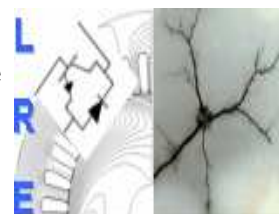


REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



Laboratoire de Recherche en Electrotechnique  
Département de Génie Electrique



## Mémoire de Magister

En Electrotechnique

Option : Réseaux Electriques et Haute Tension

Présenté par

**KHELIL Djazia**

Ingénieur d'Etat en Génie Electrique  
De l'Ecole Nationale Polytechnique

Thème

**Modélisation de la Décharge de Foudre en Présence d'un  
Paratonnerre et Détermination de sa Dimension Fractale**

Soutenu le 26 Juin 2008, devant le jury suivant :

<b>A. BOUBAKEUR</b>	<b>Professeur</b>	<b>ENP</b>	<b>Président</b>
<b>S. BOUAZABIA</b>	<b>Maître de Conférences</b>	<b>USTHB</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>M. TEGUAR</b>	<b>Maître de Conférences</b>	<b>ENP</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>D. NAMANE</b>	<b>Chargée de Cours</b>	<b>ENP</b>	<b>Examinatrice</b>
<b>A. MEKHALDI</b>	<b>Professeur</b>	<b>ENP</b>	<b>Examineur</b>
<b>R. TAHMI</b>	<b>Maître de Conférences</b>	<b>ENP</b>	<b>Examineur</b>

## *Dédicaces*

*A toi grand père (El Hadj BOUZID Bouzid)*

*dur est de dire « Allah yerahmou » en évoquant ton nom*

*Après tant d'années ... rien n'a pu combler ton absence*

*Toi homme de foie, de science et de culture*

*Mon seul réconfort, est d'accomplir ce que tu nous as toujours appris*

*« Demande la science sans te laisser aller à la paresse,*

*Celui qui connaît la valeur du but à atteindre n'attache pas d'importance aux  
efforts fournis pour y parvenir »*

*Repose en paix « Djedis » ma lumière*

A mes parents

A mes sœurs et frère

A mon mari et ma belle famille

A toute ma famille

A tous ceux qui travaillent de cœur

Et à qui la science est un partage

## **Remerciements**

Je remercie tout d'abord Dieu de m'avoir prêté santé et volonté pour mener à terme ce mémoire.

Ce travail a été réalisé sous la direction scientifique de Monsieur S. BOUAZABIA, Maitre de Conférences à l'USTHB. Qu'il trouve ici l'expression de ma sincère reconnaissance pour ses précieuses directives, sa très grande disponibilité, ses fructueux conseils, son suivi constant, sa courtoisie si raffinée et ses qualités humaines. Je ne vous remercierai jamais assez Monsieur !!

Que Monsieur M. TEGUAR, Maitre de Conférences à l'ENP, soit remercié d'avoir accepté de codiriger ce travail et de m'avoir encouragé tout au long de sa réalisation

Je remercie Monsieur A. BOUBAKEUR, Professeur à l'ENP de me faire honneur en acceptant de présider le jury.

Que Madame D. NAMANE (Chargée de Cours à l'ENP), Messieurs A. MEKHALDI (Professeur à l'ENP) et R. TAHMI (Maitre de Conférences à l'ENP), soient remerciés d'avoir accepté d'examiner mon travail.

Un remerciement particulier, à l'être le plus cher dans ma vie, à celle qui m'a donné la vie, celle qui s'est sacrifiée durant de longues années, celle qui a tant donnée... sans demander en revanche.... Les mots s'épuisent maman !! mais même en remplissant des pages entières, je demeurerai ingrate à ton égard. Je te dis tout simplement que tu es la perle qui orne ma vie et que ma réussite est la tienne !!!

# Sommaire

Sommaire.....	1
Introduction Générale.....	5
<b><u>Chapitre I</u> : Foudre et Protection contre la Foudre</b>	
I.1. INTRODUCTION.....	8
I.2. HISTORIQUE.....	8
I.2.1. L'époque des croyances.....	8
I.1.2. les premières recherches.....	8
I.3. LE PHENOMENE « Foudre ».....	9
I.4. PHYSIQUE DES PHENOMENES ORAGEUX.....	11
I.4.1. Distribution statistique des orages.....	11
I.4.1.1. Niveau kéraunique.....	11
I.4.1.2. Définition du foudroiement.....	11
I.4.1.3. Facteurs locaux influant sur le foudroiement.....	11
a) Facteurs topologiques.....	11
b) Facteurs géologiques.....	12
c) Concentration ionique de l'air (conductivité de l'air).....	12
I.4.2. Phénomènes précurseurs.....	12
I.4.2.1. Nuage orageux.....	12
I.4.2.2. Effet couronne au sol.....	14
I.5. CLASSIFICATION DES COUPS DE Foudre.....	14
I.5.1. Coup de foudre ascendant.....	15
I.5.2. Coup de foudre descendant négatif.....	16
I.5.3. Coup de foudre descendant positif.....	17
I.6. Foudre EN BOULE.....	17
I.7. LES EFFETS DE LA Foudre.....	18
I.8. DISPOSITIF DE PROTECTION.....	19
I.8.1. La protection contre les effets indirects de la foudre.....	19
a) Eclateurs.....	19
b) Parafoudres.....	20
* Parafoudres à carbure de silicium.....	20
* Parafoudres à oxyde de zinc.....	20
I.8.2. Protection contre l'atteinte directe de la foudre.....	21

a) Les paratonnerres à tige simple.....	21
b) Les paratonnerres à dispositif d'amorçage (PDA).....	21
c) Les cages maillées ou cage de Faraday.....	22
d) Les fils tendus.....	22
I.9. APPLICATION A LA PROTECTION D'UN EQUIPEMENT PAR UN PARATONNERRE....	23
I.9.1. Mécanisme d'impact.....	23
I.9.2. Le modèle Electrogéométrique.....	23
I.9.2.1. Distance d'amorçage.....	23
I.9.2.2. Méthode de la sphère fictive.....	24
I.9.2.3. Parabole et surface de capture d'une tige verticale.....	25
I.10. TRAVAUX EFFECTUES AU LABORATOIRE DE HAUTE TENSION DE L'ENP.....	27
I.10.1. Influence des propriétés électrostatiques du sol sur le point d'impact de la décharge de foudre.....	27
a) Modèle numérique.....	27
b) Modèle expérimental.....	28
I.10.2. Protection contre la foudre sur un sol hétérogène par simulation numérique (Modèle de Nacaredine).....	29
I.10.3. Zone d'attraction d'un paratonnerre vertical dans le cas d'une terre discontinue.....	32
I.10.4. Zone d'attraction d'un paratonnerre horizontal dans le cas d'une terre discontinue....	33
I.10.5. Zone d'attraction d'un paratonnerre vertical dans le cas d'une terre mauvaise conductrice.....	34
I.10.6. Zone d'attraction d'un paratonnerre vertical dans le cas d'une terre mauvaise conductrice.....	35
I.11. CONCLUSION.....	36

## **Chapitre II : Fractales et outils mathématique**

<b><u>PARTIE A</u> : les Fractales.....</b>	<b>38</b>
II.1. INTRODUCTION.....	38
II.2. DEFINITION.....	38
II.3. CARACTERISTIQUES D'UN OBJET FRACTAL.....	38
II.3. LA NOTION DE DIMENSION.....	40
II.3.1. Dimension géométrique, dimension topologique.....	40
II.3.2. La dimension d'homothétie.....	40
II.3.3. La dimension fractale.....	41

---

II.4. APPLICATION DES FRACTALES SUR DES ENSEMBLES MATHÉMATIQUES.....	41
II.4.1. Graphique triadique de VON KOCH.....	41
II.4.2. Application à l'ensemble de CANTOR.....	43
II.4.3. Ensemble de MANDELBORT.....	43
II.5. APPLICATION DES FRACTALES AUX DECHARGES ELECTRIQUES.....	44
II.6. CALCUL DE LA DIMENSION FRACTALE DE LA DECHARGE ELECTRIQUE...	45
II.7. CONCLUSION.....	49
<b><u>PARTIE B</u></b> : Notions de probabilités.....	50
II.8. INTRODUCTION.....	50
II.9. VARIABLE ALEATOIRE.....	50
II.10. DENSITE DE PROBABILITE D'UNE VARIABLE ALEATOIRE CONTINUE.....	50
II.11 LOI UNIFORME.....	51
II.11.1 Définition.....	51
II.11.2. Génération de la valeur aléatoire continue X à partir de la loi uniforme.....	52
Générateurs de nombres pseudo-aléatoires.....	52
II.12. LOI EXPONENTIELLE.....	52
II.12.1 Définition.....	52
II.12.2 Génération de la valeur aléatoire continue $\delta$ à partir de la loi exponentielle.....	54
II.13. CONCLUSION.....	54
<b><u>PARTIE C</u></b> : Les éléments finis.....	55
II.14. INTRODUCTION.....	55
II.15. METHODE DE CALCUL DU POTENTIEL.....	55
II.15.1. Formulation intégrale.....	55
II.15.2. Conditions aux limites.....	56
II.15.3. Maillage.....	56
II.15.4. Formulation du potentiel.....	56
II.15.5. Résolution de Laplacien.....	56
II.16. CONCLUSION.....	58

## Chapitre III : Simulation et Exploitation

III.1. INTRODUCTION.....	59
III.2. MODELISATION.....	59
III.2.1. Description du système.....	59
III.2.2. Hypothèses simplificatrices.....	60
III.2.3 Calcul du champ.....	60
III.2.3.1. Equations utilisées.....	60
III.2.3.2. Description de l’outil utilisé.....	61
III.2.4. Progression de la décharge.....	62
III.2.5. Génération de la variable aléatoire.....	64
III.2.6. Dimension fractale.....	65
III.3. EXPLOITATION.....	65
III.3.1. Choix de $E_{max}$ comme critère de propagation.....	66
III.3.1.1. Organigramme de simulation.....	66
A) Modèle sans chute de tension.....	67
III.3.1.2. Détermination de la zone de protection du paratonnerre.....	67
B) Modèle avec chute de tension.....	78
III.3.1.3. Détermination de la zone de protection du paratonnerre.....	79
III.3.2. Choix de $E_{0max}$ comme critère de propagation.....	91
III.3.2.1. Détermination de la tension $U_{0\%}$ .....	91
III.3.2.2. Organigramme de simulation.....	91
A. Modèle sans chute de tension.....	92
III.3.2.3. Détermination de la zone de protection du paratonnerre.....	93
B. Modèle avec chute de tension.....	101
III.3.3. Choix de $E_{0max}$ au démarrage comme critère de propagation.....	103
III.3.1. Organigramme de simulation.....	103
A. Modèle sans chute de tension.....	104
III.3.3.2. Détermination de la zone de protection du paratonnerre.....	104
B. Modèle avec chute de tension.....	114
III.3.3.3. Détermination de la zone de protection du paratonnerre.....	114
III.4. DISCUSSIONS.....	125
III.5. CONCLUSION.....	130
Conclusion Générale.....	132
Bibliographie.....	134



# **Introduction Générale**

Pouvons-nous trouver de phénomènes naturels plus fascinant que la foudre ? Tout concours à la stupéfaction : déclenchement soudain, parcours imprévisible et jamais identique, roulement du tonnerre, illumination.... Que nous soyons à l'extérieur où se déchaîne sa puissance lumineuse et sonore, ou bien à l'abri derrière les murs que son bruit énorme traverse, nous sommes saisis, nous nous arrêtons, et pendant un instant, même si nous connaissons ou croyons connaître les bases physiques du phénomène, nous nous sentons minuscules devant les forces de la nature, et en définitif guère plus rassuré que ne devait l'être nos ancêtres préhistoriques.

En effet, la foudre cause d'importants dégâts, sans compter les victimes entre êtres humains et animaux, des incendies, des explosions de liquides ou gaz inflammables. Régulièrement, la foudre met en feu des fermes, provoque de nombreuses destructions d'équipements électriques et électroniques, industriels et domestiques. Les réseaux de transport et de distribution d'énergie électrique sont frappés par un nombre très important de coups de foudre, des compteurs électriques sont détruits...et nous pouvons ainsi continuer sur des pages entières la liste des dégâts et accidents causés par la foudre. Les dommages se chiffrent chaque année en termes de milliards.

Le tableau brossé ci-dessus parait bien sombre, mais nous pouvons noter que si des dispositifs de protection n'étaient pas dès aujourd'hui mis en place, les dégâts et les accidents seraient encore bien plus nombreux [1].

Nous ne saurions mieux introduire cette notion de protection contre la foudre qu'en citant un texte de P.G. Laurent [1], qui fit beaucoup pour le domaine de recherche sur la foudre. Dès 1958, il écrivait:

*« A l'instant où la foudre a frappé un objet, le courant de foudre est un courant électrique comme les autres, qui circule suivant les lois ordinaires de l'électrotechnique, dont on peut prévoir le comportement dans la mesure où la configuration du système électrique se prête au calcul, et que l'on peut étudier à tension réduite au moyen de générateurs de choc.*

*Nous pensons que tous les moyens pratiques de protection contre la foudre se ramènent à un seul : offrir au courant un chemin conducteur aussi direct que possible et y interconnecter tous les éléments métalliques voisins où elle pense à tort ou à raison à trouver un exutoire plus facile, il vaut mieux l'y aider par des interconnexions appropriées que de lui opposer des obstacles qui risquent généralement de présenter un point faible.*

*Ce langage peu animiste traduit la réalité physique : la foudre tâte l'espace avoisinant grâce à l'espèce de sensibilité que lui procure le champ électrique qu'elle propage avec elle, et le même champ lui procure un moyen d'action qui consiste à perforer les isolants en leur appliquant sa contrainte électrique. L'idée essentielle de tout système de protection doit être de lui éviter les occasions de mettre ce moyen en œuvre »*

En lisant les propos de Laurent, nous retenons deux points essentiels. Le premier est la possibilité d'étudier le comportement de la foudre dans un laboratoire grâce au générateur de

choc, le second est que la protection conçue contre la foudre doit assurer un chemin conducteur direct à cette dernière, rôle qui est bien assuré par le paratonnerre.

En effet l'avènement des grands laboratoires à très hautes tensions s'est révélé être un potentiel de recherches extrêmement puissant pour progresser en physique de décharges électriques de grande longueur ; les conditions de travail en laboratoire permettent d'analyser bien plus finement que possible par l'étude directe de nombreux processus mis en jeu dans le phénomène naturel.

Aussi, à partir des résultats expérimentaux, les chercheurs s'efforcent de bâtir des modèles physico-mathématiques, dont l'utilité pratique s'avère importante.

C'est dans cette optique que nous nous sommes intéressés à la simulation numérique d'un coup de foudre descendant en présence d'un paratonnerre. Cette modélisation, a pour objectif de déterminer la zone de protection du paratonnerre et de déterminer la dimension fractale de la décharge. Pour ce faire, plusieurs modèles numériques utilisant différents critères de propagation sont proposés.

Ces modèles sont basés sur la répartition du champ électrique le long de l'intervalle (tête du traceur – sol) et sur le développement aléatoire de la décharge. La méthode des éléments finis est utilisée pour le calcul du champ, tandis que le caractère aléatoire de la décharge est pris en charge.

Nous subdivisons notre mémoire en trois chapitres :

Dans le premier, nous étudions la nature de la foudre, son origine et son mécanisme. Nous citons aussi les risques liés à ce phénomène ainsi que les systèmes conçus pour la protection, en mettant l'accent sur le paratonnerre objet de notre étude. Pour terminer, nous présentons quelques travaux de recherche élaborés au niveau du Laboratoire de Haute Tension de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, concernant le domaine étudié.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons les notions mathématiques nécessaires pour la simulation de la décharge de foudre et le calcul de sa dimension fractale. Ainsi ce chapitre est subdivisé lui-même en trois parties :

- Dans la première partie nous présentons de manière générale les fractales et la notion de dimension fractale tout en illustrant ces deux concepts par des exemples mathématiques. Nous terminerons cette partie par l'utilisation de cette notion dans des travaux relatifs aux décharges dans l'air.
- Dans la deuxième partie nous présentons quelques notions de probabilités nécessaires pour la définition du caractère aléatoire de la décharge.
- La dernière partie est consacrée à la présentation de la méthode des éléments finis, utilisée pour le calcul de la répartition du champ.

Dans le dernier chapitre, qui est notre collaboration à la modélisation de la décharge de foudre. Les résultats de six modèles sont présentés. Ils seront suivis d'une discussion, dans laquelle, ces six modèles seront comparés.

Nous terminons notre mémoire par une conclusion générale et une proposition de nos perspectives de recherches.

# **Chapitre I**

## **Foudre et Protection contre la Foudre**

## I.1. INTRODUCTION

Se prémunir contre les dangers multiples et dégâts causés par la foudre consiste à assurer une protection adéquate.

Afin que cette protection soit bien assurée, il est nécessaire tout d'abord de comprendre la physique de ce phénomène ainsi que les processus de son développement.

Dans ce présent chapitre, il sera question de présenter ce phénomène ainsi que sa génération et son déroulement. Nous citerons aussi, les différents dégâts causés par la foudre et les dispositifs de protection conçus contre celle-ci.

Nous présenterons aussi quelques travaux effectués au laboratoire de Haute Tension de L'Ecole National Polytechnique et concernant la protection contre la foudre.

## I.2. HISTORIQUE

### I.2.1. L'époque des croyances

Les traces laissées à travers les siècles par les différentes civilisations comportent pratiquement toutes des représentations plus ou moins évidentes de la foudre.

Bien que des peintures rupestres comportent des symboles pouvant être attachés au phénomène de foudre, les historiens situent la première représentation de la foudre durant la première époque de Babylone.

Pour les Grecs, la foudre était la manifestation de la colère de Zeus (Roi des dieux dans la mythologie grecque). Il en était de même pour les romains avec leur Dieu Jupiter. D'autres croyances sont beaucoup plus poétiques. Ainsi le peuple Basutos en Afrique pense que la foudre est un oiseau magique, nommé Umpudolo qui plonge des nuages vers le sol [2].

Plus tard, au Moyen Age, l'église et son idéologie vont s'emparer de ce phénomène naturel : être victime de la foudre était alors considéré comme un châtement. De nombreux saints sont invoqués pour se protéger contre cette punition divine.

### I.1.2. les premières recherches

L'histoire de la foudre et celle de l'électricité se rejoignent au XVIII<sup>e</sup> siècle. En 1745 [2], l'invention de la bouteille de Leyde va faire progresser les études théoriques sur l'électricité. Cet ancêtre du condensateur permet en effet de provoquer des étincelles beaucoup plus violentes que les machines électrostatiques utilisées jusque-là. Ces décharges électriques, s'accompagnent également de détonations relativement intenses. Le rapprochement avec le phénomène foudre est alors très vite envisagé par un bon nombre de scientifique. En 1748[2], l'abbé Nallet dresse une liste de similitudes entre la foudre et les décharges électriques. D'autres études du même type sont publiées à la même époque. Le 07 novembre 1749 [2], une étude comparative et très complète a été publiée par un scientifique américain dont le nom restera lié à la foudre : Benjamin Franklin. Ses travaux vont se poursuivre et il décrira, dans un mémoire datant de l'été 1750, une expérience permettant de

démontrer la nature électrique du nuage orageux. L'idée de l'expérience de cerf volant était née.

C'est en 1752 [3] que Benjamin Franklin réalise sa fameuse expérience. Son objectif était de déterminer si les éclairs étaient un phénomène électrique. Franklin et son fils de 21 ans, William, construisent un cerf-volant, formé de deux bandes légères de cèdre, en croix, attachées à un mouchoir en soie. Ils attachent un long fil métallique en haut du cerf-volant pour attirer l'électricité. Ils fixent également une ficelle au cerf-volant afin de le tenir, et Franklin père noue un ruban de soie sur la ficelle, près de la région qu'il tient à la main.

Une clé, en fin, est rattachée au ruban, ainsi qu'une bouteille de Leyde. Benjamin Franklin réalise son expérience sous le pas d'une porte, de façon à ce que le ruban de soie attaché à la clé et à la bouteille de Leyde ne soit pas mouillé par la pluie.

Une fois le protocole de l'expérience élaboré, les deux hommes attendent l'arrivée d'un orage. Comme Franklin l'avait prédit lorsque des nuages passent au dessus du cerf-volant, des charges négatives traversent le fil métallique du cerf-volant et parviennent jusqu'à la clé. La charge rentre dans la bouteille de Leyde, ce qui démontre clairement la présence d'électricité. Franklin tenait le cerf-volant par le tissu de soie isolant : il était ainsi protégé de l'électricité. Mais quand il tend son doigt pour toucher la clé, il reçoit un choc dû aux charges négatives de la clé ; elles sont assez fortes pour qu'une étincelle saute de la clé à sa main. Par miracle, cette charge n'était pas assez forte pour être mortelle. Dans d'autres circonstances, le coup d'éclair aurait pu tuer instantanément les deux individus.

L'expérience de Franklin a montré avec succès que les éclairs étaient en fait de l'électricité statique [3].

### I.3. LE PHENOMENE « FOUORE »

L'étude de l'électricité atmosphérique permanente conduit à représenter la terre comme une armature d'un immense condensateur, la seconde armature étant constituée par l'ionosphère. Ce condensateur est normalement chargé et il existe une différence de potentiel de 300 kV [1, 2, 4]. Le sol étant chargé négativement par beau temps. Le champ électrique au sol est d'environ 100 à 150 V/m [1, 2].

A ce champ de 100 V/m [1, 2, 5] correspond une densité de charge superficielle moyenne à la surface du sol de [2]:

$$\sigma = E \times \varepsilon_0 \quad (I.1)$$

Avec :

$\sigma$  : Densité de charge superficielle en Coulombs par mètre carré ( $C/m^2$ )

$E$  = Champ électrique en Volts par mètre (V/m)

$\varepsilon_0$  = permittivité diélectrique du vide  $\approx 8.854 \text{ pF/m}$

L'air étant légèrement conducteur, des charges positives vont être apportées à la terre. La densité de courant est égale à [2] :

$$J = \gamma \times E \quad (\text{I.2})$$

Avec :

$J$  = densité de courant en Ampères par mètre carré (A/m<sup>2</sup>).

$\gamma$  = Conductivité de l'air ( $3 \times 10^{-14}$  S/m).

$E$  = Champ électrique en Volts par mètre (V/m)

On en déduit que la densité superficielle de la charge à la surface de la terre est d'environ  $8.85 \times 10^{-10}$  (C/m<sup>2</sup>) et que la densité de courant qui circule est de  $3 \times 10^{-12}$  (A/m<sup>2</sup>). La surface de la terre étant d'environ  $5 \times 10^{14}$  m<sup>2</sup>. Un courant permanent de 1500 A circule et le condensateur devrait donc se décharger en 300 s [1, 2]. Or le champ électrique terrestre est permanent. Seules quelques légères variations sont observables en cours de journée.

Un bilan global permet de comprendre ce paradoxe apparent. Un nuage orageux est chargé positivement en partie haute et négativement en partie basse. Les échanges électriques sous le nuage s'effectuent suivant deux mécanismes [2]:

- 90% des éclairs apportent une charge négative à la terre.
- Pluie.

Le bilan global est de l'ordre de 1A par orage. Le nombre d'orages simultanément présents autour du globe est compris entre 1500 et 2000, ce qui correspond au courant de beau temps calculé ci-dessus. Le schéma électrique global peut être représenté de cette manière [2] :

- Les charges positives d'un orage sont transférées vers l'électrosphère et sont redistribuées pour fournir le courant de beau temps.
- Les charges négatives sont apportées au niveau du sol par les éclairs et le phénomène orageux.

La foudre participe à l'équilibre électrique de notre planète.



## **I.4. PHYSIQUE DES PHENOMENES ORAGEUX**

### **I.4.1. Distribution statistique des orages**

#### **I.4.1.1. Niveau kéraunique**

Il est d'usage universel de caractériser la sévérité orageuse d'une région par son niveau kéraunique (keraunos est la foudre en grec).

Celui-ci est, par définition, le nombre de jours par an où le tonnerre a été entendu. La simplicité même de cette définition a permis l'établissement de statistiques. Cependant, cette donnée est peu précise [6].

#### **I.4.1.2. Définition du foudroiemnt**

Il est évident que la notion du niveau kéraunique est trop rudimentaire pour pouvoir fournir une mesure utilisable de la sévérité orageuse, car elle ne donne aucune indication sur l'existence des zones localisées particulièrement foudroyées et encore moins sur l'intensité des coups de foudre.

Une définition bien plus rigoureuse de la sévérité orageuse peut être atteinte par la sévérité du foudroiemnt, par exemple la densité de coups de foudre au sol, exprimée en nombre de coups par kilomètre carré et par an [1, 6].

#### **I.4.1.3. Facteurs locaux influant sur le foudroiemnt**

On peut se demander s'il existe des zones localisées particulièrement foudroyées communément appelées nids d'orages.

L'existence de ces zones est souvent rapportée par la population locale, par les on-dit, mais n'a jamais fait l'objet de statistiques sérieuses.

A la lumière des connaissances acquises, il pourrait être raisonnable de penser à trois facteurs locaux possibles [1,2, 6]:

##### **a) Facteurs topologiques**

Des zones préférentielles peuvent exister du simple fait de conditions privilégiées de formation des nuages orageux, sous l'effet combiné du sol et d'un réchauffement local ; il y a alors formation puis ascension d'une masse d'air chaude et humide. Comme l'air transmet très mal la chaleur, cette bulle chaude s'élève, pratiquement isolée thermiquement de l'air environnant, et forme un nuage orageux aux altitudes où la condensation commence. C'est l'orage de chaleur, souvent très localisé.

Par ailleurs, des mouvements d'air, canalisés par des vallées ou des fleuves, et qui entraînent les nuages orageux, favorisent l'existence de couloirs orageux. Ainsi, ce ne sont pas toujours les points les plus élevés qui sont les plus frappés par la foudre.

En montagne, les versants des vallées sont souvent plus foudroyés que les sommets.

### **b) Facteurs géologiques**

Le point d'impact exact d'un coup de foudre ne semble se déterminer que dans la partie la plus inférieure de sa trajectoire ; la partie supérieure, au-delà d'une centaine de mètres au dessus du sol, se développe de façon totalement indépendante de la structure géométrique ou géologique de ce dernier. Ce ne sont donc que des facteurs tout à fait locaux qui peuvent avoir une action sur la décision de l'impact. La présence de saillies, arbres, bâtiments, cheminées est bien connue comme étant l'un de ces facteurs. Mais la conductivité des sols pourrait être un autre facteur important.

### **c) Concentration ionique de l'air (conductivité de l'air)**

La concentration en ions de l'air (ou sa conductivité) a parfois été invoquée pour expliquer un nid d'orages. Mais, même aujourd'hui, il n'existe pratiquement pas de données expérimentales à partir d'observations sur le terrain.

Les études de laboratoire sur les mécanismes de décharges de l'air n'ont pas mis en évidence, jusqu'à présent, un effet de cette conductivité, par exemple en favorisant le trajet de la décharge. Les théories actuellement disponibles montrent d'ailleurs que le taux d'ions dans l'air devrait être considérablement plus élevé que sa mesure dans les conditions naturelles pour qu'un effet sensible puisse se manifester.

## **I.4.2. Phénomènes précurseurs**

### **I.4.2.1. Nuage orageux**

Les nuages orageux sont d'énormes masses généralement du type cumulo-nimbus, occupant une surface de quelques dizaines de kilomètres carrés, ayant une épaisseur de plusieurs kilomètres. Leur masse est de l'ordre de centaines de milliers de tonnes d'eau. Ils sont constitués de gouttes d'eau à leur partie inférieure et de particules de glace à leur partie supérieure [1, 2, 6-8]. Leur base se trouve à environ 2 à 3 km au dessus du sol, et ils se développent, en hauteur, jusqu'à des altitudes de 10 à 15 km.

Les orages de convection ou orages isolés [1], naissent de l'effet combiné de l'humidité et du réchauffement local du sol : il se forme alors une « bulle » d'air chaude et humide, qui s'élève pratiquement isolée thermiquement de l'air environnant. Cette bulle formera un nuage orageux aux altitudes où la condensation commencera. C'est l'orage de chaleur, souvent très localisé, dont la durée n'excède pas une heure et demi environ.

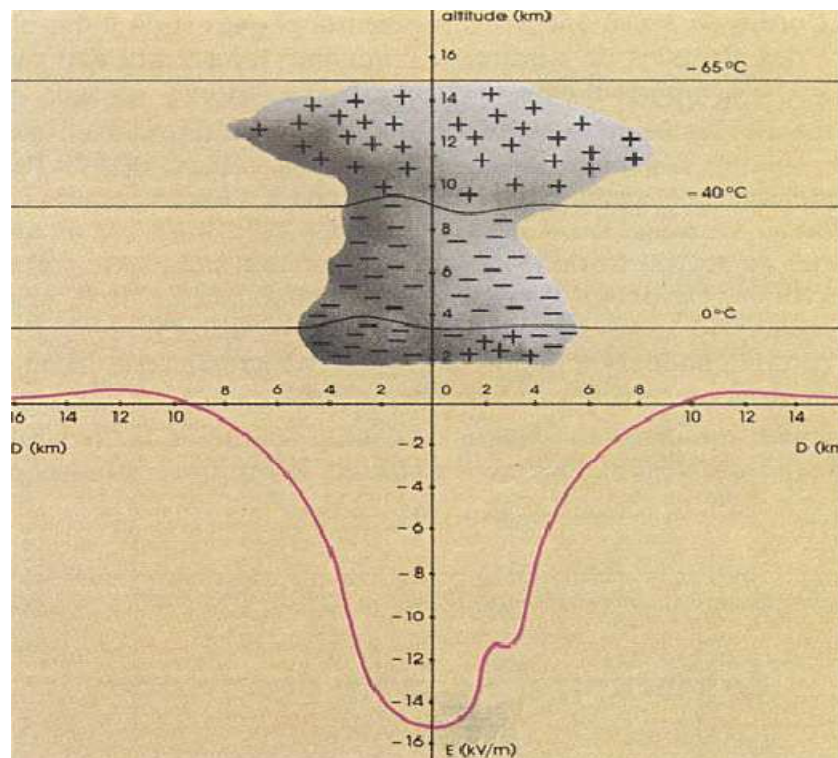
En revanche, les orages frontaux [1] naissent de la rencontre de masses d'air importantes, de température et d'humidité différentes. Cette rencontre produit également des

courants ascendants accompagnés de condensation. Les fronts orageux ainsi formés peuvent durer plusieurs jours et se propager sur des milliers de kilomètres.

On distingue deux sortes de structure orageuses, les orages frontaux, qui peuvent se déplacer sur des centaines de kilomètres. Lorsque ces structures se forment, entrent toujours en jeu des conflits entre masses d'air chaudes et humides et masses d'air froides.

Parallèlement à ces phénomènes thermodynamiques, il se produit une séparation et un transfert de charges électriques au sein du nuage. Sans entrer dans le détail de ces processus d'électrisation, extrêmement complexes, il est à retenir seulement que le résultat net est que la partie supérieure des nuages orageux, constituée de cristaux de glace, se charge positivement, tandis que leur base se charge négativement. Il est souvent observé un îlot de charges positives enserré dans la masse négative [1, 7].

Lorsque le nuage est mûr pour éclater en orage, il constitue ainsi un vaste dipôle électrique, créant des champs électriques intenses entre les différentes couches intérieures, de même qu'entre sa base et la surface de la terre. Ces champs sont la source nécessaire à la formation de décharges électriques, qui peuvent être soit des décharges [1, 6]: intra nuages, inter nuage ou la foudre proprement dite, qui jaillit entre le nuage et la terre. La figure (I.1) schématise la structure électrique d'un cumulo-nimbus orageux.



**Figure (I.1)** : Schéma montrant la distribution des charges électriques dans la masse d'un nuage orageux et la répartition du champ électrique au sol, au moment où va éclater la foudre [1, 6]

Au moment de la formation ou de l'approche d'un nuage chargé, sous l'influence des charges négatives qui sont disposées à sa base, et dont l'effet devient prépondérant, le champ électrique au sol commence à s'inverser, puis croît dans de fortes proportions. Lorsque son intensité atteint -10 à -15 kV/m, une décharge au sol est imminente. Cette inversion [1, 6], puis cette forte croissance du champ électrique, est donc le premier signe annonçant la chute probable de la foudre.

Le signe négatif qui affecte la valeur du champ résulte de la convention des sens choisis : le champ est négatif lorsque les charges électriques atmosphériques sont négatives.

#### **I.4.2.1. Effet couronne au sol**

Les valeurs de champ électrique au sol indiquées précédemment (paragraphe I.5.1) supposent un sol horizontal plat. Or, on sait que toute aspérité, par un effet de concentration des lignes de champ électrique, peut considérablement augmenter le champ local. On peut calculer qu'au sommet d'une demi sphère posée sur un plan le champ est le triple du champ moyen. Lorsque la demi-sphère se déforme pour devenir un demi-ellipsoïde pointu, cet effet s'accroît encore [6].

Ainsi, pour un rapport entre grand axe et petit axe de l'ellipsoïde égal à 30, le champ est multiplié par un facteur de 300. Comme le seuil d'ionisation de l'air atmosphérique est de l'ordre de 25 kV/cm, dans ces conditions particulières, il suffit d'un champ ambiant d'une dizaine de kilovolts par mètre pour provoquer un effet de couronne au sommet de l'ellipsoïde. Ce phénomène a été observé dès l'antiquité sur des extrémités de lances et autres objets pointus et était également connu des marins sous le nom de feu de Saint-Elme, alors qu'il se produisait au bout des mâts des bateaux.

Il est aussi connu des alpinistes, qui savent que son apparition signifie danger immédiat et qu'il convient alors de s'éloigner rapidement des cimes.

### **I.5. CLASSIFICATION DES COUPS DE Foudre**

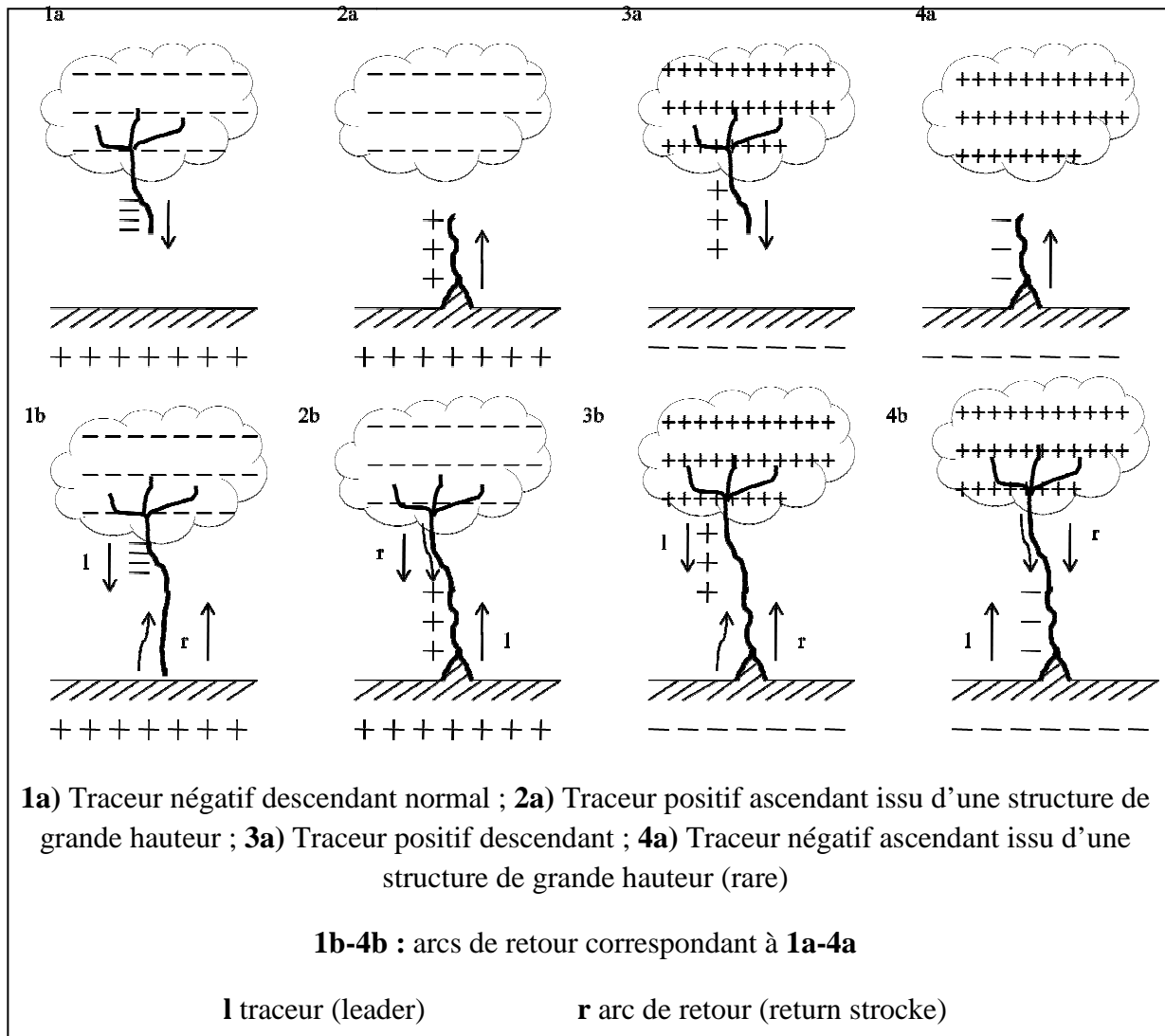
Les coups de foudre sont classés tout d'abord selon le sens de développement du traceur (ou premier leader) [1, 2, 6] :

- Coups de foudre descendants (développement du traceur à partir du nuage)
- Coups de foudre ascendants (développement du traceur à partir du sol)

En second lieu, on classe les coups de foudre selon leur polarité :

- Coups de foudre négatifs (décharge d'un nuage chargé négativement)
- Coups de foudre positifs (décharge d'un nuage chargé positivement)

La figure (I.2) résume cette classification selon K.Berger [1,6].



**Figure (I.2)** : Les différents types de coup de foudre selon K.Berger [1, 6].

### I.5.1. Coup de foudre ascendant

Dans un champ négatif, les effluves d'effet couronne qui apparaissent au sommet des aspérités du sol sont des effluves de type positif, puisque par effet d'induction le sol porte des charges positives. Ces effluves se développent d'autant plus loin et avec d'autant plus d'intensité, que les dimensions de l'aspérité sont plus importantes. A partir d'une certaine taille de l'aspérité, entraînant une certaine intensité d'effluve, le phénomène se modifie brusquement et l'effluve se transforme en une décharge ascendante, qui se développe suffisamment loin pour atteindre le nuage : c'est le coup de foudre ascendant.

De tels coups ascendants sont fréquemment observés à partir de tours de télévision modernes, dont la hauteur dépasse les 300m, à partir de gratte-ciels, et à partir de pics montagneux.

Notons cependant que ce mécanisme est plus probable en décharge positive, c'est à dire lorsque le nuage négatif induit des décharges superficielles positives dans le sol [1,2].

### I.5.2. Coup de foudre descendant négatif

La première phase d'un coup de foudre descendant négatif est une prédécharge faiblement lumineuse ou traceur qui se propage du nuage vers le sol en progressant par bonds de quelques dizaines de mètres (c'est le traceur par bonds ou stepped leader, suivant la terminologie anglo-saxonne) [1, 3].

Il y a entre les bonds des temps d'arrêt de l'ordre de 40 à 100  $\mu\text{s}$ , de sorte que sa vitesse de progression moyenne soit comprise entre 0.15 et 1  $\text{m}/\mu\text{s}$  [1]. Au fur et à mesure que ce traceur progresse, la décharge se ramifie et la luminosité du chemin ionisé s'accroît.

Dès que la tête d'un traceur par bonds approche le sol, des prédécharges ascendantes se développent à partir de celui-ci, généralement depuis un arbre, une saillie, dans la direction du traceur.

Lorsque l'une de ces prédécharges ascendantes et le traceur par bonds se rejoignent, il s'établit un pont conducteur, entre le nuage et le sol qui va permettre le passage d'un courant à forte intensité. Ce courant est en fait constitué par les charges superficielles du sol qui, en remontant le canal ionisé formé par le traceur, neutralisent les charges de ce dernier ; un trait fortement lumineux qui progresse depuis le sol jusqu'au nuage est observé, celui-ci a une vitesse estimée à  $10^8 \text{ m/s}$  [6], c'est l'arc de retour.

Un coup de foudre est en général, composé de plusieurs décharges partielles s'écoulant par le même canal ionisé. Le processus en est le suivant :

- Lorsque le courant de la première décharge a cessé de s'écouler, il peut se passer environ 100 ms [6] avant qu'une deuxième décharge apparaisse, le nuage pouvant contenir encore une certaine quantité de charges. Cette deuxième décharge commence par l'apparition d'un traceur qui, contrairement au traceur par bonds, progresse de façon continue, c'est le trait flèche dont la vitesse de propagation est de l'ordre de  $10^8 \text{ m/s}$  [6].
- Il est également suivi d'un arc en retour.
- Plusieurs décharges successives peuvent ainsi avoir lieu, selon ce type de mécanisme.

En général, un coup de foudre complet dure de 0.2 à 1 s [1] et comporte en moyenne quatre décharges partielles.

La figure (I.3) schématise le phénomène, conformément à l'analyse que nous venons d'en faire.

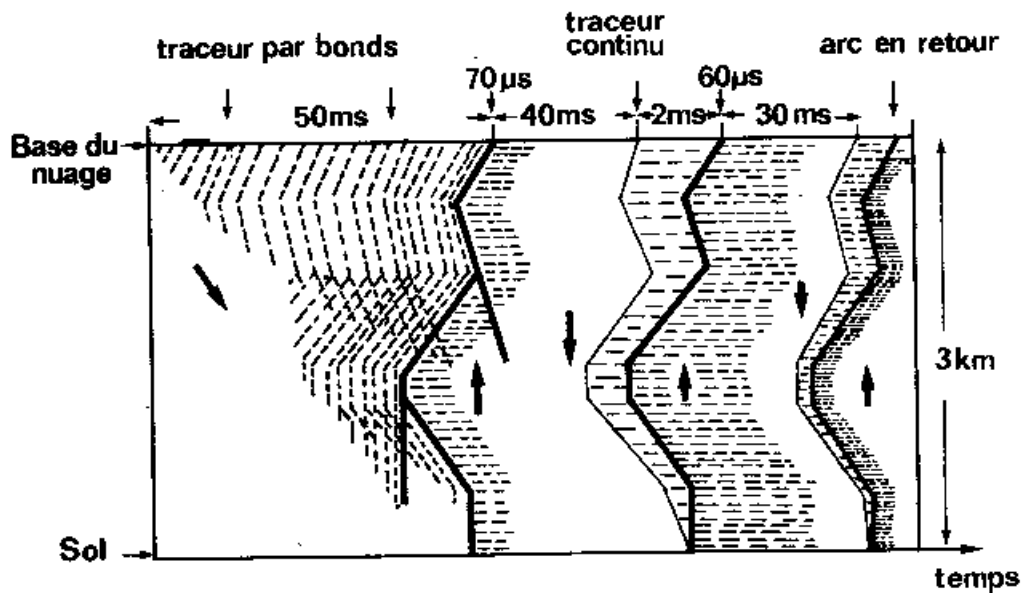


Figure I.3: Schématisation d'un coup de foudre descendant [1].

### I.5.3. Coup de foudre descendant positif

Tout comme le coup négatif, ce coup de foudre commence toujours par un traceur descendant. Dans le cas du traceur positif, le processus de bonds n'existe pas systématiquement [1, 6], et la progression se fait le plus généralement de façon continue, avec une vitesse moyenne d'ordre de grandeur de 0.2 à 1 m/ $\mu$ s. Un coup de foudre descendant positif n'est constitué que d'un seul arc en retour, toutefois de durée beaucoup plus longue, et est de ce fait responsable en général de dégâts plus importants.

### I.6. Foudre EN BOULE [3]

La foudre en boule (Figure I.4), ou foudre globulaire, est un phénomène météorologique rare et encore insuffisamment expliqué. Elle se présente sous la forme d'une sphère lumineuse d'une vingtaine de centimètres de diamètre qui apparaît au cours d'un orage. Les connaissances actuelles à son sujet sont très fragmentaires : elle n'a pu être reproduite expérimentalement que rarement.

L'apparition de la foudre en boule peut avoir lieu après celle d'un éclair. Elle est généralement jaune tirant vers le rouge même si elle peut être bleue, verte ou blanche. Elle est souvent accompagnée de crépitements ou d'un sifflement après le tonnerre et d'une odeur d'ozone, de soufre ou d'oxyde nitrique. Son diamètre varie généralement de 20 à 40 cm et sa durée de vie varie entre 1 et 30 secondes. Elle peut rester immobile ou bien se déplacer horizontalement à une vitesse de quelques mètres par seconde, avec un mouvement de rotation sur elle-même.

Les explications qui sont avancées par certains chercheurs, font intervenir la théorie de plasmas (la foudre globulaire serait assimilée par un plasma fortement ionisé), mais ne semble

pas encore suffisamment convaincante. John Abrahamson et James Diniss, de l'université de Canterbury, en Nouvelle- Zélande, croient que les boules de feu sont formées de silicium entrain de bruler. Selon eux, lorsque la foudre touche le sol, elle vaporise des particules de silicium, d'oxygène et de carbone, qui s'associent entre elles pour former de longues chaines. Ces filaments, qui brûlent plutôt lentement, ont tendance à se replier sur eux mêmes pour former des boules creuses qui dérivent au gré des vents.



**Figure I.4 :** Foudre en boule [9]

## I.7. LES EFFETS DE LA FOUDRE

Ce sont ceux d'un courant impulsionnel de forte intensité se propageant d'abord dans un milieu gazeux (l'atmosphère), puis dans un milieu solide plus ou moins conducteur (le sol) [10] :

- a) **Effets visuels (éclairs) :** dus au mécanisme de Townsend.
- b) **Effets acoustiques :** dus à la propagation d'une onde de choc (élévation de pression) dont l'origine est le canal de décharge ; la perception de cet effet est limitée à une dizaine de kilomètres.
- c) **Effets thermiques :** dégagements de chaleur par effet Joule dans le canal ionisé.
- d) **Effet électrodynamiques :** ce sont les forces mécaniques dont sont l'objet les conducteurs placés dans le champ magnétique, créé par cette circulation de courant intense. Ils peuvent avoir pour résultats des déformations.
- e) **Effets électrochimiques :** relativement mineurs, ces effets se traduisent par une décomposition électrolytique.
- f) **Effets d'induction :** dans un champ électromagnétique variable, tout conducteur est le siège de courants induits.
- g) **Effets sur un être vivant (humain ou animal) :** le passage d'un courant d'une certaine intensité, pendant une courte durée suffit à provoquer des risques d'électrocution par arrêt cardiaque ou arrêt respiratoire. A cela s'ajoutent les dangers de brûlures.



## I.8. DISPOSITIF DE PROTECTION

### I.8.1. La protection contre les effets indirects de la foudre

Lorsque la foudre frappe des câbles ou des liaisons de transmission, une surtension se propage alors et se transmet éventuellement jusqu'aux appareils situés en amont ou en aval. Cette surtension peut également être générée par induction due au rayonnement électromagnétique de l'éclair.

Les conséquences peuvent être multiples [11] :

- vieillissement prématuré des composants,
- destruction des pistes de circuits imprimés,
- destruction des métallisations des composants,
- mauvais fonctionnement des équipements,
- perte des données,
- blocage des programmes,
- dégradation de lignes, etc. ...

Il convient donc de protéger les appareils susceptibles d'être atteints par des parafoudres et des éclateurs [12].

#### a) Eclateurs

Ils sont constitués essentiellement par deux électrodes dans l'air, reliées l'une au conducteur à protéger et l'autre à la terre, l'intervalle entre électrodes étant réglé pour amorcer, si les surtensions du réseau dépassent les niveaux de protection choisis.

Les électrodes, de formes variées, sont constituées :

- De deux simples tiges placées l'une en face de l'autre (c'est le cas particulier des éclateurs de protection montés dans le passé sur les traversées de transformateurs à haute tension).
- De deux tiges recourbées appelée cornes et positionnées sur les chaînes d'isolateurs en entrée de postes MT (éclateurs anti-oiseaux) ou HT.
- Ou bien de dispositifs plus élaborés, les électrodes d'amorçage étant complétées par des anneaux destinés à éliminer les effluves d'effet de couronne.

Le principal intérêt des éclateurs est leur faible prix. C'est la raison pour laquelle ils sont restés longtemps très répandus sur le réseau, en particulier sur les réseaux de distribution MT (15 à 20 kV) ou HT.

Les éclateurs sont facilement réglables, de sorte que leurs caractéristiques peuvent être ajustées selon l'altitude et la fonction qu'ils ont à assumer (éclateur d'entrée de poste par exemple).

Les avantages sont malheureusement contrebalancés par de nombreux inconvénients, énumérés ci-après.

En général, les éclateurs ne se désamorcent pas d'eux-mêmes ; ils provoquent donc une mise hors tension du réseau après chaque fonctionnement.

Le fonctionnement d'un éclateur provoque une onde coupée à front très rapide qui impose des contraintes sur les matériels bobinés.

Sa facilité de réglage entraîne en contrepartie des possibilités de mauvais réglages.

## **b) Parafoudres**

Afin d'éviter les inconvénients inhérents au principe de l'éclateur simple, une autre catégorie d'appareils de protection a été développée : les parafoudres.

Les parafoudres sont des appareils qui, comme les éclateurs, écoulent une onde de courant lorsqu'une surtension arrive à leurs bornes, maintenant ainsi la surtension dans certaines limites. Mais, avantage énorme sur les éclateurs, ils limitent eux-mêmes l'amplitude et la durée du courant que le réseau continue de débiter à travers eux après le passage de l'onde due à la surtension, sans que, généralement, les disjoncteurs de ce réseau n'aient à fonctionner.

### **\* Parafoudres à carbure de silicium**

Ces parafoudres, constitués de varistances au carbure de silicium et d'éclateurs, représentent la première génération qui, à l'heure actuelle, ne sont plus beaucoup installés. La présence d'éclateurs en série maintient un inconvénient ennuyeux en coordination de l'isolement, à savoir les fluctuations des tensions d'amorçage en fonction, en particulier, de la pente du front de la surtension, ce qui imposait de prendre des marges plus importantes entre les niveaux de protection des parafoudres et les niveaux de tenue des matériels à protéger.

### **\* Parafoudres à oxyde de zinc**

Ces parafoudres récents ne comportent plus d'éclateurs en série, ce qui élimine l'incertitude sur les tensions de protection dues aux incertitudes sur les tensions d'amorçage inhérentes aux éclateurs.

Ils supportent une tension permanente maximale, à fréquence industrielle, appelée : tension maximale de service permanent.

### **I.8.2. Protection contre l'atteinte directe de la foudre**

Pour protéger une structure contre les coups de foudre directs, il convient de privilégier un point d'impact possible afin d'épargner le reste de la structure et de faciliter l'écoulement du courant électrique vers le sol en minimisant l'impédance du parcours utilisé par la foudre.

Quatre familles de protection répondent à ces préoccupations [11] :

- Paratonnerres à dispositifs d'amorçage
- Paratonnerres à tige simple
- Cage maillés
- Fils tendus.

#### **a) Les paratonnerres à tige simple**

Par leur géométrie dominante, ils favorisent le déclenchement des amorçages ascendants et s'imposent ainsi comme le point d'impact préférentiel des coups de foudre qui surviendraient dans un voisinage très proche.

Ce type de protection est particulièrement conseillé pour les stations hertziennes et les mâts d'antenne lorsque le volume à protéger est faible.

Une installation de paratonnerre à tige simple comporte [11]:

- Un paratonnerre à tige et son mât rallonge,
- Un ou deux conducteurs de descente,
- Une barrette de coupure ou joint de contrôle par descente permettant la vérification de la résistance de la prise de terre paratonnerre, un tube de protection protégeant les deux derniers mètres de chaque descente, une liaison équipotentielle déconnectable entre chaque prise de terre et le circuit de terre général de la structure.

#### **b) Les paratonnerres à dispositif d'amorçage (PDA)**

Il n'en reste pas moins que l'amélioration du paratonnerre de Franklin consiste à « créer une ionisation nettement supérieure à celle qui résulte de l'effet couronne spontané, ou à maîtriser cet effet couronne pour optimiser sa production » [6].

Sur cette base, les paratonnerres à dispositif d'amorçage (PDA) ont fait leur apparition en 1984 en France puis en Espagne. Aujourd'hui ; ce type de paratonnerres

est proposé par un large nombre de fabricants (américains, chinois, australiens, argentins, turcs, indonésiens, etc. ...).

Ces dispositifs à pointes actives reposent sur la théorie « de l'avance à l'amorçage » : le dispositif d'amorçage permet d'accroître la distance d'amorçage en générant un traceur ascendant précoce (par rapport au traceur ascendant naturellement émis par une pointe simple) et ainsi la zone de protection du paratonnerre.

#### **a) Les cages maillées ou cage de Faraday**

Leur principe consiste à favoriser la répartition et l'écoulement vers la terre du courant de foudre par un ensemble de conducteurs et prises de terre.

Une installation par cage maillée impose un nombre de descentes important et constitue de ce fait une solution intéressante lorsque le matériel situé à l'intérieur du bâtiment est sensible aux perturbations électromagnétiques [11].

En effet, le courant de foudre est divisé par le nombre des descentes et la faible valeur du courant circulant dans les mailles crée peu de perturbations dans les mailles.

#### **b) Les fils tendus**

Ce système est composé d'un ou plusieurs fils conducteurs tendus au-dessus des installations à protéger. La zone de protection se détermine par application du modèle électrogéométrique [11].

Les conducteurs peuvent être reliés à la terre à chacune de leur extrémité.

L'installation de fils tendus nécessite une étude particulière tenant compte notamment de la tenue mécanique, de la nature de l'installation, des distances d'isolement.

Cette technologie est très utilisée pour protéger les dépôts de munition et en règle générale lorsqu'il n'est pas possible d'utiliser la structure du bâtiment comme support des conducteurs qui écoulent le courant de foudre à la terre [2].

