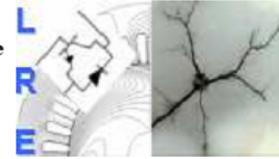


REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**



**Laboratoire de Recherche en Electrotechnique
Département de Génie Electrique**



Mémoire de Magister

En Electrotechnique

Option : Réseaux Electriques et Haute Tension

Présenté

M^{elle}. MAKHLOUFI Saida
Ingénieur d'Etat en Electrotechnique de l'USTHB

En vue de l'obtention

Du grade de MAGISTER en Electrotechnique

Option : Réseaux Electriques et Haute Tension

Thème

Evaluation de la stabilité de la tension au moyen d'indicateurs

Devant le jury composé de :

A. MEKHALDI	Professeur	ENSP. Alger	Président
M. AMOROUAYECHE	Docteur	Sonelgaz	Rapporteur
M. TEGUAR	Maître de conférences	ENSP. Alger	Examineur
L. NEZLI	Maître de conférences	ENSP. Alger	Examineur
M. BOUDOUR	Maître de conférences	USTHB. Alger	Examineur
M. GHEZAILI	Docteur	R.D, Sonelgaz. Alger	Invité

Soutenu le : 02/07/2009

Remerciements

Au nom du DIEU clément et miséricordieux

Louange à Dieu souverain de l'univers qui a permis à ce travail de voir le jour.

Cette thèse n'aurait pu voir le jour sans le soutien scientifique de nombreuses personnes, auxquelles je tiens ici à exprimer ma gratitude.

Un travail de thèse, qui doit mettre en évidence les apports originaux de son auteur, requiert entre autre une orientation lucide, critique et expérimentée du directeur de thèse. Comment remercier Dr Amorouayeche, qui a su conduire ce travail avec rigueur et dévouement, en toute situation? Pour tout cela, un grand merci à toi Dr.Amorouayeche!

Ma reconnaissance aux membres du jury de soutenance, qui ont accepté d'analyser ce travail, en portant un regard critique et pertinent, nécessaire à tout travail scientifique, Monsieur A. MEKHALDI, Professeur à l'ENSP de me faire honneur en acceptant de présider le jury, ainsi que les examinateurs, Monsieur M. TEGUAR, Maitre de Conférences à l'ENSP et M. NEZLI Maitre de Conférences à l'ENSP. Je remercie également M.BOUDOUR, Maitre de Conférences à l'USTHB pour avoir accepté de participer au jury.

Je tiens aussi à exprimer mes remerciements à Dr.GHEZIALI expert à SONELGAZ dans les systèmes électriques aujourd'hui retraité et à tous ceux qui ont contribué de près et de loin avec leur collaboration, leur support moral et financier pour la réalisation de ce travail.

Ainsi, je remercie Monsieur BERGHOUT, cadre supérieur au niveau de SONELGAZ Opérateur du système électrique, expert dans la conduite des systèmes électriques, de m'avoir aidé et encouragé.

Je ne peux terminer ces remerciements sans mentionner mes proches, à qui je dédie ce travail et dont l'amour et le soutien m'ont été plus que bénéfiques. A mes parents d'abord, qui m'ont aidé tout au long de mon parcours. A mes frères *Samir, Nabil, Hocine*, et ma sœur *Amina*, dont je suis particulièrement fier. Je ne saurais oublier mes amis *Djezia* et *Hayet*, à qui je n'ai pas l'habitude d'exprimer ma gratitude ; par ces quelques lignes je souhaite leur dire à quel point leur présence est essentielle à mon bonheur...

DÉDICACES



*A mes parents
pour leur inépuisable soutien
Merci ...*

*A mes frères et ma sœur pour
toute la bonne humeur
et la joie qu'ils apportent.*

A ma copine Djezia

Saida

ملخص

الشبكات الكهربائية معرضة لعدة اضطرابات قد تؤدي إلى خلل وظيفي و ترافق تدهور نوعية الخدمة انقطاع التغذية و أيضا إلى تلف العتاد.

من بين هذه اضطرابات يوجد مصدر انخفاض التوتر الذي يؤدي في عدة حالات إلى انهيار مستوي التوتر و هذه الأخيرة تؤدي إلى انهيار الكلي للشبكة الكهربائية.

هذه المذكرة لها هدفين الأول يتعلق بتحليل و دراسة تحرك ثبات التوتر من أجل تحديد متانة الشبكة الهدف الثاني يكمن من تقييم درجة أمان من أجل نقطة اشتغال معينة.

كلمات المفاتيح

ثبات التوتر، انهيار التوتر، الحساسية، مؤشر الثبات، هامش الأمان، حد الانتقال.

Résumé

Les réseaux électriques sont sujets à diverses perturbations pouvant causer leurs dysfonctionnements et conduire à une dégradation de la qualité de service, à des coupures d'alimentation ainsi qu'à la détérioration des équipements.

Parmi ces perturbations, il y a celles qui sont à l'origine d'une baisse de la tension provoquant parfois l'écroulement total du plan de tension caractérisé par une chute très rapides de cette dernière et conduisant à des situations « *black-out* ».

Cette thèse poursuit un double objectif : le premier concerne l'analyse et l'évolution de la stabilité de tension permettant de connaître la robustesse du réseau ; et le second consiste à trouver des indicateurs de stabilité qui permettent d'évaluer le degré de sécurité pour point de fonctionnement donné.

Mots clés:

stabilité de la tension, effondrement de la tension, sensibilité, indicateur de la stabilité, marge de sécurité, limite de transit.

Abstract

The electrical supply networks are prone to various disturbances being able to cause their dysfunctions and to lead to a deterioration of the quality of service, with cut-offs power supply like to the deterioration of the equipment.

Among these disturbances, there are those which are at the origin of a fall of the voltage sometimes causing the total collapse of the plan of voltage characterized by a fall very fast of the latter and leading to situations "black-out".

This thesis pursues a double goal: the first relates to the analysis and the evolution of the voltage stability making it possible to know the robustness of the network; and the second consists in finding indices of stability which make it possible to evaluate the degree of safety for point of operation given.

Keywords:

Voltage Stability, Voltage Collapse, Sensibility, Stability Index, Security Margins, Limits Transit.

Table des illustrations

Figure II.1 : Schéma <i>Thévenin</i> d'un réseau alimente une charge par une source de tension constante.....	22
Figure II.2 : Caractéristique puissance-tension (courbe PV).....	24
Figure II.3 : Caractéristique $V(P)$ pour différentes valeurs de E	29
Figure II.4 : Marge C_{VM} pour différentes valeurs de E	29
Figure II.5 : Tension critique en fonction de E	29
Figure II.6 : Puissance maximale en fonction de E	29
Figure II.7 : Courbes $E(V)$ pour différents niveaux de charge.....	30
Figure II.8 : Caractéristique $V(P_0)$ pur différents valeurs de np, nq	32
Figure II.9 : Cas d'une charge à admittance constante.....	33
Figure II.10 : Cas d'une charge à courant constant.....	35
Figure II.11 : Cas d'une charge à puissance constante.....	36
Figure II.12 : Caractéristique $V(P)$ pour différentes valeurs de a	37
Figure II.13 : Marge C_{VM} pour différentes valeurs de a	37
Figure II.14 : Tension critique en fonction de a	37
Figure II.15 : Puissance maximale en fonction de a	37
Figure II.16 : Tension V en fonction de a	38
Figure II.17 : Caractéristique $V(P)$ pour différentes valeurs de $\cos\varphi$	39
Figure II.18 : Marge C_{VM} pour différentes valeurs de $\cos\varphi$	39
Figure II.19 : Tension critique en fonction de $\cos\varphi$	39
Figure II.20 : Puissance maximale en fonction de $\cos\varphi$	39
Figure II.21 : Caractéristique $V(P)$ pour différentes valeurs de X	40
Figure II.22 : Marge C_{VM} pour différentes valeurs de X	40
Figure II.23 : Tension critique en fonction de X	40
Figure II.24 : Puissance maximale en fonction de X	40

Figure III.1 : Schéma électrique d'un système électrique multimachines.....	43
Figure III.2 : Schémas du réseau <i>IEEE5</i>	65
Figure III.3 : L'évolution de la courbe <i>PV</i>	66
Figure III.4 : L'angle en fonction de <i>k</i>	66
Figure III.5 : Puissance réactive générée pour chaque scénario.....	67
Figure III.6 : Les tensions aux nœuds en <i>p.u.</i>	67
Figure III.7 : Chute de tension sur les lignes.....	69
Figure III.8 : Pertes actif et réactif total.....	69
Figure III.9 : Evolution des déterminants des différentes matrices <i>J, F_θ, J_R, G_V</i>	70
Figure III.10 : Evolution de la plus petite valeur singulière des différentes matrices <i>J, F_θ, J_R, G_V</i>	73
Figure III.11 : Plan de tension correspond au chaque scénario.....	74
Figure III.12 : La courbe <i>PV</i> au nœud sensible à l'instabilité de tension.....	75
Figure III.13 : L'angle en fonction de <i>k</i> au nœud sensible à l'instabilité de tension.....	75
Figure III.14 : Evolution des déterminants des différentes matrices <i>J, F_θ, J_R, G_V</i>	76
Figure III.15 : Evolution de la plus petite valeur singulière des différentes matrices <i>J, F_θ, J_R, G_V</i>	77

Figure IV.1 : Système électrique de deux nœuds.....	80
Figure IV.2 : L'évolution de l'indicateur <i>L</i> pour les deux scénarios..... ;.....	83
Figure IV.3 : L'évolution de l'indicateur <i>SVSI</i> pour les deux scénarios.....	90
Figure IV.4 : Modèle d'une ligne dans un système électrique.....	90
Figure IV.5 : Schéma d'un simple réseau électrique constitué de deux nœuds.....	92
Figure IV.6 : L'évolution de l'indicateur <i>FVSI</i> pour les deux scénarios.....	95
Figure IV.7 : Evolutions de l'indicateur <i>Lmn</i> pour les deux scénarios.....	98
Figure IV.8 : Evolutions des indicateurs au chaque nœud.....	101
Figure IV.9: Temps du calcul de chaque indicateur.....	102
Figure IV.10: Ligne sensible à l'instabilité de tension.....	103
Figure IV.11: La valeur de chaque indicateur.....	104

Liste des tableaux

Tableau I.1: Incidents suivis d'un effondrement de tension.....	16
Tableau I.2: Incidents non suivis d'un effondrement de tension.....	17
Tableau III.1 : Puissance réactive générée par chaque générateur.....	68
Tableau III.2 : Les tensions aux nœuds.....	68
Tableau IV.1 : Résultats de simulation pour chaque scénario de $\cos(\varphi)$	99
Tableau IV.2 : Classement des lignes par ordre de sévérité.....	102

Table des matières

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

Chapitre I

Problématique de la stabilité de la tension des réseaux électriques

Introduction.....	4
I.1 Rappels sur les systèmes électriques.....	5
I.1.1 Les groupes de production.....	5
I.1.2 Les Compensateurs.....	5
a) compensateur synchrone.....	5
b) compensateur statique.....	5
c) les inductances.....	6
d) les groupes thermiques et hydrauliques.....	6
I.1.3 Les lignes de transmission.....	6
I.1.4 Les transformateurs.....	6
I.1.5 Les charges.....	6
I.2 Notions sur la stabilité dans les systèmes électriques.....	6
I.2.1 Les surcharges en cascade.....	7
I.2.2 La rupture de synchronisme.....	8
I.2.3 Ecrroulement de la fréquence.....	8
I.2.4 L'écroulement de tension.....	9
I.3 Définitions et généralités sur la stabilité de tension.....	9
I.4 Limite de la stabilité de la tension.....	10
I.5 Causes provoquant l'instabilité de tension.....	11
I.5.1 Manque local de la puissance réactive.....	11
I.5.2 Production trop éloignée de la consommation.....	11

I.5.3 Charge appelée trop importante.....	12
I.5.4 Tension trop basse au niveau des unités de production.....	12
I.6 Prévention des écroulements de tension.....	12
I.6.1 En planification.....	13
I.6.2 En exploitation.....	14
I.7 Critères de la stabilité de la tension.....	15
I.8 Importance de la stabilité de la tension et incidents.....	15
I.9 Le réglage de la tension.....	17
I.9.1 Réglage de la tension du réseau THT.....	18
I.9.2 Réglage primaire automatique de la tension.....	18
I.9.3 Le réglage secondaire automatique de la tension.....	18
I.9.4 Le réglage tertiaire de la tension.....	19
I.9.5 Les régleurs en charge des transformateurs.....	19
I.10 Conclusion.....	19

Chapitre II

Mécanisme de l'instabilité de la tension

Introduction.....	21
II.1 Représentation du système et équations de fonctionnement.....	22
II.2 Mécanisme de stabilité de la tension et caractéristique tension-puissance	24
II.3 Evaluation de la puissance maximale délivrée à la charge et de la tension critique.....	25
II. 4 Effondrement de la tension.....	27
II.5 Facteurs influençant la stabilité de la tension.....	28
II.5.1 Influence du réglage de tension des alternateurs.....	28
II.5.2 Influence des caractéristiques de charge.....	30
II.5.3 Influence de régleur en charge.....	36
II.5.4 Influence du facteur de puissance.....	38
II.5.5 Influence de caractéristique de l'impédance X.....	40
II.6 Conclusion.....	41

Chapitre III

**Indicateurs de la stabilité de tension des systèmes électriques basés sur la matrice
*Jacobienne***

Introduction.....	42
III.1 Ecoulement de puissance.....	43
III.1.1 Position du problème.....	43
III.1.2 Formulation de la matrice admittance.....	43
III.1.3 Equation des calculs des écoulements de puissance.....	45
III.1.4 Résolution des équations des calculs des écoulements de puissance.....	49
III.2 Détermination du critère de stabilité de la tension pour les réseaux multimachines.....	50
III.2.1 Critère de stabilité.....	50
III.2.2 Amélioration de la précision du critère de stabilité de la tension.....	52
III.3 Indicateurs de stabilité de tensions basées sur la matrice <i>Jacobienne</i>	53
III.3.1 Indicateur de stabilité de la tension tenant compte du découplage <i>PQ</i>	54
III.3.2 Indicateur de stabilité de la tension basé sur la singularité de la matrice réduite de la <i>Jacobienne</i>	54
III.3.3 Indicateurs basé sur la décomposition singulière de la <i>Jacobienne</i>	56
III.3.4 Indicateur basé sur la marge de puissance active et réactive.....	60
III.3.5 Indicateurs basés sur les valeurs propres de la matrice <i>Jacobienn</i>	61
III.3.6 Critère de sensibilité <i>Se</i>	63
III.4 Application sur des réseaux électriques.....	64
III.4.1 Réseau IEEE5 nœuds.....	64
III.4.2 Test des indicateurs par simulation numérique.....	70
III.4.3 Réseau IEEE14 nœuds	73
III.5 Conclusion.....	78

Chapitre IV**Indicateurs de stabilité de la tension basés sur l'estimation des transits sur les lignes**

Introduction.....	79
IV.1 Indicateur de stabilité à action rapide L	80
IV.2 Indicateur de la stabilité statique de tension SVSI.....	85
IV.3 Indicateur rapide de stabilité de tension FVSI.....	92
IV.4 Indicateur de stabilité de tension basé sur le transit d'une ligne L_{mn}	96
IV.5 Comparaison des performances des indicateurs	99
IV.6 Conclusion.....	104
Conclusion générale.....	105
Références bibliographiques	
Annexe A	
Annexe B	
Annexe C	

Introduction générale

Introduction générale

Les réseaux électriques sont des éléments-clés pour assurer une alimentation fiable et de qualité en énergie électrique, ils doivent en conséquence faire l'objet d'études approfondies pour assurer la compatibilité avec un fonctionnement sûr et fiable des systèmes électriques.

Les problèmes liés au fonctionnement des réseaux de transport et des systèmes de production d'énergie électrique ont pris une grande importance, notamment après des *black-out* paralysant des villes entières, à cause d'une consommation d'électricité qui augmente de plus en plus. Les réseaux électriques ont tendance à s'accroître et deviennent de plus en plus maillés et interconnectés, formant ainsi un système large et complexe capable de générer, de transmettre et de distribuer l'énergie électrique à travers de vastes étendues. La tension, la fréquence et l'angle interne sont les trois principaux facteurs déterminant la qualité de l'énergie électrique distribuée aux consommateurs, ils doivent être maintenus dans les limites correspondant aux besoins des consommateurs et au bon fonctionnement de tout système électrique.

L'analyse de la stabilité consiste à évaluer la capacité d'un système électrique à supporter d'éventuelles perturbations, et de proposer par la suite les moyens de réglage adéquats permettant d'améliorer cette capacité et le maintien des trois grandeurs : tension, fréquence, et angle interne.

Le transfert de puissance à travers un réseau électrique s'accompagne de chutes de tension entre les points de production et ceux de consommation. Une des préoccupations des planificateurs et des exploitants est de s'assurer que les tensions aux différents points du réseau demeurent dans les limites admissibles malgré et/ou suite à des incidents plausibles. Dans certaines circonstances cependant, dans les secondes ou dans les minutes qui suivent l'apparition d'une perturbation, les tensions peuvent décroître de manière catastrophique, à tel point que tout le système électrique peut être mis en danger. Le mécanisme qui sous-tend cet

affaissement des tensions est l'*instabilité de tension* et la catastrophe qui en résulte constitue ce que l'on appelle *effondrement de tension* « *voltage collapse* ».

Le mémoire que nous présentons porte sur les problèmes de la stabilité de la tension dans les réseaux électriques, elle étudie l'évolution de la tension en utilisant des indicateurs de stabilité de tension. Elle évalue en premier lieu les performances des indicateurs basés sur les informations recueillies à partir des calculs des écoulements de puissance. Elle estime par la suite, la limite de transit de puissance, afin d'améliorer le plan de tension, et la qualité de transport de l'énergie électrique.

A cet effet, nous avons organisé le travail conduit pour réaliser ce mémoire en quatre chapitres :

Le premier chapitre rappelle brièvement les principales notions de base indispensables à toute étude de stabilité et de fonctionnement des réseaux électriques. Une description des différents modèles du système électrique de puissance, les notions de la stabilité, des définitions, les critères et les moyens de réglages de la tension est également donnée.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons une analyse fondamentale de la stabilité de la tension appliquée à un réseau simple (dipôle électrique), les caractéristiques et les résultats classiques, et nous définissons la limite de stabilité statique de la tension ou condition critique. La sensibilité de cette limite aux paramètres du réseau est ensuite déterminée par le biais d'une étude paramétrique faisant intervenir des solutions analytiques aux équations du système.

Le troisième chapitre est consacré à la description de différents indicateurs de stabilité de tension permettant l'évaluation du risque de l'effondrement de celle-ci. Ces derniers sont tirés de la littérature. Comme ces indicateurs sont souvent déterminés à partir des écoulements de puissance à travers le réseau électrique en particulier de la matrice *Jacobienne* d'écoulement de puissance, un rappel sur cet aspect est donné au début de ce chapitre. Par la suite, une application de l'évaluation la stabilité de la tension sur des systèmes électriques multi machines réseaux *IEEE de 5 nœuds* et *IEEE de 14 nœuds* est réalisée, les résultats des différentes simulations y sont présentés et discutés.

Le quatrième chapitre introduit les nouveaux indicateurs d'évaluation de la limite de transit, reposant sur les caractéristiques des lignes et les informations estimées à partir des écoulements de puissance aux points de raccordement de ces dernières. La performance et la

fiabilité des ces nouveaux indicateurs sont examinées à partir des applications sur des réseaux IEEE de 5 nœuds et de IEEE de 14 nœuds, données à la fin de ce chapitre.

Enfin, nous terminerons par une conclusion générale présentant les principaux résultats obtenus de notre travail.

CHAPITRE I

***Problématique de la stabilité de la
tension des réseaux électriques***

Problématique de la stabilité de la tension des réseaux électriques

Introduction:

Pour la bonne compréhension du phénomène de la stabilité de la tension, il nous a semblé opportun de faire, dans un premier temps, un bref rappel des principaux composants d'un système électrique, des notions sur son fonctionnement en régime statique. A cet effet, les différents types de phénomènes qui sont liés soit à la fréquence soit à la tension seront explicités afin d'éviter toute confusion possible entre les différents types d'instabilité des systèmes électriques.

Nous présentons dans un deuxième temps, les notions générales et les concepts fondamentaux liés au problème de l'instabilité de tension dans les réseaux électriques. Les causes qui peuvent éventuellement contribuer à ces instabilités seront également précisées.

Nous donnons, par la suite, quelques exemples d'incidents causés par le phénomène de l'instabilité de la tension dans le monde tout en citant quelques moyens permettant de prévoir et de contrecarrer ces problèmes.

Les éléments d'analyse et les approches possibles concernant l'étude de la stabilité de tension seront eux aussi présentés.

Le cadre de notre étude sera précisé en conclusion de ce chapitre.

I.1 Rappels sur les systèmes électriques

Un système électrique est constitué par un ensemble d'appareils destinés à la production, au transport et à la distribution de l'électricité : [1,2]

- les groupes de production ;
- les moyens de compensation de la puissance réactive et le réglage de la tension ;
- les lignes et les transformateurs ;
- les charges.

I.1.1 Les groupes de production

Les groupes de production sont des machines qui produisent de la puissance électrique à partir d'une énergie primaire d'origine :

- thermique classique (gaz, charbon) ;
- thermique nucléaire ;
- hydraulique ;
- renouvelable (solaire, éolienne, biomasse).

Ils délivrent à chaque instant une puissance électrique composée d'une partie active et d'une partie réactive.

I.1.2 Les Compensateurs

Il y a quatre types de compensateur

- Compensateur synchrone :** les compensateurs synchrones sont des machines tournantes qui peuvent fournir ou absorber de la puissance réactive sans mettre en jeu de puissance active (aux pertes internes près). Comme pour les groupes de production, la puissance réactive est limitée par l'échauffement des enroulements et l'absorption par des problèmes de stabilité statique.
- Compensateur statique :** ils sont appelés ainsi parce qu'ils ne comportent aucun élément tournant, les compensateurs statiques sont constitués d'un ensemble de condensateurs et d'inductances, certains d'entre eux sont équipés de dispositifs à réglage automatique commandés par des thyristors.

- c) **les inductances** : elles sont utilisées pour compenser l'excès de l'énergie réactive fournie en régime de creux de la charge par les lignes très haute tension ou par des câbles faiblement chargés.
- d) **les groupes thermiques et hydraulique** : ils jouent un rôle essentiel dans le contrôle de la tension et de la compensation de l'énergie réactive dans le système électrique, ils constituent les sources de tension grâce à la force électromotrice de l'alternateur, ils fixent la tension et la régulent au moyen de leur régulateur de tension.

I.1.3 Les lignes de transmission :

Les lignes sont des conducteurs qui relient deux sommets portés au même niveau de tension et qui servent au transfert de puissance d'un point à un autre.

I.1.4 Les transformateurs :

Les transformateurs sont des appareils électriques qui permettent de modifier la tension et le courant dans un circuit. Grâce aux transformateurs, l'énergie électrique peut être transportée sur de grande distance de manière économique et distribuée aux consommateurs.

I.1.5 Les charges :

Les charges d'un système électrique constituent la consommation d'énergie électrique, elle est le fait de tous les secteurs de la vie économique (industries, services, ménages, ...etc.). Elles se présentent sous des formes très diverses : moteurs synchrones et asynchrones, appareils de chauffage, ...etc.

I.2 Notions sur la stabilité dans les systèmes électriques

La stabilité est définie comme la propriété d'un système à retrouver son point de fonctionnement (ou point d'équilibre) après avoir subi une ou plusieurs perturbations.

La stabilité est également la tenue d'un réseau face à d'éventuelles perturbations de toute nature. Le comportement d'un réseau face aux problèmes de stabilité dépend du lieu, de la nature et de l'intensité de la perturbation [3,4].

Le problème de la stabilité est fonction de la nature et de l'amplitude des réponses enregistrées suite à des perturbations. On distingue trois types de stabilité : [1-6]

☞ Stabilité statique

La stabilité statique concerne les phénomènes lents engendrés par des baisses ou montées de charge journalières, ainsi que de ses variations des plans de tension et/ou de fréquence.

☞ Stabilité dynamique

La stabilité dynamique concerne les perturbations lentes de faibles amplitudes causées par l'ouverture de lignes (faiblement chargées) créant un système à haute impédance, manque d'excitation, ... etc., elle peut aussi être causée par le système de commande.

☞ Stabilité transitoire

La stabilité transitoire se définit, suite à des perturbations rapides et de grandes amplitudes. Ces perturbations déplacent l'état du système en dehors du domaine de stabilité suite à l'ouverture d'une ligne (fortement chargée), court circuit, rupture d'une interconnexion, déclenchement accidentel d'une unité de production ou d'un transformateur d'interconnexion important.

La genèse d'un incident de grande ampleur est toujours caractérisée par quelques phases de fonctionnement typique liées à quatre grands phénomènes qui, indépendamment de leurs causes initiales peuvent être multiples, se succèdent, se superposent ou s'associent tout au long de l'incident, ces phénomènes sont : [6]

- les surcharges de lignes ou des transformateurs, entraînant des déclenchements en cascades de ces dernières ;
- la rupture de synchronisme ;
- l'écroulement de fréquence ;
- l'écroulement de tension.

I.2.1 Les surcharges des lignes ou des transformateurs et déclenchement en cascade

Si dans un système électrique une surcharge apparaît sur une ligne ou un transformateur et n'est pas éliminée avant un temps donné, limite au-delà duquel le conducteur concerné risque de se détériorer par surchauffe, selon l'ampleur de dépassement constaté, le système de protection de cet ouvrage (ligne ou transformateur) va réagir pour déclencher l'ouvrage

concerné. Le transit supporté auparavant par cette ligne (ou transformateur) va alors se reporter sur d'autres lignes en fonction des impédances apparentes relatives, pouvant entraîner des surcharges sur ces dernières qui vont de nouveau déclencher par action de leur système de protection et de nouveau les transits supportés seront reportés sur d'autres lignes qui elles aussi risquent de déclencher par surcharge et nous avons ainsi une cascade de déclenchement de lignes qui affaibliront la capacité de transport du réseau et entraînent de fortes chutes de tension, des déclenchements de groupes et des baisses de fréquence jusqu'à l'effondrement complet du système électrique (*black-out*).

I.2.2 La rupture de synchronisme

Sur un réseau non perturbé, tous les rotors des alternateurs tournent à la même vitesse électrique, il y a alors fonctionnement synchrone et la vitesse commune définit la fréquence du système électrique. Ce synchronisme est dû à l'existence d'un lien élastique appelé «couple synchronisant» qui à travers des grandeurs électriques solidarise les générateurs entre eux.

Tant que le couple moteur appliqué au rotor par la turbine et le couple résistant dû aux charges raccordées au stator sont proches l'un de l'autre, autrement dit, tant que l'on n'est pas très éloigné de l'équilibre entre le couple moteur et le couple résistant, le synchronisme est assuré par l'action des régulateurs de tension et de vitesse et le système électrique est stable.

Dans certaines situations, comme par exemple lors d'un court-circuit de durée excessive, le lien élastique qui solidarise les générateurs peut être rompu, des glissements peuvent se produire entre les alternateurs qui ne tournent plus à la même vitesse, la fréquence du système n'a plus de sens précis. La tension observée en chaque point du réseau résulte alors de la composition de sources de tension à des fréquences différentes ; il apparaît alors des battements de tension et de courant à l'origine de contraintes inacceptables sur les matériels : surintensités, surtensions... etc., alors dans ces situations, le système perd la stabilité.

I.2.3 Ecrroulement de la fréquence

La stabilité de la fréquence dans un réseau électrique, traduit l'équilibre entre la production et la consommation, c'est-à-dire entre les forces motrices des centrales et le couple résistant qui représente la charge. Si la demande excède l'offre, le système est en déséquilibre, la vitesse

des machines et par voie de conséquence la fréquence du réseau baisse. Inversement, si c'est l'offre qui est supérieure à la demande, le système voit les groupes accélérer et la fréquence augmenter.

Comme la consommation fluctue par nature, il est nécessaire d'adapter en permanence, le niveau de la production pour maintenir la fréquence à une valeur stable de référence.

I.2.4 L'écroulement de tension

Outre son aspect contractuel vis-à-vis des consommations, le contrôle de la tension en tout point du système est nécessaire pour assurer un comportement correct des matériels, garantir le bon fonctionnement global du système et éviter l'apparition de phénomènes du type écroulement de tension.

La tension est une grandeur locale, fortement influencée par les variations de consommation et les transites de puissance réactive. Celle-ci se transporte mal au prix de chute de tension importantes, la tension est donc réglée à partir de source de puissance réactive (groupes, condensateurs...etc.) répartie dans le réseau.

I.3 Définitions et généralités sur la stabilité de la tension

Le réglage et la stabilité de la tension sont deux paramètres clés et revêtent une importance croissante avec l'évolution des systèmes électriques et leur complexité grandissante. La stabilité de la tension et l'effondrement de cette dernière se définissent comme suit: [1-5, 7,8]

☞ Définition 1

Stabilité de tension : la stabilité de la tension se définit comme la capacité d'un système électrique à maintenir une tension de barre constamment acceptable en chaque point du réseau dans des conditions nominales de fonctionnement après avoir subi une perturbation.

☞ Définition 2

Instabilité de tension : l'état du réseau est dit instable en tension, lorsqu'une perturbation, un accroissement de la charge ou une modification de la condition du réseau entraîne une chute progressive et incontrôlable de la tension, aboutissant en un effondrement générale de la tension.

☞ Définition 3

Effondrement de tension : un réseau électrique subit un effondrement de tension si les tensions d'équilibre des points de consommation sont inférieures aux valeurs limites acceptables. L'effondrement de tension peut concerner la totalité du réseau ou une partie de celui-ci.

Des définitions ci-dessus, on peut donc distinguer deux situations possibles pour le système électrique, liées à l'instabilité de tension :

- ✓ **Diminution de tension** en dessous de certaines limites mais le système est encore capable de restaurer un point de fonctionnement acceptable.
- ✓ **Effondrement de tension** : le système est alors incapable de maintenir un point de fonctionnement stable.

De ce fait, un système électrique peut quelque fois fonctionner avec des tensions considérablement faibles, un tel fonctionnement est possible et est considéré comme stable d'un point de vue théorique, dans la pratique, il est inacceptable, donc, on caractérise le 1^{er} type par celui où les tensions dépassent leurs limites acceptables sous des conditions théoriquement stables.

I.4 Limite de la stabilité de la tension

La valeur maximale de la puissance transmise à la charge correspond à la limite de la stabilité de tension, la puissance maximale délivrée à la charge correspond à la tension appelée tension critique, par conséquent, pour assurer un bon fonctionnement du réseau, il est nécessaire de maintenir la tension dans tous les sommets de ce dernier dans les limites admissibles.

A cet effet, Il y a deux limites de la tension : [9]

- **limite de la tension supérieure** : la limite supérieure de la tension est imposée par le matériel, définie comme le risque de détérioration de ce dernier, vieillissement des isolateurs, problème de la tenue diélectrique, saturation des transformateurs.
- **limite inférieure de la tension** : pour éviter d'atteindre une tension appelée tension critique, à partir de laquelle, le système électrique rentre dans la zone de l'instabilité de tension, il est impératif de fixer une limite de la tension basse et de s'en éloigner vers la valeur supérieure.

I.5 Causes provoquant l'instabilité de tension

Les risques d'apparition de phénomènes d'écoulement de tension sont liés à la difficulté de régler la tension au dessus d'une certaine valeur, appelée tension critique compte tenu de la puissance à transiter pour alimenter la charge et la distance électrique sur laquelle cette puissance doit être transitée. Cela peut ainsi correspondre soit à une tension critique basse avec un manque de moyens de compensation empêchant d'amener la tension de certains postes consommateurs au dessus de cette valeur, soit une tension trop élevée pour avoir un fonctionnement normal à une tension supérieure.

Les principales causes d'une telle situation dans un réseau peuvent ainsi être : [10]

I.5.1 Manque local de la puissance réactive

L'utilisation croissante des lignes très chargées a résulté en un besoin accru de l'aménagement de la puissance réactive et a augmenté les possibilités d'instabilité et d'effondrement de tension, en effet, l'une des causes principales d'instabilité de tension réside dans les ressources de puissance réactive inadéquates ou insuffisantes.

