

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE
LABORATOIRE DE RECHERCHE EN ELECTROTECHNIQUE
EQUIPE MACHINES ELECTRIQUES

MEMOIRE DE MAGISTER

Présenté par

BELKADI Mohamed

Ingénieur de l'UMMTO

Intitulé

***CALCUL NUMERIQUE D'UNE MACHINE SYNCHROME A
AIMANTS PERMANENTS A POLES LISSES***

Soutenu publiquement le 21 mars 2004

Jury d'examen

MEKHTOUB Saïd	Maître de Conférences à l'ENP	Président
IBTIOUEN Rachid	Professeur à l'ENP	Rapporteur
TOUHAMI Omar	Professeur à l'ENP	Examineur
TAKORABET Nouredine	Maître de Conférences à l'INPLorraine	Examineur
HADJOUT Larbi	Chargé de cours à l'USTHB	Examineur

Remerciements



Ce travail à été effectué au laboratoire de machines électriques du département de génie-électrique de l'école nationale polytechnique d'Alger, sous la direction de monsieur le Professeur R. IBTIOUEN, auquel je tiens à exprimer toute ma sincère gratitude pour l'effort déployé à mon égard. Ses conseils et recommandations, m'ont été d'un apport capital dans la réalisation de ce travail. En outre, ma formation a beaucoup gagné à travers le contact permanents et les discussions fructueuses que j'ai l'honneur et le plaisir d'avoir avec son humble personne.

Ce travail a été mené à terme au niveau du laboratoire de recherche en électrotechnique et en électronique de Nancy (GREEN), dans le cadre du projet CMEP N° 03 MDU 592. J'ai eu l'honneur de connaître et de côtoyer monsieur le Professeur B. LAPORTE, monsieur N. TAKORABET maître de conférences et S. MEZANI chercheur au GREEN. Pour toute l'aide et l'apport qu'ils m'ont apporté, qu'il me soit permis de leurs exprimer toute ma reconnaissance. Sans oublier aussi d'exprimer mes profonds remerciements à monsieur R. LATEB chercheur au GREEN pour sa totale disponibilité et ses judicieuses suggestions. Que monsieur N. TAKORABET trouve également ma sincère gratitude pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à mon travail par sa participation au jury.

Mes remerciements vont également à monsieur S. MEKHTOUB, maître de conférence à l'ENP, pour avoir accepté de présider le jury d'examen de soutenance. Je le remercie vivement pour ces encouragements et son soutien durant tout mon cursus de magister.

Je ne saurais oublier de remercier monsieur O. TOUHAMI, Professeur à l'ENP pour ses judicieuses et fructueuses discussions et son soutien indéfectible durant mes études de PG. Aussi pour l'honneur qu'il me fait d'accepter de participer au jury.

Que monsieur L. HADJOUT, chargé de cours à l'USTHB pour l'honneur et le plaisir qu'il me fait d'avoir accepté de participer au jury de soutenance.

Ma reconnaissance va également à monsieur S.HADDAD, maître de conférence, Y. BOUTORA et G. KACHENOURA, maîtres assistants à L'UMMTO, pour leur aide et leur soutien durant mon travail.

Mes remerciements sont adressés à tous les enseignants qui ont contribué à ma formation en particulier ceux du département de génie-électrique de l'ENP

J'exprime aussi ma reconnaissance à mes collègues de la PG pour leur soutien et leur sympathie

Enfin, je tiens à remercier tous ceux qui m'ont aidé et soutenu au long de mes études.

Introduction Générale

1

Chapitre I : Généralités sur les machines synchrones à aimants

I. Introduction	4
II. les aimants permanents	4
II. 1. Matériaux ferromagnétiques utilisés au niveau des machines à aimants	4
II. 2. Propriétés des aimants	5
II. 3. Les différents types de matériaux pour aimants	6
II. 3. 1. Ferrites	6
II. 3. 2. Terres rares	6
III. Machines synchrones à aimants permanents	8
III. 1. Différentes structures de machines synchrones à aimants permanents	8
III. 2. Machines synchrones à aimants permanents sans pièces polaires	8
III. 3. Machines synchrones à aimants permanents avec pièces polaires	8
III. 4. Intérêt général des machines synchrones à aimants permanents	10
IV. Ondulation du couple	11
IV. 1. Ondulations dues à la structure de la machine	11
IV. 1. 1. Le couple de détente	11
IV. 2. Influence des formes d'onde de la machine	13
V. Conclusion	13

Références

chapitre II : Modélisation de la structure étudiée et développement de la méthode de résolution utilisée

Introduction	16
I. Modélisation de la machine synchrone à aimants permanents à rotor lisse	16
I. 1. Equations de Maxwell	16
I. 2. Formulation du problème	17
I. 2. 1. Formulation magnétostatique	18
I.2.1.a formulation en potentiel vecteur magnétique	18
I.2.1.b Formulation en potentiel magnétique scalaire	18
I. 2. 2. Conditions aux limites	20
I. 2. 3. Hypothèses et modèle d'étude	21
I. 2. 4. Modélisation des aimants permanents	22
II. Résolution numérique en utilisant la méthode des éléments finis	22
II. 1. Formulation intégrale du modèle magnétostatique	24
II. 2. Méthode des résidus pondérés	24
II. 3. Discrétisation du domaine d'étude	25
II. 4. Discrétisation de la forme intégrale	28
II. 5. Cas d'un problème non linéaire	31

III. Présentation de l'outil de calcul utilisé	32
III. 1. Pré-processeur	32
III. 2. Le processeur	33
III. 3. Le post-processeur	33
IV. Calcul des grandeurs globales	33
IV. 1. Détermination du flux et de la force électromotrice	33
IV. 1. 1. <i>Calcul des flux</i>	33
IV. 1. 2. <i>Méthode de l'invariance géométrique</i>	34
IV. 1. 3. <i>Calcul des forces électromotrices par phase</i>	36
IV. 2. Calcul de l'énergie magnétique dans un élément	36
IV. 3. Calcul du couple développé par la machine	37
IV. 3. 1. <i>Calcul du couple à partir de la puissance électromagnétique</i>	37
IV. 3. 2. <i>Calcul du couple par le tenseur des contraintes de Maxwell</i>	37
IV. 3. 3. <i>Calcul du couple en considérant l'énergie magnétique</i>	38
Conclusion	38
Références	
Chapitre III : Dimensionnement géométrique et analyse des performances de la structure étudiée	
Introduction	41
I. Présentation de la machine étudiée	42
I.1 Caractéristiques de la machine	42
I. 1. 1. <i>Rotor</i>	42
I. 1. 2. <i>Stator</i>	42
I.2 Type d'enroulement de la machine	43
I.3 Paramètres de la machine	44
II. Etude du champ dans l'entrefer	45
II. 1 Induction magnétique à vide	45
II. 1. 1. <i>Influence de l'ouverture des aimants</i>	45
II. 1. 2. <i>Influence de la hauteur des aimants</i>	46
II. 1. 3. <i>Introduction des cales magnétiques au niveau des encoches</i>	47
II. 2. Induction magnétique due aux courants statoriques seuls	48
III. calcul de la fem par phase	49
III.1. Influence du bobinage sur l'allure la fem	49
III.2. Influence de l'ouverture des aimants sur la fem	50
IV. Calcul des différents couples de la machine	51
IV. 1 Couple de détente	51
IV. 1.1. <i>Influence de l'ouverture des aimants sur le couple de détente</i>	52
IV. 1.2. <i>Influence des cales introduites au niveau des encoches</i>	52
IV. 2. Couple d'interaction	53
IV. 3. Couple résultant	54

V. Influence de la saturation sur les performances de la machine	55
V. 1. Effet de la saturation sur le couple résultant	57
VI. Taux d'ondulation du couple résultant	58
VI.1. Influence de l'ouverture des aimants sur le taux d'ondulation du couple	59
VI.2. Influence des cales sur le taux d'ondulations de couple	59
VII. Analyse harmonique de la fem	61
VII. 1. Analyse spectrale de la force électromotrice à vide	61
VII. 2. Influence des cales sur les harmoniques de la fem	62
VII. 3. Taux d'harmoniques de distorsion (THD)	63
VII. 4. Evolution du THD en fonction de l'ouverture des aimants	63
VIII. Influence de la réaction magnétique d'induit (RMI)	64
VIII. 1. Induction magnétique dans l'entrefer pour un courant nominal	65
VIII. 2 Induction magnétique au centre des aimants	65
Conclusion	68
<i>Références</i>	
Conclusion générale	71

Depuis plusieurs années, le domaine de la conversion de l'énergie électrique a été marqué par le développement de l'électronique et de la micro-électronique. Les composants de l'électronique de puissance ont subi une grande évolution et ont vu leurs performances (tenue en tension et en courant, fréquences d'utilisation, rapidité de commutation ...) augmenter fortement. Cette évolution a permis de concevoir des convertisseurs statiques capables d'alimenter en fréquence variable les moteurs à courant alternatifs. De plus, l'arrivée sur le marché des matériaux magnétiques (aimants permanents modernes) dont les caractéristiques se sont améliorées en terme de performance et de prix, a permis l'essor de la machine synchrone. En effet la mise en place des aimants permanents au rotor pour créer le champ inducteur, a permis la suppression des contacts glissants ou des dispositifs à diodes tournantes nécessaires aux rotors bobinés. Ainsi les machines synchrones à aimants sont caractérisées par un couple massique et un couple volumique important par rapport aux machines classiques.

Nous distinguons deux grandes familles de machines synchrones à aimants permanents : Celle à F.e.m trapézoïdales dites BDCM [1-6] et celle à F.e.m sinusoïdales dites PMSM [7-9]. Cependant le choix d'une des deux machines repose sur des critères technico-économiques. En effet, la BDCM est avantageuse par la simplicité de sa commande qui nécessite juste un capteur de position alors que la PMSM nécessite un resolver dont le coût peut être supérieur au coût de la machine elle-même. En contrepartie, malgré les avantages économiques de la BDCM, les PMSM sont mieux indiquées dans les entraînements de précision. En effet, les exigences en performances augmentent et les vibrations d'origine électromagnétique et les ondulations du couple prennent une place croissante dans la plupart des cahiers de charges. L'actionneur doit perturber le moins possible son environnement aux plans acoustique et électromagnétique. Pour réduire ces pulsations, il faut imposer des formes d'ondes de courant adéquates [1, 10, 11]. Pour ce faire une modélisation plus précise du moteur est nécessaire. Les méthodes de modélisation par calcul du champ sont basées sur la résolution des équations du champ électromagnétique obtenues par les différentes formulations spécifiques au modèle de Maxwell et adaptées au type de problème étudié (2D, 3D, avec ou sans saturation ...). Pour la résolution de ces équations, on fait appel souvent à la méthode des éléments finis [1, 2, 12, 13, 14] qui est une méthode robuste qui permet d'aborder des calculs à géométries complexes en tenant compte de la non linéarité des circuits magnétiques.

Dans ce mémoire, nous nous intéressons à l'étude d'une machine à aimants permanents, susceptible de fonctionner en mode BDCM et PMSM et, constituée d'un stator

classique encoché et d'un rotor dont les aimants sont de type $N_d F_c B$ à aimantation radiale et montés en surface.

L'objectif de notre travail est de pré-dimensionner la structure étudiée et de faire une comparaison entre les deux types de machine sus citées (BDCM et PMSM). Notre étude, sous des critères mécaniques et thermiques fixés, est basée sur la méthode des éléments finis pour les équations de la diffusion du champ électromagnétique.

Notre travail comporte trois parties :

Dans la première partie, nous effectuons un rappel sur les caractéristiques générales des matériaux magnétiques et sur les différents types d'aimants. Un classement général des machines cylindriques synchrones à aimants disposés au rotor suivant la structure géométrique du rotor est ensuite entrepris. Ainsi nous distinguons les machines synchrones à aimants à rotor lisses des machines à aimants avec pièces polaires avec ou sans concentration du flux. Une autre classification, basée sur la forme d'onde de la fem, est également effectuée. Nous rappelons les avantages et les inconvénients de la machine excitée par des aimants par rapport à une excitation classique. A la fin du chapitre nous présentons certaines méthodes permettant de réduire les ondulations du couple.

Dans la deuxième partie de notre travail, après avoir effectuer un rappel sur les équations de Maxwell, avec les différentes formulations magnétostatiques sous des hypothèses simplificatrices compatibles avec notre objectif. Nous présentons l'outil de calcul utilisé qui est basé sur la méthode des éléments finis en 2D.

La troisième partie de notre travail est divisée en trois étapes :

- Dans la première étape, nous présentons la structure étudiée et le type de bobinage pour les deux cas (BDCM et PMSM).
- Dans la deuxième étape, nous exploitons la méthode des éléments finis pour effectuer une prédétermination géométrique de la structure étudiée et analyser l'influence de différents paramètres rotoriques sur ses performances.
- Dans la troisième et dernière étape, nous utilisons les paramètres géométriques des aimants optimaux déterminés auparavant pour calculer les performances de la structure étudiée avec et sans prise en compte de la saturation du fer statorique. Nous terminons cette étape et partie par une analyse de l'influence du phénomène de la réaction magnétique d'induit sur les aimants dans le cas d'une BDCM.

Références

- [1] R. IBTIOUEN, "*Contribution au dimensionnement électromagnétique d'une machine synchrone autopilotée à aimants insérés*". Thèse de Doctorat d'Etat, ENP Alger, Avril 1993.
- [2] R. KECHROUD, "*Etude d'une machine à aimants permanents à concentration de flux en fonctionnement autopiloté*", Mémoire de magister, USTHB, Juin 1996.
- [3] L. HADJOUT, "*Analyse des performances électromagnétiques d'une machine synchrone à aimants permanents autopilotée*", Mémoire de Magister, ENP, 1994.
- [4] T.M JAHNS, FELLOW, "*Pulsating torque minimisation technique for magnet A.C motor drive*", IEEE Trans. On Instrumental Electric, Vol. 43 No. 2, April 1996, pp. 321-330.
- [5] H.R. BOLTON, "*Influence of motor design and feed current wave forme on torque ripple in BDCM drives*", IEE Proceeding, Part B., Vol. 131 B, No. 3, 1984.
- [6] K. BOUGHIRARA, "*Analyse des ondulations du couple d'une BDCM à pôles lisses*", Mémoire de magister, USTHB, Juillet 1997.
- [7] M. KANT, "*Actionneur à collecteur à aimants permanents*", TI D3655 D3696.
- [8] M. LAJOIE-MAZENC, S. LEICHTER, "*Etude des machines synchrones à aimants alimentées par convertisseurs statiques fonctionnant en commutation naturelle*", RGE N°3, Mars 1981, pp. 201-208.
- [9] B. NOGAREDE, "*Etudes de moteurs sans encoches à aimants permanents à basse vitesse*", Thèse de Doctorat, INPToulouse, Juin 1990.
- [10] F. COLAMARTINO, "*contribution à l'étude de la commande numérique des machines synchrones à aimants permanents : Minimisation des pulsations du couple – commande sans capteur de position*", Thèse de Doctorat de l'université Paris VI, Décembre 1995.
- [11] S. ASTIER, "*Contribution à la recherche de critères d'adaptation des machines excitées par des aimants permanents à l'alimentation par convertisseurs statiques*", Thèse de Doctorat de l'INPToulouse, Octobre 1979.
- [12] R. KECHROUD "*Contribution à la modélisation des machines électriques par la méthode des éléments finis associée aux multiplicateurs de Lagrange*", Thèse de Doctorat d'Etat en Génie électrique, ENP Alger, Avril 2002.
- [13] Y. BOUTORA, "*Calcul d'une BDCM excitées par des aimants à aimantation parallèle*", Mémoire de magister, UMMTizi-Ouzou, Mai 2000.
- [14] A. De BERNARDINIS, "*Etude et optimisation d'un ensemble alternateur à aimants/ Redresseur commandé. Application à un véhicule hybride*", Thèse de Doctorat de l'INPLorraine, Nancy, France, 19 décembre 2000.

I. Introduction

Plusieurs travaux de recherche concernant aussi bien les aspects purement électromagnétiques [1-3] que le contrôle et la commande de différents types de machines à aimants ont été effectués. Actuellement, ces travaux continuent en particulier dans le domaine des actionneurs embarqués.

