

DEPARTEMENT ELECTRICITE

FILIERE D'INGENIEUR EN ELECTRONIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES



ETUDE EN DYNAMIQUE D'UNE SUSPENSION
AUTOMOBILE SOUMISE A L'EXCITATION DE
DIVERS PROFILS DE ROUTE



Proposé par :
Mme. G. MONDON
Dirigé par MM.
Y. FLAMANT
M. RENOULT

Etudié par :
B. M. CHEBEL
A. HAMOUD

DEPARTEMENT ELECTRICITE

FILIERE D'INGENIEUR EN ELECTRONIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

**ETUDE EN DYNAMIQUE D'UNE SUSPENSION
AUTOMOBILE SOUMISE A L'EXCITATION DE
DIVERS PROFILS DE ROUTE**

Proposé par :
Mme. G. MONDON
Dirigé par MM.
Y. FLAMANT
M. RENOULT

Etudié par :
B. M. CHEBEL
A. HAMOUD

Promotion JANVIER 1979

R E M E R C I E M E N T S

Nous tenons à exprimer nos très vifs remerciements à :

- M. Y. FLAMANT , Docteur ~~es~~ Sciences Professeur à l'U.S.T.A., qui nous a reçus dans son bureau, nous a guidés et conseillés tout au long de la présente étude.

- M. M. RENOULT , pour nous avoir suivis en nous faisant profiter de ses expériences et de ses conseils précieux.

- Mme. G. MONDON , Docteur Ingénieur , Professeur à l'E.N.P.A., pour ses suggestions et sa gentillesse.

- M. J. HERRY, Ingénieur à l'I.E.N. pour ses précieux conseils.

Que tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à ce modeste travail trouvent ici l'expression de notre sincère gratitude.

TABLE DES MATIERES

O B J E T	PAGE n°
I.- Introduction	1
II.- Problème général d'une suspension automobile.....	2
II.1. Introduction.....	2
II.2. Hypothèse de travail.....	2
II.3. Modèle mathématique	3
3.1. Schéma et notation.....	3
3.2. Mise en équation.....	3
3.2.1 Expression des grandeurs de sortie.....	3
3.2.2. Equations différentielles du mouvement	5
III.- Simulation électrique du problème général	8
III.1. Introduction.....	8
III.2. Simulation électrique	8
2.1. Généralités	8
2.2. Opérateurs de simulation.....	9
2.3. Circuit de calcul	9
IV.- Caractéristiques du véhicule étudié.....	13
V.- Equations machines.....	15
V.1. Introduction.....	15
V.2. Echelle temps.....	15
V.3. Echelle tension	16
V.4. Ecriture des équations machines.....	19
4.1. Echelle tension.....	19
4.2. Echelle temps.....	20
4.2.1. Choix du B	20
4.2.2. Choix du produit RC.....	20
V.5. Simulation du profil de la route....	21
5.1. Introduction.....	21
5.2. Réalisation du déphaseur.....	23

5.2.1. Déphasage	23
5.2.2. Application au cas $\omega = 2 \text{ m} \dots$	23
5.2.3. Calcul des éléments.....	25
VI.- Réalisation pratique.....	28
VI.1. Introduction.....	28
VI.2. Amplificateur opérationnel	28
2.1. Le $\mu\text{A}741$	29
2.1.1. Présentation.....	29
2.1.2. Constitution du $\mu\text{A}741$...	29
2.1.3. Caractéristiques princi- pales du $\mu\text{A}741$	31
2.1.4. Réglages à opérer sur amplificateur opérationnel	31
2.2. Précaution prise pour l'alimenta- tion des circuits.....	34
2.3. Opérateurs de calcul.....	35
2.4. Erreurs sur les opérateurs de calcul	37
VI.3. Circuit imprimé.....	39
3.1. Plaquettes modulaires.....	39
3.2. Etude détaillée des plaquettes..	40
3.2.1. Introduction.....	40
3.2.2. Plaquette "équa diff"....	40
3.2.3. Plaquette " couplage"....	41
3.2.4. Plaquette " combin sortie"	41
3.2.5. 1°Plaquette dériv sortie..	41
2°Plaquette dériv sortie..	47
3.2.6. Plaquette de "connexion".?	47
3.3. Assemblage.....	47
3.3.1. Panneau avant.....	47
3.3.2. Panneau arrière.....	48
VII.- Rappel relatif aux fonctions de transfert des systèmes linéaires multivariables.....	50
VII.1. Introduction.....	50
VII.2. Comportement d'un système linéaire..	51

VII.3. Méthode de la transformée de Laplace	52
3.1. Méthode de transformée de Laplace.....	52
3.2. Fonction de transfert	52
3.3. Lieu de transfert.....	54
3.4. Réponse transitoire à un échelon	55
VII.4. Généralisation à un système multivariable.....	56
VIII.- Résultats expérimentaux.....	58
VIII.1. Introduction.....	58
VIII.2. Courbes expérimentales.....	58
2.1. Introduction.....	58
2.1.1. Coefficient d'amortissement.....	58
2.1.2. Coefficient d'élasticité	59
2.1.3. Variable du système....	59
2.2. Courbes expérimentales.....	59
2.2.1. Courbes donnant les variations du centre de gravité et de l'angle de tangage.....	59
2.2.2. Etude des variations du centre de gravité en fonction de la vitesse	61
2.2.3. Détermination expérimental des éléments de la matrice de transfert hij	62
2.2.4. Etude dans le plan de phase.....	66
2.3. Conclusion sur les résultats expérimentaux.....	66
IX.- Conclusion.....	79

I.- I N T R O D U C T I O N

Dans le cadre du laboratoire de travaux pratiques du module de vibrations et ondes (P 019) nous nous sommes vu confiés la réalisation d'un appareil de démonstration devant résoudre les équations différentielles couplées régissant les systèmes vibrants à plusieurs degrés de liberté grâce aux analogies électromécaniques.

Actuellement les étudiants sont amenés, après quelques manipulations élémentaires à résoudre sur un petit calculateur analogique d'enseignement un système de 2 équations différentielles couplées simples pour être pédagogiquement assimilables. Ces deux équations différentielles régissent les mouvements de 2 pendules simples, couplés par élasticité, livrés à eux-mêmes.

Dans le but de leur montrer que le problème peut se généraliser à un système mécanique vibrant à plus de deux degrés de liberté, il nous a été demandé de réaliser par analogie électromécanique un appareil susceptible de résoudre quatre équations différentielles couplées, en régime dynamique.

Après une étude préliminaire nous avons choisi en accord avec le professeur responsable du module de vibrations et ondes, le système mécanique vibrant schématisant une suspension automobile.

Pour être concrets nous avons pris les caractéristiques mécaniques d'un véhicule Renault type R8. Notre étude a été d'en déterminer les réglages optimaux à effectuer sur les éléments de suspension, intervenant pour le confort des passagers lorsque le véhicule évolue à diverses vitesses sur des routes de différents profils.

II.- PROBLEME GENERAL D'UNE SUSPENSION AUTOMOBILE.

II.1.- INTRODUCTION.

Au cours de son déplacement sur un terrain de profil quelconque, un véhicule automobile est soumis à un mouvement que l'on peut décomposer en 3 mouvements simples :

- 1°.- dans le sens vertical : le pompage
- 2°.- dans le sens longitudinal : le tangage
- 3°.- d'un bord sur l'autre autour d'un axe longitudinal : le roulis

II.2.- HYPOTHESE DE TRAVAIL.

L'étude complète du pompage, du tangage et du roulis, nous conduirait à étudier un problème à 6 degrés de liberté. Pour réduire le nombre de degrés nous supposerons que le roulis est un mouvement de second ordre par rapport au pompage et au tangage ce qui est d'ailleurs pratiquement le cas dans la réalité.

Cette hypothèse simplificatrice nous oblige à considérer que les deux roues avant attaquent en même temps le même profil de route. Il en sera évidemment de même pour les deux roues arrière du véhicule.

Le mouvement de pompage s'exprimera par les variations du centre de gravité y_g de part et d'autre d'une position d'équilibre pour une charge déterminée.

Le mouvement de tangage se traduira par les variations de l'angle θ formé par le châssis de la voiture avec un axe horizontal passant par le centre de gravité.

Nous verrons dans notre modèle mathématique que les variations de y_g et θ nous conduisent à l'étude d'un problème à 4 degrés de liberté.

II.3.- MODELE MATHEMATIQUE.

3.1.- SCHEMA ET NOTATION.

Le fait de considérer que les 2 roues avant (ou arrière) attaquent simultanément le même profil de route nous permet du point de vue mathématique de schématiser notre véhicule comme étant constitué par deux demi-systèmes : un train avant et un train arrière couplés par une tige mécanique sans masse passant par le centre de gravité de la voiture.

La répartition des masses sur les $\frac{1}{2}$ systèmes avant et arrière dépend de la construction pratique du véhicule.

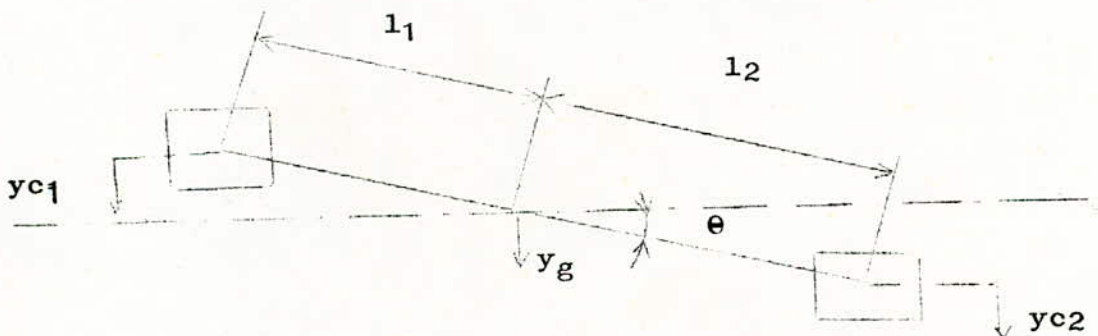
L'étude des variations de la position du centre de gravité et de l'angle θ sera alors une fonction simple des déplacements verticaux des deux demi-systèmes.

Si l'on néglige l'amortissement des pneumatiques qui ont actuellement une bonne élasticité la figure II.1

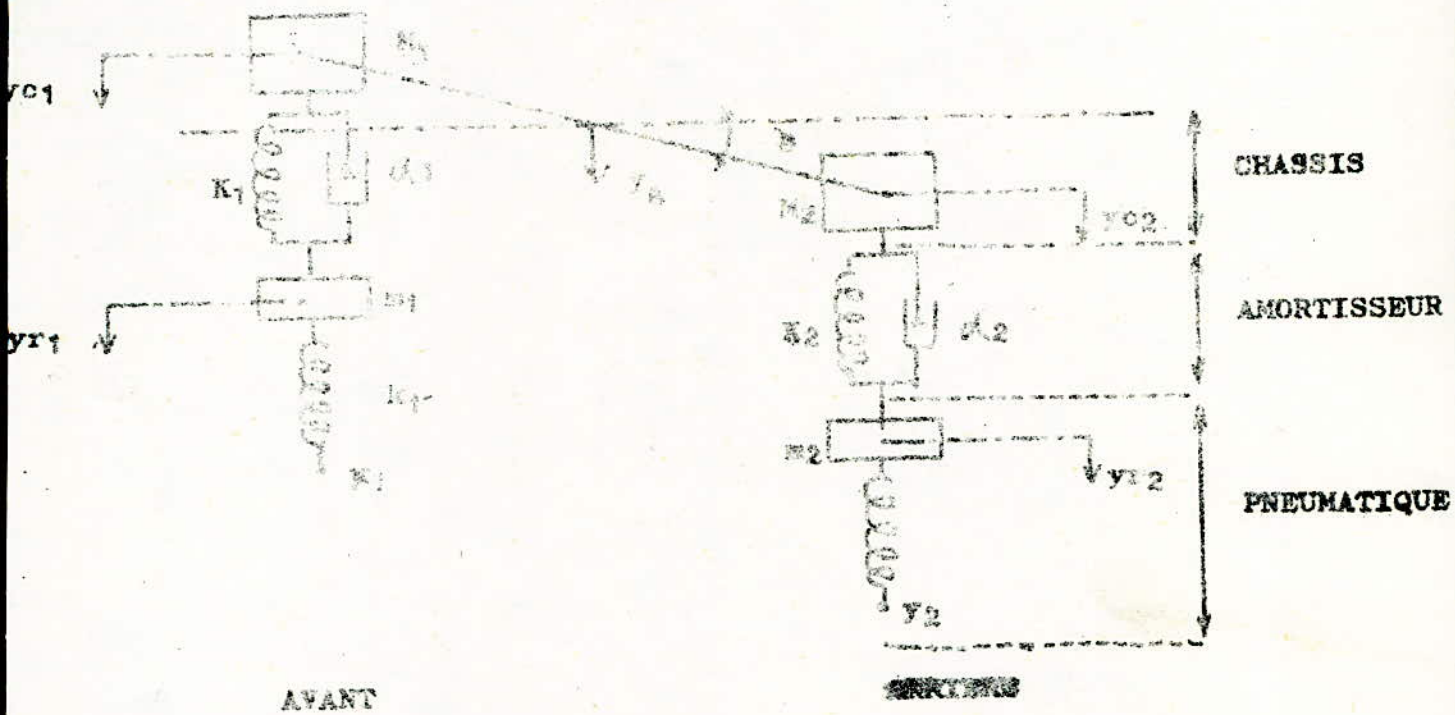
peut représenter le modèle mathématique équivalent pour l'étude des variations de y_g et θ . Sous le schéma équivalent les notations sont clairement explicitées.

3.2.- MISE EN EQUATION.

3.2.1.- Expression des grandeurs de sortie.



Nous choisirons comme grandeurs de sortie $\theta (t)$ et $y_g (t)$ en raison de leur importance pour le confort des passagers.



Soient les notations suivantes :

- M_i masse répartie du chassis
- m_i masse de la roue
- α_i coefficient d'amortissement
- K_i coefficient d'élasticité du ressort
- k_i coefficient d'élasticité du pneumatique
- l empatement du véhicule
- y_{ci} déplacement du chassis
- y_{ri} déplacement de la roue
- y_i fonction traduisant le profil de la route
- y_g déplacement du centre de gravité
- θ angle de tangage

L'indice i prend 2 valeurs 1 et 2

- $i = 1$ symbolise les grandeurs avant
- $i = 2$ symbolise les grandeurs arrière

FIG. II.1

Par projection des divers grandeurs nous obtenons :

$$y_{c1} = y_g + l_1 \sin \theta$$

$$y_{c2} = y_g - l_2 \sin \theta$$

Les divers mouvements étant relativement petits on peut assimiler $\sin \theta$ à θ

$$\sin \theta \approx \theta$$

$$1) y_{c1} = y_g + l_1 \theta$$

$$\text{avec } l_1 + l_2 = 1$$

$$2) y_{c2} = y_g - l_2 \theta$$

$$1) - 2) = \theta = \frac{1}{l_1 + l_2} (y_{c1} - y_{c2}) = \frac{1}{1} (y_{c1} - y_{c2})$$

$$1) + 2) = y_g = \frac{l_2}{1} y_{c1} + \frac{l_1}{1} y_{c2}$$

sachant que

$$l_1 = \frac{M_1}{M_1 + M_2} \cdot 1$$

$$l_2 = \frac{M_2}{M_1 + M_2} \cdot 1$$

On voit donc que pour connaître les variations de θ et y_g en fonction du temps, il suffit d'étudier les déplacements verticaux des chassis avant et arrière y_{c1} , y_{c2} .

3.2.2. EQUATIONS DIFFERENTIELLES DU MOUVEMENT.

Pour connaître les lois de variations y_{c1} et y_{c2} nous utiliserons le formalisme de Lagrange.

Ce formalisme est basé sur le principe de moindre action exprimé par l'intégrale

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(\dot{q}_i, q_i, t) dt$$

quantité homogène à une énergie que multiplie le temps que l'on doit minimiser

soit $L(\dot{q}_i, q_i, t)$ le Lagrangien, quantité scalaire.

Pour minimiser S, L doit satisfaire les équations dites de Lagrange.

$$\sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$

n degré de liberté du système

Le Lagrangien s'exprime par :

$$L = T - U - \sum q_i F_i(t) = \mathcal{L} - \sum q_i F_i(t)$$

ou $\mathcal{L} = T - U$ représente le Lagrangien du système libre

T : l'énergie cinétique du système

U : l'énergie potentielle du système

$F_i(t)$: les forces extérieures au système dépendant du temps.

Les équations de Lagrange donnent alors :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = F_i(t)$$

pour exprimer nos équations il suffit d'expliciter T, U et $F_i(t)$

De manière à obtenir des équations différentielles couplées du second ordre à coefficients constants nous supposons que tous les éléments constituant le système ont des caractéristiques linéaires ce qui est toujours valable quand on ne s'intéresse qu'au petit déplacement par rapport à une position d'équilibre.

- Energie cinétique T du système

C'est la somme des énergies cinétiques engendrées par chaque masse en déplacement.

$$T = \frac{1}{2} M_1 \dot{y}_{c1}^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_{r1}^2 + \frac{1}{2} M_2 \dot{y}_{c2}^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_{r2}^2$$

- Energie potentielle U du système

C'est la somme de chaque énergie potentielle.

$$U = \frac{1}{2} K_1 (y_{c1} - y_{r1})^2 + \frac{1}{2} k_1 (y_{c1} - y_1)^2 + \frac{1}{2} K_2 (y_{c2} - y_{r2})^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_{r2} - y_2)^2$$

- Forces extérieures $F_i(t)$ au système.

Ce sont les forces de frottement proportionnelles à la vitesse.

$$F_i(t) = \alpha_i (\dot{y}_{ci} - \dot{y}_{ri}) \text{ vu par la masse } M_i \quad i=1,2$$
$$F_i(t) = \alpha_i (\dot{y}_{ci} - \dot{y}_{ri}) \text{ vu par la masse } m_i \quad i=1,2$$

- Equations de Lagrange.

En reportant les expressions de T, U et $F_i(t)$ on obtient les équations de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}_{ci}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y_{ci}} = -\alpha_i (\dot{y}_{ci} - \dot{y}_{ri}) \quad \mathcal{L} = T - U$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}_{ri}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y_{ri}} = -\alpha_i (\dot{y}_{ri} - \dot{y}_{ci}) \quad i = 1, 2$$

Ce qui donne finalement le système d'équations régissant le mouvement de M_1 , m_1 , M_2 , m_2

$$M_1 \ddot{y}_{c1} + \alpha_1 \dot{y}_{c1} - \alpha_1 \dot{y}_{r1} + K_1 y_{c1} - K_1 y_{r1} = 0$$

$$m_1 \ddot{y}_{r1} - \alpha_1 \dot{y}_{c1} + \alpha_1 \dot{y}_{r1} - K_1 y_{c1} + K_1 y_{r1} + k_1 y_{r1} - k_1 y_1 = 0$$

$$M_2 \ddot{y}_{c2} + \alpha_2 \dot{y}_{c2} - \alpha_2 \dot{y}_{r2} + K_2 y_{c2} - K_2 y_{r2} = 0$$

$$m_2 \ddot{y}_{r2} - \alpha_2 \dot{y}_{c2} + \alpha_2 \dot{y}_{r2} - K_2 y_{c2} + K_2 y_{r2} + k_2 y_{r2} - k_2 y_2 = 0$$

La résolution de ce système de 4 équations différentielles couplées nous permettra de connaître par l'intermédiaire des relations donnant y_c et θ le comportement du véhicule sur un profil de route déterminé.

III.- SIMULATION ELECTRIQUE DU PROBLEME GENERAL

III.1.- INTRODUCTION.

Notre problème consiste à résoudre, le système d'équations différentielles linéaires couplées à coefficients constants établi en II.3.2.2. correspondant aux caractéristiques du système mécanique étudié.

La connaissance des variations des paramètres choisis en fonction des caractéristiques mécaniques du véhicule peut nous permettre de choisir les valeurs optimales correspondant au confort maximum des passagers.

Il suffira dans la pratique de choisir correctement les pneumatiques et les amortisseurs.

Pour trouver un moyen simple précis et rapide permettant ce choix une simulation électrique du problème est nécessaire. Les analogies électromécaniques nous donnent un modèle commode reproduisant non pas l'objet à étudier mais ses propriétés et les effets auxquels il peut être soumis.

III.2.- SIMULATION ELECTRIQUE.

2.1.- Généralités.

Un calculateur analogique est une combinaison d'éléments ou d'unités de calcul. Reliés électriquement les uns aux autres ces opérateurs reproduisent une équation donnée et fournissent une solution visuelle.

Il est particulièrement bien adapté à l'opération d'intégration donc aux résolutions de système d'équations différentielles linéaires à coefficients constants.

Nous élaborerons donc un calculateur analogique spécialement conçu pour résoudre notre problème qui sera traité par analogie électrique, donc simulé.

Notre calculateur sera donc un simulateur.

2.2.- Opérateurs de simulation.

Chaque terme d'une équation différentielle se traduira électriquement par une tension instantanée.

Pour simuler cette équation, nous devons effectuer des opérations élémentaires à l'aide d'unités de calcul résumées dans le tableau de la figure III.1.

2.3.- Circuit de calcul.

Nous pouvons envisager 2 manières d'écrire nos équations.

1° Procédé

Soient les équations suivantes vu au chapitre précédent

$$y_{ci} + \frac{\alpha_i}{M_i} y_{ci} - \frac{\alpha_i}{M_i} y_{ri} + \frac{K_i}{M_i} y_{ci} - \frac{K_i}{M_i} y_{ri} = 0$$

$$y_{ri} - \frac{\alpha_i}{m_i} y_{ci} + \frac{\alpha_i}{m_i} y_{ri} - \frac{K_i}{m_i} y_{ci} + \frac{K_i+k_i}{m_i} y_{ri} - \frac{k_i}{m_i} y_i = 0$$

que l'on peut simuler par le schéma de la figure III.2.

Avantage.

On a la même disposition pour chacune des équations différentielles couplées ce qui normaliserait les plaquettes de réalisation pratique.

Inconvénient.

Nous devons faire varier 2 valeurs α_i et k_i , celles ci se retrouvent dans 4 potentiomètres différents

$$\frac{\alpha_i}{m_i} \cdot \frac{\alpha_i}{M_i} \text{ ainsi que } \frac{K_i + k_i}{m_i}, \frac{k_i}{m_i}$$

Il faudrait que ces 2 groupes de 4 potentiomètres soient couplés mécaniquement pour qu'on puisse obtenir une même variation de α_i et de k_i dans nos équations.

Ne possédant pas ce genre de potentiomètres, nous avons été amenés à chercher un autre schéma synoptique de ces deux équations.

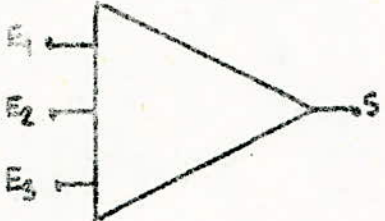
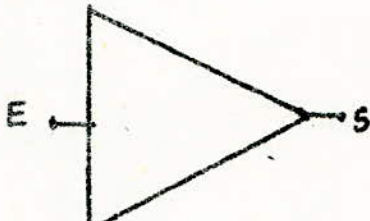
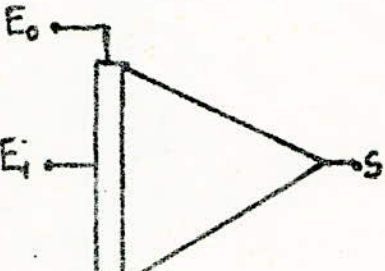
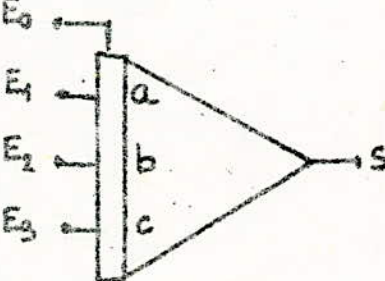

OPERATEUR LINEAIRE	SYMBOLE	FONCTION
SOMMATEUR		$S = -(aE_1 + bE_2 + cE_3)$
INVERSEUR		$S = -E$
INTEGRATEUR		$S = -\int_0^t E_1 dt$
SOMMATEUR INTEGRATEUR		$S = -\int_0^t (aE_1 + bE_2 + cE_3) dt$
POTENTIOMETRE		$S = KE \quad K < 1$

FIG. III.1. SYMBOLE DES OPERATEURS ANALOGIQUES UTILISES

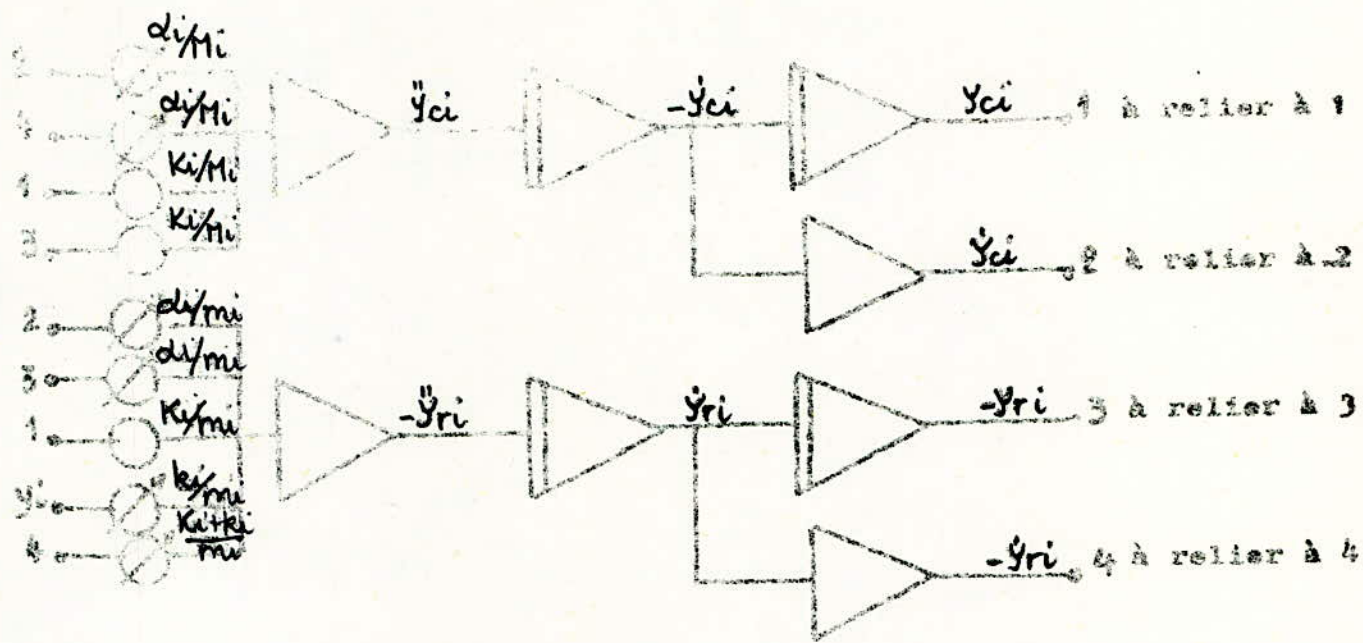


FIG. III.2



FIG. III.3

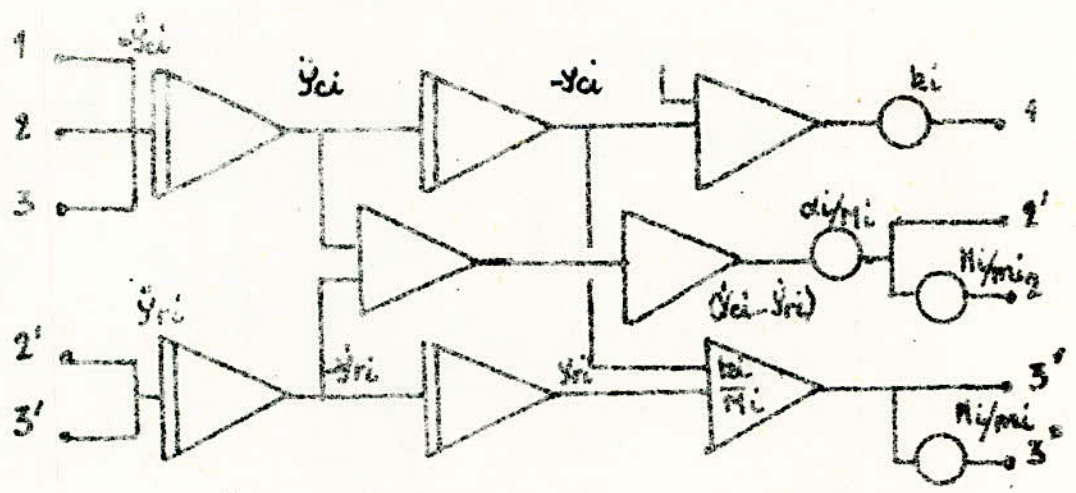


FIG. III.4

2ème Procédé.