Le manque de puissance réactive peut provenir de deux raisons distinctes :

- ☞ la compensation du réseau récepteur n'est pas suffisante pour éviter une chute de tension trop importante entre le départ et l'arrivée du transport.
- ☞ l'ensemble d'une région est insuffisamment compensé, entraînant un fonctionnement aux limites d'un ou plusieurs groupes de production qui ne peuvent plus alors tenir la tension à une valeur constante.

I.5.2 Production trop éloignée à la consommation

Des zones avec relativement peu de sources de puissance réactive sont plus susceptibles à un déséquilibre en tension. Les problèmes locaux de tension peuvent se développer même lorsque le système global a des réserves réactives suffisantes, car les pertes réactives élevées rendent difficile le transport de puissance réactive à travers des distances longues.

Le transport de puissance à travers de longues distances est dû à plusieurs raisons :

- ☞ il peut se produire que les groupes proches d'un point de consommation soient tous arrêtés, soit parce qu'ils sont en panne ou en entretien programmé, soit qu'il n'est pas économique de les faire fonctionner à certaines périodes.
- ☞ la distance électrique est augmentée par des indisponibilités de lignes, notamment à la suite d'incidents.
- ☞ il est de plus en plus difficile d'obtenir des centres de production à proximité des consommateurs, l'énergie électrique est alors souvent transportée à travers des lignes à large capacité sur de grandes distances.
- ☞ l'interconnexion continue des réseaux électriques, sous des contraintes économiques et d'environnement, a conduit à des systèmes complexes qui sont souvent conduits à fonctionner près des limites de stabilité.

I.5.3 Charge appelée trop importante

L'une des causes de l'instabilité de la tension correspond à une charge active (et naturellement réactive) élevée. Ceci est dû à l'augmentation croissante de la demande et à un large transfert d'énergie entre compagnies. Une instabilité de tension peut se produire en particulier lorsque la charge appelée est plus importante que celle prévue et le risque est d'autant plus grand que la consommation réactive est également plus grande que prévue.

I.5.4 Tension trop basse au niveau des unités de production

Une tension élevée à l'extrémité d'une unité de production augmente la puissance transmissible, inversement, une tension basse approche le point de fonctionnement du point critique. Comme précaution, il ne faut pas attendre que les machines soient proches de leurs limites de génération de puissance réactive pour élever leurs tensions, signalons de plus, qu'une baisse importante du plan de tension peut entraîner l'îlotage.

I.6 Prévention des écroulements de tension

Compte tenu des situations pouvant conduire à des phénomènes d'écroulement de tension, il est possible de prévenir de tels phénomènes, en agissant d'abord au niveau de la planification des systèmes électriques, pour des régimes normaux et les régimes d'incident les plus probables, puis au niveau de l'exploitation, pour éviter de tels phénomènes en toute

circonstance, même exceptionnelle.

Toutefois, les précautions adéquates permettant de réduire les risques d'effondrement de tension, ne vont nécessairement pas dans le sens de l'économie en investissement en coût d'exploitation. Néanmoins, ne pas en tenir compte relève aujourd'hui de la négligence technique [10].

I.6.1 En Planification

Un réseau est d'autant moins sujet à des effondrements de tension qu'il est plus robuste avec une compensation du réactif bien adaptée au réseau, ceci entraîne une élévation de la tension critique.

Cependant, il faut éviter que celle-ci se rapproche de la tension normale de fonctionnement. En effet, considérons le cas où la tension critique a une valeur assez élevée et proche des valeurs admises en pratique, la valeur de la tension au nœud considéré peut devenir critique sans que ceci ne provoque aucune attention particulière des opérateurs ou une action des moyens de protection, du fait que cette valeur critique apparaît normale, c'est pourquoi, il est nécessaire de calculer les valeurs des tensions critiques correspondant aux régimes les plus sévères, en fonction des points où la tension peut être maintenue constante.

Les points où la tension peut être maintenue constante sont les bornes des alternateurs, tant que ceux-ci disposent d'une marge, ou les points de raccordement de compensateurs synchrones ou de compensateurs statiques, s'ils ne sont pas en « butée ».

- une partie importante des moyens de production de la puissance réactive doit être localisée près des charges ; cela peut même signifier que la sécurité requiert dans des cas critiques, la mise en service d'unités peu économiques. En effet, il faut tenir compte du caractère local de la mise en œuvre des réserves de puissance réactive ; celle-ci ne se prête pas bien au transit sur des longues distances et la notion de réserve étendue à de grandes zones n'a aucun sens du point de vue de l'exploitation. En particulier, la philosophie du secours mutuel entre réseaux interconnectés, parfaitement valable dans le cas de la puissance active, n'est guère d'application pour ce qui concerne la puissance réactive.
- enfin, on peut être conduit à anticiper un renforcement de réseau ou à choisir un nombre de conducteurs plus grand pour la construction d'une ligne de façon à diminuer

l'impédance de transport, de plus, on pourrait être amené à envisager la compensation série de certaines lignes.

I.6.2 En Exploitation

Indépendamment des dispositions prises lors de la planification, il est nécessaire de tenir compte des problèmes de la tension dans l'exploitation du réseau, cette prise en compte doit s'effectuer à deux niveaux : lors des études prévisionnelles et lors de la conduite proprement dite en temps réel.

→ études prévisionnelles

A ce stade, il faut s'assurer que les conditions d'exploitation du réseau sont telles qu'il soit possible d'obtenir avec les moyens disponibles, en particulier les groupes de production, un plan de tension élevé avec une bonne marge de sécurité. Ceci voudrait dire qu'on doit rester suffisamment loin de la tension critique et que les phénomènes d'écroulement de tension ne risquent pas de se produire lors de la reprise de charge ou lors des incidents les plus probables.

Dans ce but, il faut disposer de critères pratiques qui peuvent être utilisés pour calculer les tensions critiques. En effet, une bonne exploitation requiert la surveillance d'indices de stabilité de tension ; ils doivent aussi être intégrés dans les études de planification.

→ dans la conduite

Les dispositions prises au niveau prévisionnel doivent permettre d'obtenir un bon plan de tension au niveau des moyens de contrôle de la tension notamment par compensation de l'énergie réactive, une règle qui permet à chaque instant une évaluation des possibilités de fourniture de la puissance réactive des groupes, donc de la marge de réglage dont ils disposent, et permet de détecter ainsi l'apparition de situations dangereuses.

La puissance réactive à développer par les différentes machines doit être répartie de telle manière que chacune d'elles conserve une certaine réserve. Ceci a un double effet : en cas de perte brutale d'une machine, ses voisines reprennent la puissance réactive perdue et cette puissance est-elle même d'autant plus faible que la machine déconnectée était elle-même moins chargée.

Toutefois, il peut arriver que par la suite d'aléas (accroissement imprévu de consommation, indisponibilité fortuite de groupes ou de moyens de compensation) la tenue de la tension se dégrade, il est alors nécessaire de prendre des mesures pour éviter les phénomènes d'écroulement de tension, il est important de remarquer que ces mesures doivent intervenir suffisamment tôt, en effet, les phénomènes de dégradation de la tension ne sont pas toujours réversibles.

I.7 Critères de la stabilité de la tension

D'un point de vue pratique, nous avons besoin d'un outil analytique qui permet de satisfaire les préoccupations citées plus haut. Une méthode d'analyse donnée doit fournir un critère qui permet l'évaluation de la stabilité de tension. Il doit entre autres :

- estimer la limite de stabilité ;
- situer le point de fonctionnement vis-à-vis de la région stable ;
- évaluer la proximité par rapport à la limite de stabilité.

En cas d'instabilité de tension, on doit définir le mécanisme qui a entraîné cette situation (et ce que l'on doit faire pour y remédier), localiser les nœuds faibles où des moyens de compensation doivent être aménagés, les nœuds de charge qui sont étroitement liés, les incidents qui ont plus d'importance.

La majorité des critères existants ont été développés en se basant sur l'approche statique utilisant un modèle d'écoulement de puissance conventionnel.

I.8 Importance de la stabilité de la tension et incidents

Bien que les problèmes associés à la stabilité de la tension ne soient pas nouveaux pour le fournisseur d'électricité, ils suscitent actuellement beaucoup d'intérêt et une attention spéciale dans les grands réseaux.

Au début, le problème de la stabilité de tension était associé à un réseau faible et isolé, mais actuellement il est devenue une source de problèmes dans les réseaux bien développés en raison de l'accroissement de la charge.

Des instabilités et effondrements de tension sont survenus à plusieurs reprises dans des réseaux importants à travers le monde au cours des dernières années. Les tableaux (I.1) et (I.2) présentent respectivement une liste des incidents qui ont provoqué un effondrement de la tension et ceux qui n'ont pas été suivis d'un effondrement de la tension [2, 7, 11].

Certains des incidents mentionnés sont complexes et mettent en cause d'autres phénomènes qui créent l'instabilité de tension, par exemple la perte d'une génératrice, la limitation du courant inducteur, la perte d'un transformateur, la perte de circuits ou un accroissement excessif de la demande.

Date	Lieu	Durée (min)
02/12/1965	Bretagne, France	Long Terme
22/02/1970	Japon	30
10/11/1976	Bretagne, France	Long Terme
22/09/1977	Jacksonville, Floride	Quelques minutes
19/12/1978	France	26
04/08/1982	Belgique	4,5
02/09/1982	Floride- É.-U.	01-mars
26/11/1982	Floride- É.-U.	01-mars
27/12/1983	Suède	1
30/12/1983	Floride- É.-U.	01-mars
12/01/1987	Ouest de France	06-juil
23/07/1987	Tokyo, Japon	20
Été 1996	Ouest USA	–
30/06/2002	Tunisie	50
03/02/2003	Algérie	4 heures
13/03/2003	Iran	8 heures
28/09/2003	Italie	_30
14/08/2003	Nord- Est de USA, Sud de Canada, ville de New-York	Plusieurs heures
18/01/2005	Arc Lémanique	1 heure
25/05/2005	Moscou, Russie	5 heures

Tableau I.1: Incidents suivis d'un effondrement de tension

Date	Lieu	Durée (min)
22/09/1970	Etat de new York	Incertitude pendant des heures
02/03/1979	Zealand, Danemark	15
17/09/1981	Centre de l'Oregon, É.-U.	Quelques minutes
21/05/1983	Caroline du Nord	2
11/06/1984	Nord-est des É.-U.	Incertitude pendant des heures
20/07/1987	Illinois et Indiana	Incertitude pendant des heures
03/02/1990	Ouest de la France	Quelques minutes
05/07/1990	Baltimore, Washington, USA	Incertitude pendant des heures
01/11/1990	Ouest de la France	Quelques minutes

Tableau I.2: Incidents non suivis d'un effondrement de tension

I.9 Le réglage de la tension

Le réglage de la tension permet de : [7]

→ **satisfaire les clients, les distributeurs et les producteurs** : la tension constitue avec la fréquence un des principaux paramètres de la sûreté du système. Ce paramètre est commun aux différents utilisateurs, raccordés sur un même nœud électrique. Pour les clients et les distributeurs, chaque contrat de fournisseur définit la tension nominale de raccordement et la plage de variation acceptée autour de cette valeur. Ces deux termes qui conditionnent le dimensionnement des appareils récepteurs des clients, doivent être, à tout moment respectés.

Pour le producteur, la tension doit également être maintenue dans une plage convenue qui soit supportable par les installations de productions, faute de quoi les groupes peuvent être contraints à se déconnecter, ce qui affaiblit la sûreté du système.

→ **satisfaire les besoins du système**: régler la tension est également nécessaire pour garantir le bon fonctionnement global du système, tant sous l'aspect économique que sous l'angle de la sûreté. Un bon réglage permet en même temps de diminuer les pertes réseau et d'éviter le risque d'effondrement.

→ **respecter les contraintes de fonctionnement des matériels:** enfin, la tension doit être maintenue en tout point du réseau THT dans une bande étroite compatible avec le dimensionnement des matériels: Les tensions trop hautes entraînent le vieillissement ou la détérioration des matériels raccordés, et les tensions trop basses provoquent des surcharges dans les lignes, perturbent le bon fonctionnement des protections et des régleurs en charge des transformateurs et affectent la tenue des auxiliaires des centrales...etc.

→ **la tension une grandeur par nature qui fluctue :** par nature, la tension fluctue, elle est d'abord affectée par des régimes lentement variables associés aux montées et baisses de la charge ; elle subit aussi des variations rapides liées à des multiples aléas : fluctuations aléatoires des charges, changements de topologie du réseau, déclenchement d'ouvrages de transport ou de groupes de production.

Il est donc nécessaire pour que la tension soit maintenue en tout point du réseau THT dans la plage souhaitée, de disposer de moyens de réglage adaptés et parfaitement coordonnés entre eux.

I.9.1 Réglage de la tension du réseau THT

Sur le réseau THT, le contrôle de la tension en régime normal est obtenu par une succession de trois niveaux de commande (réglage primaire, réglage secondaire et réglage tertiaire) ayant des constantes de temps échelonnées dans le temps et permettant de mobiliser les réserves de puissance réactive sur des zones de plus en plus étendues.

Sur les réseaux de niveau de tension inférieur à (90kV, 63kV, et HTA), le réglage de la tension est assuré par des régleurs en charge installés sur des transformateurs THT/HT.

I.9.2 Réglage primaire automatique de la tension

Le réglage primaire de la tension mobilise la réserve réactive des groupes les plus proches de la perturbation, sous l'action de leur régulateur primaire de tension à partir des variations de tension observées au stator, de façon à maintenir cette tension égale à la valeur de consigne affichée.

I.9.3 Le réglage secondaire automatique de la tension

Ce réglage mobilise les réserves réactives de l'ensemble des groupes et des condensateurs par

zones électriquement homogènes du point de vue du comportement en tension. Ces zones sont appelées « zones du réglage secondaire de tension ».

Le réglage secondaire de la tension vise à maintenir constante la tension en un point central représentatif de la tension de la zones dit « point pilote ».

I.9.4 Le réglage tertiaire de la tension

Le réglage tertiaire de la tension est manuel. Il s'agit de l'ensemble des actions commandées par les opérateurs des dispatchings pour coordonner le plan de tension entre les différentes zones de réglage secondaire.

Ces commandes concernent les modifications de la tension consigne des points pilotes, les ordres d'enclenchement ou de déclenchement de moyens de compensation. Il peut aussi s'agir de démarrages de groupes ou de modification de la topologie du réseau.

I.9.5 Les régleurs en charge de transformateurs

Afin de maintenir le plan de tension sur les réseaux 90 kV, 63 kV, les régleurs en charges sont installés sur les transformateurs THT/90-63 kV pour modifier le rapport de transformation en fonction des variations de la tension au primaire, les régleurs en charge permettent de maintenir la tension autour de la valeur de consigne au secondaire.

I.10 Conclusion

Dans le but d'évaluer adéquatement la marge de stabilité et de faire face efficacement au problème de la stabilité de la tension, le présent travail de recherche s'intéresse aux aspects suivants:

- ☞ la mise au point d'une technique rapide d'évaluation de la stabilité de la tension en régime permanent afin de déterminer la marge en tout point de fonctionnement à n'importe quel point du système électrique ;
- ☞ l'application des techniques et des modèles développés à des systèmes électriques d'essai standard.

Cette étude est importante car elle permet d'une part, de connaître les limites d'un système électrique vis-à-vis des problèmes de stabilité de tension et d'autre part, de disposer des indicateurs pratiques pour suivre le bon fonctionnement du ce dernier

Compte tenu de la complexité du phénomène de la stabilité de tension et dans un souci de clarté pour faciliter la compréhension de ce dernier et bien illustrer quelques uns de ses aspects, le chapitre suivant est consacré à la description du mécanisme de l'instabilité de la tension en considérant en premier lieu un simple dipôle électrique.

CHAPITRE II

***Mécanismes de l'instabilité de la
tension***

Mécanismes de l'instabilité de la tension

Introduction:

Ce chapitre est consacré à l'analyse du mécanisme de la stabilité de la tension à travers une formulation des relations qui lient les principales grandeurs électriques (puissance-tension) à l'origine de ce phénomène. Il définit l'effondrement de la tension et décrit les principaux facteurs influençant la stabilité de tension.

Pour faciliter la compréhension du phénomène de la stabilité de la tension et bien illustrer quelques uns de ses aspects, toute l'analyse qui suit se limite au cas d'un simple dipôle électrique. La généralisation aux réseaux plus complexes est traitée dans les chapitres qui suivent.

II.1 Représentation du système et équations de fonctionnement

Le mécanisme de la stabilité de tension peut être illustré aisément en considérant un simple dipôle électrique et en considérant la relation entre la tension et les puissances active et réactive [10].

Un dipôle électrique dans le cas général est constitué d'une source de tension E constante alimentant une charge de puissance active et réactive respectivement P et Q et de déphasage ϕ par l'intermédiaire d'un transformateur d'impédance $\bar{Z} = jX$, et de rapport de transformation a . Celui-ci peut être assimilé à un réseau représenté par son modèle de *Thévenin* vu par le nœud de charge comme montre la figure (II.1).

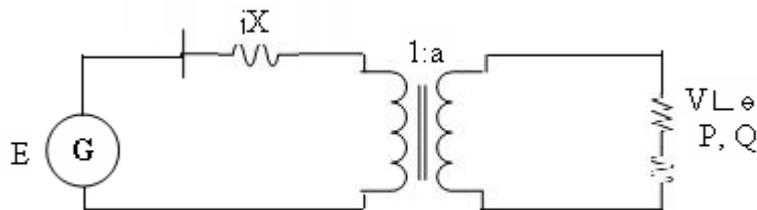


Figure II.1 : Schéma *Thévenin* d'un réseau alimentant une charge par une source de tension constante

Dans un système électrique réel, les transformateurs qui sont connectés à la charge ont des régleurs de charge contrôlés par des transformateurs automatiques de tension locaux, pour garder la tension aux points de consommation aussi constante que possible sans être influencée par des fluctuations de la tension du primaire, alors il est possible de supposer que au moins pour les faibles fluctuations, la tension au niveau de la charge $\bar{V} = V \angle \theta$ reste constante et donc la charge aussi, avec cette hypothèse, on considère que :

$$\bar{S} = P + jQ = S \angle \phi = \text{Cons tan te}$$

En considérant la figure (II.1), l'expression du courant délivré par la source s'écrit $\bar{I} = \frac{\bar{S}^*}{\bar{V}^*} a$ ce qui permet d'écrire :

$$\bar{I} = \frac{E - \bar{V}}{jX} \quad (\text{II.1})$$

On aura alors :

$$\bar{S}^* = \left(\frac{\bar{V}}{a} \bar{I}^* \right)^* = \frac{\bar{V}^*}{a} \bar{I} = \frac{\bar{V}^*}{a} \frac{E - \bar{V}}{jX} \quad (\text{II.2})$$

Avec :

$$\bar{V}^* = V \angle -\theta$$

On aura :

$$\bar{S}^* = P - jQ = -\frac{EV \sin \theta}{aX} + j \left(\frac{V^2}{a^2 X} - \frac{EV \cos \theta}{aX} \right) \quad (\text{II.3})$$

Les puissances active et réactive qui transitent sur la ligne s'écrivent :

$$P = -\frac{EV}{aX} \sin \theta \quad (\text{II.4})$$

$$Q = \frac{EV}{aX} \cos \theta - \frac{V^2}{a^2 X} \quad (\text{II.5})$$

D'où, en éliminant θ :

$$P^2 + \left(Q + \frac{V^2}{a^2 X} \right)^2 = \frac{E^2 V^2}{a^2 X^2} \quad (\text{II.6})$$

L'équation précédente (II.6) peut s'écrire sous la forme d'une équation quadratique en V :

$$V^4 + (2XQ - E^2)a^2 V^2 + (P^2 + Q^2)a^4 X^2 = 0 \quad (\text{II.7})$$

Dont la solution est :

$$V^2 = \frac{a^2}{2} \left(E^2 - 2QX \pm E \left(E^2 - \frac{4P^2 X^2}{E^2} - 4XQ \right)^{1/2} \right) \quad (\text{II.8})$$

II.2 Mécanisme de stabilité de la tension et caractéristique tension-puissance

D'après la forme de l'équation (II.8), pour une source de tension E , une impédance de transformateur Z et un facteur de puissance constant ($\text{tg}\phi = \frac{Q}{P} = \text{Cte}$) donnés, la courbe de la tension V aux bornes de la charge en fonction de la puissance active P a une forme quasi-parabolique. Elle est représentée par la figure (II.2), la variation de la tension en fonction de puissance réactive consommée Q est similaire au facteur de puissance prés.

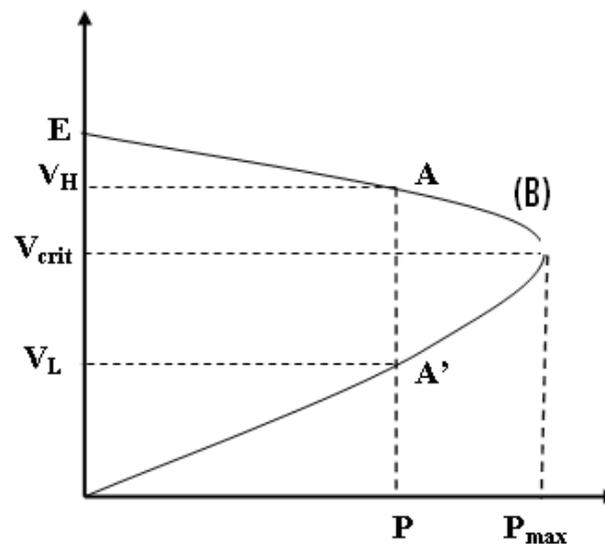


Figure II.2 : Caractéristique tension-puissance (courbe PV)

Avec :

E : Tension de la source.

V_{crit} Tension critique.

V_H : Tension du point de fonctionnement A situé sur la partie supérieure de la courbe.

V_L : Tension du point de fonctionnement A' situé sur la partie inférieure de la courbe.

Lorsque la charge croît, le courant circulant dans la ligne croît aussi, entraînant une chute de tension d'autant importante que le courant est plus grand, par conséquent, la tension aux bornes de la charge décroît.

La puissance active délivrée a une valeur maximale. En effet, en augmentant la charge, la chute de tension dans la ligne provoquée par l'appel de courant devient très importante, et l'augmentation du courant ne suffit plus à compenser la diminution de la tension V dans le

produit \overline{VI} ($\overline{S} = \overline{V} \cdot \overline{I}^*$). On retrouve la propriété bien connue : *il y a une puissance active maximale transmissible par un dipôle à partir d'une source de tension constante E . A cette puissance correspond une tension appelée tension critique V_{crit} .*

Pour une valeur donnée de la puissance délivrée P , on peut trouver deux points de fonctionnement A et A' (cf. figure II.2) correspondant à des valeurs de tension différentes V_H et V_L , l'une correspond à un point de fonctionnement normale où la tension est stable, l'autre à un point de fonctionnement dégradé où la tension est instable.

En effet, considérons une augmentation incrémentale de la charge qui déplace le point de fonctionnement à droite, nous pouvons voir que :

- la tension V_H devient plus faible, ce qui semble naturel, le point A correspondant à un fonctionnement normal ou stable ;
- la tension V_L augmente simultanément avec l'augmentation de la charge, ce qui n'est pas naturel (au moins pour les charges inductives), le point A' représente un fonctionnement dégradé ou instable.

En outre, pour la même puissance débitée, le courant correspondant à V_L (point A') est beaucoup plus grand que dans le régime correspondant à A , donc les pertes sont beaucoup plus élevées. Par ailleurs, la tension V_L est beaucoup plus petite que V_H .

En conclusion, seule la partie haute de la courbe commençant de E et gagnant le sommet de la parabole B , offre le régime de fonctionnement stable. En conséquence, dans toute l'analyse consacrée aux problèmes de stabilité statique de tension, seule cette partie de cette courbe porte un intérêt.

II.3 Evaluation de la puissance maximale délivrée à la charge et de la tension critique

Une augmentation progressive de la charge entraîne une diminution de plus en plus importante de la tension qui s'approche de la valeur critique, les deux valeurs de tension V_L et V_H deviennent proches l'une de l'autre, le point critique correspond au sommet de la courbe PV où dV/dP (ou dV/dQ), ou encore dV/dS deviennent infinies.

Pour ce point, le déterminant de l'équation II.8 est égale à zéro, d'après cette équation, on peut écrire que :

$$E^2 - \frac{4P_{\max}^2 X^2}{E^2} - 4Q_{\max} = 0 \quad (\text{II.9})$$

Et :

$$V_L = V_H = V_{crit} = a \left(\frac{E^2 - 2Q_{\max} X}{2} \right)^{1/2} \quad (\text{II.10})$$

Si la structure de la charge ne change pas, et le facteur de puissance reste constant, alors $Q_{\max} = P_{\max} \cdot \tan \phi$, et l'équation (II.9) peut se mettre sous la forme d'une équation quadratique en P_{\max} :

$$P_{\max}^2 + \left(\frac{E^2}{X} \tan \phi \right) P_{\max} - \frac{E^4}{4X^2} = 0 \quad (\text{II.11})$$

Qui a pour solution unique :

$$P_{\max} = \frac{-\frac{E^2}{X} \tan \phi + \frac{E^2}{X \cos \phi}}{2} \quad (\text{II.12})$$

La puissance maximale qui peut être délivrée à la charge est en fonction de la tension E et de l'impédance externe série entre l'extrémité émettrice et le point de charge. Elle est donnée par l'équation (II.12).

On a aussi :

$$Q_{\max} = P_{\max} \tan \phi = \frac{E^2}{2X} \frac{\sin \phi}{(1 + \sin \phi)} \quad (\text{II.13})$$

En remplaçant Q_{\max} dans l'équation (II.10) par son expression, nous aurons :

$$V_{crit} = \frac{aE}{\sqrt{2(1 + \sin \phi)}} \quad (\text{II.14})$$

Le point critique est donc défini par les équations (II.12) et (II.14), qui donnent la valeur de la puissance maximale transmissible et la valeur critique de la tension correspondante.

A chaque valeur de la puissance maximale transmissible correspond une valeur de la tension critique à l'extrémité réceptrice, cette tension critique s'élève lorsque la puissance augmente, la relation entre la puissance maximale P_{\max} et la tension critique V_{crit} est donnée par :

$$V_{crit} = \frac{aE}{2\sqrt{E^2 - P_{\max}X \cos\phi}} \quad (\text{II.15})$$

II. 4 Effondrement de la tension

Au sommet de la parabole (point B), les dérivées partielles $\frac{\partial V}{\partial P}$, $\frac{\partial V}{\partial Q}$ et $\frac{\partial V}{\partial S}$ sont toutes infinies. En évoluant vers le sommet sur la partie supérieure, ces dérivées augmentent de plus en plus pour devenir infinies au sommet, ce qui signifie que l'augmentation progressive de la charge cause des chutes de tension croissantes, cette dégradation continue, caractérise le phénomène appelé *effondrement de tension*.

Cette situation d'effondrement de tension est relative aux charges du nœud auquel elles sont raccordées, autrement dit, le problème d'effondrement de la tension dans un système électrique est régional et non nécessairement global.

Pour un transport de puissance P , les risques d'instabilité de tension seront d'autant plus faibles que la tension à l'extrémité réceptrice sera plus éloignée par valeur supérieure de la tension critique correspondant à P , alors que la situation se dégrade et le point d'effondrement s'approche, il serait nécessaire de garantir une « *distance de sécurité* » (marge) entre le point de fonctionnement tolérable et le point limite.

Nous pouvons définir cette marge en termes de puissance, cette dernière est donnée par l'écart entre la puissance au point critique et la puissance demandée :

$$C_{PM} = P_{crit} - P \quad (\text{II.16})$$

Ou en termes de tension entre la tension au niveau de la charge et la tension critique :

$$C_{VM} = V - V_{crit} \quad (\text{II.17})$$

II.5 Facteurs influençant la stabilité de la tension

L'instabilité de la tension d'un grand réseau électrique est un problème de nature complexe. Plusieurs éléments d'un réseau électrique contribuent à la création d'un scénario propice à une instabilité de tension, les éléments suivants ont un impact important sur la stabilité de la tension du réseau électrique :

- les génératrices et le comportement de leurs dispositifs de réglage et de protection ;
- le réseau de transport de par sa nature inductive et capacitive ;
- les régleurs en charge des transformateurs et les relais de protection ;
- les caractéristiques de la charge.

Une instabilité de tension se produit lorsque certains des éléments de réglages de la tension ont un effet sur la tension contraire à leur conception initiale. Les principales méthodes de réglage de la tension incluent des mesures comme la commutation par compensation shunt et le réglage de la tension des alternateurs.

II.5.1 Influence du réglage de tension des alternateurs (influence de E)

Les courbes PV de la figure (II.3), illustrent l'effet de l'augmentation de la tension de la source de production (alternateur) sur l'accroissement de la puissance maximale transmise pour un facteur de charge constant.

L'effet de la tension de la source de production pour différentes valeurs du niveau de charge P , conduit à un accroissement de la tension de charge en fonction de l'augmentation de la tension de la source. Ces résultats montrent l'importance du soutien de la source de tension sur l'amélioration de la stabilité de tension. Par contre, si pour une raison ou pour autre, la source n'est plus en mesure de maintenir une tension constante à ses bornes, par exemple une limite du courant dans l'induit ou une limite de surexcitation, sa contribution à l'instabilité de la tension devient importante.

La figure (II.4) montre la marge C_{VM} en fonction de P pour différentes valeurs de E . Par contre, les figures (II.5) et (II.6) montrent que V_{crit} et P_{max} augmentent avec l'accroissement de la tension de la source E .

La figure (II.7) présente les courbes $E(V)$ pour différents niveaux de charge. Plus la charge augmente, plus il est nécessaire d'augmenter la tension de la source afin d'éviter le phénomène d'effondrement de tension.

Ces figures sont déterminées pour une ligne d'impédance $Z = j \cdot 0.4 pu$ et un facteur de charge $\cos \phi = 0.9$.

