

Lex

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT ELECTRONIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

S U J E T

QUANTIFICATEUR OPTIMAL
POUR
LA LOI GAMMA

Proposé par :

M. CHEKIMA Ali

Etudié par :

M. AMIMER Abdelkrim

Dirigé par :

M. CHEKIMA Ali

M. FRAUCENE Nacer-Eddine

PROMOTION : JUIN 1986

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

سُبْحَانَكَ لَا عِلْمَ لَنَا إِلَّا مَا عَلَّمْتَنَا إِنَّكَ أَنْتَ الْعَلِيمُ الْحَكِيمُ.

صَدَقَ اللَّهُ الْعَظِيمُ

Dedicaces

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

- A mon père et ma mère .
- A mes frères et sœurs .
- A toute ma famille
- A tous mes amis pour leur aide et soutien.

ABDELKRIM.

- A mes parents
- A mes amis pour leurs aides morale

NACEREDDINE.

Remerciements

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à notre promoteur MR CHEKIMA ALI pour avoir dirigé notre travail et prodigué mille précieux conseils.

L'expression de notre plus vive sympathie va à MR GUEMIDI LAHCEN pour ses suggestions et son aide dans cette étude.

Nous remercions très vivement les responsables du CENTRE DE CALCUL de l'école Nationale polytechnique pour avoir mis à notre disposition le VAX ainsi que les micros ordinateurs se trouvant dans les lieux.

Que ceux qui ont participé de près ou de loin à l'élaboration de ce projet trouvent ici l'expression de nos sincères Remerciements.

Table Des Matieres

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique 1

INTRODUCTION	1
Chapitre premier. — LES GENERALITES.....	3
1.1 Rappels sur les lois de probabilités	3
1.1.1 variables aléatoires	
1.1.2 Distributions discrètes de probabilité	
1.1.3 fonctions de distributions de variables aléatoires	
1.1.4 Distributions continues de probabilités	
1.1.5 fonctions de distribution pour des variables aléatoires continues	
1.1.6 Espérance mathématique.	
1.1.7 Variance et Ecart type.	
1.1.8 Les moments.	
1.2 Applications à quelques distributions particulières de probabilité.....	5
1.2.1 Distribution NORMALE OU DE GAUSS	
1.2.2 Distribution de RAYLEIGH.	
1.2.3 Distribution de GAMMA.	
Chapitre 2. — PRINCIPE DE LA QUANTIFICATION.....	7
2.1 Définitions.....	7

2.1.1 Définition 1

2.1.2 Définition 2

2.1.3 choix du critère de fidélité.

2.1.4 Distorsion d'un quantificateur

2.1.5 Entropie d'une source

2.2 quantificateurs optimums 9

2.2.1 Définition

2.2.2 quantificateur non uniforme

- Méthode de JOEL-MAX

- Conditions d'optimisations

- choix des seuils x_i et des niveaux de reconstruction y_i

- Algorithme de calcul de J-MAX

- Algorithme de calcul de Lloyd-MAX.

- Comparaison des deux Algorithmes

2.2.3 Quantificateur uniforme.

chapitre 3 . - APPLICATION DE LA QUANTIFICATION AUX DENSITES 16

DES LOIS DE PROBABILITES

(Normale - Rayleigh - Gamma).

3.1 méthodes numériques utilisées dans les programmes 16

3.1.1 Méthode de SIMPSON.

3.1.2 Méthode de L. KONTOROVITCH.



3.2 quantificateurs optimums pour la loi Gamma 21

3.3 Organigrammes et commentaires 22

3.3.1 quantification uniforme

3.3.2 quantification non uniforme méthode de Lloyd-MAX

3.3.3 quantification non uniforme - méthode de J-MAX.

3.4 Programmes correspondants 28

3.5 Résultats et interprétations 50

CONCLUSION 79

introduction

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

La théorie de l'information a pour origine une réflexion sur les techniques de communication.

Ces techniques ont d'abord évolué par la maîtrise progressive de quelques phénomènes physiques, tels que la conversion d'un déplacement mécanique ou d'une onde acoustique en un courant électrique et vice-versa, la production et la modulation d'ondes radioélectriques, l'amplification de signaux électriques.

Ses méthodes sont mathématiques et son objet est la communication.

Dans le cas de transmission de données, les signaux analogiques sont en premier lieu convertis en signaux digitaux et au niveau de la réception ces derniers seront reconstitués en une forme analogique. la conversion d'un signal analogique sous forme numérique implique une double approximation.

D'une part, dans l'espace des temps, le signal fonction du temps $s(t)$ est remplacé par ses valeurs $s(nT)$ à des instants multiples d'une durée T ; c'est l'opération d'échantillonnage.

D'autre part, dans l'espace des amplitudes, chaque valeur $s(nT)$ est approché par un niveau $s_q(nT)$ bien déterminé; c'est l'opération

de quantification, la valeur approchée ainsi obtenue est ensuite associée à un nombre, c'est le codage, ce terme étant souvent utilisé pour désigner l'ensemble; c'est à dire le passage de la valeur $S(nT)$ au nombre qui la représente. [15].

la seconde approximation sera l'objet de notre projet d'étude.

Notre travail traite le problème de la minimisation de la distorsion D d'un signal due à la quantification pour un nombre de niveaux N fixé.

Des équations seront établies à partir des paramètres d'un quantificateur avec un minimum de distorsion, ces équations ne sont pas solubles sans avoir recours aux méthodes numériques, ainsi, des algorithmes seront établis pour résoudre ces équations.

Par ailleurs, nous avons traité quelques lois usuelles de probabilité entre autre la loi Normale, la loi de RAY-LEIGH et de GAMMA.

Nous nous sommes penchés surtout sur la loi "GAMMA" vu sa plus grande importance pratique, puisqu'elle présente une très bonne approximation de la distribution du signal de la parole.

chapitre 1

1. Generalites



1.1 Rappels sur les lois de probabilités

1.1.1 Variables aléatoires.

Une variable aléatoire notée V.a, est définie comme une variable numérique dont la valeur est déterminée par le résultat w d'une expérience aléatoire, c'est en fait une fonction numérique : $X(w)$ sur Ω .

1.1.2 Distributions discrètes de probabilité.

Soit X une V.a discrète et soient x_1, x_2, \dots , ses valeurs possibles.

On appelle fonction de probabilité ou fonction de répartition :

$P(X=x) = f(x)$ (1), en général $f(x)$ est une fonction de répartition si :

$$- f(x) \geq 0 \quad \text{et} \quad \sum_x f(x) = 1$$

1.1.3 fonctions de distribution de variables aléatoires.

la fonction de distribution, pour une variable aléatoire X est définie :

$$\text{par : } P(X \leq x) = F(x) = \sum_{u \leq x} f(u) \quad \text{et} \quad -\infty < x < +\infty.$$

1.1.4 Distributions continues de probabilité.

On définit une fonction de densité de probabilité par :

$$- f(x) \geq 0,$$

$$- \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1, \quad \text{où } X \text{ est une V.a continue.}$$

1.1.5. fonctions de distribution pour des variables aléatoires continues :

On définit la fonction de distribution ou de répartition $F(x)$ pour une V.a continue par : $F(x) = P(X \leq x) = P(-\infty < X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(u) du$.

Remarque : la dérivée de la fonction de répartition donne la fonction de densité.

1.1.6. Esperance mathématique.

la moyenne ou espérance de X notée μ , est une valeur unique qui joue le rôle de représentante de la moyenne des valeurs de X , pour cette raison, elle est souvent appelée mesure de la tendance centrale.

Dans le cas d'une V.a X discrète : $E(X) = \sum_{j=1}^n x_j P(X=x_j) = \sum_{j=1}^n x_j f(x_j)$.

Dans le cas d'une V.a X continue : $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$.

1.1.7. Variance et écart type.

Une autre grandeur importante est la variance définie par :

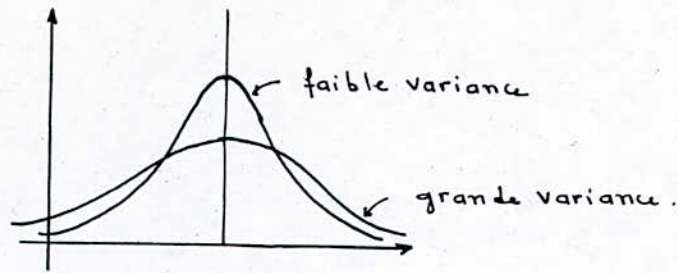
$$\text{Var}(X) = E[(X - E(X))^2]$$

la racine carrée positive de la variance est appelée écart type et est définie :

$$\text{par : } \sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

la variance (ou l'écart type) est une mesure de la dispersion

(ou de la distribution) des valeurs de la V.a autour de la moyenne μ .



118. Les moments.

Le moment d'ordre r d'une V.a. X relatif à la moyenne μ , appelé aussi moment central d'ordre r , est défini par l'expression :

$$\mu_r = E[(X - \mu)^r] \quad r = 0, 1, 2, \dots$$

1.2. Application à quelques distributions particulières de probabilité.

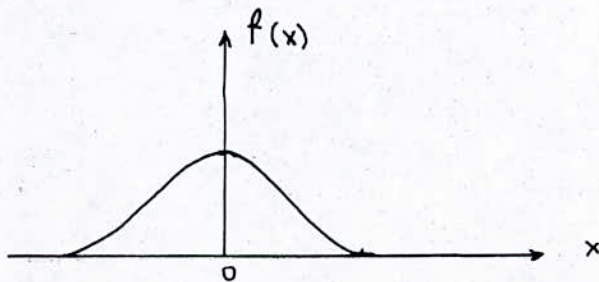
1.2.1. Distribution normale ou de Gauss.

C'est une distribution continue de probabilité, sa densité s'exprime

$$\text{par : } f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \text{EXP}\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad ; \quad -\infty < x < +\infty.$$

$$\text{pour } \mu = 0 \text{ et } \sigma = 1, \text{ on obtient : } f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \text{EXP}\left(-\frac{x^2}{2}\right),$$

appelée densité de probabilité Normale centrée réduite.

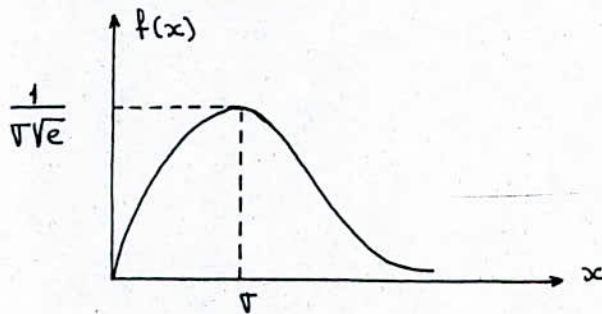


1.2.2 . Distribution de RAYLEIGH .

Une variable aléatoire continue X suit la loi de RAYLEIGH si sa densité de probabilité est donnée par : $f(x) = \frac{x}{\sigma^2} \cdot \text{EXP}(-x^2/2\sigma^2)$

x varie de 0 à $+\infty$; pour $\sigma=1$, $f(x) = x \cdot \text{EXP}(-x^2/2)$.

sa moyenne est : $\sqrt{\pi/2}$ et sa variance est égale à : $[2-\pi/2]$.

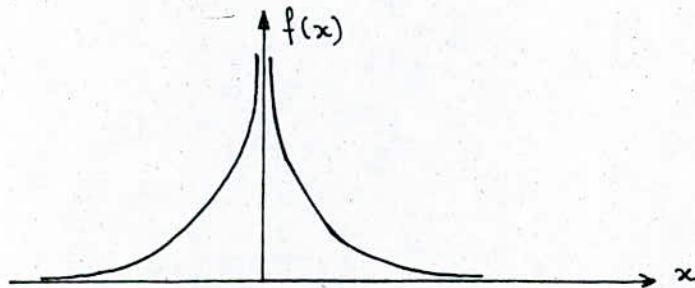


1.2.3 Distribution de Gamma .

Une variable aléatoire continue X suit la loi de Gamma si sa densité de probabilité est donnée par :

$$f(x) = \frac{K^{1/2}}{\sqrt{\pi}} \cdot |x|^{-1/2} \cdot \text{EXP}(-K|x|) \quad -\infty < x < +\infty$$

pour $K = \sqrt{0.75}$, sa moyenne $\mu = 0$ et sa variance : $\sigma^2 = 1$



chapitre 2

Principe de la quantification

2.1. Définitions.

2.1.1. Définition 1.

Soit x une variable aléatoire à digitaliser, et soit $F(\cdot)$ une fonction de distribution cumulative.

Un appareil qui fait associer l'entrée x à la sortie y est dit un quantificateur s'il existe les constantes $\{x_i\}$ et $\{y_i\}$ tel que :

$$x_{i-1} < x < x_i \implies y = y_i$$

2.1.2. Définition 2.

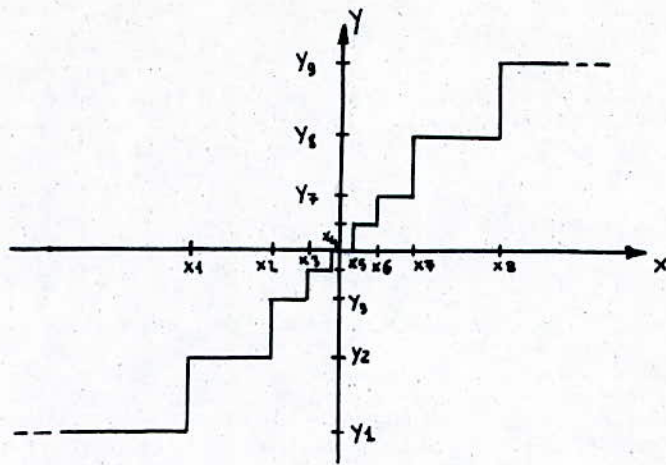
Les quantités x_i sont appelés seuils de quantification, et les y_i : niveaux de reconstruction. [4]

la figure (2.1) montre la caractéristique d'un quantificateur dans un cas général.

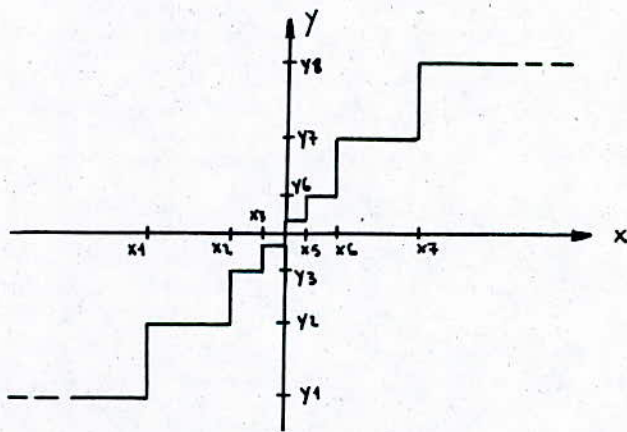
2.1.3. Choix du critère de fidélité :

On a choisit de prendre l'erreur quadratique moyenne comme critère de fidélité pour les raisons suivantes :

- Simplicité de calcul.
- pouvoir comparer les résultats trouvés avec ceux déjà publiés.



N Impair



N Pair

Fig 2.1

Pour chaque quantificateur défini ci-dessus, on fait associer deux grandeurs R et D appelées respectivement taux d'entropie et moyenne de distorsion

2.1.4. Distorsion d'un quantificateur.

La moyenne de distorsion d'un quantificateur à N niveaux a pour

$$\text{expression : } D = \sum_{i=1}^N \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x - y_i) P(x) dx. \quad (a)$$

où $f(\cdot)$ est le critère de fidélité, et $P(\cdot)$ la densité de probabilité [4]

2.1.5. Entropie d'une source

L'entropie R à la sortie d'un quantificateur est la quantité

d'information minimale totale nécessaire à transmettre

pour pouvoir reconstruire le signal avec une erreur arbitrairement

petite (D). Elle sera donnée par: $R = - \sum_{i=1}^N P_i \log_2 P_i$ [bits/échantillon]

[4].

$$R = - \sum_{i=1}^N P_i \log_2 P_i \quad (b)$$

2.2. Quantificateurs Optimums.

Pour l'étude des quantificateurs optimums, on se réfère aux méthodes

établies par J. MAX [1], Lloyd [2] et T. BERGER [3].

2.2.1. Définition.

Un quantificateur est dit optimum s'il minimise la distorsion D pour

un Taux d'entropie fixé ou vice-versa. [4].

2.2.1. quantificateur non uniforme.

Pour une valeur donnée N , on doit trouver tous les seuils $\{x_i\}$ et les niveaux de reconstruction $\{y_i\}$ qui minimisent la distorsion D .

J. MAX a trouvé la solution dans le problème de la mesure de distorsion quadratique [1].

• Méthode de JOEL-MAX.

Pour un nombre de niveau N donné, le système est décrit de la façon suivante:

Pour chaque rang d'entrée ou seuil x_k on fait correspondre un niveau de reconstitution y_k .

Si l'amplitude de la densité de probabilité du signal d'entrée est donnée alors le signal à la sortie du quantificateur a une densité de probabilité qui peut être déterminée comme étant une fonction de x_k et y_k .

Souvent, il conviendrait de définir une mesure de distorsion du processus de quantification.

Si nous définissons la distorsion D comme étant une valeur de $f(E)$

où $f(\cdot)$ est une fonction différentiable prise comme critère de fidélité,

E est l'erreur de la quantification et $P(x)$ l'amplitude de la densité de probabi-

lité alors :

$$D = E [f(s_{in} - s_{out})] = \sum_{i=1}^N \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x - y_i) P(x) dx .$$

où $x_1 = -\infty$ et $x_{N+1} = +\infty$

- Conditions d'optimisation

Etant donné un nombre de niveaux N fixé, pour minimiser la distorsion

D il faut satisfaire les conditions suivantes :

$$(1) \quad \frac{\partial D}{\partial x_i} = [f(x_i - y_{i-1}) - f(x_i - y_i)] P(x_i) = 0 \quad i = 2, \dots, N.$$

$$(2) \quad \frac{\partial D}{\partial y_i} = - \int_{x_i}^{x_{i+1}} f'(x - y_i) P(x) dx = 0 \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

pour $P(x_i) \neq 0$, (1) devient :

$$(3) \quad f(x_i - y_{i-1}) = f(x_i - y_i) \quad i = 2, \dots, N$$

(2) devient :

$$(4) \quad \int_{x_i}^{x_{i+1}} f'(x - y_i) P(x) dx = 0 \quad i = 1, \dots, N$$

Le critère de fidélité étant pris l'erreur quadratique moyenne ($f(x) = x^2$)

- Choix des seuils x_i et les niveaux de reconstruction y_i .

de l'expression (3) il en résulte :

$$(x_i - y_{i-1})^2 = (x_i - y_i)^2 \quad \text{ceci implique : } |x_i - y_{i-1}| = |x_i - y_i|.$$

$$\text{d'où alors : } x_i = \frac{y_i + y_{i+1}}{2} \quad i = 2, \dots, N \quad (5)$$

l'équation (4) donne :

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} (x - y_i) P(x) dx = 0 \quad \text{d'où l'on tire : } y_i = \frac{\int_{x_i}^{x_{i+1}} x \cdot P(x) dx}{\int_{x_i}^{x_{i+1}} P(x) dx} \quad (6)$$

le niveau y_i est dans ce cas le "centroïde" de l'aire de $P(x)$ entre x_i et x_{i+1} .

- Algorithme de calcul de J. MAX. [1]

Etant donné que les lois de probabilité sont généralement difficile à intégrer, les conditions d'optimisation établies ci-dessus ne se solvent pas aussi facilement que l'on peut croire.

Pour cette raison, J. MAX a établi un algorithme de calcul qui détermine avec précision tous les seuils x_i et les niveaux de reconstruction y_i qui vérifient les conditions d'optimisation (5) et (6).

la méthode de résolution consiste donc à prendre le premier niveau y_1 , et calculer successivement les x_i et y_i par (5) et (6), ensuite si y_N est le centroïde de l'aire de $P(x)$ entre x_N et l'infini, alors dans ce cas y_1 est bien choisi (le choix de y_1 est approprié à chaque valeur de N) dans le cas contraire on choisira une autre valeur de y_1 et reprendre les calculs de la même manière que précédemment.

- Algorithme de calcul de Lloyd-MAX. [2]

Cet algorithme établi par Lloyd utilise les conditions d'optimisation qui ont été établis par J. MAX.

Cette méthode est simple, elle consiste à donner arbitrairement tous les niveaux y_i et calculer à l'aide de l'équation (5) tous les seuils x_i correspondants.

Par la suite on calculera la distorsion D_1 et l'entropie R relative à ces seuils et niveaux.

Avec les seuils calculés précédemment, on calculera d'autres niveaux y'_i en utilisant l'équation (6), et par conséquent la distorsion D_2 .

On testera les deux distorsions D_1 et D_2 ; si elles sont égales, les seuils et les niveaux sont dans ce cas bien choisis, sinon, on reprendra les derniers niveaux calculés y'_i et à l'aide de ces derniers on recalculera d'autres seuils et par conséquent d'autres niveaux.

le calcul se répète autant de fois que possible, jusqu'à ce que les deux distorsions soient égales.

- Comparaison des deux algorithmes.

L'algorithme de J. MAX est très précis et donne des résultats satisfaisants. Seulement, le procédé de recherche de y_1 et de la détermination de la borne supérieure de l'intégrale de l'expression (6) augmente considérablement le temps d'exécution du programme.

Par contre, l'algorithme de Lloyd - MAX est plus rapide mais moins précis.

Ainsi, pour obtenir des résultats précis en un temps minimum on a été amené à utiliser (après approximativement 50 itérations) les résultats de l'algorithme de Lloyd - MAX comme données dans le programme de J. MAX.

22.3. Quantificateur uniforme.

Pratiquement la quantification uniforme est plus facile à réaliser que la quantification non uniforme.

Un quantificateur uniforme divise les seuils d'entrée en $N-2$ intervalles égaux de longueur Δ , et deux intervalles semi-infinis.

A l'exception de ces deux derniers, la meilleure façon d'introduire la quantification uniforme est d'espacer uniformément les niveaux de reconstruction et prendre les seuils au milieu de ces niveaux, c'est à dire :

$$x(r) = \frac{y(r) + y(r+1)}{2}$$

$$\text{avec } y(r) = \begin{cases} (k-1/2)\Delta & (k-1)\Delta \leq r < k\Delta \quad \text{où } k = 1, 2, \dots, N-1 \\ (N-1/2)\Delta & r \geq (N-1)\Delta \end{cases}$$

la distorsion D a pour expression :

$$D = \sum_{i=1}^{N-1} \int_{(k-1)\Delta}^{k\Delta} (r - (k-1/2)\Delta)^2 P(r) dr + \int_{(N-1)\Delta}^{+\infty} (r - (N-1/2)\Delta)^2 P(r) dr$$

En dérivant celle-ci par rapport à Δ , on trouvera la condition nécessaire pour que D soit minimum.

$$\frac{\partial D}{\partial \Delta} = - \sum_{k=1}^{N-1} (2k-1) \int_{(k-1)\Delta}^{k\Delta} (r - (k-1/2)\Delta) P(r) dr - (2N-1) \int_{(N-1)\Delta}^{+\infty} (r - (N-1/2)\Delta) P(r) dr = 0$$

la condition suffisante pour minimiser D est que :

$$\frac{\partial^2 D}{\partial \Delta^2} = 2 \sum_{k=1}^{N-1} (k-1/2)^2 \int_{(k-1)\Delta}^{k\Delta} P(r) dr + 2 (N-1/2)^2 \int_{(N-1)\Delta}^{+\infty} P(r) dr - 2\Delta \sum_{k=1}^{N-1} k^2 P(k\Delta).$$

soit positive.

vu la difficulté de résoudre ces équations, on se propose de procéder

comme suit :

Faire varier le pas de quantification, et on calcul à chaque fois la

distorsion correspondante, on aura donc une famille de quantifica-

-teurs uniformes dont on choisira l'optimum, c'est à dire celui

pour lequel la distorsion D est la plus faible. [3]

chapitre 3

3. Application de la quantification aux densités des lois de probabilités

(NORMALE - RAYLEIGH - GAMMA).