Etant donné le nombre important de structures de machines à aimants permanents, nous rappelons les avantages des aimants comparés aux bobinages inducteurs [8] :

- Aucune source d'énergie externe n'est nécessaire (rusticité des aimants).
- Le champ inducteur est maintenu pratiquement constant avec les aimants alors que cela nécessite une régulation dans le cas de bobines inductrices.
- A énergie magnétique égale, le volume occupé par les aimants est plus faible que celui occupé par les bobines inductrices (compacité).

II. Les aimants permanents

II. 1. Matériaux ferromagnétiques utilisés au niveau des machines à aimants

Ce sont :

- Les matériaux ferromagnétiques durs que sont les aimants permanents et ;
- Les matériaux ferromagnétiques doux qui ne présentent pas de propriétés magnétiques qu'en présence d'une excitation extérieure.

Si on place un matériau ferromagnétique dans un champ électromagnétique externe \vec{H} , il se crée une induction magnétique \vec{B} qui est la résultante des polarisations des dipôles magnétiques élémentaires [6,7].

Lorsqu'on supprime le champ \vec{H} , les matériaux ferromagnétiques doux perdent une majeure partie de cette polarisation, par contre pour les aimants, il reste une polarisation résiduelle appelée "*induction rémanente*" \vec{B}_r qui est importante. En effet, les aimants permanents gardent leurs caractéristiques même en présence de champs magnétiques extérieurs antagonistes appelés "*champs magnétiques démagnétisants*".

II. 2. Propriétés des aimants

Les aimants sont principalement caractérisés par le deuxième quadrant du cycle d'hystérésis, appelé "*caractéristique de désaimantation*" [6, 7]. (Fig. I.1)

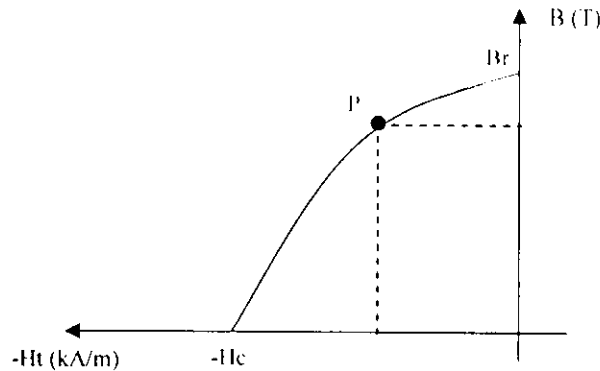


Fig. I.1. Courbe de désaimantation des aimants

Cette courbe nous renseigne sur les principales caractéristiques d'un aimant, à savoir :

- l'induction rémanente B_r , qui indique les performances potentielles des aimants (plus B_r est important, plus l'aimant est performant).
- Le champ coercitif H_c qui est la valeur pour laquelle l'aimant perd ses caractéristiques d'aimantation c'est-à-dire la valeur de désaimantation de l'aimant (plus H_c est grand, plus l'aimant est stable). Un aimant véritablement permanent doit posséder un champ coercitif intense afin de conserver ses propriétés lorsqu'il est soumis à un champ antagoniste extérieur élevé et également résister dans le temps à son propre champ de désaimantation [8].
- Le point de fonctionnement optimal d'un aimant est obtenu pour la valeur maximum du produit (BH) par unité de volume (critère d'HEVERSHED). Le critère d'Hevershed est technico-économique) [3, 5, 9].

Ce sont ces trois dernières grandeurs qui permettent une classification des aimants permanents. Néanmoins suivant l'application envisagée, d'autres critères portant sur les propriétés mécaniques et physico-chimiques en dehors du coût et des difficultés d'usinage sont parfois déterminants dans le choix des matériaux pour aimants.

En effet, la plupart des aimants performants présentent une difficulté d'usinage et l'obtention d'un bon état de surface est onéreuse. De plus, le point de Curie est un facteur qu'il faut prendre en considération. La température limite joue un grand rôle dans la stabilité et les performances des aimants [7].

II. 3. Les différents types de matériaux pour aimants

II. 3. 1. Ferrites

Ce sont les aimants les plus répandus pour les raisons suivantes :

- Matériaux bon marché
- Pas de vieillissement des propriétés magnétiques ;
- Les ferrites sont très stables chimiquement et aucune réoxydation à l'air n'est possible.

Par contre, l'influence de la température sur les ferrites est importante. Quand la température s'élève, l'induction rémanente B_r diminue. En revanche, il gagne en stabilité car son H_c augmente.

II. 3. 2. Terres rares

Ces aimants présentent par rapport aux autres une énergie magnétique et une résistance à la désaimantation (champ coercitif relativement important, supérieur à $7 \cdot 10^5$ A/m). Ainsi, les aimants de type terre rares peuvent conserver leurs aimantations même en présence d'un champ démagnétisant élevé. L'induction rémanente de ce type d'aimants est voisine de 1 T.

Parmi les aimants de type terre rares utilisés au niveau des machines électriques, nous avons :

- Les aimants type Samarium-Cobalt :

Ils ont été mis au point vers 1973. Ce sont des aimants pour lesquels le champ coercitif est particulièrement important. Ils conviennent pour une utilisation sous des températures élevées. On distingue deux structures chimiques : SmCo_5 et $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$ appelés aussi aimants de type 1-5 et 2-17 respectivement.

- Les aimants Néodyme-Fer-Bore :

Ces aimants, dont la structure chimique est $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$, ont été mis au point vers 1983 par le Dr. MATASSO. Ce sont des matériaux à hautes performances [12] mais leurs principaux inconvénients sont d'une part une température limite d'utilisation au niveau des machines

électriques relativement réduite et que d'autre part ils supportent mal la corrosion. Toutefois, ils sont moins coûteux que les aimants de type Samarium-Cobalt qui sont utilisés au niveau des applications où les hautes performances sont recherchées en dehors de l'aspect coût.

Remarque

Nous, nous intéressons à ce type d'aimant parce que la machine que nous nous proposons d'étudier est excitée par des aimants terres rares ($NdFeB$).

Matériaux	Champ coercitif (kA/m)	Induction rémanente (T)	Produit d'énergie (kJ/m^3)	Point de Curie ($^{\circ}\text{C}$)	Prix moyen en DA/kg (2001)
ALNICO	56	1,32	44	87	---
Ferrites	285	0,40	28	450	350
SmCo	700	0,95	160	710	20.000 à 25.000
$NdFeB$	900	1,2	320	320	10.000 à 15.000
Cuivre (à titre de comparaison)	---	---	---	---	200

Tableau I.1 comparaison des différents types d'aimants permanents [8]

Il y a lieu de noter qu'au fur et à mesure que la puissance utile des machines électriques augmente la masse des aimants devient importante et leur prix prépondérant par rapport au prix des machines. On constate alors que les aimants terres rares ne sont économiquement avantageux, pour des applications industrielles, que dans la gamme des faibles et moyennes puissances.

Le critère technico-économique performance/coût est important dans le choix des aimants. Pour les structures à pôles lisses, les aimants de type terre rares sont les plus utilisés.

III. Machines synchrones à aimants permanents

III. 1. Différentes structures de machines synchrones à aimants permanents

Il existe plusieurs manières de classer les machines synchrones à aimants permanents. La plus utilisée est celle qui est basée sur la façon de déposer les aimants et de les associer aux matériaux magnétiques au niveau du rotor. Cette classification permet de mettre en évidence les propriétés spécifiques de chaque type de structure de machine obtenue.

III. 2. Machines synchrones à aimants permanents sans pièces polaires

Les aimants, dans ce type de structures de machines, ayant un champ inducteur pratiquement indépendant des excitations extérieures, se comportent vis-à-vis des ces dernières comme de l'air [17, 19]. Il en résulte une faible inductance synchrone vu que la largeur de l'entrefer est relativement importante comparativement aux machines classiques. La réaction magnétique d'induit serait moindre et ainsi la force électromotrice en charge serait peu différente de la fem à vide (ce que nous allons mettre en évidence au Chapitre III de notre travail).

III. 3. Machines synchrones à aimants permanents avec pièces polaires

Au niveau des structures de machines synchrones à aimants permanents munies de pièces polaires, l'inducteur présente une anisotropie magnétique et dans la plupart des configurations l'inductance transversale L_q est supérieure à l'inductance longitudinale L_d , ce qui n'est pas le cas pour les machines à rotor bobiné (on utilise pour cela le terme de saillance inverse dans le cas des machines synchrones à aimants permanents à pôles saillants) [3].

Une caractéristique importante est à signaler dans ce type de structures de machines synchrones à aimants. Elle est relative à la qualité du couple électromagnétique fourni. Hormis les couples dus à l'interaction des aimants et des courants statoriques et du couple de détente, il existe également un couple dit *réductant* dû à la saillance du rotor qui n'existe pas pour les structures sans pièces polaires. Par conséquent, les ondulations du couple seront plus importantes dans le cas de structures de machines synchrones à aimants munies de pièces polaires [2, 4, 5, 15, 16].

Une autre classification de ces structures de machines, basée sur la forme d'onde de la fem induite par les aimants au stator, est également utilisée. La distribution des bobinages statoriques influe également sur la forme d'onde de la fem. Ainsi, on peut combiner les deux caractéristiques, champ inducteur et distribution des enroulements pour obtenir la forme d'onde de la fem la plus adaptée au type d'alimentation. Les deux formes d'ondes pour les distributions de la fem les plus recherchées sont la fem de type sinusoïdale et celle de type trapézoïdale. [2-5, 13-17, 22, 24].

- Les structures de machines synchrones à aimants permanents ayant une fem trapézoïdale sont dites "*actionneur à courant continu sans balais*" en anglais "*Brushless Direct Current Motor*"; en abrégé BDCM.
- Celles à fem sinusoïdale sont dites "*Permanent Magnet Synchronous Machine*" en abrégé PMSM.

On utilisera pour la suite de notre étude ces deux notations, BDCM et PMSM, pour distinguer ces deux types de machines.

Nous nous intéresserons dans notre travail aux structures de machines synchrones à aimants montés à la surface du rotor sans pièces polaires c'est à dire à pôles lisses. En ce qui concerne ces machines, la forme d'onde de la fem dépend de l'ouverture relative des aimants au niveau de l'entrefer.

Une alimentation en créneaux de courants de 120° électriques est la mieux adaptée pour les BDCM et une alimentation sinusoïdale l'est pour les PMSM.

Dans le cas d'une commande trapézoïdale, seule deux phases sont actives et alimentées simultanément. Hors commutation, la troisième est déconnectée. Il est facile d'observer qu'une commutation intervient après 120° électriques. Le courant passe alors d'une phase alimentée à la suivante non encore alimentée. Le moteur associé à son commutateur fonctionne alors comme une machine courant continu.

En revanche, pour une PMSM, les trois phases sont constamment connectées et on utilise différentes techniques de contrôle, tel que le contrôle par MLI pour avoir le signal le plus proche de la forme sinusoïdale pour le courant [20,21].

Pour les BDCM un capteur de position est utilisé alors que pour les PMSM il y a lieu d'utiliser un resolver.

III. 4. Intérêt général des machines synchrones cylindriques à aimants permanents au rotor

Les machines à aimants permanents connaissent un regain d'intérêt avec l'existence sur le marché d'aujourd'hui d'aimants permanents ayant un bon quotient performance coût. Comme elles sont compactes, elles permettent d'optimiser l'encombrement et la masse. Ces machines produisent des couples spécifiques élevés à faible vitesses de rotation, permettent ainsi la possibilité de l'entraînement électromécanique direct, c'est à dire la suppression des systèmes de transmission mécanique : réducteurs, multiplicateurs, origine de vibration, bruit sonore et surcoût (maintenance, graissage, coût des arrêts...) [25]

Les inconvénients des contacts glissants sont éliminés grâce aux aimants permanents associés aux dispositifs liés aux convertisseurs statiques de fréquence. L'excitation par aimants permanents réduit les pertes par effet joules et augmente le rendement de la machine.

Les avantages de ce type de machine les rendent intéressantes pour la traction routière et la chaîne de conversion de l'énergie éolienne [26]. Les machines à aimants permanents sont préférées pour les propulsions électriques aux propulsions classiques pour leurs flexibilités, leur sécurité, le confort ... [27].

Les moteurs à aimants permanents sont souvent utilisés dans des applications nécessitant une bonne maîtrise du couple délivré par le moteur. Ces moteurs ont des pertes réduites. Cependant, qu'il soit alimenté en courant sinusoïdal ou rectangulaire, le moteur synchrone à aimants permanents génère un couple présentant des ondulations liées à la position angulaire du rotor, qui a pour conséquence l'apparition du couple de détente. La minimisation de ces ondulations de couple constitue une préoccupation dans la conception des actionneurs électriques puisqu'elle détermine la qualité de l'effort mécanique créé. L'obtention d'un couple ayant de faibles ondulations passe par le choix judicieux de la structure de la machine (inclinaisons d'encoques, nombres fractionnaires d'encoques, largeur de l'arc polaire...) [28, 29]

La minimisation des ondulations de couples passe également par une loi de commande adéquate (injection d'harmoniques de courant [30], choix de l'alimentation adéquate pour chaque type de machine ...)

IV. Ondulations du couple

Ces ondulations de couples sont causées soit par la structure de la machine elle même, soit par son l'alimentation.

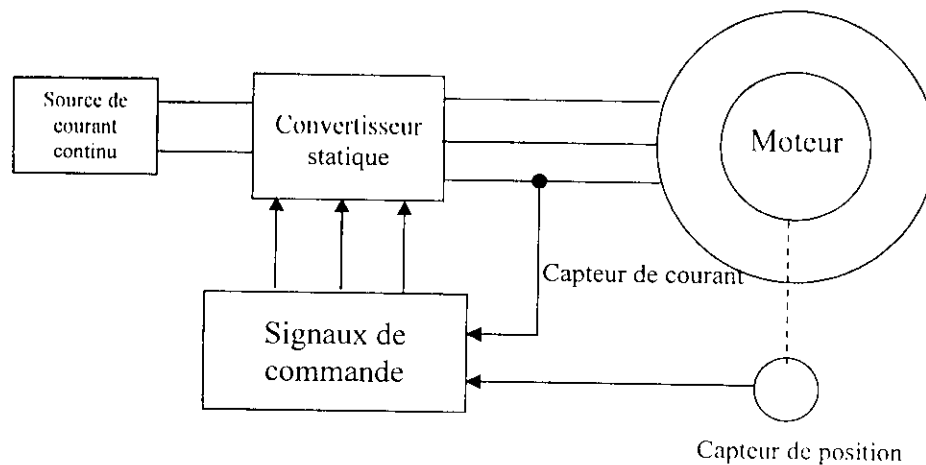


Fig. I.2. Principe d'alimentation d'une machine synchrone à aimants permanent

•IV. 1. Ondulations dues à la structure de la machine

La structure de la machine influe beaucoup sur le couple. Les rotors avec pièces polaires présentent un couple de plus par rapport au rotor sans pièces polaires qu'est le couple de réluctance. Il est généré par l'interaction des courants statoriques avec la variation de l'effet de saillance rotorique (entrefer variable). On peut diminuer ce couple en augmentant le nombre de paires de pôles de la machine car l'effet de l'anisotropie diminue [14]

IV. 1. 1. Le couple de détente

Il est dû à l'effet du champ des aimants sur les encoches statoriques (une légère anisotropie), on peut parler alors d'un couple réluctant statorique. Ce couple est présent même en absence des courant dans l'induit.

La présence du couple de détente dans les machines électriques est très gênant surtout pour les machines à grande vitesse.

Le couple de détente peut être diminué avec plusieurs méthodes techniques, entre autres :

- *P'inclinaison des encoches statoriques*

Plusieurs études ont montré l'efficacité de cette méthode. Incliner les encoches d'un pas dentaire réduit le couple de détente d'une manière efficace.

Malgré l'efficacité de cette méthode, elle pose des problèmes de construction donc une autre source de la cherté de la machine.

- *Inclinaison des aimants*

Etant donné que les aimants sont très durs et fragiles donc c'est une méthode qui revient très coûteuse malgré son efficacité.