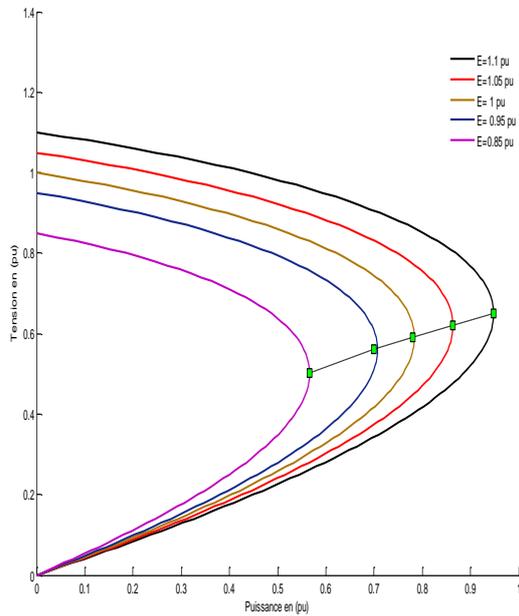


Figure II.3 : Caractéristique $V(P)$ pour différentes valeurs de E

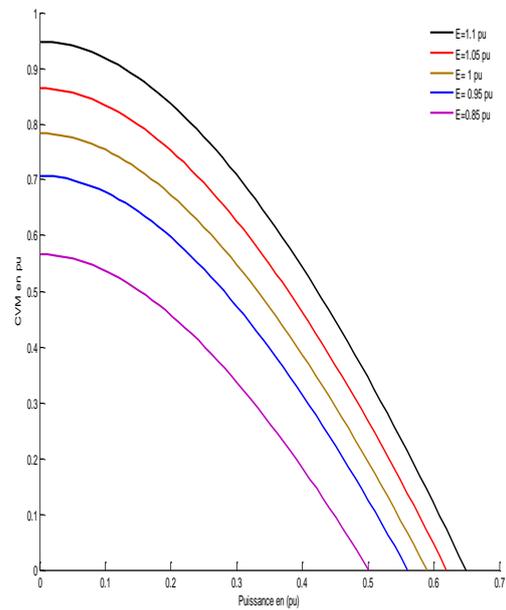


Figure II.4 : Marge C_{VM} pour différentes valeurs de E

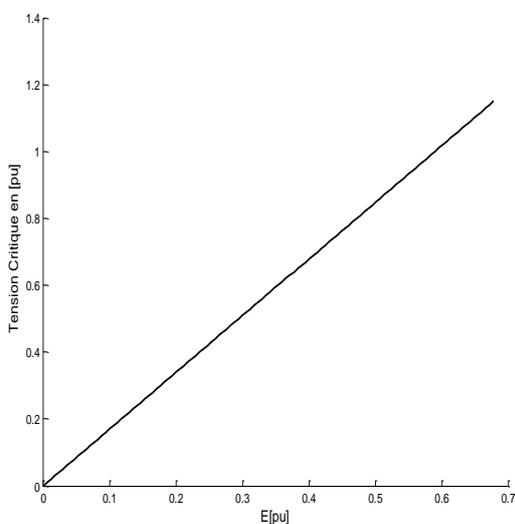


Figure II.5 : Tension critique en fonction de E

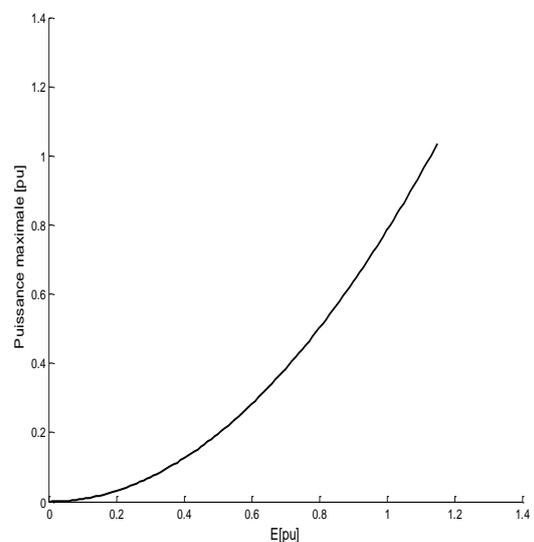


Figure II.6 : Puissance maximale en fonction de E

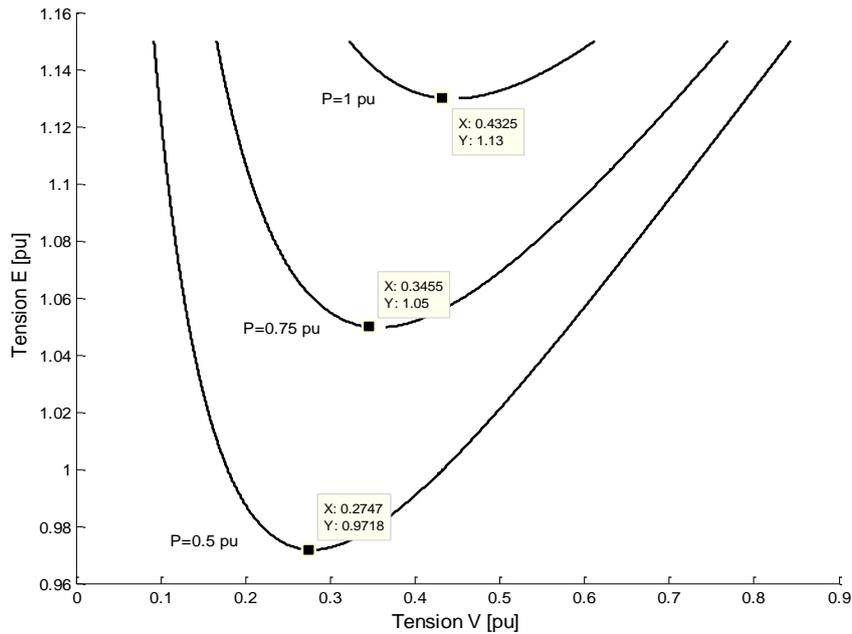


Figure II.7 : Courbes $E(V)$ pour différents niveaux de charge.

II.5.2 Influence des caractéristiques de charge

Indépendamment des actions des moyens de réglage de la tension, les charges elles mêmes ont aussi une influence sur la stabilité de la tension, en raison du lien qui existe entre les caractéristiques des charges et la tension.

Les caractéristiques de la charge pourraient être importantes, par exemple, un moteur à induction appelle un fort courant réactif dans un environnement à basse tension, la demande de puissance réactive est alors plus grande, ce qui pousse certaines génératrices à atteindre leur limite de puissance réactive, aggravant ainsi les conditions de basse tension.

En effet, la possibilité d'un effondrement de tension dépend de la nature de la charge. Si elle est rigide (puissance constante), par exemple un moteur à induction, l'effondrement est aggravé. Si la charge est souple, exemple chauffage, la charge baisse rapidement avec la tension et cette situation est évitée.

Un modèle statique de charge exprime les caractéristiques de la charge à n'importe quel instant, en tant que fonctions algébriques de la grandeur de la tension au noeud et la puissance. La puissance active P et la puissance réactive Q sont considérées séparément.

En régime statique, une charge peut être généralement représentée par le modèle : [1,11-13]

$$\begin{aligned} P &= P_0 V^{np} \\ Q &= Q_0 V^{nq} \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

Avec :

P_0, Q_0 : Puissances active et réactive correspondant à une tension nominale de 1 pu.

np, nq : Constantes caractéristiques de la charge. Ces constantes sont le plus souvent trouvées empiriquement (par des mesures) pour un type de charge donné. En générale, nous avons $np \leq 2$ alors que nq peut être supérieur à 2.

En remplaçant P et Q par leurs expressions respectives (équation (II.18)) dans l'équation (II.6) (page 23), on trouve :

$$P_0^2 V^{2np} + P_0^2 t g^2 \phi V^{2nq} + 2 \frac{V^2}{a^2 X} P_0 t g \phi V^{nq} = \frac{V^2}{a^2 X^2} \left(E^2 - \frac{V^2}{a^2} \right) \quad (\text{II.19})$$

Généralement $np \neq nq$, et pour des raisons de simplification des calculs, on considère le cas où $np = nq = n$.

L'équation (II.19) devient dans ce cas:

$$P_0^2 + 2 \frac{V^2}{a^2 Z} P_0 \cos \phi \sin \phi V^{-n} = V^{-2n} \frac{V^2}{a^4 Z^2} \cos^2 \phi (a^2 E^2 - V^2) \quad (\text{II.20})$$

Sa résolution analytique par rapport à P_0 en fonction de V donne :

$$P_0 = V^{-n} \frac{V}{a^2 X} \cos \phi \left[\left(a^2 E^2 - V^2 \cos^2 \phi \right)^{1/2} - V \sin \phi \right] \quad (\text{II.21})$$

La figure (II.8) montre les caractéristiques VP_0 pour différentes valeurs de n (0, 0.5, 1, 2), avec X, E, a et ϕ fixés. On voit clairement que plus n est petit, plus la puissance limitée est plus importante, la limite est la plus faible pour $n=2$, c'est-à-dire, une charge type admittance.

Pour $n = 0$, c'est-à-dire une charge à puissance constante (ne dépend pas de la tension), il n'y a pas de limite théorique de puissance.

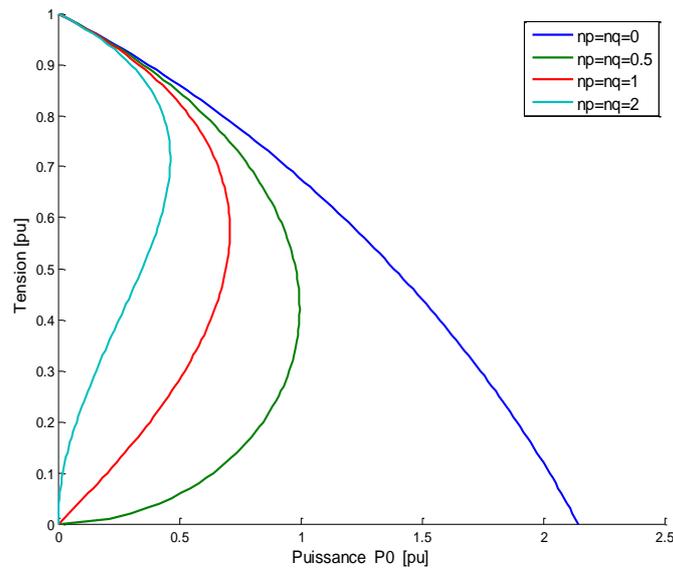


Figure II.8 : Caractéristique $V(P_0)$ pour différents valeurs de np, nq
 ($Z = j \cdot 0.4 pu$, $E = 1 pu$, $\cos \phi = 0.9$ et $a = 1$)

Nous examinons dans ce qui suit le cas des trois différents modèles de la charge : [10]

a. Charge de type admittance

Dans ce cas, on a $n = 2$. Alors P_0 et Q_0 désignent respectivement, la conductance et la susceptance de la charge.

$$P_0 = G_L$$

$$Q_0 = B_L$$

Les expressions des puissances active et réactive sont données par :

$$P = G_L V^2 \quad \text{et} \quad Q = B_L V^2 \quad (\text{II.22})$$

Qui implique aussi que :

$$\frac{Q}{P} = \frac{B_L}{G_L} = \tan \phi = cte \quad (\text{II.23})$$

Si E est maintenue constante, P_0 augmente, l'intersection de la courbe P_0V donnée par la figure (II.3) (correspondre à une charge supposée constante par rapport à la tension V) et la courbe $P = G_L V^2$ fournit un nouveau point de fonctionnement. La figure (II.9) montre les points de fonctionnement possibles pour différentes valeurs de P_0 .

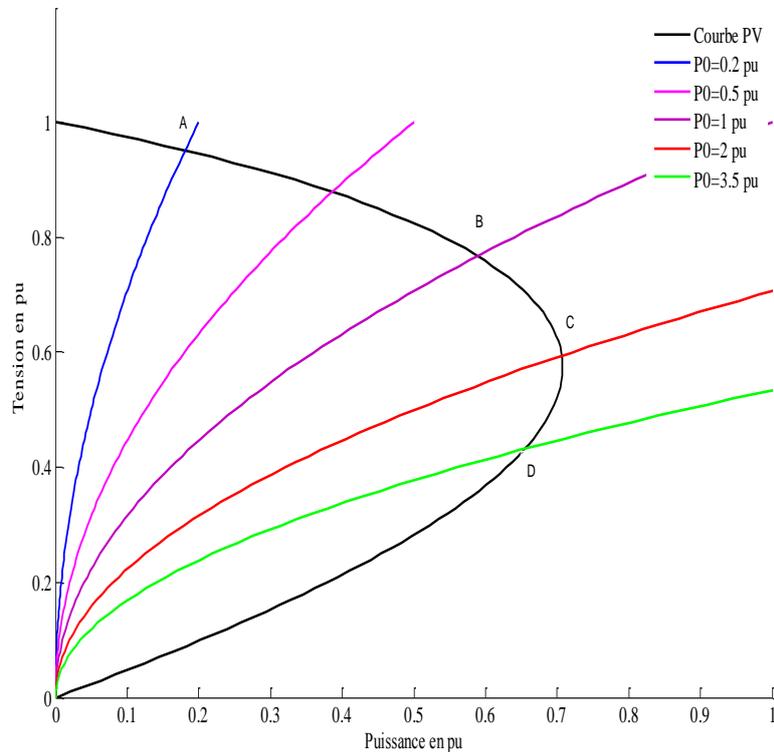


Figure II.9 : Cas d'une charge à admittance constante.

Si la puissance P_0 augmente, le point de fonctionnement critique peut être éventuellement atteint, ce qui correspond au maximum de la puissance active et réactive. Si P_0 augmente encore, la puissance active de la charge commence à décroître et des états critiques sont obtenus avec la même puissance mais à des tensions basses, par exemple, le point de fonctionnement D . Pour ce cas de charge, tous les états sont stables et le processus est caractérisé par une puissance maximale qui peut être transférée du générateur à la charge, au delà de ce point (point C), si P_0 et Q_0 continuent à augmenter, la puissance délivrée par le générateur commence à diminuer mais le point reste stable.

Un tel fonctionnement stable dans la partie inférieure d'une courbe P_0V constitue un effondrement partiel de la tension avec l'impossibilité de régler la puissance. En effet,

l'injection d'une charge supplémentaire (augmentation de G_L) aboutit à une réduction de la puissance de la charge. Nous faisons, la distinction entre la puissance de la charge à la tension nominale et la puissance de la charge effectivement fournie ou consommée, donc, la puissance maximale de la charge ne correspond pas nécessairement à une limite de stabilité.

b. Charge à courant constant :

Dans ce cas, $n = 1$ P_0 et Q_0 sont remplacés par les composantes active et réactive du courant de charge :

$$P_0 = I_{a0}$$

$$Q_0 = I_{r0}$$

La charge s'exprime alors par :

$$P = I_{a0}V \text{ et } Q = I_{r0}V \quad (\text{II.24})$$

Avec :

$$\frac{Q}{P} = \frac{I_{r0}}{I_{a0}} = \tan \phi = cte \quad (\text{II.25})$$

Nous aurons alors les caractéristiques de la figure (II.10). Nous pouvons constater que même au-delà du point de puissance maximale, il y a des points de fonctionnement stable (point d'interaction). Néanmoins, il y a une valeur limite du courant I_0 caractérisant la charge.

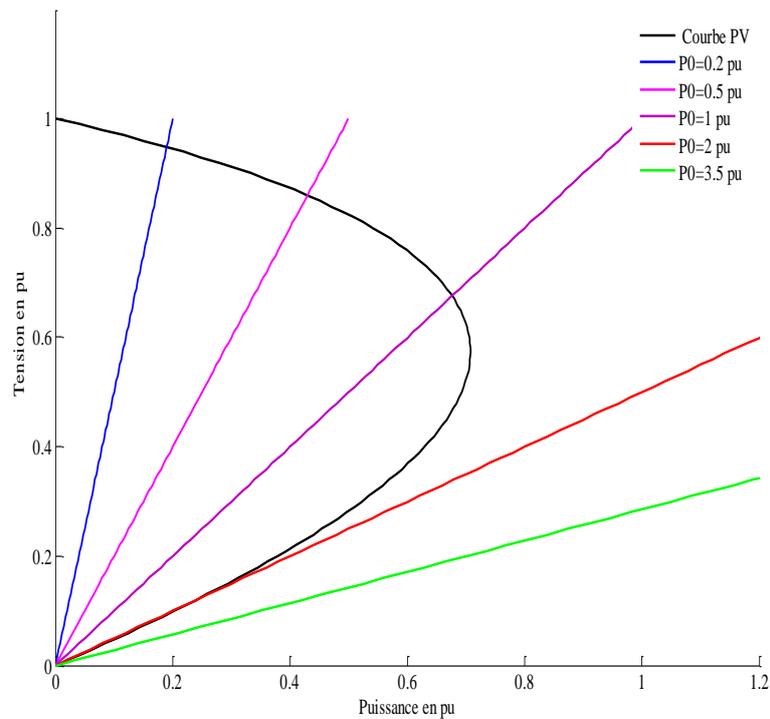


Figure II.10 : Cas d'une charge à courant constant

c. Charge à puissance constante

Dans ce cas, la charge ne dépend pas de la tension et $np = nq = 0$, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} P_0 &= P_L \\ Q_0 &= Q_L \end{aligned} \tag{II.26}$$

Et le facteur de puissance est encore maintenu constant :

$$\frac{Q}{P} = \frac{Q_0}{P_0} = \tan \phi = cte \tag{II.27}$$

La fonction P_L est représentée par une droite verticale, voir la figure (II.11). Pour ce cas, l'état critique de la stabilité de la tension correspond à la puissance maximale transférée. Pour $P < P_{\max}$ il y a deux points d'intersection A et A' des courbes P_0 avec les courbes P_0V , avec le point A correspond à un fonctionnement stable, et A' à un fonctionnement instable

Les deux points d'équilibre fusionnent et la bifurcation de noeud se produit, donc la stabilité de tension est perdue.

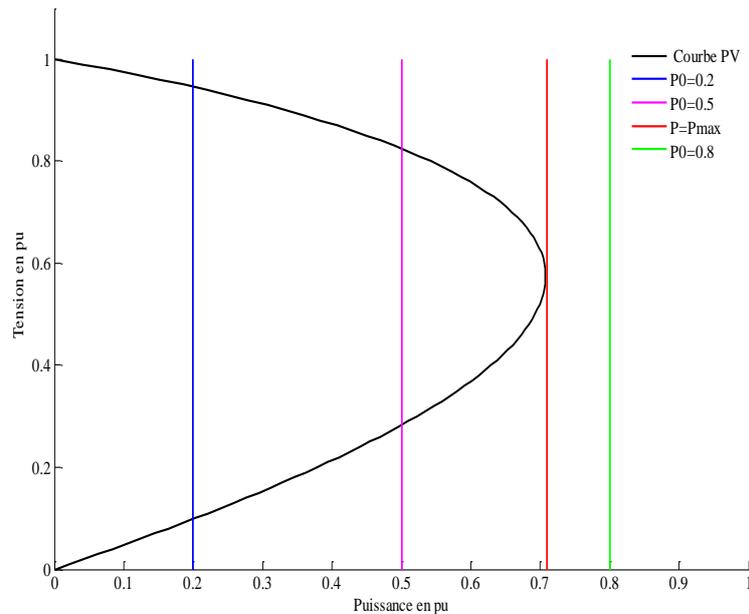


Figure II.11 : Cas d'une charge à puissance constante.

II.5.3 Influence de régleur en charge

Si l'alimentation de la charge est faite par des transformateurs avec des régleurs en charge, ceux-ci vont tenter de remonter la tension aux bornes de la charge, ce qui a pour effet de diminuer l'impédance de celle-ci « vue » du réseau et donc d'abaisser encore la tension (sur la partie inférieure de la courbe), c'est un autre aspect du phénomène d'écroulement de tension : la tension se dégrade rapidement jusqu'à l'arrivée en butée des régleurs en charge.

La source de tension est supposée constante. On considère que le réseau est stable en tension si la tension de charge augmente lorsque le rapport de transformation a augmente, voir la figure II.12. Le réseau est instable en tension quand la tension de charge diminue lorsque le rapport de transformation a diminue.

La figure (II.15) montre que la puissance maximale est la même pour tous les rapports de transformation.

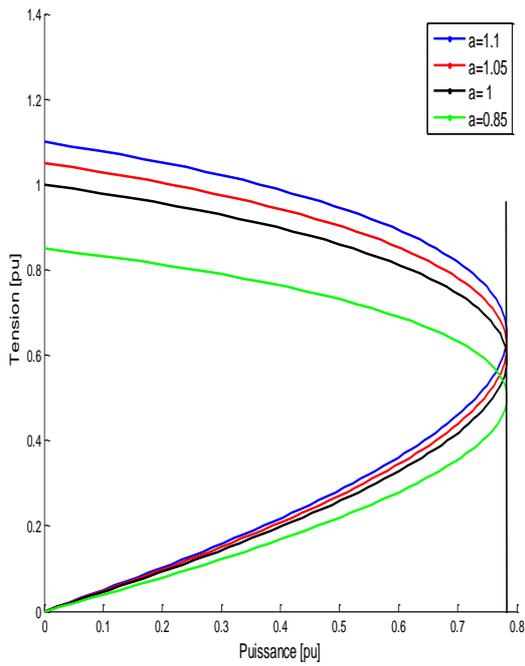


Figure II.12 : Caractéristique $V(P)$ pour différentes valeurs de a

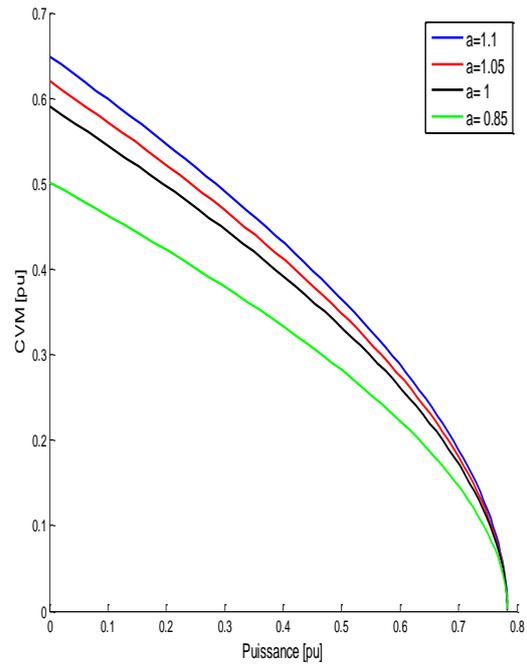


Figure II.13 : Marge C_{VM} pour différentes valeurs de a

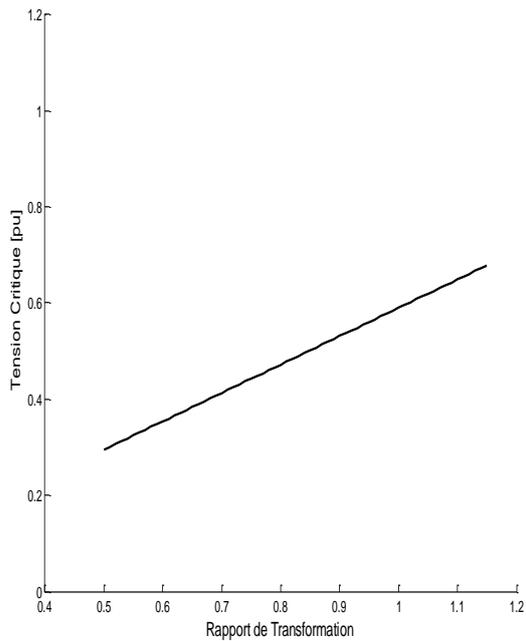


Figure II.14 : Tension critique en fonction de a

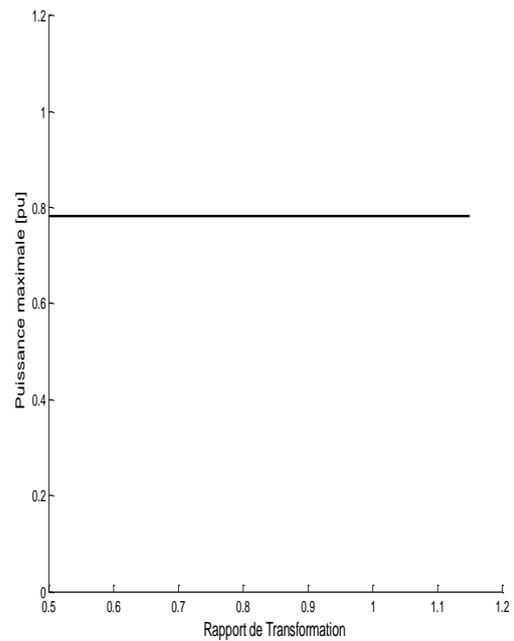


Figure II.15 : Puissance maximale en fonction de a

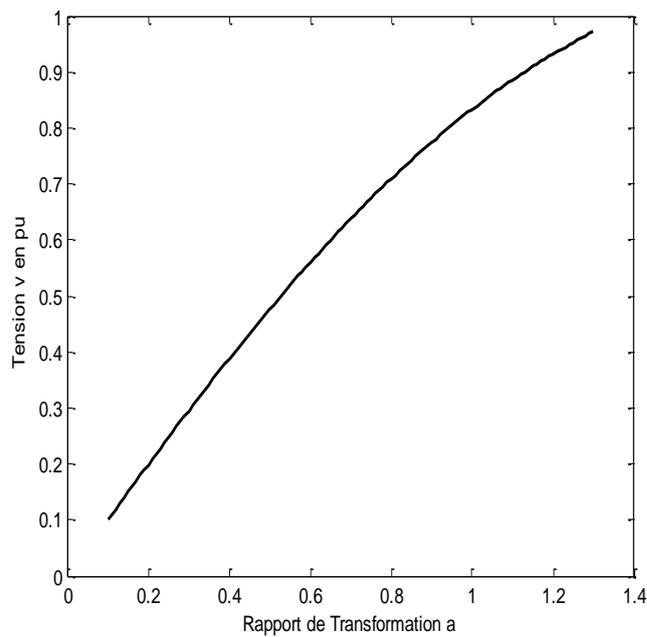


Figure II.16 : Tension V en fonction de rapport de transformation a

II.5.4 Influence du facteur de puissance

Pour E et X fixées, les caractéristiques VP pour différentes valeurs du facteur de puissance sont illustrées sur la figure (II.17). Lorsque l'angle φ diminue donc le facteur de charge augmente, autrement dit, lorsque la compensation de la charge augmente, la puissance maximale transmissible augmente (cf. figure (II.20)). Il faut toute fois noter que la tension critique augmente également avec l'augmentation du facteur de puissance et se rapproche de la tension de la source E ; c'est pourquoi en pratique il faut faire attention de ne pas exagérer la compensation de façon à éviter de ramener la tension critique dans le régime de fonctionnement normal et de réduire aussi la marge de stabilité en tension.

Le lieu des points critiques, c'est-à-dire des points de fonctionnement correspondant à la puissance maximale est tracé en pointillé sur la figure (II.17).

La figure (II.18) illustre l'évolution de la marge de stabilité en tension en fonction de la puissance pour différentes valeurs du facteur de charge $\cos\varphi$.

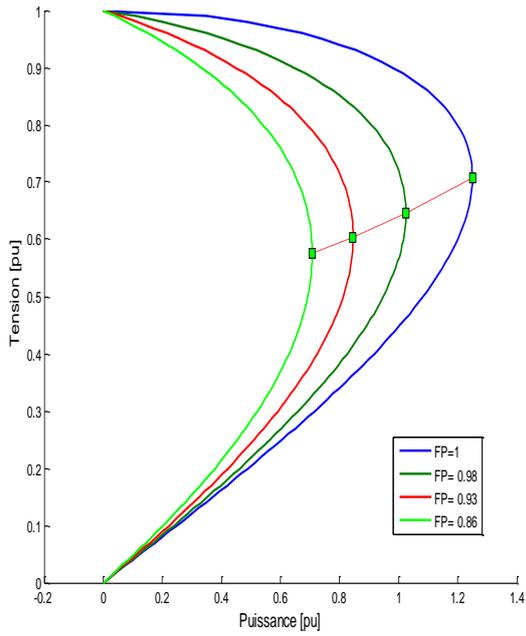


Figure II.17 : Caractéristique $V(P)$ pour différentes valeurs de $\cos\varphi$

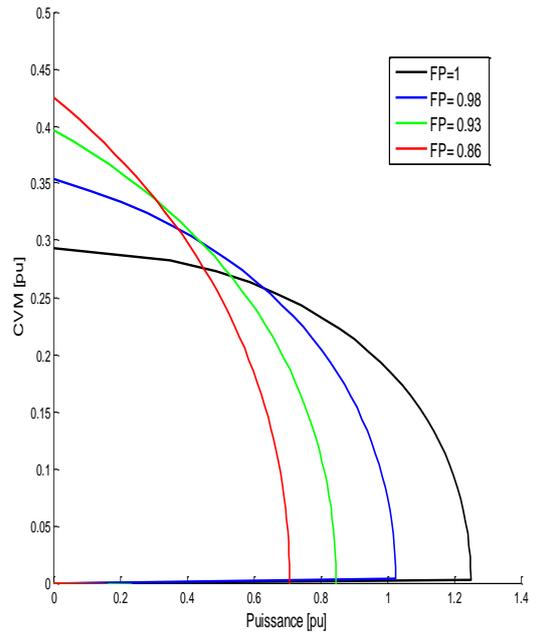


Figure II.18 : Marge C_{VM} pour différentes valeurs de $\cos\varphi$

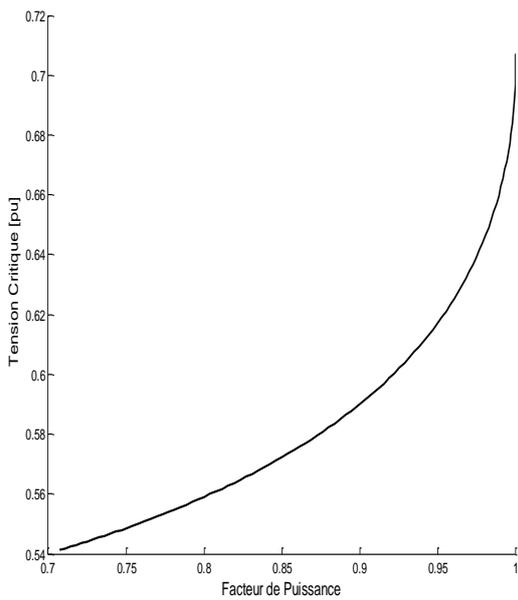


Figure II.19 : Tension critique en fonction de $\cos\varphi$

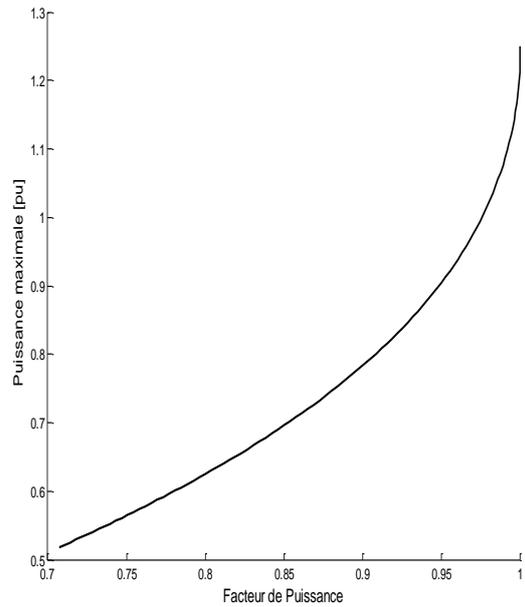


Figure II.20 : Puissance maximale en fonction de $\cos\varphi$

II.5.5 Influence de caractéristique de l'impédance X

Pour une tension de source fixée et un facteur de charge fixé ; comme indiqué sur les figures (II.21) ; (II.22) ; (II.23) et (II.24), l'impédance du réseau X n'a pas d'influence sur la tension critique ainsi que sur la marge de stabilité. Elle a par contre une influence sur la puissance maximale transmissible qui augmente lorsque cette impédance diminue.

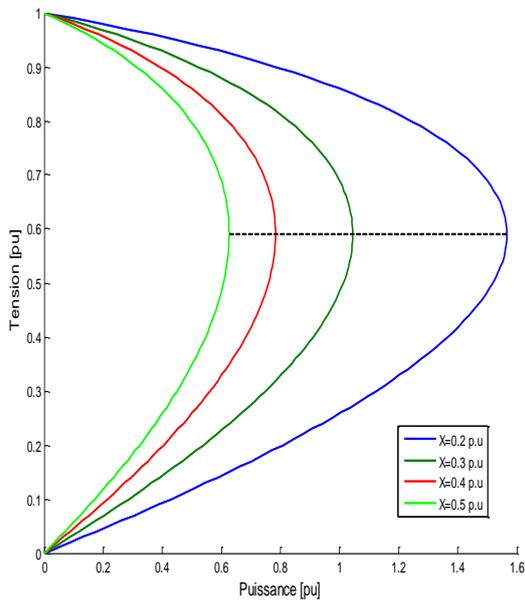


Figure II.21 : Caractéristique $V(P)$ pour différentes valeurs de X

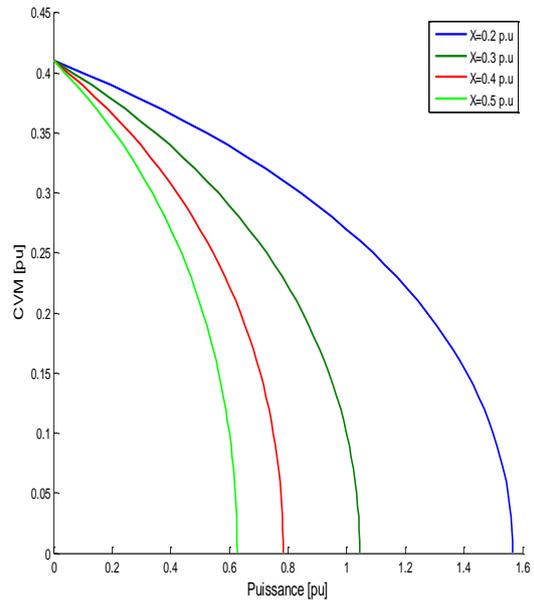


Figure II.22 : Marge C_{VM} pour différentes valeurs de X

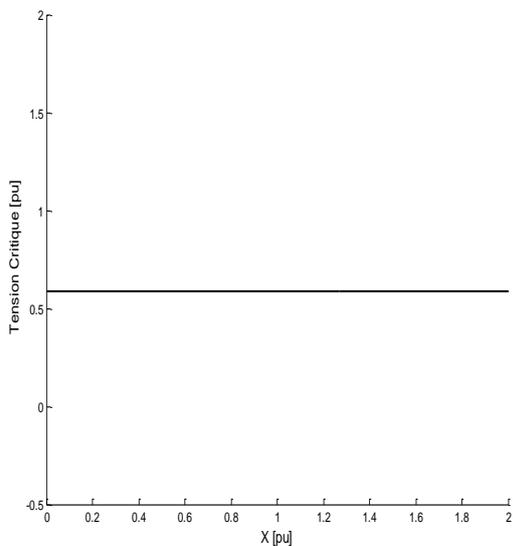


Figure II.23 : Tension critique en fonction de X

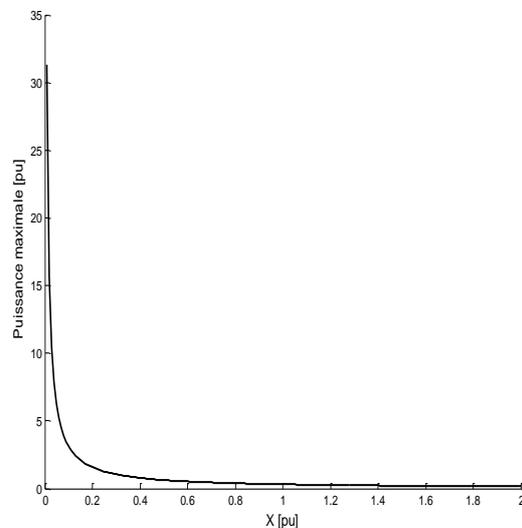


Figure II.24 : Puissance maximale en fonction de X

II.6. Conclusion

Après la mise en équations du mécanisme de la tension sur un dipôle électrique et l'obtention de différents résultats, illustrant l'évolution des grandeurs physiques considérées, nous pouvons conclure que la limite de la stabilité en tension correspond dans chaque cas étudié à la puissance maximale transmise de la source de la tension à la charge. Cette limite dépend de la tension émettrice, de l'impédance de la ligne à travers laquelle la puissance est délivrée à la charge et du facteur de puissance de la charge, ainsi que du rapport de transformation des régleurs en charge.

