingue, en général deux groupes :

- Méthodes déterministes, dites observateur déterministe ;
- Méthodes stochastiques, communément appelées observateur stochastique.

Le premier groupe ne fournit aucune information sur la précision des paramètres identifiés, alors que le deuxième, qui tient compte des bruits qui perturbent le processus, associe à chaque valeur des paramètres une précision.

On peut aussi classer les méthodes d'identification en fonction du procédé utilisé pour atteindre l'objectif visé. Ainsi, nous pouvons citer les méthodes itératives d'indentification qui utilisent plusieurs fois le même jeu d'échantillons entrées-sorties et les méthodes directes qui ne l'utilisent qu'une seule fois. Cette classification est plutôt liée aux méthodes d'optimisation utilisées.

# IV. PRESENTATION DES OBSERVATEURS

# IV.1. Généralités

Généralement tous les états d'un processus ne sont pas disponibles pour un retour d'état. Dans plusieurs cas, il est nécessaire d'estimer les variables d'état non mesurables. L'algorithme qui permet d'estimer ou observer les états est appelé observateur ou estimateur. Un observateur est un développement mathématique qui permet de reconstituer les états internes d'un système à partir uniquement des données accessibles, c'est à dire les entrées imposées et les sorties (Borne et al, 1990 ; Boumegoura, 2001).

Lorsque l'observateur d'état estime toutes les variables d'état du système, même si quelques unes sont directement mesurables, il est dit observateur d'état d'ordre complet.

Par contre, si l'observateur estime quelques variables d'état il est dit observateur d'état d'ordre réduit ou observateur d'ordre réduit. Si cet ordre est le minimum possible, l'observateur est dit d'ordre minimum.

Généralement, l'observateur est implémenté en boucle ouverte ou boucle fermée.

Dans le premier cas, nous utilisons uniquement les valeurs du vecteur d'entrée du système physique lors de l'estimation d'état. On admet donc implicitement que le modèle mathématique décrit, avec exactitude, le comportement dynamique du système et que nous connaissons également le vecteur d'état initial.

Dans le deuxième, nous utilisons les valeurs du vecteur d'entrée ainsi que celles du vecteur de mesures lors de l'estimation. Pour cela, nous faisons appel à la réponse réelle du système pour guider la trajectoire du vecteur d'état estimé.

Sur les figures (Fig.B.II.1 et Fig.B.II.2), nous présentons les schémas blocs de ces deux types d'estimateurs. On considère dans ce qui suit, seulement les estimateurs d'ordre complet. Le vecteur d'état du processus réel est désigné par X(k) et celui de l'estimateur par x(k). Il en est de même pour Y(k) et y(k).

Le schéma de la figure B.II.2 est préférable à celui de la figure B.II.1 vis-à-vis de la convergence de l'estimateur et de la prise en compte des perturbations. La matrice K dans la boucle de rétroaction négative est un facteur de pondération qui corrige la trajectoire du en l'erreur vecteur d'état estimé fonction de instantanée d'estimation « e(k) = C(X(k) - x(k)) ». La matrice de gains K assure et détermine la rapidité de convergence de l'estimateur en boucle fermée. Le choix de la matrice K est le problème central lors de la synthèse d'un observateur d'état. Des gains très petits conduisent, pendant le régime transitoire, à d'importantes erreurs d'estimation. Une augmentation des gains risque de transformer l'estimateur en un amplificateur de bruits (Nogueira, 1989 ; Ray, 1981). Il est très courant de choisir la matrice de gains de telle sorte que la dynamique de l'observateur soit deux fois plus rapide que celle du système à observer. Des bruits de mesures qui se greffent à Y(k) apparaissent sur e(k) comme un biais qui est amplifié par K lorsque les valeurs des gains sont très élevées (Chen, 1984 ; Nogueira, 1989).

Dans la plupart des applications où il est nécessaire d'effectuer une estimation d'état, il est préférable d'employer un estimateur en boucle fermée. Par un choix correct de la matrice des gains, nous pouvons obtenir une relative immunité aux bruits et perturbations (Nogueira, 1989; Verghese, 1987). Nous dénombrons des observateurs déterministes et d'autres stochastiques selon le type de représentation utilisée pour le système à observer.

Généralement les observateurs les plus utilisés dans la pratique sont l'observateur de Luenberger de type déterministe, et l'observateur de Kalman ou filtre de Kalman de type stochastique.



Fig.B.II.1. Observateur en boucle ouverte.





# **IV.2. Observateur Déterministe**

La structure de base d'un observateur déterministe est semblable à celle d'un estimateur en boucle fermée (Fig. II.B.2). L'approche déterministe est soumise à deux hypothèses :

- La connaissance exacte du modèle du processus, c'est-à-dire les coefficients des matrices  $A_D$ ,  $B_D$  et C;
- L'absence d'erreurs de mesures ou de perturbations externes.

L'adoption de ce point de vue déterministe dans l'estimation de l'état d'un système physique néglige les notions d'incertitudes et des fluctuations aléatoires. Or toute observation physique est perturbée par des signaux parasites. Tout au long d'une chaîne de mesures des signaux viennent parasiter le signal qui contient l'information. Ces signaux parasites ont des causes diverses, internes aux dispositifs de mesures et externes. D'autre part le traitement numérique pour l'obtention des variables estimées utilise des paramètres recueillis au moyen d'une chaîne de mesure soumise aux mêmes aléas. Dans certains cas, l'approche déterministe peut s'avérer suffisante quand les bruits sont faibles. Cependant, pour atteindre de hautes performances, il faut augmenter la précision des variables estimées.

Dans le cas déterministe, la précision est limitée par les bruits qui sont amplifiées au lieu d'être rejetés. L'observateur déterministe standard ou l'observateur de Luenberger standard est utilisé pour les systèmes déterministes linéaires à temps invariants et l'observateur de Luenberger étendu est appliqué pour les systèmes non linéaires à temps invariants. La simplicité de l'algorithme et la facilité de l'adaptation de l'observateur de Luenberger étendu lui permettent d'avoir des avantages sur le filtre de Kalman étendu (Ouadghiri, 1995 ; Von-Westerholt, 1994).

# IV.3. Observateur Stochastique

La structure de base d'un estimateur stochastique est semblable à celle d'un estimateur déterministe en boucle fermée (Fig. II.B.2) en ajoutant un vecteur bruit W(k) au vecteur commande (entrée) U(k) et un bruit V(k) au vecteur de mesures Y(k) (Fig. II.B.3). La matrice gain K est calculée à partir du modèle discret et des propriétés statistiques des bruits. En effet, dans l'approche stochastique nous avons un lien très précis entre le placement des pôles de l'estimateur et les paramètres statistiques des bruits. Etant donné la description des bruits, le choix de la matrice des gains K est optimal au sens de la variance minimale des erreurs des valeurs estimées. Dans le cas stochastique, on peut prendre en compte les bruits du système et les bruits de mesure. L'approche stochastique est de faible dispersion. Dans la littérature spécialisée, le terme observateur d'état est réservé pour une estimation d'état déterministe et le terme filtre pour le cas stochastique.



Fig.B.II.3. Système stochastique.

# V.FILTRE DE KALMAN COMPLEXE

Le filtre de Kalman est un algorithme récursif de traitement des données qui génère, à partir d'un ensemble de mesures entachées de bruit, l'estimé des variables d'état d'un système dynamique. La formulation récurrente de l'algorithme de Kalman est bien adaptée au traitement numérique sur PC. Nous ne considérons dans notre travail que la forme discrète du filtre de Kalman.

Le filtre de Kalman comporte deux étapes. La première dite étape de prédiction consiste à prédire les états d'un système en utilisant son modèle d'état. La deuxième étape de correction, dans laquelle les états prédits dans la première sont corrigés.

Comme pour l'observateur de Luenberger, le filtre de Kalman linéaire est appliqué aux systèmes stochastiques linéaires où il n'estime que les états du système à observer. Pour les systèmes non linéaires, le filtre de Kalman non linéaire (Kalman étendu) est utilisé.

Peu sensible aux variations des paramètres internes de ce type de systèmes, il permet d'estimer en même temps les variables d'état et les paramètres internes en tenant compte des bruits de mesures et de modélisation. Ceci le rend préférable pour l'estimation des paramètres de la machine asynchrone sans capteur mécanique et son contrôle (Barut et al, 2005 ; EL-Hassan, 1999 ; Vas, 1998). Nous choisissons ce type d'observateur pour l'estimation des états et des paramètres électriques de la machine asynchrone sans capteur de vitesse.

La condition d'applicabilité d'un filtre de Kalman est que les variables d'état doivent appartenir à l'ensemble des réels « $\Re$ ». Par contre, les variables d'état, dans notre, modèle sont des vecteurs spiraux appartenants à l'ensemble des complexes « $\mathbb{C}$ », donc, le filtre de Kalman n'est applicable que si nous décomposons le modèle en parties réelle et imaginaire, ce qui augmente l'ordre du modèle. Nishiyama (Nishiyama, 1997) a développé une variante du filtre de Kalman dite filtre de Kalman complexe où les variables d'état sont exprimées en complexe. Ce filtre est plus performant du point de vue modélisation et stabilité par rapport au filtre de Kalman dans  $\Re$ . Comme pour le filtre de Kalman réel, le filtre de Kalman complexe linéaire est appliqué aux systèmes stochastiques complexes linéaires, et le filtre de Kalman complexe non linéaire (filtre de Kalman complexe étendu « FKCE ») est appliqué aux systèmes stochastiques complexes non linéaires.

Dans l'étude bibliographique que nous avons mené, le filtre de Kalman complexe est toujours utilisé dans l'estimation des paramètres des lignes de télécommunication ou de Réseaux électriques. Pour ces deux domaines, il permet d'estimer la fréquence, l'amplitude et la phase d'un signal. L'objectif que nous nous fixons est d'étendre son emploi à l'estimation des paramètres de la machine asynchrone sans capteur de vitesse, ce qui constitue l'originalité de notre travail (Menaa et al, 2001 ; Menaa et al, 2003 ; Menaa et al, 2006).

# V.1. Filtre de Kalman Complexe Linéaire

La structure d'un modèle stochastique est composée d'un modèle déterministe avec des entrées aléatoires  $\overline{W}(k)$  et  $\overline{V}(k)$ , Eq.B.II.1.

$$\begin{cases} \overline{x}(k+1) = \overline{A}_D \overline{x}(k) + \overline{B}_D \overline{U}(k) + W(k) \\ \overline{y}(k) = \overline{C} \overline{x}(k) + \overline{v}(k) \end{cases}$$
(B.II.1)

Nous considérons que :

- La paire  $(\overline{A}_D, \overline{C})$  est détectable, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de mode instable et inobservable dans le système ;
- Le signal W
  (k) est un bruit blanc gaussien complexe<sup>1</sup> de moyenne nulle et de variance σ<sup>2</sup><sub>W</sub>, où la partie réelle et la partie imaginaire du bruit W
  (k) sont mutuellement indépendantes et ont la même variance σ<sup>2</sup><sub>Wr</sub> = σ<sup>2</sup><sub>Wi</sub> (Nishiyama, 1997; Kumaresan, 1982; Papoulis, 1984), où la variance de W
  (k) est la somme des variances de la partie réelle et imaginaire de W
  (k) équation (B.II.2).

$$\sigma_W^2 = \sigma_{Wr}^2 + \sigma_{Wi}^2 \tag{B.II.2}$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Bruit blanc est un signal aléatoire dont la densité spectrale de la variance est constante.

• Le signal  $\overline{V}(k)$  a les mêmes caractéristiques que  $\overline{W}(k)$ 

$$\sigma_V^2 = \sigma_{Vr}^2 + \sigma_{Vi}^2 \tag{B.II.3}$$

• Les covariances des bruits  $\overline{W}(k)$  et  $\overline{V}(k)$  sont définies par :

$$\mathbf{E}\left[\overline{W}(k)\overline{W}(j)^{*^{T}}\right] = Q(k)\delta(k-j)$$
(B.II.4)

$$\mathbf{E}\left[\overline{V}(k)\overline{V}(j)^{*^{T}}\right] = R(k)\delta(k-j)$$
(B.II.5)

Avec :

$$\delta(k-j) = \begin{cases} 1 & pour \, k = j \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$
(B.II.6)

• Les bruits  $\overline{W}(k)$  et  $\overline{V}(k)$  sont non corrélés si :

$$\mathbf{E}\left[\overline{W}(k)\overline{V}(j)^{*^{T}}\right] = 0 \tag{B.II.7}$$

En exploitant les résultats de (Nishiyama, 1997 ; Flores, 2003 ; Dash, 1999; Dash, 2000 ; Pradhan, 2004), l'algorithme du filtre de Kalman linéaire se décompose en deux groupes d'équations :

#### Equations de prédiction

Prédiction de l'état :

A l'instant k, on connaît  $\overline{x}(k)$ , on prédit l'état à l'instant k+1 en utilisant le modèle déterministe suivant :

$$\overline{x}_{P}(k+1) = \overline{A}_{D}\overline{x}(k) + \overline{B}_{D}\overline{U}(k)$$
(B.II.8)

Matrice de covariance de l'erreur :

A l'instant k l'erreur d'estimation est caractérisée par  $\overline{P}(k)$ . Le modèle de prédiction étant faux, l'erreur ne peut que croître et l'erreur de prédiction à l'instant k+1 sera caractérisée par :

$$\overline{P}_{P}(k+1) = \overline{A}_{D}\overline{P}(k)\overline{A}_{D}^{*T} + Q$$
(B.II.9)

### Equations de correction

A l'instant k + 1, on recale la prédiction avec l'innovation via le gain  $\overline{K}$  du filtre, le choix optimal de  $\overline{K}$  est celui qui minimise la trace de  $\overline{P}(k+1) \ll \frac{\partial Tace(\overline{P}(k+1))}{\partial k}$  est minimale ».

➢ Gain du filtre de Kalman

$$\overline{K} = \overline{P}_{P}(k+1)\overline{C}^{*T} \left[\overline{C}\overline{P}_{P}(k+1)\overline{C}^{*T} + R\right]^{-1}$$
(B.II.10)

Correction de l'état

$$\overline{x}(k+1) = \overline{x}_{P}(k+1) + \overline{K}(\overline{Y}(k) - \overline{C}\overline{x}_{P}(k))$$
(B.II.11)

Correction de la matrice de covariance de l'erreur

$$\overline{P}(k+1) = \overline{P}_{P}(k+1) - \overline{KCP}_{P}(k+1)$$
(B.II.12)

Notons que les conditions initiales sont le plus souvent mal connues mais leur choix erroné (éventuellement arbitraire) n'altère que temporairement les performances du filtre. Notons aussi que la convergence du filtre et sa stabilité repose sur la bonne détermination des matrices de covariance Q et R des bruits  $\overline{W}(k)$  et  $\overline{V}(k)$ . Dans le cas d'un système non linéaire, on ne peut pas appliquer le filtre de Kalman linéaire. Il faut alors linéairiser le système en utilisant le développement en série de Taylor du premier ordre, ce qui conduit à l'utilisation du filtre de Kalman complexe non linéaire « FKCE ».

#### V.2. Filtre de Kalman Complexe Non Linéaire

Comme pour le filtre de Kalman linéaire, le filtrage de Kalman non linéaire d'un processus prend en compte les bruits d'état, notés  $\overline{W}(k)$ , sur le vecteur d'état  $\overline{\xi}(k)$ , et les bruits de mesure, notés  $\overline{V}(k)$ , sur le vecteur de mesure  $\overline{\eta}(k)$ . Le modèle stochastique non linéaire est représenté de la façon suivante :

$$\begin{cases} \overline{\xi}(k+1) = f(\overline{\xi}(k), \overline{U}(k), k) + \overline{W}(k) \\ \overline{\eta}(k) = h(\overline{\xi}(k), k) + \overline{V}(k) \end{cases}$$
(B.II.13)

Les bruits, les variables d'état et les mesures sont considérés comme des variables aléatoires. Dès lors, la connaissance de la densité de probabilité est indispensable car elle contient toute l'information statistique liée au signal  $\overline{\xi}(k)$ .

Dans le contexte d'une estimation du vecteur d'état, la densité de probabilité conditionnée par les mesures est approximée par le premier et le deuxième moment qui sont respectivement l'espérance E et la covariance P.

L'espérance E de l'état  $\overline{\xi}$  conditionnée par les mesures  $\overline{\eta}$  est définie comme étant l'estimation du vecteur d'état  $\overline{\xi}$ , notée  $\hat{\xi}$  dans l'équation (B.II.14).

$$\mathbf{E}[\overline{\xi}(k)/\overline{\eta}(k)] = \widehat{\xi}(k) \tag{B.II.14}$$

La covariance conditionnelle  $\overline{P}$  représente l'erreur quadratique d'estimation  $\tilde{\overline{\xi}} = \overline{\xi} - \hat{\overline{\xi}}$ .

$$\overline{P}(k) = E\left[\widetilde{\overline{\xi}}(k)\left(\widetilde{\overline{\xi}}(k)\right)^{*T}\right]$$
(B.II.15)

Les perturbations  $\overline{W}(k)$  et  $\overline{V}(k)$  sont modélisées comme des bruits blanc gaussien complexe caractérisés par une moyenne nulle et de matrices de covariance Q et R.

$$Q = \mathbf{E}\left[\overline{W}(k)\overline{W}(j)^{*T}\right] = \sigma_{W}^{2} = \sigma_{Wr}^{2} + \sigma_{Wi}^{2}$$
(B.II.16)

$$R = E\left[\overline{V}(k)\overline{V}(j)^{*T}\right] = \sigma_V^2 = \sigma_{Vr}^2 + \sigma_{Vi}^2$$
(B.II.17)

Avec  $\sigma_{Wr} = \sigma_{Wi}$  et  $\sigma_{Vr} = \sigma_{Vi}$ 

En vue de les transcrire sur PC ou en temps réel, les fonctions non linéaire  $f(\overline{\xi}, \overline{U}, k)$  et  $h(\overline{\xi}, k)$  sont approximées par une série de Taylor d'ordre 1 autour de l'espérance  $\hat{\overline{\xi}}$  comme suit :

$$f(\overline{\xi},\overline{U},k) = f(\hat{\overline{\xi}},\overline{U},k) + \overline{F}(\hat{\overline{\xi}},\overline{U},k)(\overline{\xi}-\hat{\overline{\xi}}) + \cdots$$
(B.II.18)

$$h(\overline{\xi},k) = h(\widehat{\xi},k) + \overline{H}(\widehat{\xi},k)(\overline{\xi} - \widehat{\xi}) + \cdots$$
(B.II.19)

Où :

$$\overline{F}\left(\hat{\overline{\xi}},\overline{U},k\right) = \frac{\partial f\left(\overline{\xi},\overline{U},k\right)}{\partial \overline{\xi}} \bigg|_{\hat{\overline{\xi}}} \text{ et } \overline{H}\left(\hat{\overline{\xi}},k\right) = \frac{\partial h\left(\overline{\xi},k\right)}{\partial \overline{\xi}}\bigg|_{\hat{\overline{\xi}}}$$

Les approximations faites sur la densité de probabilité d'une part, et celles faites sur les fonctions non linéaires du système d'autre part, ont permis de développer le filtre de Kalman étendu complexe (Nishiyama, 1997).

Dans notre travail, nous nous sommes intéressés au filtre de Kalman étendu complexe dans une formulation discrète. Les équations de ce filtre se présentent de la façon générale suivante :

Prédiction de l'état

$$\hat{\overline{\xi}}_{P}(k+1) = f\left(\hat{\overline{\xi}}, \overline{U}, k\right)$$
(B.II.20)

Prédiction de la matrice de covariance d'erreur

$$\overline{P}_{P}(k+1) = \overline{F}\left(\hat{\overline{\xi}}_{P}, \overline{U}, k\right) \overline{P}(k) \overline{F}\left(\hat{\overline{\xi}}_{P}, \overline{U}, k\right)^{*T} + Q \qquad (B.II.21)$$

Calcul du gain du filtre de Kalman

$$\overline{K} = \overline{P}_{P}(k+1)\overline{H}(\hat{\overline{\xi}}_{P},k)^{*T} \left[\overline{H}(\hat{\overline{\xi}}_{P},k)\overline{P}_{P}(k+1)\overline{H}(\hat{\overline{\xi}}_{P},k)^{*T} + R\right]^{-1}$$
(B.II.22)

Estimation des états « correction »

$$\hat{\overline{\xi}}(k+1) = \hat{\overline{\xi}}_{P}(k+1) + \overline{K}\left[\overline{Y}(k) - \overline{H}\left(\hat{\overline{\xi}}_{P}, k\right)\hat{\overline{\xi}}_{P}(k)\right]$$
(B.II.23)

Estimation de la matrice de covariance d'erreur « correction »

$$\overline{P}(k+1) = \overline{P}_{P}(k+1) - \overline{KH}\left(\hat{\xi}_{P}, k\right) \overline{P}_{P}(k+1)$$
(B.II.24)

Dans le cas des systèmes non linéaires et affines, la matrice  $\overline{H}(\hat{\xi}, k)$  est constante et n'est autre que la matrice de sortie C. D'autre part, si le système est linéaire, le Jacobien  $\overline{F}(\hat{\xi}, \overline{U}, k)$  représente la matrice  $\overline{A}_D$  du système. Lorsque les états sont des réelles ( $\in \Re$ ) nous aurons donc  $\overline{F}^* = F$  et  $\overline{H}^* = H$ , nous retrouvons les équations du filtre de Kalman étendu dans  $\Re$ .

La détermination du filtre de Kalman suppose la connaissance des deux premiers moments  $\hat{\xi}(0), \overline{P}(0)$  et des matrices de covariances des bruits Q et R. Elle est basée sur la minimisation de la somme des variances, ce qui ne laisse pas théoriquement de degrés de liberté. En pratique, la détermination des caractéristiques stochastiques étant très difficile nous supposons que les paramètres Q et R sont les degrés de liberté du filtre.

### VI. REGLAGE DU FILTRE DE KALMAN

Pour un modèle donné, le gain du filtre de Kalman et son évolution en fonction du temps ne dépend que de :

- Q : la confiance que l'on a dans l'équation d'état ;
- R : la confiance que l'on a dans la mesure ;
- $\overline{P}(t_0)$  : la confiance que l'on a dans l'initialisation ;
- $\ \ \, \bigstar \ \ \, \hat{\overline{\xi}}(t_0), \hat{\overline{X}}(t_0) : \text{estimé initial.}$

Théoriquement, la détermination d'un filtre de Kalman ne laisse pas de degrés de liberté, car l'objectif de cette approche, i.e. la minimisation du critère quadratique (minimisation de la somme des variances), ne contient pas de paramètres libres. Dans un même temps, on admet la connaissance parfaite des caractéristiques des processus stochastiques, autrement dit, on suppose que les matrices de covariance des bruits, Q et R, ainsi que les deux premiers moments du vecteur d'état initial,  $\hat{\xi}(t_0)$  et  $\overline{P}(t_0)$ , sont connus. Cependant, la détermination

des caractéristiques stochastiques s'avère très difficile dans la pratique. Et même l'application des méthodes d'identification sophistiquées ne permet qu'une approximation plus ou moins précise des caractéristiques réelles des processus stochastiques. En outre, si le système contient des variables d'état non mesurables, comme le flux et/ou les paramètres physiques internes (les résistances, les inductances, etc. ...) de la machine asynchrone, les caractéristiques stochastiques correspondantes ne sont pas accessibles. Et il faudra tenir en compte des erreurs de linéarisation dues à la non linéarité du système.

En résumé, nous pouvons considérer les covariances des bruits, Q et R, ainsi que les deux premiers moments du vecteur d'état initial,  $\hat{\xi}(t_0)$  et  $\overline{P}(t_0)$ , comme des degrés de liberté. Cependant quelques grandes lignes permettent de comprendre l'influence du réglage de ces valeurs par rapport à la dynamique et la stabilité du filtrage (; Mobarakeh, 2001; Morand, 2005 ; Von-Westerholt, 1994 ).

Considérons tout d'abord les deux premiers moments du vecteur d'état initial,  $\hat{\xi}(t_0)$  et  $\overline{P}(t_0)$ . Leur influence sur la dynamique du filtre n'intervient qu'au début de la période d'observation. Néanmoins, il faut que le filtre satisfasse la condition de linéarisation, autrement dit, le choix de  $\hat{\xi}(t_0)$  et  $\overline{P}(t_0)$  doit placer le filtre dans un voisinage local qui garantisse sa stabilité dès le début. Le choix des deux moments  $\hat{\xi}(t_0)$  et  $\overline{P}(t_0)$  est particulièrement aisé si le filtre est initialisé juste avant la fluxation de la machine asynchrone. Dans ce cas, la condition initiale du système ( $\overline{\xi}(t_0) = 0$ ), et donc son espérance ( $\hat{\xi}(t_0) = 0$ ), sont connues avec certitude, i.e. ( $\overline{P}(t_0)$ )=0.

Contrairement aux deux premiers moments du vecteur d'état initial, les covariances des bruits Q et R influencent la dynamique du filtre durant toute la période d'observation. L'effet des matrices Q et R sur la dynamique du filtre se représente concrètement à partir de l'équation de la matrice  $\overline{P}$ , ainsi que par l'équation du gain K.

La matrice Q liée aux bruits entachant l'état, permet de régler la qualité estimée de notre modélisation et sa discrétisation. Une forte valeur de Q donne une forte valeur du gain K réduisant l'importance de la modélisation et de la dynamique du filtre. La mesure possède alors un poids relatif plus important. Une trop forte valeur de Q peut cependant créer une instabilité de l'observation.

La matrice R règle quant à elle le poids des mesures. Une forte valeur indique une grande incertitude de la mesure. Par contre, une faible valeur permet de donner un poids important à la mesure. Cependant, il faut faire attention au risque d'instabilité dû aux faibles valeurs de R.

Les réglages de Q et R ont été effectués expérimentalement afin d'assurer une stabilité de l'observateur, tout en respectant un compromis avec la dynamique et les erreurs statiques. Ces réglages ne sont sûrement pas optimaux, mais les qualités de ce filtre assurent un fonctionnement correct.

# VII. APPLICATION DU FKCE A L'IDENTIFICATION DES PARAMETRES Electriques de la MAS sans Capteur de Vitesse

Dans cette section nous appliquons le filtre de Kalman complexe étendu à l'identification des paramètres du schéma équivalent en T de la machine asynchrone sans capteur de vitesse. Pour cela nous proposons de suivre les étapes données sur la figure B.II.4.

