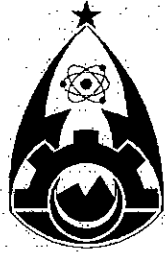


طاهر بلقاسم

ECOLE MILITAIRE POLYTECHNIQUE



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de Magister

Filière :

SYSTEMES ELECTROTECHNIQUES

Option :

SYSTEMES ELECTROMAGNETIQUES

Par : TAHAR BELKACEM Fayçal

Ingénieur d'Etat en Electrotechnique

Modélisation Numérique du Champ Electromagnétique HF à la surface d'une couche mince ferromagnétique et conductrice

Soutenu publiquement le 12 / 01 / 2005 devant le Jury composé de :

Président :	A. BOUBAKEUR	Professeur	E.N.P.
Examineurs :	K. SRAIRI	Maître de Conférences	Univ de Biskra.
	H. MOHELLEBI	Maître de Conférences	Univ de Tizi-Ouzou.
	M. ABDELLAH	Chargé de cours	E.M.P.
Rapporteur :	M. DJENNAH	Maître de Conférences	E.M.P.

REMERCIEMENTS



Ce travail a été réalisé à l'U.E.R électrotechnique de l'Ecole Militaire Polytechnique sous la direction du L.^t Colonel DJENNAH, qu'il trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance, pour ses conseils judicieux, et la disponibilité dont il a toujours fait preuve à mon égard.

Je tiens à remercier monsieur A. BOUBAKEUR, Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de cette thèse.

Je voudrais exprimer mes remerciements à monsieur K.SRAIRI Maître de Conférence à l'Université de Biskra, et à monsieur MOHELLEBI, Maître de Conférences à l'Université de Tizi Ouzou, qui m'ont fait l'honneur d'accepter de participer au jury de cette thèse.

Je tiens également à remercier le Colonel ABDELLAH, en tant que membre du jury, pour m'avoir fait l'honneur de juger mon travail, et en sa qualité de chef de l'U.E.R Electrotechnique, pour sa bienveillance au bon déroulement des travaux de recherche au sein de l'U.E.R.

Je remercie aussi tous les cadres de l'U.E.R Electrotechnique, pour leur disponibilité, et pour leurs judicieux conseils.

Enfin, j'exprime ma gratitude à toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à la réalisation de ce présent travail. Sans oublier de remercier le colonel KELLALI, Cdt ZAOUI, Cne ZAIDI, Lt BENAÏSSA par leurs aides et leurs conseils.



DEDICACE

Je dédie ce mémoire à :

A la mémoire de Mes grands parents

Mes chers parents

Ma future femme

Mes frères et mes sœurs

Mes oncles et mes tantes

*Toute les familles **Tahar Belkacem et Mahdjoub Araïbi***

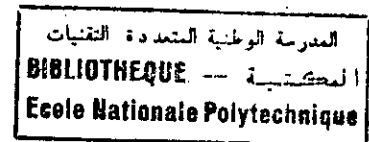
Mes amis

SOMMAIRE



INTRODUCTION GENERALE	1
Chapitre 1 : PRESENTATION DU MODELE PHYSIQUE	2
I-1 Introduction	2
I-2 Le modèle physique	2
I-3 Equations intervenant dans la définition du modèle	3
I-3-1 Les équations qui régissent le comportement du champ électromagnétique	5
I-3-2 Puissance mise en jeu dans le système physique	6
Chapitre 2 : CALCUL ANALYTIQUE	8
II-1 Introduction	8
II-2 Transformations analytiques	8
II-3 Coefficients de réflexion et de transmission	9
II-4 Représentation des différentes allures	13
II-4-1 Coefficient de réflexion	13
II-4-2 Coefficient de transmission	22
II-5 Conclusion	30
Chapitre 3 : FORMULATION DU PROBLEME CONTINU	31
III-1 Introduction	31
III-2 Position du problème en potentiel vecteur magnétique	31
III-3 Formulation variationnelle dans le domaine intérieur Ω_p	33
III-4 Calcul du champ dans les domaines extérieurs Ω_i et Ω_e	34
III-5 Couplage avec le milieu extérieur et calcul de la rigidité	35
III-6 Conclusion	37
Chapitre 4 : FORMULATION DU PROBLEME DISCRET	38
IV-1 Introduction	38
IV-2 Discrétisation du problème variationnel sur les espaces approchés	38
VI-2-1 La forme $a_i(e^r, e^l)$ sur $\bar{\Omega}$	38
VI-2-2 Le terme de bord sur $\tilde{\Gamma}$	40
IV-3 Discrétisation de la formulation en A	46
VI-3-1 Calcul du vecteur premier membre	46
VI-3-2 Calcul du vecteur second membre	47
IV-4 Conclusion	47

Chapitre 5 : MISE EN OEUVRE ET RESULTATS NUMERIQUES	48
V – 1 Introduction	48
V – 2 Présentation du code de calcul	48
V – 2 – 1 Le maillage	48
V – 2 – 2 Construction du système matriciel	49
V – 2 – 3 Calcul des champs sources variables	49
V – 2 – 4 Résolution du système linéaire	49
V – 2 – 5 Résolution du système de matrices à valeurs complexes	50
V – 2 – 6 Organisation du code de calcul	51
V – 3 Présentation des différents champs électromagnétiques	52
- A l'intérieur de l'écran	52
- A l'extérieur de l'écran	71
V – 4 Conclusion	73



CONCLUSION GENERALE

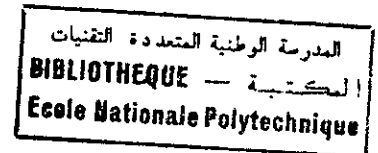
BIBLIOGRAPHIE

ANNEXES

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE



Les préoccupations actuelles en matière de Compatibilité Electromagnétique – CEM - imposent de caractériser de plus en plus précisément les sources de nuisance en termes de pollution conduite et/ou rayonnée. L'étude des perturbations rayonnées a pour but d'élaborer des modèles tridimensionnels pour quantifier les interactions des champs électromagnétiques avec les structures. L'étude de ces perturbations a pour but de répondre à des problèmes généraux d'interaction onde - structure

Le problème physique de base est celui de l'interaction d'un champ électromagnétique avec un ensemble de structures parmi lesquels on pourra trouver : des câbles, des blindages, des parois de bâtiment ou encore des antennes de mesure. Les caractéristiques de la modélisation adoptée reposent sur la résolution des équations de Maxwell (dans un cadre de propagation d'onde) et sur une approche de type "éléments finis". Différents travaux ont permis en effet de montrer que la méthode des éléments finis s'avère un outil de simulation particulièrement efficace pour l'étude des dispositifs de géométries complexes.

La mise en oeuvre de modèles tridimensionnels pour la prise en compte du rayonnement électromagnétique se heurte à trois difficultés principales : 1°) la propagation s'effectue en domaine ouvert, 2°) la présence d'éléments dont les dimensions caractéristiques sont faibles devant la longueur d'onde entraîne de sérieux problèmes de modélisation, 3°) le caractère transitoire des agressions électromagnétiques nécessite l'élaboration de modèles temporels.

Les travaux menés dans ce mémoire consistent à modéliser le couplage d'une onde électromagnétique incidente avec un écran massif placé dans l'espace 3D. L'exploitation des résultats numériques de cette modélisation est dirigée de tel façon à caractériser l'écran (point de vue matériaux et forme géométrique) pour assurer l'opacité de l'écran. Ceci représente une application directe sur le blindage électromagnétique.

Dans le premier chapitre, nous définissons le système physique et les équations qui régissent le comportement des champs électromagnétiques dans tous les points de ce dernier.

Dans le deuxième chapitre, on a fait l'étude analytique sur l'écran, basée sur les impédances de surface des différentes régions du système.

Dans le troisième chapitre, nous formulons le problème continu en potentiel vecteur magnétique, sans tenir compte des courants de déplacements et des charges électriques dans tout le système.

Le quatrième chapitre traite la discrétion du problème continu et la construction des matrices. Pour cela, nous discrétisons toute l'écran en éléments tétraédrique et nous étudions les éléments d'arrêtes pour approcher les variables dans chaque triangle et tétraèdre du maillage.

Le dernier chapitre de notre travail est consacré pour la mise en oeuvre numérique du code de calcul, nous comparons les résultats numériques des calculs des champs électromagnétiques à ceux calculés analytiquement pour l'écran.

Chapitre 1

PRESENTATION DU MODELE PHYSIQUE

Chapitre 1

PRESENTATION DU MODELE PHYSIQUE

I - 1 Introduction

Le but de ce chapitre est de définir le système électromagnétique à étudier. Il est composé d'un dispositif (obstacle), d'une source d'énergie électromagnétique et le milieu environnant.

I - 2 Le modèle physique

Nous considérons une couche mince de matériaux quelconque, qui a la forme d'un écran, de conductivité électrique σ , de permittivité électrique ϵ et de perméabilité magnétique μ . Il est caractérisé par une faible épaisseur δ_p , une longueur L_e et une largeur l_e finies ($\delta_p \ll L_e, l_e$). Nous considérons par ailleurs, une source électromagnétique isolée, éclairant l'écran. Elle est supposée à une distance R de l'écran dans l'espace libre \mathcal{R}^3 , comme l'indique la figure 1-a. Vu que l'épaisseur δ_p est très fine (négligeable), l'écran est considéré comme deux frontières intérieure Γ_i et extérieure Γ_e vis-à-vis de la source, c'est-à-dire Γ_e est éclairée par l'onde électromagnétique source incidente et Γ_i sépare la frontière du milieu à protéger des champs électromagnétiques qui peuvent être transmis à travers Γ_e .

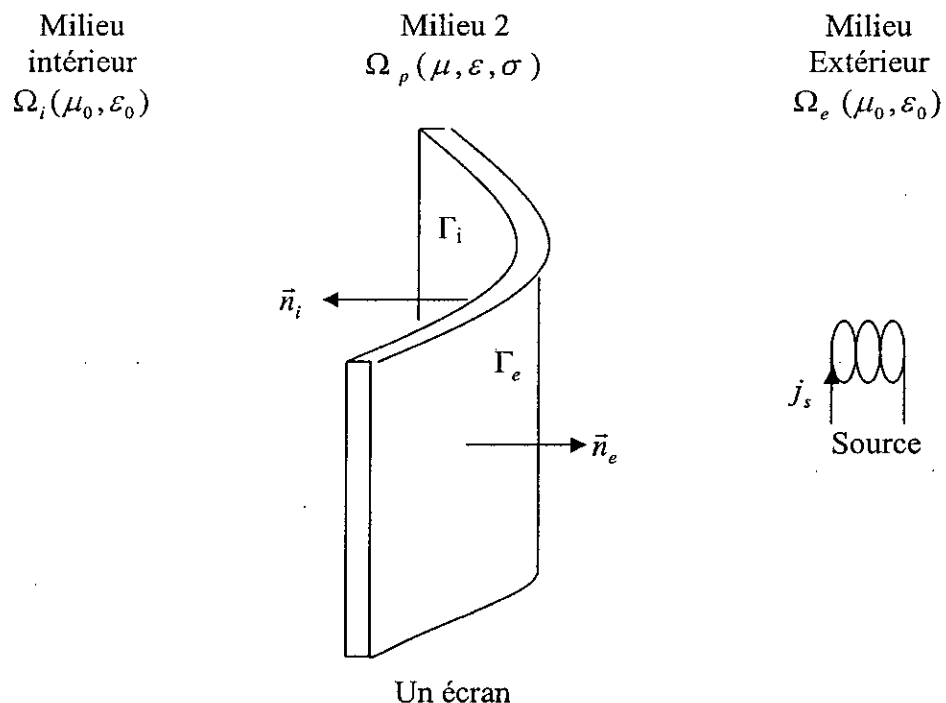


Figure 1 - a : Représentation du modèle physique

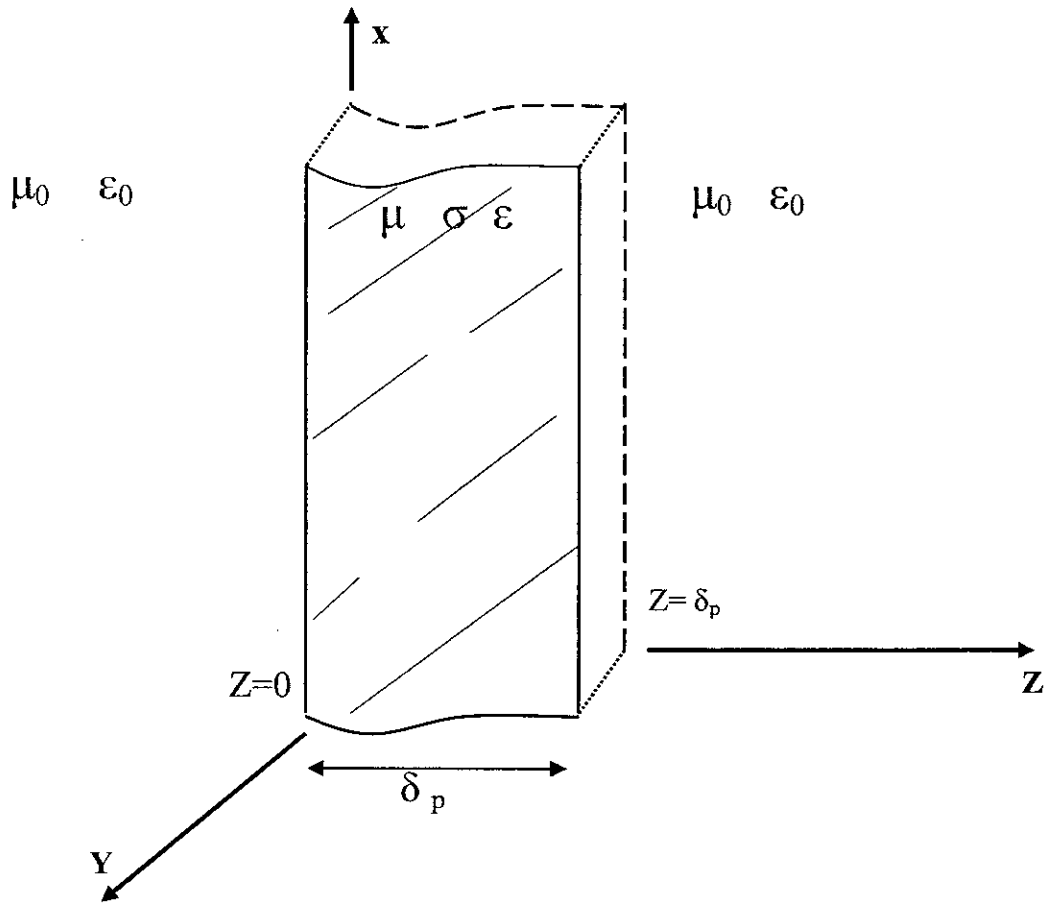


Figure 1 - b : Présentation du modèle dans un repère (x,y,z)

I - 3 Equations intervenant dans la définition du modèle

Le système de relations fondamentales de l'électromagnétisme qui nous servira pour définir le modèle constitue les équations de Maxwell [1] [2] :

$$\begin{cases}
 \nabla \times E(x,t) = -\frac{\partial B(x,t)}{\partial t} & (I-1) \\
 \nabla \times H(x,t) = J(x,t) + \frac{\partial D(x,t)}{\partial t} & (I-2) \\
 \nabla \cdot D(x,t) = \rho(x,t) & (I-3) \\
 \nabla \cdot B(x,t) = 0 & (I-4)
 \end{cases}
 \quad (S-I-1)$$

Les fonctions $E(x, t)$, $H(x, t)$, $D(x, t)$, $B(x, t)$, $\rho(x, t)$ et $J(x, t)$ sont définies sur l'espace entier $\mathcal{R}_x^3 \times \mathcal{R}_t$. Elles désignent, respectivement, les champs électrique et magnétique, les inductions électrique et magnétique, la densité volumique de charges électriques et la densité

de courant électrique. Les indices (t) et (x) désignent respectivement les paramètres temps et espace. Nous complétons les équations précédentes par les équations dites constitues qui décrivent les propriétés du milieu considéré :

$$B(x,t) = \mu_0 \mu_r H(x,t) \quad (I-5)$$

$$D(x,t) = \varepsilon_0 \varepsilon_r E(x,t) \quad (I-6)$$

Nous supposons que les paramètres (μ , σ , ε), qui caractérisent le milieu considéré, sont des fonctions scalaires constantes par morceaux dans l'espace et indépendantes du temps.

Le système (S-I-1) est générale, nous limitons notre étude au cas où le champ électromagnétique crée par la source est à variation sinusoïdale dans le temps. Ainsi, nous considérons l'hypothèse du régime harmonique stationnaire, c'est-à-dire une variation en $e^{j\omega t}$ des champs de vecteurs et des scalaires. Une fois que le facteur $e^{j\omega t}$ est éliminé, le système d'équations de Maxwell ne contient que des variables d'espace [1] [2].

Nous négligeons les courants de déplacement et les charges électriques dans tout le système [1]. En se plaçant dans ces conditions, le système d'équations de Maxwell s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times e(x) = -j \omega \mu h(x) \end{array} \right. \quad (I-7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times h(x) = J(x) \end{array} \right. \quad (I-8)$$

$$(S-I-2) \left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot (\varepsilon e(x)) = 0 \end{array} \right. \quad (I-9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot (\mu h(x)) = 0 \end{array} \right. \quad (I-10)$$

La loi de conservation de la charge devient :

$$\nabla \cdot J(x) = 0 \quad (I-11)$$

Les conditions de passage sur les frontières Γ_e et Γ_i s'expriment comme suit (avec $\delta_p = 0$) [3] :

$$n_e \cdot (\mu h_i(x) - \mu_0 h_e(x)) = 0 \quad (I-12)$$

$$n_i \cdot (\mu h_i(x) - \mu_0 h_p(x)) = 0 \quad (I-13)$$

$$n_e \times (h_i(x) - h_e(x)) = K_{\Gamma_e}(x) \quad (I-14)$$

$$n_i \times (h_i(x) - h_p(x)) = K_{\Gamma_i}(x) \quad (I-15)$$

$$n_e \times (e_i(x) - e_e(x)) = 0 \quad (I-16)$$

$$n_i \times (e_i(x) - e_p(x)) = 0 \quad (I-17)$$

$K_{\Gamma_e}(x)$: Densité de courant surfacique sur la frontière Γ_e

$K_{\Gamma_i}(x)$: Densité de courant surfacique sur la frontière Γ_i

I-3-1 Les équations qui régissent le comportement du champ électromagnétique

Tous les champs électrique et magnétique, sont considérer comme étant une combinaison entre les composantes du champ de source et de réaction, qui sont représenter sous la forme suivante [1] [2] :

$$h = h^s + h^r \quad (I-18)$$

$$e = e^s + e^r$$

Ces champs changent de comportements lorsqu'ils passent d'un milieu à un autre. Les équations qui régissent le système dans les différentes régions qui le comporte sont :

$$(S-I-3) \begin{cases} \nabla \times h(x) = J^s(x) & x \in (\text{support de } J^s) \text{ dans } \Omega_e & (I-19) \\ \nabla \times h(x) + i\omega\epsilon e(x) - \sigma e(x) = 0 & x \in \Omega_p & (I-20) \\ \nabla \times h(x) = 0 & x \in \Omega_e, x \in \Omega_i \text{ (sans la source)} & (I-21) \\ h_\infty = (h_c^s)_\infty & & (I-22) \end{cases}$$

Le système d'équations est composé par un ensemble d'équations qui décrivent les champs magnétique et électrique dans les domaines Ω_i , Ω_e et Ω_p . Ces équations sont couplées par les conditions de transmission sur les frontières Γ_e et Γ_i .

Le champ de réaction de la structure vérifiée les équations suivantes :

$$(S-I-4) \begin{cases} \nabla \times h^r(x) = 0 & x \in \Omega_e / \text{sup } J^s & (I-23) \\ \nabla \times h^r(x) = -i\omega\epsilon e(x) + \sigma e(x) + \nabla \times h^s(x) & x \in \Omega_p & (I-24) \\ \nabla \times h(x) = 0 & x \in \Omega_i & (I-25) \\ h^r_\infty = o(1/r) & & (I-26) \end{cases}$$

I-3-2 Puissance mise en jeu dans le système physique

Le flux de puissance traversant la surface Γ est le flux du vecteur de Poynting $E(x,t) \times H(x,t)$. Le vecteur de Poynting caractérisé par la direction, le sens et l'intensité de la puissance électromagnétique en son point d'application. L'expression de ce vecteur en régime stationnaire harmonique s'écrit [2] [4] :

$$\frac{-i}{2\omega\mu} \int_{\Gamma} n(x) \cdot (e(x) \times \text{rot } \bar{e}(x)) dx. \quad (I-27)$$

Où \bar{e} indique le conjugué de e . Ceci est égal le théorème de divergence à :

$$\frac{-i}{2\omega\mu} \int_{\Omega'} \text{div} (e(x) \times \text{rot } \bar{e}(x)) dx. \quad (I-28)$$

En effectuant la divergence d'un produit vectoriel :

$$\text{div}(e \times \text{rot } \bar{e}) = \text{rot } \bar{e} \cdot \text{rot } e - e \cdot \text{rot } \text{rot } \bar{e}$$

et, en rappelant que e satisfait à

$$\text{rot } \text{rot } e - i\omega\mu\sigma e = 0$$

ceci implique :

$$\text{rot } \text{rot } \bar{e} = \omega\mu\sigma \bar{e}$$

La puissance qui traverse la surface Γ est donc à

$$W = \frac{1}{2\omega\mu} \int_{\Omega'} |\text{rot } e(x)|^2 dx + \frac{1}{2} \int_{\Omega'} \sigma |e(x)|^2 dx. \quad (I-29)$$

La puissance magnétique stationnaire dans le domaine Ω_i plus la puissance dissipée dans le corps conducteur par effet joule.

En écrivant la relation (I - 27) pour le champ électrique extérieur dans le domaine complémentaire $\Omega^e = \mathfrak{R}^3 - \Omega^i$ (dans l'air), et en tenant compte du comportement du champ électromagnétique à l'infini [4], il vient :

$$\begin{aligned}
W^e &= \frac{-i}{2\omega\mu_0} \int_{\Omega^e} \operatorname{div}(e(x) \times \operatorname{rot} \bar{e}(x)) dx \\
&= \frac{-i}{2\omega\mu_0} \int_{\Omega^e} \operatorname{rot} \bar{e}(x) \cdot \operatorname{rot} e(x) dx + \frac{i}{2\omega\mu_0} \int_{\Omega^e} e(x) \cdot \operatorname{rot} \operatorname{rot} \bar{e}(x) dx \quad (I-30)
\end{aligned}$$

En écrivant :

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} e(x) = \operatorname{rot} \operatorname{rot} e^r(x) + \operatorname{rot} \operatorname{rot} e^s(x) \quad (I-31)$$

nous avons :

$$W^e = \frac{-i}{2\omega\mu_0} \left\{ \int_{\Omega^e} \operatorname{rot} \bar{e}(x) \cdot \operatorname{rot} e(x) dx + \int_{\Omega^e} e(x) \cdot \operatorname{rot} \operatorname{rot} \bar{e}^r(x) dx + \int_K e(x) \cdot \operatorname{rot} \operatorname{rot} \bar{e}^s(x) dx \right\} \quad (I-32)$$

La troisième intégrale représente la puissance par effet joule dans la source. Comme nous l'avons supposée parfaite, cette puissance est nulle. La deuxième intégrale est nulle puisque $\operatorname{rot} \operatorname{rot} e^r = 0$ dans Ω^e .

La puissance W^e dans le milieu entourant le corps conducteur est donc une puissance magnétique W_m stationnaire,

$$W_m = \frac{1}{2\omega\mu_0} \int_{\Omega^e} \operatorname{rot} \bar{e}(x) \cdot \operatorname{rot} e(x) dx \quad (I-33)$$

Remarquons si l'on n'avait pas négligé les courants de déplacement, on aurait trouvé pour la puissance :

$$W^e = W_m + \frac{\varepsilon\omega}{2} \int_{\Omega} e(x) \cdot \bar{e}(x) dx \quad (I-34)$$

La deuxième intégrale, qui représente la puissance électrique W_e due aux courants de déplacements, est telle que :

$$W_e \ll W_m \quad (I-35)$$

Physiquement, ces quantités de puissance sont finies. Cela donnant au champ électromagnétique une certaine régularité, nous permet de définir les espaces des champs admissibles ou les champs e et h sont de carrés intégrables ainsi que leurs rotationnels.

Chapitre 2

CALCUL ANALYTIQUE

Chapitre 2

CALCUL ANALYTIQUE

II - 1 Introduction

Le calcul analytique se base sur une formulation directe du problème. Il se pose dans chaque région de notre système comme problème mixte : Dirichlet et Neumann. Comme nous allons le voir, ce calcul nous permet de calculer les coefficients des rapports d'énergies : incidente, diffractée et transmise sans passer par le calcul des champs. L'allure de ces coefficients en fonction des caractéristiques des matériaux et de la géométrie de l'écran, nous permet d'étudier le blindage électromagnétique assuré par ce dernier.

II - 2 Transformations analytiques

Prenons le rotationnel des deux équations de Maxwell sur le domaine de l'écran ($\sigma \neq 0$) (I-1) et (I-2) :

$$\nabla \times \nabla \times \vec{e} + \nabla \times \frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = 0 \quad (II-1)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{h} - \nabla \times \frac{\partial \vec{d}}{\partial t} = \nabla \times \vec{j} \quad (II-2)$$

et, faisant appel aux relations constitutives, on a :

$$\nabla \times \nabla \times \vec{e} + \mu \nabla \times \frac{\partial \vec{h}}{\partial t} = 0 \quad (II-3)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{h} - \varepsilon \nabla \times \frac{\partial \vec{e}}{\partial t} = \sigma \nabla \times \vec{e} \quad (II-4)$$

Ces équations s'écrivent encore:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{e} + \mu \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{h} = 0 \quad (II-5)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{h} - \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{e} = \sigma \nabla \times \vec{e} \quad (II-6)$$

En éliminant l'une ou l'autre des deux fonctions d'états, on a :

$$\nabla \times \nabla \times \vec{e} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{e}}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial \vec{e}}{\partial t} = 0 \quad (II-7)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{h} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{h}}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial \vec{h}}{\partial t} = 0 \quad (II-8)$$

De ces dernières équations on aboutit à [2] [3] :

$$\Delta \vec{e} + (\omega^2 \varepsilon \mu + i \omega \sigma \mu) \vec{e} = 0 \quad (II-9)$$

$$\Delta \vec{e} + k^2 \vec{e} = 0 \quad (II-10)$$

Cette dernière équation est connue sous le nom d'équation de Helmholtz,

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu + i \omega \sigma \mu \quad (II-11)$$

k étant le nombre d'onde électromagnétique ou facteur de propagation.

$$k = \alpha + i \beta \quad (II-12)$$

II - 3 Calculs des coefficients de réflexion et de transmission

Nous considérerons que le cas de l'incidence normale qui est d'ailleurs d'une importance pratique très grande. Trois milieux homogènes arbitraires, caractérisés par les facteurs de propagation k_1 , k_2 , k_3 sont séparés par des surfaces planes comme la montre la figure 2.

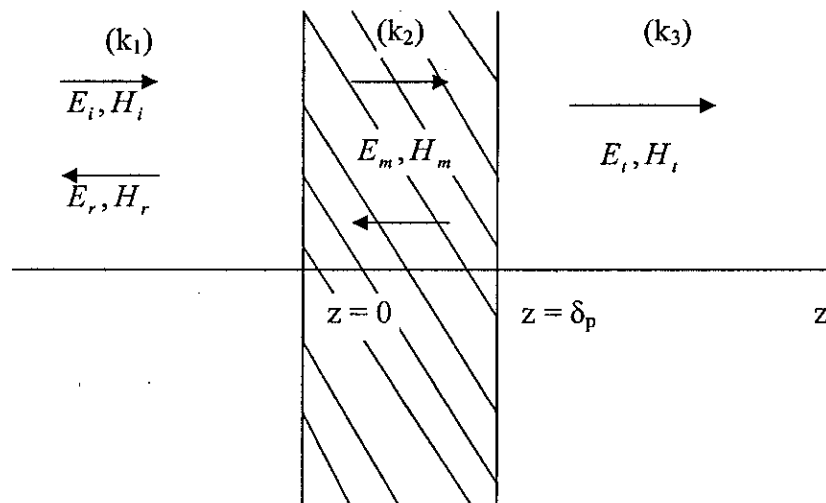


Figure II-1 - a : Réflexion et transmission de l'onde électromagnétique éclairant l'écran sous une incidence normale (2D).

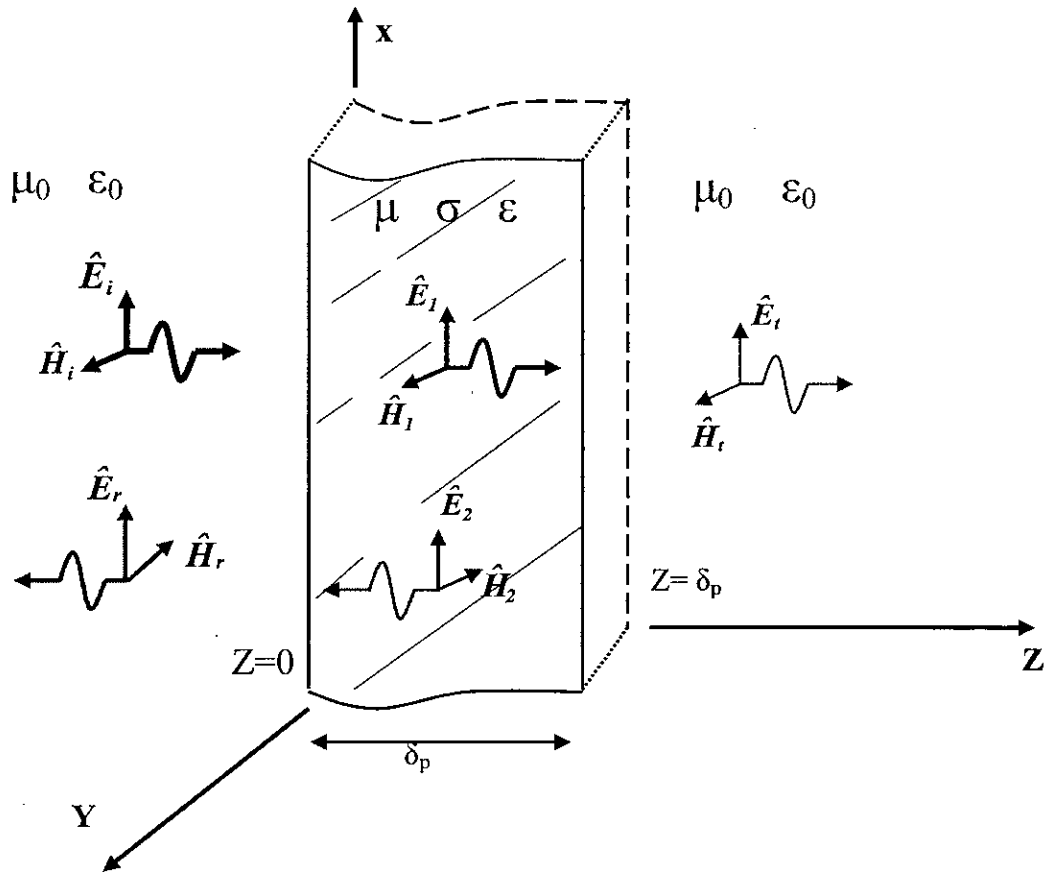


Figure II-1 - b : Réflexion et transmission de l'onde ELM éclairant l'écran plane sous une incidence normale (3D).

Nous nous limiterons aux amplitudes des vecteurs et nous écrivons pour les ondes incidente et réfléchie dans le milieu (1) :

$$E_i = E_0 \exp(ik_1 z - i\omega t) \tag{II-13}$$

$$H_i = \frac{k_1}{\omega \mu_1} \times E_i \tag{II-14}$$

$$E_r = E_1 \exp(-ik_1 z - i\omega t) \tag{II-15}$$

$$H_r = -\frac{k_1}{\omega \mu_1} \times E_r \tag{II-16}$$

Le champ à l'intérieur de l'écran (2) doit être exprimé en fonction des ondes positive et négative :

$$E_m = [E_2^+ \exp(ik_2 z) + E_2^- \exp(-ik_2 z)] e^{-i\omega t} \quad (II-17)$$

$$H_m = \frac{k_2}{\omega \mu_2} \times [E_2^+ \exp(ik_2 z) - E_2^- \exp(-ik_2 z)] e^{-i\omega t} \quad (II-18)$$

Tandis que l'onde transmise s'écrit :

$$E_t = E_3 \exp(ik_3 z - i\omega t) \quad (II-19)$$

$$H_t = \frac{k_3}{\omega \mu_3} \times E_t \quad (II-20)$$

Il sera commode ici d'utiliser le concept d'impédance intrinsèque. On a pour une onde plane dans un milieu homogène et isotrope :

$$E_j = \pm Z_j H_j, \quad Z_j = \frac{\omega \mu_j}{k_j} \quad (II-21)$$

Nous définirons le rapport des impédances par :

$$Z_{jk} = \frac{Z_j}{Z_k} = \frac{\mu_j k_k}{\mu_k k_j} \quad (II-22)$$

Et nous remarquerons que :

$$Z_{jk} Z_{kj} = 1, \quad Z_{ij} Z_{jk} = Z_{ik} \quad (II-23)$$

En fonction de ces rapports d'impédance, en utilisant les conditions de transmission de E et H, on trouve les relations entre les différentes amplitudes $E_0, E_1, E_2^+, E_2^-, E_3$. et après résolution on trouve :

$$E_1 = \frac{(1 - Z_{12})(1 + Z_{23}) + (1 + Z_{12})(1 - Z_{23}) \exp(2ik_2 \delta_p)}{(1 + Z_{12})(1 + Z_{23}) + (1 - Z_{12})(1 - Z_{23}) \exp(2ik_2 \delta_p)} E_0 \quad (II-24)$$

$$E_3 = \frac{4 \exp(-ik_3 d) E_0}{(1 - Z_{12})(1 - Z_{23}) \exp(ik_2 \delta_p) + (1 + Z_{12})(1 + Z_{23}) \exp(-ik_2 \delta_p)} \quad (II-25)$$

Nous introduisant maintenant les rapports complexes définies par :

$$r_{jk} = \frac{1 - Z_{jk}}{1 + Z_{jk}} = \frac{Z_k - Z_j}{Z_k + Z_j} = -r_{kj} \quad (II - 26)$$

La signification physique de ces rapports devient évidente si on remarque qu'on a :

$$r_{jk} = \frac{\mu_k k_j - \mu_j k_k}{\mu_k k_j + \mu_j k_k} \quad (II - 27)$$

$$|r_{jk}|^2 = \frac{(\mu_k \alpha_j - \mu_j \alpha_k)^2 + (\mu_k \beta_j - \mu_j \beta_k)^2}{(\mu_k \alpha_j + \mu_j \alpha_k)^2 + (\mu_k \beta_j + \mu_j \beta_k)^2} = R_{jk} \quad (II - 28)$$

Les R_{jk} sont les coefficients de réflexion sous incidence normale pour une surface plane séparant deux milieux semi-finis [3], la quantité r_{jk} est le rapport complexe des amplitudes des ondes réfléchie et incidente. Le coefficient de réflexion sur une surface de séparation est nul lorsque les impédances intrinsèques des milieux adjacents sont égales. En utilisant les r_{jk} , les équations (I-24) et (I-25) se réduisent à :

$$\frac{E_1}{E_0} = \frac{r_{12} + r_{23} \exp(2 i k_2 \delta_p)}{1 + r_{12} r_{23} \exp(2 i k_2 \delta_p)} \quad (II - 29)$$

$$\frac{E_3}{E_0} = \frac{1}{(1 + Z_{12})(1 + Z_{23})} \frac{4 \exp[i(k_2 - k_3)\delta_p]}{1 + r_{12} r_{23} \exp(2 i k_2 \delta_p)} \quad (II - 30)$$

Les coefficients de réflexion et de transmission de l'écran sont égaux aux carrés des valeurs absolues de ces rapports. On peut écrire :

$$Z_{jk} = \frac{\mu_j}{\mu_k} \left(\frac{\alpha_k^2 + \beta_k^2}{\alpha_j^2 + \beta_j^2} \right)^{1/2} \exp(i \gamma_{jk}) \quad (II - 31)$$

$$\operatorname{tg} \gamma_{jk} = \frac{\alpha_j \beta_k - \alpha_k \beta_j}{\alpha_j \alpha_k + \beta_j \beta_k} \quad (II - 32)$$

$$r_{jk} = |r_{jk}| \exp(i \delta_{jk}) \quad (II - 33)$$

$$\operatorname{tg} \delta_{jk} = \frac{2 \mu_j \mu_k (\alpha_k \beta_j - \alpha_j \beta_k)}{\mu_k^2 (\alpha_j^2 + \beta_j^2) - \mu_j^2 (\alpha_k^2 + \beta_k^2)} \quad (II - 34)$$

On notera que $\gamma_{jk} = -\gamma_{kj}$ et que $\delta_{jk} = +\delta_{kj}$. En introduisant des angles de phase dans (I-29) et (I-30) et en multipliant chaque rapport par sa valeur conjuguée, on obtient :

$$R = \left| \frac{E_1}{E_0} \right|^2 = \frac{R_{12} + 2(R_{12}R_{23})^{1/2} \exp(-2\beta_2 \delta_p) \cos(\delta_{23} - \delta_{12} + 2\alpha_2 \delta_p) + R_{23} \exp(-4\beta_2 \delta_p)}{1 + 2(R_{12}R_{23})^{1/2} \exp(-2\beta_2 \delta_p) \cos(\delta_{12} + \delta_{23} + 2\alpha_2 \delta_p) + R_{12}R_{23} \exp(-4\beta_2 \delta_p)} \quad (II-35)$$

$$T = \left| \frac{E_3}{E_0} \right|^2 = \frac{\mu_2^2 \mu_3^2 (\alpha_1^2 + \beta_1^2)(\alpha_2^2 + \beta_2^2)}{[(\mu_2 \alpha_1 + \mu_1 \alpha_2)^2 + (\mu_2 \beta_1 + \mu_1 \beta_2)^2] [(\mu_3 \alpha_2 + \mu_2 \alpha_3)^2 + (\mu_3 \beta_2 + \mu_2 \beta_3)^2]} \times \frac{16 \exp[-2(\beta_2 - \beta_3) \delta_p]}{1 + 2(R_{12}R_{23})^{1/2} \exp(-2\beta_2 \delta_p) \cos(\delta_{12} + \delta_{23} + 2\alpha_2 \delta_p) + R_{12}R_{23} \exp(-4\beta_2 \delta_p)} \quad (II-36)$$

II – 4 Représentation des différentes allures

II – 4 - 1 Coefficient de réflexion

1 - Variation de la conductivité :

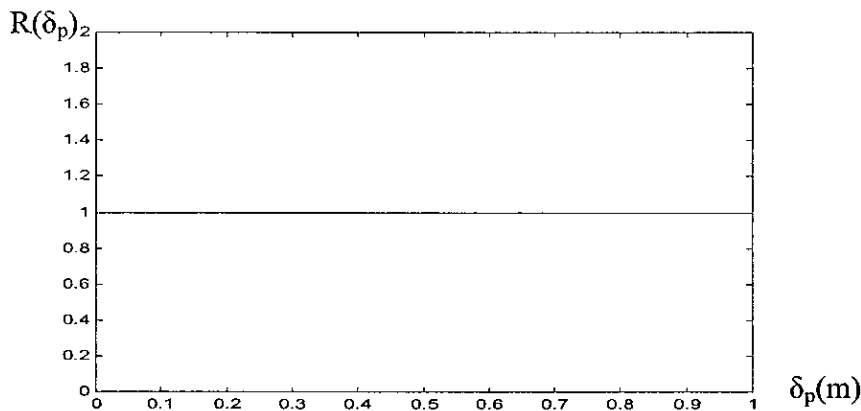


Figure II -1-Coefficient de réflexion R
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \epsilon = \epsilon_0, \sigma = 10^7$

Nous remarquons que le coefficient de réflexion prend une valeur égale à 1 quelque soit l'épaisseur de l'écran.