En outre, une source de tension ne peut pas transmettre une puissance indéfiniment avec l'augmentation de la charge, il y a donc des limites de fonctionnement qui doivent être respectées par l'opérateur pour faire face aux états de fonctionnement critiques.

Comme nous l'avons déjà mentionné auparavant, un système électrique est un ensemble complexe, c'est pourquoi il est pratiquement impossible d'évaluer le phénomène de la stabilité en tension à l'aide d'un calcul simple de tension. Pour cela, on doit faire appel à un ensemble d'indicateurs, qui permettent d'évaluer le mécanisme dans le temps. Un certain nombre d'indicateurs tirés de la littérature feront l'objet du prochain chapitre.



CHAPITRE III

***Indicateurs de la stabilité de tension des
systèmes électriques basés sur la matrice
Jacobienne***

Indicateurs de la stabilité de tension des systèmes électriques basés sur la matrice Jacobienne

Introduction :

Dans le chapitre précédent, nous avons défini le problème d'instabilité de tension. Nous avons, également, étudié l'effet des paramètres des composants du système électrique sur cette dernière à travers une analyse du phénomène sur un système simplifié (dipôle électrique).

Dans ce chapitre, nous utilisons les notions tirées de l'analyse précitée et nous les étendrons aux systèmes électriques réels. Ces derniers sont complexes puisqu'ils comportent plusieurs centrales de production de l'électricité et plusieurs centres de consommation.

La notion la plus largement acceptée de la stabilité statique de la tension nécessite l'existence d'un point d'équilibre consommation- production appelé point de fonctionnement. Ceci exige une solution des équations de l'écoulement de puissance, qui soit stable.

A cet effet, nous commencerons ce chapitre par une brève description des écoulements de puissance.

Nous ferons ressortir, à partir de ces calculs, les critères permettant la détermination de la stabilité de tension.

Nous décrirons, par la suite, un ensemble d'indicateurs de stabilité de la tension basés sur les calculs des écoulements de puissance.

Nous terminerons ce chapitre par une analyse comparative des indicateurs précités basée sur des tests de réseaux électriques d'IEEE5 et IEEE14 nœuds.

III.1 Ecoulement de puissance

III.1.1 Position du problème

Les calculs des écoulements de puissance donnent des informations concernant l'amplitude et la phase des tensions ainsi que les puissances active et réactive de chaque nœud du système électrique, à partir desquels les courants, les puissances transitant sur les lignes et les pertes sont déduits. Pour effectuer ces calculs, il faut appliquer à chaque ensemble des nœuds la loi des nœuds de *Kirchhoff* [1,2]. A savoir la somme des courants qui rentrent dans un nœud est égale à celle des courants qui sortent.

A cet effet, il y a lieu :

- ✓ d'écrire la topologie du système, en constituant la matrice des admittances du système ;
- ✓ d'écrire la loi des nœuds ou loi de *Kirchhoff* à savoir la somme des injections qui entrent dans chaque nœud d'un système électrique est égale à celle des injections qui en sortent. Cette loi donne l'équation des écoulements de puissance ;
- ✓ de résoudre par les méthodes numériques cette équation pour avoir les tensions aux nœuds en module et en phase à partir desquelles il est possible de calculer les puissances transitées par les différentes branches (lignes et transformateurs) d'un réseau électrique.

III.1.2 Formulation de la matrice admittance

Soit la figure ci-dessous (figure (III.1)) représentant un nœud quelconque n_i d'un système électrique multimachines donné.

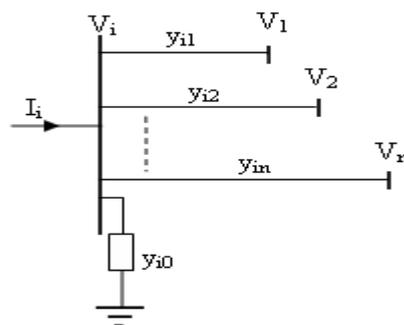


Figure III.1 : Schéma électrique d'une barre d'un système électrique multimachine

Pour chaque nœud n_i , nous aurons d'après la loi des nœuds, dans le cas où ce dernier est relié aux autres nœuds par des lignes:

- une admittance propre au nœud i , Y_{ii} donnée par :

$$Y_{ii} = \sum_{j=1}^n y_{ij} + y_{i0}$$

- une admittance mutuelle Y_{ij} entre les nœuds i et j donnée par :

$$Y_{ij} = -y_{ij}$$

Où :

y_{ij} : Admittance de ligne reliant le nœud i au nœud j ;

y_{i0} : Admittance shunt reliant le nœud i et la terre ;

n : Nombre total de nœuds du système électrique considéré ;

Y_{ii} et Y_{ij} : Les éléments de la matrice admittance du réseau.

Dans le cas où le nœud i est relié à un autre nœud par un transformateur, les éléments de cette matrice seront modifiés comme suit :

- l'admittance propre Y_{ii} sera remplacé par $Y_t = \frac{y_t}{a^2}$ (position du transformateur par rapport au nœud considéré) ;
- l'admittance mutuelle par $Y_{ij} = \frac{y_t}{a^2}$ quelque soit la position du transformateur par rapport au nœud traité.

Nous désignerons dans tout ce qui suit la matrice admittance par :

$$Y_{bus} = Y = G - jB \tag{III.1}$$

Donc :

$$Y_{ij} = G_{ij} - jB_{ij}$$

G représente la partie réelle, et B sa partie imaginaire.

III.1.3 Equation des calculs des écoulements de puissance

Si nous désignons par \bar{I}_{bus} le vecteur contenant l'ensemble des courants injectés aux nœuds du système électrique et \bar{V}_{bus} le vecteur contenant l'ensemble des tensions aux nœuds de ce système, alors nous pouvons écrire : [5, 9, 14-17]

$$\bar{I}_{bus} = \bar{Y}_{bus} \cdot \bar{V}_{bus} \quad \Rightarrow \quad \bar{V}_{bus} = \bar{Y}_{bus}^{-1} \bar{I}_{bus} \quad (III.2.a)$$

$$\Rightarrow \bar{I}_i = \sum_{j=1}^n \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j \quad (III.2.b)$$

$$\bar{S}_i = P_i + jQ_i = \bar{V}_i \cdot \bar{I}_i^* \quad \Rightarrow \quad \bar{I}_i = \frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^*} \quad (III.3)$$

Les équations (III.2) et (III.3) sont linéaires, si les courants d'injections sont connus.

Cependant, dans la pratique, les injections des courants ne sont pas connues pour la plupart des nœuds, mais en général dans un système électrique on a :

- 80% des nœuds sont des nœuds où il y a une charge électrique uniquement, cette charge peut également être nulle. Ce sont donc des nœuds où les puissances active P_i et réactive Q_i sont connues, ces nœuds sont appelés nœuds type *PQ* ;
- 20% des nœuds, sont des nœuds où sont connectés les groupes de production qui imposent, et soutiennent la tension du réseau. où de plus, il est possible d'initialiser la puissance active produite connaissant la charge. En effet en fonctionnement normale la puissance produite par les groupes doit couvrir la charge et les pertes et être telle que l'équilibre production et consommation + pertes soit maintenu. Donc pour ces nœuds il est possible de fixer le module de la tension et la puissance active produite. Ces nœuds sont des nœuds type *PV*.

Pour pouvoir effectuer les calculs des écoulements de puissance, il faut également choisir un nœud de référence pour la tension où cette dernière est fixée en module et en phase. C'est un nœud auquel sera donc connecté un groupe de production qui va à la fin des calculs équilibrer les puissances produites et consommées. Ce nœud où V et θ sont imposés est appelé nœud balancier.

Avec ces données, les calculs des écoulements de puissance reviennent à la résolution d'un système de $2 \times n$ équations non linéaires (mais qui peuvent être linéarisée autour du point de fonctionnement) à $2 \times n$ inconnues, par conséquent il peut avoir une solution unique.

En remplaçant dans l'équation (III.3) le courant I_i par son expression donnée en (III.2 (a)) et les éléments de la matrice des admittances Y_{ij} par leurs expressions données en (III.1), nous pouvons écrire :

$$P_i + jQ_i = \bar{V}_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} - jB_{ij}) \cdot \bar{V}_j^* \quad (III.4)$$

En désignant par V_i le module et par θ_i la phase de la tension en chaque nœud i du système électrique, le produit \bar{V}_i et \bar{V}_j^* peut être exprimé comme suit:

$$\begin{aligned} V_i V_j^* &= (V_i e^{j\theta_i}) \cdot (V_j e^{-j\theta_j}) = V_i V_j e^{j(\theta_i - \theta_j)} \\ (III.5) \\ &= V_i V_j (\cos \theta_{ij} + j \sin \theta_{ij}) \end{aligned}$$

Avec :

$$\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$$

Pour chaque nœud i nous pouvons exprimer l'écart entre les puissances apparentes injectées (notée S_i) en ce nœud et les puissances apparentes transitées dans les lignes raccordées à ce nœud par :

$$Mismatsh = S_i - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n S_{ij} = \Delta P_i + j \Delta Q_i \quad (III.6)$$

Cet écart représente ce que l'on appelle la fonction *mismatsh* pour le nœud i qui selon la loi des nœuds doit tendre vers zéro. Ce *mismatsh* représente également le système d'équations à résoudre pour obtenir les tensions en module et en phase aux différents nœuds du système.

A partir des équations (III.4) et (III.5) nous pouvons établir les expressions donnant les puissances active et réactive en chaque nœud i d'un système électrique. Ces équations s'expriment en fonction du module et de la phase de la tension comme indiqué ci-après :

Où on note :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix}, J \text{ est la matrice } \textit{Jacobienne} \text{ d'écoulement de puissance.}$$

Pour une écriture plus simple de la matrice *Jacobienne* J , nous procédons au changement de variables suivant :

$$\frac{\delta P_\theta}{\delta \theta} = F_\theta$$

$$\frac{\delta Q_\theta}{\delta \theta} = G_\theta$$

$$\frac{\delta P_V}{\delta V} = F_V$$

$$\frac{\delta Q_V}{\delta V} = G_V$$

D'où :

$$J = \begin{bmatrix} F_\theta & F_V \\ G_\theta & G_V \end{bmatrix}$$

Le système d'équation (III.11) peut s'écrire :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_\theta & F_V \\ G_\theta & G_V \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (\text{III.12})$$

Ou encore :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = [J] \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (\text{III.13})$$

III.1.4 Résolution des équations des calculs des écoulements de puissance

La résolution des équations des écoulements de puissance peut se faire par les méthodes de résolution numérique des équations linéaires en particulier par la méthode de *Newton-Raphson* qui est la plus robuste et rapide.

Cette dernière, consiste en un calcul itératif où pour la première itération, nous initialisons les données en déterminant par un bilan qui donne un équilibre entre la production et la consommation, toutes les puissances active et réactive des groupes de production. Nous choisissons comme valeur du module de tension initiale aux nœuds, les tensions nominales exceptées pour celle du nœud balancier et des nœuds *PV*. Pour les nœuds *PV*, les modules de tension seront choisis légèrement supérieurs à ceux des autres nœuds pour avoir un bon plan de tension sans pour autant dépasser les limites maximales de puissances réactives que peuvent produire les groupes.

Nous évaluons les variations en puissance active et réactive comme suit :

$$\begin{aligned}\Delta P_i^\alpha &= P_i^{\alpha-1} - P_i^\alpha \\ \Delta Q_i^\alpha &= Q_i^{\alpha-1} - Q_i^\alpha\end{aligned}$$

Où α caractérise l'itération ($\alpha=1, 2, 3, \dots, \alpha_{max}$).

Les courants sont ensuite déterminés en chaque nœud du réseau en utilisant l'expression ci-dessous :

$$I_i^\alpha = \frac{P_i^\alpha - jQ_i^\alpha}{V_i^\alpha} \quad (\text{III.14})$$

L'inverse de la matrice *Jacobienne* J , nous permet de déduire la variation du module et de l'angle des tensions en chaque nœud. Les tensions et les angles sont calculés pour une itération ($\alpha+1$) et le processus itératif s'arrête lorsque les écarts ΔP_i et ΔQ_i deviennent inférieurs à une valeur ζ très faible voisine de zéro choisie, qui représente la précision du calcul.

Pour évaluer les éléments de la matrice *Jacobienne* J , il suffit de calculer les éléments constituant les matrices F_θ , F_V , G_θ et G_V . Les formules permettant la détermination de ces matrices sont données par :

- les éléments diagonaux de F_θ , F_V , G_θ et G_V sont :

$$F_\theta(i, i) = \sum_{j \neq i}^n V_i V_j Y_{ij} \cdot \sin(\phi_{ij} - \theta_i + \theta_j)$$

$$F_V(i, i) = 2V_i Y_{ij} \cdot \cos(\phi_{ij}) + \sum_{j \neq i}^n V_j Y_{ij} \cdot \cos(\phi_{ij} - \theta_i + \theta_j)$$

$$G_\theta(i, i) = \sum_{j \neq i}^n V_i V_j Y_{ij} \cdot \cos(\phi_{ij} - \theta_i + \theta_j)$$

$$G_V(i, i) = -2V_i Y_{ij} \cdot \sin(\phi_{ij}) - \sum_{j \neq i}^n V_j Y_{ij} \cdot \sin(\phi_{ij} - \theta_i + \theta_j)$$

- les éléments non diagonaux de F_θ , F_V , G_θ et G_V sont :

$$F_\theta(i, j) = -V_i V_j Y_{ij} \cdot \sin(\phi_{ij} - \theta_i + \theta_j)$$

$$F_V(i, j) = V_i Y_{ij} \cdot \cos(\phi_{ij} - \theta_i + \theta_j)$$

$$G_\theta(i, j) = -V_i V_j Y_{ij} \cdot \cos(\phi_{ij} - \theta_i + \theta_j)$$

$$G_V(i, j) = -V_i Y_{ij} \cdot \sin(\phi_{ij} - \theta_i + \theta_j)$$

III.2 Détermination du critère de stabilité de la tension pour les réseaux multimachines

III.2.1 Critère de stabilité

Nous avons vu dans le deuxième chapitre, à partir de l'analyse du phénomène de stabilité de la tension sur le schéma simple d'un dipôle électrique que la limite de la stabilité de la tension est atteinte au sommet de la courbe PV (puissance active en fonction de la tension), ce qui correspond à l'annulation de la dérivée par rapport à la tension de la fonction puissance active-tension.

En utilisant les calculs des écoulements de puissance pour les systèmes électriques multimachines, l'annulation de cette dérivée, autrement dit l'atteinte du sommet de la courbe PV intervient, comme nous allons le démontrer ci-après, lorsque la matrice *Jacobienne* J du système est singulière et donc son déterminant est nul. Par conséquent, la condition $DetJ \rightarrow 0$,

où $Det(J)$ est le déterminant de la matrice *Jacobienne* peut donc être utilisée comme critère d'évaluation de la limite de stabilité de tension [18-20].

En effet, d'après les équations (III.7) et (III.8), nous pouvons noter :

$$f_i(\theta_{ij}, V_i) = P_i - V_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} V_j \cos \theta_{ij} + B_{ij} V_j \sin \theta_{ij})$$

$$g_i(\theta_{ij}, V_i) = Q_i - V_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} V_j \sin \theta_{ij} - B_{ij} V_j \cos \theta_{ij})$$

Les équations d'écoulement de puissance du système en régime établi sont :

$$\begin{aligned} f_i(\theta_{ij}, V_i) &= 0 \\ g_i(\theta_{ij}, V_i) &= 0 \end{aligned} \tag{III.15}$$

Où f et g sont les équations non linéaires d'équilibre des puissances actives et réactives générées et demandées. Les équations (III.15) peuvent s'écrire sous la forme plus compacte de la façon suivante :

$$F(w, z) = 0$$

Avec :

$$F = [f_1, \dots, f_{n+m}, g_1, \dots, g_m]^t$$

$$w = [\theta_1, \dots, \theta_{n+m}, V_1, \dots, V_m]^t$$

$$z = [\theta_1, \dots, \theta_{n+m}, V_1, \dots, V_{n+m}]^t$$

Supposons maintenant que w et z dépendent d'un paramètre arbitraire t . Nous pouvons écrire :

$$\frac{dF(w, z)}{dt} = F_w \frac{dw}{dt} + F_z \frac{dz}{dt} = 0 \tag{III.16}$$

Où :

$$F_w = \frac{\partial F}{\partial w}$$

$$F_z = \frac{\partial F}{\partial z}$$

Notons que pour $F(w, z)$ donnée par les équations (III.15) égal à :

$$F_z(w, z) = I_{dent}$$

Avec I_{dent} est la matrice identité.

L'équation (III.15) devient dans ce cas :

$$F_w \frac{dw}{dt} = - \frac{dz}{dt}$$

Afin de simplifier, supposons seulement une charge au nœud i qui varie. Au point critique, dP_i / dV_i devient nul car la puissance active ne peut pas augmenter davantage et donc le reste des éléments de dP / dV_i aussi au nœud i , nous avons :

$$F_w \frac{dw}{dV_i} = - \frac{dP}{dV_i}$$

Comme dw_i / dV_i est nul et qu'il représente le déterminant de la matrice F_w , cette dernière est donc singulière.

Ceci démontre bien que la limite de stabilité de la tension d'un système multimachines est atteinte lorsque la matrice *Jacobienne* $F_w = J$ est singulière. Ceci constitue l'extension du problème de sensibilité puissance-tension du système à deux nœuds au système à plusieurs nœuds.

III.2.2 Amélioration de la précision du critère de stabilité de la tension

Cependant, ce critère reste insuffisant, on peut rencontrer des difficultés de calcul liées à la présence des solutions multiples au voisinage des maximums, ce qui cause des problèmes de convergence dans les algorithmes basés sur les gradients comme celui de *Newton-Raphson*. En effet, compte tenu du problème de divergence du calcul itératif à l'approche du point critique de tension, ce dernier ne peut être qu'approché par ces méthodes et non obtenu de manière précise.

Pour améliorer la précision de l'approche au point critique, nous pouvons considérer une démarche basée sur une variation progressive de la charge au voisinage du point critique jusqu'à l'atteinte de ce dernier.

En effet, soit une variation uniforme de la puissance active et réactive de la charge, la direction réalisable pour le changement de l'état du système vers la condition critique se fait au moyen d'un facteur multiplicatif de la charge k , par lequel toutes les charges sont multipliées, pour l'atteinte du point critique, il y a lieu de procéder aux calculs suivants :

- i) fixer une valeur initiale k_0 du facteur multiplicatif de la charge, et déterminer la solution de l'écoulement de puissance pour ce facteur multiplicateur ;
- ii) augmenter ce facteur par une petite quantité Δk et définir les nouvelles charges active et réactive demandées ainsi que les puissances générées ;
- iii) rechercher une nouvelle solution du problème d'écoulement de puissance :
 - Si le calcul converge ($DetJ > 0$), aller à l'étape ii.
 - Si le calcul diverge ($DetJ \leq 0$), il y a passage par la condition critique.

En réalité, on ne peut pas arriver au point correspondant à $DetJ=0$, la précision dépend évidemment du choix de l'incrément Δk . Plus il est petit, plus le point calculé est proche du point critique réel.

III.3 Indicateurs de stabilité de tension basés sur la matrice *Jacobienne*

Partant des équations de l'écoulement de puissance et du critère de stabilité défini dans le paragraphe précédent, il est possible de déterminer différents modèles d'indicateurs de stabilité de la tension à partir de la matrice *Jacobienne* J établie pour les calculs des écoulements de puissance. Nous pouvons ainsi utiliser le critère de singularité appliqué aux sous matrices de la matrice *Jacobienne* J dans le cas où l'on considère le découplage entre les puissances active et réactive ; la décomposition singulière de la matrice *Jacobienne* J , les marges de puissance active et réactive et enfin les valeurs propres.

Dans ce qui suit nous présentons ces indicateurs en précisant leurs avantages et inconvénients.

III.3.1 Indicateur de stabilité de la tension tenant compte du découplage *PQ*

Pour certains systèmes électriques constitués des lignes relativement longues, nous pouvons utiliser le découplage des deux équations données en (III.12), à savoir: [15, 21-25]

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_\theta & F_V \\ G_\theta & G_V \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$

Où nous aurons :

$$F_V = 0$$

$$G_\theta = 0$$

Par conséquent, nous aurons :

$$\Delta Q = G_V \Delta V \tag{III.17}$$

Ou encore :

$$\Delta V = G_V^{-1} \Delta Q$$

Puisque l'obtention de G_V^{-1} implique implicitement ou explicitement la détermination ou la connaissance du déterminant de G_V , alors la condition $\det(G_V^{-1}) \rightarrow 0$ peut être utilisée elle aussi comme indicateur de stabilité de tension. Cependant, lorsque le système devient très chargé, le couplage entre les puissances réactives injectées et les phases des tensions devient important. La condition de découplage n'est plus assurée d'où l'inconvénient de cet indicateur.

III.3.2 Indicateur de stabilité de la tension basé sur la singularité de la matrice réduite de la *Jacobienne*

Afin de réduire les calculs, il est possible d'utiliser le même critère de singularité mais sur une autre matrice appelée matrice *Jacobienne* réduite J_r . La matrice J_r peut être obtenue en calculant le déterminant par la formule de Schur (annexe A) [26].

Sous l'hypothèse que F_θ est non singulière, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de problèmes d'instabilité statique angulaire, alors, d'après la formule de Schur : [27]

$$Det(J) = Det(F\theta) \cdot Det(J_r) \quad (III.18)$$

Où :

$$J_r = G_v - G_\theta F_\theta^{-1} F_v \quad (III.19)$$

D'après l'équation (III.18), comme le $\det(F_\theta) \neq 0$, la matrice *Jacobienne* J sera singulière si seulement si J_r est singulière, il est alors possible d'utiliser comme indicateur de stabilité statique de tension le déterminant de J_r . L'étude de la sous matrice F_θ permet de déterminer si l'instabilité considérée est causée par des problèmes d'amplitudes de tension ou par contre par des problèmes de leurs phases.

A partir de l'équation (III.12), si nous considérons la puissance active constante en un point de fonctionnement donné, la matrice J_r représente exactement le coefficient de variation de la puissance réactive en fonction des variations des amplitudes des tensions.

En effet, dans l'équation (III.12) en posant $\Delta P = 0$, nous aurons :

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \Delta Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_\theta & F_v \\ G_\theta & G_v \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{pmatrix} \quad (III.20)$$

Et par conséquent :

$$\Delta Q = (G_v - G_\theta F_\theta^{-1} F_v) \cdot \Delta V = J_r \cdot \Delta V \quad (III.21)$$

L'équation (III.21) exprime bien la relation entre les changements de la puissance réactive et les amplitudes de tension.

La matrice J_r donne donc pour les faibles perturbations l'effet des changements des injections de puissance réactive dans le réseau sur les amplitudes de tension.

Dans le cas où le réseau est faiblement chargé ou comportant des lignes longues, autrement dit en cas de découplage des puissances actives et réactives PQ , l'influence du second terme $G_\theta F_\theta^{-1} F_v$ de J_r devient négligeable et donc J_r se réduit à G_v , nous retombons ainsi sur l'indicateur défini dans le sous paragraphe précédent. J_r et G_v donnent une indication sur l'instabilité lié à l'amplitude de la tension [24-26].

Pour vérifier si l'instabilité est dû au déphasage, il faut vérifier si la sous matrice F_θ est singulière ou pas.

En définitive pour avoir une bonne indication sur la stabilité de la tension, il serait intéressant d'étudier aussi bien les deux matrices J_r et G_v qui donnent une indication sur l'instabilité de l'amplitude de la tension mais également F_θ permet de vérifier si le système étudié connaît des problèmes de stabilité statique angulaire.

III.3. 3 Indicateurs basé sur la décomposition singulière de la *Jacobienne*

Pour plus de précision sur les indications de l'instabilité de la tension, il est non seulement important de connaître la limite de stabilité, mais également la proximité d'un point de fonctionnement donné par rapport à cette limite. A cet effet, certaines études utilisent la décomposition minimale des valeurs singulières de la matrice *Jacobienne* de l'écoulement de puissance J ou de sa sous matrice réduite J_r [24, 25].

La plus petite valeur singulière sert à indiquer la proximité de la limite de la stabilité de la tension en régime permanent. Son utilisation trouve son origine dans l'analyse des systèmes linéaires [26, 27].

Soit un système décrit par son équation d'état :

$$A \cdot X = b \tag{III.22}$$

La décomposition en valeurs singulières (SVD, *Singular Value Decomposition*) exprime la matrice A sous la forme :

$$A = U \cdot S \cdot V^t$$

Si A est régulière, et dans ce cas, on peut calculer la matrice inverse par :

$$A^{-1} = (U \cdot S \cdot V^t)^{-1} = (V^t)^{-1} \cdot S^{-1} \cdot U^{-1} = V \cdot \text{diag}(1/S_{ii}) \cdot U^t$$

En se rappelant que l'inverse d'une matrice orthogonale est égale à sa transposée.

Où :

- U une matrice unitaire $n \times n$; contient un ensemble de vecteurs de base orthonormés pour A , dits « de sortie » ;
- V^t est la matrice adjointe à V , donc une matrice unitaire $n \times n$. La matrice V contient un ensemble de vecteurs de base orthonormés de A , dits « d'entrée » ou « d'analyse » ;
- S une matrice $n \times n$ dont les coefficients diagonaux sont des réels positifs et tous les autres sont nuls (c'est donc une matrice diagonale dont on impose que les coefficients soient positifs).

La matrice S contient les valeurs singulières de la matrice A , tel que :

$$S = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_n \end{bmatrix} \quad i=1, 2, 3, \dots n$$

Et:

$$\sigma_i \geq 0$$

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$$

Une convention courante est de ranger les valeurs S_{ij} par ordre décroissant. Alors, la matrice diagonale S est déterminée de façon unique par A (mais U et V ne le sont pas).

La matrice A peut être écrite sous la forme :

$$A = U \cdot S \cdot V^t = \sum_{i=1}^n \sigma_i u_i v_i^t \quad (\text{III.23})$$

Avec les vecteurs singulières u_i et v_i sont les colonnes des matrices U et V respectivement ;

On en déduit la solution du système par :

$$X = A^{-1} \cdot b \quad (\text{III.24})$$

On aura :

$$X = (U \cdot S \cdot V^t)^{-1} b = (V \cdot S^{-1} \cdot U^t) \cdot b = \sum_{i=1}^n \frac{U_i^t V_i^t}{\sigma_i} b \quad (\text{III.25})$$

Et :

$$\begin{aligned} AV_i &= \sigma_i U_i \\ A^t U_i &= \sigma_i V_i \end{aligned} \quad (\text{III.26})$$

D'après l'équation (III.25), on peut conclure qu'une petite variation dans A ou b peut causer une large variation de X si σ_n est faible voir très petite.

Si la valeur singulière minimale est nulle, alors la matrice étudiée est singulière. Et on atteint la limite de stabilité. Par conséquent, σ mesure bien la proximité de la limite de stabilité, plus σ est faible plus on se rapproche de cette limite.

En appliquant ce qui vient d'être mentionné plus haut aux équations des écoulements de puissance (équation (III.13)) à savoir :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = [J] \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$

Par identification, la décomposition singulière peut être appliquée à la matrice *Jacobienne* J , que nous pouvons écrire sous la forme :

$$J = U \cdot S \cdot V^t = \sum_{i=1}^n \sigma_i u_i v_i^t \quad (\text{III.27})$$

D'où :

$$\begin{pmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{pmatrix} = (U \cdot S \cdot V^t)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = (V \cdot S^{-1} \cdot U^t) \cdot \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^n \frac{U_i^t V_i^t}{\sigma_i} \cdot \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} \quad (\text{III.28})$$

Si on essaye de voir la sensibilité des tensions aux variations des injections de puissance, pour le cas relatif à la valeur singulière minimale σ_m (cas le plus critique). C'est-à-dire que si :

$$\begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = U_n \quad (\text{III.29})$$

Alors, en utilisant l'équation (III.27), on aura :

$$J V_n = \sigma_n \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = \sigma_n J \begin{pmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{pmatrix} \quad (\text{III.30})$$

On obtient :

$$\sigma_n^{-1} V_n = J^{-1} \cdot J \cdot \begin{pmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{pmatrix} \quad (\text{III.31})$$

Donc :

$$\begin{pmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{pmatrix} = \sigma_n^{-1} V_n \quad (\text{III.32})$$

En définitive nous avons :

- ✓ σ_n indique la proximité de la limite de stabilité, (d'après l'équation III.25) ;
- ✓ V_n indique les sensibilités des amplitudes de tension et des phases (d'après équation III.32) ;
- ✓ U_n indique les directions les plus sensibles de variation des injections de puissance active et réactive. (d'après l'équation III.29).

La plus petite valeur singulière de la matrice *Jacobienne* J correspond à la limite de la stabilité de tension, autrement dit à la puissance maximale qui peut être fournie en certains sommets consommateurs.

La plus petite valeur singulière est une mesure relative de l'écroulement de tension. Quand un réseau est stable en tension, la plus petite valeur singulière du Jacobien augmente. Elle diminue lorsque le système est instable en tension.

La décomposition singulière effectuée pour la matrice *Jacobienne* J peut être appliquée pour les autres sous matrices (J_r , G_v et F_θ) de J .

Bien que l'approche donne plutôt une information sur la proximité de la matrice *Jacobienne* J au point de singularité, les valeurs obtenues ne fournissent qu'une évaluation globale du point de fonctionnement de la limite de stabilité mais aucune information sur la proximité de chacun des nœuds à un état d'instabilité.

Dans la même optique, nous avons mentionné que la valeur de condition de la matrice *Jacobienne* pourrait être un indicateur plus sensible de la proximité à l'instabilité de tension.

Contrairement à la valeur singulière minimale, la valeur de conditionnement de la matrice *Jacobienne* augmente à mesure que le réseau se rapproche de l'instabilité de la tension.

Ces deux indicateurs ont le désavantage de changer trop rapidement à une étape très proche de la singularité. Cette technique permet une modélisation réaliste des composantes du réseau et de leurs caractéristiques, comme les charges dépendant de la tension et les limites de la puissance réactive des génératrices.

III.3.4. Indicateur basé sur la marge de puissance active et réactive

Plusieurs publications [22] présentent les calculs des courbes *PV* et *QV* pour certains nœuds sélectionnés du système électrique comme guide pour l'évaluation de stabilité de la tension. Chaque nœud est chargé sur une base individuelle jusqu'à ce que les limites de transfert maximal de puissance soient atteintes. La marge de stabilité de tension est qualifiée en termes d'une distance en MW (ou MVAR) entre le point de fonctionnement et le nez de la courbe.