Soient les équations mécaniques.

$$''y_{ci} + \frac{m_i}{M_i} ('y_{ci} - 'y_{ri}) + \frac{K_i}{M_i} (y_{ci} - y_{ri}) = 0$$

$$''y_{ri} - \frac{K_i}{M_i} \frac{M_i}{m_i} ('y_{ci} - 'y_{ri}) - \frac{K_i}{m_i} (y_{ci} - y_{ri}) - \frac{k_i}{m_i} (y_i - y_{ri}) = 0$$

que l'on peut simuler par le schéma de la figure. III.4

La disposition met en évidence les termes de couplage par les vitesses, par les élongations.

Et nous n'avons k_i α_i et k_i que sur un seul potentiomètre.

Ces schéma de calcul nous permettent d'obtenir les grandeurs y_{ci} et y_{ri} , $i = 1, 2$ pour former les grandeurs de sortie.

- Grandeurs de sortie.

Pour obtenir les variations y_g du centre de gravité et de la rotation θ du véhicule autour de celui-ci, nous utiliserons les formules suivantes, établies au chapitre II.3

$$\theta = \frac{1}{1} (y_{c1} - y_{c2}) \quad y_g = \frac{1}{2} y_{c1} + \frac{1}{1} y_{c2}$$

Nous utiliserons le montage représenté schématiquement par la figure III.3.

IV.- CARACTERISTIQUES DU VEHICULE ETUDIE

Pour concrétiser notre problème, nous étudierons la suspension d'un véhicule automobile type Renault 8 dont les caractéristiques bien connues peuvent se résumer de la façon suivante :

	A V A N T	A R R I E R E
Coefficient d'élasticité du pneumatique	40.000 45.000 N/m 50.000	40.000 45.000 N/m 50.000
Masse de la roue	20 kg	20 kg
Coefficient d'élasticité du ressort	15.000 N/m	30.000 N/m
Masse du châssis	250 kg	500 kg
Masse du châssis répartie sur une roue	125 kg	250 kg
Coefficient amortissement	réglables aux environs de 200 N/m s	

Il est rappelé que nous symbolisons l'avant par 1 seul système donc

le ressort K_1 supportera 125 kg, la moitié de la masse répartie à l'avant.

Il en va de même pour l'arrière, où le ressort K_2 supportera 250 kg.

Avec ces valeurs numériques notre système d'équations établi au chapitre II devient :

$$125 \ddot{y}_{c1} + 200 (\dot{y}_{c1} - \dot{y}_{r1}) + 15.000 (y_{c1} - y_{r1}) = 0$$

$$20 \ddot{y}_{r1} - 200 (\dot{y}_{c1} - \dot{y}_{r1}) - 15.000 (y_{c1} - y_{r1}) + 40.000 (y_{r1} - y_1) = 0$$

$$250 \ddot{y}_{c2} + 200 (\dot{y}_{c2} - \dot{y}_{r2}) + 30.000 (y_{c2} - y_{r2}) = 0$$

$$20 \ddot{y}_{r2} - 200 (\dot{y}_{c2} - \dot{y}_{r2}) - 30.000 (y_{c2} - y_{r2}) + 40.000 (y_{r2} - y_2) = 0$$

d'où

$$\ddot{y}_{c1} + 0,8 (\dot{y}_{c1} - \dot{y}_{r1}) + 120 (y_{c1} - y_{r1}) = 0$$

$$\ddot{y}_{r1} - 10 (\dot{y}_{c1} - \dot{y}_{r1}) - 750 (y_{c1} - y_{r1}) + 2500 (y_{r1} - y_1) = 0$$

$$\ddot{y}_{c2} + 1,6 (\dot{y}_{c2} - \dot{y}_{r2}) + 120 (y_{c2} - y_{r2}) = 0$$

$$\ddot{y}_{r2} - 10 (\dot{y}_{c2} - \dot{y}_{r2}) - 1500 (y_{c2} - y_{r2}) + 2500 (y_{r2} - y_2) = 0$$

ceci nous donne également pour nos grandeurs de sortie les valeurs suivantes :

$$\theta = \frac{100}{245} (y_{c1} - y_{c2})$$

$$y_g = \frac{12}{1} y_{c1} + \frac{11}{1} y_{c2}$$

$$y_g = \frac{1}{3} y_{c1} + \frac{2}{3} y_{c2}$$

V.- EQUATIONS MACHINES.

V.1.- INTRODUCTION.

Pour assurer une simulation correcte de notre problème nous devons limiter les tensions de calcul afin qu'elles ne dépassent pas une tension de référence qu'on prendra égale à 10 V inférieure aux 15 volts correspondant à la tension de l'alimentation régulée disponible au laboratoire.

Nous devons fixer également la vitesse d'évolution du système pour éviter un temps trop long de calcul qui favoriserait les dérives dues à l'évolution de l'électronique au cours du temps.

En conséquence, nous devons adapter nos équations aux opérateurs. Ceci entraîne une mise à l'échelle des tensions et une mise à l'échelle du " temps machine ".

V.2. ECHELLE TEMPS.

Il est nécessaire de connaître approximativement la durée intéressante du problème et les fréquences propres du système.

La durée d'évolution sera limitée pour minimiser les dérives des amplificateurs (variation en fonction du temps de la tension et du courant d'offset) et aussi en raison de la valeur de la fréquence de coupure des amplificateurs opérationnels.

Elle sera donc comprise entre 5 et 50 s, résultats optimaux donnés par l'expérience ce qui nécessite des fréquences propres ramenées entre 0,1 et 2 Hz.

On doit donc faire un changement d'échelle temps pour être dans cette plage de fréquence.

$$\theta = Bt \quad \theta = \text{temps machine} \\ t : \text{temps réel.}$$

$B > 1$ il y a ralentissement du phénomène
si

$B < 1$ il y a accélération du phénomène.

V.3. ECHELLE TENSION

On fera évoluer les tensions de calcul dans leur plage utile de - 10 V à 10 V , pour éviter d'avoir des tensions trop faibles qui pourraient être confondues avec les erreurs statiques, ou noyées dans le bruit de fond.

Ceci entraîne le changement dit des valeurs maximales.

soit x_i une variable physique

K_i sa tension associée, nous aurons :

$$X_i = K_i x_i \quad \text{avec} \quad K_i = \left| \frac{X_{i\max}}{x_{i\max}} \right| = \frac{10}{|x_{i\max}|}$$

$$\text{d'où} \quad X_i = 10 \left| \frac{x_i}{x_{i\max}} \right|$$

$$\Rightarrow X_i \leq 10 \text{ volts}$$

- EVALUATION DES VALEURS MAXIMALES

Il nous faut donc évaluer pour les éléments châssis et roues les valeurs maximales des déplacements y_{ci} , y_{ri} , de leurs vitesses \dot{y}_{ci} , \dot{y}_{ri} et de leurs accélérations \ddot{y}_{ci} , \ddot{y}_{ri} à partir des équations suivantes :

$$\ddot{y}_{c_1} + 0.8 (\dot{y}_{c_1} - \dot{y}_{r_1}) + 120 (y_{c_1} - y_{r_1}) = 0$$

$$\ddot{y}_{r_1} - 10 (\dot{y}_{c_1} - \dot{y}_{r_1}) - 750 (y_{c_1} - y_{r_1}) + 2500 (y_{r_1} - y_1) = 0$$

$$\ddot{y}_{c_2} + 1.6 (\dot{y}_{c_2} - \dot{y}_{r_2}) + 120 (y_{c_2} - y_{r_2}) = 0$$

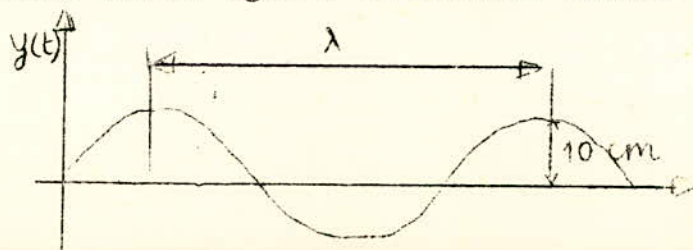
$$\ddot{y}_{r_2} - 10 (\dot{y}_{c_2} - \dot{y}_{r_2}) - 1500 (y_{c_2} - y_{r_2}) + 2500 (y_{r_2} - y_2) = 0$$

y_1 et y_2 sont les fonctions représentant le profil "en long" de la route.

En supposant que le véhicule roule sur une route à profil en long sinusoïdal, y_1 sera de la forme

$$y_1 = A \sin(\omega t + \varphi)$$

A sera choisi égal à 10 cm dans les cas défavorables.



Nous choisirons comme valeur de l'ondulation 2 m évaluation générale des routes.

Suivant la vitesse du véhicule sur ce profil de route la fréquence apparente du signal $y(t)$ varie suivant la formule.

$$f = \frac{V}{\lambda} \quad \omega = 2\pi \frac{V}{\lambda}$$

nous calculerons les valeurs maximales à 45 km/h par exemple pour une ondulation de $\lambda = 2$ m.

$$V = 45 \text{ km/h} \quad \approx 12 \text{ m/s} \quad f = 6 \text{ Hz}$$

$$y(t) = 0,1 \sin(\omega t + \varphi) = 0,1 \int_m e^{j(\omega t + \varphi)}$$

Les équations aux déplacements en régime forcé sous l'action des excitations simultanées $y_1(t)$ et $y_2(t)$ sont les suivantes.

$$-\omega^2 y_{c1} + j 0,8 \omega (y_{c1} - y_{r1}) + 120 (y_{c1} - y_{r1}) = 0$$

$$-\omega^2 y_{r1} - j 10 \omega (y_{c1} - y_{r1}) - 750 (y_{c1} - y_{r1}) + 2500 (y_{r1} - y_1) = 0$$

$$-\omega^2 y_{c2} + j 1,6 \omega (y_{c2} - y_{r2}) + 120 (y_{c2} - y_{r2}) = 0$$

$$-\omega^2 y_{r2} - j 10 \omega (y_{c2} - y_{r2}) - 1500 (y_{c2} - y_{r2}) + 2500 (y_{r2} - y_2) = 0$$

Nous négligerons la solution transitoire qui étant en exponentielle décroissante, disparaît rapidement pour ne conserver que la solution permanente.

Les modules de ces solutions permanentes sont égaux à :

$$y_{r1} = 2500 y_1 \frac{\sqrt{(120 - \omega^2)^2 + (0,8 \omega)^2}}{\sqrt{(\omega^4 - 3370 \omega^2 + 30 \cdot 10^4)^2 + \omega^2 (-9,2 \omega^2 + 2000)^2}}$$

$$y_{c1} = \frac{\sqrt{(120)^2 + (0,8 \omega)^2}}{\sqrt{(120 - \omega^2)^2 + (0,8 \omega)^2}} y_{r1}$$

$$y_{r2} = 2500 y_2 \frac{\sqrt{(120 - \omega^2)^2 + (1,6 \omega)^2}}{\sqrt{(\omega^4 - 4120 \omega^2 + 30 \cdot 10^4)^2 + \omega^2 (-11,6 \omega^2 + 4000)^2}}$$

$$y_{c2} = \frac{\sqrt{(120)^2 + (1,6 \omega)^2}}{\sqrt{(120 - \omega^2)^2 + (1,6 \omega)^2}} y_{r2}$$

soit une fréquence de 6 Hz correspondant à 45 km/h.

$$\text{sachant que : } \begin{array}{l} \overset{1}{y}_r \approx \omega y_r \\ \overset{1}{y}_c \approx \omega y_c \end{array} \qquad \begin{array}{l} \overset{''}{y}_r \approx \omega \overset{1}{y}_r \\ \overset{''}{y}_c \approx \omega \overset{1}{y}_c \end{array}$$

$$y_r \text{ max} = 0,095 \quad y_c = 0,21 y_1$$

$$y_c \text{ max} = 2,23 y_1 \qquad y_1 = y_2 = 10^{-1} \text{ m}$$

Nous obtenons les valeurs maximales suivantes :

	Elongation	Vitesse	Accélération
Chassis	$y_c = 0,021 \text{ m}$	$\overset{1}{y}_c = 0,79 \text{ m/S}$	$\overset{''}{y}_c = 29 \text{ m/S}^2$
Roues	$y_r = 0,223 \text{ m}$	$\overset{1}{y}_r = 8 \text{ m/S}$	$\overset{''}{y}_r = 316 \text{ m/S}^2$

Les valeurs trouvées ci-dessus ont été évaluées pour une vitesse de 45 km/h . Pour être sûr d'obtenir des courbes expérimentales d'amplitudes correctes, pour des vitesses pouvant descendre en dessous de 45 km/h nous prendrons comme valeurs maximales de nos différents paramètres :

	Elongation	Vitesse	Accélération
Chassis	$y_c = 0,05 \text{ m}$	$\overset{1}{y}_c = 1 \text{ m/S}$	$\overset{''}{y}_c = 40 \text{ m/S}^2$
Roues	$y_r = 0,5 \text{ m}$	$\overset{1}{y}_r = 10 \text{ m/S}$	$\overset{''}{y}_r = 400 \text{ m/S}^2$

Des valeurs maximales choisies ci-dessus nous tirons les facteurs d'achelles .

$$K_1 = \frac{10}{y_{c\text{max}}} = \frac{10}{0,05} = 200 \text{ V/m}$$

$$H_1 = \frac{10}{y_{r\text{max}}} = \frac{10}{0,5} = 20 \text{ V/m}$$

$$K_2 = \frac{10}{\overset{1}{y}_{c\text{max}}} = \frac{10}{1} = 10 \text{ V/m/S}$$

$$H_2 = \frac{10}{\overset{1}{y}_{c\text{max}}} = \frac{10}{10} = 1 \text{ V/m/S}$$

$$K_3 = \frac{10}{\overset{''}{y}_{c\text{max}}} = \frac{10}{40} = 0,25 \text{ V/m/S}^2$$

$$H_3 = \frac{10}{\overset{''}{y}_{c\text{max}}} = \frac{10}{400} = 10 \text{ V/m/S}^2$$

V.4.- ECRITURE DES EQUATIONS MACHINES

Nos équations réelles se mettent sous la forme :

$${}''y_{ci} = f_1 ({}^i y_{ci} , {}^i y_{ri} , y_{ci} , y_{ri}) \quad i = 1,2$$

$${}''y_{ri} = f_2 ({}^i y_{ci} , {}^i y_{ri} , y_{ci} , y_{ri} , y_i)$$

4.1.- Echelle tension.

Si nous procédons au changement de variable tension décrit au paragraphe précédent , nous obtenons les tensions suivantes :

$$\begin{aligned} Y_{ci} &= K_1 y_{ci} & Y_{ri} &= H_1 y_{ri} \\ {}^i Y_{ci} &= K_2 {}^i y_{ci} & {}^i Y_{ri} &= H_2 {}^i y_{ri} \\ {}'' Y_{ci} &= K_3 {}'' y_{ci} & {}'' Y_{ri} &= H_3 {}'' y_{ri} \end{aligned}$$

Ces élongations vitesses accélérations ont chacune une tension proportionnelle à leur valeur réelle.

Nos équations s'exprimeront en fonction des tensions, comme suit :

$${}'' Y_{ci} = K_3 f_1 \left(\frac{{}^i Y_{ci}}{K_2} , \frac{{}^i Y_{ri}}{H_2} , \frac{Y_{ci}}{K_1} , \frac{Y_{ri}}{H_1} \right)$$

$${}'' Y_{ri} = H_3 f_2 \left(\frac{{}^i Y_{ci}}{K_2} , \frac{{}^i Y_{ri}}{H_2} , \frac{Y_{ci}}{K_1} , \frac{Y_{ri}}{H_1} \right)$$

Les équations sont donc :

$${}'' Y_{c1} + 0,8 \left(\frac{K_3}{K_2} {}^i Y_{c1} - \frac{K_3}{H_2} {}^i Y_{r1} \right) + 120 \left(\frac{K_3}{K_1} Y_{c1} - \frac{H_3}{H_1} Y_{r1} \right) = 0$$

$${}'' Y_{r1} - 10 \left(\frac{H_3}{K_2} {}^i Y_{c1} - \frac{H_3}{H_2} {}^i Y_{r1} \right) - 750 \left(\frac{H_3}{K_1} Y_{c1} - \frac{H_3}{H_1} Y_{r1} \right) + 2500 \frac{H_3}{H_1} (Y_{r1} - Y_1) = 0$$

$${}'' Y_{c2} + 1,6 \left(\frac{K_3}{K_2} {}^i Y_{c1} - \frac{K_3}{H_2} {}^i Y_{r1} \right) + 120 \left(\frac{K_3}{K_1} Y_{c1} - \frac{H_3}{H_1} Y_{r1} \right) = 0$$

$${}'' Y_{r2} - 10 \left(\frac{H_3}{K_2} {}^i Y_{c2} - \frac{H_3}{H_2} {}^i Y_{r2} \right) - 1500 \left(\frac{H_3}{K_1} Y_{c2} - \frac{H_3}{H_1} Y_{r2} \right) + 2500 \frac{H_3}{H_1} (Y_{r2} - Y_2) = 0$$

4.2.- Echelle temps

4.2.1.- Choix du B

Les fréquences propres de notre système évaluées à partir d'un découplage théorique des équations du système nous donne :

pour Yc	$\omega^2 = 120$	fc = 1,74 Hz
Yr ₁	$\omega^2 = 3250$	fr ₁ = 9,07 Hz
Yr ₂	$\omega^2 = 4000$	fr ₂ = 10,07 Hz

-Pour ramener ces valeurs dans la bonne plage de fréquence de 0,1 à 2 Hz nous prendrons un facteur d'échelle B égal à 10 ce qui revient pour la vitesse de tracé des courbes expérimentales à ralentir le phénomène réel de 10 fois sa valeur.

- Le changement de variable temps se fera sur chaque intégrateur.

$$y_{ci}' = \int y_{ci}'' dt \quad \theta = Bt \quad dt = \frac{1}{B} d\theta$$

$$y_{ci}' = \frac{1}{B} \int y_{ci}'' d\theta$$

avec le changement d'échelle tension

$$Y_{ci}' = \frac{K_2}{K_3} \int Y_{ci}'' d\theta$$

4.2.2.- Choix du produit RC

Lorsqu'un intégrateur de constante de temps RC est attaqué par une tension de la forme

$$e = A \sin(\omega t)$$

la sortie est de la forme

$$s = \frac{A}{\omega RC} \cos(\omega t)$$

Nous choisirons des $\omega RC \leq 1$ pour que les maxima atteints aux divers points du circuit de calcul ne soient pas trop différents entre eux.

L'amplitude du signal de sortie étant ainsi sensiblement égale à celle de l'entrée.

Cela nous impose donc le choix des RC.

pour Yc	f = 0,17 Hz	RC $\leq \frac{1}{\omega} = 0,9$ s.
Yr	f = 1 Hz	RC $\leq \frac{1}{\omega} = 0,15$ s.

Les fréquences propres machines étant divisées par 10 nous choisirons un produit RC commun tel que $RC = 0,1$. d'où

$$Y_{c_1} = \frac{20}{10} \int \dot{Y}_{c_1} d\theta = 2 \int \dot{Y}_{c_1} d\theta = 0,2 \times 10 \int \dot{Y}_{c_1} d\theta$$

$$\dot{Y}_{c_1} = \frac{40}{10} \int \ddot{Y}_{c_1} d\theta = 4 \int \ddot{Y}_{c_1} d\theta = 0,4 \times 10 \int \ddot{Y}_{c_1} d\theta$$

$$Y_{r_1} = 0,2 \times 10 \int \dot{Y}_{r_1} d\theta$$

$$\dot{Y}_{r_1} = 0,4 \times 10 \int \ddot{Y}_{r_1} d\theta$$

$\frac{1}{RC} = 10$: le gain de l'intégrateur

Nous obtenons finalement les équations suivantes :

$$0,4 \ddot{Y}_{c_1} + 0,8 \times 0,1 (0,1 \ddot{Y}_{c_1} - \ddot{Y}_{r_1}) + 0,6 (0,1 Y_{c_1} - Y_{r_1}) = 0$$

$$0,4 \ddot{Y}_{r_1} - 0,1 (0,1 \dot{Y}_{c_1} - \dot{Y}_{r_1}) - 0,6 \times 0,625 (0,1 Y_{c_1} - Y_{r_1}) + 1,25 (Y_{r_1} - Y_1) = 0$$

$$0,4 \ddot{Y}_{c_2} + 0,16 (0,1 \dot{Y}_{c_2} - \dot{Y}_{r_2}) + 0,75 \times 0,8 (0,1 Y_{c_2} - Y_{r_2}) = 0$$

$$0,4 \ddot{Y}_{r_2} - 0,16 \times 0,625 (0,1 \dot{Y}_{c_2} - \dot{Y}_{r_2}) - 0,75 (0,1 Y_{c_2} - Y_{r_2}) + 1,25 (Y_{r_2} - Y_2) = 0$$

Les équations obtenues ci-dessus nous conduisent à réaliser le schéma "calcul" correspondant à la figure n° V.1. La réalisation pratique de ce schéma synoptique sera décrite au chapitre suivant.

Pour résoudre ces équations nous avons besoin d'un signal simulant la route.

V.5.- SIMULATION DU PROFIL DE LA ROUTE.

5.1.- Introduction.

Les roues du véhicule doivent subir les effets de la route. Nous simulerons cette dernière, par des signaux électriques dit "signaux d'excitations" (y_1 et y_2 avec notations)

Suivant que la longueur d'onde de l'ondulation de la route est différente ou égale à l'empattement des roues on voit que les roues décrivent deux sinusoides en phase, ou décalés dans le temps.

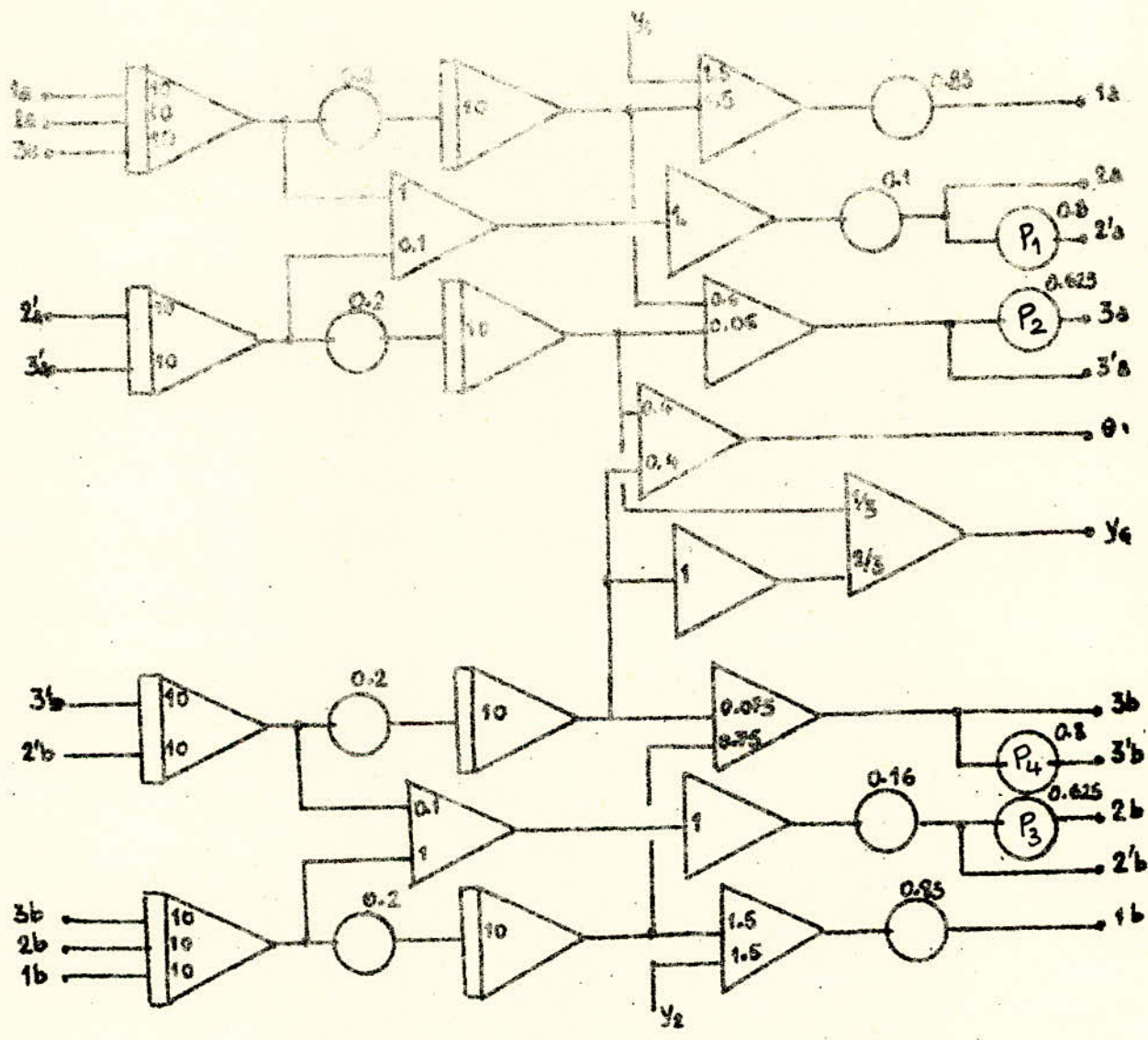
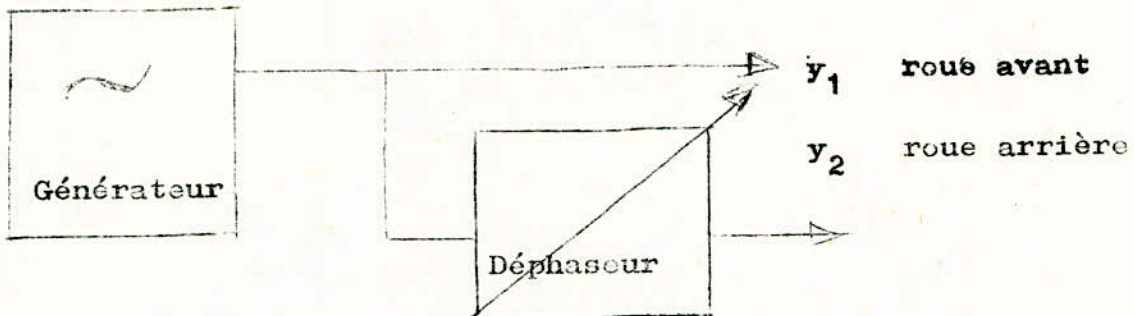


FIG. V.1. SCHEMA CALCUL

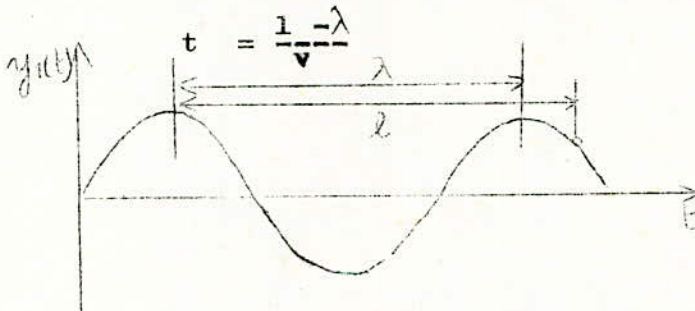
Pour réaliser ces 2 signaux déphasés à partir du seul générateur d'impulsion sinusoïdal mis à notre disposition, nous avons du mettre au point un déphaseur et utiliser l'ensemble suivant le schéma ci-dessous.



