12/86

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالى والبحث العلمى
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Tesc

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

QUANTIFICATEUR OPTIMAL

Proposé par :
CHEKIMA Ali

Etudié par :
BOUNOUA Rezki
DJEMAI Ali

Dirigé par :
CHEKIMA Ali

PROMOTION : Janvier 1986

ENP 10 Avenue Hacen Badi — EL - HARRACH — ALGER

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالى والبحث العلمى
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

QUANTIFICATEUR OPTIMAL

Proposé par :
CHEKIMA Ali

Etudié par :
BOUNOUA Rezki
DJEMAI Ali

Dirigé par :
CHEKIMA Ali

PROMOTION : Janvier 1986

ENP 10 Avenue Hacen Badi — EL - HARRACH — ALGER

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Dédicace

A mon pére .

A ma mére .

A mes frères et sœurs .

A tous mes amis .

R . BOUNOUA

A mon pére

A ma mère

A mes frères et sœurs

A mon oncle

A ma belle sœur

A tous mes amis .

A . DJEMAÏ

- Remérciements -

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Nous exprimons notre plus profonde reconnaissance à monsieur CHEKIMA ALI notre promoteur, pour tous ses conseils et sa disponibilité tout au long de ce projet.
Qu'il veuille bien trouver ici l'expression de notre sincère gratitude.
Nos remerciements vont également à toute l'équipe du centre de calcul de l'école national polytechnique.

Que tous ceux qui de prés ou de loin ont contribué à la réalisation de ce travail trouvent ici l'expression de notre reconnaissance.

-Table des matières-

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

b- Loi de Laplace

- nombre de niveaux pairs
- nombre de niveaux impairs

c- Loi de Rayleigh

2- Quantification non uniforme

2-1- Méthode de Max-Lloyd

a- Loi normale

- nombre de niveaux pairs
- nombre de niveaux impairs

b- Loi de Laplace

- nombre de niveaux pairs
- nombre de niveaux impairs

c- Loi de Rayleigh.

2-2- Méthode de T. Berger

a- Loi normale

b- Loi de Laplace

c- Loi de Rayleigh

3- Comparaison des trois méthodes

- Loi normale
- Conclusion.

INTRODUCTION

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Les systèmes de traitement de l'information peuvent se décomposer en systèmes analogiques etsystémes numériques. Dans le premier cas les signaux sur lesquels ces systèmes travaillent varient de manière continue, par opposition les seconds travaillent sur des variables discètes appelées nombres. Vu les avantages que présente le traitement numérique du signal, á savoir la fiabilité et la précision le traitement numérique tend à se généraliser dans tous les domaines.

Tout traitement numérique d'un signal nécessite donc une opération de convérsion analogique numérique; C'est l'opération d'échantillonnage, <u>de quantification</u> et de codage.

- L'échantillonnage consiste à prélever des valeurs V_a du signal analogique à des instants réguliers de période T_e.

- La quantification quant à elle consiste à remplacer la distribution de l'amplitude V_a des échantillons analogiques par une distribution discréte d'amplitude V_q.

- Lors d'une quantification il faut définir le systéme de numération qui permettra de représenter le signal quantifié sous forme d'un mot. Il faut pour cela choisir une base de numération.

Par commodité, la base choisie habituellement est la base 2: le systéme de numération estalors le systéme binaire. Ainsi on réalise l'opération de codage.

Notre travail sera axé sur l'opération de quantification. Pour cela nous présenterons certains types de quantificateurs à savoir le quantificateur uniforme, logarithmique, et enfin le quantificateur optimal. Ensuite on étudiera le quantificateur uniforme et optimal.

A l'aide d'algorithmes déjà établis nous avons élaboré certains programmes permettant de calculer les paramètres caractérisant ces quantificateurs, à savoir le taux d'entropie R, la distorsion D, les seuils de quantification a_i et les niveaux de reconstruction γ_i.

Et enfin en application nous avons donné quelques résultats obtenus pour certaines distributions continues: Normale, Laplace et Rayleigh.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Chapitre 1 : Généralités

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

I. Rappels mathématiques.

1- Fonction de répartition

1-1- Définition.

Soit x une variable aléatoire à valeur dans IR. Elle est définie par sa fonction de répartition $F_x(x)$; C'est la probabilité pour que la valeur prise par x soit inférieure au nombre réel x.

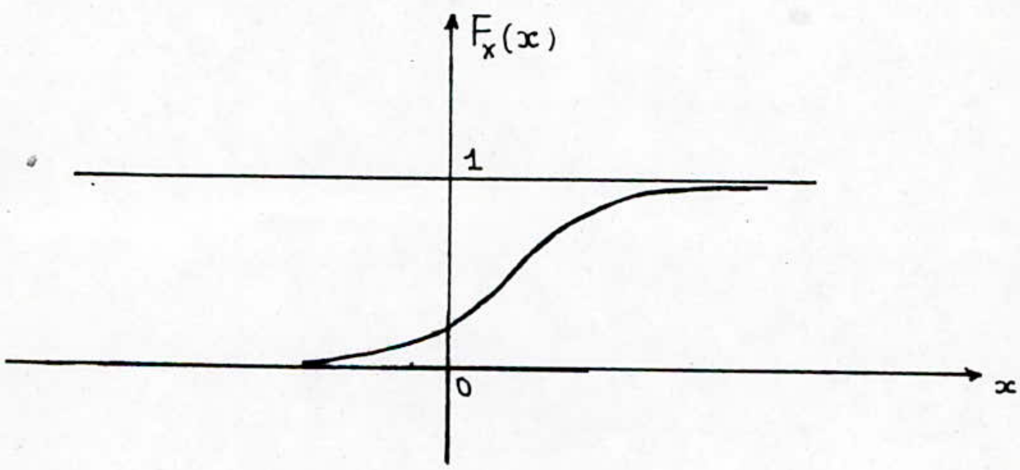
$$F_x(x) = \text{Prob}(x \leq x).$$

1-2- Propriétés

Une fonction de répartition est toujours monotone croissante. Elle vérifie les relations suivantes :

$$F_x(-\infty) = 0 \qquad \text{et} \qquad F_x(x < +\infty) = 1$$

Le graphe d'une fonction de répartition continue à l'allure si dessous :



On a aussi : $\text{Prob}(a < x \leq b) = F_x(b) - F_x(a)$

2- Densité de probabilité :

2-1- Définition :

La densité de probabilité $p(x)$ est la dérivée de la fonction de répartition.

Lorsque $F_x(x)$ est dérivable la variable est dite continue, et la dérivée est à prendre au sens usuel.

$$p(x) = \frac{d F_x(x)}{d x}$$

2-2- Propriétés :

La densité de probabilité est une fonction positive ou nulle. $p(x) \geq 0, \forall x$. Elle vérifie les relations suivantes :

$$\text{Prob}(X < x) = F_x(x) = \int_{-\infty}^{x} p(u) \cdot du.$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) \cdot dx = 1$$

3- Moment d'ordre r d'une variable aléatoire -

Soit X une variable aléatoire, continue et soit $p(x)$ sa fonction de densité. Le moment d'ordre r ($r \in \mathbb{N}$) est défini comme étant :

$$m_r = E(x^r) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^r \cdot p(x) \cdot dx.$$

3-1- Espérance mathématique d'une variable aléatoire.

L'espérance mathématique ou moyenne m d'une variable aléatoire X est le moment d'ordre 1. Elle est définie par :

$$m = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x) \cdot dx.$$

3-2- Variance d'une variable aléatoire.

La variance ou dispersion σ^2 d'une variable aléatoire X est définie par l'intégrale :

$$V = \sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m)^2 \cdot p(x) \cdot dx.$$

4- Exemple de quelques distributions.

4-1- Loi normale.

Une variable aléatoire continue x suit une loi normale si sa densité de probabilité est définie par :

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi . \sigma^2}} \; exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right]$$

x peut aller de $-\infty$ à $+\infty$

Sa moyenne est : $E(x) = m$

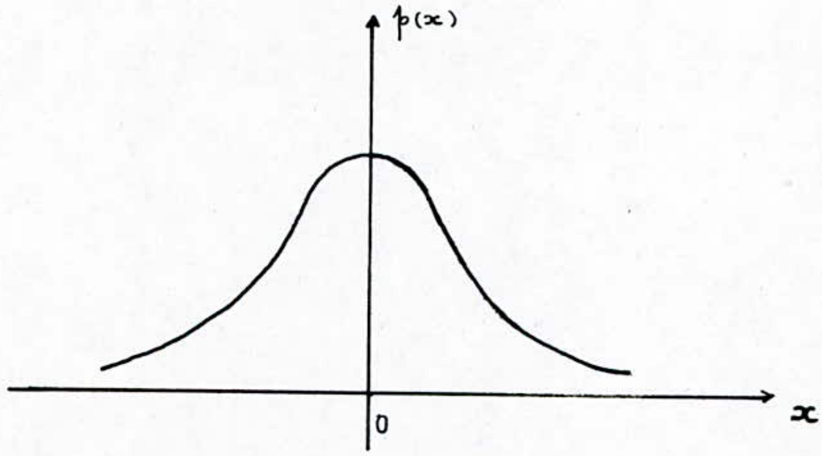
Sa variance est : $V = \sigma^2$

Dans le cas où $m=0$, $\sigma = 1$; Elle se réduit à

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \; exp\left[-\frac{1}{2} x^2\right]$$

Elle est alors appelée loi normale centrée ($m=0$) réduite ($\sigma=1$).

Son graphe a l'allure de la courbe suivante :



4-2- Loi de Laplace.

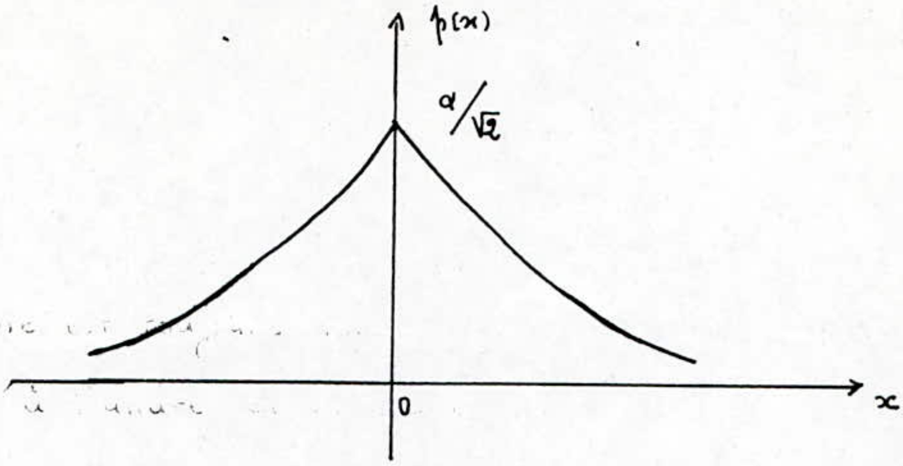
On dit qu'une variable aléatoire continue x suit la loi de Laplace si sa densité de probabilité est donnée par :

$$p(x) = \frac{\alpha}{2} \; exp(-\alpha |x|)$$

x varie de $-\infty$ à $+\infty$ et $\alpha > 0$

sa moyenne est toujours nulle , sa variance vaut : $V = \dfrac{2}{\alpha^2}$

Son graphe á l'allure de la courbe suivante :



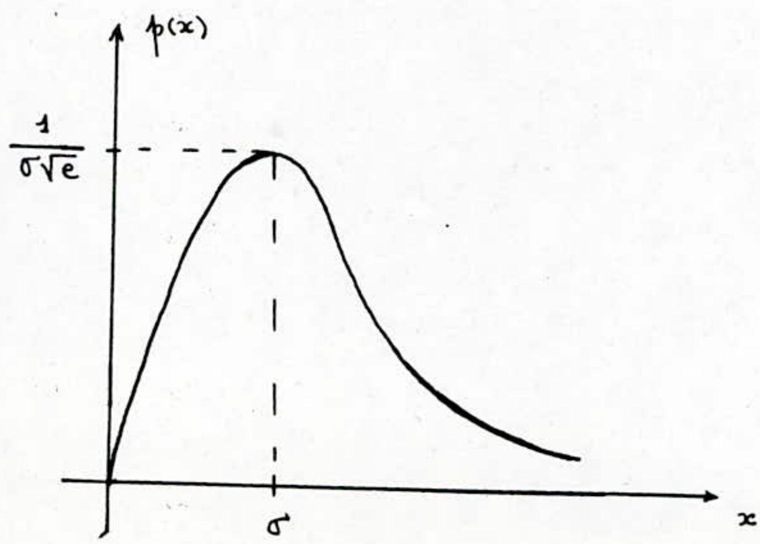
4-3 - Loi de Rayleigh.

Une variable aléatoire continue x suit la loi de Rayleigh si sa densité de probabilité est donnée par :

$$p(x) = \frac{x}{\sigma^2} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{\sigma^2} \right]$$

x varit de 0 á $+\infty$; sa moyenne vaut $\sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}}$, et sa variance vaut $\left[2 - \frac{\pi}{2}\right] \cdot \sigma^2$.

Son graphe a l'allure de la courbe suivante :



II - Entropie d'une source discrète.

Une source peut émettre n messages correspondants à des quantités d'informations différentes. Pour caractériser la source on considère la quantité d'information moyenne associée à un message émi par cette source.

Parmi les n messages possibles, le message i de probabilité p_i apportera une quantité d'information :

$$Q_i = -\log_2 p_i$$

La valeur moyenne de Q vaut = $\sum_i p_i Q_i = -\sum_i p_i \log_2 p_i$

Cette moyenne sera appelée entropie de la source ; Soit :

$$R = -\sum_i p_i \cdot \log_2 p_i$$

C'est donc la valeur moyenne de la quantité d'information associée à la récéption d'un message emis par la source.

Remarque : L'entropie d'une source pouvant délivrer n messages differents est maximale si tous les messages sont équiprobables.

Chapitre 2 : Principes de la quantification.

I - Introduction.

La quantification est l'approximation de chaque valeur du signal $s(t)$ par un multiple entier d'une quantité élémentaire q appelée échelon de quantification.
Cette opération revient à faire passer le signal $s(t)$ dans un organe qui possède une caractéristique « en marche d'escalier » et fournit en sortie le signal $s_q(t)$ comme le montre la FIG : 1.

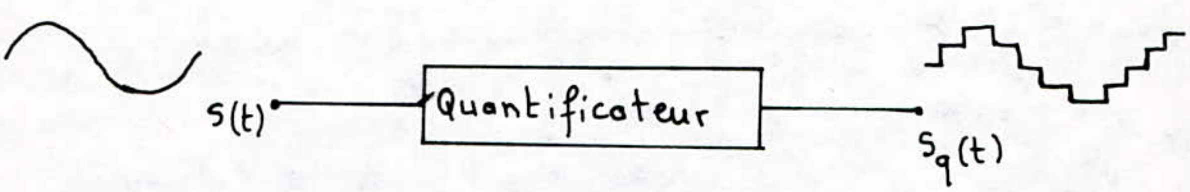


FIG 1

La FIG 2 montre que toute quantification introduit une erreur; ceci provient du fait qu'on remplace la valeur exacte du signal par une valeur approchée. Cela revient à superposer au signal d'origine un signal d'erreur $e(t)$ désigné par bruit de quantification ; il vient alors :

$$s(t) = s_q(t) + e(t).$$

Cette erreur est toujours inférieure au quantum q, quelle soit par excés ou par défaut : $|e| \leq q$.
Dans la pratique on limite cette erreur à $\pm \frac{q}{2}$ en faisant en sorte que le signal de sortie change de valeur à chaque fois que le signal d'entrée passe par l'une des valeurs : $(2n+1)\frac{q}{2}$.

La précision du signal quantifié dépend essentiellement de la finesse du quantum choisi. Quand les variations du signal sont grandes par rapport à l'échelon de quantification, on peut admettre que le signal d'erreur est équivalent à une suite de segments de droite de pente variable bornés à $\pm q/2$ (voir FIG : 2) sauf lorsque le signal passe par un extrémum.

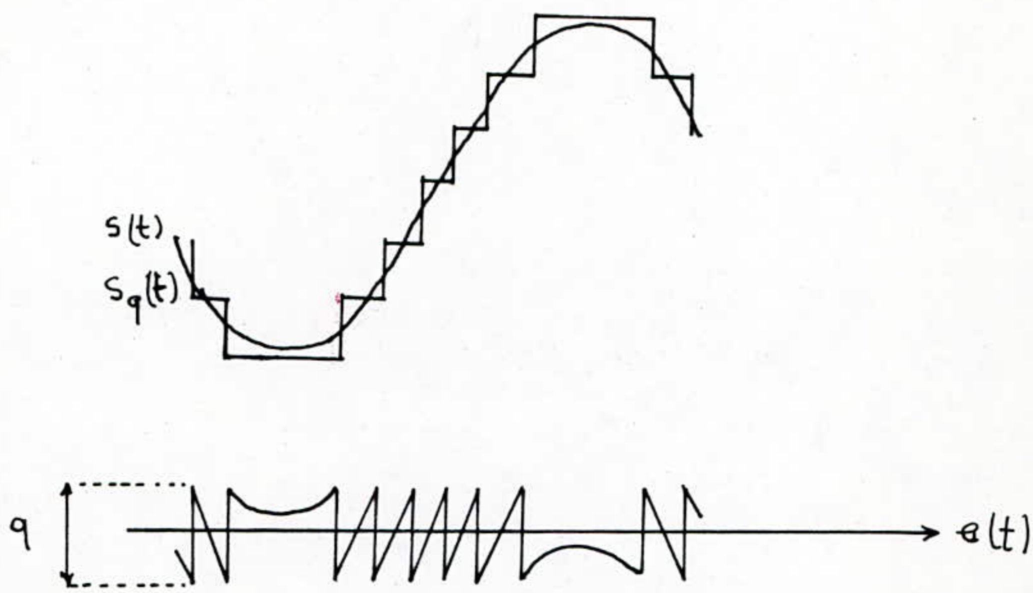


FIG : 2.