- *moteur à rotor en plusieurs parties*

C'est une méthode simple qui consiste à fractionner le rotor en une ou plusieurs parties. Les aimants montés sur les blocs sont décalés d'un angle $\alpha = \frac{\tau_d}{N_p}$, les uns par rapport aux autres où τ_d et N_p sont respectivement le pas dentaire et le nombre de parties de fractionnement du rotor.

Cette technique permet d'annuler les harmoniques qui ne sont pas des multiples du nombre de blocs [19].

- *choix de l'ouverture des aimants*

C'est ce paramètre qui détermine la forme de d'onde de la fem. L'ouverture des aimants influe considérablement sur l'amplitude du couple de détente, donc lors du choix de l'ouverture, il faut faire un compromis entre la forme de la fem. souhaitée et l'amplitude du couple de détente.

IV. 2. Influence des formes d'onde de la machine

- Les machines synchrones à aimants permanents sont alimentées par des convertisseurs statiques qui délivrent des courants allant de la forme rectangulaire à la forme quasi sinusoïdale. Si on alimente, par exemple, une machine à répartition sinusoïdale avec un courant de forme rectangulaire, le couple présente des ondulations qui correspondent à une succession de portions de sinusoïde de 60° électrique. Pour éviter ces ondulations, il faut toujours travailler avec des machines type BDCM.
- Aussi, il faut toujours que le courant soit en phase avec la fem sinon il apparaît des ondulations supplémentaires.
- lors des commutations qui correspondent au passage d'un courant d'une phase à une autre (cas des BDCM) ne sont pas en réalité instantanée, ce qui provoque des ondulations de couple non négligeables.

V. Conclusion

Les aimants à grand champ coercitif et une grande induction rémanente représentent de grands avantages. Cette valeur élevée du champ coercitif et la linéarité de la caractéristique de démagnétisation permettent la réalisation de machines à large entrefer sans réduction significative des performances et du rendement de la machine.

Le grand intérêt des machines à aimants sur les machines à rotor bobiné réside dans le gain important sur la puissance massique et volumique.

Références

- [1] B. NOGAREDE, *"Etudes de moteurs sans encoches à aimants permanents à basse vitesse"*, Thèse de l'INP de Toulouse, Juin 1990
- [2] R. IBTIOUEN, *"Contribution au dimensionnement électromagnétique d'une machine synchrone autopilotée à aimants insérés"*. Thèse de Doctorat d'Etat de l'ENP Alger. Avril 1993
- [3] A. YOUNSSI *"Contribution aux calculs des machines synchrones à aimants permanents"*. Thèse de Doctorat d'Etat de l'INPL 1992
- [4] Y. BOUTORA, *"Calcul d'une BDCM excitées par des aimants à aimantation parallèle"*. Mémoire de magister de l'UMMTO, Mai 2000
- [5] R. KETCHROUD, *"Etude d'une machine à aimants permanents à concentration de flux en fonctionnement autopiloté"*. Thèse de magister de l'USTHB, Juin 1996
- [6] G. LACROUX, *"Les aimants permanents"* Editions technique et documentations. 1989
- [7] F. LEPRINCE-RINGUET, *"Aimants permanents matériaux et applications"*, TI D2 100
- [8] R. IBTIOUEN *"Modélisation des machines électriques"*. Cours de 1^{ère} année PG, ENP (Cours non édité), 2001-2002
- [9] Jr. HENDERSHOT Jr, TJE MILLER, *"Design of brushless P.M motor"*. Magma publications and Clarendon press OXFORD, 1994
- [10] M. LABRAGA, B. DAVAT, M.LAJOIE-MAZENC, *"un servomoteur à aimants permanents en ferrites pour entraînement direct"*. RGE N° 7 Juillet 1989, pp 38-42
- [11] P. BRISSONNEAU, L. BRUGEL, *"Nouvelles structures de moteurs à aimants permanents"*, RGE N°10, Octobre 1984, pp 632-641
- [12] P. BRISSONNEAU, *"Les aimants à base de terres rares : très performants mais coûteux"*, RGE N°3, Mars 1987 pp 21-27
- [13] L. HADJOUT, *"Analyse de performances électromagnétiques d'une machine synchrone à aimants permanents autopilotée"*. Thèse de Magister, ENP 1994
- [14] M.LAJOIE-MAZENC, S. LEICHTER, *"Etude des machines synchrones à aimants alimentées par convertisseurs statiques fonctionnant en commutation naturelle"* RGE N°3 mars 1981 pp 201-208
- [15] T.M JAHNS, FELLOW, *"Pulsating torque minimisation technique for magnet A.C motor drive"* IEEE tr. on Instrumental electric, vol 43 N° 2 April 1996 pp 321-330
- [16] H.R. BOLTON, *"Influence of motor design and feed current wave form on torque ripple in BDCM drives"*, IEE Proceeding vol. 131 B N°3, 1984

-
- [17] K. BOUGHRARA, *"Analyse des ondulations du couple d'une BDCM à pôles lisses"*, Thèse de magister de l'USTHB, juillet 1997
- [18] M. KANT, *"Actionneur à collecteur à aimants permanents"*, TI D3655 D3696
- [19] Y. OUAZIR, *"Calcul des performances d'une machine synchrone à aimants permanents à entrefer lisse"*, Thèse de magister de l'ENP juillet 1997
- [20] P.A DAHONO, Y SATO et T. KATAOKA, *"Analysis and minimisation off ripple components of input current and voltage of PWM inverters"*, IEEE trans on ind. App. Vol 32 N° 4, July 1996 pp 945-950
- [21] F. COLAMARTINO, *"Contribution à l'étude de la commande numérique des machines synchrones à aimants permanents- minimisations du couple- commande sans capteur de position"*, Thèse de Doctorat de l'université de Paris VI, Décembre 1995
- [22] R.P DEHODHAR, D.A STATON, T.M JAHNS, T.J.F MILLER, *"Prediction of cogging torque using the mmf diagram technique"*, trans. on ind. app. vol 32 N°3 May 1996 pp 569-576.
- [23] Z. CHEN, Y.Q. WU, M.J KRAMER, *"A study on the role of N_b in melt spun manocrystalline N_d - F_c - B magnet"*, science direct, journal of magnetism and magnetic material, 2 May 2003
- [24] A. De BERNARDINIS, *"Etude et optimisation d'un ensemble alternateur à aimants/ Redresseur commandé. Application à un véhicule hybride"*, Thèse de Doctorat de l'INPLorraine, Nancy, France, 19 décembre 2000.
- [25] B.J. CHALMERS, W. Wu, E. SPOONER, *"An axial-flux permanent magnet generator for a gearless wind energy system"*, IEEE. Trans. On energy conversion, vol. 14, no. 2, June 1999, pp 251-257.
- [26] J. AZZOUI, *"Modélisation en vue de la conception d'une machine synchrone à aimants permanents et à flux axial destiné à la chaîne de conversion de l'énergie éolienne"*, JCGE, Saint-Nazaire, juin 2003, pp 129-134
- [27] S. SIALA, *"La propulsion électrique des navires"* JCGE, Saint-Nazaire, juin 2003, pp 275-280
- [28] T. M. JAHNS, W. L. SOONG, *"Pulsating torque minimisation techniques for permanent magnet AC Drives A Review"*, IEEE trans. on industrial Electronics, vol 43, No 2 April 1996
- [29] W. CAI, D. FULTON, *"Design of permanent magnet motors with low torque ripples"*, ICEM 2000, pp 1384-1388N.
- [30] BIANCHI, S. CERVARO, L. MALSANI, *"Current shapes for minimising torque ripple in SPM motors"* ICEM 2000, August 2000, Finland

Introduction

Le fonctionnement des machines électriques est basé essentiellement sur les phénomènes de distribution spatio-temporelle du champ magnétique. Bien que l'aspect électrostatique intervienne (les isolants par exemple), il ne présente pas le même degré d'acuité que les aspects magnétiques pour le fonctionnement. Nous allons donc nous intéresser aux approches de l'interaction du champ et de l'induction magnétiques avec les matériaux employés dans la construction des machines.

La connaissance du champ magnétique dans la machine est très importante, elle permet de déterminer toutes les grandeurs utiles entrant en jeu, telles que les flux au niveau des enroulements, les énergies et les couples.

I. Modélisation de la machine synchrone à aimants permanents à rotor lisse

I. 1. Equations de Maxwell

La modélisation interne des machines électriques s'effectue à partir des équations de Maxwell. Elles définissent les propriétés macroscopiques locales des grandeurs vectorielles suivantes \vec{E} , \vec{D} , \vec{H} et \vec{B} qui représentent respectivement les vecteurs champ et déplacement électriques ainsi que le champ et l'induction magnétique [1, 2, 18, 19, 21].

Ces résultats sont répartis en trois groupes :

- 1^{er} groupe : les équations du couplage

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad \text{Maxwell Faraday} \quad (\text{II.1})$$

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{J} \quad \text{Maxwell Ampere} \quad (\text{II.2})$$

- 2^{ème} groupe

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (\text{II.3})$$

$$\text{div}\vec{D} = \rho \quad (\text{II.4})$$

- **3^{ème} groupe** : les lois des milieux

$$\vec{B} = \mu\vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{II.5})$$

$$\vec{D} = \epsilon\vec{E} \quad (\text{II.6})$$

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} + \vec{J}_s + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.7})$$

Avec : j , J_s , ρ , μ , \vec{B}_r , ϵ et σ sont respectivement la densité volumique globale de courant, la densité volumique de courant provenant des sources de la machine, (à savoir les aimants et les courants de phases statoriques), la densité volumique de charges électriques, la perméabilité magnétique, l'induction rémanente en présence des aimants, la permittivité électrique et la conductivité électrique [21,].

Dans les trois dernières équations μ , ϵ , σ peuvent être des grandeurs scalaires ou tensorielles, nous les utilisons dans un premier cas comme étant des scalaires (milieux homogènes isotropes et linéaires).

I. 2. Formulation du problème

En électrotechnique, la fréquence ne dépasse pas les quelques milliers de Hz ainsi on néglige les courants de déplacement. De plus, en statique, ces équations se simplifient car les grandeurs sont indépendantes du temps. Le problème que nous abordons est donc de type "magnétostatique".

Les équations de Maxwell sont découplées et se réduisent, dans le cas du problème traité, à :

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{J}$$

$$\text{div}\vec{B} = 0$$

$$\vec{B} = \mu\vec{H} + \vec{B}_r$$

I. 2. 1. Formulation magnétostatique

Pour la mise en équation de la machine, nous avons deux types de formulation :

- **I.2.1.a formulation en potentiel vecteur magnétique**

La formulation en potentiel vecteur magnétique \vec{A} est utilisée lorsque les sources de champ sont des densités de courants \vec{J} .

L'équation (II.3) entraîne l'existence d'un potentiel vecteur magnétique \vec{A} tel que :

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad (\text{II.8})$$

En imposant, pour son unicité, la jauge de Coulomb ($\text{div} \vec{A} = 0$) [1, 3]

La combinaison des équations (II.2), (II.5) et (II.8) conduit à :

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A} \right) = \vec{J} + \text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \vec{B}_r \right) \quad (\text{II.9})$$

Ce type de formulation est beaucoup utilisée et présente l'avantage de réduire la résolution à une seule inconnue et les grandeurs \vec{B} et \vec{H} se déduisent par dérivation

- **I.2.1.b Formulation en potentiel magnétique scalaire**

Cette formulation est adaptée surtout lorsque l'excitation est engendrée par des aimants ou par un champ extérieur appliqué à une partie du domaine. Dans ces conditions l'équation (II.2) s'écrit :

$$\text{rot } \vec{H} = 0 \quad (\text{II.10})$$

Ce qui entraîne l'existence d'un potentiel scalaire magnétique Ψ tel que :

$$\vec{H} = - \text{grad} \Psi \quad (\text{II.11})$$

Ce qui conduit, en combinaison les équations (II.3), (II.5) et (II.11), à :

$$\text{div} (\mu \text{grad} \Psi) = \text{div} \vec{B}_r \quad (\text{II.12})$$

Remarque

Ces deux formulations mènent aux mêmes résultats, nous optons pour la formulation vecteur magnétique qui a l'avantage en 2D de travailler sur une seule composante de \vec{A} suivant l'axe (Oz).

Vu que les machines électriques sont constituées de matériaux différents et comme les lignes de champs sont continues à travers la machine, il est utile de définir les conditions de passage du champ entre les interfaces communes entre deux domaines différents.

$$\vec{n} \wedge (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{j} \quad (\text{II.13})$$

$$\vec{n} \bullet (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \quad (\text{II.14})$$

- L'équation (II.13) devient :

$$H_{1t} - H_{2t} = j \quad (\text{II.15})$$

Qui traduit la discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique.

- L'équation (II.14) devient :

$$B_{n1} = B_{n2} \quad (\text{II.16})$$

Qui traduit la continuité de la composante normale de l'induction au passage d'un milieu à un autre.

I. 2. 2. Conditions aux limites

La connaissance des conditions aux limites est nécessaire :

- **Condition de Dirichlet** (condition sur le potentiel vecteur)

Dans ce type de condition, la valeur du potentiel vecteur A est explicitement définie, par exemple on pose $\vec{A} = 0$ à l'infini où l'énergie magnétique est supposée nulle.

- **Condition de Neumann**

Elle spécifie la composante normale de la dérivée de \vec{A} sur la frontière du domaine d'étude. Généralement, on définit $\frac{\partial A}{\partial n}=0$ qui indique que les lignes d'induction magnétique sont orthogonales aux limites du domaine.

- **Condition de Robin**

Cette condition est un mixage entre les deux précédentes conditions, elle décrit la relation entre la dérivée normale du potentiel et de sa valeur ($\frac{\partial A}{\partial n} + cA=0$) [4]

- **Condition de périodicité**

Compte tenu des symétries des machines électriques (cas des machines multipolaires), on peut limiter le domaine d'étude à un seul pas polaire et on définit ainsi une autre condition aux limites dite condition de périodicité (ou d'anti-périodicité selon le cas) $A_1=A_2$ (ou $A_1=-A_2$)

pour simplifier dans la machine nécessite la résolution de l'équation de Poisson (II.9). Cette équation décrit le comportement de la machine dans un domaine tridimensionnel qui reste difficile à traiter. Nous adoptons quelques hypothèses simplificatrices qui restent toutefois justifiées et concordantes avec l'objectif recherché dans notre travail.

- **Hypothèses**

- Le problème est à priori tridimensionnel, nous nous limitons à un problème bidimensionnel. On suppose que la machine est suffisamment longue pour pouvoir négliger les effets de bout et on considère que le problème est invariant par translation suivant le plan d'étude. Ce qui ramène l'étude de la machine se résumer à l'étude de sa section axiale [1-8, 20-22]

Sous cette hypothèse, le potentiel vecteur magnétique \vec{A} et la densité de courant \vec{J} n'ont plus qu'une seule composante suivant l'axe (Oz).

$$\vec{J} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J(x, y) \end{bmatrix} \quad \vec{A} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Lambda_z = \Lambda(x, y) \end{bmatrix} \quad \vec{B} = \text{rot } \vec{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} \\ -\frac{\partial A_z}{\partial x} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

Dans ce cas, la jauge de Coulomb est vérifiée d'une façon implicite.

- Les flux de fuites sont supposés nuls ainsi que les pertes par courants de Foucault et par hystérésis
- La caractéristique de désaimantation des aimants est considérée linéaire (c'est le cas des aimants performants).

I. 2. 4. Modélisation des aimants permanents

L'induction dans l'entrefer est définie par l'équation (II.5).

Le vecteur aimantation est considéré radial, ce qui permet de modéliser chaque aimants par deux distributions superficielles de courants sur les parois latérales de l'aimant (modèle Ampérien) [5, 6, 7]

$$J_a = \pm \frac{B_r}{\mu} \frac{r_m}{r} \quad (\text{II.18})$$

Avec

r_m : le rayon moyen de l'aimant

r : le rayon du noeud considéré

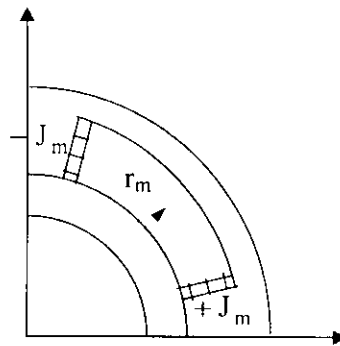


Fig. II.1 Représentation du modèle ampérien d'un aimant

Les courants superficiels équivalents sont $+J_m$ et $-J_m$ respectivement sur les flancs des aimants dans le cas d'une aimantation radiale [8].