La stabilité de la tension d'un réseau électrique, est analysée à l'aide de marge active ou réactive, c'est-à-dire, mesure de la distance en puissance active ou en réactive de l'état où la puissance maximale en MW ou en MVAR est atteinte.

Nous pouvons avoir une indication du degré de sécurité du réseau vis-à-vis de l'effondrement de tension. En définissant la marge de stabilité suivante :

$$SM = \frac{\sum_i S_i^{critique} - \sum_i S_i^{initial}}{\sum_i S_i^{initial}}$$

Où S_i est la puissance apparente totale de charge.

Pour une condition initiale stable, SM prend des valeurs entre 0 et 1, la valeur de SM est nulle à la limite de stabilité de tension, la stabilité est d'autant mieux assurée que la valeur de SM est proche de 1.

Donc, la limite de fourniture de puissance, qui correspond à la limite de la stabilité de tension connaissant l'état critique (cf. § III.3.1) état où la puissance maximale n'est pas atteinte.

III. 3.5 Indicateurs basés sur les valeurs propres de la matrice *Jacobienne*

Ces indicateurs sont basés sur l'analyse de la matrice *Jacobienne* réduite J_r . La méthode calcule un nombre précis de petites valeurs propres et les vecteurs propres qui leurs sont associées [15, 21,26].

Chaque valeur propre est associée à un mode de variation de la puissance réactive et de la tension. Elle fournit une mesure relative de la proximité de l'instabilité de tension.

Un état stable est un état dans lequel l'injection de puissance réactive conduit à une augmentation de la valeur de la tension. Un état instable est un état dans lequel l'injection de puissance réactive conduit à une diminution de la valeur de la tension. Par ailleurs, les vecteurs propres fournissent de l'information sur le mécanisme de l'instabilité de la tension. Ils servent à décrire la forme des modes et nous renseignement sur les composantes du réseau (nœuds et branches) et sur les génératrices qui participent à chaque état. Les états correspondant à des petites valeurs propres sont ceux qui sont les plus propices à une perte de stabilité. Les facteurs de participation des nœuds indiquent quels nœuds sont associés à chaque état. Les facteurs de participation des branches identifient quelles branches sont importantes pour la stabilité d'un état donné.

En calculant les valeurs propres et les vecteurs propres de la matrice *Jacobienne* réduite J_r définie par l'équation (III.19), on trouve :

$$J_r = \xi \cdot A \cdot \eta \quad (III.33)$$

ξ : Matrice gauche pour la détermination des vecteurs propres de J_r

η : Matrice droite pour la détermination des vecteurs propres de J_r

A : Matrice diagonale contient les valeurs propres de J_r

L'équation (III.33) devient :

$$J_r^{-1} = \xi \cdot A^{-1} \cdot \eta \quad (III.34)$$

La substitution de l'équation (III.33) dans l'équation (III.21) donne :

$$\Delta V = \xi \cdot A^{-1} \cdot \eta \cdot \Delta Q \quad (III.35)$$

Où :

$$\Delta V = \sum_i \frac{\xi_i \cdot \eta_i}{\lambda_i} \cdot \Delta Q \quad (\text{III.36})$$

Où ξ est la $i^{\text{ème}}$ colonne de vecteurs propres droits, et η est l' $i^{\text{ème}}$ ligne de vecteurs propres gauches J_r .

Chaque valeur propre λ_i correspond aux vecteurs propres gauches et droits des η et ξ définit le mode $i^{\text{ème}}$ repos de QV .

$$\xi^{-1} = \eta \quad (\text{III.37})$$

L'équation (III.35) peut être écrite sous la forme suivante :

$$\eta \cdot \Delta V = A^{-1} \cdot \eta \cdot \Delta Q \quad (\text{III.38})$$

Où :

$$v = A^{-1} \cdot q$$

$v = \eta \cdot \Delta V$ est le modale du vecteur des variations de tension.

$q = \eta \cdot \Delta Q$ est le modale du vecteur des variations de puissance réactive.

La différence entre l'équation (III.37) et (III.38) donne A^{-1} , qui est une matrice diagonale, tandis que J_r^{-1} est en général une matrice non diagonale.

L'équation (III.36) représente des équations découplées.

$$v_i = \frac{1}{\lambda_i} q_i$$

Les valeurs propres de l'inverse de la sous matrice réduite J_r^{-1} sont données par l'équation suivante:

$$\frac{\Delta V_i}{\Delta Q_i} = \frac{1}{\lambda_i} \quad (\text{III.39})$$

- Si l'une des valeurs propre est positive, la variation de puissance réactive et la tension vont dans le même sens indiquant que le réseau est stable en tension.

- Si l'une des valeurs propre est négative, la variation de la puissance réactive et la tension vont dans le sens opposés, indiquant que le réseau est instable en tension.

III.3.6 Critère de la sensibilité S_e

L'analyse de la sensibilité de la puissance réactive totale générée par rapport à la puissance réactive consommée par les charges aux différents nœuds permet également d'évaluer la limite de la stabilité de la tension dans les systèmes électriques [26].

La sensibilité est considérée comme un indicateur de la proximité de l'effondrement de la tension. Elle est basée sur la sensibilité de la tension au nœud par rapport à la variation de la charge réactive $\Delta V / \Delta Q$.

Le critère de sensibilité en un point consommateur i est défini comme le rapport de variation de tension sur la variation réactive consommée en ce point :

$$S_{e_i} = \frac{\Delta V_{nci}}{\Delta Q_{nci}} \quad (\text{III.40})$$

Quand le système électrique est stable en tension, la sensibilité diminue, par contre lorsque le réseau présente à l'instabilité de tension, la sensibilité augmente et devient infinie à la limite de la stabilité de tension. Si la sensibilité est négative le réseau est stable en tension.

Autrement dit, une sensibilité positive indique un fonctionnement instable, à mesure que la sensibilité augmente, la stabilité de la tension décroît jusqu'à ce que la sensibilité devient infinie à la limite de la stabilité. Une sensibilité négative indique un fonctionnement stable du système.

En raison de la nature non linéaire du comportement des relations QV , les valeurs de sensibilité ne sont valables que dans une zone limitée entourant le point de fonctionnement réel.

Les sensibilités QV ne permettent pas d'identifier les différents nœuds individuels sujets à l'effondrement de tension ; l'information fournie représente plutôt l'effet combiné de comportement de la puissance réactive en fonction de la tension de tous les nœuds. Les

valeurs de la sensibilité pour différents états du système électrique ne donnent pas une mesure directe du degré de stabilité de tension.

Près du point d'effondrement, la sensibilité pourrait passer d'une faible valeur à une valeur quasi infinie, puis passer presque instantanément à une valeur négative une fois le point de bifurcation atteint. En effet, en considérant la caractéristique QV , nous pouvons énoncer la propriété suivante:

Un système électrique est stable en tension pour un point de fonctionnement donné si pour tout nœud du réseau, l'amplitude de la tension augmente quand l'injection de la puissance réactive au même nœud augmente. En d'autres termes, le système électrique est stable en tension si la sensibilité QV est positive pour l'ensemble des nœuds, et instable si cette sensibilité est négative pour au moins un nœud. Cette condition peut s'exprimer par : [26]

$$\frac{dQ_i}{dV_i} > 0 \quad (III.41)$$

III.4 Application sur des réseaux électriques

Pour résoudre les problèmes physiques liés à la stabilité de la tension dans les systèmes électriques multimachines, en utilisant la modélisation et les méthodologies présentées auparavant. Nous avons élaboré un programme écrit en *MATLAB 7.1*. Pour valider ce programme, nous avons effectué des applications sur les réseaux *IEEE5* et *IEEE14* nœuds, dont le format des données a été adapté au programme.

III.4.1 Réseau *IEEE5* nœuds :

Pour tester la performance des indicateurs de la stabilité de tension basés sur la matrice d'écoulement de puissance, nous avons considéré le système électrique *IEEE5*. La figure (III.1) représente le schéma du réseau électrique *IEEE5* nœuds.

Ce réseau à 3 générateurs et 7 lignes de transmission. Le nœud 1 est pris comme nœud balancier (*Slack bus*) ; les nœuds 2 et 3 sont des nœuds type *PV* (générateur); et les nœuds 4 et 5 sont tous des nœuds type *PQ* (charge). Les caractéristiques des générateurs et des lignes sont en per-unité (*p.u*) dans la base de 100 MVA et sont données dans l'annexe (B).

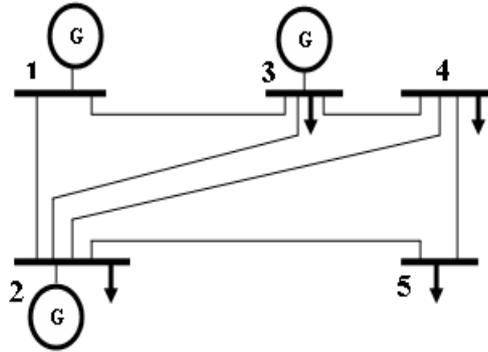


Figure III.2 : schémas du réseau *IEEE5*

Un premier volet de l'analyse consiste à estimer à partir de l'état acquis du parc de production, la marge de puissance réactive à mettre en service pour garantir la sécurité d'approvisionnement électrique.

Un second volet consiste, en tenant compte de l'évolution la plus probable de l'offre de l'électricité, à analyser les risques de défaillance susceptibles d'apparaître sur le réseau.

Trois scénarios ont été étudiés pour illustrer l'évolution de la stabilité de la tension. Le premier scénario correspond à un facteur multiplicatif de charge de 1, le deuxième scénario à 0.5 (réseau faiblement chargé), et à la fin, la détermination du point d'effondrement (état critique).

Nous nous concentrons sur des charges à puissance constante. Pour un taux de croissance de charge uniforme et pour l'état sain, les figures (III.3) et (III.4) illustrent l'évolution des amplitudes de tension et des angles en fonction du facteur multiplicatif de la charge k .

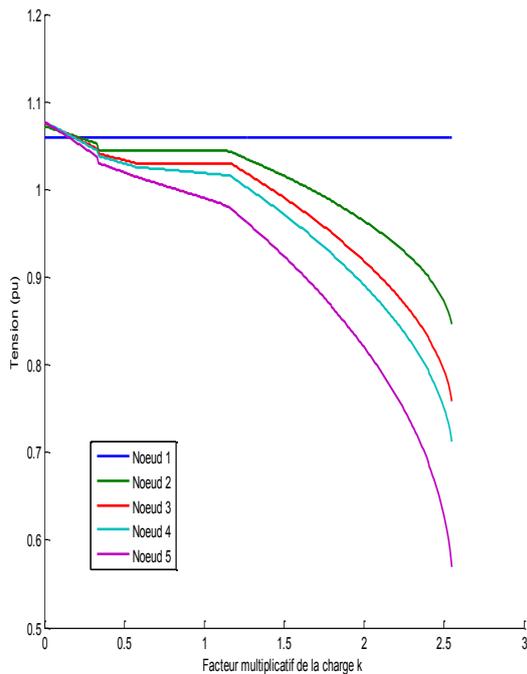


Figure III.3 : L'évolution de la courbe *PV*

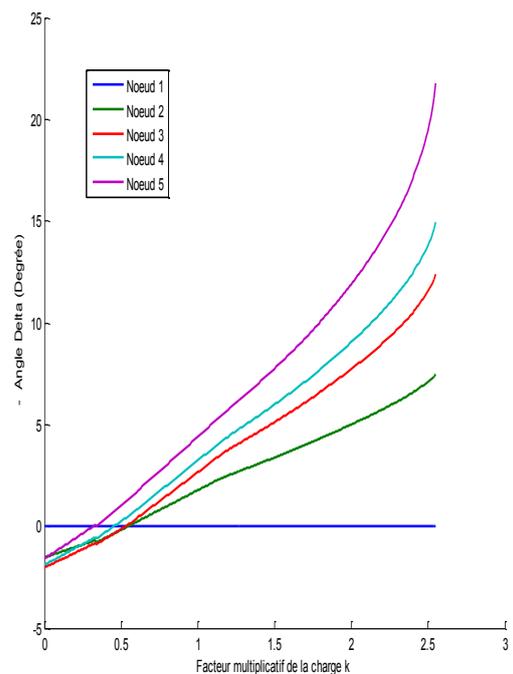
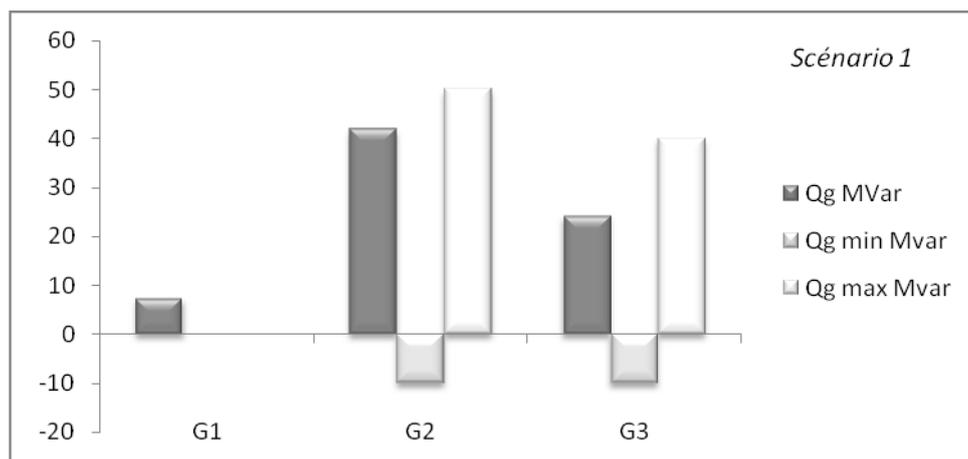


Figure III.4 : L'angle en fonction de *k*

L'évaluation de risque physique d'insuffisance de production au regard de la demande en terme de puissance réactive sur le système électrique, équivaut à la marge correspondant à la différence entre la totalité des puissances réactive générées par les générateurs existant dans le réseau et qui sont démarrées et les puissances réactive générées pour une situation bien définie.

Les histogrammes (III.5) et (III.6), illustrent les puissances réactives générées et les tensions aux nœuds pour les trois scénarios de la consommation :



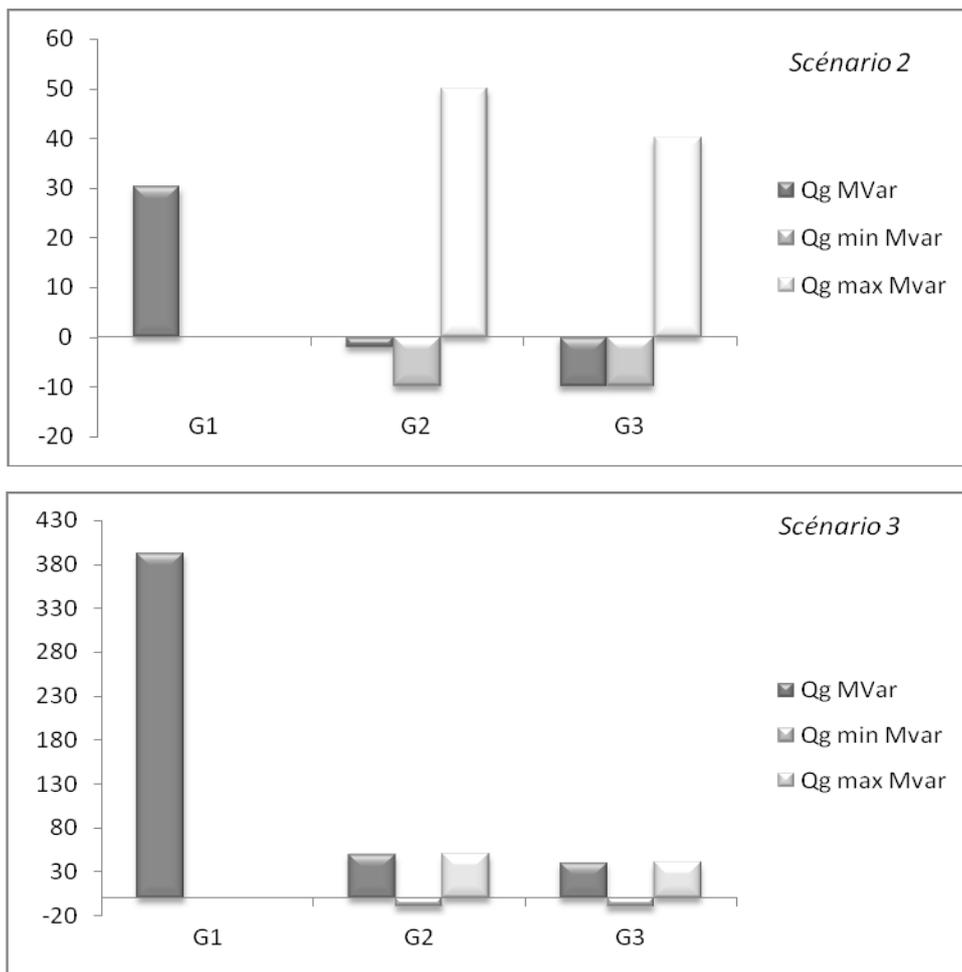


Figure III.5 : Puissance réactive générée pour chaque scénario

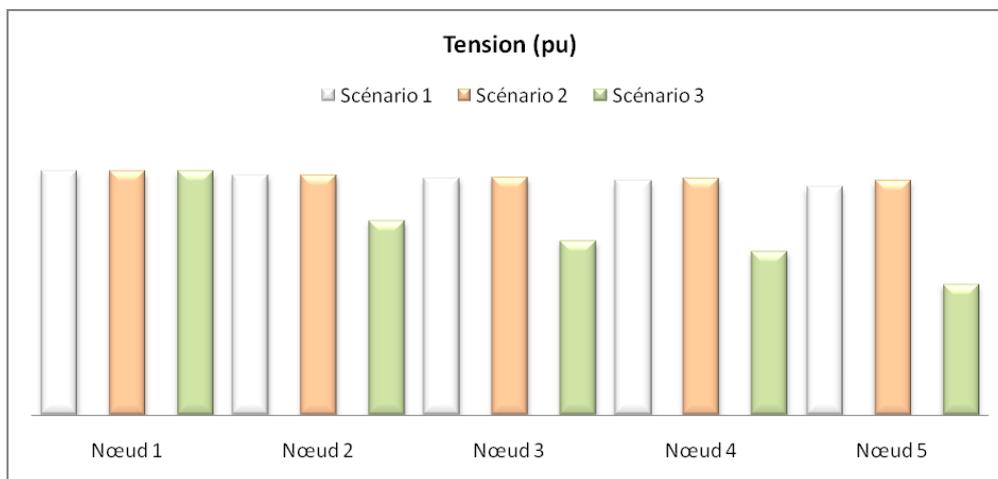


Figure III.6 : les tensions aux nœuds en *p.u*

- Au départ (scénario 1) ; l'état du système est jugé sûr, où le plan de tension est bon, dont la tension la plus faible est enregistrée au nœud 5 est de 0.99 p.u, avec une bonne marge de production totale de la puissance réactive de 67MVAR (48%). Soulignons que cette marge peut couvrir les aléas survenant en temps réel ou sur des échéances très proches de cette situation.
- Pour un taux d'accroissement de la charge de 0.5 (scénario 2), réseau considéré est faiblement chargé, le profil de tension est dans les limites acceptables de fonctionnement, néanmoins, la puissance réactive générée par le générateur G₃ dépasse la limite minimale (-15MVAR). Si on élève la tension du générateur au nœud 3 le plan de la tension s'améliore et reste dans les limites de fonctionnement, les tableaux (III.1) et (III.2) donnent les puissances réactives générées et le niveau des tensions dans cette situation :

Générateur	Q _{génére}	Q _{g_{min}}	Q _{g_{max}}
		MVAR	
1	30	-	-
2	-2	-10	50
3	-10	-10	40
Total	17	-20	90

Tableau III.1 : Puissance réactive générée par chaque générateur

Nœud	Tension p.u
1	1.060
2	1.045
3	1.033
4	1.026
5	1.019

Tableau III.2 : Les tensions aux nœuds

- lorsque la consommation progresse jusqu'à 2.56 (scénario haut), l'état critique est détecté, le plan de tension baisse de façon importante en particulier au nœud 5 où la tension atteint 0.57 p.u.

On voit clairement que pour les trois scénarios, le nœud 5 a la tension la plus faible, dont la chute de tension sur la ligne 5 (raccorder entre les nœuds 2 et 5) est toujours la plus grande, (voir la figure (III.7)), cette chute de tension est causée par la charge élevée consommée en ce nœud.

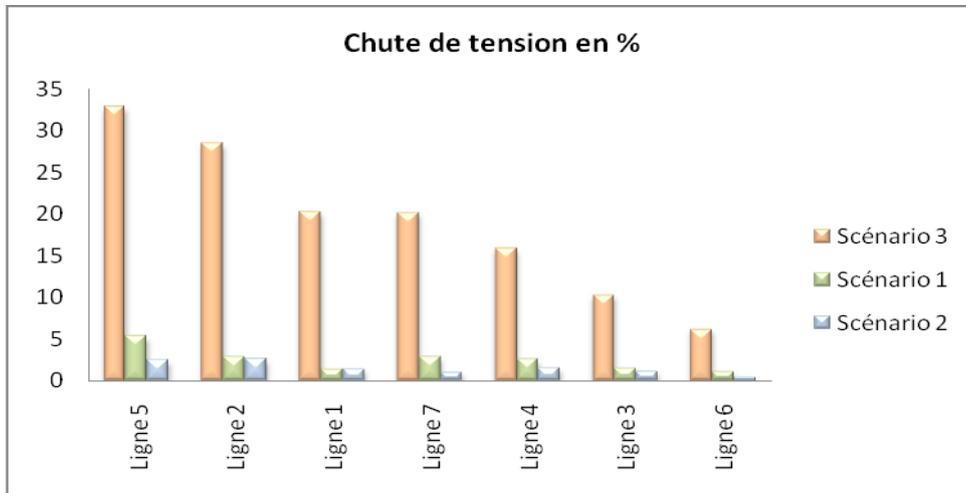


Figure III.7 : Chute de tension sur les lignes

La figure (III.8) permet de voir les courbes des pertes actif et réactif total consommées par les lignes de transmission.

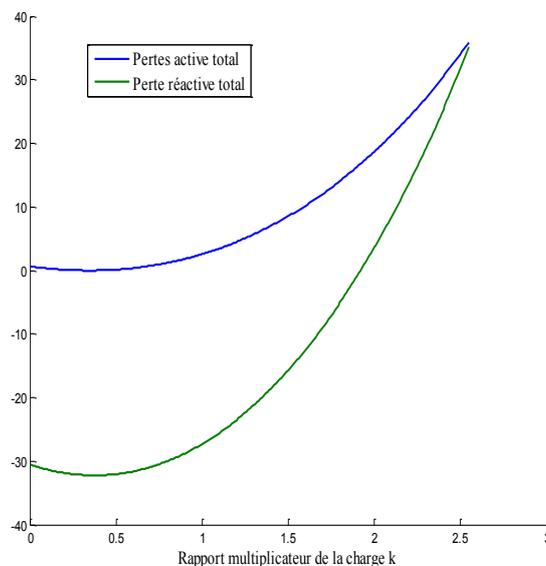


Figure III.8 : Pertes actif et réactif total

III.4.2 Test des indicateurs par simulation numérique

Le choix des indicateurs à tester est fixé sur le déterminant des matrices J , F_{θ} , J_R , et G_V , et la plus petite valeur singulière de ces matrices.

Singularité de la matrice *Jacobienne* :

Pour le même réseau du test (*IEEE5* nœuds), la figure (III.9) illustre les différents déterminants des matrices J , F_{θ} , J_R , et G_V , ces déterminants ont tendance à baisser lorsque la charge augmente. Ces déterminants tendent vers zéro lorsque le facteur multiplicateur de la charge se rapproche de 2.56, ce qui correspond bien à la réalité du réseau étudié comme mentionné dans le paragraphe précédent.

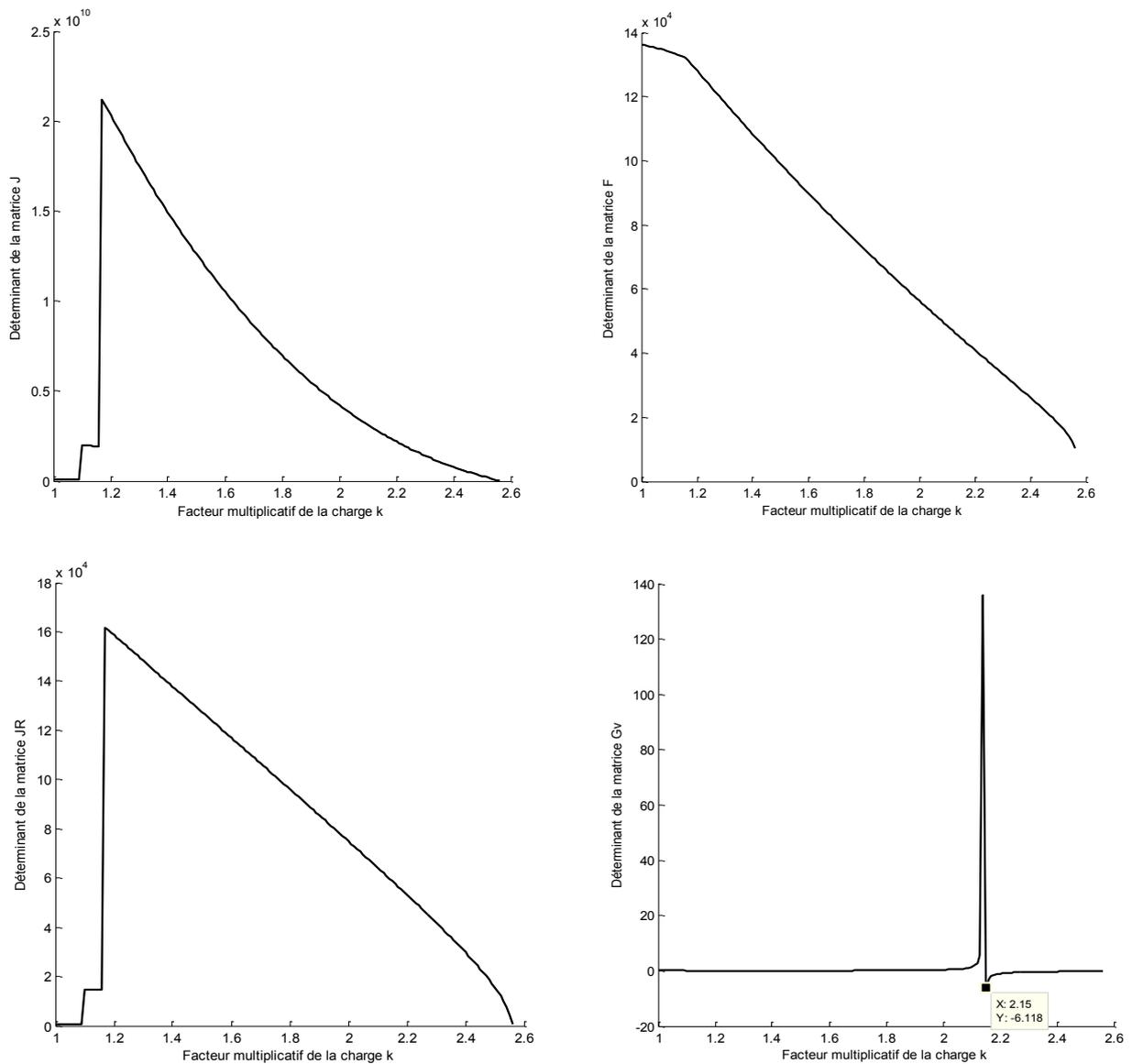


Figure III.9 : Evolution des déterminants des différentes matrices J , F_{θ} , J_R , G_V

Lorsque le système devient très chargé, le couplage entre les puissances réactives injectées et les phases des tensions devient important, donc la condition de découplage n'est plus assurée d'où l'inconvénient de l'indicateur basé sur la matrice G_V , dont la limite de stabilité en tension est atteinte lorsque le facteur multiplicatif de la charge est de 2.15, et qui est loin au point critique estimé par la singularité de la matrice *Jacobienne* J .

Par ailleurs, lorsque certain groupe de production arrivent à leur limite de production du réactif, on les transforme en nœuds PQ pour fixer leur production du réactif à la limite maximale ou minimale qu'ils peuvent produire ou consommer. Ce changement a une incidence directe sur la matrice *Jacobienne* donc sur son déterminant, et par conséquent sur ces indicateurs. Au moment de ce changement il y a un saut de la valeur de l'indicateur vers une valeur plus élevée, puis montant dans la valeur numérique pour un nombre des indicateurs étudiés. Ces sauts surviennent pour les matrices J , J_R , et G_V , le saut dans l'indicateur indique donc quand les générateurs arrivent à leurs limitations de production ou consommation réactive.

Concernant l'indicateur basé sur la matrice J_R , le déterminant de cette matrice tend vers zéro au même point de charge que celui obtenu lorsque l'on considère l'indicateur basé sur la singularité de la matrice *Jacobienne* J , soit lorsque la charge initiale est multipliée par un facteur de 2.56.

Pour ce qui est de l'indicateur G_V , il y a lieu de rappeler que cet indicateur constitue par le premier terme de l'indicateur J_R (le second terme $(G_\theta F_\theta^{-1} F_V)$ de J_R étant négligé). Comme illustré par la figure (III.9), le déterminant de G_V tend vers zéro pour un facteur multiplicatif de la charge de l'ordre de 2.15, autrement dit, cet indicateur fait ressortir une instabilité pour un niveau de charge plus faible que celui qui correspond à la réalité. Ceci vient du fait que dans cet indicateur le terme $(G_\theta F_\theta^{-1} F_V)$ a été négligé, donc qu'il y a découplage entre la puissance active et réactive, l'indicateur ne tient pas compte de l'apport en réactif dû à la phase.

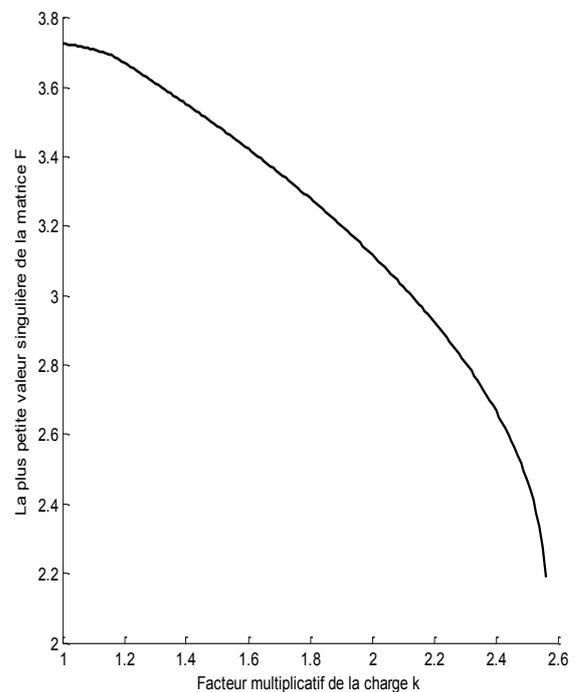
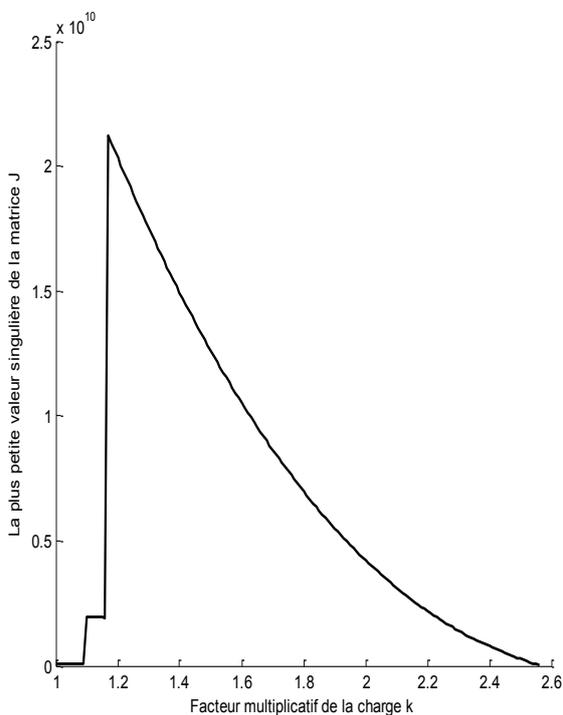
L'influence du terme négligé sera d'autant plus faible que le système électrique considéré est faiblement chargé ou comporte des lignes longues.