5.2.- Réalisation du déphaseur.

5.2.1.- Déphasage.

A un instant donné, les roues avant sont excitées par un signal $y_1(t)$, alors que les roues arrières subiront le même effet à un temps Δt plus tard qui s'exprime par



l étant l'empattement des roues
l'ondulation de la route

Le déphasage entre les deux signaux est donné par

$$\varphi = 2\pi \frac{\Delta t}{T}$$

$T = \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ v: étant la vitesse du véhicule

T est la période relative du signal traduisant la route.

Soit alors le déphasage.

$$\varphi = 2\pi \frac{l - \lambda}{\lambda}$$

5.2.2. Application au cas où $\lambda = 2$ m

Sachant que l'empattement est de 2,45 m alors

$$\varphi = 1,41 \text{ rd} = 81^\circ$$

Le même déphasage doit être conservé pour les différentes vitesses du véhicule, sur une route à ondulations constantes.

La plage de fréquences correspondant à celle des vitesses envisagées est explicitée dans le tableau ci-dessous grâce à la formule $f = \frac{v}{\lambda}$

Vitesse	Fréquences réelles	Fréquences Machine
2 m/s = 7,2 km/h	1 Hz	0,1 Hz
20 m/s = 72 km/h	10 Hz	1 Hz

Il est rappelé que les fréquences machines sont divisées par $B = 10$ car nous avons ralenti de 10 fois le phénomène réel lors de la simulation (se référer au paragraphe V.4.)

Le déphasage constant dans cette plage de fréquences sera obtenu en utilisant un réseau à retard de phase qu'on placera pour les roues arrières.

Son schéma est donné figure V.2 a

Sa fonction de transfert est

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{1 + R_1 C P}{1 + (R_2 + R_1) C P} \quad \text{d'où} \quad \frac{V_s}{V_e} = \frac{1 + j R_1 C \omega}{1 + j (R_1 + R_2) \omega}$$

$$t_g \varphi = - \frac{R_2 C \omega}{1 + R_1 (R_1 + R_2) C^2 \omega^2}$$

Son diagramme de Bode est donné figure V.2.b

On ajustera R_2 pour chaque fréquence, donc pour chaque vitesse pour obtenir un déphasage constant.

Le signal en sortie subit une atténuation de AdB que l'on doit pallier grâce à un amplificateur, car nous avons supposé l'amplitude des ondulations de la route constante. Un amplificateur opérationnel, monté en suiveur de gain

$G = \frac{1}{\text{AdB}}$ ramenera la sortie au niveau d'entrée du déphaseur.

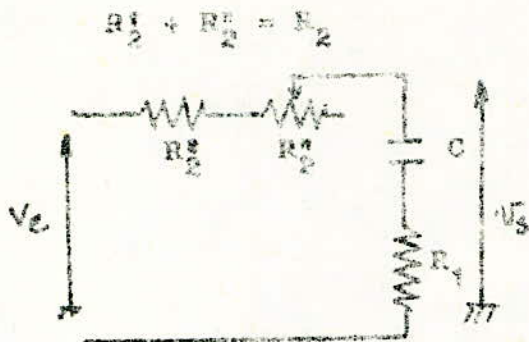
Son schéma est donné figure V.3.

nous prendrons donc comme résistances

$$R'_4 = 4,7 \text{ k}\Omega$$

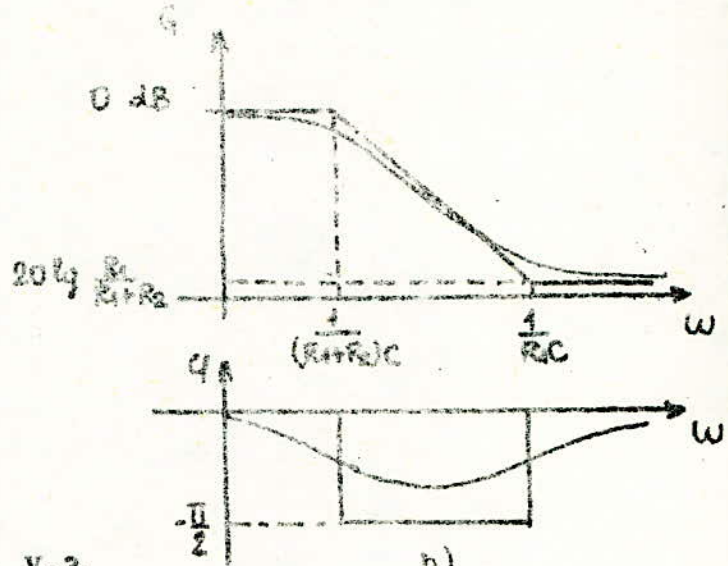
R''_4 un potentiomètre de 100 k Ω

L'action de la route sur la suspension peut finalement être simulée par l'action simultanée des signaux d'entrée $y_1(t)$ et $y_2(t)$ obtenus grâce au montage figure V.4.

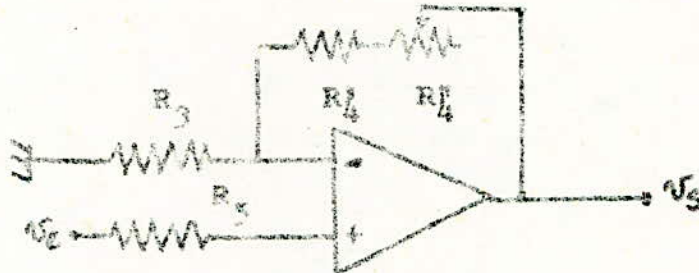


a)

FIG. V.2.



b)



$R_4 = R_4^1 + R_4^2$

FIG. V.3.

Les résistances sont exprimées en k

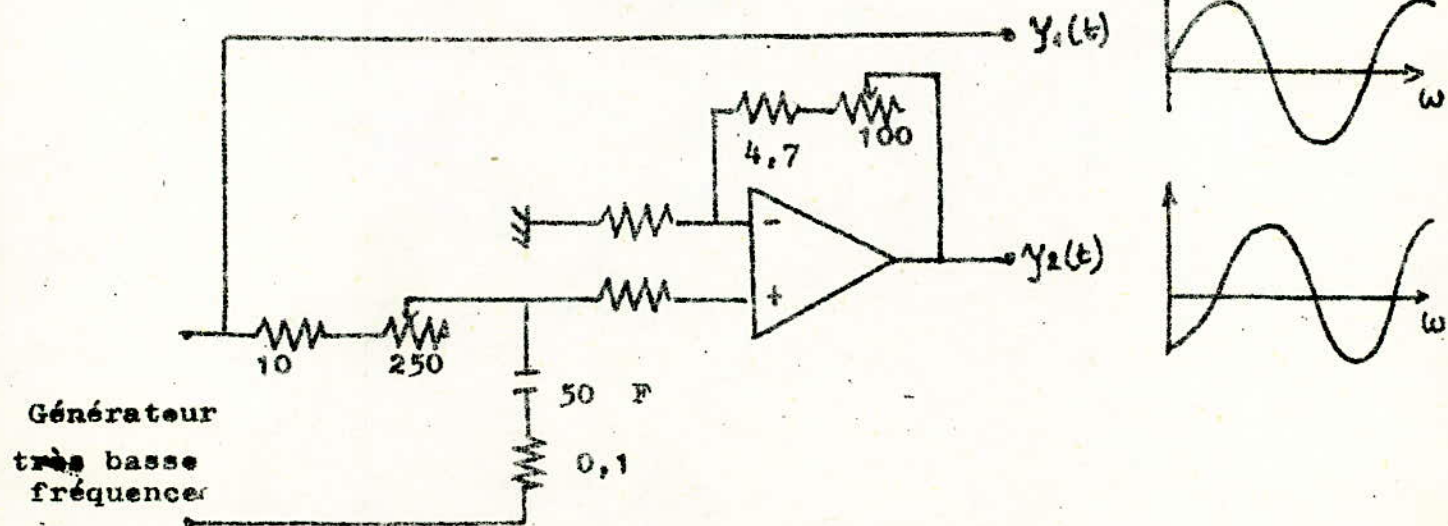


FIG. V.4.

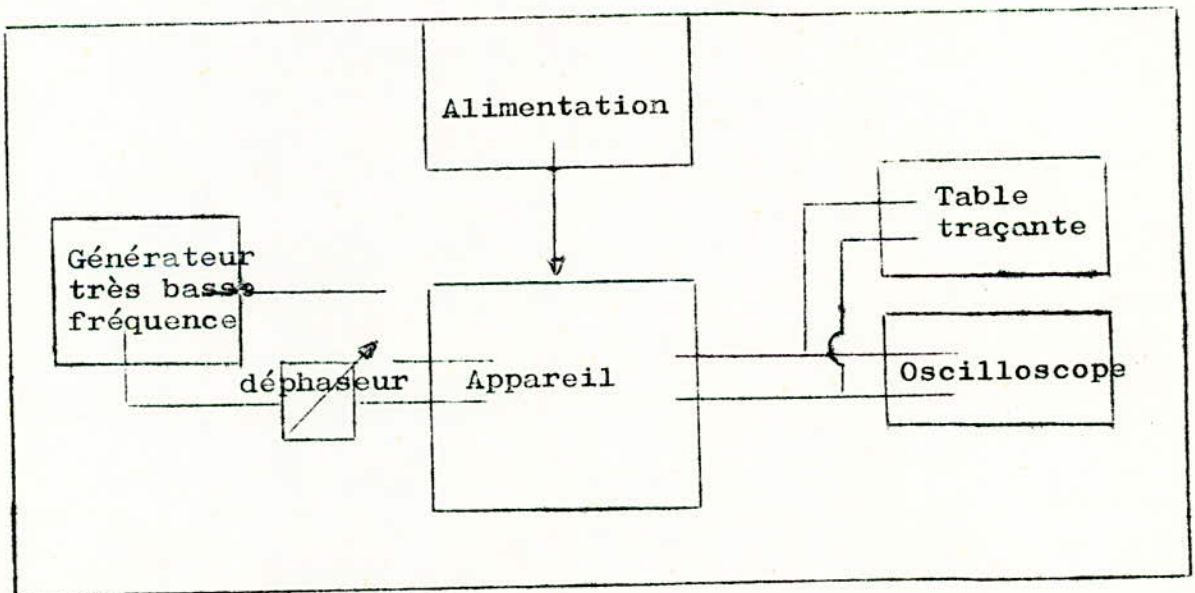
VI.- REALISATION PRATIQUE.

VI.1.- INTRODUCTION.

A notre appareil doivent être adjoints des organes périphériques.

- 1.- une alimentation pour le fonctionnement de l'appareil.
- 2.- un générateur très basse fréquence avec un déphaseur pour simuler la route.
- 3.- un oscilloscope pour la vérification de ces signaux avant l'enregistrement.
- 4.- une table traçante pour enregistrer les signaux obtenus.

L'implantation générale de l'ensemble peut être représenté par le schéma synoptique sur la figure



les diverses fonctions nécessaires pour traiter notre problème sont à base d'amplificateurs opérationnels.

VI.2.- AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL.

Il tire son nom de ses premières applications qui furent la résolution d'opérations mathématiques.

Son fonctionnement est défini à partir de ses caractéristiques statiques et dynamiques.

On l'utilise fréquemment en raison des avantages suivants :

- grande impédance d'entrée $> 10^4$
- faible impédance de sortie $< 250 \Omega$
- grand gain en tension $> 10^4$
- grande stabilité

La précision dépend des éléments de calcul composant les circuits de contre réaction.

2.1.- le $\mu A741$

Dans notre réalisation nous avons utilisé l'amplificateur opérationnel type $\mu A741$ présentant les avantages suivants sur les autres amplificateurs opérationnels à notre disposition.

Aucun élément extérieur de compensation en fréquence n'est nécessaire.

Sa sortie est protégée contre les court circuits permanents.

L'entrée ne redoute pas les éventuels blocages qu'introduit la saturation.

Les tensions d'entrée différentielles sont accrues.

Une méthode simple permet l'annulation de la tension de décalage.

2.1.1. Présentation.

Il se présente sous la forme d'un boîtier, voir fig. VI.1a.

- borne 2 : entrée inverseuse
- borne 3 : entrée non inverseuse
- borne 4 : alimentation - V_e
- borne 7 : alimentation + V_a
- borne 6 : sortie de l'amplificateur

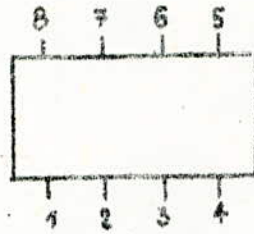
Entre la borne 1 et la borne 5, nous devons brancher un potentiomètre de $10 k\Omega$

2.1.2.- Constitution du $\mu A741$

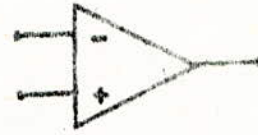
voir fig. IV.1.C).

Cet amplificateur comporte 3 étages principaux.

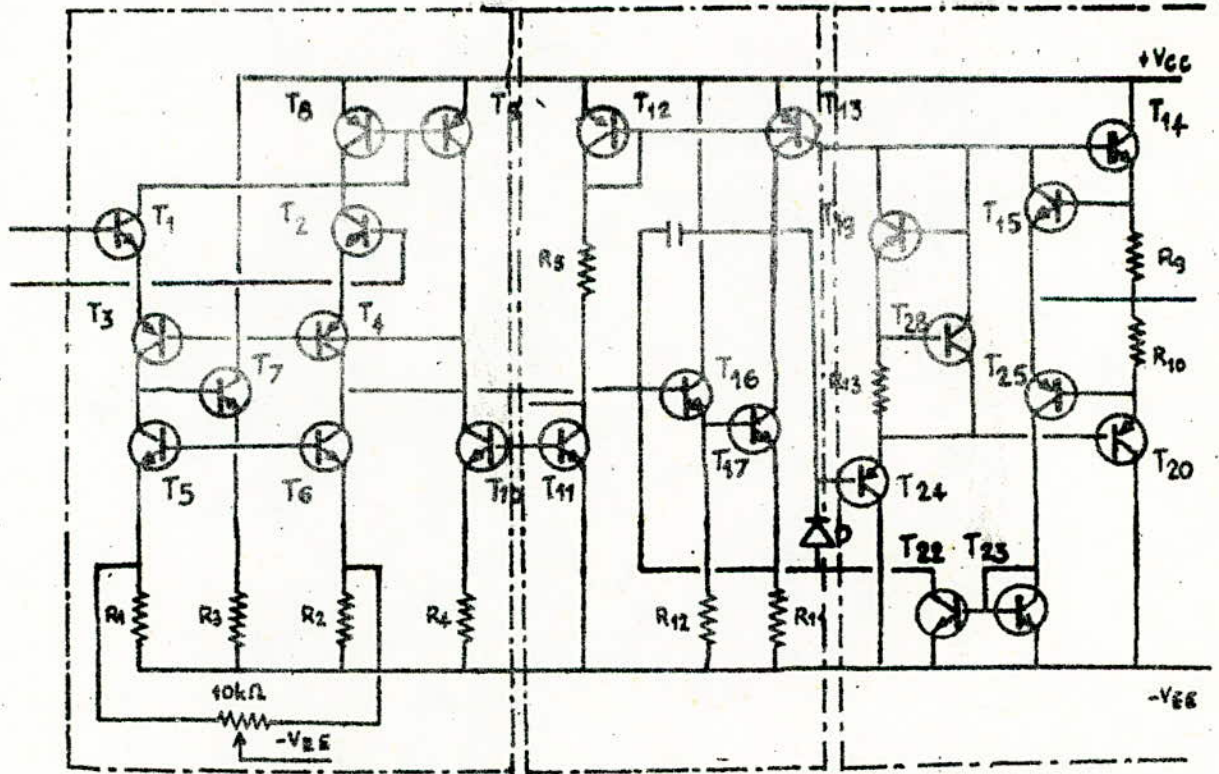
FIGURE IV.1 - SCHEMA DU p A 741



BROCHAGE A)



SYMBOLE B)



CONSTITUTION C)

- un étage différentiel d'entrée constitué de 2 transistors d'entrée symétrique dont les émetteurs sont alimentés à courant constant par l'intermédiaire d'un montage très stable en température . Celui-ci attribue à l'amplificateur une grande impédance d'entrée.
- 2 bornes de sortie sont prévues pour y brancher un potentiomètre dont le point milieu est à relier à la tension d'alimentation négative. Le réglage de ce potentiomètre permet de corriger le léger déséquilibre existant entre les 2 entrées , donc de compenser la tension et le courant de décalage.
- Le deuxième étage est un étage intermédiaire. Il amplifie la tension différentielle d'entrée tout en présentant une grande stabilité. La compensation en fréquence se fait à l'aide d'une capacité intégrée branchée en contre réaction entre le collecteur du transistor T17 et la base du transistor T16
- Le troisième étage est un étage de sortie push pull constitué de transistors complémentaires; il délivre une tension de sortie continue nulle lorsque la tension différentielle d'entrée est nulle.

2.1.3.- Caractéristiques principales du $\mu A741$

gain en boucle ouverte	10^5
impédance d'entrée	1 M Ω
impédance de sortie	75 Ω
puissance de dissipation maximale.....	100 mW
produit gain bande	1 MHz
tension d'alimentation.....	$\pm 5 \div \pm 22V$
courant de décalage à l'entrée.....	30 nA
tension de décalage à l'entrée.....	2 mV
coefficient de température du courant de décalage à l'entrée.....	50 pA/C
coefficient de température de la tension de décalage à l'entrée	3 $\mu V/^{\circ}C$

2.1.4.- Réglages à opérer sur un amplificateur opérationnel annulation de la tension de décalage

Cette tension de décalage est une tension parasite qui est la somme de multiples phénomènes tels que dissymétrie, tension de contact.....

On peut compenser cette tension à une température donnée en jouant sur l'équilibrage de l'amplificateur.

L'annulation de cette tension pour le $\mu A741$ s'effectue à l'aide d'un simple potentiomètre de $10\text{ k}\Omega$ connecté entre les bornes 1 et 5, le curseur étant relié au moins de l'alimentation se référer à la figure VI.2.

Annulation du courant de décalage.

Il n'y a pas de relation entre les courants et les tensions de décalage.

Ces courants sont la somme de multiples phénomènes, courant inverse de jonction, dérive thermique, etc...

La valeur de ces courants ramenée en entrée est donnée par le constructeur.

Soit le montage inverseur donnée à la figure VI.3. que nous avons utilisé.

En écrivant les équations de ce montage nous obtenons :

$$V_s = Z_2 i_- - Z \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1} \right) i_+$$

L'idéal serait d'avoir $V_s = 0$

$$\Rightarrow Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \frac{i_-}{i_+} \quad \text{habituellement } i_- = i_+$$

donc pour supprimer l'erreur due au courant de décalage nous prendrons :

$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Protection à l'entrée

Ce type de protection, schématisé à la figure VI.4 vise à empêcher un dépassement des tensions d'entrées différentielles maximales.

On réalisera une protection efficace à l'aide de 2 diodes type 2 P 15. La tension d'entrée différentielle est ainsi limitée vers 0,6 volt, pour que nos calculs se fassent dans la partie linéaire de la caractéristique de transfert de l'amplificateur opérationnel.

Elle représente la tension de sortie en fonction de la tension différentielle d'entrée.

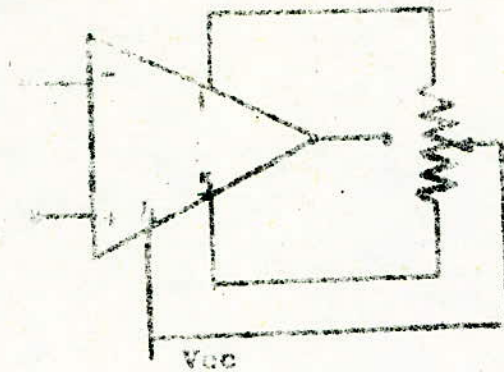


FIG. VI.2

COMPENSATION DE LA TENSION D'OFFSET

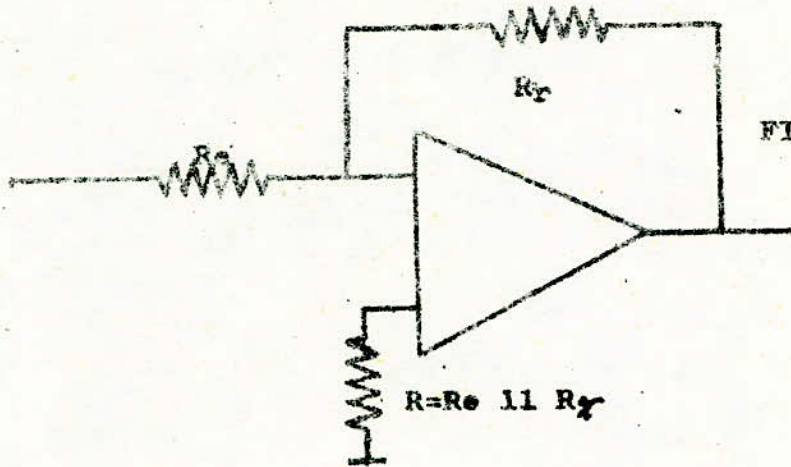


FIG. VI.3

COMPENSATION DU COURANT D'OFFSET

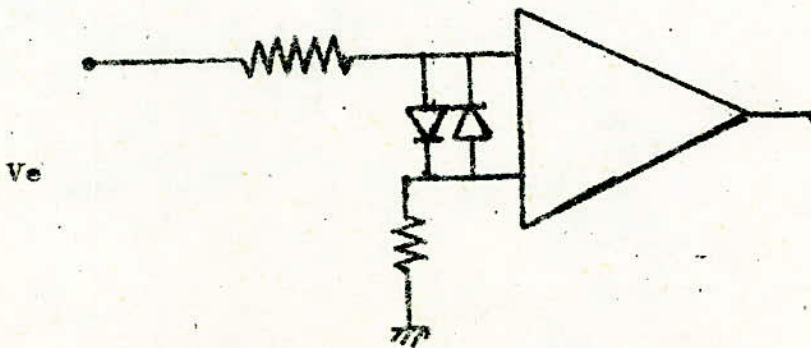


FIG. VI.4

PROTECTION A L'ENTREE

2.2. Précaution prise pour l'alimentation des circuits

- découpage -

Les alimentations ± 15 volts doivent présenter de bonnes **caractéristiques** de régulation et être relativement exemptes de composantes de bruit et d'ondulation.

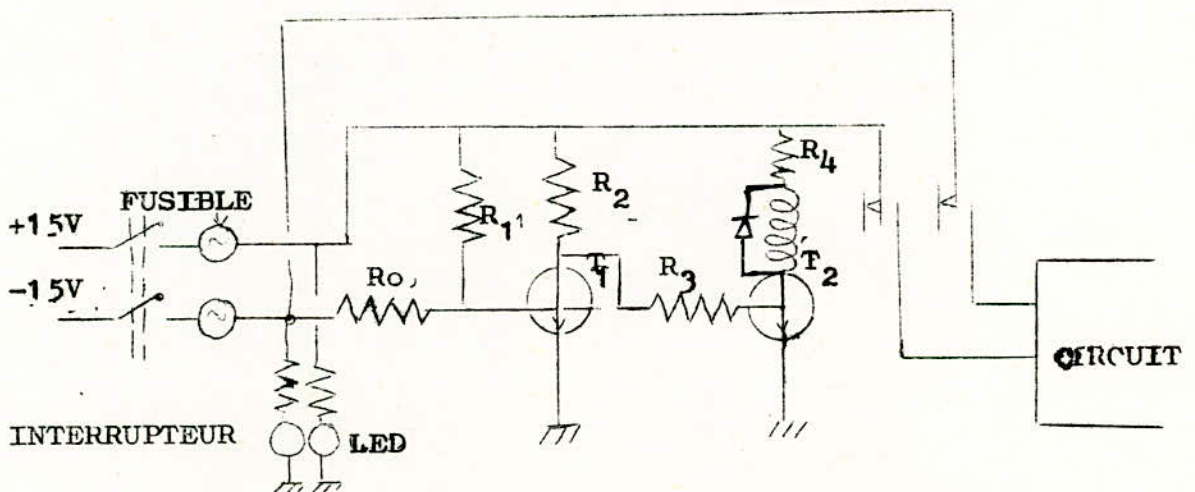
L'influence des imperfections des alimentations sera réduite par un découplage à l'aide de capacités céramiques de 10 nF sur chaque amplificateur, montage donné par la figure..

- Sécurité -

Les signaux de sortie y_g et θ ne peuvent être corrects que si les amplificateurs opérationnels sont alimentés d'une façon symétrique (dans notre cas).

Pour éviter d'obtenir de faux résultats dus à une défaillance de l'une des deux alimentations stabilisée fournissant le + 15 V et - 15 V un dispositif de sécurité a été mis au point.

Il coupe l'alimentation des amplificateurs opérationnels dès qu'une tension d'alimentation atteint une valeur anormalement basse. Le montage du schéma de la sécurité est donné par la figure ci-dessous.



Si l'une des tensions diminue le transistor T_2 se bloque et le relais ouvre les interrupteurs.