Bien que le problème se résume en une seule équation, toutefois, la résolution est assez complexe à résoudre sauf pour le cas d'une géométrie simple. Nous allons résoudre le problème avec la méthode des éléments finis

II. Résolution numérique en utilisant la méthode des éléments finis

Il existe plusieurs méthodes de résolutions des équations aux dérivées partielles, entre autre les méthodes analytiques telles que la méthode de séparation de variables. Les méthodes analytiques ont le mérite d'être rapides et efficace et permettent un pré-dimensionnement de

la machine mais elles restent tout de même limitées en terme de précision et la prise en charge de tous les paramètres de calcul et en particulier lorsque la géométrie est complexe. Elles sont substituées par les méthodes numériques beaucoup plus précises. Ces méthodes permettent de modéliser les géométries les plus complexes et de prendre en compte les phénomènes physiques, comme la saturation des matériaux ferromagnétiques, les anisotropies des milieux et la présence des courants de Foucault induits dans les conducteurs soumis à un flux variable.

Les méthodes de résolution numériques les plus utilisées sont les méthodes des équations intégrales de frontières, la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis.

Chacune de ces trois méthodes présente des avantages et des inconvénients et est plus ou moins adaptée suivant le type de problème posé et le type de machine.

La méthode des équations intégrales de frontière est basée sur l'utilisation des fonctions de Green, seul le contour de la structure à étudier est maillé. Cette méthode est d'autant plus "gourmande en temps de calcul" que la géométrie est complexe car elle fait appel à des matrices pleines comme elle ne permet pas de tenir compte facilement de la saturation. Elle est cependant rapide et efficace, lorsque la géométrie est simple, pour un calcul des efforts et des grandeurs globales hors saturation.

La méthode des différences finies consiste à remplacer les dérivées apparaissant dans le problème à résoudre par des différences divisées. Elle a l'avantage d'être d'expression simple et d'un calcul relativement rapide. Comme toute méthode numérique, la méthode des différences finies présuppose la discrétisation géométrique afin de passer d'un problème d'une infinité d'inconnues à un problème discret comportant un nombre fini d'inconnues. Mais, elle reste toutefois limitée en terme de précision étant donné que le maillage repose sur des éléments carrés ou carrés curvilignes [9].

Enfin, la méthode des éléments finis dite méthode "universelle" est donc de loin la méthode la plus utilisée et la plus puissante des méthodes numériques. Mise au point par les mécaniciens, elle est mise en œuvre, par exemple, par O. Zienkiewicz [10]. Elle a été introduite en Electrotechnique par P. Sylvester et M. V. K. Chari [20].

C'est cette méthode pour laquelle nous avons opté. Nous nous proposons donc de résoudre l'équation de Poisson par la méthode des éléments finis. Celle-ci consiste à approcher, dans un sous-espace de dimension fini, un problème écrit sous forme variationnelle ou intégrale dans un espace à nombre de variables infinies [9, 11]. La solution

approchée dans ce cas est une fonction déterminée par un nombre fini de paramètres (les noeuds du maillage).

La méthode des éléments finis repose sur deux parties essentielles ; la discrétisation géométrique du domaine d'étude (le maillage) et l'approximation par des fonctions simples.

L'approximation vérifie les équations aux dérivées partielles à résoudre.

Ces équations sont transformées en un système algébrique qu'il convient de résoudre pour obtenir la solution du problème posé.

II. 1. Formulation intégrale du modèle magnéto-statique

L'intégrale est sous la forme [12]

$$L(A) + f = 0 \quad (\text{II.19})$$

Où L est un opérateur et f une fonction connue. Dans notre cas nous avons :

$$\frac{1}{\mu} \Delta \vec{A} + \vec{J} = 0 \quad (\text{II.20})$$

II. 2. Méthode des résidus pondérés

Il existe plusieurs formulations intégrales, entre autre, la méthode des résidus pondérés et la minimisation de la fonctionnelle d'énergie.

On appelle résidu la quantité
$$R(A) = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) + J \quad (\text{II.21})$$

Qui s'annule lorsque A est une solution exacte de l'équation (II.20)

Cette méthode consiste à rechercher les fonctions qui annulent la forme intégrale suivante :

$$w(A) = \int_{\Omega} \Psi R(A) d\Omega \quad (\text{II.22})$$

Pour toute fonction de pondération Ψ avec Ω qui représente le domaine d'étude

$$w(A) = \int_{\Omega} \Psi(x, y) \left[\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) + J \right] d\Omega = 0 \quad (\text{II.23})$$

Après intégration par partie, nous obtenons la formule faible de l'équation (II.23)

$$w(A) = - \int_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial A}{\partial y} \right] + \int_{\Omega} \Psi J d\Omega + \int_C \Psi \left(\frac{\partial A}{\partial n} \right) dl = 0 \quad (\text{II.24})$$

II. 3. Discrétisation du domaine d'étude

Nous travaillons sur toute la machine, donc le domaine d'étude est un disque de rayon R_{ext} de la machine. (Fig. II.2).

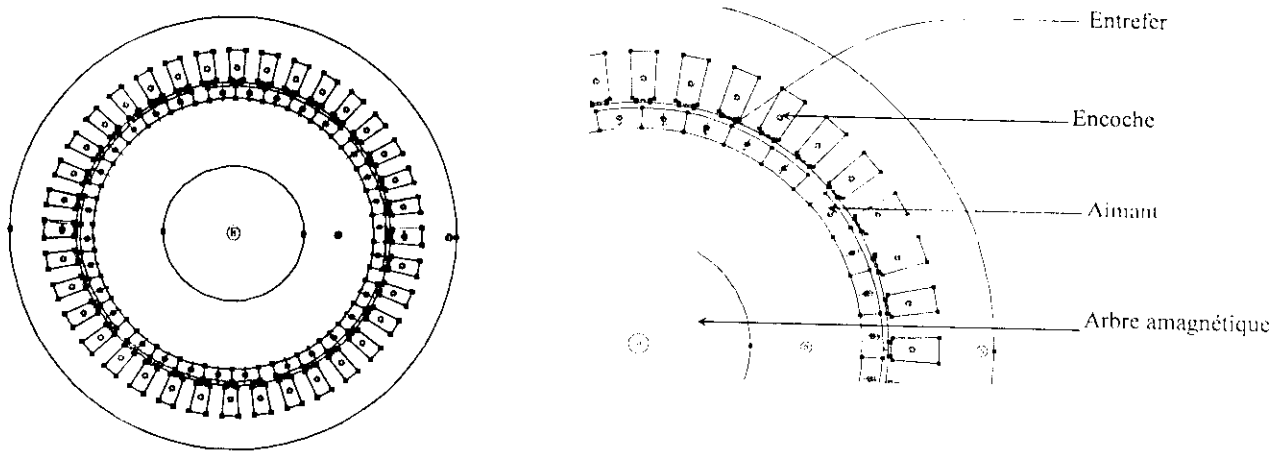


Figure II.2. Représentation générale de la machine étudiée

Nous subdivisons le domaine d'étude à l'aide d'éléments finis de type T3 (triangles avec à trois nœuds) [13] qui sont des éléments simples et qui s'adaptent à tous les contours.

Nous définissons les coordonnées (x, y) de chaque nœud sous la forme :

$$\begin{cases} x_i = R \cos \theta \\ y_i = R \sin \theta \end{cases}$$

Nous numérotons les nœuds et nous procéderons à la définition des éléments en affectant à chaque élément les nœuds correspondants.

- **Élément de référence**

L'étude peut se faire sur un élément de référence pour être ensuite adaptée à un élément réel en géométrie réelle. L'élément de référence sera donc situé sur un espace de référence compris entre des valeurs 0 et 1 pour l'élément triangulaire (élément linéaire 2-D).

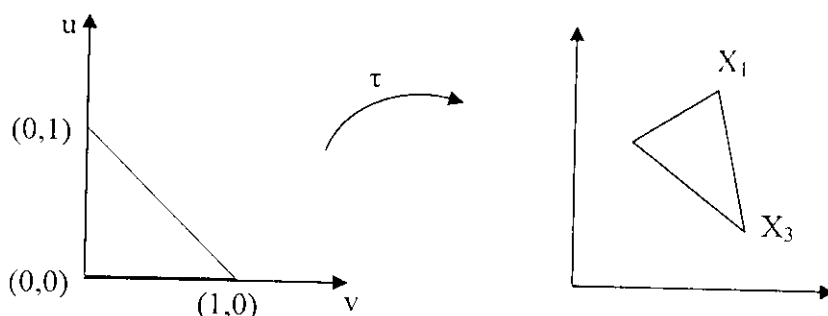


Fig. II. 3. Espace de référence et espace réel
Transformation géométrique.

Les coordonnées d'un élément réel V^e dans l'élément de référence V^r sont obtenues à l'aide d'une transformation géométrique τ^e telle que :

$$\begin{bmatrix} x(u, v) \\ y(u, v) \end{bmatrix} = [N_1 \ N_2 \ N_3] \begin{bmatrix} x_i & y_i \\ x_j & y_j \\ x_k & y_k \end{bmatrix}$$

où $[N_1 \ N_2 \ N_3]$ sont des fonctions géométriques

Donc :

$$\tau : \varepsilon \rightarrow x(\varepsilon) = \langle N(\varepsilon) \rangle \{x_n\} \quad \varepsilon = (u, v)$$

$\langle N(\varepsilon) \rangle$ est la fonction d'interpolation géométrique, définie par :

$$\langle N(\varepsilon) \rangle = \langle 1 - u - v, u, v \rangle \tag{II.25}$$

Cette fonction fait intervenir les variables nodales (aux nœuds) pour approximer la fonction sur tout l'élément de référence.

Il faut remarquer ici que les nœuds géométriques et les nœuds d'interpolation sont confondus. On parle alors d'éléments « iso paramétriques » [12]. Dans ce cas, les fonctions d'interpolation nodale sont confondues avec les fonctions de transformation géométrique.

Ainsi, un nœud réel peut être ramené à un élément de référence en utilisant la fonction de transformation géométrique qui est confondue avec la fonction d'interpolation nodale.

Ainsi, connaissant la fonction de transformation des espaces de référence et réel, on procède par intégration une fois sur l'élément de référence, puis on l'adapte pour chaque élément réel avec cette transformation.

Pour l'approximation du vecteur A^e dans un élément e on écrit :

$$A^e = \langle N(\epsilon) \rangle \{A_n\} = \sum_i^3 N_i(u, v) A_i \quad (\text{II.26})$$

A_i étant le potentiel au nœud i

- **La dérivée première et intégrale dans l'élément de référence**

Les calculs effectués dans les différents éléments peuvent être ramenés à l'élément de référence à l'aide de la transformation suivante [14]:

$$\begin{bmatrix} \partial/\partial u \\ \partial/\partial v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial x/\partial u & \partial y/\partial u \\ \partial x/\partial v & \partial y/\partial v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \end{bmatrix} \quad (\text{II.27})$$

Soit :

$$\{\partial \epsilon\} = [J] \{\partial X\}$$

d'où :

$$\{\partial X\} = [J]^{-1} \{\partial \epsilon\}$$

où $[J]$ est la matrice Jacobienne

$$[J]^{-1} = \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} (y_3 - y_2) & (y_1 - y_2) \\ (x_1 - x_3) & (x_2 - x_1) \end{bmatrix} \quad (\text{II.28})$$

$$\det(J) = 2S$$

S étant l'aire du triangle réel considéré

$$S = \frac{1}{2} [(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)] \quad (\text{II.29})$$

La méthode des éléments finis permet de passer de l'intégration d'une fonction sur un élément réel V^e à une intégration plus simple sur l'élément de référence V^r

$$\int_{V^e} f(x) dx dy = \int_{V^r} f(x(u, v)) \det[J] du dv \quad (\text{II.30})$$

II.4 Discrétisation de la forme intégrale

Nous remplaçons, dans l'équation (II.32), la fonction de pondération Ψ par δA (méthode de Galerkin) et en remplaçant le domaine d'étude Ω par la somme des sous-domaines Ω^e . Nous obtenons la forme intégrale discrétisée :

$$W = \sum_i^{Ne} W^e = \int_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial(\delta A^e)}{\partial x} \frac{\partial A^e}{\partial x} + \frac{\partial(\delta A^e)}{\partial y} \frac{\partial A^e}{\partial y} \right] + \int_{\Omega} (\delta A^e) J^e d\Omega = 0 \quad (\text{II.31})$$

Avec :

$$A^e = \langle N \rangle \{ A_n \} \quad (\text{II.32.a})$$

$$\delta A^e = \langle N \rangle \{ \delta A_n \} \quad (\text{II.32.b})$$

$$\left\{ \frac{\partial A^e}{\partial x} \right\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial A^e}{\partial x} \\ \frac{\partial A^e}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \langle \frac{\partial N}{\partial x} \rangle \\ \langle \frac{\partial N}{\partial y} \rangle \end{Bmatrix} \{ A_n \} \quad (\text{II.32.c})$$

$$\left\{ \delta(\partial \Lambda^e) \right\} = \begin{Bmatrix} \delta \left(\frac{\partial \Lambda^e}{\partial x} \right) \\ \delta \left(\frac{\partial \Lambda^e}{\partial y} \right) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \frac{\partial N}{\partial x} \right\rangle \\ \left\langle \frac{\partial N}{\partial y} \right\rangle \end{bmatrix} \left\{ \Lambda_n^e \right\} \quad (\text{II.32.d})$$

$$W^e = \int_{\Omega^e} \frac{1}{\mu} \left[\delta \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right) + \delta \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right) \right] d\Omega - \int_{\Omega^e} (\delta A J_s^e) d\Omega = 0 \quad (\text{II.33})$$

$$W^e = \frac{1}{\mu^e} \int_{\Omega^e} \langle \delta \Lambda^e \rangle \left[\left\langle \frac{\partial N}{\partial x} \quad \frac{\partial N}{\partial y} \right\rangle \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \end{bmatrix} \left\{ \Lambda_n^e \right\} \right] d\Omega - \int_{\Omega^e} \langle \delta \Lambda^e \rangle J_s^e = 0 \quad (\text{II.34})$$

On pose :

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (\text{II.35})$$

$$W^e = \frac{1}{\mu^e} \int_{\Omega^e} \langle \delta \Lambda^e \rangle [B]^T [B] \left\{ \Lambda_n^e \right\} d\Omega - \int_{\Omega^e} \langle \delta \Lambda^e \rangle J_s^e = 0 \quad (\text{II.36})$$

W^e s'écrit alors sous la forme matricielle suivante :

$$W^e = \langle \delta \Lambda^e \rangle \left[[k^e] \left\{ \Lambda_n^e \right\} - J_s^e \right] = 0 \quad (\text{II.37})$$

Avec :

$$[k^e] = \int_{\Omega^e} [B]^T [B] d\Omega \quad (\text{II.38})$$

Si on ramène la forme intégrale (II.46) dans l'élément de référence :

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N}{\partial \eta} \end{bmatrix} = [J]^{-1} [B_\xi] \quad (II.39)$$

Alors :

$$[k^e] = \int_{\Omega^e} [B_\xi]^T [J]^{-1} [B_\xi] [J]^{-1} d\Omega \quad (II.40)$$

On écrit, à partir de la relation (II.38) :

$$[k^e] = \int_{\Omega^r} [B_\xi]^T [J]^{-1} [B_\xi] [J]^{-1} \det [J] du dv \quad (II.41)$$

En intégrant sur le triangle de référence :

$$[k^e] = \int_{u=0}^{u=1} \int_{v=0}^{v=1-u} [B_\xi]^T [J]^{-1} [B_\xi] [J]^{-1} \det [J] du dv \quad (II.42)$$

$$[B_\xi] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (II.43)$$

$$[B] = [J]^{-1} [B_\xi] = \begin{bmatrix} (y_2 - y_3) & (y_3 - y_1) & (y_1 - y_2) \\ (x_3 - x_2) & (x_1 - x_3) & (x_2 - x_1) \end{bmatrix} \quad (II.44)$$

$[B]$ est une matrice constante indépendante de Λ .