La plus petite valeur singulière

Les graphiques ci-dessous, illustrent les résultats obtenus en utilisant les indicateurs basés sur la valeur singulière minimale des matrices J , F_0 , J_R , G_V . Les simulations sont réalisées en augmentant progressivement la charge active et réactive en chaque nœud.

Lorsqu'on augmente les charges, les plus petites valeurs singulières des matrices diminuent. Elles tendent vers zéro lorsque la charge initiale est multipliée par un facteur proche de 2.56, soit se rapproche, selon le type d'indicateurs, du niveau pour lequel le système devient réellement instable en tension.

Selon les résultats obtenus, l'indicateur le plus performant, qui donne le point critique le plus proche du point critique réel, est l'indicateur basé sur la décomposition de la matrice *Jacobienne* J , suivi de la matrice J_R et enfin de la matrice G_V .



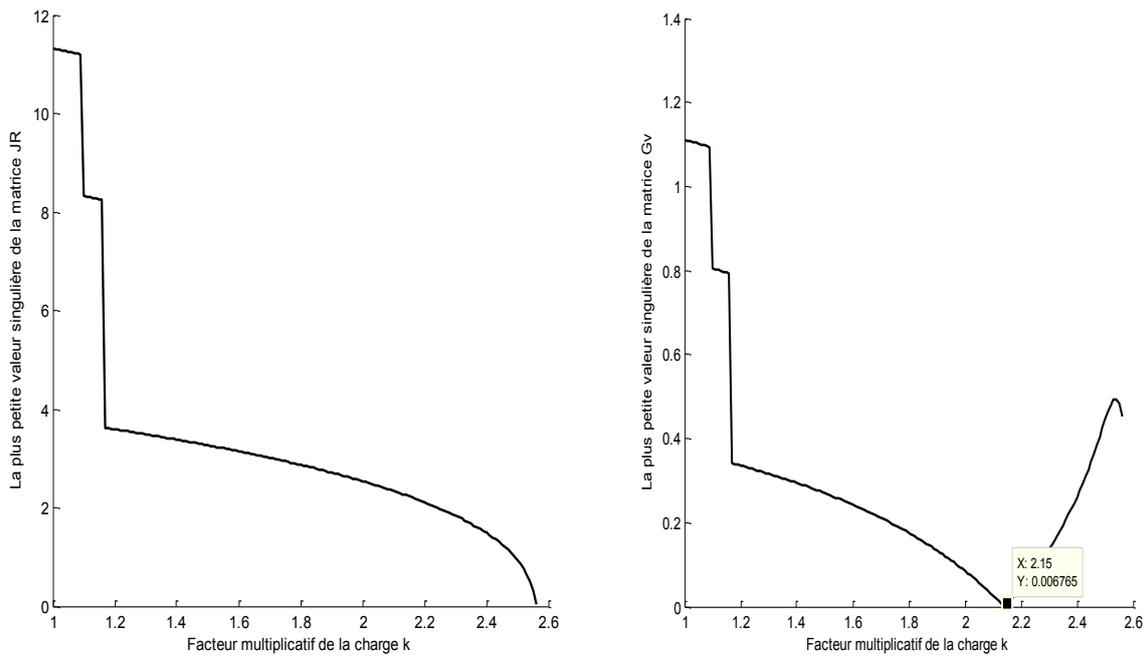


Figure III.10 : Evolution de la plus petite valeur singulière des différentes matrices J, F_{θ}, J_R, G_V

III.4.3 Réseau *IEEE14* nœuds :

Le réseau test *IEEE14* nœuds étudié, présenté en annexe B, est constitué de 14 nœuds, 20 branches dont 3 transformateurs et 4 nœuds contrôlables, le schéma du réseau est donné en annexe C.

Trois scénarios ont été étudiés pour illustrer l'évolution de la stabilité de la tension. Le premier scénario correspond à un facteur multiplicatif de charge de 1, le deuxième scénario à 0.5 (réseau faiblement chargé), et à la fin, la détermination de point d'effondrement (état critique).

- Pour la situation de base (scénario 1) qui correspond à un facteur multiplicatif de charge $k=1$, la charge total du système est de 259MW/81MVar avec un profil de tension qui est dans les limites acceptables de fonctionnement, dont les tensions minimale et maximale aux nœuds de charge estimées sont respectivement, au nœud 4 de 1.01 p.u et au nœud 12 de 1.043 p.u, ce qui réalise une production totale de 272MW/108MVAR avec des pertes totales estimés à 13MW (d'ordre de 5%) ;

- Pour un scénario faible de la consommation, taux d'accroissement de la charge de 0.5, le plan de tension reste dans les limites de fonctionnement, dont la tension la plus basse est enregistrée au nœud 4 de 1.18 p.u, et une haute valeur de 1.07 p.u au nœud 8. De plus, les générateur *G2*, *G6* et *G8* fonctionnent à leurs limites minimales ;
- Pour l'état critique, scénario haut (facteur multiplicatif de la charge est estimé à 1.72), le plan de tension se dégrade de façon importante à 0.623 p.u au nœud 14, et à 0.666 p.u au nœud 10 et jusqu'à 0.676 p.u au nœud 9.

De cette étude, il ressort que dans les conditions normales aucun risque particulier sur l'équilibre offre demande n'est remarqué, Cependant, lorsque le réseau est faiblement chargé ($k=0.5$), il y a des générateurs qui fonctionnent à leurs limites minimales.

L'histogramme (III.11) illustre la tension en chaque nœud du réseau étudié, pour chaque scénario de consommation :

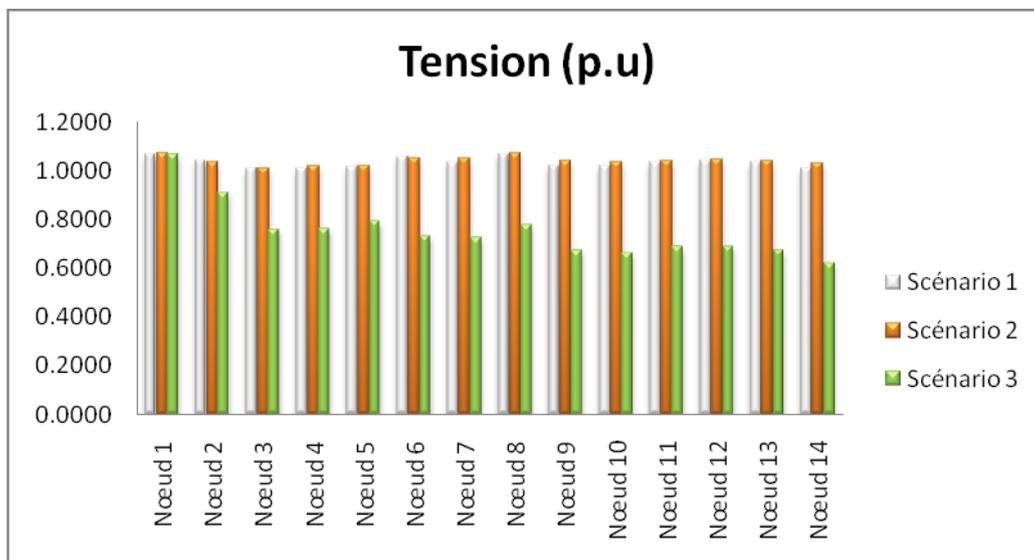


Figure III.11 : Plan de tension correspond au chaque scénario

Les courbes *PV* et les angles présentées par les figures (III.12) et (III.13) sont illustrées pour quelques nœuds de charge sensibles à l'instabilité de tension, sélectionnés dans la partie haute (nœuds : *N4*, *N9*, *N10*, *N12* et *N14*).

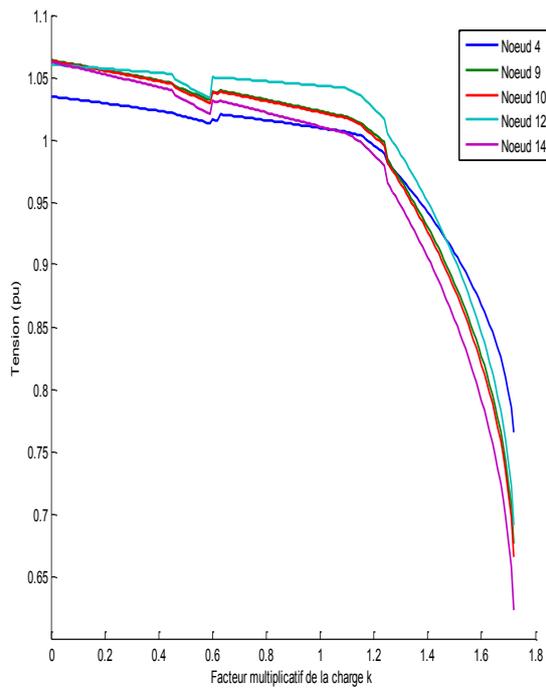


Figure III.12 : La courbe *PV* au nœud sensible à l'instabilité de tension

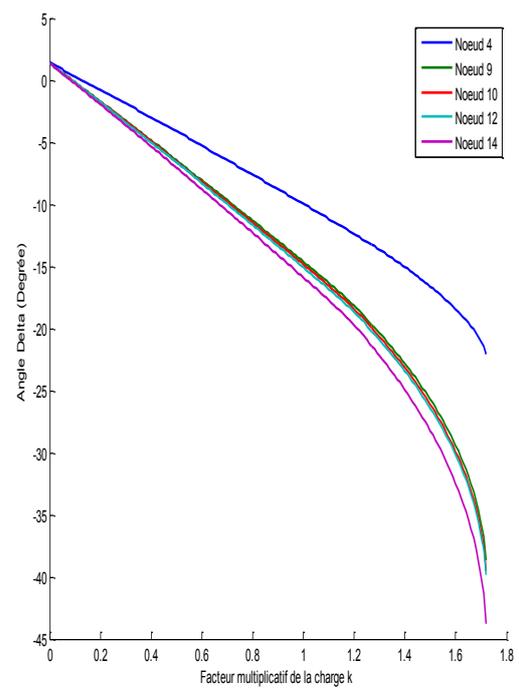
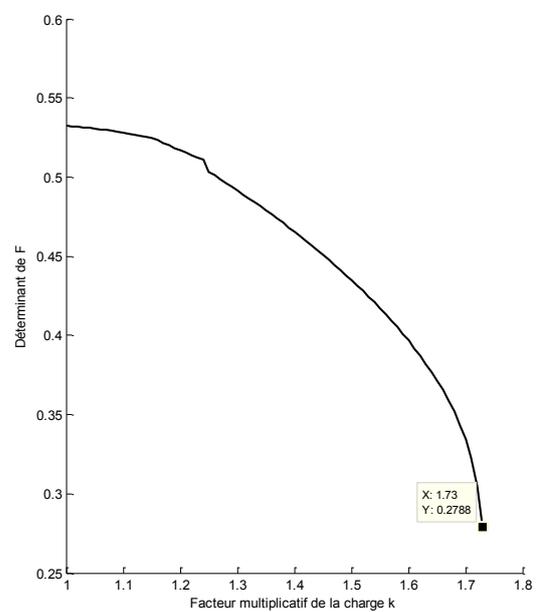
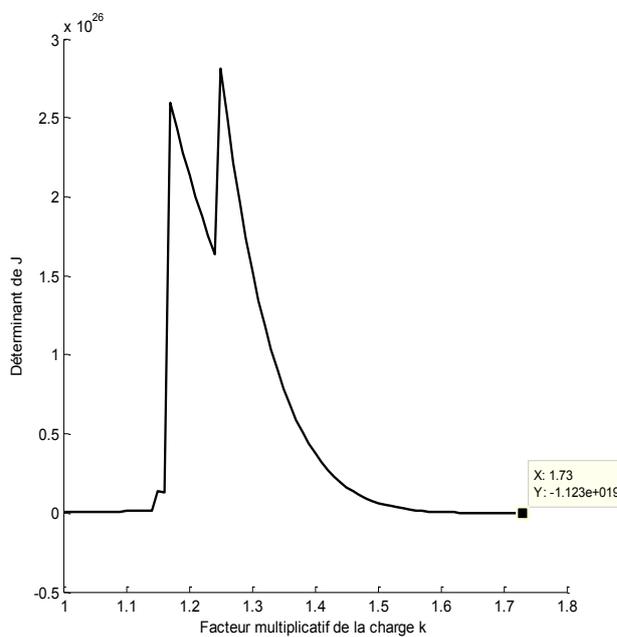


Figure III.13 : L'angle en fonction de k au nœud sensible à l'instabilité de tension

Singularité de la matrice *Jacobienne* :

La figure (III.14) illustre les différents déterminants des matrices J , F_{θ} , J_R , et G_V , ces déterminants ont tendance à baisser lorsque la charge augmente.



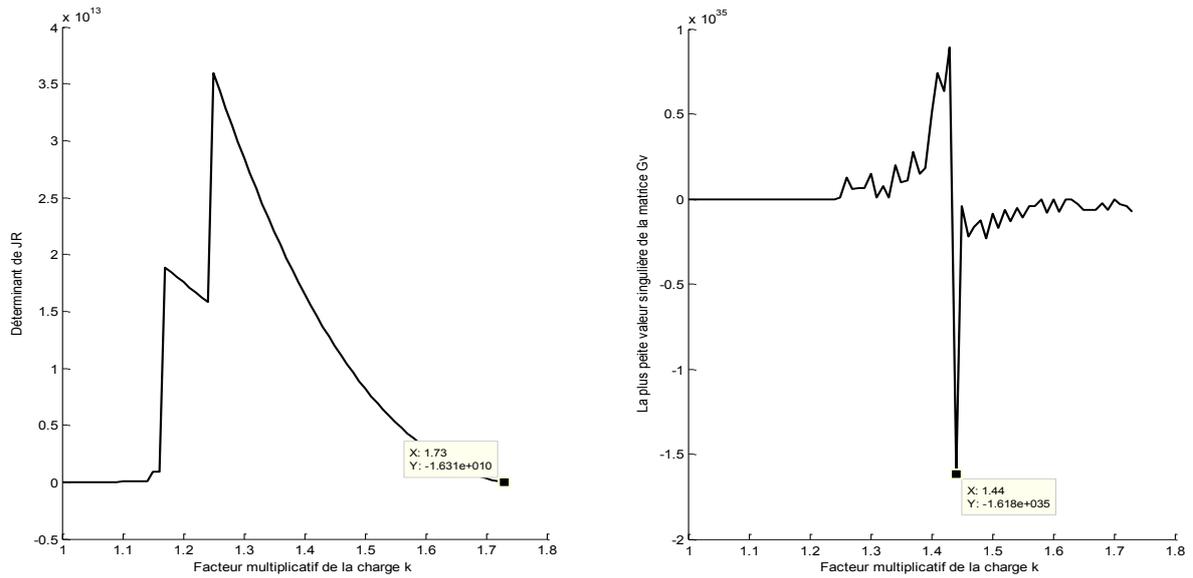


Figure III.14 : Évolution des déterminants des différentes matrices J , F_θ , J_R , G_V

- La valeur minimale du déterminant de la matrice F_θ ne s'annule pas, elle atteindra la valeur 0.2788 qui est proche du zéro, donc pour ce réseau il n'y a pas de problème de stabilité d'angle.
- Pour ce qui concerne la matrice J_R , le déterminant de cette matrice décroît jusqu'à atteindre le point de la singularité, qui est estimé à un facteur multiplicatif de charge de 1.73, ce qui correspond au cas de base (calculé par l'indicateur basé sur la matrice *Jacobienne* J).
- Pour la matrice G_V , l'état critique est enregistré à un facteur multiplicatif de la charge plus bas de 1.44 que celui qui correspond au cas base. Ceci vient du fait que dans cet indicateur le terme $(G_\theta F_\theta^{-1} F_V)$ a été négligé, donc il y a découplage entre la puissance active et réactive, l'indicateur ne tient pas compte de l'apport en réactif dû à la phase..

La plus petite valeur singulière

Les figures ci-dessous, illustrent la plus petite valeur singulière des matrices J, F_{θ}, J_R, G_V .

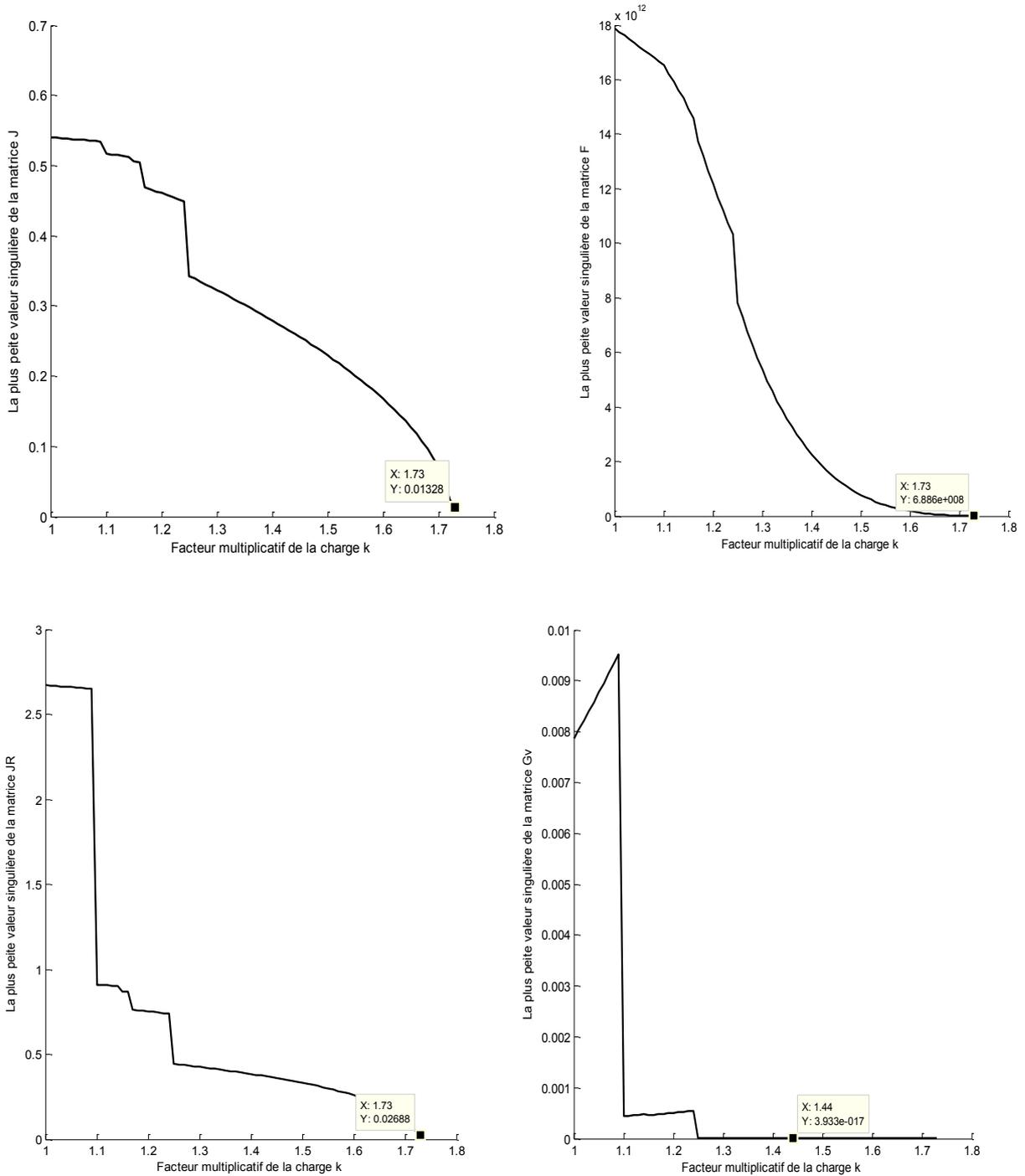


Figure III.15 : Évolution de la plus petite valeur singulière des différentes matrices J, F_{θ}, J_R, G_V

- La plus petite valeur singulière de la matrice *Jacobienne* J tend vers zéro lorsque le facteur multiplicatif de la charge augmente, à la limite (point critique $k=1.72$) cette valeur est très proche de zéro (0.01).
- Pour la matrice J_R , la plus petite valeur singulière est de 0.026 au point critique.
- La plus petite valeur singulière de la matrice G_V tend vers zéro pour un facteur multiplicatif de la charge de 1.44, qui le même déterminer a partir de la singularité de cette matrice.

III.5. Conclusion

Dans le but d'avoir des indications tant sur la marge que sur le mécanisme du phénomène de stabilité de la tension, la majorité des méthodes existantes utilisent la matrice *Jacobienne*. En raison de la taille croissante des réseaux, l'analyse de la stabilité de tension basée sur des techniques de singularité de la matrice *Jacobienne* ou de l'analyse spectrale devient un processus très exigeant en temps processeur. De plus ces techniques ne fournissent pas toutes les informations sur le mécanisme de l'instabilité en tension.

Afin d'avoir plus d'informations sur le mécanisme réel dans un système électrique lors de l'occurrence d'une instabilité de la tension, ou sur le comportement du système par rapport à cet aspect, dans le chapitre qui suit, on procèdera à l'évaluation de la stabilité de la tension en faisant ressortir les lignes qui contribuent à l'apparition de ce phénomène dans un système électrique donné. On proposera, à cet effet des indicateurs basés sur les caractéristiques des lignes et le transit sur ces dernières.



CHAPITRE IV

***Indicateurs de stabilité de la tension
basés sur l'estimation des transits sur
les lignes***

Indicateurs de stabilité de la tension basés sur l'estimation des transits sur les lignes

Introduction :

Nous avons vu dans le chapitre précédent que le phénomène d'instabilité de la tension est fortement lié aux transits sur les lignes et en particulier qu'il limite la puissance maximale transmissible. Aussi dans cette partie nous présentons des indicateurs qui tiennent compte de cet aspect. Ces derniers sont basés sur l'estimation de la limite de transit sur les lignes d'un réseau électrique.

Toujours dans un souci de clarté, ces indicateurs et le mécanisme de stabilité de tension sont étudiés, dans un premier temps, sur un dipôle électrique.

La généralisation à un système électrique multi machines est donnée dans un deuxième temps. Les performances de ces indicateurs seront comparées en procédant à des applications sur le dipôle et sur les systèmes électriques multinœuds (réseaux IEEE 5 et IEEE 14 nœuds)

IV.1 Indicateur de stabilité à action rapide L

Dans un réseau maillé, la répartition des transits d'énergie dépend essentiellement de :

- la localisation des groupes de production ;
- la localisation des charges ;
- la localisation des moyens de compensation de l'énergie réactive ;
- les caractéristiques des lignes de transport.

Ces transits d'énergie constituent un flux allant des nœuds où sont raccordés les générateurs vers les nœuds où sont raccordées les charges et empruntent les lignes et les câbles de transport en se répartissant au prorata de l'inverse de l'impédance [6].

❖ Application sur un dipôle électrique

Pour faciliter la formulation des outils analytiques destinés à évaluer la stabilité de la tension, l'analyse est d'abord réalisée sur un système électrique simple dipôle électrique (système de deux nœuds), puis généralisée sur un réseau multinœuds.

Nous considérons le dipôle présenté sur la figure (IV.1), en notant le nœud générateur le nœud 1 et le nœud de charge le nœud 2 [27-31].

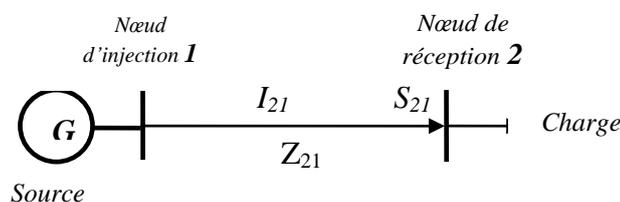


Figure IV.1 : système électrique de deux nœuds

Le courant injecté au nœud de charge est donné par:

$$\bar{Y}_{22}\bar{V}_2 + \bar{Y}_{21}\bar{V}_1 = \bar{I}_2 = \frac{\bar{S}_2^*}{\bar{V}_2^*} \quad (\text{IV.1})$$

Avec :

V_1, V_2 : tensions des nœuds.

I_1, I_2 : courants des nœuds.

S_1, S_2 : puissances apparentes.

Y_{21} : admittance série de la ligne.

Y_{22} : admittance shunt de la ligne.

L'équation (IV.1) peut être mise sous la forme :

$$\bar{V}_2^2 + \bar{V}_0 \bar{V}_2^* = \frac{\bar{S}_2^*}{\bar{Y}_{22}} \quad (\text{IV.2})$$

Où :

$$\bar{V}_0 = \frac{\bar{Y}_{21}}{\bar{Y}_{22}} \cdot \bar{V}_1$$

La séparation des parties réelle et imaginaire de l'équation (IV.2) donne :

$$V_2^2 + |V_0||V_2|e^{j\alpha} = A + jB \quad (\text{IV.3})$$

Les deux composantes réelle et imaginaire sont respectivement :

$$\begin{aligned} A &= V_2^2 + |V_0||V_2| \cos \alpha \\ B &= |V_0||V_2| \sin \alpha \end{aligned} \quad (\text{IV.4})$$

Avec α la différence d'angle des tensions V_2 et V_0 .

Le Jacobien de ce système d'équation est :

$$J = \begin{bmatrix} 2|V_2| + |V_0| \cos \alpha & -|V_0||V_2| \sin \alpha \\ |V_0| \sin \alpha & |V_0||V_2| \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (\text{IV.5})$$

Le déterminant de cette matrice est :

$$\det(J) = V_0^2 |V_2| + 2|V_0|V_2^2 \cos \alpha \quad (\text{IV.6})$$

Donc :

$$\frac{|V_2| \cos \alpha}{|V_0|} = \text{Re} \left(\frac{V_2}{V_0} \right) = -\frac{1}{2} \quad (\text{IV.7})$$

D'après les équations (IV.2) et (IV.4), on peut écrire que :

$$\begin{aligned} \left| \frac{S_2^*}{Y_{22}} \right| &= \sqrt{A^2 + B^2} \\ &= \sqrt{(V_2^2 + |V_0||V_2| \cos \alpha)^2 + (|V_0||V_2| \sin \alpha)^2} \end{aligned} \quad (\text{IV.8})$$

D'où :

$$\left| 1 + \frac{V_0}{V_2} \right| = \left| \frac{S_2^*}{Y_{22} V_2^2} \right| = 1 \quad (\text{IV.9})$$

On peut aussi définir un indicateur de stabilité qu'on note L :

$$L = \left| 1 + \frac{\bar{V}_0}{\bar{V}_2} \right| = \left| \frac{\bar{S}_2}{\bar{Y}_{22}^* \bar{V}_2^2} \right| \quad (\text{IV.10})$$

La valeur de l'indicateur L se trouve entre 0 et 1, qui caractérise la proximité de l'état actuel du réseau par rapport à la limite de stabilité de tension.

Pour comparer les indicateurs, toutes les variables sont exprimées en per unité ($p.u.$), la tension au nœud de charge est calculée par l'écoulement de puissance.

⇒ **Application numérique :**

Soit un système électrique simple de deux nœuds, dont la tension émettrice est de 1.05 $p.u.$, la charge est de 130MW, l'impédance de la ligne est $Z = 0.02 + j0.06 p.u$ avec l'admittance shunt de 0.03 $p.u.$

Deux scénarios sont étudiés pour illustrer l'évolution de la stabilité de la tension dans ce système. Un premier scénario correspondant à un facteur de puissance 0.89, et un second scénario avec un facteur de puissance de 0.96.

La figure (IV.2) illustre l'évolution de cet indicateur pour les deux scénarios:

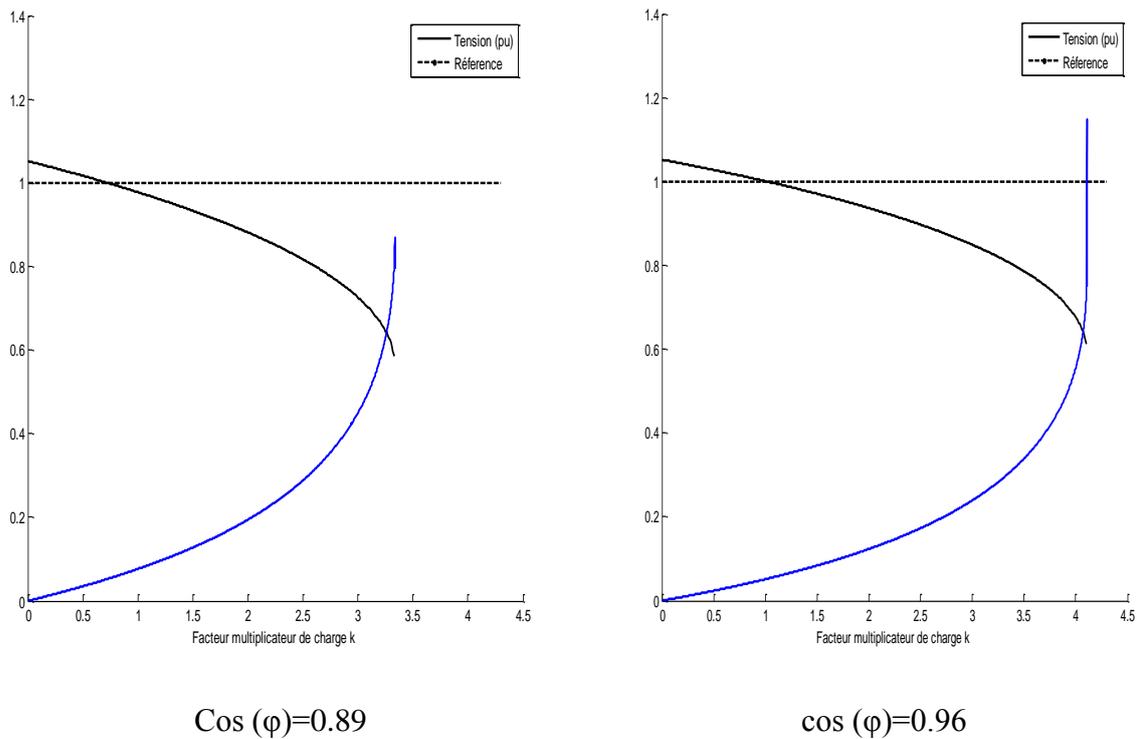


Figure IV.2 : l'évolution de l'indicateur L pour les deux scénarios

D'après ces deux graphes, on constate que l'instabilité de tension se produit à un niveau plus bas de charge lorsque le facteur de puissance est faible. Ce qui est normal car pour un même système et avec la même condition de charge active, lorsque le facteur de puissance diminue il y a une plus forte demande du réactif donc de plus fortes baisses de tension.

❖ Généralisation aux réseaux multi nœuds

L'indicateur L est basé sur la tension aux nœuds du réseau électrique et les informations sur ce dernier peuvent être fournies par un calcul d'écoulement de puissance qui se fait rapidement et simplement par la programmation numérique.

Pour un réseau multinœuds, le courant électrique peut s'écrire sous la forme :

$$I_{bus} = Y_{bus} \times V_{bus}$$

Après avoir distingué les nœuds de charge (PQ) des nœuds générateurs (PV), l'équation ci-dessus peut se mettre sous la forme :

$$\begin{bmatrix} I_L \\ I_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 \\ Y_3 & Y_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_L \\ V_G \end{bmatrix} \quad (\text{IV.11})$$

Ou encore :

$$\begin{bmatrix} V_L \\ I_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \\ H_3 & H_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_G \end{bmatrix} \quad (\text{IV.12})$$

Avec :

V_L, I_L : tensions et courants pour les nœuds type PQ .

V_G, I_G : tensions et courants pour les nœuds type PV .

H_1, H_2, H_3, H_4 : sous matrices conçues par une inversion partielle de la matrice admittance Y_{bus} .

Par similitude à l'équation IV.2 (cas du dipôle), posons :

$$\bar{V}_{0k} = \sum_{i=1}^{N_G} H_{2ki} \bar{V}_i \quad (\text{IV.13})$$

Avec ; N_G le nombre total des générateurs existant dans le réseau.

La matrice H_2 peut être calculée par :

$$H_2 = -Y_1^{-1} \times Y_2$$

L'indicateur L pour chaque nœud k de charge, peut s'écrire en généralisant l'équation (IV.10) à un réseau multi noeuds, sous la forme :

$$L_k = \left| 1 + \frac{\bar{V}_{0k}}{\bar{V}_k} \right| \quad (\text{IV.14})$$

L_k : indicateur de stabilité de la tension pour la barre de charge k .