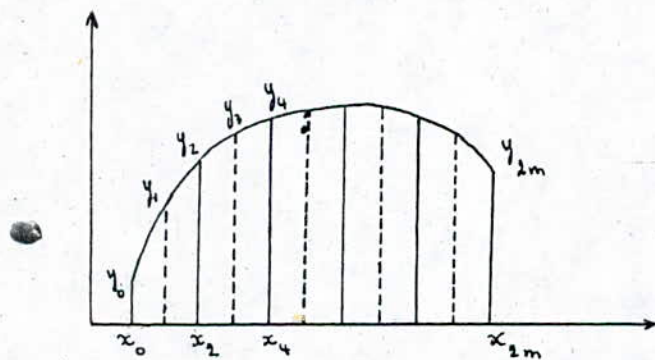
3.1 Méthodes numériques - utilisées dans les programmes.

3.1.1 méthode de simpson. [13]

Soient $n = 2m$ un nombre pair et $y_i = f(x_i)$, $i = 0, 1, \dots, n$.

les valeurs de la fonction $y = f(x)$ pour les points équidistants

$a = x_0, x_1, \dots, x_n = b$, dont le pas est $h = \frac{b-a}{n}$



$$\text{alors } \int_a^b y dx = \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2) + \frac{h}{3} (y_2 + 4y_3 + y_4) + \dots + \frac{h}{3} (y_{2m-2} + 4y_{2m-1} + y_{2m})$$

(7)

$$= \frac{h}{3} [(y_0 + y_{2m}) + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{2m-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{2m-2})]$$

posons :

$$\sigma_1 = y_1 + y_3 + \dots + y_{2m-1} \quad \text{et} \quad \sigma_2 = y_2 + y_4 + \dots + y_{2m-2}$$

en remplaçant dans (7), on aura donc

$$\int_a^b y dx = \frac{h}{3} [(y_0 + y_{2m}) + 4\sigma_1 + 2\sigma_2] \quad (8)$$

(8) est appelé formule de SIMPSON générale.

C'est l'une des expressions les plus utilisées pour des intégrations d'approximation.

si $y \in C^4[a, b]$, l'erreur de troncature est d'environ

$$R = - (b-a) h^4 y^{(4)}(\xi) / 180, \text{ on prend } |R|.$$

$$x_0 < \xi < x_{2m}.$$

où $y^{(4)}(\xi)$ est la limite supérieure de la valeur absolue de la dérivée quatrième dans l'intervalle $[a, b]$.

- Pour la loi Normale :

$$R_N = 1.36 \cdot 10^{-7}$$

- Pour la loi Rayleigh :

$$R_R = 5.58 \cdot 10^{-7}$$

- Pour la loi Gamma :

$$R_G = 1.00 \cdot 10^{-7}$$

3.1.2 méthode de L. KONTOROVITCH. [13]

Dans le calcul des paramètres d'un quantificateur, la densité de loi de probabilité Gamma présente une discontinuité au point zéro, or les méthodes de calcul d'intégrale exigent que les fonctions à intégrer soient continues.

Pour éviter ce problème, on a utilisé la méthode de L. KONTOROVITCH d'extraction des singularités appliquée au calcul d'intégrale discontinue ou intégrale impropre.

Cette méthode consiste en principe en la recherche d'une certaine fonction $g(x)$ possédant les mêmes singularités que la fonction $f(x)$, qui se prête à l'intégration élémentaire dans l'intervalle $[a, b]$ et telle que la différence $f(x) - g(x)$ soit suffisamment lisse sur le segment

d'intégration $[a, b]$, par exemple $(f(x) - g(x)) \in C^m[a, b]$ où $m \geq 1$,

$$\text{on aura alors : } \int_a^b f(x) dx = \int_a^b g(x) dx + \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$$

où la première intégrale est prise directement, alors que la deuxième se calcule sans peine à l'aide des formules usuelles,

cette méthode trouve son application au calcul d'intégrale de la forme:

$$\int_a^b \frac{\phi(x)}{(x-x_0)^\alpha} dx$$

avec :

- $x_0 \in [a, b]$
- $0 < \alpha < 1$
- $\phi(x)$ est une fonction continue sur le segment $[a, b]$.

considérons par exemple la densité de loi de probabilité Gamma

qu'on note par :

$$P(x) = \frac{(k|x|)^{r-1} \cdot \text{EXP}(-k|x|)}{2 \Gamma(r)} \quad (9)$$

prenons par hypothèse :

$$r = 1/2 \quad ; \quad k = \sqrt{0.75} \quad \text{et} \quad \Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$$

l'équation (9) devient :

$$P(x) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{\pi}} \cdot |x|^{-1/2} \cdot \text{EXP}(-k|x|) \quad x \in \mathbb{R}$$

On se borne seulement dans le domaine $[-12, +12]$.

comme cette loi présente une symétrie par rapport à l'axe des ordonnées, on se limitera sur une partie du domaine soit donc $[0, +12]$

par contre $P(x)$ vérifie les trois critères que nous avons cités

auparavant à savoir :

- $x_0 = 0 \in [0, +12]$
- $\alpha = 1/2$ tel que $0 < 1/2 < 1$
- $\phi(x) = \text{EXP}(-kx)$ est une fonction continue sur le segment $[0, +12]$

le développement en série de TAYLOR pour $\phi(x)$ donne :

$$\phi(x) = 1 - kx + \frac{k^2 x^2}{2!} - \frac{k^3 x^3}{3!} + \frac{k^4 x^4}{4!} + \dots$$

d'où alors :

$$\int_0^{+12} P(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{\pi}} \int_0^{+12} \frac{\text{EXP}(-kx)}{x^{1/2}} dx$$

en remplaçant la fonction sous le signe somme par le développement

de TAYLOR qui lui correspond on aura :

$$\int_0^{+12} P(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{\pi}} \left[\int_0^{+12} \left[x^{-1/2} - kx^{1/2} + \frac{k^2 x^{3/2}}{2} - \frac{k^3 x^{5/2}}{6} + \frac{k^4 x^{7/2}}{24} \right] dx + I \right]$$

où :

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{\pi}} \int_0^{+12} \frac{\psi(x)}{x^{1/2}} dx.$$

avec :

$$\psi(x) = \text{EXP}(-kx) - \left(1 - kx + \frac{k^2 x^2}{2} - \frac{k^3 x^3}{6} + \frac{k^4 x^4}{24} \right) \text{ et } \psi(0) = 0.$$

d'où en divisant $\psi(x)$ par \sqrt{x} . il vient donc :

$$\frac{\psi(x)}{x^{1/2}} = \frac{\text{EXP}(-kx) - 1}{x^{1/2}} - \left(-kx^{1/2} + \frac{k^2 x^{3/2}}{2} - \frac{k^3 x^{5/2}}{6} + \frac{k^4 x^{7/2}}{24} \right)$$

par conséquent I est une intégrale propre $\in \mathbb{C}^m$ (ici $m=4$)

car $\text{EXP}(-kx)$ admet des dérivées continues jusqu'à l'ordre $(m+1)$

$m \geq 1$, finalement I peut se calculer par l'une des méthodes

d'intégration numérique par exemple la méthode de SIMPSON.

3.2 quantificateurs optimums pour la loi Gamma

MC DONALD a examiné la densité de probabilité du signal de la parole expérimentalement et a proposé une forme spécial pour la loi Gamma

$$P_g(x) = \frac{\sqrt{k} \cdot \exp(-kx)}{2\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{x}}$$

comme étant une bonne approximation de l'amplitude de la densité de la parole. [6]

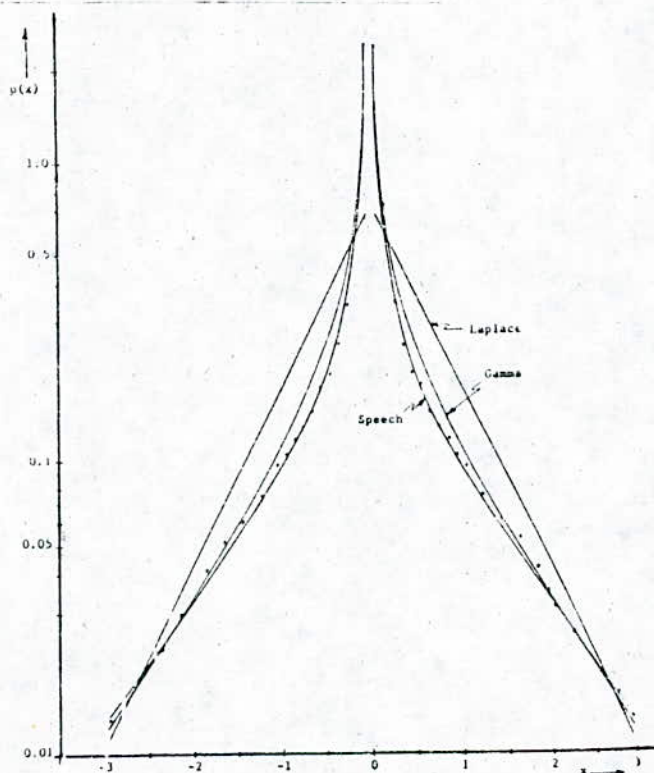


Fig. 3.4 Real speech and theoretical gamma and Laplace probability densities

En partant de cette hypothèse, il serait très intéressant de faire la quantification de cette loi en dépit d'autres distributions. (fig 3.1):

pour une variance unité et moyenne nulle, $k = \sqrt{0.75}$.

rappelons que la variance de cette loi est $V = \frac{r(r+1)}{k^2}$ où $r = 0.5$

3.3 Organigrammes et commentaires.

3.3.1 quantification uniforme.

On introduit comme données, le pas de quantification initial DI , le pas final DF , le nombre de niveaux N et le pas d'incrementation "Pas".

Pour un $\Delta = DF$, la distorsion D et l'entropie R seront calculés à partir des seuils $x(I)$ et les niveaux $y(I)$, à l'aide des équations (a) et (b)

On imprimera par la suite les valeurs calculées et le pas Δ sera décrementé jusqu'à la valeur DI .

Nous aurons donc une famille de quantificateurs uniformes dont on choisira celui qui présentera la distorsion la plus faible [3].

3.3.2 quantification non uniforme - méthode de Lloyd-MAX.

On fera introduire au début le premier seuil $x(1)$, le nombre de niveaux N , et tous les niveaux $y(I)$ (arbitrairement) par ordre croissant.

A l'aide de ces niveaux, on calculera tous les seuils relatifs à l'aide de l'équation (5) et la distorsion D_1 de (a) ainsi que le taux d'entropie R de (b). Par la suite, et à l'aide des seuils calculés précédemment, on calculera d'autres niveaux $y'(I)$ qui vérifient l'expression (6) et par conséquent D_2 .

On devra tester si $D = D_2 - D_1$ est nulle, si ce n'est pas le cas, on recalculera d'autres seuils $x(I)$ à l'aide des niveaux $y'(I)$ et le procédé d'itération recommence ainsi.

Un test d'arrêt a été établi dans le programme après un nombre d'itérations bien étudié (environ 50) selon la loi choisie, car rappelons que cette méthode est utilisée juste pour localiser les solutions.

- 3.3.3 quantification non uniforme - méthode de J. MAX

les données à introduire sont : le premier seuil $x(1)$, le premier niveau $y(1)$, le nombre de niveaux N et le pas d'incrément de $y(1)$ soit "Pas".

Un procédé numérique sera utilisé pour rechercher la deuxième borne d'intégration $x(I+1)$ de l'équation (6) et on calculera $y(I+1)$ à partir de (5), une fois les seuils et niveaux seront calculés on vérifiera si $y(N)$ est le centroïde de l'aire de $P(x)$ ($\varepsilon=0$), si cette condition est vraie, le premier niveau $y(1)$ est donc bien choisi et par conséquent on calculera la distorsion D et le taux d'entropie R et imprimer les résultats.

Sinon, on changera la valeur de $y(1)$.

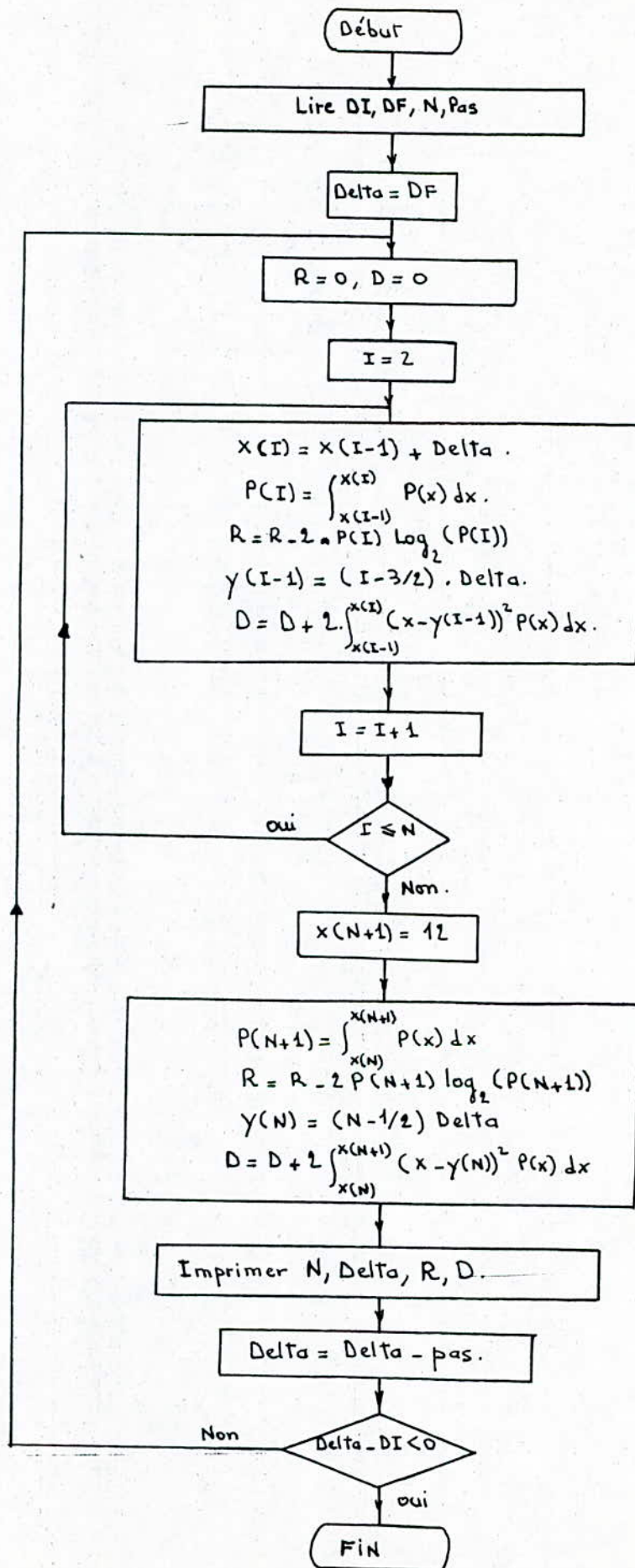
Nous avons établi un algorithme réduisant le nombre d'itérations à la limite du possible, en introduisant un compteur C qui sera testé au fur et à mesure.

si $y(1)$ est supérieur à la valeur cherché $y_r(1)$ on lui retranchera le pas "Pas" et on incrémente avec un $\text{pas} = \text{pas}/2$, le compteur C est mis à 1.
Si par contre $y(1)$ choisi est plus petit que $y_r(1)$ que nous recherchons, on fera donc un test.

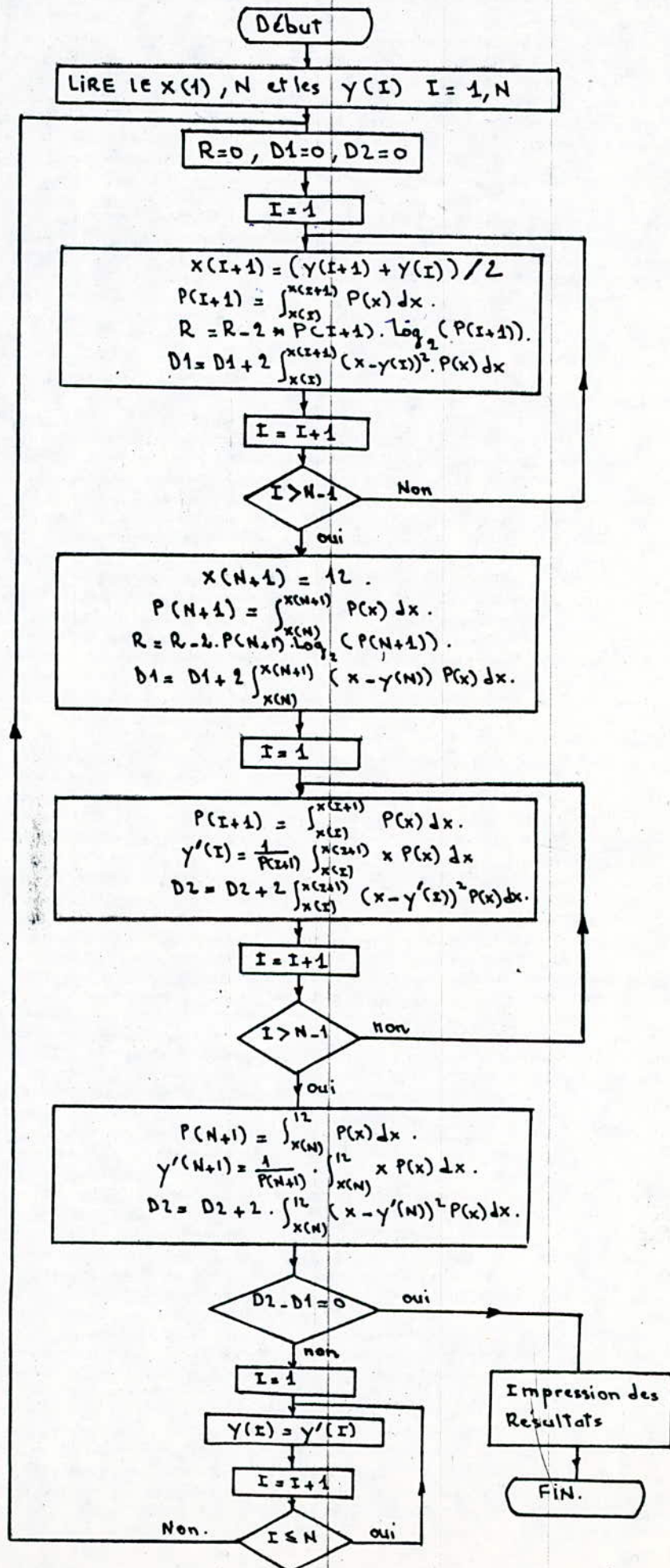
- Si $C=1$ ceci montre que nous avons dépassé la valeur $y_r(1)$ ainsi, le pas "Pas" sera réduit de moitié et $y(1)$ devient $y(1) + \text{Pas}$
- si $C \neq 1$ on incrémente $y(1)$ par le pas introduit.

NB : les programmes ont été élaboré sur VAX-750 et les courbes sur micro ordinateur - OLIVETTI M24.

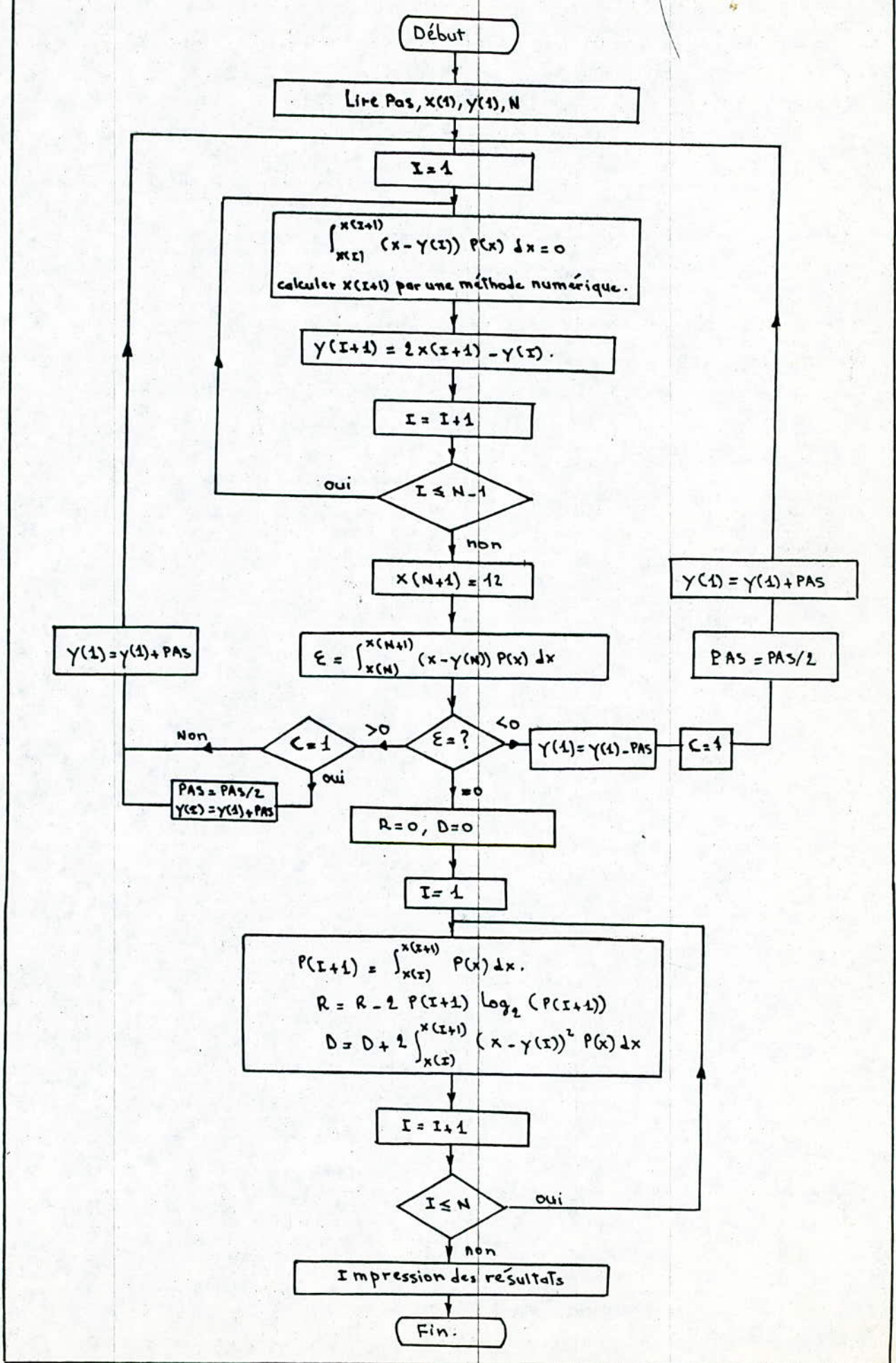
Organigramme de la quantification uniforme. (QU).