Nous remarquons dans cet organigramme que notre approche utilise seulement deux capteurs et sans aucune transformation géométrique des enroulements de la machine à l'opposé des techniques qui utilisent le modèle de Park où il est nécessaire d'utiliser quatre ou six capteurs pour mesurer les courants et les tensions nécessaires au calcul de la transformation de Park.





#### VII.1. Etape 1 : Estimation de la Partie Imaginaire de la Tension et du Courant Statorique

Dans le modèle de la théorie du vecteur spiral, le courant et la tension sont exprimés dans l'ensemble des complexes, quantité que les capteurs ne peuvent pas mesurer. L'estimation de la partie imaginaire de la tension et du courant est donc nécessaire.

Dans cette étape nous estimons la partie imaginaire du courant et de la tension en utilisant le filtre de Kalman linéaire. Pour cela, nous considérons la tension et le courant sous forme de vecteur circulaire, car l'alimentation est sinusoïdale triphasée équilibrée. Le modèle stochastique que nous proposons pour estimer la tension et le courant est le suivant :

$$\begin{cases} X_{T,C}(k+1) = A_{T,C}X_{T,C}(k) + W_{T,C}(k) \\ Y_{T,C}(k) = C_{T,C}X_{T,C}(k) + V_{T,C}(k) \end{cases}$$
(B.II.25)

$$A_{T,C} = \begin{bmatrix} \cos(\omega_s T) & -\sin(\omega_s T) \\ \sin(\omega_s T) & \cos(\omega_s T) \end{bmatrix}, \ C_{T,C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X_{T}(k) = \begin{bmatrix} X_{T1}(k) \\ X_{T2}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{m} \cos(\omega_{s}kT + \varphi) \\ V_{m} \sin(\omega_{s}kT + \varphi) \end{bmatrix}$$

$$X_{C}(k) = \begin{bmatrix} X_{C1}(k) \\ X_{C2}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{m} \cos(\omega_{s}kT + \varphi) \\ I_{m} \sin(\omega_{s}kT + \varphi) \end{bmatrix}$$

 $X_{T1}(k)$  et  $X_{T2}(k)$  sont respectivement la partie réelle et la partie imaginaire de la tension de la machine,

 $X_{C1}(k)$  et  $X_{C2}(k)$  sont respectivement la partie réelle et la partie imaginaire du courant de la machine,

 $W_T(k)$  et  $V_T(k)$  sont respectivement les bruits d'état et les bruits de mesure entachant la tension d'alimentation de la machine,

 $W_C(k)$  et  $V_C(k)$  sont respectivement les bruits d'état et les bruits de mesure entachant le courant de la machine,

 $W_T(k)$ ,  $V_T(k)$ ,  $W_C(k)$  et  $V_C(k)$  supposés des bruits blanc Gaussien non corrélés, caractérisés par leur covariance respective  $Q_{T,C}$  et  $R_{T,C}$ .

$$\mathbb{E}\left\{W_{T,C}(k)W_{T,C}^{t}(j)\right\} = Q_{T,C}(k)\delta_{kj}$$
(B.II.26)

$$\mathbf{E}\left\{V_{T,C}(k)V_{T,C}^{t}(j)\right\} = R_{T,C}\delta_{kj} \tag{B.II.27}$$

Le modèle de l'équation (B.II.25) est linéaire et les variables d'état sont exprimées dans  $\Re$ , nous utiliserons donc le filtre de Kalman linéaire dans  $\Re$  pour estimer les variables d'état

de ce modèle. Pour retrouver les équations du filtre dans  $\Re$ , il faudra considérer le conjugué de la matrice égale à la matrice elle même  $(A_D^* = A_D, C^* = C)$  dans les équations (B.II.9 et B.II.10) de l'algorithme du filtre de Kalman complexe linéaire.

Le courant et la tension estimés sont respectivement :

$$\overline{v}_1 = X_{T1} + jX_{T2}$$
 (B.II.28)

$$\overline{\mathbf{Y}}_{C} = X_{C1} + jX_{C2} \tag{B.II.29}$$

Les indices T et C représentent respectivement la tension et le courant.

#### VII.2. Etape 2 : Estimation des Paramètres de la Machine Asynchrone par FKCE

Dans cette étape nous utilisons le filtre de Kalman complexe non linéaire pour estimer les paramètres électriques et le flux d'entrefer de la machine asynchrone sans capteur de vitesse. La tension statorique  $\bar{v}_1$  estimée dans la première étape sera utilisée comme entrée du filtre et le courant estimé  $\overline{Y}_C$  (première étape) sera utilisé comme sortie de la machine asynchrone et servira pour le calcul de l'erreur dans l'équation (B.II.23).

En pratique la machine asynchrone ne peut pas être représentée parfaitement par son modèle déterministe du chapitre précédent équation (B.I.63). Pour prendre en compte les phénomènes aléatoires et les perturbations, nous proposons le modèle stochastique suivant :

$$\begin{cases} \overline{X}_{e}(k+1) = \overline{A}_{eD}\overline{X}_{e}(k) + B_{eD}\overline{U}(k) + \overline{W}(k) \\ \overline{Y}_{e}(k) = C_{eD}\overline{X}_{e}(k+1) + \overline{V}(k) \end{cases}$$
(B.II.30)

Où les bruits d'état  $\overline{W}(k)$  et les bruits de mesure  $\overline{V}(k)$  peuvent être une combinaison des harmoniques et des bruits blancs Gaussiens complexes de moyennes nulles et de covariances  $\sigma_W^2$  et  $\sigma_V^2$ , et sont indépendants. Les caractéristiques de ces bruits sont données au (§.V.2).

Pour identifier les paramètres électriques du schéma équivalent en T de la machine asynchrone (les résistances statorique et rotorique, les inductances de fuite statorique et rotorique et la mutuelle) sans capteur de vitesse, nous considérons que les paramètres électriques et la vitesse rotorique comme des variables d'état supplémentaires dans le vecteur d'état du modèle (B.II.30). Les paramètres électriques sont modélisés par des constantes. La vitesse rotorique peut être modélisée par l'équation mécanique. L'inconvénient de cette modélisation réside dans le fait que l'équation mécanique est fonction du couple résistant donc il y aura nécessité d'estimer ce couple ce qui rend l'observateur sensible aux variations des paramètres mécaniques. Nous considérons donc l'hypothèse de découplage du mode mécanique vis-à-vis des modes électriques et magnétiques. Cela revient à considérer l'invariance de la vitesse rotorique entre deux instants d'échantillonnage.

Cette hypothèse nécessite que les modes électromagnétiques soient rapides devant le mode mécanique sachant que la période d'échantillonnage est de durée faible devant la constante de temps mécanique<sup>2</sup>.

Finalement le modèle de la machine asynchrone étendu aux paramètres électriques et à la vitesse rotorique s'écrit :

$$\begin{cases} \overline{\xi}(k+1) = f(\overline{\xi}(k), \overline{U}(k), k) + \overline{W}(k) \\ \overline{\eta}(k) = H(k)\overline{\xi}(k) + \overline{V}(k) \end{cases}$$
(B.II.31)

 $\overline{\xi}(k) = \begin{bmatrix} \overline{i}_1 & \overline{\Phi}_0 & \Theta \end{bmatrix}^T, \ \overline{\eta}(k) = \overline{i}_1.$ 

$$f\left(\overline{\xi}(k),\overline{U}(k),k\right) = \begin{bmatrix} \overline{A}_{eD}\overline{X}_{e}(k) + B_{ed}\overline{U}(k) \\ \Theta(k) \end{bmatrix}, \ \Theta(k) = \begin{bmatrix} R_{1} & R_{2}' & \frac{3}{2}M & \ell_{1} & \ell_{2}' & \Omega_{r} \end{bmatrix}^{T}$$

Le modèle (B.II.31) est non linéaire du fait que la matrice  $\overline{A}_{eD}$  dépend des états à savoir les paramètres électriques et la vitesse rotorique. Donc on fait appel au filtre de Kalman complexe non linéaire pour identifier les paramètres de la machine, la vitesse rotorique et le flux d'entrefer. Les étapes du FKCE sont données au (§ .V.2), où les Jacobiens des matrices sont :

$$\begin{split} \overline{F}\left(\hat{\overline{\xi}},\overline{U},k\right) &= \frac{\partial f}{\partial \overline{\xi}}\Big|_{\hat{\overline{\xi}}} = \begin{bmatrix} \overline{A}_{eD}(k) & \frac{\partial \left(\overline{A}_{eD}X(k) + B_{eD}\overline{U}(k)\right)}{\partial \Theta} \\ 0 & I \end{bmatrix}, \\ H\left(\hat{\overline{\xi}},k\right) &= \frac{\partial h\left(\overline{\xi},k\right)}{\partial \overline{\xi}}\Big|_{\hat{\overline{\xi}}} = \begin{bmatrix} C_{eD} & \frac{\partial}{\partial \Theta}\left(C_{eD}\overline{X}_{e}(k)\right) \end{bmatrix}. \end{split}$$

Les éléments de la matrice  $\overline{F}$  et le vecteur H sont donnés en annexe C.

Les réglages de Q et de R sont ajustés expérimentalement afin d'assurer la stabilité et la convergence du filtre. Ces réglages ne sont sûrement pas optimaux, mais les qualités de ce filtre assurent un fonctionnement correct. Les valeurs des matrices de covariances des bruits d'état Q et de mesures R sont données en annexe D.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Le lecteur peut consulter les références suivantes : (Von-Westerholt, 1994 ; El-Hassan, 1999) pour plus de détails sur la séparation des modes.

# VIII. RESULTATS EXPERIMENTAUX ET VALIDATION DU MODELE

### VIII.1.Résultats Expérimentaux

Pour montrer la faisabilité de l'approche proposée, nous effectuons une étude expérimentale. Pour cela nous exploitons l'essai réalisé dans le chapitre précédent, à savoir un démarrage direct à vide sous pleine tension nominale. L'essai à vide peut exciter tous les modes de fonctionnement d'une machine asynchrone. L'algorithme d'identification de la figure.B.II.4 a été programmé en utilisant le langage Matlab.6.5 (M.file).

La figure. B.II.5 montre les variations de la tension estimée par le filtre de Kalman linéaire et la tension mesurée, on remarque que l'erreur entre la tension estimée et mesurée est très faible figure. B.II.6.



Fig.B.II.5. Tension estimée et mesurée.



Fig.B.II.6. Erreur entre la tension estimée et mesurée.

Les paramètres estimés sont représentés sur la figure. B.II.7. Ils présentent une large erreur initiale, la convergence des paramètres est rapide. Les résistances statorique et rotorique convergent respectivement vers leurs valeurs identifiées par l'essai à courant continu et l'essai à rotor bloqué. La mutuelle, l'inductance de fuite statorique et l'inductance de fuite rotorique convergent approximativement vers leurs valeurs identifiées par la méthode de Levenberg-Marquardt (Menaa et al, 2001).





Fig.B.II.7. Paramètres identifiés. a : la résistance statorique, b : la résistance rotorique, c : la mutuelle, d : l'inductance de fuite statorique, e : l'inductance de fuite rotorique.

Le tableau (B.II.1) résume les valeurs des paramètres identifiés par le FKCE, obtenus par le calcul de la moyenne des 500 derniers points.

Paramètres	$R_1(\Omega)$	$R_{2}^{'}\left( \Omega ight)$	$\frac{3}{2}M(H)$	$\ell_1(H)$	$\ell_2'(H)$
Valeurs initiales des paramètres	$\frac{R_{10}}{2}$	$\frac{R_{20}'}{2}$	$\frac{\frac{3}{2}M_0}{2}$	$\frac{\ell_{10}}{2}$	$\frac{\ell'_{20}}{2}$
Valeurs identifiées des paramètres par	3.188	5.860	0.214	0.0131	0.0133
FKCE					
Valeurs identifiées des paramètres par la	/	5.2534	0.2145	0.0132	0.0132
Méthode de Levenberg-Marquardt					

Tableau.B.II.1. Valeurs initiales et les valeurs des paramètres identifiés.

## VIII.2. Validation du Modèle

La dernière étape dans l'identification d'un processus quelconque est la validation. Pour évaluer les performances de l'approche proposée (association du modèle de la théorie du vecteur spiral et le FKCE) et la validité des paramètres identifiés, nous nous mettons dans les mêmes conditions de l'essai utilisé dans l'identification. Pour cela nous injectons la tension estimée par le filtre de Kalman linéaire qui ne diffère pas de la tension réelle d'alimentation de la machine et les paramètres identifiés (tableau B.II.1) dans le modèle développé dans le chapitre précédent (§.V. équations B.I.63 et B.I.64, Fig.B.II.8) pour simuler le courant statorique «  $i_1$  » et la vitesse rotorique «  $\Omega_r$  ».



Fig.B.II.8. Validation du Modèle.

Les résultats de la simulation sont représentés sur les figures (B.II.9) et (B.II.10), nous constatons que les variables simulées (le courant statorique et la vitesse rotorique) et mesurées sont concordantes et que l'erreur entre eux est faible figure (B.II.11) et (B.II.12). En comparant ces résultats avec ceux du chapitre précédent nous pouvons conclure que les paramètres obtenus permettent au modèle développé de mieux décrire le comportement dynamique de la machine asynchrone.



Fig.B.II.9. Courants statorique mesuré et simulé.



Fig.B.II.10. Vitesses rotorique mesurée et simulée.



Fig.B.II.11. Erreur entre le courant mesuré et simulé.



Fig.B.II.12. Erreur entre la vitesse mesurée et simulée.
En résumé, Notons que :

- La théorie du vecteur spiral permet de réduire l'ordre du modèle ce qui diminue la dimension des matrices de covariance comme suit :
  - ★ La matrice de covariance d'erreur  $\overline{P}$  et la matrice de covariance du bruit d'état *Q* ont une dimension de (8 \* 8) au lieu de (10 \* 10) pour la même identification basée sur le modèle de Park.
  - La covariance des bruits de mesure R est un scalaire au lieu d'une matrice de (2\*2) pour la même identification basée sur le modèle de Park. Ce qui élimine l'inversion de matrice dans l'équation B.II.22 §.V.2. ce qui réduit le temps de calcul de l'observateur.
- Notre approche est sans capteur de vitesse et utilise seulement deux capteurs au lieu de quatre ou six capteurs pour la même identification basée sur le modèle de Park. Ce qui minimise l'effet des bruits dû aux capteurs de tension et du courant.

## **IX.** CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons développé une nouvelle variante du filtre de Kalman où les variables d'état du modèle sont exprimées dans l'ensemble des complexes  $\mathbb{C}$  et applicables à l'identification des paramètres de la machine asynchrone sans capteur.

L'association du modèle de la théorie du vecteur spiral et le filtre de Kalman complexe étendu, nous a permis de développer un nouvel observateur pour l'identification des paramètres de la machine asynchrone sans capteur de vitesse avec seulement deux capteurs pour la tension et le courant sans aucune transformation géométrique des enroulements de la machine. En plus la dimension des matrices des covariances a été réduite ce qui se répercute positivement sur le temps de calcul.

Les résultats expérimentaux ont montré que les paramètres identifiés permettent de mieux décrire le comportement dynamique de la machine asynchrone.

L'observateur développé dans ce chapitre peut être utilisé dans la commande sans capteur de la machine asynchrone avec adaptation des paramètres. Ce point fera l'objet du prochain chapitre.

# **CHAPITRE III**

## COMMANDE VECTORIELLE DIRECTE SANS CAPTEUR DE VITESSE D'UNE MACHINE ASYNCHRONE AVEC ADAPTATION DES PARAMETRES

## I. INTRODUCTION

L'utilisation des machines à courant continu dans le milieu industriel est due à leurs performances dynamiques et à la simplicité de leur commande. Où le flux et le couple sont découplés naturellement dans la machine à excitation séparée. Néanmoins, la présence du collecteur limite la puissance et/ou la vitesse et nécessite un entretien fréquent.

Face à ces limitations, les machines asynchrones caractérisées par leur simplicité de construction, leur robustesse, leur faible coût et leur longévité détrônent les machines à courant continu et les machines synchrones à aimants permanents. Par contre, ces machines ne sont pas faciles à commander à cause du fort couplage entre le flux et le couple électromagnétique. La commande vectorielle permet d'avoir un contrôle dynamique performant des machines asynchrones en rendant le comportement électromagnétique de la machine asynchrone similaire à celui d'une machine à courant continu à excitation séparée, en découplant le contrôle du flux de celui du couple (Blaschke, 1972).

Actuellement, cette technique de commande est devenue un acquis technologique grâce aux progrès considérables de la microélectronique, des DSP et de l'électronique de puissance.

Les performances de cette stratégie de commande et la qualité du découplage dépendent nettement e la précision de l'information sur la position et/ou la vitesse du rotor, de la position et de l'amplitude du flux.

La position et l'amplitude du flux sont déterminées par la mesure, le calcul ou l'estimation. La mesure du flux peut être faite par des capteurs à effet de Hall placés dans l'entrefer de la machine ce qui diminue la robustesse de la machine. La position et l'amplitude du flux peuvent être obtenues par calcul en intégrant analytiquement l'équation du flux statorique. Cependant, en raison de la chute de tension statorique la détermination du flux analytiquement peut conduire à un résultat faux, ce qui affecte les performances de la commande (Ouhrouche, 2000 ; Holtz, 2002). Pour surmonter cet inconvénient, les chercheurs ont recouru à l'estimation du flux par des observateurs d'état. La position du rotor est obtenue dans la plupart des cas à partir de la connaissance de la vitesse de rotation par l'intermédiaire d'un capteur de vitesse. Or, ces capteurs nécessitent une place pour leur installation et leur montage. Ils sont également sensibles aux vibrations de l'arbre sur l'équipement et les signaux sont soumis aux perturbations électromagnétiques. En effet, pour les applications de forte puissance, ce n'est pas leur coût, mais plutôt leurs limitations mécaniques qui posent des problèmes. C'est pourquoi en fonction des possibilités d'implantation dans les applications industrielles, le capteur de vitesse est remplacé par des algorithmes permettant de reconstituer la vitesse de la machine (Holtz, 2002, Pena.Eguiluz, 2002) à partir des grandeurs électriques.

La commande sans capteur de vitesse doit cependant avoir des performances proches de celles obtenues avec un capteur mécanique. Il est donc important, lors de l'élaboration d'une commande sans capteur de mettre l'accent sur les précisions statiques et dynamiques de l'estimateur en fonction du point de fonctionnement de la machine.

Les observateurs du flux et de la vitesse requièrent la connaissance exacte de la résistance rotorique et de la mutuelle. Ces paramètres, qui varient en fonction de la température, de la fréquence et de la saturation, sont estimés conjointement avec le flux et la vitesse. Les valeurs estimées de ces paramètres doivent être injectées dans les régulateurs (Amstrong et al, 1997 ; Baharadawj et al, 1999 ; Elbuluk, 1997 ; Holtz, 2006 ; Huh et al, 2005 ; Kim et al, 1992 ; Kim et al, 1994 ; Liu et al, 2001 ; Shi et al, 2002 ).

L'observateur le plus utilisé est le filtre de Kalman étendu. De multiples études utilisent ce type de filtre pour estimer le flux, la vitesse et la résistance rotorique (El-Moucary et al, 1999; Barut, 2002; Kim et al, 1994; Ouhrouche, 2000; Shi et al, 2000; Zai et al, 1992). Cependant, peu d'études sont consacrées à l'estimation conjointe du flux, de la vitesse, de la résistance rotorique et de la mutuelle. Tous ces travaux considèrent le flux rotorique.

Dans ce chapitre nous développons une commande vectorielle du flux d'entrefer avec adaptation des paramètres de la machine (la résistance rotorique et la mutuelle) sans capteur de vitesse (Menaa et al, In press).

La première section de ce chapitre sera consacrée au développement de la commande vectorielle avec orientation du flux d'entrefer basée sur le modèle de la machine asynchrone développé par la théorie du vecteur spiral.

Dans la seconde section, sans être exhaustif, nous présentons quelques techniques existantes dans la littérature pour l'estimation du flux et de la vitesse rotorique de la machine asynchrone.

La troisième section est consacrée à l'application du filtre de Kalman complexe étendu à la commande vectorielle de la machine asynchrone sans capteur mécanique avec estimation du flux d'entrefer, de la résistance rotorique et de la mutuelle.

Nous terminons par une simulation du comportement dynamique de l'association de la commande développée, de l'observateur de Kalman complexe étendu et de la machine asynchrone pour différentes consignes de vitesse en présence des bruits et des perturbations sur la charge.

#### II. COMMANDE VECTORIELLE PAR ORIENTATION DU FLUX D'ENTREFER

#### II.1. Procédé d'Orientation du Flux d'Entrefer

La commande par orientation du flux d'entrefer à base du modèle de la théorie du vecteur spiral consiste, en premier lieu comme pour la commande vectorielle basée sur le modèle de Park, à choisir le modèle de la machine asynchrone lié au champ tournant. Pour pouvoir commander le flux d'entrefer, nous remplaçons son expression  $\overline{\Phi}_0 = \frac{3}{2}M(\overline{i_1} + \overline{i_2}_p)$  dans les équations du modèle de la machine asynchrone lié au champ tournant (équations B.I.49 et B.I.54 du chapitre-I de la partie-B).

Ainsi nous obtenons le modèle de la machine asynchrone lié au champ tournant en fonction du flux d'entrefer.

$$\begin{cases} \overline{v}_{1} = R_{1}\overline{i}_{1} + \ell_{1}\left(\frac{d}{dt} + j\omega_{s}\right)\overline{i}_{1} + \left(\frac{d}{dt} + j\omega_{s}\right)\overline{\Phi}_{0} \\ 0 = R_{2}'\overline{i}_{2p} + \ell_{2}'\left(\frac{d}{dt} + j\omega_{sl}\right)\overline{i}_{2p} + \left(\frac{d}{dt} + j\omega_{sl}\right)\overline{\Phi}_{0} \\ \Gamma_{em} = \frac{3}{2}P\operatorname{Im}(\overline{i}_{1}\overline{\Phi}_{0}^{*}) \end{cases}$$
(B.III.2)

En développant l'équation du couple électromagnétique, nous obtenons :

$$\Gamma_{em} = \frac{3}{2} P \left( \operatorname{Im}(\overline{i}_1) \operatorname{Re}(\overline{\Phi}_0) - \operatorname{Re}(\overline{i}_1) \operatorname{Im}(\overline{\Phi}_0) \right)$$
(B.III.3)

Ce dernier dépend des deux composantes du flux d'entrefer à savoir, sa partie réelle et sa partie imaginaire. Donc pour avoir une expression du couple similaire à celle de la machine à courant continu, nous annulons la partie imaginaire du flux d'entrefer dans l'équation B.III.3 (Menaa et al, 1998), en posant :

$$\begin{cases} \operatorname{Im}(\overline{\Phi}_0) = 0\\ \operatorname{Re}(\overline{\Phi}_0) = \Phi_0 \end{cases}$$
(B.III.4)

Selon la condition B.III.4 portant sur l'orientation du flux d'entrefer, le système d'équations B.III.1 et l'équation B.III.3 deviennent :

$$\begin{cases} \overline{v}_{1} = R_{1}\overline{i}_{1} + \ell_{1}\left(\frac{d}{dt} + j\omega_{s}\right)\overline{i}_{1} + \left(\frac{d}{dt} + j\omega_{s}\right)\operatorname{Re}(\overline{\Phi}_{0}) \\ 0 = R_{2}'\overline{i}_{2p} + \ell_{2}'\left(\frac{d}{dt} + j\omega_{sl}\right)\overline{i}_{2p} + \left(\frac{d}{dt} + j\omega_{sl}\right)\operatorname{Re}(\overline{\Phi}_{0}) \end{cases}$$
(B.III.5)  
$$\Gamma = -\frac{3}{2}\operatorname{RPs}(\overline{\Phi}_{0})\operatorname{Im}(\overline{i}) \qquad (B.III.6)$$

$$\Gamma_{em} = \frac{3}{2} P \operatorname{Re}(\overline{\Phi}_0) \operatorname{Im}(\overline{i}_1)$$
(B.III.6)

*Chapitre III — Commande Vectorielle Direct sans Capteur de Vitesse d'une Machine Asynchrone avec Adaptation des Paramètres.* 

Pour réaliser l'orientation du flux d'entrefer, nous considérons les deux composantes de la tension statorique  $\overline{v}_1$  (Re( $\overline{v}_1$ ), Im( $\overline{v}_1$ )) comme variables de commande et les deux composantes du courant statorique  $\overline{i}_1$  (Re( $\overline{i}_1$ ), Im( $\overline{i}_1$ )), ainsi que le flux d'entrefer et le couple électromagnétique comme variables d'état (Menaa, 1997; Menaa et al, 1998).

$$\begin{cases} \frac{\ell_{1}}{R_{1}} \frac{d}{dt} \operatorname{Re}(\bar{i}_{1}) + \operatorname{Re}(\bar{i}_{1}) = \frac{1}{R_{1}} \operatorname{Re}(\bar{v}_{1}) - \frac{1}{R_{1}} \frac{d}{dt} \Phi_{0} + \frac{\ell_{1}}{R_{1}} \omega_{s} \operatorname{Im}(\bar{i}_{1}) \\ \frac{\ell_{1}}{R_{1}} \frac{d}{dt} \operatorname{Im}(\bar{i}_{1}) + \operatorname{Im}(\bar{i}_{1}) = \frac{1}{R_{1}} \operatorname{Im}(\bar{v}_{1}) - \frac{1}{R_{1}} \omega_{s} \left(\ell_{1} \operatorname{Re}(\bar{i}_{1}) + \Phi_{0}\right) \\ \frac{\frac{3}{2}M\sigma}{R_{2}'} \frac{d}{dt} \Phi_{0} + \Phi_{0} = \frac{\frac{3}{2}M\ell_{2}'}{R_{2}'} \frac{d}{dt} \operatorname{Re}(\bar{i}_{1}) + \frac{3}{2}M\operatorname{Re}(\bar{i}_{1}) - \frac{\frac{3}{2}M\ell_{2}'}{R_{2}'} \omega_{s} \operatorname{Im}(\bar{i}_{1}) \\ \\ & \left\{ \omega_{g} = \frac{\ell_{2}'}{\frac{d}{dt}} \operatorname{Im}(\bar{i}_{1}) + R_{2}' \operatorname{Im}(\bar{i}_{1}) \\ \Gamma_{em} = \frac{3}{2}P\Phi_{0} \operatorname{Im}(\bar{i}_{1}) \\ \Gamma_{em} = \frac{3}{2}P\Phi_{0} \operatorname{Im}(\bar{i}_{1}) \\ \left\{ \frac{J}{f_{r}} \frac{d}{dt} \Omega_{r} + \Omega_{r} = \frac{1}{f_{r}} [\Gamma_{em} - \Gamma_{r}] \\ \\ \omega_{s} = \omega_{g} + \omega_{m} \end{cases} \right\}$$
(B.III.8)

Le schéma bloc du modèle en tension de la machine asynchrone par orientation du flux d'entrefer correspondant aux équations B.III.7 et B.III.8 est représenté sur la figure.B.III.1 (le détail du bloc modèle en courant de la machine asynchrone avec orientation du flux d'entrefer est donné en figure.B.III.2).