Si α est la pente variable de ces segments, pour un intervalle de temps t compris entre $-q/2\alpha$ et $+q/2\alpha$ l'erreur peut alors se mettre sous la forme :

$$\varepsilon = \alpha . t$$

L'erreur quadratique moyenne est alors donnée par :

$$\bar{e}^2 = \frac{\alpha}{q} \int_{-q/2\alpha}^{+q/2\alpha} (\alpha t)^2 \, dt = \frac{1}{12} q^2$$

La valeur ainsi obtenue, est souvent utilisée pour estimer la puissance du bruit de quantification.

Dans le cas où la distribution de l'amplitude est symétrique par rapport à l'origine deux cas de quantificateurs peuvent être considérés.

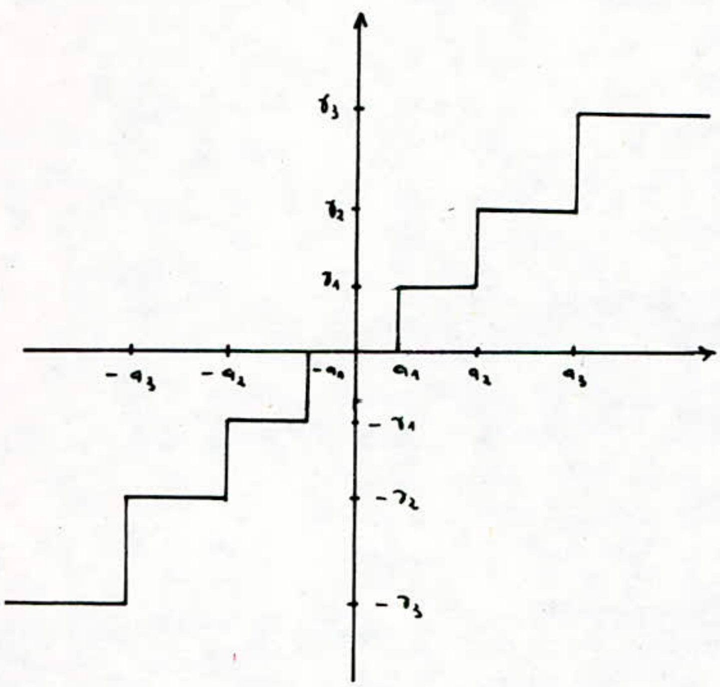


Fig : a

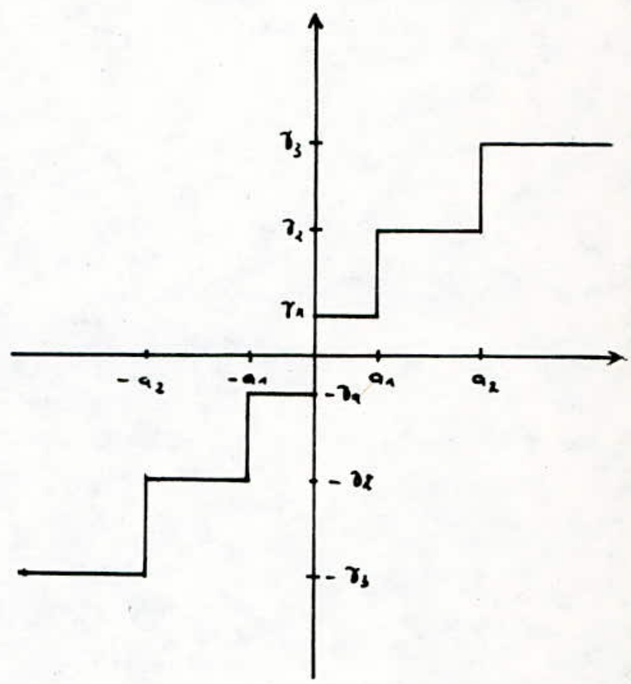


Fig : b

Dans le cas de la **Fig a** le nombre de niveaux est impair et toute les amplitudes comprises entre $-a_1$ et $+a_1$ sont représentées par un niveau nul ; Ce type de quantificateur est utilisé pour avoir une entropie plus faible.
Par contre dans le cas de la **Fig b** le nombre de niveaux est pair et l'amplitude nulle n'est pas représentée.

II. Equations de base de la quantification

Soit x une variable aléatoire réelle à quantifier, et $p(x)$ sa fonction de densité.

Un système ayant une entrée x et une sortie y sera appelé quantificateur si :

$$a_{i-1} < x \leq a_i \quad \Rightarrow \quad y = \gamma_i$$

Où les a_i représentent les seuils de quantifications et les γ_i les niveaux de reconstruction.

Soit p_i la probabilité pour que x soit compris dans l'intervalle : $]a_{i-1}, a_i]$; donc :

$$p_i = \text{Prob}(a_{i-1} < x \leq a_i) = \int_{a_{i-1}}^{a_i} p(x)\,dx \qquad (1)$$

Pour chaque quantificateur ainsi défini on associe deux quantités appelées :

- Taux d'entropie R
- Distorsion moyenne D.

Elles sont définies par :

$$R = -\sum_i p_i \log_2 p_i \qquad (2)$$

$$D = E|Y - X|^r = \sum_i \int_{a_{i-1}}^{a_i} |x - \gamma_i|^r p(x)\,dx \qquad (3)$$

1- Erreur quadratique moyenne.

Généralement on évalue la performance d'un quantificateur par le rapport signal sur bruit : S/B. Où S est la puissance du signal et B celle du bruit, qui n'est rien d'autre que D donné par (3) pour $r = 2$.

Ainsi la distorsion D sera l'erreur quadratique moyenne pour $r = 2$. Et c'est ce cas bien précis que nous considérerons dans la suite.

$$D = \sum_i \int_{a_{i-1}}^{a_i} (x - \gamma_i)^2 \cdot p(x) \cdot dx \qquad (4)$$

2- Choix des niveaux de reconstruction γ_i

Les niveaux de reconstructions γ_i n'ayant aucun effet sur le taux d'entropie R, alors ils seront choisis de manière à minimiser la distorsion D. Pour cela on dérive l'expression (4) par rapport à γ_i et on l'égalise à zéro :

$$\frac{\partial D}{\partial \gamma_i} = 0 \implies \sum_i \left[-2 \int_{a_{i-1}}^{a_i} x\, p(x)\, dx + 2\gamma_i \int_{a_{i-1}}^{a_i} p(x) \cdot dx \right] = 0$$

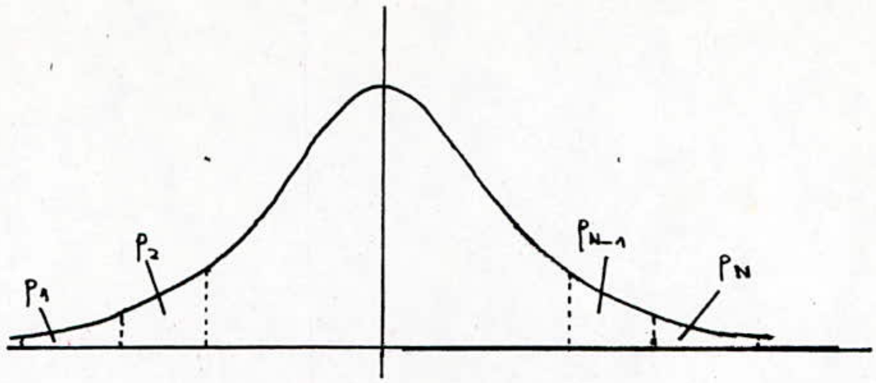
$$\implies \qquad \gamma_i = \frac{\int_{a_{i-1}}^{a_i} x \cdot p(x) \cdot dx}{\int_{a_{i-1}}^{a_i} p(x)\, dx} \qquad (5)$$

Les niveaux de reconstruction γ_i ainsi déterminés sont les centres de masse (centroïdes) des intervalles (a_{i-1}, a_i).

3- Entropie d'une source.

Théorème : Si la densité de probabilité $p(x)$ d'une source est symétrique, et que le nombre de niveaux est pair, alors l'entropie associée au quantificateur est toujours supérieure ou égale à l'unité.

Démonstration



D'aprés la figure précédente on voit que pour un nombre de niveaux donné et pour tout i on a la relation suivante :

$$p_i = p_{N+1-i}$$

On a aussi : $R = -2 \cdot \sum_{i=1}^{N/2} p_i \log_2 p_i$

Soit : $q_1 = p_1 + p_2$

$$q_2 = q_1 + p_3 = p_1 + p_2 + p_3$$

$$\vdots$$

$$q_{N/2-1} = q_{N/2-2} + p_{N/2} = p_1 + p_2 + \cdots\cdots + p_{N/2} = 1/2$$

Sachant que :

$$p_1 \log_2 \frac{1}{p_1} + p_2 \log_2 \frac{1}{p_2} \geqslant q_1 \log_2 \frac{1}{q_1}$$

$$q_1 \log_2 \frac{1}{q_1} + p_3 \log_2 \frac{1}{p_3} \geqslant q_2 \log_2 \frac{1}{q_2}$$

$$\vdots$$

$$q_{\frac{N}{2}-2} \log_2 \frac{1}{q_{\frac{N}{2}-2}} + p_{\frac{N}{2}-1} \log_2 \frac{1}{p_{\frac{N}{2}-1}} \geqslant q_{\frac{N}{2}-1} \log_2 \frac{1}{q_{\frac{N}{2}-1}}$$

En additionnant membre á membre les inégalités précédentes on obtient :

$$\sum_{i=1}^{\frac{N}{2}} p_i \log_2 \frac{1}{p_i} \geqslant q_{\frac{N}{2}-1} \log_2 \frac{1}{q_{\frac{N}{2}-1}}.$$

Puisque $q_{\frac{N}{2}-1} = \frac{1}{2}$, alors :

$$\sum_{i=1}^{\frac{N}{2}} p_i \log_2 \frac{1}{p_i} \geqslant \frac{1}{2} \log_2 2 = 0,5$$

or $R = 2 \sum_{i=1}^{\frac{N}{2}} p_i \log_2 \frac{1}{p_i} \geqslant 1$

On trouve bien $R \geqslant 1$.

Dans le cas où le nombre de niveaux est impair, L'entropie associeé au quantificateur assymétrique est supérieure ou égale à zéro.

Chapitre 3 : Quantification uniforme.

I. Introduction et définition.

Etant donné sa simplicité le quantificateur uniforme à été le premier à être étudié.
Dans ce type de quantificateur les intervalles séparant les seuils de quantification a_i sont tous égaux, à l'exception du dernier qui, lui est semi infini.
Les niveaux de reconstruction γ_i sont choisis comme étant le milieu des intervalles (a_{i-1}, a_i).

$$\gamma_i = \begin{cases} (i-\frac{1}{2})\Delta & ; \quad (i-1)\Delta \leq x < i\Delta \qquad i = 1,2,\dots,N-1 \\ (N-\frac{1}{2})\Delta & ; \quad x \geq (N-1)\Delta \end{cases}$$

où N est le nombre de niveaux.

II. Choix du pas de quantification.

Le pas de quantification Δ est choisi de façon à minimiser la distorsion D.
La condition nécessaire pour minimiser D est obtenue en dérivant cette dernière par rapport à Δ et en l'égalisant à zéro.

$$D = \sum_{i=1}^{N-1} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} [x-(i-\tfrac{1}{2})\Delta]^2 p(x)\cdot dx + \int_{(N-1)\Delta}^{\infty} [x-(N-\tfrac{1}{2})\Delta]^2 p(x)\, dx.$$

$$\frac{\partial D}{\partial \Delta} = 0 \Rightarrow -\sum_{i=1}^{N-1} (2i-1) \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} [x-(i-\tfrac{1}{2})\Delta]\, p(x)\, dx$$

$$-(2N-1)\int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} [x-(N-\tfrac{1}{2})\Delta]\, p(x)\cdot dx = 0 \qquad (6)$$

comme il est difficile de résoudre l'équation (6), alors lors de la programmation on procèdera de la manière suivante :

Pour un nombre de niveaux N fixé on fait varier le pas de quantification Δ, et à chaque fois on relève la valeur de R et D correspondante.

Ainsi on obtient plusieurs quantificateurs, parmis lesquels on choisira le quantificateur uniforme optimal, c'est à dire celui qui possède une erreur quadratique moyenne faible.

Pour ce type de quantificateur nous avons tracé les courbes $R = f(D)$ pour les différentes lois, et différents nombres de niveaux.

Lorsque l'amplitude du signal à quantifier varie il est préférable de ne pas utiliser la quantification uniforme. Et dans ce cas il est indispensable d'introduire la quantification non uniforme; C'est une autre alternation qui consiste à décontracter la contrainte de la quantification uniforme; Et dans ce cas les pas de quantification ne seront pas tous égaux.

Chapitre 4: Quantification non uniforme.

I - Introduction.

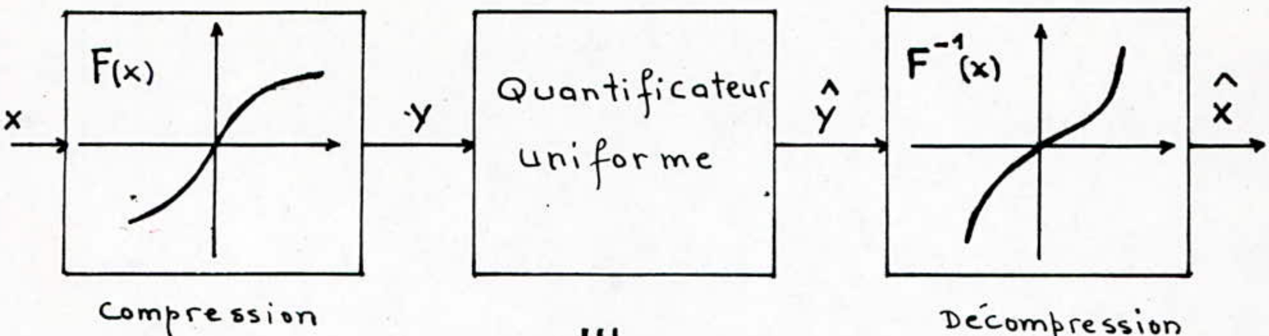
La distribution des signaux à quantifier est rarement uniforme; c'est le cas des signaux de la parole.
Alors dans ce type de signaux les faibles amplitudes sont plus probables que les grandes. C'est pour cette raison que les pas de quantification ne sont plus égaux.

Plusieurs méthodes sont utilisées pour obtenir des quantificateurs non uniformes:

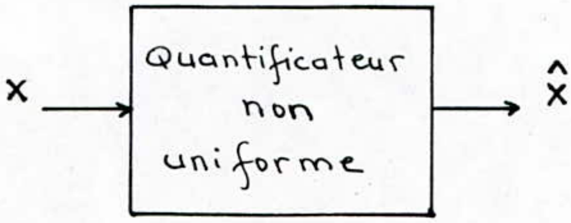
- Méthode dite « Campanding ».
- Méthode de Max-Lloyd.
- Méthode de Tobby-Berger.

1- Le campanding.

Cette méthode consiste à compresser le signal à quantifier afin d'avoir une distribution uniforme, ensuite on fait une quantification uniforme.
Une fois que le signal est quantifié, on le décompresse, et on retrouve ainsi l'amplitude originale du signal.
Ainsi avec cette méthode on obtient une quantification non uniforme, autrement dit les amplitudes plus probables sont quantifiées avec un faible pas, tandis que les amplitudes ayant des probabilités faibles sont quantifiées avec un pas plus large.



$$\equiv$$



Le signal x est compressé par la fonction F(x) qui est monotone, croissante dans l'intervalle $[0, V]$; où V est l'amplitude maximale du signal d'entrée.

La fonction F(x) doit satisfaire :

$$F(V) = V \quad \text{et} \quad F(0) = 0 .$$

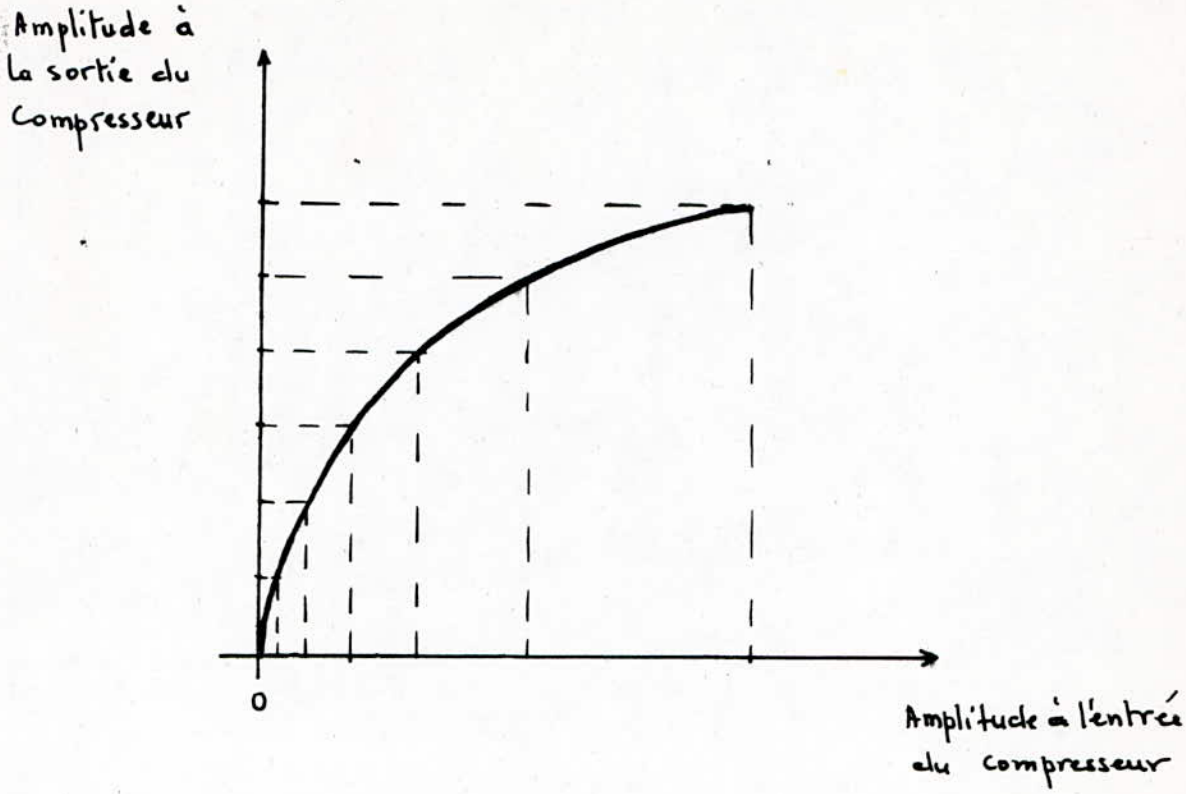
Si le nombre de niveaux N est élevé alors on peut approximer la courbe $F(y)$ par un segment de droite de pente $F'(y_i)$ dans chaque intervalle i.