Organigramme de la quantification Non uni forme méthode de Lloyd - MAX.



Organigramme De la quantification Non uniforme, méthode de J. MAX.



3.4 Programmes correspondants:

```

5 REM QUANTIFICATION UNIFORME DE LA LOI NORMALE (N:PAIR)
10 DIM A(50),Y(50),P(50)
30 DEF F(X)=EXP(-X^2/2)/SQR(2*PI)
40 DEF G(X)=(X-Y)^2*EXP(-X^2/2)/SQR(2*PI)
45 PAS=2E-2
50 READ DI,DF,N
51 DATA 1.5,2,1,.92,1.42,2,.5,1,4,.28,.78,8,.13,3,16,.05,.15,32.
55 DELTA=DF
60 R=0 \ D=0
80 IF N=1 THEN 210
90 FOR I=2 TO N
100 A(I)=A(I-1)+DELTA
110 A=A(I-1) \ B=A(I)
130 GOSUB 1000
140 P(I)=P
150 R=R+2*P(I)*LOG(P(I))/LOG(2)
160 Y(I-1)=(1-3/2)*DELTA
170 Y=Y(I-1)
180 GOSUB 2000
190 D=D+2*T
200 NEXT I
210 B=10 \ A=A(N)
230 GOSUB 1000
240 P(N+1)=P
250 R=R-2*P(N+1)*LOG(P(N+1))/LOG(2)
260 Y(N)=(N-1/2)*DELTA
270 Y=Y(N)
280 GOSUB 2000
290 D=D+2*T
300 PRINT"N=";2*N,"DELTA":DELTA,"R=";R,"D=";D
310 DELTA=DELTA-PAS
320 IF DELTA<DI GOTO 330 ELSE 60
330 PRINT"=====
340 GOTO 50
360 GOTO 3000
1000 REM CALCUL DE P(X) A L'AIDE DE LA METHODE DE SIMPSON
1010 X=A \ S1=0
1015 N1=200
1020 H=(B-A)/N1
1030 S1=F(A)+F(B)
1035 FOR K=1 TO N1/2-1
1040 X=X+H \ S1=S1+4*F(X)
1060 X=X+H \ S1=S1+2*F(X)
1080 NEXT K
1090 X=X+H \ S1=S1+4*F(X)
1130 P=S1*H/3
1140 RETURN
2000 REM CALCUL DE G(X) A L'AIDE DE SIMPSON
2005 S2=0 \ X=A
2020 N2=200
2030 S2=G(A)+G(B)
2040 H=(B-A)/N2
2050 FOR L=1 TO N2/2-1
2060 X=X+H \ S2=S2+4*G(X)
2080 X=X+H \ S2=S2+2*G(X)
2100 NEXT L
2110 X=X+H \ S2=S2+4*G(X)
2130 T=S2*H/3
2140 RETURN
3000 END

```



```

10 DIM A(70),Y(70),P(70)
12 READ N,DI,DF,PAS
13 DATA 1,1,2.6,.05,2,.7,1.7,.05,3,.6,1.5,.05,7,.25,.7,.05,15,.1,.5.
14 DATA 1E-6,.3,.05, ENDDATA
30 DEF F(X)=EXP(-X^2/2)/SQR(2*PI)
42 DELTA=DF
60 R=0 \ D=0 \ A(1)=DELTA/2 \ Y(1)=0
65 A=0 \ B=A(1) \ Y=Y(1)
75 GOSUB 1000
77 P(2)=2*P \ R=R-P(2)*LOG(P(2))/LOG(2)
80 GOSUB 2000 \ D=D+2*T
85 IF N=1 THEN 210
90 FOR I=2 TO N
100 A(I)=A(I-1)+DELTA
110 A=A(I-1) \ B=A(I)
130 GOSUB 1000 \ P(I)=P
150 R=R-2*P(I)*LOG(P(I))/LOG(2)
160 Y(I)=Y(I-1)+DELTA
170 Y=Y(I)
180 GOSUB 2000
190 D=D+2*T
200 NEXT I
210 B=10
220 A=A(N)
230 GOSUB 1000
240 P(N+1)=P
250 R=R-2*P(N+1)*LOG(P(N+1))/LOG(2)
260 Y(N+1)=A(N)+DELTA/2
270 Y=Y(N+1)
280 GOSUB 2000
290 D=D+2*T
300 PRINT "N=" ; 2*N+1, "DELTA=" ; DELTA, "R=" ; R, "D=" ; D
310 DELTA=DELTA-PAS
320 IF DELTA<DI GOTO 330 ELSE 60
330 PRINT "=====
340 GOTO 12
360 GOTO 3000
1000 REM CALCUL DE P(X) A L'AIDE DE LA METHODE DE SIMPSON
1010 X=A
1015 N1=100
1020 H=(B-A)/N1
1030 S1=F(A)+F(B)
1035 FOR K=1 TO N1/2-1
1040 X=X+H
1050 S1=S1+4*F(X)
1060 X=X+H
1070 S1=S1+2*F(X)
1080 NEXT K
1090 X=X+H
1100 S1=S1+4*F(X)
1130 P=S1*H/3
1140 RETURN
2000 REM CALCUL DE G(X) A L'AIDE DE SIMPSON
2005 S2=0
2010 X=A
2020 N2=100
2030 S2=(A-Y)^2*F(A)+(B-Y)^2*F(B)
2040 H=(B-A)/N2
2050 FOR L=1 TO N2/2-1
2060 X=X+H
2070 S2=S2+4*(X-Y)^2*F(X)
2080 X=X+H
2090 S2=S2+2*(X-Y)^2*F(X)
2100 NEXT L
2110 X=X+H
2120 S2=S2+4*(X-Y)^2*F(X)
2130 T=S2*H/3
2140 RETURN

```



```

5   REM QUANTIFICATION UNIFORME POUR LA LOI DE RAYLEIGH
10  DIM A(70),Y(70),P(70)
30  DEF F(X)=X*EXP(-X^2/2)
40  DEF G(X)=X*(X-Y)^2*EXP(-X^2/2)
50  READ DI,DF,PAS,N
51  DATA 1.255,1.35,.005,2,.67,.86,.01,4,.375,.47,.005,8,.2,.295,.005
52  DATA .114,.128,.001,32,.06,.067,.001,64 , ENDDATA
55  DELTA=DF
60  R=0
70  D=0
80  IF N=1 THEN 210
90  FOR I=2 TO N
100 A(I)=A(I-1)+DELTA
110 A=A(I-1)
120 B=A(I)
130 GOSUB 1000
140 P(I)=P
150 R=R-P(I)*LOG(P(I))/LOG(2)
160 Y(I-1)=(I-3/2)*DELTA
170 Y=Y(I-1)
180 GOSUB 2000
190 D=D+T
200 NEXT I
210 B=10
220 A=A(N)
230 GOSUB 1000
240 P(N+1)=P
250 R=R-P(N+1)*LOG(P(N+1))/LOG(2)
260 Y(N)=(N-1/2)*DELTA
270 Y=Y(N)
280 GOSUB 2000
290 D=D+T
300 PRINT"N=";N,"DELTA";DELTA,"R=";R,"D=";D
310 DELTA=DELTA-PAS
320 IF DELTA<DI GOTO 330 ELSE 60
330 PRINT"=====
340 GOTO 50
360 GOTO 3000
1000 REM CALCUL DE P(X) A L'AIDE DE LA METHODE DE SIMPSON
1010 X=A
1015 N1=200
1020 H=(B-A)/N1
1030 S1=F(A)+F(B)
1035 FOR K=1 TO N1/2-1
1040 X=X+H
1050 S1=S1+4*F(X)
1060 X=X+H
1070 S1=S1+2*F(X)
1080 NEXT K
1090 X=X+H
1100 S1=S1+4*F(X)
1130 P=S1*H/3
1140 RETURN
2000 REM CALCUL DE G(X) A L'AIDE DE SIMPSON
2005 S2=0
2010 X=A
2020 N2=200
2030 S2=G(A)+G(B)
2040 H=(B-A)/N2
2050 FOR L=1 TO N2/2-1
2060 X=X+H
2070 S2=S2+4*G(X)
2080 X=X+H
2090 S2=S2+2*G(X)
2100 NEXT L
2110 X=X+H
2120 S2=S2+4*G(X)
2130 T=S2*H/3
2140 RETURN
3000 END

```



```

10 DIM A(70),Y(70),P(70)      (N: Impair)
12 READ N,DI,DF,PAS
13 DATA 3,.8,2,.05,5,.5,1.5,.05,7,.3,1.3,.05,15,.125,.5,.02,31,1E-6
14 DATA .2,.01, ENDDATA
30 DEF F(X)=X*EXP(-X^2/2)
42 DELTA=DF
60 R=0 \ D=0 \ A(1)=0 \ A(2)=DELTA \ Y(1)=DELTA/2
65 A=A(1) \ B=A(2) \ Y=Y(1)
75 GOSUB 1000
77 P(2)=P \ R=R-P(2)*LOG(P(2))/LOG(2)
80 GOSUB 2000 \ D=D+T
90 FOR I=3 TO N
100 A(I)=A(I-1)+DELTA
110 A=A(I-1) \ B=A(I)
130 GOSUB 1000 \ P(I)=P
150 R=R-P(I)*LOG(P(I))/LOG(2)
160 Y(I-1)=Y(I-2)+DELTA
170 Y=Y(I-1)
180 GOSUB 2000
190 D=D+T
200 NEXT I
210 B=8
220 A=A(N)
230 GOSUB 1000
240 P(N+1)=P
250 R=R-P(N+1)*LOG(P(N+1))/LOG(2)
260 Y(N)=A(N)+DELTA/2
270 Y=Y(N)
280 GOSUB 2000
290 D=D+T
300 PRINT "N=";N,"DELTA";DELTA,"R=";R,"D=";D
310 DELTA=DELTA-PAS
320 IF DELTA<DI GOTO 330 ELSE 60
330 PRINT "=====
340 GOTO 12
360 GOTO 3000
1000 REM CALCUL DE P(X) A L'AIDE DE LA METHODE DE SIMPSON
1010 X=A
1015 N1=100
1020 H=(B-A)/N1
1030 S1=F(A)+F(B)
1035 FOR K=1 TO N1/2-1
1040 X=X+H
1050 S1=S1+4*F(X)
1060 X=X+H
1070 S1=S1+2*F(X)
1080 NEXT K
1090 X=X+H
1100 S1=S1+4*F(X)
1130 P=S1*H/3
1140 RETURN
2000 REM CALCUL DE G(X) A L'AIDE DE SIMPSON
2005 S2=0
2010 X=A
2020 N2=100
2030 S2=(A-Y)^2*F(A)+(B-Y)^2*F(B)
2040 H=(B-A)/N2
2050 FOR L=1 TO N2/2-1
2060 X=X+H
2070 S2=S2+4*(X-Y)^2*F(X)
2080 X=X+H
2090 S2=S2+2*(X-Y)^2*F(X)
2100 NEXT L
2110 X=X+H
2120 S2=S2+4*(X-Y)^2*F(X)
2130 T=S2*H/3
2140 RETURN

```



```

5  REM QUANTIFICATION UNIFORME POUR LA LOI GAMMA (N PAIR)
6  K1=SQR(.75)
10 DIM A(70),Y(70),P(70)
20 DEF F(X,ALPHA)=SQR(K1)*(X^(ALPHA))*EXP(-K1*X)/(2*SQR(PI))
30 DEF G(X)=SQR(K1)*(EXP(-K1*X)-(1-K1*X+(K1*X)^2/2-(K1*X)^3/6
+(K1*X)^4/24))/(2*SQR(PI*X))
40 DEF L(X)=SQR(K1)*(2*X^.5-(2/3)*K1*X+1.5*(K1^2*X^2.5)/5
-(1/21)*K1^3*X^3.5+K1^4*(X^4.5)/108)/(2*SQR(PI))
50 READ DI,DF,PAS,N
51 DATA .7,2.4,.1,2,.7,2.6,.1,3,.6,2.5,.1,4,.5,2.8,.1,5,.4,.3,.05
52 DATA 8,.4,.7,.05,10,.35,.55,.05,10,.25,.7,.05,10 . ENDDATA
55 DELTA=DF
60 A(1)=0
61 R=0
62 D=0
66 IF N=1 GOTO 190
70 FOR I=2 TO N
80 A(I)=A(I-1)+DELTA
90 A=A(I-1) \ B=A(I)
110 GOSUB 3000
130 P(I)=P \ R=R-2*P(I)*LOG(P(I))/LOG(2)
140 Y(I-1)=(I-3/2)*DELTA \ Y=Y(I-1)
146 GOSUB 4000
160 D=D+2*T
170 NEXT I
180 B=12 \ A=A(N)
183 GOSUB 3000
200 P(N+1)=P \ R=R-2*P(N+1)*LOG(P(N+1))/LOG(2)
210 Y(N)=(N-.5)*DELTA \ Y=Y(N)
212 GOSUB 4000
225 D=D+2*T
230 PRINT "N=" ;2*N,"DELTA=";DELTA,"R=";R,"D=";D
240 DELTA=DELTA-PAS
250 IF DELTA< DI GOTO 260 ELSE 60
260 PRINT "=====
270 GOTO 50
280 GOTO 5000
1000 REM CALCUL DE L'AIRES DE P(X)
1010 S=0 \ X=A \ N1=100
1020 H=(B-A)/N1
1030 S=F(A,ALPHA)+F(B,ALPHA)
1040 FOR K=1 TO N1/2-1
1050 X=X+H \ S=S+4*F(X,ALPHA)
1060 X=X+H \ S=S+2*F(X,ALPHA)
1070 NEXT K
1080 X=X+H \ S=S+4*F(X,ALPHA)
1090 P=H*S/3 \ RETURN
3000 REM CALCUL D'INTEGRALE A L'AIDE DE LA METHODE DE MONTE
3010 S2=0 \ X=A \ N2=100
3015 H=(B-A)/N2
3020 U=L(B)-L(A)
3030 IF A<1E-10 THEN 3040 ELSE 3050
3040 S2=G(B) \ GOTO 3060
3050 S2=G(B)+G(A)
3060 FOR M=1 TO N2/2-1
3070 X=X+H \ S2=S2+4*G(X)
3080 X=X+H \ S2=S2+2*G(X)
3090 NEXT M
3100 X=X+H \ S2=S2+4*G(X)
3110 V=H*S2/3
3120 P=V+U \ RETURN
4000 REM
4005 ALPHA=1.5 \ GOSUB 1000 \ P1=P
4010 ALPHA=.5 \ GOSUB 1000 \ P2=-2*Y*P
4020 GOSUB 3000 \ P3=Y^2*P
4030 T=P1+P2+P3 \ RETURN
5000 END

```



```

5 REM QUANTIFICATION UNIFORME POUR LA LOI GAMMA (N IMPAIR)
6 K1=SQR(.75)
10 DIM A(70),Y(70),P(70)
20 DEF F(X,ALPHA)=SQR(K1)*(X^(ALPHA))*EXP(-K1*X)/(2*SQR(PI))
30 DEF G(X)=SQR(K1)*(EXP(-K1*X)-(1-K1*X+(K1*X)^2/2-(K1*X)^3/6+(K1*X)^4
40 DEF L(X)=SQR(K1)*(2*X^.5-(2/3)*K1*X^1.5+(K1^2*X^2.5)/5-(1/21)*K1^3*
50 READ DI,DF,PAS,N
51 DATA 1.7,3.7,.1,1,1,2.7,.1,2,.8,2.8,.1,3,.7,2.6,.1,4,.5,1.3,.05,7,.
52 DATA 1.2,.05,10,.25,.95,.05,13,.25,.8,.05,15. ENDDATA
55 DELTA=DF
60 A(1)=DELTA/2 \ Y(1)=0
61 R=0
62 D=0
63 A=0 \ B=A(1) \ Y=Y(1)
64 GOSUB 3000 \ P(2)=2*P \ R=R-P(2)*LOG(P(2))/LOG(2)
65 GOSUB 4000 \ D=D+2*T
66 IF N=1 GOTO 180
70 FOR I=2 TO N
80 A(I)=A(I-1)+DELTA
90 A=A(I-1) \ B=A(I)
110 GOSUB 3000
130 P(I)=P \ R=R-2*P(I)*LOG(P(I))/LOG(2)
140 Y(I)=Y(I-1)+DELTA \ Y=Y(I)
146 GOSUB 4000
160 D=D+2*T
170 NEXT I
180 B=12 \ A=A(N)
183 GOSUB 3000
200 P(N+1)=P \ R=R-2*P(N+1)*LOG(P(N+1))/LOG(2)
210 Y(N+1)=A(N)+DELTA/2 \ Y=Y(N+1)
212 GOSUB 4000
225 D=D+2*T
230 PRINT "N=" ; 2*N+1, "DELTA=" ; DELTA, "R=" ; R, "D=" ; D
240 DELTA=DELTA-PAS
250 IF DELTA<DI THEN 260 ELSE 60
260 PRINT "=====
270 GOTO 50
280 GOTO 5000
1000 REM CALCUL DE L'AIRES DE P(X)
1010 S=0 \ X=A \ N1=100
1020 H=(B-A)/N1
1030 S=F(A,ALPHA)+F(B,ALPHA)
1040 FOR K=1 TO N1/2-1
1050 X=X+H \ S=S+4*F(X,ALPHA)
1060 X=X+H \ S=S+2*F(X,ALPHA)
1070 NEXT K
1080 X=X+H \ S=S+4*F(X,ALPHA)
1090 P=H*S/3 \ RETURN
3000 REM CALCUL D'INTEGRALE A L'AIDE DE LA METHODE DE KONTO
3010 S2=0 \ X=A \ N2=100
3015 H=(B-A)/N2
3020 U=L(B)-L(A)
3030 IF A<1E-10 THEN 3040 ELSE 3050
3040 S2=G(B) \ GOTO 3060
3050 S2=G(B)+G(A)
3060 FOR M=1 TO N2/2-1
3070 X=X+H \ S2=S2+4*G(X)
3080 X=X+H \ S2=S2+2*G(X)
3090 NEXT M
3100 X=X+H \ S2=S2+4*G(X)
3110 V=H*S2/3
3120 P=V+U \ RETURN
4000 REM
4005 ALPHA=1.5 \ GOSUB 1000 \ P1=P
4010 ALPHA=.5 \ GOSUB 1000 \ P2=-2*Y*P
4020 GOSUB 3000 \ P3=Y^2*P
4030 T=P1+P2+P3 \ RETURN
5000 END

```



```

10 REM QUANTIFICATION NON UNIFORME POUR LA LOI NORMALE METHODE DE LLOYD-M
20 DIM X(100),Y(100),P(100),T(100),Q(100),E(100)
30 IT=0
40 PRINT"NOUS ALONS VOUS DEMANDER LE X(1)ET LE NOMBRE DE NIVEAUX N,ENSUIT
50 PRINT
60 PRINT" VOUS ALLEZ FAIRE ENTRER LES NIVEAUX Y(I) PAR ORDRE CROISSANT"
70 INPUT"X(1)=";X(1)
80 INPUT "N="; N
90 FOR I=1 TO N
100 PRINT "NIVEAU Y(";I;")";
110 INPUT Y(I)
120 NEXT I
130 DEF G(X)=EXP(-X^2/2)/SQR(2*PI)
135 IF IT>20 THEN 670
137 R=0 \ D1=0 \ D2=0
150 IT=IT+1
160 IF N=1 GOTO 280
170 FOR I=1 TO N-1
180 X(I+1)=(Y(I+1)+Y(I))/2
190 A=X(I) \ B=X(I+1)
200 GOSUB 730
210 P(I+1)=P
220 R=R-2*P(I+1)*LOG(P(I+1))/LOG(2)
230 Y=Y(I) \ A=X(I) \ B=X(I+1)
240 GOSUB 850
250 T(I)=T
260 D1=D1+2*T(I)
270 NEXT I
280 X(N+1)=5 \ A=X(N) \ B=X(N+1)
290 GOSUB 730
300 P(N+1)=P
310 R=R-2*P(N+1)*LOG(P(N+1))/LOG(2)
320 Y=Y(N)
330 GOSUB 850
340 T(N)=T
350 D1=D1+2*T(N)
360 IF N=1 GOTO 490
370 FOR I=1 TO N-1
380 A=X(I) \ B=X(I+1)
390 GOSUB 730
400 P(I+1)=P
410 GOSUB 970
420 Q(I)=Q
430 E(I)=Q(I)/P(I+1)
440 Y=E(I)
450 GOSUB 850
460 T(I)=T
470 D2=D2+2*T(I)
480 NEXT I
490 X(N+1)=5 \ A=X(N) \ B=X(N+1)
500 GOSUB 730
510 P(N+1)=P
520 GOSUB 970
530 Q(N)=Q
540 E(N)=Q(N)/P(N+1)
550 Y=E(N)
560 GOSUB 850
570 T(N)=T
580 D=D2-D1
590 IF D=0 GOTO 660
600 IF D>0 THEN PRINT "DEBORDEMENT"
610 IF D<0 GOTO 620 ELSE 660
620 FOR I=1 TO N
630 Y(I)=E(I)