## I.9. APPLICATION A LA PROTECTION D'UN EQUIPEMENT PAR UN PARATONNERRE

### I.9.1. Mécanisme d'impact

Contrairement à des idées largement répandues, la foudre ne frappe un objet à la manière de Zeus, qui vise sa cible et projette le feu du ciel avec précision.

Bien au contraire, le traceur par bonds, issu du nuage orageux est myope et progresse au hasard en se frayant son chemin dans l'air sur la plus grande partie de sa trajectoire. Ce n'est qu'au dernier moment, lorsqu'il est arrivé à deux ou trois cents mètres de la terre, que tout se joue [1, 6].

Le traceur par bonds est un canal ionisé comportant un excédent de charges négatives s'il est issu de la partie négative d'un nuage, positives s'il est issu de la partie positive d'un nuage. Il est admis, en outre, qu'il existe une forte concentration de charges de même signe à sa pointe. Lorsque le traceur se rapproche du sol, le champ électrique dans une zone située à la verticale de cette concentration de charges s'accroît considérablement pour atteindre, à un certain stade, des valeurs de l'ordre de 100 à 300 kV/m [1].

A ce moment, dans le cas d'un traceur négatif, des décharges ascendantes positives se développent en direction du traceur, alors qu'elles n'existaient auparavant que sous forme d'effluves d'effet couronne tout à fait localisées. L'une des décharges, la plus proche ou celle qui a progressé le plus rapidement, entre en contact avec le traceur : le canal ionisé est dès lors ionisé depuis le sol jusqu'au nuage et la décharge principale peut avoir lieu. Il arrive parfois que deux ou plusieurs décharges ascendantes rejoignent le traceur : on assiste alors à un coup de foudre ramifié ; il en est de même lorsque plusieurs ramifications du traceur descendant donnent lieu chacune à une décharge ascendante.

### I.9.2. Le modèle Electrogéométrique

#### 1.9.2.1. Distance d'amorçage

Une expression analytique de la distance entre traceur et l'objet au sol, pour laquelle une décharge ascendante rencontre le traceur descendant, a pu être établie. Cette distance est appelée distance d'amorçage.

Pourvu que la mise à la terre de cet objet soit suffisamment conductrice, cette expression analytique est [1, 2, 6] :

$$D = 10 \times I^{2/3} \quad (I. 3)$$

Avec :

D en mètre et I en kiloAmpères.

Tout élément placé à une distance  $D$  pourra déclencher l'arc en retour. Le modèle électrogéométrique est le seul modèle reconnu aujourd'hui par la communauté scientifique [2]. Il a pour mérite de montrer que pour un courant donné, la distance d'amorçage ne dépend ni de la nature du sol, ni des paramètres plus ou moins magiques des paratonnerres.

La principale limitation de ce modèle est qu'il n'est valide que pour les coups négatifs. Pour les chocs positifs, les traceurs ascendants se développent très peu. L'expérience montre toutefois qu'il peut être utilisé avec une bonne confiance.

### I.9.2.2. Méthode de la sphère fictive

Selon le modèle électrogéométrique, le point d'impact de la foudre se détermine par l'objet au sol qui se trouvera, le premier, à la distance d'amorçage  $D$  du traceur descendant, même si cet objet est le sol plat lui-même.

Tout se passe donc comme si la pointe du traceur était entourée d'une sphère fictive, de rayon  $D$ , centrée sur elle, et comme si cette sphère accompagnait rapidement la pointe au cours de la trajectoire à priori aléatoire du traceur.

A l'approche du sol, le premier objet qui touche la sphère détermine le point d'impact du coup de foudre.

D'où le procédé d'imaginer que la sphère fictive de rayon  $D$  est roulée au sol, dans toutes les directions, sans jamais perdre le contact soit avec le sol, soit avec un objet proéminent [12].

Si, au cours de ce mouvement, la sphère entre en contact avec les dispositifs de protection (tige verticale, fil horizontal, nappe de fils, cage de Faraday) sans jamais pouvoir toucher l'un des objets à protéger, alors la protection de ceux-ci est assurée.

Si, au cours de ce mouvement, la sphère entre en contact avec l'un des objets à protéger, le dispositif de protection devra être remanié jusqu'à ce qu'aucun de ces contacts ne puisse plus se produire.

#### Exemple :

Prenons le cas d'une zone de protection d'une tige verticale de hauteur  $h$  au-dessus d'un sol plat.

Soit un traceur portant des charges négatives en quantité telle que le rayon de la sphère associée soit  $D_1$ . Au cours de sa trajectoire de descente, la sphère pourra atteindre le sol suivant trois possibilités (Figure 1.5) :

- si la sphère entre en contact uniquement avec la tige verticale (cas A), c'est celle-ci qui constituera le point d'impact du coup de foudre ;

- si la sphère entre en contact avec le sol, sans toucher la pointe (cas B), le coup de foudre touchera le sol au point S ;
- enfin, si la sphère entre en contact simultanément avec la tige et avec le sol (cas C), le coup de foudre pourra toucher soit l'une soit l'autre, mais l'impact ne pourra jamais se produire dans la zone bleue de la figure (I.5), qui constitue la zone de protection de la tige verticale.

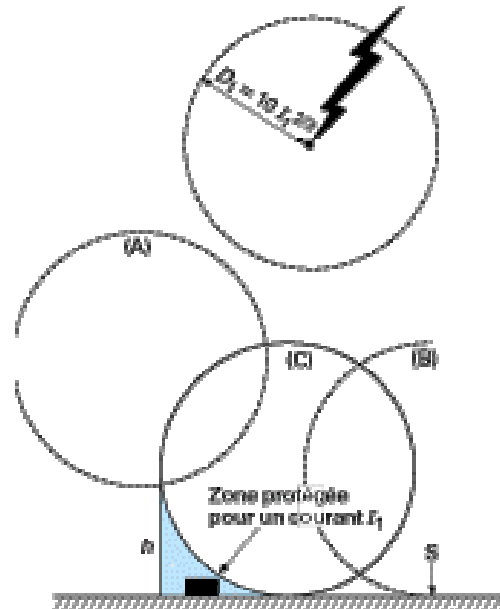


Figure (I.5) : Modèle de la sphère fictive [6]

### I.9.2.3. Parabole et surface de capture d'une tige verticale

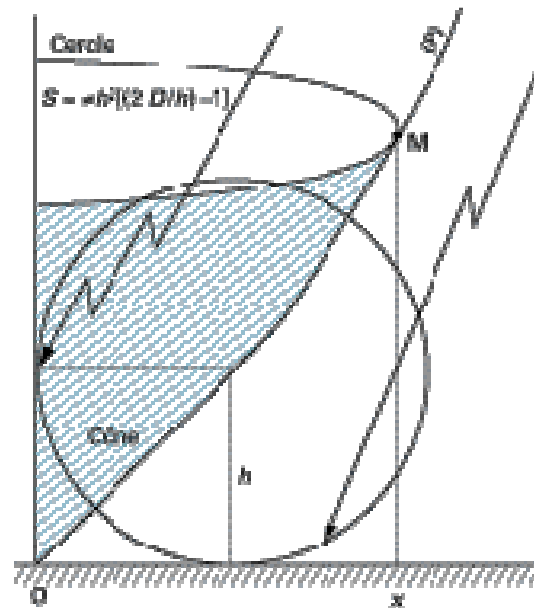
En considérant l'ensemble des sphères qui touchent la tige et le sol : le lieu des centres de ces sphères délimite la zone d'attraction de la tige. Si l'on examine la (Figure I.6) on constate sans peine que tant que  $D < h$ , le lieu est une droite issue du pied de la tige et inclinée à  $45^\circ$ .

A l'instant où  $D$  atteint la valeur  $h$ , et pour  $D > h$ , ce lieu devient une parabole (P). M étant un point de cette parabole et  $x$  sa projection à la surface du sol, la distance horizontale  $O_x$  constituera alors la distance de protection de la tige, relative à un coup de foudre d'une intensité donnée.  $x$  est donné par l'expression [1, 2, 6]:

$$x = \sqrt{h^2 \times \left(\frac{2D}{h} - 1\right)} \quad (\text{I. 4})$$

En réalité, comme représenté sur la figure I.5, on obtient une surface de révolution autour de l'axe vertical portant la tige. On obtient alors le volume de capture de la tige constitué par un cône prolongé par un paraboléoïde de révolution. A tout point M de la parabole correspond un cercle inscrit dans le paraboléoïde. Ce cercle définit la surface de capture de la tige relative à une distance d'amorçage  $D$  et un courant de foudre d'intensité  $I$  donnés. Cette surface s'exprime par [1, 6]:

$$S = \pi \times h^2 \times \left( \frac{2D}{h} - 1 \right) \quad (I.5)$$



**Figure (I.6) :** Zone de capture d'une tige verticale selon le modèle électrogéométrique [6]

Le modèle électrogéométrique permet de comprendre de nombreuses observations dont l'interprétation auparavant était impossible, comme la foudre qui tombant au pied même d'une tour, ou bien frappant une tour élevée à mi hauteur. Cependant les hypothèses sur lesquels repose ce modèle sont assez rudimentaires. Il est évident que des perfectionnements importants restent nécessaires.

Les recherches de laboratoire sont indispensables pour pouvoir perfectionner le modèle électrogéométrique. Celles-ci permettent d'analyser les processus complexes intervenant lors du déroulement d'un coup de foudre.

Plusieurs travaux de recherches ont été effectués au sein du laboratoire de Haute Tension de l'ENP. Ces travaux étudient principalement l'influence des : propriétés électrogéométrique, la discontinuité, et la conductivité du sol, sur le point d'impact de la décharge.



## I.10. TRAVAUX EFFECTUES AU LABORATOIRE DE HAUTE TENSION DE L'ENP

### I.10.1. Influence des propriétés électrogéologiques du sol sur le point d'impact de la décharge de foudre

L'objet du travail de J. Ferras [13] est de préciser l'influence que pourrait avoir l'hétérogénéité du sol sur le point d'impact de la foudre. Pour cela deux modèles ont été utilisés, l'un numérique et l'autre expérimental.

#### a) Modèle numérique

Ce modèle a été établi dans le but de déterminer numériquement la variation de la densité de champ électrique à la surface du sol lors de l'avancement du traceur descendant. Ce modèle tient compte de la variation de la densité de charge dans le sol et considère chaque position du traceur comme un état statique, étant donné que le temps d'un saut est relativement court par rapport au temps d'attente entre deux sauts.

L'utilisation des équations de Maxwell permet la détermination de la répartition du champ électrique sur la surface du sol.

La liaison entre les différents facteurs physiques du système nuage prédécharge sol est représentée sur le schéma bloc de la figure (I.7).

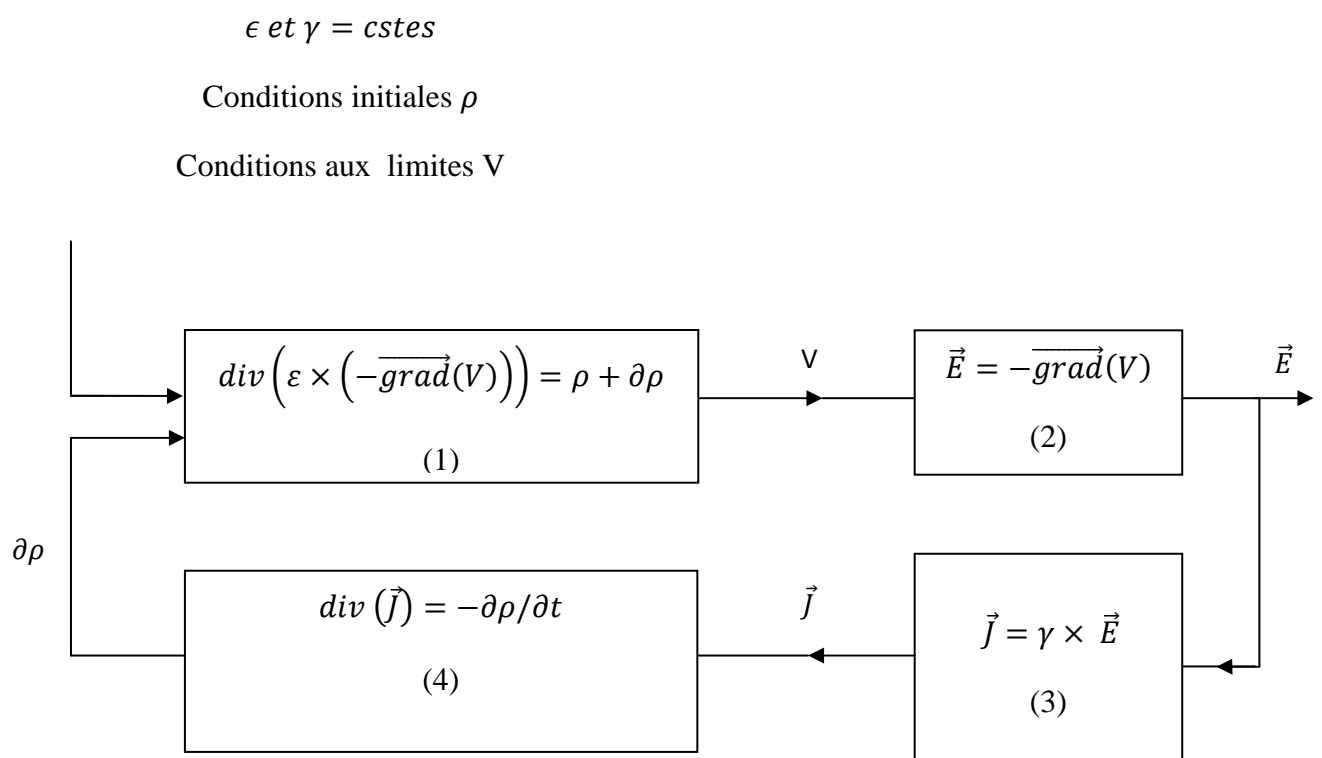


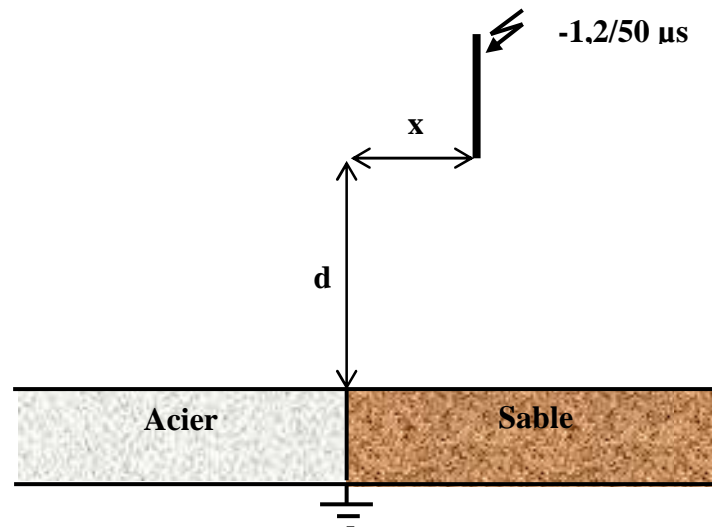
Figure (I.7) : Modèle mathématique de J. Ferras [13]

Pour une position donnée de la prédécharge et pour une répartition initiale des charges sur le sol, le potentiel est déterminé à l'aide de l'équation (1), la valeur du champ est déduite à l'aide de (2). Ce champ engendre une densité de courant  $J$  selon (3), et à l'aide de l'équation (4), la variation de la densité de charges est calculée. Cette dernière constitue la condition initiale d'un nouveau calcul du potentiel pour une nouvelle position du précurseur et ainsi de suite ...

Ce procédé permet de suivre l'évolution du champ électrique sur la surface du sol en fonction de la progression du traceur par bond.

### b) Modèle expérimental

Le modèle expérimental proposé par J.Ferras [13] (Figure I.8), a été choisi dans le but d'étudier l'influence de l'hétérogénéité du sol sur l'impact de la décharge de foudre. Cette décharge est simulée par des impulsions de forme  $(-1,2/50 \mu\text{s})$  obtenu à l'aide d'un générateur de choc.



**Figure (I.8) :** Modèle expérimental étudié par J.Ferras [13]

Ce modèle représente le saut final de la décharge de foudre. Le sol est constitué pour une moitié, de sable sec ou humide et pour l'autre moitié d'acier. Ces deux matériaux ont une interface bien déterminée.

Les essais sur ce modèle, pour différentes conductivités du sable, ont permis l'étude de la répartition des décharges sur la surface du sol hétérogène et celle de l'influence de la position de l'interface par rapport au précurseur, sur l'impact de la décharge de foudre.

Les conclusions pour le modèle mathématique sont une augmentation en exponentielle de l'intensité de champ à l'interface lorsque la prédécharge évolue en direction du sol.

L'intensité du champ à l'interface diminue lorsque la distance  $x$  augmente. Cette diminution est beaucoup plus importante lorsque le degré de l'hétérogénéité du sol diminue.

En ce qui concerne le modèle expérimental, il a été constaté que la répartition des décharges sur la surface d'un sol hétérogène est différente de celle du cas du sol homogène, et que l'influence de l'interface augmente avec le degré d'hétérogénéité du sol.

En utilisant les caractéristiques électriques des composantes du sol expérimental dans le modèle mathématique. Une corrélation entre la probabilité d'impact en un point donné du sol et l'intensité du champ électrique en ce point avant le saut final a été établie.

Ainsi, une plus grande probabilité de décharge aux points où l'intensité du champ électrique est la plus élevée au moment du saut final a été obtenue.

### I.10.2. Protection contre la foudre sur un sol hétérogène par simulation numérique (Modèle de K. Nacerdine [14])

Ce modèle s'appuie sur le calcul de la distribution du champ dans une configuration plane constituée du sol hétérogène, du nuage, du précurseur de foudre assimilé à une tige verticale et de la protection constituée par un conducteur horizontal.

Cette configuration (Figure I.9) présente l'étape ultime du développement du précurseur de foudre.

Il s'agit de déterminer le, ou les points de sol ou de la protection susceptible d'être le point d'impact de la décharge de foudre.

Le critère de sélection choisi est l'intensité de champ, c'est-à-dire que pour une configuration donnée, le point dont l'intensité du champ est la plus élevée, constituerait le point d'impact le plus probable de la foudre.

La configuration d'étude pour le modèle numérique est représentée sur la figure (I.10). Le sol est caractérisé par la densité de charges et par la permittivité de ses composants. La densité de charge est nulle partout, une permittivité relative égale à 90 pour le sable et 0 ailleurs.

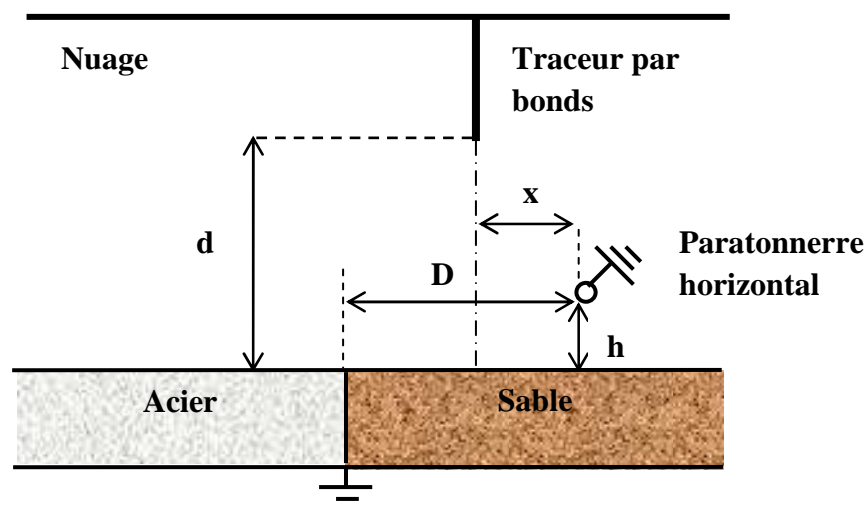
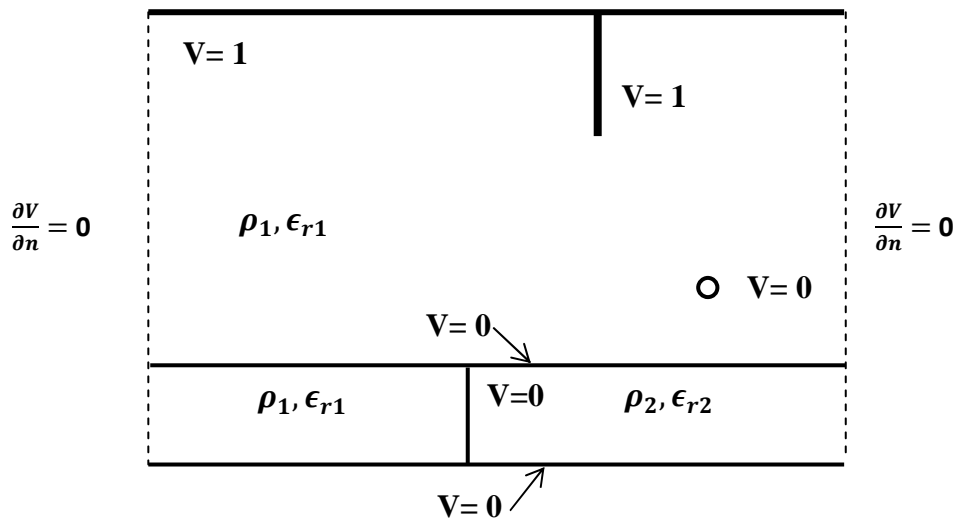


Figure (I.9) : Modèle expérimental exploité par K.Nacerdine [14]

K. Naceredine [14] a réalisé le programme « PRC2D » pour calculer la répartition du champ. Ce calcul est basé sur la méthode des éléments finis. Le programme est exécuté pour différentes distances  $x$  et pour différentes hauteurs  $d$ . La valeur du champ est recueillie pour chaque exécution : sur la protection, sur la projection de la tige au niveau du sol et sur l'interface.

La hauteur  $h$  est la même pour toute les configurations, et toutes les distances et les hauteurs utilisées, lui sont ramenées.



**Figure (I.10) :** Modèle mathématique étudié par K.Naceredine [14]

Ainsi, dans son étude, K. Naceredine [14], a comparé en premier lieu la valeur du champ sur la protection à celle du champ sur un sol parfaitement conducteur et sur un sol mauvais conducteur.

En second lieu il a étudié l'influence de l'interface sur l'attraction des décharges de foudre sur un sol hétérogène (acier, sable). En étudiant toute position probable de la protection sur la configuration donnée. L'influence de la permittivité du sable a été aussi étudiée.

Il a été remarqué une influence négligeable de la permittivité relative du sable dans la plage (1-90), sur la valeur du champ au point considéré. Ainsi qu'une similitude globale des courbes du champ sur le sable ou sur l'acier, pour les mêmes dispositions de la tige et du paratonnerre.

Les résultats obtenus par simulation sont regroupés dans les tableaux (I.1 et I.2).

Ainsi, les résultats obtenus par simulation montrent la différence de la distribution du champ suivant les dispositions relatives de la protection par rapport à l'interface et à la tige, mais ne semblent pas être influencés par la nature de sol.

Cependant, les résultats expérimentaux exploités par Naceredine [14] pour la comparaison, montrent que la distribution du champ diffère suivant que la protection est sur le sable ou sur l'acier et aussi suivant la disposition relative de la protection par rapport à l'interface et la tige.

<b>Grande distance relative interface-protection D/h=11</b>	<b>Faible distance relative interface-protection D/h=4</b>
$E_p > E_i$ pour tout d/h et x/h (p = paratonnerre, i = interface)	$E_p > E_i$ pour tout d/h et x/h
$E_p > E_s$ sauf pour : d/h=1 pour tout x/h d/h=2 pour x/h>2 d/h=3 pour x/h>3 (s = sol)	$E_p > E_s$ sauf pour : d/h = n et x/h<n n=2, 3, ....., 6
$E_s > E_i$ pour tout d/h et x/h	$E_s > E_i$ sauf pour : x/h=1 et d/h=5,6.

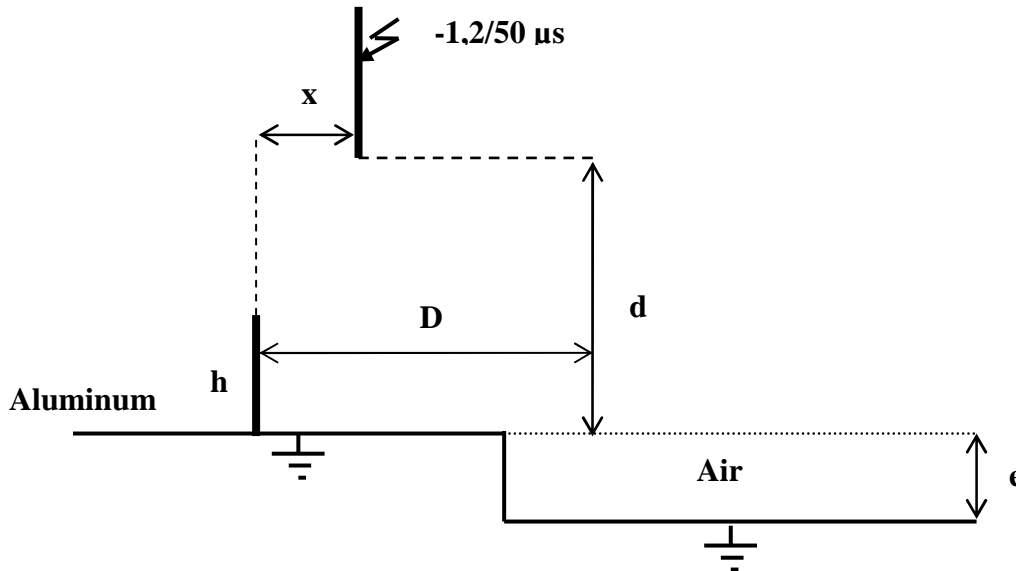
**Tableau I.1 :** Protection comprise entre la tige et l'interface [14]

<b>Grande distance relative interface-protection (D/h=11)</b>	<b>Faible distance relative interface-protection (D/h=4)</b>
$E_p > E_i$ pour tout d/h et x/h (p = paratonnerre, i = interface)	$E_p > E_i$ sauf pour: d/h=1 et x/h=3
$E_p > E_s$ sauf pour : d/h=1 pour tout x/h d/h=2 et x/h>2 d/h=3 et x/h>3 d/h=4 et x/h>5 (s = sol)	$E_p > E_s$ sauf pour : d/h = n et x/h<n n=2,3,.....,6
$E_s > E_i$ pour tout d/h et x/h	$E_s > E_i$ sauf pour : x/h > 2 et d/h > 5.

**Tableau I.2 :** Tige comprise entre l'interface et la protection [14]

### I.10.3. Zone d'attraction d'un paratonnerre vertical dans le cas d'une terre discontinue

Dans le but d'étudier l'influence de la discontinuité du sol sur le point d'impact de la foudre A. Chouchou [15], a utilisé le modèle expérimental représenté sur la figure (I.11).



**Figure (I.11) :** Modèle expérimental étudié par A.Chouchou [15]

Ainsi, A. Chouchou [15], a déterminé en premier lieu la zone d'attraction du paratonnerre dans le cas d'un sol parfaitement conducteur.

Pour un sol discontinu, il a distingué deux configurations principales suivant la position du paratonnerre sur la partie haute ou la partie basse de la terre discontinue. Pour ces deux configurations il a étudié le cas où le paratonnerre est situé entre l'interface et l'axe de la tige et celui où l'axe de la tige est situé entre l'interface et le paratonnerre.

Les principaux résultats trouvés dans ce travail, sont résumés dans les points suivants [15]:

L'influence de la discontinuité de la terre sur les zones d'attraction d'un paratonnerre vertical, dépendrait en premier lieu de la position de l'axe de la décharge par rapport à l'interface et au paratonnerre. Ceci serait dû au champ électrique relativement intense au voisinage de l'interface.

Pour toutes les configurations étudiées, l'influence de l'interface des deux parties de la terre discontinue sur les zones d'attraction est plus marquée, lorsque le paratonnerre est situé très proche de l'interface. Par contre, lorsque le paratonnerre est très loin, il n'y a pratiquement aucune influence de l'interface.

Dans le cas où le paratonnerre est situé dans la partie haute de la terre discontinue entre l'axe de la décharge et l'interface, les zones d'attraction sont plus larges que celles définies pour un sol homogène bon conducteur. Cet élargissement dépend de la distance horizontale du paratonnerre par rapport à l'interface. Par contre lorsque la décharge évolue sur

la même partie de la terre dans une zone comprise entre l'interface et le paratonnerre, les zones d'attraction sont plus réduites lorsque ce dernier est très proche de l'interface.

Dans le cas où le paratonnerre est situé sur la partie basse de la terre discontinue, l'influence de la discontinuité dépend étroitement du rapport  $h/e$ ,  $h$  étant la hauteur du paratonnerre et  $e$  la profondeur de la partie basse de la terre discontinue ; plus ce rapport est petit, plus la zone d'attraction serait réduite, dans le cas où la décharge de foudre évoluerait entre l'interface et le paratonnerre. Dans les autres cas de configuration le modèle électrogéométrique est pratiquement vérifié.

#### I.10.4. Zone d'attraction d'un paratonnerre horizontal dans le cas d'une terre discontinue

Le modèle proposé par H. Brouri [16] (Figure I.12), est similaire à celui étudié par A. Chouchou [15]. Celui-ci remplace le paratonnerre vertical par un paratonnerre horizontal. Ce dernier est simulé par un fil tendu parallèlement à l'interface. Il est relié à la terre à l'une de ses extrémités.

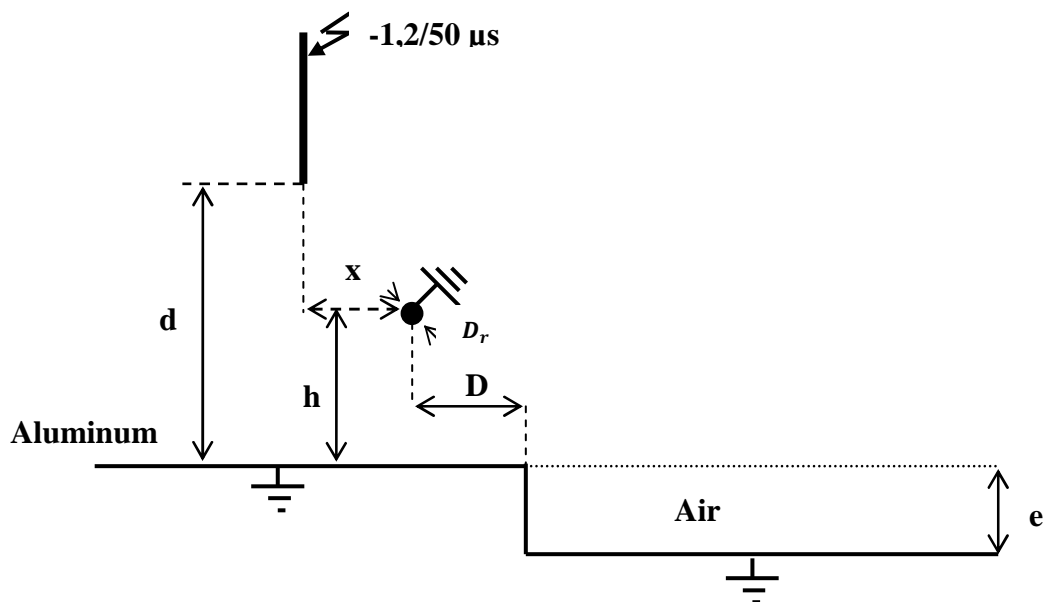


Figure (I.12) : Modèle expérimental étudié par H. Brouri [16]

Ainsi, H. Brouri [16], a déterminé la zone d'attraction du paratonnerre horizontal dans le cas d'un sol parfaitement conducteur et a étudié l'influence de la discontinuité du sol pour différentes configurations, suivant la position du paratonnerre : sur la partie haute ou la partie basse de la terre. L'influence du diamètre du paratonnerre a été aussi étudiée.

De cette étude, ont été tirées les conclusions suivantes [16]:

Indépendamment du type de terre, le diamètre du paratonnerre horizontal a un effet important sur les zones d'attraction. Plus le diamètre du paratonnerre diminue, plus la zone d'attraction s'élargit.

Dans le cas où le paratonnerre est situé entre l'interface et la tige de haute tension, sur la partie haute ou basse de la terre discontinue, les zones d'attraction sont moins larges que celles définies pour une terre homogène conductrice.

Quel que soit le diamètre du paratonnerre horizontal, les zones d'attraction sont moins larges que celles définies pour une terre homogène conductrice lorsque la tige de haute tension est située entre le paratonnerre et l'interface.

Lorsque le paratonnerre horizontal est relativement éloigné de l'interface, les zones d'attraction se confondent avec la zone définie dans le cas d'un sol homogène bon conducteur.

Dans le cas où la tige est située entre le paratonnerre et l'interface, l'écart par rapport à la zone définie par le modèle électrogéométrique est plus prononcé pour la partie basse de la terre discontinue que pour la partie haute de cette terre.

#### I.10.5. Zone d'attraction d'un paratonnerre vertical dans le cas d'une terre mauvaise conductrice

Le modèle expérimentale proposé par R. Belaïcha [15] est représenté sur la figure (I.13), où la terre est constituée d'une couche d'eau distillée de conductivité et d'épaisseur variables, reposant sur un plan conducteur mis à la terre.

Afin d'étudier l'influence de l'épaisseur ( $e$ ) et de la conductivité ( $\sigma$ ) de la terre mauvaise conductrice et la hauteur  $h$  du paratonnerre, des essais ont été effectués à l'aide du modèle expérimental représenté sur la figure (I.13).

Les résultats obtenus montrent que les zones d'attraction sont plus larges que celles données par le modèle électrogéométrique classique. Cet élargissement dépend étroitement du rapport  $h/e$  : plus le rapport est petit plus la zone d'attraction devient large. Il en est de même lorsque la conductivité du sol diminue.

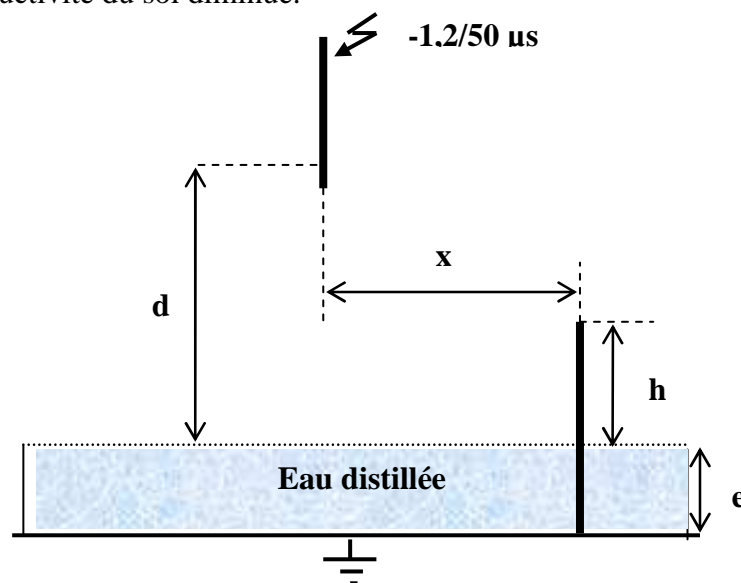


Figure (I.13) : Modèle expérimental étudié par R. Belaïcha [15]



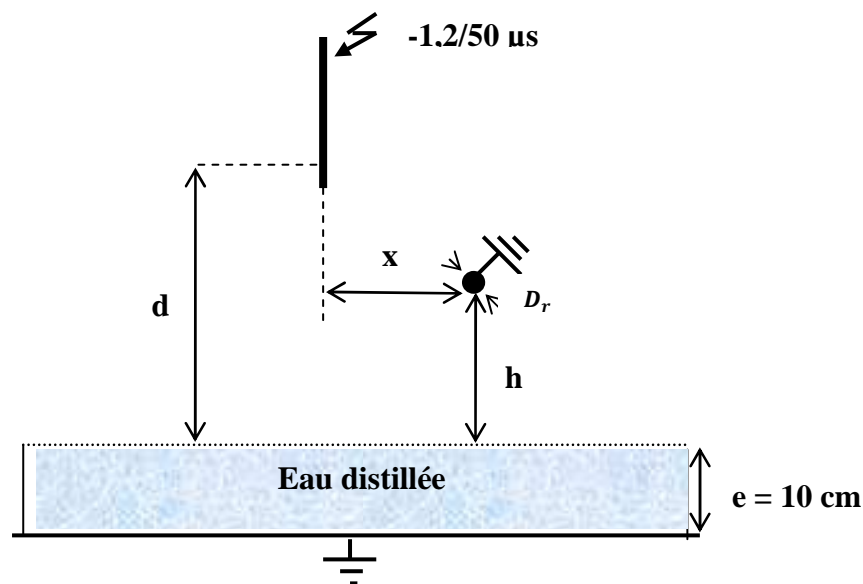
### I.10.6. Zone d'attraction d'un paratonnerre vertical dans le cas d'une terre mauvaise conductrice

A. Rahmani [17], a utilisé le même modèle exploité par R. Belaïcha [15] en remplaçant le paratonnerre horizontal par un paratonnerre vertical (Figure I.14).

Dans sa recherche, A. Rahmani [17], étudie l'influence du rayon de courbure du paratonnerre dans les deux cas de terres bonne et mauvaise conductrices et l'influence de la conductivité sur les zones d'attraction.

Les résultats ressortant de cette recherche permettent de conclure que :

- Plus le rayon de courbure du paratonnerre horizontal diminue, plus les zones d'attraction augmentent,
- Les zones d'attraction sont d'autant plus petites que la conductivité du sol augmente. Elles tendent alors vers celles définies par le modèle électrogéométrique classique (sol parfaitement conducteur) et confirment ainsi les résultats présentés dans le cas du paratonnerre vertical.



**Figure (I.14) :** Modèle expérimental étudié par A.Rahmani [17]

## **I.11. CONCLUSION**

La foudre est un phénomène naturel aléatoire dont le champ joue un rôle important lors de sa propagation.

Les dangers et dégâts que peut causer la décharge de foudre, nécessitent l'emplacement de dispositifs de protection tel que le paratonnerre, objet de notre étude.

Les travaux effectués au sein du laboratoire de Haute Tension de l'ENP, remettent en cause la validité du modèle électrogéométrique pour un sol hétérogène, discontinu et mauvais conducteur.

# **Chapitre II**

## **Fractales et outils Mathématique**

La foudre est un phénomène aléatoire dont la connaissance de la répartition du champ électrique joue un rôle primordial dans son étude et plus précisément dans la détermination de son point d'impact.

Il est donc indispensable de tenir compte du caractère aléatoire et de la répartition du champ pour simuler sa décharge.

Il est possible aussi de quantifier la décharge de foudre. Pour ce faire, un nouveau concept est introduit, celui des « Fractales ».

Afin d'étudier tous ces concepts, nous subdivisons ce chapitre en trois parties essentielles :

Dans la première nous présentons la notion de « fractales » ainsi que leurs applications dans le domaine des décharges électriques.

Dans la deuxième, nous citerons quelques notions de probabilités nécessaires à la définition du caractère aléatoire de la décharge.

Dans la dernière partie, nous présentons la méthode des éléments finis, qui est l'outil utilisé pour le calcul du champ électrique dans notre étude

## **PARTIE A : les Fractales**

### **II.1. INTRODUCTION**

Cantor avait prouvé [18], à son grand étonnement, qu'il y a « autant » de points dans un intervalle (réel) de longueur  $c$  que dans un carré de côté  $c$ ! Or, partant du principe qu'une ligne est de dimension 1 (dimension Euclidienne) et qu'une surface est de dimension 2 (et un volume de dimension 3), il y a là un sérieux problème nécessitant la remise en question du concept de dimension Euclidienne.

Une nouvelle dimension a été introduite, celle des fractales. Un intérêt énorme a été porté pour l'étude des sujets fractals. Les théories derrière ces phénomènes sont devenues mieux comprises à travers des techniques mathématiques et sont entrain de former la base de l'exploration scientifique. Les caractéristiques essentielles des fractales, tels qu'infinésimal « subdivision et autosimilarité » ont été observés dans de nombreux ensembles générés artificiellement [19].

Les similitudes entre les propriétés de ces ensembles et ceux des phénomènes naturels sont la base des études sur les fractales et leurs applications. L'étude des fractales a été étendu pour comprendre la physique de la décharge de foudre et les rayonnements électromagnétiques provenant de la même source [19].

### **II.2. DEFINITION**

On nomme fractale ou fractal [20] (Figure II.1) (nom masculin moins utilisé), une courbe ou surface de forme irrégulière ou morcelée qui se crée en suivant des règles déterministes ou stochastiques.

En effet, Benoît Mandelbrot (1975) inventa le terme "fractale" pour décrire un type d'objet très différent [21]:

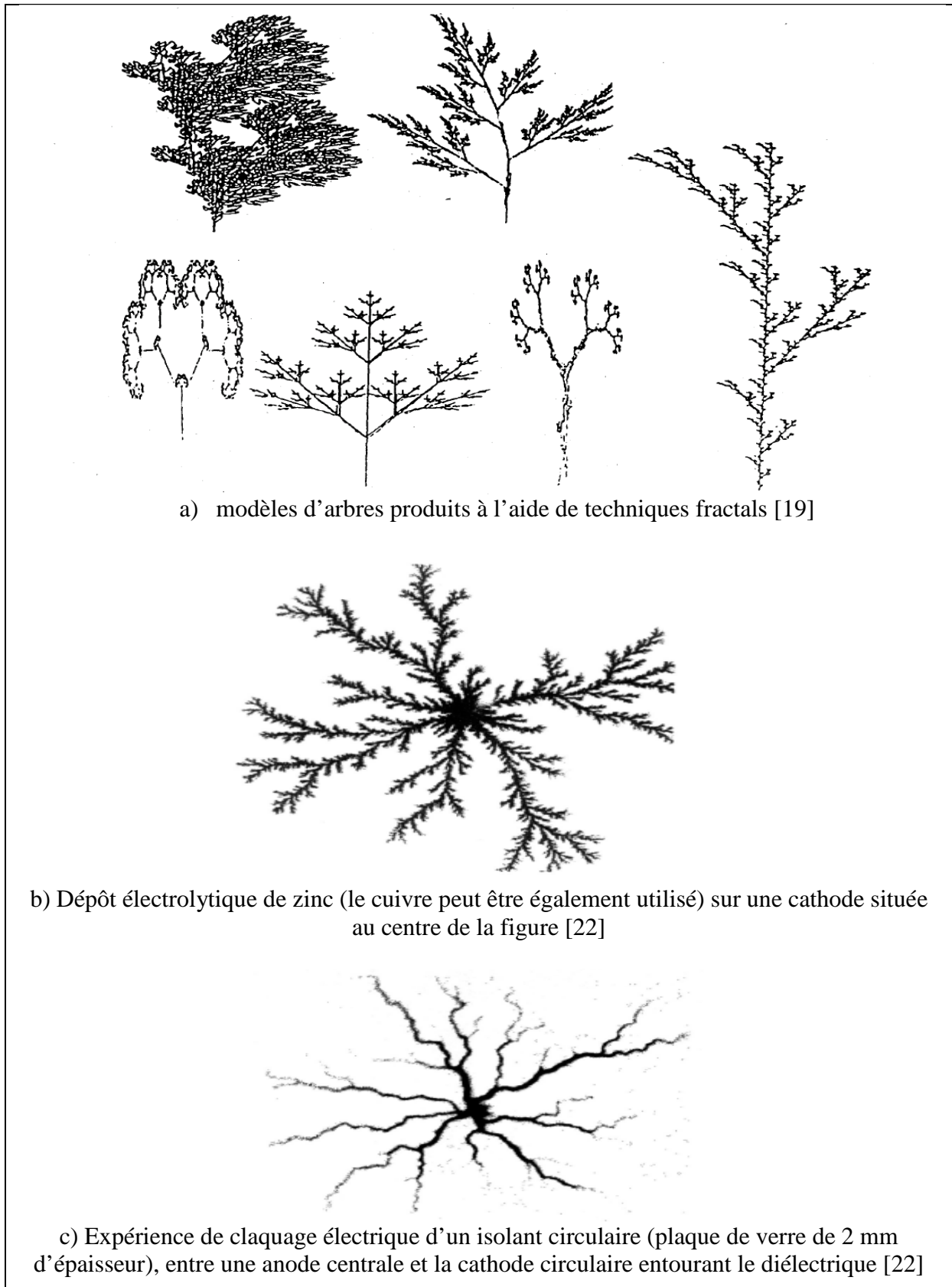
- Un objet qui continue à présenter une structure détaillée
- Sur un grand éventail d'échelles

Ces objets fractals prennent de l'intérêt lorsque les motifs observés se répètent à toutes les échelles d'où l'idée d' « autosimilarité ».

### **II.3. CARACTERISTIQUES D'UN OBJET FRACTAL**

Un objet fractal possède au moins l'une des caractéristiques suivantes [20]:

- il a des détails similaires à des échelles arbitrairement petites ou grandes ;
- il est trop irrégulier pour être décrit efficacement en termes géométriques traditionnels ;
- il est exactement ou statistiquement auto similaire, c'est-à-dire que le tout est semblable à une de ses parties.



**Figure II.1** : Exemples de figures fractales

C'est une métonymie d'une partie pour le tout ; sa dimension d'homothétie (paragraphe II. 3.2) est plus grande que sa dimension topologique ((paragraphe II.3.1). Pour exprimer la chose autrement, un réseau d'irrigation est un déploiement de lignes (« en 1D ») qui offre des caractéristiques commençant à évoquer une surface (« en 2D »). La surface du poumon (« en 2D ») est repliée en une sorte de volume (« en 3D »). De façon imagée, les fractales se caractérisent par une sorte de dimension non-entière.

## II.3. LA NOTION DE DIMENSION

### II.3.1. Dimension géométrique, dimension topologique [23]

La dimension d'un point est 0, celle d'un segment est: 1, pour une surface elle est égale à 2 et pour un volume 3. Il s'agit d'entiers à chaque fois.

Nous remarquons d'autre part que lorsqu'on dilate un objet d'un facteur  $k$ , la longueur est multipliée par  $k$  ( $k^1$ ), pour une aire elle est multipliée par  $k^2$ , et un volume par  $k^3$  : la dimension apparaît en exposant.

A partir d'une idée d'Euclide, on peut définir une « dimension topologique » en utilisant une récurrence :

Le vide est de dimension  $-1$ , si un objet peut être déconnecté (c'est à dire mis en plusieurs morceaux) en lui retirant une partie de dimension  $n$ , on dit que cet objet est de dimension  $n + 1$ .

#### Exemples :

- Un ensemble fini de points est toujours de dimension 0, car il est toujours déconnecté.
- Une droite peut être déconnectée en deux demi-droites en lui retirant un point, elle est donc de dimension 1.
- Un plan est déconnecté en deux demi-plans en lui retirant une droite, il est de dimension 2...

### II.3.2. La dimension d'homothétie

Mandelbrot a défini une notion de dimension qui permet de classer les objets fractals tout en restant en accord avec la dimension topologique classique des objets plus simples [24] :

- Un segment de dimension topologique 1 est la réunion de trois segments de longueur  $1/3$ , ou de quatre de longueur  $1/4$ .
- Un carré de dimension topologique 2 est la réunion de neuf carrés de longueur  $1/3$  ou de seize carrés de longueur  $1/4$ .
- Un cube de dimension topologique 3 est la réunion de vingt-sept cubes de longueur  $1/3$  ou de soixante-quatre cubes de longueur  $1/4$ .

Dans chaque cas, la dimension (notée  $d$ ) est liée au nombre d'éléments constituant (noté  $n$ ) et au rapport d'homothétie  $1/k$  par la relation :

$$n = \left(\frac{1}{k}\right)^d \quad (\text{II.1})$$

Cela permet d'exprimer «  $d$  » en fonction de «  $n$  » et de «  $k$  » grâce aux logarithmes :

$$d = -\log(n) / \log(k) \quad (\text{II.2})$$

### II.3.3. La dimension fractale

La structure d'un fractal est basée sur le concept de l'« autosimilarité », dans lequel une petite partie de la forme représente les caractéristiques de l'objet entier. La dimension fractale est, quand elle existe, la dimension d'homothétie [22]. C'est-à-dire : quand une forme est décrite comme étant constituée de  $N$  sous-groupes de formes, qui sont réduits d'un facteur  $r$ , inférieur à 1 par rapport à la forme d'origine. La structure est caractérisée par une dimension appelée « fractale »  $D_f$  donnée par [19] :

$$D_f = \frac{\log N}{\log \frac{1}{r}} \quad (\text{II.3})$$

## II.4. APPLICATION DES FRACTALES SUR DES ENSEMBLES MATHÉMATIQUES

### II.4.1. Graphique triadique de VON KOCH

Ce graphique est aussi appelé « graphique en flacon de neige », il a été initialement proposé en 1904 et c'est l'exemple standard utilisé pour montrer que le graphique auto-similaire peut avoir une dimension fractale.

Sa construction est donnée par un processus itératif (Figure II.4) ; à partir d'un segment de longueur unitaire  $L(1)=1$  appelé « l'initiateur » (0<sup>ème</sup> génération de graphique de Koch) que l'on divise en trois, on remplace la partie centrale par deux segments égaux qui forment un triangle équilatéral. Ainsi nous obtenons la 1<sup>ère</sup> génération qui présente quatre segments ( $N=4$ ) où [25] :

La longueur de chaque segment  $\delta = \frac{1}{3}$

La longueur de graphique est maintenant  $L(\frac{1}{3}) = 4 \cdot \frac{1}{3}$

Ces quatre segments subissent la même transformation, ce qui nous conduit à la 2<sup>ème</sup> génération constituée de 16 segments ( $n=4^2$ ) de longueur  $\delta = (\frac{1}{3})^2 = 3^{-2}$

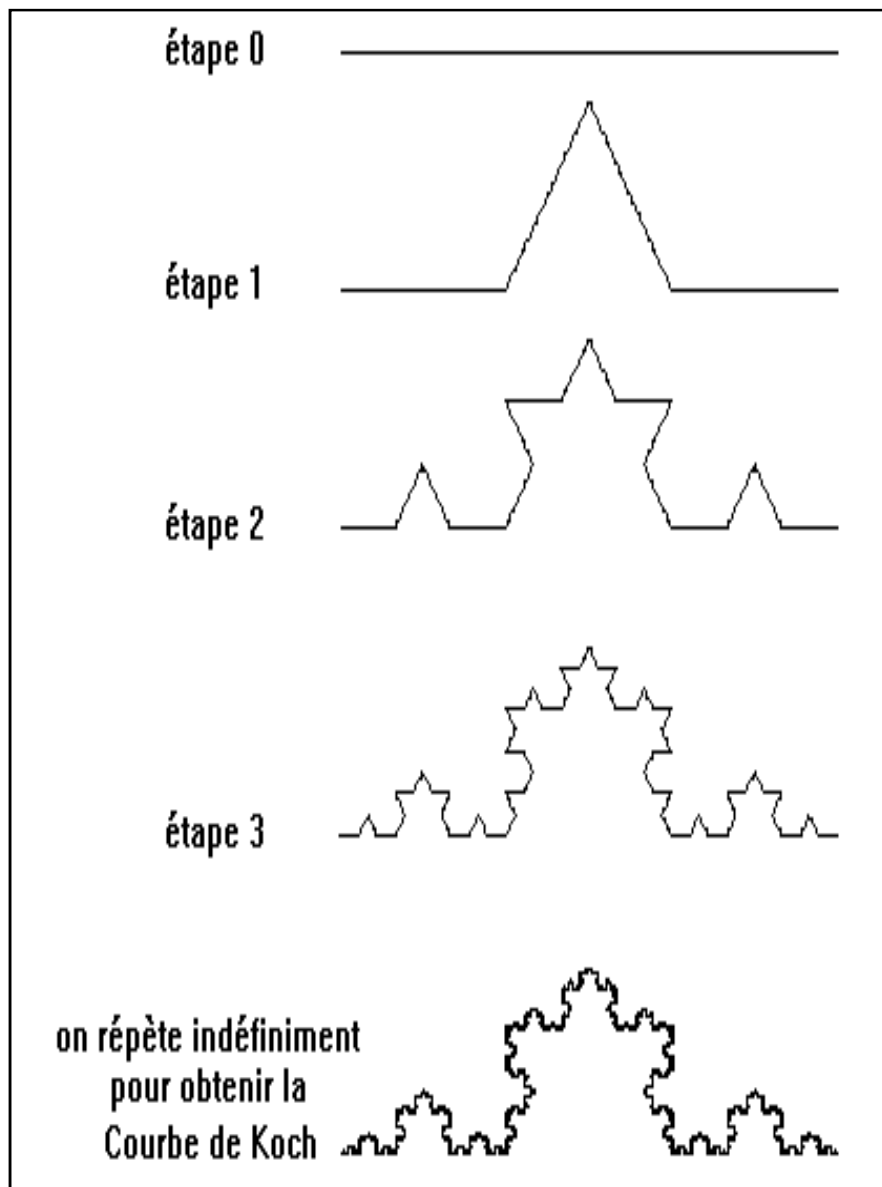


Pour l'itération finale d'ordre  $\alpha$  on aura donc :

$$L(\delta) = (4/3)^\alpha \text{ et } \delta = 3^{-\alpha}$$

Et la dimension fractale sera égale à :

$$D_f = \log 4 / \log 3 = 1,2628 \quad (\text{II.4})$$



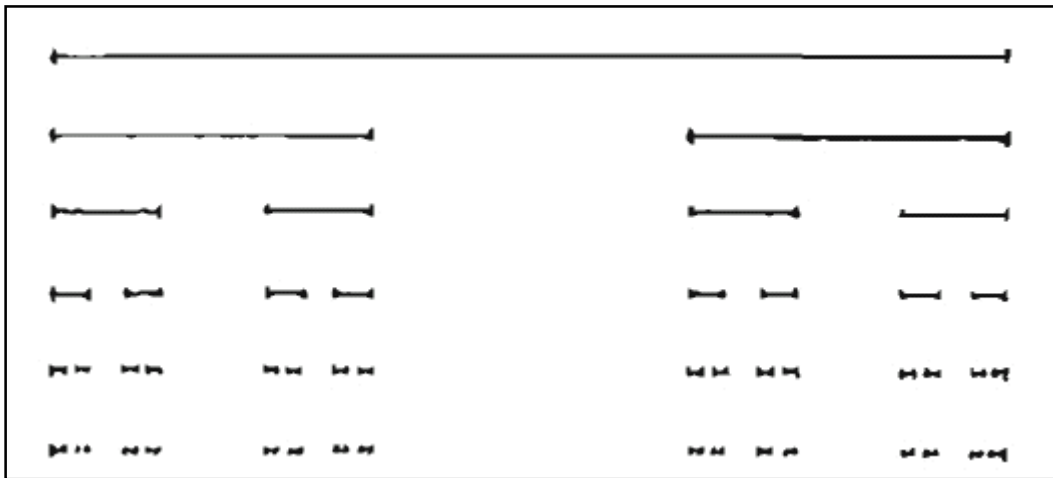
**Figure II.2:** Construction de la courbe fractale de VON KOCH [25]

### II.4.2. Application à l'ensemble de CANTOR

L'ensemble triadique de Cantor (Figure II.3) s'obtient de la façon suivante [26]: nous partons du segment  $[0, 1]$  dont on ôte le tiers central  $]1/3, 2/3[$ . nous recommençons le même procédé sur les deux segments restants et on itère indéfiniment le processus.