Après intégration on obtient une matrice symétrique :

$$[k^e] = \frac{1}{4S} \begin{bmatrix} (y_3 - y_2)^2 & (y_3 - y_2)(y_1 - y_3) & (y_2 - y_1)(y_3 - y_2) \\ + (x_3 - x_2)^2 & + (x_3 - x_2)(x_1 - x_3) & + (x_2 - x_1)(x_1 - x_3) \\ & (y_3 - y_1)^2 & (y_1 - y_3)(y_2 - y_1) \\ & + (x_3 - x_1)^2 & + (x_1 - x_3)(x_2 - x_1) \\ & & (y_2 - y_1)^2 \\ & & + (x_2 - x_1)^2 \end{bmatrix} \quad (II.45)$$

La discrétisation de la forme intégrale nous conduit, après assemblage des matrices élémentaires $[k^e]$ et des vecteurs élémentaires $[J_s^e]$ ainsi que la prise en compte des conditions aux limites, à résoudre un système linéaire d'équation de la forme :

$$[K]\{A\} - \{J_s\} = 0 \quad (II.46)$$

Avec :

$$[K] = \sum_{e=1}^{Ne} [k^e] \quad (II.47.a)$$

et

$$\{J_s\} = \sum_{e=1}^{Ne} [J_s^e] \quad (II.47.b)$$

$[K]$ est une matrice dite de rigidité globale, de dimension $Ne \times Ne$

$\{J_s\}$: Le vecteur densité de courant (vecteur source global) de dimension Ne .

$\{A\}$: Vecteur contenant les potentiels (inconnus) aux nœuds de dimension Ne .

Ne est le nombre de nœuds dans le domaine Ω .

II.5 Cas d'un problème non linéaire

Pour le cas de saturation, la perméabilité est à la fois une donnée et un résultat de calcul, ce qui implique des itérations à partir de valeur initiales (la courbe de B (II)). Chaque itération comporte la résolution du système ainsi que les nouvelles perméabilités.

Pour que ce processus converge, on a recours à la méthode de convergence de Newton-Raphson [12]. (Sans oublier le lissage de la courbe $B(H)$. Souvent on utilise plutôt $(1/\mu)(B^2)$ ou μ est la perméabilité magnétique)

III. Présentation de l'outil de calcul utilisé

Nous avons défini précédemment une méthode théorique de calcul numérique de la machine synchrone à aimants permanents. Nous définissons dans cette partie, l'outil de calcul utilisé lors des différentes simulations dans ce mémoire.

Les calculs dans ce mémoire, sont effectués à l'aide d'un logiciel 2D basé sur la méthode des éléments finis désigné par FEMM (Finite Element Method Magnetics) [4]. Comme tous les logiciels employés pour des problèmes d'éléments finis en deux dimensions sont articulés en trois axes appelés "pré-processeur", "processeur" et "post-processeur". A ces trois axes, il est possible d'ajouter le "mailleur", qui peut être externe au logiciel. Il est associé au processeur.

Dans le but de pouvoir modifier à notre guise les paramètres de la machine pour voir leur influence. FEMM, ne nous donne pas cette opportunité, par contre, il nous donne la possibilité de le commander par des programmes extérieurs. Nous définirons alors le post et le pré processeur à l'aide du langage LUA [17], qui est dérivé du langage C++. Le script LUA est une partie de programme directement interprétée par FEMM, contenant des fonctions propres au logiciel FEMM. Avec ce script nous pouvons aisément de configurer et de piloter FEMM.

III.1 Pré-processeur

Cet élément permet de définir la machine d'études à savoir :

- dessiner la géométrie de la machine avec des arcs ou des segments de droite
- définition du problème à savoir la nature du problème à résoudre (la fréquence, l'unité des grandeurs géométriques, la précision de calcul). Nous pouvons également définir la finesse du maillage.
- introduction des caractéristiques des différentes régions géométriques de la structure (propriétés magnétiques des matériaux)
- définitions des circuits de la structure. Cette partie nous donne aussi la possibilité d'introduire le nombre de spires dans les bobinages ainsi que la valeur des courants

- introduction des conditions aux limites
- introductions des courbes de saturations dans le cas où elle est prise en compte.

III. 2. Le processeur

Cet élément effectue la résolution du problème défini sur chaque élément de maillage en effectuant des itérations jusqu'à atteindre la précision imposée au pré-processeur. En chaque élément, le potentiel vecteur est connu et à partir de là, les autres grandeurs sont déduites.

III. 3. Le post-processeur

Une fois les résultats sont déterminés par le processeur, le post-processeur nous permet de les visualiser et récupérer les valeurs des grandeurs désirées (les flux d'encoches, les valeurs de l'énergie, couples...) sous forme de fichiers numériques

Un programme MATLAB, nous donne la possibilité d'exploiter les fichiers obtenus avec le post-processeur et calculer les grandeurs utiles pour l'étude de la machine (couple de détente, couple électromagnétique, FEM, taux d'ondulation du couple...)

IV. Calcul des grandeurs globales

IV. 1. Détermination du flux et de la force électromotrice

IV. 1. 1. Calcul des flux

Le flux dans une encoche est calculé par la moyenne du potentiel vecteur sur cette encoche en utilisant l'expression suivante :

$$A_{\text{moy}} = \frac{1}{S_k} \int_{S_k} A \, dS \quad (\text{II.48})$$

L'intégrale est calculée élément par éléments

$$\Phi_k = N_{\text{enc}} \cdot A_{\text{moy}} \cdot S_e \quad (\text{II.49})$$

N_{enc} représente la densité de conducteurs par encoche :

$$N_{enc} = \frac{N}{S_e} \quad (II.50)$$

Où N représente le nombre de conducteurs par encoche.

On calcule les flux dans les encoches pour np positions, sur un pas dentaire, des aimants par rapport au stator. On construit la matrice des flux suivante :

$$[\Phi]_{mes} = [\varphi]_i = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_{N_e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \dots & \varphi_{1np} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \dots & \varphi_{2np} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{N_e 1} & \dots & \dots & \varphi_{N_e np} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \updownarrow \\ N_e \text{ (nombre d'encoches)} \end{matrix} \quad (II.51)$$

Où les lignes représentent les encoches (N_e au total), et les colonnes le numéro de la position (de 1 à np). On retrouve donc les vecteurs flux d'encoches disposés suivant la position de mesure.

IV. 1. 2. Méthode de l'invariance géométrique [3]

Soient les figures III. 8 a et b suivantes :

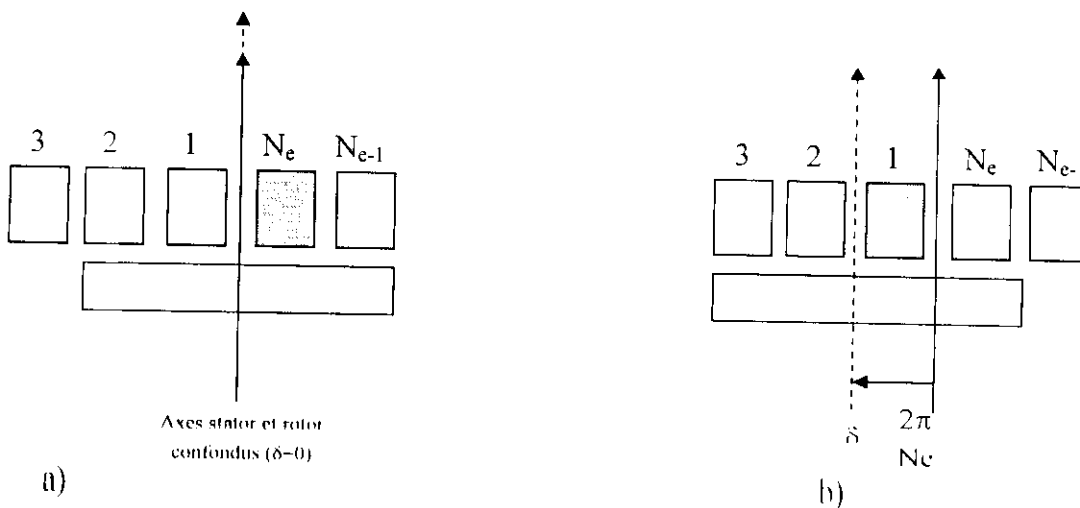


Fig. III.7. Représentation du motif invariant avec la rotation d'un pas dentaire

A partir des Figs. III.7, on remarque que la position de la dernière encoche (N_c) par rapport à l'aimant avant rotation (Fig. III.7.a) est identique à la position de l'encoche 01 après rotation d'un pas dentaire (Fig. III.7.b) avant rotation. On déduit alors que le flux dû à l'aimant au niveau de l'encoche 01 après rotation d'un pas dentaire peut être déterminé à partir du flux dû à l'aimant au niveau de l'encoche N_c avant rotation. En généralisant, le flux à travers l'encoche k lorsque le rotor a tourné d'un pas dentaire est identique au flux dans l'encoche $(k-1)$ avant rotation.

$$[\varphi]_2 = \begin{bmatrix} \varphi_{1..} \\ \varphi_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \varphi_{N_c-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{N_c1} & \varphi_{N_c2} & \cdot & \cdot & \varphi_{N_cnp} \\ \varphi_{11} & \varphi_{12} & \cdot & \cdot & \varphi_{1np} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \varphi_{N_c-11} & \cdot & \cdot & \cdot & \varphi_{N_c-1np} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1 & 0 \end{bmatrix} [\varphi]_{mes} \quad (II.52)$$

$$[\varphi]_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1 & 0 \end{bmatrix} [\varphi]_{mes} \quad (II.53)$$

On pose :

$$[P] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$[P]$ est dite matrice de permutation.

A partir du calcul du flux pour une rotation sur un pas dentaire, on détermine aisément le flux sur une rotation complète à l'aide de l'expression suivante :

$$[\varphi]_{tot} = [[\varphi]_{mes} \quad [P][\varphi]_{mes} \quad \dots \quad [P]^\delta [\varphi]_{mes} \quad \dots \quad [P]^{N_c-1} [\varphi]_{mes}] \quad (II.54)$$

Avec $\delta \in [1, N_c - 1]$

Une fois les flux d'encoches déterminés, nous calculons les flux par phase. Pour une phase donnée, on repère les encoches « aller » et « retour » correspondantes et nous effectuons la somme algébrique. Le flux par phase est dépendant du type de bobinage utilisé. Pour la phase (a) par exemple :

$$\varphi_a = \sum' \varphi_{ea, \text{aller}} - \sum' \varphi_{ea, \text{retour}} \quad (II.55)$$

où φ_{ea} représente le flux par encoche correspondant à la phase a.

IV. 1. 3. Calcul des forces électromotrices par phase

On calcule les f.e.m par phase à partir de l'équation suivante :

$$e = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (II.56)$$

IV. 2. Calcul de l'énergie magnétique dans un élément

L'énergie magnétique par unité de longueur, dans le cas linéaire est donnée par l'expression suivante :

$$W = \frac{1}{2\mu} \int_V B B dv \quad (II.57)$$

La densité de flux est constante à l'intérieur d'un élément [15], par conséquent, l'intégrale (II.57) sur la région de l'élément, s'écrit comme suit :

$$W^e = \frac{1}{2\mu} \int_{S^e} B B dS = \frac{|B_v|^2 S_v}{2\mu^e} \quad (II.58)$$

où μ^e est la perméabilité magnétique à l'intérieur de l'élément e

IV. 3. Calcul du couple développé par la machine

Le couple électromagnétique est calculé par différentes méthodes,

IV. 2. 1. Calcul du couple à partir de la puissance électromagnétique

Le couple instantané peut être calculé à partir de la puissance électromagnétique transmise à travers l'entrefer :

$$\Gamma = \frac{P_e}{\omega_r}$$

$$\Gamma_a = \frac{P_a}{\omega_r} = \frac{F_{em_a} I_a}{\omega_r}$$

où a représente l'indice de la première phase et où I_a et F_{em_a} sont respectivement le courant et la force électromotrice de cette phase a .

Le couple total est la résultante des couples des trois phases de la machine

$$\Gamma = \sum_{i=1}^3 \Gamma_i$$

IV. 2. 2. Calcul du couple par le tenseur des contraintes de Maxwell

A partir des expressions de l'énergie magnétique et en effectuant la somme du produit $H_t B_r$ sur tout le rayon considéré, on obtient l'expression du couple pour une position donnée du rotor par rapport au stator :

$$\Gamma = 2 p L_u r_a^2 \sum_{i=1}^{N_{el}} H_t B_r$$

N_{el} représente le nombre d'éléments sur le rayon considéré et r_a le rayon d'alésage.

IV. 2. 3. Calcul du couple en considérant l'énergie magnétique

Le couple peut être aussi évalué en appliquant le théorème des travaux virtuels [1, 16]. Il est exprimé par la variation de l'énergie magnétique par rapport à la position angulaire :

$$\Gamma = - \frac{\partial w_{mag}}{\partial \theta}$$

Conclusion

La conception et le dimensionnement des machines électriques est une étape très importante dans la construction des ces dernières. Plusieurs méthodes de résolutions des équations de diffusion du champ électromagnétique ont été proposées, mises en oeuvre et publiées par différents auteurs.

Nous avons présenté, dans ce chapitre, une méthode théorique de résolution numérique basée sur la méthode des éléments finis en deux dimensions. Nous avons présenté, l'outil de calcul mettant en oeuvre la méthode théorique. Cette méthode et cette procédure de calcul seront appliquées, dans la suite de notre étude, à deux types de machine synchrone à aimants permanents : Une BDCM puis, dans un but comparatif, nous reprenons le même procédé pour le cas d'une PMSM.

Références

- [1] R. IBTIOUEN. "*Modélisation des machines électriques*" Cours de 1^{ère} année PG, ENP (Cours non édité), 2001-2003.
- [2] R. KECHROUD "*Contribution à la modélisation des machines électriques par la méthode des éléments finis associée aux multiplicateurs de Lagrange*". Thèse de Doctorat d'Etat en Génie électrique, ENP Alger, Avril 2002
- [3] A. YOUMSSI "*Contribution aux calculs des machines synchrones à aimants permanents*". Thèse de Doctorat d'Etat de l'INPLorraine, France, 1992.
- [4] DAVID MEEKER "*Finite Element Method Magnetic*" dmeeker@ieee.org <http://www.foster-miller.com>, 2004.
- [5] K. BOUGHRARA, "*Analyse des ondulations du couple d'une BDCM à pôles lisses*", Thèse de magister, USTHB, juillet 1997.
- [6] Y. BOUTORA, "*Calcul d'une BDCM excitée par des aimants à aimantation parallèle*". Mémoire de magister. Université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou, mai 2000.
- [7] R. KECHROUD, "*Etude d'une machine à aimants permanents à concentration de flux en fonctionnement autopiloté*". Thèse de magister, USTHB, Juin 1996.
- [8] Y. OUAZIR, "*Calcul des performances d'une machine synchrone à aimants permanents à entrefer lisse*". Thèse de magister, ENP, juillet 1997.
- [9] J.H SAÏAC, "*Mathématiques pour l'électricien. Méthodes numériques*". TI D36.
- [10] O. C. ZIENKIEWICS and R.I. TAYLOR, "*The finite element method*". 4th ed. MC GRAW-HILL, 1989.
- [11] J-C SABONNADIÈRE, "*Conception assistée par ordinateur*" (CAO) en génie électrique, TI D 3 585.
- [12] G. DHATT et D. TOUZOT, "*Une présentation de la méthode des éléments finis*". Editions LALOINE, 1984.
- [13] T. LECOMTE, "*CAO. Machine synchrone*". TI D3595.
- [14] J. GARRIGUES, "*La méthode des éléments finis*". Ecole supérieure de mécanique de Marseille, Janvier 2002
- [15] Dimitris P. LABRIDIS, "*Comparative Presentation of Criteria for adaptive Finite-Element Mesh Generation in Multiconductor Eddy-Current Problems*". IEEE Tran. On Magnetics, Vol. 36, No. 1, January 2000.
- [16] B. LAPORTE, "*Machines électriques*". Cours de l'INSEM Nancy, l'INPL, cours non édité 1991
- [17] "*The Programming Language Lua*". Reference Manual for Lua version 4.1 (beta) Last revised on February 14, 2002. Site, [http:// www.lua.org](http://www.lua.org).