Pour qu'il y ait stabilité de la tension en chaque nœud k , il faut que chaque indicateur L_k ait une valeur inférieure à 1. Par conséquent, l'indicateur global L décrivant la stabilité de tension du réseau complet est égal à $L_{\max}\{L_k\}$, tous les indicateurs L_k étant inclus dans l'ensemble $\{L_k\}$.

IV.2 Indicateur de la stabilité statique de tension SVSI

❖ Détermination de l'indicateur de stabilité à partir un dipôle électrique

En reprenant le cas du dipôle électrique de la figure (IV.1) du paragraphe précédent, avec les deux nœuds 1 et 2 liés par une ligne L_{21} d'impédance Z_{21} et en considérant les notations suivantes : [32]

S_{21} : la puissance transitée sur la ligne

I_{21} : le flux de courant électrique de nœud 1 vers le nœud 2

V_1 : la tension au nœud d'injection

V_2 : la tension au nœud de réception,

La puissance transitée sur la ligne, les tensions aux nœuds, et l'impédance de la ligne sont définies par les équations (IV.16) à (IV.19) ci-après :

$$S_{21} = P_{21} + jQ_{21} \quad (IV.16)$$

$$V_2 = |V_2| \cos \delta_2 + j|V_2| \sin \delta_2 \quad (IV.17)$$

$$V_1 = |V_1| \cos \delta_1 + j|V_1| \sin \delta \quad (IV.18)$$

$$Z_{21} = R_{21} + jX_{21} \quad (IV.19)$$

Avec :

P_{21}, Q_{21} : les puissances active et réactive.

R_{21}, X_{21} : la résistance et la réactance de la ligne.

$|V|, \delta_{21}$: le module de la tension et angle.

L'équation (IV.16) peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} S_{21} &= V_2 I_{21}^* = V_2 \left(\frac{V_1 - V_2}{Z_{21}} \right)^* = V_2 \frac{(V_1^* - V_2^*)}{R_{21} - jX_{21}} = \frac{V_2 V_1^* - |V_2|^2}{R_{21} - jX_{21}} \\ &= \frac{|V_1| |V_2| (\cos \delta_{21} + j \sin \delta_{21}) - |V_2|^2}{R_{21} - jX_{21}} \end{aligned} \quad (IV.20)$$

Où : $\delta_{21} = \delta_1 - \delta_2$, et $\delta_{12} = \delta_2 - \delta_1$.

En séparant la partie réelle et la partie imaginaire de l'équation (IV.20), on peut écrire :

$$P_{21} = \frac{|V_2||V_1|R_{21} \cos \delta_{21} - |V_2||V_1|X_{21} \sin \delta_{21} - |V_2|^2 R_{21}}{R_{21}^2 + X_{21}^2} \quad (\text{IV.21})$$

$$Q_{21} = \frac{|V_2||V_1|X_{21} \cos \delta_{21} + |V_2||V_1|R_{21} \sin \delta_{21} - |V_2|^2 X_{21}}{R_{21}^2 + X_{21}^2} \quad (\text{IV.22})$$

En supposant que le module de la tension V_1 est connu (ce qui est le cas en réalité, car il est imposé par le générateur), et la tension V_2 une variable inconnue, nous pouvons réarranger les équations (IV.21) et (IV.22) et les remplacer par les deux équations du second degré (IV.23) (IV.24) suivantes :

$$|V_2|^2 - |V_2||V_1| \left(\cos \delta_{21} - \frac{X_{21}}{R_{21}} \sin \delta_{21} \right) + \left(R_{21} + \frac{X_{21}^2}{R_{21}} \right) P_{21} = 0 \quad (\text{IV.23})$$

$$|V_2|^2 - |V_2||V_1| \left(\cos \delta_{21} - \frac{R_{21}}{X_{21}} \sin \delta_{21} \right) + \left(X_{21} + \frac{R_{21}^2}{X_{21}} \right) Q_{21} = 0 \quad (\text{IV.24})$$

En soustrayant l'équation (IV.23) de l'équation (IV.24), nous en obtenons:

$$|V_2||V_1| \left(-\frac{R_{21}}{X_{21}} \sin \delta_{21} - \frac{X_{21}}{R_{21}} \sin \delta_{21} \right) + \left(X_{21} + \frac{R_{21}^2}{X_{21}} \right) Q_{21} - \left(R_{21} + \frac{X_{21}^2}{R_{21}} \right) P_{21} = 0 \quad (\text{IV.25})$$

En multipliant l'équation (IV.25) par $R_{21}X_{21}$, nous obtenons l'équation (IV.26), et nous calculons le *sinus* de la différence de l'angle δ_{21} donné par:

$$\sin \delta_{21} = \frac{-X_{21}P_{21} + R_{21}Q_{21}}{|V_1||V_2|} \quad (\text{IV.26})$$

En multiplication de l'équation (IV. 23) par $\frac{X_{21}}{R_{21}}$, et l'équation (IV. 24) par $\frac{R_{21}}{X_{21}}$, et en

soustrayant ces deux nouvelles équations nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 & |V_2|^2 \left(\frac{X_{21}}{R_{21}} + \frac{R_{21}}{X_{21}} \right) - |V_2| |V_1| \left(\frac{R_{21}}{X_{21}} \cos \delta_{21} + \frac{X_{21}}{R_{21}} \cos \delta_{21} \right) \\
 & + \left(X_{21} + \frac{R_{21}^2}{X_{21}} \right) \frac{X_{21}}{R_{21}} Q_{21} + \left(R_{21} + \frac{X_{21}^2}{R_{21}} \right) \frac{R_{21}}{X_{21}} P_{21} = 0
 \end{aligned} \tag{IV.27}$$

Pour des raisons de simplification, nous multiplions l'équation (IV.27) par $R_{21}X_{21}$ et nous calculons le *cosinus* de la différence de l'angle δ_{21} , qui est de:

$$\cos \delta_{21} = \frac{|V_2|^2 + X_{21}Q_{21} + R_{21}P_{21}}{|V_1||V_2|} \tag{IV.28}$$

En appliquant l'identité trigonométrique ($\cos^2\delta + \sin^2\delta$), nous aurons:

$$\left(\frac{-X_{21}P_{21} + R_{21}Q_{21}}{|V_1||V_2|} \right)^2 + \left(\frac{|V_2|^2 + X_{21}Q_{21} + R_{21}P_{21}}{|V_1||V_2|} \right)^2 = 1 \tag{IV.29}$$

Où ; $|V_2|$ est une variable inconnue.

L'équation (IV.29) peut être écrite sous la forme :

$$|V_2|^4 + |V_2|^2 (2X_{12}Q_{21} + 2R_{12}P_{21} - |V_1|^2) + X_{21}^2P_{21}^2 + R_{21}^2Q_{21}^2 + X_{21}^2Q_{21}^2 + R_{21}^2P_{21}^2 = 0 \tag{IV.30}$$

L'équation (IV.30) possède quatre solutions données par l'équation (IV.31) suivante :

$$|V_2| = \pm \sqrt{\frac{|V_1|^2 - 2X_{21}Q_{21} - 2R_{21}P_{21} \pm \sqrt{(2X_{21}Q_{21} + 2R_{21}P_{21} - |V_1|^2)^2 - 4(X_{21}^2 + R_{21}^2)(Q_{21}^2 + P_{21}^2)}}{2}} \tag{IV.31}$$

On note par les deux variables **a** et **b** les expressions suivantes :

$$a = |V_1|^2 - 2X_{21}Q_{21} - 2R_{21}P_{21} \tag{IV.32}$$

$$b = (X_{21}^2 + R_{21}^2)(P_{21}^2 + Q_{21}^2) \tag{IV.33}$$

En utilisant les variables a et b , l'équation (IV.31) s'écrit sous la forme :

$$|V_2| = \pm \sqrt{\frac{a \pm \sqrt{a^2 - 4b}}{2}} \quad (\text{IV.34})$$

Dont a et b sont deux nombres réels, et b doit être strictement positif compte tenu de son expression donnée par (IV.34).

Parmi les quatre solutions existantes, deux sont positives, les deux autres sont négatives, comme le module de la tension ne peut pas être négatif, les deux solutions négatives ne sont pas des solutions réelles. Parmi les deux solutions positives, une valeur élevée et l'autre faible.

Dans un réseau électrique, les tensions doivent être maintenues près de la tension du réseau qui est la tension nominale utilisée comme tension de base dans un système unitaire ($p.u.$). L'amplitude de la tension donnée en $p.u.$, de chaque nœud doit être proche de 1, la solution positive basse qui est loin de 1 n'est donc pas une solution réaliste pour un système électrique.

Comme il est décrit auparavant, le module de la tension doit être un nombre positif dans un système électrique réel, pour obtenir une solution faisable, le signe de l'expression (IV.34) devrait être positif, par conséquent, les deux équations de l'inégalité (IV.35) et (IV.36) doivent être satisfaites, pour obtenir la solution réelle et positive de l'équation (IV.30). Pour cela il faut que :

$$a \pm \sqrt{a^2 - 4b} \geq 0 \quad (\text{IV.35})$$

$$a^2 - 4b \geq 0 \quad (\text{IV.36})$$

Comme décrit précédemment, b est supérieur à zéro. Si a est négative ou égal à zéro, l'équation (IV.22) ne peut pas être satisfaite, donc, a doit être positive, d'après ces deux conditions, on peut écrire :

$$0 < \frac{2\sqrt{b}}{a} \leq 1 \quad (\text{IV.37})$$

Donc, dans le cas où l'équation (IV.37) est satisfaite, il existe une solution faisable pour un système électrique, et si cette équation n'est pas satisfaite ou si l'inégalité de l'équation (IV.38) est satisfaite il n'y a aucune solution réalisable pour un système électrique réel.

$$\frac{2\sqrt{b}}{a} > 1 \quad (\text{IV.38})$$

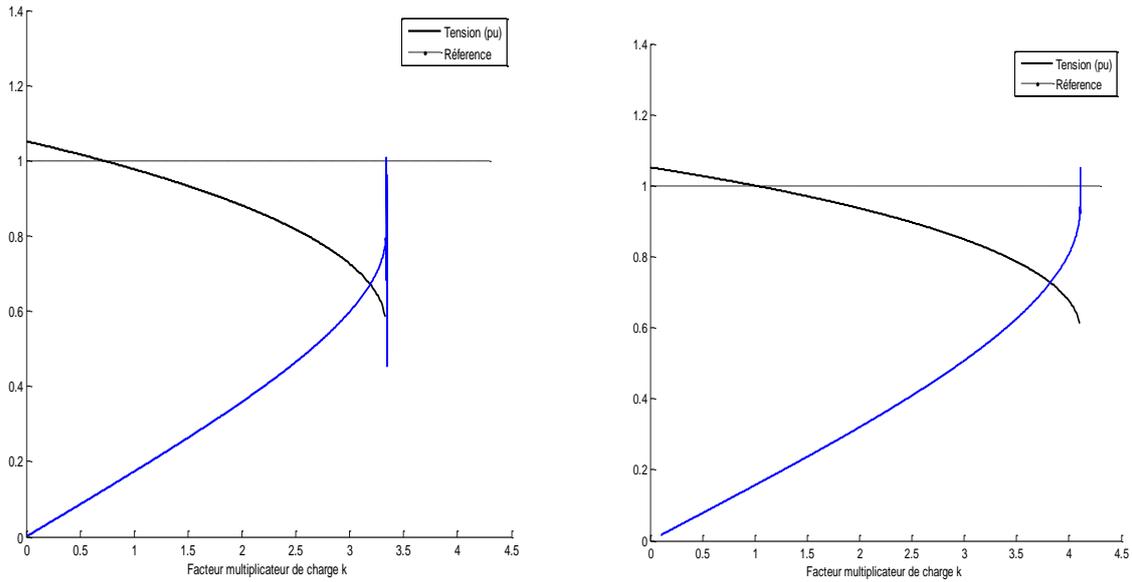
En remplaçant $\frac{2\sqrt{b}}{a}$ dans les équations (IV.32) et (IV.33), l'indicateur de la stabilité statique de la tension *SVSI* peut être défini par l'équation (IV.39) pour un simple système de deux nœuds de la figure (IV.1),

$$SVSI_{L21} = \frac{2\sqrt{(X_{21}^2 + R_{21}^2)(P_{21}^2 + Q_{21}^2)}}{|V_1|^2 - 2X_{21}Q_{21} - 2R_{21}P_{21}} \quad (\text{IV.39})$$

L'indicateur de la stabilité statique de tension *SVSI* est formulé à partir de la puissance transitée sur la ligne entre le nœud d'injection et le nœud de réception. L'indicateur *SVSI* est un nombre réel qui indique s'il y a des solutions pour le système électrique. Il indique l'état de la stabilité de tension pour une ligne, et donc il peut indiquer le niveau de la stabilité dans un réseau électrique de plusieurs nœuds. Si l'indicateur *SVSI* est inférieur à 1, il y'a une solution pour l'équation (IV.29), le système est stable. Si cet indicateur est supérieur à 1, il n'y a aucune solution pour l'équation (IV.29), le système dans cette situation est instable.

⇒ **Application numérique :**

En appliquant l'indicateur *SVSI* au même dipôle avec les mêmes valeurs numériques que celui donné dans le paragraphe précédent, et pour les mêmes scénarios de facteur de puissance que celui du paragraphe précédent nous obtenons les résultats représentés sur les graphes ci-après :



$\text{Cos}(\varphi)=0.89$

$\text{cos}(\varphi)=0.96$

Figure IV.3 : L'évolution de l'indicateur SVSI pour les deux scénarios

❖ **Généralisation sur un réseau multinœuds**

L'indicateur SVSI dans un sens plus général, peut être déterminé pour la totalité des lignes dans un système électrique.

Considérons une ligne quelconque L_{ji} reliée par deux nœuds i et j d'un réseau multi nœuds avec sont impédance Z_{ij} , (cf. fig IV.4)

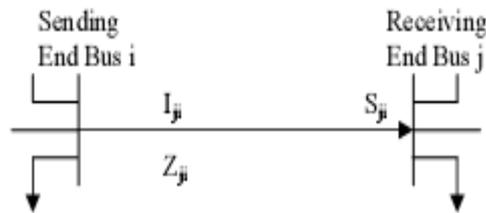


Figure IV.4 : modèle d'une ligne dans un système électrique

Cette ligne peut être reliée à une autre ou plusieurs lignes d'un réseau, sur la ligne L_{ji} , le flux de courant dans le nœud i vers le nœud j est I_{ji} . Partant des équations donnant la puissance transitée dans une ligne reliant les nœuds i et j d'un réseau multi nœud et en suivant la même démarche qui a permis d'aboutir à l'écriture de l'équation (IV.27), il est possible d'écrire l'équation (IV.40).

$$\begin{aligned}
 S_{ji} &= V_j I_{ji}^* = V_j \left(\frac{V_i - V_j}{Z_{ji}} \right)^* = V_j \left(\frac{V_i^* - V_j^*}{R_{ji} - jX_{ji}} \right) = \frac{V_j V_i^* - |V_j|^2}{R_{ji} - jX_{ji}} \\
 &= \frac{|V_i| |V_j| (\cos \delta_{ji} + j \sin \delta_{ji}) - |V_j|^2}{R_{ji} - jX_{ji}}
 \end{aligned}
 \tag{IV.40}$$

D'après cette équation on peut écrire :

$$\begin{aligned}
 |V_j|^2 \left(\frac{X_{ji}}{R_{ji}} + \frac{R_{ji}}{X_{ji}} \right) - |V_j| |V_i| \left(\frac{R_{ji}}{X_{ji}} \cos \delta_{ji} + \frac{X_{ji}}{R_{ji}} \cos \delta_{ji} \right) + \\
 \left(X_{ji} + \frac{R_{ji}^2}{X_{ji}} \right) Q_{ji} + \left(R_{ji} + \frac{X_{ji}^2}{R_{ji}} \right) \frac{R_{ji}}{X_{ji}} P_{ji} = 0
 \end{aligned}
 \tag{IV.41}$$

A partir de cette équation et en suivant le même raisonnement et la même démarche que celles utilisées pour déterminer l'indicateur *SVSI* dans le cas d'un dipôle électrique, nous pouvons déterminer l'indicateur *SVSI* pour chaque ligne d'un réseau multi nœuds qui aura pour expression :

$$SVSI_{ji} = \frac{2\sqrt{(X_{ji}^2 + R_{ji}^2)(P_{ji}^2 + Q_{ji}^2)}}{\left| |V_i|^2 - 2X_{ji}Q_{ji} - 2R_{ji}P_{ji} \right|}
 \tag{IV.42}$$

L'indicateur *SVSI* est un nombre réel. Si l'indicateur *SVSI* est inférieur à 1, il y a des solutions pour l'équation (IV.41) et le système est stable en tension. Par contre, si l'indicateur *SVSI* est supérieur à 1, il n'y a aucune solution, dans cette condition, le système est instable en tension.

L'inexistence de l'état stable d'un système est liée aux chutes de tension dans un système électrique, l'indicateur *SVSI* peut donc être aussi utilisé pour étudier la chute de tension intervenant dans un système électrique.

Dans un système électrique réel, l'indicateur *SVSI* est calculé pour toutes les lignes. Si pour chaque ligne, les valeurs des indicateurs sont inférieures à 1, le système est statiquement stable en tension. Dans le cas où la valeur de l'indicateur *SVSI* est égale à 1, au moins pour une ligne,

le système entier est à sa frontière de stabilité en tension. Si cette valeur au moins pour une ligne est plus grand que 1, le système entier perd la stabilité de tension, cette dernière se dégrade jusqu'à l'effondrement total du système électrique.

La valeur maximale de l'indicateur *SVSI* identifie ainsi non seulement la ligne fonctionnant le plus étroitement à sa frontière de stabilité mais également le nœud le plus proche de l'effondrement de tension.

IV.3 Indicateur rapide de stabilité de tension (*Fast Voltage Stability Index*) *FVSI*

Comme pour les autres indicateurs, l'indicateur rapide de stabilité de tension abrégé par *FVSI* est tout d'abord formulé à partir d'un simple réseau de deux nœuds pour faciliter la compréhension de son mécanisme puis généralisé à un réseau multi nœuds [33,34].

L'indicateur rapide de stabilité de tension rapporté à une ligne est formulé comme instrument de mesure de l'instabilité de la tension en prévoyant la condition de stabilité de tension dans le système. La formulation mathématique est très simple et pourrait accélérer le calcul.

❖ Détermination de l'indicateur de stabilité à partir un dipôle électrique

Pour formuler l'indicateur, nous considérons le cas simple de deux nœuds, le nœud 1 est reliés par une ligne électrique (cf. Fig IV.5) :

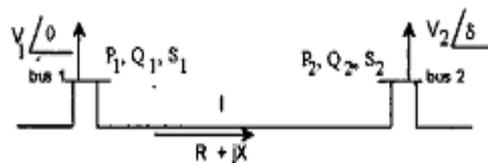


Figure IV.5 : schéma d'un simple réseau constitué de deux nœuds

Soient :

P_1, Q_1 : les puissances actives et réactives au nœud d'injection,

P_2, Q_2 : les puissances actives et réactives au nœud de réception,

S_1, S_2 : les puissances apparentes aux nœuds d'injection et de réception,

$\delta = \delta_1 - \delta_2$: la différence d'angle entre les nœuds d'injection et de réception,

En prenant le nœud d'injection le nœud 1 comme le référence (c.-à-d. $\delta_1 = 0$ et $\delta_2 = \delta$), alors l'équation générale du courant peut être écrite comme suit :

$$I_{21} = \frac{V_1 \angle 0 - V_2 \angle \delta}{R_{21} + jX_{21}} \quad (\text{IV.43})$$

La puissance apparente au nœud de charge nœud 2 peut s'écrire :

$$S_2 = V_2 I_{21}^* \quad (\text{IV.44})$$

Donc le courant est :

$$I_{21} = \left(\frac{S_2}{V_2} \right)^* \quad (\text{IV.45})$$

$$= \frac{P_2 - jQ_2}{V_2 \angle -\delta}$$

En écrivant l'égalité entre les équations (IV.43) et (IV.45), nous obtenons :

$$V_1 V_2 \angle -\delta - V_2^2 \angle 0 = (R_{21} + jX_{21})(P_2 - jQ_2) \quad (\text{IV.46})$$

La séparation des parties réelle et imaginaire donne :

$$-V_1 V_2 \sin \delta - V_2^2 = R_{21} P_2 + X_{21} Q_2 \quad (\text{IV.47})$$

Et :

$$-V_1 V_2 \sin \delta = X_{21} P_2 - R_{21} Q_2 \quad (\text{IV.48})$$

En exprimant, à partir de l'équation (IV.47), P_2 en fonction de Q_2 et en le remplaçant par sa nouvelle expression dans l'équation (IV.48), nous obtenons une équation quadratique en fonction de la tension V_2 :

$$V_2^2 - \left(\frac{R_{21}}{X_{21}} \sin \delta + \cos \delta \right) V_2 V_1 + \left(X_{21} + \frac{R_{21}^2}{X_{21}} \right) Q_2 = 0 \quad (\text{IV.49})$$

Les solutions de l'équation précédente sont :

$$V_2 = \frac{\left(\frac{R}{X} \sin \delta + \cos \delta\right) V_1 \pm \sqrt{\left[\left(\frac{R}{X} \sin \delta + \cos \delta\right) V_1 - 4\left(X + \frac{R^2}{X}\right) Q_2\right]}}{2} \quad (\text{IV.50})$$

Pour obtenir les solutions réalisables de la tension V_2 , le discriminant doit être supérieur ou égal à zéro.

$$\left(\left(\frac{R}{X} \sin \delta + \cos \delta\right) V_1\right)^2 - 4\left(X + \frac{R^2}{X}\right) Q_2 \geq 0 \quad (\text{IV.51})$$

$$\frac{4Z^2 Q_2 X}{(V_1)^2 (R \sin \delta + X \cos \delta)^2} \leq 1 \quad (\text{IV.52})$$

Donc, pour que la tension au nœud 2 existe il faut que l'équation (IV.52) soit vérifiée, ce qui nous donne un nouvel indicateur qui n'est autre que le terme de gauche de l'inéquation (IV.52) et que nous considérons comme indicateur *FVSI* ; cet indicateur est donc donné par :

$$FVSI = \frac{4Z^2 Q_2 X}{(V_1)^2 (R \sin \delta + X \cos \delta)^2}$$

Comme dans les réseaux électriques δ est normalement très petit, alors nous pouvons faire les simplifications suivantes :

$$\delta \approx 0, R \sin \delta \approx 0 \text{ et } X \cos \delta \approx X$$

D'où l'expression de l'indicateur ainsi défini:

$$FVSI = \frac{4Z^2 Q_2}{(V_1)^2 X}$$

⇒ Application numérique

La courbe de la figure (IV.6), présente l'évolution de l'indicateur $FVSI$ en fonction du facteur multiplicatif de la charge k , pour le même réseau d'application et les mêmes scénarios du facteur de puissance ($\cos(\varphi)$ de 0.89 et 0.96) considérés dans les paragraphes précédents pour les autres indicateurs.

Pour un faible facteur de charge ($\cos(\varphi)=0.89$), l'instabilité en tension est atteinte à un niveau plus bas ($k=2.87$) que celui trouvé dans le cas de base en utilisant la détermination complète de la matrice *Jacobienne* qui donne une représentation plus rigoureuse du système électrique et en utilisant la singularité de cette matrice, rappelons que dans ce cas le niveau est de 3.35. Cette différence est due au fait que nous avons négligé la différence d'angle entre les nœuds d'injection et de réception $\delta = \delta_1 - \delta_2$ dans la formulation de cet indicateur.

Avec un facteur de puissance élevé ($\cos(\varphi)=0.96$), l'état critique est enregistré pour un facteur multiplicatif de la charge de 4.07, identique à celui du cas de base pour le même $\cos(\varphi)$.

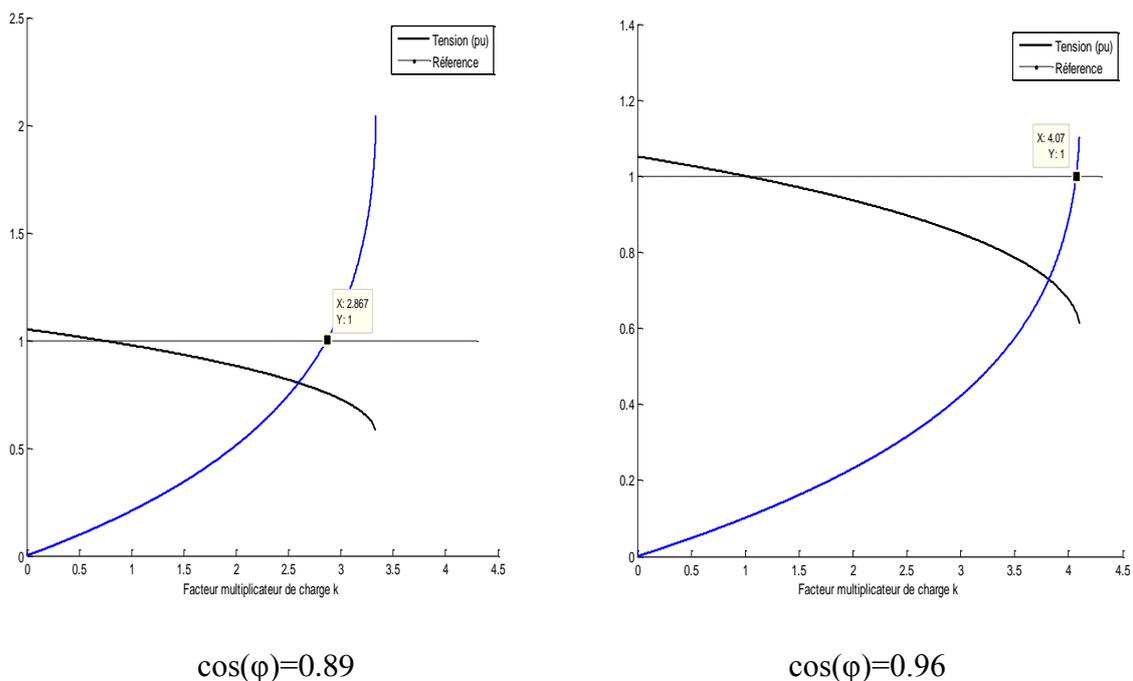


Figure IV.6 : L'évolution de l'indicateur $FVSI$ pour les deux scénarios

❖ **Généralisation sur un réseau multi nœuds**

Pour généraliser l'indicateur $FVSI$ à un réseau électrique multi nœuds, il suffit de considérer deux nœuds quelconques i et j relié par une ligne d'impédance Z_{ij} , l'indicateur $FVSI$ peut être défini par :

$$FVSI_{ij} = \frac{4Z_{ij}^2 Q_j}{V_i^2 X_{ij}} \quad (IV.53)$$

Dans un réseau multi nœuds, les lignes reliant deux nœuds i et j dont la valeur de l'indicateur $FVSI_{ij}$ est la plus proche de 1, sont les lignes les plus responsables de l'instabilité de tension. Donc pour maintenir un état stable en termes de tension, il faut que les valeurs de tous les indicateurs $FVSI_{ij}$, soient inférieures à 1.

IV.4 Indicateur de stabilité de tension basé sur le transit d'une ligne (Line Stability Index) Lmn

Cet indicateur [33,34], est basé sur le concept du transport d'énergie sur une simple ligne du système électrique.

❖ **Formulation de l'indicateur à partir d'un dipôle électrique**

Considérons le schéma de la figure (IV.5), les transits de puissance au nœud d'injection et au nœud de réception sont donnés par :

$$S_1 = \frac{|V_1|^2}{Z} \angle \theta - \frac{|V_1||V_2|}{Z} \angle (\theta + \delta_1 - \delta_2) \quad (IV.54)$$

$$S_2 = \frac{|V_2||V_1|}{Z} \angle (\theta - \delta_1 + \delta_2) - \frac{|V_2|^2}{Z} \angle \theta \quad (IV.55)$$

Avec:

θ : l'angle de l'impédance de la ligne.

En séparant les parties réelle et imaginaire de l'équation (IV.54), nous obtenons :

$$P_2 = \frac{V_1 V_2}{Z} \cos(\theta - \delta_1 + \delta_2) - \frac{V_2^2}{Z} \cos \theta \quad (\text{IV.56})$$

$$Q_2 = \frac{V_1 V_2}{Z} \sin(\theta - \delta_1 + \delta_2) - \frac{V_2^2}{Z} \sin \theta \quad (\text{IV.57})$$

Notons par : $\delta = \delta_1 - \delta_2$

La solution de l'équation (IV.57) en fonction de la tension V_2 est :

$$V_2 = \frac{V_1 \sin(\theta - \delta) \pm \sqrt{(V_1 \sin(\theta - \delta))^2 - 4ZQ_2 \sin \theta}}{2 \sin \theta} \quad (\text{IV.58})$$

Comme : $Z \sin \theta = X$, nous pouvons écrire:

$$V_2 = \frac{V_1 \sin(\theta - \delta) \pm \sqrt{(V_1 \sin(\theta - \delta))^2 - 4XQ_2}}{2 \sin \theta} \quad (\text{IV.59})$$

Afin d'obtenir des valeurs réelles de V_2 en fonction de Q_2 , l'équation ci-dessus doit avoir des racines réelles. Par conséquent, la condition suivante peut être employée comme un critère de stabilité :

$$\left((V_1 \sin(\theta - \delta))^2 - 4XQ_2 \right) \geq 0 \quad (\text{IV.60})$$

Ce qui revient à écrire :

$$\frac{4XQ_2}{(V_1 \sin(\theta - \delta))^2} \leq 1 \quad (\text{IV.61})$$

De ce fait, l'indicateur de la stabilité de la ligne L_{mn} est donné par la formule suivante :

$$L_{mn} = \frac{4Q_2 X}{(V_1 \sin(\theta - \delta))^2} \quad (\text{IV.62})$$

❖ **Généralisation à un système multi- nœud**

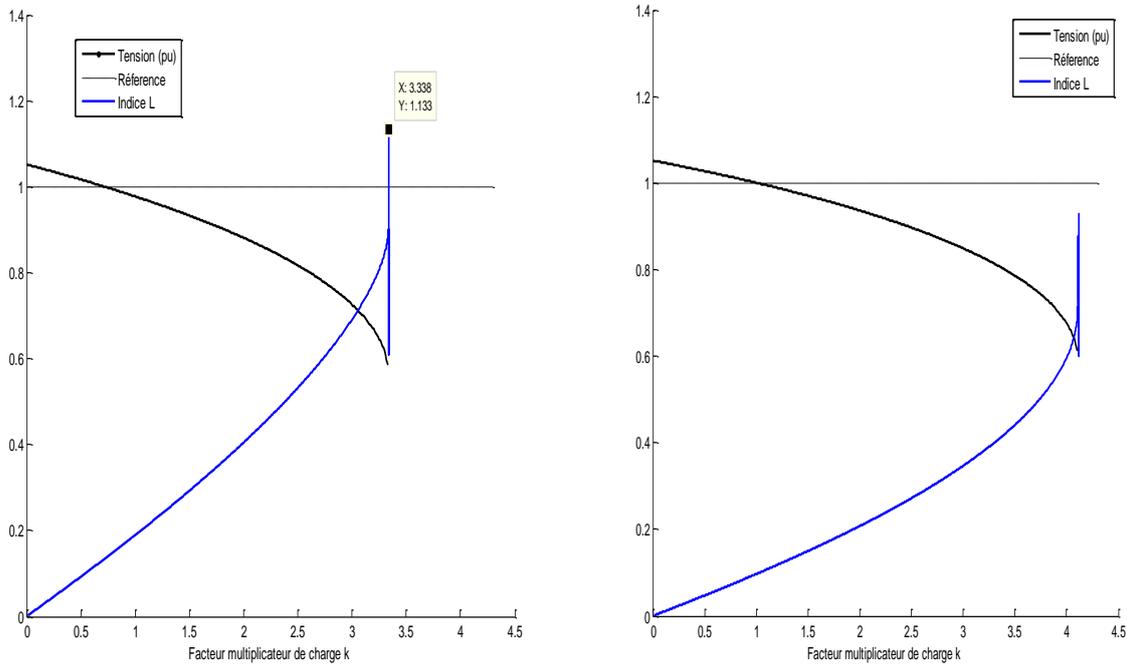
La généralisation à un système multi-nœud se fait comme suit :

Soit une ligne L_{ij} d'un système électrique (figure IV.5), l'indicateur L_{mn} peut être écrit sous la forme suivante :

$$L_{mn} = \frac{4Q_j X}{[|V_i| \sin(\theta - \delta)]^2}$$

Pour tous les indicateurs, y compris les indicateurs L , L_{mn} , $SVSI$ et $FVSI$, la valeur 1 indique la frontière de stabilité de tension. La tension est statiquement stable, quand la valeur de l'indicateur est comprise entre zéro et 1. Plus la valeur de l'indicateur est proche de 1 plus le système se rapproche de l'instabilité en tension.