Les résistances ont été calculées pour que les 2 transistors 2 N 2219 A et le relais 12 volts 15 mA fonctionnent correctement. Ceci nous conduit à prendre les valeurs suivantes :

$$R_0 = 4,7 \text{ k}\Omega \quad R_1 = 10 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 150 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 270 \Omega \quad R_4 = 2 \Omega$$

2.3.- Opérateurs de calcul

Le schéma type d'emploi d'un amplificateur opérationnel dans un calculateur analogique est donné par la figure..

e_i : tension d'entrée

Z_i : impédance d'entrée

Z_r : impédance de contre réaction

Si nous considérons l'amplificateur comme idéal c'est à dire ayant un gain et une impédance d'entrée infinis, alors le courant i_e et la tension V_e seront nuls.

$$i_R = \sum_{j=i}^n i_j \quad i_R = -\frac{V_s}{Z_r}$$

d'où l'équation fondamentale

$$V_s(p) = - \sum_{i=1}^n \frac{Z_r(p)}{Z_i(p)} e_i(p) \quad H_i(p) = \frac{Z_r(p)}{Z_i(p)}$$

$$V_s(p) = - \sum_{i=1}^n H_i(p) e_i(p)$$

nous appliquerons cette équation aux :

- SOMMATEUR -

Le montage de cet opérateur est donné à la figure VI.6.

$$Z_i = R_i \quad Z_r = R_0 \quad V_s(p) = \sum_{i=1}^n \frac{R_0}{R_i} e_i(p)$$

$$d'où \quad V_s(t) = - \left[\frac{R_0}{R_1} e_1(t) + \frac{R_0}{R_2} e_2(t) + \dots + \frac{R_0}{R_n} e_n(t) \right]$$

En prenant un cas particulier.

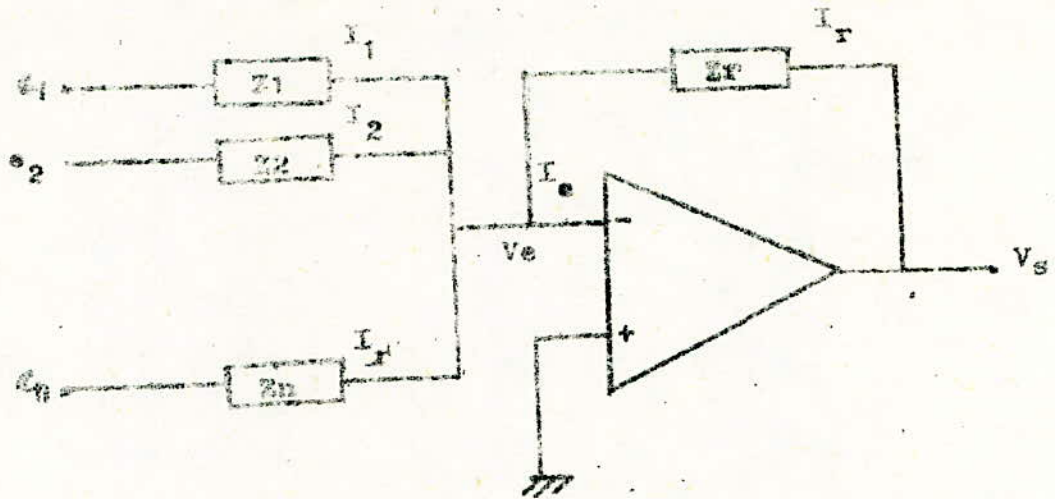


FIG. VI.5 -

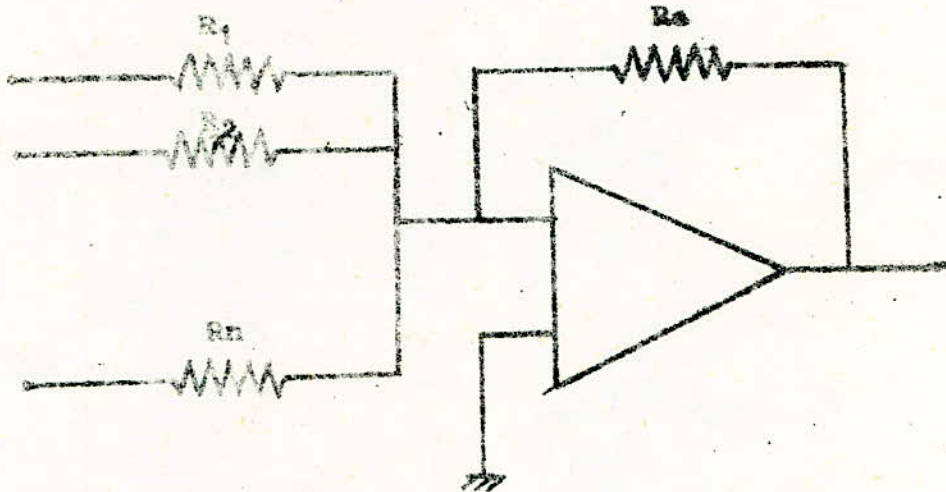


FIG. VI.6 *r* MONTAGE SOMMATEUR

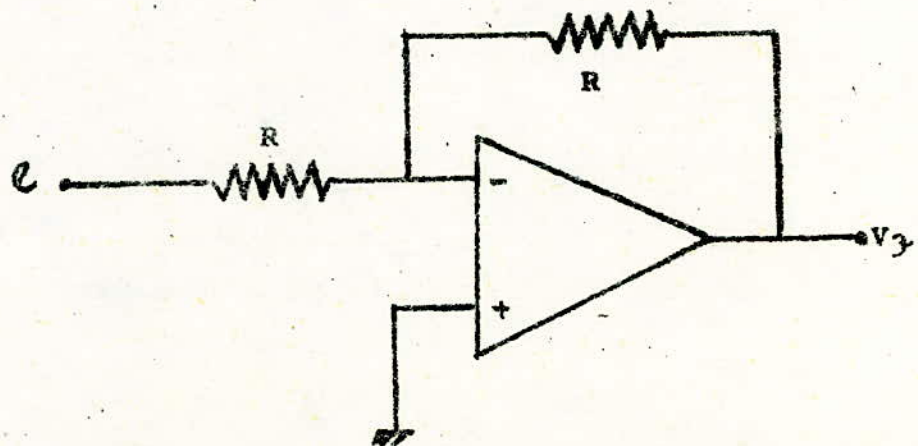


FIG. VI.7. MONTAGE INVERSEUR

- INVERSEUR -

Le montage de cet opérateur est donné à la figure VI.7

$$\begin{aligned} Z_i &= R_1 \\ Z_r &= R_1 \end{aligned} \quad V_s(t) = - e(t)$$

- INTEGRATEUR -SOMMATEUR -

Le montage de cet opérateur est donné à la figure VI.10

$$\begin{aligned} Z_i &= R_i \\ Z_r &= \frac{1}{C_p} \end{aligned} \quad \text{d'où} \quad H_i(p) = \frac{1}{R_i C_p}$$

$$V_s(p) = - \frac{1}{R_i C_p} e_i(p)$$

$$V_s(t) = - \frac{1}{C} \int_0^t \frac{e_i(t)}{R_i} dt$$

Il y a cumul de deux fonctions, la sommation fig.VI.6 et l'intégration fig. VI.9.

- DERIVATEUR -

classiquement nous prenons :

$$Z_i = \frac{1}{C_p} \quad H_i(p) = R_o C_p$$

$$\begin{aligned} Z_o &= R_o \\ V_s(p) &= \sum RC p e_i(p) \\ V_s(t) &= RC \frac{d}{dt} e_i(t) \end{aligned}$$

Ce montage amplifie considérablement les variations de tension à grande pente, notamment les parasites et les bruits. Ce qui nous amène à utiliser le montage de la figure VI.8.

$R_1 = 220 \Omega$ est négligeable devant l'impédance de C_1 et l'impédance de $C_2 = 47 \text{ nF}$ est très grande devant R_2 , donc à un effet négligeable sur R_2

2.3.5.- Erreurs sur les opérateurs de calcul.

L'amplificateur opérationnel réel possède un certain nombre d'imperfections que l'on représente comme suit :

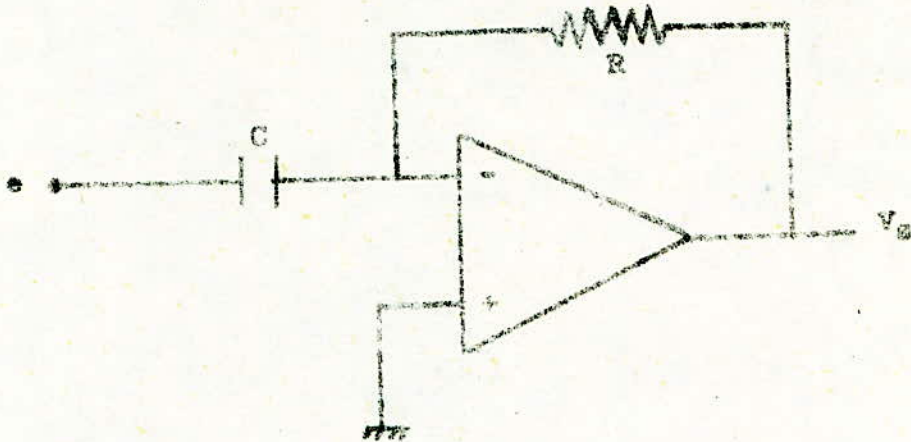


FIG. VI.8. MONTAGE DERIVATEUR

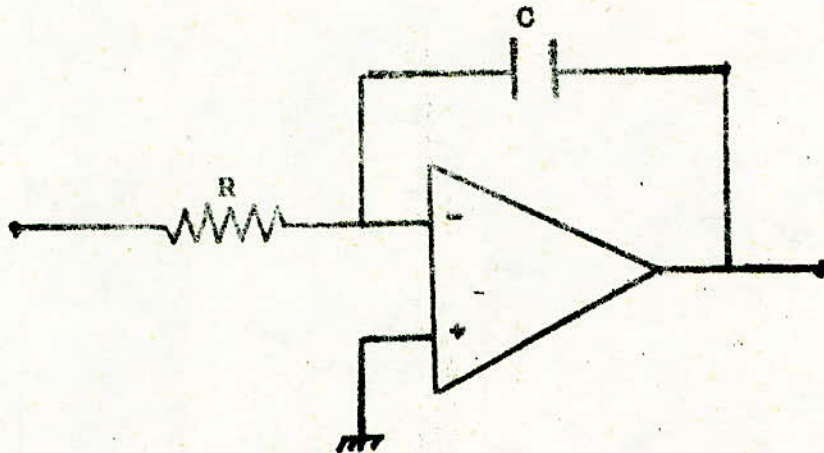


FIG. VI.9. MONTAGE INTEGRATEUR

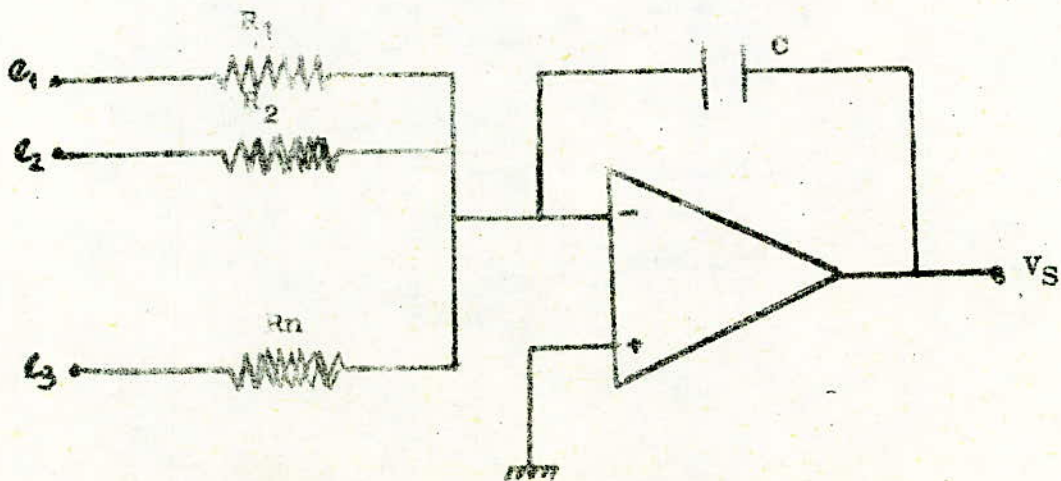
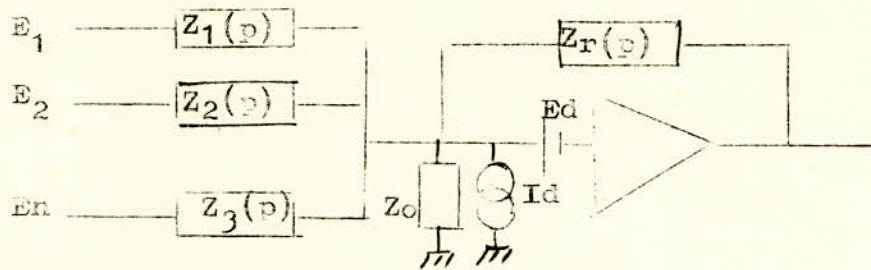


FIG. VI.10 MONTAGE SOMMATEUR INTEGRATEUR



Ed représente la tension de décalage

Id représente le courant de décalage

Pour simplifier le schéma on considèrera Ze l'impédance d'entrée, comme une impédance de calcul reliée à une tension d'entrée unique Eeq

Par application du théorème de Thévenin Eeq est Zeq sont définis par :

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_e} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{Z_i}$$

$$E_{eq} = Z_{eq} \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{Z_i}$$

En appliquant le principe de superposition des états linéaires au schéma équivalent, on trouve

$$S(p) = \frac{- E_{eq} \frac{Z_o}{Z_{eq}} - E_d \left(1 + \frac{Z_o}{Z_{eq}} \right) - Z_o i_d}{1 + \frac{1}{A} \left(1 + \frac{Z_o}{Z_{eq}} \right)}$$

Sachant que les tensions et courant de décalage Ed et Id ont des variations limitées, et que la valeur du gain est considérable, on peut apporter la simplification suivante

$$S(p) = - E_{eq} \frac{Z_o}{Z_{eq}} \times \frac{1}{1 + \frac{1}{A} \left(1 + \frac{Z_o}{Z_{eq}} \right)} - E_d \left(1 + \frac{Z_o}{Z_{eq}} \right) - Z_o i_d$$

En comparant cette expression à celle utilisée pour un amplificateur opérationnel idéal

$$S(p) = - E_{eq} \frac{Z_o}{Z_{eq}}$$

nous voyons apparaître trois types d'erreurs.

- une erreur due à la dérive en tension

$$\Delta S_v = E_d \left(1 + \frac{Z_o}{Z_{eq}} \right)$$

- une erreur due à la dérive en courant

$$\Delta SI = Z_0 I_d$$

- une erreur due à la valeur finie du gain

$$\Delta SA = E_{eq} \frac{Z_0}{Z_{eq}} \frac{\frac{1}{A} \left(1 + \frac{Z_0}{Z_{eq}} \right)}{1 + \frac{1}{A} \left(1 + \frac{Z_0}{Z_{eq}} \right)}$$

-Application à l'intégrateur utilisé

$$\Delta S_v(p) = -E_d \left(1 + \frac{1}{R_{eq}} C_p \right)$$

$$\text{d'où } S_v(t) = -E_d - \frac{E_d}{R_{eq}} \frac{t}{C}$$

$$\Delta SI(p) = -\frac{1}{C_p} I_d$$

$$\text{d'où } \Delta SI(t) = -\frac{I_d}{C} t$$

Pour une vitesse d'intégration $\frac{1}{RC}$ donnée la dérive est inversement proportionnelle à la valeur de la capacité C, on a alors intérêt à utiliser de fortes capacités.

Remarque

Nous avons constaté, que pratiquement lorsque la tension d'offset et le courant n'étaient pas bien annulés la sortie prenait la valeur de la tension d'alimentation sans qu'il y ait de signal à l'entrée.

VI.3. CIRCUIT IMPRIME

3.1. Plaquettes modulaires

Pour réaliser pratiquement notre schéma calcul, nous l'avons "découper" en sous ensembles fonctionnels constitués par des plaquettes modulaires. Celles-ci sont assemblées dans un boîtier modèle standard : un rack C.A.M.A.C 3 unités.

La forme géométrique de ^{ce} rack a donc imposé le dimensionnement des plaquettes sur lesquelles nous avons fait imprimer par procédé photoélectrique le chemin conducteur de notre schéma calcul.

Nous avons ainsi conçu 10 plaquettes

- 4 plaquettes nommées "équa.diff."

module résolvant chacun une équation différentielle du second ordre non couplée

- 1 plaquette "couplage"

module faisant apparaître les couplages comme son nom l'indique, entre les équations différentielles.

- 1 plaquette "combin sortie"

module nous donnant les grandeurs de sortie θ et y_g .

- 3 plaquettes "dériv sortie"

module fabriquant les dérivées \dot{y}_g et $\dot{\theta}$ à partir de y_g et θ en vue de tracer ces courbes dans l'espace des phases et permettant d'aiguiller sans atténuation un même signal de sortie vers différents dispositifs (traceur , oscilloscope etc...)

- 1 plaquette de connexion

module établissant le chemin conducteur entre les différentes plaquettes et les 2 panneaux avant et arrière.

3.2.- Etude détaillée des plaquettes

3.2.1.- Introduction.

Nous avons formé le chemin conducteur de nos plaquettes sur papier spécial, à l'aide d'un scotch noir et de pastilles autocollantes.

Pour des raisons de commodités pratiques, nous avons travaillé à l'échelle deux. Une réduction photographique minimisant ainsi les petites imperfections manuelles de tracé.

Le tracé définitif des plaquettes de circuit imprimé sur verre époxy a été obtenu de façon classique.

3.2.2. Plaquette "équa diff "

La réalisation pratique correspond au schéma de la fig. VI.11.

L'implantation des composants est représentée sur la fig. VI.11 a.

Nous avons inséré à l'entrée du 1^{er} intégrateur un interrupteur pour pouvoir "ouvrir" la chaîne de réaction et stopper le calcul d'un sous système indépendamment de l'autre sous système (ex : étude seule de l'avant du véhicule).

Cette plaquette est reproduite 4 fois, pour la résolution de nos 4 équations différentielles du 2^{ème} ordre.

3.2.3.- Plaquette "couplage"

La réalisation pratique correspond au schéma de la fig.VI.12 L'implantation des composants est représentée sur la fig.VI.12 a.

Sur cette plaquette figure le couplage de la partie avant , avec celui de la partie arrière.

3.2.4.- Plaquette "combin sortie"

La réalisation pratique correspond au schéma de la fig.VI.13 L'implantation des composants est représentée sur la fig. VI.13 a

Cette plaquette nous permettra d'obtenir les grandeurs de sortie $\theta(t)$ et $y_g(t)$.

3.2.5.- 1^{er} Plaquette dériv sortie

La réalisation pratique correspond au schéma de la fig.VI.14 L'implantation des composants est représentée sur la fig. VI.14 a

Cette plaquette joue le rôle d'adaptation de notre calculateur vers les différentes sorties possibles (traceur, oscilloscope etc...)

En effet notre signal à enregistrer peut s'affaiblir, car il est utilisé pour le calcul, puis prélevé pour être teste à l'oscilloscope, et être enregistré en parallèle.

Nous le faisons passer par un étage séparateur de gain 1 avant de l'envoyer vers l'enregistreur.

Nous prendrons comme étage séparateur un amplificateur opérationnel monté en inverseur. Tous les signaux étant déphasés de π , la différence de phase est la même entre eux.

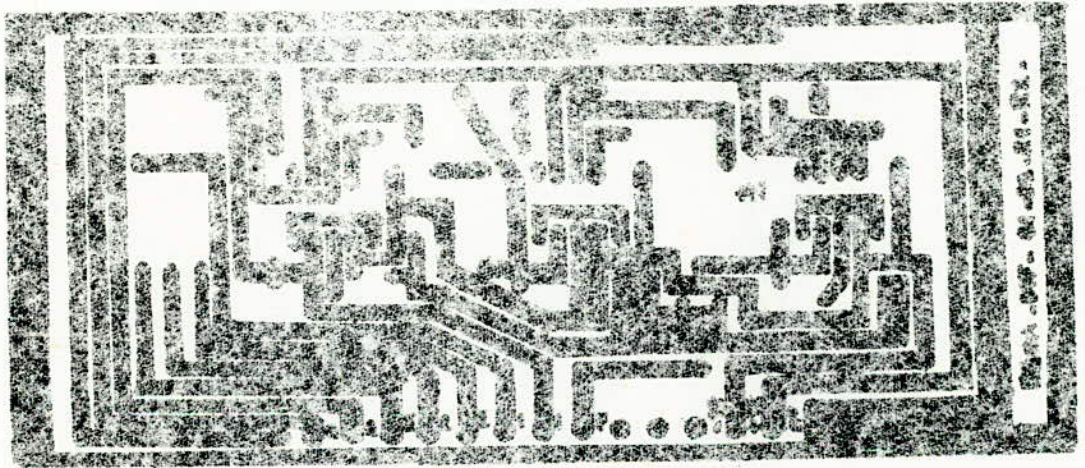


FIG 011 c "EQUA DIF"

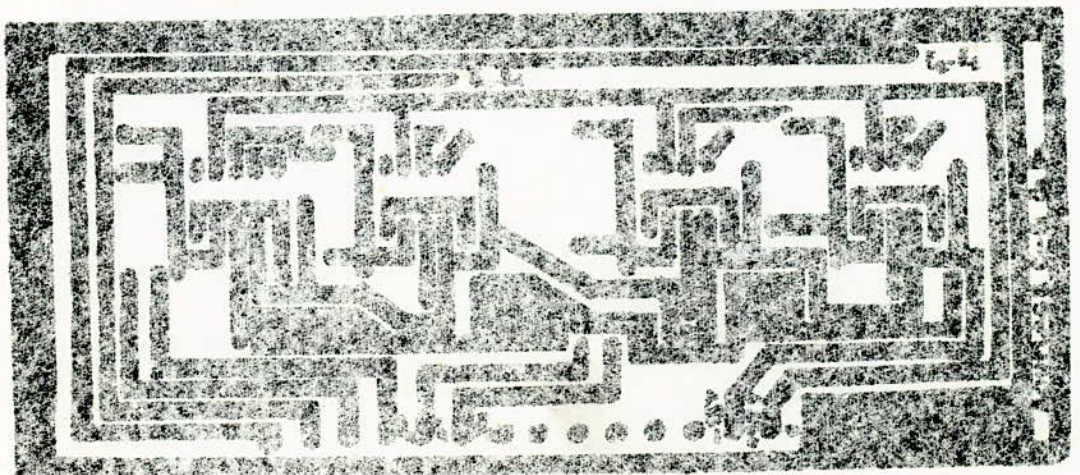


FIG 012 a "COUPLAGE"

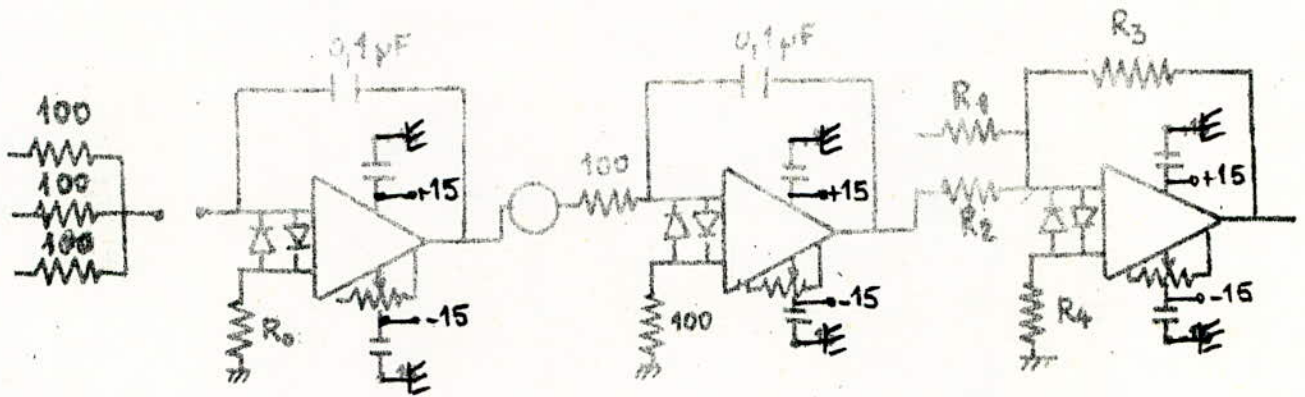


FIG. VI.11 EQUA DIF

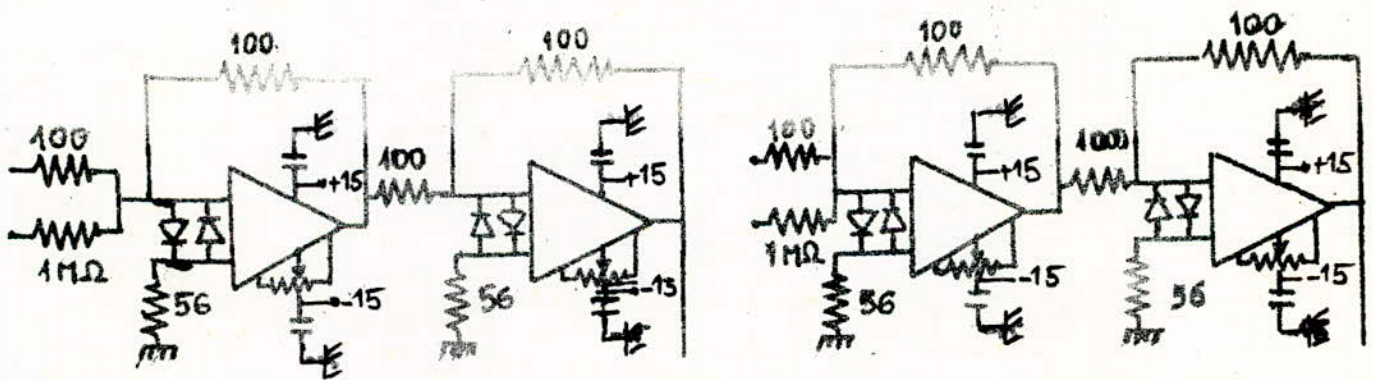


FIG. VI.12 "COUPLAGE"

Pour Y_{c_1}	$R_1 = 100$	$R_2 = 100$	$R_3 = 150$	$R_4 = 39$	$R_o = 56$
Pour Y_{c_2}	$R_1 = 40$	$R_2 = 400$	$R_3 = 30$	$R_4 = 15$	$R_o = 56$
Pour Y_{c_1}, Y_{c_2}	$R_1 = 100$	$R_2 = 100$	$R_3 = 150$	$R_4 = 39$	$R_o = 33$

Les résistances sont exprimées en $k\Omega$.