```

```
640 NEXT I
650 GOTO 130
660 PRINT "VOICI LES RESULTATS"
670 PRINT "R=";R,"D1=";D1
680 FOR I=1 TO N
690 PRINT "X(";I;")=";X(I);"Y(";I;")=";Y(I)
700 NEXT I
710 PRINT"NOMBRE D'ITERATIONS";IT
720 GOTO 1090
730 REM CALCUL D'INTEGRAL A L'AIDE DE LA METHODE DE SIMPSON DE G(X)
740 O=200 \ S1=0
750 H=(B-A)/O
760 S1=G(A)+G(B)
770 X=A
780 FOR J=1 TO O/2-1
790 X=X+H \ S1=S1+4*G(X)
800 X=X+H \ S1=S1+2*G(X)
810 NEXT J
820 X=X+H \ S1=S1+4*G(X)
830 P=H*S1/3
840 RETURN
850 REM CALCUL D'INTEGRAL A L'AIDE DE LA METHODE DE SIMPSON DE (X-Y)^2*
860 O=200 \ S2=0
870 H=(B-A)/O
880 S2=(A-Y)^2*G(A)+(B-Y)^2*G(B)
890 X=A
900 FOR K=1 TO O/2-1
910 X=X+H \ S2=S2+4*(X-Y)^2*G(X)
920 X=X+H \ S2=S2+2*(X-Y)^2*G(X)
930 NEXT K
940 X=X+H \ S2=S2+4*(X-Y)^2*G(X)
950 T=H*S2/3
960 RETURN
970 REM CALCUL D'INTEGRAL A L'AIDE DE LA METHODE DE SIMPSON DE X*G(X)
980 O=200 \ S3=0
990 H=(B-A)/O
1000 S3=A*G(A)+B*G(B)
1010 X=A
1020 FOR M=1 TO O/2-1
1030 X=X+H \ S3=S3+4*X*G(X)
1040 X=X+H \ S3=S3+2*X*G(X)
1050 NEXT M
1060 X=X+H \ S3=S3+4*X*G(X)
1070 Q=S3*H/3
1080 RETURN
1090 END
```



```

10 REM QUANTIFICATION NON UNIFORME POUR LA LOI DE RAY-LEIGH.(METHODE:LLOYD)
20 DIM X(100),Y(100),P(100),T(100),Q(100),E(100)
30 PRINT"NOUS ALLONS VOUS DEMANDER LE X(1) ET LE NOMBRE DE NIVEAUX N EN
40 PRINT
50 PRINT" VOUS ALLEZ FAIRE ENTRER LES NIVEAUX Y(I) PAR ORDRE CROISSANT
60 INPUT"X(1)=";X(1)
70 INPUT "N="; N
80 FOR I=1 TO N
90 PRINT "NIVEAU Y(";I;")";
100 INPUT Y(I)
110 NEXT I
120 IT=0
130 DEF G(X)=X*EXP(-X^2/2)
140 IT=IT+1
150 IF IT>30 THEN 670
160 R=0 \ D1=0 \ D2=0
170 IF N=1 GOTO 280
180 FOR I=1 TO N-1
190 X(I)=(Y(I+1)+Y(I))/2
200 A=X(I-1) \ B=X(I) \ Y=Y(I)
210 GOSUB 730
220 P(I)=P
230 R=R-P(I)*LOG(P(I))
240 GOSUB 850
250 T(I)=T
260 D1=D1+T(I)
270 NEXT I
280 X(N)=8 \ A=X(N-1) \ B=X(N) \ Y=Y(N)
290 GOSUB 730
300 P(N)=P
310 R=R-P(N)*LOG(P(N))
320 GOSUB 850
330 T(N)=T
340 D1=D1+T(N)
350 IF N=1 GOTO 480
360 FOR I=1 TO N-1
370 A=X(I-1) \ B=X(I)
380 GOSUB 730
390 P(I)=P
400 GOSUB 970
410 Q(I)=Q
420 E(I)=Q(I)/P(I)
430 Y=E(I)
440 GOSUB 850
450 T(I)=T
460 D2=D2+T(I)
470 NEXT I
480 X(N)=8 \ A=X(N-1) \ B=X(N)
490 GOSUB 730
500 P(N)=P
510 GOSUB 970
520 Q(N)=Q
530 E(N)=Q(N)/P(N)
540 Y=E(N)
550 GOSUB 850
560 T(N)=T
570 D2=D2+T(N)
580 D=D2-D1
590 IF D=0 GOTO 660
600 IF D>0 THEN PRINT "DEBORDEMENT"
610 IF D<0 GOTO 620 ELSE 660
620 FOR I=1 TO N
630 Y(I)=E(I)
640 NEXT I

```

```
650 GOTO 130
660 PRINT "VOICI LES RESULTATS"
670 PRINT "R=";R,"D=";D1
680 FOR I=1 TO N
690 PRINT"X(";I;")=";X(I),,"Y(";I;")=";Y(I)
700 NEXT I
710 PRINT"NOMBRE D'ITERATIONS";IT
720 GOTO 1090
730 REM CALCUL D'INTEGRAL A L'AIDE DE LA METHODE DE SIMPSON DE G(X)
740 O=200 \ S1=0
750 H=(B-A)/O
760 S1=G(A)+G(B)
770 X=A
780 FOR J=1 TO O/2-1
790 X=X+H \ S1=S1+4*G(X)
800 X=X+H \ S1=S1+2*G(X)
810 NEXT J
820 X=X+H \ S1=S1+4*G(X)
830 P=H*S1/3
840 RETURN
850 REM CALCUL D'INTEGRAL A L'AIDE DE LA METHODE DE SIMPSON DE (X-Y)^2
860 O=200 \ S2=0
870 H=(B-A)/O
880 S2=(A-Y)^2*G(A)+(B-Y)^2*G(B)
890 X=A
900 FOR K=1 TO O/2-1
910 X=X+H \ S2=S2+4*(X-Y)^2*G(X)
920 X=X+H \ S2=S2+2*(X-Y)^2*G(X)
930 NEXT K
940 X=X+H \ S2=S2+4*(X-Y)^2*G(X)
950 T=H*S2/3
960 RETURN
970 REM CALCUL D'INTEGRAL A L'AIDE DE LA METHODE DE SIMPSON DE X*G(X)
980 O=200 \ S3=0
990 H=(B-A)/O
1000 S3=A*G(A)+B*G(B)
1010 X=A
1020 FOR M=1 TO O/2-1
1030 X=X+H \ S3=S3+4*X*G(X)
1040 X=X+H \ S3=S3+2*X*G(X)
1050 NEXT M
1060 X=X+H \ S3=S3+4*X*G(X)
1070 Q=S3*H/3
1080 RETURN
1090 END
```



```

10 REM QUANTIFICATION NON UNIFORME POUR LA LOI NORMALE METHODE DE J.MA
20 DIM X(100),Y(100)
30 IT=0 \ CO=0 \ L=1E-3
40 PRINT "INTRODUIRE LE PREMIER SEUIL X(1) ET LE PREMIER"
50 PRINT
60 PRINT "NIVEAU Y(1), AINSI QUE LE NOMBRE DE NIVEAUX N "
70 INPUT X(1),Y(1),N
80 DEF F(X)=EXP(-X^2/2)/SQR(2*PI)
90 DEF G(X,BETTA)=(X-Y)^(BETTA)*EXP(-X^2/2)/SQR(2*PI)
100 IF N=1 GOTO 190
110 FOR I=1 TO N-1
120 A=X(I)
130 Y=Y(I)
140 GOSUB 470
150 X(I+1)=T1
160 Y(I+1)=2*X(I+1)-Y(I)
170 NEXT I
180 IT=IT+1
190 X(N+1)=8 \ A=X(N) \ B=X(N+1) \ Y=Y(N)
200 BETTA=1
210 GOSUB 670
220 IF ABS(T2)<1E-5 GOTO 300
230 IF T2>0 AND CO=1 THEN 260
240 IF T2<0 THEN 250 ELSE 270
250 CO=1 \ Y(1)=Y(1)-L \ GOTO 280
260 L=L/2
270 Y(1)=Y(1)+L
280 PRINT "Y(1)=";Y(1)
290 GOTO 80
300 R=0 \ D=0
310 FOR I=1 TO N
320 A=X(I)
330 B=X(I+1)
340 GOSUB 790
350 R=R-2*P*LOG(P)/LOG(2)
360 Y=Y(I)
370 BETTA=2
380 GOSUB 670
390 D=D+2*T2
400 NEXT I
410 FOR I=1 TO N
420 PRINT "X(";I;")=";X(I),"Y(";I;")=";Y(I)
430 NEXT I
440 PRINT "D=";D,"R=";R
450 PRINT "NOMBRE D'ITERATIONS";IT
460 GOTO 910
470 REM CALCUL DE X(I+1) CONNAISSANT X(I),Y(I)
480 B=Y
490 BETTA=1
500 GOSUB 670
510 A1=T2
520 A=Y \ B=A
530 V=.1 \ W=2
540 B=B+V \ A=Y
550 BETTA=1 \ GOSUB 670
560 A2=T2+A1
570 IF ABS(A2)<1E-6 THEN 650
580 IF A2>(-10^(-W)) AND A2<0 THEN 630
590 IF A2>0 GOTO 610
600 GOTO 540
610 B=B-V \ V=V/2
620 GOTO 540
630 V=V/2 \ W=W+2
640 IF W>6 THEN 650 ELSE 540

```

```
650 T1=B
660 RETURN
670 REM CALCUL D'INTEGRAL A L'AIDE DE LA METHODE DE SIMPSON DE G(X)
680 O=400 \ S1=0
690 H=(B-A)/O
700 S1=G(A,BETTA)+G(B,BETTA)
710 X=A
720 FOR K=1 TO O/2-1
730 X=X+H \ S1=S1+4*G(X,BETTA)
740 X=X+H \ S1=S1+2*G(X,BETTA)
750 NEXT K
760 X=X+H \ S1=S1+4*G(X,BETTA)
770 T2=H*S1/3
780 RETURN
790 REM CALCUL D'INTEGRAL A L'AIDE DE LA METHODE DE SIMPSON DE F(X)
800 O=400 \ S2=0
810 H=(B-A)/O
820 S2=F(A)+F(B)
830 X=A
840 FOR J=1 TO O/2-1
850 X=X+H \ S2=S2+4*F(X)
860 X=X+H \ S2=S2+2*F(X)
870 NEXT J
880 X=X+H \ S2=S2+4*F(X)
890 P=H*S2/3
900 RETURN
910 END
```



```
650 REM CALCUL D'INTEGRAL A L'AIDE DE LA METHODE DE SIMPSON DE (X-Y)^2
660 O=600 \ S1=0
670 H=(B-A)/O
680 S1=G(A,BETTA)+G(B,BETTA)
690 X=A
700 FOR K=1 TO O/2-1
710 X=X+H \ S1=S1+4*G(X,BETTA)
720 X=X+H \ S1=S1+2*G(X,BETTA)
730 NEXT K
740 X=X+H \ S1=S1+4*G(X,BETTA)
750 T2=H*S1/3
760 RETURN
770 REM CALCUL D'INTEGRAL A L'AIDE DE LA METHODE DE SIMPSON DE F(X)
780 O=500 \ S2=0
790 H=(B-A)/O
800 S=F(A)+F(B)
810 X=A
820 FOR J=1 TO O/2-1
830 X=X+H \ S2=S2+4*F(X)
840 X=X+H \ S2=S2+2*F(X)
850 NEXT J
860 X=X+H \ S2=S2+4*F(X)
870 P=H*S2/3
880 RETURN
890 END
```

```

10 REM QUANTIFICATION NON UNIFORME POUR LA LOI GAMMA N:PAIR
20 REM METHODE DE LLOYD-MAX
30 DIM X(100),Y(100),P(100),T(100),Q(100),E(100)
40 IT=0 \ K1=SQR(.75)
50 PRINT"NOUS ALLONS VOUS DEMANDER LE X(1) ET LE NOMBRE DE NIVEAUX N
60 PRINT
70 PRINT"ENSUITE VOUS ALLEZ FAIRE ENTRER LES NIVEAUX Y(I) UN PAR UN"
80 PRINT
90 INPUT"X(1)=";X(1)
100 PRINT
110 INPUT"N=";N
120 FOR I=1 TO N
130 PRINT"NIVEAU Y(";I;)" ";
140 INPUT Y(I)
150 PRINT
160 NEXT I
170 DEF F(X,ALPHA)=SQR(K1)*X^(ALPHA)*EXP(-K1*X)/(2*SQR(PI))
180 DEF L(X)=SQR(K1)*(2*X^.5-(2/3)*K1*X^1.5+(1/5)*K1^2*X^2.5
-(1/21)*K1^3*X^3.5+(1/108)*K1^4*X^4.5)/(2*SQR(PI))
190 DEF U(X)=SQR(K1)*(EXP(-K1*X)-(1-(K1*X)+(K1*X)^2/2-(K1*X)^3/6
+(K1*X)^4/24))/(2*SQR(X*PI))
200 R=0 \ D1=0 \ D2=0
210 FOR I=1 TO N-1
220 X(I+1)=(Y(I+1)+Y(I))/2
230 A=X(I) \ B=X(I+1)
240 GOSUB 830
250 R=R-2*P*LOG(P)/LOG(2)
260 Y=Y(I)
270 GOSUB 990
280 D1=D1+2*T
290 NEXT I
300 B=12 \ A=X(N)
310 ALPHA=-.5 \ GOSUB 710
320 R=R-2*P*LOG(P)/LOG(2)
330 Y=Y(N)
340 GOSUB 990
350 D1=D1+2*T
360 IF N=1 GOTO 470
370 FOR I=1 TO N-1
380 A=X(I) \ B=X(I+1)
390 GOSUB 830
400 P1=P
410 ALPHA=.5 \ GOSUB 710
420 E(I)=P/P1
430 Y=E(I)
440 GOSUB 990
450 D2=D2+2*T
460 NEXT I
470 B=12 \ A=X(N)
480 ALPHA=-.5 \ GOSUB 710
490 P1=P
500 ALPHA=.5 \ GOSUB 710
510 E(N)=P/P1
520 Y=E(N)
530 GOSUB 990
540 D2=D2+2*T
550 D=D2-D1
560 IF D=0 GOTO 630
570 IF D>0 THEN PRINT "DEBORDEMENT"
580 IF D<0 GOTO 590 ELSE 630
590 FOR I=1 TO N
600 Y(I)=E(I)
610 NEXT I
620 IT=IT+1 \ IF IT>50 GOTO 640 ELSE 170

```



```

630 PRINT "VOICI LES RESULTATS"
640 PRINT "R=";R
650 PRINT "D1=";D1
660 FOR I=1 TO N
670 PRINT "X(";I;")=";X(I);"Y(";I;")=";Y(I)
680 NEXT I
690 PRINT"OMBRE D'ITERATIONS";IT
700 GOTO 1070
710 REM CALCUL D'INTEGRAL A L'AIDE DE LA METHODE DE SIMPSON DE G(X)
720 Q=100 \ S=0
730 H=(B-A)/Q
740 S=F(A,ALPHA)+F(B,ALPHA)
750 X=A
760 FOR W=1 TO Q/2-1
770 X=X+H \ S=S+4*F(X,ALPHA)
780 X=X+H \ S=S+2*F(X,ALPHA)
790 NEXT W
800 X=X+H \ S=S+4*F(X,ALPHA)
810 P=H*S/3
820 RETURN
830 REM CALCUL D'INTEGRALE IMPROPRE A L'AIDE DE LA METHODE DE KONTOROVIT
840 S1=0 \ N1=100
850 H=(B-A)/N1
860 Z=L(B)-L(A)
870 IF ABS(A)<1E-10 THEN 880 ELSE 900
880 S1=U(B)
890 GOTO 910
900 S1=U(B)+U(A)
910 X=A
920 FOR W=1 TO N1/2-1
930 X=X+H \ S1=S1+4*U(X)
940 X=X+H \ S1=S1+2*U(X)
950 NEXT W
960 X=X+H \ S1=S1+4*U(X)
970 P=S1*H/3+Z
980 RETURN
990 REM CALCUL DE L'AIRES DE (X-Y)^2*F(X) PAR LA METHODE DE KONTOROVITCH
1000 ALPHA=1.5 \ GOSUB 710
1010 T1=P
1020 ALPHA=.5 \ GOSUB 710
1030 T2=P
1040 GOSUB 830
1050 T=T1-2*Y*T2+(Y^2)*P
1060 RETURN
1070 END

```



```

10 REM QUANTIFICATION NON UNIFORME POUR LA LOI GAMMA N:IMPAIR
20 REM METHODE DE LLOYD-MAX
30 DIM X(100),Y(100),P(100),T(100),Q(100),E(100)
40 IT=0 \ K1=SQR(.75)
50 PRINT"NOUS ALLONS VOUS DEMANDER LE X(1) ET LE NOMBRE DE NIVEAUX N.
60 PRINT
70 PRINT" VOUS ALLEZ FAIRE ENTRER LES NIVEAUX Y(I) PAR ORDRE CROISS
80 PRINT
90 INPUT"N=";N
100 FOR I=2 TO N+1
110 PRINT"NIVEAU Y(";I;)"":
120 INPUT Y(I)
130 PRINT
140 NEXT I
150 DEF F(X,ALPHA)=SQR(K1)*X^(ALPHA)*EXP(-K1*X)/(2*SQR(PI))
160 DEF L(X)=SQR(K1)*(2*X^.5-(2/3)*K1*X^1.5+(1/5)*K1^2*X^2.5
-(1/21)*K1^3*X^3.5+(1/108)*K1^4*X^4.5)/(2*SQR(PI))
170 DEF U(X)=SQR(K1)*(EXP(-K1*X)-(1-(K1*X)+(K1*X)^2/2
-(K1*X)^3/6+(K1*X)^4/24))/(2*SQR(X*PI))
180 R=0 \ D1=0 \ D2=0
190 A=0 \ Y(1)=0 \ Y=Y(1) \ X(1)=(Y(1)+Y(2))/2 \ B=X(1)
200 GOSUB 890 \ R=R-2*P*LOG(2*P)/LOG(2)
210 GOSUB 1050 \ D1=D1+2*T
220 IF N=1 GOTO 320
230 FOR I=2 TO N
240 X(I)=(Y(I+1)+Y(I))/2
250 A=X(I-1) \ B=X(I)
260 GOSUB 890
270 R=R-2*P*LOG(P)/LOG(2)
280 Y=Y(I)
290 GOSUB 1050
300 D1=D1+2*T
310 NEXT I
320 B=12 \ A=X(N)
330 ALPHA=-.5 \ GOSUB 770
340 R=R-2*P*LOG(P)/LOG(2)
350 Y=Y(N+1)
360 GOSUB 1050
370 D1=D1+2*T
380 A=0 \ B=X(1) \ Y=0
390 GOSUB 890 \ R=R-2*P*LOG(2*P)/LOG(2)
400 GOSUB 1050 \ D2=D2+2*T
410 IF N=1 GOTO 510
420 FOR I=2 TO N
430 A=X(I-1) \ B=X(I)
440 GOSUB 890 \ P1=P
450 ALPHA=.5 \ GOSUB 770
460 E(I)=P/P1
470 Y=E(I)
480 GOSUB 1050
490 D2=D2+2*T
500 NEXT I
510 B=12 \ A=X(N)
520 ALPHA=-.5 \ GOSUB 770
530 P1=P
540 ALPHA=.5 \ GOSUB 770
550 E(N+1)=P/P1
560 Y=E(N+1)
570 GOSUB 1050
580 D2=D2+2*T
590 D=D2-D1
600 PRINT D1,D2,R
610 IF D=0 GOTO 680
620 IF D>0 THEN PRINT "DEBORDEMENT"

```



```

630 IF D<0 GOTO 640 ELSE 680
640 FOR I=2 TO N+1
650 Y(I)=E(I)
660 NEXT I
670 IT=IT+1 \ IF IT>50 GOTO 690 ELSE 150
680 PRINT "VOICI LES RESULTATS"
690 PRINT "R=";R
700 PRINT "D1=";D1
710 PRINT "D2=";D2
720 FOR I=1 TO N
730 PRINT "X(";I;")=";X(I);"Y(";I;")=";Y(I)
740 NEXT I
750 PRINT"NOMBRE D'ITERATIONS";IT
760 GOTO 1130
770 REM CALCUL D'INTEGRAL A L'AIDE DE LA METHODE DE SIMPSON DE G(X)
780 O=100 \ S=0
790 H=(B-A)/O
800 S=F(A,ALPHA)+F(B,ALPHA)
810 X=A
820 FOR W=1 TO O/2-1
830 X=X+H \ S=S+4*F(X,ALPHA)
840 X=X+H \ S=S+2*F(X,ALPHA)
850 NEXT W
860 X=X+H \ S=S+4*F(X,ALPHA)
870 P=H*S/3
880 RETURN
890 REM CALCUL D'INTEGRALE IMPROPRE A L'AIDE DE LA METHODE DE KONTOROVIT
900 S1=0 \ N1=100
910 H=(B-A)/N1
920 Z=L(B)-L(A)
930 IF ABS(A)<1E-10 THEN 940 ELSE 960
940 S1=U(B)
950 GOTO 970
960 S1=U(B)+U(A)
970 X=A
980 FOR W=1 TO N1/2-1
990 X=X+H \ S1=S1+4*U(X)
1000 X=X+H \ S1=S1+2*U(X)
1010 NEXT W
1020 X=X+H \ S1=S1+4*U(X)
1030 P=S1*H/3+Z
1040 RETURN
1050 REM CALCUL DE L'AIRE DE (X-Y)^2*F(X) PAR LA METHODE DE KONTOROVIT
1060 ALPHA=1.5 \ GOSUB 770
1070 T1=P
1080 ALPHA=.5 \ GOSUB 770
1090 T2=P
1100 GOSUB 890
1110 T=T1-2*Y*T2+(Y^2)*P
1120 RETURN
1130 END

```



```

10  REM QUANTIFICATION NON UNIFORME POUR LA LOI GAMMA (N:PAIR)
20  REM                               METHODE DE JMAX
30  DIM X(100),Y(100),P(100)
40  IT=0 \ CO=0 \ PAS=.001 \ K1=SQR(.75)
50  PRINT"INTRODUIRE LE PREMIER SEUIL X(1) ET LE PREMIER"
60  PRINT
70  PRINT"NIVEAU Y(1), AINSI QUE LE NOMBRE DE NIVEAUX N "
80  PRINT
90  INPUT"X(1)=";X(1)
100 PRINT
110 INPUT"Y(1)";Y(1)
120 INPUT"N=";N
130 DEF F(X,ALPHA)=SQR(K1)*X^(ALPHA)*EXP(-K1*X)/(2*SQR(PI))
140 DEF L(X)=SQR(K1)*(2*X^.5-(2/3)*K1*X^1.5+(1/5)*K1^2*X^2.5
  -(1/21)*K1^3*X^3.5+(1/108)*K1^4*X^4.5)/(2*SQR(PI))
150 DEF U(X)=SQR(K1)*(EXP(-K1*X)-(1-K1*X+(K1*X)^2/2-(K1*X)^3/6
  +(K1*X)^4/24))/(2*SQR(X*PI))
160 X(N+1)=12
170 PRINT Y(1)
180 IF N=1 GOTO 260
190 FOR I=1 TO N-1
200 A=X(I) \ Y=Y(I)
210 GOSUB 520
220 X(I+1)=T1
230 Y(I+1)=2*X(I+1)-Y(I)
240 NEXT I
250 IT=IT+1
260 A=X(N) \ B=12 \ Y=Y(N)
270 ALPHA=.5 \ GOSUB 720 \ T2=P
280 GOSUB 840 \ T2=T2-Y*P
290 IF ABS(T2)<1E-5 GOTO 370
300 IF T2>0 AND CO=1 THEN 330
310 IF T2<0 THEN 320 ELSE 340
320 CO=1 \ Y(1)=Y(1)-PAS \ GOTO 350
330 PAS=PAS/2
340 Y(1)=Y(1)+PAS
350 PRINT "Y(1)=";Y(1)
360 GOTO 160
370 R=0 \ D=0
380 FOR I=1 TO N
390 A=X(I) \ B=X(I+1)
400 GOSUB 840
410 R=R-2*P*LOG(P)/LOG(2)
420 Y=Y(I)
430 GOSUB 1000
440 D=D+2*T
450 NEXT I
460 FOR I=1 TO N
470 PRINT"X(";I;")=";X(I),"Y(";I;")=";Y(I)
480 NEXT I
490 PRINT "D=";D,"R=";R
500 PRINT"NOMBRE D'ITERATIONS";IT
510 GOTO 1080
520 REM CALCUL DE X(I+1) CONNAISSANT X(I),Y(I)
530 B=Y
540 ALPHA=.5 \ GOSUB 720 \ A1=P
550 GOSUB 840 \ A1=A1-Y*P
560 A=Y \ B=A
570 V=.1 \ W=2
580 B=B+V \ PRINT "B=";B
590 ALPHA=.5 \ GOSUB 720 \ A2=P
600 GOSUB 840 \ A2=A2-Y*P
610 A2=A2+A1
620 IF ABS(A2)<1E-6 THEN 700