En conclusion on posera :

$$D_f = \frac{\log 2}{\log 3} = 0,6309 \quad (\text{II.5})$$

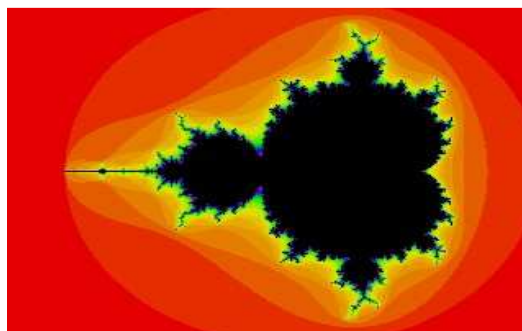


**Figure II.3** : Construction de l'ensemble triadique de CANTOR [26]

### II.4.3. Ensemble de MANDELBORT

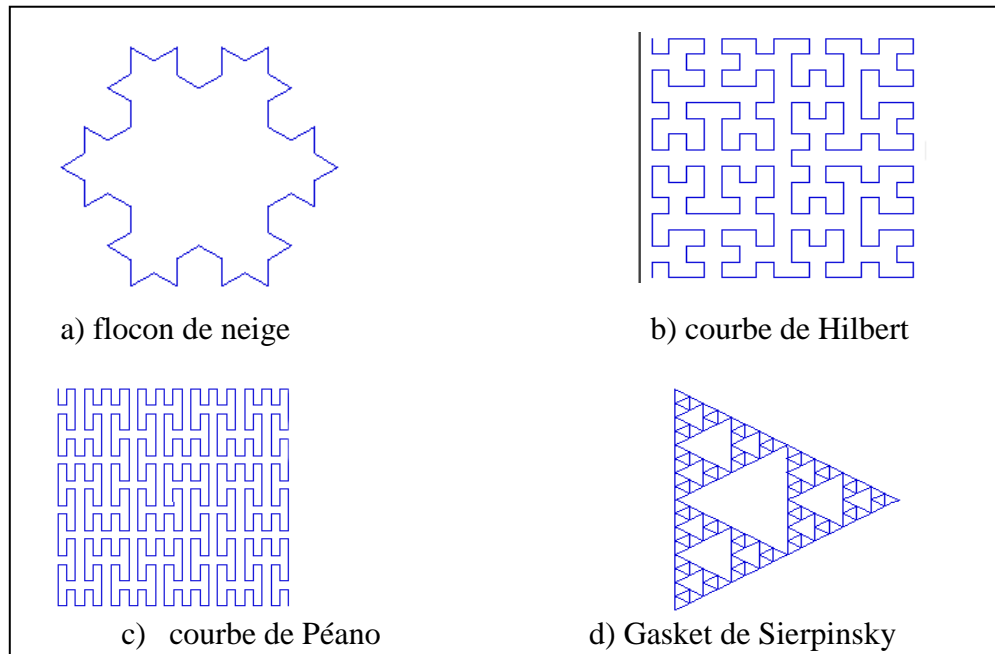
Cet ensemble, découvert en 1981, est considéré comme le fractal le plus complexe et qui est encore au cœur des recherches, il n'est pas auto-similaire (figure II.4) [20].

Sa définition se base sur la divergence d'une équation récurrente définie dans le plan complexe [20].



**Figure (II.4)** : L'ensemble de MANDELBORT [20]

Il y a aussi d'autres courbes dont les noms sont assimilés aux nombreux mathématiciens. Parmi les noms célèbres, on trouve le suédois Helge Von Koch ( 1870-1924 ) auquel on doit la courbe « flocon de neige » ( figure II.5.a ), David Hilbert ( 1862-1943 ) ( figure II.5.b ), l'italien Giuseppe Peano ( 1858-1932) avec sa courbe « space-filling » ( figure II.5.c ) et le polonais Waclaw Sierpinsky ( 1882-1969 ) et son « gasket » ( figure II.5.d ) [20].



**Figure (II.5) :** D'autres courbes des mathématiciens [20].

## II.5. APPLICATION DES FRACTALES AUX DECHARGES ELECTRIQUES [27]

Depuis que B.B. Mandelbrot a avancé le concept de la fractale au milieu des années 70, la recherche sur la théorie des fractales est devenue un sujet d'actualité.

Sawada et al ont, peut être, été les premiers à introduire le modèle stochastique pour décrire les ramifications des décharges électriques. Ils ont affecté un facteur de priorité arbitraire à la progression de la tête de la décharge électrique. Cependant, ce modèle a produit des figures à dimension fractale égale à la dimension Euclidienne. Ceci n'a rien d'anormal, puisque la tête des décharges, aussi bien à l'intérieur de la structure qu'à sa périphérie, ont la même probabilité de progression.

En 1984, dans un travail d'investigation, Niemeyer et al ont utilisé la théorie des fractales en élaborant un modèle maillé dit modèle fractal, en treillis, des décharges électriques radiales dans les gaz. Dans ce modèle, la probabilité de progression des décharges est explicitement liée au champ électrique local; c'est ce qu'on appelle aussi modèle NPW (dû à Niemeyer, Pietronero et Wiesmann).

En 1986, Wiesmann et Zeller ont introduit plusieurs paramètres du champ électrique au modèle NPW et ont effectué quelques recherches concernant le caractère stochastique des décharges surfaciques (à 2 dimensions) développant ainsi le modèle WZ.

## II.6. CALCUL DE LA DIMENSION FRACTALE DE LA DECHARGE ELECTRIQUE

Depuis des années, le calcul de la dimension fractale de la décharge électrique a fait l'objet de plusieurs travaux et investigations, et chaque expression déduite était spécifique au modèle dont elle faisait partie (NPW Model, FFC Model...etc.), donc l'absence d'une expression unifiée de la dimension fractale ne permet pas d'utiliser n'importe quelle expression.

Les figures usuelles (graphique triadique de Van Koch, triangle de Sierpinsky, l'ensemble de Mandelbrot...etc.) possèdent un processus de développement uniforme, à qui on ajoute la même forme de générateur pour chaque itération. Les décharges électriques ont un processus de développement irrégulier. Le nombre de branches en fonction du pas n'est pas linéaire. Donc la dimension fractale au cours d'une décharge varie pour chaque pas, d'où l'utilité d'un calcul itératif de cette dimension. On appelle cette dernière la « multi fractale ».

A l'Ecole Nationale polytechnique, Z.Djemai [27] effectua une étude dans le but d'étudier les caractéristiques du phénomène de claquage diélectrique par ses propriétés fractales, en introduisant un modèle maillé approprié qu'il a traité par simulations numériques. Celui-ci a considéré un maillage carré (Figure II.6) dans lequel le point central représente une électrode alors que l'autre électrode est représentée par le cercle dont le diamètre est suffisamment grand.

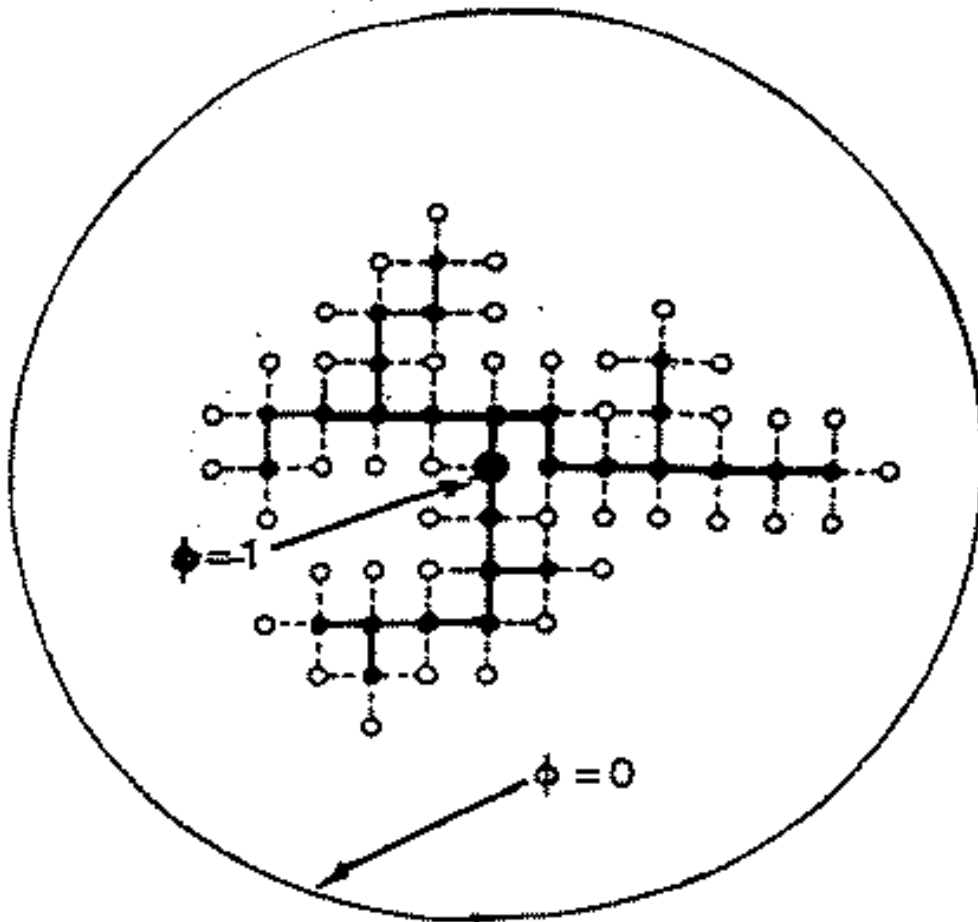
Dans le modèle de Djemai, la dimension fractale est donnée par la relation [27]:

$$D_f = - \frac{d \log (NBR)}{d \log (R)} \quad (II. 6)$$

Où :

NBR est le nombre de branches.

R est le rayon dans lequel évolue la décharge.

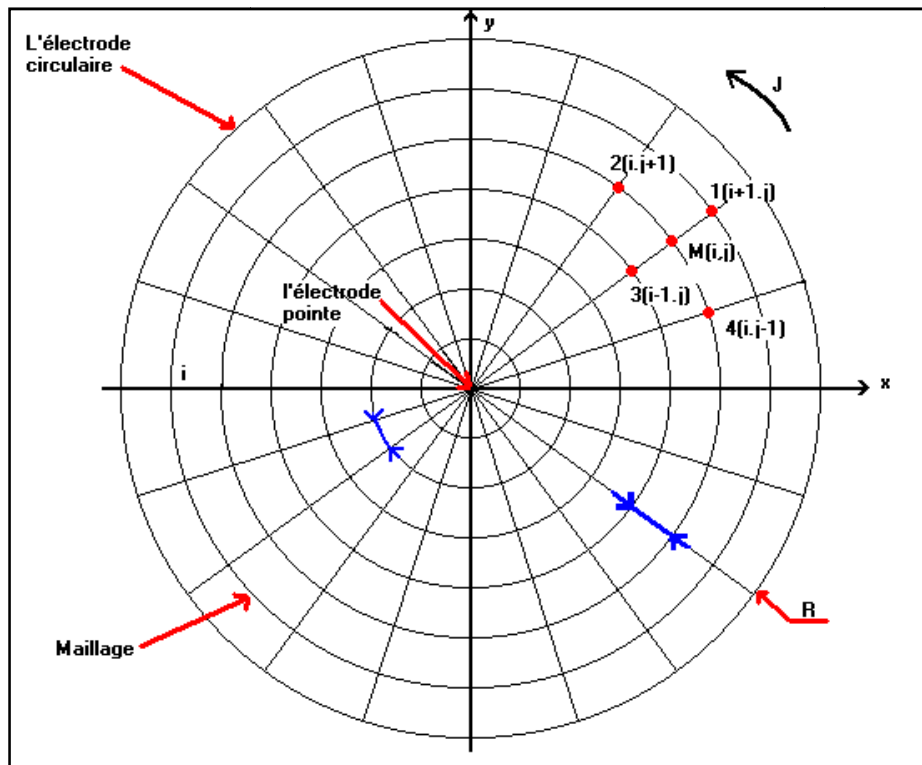


**Figure II.6:** Modèle de Djemai illustrant la simulation d'une décharge électrique [27]

En remplaçant les rayons dans lesquels évoluent les décharges par le nombre d'itérations ( $L$ ) qui permettent à la décharge électrique d'avancer, la dimension fractale représentera la pente des nœuds des courbes  $f(\log(NBR)) = f(\log(L))$ .

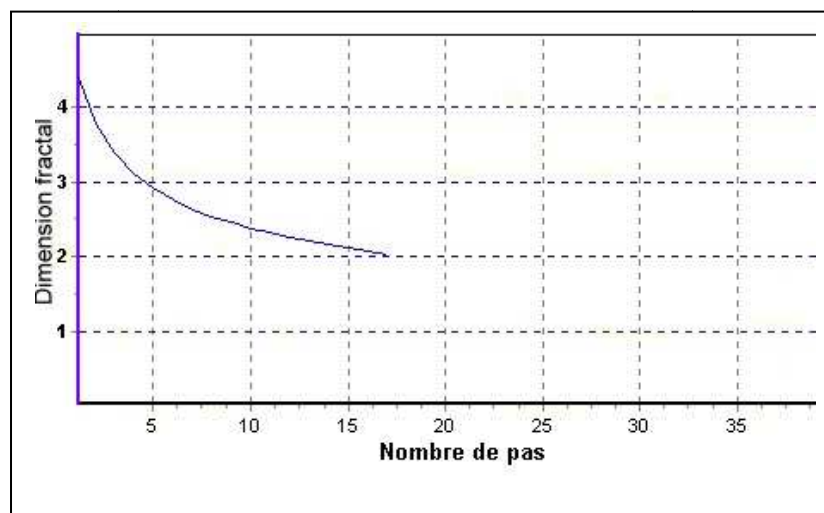
D'importants résultats ressortent de cette recherche, comme celle, de la possibilité de déterminer le nombre ainsi que la longueur totale des décharges dans un rayon donné, en connaissant leur dimension fractale. Cependant, les formes de décharge en réalité, sont différentes de celles élaborées dans le modèle de Djemai (maillage carré).

En effet, pour le calcul de la dimension fractale de la décharge, Hami et Kahoul [28] ont adopté un maillage semi régulier ( $\Delta\theta$  et  $\Delta r = \text{cste}$ ) où  $\Delta\theta$  est le pas angulaire et  $\Delta r$  est le pas radial (Figure II.7).



**Figure II.7 :** maillage adoptée pour la décharge (modèle de Hami et Kahoul) [28]

L'exploitation de ce modèle par l'approche de Djemai, a donné des résultats de dimensions fractales erronés (figure II.8), dépassant largement la valeur de 3.

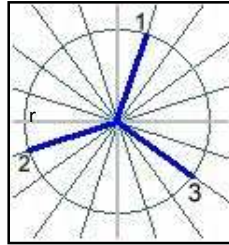


**Figure (II.8) :** la courbe de la dimension fractale par l'approche de Djemai [28].

Sachant que les décharges peuvent être assimilées à des figures self similaires, et à partir d'une approche directe faite avec le développement du graphique triadique de Von Koch. Hami et Kahoul ont pu développer une nouvelle expression de la dimension fractale en fonction du pas basée les démarches suivantes :

- 1- Initialement et malgré l'importance du nombre de branches générées par l'électrode pointe, ils supposent que le nombre de branches responsables de toutes les décharges est au nombre trois. Et la longueur de chaque branche comme l'indique la figure (II.9) est :

$$\text{lon}_1 = \text{lon}_2 = \text{lon}_3 = r \quad (\text{II. 7})$$



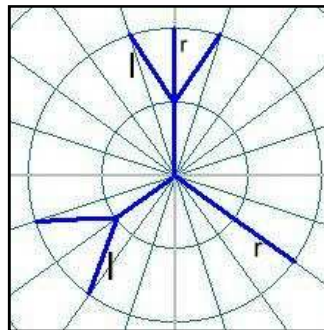
**Figure (II.9) :** Premier pas de la décharge [28]

- 2- A partir du deuxième pas, chacune de ces trois branches génère au maximum trois autres branches (figure II.10). Et leurs longueurs deviennent:

$$\text{lon}_1(2) = \text{lon}_1(1) + 2l + r \quad (\text{II. 8})$$

$$\text{lon}_2(2) = \text{lon}_2(1) + 2l + r \quad (\text{II. 9})$$

$$\text{lon}_3(2) = \text{lon}_3(1) + r \quad (\text{II. 10})$$



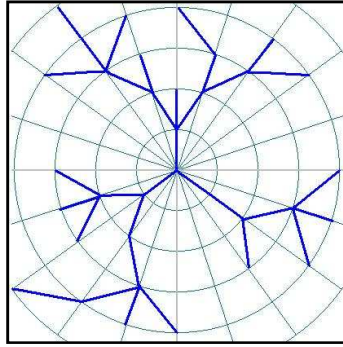
**Figure (II.10) :** Deuxième pas de la décharge [28]

- 3- Pour le  $N^{\text{ème}}$  pas, ils obtiennent les dernières branches. (Figure II.11), leur longueur sont :

$$\text{lon}_1(n) = \text{lon}_1(n-1) + r \quad (\text{II. 11})$$

$$\text{lon}_2(n) = \text{lon}_2(n-1) + l \quad (\text{II. 12})$$

$$\text{lon}_3(n) = \text{lon}_3(n-1) + 0 \quad (\text{II. 13})$$



**Figure (II.11) :** N<sup>ème</sup> pas de la décharge [28]

Pour chaque pas :

$$\text{lon}(i) = \text{lon}_1(i) + \text{lon}_2(i) + \text{lon}_3(i) \quad (\text{II. 14})$$

Et la dimension fractale sera :

$$D_f = \frac{\log(\text{Nb}(i))}{\log(\text{lon}(i))} \quad (\text{II. 15})$$

Avec:

Nb(i) : nombre de branches dans le ième pas.

lon(i) : longueur des branches au ième pas.

Une comparaison entre les dimensions fractales finales des décharges obtenues grâce à l'expression que [28] ont mis en œuvre dans (II.15), avec les dimensions fractales des mêmes figures calculées à l'aide d'un logiciel de traitement d'images spécialisé, donne des différences ne dépassant pas les 5%.

## II.7. CONCLUSION

Un grand intérêt a été et reste porté aux objets fractals, notamment dans le domaine des décharges électriques.

L'exploitation de Djemai à l'expression de la dimension fractale dans le cas d'une décharge électrique, a laissé les portes grandes ouvertes devant d'éventuelles recherches, qui ont amélioré le modèle élaboré par ce chercheur, et obtenu une formule qui donne des résultats proches de ceux d'un logiciel de traitement d'image.

Cette nouvelle formule, sera exploitée dans notre étude.



## PARIE B : Notions de probabilités

### II.8. INTRODUCTION

Les probabilités sont apparues progressivement à partir du XVIIe siècle, mais elles n'ont vraiment trouvé la formulation mathématique susceptible de leur donner toute la clarté et toute leur puissance que depuis sept décennies environ [29].

De nos jours, les probabilités interviennent dans tous les domaines d'application ; ces domaines peuvent être aussi variés que le calcul de structures, la théorie du signal, l'optimisation et le contrôle des systèmes, l'imagerie médicale et même dans les décharges électriques.

En effet, les décharges électriques adoptent des parcours imprévisibles et jamais identiques [1], laissant intervenir ainsi, des équations et des lois probabilistes.

### II.9. VARIABLE ALEATOIRE

Une variable aléatoire est une fonction définie sur l'ensemble des résultats possibles d'une expérience aléatoire, telle qu'il soit possible de déterminer la probabilité pour qu'elle prenne une valeur donnée ou qu'elle prenne une valeur dans un intervalle donné. A l'origine, une variable était une fonction de gain, qui représentait le gain obtenu à l'issue du résultat d'un jeu. Les variables aléatoires sont très utilisées en théorie des probabilités et en statistiques. Dans les applications, les variables aléatoires sont utilisées pour modéliser le résultat d'un mécanisme non-déterministe ou encore comme le résultat d'une expérience non-déterministe qui génère un résultat aléatoire. Une variable aléatoire est donc un élément aléatoire à valeurs dans l'espace  $\mathbb{R}$  des nombres réels [30]. La variable aléatoire continue  $X$ , est une variable appartenant à un domaine continu  $A$   $[a, b]$ .

### II.10. DENSITE DE PROBABILITE D'UNE VARIABLE ALEATOIRE CONTINUE

Soit  $X$  une variable aléatoire appartenant à l'intervalle  $[a, b]$  où  $a$  et  $b$  sont deux valeurs réelles. La densité de probabilité de n'importe quelle variable aléatoire continue  $X$  est constante, car quelque soit la valeur de  $X$ , elle n'apparaît qu'une seule fois dans  $[a, b]$ , quelque soit  $[a, b] \in \mathbb{R}$ .

Soit  $X$  une variable aléatoire à valeurs dans  $\mathbb{R}$ , et  $f_x$  une densité de probabilité sur  $\mathbb{R}$ . On dit que  $X$  est une variable aléatoire continue de densité  $f_x$  si pour tout intervalle  $A$  de  $\mathbb{R}$  on a [29]:

$$P[X \in A] = \int_A f_x(x) \cdot dx \quad (\text{II. 16})$$

$P(x)$  : La fonction de répartition des probabilités, elle est appelée aussi la loi de la variable aléatoire  $X$ , et est une loi continue de densité  $f_x$ .

Donc une variable aléatoire continue  $X$ , de densité  $f_x$ , tombe entre  $a$  et  $b$  avec une probabilité égale [29]:

$$P[a < X < b] = \int_a^b f_x(x) \cdot dx \quad (\text{II.17})$$

Générer une variable aléatoire  $X$  à valeurs dans l'intervalle  $[a, b]$ , revient à choisir au hasard une variable aléatoire  $X$ , de densité  $f_x$ , de cet intervalle. La valeur de cette variable aléatoire est liée à la nature de la distribution des densités de probabilités, il existe plusieurs lois de variables aléatoires. Nous citerons ci après, les plus utilisées pour l'étude de la décharge électrique.

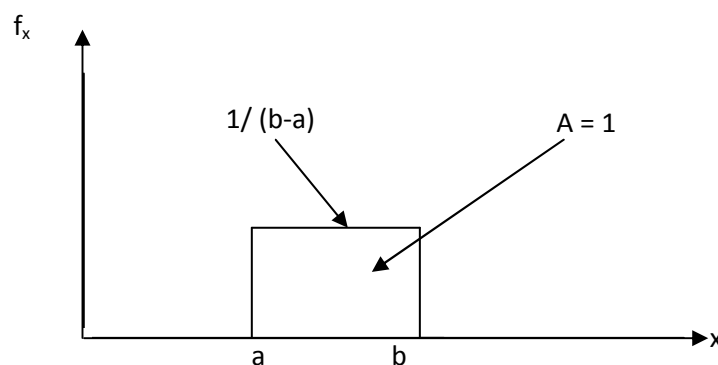
## II.11 LOI UNIFORME :

### II.11.1 Définition :

La loi uniforme sur un intervalle  $[a, b]$  est la loi des « tirages au hasard » d'une variable aléatoire  $X$  dans cet intervalle.

La loi uniforme attribue la même densité de probabilité pour chaque valeur possible de  $X$ .  $f_x$  est donc distribuée uniformément sur l'intervalle  $[a, b]$  (Figure II.12) [31]:

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{(b-a)} & \text{si } x \in [a, b] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{II.18})$$



**Figure (II.12) :** la distribution uniforme de  $f_x$  sur l'intervalle  $[a, b]$  [31].

L'aire  $A$  sous la distribution  $f_x$  vaut 1 quelque soit les valeurs  $a$  et  $b$  :

$$A = \int_a^b f_x(x) \cdot dx = P(a < x < b) = 1 \quad (\text{II.19})$$

### II.11.2. Génération de la valeur aléatoire continue X à partir de la loi uniforme

Il est possible de simuler n'importe quelle loi probabiliste à partir de la loi uniforme sur  $[0, 1]$  (de manière plus ou moins efficace). Le premier problème consiste donc à trouver un procédé pour générer des nombres réels compris entre 0 et 1 possédant les propriétés d'une suite indépendante de variables aléatoires uniformes sur  $[0, 1]$ . Cela est obtenu grâce aux générateurs de nombres pseudo-aléatoires [29].

#### Générateurs de nombres pseudo-aléatoires

Les ordinateurs étant de précision finie, une suite de nombres  $x_n$  dans  $[0, 1]$  sera obtenue par une suite de la forme  $\frac{y_n}{N}$  où les  $y_n$  sont entiers entre 0 et  $N$ . Un procédé classique est d'engendrer les  $y_n$  par une formule de récurrence du type [29] :

$$y_{n+1} = ay_n \text{ [modulo } m] \quad (\text{II.20})$$

où  $a$  est un entier et  $m$  un entier assez grand.

Cette procédure donnera toujours  $0 \leq y_n \leq m-1$  et en général la période est plus petite que  $m$ . Si  $a$  et  $m$  sont premiers entre eux, la période est de l'ordre du plus petit entier  $r$  tel que  $a^r = 1 \text{ [mod } m]$ .

Lorsqu'on utilise un calculateur, on construit des nombres pseudo-aléatoires; ils diffèrent des nombres aléatoires du fait que, lorsque le ou les premiers sont arbitrairement choisis, toute la suite est complètement déterminée, la séquence est alors reproductible, ce qui permet de vérifier les programmes dans lesquels ils sont utilisés [29].

## II.12. LOI EXPONENTIELLE

### II.12.1 Définition :

Les lois exponentielles modélisent des durées aléatoires, comme la durée de vie de particules en physique [31].

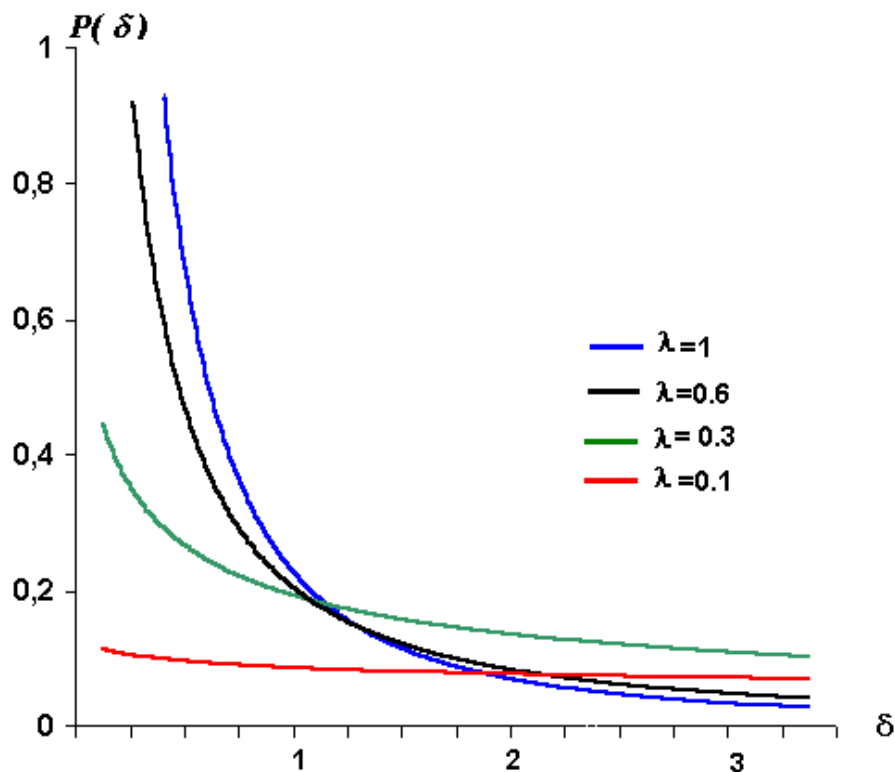
La densité de cette loi est donnée par [31]:

$$f(\delta) = \lambda \exp(-\lambda \delta) \quad \text{avec } \lambda > 0 \quad (\text{II. 21})$$

$\delta$  : La variable aléatoire à générer.

$\lambda$  : Paramètre de la loi exponentielle. Il est spécifique au phénomène physique dont il fait partie, avec  $\lambda$  toujours positif ( $\lambda > 0$ ).

Contrairement à la loi uniforme, La distribution de la densité dans une loi exponentielle n'est pas constante, c'est à dire que chaque variable aléatoire  $\delta$  possède sa propre densité de probabilité, quelque soit  $\lambda$  (figure II.13).



**Figure (II.13) :** Variations de la probabilité d'apparitions de  $\delta$  selon les valeurs de  $\lambda$  [31]

Plus la variable aléatoire  $\delta$  est petite (inférieure à 1), plus sa probabilité d'apparition est grande. Et plus  $\delta$  est grande, plus sa probabilité d'apparition diminue quelle que soit la valeur du paramètre  $\lambda$ .

La diminution de la probabilité d'apparition varie avec la valeur du paramètre  $\lambda$  :

- Si  $\lambda=1$  : la probabilité d'apparition est grande pour des variables aléatoires  $\delta$  comprises entre 0 et 1, et elle diminue rapidement pour des variables aléatoires  $\delta$  plus grandes.
- Si  $\lambda < 1$  : la probabilité d'apparition reste toujours maximale pour des variables aléatoires  $\delta$  comprises entre 0 et 1, mais elle diminue faiblement pour des variables aléatoires  $\delta$  plus grande.

Ce qui donne à toutes les variables aléatoires  $\delta$  des probabilités d'apparitions peu différentes comparées avec celles données pour  $\lambda=1$ .

Si  $\lambda$  est proche de 0, la probabilité d'apparition devient presque uniforme, quelque soit la variable aléatoire  $\delta$ .

### II.12.2. Génération de la valeur aléatoire continue $\delta$ à partir de la loi exponentielle :

Comme pour toutes les lois usuelles, la génération d'une variable aléatoire  $\delta$  à partir de la loi exponentielle nécessite en premier lieu la construction d'un échantillon fictif d'une variable aléatoire  $X$  uniforme entre 0 et 1.

La probabilité d'une variable aléatoire  $\delta$ , de densité  $f_\delta$ , est donnée par [31] :

$$P(\delta) = \int_0^\delta f_\delta(x) dx = 1 - e^{-\lambda\delta} \quad (\text{II. 22})$$

La méthode générale par transformation inverse nous donne [31] :

$$\delta = P^{-1}(X) \Rightarrow X = P(\delta) = 1 - \exp(-\lambda\delta) \Rightarrow 1 - X = \exp(-\lambda\delta) \quad (\text{II. 23})$$

Si on remplace  $X$  par  $1-X$  (ce qui est possible sans conséquence car la distribution uniforme est symétrique [32]), on obtient alors :

$$X = e^{-\lambda\delta} \Rightarrow \delta = -\left(\frac{1}{\lambda}\right) \ln X \quad (\text{II. 24})$$

La Génération de la variable aléatoire continue  $\delta$  à partir de la loi exponentielle  $P(\delta)$  ne peut se faire que par l'intermédiaire d'une variable aléatoire  $X$  uniforme :

$$\delta = -\left(\frac{1}{\lambda}\right) \ln X \quad (\text{II. 25})$$

### II.13. CONCLUSION

La loi uniforme nous permet d'obtenir des variables aléatoires  $X$  qui possèdent la même probabilité d'apparition sur un intervalle  $[0, 1]$ , à partir des algorithmes de génération de nombre pseudo-aléatoires.

A partir de la loi exponentielle, il est possible de générer des variables aléatoires  $\delta$  qui possèdent de forte probabilité d'apparitions quand elles sont petites.

Le taux de diminution de la probabilité d'apparition d'une variable aléatoire  $\delta$  dépend de la valeur du paramètre  $\lambda$ .

Dans notre étude, nous choisissons la loi uniforme comme critère aléatoire de la décharge.

## PARTIE C : Les éléments finis

### II.14. INTRODUCTION

La méthode des éléments finis fait partie des outils de mathématiques appliquées. Il s'agit de mettre en place, à l'aide des principes hérités de la formulation variationnelle, un algorithme discret mathématique permettant de rechercher une solution approchée d'une équation aux dérivées partielles sur un domaine compact avec conditions aux bornes et/ou dans l'intérieur du compact. On parle couramment de conditions de type Dirichlet (valeurs aux bornes) ou Neumann (gradients aux bornes) [32].

Il s'agit donc avant tout de résoudre un problème discrétisé, où grâce à la formulation variationnelle, les solutions du problème vérifient des conditions d'existence plus faibles que celles des solutions du problème de départ.

Dans notre étude, la résolution numérique du potentiel est basée sur cette méthode.

### II.15. METHODE DE CALCUL DU POTENTIEL

La méthode de résolution basée sur les éléments finis comporte les étapes suivantes [33] :

#### II.15.1. Formulation intégrale

Le système d'équations différentielles est substitué par une formulation, qui peut être résolu par la méthode variationnelle, où on remplace le système d'équations à résoudre par une fonctionnelle.

La méthode variationnelle substitue la recherche du minimum d'une fonctionnelle à la résolution directe de l'équation aux dérivées partielles. La méthode s'applique essentiellement aux problèmes pour lesquels on connaît la fonctionnelle, ce sont les problèmes stationnaires tels que l'équation de poisson :

$$\nabla \cdot (\varepsilon \cdot \nabla V) = -\rho$$

Avec :

$V$  : la fonction recherchée,

$\varepsilon, \rho$  : Les caractéristiques physiques du milieu.

En effet, pour les équations décrivant les phénomènes stationnaires, la fonctionnelle à minimiser est l'énergie [14].

\$

### II.15.2. Conditions aux limites

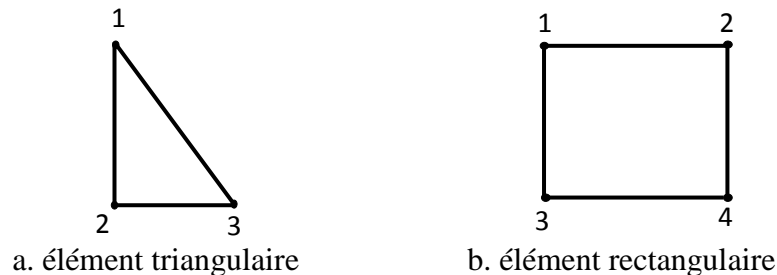
Elles concernent tous les points qui sont sur le bord du maillage (la frontière du domaine). Il y a deux types de conditions aux limites [33]:

- Type DIRICHLET : la valeur de la fonction est connue.
- Type NEUMANN : la dérivée normale de la fonction est nulle.

### II.15.3. Maillage

La première étape d'une résolution en éléments finis consiste à discrétiser le domaine d'étude concerné à l'aide de triangles, de quadrangles, de tétraèdres et autres de telle façon à former un maillage (Figure II.14).

Dans notre étude, le maillage est effectué par des éléments triangulaires



**Figure (II.14)** : Différents types d'éléments de maillage [33].

Le maillage doit contenir toutes les informations utiles lors du traitement de toutes les étapes de calcul. La présentation du maillage doit contenir pour chaque élément les informations suivantes [33]:

- La topologie de l'élément (coordonnées des sommets),
- Le numéro de l'élément,
- La nature physique de sous-domaine que l'élément renferme.
- Les potentiels aux nœuds tout en tenant compte des conditions aux limites et des valeurs imposées.
- Les numéros des nœuds.

### II.15.4. Formulation du potentiel

Considérons un élément fini triangulaire (e) dont les trois sommets sont indiqués par les chiffres 1, 2, 3. Le potentiel approximé sur cet élément sous une forme bilinéaire est  $V^{(e)}$  :

$$V^{(e)}(x,y) = a^{(e)} + b^{(e)}x + c^{(e)}y \quad (\text{II. 26})$$

Où les coefficients  $a^{(e)}$ ,  $b^{(e)}$ ,  $c^{(e)}$  peuvent être calculés en fonction des valeurs du potentiel aux sommets 1, 2, 3 soient  $V_1, V_2, V_3$  :

$$\begin{aligned} V_1 &= a^{(e)} + b^{(e)}x_1 + c^{(e)}y_1 \\ V_2 &= a^{(e)} + b^{(e)}x_2 + c^{(e)}y_2 \\ V_3 &= a^{(e)} + b^{(e)}x_3 + c^{(e)}y_3 \end{aligned} \quad (\text{II.27})$$

Le système d'équation (II.27) est un système de trois équations à trois inconnus dont la résolution donne les solutions suivantes :

$$\begin{aligned} a^{(e)} &= \frac{1}{\det} [(x_2y_3 - x_3y_2)V_1 + (x_1y_3 - x_3y_1)V_2 + (x_1y_2 - x_2y_1)V_3] \\ b^{(e)} &= \frac{1}{\det} [(y_2 - y_3)V_1 + (y_3 - y_1)V_2 + (y_1 - y_2)V_3] \\ c^{(e)} &= \frac{1}{\det} [(x_3 - x_2)V_1 + (x_1 - x_3)V_2 + (x_2 - x_1)V_3] \end{aligned} \quad (\text{II.28})$$

Avec  $\det$  : déterminant du système (II.27)

$$\det = \det \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} = (x_2y_3 - x_3y_2) + (x_1y_3 - x_3y_1) + (x_1y_2 - x_2y_1) \quad (\text{II.29})$$

On remplace les coefficients  $a^{(e)}$ ,  $b^{(e)}$ ,  $c^{(e)}$  dans la relation (II.26) et en mettant chacun des potentiels  $V_1, V_2$  et  $V_3$  en facteur, on obtient :

$$V^{(e)}(x, y) = \phi_1^{(e)}(x, y) \cdot V_1 + \phi_2^{(e)}(x, y) \cdot V_2 + \phi_3^{(e)}(x, y) \cdot V_3 \quad (\text{II.30})$$

Avec

$$\begin{aligned} \phi_1^{(e)}(x, y) &= [(x_2y_3 - x_3y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_3 - x_2)y] / \det \\ \phi_2^{(e)}(x, y) &= [(x_3y_1 - x_1y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_1 - x_3)y] / \det \\ \phi_3^{(e)}(x, y) &= [(x_1y_2 - x_2y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y] / \det \end{aligned} \quad (\text{II.31})$$

$\phi_1^{(e)}$ ,  $\phi_2^{(e)}$  et  $\phi_3^{(e)}$  sont appelées fonctions bilinéaires en  $x$  et  $y$ . On note :

$$V(x, y) = [\phi]^T \cdot [V] \quad (\text{II.32})$$

$$\text{Avec } [V] = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$



### II.15.5. Résolution de Laplacien

La résolution de Laplacien revient à résoudre la formulation variationnelle.

D'après la relation (II.32) la formulation variationnelle s'écrit de sous la forme suivante :

$$F = \frac{1}{2} [V]^T \cdot [M] \cdot [V] \quad (\text{II.33})$$

Afin de minimiser l'énergie, la dérivée de la formulation variationnelle par rapport au potentiel V doit être nulle :

$$\frac{\partial F}{\partial V} = 0 \quad (\text{II.34})$$

$$[M] \cdot [V] = 0 \quad (\text{II.35})$$

Avec [M] qui intervient sous la forme d'une somme intégrale appliquée à chacun des éléments de découpage. Pour les éléments auxquels n'appartiennent pas les nœuds i et j, cette intégrale est nulle.

Dans le cadre de notre travail, nous exploiterons un logiciel de calcul, basé sur la méthode des éléments finis, FEMM (Finite Element Method Magnetics) [34], sous script Lua [35].

### II.16. CONCLUSION

La méthode des éléments finis, s'avère un outil mathématique, souvent utilisé de nos jours pour le calcul du champ électrique. Ce moyen ainsi que des connaissances requises dans le domaine des probabilités et des fractales sont nécessaires pour la reproduction et la quantification de la décharge de foudre.

La combinaison entre les connaissances physiques (phénomènes de décharges de la foudre) et mathématiques (probabilités, calcul de champ électriques, dimension fractales) acquises dans cette recherche, nous permettra dans ce qui suit de réaliser un programme, avec lequel nous déterminerons la zone de protection d'un paratonnerre vertical ainsi que la dimension fractale de la décharge.

# **Chapitre III**

## **Modélisation et Exploitation**

### III.1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous étudions la modélisation numérique de la décharge de foudre dans un environnement protégé par un paratonnerre vertical. Cette modélisation permettra aussi de déterminer la dimension fractale de cette décharge.

Les résultats expérimentaux trouvés dans un travail antérieur [36], nous permettent d'élaborer des modèles avec différents critères de propagation. A la fin de notre étude, nous déterminerons celui qui correspond le mieux à l'expérimentation.

Ce chapitre est subdivisé en trois parties :

Dans la première partie, nous présentons le modèle ainsi que la place de chaque outil mathématique dans la procédure de simulation.

Dans la deuxième, il sera question d'exposer les résultats obtenus pour les différents modèles.

En dernière partie, nous discuterons l'ensemble des résultats obtenus.

Tout au long de notre étude, nous comparerons nos résultats avec ceux obtenus expérimentalement dans un travail antérieur [36].

### III.2. MODELISATION

#### III.2.1. Description du système

Le système étudié (figure III.1) est constitué d'une électrode pointe représentant la tête du traceur de foudre, située à une distance «  $d$  » d'une électrode plane de longueur «  $l$  », représentant le sol.

Un paratonnerre vertical de hauteur «  $h$  » (pris comme axe des  $y$ ) est placé sur l'électrode plane considérée comme axe des  $x$ , à une distance «  $x$  » de l'axe vertical passant par la pointe.

L'ensemble (paratonnerre, plan) est relié à la terre tandis que la pointe est portée au potentiel d'amorçage «  $U_{100\%}$  ».

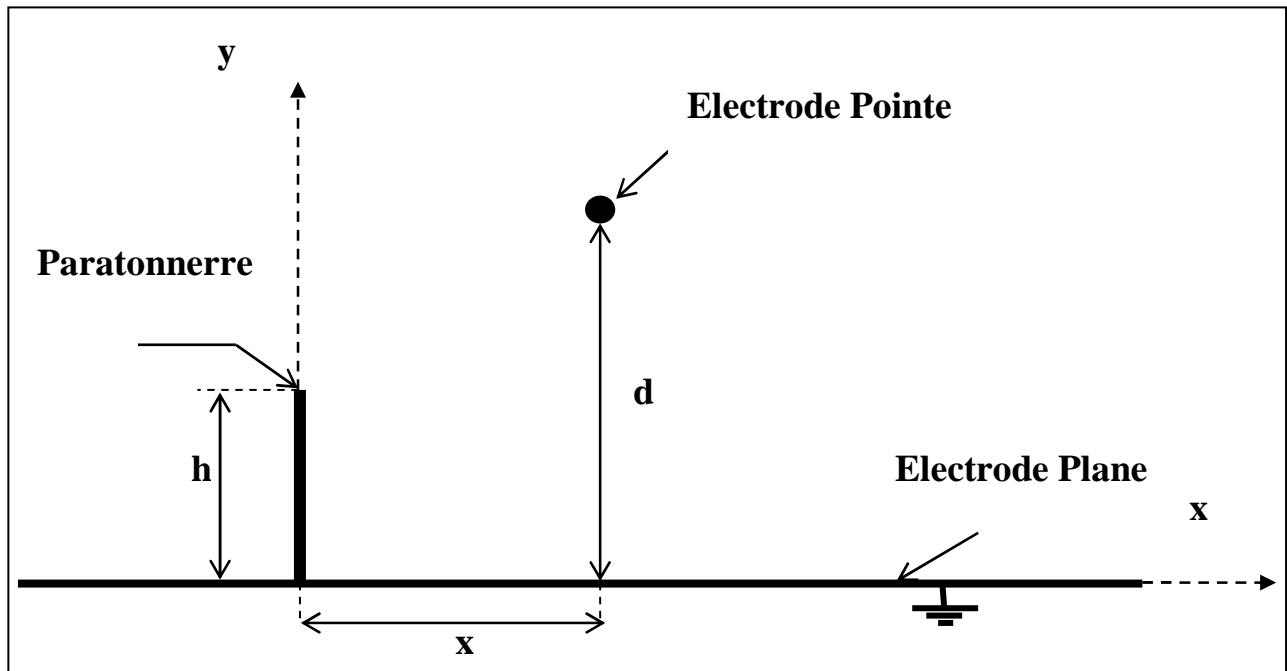


Figure 1: Présentation du système de simulation

### III.2.2. Hypothèses simplificatrices

Avant d'entamer l'évolution de la décharge ainsi que sa probabilité de progression, nous considérons certaines hypothèses:

- Toute l'étude est portée sur la simulation d'un coup de foudre descendant. De ce fait, la décharge démarre de l'électrode pointe et progresse vers l'électrode plane
- La progression de la décharge est aléatoire et se fait des points de champ les plus intenses vers les points de moindre champ.
- La décharge évolue par saut.

### III.2.3 Calcul du champ

#### III.2.3.1. Equations utilisées

Les problèmes électrostatiques, dont fait partie notre travail, étudient le comportement de l'intensité du champ électrique « E » et de la densité du flux électrique (induction électrique) « D ». Il y a deux conditions que ces quantités doivent satisfaire. La première est la forme locale du théorème de Gauss, qui indique que le flux sortant de n'importe quel volume fermé est égal à la charge contenue dans ce volume :

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (\text{III.1})$$

$\rho$  Représente la densité de charges volumique.

La deuxième condition est la forme locale de la loi d'Ampère en boucle, en régime statique :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = \vec{0} \quad (\text{III.2})$$

L'induction et le champ sont également liés par l'intermédiaire du rapport constitutif :

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad (\text{III.3})$$

$\varepsilon$  est la permittivité diélectrique.

En utilisant le potentiel scalaire électrique  $V$ , défini par la relation, le liant avec  $\vec{E}$  comme tel:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V \quad (\text{III.4})$$

Nous pouvons tirer la répartition du potentiel, décrite par la loi de poisson :

$$\Delta V = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (\text{III.5})$$

En négligeant la charge d'espace, et en considérant l'évolution de la décharge dans un plan  $(x, y)$ , l'équation aux différences partielles à résoudre est :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right) = 0 \quad (\text{III.6})$$

### III.2.3.2. Description de l'outil utilisé

L'étude de l'évolution de la décharge dans notre système est réalisée en développant un programme basé sur l'association du logiciel FEMM [34] et du programme LUA script [35]. Grâce à ce dernier outil, nous intégrons toutes les étapes pour simuler l'évolution de la décharge dans un seul programme. Le logiciel FEMM se compose de trois parties :

**Partie Pré-processeur :** dans cette partie, nous introduisons, à l'aide de commandes du LUA script, la géométrie du système étudié, les propriétés des matériaux et les conditions aux limites.

**Partie Processeur :** une commande de LUA s'exécutant sous FEMM (analyse), permet de résoudre les équations de Maxwell appropriées pour obtenir des valeurs du champ désiré dans tout le domaine de solution.

La résolution du potentiel (équation III. 6) est basée sur la méthode des éléments finis.

Afin que cette résolution soit faite, il est indispensable de définir en premier lieu une condition aux limites. Ainsi sur le cercle extérieur à notre système (Figure III.2), nous considérons la composante normale du potentiel comme étant nulle,  $\frac{\partial V}{\partial n} = 0$  (condition aux limites de type Neumann). De cette façon, les frontières n'influent aucunement sur le modèle qui se retrouve ainsi isolé.

En second lieu, nous réalisons un maillage comportant des éléments de forme triangulaires. Celui-ci est serré, à l'intérieur du rectangle entourant le système étudié et comporte des triangles de dimension réduite (Figure III.2). En dehors de ce rectangle, un

deuxième maillage est défini. Celui-ci comporte des triangles de dimension plus grande (Figure III.2).

L'adoption de ces deux modes de maillage nous permet non seulement d'obtenir des valeurs plus précises du champ, mais aussi de diminuer le temps d'exécution du programme.

Finalement, la répartition du champ est déduite de la relation champ-potentiel (III.4).

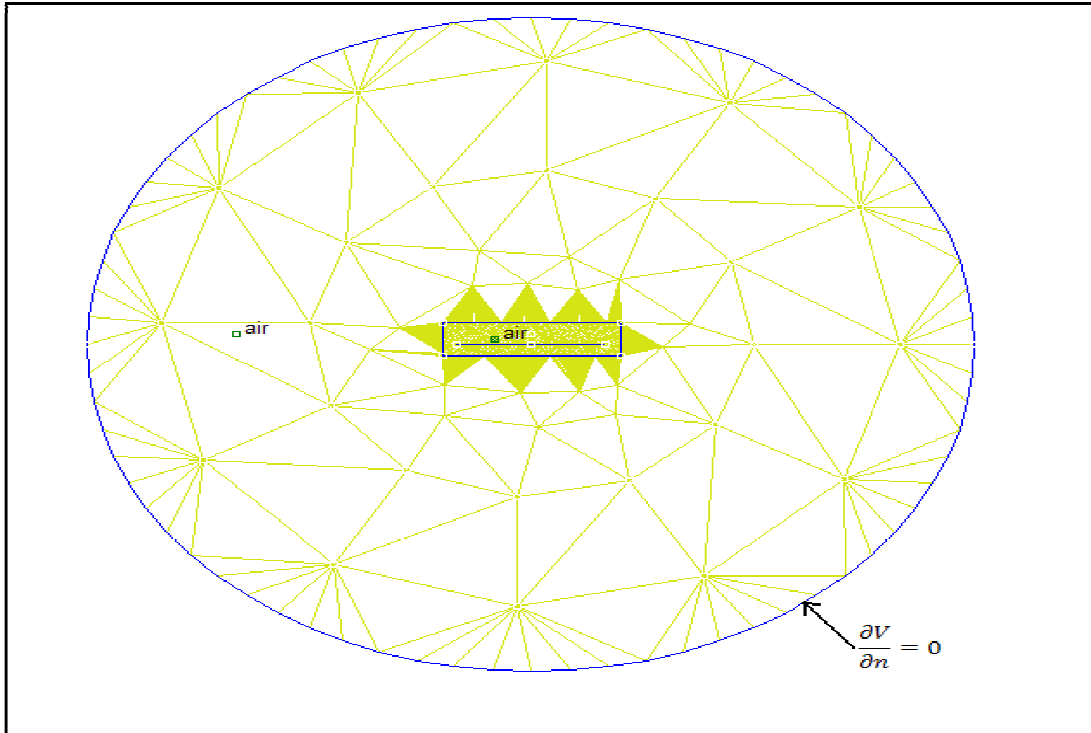


Figure (III.2) : Maillage adopté pour la résolution numérique du potentiel

**Partie post-processeur :** dans cette partie du programme nous simulons les conditions de l'évolution de la décharge en exploitant en particulier les données tirées à partir du Post-processeur de FEMM. Nous calculons aussi la dimension fractale de la décharge.

### III.2.4. Progression de la décharge

Pour simuler l'évolution de la décharge, nous élaborons un second maillage, semi régulier, constitué de NR rayons et de NA angles égaux. Nous choisissons un nombre de divisions angulaires NA égal à 100 tandis que le nombre de divisions radiales NR est déterminé après définition de la distance TTP (entre la tête du traceur « pointe » et le paratonnerre) qui est fonction de la position du paratonnerre (Figures (III.3.a et III.3.b):

$$TTP = \sqrt{(d - h)^2 + x^2} \tag{III.7}$$

Ainsi :

$$NR \begin{cases} d/dr & \text{si } d > TTP \text{ (Figure III.3.a)} & \text{(III.8)} \\ TTP/dr & \text{si } d < TTP \text{ (Figure III.3.b)} & \text{(III.9)} \end{cases}$$

De cette manière, nous donnons à la décharge la possibilité d'atteindre le paratonnerre pour n'importe quelle position « x ».

La décharge démarre de l'électrode pointe et se dirige vers le plan. A chaque saut, le point du bout de la décharge, M (i, j), présente une probabilité de progression aléatoire vers trois points cibles différents (Figures III.3.a, III.3.b) : A (centre), B (gauche), C (droite), d'abscisses matricielles respectives (i+1, j), (i+1, j+1) et (i+1, j-1).

Le critère de propagation de la décharge vers un point cible de coordonnées (i, j), d'intensité de champ E (i, j) est donné par l'équation [27]:

$$E(i, j) > E_{max} * (1 - X_i) \quad (III.10)$$

Où E (i, j) : le champ au point considéré.

E<sub>max</sub> : champ max calculé à chaque saut.

X<sub>i</sub>: Variable aléatoire générée par la fonction random (paragraphe III.2.5)

A chaque pas, de nouvelles branches sont ajoutées à l'ancienne trace, liant ainsi une des extrémités de cette dernière avec les nœuds susceptibles d'être amorcés par la décharge électrique.