- [18] E.DURAND "*Magnétostatique*". Editions MASSON, 1969
- [19] F. GARDIOL " *Electromagnétisme.*" Traité d'électricité, Vol III Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Nouvelle édition 1996.
- [20] M. V. K. CHARI, P. P. SILVESTER, "*Finite elements in electrical and Magnetic field problems*", John Wiley and Sons Ltd. 1980.
- [21] K. HAMEYER, R. BELMANS " *Numerical Modelling of electrical machines and devices*" WIT Press, 1999.
- [22] P. SILVESTER, R.L. FERRARI, "*Finite elements for electrical engineers*", Cambridge university press, 1988.

Introduction

Les machines à aimants les plus répandues sont celles à aimants montés à la surface du rotor. Elles présentent une faible inductance par phase et une réaction d'induit réduite [1.2] à cause d'un entrefer magnétique relativement large.

Dans ce présent Chapitre, nous définissons la machine étudiée dans une première étape. Nous procédons, ensuite, au calcul des grandeurs électromagnétiques en utilisant la méthode des éléments finis exposée dans le Chapitre précédent. Nous déterminons la répartition spatiale de l'induction dans l'entrefer, due aux aimants, en tenant en compte de différents paramètres à savoir, la hauteur des aimants, l'ouverture des aimants et les cales magnétiques au niveau des encoches. Nous déterminons également l'induction due aux courants d'induit seuls. Nous effectuons, par la suite, le calcul des flux et de la force électromotrice dans l'hypothèse de la linéarité du circuit magnétique. Enfin, dans une autre étape, nous étudions les différents couples intervenant dans les deux types de machine (BDCM et PMSM) ainsi que l'influence des différents paramètres sur la qualité du couple.

Dans une autre étape, après avoir étudié la variation du couple résultant en fonction de certains paramètres de structure liés à la géométrie des aimants, nous montrons que le couple résultant présente moins d'ondulations pour une ouverture des aimants voisine de 41° mec. dans le cas d'une PMSM et pour une ouverture de ces aimants proche de 54° mec. dans le cas d'une BDCM. Ce sont ces deux ouvertures des aimants que nous adoptons respectivement pour chacune des deux machines pour la suite de notre étude. Nous calculons également le couple en tenant compte de la saturation du circuit magnétique, pour ensuite effectuer une comparaison des résultats obtenus dans le cas linéaire.

Nous effectuons, dans le cas d'une PMSM, une analyse harmonique de la force électromotrice comme nous étudions la variation de cette dernière en fonction de l'ouverture des aimants.

Enfin, nous terminons ce Chapitre par une étude du phénomène de réaction magnétique d'induit

I. Présentation de la machine étudiée

La machine synchrone étudiée (Fig. III. 1) est donc à pôles lisses. Elle est conçue pour la traction de véhicules spéciaux [3] et elle est prévue pour une alimentation par des créneaux de courants à 120° (type BDCM). Nous utilisons la même machine pour une alimentation sinusoïdale en mode synchrone autopilotée (type PMSM).

C'est par rapport à un référentiel lié au rotor que le champ statorique est asservi avec un capteur de position de façon à ce qu'il y est toujours synchronisation entre le mouvement du champ statorique et du champ rotorique.

I. 1 Caractéristiques de la machine [3]

I. 1. 1. Rotor

Les aimants sont de type terres rares (N_dFeB), composés de plusieurs tuiles. Ils sont montés sur la surface du rotor. L'aimantation est radiale et la valeur de l'induction rémanente est de l'ordre de 1 Tesla. Le choix de la polarité de la machine repose sur des critères qui constituent un compromis entre la réduction de la culasse et la fixation de la fréquence adéquate de la machine. Le choix d'une machine à 4 ou à 6 pôles peut convenir, mais la machine à 6 pôles peut être mieux indiquée du fait qu'elle permet de réduire aussi les têtes de bobines par rapport à une machine tétra polaire [3, 4]

I. 1. 2 Stator

L'enroulement statorique est triphasé et couplé en étoile. Les conducteurs sont logés dans les encoches qui sont au nombre de 36. Le nombre d'encoches par pôle et par phase est dans ce cas égal à deux (2).

Le courant nominal dans la BDCM est $I = 218.7 \text{ A}$ [3], nous gardons la même valeur comme courant efficace dans le cas de la PMSM.

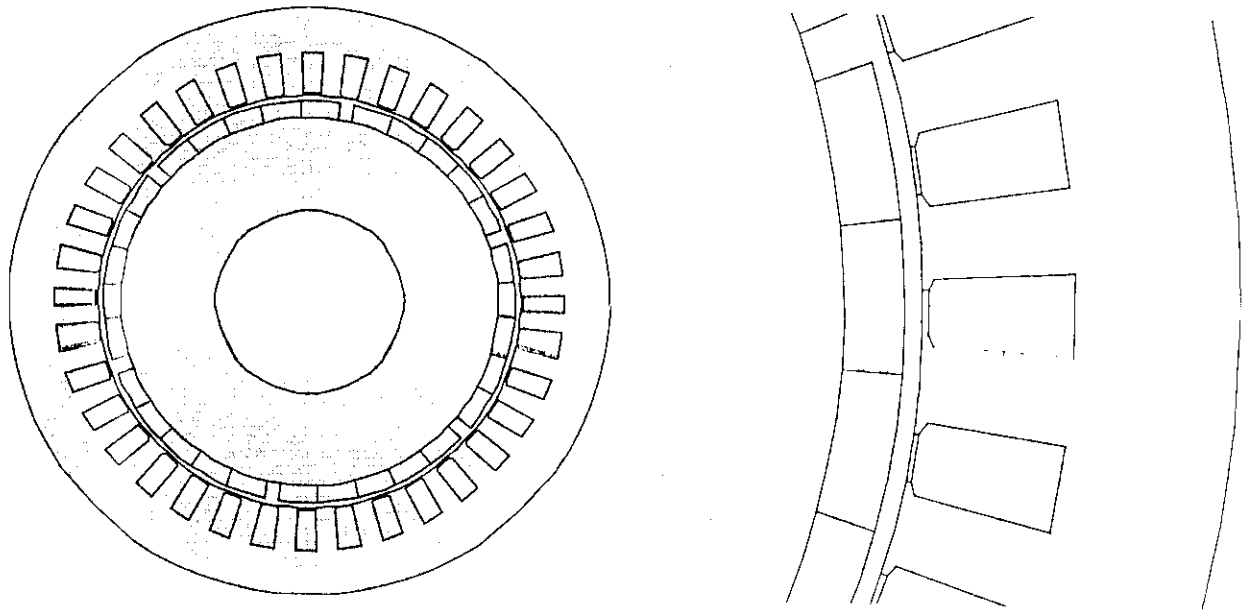


Fig. III.1. a) Coupe transversale de la machine avec maillage global en 2D
b) Maillage de la zone aimants (entrefer) encoches

I.2 Type d'enroulement de la machine

L'allure du signal de la force électromotrice (f. e. m.) de la machine dépend beaucoup du type d'enroulement utilisé. Ainsi, dans le cas de la BDCM, pour obtenir une f.e.m trapézoïdale, il est nécessaire d'utiliser un bobinage diamétral à simple couche (Fig. III. 2. a). Par contre, dans le cas de la PMSM, nous avons recherché un bobinage qui donne le signal le plus proche d'une sinusoïde. Nous proposons un bobinage à double couches à pas raccourcis (Fig. III. 2. b).

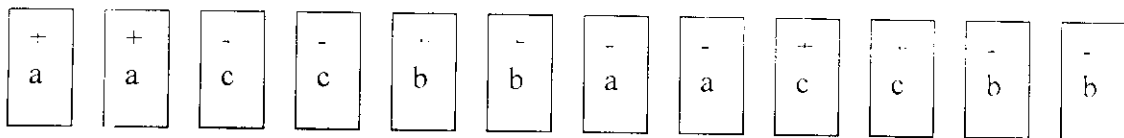


Fig. III. 2. a. Enroulement à simple couche (cas de la BDCM)
sur un pas polaire

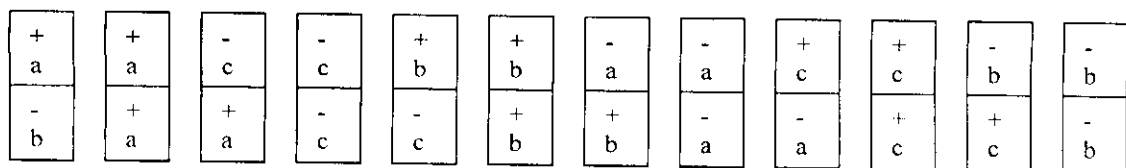


Fig. III. 2. b. Enroulement à pas raccourcis (cas de la PMSM)
sur un pas polaire

Pour le besoin du calcul du flux par phase, nous utilisons une interprétation matricielle des bobinages. La matrice contient le même nombre de lignes que les phases et autant de colonnes que les encoches. Chaque élément de la matrice contient le nombre d'enroulement contenu dans l'encoche correspondante et qui sera négatif lorsque l'enroulement considéré contient un enroulement retour.

Les matrices correspondantes aux bobinages des figures III.2.a et II.2.b, sur un pas polaire, sont respectivement :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

I. 3 Paramètres de la machine [3]

Puissance mécanique	$P_m = 60 \text{ kW}$	Rayon interne	$R_i = 110 \text{ mm}$
Tension entre phase :	$U = 280 \text{ V}$	Rayon d'alésage :	$R_a = 123 \text{ mm}$
Nombre de paires de pôles :	$P = 3$	Hauteur de l'encoche :	$h = 23 \text{ mm}$
Fréquence :	$f = 180 \text{ Hz}$	Nbre d'encoches /pôle/phase :	$q = 2$
Vitesse :	$\Omega = 3600 \text{ tr/mn}$	Vitesse angulaire :	$\omega = 377 \text{ rad/s}$
Nombre d'encoches :	$N_e = 36$	Entrefer mécanique :	$c = 3 \text{ mm}$
Ouv. encoche / pas dentaire :	$1/3$	Épaisseur des aimants :	$h = 10 \text{ mm}$
Longueur utile :	$l_u = 171 \text{ mm}$	Induction rémanente :	$B_r = 1 \text{ T}$
Rayon externe :	$R_e = 175 \text{ mm}$		

II. Etude du champ dans l'entrefer

II. 1 Induction magnétique à vide

C'est le cas lorsque les enroulements statoriques ne sont pas alimentés. Les aimants développent une induction radiale (Figure III.3 a).

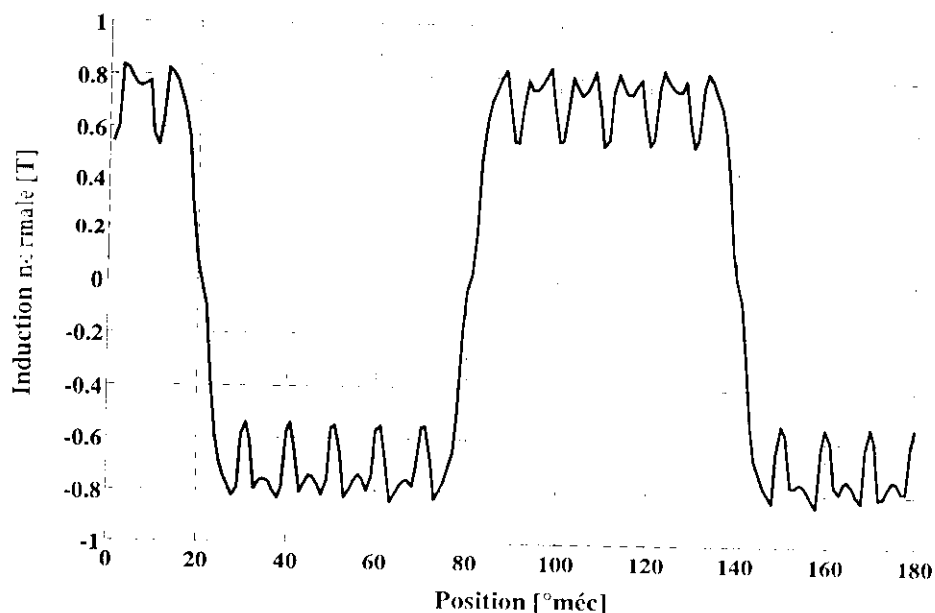


Fig. III.3. Répartition de l'induction normale dans l'entrefer
(haut. aim. 10mm, ouv. aim 56° mec)

Nous montrons l'influence des principaux paramètres géométriques sur la répartition de l'induction, à savoir, l'ouverture des aimants en gardant la hauteur des aimants constante. Nous montrons également l'influence des cales magnétiques introduites au niveau de l'ouverture des encoches.

II. 1. 1. Influence de l'ouverture des aimants

La figure III.4 montre la répartition de l'induction dans l'entrefer pour différentes ouvertures des aimants.

L'ouverture des aimants détermine la forme d'onde, elle passe d'une forme sinusoïdale pour les ouvertures proches de 40°méc. (2/3 du pas polaire) à des formes de quasi trapézoïdales

pour des ouvertures proches du pas polaire. Toutefois, l'ouverture des aimants ne modifie pas d'une manière apparente la valeur crête de l'induction.

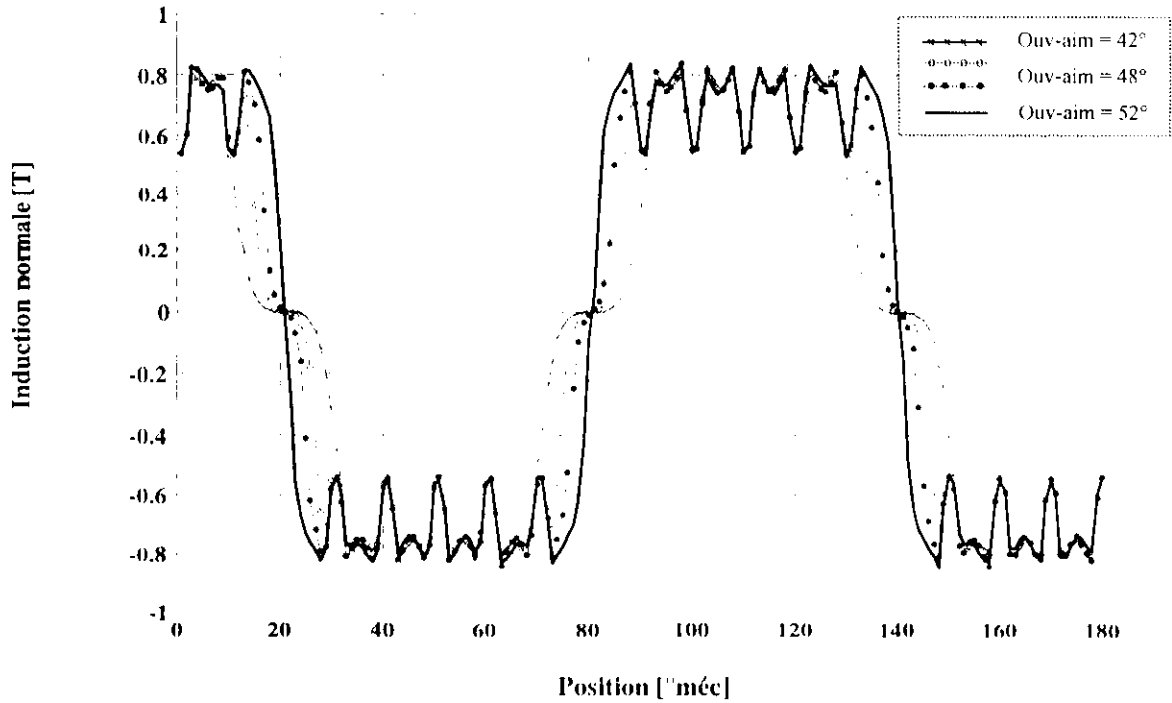


Fig. III.4. Répartition de l'induction magnétique dans l'entrefer pour différentes ouvertures des aimants

II. 1. 2. Influence de la hauteur des aimants

La hauteur des aimants intervient directement sur l'amplitude et sur la valeur moyenne de l'induction. En effet l'induction augmente avec l'augmentation de la hauteur des aimants. Par contre, elle n'a pas d'incidence sur la forme de l'induction qui reste inchangée (figure III.5).