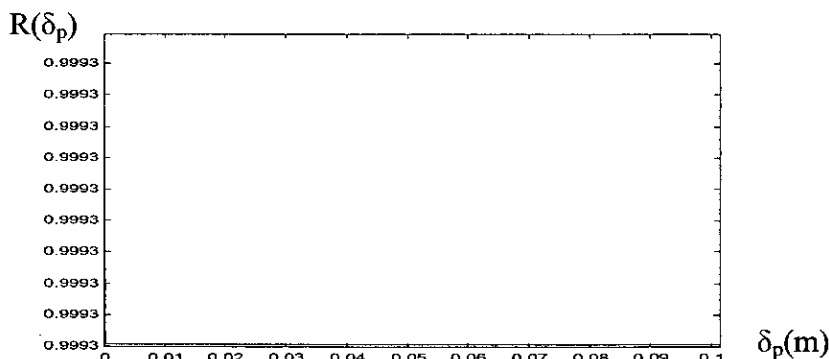


Figure II -2-Coefficient de réflexion R
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \epsilon = \epsilon_0, \sigma = 10^6$

Nous remarquons que le coefficient de réflexion prend une valeur égale à 0.9993 quelque soit l'épaisseur de l'écran.

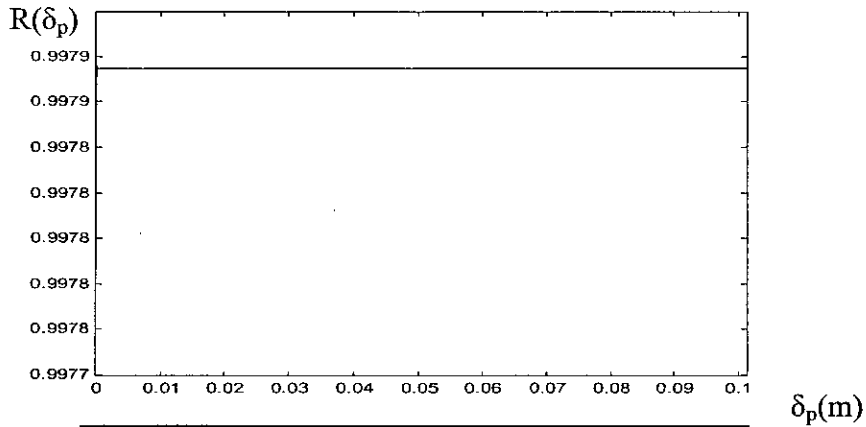


Figure II -3-Coefficient de réflexion R
 $f = 1 \text{ G Hz}, \mu = \mu_0, \varepsilon = \varepsilon_0, \sigma = 10^5$

Nous remarquons que le coefficient de réflexion prend une valeur égale à 0.997 a partir d'une épaisseur de 1mm.

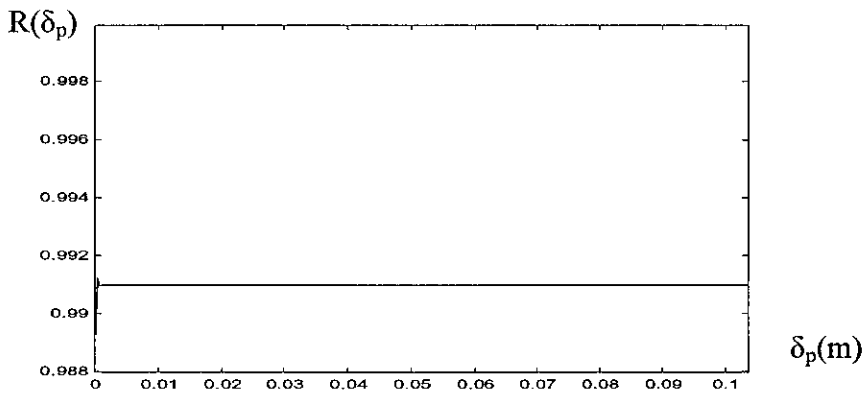


Figure II -4-Coefficient de réflexion R
 $f = 1 \text{ G Hz}, \mu = \mu_0, \varepsilon = \varepsilon_0, \sigma = 10^4$

Nous remarquons que le coefficient de réflexion prend une valeur égale à 0.991 a partir d'une épaisseur de 2 mm.

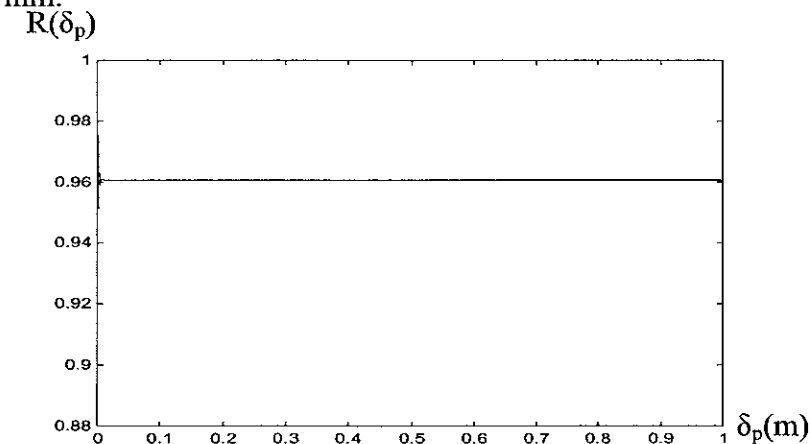


Figure II -5-Coefficient de réflexion R
 $f = 1 \text{ G Hz}, \mu = \mu_0, \varepsilon = \varepsilon_0, \sigma = 10^3$

Nous remarquons que le coefficient de réflexion prend une valeur constante égale a 0.96 à partir de l'épaisseur 10 mm. Dans la partie inférieure à 10 mm le coefficient de réflexion présente des abattements, les parties maxima de ce dernier sont présentés dans ce tableau.

$\delta_p(\text{mm})$	1	5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
R	0.996	0.9665	0.94	0.92	0.905	0.895	0.89	0.884	0.881	0.879	0.878	0.877	0.876

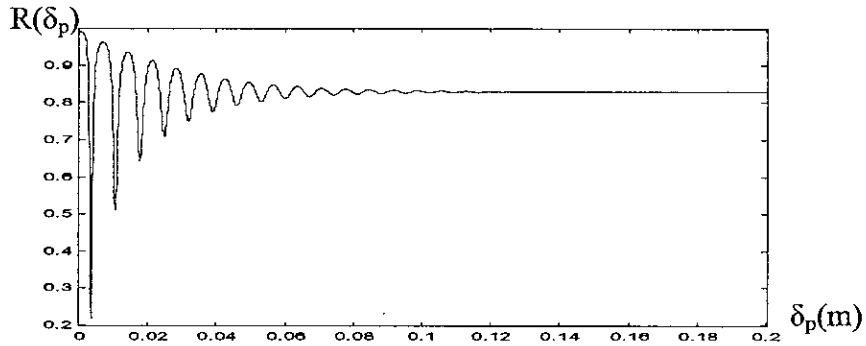


Figure II -6-Coefficient de réflexion R
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \epsilon = \epsilon_0, \sigma = 50$

Nous remarquons que le coefficient de réflexion prend une valeur constante égale a 0.84 à partir de l'épaisseur 10 mm. Dans la partie inférieure à 140 mm le coefficient de réflexion présente des abattements, les parties maximales de ce dernier sont présentées dans ce tableau.

$\delta_p(\text{mm})$	1	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	140
R	0.991	0.962	0.94	0.912	0.893	0.8775	0.865	0.855	0.8485	0.843	0.839	0.835	0.83

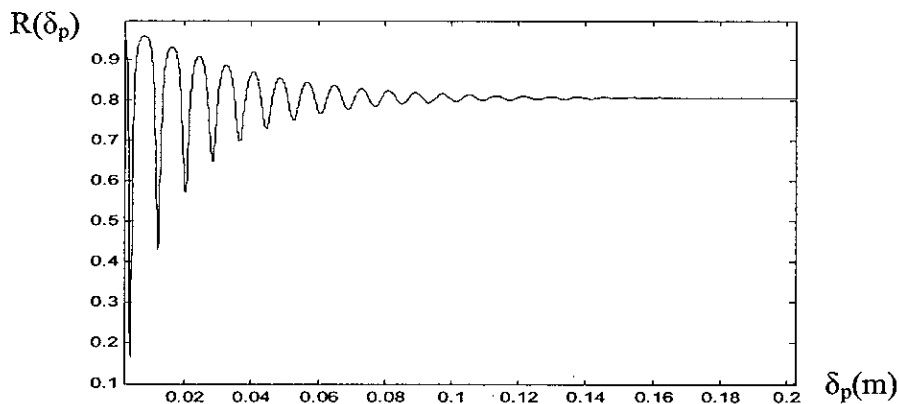


Figure II -7-Coefficient de réflexion R
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \epsilon = \epsilon_0, \sigma = 38$

Nous remarquons que le coefficient de réflexion prend une valeur constante égale a 0.80 à partir de l'épaisseur 10 mm. Dans la partie inférieure à 150 mm le coefficient de réflexion présente des abattements, les parties maximale de ce dernier sont présentées dans ce tableau.

d(mm)	1	8	16	24	32	40	48	56	65	73	81	89	200
R	0.988	0.959	0.932	0.908	0.888	0.870	0.856	0.845	0.836	0.828	0.825	0.819	0.805

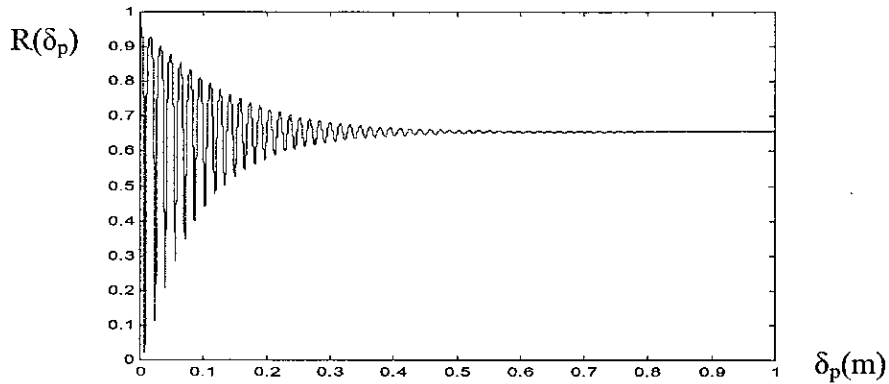


Figure II -8-Coefficient de réflexion R
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \epsilon = \epsilon_0, \sigma = 10$

Nous remarquons que le coefficient de réflexion prend une valeur constante égale à 0.65 à partir de l'épaisseur 10 mm. Dans la partie inférieure à 150 mm le coefficient de réflexion présente des abattements, les parties maxima de ce dernier sont comprises entre 0.956 pour un épaisseur de 1 mm à $R = 0.66$ pour $\delta_p = 80 \text{ cm}$.

De ces figures on remarque que lorsqu'on diminue la valeur de la conductivité électrique (σ) de l'écran d'une valeur de 10^7 jusqu'à 10, le coefficient de réflexion prend des valeurs de 1 à 0.66.

2 - Variation de la perméabilité:

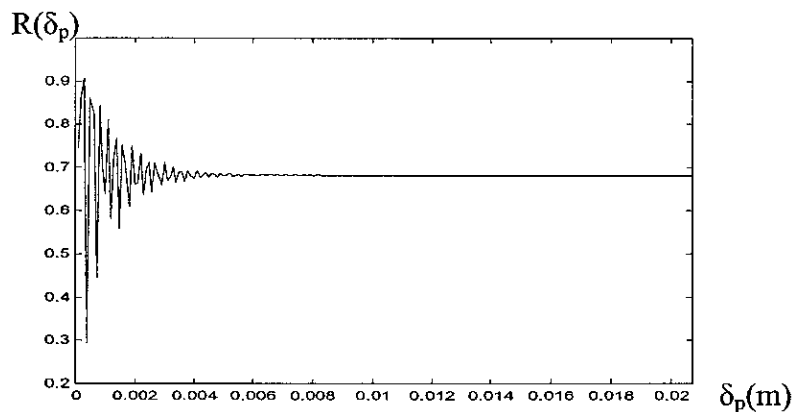


Figure II -9-Coefficient de réflexion R
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = 10000 * \mu_0, \epsilon = \epsilon_0, \sigma = 10$

Nous remarquons que le coefficient de réflexion R prend une valeur constante égale à 0.6829 à partir de l'épaisseur 5 mm. Et $R = 0.9$ pour $\delta_p = 1 \text{ mm}$

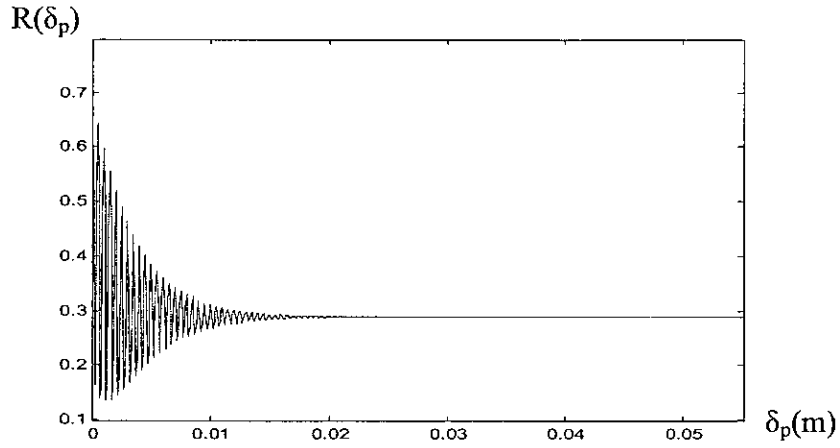


Figure II -10-Coefficient de réflexion R
 $f = 1 \text{ G Hz}, \mu = 1000 * \mu_0, \epsilon = \epsilon_0, \sigma = 10$

Nous remarquons que le coefficient de réflexion R prend une valeur constante égale à 0.2892 à partir de l'épaisseur 25 mm. Et $R = 0.65$ pour $\delta_p = 1 \text{ mm}$

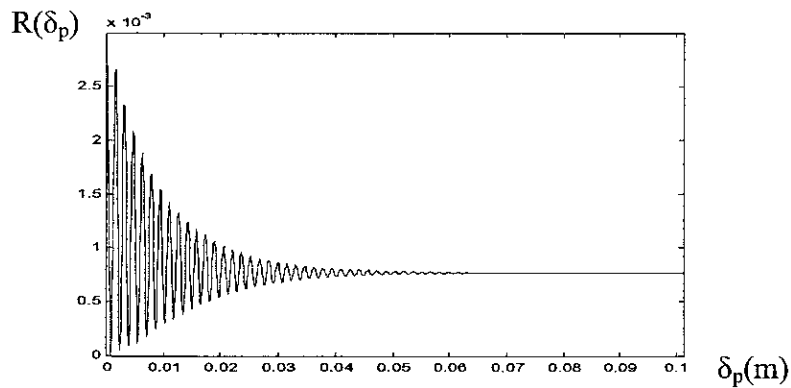


Figure II -11-Coefficient de réflexion R
 $f = 1 \text{ G Hz}, \mu = 100 * \mu_0, \epsilon = \epsilon_0, \sigma = 10$

Nous remarquons que le coefficient de réflexion R prend une valeur constante égale à 0.0007 à partir de l'épaisseur 70 mm.

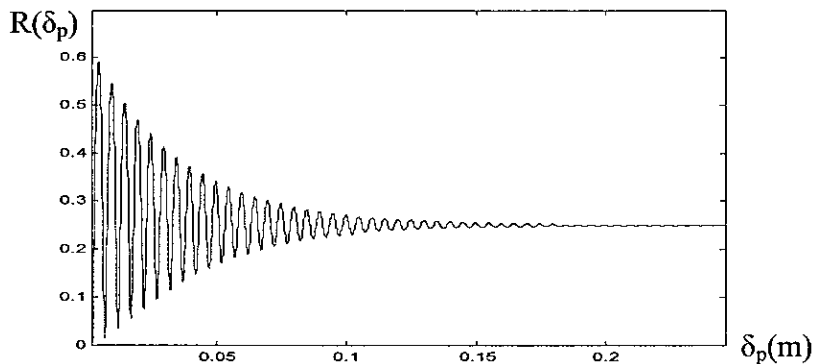


Figure II -12-Coefficient de réflexion R
 $f = 1 \text{ G Hz}, \mu = 10 * \mu_0, \epsilon = \epsilon_0, \sigma = 10$

R varie de 0.65 jusqu'à 0.25 avec des intervalles de δ_p [5 mm].

En comparaison avec les résultats ou l'écran a les caractéristiques $f = 1 \text{ GHz}$ $\mu = \mu_0$, $\varepsilon = \varepsilon_0$ $\sigma = 10$, on remarque que lorsqu'on augmente la perméabilité de $\mu = \mu_0$, jusqu'à $\mu = 10^4 \mu_0$ le R diminuera de 0.66 à 0.25

Maintenant on prend la valeur de $\sigma = 1$.

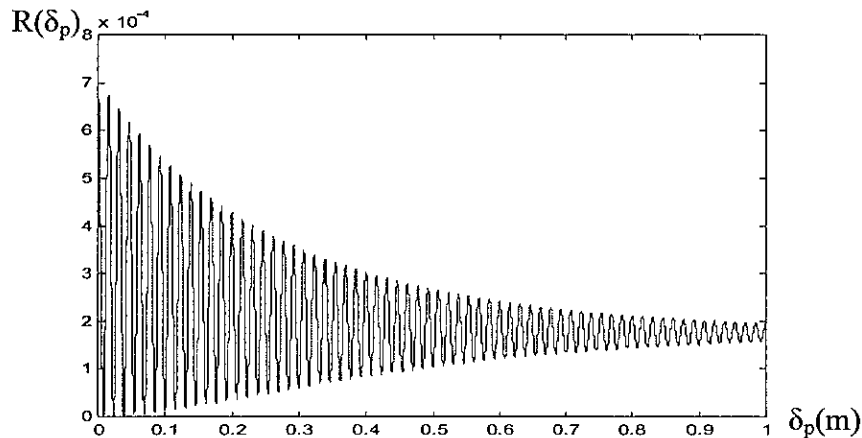


Figure II -13-Coefficient de réflexion R
 $f = 1 \text{ GHz}$, $\mu = 10^4 \mu_0$, $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\sigma = 1$

Nous remarquons que R diminue jusqu'à des valeurs voisines de 0.0002.

- si on prend les caractéristiques suivante $f = 1 \text{ GHz}$ $\mu = 10^4 \mu_0$, $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\sigma = 1$

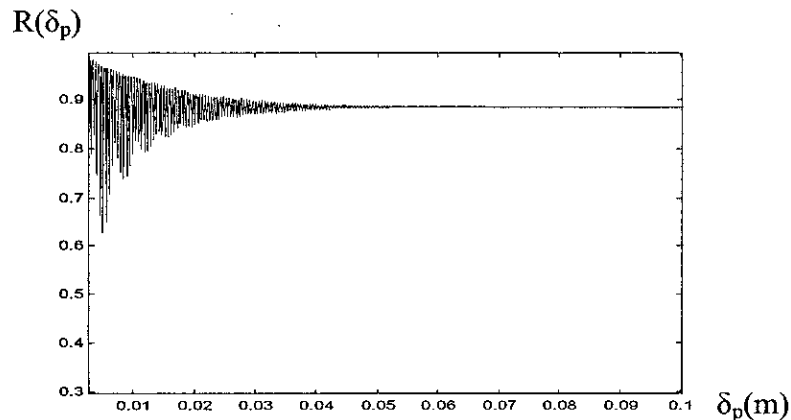


Figure II -14-Coefficient de réflexion R
 $f = 1 \text{ GHz}$, $\mu = 10^4 \mu_0$, $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\sigma = 1$

- Nous remarquons que le coefficient de réflexion prend des maximale égale à 1.

R = 1 pour $\delta_p = 1\text{mm}$
 R = 0.985 pour $\delta_p = 2\text{mm}$
 R = 0.98 pour $\delta_p = 3\text{mm}$
 R = 0.975 pour $\delta_p = 4\text{mm}$

Jusqu'à qu'il prend une valeur constante $R = 0.884$ a partir de $\delta_p = 11$ cm.

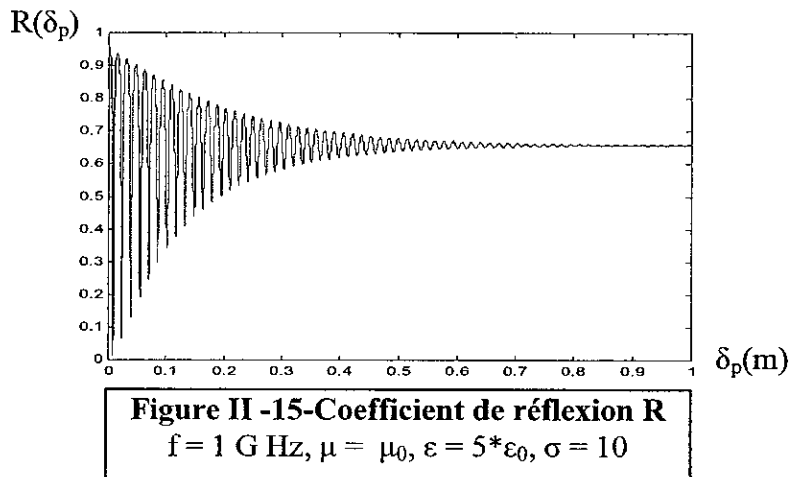
Prenant la même valeur de la perméabilité de ce dernier mais avec des conductivités différentes, on remarque que le coefficient de réflexion n'atteindrait jamais la valeur 0.5.

Le coefficient de réflexion prend des valeur importante (0.85 – 0.8) pour :

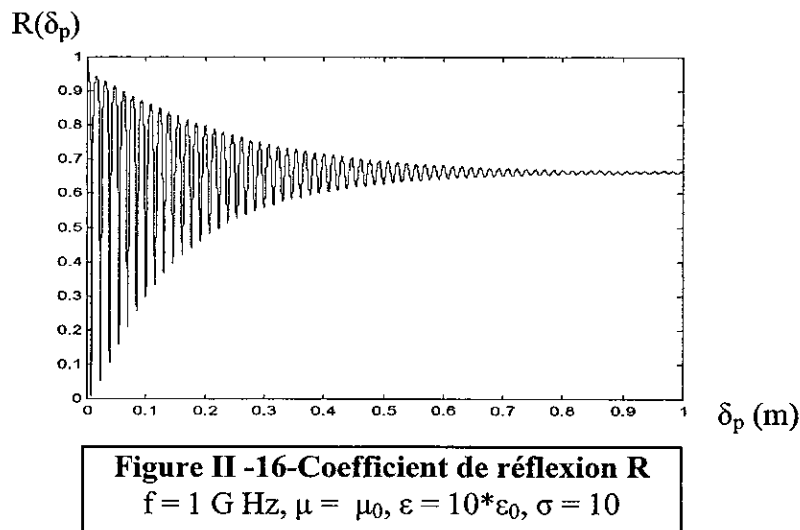
- 1 - des perméabilités du matériau importantes.
- 2 - La conductivité est une faible valeur.

Il faut avoir un compromis entre la conductivité et la perméabilité pour avoir un matériau qui provoque une réflexion maximale du champ électrique. (μ élever , σ faible)

3 – Variation de la permittivité :



R varie entre 0.95 jusqu'à 0.66 pour des épaisseurs de 2 mm à 800 mm respectives avec des intervalles de 16 mm.



R varie entre 0.975 jusqu'à 0.75 pour des épaisseurs de 2 mm à 1 m respectives avec des intervalles de 14 mm.

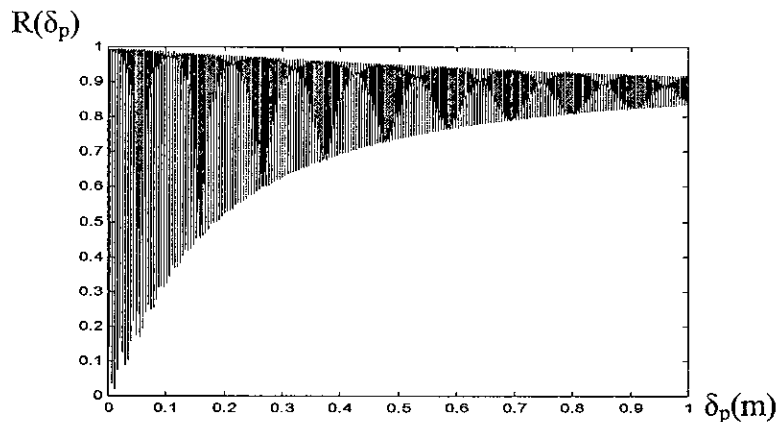


Figure II -17-Coefficient de réflexion R
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \varepsilon = 1000 * \varepsilon_0, \sigma = 10$

R varie entre 0.995 jusqu'à 0.85 pour des épaisseurs de 1 mm à 1 m respective avec des intervalles de 4.5 mm.

Les épaisseurs où le coefficient de réflexion est maximal sont 1, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 et 11 mm

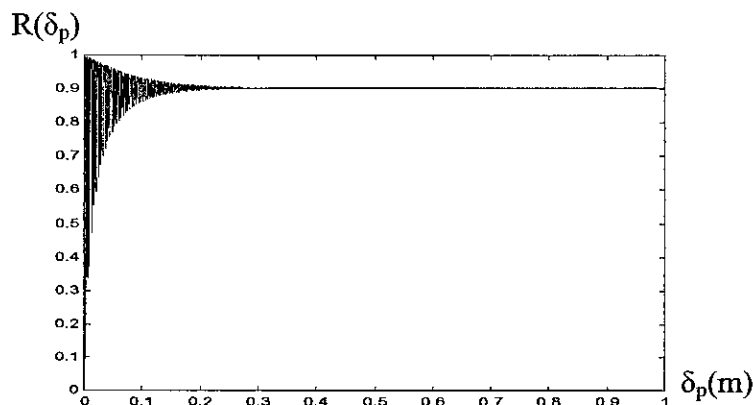


Figure II -18-Coefficient de réflexion R
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \varepsilon = 1000 * \varepsilon_0, \sigma = 100$

En augmentant la valeur de $\sigma = 100$:

- R atteint le 1 pour des faibles épaisseurs (1 et 2 mm)
- R prend la valeur 0.9 a partir de $\delta_p = 38 \text{ mm}$

De ces figures on constate qu'en augmentant ε le coefficient de réflexion n'atteint jamais la valeur 1 pour tout les épaisseurs, par contre le cas contraire pour des faibles épaisseurs (1 2 3 mm) ce qui veut dire une réflexion totale du champ électrique.

4 – Variation de la fréquence:

On prend un bon conducteur puis on fait varier la fréquence;

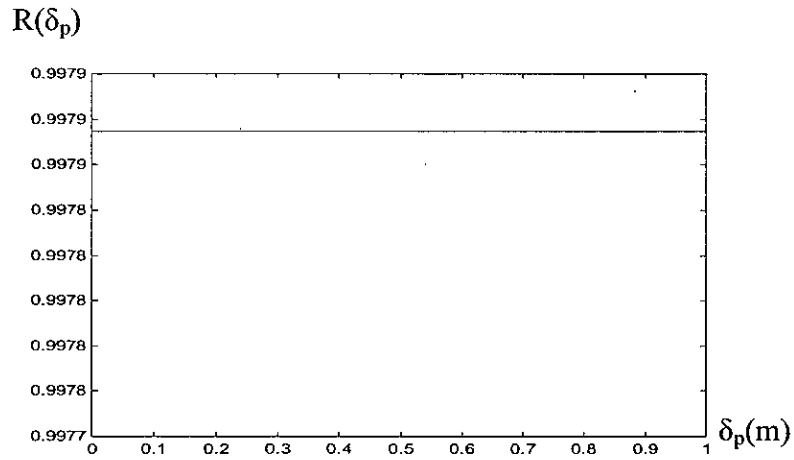


Figure II -19-Coefficient de réflexion R
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \varepsilon = \varepsilon_0, \sigma = 100000$

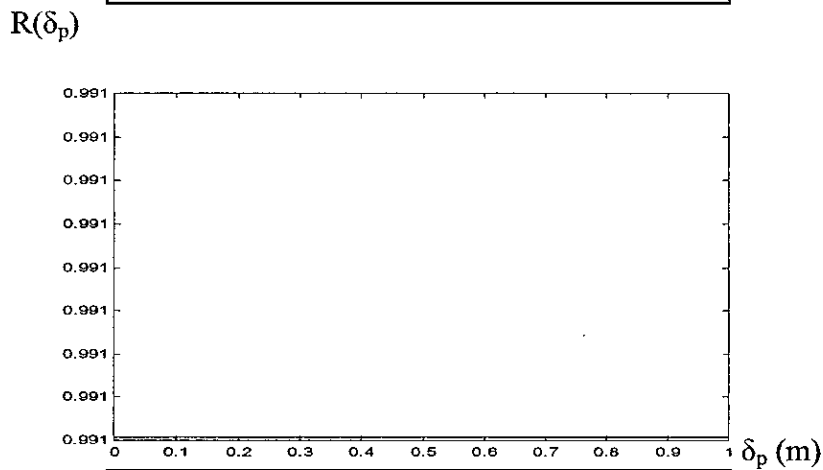


Figure II -20-Coefficient de réflexion R
 $f = 10 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \varepsilon = \varepsilon_0, \sigma = 100000$

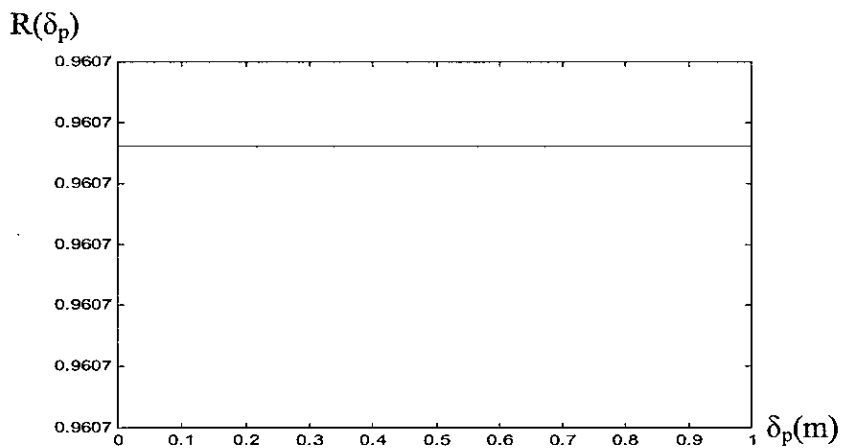


Figure II -21-Coefficient de réflexion R
 $f = 100 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \varepsilon = \varepsilon_0, \sigma = 100000$

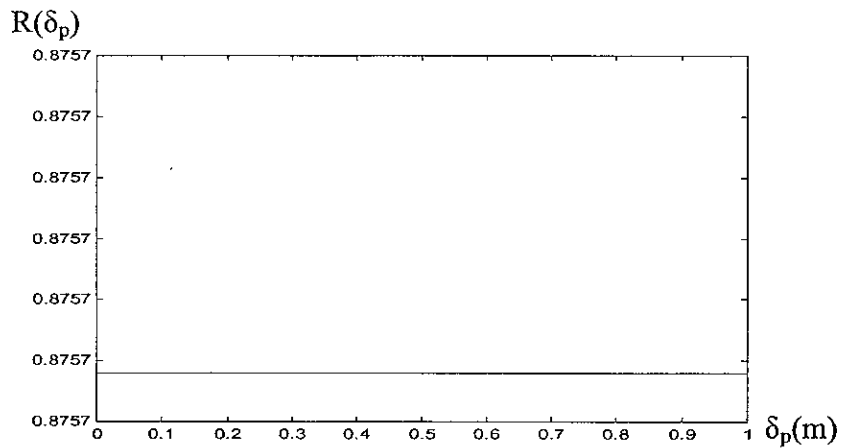


Figure II -22-Coefficient de réflexion R
 $f = 1000 \text{ G Hz}, \mu = \mu_0, \epsilon = \epsilon_0, \sigma = 100000$

De ces figures: Lorsqu'on augmente f , le R diminue.

On peut déduire que :

Les matériaux présentant une réflexion totale sont les bons conducteurs,

Mais on peut avoir des matériaux ferromagnétiques mais avec des faibles épaisseurs;

Nous remarquons aussi que pour les hautes fréquences les petites épaisseurs de l'écran peuvent donner une réflexion importante.