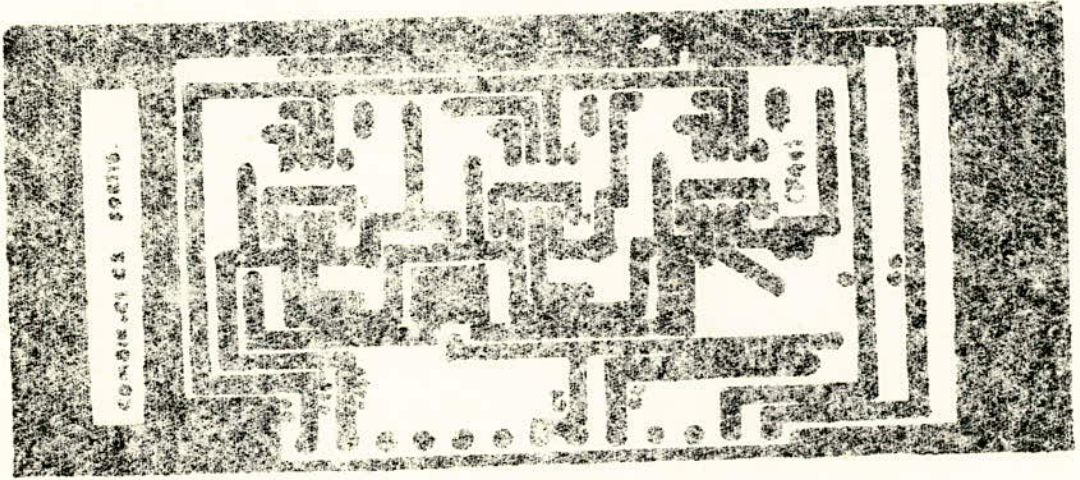


FIG VI 13 a. COMBIN SORTIE

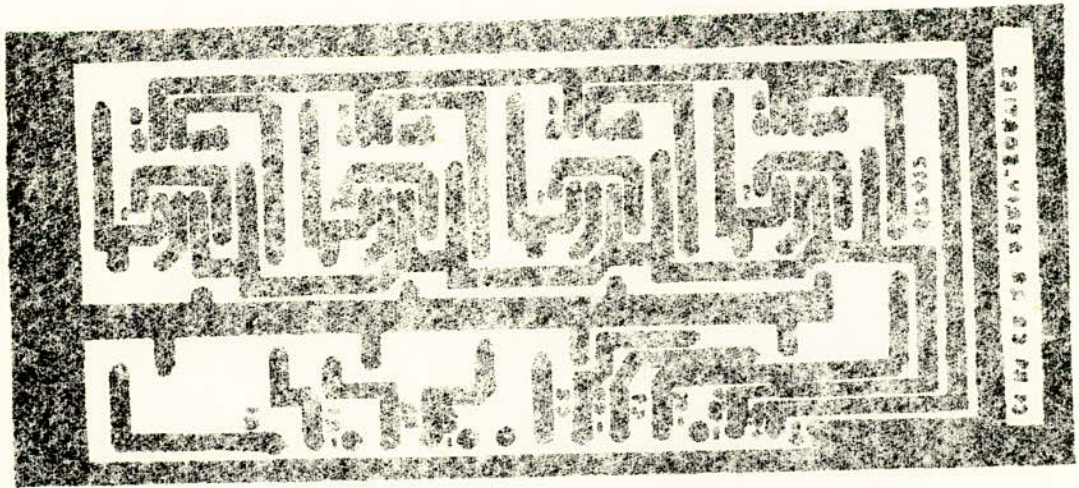


FIG VII 14 a. DERIV SORTIE

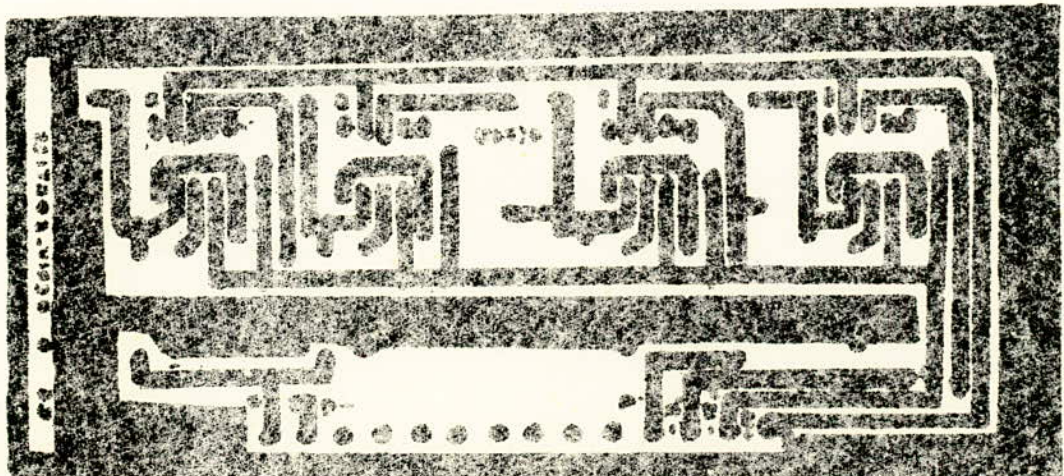
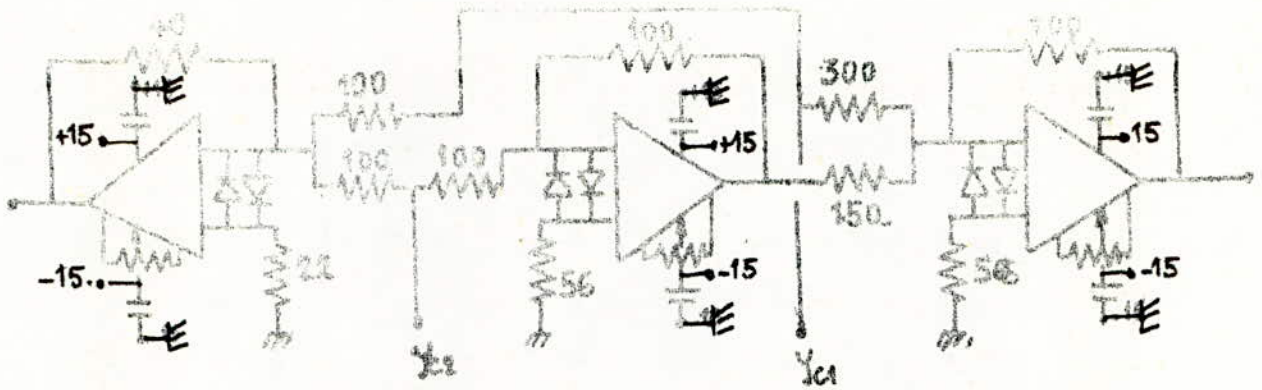


FIG VIII 15 a. DERIV SORTIE



Les résistances sont exprimées en $k\Omega$

FIG. VI-13 " COMBIN SORTIE "

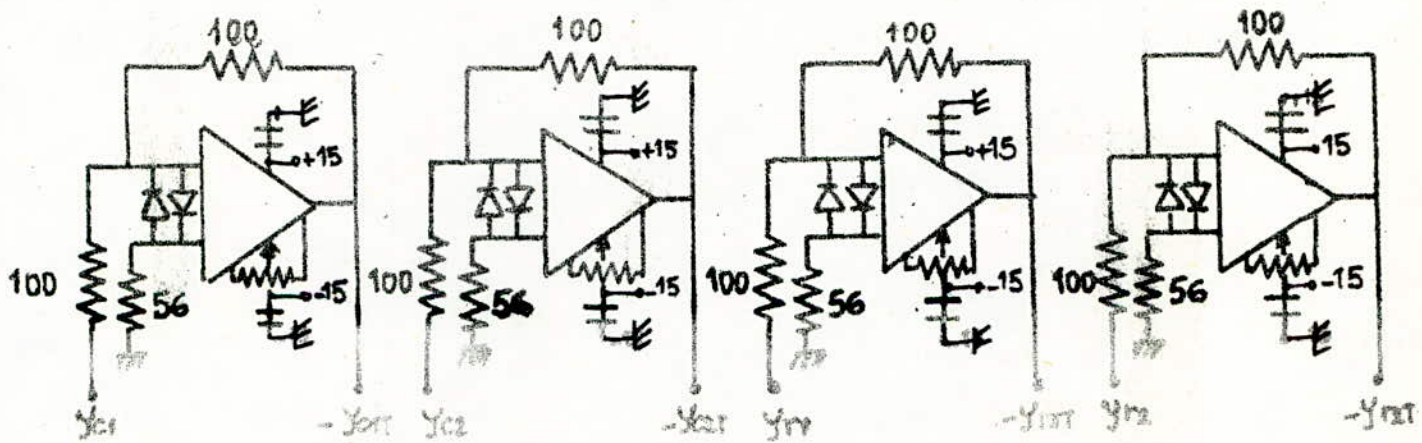
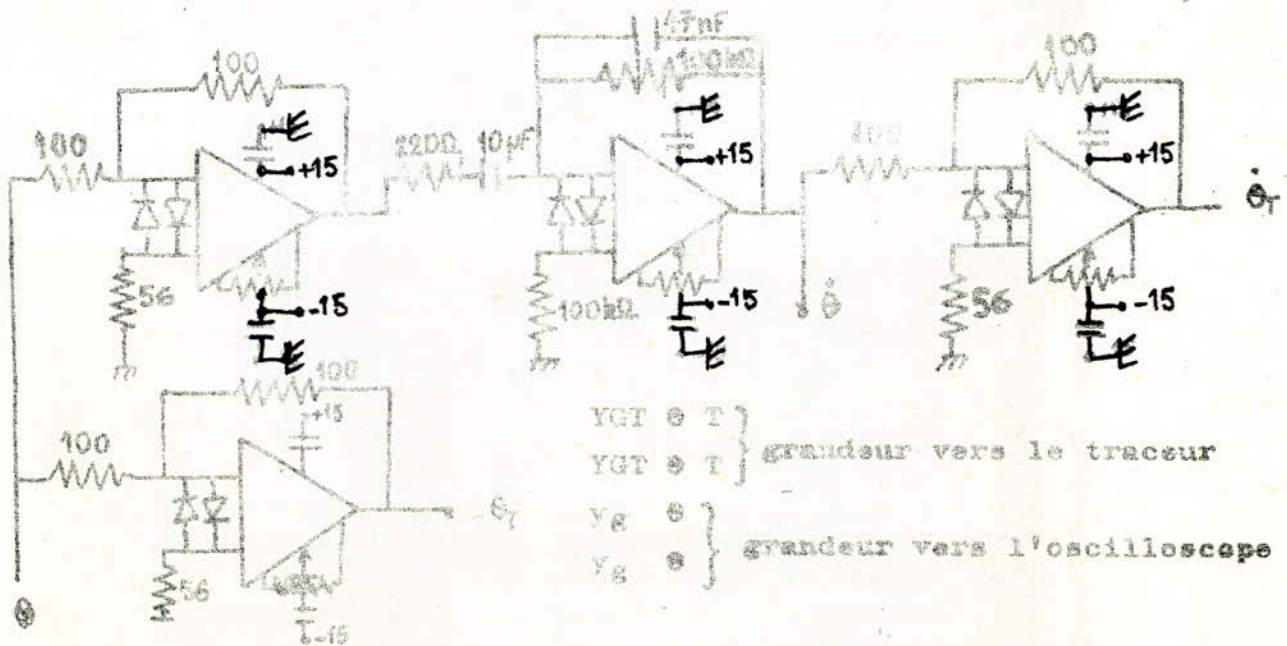


FIG. VI-14 " DERIV SORTIE "



$YGT \oplus T$ } grandeur vers le traceur
 $YGT \ominus T$ }
 $Ys \oplus$ } grandeur vers l'oscilloscope
 $Ys \ominus$ }

FIG. VI-15 "DERIV SORTIE"

LINSON PLATES

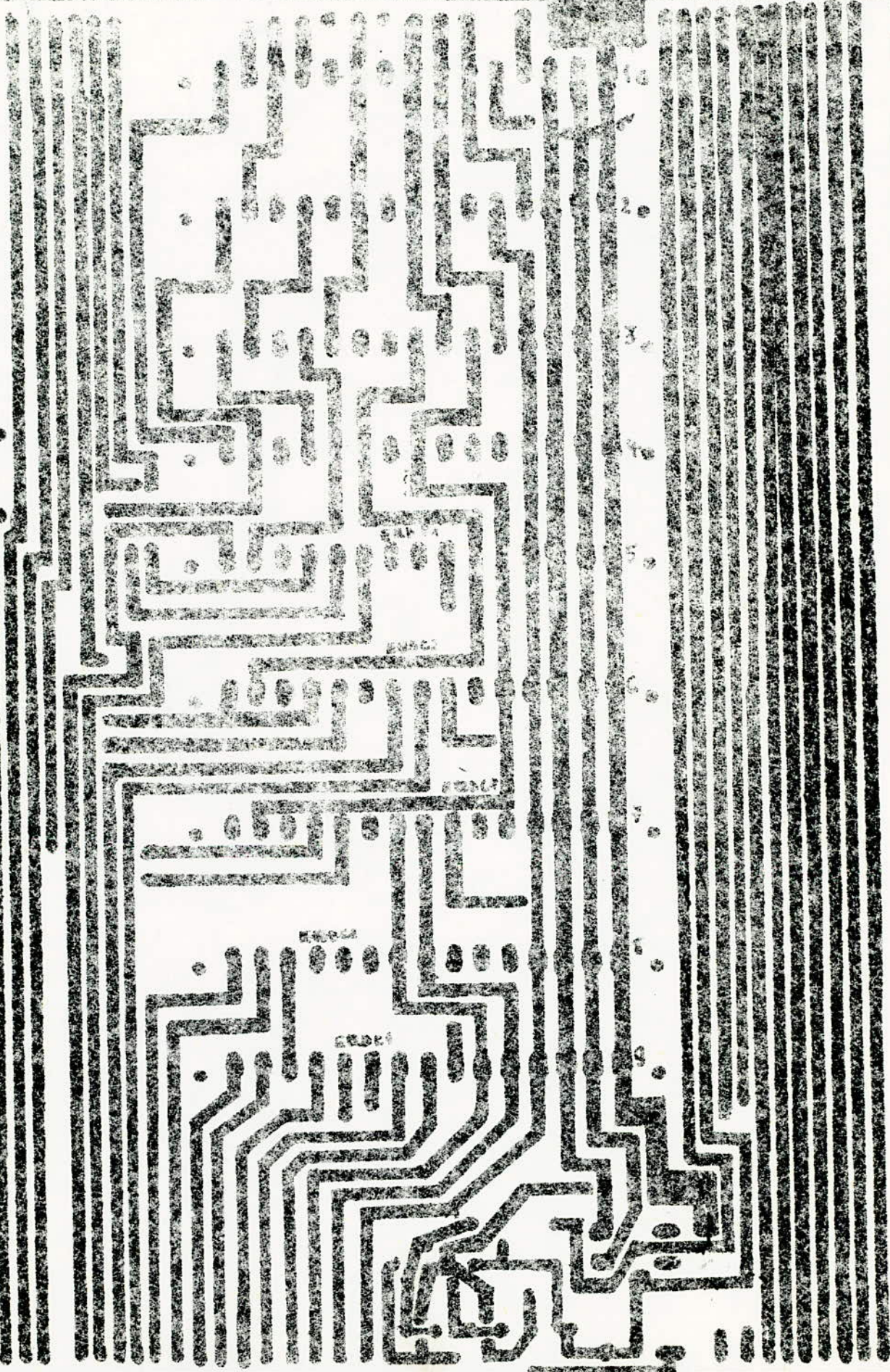


FIG. VI. 16

2^{ème} Plaquette dériv sortie

La réalisation pratique correspond au schéma de la fig. VI.15.

L'implantation des composants est représentée sur la fig. VI.15 a

Cette plaquette joue le même rôle que la précédente et élabore en plus la dérivée du signal à enregistrer.

Elle est reproduite deux fois pour avoir $\theta(t)$ et $\dot{\theta}(t)$ ainsi que $y_g(t)$ et $\dot{y}_g(t)$.

3.2.6.- Plaquette de " connexion "

Pour éviter trop de connexions fil à fil entre les 9 plaquettes constituant l'ensemble nous avons préféré graver sur une plaquette dite de " connexion " les différents chemins conducteurs. Nous avons également réalisé sur cette plaquette le câblage du système de sécurité de l'alimentation décrite au paragraphe VI.2.2.

La réalisation pratique de cette plaquette correspond au schéma de la figure VI.1.6

3.3.- Assemblage

L'ensemble des dix plaquettes de circuit imprimé nécessaire à la réalisation de notre système a été inséré dans un rack standard C.A.M.A.C trois unités.

Pour une commodité d'emploi, les entrées et les sorties ont été partagées entre le panneau avant et le panneau arrière de l'appareil.

3.3.1.- Panneau avant

Nous avons disposé toutes les grandeurs concernant le demi système avant du véhicule, sur la moitié supérieure du panneau, la moitié inférieure étant réservée au demi système simulant l'arrière du véhicule.

Le panneau est divisé en six colonnes :

- Les deux premières sont attribuées aux potentiomètres variables symbolisant respectivement les amortisseurs et l'élasticité des pneumatiques.

- Les deux colonnes du milieu sont destinées à la mise en fonctionnement de l'appareil.

Avant d'obtenir les variations finales de y_g et θ il est nécessaire de vérifier les variations de l'amplitude du demi système avant ou du demi système arrière du véhicule.

Chaque demi système comportant deux paramètres y_c et y_r , nous voyons qu'avec les quatre interrupteurs (deux en position arrêt et deux en position marche) il est possible de désolidariser les deux demi systèmes et de les étudier l'un après l'autre.

Ce rôle est joué par les quatre interrupteurs placés dans la première colonne du milieu.

La seconde colonne recevra les signaux électriques d'entrée qui simuleront le profil de la route.

- sur la cinquième colonne sont placés tous les points test permettant de vérifier rapidement et en permanence, si on le désire, les principaux paramètres du système.

- la sixième colonne comprend les éléments habituels de l'alimentation.

- interrupteur arrêt ,marche.

- voyant lumineux.

- masse mécanique.

3.3.2.- Panneau arrière.

Le panneau arrière comporte :

- 4 potentiomètres appelés P_1 , P_2 , P_3 et P_4 sur le schéma calcul du chapitre V.

- 2 fusibles l'un pour le 15 V l'autre pour le - 15 V

- 2 bornes recevant les 2 signaux d'entrée simulant la route venant du générateur et du déphaseur.

- 2 prises geiger, l'une recevant l'alimentation l'autre envoyant les signaux de réponse de la suspension automobile vers le traceur de courbe .

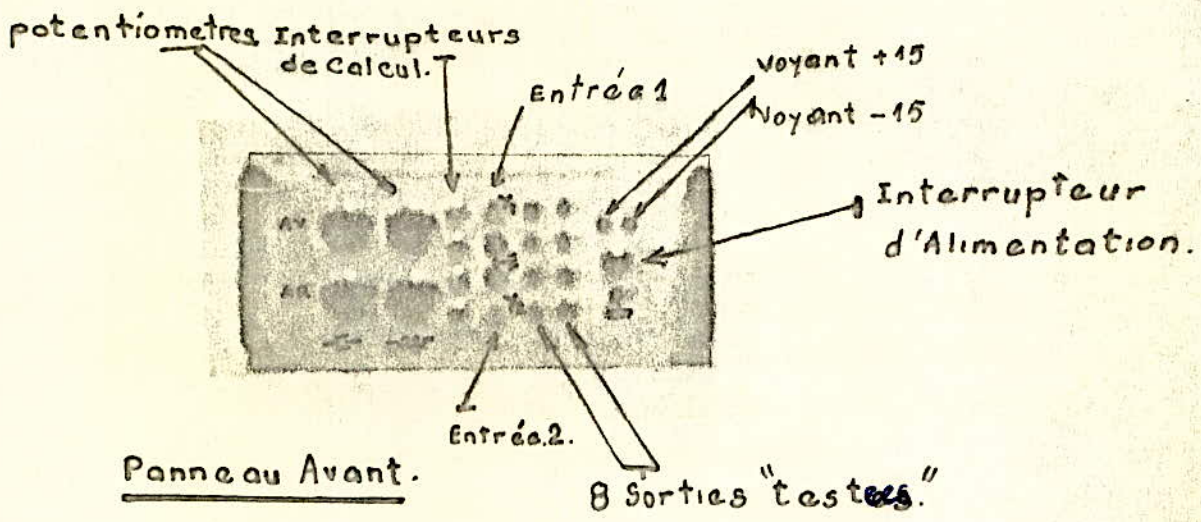
- 2 interrupteurs à trois positions.

Ceux-ci sont destinés à sélectionner des signaux que l'on désire envoyer sur les entrées x ou y du traceur de courbes.

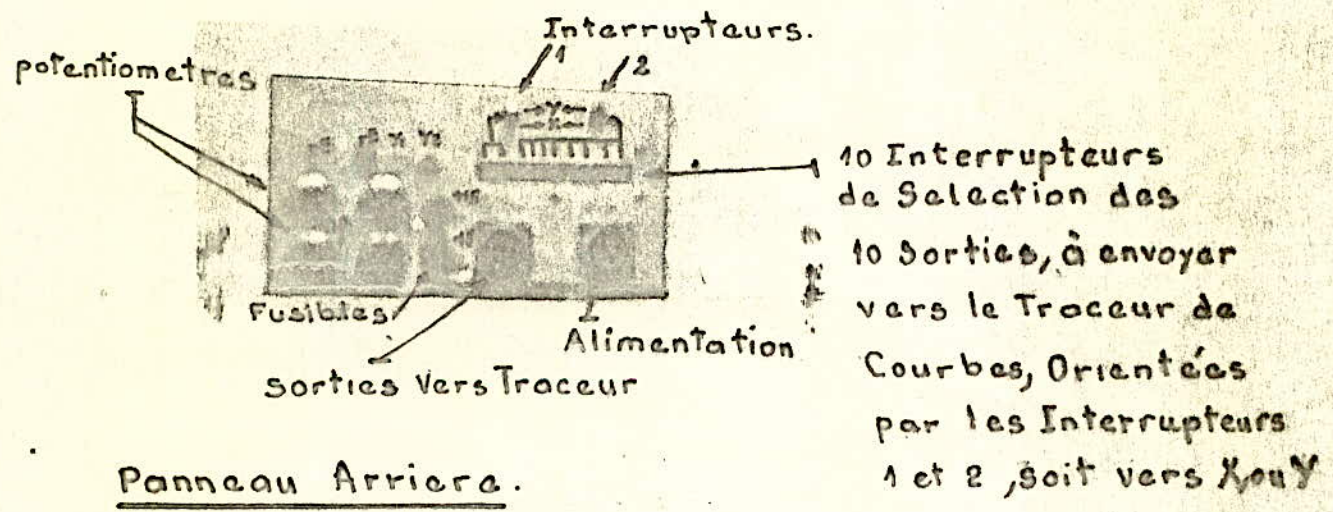
En cas de tracé de courbe (x, y) les paramètres à porter en y dans les espaces de pânes étant des dérivées nous avons regroupé \dot{y} et $\dot{\theta}$ sur un interrupteur, les 6 autres paramètres de position $y_g, \theta, y_{r_1}, y_{r_2}, y_{c_1}, y_{c_2}$ étant regroupés sur l'autre interrupteur.

Un ensemble de huit interrupteurs à deux positions.

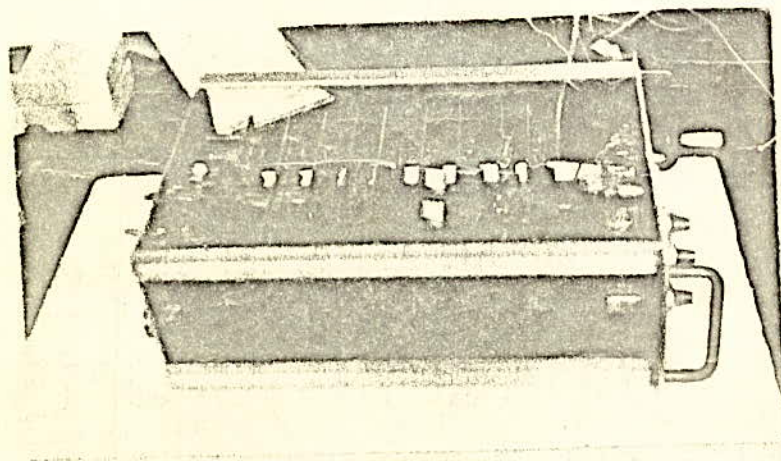
Le tracé d'un des paramètre énumérés ci-dessus est obtenu en sélectionnant le signal désiré sur la rangée de 8 interrupteurs.



Panneau Avant.



Panneau Arriere.



Vue de coté.

VII.- RAPPEL RELATIF AUX FONCTIONS DE TRANSFERT DES SYSTEMES LINEAIRES MULTIVARIABLES.-

VII.1.- INTRODUCTION.

On désignera sous le nom de système, un ensemble d'éléments agissant et réagissant les uns sur les autres sous l'effet de leur fonctionnement propre et des excitations extérieures.

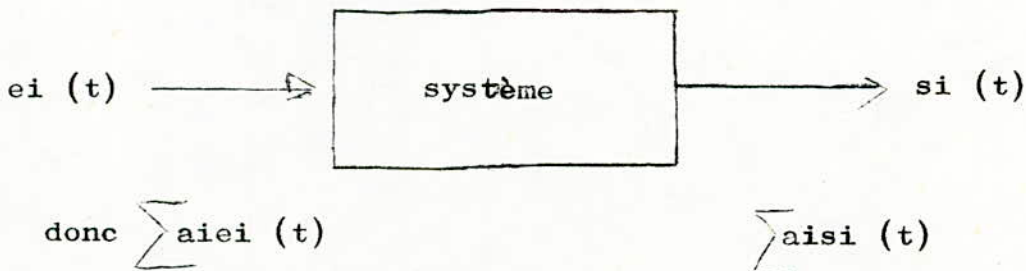
Le modèle que nous étudierons simulant la suspension d'un véhicule automobile type Renault 8 sera considéré comme un système linéaire invariant.

Toutes les réponses ou signaux de sortie $s_i(t)$ dues à des excitations extérieures ou entrées $e_i(t)$ sont liées par des équations différentielles linéaires à coefficients constants.

Aux signaux d'entrée on peut donc appliquer les principes de superposition et de permanence.

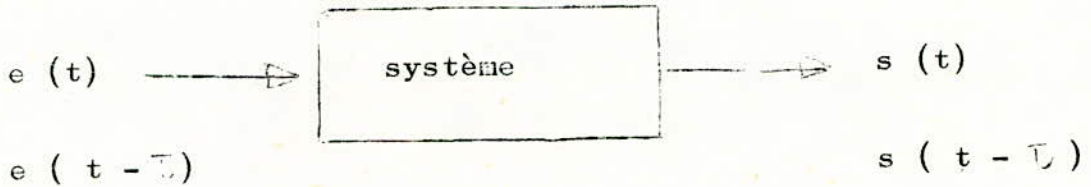
- Principe de superposition.

On considère que la réponse à l'action simultanée de plusieurs excitations peut être obtenue en superposant les réponses individuelles à chacune des excitations correspondantes prises séparément.



- Principe de permanence.

Si à un instant t , pour une entrée $e(t)$ nous avons une réponse $s(t)$ nous aurons pour une même entrée retardée $e(t - \tau)$ une même réponse retardée $s(t - \tau)$



Une fonction quelconque peut être considérée comme une superposition d'une infinité de signaux de Dirac. Un quelconque signal, $e(t)$ peut donc se décomposer en une infinité de signaux de Dirac décalés dans le temps, et s'exprimer par :

$$e(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e(\tau) \delta(t - \tau) d\tau$$

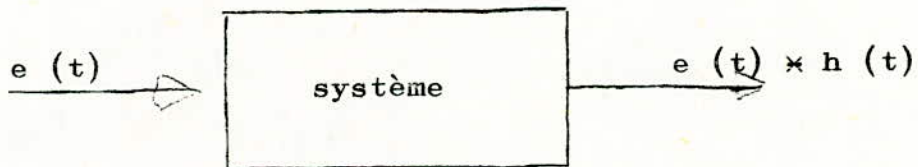
si la réponse impulsionnelle, c'est à dire réponse à une entrée $\delta(t)$ impulsion de Dirac est $h(t)$ celle de $\delta(t - \tau)$ sera $h(t - \tau)$

et celle de $\int_{-\infty}^{+\infty} e(\tau) \delta(t - \tau) d\tau$ sera $\int_{-\infty}^{+\infty} e(\tau) h(t - \tau) d\tau$

La réponse de $e(t)$ sera donc :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau \quad \text{qui est noté}$$

$s(t) = e(t) * h(t)$ et appelé produit de convolution.