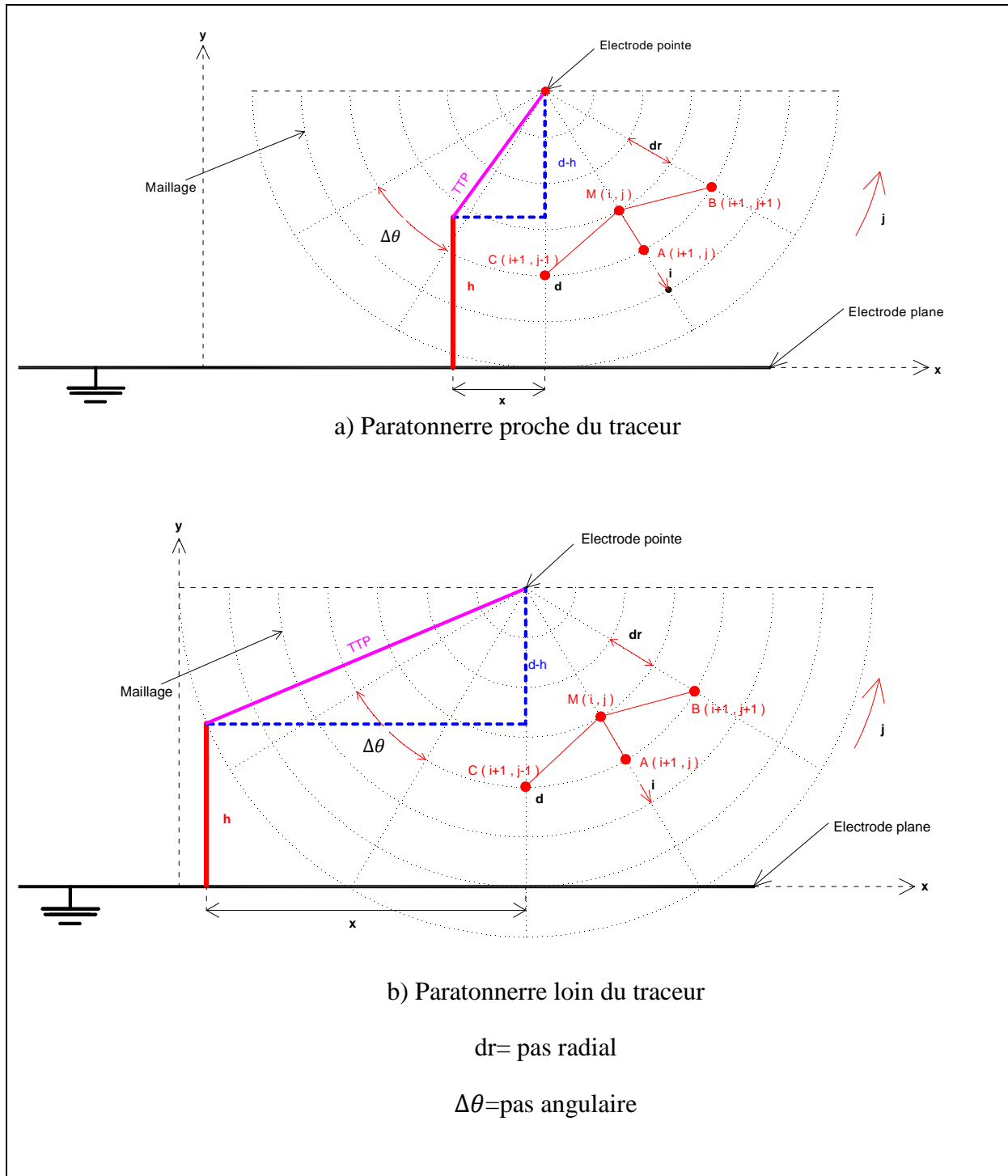


Figure III.3 : Maillage adopté pour la décharge

### III.2.5. Génération de la variable aléatoire

Il est possible de simuler n'importe quelle loi probabiliste à partir de la loi uniforme sur  $[0, 1]$  (de manière plus ou moins efficace). Le premier problème consiste donc à trouver un procédé pour générer des nombres réels compris entre 0 et 1 possédant les propriétés d'une suite indépendante de variables aléatoires uniformes sur  $[0, 1]$ . Cela est obtenu grâce aux générateurs de nombres pseudo-aléatoires [29].



Sans rentrer dans les détails de ces générateurs, ni dans les tests statistiques utilisés pour les admettre, les nombres pseudo-aléatoires fournis par la **fonction RANDOM** des ordinateurs seraient en général excellents pour ce qui est de la répartition uniforme [29]. D'où le choix de cette fonction pour générer la variable aléatoire dans notre programme.

### III.2.6. Dimension fractale

L'image de la décharge électrique peut être quantifiée par sa dimension fractale. Celle-ci représente le rapport entre la surface occupée par la décharge et la surface totale sollicitée à la  $i^{\text{ème}}$  étape de la décharge [36].

L'expression de la dimension fractale, exploitée par Djemai [27] et améliorée par Hami et Kahoul [28], est donnée par la relation suivante :

$$D_f = \frac{\ln(\text{nb}(i))}{\ln(\text{lon}(i))} \quad (\text{III.11})$$

Avec :

$\text{nb}(i)$  : nombre de branches à la  $i^{\text{ème}}$  étape.

$\text{lon}(i)$  : longueur des branches à la  $i^{\text{ème}}$  étape.

Durant son évolution, la décharge change de forme à chaque étape. Sa dimension fractale varie en fonction de cette évolution; on dit que la décharge électrique est multifractale [37]. Dans notre travail, la dimension fractale est calculée à chaque étape d'évolution.

### III.3. EXPLOITATION

Dans ce qui suit, nous exploiterons les résultats expérimentaux obtenus par Djabi et Haboussi [36]. Pour ce faire, nous prenons une distance inter électrodes égale à la distance d'amorçage ( $Da = 10$  cm) et une tension  $U_{100\%} = 252$  kV.

La distance d'amorçage est définie comme étant la distance pour laquelle la probabilité de décharge est maximale (100%).

Notons aussi que pour tout ce qui suit :

- Nous exécutons vingt fois notre programme pour un système pointe plan sans paratonnerre et ce afin de déterminer la probabilité de décharge totale au sol de notre modèle

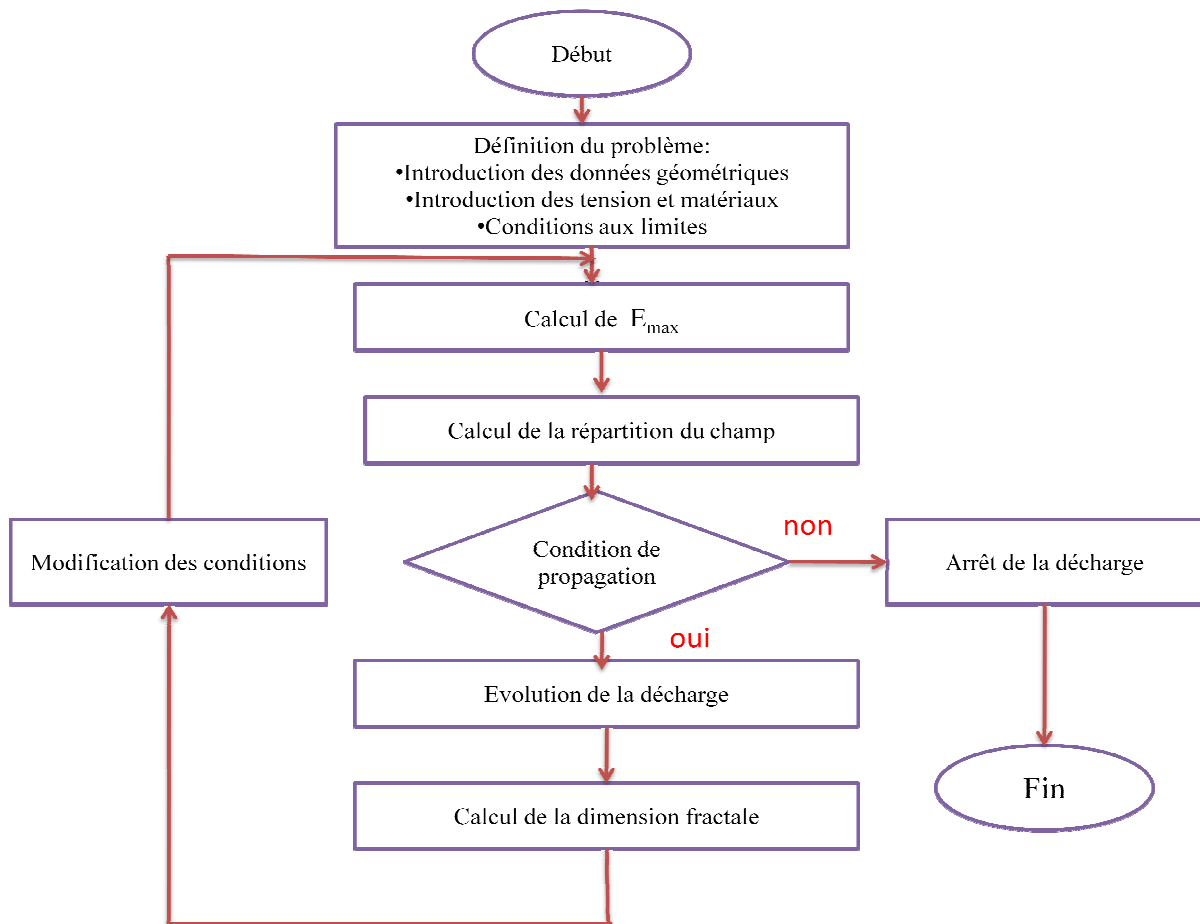
- Afin de déterminer la zone de protection en présence d'un paratonnerre, nous effectuons six essais de simulation pour chaque position de ce dernier.

### III.3.1. Choix de $E_{max}$ comme critère de propagation

Dans ce modèle, nous attribuons la tension  $U_{100\%}$  à l'électrode pointe. Le champ maximal " $E_{max}$ " ainsi que la répartition du champ sont calculés à chaque étape d'évolution de la décharge.

#### III.3.1.1. Organigramme de simulation

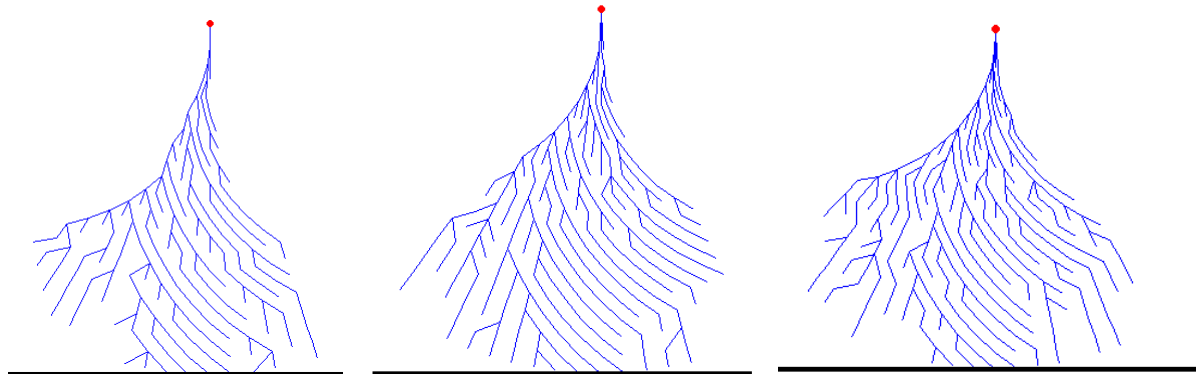
Nous résumons les différentes étapes entreprises lors de la conception de notre programme par l'organigramme de la figure (III.4) :



**Figure (III.4)** : Organigramme de simulation ( $E_{max}$  comme critère de propagation)

### A) Modèle sans chute de tension

Négliger la chute de tension consiste à attribuer à chaque branche rajoutée lors de la progression de la décharge le même potentiel que celui de la pointe. L'exécution de notre programme, pour un système sans paratonnerre, nous donne une probabilité de décharge de 100% (c'est-à-dire que la décharge atteint toujours le sol). De plus, les formes de décharges obtenues sont différentes d'une exécution à une autre. Trois exemples sont illustrés en figure (III.5) :



**Figure (III.5) :** Formes de décharges obtenues pour un système pointe plan (modèle sans chute de tension)

Les différences de formes de décharges obtenues par le programme que nous avons réalisé, reproduisent fidèlement le caractère aléatoire de la décharge électrique.

Notons que Djabi et Haboussi [36] ont obtenu, en utilisant un même modèle, une probabilité de décharge maximale de 85% pour une tension relative de 1V et une distance d'amorçage  $D_a=1\text{cm}$ . Aussi, Sbihi et Khodja [38], ont trouvé une probabilité de décharge maximale de 90%, en utilisant la même tension et distance d'amorçage adoptée pour notre modèle. Ces deux travaux utilisent la loi exponentielle comme caractère aléatoire de la décharge.

L'obtention d'une probabilité de 100% dans nos essais nous permet de dire que notre modèle est fidèle à l'expérimentation.

#### III.3.1.2. Détermination de la zone de protection du paratonnerre

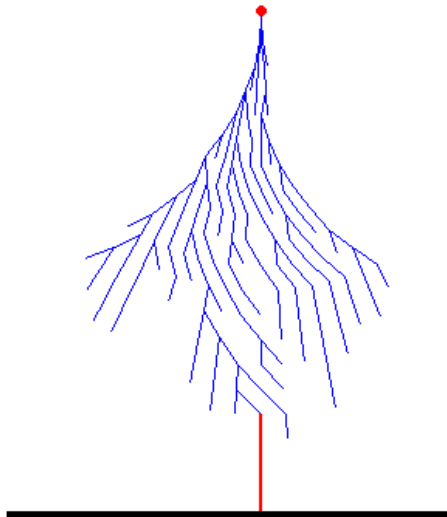
Définir la zone de protection d'un paratonnerre revient à déterminer le point d'impact du traceur de foudre en fonction de la position du paratonnerre.

Nous considérons que le paratonnerre joue son rôle de protecteur, lorsqu'il constitue le point d'impact de la décharge. Dans le cas contraire, la terre sera le point d'impact.

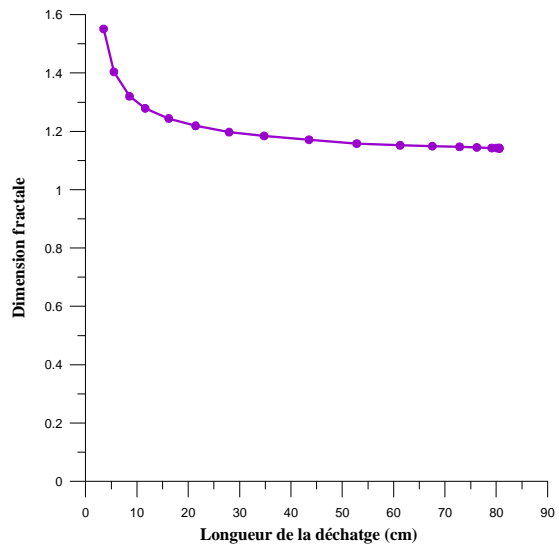
Afin de déterminer la zone de protection, nous introduisons un paratonnerre de hauteur « h ». Pour chaque position de ce dernier, nous définissons le point d'impact de la décharge et calculons la dimension fractale de cette décharge à chaque étape d'évolution.

Nous présentons les formes de décharges pour deux hauteurs du paratonnerre  $h = 0.2$  Da et  $0.3$  Da sur les figures (III.6.a – III.15.a) et (III.16.a- III.23.a) respectivement.

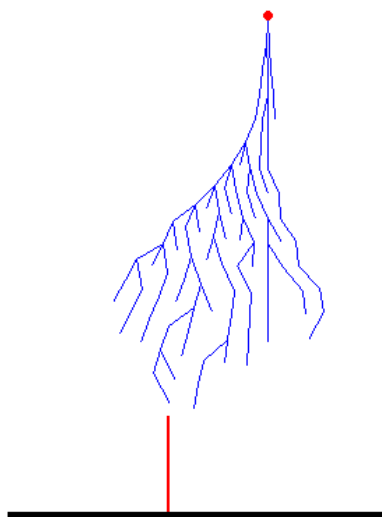
Aussi, la variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour ces deux hauteurs est illustrée sur les figures (III.6.b – III.15.b) et (III.16.b- III.23.b) respectivement.



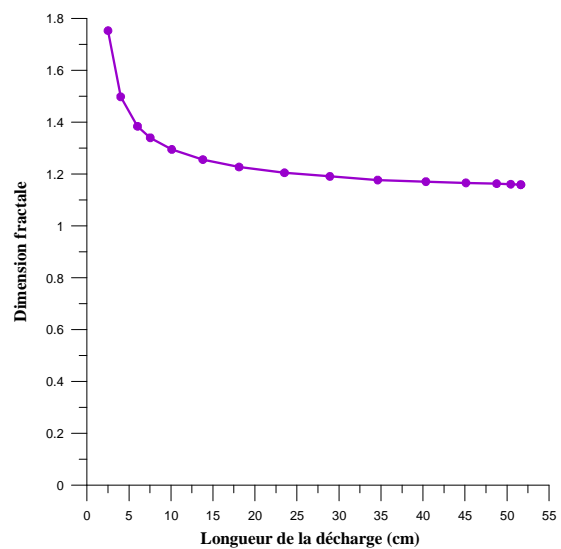
**Figure (III.6.a):** Forme de la décharge pour  $x=0$  Da et  $h=0.2$  Da



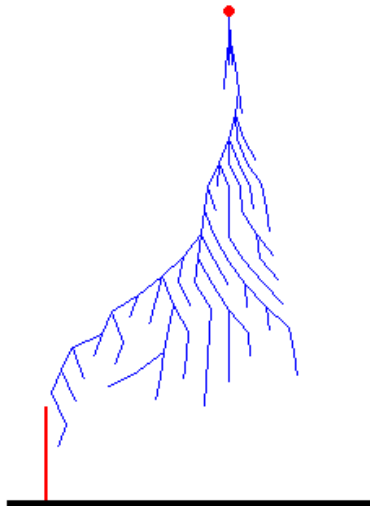
**Figure (III.6.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.6.a)



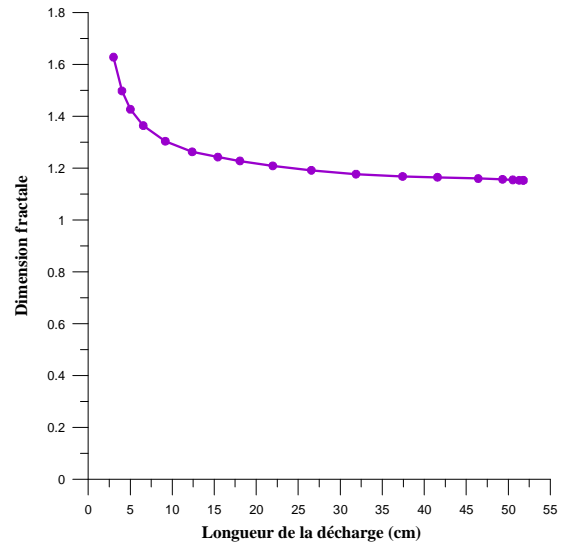
**Figure (III.7.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.2$  Da et  $h=0.2$  Da



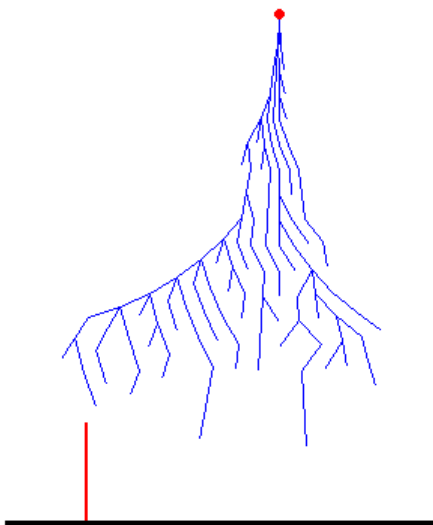
**Figure (III.7.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.7.a)



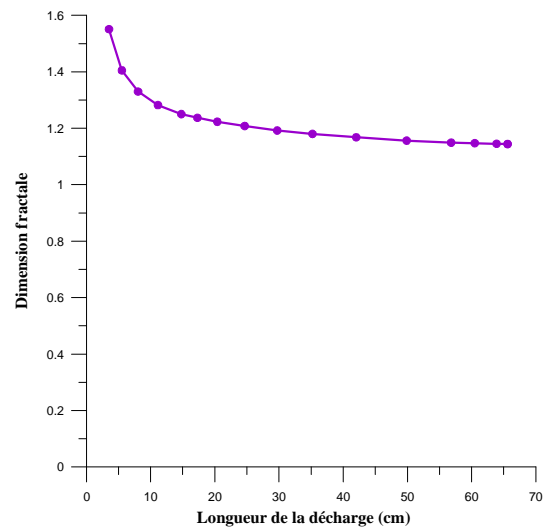
**Figure (III.8.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.37$  Da et  $h=0.2$  Da



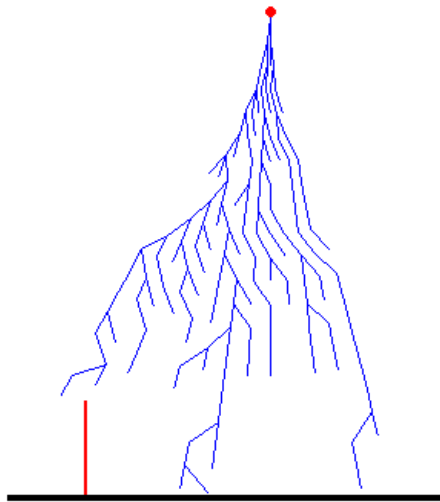
**Figure (III.8.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.8.a)



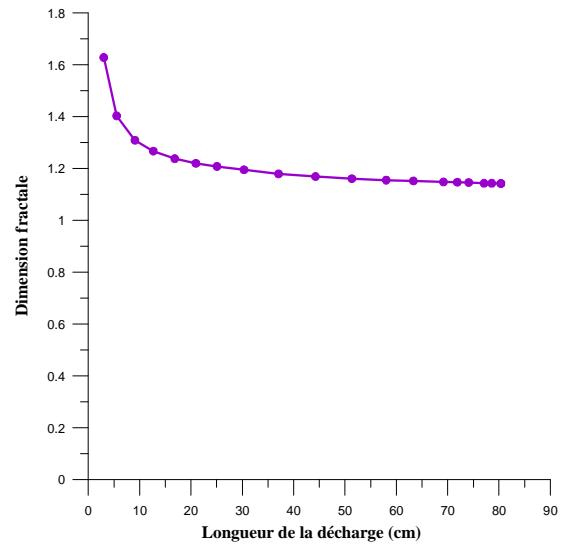
**Figure (III.9.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.38$  Da et  $h=0.2$  Da (1<sup>er</sup> essai)



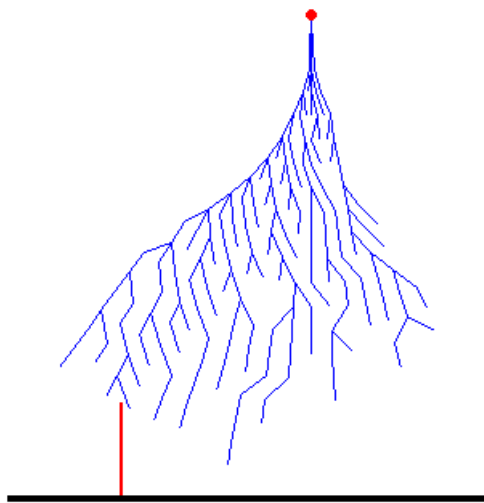
**Figure (III.9.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.9.a)



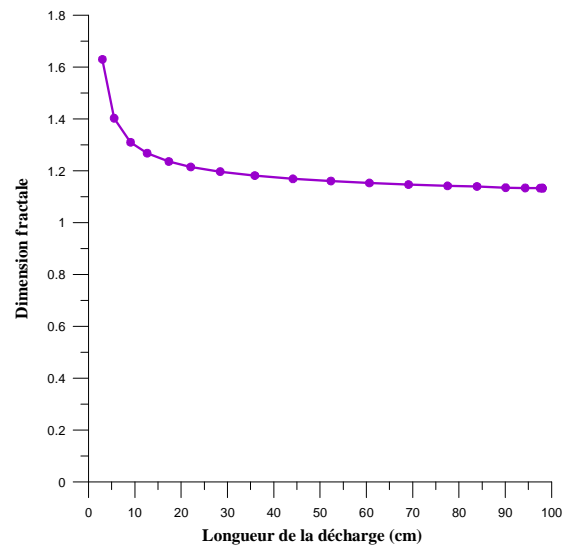
**Figure (III.10.a):** Forme de la décharge dimension pour  $x=0.38$  Da et  $h=0.2$  Da (2<sup>ème</sup> essai)



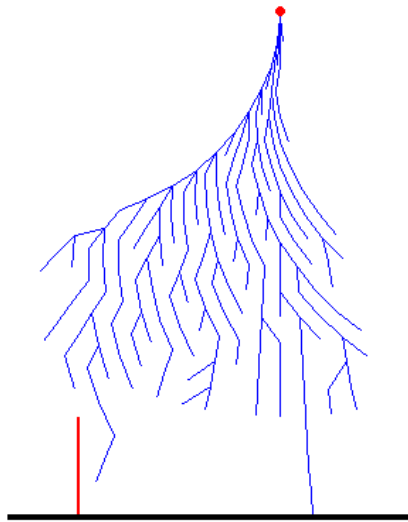
**Figure (III.10.b) :** Variation de la fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.10.a)



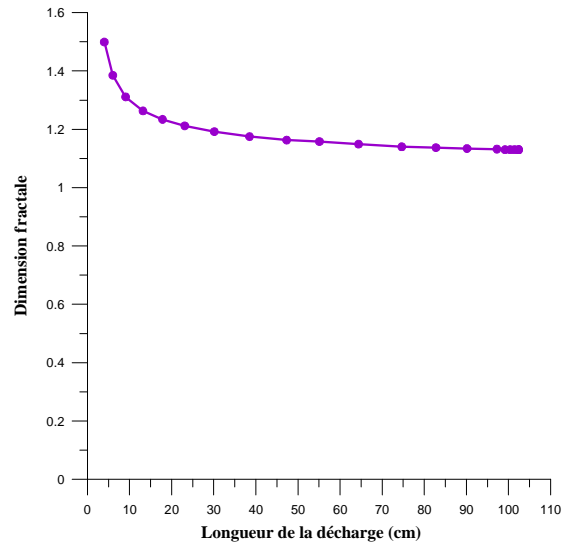
**Figure (III.11.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.4$  Da et  $h=0.2$  Da (1<sup>er</sup> essai)



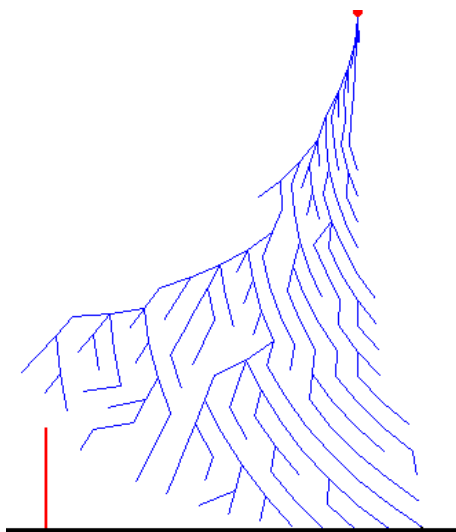
**Figure (III.11.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.11.a)



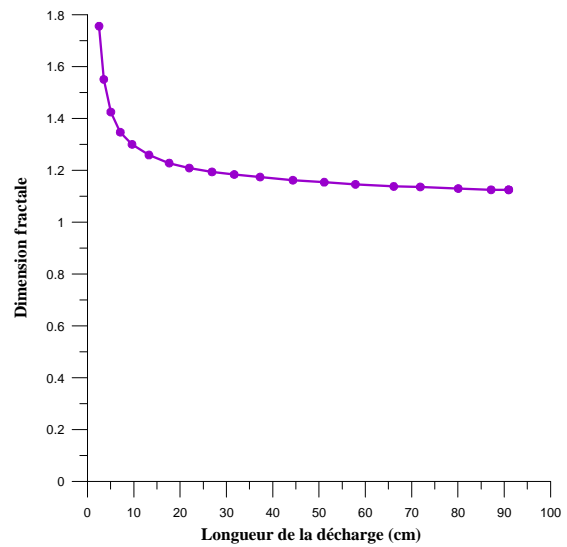
**Figure (III.12.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.4$  Da et  $h=0.2$  Da (2<sup>ème</sup> essai)



**Figure (III.12.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.12.a)



**Figure (III.13.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.6$  Da et  $h=0.2$  Da



**Figure (III.13.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.13.a)

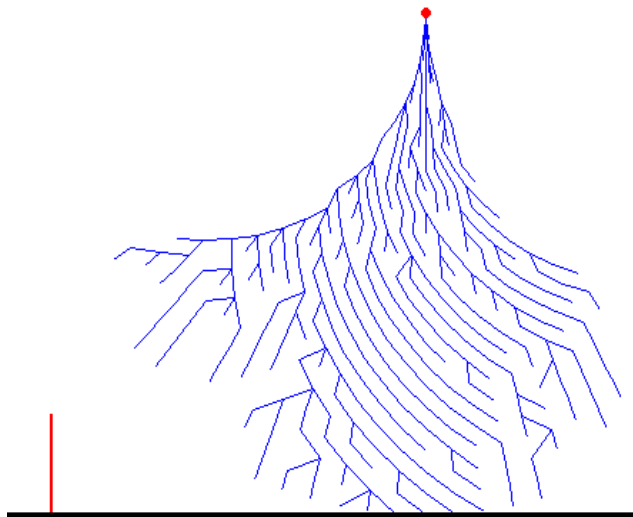


Figure (III.14.a): Forme de la décharge pour  $x=0.8$  Da et  $h=0.2$  Da

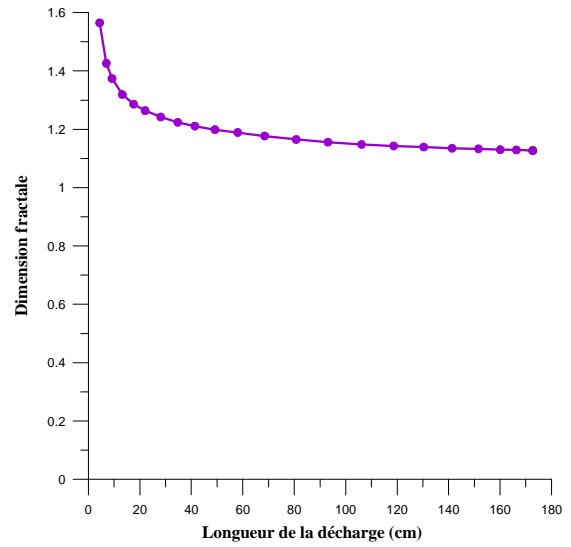


Figure (III.14.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.14.a)

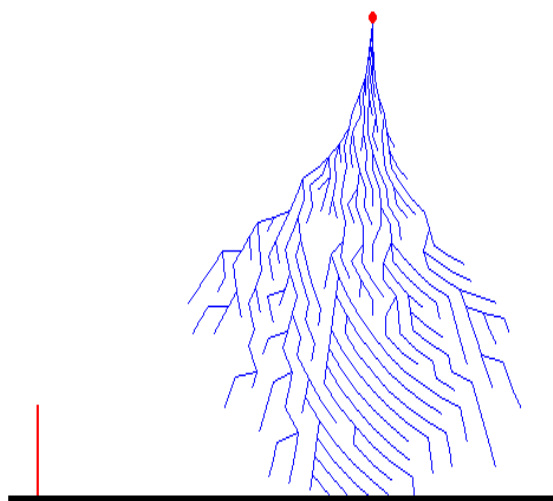


Figure (III.15.a): Forme de la décharge pour  $x=1$  Da et  $h=0.2$  Da

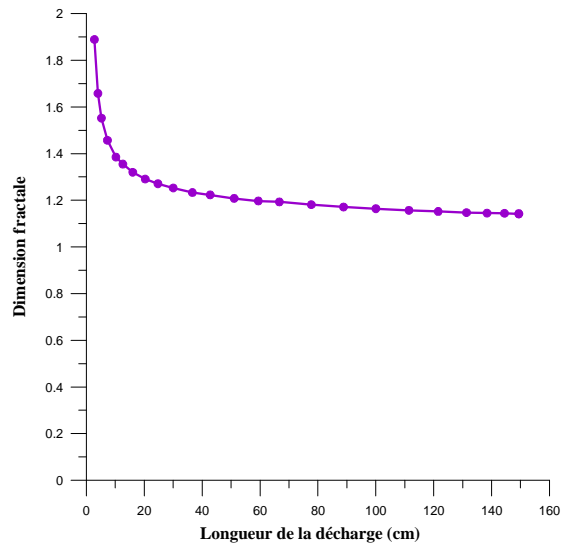
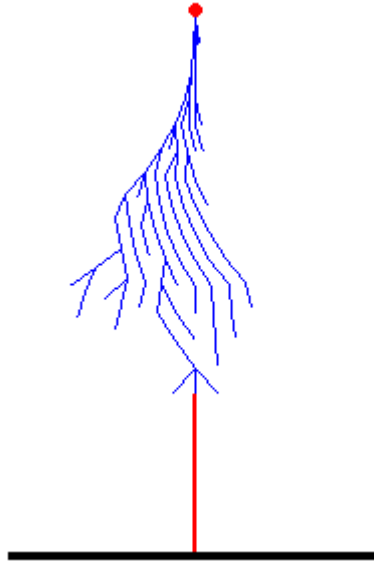
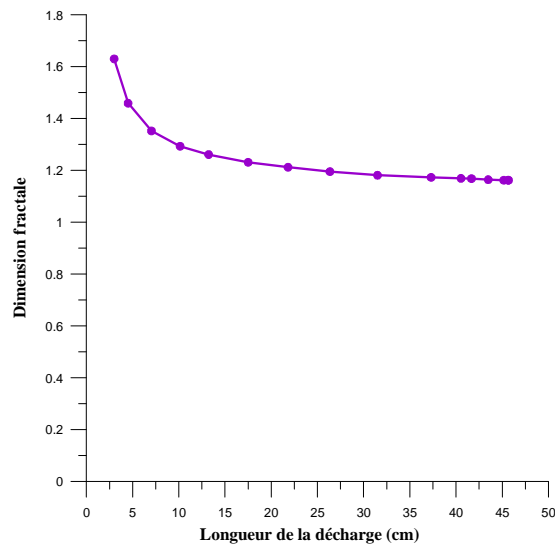


Figure (III.15.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.15.a)

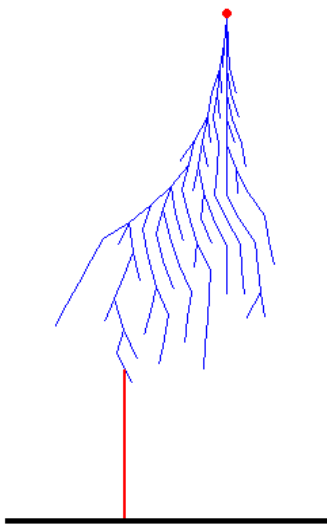




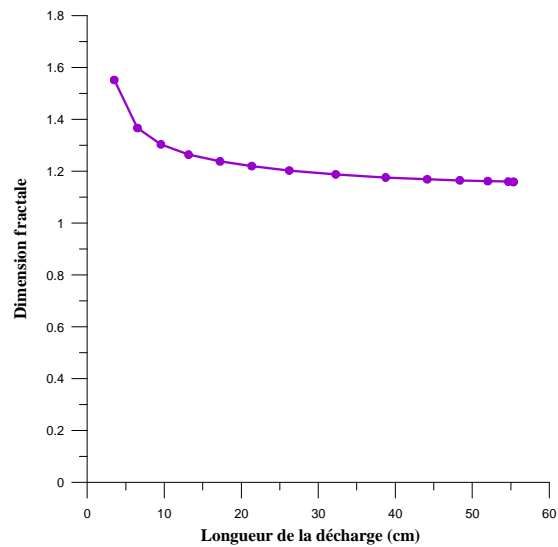
**Figure (III.16.a):** Forme de la décharge pour  $x=0$  Da et  $h=0.3$  Da



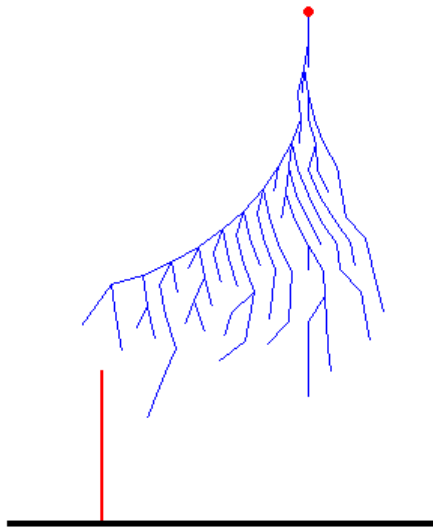
**Figure (III.16.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.16.a)



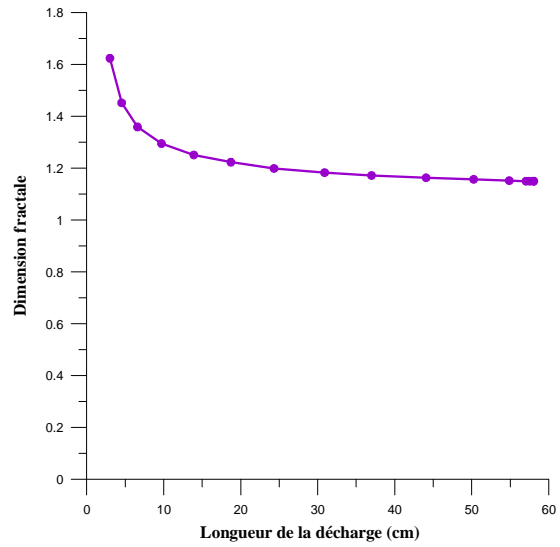
**Figure (III.17.a):** Forme de la décharge pour  $x= 0.2$  Da et  $h=0.3$  Da



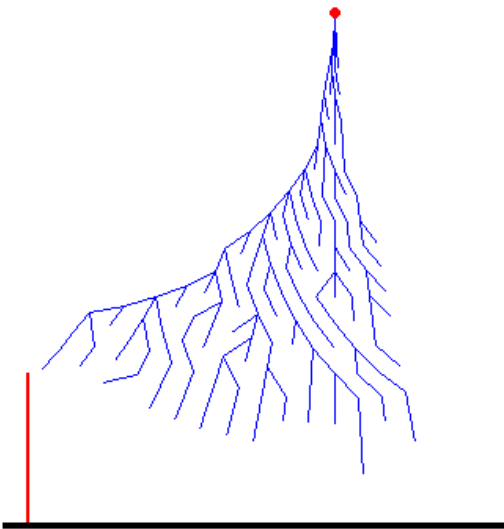
**Figure (III.17.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.17.a)



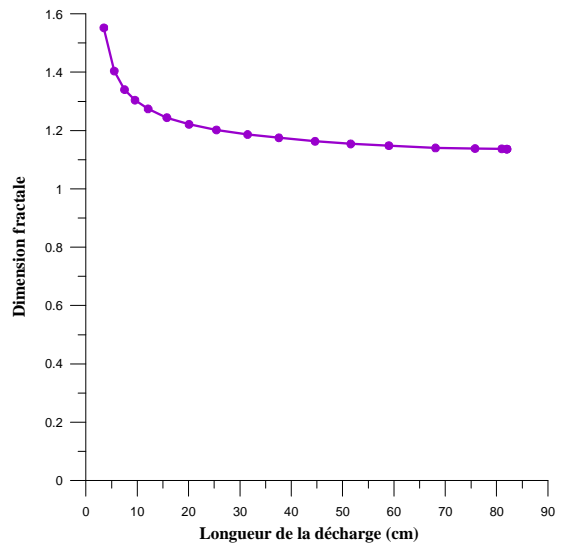
**Figure (III.18.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.4$  Da et  $h=0.3$  Da



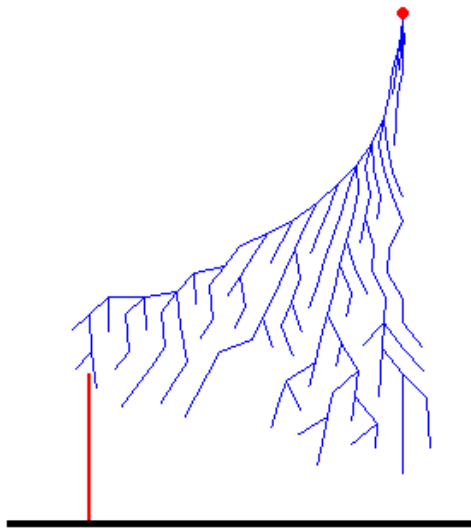
**Figure (III.18.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.18.a)



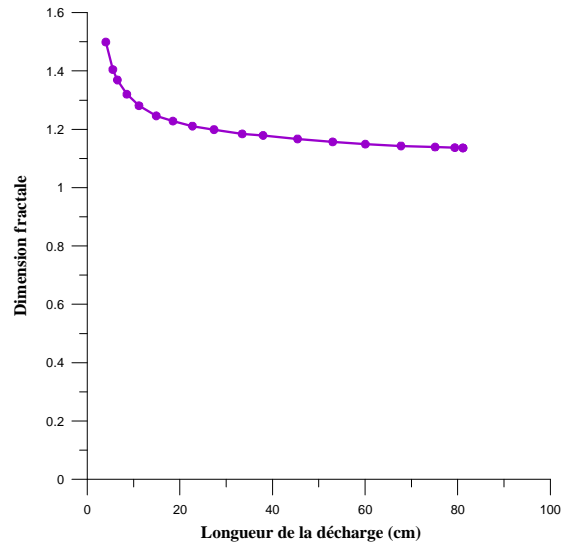
**Figure (III.19.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.6$  Da et  $h=0.3$  Da



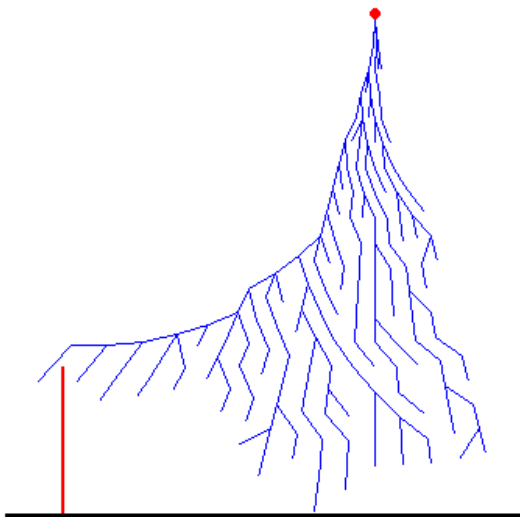
**Figure (III.19.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.19.a)



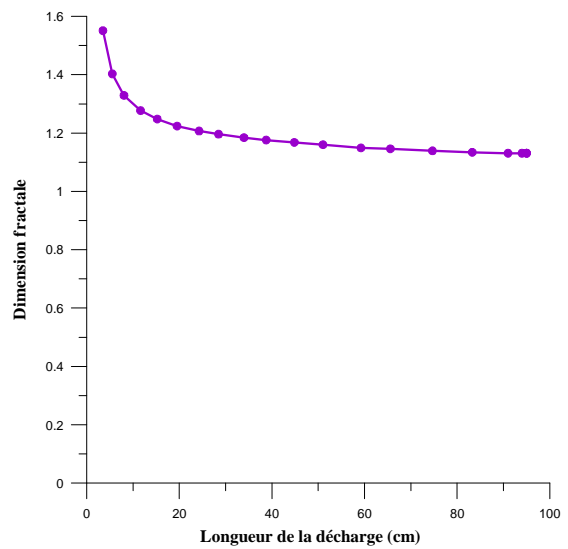
**Figure (III.20.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.62 Da$  et  $h=0.3 Da$



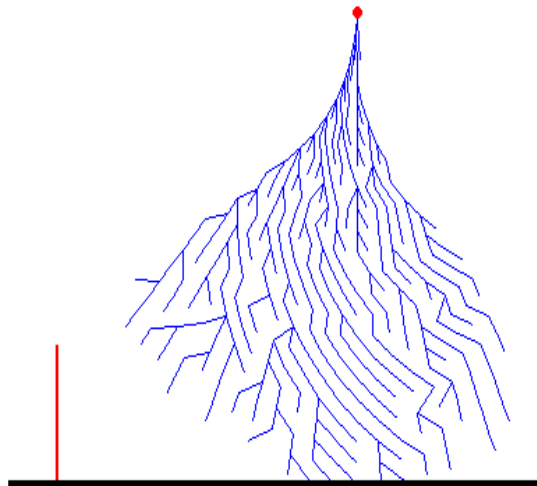
**Figure (III.20.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.20.a)



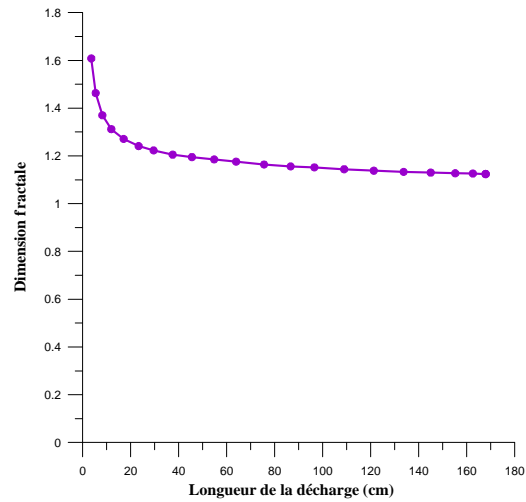
**Figure (III.21.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.63 Da$  et  $h=0.3 Da$



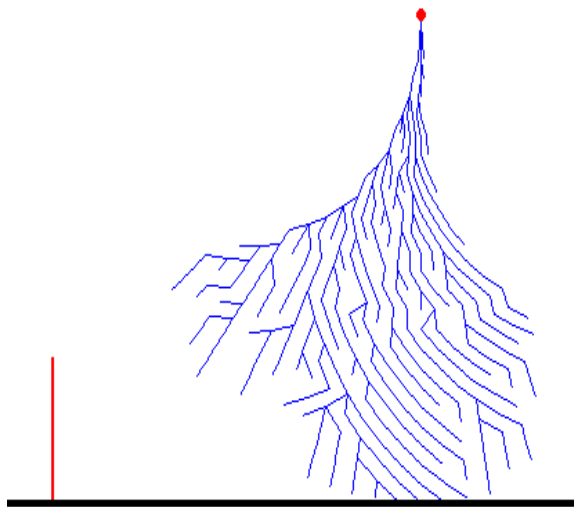
**Figure (III.21.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.21.a)



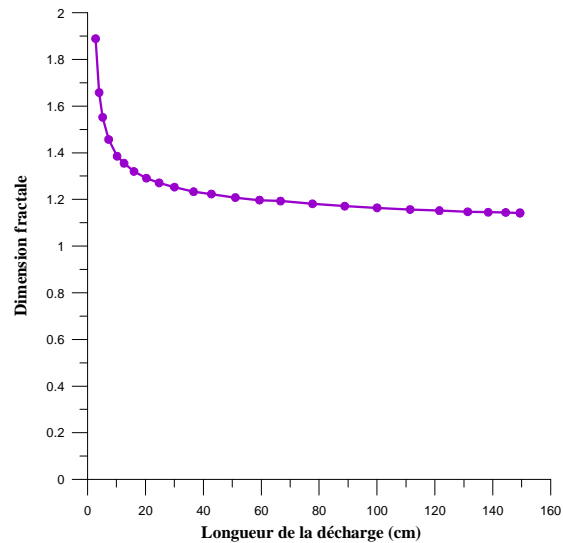
**Figure (III.22.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.8$  Da et  $h=0.3$  Da



**Figure (III.22.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.22.a)



**Figure (III.23.a):** Forme de la décharge pour  $x=1$  Da et  $h=0.3$  Da



**Figure (III.23.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.23.a)

Les différentes formes de décharges obtenues par simulation montrent que pour une hauteur  $h=0.2$  Da la décharge est captée par le paratonnerre tant que la position de ce dernier est inférieure ou égale à  $0.37$  Da (Figures III.6.a – III.8.a). Pour des positions égales à  $0.8$  et  $1$  Da la décharge a le sol comme point d’impact (Figures III.14.a – III.15.a).

Un cas critique se présente pour cette hauteur, où pour des positions égales à  $x=0.38$ , 0.4 et 0.6 Da la décharge est soit captée par le paratonnerre (Figures III.10.a et III.12.a), soit possède deux points d'impact : le sol et le paratonnerre (Figures III.9.a, III.11.a, III.13.a).

Pour une hauteur  $h=0.3$  Da, nous remarquons que pour des positions comprises entre 0 et 0.62 Da, la décharge est captée par le paratonnerre (Figures III.16.a – III.20.a). Au-delà de cette dernière valeur, le paratonnerre n'assure plus de protection. Ainsi pour des valeurs de 0.8 et 1 Da, la décharge évolue directement vers le sol (Figures III.22.a et III.23.a). Pour une position  $x=0.63$  Da la décharge possède deux points d'impact simultanés : le sol et le paratonnerre (Figure III.21.a).

Les résultats concernant la dimension fractale, montrent que cette dernière diminue en fonction de la longueur de la décharge (Figures III.6.b – III.23.b). Cette diminution est importante pour les premières étapes puis s'atténue considérablement pour les étapes suivantes. Cette dimension reste comprise entre 1 et 2 vu que notre décharge évolue sur un plan.

Les différents résultats obtenus pour les deux hauteurs du paratonnerre sont résumés dans les tableaux (III.1 et III.2).

La distance maximale protégée par le paratonnerre pour une hauteur  $h=0.3$  Da est égale à 0.62 Da. Pour Cette même hauteur, Sbihi et khodja [38] ont trouvé une zone de protection égale à 0.615Da. Pour Djabi et Haboussi [36] cette distance est inférieure à 0.55 Da. Cependant la valeur expérimentale trouvée par ces derniers ( $x<1$ Da) est plus importante que celle obtenue par simulation. Ce qui veut dire qu'une grande zone n'est pas protégée par notre modèle. Pour cela, il serait intéressant de changer de modèle en apportant des modifications au critère de propagation de la décharge.

Position du paratonnerre que ( $x/Da$ )	Dimension fractale finale	Points d'impact de la décharge
0	1.142	Paratonnerre
0.2	1.159	Paratonnerre
0.37	1.153	Paratonnerre
0.38 (1 <sup>er</sup> essai)	1.142	Paratonnerre, sol
0.38 (2 <sup>ème</sup> essai)	1.114	Paratonnerre
0.4 (1 <sup>er</sup> essai)	1.130	Paratonnerre, sol
0.4 (2 <sup>ème</sup> essai)	1.133	Paratonnerre
0.6 (1 <sup>er</sup> essai)	1.125	Paratonnerre, sol
0.8	1.127	Sol
1	1.148	Sol

**Tableau III.1 :** Variation de la dimension fractale finale en fonction de la position du paratonnerre pour une hauteur égale à 0.2 Da de ce dernier.

Position du paratonnerre (x/Da)	Dimension fractale finale	Points d'impact de la décharge
0	1.162	Paratonnerre
0.2	1.136	Paratonnerre
0.4	1.15	Paratonnerre
0.6	1.136	Paratonnerre
0.62	1.136	Paratonnerre
0.63	1.131	paratonnerre, sol
0.7 (1 <sup>er</sup> essai)	1.113	paratonnerre, sol
0.7 (2 <sup>ème</sup> essai)	1.11	Sol
0.8	1.124	Sol
1	1.142	Sol

**Tableau III.2 :** Variation de la dimension fractale finale en fonction de la position du paratonnerre pour une hauteur égale à 0.3 Da de ce dernier.

Certains chercheurs [39-42], considèrent que le streamer est constitué de Nb branches, dont chacune d'elle est modélisée par un canal cylindrique représenté par un circuit RC (R et C sont respectivement la résistance et la capacité associées à chaque branche).

Dans le domaine des décharges dans les grands intervalles d'air, d'autres chercheurs [5, 43], considèrent le canal de décharge de foudre comme étant un long conducteur, utilisant ainsi une représentation LRC d'une ligne de conducteur simple pour développer un modèle de la foudre, permettant la description de l'évolution de la décharge entière. L, R et C représentent, respectivement, l'inductance, la résistance et la capacité déterminées à partir de lois physiques, de théories de décharges dans les gaz et à partir de calcul de champs électromagnétiques.

L'utilisation de circuits électriques, composés de résistances, inductances et capacités, pour la simulation de la décharge, dans les travaux précédents, suppose que celle-ci n'est pas parfaitement conductrice. Une chute de tension existe lors de l'évolution de la décharge. D'où l'introduction de ce critère dans notre modèle.

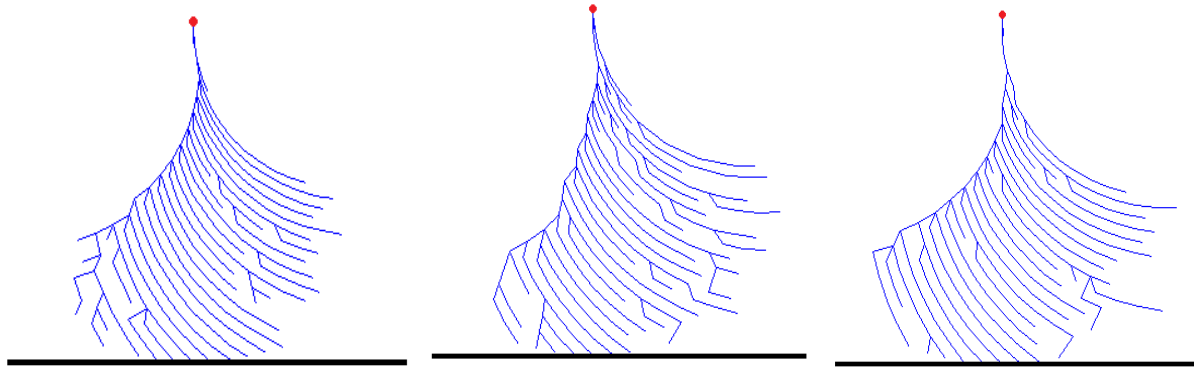
### **B) Modèle avec chute de tension**

Pour tenir compte de la chute de tension dans notre modèle, nous apportons des modifications au programme précédent.

Ainsi, tout nœud concerné par la décharge conserve le même potentiel que celui qu'il possédait avant d'être atteint. De cette manière chaque branche est soumise à une différence de potentiel égale à la différence entre le potentiel du point initiateur de la ramification et le potentiel du nœud atteint par la décharge. Cette différence de potentiel représente la chute de tension le long de la branche conductrice.