Fig. B.III.1. Modèle en tension de la machine asynchrone par orientation du flux d'entrefer.



Fig. B.III.2. Modèle en courant de la machine asynchrone par orientation du flux d'entrefer.

## II.2. Méthodes de Contrôle du Flux Orienté de la Machine Asynchrone

La commande vectorielle d'une machine asynchrone nécessite la connaissance de la position exacte du flux à orienter à tout instant. Il existe deux types de commande vectorielle.

#### II.2.1. Commande indirecte

Elle se base sur les équations régissant le fonctionnement de la machine asynchrone avec orientation du flux où la position du flux est obtenue à travers un capteur de position du rotor (Menaa, 1997 ; Menaa et al, 1998). Le flux est fixé en boucle ouverte, ce qui peut conduire à des instabilités du système à contrôler.

#### II.2.2. Commande directe

Cette méthode nécessite la connaissance du module du flux ainsi que sa phase qui doivent être vérifiés quelque soit le régime de fonctionnement. Pour cela, le flux à orienter peut être déterminé de deux manières soit :

En utilisant un capteur physique du flux. Ce procédé pose un problème de sensibilité du capteur. En effet, ce capteur est mécaniquement fragile et donc ne peut travailler sous des conditions sévères, notamment lors d'un échauffement thermique excessif et des vibrations.

En utilisant un modèle dynamique du flux (estimateur du flux). Ces modèles sont sensibles aux variations des paramètres de la machine ainsi qu'aux bruits de mesures. Si l'évolution de ces contraintes n'est pas prise en compte, le module et la position du flux ne peuvent plus être déterminés avec précision.

Pour palier à ces inconvénients, plusieurs études proposent l'utilisation d'observateurs d'état basés sur le modèle de la machine asynchrone (Bodson et al, 2002; Cilia et al, 1997; Peng et al, 1994) ou d'autres méthodes que l'on pourrait qualifier d'approches sans modèle basées sur les techniques de l'intelligence artificielle (réseau de neurones, logique floue, etc. ...) (Ben-brahim et al, 1999; Elbuluk et al, 2002; Kuchar et al, 2004).

Dans la suite de notre travail, nous adoptons la commande directe. Afin d'obtenir les équations de la commande directe de la machine asynchrone, nous considérons dans ce cas le couple électromagnétique  $\Gamma_{emref}$  et le flux d'entrefer  $\Phi_{0ref}$  comme grandeurs de référence. En inversant le modèle en tension de la machine asynchrone par orientation du flux d'entrefer (équations B.III.7, B.III.8). Les équations décrivant la commande vectorielle directe basée sur le modèle de la théorie du vecteur spiral sont :

٢

$$\begin{cases} \operatorname{Im}(\bar{i}_{1}) = \frac{2}{3} \frac{1}{P} \frac{\Gamma_{em_{ref}}}{\Phi_{0_{ref}}} \\ \frac{\ell'_{2}}{R'_{2}} \frac{d}{dt} \operatorname{Re}(\bar{i}_{1}) + \operatorname{Re}(\bar{i}_{1}) = \frac{\sigma}{R'_{2}} \frac{d}{dt} \Phi_{0_{ref}} + \frac{1}{\frac{3}{2}M} \Phi_{0_{ref}} + \frac{\ell'_{2}}{R'_{2}} \omega_{sl} \operatorname{Im}(\bar{i}_{1}) \\ \omega_{sl} = \frac{\ell'_{2}}{\frac{d}{dt}} \operatorname{Im}(\bar{i}_{1}) + R'_{2} \operatorname{Im}(\bar{i}_{1})}{\sigma \Phi_{0_{ref}} - \ell'_{2} \operatorname{Re}(\bar{i}_{1})} \\ \begin{cases} \omega_{s} = \omega_{sl} + \omega_{m} \\ \operatorname{Re}(\bar{v}_{1}) = \ell_{1} \frac{d}{dt} \operatorname{Re}(\bar{i}_{1}) + \frac{d}{dt} \Phi_{0_{ref}} + R_{1} \operatorname{Re}(\bar{i}_{1}) - \ell_{1} \omega_{s} \operatorname{Im}(\bar{i}_{1}) \\ \operatorname{Im}(\bar{v}_{1}) = \ell_{1} \frac{d}{dt} \operatorname{Im}(\bar{i}_{1}) + R_{1} \operatorname{Im}(\bar{i}_{1}) + \omega_{s} \left(\ell_{1} \operatorname{Re}(\bar{i}_{1}) + \Phi_{0_{ref}}\right) \end{cases}$$
(B.III.10)

De ces équations, nous remarquons que le couple électromagnétique et le flux d'entrefer sont contrôlés respectivement par la partie imaginaire et la partie réelle du courant statorique de la phase « a ».

Dans la commande vectorielle directe le flux est régulé par contre-réaction. Pour assurer une bonne robustesse et une bonne dynamique du système, toutes les grandeurs à contrôler (la vitesse, le flux et les courants) sont régulées par des régulateurs PI. La méthode de détermination des paramètres des régulateurs ( $K_p$ ,  $K_i$ ) est présentée en annexe E. Après discrétisation des équations B.III.9 et B.III.10 (annexe F), nous obtenons le schéma bloc de la commande vectorielle directe de la machine asynchrone alimentée en tension, figure. B.III.3.



Fig. B.III.3. Schéma bloc de la commande vectorielle directe de la machine asynchrone.

La fréquence du glissement  $\omega_g$  et les paramètres des régulateurs du flux et des courants dépendent de la valeur de la résistance rotorique et de la mutuelle qui varient significativement avec la température, la fréquence et la saturation. Toute erreur dans la détermination de la valeur de  $\omega_g$  entraîne une erreur dans le calcul de la position du flux. Ceci engendre un couplage entre le flux et le couple électromagnétique, des dépassements et des erreurs statiques dans la réponse du couple. Pour résoudre ce problème et rendre la commande plus robuste vis-à-vis des variations paramétriques, nous estimons la résistance rotorique et la mutuelle et introduisons leurs valeurs dans les différents régulateurs et dans le bloc de calcul de la fréquence de glissement.

Dans de multitude applications, la commande vectorielle sans capteur est nécessaire et essentielle vu les problèmes causés par ce capteur de point de vue bruit, coût et maintenance (Holtz, 2002).

Il existe, dans la littérature spécialisée, de nombreuses méthodes de commande sans capteur mécanique avec adaptation des paramètres. Nous nous limitons, dans notre cas, à celles qui peuvent être utilisées dans le cadre de la commande vectorielle directe de la machine asynchrone.

Des travaux généraux sur l'état de l'art ont déjà fait l'objet de nombreuses publications (Baghli, 1999 ; Elloumi et al, 1998 ; Holtz, 1993 ; Ilas et al, 1994 ; Rajashekara et al, 1996). Nous présentons, dans la section suivante, un état non exhaustif sur la commande vectorielle sans capteur dans laquelle nous citons leurs avantages et inconvénients.

## **III.** METHODES DE COMMANDE SANS CAPTEUR DE VITESSE

#### III.1. Méthodes à Base d'Estimateur

De façon générale, les estimateurs du flux se présentent sous quatre formes :

- estimateur basé sur un modèle en courant,
- estimateur basé sur une méthode d'élimination,
- estimateur basé sur un modèle en tension
- et estimateur d'ordre complet.

Tous ces estimateurs sont issus des équations modélisant la machine. L'avantage de ces estimateurs est leur simplicité d'implantation mais présentent des inconvénients qui sont :

- Leur sensibilité à la variation des paramètres de la machine asynchrone, surtout aux basses et grandes vitesses ;
- Leur sensibilité aux bruits ;
- ✤ La nécessité d'un capteur de vitesse.

Donc la quasi-totalité des estimateurs du flux requièrent la mesure de la vitesse de rotation. Nous pouvons utiliser l'équation du couple électromagnétique et l'équation mécanique pour modéliser un estimateur de vitesse à partir des courants statoriques et du flux. Ensuite la vitesse estimée est réintroduite dans un des estimateurs du flux mentionnés ci-dessus à la place de la vitesse mesurée.

Le problème majeur de l'estimation de la vitesse en ajoutant la vitesse avec le modèle mécanique, est que nous estimons la vitesse à partir des grandeurs électriques seules. La qualité de l'estimation se dégrade alors dès qu'une perturbation apparaît, surtout à basse vitesse et à l'arrêt (Amstrong et al, 1997 ; Degner, 1998). Il y'a alors nécessité de connaître la valeur du couple résistant.

## III.2. Méthode du Système Adaptatif Utilisant un Modèle de Référence (MRAS)

Le système adaptatif utilisant un modèle de référence (MRAS) est composé de deux estimateurs de flux. Le premier, qui n'introduit pas la vitesse, est appelé modèle de référence (généralement, modèle en tension). Le deuxième est appelé modèle ajustable (généralement, modèle en courant). L'erreur, produite du décalage entre les sorties des deux estimateurs (généralement un flux), pilote un algorithme d'adaptation qui génère la vitesse estimée. Cette dernière est appliquée au modèle ajustable figure. B.III.4 (Bonanno et al, 1995 ; Blasco-Ginénez et al ; 1996 ; Kubota et al, 1999 ; Tajima et al, 2002).

La technique MRAS souffre des mêmes problèmes que les modèles qui la composent. On peut relever, en particulier sa sensibilité à la variation des paramètres de la machine (Holtz; 2002). C'est pourquoi, quelques chercheurs ont proposés des techniques d'adaptation en ligne de la résistance statorique ou de la résistance rotorique en plus de la technique MRAS (; Blasco-Ginénez et al, 1996; Kubota & Matsuse, 1996; Tajima et al, 2002; Zhen & Xu, 1998). Cependant, cette technique reste toujours sensible aux bruits de mesures surtout aux basses vitesses.



Fig.B.III.4. Estimation de la vitesse rotorique par la technique MRAS.

#### III.3. Méthodes à Base des Réseaux de Neurones Artificiels

La plupart des travaux utilisant les réseaux de neurones considèrent un modèle indépendant de la vitesse (ou de la position) comme modèle d'apprentissage et un autre modèle dépendant de la vitesse comme un modèle à entraîner figure. B.III.5. Plusieurs variantes, pouvant être classées en deux catégories, sont proposées : la première est basée sur l'estimation des courants (Ma & Na, 2000 ; Kulkarni & El-sharkawi, 1997) et la deuxième sur l'estimation des flux (Ben-Brahim et al, 1999 ; Jalili et al, 2001 ; Kim et al, 2001, Moulahoum, 2006). Ces méthodes se différencient aussi par l'algorithme utilisé pour l'apprentissage du réseau de neurones. Généralement cette technique n'est pas utilisée pour l'estimation des paramètres et elle reste sensible aux bruits de mesures.





## III.4. Méthodes à Base d'observateurs

Le problème posé par le traitement en boucle ouverte peut être évité en utilisant des observateurs afin de reconstituer l'état du système. En fait, un observateur n'est qu'un estimateur en boucle fermée qui introduit une matrice de gain pour corriger l'erreur sur l'estimation. Dans un contexte déterministe l'observateur de Luenberger permet d'avoir une estimation satisfaisante du flux, de la vitesse et des paramètres de la machine si l'effet des bruits est négligeable. Dans de nombreuses applications industrielles le filtre de Kalman étendu est le plus utilisé pour la commande sans capteur ; étant donné que ce dernier est basé sur le modèle d'observateur de flux. Toutefois, il reste sensible aux variations des paramètres de la machine conjointement aux flux et à la vitesse. Cela augmente la dimension des matrices du filtre, rendant le calcul de l'inverse des matrices difficile et accroît, par conséquent, le temps de calcul. Pour résoudre le problème de l'inversion des matrices, nous proposons l'utilisation de l'observateur développé au chapitre précédent.

#### **III.5.** Méthode Basée sur l'Estimation de la Position des Saillances

Bien que la machine asynchrone soit conçue pour être symétrique et ne doit pas comporter de saillances, il est presque impossible de les construire sans qu'un type de saillances ne soit présent. C'est en général, à cause des imprécisions de construction (comme l'excentricité), l'existence des encoches rotoriques et le phénomène de saturation.

Toutefois, ces saillances introduisent une variation spatiale des paramètres (résistance ou inductance), et permettent au courant ou à la tension de contenir des informations sur leur position.

Quand une tension est appliquée à une machine asynchrone présentant des saillances, un courant contenant des fréquences dépendantes de la position des saillances sera induit. Certains travaux de recherche proposent d'isoler ces fréquences en adoptant un filtrage adaptatif et une transformée de Fourier rapide (FFT) (Al-Rouh, 2004 ; Ferrah et al, 1996 ; Ferrah et al ; 1997 ; Ferrah et al, 1998 ; Hurst et al, 1994 ; Riley et al, 1997), ou par un filtre adaptatif prédictif (Frrrah et al, 1996). Ces techniques sont appliquées pour estimer la position des saillances dues aux encoches rotoriques et statoriques. Un grand nombre d'encoches rotoriques par pôle donne une large séparation spectrale entre la fréquence du fondamental et celle de la saillance.

L'avantage de cette technique est son indépendance vis-à-vis des paramètres de la machine. La seule connaissance requise est le rang d'harmoniques de la saillance à "traquer". Ce nombre ne varie pas avec les différentes conditions de fonctionnement de la machine. Cette technique est limitée pour les raisons suivantes :

- 1. Temps de calcul prohibitif en plus de la nécessité d'avoir un grand nombre de points pour effectuer la FFT.
- 2. Estimation discrète de la vitesse dépendant de la résolution de la FFT.
- 3. Dans le domaine des basses vitesses, la séparation spectrale entre la fréquence du fondamental et celle de la saillance se réduit jusqu'à devenir nulle à l'arrêt.

## IV. APPLICATION DU FKCE A LA COMMANDE VECTORIELLE SANS CAPTEUR MECANIQUE

La figure (Fig.B.III.6) montre le schéma de principe de la commande vectorielle sans capteur mécanique où le flux d'entrefer, la résistance rotorique, la mutuelle et la vitesse rotorique sont estimés par le FKCE qui est développé dans le chapitre précédent.

Pour ce faire, il suffit de connaître la tension et le courant d'une seule phase du stator, sans aucune transformation des enroulements, et de reprendre les mêmes équations développées dans le chapitre précédent.

La machine étant représentée, dans ce cas, par son modèle lié au stator et le vecteur d'état étendu  $\overline{\xi}(k)$  est uniquement composé du courant statorique, du flux d'entrefer, de la résistance rotorique, de la mutuelle et de la vitesse rotorique. Les éléments des matrices Jacobienne  $\overline{F}$  et H sont donnés en annexe C (C-1. C-2. C-3. C-4. C-11. C-12).

Les bruits seront simulés par des séquences de distribution gaussienne obtenues par un générateur de nombre aléatoire (fonction « *randn* » dans le langage Matlab). Ces bruits représentent la combinaison des harmoniques générés par l'onduleur, les bruits blancs complexes gaussiens des capteurs et les hypothèses de modélisation, etc. ... . L'estimation du vecteur d'état  $\overline{\xi}(k)$  se fait à partir des mesures du courant et de la tension statoriques bruitées.



Fig. B.III.6. Commande vectorielle sans capteur de la machine asynchrone avec adaptations de la résistance rotorique et de la mutuelle.

Comme dans le chapitre précédent, les réglages de Q et R seront effectués manuellement afin d'assurer une stabilité dans toute la plage de vitesse, tout en respectant un compromis entre la dynamique et les erreurs statiques. Ces réglages ne sont sûrement pas optimaux, mais les qualités de ce filtre assurent un fonctionnement correct. Les valeurs des matrices Q et  $\overline{P}_0$ ainsi que la valeur de R et la valeur initiale du vecteur d'état étendu  $\overline{\xi}_0$  sont données en annexe G.

## V. SIMULATION DU COMPORTEMENT DE LA COMMANDE VECTORIELLE SANS CAPTEUR DE VITESSE

Les tests de simulation sont effectués en utilisant la commande vectorielle sans capteur de vitesse, représentée sur la figure.B.III.6. La commande est réalisée sans aucune transformation des phases et avec la mesure de la tension et du courant d'une seule phase statorique. Pour valider les performances de l'observateur et de la commande proposée, nous simulons plusieurs points de fonctionnement en utilisant la machine identifiée dans le chapitre précédent avec les variation des paramètres (augmentation de 50% de la résistance rotorique et diminution de 20% de la mutuelle).

# V.1. Simulation d'un Fonctionnement à Vitesse Normale avec Différents Couples de Charge

La figure.B.III.7 représente les résultats obtenus pour une vitesse de 1200tr/min avec application d'un couple de charge en échelon et un autre en rampe. Nous constatons que :

La vitesse suit rapidement sa référence sans dépassement avec un temps de monté de 0.2s. A l'application d'un couple de charge, il y'a rejet rapide de la perturbation et l'erreur entre la vitesse estimée et la vitesse de la machine est faible. De même, l'erreur de vitesse à l'entrée du régulateur est négligeable.

La réponse du flux est quasi instantanée et n'est pas influencée par l'application du couple de charge et les variations du couple électromagnétique. Le flux d'entrefer et le couple électromagnétique sont bien découplés. Les erreurs sont très faibles et ne dépassent pas quelques milli Weber.

Le couple électromagnétique suit bien sa référence à vide et en charge.

La résistance rotorique estimée converge rapidement vers sa valeur réelle avec une faible erreur.

La mutuelle estimée converge vers sa valeur réelle après un certain temps et avec une erreur faible en régime permanent. Nous constatons aussi que la réponse de la mutuelle est influencée par les variations de la vitesse.















Fig.B.III.7. Commande vectorielle sans capteur à 1200tr/min avec application de différents couples de charge de 10N.m. a : Vitesse rotorique, b : Erreur de vitesse, c : Erreur à l'entrée du régulateur de vitesse, d : Flux d'entrefer, e : Erreur du flux d'entrefer, f : Erreur à l'entrée du régulateur de flux, g : Couple électromagnétique, h : Résistance rotorique, i : Erreur sur la résistance rotorique, j : Mutuelle, k : Erreur sur la mutuelle.

## V.2. Simulation d'un Fonctionnement dans la Zone de Défluxage

La figure.B.III.8 montre les résultats de simulation lorsque la vitesse passe de 1200tr/min à 2400tr/min :

La réponse de vitesse suit sa référence dans toute la plage de variation (de 1200tr/min à 2400tr/min) et même dans la zone d'accélération (montée en rampe de la vitesse) avec un dépassement de 8.66%. Les erreurs de vitesse sont faibles et ne dépassent pas 0.7 tr/min en régime permanent et le rejet de la perturbation (application d'un couple de charge de 5N.m entre 3 et 5s) se fait rapidement avec un temps de rétablissement de 0.2s.

La réponse de flux suit sa référence même dans la zone d'affaiblissement du flux où l'erreur entre le flux estimé et celui de la machine est très faible et oscille autour de zéro en régime permanent. L'application du couple de charge influence peu la réponse du flux pendant un laps de temps très court.

Le couple électromagnétique suit sa référence même lors de l'application d'un couple de charge de 5N.m.

L'estimation de la résistance rotorique se fait rapidement avec une faible erreur entre la résistance estimée et celle de la machine.

L'estimation de la mutuelle prend un certain temps pour converger et varie avec la vitesse avec une erreur acceptable (0.5%).







0.4

0.2

0



temps (s)





Fig.B.III.8. Commande vectorielle sans capteur à grande vitesse avec application d'un couple de charge de 5N.m. a : Vitesse rotorique, b : Erreur de vitesse, c : Erreur à l'entrée du régulateur de vitesse, d : Flux d'entrefer, e : Erreur du flux d'entrefer, f : Erreur à l'entrée du régulateur de flux, g : Couple électromagnétique, h : Résistance rotorique, i : Erreur sur la résistance rotorique, j : Mutuelle, k : Erreur sur la mutuelle.

#### V.3. Simulation d'un Fonctionnement à Faible Vitesse

Nous représentons ici la simulation d'un fonctionnement à basse vitesse 90tr/min (Fig.B.III.9).

La réponse de vitesse oscille autour de sa référence de 90tr/min pendant quelques secondes puis se stabilise avec une erreur moyenne statique de la vitesse nulle. La régulation se fait correctement par rapport à la vitesse estimée. Le temps de rétablissement après l'application d'un couple de charge est relativement long (0.24s) par rapport aux points de fonctionnement précédents.

La réponse du flux est quasi instantanée, elle comporte quelques oscillations qui disparaissent après 1.5s. L'erreur d'estimation du flux et l'erreur à l'entrée du régulateur sont très faibles. Le flux d'entrefer est découplé du couple électromagnétique.

Le couple électromagnétique suit sa référence avant et après l'application d'un couple de charge de 5N.m.

La résistance rotorique et la mutuelle convergent vers leur valeur réelle. Les variations de la vitesse n'influent pas sur l'estimation de la résistance et la mutuelle.









Fig.B.III.9. Commande vectorielle sans capteur à basse vitesse 90tr/min. a : Vitesse rotorique, b : Erreur de vitesse, c : Erreur à l'entrée du régulateur de vitesse, d : Flux d'entrefer, e : Erreur du flux d'entrefer, f : Erreur à l'entrée du régulateur de flux, g : Couple électromagnétique, h : Résistance rotorique, i : Erreur sur la résistance rotorique, j : Mutuelle, k : Erreur sur la mutuelle.

#### V.4. Simulation d'une Inversion de Vitesse

La figure.B.III.10 présente la simulation d'une inversion de vitesse de 1200tr/min à -1200tr/min avec application d'un couple de charge de 10N.m entre 3 et 4.5s.

La régulation de la vitesse est assurée. En effet, la réponse de la vitesse suit sa référence dans toute la plage de variation de la référence à savoir l'accélération, la décélération et à vitesse constante. Lors du passage par zéro, les oscillations de la vitesse estimée et de la vitesse réelle de la machine augmentent. L'erreur entre la vitesse estimée et la vitesse de la machine ainsi que l'erreur de vitesse à l'entrée du régulateur sont faibles sauf dans la zone d'accélération et de décélération. L'erreur de vitesse atteint 15tr/min et l'erreur à l'entrée du régulateur de vitesse atteint 110tr/min. Cependant, avant et après l'inversion l'erreur statique est nulle.

Le couple électromagnétique suit sa référence avant, pendant et après l'inversion de vitesse.

La résistance rotorique estimée et la mutuelle estimée suivent leur référence et sont perturbées par le passage de zéro. Cependant, leur erreur est faible.



















Fig.B.III.10. Commande vectorielle sans capteur avec inversion de vitesse de 1200tr/min à -1200tr/min avec application d'un couple de charge de 10N.m. a : Vitesse rotorique, b : Erreur de vitesse, c : Erreur à l'entrée du régulateur de vitesse, d : Flux d'entrefer, e : Erreur du flux d'entrefer, f : Erreur à l'entrée du régulateur de flux, g : Couple électromagnétique, h : Résistance rotorique, i : Erreur sur la résistance rotorique, j : Mutuelle, k : Erreur sur la mutuelle.

#### V.5. Simulation d'un fonctionnement à Vitesse multiple « Réponse Dynamique »

La figure.B.III.11 montre la réponse dynamique de la commande sans capteur pour une variation graduée de 100tr/min jusqu'à une vitesse proche de la vitesse nominale 1400tr/min. Cette figure montre bien l'efficacité de la commande sans capteur proposée de point de vue dynamique. Cependant, on remarque que les oscillations de la vitesse estimée et par conséquent l'erreur d'estimation diminue au fur et à mesure que la vitesse augmente.

La réponse du flux est rapide. Les erreurs de l'estimation du flux et à l'entrée du régulateur sont faibles.

Le couple électromagnétique suit bien sa référence avec de faibles oscillations dans la zone de basse vitesse.

La résistance rotorique et la mutuelle convergent vers leur référence avec des erreurs d'un niveau acceptable.

















Fig.B.III.11. Commande vectorielle sans capteur avec des vitesses de référence multiples. a : Vitesse rotorique, b : Erreur de vitesse, c : Erreur à l'entrée du régulateur de vitesse, d : Flux d'entrefer, e : Erreur du flux d'entrefer, f : Erreur à l'entrée du régulateur de flux, g : Couple électromagnétique, h : Résistance rotorique, i : Erreur sur la résistance rotorique, j : Mutuelle, k : Erreur sur la mutuelle.

Ces résultats montrent que la commande développée dans ce chapitre, permet d'avoir une erreur de vitesse faible avec une réponse de flux stable pour différents points de fonctionnement de la machine avec : variation du couple de charge, variation des paramètres de la machine (la résistance rotorique et la mutuelle) et des bruits externes. Donc les performances attendues de cette commande sont atteintes.

En résumé nous notons qu'il est possible de développer une commande vectorielle à base du modèle de la théorie du vecteur spiral. Comme pour l'identification des paramètres de la machine asynchrone, nous avons une réduction des dimensions des matrices du filtre de Kalman complexe étendu ce qui a diminué le temps de calcul du filtre. En plus, de l'utilisation de deux capteurs pour le courant et la tension ce qui réduit l'effet des bruits sur la commande.

## VI. CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons développé une commande vectorielle sans capteur de vitesse par orientation du flux d'entrefer basée sur le modèle de la théorie du vecteur spiral.

L'estimation du flux d'entrefer, des paramètres de la machine asynchrone (la résistance rotorique et la mutuelle) et la vitesse rotorique a été réalisée par le filtre de Kalman complexe étendu en utilisant seulement deux capteurs pour la mesure du courant et la tension statorique sans aucune transformation des variables de la machine.

Les performances dynamiques de cette commande ont été testées, par simulation, pour différents points de fonctionnement obtenues par application des vitesses de référence sous forme d'échelon ou de rampe, à vide ou en charge, et avec variation des paramètres de la machine. Les résultats obtenus sont satisfaisants et montrent la robustesse de la commande développée et le bon découplage entre le flux d'entrefer et le couple électromagnétique.
# CONCLUSION

Dans cette partie, nous avons présenté en premier lieu, l'application de la théorie du vecteur spiral à la modélisation de la machine asynchrone, le modèle obtenu ne dépend que des paramètres et variables d'une seule phase au stator et au rotor.