II – 2 - 2 Coefficient de transmission

1 - Variation de la conductivité :

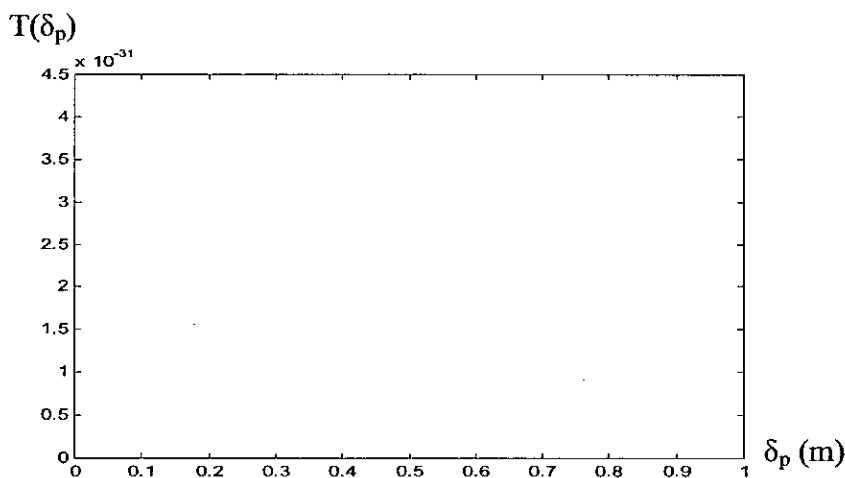


Figure II -23-Coefficient de transmission T
 $f = 1 \text{ G Hz}, \mu = \mu_0, \epsilon = \epsilon_0, \sigma = 10^7$

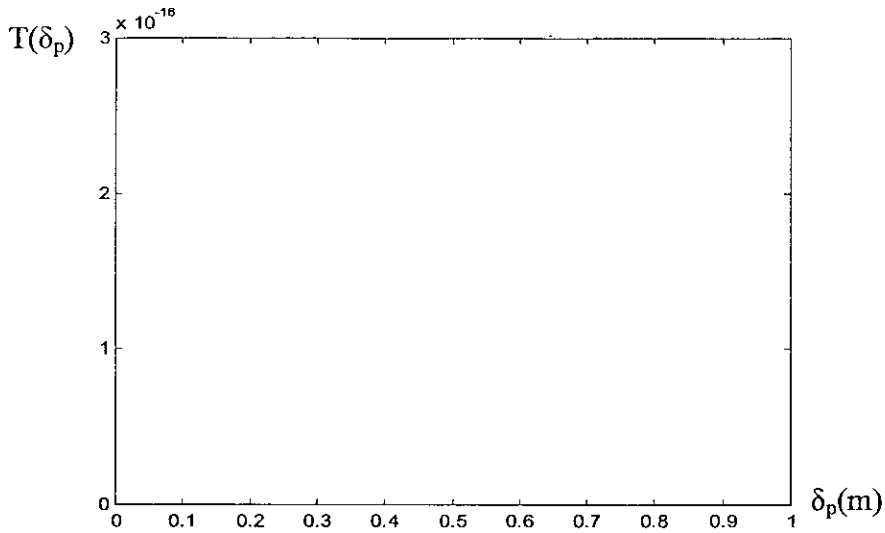


Figure II -24-Coefficient de transmission T
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \epsilon = \epsilon_0, \sigma = 10^6$

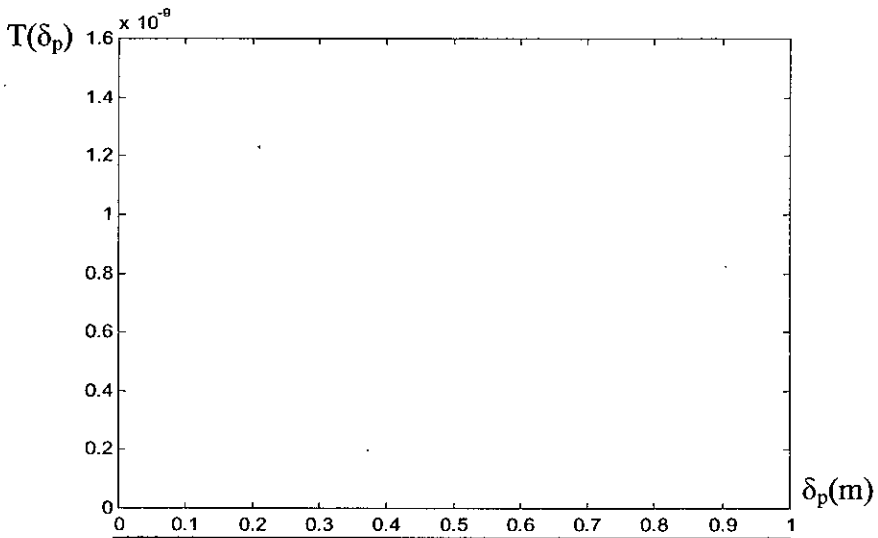


Figure II -25-Coefficient de transmission T
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \epsilon = \epsilon_0, \sigma = 10^5$

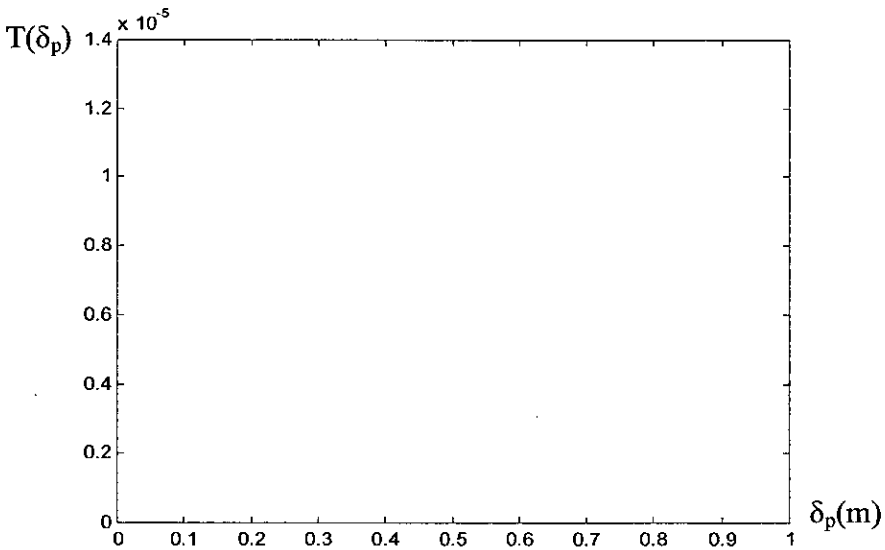


Figure II -26-Coefficient de transmission T
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \epsilon = \epsilon_0, \sigma = 10^4$

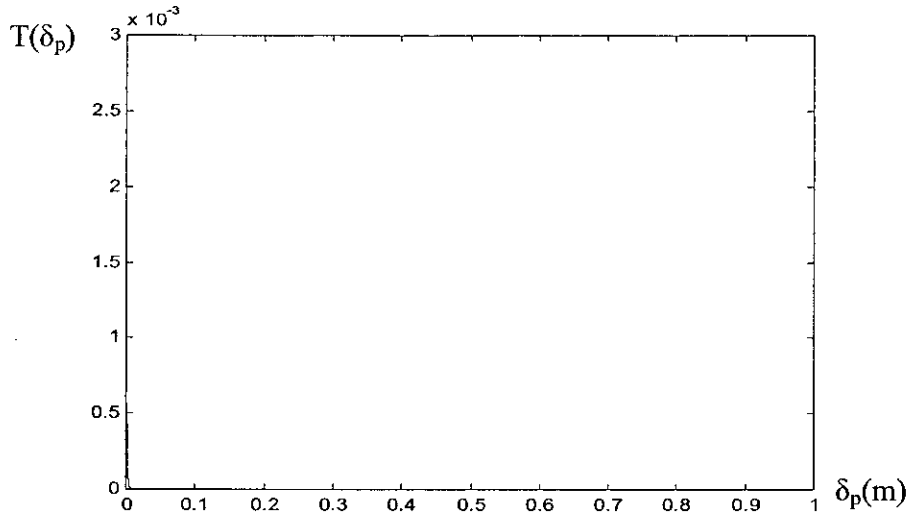


Figure II -27-Coefficient de transmission T
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \varepsilon = \varepsilon_0, \sigma = 10^3$

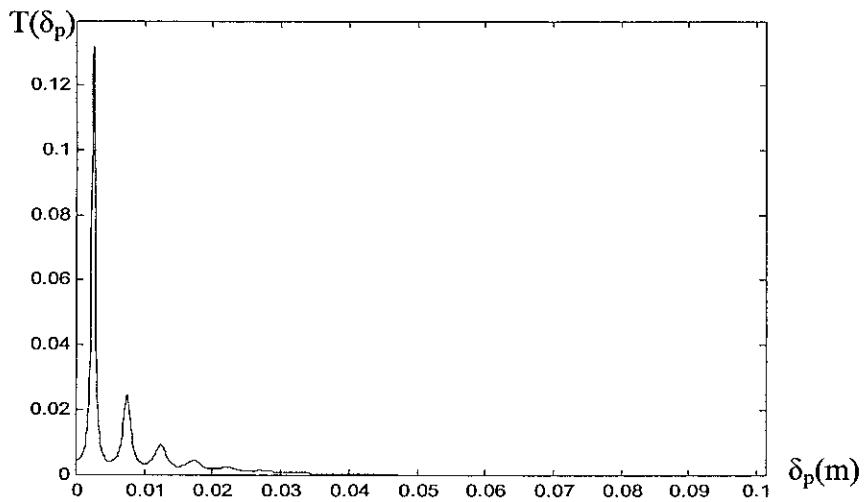


Figure II -28-Coefficient de transmission T
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \varepsilon = \varepsilon_0, \sigma = 10^2$

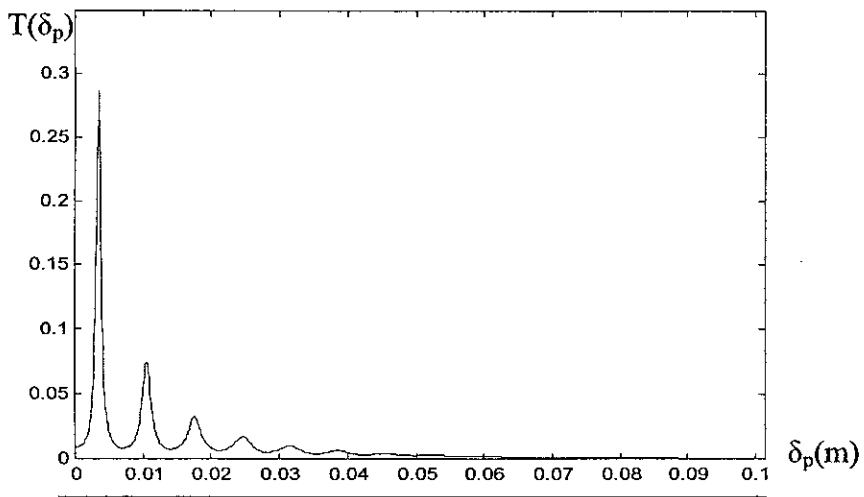


Figure II -29-Coefficient de transmission T
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \varepsilon = \varepsilon_0, \sigma = 50$

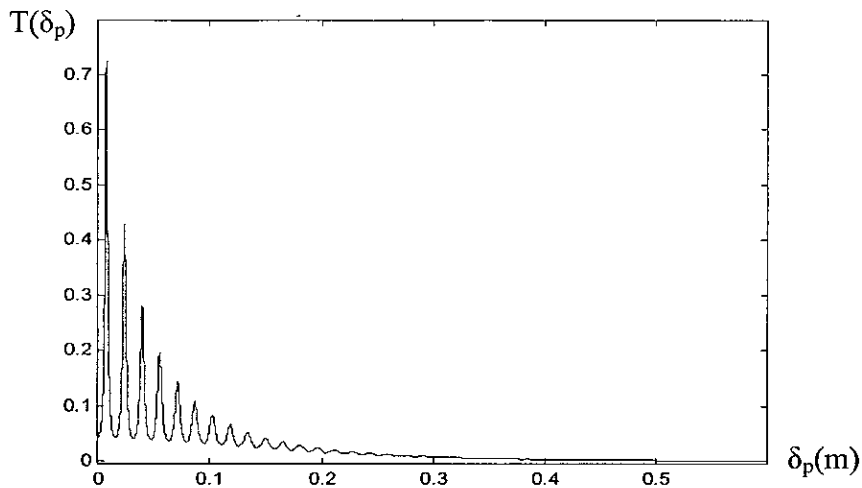


Figure II -30-Coefficient de transmission T
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \epsilon = \epsilon_0, \sigma = 10$

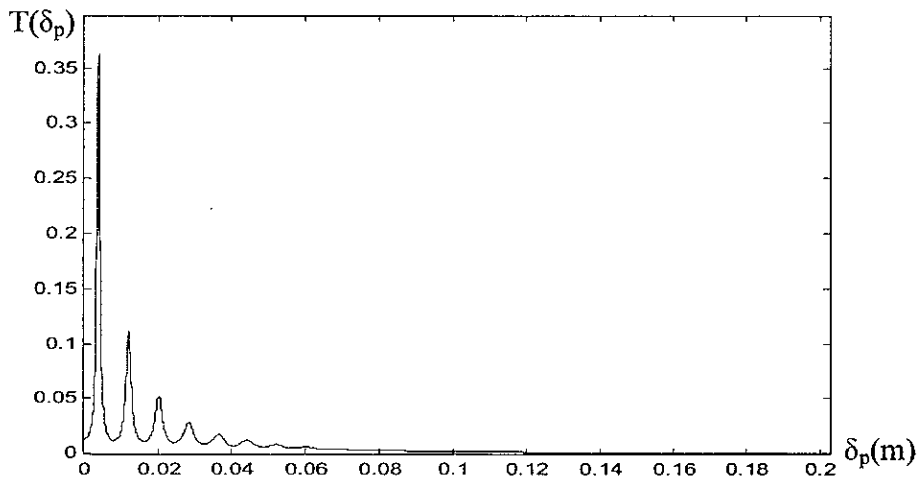


Figure II -31-Coefficient de transmission T
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \epsilon = \epsilon_0, \sigma = 38$

Dans ce cas de figures on a fait varier la conductivité de l'écran, on remarque :

- lorsqu'on varier la conductivité de 10^7 jusqu'à 10^3 , le coefficient de transmission est nulle pour toutes les épaisseurs, donc il n'est y'a pas de transmission.
- A pâtre de la conductivité 100, le coefficient de transmission présente des valeurs supérieures à zéro.
- Le coefficient de transmission s'annule pour les cas:
 - pour $\sigma = 100$ à partir de l'épaisseur 35 mm.
 - pour $\sigma = 50$ à partir de l'épaisseur 55 mm.
 - pour $\sigma = 38$ à partir de l'épaisseur 120 mm.
 - pour $\sigma = 10$ à partir de l'épaisseur 500 mm.

Il n'est y'a pas de transmission que pour les matériaux présentant une conductivité importante.

2 - Variation de la perméabilité:

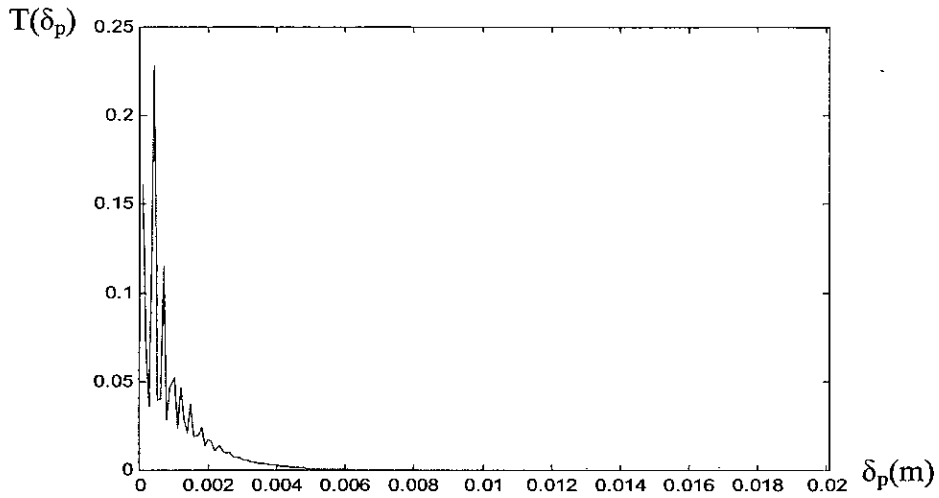


Figure II -32-Coefficient de transmission T
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = 10000 * \mu_0, \epsilon = \epsilon_0, \sigma = 10$

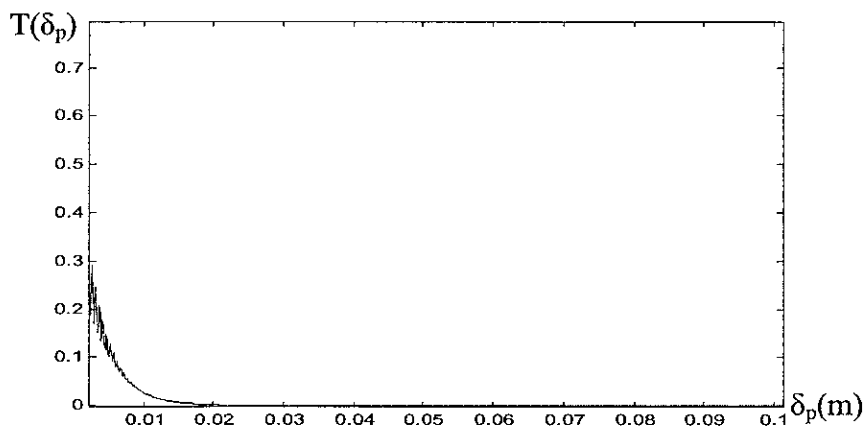


Figure II -33-Coefficient de transmission T
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = 1000 * \mu_0, \epsilon = \epsilon_0, \sigma = 10$

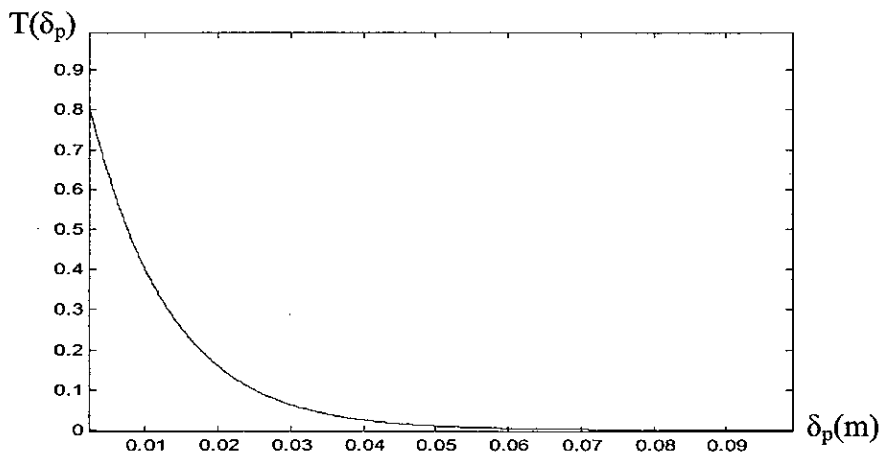


Figure II -34-Coefficient de transmission T
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = 100 * \mu_0, \epsilon = \epsilon_0, \sigma = 10$

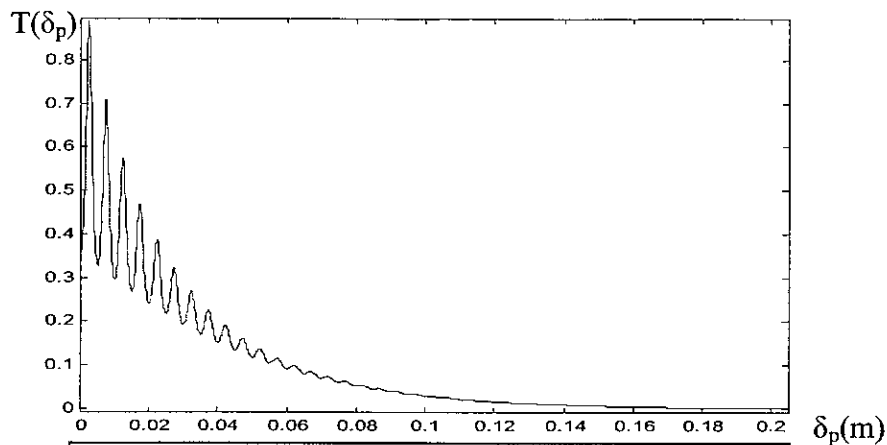


Figure II -35-Coefficient de transmission T

$$f = 1 \text{ G Hz}, \mu = 10 * \mu_0, \varepsilon = \varepsilon_0, \sigma = 10$$

Dans ce cas de figure nous prenons une conductivité $\sigma = 10$ et fréquence $f = 1 \text{ G Hz}$, puis on fait varier la perméabilité :

- Le coefficient de transmission s'annule pour les cas:
 - pour $\mu = 10000 * \mu_0$ à partir de l'épaisseur 5 mm.
 - pour $\mu = 1000 * \mu_0$ à partir de l'épaisseur 15 mm.
 - pour $\mu = 100 * \mu_0$ à partir de l'épaisseur 60 mm.
 - pour $\mu = 10 * \mu_0$ à partir de l'épaisseur 300 mm.

Lorsqu'on augmente la perméabilité pour une conductivité donnée, l'écran ne transmet pas le champ qu'à partir épaisseurs progressives.

3 – Variation de la permittivité :

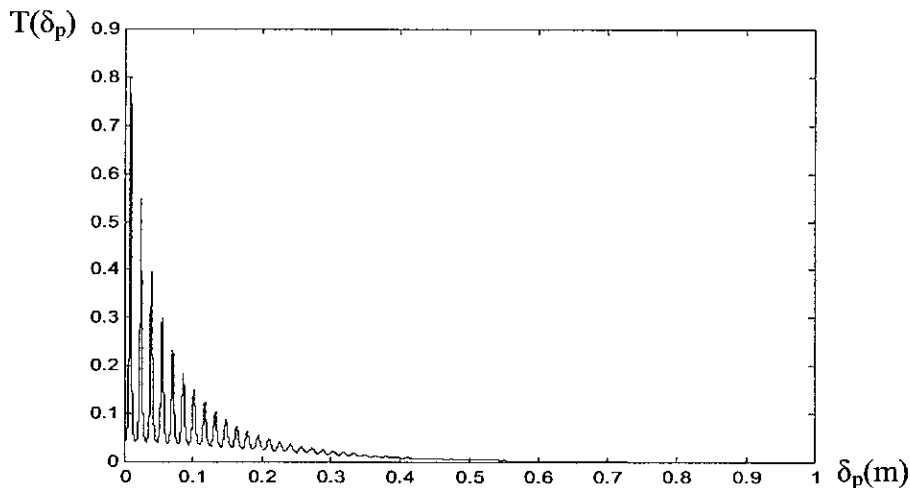


Figure II -36-Coefficient de transmission T

$$f = 1 \text{ G Hz}, \mu = \mu_0, \varepsilon = 5 * \varepsilon_0, \sigma = 10$$

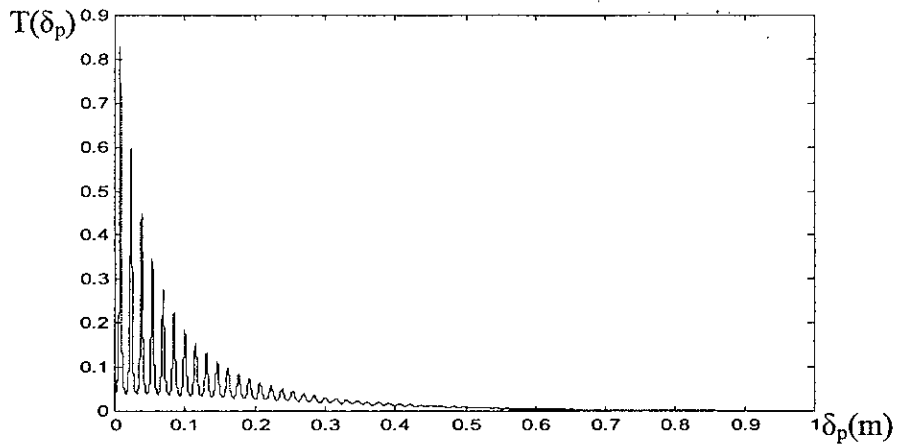


Figure II -37-Coefficient de transmission T
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \varepsilon = 10 * \varepsilon_0, \sigma = 10$

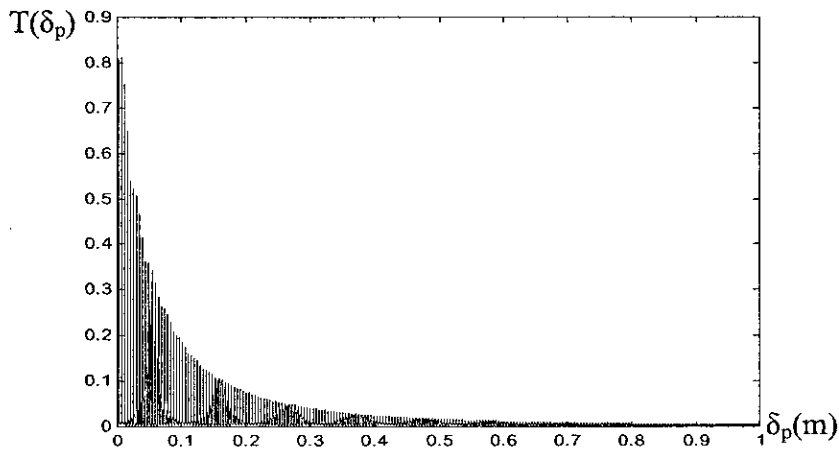


Figure II -38-Coefficient de transmission T
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \varepsilon = 1000 * \varepsilon_0, \sigma = 10$

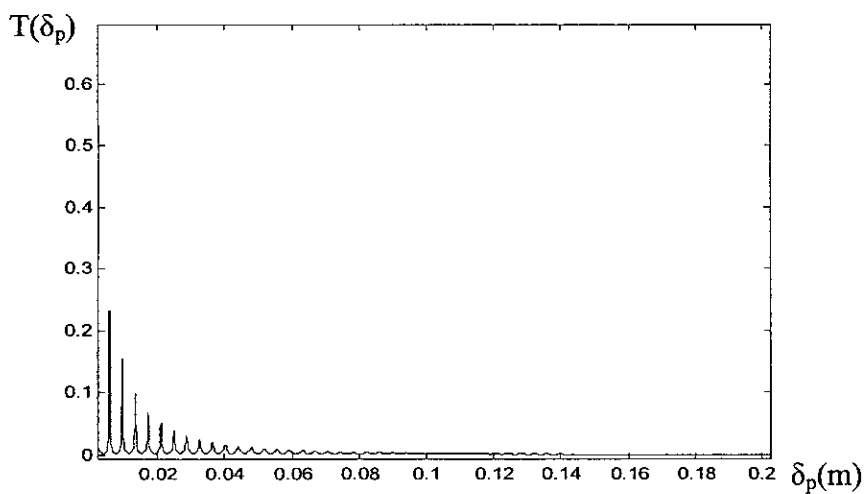


Figure II -39-Coefficient de transmission T
 $f = 1 \text{ GHz}, \mu = \mu_0, \varepsilon = 1000 * \varepsilon_0, \sigma = 100$

On peut avoir une transmission nulle a partir des épaisseurs :

- 0.6 m pour $f = 1 \text{ GHz}$, $\mu = \mu_0$, $\epsilon = 5 * \epsilon_0$, $\sigma = 10$
- 0.7 m pour $f = 1 \text{ GHz}$, $\mu = \mu_0$, $\epsilon = 10 * \epsilon_0$, $\sigma = 10$
- 1 m pour $f = 1 \text{ GHz}$, $\mu = \mu_0$, $\epsilon = 1000 * \epsilon_0$, $\sigma = 10$

Puis on prend une permittivité électrique $\epsilon = 1000 * \epsilon_0$ avec l'augmentation de la conductivité électrique $\sigma = 100$, on remarque que le coefficient de transmission s'annule a partir de l'épaisseur 0.08 m.

4 – Variation de la fréquence:

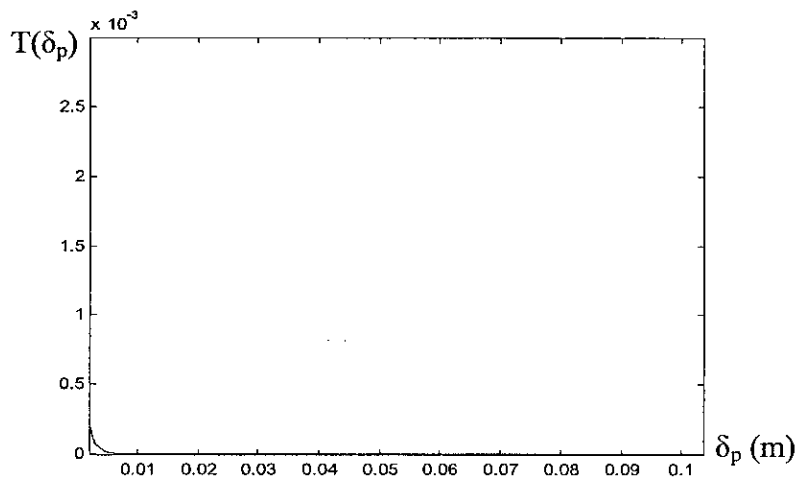


Figure II -40-Coefficient de transmission T
 $f = 1 \text{ GHz}$, $\mu = \mu_0$, $\epsilon = \epsilon_0$, $\sigma = 10^3$

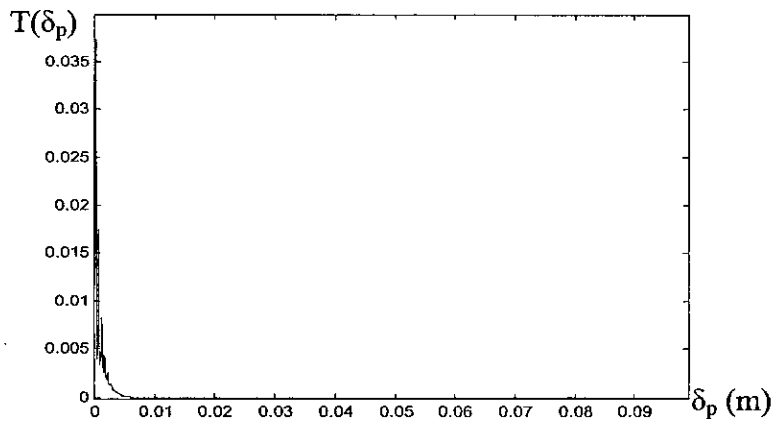


Figure II -41-Coefficient de transmission T
 $f = 10 \text{ GHz}$, $\mu = \mu_0$, $\epsilon = \epsilon_0$, $\sigma = 10^3$

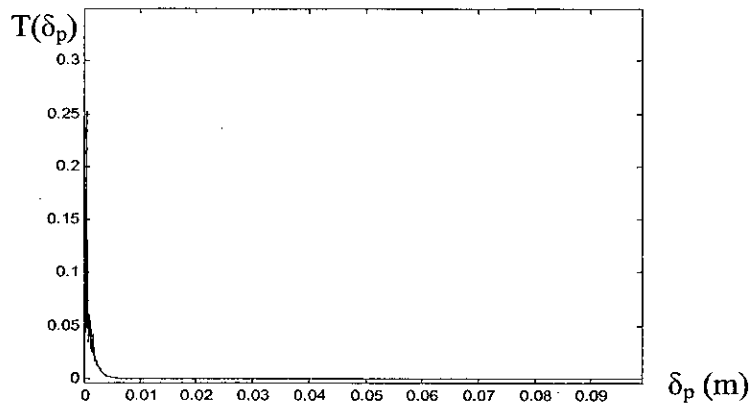


Figure II -42 Coefficient de transmission T
 $f = 100 \text{ G Hz}, \mu = \mu_0, \varepsilon = \varepsilon_0, \sigma = 10^3$

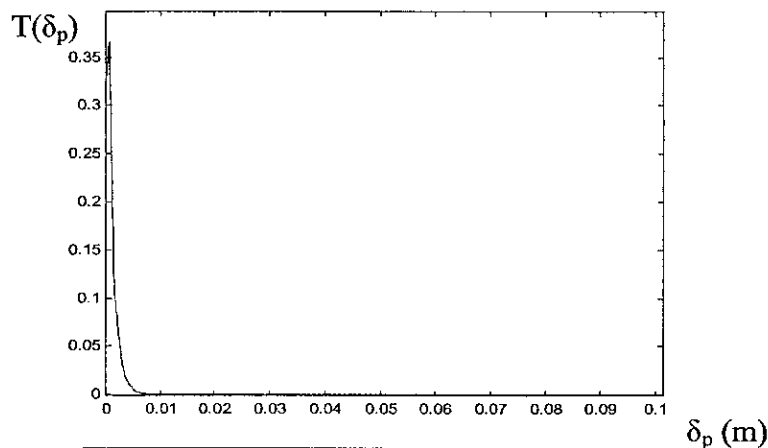


Figure II -42-Coefficient de transmission T
 $f = 1000 \text{ G Hz}, \mu = \mu_0, \varepsilon = \varepsilon_0, \sigma = 10^3$

Pour ce cas de figures nous avons fixés la conductivité électrique de l'écran à une valeur de 10^3 puis on fait varier la fréquence d'alimentation, on remarque que le coefficient de transmission donne des valeurs nulles à partir de l'épaisseur de 5 mm.

II – 5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons fait une étude analytique sur le comportement du champ électromagnétique à la surface d'un écran plat et infiniment long, on remarque que la pénétration du champ électromagnétique à travers l'écran est en fonction de plusieurs paramètres

1 – Paramètre lié à la source (la fréquence de la source et sa distance) ;

2 - Paramètres liant l'écran

- La matière (la conductivité électrique, la perméabilité magnétique, permittivité électrique).

- La géométrie (l'épaisseur, la longueur)

Il faut avoir un compromis entre tous ces paramètres pour obtenir un écran qui ne fait pas passer le champ électromagnétique.

Dans un système à haute fréquence il faut avoir une conductivité électrique importante et une faible perméabilité de l'écran pour des faibles épaisseurs ; afin d'avoir un blindage efficace.

Chapitre 3

FORMULATION DU PROBLEME CONTINU

Chapitre 3

FORMULATION DU PROBLEME CONTINU

III – 1 - Introduction :

Dans le chapitre précédent nous avons présenter les différentes grandeur, qui définissent le comportement du système en fonction de ces différents paramètres (μ , σ , ω , ε , δ_p) analytiquement. Notre système est agresse par un champ électromagnétique a variation sinusoïdal de pulsation ω qui est produit par une source située dans le milieu extérieur de ce dernier. Le but de ce chapitre est de calculer les champs en tous point du système. Pour ce faire nous allons formuler notre problème en potentiel vecteur magnétique.

Nous remplaçons le problème extérieur et intérieur (dans Ω_e et Ω_i) par une formulation intégrale. Cela fait intervenir l'opérateur de rigidité R_e , qui fait le lien entre la composante tangentielle du rotationnel du potentiel vecteur magnétique \mathbf{a} et sa composante tangentielle qui est continue. Par la présentation théorique des potentiels, en exprimant le potentiel vecteur sous forme d'une présentation intégrale, et on le dérive, le calcul de R_e fait intervenir des courants surfaciques fictifs à divergence nulle sur la frontière [4] [5] [6] [7][9].

III – 2 - Position du problème en potentiel vecteur magnétique

Comme les chapitres précédent nous gardant les mêmes notations. Les indices (i, p, e) indiquent les quantités définies respectivement dans (Ω_i Ω_p Ω_e).

Nous allons reformuler le système d'équations (S-I-1) en régime harmonique on obtient donc les équations suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot } e(x) + j \omega b(x) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{III} - 1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \frac{b(x)}{\mu} - \sigma e(x) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{hors source}) \quad (\text{III} - 2)$$

On a l'équation :

$$\text{div } b(x) = 0$$

Cela implique que : l'induction magnétique \mathbf{b} , dérive d'un potentiel vecteur magnétique, tel que :

$$b(x) = \text{rot } A(x) \quad (\text{III} - 3)$$

Pour l'unicité de A nous utilisant la Gauge de coulomb [1] [2] [3] :

$$\nabla \cdot A(x) = 0 \quad (III - 4)$$

De cette dernière (III-1) et (III-2) deviennent :

$$\begin{cases} \text{rot } e(x) + j \omega \text{rot } A(x) = 0 & (III - 5) \\ \text{rot } \frac{1}{\mu} \text{rot } A(x) - \sigma e(x) = 0 & (III - 6) \end{cases}$$

De (III-5) on obtient :

$$e(x) = -j \omega A(x) - \text{grad } V(x) \quad (III - 7)$$

En prenant V constant, l'équation (III - 7) devient :

$$e(x) = -j \omega A(x) \quad (III - 8)$$

Les équation (III-5) et (III-6) deviennent :

$$\begin{cases} \frac{1}{\mu} \text{rot rot } A(x) + j \sigma \omega A(x) = 0 & (III - 9) \\ \text{rot rot } A(x) + j \mu \sigma \omega A(x) = 0 & (III - 10) \end{cases}$$

Avec μ constante.

Dans l'écran la densité de courant est représentée par :

$$J(x) = \sigma e(x) = -j \omega \sigma A(x) \quad (III - 11)$$

Les équations qui décrivent A dans les différentes régions de notre système sont :

$$(S - III - 1) \begin{cases} \Delta A(x) = 0 & x \in \Omega_e, \Omega_i & (III - 12) \\ \nabla \times \nabla \times A(x) + j \sigma \mu \omega A(x) = 0 & x \in \Omega_p & (III - 13) \\ A_\infty = 0 \quad (1/r) & & (III - 14) \end{cases}$$

Les conditions de passage sur les frontières Γ_i et Γ_e s'exprime comme suit [3] [4] :

$$n_e \cdot [\nabla \times A_e(x) - \nabla \times A_p(x)] = 0 \quad (III - 15)$$

$$n_i \cdot [\nabla \times A_p(x) - \nabla \times A_i(x)] = 0 \quad (III - 16)$$

$$n_e \times [v_0 (\nabla \times A_p(x)) - v (\nabla \times A_i(x))] = K_{\Gamma_e} \quad (III - 17)$$

$$n_i \times [v_0 (\nabla \times A_i(x)) - v (\nabla \times A_p(x))] = K_{\Gamma_i} \quad (III - 18)$$

$$n_e \times [(-j\omega A_e(x)) - (-j\omega A_p(x))] = 0 \quad (III - 19)$$

$$n_i \times [(-j\omega A_i(x)) - (-j\omega A_p(x))] = 0 \quad (III - 20)$$

$$v_0 = \frac{1}{\mu_0} : \text{la reluctivité de l'air}$$

$$v = \frac{1}{\mu} : \text{la reluctivité de l'écran}$$

III – 3 Formulation variationnelle dans le domaine intérieur Ω_p :

Pour simplifier l'écriture, nous relevons l'indice d'espace (x) dans la formulation variationnelle.