La dérivée de $F(y)$ est évaluée à y_i ; où y_i est le niveau équivalent du quantificateur non uniforme. Alors on aura :

$$F'(y_i) \cdot \Delta_i = F(x_i) - F(x_{i-1}) = \frac{2V}{N}$$

$\Delta = \frac{2V}{N}$: est le pas de quantification uniforme.

En définissant la pente de la courbe de compression par $= g(y) = F'(y)$ on aura : $\Delta_i = \frac{2V}{N g(y_i)}$ qui est la longueur de chaque intervalle.



Dans ce type de quantification l'erreur quadratique moyenne est donnée par :

$$D = \frac{1}{12} \sum_i p_i \Delta_i^3 = \frac{1}{12} \sum_i p_i \Delta_i \left[\frac{2V}{N . g(y_i)} \right]^2$$

Pour un nombre de niveaux élevé, on peut approximer la somme par l'intégrale :

$$D = \frac{1}{12} \int_{-V}^{+V} p(s) \left[\frac{2V}{N . g(s)} \right]^2 ds = \frac{V^2}{3N^2} \int_{-V}^{+V} p(s) \frac{1}{[g(s)]^2} ds .$$

Généralement la pente de F(x) est choisie comme étant :

$$g(x) = \frac{V}{a|x|} .$$

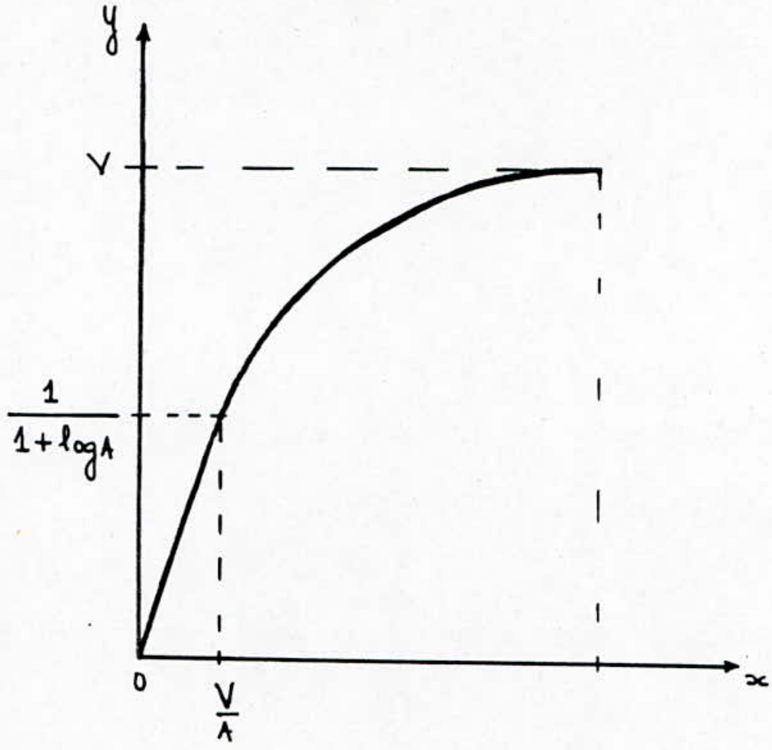
Plusieurs lois de compression existent :

- loi A logarithmique.
- Loi μ.
- Loi hypérbolique.

Dans le cas de la loi A logarithmique la fonction de compression est donnée par :

$$F(x) = \begin{cases} \dfrac{Ax}{1+\log A} & \text{si} \quad 0 \leq x \leq \dfrac{V}{A} \\[2ex] \dfrac{V + V\log\left(\frac{Ax}{V}\right)}{1+\log A} & \text{si} \quad \dfrac{V}{A} \leq x \leq V \end{cases}$$

dont la courbe est :



Pour les faibles amplitudes, les intervalles peuvent être considérés uniformes :

$$\Delta_0 = \frac{2V}{N \cdot g(0)}$$

- **Avantage de compression :**

L'avantage de compression est défini comme étant le rapport $C_A = \dfrac{\Delta}{\Delta_0}$ avec $\Delta = \dfrac{2V}{N}$.

Ce facteur C_A est utilisé pour comparer les performances des caractéristiques de compression. En augmentant ce facteur on quantifie avec un petit pas les faibles amplitudes et avec un grand pas les amplitudes élevées.

Dans le tableau suivant on donne quelques lois de compressions ; ainsi que l'avantage de compression.

Type de loi	Définition	Avantage de compression
Logarithmique	$\frac{Ax}{1+Ax}$; si $0 \leq x \leq \frac{1}{A}$ $\frac{1+\log Ax}{1+\log A}$; si $\frac{1}{A} \leq x \leq 1$	$\frac{A}{1+\log A}$
Quasi-logarithmique	$\frac{\log(1+\mu x)}{\log(1+\mu)}$	$\frac{\mu}{\log(1+\mu)}$
Arc sinh.	$\frac{\mathrm{Arc\,sinh}\, cx}{\mathrm{Arc\,sinh}\, c}$	$\frac{c}{\mathrm{Arc\,sinh}\, c}$
Hyperbolique	$\frac{x+mx}{1+mx}$	$1+m$

2. Le quantificateur optimal

Le quantificateur optimal est défini comme étant celui qui a une erreur quadratique minimale.

Nous allons considérer deux cas :

- le quantificateur optimal à nombre de niveaux fixé.
- le quantificateur optimal à entropie fixée.

2-1- Quantificateur optimal à niveaux fixés

a- **Définition :** d'aprés Max-LLoyd un quantificateur à N niveaux est dit optimal s'il minimise la distorsion D pour un nombre de niveaux fixé.

b- **Conditions d'optimisation :**

si a_0 et a_n sont les bornes extrêmes du signal à quantifier, alors la distortion D sera minimale si les conditions suivantes sont satisfaites :

$$\frac{\partial D}{\partial \gamma_i} = 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial D}{\partial a_i} = 0$$

$$D = \sum_i \int_{a_{i-1}}^{a_i} (x - \gamma_i)^2 \, p(x) . dx$$

$$\frac{\partial D}{\partial \gamma_i} = \frac{\partial}{\partial \gamma_i} \left[\int_{a_{i-1}}^{a_i} (x - \gamma_i)^2 p(x) \, dx \right] = 0$$

$$\Rightarrow \int_{a_{i-1}}^{a_i} [-2x + 2\gamma_i] \, p(x) \, dx = 0$$

$$\Rightarrow \int_{a_{i-1}}^{a_i} \gamma_i \, p(x) \, dx = \int_{a_{i-1}}^{a_i} x \, p(x) \, dx$$

$$\Rightarrow \qquad \gamma_i = \frac{\int_{a_{i-1}}^{a_i} x . p(x) \, dx}{\int_{a_{i-1}}^{a_i} p(x) \, dx}$$

$$\frac{\partial D}{\partial a_i} = \frac{\partial}{\partial a_i} \left[\int_{a_{i-1}}^{a_i} (x - \gamma_i)^2 p(x) \, dx + \int_{a_i}^{a_{i+1}} (x - \gamma_{i+1})^2 p(x) \, dx \right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial a_i} \int_{a_{i-1}}^{a_i} (x - \gamma_i)^2 p(x) \, dx - \frac{\partial}{\partial a_i} \int_{a_{i+1}}^{a_i} (x - \gamma_{i+1})^2 p(x) \, dx = 0$$

or on sait que si : $F(x) = \int_a^b f(t) \, dt$ alors $\frac{d F(b)}{d b} = f(b)$

Il en résulte alors :

$(a_i - \gamma_i)^2 p(a_i) - (a_i - \gamma_{i+1})^2 p(a_i) = 0$; comme $p(a_i) \neq 0$ alors:

$(a_i - \gamma_i)^2 - (a_i - \gamma_{i+1})^2 = 0$: différence de deux carrés.

$$\Rightarrow \quad (\gamma_{i+1} - \gamma_i)(2a_i - \gamma_i + \gamma_{i+1}) = 0$$

or $\gamma_{i+1} - \gamma_i > 0$ donc $2a_i - \gamma_i + \gamma_{i+1} = 0$

$$\Rightarrow \quad a_i = \frac{\gamma_i + \gamma_{i+1}}{2}$$

Ainsi on a obtenu deux conditions d'optimisation qui sont :

$$\gamma_i = \frac{\int_{a_{i-1}}^{a_i} x\, p(x)\, dx}{\int_{a_{i-1}}^{a_i} p(x)\, dx} \qquad (7)$$

$$a_i = \frac{\gamma_i + \gamma_{i+1}}{2} \qquad (8)$$

Les expressions (7) et (8) forment les équations de base d'un processus itteratif pérmettant de calculer le quantificateur optimal

Deux méthodes d'itterations peuvent être présentées :

Méthode 1.

Cette méthode consiste à donner arbitrairement N niveaux γ_i (dans un ordre croissant) ; Ces derniers nous permettent de calculer les seuils correspondants a_i à l'aide de l'expression (8).

Une fois les seuils a_i connus on déterminera de nouveau, d'autre niveaux γ_i en utilisant l'expression (7).

Ces deux suites d'opérations constituent une itteration ; et à la fin de chaque ittération la distorsion soit diminue ou bien demeure pratiquement inchangée.

Dans le cas où la distorsion reste à peu près la même pour deux ittérations successives alors les niveaux γ_i et les seuils a_i issus de la dernière ittération sont optimums.

Dans le cas contraire on reprend les N dérniers niveaux, et à l'aide d'eux on recalculera d'autres seuils a_i et niveaux γ_i, jusqu'à ce que la distorsion soit pratiquement la même pour les deux ittérations.

Méthode 2.

Dans cette méthode il suffit de donner le premier niveau γ_1 et le premier seuil a_1.
En utilisant l'expression (8) on calcule $\gamma_2 = 2a_1 - \gamma_1$.
On cherchera ensuite le seuil a_2 qui vérifiera l'expression (7).
a_2 étant maintenant connu, on calculera γ_3 à l'aide de (8). Et ainsi de suite.
On continue ainsi jusqu'au dérnier niveau (il sera déterminé à l'aide de l'expression (8)) qui généralement n'est pas le centroïde du dernier intervalle a_{n-1}, a_n.
La différence entre le centroïde du dérnier intérvalle a_{n-1}, a_n et le dernier niveau γ_N nous indiquera comment changer le premier niveau γ_1 afin d'avoir γ_N comme centroïde du dernier intervalle.

- Comparaison des deux méthodes.

La première méthode présente un double avantage à savoir qu'elle converge plus rapidement et elle est facile à programmer.
Quant à la deuxième, bien qu'elle soit assez lente elle donne des résultats plus précis.

2-2- Quantificateur optimal à entropie fixée

a- Définition : Un quantificateur à entropie fixée est dit optimal s'il minimise la distorsion D.

b- Conditions d'optimisation.

Les niveaux γ_i sont déterminés de la même façon que précédemment (Méthode de Max-LLoyd).

Tandis que les seuils a_i sont déterminés de la manière suivante :

On considère l'expression :

$$J = D + \lambda^{-1}.R$$

λ : multiplicateur de Lagrange.

Ensuite on dérive J par rapport à a_i :

$$\frac{\partial J}{\partial a_i} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial D}{\partial a_i} + \lambda^{-1}\frac{\partial R}{\partial a_i} = 0$$

$$\frac{\partial D}{\partial a_i} = \frac{\partial}{\partial a_i}\left[\int_{a_{i-1}}^{a_i}(x-\gamma_i)^2 p(x)\,dx - \int_{a_{i+1}}^{a_i}(x-\gamma_{i+1})^2 p(x)\,dx\right]$$

$$= (a_i-\gamma_i)^2 p(a_i) - (a_i-\gamma_{i+1})^2 p(a_i)$$

$$= p(a_i)\left[\gamma_{i+1}-\gamma_i\right]\left[2a_i-\gamma_i-\gamma_{i+1}\right]. \qquad ①$$

$$\lambda^{-1}.\frac{\partial R}{\partial a_i} = \lambda^{-1}.\frac{\partial}{\partial a_i}\left[-\sum_i p_i \log_2 p_i\right]$$

$$= -\lambda^{-1}\frac{\partial}{\partial a_i}\left[\int_{a_{i-1}}^{a_i}p(x)\,dx \log_2\int_{a_{i-1}}^{a_i}p(x)\,dx + \int_{a_i}^{a_{i+1}}p(x)\,dx \log_2\int_{a_i}^{a_{i+1}}p(x)\,dx\right]$$

$$= -\lambda^{-1}\left[\frac{\partial}{\partial a_i}\left[\int_{a_{i-1}}^{a_i}p(x)\,dx \log_2\int_{a_{i-1}}^{a_i}p(x)\,dx\right] - \frac{\partial}{\partial a_i}\left[\int_{a_{i+1}}^{a_i}p(x)\,dx.\log_2\int_{a_i}^{a_{i+1}}p(x)\,dx\right]\right].$$

$$= -\lambda^{-1}\left[\frac{\partial}{\partial a_i}\left[\int_{a_{i-1}}^{a_i}p(x)\,dx\right]\log_2\int_{a_{i-1}}^{a_i}p(x)\,dx + \int_{a_{i-1}}^{a_i}p(x)\,dx\,\frac{\partial}{\partial a_i}\left[\log_2\int_{a_{i-1}}^{a_i}p(x)\,dx\right]\right.$$

$$\left. -\frac{\partial}{\partial a_i}\left[\int_{a_{i+1}}^{a_i}p(x)\,dx\right]\log_2\int_{a_i}^{a_{i+1}}p(x)\,dx - \int_{a_{i+1}}^{a_i}p(x)\,dx\,.\frac{\partial}{\partial a_i}\left[\log_2\int_{a_i}^{a_{i+1}}p(x)\,dx\right.\right.$$

$$= -\lambda^{-1}\left[p(a_i)\log_2 p_i + p_i\cdot\frac{p(a_i)}{p_i} - p(a_i)\log_2 p_{i+1} - p_{i+1}\cdot\frac{p(a_i)}{p_{i+1}}\right]$$

$$= -\lambda^{-1}\cdot p(a_i)\left[\log_2 p_i - \log_2 p_{i+1}\right]$$

$$\Rightarrow \quad \lambda^{-1}\frac{\partial R}{\partial a_i} = \lambda^{-1}\cdot p(a_i)\cdot\log_2\frac{p_{i+1}}{p_i} \qquad ②$$

En additionnant ① et ② on aura :

$$[\gamma_{i+1}-\gamma_i][2a_i-\gamma_i-\gamma_{i+1}]\,p(a_i) + \lambda^{-1}\cdot p(a_i)\cdot\log_2\frac{p_{i+1}}{p_i} = 0$$

$$\Rightarrow \lambda^{-1}\log_2\frac{p_{i+1}}{p_i} = [\gamma_{i+1}-\gamma_i][\gamma_{i+1}+\gamma_i-2a_i]$$

$$\Rightarrow \quad p_{i+1} = p_i\cdot 2^{\lambda[\gamma_{i+1}-\gamma_i][\gamma_{i+1}+\gamma_i-2a_i]} \qquad (9)$$

Algorithme.

Il est trés difficile de résoudre l'équation (9) pour détérminer les seuils a_i, car p_i et γ_i sont eux mêmes des fonctions compliqueés de a_{i-1} et a_i.