L'association de ce modèle au filtre de Kalman complexe étendu pour l'identification sans capteur de vitesse des paramètres électriques de la machine asynchrone, nous a permis de réduire les dimensions des matrices du filtre de Kalman complexe étendu, le temps de calcul du filtre et le nombre des capteurs.

Une commande vectorielle sans capteur de vitesse de la machine asynchrone basée sur le modèle de la théorie du vecteur spiral et le filtre de Kalman complexe étendu a été développée. Les résultats obtenus ont montré un bon découplage entre le flux d'entrefer et le couple électromagnétique. La robustesse de la commande a été vérifiée vis-à-vis des variations de la résistance rotorique et la mutuelle ainsi que des variations des bruits et de couple de charge.

Les résultats obtenus dans cette partie pour la machine asynchrone, nous motive à élargir le domaine d'application de la théorie du vecteur spiral à la modélisation de la machine synchrone, sujet de la partie suivante.

# **BIBLIOGRAPHIE DE LA**

# PARTIE - B

# **BIBLIOGRAPHIE DE LA**

# PARTIE - B

- Al-Rouh, I. (2004). Contribution à la commande sans capteur de la machine asynchrone. These de doctorat, Université Henri Poincaré Nancy-I, France.
- Andreas-Purwoadi, M. (1996). Reglage non-lineaire du variateur de vitesse asynchrone sans capteur mécanique : contribution à la commande par linéarisation exacte entrées-sorties et à l'observation du flux rotorique. Thèse de doctorat, INP Toulouse, France.
- Arcker, A.M. (1999). Contrôle direct du couple électromagnétique de la machine asynchrone de grande puissance. Thèse de doctorat, INP Toulouse, France.
- Armstrong, G.J., Atkinson, D.J., & Acarnley, P.P. (1997). A comparison of estimation techniques for sensorless vector controlled induction motor drives. In *Proceedings of IEEE PEDS*, vol 1, (pp. 110-116).
- Baghli, L. (1999). Contribution à la commande de la machine asynchrone, utilisation de la logique floue, des réseaux de neurones et des algorithmes génétiques. Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, France.
- Barut, M., Bongosyan, O.S., & Gokasan, M. (2002). EKF based estimation for direct vector control of induction motors, In *Proceedings of IEEE-IECON'02 Annual Meeting*, vol 2, (pp. 1710-1715).
- Barut, M., Bongoysan, O.S & Gokasan, M. (2005). Speed sensorless direct torque control of IMs with rotor resistance estimation, *Elsevier, Journal of Energy Conversion & Management*, (46), (pp. 335-349).
- Ben-brahim, L., TadaKuma, S., & Akdag, A. (1999). Speed control of induction motor without rotational transducers. *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 35, no. 4, (pp. 844-849).
- Bharadwaj, R.M., Parlos, A.G., & Toliyat, H.A. (1999). Adaptive neural network based state filter for induction motor speed estimation. In *Proceedings of IEEE IECON*, vol 3, (pp. 1283-1288).
- Blaschke, F. (1972). Principle of field orientation as applied to the new transvector closed loop control system for rotation field machine. *Siemens review*, XXXIX, (pp. 217-220).

- Blasco-Ginenez, R., Asher, G.M., & Bradely, K.J. (1996). Dynamic performance limitations for MRAS-based sensorless induction motor drives. Part 2: On line parameter tuning and dynamic performance studies. In *IEEE Proceedings on Electric Power and Applications*. vol 143, n°2, (pp. 123-134).
- Boader, U., Depenbrock, M., & Gierse, G. (1992). Direct self control (DSC) of inverter for induction machine: a basis for speed control without speed measurement, *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol, 28, n°3, (pp. 581-588).
- Bodson, M., & Chiasson, J. (2002). A comparison of sensorless speed estimation methods for induction motor control. In *Proceedings of American control conference-ACC*, Anchorage, USA, (pp. 3076-3081).
- Bonanno, C., Zhen, L., & Xu, L. (1995). Direct field oriented induction machine drive with robust flux estimation for position sensorless control. In *Proceedings IEEE of Industry Application Society Conference*, (pp. 166-173).
- Borne, P., Dauphin-Tanguy, G., Richard, J.P., Rotella, F., & Zambettakis, I. (1990). Commande et optimisation des processus, Edition Technip.
- Boumegoura, T. (2001). Recherche de signature électromagnétique des défauts dans une machine asynchrone et synthèse d'observateur en vue du diagnostic. Thèse de doctorat, Ecole centrale de Lyon, France.
- Bounekhela, M. (2004). Contribution à l'identification paramétrique de la machine asynchrone. Thèse de doctorat d'état, ENP Alger, Algérie.
- Buhler, H. (1989). Electronique de réglage et de commande. Edition Dunod.
- Chatelain, J. (1983). Machines électriques, Traité d'électricité, d'électronique et d'électrotechnique. Edition Dunod, tome 1 et 2.
- Chávez Velázquez, S., Alejos Palomares, R., & Nava Segura, A. (2004). Speed estimation for an induction motor using the extended Kalman filter, In *Proceedings of IEEE-CONIELECOMP*, (pp. 63-68).
- Chen, C.T. (1984). Linear control systems. Horl, Rinehart and Winston, Tokyo.
- Chrisanov, S. (2002). Theory and optimal design of induction motor soft starters, In *Proceedings of 2002 Summer Seminar on Nordic Network for multi disciplinary optimised electric drives*, Finland, (pp.1-5).
- Cilia, J. (1997). Sensorless Speed and Position Control of Induction Motor Drives. Thèse de Doctorat (PhD), Université de Nottingham, UK.
- Dash, P.K., Pradhan, A.K., & Panda, G. (1999). Frequency estimation of distorted power system signals using extended complex Kalman filter, *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol.14, n°3, (pp. 761-766).

- Dash, P.K., Pradhan, A.K., Panda, G., Jena, R.K., & Panda, S.K. (2000). On-line tracking of time varying harmonics using an integrated extended complex Kalman filter and Fourier linear combiner. In *Proceedings of IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, vol.3, Singapore, (pp. 1575-1580).
- De-Aguiar, M.L., & Cad, M.M., (2000). The concept of complex transfer functions applied to the modelling of induction motor. In *Proceedings of IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, vol.1, Singapore, (pp. 387-391).
- Degner, M. W. (1998). Flux, Position, and Velocity Estimation in AC Machines Using Carrier Signal Injection, Thèse de Doctorat (PhD), Université de Wisconsin, USA.
- Elbuluk, M. E., Tong, L., & Husain, I. (2002). Neural-Network-Based Model Reference Adaptive Systems for High-Performance Motor Drives and Motion Controls", *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 38, no.3, (pp.879-886).
- Elbuluk, M.E., & Kankan., M.D. (1997). Speed sensorless induction motor drives for electrical actuators: schemes, trends and tradeoffs. In *Proceedings of IEEE Natioanl Aerospace and Electronics Conference*, vol 1, Ohio, USA, (pp. 137-144).
- EL-Hassan, I. (1999). Commande haute performance d'un moteur asynchrone sans capteur de vitesse par contrôle direct du couple: filtrage de Kalman étendu du vecteur d'état, contrôle de la fréquence de commutation de l'onduleur. Thèse de doctorat, INP Toulouse, France.
- Elloumi, M., Ben-Brahim, L., & Al-Hamadi, M. A. (1998). Survey of speed sensorless controls for IM drives. In *Proceedings of IEEE IECON*, Aachen, Germany, (pp. 1018-1023).
- ElMoucary, Ch., Garcia Soto, G., & Mendes, E. (1999). Robust rotor flux, rotor resistance and speed estimation of an induction machine using the extended Kalman filter. *In Proceedings of EEE-ISIE*, Slovenia, (pp. 742-746).
- Ferrah, A., Bradley, K. J., Hogben, P. J., Woolfson, M. S., & Asher, G.M. (1996). A transputer-based speed identifier for induction motor drives using real-time adaptive filtering. In *Proceeding of IEEE-IAS Annual Meeting*, vol 1, (pp.394 400).
- Ferrah, A., Bradley, K. J., Woolfson, M. S., & Asher, G. M. (1996). A new sensorless dynamic speed-estimator for induction motor drives using predictive adaptive filtering. In *Proceeding of IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*, vol. 1, (pp. 458 – 463).
- Ferrah, A., Bradley, K.J., Hogben-Laing, P.J., Woolfson, M.S., Asher, G.M., Sumner, M., Cilia, J., & Shuli, J. (1998). A speed identifier for induction motor drives using real-time adaptive digital filtering. *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol 34, no 1, (pp. 156 – 162).
- Ferrah, A., Hogben-Laing, P. J., Bradley, K. J., Asher, G. M., & Woolfson, M. S. (1997). The effect of rotor design on sensorless speed estimation using rotor slot harmonics identified by adaptive digital filtering using the maximum likelihood approach. In *Proceeding of IEEE-IAS Annual Meeting*, vol 1, (pp. 128 – 135).

- Flores, R.A. Irene, Y.H., & Bollen, M.H.J. (2003). Positive and negative sequence estimation for unbalanced voltage dips. In *Proceedings of IEEE Power Engineering Society general meeting*, Canada, (pp. 2498-2502).
- Holtz, J. (1993). Methods for speed sensorless control of AC drives. In *Proceedings of IEEE PCC*, Yokohama, Japan, (pp. 415-420).
- Holtz, J. (2002). Sensorless control of induction motor drives. (survey paper). *In Proceedings* of *IEEE*, vol 90, n°8, (pp. 1359-1394).
- Holtz, J. (2006). Sensorless control of induction machines with or without signal injection?. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol 53, n°1, (pp. 7-30).
- Huh, S-H., Lee, K-B., Kim, D-W., Choy, I., & Park, G-T. (2005). Sensorless speed control system using a neural network. *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol 3, n° 4, (pp. 612-619).
- Hurst, K. D., Habetler, T. G., Griva, G., & Profumo, F. (1994). Speed sensorless field oriented control of induction machines using current harmonic spectral estimation. In *Proceeding of IEEE-IAS Annual Meeting*, vol 1, (pp. 601–607).
- Ilas, C., Bettini, A., Ferraris, L., Griva, G., & Profumo, F. (1994). Comparison of different schemes without shaft sensors for field oriented control drives. In *Proceedings of IEEE IECON*, (pp. 1579-1588).
- Jalili, K., Farhangi, S., & Iranizad, E. S. (2001). Sensorless vector control of induction motors in fuel cell vehicle using a neuro-fuzzy speed controller and on-line neural network speed estimator. In *Proceedings of IEEE CCA*, Mexico City, Mexique, pp. 259-264, 5-7 Sept.
- Kapp, G. (1887). Induction coils graphically treated, Electrician, 18.
- Khenfer, N. (1995). Machine asynchrone: ses modèles, son identification et sa commande. Thèse de doctorat d'état, ENP Alger, Algérie.
- Kim, S.H., Park, T. S., Park, G.T. (2001). Speed Sensorless vector control of an induction motor using neural network speed estimation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 48, no. 3, (pp. 609-614).
- Kim, Y-R., Sul, S-K., & Park, M-H. (1994). Speed sensorless vector control of induction motor using extended Kalman filter. *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol 30, no 5, (pp. 1225-1233).
- Kim, Y-R., Sul, S-K., & Park, M-N. (1992). Speed sensorless of an induction motor using extended Kalman filter. In *Proceedings of IEEE IAS Annual Meeting*, vol 1, (pp. 594-599).
- Kline, R.R. (1983). Charles Proteus Steinmetz and the development of electrical engineering science. Thèse de doctorat (Ph.D Diss), Université de Wisconsin, USA.
- Kovacs, K.P. (1984). Transient phenomena in electrical machines, Elsevier.

- Krishnan, R., & Bharadwaj, A.S. (1990). A review of parameter sensitivity and adaptation in indirect vector controlled induction motor drive systems. In *Proceedings of 21<sup>st</sup> Annual IEEE Power Electronics Specialists conference*, TX, USA, (pp. 560-566).
- Kron., G. (1942). The application of tensors to the analysis of rotating electrical machinery. General electrical review. Schenectady, New-York.
- Kubota, H., Kataoka, Y., Ohta, H., & Matsuse, K. (1999). Sensorless vector controlled induction machine drives with fast stator voltage offset compensation. In *Proceeding of IEEE-IAS Annual Meeting*, vol 4, (pp. 2321 – 2324).
- Kubota, H., Matsuse, K. (1996). The improvement of performance at low speed by offset compensation of stator voltage in sensorless vector controlled induction machines. In *Proceedings of IEEE-IAS Annual Meeting*, vol 1, San Diego USA, (pp. 257–261).
- Kubota, H., Matsuse, K., & Nakano, T. (1993). DSP-ased speed adaptative flux observer of induction motor. *IEEE Transaction on Industry Application*, vol. 28, n°2, (pp. 344-348).
- Kuchar, M., Brandstetter, P., & Kaduch, M. (2004). Sensorless induction motor drive with neural network. In *Proceedings of PESC*, Aachen, Germany, (pp. 3301-3305).
- Kulkarni, A. S., & El-sharkawi, M. A. (1997). Speed estimator for induction motor drives using an artificial neural network. In *Proceeding of IEEE-EMDC*, Milwaukee, USA, (pp. MD2/2.1-MD2/2.3).
- Kumaresan, R., & Tufts, D.W. (1982). Estimating the parameters of exponentially damped sinusoids and pole-zero modelling in noise. *IEEE Transactions Acoustic, Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-30, (pp.833-840).
- Liu, J-J., Kung, I-C., & Chao, H.C. (2001). Speed estimation of induction motor using a non linear identification technique. In *Proceedings of Natl Sci Counc ROC (A)*, vol 25, n°2, (pp. 107-114).
- Lorron, L., & Laliberte, G. (1993). Application of the extended Kalman filter to parameters estimation of induction motors. In *Proceedings of 1993 EPE conference*, England, (pp. 85-90).
- Ma, X., & Na, Z. (2000). Neural network speed identification scheme for speed Sensorless DTC induction motor drive system. In *Proceeding of IEEE-PIEMC*, vol.3, Beijing, China, (pp. 1242-1245).
- Menaa, M. (1997). Modélisation et analyse des machines électriques par la théorie du vecteur spiral. Thèse de magister, USTHB Alger, Algérie.
- Menaa, M., & Touhami, O. (1996). Théorie du vecteur spiral appliqué à la machine asynchrone. *Conférence internationale sur les mathématiques appliquées et les sciences de l'ingénieur, CIMASI*, Tome 1, Maroc, (pp. 538-543).

- Menaa, M., Touhami, O., & Ibtiouen, R. (2001). Identification of induction motor by tacking of spiral vector theory. In *Proceedings of 2001 IEEE SDEMPED conference*, Italy, (pp. 283-287).
- Menaa, M., Touhami, O., & Ibtiouen, R. (2003). Estimation of the rotor resistance in induction motor by application of the spiral vector theory associate to extended Kalman filter. In *Proceedings of IEEE symposium of SSST*, West Virginia, USA.
- Menaa, M., Touhami, O., & Ibtiouen, R. (2003). Estimation of resistance of an induction motor using extended Kalman filter and spiral vector theory. In *Proceedings of 2003 IEEE Control Applications conference*, Istanbul, Turkey, (pp. 1262-1266).
- Menaa, M., Touhami, O., Benhaddadi, M., & Ibtiouen, R. (1996). Analysis of induction motor by a spiral vector theory, In *Proceedings of 1996 Second international scientific* and technical conference on unconventional electromechanical and electro-technical systems, 2<sup>nd</sup> ISTC-UEES, Poland.
- Menaa, M., Touhami, O., Ibtiouen R., & M. Fadel. (2006). Rotor Resistance and Mutual Inductance Estimation by Extended Complex Kalman Filter and Spiral Vector Theory of an Induction Motor without Speed Sensor. *International Review of Electrical Engineering, IREE*, vol 1, n°1, ISSN 1827-6600, (pp. 209-218).
- Menaa, M., Touhami, O., Ibtiouen, R., & Fadel, M. (2006). Sensorless direct vector control of an induction motor using spiral vector model and ECKF. *WSEAS Transactions on Systems*, Issue 12, vol 12, (pp. 2721-2777).
- Menaa, M., Touhami, O., Ibtiouen, R., & Fadel, M. (2007). Speed Sensorless Vector Control of an Induction Motor using Spiral Vector Model-ECKF and ANN Controller. *In Proceedings of IEEE, International Electric Machines & Drives, IEMDC*, vol. 1, (pp. 1165-1170).
- Menaa, M., Touhami, O., Ibtiouen, R., & Fadel, M. Sensorless direct vector control of an induction motor. Article in Press dans le Journal Control Engineering Practice, <u>www.sciencedirect.com</u>.
- Mobarakeh, B.N. (2001). Commande vectorielle sans capteur mécanique des machines synchrones à aimants : méthodes, convergences, robustesse, identification en ligne des paramètres. Thèse de doctorat, INP Lorraine, France.
- Morand, F. (2005). Techniques d'observation sans capteur de vitesse en vue de la commande des machines asynchrones, Thèse de doctorat, INSA Lyon, France.
- Moulahoum, S. (2006). Contribution a la modélisation de la machine asynchrone avec prise en compte de la saturation et des pertes fer: application a la commande vectorielle avec et sans capteur mécanique. Thèse de Doctorat, Université Houari Boumedienne, Alger, Algérie.
- Nishiyama, K. (1997). A nonlinear filter for estimating a sinusoidal signal and its parameters in white noise : on the case of a single sinusoid. *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, n°4, (pp. 970-981).

- Nogueira lima, A.M. (1989). Commande numérique d'une machine asynchrone: contrôle du flux par filtrage stochastique, variation de la vitesse et de la position. Thèse de doctorat, INP Toulouse, France.
- Ouadghiri, M. (1995). Contribution à la commande vectorielle des moteurs asynchrones alimentés par onduleur de tension : comparaison des méthodes d'estimation du vecteur flux rotorique et de la vitesse. Thèse de doctorat, F.P Mons, France.
- Ouhrouche, M.A. (2000). EKF-based estimation of rotor flux, speed and rotor resistance in cage induction motor sensorless drive. In *Proceedings of IASTED International Conference Modelling and Simulation, Pettsburg, Pennsylvania*, USA, 308-092.
- Ourth, T. (1995). Commande vectorielle d'un moteur asynchrone sans capteur de vitesse: observation du flux rotorique. Thèse de doctorat, INP Toulouse, France.
- Papoulis, A. (1984). Probability random variables and stochastic process. New York. McGraw. Hill.
- Peng, F.Z., & Fukao, T. (1994). Robust speed identification for speed sensorless vector control of induction motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 30, no. 5, (pp. 1234-1240).
- Pradhan, A.K., Routray, A., & Sethi, D. (2004). Voltage phasor estimation using complex linear Kalman filter. In *Proceedings IEE of 8<sup>th</sup> international conference on Developments in Power System Protection*, Netherlands, vol.1, (pp. 24-27).
- Profumo, F., & Pastorelli, M. (1989). Tacholess, medium performance drive with fieldoriented controller. *Motor-Conference*, (pp. 123-129).
- Pena.Eguiluz, R. (2002). Commande algorithmique d'un système mono-onduleur bimachine Asynchrone destiné à la traction ferroviaire Thèse de doctorat, INP Toulouse, France.
- Rajashekara, K., Kawamura, A., & Matsuse, K.(1996). Sensorless Control of AC Motor-Drives, *IEEE PRESS*, (p. 498).
- Ray, W.H. (1981). Advanced process control. MC Graw Hill, NewYork.
- Restrepo, J.A., dePerez, T.A., Guimenez, M.I & Guzmen, V.M. (1997). DSP implementation of an AC-machine sensorless speed measurement system using Wigner distribution, *EPE Transactions*, vol. 4, (pp. 4.452-4.528).
- Riley, C. M., Lin, B. K., Habetler, T. G., & Schoen, R. R. (1997). A method for sensorless online vibration monitoring of induction machines. In *Proceeding of IEEE-IAS Annual Meeting*, vol. 1, (pp. 201 – 207).
- Salvatore, L., Stasi, S., & Cupertino F. (2001) Improved Rotor Speed Estimation Using Two Kalman Filter-Based Algorithms. In *Proceedings of IEEE Industry Applications* conference, vol.1. (pp. 125-132).

- Sekhar, C.T., & Muni, B.P. (2004). Analysis of self excited induction generator by spiral vector theory, In *Proceedings ofIEEE, industrial electronics society, 30<sup>th</sup> annual conference*, Korea, (pp. 319-323).
- Serano-Iriburnegaray, l. (1995). Critical review of the scientific background underlying the generalized machine theory correlation theorems in the space phasor theory, *European transaction on electrical power engineering ETEP*, vol.5, n° 4, (pp. 247-255).
- Serano-Iriburnegaray, l. (1996). The space phasor theory, In *Proceedings of 1996 ICEM*, Spain, (pp. 1-13).
- Shauder, C. (1992). Adaptive speed identification for vector control of induction motors without rotational transducers. *IEEE Transactions on industry application*, vol. 28, n°5, (pp. 820-825).
- Shi, K. L., Chan, T. F., Wong, Y. K., & Ho, S. L. (2000). Speed estimation of an induction motor drive using extended Kalman filter. In *Proceeding of Power Engineering Society Winter Meeting*, vol. 1, (pp. 243 – 248).
- Shi, K.L., Chan, T.F., Wong, Y.K., & Ho, S.L. (2002). Speed estimation of an induction motor drive using an optimization extended Kalman filter. *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, vol 49, n°1, (pp. 124-132).
- Steinmetz, Ch.P. (1893). Complex quantities and their use in electrical engineering. In *Proceedings of 1893 International Electrical congress*. Chicago, (pp. 33-74).
- Steinmetz, Ch.P. (1898). Theory and calculation of alternating current phenomena. W.I. Johnston Co. New-York.
- Stepina, J. (1968). Fundamental equations of the space vector analysis of electrical machine. Acta techniques CSAV 12, (pp.184-189).
- Tajima, H., Guidi, G., & Umida, H. (2002). Consideration about problems and solutions of speed estimation method and parameter tuning for speed-sensorless vector control of induction motor drives. *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol 38, no. 5, (pp. 1282 – 1289).
- Touhami, O. (1994). Contribution à l'identification paramétrique des machines électriques. Thèse de doctorat d'état, ENP Alger, Algérie.
- Touhami, O., Menaa, M., & R. Ibtiouen, (1998). Vector control of induction motor by a spiral vector theory. In *Proceedings of IEEE*, *International Conference on Control Applications CCA*, Trieste, Italy.
- Tucker, D.G. (1973). Geisbert Kapp (1842-1922). Press of university of Birmingham.
- Vas, P. (1992). Electrical machines and drives a space vector theory. Oxford university press.
- Vas, P. (1998). Sensorless vector and direct torque control. New York, Oxford, University Press.

- Verghese, G.C., & Sanders, S.R. (1988). Observers for flux estimation in induction machines, *IEEE Transactions on Industry Electronics*, vol. IE-35, n°1, (pp. 85-94).
- Vicente, K., Araujo, R., & Freitas, D. (2003). A New Online Identification Methodology for Flux and Parameters Estimation of Vector Controlled Induction Motors. In *Proceedings of IEEE-IEMDC*, vol n°1, (pp. 449-455).
- Von-Westerholt, E.G. (1994). Commande non linéaire d'une commande asynchrone ; filtrage étendu du vecteur d'état contrôle de la vitesse sans capteur mécanique. Thèse de doctorat, INP Toulouse, France.
- Yamamura, S. (1988). Theories of AC motor analysis and control, spiral vector method, phase segregation method, spiral vector symmetrical component method. In *Proceedings of ICEM*, Italy, (pp. 1-7).
- Yamamura, S. (1991). Spiral vector theory of AC motor analysis and control. In *Proceedings* of *IEEE industry applications society annual meeting*, vol. 1, (pp. 79-86).
- Yamamura, S. (1992). Spiral vector theory of AC circuits and machines. Oxford, clarendon edition.
- Yang, G., & Chin, T.H. (1993). Adaptive-speed identification scheme for a vector-controlled speed sensorless inverter induction motor drive. *IEEE Transactions on Industry Application*, vol. 29, n°4, pp. 493-499.
- Zai, L.Ch., DeMarco, Ch.L., & Lipo, Th.A. (1992). An extended Kalman filter approach to rotor time constant measurement in PWM induction motor drives. *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol 28, n°1, (pp. 96-104).
- Zhen, L., Xu, L. (1998). Sensorless field orientation control of induction machines based on a mutual MRAS scheme. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol 45, no. 5, (pp. 824 – 831).

# ANNEXES

### ELEMENTS DES MATRICES DU MODELE D'ETAT

### **DE LA MACHINE ASYNCHRONE**

$$\overline{A}_{e11} = \frac{-\left(R_1\sigma + R_2' - j\ell_2'\omega_m\right)}{\ell_1\sigma + \ell_2'} \overline{A}_{e12} = \frac{\frac{R_2'}{3M} - j\sigma\omega_m}{\ell_1\sigma + \ell_2'}$$

$$\overline{A}_{e^{21}} = \frac{R_2}{\sigma} - \frac{\ell_2 R_T}{\sigma \ell_T} + j \frac{\ell_2}{\sigma} \left( -1 + \frac{\ell_2}{\ell_T \sigma} \right) \omega_m$$

$$\overline{A}_{e\,22} = \frac{\frac{\overline{A}_{2}}{\frac{3}{2}M} - j\sigma\omega_{m}}{\sigma} \left(-1 + \frac{\ell_{2}}{\ell_{T}\sigma}\right)$$

$$\sigma = \frac{\ell'_{2}}{\frac{3}{2}M} + 1, \ \ell_{T} = \ell_{1} + \frac{\ell'_{2}}{\sigma} \ and \ R_{T} = R_{1} + \frac{R'_{2}}{\sigma}$$

#### PARAMETRES DE LA MACHINE ASYNCHRONE UTILISEE

La machine asynchrone utilisédans cette étude est un maoteur asynchrone standard de 2kW, la plaque signalétique donne les valeurs nominales suivante :

Puissance nominale :	2 kW.
Fréquence :	50 Hz.
La vitesse la nominale:	1425 tr/mn.
Tension nominale:	220/380 V.
Courant nominal :	4/7 A.