L'exécution de notre programme pour un système sans paratonnerre, nous donne une probabilité de décharge totale égale à 60 %. Notons que Sbihi et Khodja [38], ont trouvé une probabilité de 55% pour un même modèle, en utilisant la loi exponentielle.

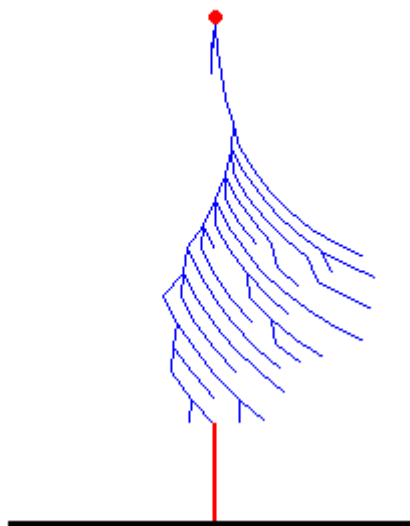
Trois cas de décharges obtenus par simulation sont représentés sur la figure (III.24). La différence entre les formes obtenues reflète toujours le caractère aléatoire de la décharge.



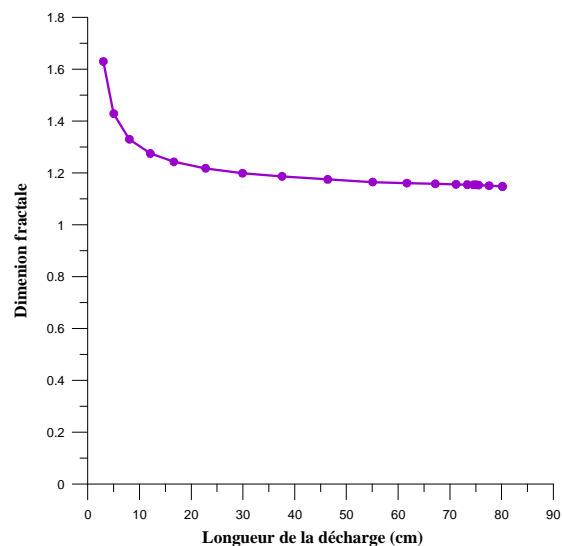
**Figure (III.24) :** Formes de décharges obtenues pour un système pointe plan (avec chute de tension)

### III.3.1.3. Détermination de la zone de protection du paratonnerre

Nous présentons les formes de décharges obtenues, en fonction de la position du paratonnerre sur les figures (III.25.a – III.43.a). La variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge est représentée sur les figures (III.25.b – III.43.b). Et ce pour les deux hauteurs du paratonnerre choisies précédemment (0.2 et 0.3 Da).



**Figure (III.25.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0$  Da et  $h=0.2$  Da



**Figure (III.25.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.25.a)

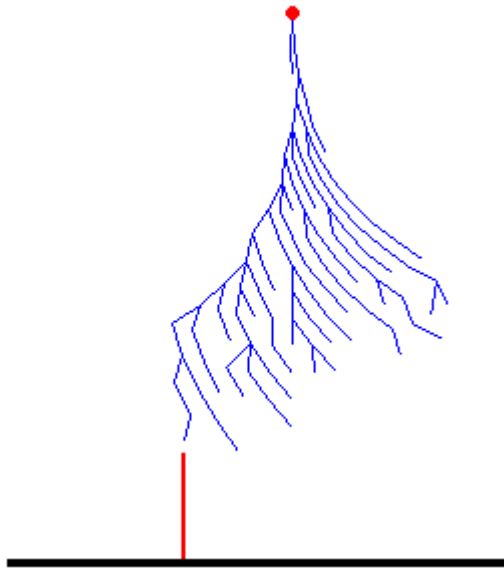


Figure (III.26.a) : Forme de la décharge pour  $x=0.2$  Da et  $h=0.2$

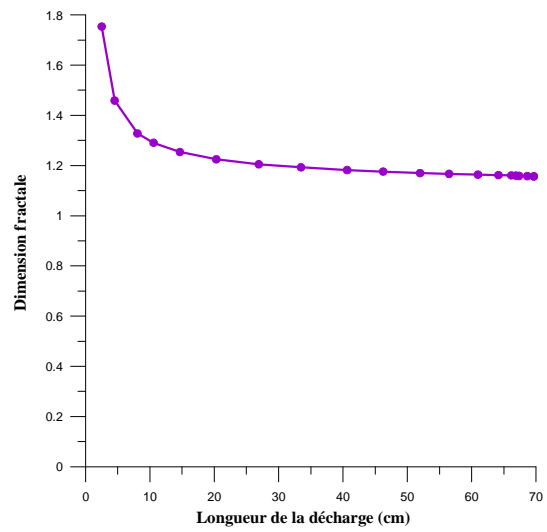


Figure (III.26.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.26.a)

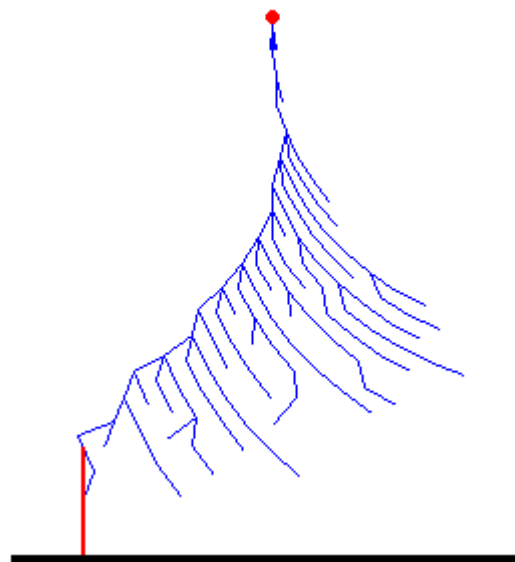


Figure (III.27.a) : Forme de la décharge pour  $x=0.35$  Da et  $h=0.2$  Da

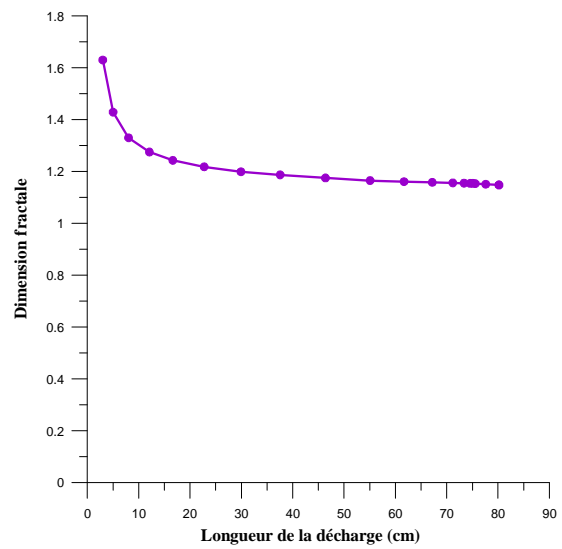
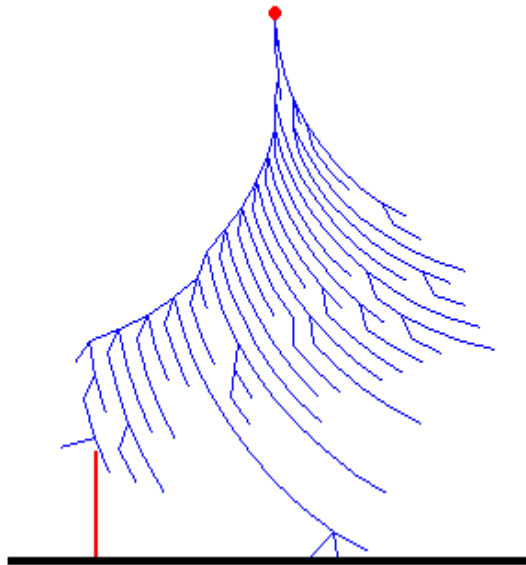
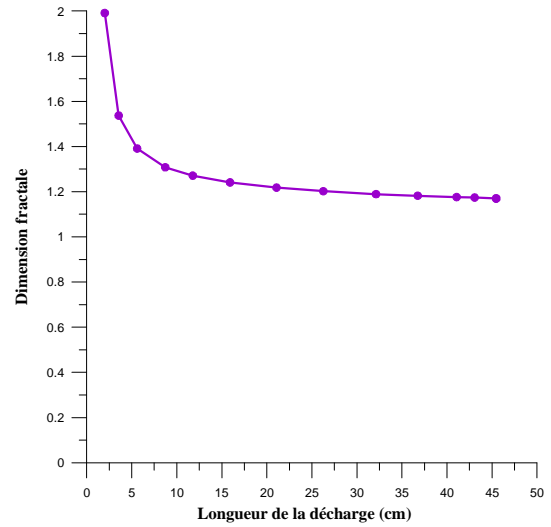


Figure (III.27.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.27.a)

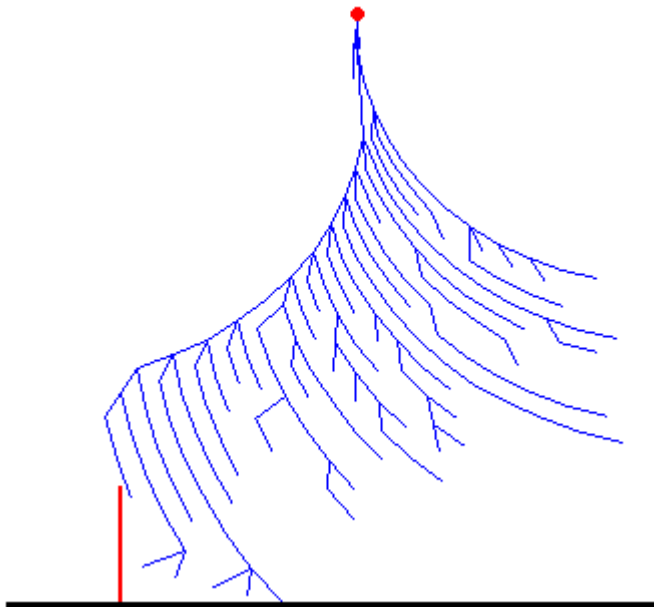




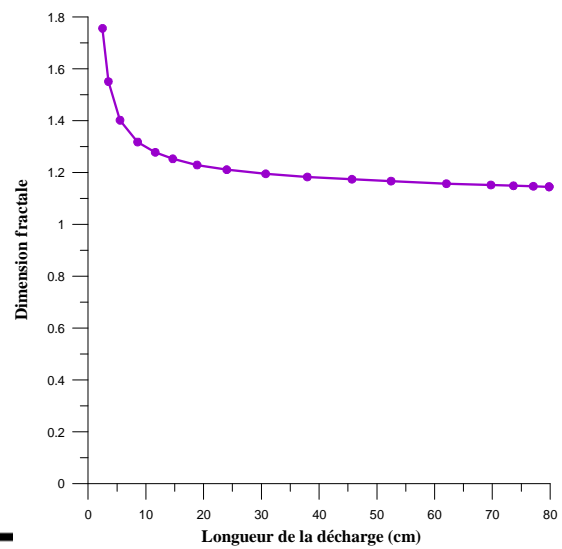
**Figure (III.28.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0.36$  Da et  $h=0.2$  Da



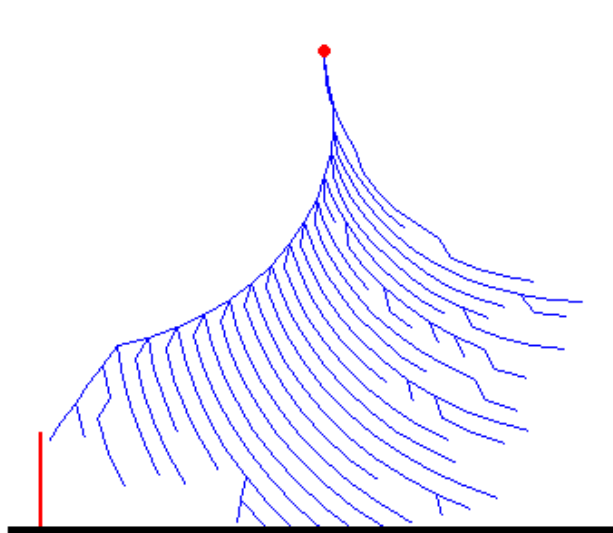
**Figure (III.28.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.28.a)



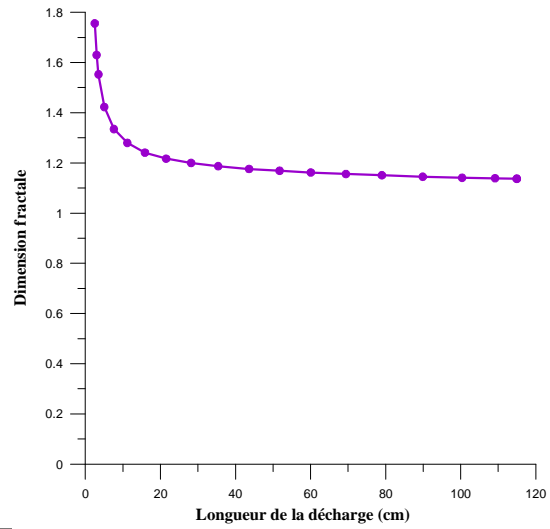
**Figure (III.29.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0.4$  Da et  $h=0.2$  Da



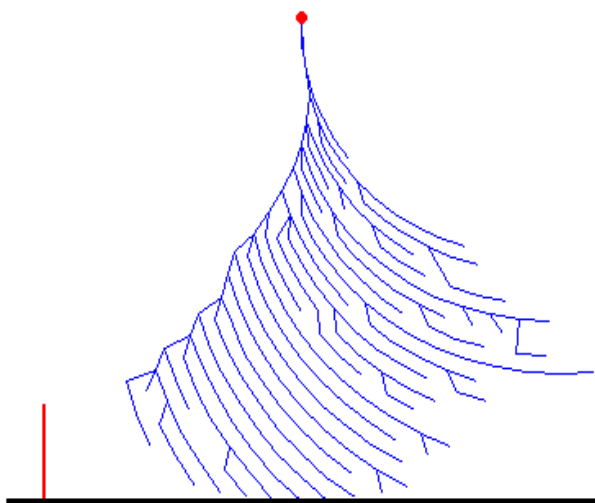
**Figure (III.29.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.29.a)



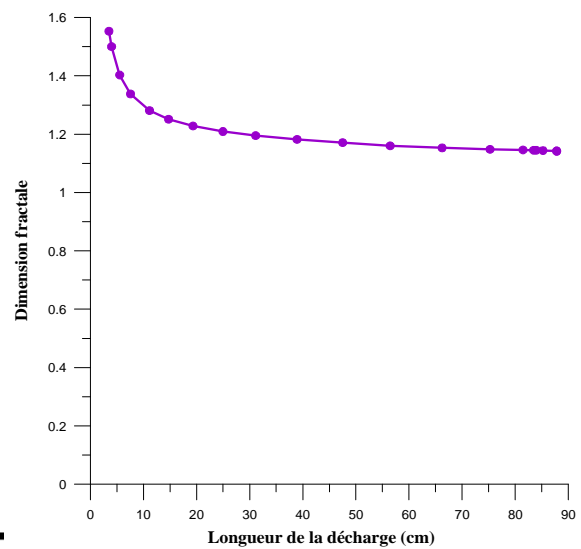
**Figure (III.30.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0.6 Da$  et  $h=0.2 Da$  (1<sup>er</sup> essai)



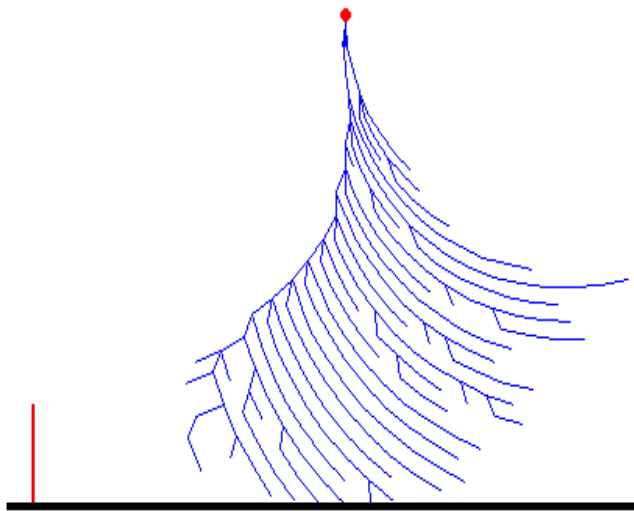
**Figure (III.30.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.30.a)



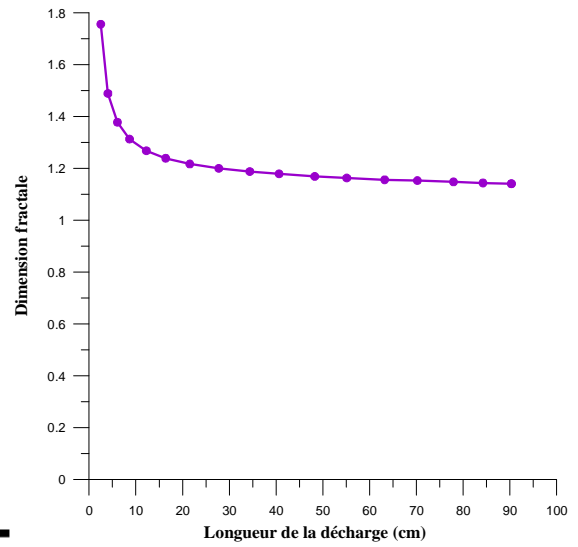
**Figure (III.31.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0.6 Da$  et  $h=0.2 Da$  (2<sup>ème</sup> essai)



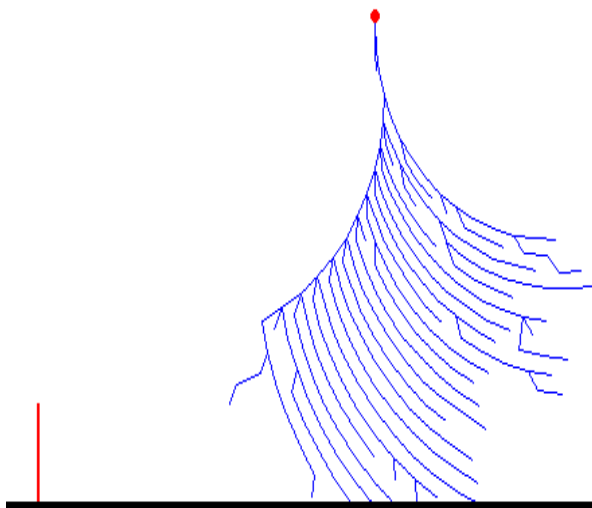
**Figure (III.31.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.31.a)



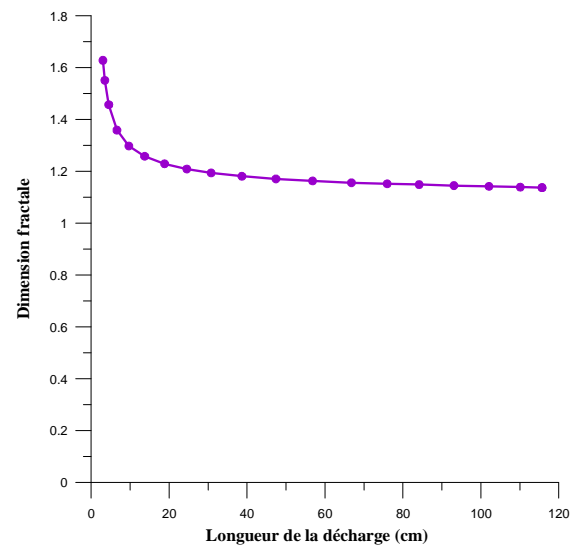
**Figure (III.32.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0.8$  Da et  $h=0.2$  Da



**Figure (III.32.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.32.a)



**Figure (III.33.a) :** Forme de la décharge pour  $x=1$  Da et  $h=0.2$  Da



**Figure (III.33.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.33.a)

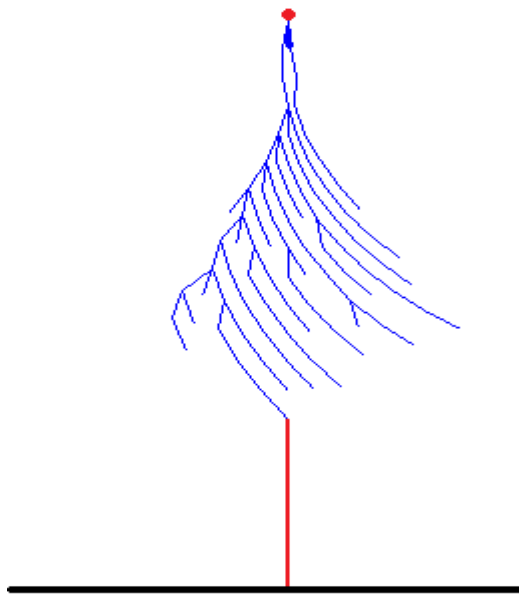


Figure (III.34.a) : Forme de la décharge pour  $x=0$  Da et  $h=0.3$  Da

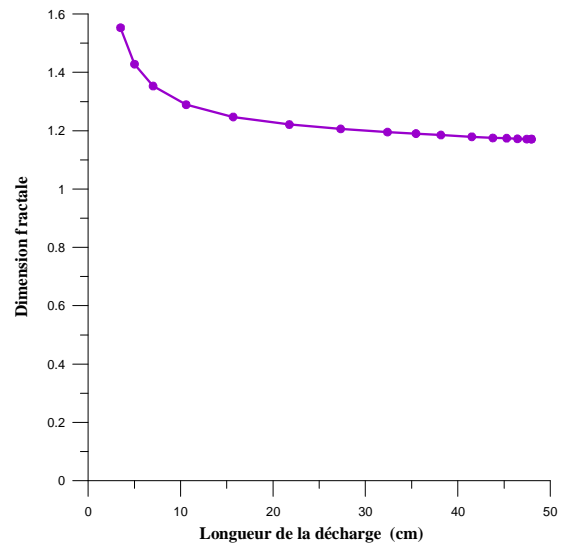


Figure (III.34.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.34.a)

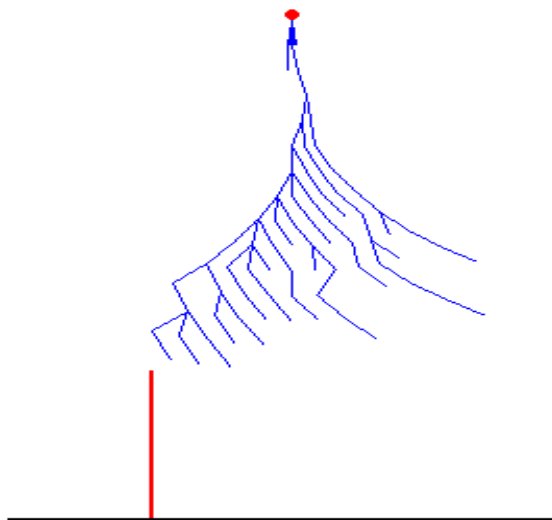


Figure (III.35.a) : Forme de la décharge pour  $x=0.2$  Da et  $h=0.3$  Da

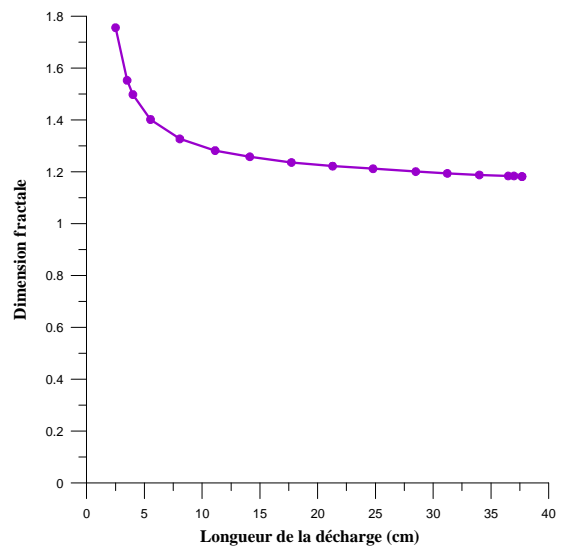


Figure (III.35.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.35.a)

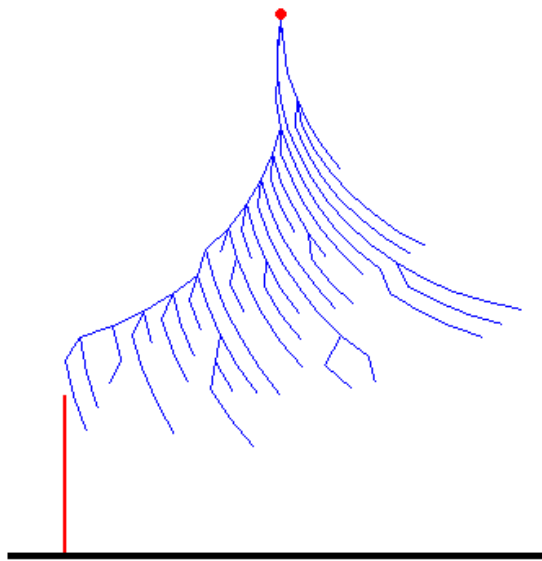


Figure (III.36.a) : Forme de la décharge pour  $x=0.4$  Da et  $h=0.3$  Da

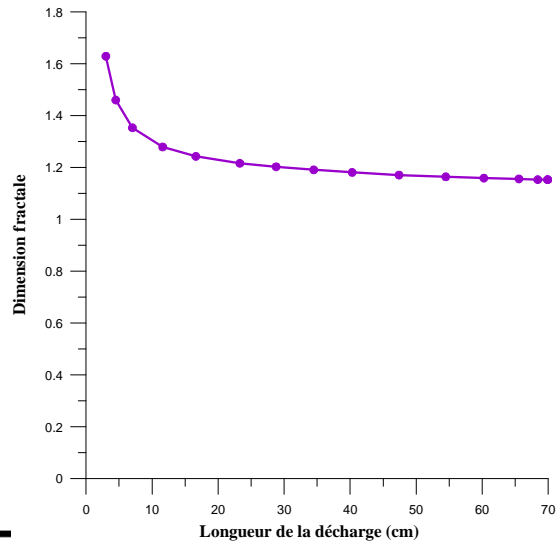


Figure (III.36.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.36.a)

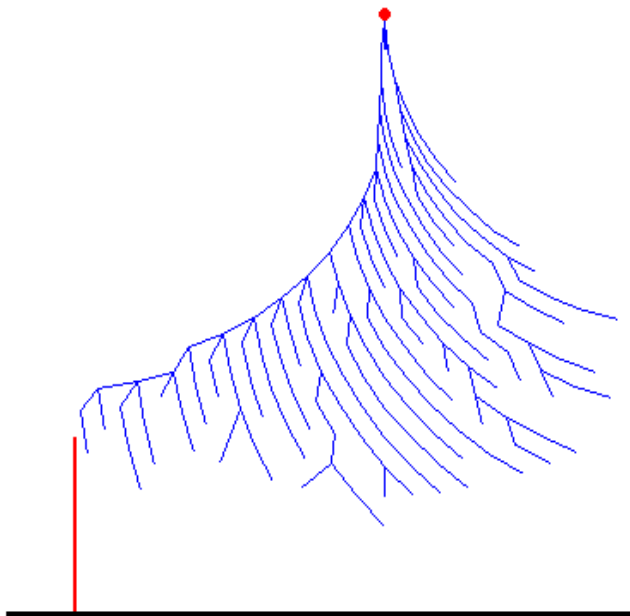


Figure (III.37.a) : Forme de la décharge pour  $x=0.55$  Da et  $h=0.3$  Da

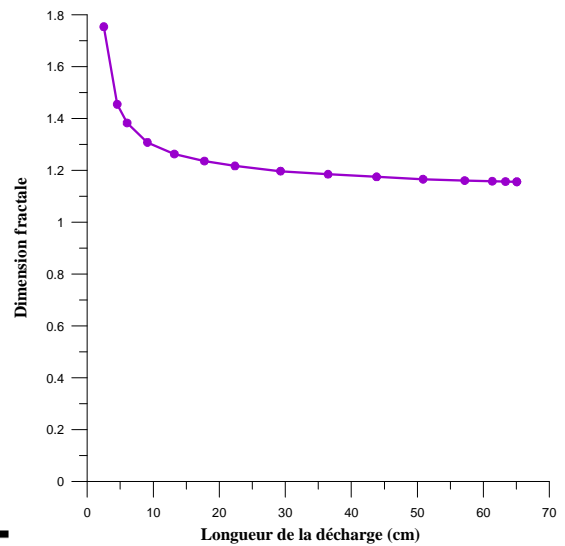
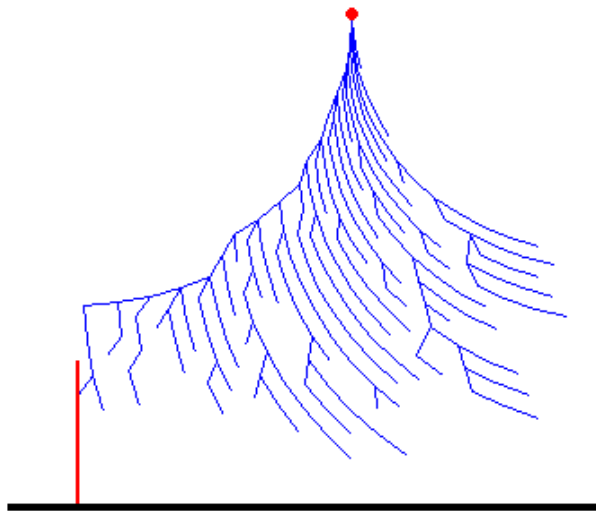
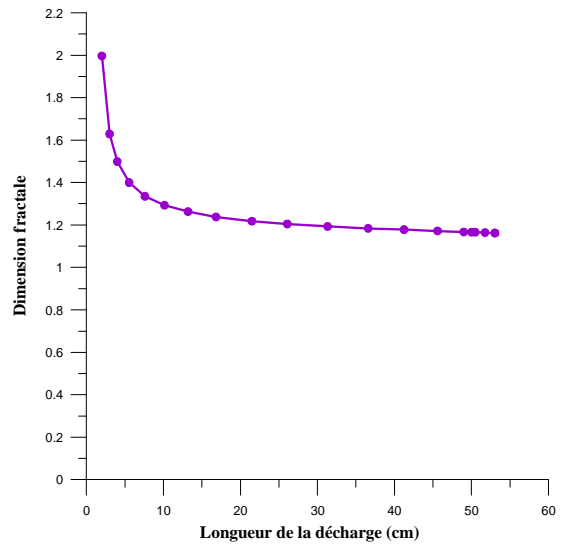


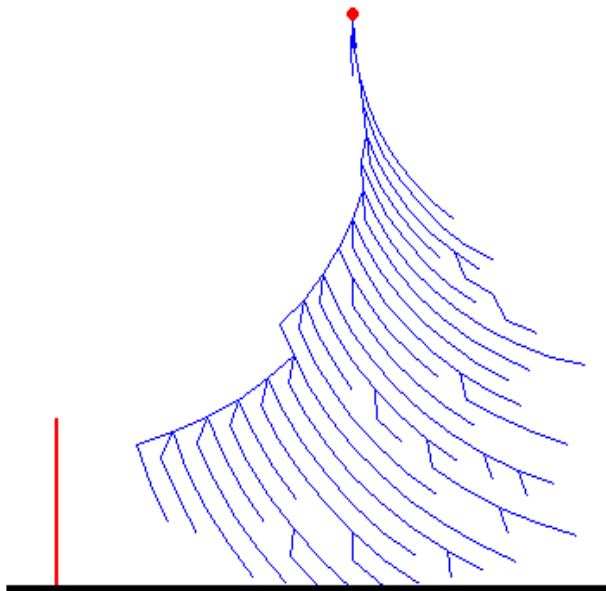
Figure (III.37.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.37.a)



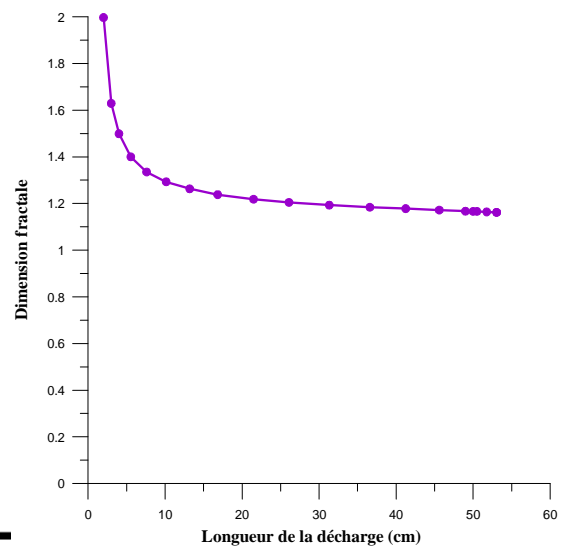
**Figure (III.38.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0.56$  Da et  $h=0.3$  Da (1<sup>er</sup> essai)



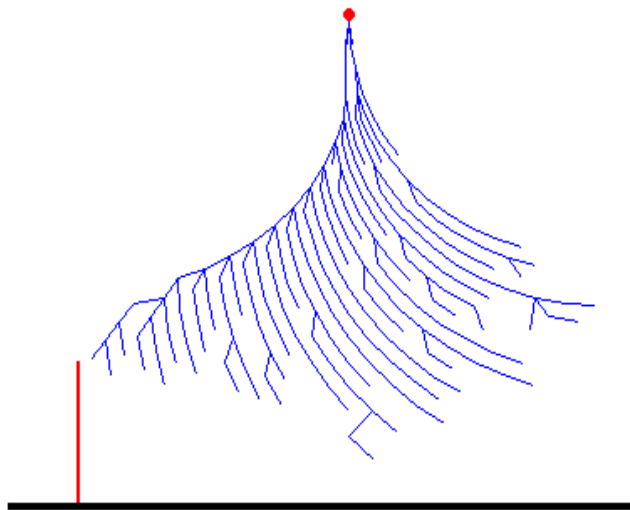
**Figure (III.38.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.38.a)



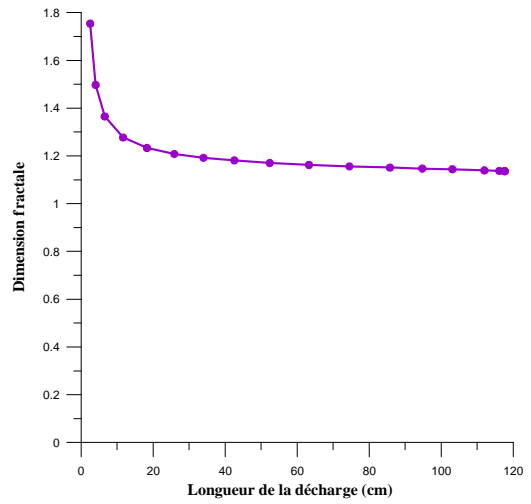
**Figure (III.39.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0.56$  Da et  $h=0.3$  Da (2<sup>ème</sup> essai)



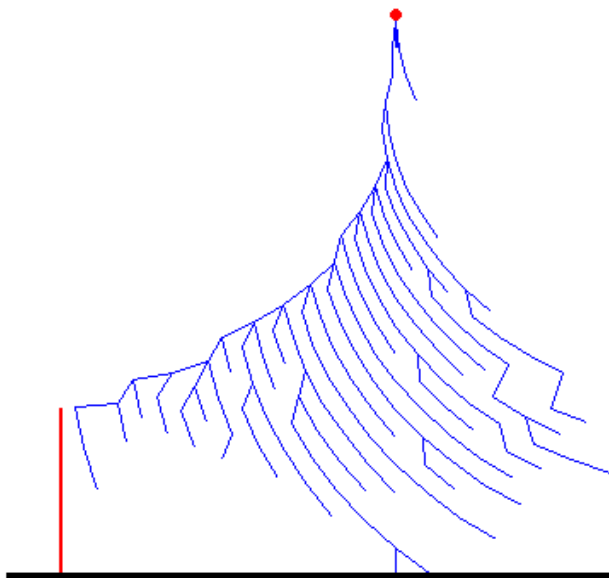
**Figure (III.39.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.39.a)



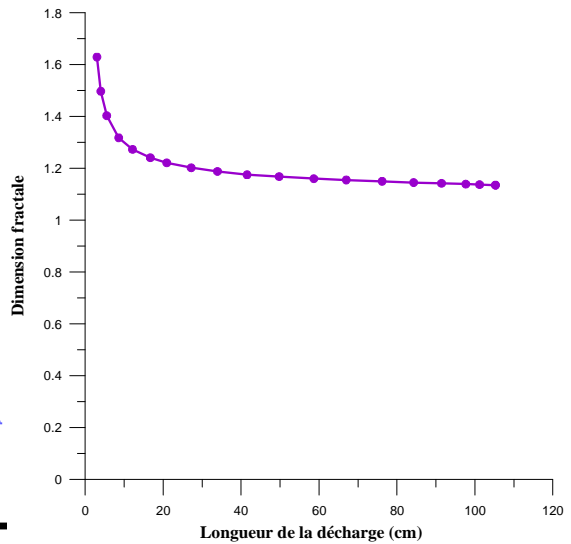
**Figure (III.40.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0.6$  Da et  $h=0.3$  Da (1<sup>er</sup> essai)



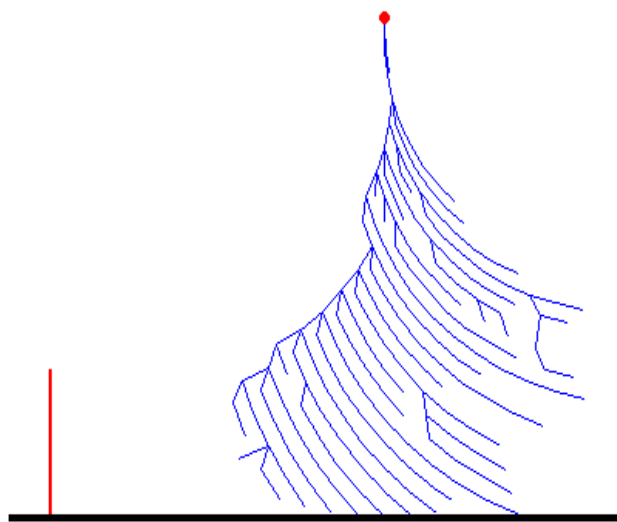
**Figure (III.40.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.40.a)



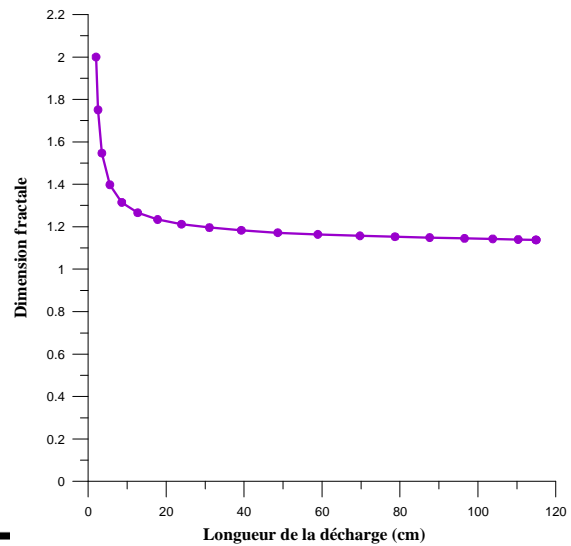
**Figure (III.41.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0.6$  Da et  $h=0.3$  Da (2<sup>ème</sup> essai)



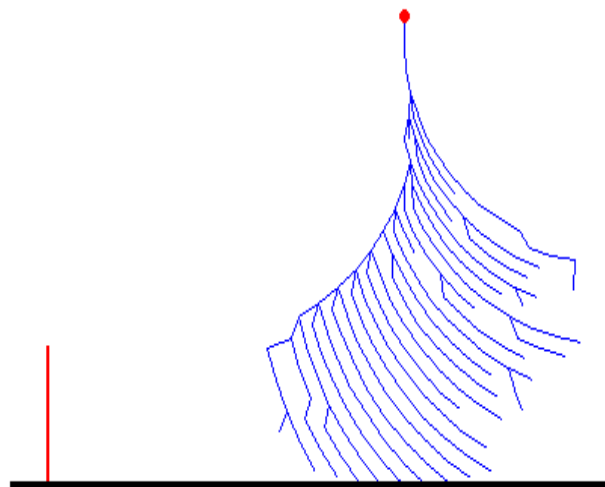
**Figure (III.41.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.41.a)



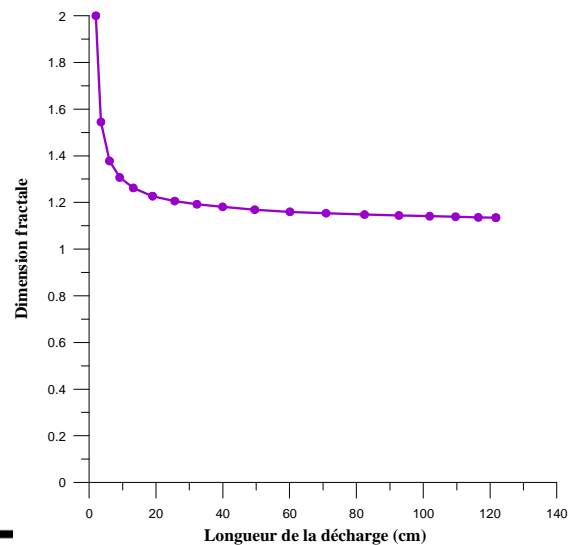
**Figure (III.42.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0.8$  Da et  $h=0.3$  Da



**Figure (III.42.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.42.a)



**Figure (III.43.a) :** Forme de la décharge pour  $x=1$  Da et  $h=0.3$  Da



**Figure (III.43.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.43.a)

Ainsi, à partir des résultats obtenus, nous pouvons remarquer que pour une hauteur  $h=0.2$  Da, le paratonnerre n'assure de protection que pour des positions comprises entre 0 et 0.35 Da (Figures III.25.a-III.27.a). Pour des positions égales à 0.8 et 1 Da, la décharge évolue directement vers le sol (Figures III.32.a et III.33.a).

Trois cas critiques se présentent pour des positions égales à 0.36, 0.4 et 0.6 Da, où la décharge possède soit deux points d'impact simultanés : le sol et le paratonnerre (Figures III.28.a – III.30.a), ou évolue directement vers le sol pour la dernière position (Figure III.31.a).



Pour une hauteur  $h=0.3$  Da, la décharge est captée par le paratonnerre tant que la position de ce dernier est inférieure ou égale à  $0.55$  Da (Figures III.34.a – III.37.a). Pour des positions égales à  $0.8$  et  $1$  Da, la décharge évolue directement vers le sol (Figures III.42.a et III.43.a).

Pour cette même hauteur, deux cas critiques se présentent :

- Pour une position paratonnerre égale à  $0.56$  Da la décharge est soit captée par le paratonnerre (Figure III.38.a), ou évolue directement vers le sol (Figure III.39.a)
- Pour une position égale à  $0.6$  Da la décharge est soit captée par le paratonnerre (Figure III.40.a), ou possède deux points d'impact simultanés : le sol et le paratonnerre (Figure III.41.a).

En ce qui concerne la dimension fractale, les figures (III.25.b – III.43.b) montrent que celle-ci diminue toujours, pour les premières étapes puis reste pratiquement constante. Elle reste comprise entre  $1$  et  $2$ , vu que notre décharge évolue sur un plan.

Pour mieux illustrer les résultats trouvés, nous les résumons dans les tableaux (III.3 et III.4).

Pour une hauteur de  $0.3$  Da, la zone protégée est égale à  $0.55$  Da. Sbihi et Khodja [38], ont trouvé une zone de protection inférieure à  $0.525$  Da, pour un même modèle, en utilisant la loi exponentielle.

Rappelons que Djabi et Haboussi [36] ont trouvé expérimentalement une zone de protection inférieure à  $1$  Da. Ce qui veut dire qu'une grande zone n'est toujours pas protégée par notre modèle.

Position du paratonnerre (x/Da)	Dimension fractale finale	Points d'impact de la décharge
0	1.096	Paratonnerre
0.2	1.075	Paratonnerre
0.35	1.073	Paratonnerre
0.36	1.088	paratonnerre, sol
0.4	1.073	paratonnerre, sol
0.6 (1 <sup>er</sup> essai)	1.088	paratonnerre, sol
0.6 (2 <sup>ème</sup> essai)	1.087	Sol
0.8	1.089	Sol
1	1.092	Sol

**Tableau III.3 :** Variation de la dimension fractale finale en fonction de la position du paratonnerre pour une hauteur égale à  $0.2$  Da

Position du paratonnerre (x/Da)	Dimension fractale finale	Points d'impact de la décharge
0	1.09	Paratonnerre
0.2	1.078	Paratonnerre
0.4	1.09	Paratonnerre
0.55	1.077	Paratonnerre
0.56 (1 <sup>er</sup> essai)	1.091	Paratonnerre
0.56 (2 <sup>ème</sup> essai)	1.077	paratonnerre, sol
0.6 (1 <sup>er</sup> essai)	1.085	Paratonnerre
0.6 (2 <sup>ème</sup> essai)	1.087	paratonnerre, sol
0.8	1.092	Sol
1	1.096	Sol

**Tableau III.4 :** Variation de la dimension fractale finale en fonction de la position du paratonnerre pour une hauteur égale à 0.3 Da

Les deux modèles précédents utilisant le champ maximal relatif à une tension  $U_{100\%}$  comme critère de propagation s'avèrent reproduire les décharges de foudre, mais restent insuffisants pour la détermination de la zone de protection du paratonnerre. Pour cela, il serait intéressant de changer de critère de propagation.

La description qualitative du claquage dans un intervalle d'air en champ non uniforme, a montré que le phénomène commence toujours avec un effet couronne [44]. Il se manifeste sous forme d'une chevelure de filaments lumineux s'échappant de la pointe HT.

Pour modéliser la décharge électrique dans l'air pour un système cercle-cercle co-centriques, sous tension alternative, certaines recherches [45, 47], utilisent le champ seuil d'apparition de l'effet couronne comme critère de propagation. Ce modèle semble convenir pour la détermination de la tension de disruption, où une comparaison entre les résultats obtenus par simulation et ceux obtenus expérimentalement donnent une erreur qui ne dépasse pas les 8% pour [46], et les 3% pour [47] et ce en tenant compte de la chute de tension.

Nous remarquons que la prise en compte de la tension seuil d'apparition de l'effet couronne comme critère de propagation de la décharge, apporte des résultats proches de l'expérimentation. Malheureusement, cette valeur de tension seuil d'apparition d'effet couronne n'est pas disponible dans notre étude.

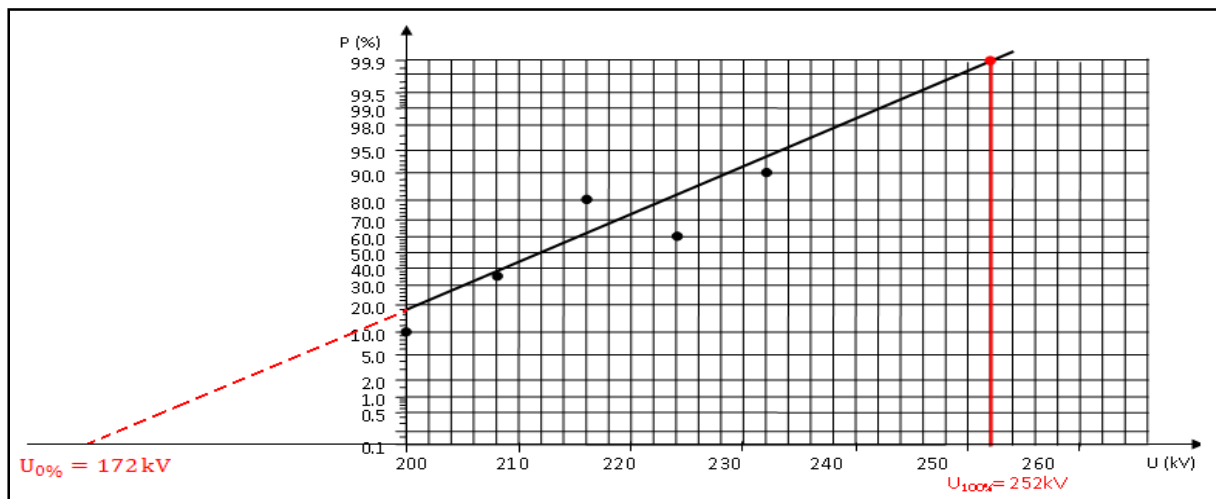
Dans ce qui va suivre nous considérons que la tension  $U_{0\%}$ , qui constitue la tension maximale appliquée à un système sans qu'il y ait décharge, comme seuil minimal d'initiation de la décharge

### III.3.2. Choix de $E_{0max}$ comme critère de propagation

#### III.3.2.1. Détermination de la tension $U_{0\%}$

Pour déterminer cette tension, la méthode des paliers multiples constants est utilisée. Cette méthode consiste à appliquer (N) fois un niveau de tension constant et à compter le nombre (n) de décharges disruptives ayant lieu au niveau de l'objet d'essai, espacées approximativement de 30 secondes. Les (N-n) chocs restants correspondent à des tenues. En faisant le rapport  $n/N$ , la probabilité de décharge disruptive pour ce niveau de tension est obtenue.

Djabi et Haboussi[36], ont appliqué cinq paliers de tension en polarité négative, [200 à 232kV] avec un pas de 8kV. Les résultats obtenus sont représentés sur l'échelle gausso-arithmétique dans la figure (III.44). Ainsi, en exploitant toujours leurs résultats expérimentaux, la valeur  $U_{0\%}$  est obtenue par extrapolation de la courbe. En effet, cette dernière correspond à la fréquence de décharge de 0.1% sur une échelle gausso-arithmétique [48-50]. Cette valeur, égale à 172 kV, sera utilisée pour la suite de notre travail.



**Figure III.44 :** Détermination de la valeur de  $U_{0\%}$  sur une échelle Gausso-arithmétique [36]

Dans ce modèle, le champ maximal  $E_{0max}$  est calculé pour la tension  $U_{0\%}$  tandis que la répartition du champ est calculée à chaque saut, après avoir attribué la tension  $U_{100\%}$  à l'électrode pointe.

Ainsi le critère de propagation changera et s'exprimera comme suit :

$$E(i, j) > E_{0max} * (1 - X_i) \quad (III.12)$$

#### III.3.2.2. Organigramme de simulation

Nous résumons les différentes étapes entreprises lors de la conception de notre programme de simulation, pour ce modèle, sur l'organigramme de la figure (III.45) :

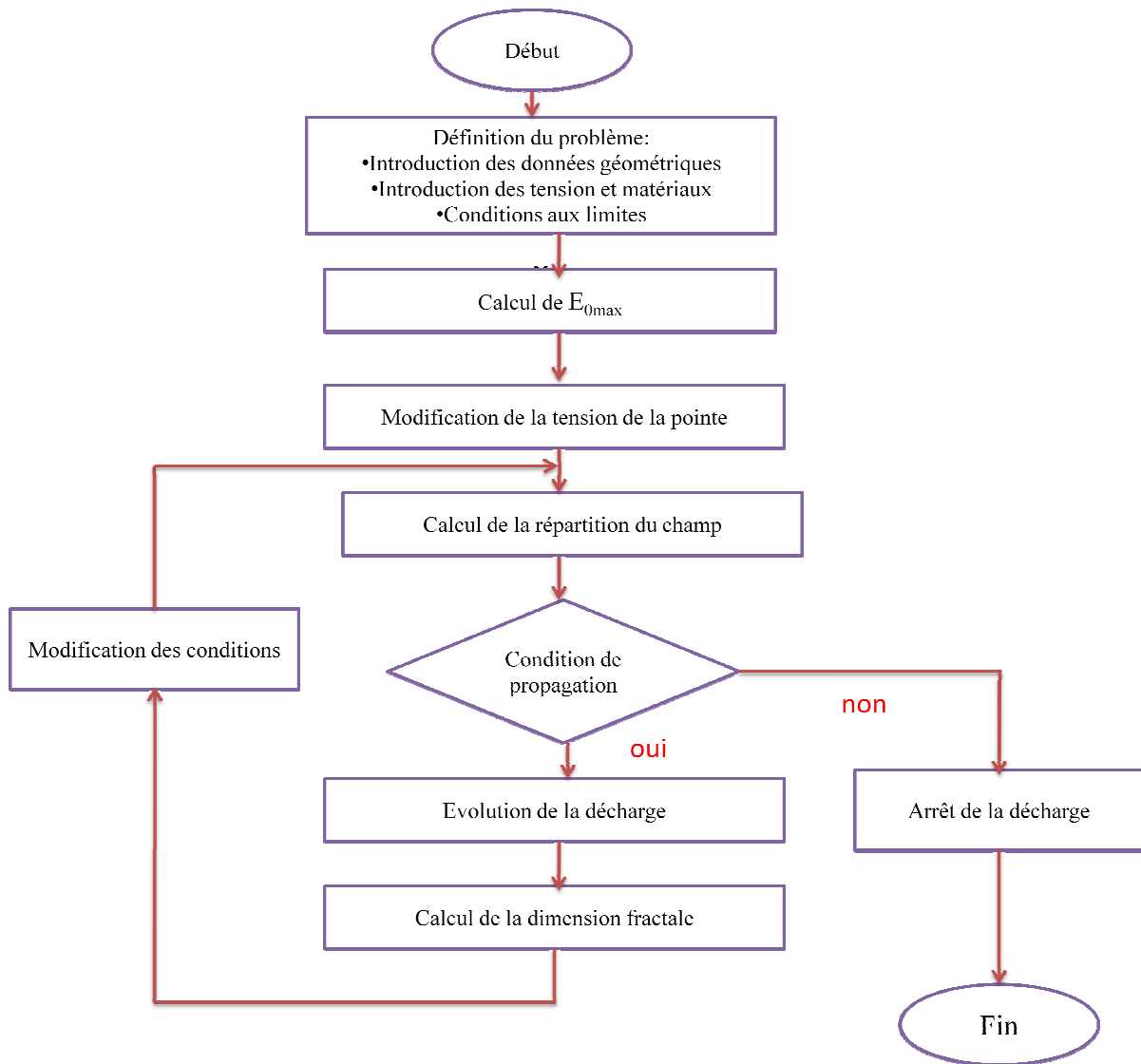
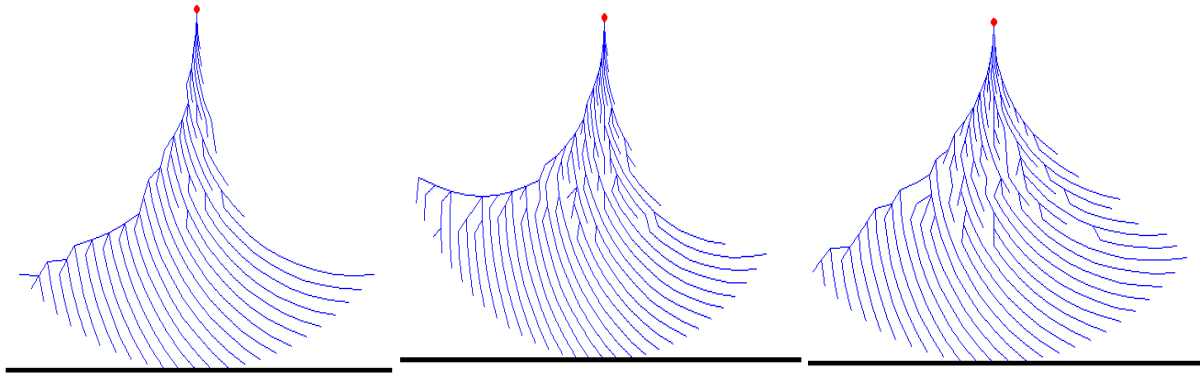


Figure III.45 : Organigramme de simulation ( $E_{0max}$  comme critère de propagation)

### A. Modèle sans chute de tension

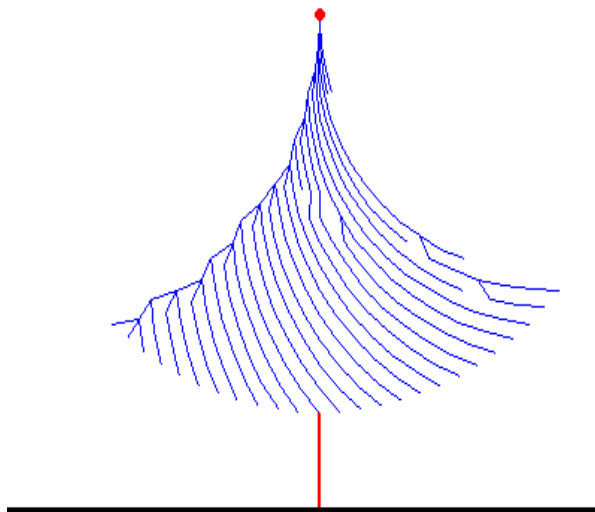
Pour un modèle sans paratonnerre, l'exécution de notre programme, nous donne une probabilité de décharge totale égale à 100 %. Ce qui veut dire que ce modèle est fidèle à l'expérimentation. La Figure (III.45) représente trois formes de décharges obtenues par simulation.