Pour faciliter la résolution du probléme on utilise la méthode ittérative suivante :

Si on suppose que a_{i-1}, a_i, λ connus, alors p_i et γ_i peuvent être calculés à l'aide de :

$$p_i = \int_{a_{i-1}}^{a_i} p(x)\,dx \qquad \text{et} \qquad \gamma_i = \frac{1}{p_i}\int_{a_{i-1}}^{a_i} x\cdot p(x)\cdot dx.$$

Et ainsi les seules inconnues qui restent dans (9) sont p_{i+1} et γ_{i+1}.

a_{i+1} est alors détérminé de la maniére suivante :

En faisant accroitre progressivement a_i, on atteindra éventuellement la valeur de a_{i+1} pour laquelle les deux membres de (9) soient égaux.

a_i, a_{i+1} étant maintenant connus, on détérminera a_{i+2} de la même manière que précédemment et ainsi de suite jusqu'au dernier seuil.

p_{i+1} et γ_{i+1} sont des fonctions monotones croissantes de a_{i+1} ; Alors pour $\lambda > 0$ l'équation (9) admet soit deux solutions, soit n'admet aucune solution, Comme le montre la figure suivante :

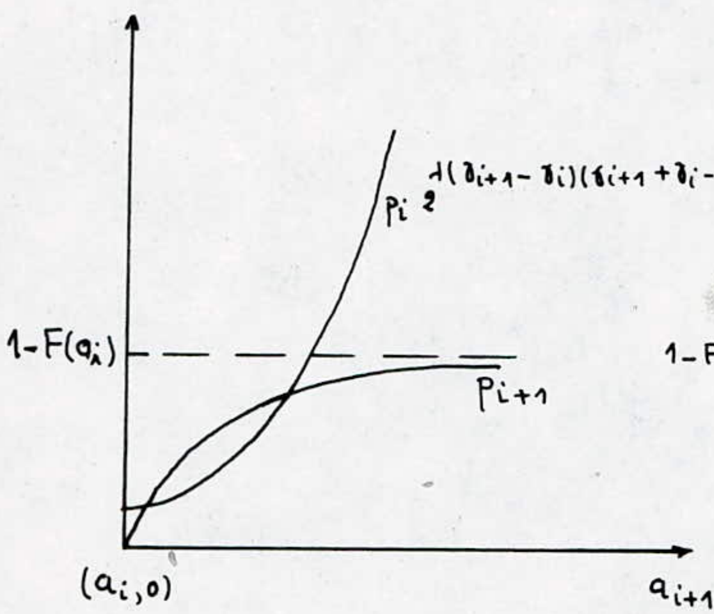


Fig : a

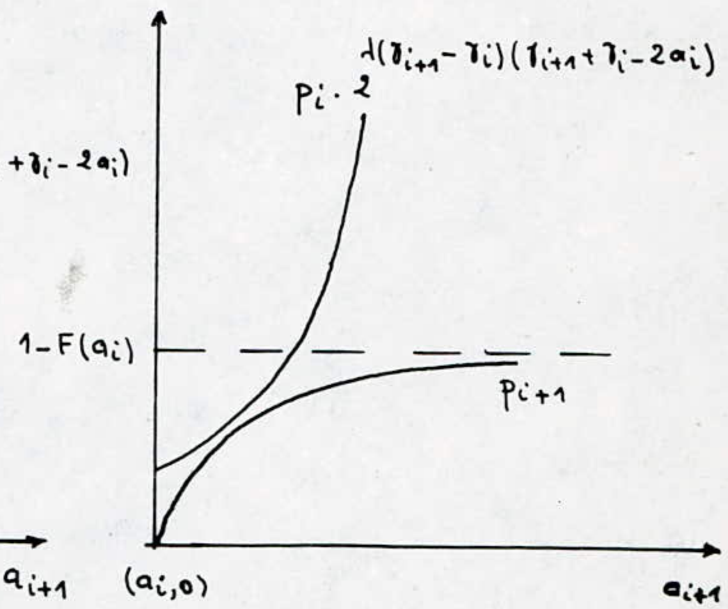


Fig : b

Dans le cas de la figure (a) on a deux solutions, nous prendrons la plus petite, car les études qui ont été faites ont montré que le meilleur quantificateur est obtenu en considérant cette solution.

Dans le cas de la figure (b) il n'ya pas de solution; ce qui veut dire que $a_{i+1} = a_\infty$, autrement dit a_i est le dernier seuil fini.

De la manière récurente décrite auparavant, il en résulte une famille de quantificateurs à trois paramètres qui sont : a_1, a_2 et λ.

Dans le cas où la fonction de densité est symétrique par rapport à sa moyenne, alors on peut choisir a_1 égal à la moyenne ou bien l'intervalle (a_1, a_2) serait centré autour de la moyenne.

On trouve ainsi une famille de quantificateurs à deux paramètres a_2 et λ ; où λ doit être choisi pour trouver la valeur désirée de R.

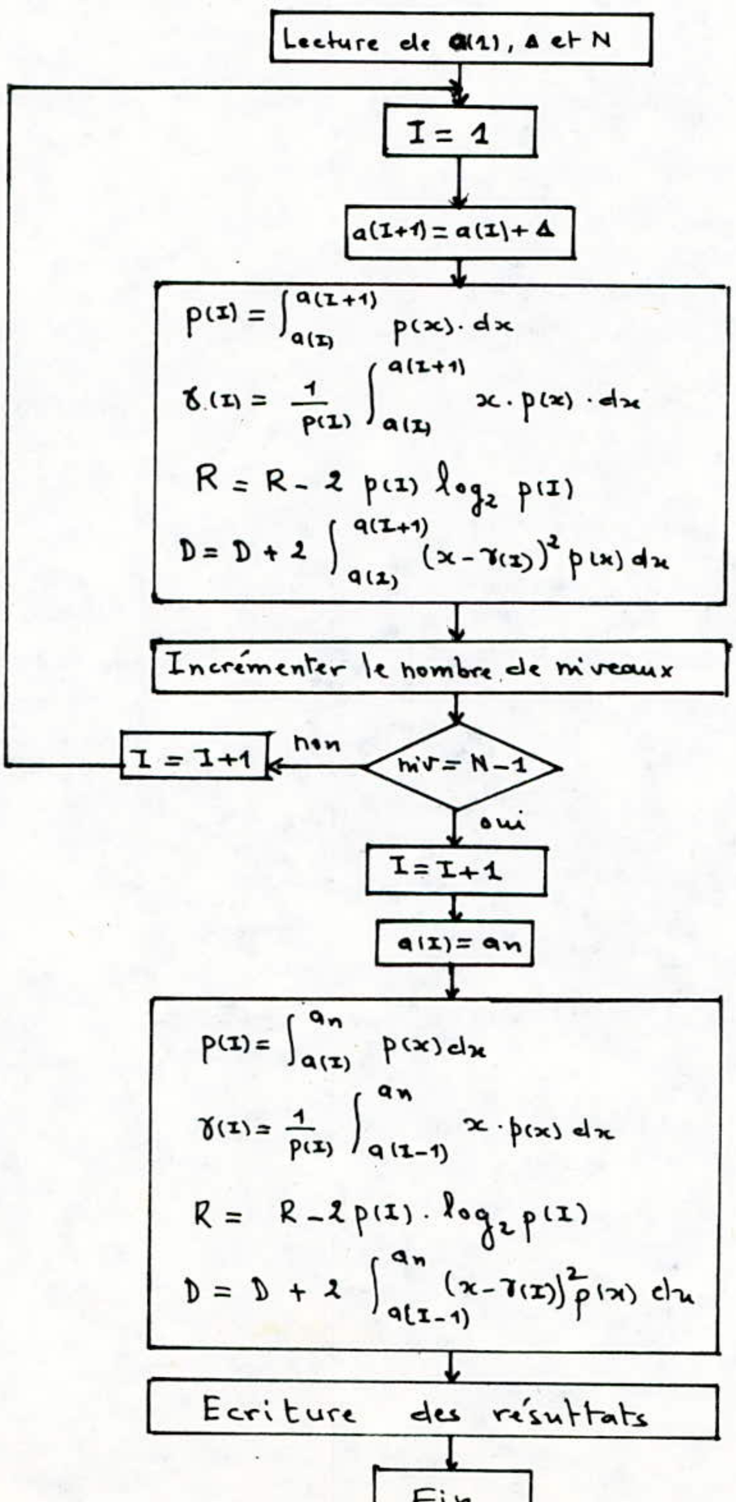
Remarque : La condition $\frac{dJ}{da_i} = 0$ n'est pas une condition nécessaire et suffisante, donc les quantificateurs ainsi obtenus ne seront pas tous optimaux, donc il est nécessaire de déterminer dans cette famille de quantificateurs celui qui a le taux d'entropie désirée et une distorsion minimale.

Chapitre 5 . Application à quelques distributions.

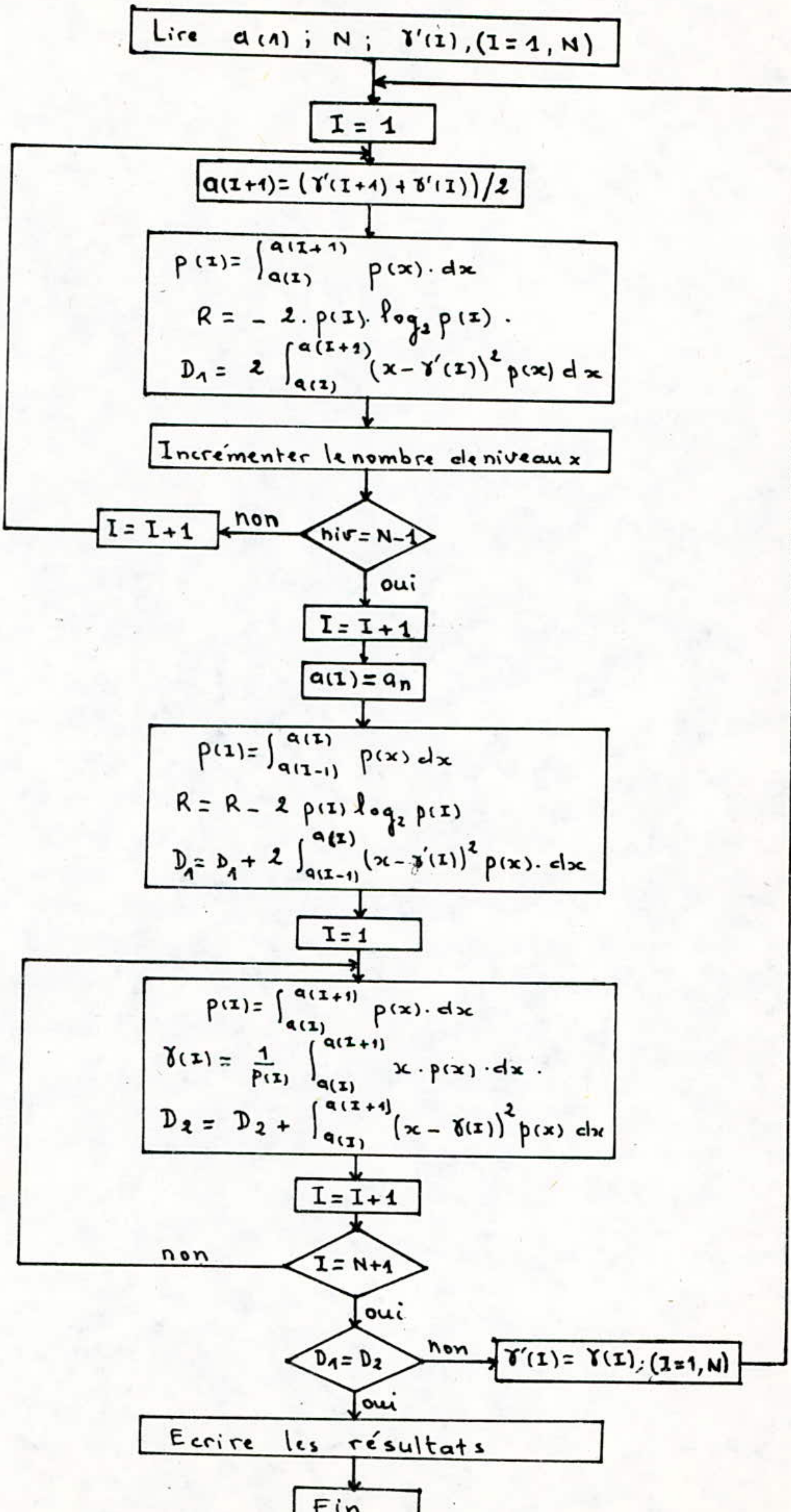
Les programmes élaborés sont exécutés à l'aide du Vax, type 750 et le langage utilisé est le Fortran. Pour le calcul des intégrales indéfinies on a utilisé la méthode de Simpson.

I- Organigrammes

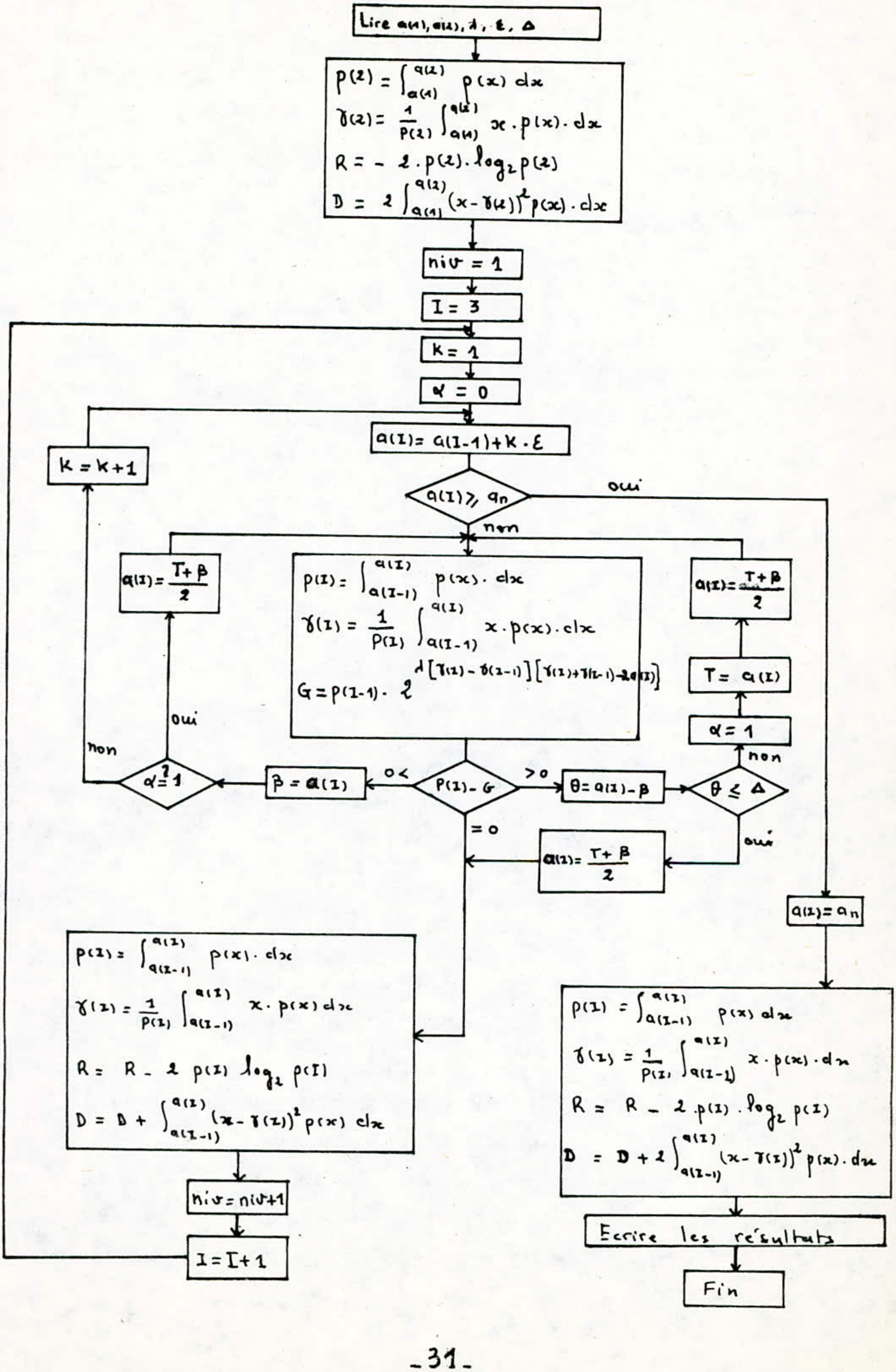
a- Quantificateur uniforme.



b- Quantificateur non uniforme (méthode de Max-LLoyd)



Méthode de T. Berger.



II. Programmes.

1. Quantification uniforme.

```
C       QUANTIFICATION UNIFORME D'UNE VARIABLE ALEATOIRE
C       DE  FONCTION DE DENSITE F(X) ( N : PAIR )

        EXTERNAL TRUC1,TRUC2,TRUC3
        DIMENSION A(200),GAMA(200),P(200)
        OPEN FILE=FOR002
90      N=100
        PRINT*,'DONNER DELTA'
        READ*, DELTA
        PRINT*,'DONNER LE NOMBRE DE NIVEAUX'
        READ*, K
        A(1)=0
        R=0
        D=0
        NIV=0
        I=2
30      I1=I-1
C       CALCUL DES (K-1) INTERVALLES ET LES NIVEAUX CORRESPONDANTS
C       AINSI QUE L'ENTROPIE ET LA DISTORSION
        A(I)=A(I1)+DELTA
        NIV=NIV+1
        IF(NIV.GT.(K-1)) GO TO 25
        P(I)=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC1)
        R1=2.8854*P(I)*ALOG(P(I))
        R=R-R1
        Y=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC2)
        GAMA(I)=Y/P(I)
        VAR=GAMA(I)
        Y1=SOMME1(A(I1),A(I),N,TRUC3,VAR)
        D=D+2*Y1
        I=I+1
        GOTO 30
C       CALCUL DU DERNIER NIVEAU AINSI QUE L'ENTROPIE
C       ET LA DISTORSION CORRESPONDANTES
25      A(I)=8
        P(I)=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC1)
        Y=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC2)
        R1=2.8854*P(I)*ALOG(P(I))
        R=R-R1
        Y=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC2)
        GAMA(I)=Y/P(I)
        VAR=GAMA(I)
        Y1=SOMME1(A(I1),A(I),N,TRUC3,VAR)
        D=D+2*Y1
        NIV=2*NIV
C       IMPRESSION DES RESULTATS
        WRITE(*,63)
63      FORMAT(20X,'N',7X,'Delta',5X,'Entropie',5X,'Distorsion')
        WRITE(*,99) NIV,DELTA,R,D
99      FORMAT(19X,I2,7X,F6.4,6X,F5.3,9X,F6.4)
        PRINT*,'POUR ARRETER LES CALCULS TAPPER 1 SINON TAPPER 0'
        READ*,ARRET
        IF(ARRET.EQ.0)GO TO 90
        STOP
        END
```

```
C       SOUS PROGRAMME UTILISE POUR LE CALCUL DES INTEGRALES
C       INDEFINIES D'UNE FONCTION F(X),ENTRE A ET B ,AVEC UN
C       PAS DE (B-A)/N1 PAR LA METHODE DE SIMPSON.

        FUNCTION SOMME(A,B,N1,F)
        M=N1/2-1
        H=(B-A)/N1
        S1=0
        S2=0
        X=A
        DO 1 I=1,M
        X=X+H
        S1=S1+F(X)
        X=X+H
1       S2=S2+F(X)
        SOMME=(4*(S1+F(X+H))+2*S2+F(A)+F(B))*H/3
        RETURN
        END

        FUNCTION SOMME1(A,B,N1,F,VAR)
        M=N1/2-1
        H=(B-A)/N1
        S1=0
        S2=0
        X=A
        DO 1 I=1,M
        X=X+H
        S1=S1+F(X,VAR)
        X=X+H
1       S2=S2+F(X,VAR)
        SOMME1=(4*(S1+F(X+H,VAR))+2*S2+F(A,VAR)+F(B,VAR))*H/3
        RETURN
        END

        FUNCTION TRUC1(X)
        TRUC1=F(X)
        RETURN
        END

        FUNCTION TRUC2(X)
        TRUC2=X*F(X)
        RETURN
        END

        FUNCTION TRUC3(X,VAR)
        TRUC3=(X-VAR)**2*F(X)
        RETURN
        END
```