```



```

630 IF A2>(-10^(-W)) AND A2<0 THEN 660
640 IF A2>0 GOTO 660
650 GOTO 580
660 B=B-V \ V=V/2
670 GOTO 580
680 V=V/2 \ W=W+2
690 IF W>6 THEN 700 ELSE 580
700 T1=B \ PRINT B
710 RETURN
720 REM CALCUL D'INTEGRAL A L'AIDE DE LA METHODE DE SIMPSON DE G(X)
730 O=100 \ S=0
740 H=(B-A)/O
750 S=F(A,ALPHA)+F(B,ALPHA)
760 X=A
770 FOR L2=1 TO O/2-1
780 X=X+H \ S=S+4*F(X,ALPHA)
790 X=X+H \ S=S+2*F(X,ALPHA)
800 NEXT L2
810 X=X+H \ S=S+4*F(X,ALPHA)
820 P=H*S/3
830 RETURN
840 REM CALCUL D'INTEGRALE IMPROPRE A L'AIDE DE LA METHODE DE KONTOROV
850 S1=0 \ N1=100
860 H=(B-A)/N1
870 Z=L(B)-L(A)
880 IF ABS(A)<1E-10 THEN 890 ELSE 910
890 S1=U(B)
900 GOTO 920
910 S1=U(B)+U(A)
920 X=A
930 FOR L1=1 TO N1/2-1
940 X=X+H \ S1=S1+4*U(X)
950 X=X+H \ S1=S1+2*U(X)
960 NEXT L1
970 X=X+H \ S1=S1+4*U(X)
980 P=S1*H/3+Z
990 RETURN
1000 REM CALCUL DE L'AIRE DE (X-Y)^2*F(X) PAR LA METHODE DE KONTOROVIT
1010 ALPHA=1.5 \ GOSUB 720
1020 T1=P
1030 ALPHA=.5 \ GOSUB 720
1040 T2=P
1050 GOSUB 840
1060 T=T1-2*Y*T2+(Y^2)*P
1070 RETURN
1080 END

```

```

10 REM QUANTIFICATION NON UNIFORME POUR LA LOI GAMMA N:IMPAIR METHODE DE
20 DIM X(100),Y(100),P(100)
30 IT=0 \ CO=0 \ PAS=1E-2 \ K1=SQR(.75)
40 PRINT"VOUS FAITES ENTRER LE DEUXIEME NIVEAU Y(2) ET LE NOMBRE DE NIVEA
50 PRINT
60 INPUT"Y(2)";Y(2)
70 PRINT
80 INPUT"N=";N
90 DEF F(X,ALPHA)=SQR(K1)*(X)^(ALPHA)*EXP(-K1*X)/(2*SQR(PI))
100 DEF L(X)=SQR(K1)*(2*X^.5-(2/3)*K1*X^1.5+(1/5)*K1^2*X^2.5-(1/21)*K1^3
    *X^3.5+(1/108)*K1^4*X^4.5)/(2*SQR(PI))
110 DEF U(X)=SQR(K1)*(EXP(-K1*X)-(1-K1*X+(K1*X)^2/2-(K1*X)^3/6+(K1*X)^4/2
    /(2*SQR(X*PI)))
120 X(1)=Y(2)/2
130 X(N+1)=12
140 IF N=1 GOTO 220
150 FOR I=1 TO N-1
160 A=X(I) \ Y=Y(I+1)
170 GOSUB 520
180 X(I+1)=T1
190 Y(I+2)=2*X(I+1)-Y(I+1)
200 NEXT I
210 IT=IT+1
220 A=X(N) \ B=X(N+1) \ Y=Y(N+1)
230 ALPHA=.5 \ GOSUB 720 \ T2=P
240 GOSUB 840 \ T2=T2-Y*P
250 PRINT T2
260 IF ABS(T2)<1E-5 GOTO 330
270 IF T2>0 AND CO=1 THEN 300
280 IF T2<0 THEN 290 ELSE 310
290 CO=1 \ Y(2)=Y(2)-PAS \ GOTO 320
300 PAS=PAS/2
310 Y(2)=Y(2)+PAS
320 PRINT "Y(2)=";Y(2) \ GOTO 110
330 R=0 \ D=0
340 A=0 \ B=X(1) \ Y=Y(1)
350 GOSUB 840
360 FOR I=1 TO N
370 GOSUB 1000
380 D=D+2*T
390 A=X(I) \ B=X(I+1)
400 GOSUB 840
410 R=R-2*P*LOG(P)/LOG(2)
420 Y=Y(I+1)
430 GOSUB 1000
440 D=D+2*T
450 NEXT I
460 FOR I=1 TO N
470 PRINT"X(";I;")=";X(I),"Y(";I;")=";Y(I)
480 NEXT I
490 PRINT D,R
500 PRINT"NOMBRE D'ITERATIONS";IT
510 GOTO 1080
520 REM CALCUL DE X(I+1) CONNAISSANT X(I),Y(I+1)
530 B=Y
540 ALPHA=.5 \ GOSUB 720 \ A1=P
550 GOSUB 840 \ A1=A1-Y*P
560 A=Y \ B=A
570 V=.1 \ W=2
580 B=B+V
590 ALPHA=.5 \ GOSUB 720 \ A2=P
600 GOSUB 840 \ A2=A2-Y*P
610 A2=A2+A1
620 IF ABS(A2)<1E-6 THEN 700

```



```

630 IF A2>(-10^(-W)) AND A2<0 THEN 680
640 IF A2>0 GOTO 660
650 GOTO 580
660 B=B-V \ V=V/2
670 GOTO 580
680 V=V/2 \ W=W+2
690 IF W>6 THEN 700 ELSE 580
700 T1=B
710 RETURN
720 REM CALCUL D'INTEGRAL A L'AIDE DE LA METHODE DE SIMPSON DE G(X)
730 O=1.00 \ S=0
740 H=(B-A)/O
750 S=F(A,ALPHA)+F(B,ALPHA)
760 X=A
770 FOR L2=1 TO O/2-1
780 X=X+H \ S=S+4*F(X,ALPHA)
790 X=X+H \ S=S+2*F(X,ALPHA)
800 NEXT L2
810 X=X+H \ S=S+4*F(X,ALPHA)
820 P=H*S/3
830 RETURN
840 REM CALCUL D'INTEGRALE IMPROPRE A L'AIDE DE LA METHODE DE KONTOROVIT
850 S1=0 \ N1=100
860 H=(B-A)/N1
870 Z=L(B)-L(A)
880 IF ABS(A)<1E-10 THEN 890 ELSE 910
890 S1=U(B)
900 GOTO 920
910 S1=U(B)+U(A)
920 X=A
930 FOR L1=1 TO N1/2-1
940 X=X+H \ S1=S1+4*U(X)
950 X=X+H \ S1=S1+2*U(X)
960 NEXT L1
970 X=X+H \ S1=S1+4*U(X)
980 P=S1*H/3+Z
990 RETURN
1000 REM CALCUL DE L'AIRES DE (X-Y)^2*F(X) PAR LA METHODE DE KONTOROVIT
1010 ALPHA=1.5 \ GOSUB 720
1020 T1=P
1030 ALPHA=.5 \ GOSUB 720
1040 T2=P
1050 GOSUB 840
1060 T=T1-2*Y*T2+(Y^2)*P
1070 RETURN
1080 END

```


3.5 Resultats et interpretations

 #
 # RESULTATS DE LA QUANTIFICATION UNIFORME POUR LA LOI NORMALE (N, P)
 #

N= 2	DELTA 2	R= 1	D= .404231
N= 2	DELTA 1.98	R= 1	D= .400289
N= 2	DELTA 1.96	R= 1	D= .396546
N= 2	DELTA 1.94	R= 1	D= .393004
N= 2	DELTA 1.92	R= 1	D= .389662
N= 2	DELTA 1.9	R= 1	D= .386519
N= 2	DELTA 1.88	R= 1	D= .383577
N= 2	DELTA 1.86	R= 1	D= .380835
N= 2	DELTA 1.84	R= 1	D= .378292
N= 2	DELTA 1.82	R= 1	D= .37595
N= 2	DELTA 1.8	R= 1	D= .373808
N= 2	DELTA 1.78	R= 1	D= .371865
N= 2	DELTA 1.76	R= 1	D= .370123
N= 2	DELTA 1.74	R= 1	D= .368581
N= 2	DELTA 1.72	R= 1	D= .367239
N= 2	DELTA 1.7	R= 1	D= .366096
N= 2	DELTA 1.68	R= 1	D= .365154
N= 2	DELTA 1.66	R= 1	D= .364412
N= 2	DELTA 1.64	R= 1	D= .363869
N= 2	DELTA 1.62	R= 1	D= .363527
N= 2	DELTA 1.6	R= 1	D= .363385
N= 2	DELTA 1.58	R= 1	D= .363442
N= 2	DELTA 1.56	R= 1	D= .3637
N= 2	DELTA 1.54	R= 1	D= .364158
N= 2	DELTA 1.52	R= 1	D= .364816
N= 2	DELTA 1.5	R= 1	D= .365678

N= 4	DELTA 1.42	R= 1.6237	D= .171829
N= 4	DELTA 1.4	R= 1.63792	D= .16762
N= 4	DELTA 1.38	R= 1.65215	D= .163529
N= 4	DELTA 1.36	R= 1.66639	D= .159566
N= 4	DELTA 1.34	R= 1.68061	D= .155737
N= 4	DELTA 1.32	R= 1.6948	D= .152048
N= 4	DELTA 1.3	R= 1.70894	D= .148505
N= 4	DELTA 1.28	R= 1.72302	D= .145115
N= 4	DELTA 1.26	R= 1.737	D= .141886
N= 4	DELTA 1.24	R= 1.75089	D= .138827
N= 4	DELTA 1.22	R= 1.76464	D= .135944
N= 4	DELTA 1.2	R= 1.77825	D= .133247
N= 4	DELTA 1.18	R= 1.7917	D= .130746
N= 4	DELTA 1.16	R= 1.80496	D= .128449
N= 4	DELTA 1.14	R= 1.818	D= .126369
N= 4	DELTA 1.12	R= 1.83081	D= .124516
N= 4	DELTA 1.1	R= 1.84337	D= .122901
N= 4	DELTA 1.08	R= 1.85564	D= .121537
N= 4	DELTA 1.06	R= 1.86761	D= .120437
N= 4	DELTA 1.04	R= 1.87925	D= .119614
N= 4	DELTA 1.02	R= 1.89053	D= .119081
N= 4	DELTA 1	R= 1.90149	D= .118839
N= 4	DELTA .98	R= 1.91192	D= .118847
N= 4	DELTA .96	R= 1.92187	D= .119077
N= 4	DELTA .94	R= 1.93156	D= .120139
N= 4	DELTA .92	R= 1.94065	D= .121312

N= 8	DELTA 1	R= 2.10439	D= .098962
N= 8	DELTA .98	R= 2.13118	D= .800734E-01
N= 8	DELTA .96	R= 2.15856	D= .768353E-01
N= 8	DELTA .94	R= 2.18654	D= .737101E-01
N= 8	DELTA .92	R= 2.21511	D= .706986E-01
N= 8	DELTA .9	R= 2.24431	D= .676483E-01
N= 8	DELTA .88	R= 2.27411	D= .647274E-01
N= 8	DELTA .86	R= 2.30452	D= .618947E-01

N= 8	DELTA .84	R= 2.38554	D= .591497E-01
N= 8	DELTA .82	R= 2.36715	D= .564388E-01
N= 8	DELTA .6	R= 2.39931	D= .539494E-01
N= 8	DELTA .78	R= 2.432	D= .515111E-01
N= 8	DELTA .76	R= 2.46518	D= .491947E-01
N= 8	DELTA .74	R= 2.49879	D= .470149E-01
N= 8	DELTA .72	R= 2.53275	D= .449886E-01
N= 8	DELTA .7	R= 2.56698	D= .431365E-01
N= 8	DELTA .68	R= 2.60137	D= .414836E-01
N= 8	DELTA .66	R= 2.63578	D= .400596E-01
N= 8	DELTA .64	R= 2.67007	D= .389001E-01
N= 8	DELTA .62	R= 2.70407	D= .380464E-01
N= 8	DELTA .6	R= 2.73757	D= .373476E-01
N= 8	DELTA .58	R= 2.77034	D= .374607E-01
N= 8	DELTA .56	R= 2.80211	D= .379521E-01
N= 8	DELTA .54	R= 2.8326	D= .387988E-01
N= 8	DELTA .52	R= 2.86148	D= .403879E-01
N= 8	DELTA .5	R= 2.88838	D= .427201E-01
=====			
N= 16	DELTA .78	R= 2.44122	D= .507001E-01
N= 16	DELTA .76	R= 2.47694	D= .481334E-01
N= 16	DELTA .74	R= 2.51368	D= .456334E-01
N= 16	DELTA .72	R= 2.55154	D= .432
N= 16	DELTA .7	R= 2.59054	D= .408333E-01
N= 16	DELTA .68	R= 2.63076	D= .385333E-01
N= 16	DELTA .66	R= 2.67228	D= .3638
N= 16	DELTA .64	R= 2.71516	D= .341335E-01
N= 16	DELTA .62	R= 2.7595	D= .320336E-01
N= 16	DELTA .6	R= 2.80537	D= .300005E-01
N= 16	DELTA .58	R= 2.8529	D= .280342E-01
N= 16	DELTA .56	R= 2.90217	D= .262135
N= 16	DELTA .54	R= 2.9533	D= .243039E-01
N= 16	DELTA .52	R= 3.00643	D= .225412E-01
N= 16	DELTA .5	R= 3.06166	D= .208493E-01
N= 16	DELTA .48	R= 3.11914	D= .192311E-01
N= 16	DELTA .46	R= 3.17895	D= .176932E-01
N= 16	DELTA .44	R= 3.2412	D= .162436E-01
N= 16	DELTA .42	R= 3.30588	D= .149066E-01
N= 16	DELTA .4	R= 3.37293	D= .137057E-01
N= 16	DELTA .38	R= 3.44216	D= .126907E-01
N= 16	DELTA .36	R= 3.5131	D= .119369E-01
N= 16	DELTA .34	R= 3.5851	D= .113596E-01
N= 16	DELTA .32	R= 3.65702	D= .111733E-01
N= 16	DELTA .3	R= 3.72728	D= .127128E-01
N= 16	DELTA .28	R= 3.79365	D= .148645E-01
=====			
N= 32	DELTA .3	R= 3.78945	D= .750026E-02
N= 32	DELTA .28	R= 3.86826	D= .653442E-02
N= 32	DELTA .26	R= 3.94444	D= .563836E-02
N= 32	DELTA .24	R= 4.10836	D= .482082E-02
N= 32	DELTA .22	R= 4.23275	D= .411188E-02
N= 32	DELTA .2	R= 4.36611	D= .360524E-02
N= 32	DELTA .18	R= 4.50757	D= .326502E-02
N= 32	DELTA .16	R= 4.65148	D= .466952E-02
N= 32	DELTA .14	R= 4.78424	D= .850064E-02
=====			
N= 64	DELTA .15	R= 4.78541	D= .137513E-02
N= 64	DELTA .13	R= 4.9914	D= .141226E-02
N= 64	DELTA .11	R= 5.23051	D= .107249E-02
N= 64	DELTA .09	R= 5.50479	D= .141959E-02
N= 64	DELTA .07	R= 5.7705	D= .660414E-02
N= 64	DELTA .05	R= 5.91924	D= .378025E-01
=====			


```
#####
```

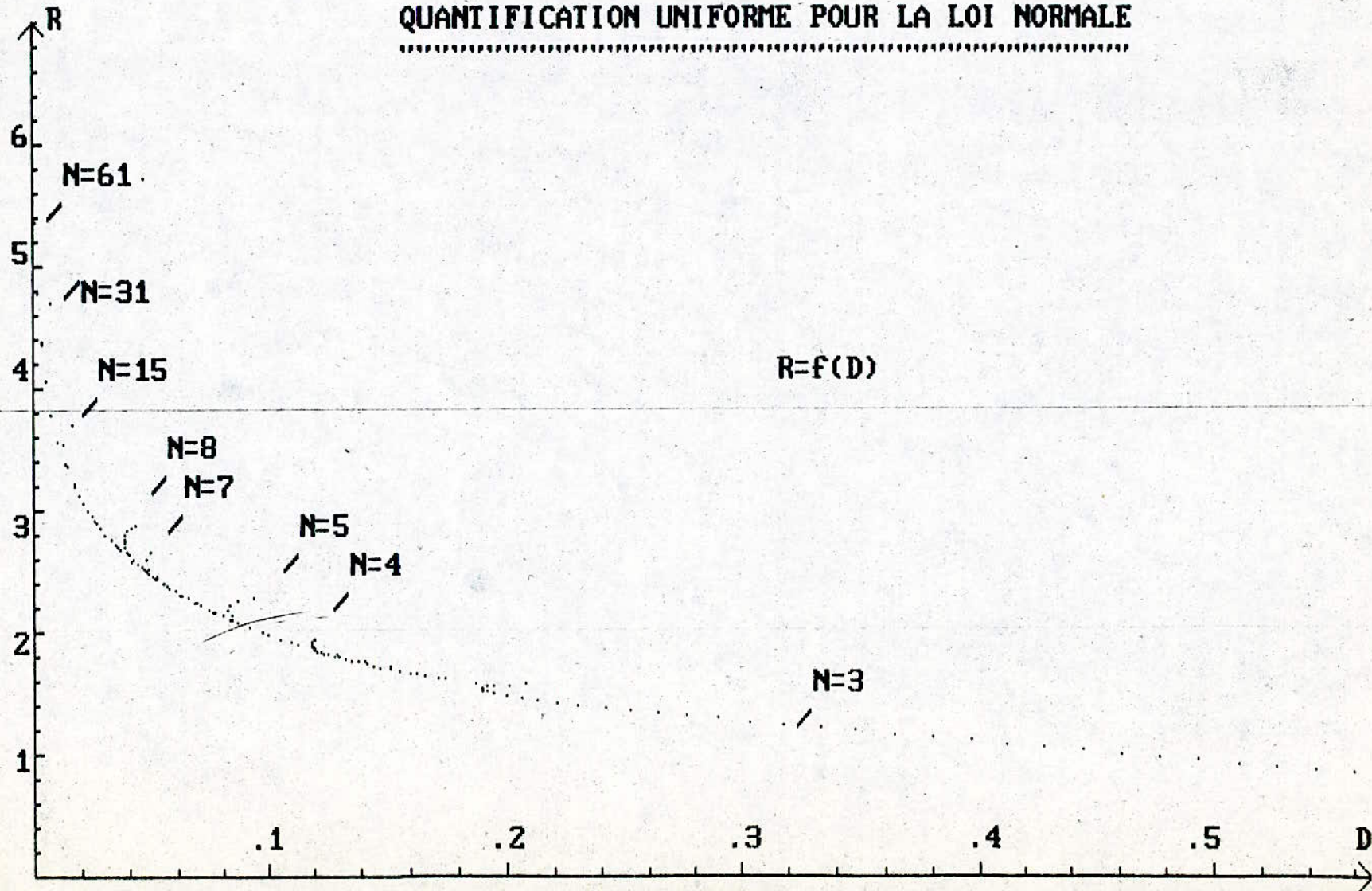

#RESULTATS DE LA QUANTIFICATION UNIFORME POUR LA LOI NORMALE (N:IMPAIR)

#####

N= 3	DELTA= 2.6	R= .902545	D= .526511
N= 3	DELTA= 2.55	R= .928832	D= .51038
N= 3	DELTA= 2.5	R= .955258	D= .494132
N= 3	DELTA= 2.45	R= .981791	D= .477801
N= 3	DELTA= 2.4	R= 1.00839	D= .461417
N= 3	DELTA= 2.35	R= 1.03503	D= .44502
N= 3	DELTA= 2.3	R= 1.06165	D= .428648
N= 3	DELTA= 2.25	R= 1.08822	D= .412343
N= 3	DELTA= 2.2	R= 1.1147	D= .396149
N= 3	DELTA= 2.15	R= 1.14104	D= .380114
N= 3	DELTA= 2.1	R= 1.16719	D= .364288
N= 3	DELTA= 2.05	R= 1.19311	D= .348724
N= 3	DELTA= 2	R= 1.21874	D= .333477
N= 3	DELTA= 1.95	R= 1.24404	D= .318608
N= 3	DELTA= 1.9	R= 1.26894	D= .304177
N= 3	DELTA= 1.85	R= 1.29339	D= .290251
N= 3	DELTA= 1.8	R= 1.31734	D= .276896
N= 3	DELTA= 1.75	R= 1.34072	D= .264186
N= 3	DELTA= 1.7	R= 1.36347	D= .252193
N= 3	DELTA= 1.65	R= 1.38554	D= .240995
N= 3	DELTA= 1.6	R= 1.40685	D= .230674
N= 3	DELTA= 1.55	R= 1.42734	D= .221313
N= 3	DELTA= 1.5	R= 1.44694	D= .212999
N= 3	DELTA= 1.45	R= 1.46558	D= .205822
N= 3	DELTA= 1.4	R= 1.48318	D= .199876
N= 3	DELTA= 1.35	R= 1.49967	D= .195257
N= 3	DELTA= 1.3	R= 1.51498	D= .192064
N= 3	DELTA= 1.25	R= 1.52902	D= .1904
N= 3	DELTA= 1.2	R= 1.54171	D= .190371
N= 3	DELTA= 1.15	R= 1.55296	D= .192085
N= 3	DELTA= 1.1	R= 1.56268	D= .195654
N= 3	DELTA= 1.05	R= 1.57078	D= .201191
N= 3	DELTA= 1	R= 1.57716	D= .208814
=====			
N= 5	DELTA= 1.7	R= 1.43479	D= .240533
N= 5	DELTA= 1.65	R= 1.47028	D= .226706
N= 5	DELTA= 1.6	R= 1.50696	D= .213263
N= 5	DELTA= 1.55	R= 1.54492	D= .20022
N= 5	DELTA= 1.5	R= 1.58423	D= .187591
N= 5	DELTA= 1.45	R= 1.62495	D= .175396
N= 5	DELTA= 1.4	R= 1.6671	D= .163654
N= 5	DELTA= 1.35	R= 1.71067	D= .152389
N= 5	DELTA= 1.3	R= 1.75559	D= .141635
N= 5	DELTA= 1.25	R= 1.80175	D= .131435
N= 5	DELTA= 1.2	R= 1.84898	D= .121849
N= 5	DELTA= 1.15	R= 1.89703	D= .112954
N= 5	DELTA= 1.1	R= 1.94555	D= .104852
N= 5	DELTA= 1.05	R= 1.99415	D= .097674
N= 5	DELTA= 1	R= 2.04229	D= .915876E-01
N= 5	DELTA= .95	R= 2.08938	D= .868005E-01
N= 5	DELTA= .90	R= 2.13469	D= .835683E-01
N= 5	DELTA= .85	R= 2.1774	D= .822009E-01
=====			
N= 5	DELTA= .80	R= 2.21657	D= .830689E-01
N= 5	DELTA= .75	R= 2.25117	D= .866088E-01
N= 5	DELTA= .70	R= 2.28007	D= .933296E-01
=====			