⇒ **Application numérique**



$\cos(\varphi)=0.89$

$\cos(\varphi)=0.96$

Figure IV.7 : Évolutions de l'indicateur L_{mn} pour les deux scénarios

IV.5 Comparaison des performances des indicateurs

Dans cette partie nous avons procédé à des applications des différents indicateurs basés sur les transits en considérant en premier lieu le dipôle électrique étudié plus haut puis sur les réseaux IEEE5 et de IEEE14 nœuds afin de pouvoir comparer leurs performances.

❖ Résultats obtenus en considérant le dipôle électrique

Les résultats obtenus pour chaque indicateur sur la stabilité en termes de précision de l'indicateur, appliqués au dipôle électrique de la figure (IV.1) sont mentionnés dans le tableau (IV.1). Les simulations ont été effectuées pour les deux scénarios du facteur de puissance ($\cos(\varphi)=0.89$ et $\cos(\varphi)=0.96$) :

Cos $\varphi=0.87$				Cos $\varphi=0.96$			
Indicateur	Valeur de l'indicateur	Facteur multiplicatif de la charge	Temps (sec)	Indicateur	Valeur de l'indicateur	Facteur multiplicatif de la charge	Temps (sec)
<i>Det (J)</i>	$\rightarrow 0$	3.335	0.27	<i>Det (J)</i>	$\rightarrow 0$	4.10	0.08
<i>SVSI</i>	1.05	3.345	2.20	<i>SVSI</i>	1.00	4.10	0.23
<i>Lmn</i>	1.13	3.338	0.90	<i>Lmn</i>	1.00	4.10	0.68
<i>L</i>	0.85	3.335	0.13	<i>L</i>	0.72	4.10	0.42
<i>FVSI</i>	1.00	2.867	0.09	<i>FVSI</i>	1.00	4.07	0.88

Tableau IV.1 : résultats de simulation pour chaque scénario de $\cos(\varphi)$

L'état critique déterminé pour les deux scénarios du facteur de puissance par les indicateurs *SVSI* et *Lmn* est identique à celui trouvé par l'indicateur basé sur la singularité complète de la matrice *Jacobienne* considéré comme indicateur de référence. La différence trouvée entre ces deux indicateurs n'est que de l'ordre de 0.1.

L'indicateur *L* donne des valeurs trop faibles par rapport à celles obtenues par l'indicateur de référence donc ne donne pas de bonnes indications sur l'instabilité de la tension pour les deux scénarios étudiés.

Pour l'indicateur *FVSI*, le fait de supposer que δ est très fiable, affecte le résultat sur la limite de stabilité en effet les valeurs obtenues sont un peu plus différentes de celles de l'indicateur de référence.

❖ Application sur des réseaux électrique multi nœuds

Dans le but de tester la performance de chaque indicateur en terme de fiabilité, précision et robustesse, des simulations ont été effectuées sur les systèmes électriques de cinq nœuds en utilisant le réseau *IEEE5* et de 14 nœuds en utilisant le réseau *IEEE14*.

⇒ Application sur le réseau *IEEE5*

Pour l'indicateur de référence basé sur la singularité de la matrice *Jacobienne*, la puissance réactive en chaque nœud consommateur a été graduellement augmentée de la situation de base jusqu'à la valeur qui pourrait conduire le système à un état critique avant que l'algorithme d'écoulement de puissance ne diverge.

Pour les indicateurs *SVSI*, *FVSI*, L_{mn} et L , la puissance réactive en chaque nœud consommateur a été graduellement augmentée jusqu'à ce que la valeur de ces indicateurs atteigne la valeur 1 qui est la valeur critique indiquant qu'il y a instabilité de la tension, ceci au moins pour une ligne du réseau. La ligne dont la valeur de l'indicateur est égale ou supérieure à 1 est celle qui contribue le plus à l'instabilité détectée et son transit atteint la limite de puissance transmissible.

Les courbes de la figure (IV.8) montrent les résultats de la simulation pour le comportement de chaque indicateur. Les indicateurs (*SVSI*, *FVSI*, L_{mn} , et L) atteignent tous la valeur 1 (valeur pour laquelle le système est instable en tension) ceci en premier lieu pour la ligne 7 reliant les nœuds 4 et 5.

Cependant, la plus part de ces indicateurs font ressortir l'état d'instabilité pour un niveau de charge inférieur à celui du cas de référence calculé à partir de la singularité *Jacobienne* du système.

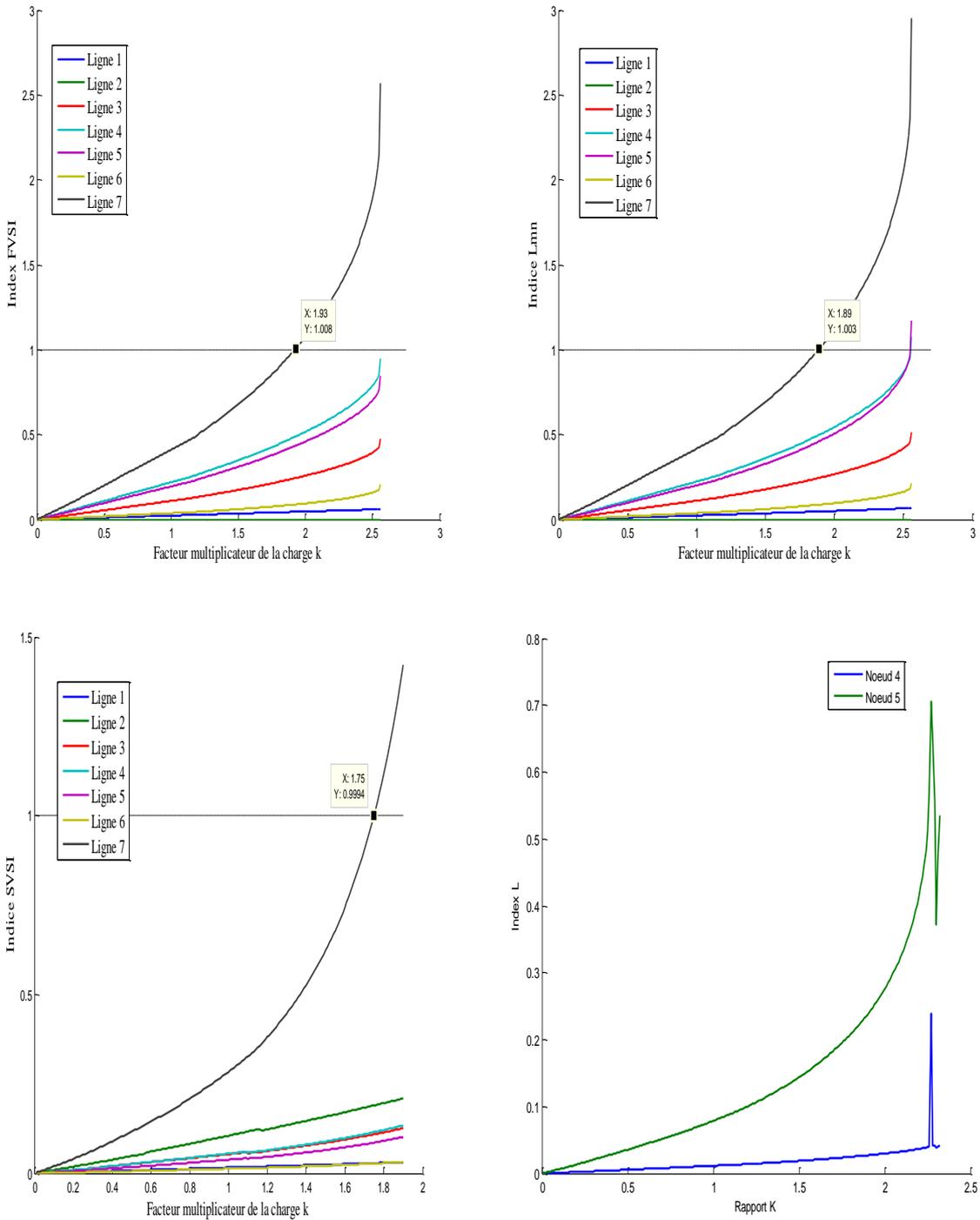


Figure IV.8 : Évolutions des indicateurs aux chaque nœud

La figure (IV.9) illustre le temps de simulation pour chaque indicateur :

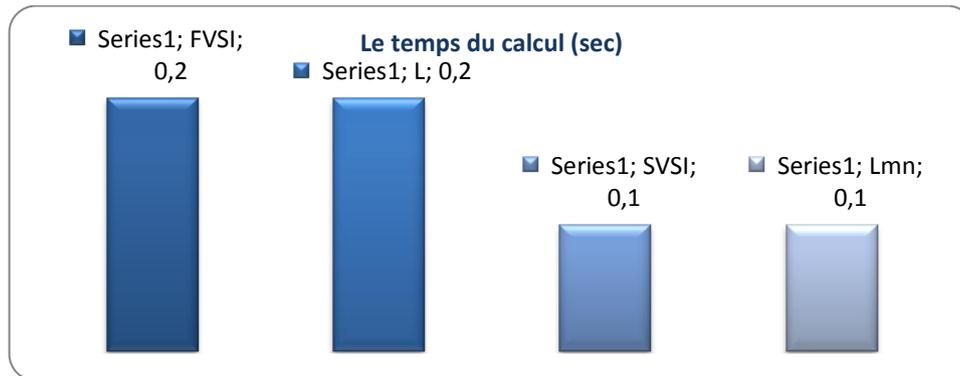


Figure IV.9: Temps du calcul de chaque indicateur

Le temps du calcul pour chaque indicateur est très faible, et ils sont très proches les uns des autres.

Les résultats donnant la contribution de chaque ligne à l'instabilité pour chaque indicateur sont donnés dans le tableau (IV.2). Les lignes sont classées dans un ordre décroissant de contribution à cette instabilité. Pratiquement, une surveillance appropriée devrait être axées sur ces lignes (ou sur les nœuds auxquels ces lignes sont raccordées). Les lignes dont les indicateurs sont très faibles par rapport à la valeur 1 sont faiblement chargées.

Ordre	Ligne	FVSI	L_{mn}	SVSI
1	7	1.01	1	1.01
2	5	0.44	0.46	0.29
3	2	0.27	0.3	0.17
4	4	0.19	0.18	0.1
5	3	0.18	0.18	0.09
6	6	0.05	0.04	0.02
7	1	0.05	0.05	0.03

Tableau IV.2 : Classement des lignes par ordre de sévérité

⇒ Application sur le réseau IEEE14

Pour le même réseau d'application *IEEE14* nœuds étudié dans le chapitre (III), et d'après les résultats de simulation, la ligne la plus sensible à l'instabilité de tension détectée pour la plupart des indicateurs est toujours la ligne *L9* (reliée les nœuds 4 et 9).

Pour l'indicateur *FVSI*, la ligne atteint le point critique pour un facteur multiplicateur de charge de 1.71 qui est très proche de celui du cas de référence et les autres (cf. figure), respectivement 1.63, 1.69 et 1.68. Il mentionne donc l'état d'instabilité pour un niveau de charge légèrement plus bas mais restant quand même assez proche de celui du cas de référence.

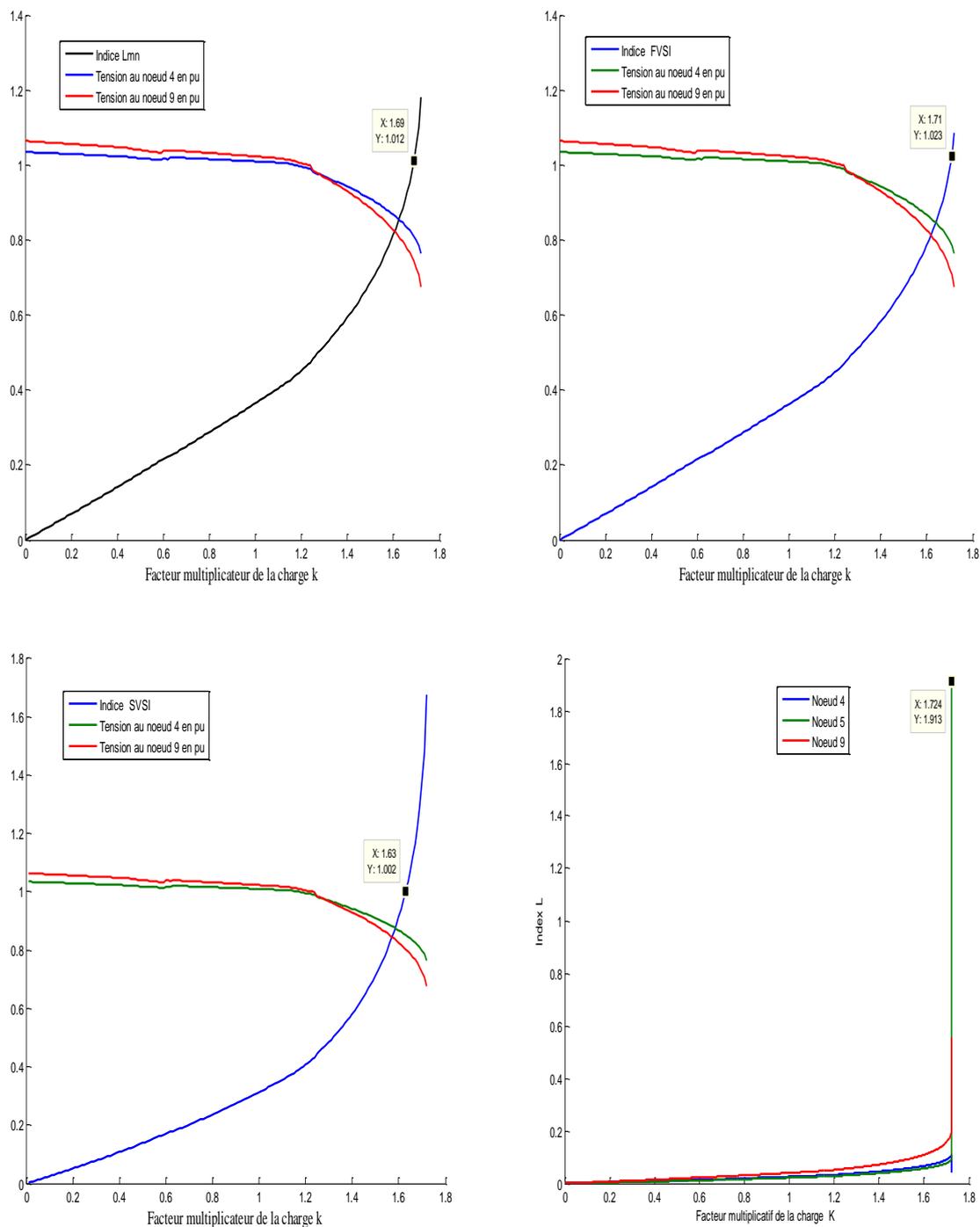


Figure IV.10: ligne sensible à l'instabilité de tension

Concernant l'indicateur L , le nœud qui présente une instabilité de tension est le nœud 5, dont la valeur de l'indicateur augmente rapidement au voisinage du point critique trouvé dans le cas de base, qui de 1.72. Pour les nœuds 4 et 9, les valeurs maximales au point critique réel sont 0.10 et 0.19

Cet indicateur ne donne pas les mêmes nœuds sensibles à l'instabilité de tensions déterminées par les autres indicateurs.

La figure (IV.11) illustre les écarts des valeurs des indicateurs $FVSI$, $SVSI$, L_{mn} , calculés pour un facteur multiplicatif de charge $k=1,72$.

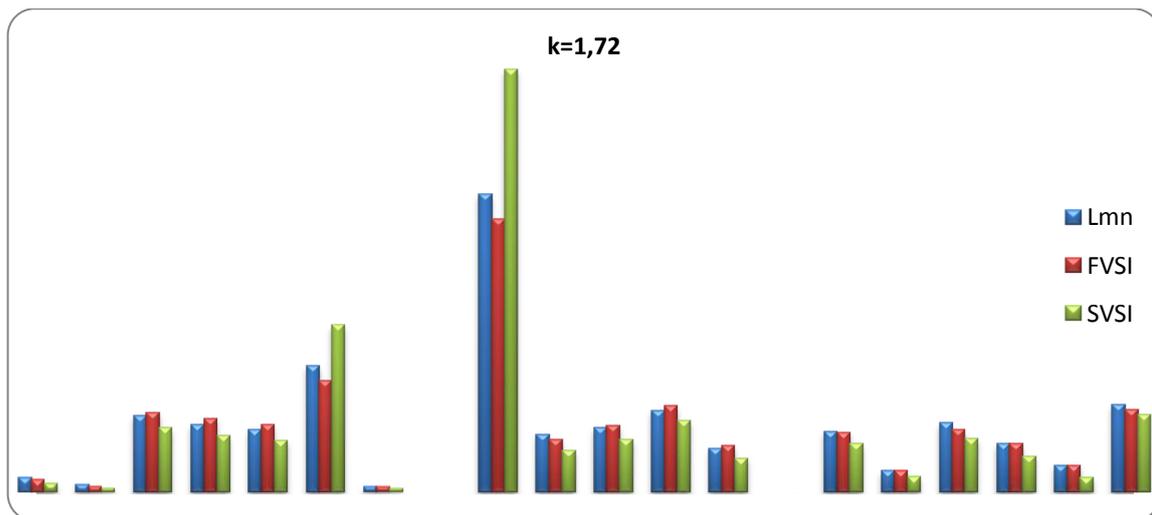


Figure IV.11 : la valeur de chaque indicateur

IV.6 Conclusion

Les analyses qui ont été faites sur les indicateurs basés sur les transits sur les lignes ont fait ressortir qu'en plus des informations qu'ils donnent sur la limite de transit sur chaque ligne, ils indiquent celles qui contribuent le plus à l'instabilité et donnent des informations sur l'état de stabilité en tension de chaque nœud. Ainsi ces indicateurs permettant de localiser l'endroit où se situe l'instabilité de la tension.

De plus ils sont plus rapides, consomment moins de temps calcul et donne une bonne estimation du point critique

En temps réel, ces indicateurs permettent de juger de l'état du système le plus rapidement possible. Il suffit d'avoir les mesures des tensions en chaque poste et des courants, les transits de puissance sont calculés rapidement à partir de ces mesures.

Conclusion générale

Conclusion générale

Dans le travail que nous avons réalisé, nous avons traité le problème de la stabilité de la tension des systèmes électriques en présentant en premier lieu les notions théoriques concernant le sujet.

Nous avons illustré les mécanismes de ce phénomène par des applications à partir d'un simple dipôle électrique pour une meilleure compréhension de ces derniers. Nous avons, par la suite, étudié quelques aspects de l'analyse de la stabilité de la tension.

Après avoir introduit quelques généralités et définitions concernant la stabilité de tension nous avons pu définir le problème de l'instabilité et l'effondrement de tension. Nous avons mis l'accent sur les causes pouvant conduire à des instabilités de tension et sur les dispositions pouvant être prises pour éviter ce phénomène. Ceci a permis de tirer les caractéristiques essentielles relatives au comportement de la tension vis-à-vis de la charge consommée. A partir d'une étude paramétrique nous avons fait ressortir la sensibilité de cette limite aux différents paramètres du système électrique.

Par la suite, nous avons tout d'abord commencé par une présentation de différents indicateurs, déterminés à partir des calculs d'écoulement de puissance (matrice *Jacobienne*). Nous avons illustré l'évolution de la stabilité de la tension en appliquant ces indicateurs aux réseaux électriques *IEEE5* et *IEEE14* nœuds.

Les applications des indicateurs basés sur la matrice d'écoulement de puissance ont permis de tirer les conclusions suivantes :

- ☞ Les indicateurs basés sur la singularité de la matrice *Jacobienne* de l'ensemble du système, donnent les meilleures indications sur le point critique ;
- ☞ Les indicateurs basés sur les sous matrices réduites donnent également de bons résultats mais ils ont le désavantage de changer trop rapidement lorsque l'on se rapproche du point critique d'instabilité ;
- ☞ La plus petite valeur singulière sert à indiquer la proximité de l'instabilité stabilité de la tension en régime permanent ;

- ☞ Tous les indicateurs précités déterminés à partir de la matrice *Jacobienne* des calculs des écoulements de puissance donnent une évaluation globale du point de fonctionnement pour lequel il y a une instabilité en tension. Cependant ils ne fournissent aucune information sur la proximité de chacun de ces nœuds de l'état d'instabilité.

Compte tenu que le problème de stabilité de la tension est un problème local, nous avons examiné plusieurs indicateurs développés sur la base d'équations et de propriétés classiques de transit sur chaque ligne d'un système électrique donné. Ceci le but de trouver un indicateur de stabilité de tension en chaque nœud et estimer la limite de transit de la puissance. Cet examen a permis d'avoir des indications sur la proximité de chacun des nœuds du système électrique d'un état d'instabilité. Il a permis, également, d'estimer la limite de la puissance pouvant transiter par ces dernières vu que l'effondrement de tension survient lorsque la limite de transit est atteinte.

Les analyses qui ont été faites sur ces indicateurs ont fait ressortir qu'en plus des informations qu'ils donnent sur la limite de transit sur chaque ligne, ils font ressortir celles qui contribuent le plus à l'instabilité. Ils donnent également des informations sur l'état de stabilité en tension de chaque nœud. Ainsi ces indicateurs permettant de localiser l'endroit où se situe l'instabilité de la tension.

Par ailleurs ils sont plus rapides, consomment moins de temps calcul et donnent une meilleure estimation du point critique.

Références bibliographiques

- [1] A.V.Meier : «*Electric Power System, A Conceptual Introduction*», IEEE Press 2002.
- [2] M.A. El Hawary: «*Introduction to Electrical Power Systems.*», IEEE Press 2008.
- [3] Phillips A.Laplante: «*Comprehensive Dictionary of Electrical Engineering*», Deuxième Edition 2005 by Taylor & Francis Group, LLC.
- [4] B. Mayer, M. Jerosilimski et M. Stubbe, «*Outil de simulation dynamique des réseaux Électriques* », Techniques de l'Ingénieur, D4-120, Traité Génie Électrique, 1980.
- [5] P. Kundur: «*Power System Stability and Control* », IPRI Power System Engineering Series, Ed; 1993.
- [6] «*Mémento de la sureté du système électrique*», RTE, Gestionnaire du Réseau de Transport d'Electricité, Ed ; 2004.
- [7] D.J. Hill & P.A. Lof: «*Analysis of Long-Term Voltage Stability*», Proceedings of the 10th PSCC, Graz, 1990.
- [8] G.K Morison & al., «*Voltage Stability Analysis using Static and Dynamic approaches*», IEEE Trans. PAS, Vol.PAS-102, N° 5, pp.1115-1125, May 1983.
- [9] Working group 14.05: «*On Voltage and Power Stability in AC/DC Systems*» CIGRE, Ed; April 2003.
- [10] C. Barbier, J. Claude Barret: «*Analyse des phénomènes d'écroulement de tension sur un réseau de transport*», RGE Juillet 1980.
- [11] Y. Yi Hong, C. Ching Liu: «*A Heuristic and Algorithmic Approach to VAR Planning*», IEEE Trans. PAS, Vol PAS- 7 N° 7, N° 2, May 1992.
- [12] H.Mori, Y.Tamaru: «*Hybrid Artificial Neural Network for Voltage Instability Monitoring in Electric Power System*», IEEE, manuscript received August 1, 1992.
- [13] M. Begovic, D.Fult: «*System Protection and Voltage Stability*», IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, N° .2, April 1995.
- [14] TAYLOR. C.W (1994): «*Power System Voltage Stability*», première edition, McGraw-Hill, inc., New York.
- [15] K.Wai Louis: «*Aggregation of Voltage and Frequency Dependent Electrical Loads*», the Univercity of British Columbia, July 1999.

- [16] IEEE Task Force Report: «*Load Representation for Dynamic Performance Analysis*», IEEE Trans. PS, Vol.8, N° 2, pp.472-482, May 1993.
- [17] Badrul H.Chowdhury: «*Load-Flow Analysis in Power Systems*», Section II, Electrical & Computer Engineering Department, University of Missouri-Rolla.
- [18] Stott, B., and O. Alsac: «*Fast Decoupled Load Flow*», IEEE Trans on Power Apparatus & Systems, Vol. PAS-93, pp. 859-869, 1974.
- [19] John Wiley & Sons, B. M Weedy. Chichester Singapore Toronto: «*Electric Power System*», edition 3.
- [20] P. A Lof, G.Andesson, and D.J Hill: «*Voltage Stability Indices for Stressed Power Systems*», IEEE Trans, Vol.8, N° 1, February 1993.
- [21] Claud. A. Ganizaes, Antonio C.Z de Souza, and Victor. H. Quintana: «*Comparison of Performance Indices for Detection of Proximity to Voltage Collapse*», IEEE Trans, Vol. 11, N° 3, August 1996.
- [22] H.G.Kwatny & al.: «*Static Bifurcations in Electric Power Network: Loss Steady State Stability and Voltage Collapse*», IEEE Trans. CS, Vol.Cas-33, N° 10, pp.981-911, October 1986.
- [23] A. Laifa & A. Hellal: «*Voltage Stability Characteristics Analysis*», Proceedings of Power Transmission Systems, Electric Power Systems Research, 12, pp.63-69, 1987.
- [24] Gregor.V, Milos.P, Ferdinand.G: «*On Voltage Collapse and Apparent-Power Losses*», Electric Power Systems Research. 76 760-767. 2006.
- [25] Augusto.C & al. «*Voltage Stability Assessment by Fast Time Domain Simulation and Interior-Point Optimal Power Flow*» IEEE Trans. 0-7803-8718-X/04 2004.
- [26] F.Alvarado, A.Goran, H.Clark: «*Suggested Techniques for Voltage Stability Analysis*», IEEE Power Engineering Society. N° 93TH0 620-5 PWR,1993.
- [27] P.Kessel & H.Glavitsh: «*Estimating the Voltage Stability of a Power System*», IEEE Trans. On Power Delivery, Vol. PWRD-1, N° 3, pp.346-354, July 1986.
- [28] DThukaram, Lawrence Jenkins: «*Monitoring the Effects of On-Load Tap Changing Transformers on Voltage Stability*», IEEE Trans, Vol 07803-8610-8, 2004.
- [29] K. Visakha, D. Thukaram, L. Jenkins: «*An Approach for Real Power Scheduling to Improve System Stability Margins Under Normal and Network Contingencies*», Electric Power Systems Research. 71 109-117 2004.
- [30] C.Belhadj, M.Rabei, & al: «*Voltage Stability Modeling and Real-Time Monitoring Using Expert System for Operation Assistance*», IEEE Trans, Vol 11, N° 2, May 1996.

- [31] Li QI: « AC System Stability Analysis and Assessment for Shipboard Power Systems», thèse . December 2004.
- [32] I.Musirim, and T.Kkawa: «Novel Fast Voltage Stability Index (FVSI) for Voltage Stability Analysis in Power Transmission System.», IEEE Trans, Vol. 7803-7565-3, 2002.
- [33] Ismail .Musirin, Titik.Khawa: «Voltage stability Based Weak Area Clustering Technique in Power System», IEEE, 0-7803-8724-4 2004.
- [34] V.Ajjarapu, G.Chrity: «The Continuation Power Flow a Tool for Steady State Voltage Stability Analysis», IEEE Trans, Vol 7, N° 1, February 1992.
- [35] G.C.Ejebe, J.Tong, J.G.Waight: «Available Transfer Capability Calculations», IEEE, Trans, Vol 13, N° 4, November 1998.
- [36] Laing. Min, Ali. Abur: «Multi-Area Transfer Capability Evaluation using Voltage Stability Constraints», IEEE Tans, 0-7803-9255-8, 2005.
- [37] J.Zhao, B.Zhang: «Reasons and Countermeasures for Computation Failures of Continuation Power Flow», IEEE, 1-4244-0493-2 2006.

Annexes

Annexe A : Théorème de schur

Annexe B : Données du réseau IEEE5 nœuds

Annexe C : Données du réseau IEEE14 nœuds

Si $A \in C^{n \times n}$

Il existe une matrice unitaire $U \in C^{n \times n}$ ($U^t \cdot U = U \cdot U^t = I_n$)

Et une matrice triangulaire supérieure T telle que :

$$A = U \cdot T \cdot U^t, \quad U^t \cdot A \cdot U = T, \quad A \cdot U = U \cdot T, \quad U^t \cdot A = T \cdot U^t$$

Où $T = \Lambda + N$

Avec :

$\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ Matrice diagonale des valeurs propres de A et N matrice triangulaire supérieure stricte.

Données des nœuds

Nœud	Type	Tension pu	Charge		Générateur		Compensation	
			P_d MW	Q_d MVar	P_g MW	Q_{min} MVar	Q_{max} MVar	Q_{shunt} MVar
1	<i>Slack</i>	1.060	0	0	-	-10	50	0
2	<i>PV</i>	1.045	20	10	40	-10	50	0
3	<i>PV</i>	1.030	20	15	30	-10	40	0
4	<i>PQ</i>	1.000	50	30	0	0	0	0
5	<i>PQ</i>	1.000	60	40	0	0	0	0
Total			150	95	70	-30	140	0

Données des lignes

Ligne	Nœud 1	Nœud 2	R	X	$B_{(1/2)}$	a
			pu			
1	1	2	0.02	0.06	0.030	1
2	1	3	0.08	0.24	0.025	1
3	2	3	0.06	0.18	0.020	1
4	2	4	0.06	0.18	0.020	1
5	2	5	0.04	0.12	0.015	1
6	3	4	0.01	0.03	0.010	1
7	4	5	0.08	0.24	0.025	1

Données des nœuds

Nœud	Type	Tension pu	Charge		Générateur		Compensation	
			P _d MW	Q _d MVar	P _g MW	Q _{min} MVar	Q _{max} MVar	Q _{shunt} MVar
1	<i>Slack</i>	1.060	0	0	-	-	-	0
2	<i>PV</i>	1.045	21.7	12.7	40	-40	50	0
3	<i>PV</i>	1.040	94.2	19.0	23.4	0	40	0
4	<i>PQ</i>	1.000	47.8	3.90	0	0	0	0
5	<i>PQ</i>	1.019	7.60	1.60	0	0	0	0
6	<i>PV</i>	1.070	11.2	7.50	12.2	-6	24	0
7	<i>PQ</i>	1.000	0	0	0	0	0	0
8	<i>PV</i>	1.090	0	0	17.4	-6	24	0
9	<i>PQ</i>	1.000	29.5	16.6	0	0	0	19
10	<i>PQ</i>	1.000	9.00	5.80	0	0	0	0
11	<i>PQ</i>	1.000	3.50	1.80	0	0	0	0
12	<i>PQ</i>	1.000	6.10	1.60	0	0	0	0
13	<i>PQ</i>	1.000	13.5	5.8	0	0	0	0
14	<i>PQ</i>	1.000	14.9	5.0	0	0	0	0
Total			259	81.3	93	-52	138	19

Données des lignes

Ligne	Nœud 1	Nœud 2	R	X	B _(1/2)	a
			pu			
1	1	2	0.01938	0.05917	0.0528	1
2	1	5	0.05403	0.22304	0.0492	1
3	2	3	0.04699	0.19797	0.0438	1
4	2	4	0.05811	0.17632	0.0374	1
5	2	5	0.05695	0.17388	0.034	1
6	3	4	0.06701	0.17103	0.0346	1
7	4	5	0.01335	0.04211	0.0128	1
8	4	7	0	0.20912	0	0.978
9	4	9	0	0.55618	0	0.969
10	5	6	0	0.25202	0	0.932
11	6	11	0.09498	0.1989	0	1
12	6	12	0.12291	0.25581	0	1
13	6	13	0.06615	0.13027	0	1
14	7	8	0	0.17615	0	1
15	7	9	0	0.11001	0	1
16	9	10	0.03181	0.0845	0	1
17	9	14	0.12711	0.27038	0	1
18	10	11	0.08205	0.19207	0	1
19	12	13	0.22092	0.19988	0	1
20	13	14	0.17093	0.34802	0	1