Pour tous les programmes qui suivent le sous programme utilisé pour le calcul des intégrales indéfinies est le même que le précédent.

```
C        QUNTIFICATION UNIFORME D'UNE VARIABLE ALEATOIRE
C        DE FONCTION DE DENSITE F(X) ( N : IMPAIR )
         EXTERNAL TRUC1,TRUC2,TRUC3
         DIMENSION A(200),GAMA(200),P(200)
         OPEN FILE=FOR002
90       N=100
         PRINT*,'DONNER DELTA'
         READ(*,55) DELTA
55       FORMAT(F4.2)
         PRINT*,'DONNER LE NOMBRE NIVEAUX'
         READ*,K
         R=0
         D=0
         A(1)=0
C        CALCUL DU PREMIER INTERVALLE CENTRE AUTOUR DE
C        L'ORIGINE AINSI QUE L'ENTROPIE R ET L'ERREUR D
         A(2)=DELTA/2
         NIV=0
         P(2)=SOMME(A(1),A(2),N,TRUC1)
         P(2)=2*P(2)
         GAMA(2)=0
         VAR=GAMA(2)
         R1=1.4427*P(2)*ALOG(P(2))
         R=R-R1
         Y1=SOMME1(A(1),A(2),N,TRUC3,VAR)
         D=D+2*Y1
         I=3
30       I1=I-1
C        CALCUL DES (K-2)INTERVALLES AINSI QUE L'ENTROPIE
C        ET LA DISTORSION CORRESPONDANTES
         A(I)=A(I1)+DELTA
         NIV=NIV+1
         IF(NIV.GT.(K-1)) GO TO 25
         P(I)=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC1)
         R1=2.8854*P(I)*ALOG(P(I))
         R=R-R1
C        GAMA(I)=(A(I)+A(I1))/2
         Y=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC2)
         GAMA(I)=Y/P(I)
         VAR=GAMA(I)
         Y1=SOMME1(A(I1),A(I),N,TRUC3,VAR)
         D=D+2*Y1
         I=I+1
         GOTO 30
C        CALCUL DU DERNIER INTERVALLE AINSI QUE L'ENTROPIE
C        ET LA DISTORSION CORRESPONDANTE
25       A(I)=8
         P(I)=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC1)
         R1=2.8854*P(I)*ALOG(P(I))
         R=R-R1
C        GAMA(I)=(A(I)+A(I1))/2
         Y=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC2)
         GAMA(I)=Y/P(I)
         VAR=GAMA(I)
         Y1=SOMME1(A(I1),A(I),N,TRUC3,VAR)
         D=D+2*Y1
         NIV=2*NIV
         NIV=NIV+1
C        IMPRESSION DES RESULTATS
         WRITE(*,63)
63       FORMAT(20X,'N',7X,'Delta',5X,'Entropie',5X,'Distorsion')
         WRITE(*,99) NIV,DELTA,R,D
99       FORMAT(19X,I2,7X,F6.4,6X,F5.3,9X,F6.4)
         PRINT*,'POUR ARRETER LES CALCULS TAPPER 1 SINON TAPPER 0'
         READ*,ARRET
         IF(ARRET.EQ.0)GO TO 90
         STOP
         END
```

2. Quantification non uniforme.

```
C         CALCUL DES SEUILS A(I),DES NIVEAUX GAMA(I)DE L'ENTROPIE
C         R ET DE L'ERREUR QUADRATIQUE MOYENNE  D  D'UNE VARIABLE
C         ALEATOIRE DE FONCTION DE DENSITE F(X) PAR LA METHODE DE
C         MAX-LLOYD  AVEC  UN  NOMBRE  DE  NIVEAUX  PAIR.

          EXTERNAL TRUC1,TRUC2,TRUC3
          DIMENSION A(200),GAMA(200),GAM(200),P(200)
          OPEN FILE=FOR002
5         PRINT*,'QUEL EST LE NOMBRE DE NIVEAU ?'
          READ*,K
          DO 10 I=1,K
          PRINT*,'DONNEZ GAM(',I,')'
          READ*, GAM(I)
10        CONTINUE
25        A(1)=0
          N=100
          R=0
          D1=0
          D2=0
          I=1
C         CALCUL DES SEUILS A(I) AINSI QUE L'ENTROPIE R ET LA
C         DISTORSION CORRESPONDANT AUX INTERVALLES [A(I-1);A(I)]
          IF(K.EQ.1) GOTO 3
          DO 20 I=1,K-1
          I1=I+1
          A(I1)=(GAM(I1)+GAM(I))/2
          P(I1)=SOMME(A(I),A(I1),N,TRUC1)
          R=R-2.8854*P(I1)*ALOG(P(I1))
          VAR=GAM(I)
          Y1=SOMME1(A(I),A(I1),N,TRUC3,VAR)
          D1=D1+2*Y1
20        CONTINUE
3         I1=I+1
          A(I1)=8
          P(I1)=SOMME(A(I),A(I1),N,TRUC1)
          R=R-2.8854*P(I1)*ALOG(P(I1))
          VAR=GAM(I)
          Y1=SOMME1(A(I),A(I1),N,TRUC3,VAR)
          D1=D1+2*Y1
          I=1
          IF(K.EQ.1) GOTO 4
C         CALCUL DES NIVEAUX GAMA(I) ET DE L'ERREUR D
C         CORRESPONDANT AUX INTERVALLES PRECEDENTS
          DO 30 I=1,K-1
          I1=I+1
          P(I1)=SOMME(A(I),A(I1),N,TRUC1)
          Y=SOMME(A(I),A(I1),N,TRUC2)
          GAMA(I)=Y/P(I1)
          VAR=GAMA(I)
          Y1=SOMME1(A(I),A(I1),N,TRUC3,VAR)
          D2=D2+2*Y1
30        CONTINUE
4         I1=I+1
          A(I1)=8
          P(I1)=SOMME(A(I),A(I1),N,TRUC1)
          Y=SOMME(A(I),A(I1),N,TRUC2)
          GAMA(I)=Y/P(I1)
          VAR=GAMA(I)
          Y1=SOMME1(A(I),A(I1),N,TRUC3,VAR)
          D2=D2+2*Y1
```

```
      DD=D1-D2
      IF(DD.EQ.0) GOTO 15
      DO 66 J=1,K
66    GAM(J)=GAMA(J)
      GOTO 25
15    NIV=2*K
C     IMPRESSION DES RESULTATS
      WRITE(2,6),NIV
6     FORMAT(14X,'N=',I2)
      WRITE(2,9)
9     FORMAT(18X,'Seuils',10X,'Niveaux')
      DO I1=1,K-2
      I=I1+1
      WRITE(2,22),A(I),GAMA(I1)
      END DO
22    FORMAT(18X,F6.4,10X,F6.4)
      WRITE(2,63),A(K),GAMA(K-1),R
63    FORMAT(18X,F6.4,10X,F6.4,4X,'Entropie = ',F6.4)
      WRITE(2,64),A(K+1),GAMA(K),D1
64    FORMAT(18X,F6.4,10X,F6.4,4X,'Distorsion=',F8.6)
      PRINT*,'POUR ARRETER LES CALCULS TAPPEZ 1 SINON TAPPEZ 0'
      READ*,ARRET
      IF(ARRET.EQ.0) GOTO 5
      STOP
      END
```

```
C       CALCUL DES SEUILS A(I),DES NIVEAUX GAMA(I)DE L'ENTROPIE
C       R ET DE L'ERREUR QUADRATIQUE MOYENNE  D  D'UNE VARIABLE
C       ALEATOIRE DE FONCTION DE DENSITE F(X) PAR LA METHODE DE
C       MAX-LLOYD  AVEC  UN  NOMBRE  DE  NIVEAUX  IMPAIR.

        EXTERNAL TRUC1,TRUC2,TRUC3
        DIMENSION A(200),GAMA(200),GAM(200),P(200)
        OPEN FILE=FOR002
5       PRINT*,'QUEL EST LE NOMBRE DE NIVEAUX?'
        READ*,K
        DO 10 I=2,K+1
        PRINT*,'DONNER GAM(',I,')'
        READ*,GAM(I)
10      CONTINUE
        N=100
        A(1)=0
        GAM(1)=0
25      R=0
        D1=0
        D2=0
C       DETERMINATION DU PREMIER INTERVALLE
C       CENTRE AUTOUR DE LA MOYENNE
        A(2)=(GAM(1)+GAM(2))/2
        P(2)=2*SOMME(A(1),A(2),N,TRUC1)
        R=R-1.4427*P(2)*ALOG(P(2))
        VAR=GAM(1)
        Y1=SOMME1(A(1),A(2),N,TRUC3,VAR)
        D1=D1+2*Y1
        IF(K.EQ.1) GOTO 3
C       CALCUL DES SEUILS A(I) AINSI QUE L'ENTROPIE R ET LA
C       DISTORSION CORRESPONDANT AUX INTERVALLES [A(I-1);A(I)]
        DO 20 I=3,K+1
        I1=I-1
        A(I)=(GAM(I1)+GAM(I))/2
        P(I)=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC1)
        R=R-2.8854*P(I)*ALOG(P(I))
        VAR=GAM(I1)
        Y1=SOMME1(A(I1),A(I),N,TRUC3,VAR)
        D1=D1+2*Y1
20      CONTINUE
3       I1=I-1
        A(I)=8
        P(I)=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC1)
        R=R-2.8854*P(I)*ALOG(P(I))
        VAR=GAM(I1)
        Y1=SOMME1(A(I1),A(I),N,TRUC3,VAR)
        D1=D1+2*Y1
        GAMA(1)=0
        VAR=GAMA(1)
        Y1=SOMME1(A(1),A(2),N,TRUC3,VAR)
        D2=D2+2*Y1
        IF(K.EQ.1) GOTO 4
C       CALCUL DES NIVEAUX GAMA(I) ET DE L'ERREUR D
C       CORRESPONDANT AUX INTERVALLES PRECEDENTS
        DO 30 I=3,K+1
        I1=I-1
        P(I)=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC1)
        Y=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC2)
        GAMA(I1)=Y/P(I)
        VAR=GAMA(I1)
```

```
      Y1=SOMME1(A(I1),A(I),N,TRUC3,VAR)
      D2=D2+2*Y1
30    CONTINUE
4     I1=I-1
      A(I)=8
      P(I)=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC1)
      Y=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC2)
      GAMA(I1)=Y/P(I)
      VAR=GAMA(I1)
      Y1=SOMME1(A(I1),A(I),N,TRUC3,VAR)
      D2=D2+2*Y1
      DD=D1-D2
      IF(DD.EQ.0) GOTO 15
      DO 66 J=2,K+1
66    GAM(J)=GAMA(J)
      GOTO 25
15    NIV=2*K+1
C     IMPRESSION DES RESULTATS
      WRITE(2,6),NIV
6     FORMAT(14X,'N=',I2)
      WRITE(2,9)
9     FORMAT(18X,'Seuils',10X,'Niveaux')
      DO I1=2,K
      I=I1-1
      WRITE(2,22),A(I1),GAMA(I)
      END DO
22    FORMAT(18X,F6.4,10X,F6.4)
      WRITE(2,63),A(K+1),GAMA(K),R
63    FORMAT(18X,F6.4,10X,F6.4,4X,'Entropie = ',F6.4)
      WRITE(2,64),A(K+2),GAMA(K+1),D1
64    FORMAT(17X,F7.4,10X,F6.4,4X,'Distorsion=',F8.6)
      PRINT*,'POUR ARRETER LES CALCULS TAPPEZ 1 SINON TAPPEZ 0'
      READ*,ARRET
      IF(ARRET.EQ.0) GOTO 5
      STOP
      END
```

```
C        CALCUL DES SEUILS A(I),DES NIVEAUX GAMA(I) DE L'ENTROPIE R
C        DE L'ERREUR QUADRATIQUE MOYENNE D D'UNE VARIABLE ALEATOIRE
C        DE FONCTION DE DENSITE F(X) PAR LA METHODE DE T.BERGER.

         EXTERNAL TRUC1,TRUC2,TRUC3
         DIMENSION A(200),GAMA(200),P(200)
         OPEN FILE=FOR003
5        R=0
         D=0
         DELTA=0.00001
         EPSI=0.02
         N=100
         A(1)=0
         PRINT*,'QUELLE EST LA VALEUR DE LAMDA ?'
         READ*,ALAMDA
         PRINT*,'QUELLE EST LA VALEUR DE A(2) ?'
         READ*, A(2)
         P(2)=SOMME(A(1),A(2),N,TRUC1)
         Y=SOMME(A(1),A(2),N,TRUC2)
         GAMA(2)=Y/P(2)
         VAR=GAMA(2)
         Y1=SOMME1(A(1),A(2),N,TRUC3,VAR)
         D=D+2*Y1
         R=R-2.8854*P(2)*ALOG(P(2))
         NIV=1
C        CALCUL DES SEUILS A(I) ET LES NIVEAUX CORRESPONDANT
         I=3
34       I1=I-1
         K=1
21       ALFA=0
         A(I)=A(I1)+K*EPSI
         IF(A(I).GT.3) GOTO 33
40       P(I)=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC1)
         Y=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC2)
         GAMA(I)=Y/P(I)
         B=ALAMDA
         G=P(I1)*2**(B*(GAMA(I)-GAMA(I1))*(GAMA(I)+GAMA(I1)-2*A(I1)))
         DIF=P(I)-G
         IF(DIF) 10,20,30
10       BETA=A(I)
         IF(ALFA.EQ.1) THEN
         A(I)=(T+BETA)/2
         GO TO 40
         END IF
         K=K+1
         GO TO 21
30       TETA=A(I)-BETA
         IF(TETA.LE.DELTA) GO TO 70
         ALFA=1
         T=A(I)
         A(I)=(T+BETA)/2
         GO TO 40
70       A(I)=(A(I)+BETA)/2
C        CALCUL DE L'ENTROPIE ET DE LA DISTORSION D
20       P(I)=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC1)
         Y=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC2)
         GAMA(I)=Y/P(I)
         R=R-2.8854*P(I)*ALOG(P(I))
         VAR=GAMA(I)
         Y1=SOMME1(A(I1),A(I),N,TRUC3,VAR)
```

```
      D=D+2*Y1
      I=I+1
      NIV=NIV+1
      GO TO 34
33    A(I)=8
      P(I)=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC1)
      Y=SOMME(A(I1),A(I),N,TRUC2)
      GAMA(I)=Y/P(I)
      VAR=GAMA(I)
      R=R-2.8854*P(I)*ALOG(P(I))
      Y1=SOMME1(A(I1),A(I),N,TRUC3,VAR)
      D=D+2*Y1
      NIV=2*NIV+1
      N=NIV
C     IMPRESSION DES RESULTATS
      WRITE(2,55) N,ALAMDA
55    FORMAT(12X,'N=',I3,';','LAMDA=',F4.2)
      WRITE(2,9)
9     FORMAT(18X,'Seuils',10X,'Niveaux')
      DO N2=2,I-2
      WRITE(2,27) A(N2),GAMA(N2)
      END DO
27    FORMAT(18X,F6.4,10X,F6.4)
      WRITE(2,63)A(I-1),GAMA(I-1),R
63    FORMAT(18X,F6.4,10X,F6.4,4X,'Entropie = ',F6.4)
      WRITE(2,64) A(I),GAMA(I),D
64    FORMAT(18X,F6.4,10X,F6.4,4X,'Distorsion=',F8.6)
      PRINT*,'POUR ARRETER LES CALCULS TAPPEZ 1 SINON TAPPEZ 0'
      READ*,ARRET
      IF(ARRET.EQ.0) GOTO 5
      STOP
      END
```

Dans le cas où les fonctions sont intégrables, le sous programme utilisé est le suivant :

```
C       SOUS PROGRAMME UTILISE POUR LE CALCUL DES
C       INTEGRALES DEFINIES

        FUNCTION SOMME(A,B,FONC)
        S1=FONC(B)
        S2=FONC(A)
        SOMME=S1-S2
        END

        FUNCTION SOMME1(A,B,FONC,VAR)
        S1=FONC(B,VAR)
        S2=FONC(A,VAR)
        SOMME1=S1-S2
        END

        FUNCTION TRUC1(X)
        TRUC1=F(X)
        END

        FUNCTION TRUC2(X)
        TRUC2=X*F(X)
        END

        FUNCTION TRUC3(X,VAR)
        TRUC3=(X-VAR)**2*F(X)
        END
```

III _ Résultats .