N= 7	DELTA= 1.5	R= 1.58575	D= .187465
N= 7	DELTA= 1.45	R= 1.6273	D= .175191
N= 7	DELTA= 1.4	R= 1.67068	D= .163326
N= 7	DELTA= 1.35	R= 1.71605	D= .151873
N= 7	DELTA= 1.3	R= 1.76355	D= .140835
N= 7	DELTA= 1.25	R= 1.81334	D= .130214
N= 7	DELTA= 1.2	R= 1.86558	D= .120014
N= 7	DELTA= 1.15	R= 1.92044	D= .110238
N= 7	DELTA= 1.1	R= 1.97804	D= .100894
N= 7	DELTA= 1.05	R= 2.03852	D= .919969E-01
N= 7	DELTA= 1	R= 2.10192	D= .835703E-01
N= 7	DELTA= .95	R= 2.16821	D= .756563E-01
N= 7	DELTA= .9	R= 2.23723	D= .683232E-01
N= 7	DELTA= .85	R= 2.3086	D= .616806E-01
N= 7	DELTA= .8	R= 2.38165	D= .558982E-01
N= 7	DELTA= .75	R= 2.4554	D= .512291E-01
N= 7	DELTA= .7	R= 2.52838	D= .480427E-01
N= 7	DELTA= .65	R= 2.59862	D= .046861
N= 7	DELTA= .6	R= 2.66356	D= .484028E-01
=====			
N= 15	DELTA= .7	R= 2.59054	D= .408334E-01
N= 15	DELTA= .65	R= 2.69354	D= .352086E-01
N= 15	DELTA= .6	R= 2.80534	D= .300018E-01
N= 15	DELTA= .55	R= 2.92736	D= .025218
N= 15	DELTA= .5	R= 3.06115	D= .208804E-01
N= 15	DELTA= .45	R= 3.208	D= .170786E-01
N= 15	DELTA= .4	R= 3.36767	D= .141161E-01
N= 15	DELTA= .35	R= 3.53551	D= .128982E-01
N= 15	DELTA= .3	R= 3.69726	D= .015798
=====			
N= 31	DELTA= .5	R= 3.06197	D= .208333E-01
N= 31	DELTA= .45	R= 3.21117	D= .016875
N= 31	DELTA= .4	R= 3.37858	D= .133333E-01
N= 31	DELTA= .35	R= 3.569	D= .102083E-01
N= 31	DELTA= .3	R= 3.78944	D= .750054E-02
N= 31	DELTA= .25	R= 4.05042	D= .522659E-02
N= 31	DELTA= .2	R= 4.36396	D= .373132E-02
N= 31	DELTA= .15	R= 4.70589	D= .722288E-02
=====			
N= 61	DELTA= .3	R= 3.78945	D= .750005E-02
N= 61	DELTA= .25	R= 4.05084	D= .520839E-02
N= 61	DELTA= .2	R= 4.37142	D= .333331E-02
N= 61	DELTA= .15	R= 4.7854	D= .187554E-02
N= 61	DELTA= .1	R= 5.3602	D= .123799E-02
N= 61	DELTA= .05	R= 5.72764	D= .458753E-01
=====			

QUANTIFICATION UNIFORME POUR LA LOI NORMALE



 #
 # RESULTATS DE LA QUANTIFICATION UNIFORME POUR LA LOI RAZLEIGH ON:PAI
 #
 #####

N= 2	DELTA 1.35	R= .972121	D= .164036
N= 2	DELTA 1.345	R= .973655	D= .164323
N= 2	DELTA 1.34	R= .97515	D= .164036
N= 2	DELTA 1.335	R= .976605	D= .16376
N= 2	DELTA 1.33	R= .978013	D= .163501
N= 2	DELTA 1.325	R= .979392	D= .163259
N= 2	DELTA 1.32	R= .980725	D= .163035
N= 2	DELTA 1.315	R= .982015	D= .162829
N= 2	DELTA 1.31	R= .983264	D= .162641
N= 2	DELTA 1.305	R= .98447	D= .162471
N= 2	DELTA 1.3	R= .985634	D= .16232
N= 2	DELTA 1.295	R= .986756	D= .162189
N= 2	DELTA 1.29	R= .987834	D= .162070
N= 2	DELTA 1.285	R= .988868	D= .161964
N= 2	DELTA 1.28	R= .989859	D= .161872
N= 2	DELTA 1.275	R= .990805	D= .161796
N= 2	DELTA 1.27	R= .991707	D= .161739
N= 2	DELTA 1.265	R= .992564	D= .161692
N= 2	DELTA 1.26	R= .993376	D= .161651

N= 4	DELTA .86	R= 1.66717	D= .613164E-01
N= 4	DELTA .85	R= 1.68038	D= .601577E-01
N= 4	DELTA .84	R= 1.69357	D= .590386E-01
N= 4	DELTA .83	R= 1.70673	D= .579621E-01
N= 4	DELTA .82	R= 1.71985	D= .569216E-01
N= 4	DELTA .81	R= 1.7329	D= .559105E-01
N= 4	DELTA .8	R= 1.74586	D= .550249E-01
N= 4	DELTA .79	R= 1.75871	D= .541572E-01
N= 4	DELTA .78	R= 1.77142	D= .533353
N= 4	DELTA .77	R= 1.78397	D= .525618
N= 4	DELTA .76	R= 1.79634	D= .519578E-01
N= 4	DELTA .75	R= 1.80849	D= .513791E-01
N= 4	DELTA .74	R= 1.82039	D= .508298E-01
N= 4	DELTA .73	R= 1.83201	D= .504945E-01
N= 4	DELTA .72	R= 1.8433	D= .502044E-01
N= 4	DELTA .71	R= 1.85425	D= .500274E-01
N= 4	DELTA .7	R= 1.8648	D= .499731E-01
N= 4	DELTA .69	R= 1.87491	D= .499518E-01
N= 4	DELTA .68	R= 1.88455	D= .499747E-01
N= 4	DELTA .67	R= 1.89366	D= .499936E-01

N= 8	DELTA .47	R= 2.4852	D= .135017E-01
N= 8	DELTA .465	R= 2.49936	D= .131565E-01
N= 8	DELTA .46	R= 2.5136	D= .128214E-01
N= 8	DELTA .455	R= 2.52793	D= .124971E-01
N= 8	DELTA .45	R= 2.54233	D= .121847E-01
N= 8	DELTA .445	R= 2.55681	D= .118852E-01
N= 8	DELTA .44	R= 2.57134	D= .115989E-01
N= 8	DELTA .435	R= 2.58593	D= .113301E-01
N= 8	DELTA .43	R= 2.60055	D= .110775E-01
N= 8	DELTA .425	R= 2.6152	D= .108408E-01
N= 8	DELTA .42	R= 2.62985	D= .106308E-01
N= 8	DELTA .415	R= 2.6445	D= .104409E-01
N= 8	DELTA .41	R= 2.65913	D= .102769E-01
N= 8	DELTA .405	R= 2.6737	D= .101399E-01
N= 8	DELTA .4	R= 2.68821	D= .100346E-01
N= 8	DELTA .395	R= 2.70262	D= .99696E-01
N= 8	DELTA .39	R= 2.71692	D= .99308E-01
N= 8	DELTA .385	R= 2.73106	D= .99091E-01
N= 8	DELTA .38	R= 2.74503	D= .98961E-01
N= 8	DELTA .375	R= 2.75878	D= .98935E-01

N= 16	DELTA .295	R= 3.1388	D= .723815E-02
N= 16	DELTA .29	R= 3.1629	D= .699186E-02
N= 16	DELTA .285	R= 3.18742	D= .675514E-02
N= 16	DELTA .28	R= 3.21238	D= .652318E-02
N= 16	DELTA .275	R= 3.23778	D= .629626E-02
N= 16	DELTA .27	R= 3.26364	D= .607477E-02
N= 16	DELTA .265	R= 3.28996	D= .585921E-02
N= 16	DELTA .26	R= 3.31675	D= .56503E-02
N= 16	DELTA .255	R= 3.344	D= .544898E-02
N= 16	DELTA .25	R= 3.37173	D= .525654E-02
N= 16	DELTA .245	R= 3.39991	D= .507468E-02
N= 16	DELTA .24	R= 3.42854	D= .490566E-02
N= 16	DELTA .235	R= 3.45759	D= .475245E-02
N= 16	DELTA .23	R= 3.48702	D= .461896E-02
N= 16	DELTA .225	R= 3.51679	D= .450235E-02
N= 16	DELTA .22	R= 3.54683	D= .440281E-02
N= 16	DELTA .215	R= 3.57706	D= .433507E-02
N= 16	DELTA .21	R= 3.60735	D= .44077E-02
N= 16	DELTA .205	R= 3.63757	D= .448423E-02
N= 16	DELTA .2	R= 3.66753	D= .464165E-02
=====			
N= 32	DELTA .128	R= 4.32829	D= .139526E-02
N= 32	DELTA .127	R= 4.33942	D= .137865E-02
N= 32	DELTA .126	R= 4.35062	D= .136288E-02
N= 32	DELTA .125	R= 4.3619	D= .134802E-02
N= 32	DELTA .124	R= 4.37325	D= .133417E-02
N= 32	DELTA .123	R= 4.38466	D= .132145E-02
N= 32	DELTA .122	R= 4.39615	D= .130999E-02
N= 32	DELTA .121	R= 4.40771	D= .129991E-02
N= 32	DELTA .12	R= 4.41933	D= .129138E-02
N= 32	DELTA .119	R= 4.43102	D= .128458E-02
N= 32	DELTA .118	R= 4.44277	D= .12797E-02
N= 32	DELTA .117	R= 4.45458	D= .127637E-02
N= 32	DELTA .116	R= 4.46644	D= .127662E-02
N= 32	DELTA .115	R= 4.47836	D= .127893E-02
N= 32	DELTA .114	R= 4.49032	D= .12842E-02
=====			
N= 64	DELTA .067	R= 5.25969	D= .385287E-03
N= 64	DELTA .066	R= 5.28121	D= .377999E-03
N= 64	DELTA .065	R= 5.30303	D= .372169E-03
N= 64	DELTA .064	R= 5.32513	D= .368121E-03
N= 64	DELTA .063	R= 5.34752	D= .365838E-03
N= 64	DELTA .062	R= 5.37018	D= .367429E-03
N= 64	DELTA .061	R= 5.39312	D= .372171E-03
N= 64	DELTA .06	R= 5.41632	D= .381546E-03
=====			

 #
 # RESULTATS DE LA QUANTIFICATION UNIFORME POUR LA LOI RAY-LEIGH (N:IMP)
 #
 #####

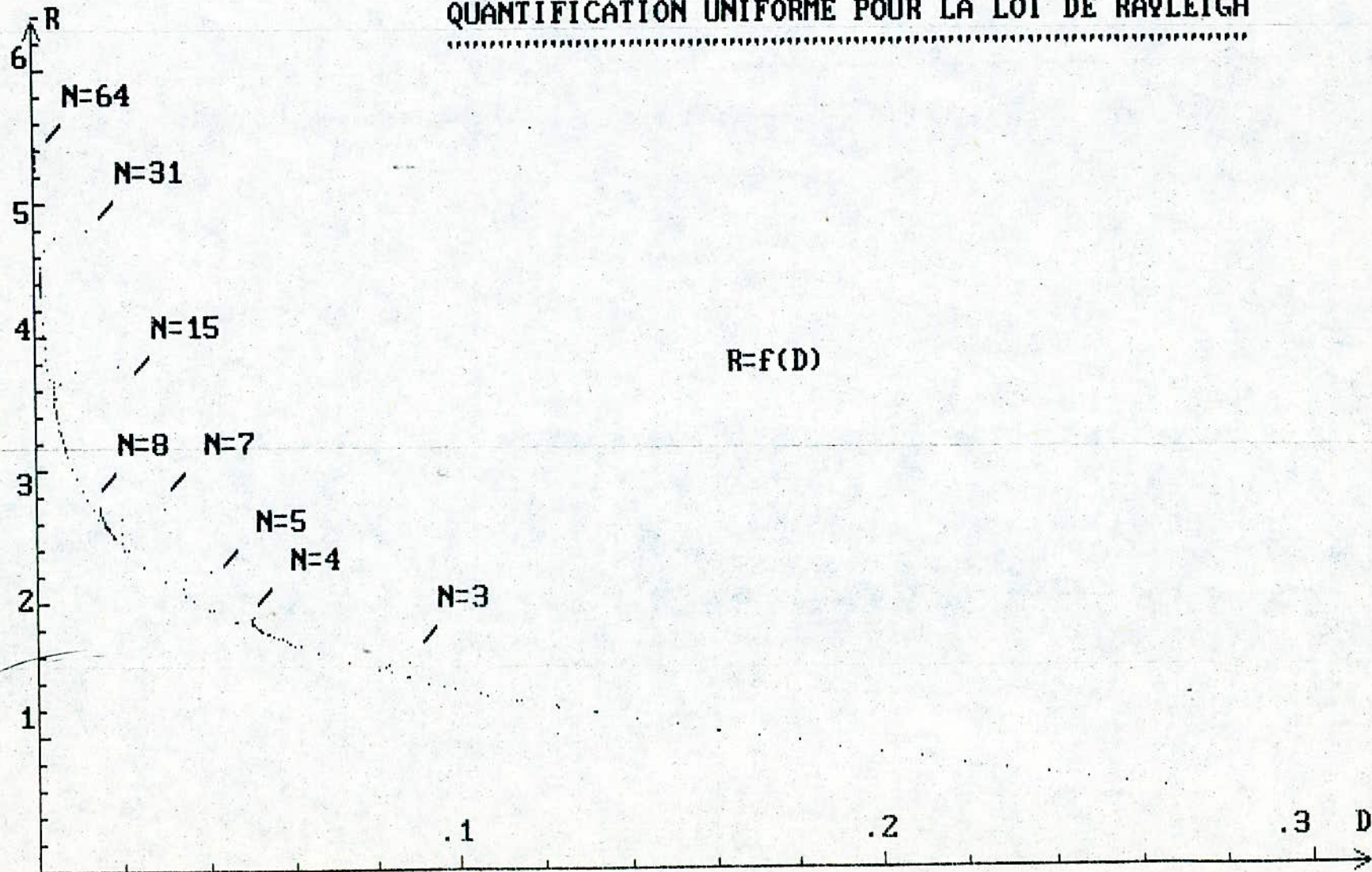
N= 3	DELTA 2	R= .575278	D= .26495
N= 3	DELTA 1.95	R= .613106	D= .256047
N= 3	DELTA 1.9	R= .651677	D= .246984
N= 3	DELTA 1.85	R= .690892	D= .237755
N= 3	DELTA 1.8	R= .730665	D= .228369
N= 3	DELTA 1.75	R= .770926	D= .218838
N= 3	DELTA 1.7	R= .811638	D= .209184
N= 3	DELTA 1.65	R= .852789	D= .199436
N= 3	DELTA 1.6	R= .894398	D= .189629
N= 3	DELTA 1.55	R= .936513	D= .179801
N= 3	DELTA 1.5	R= .979209	D= .169995
N= 3	DELTA 1.45	R= 1.02257	D= .160256
N= 3	DELTA 1.4	R= 1.06667	D= .150632
N= 3	DELTA 1.35	R= 1.11158	D= .141174
N= 3	DELTA 1.3	R= 1.15727	D= .131942
N= 3	DELTA 1.25	R= 1.20367	D= .123007
N= 3	DELTA 1.2	R= 1.25055	D= .114459
N= 3	DELTA 1.15	R= 1.2975	D= .106417
N= 3	DELTA 1.1	R= 1.34393	D= .990416E-01
N= 3	DELTA 1.05	R= 1.38897	D= .925543E-01
N= 3	DELTA 1	R= 1.43151	D= .872543E-01
N= 3	DELTA .95	R= 1.47011	D= .835408E-01
N= 3	DELTA .9	R= 1.50308	D= .081936
N= 3	DELTA .85	R= 1.52846	D= .831095E-01
N= 3	DELTA .8	R= 1.54408	D= .879021E-01

N= 5	DELTA 1.5	R= .979592	D= .16997
N= 5	DELTA 1.45	R= 1.02327	D= .160207
N= 5	DELTA 1.4	R= 1.06793	D= .150538
N= 5	DELTA 1.35	R= 1.11378	D= .141
N= 5	DELTA 1.3	R= 1.16104	D= .131628
N= 5	DELTA 1.25	R= 1.20995	D= .122451
N= 5	DELTA 1.2	R= 1.26078	D= .113497
N= 5	DELTA 1.15	R= 1.31381	D= .104788
N= 5	DELTA 1.1	R= 1.36932	D= .963454E-01
N= 5	DELTA 1.05	R= 1.42764	D= .881866E-01
N= 5	DELTA 1	R= 1.4891	D= .803279E-01
N= 5	DELTA .95	R= 1.55406	D= .727853E-01
N= 5	DELTA .9	R= 1.62289	D= .655753E-01
N= 5	DELTA .85	R= 1.69592	D= .058722
N= 5	DELTA .8	R= 1.77331	D= .522692E-01
N= 5	DELTA .75	R= 1.85489	D= .463037E-01
N= 5	DELTA .7	R= 1.93977	D= .410064E-01
N= 5	DELTA .65	R= 2.0258	D= .367429E-01
N= 5	DELTA .6	R= 2.10888	D= .342122E-01
N= 5	DELTA .55	R= 2.18221	D= .346764E-01
N= 5	DELTA .5	R= 2.2356	D= .402774E-01

N= 7	DELTA 1.3	R= 1.16104	D= .131628
N= 7	DELTA 1.25	R= 1.20995	D= .122451
N= 7	DELTA 1.2	R= 1.26078	D= .113497
N= 7	DELTA 1.15	R= 1.31381	D= .104788

N= 7	DELTA 1.1	R= 1.36932	D= .963453E-01
N= 7	DELTA 1.05	R= 1.42765	D= .881862E-01
N= 7	DELTA 1	R= 1.48913	D= .803264E-01
N= 7	DELTA .95	R= 1.55415	D= .727803E-01
N= 7	DELTA .9	R= 1.62316	D= .655593E-01
N= 7	DELTA .85	R= 1.69666	D= .586757E-01
N= 7	DELTA .8	R= 1.77524	D= .052139
N= 7	DELTA .75	R= 1.85958	D= .459585E-01
N= 7	DELTA .7	R= 1.95048	D= .401432E-01
N= 7	DELTA .65	R= 2.04886	D= .347058E-01
N= 7	DELTA .6	R= 2.15561	D= .029673
N= 7	DELTA .55	R= 2.2712	D= .251273E-01
N= 7	DELTA .5	R= 2.39451	D= .213283E-01
N= 7	DELTA .45	R= 2.52042	D= .190264E-01
N= 7	DELTA .4	R= 2.63561	D= .201583E-01
N= 7	DELTA .35	R= 2.71339	D= .291561E-01
N= 7	DELTA .3	R= 2.71049	D= .054984
=====			
N= 15	DELTA .5	R= 2.40401	D= .206565E-01
N= 15	DELTA .48	R= 2.46	D= .01905
N= 15	DELTA .46	R= 2.51856	D= .175071E-01
N= 15	DELTA .44	R= 2.57991	D= .160278E-01
N= 15	DELTA .42	R= 2.64432	D= .146124E-01
N= 15	DELTA .4	R= 2.71208	D= .132613E-01
N= 15	DELTA .38	R= 2.78352	D= .119748E-01
N= 15	DELTA .36	R= 2.85904	D= .107529E-01
N= 15	DELTA .34	R= 2.9391	D= .959626E-02
N= 15	DELTA .32	R= 3.02421	D= .850568E-02
N= 15	DELTA .3	R= 3.11498	D= .748405E-02
N= 15	DELTA .28	R= 3.21196	D= .654186E-02
N= 15	DELTA .26	R= 3.31548	D= .571291E-02
N= 15	DELTA .24	R= 3.42505	D= .509712E-02
N= 15	DELTA .22	R= 3.53813	D= .496599E-02
N= 15	DELTA .2	R= 3.6479	D= .599514E-02
N= 15	DELTA .18	R= 3.73998	D= .971656E-02
N= 15	DELTA .16	R= 3.78863	D= .132968E-01
=====			
N= 31	DELTA .2	R= 3.69049	D= .332885E-02
N= 31	DELTA .19	R= 3.76368	D= .300465E-02
N= 31	DELTA .18	R= 3.8409	D= .269704E-02
N= 31	DELTA .17	R= 3.92261	D= .240612E-02
N= 31	DELTA .16	R= 4.00933	D= .213206E-02
N= 31	DELTA .15	R= 4.1017	D= .187594E-02
N= 31	DELTA .14	R= 4.20033	D= .164254E-02
N= 31	DELTA .13	R= 4.30576	D= .14488E-02
N= 31	DELTA .12	R= 4.4179	D= .135128E-02
N= 31	DELTA .11	R= 4.53472	D= .152134E-02
N= 31	DELTA .1	R= 4.64991	D= .242905E-02
N= 31	DELTA .09	R= 4.74842	D= .524257E-02
N= 31	DELTA .08	R= 4.80101	D= .125877E-01
N= 31	DELTA .07	R= 4.75952	D= .297913E-01
=====			

QUANTIFICATION UNIFORME POUR LA LOI DE RAYLEIGH



#####: 60 ###
 #
 # RESULTATS DE LA QUANTIFICATION UNIFORME POUR LA LOI GAMMA N(PAIR)
 #
 #####

N= 4	DELTA= 2.4	R= 1.24895	D= .852949
N= 4	DELTA= 2.3	R= 1.26888	D= .781434
N= 4	DELTA= 2.2	R= 1.29032	D= .714587
N= 4	DELTA= 2.1	R= 1.31336	D= .652464
N= 4	DELTA= 2	R= 1.33811	D= .595135
N= 4	DELTA= 1.9	R= 1.36465	D= .542691
N= 4	DELTA= 1.8	R= 1.3931	D= .495246
N= 4	DELTA= 1.7	R= 1.42354	D= .45294
N= 4	DELTA= 1.6	R= 1.45607	D= .415944
N= 4	DELTA= 1.5	R= 1.49077	D= .38447
N= 4	DELTA= 1.4	R= 1.52769	D= .358774
N= 4	DELTA= 1.3	R= 1.56687	D= .339166
N= 4	DELTA= 1.2	R= 1.6083	D= .32602
N= 4	DELTA= 1.1	R= 1.65192	D= .319791
N= 4	DELTA= 1	R= 1.69757	D= .321025
N= 4	DELTA= .9	R= 1.74496	D= .33038
N= 4	DELTA= .8	R= 1.7936	D= .348655
N= 4	DELTA= .7	R= 1.84267	D= .376816

=====

N= 6	DELTA= 2.6	R= 1.22675	D= .995105
N= 6	DELTA= 2.5	R= 1.24635	D= .911977
N= 6	DELTA= 2.4	R= 1.26769	D= .833086
N= 6	DELTA= 2.3	R= 1.29094	D= .758415
N= 6	DELTA= 2.2	R= 1.31627	D= .687954
N= 6	DELTA= 2.1	R= 1.34387	D= .621701
N= 6	DELTA= 2	R= 1.37395	D= .55967
N= 6	DELTA= 1.9	R= 1.40675	D= .501887
N= 6	DELTA= 1.8	R= 1.44252	D= .448409
N= 6	DELTA= 1.7	R= 1.48133	D= .399295
N= 6	DELTA= 1.6	R= 1.52405	D= .35468
N= 6	DELTA= 1.5	R= 1.57041	D= .314721
N= 6	DELTA= 1.4	R= 1.62091	D= .279645
N= 6	DELTA= 1.3	R= 1.67586	D= .249763
N= 6	DELTA= 1.2	R= 1.73559	D= .225492
N= 6	DELTA= 1.1	R= 1.80035	D= .20739
N= 6	DELTA= 1	R= 1.87034	D= .196201
N= 6	DELTA= .9	R= 1.94561	D= .192911
N= 6	DELTA= .8	R= 2.02597	D= .198829
N= 6	DELTA= .7	R= 2.11078	D= .215696