VII.2.- COMPORTEMENT D'UN SYSTEME LINEAIRE

On étudie le comportement d'un système linéaire par sa réponse à des entrées typiques telles que :

- 1- signal échelon unitaire
- 2- signal échelon de vitesse
- 3- signal impulsion unitaire
- 4- signal harmonique.

- Etude de la réponse $s(t)$

Soit un système S représenté par une équation différentielle linéaire à coefficients constants.

La réponse pour $t > 0$ dans chacun des cas typiques ci-dessus s'obtient en résolvant l'équation différentielle avec

1.- $e(t) = 1$

2.- $e(t) = t$

3.- $e(t) = 0$

4.- $e(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$

Les calculs deviennent compliqués et fastidieux au fur et à mesure qu'augmente la complexité du système. Ce qui nous amène à utiliser la méthode de la transformée de Laplace qui permet de caractériser le système sans avoir sa réponse complète. De plus elle peut être appliquée à des systèmes pour lesquels on dispose de données expérimentales sans connaître les équations différentielles.

VII.3.- METHODE DE LA TRANSFORMEE DE LAPLACE.

3.1.- Méthode de la transformée de Laplace.

Pour obtenir une réponse $s(t)$ d'un système linéaire à entrée donnée $e(t)$, on effectue généralement les étapes suivantes :

- écrire les équations du système
- déterminer les conditions initiales nécessaires au problème
- calculer la transformée de Laplace du système
- calculer les pôles de $s(p)$
- décomposer $s(p)$ en une somme d'éléments simples
- calculer $s(t)$ par transformation inverse et tracer la courbe de réponse

3.2.- Fonction de transfert.

- De plus on peut se servir d'un procédé un peu différent qui consiste à définir la fonction de transfert du système $H(p)$.

Sachant que la réponse d'un signal quelconque $e(t)$ est $s(t) = h(t) * e(t)$ (référence ci-dessus)

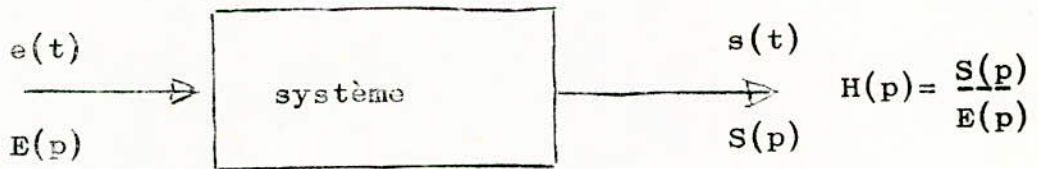
$h(t)$ étant la réponse impulsionnelle du système nous aurons La transformée de Laplace s'exprimant par

$$\mathcal{L}(s(t)) = \mathcal{L}(h(t) * e(t))$$

$$S(p) = H(p) \cdot E(p)$$

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$$

La fonction de transfert est donnée par le rapport des transformées de Laplace du signal de sortie sur le signal d'entrée.



$$\text{d'où } S(p) = H(p) E(p)$$

La fonction de transfert nous caractérise le système Celle-ci étant bien déterminée pour un système donné.

Connaissant $H(p)$ on peut prévoir la sortie de notre système lorsqu'il est soumis à un signal quelconque sachant que $S(p) = E(p) H(p)$.

$S(t)$ se déterminera en prenant la transformée inverse de Laplace $H(p)$ peut aussi bien se calculer à partir de l'équation différentielle régissant le système, que se déterminer expérimentalement.

- Application à un système

On cherche à déterminer la réponse $s(t)$ à une excitation quelconque $e(t)$, d'un système régi par une équation différentielle du 2^e ordre.

(De très nombreux systèmes peuvent être représentés correctement de cette façon, entre autre un demi système d'une suspension automobile)

Nous sommes amenés à résoudre :

$$\frac{d^2 s(t)}{dt^2} + \frac{\alpha}{m} \frac{ds(t)}{dt} + \frac{k}{m} s(t) = e(t)$$

En supposant que les conditions initiales de notre système soient nulles ;

En procédant par la méthode de Laplace nous obtenons :

$$p^2 S(p) + \frac{\alpha}{m} p S(p) + \frac{k}{m} S(p) = E(p)$$

d'où la fonction de transfert

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{1}{p^2 + \frac{\alpha}{m} p + \frac{k}{m}} =$$

$$H(p) = \frac{m}{k} \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{k} p + \frac{m}{k} p^2}$$

en posant que

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \omega_n \text{ est la pulsation propre du système}$$

$$z = \frac{\alpha}{2\sqrt{km}} \quad z \text{ est l'amortissement du système}$$

$$H(p) = \frac{1}{\omega_n^2 \left(1 + 2 \frac{z}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2} \right)}$$

avec $S(p) = Hp \quad E(p)$

3.3. Lieu de transfert

La fonction de transfert $H(p)$, fonction analytique de la variable p est entièrement caractérisée par la donnée de son module et de son argument pour des valeurs imaginaires pures.
 $p = j\omega$

autrement dit pour les lieux de points d'affixe $H(j\omega)$ gradué en ω

Ce lieu se compose de 2 courbes L et L' symétriques par rapport à l'axe des réels, l'une correspondant aux valeurs positives et l'autre aux valeurs négatives.

La première est appelée lieu de transfert ou lieu de Nyquist.

3.4.- Réponse transitoire à un échelon

Soit le système de 2^{ème} ordre vu ci-dessus. Sa réponse est donnée par :

$$S(p) = \frac{1}{\omega_n^2} \cdot \frac{1}{1 + 2z \frac{p}{\omega_n} + \left(\frac{p}{\omega_n}\right)^2} E(p)$$

La réponse de ce système soumis à une excitation en échelon, que pour des raisons d'homogénéité nous écrirons :

$$e(t) = \omega_n^2 u(t) \quad \text{d'où} \quad E(p) = \frac{\omega_n^2}{p}$$

$$S(p) = \frac{1}{p \left(1 + 2z \frac{p}{\omega_n} + \frac{1}{\omega_n^2} p^2 \right)}$$

L'allure du régime transitoire dépend essentiellement de l'amortissement

Si $z < 1$

on a un régime transitoire oscillatoire, formé d'oscillations de pulsations $\omega_n \sqrt{1 - z^2}$ amorties

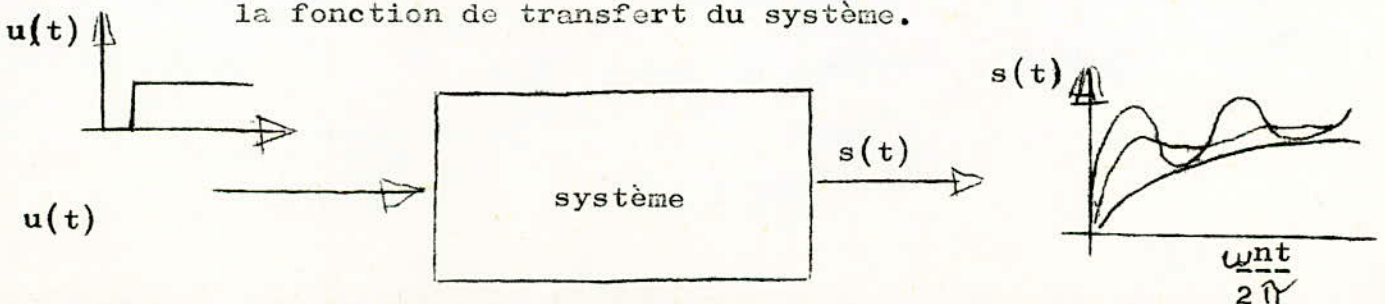
Si $z > 1$

c'est un régime transitoire aperiodique

Si $z = 1$

on a un régime aperiodique critique.

En connaissant la forme de la réponse d'un système du second ordre à un échelon unité, on peut déduire (du graphe) la fonction de transfert du système.



VII.4.- GENERALISATION A UN SYSTEME MULTIVARIABLE.

soit un système possédant n entrées et m sorties.



si l'on note par h_{ij} la transformée de Laplace de la réponse impulsionnelle de chaque entrée $u_i(t)$, nous aurons m réponses $s_j(t)$

$$j = 1, \dots, m$$

en transformée de Laplace $S_1(p) S_2(p) \dots S_m(p)$

La jème sortie répondra aux n entrées.

$$S_j(p) = h_{j1} U_1(p) + h_{j2} U_2(p) + \dots + h_{jn} U_n(p)$$

$$j \text{ variant de } 1 \text{ à } m$$

le système s'exprimera donc par une matrice de transfert (m x n) telle que :

$$\begin{bmatrix} S_1(p) \\ S_2(p) \\ \vdots \\ S_m(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & \dots & h_{1j} & \dots & h_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ h_{i1} & \dots & h_{ij} & \dots & h_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ h_{m1} & \dots & h_{mj} & \dots & h_{mn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_1(p) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ E_n(p) \end{bmatrix}$$

-; Application à la suspension automobile

Nous avons 2 entrées y_1 et y_2 et l'on recueille 2 sorties y_g et θ , nous aurons donc une matrice de transfert (2 x 2)

d'où

$$\begin{pmatrix} yg \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

d'où

$$yg = h_{11} y_1 + h_{12} y_2$$

$$\theta = h_{21} y_1 + h_{22} y_2$$

d'où

$$\left. \begin{array}{l} yg = h_{11} y_1 \\ \theta = h_{21} y_1 \end{array} \right\} \text{ pour } y_2 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} yg = h_{12} y_2 \\ \theta = h_{22} y_2 \end{array} \right\} \text{ pour } y_1 = 0$$

Pour obtenir expérimentalement :

- h_{11} et h_{12} nous injecterons en y_1 un échelon unitaire , y_2 étant à la masse.

- h_{21} et h_{22} nous injecterons en y_2 un échelon unitaire , y_1 étant à la masse.

Les équations régissant les diverses grandeurs étant des équations du 2^e ordre , nous pouvons appliquer les formules trouvées au paragraphe 3.4.

VIII.- RESULTATS EXPERIMENTAUX.

VIII.1.- INTRODUCTION.

Pour une route donnée, ayant une ondulation déterminée nous étudierons les variations du centre de gravité y_g et de l'angle de tangage θ en fonction de l'amortissement α_i et du coefficient d'élasticité d'un pneumatique k_i .

Notre étude a donc, porté sur un profil standard de route évalué à 2 m.

Nous rechercherons le réglage des amortisseurs avant α_1 et arrière α_2 du véhicule qui minimisera nos grandeurs de sortie, pour un coefficient d'élasticité de pneumatique d'usage courant.

Le but recherché est d'obtenir, une variation du centre de gravité et de l'angle de tangage acceptable pour donner un certain confort aux voyageurs.

VIII.2. COURBES EXPERIMENTALES.

2.1.- Introduction.

Chaque paramètre (amortisseur α_i , coefficient d'élasticité k_i) et chaque variable du système (centre de gravité et angle de tangage) est représentée par une valeur réduite, proportionnelle à sa valeur réelle.

2.1.1.- Coefficient d'amortissement.

Comme nous l'avons déjà vu au chapitre IV sur les caractéristiques de la R8

$\alpha_1 = 200 \text{ N/m/S}$ est représenté par une valeur machine de $\alpha_{M_1} = 0,1$.

et $\alpha_2 = 200 \text{ N/m/S}$ est représenté par une valeur machine de $\alpha_{M_2} = 0,1$.

Nous obtiendrons la correspondance

$$\alpha_{M_1} = 0,5 \times 10^{-3} \alpha_1 \qquad \alpha_1 = 2 \times 10^3 \alpha_{M_1}$$

$$\alpha_{M_2} = 0,8 \times 10^{-3} \alpha_2 \qquad \alpha_2 = 1,25 \times 10^3 \alpha_{M_2}$$

En ce qui concerne les notations il est rappelé que l'indice 1 correspond aux paramètres avant du véhicule et que l'indice 2 correspond aux paramètres arrière.

2.1.2.- Coefficient d'élasticité

$k_1 = k_2 = 50.000 \text{ N/m/}$ est représenté par une valeur machine de $k_m = 0,83$.

Nous obtenons la correspondance suivante :

$$k_m = 0,166 \times 10^{-4} k \qquad k = 6,02 \times 10^4 k_m$$

2.1.3.- Variable du système

Nous avons vu au chapitre V que les valeurs réelles des variations du châssis y_{ci} se traduisent par leur équivalence machine Y_{ci} .

Le centre gravité et l'angle de tangage étant formé à partir de y_{c1} et y_{c2} , nous aurons donc la même correspondance entre eux.

$$Y_{GM} = 200 \times y_g \quad \text{en volts}$$

$$\theta_M = 200 \times \theta \quad \text{en volts}$$

La vitesse du véhicule s'exprime par une fréquence telle que $f = \frac{V}{\lambda}$ (cf. chapitre V)

La fréquence machine étant divisée par 10, pour ralentir le processus nous obtenons

$$f = 0,05 v \qquad v \text{ est exprimée en m/s}$$

et f est exprimée en Hz

2.2.- Courbes expérimentales

2.2.1.- Courbes donnant les variations du centre de gravité et de l'angle de tangage.

Pour diverses valeurs de pneumatiques, à une vitesse donnée du véhicule, nous avons recherché la valeur des amortisseurs de l'avant α_1 et de l'arrière α_2 qui minimise les variations du centre de gravité y_g et de l'angle de tangage θ .

Nous avons constaté que les variations minimum du centre de gravité étaient obtenues pour les valeurs $\alpha_1 = 0,005$ et $\alpha_2 = 0,4$ voir les courbes 1 sur les divers enregistrements) Par contre les valeurs minimum de l'angle θ de tangage étaient obtenues pour des valeurs différentes $\alpha_1 = 0,4$ et $\alpha_2 = 0,04$ (voir courbes notées 2 sur les divers enregistrements).

Ces résultats obtenus, quelquesoit la fréquence, c'est à dire quelquesoit la vitesse du véhicule nous montrent que les 2 paramètres γ et θ ne sont pas optimaux pour le même réglage. A l'utilisateur de choisir pour son confort personnel un déplacement minimum du centre de gravité ou du touage, à moins qu'il ne préfère des valeurs intermédiaires moyennant l'ensemble et que l'on pourrait facilement déterminer.

Nous avons répété ces différentes mesures aux fréquences (c'est à dire aux vitesses) suivantes 0,2 ; 0,4 ; 0,6 ; 0,8 Hz.

	0,1	0,2	0,3	0,4	0,45	0,5
M/S	2	4 m/s	6	8	9	10
km/h	7,2	14	21,6	28,8	32,4	36

	0,55	0,6	0,7	0,8	1
	11	12	14	16	20
	39,6	43,2	50,4	57,6	72

Quelquesoit la fréquence utilisée nous avons le même groupe d'amortisseurs qui minimise le centre de gravité.

VALEUR	MACHINE	REELLE
α_1	0,05	100 N/m/s
α_2	0,4	500 N/m/s

et le même groupe d'amortisseurs qui minimise l'angle de tangage.

VALEUR	MACHINE	REELLE
α_1	0,4	800 N/m/s
α_2	0,04	50 N/m/s

Les différentes courbes notées 1 et 2 ont été tracées pour 4 valeurs de pneumatiques d'usage courant et ce pour les 4 vitesses indiquées dans le tableau ci-dessus. La correspondance en valeur machine est la suivante

VALEUR	MACHINE	REELLE
	0,664	40.000 N/m
	0,747	45.000 N/m
	0,83	50.000 N/m
	0,913	55.000 N/m

2.2.2. Etude des variations du centre de gravité en fonction de la vitesse.

Pour les 4 types de pneumatiques étudiés nous avons mesuré le déplacement du centre de gravité en fonction de la vitesse. Les différentes mesures sont reproduites sur la figure ci-après.

Pour des raisons indépendantes de notre volonté à savoir :

- un traceur de courbe x , y dont la bande passante est limitée à 1 Hz (soit 72 km/h)

Nous n'avons pu obtenir des variations valables de y_g qu'entre 1 et 72 km/h.

A savoir que notre générateur très basse fréquence, ne pouvait pas descendre en dessous de 0,1 Hz.

Les 4 courbes obtenues nous montrent qu'à faible vitesse les variations du centre de gravité sont assez grandes.

Des fréquences plus basses que 0,1 Hz ($v < 7$ km/h) auraient vraisemblablement mis en évidence la résonance du châssis située autour de 0,1 Hz.

A partir d'une fréquence de 0,7 Hz (50 km/h) quelsoit le pneumatique utilisé le déplacement du centre de gravité est minimum.

Cependant il est vraisemblable que si nous avons pu augmenter la fréquence (vitesse 72 km/h) nous aurions mis en évidence une remontée des courbes vers 100 km/h qui correspond à la résonance des roues.

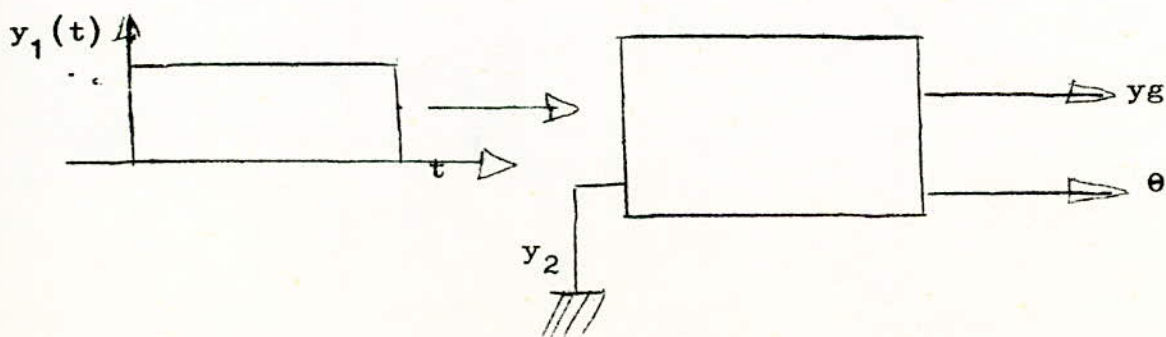
Il est intéressant de remarquer que nos mesures mettent en évidence l'influence du pneumatique pour des vitesses comprises entre 30 et 45 km/h.

On constate une très nette résonance pour des valeurs faibles du coefficient d'élasticité du pneumatique.

2.2.3.- Détermination expérimentale des éléments de la matrice de transfert h_{ij}

La détermination des éléments de la matrice de transfert doit être donc faite à partir de l'injection d'un échelon unité, soit à l'avant, soit à l'arrière de la suspension automobile.

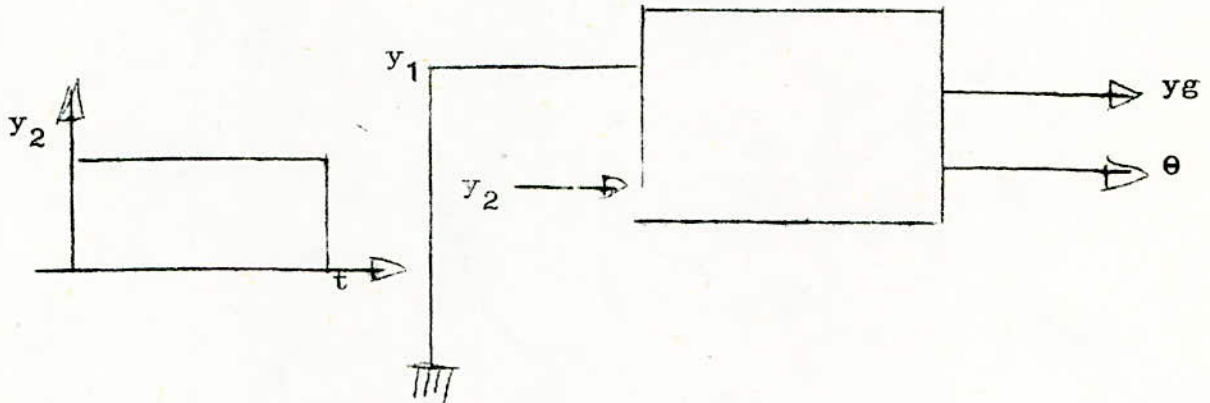
Nous avons injecté un signal carré de période T très grande devant la réponse du système. Il a donc fait office d'échelon vis à vis du système. Ce qui nous a permis du point de vue mathématique de trouver la matrice de transfert. soit le 1° montage.



$$y_2(p) = h_{11}(p) y_1(p)$$

$$0(p) = h_{12}(p) y_1(p)$$

soit le 2^{ème} montage



$$y_2(p) = h_{21}(p) y_1(p)$$

$$\theta(p) = h_{22}(p) y_1(p)$$

Nous avons obtenu ainsi 4 tracés de courbes , sur lesquels nous avons déduit les fonctions de transfert : h_{ij} , qui sont de la forme

$$h(p) = \frac{A_0}{\omega_n^2 \left(1 + 2 \frac{z}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2 \right)}$$

- Il suffit de déterminer ω_n et z des différents graphes.
- D'après le tracé de nos 4 courbes, nous voyons que ce sont des régimes transitoires formés d'oscillations amorties dont la pulsation propre est donnée par

$$n = \frac{2}{T \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

- Le facteur d'amortissement est déduit de la figure VIII.1.
- On note la période T des oscillations pour déduire ω_n
- Le régime permanent nous donnera le gain statique A_0

- Obtention de h_{11} figure 1.

$$T = 10,5 \text{ s} \quad \omega_n = 0,59 \text{ rd/s}$$
$$\zeta = 0,035 \quad A_0 = 0,286$$

$$h_{11} = \frac{0,82}{1 + 0,11 p + 2,87 p^2}$$

- Obtention du h_{12} figure 3.

$$T = 70 \text{ s} \quad \omega_n = 8,99 \cdot 10^{-2} \text{ rd/s}$$
$$\zeta = 0,07 \quad A_0 = 6,71$$

on a alors :

$$h_{12} = \frac{8,29 \cdot 10^2}{1 + 1,56 p + 1,235 \cdot 10^2 p^2}$$

- Obtention du h_{21} figure 2.

$$T = 10,5 \text{ s} \quad \omega_n = 0,59 \text{ rd/s}$$
$$\zeta = 0,035 \quad A_0 = 0,571$$

$$h_{21} = \frac{1,637}{1 + 0,11 p + 2,87 p^2}$$

- Obtention du h_{22} figure 4.

$$T = 70 \text{ s} \quad \omega_n = 8,99 \cdot 10^2 \text{ rd/s}$$
$$\zeta = 0,07 \quad A_0 = 6$$

$$h_{22} = \frac{7,4 \cdot 10^2}{1 + 1,56 p + 1,235 \cdot 10^2 p^2}$$

La matrice de transfert est composée de ces valeurs

$$H(p) = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix}$$

SYSTEME DU SECOND ORDRE
RELATION ENTRE L'AMORTISSEMENT ET LE DEPASSEMENT
TRANSITOIRE EN REPOSE A UN ECHELON-UNITE

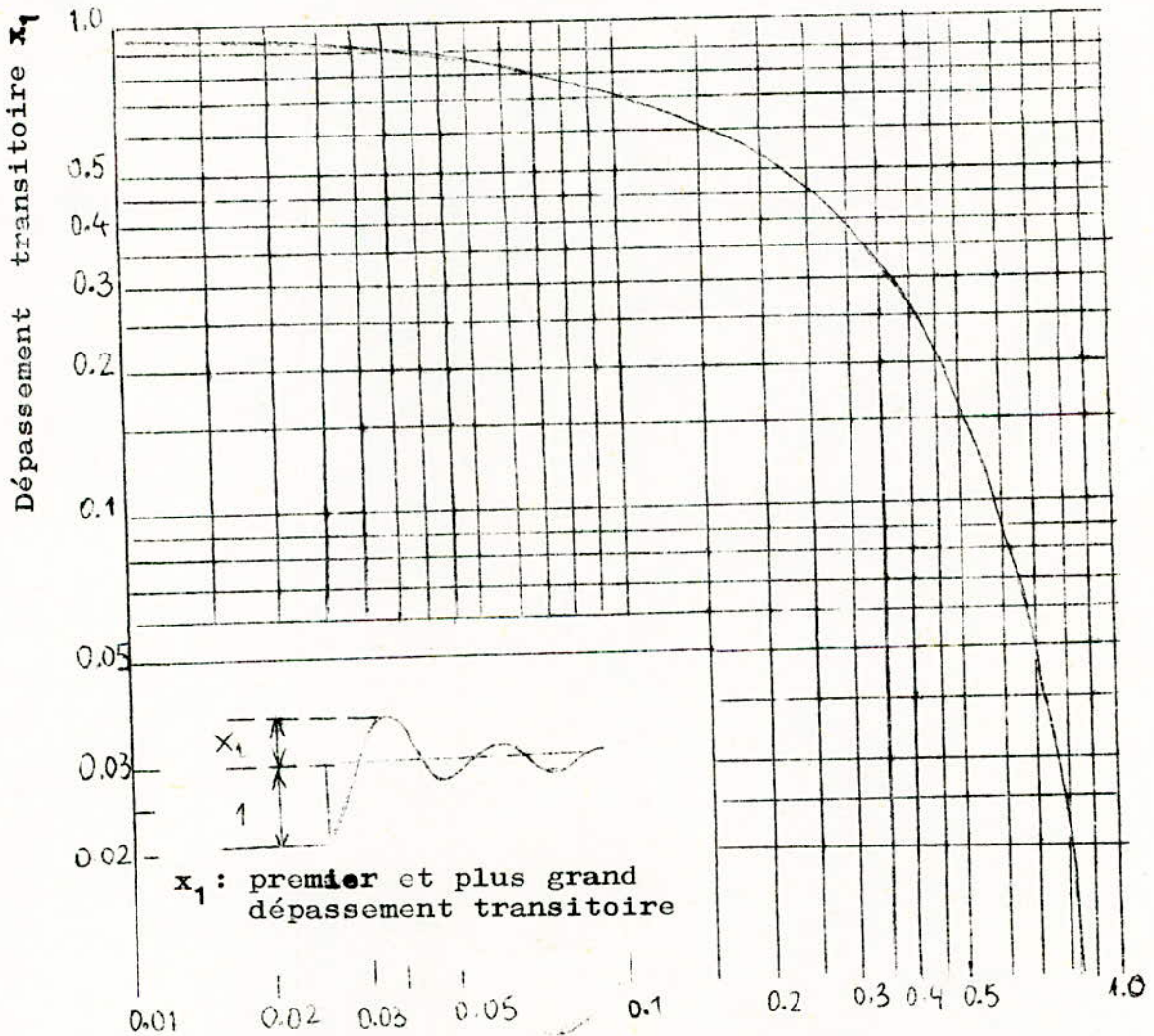


Figure VIII.1.

2.2.4.- Etude dans le plan de phase.

Nous avons tracé dans le "plan de phase" \dot{y}_g en fonction de y_g et θ en fonction de θ .

Les courbes obtenues représentent des ellipses conformément à la théorie car y_g et θ sont des fonctions sinusoïdales de la forme

$$y_g = A \sin(\omega t) \qquad \dot{y}_g = A \cos(\omega t)$$
$$\left(\frac{y_g}{A}\right)^2 + \left(\frac{\dot{y}_g}{A\omega}\right)^2 = 1$$

qui représente bien l'équation d'une ellipse ayant comme axe horizontale l'amplitude du centre de gravité et comme axe vertical l'amplitude de sa vitesse.