1 _ Quantification uniforme.

a_ LOI NORMALE , N : PAIR

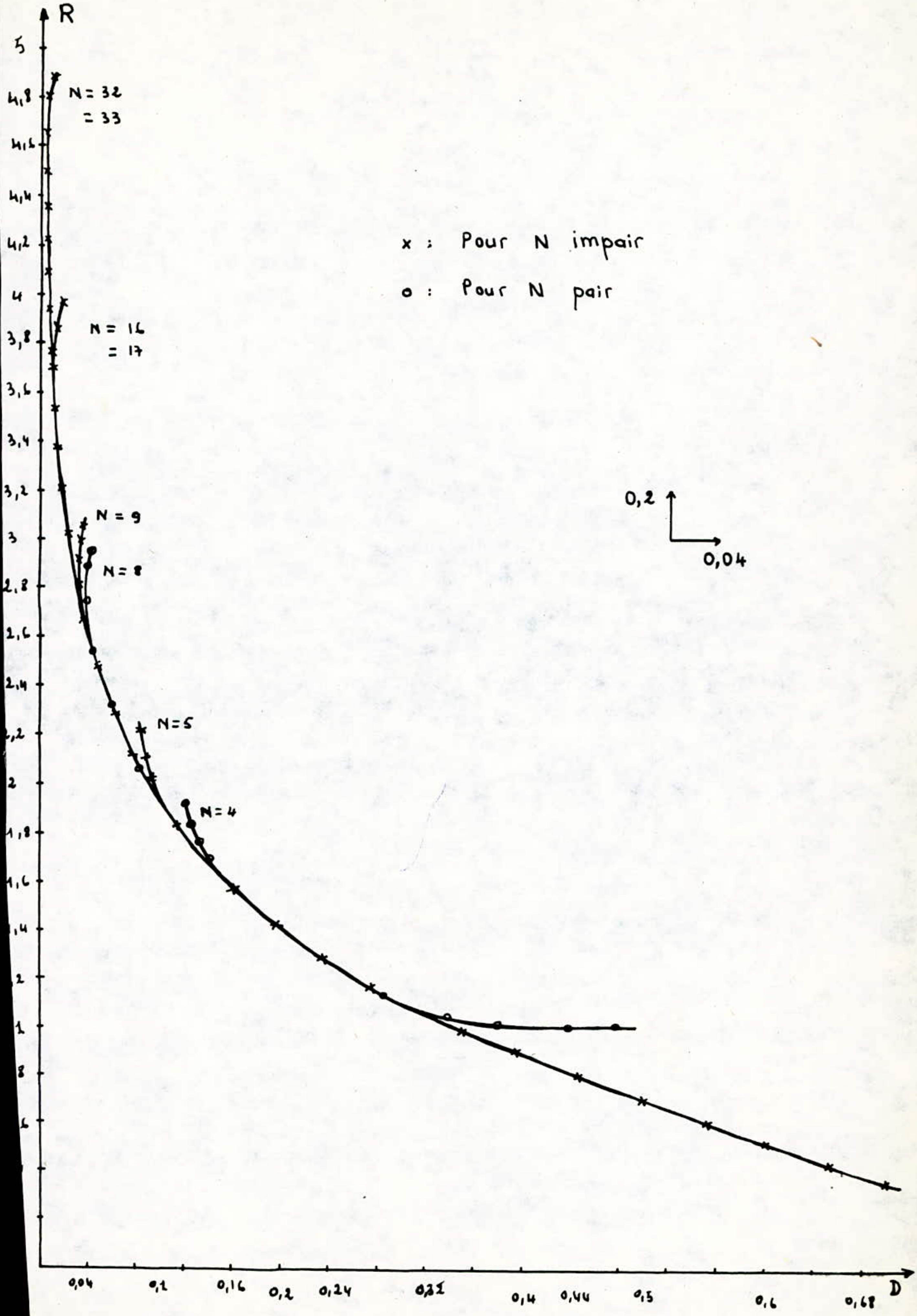
N	Delta	Entropie	Distorsion
***	*****	********	**********
64	0.17	4.605	0.0024
64	0.16	4.693	0.0021
64	0.15	4.785	0.0019
64	0.14	4.885	0.0016
64	0.13	4.991	0.0014
64	0.12	5.106	0.0012
64	0.11	5.231	0.0010
32	0.36	3.529	0.0107
32	0.32	3.697	0.0085
32	0.30	3.789	0.0074
32	0.28	3.888	0.0065
32	0.26	3.994	0.0056
32	0.24	4.109	0.0048
32	0.22	4.233	0.0041
32	0.20	4.366	0.0035
32	0.18	4.508	0.0032
32	0.16	4.651	0.0036
32	0.14	4.784	0.0055
32	0.12	4,879	0.0102
16	0.70	2.591	0.0392
16	0.55	2.928	0.0246
16	0.45	3.210	0.0167
16	0.39	3.407	0.0129
16	0.35	3.549	0.0113
16	0.33	3.621	0.0109
16	0.30	3.727	0.0111
16	0.28	3.794	0.0120
16	0.27	3.825	0.0128
16	0.26	3.853	0.0139
8	1.00	2.104	0.0770
8	0.95	2.172	0.0701
8	0.90	2.244	0.0635
8	0.85	2.320	0.0572
8	0.80	2.399	0.0515
8	0.75	2.482	0.0463
8	0.66	2.636	0.0390
8	0.60	2.738	0.0363
8	0.58	2.770	0.0359
8	0.55	2.818	0.0359
8	0.50	2.888	0.0378
8	0.48	2.913	0.0393
8	0.46	2.935	0.0413
8	0.44	2.953	0.0439
8	0.42	2.968	0.0471
8	0.40	2.978	0.0510
4	4.00	1.001	0.3626
4	3.10	1.020	0.3505
4	2.80	1.046	0.3362
4	2.60	1.076	0.3212
4	2.40	1.121	0.3010
4	2.20	1.183	0.2754
4	2.00	1.267	0.2451

4	1.90	1.317	0.2286
4	1.70	1.434	0.1948
4	1.60	1.499	0.1783
4	1.50	1.567	0.1627
4	1.40	1.638	0.1485
4	1.30	1.709	0.1363
4	1.20	1.778	0.1268
4	1.10	1.843	0.1203
4	0.95	1.927	0.1177

LOI NORMALE : N(0,1)

N	Delta	Entropie	Distorsion
***	*****	********	**********
65	0.15	4.785	0.0019
65	0.14	4.885	0.0016
65	0.13	4.991	0.0014
65	0.12	5.106	0.0012
65	0.11	5.231	0.0010
65	0.10	5.365	0.0009
65	0.09	5.507	0.0010
33	0.25	4.051	0.0052
33	0.24	4.109	0.0048
33	0.22	4.233	0.0041
33	0.20	4.368	0.0034
33	0.18	4.511	0.0031
33	0.14	4.801	0.0047
17	0.53	2.980	0.0229
17	0.51	3.034	0.0212
17	0.48	3.120	0.0189
17	0.46	3.180	0.0174
17	0.44	3.242	0.0159
17	0.42	3.308	0.0146
17	0.40	3.376	0.0133
17	0.38	3.447	0.0122
17	0.35	3.557	0.0107
17	0.32	3.672	0.0099
17	0.30	3.748	0.0097
17	0.28	3.823	0.0101
17	0.26	3.892	0.0113
9	1.12	1.955	0.0946
9	1.00	2.105	0.0769
9	0.95	2.173	0.0700
9	0.90	2.246	0.0633
9	0.85	2.323	0.0569
9	0.80	2.405	0.0508
9	0.75	2.491	0.0452
9	0.70	2.583	0.0401
9	0.65	2.678	0.0356
9	0.60	2.775	0.0321
9	0.58	2.815	0.0310
9	0.55	2.873	0.0298
9	0.52	2.930	0.0292
9	0.50	2.966	0.0293
5	4.20	0.258	0.7834
5	4.00	0.312	0.7437
5	3.80	0.375	0.7001
5	3.70	0.409	0.6770
5	3.60	0.445	0.6530
5	3.50	0.483	0.6284
5	3.40	0.523	0.6030
5	3.20	0.608	0.5509
5	3.10	0.654	0.5244
5	3.00	0.701	0.4978
5	2.90	0.750	0.4711
5	2.80	0.800	0.4446
5	2.70	0.851	0.4184

5	2.60	0.904	0.3927
5	2.50	0.957	0.3676
5	2.43	0.995	0.3504
5	2.40	1.012	0.3431
5	2.30	1.067	0.3195
5	2.10	1.182	0.2747
5	2.00	1.241	0.2535
5	1.90	1.303	0.2331
5	1.80	1.367	0.2135
5	1.70	1.435	0.1944
5	1.60	1.507	0.1760
5	1.50	1.584	0.1582
5	1.40	1.667	0.1411
5	1.30	1.756	0.1251
5	1.20	1.849	0.1105
5	1.00	2.042	0.0880
5	0.95	2.089	0.0845
5	0.75	2.251	0.0819


R
N = 32
= 33
x : Pour N impair
o : Pour N pair
N = 16
= 17
0,2
0,04
N = 9
N = 8
N=5
N=4
D

b - LOI DE LAPLACE , N : PAIR

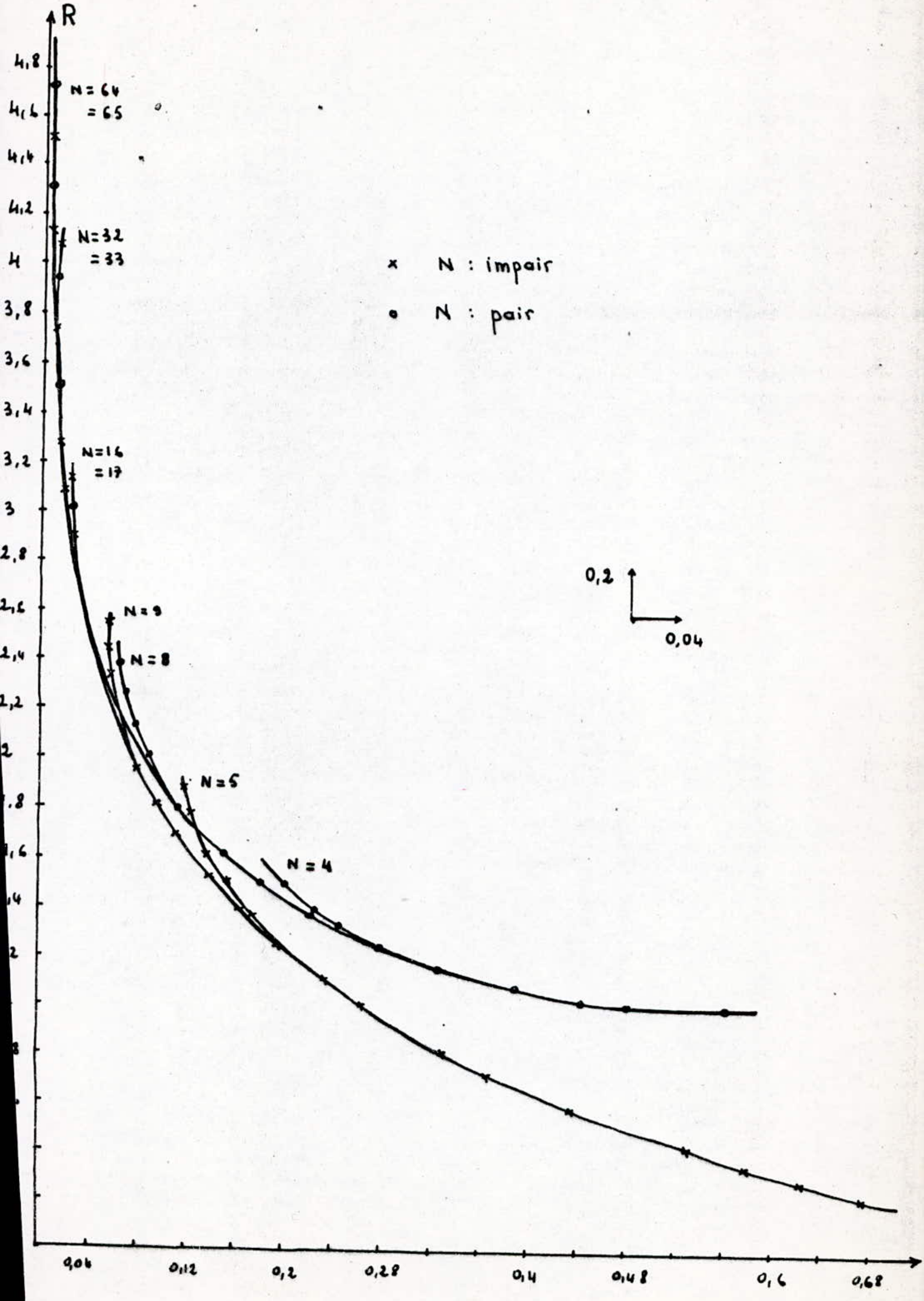
N ***	Delta *****	Entropie ********	Distorsion **********
64	0.32	3.599	0.0085
64	0.30	3.690	0.0074
64	0.28	3.789	0.0065
64	0.26	3.894	0.0056
64	0.24	4.008	0.0048
64	0.22	4.133	0.0040
64	0.20	4.269	0.0034
64	0.18	4.419	0.0029
64	0.17	4.501	0.0027
64	0.16	4.586	0.0026
32	0.63	2.656	0.0318
32	0.60	2.722	0.0290
32	0.55	2.841	0.0245
32	0.50	2.972	0.0203
32	0.45	3.119	0.0166
32	0.40	3.283	0.0132
32	0.35	3.470	0.0104
32	0.32	3.596	0.0090
32	0.30	3.686	0.0083
32	0.28	3.781	0.0078
32	0.26	3.883	0.0076
32	0.24	3.990	0.0078
16	1.26	1.786	0.1137
16	1.15	1.890	0.0970
16	1.00	2.057	0.0756
16	0.90	2.188	0.0624
16	0.80	2.339	0.0502
16	0.70	2.513	0.0393
16	0.60	2.718	0.0302
16	0.58	2.763	0.0286
16	0.55	2.833	0.0265
16	0.52	2.907	0.0247
16	0.48	3.011	0.0229
16	0.45	3.094	0.0221
16	0.43	3.151	0.0220
16	0.42	3.181	0.0220
8	2.50	1.196	0.3068
8	2.35	1.232	0.2859
8	2.20	1.275	0.2639
8	2.00	1.344	0.2330
8	1.80	1.430	0.2009
8	1.66	1.503	0.1782
8	1.50	1.600	0.1524
8	1.35	1.708	0.1289
8	1.20	1.836	0.1069
8	1.00	2.042	0.0817
8	0.95	2.101	0.0765
8	0.90	2.162	0.0719
8	0.85	2.227	0.0681
8	0.80	2.294	0.0652
8	0.78	2.322	0.0642
8	0.76	2.350	0.0635
8	0.72	2.408	0.0626
8	0.68	2.467	0.0626
4	5.00	1.010	0.4787
4	4.00	1.034	0.4439

4	3.50	1.061	0.4126
4	3.20	1.086	0.3879
4	2.80	1.136	0.3476
4	2.62	1.167	0.3269
4	2.40	1.212	0.2999
4	2.22	1.257	0.2769
4	2.00	1.324	0.2487
4	1.80	1.397	0.2242
4	1.60	1.482	0.2026
4	1.40	1.579	0.1860

LOI DE LAPLACE N : IMPAIR

N	Delta	Entropie	Distorsion
***	*****	********	*********
65	0.25	3.947	0.0052
65	0.24	4.006	0.0048
65	0.22	4.130	0.0040
65	0.20	4.266	0.0034
65	0.18	4.417	0.0028
65	0.16	4.584	0.0025
33	0.55	2.831	0.0239
33	0.50	2.964	0.0199
33	0.45	3.112	0.0163
33	0.40	3.278	0.0130
33	0.38	3.351	0.0118
33	0.35	3.467	0.0102
33	0.34	3.508	0.0097
33	0.33	3.550	0.0092
33	0.32	3.593	0.0088
33	0.31	3.637	0.0084
33	0.30	3.683	0.0080
33	0.29	3.731	0.0077
33	0.27	3.830	0.0073
33	0.25	3.935	0.0072
17	1.00	2.013	0.0723
17	0.90	2.154	0.0599
17	0.80	2.314	0.0484
17	0.70	2.496	0.0380
17	0.60	2.707	0.0290
17	0.50	2.955	0.0223
17	0.45	3.095	0.0203
17	0.40	3.246	0.0199
9	1.80	1.255	0.1929
9	1.70	1.326	0.1765
9	1.60	1.402	0.1603
9	1.50	1.484	0.1445
9	1.40	1.572	0.1292
9	1.30	1.667	0.1145
9	1.20	1.770	0.1004
9	1.10	1.883	0.0873
9	1.00	2.006	0.0753
9	0.90	2.141	0.0649
9	0.80	2.289	0.0569
9	0.70	2.450	0.0521
5	6.60	0.086	0.8490
5	6.30	0.103	0.8270
5	6.00	0.123	0.8024
5	5.60	0.155	0.7653
5	5.30	0.185	0.7340
5	5.00	0.219	0.6996
5	4.80	0.246	0.6750
5	4.60	0.275	0.6491
5	4.40	0.308	0.6218
5	4.20	0.344	0.5933
5	4.10	0.364	0.5785
5	4.00	0.385	0.5635
5	3.90	0.407	0.5482
5	3.80	0.430	0.5326
5	3.70	0.454	0.5168
5	3.60	0.479	0.5007