=====

N= 8	DELTA= 2.5	R= 1.24782	D= .910418
N= 8	DELTA= 2.4	R= 1.26959	D= .831077
N= 8	DELTA= 2.3	R= 1.29337	D= .755839
N= 8	DELTA= 2.2	R= 1.31939	D= .684665
N= 8	DELTA= 2.1	R= 1.34788	D= .617519
N= 8	DELTA= 2	R= 1.37909	D= .554369
N= 8	DELTA= 1.9	R= 1.41335	D= .495191
N= 8	DELTA= 1.8	R= 1.45097	D= .439971
N= 8	DELTA= 1.7	R= 1.49233	D= .388711
N= 8	DELTA= 1.6	R= 1.53787	D= .341488
N= 8	DELTA= 1.5	R= 1.58807	D= .29821
N= 8	DELTA= 1.4	R= 1.64346	D= .259137
N= 8	DELTA= 1.3	R= 1.70462	D= .224396
N= 8	DELTA= 1.2	R= 1.77222	D= .194263

N= 8	DELTA= 1.1	R= 1.84695	D= .169158
N= 8	DELTA= 1	R= 1.9295	D= .149701
N= 8	DELTA= .9	R= 2.02056	D= .136808
N= 8	DELTA= .8	R= 2.12065	D= .131811
N= 8	DELTA= .7	R= 2.22995	D= .136656
N= 8	DELTA= .6	R= 2.34788	D= .154188

N= 12	DELTA= 2.3	R= 1.29366	D= .755598
N= 12	DELTA= 2.2	R= 1.31982	D= .684293
N= 12	DELTA= 2.1	R= 1.34849	D= .616957
N= 12	DELTA= 2	R= 1.37998	D= .553538
N= 12	DELTA= 1.9	R= 1..41461	D= .49398
N= 12	DELTA= 1.8	R= 1.45277	D= .438229
N= 12	DELTA= 1.7	R= 1.4949	D= .386232
N= 12	DELTA= 1.6	R= 1.54152	D= .337936
N= 12	DELTA= 1.5	R= 1.59325	D= .293299
N= 12	DELTA= 1.4	R= 1.65081	D= .252289
N= 12	DELTA= 1.3	R= 1.71505	D= .214896
N= 12	DELTA= 1.2	R= 1.78702	D= .181151
N= 12	DELTA= 1.1	R= 1.86792	D= .151154
N= 12	DELTA= 1	R= 1.95924	D= .125123
N= 12	DELTA= .9	R= 2.06268	D= .10348
N= 12	DELTA= .8	R= 2.18024	D= .869925E-01
N= 12	DELTA= .7	R= 2.31407	D= .770342E-01
N= 12	DELTA= .6	R= 2.46625	D= .760243E-01
N= 12	DELTA= .5	R= 2.63799	D= .882241E-01
=====			
N= 16	DELTA= .9	R= 2.07002	D= .097471
N= 16	DELTA= .85	R= 2.12909	D= .868691E-01
N= 16	DELTA= .8	R= 2.1926	D= .772712E-01
N= 16	DELTA= .75	R= 2.26102	D= .068772
N= 16	DELTA= .7	R= 2.33486	D= .615113E-01
N= 16	DELTA= .65	R= 2.41468	D= .556943E-01
N= 16	DELTA= .6	R= 2.50109	D= .516206E-01
N= 16	DELTA= .55	R= 2.5947	D= .497265E-01
N= 16	DELTA= .5	R= 2.69608	D= .506473E-01
N= 16	DELTA= .45	R= 2.8057	D= .553092E-01
=====			
N= 20	DELTA= .7	R= 2.34027	D= .574045E-01
N= 20	DELTA= .65	R= 2.42233	D= .500268E-01
N= 20	DELTA= .6	R= 2.51188	D= .438441E-01
N= 20	DELTA= .55	R= 2.60991	D= .391202E-01
N= 20	DELTA= .5	R= 2.7175	D= .362775E-01
N= 20	DELTA= .45	R= 2.83579	D= .359912E-01
N= 20	DELTA= .4	R= 2.96585	D= .393411E-01
=====			
N= 26	DELTA= .55	R= 2.61637	D= .345645E-01
N= 26	DELTA= .5	R= 2.72755	D= .293991E-01
N= 26	DELTA= .45	R= 2.85141	D= .256998E-01
N= 26	DELTA= .4	R= 2.99008	D= .240951E-01
N= 26	DELTA= .35	R= 3.14591	D= .257391E-01
=====			
N= 32	DELTA= .7	R= 2.3422	D= .560314E-01
N= 32	DELTA= .65	R= 2..4254	D= .047821
N= 32	DELTA= .6	R= 2.51679	D= .403485E-01
N= 32	DELTA= .55	R= 2.61773	D= .336389E-01
N= 32	DELTA= .5	R= 2.72998	D= .277563E-01
N= 32	DELTA= .45	R= 2.85571	D= .228457E-01
N= 32	DELTA= .4	R= 2.99768	D= .192197E-01
N= 32	DELTA= .35	R= 3.15931	D= .175409E-01
N= 32	DELTA= .3	R= 3.34461	D= .192082E-01
=====			

 #
 # QUANTIFICATION UNIFORME POUR LA LOI GAMMA (N:IMPAI)
 #
 #####

N= 3	DELTA= 3.7	R= .452078	D= .461869
N= 3	DELTA= 3.6	R= .470546	D= .449237
N= 3	DELTA= 3.5	R= .489748	D= .436673
N= 3	DELTA= 3.4	R= .509713	D= .424216
N= 3	DELTA= 3.3	R= .530467	D= .411913
N= 3	DELTA= 3.2	R= .55204	D= .399813
N= 3	DELTA= 3.1	R= .574461	D= .387971
N= 3	DELTA= 3	R= .597759	D= .376449
N= 3	DELTA= 2.9	R= .621965	D= .365313
N= 3	DELTA= 2.8	R= .647109	D= .354636
N= 3	DELTA= 2.7	R= .673223	D= .344501
N= 3	DELTA= 2.6	R= .700337	D= .334996
N= 3	DELTA= 2.5	R= .728483	D= .326219
N= 3	DELTA= 2.4	R= .757692	D= .318278
N= 3	DELTA= 2.3	R= .787992	D= .311292
N= 3	DELTA= 2.2	R= .819413	D= .305389
N= 3	DELTA= 2.1	R= .8851981	D= .300713
N= 3	DELTA= 2	R= .885722	D= .297421
N= 3	DELTA= 1.9	R= .920656	D= .295685
N= 3	DELTA= 1.8	R= .956799	D= .295695
N= 3	DELTA= 1.7	R= .994161	D= .297657

N= 5	DELTA= 2.7	R= .716535	D= .298858
N= 5	DELTA= 2.6	R= .749179	D= .284261
N= 5	DELTA= 2.5	R= .783545	D= .26989
N= 5	DELTA= 2.4	R= .819746	D= .25582
N= 5	DELTA= 2.3	R= .857905	D= .242131
N= 5	DELTA= 2.2	R= .898152	D= .228923
N= 5	DELTA= 2.1	R= .940626	D= .216309
N= 5	DELTA= 2	R= .985475	D= .204421
N= 5	DELTA= 1.9	R= 1.03286	D= .193418
N= 5	DELTA= 1.8	R= 1.08293	D= .183487
N= 5	DELTA= 1.7	R= 1.13588	D= .174847
N= 5	DELTA= 1.6	R= 1.19186	D= .167764
N= 5	DELTA= 1.5	R= 1.25105	D= .162556
N= 5	DELTA= 1.4	R= 1.31361	D= .159602
N= 5	DELTA= 1.3	R= 1.3797	D= .159363
N= 5	DELTA= 1.2	R= 1.44941	D= .162398
N= 5	DELTA= 1.1	R= 1.52282	D= .169388
N= 5	DELTA= 1	R= 1.59986	D= .181165

N= 7	DELTA= 2.8	R= .688078	D= .310773
N= 7	DELTA= 2.7	R= .719701	D= .295364
N= 7	DELTA= 2.6	R= .753076	D= .279984
N= 7	DELTA= 2.5	R= .788341	D= .264668
N= 7	DELTA= 2.4	R= .825644	D= .249459
N= 7	DELTA= 2.3	R= .865155	D= .234401
N= 7	DELTA= 2.2	R= .907059	D= .21955
N= 7	DELTA= 2.1	R= .951565	D= .204968
N= 7	DELTA= 2	R= .998902	D= .19073
N= 7	DELTA= 1.9	R= 1.04933	D= .176929
N= 7	DELTA= 1.8	R= 1.10313	D= .163674
N= 7	DELTA= 1.7	R= 1.16062	D= .151104
N= 7	DELTA= 1.6	R= 1.22216	D= .139392
N= 7	DELTA= 1.5	R= 1.28812	D= .128759
N= 7	DELTA= 1.4	R= 1.35894	D= .119486
N= 7	DELTA= 1.3	R= 1.43504	D= .111939
N= 7	DELTA= 1.2	R= 1.51691	D= .106599
N= 7	DELTA= 1.1	R= 1.60502	D= .104097
N= 7	DELTA= 1	R= 1.69979	D= .105274
N= 7	DELTA= .9	R= 1.80158	D= .111254
N= 7	DELTA= .8	R= 1.91051	D= .123554

N= 9	DELTA= 2.6	R= .753406	D= .279681
N= 9	DELTA= 2.5	R= .788789	D= .264238
N= 9	DELTA= 2.4	R= .826252	D= .248859
N= 9	DELTA= 2.3	R= .865976	D= .233575
N= 9	DELTA= 2.2	R= .908165	D= .218425
N= 9	DELTA= 2.1	R= .953051	D= .20345
N= 9	DELTA= 2	R= 1.0009	D= .188697
N= 9	DELTA= 1.9	R= 1.052	D= .174222
N= 9	DELTA= 1.8	R= 1.10671	D= .160089
N= 9	DELTA= 1.7	R= 1.16541	D= .146379
N= 9	DELTA= 1.6	R= 1.22856	D= .133192
N= 9	DELTA= 1.5	R= 1.29666	D= .120658
N= 9	DELTA= 1.4	R= 1.37032	D= .108948
N= 9	DELTA= 1.3	R= 1.45021	D= .982947E-01
N= 9	DELTA= 1.2	R= 1.53709	D= .890205E-01
N= 9	DELTA= 1.1	R= 1.63183	D= .815793E-01
N= 9	DELTA= 1	R= 1.73535	D= .766197E-01
N= 9	DELTA= .9	R= 1.84863	D= .750812E-01
N= 9	DELTA= .8	R= 1.97259	D= .783381E-01
N= 9	DELTA= .7	R= 2.10793	D= .884229E-01

N= 15	DELTA= 1.3	R= 1.4562	D= .928702E-01
N= 15	DELTA= 1.25	R= 1.50005	D= .868801E-01
N= 15	DELTA= 1.2	R= 1.54607	D= .810502E-01
N= 15	DELTA= 1.15	R= 1.59441	D= .753959E-01
N= 15	DELTA= 1.1	R= 1.64529	D= .699366E-01
N= 15	DELTA= 1.05	R= 1.69892	D= .646965E-01
N= 15	DELTA= 1	R= 1.75555	D= .597069E-01
N= 15	DELTA= .95	R= 1.81548	D= .550086E-01
N= 15	DELTA= .9	R= 1.879	D= .506557E-01
N= 15	DELTA= .85	R= 1.94646	D= .467212E-01
N= 15	DELTA= .8	R= 2.01826	D= .433037E-01
N= 15	DELTA= .75	R= 2.09483	D= .405385E-01
N= 15	DELTA= .7	R= 2.17662	D= .386118E-01
N= 15	DELTA= .65	R= 2.26415	D= .377815E-01
N= 15	DELTA= .6	R= 2.35792	D= .384073E-01
N= 15	DELTA= .55	R= 2.45846	D= .409923E-01
N= 15	DELTA= .5	R= 2.5662	D= .462444E-01

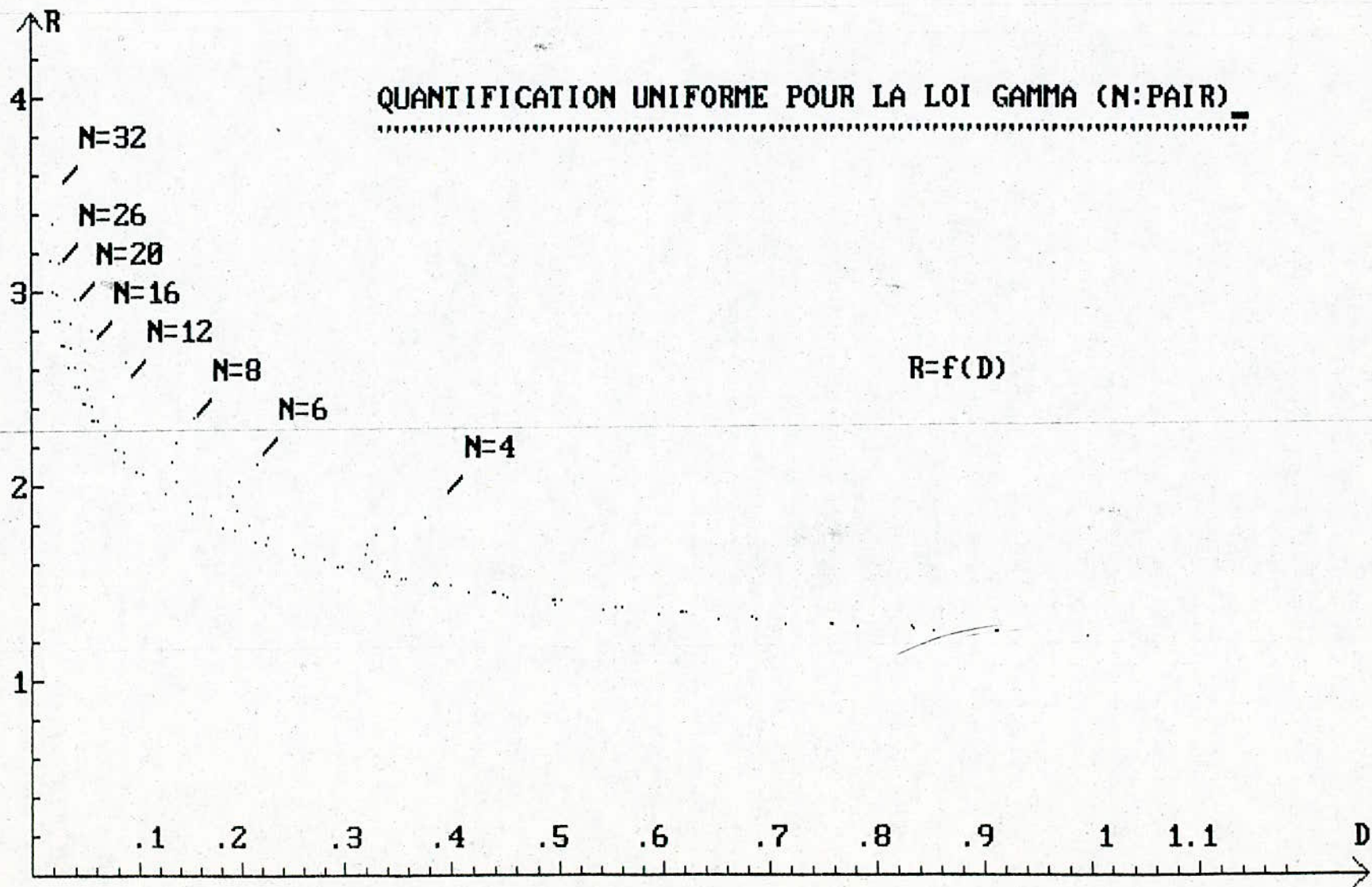
N= 21	DELTA= 1.2	R= 1.54635	D= .808575E-01
N= 21	DELTA= 1.15	R= 1.59482	D= .751018E-01
N= 21	DELTA= 1.1	R= 1.64587	D= .694983E-01
N= 21	DELTA= 1.05	R= 1.69975	D= .640561E-01
N= 21	DELTA= 1	R= 1.75673	D= .587856E-01
N= 21	DELTA= .95	R= 1.81712	D= .536998E-01
N= 21	DELTA= .9	R= 1.8813	D= .048815
N= 21	DELTA= .85	R= 1.94969	D= .441531E-01
N= 21	DELTA= .8	R= 2.02279	D= .397447E-01
N= 21	DELTA= .75	R= 2.10116	D= .356343E-01
N= 21	DELTA= .7	R= 2.18549	D= .318884E-01
N= 21	DELTA= .65	R= 2.27655	D= .286085E-01
N= 21	DELTA= .6	R= 2.37526	D= .259529E-01
N= 21	DELTA= .55	R= 2.48267	D= .241702E-01
N= 21	DELTA= .5	R= 2.59998	D= .236562E-01
N= 21	DELTA= .45	R= 2.72849	D= .250452E-01
N= 21	DELTA= .4	R= 2.86952	D= .293613E-01

N= 27	DELTA= .95	R= 1.81722	D= .536555E-01
N= 27	DELTA= .9	R= 1.88147	D= .487226E-01
N= 27	DELTA= .85	R= 1.94998	D= .439772E-01
N= 27	DELTA= .8	R= 2.02326	D= .394314E-01
N= 27	DELTA= .75	R= 2.10192	D= .351014E-01
N= 27	DELTA= .7	R= 2.18671	D= .310103E-01
N= 27	DELTA= .65	R= 2.2785	D= .027194
N= 27	DELTA= .6	R= 2.37838	D= .237116E-01
N= 27	DELTA= .55	R= 2.48764	D= .206643E-01
N= 27	DELTA= .5	R= 2.6079	D= .182309E-01
N= 27	DELTA= .45	R= 2.74107	D= .167335E-01
N= 27	DELTA= .4	R= 2.88945	D= .167602E-01
N= 27	DELTA= .3	R= 3.24222	D= .266701E-01

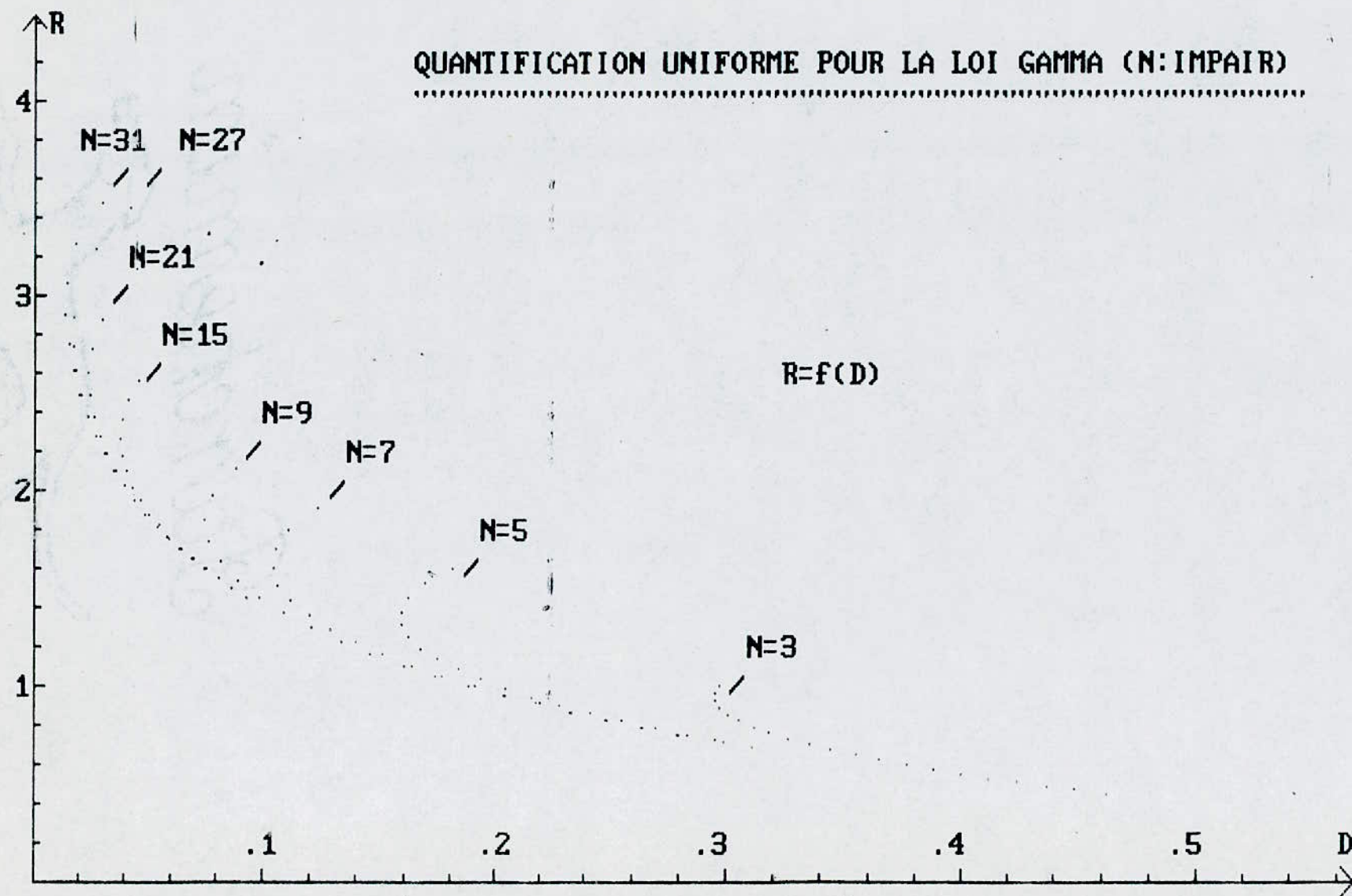
N= 31	DELTA= .8	R= 2.02329	D= .394228E-01
N= 31	DELTA= .75	R= 2.102	D= .350714E-01
N= 31	DELTA= .7	R= 2.18685	D= .309852E-01
N= 31	DELTA= .65	R= 2.27876	D= .270335E-01
N= 31	DELTA= .6	R= 2.37885	D= .233977E-01
N= 31	DELTA= .55	R= 2.48851	D= .200816E-01
N= 31	DELTA= .5	R= 2.60944	D= .171851E-01
N= 31	DELTA= .45	R= 2.74383	D= .149001E-01
N= 31	DELTA= .4	R= 2.89437	D= .136043E-01
N= 31	DELTA= .35	R= 3.06436	D= .140551E-01
N= 31	DELTA= .3	R= 3.25761	D= .177896E-01
N= 31	DELTA= .25	R= 3.4778	D= .279676E-01

=====

QUANTIFICATION UNIFORME POUR LA LOI GAMMA (N:PAIR)



QUANTIFICATION UNIFORME POUR LA LOI GAMMA (N:IMPAIR)



Interpretation des courbes $R = f(D)$ de la quantification uniforme.

On a représenté pour chaque loi de probabilité la caractéristique $R = f(D)$ d'un quantificateur optimal pour différentes valeurs de N .

plusieurs remarques peuvent être tirées à partir de ces courbes:-

- Quelque soit la loi utilisée et pour un nombre de niveaux N pair, le taux d'entropie R est toujours supérieur à 1 (*), par contre dans le cas où N est impair, R peut être inférieur à 1.
- Pour un nombre de niveaux N élevé, un quantificateur à N niveaux pair est aussi performant qu'un quantificateur à N niveaux impair comme nous allons le voir ultérieurement.
- Pour un même quantificateur, il est possible d'obtenir une distorsion et un taux d'entropie fixe pour des niveaux différents,

Prenons comme exemple la loi Gamma.