Nous multiplions l'équation (III-10) par une fonction teste, et nous l'intégrons sur le volume du domaine Ω_p occupé par l'écran.

$$\int_{\Omega_p} \nabla \times \nabla \times A \cdot A' dv = -j\sigma \mu \omega \int_{\Omega_p} A A' dv \quad (III - 21)$$

A' est une fonction test définie dans le même espace que de la fonction d'état A [4].

En utilisant l'identité vectorielle suivante (Green).

$$\int_V \nabla \times Q \cdot P dv = \int_V Q \cdot \nabla \times P dv + \int_S n \times Q \cdot P ds \quad (III - 22)$$

Le premier terme de l'équation (III-21) se développe comme suit [2]:

$$\int_{\Omega_p} \nabla \times \nabla \times A \cdot A' dv = \int_{\Omega_p} \nabla \times A \cdot \nabla \times A' dv + \int_S n \times \nabla \times A \cdot A' ds \quad (III - 23)$$

Dans notre cas, la surface S s'étend aux frontières Γ_i et Γ_e avec \vec{h}_i la normale à Γ_i et \vec{h}_e la normale Γ_e . Les deux normales sont dirigées vers l'extérieur de l'écran (I-1)

Nous avons donc :

$$\int_S n \times \nabla \times A \cdot A' ds = \int_{\Gamma_i} n_i \times \nabla \times A \cdot A' ds + \int_{\Gamma_e} n_e \times \nabla \times A \cdot A' ds \quad (III - 24)$$

$$\int_{\Omega_p} \nabla \times A \cdot \nabla \times A' dv + \int_{\Gamma} (n \times \nabla \times A) \cdot A' ds + j \omega \mu \sigma \int_{\Omega_p} A A' ds = 0 \quad (III - 25)$$

Le potentiel vecteur magnétique totale A est décomposé théoriquement en deux composantes, une de réaction A^r et l'autre de source A^s . On a donc :

$$A = A^s + A^r \quad (III - 26)$$

Finalement la formulation variationnelle s'écrit :

$$\int_{\Omega_p} \nabla \times A^r \cdot \nabla \times A' d\Omega_p + \int_{\Gamma} (n \times \nabla \times A^r) \cdot A' d\Gamma + \int_{\Omega_p} j \omega \mu \sigma A^r \cdot A' d\Omega_p = \quad (III - 27a)$$

$$\int_{\Omega_p} \nabla \times A^s \cdot \nabla \times A' d\Omega_p + \int_{\Gamma} (n \times \nabla \times A^s) \cdot A' d\Gamma + \int_{\Omega_p} j \omega \mu \sigma A^s \cdot A' d\Omega_p$$

$$\int_{\Omega_p} \nabla \times A^r \cdot \nabla \times A' d\Omega_p + \int_{\Gamma} (n \times \nabla \times A^r) \cdot A' d\Gamma + \int_{\Omega_p} j \omega \mu \sigma A^r \cdot A' d\Omega_p =$$

$$- \int_{\Omega_p} b^s \cdot \nabla \times A' d\Omega_p - \int_{\Gamma} (n \times b^s) \cdot A' d\Gamma + \int_{\Omega_p} \mu \sigma \cdot e^s \cdot A' d\Omega_p \quad (III - 27b)$$

III - 4 Calcul du champ dans les domaines extérieurs Ω_i et Ω_e

Le champ magnétique dans les milieux extérieurs, Ω_i et Ω_e , est calculé en fonction de ses traces sur les deux frontières Γ_i et Γ_e , comme suit [3][5]:

Dans Ω_e :

$$C_e h(x) = h_e^s(x) + \int_{\Gamma_e} (n_e \times h(y)) \times \nabla G(x, y) ds + \int_{\Gamma_e} (n_e \cdot h(y)) \nabla G(x, y) ds \quad (III - 28)$$

Avec :

$$C_e = \begin{cases} 1 & x \in \Omega_e \\ 1/2 & x \in \Gamma_e \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Dans Ω_i :

$$C_i h(x) = h_i^s(x) + \int_{\Gamma_i} (n_i \times h(y)) \times \nabla G(x, y) ds + \int_{\Gamma_i} (n_i \cdot h(y)) \nabla G(x, y) ds \quad (III - 29)$$

Avec :

$$C_i = \begin{cases} 1 & x \in \Omega_i \\ 1/2 & x \in \Gamma_i \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$G(x, y) = \frac{1}{4\pi|x-y|}$: est la fonction de Green en 3D

$|x-y|=r$: désigne la distance entre le point où l'on calcul le champ et le point sur la surface ou la source est définie [4].

III - 5 Couplage avec le milieu extérieur et calcul de la rigidité

Théoriquement, on peut représenter la réaction magnétique de l'écran par l'effet de courants surfaciques fictifs K à divergence nulle que l'on place sur la frontière fictive Γ [3][6], et qui produiront le même champ de réaction à l'extérieur. Le saut de la composante tangentielle de l'induction magnétique est exprimé en fonction de ces courants [7].

Nous cherchons à établir une relation entre la composante tangentielle du potentiel vecteur A qui est continue, et le saut de la composante tangentielle de son rotationnel à travers la frontière fictive Γ , du type [11]:

$$[n \times (\nabla \times A)]_{\Gamma} = Re (n \times A) \quad (III - 30)$$

Re Est l'opérateur rigidité [4].

Pour cela, on écrit [2][4][6][8] :

$$A(x) = \mu_0 \int_{\Gamma} K(y) G(x, y) dy \quad (III - 31)$$

$$n \times A(x) = \mu_0 \int_{\Gamma} n \times K(y) G(x, y) dy \quad (III - 32)$$

$$\nabla \times A(x) = \mu_0 \int_{\Gamma} K(y) \times \nabla G(x, y) dy \quad (III - 33)$$

Selon la théorie des potentiels, on a [2] [4]:

$$n \times (\nabla \times A(x))_{\Gamma^+} = \mu_0 \frac{K(x)}{2} + \mu_0 \int_{\Gamma} n \times K(y) \times \nabla G(x, y) dy \quad x, y \in \Gamma \quad (III-33-1)$$

$$n \times (\nabla \times A(x))_{\Gamma^-} = -\mu_0 \frac{K(x)}{2} + \mu_0 \int_{\Gamma} n \times K(y) \times \nabla G(x, y) dy \quad x, y \in \Gamma \quad (III-35-1)$$

$$n \times h_{\Gamma^+} = \frac{K(x)}{2} + \int_{\Gamma} n \times K(y) \times \nabla G(x, y) dy \quad x, y \in \Gamma \quad (III-36-2)$$

$$n \times h_{\Gamma^-} = -\frac{K(x)}{2} + \int_{\Gamma} n \times K(y) \times \nabla G(x, y) dy \quad x, y \in \Gamma \quad (III-37-2)$$

Nous déduisons donc le saut qui s'exprime en fonction des courants fictifs comme suit :

$$\left[n \times (\nabla \times A(x)) \right]_{\Gamma} = \mu_0 K(x) \quad (III-38)$$

En remplaçant le saut de la composante tangentielle du rotationnel du potentiel vecteur magnétique par son expression dans II-38 dans la formulation variationnelle, et en considérant que la composante tangentielle du champ magnétique source est continue à travers la surface fictive Γ , nous obtenons :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_p} \nabla \times A' \cdot \nabla \times A' d\Omega_p + \mu_0 \int_{\Gamma} K \cdot A' d\Gamma + \int_{\Omega_p} j \omega \mu \sigma A' \cdot A' d\Omega_p = \\ - \int_{\Omega_p} b^s \cdot \nabla \times A' d\Omega_p - \int_{\Gamma} (n \times b^s) \cdot A' d\Gamma + \int_{\Omega_p} \mu \sigma \cdot e^s \cdot A' d\Omega_p \end{aligned} \quad (III-39)$$

Sous forme matricielle, la formulation variationnelle s'écrit :

$$\left[M_1 + j \omega \sigma \mu M_2 \right] A + \mu_0 M_2 K = S \quad (III-40)$$

Il nous reste à exprimer les courants fictifs (K) en fonction de la composante tangentielle du potentiel vecteur magnétique. Pour cela, nous effectuons une formulation variationnelle de la formule (III-32).

$$\int_{\Gamma} n \times A(x) \cdot a(x) dx = \mu_0 \iint_{\Gamma\Gamma} n \times K(y) \cdot a(x) G(x, y) dy dx \quad (III-41)$$

Cette équation s'écrit sous la forme matricielle, suivante :

$$B A = \mu_0 (Q K) \quad (III-42)$$

$$K = (1 / \mu_0) Q^{-1} B A \quad (III-43)$$

Finalement, en remplaçant (III-42) dans (III-40), nous obtenons :

$$\left[M_1 + j \omega \sigma \mu M_2 + R \right] A = S \quad (\text{III-44})$$

Avec la matrice rigidité : $R = M_2 Q^{-1} B$ (III - 45)

III – 6 Conclusion

Le but de ce chapitre était d'effectuer une formulation variationnelle pour résoudre le problème dans la structure, et une formulation intégrale dans le milieu extérieur qui s'étend à l'infini. L'utilisation du potentiel vecteur magnétique comme variable d'état, nous a permis d'étendre la formulation en magnétodynamique. Nous avons exprimé la solution extérieure en fonction de la solution sur la structure, en considérant le saut de la composante tangentielle du champ magnétique sur la frontière fictive Γ , par la méthode d'intégrales de frontière.

Chapitre : 4

**FORMULATION DU PROBLEME
DISCRET**

Chapitre : 4

FORMULATION DU PROBLEME DISCRET

IV – 1 Introduction :

Notre but est de calculer le champ électromagnétique dans tout point du système, donc, nous allons implémenter un programme de calcul basé sur la formulation variationnelle déjà décrite dans le chapitre III.

Pour cela nous allons passer d'un problème continu à un problème discret ou la solution approchée est calculée comme un ensemble fini des valeurs discrètes sous forme de composantes d'un vecteur solution d'un problème matriciel.

Pour la mise en œuvre d'une méthode d'approximation basé sur une formulation potentiel vecteur magnétique, nous utilisons les degrés de liberté attachés au arrêtes du maillage [4] [12][13].

Dans notre cas nous allons étudier le comportement de la couche à l'agression d'un champ électromagnétique. L'étude est basée sur le maillage de la couche entière en élément tétraédrique.

IV – 2 Discrétisation du problème variationnel sur les espaces approches :

Nous rappelons le problème continu à résoudre :

$$\int_{\Omega_p} \nabla \times A' \cdot \nabla \times A' d\Omega_p + \int_{\Gamma} (n \times \nabla \times A') \cdot A' d\Gamma + \int_{\Omega_p} j \omega \mu \sigma A' \cdot A' d\Omega_p =$$

$$\int_{\Omega_p} \nabla \times A^s \cdot \nabla \times A' d\Omega_p + \int_{\Gamma} (n \times \nabla \times A^s) \cdot A' d\Gamma + \int_{\Omega_p} j \omega \mu \sigma A^s \cdot A' d\Omega_p$$

Nous allons discrétiser la forme $a_i(e^r, e^l)$ dans l'espace approché $E_\alpha(\overline{\Omega})$, et la formulation continue dans les espaces $E_{\alpha 1}(\tilde{\Gamma})$ et $E_{\alpha 2}(\tilde{\Gamma})$ [4].

Dans ce qui précède nous allons Discrétisés de la fonction d'état du problème :

2 – 1 La forme $a_i(e^r, e^l)$ sur $\overline{\Omega}$:

Nous définissons, pour chaque élément du maillage, par $\lambda_{i(x)}$ la fonction qui vaut 1 au nœud i de l'élément et vaut 0 sur les autres nœuds (i vaut 1 à 4 si $x \in T$ (tétra) et 1 à 3 si $x \in \Gamma$ (triangle)).

Les fonctions de base de l'espace approché $E_\alpha(\overline{\Omega})$, associée à l'arrête (i, j) reliant les sommets i et j , s'écrivent [4][9][13] :

$$W_i = \lambda_i \text{grad } \lambda_j - \lambda_j \text{grad } \lambda_i \quad (\text{IV-1})$$

Donc à chaque degré de liberté ; on associe le vecteur W_l . Il y a six fonctions de base dans chaque tétraèdre (cf. figure IV.1).

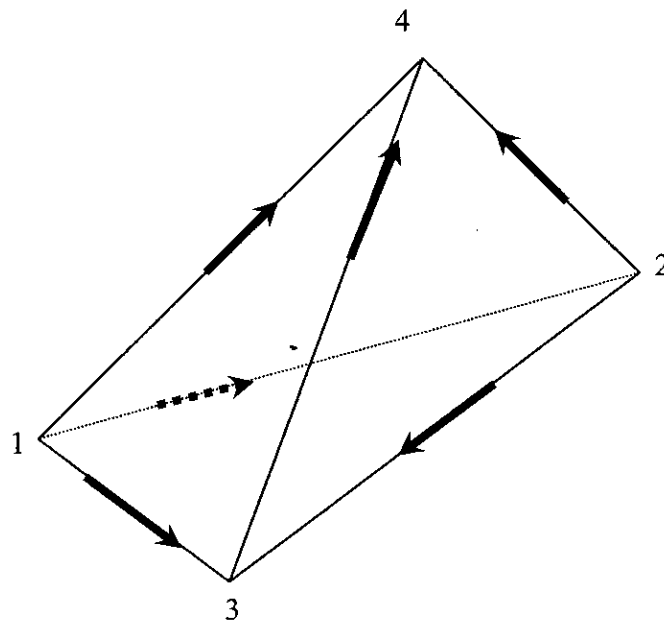


Figure IV.1

Propriétés :

W_l est non nul sur tout tétraèdre contenant l'arête $l=\{i,j\}$ et la circulation de W_l est nulle sur toutes les arêtes autre que l'arête l :

$$\begin{aligned} \int_{l'} W_l \cdot dl &= 0 & \text{si} & \quad l \neq l' \\ \int_{l'} W_l \cdot dl &= 1 & \text{si} & \quad l = l' \end{aligned} \quad (\text{IV-2})$$

La composante tangentielle de W_l est continue lorsque l'on traverse une face contenant l .

Nous allons chercher l'interpolé $\tilde{e} \in E_\alpha(\tilde{\Omega})$ du champ A^r sous la forme suivante :

$$\tilde{e}_a(x) = \sum_{l=1}^{nbat} e_l W_l(x) \quad (\text{IV-3})$$

Où $nbat$ est le nombre d'arêtes total du maillage.

Dans chaque tétraèdre ; le champ électrique approché s'écrit :

$$\tilde{e}_a(x) = \sum_{l=1}^6 e_l W_l(x) \quad (\text{IV-4})$$

Où e_l représente la circulation du champ au long de l'arête $l=(i,j)$. Il y a un degré de liberté par arête ; e_l est une quantité scalaire.

En tenant compte de (VI-4) et en prenant pour champ test :

$$\tilde{e}_l(x) = W_l(x),$$

La forme approchée de la formulation s'écrit :

$$a_l(\tilde{e}(x), \tilde{e}_l(x)) = \sum_T \sum_{l=1}^6 e_l \int_T \text{rot } W_l \cdot \text{rot } W_l dx + i\sigma \omega \mu_0 \sum_T \sum_{l=1}^6 e_l \int_T W_l \cdot W_l dx \quad (\text{IV-6})$$

Où \sum_T représente la somme sur tous les tétraèdres auxquels appartiennent les arêtes l et l' (avec éventuellement $l=l'$).

Nous définissons les éléments des matrices élémentaires suivants :

$$A'_{ll'} = \int_T W_l W_{l'} dx = \int_T (\lambda_i \nabla \lambda_j - \lambda_j \nabla \lambda_i) (\lambda_{i'} \nabla \lambda_{j'} - \lambda_{j'} \nabla \lambda_{i'}) dx \quad (\text{IV-7})$$

$$A''_{ll'} = \int_T \text{rot } W_l \cdot \text{rot } W_{l'} dx = 4 \int_T (\nabla \lambda_j - \nabla \lambda_i) (\nabla \lambda_{j'} - \nabla \lambda_{i'}) dx \quad (\text{IV-8})$$

Il vient donc :

$$a_l(\tilde{e}(x), \tilde{e}_l(x)) = \sum_T \sum_{l=1}^6 e_l (A''_{ll} + i\sigma \omega \mu_0 A'_{ll}) \quad (\text{IV-9})$$

2 - 2 Le terme de bord sur $\tilde{\Gamma}$:

A la section III-5 nous avons calculé le terme de bord en introduisant des courants fictifs comme inconnues intermédiaires pour décrire le champ électromagnétique extérieur au domaine Ω' . Si celui-ci est un domaine simplement connexe, les courants fictifs sont les courants surfaciques $K(x)$ développés sur la frontière Γ . En revanche, si le domaine Ω' est non simplement connexe, ces courants ne suffisent pas pour décrire le champ de réaction partout dans le domaine extérieur.

Dans cette partie nous allons tout d'abord nous intéresser uniquement au courant surfacique K , c'est-à-dire aux domaines simplement connexes, ensuite nous passons aux calculs du terme de bord pour les domaines non simplement connexes.

2 - 2 - a - Décomposition dans l'espace $E_{a2}(\tilde{\Gamma})$:

De même, nous définissons, pour chaque triangle de $\tilde{\Gamma}$, les coordonnées barycentrique $\lambda_i(x)$ ($i=1 \text{ à } 3$) les fonctions de base de l'espace approché $E_{a2}(\tilde{\Gamma})$, associée à l'arêtes (i, j) reliant les sommets i et j , s'écrivent [9] :

$$W_l = \lambda_i \text{grad } \lambda_j - \lambda_j \text{grad } \lambda_i \quad (\text{IV-10})$$

Nous allons chercher l'interpolé de la trace tangentielle du champ électrique de réaction dans $E_{a2}(\tilde{\Gamma})$ sous la forme suivante :

$$\tilde{e}_a(x) = \sum_{l=1}^{nbat} e_l W_l(x) \quad (\text{IV-11})$$

Où $nbat$ est le nombre d'arêtes de $\tilde{\Gamma}$.

Dans chaque triangle, un élément de $E_{a2}(\tilde{\Gamma})$ s'écrit :

$$\tilde{e}_a(x) = \sum_{l=1}^3 e_l W_l(x) \quad (\text{IV-12})$$

Où e_l représente la circulation du champ le long de l'arête $l = (i, j)$.

2 - 2 - b - Décomposition dans l'espace $E_{a1}(\tilde{\Gamma})$

Nous allons approcher les courants fictifs K dans $E_{a1}(\tilde{\Gamma})$. Les courants approchés \tilde{K} sont des vecteurs surfaciques qui doivent satisfaire sur $\tilde{\Gamma}$:

$$\text{div}_{\tilde{\Gamma}} k(x) = 0 \quad (\text{IV-13})$$

Nous définissons alors le sous espace V de l'espace approché $E_{a1}(\tilde{\Gamma})$:

$$V = \{ \tilde{K} \in E_{a1}(\tilde{\Gamma}), \text{div}_{\tilde{\Gamma}} k(x) = 0 \} \quad (\text{IV-14})$$

Dans le cas le plus simple V sera constitué de fonctions constantes par élément ζ de $\tilde{\Gamma}$.

Dans notre étude, nous développons les courants $\tilde{K} \in V$ sur un ensemble de vecteurs (w_i) , tel que :

$$(w_i) = \sum_{\zeta_i} \eta_{\zeta_i}(x) \times \nabla \lambda_i(x), \quad (\text{IV-15})$$

Où ζ_i parcourt l'ensemble des triangles ayant i pour sommet, $\eta_{\zeta_i}(x)$ est le vecteur normal au triangle ζ_i .

Nous écrivons donc :

$$\tilde{K}(x) = \sum_i^{nbng} p_i \omega_i(x) \tag{IV-16}$$

Où $nbng$ est le nombre de nœuds de $\tilde{\Gamma}$, et p_i est la densité que prend $\tilde{K}(x)$ au sommet i .

Les fonctions ω sont constantes par triangle et ont pour support l'ensemble des triangles admettant i pour sommet (voir figure).

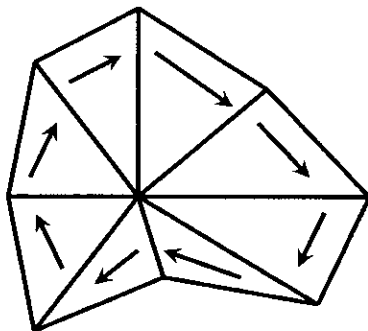


Figure IV.2

Ce choix des fonctions ω réponds aux critères que doit satisfaire le courant \tilde{K} . En effet, la divergence de K est bien nulle sur chaque triangle. D'autre part, comme la composante tangentielle de $\nabla \lambda_i(x)$ est continue au passage de l'arête $i j$ entre les deux triangles ζ_i et ζ_j , $\eta_{\zeta_i} \times \nabla \lambda_i$, qui représente la composante normale de ω_i , est donc continue.

Cherchons si cette décomposition est unique. Il on sera ainsi si le vecteur 0 ne peut être que par des densités $p_i=0$. Ecrivons donc :

$$0 = \sum_{i=1}^{nbng} p_i \omega_i \quad \text{Sur tout } \Gamma \tag{IV-17}$$

Nous avons donc en particulier sur chaque triangle de $\tilde{\Gamma}$:

$$0 = \eta \times (p_1 \nabla \lambda_1 + p_2 \nabla \lambda_2 + p_3 \nabla \lambda_3) \tag{IV-18}$$

Et ; puisque

$$\nabla \lambda_1 + \nabla \lambda_2 + \nabla \lambda_3 = 0 \tag{IV-19}$$

Nous avons

$$0 = \eta \times [(p_1 - p_3) \nabla \lambda_1 + (p_2 - p_3) \nabla \lambda_2] \tag{IV-20}$$

Comme les deux vecteurs $\nabla \lambda_1$ et $\nabla \lambda_2$ sont indépendants, nous obtenons alors :

$$\begin{aligned} p_1 &= p_3 \\ p_2 &= p_3 \end{aligned} \quad (\text{IV-21})$$

Par conséquent, sur chaque triangle de Γ les valeurs de p_i , aux trois sommets sont identiques. Ceci implique que tous les p_i de $\tilde{\Gamma}$ sont égaux. En effet, s'ils ne le sont pas, il existe alors au moins un triangle où les trois p_i sont différents ce qui est impossible d'après (VI-21).

Si maintenant nous fixons la valeur de l'un des p_i (par exemple $p_1 = \alpha$); le vecteur 0 admettra comme décomposition :

$$0 = \sum_{i=1}^{nbng} \alpha \omega_i \quad \text{Sur tout } \Gamma \quad (\text{IV-22})$$

Et celle-ci sera unique (tous les p_i étant égaux à α) :

En conclusion; nous constatons qu'entre les ω_i , il existe la relation :

$$0 = \sum_{i=1}^{nbng} w_i \quad \text{Sur tout } \Gamma \quad (\text{IV-23})$$

Et qu'il suffit de fixer la valeur de K en un seul nœud n de $\tilde{\Gamma}$ pour que la décomposition d'un vecteur K soit unique. Nous avons alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} K = \sum_{i=1}^{nbng} p_i w_i(x) \\ w_i(x) = \sum_{\sigma_i} \eta_{\sigma_i}(x) \times \nabla \lambda_i(x), \\ p_n \quad \text{donné} \end{array} \right. \quad \text{Sur tout } \Gamma$$

Dans notre cas nous avons opté pour le choix $p_n=0$ dont la mise en œuvre numérique est plus légère et qui ne demande pas une programmation supplémentaire. Pour garder la symétrie des calculs nous avons gardé tous les ω_i le plus longtemps possible et mis la relation $p_n=0$ dans les expressions finales. Nous verrons que les résultats numériques sont indépendants du choix du sommet privilégié.

2 - 2 - c Calcul du vecteur $\bar{p} = (p_n)$:

Nous allons calculer le vecteur des valeurs p_i , que prend le courant \tilde{K} aux nœuds de $\tilde{\Gamma}$ en fonction de la trace tangentielle $\tilde{e}_0 \in E_{\omega_2}$ du champ de réaction. Pour cela, nous considérons la formulation variationnelle (III-27).

$$g(K(x), K'(x)) = \langle e_0(x), K'(x) \rangle \quad x \in \Gamma \quad (\text{IV-24})$$

Où

$$g(K, K') = \frac{1}{4\pi} \iint_{\Gamma} \frac{K(y) \cdot K'(x)}{|x-y|} dx dy, \quad (\text{IV-25})$$

En tenant compte des décompositions du tétraèdre [4][9][12] et de (IV-16), pour tout courant test $\tilde{K} = \omega \in V$, la formulation (IV-24) s'écrit sous la forme approchée :

$$\begin{aligned} \langle \tilde{e}_0, \tilde{K}' \rangle &= \sum_{\zeta_j}^{nbtg} \sum_I^3 e_I \int_{\zeta_j} W_I(x) w_j(x) dx \\ &= \sum_{\zeta_j} \sum_{\zeta_i} \sum_I^3 p_i \int_{\zeta_j} \int_{\zeta_i} w(y) w_j(x) dx \frac{1}{|x-y|} dx dy \end{aligned} \quad (\text{IV-26})$$

Nous définissons la matrice Q , telle que :

$$(Q)_{ij} = \int_{\zeta_j} \int_{\zeta_i} w(y) w_j(x) dx \frac{1}{|x-y|} dx dy \quad (\text{IV-27})$$

Puisque les fonctions (w) sont constantes par triangle nous pouvons écrire :

$$(Q_1)_{ij} = (w_j(x); w_i(y)) Q_{\zeta_j \zeta_i} \quad (\text{IV-28})$$

Où $Q_{\zeta_j \zeta_i}$ est un coefficient de la matrice Q , tel que. :

$$Q_{\zeta_j \zeta_i} = \int_{\zeta_j} \int_{\zeta_i} \frac{1}{|x-y|} dx dy \quad (\text{IV-29})$$

Le rang de cette matrice est le nombre total des triangles de $\tilde{\Gamma}$ (note $nbtg$). Le terme multiplicatif $(w_j(x); w_i(y))$ transforme la matrice Q en la matrice Q_1 dont le rang est égal au nombre de sommets total de $\tilde{\Gamma}$.

En définissant l'élément de matrice suivant :

$$(B)_{ji} = \int_{\Gamma} W_I(x) w_j(x) dx \quad (\text{IV-30})$$

L'équation (IV - 24) s'écrit :

$$\sum_I (B)_{ji} e_I = \frac{1}{4\pi} \sum_i (Q_1)_{ji} p_i \quad (\text{IV-31})$$

Si nous définissons les vecteurs suivants :

$$\bar{e} = \{e_i\} \quad (IV-32)$$

$$\bar{p} = \{p_i\} \quad (IV-33)$$

Le système s'écrit sous forme matricielle :

$$B \bar{e} = Q \bar{p} \quad (IV-34)$$

2 - 2 - d - Calcul du terme de bord :

Nous allons décomposer le terme de bord et de (IV-15) dans les espaces $E_{a1}(\tilde{\Gamma})$ et $E_{a2}(\tilde{\Gamma})$. En utilisant la formulation variationnelle sur Γ , nous prenons un champ test $\tilde{e}' \in E_{a2}(\tilde{\Gamma})$, tel que

$$\tilde{e}' = W_l(x), \quad (IV-35)$$

En exprimant le courant \tilde{K} en fonction de \tilde{e} à partir de la relation (IV-34), le terme approché associé à l'opérateur T [4] s'écrit :

$$\langle T \tilde{K}(x), \tilde{e}'(x) \rangle = \sum_l^{nbag} \left[\sum_i^{nbag} \left\{ \int_{\Gamma} \int_{\Gamma} (n(x) \times ((x-y) \times w_i(y))) W_l \frac{1}{|x-y|^3} dx dy \right\} (Q_i^{-1} B)_{il} \right] e_i \quad (IV-36)$$

Où T est l'opérateur intégral [4] :

$$-\frac{1}{2} \langle K(x), e'(x) \rangle + \langle T K(x), e'(x) \rangle \quad (IV-37)$$

$$T K(x) = n(x) \times \int_{\Gamma} \text{grad}_x G(x, y) \times K(y) dy,$$

En définissant l'élément de matrice :

$$(M)_{li} = \int_{\Gamma} \int_{\Gamma} (n(x) \times ((x-y) \times w_i(y))) W_l \frac{1}{|x-y|^3} dx dy \quad (IV-38)$$

L'égalité (IV.36) s'écrit :

$$\langle T \tilde{K}(x), \tilde{e}'(x) \rangle = \sum_l \left\{ \sum_i (M)_{li} (Q_i^{-1} B)_{il} \right\} e_i \quad (IV-39)$$

Quand au premier terme intervenant dans (IV-37), s'écrit :

$$\frac{1}{2} \langle \text{T } \tilde{K}(x), \tilde{e}'(x) \rangle = \frac{1}{2} \sum_i^{nbng} p_i \int_{\Gamma} w_i(x) W_i(x) \quad (\text{IV-40})$$

Soit encore :

$$\frac{1}{2} \langle \text{T } \tilde{K}(x), \tilde{e}'(x) \rangle = \frac{1}{2} \sum_i^{nbng} \left\{ \sum_i^{nbng} (B^t)_{ri} (Q_i^{-1} B)_{il} \right\} e_i' \quad (\text{IV-41})$$

Où B^t est la transposée de la matrice B définie précédemment.

L'élément de la matrice globale, noté R_a , correspondant au terme de bord R_e en variables d'arrête, s'écrit donc :

$$R_{ri} = \sum_i \left[\frac{B^t}{2} + M \right]_{ri} (Q_i^{-1} B)_{il} \quad (\text{IV-42})$$

Soit sous forme matricielle :

$$R_a = \left(\frac{B^t}{2} + M \right) Q_i^{-1} B \quad (\text{IV-43})$$

IV – 3 Discrétisation de la formulation en A :

3 – 1 Calcul du vecteur premier membre :

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \sum_{ij} w_{ij} A_{ij} \\ w_{ij} = \lambda_i \nabla \lambda_j - \lambda_j \nabla \lambda_i \end{array} \right. \quad (\text{IV-44})$$

A_{ij} Est la circulation de A sur l'arrête ij

$$\int_{\Omega_i} \text{rot} \left(\sum_{ij} w_{ij} A_{ij}^r \right) \text{rot} \left(\sum_{ij} w_{ij} A_{ij}^s \right) d\Omega_i + \int_{\Omega_i} n \wedge \text{rot} \left(\sum_{ij} w_{ij} A_{ij}^r \right) \left(\sum_{ij} w_{ij} A_{ij}^s \right) \\ \int_{\Omega_i} i w \mu \sigma \left(\sum_{ij} w_{ij} A_{ij}^r \right) \left(\sum_{ij} w_{ij} A_{ij}^s \right) = SMB \quad (\text{IV-45})$$

SMB : deuxième membre de l'équation.

$$\int_{\Omega_i} \sum_{ij} (A_{ij}^r \text{rot } w_{ij}) \sum_{ij} (A_{ij}^s \text{rot } w_{ij}) d\Omega_i + \int_{\Omega_i} \left(n \wedge \sum_{ij} A_{ij}^r \text{rot } w_{ij} \right) \left(\sum_{ij} w_{ij} A_{ij}^s \right) \int_{\Omega_i} i w \mu \sigma A_{ij}^r A_{ij}^s \left(\sum_{ij} w_{ij} \sum_{ij} w_{ij} \right) d\Omega = SMB \quad (IV-46)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \text{rot } w_{ij} &= \text{rot} \left(\lambda_i \nabla \lambda_j - \lambda_j \nabla \lambda_i \right) \\ &= 2 \nabla \lambda_j \wedge \nabla \lambda_i \end{aligned} \quad (IV-47)$$

En discrétise l'équation précédente, on obtient :

$$\begin{aligned} &\sum_{ITET=1}^{NBTE} \left[\sum_{ij=1}^6 A_{ij}^r \sum_{kl=1}^6 4 (\nabla \lambda_j \wedge \nabla \lambda_i) (\nabla \lambda_l \wedge \nabla \lambda_k) \right] \text{volum} (ITET) \\ &+ \sum_{ITET=1}^{NBTE} \sum_{ij=1}^6 A_{ij}^r \sum_{kl=1}^6 \int_{ITET} (\lambda_i \nabla \lambda_j - \lambda_j \nabla \lambda_i) (\lambda_l \nabla \lambda_k - \lambda_k \nabla \lambda_l) dv \\ &+ \sum_{ITET=1}^{NBTE} \sum_{ij=1}^3 \sum_{kl=1}^3 \int_{ITRI} [n \wedge (\lambda_i \nabla \lambda_j - \lambda_j \nabla \lambda_i)] (\lambda_l \nabla \lambda_k - \lambda_k \nabla \lambda_l) dv = SMB \quad (IV-48) \end{aligned}$$

3 - 2 Calcul du vecteur second membre :

$$1^{er} \text{ terme} = \sum_{ITET=1}^{NBTE} \mu \sum_{ij=1}^6 \sum_{kl=1}^6 h_{ij}^s (\lambda_i \nabla \lambda_j - \lambda_j \nabla \lambda_i) (2 \nabla \lambda_k \wedge \nabla \lambda_l) \quad (IV-49)$$

$$2^{er} \text{ terme} = \mu \sum_{ITRI=1}^{NBTRI} \sum_{ij=1}^3 \sum_{ij=1}^3 h_{ij}^s [n \wedge (\lambda_i \nabla \lambda_j - \lambda_j \nabla \lambda_i)] (\lambda_k \nabla \lambda_l - \lambda_l \nabla \lambda_k) \quad (IV-50)$$

$$3^{er} \text{ terme} = - \int_{\Omega_i} i w \mu \sigma A^s A^r d\Omega \quad (IV-51)$$

IV - 4 - Conclusion

La matrice globale du système n'est pas nécessairement symétrique. Elle est creuse de forme quelconque. C'est une matrice complexe qui nécessite un traitement numérique particulier.

Pour résoudre le système, nous avons implémenté la méthode du bi gradient conjugué comme « subroutine » dans notre code de calcul.

Chapitre 5

MISE EN OEUVRE ET RESULTATS NUMERIQUES

Chapitre 5

MISE EN OEUVRE ET RESULTATS NUMERIQUES

V - 1 Introduction

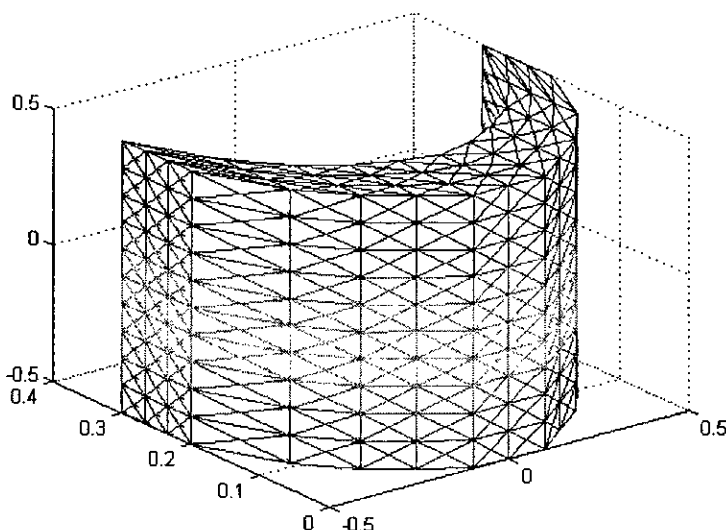
Dans ce chapitre, nous présenterons en premier lieu la mise en œuvre du programme qui comporte quatre parties essentielles : le maillage, la construction du système matriciel, la résolution du système matriciel et le calcul du champ magnétique en tout point du système.

V – 2 Présentation du code de calcul

V – 2 – 1 Le maillage

Les données du maillage sont rangées dans des tableaux qui comportent :

- le nombre de nœuds, des tétras, des triangles et d'arrêtes du maillage
- les trois coordonnées de chaque nœud
- les trois nœuds de chaque triangle
- les trois arrêtes de chaque triangle
- les deux nœuds de chaque arrêtes
- les trois arrêtes de chaque tétras
- les référence de chaqu'un de ces éléments du maillage
- les volumes et les surfaces avec signes
- les vecteurs normaux aux facettes extérieures
- etc. ...



Nombre des sommets interne :	1202
Nombre des sommets frontaliers :	642
Nombre des arrêtes interne :	7763
Nombre des arrêtes frontaliers :	1920
Nombre des tétras :	7200
Nombre des tétras tangents :	4248
Nombre des facettes frontalières :	1280

Figure V -1 : Maillage d'un écran d'épaisseur 0.1 m

Le maillage est pratiqué en éléments tétraédriques dans le volume, ce qui donne une trace triangulaire sur la frontière.