Les paramètres électriques et mécaniques de ce moteur sont obtenus respectivement par identification classique et la méthode de Levenberg Marquardt sont :

Résistance de l'enroulement statorique:	$R_{10}=3.2\Omega.$
Résistance du secondaire $R_2$ ramenée au primaire:	$R_{20}^{'} = 5.8634189\Omega$ .
Inductance de fuite de l'enroulement statorique:	$\ell_{10} = 0.0225189$ H.
Inductance de fuite du secondaire ramenée au primaire:	$\ell_{20}$ = 0.02214308285H.
Mutuelle inductance entre les enroulements statorique et rotorique:	$M_{rs0} = 0.03488721$ H.
Nombre de pair de pôles :	<i>P</i> =2.
Moment d'inertie :	$J = 0.0164 \text{ kg.m}^2$ .
Coefficient de frottement visqueux:	$f_r = 0.0013 \text{ kgm}^2/\text{s}.$
Rapport de transformation :	<i>m</i> =0.1676.

# ELEMENTS DES MATRICES DES JACOBIENS ( $\overline{F}$ et H)

## ✤ Dérivée par Rapport à la Résistance Rotorique

$$\overline{A}_{13} = -\frac{1}{\ell_T \sigma} \overline{i}_1 + \frac{1}{\frac{3}{2} M} \left( \ell_1 \left( \frac{\ell_2}{\frac{3}{2} M + 1} \right) + \ell_2^{'} \right)^{\overline{\Phi}_0}$$

$$\overline{A}_{23} = \frac{1}{\sigma} \left( 1 - \frac{\ell_2}{\sigma \ell_T} \right) \overline{i}_1 + \frac{\frac{\ell_2^{'}}{\ell_T \sigma} - 1}{\frac{3}{2} M \sigma} \overline{\Phi}_0$$
(C-1)
(C-2)

#### \* Dérivée par Rapport à la Mutuelle

$$\overline{A} = \left[ \frac{-R_{2}^{'}\ell_{1}\ell_{2}^{'} + R_{1}(\ell_{2}^{'})^{2}}{\left(\left(\ell_{1} + \ell_{2}^{'}\right)\frac{3}{2}M + \ell_{1}\ell_{2}^{'}\right)^{2}} + j\frac{\ell_{1}(\ell_{2}^{'})^{2}}{\left(\left(\ell_{1} + \ell_{2}^{'}\right)\frac{3}{2}M + \ell_{1}\ell_{2}^{'}\right)^{2}}\omega_{m} \right] \overline{\ell_{1}} \\ \overline{B} = \left[ \frac{-R_{2}^{'}(\ell_{1} + \ell_{2}^{'})}{\left(\left(\ell_{1} + \ell_{2}^{'}\right)\frac{3}{2}M + \ell_{1}\ell_{2}^{'}\right)^{2}} + j\frac{\left(\ell_{2}^{'}\right)^{2}}{\left(\left(\ell_{1} + \ell_{2}^{'}\right)\frac{3}{2}M + \ell_{1}\ell_{2}^{'}\right)^{2}}\omega_{m} \right] \overline{\Phi}_{0} \\ \overline{C} = -\frac{\left(\ell_{2}^{'}\right)}{\left(\left(\ell_{1} + \ell_{2}^{'}\right)\frac{3}{2}M + \ell_{1}\ell_{2}^{'}\right)^{2}}\overline{\nu_{1}}$$

$$\overline{A}_{14} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$$

(C-3)

$$\overline{A}_{1} = \frac{R_{2}\dot{\ell}_{2}}{\left(\dot{\ell}_{2} + \frac{3}{2}M\right)^{2}} - \frac{\left[\left(\ell_{2}R_{1} + \ell_{2}R_{2}\right)\left(\ell_{2}^{2}\right)^{2} + 2\ell_{1}\ell_{2}^{2}\right) - R_{1}\left(\ell_{2}^{2}\right)^{2}\left(\ell_{1} + \ell_{2}^{2}\right)\left(\frac{3}{2}M\right)^{2} + 2\left(\ell_{2}R_{1} + \ell_{2}R_{2}^{2}\right)\ell_{1}\left(\ell_{2}^{2}\right)^{2}\frac{3}{2}M + R_{1}\ell_{1}\left(\ell_{2}^{2}\right)^{4}}{\left[\left(\ell + \ell_{2}^{2}\right)\left(\frac{3}{2}M\right)^{2} + \left(\ell_{2}^{2}\right)^{2} + 2\ell_{1}\ell_{2}^{2}\right)\frac{3}{2}M + \ell_{1}\left(\ell_{2}^{2}\right)^{2}\right]^{2}}\right]^{2}}$$

$$\overline{A}_{2} = j\left[-\frac{\left(\ell_{2}^{2}\right)}{\left(\ell_{2}^{2} + \frac{3}{2}M\right)^{2}} + \frac{\left(\ell_{2}^{2}\right)^{2}\left(\left(\ell_{2}^{2}\right)^{2} + 2\ell_{1}\ell_{2}^{2}\right)\left(\frac{3}{2}M\right)^{2} + 2\ell_{1}\left(\ell_{2}^{2}\right)^{4}\frac{3}{2}M}{\left[\left(\ell + \ell_{2}^{2}\right)\left(\frac{3}{2}M\right)^{2} + \left(\ell_{2}^{2}\right)^{2} + 2\ell_{1}\ell_{2}^{2}\right)\frac{3}{2}M + \ell_{1}\left(\ell_{2}^{2}\right)^{2}\right]^{2}}\right]\omega_{m}\bar{t}_{1}$$

$$\overline{A} = \overline{A}_1 + \overline{A}_2$$

$$\overline{B} = \frac{\ell_1 R_2^{\prime} (\ell_1 + \ell_2^{\prime}) (\frac{3}{2}M)^2 + 2\ell_1 \ell_2^{\prime} R_2^{\prime} (\ell_1 + \ell_2^{\prime}) \frac{3}{2}M + (\ell_1 \ell_2^{\prime} + (\ell_2^{\prime})) \ell_1 \ell_2^{\prime} R_2^{\prime}}{\left[ (\ell_1 + \ell_2^{\prime}) (\frac{3}{2M})^2 + (\ell_2^{\prime})^2 + 2\ell_1 \ell_2^{\prime}) \frac{3}{2}M + \ell_1 (\ell_2^{\prime})^2 \right]^2} \overline{\Phi}_0 - j \frac{\ell_1 (\ell_2^{\prime})^2}{\left[ (\ell_1 + \ell_2^{\prime}) \frac{3}{2}M + \ell_1 \ell_2^{\prime} \right]^2} \omega_m \overline{\Phi}_0$$

$$\overline{C} = \frac{\ell_1 (\ell_2^{'})^2}{\left[ (\ell_1 + \ell_2^{'})^3 M + \ell_1 \ell_2^{'} \right]^2} \overline{\nu}_1$$

$$\overline{A}_{24} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} \tag{C-4}$$

## ✤ Dérivée par Rapport à la Résistance Statorique

$$\overline{A}_{15} = \frac{1}{\ell_T} \overline{i}_1 \tag{C-5}$$

$$\overline{A}_{16} = \frac{\ell_2}{\sigma \ell_T} \overline{\Phi}_0 \tag{C-6}$$

## ✤ Dérivée par Rapport à l'Inductance de Fuite Statorique

$$\overline{A} = \frac{\left(\left(R_{1} + R_{2}^{'}\right)\frac{3}{2}M + R_{1}\ell_{2}^{'}\right)\left(\frac{3}{2}M + \ell_{2}^{'}\right)}{\left[\left(\frac{3}{2}M + \ell_{2}^{'}\right)\ell_{1} + \ell_{2}^{'}\frac{3}{2}M\right]^{2}}\overline{i}_{1} - j\frac{\ell_{2}^{'}\frac{3}{2}M\left(\frac{3}{2}M + \ell_{2}^{'}\right)}{\left[\left(\frac{3}{2}M + \ell_{2}^{'}\right)\ell_{1} + \ell_{2}^{'}\frac{3}{2}M\right]^{2}}\omega_{m}\overline{i}_{1}$$

$$\overline{B} = -\frac{R_{2}^{'}\left(\frac{3}{2}M + \ell_{2}^{'}\right)}{\left[\left(\frac{3}{2}M + \ell_{2}^{'}\right)\ell_{1} + \ell_{2}^{'}\frac{3}{2}M\right]^{2}}\overline{\Phi}_{0} + j\frac{\left(\ell_{2}^{'} + \frac{3}{2}M\right)^{2}}{\left[\left(\frac{3}{2}M + \ell_{2}^{'}\right)\ell_{1} + \ell_{2}^{'}\frac{3}{2}M\right]^{2}}\omega_{m}\overline{\Phi}_{0}$$

$$\overline{C} = -\frac{\left(\frac{3}{2}M + \ell_{2}^{'}\right)}{\left[\left(\frac{3}{2}M + \ell_{2}^{'}\right)\ell_{1} + \ell_{2}^{'}\frac{3}{2}M\right]^{2}}\overline{\nu}_{1}$$

$$\overline{A}_{16} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} \tag{C-7}$$

$$\overline{A}_{1} = -\frac{\left(\left(\ell_{2}^{'}R_{1} + \ell_{2}^{'}R_{2}^{'}\right)\left(\frac{3}{2}M\right)^{2} + R_{1}\left(\ell_{2}^{'}\right)^{2}\left(\frac{3}{2}M\right)\right)\left(\frac{3}{2}M + \ell_{2}^{'}\right)^{2}}{\left[\left(\frac{3}{2}M + \ell_{2}^{'}\right)^{2}\ell_{1} + \ell_{2}^{'}\left(\frac{3}{2}M\right)^{2} + \left(\ell_{2}^{'}\right)^{2}\frac{3}{2}M\right]^{2}}\overline{i}_{1}$$

$$\overline{A}_{2} = -j\frac{\left(\frac{3}{2}M\right)^{2}\left(\ell_{2}^{'}\right)^{2}\left(\frac{3}{2}M + \ell_{2}^{'}\right)^{2}}{\left[\left(\frac{3}{2}M + \ell_{2}^{'}\right)^{2}\ell_{1} + \ell_{2}^{'}\left(\frac{3}{2}M\right)^{2} + \left(\ell_{2}^{'}\right)^{2}\frac{3}{2}M\right]^{2}}\omega_{m}\overline{i}_{1}$$

 $\overline{A} = \overline{A}_1 + \overline{A}_2$ 

$$\overline{B}_{1} = \frac{\left(-R_{2}^{'}\frac{3}{2}M - \ell_{2}^{'}R_{2}^{'}\right)\left(\ell_{2}^{'}\left(\frac{3}{2}M\right)^{2} + \left(\ell_{2}^{'}\right)^{2}\frac{3}{2}M\right)}{\left[\left(\frac{3}{2}M + \ell_{2}^{'}\right)^{2}\ell_{1} + \ell_{2}^{'}\left(\frac{3}{2}M\right)^{2} + \left(\ell_{2}^{'}\right)^{2}\frac{3}{2}M\right]^{2}}\overline{\Phi}_{0},$$

$$\overline{B}_{2} = j\frac{\left(\frac{3}{2}M + \ell_{2}^{'}\right)\ell_{1}^{'}+\ell_{2}^{'}\left(\frac{3}{2}M\right)^{2} + \left(\ell_{2}^{'}\right)^{2}\frac{3}{2}M}{\left[\left(\frac{3}{2}M + \ell_{2}^{'}\right)^{2}\ell_{1} + \ell_{2}^{'}\left(\frac{3}{2}M\right)^{2} + \left(\ell_{2}^{'}\right)^{2}\frac{3}{2}M\right]^{2}}\omega_{m}\overline{\Phi}_{0}$$

$$\overline{B} = \overline{B}_1 + \overline{B}_2$$

$$\overline{C} = -\frac{\frac{3}{2}M\ell_{2}'\left(\frac{3}{2}M + \ell_{2}'\right)}{\left[\left(\frac{3}{2}M + \ell_{2}'\right)\ell_{1} + \ell_{2}'\frac{3}{2}M\right]^{2}}\overline{v}_{1}$$

$$\overline{A}_{26} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} \tag{C-8}$$

## ✤ Dérivée par Rapport à l'Inductance de Fuite Rotorique

$$\overline{A} = -\frac{R_1\ell_1 \frac{3}{2}M + (R_1 + R_2)\left(\frac{3}{2}M + \ell_1\right)\frac{3}{2}M}{\left[\left(\frac{3}{2}M + \ell_1\right)\ell_2 + \ell_1 \frac{3}{2}M\right]^2} \overline{i_1} + j\frac{\ell_1\left(\frac{3}{2}M\right)^2}{\left[\left(\frac{3}{2}M + \ell_1\right)\ell_2 + \ell_1 \frac{3}{2}M\right]^2}\omega_m\overline{i_1}$$

$$\overline{B} = -\frac{\left(\frac{3}{2}M + \ell_{1}\right)R_{2}^{'}}{\left[\left(\frac{3}{2}M + \ell_{1}\right)\ell_{2}^{'} + \ell_{1}\frac{3}{2}M\right]^{2}}\overline{\Phi}_{0} + j\frac{\left(\frac{3}{2}M\right)^{2}}{\left[\left(\frac{3}{2}M + \ell_{1}\right)\ell_{2}^{'} + \ell_{1}\frac{3}{2}M\right]^{2}}\omega_{m}\overline{\Phi}_{0}$$

$$C = -\frac{\left(\frac{3}{2}M\right)^2}{\left[\left(\frac{3}{2}M + \ell_1\right)\ell_2 + \ell_1\frac{3}{2}M\right]^2}\overline{\nu}_1$$

$$\overline{A}_{17} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} \tag{C-9}$$

$$\begin{split} \overline{A}_{1} &= -\frac{R_{2}^{'} \frac{3}{2}M}{\left(\ell_{2}^{'} + \frac{3}{2}M\right)^{2}} \overline{i}_{1} \\ \overline{A}_{2} &= -\frac{\left(R_{1}\ell_{1}\left(\frac{3}{2}M\right)^{2} - R_{2}^{'}\left(\frac{3}{2}M\right)^{2}\left(\ell_{1} + \frac{3}{2}M\right)\right) \left(\ell_{2}^{'}\right)^{2} + 2R_{1}\left(\frac{3}{2}M\right)^{3}\ell_{1}\ell_{2}^{'} + \left(R_{1} + R_{2}^{'}\right) \left(\frac{3}{2}M\right)^{4}\ell_{1}}{\left[\left(\ell_{1} + \frac{3}{2}M\right) \left(\ell_{2}^{'}\right)^{2} + \left(\left(\frac{3}{2}M\right)^{2} + 2\ell_{1}\frac{3}{2}M\right) \ell_{2}^{'} + \ell_{1}\left(\frac{3}{2}M\right)^{2}\right]^{2}} \overline{i}_{1} \end{split}$$

$$\overline{A}_{3} = j \left[ \frac{-\left(\frac{3}{2}M\right)^{2}}{\left(\ell_{2}^{'} + \frac{3}{2}M\right)^{2}} \omega_{m} \overline{l}_{1} + \frac{\left(\frac{3}{2}M\right)^{2} \left(\left(\frac{3}{2}M\right)^{2} + 2\ell_{1}\frac{3}{2}M\right) \left(\ell_{2}^{'}\right)^{2} + 2\left(\frac{3}{2}M\right)^{4} \ell_{1} \ell_{2}^{'}}{\left[\left(\ell_{1} + \frac{3}{2}M\right) \left(\ell_{2}^{'}\right)^{2} + \left(\left(\frac{3}{2}M\right)^{2} + 2\ell_{1}\frac{3}{2}M\right) \ell_{2}^{'} + \ell_{1} \left(\frac{3}{2}M\right)^{2}\right]^{2}} \omega_{m} \overline{l}_{1}\right]$$

$$\overline{A} = \overline{A}_1 + \overline{A}_2 + \overline{A}_3$$

$$\overline{B} = \frac{\ell_1 R_2 \left(\ell_1 + \frac{3}{2}M\right) \left(\ell_2 + \frac{3}{2}M\right)^2}{\left[\left(\ell_1 + \frac{3}{2}M\right) \left(\ell_2 + \frac{3}{2}M\right)^2\right] \ell_2 + \ell_1 \left(\frac{3}{2}M\right)^2\right]^2} \overline{\Phi}_0 - j \frac{\ell_1 \left(\frac{3}{2}M\right)^2}{\left[\left(\ell_1 + \frac{3}{2}M\right) \left(\ell_2 + \ell_1 \frac{3}{2}M\right)^2\right]^2} \omega_m \overline{\Phi}_0$$

$$\overline{C} = \frac{\ell_1 \left(\frac{3}{2}M\right)^2}{\left[\left(\ell_1 + \frac{3}{2}M\right)\ell_2 + \ell_1 \frac{3}{2}M\right]^2} \overline{v}_1$$

$$\overline{A}_{27} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$$
(C-10)

(C-10)

$$\overline{A}_{18} = j \left[ \frac{\ell_{2}}{\ell_{T}\sigma} \overline{i}_{1} - \frac{\ell_{2}^{'} + \frac{3}{2}M}{\frac{3}{2} \left( \ell_{1} \left( \frac{\ell_{2}^{'}}{\frac{3}{2}M} + 1 \right) + \ell_{2}^{'} \right)} \overline{\Phi}_{0} \right]$$
(C-11)

$$\overline{A}_{28} = j \left[ \frac{\ell_2'}{\sigma} \left( -1 + \frac{\ell_2'}{\ell_T \sigma} \right) \overline{i}_1 - \left( -1 + \frac{\ell_2'}{\ell_T \sigma} \right) \overline{\Phi}_0 \right]$$
(C-12)

Pour estimer la vitesse rotorique il suffit de remplacer  $\omega_m$  par  $P\Omega_r$ 

Le vecteur H est :  $H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

## PARAMETRES DES MATRICES DE COVARIANCES ET VALEUR INITIALE DU Vecteur d'Etat Etendu

 $P_0 = Diag \left[ 100 \ 100 \ 3810^3 \ 220 \ 1910^3 \ 0.185 \ 0.4 \ 3.1410^7 \right]$ 

 $R = 10^{7}$ 

 $Q = Diag \begin{bmatrix} 100 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.1410^5 \end{bmatrix}$ 

 $\hat{\overline{\xi}}(t_0) = \begin{bmatrix} 0+j0 & 0+j0 & \frac{R_{10}}{2} & \frac{R_{20}}{2} & \frac{\frac{3}{2}M_0}{2} & \frac{\ell_{10}}{2} & \frac{\ell_{20}}{2} & 0 \end{bmatrix}^T$ 

#### **CALCUL DES REGULATEURS**

Nous proposons une méthode analytique de calcul des paramètres des régulateurs *PI* du flux d'entrefer, de la vitesse et du courant statorique, qui permet d'avoir une bonne précision, une rapidité et une stabilité du système. La fonction de transfert du régulateur est donné par :

$$R(p) = K_p + \frac{K_i}{p}$$
 ou  $R(p) = \frac{K_p(1+T_ip)}{T_ip}$  Avec :  $K_i = \frac{K_p}{T_i}$ 

La détermination des paramètres du régulateur fait intervenir des méthodes classiques de calcul des régulateurs continus. Ces régulateurs seront en suite discrétiser.

#### E.1 Régulation du Flux

Considérons la relation suivante donnée au chapitre B-III:

$$\frac{d}{dt}\operatorname{Re}(\bar{i}_{1}) + \frac{R'_{2}}{\ell'_{2}}\operatorname{Re}(\bar{i}_{1}) = \frac{R'_{2}}{\frac{3}{2}M\ell'_{2}}\Phi_{0} + \frac{\sigma}{\ell'_{2}}\frac{d}{dt}\Phi_{0} + \omega_{g}\operatorname{Im}(\bar{i}_{1})$$
(E-1)

Nous obtenons donc le schéma bloc représenté par la figure. E.1.

On détermine les paramètres du régulateur en considérant que l'effet de la perturbation est totalement compensé par la fonction de transfert de la chaîne directe.

$$G_{BO}(p) = \frac{\Phi_0(p)}{\Phi_{0\,ref}(p)} = \frac{K_{pf}(1+T_{if}\,p)}{T_{if}\,P} \frac{\frac{3}{2}M\left(1+\frac{\ell'_2}{R'_2}\,p\right)}{1+\frac{\frac{3}{2}M\sigma}{R'_2}\,p}$$
(E-2)

Nous choisissons  $T_{if} = \frac{\frac{3}{2}M\sigma}{R'_2}$ 

La fonction de transfert en boucle ouverte devient :

$$G_{BO}(p) = \frac{\frac{3}{2}MK\left(1 + \frac{\ell'_2}{R'_2}p\right)}{T_{if}p}$$
(E-3)

La fonction de transfert en boucle fermé est :

$$G_{BF}(p) = \frac{\frac{3}{2}MK_{pf}\left(1 + \frac{\ell'_{2}}{R'_{2}}p\right)}{\frac{3}{2}MK_{pf} + \left(T_{if} + \frac{3}{2}MK_{pf}\frac{\ell'_{2}}{R'_{2}}\right)p}$$
(E-4)

On pose :

$$T_{if} + \frac{3}{2}MK_{pf} \frac{\ell'_{2}}{R'_{2}} = nT_{if}$$

Où n est une constante réelle choisie arbitrairement, d'où :

$$K_{pf} = \frac{(n-1)T_{if}}{\frac{3}{2}M\frac{\ell'_{2}}{R'_{2}}}$$
(E-5)

Donc les paramètres du régulateur du flux sont :

$$\begin{cases} T_{if} = \frac{\frac{3}{2}M\sigma}{R'_2} \\ K_{pf} = \frac{(n-1)T_{if}}{\frac{3}{2}M\frac{\ell'_2}{R'_2}} \\ K_{if} = \frac{K_{pf}}{T_{if}} \end{cases}$$



Fig. E.1. Schéma bloc de la régulation du flux d'entrefer

#### E.2 Régulation de la Vitesse :

La chaîne de régulation de vitesse peut être représentée par le schéma bloc suivant :



Fig. E.2. Schéma bloc de la régulation de vitesse.

Nous avons :

$$\Omega_r = \frac{1}{Jp + f_r} \left( \Gamma_{em} - \Gamma_r \right) \tag{E-6}$$

 $\Omega_r$  s'écrit alors :

$$\Omega_r = \frac{1}{Jp + f_r} \left( \frac{K_{pv} p + K_{iv}}{p} \right) \left( \Omega_{rref} - \Omega_r \right) - \frac{1}{Jp + f_r} \Gamma_r$$
(E-7)

Soit: 
$$\Omega_r = \frac{K_{pv}p + K_{iv}}{Jp^2 + (K_{pv} + f_r)p + K_{iv}}\Omega_{rref} - \frac{p}{Jp^2 + (K_{pv} + f_r)p + K_{iv}}\Gamma_r$$

Cette fonction de transfert possède une dynamique du 2<sup>ème</sup> ordre.

En identifiant le dénominateur à la forme canonique  $(1 + \frac{2\xi}{\omega_m}p + \frac{p^2}{\omega_m})$ , nous avons à résoudre le système d'équation suivant :

$$\left| \frac{J}{K_{iv}} = \frac{1}{\omega_m^2} \right|$$
$$\left| \frac{2\xi}{\omega_m} = \frac{K_{pv} + f_r}{K_{iv}} \right|$$

Pour un coefficient d'amortissement  $\xi$  de 1, nous avons  $\omega_m t_{mpv} \approx 4.75$ ,  $t_{mpv}$  représente le temps de réponse en vitesse du système.

Les paramètres du régulateur PI de vitesse sont alors les suivants :

$$\begin{cases} K_{iv} = J \left( \frac{4.75}{t_{rep v}} \right)^2 \\ K_{pv} = J \frac{9.5}{t_{rep v}} - f_r \end{cases}$$

Ce régulateur de vitesse *PI*, permet d'assurer une meilleure réponse de la vitesse de la machine vis-à-vis de sa consigne, et une bonne robustesse vis-à-vis des perturbations (variation de la charge ou des perturbations de la machine).

#### E.3 Régulation des Courants :

D'après les relations (B.III.10) nous avons les expressions suivantes:

$$\frac{\ell_1}{R_1} \frac{d}{dt} \operatorname{Re}(\bar{i}_1) + \operatorname{Re}(\bar{i}_1) = \frac{1}{R_1} \operatorname{Re}(\bar{v}_1) - \frac{1}{R_1} \frac{d}{dt} \Phi_0 + \frac{\ell_1}{R_1} \omega_s \operatorname{Im}(\bar{i}_1)$$
$$\frac{\ell_1}{R_1} \frac{d}{dt} \operatorname{Im}(\bar{i}_1) + \operatorname{Im}(\bar{i}_1) = \frac{1}{R_1} \operatorname{Im}(\bar{v}_1) - \frac{\ell_1}{R_1} \omega_s \left[\ell_1 \operatorname{Re}(\bar{i}_1) + \Phi_0\right]$$

Pour les deux composantes du courants  $\operatorname{Re}(\overline{i_1}) \operatorname{et} \operatorname{Im}(\overline{i_1})$ , la boucle de régulation correspondante est la même, elle peut être représentée par le schéma bloc suivant :



Fig. E.3. Schéma bloc de la régulation des courants.

La fonction de transfert en boucle fermée est :

$$G_{BF}(p) = \frac{pK_{pc} + K_{ic}}{K_{ic} + (R_1 + K_{pc})p + \ell_1 p^2}$$

Cette fonction de transfert possède une dynamique du 2<sup>ème</sup> ordre.

En identifiant le dénominateur à la forme canonique  $(1 + \frac{2\xi}{\omega_m}p + \frac{p^2}{\omega_m})$ , nous avons à résoudre le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} \frac{\ell_1}{K_{ic}} = \frac{1}{\omega_m^2} \\ \frac{2\xi}{\omega_m} = \frac{K_{pc} + R_1}{K_{ic}} \end{cases}$$

La méthode de calcul est la même que celle utilisée dans la régulation de la vitesse.

Pour un coefficient d'amortissement  $\xi$  de 1, nous avons  $\omega_m t_{mpc} \approx 4.75$ ,  $t_{mpc}$  représente le temps de réponse en courant du système.