- $\begin{cases} R = 1.594 \\ D = 0.075 \end{cases}$ pour $N = 15$ et $N = 21$
- $\begin{cases} R = 2.42 \\ D = 0.05 \end{cases}$ pour $N = 20$ et $N = 32$.

(*) NOTE :

On peut démontrer que pour une loi symétrique et un nombre N pair de niveaux que l'entropie R est toujours supérieur ou égale à l'unité

Pour des raisons de simplicités, il est donc préférable de réaliser un quantificateur à 15 niveaux au lieu de 21, ou bien un quantificateur à 20 niveaux au lieu de 32.

- l'enveloppe de toutes les caractéristiques $R = f(D)$ pour différentes valeurs de N représente la courbe de performance d'un quantificateur optimal.

Ainsi pour n'importe quelle valeur de R donnée, on peut déterminer la distorsion optimale correspondante et vice-versa.

- Pour avoir un quantificateur à faible distorsion, il faut utiliser un nombre de niveaux N élevé. Par contre pour un nombre N petit la distorsion est grande.

On a donc un compromis entre nombre N élevé de niveaux et une grande distorsion.

- Connaissant le nombre de niveaux N , on peut déterminer de la relation $N = 2^m$ le nombre de bits " m " nécessaire pour coder un mot ou une information d'une source. [11]

 *
 * RESULTATS DE LA QUANTIFICATION NON UNIFORME POUR LA LOI NORM
 *

N	SEUILS X(I)	NIVEAUX Y(I)
2	X(1)=0.00000 D=0.363380	Y(1)=0.79788 R=1.00000
4	X(1)=0.00000 X(2)=0.98160 D=0.117482	Y(1)=0.45278 Y(2)=1.51042 R=1.91110
8	X(1)=0.00000 X(2)=0.50055 X(3)=1.04995 X(4)=1.74790 D=0.034547	Y(1)=0.24509 Y(2)=0.75601 Y(3)=1.34390 Y(4)=2.15190 R=2.82487
16	X(1)=0.00000 X(2)=0.25823 X(3)=0.52244 X(4)=0.79963 X(5)=1.09944 X(6)=1.43738 X(7)=1.84392 X(8)=2.40154 D=0.009501	Y(1)=0.12839 Y(2)=0.38806 Y(3)=0.65681 Y(4)=0.94246 Y(5)=1.25642 Y(6)=1.61834 Y(7)=2.06951 Y(8)=2.73857 R=3.76516
32	X(1)=0.00000 X(2)=0.13202 X(3)=0.26483 X(4)=0.39920 X(5)=0.53602 X(6)=0.67625 X(7)=0.82108 X(8)=0.97196 X(9)=1.13065 X(10)=1.29950 X(11)=1.48172 X(12)=1.68211 X(13)=1.90829 X(14)=2.17352 X(15)=2.50477 X(16)=2.97586 D=0.002504	Y(1)=0.65904 Y(2)=0.19813 Y(3)=0.33153 Y(4)=0.46688 Y(5)=0.60516 Y(6)=0.74735 Y(7)=0.89481 Y(8)=1.04911 Y(9)=1.21219 Y(10)=1.38680 Y(11)=1.57665 Y(12)=1.78758 Y(13)=2.01901 Y(14)=2.31805 Y(15)=2.69149 Y(16)=3.26024 R=4.72956

 *
 * RESULTATS DE LA QUANTIFICATION NON UNIFORME POUR LA LOI DE RAYLE
 *

N	SEUILS X(I)	NIVEAUX Y(I)
	X(1)=0.00000	Y(1)=0.82920
2	X(2)=1.37478 D=0.146293	Y(2)=1.92037 R=0.96394
4	X(1)=0.00000 X(2)=0.82183 X(3)=1.41952 X(4)=2.12689 D=0.044700	Y(1)=0.52927 Y(2)=1.11440 Y(3)=1.72464 Y(4)=2.52914 R=1.31167
8	X(1)=0.00000 X(2)=0.49913 X(3)=0.82504 X(4)=1.13509 X(5)=1.45311 X(6)=1.79991 X(7)=2.20801 X(8)=2.75924 D=0.012611	Y(1)=0.32859 Y(2)=0.66966 Y(3)=0.98042 Y(4)=1.28975 Y(5)=1.61646 Y(6)=1.98336 Y(7)=2.43267 Y(8)=3.08580 R=2.83311
16	X(1)=0.00000 X(2)=0.30189 X(3)=0.49217 X(4)=0.66395 X(5)=0.82740 X(6)=0.98734 X(7)=1.14696 X(8)=1.30892 X(9)=1.47582 X(10)=1.65053 X(11)=1.83666 X(12)=2.03925 X(13)=2.26591 X(14)=2.52977 X(15)=2.85751 X(16)=3.32235 D=0.003373	Y(1)=0.20033 Y(2)=0.40345 Y(3)=0.58089 Y(4)=0.74701 Y(5)=0.90780 Y(6)=1.06688 Y(7)=1.22704 Y(8)=1.39081 Y(9)=1.56083 Y(10)=1.74022 Y(11)=1.93309 Y(12)=2.14540 Y(13)=2.38641 Y(14)=2.67313 Y(15)=3.04188 Y(16)=3.60282 R=3.79357
	X(1)=0.00000 X(2)=0.18104 X(3)=0.29373 X(4)=0.39373 X(5)=0.48680 X(6)=0.57547 X(7)=0.66117 X(8)=0.74481 X(9)=0.82703 X(10)=0.90838 X(11)=0.98934 X(12)=1.07030 X(13)=1.15155 X(14)=1.23339 X(15)=1.31620 X(16)=1.40033 X(17)=1.48612 X(18)=1.57401 X(19)=1.66444	Y(1)=0.12049 Y(2)=0.24158 Y(3)=0.34588 Y(4)=0.44158 Y(5)=0.53201 Y(6)=0.61893 Y(7)=0.70340 Y(8)=0.78621 Y(9)=0.86785 Y(10)=0.94891 Y(11)=1.02977 Y(12)=1.11083 Y(13)=1.19227 Y(14)=1.27450 Y(15)=1.35790 Y(16)=1.44276 Y(17)=1.52946 Y(18)=1.61854 Y(19)=1.71000

X(21)=1.85497
X(22)=1.95633
X(23)=2.06288
X(24)=2.17577
X(25)=2.29647
X(26)=2.42694

Y(21)=1.9044
Y(22)=2.0081
Y(23)=2.1175
Y(24)=2.2339
Y(25)=2.3589
Y(26)=2.4949

X(27)=2.56991
X(28)=2.72967
X(29)=2.91288
X(30)=3.13085
X(31)=3.40663
X(32)=4.04413

Y(27)=2.6449
Y(28)=2.8144
Y(29)=3.0113
Y(30)=3.2503
Y(31)=3.5628
Y(32)=3.8035

32

D=0.000874

R=4.77280

N	SEUILS X(I)	NIVEAUX Y(I)
4	X(1)=0.00000 X(2)=1.26744 D=0.231226	Y(1)=0.31302 Y(2)=2.22186 R=1.58011
6	X(1)=0.00000 X(2)=0.75009 X(3)=2.29758 D=0.116608	Y(1)=0.20949 Y(2)=1.29069 Y(3)=3.30447 R=1.99168
8	X(1)=0.00000 X(2)=0.52682 X(3)=1.47650 X(4)=3.08349 D=0.070052	Y(1)=0.15522 Y(2)=0.89843 Y(3)=2.05458 Y(4)=4.11240 R=2.30946
12	X(1)=0.00000 X(2)=0.32317 X(3)=0.85137 X(4)=1.57154 X(5)=2.59087 X(6)=4.24068 D=0.033296	Y(1)=0.09990 Y(2)=0.54644 Y(3)=1.15630 Y(4)=1.98677 Y(5)=3.19497 Y(6)=5.28638 R=2.78703
16	X(1)=0.00000 X(2)=0.22922 X(3)=0.58923 X(4)=1.04763 X(5)=1.62722 X(6)=2.38074 X(7)=3.42429 X(8)=5.09031 D=0.019356	Y(1)=0.07244 Y(2)=0.38601 Y(3)=0.79246 Y(4)=1.30281 Y(5)=1.95164 Y(6)=2.80984 Y(7)=4.03875 Y(8)=6.14187 R=3.14214
20	X(1)=0.00000 X(2)=0.17553 X(3)=0.44528 X(4)=0.77721 X(5)=1.17702 X(6)=1.66100 X(7)=2.25895 X(8)=3.02594 X(9)=4.07790 X(10)=5.74196 D=0.012624	Y(1)=0.05617 Y(2)=0.29489 Y(3)=0.59567 Y(4)=0.95875 Y(5)=1.39528 Y(6)=1.92667 Y(7)=2.59118 Y(8)=3.46071 Y(9)=4.69509 Y(10)=6.7888 R=3.42651
26	X(1)=0.00000 X(2)=0.12855 X(3)=0.32250 X(4)=0.55467 X(5)=0.82440 X(6)=1.13573 X(7)=1.49628 X(8)=1.91815 X(9)=2.42050 X(10)=3.03456 X(11)=3.81659 X(12)=4.88378 X(13)=6.56503	Y(1)=0.04159 Y(2)=0.21551 Y(3)=0.42948 Y(4)=0.67987 Y(5)=0.96893 Y(6)=1.30253 Y(7)=1.69003 Y(8)=2.14628 Y(9)=2.69472 Y(10)=3.3744 Y(11)=4.2587 Y(12)=5.5087 Y(13)=7.6212

X(1)=0.00000
X(2)=0.10037
X(3)=0.25017
X(4)=0.42673
X(5)=0.62790
X(6)=0.85456
X(7)=1.10925
X(8)=1.39617
X(9)=1.72136
X(10)=2.09343
X(11)=2.52488
X(12)=3.03464
X(13)=3.65418
X(14)=4.44011
X(15)=5.50886
X(16)=7.18386

Y(1)=0.03269
Y(2)=0.16804
Y(3)=0.33230
Y(4)=0.52117
Y(5)=0.73464
Y(6)=0.97449
Y(7)=1.24402
Y(8)=1.54832
Y(9)=1.89441
Y(10)=2.29246
Y(11)=2.75730
Y(12)=3.31199
Y(13)=3.99636
Y(14)=4.88386
Y(15)=6.13386
Y(16)=8.23386

32

D=0.005058

R=4.03989

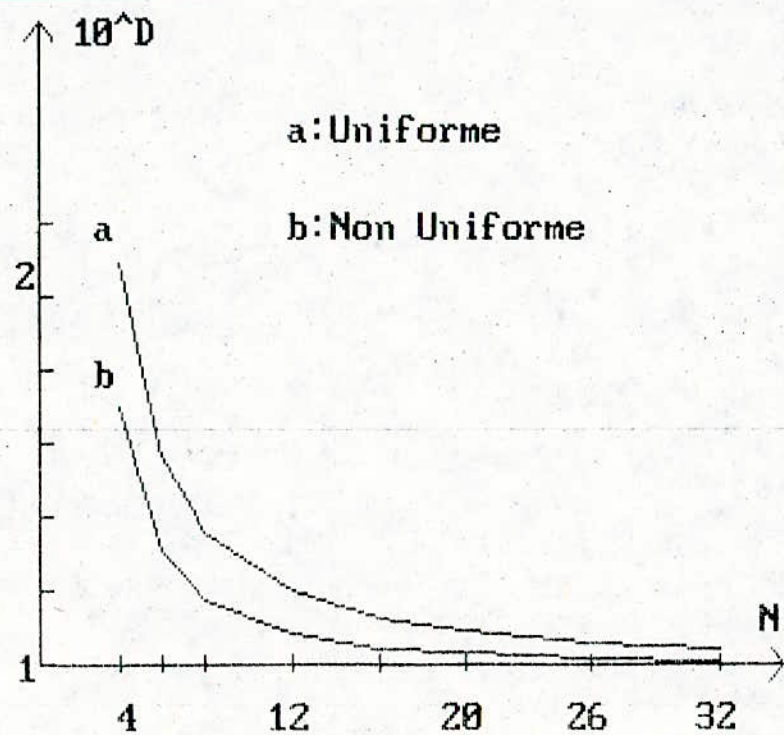
X(1)=0.06300
X(2)=0.20559
X(3)=0.37771
X(4)=0.57531
X(5)=0.79875
X(6)=1.05032
X(7)=1.33391
X(8)=1.65539
X(9)=2.02317
X(10)=2.44954
X(11)=2.95344
X(12)=3.56516
X(13)=4.33860
X(14)=5.38391
X(15)=6.99954

Y(1)=0.00000
Y(2)=0.12600
Y(3)=0.28518
Y(4)=0.47023
Y(5)=0.68039
Y(6)=0.91711
Y(7)=1.18352
Y(8)=1.48430
Y(9)=1.82649
Y(10)=2.2198
Y(11)=2.6792
Y(12)=3.2276
Y(13)=3.9026
Y(14)=4.7745
Y(15)=5.9932

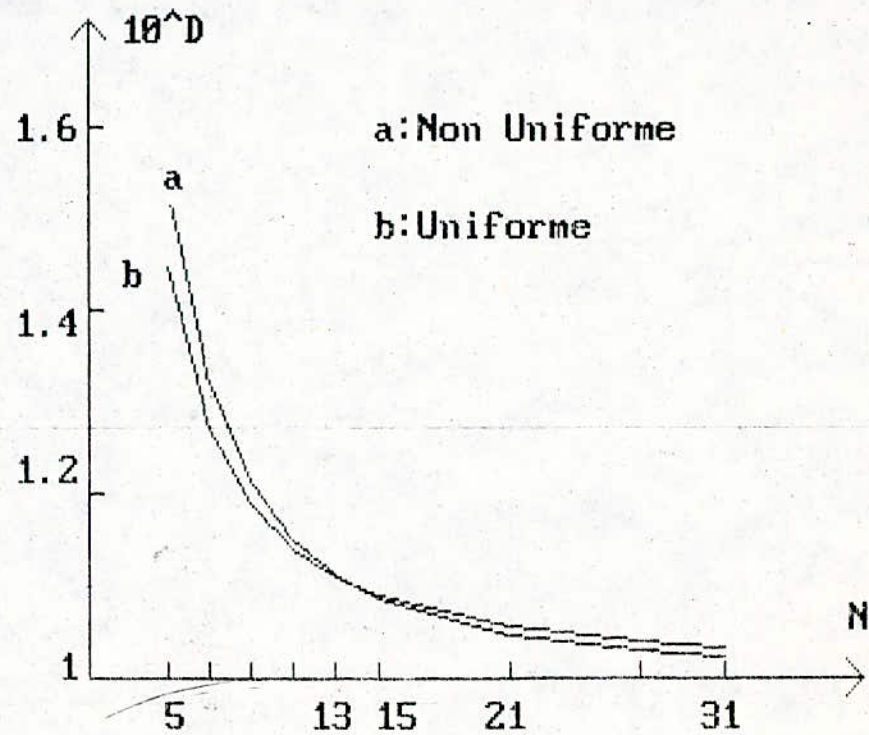
31

D=0.009845

R=3.38085

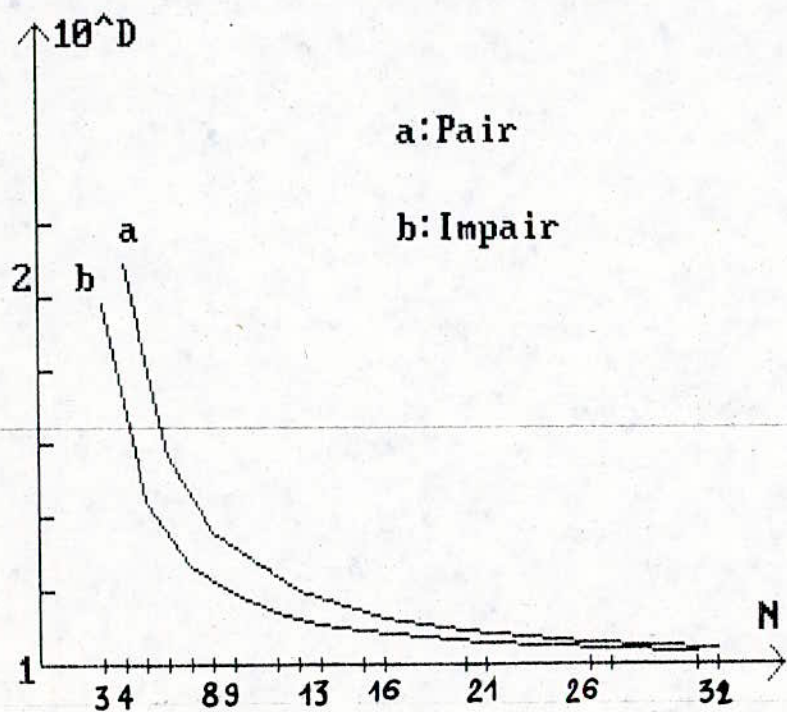


Quantification Uniforme et Non Uniforme de la loi GAMMA (N pair)

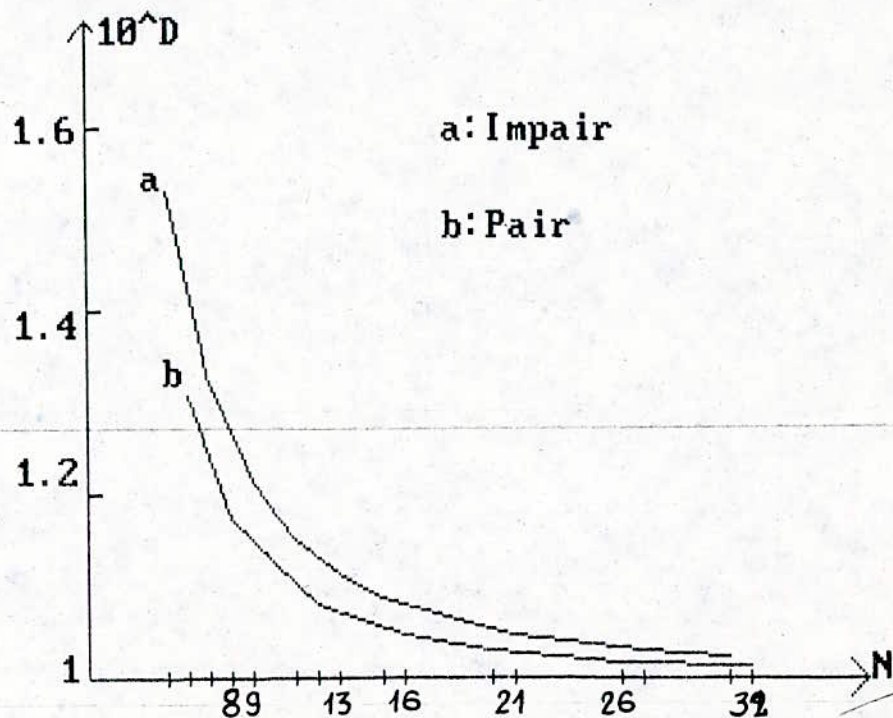


Quantification Uniforme et Non Uniforme de la loi GAMMA (N impair)

Fig 3.2



Quantification Uniforme de la loi
 GAMMA. (N Pair & Impair)



Quantification Non Uniforme de la loi
 GAMMA. (N Pair & Impair)

Fig 3.3

Interpretation des courbes $D = f(N)$ de la $\varphi.U$ et $\varphi.N.U$.

D'après la figure (3.2) on remarque que pour un nombre Pair de niveaux N donné, la quantification non uniforme est plus performante que la quantification uniforme; et on peut confondre les deux lorsque N est élevé.

Par contre pour un nombre impair de niveaux N inférieur à 15, il est préférable d'utiliser la quantification uniforme vu qu'elle présente une distorsion plus faible par rapport à la quantification non uniforme.

Mais pour N supérieur à 15 il faut plutôt utiliser cette dernière.

En observant la figure (3.3), on constate que la quantification uniforme pour un nombre de niveaux N impair est plus performante que pour N pair, de plus, la convergence est nette quand N croît.

En ce qui concerne la quantification non uniforme, il est plus préférable de quantifier avec un N pair.

Notons finalement qu'il y a une convergence rapide des deux courbes quand N devient grand.

Conclusion

L'étude qui a été menée a consisté à déterminer les caractéristiques des quantificateurs uniformes et non uniformes pour les lois de probabilités Normale, Rayleigh et Gamma, et à étudier les performances de ceux-ci en traçant les courbes d'entropie en fonction de la distorsion $R(D)$ ou courbe de performance du quantificateur, et la distorsion en fonction du nombre de niveaux $D(N)$.

Les résultats trouvés sont très comparables avec ceux publiés dans les articles consultés; et les programmes élaborés donnent des résultats satisfaisants, de plus, ils peuvent être facilement adaptés à n'importe quelle autre loi de probabilité.

Le présent travail ne constitue qu'une première étape et peut-être prolongé dans deux sens :

1. Faire augmenter le nombre de niveaux au delà de 32
2. Étudier le cas où le quantificateur n'est pas symétrique.

Nous espérons finalement que cette contribution apportée à ce domaine trouvera une suite, vu l'utilité de la quantification dans le procédé du traitement de l'information.

Bibliographie

1. "Quantizing for minimum distortion"

J. MAX . IEEE transactions on information theory - Mars 1960.

2. "Least squares quantization in PCM."

S.P LLOYD IEEE transaction on information theory - Mars 1982.

3. "Optimum quantizers and permutation codes"

TOBY . BERGER IEEE transaction on information theory - Nov 1972.

4. "Coding Bounds for memoryless analog sources with constrained reproduction alphabets." By. A.CHEKIMA.

PHD thesis R.P.I MAY 1984.

5. "Quantization of RAYLEIGH probability distribution"

W.A. PEARLMAN - G.H. SENGE . IEEE transactions on comm-
-unications , Vol.COM 27 n° 1 Janvier 1979.

6. "Minimum - Mean squared Error quantization in speech. PCM and DPCM systems."

M.D PEAZ - T.H. GLISSON . IEEE transactions on communications
Avril 1972.

7. "Bounds on quantizer performance in the Low Bit-Rate Région"

P.NOR - R.ZELINSKI IEEE transactions on communications . Vol.COM 26 n°: 2
Fevrier 1978.

8. "Quantizers for the Gamma distribution and other symmetrical distributions"

P. KABAL IEEE transactions on acoustics and signal processing

Aout 1984.

9. "A further investigations of MAX's algorithm for optimum quantization"

FU. SHENG LU - G. L. WISE, IEEE transactions on communications

Juillet 1985.

10. "Optimum quantizer performance for a class of non Gaussian memoryless sources"

N. FARVARDIN - J. N. MODESTINO, IEEE transactions on information theory MAY 1984

11. "Principles of quantization"

A. GRESHO IEEE transactions on circuits and systems Juillet 1978.

12. "ANALYSE NUMERIQUE"

F. SCHEID série SCHAUM, édition MCGRAW-HILL Novembre 1985

13. "ELEMENTS - DE - CALCUL - NUMERIQUE"

B. DEMIDOVITCH - I. MARON Edition MIR MOSCOU 1973 .

14. "PROBABILITES . ET . STATISTIQUE cours et problèmes"

MURRAY R. SPIEGEL serie SCHAUM, édition MCGRAW-HILL 1981.

15. "Traitement Numérique du signal. théorie et pratique"

M. BELLANGER, 2^e édition MASSON 1984.