Il en va de même pour θ et $\dot{\theta}$.

2.3.- Conclusion sur les résultats expérimentaux.

Toutes les courbes obtenues ont été faites pour un profil sinusoïdal de route donné ($\lambda = 2 \text{ m.}$)

Il est bien évident que l'on pourrait faire des mesures similaires pour n'importe quel autre profil sinusoïdal ($\lambda \neq 2 \text{ m.}$). Dans la pratique cela reviendrait à modifier uniquement la valeur du déphasage entre les 2 signaux attaquant les roues avant et arrière.

Le choc de la voiture sur un trottoir, soit sur l'avant soit sur l'arrière (réponse à un échelon unité) nous a permis de calculer la matrice de transfert reliant l'excitation dite de "route" (y_1, y_2) aux réponses (y_g, θ) du centre de gravité et de l'angle de tangage.

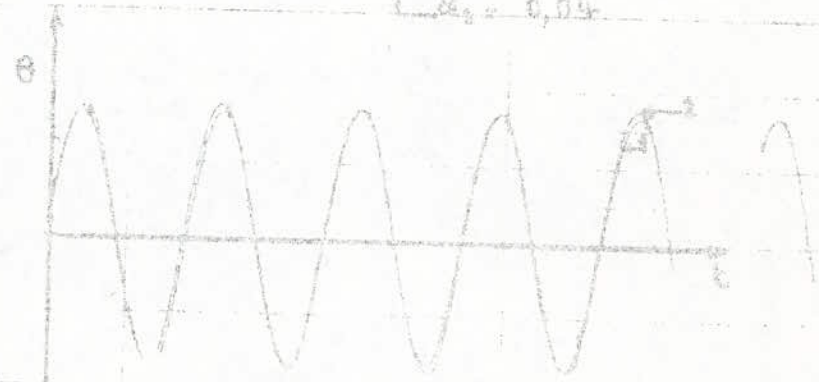
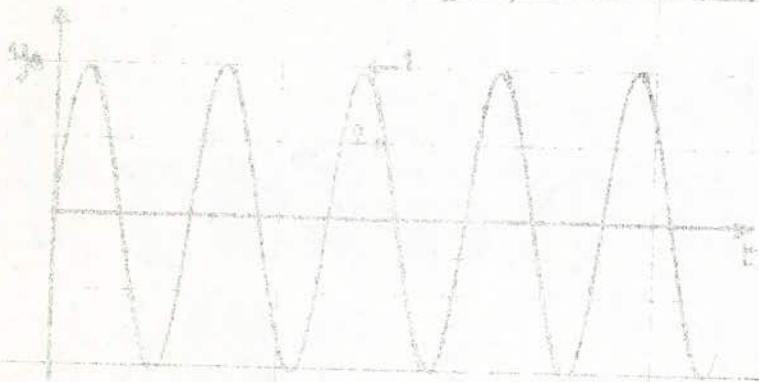
Cette détermination expérimentale est très importante.

Grace à sa connaissance nous pouvons maintenant prédire quel sera le comportement des paramètres de sorties y_g et θ à des excitations d'entrée (donc du profil de route) connues quelconque.

courbe 1 $\alpha_1 = 0,05$
 $\alpha_2 = 0,4$

$f = 0,2 \text{ Hz}$

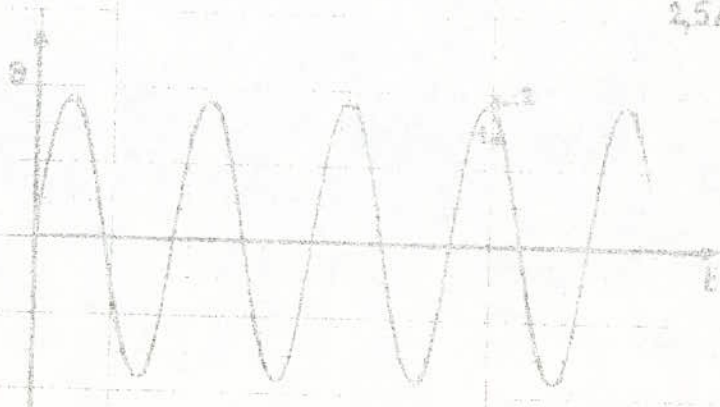
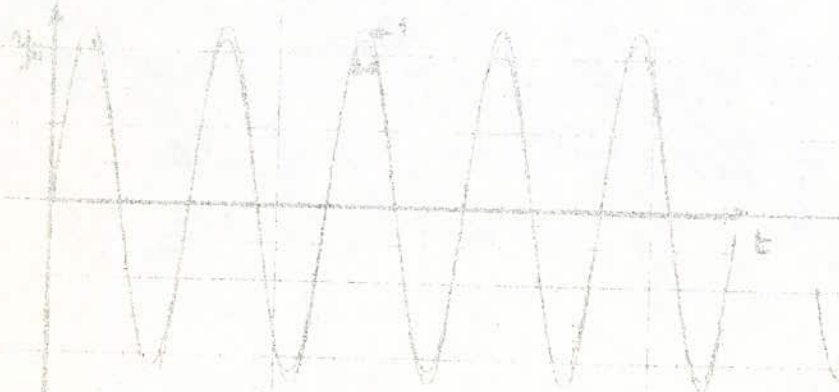
courbe 2 $\alpha_1 = 0,4$
 $\alpha_2 = 0,04$



$k = 0,664$

2V

1,50



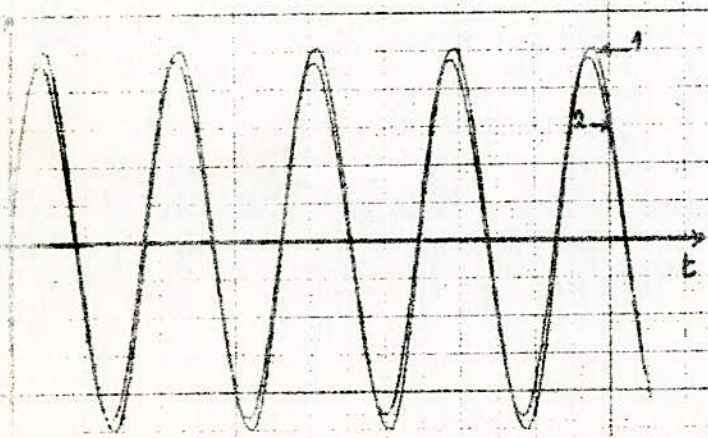
$k = 0,747$
 $k = 0,717$

ETUDE DES VARIATIONS Y_c et θ POUR 2 PNEUMATIQUES D'USAGE COURANT.

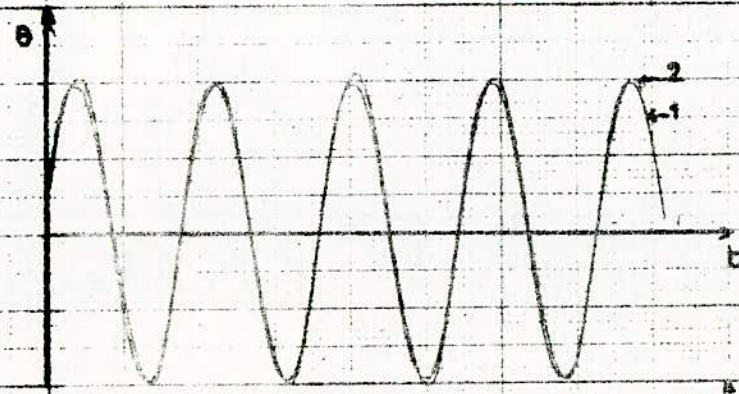
courbe 1 $\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = 0,05 \\ \alpha_2 = 0,4 \end{array} \right.$

$f = 0,2 \text{ Hz}$

courbe 2 $\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = 0,4 \\ \alpha_2 = 0,04 \end{array} \right.$

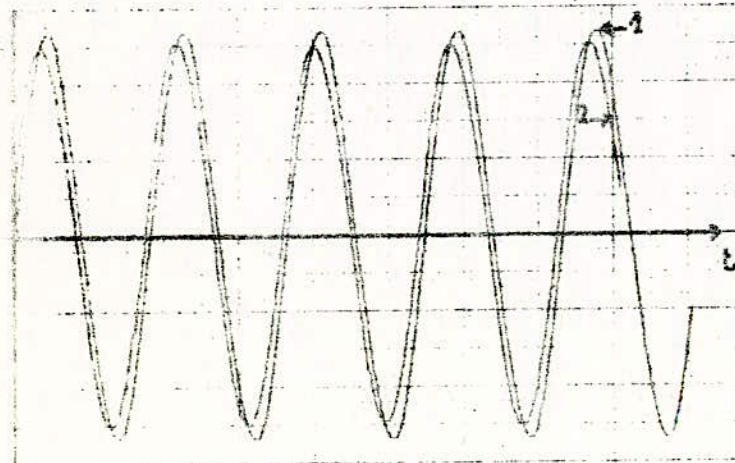


$k = 0,83$

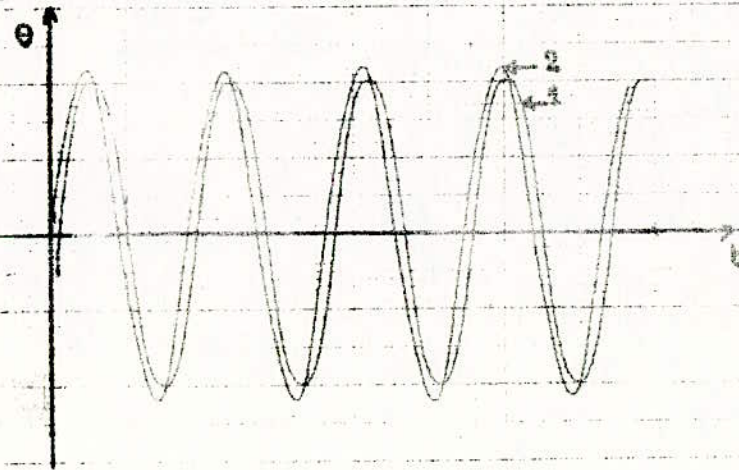


2V

2,5 s



$k = 0,913$



courbe 1 $\left\{ \begin{array}{l} d_1 = 0,05 \\ d_2 = 0,4 \end{array} \right.$

$f = 0,4 \text{ Hz}$

courbe 2 $\left\{ \begin{array}{l} d_1 = 0,4 \\ d_2 = 0,04 \end{array} \right.$

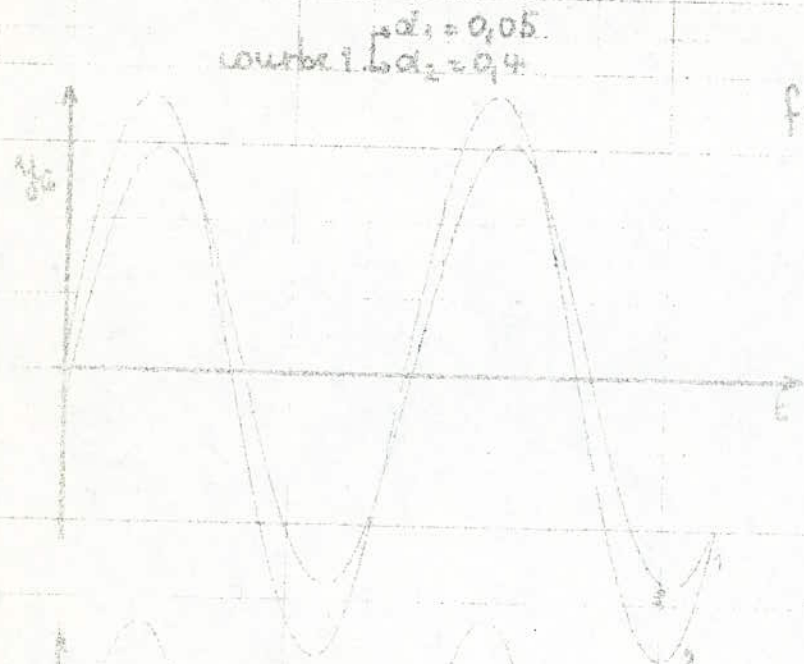
$k = 0,664$

$k = 0,747$

0,4 V

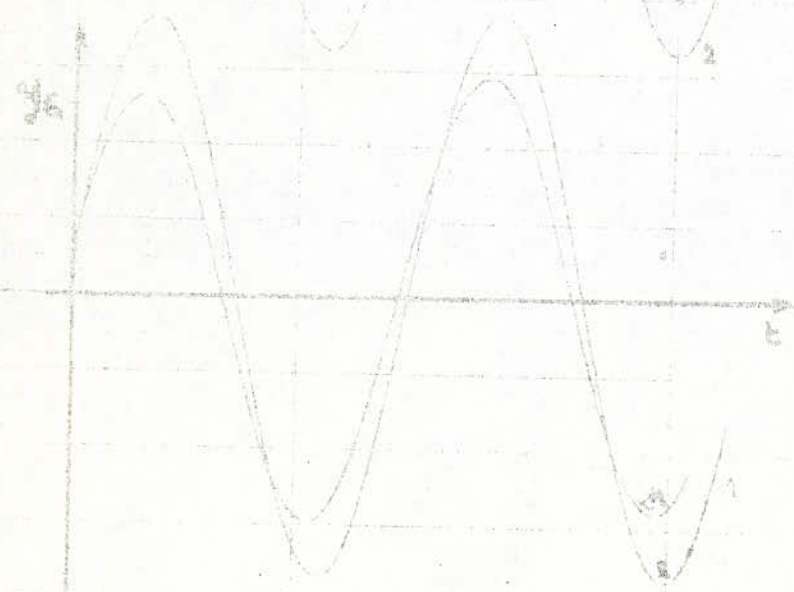
0,5 Δ

ETUDE DES VARIATIONS γ_c et θ POUR 2 PNEUMATIQUES D'USAGE COURANT



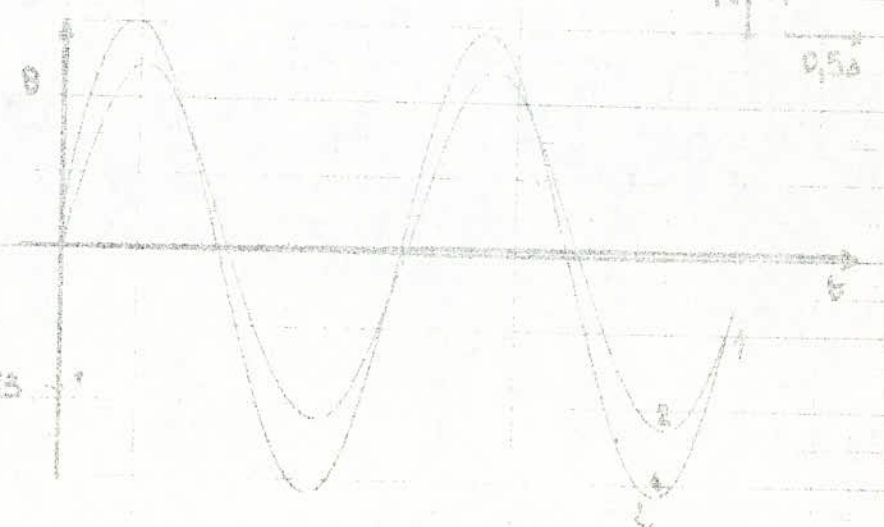
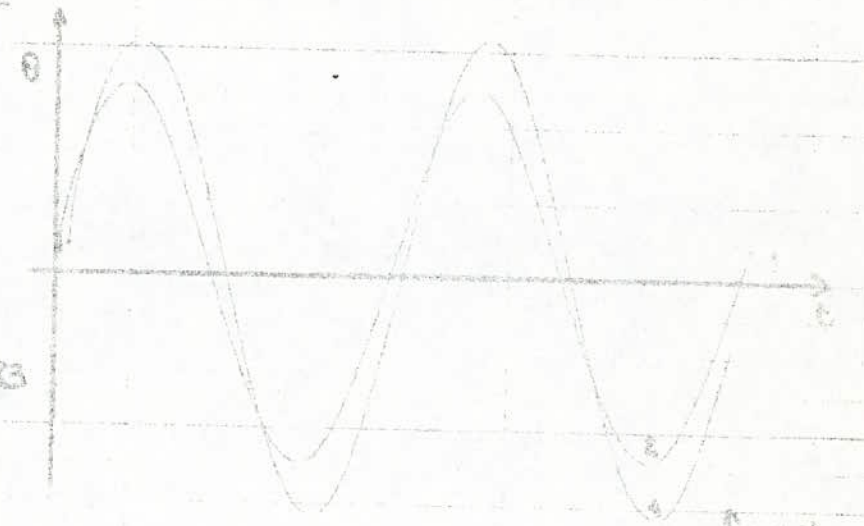
$f = 0,4 \text{ Hz}$

$k = 0,83$

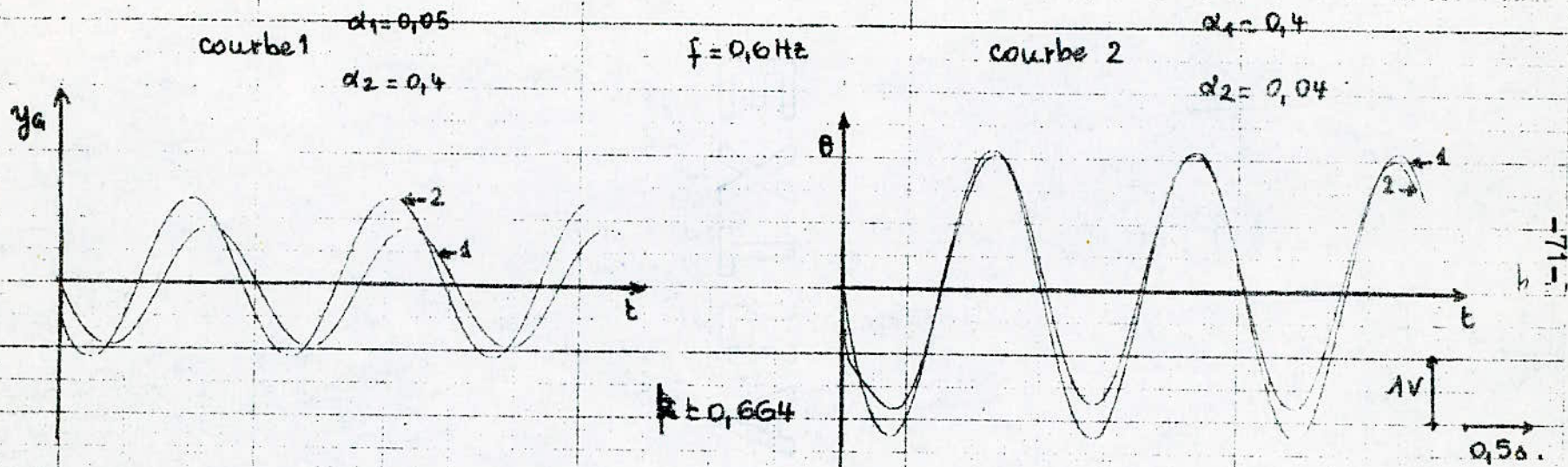


$k = 0,913$

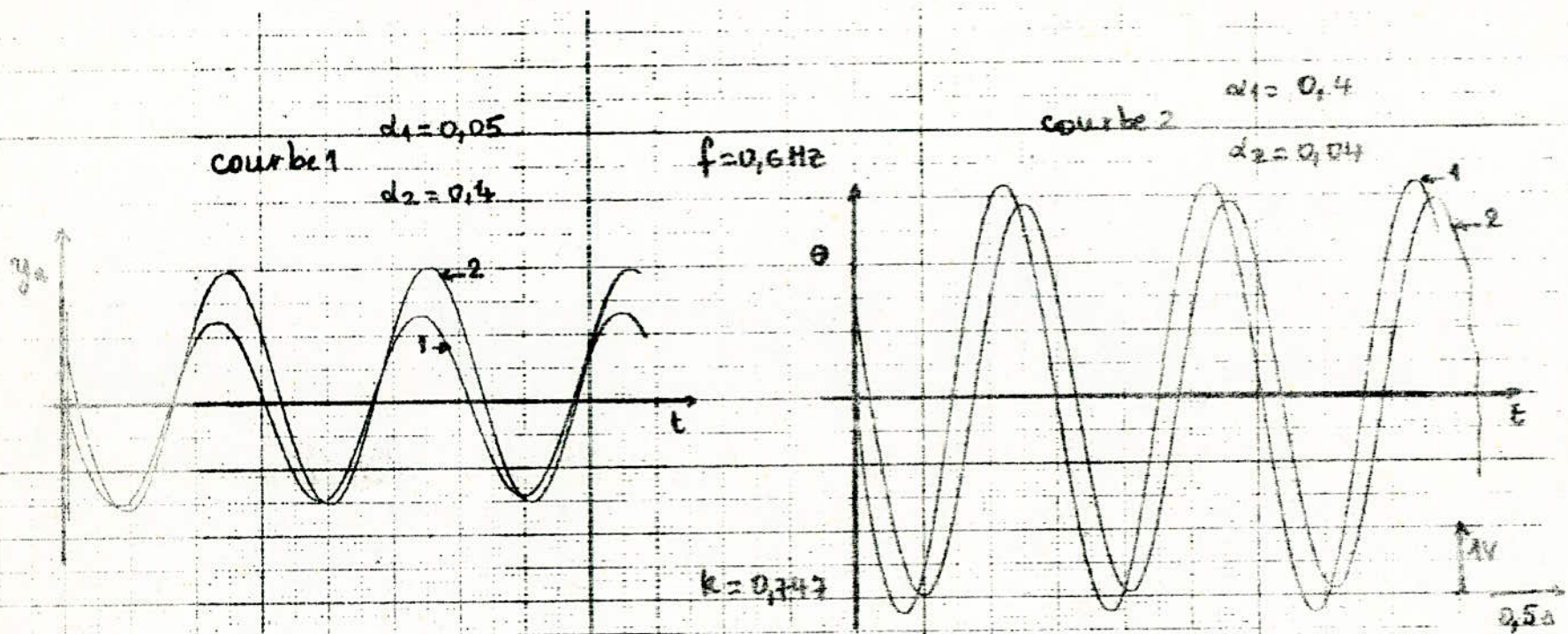
$\alpha_1 = 0,4$
 $\alpha_2 = 0,04$
 courbe 2



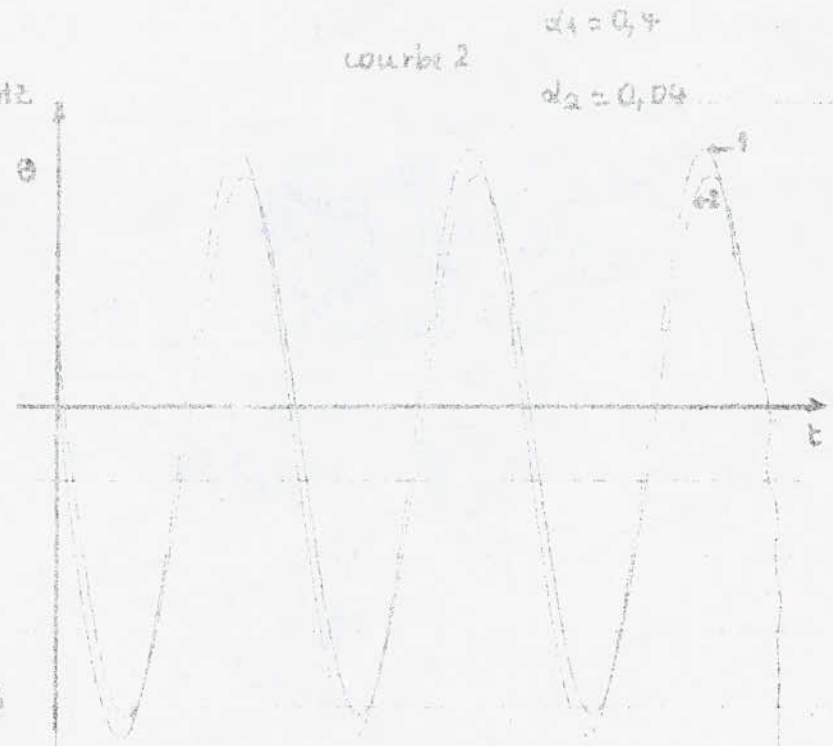
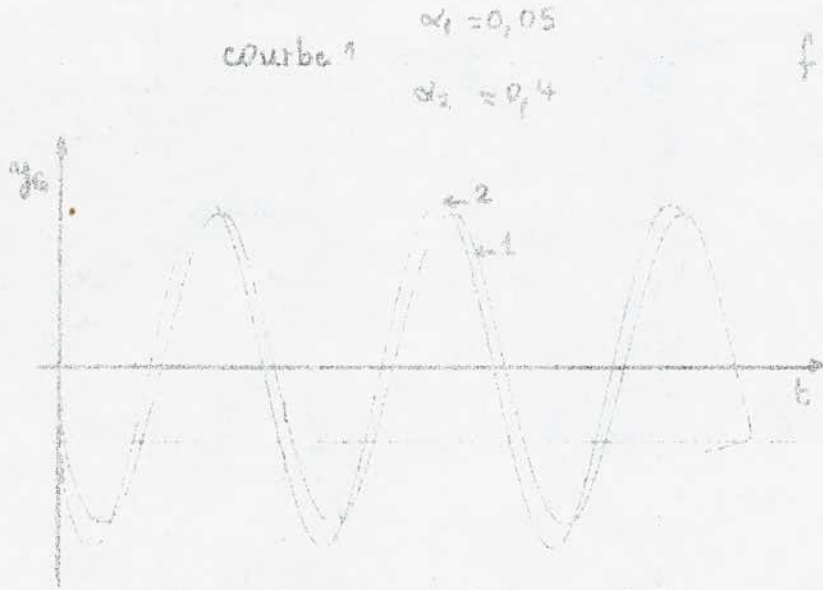
ETUDE DES VARIATIONS γ_a et θ Pour 2 PNEUMATIQUES D'USAGE COURANT