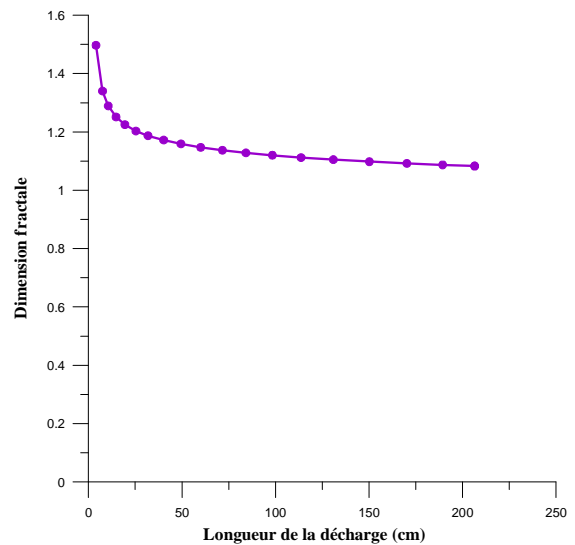
**Figure (III.46) :** Formes de décharges obtenues pour un système pointe plan (modèle sans chute de tension)

### III.3.2.3. Détermination de la zone de protection du paratonnerre

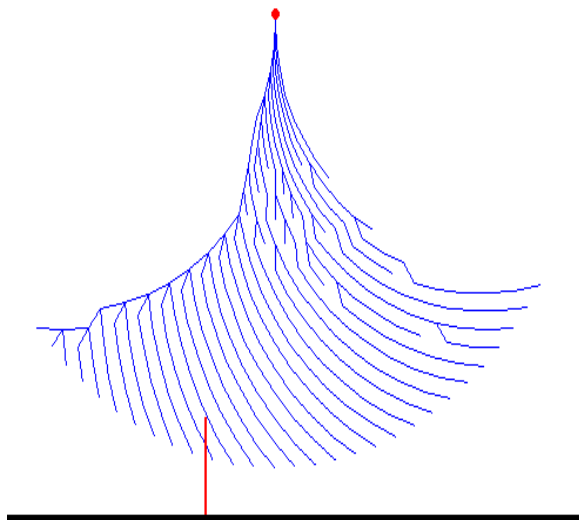
Les formes de décharges obtenues par simulation sont représentées sur les figures (III.47.a – III.60.a), pour les deux hauteurs de paratonnerre choisies. La variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge est représentée sur les figures (III.47.b – III.60.b).



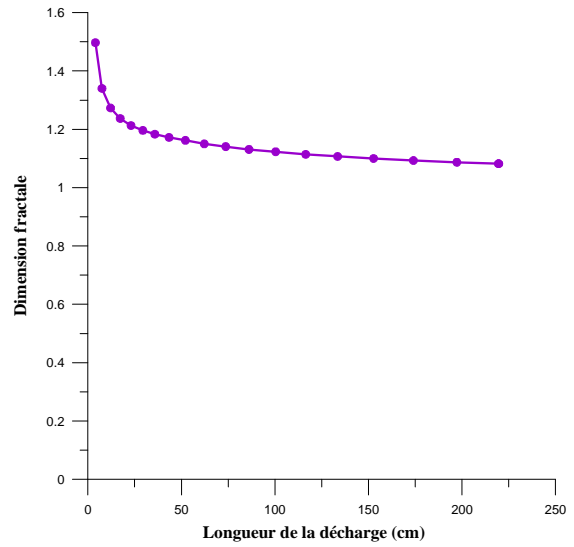
**Figure (III.47.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0$  Da et  $h=0.2$  Da



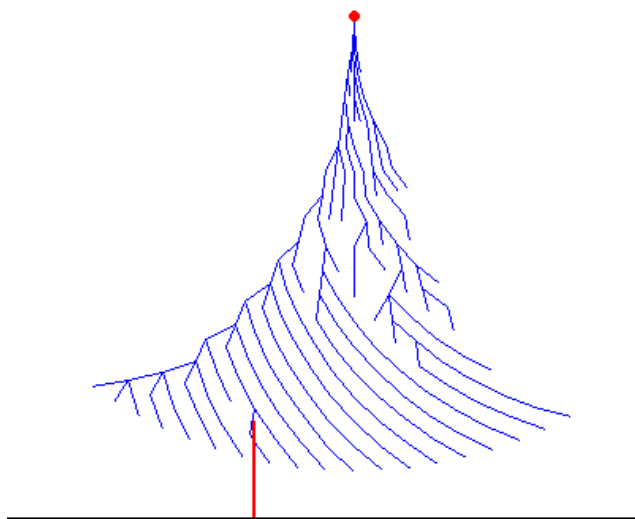
**Figure (III.47.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.47.a)



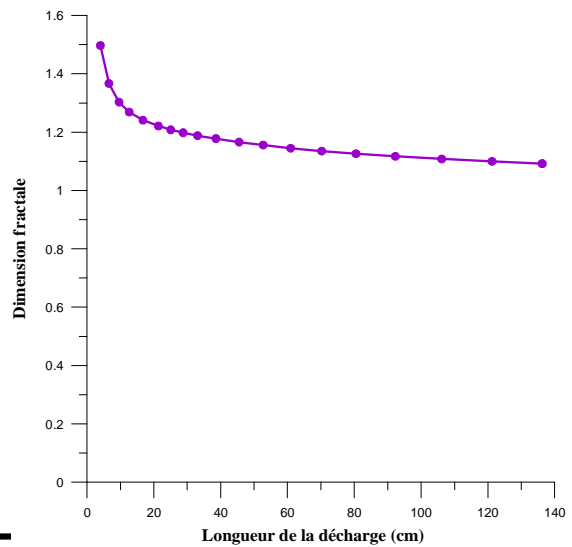
**Figure (III.48.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0.19$  Da et  $h=0.2$  Da



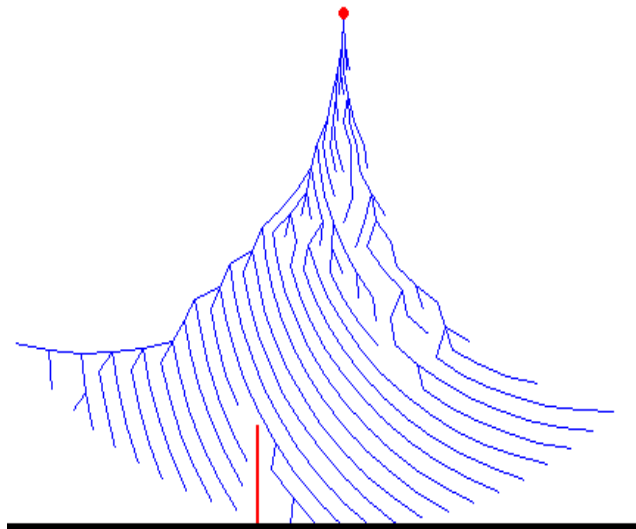
**Figure (III.48.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.48.a)



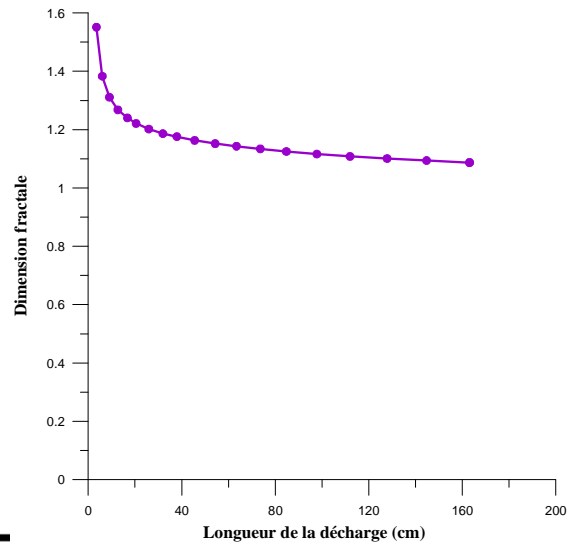
**Figure (III.49.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0.2$  Da et  $h=0.2$  Da (1<sup>er</sup> essai)



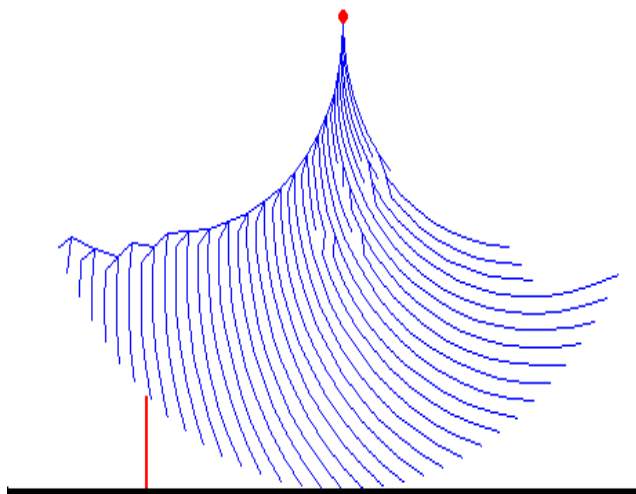
**Figure (III.49.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.49.a)



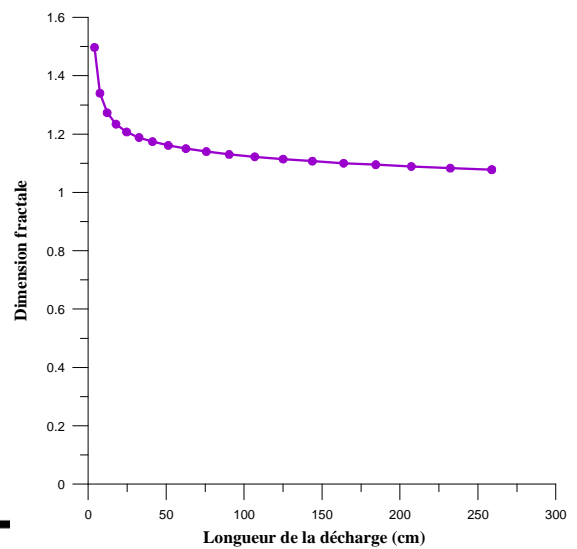
**Figure (III.50.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0.2$  Da et  $h=0.2$  Da (2<sup>ème</sup> essai)



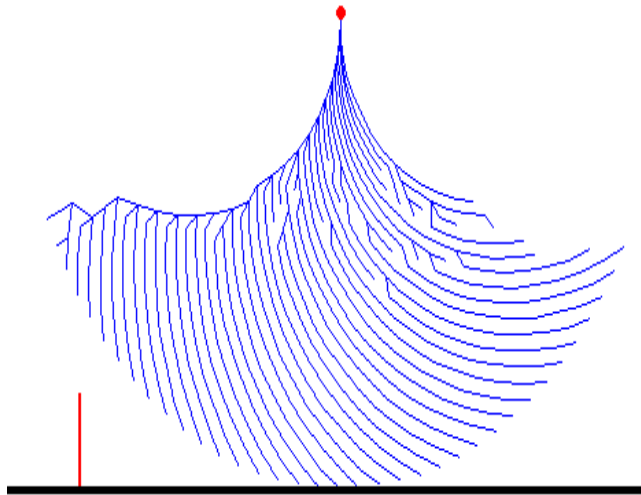
**Figure (III.50.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.50.a)



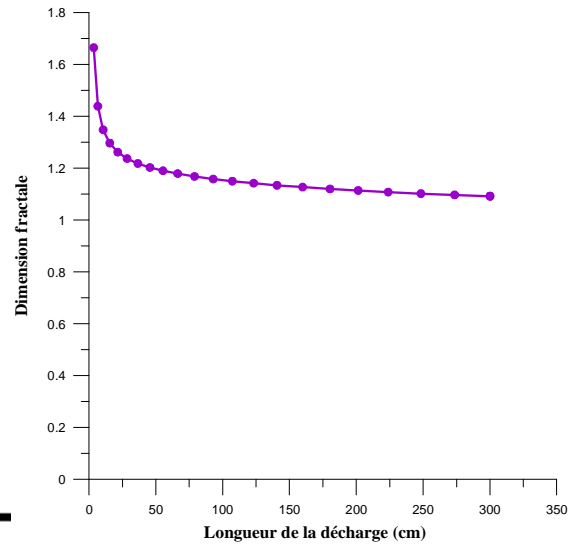
**Figure (III.51.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0.6$  Da et  $h=0.2$  Da



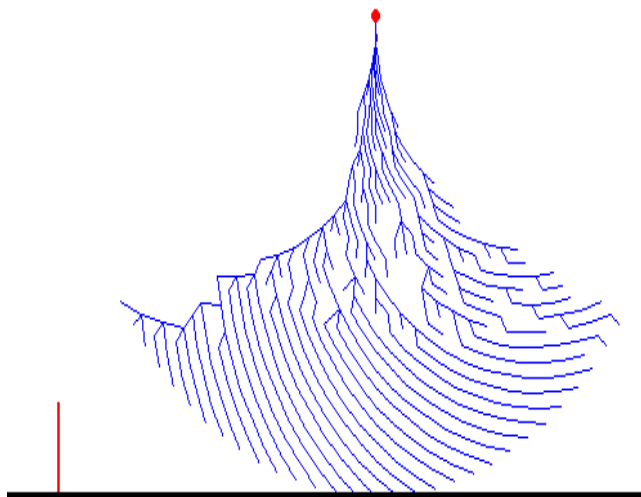
**Figure (III.51.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.51.a)



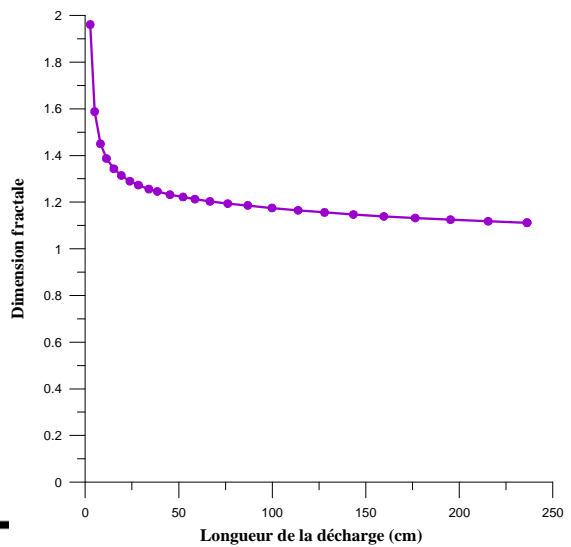
**Figure (III.52.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0.8$  Da et  $h=0.2$  Da



**Figure (III.52.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.52.a)



**Figure (III.53.a) :** Forme de la décharge pour  $x=1$  Da et  $h=0.2$  Da



**Figure (III.53.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.53.a)



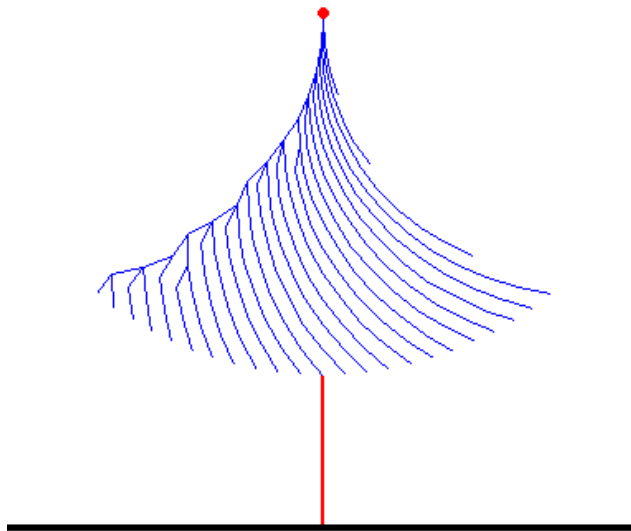


Figure (III.54.a) : Forme de la décharge pour  $x=0$  Da et  $h=0.3$  Da

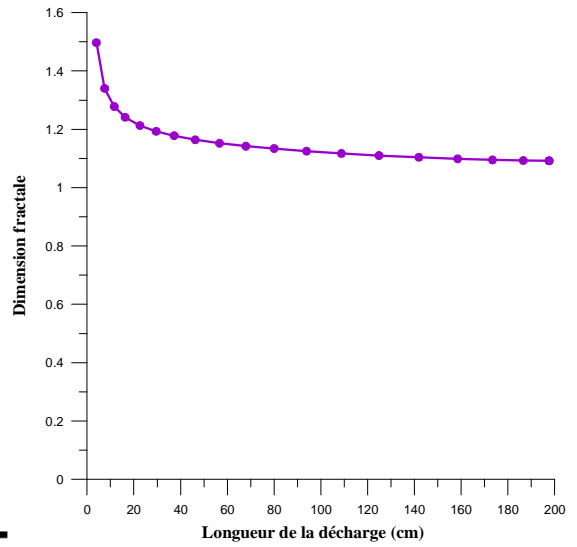


Figure (III.54.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.54.a)

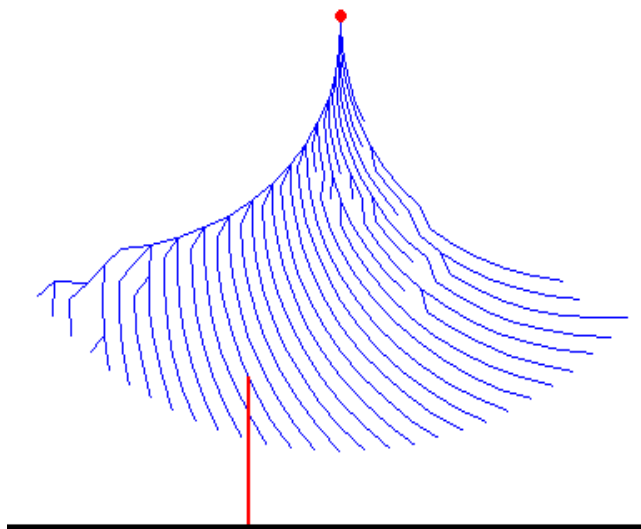


Figure (III.55.a) : Forme de la décharge pour  $x=0.2$  Da et  $h=0.3$  Da

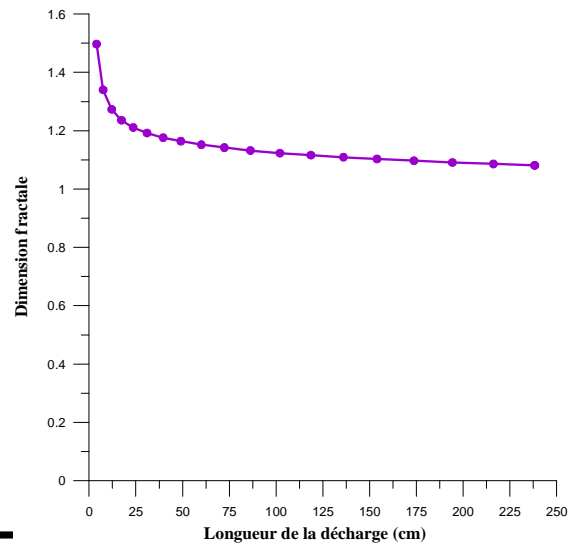
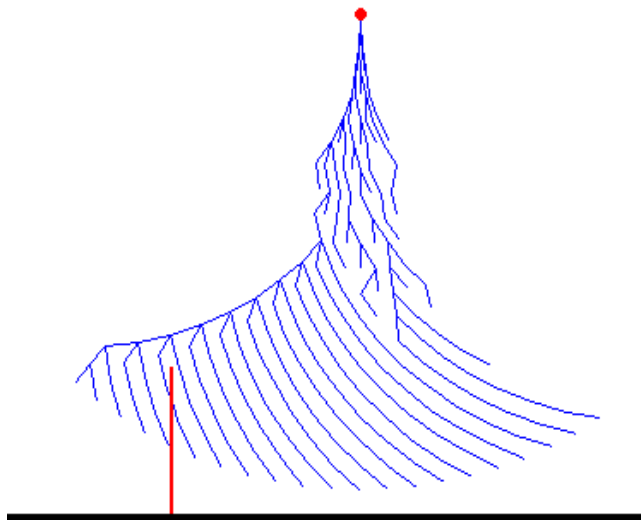
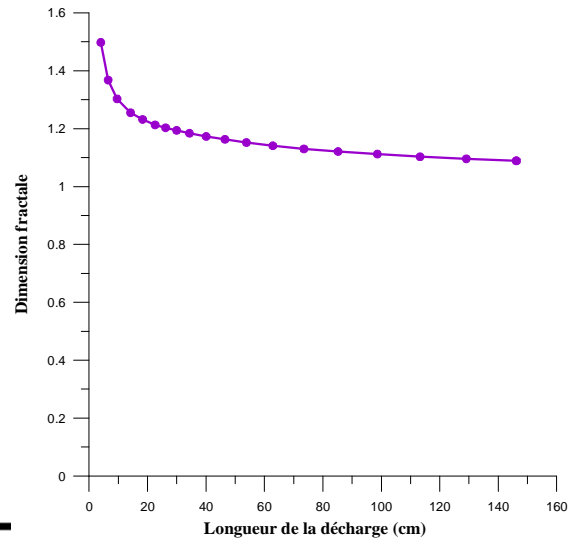


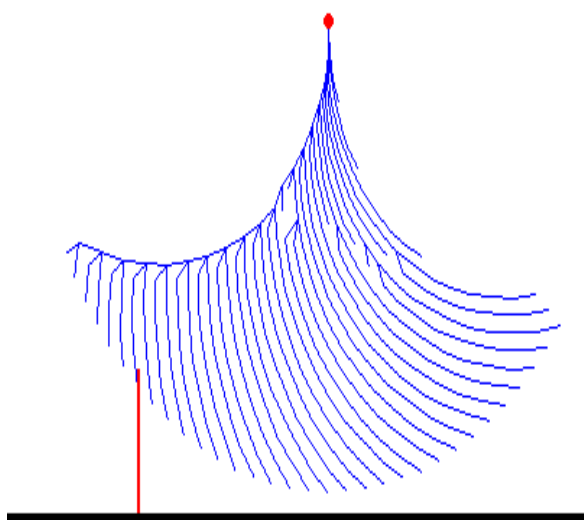
Figure (III.55.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.55.a)



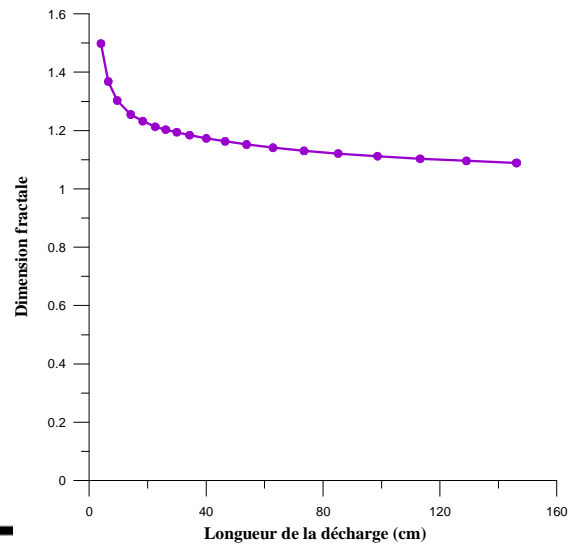
**Figure (III.56.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0.4$  Da et  $h=0.3$  Da



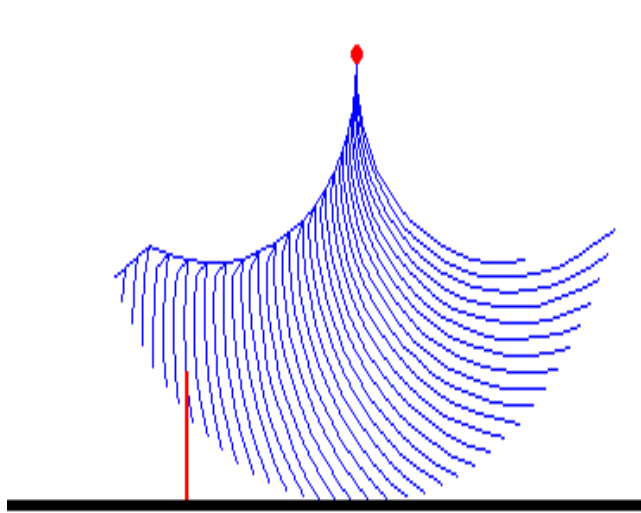
**Figure (III.56.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.56.a)



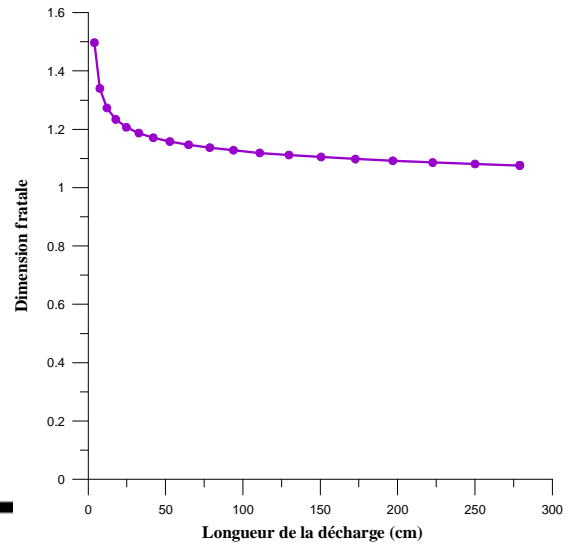
**Figure (III.57.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0.6$  Da et  $h=0.3$  Da



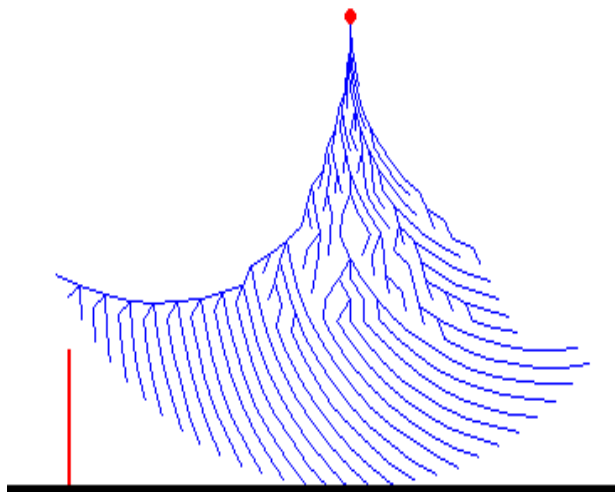
**Figure (III.57.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.57.a)



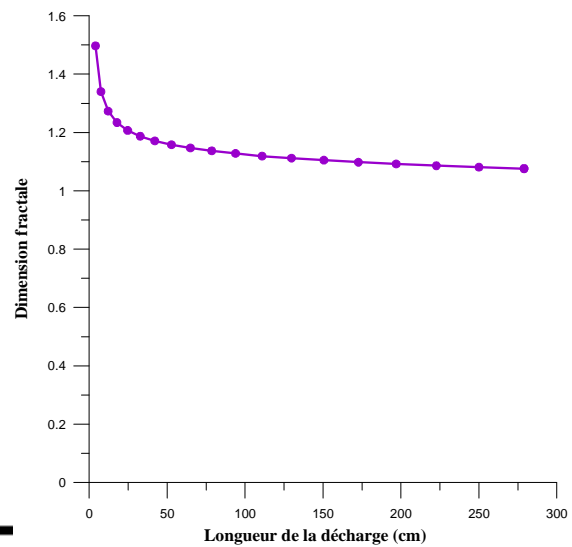
**Figure (III.58.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0.62$  Da et  $h=0.3$  Da



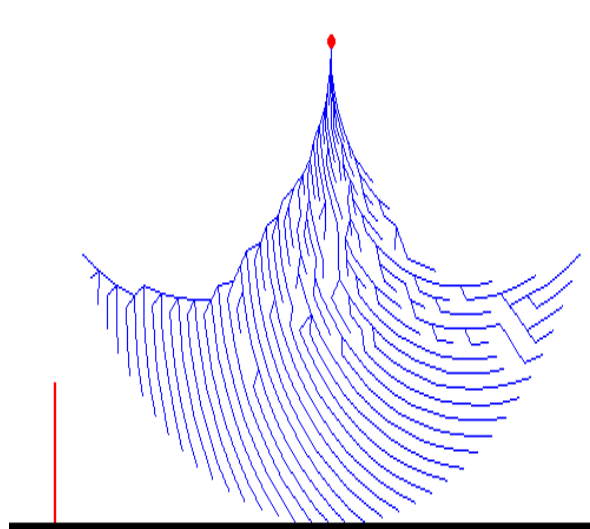
**Figure (III.58.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.58.a)



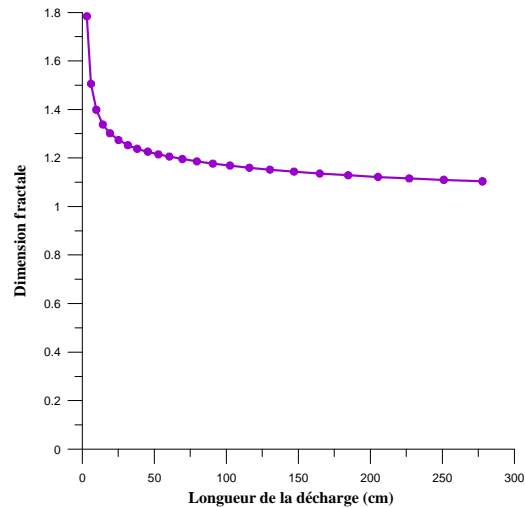
**Figure (III.59.a) :** Forme de la décharge pour  $x=0.8$  Da et  $h=0.3$  Da



**Figure (III.59.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.59.a)



**Figure (III.60.a) :** Forme de la décharge pour  $x=1$  Da et  $h=0.3$  Da



**Figure (III.60.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.60.a)

Les figures citées ci-dessus montrent, que pour une hauteur  $h=0.2$  Da, la décharge est captée par le paratonnerre tant que la position de ce dernier reste inférieure à  $0.19$  Da (Figure III.47.a et III.48.a). Au-delà de cette dernière valeur, le paratonnerre n'assure plus de protection (Figures III.50.a – III.53.a).

Un cas critique se présente pour une position égale à  $0.2$  Da où la décharge est soit captée par le paratonnerre (Figure III.49.a) ou possède deux points d'impact simultanés : le sol et le paratonnerre (Figure III.50.a).

Pour  $h=0.3$  Da et pour des positions comprises entre  $0$  et  $0.6$  Da, la décharge est captée par le paratonnerre (Figures III.55.a – III.58.a). Pour des positions égales à  $0.8$  et  $1$  Da, la décharge évolue directement vers le sol (Figure III.59.a et III.60.a).

Un cas critique se présente pour une position égale à  $0.61$  Da où la décharge est soit captée par le paratonnerre (Figure III.58.a), soit possède deux points d'impact simultanés : le sol et le paratonnerre (III.59.a).

En ce qui concerne la dimension fractale, les figures (III.47.a – III.60.a) montrent que celle-ci diminue en fonction de la longueur de la décharge. Cette diminution est importante pour les premières étapes puis s'atténue pour les étapes suivantes. Elle reste toujours comprise entre  $1$  et  $2$ .

Nous résumons les différents points d'impact de la décharge, pour les différentes positions du paratonnerre, sur les tableaux (III.5 et III.6)

Position du paratonnerre (x/Da)	Dimension fractale finale	Points d'impact de la décharge
0	1.083	Paratonnerre
0.19	1.082	Paratonnerre
0.2 (1 <sup>er</sup> essais)	1.092	Paratonnerre
0.2 (2 <sup>ème</sup> essais)	1.087	paratonnerre, sol
0.6	1.078	paratonnerre, sol
0.8	1.092	Sol
1	1.112	Sol

**Tableau III.5 :** Variation de la dimension fractale finale en fonction de la position du paratonnerre pour une hauteur égale à 0.2 Da de ce dernier.

Position du paratonnerre (x/Da)	Dimension fractale finale	Points d'impact de la décharge
0	1.092	Paratonnerre
0.2	1.081	Paratonnerre
0.4	1.089	Paratonnerre
0.6	1.078	Paratonnerre
0.61	1.076	paratonnerre, sol
0.8	1.096	Sol
1	1.104	Sol

**Tableau III.6 :** Variation de la dimension fractale finale en fonction de la position du paratonnerre pour une hauteur égale à 0.3 Da de ce dernier.

### **B. Modèle avec chute de tension**

Nous rappelons que tenir compte de la chute de tension revient à attribuer à tout nœud concerné par la décharge, le même potentiel que celui qu'il possédait avant d'être atteint. De cette manière, chaque branche est soumise à une différence de potentiel égale à la différence entre le potentiel du point initiateur de la ramification et le potentiel atteint par la décharge. Cette différence de potentiel représente la chute de tension le long de la branche conductrice.

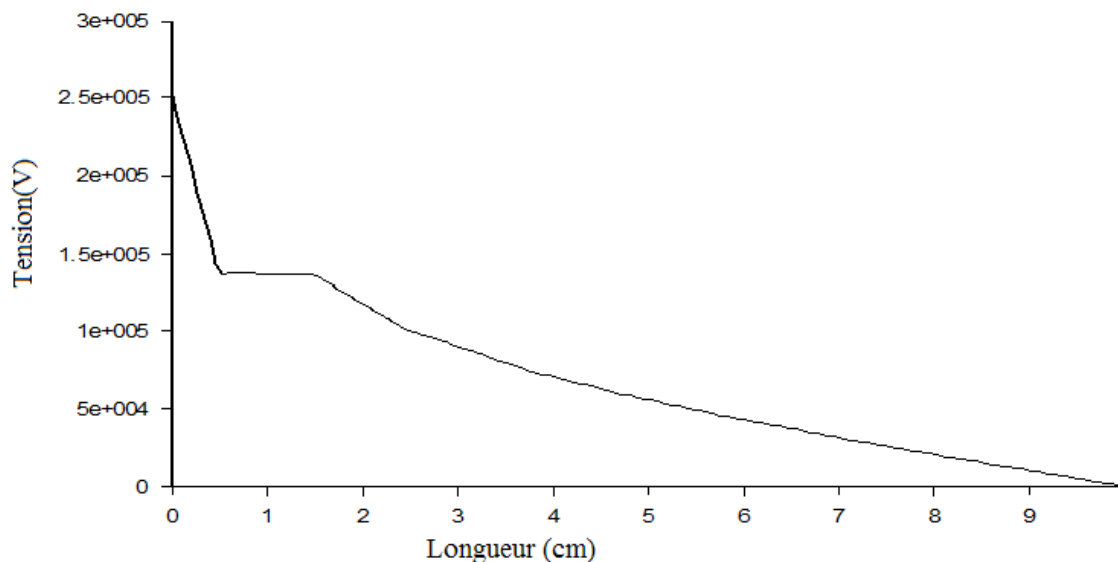
L'exécution de notre programme, pour un modèle sans paratonnerre, ne nous donne aucune décharge qui atteint le sol. Donc la probabilité de décharge totale est nulle. La forme de la décharge obtenue par simulation est représentée sur la figure (III.61).



**Figure III.61 :** Forme de décharge obtenue par simulation (modèle avec chute de tension)

En examinant la répartition du potentiel entre la pointe (tête du traceur) et le sol pour le cas présenté en figure (III.61), nous constatons que la chute de tension pour les premières branches de la décharge représente approximativement 50% de la tension appliquée (figure III.62).

Cette chute est trop importante pour que la décharge puisse évoluer (le critère de propagation ne peut être vérifié au-delà de ces quelques branches).



**Figure III.62 :** Variation du potentiel entre la pointe et le plan.

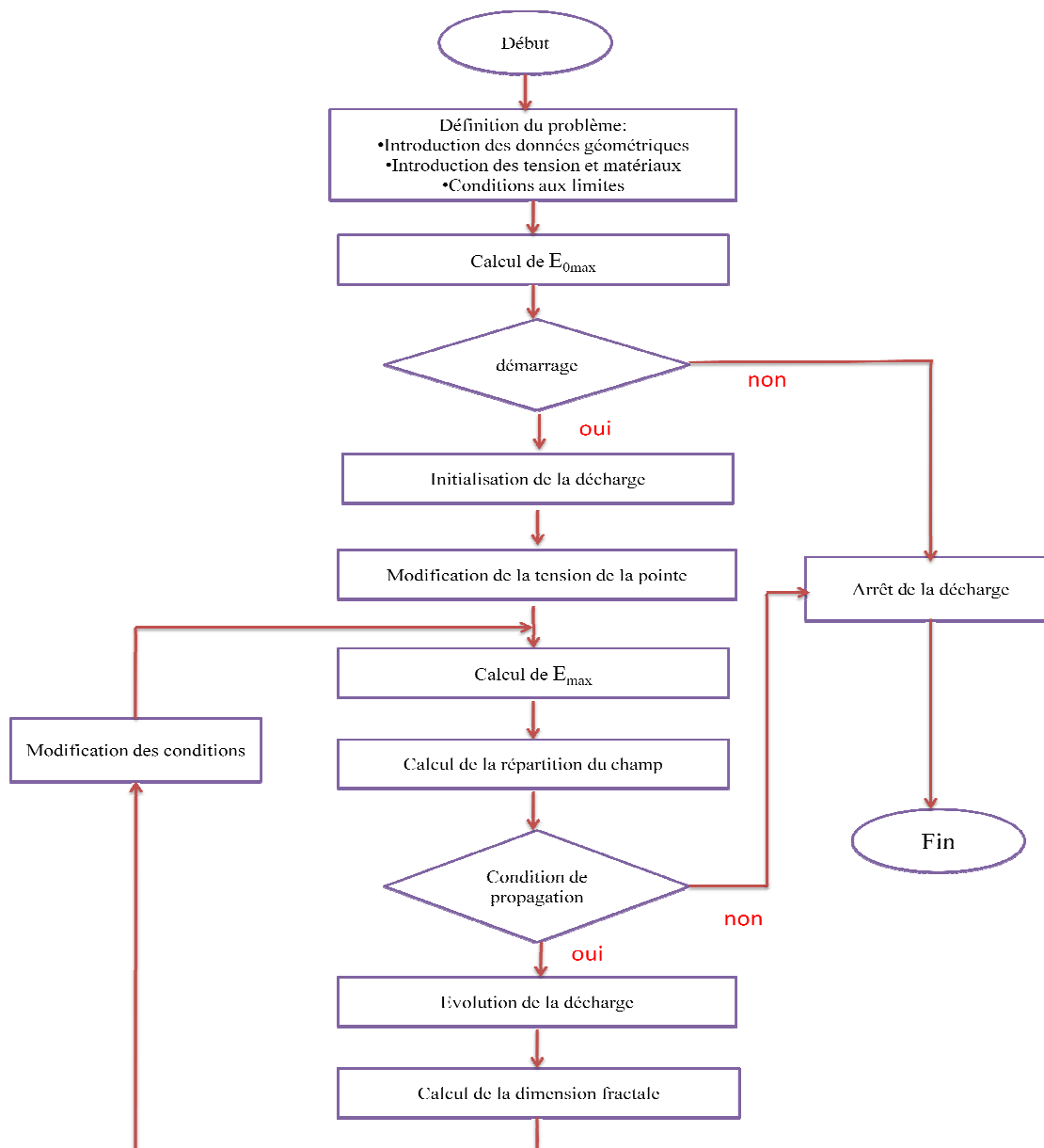
La prise en compte de la chute de tension dans ce modèle, semble inconvenante à la modélisation de la décharge. Pour remédier à ce problème, nous apportons d'autres modifications au programme.

### III.3.3. Choix de $E_{0max}$ au démarrage comme critère de propagation

La modification apportée à ce programme consiste à calculer le champ  $E_{0max}$  au démarrage (1<sup>er</sup> saut de la décharge), pour la tension  $U_{0\%}$ . Pour les sauts suivants, tout le calcul (" $E_{max}$ " " $E_{0max}$  et répartition du champ) s'effectue pour la tension après avoir attribué la tension  $U_{100\%}$  à la pointe.

#### III.3.1. Organigramme de simulation

Nous résumons les différentes étapes entreprises lors de la conception de notre programme de simulation, pour ce modèle, sur l'organigramme de la figure (III.63) :

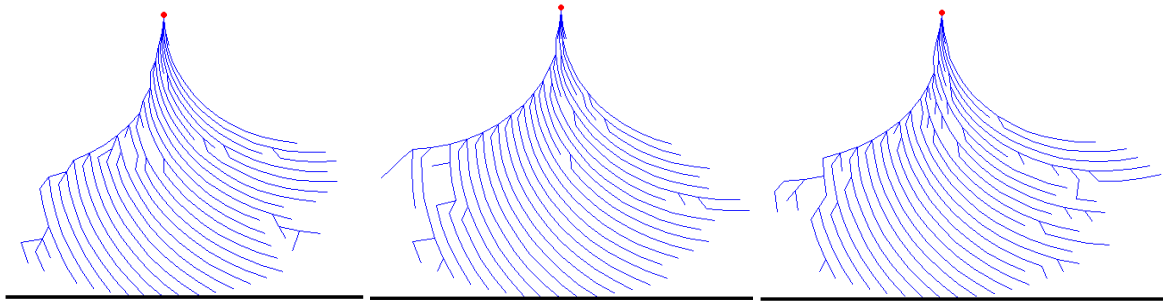


**Figure III.63 :** Organigramme de simulation (Choix de  $E_{0max}$  au démarrage comme critère de propagation)

### A. Modèle sans chute de tension

En exécutant notre programme, pour un système pointe plan sans paratonnerre, nous obtenons une probabilité de décharge totale au sol égale à 100 %.

Les décharges obtenues diffèrent d'une exécution à une autre, reflétant ainsi le caractère aléatoire de la décharge. Trois cas de figures obtenues par simulation sont représentés sur la figure (III.64).

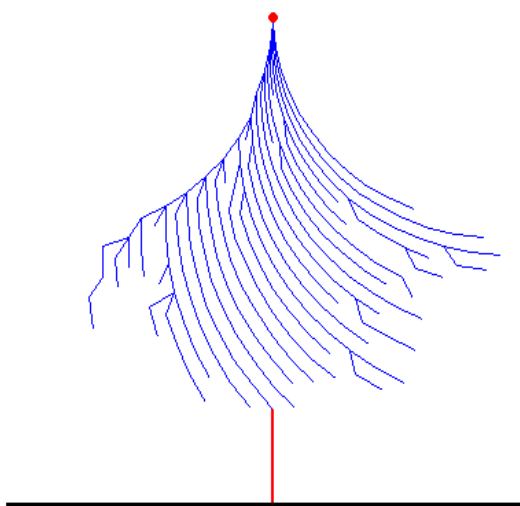


**Figure III.64 :** Formes de décharges dans un système pointe plan sans paratonnerre

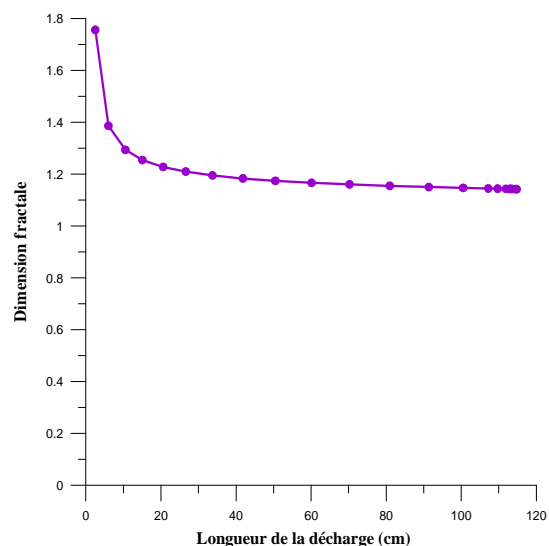
#### III.3.3.2. Détermination de la zone de protection du paratonnerre

Nous présentons les formes de décharges pour les deux hauteurs du paratonnerre choisies  $h = 0.2 \text{ Da}$  et  $0.3 \text{ Da}$  sur les figures (III.65.a – III.72.a) et (III.73.a- III.81.a) respectivement.

Aussi, la variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour ces deux hauteurs est illustrée sur les figures (III.65.b – III.72.b) et (III.73.b- III.81.b) respectivement.