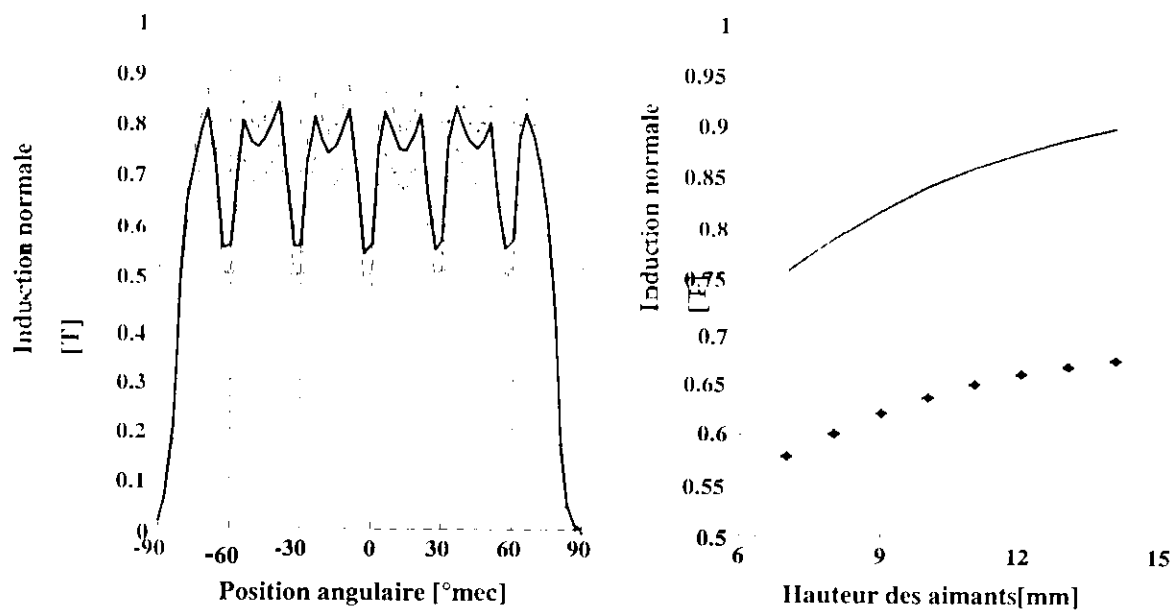


Fig.III.5.a. Répartition de l'induction magnétique pour différentes hauteurs des aimants.
 b. Variation des inductions maximale et moyenne en fonction de la hauteur des aimants (ouverture des aimants égale à 54° mécanique).

II. 1. 3. Introduction des cales magnétiques au niveau des encoches

La perméabilité des cales est choisie de telle sorte qu'elle ne soit pas "trop grande" sinon les lignes de champ ne traversent pas les encoches et par conséquent, il y aura une diminution du flux. Nous avons choisi $\mu_{cales} = \frac{1}{100} \mu_{fer}$

La figure III.6. montre que les cales minimisent les fluctuations de la répartition de l'induction au niveau de l'entrefer. Elles permettent de réduire la variation brusque de la réluctance entre les encoches et les dents statoriques.

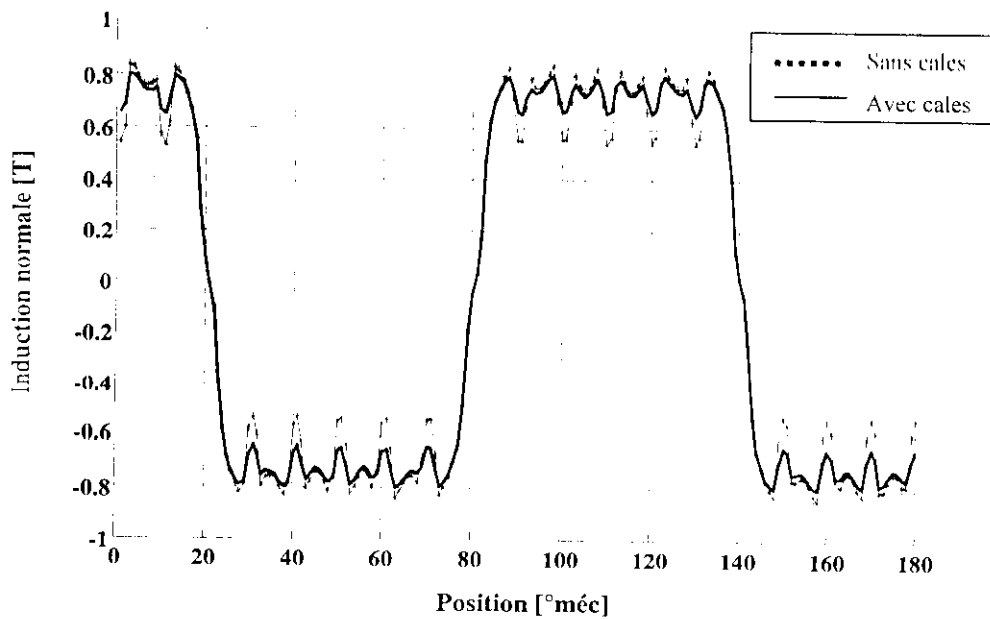


Fig. III.6. Influence des cales sur la répartition de l'induction dans l'entrefer (ouverture des aimants = 56° mec.)

II. 2. Induction magnétique due aux courants statoriques seuls

Dans ce cas, nous ne tenons pas compte de la position relative des aimants par rapport au champ statorique du fait que nous avons pris uniquement en considération les courants statoriques. La figure III.7, montre la répartition des deux composantes de l'induction magnétique dans l'entrefer.

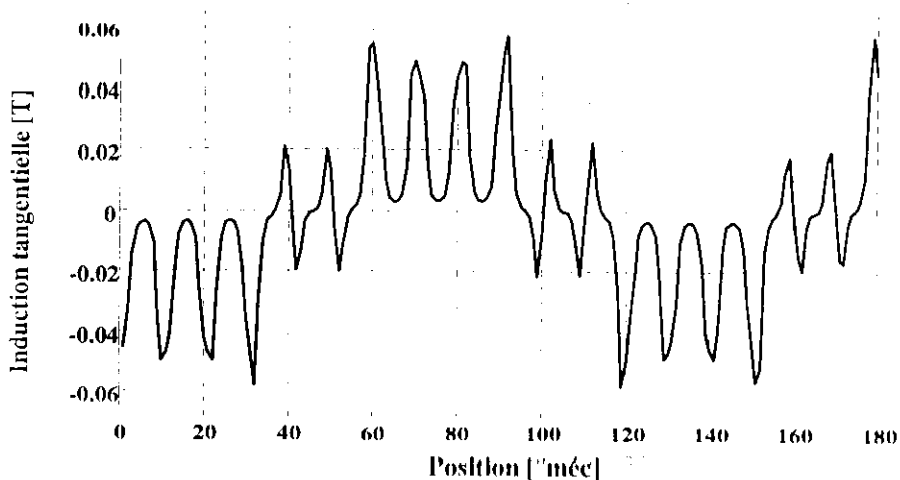


Fig. III.7.a. Répartition de l'induction tangentielle dans l'entrefer due aux courants statoriques (cas d'une BDCM I nominal)

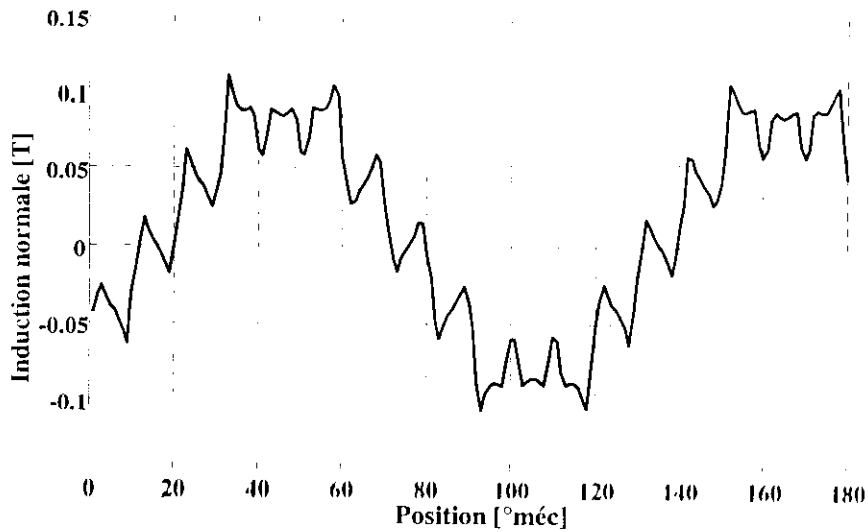


Fig. III.7.b. Répartition de l'induction normale dans l'entrefer due aux courants statoriques (cas d'une BDCM I nominal)

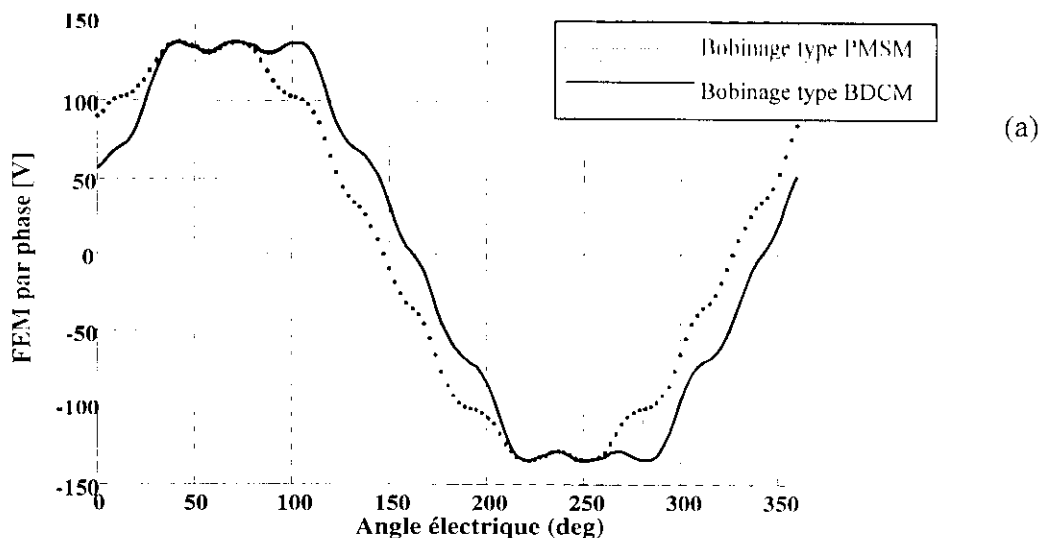
L'induction tangentielle prend l'allure de la répartition des courants dans les encoches.

L'apport de l'induction normale due aux courants statoriques par rapport à celle due aux aimants est de l'ordre de 13%.

III. Calcul de la de la FEM par phase

III. 1. Influence du bobinage sur l'allure la fem

Nous prenons en considération, pour une ouverture des aimants fixée, l'allure de la fem pour les deux cas de bobinage présentés ci-dessus :



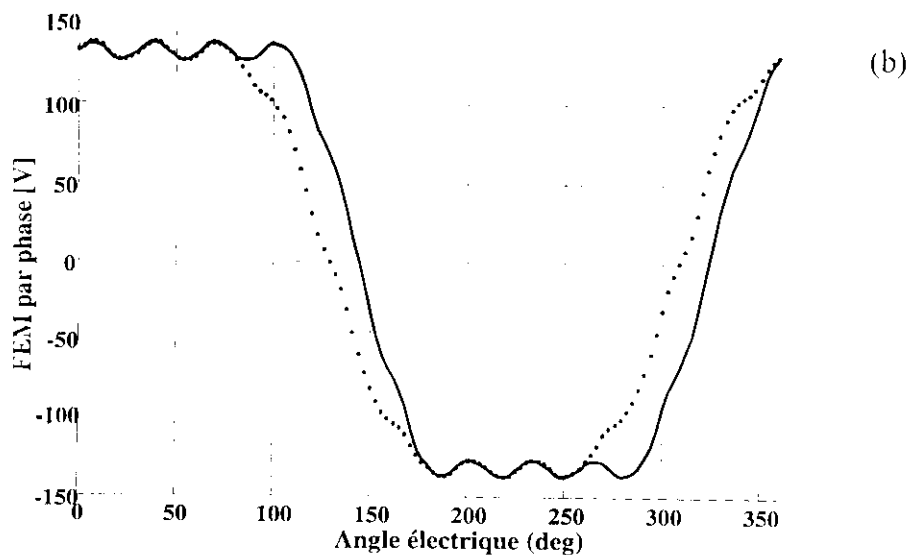


Fig. III.8. Allure de la répartition de la fem pour les deux types de bobinages
 a : ouverture des aimants = 42° , b : ouverture des aimants = 54°

Les Figures III.8 montre bien que le type d'enroulement influe sur l'allure du la fem. Toutefois, la valeur maximale reste inchangée pour les deux types d'enroulements.

III. 2. Influence de l'ouverture des aimants sur la fem

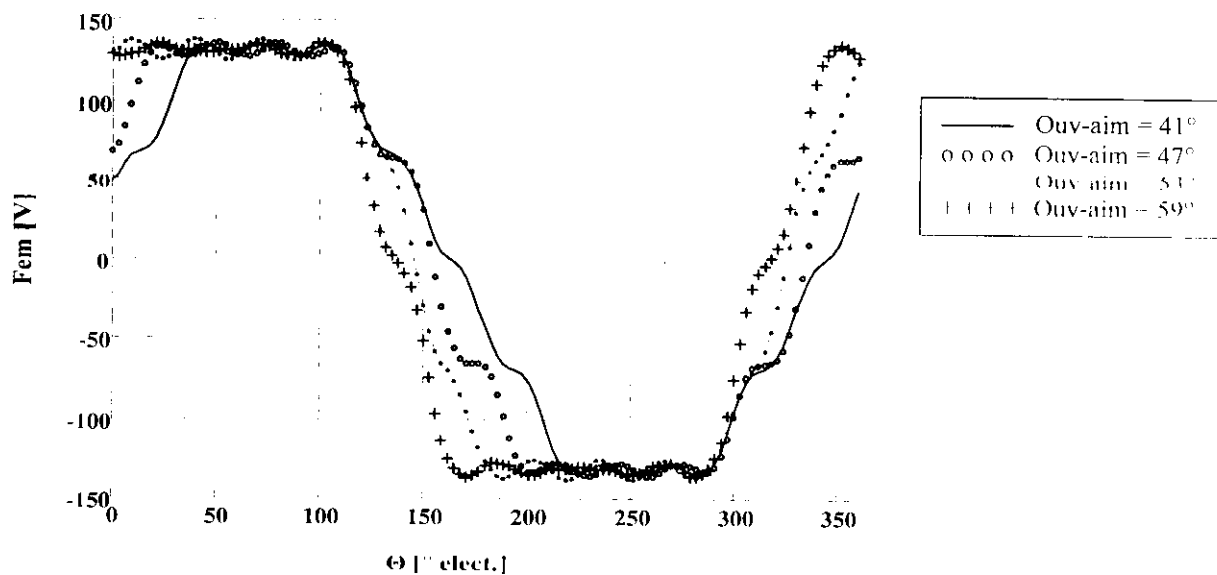


Fig. III.9. Allure de la fem en fonction des ouvertures des aimants
 (cas d'une BDCM)

La figure III.9, montre l'influence de l'ouverture des aimants sur la répartition de la force électromotrice. La forme d'onde de cette dernière est sinusoïdale pour une ouverture des aimants proche des $2/3$ du pas polaire et elle est par contre trapézoïdale pour une ouverture voisine du pas polaire. C'est la même conclusion que dans le cas de la répartition de l'induction à vide dans l'entrefer en fonction de l'ouverture des aimants. Cette dernière ne modifie pas la valeur crête du signal.