Les paramètres du régulateur PI sont alors les suivants :

$$\begin{cases} K_{ic} = \ell_1 \left(\frac{4.75}{t_{repc}}\right)^2 \\ K_{pc} = \ell_1 \frac{9.5}{t_{repv}} - R_1 \end{cases}$$

### **E.4 Application Vumérique :**

Les paramètres de la machine permettent de calculer les valeurs des différents coefficients, et après quelques simulations nous somme arrivé aux coefficients de régulation les plus adaptés présentés sur le tableau suivant :

Régulateur de flux	<i>n</i> = 70
Régulateur de courant	$t_{repc} = 15 \text{ ms}$
Régulateur de vitesse	$t_{repv} = 250 \text{ ms}$

#### **DISCRETISATION DU CONTROLE VECTORIEL**

La régulation de vitesse par la méthode du champ orienté est une régulation numérique. Les régulateusr qui ont été élaboré dans l'annexe précédente sont continu, alors que plus en plus les régulateurs sont implantés sur des microprocesseurs dans la grande majorité des cas, il faut donc discrétisé ces régulateurs. En utilisant la transformée en Z.

Considérons à présent un système asservi linéaire à retour unitaire représenté par le schéma bloc suivant :



Fig. F.1 : Système asservie à retour unitaire.

La fonction de transfert du système sera égale à:

$$\frac{S(p)}{E(p)} = G(p)$$

Le passage de la transformée de Laplace de la fonction G(p) à la transformé en  $Z^{-1}$  est donnée par la relation suivante :

$$\frac{S(z^{-1})}{E(z^{-1})} = (1 - z^{-1})TZ\left(\frac{1}{p}G(p)\right)$$

L'utilisation de cette transformation nous permis d'écrire les équations des régulateurs et de la commande sous forme d'équations récursives suivantes :

#### Equations des Régulateurs

Pour les régulateurs la discrétisation nous permet de donner l'expression numérique en  $z^{-1}$  tel que:  $R(z^{-1}) = \frac{S(z^{-1})}{\varepsilon(z^{-1})} = \frac{K_{px} + (K_{ix}T - K_{px})(z^{-1})}{1 - (z^{-1})}$ 

Nous obtenons donc l'équation récursive suivantes :

$$S(k) = S(k-1) + K_{px}\varepsilon(k) - (K_{px} - K_{ix}T)\varepsilon(k-1)$$

Avec :

 $\varepsilon(k)$ : Représente l'erreur entre la grandeur de référence et la grandeur contrôlée a l'instant k.

L'indice (x) : Correspond a (c) pour les régulateurs de courant.

Correspond a (f) pour le régulateur de flux.

Correspond a (v) pour le régulateur de vitesse.

Regulateur du Flux :

$$\operatorname{Re}(\bar{i}_{1_{ref}}(k)) = \operatorname{Re}(\bar{i}_{1_{ref}}(k-1)) - (K_{pf} - K_{if}T) \left( \Phi_{0_{ref}}(k) - \overline{\Phi}_{0}(k-1) \right) + K_{pf} \left( \Phi_{0_{ref}}(k) - \overline{\Phi}_{0}(k) \right)$$

Regulateur de vitesse :

$$C_{em\,ref}(k) = C_{em\,ref}(k-1) - (K_{pv} - K_{iv}T)(\Omega_{ref}(k) - \Omega(k-1)) + K_{pv}(\Omega_{ref}(k) - \Omega(k))$$

Regulateurs des courants :

$$Re(\bar{v}_{1})(k) = Re(\bar{v}_{1})(k-1) + (K_{pc} - K_{ic}T) \left( Re(\bar{i}_{1ref}(k-1)) - Re(\bar{i}_{1}(k-1)) \right) + K_{pc} \left( Re(\bar{i}_{1ref}(k)) - Re(\bar{i}_{1}(k)) \right)$$

$$Im(\bar{v}_{1})(k) = Im(\bar{v}_{1})(k-1) + (K_{pc} - K_{ic}T) \left( Im(\bar{i}_{1ref}(k-1)) - Im(\bar{i}_{1}(k-1)) \right) \\ + K_{pc} \left( Im(\bar{i}_{1ref}(k)) - Im(\bar{i}_{1}(k)) \right)$$

#### Equations de la Commande

En utilisant les résultats développés au chapitre (B-III), équations (B.III.9) (B.III.10), les équations récursives de commande sont :

$$\operatorname{Im}(\bar{i}_{1ref}(k)) = \frac{2}{3} \frac{C_{em\ ref}(k)}{P \Phi_{0\ ref}(k)}$$
$$\omega_{g}(k) = \frac{\left(\ell_{2}^{'} + R_{2}^{'}\right) \operatorname{Im}(\bar{i}_{1ref}(k)) - \ell_{2}^{'} \operatorname{Im}(\bar{i}_{1ref}(k-1))}{\sigma \Phi_{0\ ref}(k) - \ell_{2}^{'} \operatorname{Re}(\bar{i}_{1ref}(k-1))}$$
$$\omega_{g}(k) = \omega_{g}(k) + \omega_{m}(k)$$

## PARAMETRES DES MATRICES DE COVARIANCES ET VALEUR INITIALE DU VECTEUR D'ETAT ETENDU POUR LA COMMANDE VECTORIELLE SANS CAPTEUR DE VITESSE

 $P_{0} = Diag \begin{bmatrix} 10^{3} & 10^{3} & 10^{22} & 3.510^{7} & 31410^{4} \end{bmatrix}$   $R = 510^{20}$   $Q = Diag \begin{bmatrix} 10^{8} & 10^{8} & 510^{8} & 510^{13} & 1.5710^{20} \end{bmatrix}$   $\hat{\xi}(t_{0}) = \begin{bmatrix} 0 + j0 & 0 + j0 & R_{20}^{'} & \frac{3}{2}M_{0} & 0 \end{bmatrix}^{T}$ 

# **PARTIE-C**

# MODELISATION DE LA MACHINE Synchrone a Poles Saillants
# SOMMAIRE

## Partie C. Modélisation de la Machine Synchrone

	Liste des Symboles Index des Figures et Tableaux						
I.	Introduction						
II.	Modèle de la Machine Synchrone à Pôles Saillant avec Amortisseurs						
	II.1.	Hypothèses Simplificatrices	104				
	II.2.	Convention de Signes	104				
	II.3.	Mise en Equation de la Machine Synchrone	104				
III.	Analyse	du Régime Permanent	107				
IV.	Analyse	du Régime Transitoire	110				
V.	Analyse d'un Court Circuit Triphasé Brusque à Vide						
	V.1.	Détermination des Conditions Initiales	116				
	V.2.	Détermination des Courants d'Induit et de l'Inducteur	117				
	V.3	Détermination des Constantes Arbitraires	121				
VI.	Validation du Modèle						
	<b>VI.1</b>	Résultats Expérimentales et Comparaison	122				
	VI.2	Discussion	124				
VII.	Conclusion						
	BIBLIOGRAPHIE						
	ANNEXES						

## Liste des Symboles

p	Opérateur de Laplace.				
Re()	Partie Reelle.				
lm()	Partie Imaginaire.				
*	Conjugué.				
$R_1$	Résistance de l'induit, $(\Omega)$ .				
$\ell_1$	Inductance de fuite des enroulements d'induit, (H).				
$E_a$	f.e.m interne, (V).				
М'	Valeur maximale du terme en $2\theta$ de la mutuelle inductance entre les enroulements d'induit, (H).				
	Inductance synchrone, (H).				
$L_d$	Inductance synchrone d'axe direct, (H).				
$L_q$	Inductance synchrone d'axe quadrature, (H).				
$L_{L'}$	Valeur moyenne de l'inductance principale d'induit, (H).				
L M	Valeur maximale du terme en 20 de l'inductance principale d'induit, (H).				
$\mathbf{D}$	Projetance de ll'inductance entre les enfourements d'induit, (11).				
$\Lambda_f$	Inductores de fuite de l'enroulement inductour (II)				
$\ell_f$					
$L_f$	Inductance principale de l'enroulement inducteur, (H).				
$M_{lf}$	Valeur maximale de la mutuelle inductance entre les enroulements d'induit et l'enroulement inducteur, (H).				
$M_{1D}$	Valeur maximale de la mutuelle inductance entre les enroulements d'induit et les enroulements amortisseurs. (H).				
$M_{Df}$	Mutuelle inductance entre les enroulements amortisseurs et l'enroulement inducteur, (H).				
$R_D$	Résistance de l'amortisseur, $(\Omega)$ .				
$\ell_D$	Inductance de fuite des enroulements amortisseurs, (H).				
$L_D$	Inductance principale de l'enroulement amortisseur, (H).				
$M_D$	Mutuelle inductance entre les enroulements amortisseurs, (H).				
$i_{lt}$	Solution transitoire du courant d'induit, (A).				
$i_{ft}$	Solution transitoire du courant d'inducteur, (A).				
$i_{Dt}$	Solution transitoire du courant dans l'amortisseur. (A).				

## **INDEX DES FIGURES ET TABLEAUX**

Fig.C.1.	Machine synchrone triphasée avec enroulement amortisseur.	Page.104
Fig.C.2.	Diagramme vectoriel de la machine synchrone à pôles saillants.	Page.110
Fig.C.3.	Courant d'induit simulé et mesuré en régime transitoire.	Page.123
Fig.C.4.	Courant d'induit simulé et mesuré en régime permanent.	Page.123
Fig.C.5.	Courant inducteur simulé et mesuré.	Page.124
Tableau.C.1.	Plaque signalétique de la machine synchrone utilisée.	Page.122

## PARTIE C

## MODELISATION DE LA MACHINE Synchrone a Poles Saillants

## I. INTRODUCTION

La machine synchrone est utilisée dans plusieurs applications industrielles tel que la traction électrique, la robotique et la production de l'énergie électrique etc....

La machine synchrone est représentée par un système multivariable complexe non linéaire et d'ordre élevé dont les inductances et les mutuelles varient avec la position. De ce fait, son analyse consiste à chercher et à adapter des modèles convenablement simples pour aboutir à des solutions analytiques précises, et en même temps données une représentation correcte des grandeurs et des phénomènes physiques de la machine.

La modélisation de la machine synchrone est monopolisée par la théorie des deux axes (Adkins et al, 1975). Le modèle le plus utilisé est le modèle de Park, qui transforme l'enroulement triphasé de la machine à un enroulement biphasée équivalent fictif. Cependant, cette théorie ne permet pas d'avoir des expressions analytiques simples décrivant le régime transitoire et permanent de la machine en même temps.

Dans cette partie, nous proposons d'appliquer la théorie du vecteur spiral à la modélisation de la machine synchrone à pôles saillants avec amortisseurs, ainsi que la détermination des expressions analytiques des courants de court circuit triphasé brusque à vide. L'application de cette théorie à la machine synchrone à pôles lisses s'en déduit immédiatement (Menaa et al, 1997; Touhami et al, 1998; Yamamura, 1992; Yamamura, 1992; Yamamura, 1995; Yamamura, 1997).

### II. MODELE DE LA MACHINE SYNCHRONE A POLES SAILLANTS AVEC Amortisseurs

Le modèle mathématique de référence consiste à considérer une machine synchrone bipolaire à pôles saillants comme l'indique la Fig.C.1. Le stator est muni d'un enroulement triphasé (a, b, c). L'enroulement inducteur (enroulement f) se trouve sur le rotor, les circuits amortisseurs (enroulements D, D1, D2) sont représentés par un enroulement triphasé équivalent en court-circuit. La position du rotor est caractérisée par l'angle  $\theta = \omega t + \phi_d$  qui est l'angle entre l'axe de symétrie de l'enroulement de la phase « **a** » du stator et l'axe du rotor.



Fig. C.1. Machine synchrone triphasée avec enroulement amortisseur.

## II.1. Hypothèses Simplificatrices

Avant d'appliquer la théorie du vecteur spiral à la machine synchrone nous adoptons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Nous supposons que le circuit magnétique n'est pas saturé, ce qui permet d'exprimer les flux par des fonctions linéaires des courants,
- Nous supposons que le circuit magnétique est parfaitement feuilleté, ce qui permet de considérer que seuls les enroulements (inducteur, induit et amortisseurs) sont parcourus par des courants,
- Nous admettons que les F.M.M. des enroulements statoriques sont à répartition sinusoïdale.

### **II.2.** Convention de Signes

Les conventions associées aux équations électriques et magnétiques sont celles d'un générateur :

- Un courant positif crée à travers son propre enroulement un flux positif,
- Une f.é.m. positive fait circuler un courant positif,
- L'inducteur et les amortisseurs sont considérés comme des récepteurs, l'induit est considéré comme générateur.

## **II.3.** Mise en Equation de la Machine Synchrone

Compte tenu de la convention de signe, les équations de Kirchhoff exprimées en fonction du flux et correspondantes aux enroulements statoriques et rotoriques sont respectivement :

- Pour l'induit :

$$\begin{cases} v_a = -R_1 i_a - \ell_1 \frac{d}{dt} i_a + \frac{d}{dt} \lambda_{ga} \\ v_b = -R_1 i_b - \ell_1 \frac{d}{dt} i_b + \frac{d}{dt} \lambda_{gb} \\ v_c = -R_1 i_c - \ell_1 \frac{d}{dt} i_c + \frac{d}{dt} \lambda_{gc} \end{cases}$$
(C.1)

- Pour l'inducteur et l'amortisseur :

$$v_{f} = R_{f}i_{f} + \ell_{f}\frac{d}{dt}i_{f} + \frac{d}{dt}\lambda_{gf}$$
(C.2)  
$$\begin{cases} 0 = R_{D}i_{D} + \ell_{D}\frac{d}{dt}i_{D} + \frac{d}{dt}\lambda_{gD} \\ 0 = R_{D}i_{D1} + \ell_{D}\frac{d}{dt}i_{D1} + \frac{d}{dt}\lambda_{gD1} \\ 0 = R_{D}i_{D2} + \ell_{D}\frac{d}{dt}i_{D2} + \frac{d}{dt}\lambda_{gD2} \end{cases}$$

En vertu de l'hypothèse de non saturation et de celle du feuilletage du circuit magnétique, les flux sont liés aux courants par les relations suivantes :

- Flux principaux statoriques :

$$\begin{cases} \lambda_{ga} = -L_{a}i_{a} - M_{ab}i_{b} - M_{ac}i_{c} + M_{af}i_{f} + M_{aD}i_{D} + M_{aD1}i_{D1} + M_{aD2}i_{D2} \\ \lambda_{gb} = -M_{ab}i_{a} - L_{b}i_{b} - M_{bc}i_{c} + M_{bf}i_{f} + M_{bD}i_{D} + M_{bD1}i_{D1} + M_{bD2}i_{D2} \\ \lambda_{gc} = -M_{ac}i_{a} - M_{bc}i_{b} - L_{c}i_{c} + M_{cf}i_{f} + M_{cD}i_{D} + M_{cD1}i_{D1} + M_{cD2}i_{D2} \end{cases}$$
(C.4)

- Flux principaux rotoriques :

$$\begin{cases} \lambda_{gf} = L_{f}i_{f} - M_{fa}i_{a} - M_{fb}i_{b} - M_{fc}i_{c} + M_{fD}i_{D} + M_{fD1}i_{D1} + M_{fD2}i_{D2} \\ \lambda_{gD} = L_{D}i_{D} + M_{DD1}i_{D1} + M_{DD2}i_{D2} + M_{Df}i_{f} - M_{Da}i_{a} - M_{Db}i_{b} - M_{Dc}i_{c} \\ \lambda_{gD1} = M_{DD1}i_{D} + L_{D}i_{D1} + M_{D1D2}i_{D2} + M_{D1f}i_{f} - M_{D1a}i_{a} - M_{D1b}i_{b} - M_{D1c}i_{c} \\ \lambda_{gD2} = M_{DD2}i_{D} + M_{D1D2}i_{D1} + L_{D}i_{D2} + M_{D2f}i_{f} - M_{D2a}i_{a} - M_{D2b}i_{b} - M_{D2c}i_{c} \end{cases}$$
(C.5)

Les inductances principales statoriques, les mutuelles inductances entre deux enroulements du stator, les mutuelles inductances entre l'enroulement inducteur et l'enroulement statorique, les mutuelles inductances entre l'enroulement amortisseur et l'enroulement statorique sont fonction de l'angle  $\theta$ . Elles ont pour expressions :

- Inductances principales statoriques :

$$\begin{cases} L_a = L + L' \cos(2\theta) \\ L_b = L + L' \cos(2\theta - 4\pi/3) \\ L_c = L + L' \cos(2\theta + 4\pi/3) \end{cases}$$
(C.6)

- Mutuelles inductances statoriques :

$$\begin{cases}
M_{ab} = M_{av} + M' \cos(2\theta + \psi) \\
M_{bc} = M_{av} + M' \cos(2\theta + \psi - 4\pi/3) \\
M_{ca} = M_{av} + M' \cos(2\theta + \psi + 4\pi/3)
\end{cases}$$
(C.7)

Nous constatons que les inductances principales et les mutuelles inductances statoriques contiennent deux termes dont l'un est constant et l'autre en double fréquence (Lesenne et al, 1981).

- Mutuelles inductances entre l'inducteur et le stator :

$$\begin{cases} M_{fa} = M_{af} = M_{1f} \cos(\theta) \\ M_{fb} = M_{bf} = M_{1f} \cos(\theta - 2\pi/3) \\ M_{fc} = M_{cf} = M_{1f} \cos(\theta + 2\pi/3) \end{cases}$$
(C.8)

- Mutuelles inductances entre l'enroulement D de l'amortisseur et le stator :

$$\begin{cases} M_{Da} = M_{aD} = M_{1D} \cos(\theta) \\ M_{Db} = M_{bD} = M_{1D} \cos(\theta - 2\pi/3) \\ M_{Dc} = M_{cD} = M_{1D} \cos(\theta + 2\pi/3) \end{cases}$$
(C.9)

Les autres mutuelles inductances entre l'amortisseur et le stator se déduisent de la même manière. Les inductances qui ne dépendent pas de l'angle  $\theta$  sont exprimées par :

- Mutuelles inductances entre l'inducteur et l'amortisseur :

$$\begin{cases} M_{fD} = M_{Df} = M_{fD} \\ M_{fD1} = M_{D1f} = M_{fD} \cos(2\pi/3) \\ M_{fD2} = M_{D2f} = M_{fD} \cos(-2\pi/3) \end{cases}$$
(C.10)

- Mutuelles inductances entre les enroulements de l'amortisseur :

$$\begin{cases} M_{DD1} = M_{D1D} = M_D \cos(2\pi/3) \\ M_{D1D2} = M_{D2D1} = M_D \cos(2\pi/3) \\ M_{DD2} = M_{D2D} = M_D \cos(-2\pi/3) \end{cases}$$
(C.11)

Dans une machine synchrone à pôles saillants, hormis les inductances principales et les mutuelles inductances relatives au rotor, toutes les inductances et les mutuelles inductances sont des fonctions périodiques de l'angle  $\theta$  (Lesenne et al, 1981).

Les équations (C.1) à (C.3) sont des équations différentielles non linéaires du fait que les inductances sont variables avec  $\theta$  et ne se prêtent pas bien à l'étude analytique des phénomènes dont la machine est le siège. La résolution numérique de ces équations est

possible mais peu commode à cause des coefficients non constants de ces équations et de leur ordre élevé. Pour linéairiser le système, les chercheurs utilisent depuis longtemps la théorie des deux axes. Toutefois, cette méthode fournit des transformations de variables lourdes et la résolution analytique du modèle de Park n'est pas facile. Pour résoudre ces équations sans les linéairiser et pour éviter ces transformations nous utilisons la théorie du vecteur spiral qui permet l'écriture des équations des performances de la machine en fonction des variables d'une seule phase respectivement au stator et au rotor. Nous obtenons ainsi une diminution nette de l'ordre du système d'équations [Yamamura, 1992 ; Menaa et al, 1998].

### III. ANALYSE DU REGIME PERMANENT

Quand les grandeurs de la machine n'ont pas subi de variation depuis un temps suffisant, la machine est en régime permanent ou établi. Nous nous limitons à montrer comment les équations du modèle du vecteur spiral en régime permanent permettent de déterminer aisément le diagramme vectoriel de la machine synchrone à pôles saillants.

En régime permanent, l'enroulement statorique est parcouru par un système de courants triphasés symétrique de la forme :

$$\begin{cases} i_{a} = \sqrt{2} |I_{1}| \cos(\omega t + \varphi_{1}) = \operatorname{Re} \left[ \sqrt{2} |I_{1}| e^{j(\omega t + \varphi_{1})} \right] = \operatorname{Re} \left[ I_{a} \right] \\ i_{b} = \sqrt{2} |I_{1}| \cos(\omega t + \varphi_{1} - 2\pi/3) = \operatorname{Re} \left[ \sqrt{2} |I_{1}| e^{j(\omega t + \varphi_{1} - 2\pi/3)} \right] = \operatorname{Re} \left[ I_{a} e^{-j2\pi/3} \right] \\ i_{c} = \sqrt{2} |I_{1}| \cos(\omega t + \varphi_{1} + 2\pi/3) = \operatorname{Re} \left[ \sqrt{2} |I_{1}| e^{j(\omega t + \varphi_{1} + 2\pi/3)} \right] = \operatorname{Re} \left[ I_{a} e^{j2\pi/3} \right] \end{cases}$$
(C.12)

Où  $I_a$  représente le vecteur circulaire du courant d'induit  $i_a$ .

Le courant inducteur en régime permanent a pour expression :

$$i_f = I_f \tag{C.13}$$

Les équations (C.1) et (C.4) donnant respectivement la chute de tension aux bornes de l'enroulement statorique  $\mathbf{a}$  et le flux principal de l'enroulement statorique  $\mathbf{a}$  deviennent, en négligeant l'effet des amortisseurs :

$$v_a = -R_1 i_a - \ell_1 \frac{d}{dt} i_a + \frac{d}{dt} \lambda_{ga}$$
(C.14)

$$\lambda_{ga} = -L_a i_a - M_{ab} i_b - M_{ac} i_c + M_{af} i_f$$
 (C.15)

En remplaçant (C.6), (C.7), (C.8), (C.12) et (C.13) dans (C.15), avec  $\theta = \omega t + \varphi_d$ , nous obtenons :

$$\begin{split} \lambda_{ga} &= - \big[ L + L' \cos(2\omega t + 2\varphi_d) \big] \sqrt{2} \big| I_1 \big| \cos(\omega t + \varphi_1) - \big[ M_{av} + M' \cos(2\omega t + 2\varphi_d + \psi) \big] \\ &\sqrt{2} \big| I_1 \big| \cos(\omega t + \varphi_1 - 2\pi/3) - \big[ M_{av} + M' \cos(2\omega t + 2\varphi_d + \psi + 4\pi/3) \big] \end{split}$$
(C.16)  
$$&\sqrt{2} \big| I_1 \big| \cos(\omega t + \varphi_1 + 2\pi/3) + M_{1f} I_f \cos(\omega t + \varphi_d) \end{split}$$

Après arrangement des termes, l'équation (C.16) devient :

$$\begin{aligned} \lambda_{ga} &= -\sqrt{2} |I_1| L \cos(\omega t + \varphi_1) - \sqrt{2} |I_1| L' \cos(2\omega t + 2\varphi_d) \cos(\omega t + \varphi_1) \\ &- \sqrt{2} |I_1| M_{av} [\cos(\omega t + \varphi_1 - 2\pi/3) + \cos(\omega t + \varphi_1 + 2\pi/3)] \\ &- \sqrt{2} |I_1| M' [\cos(2\omega t + 2\varphi_d + \psi) \cos(\omega t + \varphi_1 - 2\pi/3) \\ &- \cos(2\omega t + 2\varphi_d + \psi + 4\pi/3) \cos(\omega t + \varphi_1 + 2\pi/3)] + M_{1f} I_f \cos(\omega t + \varphi_d) \end{aligned}$$
(C.17)

En d'autre termes :

$$\lambda_{ga} = -\sqrt{2} |I_1| (L - M_{av}) \cos(\omega t + \varphi_1) - \frac{\sqrt{2}}{2} |I_1| [L' \cos(\omega t + 2\varphi_d - \varphi_1) + 2M' \cos(\omega t + 2\varphi_d + \psi - \varphi_1 + 2\pi/3)] - \frac{\sqrt{2}}{2} |I_1| [L' \cos(3\omega t + 2\varphi_d + \varphi_1) + M' \cos(3\omega t + 2\varphi_d + \psi + \varphi_1 - 2\pi/3) + M' \cos(3\omega t + 2\varphi_d + \psi + \varphi_1)]$$
(C.18)  
+  $M_{1f} I_f \cos(\omega t + \varphi_d)$ 

Ce flux contient un terme en  $3\omega$  (Lesenne et al, 1981 ; Yamamura, 1992). Pour éliminer ce terme, nous posons :

$$\begin{cases} L' = M' \\ \psi = -\frac{2\pi}{3} \end{cases}$$
(C.19)

L'expression (C.18) du flux devient :

$$\lambda_{ga} = -\sqrt{2} |I_1| (L - M_{av}) \cos(\omega t + \varphi_1) - \sqrt{2} |I_1| (\frac{3}{2}L') \cos(\omega t + 2\varphi_d - \varphi_1) + M_{1f} I_f \cos(\omega t + \varphi_d)$$
(C.20)

Compte tenu de l'hypothèse de la répartition sinusoïdale de la F.M.M. et en tenant compte de la symétrie de la machine, nous avons L égale à  $-2M_{av}$  (Lesenne et al, 1981; Yamamura, 1992) et l'expression (C.20) s'écrit :

$$\lambda_{ga} = -\sqrt{2}\frac{3}{2}L|I_1|\cos(\omega t + \varphi_1) - \sqrt{2}\frac{3}{2}L'|I_1|\cos(\omega t + 2\varphi_d - \varphi_1) + M_{1f}I_f\cos(\omega t + \varphi_d)(C.21)$$

L'expression (C.21) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\lambda_{ga} = -\frac{3}{2}L\sqrt{2}|I_1|e^{j(\omega t + \varphi_1)} - \frac{3}{2}L'\sqrt{2}|I_1|e^{j(\omega t + \varphi_1 + 2\varphi_d - 2\varphi_1)} + M_{1f}I_f e^{j(\omega t + \varphi_d)}$$
(C.22)

En faisant apparaître le courant d'induit dans l'expression (C.22), nous obtenons :

$$\lambda_{ga} = -\frac{3}{2} L I_a - \frac{3}{2} L' e^{j(2\varphi_d - 2\varphi_l)} I_a + M_{1f} I_f e^{j(\omega t + \varphi_d)}$$
(C.23)

En remplaçant l'équation (C.23) dans l'équation (C.14), qui donne la chute de tension aux bornes de l'enroulement statorique **a** et en substituant  $v_a$  par  $V_a$  pour avoir une écriture homogène avec les courants, nous obtenons :

$$V_{a} = -R_{1}I_{a} - \ell_{1}\frac{d}{dt}I_{a} + \frac{d}{dt}\left[-\frac{3}{2}LI_{a} - \frac{3}{2}L'e^{j(2\varphi_{d} - 2\varphi_{1})}I_{a} + M_{1f}I_{f}e^{j(\omega t + \varphi_{d})}\right]$$
(C.24)

D'où :

$$V_{a} = -R_{1}I_{a} - \left(\ell_{1} + \frac{3}{2}L\right)\frac{d}{dt}I_{a} - \frac{3}{2}L'e^{j(2\varphi_{d} - 2\varphi_{1})}\frac{d}{dt}I_{a} + E_{a}$$
(C.25)

Avec :

$$E_a = jM_{1f}\omega I_f e^{j(\omega t + \varphi_d)} = M_{1f}\omega I_f e^{j(\omega t + \varphi)} \text{ et } \varphi = \varphi_d + \pi/2$$

L'équation (C.25) contient seulement les variables et les paramètres de la phase **a**, qui est ainsi séparée des deux autres phases (méthode de séparation de phases). Pour avoir une écriture homogène des équations, nous remplaçons l'indice **a** par **1** et avec  $L_s = \ell_1 + \frac{3}{2}L$  l'équation (C.25) devient :

$$V_{1} = -R_{1}I_{1} - \left[L_{s} + \frac{3}{2}L'e^{j(2\varphi_{d} - 2\varphi_{1})}\right]\frac{d}{dt}I_{1} + E_{1}$$
(C.26)

L'écriture de  $\varphi_d$  en fonction de  $\varphi$  dans l'équation (C.26) permet d'écrire :

$$V_{1} = -R_{1}I_{1} - \left[L_{s} - \frac{3}{2}L'e^{j(2\varphi - 2\varphi_{1})}\right]\frac{d}{dt}I_{1} + E_{1}$$
(C.27)

L'expression  $L_s - \frac{3}{2}L'e^{j(2\varphi-2\varphi_1)}$  dépend de  $\varphi - \varphi_1$ . Il y' a deux cas à distinguer :

$$L_{s} - \frac{3}{2}L'e^{j(2\varphi - 2\varphi_{1})} = L_{s} + \frac{3}{2}L' = L_{d}, \text{ si } \varphi - \varphi_{1} = \pm \frac{\pi}{2},$$

$$L_{s} - \frac{3}{2}L'e^{j(2\varphi - 2\varphi_{1})} = L_{s} - \frac{3}{2}L' = L_{q}, \text{ si } \varphi - \varphi_{1} = 0.$$

En régime permanent, et en remplaçant d/dt par j $\omega$  dans l'équation (C.27) on obtient :

$$V_1 = -R_1 I_1 - j\omega \left[ L_s - \frac{3}{2} L' \left( \cos(2\varphi - 2\varphi_1) + j\sin(2\varphi - 2\varphi_1) \right) \right] I_1 + E_1$$
(C.28)

De l'équation (C.28), on tire l'expression de la f.é.m. interne en régime permanent :

$$E_{1} = V_{1} + \left[ R_{1} + \frac{3}{2} L' \omega \sin(2\varphi - 2\varphi_{1}) \right] I_{1} + j \omega \left[ L_{s} - \frac{3}{2} L' \cos(2\varphi - 2\varphi_{1}) \right] I_{1}$$
(C.29)

Le diagramme vectoriel de la figure. C.2, traduit l'équation (C.29). Il est comparable à celui présentant deux réactances synchrones d'axes direct et quadrature dans la théorie des deux axes. Cependant, on relève une différence notable dans le courant d'induit  $I_1$  qui n'est pas décomposé suivant ces deux axes. La résistance et l'inductance de l'induit dépendent de la valeur du facteur de puissance. Le terme additif  $((3/2)L'\sin(2\varphi - 2\varphi_1))$  à la résistance  $R_1$  est dû à la saillance de la machine. Pour la machine synchrone à pôles lisses, L' = 0.