ETUDE DES VARIATIONS y_g et θ Pour une PNEUMATIQUE D'USAGE COURANT



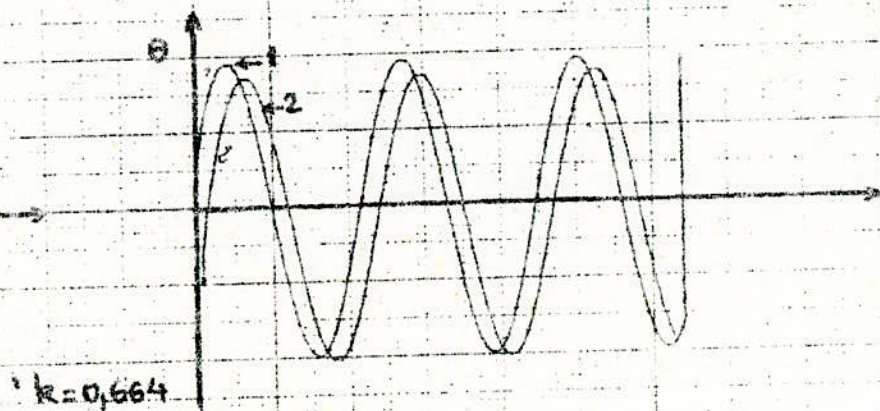
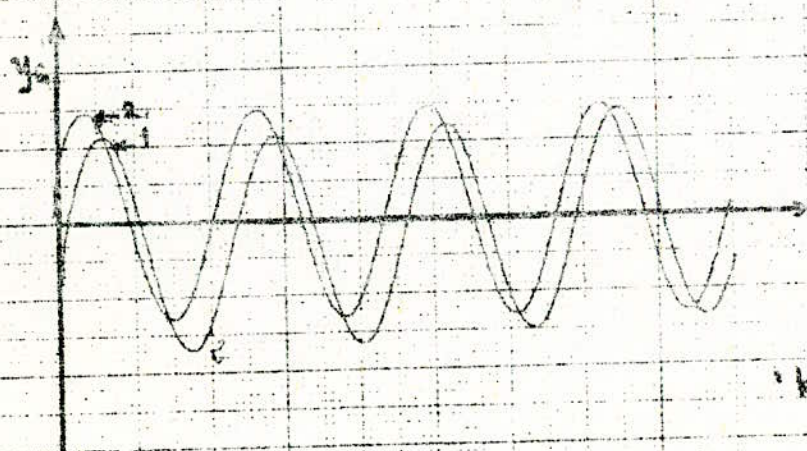
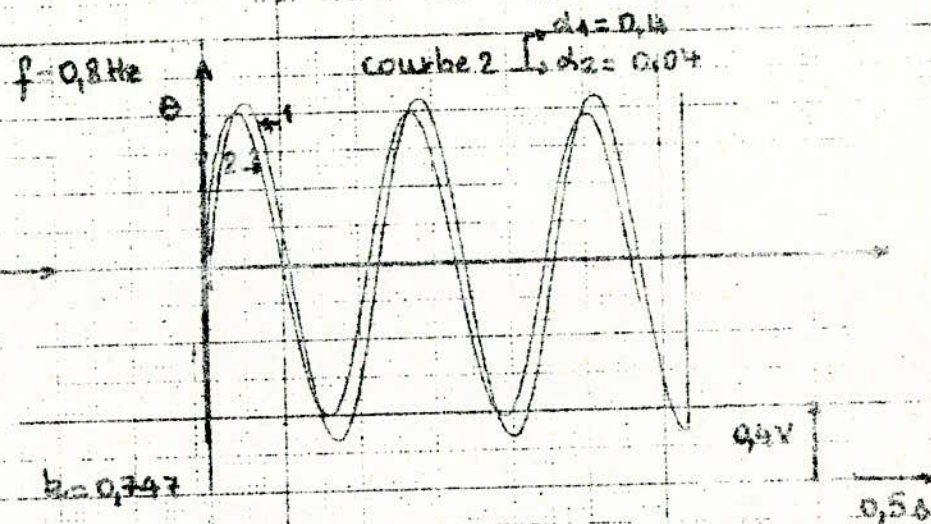
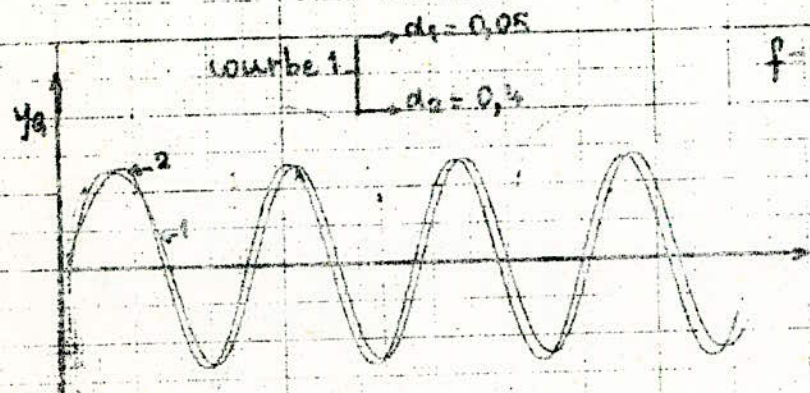
ETUDE DES VARIATIONS y_a et θ Pour 1 PNEUMATIQUE D'USAGE COURANT



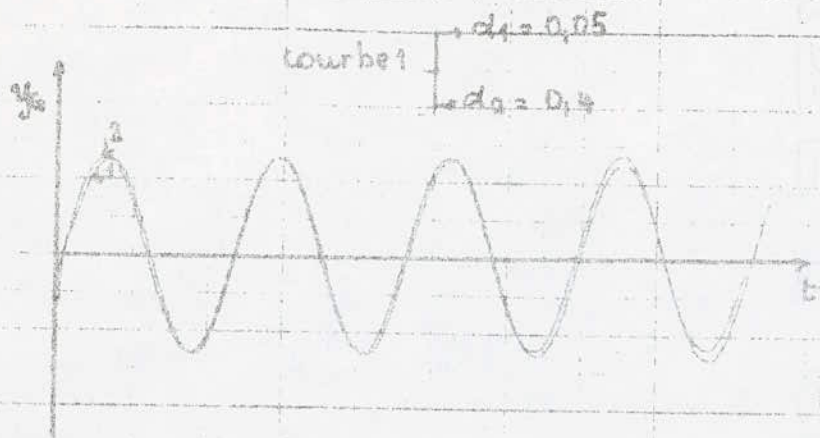
$k = 0,83$

ETUDE DES VARIATIONS γ_g et θ Pour 1 PNEUMATIQUE D'USAGE COURANT.

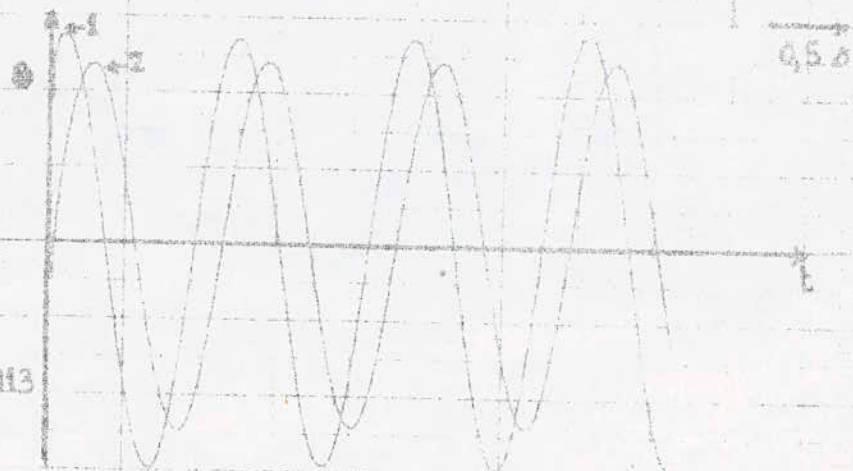
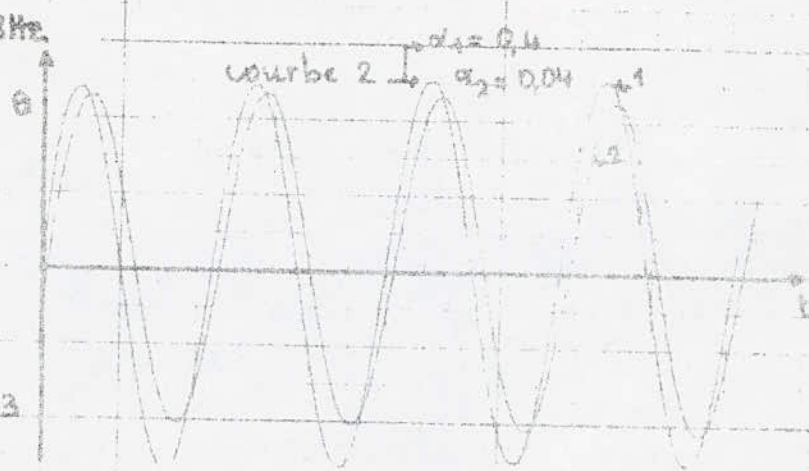




ETUDE DES VARIATIONS γ_0 et θ POUR 2 PNEUMATIQUES D'USAGE COURANT

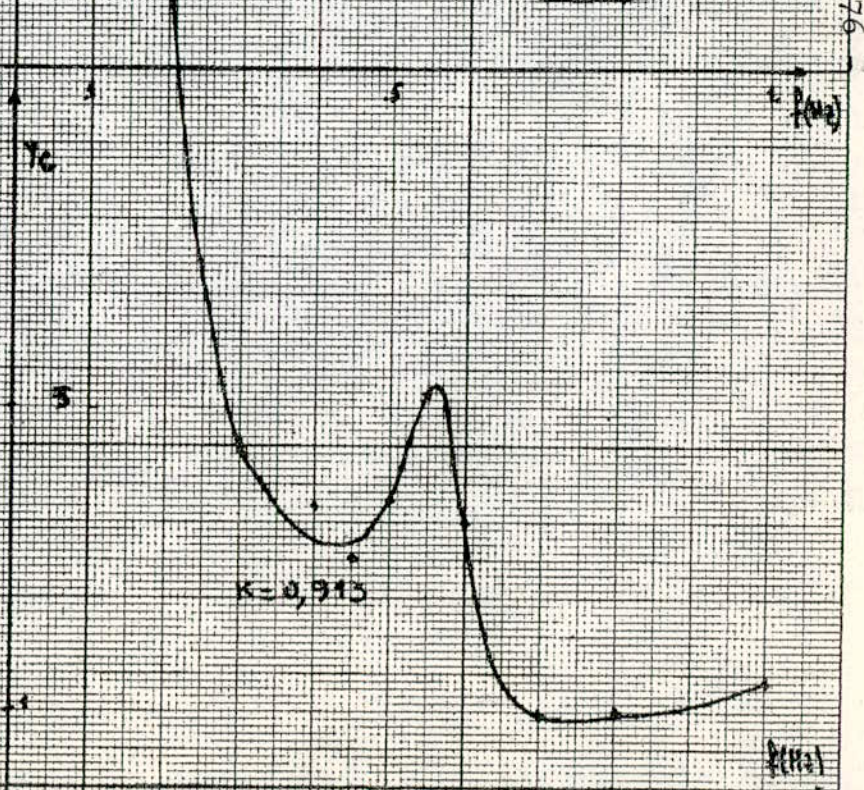
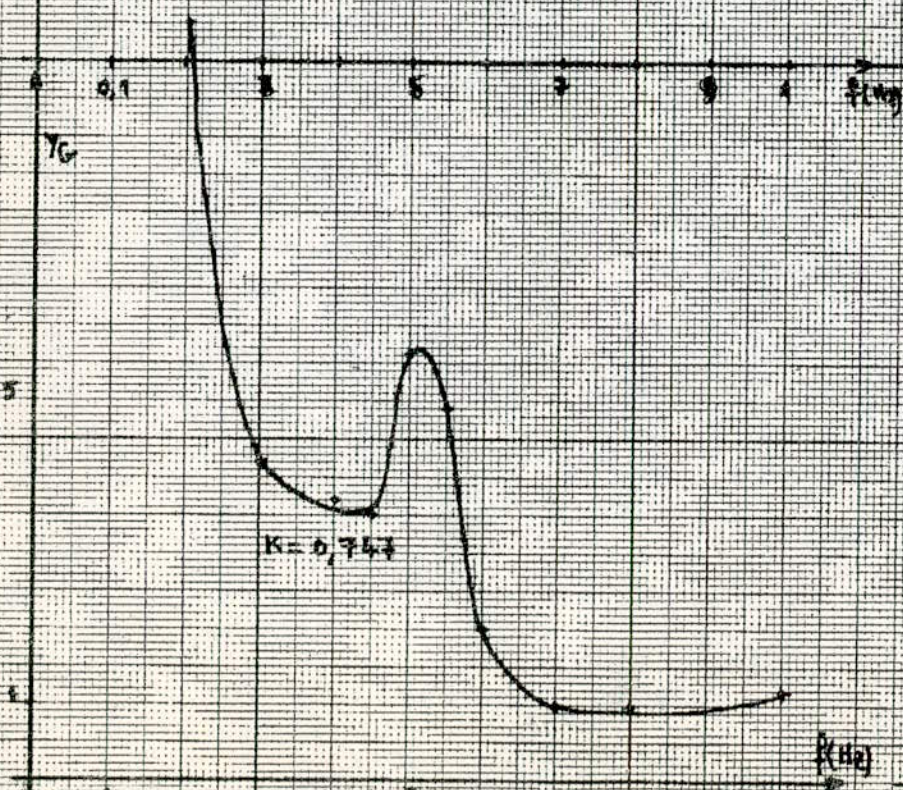
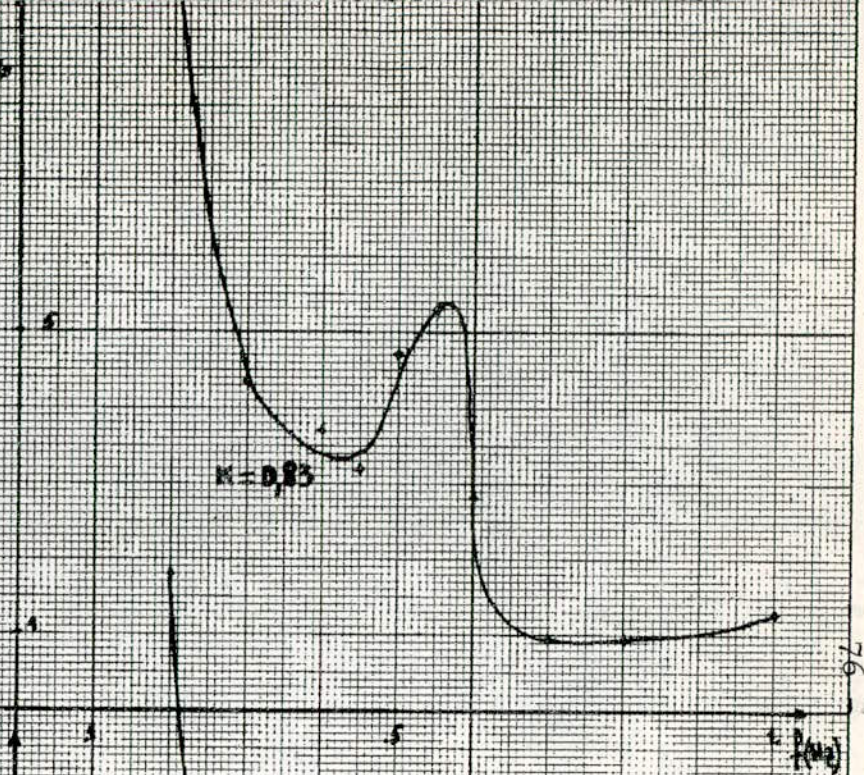
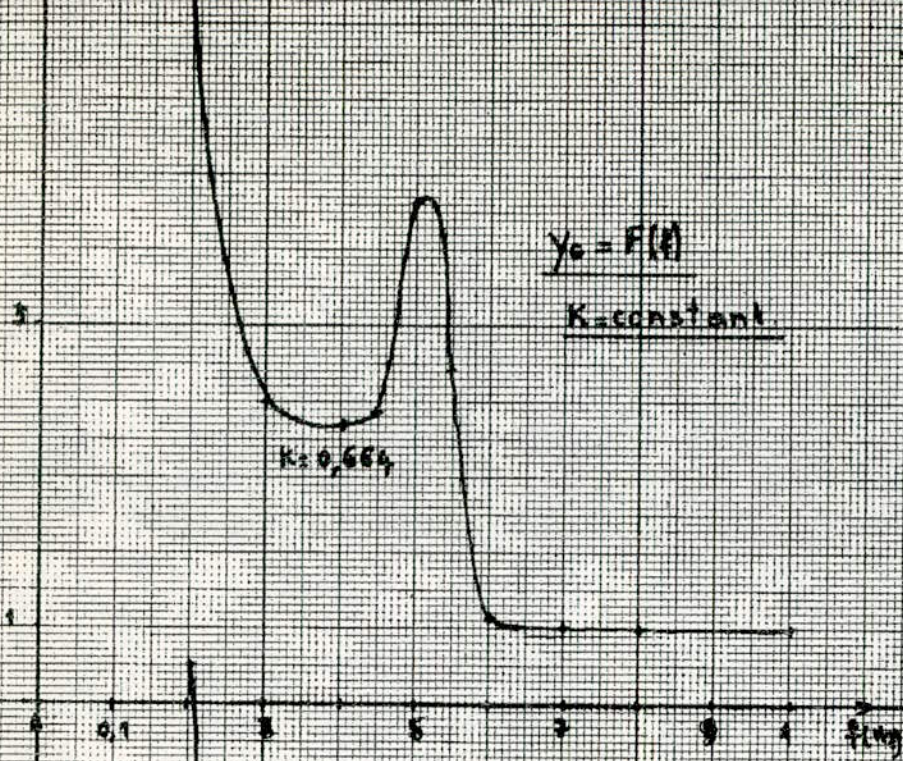


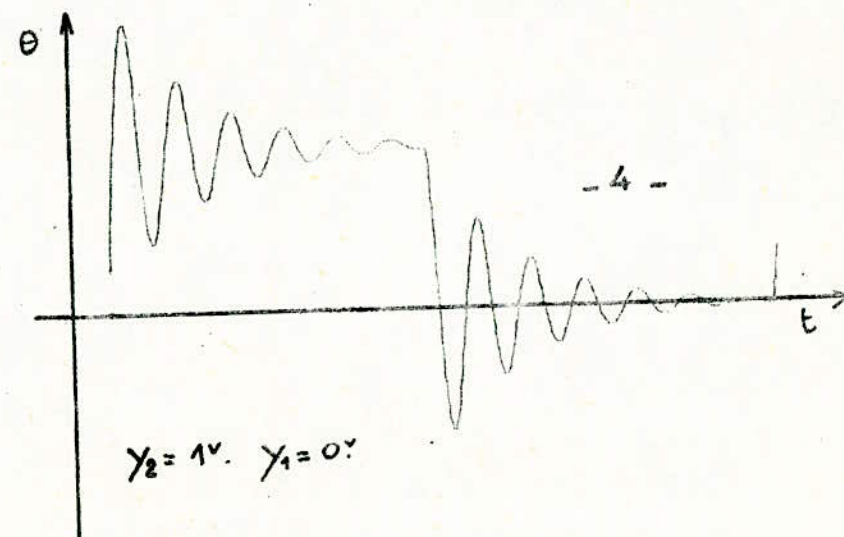
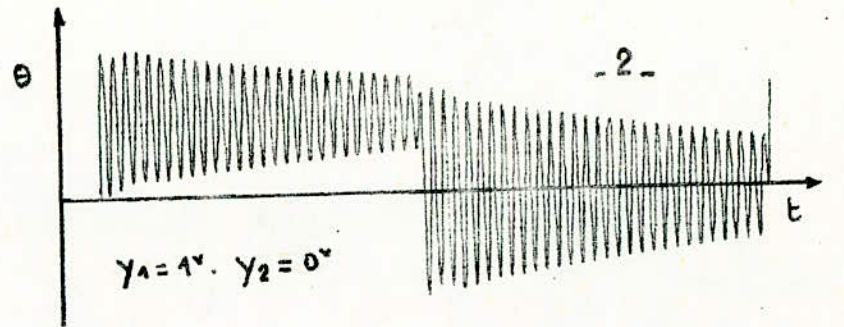
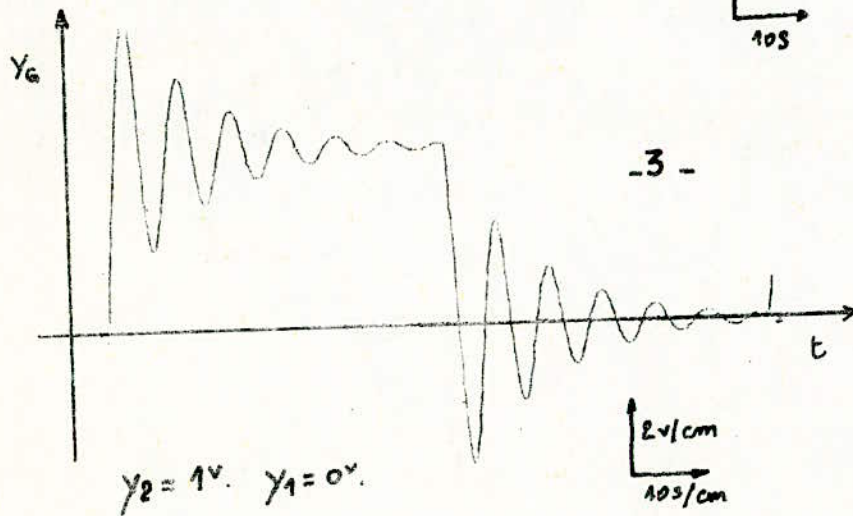
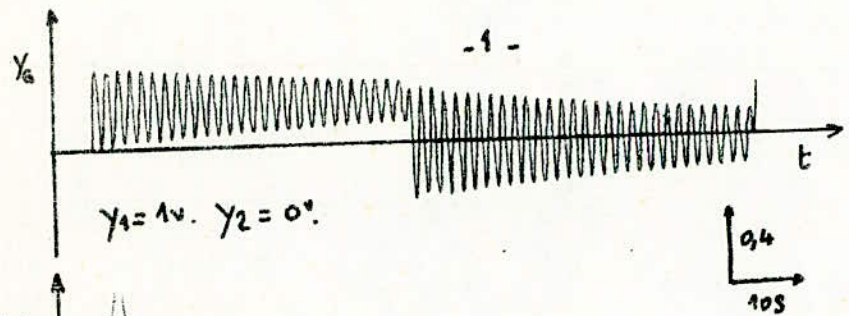
$k = 0,83$



$k = 0,913$

ETUDE DES VARIATIONS φ et θ Pour 2 PNEUMATIQUES D'USAGE COURANT





REPONSE A UN ECHELON UNITE .

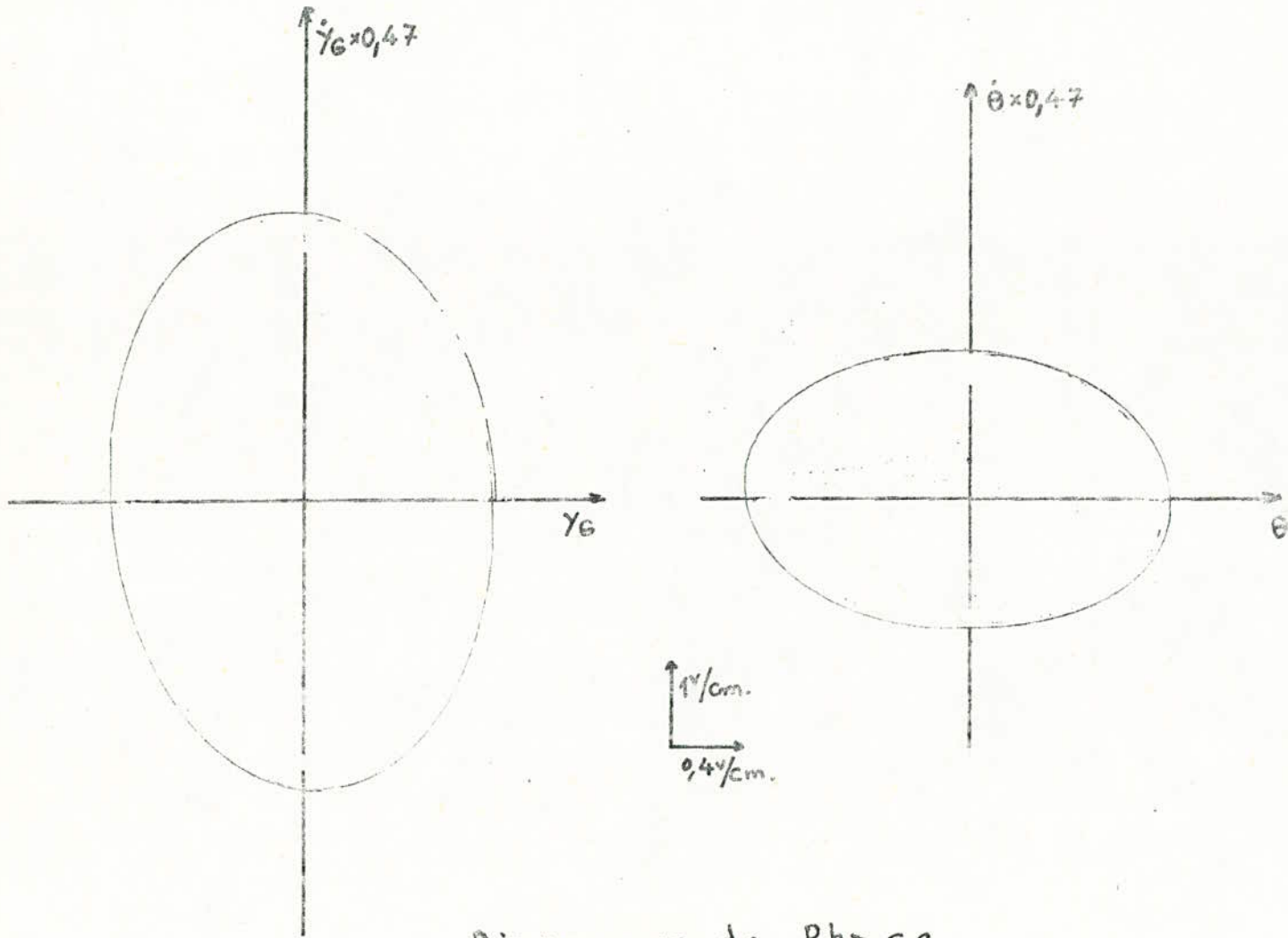


Diagramme de Phase.

IX.- CONCLUSION GENERALE

Dans le domaine de l'électronique appliquée l'analogie électromécanique est très souvent utilisée dans les laboratoires d'études, les instituts de recherche et l'enseignement.

Nous avons réalisé un appareil électronique simulant une suspension automobile. La résolution des équations différentielles couplées régissant le système vibratoire mécanique en régime forcé à 4 degrés de liberté a été ainsi possible à très peu de frais.

La bonne marche de cet appareil, nous a permis de tirer des conclusions sur le comportement d'un véhicule automobile, roulant sur différents profils de route (sinusoïdal, coup de trottoir)

L'étude expérimentale de la fonction de transfert ouvre la voie à l'étude de n'importe quel autre profil. Il serait donc facile de compléter ce modeste travail et nous espérons que cela sera fait dans le laboratoire de vibrations et ondes où l'appareil va servir de travaux pratiques de démonstrations.

Bibliographie.



- H.LILLEN. : Principes et Application des circuits
Intégrés Linéaires.
Edition Radio.1968.
- J.HELEIN. : Calcul Analogique et Hybride.
E.S.E.1969.
- M.DANLOUX -DUMESNILS. : Le Calcul Analogique par Courants Continus.
Edition Dunod.1964.
- N.STEINBERG. : Calcul Analogique et Calcul Hybride.
E.S.E.1967.
- P.NASLIN. : Les Régimes Variables dans les Systèmes
Linéaires et non linéaires.
Edition Dunod.1968.
- R.DUGEHAULT. : L'amplificateur Opérationnel.
Edition Radio. 1973.
- TEXAS INSTRUMENTS. : Manuel des Circuits Intégrés Analogiques.
Edition Radio.1974.
- J.C.GILLE,P.DECAULNE,M.PELEGRIN.: Calcul des systèmes Asservis.
Edition Dunod.1963.
- GLEITZ. : Calcul Analogique. Edition Que Sais-Je.