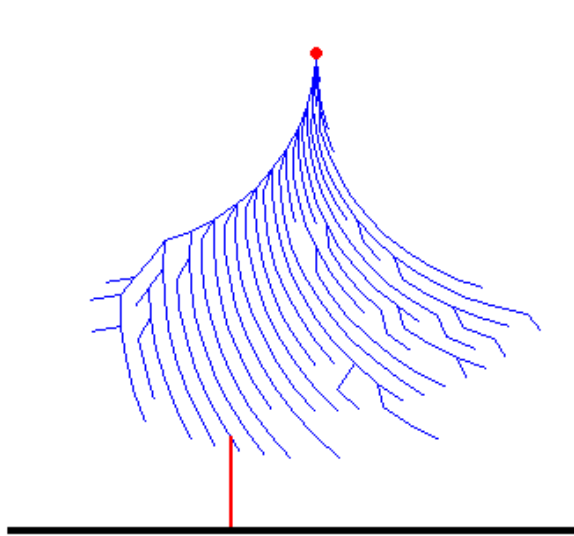


**Figure (III.65.a):** Forme de la décharge pour  $x=0 \text{ Da}$  et  $h=0.2 \text{ Da}$

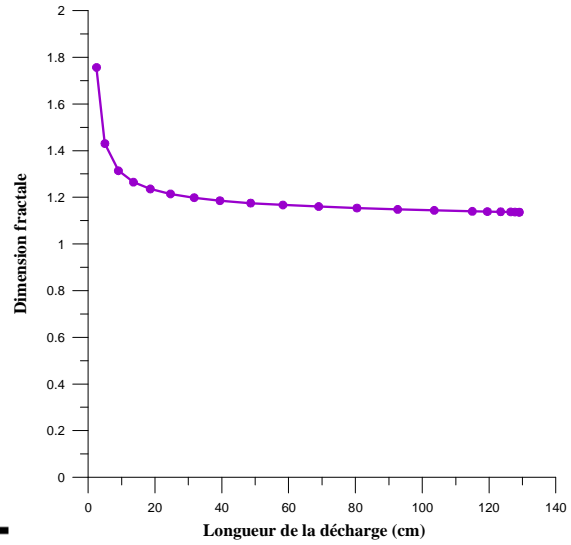


**Figure (III.65.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.65.a)

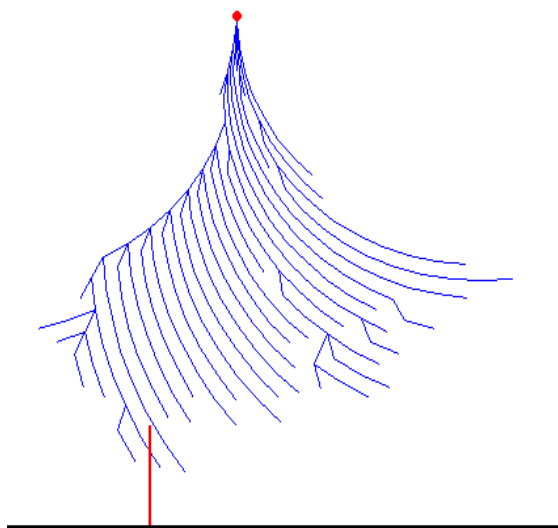




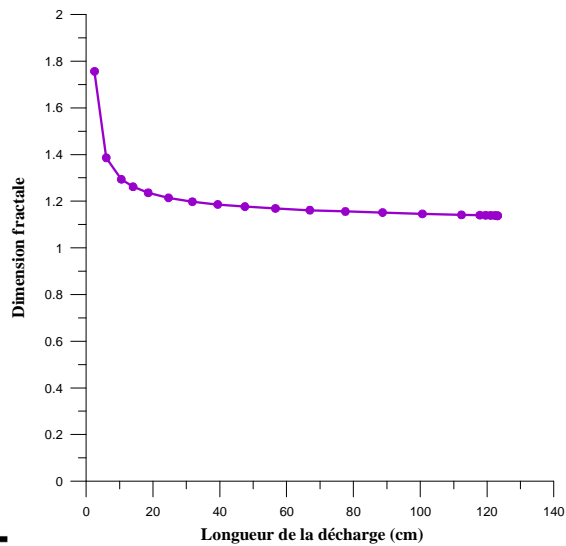
**Figure (III.66.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.18$  Da et  $h=0.2$  Da



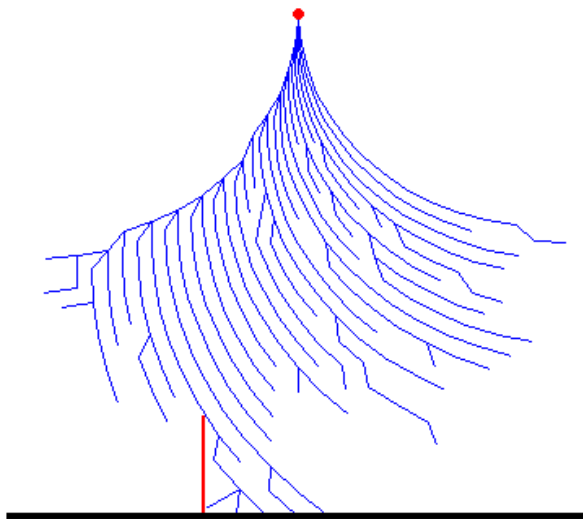
**Figure (III.66.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.66.a)



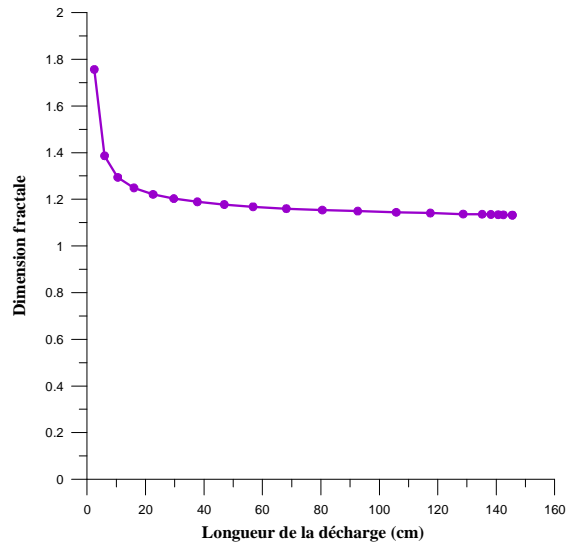
**Figure (III.67.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.19$  Da et  $h=0.2$  Da (1<sup>er</sup> essai)



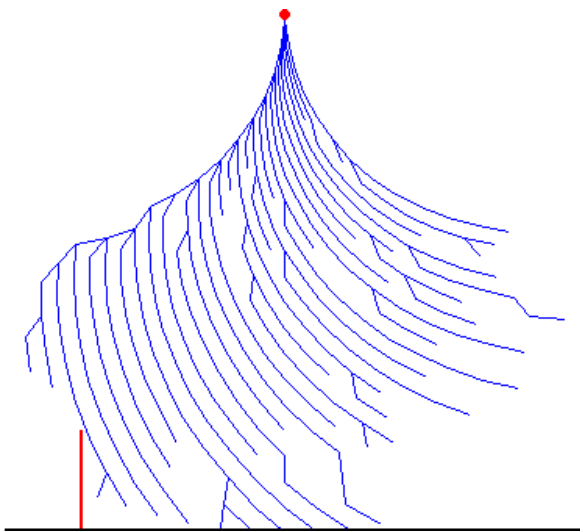
**Figure (III.67.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.67.a)



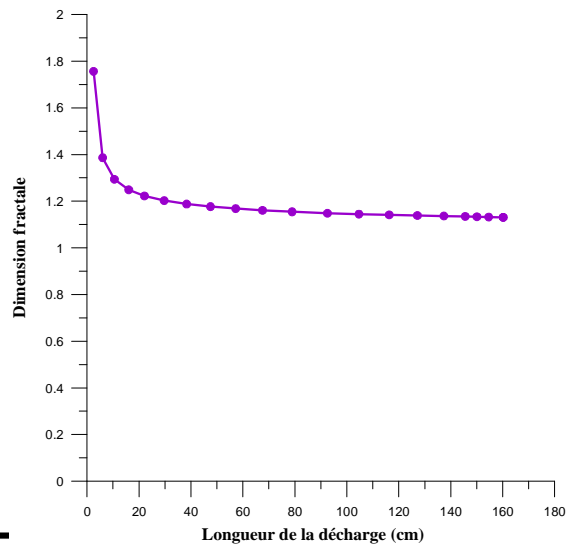
**Figure (III.68.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.19$  Da et  $h=0.2$  Da (2<sup>ème</sup> essai)



**Figure (III.68.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.68.a)



**Figure (III.69.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.4$  Da et  $h=0.2$  Da



**Figure (III.69.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.69.a)

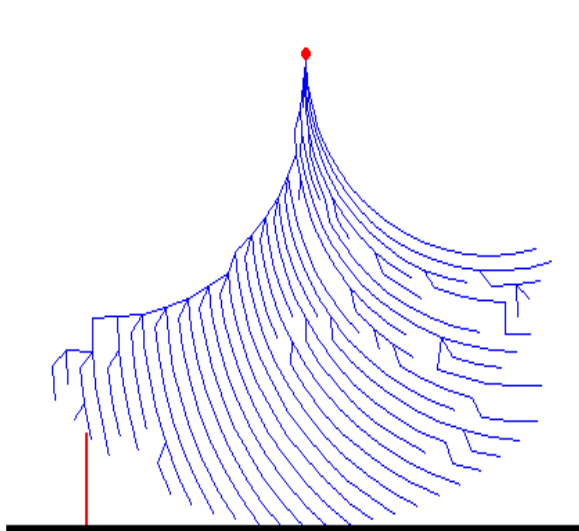


Figure (III.70.a): Forme de la décharge pour  $x=0.6$  Da et  $h=0.2$  Da

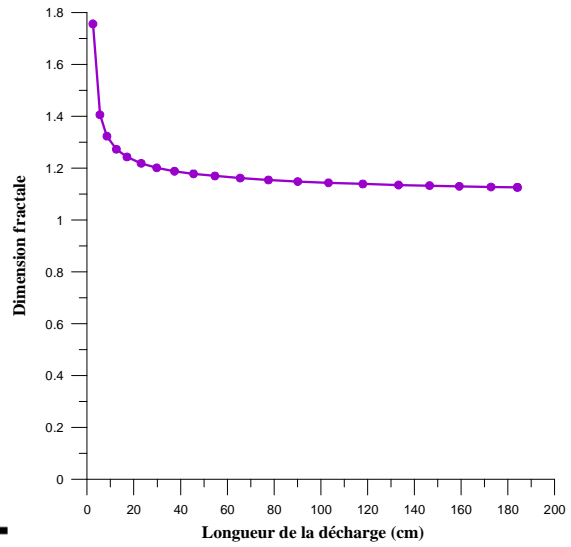


Figure (III.70.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.70.a)

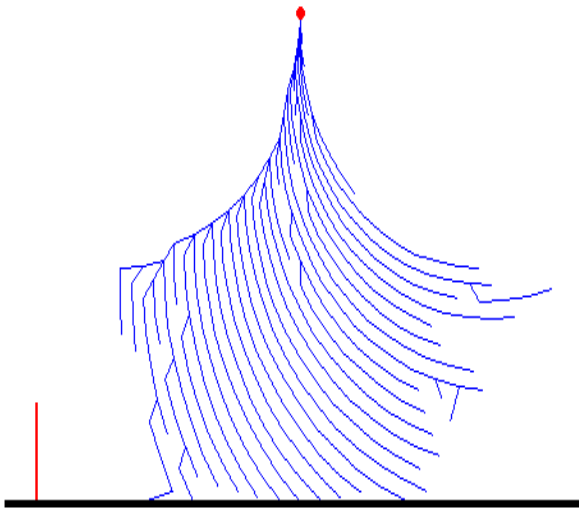


Figure (III.71.a): Forme de la décharge pour  $x=0.8$  Da et  $h=0.2$  Da

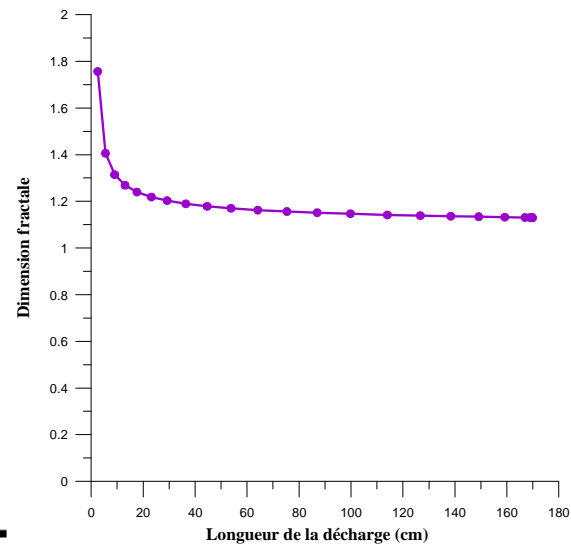


Figure (III.71.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.71.a)

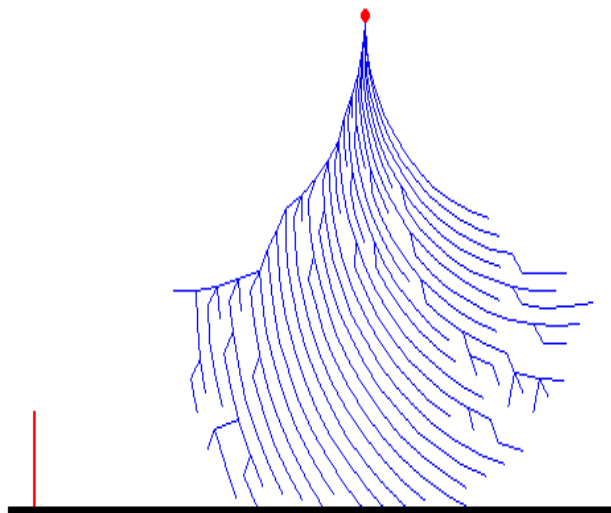


Figure (III.72.a): Forme de la décharge pour  $x=1$  Da et  $h=0.2$  Da

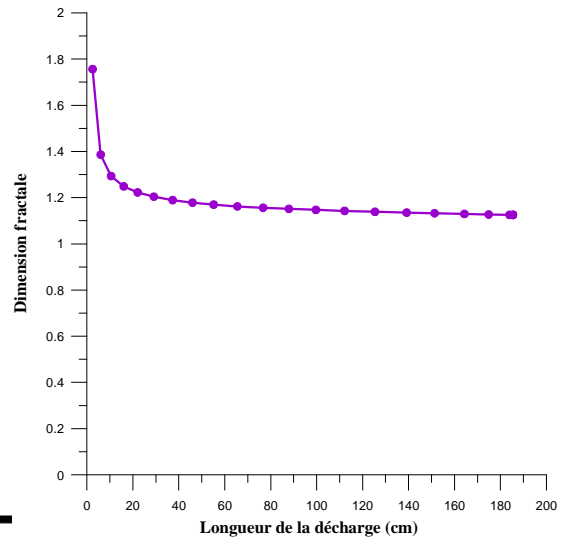


Figure (III.72.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.72.a)

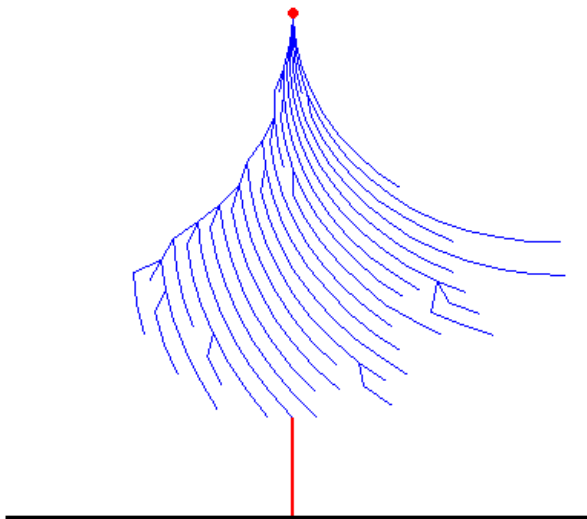


Figure (III.73.a): Forme de la décharge pour  $x=0$  Da et  $h=0.3$  Da

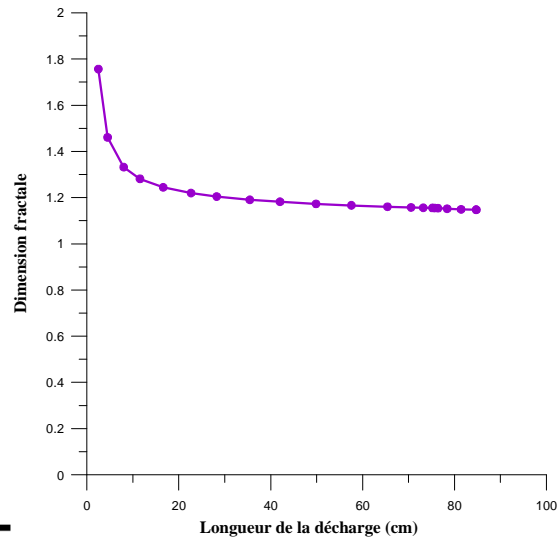


Figure (III.73.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.73.a)

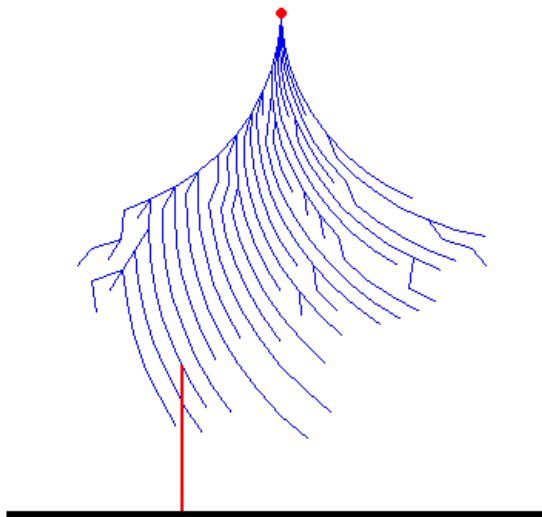


Figure (III.74.a): Forme de la décharge pour  $x=0.2$  Da et  $h=0.3$  Da

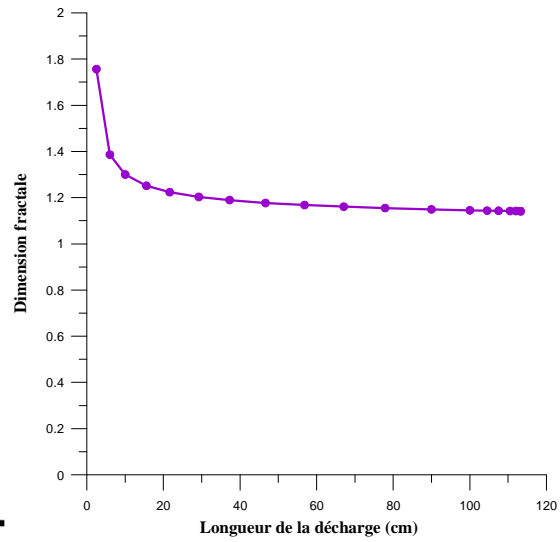


Figure (III.74.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.74.a)

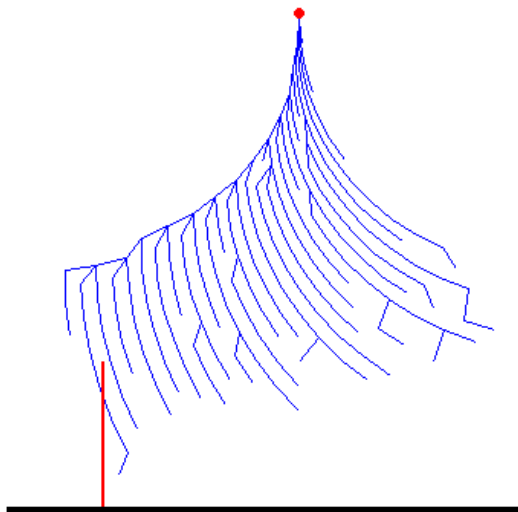


Figure (III.75.a): Forme de la décharge pour  $x=0.4$  Da et  $h=0.3$  Da

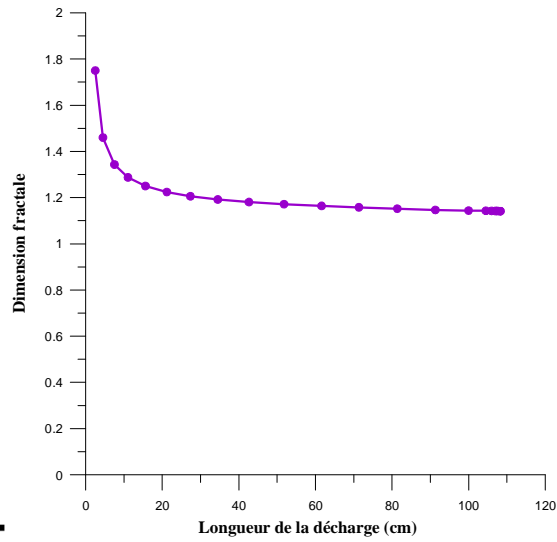
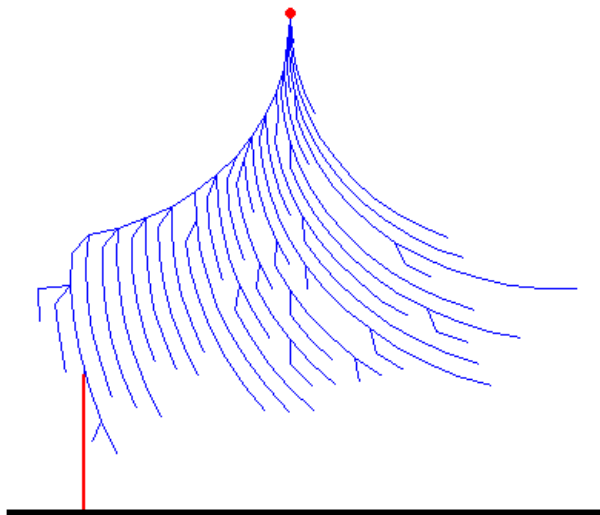
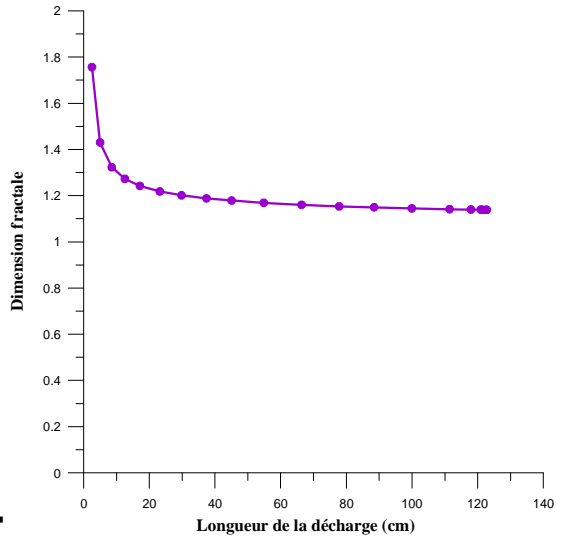


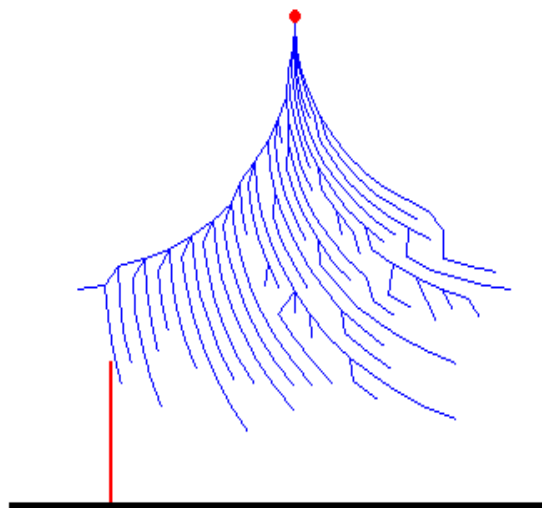
Figure (III.75.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.75.a)



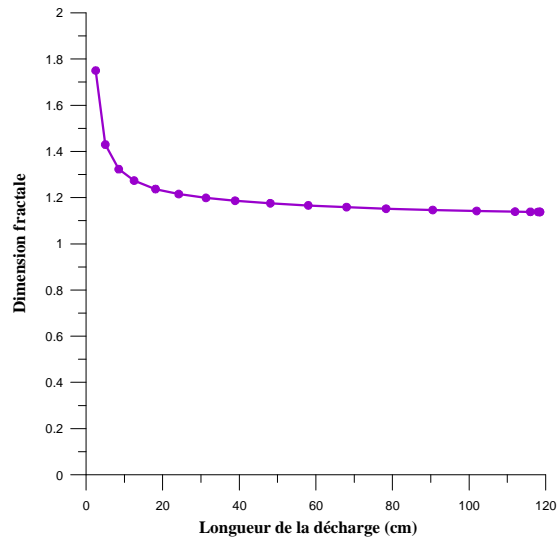
**Figure (III.76.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.42$  Da et  $h=0.3$



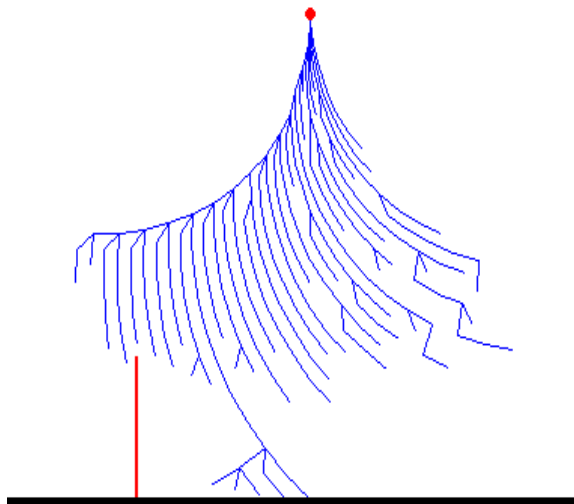
**Figure (III.76.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.76.a)



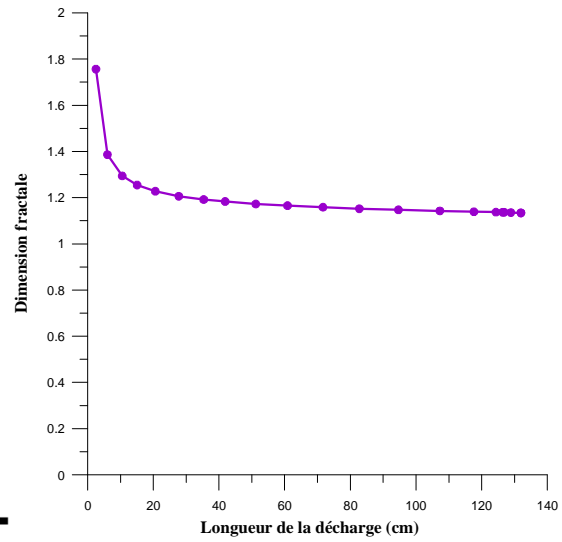
**Figure (III.77.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.43$  Da et  $h=0.3$  Da (1<sup>er</sup> essai)



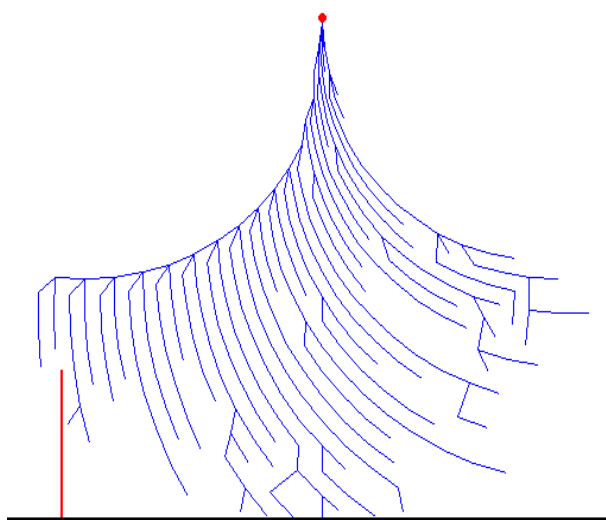
**Figure (III.77.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.77.a)



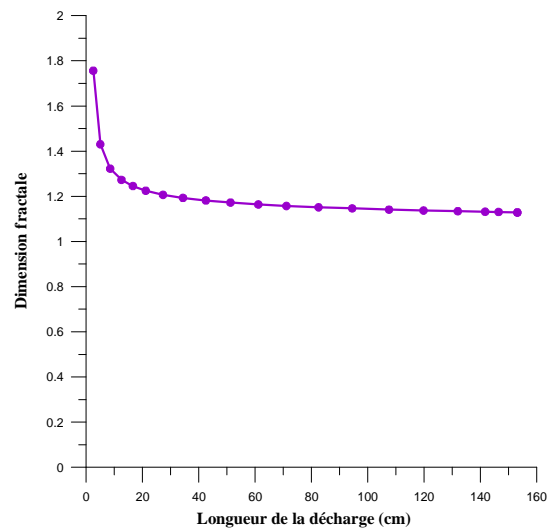
**Figure (III.78.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.43$  Da et  $h=0.3$  Da (2<sup>ème</sup> essai)



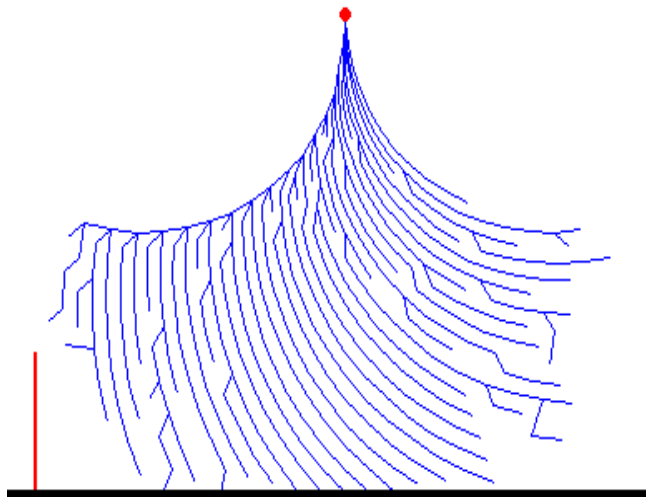
**Figure (III.78.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.78.a)



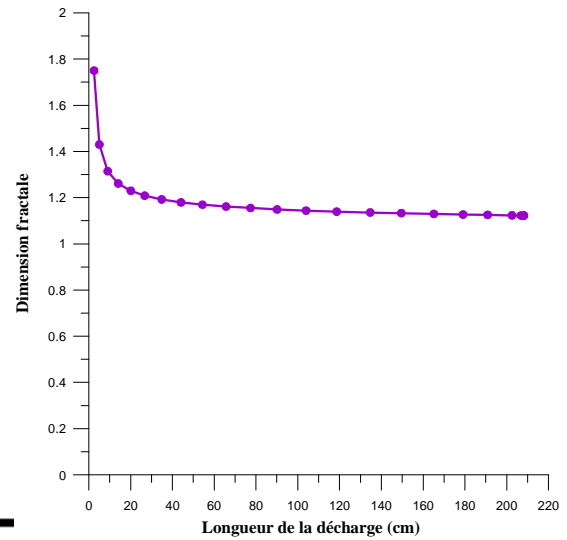
**Figure (III.79.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.6$  Da et  $h=0.3$  Da



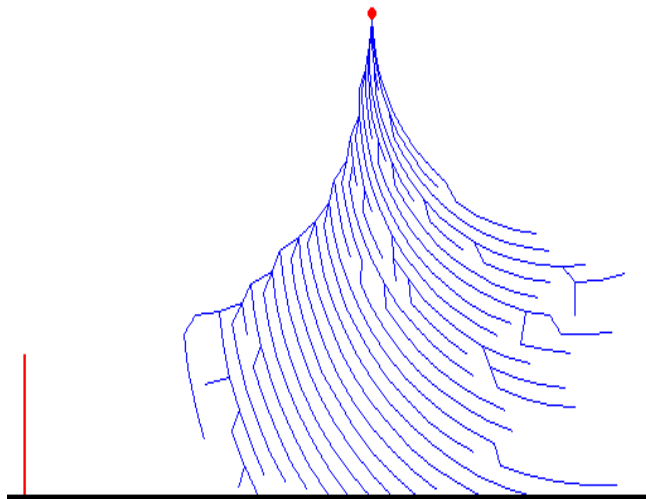
**Figure (III.79.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.79.a)



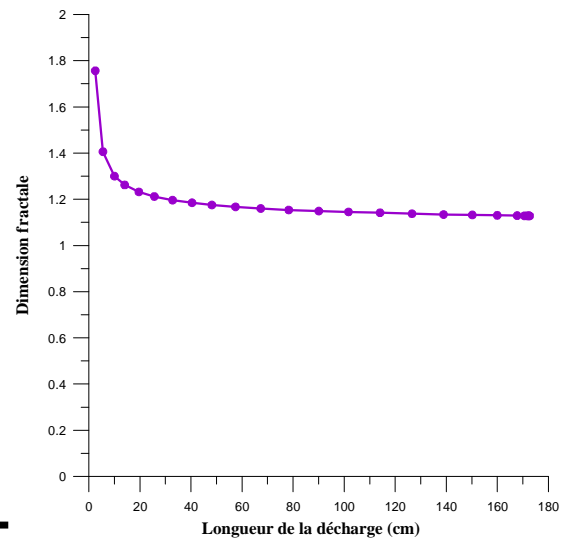
**Figure (III.80.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.8$  Da et  $h=0.3$  Da



**Figure (III.80.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.80.a)



**Figure (III.81.a):** Forme de la décharge pour  $x=1$  Da et  $h=0.3$  Da



**Figure (III.81.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.81.a)

Les figures citées ci-dessus montrent, que pour une hauteur  $h=0.2$  Da, la décharge est captée par le paratonnerre tant que la position de ce dernier reste inférieure ou égale à  $0.18$  Da (Figure III.65.a et III.66.a). Au-delà de cette dernière valeur, le paratonnerre n'assure plus de protection (Figures III.67.a – III.72.a).

Un cas critique se présente pour une position égale à  $0.19$  Da où la décharge est soit captée par le paratonnerre (Figure III.67.a) ou possède deux points d'impact simultanés : le sol et le paratonnerre (Figure III.68.a).



Pour une hauteur  $h=0.3$  Da et des positions comprises entre 0 et 0.42 Da, la décharge est captée par le paratonnerre (Figures III.73.a – III.76.a). Pour des positions comprises entre 0.8 et 1 Da la décharge évolue directement vers le sol (Figure III.80.a et III.81.a). Pour  $x=0.6$  Da la décharge possède deux points d'impact simultanés : le sol et le paratonnerre (Figure III.79.a).

Un cas critique se présente pour une position égale à 0.43 Da où la décharge est soit captée par le paratonnerre (Figure III.77.a), soit possède deux points d'impact simultanés : le sol et le paratonnerre (III.78.a).

En ce qui concerne la dimension fractale, les figures (III.65.a – III.81.a), montrent que celle-ci diminue en fonction de la longueur de la décharge. Cette diminution est importante pour les premières étapes puis s'atténue pour les étapes suivantes. Elle reste comprise entre 1 et 2.

Nous résumons les différents points d'impact de la décharge, pour les différentes positions du paratonnerre, sur les tableaux (III.7 et III.8).

La zone maximale protégée par le paratonnerre, pour ce modèle, est donc égale à 0.18 Da pour une hauteur  $h=0.2$  Da et à 0.42 Da pour une hauteur  $h=0.3$  Da.

Position du paratonnerre (x/Da)	Dimension fractale finale	Points d'impact de la décharge
0	1.142	Paratonnerre
0.18	1.136	Paratonnerre
0.19 (1 <sup>er</sup> essai)	1.137	Paratonnerre
0.19 (2 <sup>ème</sup> essai)	1.132	Sol, paratonnerre
0.4	1.130	Sol, paratonnerre
0.6	1.125	Sol, paratonnerre
0.8	1.129	Sol
1	1.125	Sol

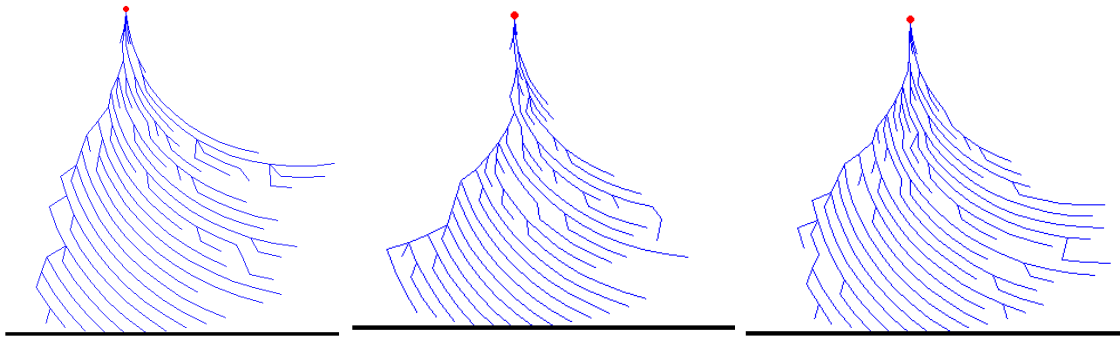
**Tableau III.7 :** Variation de la dimension fractale finale en fonction de la position du paratonnerre pour une hauteur égale à 0.2 Da.

Position du paratonnerre (x/Da)	Dimension fractale finale	Points d'impact de la décharge
0	1.142	Paratonnerre
0.2	1.136	Paratonnerre
0.4	1.137	Paratonnerre
0.42	1.132	Paratonnerre
0.43 (1 <sup>er</sup> essai)	1.130	Paratonnerre
0.43 (2 <sup>ème</sup> essai)	1.125	Sol, paratonnerre
0.6	1.129	Sol, paratonnerre
0.8	1.125	Sol
1	1.128	Sol

**Tableau III.8 :** Variation de la dimension fractale finale en fonction de la position du paratonnerre pour une hauteur égale à 0.3 Da.

### B. Modèle avec chute de tension

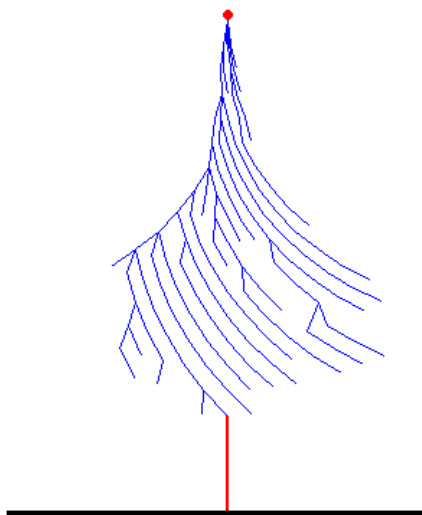
En exécutant notre programme pour un système sans paratonnerre, nous obtenons une probabilité de décharge totale égale à 100 %. Trois cas de figures obtenus par simulation sont représentés sur la figure (III.80). Nous remarquons que la forme de la décharge diffère d'une exécution à une autre reflétant toujours le caractère aléatoire de la décharge.



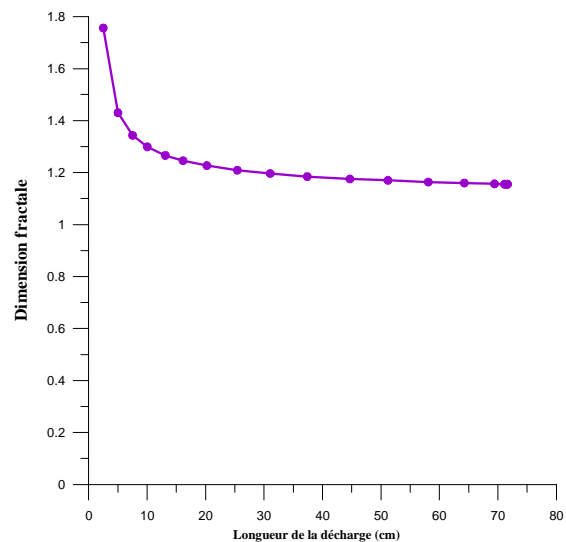
**Figure III.82 :** Formes de décharges dans un système pointe plan sans paratonnerre (modèle sans chute de tension)

#### III.3.3.3. Détermination de la zone de protection du paratonnerre

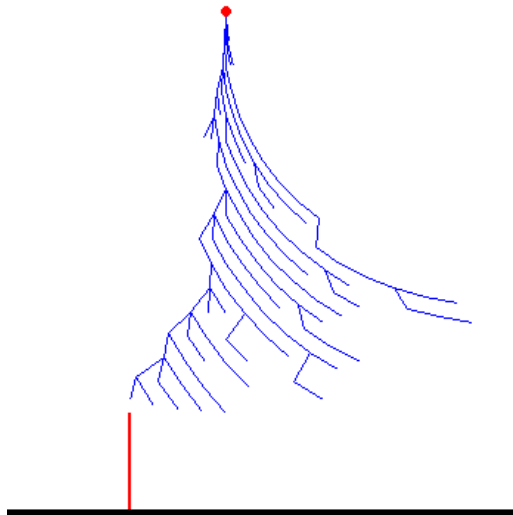
Les formes de décharges obtenues par simulation sont représentées sur les figures (III.83.a – III.102.a). La variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge est représentée sur les figures (III.83.b – III.102.b).



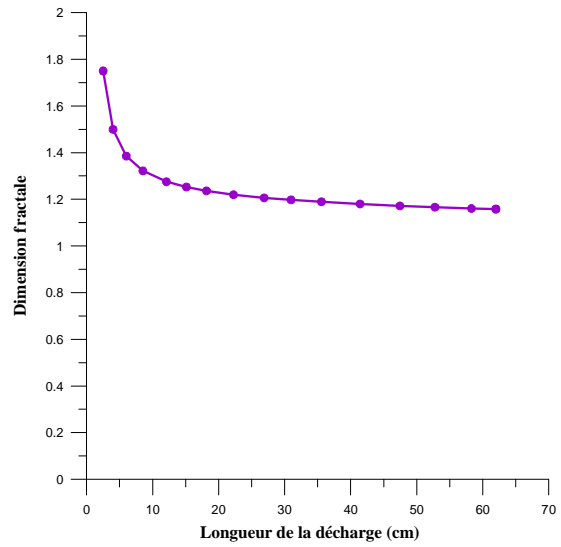
**Figure (III.83.a):** Forme de la décharge pour  $x=0$  Da et  $h=0.2$  Da



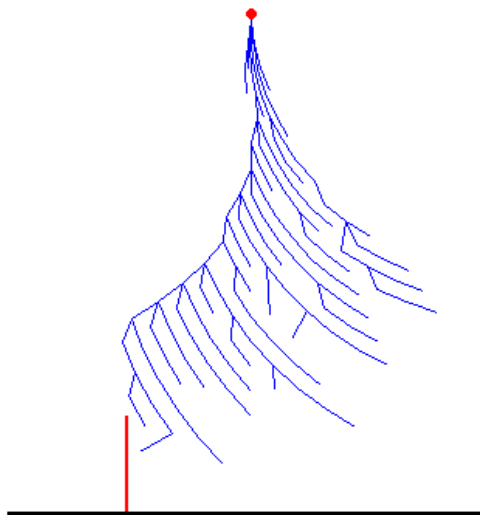
**Figure (III.83.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.83.a)



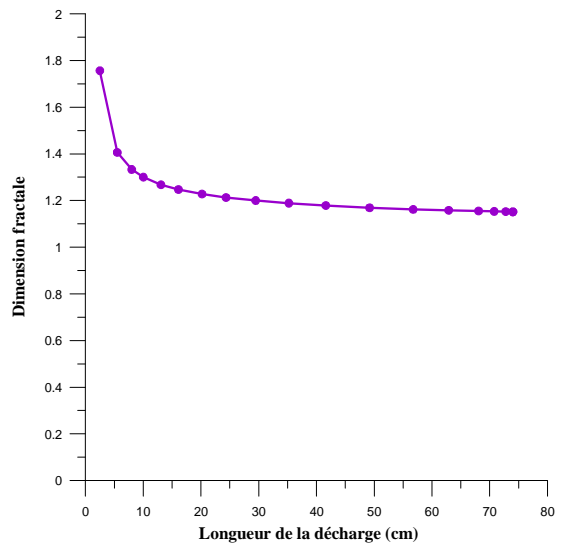
**Figure (III.84.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.2$  Da et  $h=0.2$  Da



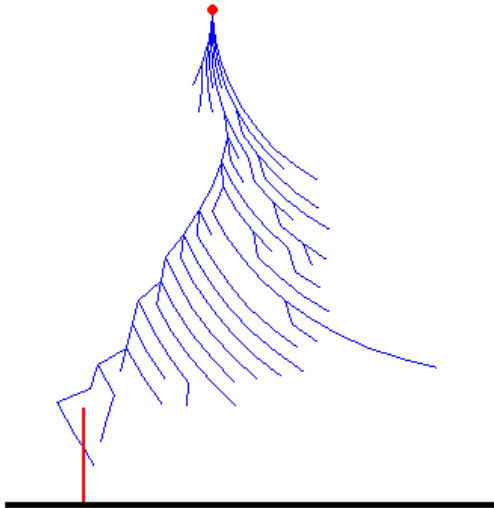
**Figure (III.84.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.84.a)



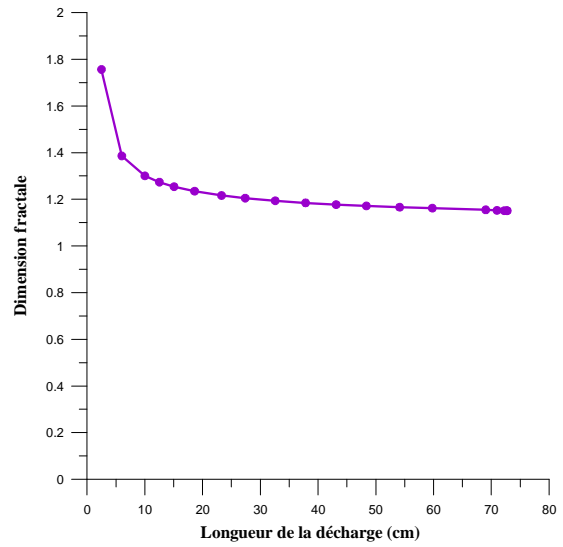
**Figure (III.85.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.25$  Da et  $h=0.2$  Da



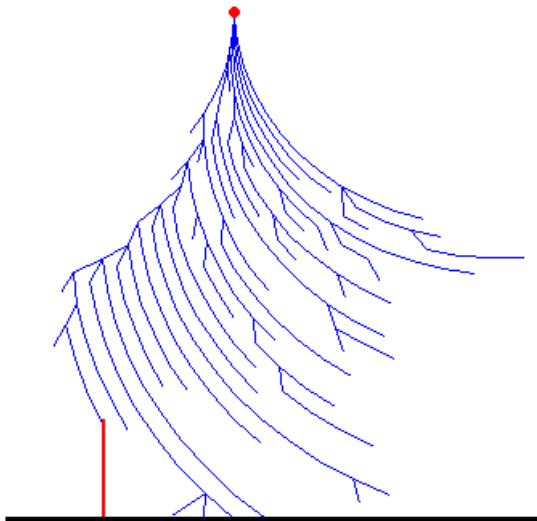
**Figure (III.85.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.85.a)



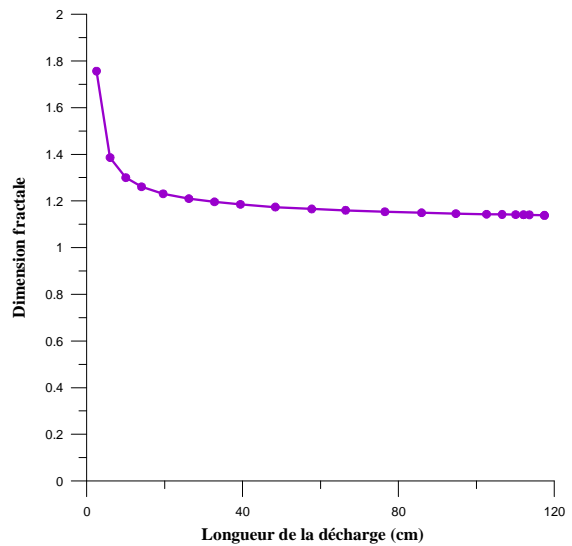
**Figure (III.86.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.26$  Da et  $h=0.2$  Da (1<sup>er</sup> essai)



**Figure (III.86.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.86.a)



**Figure (III.87.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.26$  Da et  $h=0.2$  Da (2<sup>ème</sup> essai)



**Figure (III.87.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.87.a)

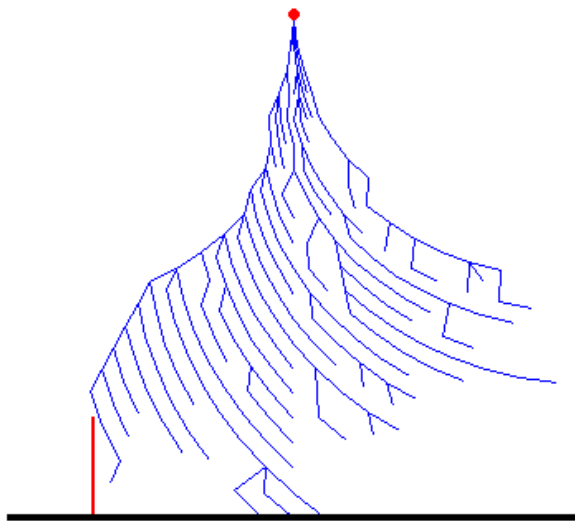


Figure (III.88.a): Forme de la décharge pour  $x=0.4$  Da et  $h=0.2$  Da

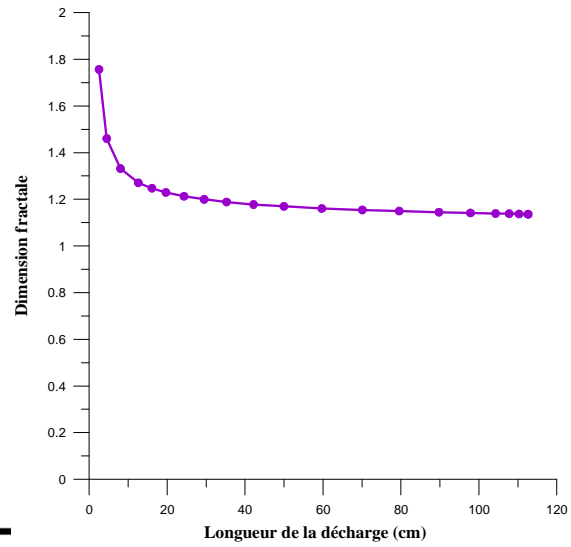


Figure (III.88.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.88.a)

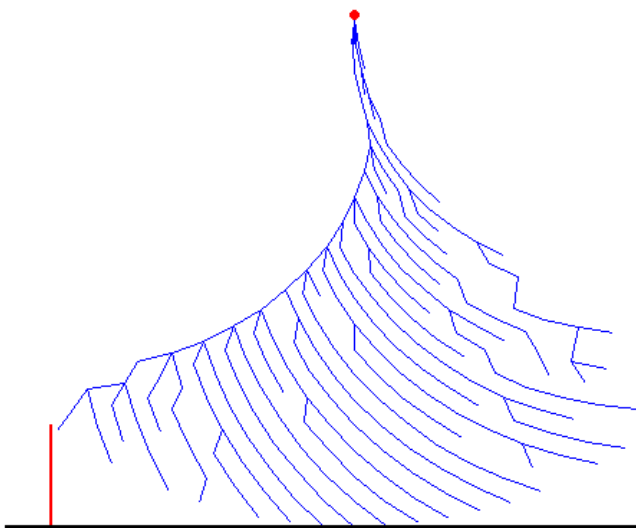


Figure (III.89.a): Forme de la décharge pour  $x=0.6$  Da et  $h=0.2$  Da (1<sup>er</sup> essai)

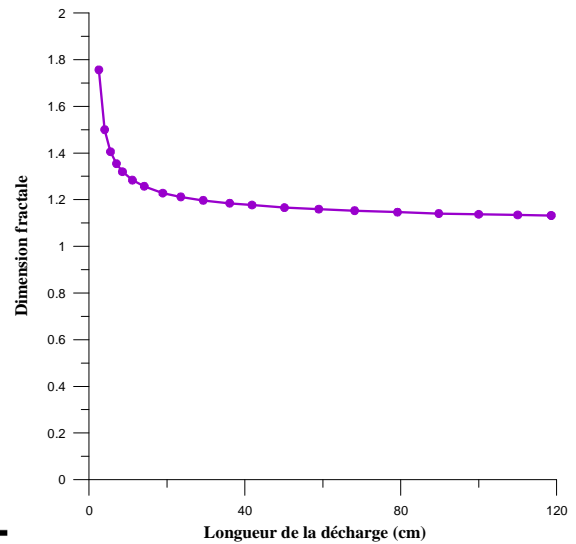
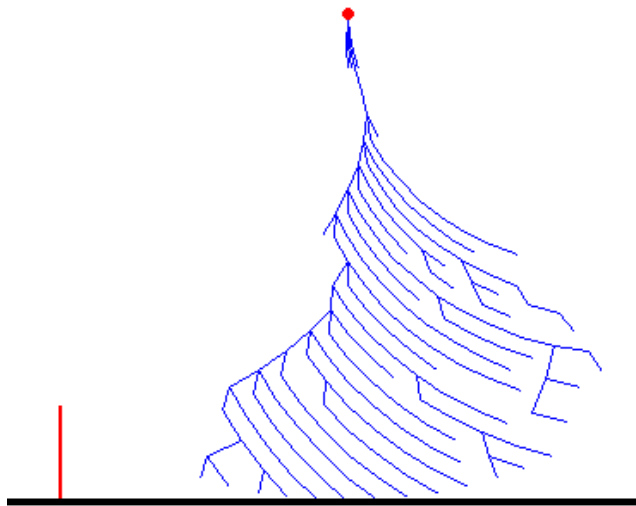
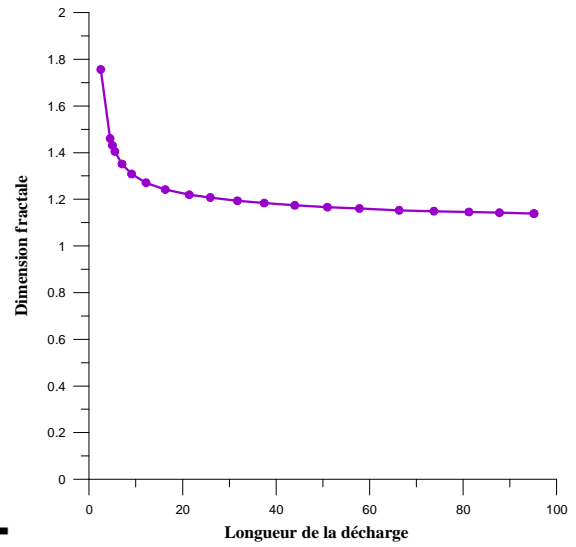


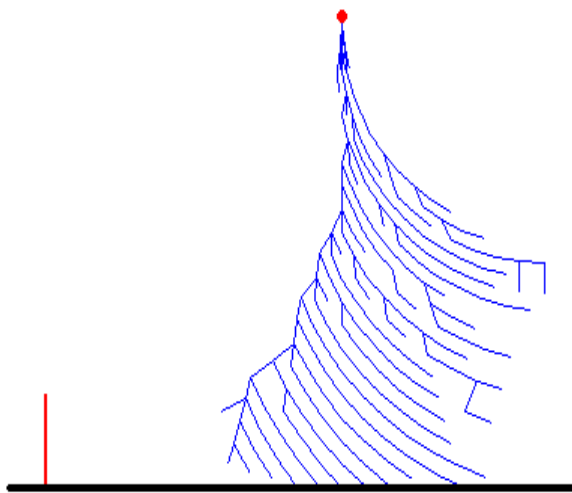
Figure (III.89.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.89.a)



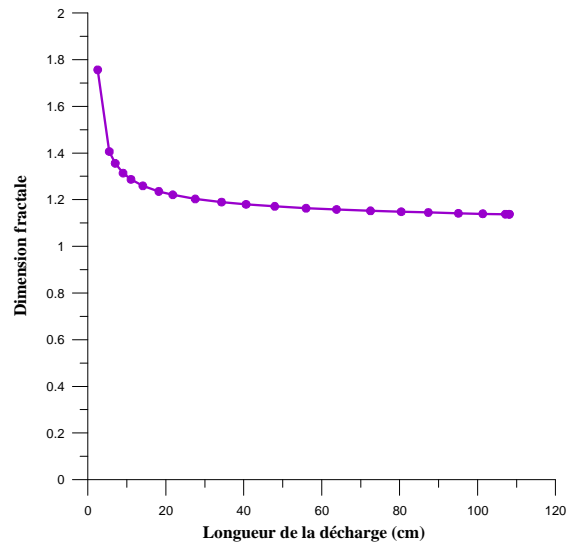
**Figure (III.90.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.6$  Da et  $h=0.2$  Da (2<sup>ème</sup> essai)



**Figure (III.90.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.90.a)



**Figure (III.91.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.8$  Da et  $h=0.2$  Da



**Figure (III.91.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.91.a)

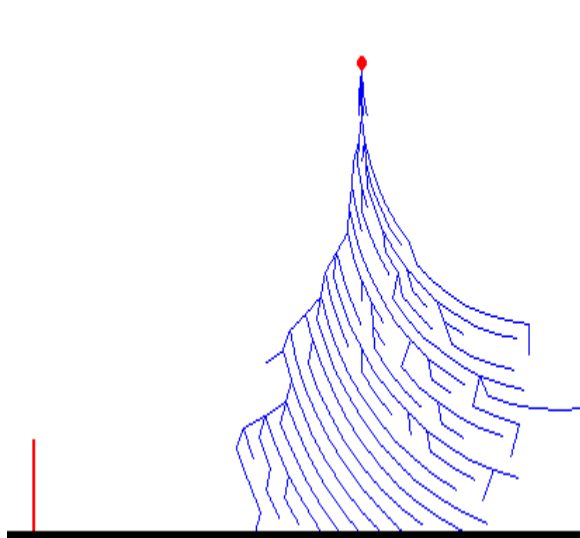


Figure (III.92.a): Forme de la décharge pour  $x=1$  Da et  $h=0.2$  Da

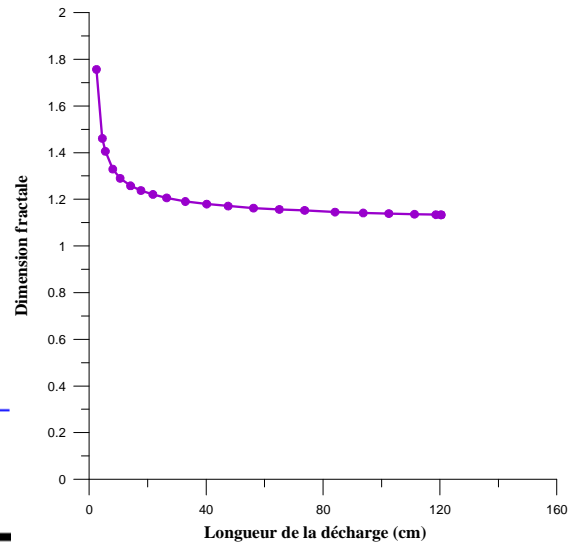


Figure (III.92.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.92.a)

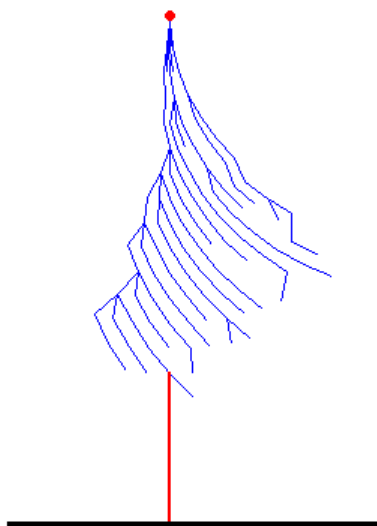


Figure (III.93.a): Forme de la décharge pour  $x=0$  Da et  $h=0.3$  Da

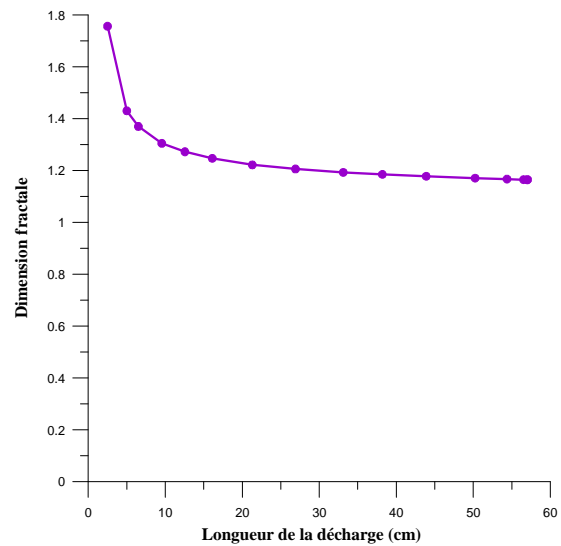


Figure (III.93.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.93.a)