Fig. C.2. Diagramme vectoriel de la machine synchrone à pôles saillants.

## IV. ANALYSE DU REGIME TRANSITOIRE

Compte tenu des puissances unitaires atteintes actuellement et du rôle essentiel joué par les machines synchrones dans la production de l'énergie électrique, l'étude de leur comportement en régime transitoire est donc primordiale.

Le comportement d'une machine synchrone en régime transitoire est entièrement déterminé par les équations (C.1) à (C.5), complétées par l'équation du mouvement. On se limite à montrer comment obtenir le modèle de la machine synchrone à pôles saillants avec amortisseurs en régime transitoire par la théorie du vecteur spiral. Lorsque le modèle est établi, nous étudions le comportement de la machine synchrone à pôles saillants avec amortisseurs lors d'un court-circuit triphasé brusque à vide (Menaa et al, 1997; Menaa et al, 1998; Touhami et al, 1998).

En régime transitoire l'enroulement statorique est parcouru par un système de courants triphasés symétriques de la forme :

$$\begin{cases} i_{a} = \sqrt{2} |I_{1}| e^{-\lambda t} \cos(\omega' t + \varphi_{1}) = \operatorname{Re} \left[ \sqrt{2} |I_{1}| e^{((-\lambda + j\omega')t + j\varphi_{1})} \right] \\ i_{b} = \sqrt{2} |I_{1}| e^{-\lambda t} \cos(\omega' t + \varphi_{1} - 2\pi/3) = \operatorname{Re} \left[ \sqrt{2} |I_{1}| e^{((-\lambda + j\omega')t + j(\varphi_{1} - 2\pi/3))} \right] \\ i_{c} = \sqrt{2} |I_{1}| e^{-\lambda t} \cos(\omega' t + \varphi_{1} + 2\pi/3) = \operatorname{Re} \left[ \sqrt{2} |I_{1}| e^{((-\lambda + j\omega')t + j(\varphi_{1} + 2\pi/3))} \right] \end{cases}$$
(C.30)

Le courant inducteur en régime transitoire a pour expression :

$$i_{f} = \sqrt{2} |I_{f}| e^{-\lambda_{f}t} \cos(\omega' t + \varphi_{f}) = \operatorname{Re} \left[ \sqrt{2} |I_{f}| e^{((-\lambda_{f} + j\omega')t + j\varphi_{f})} \right]$$
(C.31)

L'enroulement amortisseur peut être représenté par son enroulement triphasé équivalent en court-circuit sans le décomposer en deux enroulements dont l'un est sur l'axe direct et l'autre sur l'axe quadrature.

Nous considérons que les courants dans les enroulements amortisseurs en régime transitoire sont des courants symétriques de la forme :

$$\begin{cases} i_{D} = \sqrt{2} |I_{D}| e^{(-\lambda_{D} + j\omega')t} \\ i_{D1} = \sqrt{2} |I_{D}| e^{(-\lambda_{D} + j\omega')t - j2\pi/3} \\ i_{D2} = \sqrt{2} |I_{D}| e^{(-\lambda_{D} + j\omega')t + j2\pi/3} \end{cases}$$
(C.32)

Dans ce cas, nous avons pris des courants sous forme exponentielle au lieu des courants réels comme pour  $i_a$  et  $i_f$  mais cela ne change pas les résultats.

Le flux principal dans l'enroulement statorique a est donné par l'équation (C.4) soit :

$$\lambda_{ga} = -L_a i_a - M_{ab} i_b - M_{ac} i_c + M_{af} i_f + M_{aD} i_D + M_{aD1} i_{D1} + M_{aD2} i_{D2}$$
(C.33)

Nous posons :

$$\lambda_{a} = -L_{a}i_{a} - M_{ab}i_{b} - M_{ac}i_{c} + M_{af}i_{f}$$
(C.34)

$$\lambda_{aD} = M_{aD}i_D + M_{aD1}i_{D1} + M_{aD2}i_{D2}$$
(C.35)

 $\lambda_a$ : Flux principal dans l'enroulement statorique **a** sans amortisseurs.

 $\lambda_{aD}$  : Flux créé par les enroulements amortisseurs dans l'enroulement statorique **a**.

Nous remplaçons les expressions des courants d'induit (Eq.C.30) et celle du courant inducteur (Eq.C.31) dans l'expression du flux principal dans l'enroulement statorique sans amortisseurs  $\lambda_a$ , nous obtenons :

$$\lambda_{a} = -L_{a}\sqrt{2}|I_{1}|e^{-\lambda t}\cos(\omega' t + \varphi_{1}) - M_{ab}\sqrt{2}|I_{1}|e^{-\lambda t}\cos(\omega' t + \varphi_{1} - 2\pi/3) - M_{ac}\sqrt{2}|I_{1}|e^{-\lambda t}\cos(\omega' t + \varphi_{1} + 2\pi/3) + M_{af}\sqrt{2}|I_{f}|e^{-\lambda_{f}t}\cos(\omega' t + \varphi_{f})$$
(C.36)

L'utilisation des expressions des inductances et mutuelles Eq.C.6-C.8, donne :

$$\begin{aligned} \lambda_{a} &= -\sqrt{2} |I_{1}| e^{-\lambda t} \left\{ \left[ L + L' \cos(2\omega t + 2\varphi_{d}) \right] \cos(\omega' t + \varphi_{1}) \right. \\ &+ \left[ M_{av} + M' \cos(2\omega t + 2\varphi_{d} + \psi) \right] \cos(\omega' t + \varphi_{1} - 2\pi/3) \\ &+ \left[ M_{av} + M' \cos(2\omega t + 2\varphi_{d} + \psi + 4\pi/3) \right] \cos(\omega' t + \varphi_{1} + 2\pi/3) \right\} \\ &+ M_{1f} \cos(\omega t + \varphi_{d}) \sqrt{2} \left| I_{f} \right| e^{-\lambda_{f} t} \cos(\omega' t + \varphi_{f}) \end{aligned}$$
(C.37)

Le développement de cette dernière équation donne :

$$\lambda_{a} = -\sqrt{2} |I_{1}| e^{-\lambda t} \begin{cases} L\cos(\omega' t + \varphi_{1}) + \frac{1}{2} L' [\cos((2\omega + \omega')t + 2\varphi_{d} + \varphi_{1}) + \cos((2\omega - \omega')t + 2\varphi_{d} - \varphi)] \\ + 2M_{av} [Cos(\omega' t + \varphi_{1})\cos(2\pi/3)] + \\ M' \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cos((2\omega + \omega')t + 2\varphi_{d} + \psi + \varphi_{1} - 2\pi/3) + \cos((2\omega\omega')t + 2\varphi_{d} + \psi - \varphi_{1} + 2\pi/3) \\ + \frac{1}{2} \cos((2\omega + \omega')t + 2\varphi_{d} + \psi + \varphi_{1} + 2\pi) + \cos((2\omega + \omega')t + 2\varphi_{d} + \psi - \varphi_{1} + 2\pi/3) \end{bmatrix} \end{cases}$$
(C.38)  
$$+ \frac{\sqrt{2}}{2} M_{1f} |I_{f}| e^{-\lambda_{f}t} [\cos((\omega + \omega')t + \varphi_{d} + \varphi_{f}) + \cos((\omega - \omega')t + \varphi_{d} - \varphi_{f})]$$

En vertu de la condition (C.19), les termes de fréquence (  $2\omega+\omega'$  ) disparaissent de l'équation ci-dessus :

$$\lambda_{a} = -\sqrt{2} |I_{1}| e^{-\lambda t} \left[ (L - M_{av}) \cos(\omega' t + \varphi_{1}) + \frac{3}{2} L' \cos((2\omega - \omega')t + 2\varphi_{d} - \varphi_{1}) \right] + \frac{\sqrt{2}}{2} M_{1f} |I_{f}| e^{-\lambda_{f}t} \left[ \cos((\omega + \omega')t + \varphi_{d} + \varphi_{f}) + \cos((\omega - \omega')t + \varphi_{d} - \varphi_{f}) \right]$$
(C.39)

Avec  $M_{av} = -\frac{1}{2}L$ , l'équation (C.39) devient :

$$\lambda_{a} = -\sqrt{2} |I_{1}| e^{-\lambda t} \left[ \frac{3}{2} L \cos(\omega' t + \varphi_{1}) + \frac{3}{2} L' \cos((2\omega - \omega')t + 2\varphi_{d} - \varphi_{1}) \right]$$

$$+ \frac{\sqrt{2}}{2} M_{1f} |I_{f}| e^{-\lambda_{f} t} \left[ \cos((\omega + \omega')t + \varphi_{d} + \varphi_{f}) + \cos((\omega - \omega')t + \varphi_{d} - \varphi_{f}) \right]$$
(C.40)

Nous pouvons écrire l'équation (C.40) sous la forme suivante :

$$\begin{split} \lambda_{a} &= -\frac{3}{2}\sqrt{2} \big| I_{1} \Big| \Big[ e^{((-\lambda_{+}j\omega')t + j\varphi_{1})} + L' e^{((-\lambda_{+}j(2\omega-\omega'))t + j(2\varphi_{d}-\varphi_{1}))} \Big] \\ &+ \frac{\sqrt{2}}{2} M_{1f} \Big| I_{f} \Big| \Big[ e^{((-\lambda_{f}+j(\omega+\omega'))t + j(\varphi_{d}+\varphi_{f}))} + e^{((-\lambda_{f}+j(\omega-\omega'))t + j(\varphi_{d}-\varphi_{f}))} \Big] \end{split}$$
(C.41)

Faisons apparaître l'expression du courant d'induit et du courant inducteur en régime transitoire dans l'équation (C.41).

$$\begin{aligned} \lambda_{a} &= -\frac{3}{2}L\sqrt{2}|I_{1}|e^{((-\lambda_{+}j\omega')t+j\varphi_{1})} - \frac{3}{2}L'e^{j(2\omega t+2\varphi_{d})}\sqrt{2}|I_{1}|e^{((-\lambda_{-}j\omega')t-j\varphi_{1})} \\ &+ \frac{1}{2}M_{1f}\left[e^{j(\omega t+\varphi_{d})}\sqrt{2}|I_{f}|e^{((-\lambda_{f}+j\omega')t+j\varphi_{f})} + e^{j(\omega t+\varphi_{d})}\sqrt{2}|I_{f}|e^{((-\lambda_{f}-j\omega')t-j\varphi_{f})}\right] \end{aligned}$$
(C.42)

Exprimons l'équation (C.42) en fonction de  $i_a$ ,  $i_f$  et  $\theta$ .

$$\lambda_{a} = -\frac{3}{2}Li_{a} - \frac{3}{2}L'e^{j2\theta}i_{a}^{*} + \frac{M_{1f}}{2} \left[ e^{j\theta}i_{f} + e^{j\theta}i_{f}^{*} \right]$$
(C.43)

Injectons maintenant les expressions des mutuelles inductances dans l'équation (C.35).

$$\lambda_{aD} = M_{1D} \cos(\theta) i_D + M_{1D} \cos(\theta + 2\pi/3) i_{D1} + M_{1D} \cos(\theta - 2\pi/3) i_{D2}$$
(C.44)

D'où :

$$\lambda_{aD} = M_{1D} \left[ \left( i_D - \frac{i_{D1} + i_{D2}}{2} \right) \cos(\theta) - \frac{\sqrt{3}}{2} \left( i_{D1} - i_{D2} \right) \sin(\theta) \right]$$
(C.45)

Ensuite remplaçant les courants par leurs expressions dans l'équation (C.45), ainsi nous obtenons :

$$\lambda_{aD} = M_{1D} \left[ \left( 1 - \frac{e^{-j2\pi/3} + e^{j2\pi/3}}{2} \right) \cos(\theta) - \frac{\sqrt{3}}{2} \left( e^{-j2\pi/3} - e^{j2\pi/3} \right) \sin(\theta) \right] i_D \qquad (C.46)$$

D'où :

$$\lambda_{aD} = \frac{3}{2} M_{1D} i_D e^{j\theta} \tag{C.47}$$

Donc le flux principal dans l'enroulement statorique **a**, en remplaçant les équations (C.43) et (C.47) dans l'équation (C.33), prend la forme suivante :

$$\lambda_{ga} = -\frac{3}{2}Li_a - \frac{3}{2}L'e^{j2\theta}i_a^* + \frac{M_{1f}}{2} \left[ e^{j\theta}i_f + e^{j\theta}i_f^* \right] + \frac{3}{2}M_{1D}e^{j\theta}i_D$$
(C.48)

Sachant que la tension aux bornes de l'enroulement induit est :

$$v_1 = -R_1 i_1 - \ell_1 \frac{d}{dt} i_1 + \frac{d}{dt} \lambda_{ga}$$
(C.49)

Ainsi :

$$v_{1} = -R_{1}i_{1} - L_{s}\frac{d}{dt}i_{1} - \frac{3}{2}L'\frac{d}{dt}\left(e^{j2\theta}i_{1}^{*}\right) + \frac{M_{1f}}{2}\frac{d}{dt}\left(e^{j\theta}i_{f} + e^{j\theta}i_{f}^{*}\right) + \frac{3}{2}M_{1D}\frac{d}{dt}\left(e^{j\theta}i_{D}\right) \quad (C.50)$$

Le flux principal dans l'enroulement inducteur est donné par la 1<sup>ère</sup> équation du système (C.5) soit :

$$\lambda_{gf} = L_f i_f - M_{fa} i_a - M_{fb} i_b - M_{fc} i_c + M_{fD} i_D + M_{fDI} i_{DI} + M_{fD2} i_{D2}$$
(C.51)

Nous posons :

$$\lambda_{f} = L_{f}i_{f} - M_{fa}i_{a} - M_{fb}i_{b} - M_{fc}i_{c}$$
(C.52)

$$\lambda_{fD} = M_{fD}i_D + M_{fD1}i_{D1} + M_{fD2}i_{D2}$$
(C.53)

 $\lambda_{f}$  : Flux principal dans l'enroulement inducteur sans amortisseurs.

 $\lambda_{fD}$ : Flux crée par les enroulements amortisseurs dans l'enroulement inducteur.

En substituant (C.8) et (C.30) dans (C.52), nous obtenons :

$$\lambda_{f} = L_{f}i_{f} - M_{1f}\cos(\theta)\sqrt{2}|I_{1}|e^{-\lambda t}\cos(\omega t + \varphi_{1}) - M_{1f}\cos(\theta - 2\pi/3)\sqrt{2}|I_{1}|e^{-\lambda t}\cos(\omega t + \varphi_{1} - 2\pi/3) - M_{1f}\cos(\theta + 2\pi/3)\sqrt{2}|I_{1}|e^{-\lambda t}\cos(\omega t + \varphi_{1} + 2\pi/3)$$
(C.54)

Après simplification, cette expression devient :

$$\lambda_{f} = L_{f} i_{f} - \frac{3}{2} M_{1f} \sqrt{2} |I_{1}| e^{-\lambda t} \cos((\omega - \omega')t + \varphi_{d} - \varphi_{1})$$
(C.55)

Son écriture sous forme de vecteur spiral est la suivante :

$$\lambda_{f} = L_{f} i_{f} - \frac{3}{2} M_{1f} \sqrt{2} |I_{1}| e^{((-\lambda + j(\omega - \omega'))t + j(\varphi_{d} - \varphi_{1}))}$$
(C.56)

En la réécrivant en fonction de  $i_a$  et  $\theta$ .

$$\lambda_f = L_f i_f - \frac{3}{2} M_{1f} e^{j\theta} i_a^*$$
 (C.57)

En remplaçant les expressions des mutuelles inductances par leurs expressions dans l'équation (C.53), on obtient :

$$\lambda_{fD} = M_{fD} i_D + M_{fD} \cos(2\pi/3) i_{D1} + M_{fD} \cos(-2\pi/3) i_{D2}$$
(C.58)

D'une autre manière :

$$\lambda_{fD} = M_{fD} \Big[ 1 + \cos(2\pi/3)e^{-j2\pi/3} + \cos(-2\pi/3)e^{j2\pi/3} \Big]_D$$
(C.59)

D'où :

$$\lambda_{fD} = \frac{3}{2} M_{fD} i_D \tag{C.60}$$

En substituant les équations (C.57) et (C.60) dans les équations (C.51), nous obtenons :

$$\lambda_{gf} = L_f i_f - \frac{3}{2} M_{If} e^{j\theta} i_I^* + \frac{3}{2} M_{fD} i_D$$
(C.61)

En remplaçant l'expression du flux  $\lambda_{gf}$  dans l'équation (C.2) qui donne la tension aux bornes de l'inducteur, on obtient :

$$v_f = R_f i_f + (\ell_f + L_f) \frac{d}{dt} i_f - \frac{3}{2} M_{1f} \frac{d}{dt} \left( e^{j\theta} i_1^* \right) + \frac{3}{2} M_{fd} \frac{d}{dt} i_D$$
(C.62)

Le flux principal dans l'enroulement  $\mathbf{D}$  (amortisseurs) est donné par la deuxième équation du système (C.5).

$$\lambda_{gD} = L_D i_D + M_{DD1} i_{D1} + M_{DD2} i_{D2} + M_{Df} i_f - M_{Da} i_a - M_{Db} i_b - M_{Dc} i_c \qquad (C.63)$$

En remplaçant les mutuelles inductances par leurs expressions dans l'équation (C.63), on obtient :

$$\lambda_{gD} = L_{D}i_{D} + M_{D}\cos(2\pi/3)i_{D1} + M_{D}\cos(-2\pi/3)i_{D2} + M_{fD}i_{f} - M_{1D}\cos(\theta)i_{a} - M_{1D}\cos(\theta - 2\pi/3)i_{b} - M_{1D}\cos(\theta + 2\pi/3)i_{c}$$
(C.64)

Substituant les expressions des courants (C.30), (C.31) et (C.32) dans l'équation (C.64), nous obtenons :

$$\lambda_{gD} = \left[ L_D - M_D \frac{e^{-j2\pi/3} + e^{j2\pi/3}}{2} \right] i_D + M_{fD} i_f - M_{1D} \cos(\theta) \sqrt{2} |I_1| e^{-\lambda t} \cos(\omega' t + \varphi_1) - M_{1D} \cos(\theta - 2\pi/3) \right] (C.65)$$

$$\sqrt{2} |I_1| e^{-\lambda t} \cos(\omega' t + \varphi_1 - 2\pi/3) - M_{1D} \cos(\theta + 2\pi/3) \sqrt{2} |I_1| e^{-\lambda t} \cos(\omega' t + \varphi_1 + 2\pi/3)$$

D'une autre manière :

$$\lambda_{gD} = \left[ L_D + \frac{1}{2} M_D \right] \dot{i}_D + M_{fD} \dot{i}_f - \frac{3}{2} M_{1D} \sqrt{2} |I_1| e^{-\lambda t} \cos((\omega - \omega')t + \varphi_d - \varphi_1)$$
(C.66)

L'expression du flux principal  $\lambda_{gD}$  en fonction de  $i_a$ ,  $i_f$  et  $i_D$  est :

$$\lambda_{gD} = \left[ L_D + \frac{1}{2} M_D \right] i_D + M_{fD} i_f - \frac{3}{2} M_{1D} e^{j\theta} i_1^*$$
(C.67)

La tension aux bornes de l'enroulement  $\mathbf{D}$  de l'amortisseur est :

$$0 = R_D i_D + \ell_D \frac{d}{dt} i_D + \frac{d}{dt} \lambda_{gD}$$
(C.68)

L'utilisation de l'équation (C.67) dans (C.68) donne :

$$0 = R_D i_D + \left[ \ell_D + L_D + \frac{1}{2} M_D \right] \frac{d}{dt} i_D + M_{fD} \frac{d}{dt} i_f - \frac{3}{2} M_{1D} \frac{d}{dt} \left( e^{j\theta} i_1^* \right)$$
(C.69)

Les trois équations (C.50), (C.62) et (C.69) doivent êtres résolues simultanément. Elles traduisent n'importe quelle variation brusque symétrique des grandeurs de la machine. Il suffit de changer seulement les conditions initiales. Si la variation n'est pas symétrique, il faut combiner la théorie du vecteur spiral avec la méthode des composantes symétriques pour modéliser la machine (Yamamura, 1991) (L'auteur s'est intéressé au cas de la machine asynchrone). Comme dans le cas de la machine asynchrone ces équations ne comportent que les variables et paramètres d'une seule phase au stator et au rotor en retrouve donc la séparation des phases.

#### V. ANALYSE D'UN COURT CIRCUIT TRIPHASE BRUSQUE A VIDE

Nous proposons d'étudier une variation brusque (court-circuit triphasé brusque à vide) de la tension aux bornes de l'induit à partir d'un régime permanent, en supposant que la vitesse de rotation  $\omega$  n'est pas affectée et que la tension d'excitation  $v_f$  n'est pas modifiée.

Un alternateur à vide, tournant à la vitesse  $\omega$ , ayant son inducteur alimenté par une tension constante  $v_f$ , origine d'une f.é.m. égale à  $M_{1f} \omega I_f e^{j(\omega t + \varphi)}$ . A t = 0 nous réunissons les trois phases du stator. Nous déterminons les courants de l'induit et de l'inducteur à partir des équations (C.50), (C.62) et (C.69).

#### V.1. Détermination des Conditions Initiales

En court-circuit triphasé symétrique, les tensions  $v_a$ ,  $v_b$  et  $v_c$  sont nulles, seule la tension d'excitation n'est pas nulle, donc nous avons un vecteur tension suivant  $v = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & v_f & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . Ce vecteur tension ne correspond pas au problème étudié mais à celui de l'application d'une tension  $v_f$  à l'inducteur d'une machine dont les enroulements statoriques ont été court-circuités au préalable.

La mise en court-circuit étant la brusque annulation des tensions aux bornes de l'induit, nous considérons ce régime transitoire comme la superposition du régime permanent antérieur et du régime transitoire né de l'application à l'induit de tensions d'une valeur égale et opposée à leur valeur antérieure.

Avant le court-circuit, le seul courant non nul et constant est le courant inducteur  $i_f$ égale à  $\frac{v_f}{R_f}$ . La relation (C.27) montre dans ces conditions que :

$$V_1 = E_1 = M_{1f} \omega I_f e^{j(\omega t + \varphi)}$$
(C.70)

• La mise en court-circuit correspond à l'application, à t = 0 de :

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = -\mathbf{E}_1 \\ \mathbf{v}_f = \mathbf{0} \end{cases}$$
(C.71)

Ce qui donne bien au régime antérieur :

$$\begin{cases} v_1 = 0\\ v_f = R_f i_f \end{cases}$$
(C.72)

Nous étudions donc le court-circuit triphasé en portant les équations (C.71) dans les équations (C.50), (C.62) et (C.69). Ces équations nous donneront les courants statoriques. Pour avoir le courant dans l'inducteur, il faudra ajouter  $v_f/R_f$  au courant  $i_f$  ainsi trouvé. L'instant de la perturbation étant pris comme origine des temps.