V – 2 – 2 Construction du système matriciel

Le problème variationnel approché aboutit aux systèmes linéaires suivants :

$$M_{GV} A_V = S_V \quad \text{Pour le cas variable}$$

Où :

$$M_{GV} = ep M_1 + R + j\omega\sigma\mu M_2$$

M_1 , M_2 et R sont des matrices réelles, M_{GC} est donc une matrice réelle, et M_{GV} est une matrice complexe.

Les éléments des matrices M_1 et M_2 sont des intégrales simples sur les tétras du maillage, qui font introduire le produit scalaire des fonctions de base W_l et W_k et de leur rotationnels. Un élément de ces matrices n'est nul que si l et k n'appartiennent pas au même triangle. M_1 et M_2 sont donc des matrices creuses de dimensions ($nbaret \times nbaret$), si on permute les indices k et l , l'intégrale ne change pas, ce qui donne matrice symétrique.

$nbaret$: Nombre d'arêtes du maillage

La matrice R représente le terme de bord du problème variationnel approché. Son expression fait intervenir une intégrale double, et les deux intégrations peuvent être sur deux triangles différents. Un élément de cette matrice peut donc être différent de zéro même si l et k n'appartiennent pas au même triangle. La matrice R est donc à structure pleine de dimension ($nbaret \times nbaret$).

V – 2 – 3 Calcul des champs sources variables

Le calcul des champs sources ne tient pas compte de la présence de la structure perméable. Nous pouvons donc utiliser la formule de Biot et Savart [1] :

$$h_V^S = \frac{1}{4\pi} \int_{source} \frac{I dl \times r}{r^3}$$

$$e_V^S = \frac{-j\omega\mu_0}{4\pi} \int_{source} \frac{I dl}{r}$$

V – 2 – 4 Résolution du système linéaire

Pour la résolution du système linéaire $A X = B$, nous utilisons la méthode du bi gradient Conjugué dont l'algorithme est le suivant [3] :

$$k = 0, \dots, k_{max}$$

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \frac{(r^{(k)})^t r^{(k)}}{(r^{(k)})^t A r^{(k)}}$$

avec :

$$r^{(k)} = B - A X^{(k)}$$

On arrête lorsque
$$\left| \frac{r^{(k+1)} - r^{(k)}}{r^{(k)}} \right| < \zeta$$

V-2-5 Résolution du système de matrices à valeurs complexes

Pour résoudre un système matriciel $A X = B$ à valeurs complexes, nous écrivons [10] :

$$A = A_r + j A_i$$

$$X = X_r + j X_i$$

$$B = B_r + j B_i$$

Les indices (r, i) désignent respectivement la partie réelle et la partie imaginaire.

Le système s'écrit :

$$[A_r + j A_i][X_r + j X_i] = [B_r + j B_i]$$

En séparant les parties réelles et imaginaires :

$$A_r X_r - A_i X_i = B_r$$

$$j (A_i X_r + A_r X_i) = j B_i$$

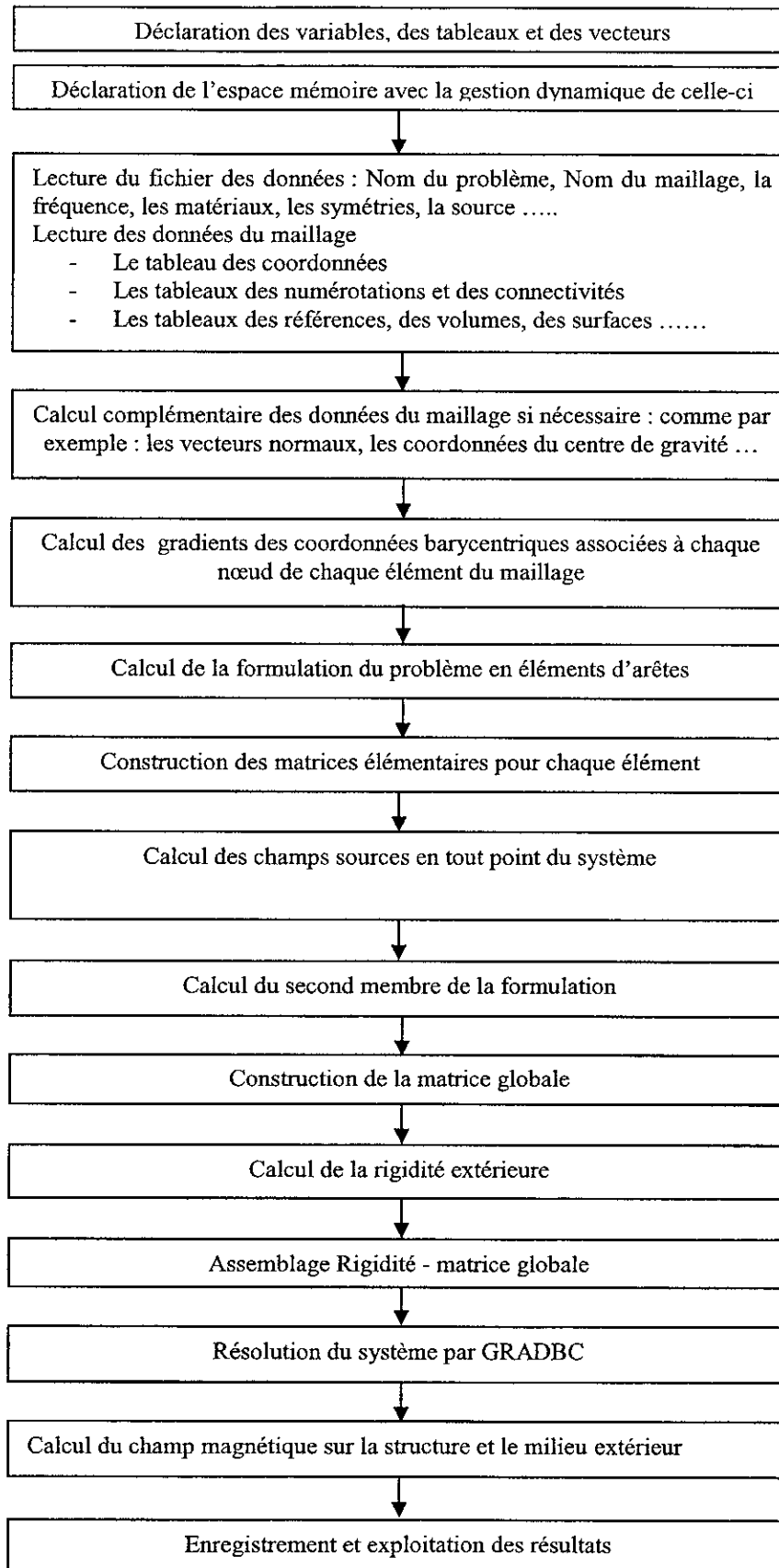
Ce qui s'écrit, sous forme matricielle, comme suit :

$$\begin{bmatrix} A_r & -A_i \\ A_i & A_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_r \\ X_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_r \\ B_i \end{bmatrix}$$

Un système linéaire à matrices complexes d'ordre n , se ramène à un système linéaire réel d'ordre $2n$ [11].

V – 2 – 6 Organisation du code de calcul

Notre code de calcul est organisé comme suit :



Nous notons que le code de calcul est réalisé avec une gestion dynamique de la mémoire. Les matrices sont stockées sous formes de tableaux. Un super-tableau M représente l'espace mémoire globale utilisé pour le code. Il renferme tous les tableaux ;(entiers, réel ou complexe), les adresses des fichiers et toute donnée qui nécessite une case mémoire. Le PC sur le quel nous avons travaillé, est un pentium 3, HDD 20 Go, RAM 128 Mo, malgré la gestion dynamique de la mémoire, le PC est limité à $M(\text{dim}=20.000.000)$. cette contrainte nous nous permet pas d'aller plus loin sur le maillage.

V – 3 Representation des differents champs électromagnétiques et leurs valeurs numeriques

V – 3 -1 A l'intérieur de l'écran

- écran d'une épaisseur $\delta_p = 0.1$ avec un rayon de courbure $R_c = 0.7$ m,

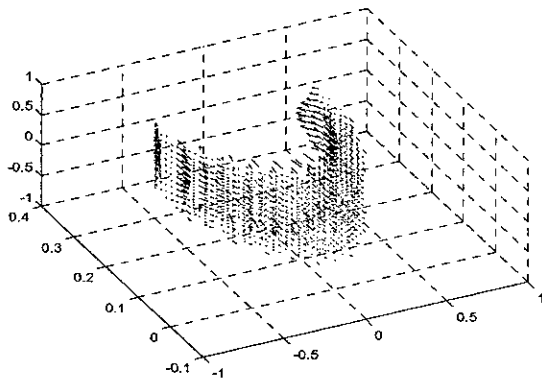


Figure V -2a Présentation du champ magnétique à l'intérieur de l'écran d'une épaisseur de 0.1 m

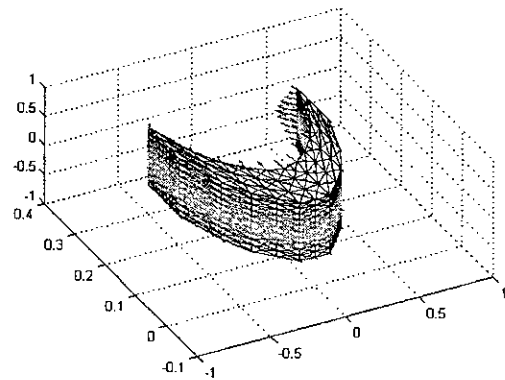


Figure V -2b Présentation du champ magnétique à la surface extérieure de l'écran

La figure V-2a présente les composantes normales du champ magnétique des tétras à l'intérieur de l'écran.

La figure V-2b présente les composantes normales du champ magnétique des tétras à la surface extérieure de l'écran.

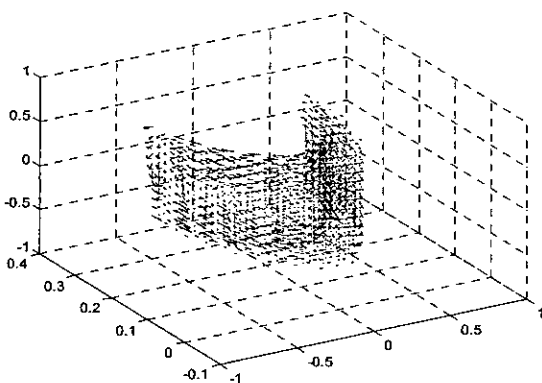


Figure V -3a Présentation du champ électrique à l'intérieur d'un écran d'une épaisseur de 0.1 m

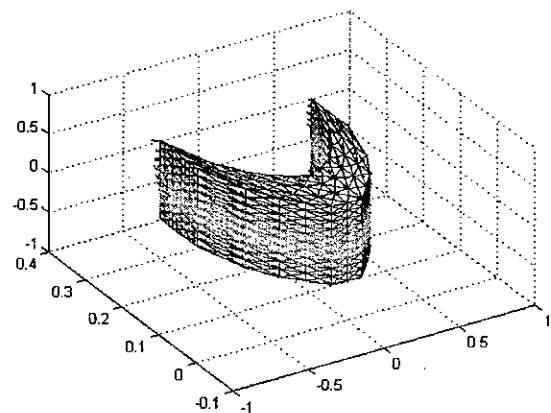


Figure V -3b Présentation du champ électrique à la surface extérieure de l'écran

La figure V-3a présente les composantes normales du champ électrique des tétras à l'intérieur de l'écran.

La figure V-3b présente les composantes normales du champ électrique des tétras à la surface extérieure de l'écran.

Dans ce qu'il vient nous donnons les notations suivantes :

R_s : le rayons de spire de la source.

R_c : le rayons de courbure de l'écran.

p : la position de la source par rapport au centre de l'écran.

L : largeur de l'écran.

l : longueur de l'écran.

cpu : le temps de calcul du programme.

CHHNX-CHHNY-CHHNZ : Les trois composantes du champ magnétique nodal de l'écran.

CHENX-CHENY- CHENZ : Les trois composantes du champ électrique nodal de l'écran.

CHHGX-CHHGY-CHHGZ : Les trois composantes du champ magnétique aux centres de gravité des tétras de l'écran.

CHEGX-CHEGY- CHEGZ : Les trois composantes du champ électrique aux centres de gravité des tétras de l'écran.

Dans ce qui vient nous allons présentés les valeurs numeriques des champs électromagnetiques par des tableaux, ces derniers contient des valeurs maximales et minimales des trois composantes de chaque champ.

Résultats numériques pour un écran avec une épaisseur de 0.1 m :**a – variation de la fréquence :**

ECRAN pour $\delta_p = 0.1$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^7$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 90,855 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	1,71429	0,8568	3,06563	1,53271	0,724517	2,79E+00	4,91518	2,98927	2,55509	7,32024	3,3821	2,5693
Min	9,18E-06	1,14E-05	1,327E-05	2,213E-09	9,3196E-11	2,20E-10	8,579E-05	3,229E-05	4,695E-05	1,144E-09	0,0001216	6,076E-10

ECRAN pour $\delta_p = 0.1$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 83,191 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	1,85244	0,908431	3,21371	1,62133	0,754431	2,89E+00	4,8915	3,00411	2,5676	7,45172	3,5649	2,55628
Min	0,00033	0,000142	3,07E-05	4,568E-11	3,5509E-10	1,74E-10	2,615E-05	1,7436E-06	0,000256	2,4197E-10	3,095E-05	1,552E-10

ECRAN pour $\delta_p = 0.1$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^9$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 83,722 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	1,85412	1,85412	3,21533	1,62239	0,754754	2,89E+00	4,89124	3,00426	2,56775	7,45316	3,56692	2,55612
Min	0,000337	0,000337	2,724E-05	3,4865E-10	3,1954E-10	3,90E-11	8,21E-06	8,5E-06	0,000311	3,2946E-10	0,0001417	7,513E-11

ECRAN pour $\delta_p = 0.1$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^{10}$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 83,218 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Min	1,85414	0,909021	3,21535	1,6224	0,754758	2,89E+00	4,89123	3,00426	2,56775	7,45318	3,56694	2,55612
Max	0,000336	0,000148	2,72E-05	2,75E-09	2,30E-10	7,84E-10	8,033E-06	8,565E-06	0,000311	3,810E-10	0,000142	1,69E-10

ECRAN pour $\delta_p = 0.1$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^{11}$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 84,394 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	1,85414	0,90901	3,21535	1,6224	0,754734	2,89E+00	4,89123	3,00427	2,56775	7,45318	3,56694	2,55612
Min	0,000336	0,000155	2,65E-05	8,82E-11	2,23E-10	1,19E-09	8,024E-06	8,572E-06	0,0003115	3,5072E-10	0,0001415	9,544E-10

Pour un écran d'épaisseur 0.1 et une conductivité électrique 100, on fait varier la fréquence de la source ; nous remarquons qu'il n'est y'a pas une augmentation importante des composantes des champs.

b – variation de la conductivité :

ECRAN pour $\delta_p = 0.1$ m, $\sigma = 10^3$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 90,207 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,185412	0,0909016	0,321533	0,162239	0,0754754	2,89E-01	4,89124	3,00426	2,56775	7,45316	3,56692	2,55612
Min	3,364E-05	1,477E-05	2,723E-06	6,784E-12	4,5635E-13	7,89E-11	8,236E-06	8,498E-06	0,0003112	8,809E-10	0,00014162	1,141E-10

ECRAN pour $\delta_p = 0.1$ m, $\sigma = 10^4$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 89,125 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,0185414	0,0090902	0,0321535	0,016224	0,00754757	2,89E-02	4,89123	3,00426	2,56775	7,45318	3,56694	2,55612
Min	3,365E-06	1,477E-06	2,705E-07	7,996E-12	1,3708E-12	9,62E-12	8,051E-06	8,566E-06	0,0003115	3,816E-10	0,00014149	8,406E-11

ECRAN pour $\delta_p = 0.1$ m, $\sigma = 10^5$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 90,390 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,0018541	0,0009090	0,0032154	0,0016224	0,00075476	7,55E-04	4,89123	3,00427	2,56775	7,45318	3,56694	2,55612
Min	3,364E-07	1,477E-07	2,704E-08	5,9945E-13	1,218E-13	1,22E-13	8,057E-06	8,533E-06	0,000311	1,2275E-10	0,00014126	7,973E-11

ECRAN pour $\delta_p = 0.1$ m, $\sigma = 10^6$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, $C_{pu} = 90,343$ min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,0001854	9,090E-05	0,00032154	0,00016224	7,5476E-05	2,89E-04	4,89123	3,00426	2,56775	7,45318	3,56694	2,55612
Min	3,365E-08	1,477E-08	2,7053E-09	2,1935E-14	1,4912E-15	5,02E-14	8,05E-06	8,636E-06	0,000311	7,660E-10	0,0001409	3,761E-11

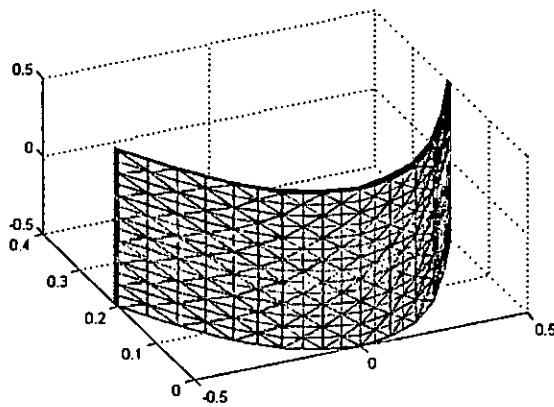
ECRAN pour $\delta_p = 0.1$ m, $\sigma = 10^7$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, $C_{pu} = 90,917$ min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	1,8541E-05	9,0902E-06	3,2154E-05	1,6224E-05	7,5475E-06	2,89E-05	4,89123	3,00426	2,56775	7,45318	3,56694	2,55612
Min	3,236E-09	1,4622E-09	2,6971E-10	1,9524E-16	8,2099E-16	4,32E-16	8,51E-06	8,27E-06	0,00029	1,229E-10	0,000141	2,86E-10

En augmentant la conductivité électrique de l'écran, on remarque qu'il y'a une diminution importante des composantes du champ électrique.

Mais les composantes du champ magnétique ne présente pas une augmentation importante.

- Ecran d'une épaisseur de 0.01 m avec un rayon de courbure $R_c = 0.7$ m, $L = 1$ m, $l = 1$ m,



Nombre des sommets interne :	1585
Nombre des sommets frontaliers :	498
Nombre des arrêtes interne :	9646
Nombre des arrêtes frontaliers :	1457
Nombre des tétras :	8400
Nombre des tétras tangents :	3324
Nombre des facettes frontalieres :	960

Figure V -4 : Maillage d'un écran d'épaisseur 0.01 m

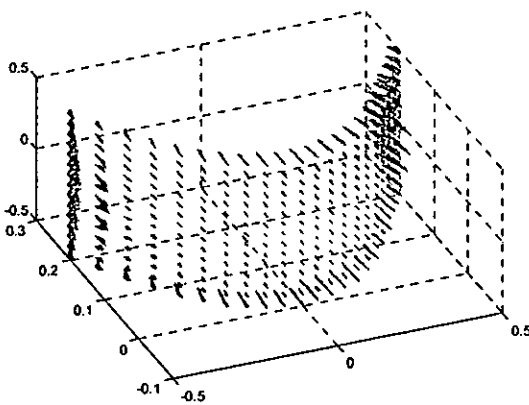


Figure V -5a Présentation du champ magnétique à l'intérieur de l'écran d'une épaisseur de 0.01 m

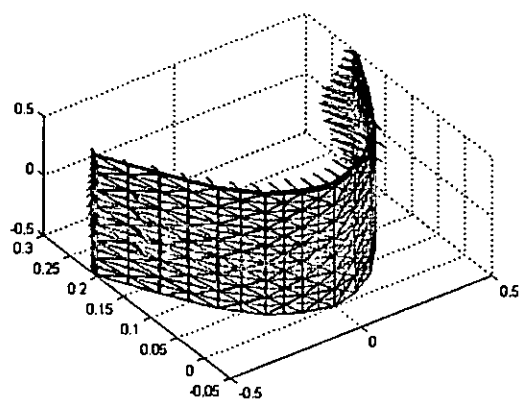


Figure V -5b Présentation du champ magnétique a la surface extérieure de l'écran

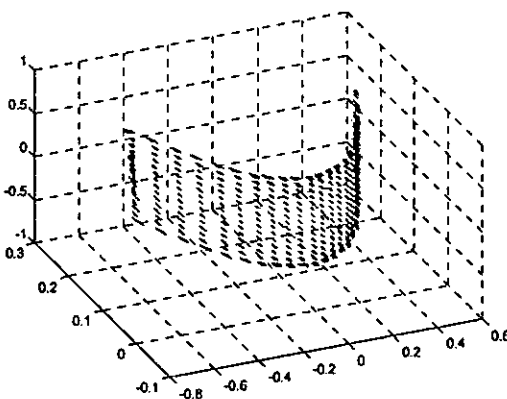


Figure V -6a Présentation du champ électrique à l'intérieur d'un écran d'une épaisseur de 0.01 m

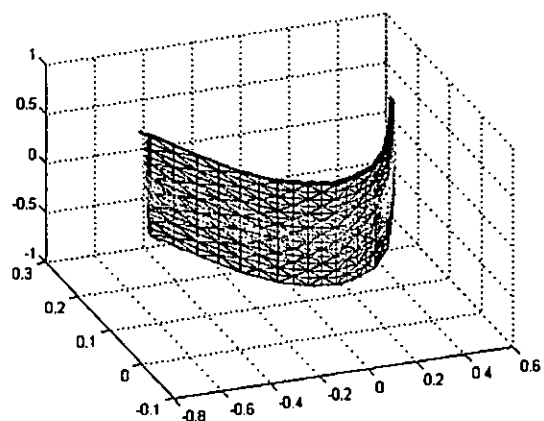


Figure V -6b Présentation du champ électrique a la surface extérieure de l'écran

Résultas numériques pour un écran avec une épaisseur de 0.01 m :

a - Variation de la conductivité :

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 68,589 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,686761	0,392125	1,14216	0,749969	0,27815	1,35095	4,1157	1,98858	2,0653	5,95754	3,83895	1,96988
Min	1,11E-09	6,410E-09	3,908E-04	5,939E-09	1,947E-08	4,322E-08	2,687E-4	3,336E-05	6,101E-08	3,574E-08	4,750E-05	1,386E-08

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^3$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 67,292 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,103277	0,0494602	0,209394	0,118181	0,0498635	2,44E-01	4,20068	2,29549	2,05265	6,43193	4,57427	1,93633
Min	4,045E-10	6,246E-11	9,146E-05	4,978E-09	1,080E-09	1,15E-08	3,411E-05	0,0001227	1,834E-09	2,079E-08	0,000381	8,90E-08

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^4$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 66,,683 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,0103283	0,00494653	0,0209417	0,0118189	0,00498709	2,44E-02	4,20065	2,29559	2,05265	6,43202	4,57441	1,93633
Min	1,716E-10	6,199E-11	9,080E-06	5,00E-11	2,266E-11	5,36E-10	3,279E-05	0,0001251	6,515E-09	1,344E-07	0,0003771	1,096E-08

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^5$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 64,921 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,0010328	0,0004946	0,0020941	0,00118187	0,00049873	2,44E-03	4,20062	2,29559	2,05265	6,43203	4,5744	1,93633
Min	1,860E-11	4,554E-12	9,125E-07	1,6458E-13	2,1309E-12	4,84E-13	3,229E-05	0,000125	1,4341E-08	6,9996E-09	0,000378	1,675E-08

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^6$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 62,644 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,0001044	5,0177E-05	0,0002083	0,00011916	5,0068E-05	2,43E-04	4,19429	2,27721	2,05027	6,41768	4,57081	1,93266
Min	4,335E-13	1,3022E-14	9,988E-08	7,0257E-12	2,5246E-13	3,83E-12	0,000185	0,000189	6,79E-08	4,705E-08	0,0011068	3,04E-08

Pour un écran d'une épaisseur 0.01 on fait varier la conductivité électrique ($10^2 - 10^6$), nous remarquons que le champ électrique diminue avec des valeurs importante 0.6 jusqu'à 0.001. Mais le champ magnétique ne présente pas une variation.

b – variation de la fréquence :

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 68,589 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	1,02687	0,492228	2,07453	1,1747	0,492413	2,41E+00	4,19859	2,2892	2,05284	6,42238	4,56043	1,93686
Min	1,402E-08	2,328E-09	0,000869	8,488E-09	2,734E-09	2,30E-09	0,0001607	9,293E-05	3,426E-08	4,72E-08	0,000592	4,208E-09

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^9$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 67,593 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	1,03275	0,494605	2,09396	1,18179	0,498671	2,44E+00	4,20067	2,29554	2,05265	6,43192	4,57431	1,93632
Min	2,731E-08	9,515E-10	0,000917	1,898E-08	7,234E-09	1,59E-07	3,416E-05	0,0001228	3,788E-08	6,991E-09	0,0003793	3,822E-08

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^{10}$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 67,558 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	1,04451	0,501723	2,04767	1,19134	0,503084	2,40E+00	2,39596	2,29555	2,05265	6,43202	4,57434	1,93632
Min	8,693E-10	5,083E-10	0,0008041	1,338E-09	9,38E-09	4,32E-07	4,324E-07	0,000126	1,198E-09	2,87E-09	0,0003749	1,12E-09

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^{11}$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 66,777 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	1,00892	0,501717	2,04764	1,23502	0,503092	2,40E+00	4,20073	2,29559	2,05265	6,43201	4,57438	1,93632
Min	1,958E-08	6,339E-09	1,2598E-06	1,568E-09	4,149E-09	1,34E-07	3,219E-05	0,0001256	1,617E-09	8,414E-08	0,0003767	3,885E-08

- Ecran d'une épaisseur de 0.01 m avec un rayon de courbure $R_c = 0.7$ m, $L = 1$ m, $l = 1$ m,

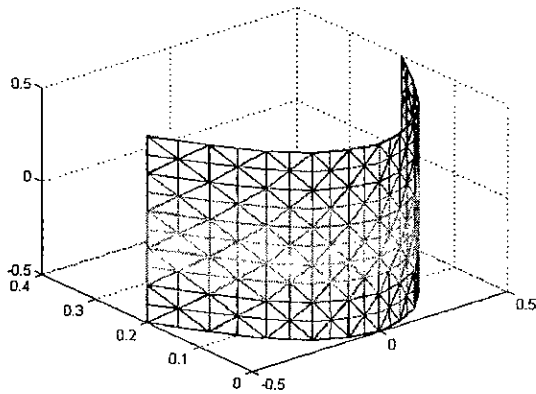


Figure V -10 : Maillage d'un écran d'une épaisseur 0.002 m

Nombre des sommets interne :	356
Nombre des sommets frontaliers :	322
Nombre des arêtes interne :	2437
Nombre des arêtes frontaliers :	960
Nombre des tétras :	2400
Nombre des tétras tangents :	1928
Nombre des facettes frontalières :	640

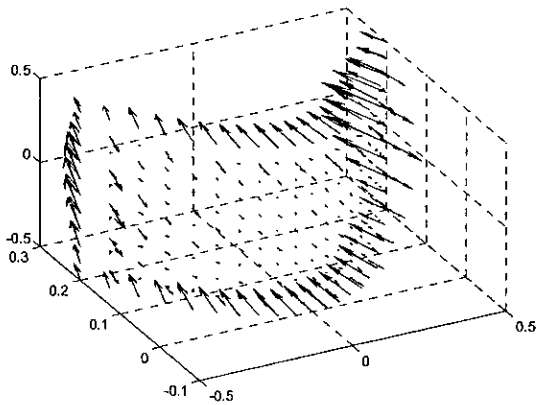


Figure V -11a Présentation du champ magnétique a l'intérieur de l'écran d'une épaisseur de 0.002 m

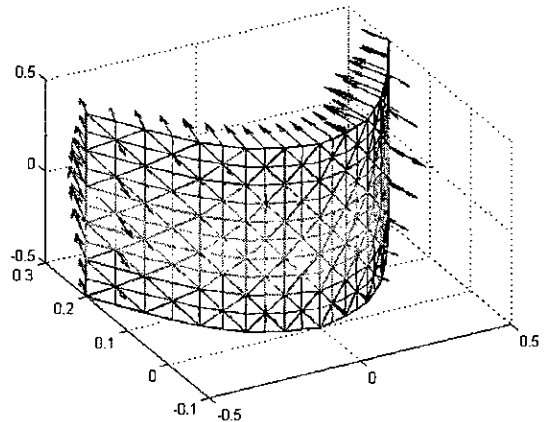


Figure V -11b Présentation du champ magnétique a la surface extérieure de l'écran

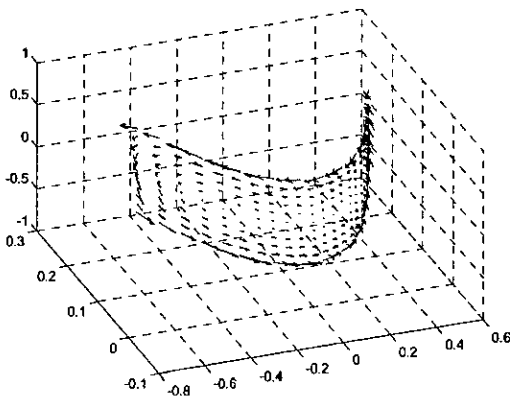


Figure V -12a Présentation du champ électrique a l'intérieur d'un écran d'une épaisseur de 0.002 m

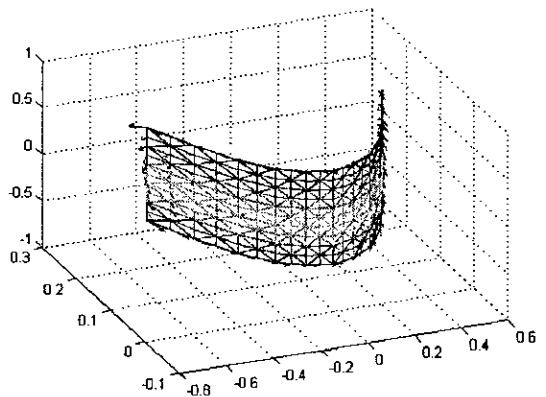


Figure V -12b Présentation du champ électrique a la surface extérieure de l'écran

Ecran d'une épaisseur de 0.002 m :

a – variation de la fréquence :

ECRAN pour $\delta_p = 0.002$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 29,852 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	5,75241	3,0961	14,0137	6,75034	3,50857	1,53E+01	6,47026	6,01913	1,76145	14,0566	16,3549	1,72015
Min	6,06E-07	5,18E-08	0,000369	1,425E-06	1,65E-07	9,29E-06	0,000165	0,00307	1,905E-07	7,881E-09	0,0315701	1,143E-07

ECRAN pour $\delta_p = 0.002$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^9$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 29,053 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	5,75451	3,09914	14,0382	6,75359	3,51213	1,53E+01	6,47057	6,01882	1,76158	14,0737	16,3833	1,72021
Min	7,004E-08	1,179E-09	0,0004245	2,473E-06	6,91E-08	8,29E-06	0,000249	0,0023036	1,424E-07	1,58E-08	0,02967	1,881E-07

ECRAN pour $\delta_p = 0.002$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^{10}$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 28,624 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	5,81343	3,14503	13,4063	6,79161	3,54994	1,47E+01	6,4705	6,01884	1,7616	14,0738	16,3836	1,72021
Min	8,263E-07	1,118E-07	0,001292	3,149E-06	5,665E-09	4,61E-06	0,000223	0,002291	2,057E-09	1,855E-07	0,0296262	2,9E-09

ECRAN pour $\delta_p = 0.002$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^{11}$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 28,951 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	6,26672	3,98477	13,4051	7,13338	3,47093	1,46E+01	6,47059	6,01879	1,76158	14,0738	16,3836	1,72021
Min	2,681E-08	2,738E-07	1,19E-05	1,82E-08	1,71E-07	9,50E-07	0,000221	0,002292	8,895E-08	2,915E-08	0,029685	1,022E-08

ECRAN pour $\delta_p = 0.002$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^{12}$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 28,062 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,920816	1,75225	0,377118	0,675111	1,1149	3,25E-01	6,47042	6,01882	1,76158	14,0738	16,3836	1,7202
Min	3,415E-09	9,95E-11	5,511E-05	7,096E-07	2,948E-08	3,74E-07	0,0002896	0,0022943	3,35E-08	6,697E-07	0,029715	1,03E-08

b – variation de la conductivité :

ECRAN pour $\delta_p = 0.002$ m, $\sigma = 10^3$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 28,002 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,575388	0,30997	1,40428	0,675259	0,351252	1,53E+00	6,47047	6,01886	1,76157	14,0736	16,3833	1,72021
Min	5,92E-08	2,89E-08	1,311E-05	5,66E-07	1,987E-08	9,21E-07	0,00026	0,002293	1,034E-08	2,298E-07	0,02971	1,96E-07

ECRAN pour $\delta_p = 0.002$ m, $\sigma = 10^4$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 27,995 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,0575382	0,0309912	0,140432	0,0675257	0,0351233	1,53E-01	6,4705	6,01884	1,76157	14,0738	16,3835	
Min	7,6058E-10	1,4376E-09	1,952E-06	3,4617E-09	1,7994E-09	1,30E-07	0,00031492	0,00228888	1,0681E-07	1,6433E-07	0,029693	

ECRAN pour $\delta_p = 0.002$ m, $\sigma = 10^5$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 29,003 min :

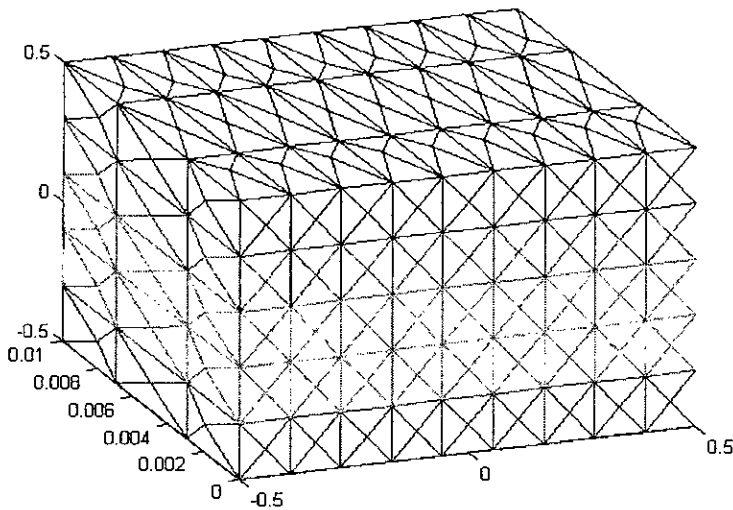
	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,00575446	0,00309838	0,0140404	0,00675341	0,00351188	1,53E-02	6,47046	6,01886	1,76157	14,0738	16,3836	1,72021
Min	1,9908E-10	6,1878E-13	5,7593E-08	5,4867E-09	4,7594E-12	5,90E-09	0,000224	0,002294	3,54E-08	2,32E-07	0,029673	2,87E-09

ECRAN pour $\delta_p = 0.002$ m, $\sigma = 10^6$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 28,357 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,0005754	0,00030994	0,00140287	0,00067526	0,00035123	1,53E-03	6,47099	6,02208	1,76095	14,072	16,382	1,71971
Min	3,0093E-11	2,3944E-11	2,0696E-08	3,5871E-10	2,5783E-13	7,01E-11	0,0004472	0,001424	4,65E-07	4,5E-07	0,03	8,08E-08

Pour un écran d'une épaisseur 0.01, on fait varier la conductivité électrique ($10^2 - 10^6$), nous remarquons que le champ électrique diminue avec des valeurs importantes 0.5 jusqu'à 0.0005. Mais le champ magnétique ne présente pas une variation sensibilisante.