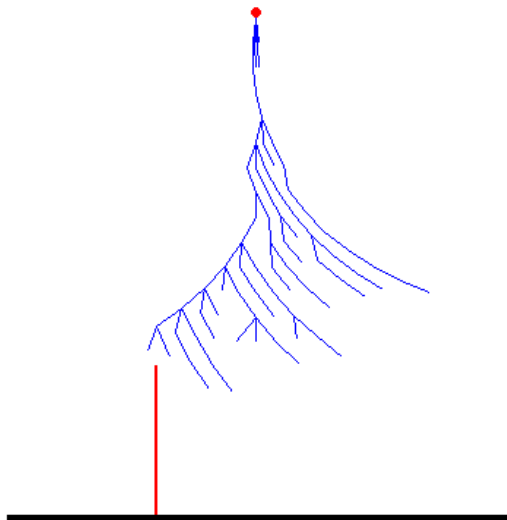


Figure (III.94.a): Forme de la décharge pour  $x=0.2$  Da et  $h=0.3$  Da

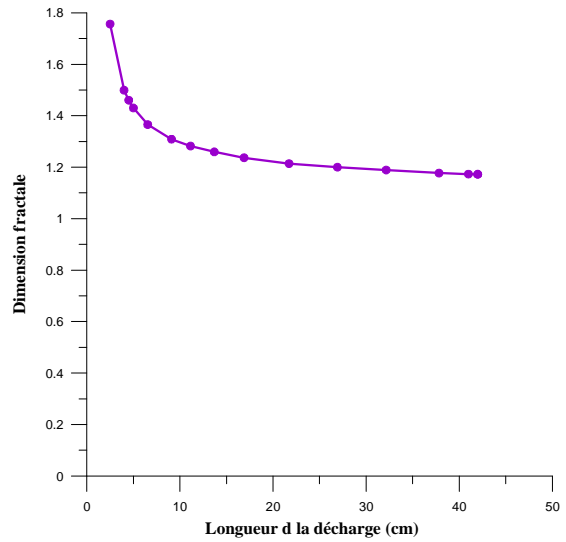


Figure (III.94.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.94.a)

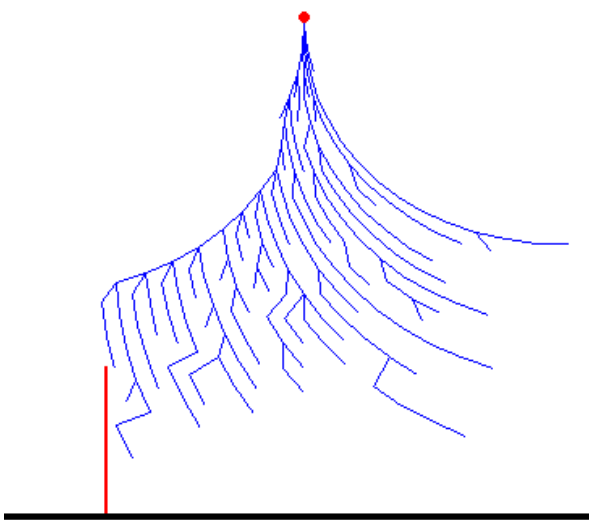


Figure (III.95.a): Forme de la décharge pour  $x=0.4$  Da et  $h=0.3$  Da

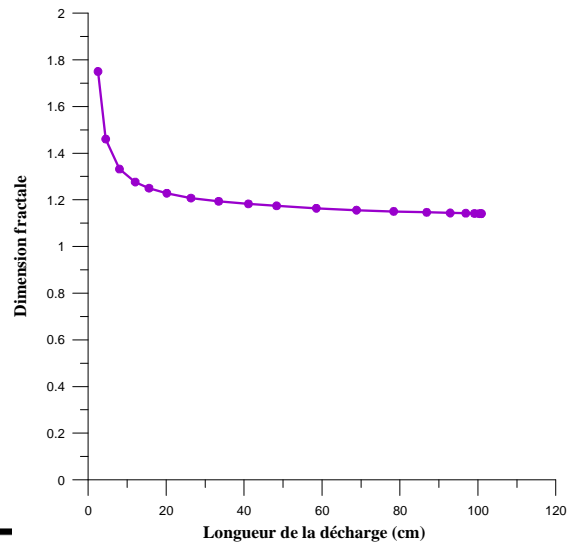


Figure (III.95.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.95.a)



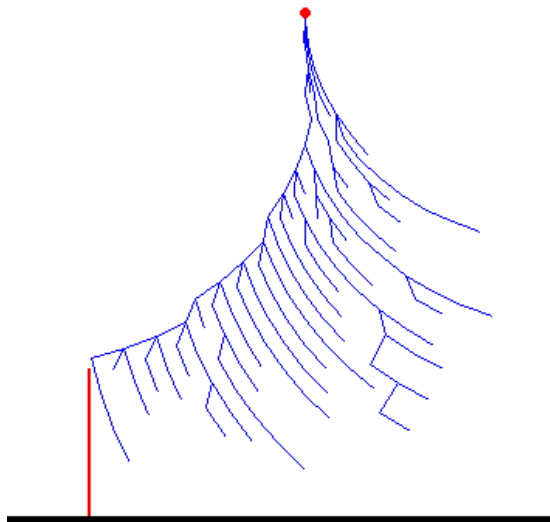


Figure (III.96.a): Forme de la décharge pour  $x=0.43$  Da et  $h=0.3$  Da

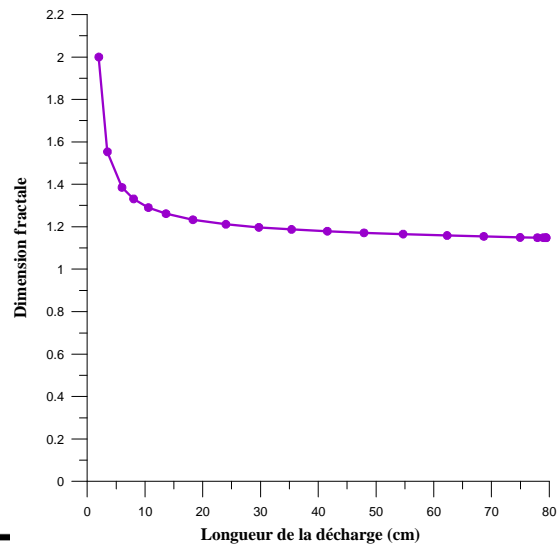


Figure (III.96.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.96.a)

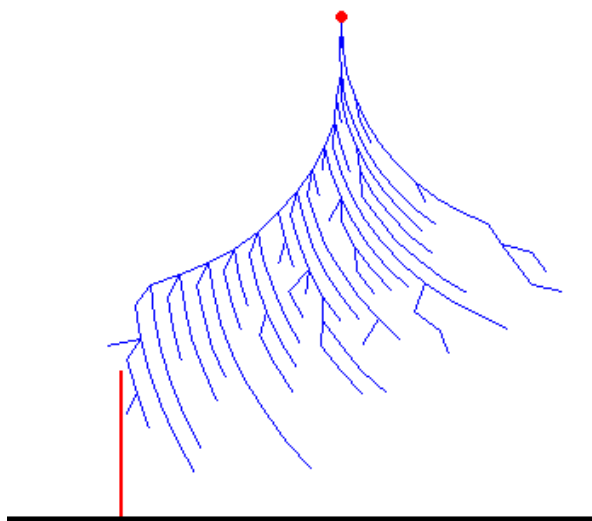


Figure (III.97.a): Forme de la décharge pour  $x=0.44$  Da et  $h=0.3$  Da (1<sup>er</sup> essai)

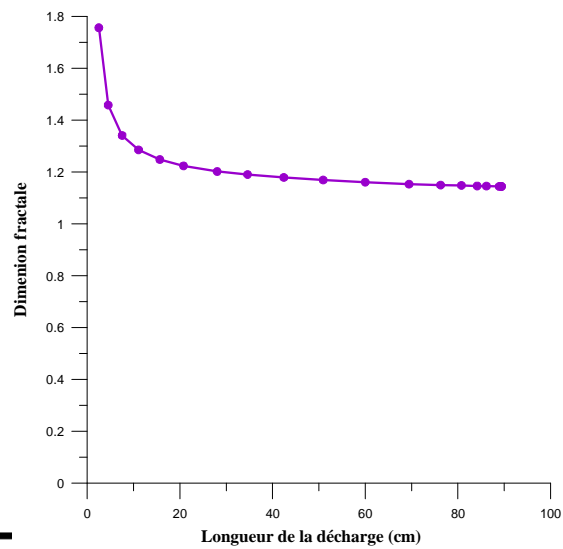
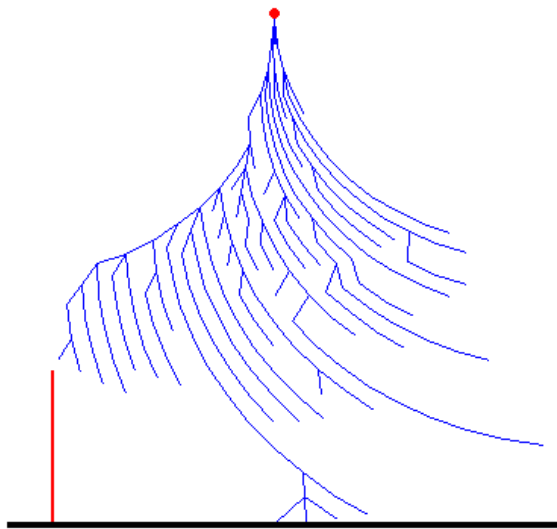
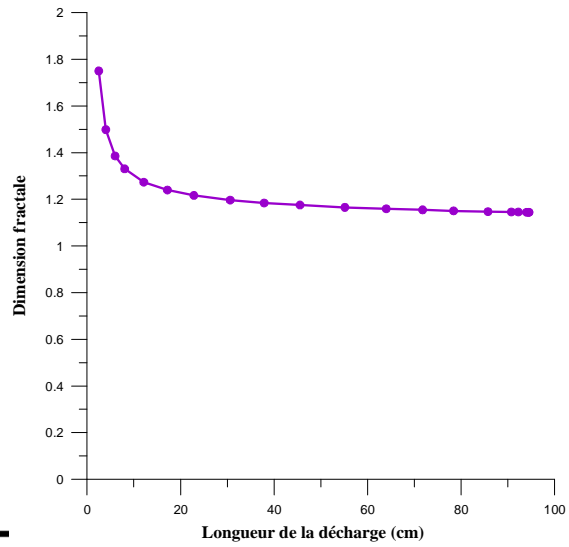


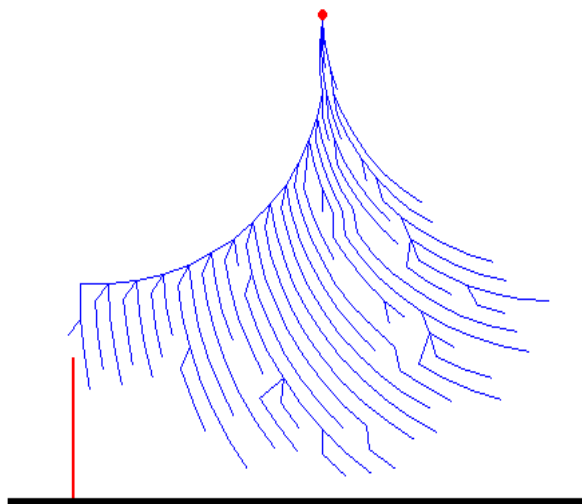
Figure (III.97.b) : Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.97.a)



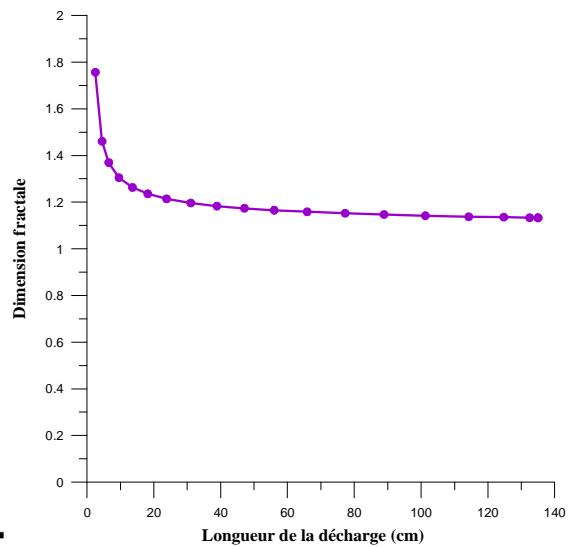
**Figure (III.98.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.44$  Da et  $h=0.3$  Da (2<sup>ème</sup> essai)



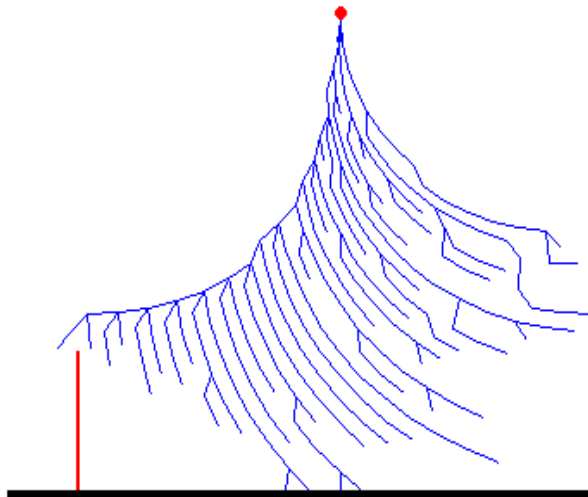
**Figure (III.98.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.98.a)



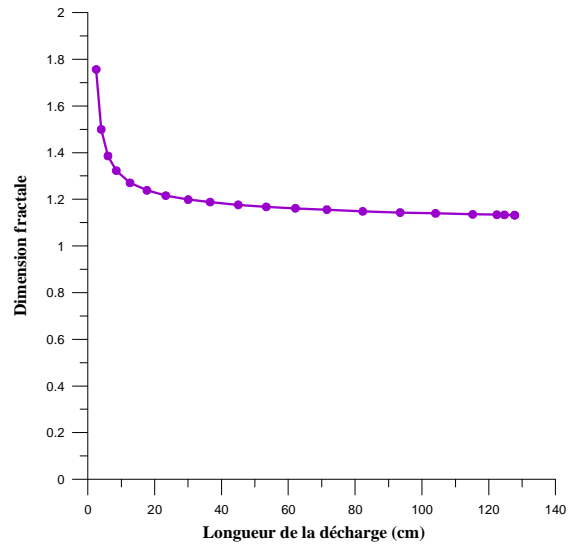
**Figure (III.99.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.6$  Da et  $h=0.3$  Da (1<sup>er</sup> essai)



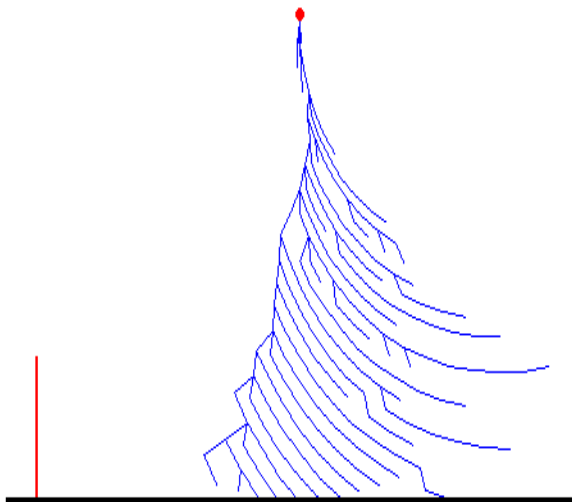
**Figure (III.99.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.99.a)



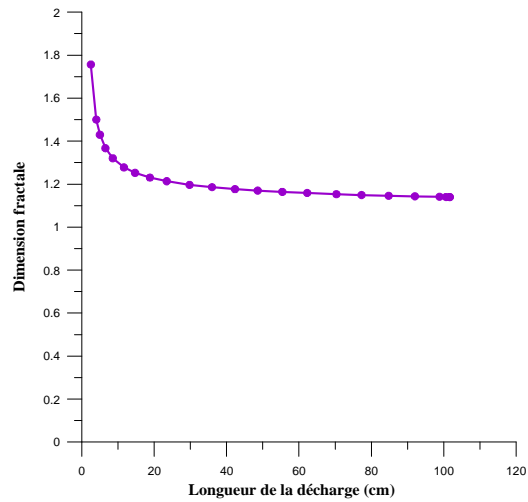
**Figure (III.100.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.6$  Da et  $h=0.3$  Da (1<sup>er</sup> essai)



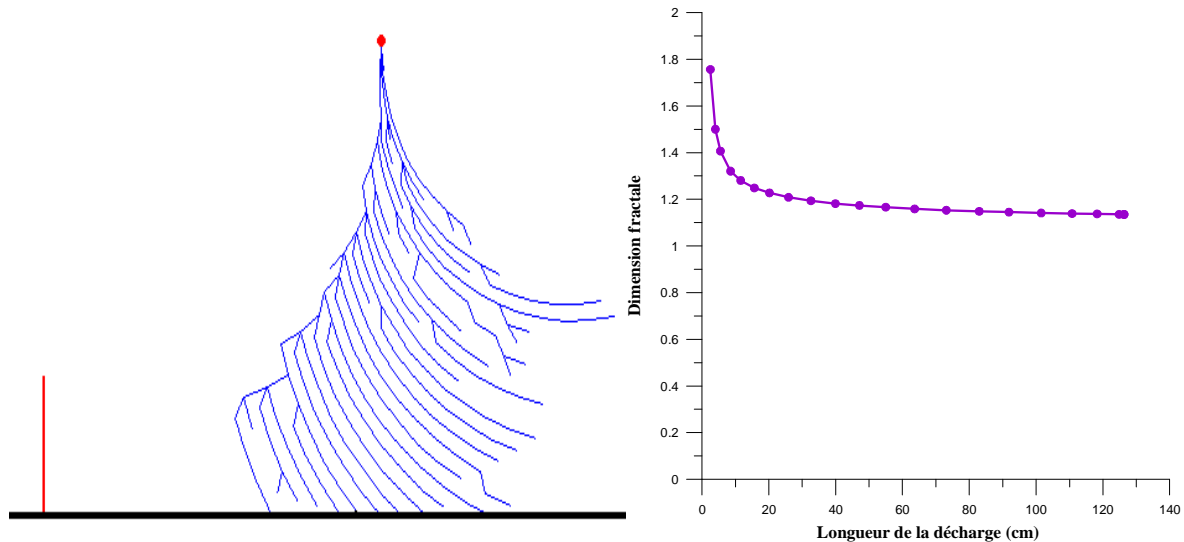
**Figure (III.100.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.100.a)



**Figure (III.101.a):** Forme de la décharge pour  $x=0.8$  Da et  $h=0.3$  Da



**Figure (III.101.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.101.a)



**Figure (III.102.a):** Forme de la décharge pour  $x=1$  Da et  $h=0.3$  Da

**Figure (III.102.b) :** Variation de la dimension fractale en fonction de la longueur de la décharge pour la figure (III.102.a)

A partir des figures ci-dessus, nous pouvons remarquer que pour une hauteur  $h=0.2$  Da, la décharge est captée par le paratonnerre tant que la position de ce dernier est inférieure ou égale à  $0.25$  Da (Figures III.83.a – III.85.a). Pour des positions égales à  $0.8$  et  $1$  Da, la décharge évolue directement vers le sol (Figures III.91.a - III.92.a). Pour une position égale à  $0.4$  Da la décharge a deux points d'impact simultanés : le paratonnerre et le sol (Figure III.88).

Pour cette même hauteur, deux cas critiques se sont présentés :

- Pour une position égale à  $0.26$  Da, la décharge est soit captée par le paratonnerre (Figures III.86.a), soit possède deux points d'impact simultanés: le sol et le paratonnerre (Figures III.87.a).
- Pour une position égale à  $0.6$  Da, la décharge possède soit deux points d'impact simultanés : le sol et le paratonnerre (Figures III.89.a), soit évolue directement vers le sol (Figures III.90.a).

Pour une hauteur  $h=0.3$  Da et des positions comprises entre  $0$  et  $0.43$  Da la décharge est captée par le paratonnerre (Figures III.93.a – III.97.a). Pour des positions comprises entre  $0.8$  et  $1$  Da la décharge évolue directement vers le sol (Figure III.101.a et III.102.a).

Un cas critique s'est présenté pour des positions égale à  $0.43$  Da et  $0.6$  Da où la décharge est soit captée par le paratonnerre (Figures III.95.a et III.97.a), ou possède deux points d'impact : le sol et le paratonnerre (Figures III.96.a et III.98.a).

Afin de mieux illustrer les résultats cités ci dessus, nous les résumons dans les tableaux (III.9 et III.10).

Ainsi, la zone maximale protégée par le paratonnerre, pour ce modèle, est donc égale : à  $0.25$  Da pour une hauteur  $h=0.2$  Da et à  $0.43$  Da pour une hauteur  $h=0.3$  Da.

En ce qui concerne la dimension fractale, les figures (III.83.b – III.102.b) montrent que celle-ci diminue toujours, pour les premiers pas puis reste pratiquement constante. Elle reste comprise entre 1 et 2.

Position du paratonnerre (x/Da)	Dimension fractale finale	Points d'impact de la décharge
0	1.15	Paratonnerre
0.2	1.157	Paratonnerre
0.25	1.151	Paratonnerre
0.26 (1 <sup>er</sup> essai)	1.151	Paratonnerre
0.26 (2 <sup>ème</sup> essai)	1.138	Sol, paratonnerre
0.4	1.135	Sol, paratonnerre
0.6 (1 <sup>er</sup> essai)	1.132	Sol, paratonnerre
0.6 (2 <sup>ème</sup> essai)	1.138	Sol
0.8	1.137	Sol
1	1.133	Sol

**Tableau III.9 :** Variation de la dimension fractale finale en fonction de la position du paratonnerre pour une hauteur égale à 0.2 Da de ce dernier.

Position du paratonnerre (x/Da)	Dimension fractale finale	Points d'impact de la décharge
0	1.164	Paratonnerre
0.2	1.172	Paratonnerre
0.4	1.140	Paratonnerre
0.43	1.148	Paratonnerre
0.44 (1 <sup>er</sup> essai)	1.144	Paratonnerre
0.44 (2 <sup>ème</sup> essai)	1.144	Sol, paratonnerre
0.6 (1 <sup>er</sup> essai)	1.13	Paratonnerre
0.6 (2 <sup>ème</sup> essai)	1.131	Sol, paratonnerre
0.8	1.139	Sol
1	1.135	Sol

**Tableau III.10 :** Variation de la dimension fractale finale en fonction de la position du paratonnerre pour une hauteur égale à 0.3 Da de ce dernier.

### III.4. DISCUSSIONS

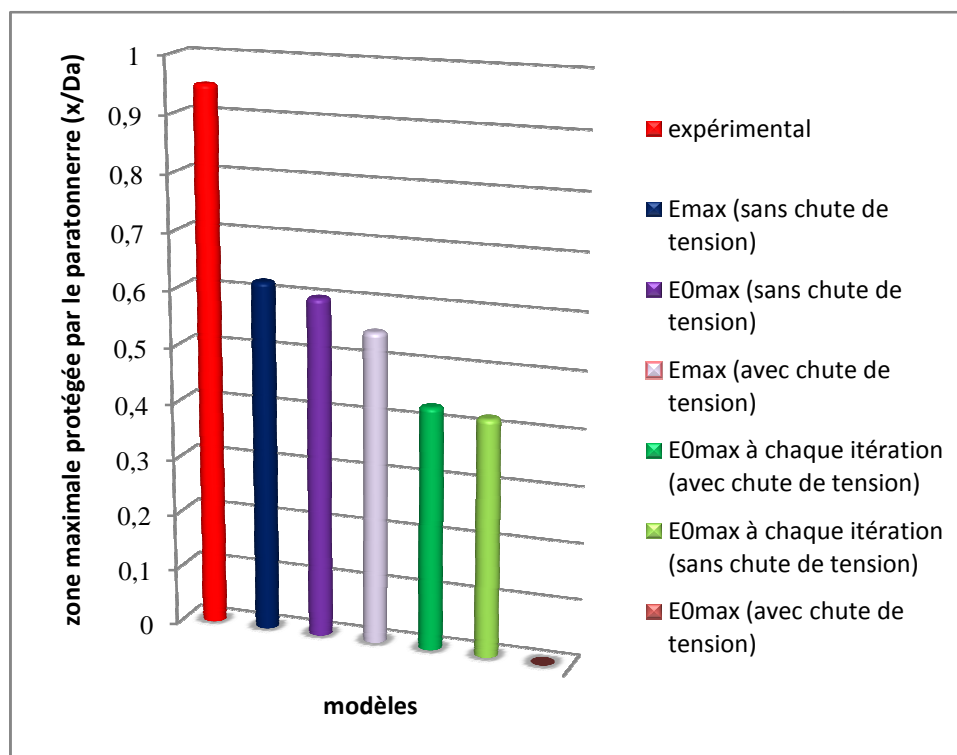
L'objectif du travail élaboré dans notre étude, consiste à modéliser numériquement la décharge de foudre dans un environnement protégé par un paratonnerre. Cette modélisation nous permet de reproduire la décharge de foudre en la quantifiant par sa dimension fractale et de déterminer la zone de protection du paratonnerre en fonction de sa position.

Dans notre étude, nous réalisons des modèles avec différents critères de propagation et déterminons celui qui correspond le mieux à l'expérimentation. Les résultats obtenus sont

illustrés dans le tableau (III.11). Une comparaison entre ces différents modèles est présentée sur la Figure (III.103)

Critère de propagation	Zone maximale protégée par le paratonnerre			
	Modèle sans chute de tension		Modèle avec chute de tension	
	h=0.2 Da	h=0.3 Da	h=0.2 Da	h=0.3 Da
$E_{max}$	0.37	0.62	0.35	0.55
$E_{0max}$	0.19	0.6	/	/
$E_{0max}$ à chaque itération	0.18	0.42	0.25	0.43
Résultat expérimental [36]	0.95 Da Pour h=0.3 Da sous une tension $U_{100\%} = 252$ kV			

**Tableau (III.11) :** Zone maximale protégée par le paratonnerre pour différents modèles



**Figure III.103 :** Zone maximale protégée par le paratonnerre pour différents modèles adoptés dans notre étude

A partir des résultats présentés ci-dessus, nous remarquons que la chute de tension n'améliore pas le modèle (Tableau III.11 et Figure III.103). Ce critère a été choisi dans notre étude, en se basant sur des travaux antérieurs [5, 39-43], qui utilisent des circuits électriques, composés de résistances, inductances et capacités, pour la simulation de la décharge.

La chute de tension trouvée dans ce modèle, est très importante pour les premières branches de la décharge. Ce résultat se traduit par un critère de choix incorrect, de la chute de tension.

La négligence de la chute de tension, améliore le modèle pour un choix de  $E_{max}$  et  $E_{0max}$  comme critère de propagation. La zone maximale protégée par ces deux modèles est égale à 0.62 et 0.6 Da, respectivement (Tableau III.11 et Figure III.103).

En examinant les formes de décharges obtenues pour les deux derniers modèles cités précédemment, et présentées dans les paragraphes (III.3.1 et III.3.2) respectivement, nous remarquons que les formes de décharges sont plus filamentaires pour le premier modèle (choix de  $E_{max}$  comme critère de propagation).

Cependant ces deux modèles restent perfectibles vu l'erreur commise par rapport à l'expérimentation et évaluée à 34% pour le premier modèle et 36% pour le deuxième. Notons que la comparaison est faite pour une hauteur  $h=0.3$  Da pour laquelle nous disposons de résultats expérimentaux.

L'erreur commise, pourrait être due au fait qu'il y ait une décharge ascendante démarrante du paratonnerre. Cette supposition est fondée sur la description du déroulement d'un coup de foudre descendant trouvée dans la littérature [1, 2, 6] et qui définit le traceur par bonds comme un canal ionisé qui porte un excédent de charges négatifs, avec une forte concentration à sa pointe. Lorsque ce traceur se rapproche du sol, il génère au dessous de lui un champ électrique, qui croit jusqu'à atteindre des valeurs de l'ordre de centaines de kV/m. A ce moment des traceurs ascendants se développent brusquement en direction du traceur descendant.

La négligence des charges d'espace, constituées par les ions formés par avalanche électronique [1], pourrait être aussi une cause.

Nous n'omettrons pas aussi la possibilité que le choix de  $E_0$  soit incorrect. Le choix de cette valeur est fondée sur des travaux antérieurs [45-47], qui utilisent le champ seuil d'apparition d'effet couronne comme critère de propagation de la décharge. Cette supposition semble convenir pour la détermination de la tension de disruption de la décharge et apporte des résultats très proche de l'expérimentation, d'autant plus en tenant compte de la chute de tension. La valeur du champ choisie dans notre étude ne coïncide, peut être pas, avec celle de l'effet couronne.

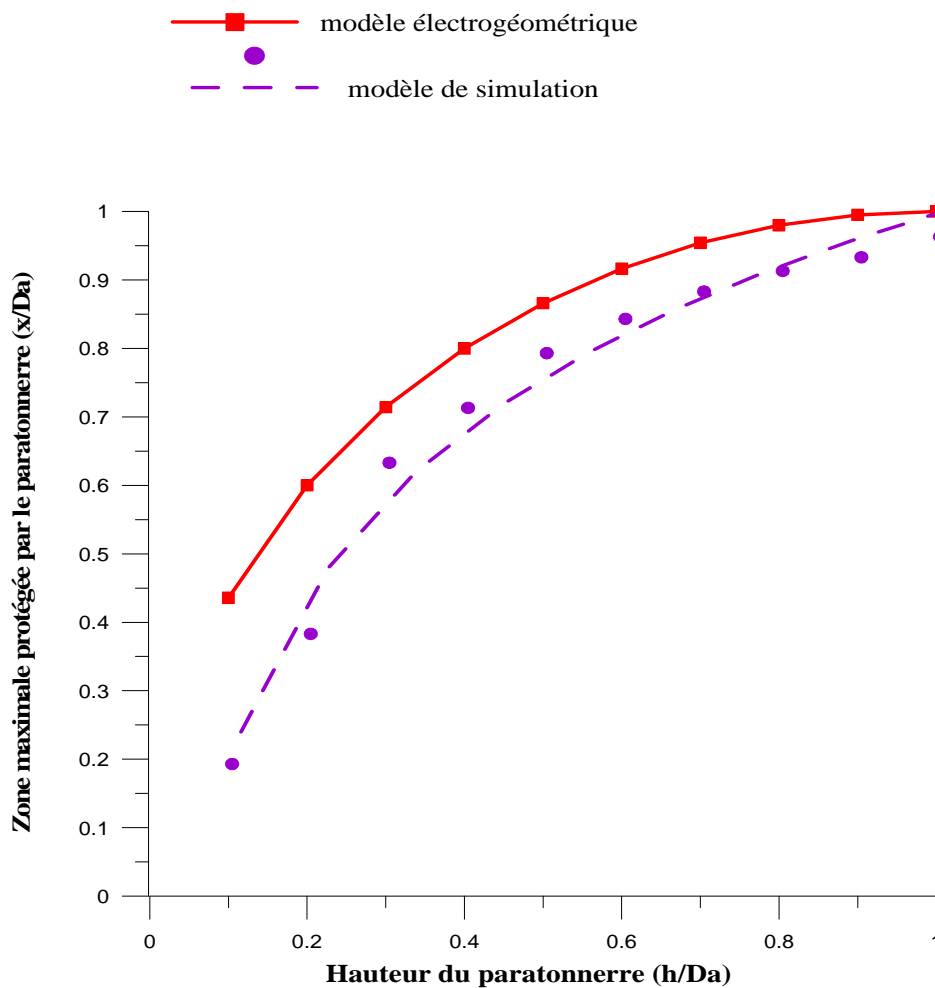
Dans tout ce qui suit, nous exploiterons les résultats obtenus pour le premier modèle (choix de  $E_{max}$  comme critère de propagation, sans tenir compte de la chute de tension). Ainsi, une comparaison entre le modèle électrogéométrique et le notre sera faite. Nous étudierons aussi l'effet de la position du paratonnerre sur la dimension fractale finale de la décharge.

La figure (III.104) représente la variation de la zone maximale protégée par le paratonnerre en fonction de la position de ce dernier.

Nous remarquons que la zone protégée par notre modèle augmente en fonction de la hauteur du paratonnerre. Aussi, la forme de la courbe donnée par notre modèle épouse celle du modèle électrogéométrique, représentée sur la même figure.

Cependant cette dernière courbe élaborée à partir de l'équation  $x = h \times \sqrt{\frac{2 \times D}{h} - 1}$  [1, 2, 6], donne des valeurs supérieures à celles trouvées par simulation. L'erreur commise pour chaque hauteur est représentée sur la figure (III.105). Il est visible sur la figure que cette erreur diminue avec l'accroissement de la hauteur du paratonnerre jusqu'à atteindre une valeur de 5% pour une hauteur égale à 1Da.

La comparaison de nos résultats au modèle électrogéométrique est justifiée par les différents travaux entrepris au laboratoire de haute tension dans lesquels, il est mis en évidence la validité de ce dernier modèle dans le cas d'un sol conducteur et remettrait en cause le résultat expérimental au quel nous avons fait référence. En effet, pour une hauteur  $h=0.3$  DA la distance maximale protégée expérimentalement par le paratonnerre est de 0.95 DA tandis que celle protégée par le modèle électrogéométrique est de 0.714 Da.



**Figure 104:** Variation de la distance maximale de protection du paratonnerre en fonction de sa hauteur



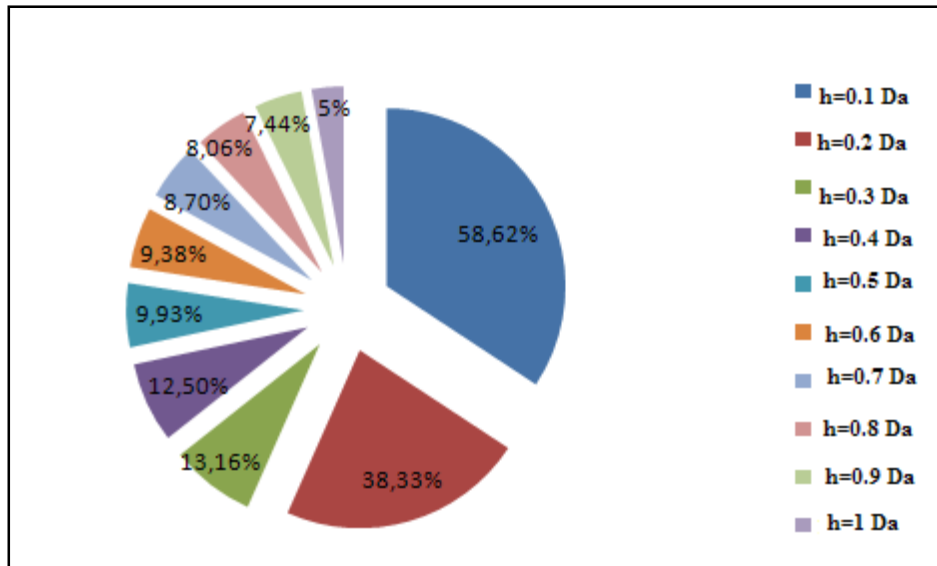


Figure III.105 : Erreur commise par rapport au modèle électrogéométrique

Les figures (III.106 et III.107) représentent la variation de la dimension fractale finale de la décharge en fonction de la position du paratonnerre. Nous remarquons que celle-ci, reste pratiquement constante dans la zone protégée, subit une légère variation dans la zone critique puis redevient constante dans la zone non protégée par le paratonnerre.

Il serait intéressant d'effectuer une étude plus approfondie au niveau de cette zone critique afin de confirmer l'éventualité d'existence d'un rapport entre la zone de protection du paratonnerre et la dimension fractale de la décharge.

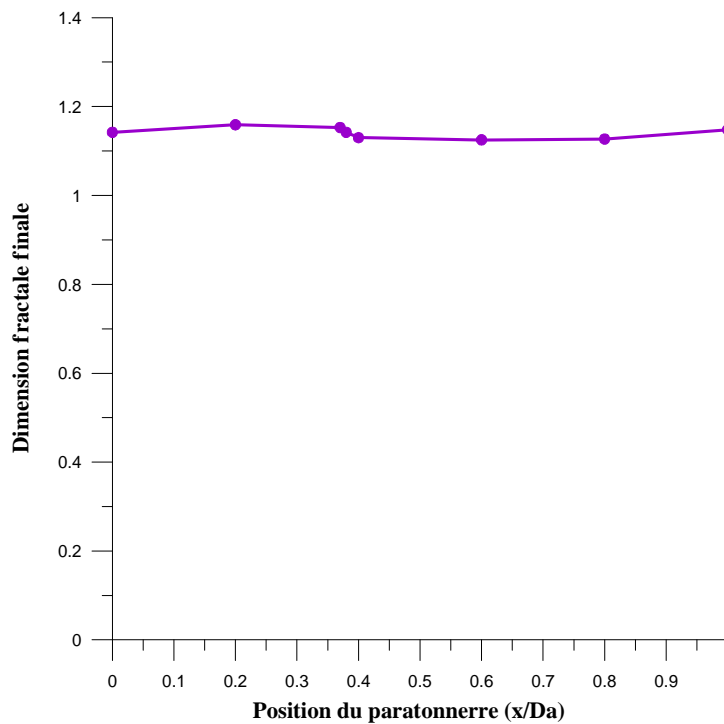
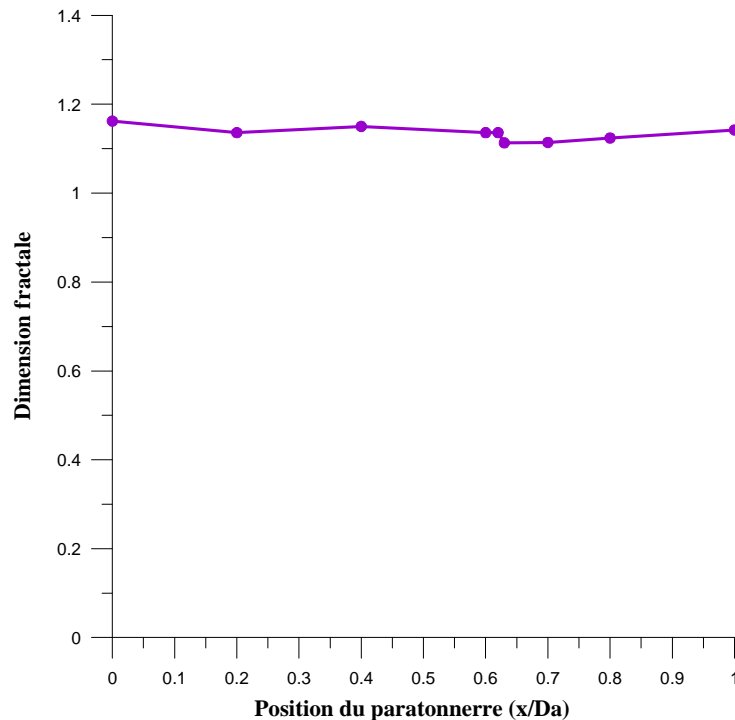


Figure (III.106) : Variation de la dimension fractale en fonction de la position du paratonnerre pour une hauteur égale à 0.2 Da.



**Figure III.107:** Variation de la dimension fractale en fonction de la position du paratonnerre pour une hauteur égale à 0.3 Da.

### III.5. CONCLUSION

Les modèles de simulation élaborés dans notre étude reproduisent les formes de décharges de foudre. Le caractère aléatoire de la décharge est bien pris en compte. Aussi, ces modèles reflètent le fonctionnement normal d'un paratonnerre. En effet, proche de la tête du traceur, il assure sa fonction de protection, loin il ne joue plus aucun rôle, entre ces deux zones, existe une région critique.

Lorsque  $E_{max}$  et  $E_{0max}$  sont choisis comme critères de propagation, la non prise en charge de la chute de tension apporte les meilleurs résultats de simulation. Cependant, les formes de décharges obtenues pour le premier modèle sont plus filamenteuses.

La prise en compte de la chute de tension, n'améliore pas la distance protégée par le paratonnerre.

Le calcul de la dimension fractale pour chaque étape de la décharge donne des valeurs différentes. La décharge est donc dite, multifractale. Cette dimension reste toujours comprise entre 1 et 2.

Une exploitation du modèle le plus proche de l'expérimentation montre, que la zone protégée par le paratonnerre croît toujours avec l'augmentation de son hauteur. Une comparaison entre le modèle électrogéométrique et le notre, révèle que les formes de courbes sont semblables et que l'erreur commise par notre modèle est d'autant plus faible que la hauteur du paratonnerre augmente.

Cette exploitation nous a permis aussi de conclure, que la dimension fractale finale de la décharge reste pratiquement invariable dans la zone protégée, elle subit une légère variation dans la zone critique, puis redevient constante dans la zone non protégée.

# **Conclusion Générale**

Le travail que nous avons réalisé, a porté sur la simulation numérique d'un coup de foudre descendant en présence d'un paratonnerre vertical. Cette modélisation nous a permis non seulement de déterminer la zone de protection du paratonnerre en reproduisant sa forme mais aussi de calculer la dimension fractale de la décharge.

Pour réaliser ce travail, six modèles ont été mis en œuvre. Ces derniers ont comme facteur commun, la connaissance de la répartition du champ électrique le long de l'intervalle (tête du traceur- plan) et la prise en compte du caractère aléatoire. Cependant, ils diffèrent par leurs critères de propagation.

La recherche bibliographique entreprise dans notre étude, nous a permis d'approfondir nos connaissances dans différents domaines, tels que : la foudre en particulier et les décharges dans les grands intervalles d'air en général, les fractales, les lois probabilistes et la résolution numérique (éléments finis). Cette recherche nous a permis aussi, d'effectuer une synthèse sur certains travaux réalisés dans le domaine de protection contre la foudre et celui des fractales.

Une maîtrise de l'outil informatique, ressort d'une autre part, de cette étude.

Les différents résultats obtenus par les modèles élaborés dans cette recherche, nous permettent de déduire que:

- les formes de décharges obtenues par simulation reproduisent celles de la foudre, le caractère aléatoire est bien pris en compte ;
- le fonctionnement correct d'un paratonnerre est bien reproduit par le programme de simulation.
- la prise en compte de la chute de tension n'améliore pas le modèle. Celle-ci s'avère très importante pour les premiers canaux de la décharge ;
- la supposition de la décharge électrique comme un conducteur parfait (négliger de la chute de tension) donne les résultats les plus proches de l'expérimentation, en adoptant soit le champ maximal à chaque étape ( $E_{max}$ ) ou bien le champ maximal pour une tension  $U_{0\%}$  ( $E_{0max}$ ) comme critères de propagation. Cependant les formes de décharges sont plus filamenteuses pour le premier modèle;
- le calcul de la dimension fractale pour chaque étape de la décharge donne des valeurs différentes. Confirmant ainsi la notion de « multi fractales » de la décharge électrique. Cette dimension reste toujours comprise entre 1 et 2;
- la zone protégée par le paratonnerre augmente en fonction de sa hauteur. Une comparaison avec le modèle électrogéométrique révèle que l'erreur commise par notre modèle et d'autant plus faible que la hauteur de paratonnerre croît ;
- la dimension fractale finale reste pratiquement constante en fonction de la position du paratonnerre. Une légère variation est aperçue dans la zone critique.

Le travail élaboré dans notre étude, laisse les portes ouvertes devant d'éventuels recherches futures. Ainsi nous proposons nos perspectives de recherche afin que notre modèle soit amélioré, en se rapprochant le plus possible des résultats expérimentaux.

Il serait intéressant de réaliser un modèle qui tient compte de la décharge ascendante qui démarre du paratonnerre. La charge d'espace constituée par les ions formés par avalanche électronique, pourrait être introduite aussi.

Des essais expérimentaux peuvent être effectués, afin de déterminer, la zone de protection du paratonnerre, avec plus de précision, et de mesurer la tension seuil d'apparition de l'effet couronne.

Changer le critère de chute de tension pourrait s'avérer bénéfique à la reproduction de la décharge de foudre.

Enfin, nous recommandons d'étudier de plus près la dimension fractale de la décharge dans la zone critique. En effet, la variation légère, trouvée dans cette zone, nous laisse suspecter, un éventuel rapport, entre la dimension fractale de la décharge et la zone protégée par le paratonnerre.

# **Bibliographie**

- [1] Claude Gary, « La foudre : Nature, histoire risque et protection », Dunod, Paris, 2004.
- [2] Philippe Dunand, « Protection des installations électriques contre la foudre », Dunod, Paris, 2003.
- [3] <http://www.linternaute.com/biographie/benjamin-franklin>
- [4] Alain Sabot, Jean Michaud, « Lignes et postes : choix et coordination des isolements », Technique de l'Ingénieur, D4750, 1997.
- [5] C.Christopoulos, « Modeling of lightning and interaction with structures », Engineering Science and Education Journal, August 1997.
- [6] Alain Rousseau, Claude Gary, Gérard Berger, « Foudre et protection des bâtiments », Technique de l'Ingénieur, D3307, 2000.
- [7] F.Rachidi, « La foudre et ses effets électromagnétiques », Ecole Polytechnique Fédéral de Lausanne, été 2004.
- [8] E. Kuffel, W.S. Zaengl, J. Kuffel, « High Voltage Engineering », Second Edition, 2000.
- [9] <http://www.ldi5.com>
- [10] <http://www.ffme.fr>
- [11] « Protection contre la foudre », Gamme Paratonnerre, HELITA, [www.helita.fr](http://www.helita.fr)
- [12] Michel Graciet, Joseph Pinel, « Protection contre les perturbations : origines des perturbations », Technique de l'Ingénieur, D5170, 1998.
- [13] J. Ferras, « Influence des propriétés électrogéométriques du sol sur le point d'impact de la décharge de foudre », Département du Génie Electrique, Mémoire de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, 1987.
- [14] K. Neceredine, « Zone de protection contre la foudre sur un sol hétérogène : simulation numérique », Département du Génie Electrique, Mémoire de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, 1994.
- [15] A. Chouchou, « Détermination des zones d'attraction d'un paratonnerre vertical dans le cas d'une terre discontinue », Département du Génie Electrique, Mémoire de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, 1999.
- [16] H.Brouri, « Détermination des zones d'attraction d'un paratonnerre horizontal dans le cas d'une terre discontinue », Département du Génie Electrique, Mémoire de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, 2000.
- [17] A. Rahmani, « Détermination des zones d'attraction d'un paratonnerre horizontal dans le cas d'une terre mauvaise conductrice », Département du Génie Electrique, Mémoire de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, 1996.



[18] <http://serge.mehl.free.fr>

[19] G.S.MANI, « Modeling of lightning using fractals », Institute of Armament Technologie, June, 1999.

[20] <http://fr.wikipedia.org/wiki/Fractale>

[21] <http://villemin.gerard.free.fr>

[22] R. Botet, « Les fractales en Physique », AF 4500, Technique de l'ingénieur, 2001.

[23] [www.math.sciences.univ-nantes.fr](http://www.math.sciences.univ-nantes.fr)

[24] <http://lesfractales.nomades.ch>

[25] H.Agadir, « Détermination de la dimension fractale d'une décharge d'un Système Pointe-Plan », Projet de Fin d'Etude, Département d'Electrotechnique, Université des Sciences et Technologie Houari Boumediene, Juin 2001.

[26] <http://irem.u-strasbg.fr>

[27] Z. Djemai, « Détermination de la dimension fractale des décharges électriques radiales sur les surfaces Isolantes », Département du Génie Electrique, Thèse de Doctorat d'Etat, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Décembre 1999.

[28] M. Hami, R. Kahoul, “détermination de la dimension fractale d'une décharge électrique sur les interfaces, Etude des lois probabilistes”, Projet de Fin d'Etude, Département d'Electrotechnique, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, 2002.

[29] Jean-Pierre FOUQUE, « Calcul des probabilités, concepts et résultats de base », Technique de l'Ingénieur, A 560, 1993.

[30] Bernard DEMOULIN, « Processus aléatoires », Technique de l'Ingénieur, R 210, 1990.

[31] M. Métivier, « Notions fondamentales de la théorie des probabilités », Deuxième édition : Dunod, 1972.

[32] [www.gersoo.free.fr](http://www.gersoo.free.fr)

[33] N.K. Bedoui, « Réalisation d'un programme de calcul d'équipotentiels, d'énergie dissipée et des capacités équivalentes d'un système électrostatique », Rapport DEA, Ecole Centrale de Lyon, 1998

[34] David Meeker, « Finite Element Method Magnetics », Version 4.0, User's Manual, June 17, 2004.

- [35] Roberto Ierusalimschy, Luiz Henrique de Figueiredo, Waldemar Celes, « Reference Manual of the Programming Language Lua 4.1 (beta) », February 14, 2002.
- [36] S. Djabi, H. Haboussi, « Reproduction d'une décharge de foudre en présence d'un paratonnerre », Projet de Fin d'Etude, Département d'Electrotechnique, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, 2006.
- [37] R. Botet, « Les fractales en physique », Technique de l'Ingénieur, AF 4500, 2001.
- [38] T. Sbihi, O. Khodja, « Modélisation d'une décharge de foudre en présence d'un paratonnerre vertical: Effet de la chute de tension », Projet de Fin d'Etude, Département d'Electrotechnique, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, 2007.
- [39] A. Bérroual, I. Fofana, « Modeling of the streamer in dielectric liquids with an equivalent electrical network », Ecole Centrale de Lyon, CEGERLY UPRESA, CNRS 5005, 1996
- [40] N. Thomas Aka, « Modèle de propagation des décharges dans les diélectriques liquides », Ecole Centrale de Lyon, CEGERLY UPRESA, CNRS 5005, 1998.
- [41] Ngnui Thomas Aka, « Contribution à l'étude des phénomènes de préclacage dans les diélectriques liquides-Modèles de génération et de propagation des streamers », Thèse de Doctorat, Ecole centrale de Lyon, Juin 2000.
- [42] T Aka-Ngnui, A. Beroual, « Modelling of multi- channel streamers propagation in liquid dielectrics using the computation electrical network », Journal of Physics, Novembre 2000.
- [43] I. Fofana, A. Ben Rhouma, A. Beroual, Ph. Auriol, « Modelling a positive lightning downward leader to study its effects on engineering systems », IEE Proc.-Genes. Transm. Distsib., Vol. 145, No. 4, July 1998.
- [44] Issouf Fofana, Ibrahima Ndiaye, « Les Propriétés Diélectriques de l'air », Revue des modèles mathématiques de décharge dans l'air, Département des Sciences Appliquées, Maîtrise en Ingénierie, Université de Québec, 2003.
- [45] B. Kerrad, S. Kirouani, « Etude des décharges électriques dans un système cercle cercle concentriques : Essais et modélisation », Département d'Electrotechnique, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, 2004.
- [46] G. Habboub, A. Kerkouche, « Reproduction d'une décharge électrique, Effet de la chute de tension », Projet de Fin d'Etude, Département d'Electrotechnique d'Electrotechnique, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, 2005.
- [47] S. Bouazabia, L. Hadjout, L. Laskri, D. Mahiout, « Modélisation de la décharge électrique dans un système cercle-cercle : Effet de la chute de tension », CNHT'2007, 6<sup>ème</sup> Conférence Nationale sur la Haute Tension, Taghit/Béchar, 5, 6 et 7 Novembre 2007.

[48] A.Khechkouche, « Mesure du champ électrique par la méthode de la sonde répartie dans un système tige-terre discontinue sous tension de choc de foudre », Mémoire de Magister, Département du Génie Electrique, Ecole Nationale Polytechnique, 2004.

[49] B.Boubekki, « Mesure du champ électrique par la méthode de la sonde répartie dans un Système pointe-plan avec barrière isolante sous tension de choc de foudre», Mémoire de Magister, Département du Génie Electrique, Ecole Nationale Polytechnique, 2006.

[50] D.Mezai, « Mesure du Champ électrique par la méthode de la sonde à capacité répartie dans un système tige-plan avec paratonnerre vertical sous tension, de choc de foudre», Mémoire de Magister, Département Génie Electrique, Ecole Nationale Polytechnique, 2006.

## ملخص

تكمن دراستنا في مماثلة تفريغ الصاعقة في بيئة محمية بواقية الصواعق. بالإضافة إلى تعيينه لمنطقة حماية واقية الصواعق, يسمح تمثيلنا بحساب البعد الكسري للتفريغ. لأجل ذلك، وضعت عدة نماذج تستخدم معايير مختلفة للانتشار و التي من عواملها الرئيسية الحقل الكهربائي وعشوائية طبيعة التفريغ. تناقش النتائج المحصل عليها لتحديد النموذج الأقرب إلى التجريب.

**الكلمات المفتاحية:** صاعقة، عناصر محدودة، احتمالات، بعد كسري، تفريغ كهربائي، مانع الصواعق.

## Résumé

Notre étude porte sur la modélisation d'une décharge de foudre, dans un environnement protégé par un paratonnerre. Cette modélisation nous permet non seulement de déterminer la zone de protection du paratonnerre, mais aussi de calculer la dimension fractale de la décharge. Pour ce faire, plusieurs modèles sont élaborés. Ceux-ci utilisent différents critères de propagation, dont les principaux facteurs sont le champ électrique et le caractère aléatoire de la décharge. Les résultats de simulation ainsi obtenus sont discutés, afin de déterminer le modèle le plus proche à l'expérimentation.

**Mots Clefs :** Foudre, Eléments Finis, Probabilités, Dimension Fractale, Décharge Electrique, Paratonnerre

## Abstract

Our study concerns the modeling of the lightning discharge in an environment protected by a lightning rod. This modelling allows us not only to determine the lightning rod protection zone, but also to calculate the fractal dimension of the discharge. For that purpose, several models have been developed. These models use different propagation criteria including as principal factors, the electric field and the random character of the discharge. The obtained results of our simulation are analyzed and discussed in order to determine the closest model to the experimentation.

**Key Words:** Lightning, Finite Elements, Probabilities, Electrical Discharge, Fractal Dimension, Lightning Rod.