IV. Calcul des différents couples de la machine

IV. 1 Couple de détente

Le couple de détente est donc dû à la présence simultanée des encoches et des aimants. Il est présent même à vide. Ainsi pour le quantifier, nous considérons le fonctionnement à vide de la machine. Dans ce cas, ce couple indépendant des courants statoriques, est donc identique pour les deux types de machines considérées (BDCM et PMSM).

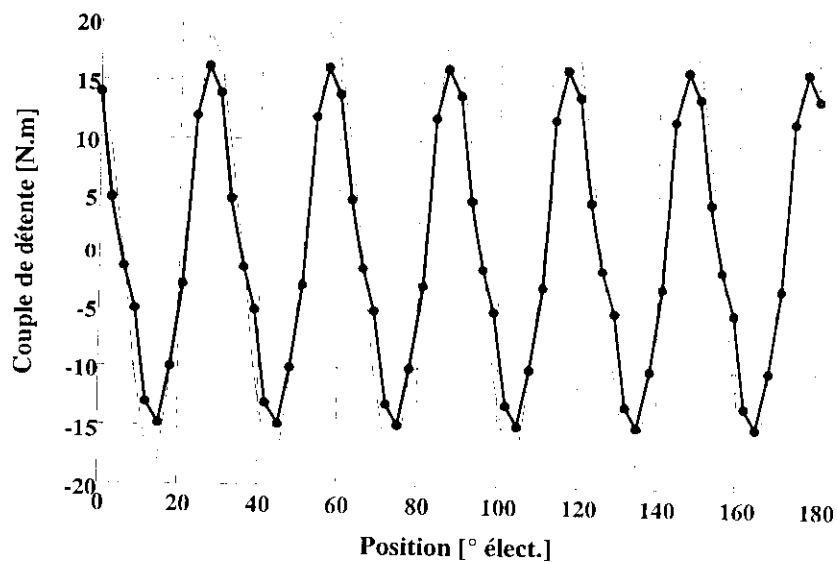


Fig. III.10. Couple de détente pour une ouverture des aimants de 56°
 (— Tenseur de Maxwell, méthode de l'énergie)

IV. 1. 1. Influence de l'ouverture des aimants sur le couple de détente

La figure III.11 montre que l'ouverture des aimants joue un rôle prépondérant sur l'amplitude du couple de détente qui est étroitement lié à la position relative des aimants par rapport aux encoches. Nous obtenons, dans le cas de la structure étudiée, un pic pour le couple de détente pour une ouverture des aimants égale à 48° mec. (80% du pas polaire).

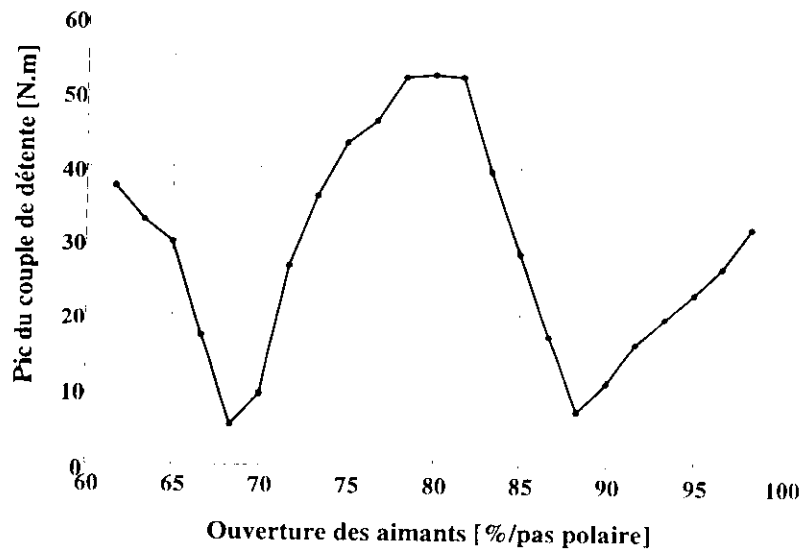


Fig. III.11. Couple de détente en fonction de l'ouverture des aimants (Hauteur des aimants égale à 10 mm)

IV. 1. 2. Influence des cales introduites au niveau des encoches

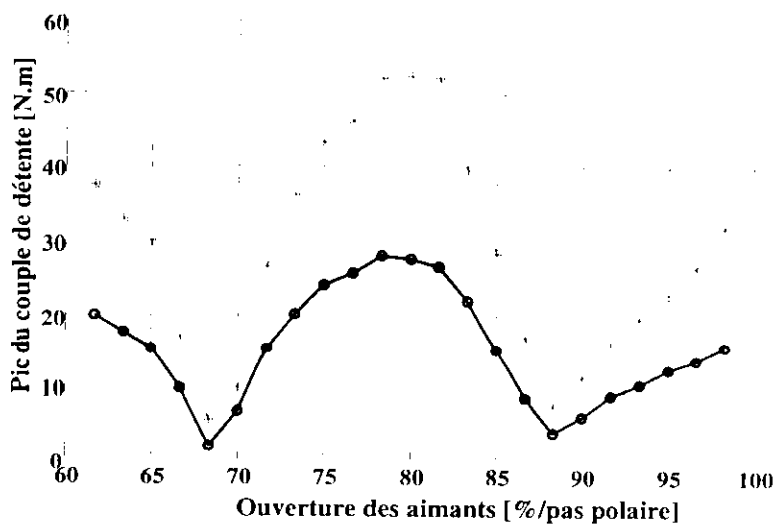


Fig. III.12. Pic couple de détente en fonction de l'ouverture des aimants
 calcul sans cale ——— calcul avec cale

La figure III.12 montre que les cales, disposées au niveau des encoches, réduisent l'amplitude du couple de détente. Elles contribuent ainsi à minimiser les fluctuations du couple résultant.

IV. 2. Couple d'interaction

Le couple d'interaction est calculé à partir de la puissance mécanique de la machine donc à partir des f.e.m calculées précédemment et de l'expression des courants statoriques. Afin d'obtenir le couple maximum, les signaux doivent être en phase à chaque instant. Il est à rappeler que ce calcul n'est valable qu'en régime linéaire.

Le calcul du couple d'interaction dans le cas de la BDCM est plus aisé du fait qu'on peut facilement imposer la même phase pour la f.e.m et pour le courant. Par contre, dans le cas de la PMSM où les courants sont considérés sinusoïdaux (cette hypothèse peut entraîner des erreurs de précision du fait que le signal n'est pas vraiment une sinusoïde), nous analysons le signal de la fem en le décomposant en séries de Fourier. Le déphasage est calculé pour le fondamental. C'est cet angle qui est aussi le déphasage du courant (Fig. III.13).

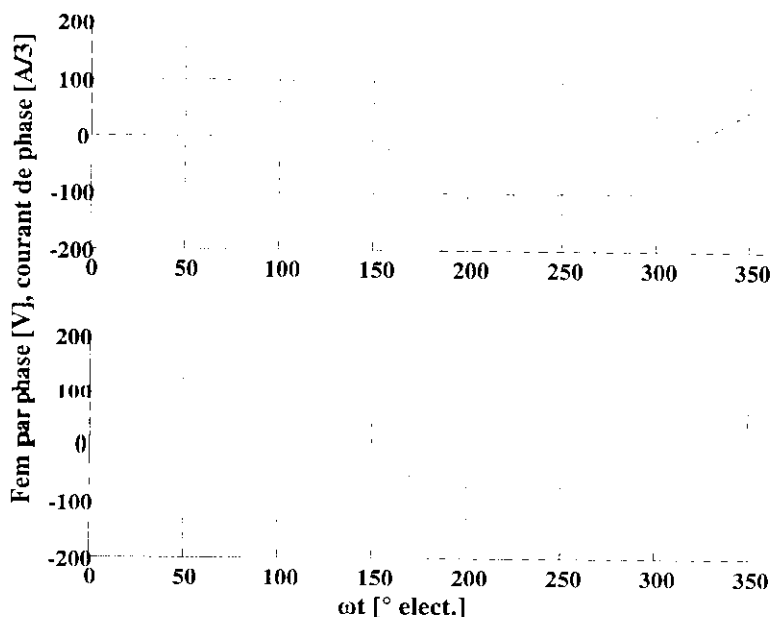


Fig. III.13. Fem en phase avec le courant
 a : cas d'une PMSM ouverture des aimants = 42° mécanique
 b : cas d'une BDCM ouverture aimants = 56° mécanique

La Figure III.14, montre la variation instantanée du couple d'interaction, pour les deux type de structures étudiées, le couple d'interaction est légèrement supérieur pour le cas de la machine alimentée en courants sinusoïdaux.

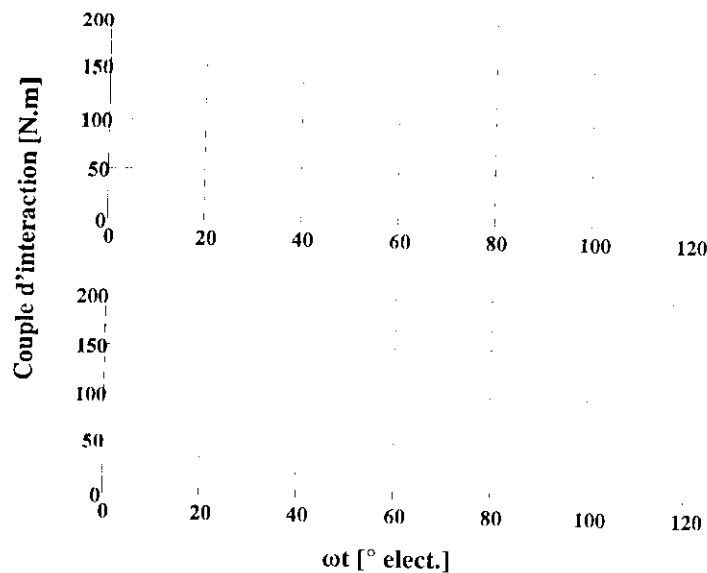


Figure III.14. Couple d'interaction aimants-courant pour les deux types de machine
 a : cas d'une BDCM pour une ouverture des aimants = 56° mécanique
 b : cas d'une PMSM pour une ouverture des aimants = 42° mécanique

Toutefois, le couple d'interaction seul, ne nous renseigne pas sur la qualité du couple de la machine et sur le choix d'une ouverture adéquate, ce qui nous amène à nous intéresser alors au couple résultant, c'est-à-dire à associer le couple de détente au couple d'interaction.

IV. 3. Couple résultant

C'est à la qualité de cette grandeur que revient en grande partie le choix d'une machine électrique pour une application donnée. La Figure III.15, montre les variations instantanées du couple résultant. La valeur moyenne du couple résultant est respectivement 152.2897 et 166.6535 pour la BDCM et la PMSM pour un courant nominal $I_n=218.7$ A et la vitesse de rotation est de 3600trs/min.

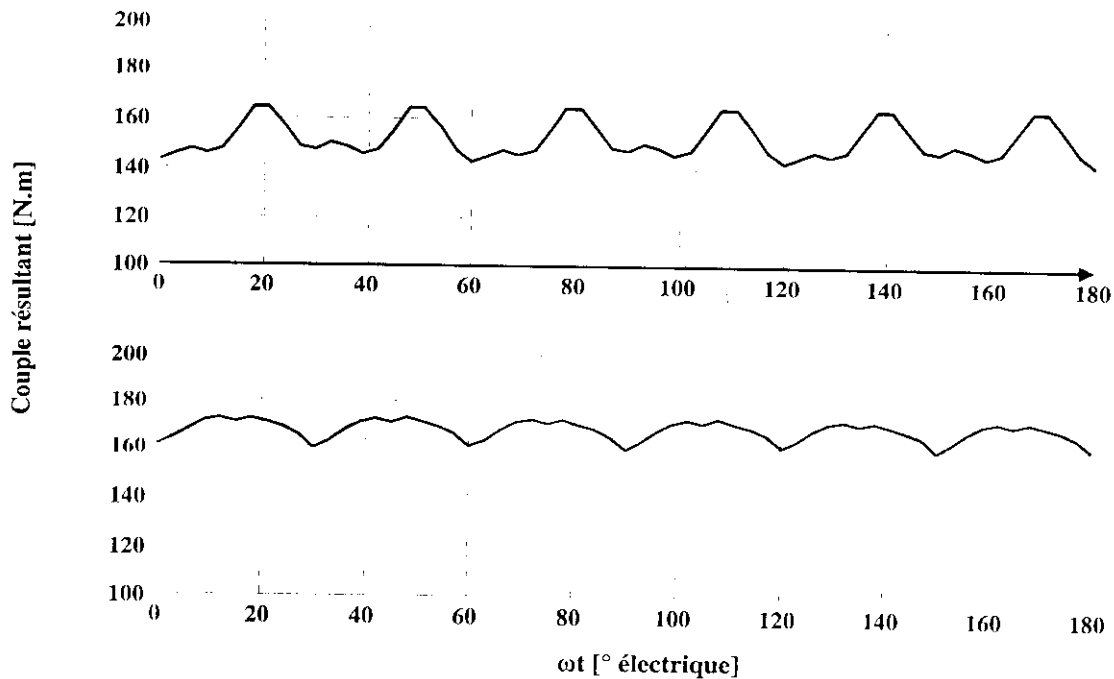


Fig. III.15 Allures du couple résultant pour les deux types de machine
 a : cas d'une BDCM ouv-aim = 53° mec. b : cas d'une PMSM ouv-aim = 41° mec
 (vitesse de rotation de la machine égale à 3600trs/min)

V. Influence de la saturation sur les performances de la machine

Le couple résultant calculé précédemment est effectué en calculant séparément le couple d'interaction et le couple de détente. Nous calculons à présent ce couple en utilisant la méthode du tenseur des contraintes de Maxwell et la méthode de l'énergie.

Pour mettre en évidence le couple d'interaction, nous devons extraire le couple de détente calculé seul (à vide). A défaut d'une prise en compte du mouvement, nous nous contenterons du calcul du couple statique dans le cas d'une BDCM pour un courant nominal et une ouverture des aimants égale à 54 degrés mécanique.

Résumé : Ce travail consiste à effectuer un calcul numérique 2D, basé sur la méthode des éléments finis, d'une structure de machine synchrone à aimants permanents à pôles lisses dans le but de prédéterminer, sous des considérations thermique et mécanique fixées, les deux ouvertures les plus adaptées de ces aimants dans le cas d'un fonctionnement de type BDCM et dans le cas d'un fonctionnement de type PMSM. Les calculs sont effectués en régime non saturé et en régime saturé pour le fer statorique. Une analyse du phénomène de la réaction magnétique d'induit sur les aimants dans le cas de la BDCM est également effectuée.

Mots clés : machine à aimants permanents, éléments finis, induction magnétique, FEM, ondulations du couple, réaction magnétique d'induit, saturation.

Abstract: this work consists in carrying out a 2D numerical calculation, based on the finite element method, of a structure of synchronous magnet permanent machine with smooth poles. The aim is to predetermine, under fixed thermal and mechanical considerations, the two most adapted magnet openings in BDCM and PMSM operations. Calculations are carried out in unsaturated and saturated modes for the statoric iron. A phenomenon analysis of the magnetic reaction of armature on the permanent magnets in the case of BDCM is also carried out.

Key words: synchronous magnet permanent machine, finite element, magnetic induction, EMF, torque undulation, magnetic reaction of armature, saturation.

ملخص

يهدف هذا العمل إلى إنجاز حساب رقمي ثنائي البعد، يعتمد على طريقة العناصر المحددة مطبقة على محرك تزامني ذي المغناطيس الدائم و ذوي الأقطاب المنتظمة. يهدف العمل إلى تعيين الفتحتين الأكثر تلائماً لهذا المغناطيس وفق الاعتبارات الحرارية و الميكانيكية المحددة في حالة تشغيل من PMSM و BDCM نوعي. تتجز الحسابات في النظامين المشبع و الغير المشبع في الجزء الحديد الساكن و كذا تحليل رد ظاهرة فعل المغناطيس في حالة BDCM.

كلمات المفتاح

محرك ذات المغناطيس الدائم، العناصر المحددة، التحريض المغناطيسي، فكم، رد فعل مغناطيس، تشبع.