- Ecran plat d'une épaisseur de 0.01, $L=1\text{ m}$, $l=1\text{ m}$,



Nombre des sommets interne :	517
Nombre des sommets frontaliers :	350
Nombre des arêtes interne :	3410
Nombre des arêtes frontaliers :	1044
Nombre des tétras :	3240
Nombre des tétras tangents :	2152
Nombre des facettes frontalières :	696

Figure V -7 : Maillage d'un écran plat d'une épaisseur 0.01 m

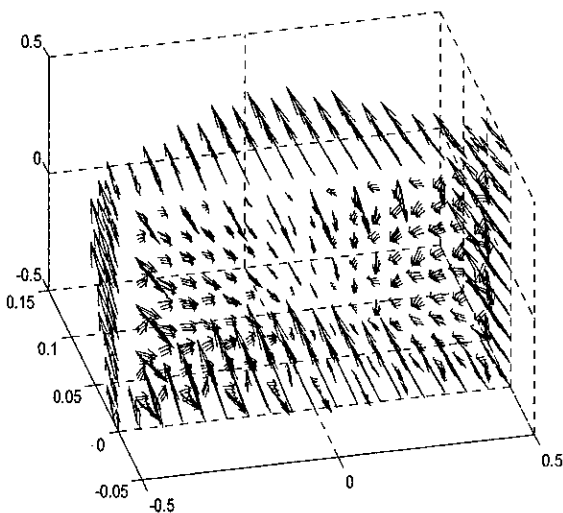


Figure V -8a Présentation du champ magnétique a l'intérieur de l'écran plat d'une épaisseur de 0.01m

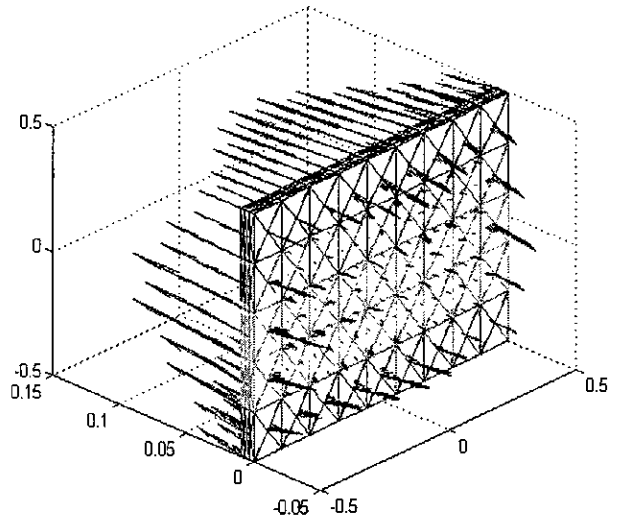


Figure V -8b Présentation du champ magnétique a la surface extérieure de l'écran

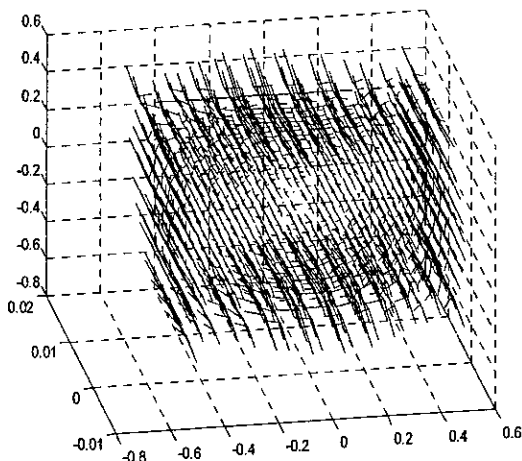


Figure V -9a Présentation du champ électrique a l'intérieur de l'écran plat d'une épaisseur de 0.01 m

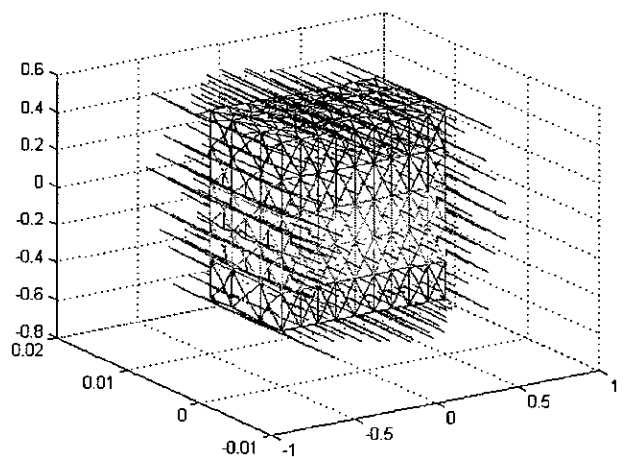


Figure V -9b Présentation du champ électrique a la surface extérieure de l'écran plat

Ecran plat d'une épaisseur de 0.1 m :

a – variation de la fréquence :

ECRAN plat pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^7$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 21,718 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	1,50901	0,145683	1,73517	1,78788	0,0503899	1,89E+00	2,0559	1,67775	1,90479	1,86718	3,74297	1,79803
Min	1,58E-07	5,49E-09	1,86E-08	1,666E-07	8,4797E-09	2,96E-07	8,0105E-07	0,00080017	2,4832E-08	2,9802E-08	0,001385	3,985E-09

ECRAN plat pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 21,031 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	1,53136	0,146043	1,80464	1,82294	0,0506816	1,97E+00	2,08524	1,67061	1,91113	1,88097	3,76127	1,80084
Min	1,812E-08	6,826E-09	4,3E-08	2,889E-08	2,376E-08	2,79E-07	4,657E-10	0,00145	5,1195E-09	4,191E-08	0,0012967	3,492E-08

ECRAN plat pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^9$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 22,046 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	1,53159	0,146034	1,8054	1,82331	0,050681	1,97E+00	2,08556	1,67053	1,91119	1,88112	3,76144	1,80087
Min	7,17E-09	1,34E-08	1,31E-09	5,617E-09	3,2596E-08	6,12E-07	1,3597E-07	0,00152424	1,1939E-09	2,5844E-08	0,0013266	1,622E-09

ECRAN plat pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^{10}$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 23,671 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	1,54008	0,146159	1,88171	1,82941	0,0489789	2,05E+00	2,08556	1,67051	1,91119	1,88112	3,76148	1,80087
Min	1,7695E-07	9,646E-11	6,153E-07	5,6263E-08	1,1506E-08	9,84E-09	8,8476E-09	0,0015562	4,598E-09	8,8064E-09	0,0013228	2,207E-09

ECRAN plat pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^{11}$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 21,046 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	1,65718	0,145992	1,78335	1,91433	0,0501118	1,95E+00	2,08556	1,67054	1,91119	1,88112	3,76149	1,80087
Min	2,714E-08	1,490E-08	1,984E-07	5,206E-09	1,089E-08	1,21E-07	5,215E-08	0,001547	1,791E-07	5,615E-08	0,0013209	3,155E-08

b – variation de la conductivité :

ECRAN plat pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^3$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 21,492 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,15316	0,0146031	0,180541	0,182332	0,0050682	1,97E-01	2,08556	1,67052	1,91119	1,88112	3,76148	1,80087
Min	1,895E-10	2,781E-09	1,14E-08	4,211E-09	2,183E-09	3,61E-08	2,421E-08	0,00154	2,555E-08	3,725E-09	0,0013303	8,381E-09

ECRAN plat pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^4$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 20,593 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,0153162	0,0014605	0,0180544	0,0182336	0,00050693	1,97E-02	2,08557	1,67053	1,91119	1,88112	3,7615	1,80087
Min	1,120E-08	8,043E-11	7,2642E-09	7,312E-11	1,7145E-11	5,27E-09	1,257E-08	0,001561	3,818E-08	1,862E-08	0,0013207	8,512E-09

ECRAN plat pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^5$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 21,015 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,00153159	0,00014603	0,00180547	0,00182331	5,0687E-05	1,97E-03	2,08557	1,67055	1,91119	1,88112	3,76149	1,80087
Min	1,8594E-11	1,4756E-11	2,9309E-12	4,3465E-11	1,3468E-12	5,12E-11	7,451E-09	0,0015583	1,230E-08	1,490E-08	0,001326	2,346E-09

ECRAN plat pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^6$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 21,781 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,0001531	1,4592E-05	0,0001805	0,00018224	5,1524E-06	1,97E-04	2,08439	1,64486	1,91314	1,88108	3,7283	1,80247
Min	9,244E-12	8,245E-13	1,133E-11	3,522E-11	2,371E-12	1,69E-13	9,313E-09	0,0012572	7,995E-09	3,632E-08	0,0018437	2,260E-09

Variation de position de la source par rapport a l'écran

Dans cet exemple nous prenons le cas d'un écran avec une épaisseur 0.01 et on fait varier la position de la source qui est présenté par p,

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, **p=0.2 m**, Cpu = 66,051 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	4,16773	1,74705	5,73051	1,98596	1,44425	5,58E+00	32,2078	27,1446	12,5698	26,9412	19,3798	9,03295
Min	3,21E-09	6,335E-09	8,935E-05	3,424E-10	2,99E-08	6,39E-08	0,000905	4,830E-05	6,687E-08	9,63E-08	0,00018	9,83E-07

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, **p=0.5 m**, Cpu = 67,021 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	1,02687	0,492228	2,07453	1,1747	0,492413	2,41E+00	4,19859	2,2892	2,05284	6,42238	4,56043	1,93686
Min	1,4E-08	2,33E-09	0,00087	8,49E-09	2,73E-09	2,30E-09	0,000161	9,29E-05	3,43E-08	4,72E-08	0,00059	4,208E-09

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, **p=0.8 m**, Cpu = 66,902 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,485334	0,31075	0,77342	0,572453	0,339157	9,24E-01	1,38248	0,562648	0,96538	2,30263	1,68947	0,918841
Min	1,44E-10	6,0E-10	1,996E-06	5,374E-09	9,344E-11	2,32E-08	8,41E-07	6,57E-07	8,78E-09	1,27E-08	0,00011	4,88E-09

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, **p=1 m**, Cpu = 67,345 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,307526	0,20923	0,43356	0,366769	0,230307	5,24E-01	0,749268	0,26564	0,622881	1,26932	0,945655	0,591525
Min	7,18E-10	2,1E-10	9,83E-06	7,733E-10	1,13E-09	2,37E-08	6,565E-07	4,27E-06	4,31E-09	1,96E-08	3,219E-05	4,68E-09

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, **p=1.5 m**, Cpu = 66,654 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,11658	0,0804	0,129824	0,140611	0,0904	1,60E-01	0,210577	0,11435	0,224336	0,36834	0,334691	0,212304
Min	3,38E-11	3,24E-10	3,09E-05	2,29E-09	9,13E-13	3,88E-09	8,69E-06	3,04E-06	2,759E-09	2,68E-09	7,28E-06	3,188E-11

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, **p=2 m**, Cpu = 67,210 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,0532973	0,035736	0,0508852	0,0651288	0,0406694	6,51E-02	0,082362	0,0580323	0,096002	0,141134	0,156048	0,090663
Min	4,981E-10	2,24E-10	5,949E-06	1,408E-09	2,121E-10	5,92E-11	3,51E-06	1,021E-05	3,28E-10	2,287E-11	8,31E-06	2,32E-10

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, **p=3 m**, Cpu = 66,985 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,016554	0,010311	0,014204	0,020409	0,0119002	1,84E-02	0,0293498	0,0197922	0,0265368	0,0371651	0,0492191	0,0249999
Min	3,72E-11	1,57E-12	1,17E-06	5,355E-10	1,605E-10	7,65E-10	3,965E-05	3,931E-08	1,0194E-10	1,135E-09	7,313E-06	4,9446E-11

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, **p=5 m**, Cpu = 66,586 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,003622	0,00205518	0,00274	0,0044989	0,002404	3,60E-03	0,006925	0,0048105	0,00509	0,007975	0,01090	0,00478
Min	1,567E-11	1,2232E-12	5,96E-06	2,57E-12	3,769E-12	3,52E-11	1,46E-05	4,9443E-08	6,247E-12	8,195E-11	3,03E-06	2,04E-11

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, **p=10 m**, Cpu =67,034 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,0004402	0,000227	0,0002941	0,00055	0,000269	3,91E-04	0,0008765	0,0006313	0,000545	0,00097	0,00134	0,0005109
Min	1,0765E-12	3,2E-13	2,793E-06	2,24E-12	2,941E-12	7,29E-14	1,526E-07	2,5905E-08	5,293E-12	1,551E-12	2,2E-07	5,766E-13

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, **p=15 m**, Cpu = 65,995 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,000129	0,00006419	8,209E-05	0,00016119	7,633E-05	1,10E-04	0,00026	0,0001887	0,0001519	0,000281	0,00039	0,000142
Min	3,03E-13	5,9511E-13	2,769E-07	5,2718E-12	2,326E-13	4,07E-14	1,3E-08	3,402E-09	1,8673E-12	1,57E-12	6,35E-08	8,298E-13

Lorsqu'en faisant éloigner la source de 0.2 m jusqu'à 15 m, on remarque que toutes les composantes des champs décroissent d'une façon importante.

Variation de la perméabilité de l'écran :

Dans cet exemple nous prenons le cas d'un écran avec une épaisseur 0.01

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = 10^* \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 66,685 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	1,03275	0,494605	2,09396	1,18179	0,498671	2,44E+00	4,20067	2,29554	2,05265	6,43192	4,57431	1,93632
Min	2,731E-08	9,515E-10	0,000917	1,8977E-08	7,23444E-09	1,59E-07	3,42E-05	0,000123	3,788E-08	6,991E-09	0,000379	3,8224E-08

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = 10^2 * \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 67,003 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	1,04452	0,501725	2,04765	1,19135	0,503102	2,40E+00	4,2007	2,2956	2,05265	6,43202	4,57439	1,93632
Min	6,3957E-09	4,7959E-10	0,000808	1,295E-08	3,1288E-10	3,63E-07	3,25E-05	0,0001256	1,09E-09	5,298E-07	0,000376	2,77E-08

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = 10^3 * \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 66,699 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	1,00892	0,501717	2,04764	1,23502	0,503092	2,40E+00	4,20073	2,29559	2,05265	6,43201	4,57438	1,93632
Min	1,958E-08	6,338E-09	1,26E-06	1,568E-09	4,1485E-09	1,34E-07	3,22E-05	0,0001252	1,6167E-09	8,4142E-08	0,0003767	3,885E-08

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = 10^4 * \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.4$ m, $R_c = 0.7$ m, $p = 0.5$ m, Cpu = 66,573 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	3,15415	2,01276	2,87909	2,50389	1,29778	2,67E+00	4,20068	2,2956	2,05266	6,43203	4,57444	1,93633
Min	1,178E-08	2,15E-09	2,7793E-05	2,095E-09	1,541E-08	1,19E-08	3,638E-05	0,0001253	2,695E-08	8,268E-08	0,0003749	2,7357E-08

Lorsqu'on fait augmenter la perméabilité, nous remarquons qu'il n'est y'a pas de variation importante des champs.

Variation du rayon de la spire :

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.1$ m' Rc = 0.7 m, p=0.5 m, Cpu = 65,992 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,0606413	0,026793	0,109293	0,0657513	0,0218385	1,21E-01	0,264821	0,201178	0,191404	0,341534	0,223653	0,190363
Min	3,262E-10	8,18E-10	0,000245	1,289E-08	1,24616E-10	3,27E-08	0,0001305	2,0648E-05	1,0339E-09	1,1721E-08	2,013E-05	1,377E-09

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.05$ m' Rc = 0.7 m, p=0.5 m, Cpu = 66,357 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,0149959	0,00659895	0,0267	0,0162	0,0053397	2,95E-02	0,0652342	0,0523229	0,0497805	0,0839706	0,0542895	0,0497
Min	1,552E-10	2,0021E-09	9,33E-05	1,173E-08	7,46332E-10	1,33E-08	0,00019342	7,1736E-06	2,7004E-10	3,3489E-09	5,54E-06	1,15E-09

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.01$ m' Rc = 0.7 m, p=0.5 m, Cpu = 66,951 min :

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,000599778	0,000263978	0,001068	0,000647	0,0002136	1,18E-03	0,002609	0,002093	0,00199	0,00336	0,002172	0,00198715
Min	3,59857E-11	3,92343E-13	1,047E-06	6,6378E-11	4,5558E-12	1,09E-10	7,853E-06	5,569E-08	3,86E-11	7,916E-11	7,605E-08	2,1252E-11

ECRAN pour $\delta_p = 0.01$ m, $\sigma = 10^2$, $\mu = \mu_0$, $f = 10^8$ Hz, $R_s = 0.005$ m' Rc = 0.7 m, p=0.5 m, Cpu = 67,021 min:

	CHEGX	CHEGY	CHEGZ	CHENX	CHENY	CHENZ	CHHGX	CHHGY	CHHGZ	CHHNX	CHHNY	CHHNZ
Max	0,00015	6,5995E-05	0,000267	0,000161861	5,33975E-05	2,95E-04	0,00065	0,00052325	0,0004976	0,00084	0,00054291	0,00049679
Min	8,996E-12	9,8086E-14	2,62E-07	1,65945E-11	1,13894E-12	2,73E-11	1,96E-06	1,3923E-08	9,64E-12	1,979E-11	1,9014E-08	5,3131E-12

Lorsqu'en diminuant le rayon de la spire avec une position fixe, nous remarquons que toutes les composantes des champs diminuant avec des valeurs importantes

V - 3 -2 A l'extérieur de l'écran

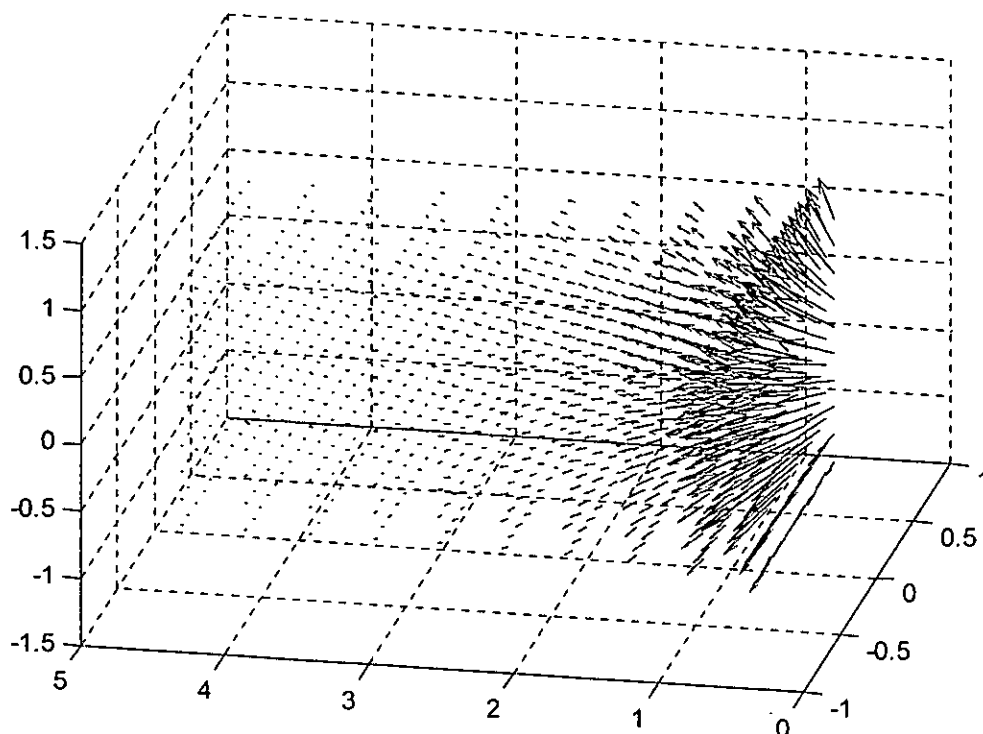


Figure V -10a Présentation du champ magnétique à l'extérieur de l'écran d'une épaisseur de 0.002m région (3) sans l'écran

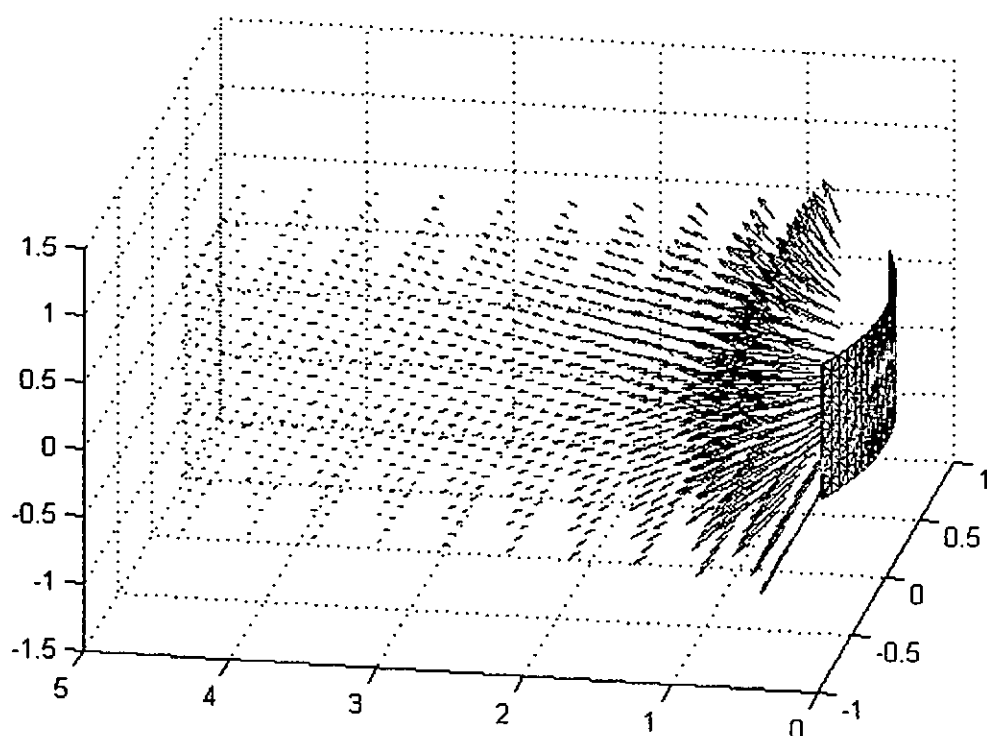


Figure V -10 b Présentation du champ magnétique à l'extérieur de l'écran d'une épaisseur de 0.002m région (3) avec l'écran

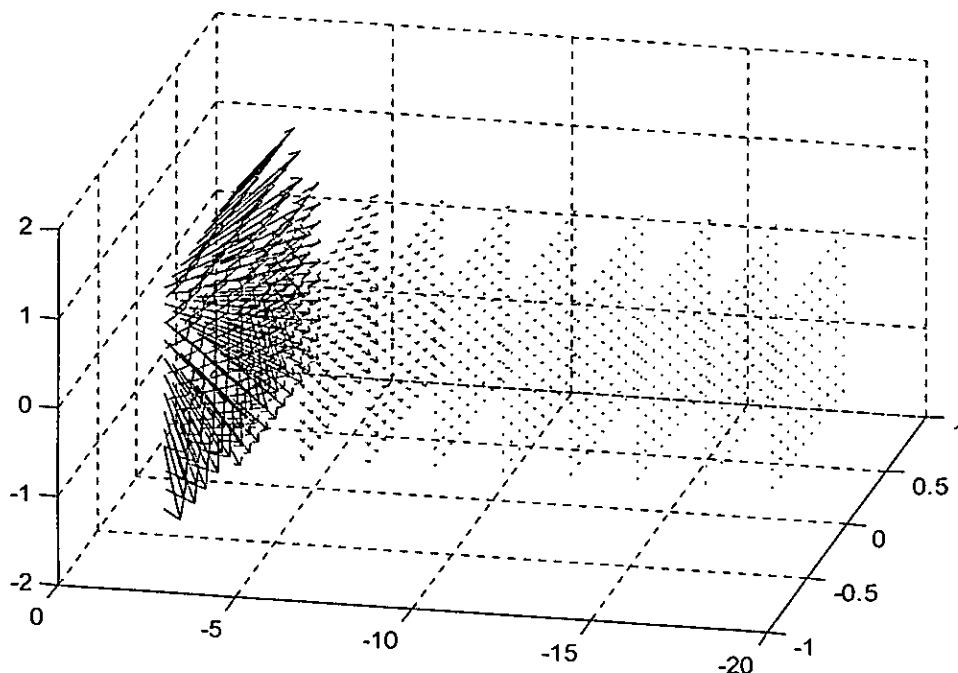


Figure V -11 a Présentation du champ magnétique de réaction à l'extérieur de l'écran d'une épaisseur de 0.002m région (1) coté source, sans l'écran

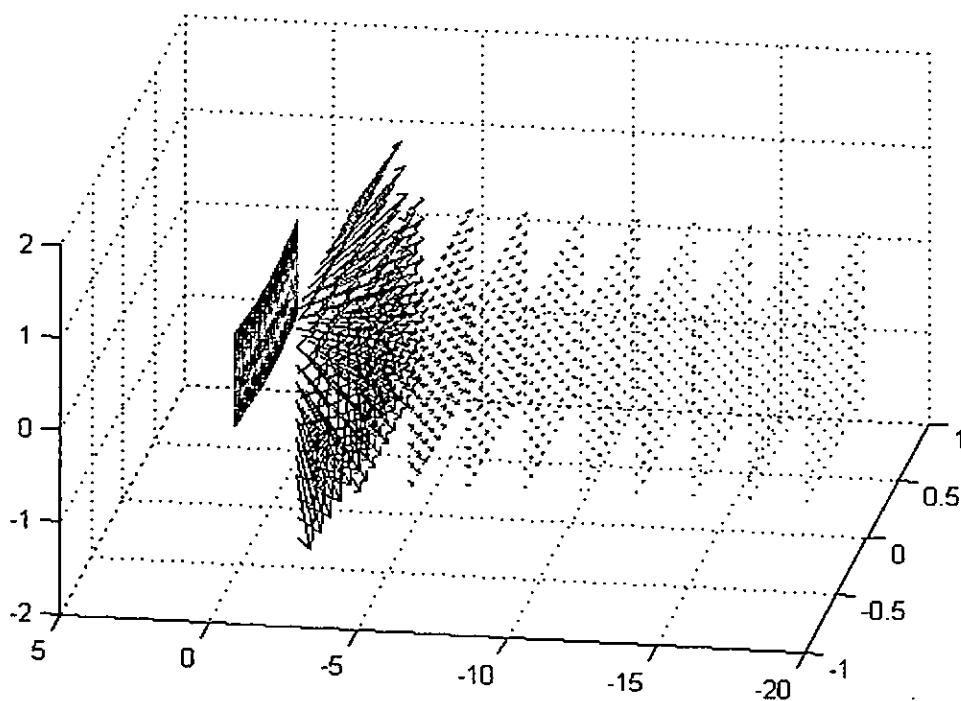


Figure V -11 b Présentation du champ magnétique de réaction à l'extérieur de l'écran d'une épaisseur de 0.002m région (1) coté source, avec l'écran

V – 4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons implémenté le programme de calcul, nous avons utilisé les paramètres du maillage des écrans de différentes épaisseurs, des paramètres électriques et magnétiques ; afin de représenter les différents champs électromagnétiques.

Lorsqu'on augmente la conductivité électrique de l'écran, on remarque que les champs électrique et magnétique diminueront.

Pour l'écran massif représentant des conductivités importantes, il n'est y'a pas de passage des champs électromagnétiques ($T = 0$, $R = 1$).

Pour les couches minces ferromagnétiques (écran massif), le champ électromagnétique fait circuler au niveau de l'épaisseur, mais il n'est y'a pas une grande transmission du champ.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Les travaux menés dans le cadre de ce mémoire représentent notre premier pas dans le domaine de compatibilité et blindage électromagnétique. Pour l'aborder, nous avons considéré un système type, qui peut être présent en tout cas de figure, simple mais sa modélisation n'est pas évidente.

Nous avons mené ces travaux sur deux principaux volets : l'une fait l'objet d'un calcul analytique directe des champs électromagnétiques aux limites de l'écran pour déterminer les coefficients de transmission et de réflexion. Ceux-ci ont été représentés sur des courbes en fonction de l'épaisseur et de la forme géométrique de l'écran ainsi qu'en fonction de ces caractéristiques matériel. La fréquence de l'onde incidente est indiquée comme un paramètre modifiant le comportement de ces coefficients.

Les courbes ont montrées que les caractéristiques du matériau, l'épaisseur de l'écran, sa forme géométrique, son rayon de courbure et les caractéristiques de l'onde incidente (angle d'incidence et la fréquence) modifient le comportement des coefficient de transmission et de réflexion. Ceux-ci représentent une information sur la quantité d'énergie électromagnétique qui peut traverser l'écran.

La solution analytique du problème, suppose que l'écran est infini. Ce dernier divise l'espace \mathbb{R}^3 en deux régions semi infinis. En haute fréquence, le champ électromagnétique apparaît uniquement à la surface de la frontière de l'écran du côté où il y a l'onde incidente ; Cette situation a été réalisée avec l'approche suivante : Nous augmentons de plus en plus la longueur et la largeur de l'écran, plus nous diminuions le rayon de la spire créant le champ source et en considérant que la distance qui sépare la source de l'écran suffisamment petite.

Sur l'autre volet, nous avons posé le problème régissant notre système. Il est décrit par les équations de Maxwell est posé dans tout l'espace $\mathbb{R}_x^3 \times \mathbb{R}_t$. Pour le résoudre, nous avons effectué une formulation variationnelle en potentiel vecteur magnétique qui ne tient pas compte des courants de déplacement. La méthode des éléments finis a été adoptée sur l'écran couplé avec une formulation intégrale décrivant le milieu extérieur. La réalisation de cette dernière est faite par un traitement particulier du terme de bord, qui est fonction du saut de la composante tangentielle du champ magnétique à travers l'épaisseur de l'écran, il est calculé à partir du comportement du champ magnétique extérieur, par la méthode d'intégrale de frontière.

Les éléments finis 'd'arêtes', dont les degrés de liberté sont les circulations du potentiel vecteur magnétique le long des arêtes du maillage, ont été utilisés pour programmer la formulation variationnelle. Cela nous a permis de ne traiter qu'une seule composante scalaire. Les résultats numériques ont été représentés par le tracé des flèches représentant les champs électrique et magnétique.

Le travail modeste que nous avons réalisé représente le premier coup de pioche de notre équipe sur un domaine aussi cruciale qui est la CEM et le Blindage. Enfin, nous espérons par ce travail, avoir contribué à faire progresser d'un pas de plus la recherche dans le domaine de la modélisation numérique du champ électromagnétique au sein de l'U.E.R. Electrotechnique de l'Ecole Militaire polytechnique.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **Julius Adams Stratton** « Théories d'électromagnétisme » Dunod 1960 Paris
- [2] **Robert V.Langmuir** "Electromagnetic fields and waves" Mc Graw-Hill Book Company .INC. 1961
- [3] **Maurice Bouix** "Les discontinuités du rayonnement électromagnétique" Dunod 1966 Paris.
- [4] **Djennah Mohamed**, « Modélisation tridimensionnelle, par Couplage Eléments Finis Equations Intégrales, des Courants Induits et des Charges Surfaiques pour un Conducteur Plongé dans un Champ Electromagnétique en I.R.M », Thèse de doctorat, Paris VI, 1996.
- [5] **Christophe GEUZAINÉ** "High order hybrid finite element schemes for Maxwell's equations taking thin structures and global quantities into account" Université de Liege Faculté des Sciences Appliquees ,these doctoral 2001
- [6] **Hichem Chemkha , Françoise Rioux-Damidau**, « A Fast And Accurate Model For Eddy Curent Computation in Thin Conducting Shells », IEEE Transactions on Magnetics, vol.33, no. 2, March 1997, pp.1342-1345.
- [7] **Hichem Chemkha**, « Numerical Method for Eddy-Curent Computation in a Nonsimply Connected Thin Conducting Shell », IEEE Transactions on Magnetics, vol.36, no. 6, November 2000, pp.3920-3925.
- [8] **Z. Ren, C. Li and A. Razek** « Hybrid FEM BEM Formulation using Electric and Magnetic Variables», IEEE Transactions on Magnetics, vol.28, no. 2, March 1992, pp. 1647-1650.
- [9] **A. Bossavit** « Computational Electromagnetism » Dunod,1998.
- [10] **M.Djennah , Françoise Rioux-Damidau**, « Couplage Eléments Finis Intégrales de Frontières pour le Calcul de Champ Electromagnétique en 3D », International Conference on Electronics, ICEL'98, 5-7 October 1989, U.S.T. Oran, Algeria.
- [11] **Dalian Zheng , Kent R. Davey** « A Boundary Element Formulation For Thin Shell Problems », IEEE Transactions on Magnetics, vol.32, no. 3, May 1996, pp 675-677.
- [12] **G.DHATT-G. Touzot** « Une présentation de la méthode des éléments finis » 543 p support de cours Université Laval et l'université de technologie de Compiègne.
- [13] **G.Beauquet et M.Pogu** « Programmation des éléments finis » édition CEPADUS 1987 – 144 p.
- [14] **John, Mathews** "Numerical methods for mathematics science, and engineering" 2nd edition, Prentice Hall International Edition.
- [15] **A. Bossavit**, « Modèles et Modélisation en Electrotechnique », Techniques de L'Ingénieur 2002, § A 3595 pp. 1-25.

-
- [16] **A. Gourdin, M. Boumahrat**, « Méthodes numériques appliquées avec nombreux problèmes résolus avec Fortran 77 », O.P.U. 1989
- [17] **H. Igarashi, A. Kost , T. Honma** « A Three Dimensional Analysis of Magnetic Fields around a Thin Magnetic Conductive Layer Using Vector Potential », IEEE Transactions on Magnetics, vol.34, no. 5, September 1998, pp. 2539-2542.
- [18] **William H.Press, Saul A.Teukolsky, William T.Vetterling**, « Numerical Recipes in FORTRAN » Cambridge university press.
- [19] **J.L. Coulomb, et J.C. Sabonnadière**, « Calcul des Champs Electromagnétiques », Techniques de l'Ingénieur 2002, § D 3020 pp. 1-20.
- [20] **Gerrit Mur**, « Compatibility Relations and the Finite-Element Formulation of Electromagnetic Fields Problems », IEEE Transactions on Magnetics, vol.30, no. 5, September 1994.
- [21] **F. Gardiol**, « Traité d'électricité vol.3 - Electromagnétisme », Dunod 2002.
- [22] **H.Menana** « Modélisation numérique du champ électromagnétique pour une tôle mince perméable » mémoire de magister, EMP ,2003
- [24] **Oszkar Biro, Istvan Bardi, Kurt Preis, Werner Renhart and Kurt R. Richter**, « A Finite Element Formulation for Eddy Current Carrying Ferromagnetic Thin Sheets », IEEE Transactions on Magnetics, vol.33, no. 2, March 1997, pp. 1173-1178.
- [25] **D. Rodger, P.J. Leonard, H.C.Lai**, « Surface Element for Modelling 3D Fields Around Thin Iron Sheets », IEEE Transactions on Magnetics, vol.29, no. 2, March 1993, pp.1483-1486.
- [26] **Badr Kebaili, Bernard Bandeleir, and Françoise Rioux Damidau**, « Modelling a Thin Shell System Submitted to an Electromagnetic Wave », IEEE Transactions on Magnetic, vol.37, no.5, September 2001, pp. 3277-3280.

ANNEXES

ANNEXES

Annexe 1

CALCUL DU CHAMP MAGNETIQUE PRODUIT PAR UNE SPIRE DANS L'AIR

Soit une spire de rayon (a), parcourue par un courant (I) comme l'indique la figure A-1.

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$K = \sqrt{\frac{4a\rho}{(a+\rho^2)+z^2}}$$

On a [1] :

$$A\varphi = \frac{\mu_0 I}{K\pi} \sqrt{\frac{a}{\rho}} \left[\left(1 - \frac{K^2}{2} \right) J1 - J2 \right]$$

$$B\rho = \frac{\mu_0 I K z}{4\pi \rho \sqrt{a\rho}} \left[\frac{a^2 + \rho^2 + z^2}{(a-\rho)^2 + z^2} J2 - J1 \right]$$

$$Bz = \frac{\mu_0 I K}{4\pi \sqrt{a\rho}} \left[\frac{a^2 - \rho^2 - z^2}{(a-\rho)^2 + z^2} J2 + J1 \right]$$

$$B\varphi = 0$$

J1 et J2 sont les intégrales de Legendre :

$$J1 = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - K^2 \sin^2 \theta}}$$

$$J2 = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - K^2 \sin^2 \theta} d\theta$$

Celles ci sont évaluées comme suit [4] :

$$J1 = a_0 + \sum_{n=1}^4 a_n m^n + \left(b_0 + \sum_{n=1}^4 b_n m^n \right) \ln \left(\frac{1}{m} \right) + \varepsilon_1(K^2) \quad \varepsilon_1(K^2) \leq 2 \times 10^{-8}$$

$$J2 = 1 + \sum_{n=1}^4 c_n m^n + \left(\sum_{n=1}^4 d_n m^n \right) \ln \left(\frac{1}{m} \right) + \varepsilon_2(K^2) \quad \varepsilon_2(K^2) < 2 \times 10^{-8}$$

Avec :

$$m = 1 - K^2$$

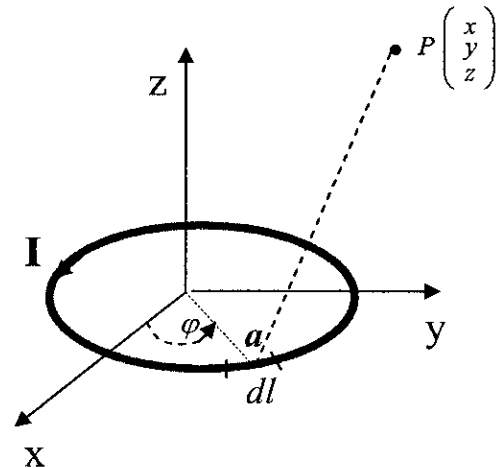


Figure A-1

Annexe 2

DISCONTINUITÉ DE QUELQUES INTEGRALES DE SURFACE

Soient $G = \frac{1}{4\pi r}$ en 3D et $G = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{r}\right)$ en 2D les solutions fondamentales des équations de Laplace. S est une surface fermée en 3D ou une courbe fermée en 2D, et (r) est la distance du point $M(x_M, y_M, z_M)$ au point $P(x, y, z)$.

$$\text{Soit } \bar{J}(p) = - \int_S f \nabla_p G ds$$

Une telle intégrale, où f est une fonction scalaire continue de M, est une fonction des coordonnées de P qui est discontinue à la traversée de S.