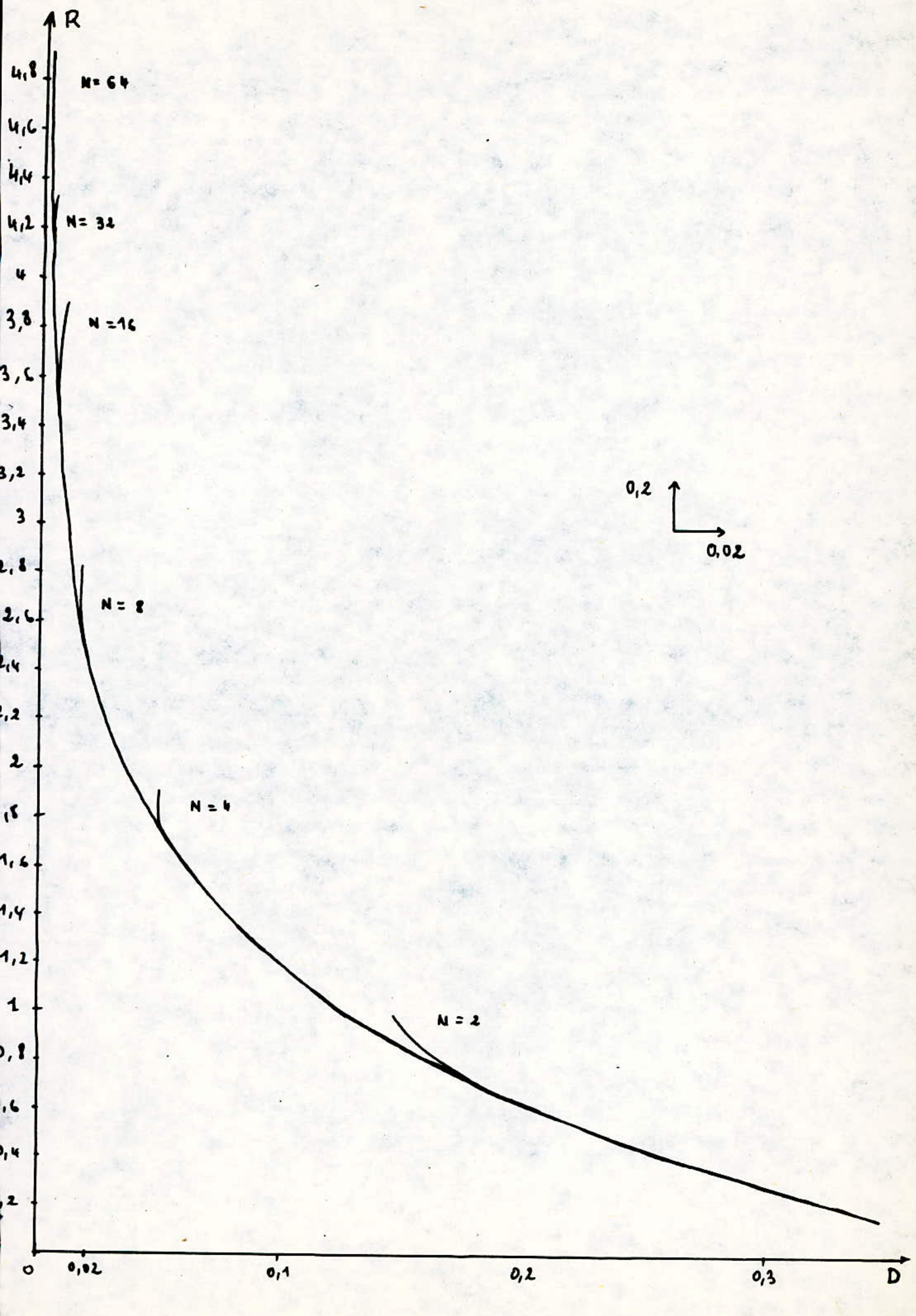
5	3.50	0.506	0.4844
5	3.40	0.534	0.4679
5	3.30	0.563	0.4513
5	3.20	0.595	0.4344
5	3.10	0.627	0.4174
5	3.00	0.662	0.4003
5	2.80	0.736	0.3659
5	2.60	0.818	0.3313
5	2.40	0.909	0.2969
5	2.20	1.010	0.2631
5	2.00	1.122	0.2304
5	1.80	1.246	0.1994
5	1.70	1.314	0.1849
5	1.60	1.385	0.1713
5	1.50	1.459	0.1588
5	1.40	1.538	0.1475
5	1.20	1.707	0.1304


R
4,8
4,6
4,4
4,2
4
3,8
3,6
3,4
3,2
3
2,8
2,6
2,4
2,2
2
1,8
1,6
1,4
1,2
N = 64
= 65
N=32
=33
N=16
=17
N=9
N=8
N=5
N = 4
× N : impair
• N : pair
0,2
0,04
0,04
0,12
0,2
0,28
0,4
0,48
0,6
0,68

C - LOI DE RAYLEIGH (sigma=1)

N	Delta	Entropie	Distorsion
***	*****	********	**********
64	0.12	4.422	0.0012
64	0.11	4.547	0.0010
64	0.10	4.684	0.0008
64	0.09	4.835	0.0007
64	0.08	5.005	0.0005
64	0.07	5.197	0.0004
64	0.06	5.416	0.0003
32	0.20	3.691	0.0033
32	0.19	3.764	0.0030
32	0.18	3.841	0.0027
32	0.17	3.923	0.0024
32	0.16	4.009	0.0021
32	0.14	4.200	0.0016
32	0.13	4.306	0.0014
16	0.40	2.712	0.0127
16	0.38	2.784	0.0115
16	0.36	2.859	0.0104
16	0.34	2.939	0.0093
16	0.30	3.115	0.0073
16	0.28	3.212	0.0064
16	0.26	3.317	0.0055
16	0.24	3.429	0.0048
16	0.22	3.547	0.0043
16	0.20	3.668	0.0041
16	0.18	3.780	0.0050
16	0.16	3.861	0.0081
8	0.70	1.951	0.0364
8	0.62	2.112	0.0291
8	0.60	2.156	0.0274
8	0.55	2.274	0.0233
8	0.48	2.457	0.0182
8	0.39	2.717	0.0141
8	0.38	2.745	0.0140
8	0.37	2.772	0.0140
4	1.60	0.895	0.1451
4	1.50	0.980	0.1305
4	1.40	1.068	0.1168
4	1.30	1.161	0.1039
4	1.20	1.261	0.0914
4	1.10	1.369	0.0794
4	1.00	1.487	0.0681
4	0.90	1.614	0.0578
4	0.80	1.746	0.0498
4	0.70	1.865	0.0466
4	0.67	1.894	0.0472
4	0.66	1.902	0.0476
4	0.65	1.910	0.0481
2	3.80	0.009	0.4235
2	3.30	0.040	0.4057
2	3.00	0.088	0.3819
2	2.90	0.112	0.3710
2	2.80	0.141	0.3585
2	2.70	0.175	0.3443
2	2.60	0.214	0.3286
2	2.50	0.260	0.3114
2	2.40	0.312	0.2931

2	2.30	0.370	0.2739
2	2.20	0.433	0.2543
2	2.10	0.501	0.2347
2	2.00	0.572	0.2157
2	1.90	0.645	0.1978
2	1.80	0.718	0.1816
2	1.70	0.788	0.1678
2	1.60	0.853	0.1570
2	1.50	0.909	0.1497
2	1.40	0.955	0.1464
2	1.38	0.962	0.1463
2	1.35	0.972	0.1464


R
4,8
4,6
4,4
4,2
4
3,8
3,6
3,4
3,2
3
2,8
2,6
2,4
2,2
2
1,8
1,6
1,4
1,2
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0,02
0,1
0,2
0,3
D
N= 64
N= 32
N =16
N = 8
N = 4
N = 2
0,2
0,02

Les courbes $R = f(D)$ tracées pour N pair et impair montrent que pour N supérieur ou égal à 16 on obtient les mêmes résultats .
On constate aussi que pour N inférieur ou égal à 5 on peut avoir un quantificateur d'entropie inférieure à 1.

A l'aide de cette méthode en faisant varier le pas de quantification Δ on peut obtenir des quantificateurs ayant une même entropie pour des niveaux différents.

Exemple : Pour la loi normale :

$$R = 2 \quad \begin{cases} D = 0{,}0889 & N = 8 \\ D = 0{,}1372 & N = 4 \end{cases}$$

2- Quantification non uniforme.

2-1- Méthode de Max-LLoyd.

a- LOI NORMALE N:pair
(methode de Max=lloyd)

N= 2

Seuils	Niveaux	
0.0000	0.0000	Entropie = 1.0000
8.0000	0.7979	Distorsion=0.363379

N= 4

Seuils	Niveaux	
0.9816	0.4528	Entropie = 1.9111
8.0000	1.5104	Distorsion=0.117482

N= 6

Seuils	Niveaux	
0.6589	0.3177	
1.4468	1.0001	Entropie = 2.4428
8.0000	1.8936	Distorsion=0.057978

N= 8

Seuils	Niveaux	
0.5002	0.2449	
1.0494	0.7556	
1.7473	1.3434	Entropie = 2.8252
8.0000	2.1514	Distorsion=0.034548

N=10

Seuils	Niveaux	
0.4045	0.1995	
0.8333	0.6095	
1.3239	1.0573	
1.9675	1.5907	Entropie = 3.1250
8.0000	2.3445	Distorsion=0.022937

N=16

Seuils	Niveaux	
0.2586	0.1286	
0.5231	0.3885	
0.8005	0.6575	
1.1004	0.9434	
1.4384	1.2574	
1.8448	1.6193	
2.4020	2.0703	Entropie = 3.7646
8.0000	2.7337	Distorsion=0.009501

N=32

Seuils	Niveaux	
0.1315	0.0656	
0.2637	0.1973	
0.3976	0.3302	
0.5339	0.4650	
0.6738	0.6029	
0.8182	0.7447	
0.9687	0.8918	
1.1271	1.0457	
1.2957	1.2085	
1.4778	1.3829	
1.6782	1.5727	
1.9044	1.7837	
2.1698	2.0252	
2.5011	2.3144	
2.9729	2.6880	Entropie = 4.7320
8.0000	3.2580	Distorsion=0.002505

N=64

Seuils	Niveaux
0.0664	0.0332
0.1328	0.0996
0.1995	0.1661
0.2665	0.2329
0.3339	0.3001
0.4018	0.3677
0.4704	0.4360
0.5398	0.5049
0.6101	0.5747
0.6814	0.6455
0.7539	0.7174
0.8279	0.7906
0.9034	0.8652
0.9808	0.9416
1.0602	1.0200
1.1420	1.1005
1.2264	1.1835
1.3140	1.2694
1.4051	1.3586
1.5003	1.4516
1.6004	1.5491
1.7063	1.6518
1.8190	1.7607
1.9400	1.8772
2.0716	2.0029
2.2164	2.1402
2.3788	2.2926
2.5657	2.4651
2.7890	2.6663
3.0734	2.9117
3.4872	3.2351
8.0000	3.7393

Entropie = 5.7143
Distorsion=0.000644

LOI NORMALE N:impair
(methode de Max-lloyd)

N= 3

Seuils	Niveaux	
0.6119	0.0000	Entropie = 1.5359
8.0000	1.2239	Distorsion=0.190174

N= 5

Seuils	Niveaux	
0.3824	0.0000	
1.2447	0.7648	Entropie = 2.2028
8.0000	1.7244	Distorsion=0.079941

N= 7

Seuils	Niveaux	
0.2805	0.0000	
0.8748	0.5609	
1.6113	1.1886	Entropie = 2.6466
8.0000	2.0338	Distorsion=0.044001

N= 9

Seuils	Niveaux	
0.2217	0.0000	
0.6808	0.4434	
1.1970	0.9183	
1.8648	1.4758	Entropie = 2.9831
8.0000	2.2541	Distorsion=0.027853

N=11

Seuils	Niveaux	
0.1839	0.0000	
0.5603	0.3677	
0.9663	0.7529	
1.4366	1.1796	
2.0601	1.6935	Entropie = 3.2530
8.0000	2.4265	Distorsion=0.019220

N=17

Seuils	Niveaux	
0.1213	0.0000	
0.3664	0.2426	
0.6192	0.4901	
0.8862	0.7482	
1.1768	1.0243	
1.5062	1.3295	
1.9042	1.6829	
2.4524	2.1255	Entropie = 3.8498
8.0000	2.7795	Distorsion=0.008467

N=33

Seuils	Niveaux	
0.0637	0.0000	
0.1916	0.1275	
0.3205	0.2557	
0.4513	0.3854	
0.5848	0.5173	
0.7219	0.6523	
0.8638	0.7915	
1.0119	0.9362	
1.1680	1.0877	
1.3343	1.2482	
1.5142	1.4204	
1.7123	1.6080	
1.9364	1.8168	
2.1994	2.0561	
2.5282	2.3428	
2.9970	2.7137	Entropie = 4.7753
8.0000	3.2803	Distorsion=0.002359

N=65

Seuils	Niveaux
0.0327	0.0000
0.0980	0.0653
0.1635	0.1307
0.2293	0.1963
0.2954	0.2622
0.3619	0.3285
0.4291	0.3954
0.4969	0.4628
0.5655	0.5310
0.6350	0.6000
0.7056	0.6700
0.7775	0.7412
0.8508	0.8138
0.9257	0.8878
1.0024	0.9635
1.0812	1.0412
1.1623	1.1211
1.2462	1.2035
1.3331	1.2889
1.4237	1.3775
1.5184	1.4699
1.6179	1.5668
1.7231	1.6690
1.8353	1.7773
1.9558	1.8932
2.0867	2.0184
2.2309	2.1551
2.3927	2.3068
2.5789	2.4786
2.8015	2.6791
3.0850	2.9238
3.4978	3.2463
8.0000	3.7493

Entropie = 5.7366
Distorsion=0.000625

b - LOI DE LAPLACE N:pair
(methode de Max-lloyd)

N= 2

Seuils	Niveaux	
0.0000	0.0000	Entropie = 1.0000
10.0000	0.7071	Distorsion=0.499937

N= 4

Seuils	Niveaux	
1.1266	0.4197	Entropie = 1.7284
10.0000	1.8337	Distorsion=0.176146

N= 6

Seuils	Niveaux	
0.7196	0.2998	
1.8464	1.1393	Entropie = 2.2071
10.0000	2.5534	Distorsion=0.089828

N= 8

Seuils	Niveaux	
0.5330	0.2333	
1.2524	0.8328	
2.3790	1.6721	Entropie = 2.5656
10.0000	3.0859	Distorsion=0.054441

N=10

Seuils	Niveaux	
0.4243	0.1911	
0.9572	0.6576	
1.6764	1.2568	
2.8027	2.0960	Entropie = 2.8524
10.0000	3.5095	Distorsion=0.036514

N=16

Seuils	Niveaux	
0.2661	0.1247	
0.5704	0.4074	
0.9259	0.7333	
1.3539	1.1184	
1.8913	1.5889	
2.6145	2.1923	
3.7430	3.0347	Entropie = 3.4686
10.0000	4.4492	Distorsion=0.015353

N=32

Seuils	Niveaux	
0.1320	0.0639	
0.2727	0.2000	
0.4235	0.3454	
0.5860	0.5016	
0.7619	0.6703	
0.9539	0.8536	
1.1650	1.0542	
1.3997	1.2759	
1.6637	1.5235	
1.9655	1.8039	
2.3179	2.1271	
2.7416	2.5087	
3.2734	2.9745	
3.9904	3.5723	
5.1107	4.4085	Entropie = 4.4285
10.0000	5.8129	Distorsion=0.004092

N=64

Seuils	Niveaux
0.0657	0.0323
0.1335	0.0991
0.2037	0.1680
0.2762	0.2393
0.3514	0.3131
0.4293	0.3896
0.5103	0.4690
0.5945	0.5515
0.6822	0.6375
0.7738	0.7270
0.8695	0.8206
0.9698	0.9185
1.0751	1.0211
1.1860	1.1291
1.3030	1.2429
1.4269	1.3631
1.5585	1.4906
1.6988	1.6263
1.8492	1.7713
2.0111	1.9270
2.1864	2.0951
2.3776	2.2777
2.5879	2.4776
2.8215	2.6983
3.0841	2.9446
3.3841	3.2235
3.7341	3.5447
4.1542	3.9235
4.6804	4.3850
5.3871	4.9758
6.4810	5.7983
10.0000	7.1637

Entropie = 5.4077
Distorsion=0.001059

LOI DE LAPLACE N:impair
(methode de Max-lloyd)

N= 3

Seuils	Niveaux	
0.7067	0.0000	Entropie = 1.3173
10.0000	1.4138	Distorsion=0.264184

N= 5

Seuils	Niveaux	
0.4197	0.0000	
1.5464	0.8394	Entropie = 1.9468
10.0000	2.2534	Distorsion=0.119761

N= 7

Seuils	Niveaux	
0.2998	0.0000	
1.0193	0.5996	
2.1460	1.4390	Entropie = 2.3745
10.0000	2.8530	Distorsion=0.068049

N= 9

Seuils	Niveaux	
0.2334	0.0000	
0.7667	0.4668	
1.4862	1.0664	
2.6128	1.9059	Entropie = 2.7011
10.0000	3.3197	Distorsion=0.043817

N=11

Seuils	Niveaux	
0.1911	0.0000	
0.6156	0.3822	
1.1486	0.8489	
1.8679	1.4483	
2.9943	2.2876	Entropie = 2.9664
10.0000	3.7011	Distorsion=0.030551

N=17

Seuils	Niveaux	
0.1239	0.0000	
0.3881	0.2478	
0.6903	0.5285	
1.0432	0.8521	
1.4675	1.2342	
2.0003	1.7008	
2.7193	2.2999	
3.8448	3.1387	Entropie = 3.5529
10.0000	4.5508	Distorsion=0.013668

N=33

Seuils	Niveaux	
0.0639	0.0000	
0.1958	0.1278	
0.3366	0.2639	
0.4874	0.4093	
0.6498	0.5655	
0.8257	0.7341	
1.0176	0.9173	
1.2287	1.1179	
1.4633	1.3396	
1.7273	1.5871	
2.0291	1.8675	
2.3814	2.1907	
2.8050	2.5722	
3.3367	3.0378	
4.0535	3.6355	
5.1733	4.4714	Entropie = 4.4703
10.0000	5.8751	Distorsion=0.003853

N=65

Seuils	Niveaux	
0.0323	0.0000	
0.0979	0.0646	
0.1657	0.1313	
0.2357	0.2001	
0.3082	0.2713	
0.3833	0.3450	
0.4611	0.4215	
0.5420	0.5008	
0.6261	0.5832	
0.7138	0.6690	
0.8052	0.7585	
0.9009	0.8520	
1.0011	0.9498	
1.1063	1.0524	
1.2171	1.1603	
1.3340	1.2739	
1.4578	1.3941	
1.5894	1.5215	
1.7297	1.6572	
1.8800	1.8021	
2.0418	1.9578	
2.2171	2.1258	
2.4082	2.3083	
2.6184	2.5081	
2.8519	2.7287	
3.1144	2.9750	
3.4144	3.2538	
3.7642	3.5749	
4.1842	3.9535	
4.7101	4.4149	
5.4164	5.0054	
6.5092	5.8273	Entropie = 5.4303
10.0000	7.1911	Distorsion=0.001027

C – LOI DE RAYLEIGH
(methode de Max-Lloyd)

N= 1

Seuils	Niveaux	
0.0000	0.0000	Entropie = 0.0000
8.0000	1.2533	Distorsion=0.429204