#### V.2. Détermination des Courants d'Induit et de l'Inducteur

Nous remplaçons les expressions de  $v_1$  et de  $v_f$  données par l'équation (C.71) dans les équations (C.50), (C.62) pour obtenir :

$$-E_{1} = -R_{1}i_{1} - L_{s}\frac{d}{dt}i_{1} - \frac{3}{2}L'\frac{d}{dt}\left(e^{j2\theta}i_{1}^{*}\right) + \frac{M_{1f}}{2}\frac{d}{dt}\left(e^{j\theta}i_{f} + e^{j\theta}i_{f}^{*}\right) + \frac{3}{2}M_{1D}\frac{d}{dt}\left(e^{j\theta}i_{D}\right) \quad (C.73)$$

$$0 = R_f i_f + (\ell_f + L_f) \frac{d}{dt} i_f - \frac{3}{2} M_{1f} \frac{d}{dt} \left( e^{j\theta} i_1^* \right) + \frac{3}{2} M_{fD} \frac{d}{dt} i_D$$
(C.74)

L'équation (C.69) ne change pas. Pour déterminer l'expression générale des courants d'induit et d'inducteur les trois équations (C.69), (C.73) et (C.74) doivent être résolues simultanément. Leurs solutions générales prennent la forme suivante :

$$\begin{cases} i_{1} = \sqrt{2} |I_{1}| e^{j(\omega t + \varphi_{1})} + i_{1t} \\ i_{f} = I_{f} + i_{ft} \end{cases}$$
(C.75)

Les solutions en régime transitoire  $i_{1t}$ ,  $i_{ft}$ ,  $i_{Dt}$  doivent satisfaire les équations homogènes suivantes :

$$R_{1}i_{1t} + L_{s}\frac{d}{dt}i_{1t} = -\frac{3}{2}L'\frac{d}{dt}\left(e^{j2\theta}i_{1t}\right) + \frac{M_{1f}}{2}\frac{d}{dt}\left(e^{j\theta}i_{ft} + e^{j\theta}i_{ft}^{*}\right) + \frac{3}{2}M_{1D}\frac{d}{dt}\left(e^{j\theta}i_{Dt}\right) \quad (C.76)$$

$$R_{f}i_{ft} + (\ell_{f} + L_{f})\frac{d}{dt}i_{ft} = \frac{3}{2}M_{1f}\frac{d}{dt}\left(e^{j\theta}i_{1t}^{*}\right) - \frac{3}{2}M_{fD}\frac{d}{dt}i_{Dt}$$
(C.77)

$$R_{D}i_{Dt} + \left[\ell_{D} + L_{D} + \frac{1}{2}M_{D}\right]\frac{d}{dt}i_{Dt} = \frac{3}{2}M_{1D}\frac{d}{dt}\left(e^{j\theta}i_{1t}^{*}\right) - M_{fD}\frac{d}{dt}i_{ft}$$
(C.78)

Dans l'équation (C.78) nous négligeons la valeur de  $R_D$  pour obtenir :

$$\frac{d}{dt}(i_{Dt}) = \frac{3}{2} \frac{M_{1D}}{\ell_D + L_D + \frac{1}{2}M_D} \frac{d}{dt} \left( e^{j\theta} i_{1t}^* \right) - \frac{M_{fD}}{\ell_D + L_D + \frac{1}{2}M_D} \frac{d}{dt} i_{ft}$$
(C.79)

D'où :

$$i_{Dt} = \frac{3}{2} \frac{M_{1D}}{\ell_D + L_D + \frac{1}{2}M_D} \left( e^{j\theta} i_{1t}^* \right) - \frac{M_{fD}}{\ell_D + L_D + \frac{1}{2}M_D} i_{ft}$$
(C.80)

En remplaçant l'expression de  $i_{Dt}$  dans les équations (C.76) et (C.77), nous obtenons :

$$R_{l}i_{lt} + L_{s}\frac{d}{dt}i_{lt} = \left[-\frac{3}{2}L' + \frac{9}{4}\frac{M_{1D}^{2}}{\ell_{D} + L_{D} + \frac{1}{2}M_{D}}\right]\frac{d}{dt}\left(e^{j2\theta}i_{lt}^{*}\right) + \frac{M_{1f}}{2}\frac{d}{dt}\left[\left(1 - \frac{3M_{fD}M_{1D}}{M_{1f}(\ell_{D} + L_{D} + \frac{1}{2}M_{D})}\right)\left(e^{j\theta}i_{ft}\right) + e^{j\theta}i_{ft}^{*}\right]$$
(C.81)

$$R_{f}i_{ft} + \left[\ell_{f} + L_{f} - \frac{3}{2}\frac{M_{fD}^{2}}{\ell_{D} + L_{D} + \frac{1}{2}M_{D}}\right]\frac{d}{dt}i_{ft} = \left[\frac{3}{2}M_{1f} - \frac{9}{4}\frac{M_{1D}M_{fD}}{\left(\ell_{D} + L_{D} + \frac{1}{2}M_{D}\right)}\right]\frac{d}{dt}\left(e^{j\theta}i_{1t}^{*}\right) \quad (C.82)$$

Pour avoir une écriture condensée des équations nous posons :

$$\mathbf{\pounds}_{f} = \ell_{f} + L_{f}, \qquad \mathbf{\pounds}_{D} = \ell_{D} + L_{D} + \frac{1}{2}M_{D}, \qquad A_{11} = -\frac{3}{2}L' + \frac{9}{4}\frac{M_{1D}^{2}}{\mathbf{\pounds}_{D}}, \qquad A_{1f} = 1 - \frac{3M_{1D}M_{fD}}{M_{1f}\mathbf{\pounds}_{D}},$$

$$B_{1f} = \frac{3}{2}M_{1f} - \frac{9M_{fD}M_{1D}}{4\mathbf{\pounds}_{D}}, \quad A_{ff} = \mathbf{\pounds}_{f} - \frac{3M_{fD}^{2}}{2\mathbf{\pounds}_{D}}.$$

Donc les équations (C.81) et (C.82) deviennent :

$$R_{i}i_{lt} + L_{s}\frac{d}{dt}i_{lt} = A_{11}\frac{d}{dt}\left(e^{j2\theta}i_{lt}^{*}\right) + \frac{M_{1f}}{2}\frac{d}{dt}\left[A_{lf}\left(e^{j\theta}i_{fl}\right) + e^{j\theta}i_{fl}^{*}\right]$$
(C.83)

$$R_{f}i_{ft} + A_{ff}\frac{d}{dt}i_{ft} = B_{1f}\frac{d}{dt}\left(e^{j\theta}i_{1t}^{*}\right)$$
(C.84)

Nous prenons en premier lieu comme solution approximative pour ces deux équations.

$$i_{1t} = Ae^{-\lambda t} \tag{C.85}$$

En insérant cette dernière dans l'équation (C.84), nous obtenons :

$$R_{f}i_{ft} + A_{ff}\frac{d}{dt}i_{ft} = AB_{1f}\left(-\lambda + j\omega\right)e^{(-\lambda + j\omega)t + j\varphi_{d}}$$
(C.86)

La résolution de cette équation différentielle donne :

$$i_{ft} = \frac{AB_{1f}(-\lambda + j\omega)}{R_f + A_{ff}(-\lambda + j\omega)}e^{(-\lambda + j\omega)t + j\varphi_d} + Be^{-\lambda_f t}$$
(C.87)

Où A et B sont des constantes arbitraires déterminée par les conditions initiales.

En considérant que la résistance de l'inducteur est négligeable devant l'effet inductif donc  $R_f \ll A_{ff}(-\lambda + j\omega)$ , nous obtenons la solution en régime transitoire du courant inducteur:

$$i_{ft} = \frac{AB_{1f}}{A_{ff}} e^{(-\lambda + j\omega)t + j\varphi_d} + Be^{-\lambda_f t}$$
(C.88)

En insérant les équations (C.85) et (C.88) dans le second membre de l'équation (C.83), on obtient :

$$R_{\rm l}i_{\rm lr} + L_{\rm s}\frac{d}{dt}i_{\rm tr} = AA_{\rm l}(-\lambda + j2\omega)e^{(-\lambda t + j2\theta)} + \frac{M_{\rm lf}}{2} \begin{pmatrix} AB_{\rm lf}A_{\rm lf}(-\lambda + j2\omega)e^{-\lambda t + j2\theta} + A_{\rm lf}B(-\lambda_f + j\omega)e^{-\lambda_f t + j\theta} - \lambda \frac{AB_{\rm lF}}{A_{\rm ff}}e^{-\lambda t} \\ + B(-\lambda_f + j\omega)e^{-\lambda_f t + j\theta} \end{pmatrix}$$
(C.89)

Le principe de superposition permet de résoudre cette équation.

• Regroupons les termes en  $Be^{-\lambda_j t + j\theta}$ .

$$R_{\rm l}i_{\rm lr} + L_{\rm s}\frac{d}{dt}i_{\rm lr} = \frac{M_{\rm lf}}{2}B(1+A_{\rm lf})(-\lambda+j\omega)e^{-\lambda_{\rm f}t+j\theta}$$
(C.90)

La résolution de cette équation donne :

$$i_{1t} = \frac{\frac{M_{1f}}{2}B(-\lambda + j\omega)(1 + A_{1f})}{R_1 + L_s(-\lambda + j\omega)}e^{-\lambda_f t + j\theta}$$
(C.91)

En négligeant  $R_1$ , on obtient :

$$i_{1t} = \frac{\frac{M_{1f}}{2}B(1+A_{1f})}{L_s}e^{-\lambda_f t + j\theta}$$
(C.92)

• Regroupons les termes en  $Ae^{-\lambda t+j2\theta}$ 

$$R_{\rm l}i_{\rm lt} + L_{\rm s}\frac{d}{dt}i_{\rm lt} = \left[AA_{\rm l1} + \frac{M_{\rm lf}}{2}\frac{AB_{\rm lf}A_{\rm lf}}{A_{\rm ff}}\right] (-\lambda + j2\omega)e^{(-\lambda t + j2\omega)}$$
(C.93)

La résolution de cette équation donne :

$$i_{1t} = \frac{\left[A_{11} + \frac{M_{1f}}{2} \frac{B_{1f}A_{1f}}{A_{ff}}\right] (-\lambda + j2\omega)}{R_1 + L_s (-\lambda + j2\omega)} A e^{(-\lambda t + j2\theta)}$$
(C.94)

En négligeant  $R_1$ , on obtient :

$$i_{1t} = \frac{\left[A_{11} + \frac{M_{1f}}{2} \frac{B_{1f}A_{1f}}{A_{ff}}\right]}{L_s} A e^{(-\lambda t + j2\theta)}$$
(C.95)

La solution générale en régime transitoire représente la superposition des équations (C.85), (C.92), et (C.95), on obtient donc :

$$i_{1t} = Ae^{-\lambda t} + \frac{\frac{M_{1f}}{2}B(1+A_{1f})}{L_s}e^{(-\lambda_f t+j\theta)} + \frac{\left[A_{11} + \frac{M_{1f}}{2}\frac{B_{1f}A_{1f}}{A_{ff}}\right]}{L_s}Ae^{(-\lambda t+j2\theta)}$$
(C.96)

Pour obtenir  $\lambda_f$ , nous remplaçons les équations (C.88) et (C.96) dans l'équation (C.84) et nous regroupons les termes en  $Be^{-\lambda_f t}$ .

$$Be^{-\lambda_f t} \left( R_f - \lambda_f A_{ff} \right) = -\frac{B_{1f} M_{1f} \left( 1 + A_{1f} \right)}{2L_s} \lambda_f B e^{-\lambda_f t}$$
(C.97)

Nous obtenons :

$$\lambda_{f} = \frac{R_{f}}{A_{ff} - \frac{B_{1f}M_{1f}}{2L_{s}} (1 + A_{1f})}$$
(C.98)

Aussi pour obtenir l'expression de  $\lambda$ , nous remplaçons les équations (C.88) et (C.96) dans l'équation (C.83) et nous regroupons les termes en  $Ae^{-\lambda t}$ .

$$Ae^{-\lambda t} (R_{1} - \lambda L_{s}) = \left[ -A_{11} \frac{\left(A_{11} + \frac{M_{Af}}{2} \frac{B_{1f} A_{1f}}{A_{ff}}\right)}{L_{s}} - \frac{M_{1f}}{2} \frac{AB_{1f}}{A_{ff}} \right] \lambda Ae^{-\lambda t}$$
(C.99)

Nous obtenons l'expression de  $\lambda$  :

$$\lambda = \frac{R_{1}}{L_{s} - \frac{A_{11} \left(A_{11} + \frac{M_{1f}}{2} \frac{B_{1f} A_{1f}}{A_{ff}}\right)}{L_{s}} - \frac{M_{1f} B_{1f}}{2A_{ff}}}$$
(C.100)

L'expression du courant d'induit en régime permanent est obtenue à partir de l'équation (C.73), en posant  $\frac{d}{dt} = p$ :

$$i_{1p} = \frac{E_1}{R_1 + L_s p}$$
(C.101)

Nous posons  $p = j\omega$  dans l'équation (C.101) et nous remplaçons  $E_1$  par son expression (C.70), nous obtenons :

$$i_{1p} = \frac{M_{1f} \omega I_{f}}{\sqrt{R_{1}^{2} + (L_{s} \omega)^{2}}} e^{j \left(\omega t + \varphi - \operatorname{arctg}\left(\frac{L_{s} \omega}{R_{1}}\right)\right)}$$
(C.102)

L'expression générale du courant d'induit lors d'un court circuit triphasé brusque est la somme des courants donnés par les équations (C.96) et (C.102) :

$$i_{1} = \sqrt{2} |I_{1}| \cos(\omega t + \varphi_{1}) + Ae^{-\lambda t} + \frac{M_{1f}(1 + A_{1f})}{2L_{s}} Be^{-\lambda_{f}t} \cos(\omega t + \varphi_{d}) + \frac{A_{11} + \frac{M_{1f}}{2} \frac{B_{1f}A_{1f}}{A_{ff}}}{L_{s}} Ae^{-\lambda t} \cos(2\omega t + 2\varphi_{d})$$
(C.103)

Avec :

$$\left|I_{1}\right| = \frac{\left|E_{1}\right|}{\sqrt{2}\sqrt{R_{1}^{2} + (L_{s}\omega)^{2}}}, \ \varphi_{1} = \varphi - arctg\left(\frac{L_{s}\omega}{R_{1}}\right)$$

La solution générale du courant inducteur  $i_f$  est la somme du courant inducteur en régime permanent  $I_f = \frac{v_f}{R_f}$  et du courant inducteur  $i_{ft}$  en régime transitoire.

$$i_f = I_f + A \frac{B_{1f}}{A_{ff}} e^{-\lambda t + j\theta} + B e^{-\lambda_f t}$$
(C.104)

Ces solutions générales montrent bien l'absence de la composante subtransitoire dans le cas d'une machine synchrone à pôles saillants avec amortisseurs, à l'inverse de la solution obtenue par le modèle de Park, où cette composante est considérée comme un régime à part entier, alors qu'en réalité elle est une incluse dans le régime transitoire. Ce qui est vérifié par la méthode multi échelle du temps pour la modélisation de la machine synchrone (Touhami, 1994).

#### V.3. Détermination des Constantes Arbitraires

A l'instant t = 0 nous avons  $i_1$  égale à zéro et  $i_f$  égale à  $I_f$ . L'équation (C.104), donne :

$$\mathbf{B} = -\mathbf{A} \frac{\mathbf{B}_{1\mathrm{f}}}{\mathbf{A}_{\mathrm{ff}}} \cos(\varphi_{\mathrm{d}}) \tag{C.105}$$

En substituant l'équation (C.105) dans l'équation (C.103), nous obtenons :

$$A = -\frac{\sqrt{2}|I_{1}|\cos(\varphi_{1})}{1 - \frac{B_{1f}M_{1f}}{2L_{s}}(1 + A_{1f})\cos(\varphi_{d})^{2} + \frac{A_{11} + \frac{M_{1f}}{2}\frac{B_{1f}A_{1f}}{A_{ff}}}{L_{s}}\cos(2\varphi_{d})}$$
(C.106)

### VI. VALIDATION DU MODELE

#### VI.1. Résultats Expérimentaux et Comparaison

Dans la section précédente, nous avons développé et présenté le modèle analytique de la machine synchrone à pôles saillants avec amortisseurs dans le cas d'un court circuit triphasé brusque à vide.

Le modèle développé doit reconstituer assez fidèlement le comportement du système physique modélisé.

Afin de comparer le modèle développé aux résultats expérimentaux, nous procédons à une simulation d'un court circuit triphasé brusque à vide (Eq. C.103, Eq. C.104). Dans le but de valider notre modèle, nous avons monté un banc de mesures et avons effectué un court circuit triphasé brusque à vide sous une tension de 110V et un courant d'excitation de 0.88A. La machine synchrone considérée, présente la plaque signalétique donnée au tableau C.1 et les paramètres physiques de la machine sont donnés en annexe :

Tableau C.1. Plaque signalétique de la machine synchrone utilisée.

Puissance apparente	Tension	Courant	Fréquence	Vitesse	Cos(q)
3kVA	127/220 V	13.85/8 A	50 Hz	1500 tr/min	0.8

La machine Synchrone considérée, couplée en étoile, est entraînée par une machine C.C. Pour la mesure des courants, nous utilisons des capteurs à effet Hall et les mesures sont ensuite chargées sur PC via une carte d'acquisition 16bits.

La comparaison entre les résultats simulés et mesurés est donnée par les figures suivantes.



Fig. C.3. Courant d'induit simulé et mesuré en régime transitoire.



Fig. C.4. Courant d'induit simulé et mesuré en régime permanent.



Fig. C.5. Courant inducteur simulé et mesuré.

### VI.2. Discussion

Comme illustré sur les figures (Fig. C.3 à Fig. C.5), les variations des courants obtenus par le modèle développé suivent bien celle des courants mesurés, particulièrement en régime permanent. L'erreur, relativement importante pendant le régime transitoire, est due essentiellement à notre avis aux :

- Valeurs des paramètres et constantes de temps identifiées à partir des essais classiques recommandés par la CEI. Ces valeurs sont obtenues graphiquement, ce qui peut conduire à des erreurs de calcul qui affecteront la réponse du modèle.
- Hypothèses faites lors de la détermination des paramètres par phase de la machine à partir des paramètres sur les deux axes.

## VII. CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons utilisé la théorie du vecteur spiral pour modéliser la machine synchrone. Le modèle obtenu permet d'étudier la machine dans n'importe quel mode de fonctionnement symétrique (court-circuit triphasé, rétablissement de tension à l'ouverture d'un court-circuit triphasé, établissement de tension, etc....). Ce modèle est basé uniquement sur les variables d'états et les paramètres d'une seule phase.

Le modèle de la théorie du vecteur spiral permet de bien décrire la nature physique du phénomène transitoire de la machine synchrone, ainsi que le régime permanent.

Cette théorie permet une résolution analytique simple des équations de performances de la machines et de représenter l'enroulement amortisseur par un seul enroulement triphasé équivalent, au lieu de deux enroulement en quadrature.

L'étude du court-circuit triphasé brusque à vide de la machine synchrone a montré l'absence de la composante subtransitoire. Les résultats obtenus sont comparables en terme d'allure et avec une bonne concordance avec ceux obtenus par l'expérimentation.

## **BIBLIOGRAPHIE DE LA**

## PARTIE - C

# **BIBLIOGRAPHIE DE LA**

## **PARTIE - C**

Adkins, B., & Harley, R.G. (1997). The general theory of AC machines. Wiley, New-york.

- Lesenne, J., Notelet, F., & Seguier, G. (1981). Introduction à l'électrotechnique approfondie. Technique et Documentation.
- Menaa, M., Touhami, O., Ibtiouen, R., & Benhaddadi, M. (1997). A rapid mathematical method applied to synchronous machine. In *Proceedings of IMACS'97, Word Congress,* Germany.
- Touhami, O. (1994). Contribution à l'identification paramétrique des machines électriques. Thèse de doctorat d'état, ENP Alger, Algérie.
- Touhami, O., Menaa, M., Ibtiouen, R., & Benhaddadi, M. (1998). Spiral vector theory applied to salient-pole synchronous machine. In Book of System Structure and Control 1997, Pergamon, (pp. 449-454).
- Yamamura, S. (1991). Spiral vector method and symmetrical component method. In *Proceedings of the Japan academy*, vol. 67, ser. B, No 1. (pp. 1-6).
- Yamamura, S. (1992). Spiral vector theory of salient pole synchronous machine. In *Proceedings of IEEE IAS Annual meeting*, USA, (pp. 204-211).
- Yamamura, S. (1993). Spiral vector theory of Brushless DC motor. In *Proceedings of the IEEE*, (pp. 177-184).
- Yamamura, S. (1995). Spiral vector theory of synchronous machine. In *Proceedings of the Japan academy*, vol. 71, ser. B, No. 6, (pp. 183-188).
- Yamamura, S. (1997). Spiral vector theory of synchronous machine. In *Proceedings IEEE*, (pp. WB1-7.1-WB1-7.3).

# ANNEXE
#### **PARAMETRES DE LA MACHINE SYNCHRONE**

Les paramètres physiques sur les deux axes et par phase de la machine synchrone utilisée sont donnés ci-dessous.

Les paramètres sur les deux axes sont :

 $X_{d} = 0.7 \, pu$ ,  $X_{q} = 0.35 \, pu$ ,  $X_{KD} = 0.00135 \, pu$ ,  $X_{d}^{''} = 0.06 \, pu$ ,  $T_{d}^{'} = 0.046 \, s$ ,  $T_{d0}^{'} = 0.095 \, s$ .

Les paramètres par phase sont :

$$\begin{split} R_f &= 10.8\Omega, \qquad R_1 = 1.4\Omega, \qquad L_s = 0.08H, \qquad L' = 0.01H, \qquad \pounds_D = 1.25H, \\ \pounds_f &= 1.02H \ Mf_D = 4.510^{-4} H, \ M_{1f} = 0.123H, \ M_{1D} = 1.0210^{-4} H. \end{split}$$

## **CONCLUSION GENERALE**

### **ET PERSPECTIVES**

# **CONCLUSION GENERALE**

### **ET PERSPECTIVES**

Les travaux présentés dans cette thèse portent sur le développement :

- De nouveaux modèles basés sur la théorie du vecteur spiral pour la machine asynchrone et la machine synchrone à pôles saillants qui ne dépendent que des variables et paramètres d'une seule phase au stator et au rotor sans aucune transformation géométrique des enroulements de la machine.
- D'un observateur dans l'ensemble des complexes, qui exploite la séparation des phases, pour estimer les paramètres électriques et la vitesse rotorique de la machine asynchrone en utilisant seulement deux capteurs (un capteur de tension et un capteur de courant).
- D'une commande vectorielle avec orientation du flux d'entrefer de la machine asynchrone basée sur le modèle établi.

L'application de la théorie du vecteur spiral à la modélisation d'un circuit électrique permet d'unifier l'analyse des deux régimes permanent et transitoire et d'avoir une résolution simple de l'équation de performance ainsi que la détermination des différentes puissances instantanées (active, réactive et apparente) en monophasée et triphasée.

Le modèle de la machine asynchrone, obtenu à partir de cette théorie, est fonction des paramètres et variables d'une seule phase au stator et au rotor « méthode de séparation des phases » réduisant ainsi l'ordre du modèle de la machine

La comparaison des résultats de la simulation du modèle développé et les relevés expérimentaux montre qu'il y a un décalage entre eux durant le régime transitoire, ce qui nous a poussé à revoir l'identification des paramètres de la machine en régime transitoire par des techniques plus avancée que celle basée sur l'identification classique en régime permanent. Pour l'estimation de ces paramètres notre choix s'est porté, après une recherche bibliographique, sur le filtre de Kalman complexe étendu applicable au modèle d'état appartenant à l'ensemble des complexes. L'association du modèle développé avec le filtre de Kalman complexe étendu utilisée pour la première fois, pour l'identification sans capteurs des paramètres de la machine asynchrone, nous a permis :

- D'obtenir des paramètres qui permettent au modèle de mieux décrire le comportement dynamique de la machine asynchrone et de réduire l'erreur entre le modèle et l'expérimentation.
- De réduire les dimensions des matrices du filtre de Kalman complexe étendu, le temps de calcul et le nombre de capteurs.

Après avoir obtenu de bons résultats lors de l'identification des paramètres de la machine en utilisant l'observateur à base du modèle de la théorie du vecteur spiral et le filtre de Kalman complexe étendu, l'idée de développer une commande vectorielle directe avec orientation du flux d'entrefer et adaptation des paramètres sans capteur de vitesse a germé. Pour ce faire, nous avons commencé par développer le bloc d'orientation du flux d'entrefer basé sur le modèle d'état développé de la machine asynchrone et l'avons associé à l'observateur sans capteur mécanique. Ce qui constitue une originalité. Les résultas obtenus ont permis d'avoir un bon découplage entre le flux d'entrefer et le couple électromagnétique. La robustesse de la commande a été vérifiée vis-à-vis des variations de la résistance rotorique et de la mutuelle ainsi que des variations de bruits et de couple de charge.

L'application de la théorie du vecteur spiral à la modélisation de la machine synchrone permet d'avoir un modèle qui représente n'importe quelle perturbation symétrique au niveau de la machine. Ce modèle ne dépend que des paramètres d'une seule phase de l'induit et du rotor sans aucune transformation géométrique des enroulements de la machine.

Cette théorie permet d'avoir des expressions analytiques simples sans la linéarisation du modèle. Les courants d'induit et d'inducteur, simulés à partir des expressions analytiques obtenus dans le cas d'un court circuit triphasé brusque à vide, sont comparables aux résultats expérimentaux, particulièrement en régime permanent. En régime transitoire, il y'a présence d'un écart plus au moins important, lequel est dû, vraisemblablement à la méthode utilisée pour déterminer les paramètres de la machine.

Même si les objectifs fixés dans ce travail ont été atteints, il reste d'autres domaines d'application à explorer :

- L'application de la théorie du vecteur spiral à la modélisation des machines électriques à courant alternatif en tenant compte des effets de la saturation, de la fréquence et des défauts.
- L'application de cette théorie à l'analyse des réseaux électriques et des circuits de l'électronique de puissance.
- Développement d'autres commandes et techniques d'identification des machines électriques basées sur le modèle de la théorie du vecteur spiral.