Si l'on considère les valeurs J_+ et J_- pour deux points P_+ et P_- situés de part et d'autre de S et à son voisinage immédiat, ainsi que la valeur J_S au point P_0 situé sur S entre les deux points précédents et \bar{n} le vecteur normal à S, on a [4]:

$$\bar{J}_+ - \bar{J}_- = \bar{n} \cdot f(P_0)$$

$$\bar{J}_+ + \bar{J}_- = 2 \bar{J}_S$$

Pour une fonction vectorielle \vec{f} , nous aurons des relations analogues :

$$I = - \int_S \vec{f} \cdot \nabla G ds$$

$$J = - \int_S \vec{f} \times \nabla G ds$$

Nous avons :

$$I_+ - I_- = \bar{n} \cdot \vec{f}$$

$$\bar{J}_+ - \bar{J}_- = \vec{f} \times \bar{n}$$

et

$$I_+ + I_- = 2 I_S$$

$$\bar{J}_+ + \bar{J}_- = 2 \bar{J}_S$$

Annexe 3

Présentation des différents champs électromagnétique

Présentation des différents champs pour une faible σ pour $f = 10 \text{ GHz}$ $\delta p = 0.1 \text{ m}$

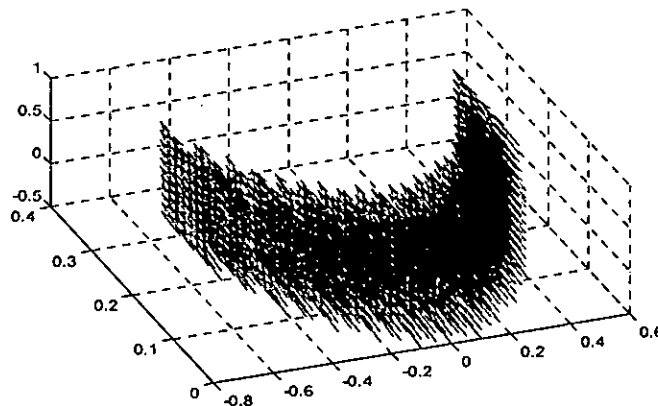


Figure A – 2 - a : Le champ magnétique nodal de l'écran chhn

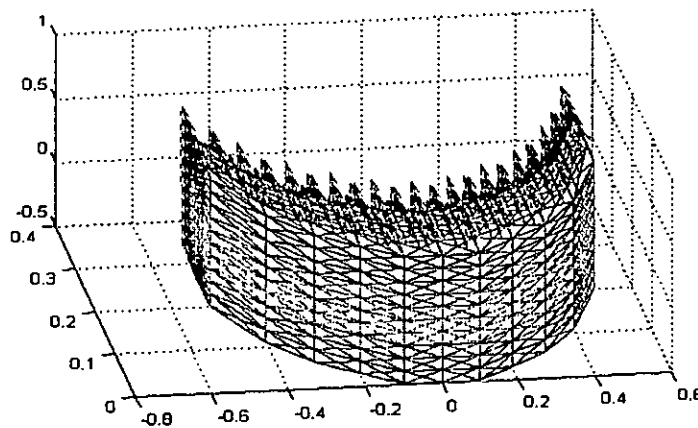


Figure A – 2 - b : Le champ magnétique nodal de l'écran chhn

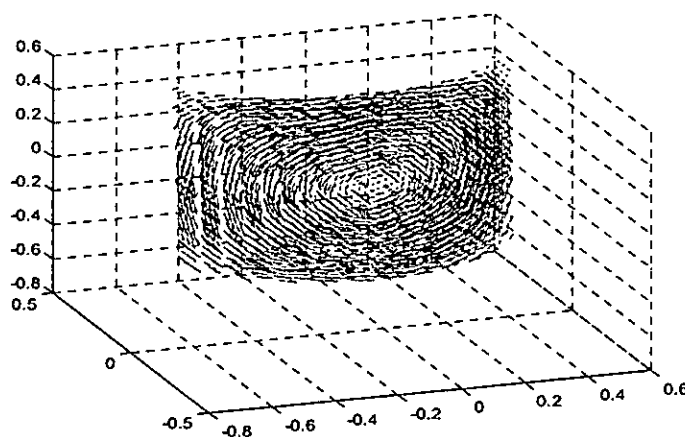


Figure A – 3 – a : Le champ électrique a la normale de l'écran chen

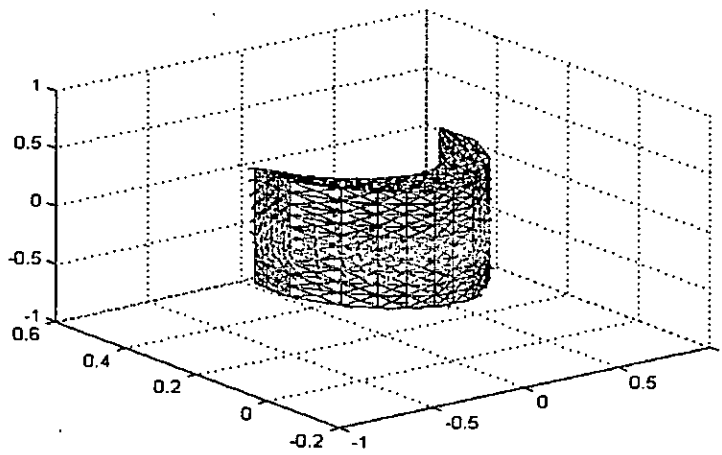


Figure A – 3 - b : Le champ électrique nodal de l'écran chen

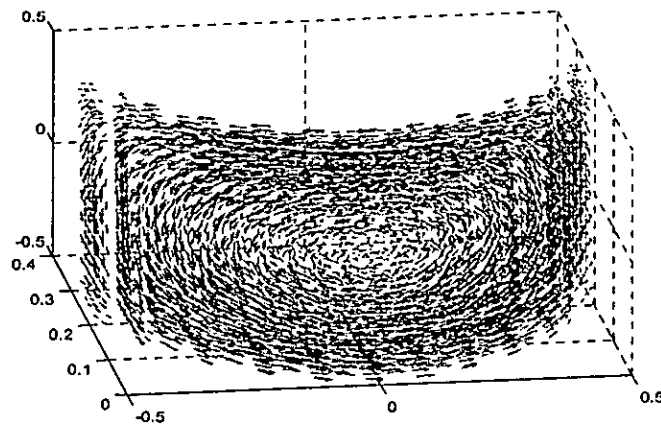


Figure A – 4 - a : Le champ électrique au centre de gravite des tétras de l'écran cheg

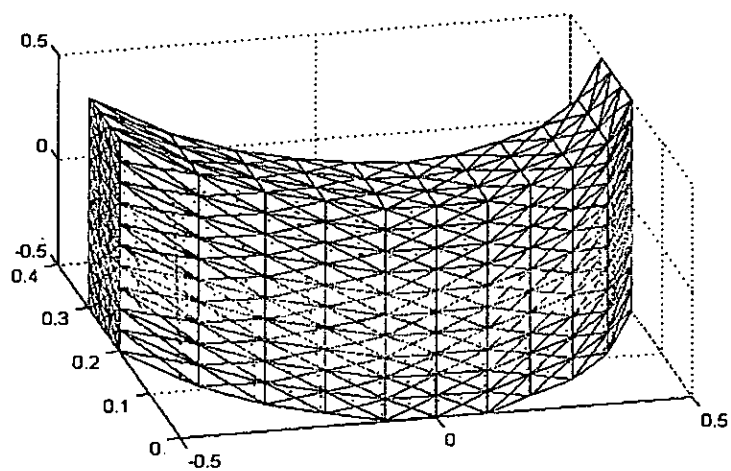


Figure A – 4 - b : Le champ électrique au centre de gravite des tétras de l'écran cheg

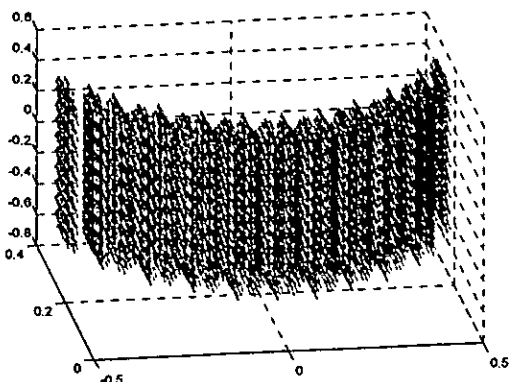


Figure A – 5 - a : Le champ magnétique au centre de gravité des tétras de l'écran chhg

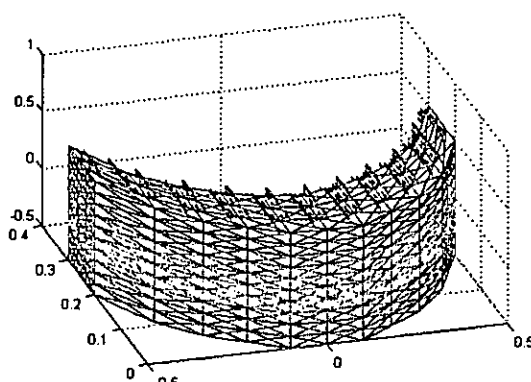


Figure A – 5 - b : Le champ magnétique au centre de gravité des tétras de l'écran chhg

Présentation des différents champs pour $\sigma = 38$ pour $f = 10 \text{ GHz}$ $\delta p = 0.1 \text{ m}$

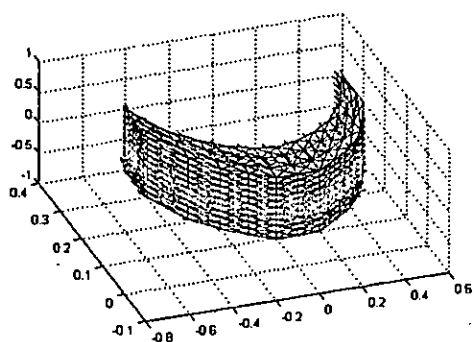


Figure A – 6 – a : Le champ magnétique nodal de l'écran chhn

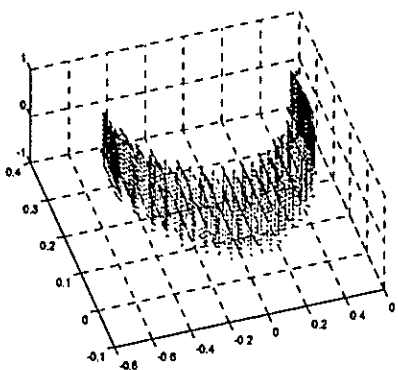


Figure A – 6-b : Le champ magnétique nodal de l'écran chhn

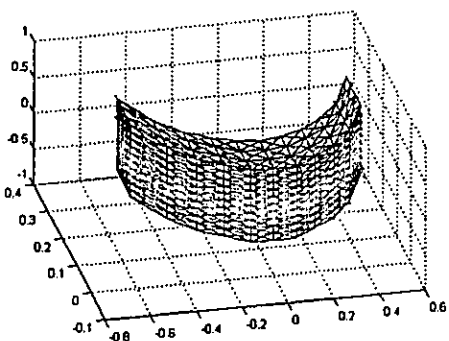


Figure A – 7-a : Le champ électrique nodal de l'écran chen

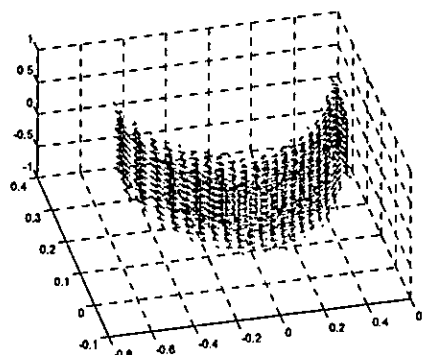


Figure A – 7-b : Le champ électrique nodal de l'écran chen

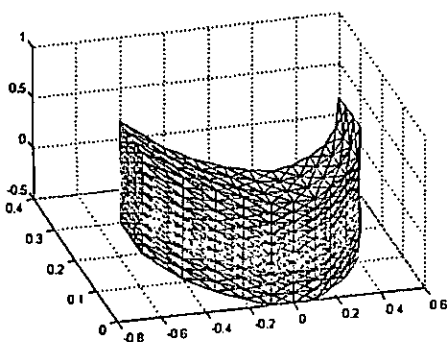


Figure A – 8-a : Le champ électrique au centre de gravité des tétra de l'écran cheg

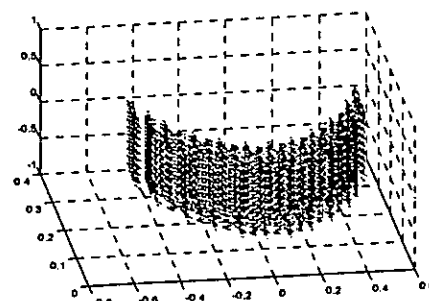


Figure A – 8-b : Le champ électrique au centre de gravité des tétra de l'écran cheg

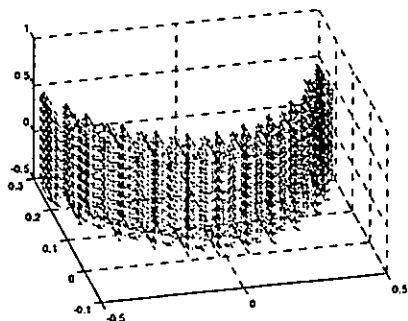


Figure A – 9 – a : Le champ
Electrique au centre de gravite des
tétras de l'écran chhg

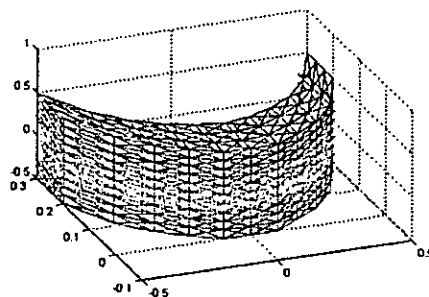


Figure A – 9 - b : Le champ
électrique au centre de gravite des
tétras de l'écran chhg

Présentation des différents champs pour $\sigma = 100$, $f = 10$ GHz $\delta p = 0.1$ m

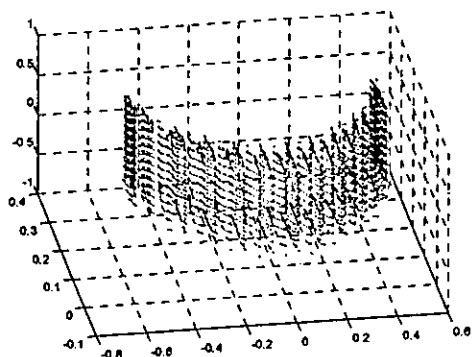


Figure A – 10- a : Le champ magnétique
nodal de l'écran

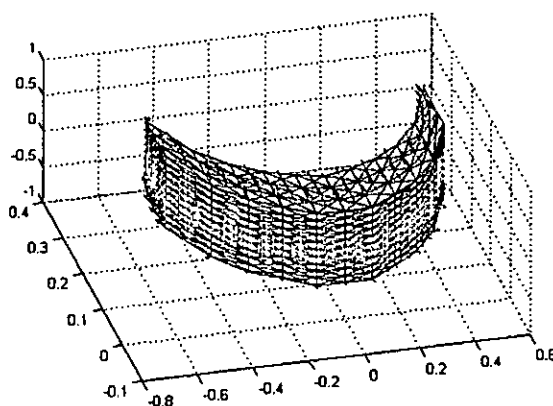


Figure A – 10- b : Le champ magnétique
nodal de l'écran chhn

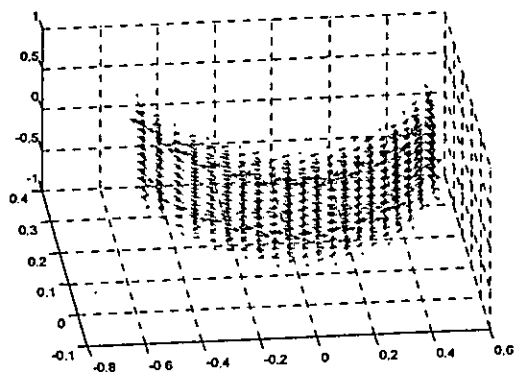


Figure A – 11- a : Le champ électrique
nodal de l'écran chen

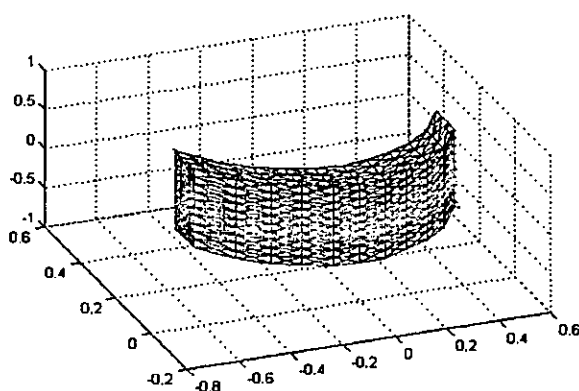


Figure A – 11 -b : Le champ électrique
nodal de l'écran chen

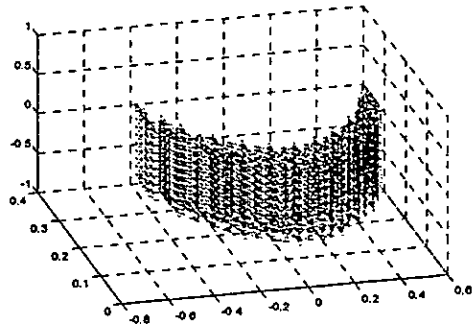


Figure A – 12- a : Le champ électrique au centre de gravite des tétra de l'écran cheg

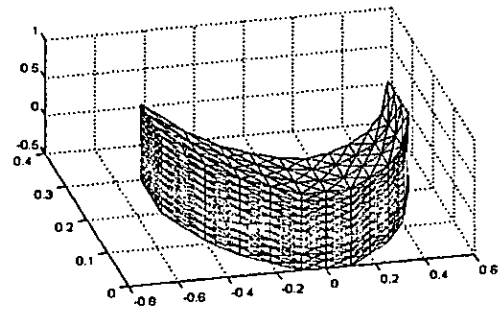


Figure A – 12- b : Le champ électrique au centre de gravite des tétra de l'écran cheg

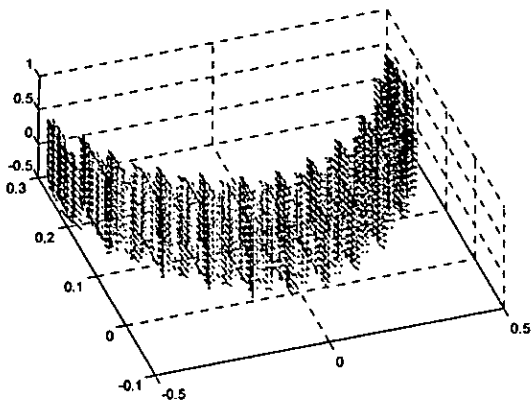


Figure A – 13- a : Le champ électrique au centre de gravite des tétra de l'écran chhg

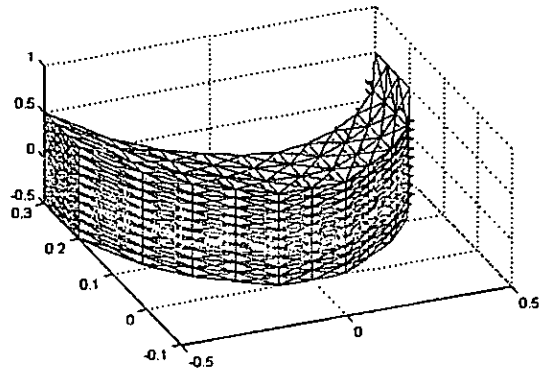


Figure A – 13- b : Le champ électrique au centre de gravite des tétra de l'écran chhg

Présentation des différents champs pour une $\sigma = 1000$, $f = 10$ G Hz $\delta p = 0.1$ m

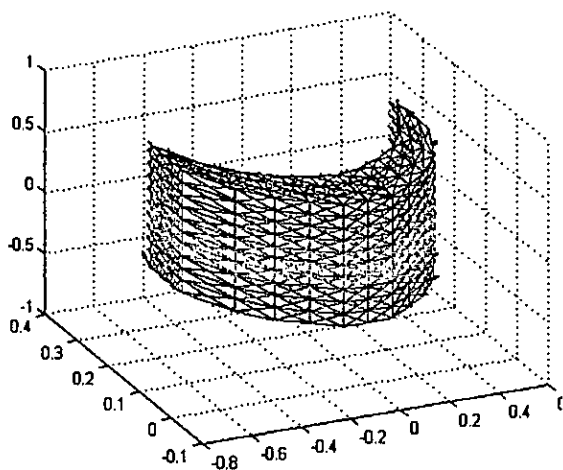


Figure A – 14 - a : Le champ magnétique nodale de l'écran

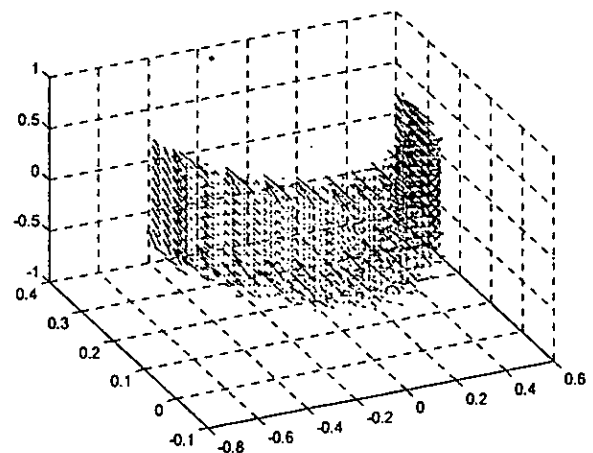


Figure A – 14 – b : Le champ électrique nodal de l'écran chen

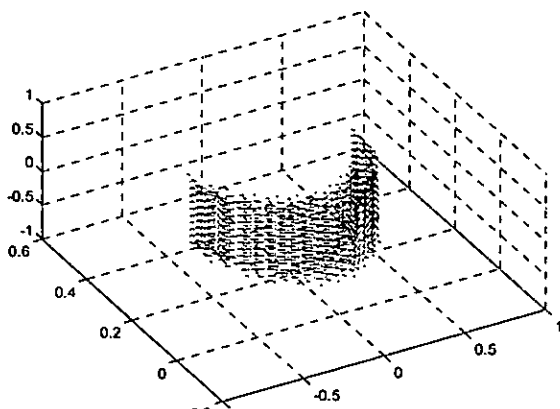


Figure A – 15 – a : Le champ électrique nodal de l'écran chen

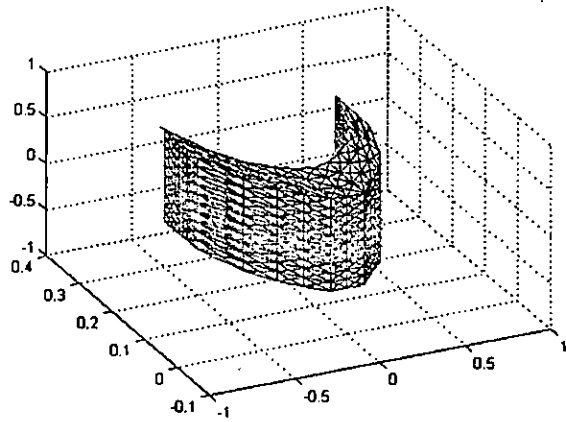


Figure A – 15 - b : Le champ magnétique nodal de l'écran

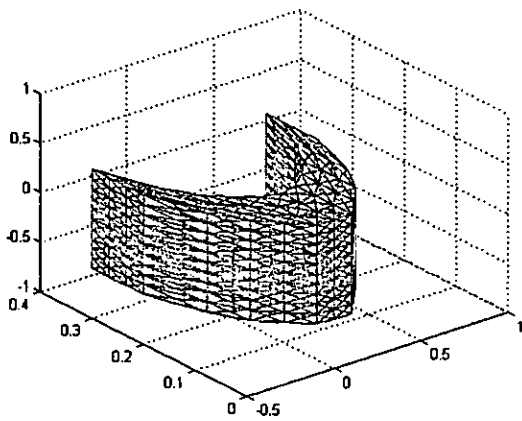


Figure A – 16 – a : Le champ électrique nodal de l'écran chen

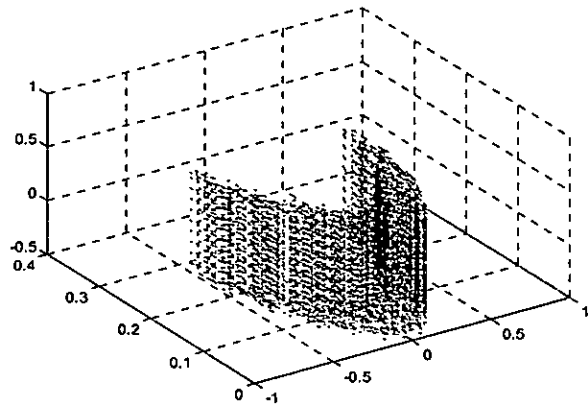


Figure A – 16 – b : Le champ électrique nodal de l'écran chen

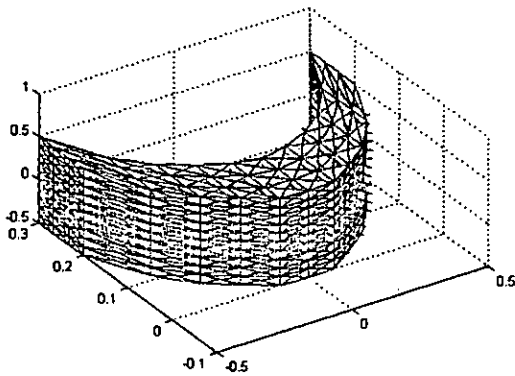


Figure A – 17 - a : Le champ électrique au centre de gravité des tétras de l'écran cheng

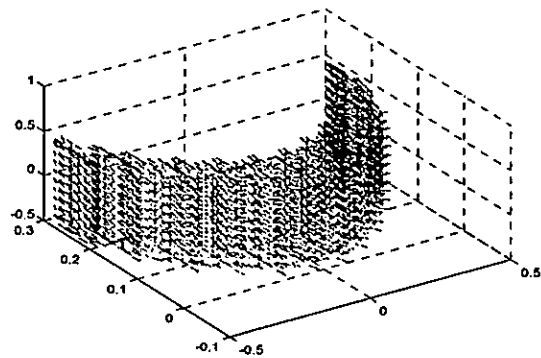


Figure A – 17 - b : Le champ électrique au centre de gravité des tétras de l'écran cheng

Présentation des différents champs pour une $\sigma = 10000$, $f = 10$ G Hz, $\delta p = 0.1$ m

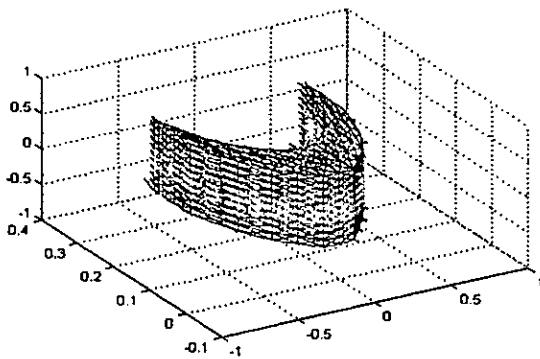


Figure A – 18 - a : Le champ magnétique nodal de l'écran chhn

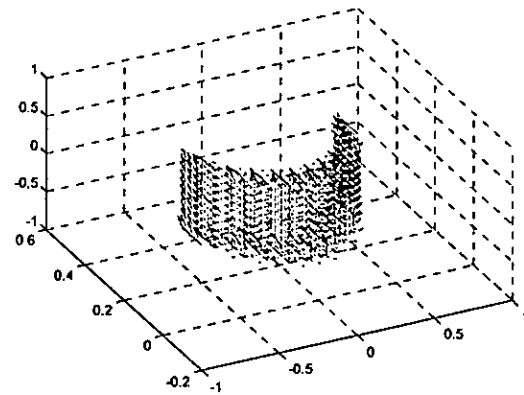


Figure A – 18 - b : Le champ magnétique nodal de l'écran chhn

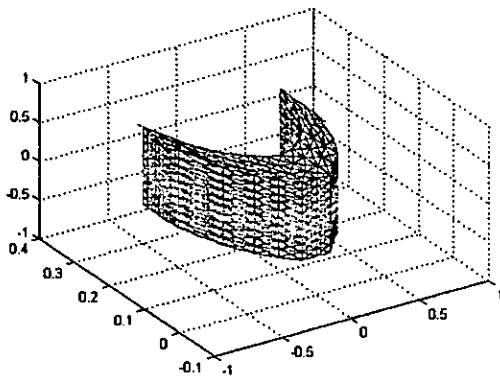


Figure A – 19 - a : Le champ électrique nodal de l'écran chen

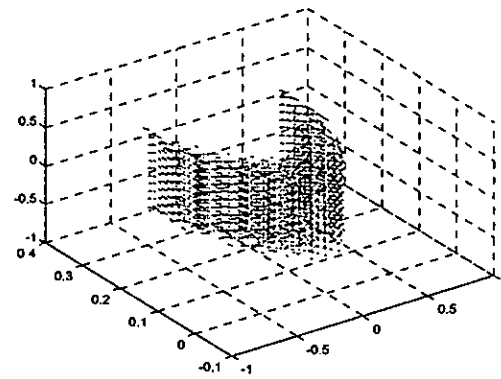


Figure A – 19 - b : Le champ électrique nodal de l'écran chen

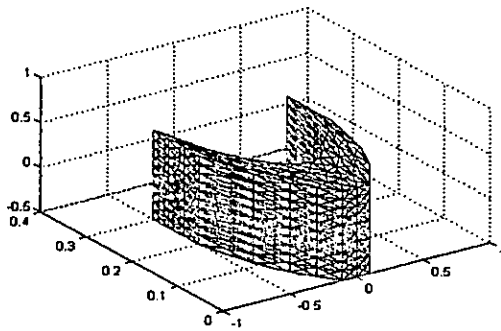


Figure A – 20 - a : Le champ électrique au centre de gravité des tétras de l'écran cheg

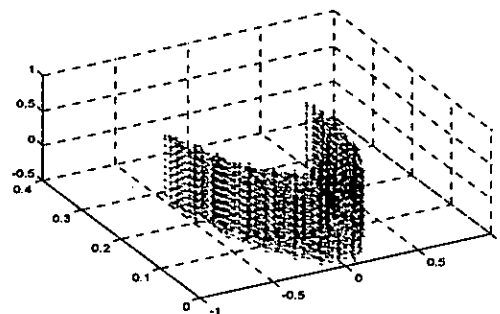


Figure A – 20 - b : Le champ électrique au centre de gravité des tétras de l'écran cheg

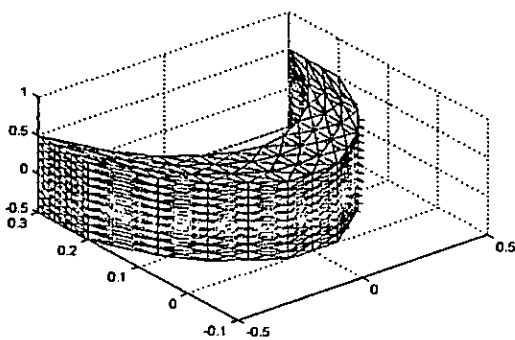


Figure A – 21 - a : Le champ magnétique au centre de gravité des tétras de l'écran cheg

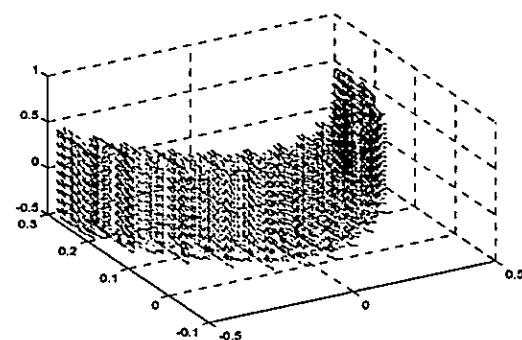


Figure A – 21 - b : Le champ magnétique au centre de gravité des tétras de l'écran cheg

Présentation des différents champs pour $\sigma = 100000$, $f = 10 \text{ GHz}$, $\delta p = 0.1 \text{ m}$

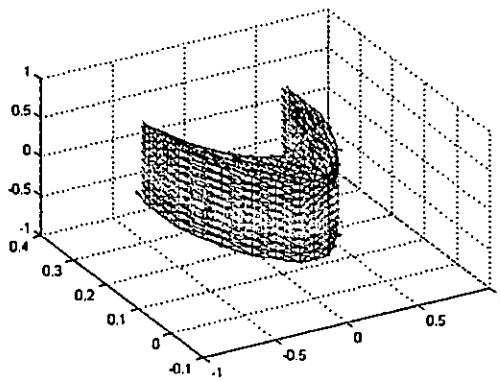


Figure A – 22 - a : Le champ magnétique nodal de l'écran chhn

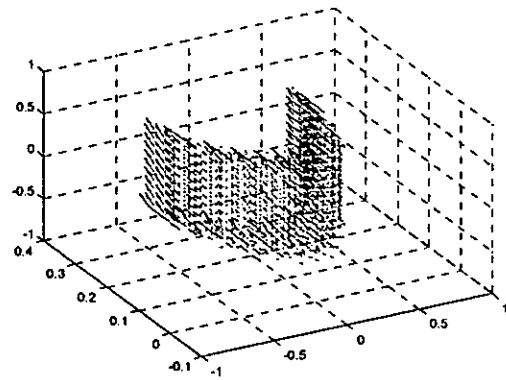


Figure A – 22- b : Le champ magnétique nodal de l'écran chhn

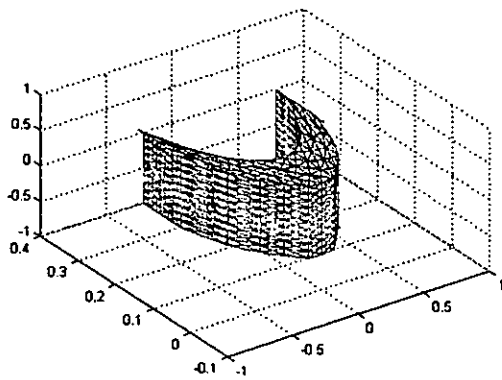


Figure A – 23 – a : Le champ électrique nodal de l'écran chen

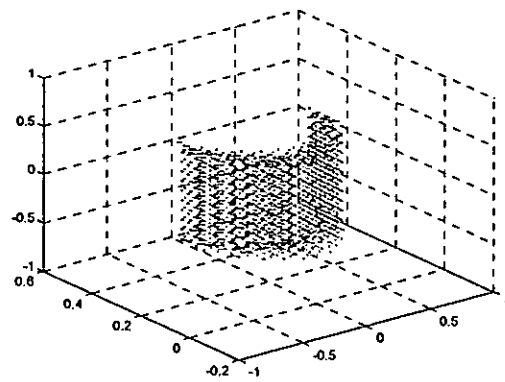


Figure A – 23 – b : Le champ électrique nodal de l'écran chen

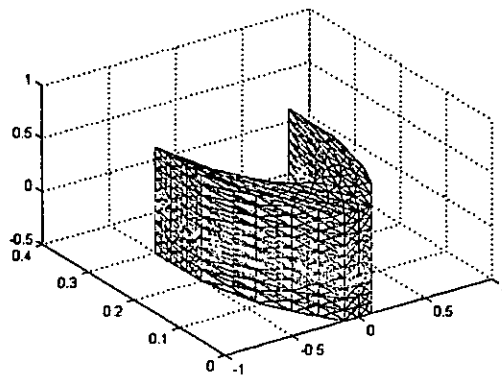


Figure A – 24 - a : Le champ électrique au centre de gravite des tétras de l'écran cheg

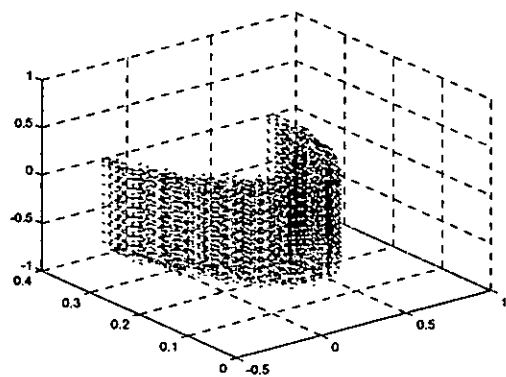


Figure A – 24 - b : Le champ électrique au centre de gravite des tétras de l'écran cheg

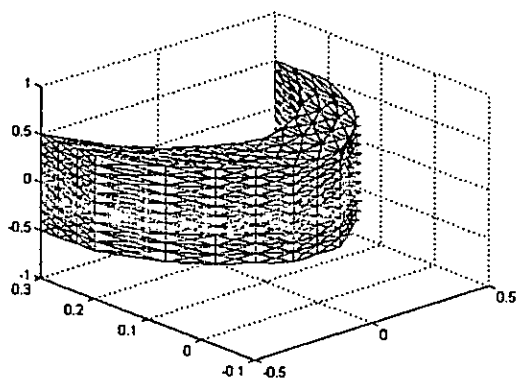


Figure A – 25 - a : Le champ magnétique au centre de gravité des tétras de l'écran chhg