N= 2

Seuils	Niveaux	
1.3746	0.8291	Entropie = 0.9640
8.0000	1.9203	Distorsion=0.146293

N= 3

Seuils	Niveaux	
1.0124	0.6401	
1.8338	1.3848	Entropie = 1.5070
8.0000	2.2829	Distorsion=0.073992

N= 4

Seuils	Niveaux	
0.8213	0.5290	
1.4188	1.1138	
2.1261	1.7239	Entropie = 1.8927
8.0000	2.5284	Distorsion=0.044727

N= 5

Seuils	Niveaux	
0.6995	0.4549	
1.1837	0.9442	
1.6947	1.4234	
2.3396	1.9662	Entropie = 2.1933
8.0000	2.7132	Distorsion=0.029977

N= 6

Seuils	Niveaux	
0.6134	0.4012	
1.0263	0.8257	
1.4395	1.2270	
1.9025	1.6521	
2.5064	2.1530	Entropie = 2.4406
8.0000	2.8599	Distorsion=0.021498

N= 7

Seuils	Niveaux	
0.5491	0.3606	
0.9122	0.7378	
1.2645	1.0867	
1.6379	1.4425	
2.0691	1.8335	
2.6434	2.3049	Entropie = 2.6506
8.0000	2.9819	Distorsion=0.016174

N= 8

Seuils	Niveaux	
0.4986	0.3283	
0.8243	0.6690	
1.1341	0.9796	
1.4520	1.2887	
1.7988	1.6153	
2.2070	1.9823	
2.7585	2.4317	Entropie = 2.8335
8.0000	3.0853	Distorsion=0.012612

N= 9

Seuils	Niveaux	
0.4590	0.3028	
0.7560	0.6152	
1.0347	0.8968	
1.3144	1.1725	
1.6094	1.4563	
1.9369	1.7624	
2.3273	2.1113	
2.8605	2.5433	Entropie = 2.9944
8.0000	3.1775	Distorsion=0.010110

N=16

Seuils	Niveaux	
0.3011	0.1998	
0.4909	0.4024	
0.6622	0.5794	
0.8252	0.7450	
0.9848	0.9054	
1.1441	1.0642	
1.3058	1.2241	
1.4724	1.3876	
1.6469	1.5574	
1.8329	1.7366	
2.0352	1.9292	
2.2617	2.1413	
2.5252	2.3821	
2.8523	2.6684	
3.3158	3.0363	Entropie = 3.7954
8.0000	3.5953	Distorsion=0.003373

N=17

Seuils	Niveaux	
0.2895	0.1922	
0.4717	0.3868	
0.6357	0.5565	
0.7913	0.7149	
0.9429	0.8677	
1.0935	1.0181	
1.2453	1.1688	
1.4005	1.3217	
1.5613	1.4791	
1.7304	1.6434	
1.9112	1.8173	
2.1086	2.0050	
2.3301	2.2122	
2.5886	2.4480	
2.9102	2.7291	
3.3671	3.0913	Entropie = 3.8777
8.0000	3.6428	Distorsion=0.003001

N=32

Seuils	Niveaux
0.1802	0.1199
0.2923	0.2404
0.3918	0.3442
0.4845	0.4395
0.5727	0.5295
0.6580	0.6160
0.7413	0.7001
0.8232	0.7825
0.9043	0.8639
0.9849	0.9447
1.0656	1.0252
1.1466	1.1060
1.2282	1.1872
1.3109	1.2693
1.3949	1.3525
1.4805	1.4373
1.5683	1.5239
1.6586	1.6128
1.7520	1.7045
1.8490	1.7995
1.9503	1.8985
2.0570	2.0022
2.1700	2.1118
2.2910	2.2284
2.4219	2.3537
2.5656	2.4901
2.7262	2.6410
2.9105	2.8114
3.1302	3.0097
3.4095	3.2509
3.8151	3.5682
8.0000	4.0620

Entropie = 4.7747
Distorsion=0.000875

N=33

Seuils	Niveaux	
0.1785	0.1188	
0.2896	0.2382	
0.3881	0.3409	
0.4797	0.4352	
0.5669	0.5242	
0.6511	0.6096	
0.7332	0.6926	
0.8139	0.7738	
0.8936	0.8539	
0.9728	0.9333	
1.0518	1.0122	
1.1309	1.0912	
1.2105	1.1705	
1.2908	1.2504	
1.3722	1.3312	
1.4550	1.4132	
1.5395	1.4968	
1.6261	1.5822	
1.7152	1.6700	
1.8074	1.7605	
1.9032	1.8543	
2.0033	1.9520	
2.1086	2.0545	
2.2203	2.1627	
2.3398	2.2778	
2.4692	2.4017	
2.6112	2.5366	
2.7700	2.6857	
2.9523	2.8542	
3.1699	3.0504	
3.4466	3.2894	
3.8489	3.6038	Entropie = 4.8116
8.0000	4.0939	Distorsion=0.000823

N=64

Seuils	Niveaux
0.1142	0.0761
0.1849	0.1523
0.2473	0.2175
0.3050	0.2771
0.3594	0.3329
0.4115	0.3860
0.4618	0.4371
0.5106	0.4865
0.5583	0.5347
0.6050	0.5818
0.6508	0.6281
0.6960	0.6736
0.7406	0.7184
0.7848	0.7628
0.8285	0.8067
0.8720	0.8503
0.9151	0.8936
0.9581	0.9366
1.0009	0.9795
1.0436	1.0223
1.0863	1.0649
1.1289	1.1076
1.1716	1.1502
1.2143	1.1929
1.2572	1.2357
1.3002	1.2786
1.3434	1.3217
1.3868	1.3650
1.4305	1.4086
1.4746	1.4524
1.5190	1.4966
1.5638	1.5412
1.6090	1.5862
1.6548	1.6317
1.7011	1.6778
1.7481	1.7244
1.7958	1.7717
1.8443	1.8198
1.8936	1.8686
1.9438	1.9184
1.9951	1.9691
2.0475	2.0209
2.1012	2.0739
2.1563	2.1283
2.2129	2.1841
2.2713	2.2416
2.3317	2.3009
2.3942	2.3623
2.4592	2.4260
2.5271	2.4924
2.5982	2.5617
2.6730	2.6345
2.7521	2.7113
2.8363	2.7928
2.9267	2.8798
3.0245	2.9735
3.1316	3.0754
3.2505	3.1877
3.3851	3.3133
3.5414	3.4568
3.7302	3.6258
3.9734	3.8344
4.3327	4.1126
8.0000	4.5528

Entropie = 5.7257
Distorsion=0.000225

Les résultats obtenus à l'aide de cette méthode sont ceux qui minimisent la distorsion D pour différents niveaux.

Dans ce cas on ne peut avoir un quantificateur optimal pour n'importe quelle valeur de R.

Pour avoir un quantificateur de faible entropie on utilise un quantificateur à trois niveaux.

2.2. Méthode de T. Berger.

a. LOI NORMALE (N:PAIR)
METHODE DE T. BERGER

N= 4;LAMDA=1.00

Seuils	Niveaux	
0.9800	0.4522	Entropie = 1.9119
8.0000	1.5091	Distorsion=0.117483

N= 8;LAMDA=0.20

Seuils	Niveaux	
0.3850	0.1901	
0.8415	0.6027	
1.6574	1.1827	Entropie = 2.8914
8.0000	2.0735	Distorsion=0.037835

N= 16;LAMDA=0.10

Seuils	Niveaux	
0.1730	0.0863	
0.3514	0.2615	
0.5418	0.4453	
0.7545	0.6457	
1.0086	0.8768	
1.3541	1.1697	
2.0777	1.6441	Entropie = 3.9332
8.0000	2.4422	Distorsion=0.013365

N=32;LAMDA=0.10

Seuils	Niveaux	
0.0820	0.0410	
0.1646	0.1232	
0.2483	0.2063	
0.3337	0.2908	
0.4217	0.3775	
0.5131	0.4671	
0.6090	0.5606	
0.7109	0.6594	
0.8207	0.7650	
0.9415	0.8801	
1.0779	1.0082	
1.2380	1.1555	
1.4384	1.3338	
1.7229	1.5700	
2.3390	1.9691	Entropie = 4.9691
8.0000	2.6767	Distorsion=0.005146

N=64;LAMDA=0.05

Seuils	Niveaux
0.0401	0.0200
0.0803	0.0602
0.1206	0.1004
0.1610	0.1408
0.2018	0.1814
0.2429	0.2223
0.2844	0.2636
0.3264	0.3054
0.3690	0.3476
0.4123	0.3906
0.4563	0.4342
0.5013	0.4787
0.5473	0.5242
0.5945	0.5708
0.6430	0.6186
0.6931	0.6679
0.7451	0.7189
0.7991	0.7719
0.8555	0.8271
0.9149	0.8849
0.9776	0.9459
1.0444	1.0106
1.1163	1.0799
1.1944	1.1548
1.2806	1.2368
1.3776	1.3281
1.4896	1.4321
1.6241	1.5545
1.7969	1.7062
2.0501	1.9132
2.6386	2.2794
8.0000	2.9494

Entropie = 5.9824
Distorsion=0.002068

b - LOI DE LAPLACE (N:PAIR)
METHODE DE T.BERGER

N= 4;LAMDA=1.00

Seuils	Niveaux	
1.1300	0.4205	Entropie = 1.7265
10.0000	1.8371	Distorsion=0.176147

N= 8;LAMDA=0.10

Seuils	Niveaux	
0.2615	0.1227	
0.6816	0.4509	
1.8922	1.1221	Entropie = 2.8374
10.0000	2.5992	Distorsion=0.073765

N=16;LAMDA=0.10

Seuils	Niveaux	
0.1052	0.0513	
0.2288	0.1652	
0.3788	0.3012	
0.5694	0.4698	
0.8312	0.6922	
1.2521	1.0209	
2.4715	1.6947	Entropie = 3.9183
10.0000	3.1784	Distorsion=0.033937

N=32;LAMDA=0.05

Seuils	Niveaux	
0.0480	0.0237	
0.0995	0.0734	
0.1550	0.1269	
0.2153	0.1847	
0.2812	0.2477	
0.3539	0.3169	
0.4349	0.3936	
0.5264	0.4797	
0.6316	0.5777	
0.7552	0.6916	
0.9050	0.8274	
1.0954	0.9959	
1.3568	1.2181	
1.7764	1.5460	
2.9655	2.2117	Entropie = 4.9608
10.0000	3.6723	Distorsion=0.016285

N=64;LAMDA=0.10

Seuils	Niveaux
0.0230	0.0114
0.0468	0.0348
0.0714	0.0590
0.0969	0.0840
0.1233	0.1100
0.1508	0.1370
0.1794	0.1650
0.2092	0.1942
0.2403	0.2246
0.2728	0.2564
0.3069	0.2897
0.3427	0.3247
0.3805	0.3614
0.4203	0.4002

0.4626	0.4413	
0.5075	0.4848	
0.5555	0.5312	
0.6070	0.5809	
0.6625	0.6344	
0.7228	0.6922	
0.7887	0.7552	
0.8614	0.8244	
0.9424	0.9011	
1.0338	0.9871	
1.1390	1.0851	
1.2625	1.1989	
1.4123	1.3347	
1.6026	1.5031	
1.8639	1.7252	
2.2835	2.0530	
3.4883	2.7225	Entropie = 5.9801
10.0000	4.1947	Distorsion=0.007997

C - LOI DE RAYLEIGH
METHODE DE T.BERGER

N= 2;LAMDA=2.00

Seuils	Niveaux	
1.4000	0.8411	Entropie = 0.9547
8.0000	1.9394	Distorsion=0.146435

N= 4;LAMDA=0.50

Seuils	Niveaux	
0.8360	0.5377	
1.3296	1.0798	
2.0714	1.6515	Entropie = 1.9202
8.0000	2.4818	Distorsion=0.045825

N= 8;LAMDA=0.10

Seuils	Niveaux	
0.5440	0.3573	
0.8018	0.6774	
1.0310	0.9172	
1.2631	1.1458	
1.5242	1.3898	
1.8654	1.6842	
2.5611	2.1453	Entropie = 2.9331
8.0000	2.9085	Distorsion=0.015193

N=16;LAMDA=0.10

Seuils	Niveaux	
0.3670	0.2430	
0.5282	0.4515	
0.6592	0.5953	
0.7767	0.7187	
0.8874	0.8324	
0.9952	0.9414	
1.1028	1.0489	
1.2128	1.1575	
1.3277	1.2697	
1.4507	1.3883	
1.5866	1.5173	
1.7429	1.6626	
1.9348	1.8349	
2.2010	2.0586	
2.7392	2.4217	Entropie = 3.9757
8.0000	3.0679	Distorsion=0.005622

N=32;LAMDA=0.10

Seuils	Niveaux
0.2540	0.1688
0.3622	0.3109
0.4473	0.4060
0.5211	0.4849
0.5878	0.5549
0.6500	0.6192
0.7088	0.6796
0.7653	0.7372
0.8202	0.7929
0.8738	0.8471
0.9267	0.9003
0.9791	0.9529
1.0315	1.0053
1.0840	1.0577

1.1369	1.1104
1.1906	1.1637
1.2453	1.2178
1.3014	1.2732
1.3592	1.3301
1.4191	1.3889
1.4818	1.4502
1.5478	1.5145
1.6180	1.5825
1.6935	1.6552
1.7758	1.7340
1.8674	1.8207
1.9717	1.9183
2.0950	2.0314
2.2493	2.1688
2.4650	2.3497
2.8729	2.6378
8.0000	3.1888

Entropie = 4.9934
Distorsion=0.002445

N=64;LAMDA=0.10

Seuils	Niveaux
0.1778	0.1183
0.2524	0.2172
0.3104	0.2824
0.3599	0.3357
0.4041	0.3824
0.4445	0.4246
0.4822	0.4636
0.5178	0.5001
0.5516	0.5348
0.5840	0.5679
0.6153	0.5998
0.6457	0.6306
0.6752	0.6605
0.7040	0.6897
0.7323	0.7182
0.7600	0.7462
0.7874	0.7737
0.8144	0.8009
0.8410	0.8277
0.8675	0.8543
0.8937	0.8806
0.9198	0.9068
0.9457	0.9328
0.9716	0.9587
0.9975	0.9846
1.0233	1.0104
1.0492	1.0363
1.0751	1.0622
1.1012	1.0881
1.1274	1.1143
1.1537	1.1405
1.1802	1.1669
1.2070	1.1936
1.2340	1.2205
1.2614	1.2477
1.2891	1.2752
1.3172	1.3031
1.3458	1.3315
1.3748	1.3603
1.4044	1.3896
1.4347	1.4195
1.4656	1.4501

1.4973	1.4814	
1.5299	1.5135	
1.5634	1.5465	
1.5980	1.5806	
1.6337	1.6158	
1.6709	1.6522	
1.7096	1.6901	
1.7500	1.7296	
1.7925	1.7711	
1.8373	1.8147	
1.8849	1.8609	
1.9358	1.9101	
1.9906	1.9628	
2.0504	2.0200	
2.1162	2.0827	
2.1901	2.1524	
2.2750	2.2315	
2.3755	2.3237	
2.5009	2.4356	
2.6721	2.5811	
2.9613	2.7997	Entropie = 5.9995
8.0000	3.2692	Distorsion=0.001331

Avec cette méthode on peut avoir un quantificateur pour toute valeur de l'entropie R, et cela en faisant varier le paramètre λ, alors que le nombre de niveaux ne peut pas être fixé ; dans ce cas il dépend surtout du premier intervalle.

Exemple : On ne peut avoir un quantificateur d'entropie égale à 2 pour un nombre de niveaux égal à 8.

3. Comparaison des différentes méthodes (Loi normale).

nombre de niveaux \ méthode		Uniforme	T. Berger	Max-LLoyd
N = 4	R	1.927	1,9119	1,9111
	D	0,1177	0,1174	0,1174
N = 8	R	2,270	2,8914	2,8252
	D	0,0359	0,0378	0,0345
N = 64	R	5,231	5,9824	5,7143
	D	0,0010	0,0020	0,0006

Pour un nombre de niveaux faible ($N \leq 4$) les résultats sont pratiquement les mêmes pour les trois méthodes.
Et pour un même nombre de niveaux le quantificateur de Berger nécessite une entropie plus élevée, alors que le quantificateur de Max-LLoyd présente une distorsion plus

faible, et cela quelque soit le nombre de niveaux.
Notons aussi que dans certains cas le quantificateur uniforme optimal possède une distorsion plus faible que celle du quantificateur de T. Berger.
Et notons enfin que la loi de Rayleigh donne des résultats meilleurs pour les différentes méthodes.

Conclusion :

La méthode de T. Berger est celle qui présente le plus de difficultés dans le calcul du quantificateur optimal.
Les résultats qu'on a obtenus avec cette méthode ne sont pas exacts, cela est principalement du au fait que les solutions données par l'équation (9) sont des solutions approchées.

Par contre les résultats obtenus à l'aide du quantificateur uniforme et celui de Max-LLoyd coïncident pratiquement avec ceux qui ont été déja publiés.
Alors nous pensons que ces résultats peuvent être utilisés dans diverses applications, notamment en modulation des impulsions codées (P.C.M).

-Bibliographie-

- Eléctronique des signaux échantillonnés et numériques
  J. AUVRAY , DUNOD univérsité

- Théorie de la communication
  signaux , bruits et modulation
  Par J. DUPRAZ , Eyrolles.

- Principles of pulse code modulation
  K.W. Cattermole American Elsevier 1969

- La pratique du fortran
  M. DREYFUS , DUNOD univérsité 1975.

- Exercices de programmation en fortran
  J.P LAMOITIER , DUNOD 1977

- Principles of quantization
  Revue I.EEE Transactions on circuits and systems
  A. GRECHO , n° 7 july 1978.

- I.EEE Transaction on information théory
  n° 3 , May 1979 .

- I.EEE Transaction on information théory
  Optimum quantizers and permutation codes.
  T. BERGER , November 1972

- I.EEE Transaction on communications
  optimal quantization of the Rayleigh probability
  n° 1 , January 1979 .