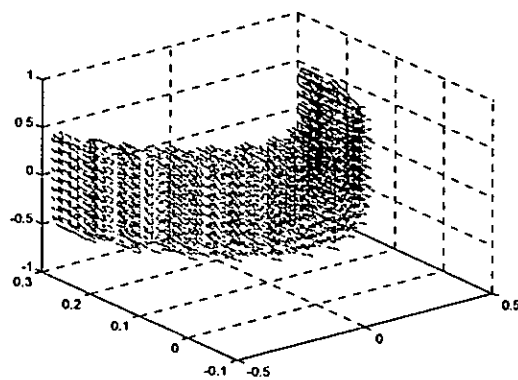


Figure A – 25 - b : Le champ magnétique au centre de gravité des tétras de l'écran chhg

Présentation des différents champs pour $\sigma = 100$, $f = 100$ GHz, $\delta p = 0.1$ m

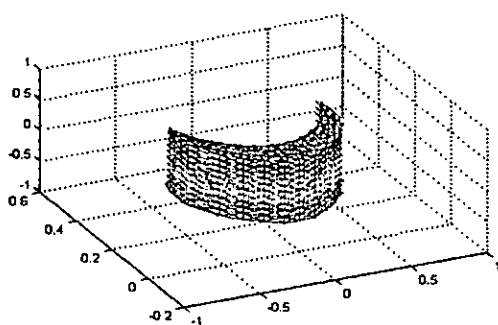


Figure A – 26 - a : Le champ magnétique nodal de l'écran chhn

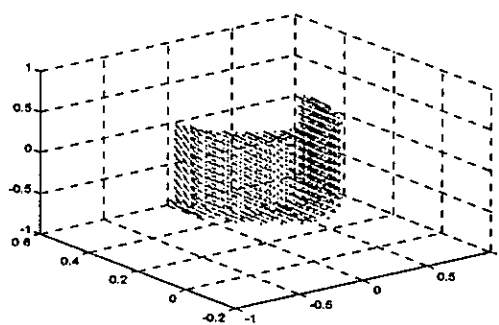


Figure A – 26 - b : Le champ magnétique nodal de l'écran chhn

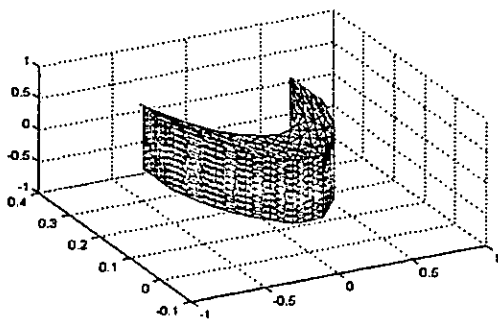


Figure A – 27 - a : Le champ électrique nodal de l'écran chen

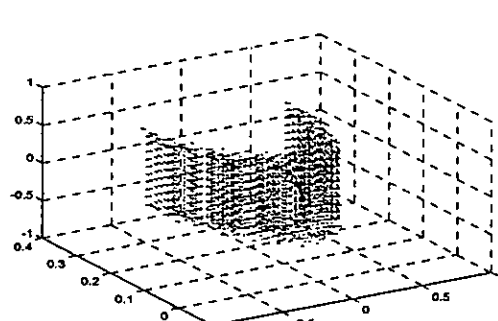


Figure A – 27 - b : Le champ électrique nodal de l'écran chen

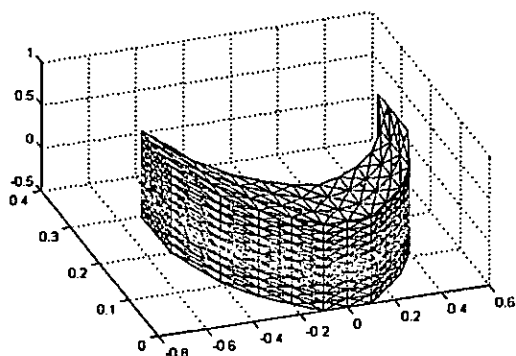


Figure A – 28 - a : Le champ électrique au centre de gravité des tétras de l'écran

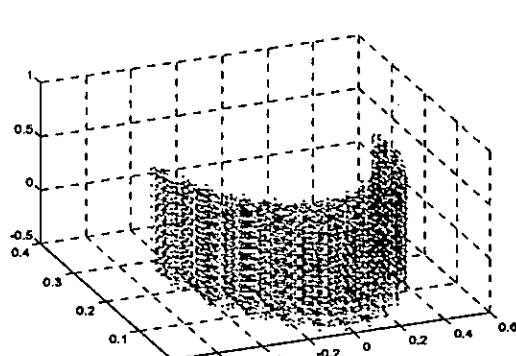


Figure A – 28 - b : Le champ électrique au centre de gravité des tétras de l'écran

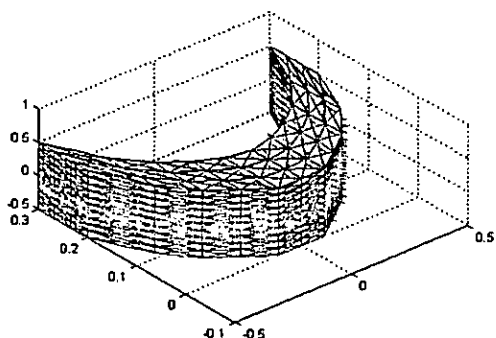


Figure A – 29 - a : Le champ magnétique au centre de gravité des tétras de l'écran

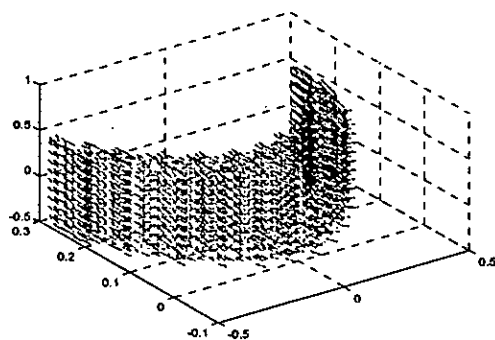


Figure A – 29 - b : Le champ magnétique au centre de gravité des tétras de l'écran

Présentation des différents champs pour $\sigma = 10000$, $f = 10^3$ G Hz, $\delta p = 0.1$ m

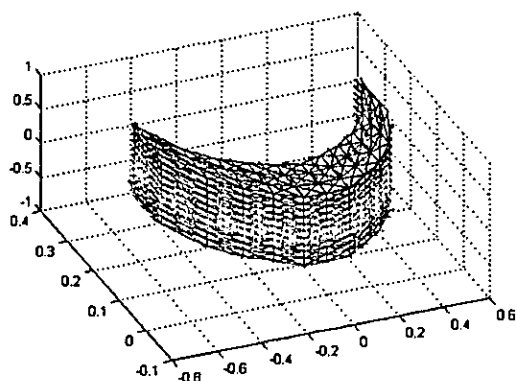


Figure A – 30 - a : Le champ magnétique nodal de l'écran chhn

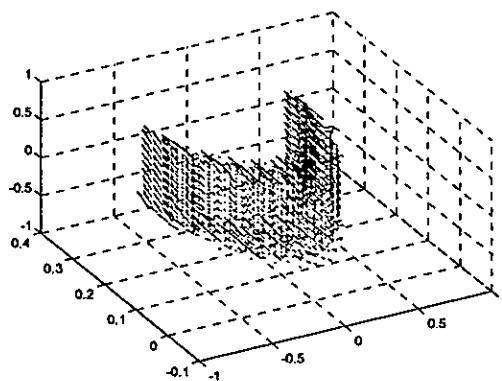


Figure A – 30 - b : Le champ magnétique nodal de l'écran chhn

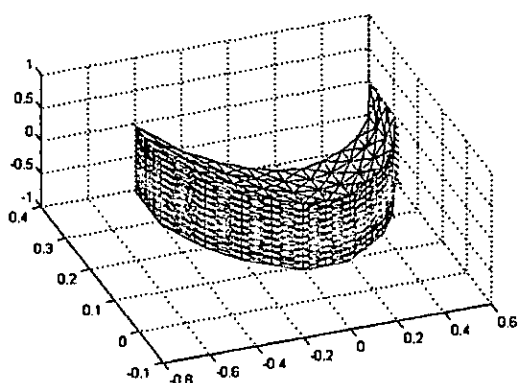


Figure A – 31 - a : Le champ électrique nodal de l'écran chen

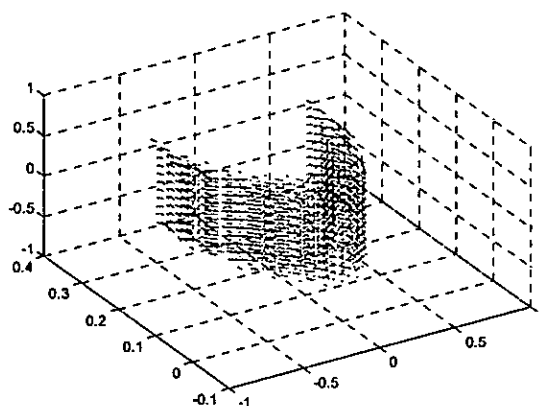


Figure A – 31 - b : Le champ électrique nodal de l'écran chen

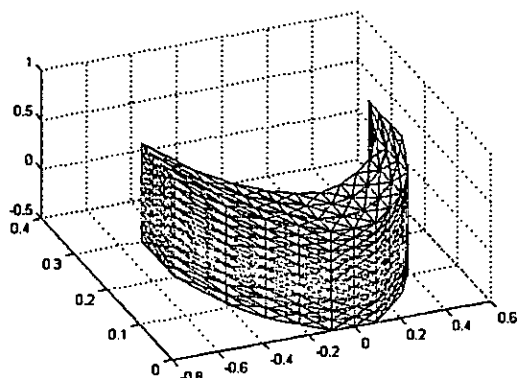


Figure A – 32 - a : Le champ électrique au centre de gravité des tétras de l'écran

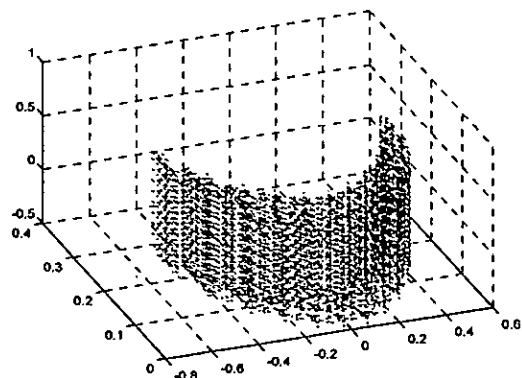


Figure A – 32 - b : Le champ électrique au centre de gravité des tétras de l'écran

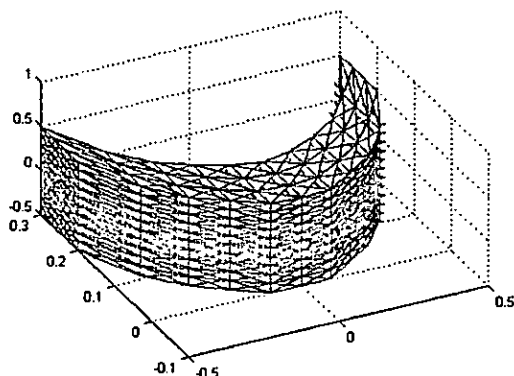


Figure A – 33 - a : Le champ magnétique au centre de gravité des tétras de l'écran

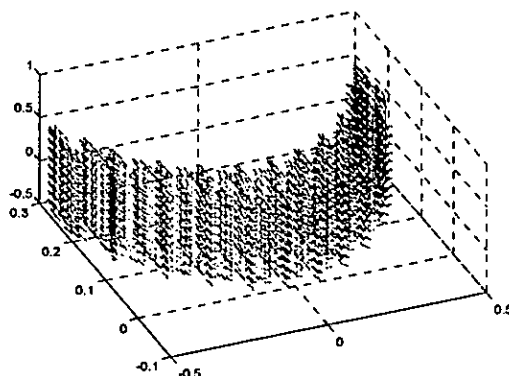


Figure A – 33 - b : Le champ magnétique au centre de gravité des tétras de l'écran

Présentation des différents champs pour $\sigma = 10000$, $f = 10^4$ Hz, $\delta p = 0.1$ m

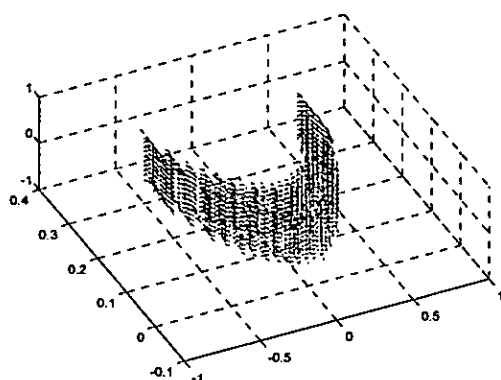


Figure A – 34 - a : Le champ électrique nodal de l'écran chen

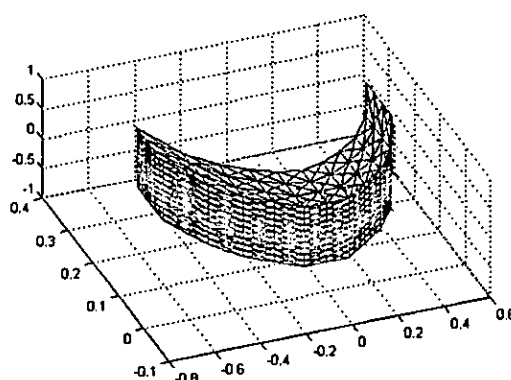


Figure A – 34 - b : Le champ électrique nodal de l'écran chen

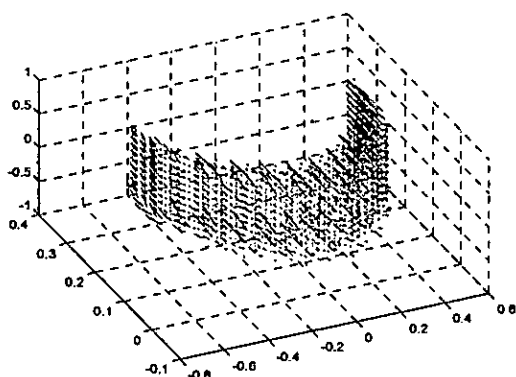


Figure A – 35 - a : Le champ magnétique nodal de l'écran chhn

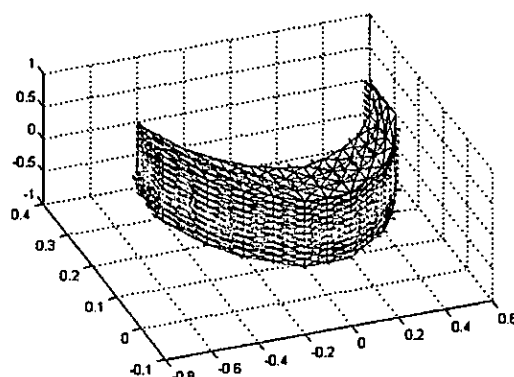


Figure A – 35 - b : Le champ magnétique nodal de l'écran chhn

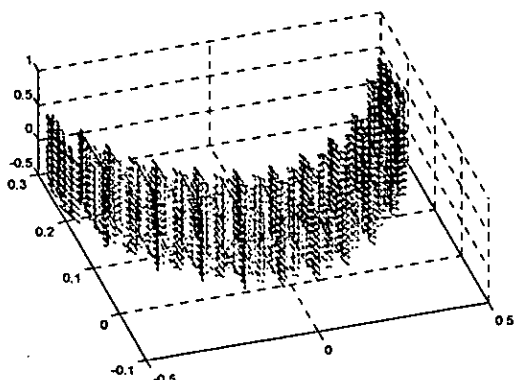


Figure A – 36 - a : Le champ électrique au centre de gravité des tétras de l'écran

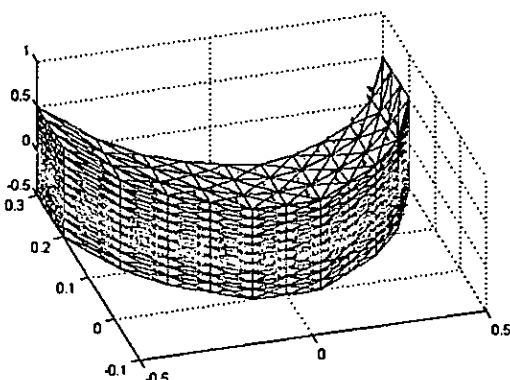


Figure A – 36 - b : Le champ électrique au centre de gravité des tétras de l'écran

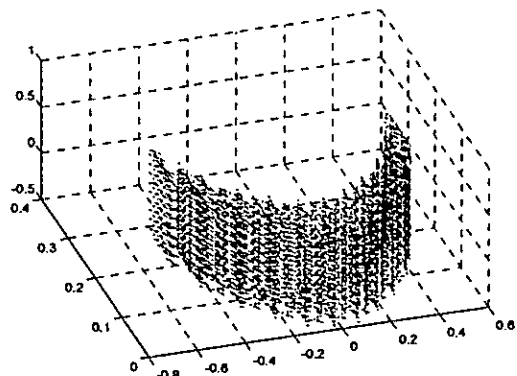


Figure A - 37 - a : Le champ magnétique au centre de gravite des tétras de l'écran chhg

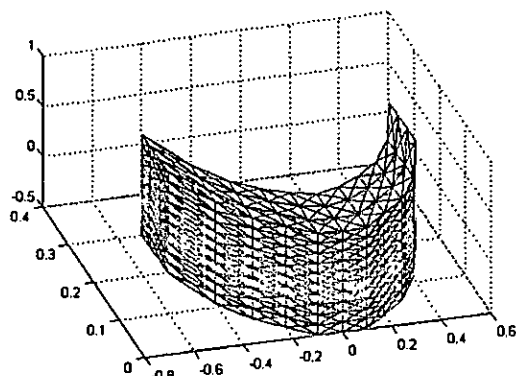


Figure A - 37 - b : Le champ magnétique au centre de gravite des tétras de l'écran chhg

Présentation des différents champs pour $\sigma = 10000$, $f = 10^5$ G Hz, $\delta p = 0.1$ m

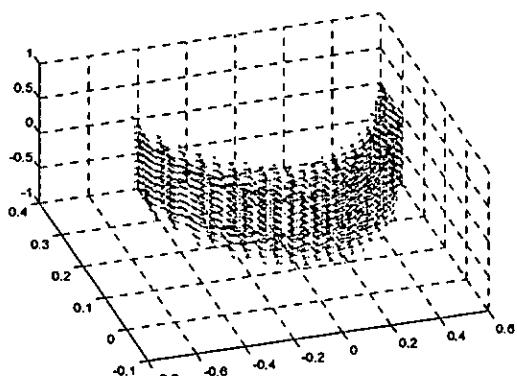


Figure A - 38 - a : Le champ magnétique nodal de l'écran chhn

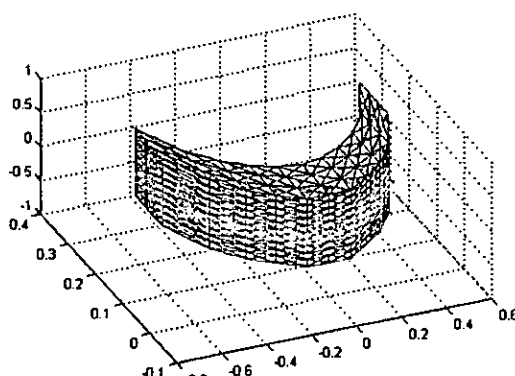


Figure A - 38 - b : Le champ magnétique nodal de l'écran chhn

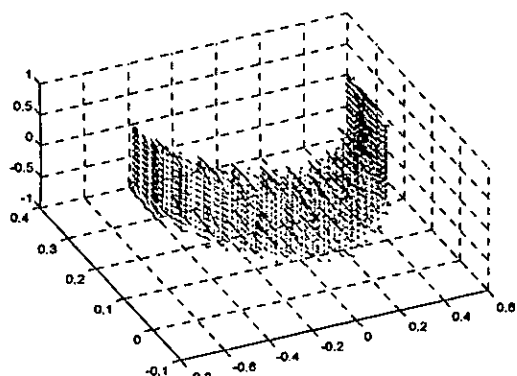


Figure A - 39 - a : Le champ électrique nodal de l'écran chen

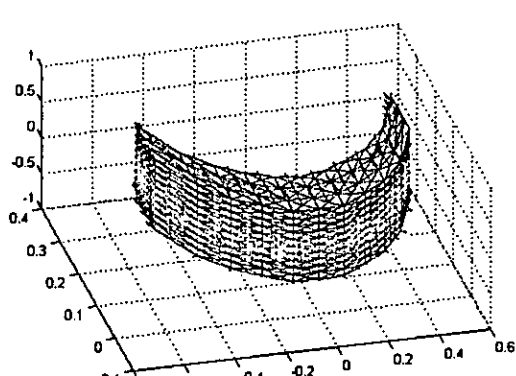


Figure A - 39 - b : Le champ électrique nodal de l'écran chen

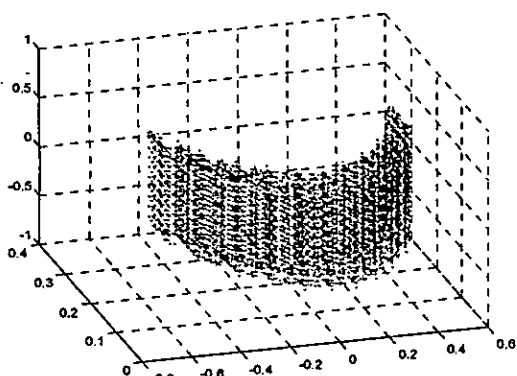


Figure A - 40 - a : Le champ électrique au centre de gravite des tétras de l'écran cheg

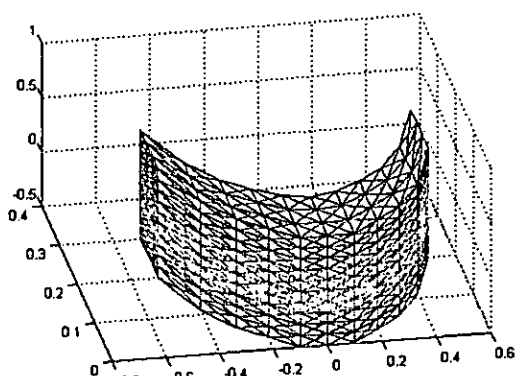


Figure A - 40 - b : Le champ électrique au centre de gravite des tétras de l'écran cheg

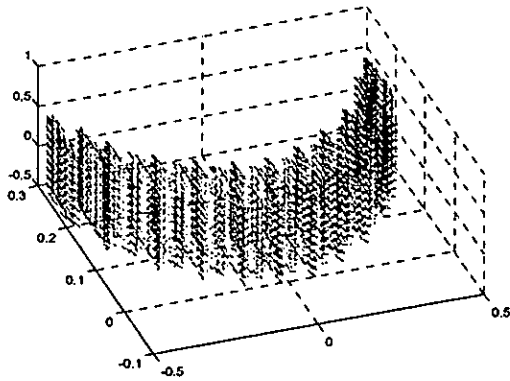


Figure A – 41 - a : Le champ magnétique au centre de gravité des tétras de l'écran chhg

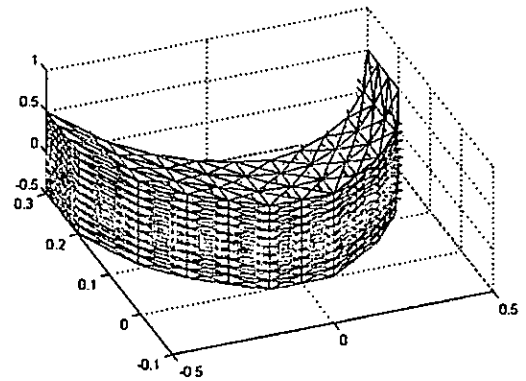


Figure A – 41 - a : Le champ magnétique au centre de gravité des tétras de l'écran chhg

Présentation des champs électromagnétiques avec la variation du rayon de la spire R pour un écran $\delta_p = 0.01$:

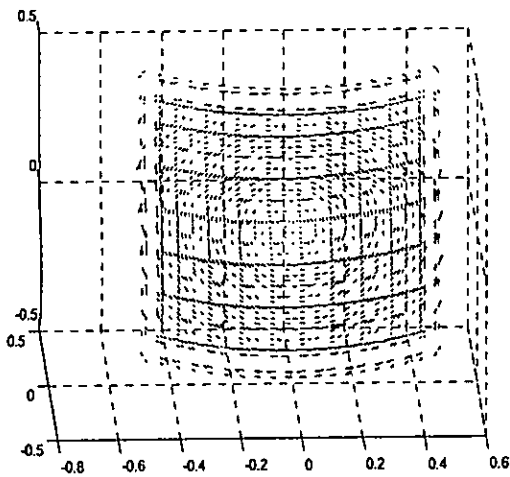


Figure A- Champ électrique aux centres gravité des tétras de l'écran R = 0.01 m

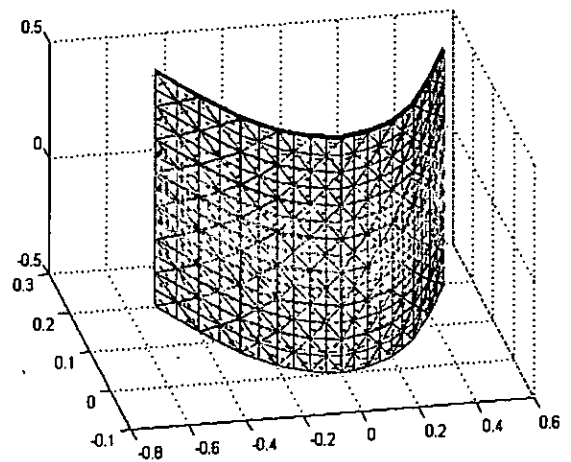


Figure A- Champ électrique au centre gravité de l'écran avec R = 0.01 m

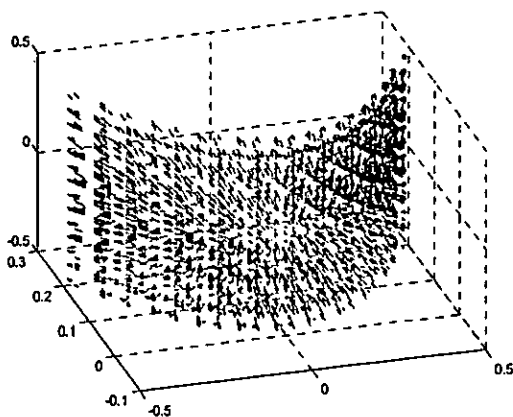


Figure A- Champ magnétique aux centres gravité des tétras de l'écran R = 0.01 m

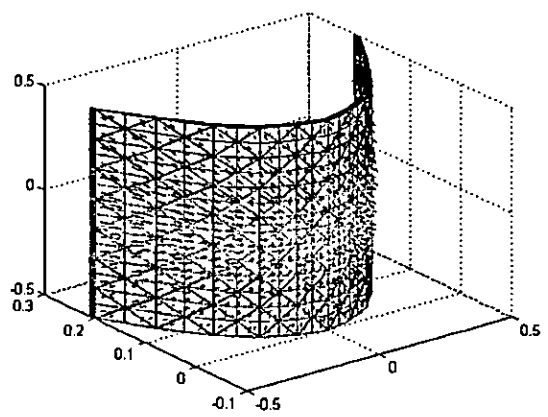


Figure A- Champ magnétique aux centres gravité des tétras de l'écran R = 0.01 m

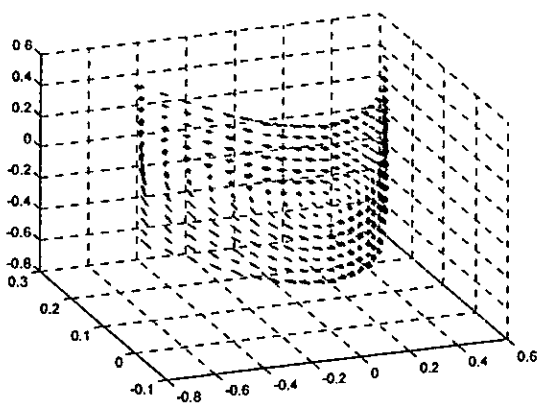


Figure A- Champ électrique nodal de l'écran
 $R = 0.01$ m

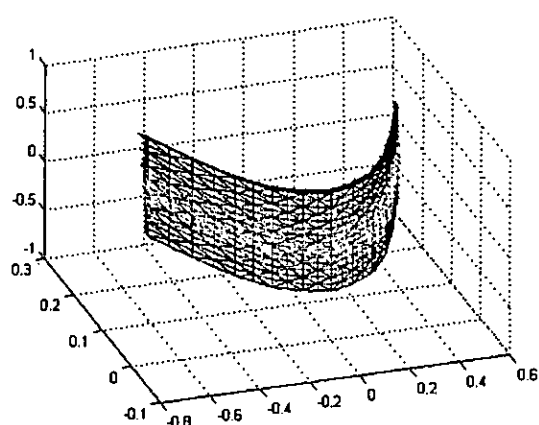


Figure A- Champ électrique nodal de l'écran
 $R = 0.01$ m

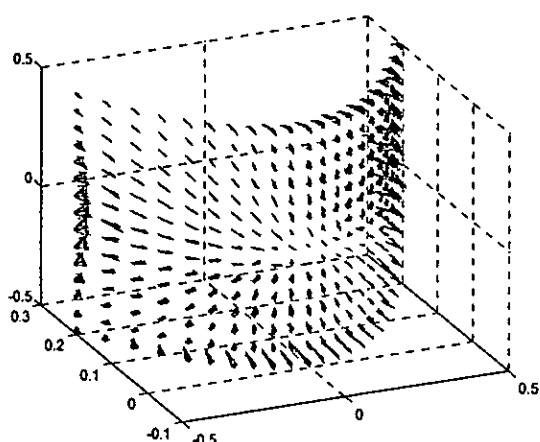


Figure A- Champ magnétique nodal de
l'écran $R = 0.01$ m

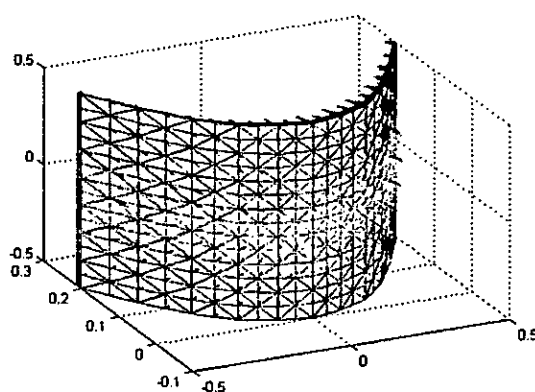


Figure A- Champ magnétique nodal de
l'écran $R = 0.01$ m

Présentation des champs électromagnétiques avec la variation du rayon de la spire R pour un écran $\delta_p = 0.01$:

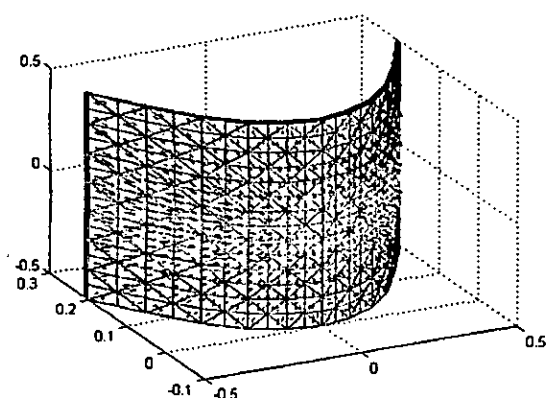


Figure A- Champ électrique aux centres
gravité des tétras de l'écran $R = 0.005$ m

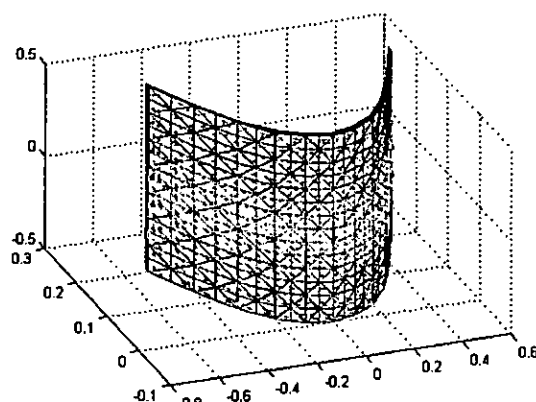


Figure A- Champ magnétique aux centres
gravité des tétras de l'écran $R = 0.005$ m

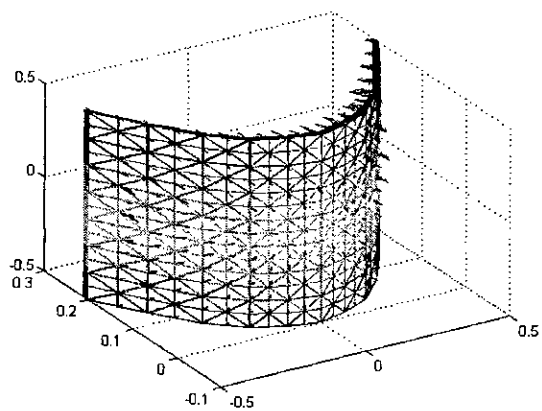


Figure A- Champ magnétique nodal de l'écran
 $R = 0.005$ m

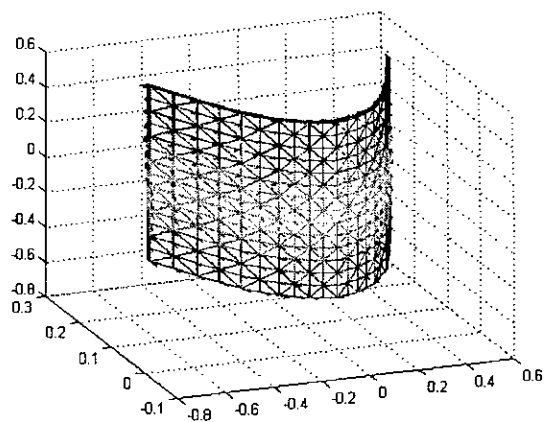


Figure A- Champ électrique nodal de l'écran
 $R = 0.005$ m



TAHAR BELKACEM Fayçal, est né le 29 / 05 / 1975 à Oued Foudda, Wilaya de Chlef.

Il a obtenu son baccalauréat série sciences en juin 1994, à Oued Foudda. Puis son diplôme d'Ingénieur d'Etat en Electrotechnique de l'école Militaire Polytechnique en juin 1999.

Inscrit pour une formation Post Graduée, à l'Ecole Militaire Polytechnique, depuis octobre 2002.

RESUME :

Dans ce travail, nous présentons une méthode de calcul du champ électromagnétique à haute fréquence à la surface d'un écran massif. Cette méthode est basée sur une formulation en potentiel vecteur magnétique en considérant le régime harmonique quasi stationnaire. Nous avons utilisé la méthode des éléments finis pour résoudre le problème dans la structure, et la méthode d'intégrales de frontière dans le milieu extérieur qui s'étend à l'infini. Le couplage des deux méthodes de calcul fait intervenir des courants surfaciques fictifs. Une partie de ce travail fait l'objet d'un calcul analytique direct du champ électromagnétique à la surface de l'écran. Le but de ce calcul est déterminer les coefficients de transmission et de réflexion. La représentation de ces derniers en fonction des caractéristiques du système constitue une information sur l'énergie électromagnétique transmise à travers l'écran.

Mots Clés : écran mince, potentiel vecteur magnétique, éléments-finis, éléments d'arrêtes.

ABSTRACT:

In this work, we present a method of calculation of the high frequency electromagnetic field at the surface of a massive screen. This method is based on a formulation in magnetic potential vector by considering the quasi stationary harmonic mode. We used the finite element method to solve the problem in the structure, and the method of integrals of border in the external medium which extends ad infinitum. The coupling of the two methods of calculation utilizes fictitious surface currents. Part of this work is the subject of a direct analytical calculation of the electromagnetic field on the surface of the screen. The goal of this calculation is to determine the coefficients of transmission and reflexion. The representation of the latter according to the characteristics of the system constitutes information on the electromagnetic energy transmitted through the screen.

Key words: Thin screen, magnetic vector potential, finite-element method, boundary integral method, edge elements.

ملخص:

في هذه الأطروحة نعرض طريقة حساب حقل كهرو مغناطيسي عالي النبض على سطح شاشة كاملة. تركز هذه الطريقة على كتابة معادلة الكمون الإشعاعي المغناطيسي باعتبار النظام شبه مستمر. استعملنا طريقة العناصر المنتهية لحل المسألة داخل التركيبية، في حين استعنا بطريقة كاملات الحدود في الوسط الخارجي غير المنتهي. قران هاتين الطريقتين يستلزم إدخال تيارات سطحية خيالية. يمثل جزء من هذا العمل حساب تحليلي مباشر للحقل الكهرومغناطيسي على سطح الشاشة.

الهدف من هذا الحساب هو تمديد معاملات التمرير و الإرجاع. تمثل هذه المعاملات بدلالة خواص النظام، تشكل معلومة عن الطاقة الكهرومغناطيسية العابرة على الشاشة.

الكلمات المفتاحية: شاشة رقيقة، كمون شعاعي مغناطيسي، طريقة العناصر المنتهية، طريقة تكاملات الحدود، عناصر الحافات.